N°d'ordre NNT : 2017LYSEI082

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
INSA Lyon

Ecole Doctorale ED162
MEGA : Mécanique – Energétique – Génie Civil - Acoustique

Spécialité/ discipline de doctorat : Génie Civil

Soutenue publiquement le 05/10/2017, par :
François NADER

Modélisation de la rupture 3D des grains polyédriques par éléments discrets

---

Devant le jury composé de :

HICHER, Pierre-Yves	Professeur Émérite	École Centrale de Nantes	Rapporteur
NICOT, François	Directeur de Recherche	IRSTEA Grenoble	Rapporteur
CAMBOU, Bernard	Professeur Émérite	École Centrale de Lyon	Examinateur
DANO, Christophe	Maître de Conférences	Université Grenoble Alpes	Examinateur
DAOUADJI, Ali	Professeur des Universités	INSA Lyon	Examinateur
DUBOIS, Frédéric	Ingénieur de Recherche	Université Montpellier II	Examinateur
DJERAN-MAIGRE, Irini	Professeur des Universités	INSA Lyon	Directrice de thèse
SILVANI, Claire	Maître de Conférences	INSA Lyon	Co-directrice de thèse

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	**CHIMIE DE LYON** **http://www.edchimie-lyon.fr** Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3e etage secretariat@edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Stéphane DANIELE Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	**ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** **http://edeea.ec-lyon.fr** Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	**EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION** **http://e2m2.universite-lyon.fr** Sec : Sylvie ROBERJOT Bât Atrium - UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : H. CHARLES secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	M. Fabrice CORDEY CNRS UMR 5276 Lab. de géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Géode 2 rue Raphaël Dubois 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 cordey@univ-lyon1.fr
EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE** **http://www.ediss-lyon.fr** Sec : Sylvie ROBERJOT Bât Atrium - UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : M. LAGARDE secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	**INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES** **http://infomaths.univ-lyon1.fr** Sec :Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal, 3e étage Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax : 04.72.43.16.87 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Luca ZAMBONI Bâtiment Braconnier 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél :04 26 23 45 52 zamboni@maths.univ-lyon1.fr
Matériaux	**MATERIAUX DE LYON** **http://ed34.universite-lyon.fr** Sec : Marion COMBE Tél:04-72-43-71-70 –Fax : 87.12 Bat. Direction ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	**MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE** **http://mega.universite-lyon.fr** Sec : Marion COMBE Tél:04-72-43-71-70 –Fax : 87.12 Bat. Direction mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	**ScSo*** **http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/** Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04 78 69 72 76 viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	M. Christian MONTES Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Christian.montes@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Remerciements

Je voudrais exprimer mes remerciements à tous ceux qui m'ont permis de mener à bien ce travail de thèse, en commençant par mes encadrantes.
Je remercie Irini Djeran-Maigre ma directrice, pour sa présence et tous ses conseils qui m'ont servi et vont me servir au niveau académique et personnel.
Et je remercie Claire Silvani mon encadrante, pour son suivi et son aide dans tous les aspects de ce projet.
Leur encouragement, leur confiance et leur patience étaient primordiaux pour l'accomplissement de ce travail de recherche, et je leurs en suis très reconnaissant.

Je souhaite remercier M. Pierre-Yves Hicher et M. François Nicot d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Je remercie également les membres du jury M. Ali Daouadji pour l'encouragement et les discussions scientifiques, ainsi que M. Frédéric Dubois pour toute l'aide technique indispensable qu'il m'a apporté.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à M. Bernard Cambou et M. Christophe Dano d'avoir voulu participer à ce jury.

Je souhaite de plus remercier M. Guilhem Mollon pour les nombreuses discussions et tous les conseils techniques.

Je remercie tous les membres du laboratoire SMS-ID : Caroline, Gabriele, Minh Tuan, Papa, Nicole, Natalia, Alexis, Élodie, Fakhreddine, Aurélie, Christine, Nouredinne, Jean, et Sylvie pour toutes les discussions, les échanges scientifiques et culturels, et pour l'ambiance chaleureuse qui m'a encouragé à persévérer dans ce travail.

C'est grâce à des personnes très spéciales que mon séjour à Lyon a été agréable, voire même possible. Je tiens à remercier surtout Léa, Luciana, Perla, Maryam, Jessica, Joseph, Marc, Elie, Peter, Joe, Mickael, Salem, Patricia, la famille Oueini, les membres de la chorale Notre Dame du Liban à Lyon, et surtout la famille Jawhar. Je remercie de même les prêtres Antonins, surtout les Pères Robert, Elias, Toni et Peter, pour leur accueil, leur support et leur amitié.

Je tiens à remercier enfin mon père Charbel et ma mère Nawal, ma source de tout enthousiasme et de tout espoir ; mes sœurs Nancy et Yara et leurs familles ; et mes amis du Liban.
C'est grâce à eux et à leur encouragement que j'ai pu surmonter tous les moments difficiles.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

À Charbel, Nawal, Nancy et Yara,
pour tout ce que je suis, et espère être…

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Table des matières

Résumé **11**

Abstract **13**

1 Introduction générale **15**

2 Étude bibliographique **19**
2.1 Introduction 19
2.2 Les enrochements 20
2.2.1 Caractéristiques géométriques des blocs 21
2.2.2 Résistance des grains 23
2.2.3 Comportement des enrochements 27
2.2.3.1 Rupture des grains 27
2.2.3.2 Effet de la forme des grains 30
2.2.3.3 Sollicitations triaxiales 32
2.2.3.4 Sollicitations œdométriques et compressibilité 34
2.3 Modélisation de la rupture 39
2.3.1 Modélisation discrète 40
2.3.2 Modèles de remplacement de grains 40
2.3.3 Modèles d'assemblage de particules 47
2.3.4 Études énergétiques dans les simulations DEM 61
2.4 Conclusion 66

3 Méthode numérique et génération du grain **67**
3.1 Introduction 67
3.2 Méthode des éléments discrets – NSCD 67
3.3 Gestion du contact 69
3.3.1 Lois de contact 69
3.3.1.1 Contact unilatéral de Signorini 69
3.3.1.2 Loi de choc 70
3.3.1.3 Loi de frottement de Coulomb 70
3.3.1.4 Loi cohésive suivant le critère de Mohr-Coulomb 70
3.4 Résolution numérique 71
3.4.1 Algorithme NLGS 72
3.4.2 Convergence 73
3.5 Non unicité de la solution et régularisation 75
3.6 Génération d'un grain 76
3.6.1 Génération d'un grain polygonal 2D 76

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

3.6.2 Génération d'un grain polyédrique 3D 78
3.6.3 Discrétisation du grain 80
3.7 Détection du contact 82
3.8 Conclusion 84

4 Écrasement d'un grain **85**
4.1 Introduction 85
4.2 Simulation de l'écrasement d'un grain 85
4.2.1 Effet de la cohésion 88
4.2.2 Effet de la dimension du grain 89
4.2.2.1 Dimension minimale des particules constante 89
4.2.2.2 Surface cohésive moyenne constante 92
4.2.2.3 Distribution polaire des normales aux contacts 95
4.2.3 Effet de la discrétisation intra-granulaire 97
4.2.3.1 Étude paramétrique 97
4.2.3.2 Configuration particulière 101
4.2.4 Effet du rapport de dimensions 102
4.2.5 Effet de l'orientation du grain 104
4.3 Confrontation du modèle proposé à la théorie de Weibull 108
4.4 Conclusion 111

5 Validation du modèle de rupture dans le cas de sollicitations œdométriques - Partie I : Paramètres numériques **113**
5.1 Introduction 113
5.2 Comparaison entre grains cassables et non cassables 116
5.2.1 Échelle macroscopique 117
5.2.2 Bilan énergétique 124
5.2.3 Échelle microscopique 126
5.2.4 Conclusion 133
5.3 Effet de la cohésion 134
5.3.1 Échelle macroscopique 134
5.3.2 Échelle microscopique 140
5.3.3 Conclusion 146
5.4 Effet de la régularisation 146
5.4.1 Écrasement d'un grain 147
5.4.2 Sollicitations œdométriques 147
5.4.3 Conclusion 152
5.5 Effet de la discrétisation 153
5.5.1 Échelle macroscopique 153
5.5.2 Échelle microscopique 157
5.5.3 Conclusion 158
5.6 Conclusion 158

6 Validation du modèle de rupture dans le cas de sollicitations œdométriques - Partie II : Paramètres physiques **161**
6.1 Introduction 161
6.2 Effet de la taille de la cellule œdométrique 161

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

6.3 Effet de la densité initiale 167
6.3.1 Dépôts avec différentes valeurs du coefficient de frottement μ 167
6.3.1.1 Grains non cassables 168
6.3.1.2 Grains cassables 171
6.3.2 Compactage suite au dépôt 175
6.3.3 Bilan des simulations à différentes densités initiales 178
6.3.4 Conclusion 179
6.4 Simulation œdométrique à granulométrie non uniforme 179
6.4.1 Comparaison cassables/non cassables 180
6.4.2 Effet de la cohésion 181
6.4.3 Effet d'échelle 183
6.4.4 Comparaison des échantillons à granulométries différentes 185
6.5 Effet du rapport de dimensions des grains 190
6.6 Bilan 197
6.7 Conclusion 197

7 Expérimentations numériques et physiques de la rupture des grains 199
7.1 Introduction 199
7.2 Simulation d'un essai œdométrique expérimental 199
7.2.1 Présentation de l'essai expérimental 199
7.2.2 Comparaison résultats numériques et expérimentaux 202
7.2.3 Conclusion 206
7.3 Estimation des énergies mises en jeu lors de la rupture 206
7.3.1 Énergie de rupture 207
7.3.2 Estimation de l'énergie spécifique de surface Γ 209
7.3.3 Comparaison numérique - expérimental 214
7.3.4 Conclusion 217

8 Conclusions et perspectives 219
8.1 Conclusions 219
8.2 Perspectives 222

Bibliographie 227

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Résumé

Les structures en enrochements sont parmi les ouvrages les plus usuels de génie civil (barrages, murs de soutènement,...). Des tassements importants peuvent apparaître tout au long de leur durée de vie et sont principalement dus à la rupture des blocs rocheux.
Cette thèse propose un modèle numérique permettant de simuler le comportement de matériaux granulaires présentant des ruptures de grains. Afin de prendre en compte la nature discontinue de ces milieux, la méthode des éléments discrets est utilisée. La modélisation adoptée est de type "Non-Smooth Contact Dynamics", où les grains et particules sont supposés rigides. Afin de générer des blocs ayant des formes complexes, un modèle de grain 3D est proposé. Ce modèle de grain est ensuite discrétisé en sous-éléments de forme tétraédrique liés par des liaisons cohésives afin de pouvoir représenter la rupture. Un critère de rupture de Mohr-Coulomb est utilisé. Le modèle est implémenté sur la plateforme logicielle LMGC90.
Le modèle est d'abord éprouvé lors de simulations d'écrasement de blocs cassables entre deux plaques. Plusieurs paramètres contrôlant la résistance du grain sont étudiés : cohésion intergranulaire, taille, discrétisation, forme et orientation du grain. L'effet d'échelle observé sur ce type de matériau est vérifié. Le modèle est ensuite testé lors de simulations numériques de compression œdométrique d'enrochements. L'effet des paramètres du modèle et de l'assemblage du milieu granulaire est également étudié. Les simulations œdométriques sont confrontées à des résultats expérimentaux et présentent une bonne concordance. Enfin, des expérimentations numériques sont menées afin d'étudier les énergies mises en jeu dans ces essais. L'énergie de création de surface est estimée pour ce type de matériau. Les résultats sont proches des données de la littérature.

Mots clés : Enrochements, milieux granulaires, éléments discrets, rupture, écrasement, simulations œdométriques, liens cohésifs, angularité, énergie de rupture, création de surface

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Abstract

Rockfill structures are very popular among civil engineering structures (dams, retaining walls, . . .). Important settlements can take place during the lifetime of these structures, settlements mainly caused by the breakage of rockfill grains.
This thesis proposes a numerical model that allows the simulation of the behavior of granular materials exhibiting grain breakage. To take into account the discrete nature of these media, the discrete element method is chosen. The adopted strategy is the Non-Smooth Contact Dynamics method, where grains are considered to be rigid. To generate blocks having complex shapes, a 3D grain model is suggested. This grain model is then discretized into tetrahedral subgrains, joined together using cohesive bonds so that breakage can be simulated. A Mohr-Coulomb failure criterion is used for the cohesive bonds. The model is implemented into the LMGC90 software platform.
At first, the model is tested in single grain crushing simulations between two plates. Multiple parameters controling the strength of the grain are studied : the intra-granular cohesion, the size, the discretization and the orientation of the grain. The scale effect that characterizes this type of material is verified. Then the model is tested in numerical simulations of œdometric compression of rockfill. The influence of the parameters of the model and of those of the granular medium are studied.
The results of œdometric simulations are compared to experimental results, and present a good agreement. Lastly, numerical experimentations are conducted in order to study the energies that are brought into play in the simulations. The surface creation energy is estimated for this type of material. Results are close to the data provided in the literature.

Keywords : Rockfill, granular media, discrete elements, breakage, crushing, œdometric simulations, cohesive bonds, angularity, breakage energy, surface creation

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 1

Introduction générale

Les structures en enrochements datent de l'antiquité. Ces ouvrages en remblais, comme le sont les barrages les digues et les murs de soutènement, suscitent actuellement un regain d'intérêt, et sont de plus en plus souvent préférés à leurs homologues en béton à travers le monde, car moins exigeants en qualité de fondation et d'une robustesse éprouvée vis-à-vis des aléas sismiques. Les déformations subies par ces structures au cours du temps ont pu être limitées avec le progrès des méthodes de construction. Par exemple, pour les barrages construits avant 1960, les enrochements étaient simplement déversés sans compactage ce qui impliquait une faible densité dans ces structures, occasionnant des tassements au cours du temps, en raison des réarrangements et des ruptures possibles sous leur poids propre.

Pour maîtriser les tassements, le compactage de matériaux des granulométries plutôt étalées est utilisé afin de combler les pores de différentes tailles. Les enrochements sont également de nos jours arrosés pendant le compactage afin de faciliter les réarrangements lors de la mise en place, par la lubrification des contacts et l'épaufrement des arêtes qui est également favorisé. Malgré ces précautions, ces ouvrages peuvent connaître des tassements importants qui peuvent atteindre des niveaux dangereux dans le cas des barrages ou des murs de soutènement.

Pour ces différentes raisons, il est important de bien comprendre le comportement de ces matériaux en enrochements formés de grains grossiers. Depuis les années 1960 les expérimentations réalisées ont montré les points sensibles de ces matériaux (Marachi et al. [Marachi, 1970], Marsal [Marsal, 1973], Alonso et al. [Alonso et al., 2012], Hu et al. [Hu et al., 2011a], Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013],. . .). La rupture des grains joue un rôle principal dans le comportement des matériaux granulaires grossiers de façon générale. Les ruptures peuvent apparaître pour des contraintes faibles, alors qu'elles apparaissent pour de plus fortes contraintes pour les milieux granulaires plus fins.

Les essais expérimentaux s'avèrent être la méthode la plus fiable pour appréhender le comportement de ces matériaux sous différents types de chargements, mais leurs réalisations sont peu pratiques et coûteuses, surtout quand il s'agit d'échantillons multi-grains de grandes dimensions nécessitant de grands dispositifs expérimentaux. La modélisation numérique semble alors une alternative pour pouvoir comprendre et prévoir le comportement des structures en enrochements, et proposer des solutions pour éviter les risques que peuvent éventuellement poser ce type de structures. Il existe plusieurs méthodes numé-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

riques appropriées pour simuler la rupture comme la méthode XFEM, la méthode d'érosion, mais ce sont des méthodes basées sur la mécanique des milieux continus. Étant donné la nature discontinue de ces matériaux, la méthode des éléments discrets semble être la méthode la mieux adaptée pour décrire le comportement de ces matériaux granulaires, donnant accès à des paramètres qui ont un sens physique clair (forme des grains, rugosité, densité,...).

La présente thèse se propose ainsi d'explorer le comportement des milieux granulaires grossiers subissant des ruptures au cours de leur chargement via des simulations numériques 3D à l'aide de la méthode des éléments discrets. Encore aujourd'hui dans la littérature de manière générale, beaucoup de simulations utilisent des formes de grains simplifiées (sphériques) et la rupture des grains est également représentée par la rupture d'agrégats de sphères.

Des grains de forme polyédrique (convexe) tridimensionnelle sont alors proposés ici et utilisés dans les simulations numériques afin de reproduire de manière réaliste les formes de grains qu'on trouve dans la nature. Un modèle de rupture de grain est développé dans le cadre de cette thèse afin de pouvoir simuler la principale caractéristique des enrochements. Ce modèle considère un grain comme un assemblage de particules tétraédriques liées par une loi cohésive basée sur un critère de rupture de Mohr-Coulomb. Les "morceaux" générés par la rupture ont donc des formes anguleuses également. Ce modèle est implémenté dans la plateforme logicielle LMGC^{90}, basé sur la méthode Non-Smooth Contact Dynamics, qui suppose en particulier que tous les corps sont rigides. Le but étant de reproduire les phénomènes ayant lieu suite à la rupture des grains.

Les travaux présentés dans ce mémoire serviront comme outil pour pouvoir répondre à plusieurs questions concernant le comportement des enrochements et sa modélisation numérique :

- Est-il possible de simuler la rupture de grains réalistes de forme polyédrique, convexe, tridimensionnelle même si le modèle emploie des corps rigides avec des lois d'interface simples ?
- Les différents paramètres physiques dans les essais expérimentaux auront-ils les mêmes effets dans le cas des simulations numériques ?
- Est-il possible de reproduire des résultats théoriques ou expérimentaux de façon réaliste, et avec quels paramètres numériques pour le modèle de rupture ?

Afin de traiter ces différents points, ce mémoire est divisé en sept chapitres. Le chapitre 2 présente différents travaux bibliographiques réalisés montrant les différentes caractéristiques et les différents phénomènes propres aux milieux granulaires, et en particulier aux matériaux granulaires grossiers dont on cherche à reproduire le comportement à l'aide des simulations numériques.

Le chapitre 3 est dédié aux méthodes numériques et lois utilisées dans cette thèse : il explique de façon détaillée la méthode numérique employée pour réaliser les simulations numériques ainsi que la méthode de génération de grains qui permet d'obtenir les grains de formes polyédriques, ainsi que les lois régissant le comportement d'un grain et d'un ensemble multicorps. La méthode utilisée pour détecter le contact entre les corps de forme

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

complexe, est aussi expliquée.

Le chapitre 4 est consacré au comportement d'un grain individuel soumis à l'écrasement entre deux plaques rigides. Cette étude met en lumière l'influence de chaque paramètre du modèle (cohésion, discrétisation du grain en tétraèdre, forme). L'effet d'échelle est aussi étudié. L'écrasement d'un grain est testé dans plusieurs directions. Une étude micromécanique est présentée afin d'éclairer les résultats macroscopiques.

Les chapitres 5 et 6 proposent des simulations d'un échantillon multigrains soumis à un chargement œdométrique afin de valider le modèle de rupture développé. Des échantillons de grains polyédriques incassables et d'autres pouvant se fracturer sont comparés. Des analyses microscopiques et macroscopiques sont mises en parallèle.
Les différents paramètres étudiés dans ces deux chapitres sont divisés en deux catégories :

- paramètres numériques propres au modèle de rupture (cohésion, discrétisation des grains en tétraèdres), et les paramètres propres à la méthode numérique employée (ajout d'une régularisation à la loi de contact afin d'obtenir une solution plus physique).
- paramètres physiques caractérisant l'assemblage de grains (dimension de l'échantillon œdométrique, nombre de grains, densité initiale, granulométrie initiale de l'échantillon et forme des grains).

Le dernier chapitre, nommé expérimentations physiques et numériques, est scindé en deux sous parties. Il est dédié, en partie, à une étude comparative entre des essais expérimentaux réalisés au cours de la thèse (essais œdométriques sur du ballast) et d'autres tirés de la littérature, avec des simulations numériques représentatives d'un milieu granulaire grossier. Ce chapitre présente dans sa deuxième partie des expérimentations numériques visant à étudier les différentes énergies entrant en jeu lors de la rupture de grains dans un assemblage granulaire. Une méthode permettant de calibrer l'énergie spécifique de surface est proposée par la suite.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 2

Étude bibliographique

2.1 Introduction

Historique

La construction de barrages en enrochements est l'une des techniques les plus anciennes de l'ingénierie hydraulique ; elle date de la Mésopotamie antique et la dynastie égyptienne autour des années 2900 av. J.-C. .
D'après Breitenbach [Breitenbach, 2012], l'histoire des barrages en enrochements peut être divisée en quatre étapes principales :

— Étape 1 :
Les enrochements ont été utilisés pour construire les barrages depuis l'antiquité, mais les premiers barrages modernes ont vu le jour à Californie dans les années 1850, pendant les Ruées vers l'or. La possibilité d'extraire des blocs rocheux localement a mené à la construction de barrages en enrochements pour répondre au besoin d'eau pour l'extraction d'or. Le barrage le plus élevé était le *Meadow Lake Dam* de 23m de haut.

— Étape 2 :
Entre les années 1910 et 1940, les barrages construits ont dépassés les 30m, employant la technique de dépôt d'enrochement sec. La face amont était imperméable (bois, acier, béton). L'un des plus hauts est le *Salt Springs Dam* à 100m de haut.
Par contre, un problème est apparu : les tassements lors du remplissage et post-construction. Ces tassements endommagent les faces imperméables, ce qui conduisait à des fuites d'eau.

— Étape 3 :
Dans les années 1940 et 1950, une nouvelle technique a été employée pour la construction : mouillage des enrochements avant le dépôt, pour avoir un tassement sous poids propre plus important, et réduire ainsi les tassements post-construction (de $5-7\%$ à 1%). Les premiers barrages à noyau imperméable ont vu le jour. Les barrages ont dépassé les 150m de hauteur.

— Étape 4 :
Depuis les années 1960 et jusqu'à présent, le compactage des enrochements à l'aide d'un compacteur à rouleau vibrant a été employé pour la construction des barrages. Le compactage a augmenté la densité de l'enrochement et la stabilité du barrage, et a réduit les tassements post-construction.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Les premiers barrages en enrochements en France ont vu le jour à la deuxième moitié du XXième siècle, avec des enrochements déversés et les faces limitées par des perrés de pierres.

Barrages en enrochements

Les structures en enrochements sont utilisées partout dans le monde, mais leur rôle et leur importance ne sont souvent pas reconnus.
En parlant de barrages, on a tendance à penser directement à des structures en béton armé ; sachant que les barrages en remblais sont de loin les plus nombreux, et les plus hauts parmi ces barrages (plus que 300 m) sont des barrages en terre/enrochements. De nombreuses recherches sont en cours, concernant ce domaine, surtout :

- La technologie de construction (compactage, surtout par vibration)
- Les lois de comportement (essais in-situ et en laboratoire)
- Les méthodes numériques, qui intègrent les lois pour estimer le comportement des enrochements.

À noter que l'étude par méthode analytique des enrochements présentent beaucoup de difficultés. Une des raisons les plus importantes de ces difficultés est le fait que, pour des valeurs de contraintes courantes dans les problèmes de génie civil, les particules des enrochements subissent des ruptures importantes ; ce qui mène à une variation continue de leur indice des vides (comme dans les sols), mais aussi de leur granulométrie ; comme si pour chaque état de contrainte, un enrochement différent était sollicité [Maranha Das Neves, 1991].
On trouve deux types principaux de barrages en enrochements :

— à noyau central imperméable :
Un noyau en argile ou en limon et sable assure l'étanchéité du barrage. Dans ce cas, les enrochements placés des deux côtés du noyau, pour assurer la stabilité de la structure, peuvent être en contact direct avec l'eau.
Les barrages à noyau peuvent également se tasser, et des fissures longitudinales entre la recharge amont et le noyau peuvent être observées.

— à masque amont imperméable :
Un masque en béton ou béton bitumineux à la face amont (*Concrete-Faced Rockfill Dam ou CFRD*) assure l'étanchéité. Dans ce cas, les enrochements sont placés sous le masque, et ne sont généralement pas en contact avec l'eau.
Les tassements dans ce type de barrages peuvent induire des fissurations dans le masque en béton, ce qui peut conduire à des fuites importantes, comme dans les barrages Dix River (84 m), Salt Spring (100 m), Paradela (110 m) et Courtright (97 m). Les débits de fuites pour ces barrages ont atteint jusqu'à $3.7 m^3/s$ d'après Varma [Varma, 1992].

2.2 Les enrochements

Les enrochements sont formés de blocs rocheux. Un bloc rocheux est caractérisé par sa géométrie (dimensions, forme) ainsi que par sa résistance. La partie suivante a pour

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

rôle d'expliquer cette caractérisation, et est inspirée des travaux de recherche réalisés par Anthiniac [Anthiniac, 1999], Deluzarche [Deluzarche, 2004] et Silvani [Silvani, 2007].

2.2.1 Caractéristiques géométriques des blocs

Les caractéristiques géométriques ont un effet qui sépare un bloc rocheux d'un autre. La partie suivante explique comment peuvent être caractérisés géométriquement les grains ou blocs rocheux.

Dimensions

Un bloc rocheux n'étant pas sphérique, la définition du diamètre n'est pas valable. Marsal [Marsal, 1973] définit trois dimensions caractéristiques d'un bloc : la dimension principale majeure ou maximale d_1, la dimension principale mineure d_3, mesurée dans une direction perpendiculaire à d_1, et la dimension intermédiaire d_2, perpendiculaire aux deux autres. Il définit le diamètre moyen comme la moyenne algébrique de ces trois dimensions caractéristiques (figure 2.1) :

$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} \tag{2.1}$$

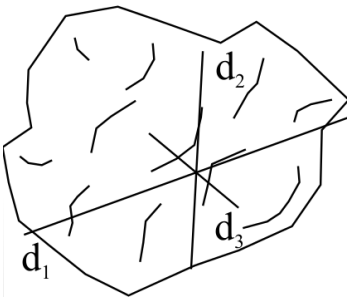


FIGURE 2.1 – Dimensions d'un bloc [Marsal, 1973]

On peut de même définir le diamètre équivalent d'un bloc comme étant le diamètre de la sphère ayant le même volume [Vallejo, 1995] :

$$d_e = 2\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \tag{2.2}$$

Forme

Plusieurs indices sont définis pour caractériser la forme d'un bloc rocheux. La détermination de ces indices de forme peut se faire de façon qualitative en comparant la forme du bloc concerné à une silhouette ; de ces abaques un indice de forme est obtenu. Les abaques les plus utilisés sont ceux de Rittenhouse [Rittenhouse, 1943] (figure 2.2) pour la sphéricité, et de Krumbein [Krumbein, 1941] (figure 2.3) pour l'angularité.
Plusieurs équations sont en plus proposées pour calculer de façon plus précise ces indices, parmi lesquels :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

— Indices de forme selon Marsal [Marsal, 1973] :

$$r_v = \frac{6V}{\pi \bar{d}^3} \tag{2.3}$$

$$r_s = \frac{S}{\pi \bar{d}^2} \tag{2.4}$$

avec V : volume de la particule
S surface de la projection de la particule sur un plan
Pour une sphère, $r_v = r_s = 1$

— Indice d'allongement selon Marsal [Marsal, 1973] :

$$\frac{\bar{d}}{d_1},\ \frac{d_1}{d_3}\ ou\ \frac{d_1}{\bar{d}} \tag{2.5}$$

— Indice d'allongement selon Krumbein [Krumbein, 1941] :

$$\frac{\text{Volume de la particule}}{\text{Volume de la sphère inscrite}} \tag{2.6}$$

— Indice d'allongement selon Breul [Breul and Gourves, 2000] :

$$\frac{\text{Aire de la sphère de même volume}}{\text{Aire de la particule}} \tag{2.7}$$

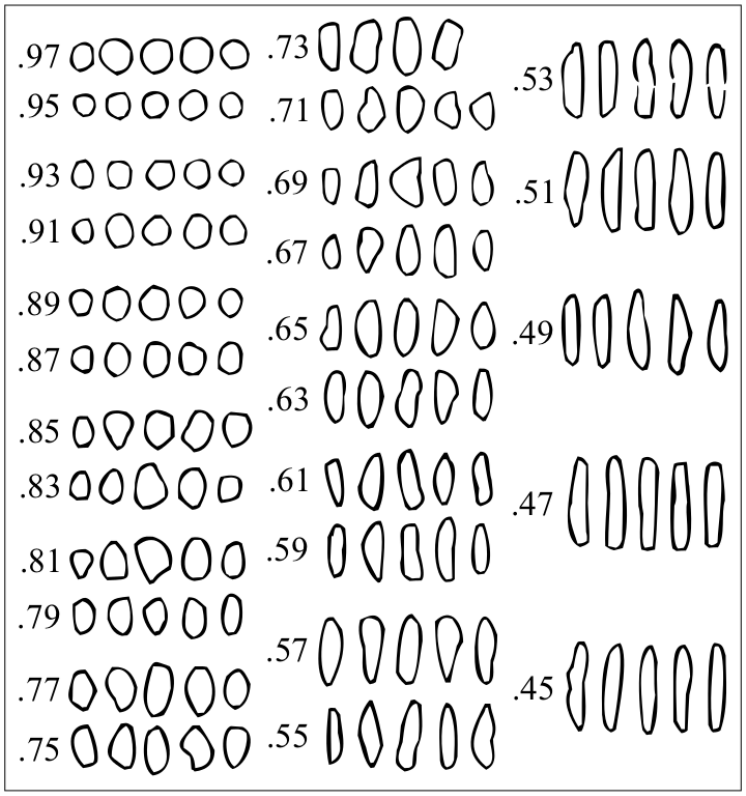


FIGURE 2.2 – Abaque de Rittenhouse pour la détermination de l'indice de sphéricité [Rittenhouse, 1943]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

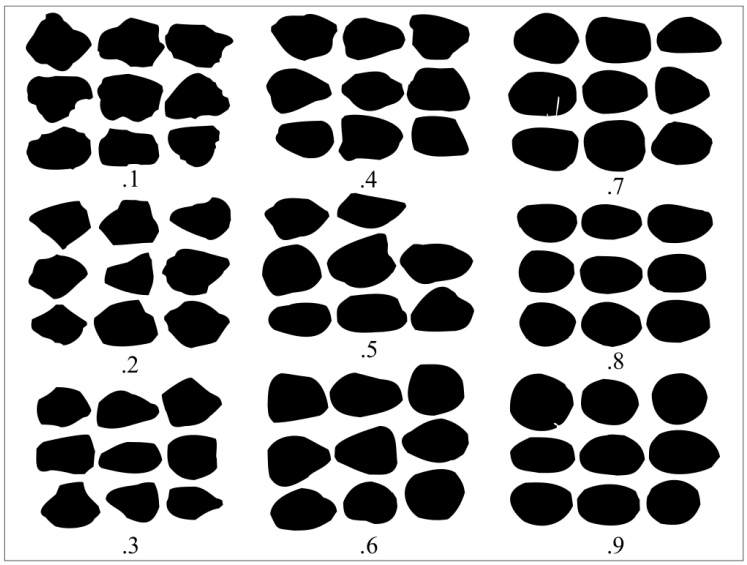


FIGURE 2.3 – Abaque de Krumbein pour l'évaluation de l'angularité des particules [Krumbein, 1941]

2.2.2 Résistance des grains

Les grains peuvent être caractérisés par leur résistance à la rupture. Des forces ponctuelles appliquées sur un bloc induisent une contrainte de traction [Hobbs, 1964] qui mène à la rupture du bloc.
Une méthode qui permet de déterminer cette résistance du grain consiste à le soumettre à un essai d'écrasement. Cet essai consiste en l'écrasement d'un bloc entre deux plaques métalliques séparée par une distance d (figure 2.4). La relation de Jaeger [Jaeger, 1967] est la plus utilisée pour exprimer la résistance en traction en fonction de la charge de rupture :

$$\sigma_t = \frac{F}{d^2} \tag{2.8}$$

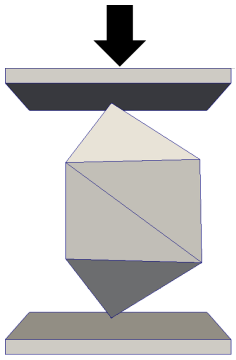


FIGURE 2.4 – Schéma d'un essai d'écrasement

La courbe de la charge appliquée F en fonction du déplacement u des plaques présente plusieurs pics (figure 2.5). La charge de rupture est mesurée au pic principal correspondant à la fragmentation de la particule ; les autres pics correspondant aux ruptures d'aspérités ou "épaufrement".

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

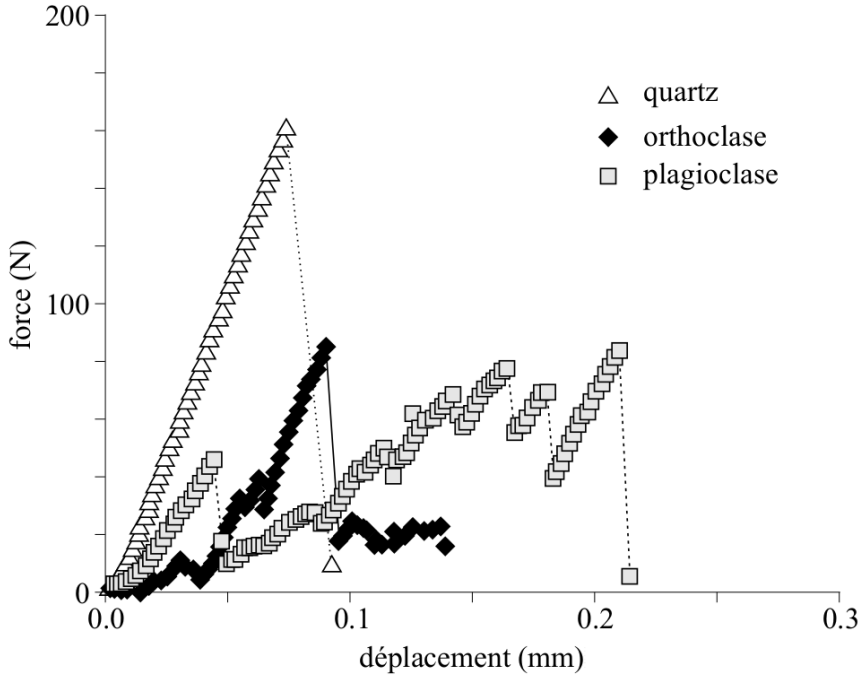


FIGURE 2.5 – Courbes de chargement de différents matériaux [Nakata et al., 1999]

Marsal [Marsal, 1973], Nakata et al. [Nakata et al., 1999] et Lee [Lee, 1992] ont montré que la force de rupture F_{rup} d'un grain suit la relation :

$$F_{rup} = \eta d^{-\lambda} \tag{2.9}$$

avec λ et η des constantes expérimentales dépendant du matériau et $\lambda < 2$ (figure 2.6).

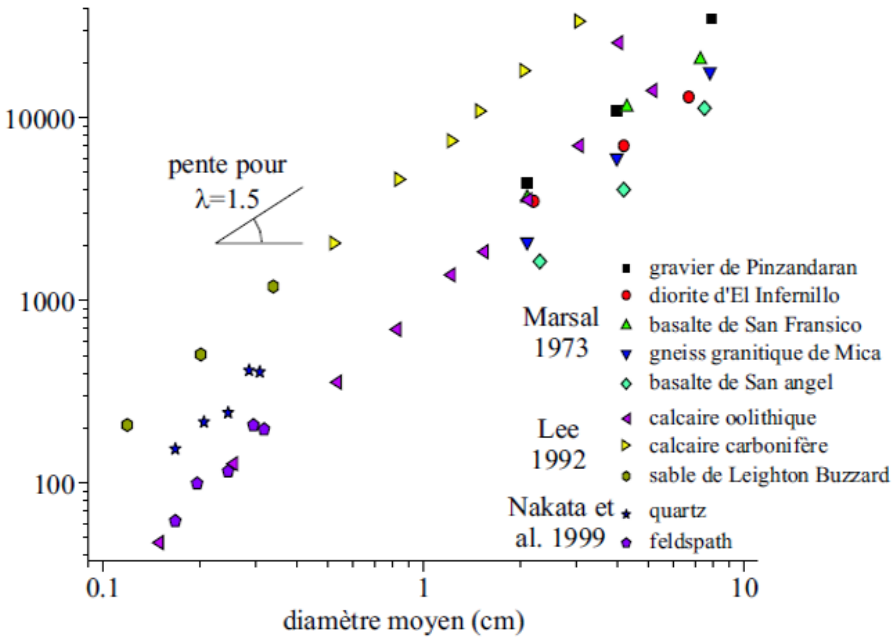


FIGURE 2.6 – Courbes de chargement de différents matériaux [Deluzarche, 2004]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Marsal explique ce phénomène par la théorie de Griffith [Griffith, 1921], qui a observé que la contrainte de rupture diminue avec l'augmentation de la taille des grains de l'échantillon. La rupture des matériaux fragiles se réalise à travers des défauts microscopiques à l'intérieur des matériaux. Plus le volume d'un échantillon est grand, plus la probabilité des défauts augmente (en nombre et en taille), ce qui peut expliquer l'effet d'échelle sur la résistance. Marsal propose une valeur théorique de $\lambda = 1.5$ (équation 2.9).
L'énergie de surface Γ est définie comme l'énergie dépensée par unité de surface de fissure. Un matériau à Γ faible signifie qu'il est facile de propager les fissures dans ce matériau. Pour les roches, les valeurs mesurées sont $\Gamma = 5$ à $10N/m$ pour les schistes, $\Gamma = 100N/m$ pour le granite et $\Gamma = 50N/m$ pour les silicates [Friedman et al., 1972, Ashby and Jones, 2006].
La contrainte qui produit une rupture fragile dans un matériau (contrainte de rupture de Griffith) qui présente un défaut (une fissure) de taille $2a$ est :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\Gamma}{\pi a}} \tag{2.10}$$

avec E le module de Young. En supposant que la dimension a du défaut est proportionnelle à la taille du grain, Griffith propose alors que :

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{a}} \propto d^{-1/2} \tag{2.11}$$

Weibull [Weibull, 1951] dans la théorie de probabilité de rupture qu'il propose considère que la taille des défauts n'est pas directement proportionnelle à la taille des blocs. Il suppose que la probabilité de survie d'un bloc soumis à une contrainte σ dépend de la concentration de défauts dans le bloc et par suite de son volume de la façon suivante :

$$P_s(V) = \exp\left[-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \tag{2.12}$$

avec P_s : probabilité de survie
V : volume du grain
σ : contrainte appliquée
m : module de Weibull
σ_0 : contrainte pour laquelle 37% des blocs survivent
V_0 : volume de référence tel que $P_s(V_0) = \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right]$
La contrainte de rupture moyenne est alors proportionnelle à une puissance de $\bar{d}$:

$$\sigma \propto \bar{d}^{-3/m} \tag{2.13}$$

En comparant les équations 2.9 et 2.12 :

$$\lambda = 2 - \frac{3}{m} \text{ ou } m = \frac{3}{2-\lambda} \tag{2.14}$$

Quelques paramètres influençant la résistance des blocs sont :

— Nature de la roche :
Le paramètre important est la concentration des défauts, qui dépend, d'une part de la composition minéralogique (arrangement des cristaux, plans de glissements

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

préférentiels, etc) et d'autre part, du degré d'altération. Suite à des dégradations chimique ou mécanique, provoquées par des variations climatiques, la roche constituant le bloc peut s'altérer, ce qui provoque une fissuration plus importante, donc une plus grande probabilité de rupture.

— Forme des grains :
La rupture des grains est favorisée par l'angularité des particules, car les points à faible rayon de courbure sont plus fragiles [Biarez and Hicher, 1997] et les coins sont le lieu de concentration des contraintes [Lade et al., 1996]. De plus, Hagerty [Hagerty et al., 1993] a montré que pour des particules anguleuses, les forces de contact ne sont pas forcément dirigées vers le centre de la particule, ce qui provoque le cisaillement de la particule, action favorisant la rupture. L'allongement des particules favorise également la rupture, car les sollicitations peuvent générer des moments de flexion importants. L'influence de la forme des grains sera discutée en détail dans une partie ultérieure de ce chapitre (paragraphe 2.2.3.2).

— Granulométrie initiale :
Dans un matériau granulaire, les efforts ne sont pas transmis de manière homogène, mais le long de chemins privilégiés, appelés chaînes de forces, passant principalement par les grosses particules. De plus, le nombre de contacts par particule (nombre de coordination) joue un rôle important dans la transmission des forces. Pour des granulométries serrées, les particules ont un nombre de coordination uniforme, elles vont donc rompre en grand nombre [Hardin, 1985, Lade et al., 1996]. Par contre, dans un matériau bien étalé, les grosses particules ont un nombre de coordination supérieur, ce sont donc les petites particules qui vont rompre en premier [McDowell and Bolton, 1998].
Nakata et al. [Nakata et al., 2001a] ont réalisé des essais œdométriques sur du sable dans le but d'étudier l'effet de la granulométrie initiale sur le comportement du milieu granulaire. Les résultats des ces essais ont montré une différence dans le comportement des gros grains comparés aux petits grains à la rupture : les gros grains subissent des ruptures d'aspérités et de l'abrasion, tandis que les petits grains subissent des ruptures majeures.
En plus l'augmentation de l'étalement granulométrique modifie le type de rupture d'une rupture brusque des grains à une rupture plus graduelle des grains et des aspérités. Par contre, l'effet de la granulométrie initiale sur la compressibilité du sol n'a pas pu être défini de façon claire. En effet, pour un même indice des vides initial (même densité initiale), l'augmentation de l'étalement granulométrique conduit à une augmentation de la compressibilité du milieu. D'autre part, pour des échantillons ayant une même densité relative de 100%, une granulométrie plus étalée mène à un indice des vides initial inférieur (échantillon plus dense), ce qui à son tour mène à une compressibilité réduite de l'échantillon.

— Teneur en eau :
Les travaux de Sowers et al. [Sowers et al., 1965], Marsal [Marsal, 1973] et Nobari et Duncan [Nobari and Duncan, 1972] sur des enrochements et des graviers ont montré que la rupture des grains augmente en présence d'eau. Ces études, mo-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

tivées par les problèmes de tassement excessif des barrages ont pu montrer que la variation de la teneur en eau, même faible, pouvait augmenter la compressibilité du matériau par rupture des grains.
À l'échelle des particules, l'eau sature les particules partiellement, ce qui génère un ménisque capillaire à l'intérieur des microfissures, qui modifie la contrainte effective, et par suite la résistance à la rupture : les liens capillaires à la pointe d'une fissure sont en traction et sont vulnérables à un changement de succion ; alors l'état saturé est le plus défavorable. De plus, la pointe des microfissures peut subir des attaques corrosives de l'eau, et les propriétés mécaniques peuvent donc être affectées.

2.2.3 Comportement des enrochements

2.2.3.1 Rupture des grains

Les enrochements sont un cas typique de structure pour lesquels la rupture des grains est considérable, ce qui est principalement dû à l'angularité et à la taille des grains.
Plusieurs méthodes ont été proposées pour quantifier la rupture des grains dans les matériaux granulaires. La méthode la plus efficace et populaire est d'adopter des variantes du critère de Hardin [Hardin, 1985] pour calculer un taux de rupture.
Parallèlement à la variable d'endommagement interne D, utilisée dans la mécanique d'endommagement des milieux continus (CDM), Einav [Einav, 2007] a adopté la variable de rupture interne B_r. Cette variable interne indique la position relative de la granulométrie par rapport à la granulométrie initiale et la granulométrie ultime. Similaire à D, B_r varie entre 0 et 1 pour décrire les processus de micro-fracturation. Pour quantifier le taux de rupture dans un volume représentatif de matériau granulaire, Hardin [Hardin, 1985] a proposé de se baser sur la position de la courbe granulométrique entre les deux courbes limites (figure 2.7) :

- courbe granulométrique à l'état initial
- courbe granulométrique avec une valeur limite inférieure du diamètre des grains ($0.074mm$)

La deuxième courbe implique que tous les grains, indépendamment de leur taille initiale, seront réduit en deçà de la valeur limite choisie.
Pendant la rupture, les gros grains sont entourés par les grains de tailles inférieures, ce qui leur permet de résister plus à la rupture, et par suite les petits grains ont une plus grande probabilité de rupture. Cet effet a été observé numériquement et expérimentalement par Tsoungui et al. (figure 2.8) [Tsoungui et al., 1999].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

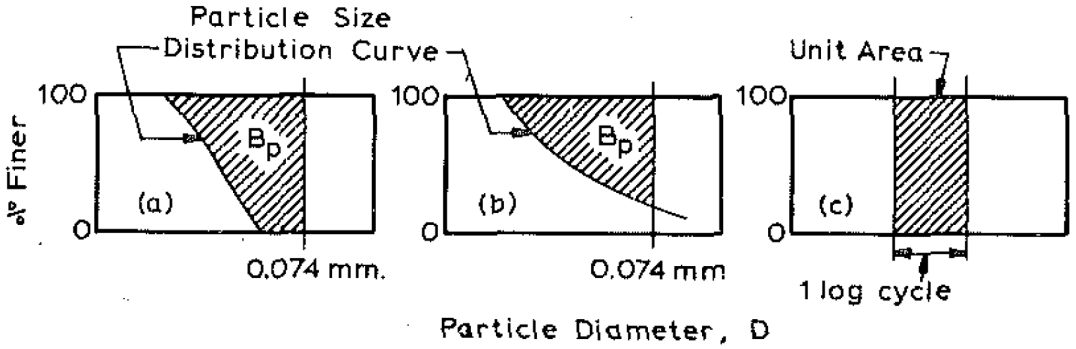


FIGURE 2.7 – Courbes proposées par Hardin [Hardin, 1985] pour définir le taux de rupture

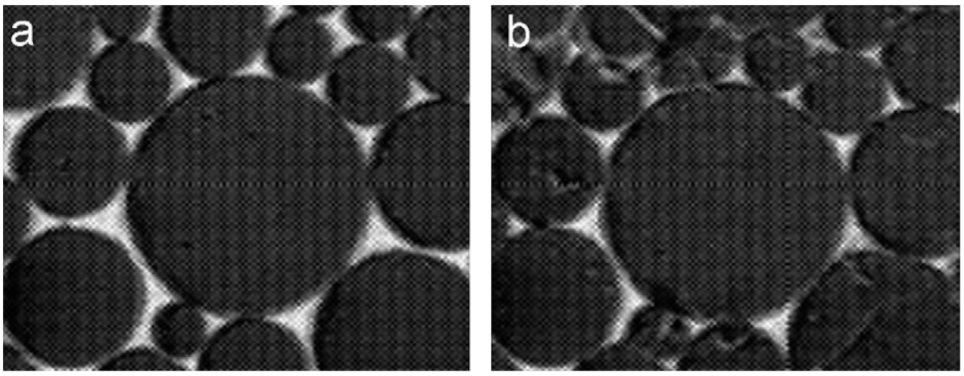


FIGURE 2.8 – Observation de 'l'effet amortisseur' expérimentalement dans les disques [Tsoungui et al., 1999]

Einav [Einav, 2007] propose de modifier le critère de rupture de Hardin, en définissant les deux courbes limites (figure 2.9), avec une distribution fractale $F(d)$ (équation 2.15) pour l'état ultime :

$$F(d) = \left(\frac{d}{d_M}\right)^{3-D} \tag{2.15}$$

avec d la dimension du grain, d_M la dimension maximale et D la dimension fractale ayant une valeur comprise entre 2.5 et 2.6 [Sammis et al., 1987].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

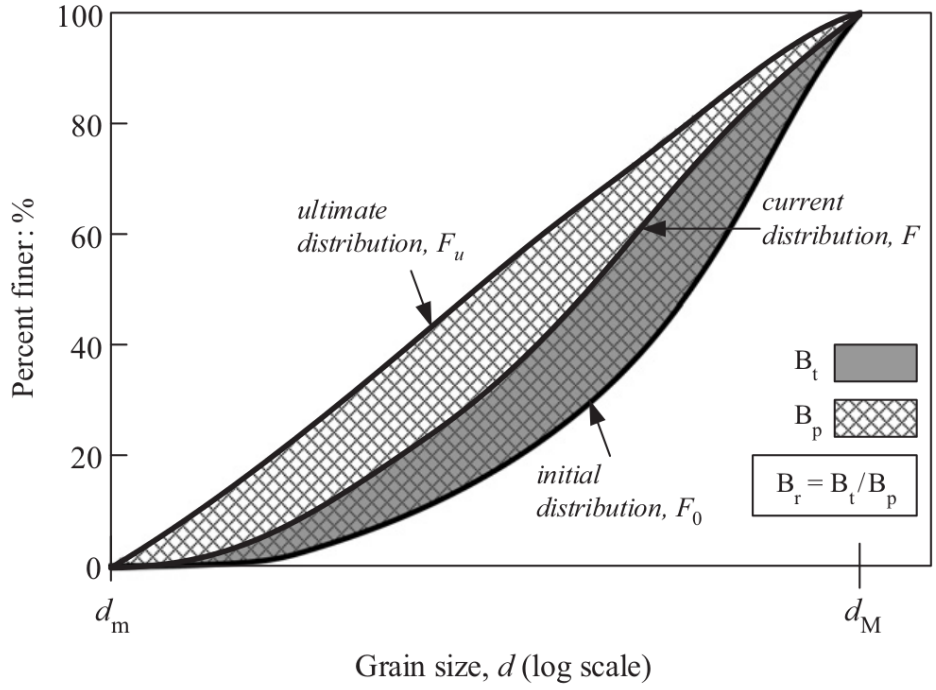


FIGURE 2.9 – Critère de rupture modifié proposé par Einav [Einav, 2007]

Le taux de rupture B_r est défini par le rapport :

$$B_r = \frac{B_t}{B_p} \tag{2.16}$$

Le potentiel de rupture B_p est étant la surface entre les courbes de granulométrie initiale et ultime (figure 2.10) :

$$B_p = \int_0^1 \log \frac{d_0(y)}{d_u(y)} dy \tag{2.17}$$

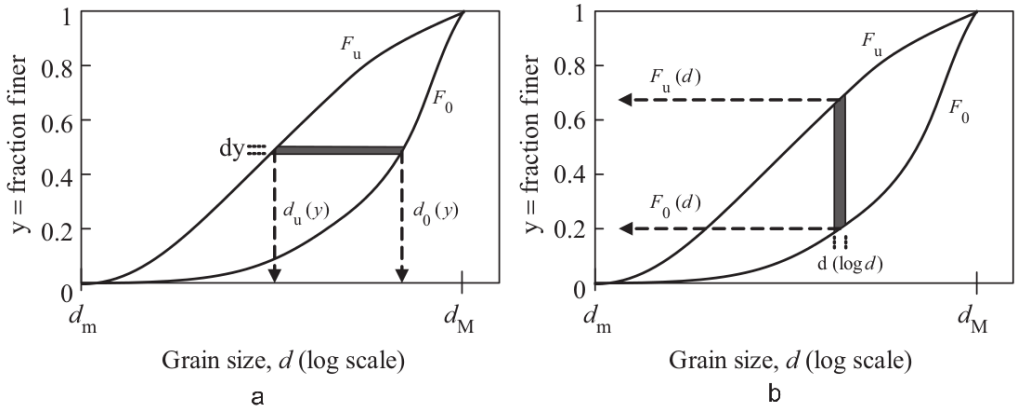


FIGURE 2.10 – Deux façons d'intégrer la surface associée à B_p : (a) le long de l'axe des y [Hardin, 1985], (b) le long de l'axe des x (échelle logarithmique)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Le taux de rupture est limité par :

$$0 \leq B_r \leq 1 \tag{2.18}$$

2.2.3.2 Effet de la forme des grains

Comme mentionné précédemment, la forme des grains a un effet sur la résistance à la rupture. Plusieurs études expérimentales ont été réalisées afin d'étudier cet effet. Dans la suite de ce paragraphe quelques études qui montrent l'effet de l'angularité et la sphéricité des grains sont citées.

Varadarajan et al. [Varadarajan et al., 2003] ont effectué des essais triaxiaux sur deux types d'enrochements. Des échantillons de deux sites ont été prélevés, le premier du site Ranjit Sagar dont les grains sont arrondis, et le second du site Purulia dont les grains sont anguleux. Ils ont remarqué que les enrochements du barrage de Ranjit Sagar subissaient une compression volumique continue, causée par la rupture et le réarrangement des grains : les grains étant de nature arrondie, leur glissement est relativement facile. Par contre, les enrochements anguleux du barrage de Purulia, montrent une compression volumique au début du test, causée par la compression et la rupture des grains, mais la nature anguleuse des grains conduit à des 'imbrications' entre ces grains, ce qui mène à une dilatation de l'échantillon avec le cisaillement. Comme le taux de rupture augmente avec la taille des grains et la contrainte de confinement, les grains anguleux sont plus sensibles à la rupture que les grains arrondis.

Nouguier-Lehon et al. [Nouguier-Lehon et al., 2003, Nouguier-Lehon, 2010] ont réalisé des simulations biaxiales 2D après un dépôt gravitaire, en utilisant la méthode des éléments discrets afin d'étudier l'influence de la forme.
Ils ont testé des grains circulaires, des grains polygonaux non allongés, et des grains polygonaux allongés. La direction du chargement a été modifiée pour étudier son effet.
Ils ont pu conclure que suite au dépôt, l'échantillon de grains allongés montre l'anisotropie la plus élevée et la densité la plus faible.
Ils ont aussi montré que pendant le chargement biaxial, quand le chargement est dans la même direction que le dépôt, la variation de l'anisotropie et de la rotation des grains reste faible. Seul le cas des grains allongés avec un chargement de direction perpendiculaire à celle du dépôt montre une variation importante de l'anisotropie et de la rotation des grains.

Cho et al. [Cho et al., 2004] ont récupéré des résultats expérimentaux de Sukumaran et Ashmawy [Sukumaran and Ashmawy, 2001], Ashmawy et al. [Ashmawy et al., 2003] et d'autres résultats expérimentaux de la littérature, réalisés sur plusieurs types de matériaux granulaires comme du sable, des billes de verre, de la poudre de granite, et autres. Le but de l'étude étant d'identifier l'effet de la sphéricité et de la rondeur des grains sur le comportement macroscopique.
La figure 2.11 montre la méthode de calcul employée par Cho et al. [Cho et al., 2004] pour calculer les différents facteurs de forme de chaque grain en déterminant le rayon du plus petit cercle circonscrit au grain $r_{min-cir}$, et le rayon du plus grand cercle inscrit à l'intérieur du grain r_{max-in} :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

- sphéricité = $\frac{r_{max-in}}{r_{min-cir}}$
- rondeur = $\frac{\Sigma r_i/N}{r_{max-in}}$

  avec r_i l'ensemble des rayons des cercles inscrits aux coins du grain et N leur nombre (figure 2.11).

Cho et al. [Cho et al., 2004] ont considéré la régularité $\rho = \frac{\text{sphéricité}}{\text{rondeur}}$.
Une faible valeur de la régularité ρ mène à :

- une valeur plus faible de l'indice des vides minimal e_{min}
- une valeur plus importante de l'indice des vides maximal e_{max}
- une diminution de la rigidité sous faibles déformations
- une augmentation de la compressibilité.

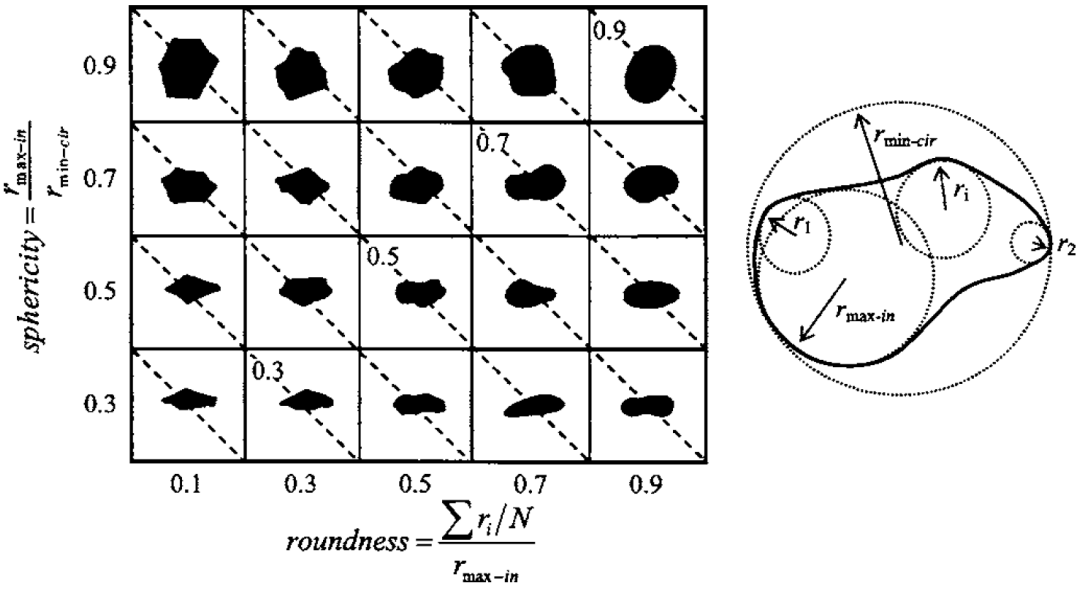


FIGURE 2.11 – Détermination des facteurs de forme du grain : sphéricité et rondeur des grains selon [Cho et al., 2004]

Cavarretta et al. [Cavarretta et al., 2010] ont défini d'autres facteurs de formes pour caractériser les grains :

- sphéricité s : rapport de la surface d'une sphère ayant le même volume du grain sur la surface réelle du grain.
- rondeur r calculée en utilisant la même définition employée par Cho et al. [Cho et al., 2004] expliquée précédemment
- régularité $\rho = \frac{\text{sphéricité}}{\text{rondeur}}$
- circularité CR : l'équivalent bidimensionnel de la sphéricité. C'est donc le rapport du périmètre du cercle ayant même surface du grain projeté en 2D sur le périmètre réel de cette projection
- élongation AR : rapport de la dimension maximale du grain sur la dimension minimale.

La figure 2.12 montre des grains représentatifs du matériau utilisé par Cavarretta et al.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Cavarretta et al., 2010] pour réaliser des essais expérimentaux d'écrasement de grains et des essais triaxiaux. Les résultats de ces expérimentations ont montré qu'il y a une corrélation entre la rugosité de surface et le frottement inter-granulaire, par contre à l'échelle macroscopique, l'influence de la forme des particules est plus dominante.

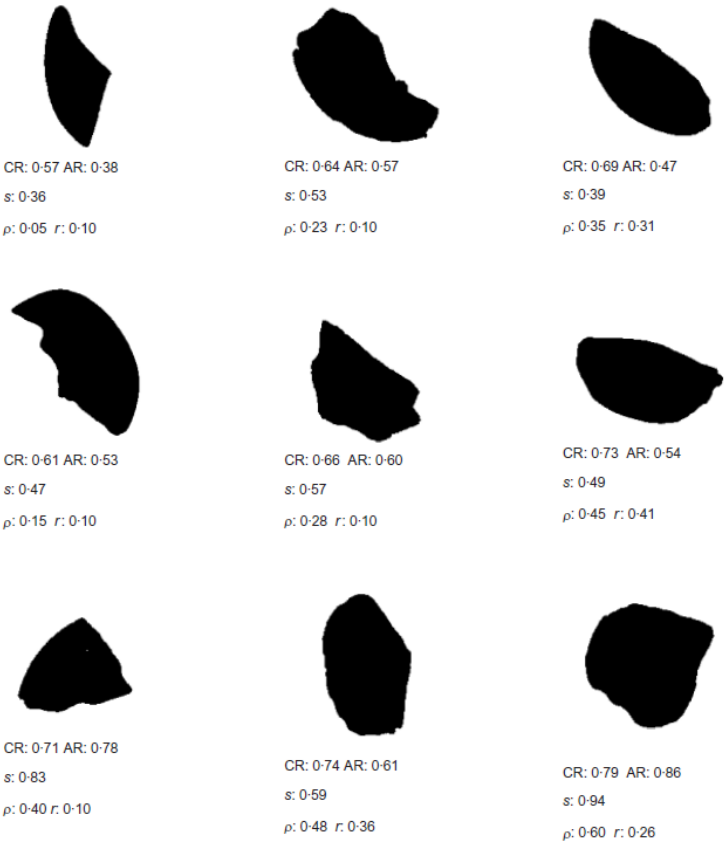


FIGURE 2.12 – Images et facteurs de forme des grains utilisés pour les expérimentations réalisées par Cavarretta et al. [Cavarretta et al., 2010]

2.2.3.3 Sollicitations triaxiales

Un matériau granulaire sous chargement triaxial peut avoir un comportement contractant ou dilatant. La figure 2.13 montre le comportement de deux matériaux : matériau dense (courbe à trait plein) et matériau lâche (courbe pointillée). Le matériau dense montre un pic de résistance (point B), et la variation volumique commence par une phase contractante à faible déviateur de contraintes, suivie d'une phase dilatante. Le matériau lâche ne montre pas de pic dans la courbe de chargement, et a un comportement contractant.
Les enrochements possèdent la particularité que même s'ils ont une densité élevée à l'état initial, le comportement est celui d'un matériau granulaire lâche : pas de pic et phase de dilatance réduite.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

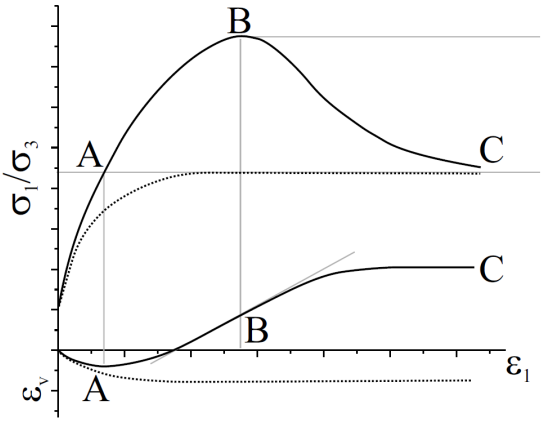


FIGURE 2.13 – Comportement d'un matériau granulaire soumis à une sollicitation triaxiale, d'après Deluzarche [Deluzarche, 2004]

Indraratna et al. [Indraratna et al., 1993] ont réalisé des essais triaxiaux sur du remblai rocheux greywacke utilisé pour la construction de barrages. Ils ont testé deux échantillons à granulométries différentes : la granulométrie A ayant une dimension maximale de 38.1 mm et la granulométrie B ayant une dimension maximale de 25.4 mm. Les résultats expérimentaux (figure 2.14) montrent que le comportement du matériau ne dépend pas de la granulométrie, mais que la contrainte de confinement est le facteur dominant qui contrôle le comportement des enrochements.

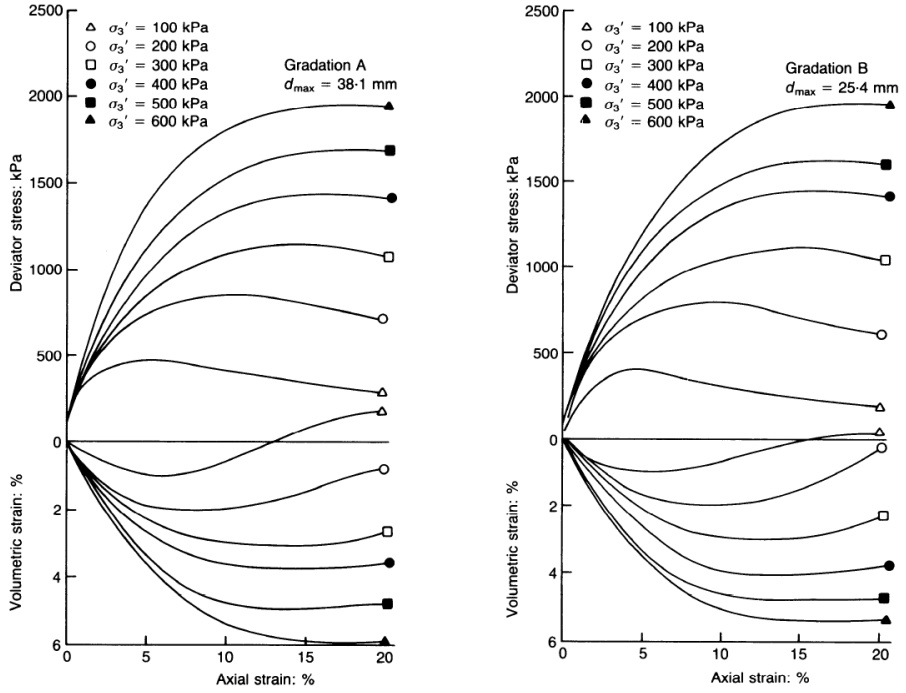


FIGURE 2.14 – Comportement du remblai rocheux de greywacke sous sollicitations trixiales – granulométries A et B [Indraratna et al., 1993]

Ovalle et al. [Ovalle et al., 2014] ont mené des essais triaxiaux sur des enrochements

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

de calcaire et de quartz. La figure 2.15 montre les résultats des essais pour différentes contraintes de confinement σ_3 sur deux échantillons d'enrochements calcaireux : l'échantillon CP1 ayant une dimension maximale de grains égale à 40 mm, et l'échantillon CP2 ayant une dimension maximale de grains égale à 160 mm.
Les résultats expérimentaux montrent un effet de la dimension des grains : quand la dimension des grains augmente, leur résistance diminue, mais cet effet est faible.

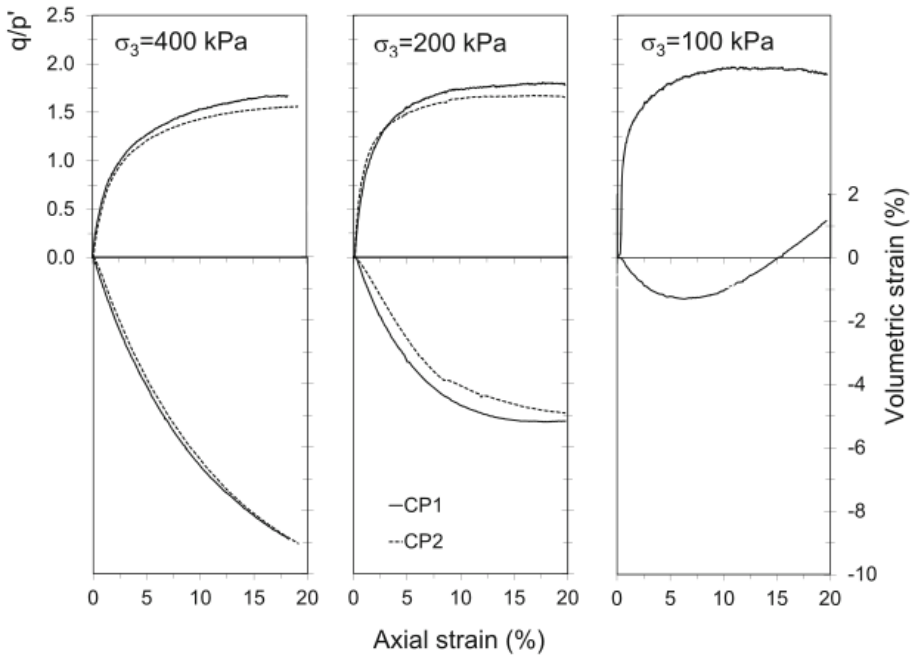


FIGURE 2.15 – Comportement du remblai de calcaire sous sollicitations triaxiales [Ovalle et al., 2014]

2.2.3.4 Sollicitations œdométriques et compressibilité

Un milieu granulaire sous chargement œdométrique présente une diminution de la compressibilité quand la contrainte augmente. En effet les grains se réarrangent et présentent une résistance plus importante à la charge verticale. Dans le plan (indice des vides–log(p')) la courbe œdométrique tend vers une droite appelée droite de consolidation isotrope ou droite de compression normale (Normal Compression Line) (figure 2.16).
McDowell et Bolton [McDowell and Bolton, 1998] indiquent que le comportement de l'échantillon sous chargement œdométrique dépend de la résistance des grains à la rupture et que la contrainte correspondante au point d'inflexion de la courbe œdométrique est proportionnelle à la résistance des grains.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

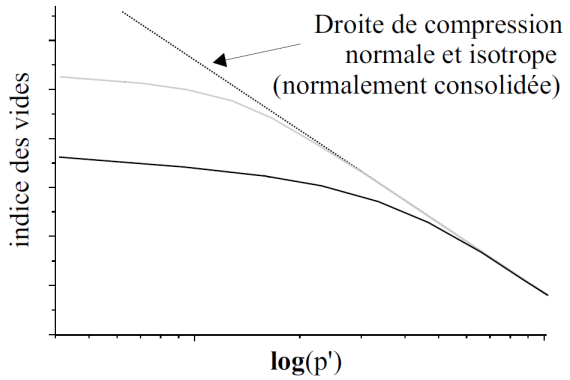


FIGURE 2.16 – Comportement d'un matériau granulaire soumis à une sollicitation œdométrique, d'après Deluzarche [Deluzarche, 2004]

Dans le cas des enrochements, la même diminution de compressibilité apparaît avec la densification de l'échantillon [Anthiniac, 1999]. Des essais réalisés par Pinto (figure 2.17) montrent une tendance de la courbe à changer de courbure de concave en convexe avec l'augmentation du niveau de contraintes.

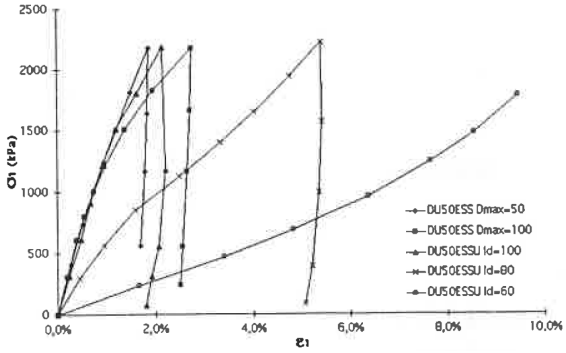


FIGURE 2.17 – Essais œdométriques sur enrochements réalisés par Pinto [Pinto, 1983] cité par Anthiniac [Anthiniac, 1999]

Hicher et Chang [Hicher and Chang, 2005] ont étudié l'effet de l'indice des vides et de la granulométrie à l'état initial sur la rigidité des échantillons pour différents matériaux granulaires. La figure 2.18 montre deux graphes proposés par Hicher et Chang [Hicher and Chang, 2005], le graphe *a* montre leurs résultats expérimentaux d'essais triaxiaux sur du sable, des billes de verre, et des aggrégats ; et le *b* montre des résultats expérimentaux tirés de la littérature. Les graphes montrent d'une façon claire que pour un indice des vides donné, un étalement granulométrique plus important (augmentation du coefficient d'uniformité C_u) mène à une diminution de la rigidité (module d'Young inférieur). D'autre part, pour un même matériau, l'augmentation de l'indice des vides mène à une diminution de la rigidité de l'échantillon, quelque soit le matériau.
Li [Li, 2013] a poursuivi cette investigation en réalisant des essais œdométriques sur des billes de verre et le sable d'Hostun. Les échantillons testés ont des étalements granulométriques différents (différentes valeurs de C_u). Li a constaté que la ligne de compression unidimensionnelle se déplace vers une position inférieure quand C_u augmente (figure 2.19), donc l'étalement granulométrique influence les indices des vides initiaux des échantillons.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

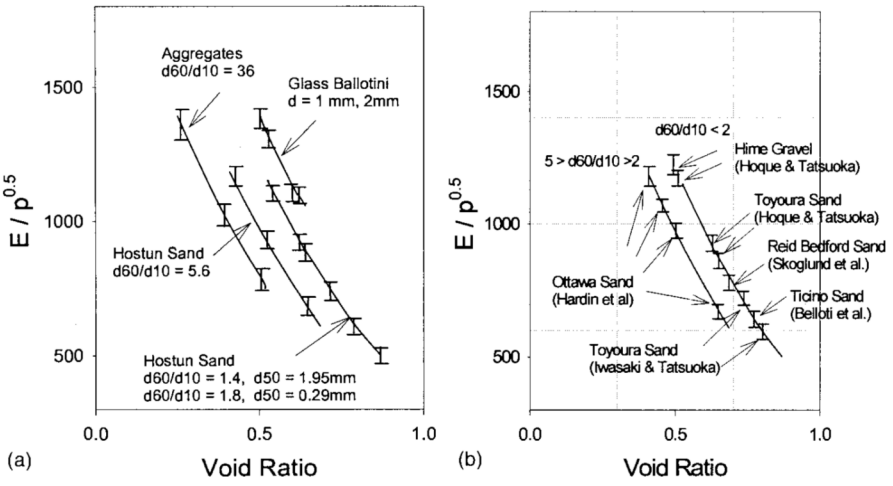


FIGURE 2.18 – Influence de la taille des grains et de la granulométrie initiale sur le module d'Young [Hicher and Chang, 2005]

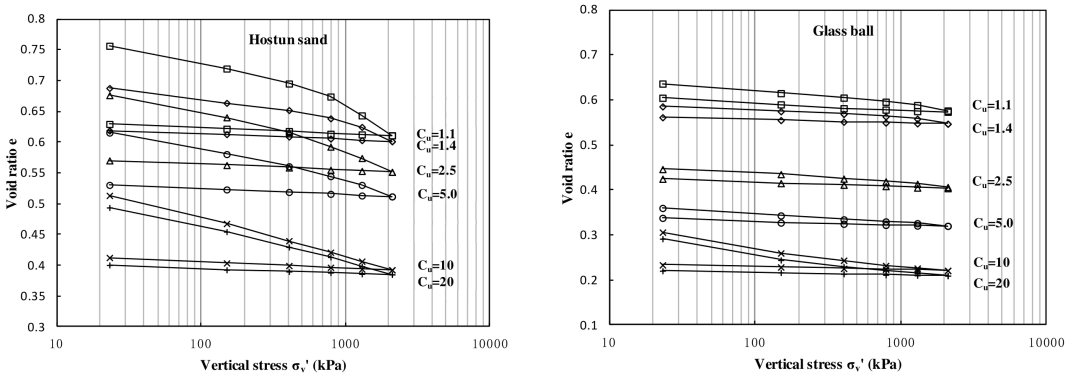


FIGURE 2.19 – Résultats des essais œdométriques sur du sable d'Hostun et des billes de verre pour différentes granulométries initiales [Li, 2013]

Oldecop et Alonso [Oldecop and Alonso, 2001] ont proposé un modèle micromécanique pour expliquer la compressibilité des enrochements. Aux premières phases de compression, les déformations des enrochements sont dues principalement au réarrangement des particules par glissement et rotation. Quand la compression augmente l'indice des vides diminue et le nombre de coordination augmente entre les grains, jusqu'à un certain point où la structure granulaire reste bloquée, et la rupture de blocs devient nécessaire pour pouvoir continuer à se déformer.

Pour expliquer ce phénomène, plusieurs approches ont été proposées, se basant sur la théorie de l'état critique [Roscoe et al., 1963] qui considère que le travail plastique dépend uniquement de la dissipation par frottement interne [Daouadji et al., 2001, Russell and Khalili, 2004, Muir Wood et al., 2009, Daouadji and Hicher, 2010, Hu et al., 2011b].

D'autres approches considèrent que l'incrément de travail plastique δW^p est dû au frottement $\delta\Phi_{friction}$ et à la rupture $\delta\Phi_B$ [McDowell et al., 1996, Einav, 2007] :

$\delta W^p = \delta\Phi_{friction} + \delta\Phi_B$.

Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] proposent que dans un échantillon granulaire, toute augmentation de contrainte mène à une augmentation de l'énergie élastique stockée, et de la

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

dissipation par frottement aux contacts. Cela est vrai jusqu'au moment où les efforts dans les grains atteignent leur contrainte limite, la rupture a alors lieu, et l'énergie élastique du grain qui casse est convertie en énergie de surface de rupture et en énergie cinétique dans les grains qui se réarrangent. Ils proposent alors d'écrire $\delta\Phi_B$ comme la somme de $\delta\Phi_S$, énergie nécessaire pour ouvrir une fissure de δS dans un volume donné ; et $\delta\Phi_{redist}$, énergie cinétique générée par la rupture [Nguyen and Einav, 2010, Nieto-Gamboa, 2011, Russell, 2011].

Russel [Russell, 2011] définit $R = \dfrac{\delta\Phi_{redist}}{\delta\Phi_S}$ qui donne l'équation de travail plastique :

$$\delta W^p = \delta\Phi_{friction} + \delta\Phi_S + \delta\Phi_{redist} = \delta\Phi_{friction} + \delta\Phi_S(1+R) \tag{2.19}$$

Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] ont effectué une série d'essais de compression œdométrique sur des échantillons cylindriques de sable cassable (figure 2.20), pour vérifier cette loi et évaluer le taux R.

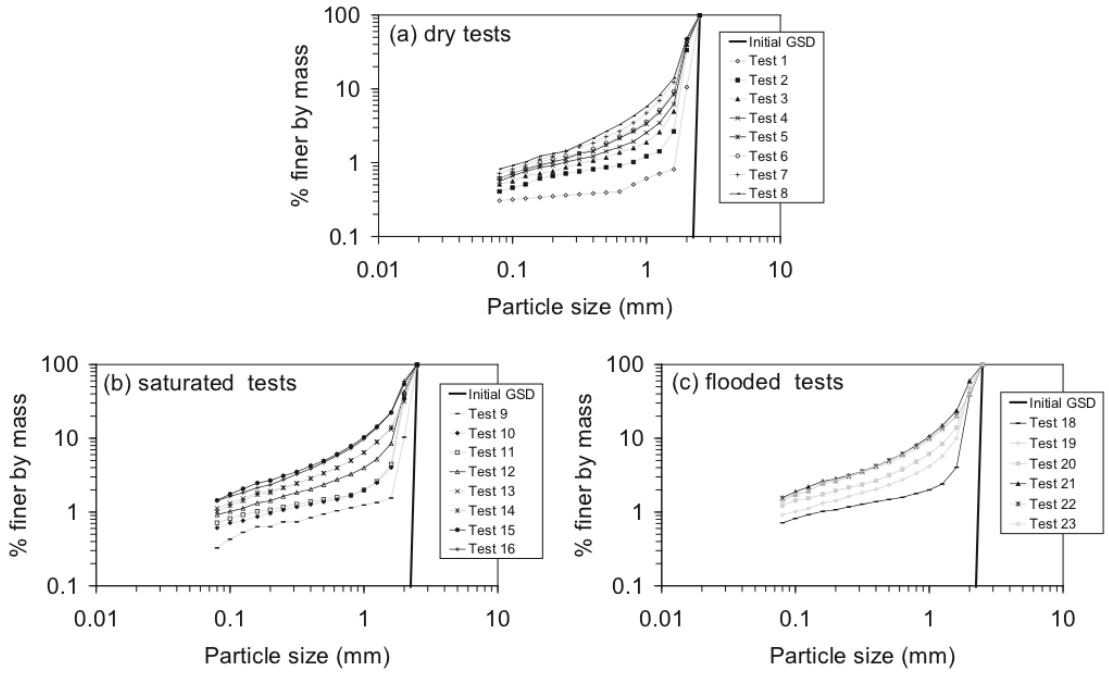


FIGURE 2.20 – Courbes granulométriques finales pour les différents tests [Ovalle et al., 2013], (a) secs, (b) saturés et (c) immergés

Pour l'analyse de leurs résultats, ils ont proposé la méthode suivante :

Le volume d'un grain est $v(d) = \beta_v d^3$, où β_v est le facteur de forme. Alors la surface de la particule sera $s(d) = \dfrac{\delta v(d)}{\delta d} = 3\beta_v d^2$.

Pour la fraction de taille i, de diamètre caractéristique d^i, la surface totale est :

$$S^i = N^i s^i = 3N^i \beta_v d^{i2} \tag{2.20}$$

avec N^i le nombre de particules appartenant à cette fraction.

On peut de même écrire la masse de cette fraction :

$$m^i = N^i \rho v^i = N^i \rho \beta_v d^{i3} \tag{2.21}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Alors le taux de refus est $f^i = \dfrac{m^i}{M_t}$ avec M_t la masse totale de l'échantillon.
En supposant β_v constante pour toutes les dimensions, l'incrément de surface pour la fraction de taille i est obtenu :

$$\Delta S^i = \frac{3M_t \Delta f^i}{\rho d^i} \tag{2.22}$$

L'incrément de travail plastique pour un incrément de contrainte donné est obtenu par :

$$\Delta W^p = \Delta \sigma'_v (\varepsilon - \varepsilon_e) \tag{2.23}$$

avec ε_e : déformation élastique récupérée après décharge.
La somme de tous les incréments de travail plastique est l'énergie plastique totale W^p_{total}.

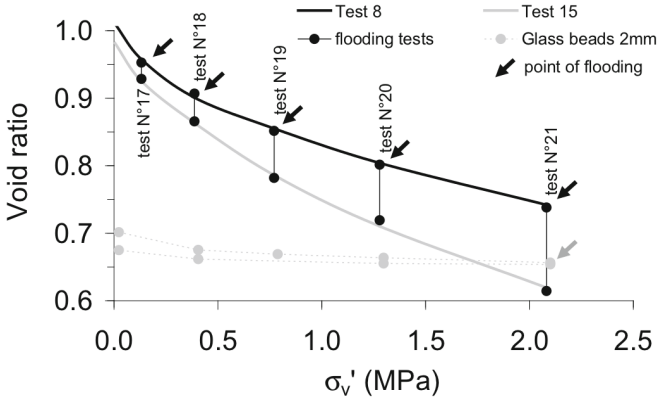


FIGURE 2.21 – Tests de compression uniaxiale sur du sable et des billes en verre [Ovalle et al., 2013]

Des tests sur des billes en verre ont été réalisées par Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013], sans avoir de rupture de grains (figure 2.21). La variation du travail plastique est négligeable après inondation, ce qui montre que les déformations après inondations dans le sable sont dues principalement à la rupture des grains. Cela vérifie la proposition de Oldecop et Alonso [Oldecop and Alonso, 2007] qui, en se basant sur la théorie de propagation sous-critique des fissures dans les roches fragiles [Atkinson, 1984], ont proposé qu'une augmentation de l'humidité relative mène à une diminution de la succion aux pointes des micro-fissures, ce qui augmente la vitesse de propagation de fissure et réduit la résistance des particules. Donc sous chargement constant, le travail plastique observé après inondation est distribué uniquement entre $\Delta\Phi_s$ et $\Delta\Phi_{redist}$, en d'autres termes, c'est la valeur du travail plastique de rupture $\Delta W^p_{collapse}$.
Alors, en comparant la granulométrie pour un même σ'_v, à la fin d'un test sec, à celle après inondation, l'incrément de surface dû à la rupture des grains $\Delta S_{collapse}$ peut être calculé, et par suite obtenir une expression du travail plastique correspondant [McDowell et al., 1996] qui permet par la suite de calculer la valeur de $\Gamma(1+R)$ (figure 2.22) :

$$\Delta W^p_{collapse} = \frac{\Delta S_{collapse}}{V_s(1+e)} \cdot \Gamma(1+R) \tag{2.24}$$

avec $\Delta S_{collapse} = \sum_{\forall i} \Delta S^i_{collapse}$
Γ : énergie de surface spécifique [Griffith, 1921]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

V_s : volume des solides
e : indice des vides.

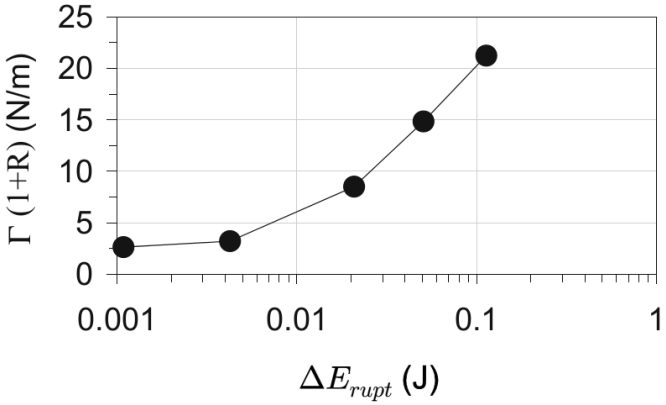


FIGURE 2.22 – Valeurs de $\Gamma(1 + R)$ après inondation pour différentes valeurs de la contrainte verticale effective [Ovalle et al., 2013]

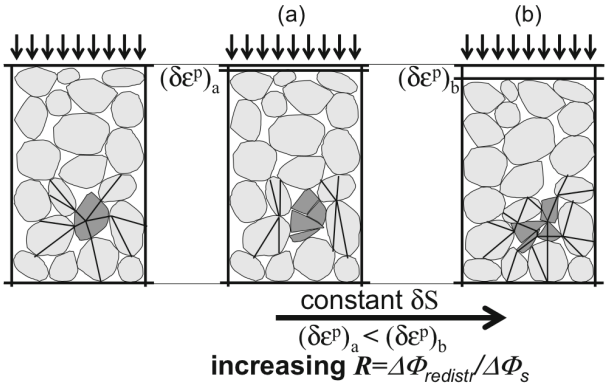


FIGURE 2.23 – Représentation schématique du réarrangement après rupture [Ovalle et al., 2013], (a) σ faibles, (b) σ fortes

Le travail plastique dû au réarrangement dépend du chargement, et tend vers zéro pour des faibles contraintes.
Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] ont interprété cette observation par le fait que sous faibles contraintes, les forces de contact sur un grain cassé peuvent être transmises aux grains voisins avec peu de réarrangement (figure 2.23.a). Par contre, sous fortes contraintes, les grains voisins ne sont pas capables de supporter les forces redistribuées, et donc un réarrangement du squelette granulaire est nécessaire (figure 2.23.b).

2.3 Modélisation de la rupture

La modélisation du comportement d'un matériau granulaire grossier doit prendre en compte le phénomène de rupture des grains. La méthode la plus adaptée à simuler les discontinuités présentes dans ce type de matériau est la méthode des éléments discrets qui sera expliquée par la suite.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

2.3.1 Modélisation discrète

La méthode des éléments discrets (Distinct Element Method, DEM) a été introduite en 1971 par Cundall [Cundall, 1971] pour des problèmes de mécaniques des roches, puis a été appliquée à la mécanique des sols par Cundall et Strack [Cundall and Strack, 1979].
Il existe aujourd'hui de nombreuses variantes de la méthode originale des éléments discrets que l'on peut classer en deux familles : les méthodes smooth et les méthodes non-smooth. La différence essentielle entre les deux méthodes réside dans les approches différentes de calcul des interactions entre les éléments.
Dans les méthodes smooth, les contacts sont déformables ; dans les méthodes non-smooth, les contacts sont indéformables. Contrairement aux méthodes des éléments finis et des différences finies qui font l'hypothèse d'un milieu continu découpé selon un maillage géométrique quelconque, la DEM modélise un milieu comme un ensemble d'éléments distincts représentant des éléments réels. Chaque élément a ses propres caractéristiques physiques (masse et rigidité) et interagit avec ses voisins suivant des lois d'interactions qui sont les lois de comportement locales du modèle. Le calcul est réalisé suivant le cycle (figure 2.24) :

— à l'instant t, toutes les positions x des éléments sont connues
— les forces appliquées sur chaque particule sont déduites des positions par la loi d'interaction
— la loi fondamentale de la dynamique écrite sur les forces et sur les moments appliqués à une particule donne les nouvelles positions de chaque élément à l'instant t+dt après une double intégration.

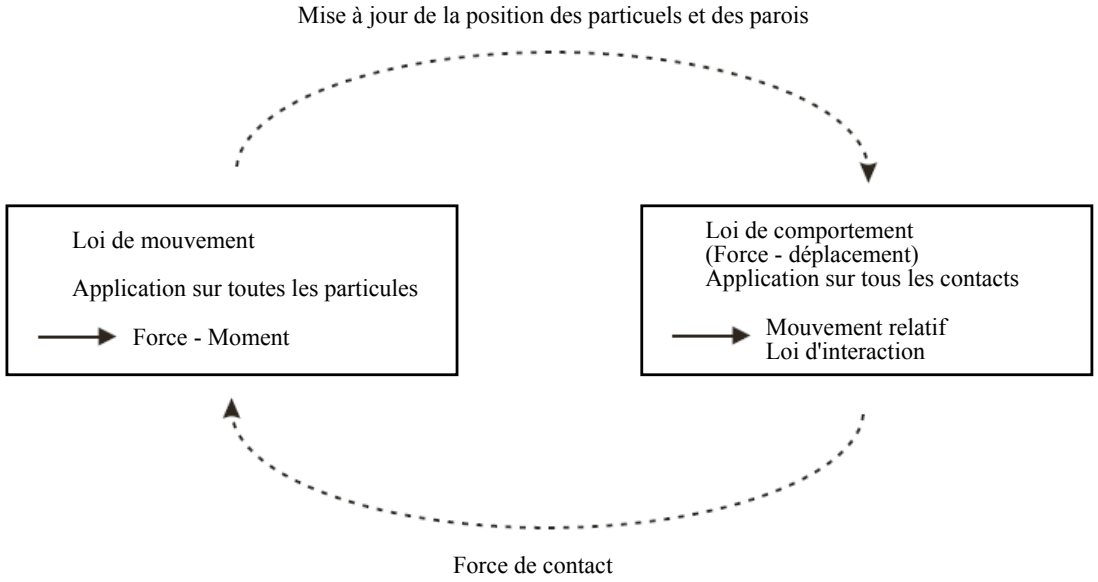


FIGURE 2.24 – Schéma d'un cycle de calcul

2.3.2 Modèles de remplacement de grains

Dans un premier groupe de modèles, la rupture se produit lorsqu'un seuil de contrainte ou de force est atteint. À la rupture, le grain, considéré à la base comme un seul objet, est remplacé par un ensemble de grains de dimensions inférieures. Le critère (*quand le grain*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

casse) et le mode (*comment le grain casse*) de rupture diffèrent d'un modèle à l'autre.

Åström et Hermann [Åström and Herrmann, 1998] ont proposé deux critères de rupture (A) et (B) et deux modes de rupture (I) et (II) en 2D (disques) (figure 2.25) :
le critère de rupture (A) indique la rupture quand une valeur limite prédéfinie de la contrainte est atteinte dans le grain. Le critère de rupture (B) indique la rupture quand la force maximale de compression sur le grain atteint une valeur limite prédéfinie.
Concernant les modes de rupture, le mode (**I**) consiste à diviser le grain en deux fragments de taille identique, mais ce mode génère de fortes pressions locales n'ayant pas de signification physique. Dans le mode (**II**), le grain cassé est remplacé par 12 fragments de trois tailles différentes placés dans la surface du grain cassé, et le reste de la masse est placé à l'extérieur de cette surface dans les vides entre les grains voisins. Dans ce cas, le problème de pressions locales est évité.

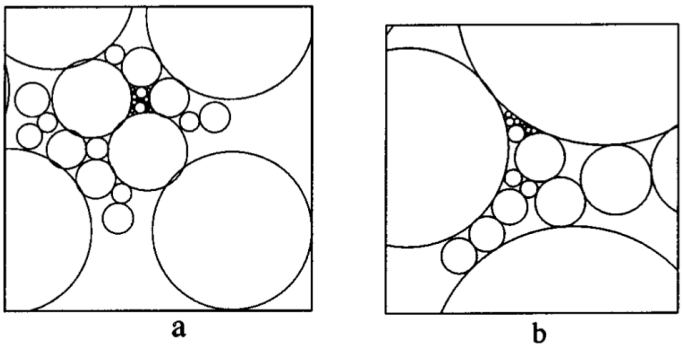


FIGURE 2.25 – Rupture de grains selon le critère de rupture (A) a) suivant le mode de rupture (**II**) et b) suivant selon le mode de rupture (**I**) [Åström and Herrmann, 1998]

Tsoungui et al. [Tsoungui et al., 1999] ont considéré un grain en forme de disque soumis à un système arbitraire de forces de contact, et ont réduit ce système à deux couples de forces F_{max} et F_{min} équivalents (figure 2.26). Le grain casse alors quand la contrainte de traction induite par ces couples de force dépasse une contrainte critique prédéfinie.
Ils ont choisi le mode de rupture proposé par Drlik [Drlik, 1987] : le grain cassé est remplacé par 12 fragments de quatre tailles différentes placés à l'intérieur de la surface initial du grain (figure 2.27). Afin de conserver la masse, ils ont adopté la méthode proposée par Åström et Hermann [Åström and Herrmann, 1998] qui consiste à placer le reste de la masse dans les vides entre les grains voisins.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

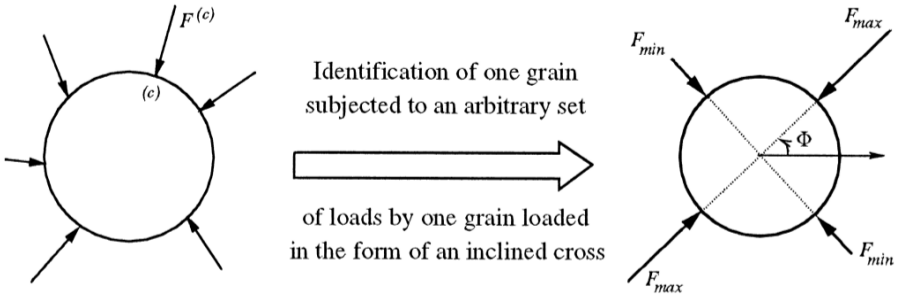


FIGURE 2.26 – Système arbitraire de forces de contact réduit à deux couples de forces équivalents [Tsoungui et al., 1999]

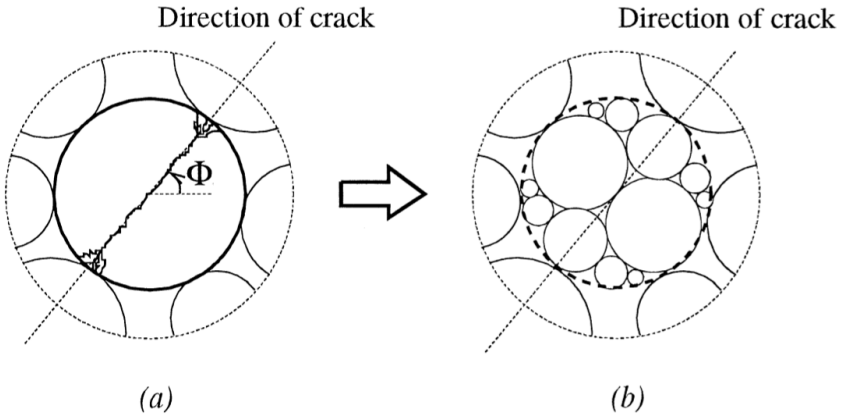


FIGURE 2.27 – a) Rupture de grains dans le cas d'un matériau fragile, b) mode de rupture proposé pour les simulations numériques[Tsoungui et al., 1999]

Lobo-Guerrero et Vallejo [Lobo-Guerrero and Vallejo, 2005] ont proposé le critère de rupture simplifié suivant :

1. seul les grains avec un nombre de coordination inférieur ou égal à 3 peuvent casser
2. le chargement sur un grain (figure 2.28(a)) est considéré équivalent à celui d'un essai brésilien (figure 2.28(a')). La contrainte de traction induite peut être obtenue à l'aide de l'équation dans la figure 2.28(a'), avec P_1 la valeur de la force de contact la plus grande, L l'épaisseur du disque (dans ce cas l'unité), et D le diamètre du disque.
3. la résistance à la traction d'un grain de diamètre d'1 mm $\sigma_{max\,1\,mm}$ est prédéfinie. La résistance à la traction d'une particule de rayon r (en mm) est :

$$\sigma_{max}(r) = \sigma_{max\,1\,mm}[r]^{-1} \tag{2.25}$$

4. toute particule ayant un nombre de coordination inférieur ou égal à 3 peut casser si $\sigma_t > \sigma_{max}(r)$

Un grain qui casse est remplacé par 8 grains de 3 tailles inférieures différentes (figure 2.28(c)).
Dans ce modèle de rupture, la masse n'est pas conservée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

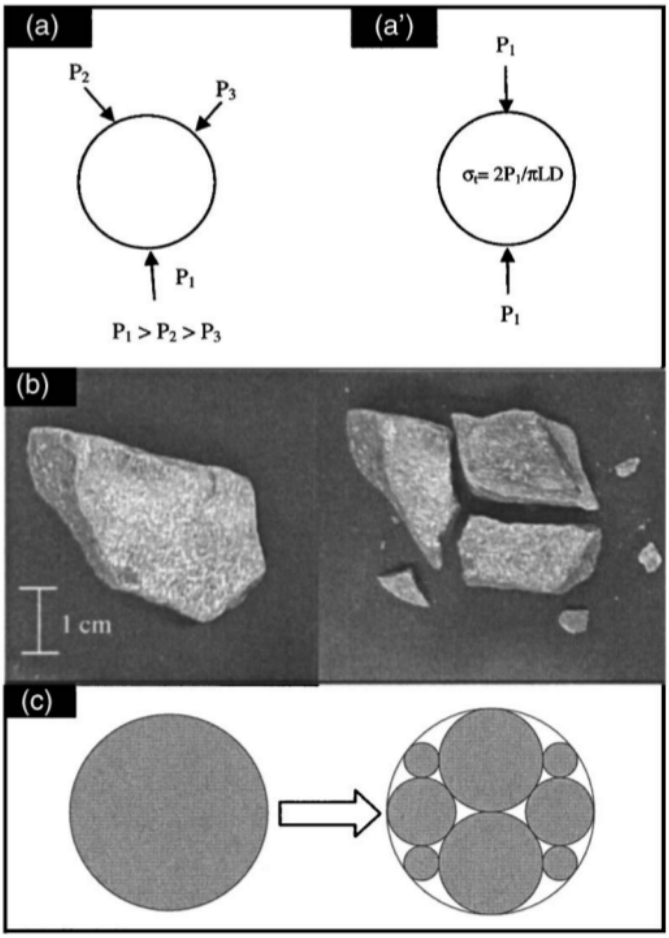


FIGURE 2.28 – Mode de rupture d'un grain [Lobo-Guerrero and Vallejo, 2005]

Khalkhali et al. [Bagherzadeh-Khalkhali et al., 2008] ont proposé de simuler des grains anguleux 2D dans le cas d'un essai biaxial, en utilisant une méthode de couplage éléments discrets - éléments finis. L'ensemble des grains est simulé en tant qu'un assemblage d'éléments discrets. À chaque étape, une analyse contrainte-déformation à l'intérieur de chaque grain par la méthode des éléments finis permet de déterminer le mode et le chemin de rupture (figure 2.29). À la rupture, un grain est divisé suivant le chemin de rupture et remplacé par deux grains. Les simulations ont montré que la rupture des grains est la plus importante dans les bandes de cisaillement (figure 2.30), et que la rupture des grains réduit les anisotropies lors de la compression biaxiale.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

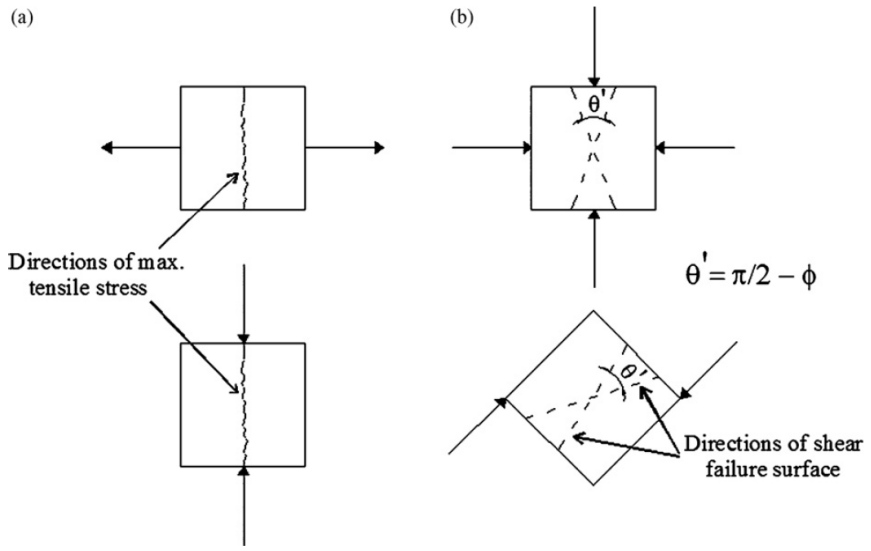


FIGURE 2.29 – Surfaces de rupture a) en traction et b) en cisaillement [Bagherzadeh-Khalkhali et al., 2008]

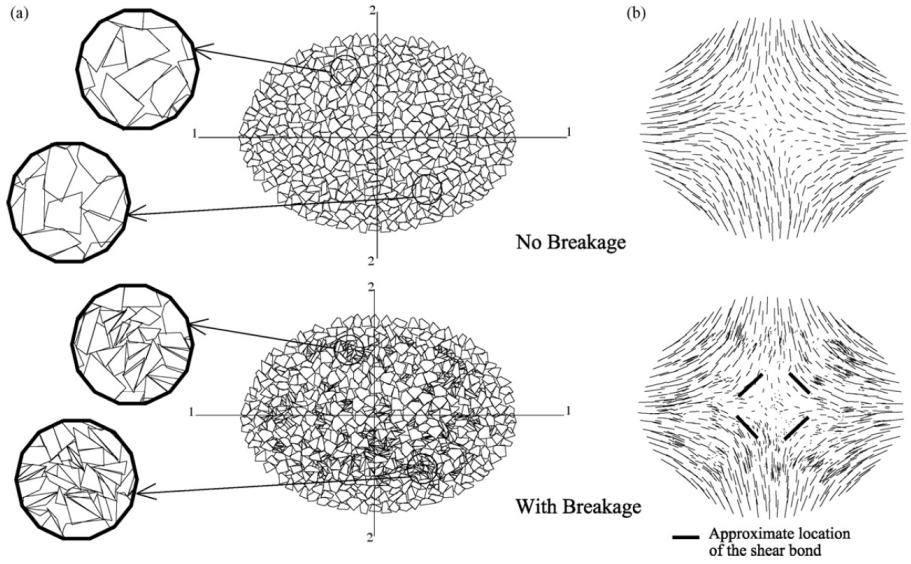


FIGURE 2.30 – Assemblage de particules soumis au cisaillement, a) particules à la ruptures, b) trajectoires des particules [Bagherzadeh-Khalkhali et al., 2008]

Ben-Nun et Einav [Ben-Nun and Einav, 2010] ont comparé en 2D la moyenne $\bar{F}_n$ des composantes normales des forces de contact à la force critique F^*_{crit} prédéfinie du grain, avec :

$$\bar{F}_n = \frac{1}{N_c} \sum_{c=1}^{N_c} F_n^{(c)} \tag{2.26}$$

où N_c : le nombre de coordination du grain.
Le grain casse quand $\bar{F}_n$ dépasse F^*_{crit}.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Concernant le mode de rupture, Ben-Nun et Einav [Ben-Nun and Einav, 2010] ont considéré deux étapes de rupture, dans le but de conserver la masse (figure 2.31) :

1. remplacement du grain cassé par un certain nombre de grains plus petits, avec une rotation aléatoire, sans interpénétrations
2. élargissement du rayon des fragments pour obtenir de nouveau la masse initiale

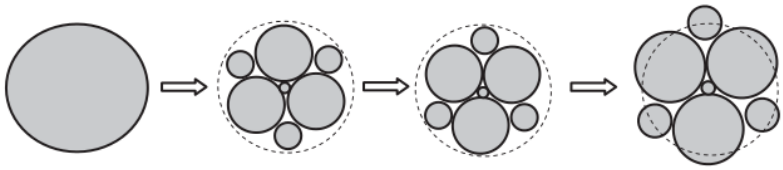


FIGURE 2.31 – Les étapes de rupture d'un grain [Ben-Nun and Einav, 2010]

Dans le modèle 3D de McDowell et De Bono [McDowell and De Bono, 2013] (figure 2.32), les nouvelles sphères se chevauchent suffisamment pour ne pas dépasser les limites de la sphère initiale, la direction de l'axe joignant leurs centres étant celle de la contrainte principale mineure. Cela crée un pic de pression pendant la rupture, mais le chevauchement pousse les particules à s'éloigner le long de la direction de contrainte principale mineure, comme ce qui se passe dans le cas réel. McDowell et De Bono [McDowell and De Bono, 2013] ont examiné deux mécanismes de rupture alternatifs (figure 2.33) : divisions en 3 et 4 fragments égaux. Les nouveaux grains créés se chevauchent pour rester dans la limite du grain initial. Le mécanisme de rupture ne modifie pas le comportement sous compression, qui ne dépend que de la résistance des grains qui suit une distribution de Weibull en fonction de la taille des grains. Les résultats des simulations œdométriques ont montré que la granulométrie tend à rejoindre une distribution fractale vu que les grains de petites dimensions deviennent statistiquement plus résistants à la rupture.

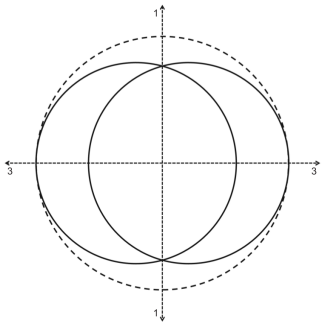


FIGURE 2.32 – Mécanisme de rupture bilatéral [McDowell and De Bono, 2013]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

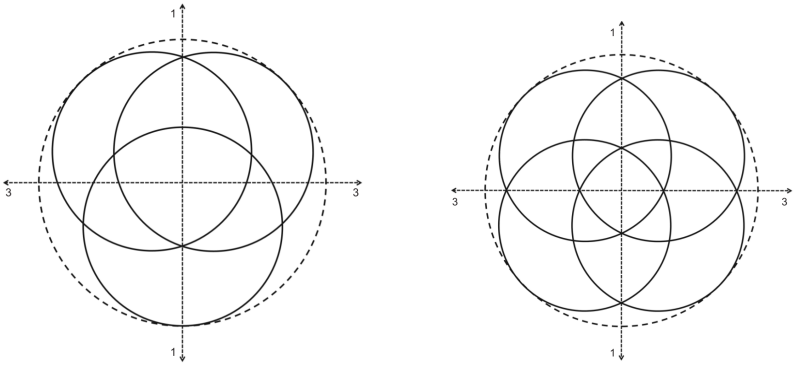


FIGURE 2.33 – Différents mécanismes de rupture (a) 'trilatéral', (b) 'quadrilatéral' [McDowell and De Bono, 2013]

Cantor et al. [Cantor et al., 2014] ont réalisé des simulations 2D sur des polygones irréguliers. Pour estimer la valeur de la contrainte de traction σ_t induite à l'intérieur du grain en fonction de ses dimensions, une série de simulations a été réalisée à l'aide du logiciel éléments finis ABAQUS (figure 2.34).
Un grain casse une fois σ_t dépasse une contrainte limite σ_{crit} caractéristique du matériau. Le grain est divisé alors en deux, selon la direction principale de contraintes (figure 2.35). Ce modèle a été validé qualitativement en comparant les résultats numériques d'un essai œdométrique à des résultats expérimentaux d'un même essai sur des grains en plâtre (figure 2.36)

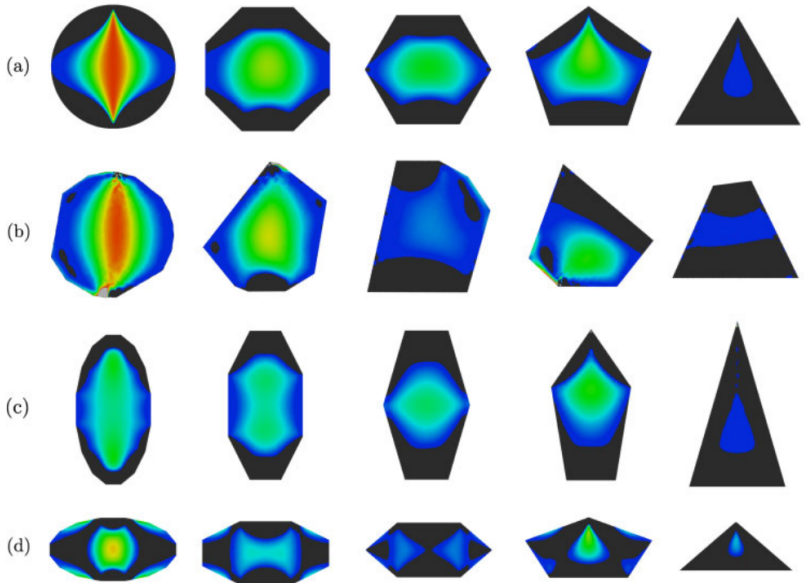


FIGURE 2.34 – Distribution des contraintes de traction dans des grains a) réguliers, b) irréguliers, c) allongés verticalement, d) allongés horizontalement soumis à une charge verticale [Cantor et al., 2014]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

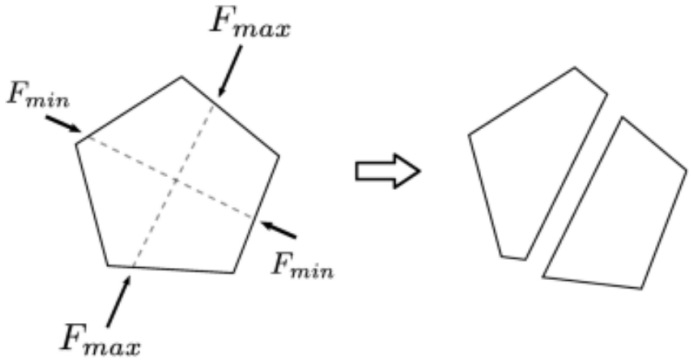


FIGURE 2.35 – Représentation de la rupture d'un grain [Cantor et al., 2014]

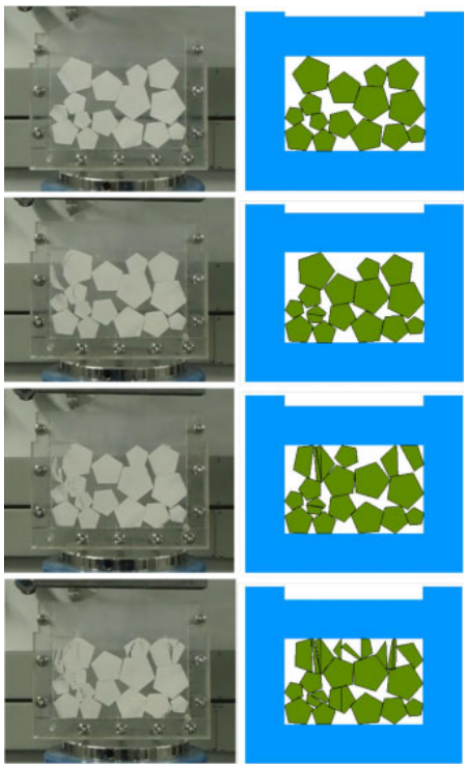


FIGURE 2.36 – Comparaison qualitative entre expérimentation et simulation [Cantor et al., 2014]

2.3.3 Modèles d'assemblage de particules

Dans un deuxième groupe de modèles de rupture, un grain est considéré comme un ensemble de particules liées entre elle par une liaison cohésive. La rupture de ces liaisons cohésives mène à la rupture du grain.

Potapov et Campbell [Potapov and Campbell, 1996] ont réalisé des simulations en utilisant ce type de modèle en créant un grain polyédrique (3D). Le grain est formé de particules polyédriques rigides collées à l'aide d'une cohésion pouvant résister uniquement à une force de traction prédéfinie (figure 2.37). Ils ont réalisé une simulation d'écrasement

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

d'un grain, et la distribution granulométrique des fragments cassés est comparée aux résultats expérimentaux de Arbiter et al. [Arbiter et al., 1969]. La comparaison montre un accord pour une dimension de fragments L trois fois supérieure à la dimension élémentaire des particules L_0 (figure 2.38).

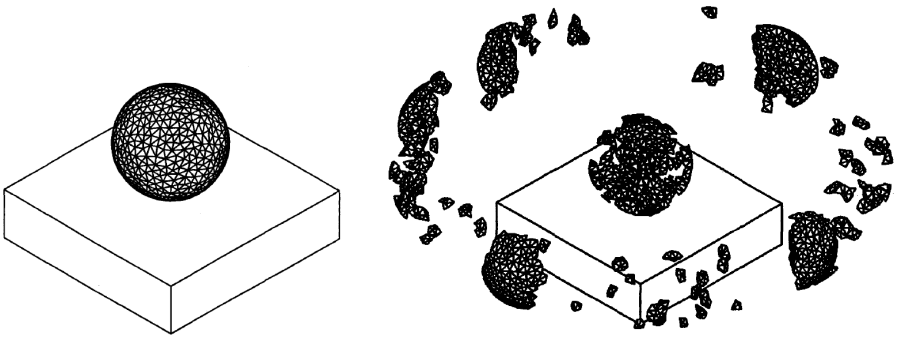


FIGURE 2.37 – Grain créé par Potapov et Campbell [Potapov and Campbell, 1996] avant et après rupture

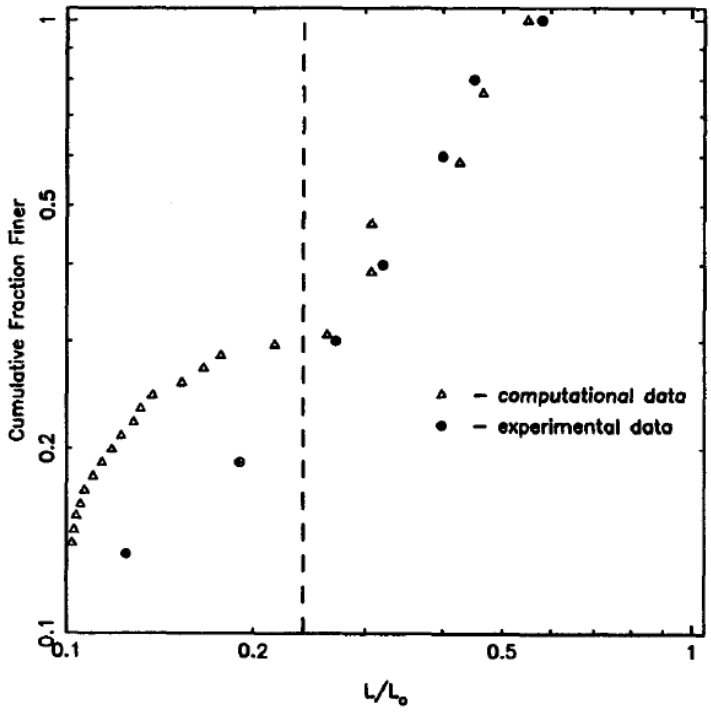


FIGURE 2.38 – Distribution granulométrique des fragments cassés - comparaison des résultats numériques de Potapov et Campbell [Potapov and Campbell, 1996] aux résultats expérimentaux de Arbiter et al. [Arbiter et al., 1969]

En utilisant le logiciel PFC^{3D} [Itasca, 1999] qui emploie la méthode "Smooth Contact" des éléments discrets, Cheng et al. [Cheng et al., 2003] ont voulu simuler des essais d'écrasement de grains. La méthode "Smooth Contact" représente la déformabilité aux contacts

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

en permettant l'interpénétration des corps.
Les blocs sont formés d'un assemblage de sphères. Aux points de contacts entre ces sphères, une force limite en traction et une en cisaillement sont définies. La liaison de contact est rompue lorsqu'une de ces limites est dépassée.
Pour représenter les défauts dans les blocs créés, chaque sphère est donnée une probabilité d'existence de 80%. La figure 2.39 montre 20 blocs sur lesquels les simulations ont été réalisées.
Les blocs ont été écrasés entre deux plaques lisses et rigides.
La figure 2.40 montre les résultats en les comparant aux résultats expérimentaux de Nakata [Nakata et al., 2001b] sur des grains de sable.
On remarque que les résultats numériques et expérimentaux présentent des pics inférieurs, au point A, B et C dans la figure 2.40, avant d'atteindre le pic maximal au point D.
En comparant à la figure 2.41, les deux premiers pics A et B (figure 2.40) représentent des rotations et des réarrangements du bloc entre les plaques. Au point C, plusieurs liaisons se rompent, mais pas suffisamment pour casser le bloc, alors la contrainte remonte jusqu'au point D où la rupture du bloc est visible.

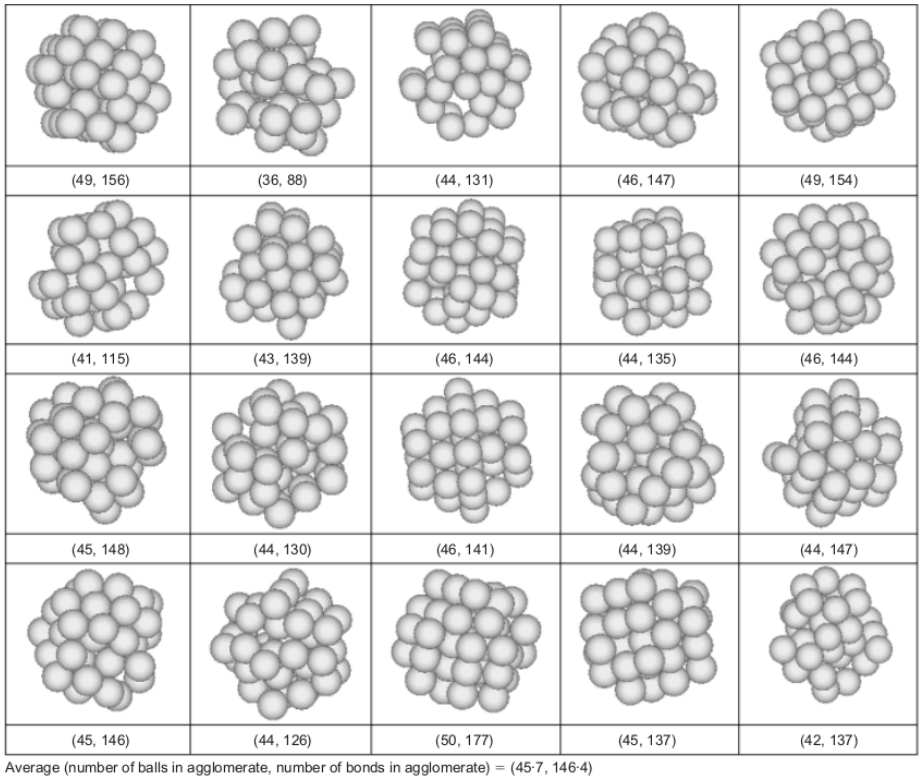


FIGURE 2.39 – 20 grains typiques pour les simulations d'écrasement. (Nombre moyen de sphères dans un bloc, Nombre moyen de contacts dans un bloc)=(45.7, 246.6) [Cheng et al., 2003]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

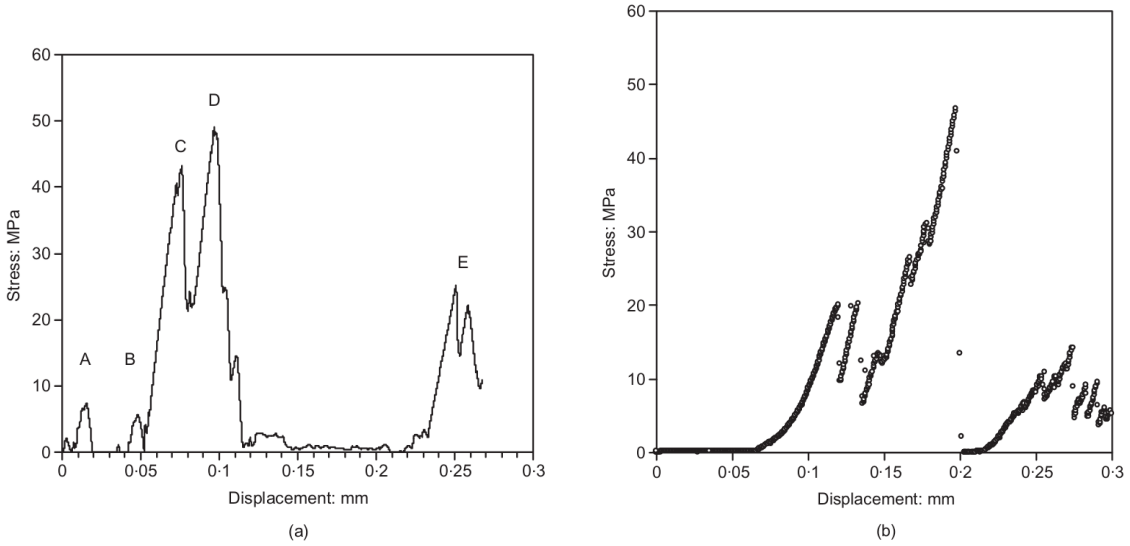


FIGURE 2.40 – Test d'écrasement de grain : (a) Simulations MED, (b) Expérimentations sur grains de sable [Nakata et al., 2001b]

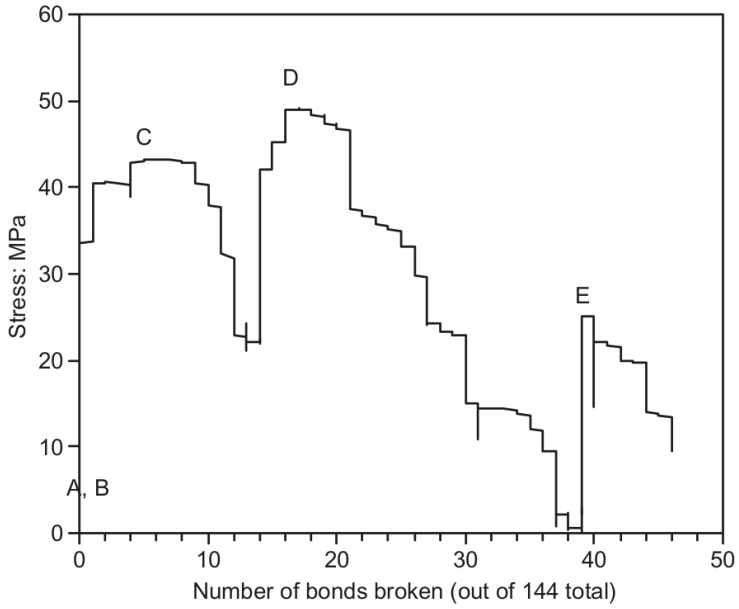


FIGURE 2.41 – Rupture des liaisons dans le bloc [Cheng et al., 2003]

Silvani [Silvani, 2007] dans le cadre de ses travaux de thèse a proposé un modèle de grain cassable en 2D, en liant des disques rigides (des particules élémentaires) par des liens cohésifs, pour former un plus grand disque (le grain). La figure 2.42 montre un grain avant et après rupture. La distribution des forces à l'intérieur du grain est aussi visible, ainsi que la formation de fissure.
Silvani a testé l'effet de la cohésion normale C_N des liens à l'intérieur du grain, pour plusieurs dimensions du bloc. La force de rupture $F_{rupture}$ est déterminée, et la contrainte de rupture $\sigma_{rupture}$ est déduite. La figure 2.43 montre les résultats : la force de rupture ne suit

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

pas une évolution linéaire en fonction de C_N, mais l'augmentation de la force est claire. La figure 2.44 montre l'effet de la dimension du grain sur la force et la contrainte de rupture. La force de rupture est croissante avec la taille du grain, au contraire de la contrainte décroît quand la dimension du grain augmente. Ce résultat est en accord avec la théorie de Griffith [Griffith, 1921] qui suppose que la contrainte nécessaire pour ouvrir une fissure diminue quand la taille du défaut augmente, donc quand la dimension du grain augmente [Marsal, 1973, McDowell and Bolton, 1998].

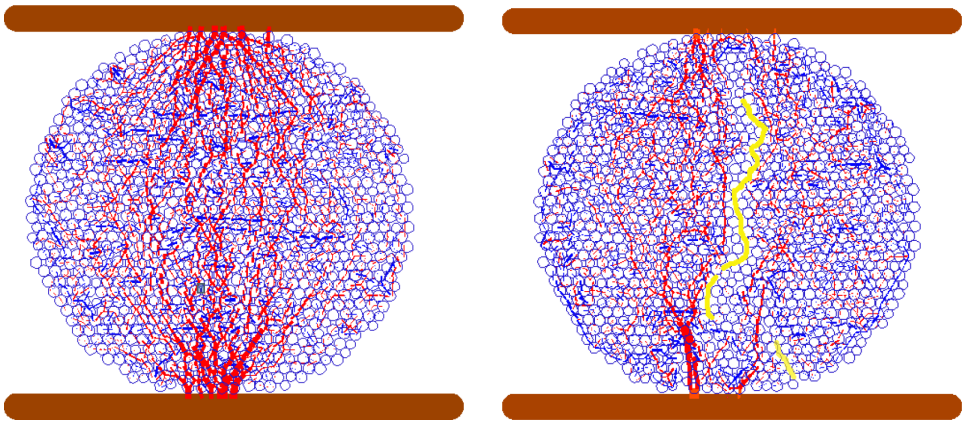


FIGURE 2.42 – Grain créé par Silvani [Silvani, 2007] avant et après rupture

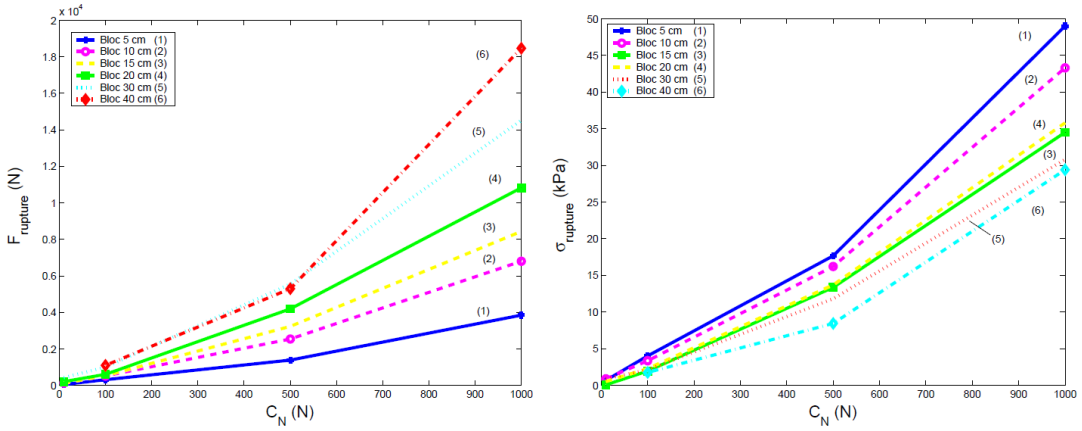
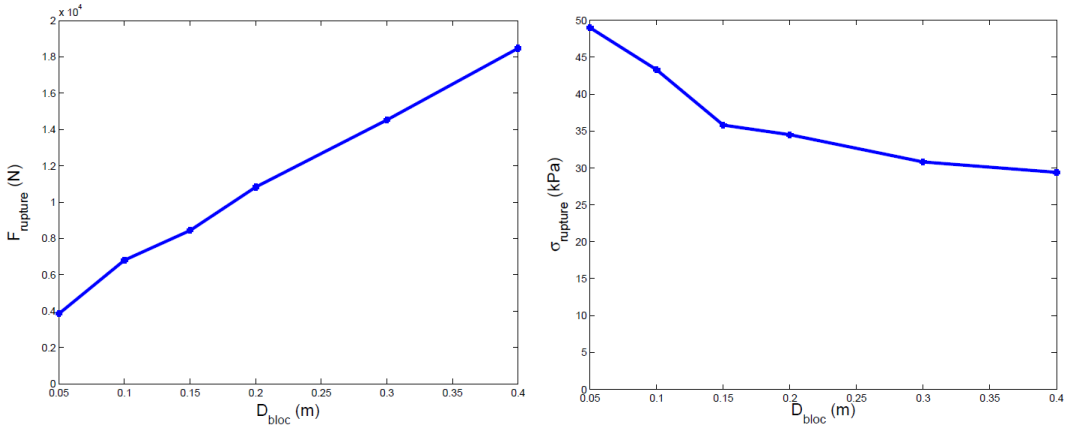


FIGURE 2.43 – Effet de la cohésion normale C_N sur (a) la force de rupture $F_{rupture}$ et sur (b) la contrainte de rupture $\sigma_{rupture}$ pour différentes dimensions de blocs [Silvani, 2007]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 2.44 – Effet de la dimension du bloc sur (a) la force de rupture $F_{rupture}$ et sur (b) la contrainte de rupture $\sigma_{rupture}$ [Silvani, 2007]

Alonso et al. [Alonso et al., 2012] ont considéré que la rupture est une conséquence de la propagation totale d'une fissure, sous traction uniaxiale (rupture mode I) d'intensité σ. La propagation de fissure s'effectue lorsque le facteur d'intensité de contrainte

$$K = \beta\sigma(\pi a)^{1/2} \tag{2.27}$$

devient égal à la ténacité du matériau. Dans l'équation (2.27), a est la longueur initiale de la fissure.
β est un facteur adimensionnel qui dépend de la géométrie du grain, de la position de la fissure, de la direction et du point d'application des efforts, et de la taille de la fissure par rapport à celle du grain. C'est une fonction de a/D avec D le diamètre moyen du grain [Oldecop and Alonso, 2007, Tada et al., 1985].
Des recherches théoriques et expérimentales [Oldecop and Alonso, 2001, Oldecop and Alonso, 2007] ont abouti au modèle numérique employé : les grains modélisés approchent les formes réelles en assemblant plusieurs sphères comme un corps rigide. Ces macroparticules, ou 'clumps', sont formées de 14 sphères dans ce qui suit (figure 2.45).
Le choix de nombre de sphères dans une macroparticule était un compromis entre la capacité de l'assemblage de reproduire une forme initiale réaliste des grains, et les temps de calcul.
Des défauts sont attribués aléatoirement à toutes les macroparticules, en limitant leur longueur maximale à la moitié de la taille des macroparticules. Une macroparticule casse si à un certain moment pendant le chargement, $K = K_c$. Une macroparticule peut de même casser même si $K < K_c$, dans ce cas c'est une rupture en conditions sous-critiques [Wiederhorn et al., 1980, Atkinson, 1984, Oldecop and Alonso, 2001, Oldecop and Alonso, 2007], et la fissure se propage à une vitesse V contrôlée par K :

$$V = \frac{da}{dt} = V_0\,(K/K_c)^n \tag{2.28}$$

avec V_0 une vitesse de référence considérée égale à 0.1 m/s et n = 181.5 (valeurs basées sur les travaux de Charles [Charles, 1958]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Alonso et al. [Alonso et al., 2012] considèrent un enrochement sec. La détermination de la contrainte de traction induite σ nécessaire pour le calcul de K est réalisée suivant l'analyse de Russel et Muir Wood [Russell and Muir Wood, 2009] et Russel et al. [Russell et al., 2009]. Dans une particule sphérique soumise à un chargement ρ (force par unité de surface), la contrainte de traction induite est donnée par :

$$\sigma = \left(\frac{1}{2} + v - \frac{1+v}{\left[1 + (w/z)^2\right]^{1/2}} + \frac{1}{2\left[1 + (w/z)^2\right]^{3/2}} \right) \rho \tag{2.29}$$

avec v le coefficient de Poisson, z la distance au centre du chargement, et w le rayon de la surface de chargement circulaire. Pour faciliter les calculs, les macroparticules sont supposées des sphères de rayon équivalent r. La contrainte de traction maximale est calculée à une distance $z = 0.1925r$ sous le centre de la surface de chargement, pour $v = 0.25$.
Un critère de rupture est défini en fonction de la longueur de fissure a : quand cette longueur atteint la taille moyenne du grain, le grain casse. Tout 'clump' qui atteint le critère de rupture établi se divise de la façon suivante :
$14 \rightarrow 8 + 6$; $8 \rightarrow 4 + 4$; $6 \rightarrow 3 + 3$; $4 \rightarrow 2 + 2$; $2 \rightarrow 1 + 1$
Les deux nouveaux 'clumps' sont intégrés dans le modèle, ce qui fait que leur nombre augmente pendant le test.
En ce qui concerne les déformations, le comportement observé est celui obtenu par Oldecop et Alonso [Oldecop and Alonso, 2001] pour des échantillons de cailloux à granulométrie uniforme. L'effet d'échelle est bien clair, les grandes particules montrent un indice de compressibilité λ supérieur (figures 2.46–2.47) :

$$\lambda = \frac{d\epsilon_v}{d(\ln \sigma_v)} \tag{2.30}$$

avec ϵ_v la déformation verticale et σ_v la contrainte verticale.
La courbe granulométrique finale n'est pas continue (figure 2.48), cela peut être dû au nombre limité de sphères définissant un 'clump' et au relativement faible nombre de 'clumps' dans les simulations. Néanmoins, les granulométries obtenues permettent de calculer les taux de rupture (figure 2.49) [Hardin, 1985, Marsal, 1973], sachant que ces taux de rupture se stabilisent au-delà d'une taille de grains.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

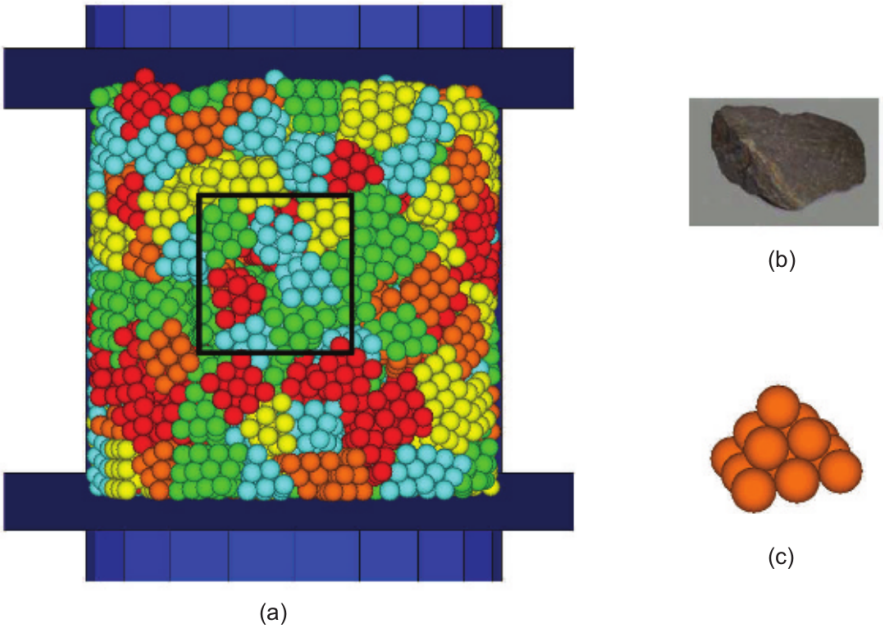


FIGURE 2.45 – (a) Test œdométrique, échantillon de 471 macroparticules, (b) Un caillou de calcaire [Ortega, 2008], (c) Une macroparticule (ou clump) [Alonso et al., 2012]

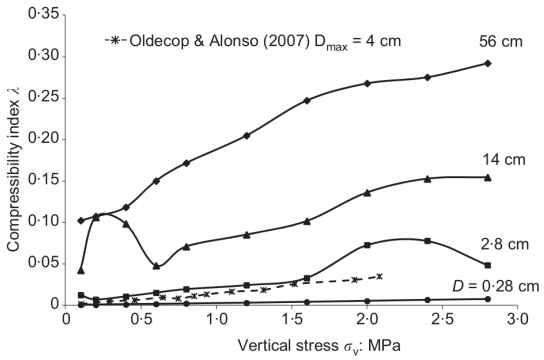


FIGURE 2.46 – Indice de compressibilité λ en fonction de la contrainte verticale [Alonso et al., 2012]

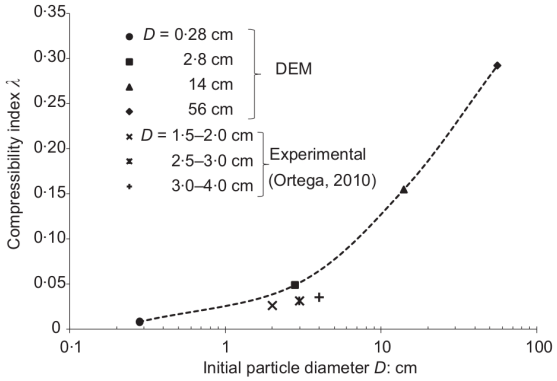


FIGURE 2.47 – Indice de compressibilité λ en fonction de la taille initiale du grain [Alonso et al., 2012]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

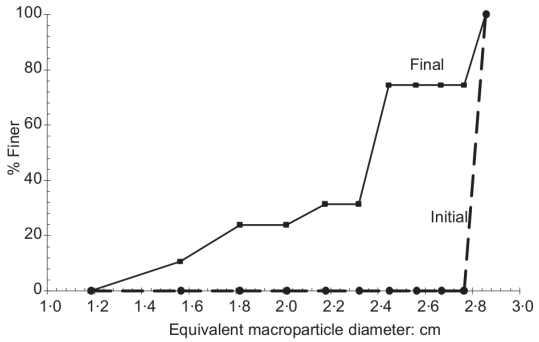


FIGURE 2.48 – Courbe granulométrique pour $D = 2.8cm$ [Alonso et al., 2012]

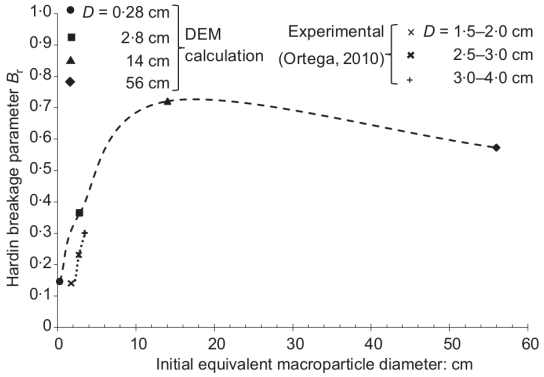


FIGURE 2.49 – Taux de rupture B_r de Hardin[Alonso et al., 2012]

Afin de reproduire le rôle de l'angularité des grains, Alaei et Mahboubi [Alaei and Mahboubi, 2012] ont modélisé des grains en 2D en assemblant des disques par cohésion, mais en ajoutant à ces disques élémentaires de petits disques pour reproduire une certaine angularité des grains (figure 2.50).
L'effet d'échelle a été pris en compte, en introduisant une probabilité de rupture des grains en fonction de leurs dimensions.
Les résultats numériques ont été comparés aux résultats expérimentaux de Varadarajan et al. [Varadarajan et al., 2003], et un accord a été trouvé entre les deux.

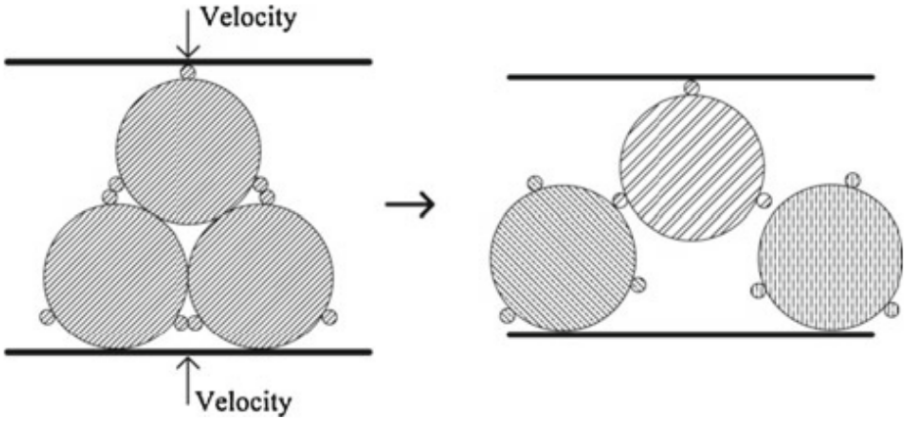


FIGURE 2.50 – Grain avant et après rupture [Alaei and Mahboubi, 2012]

Nakata et Watabe [Nakata and Watabe, 2014] ont créé des assemblages cylindriques de sphères (3D) (figure 2.51) par cohésion et ont simulé des essais œdométriques, afin de tester l'effet de l'élongation des grains.
La figure 2.52 montre qu'à l'état initial, les grains allongés ont un indice des vides supérieur à celui des grains moins allongés. Concernant la variation de l'indice des vides, la décroissance est plus rapide pour les grains allongés pour une contrainte allant de 0 à 130 kPa. Entre 180 et 400 kPa, l'ordre des indices des vides est inversé : les grains allongés ont

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

l'indice des vides le plus faible. Au delà de 400 kPa, le comportement des 3 échantillons est pareil.

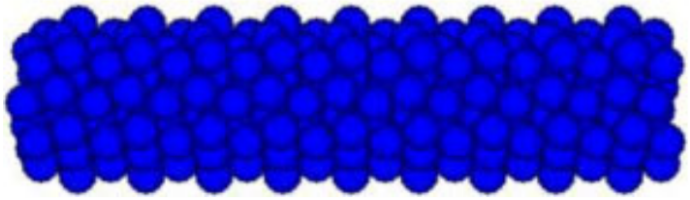


FIGURE 2.51 – Grain cylindrique formé de sphères [Nakata and Watabe, 2014]

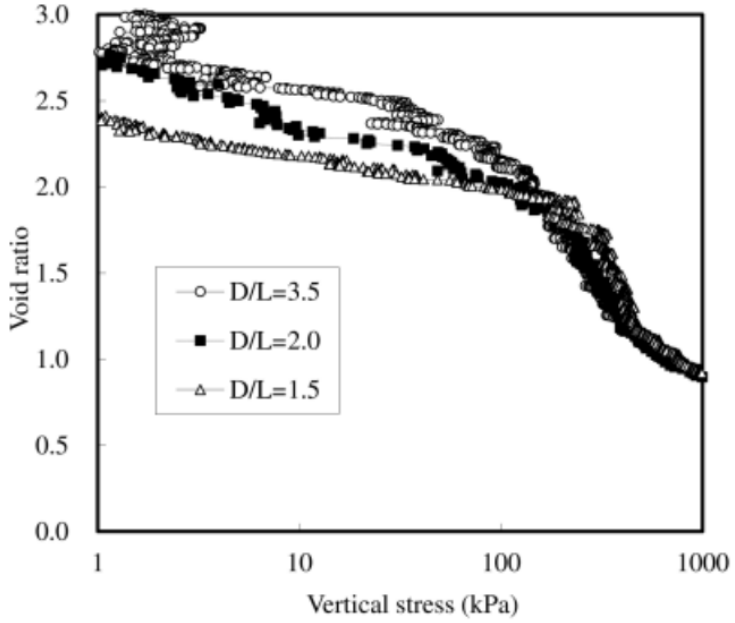


FIGURE 2.52 – Effet de l'élongation [Nakata and Watabe, 2014]

Afin de modéliser des grains de forme réelle qui tient compte des aspérités microscopique de façon complexe et réaliste, Mollon et Zhao [Mollon and Zhao, 2014] ont développé un modèle tridimensionnel de grains, qui se base sur une combinaison de la théorie des champs aléatoires pour une topologie sphérique avec un descripteur de forme de Fourier.
La figure 2.53 montre des grains générés aléatoirement en modifiant les différents modes spectraux du spectre de Fourier. Comme le montre clairement cette figure, les différents paramètres géométriques du grain peuvent être contrôlés, à l'échelle de la forme globale ainsi qu'à l'échelle de la surface du grain.
A l'échelle de l'échantillon, en utilisant le maillage d'un volume donné en cellules de Voronoï, ce modèle permet aussi de générer des échantillons de grains dans une cellule donnée, avec une porosité prédéfinie (figure 2.54). Les grains sont ensuite divisés en cellules polyédriques de Voronoï, liées entre elles à l'aide de liens cohésifs pour simuler la rupture des grains. Ces simulations ont été réalisées dans la cadre d'une étude tribologique, donc rupture en surface des grains et formation de troisième corps sous chargement dynamique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

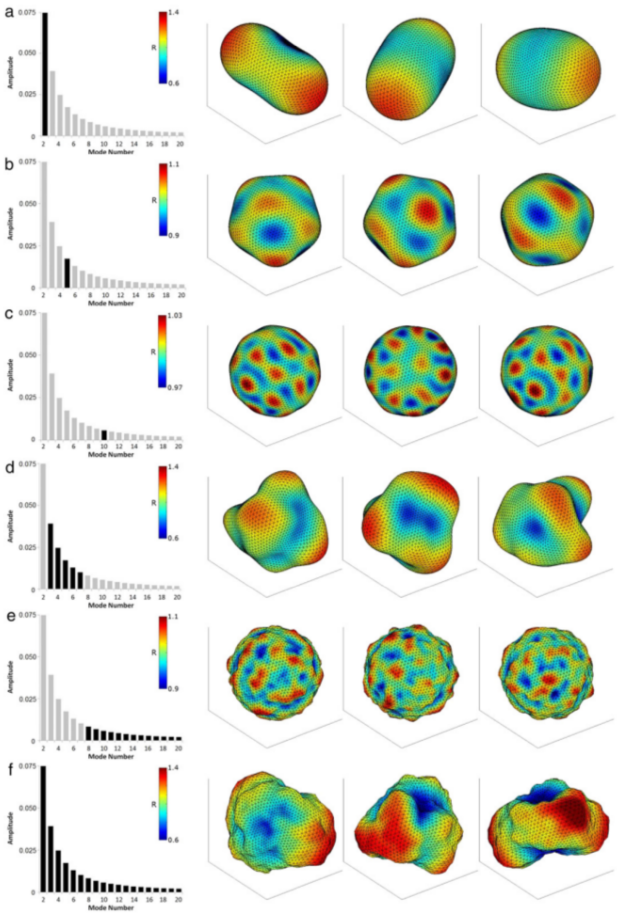


FIGURE 2.53 – Grain cylindrique formé de sphères [Mollon and Zhao, 2014]

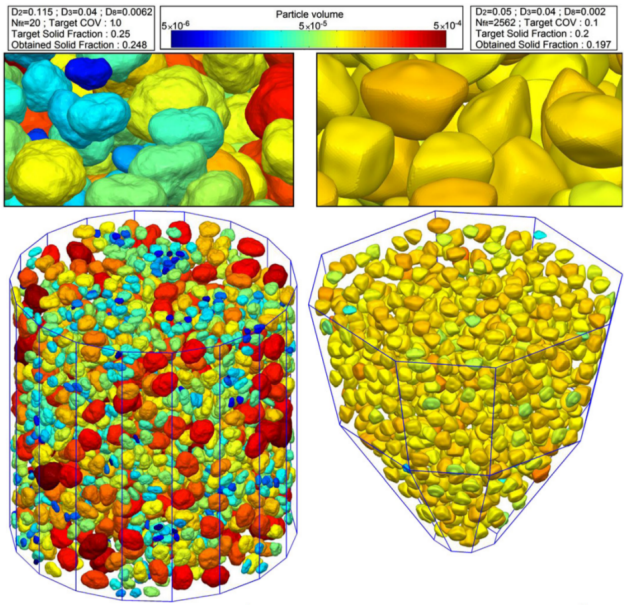


FIGURE 2.54 – Grain cylindrique formé de sphères [Mollon and Zhao, 2014]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Nguyen et al. [Nguyen et al., 2015] ont employé la méthode "Contact Dynamics", et ont discrétisé des grains de forme pentagonale 2D en fragments irréductibles en utilisant une décomposition de Voronoï (figure 2.55). Les fragments interagissent selon une loi cohésive.
La figure 2.56 montre que la contrainte verticale σ_a augmente avec σ_c, et que le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma_c}$ reste presque constant sauf pour les faibles valeurs de σ_c où le frottement joue un rôle plus important que celui de la cohésion.
La figure 2.57 montre que la contrainte de rupture σ_a^{max} diminue quand le nombre de cellules de Voronoï n_v augmente jusqu'à atteindre la valeur $n_v = 100$, au delà de laquelle n_v n'a plus d'effet.

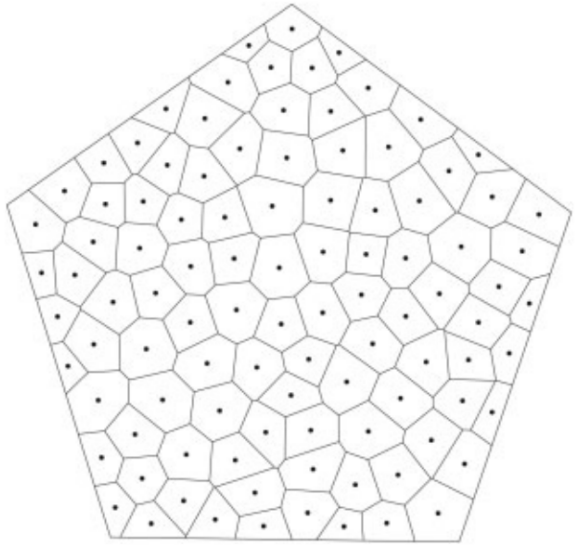


FIGURE 2.55 – Discrétisation d'une particule par des cellules de Voronoï [Nguyen et al., 2015]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

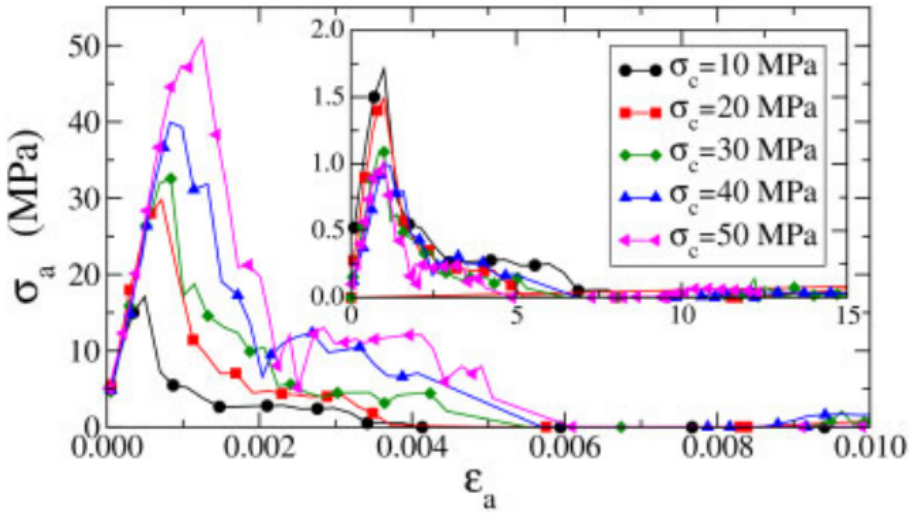


FIGURE 2.56 – Contrainte en fonction de la déformation pour plusieurs valeurs de la contrainte normale de la cohésion σ_c – les mêmes graphes sont normalisés par σ_c dans la fenêtre [Nguyen et al., 2015]

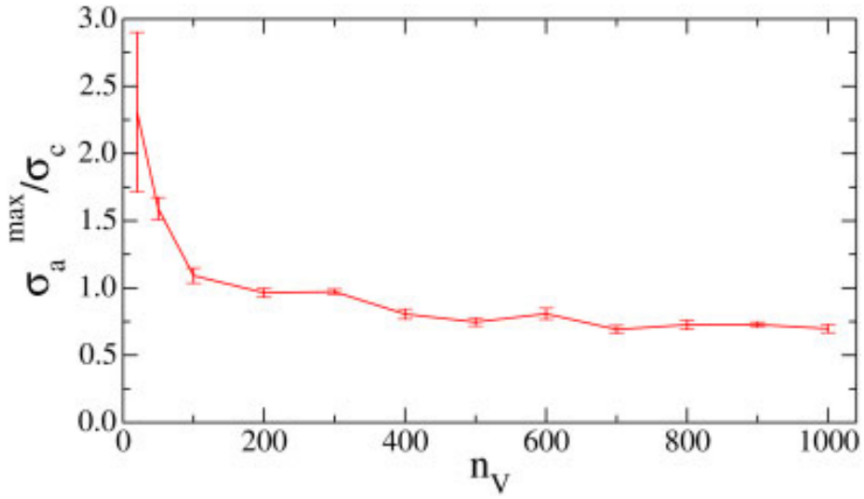


FIGURE 2.57 – Contrainte de traction normalisée par σ_c en fonction du nombre de cellules de Voronoï [Nguyen et al., 2015]

Cantor et al. [Cantor et al., 2016] ont employé une discrétisation de Voronoï tridimensionnelle pour diviser un grain sphérique en particules polyédriques. Les liens cohésives entre les particules suivent le critère de rupture de Tresca. Cantor et al. [Cantor et al., 2016] ont réalisé plusieurs simulations d'écrasement d'un grain (figure 2.59). L'effet de la cohésion normale C_n et tangentielle C_t sur la résistance du grain est testé (figure 2.59). Une augmentation de la résistance du grain est claire quand la valeur de la cohésion augmente.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

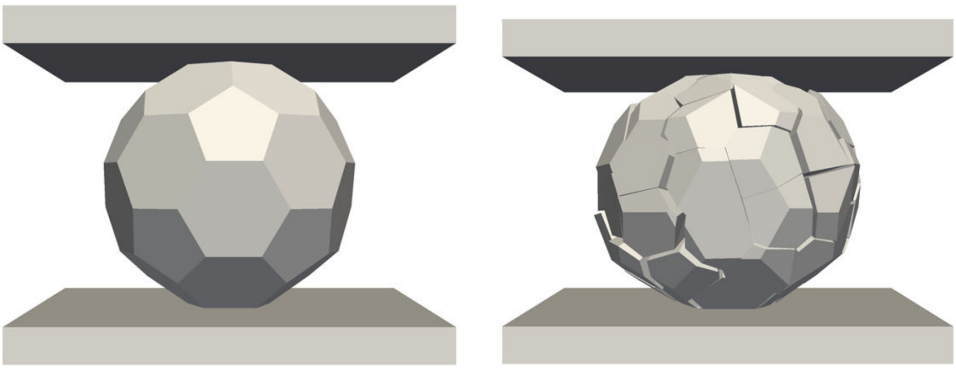


FIGURE 2.58 – Grain créé par Cantor et al. [Cantor et al., 2016] avant et après rupture

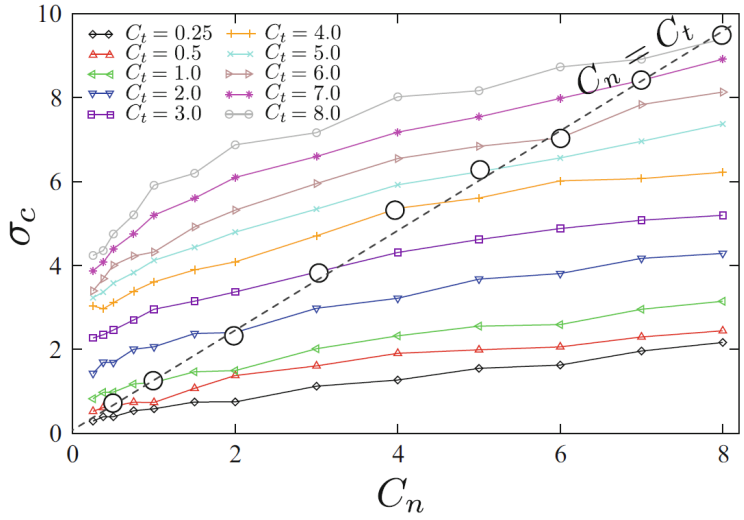


FIGURE 2.59 – Effet de la cohésion sur la résistance des grains [Cantor et al., 2016]

Dans la suite de ces travaux, Cantor et al. [Cantor et al., 2017] simulent des essais œdométriques (figure 2.60) sur des grains cassables en utilisant le modèle de rupture expliqué ci-dessus. Ces simulations ont permis de suivre l'évolution de la granulométrie des fragments au cours de la rupture, et de montrer que la granulométrie tend à rejoindre la courbe de dimension fractale consignée dans la littérature (figure 2.61).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

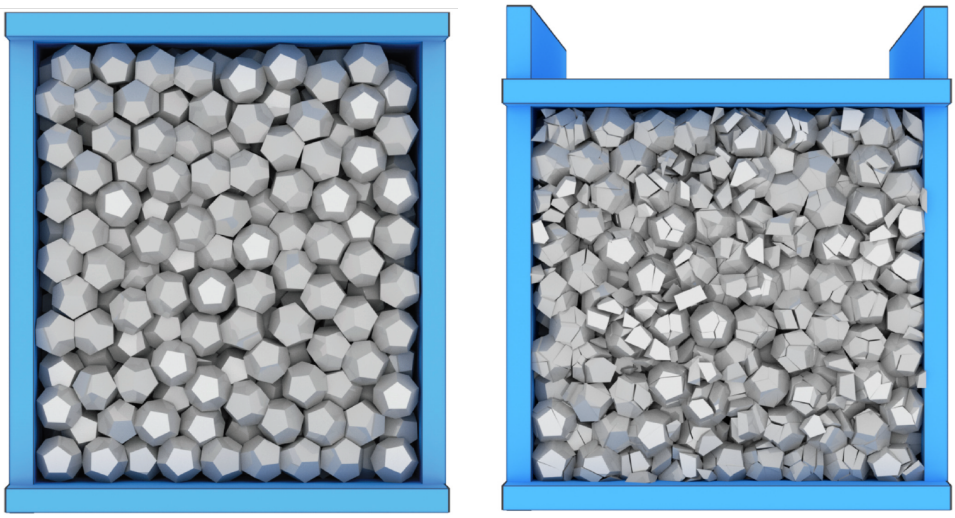


FIGURE 2.60 – Simulation œdométrique sur grains cassables [Cantor et al., 2017]

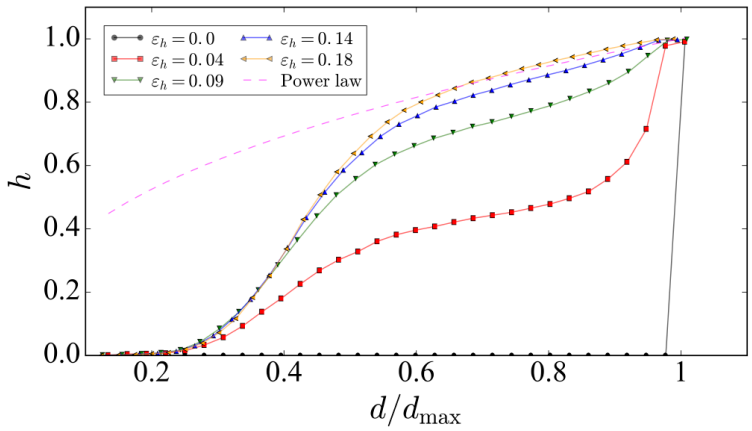


FIGURE 2.61 – Evolution de la granulométrie de l'échantillon au cours de la compression œdométrique [Cantor et al., 2017]

2.3.4 Études énergétiques dans les simulations DEM

Bolton et al. [Bolton et al., 2008] ont simulé un des tests d'écrasement d'un grain et des essais triaxiaux, en utilisant le modèle proposé par Cheng et al. [Cheng et al., 2003] (voir paragraphe 2.3.3). Ils ont suivi l'évolution des énergies lors de les essais d'écrasement de grains. Les liaisons cohésives tangentielle et normale sont considérées comme deux ressorts, de force maximale b et de raideur k. Quand une liaison casse, l'énergie élastique perdue par rupture est considérée égale à $\delta B = \frac{b^2}{k}$.
Un amortissement artificiel égal à une partie des forces hors-équilibre est appliqué pour réduire l'énergie cinétique résultante des rupture. En réalité, cette énergie est rapidement convertie en chaleur par frottement. Bolton et al. ont considéré la variation de quatre composantes de travail et d'énergie lors des simulations :

- δW : travail apporté par les conditions limites
- δS : variation de l'énergie stockée comme énergie de déformation élastique au contact

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

- δB : énergie perdue par endommagement du matériau, dans ce cas sous forme de rupture de liaisons
- δF : énergie perdue par frottement et amortissement à cause du réarrangement des particules

avec :

$$\delta W = \delta S + \delta B + \delta F \tag{2.31}$$

δB et δF sont toujours positives par définition, et peuvent être combinées sous un même terme comme dissipation $\delta D = \delta B + \delta F$. On obtient alors :

$$\delta W = \delta S + \delta D \tag{2.32}$$

Après un certain réarrangement, la réponse élastique montre une augmentation parallèle de W^* (travail conditions limites cumulé) et S^* (énergie élastique stockée cumulée), typique d'un matériau élastique.
Comme le montre la figure 2.62, à la contrainte maximale, une faible énergie B^* (énergie dissipée par rupture de liaisons cumulée égale à l'aire gris foncé de la figure) est libérée, tandis que F^* (énergie dissipée par réarrangement cumulée égale à l'aire gris clair de la figure) augmente à cause du frottement aux contacts rompus.
Une étude quantitative de ces variations d'énergies montre qu'avant la rupture $S^* = 75\%W^*$, $B^* = 3\%W^*$ et $F^* = 22\%W^*$. Après rupture, $B^* = 10\%W^*$ et $F^* = 90\%W^*$.
L'endommagement B^* joue alors le rôle de déclencheur, en créant de nouveaux degrés de liberté, et est par suite responsable d'une grande partie de la dissipation par frottement F^* qui suit.

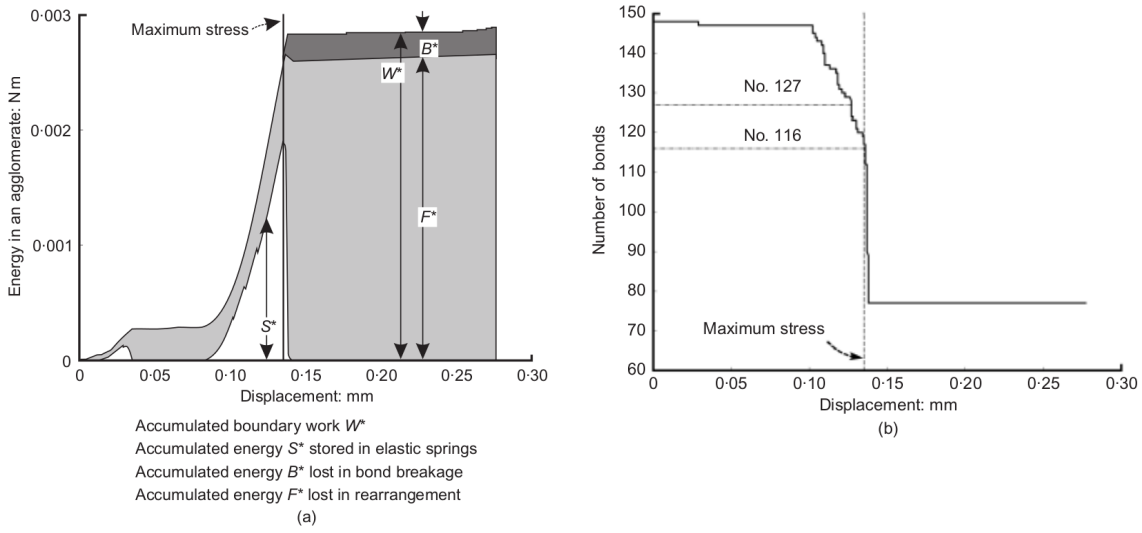


FIGURE 2.62 – Processus d'écrasement d'un grain : a) travail aux limites et composantes d'énergie, b) nombre de liaisons cohésives restantes [Bolton et al., 2008]

Dans les essais triaxiaux, l'énergie δS a été simplement calculée comme la somme des énergies stockées au contact (ressorts élastiques).
De même, δW a été calculée (travail du chargement externe), et par suite la dissipation δD déduite.
δB a été déduite en comparant l'essai avec rupture de grains à un essai où les liaisons ne

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

peuvent pas rompre.
Comme le montre la figure 2.63, ils ont pu remarqué que $\frac{\delta B}{p}$ ne constitue qu'une petite partie de la dissipation totale $\frac{\delta B}{p}$ ($\sim$ 15%). Par contre, cette énergie libérée par la rupture des grains joue un rôle principal en mobilisant les forces de frottements permettant la dissipation δD par réarrangement.

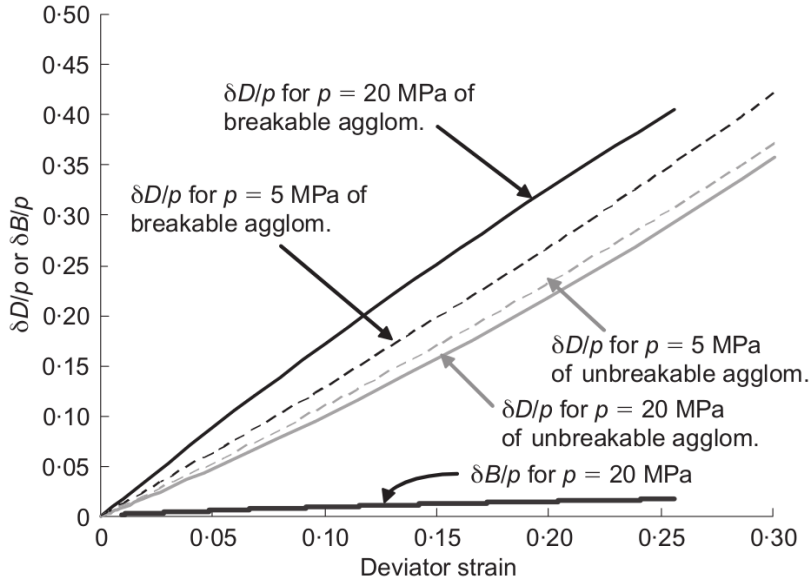


FIGURE 2.63 – Travail plastique en fonction de la déformation déviatorique [Bolton et al., 2008]

Wang et Yan [Wang and Yan, 2012] ont modélisé les grains sous formes d'assemblages sphériques de petites sphères liées par des liens cohésifs. Un pourcentage de sphères élémentaires a été supprimés de façon aléatoire pour simuler la présence de défauts (modèle proposé par Cheng et al. [Cheng et al., 2003]). La figure 2.64 montre l'échantillon de grains soumis à une compression isotrope jusqu'à l'équilibre, puis à un cisaillement plan.
Le bilan énergétique à chaque instant de l'essai est :

$$dW + dW_g = dE_s + dE_b + dE_f + dE_k + dE_d \tag{2.33}$$

avec W le travail externe dû au chargement, W_g le travail de la gravité (nul dans cette étude), E_s l'énergie élastique aux contacts, E_b l'énergie de liaison emmagasinée dans les liens cohésifs ou énergie de rupture, E_f l'énergie dissipée par frottement, E_k l'énergie cinétique et E_d l'énergie dissipée par amortissement.
La figure 2.65 montre la variation des incréments d'énergie mises en jeu dans l'équation 2.33. Les caractéristiques des différents échantillons sont les suivantes :

- échantillon a : échantillon dense ($e_0 = 0.6$), 10% des sphères sont supprimées de chaque grain, et une contrainte de confinement de 200 kPa est appliquée
- échantillon b : échantillon dense ($e_0 = 0.6$), 10% des sphères sont supprimées de chaque grain, et une contrainte de confinement de 600 kPa est appliquée
- échantillon c : échantillon dense ($e_0 = 0.6$), 20% des sphères sont supprimées de chaque grain, et une contrainte de confinement de 1200 kPa est appliquée
- échantillon d : échantillon lâche ($e_0 = 0.8$), 10% des sphères sont supprimées de chaque grain, et une contrainte de confinement de 600 kPa est appliquée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Wang et Yan ont trouvé que pour une déformation verticale supérieure à 5%, l'incrément du travail externe dW est égal à l'incrément de la dissipation plastique d'énergie : énergie de rupture dE_b, énergie de frottement dE_f et énergie d'amortissement dE_d ; avec l'énergie de rupture dE_b étant faible par rapport aux deux autres.
Cela veut dire qu'à 5% de déformation verticale, le système développe une disposition de grains capable de dissiper le travail externe par frottement et par amortissement. Le rôle de la rupture qui dissipe peu d'énergie est de permettre une plus grande liberté de réarrangement des grains, ce qui à son tour permet d'éviter une localisation du cisaillement et de favoriser la dissipation par frottement.

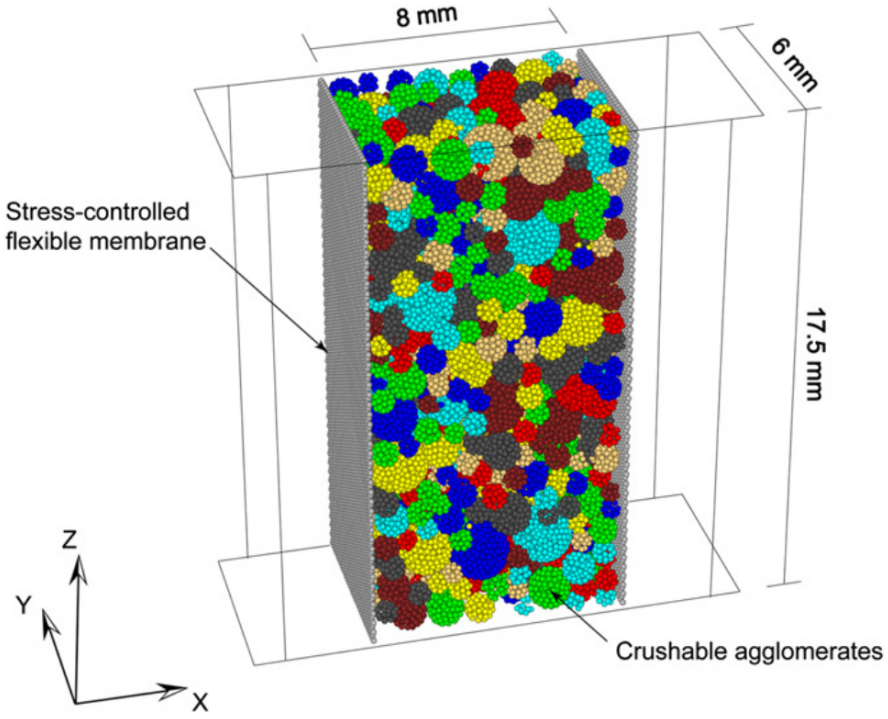


FIGURE 2.64 – Échantillon de grains cassables [Wang and Yan, 2012]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

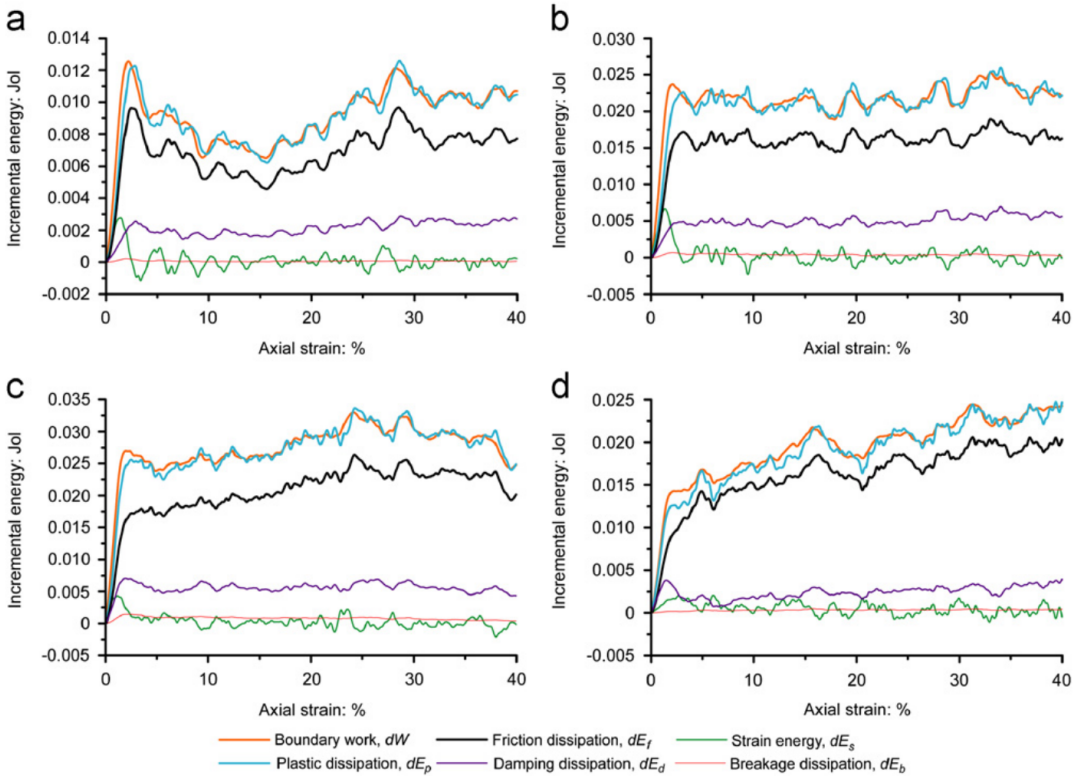


FIGURE 2.65 – Les incréments des différentes énergies en fonction de la déformation verticale pour les échantillons a, b, c et d de caractéristiques différentes [Wang and Yan, 2012]

Nguyen et al. [Nguyen et al., 2016] ont étudié la relation entre l'énergie cinétique et le travail du second ordre via des simulations numériques en éléments discrets. En effet, selon Hill [Hill, 1958], un système est considéré instable si une petite perturbation en chargement peut mener à une déformation qui continue sans aucun apport d'énergie externe. La rupture effective d'un matériau granulaire se manifeste par une transition d'un régime quasi-statique vers un régime dynamique et est liée à une explosion d'énergie cinétique [Nicot et al., 2012].
Du point de vue théorique, en prenant en compte la loi de conservation d'énergie dans les milieux mécaniques continus exprimée en formalisme lagrangien et dérivée par rapport au temps [Nicot et al., 2007, Nicot and Darve, 2007, Nicot et al., 2007], l'évolution de l'énergie cinétique peut s'écrire comme suit :

$$\ddot{E}_c = I_2 + W_2^{ext} + W_2^{int} \tag{2.34}$$

avec $\ddot{E}_c$ la dérivée seconde par rapport au temps de l'énergie cinétique, I_2 un terme inertiel égal à la moyenne quadratique de l'accélération (terme toujours positif), W_2^{ext} appelé travail de second ordre externe dépendant du déplacement et des forces externes, et W_2^{int} appelé travail du second ordre interne lié au comportement constitutif du matériau.
Des simulations triaxiales employant des grains de formes sphériques ont été réalisées par Nguyen et al. [Nguyen et al., 2016]. Le calcul des travaux de second ordre ainsi que le suivi de l'énergie cinétique ont permis de valider l'équation 2.34 comme le montre la figure 2.66. L'interprétation physique du critère de rupture est le suivant : quand le

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

travail de second ordre interne W_2^{int}, exprimant les efforts internes de l'échantillon, n'est plus capable d'équilibrer le travail de second ordre externe W_2^{ext}, dépendant du chargement externe, une explosion de l'énergie cinétique se produit, menant à la rupture du matériau.

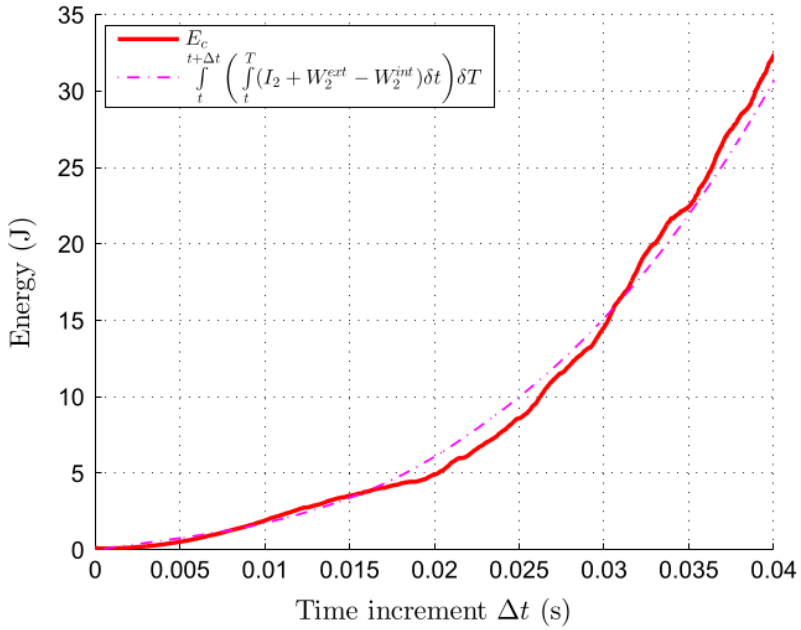


FIGURE 2.66 – Validation de la relation entre l'énergie cinétique et le travail de second ordre (équation 2.34) via une simulation d'un essai triaxial [Nguyen et al., 2016]

2.4 Conclusion

Un matériau en enrochement est un matériau granulaire grossier caractérisé par la rupture de grains. Il est également caractérisé par la géométrie et la résistance des grains qui présentent un effet d'échelle : la résistance des grains diminue quand leur dimension augmente. Les essais expérimentaux sont difficiles et coûteux à réaliser surtout quand il s'agit de grains de grandes dimensions. C'est pourquoi, un intérêt est porté sur les simulations numériques permettant d'étudier le comportement de ce type de matériaux en évitant les difficultés techniques liées à la grande taille des dispositifs expérimentaux nécessaires.
Vu la nature discontinue des enrochements et du phénomène de rupture des grains, la méthode des éléments discrets est la mieux adaptée pour modéliser ces matériaux. Plusieurs modèles de rupture sont proposés dans la littérature. Ces modèles peuvent être divisés en deux catégories : les modèles de remplacement de grains, et les modèles d'assemblages de particules élémentaires.
Ces modèles ont permis d'étudier l'effet de la rupture et des différents paramètres sur le comportement du matériau sous divers chargements. Mais le plus souvent, ces modèles ont recours à des sphères pour modéliser les grains, ce qui masque l'effet de la forme complexe des grains et de leur angularité.
Ainsi, le but de cette thèse est de pouvoir étudier le comportement et l'effet des différents paramètres des matériaux granulaires exhibant une rupture de grains, en utilisant un modèle qui prend en compte la forme complexe des grains dans l'espace tridimensionnel.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 3

Méthode numérique et génération du grain

3.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de décrire la méthode numérique choisie dans cette thèse, les raisons pour lesquelles elle a été choisie, et les avantages qu'elle présente. La méthode Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD) implémentée dans le logiciel LMGC^{90} est présentée de façon générale. Les différentes lois de contacts et de comportement aux interfaces employées dans les calculs numériques sont expliquées : la loi de contact de Signorini, la loi Coulomb de frottement sec et la loi cohésive suivant le critère de rupture Mohr-Coulomb.
Les détails de la méthode de détection de contact sont explorés. La méthode choisie est celle du plan séparateur proposée par Cundall 1988 [Cundall, 1988] et utilisée pour détecter les contacts entre les différents polyèdres de forme quelconque.
Ensuite, la première étape de l'étude est développée. Il s'agit de générer des grains sous forme de polyèdres, avec la possibilité de modifier la géométrie pour obtenir des formes complexes, qui sont discrétisés en des particules liées par des liens cohésifs, afin de pouvoir simuler la rupture. Les grains générés sont utilisés ensuite dans des simulations en utilisant la méthode NSCD.

3.2 Méthode des éléments discrets – NSCD

La méthode des éléments discrets décrit un système à l'échelle micromécanique. On s'intéresse à l'étude du comportement d'un matériau granulaire à l'échelle micromécanique pour pouvoir étudier l'initiation des fissures et leur évolution qui mène à son tour à la rupture des grains, phénomène caractéristique du comportement du matériau concerné par ce travail de recherche. Pour cela, la méthode des éléments discrets est choisie. Cette méthode a été proposée par Cundall [Cundall and Strack, 1979, Cundall, 2013]. Elle est adaptée à des problèmes avec un grand nombre de discontinuités. Dans cette méthode, chaque particule est modélisée comme un corps individuel. Les calculs des fores d'interaction aux contacts et des vitesses des corps permettent d'estimer le mouvement et les efforts entre les grains.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Méthode Non-Smooth Contact Dynamics

Cette partie est inspirée par les travaux de Silvani 2007 [Silvani, 2007] et Taforel 2012 [Taforel, 2012]. Parmi les différentes méthode d'éléments discrets disponibles, la méthode dite Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD) est choisie pour les calculs numériques qui suivent. Cette méthode a été initiée et développée par Moreau et Jean [Moreau, 1988, Jean and Moreau, 1992, Jean, 1995, Jean, 1999]. Elle utilise des lois d'interaction non régulières et intègre l'équation de la dynamique de façon implicite, contrairement aux méthodes classiques basées sur le caractère régulier des lois d'interaction et qui utilisent des schémas d'intégration explicite telle la méthode Molecular Dynamics.
L'enjeu de la méthode NSCD est de décrire le comportement global d'une collection d'objets en analysant la dynamique propre de chaque objet et en tenant compte des interactions entre les objets eux-mêmes. L'équation de la dynamique s'écrit :

$$\mathbb{M}\ddot{q}(t) = \mathbb{Q}(q, \dot{q}, t) + \mathbb{P}(t) + r \tag{3.1}$$

avec q, $\dot{q}$ et $\ddot{q}$ la position, la vitesse, et l'accélération d'une particule respectivement, $\mathbb{M}$ la matrice de masse, $\mathbb{Q}$ le terme exprimant la contribution gyroscopiques et centrifuges, $\mathbb{P}$ les efforts extérieurs en l'absence de contact et r les forces de contacts.
Pour prendre en compte les chocs entre les particules qui peuvent mener à des discontinuités dans le champ de vitesse sous conditions unilatérales, l'équation de la dynamique est exprimée sous forme différentielle :

$$\mathbb{M}d\dot{q} = \mathbb{Q}(q, \dot{q}, t)dt + \mathbb{P}(t)dt + rdv \tag{3.2}$$

où dt est une mesure de Lebesgue, dv est une mesure réelle positive. La contribution locale des impulsions de contact est exprimée par la densité d'impulsion de contact r. Les travaux de Moreau [Moreau, 1988] offrent plus de détails concernant le cadre mathématique permettant d'écrire le système différentiel.
Le problème est étudié à deux échelles, à l'échelle globale où les équations du mouvement des objets sont exprimées à l'aide de variables dites cinématiques ; et à l'échelle locale où les interactions sont décrites par des variables dites de contact. Le passage entre ces deux échelles globale et locale nécessaire à la résolution du problème, s'effectue à l'aide des opérateurs linéaires $\mathbb{H}(q)$ et ${}^T\mathbb{H}(q)$, construits suite à des considérations cinématiques et de dualité (q : déplacement du corps) et qui permettent de relier l'ensemble des vitesses relatives au contact $\mathcal{V}$ et l'ensemble des vitesses des corps V, ou encore la résultante des efforts de contact R à partir des impulsions aux contacts $\mathcal{R}$:

$$\mathbb{H}(q) : (\mathcal{R}^\alpha) \rightarrow R = \sum_\alpha \mathbb{H}^\alpha(q)\mathcal{R}^\alpha$$

$${}^T\mathbb{H}(q) : V \quad \rightarrow (\mathcal{V}^\alpha) = \sum_\alpha {}^T\mathbb{H}^\alpha(q)V$$

V		$\leftarrow$	Équations de la dynamique	$\rightarrow$		R	Échelle globale
$\downarrow$	${}^T\mathbb{H}(q)$			$\uparrow$	$\mathbb{H}(q)$		
$\mathcal{V}^\alpha$		$\leftarrow$	Lois de contact	$\rightarrow$		$\mathcal{R}^\alpha$	Échelle locale

La résolution du problème consiste à détecter les contacts. Ensuite le problème de contact est résolu en déterminant les forces aux contacts, et enfin le mouvement des corps est calculé.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

3.3 Gestion du contact

Le problème à résoudre est un problème multi-contacts. Pour étudier ce qui se passe à l'échelle d'un contact, un cas simple de contact binaire (entre deux objets) est étudié (figure 3.1).
La gestion du contact entre deux corps est basée sur une approche candidat/antagoniste. À tout instant au cours de l'évolution du système, on suppose qu'il est possible de définir des couples de points (A) et (C) portés respectivement par les corps antagoniste et candidat. Un repère local (t, n, s) au contact est aussi défini. La normale de ce repère pointe vers le corps candidat, et correspond à la normale au plan tangent à la surface antagoniste défini par le couple (t, s).
La façon la plus intuitive pour prédire l'existence des contacts est de faire un calcul de l'interstice g (distance séparant les corps candidat et antagoniste) entre toutes les paires d'objets possibles. Mais cette approche est peu réaliste car elle nécessite n^2 calculs au moins pour une collection de n objets, nombre qui peut augmenter largement pour des géométries complexes.

3.3.1 Lois de contact

3.3.1.1 Contact unilatéral de Signorini

La loi de contact utilisée est la loi unilatérale de Signorini. Cette loi ne permet pas l'interpénétration entre les corps : un corps candidat ne peut pas traverser la frontière d'un corps antagoniste. Ceci est traduit par le fait que l'interstice g doit rester positif ou nul ($g \geq 0$), et la réaction normale $\mathcal{R}_n$ est positive ou nulle. Plus précisément, lorsqu'il y a contact, $\mathcal{R}_n \geq 0$, en l'absence de contact $g > 0$ (figure 3.2) :

$$g \geq 0;\ \mathcal{R}_n \geq 0; \quad g \cdot \mathcal{R}_n = 0 \tag{3.3}$$

Cette formulation en déplacement peut être également traduite en vitesse :

$$\begin{cases} \text{si } g > 0,\ \mathcal{R}_n = 0,\ \mathcal{V}_n \text{ quelconque} \\ \text{si } g = 0,\ \mathcal{V}_n \geq 0,\ \mathcal{R}_n \geq 0,\ \mathcal{V}_n \cdot \mathcal{R}_n = 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

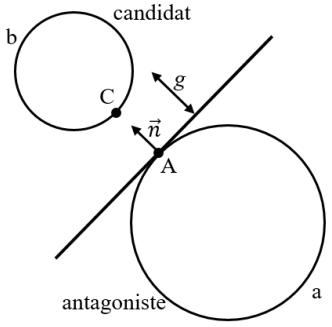


FIGURE 3.1 – Contact binaire entre deux corps candidat et antagoniste

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

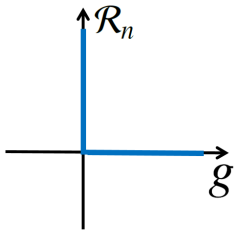


FIGURE 3.2 – Contact unilatéral de Signorini

3.3.1.2 Loi de choc

Dans le cas d'interaction entre corps rigides, la condition de Signorini ne porte aucun renseignement sur le comportement des corps suite à un choc. Pour cette raison, une loi de choc est introduite afin de décrire les vitesses de restitution de Newton, qui relie les vitesses relatives avant $\mathcal{V}^-$ et après $\mathcal{V}^+$ le choc en utilisant la relation $\mathcal{V}^+ = e\mathcal{V}^-$ avec e le coefficient de restitution.
Le cas élastique correspond à $e = 1$, et $e = 0$ correspond à un choc complètement amorti. À noter que dans le cas des évolutions quasi-statiques le coefficient de restitution e a très peu d'influence.

3.3.1.3 Loi de frottement de Coulomb

La loi de frottement de Coulomb est la loi appliquée dans le cas d'un contact sec sans cohésion. Cette loi relie la réaction tangentielle $\mathcal{R}_t$ (ou la force de frottement) à la vitesse de glissement $\mathcal{V}_t$. C'est une loi à seuil : la force motrice doit dépasser une valeur seuil pour déclencher le mouvement. Elle peut s'écrire de la façon suivante (figure 3.3) :

$$\begin{cases} \|\mathcal{R}_t\| \leq \mu\mathcal{R}_n \\ \text{si } \mathcal{V}_t > 0,\ \mathcal{R}_t = -\mu\mathcal{R}_n \dfrac{\mathcal{V}_t}{\|\mathcal{V}_t\|} \\ \text{si } \mathcal{V}_t < 0,\ \mathcal{R}_t = \mu\mathcal{R}_n \dfrac{\mathcal{V}_t}{\|\mathcal{V}_t\|} \end{cases} \tag{3.5}$$

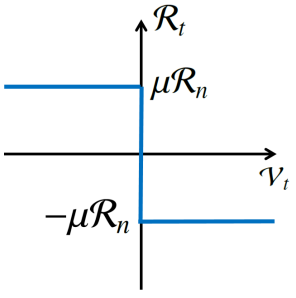


FIGURE 3.3 – Contact frottant de Coulomb

3.3.1.4 Loi cohésive suivant le critère de Mohr-Coulomb

Afin d'introduire une cohésion aux interfaces des contacts, la loi cohésive suivant le critère de Mohr-Coulomb est utilisée. Cette loi diffère des lois précédentes car elle agit

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

en contrainte et non pas en force. La liaison cohésive reste intacte tant que la contrainte tangentielle σ_t respecte la condition suivante (figure 3.4) :

$$\sigma_t \leq \sigma_n \cdot \frac{c_t}{c_n} + c_t \tag{3.6}$$

avec σ_n la contrainte normale au contact (positive en compression), c_n la cohésion normale du critère Mohr-Coulomb, et c_t la contrainte tangentielle. En considérant le coefficient de frottement propre à la loi $\mu_{MC} = \frac{c_t}{c_n}$, la relation 3.6 devient :

$$\sigma_t < \sigma_n \cdot \mu_{MC} + c_t \tag{3.7}$$

Quand la condition n'est plus vérifiée, le lien cohésif est rompu et le contact devient un contact frottant sec du type coulomb. La figure 3.5 montre la condition de Signorini avec cohésion.

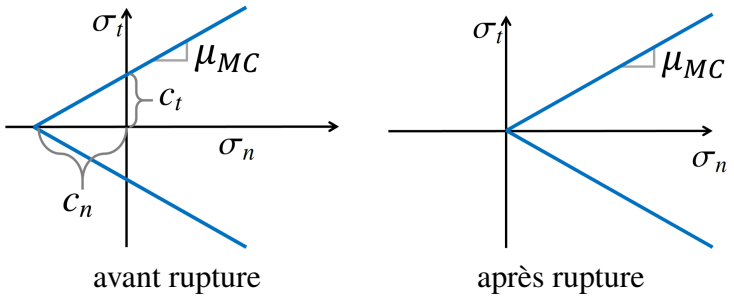


FIGURE 3.4 – Loi cohésive suivant le critère de Mohr-Coulomb avant et après la rupture du lien cohésif

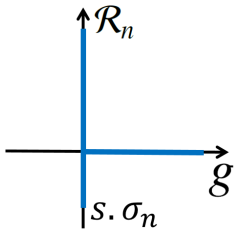


FIGURE 3.5 – Condition de Signorini dans le cas cohésif

3.4 Résolution numérique

Le développement de la partie résolution numérique est basé sur les travaux de Silvani 2007 [Silvani, 2007] et Taforel 2012 [Taforel, 2012]. La résolution du problème se fait en plusieurs étapes :

- Lecture et initialisation
- Calcul de la matrice des itérations $\mathbb{M}$ (cas linéaire)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

- Boucle en temps :
  - Calcul de la vitesse libre V_{free}
  - Calcul de la configuration de détection q_m
  - Détection du contact
  - Résolution du problème de contact (*Non-Linear Gauss-Seidel* (NLGS))
  - Calcul de la vitesse $V_{i+1} = V_{free} + \mathbb{M}^{-1}$
  - Mise à jour des coordonnées généralisées

avec V_{free} la vitesse libre qu'aura eu un corps en considérant l'absence de toute interaction de contact, et I la matrice unité.
Le paragraphe suivant sera consacré à l'explication de l'étape la plus coûteuse : la résolution du problème de contact.

3.4.1 Algorithme NLGS

La résolution du problème de contact repose sur le calcul de l'opérateur de Delassus $\mathbb{W}^{\alpha\beta} = {}^T\mathbb{H}^{\alpha}(q_m)\mathbb{M}^{-1}\mathbb{H}^{\beta}(q_m)$ pour un contact $\alpha - \beta$ donné, et de l'évaluation du terme $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free} = \mathcal{V}^{\alpha}_{free} + \sum_{\alpha\neq\beta}\mathbb{W}^{\alpha\beta}\mathcal{I}^{\beta}$;
avec $\mathcal{V}^{\alpha} = {}^T\mathbb{H}^{\alpha}(q_m)V$ et $I = \sum_{\beta}\mathbb{H}^{\beta}(q_m)\mathcal{I}^{\beta}$.
Tout d'abord, la stratégie générale est présentée :
Calcul de l'opérateur de Delassus
- $k = k + 1$itérations NLGS
  - Résolution du problème local pour chaque contact α :
    - (a) calcul du terme $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free}$
    - (b) résolution du contact $\alpha\,(\mathcal{I}^{\alpha}, \mathcal{V}^{\alpha})$
  - Tests de convergence pour $k = 1 \ldots k_{max}$

Le résumé du schéma de résolution du problème est proposé ci-dessous :
- Boucle sur le temps $i = i + 1$
- Evaluation des positions $q(i)$
- Calcul des vitesses libres $V_{free}(i)$
- Détection des contacts :
  - détermination des repères locaux
  - détermination des opérateurs de passage $\mathbb{H}$ et ${}^T\mathbb{H}$
- Itérations de Gauss-Seidel : $k = k + 1$
  - Résolution du problème de contact frottant
  - Boucles sur les contacts $\alpha = \alpha + 1$
  - Résolution du problème local : $(\mathcal{V}^{\alpha}, \mathcal{R}^{\alpha})$
  - Test de convergence
- Actualisation des positions $q(i)$ et des vitesses $\mathcal{V}(i)$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Calcul du terme $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free}$

Le terme $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free}$ dépend de la vitesse libre $\mathcal{V}_{free}$ et du terme auxiliaire dû au contact $\alpha - \beta$. Le calcul de la vitesse libre est obtenu par multiplication de l'intégrale des forces extérieures et intérieures (θ-méthode) par l'inverse de la pseudo matrice de masse $\mathbb{M}$. Par contre, plusieurs méthodes sont disponibles pour l'évaluation du terme auxiliaire. Deux stratégies sont expliquées par la suite :

— stratégie *Exchange Local Global (ELG)* :
Le terme auxiliaire $\sum_{\alpha\neq\beta} \mathbb{W}^{\alpha\beta}\mathcal{I}^{\beta}$ exprime la contribution en vitesse des contacts $\beta \neq \alpha$ au point de contact α. Ce terme est estimé en introduisant une réaction auxiliaire $R_{aux} = \sum_{\beta\neq\alpha} \mathbb{H}^{\beta}(q_m)\mathcal{I}^{\beta}$, en calculant la vitesse auxiliaire $V_{aux} = \mathbb{M}^{-1}R_{aux}$ et en remontant cette vitesse au contact $\mathcal{V}^{\alpha}_{aux} = {}^{T}\mathbb{H}^{\alpha}(q_m)V_{aux}$. L'implémentation de la résolution est la suivante :
Pour chaque contact α (itération de $(k+1)$ Gauss-Seidel) :

$$\begin{cases} \text{Identification des corps en contact } (\alpha = jl) \\ \text{Calcul de la vitesse au contact auxiliaire} \\ \mathcal{V}^{\alpha}_{aux} = {}^{T}\mathbb{H}^{\alpha}(q_m)\mathbb{M}^{-1}I_k \\ \\ \mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free} = \mathcal{V}^{\alpha}_{free} + \mathcal{V}^{\alpha}_{aux} - \mathbb{W}^{\alpha\alpha}\mathcal{I}^{\alpha}_{k} \\ \\ \text{Résolution du contact } \alpha\,(\mathcal{I}^{\alpha}_{k+1}) \\ \\ \text{Mise à jour des résultantes des corps } j \text{ et } l \text{ en contact } (\alpha = jl) \end{cases}$$

— stratégie *Stored Delassus Loop (SDL)* :
Une autre stratégie pour calculer $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free}$ consiste à considérer les impulsions de contacts $\mathcal{I}^{\beta}_{k+1}$ déjà évaluées dans l'itération de Gauss-Seidel courante, et celles estimées lors de l'itération précédente $\mathcal{I}^{\beta}_{k}$. Dans ce cas, l'algorithme de résolution est le suivant :
Pour chaque contact α (itération de $(k+1)$ Gauss-Seidel) :

$$\begin{cases} \mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free} = \mathcal{V}^{\alpha}_{free} + \sum_{\beta<\alpha} \mathbb{W}^{\alpha\beta}\mathcal{I}^{\beta}_{k+1} + \sum_{\beta>\alpha} \mathbb{W}^{\alpha\beta}\mathcal{I}^{\beta}_{k} \\ \\ \text{Résolution du contact } \alpha\,(\mathcal{I}^{\alpha}_{k+1}) \end{cases}$$

Connaissant ainsi $\mathcal{V}^{\alpha}_{LOC\,free}$, il est possible de résoudre le problème pour le contact α. Le processus est appliqué pour tous les contacts du système afin de calculer les impulsions, et il est réitéré jusqu'à atteindre la convergence.

3.4.2 Convergence

Comme toute stratégie de résolution itérative, la définition d'un critère de convergence est nécessaire pour décider sur l'arrêt des itérations. Parmi les plusieurs méthodes disponibles, le critère de convergence doit être choisi pour que la solution soit suffisamment précise pour avoir un sens, mais en évitant d'avoir un critère très sévère qui peut mener à des calculs très coûteux en matière de temps.
Les critères présentés sont introduits par Jean 1999 [Jean, 1999] et ont un aspect énergé-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

tique. À chaque itération du solveur Gauss-Seidel, la solution $(\mathcal{R}, \mathcal{V})$ calculée ne vérifie pas les équations de la dynamique puisque les calculs sont effectués avec des valeurs provisoires des réactions locales. Afin de calculer l'écart de la solution qui sera évalué pour décider de la convergence, une solution de référence $(\hat{\mathcal{R}}^\alpha, \hat{\mathcal{V}}^\alpha)$ pour un contact α est définie, avec $\hat{\mathcal{R}}^\alpha$ la solution de l'itération précédente. Les grandeurs suivantes proposées par Cambou et Jean 2001 [Cambou and Jean, 2001] peuvent être calculées :

$$w_{reac} = \sum_\alpha \left(\frac{1}{2} \mathbb{H}^{\alpha\alpha} h_i \mathcal{R}^\alpha \cdot h_i \mathcal{R}^\alpha + \frac{1}{2} \mathbb{H}^{\alpha\alpha} h_i \hat{\mathcal{R}}^\alpha \cdot h_i \hat{\mathcal{R}}^\alpha \right) \tag{3.8}$$

$$w_{mean} = \frac{1}{N_{actif}} w_{reac} \tag{3.9}$$

$$v_{tlonm} = \frac{1}{w_{mean}} \frac{1}{N_{actif}} \sum_\alpha \left(\mathcal{V}^\alpha - \hat{\mathcal{V}}^\alpha \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \left(h_i \mathcal{R}^\alpha + h_i \hat{\mathcal{R}}^\alpha \right) \right) \tag{3.10}$$

$$v_{tlonq} = \frac{1}{w_{mean}} \left(\frac{1}{N_{actif}} \left(\sum_\alpha \left\| \mathcal{V}^\alpha - \hat{\mathcal{V}}^\alpha \right\|^2 \left\| \frac{1}{2} \left(h_i \mathcal{R}^\alpha + h_i \hat{\mathcal{R}}^\alpha \right) \right\|^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.11}$$

avec w_{reac} l'énergie de référence due aux réactions, w_{mean} l'énergie de référence moyenne imputée aux réactions, v_{tlonm} et v_{tlonq} les violations moyenne et quadratique respectivement, N_{actif} le nombre de contacts transmettant une force non nulle. La violation moyenne permet d'estimer la pénétration dans la direction de la réaction. Cet indicateur permet de vérifier si la tolérance choisie n'est pas accaparée par la pénétration.
Ces critères permettent d'évaluer la précision de la solution obtenue. La vérification peut être réalisée contact par contact, soit par paquet de N contacts. Les choix possibles de type de norme dans LMGC^{90} sont les suivantes :

— 'Quad' :
c'est une norme de type quadratique où une moyenne est calculée sur tous les types de contact. L'inconvénient de cette méthode est l'effet de compensation possible que peut avoir les contacts bien calculés par rapport aux contacts calculés avec un grand écart, alors des contacts peuvent avoir une mauvaise convergence mais avec une convergence globale satisfaite.

— 'QM/16' :
c'est une norme qui calcule la moyenne par des paquets de 16 points, impose donc une convergence plus stricte.

— 'Maxm' :
c'est une norme qui teste la convergence de chaque point de contact. C'est la norme qui donne la plus grande précision, mais le nombre d'itérations risque d'augmenter pour satisfaire la convergence de chaque point, augmentant ainsi les temps de calcul.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

3.5 Non unicité de la solution et régularisation

Les stratégies de modélisation employées pour résoudre le problème doivent aboutir à une description représentative des phénomènes simulés. La méthode NSCD est une méthode de calcul implicite qui permet d'obtenir comme résultat une solution au problème multi-contact parmi un ensemble de solutions mathématiquement admissibles, et satisfaisant les conditions de résolution proposées par la méthode, malgré le fait qu'une solution unique est possible physiquement. Taforel [Taforel, 2012] a proposé deux exemples simples pour mettre en évidence cette indétermination. Un premier exemple est le cas d'un disque rigide coincé entre deux murs, un mur vertical et l'autre incliné de 60°, avec un contact frottant sec entre le disque et les murs (figure 3.6). Le disque est soumis à son poids propre, et aux deux réactions des murs incluses dans les cônes de Coulomb, représentés sur la figure 3.6 en orange et en bleu.
D'après le théorème du moment résultant statique, pour satisfaire les conditions de stabilité, les droites d'action des trois forces se coupent en un même point P. Dans l'exemple proposé, le point P appartient au segment $]I,J[$, donc une infinité de solutions peut être définie.
Ce problème d'indétermination s'étend au cas des polyèdres en 3D. Des contacts surfaciques parmi d'autres (voir suite du chapitre) peuvent apparaître entre les polyèdres. Dans le formalisme NSCD, les contacts surfaciques sont discrétisés en des points de contacts. Pour étudier l'indétermination, Taforel [Taforel, 2012] considère un cas simple d'un bloc parallélépipédique posé sur un plan horizontal, soumis uniquement à son poids propre d'intensité $4mg$. La surface de contact est ramenée à 4 points de contacts. Une première solution au problème d'équilibre est celle qui répartit la pression uniformément sur les 4 points de contacts sans considérer les composantes des réactions dues aux frottements (figure 3.7.a). Même si cette solution répond aux critères physiques, d'autres solutions mathématiquement correctes sont également possibles, avec des réactions appartenant aux cônes de Coulomb (figure 3.7.b). La figure 3.7 (c,d et e) montre les autres configurations admissibles mathématiquement.
Afin de résoudre ce problème de non unicité de solution, une régularisation est nécessaire. Une régularisation a été intégrée dans le logiciel LMGC^{90} au cours de la thèse. Elle est appliquée sous forme d'une élasticité au contact en ajoutant :

- une forte raideur k_n $(N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2})$ permettant une faible interpénétration au contact suivant la direction normale
- une viscosité k_t $(N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2})$ appliquée sur la vitesse de glissement suivant la direction tangentielle

Cela permet d'introduire des degrés de liberté supplémentaires assurant l'unicité de la solution des distributions des forces pour une même résultante au contact entre deux corps quand le contact est définit par plus qu'un seul nœud (contact linéaire ou surfacique).
L'introduction de la régularisation ne cherche pas à représenter un phénomène physique, donc les paramètres de régularisation n'ont pas un sens physique, mais sont par contre choisis de façon à avoir la moindre influence possible sur la dynamique du système.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

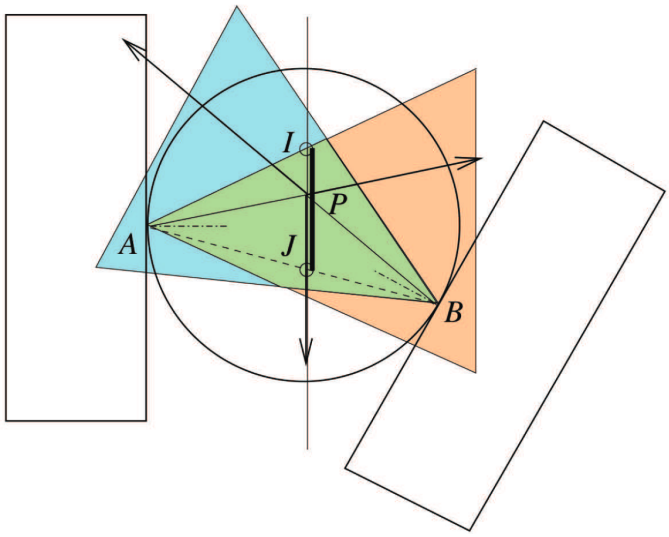


FIGURE 3.6 – Le cas d'un disque rigide entre deux murs montrant la non unicité de solution de l'équilibre statique [Taforel, 2012]

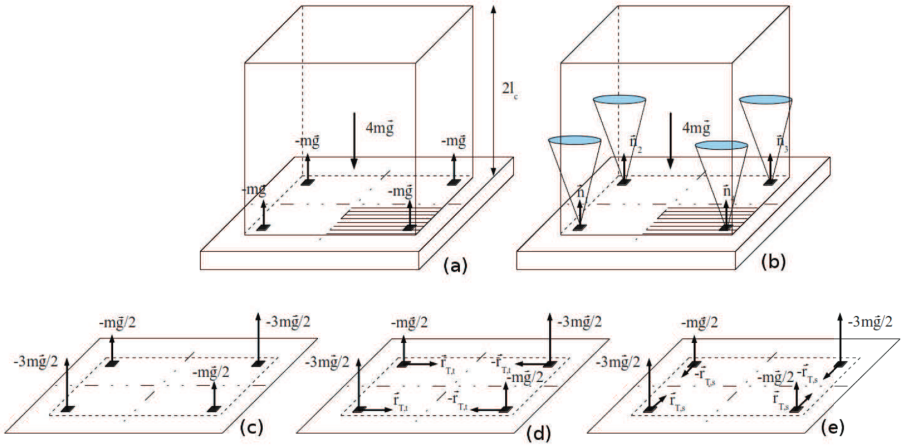


FIGURE 3.7 – Problème d'indétermination dans le cas d'un polyèdre, a) solution classique, b) cônes de Coulomb, c,d,e) solutions possibles mathématiquement [Taforel, 2012]

3.6 Génération d'un grain

3.6.1 Génération d'un grain polygonal 2D

Un script de génération d'un grain a été conçu, en première étape en deux dimensions pour créer des polygones de forme quelconque. Le principe est de fixer le centre du polygone, et en utilisant les coordonnées polaires, placer les sommets du polygones à des distances r_i du centre à des intervalles $\Delta\theta$ égaux ; avec r_i comprises entre deux valeurs minimale r_{min} et maximale r_{max}. Par suite, les paramètres d'entrée nécessaires à l'exécution du script sont :

- la dimension r_{max}

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

- un rapport de dimensions qui est égal à $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ et qui permet de calculer r_{min}

- le nombre de sommets n_s qui permet de calculer $\Delta\theta$

La figure 3.8 permet de visualiser la procédure de génération du polygone. Le polygone fermé est formé des sommets liés par des segments. La figure 3.9 montre un échantillon de 30 grains polygonaux générés aléatoirement.

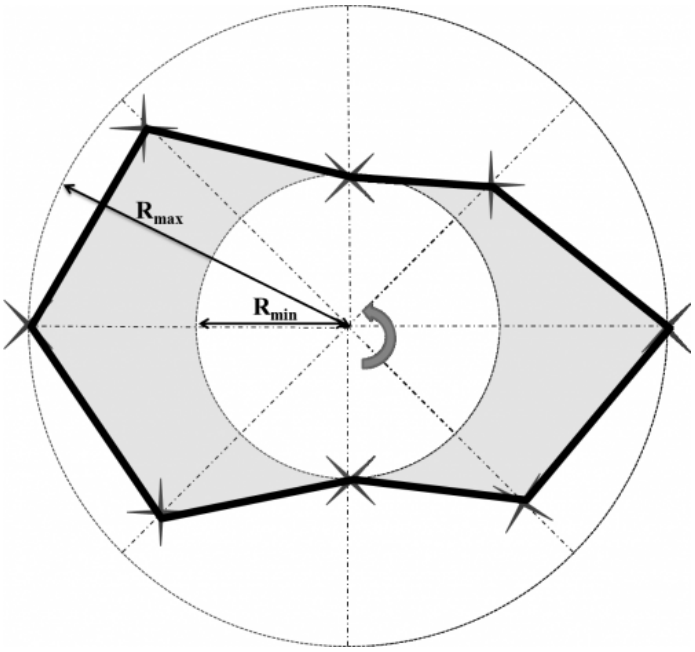


FIGURE 3.8 – Paramètres et algorithme de génération de grains polygonaux

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

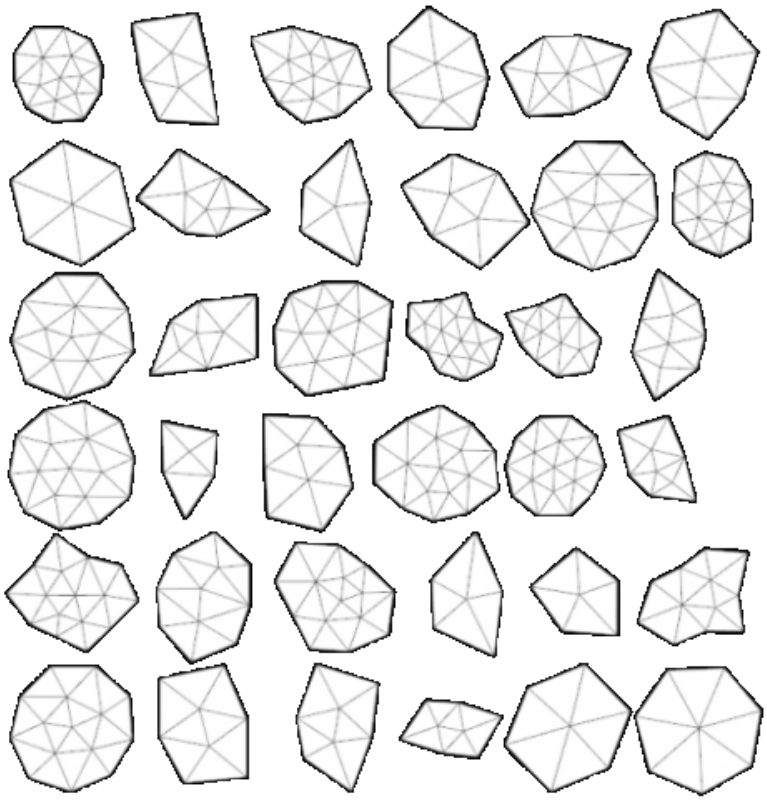


FIGURE 3.9 – Échantillon de 30 grains polygonaux 2D générés aléatoirement

3.6.2 Génération d'un grain polyédrique 3D

Le même principe est appliqué en 3D afin de générer des polyèdres de formes complexes [Nader et al., 2017c, Nader et al., 2017a, Nader et al., 2017b]. Pour prendre en compte la troisième dimension, les sommets sont placés dans un demi-plan vertical à des distances r_i tel que $r_{min} \leq r_i \leq r_{max}$ du centre du polyèdre. Les paramètres d'entrée nécessaires à l'exécution du script en 3D sont :

- la dimension r_{max}
- le rapport de dimensions qui est égal à $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ et qui permet de calculer r_{min}
- le nombre de sommets n_s dans chaque demi-plan
- le nombre de demi-plans verticaux n_p.

La figure 3.10 schématise la procédure de génération du grain, et la figure 3.11 montre un échantillon de 30 polyèdres générés aléatoirement. Le choix des paramètres définit le type de grains générés : grains uniformes, convexes/concaves, plus ou moins allongés, plus ou moins anguleux, ...
À noter que dans les simulations qui suivront, uniquement des grains convexes sont utilisés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

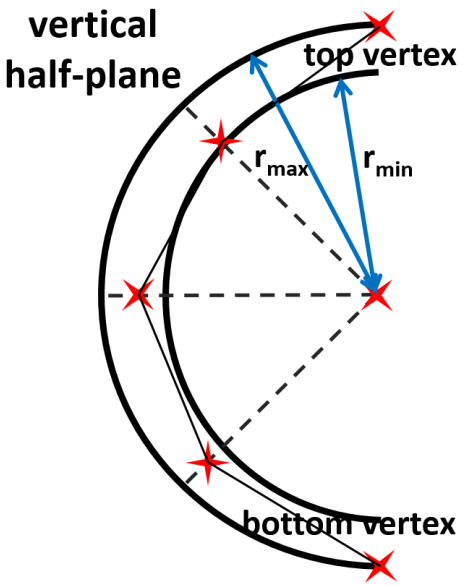


FIGURE 3.10 – Paramètres et algorithme de génération de grains polyédriques

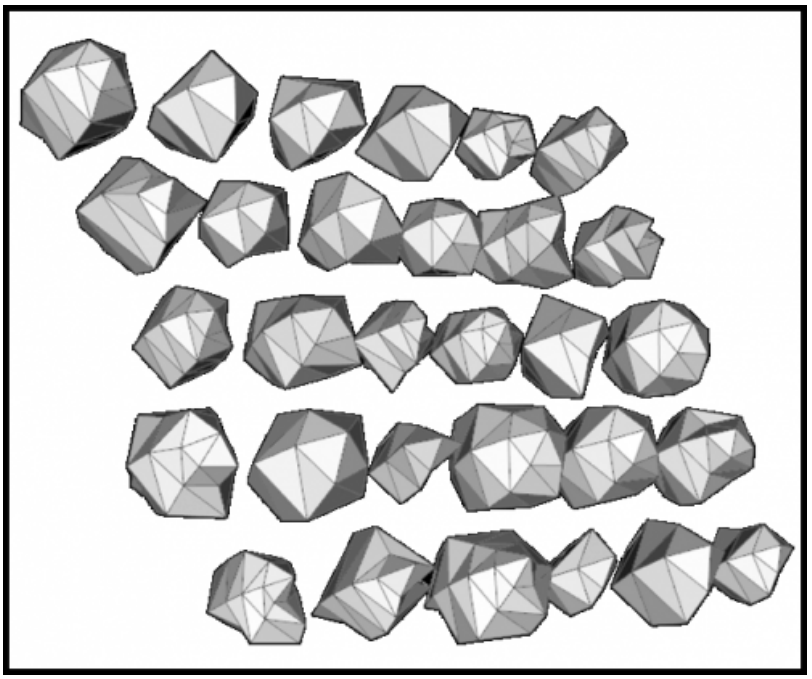


FIGURE 3.11 – Échantillon de 30 grains polyédriques 3D générés aléatoirement

Le choix du terme "rapport de dimension" a pour but de distinguer ce paramètre, propre à la méthode de génération de grains utilisée égal au rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, du paramètre de forme élongation (*aspect ratio*) employé fréquemment dans la littérature pour exprimer le rapport entre la dimension maximale et minimale d'un grain suivant 3 directions orthogonales de l'espace 3D.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

En effet r_{max} et r_{min} expriment respectivement les distances maximale et minimale entre le centre et les sommets du grain, donc la dimension maximale du grain est toujours égale à $2 \times r_{max}$, mais cette relation n'est pas toujours vraie pour la dimension minimale.
Les grains de la figure 3.12 sont deux grains avec $n_p = 3$ pour le grain a et $n_p = 4$ pour le grain b. Le grain a a une dimension minimale égale à $2 \times r_{min}$ tandis que le grain b a une dimension minimale inférieure à $2 \times r_{min}$.

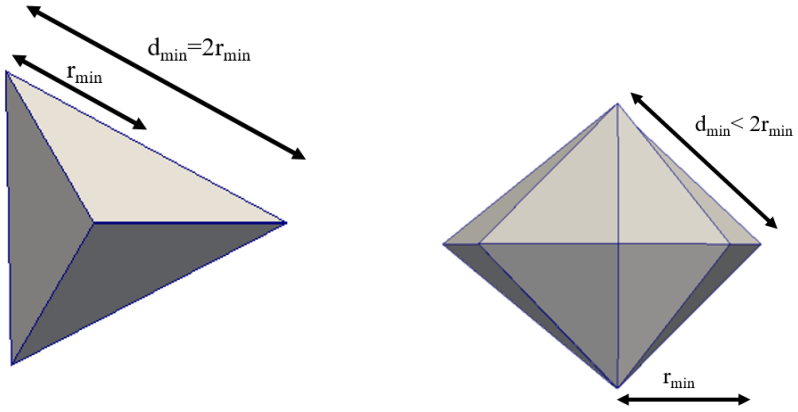


FIGURE 3.12 – Vue de dessus de deux grains ayant un nombre de demi-plans verticaux n_p égal à 3 (grain a) et 4 (grain b)

3.6.3 Discrétisation du grain

Après la génération du grain, le mailleur open-source Gmsh est utilisé pour mailler le grain en tétraèdres élémentaires. Ces tétraèdres sont ensuite importés individuellement dans LMGC^{90} en tant que corps indépendants. Ils sont ensuite liés par des liens cohésifs suivant le critère Mohr-Coulomb pour former un grain polyédrique cassable. Pour la suite, les tétraèdres élémentaires seront nommés particules (figure 3.13). Pour pouvoir caractériser les grains après division en tétraèdres, les dimensions des arêtes des particules tétraédriques ainsi que la surface cohésive des interfaces à l'intérieur du grain sont calculées (figure 3.14).
Les définitions suivantes sont posées :

— dimension moyenne : somme des dimensions des arêtes divisée par le nombre d'arêtes

$$\text{dimension moyenne} = \sum \frac{\text{dimension arête}}{\text{nombre d'arêtes}} \tag{3.12}$$

— surface cohésive moyenne : surface cohésive totale divisée par le nombre d'interfaces en contact cohésif

$$\text{surface cohésive moyenne} = \sum \frac{\text{surface cohésive}}{\text{nombre d'interfaces}} \tag{3.13}$$

L'écart type de la distribution des dimensions et des surfaces est aussi calculer pour pouvoir quantifier la dispersion des dimensions des particules élémentaires.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

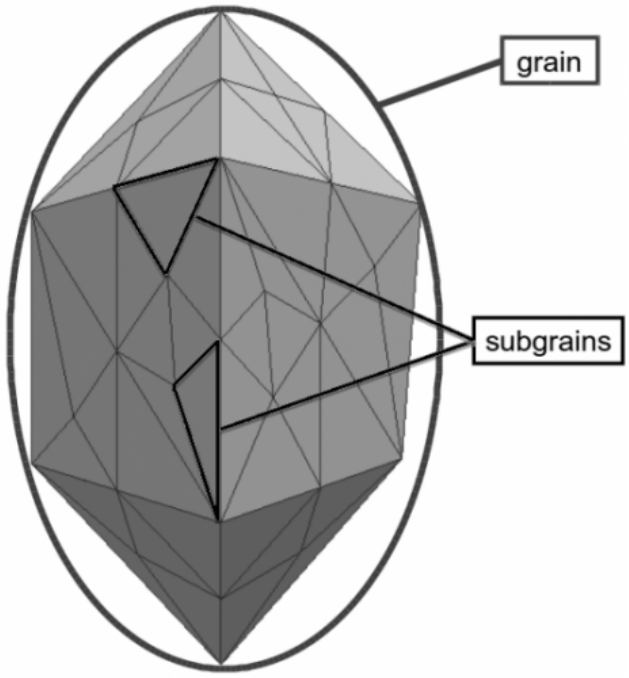


FIGURE 3.13 – Grain divisé en particules élémentaires tétraédriques

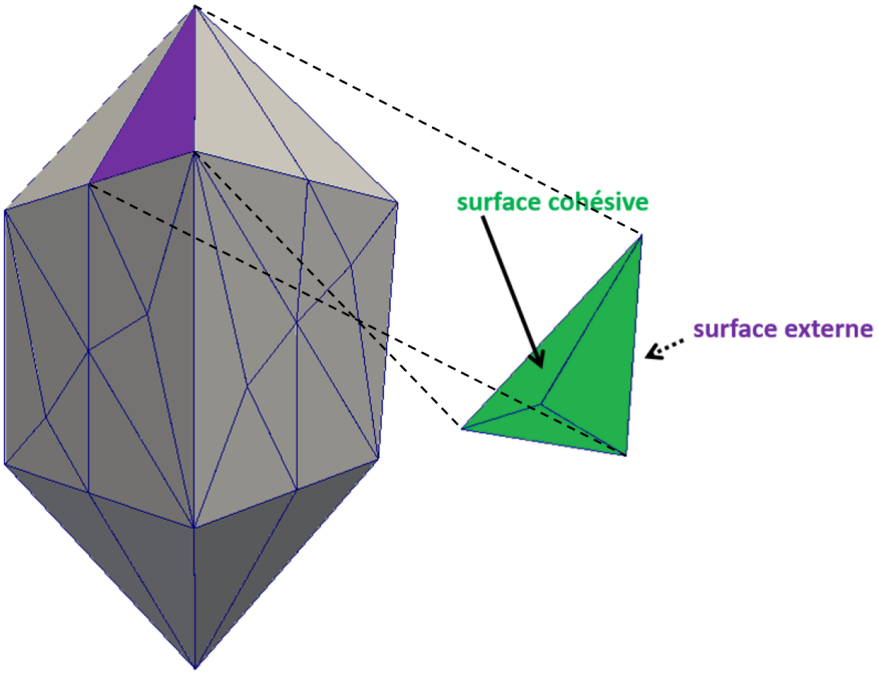


FIGURE 3.14 – Surfaces cohésives et surfaces externes – calcul de la surface moyenne

Serveur de calcul

Toutes les simulations numériques sont réalisé sur le pôle de calcul P2CHPD (Pôle de Compétence en Calcul Haute Performance Dédié) hébergé par l'Université Lyon 1.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Il s'agit d'un serveur dell C8820 avec 64Go de mémoire, bi Sockets (processeur intel sandybridge, 8 coeurs de calcul, 2,6 GHz), et un multi-thread sur 16 cœurs de calcul.
Le système d'exploitation est une distribution linux CentOS 6.6.

3.7 Détection du contact

Méthode du plan séparateur

En choisissant de simuler des grains en 3D de forme polyédrique, un simple calcul de la distance entre les centres de deux corps voisins ne permet pas de déterminer si les corps sont en contact, comme est le cas des grains sphériques. Une autre méthode de détection de contact, plus complexe, doit être choisie. Le logiciel LMGC^{90} choisi pour les simulations numériques implémente la méthode du plan séparateur proposée par Cundall 1988 [Cundall, 1988] qui sera utilisée pour la détection de contact entre les grains polyédriques. La méthode consiste à trouver à chaque pas de temps, un plan qui coupe l'espace entre deux corps, candidat et antagoniste, voisins en deux, sans intercepter les corps. Le schéma de détection du contact peut être divisé en trois étapes :

1. Identification du voisinage de chaque corps :
   L'espace tridimensionnel est divisé en cellules parallélépipédiques à section rectangulaires. Une enveloppe pour chaque corps est définie comme étant la plus petite boîte contenant le corps. Si les cellules contenant l'enveloppe du corps candidat interceptent l'enveloppe d'un autre corps antagoniste, ce dernier est considéré comme corps voisin (figure 3.15).
2. Recherche du plan séparateur (figure 3.16) :
   Les corps voisins son identifiés, le plan séparateur est généré entre les corps, et le gap est calculé comme étant la somme des distances entre chaque corps et le plan séparateur.
   Si le gap est nul, alors les deux corps sont en contact.
   Si le gap est positif mais inférieur à une distance seuil appelée distance d'alerte, un contact inactif est établi entre les deux corps, ne reprenant aucun effort, mais qui sera suivi durant les étapes de calcul qui suivent afin que la force d'interaction commence à agir dès que les corps seront en contact.
   Si le gap est supérieur à la distance d'alerte, les corps ne sont pas en contact.
3. Détermination du type de contact
   La dernière étape dans la procédure de détection est l'identification du type de contact. La méthode de plan séparateur permet de distinguer deux types de contact : contact sommet/face et contact arête/arête. En utilisant ces deux types, le type définitif du contact peut être déterminé (figure 3.17) :
   - 3 contacts sommet/face ou plus coïncident ⇒ contact sommet/sommet
   - 2 contacts sommet/face coïncident ⇒ contact sommet/arête
   - 2 contacts arête/arête distincts ⇒ contact arête/face
   - 3 contacts arête/arête ou sommet/face, ou plus ⇒ contact face/face

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

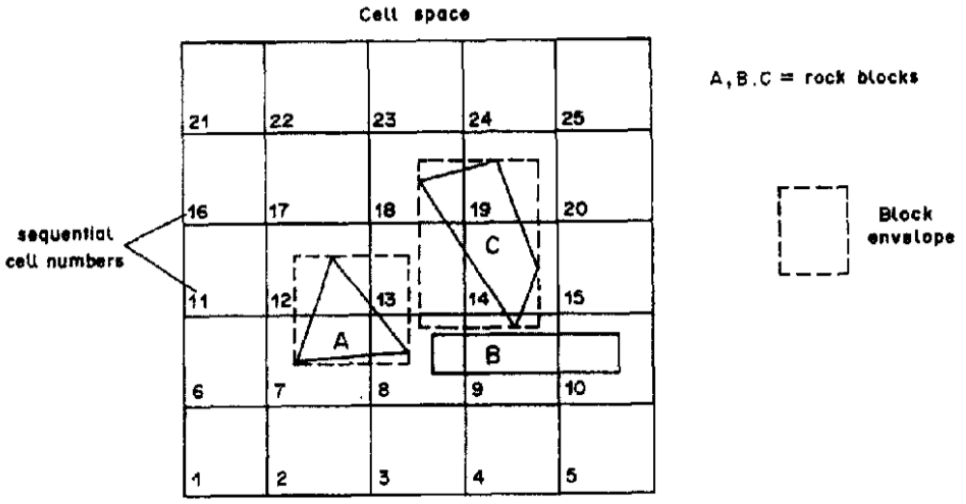


FIGURE 3.15 – Recherche des voisinages des différents grains [Cundall, 1988]

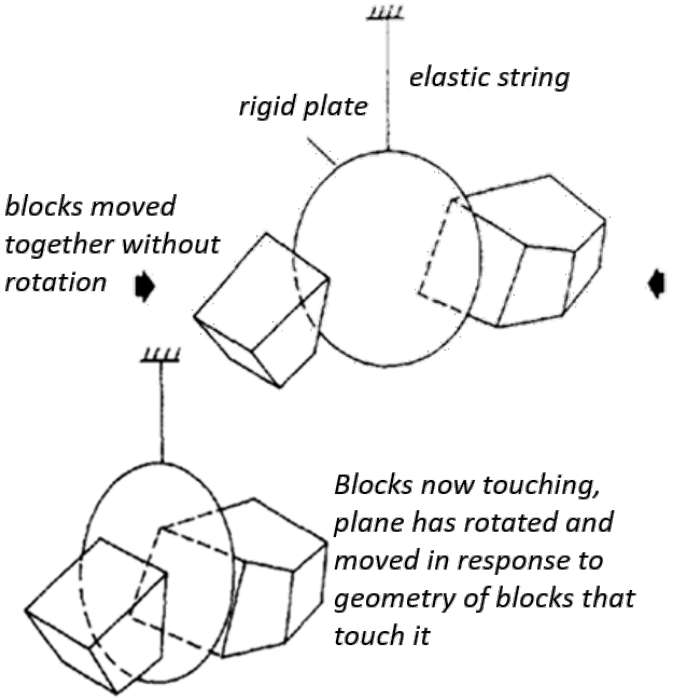


FIGURE 3.16 – Génération du plan séparateur selon Cundall 1988 [Cundall, 1988]

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

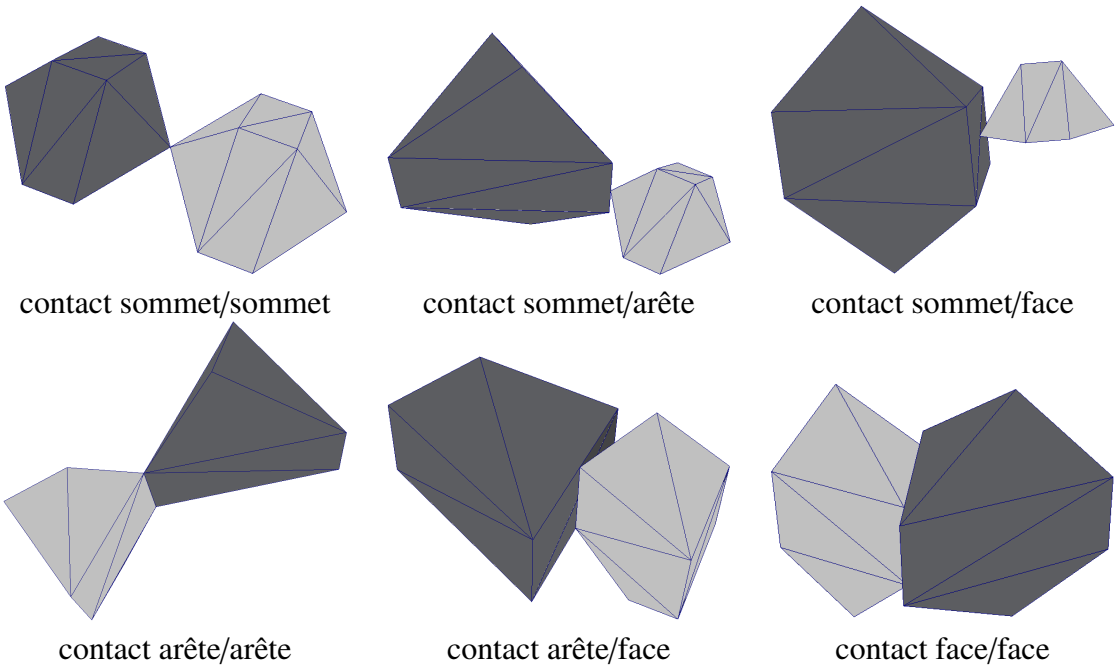


FIGURE 3.17 – Différents types de contacts possibles entre deux grains

3.8 Conclusion

La méthode des éléments discrets, et en particulier la méthode Non-Smooth Contact Dynamics permet de traiter des problèmes renfermant plusieurs corps en contacts frottants ou cohésifs ou même une combinaison des deux.
La résolution du problème a lieu à deux échelles :

- à l'échelle globale, l'équation de la dynamique est résolue en traitant les variables de la réaction R et la vitesse V.
- à l'échelle locale, la résolution des forces aux contacts est réalisée à l 'aide du solveur NLGS. Les variables traitées sont la vitesse relative au contact $\mathcal{V}$ et la réaction locale $\mathcal{R}$.

Cette méthode de résolution permet d'obtenir une solution parmi plusieurs solutions possibles. La régularisation appliquée à cette méthode pour corriger cette indétermination, est expliquée dans ce chapitre.
Ensuite un algorithme de génération de grains est développé dans le cadre de la thèse, et la fonction de chaque paramètre permettant de définir la géométrie du grain est expliquée. L'algorithme est testé pour générer aléatoirement des échantillons de grain, tout d'abord en 2D pour obtenir des grains de forme polygonale, puis en 3D pour obtenir des grains polyédriques.
Les grains sont ensuite divisés en particules tétraédriques rigides, liées par des liens cohésifs suivant le critère Mohr-Coulomb afin d'obtenir des grains qui peuvent casser.
Les grains générés sont introduits dans le logiciel LMGC^{90} pour lancer les simulations numériques. La méthode utilisée pour détecter le contact entre les corps polyédriques dans ce logiciel qui est la méthode du plan séparateur proposée par Cundall 1988 [Cundall, 1988] est expliquée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 4

Écrasement d'un grain

4.1 Introduction

La géométrie des grains d'un matériau granulaire grossier est un facteur principal qui définit la résistance des grains et le comportement du matériau sous différents chargements. En se basant sur cette idée, le choix a été porté sur la réalisation de simulations en utilisant des grains modélisés en trois dimensions de forme polyédrique, dans le but de reproduire le comportement avec la plus grande fidélité possible.
Plusieurs paramètres sont étudiés. En premier lieu, l'effet de la force des liens cohésifs joignant les particules est testé. Ensuite, une étude de l'effet de la dimension du grain est réalisée, dans le but de valider le modèle par rapport à l'effet d'échelle proposé par Griffith 1921 [Griffith, 1921]. Pour cela, plusieurs grains de dimensions variables ont été générés et écrasés, en essayant de conserver la même discrétisation interne pour les différents grains. Ensuite l'étude de l'effet de la configuration interne (maillage) pour une dimension de grain constante est étudiée. Une dernière étude est menée pour étudier l'influence de la configuration de l'essai d'écrasement du grain, en particulier la disposition du grain entre les plaques.

4.2 Simulation de l'écrasement d'un grain

Une première validation du modèle est réalisée avec des simulations numériques d'un essai d'écrasement d'un grain [Nader et al., 2017c, Nader et al., 2017b]. Cet essai consiste à placer un grain entre deux plaques rigides, et appliquer un chargement, en force ou en déplacement imposé, vertical descendant sur la plaque supérieure, en fixant la plaque inférieure. Le chargement continue jusqu'à atteindre la rupture du grain.
Pour simuler cet essai numériquement, un grain polyédrique uniforme a été généré de dimension de 0.04 m (r_{max} = 0.02 m) à 8 sommets (figure 4.1). Le grain est ensuite placé entre deux plaques horizontales. Tous les corps dans la simulation sont considérés rigides, et l'effet de la gravité n'est pas pris en compte.
Une loi cohésive suivant le critère Mohr-Coulomb est appliquée aux interfaces entre les particules du grain. Une vitesse de force verticale descendante $\dot{F}$ (la force augmente linéairement en fonction du temps) est appliquée sur la plaque supérieure et la plaque inférieure est gardée fixe (figure 4.2). Le chargement n'est pas piloté en déplacement vu la nature rigide des corps dans les simulations, donc un chargement en déplacement peut générer

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

des interpénétrations importantes entre les corps.
Les paramètres de régularisation choisis pour toutes les simulations montrées dans ce chapitre, sauf indication contraire, sont $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$. Le temps de calcul varie d'un cas à l'autre en fonction du nombre de corps intervenant dans la simulation. En ce qui concerne les temps de calcul, la durée de la simulation pour une dizaine de corps est de quelques minutes, et peut atteindre environ 5 jours quand le nombre de corps dépasse 600 corps.
Afin de pouvoir analyser les résultats des simulations numériques, la réaction verticale du grain sur la plaque supérieure est suivie. De plus, pour pouvoir déterminer le moment de rupture du grain, le nombre de liaisons cohésives est suivi, et le pourcentage des liaisons cohésives restantes est calculé à chaque pas de temps. La figure 4.3 montre un graphe de résultat type d'une simulation d'écrasement d'un grain. La réaction normale est tracée en fonction de la force appliquée. Il est clair que la courbe croît linéairement pour indiquer que le grain résiste au chargement appliqué, jusqu'à atteindre une valeur maximale après laquelle une chute brusque de la réaction est observée, ce qui indique la rupture du grain.
Pour valider cette analyse, l'évolution du pourcentage de liaisons cohésives restantes en fonction de la force appliquée est tracé sur le même graphe. Au point défini précédemment comme point de rupture, le pourcentage des liaisons cohésives restantes subit une chute brusque. Un nombre important de liaisons cohésives cassent à ce moment de la simulation, ce qui correspond au moment de rupture du grain. À noter que sur ce graphe sont perceptibles des diminutions faibles du pourcentage des liaisons cohésives avant la rupture du grain. Cela est expliqué par le fait que chaque interface cohésive est modélisée par plusieurs nœuds de contact, et les liens cohésifs correspondant à ces nœuds ont la possibilité de casser sans que l'interface cohésive ne soit complètement détruite.
Le point de rupture est déterminé sur le graphe, la force de rupture du grain est déterminée comme étant la réaction (ou la force appliquée) à ce point. Une contrainte de rupture caractéristique peut être calculée à l'aide de la formule proposée par Jaeger 1967 [Jaeger, 1967] :

$$\sigma_r = \frac{F}{d^2} \tag{4.1}$$

avec F la force de rupture du grain, et d sa dimension maximale entre deux sommets.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

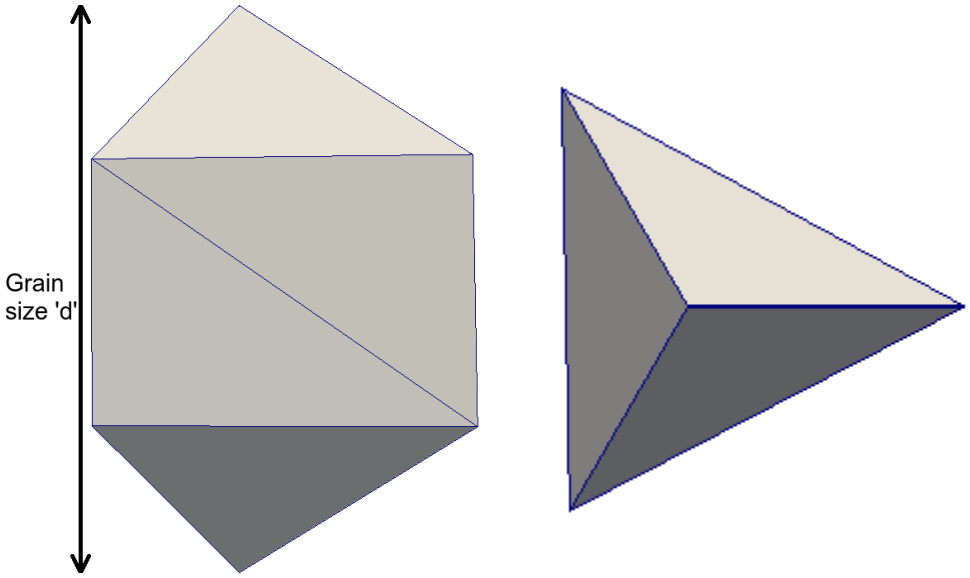


FIGURE 4.1 – Grain type généré pour les simulations d'écrasement

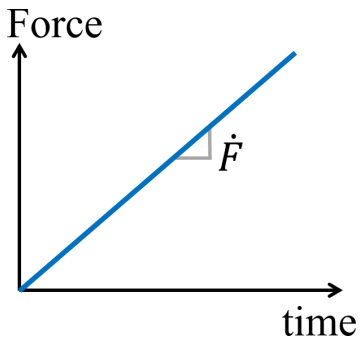


FIGURE 4.2 – Graphe type du chargement appliqué dans les simulations d'écrasement d'un grain

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

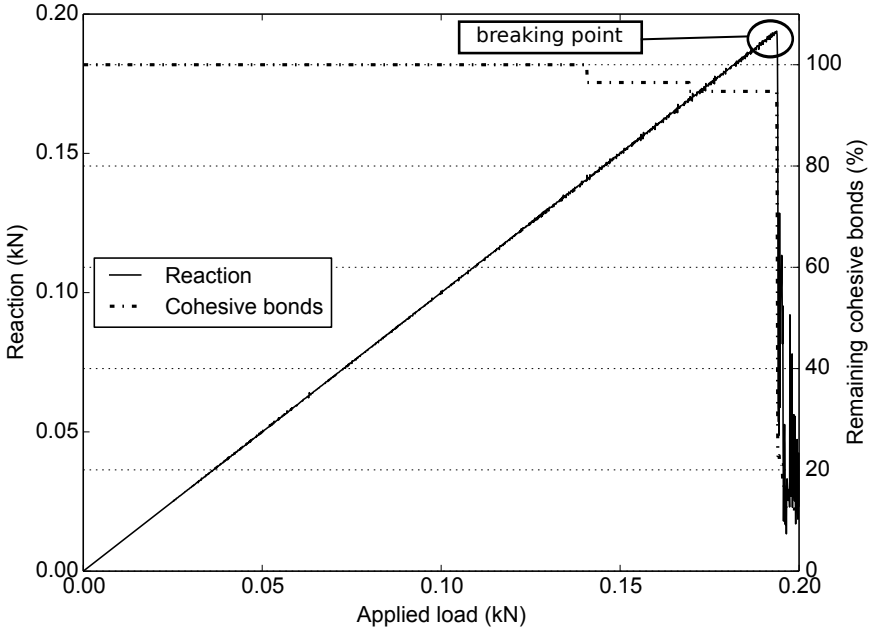


FIGURE 4.3 – Graphe type de l'évolution de la réaction sur la plaque supérieure en fonction de la force appliquée – simulation d'écrasement d'un grain

4.2.1 Effet de la cohésion

L'effet de la cohésion interne du grain (intra-granulaire) qui tient les particules du même grain ensemble est étudié. Cette étude est réalisée en faisant varier la valeur de la cohésion normale interne du grain et par la suite la valeur de la cohésion tangentielle afin de respecter la relation $\mu_{MC} = \frac{c_t}{c_n}$, où le coefficient de frottement du critère de Mohr-Coulomb μ_{MC} a une valeur constante de 0.4, donc les lignes de rupture du critère Mohr-Coulomb subissent des translations quand c_n varie. La valeur de c_n varie entre 1 kPa et 1×10^5 kPa, donc c_t varie entre 0.4 kPa et 4×10^6 kPa.
Pour chaque valeur de la cohésion testée, une série de 15 simulation est réalisée, sur des grains ayant la même dimension maximale de 0.04 m, même ordre de grandeur de la dimension des particules, mais un nombre de sommets différents, cela pour avoir un nuage de points afin de calculer une moyenne et un écart type des grandeurs étudiées.
La figure 4.4 montre la variation de la force de rupture du grain en fonction de la cohésion intra-granulaire normale c_n sur une échelle double logarithmique. Chaque point sur le graphe représente la moyenne des forces de rupture des grains pour une même valeur de c_n, et les barres d'erreurs représentent l'écart type.
Les résultats montrent une augmentation de la valeur de la force de rupture du grain en fonction de la valeur de la cohésion intra-granulaire. Ce résultat attendu montre que le modèle de grain peut être calibré en fonction de résultats expérimentaux, en modifiant la valeur de la cohésion afin d'avoir une résistance de grain modélisé qui correspond au matériau réel étudié.
On remarque pourtant qu'entre les valeurs $c_n = 1 \times 10^4$ kPa et $c_n = 1 \times 10^5$ la force de rupture augmente légèrement. Ce problème provient des limitations numériques du code de calcul avec les paramètres de régularisation et de résolution numérique choisis.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

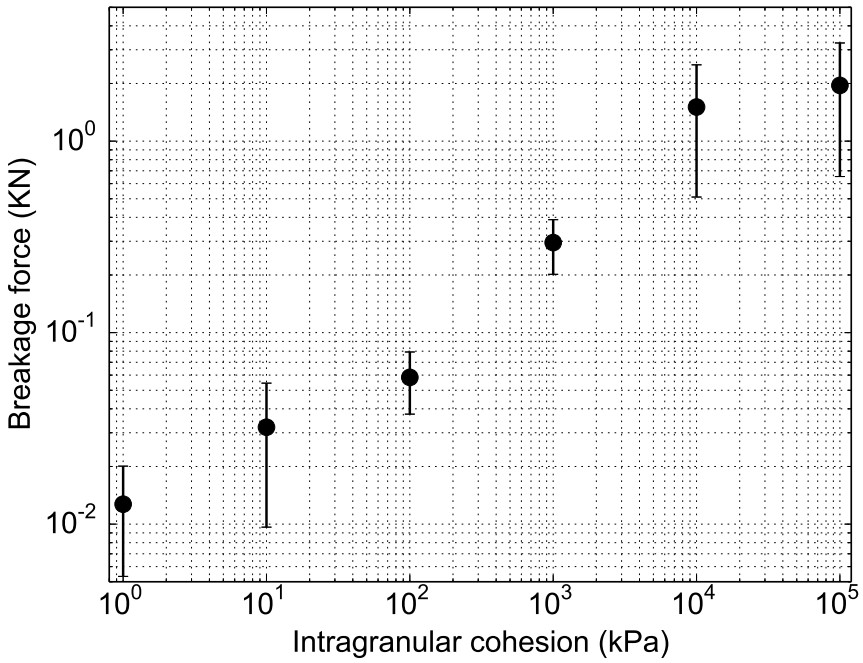


FIGURE 4.4 – Force de rupture du grain en fonction de la cohésion intra-granulaire normale c_n

Les valeurs de la force de rupture obtenues sont des valeurs faibles par rapport aux résultats expérimentaux [Marsal, 1973, Nakata et al., 1999, Lee, 1992] (voir figure 2.6 du chapitre 2). Le modèle numérique avec les différents paramètres sélectionnés ne permet pas d'obtenir des résistances supérieures.
La cohésion $c_n = 10^3$ kPa sera utilisée pour la suite des calculs dans ce chapitre. Le choix a été fait de manière aléatoire pour étudier la sensibilité des autres paramètres : dimension du grain, discrétisation, rapport de dimensions, ...
Les graphiques représentants la force de rupture seront présentés tout de même sans adimensionnement par cette valeur de la cohésion, ni par la valeur du paramètre de régularisation, sachant que ce dernier a une influence sur la force de rupture du grain qui sera présentée dans le paragraphe 5.4.1 du chapitre 5.

4.2.2 Effet de la dimension du grain

La géométrie des grains, en particulier leur dimension, est un facteur essentiel dans les matériaux granulaires grossiers. Comme déjà expliqué dans le paragraphe 2.2.2, quand la dimension du grain augmente, la probabilité de défauts à l'intérieur de ce grain augmente en nombre et en taille. Dans le but de reproduire cet effet, plusieurs grains de dimension variable sont soumis à l'écrasement, et la variation de la résistance est suivie en fonction des différentes géométries.

4.2.2.1 Dimension minimale des particules constante

Le but est d'étudier uniquement l'effet de la dimension du grain, sans avoir un effet de la discrétisation du grain qui varie en fonction de la dimension du grain. En effet, la

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

rupture du grain est le résultat de la rupture des liens cohésifs aux interfaces, alors la résistance d'un grain dépend de la résistance de l'interface la plus faible, donc ayant les plus petites dimensions. Alors une étude paramétrique préliminaire est réalisée, en générant des grains avec une dimension minimale des particules constante pour vérifier si dans ce cas une tendance claire de l'influence de la dimension du grain peut être trouvée. Le tableau 4.1 montre les paramètres des 9 grains générés. Dans cette étude uniquement un grain a été testé pour chaque dimension. La cohésion normale est fixée à $c_n = 10^3$ kPa et $\mu_{MC} = 0.4$.
Le graphe de la figure 4.5 montre une augmentation de la force de rupture du grain en fonction de la dimension maximale du grain, sauf pour les grains a5, a6 et a7 qui montrent une résistance moins importante à la compression. En effet, la rupture du grain est traduite numériquement par la rupture des liens cohésifs entre les particules. Quand la dimension du grain augmente, la surface cohésive à rompre augmente, ce qui mène à l'augmentation de la force nécessaire pour casser le grain. Le cas des grains a5, a6 et a7 peut être justifié par des discrétisations géométriquement particulières qui favorisent la rupture du grain. Ce phénomène sera étudié dans le paragraphe suivant.
Figure 4.6 montre la variation de la contrainte caractéristique de rupture du grain en fonction de la dimension maximale. La contrainte est calculée à l'aide de la formule 4.1. On constate que la contrainte de rupture ne montre pas une tendance claire en fonction de la dimension du grain.

Grain	Dimension du grain (m)	Nombre de particules	dim_{min} des particules (m)	Écart type / dim_{min}
grain a1	0.04	12	1.59×10^{-2}	22.6%
grain a2	0.048	12	1.91×10^{-2}	22.6%
grain a3	0.06	18	1.13×10^{-2}	26.8%
grain a4	0.08	18	1.50×10^{-2}	26.8%
grain a5	0.1	58	1.48×10^{-2}	33.0%
grain a6	0.11	89	1.46×10^{-2}	33.1%
grain a7	0.12	95	1.58×10^{-2}	32.9%
grain a8	0.13	121	1.45×10^{-2}	29.6%
grain a9	0.14	104	1.44×10^{-2}	28.0%

Tableau 4.1 – Paramètres géométriques des grains à dimension minimale des particules constante – effet de la dimension du grain

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

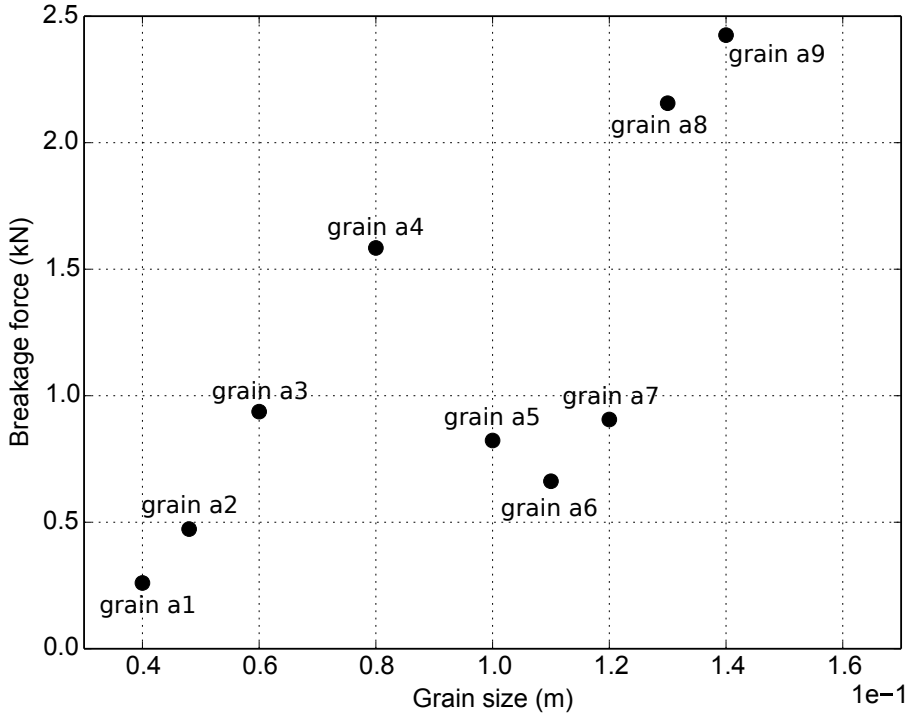


FIGURE 4.5 – Force de rupture du grain en fonction de sa dimension maximale – dimension moyenne des particules constante

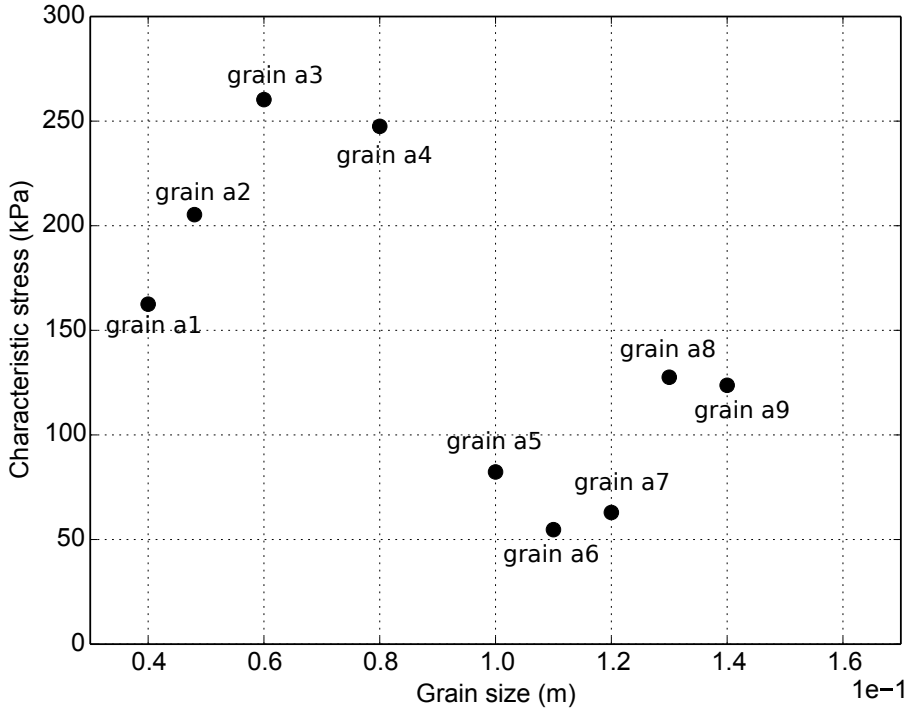


FIGURE 4.6 – Contrainte de rupture du grain en fonction de sa dimension maximale – dimension moyenne des particules constante

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

4.2.2.2 Surface cohésive moyenne constante

L'étude précédente ne valide pas les tendances attendues du modèle par rapport à la théorie physique caractéristique des matériaux granulaires grossiers. Afin d'améliorer l'étude de l'effet de la dimension du grain sur sa résistance à la rupture, une étude supplémentaire est menée en générant des grains ayant une surface cohésive moyenne constante. La cohésion normale est fixée à $c_n = 10^3$ kPa et $\mu_{MC} = 0.4$.
En effet, la résistance du grain dépend de la résistance des interfaces cohésives, et est donc en lien direct avec la surface de ces interfaces, qui est le paramètre géométrique qui intervient directement dans le calcul du critère Mohr-Coulomb. Cette étude nous a paru plus pertinente que la précédente.
Plusieurs grains sont générés, ayant des dimensions maximales variables mais une surface cohésive moyenne constante (voir équation 3.13). Pour chaque dimension de grains, une série de 5 simulations est réalisée sur des grains ayant le même ordre de grandeur de la surface cohésive moyenne (1.36×10^{-4} m^2), mais un nombre de sommets différents, cela pour avoir un nuage de points afin de calculer une moyenne et un écart type des grandeurs étudiées. La raison pour laquelle 5 simulations sont réalisées pour une dimension de grains, contrairement à 15 dans le paragraphe 4.2.1 étudiant l'effet de la cohésion, est la difficulté de générer des grains ayant un nombre de sommets différents mais une même surface cohésive moyenne, surtout quand la dimension du grain augmente, menant à une augmentation du nombre de particules.
La figure 4.7 montre la variation de la force de rupture du grain en fonction de sa dimension. Chaque point sur le graphe représente la moyenne des forces de rupture des grains pour une même dimension de grain, et les barres d'erreurs représentent l'écart type. Les grains ayant une dimension de 1.2 cm montre une faible variabilité des forces de rupture, ce qui explique la barre d'erreur manquante dans ce cas.
Une augmentation de la force de rupture en fonction de la dimension du grain est notée. En effet, quand la dimension du grain augmente, une surface cohésive supérieure doit être rompue pour atteindre la rupture du grain, donc une force supérieure est nécessaire.
La contrainte caractéristique (équation 4.1) est par la suite étudiée, et les valeurs moyennes ainsi que les écart types des simulations sont montrés dans la figure 4.8. On remarque sur ce graphe que pour les dimensions de 1.2 cm et 1.6 cm les barres d'erreurs ne sont pas visibles pour la même raison citée précédemment (faible variabilité de la contrainte pour les différentes simulations).
La contrainte caractéristique montre une tendance opposée à celle de la force de rupture : la contrainte diminue quand la dimension du grain augmente. C'est l'effet d'échelle proposé par Griffith 1921 [Griffith, 1921] : les grains ont tous la même surface cohésive moyenne, donc une augmentation de la dimension du grain mène à un nombre supérieur de particules élémentaires, et par la suite à un nombre supérieur de facettes de rupture potentielles qui représentent les défauts à l'intérieur du grain, alors la contrainte caractéristique de rupture diminue.

Pour aller plus loin dans l'analyse, un grain de chaque dimension est sélectionné et étudié. Le tableau 4.2 montre les différents paramètres géométriques des grains sélectionnés. Seul le grain b2 a une surface cohésive moyenne plus éloignée de la valeur moyenne (1.36×10^{-4} m^2). En effet, quand la surface cohésive moyenne ne peut pas être obtenue, la valeur la plus proche est choisie.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Figure 4.9 montre la variation de la contrainte caractéristique des grains sélectionnés en fonction de leur dimension. La diminution de la contrainte caractéristique en fonction de la taille du grain est toujours visible sauf entre les grains b3 et b4. En effet la contrainte caractéristique du grain b4 est légèrement supérieure à celle du grain b3. La valeur faible de la surface cohésive moyenne du grain b2 explique la faible contrainte caractéristique. La figure 4.10 montre la rupture des grains b1, b2, b3 et b5 : le chemin de rupture suivi pour les différents grains dépend de la configuration des particules et donc du chemin de fissuration (il peut être plus ou moins direct). Cette figure montre que dans le cas du grain b3, le chemin de rupture le plus direct dans le sens du chargement est suivi, ce qui explique la contrainte caractéristique inférieure à celle du grain b4 qui a un chemin de rupture moins direct.

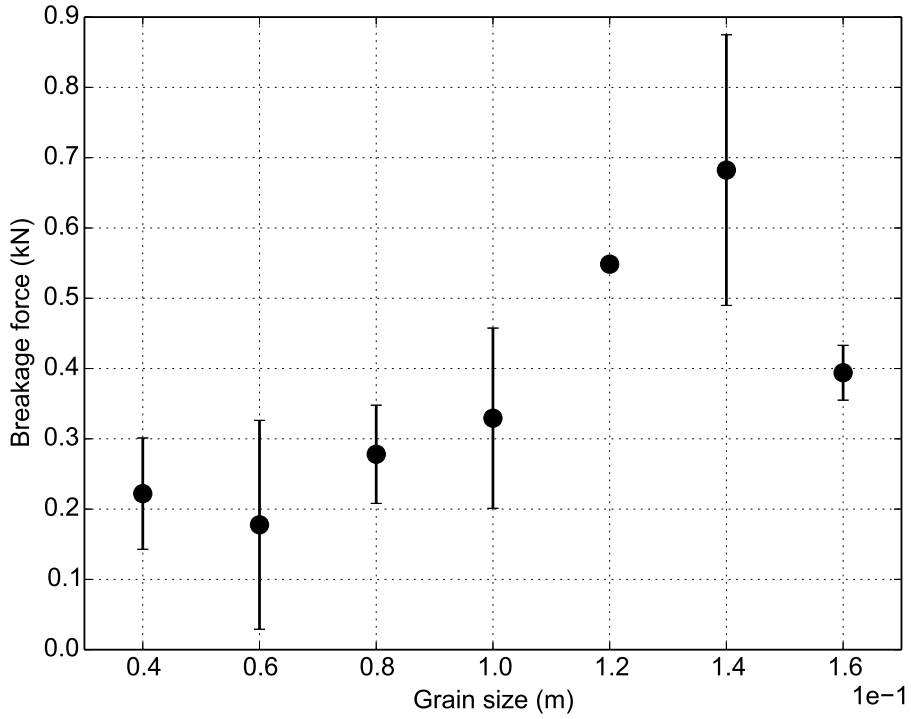


FIGURE 4.7 – Variation de la force de rupture des grains en fonction de la dimension – surface cohésive moyenne constante

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

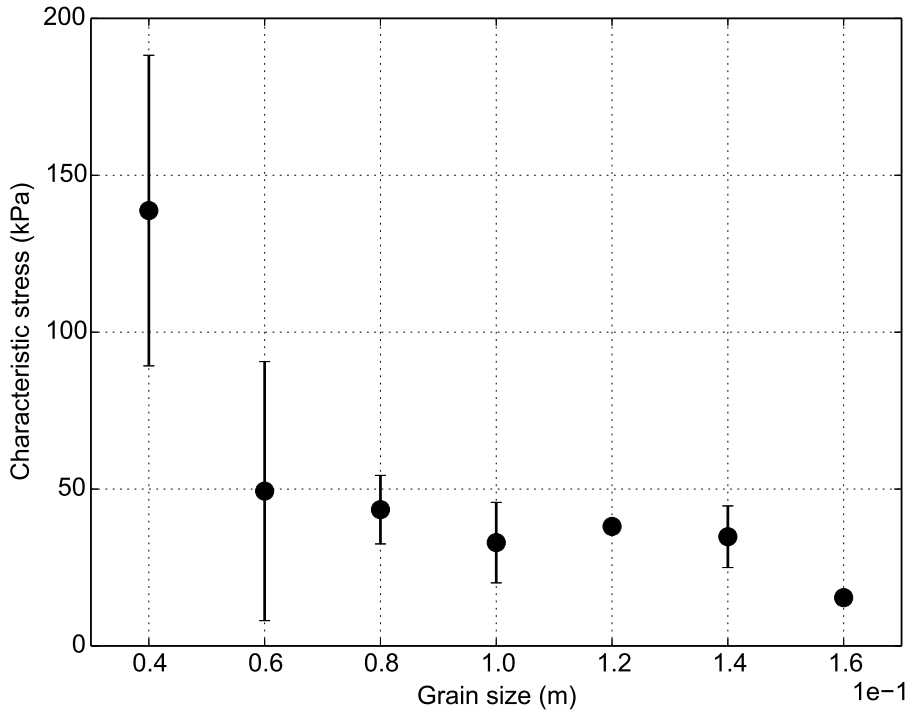


FIGURE 4.8 – Variation de la contrainte caractéristique des grains en fonction de la dimension – surface cohésive moyenne constante

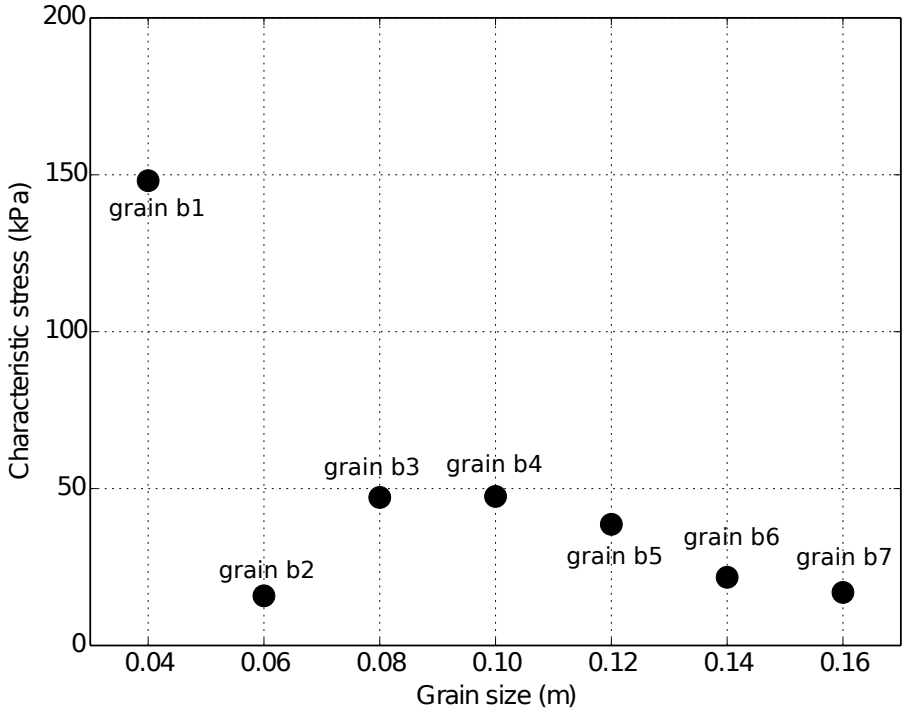


FIGURE 4.9 – Variation de la contrainte caractéristique des grains sélectionnés en fonction de leurs dimensions

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Grain	Dimension du grain (m)	Nombre de particules	Surface cohésive moyenne (m^2)	Écart type / Surface cohésive moyenne
grain b1	0.04	14	1.38×10^{-4}	29.9%
grain b2	0.06	51	1.23×10^{-4}	62.4%
grain b3	0.08	112	1.33×10^{-4}	47.0%
grain b4	0.10	214	1.35×10^{-4}	44.8%
grain b5	0.12	396	1.40×10^{-4}	57.5%
grain b6	0.14	498	1.42×10^{-5}	57.7%
grain b7	0.16	745	1.37×10^{-5}	66.2%

Tableau 4.2 – Paramètres géométriques des grains sélectionnés pour étudier l'effet de la dimension

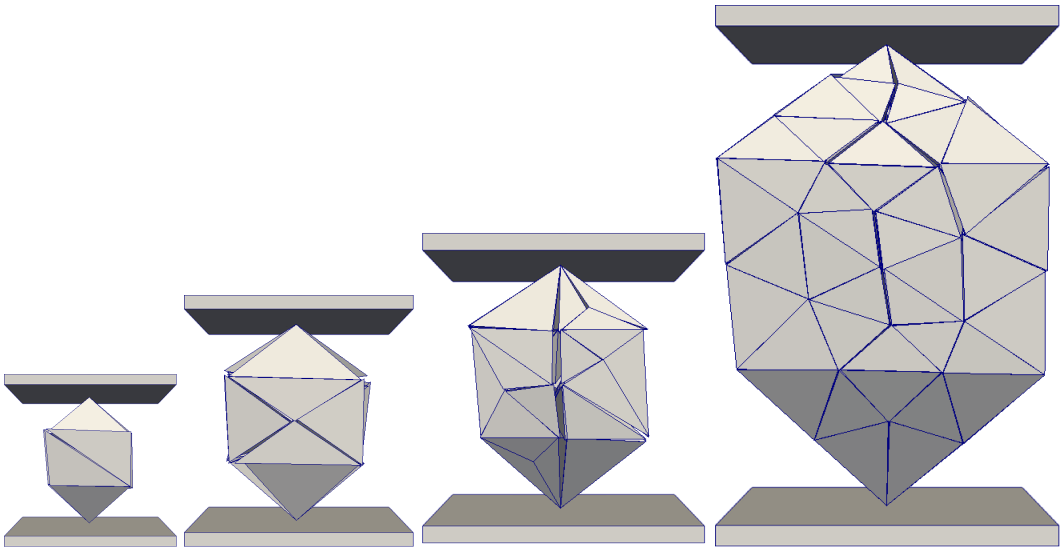


FIGURE 4.10 – Rupture des grains à différentes dimensions

4.2.2.3 Distribution polaire des normales aux contacts

Afin d'aller plus loin dans l'analyse des résultats, et dans le but d'expliquer la variation de la contrainte entre les différents grains la distribution polaire des orientations des normales au contact sont étudiés.
Pour calculer la distribution polaire des orientations des normales au contact, un plan vertical est considéré. Ce plan est divisé en 40 secteurs égaux. Chaque normale au contact est ensuite projetée sur ce plan vertical, et classée dans le secteur correspondant à l'angle formé par sa projection avec la verticale, et une probabilité est calculée pour chaque secteur. La valeur de la force n'est pas prise en compte dans le calcul de la distribution polaire. La projection des forces sur le plan vertical favorise les directions horizontales, et de moins en moins en allant jusqu'à la verticale. Afin d'annuler l'effet de la projection, dans le but d'avoir un calcul de la distribution polaire dans l'espace 3D, la surface d'une bande horizontale de largeur $d\theta$ sur une sphère unitaire est calculée en fonction des angles θ_i et θ_{i+1} délimitant cette bande (4.11). Les probabilités calculées pour les différents secteurs sont

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

divisées par la surface de la bande correspondante comme le montre l'équation 4.2 :

$$P_i(finale) = \frac{P_i(initiale)}{|\sin\theta_i - \sin\theta_{i+1}|} \tag{4.2}$$

Les différentes probabilités sont ensuite divisées par la somme de probabilités afin d'avoir une somme finale égale à l'unité.
La figure 4.12 montre la distribution polaire des grains b1, b2, b3 et b5. Le grain b1 montre la probabilité la plus élevée de la direction verticale des normales au contact qui s'opposent au chargement, ce qui explique la valeur élevée de la contrainte caractéristique de ce grain. Le grain b2 montre une probabilité de la direction verticale plus faible que celle du grain b3, ce qui explique encore plus la valeur faible de la contrainte caractéristique du grain b2. La distribution polaire du grain b5 est justifiée par le fait que quand la dimension du grain augmente, la discrétisation en particules devient plus fine pour conserver la même surface cohésive moyenne, ce qui mène à des orientations des normales au contact plus distribuée sur un intervalle plus grand (entre 65° et 115°).
Ces résultats montrent que la résistance du grain diminue quand sa dimension augmente, mais que la surface cohésive moyenne, le chemin de fissuration et la distribution polaire des normales aux contacts jouent aussi un rôle dans la détermination de la résistance du grain.

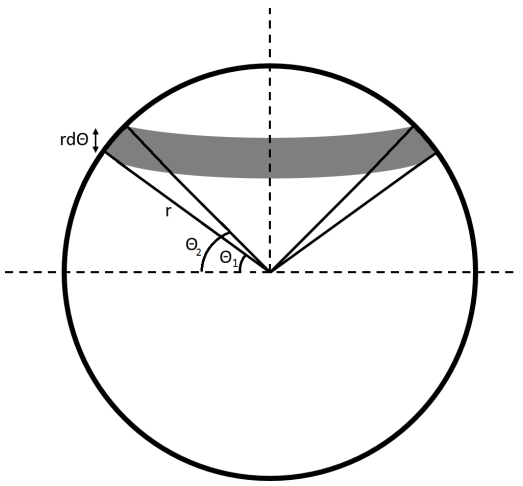
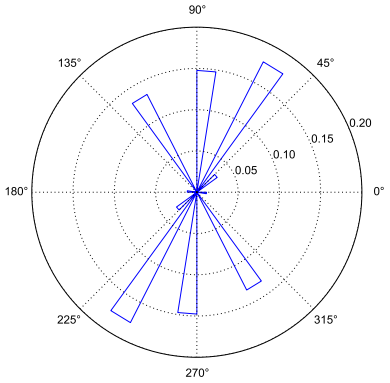
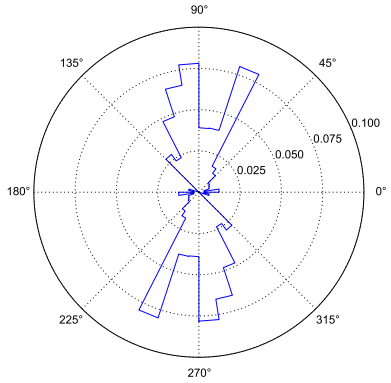


FIGURE 4.11 – Correction du calcul de la distribution polaire

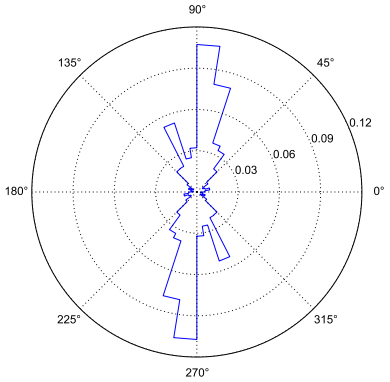
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



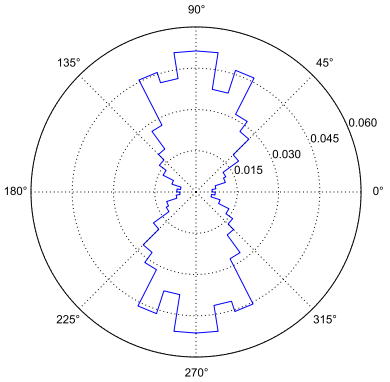
grain b1



grain b2



grain b3



grain b5

FIGURE 4.12 – Distributions polaire des normales au contact à l'intérieur des grains à dimension variable (90° représente l'axe vertical)

4.2.3 Effet de la discrétisation intra-granulaire

La génération aléatoire du maillage utilisé pour discrétiser les grains en particules permet d'obtenir des grains avec des plans de rupture prédéfinis. L'aspect aléatoire et par la suite la discrétisation du grain ont un effet sur la résistance du grain. Pour étudier cet effet, plusieurs grains ayant la même dimension mais des discrétisations différentes sont soumis à des simulations d'écrasement.

4.2.3.1 Étude paramétrique

Plusieurs grains sont générés, ayant une même dimension maximale de 0.04 m mais des surfaces cohésives moyennes variables (voir équation 3.13), par la suite un nombre de particules différent. La cohésion normale est fixée à $c_n = 10^3$ kPa et $\mu_{MC} = 0.4$.
Pour chaque discrétisation de grains, une série de 5 simulations est réalisée sur des grains ayant le même ordre de grandeur de la surface cohésive moyenne, mais un nombre de sommets différents, cela pour avoir un nuage de points afin de calculer une moyenne et un écart type des grandeurs étudiées.
La figure 4.13 montre la variation de la force de rupture du grain en fonction de sa dimension. Chaque point sur le graphe représente la moyenne des forces de rupture des grains

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

pour une même dimension de grain, et les barres d'erreurs représentent l'écart type.
Une augmentation de la force de rupture est notée quand la surface cohésive moyenne augmente. Cette augmentation est justifiée par le fait qu'aux interfaces, la force nécessaire pour rompre une liaison cohésive est égale à la surface elle même multipliée par la valeur de la cohésion. Donc une augmentation de la surface mène à l'augmentation de la force nécessaire pour atteindre la rupture.
L'écart type est plus important dans le cas du grain ayant la plus grande surface cohésive moyenne. En effet ce grain est divisé en peux de particules, donc les 5 grains générés pour les simulations ont des surfaces cohésives moyennes différentes, donc les différences entre les valeurs de la force de rupture mènent à cet écart type élevé.
L'interprétation physique de ce phénomène est la suivante : quand le nombre de particules augmente (ou la surface cohésive moyenne diminue), le nombre de plans de rupture potentiels augmente, or ce dernier exprime le nombre de défauts à l'intérieur du grain, donc cette augmentation mène à une diminution de la force de rupture du grain (théorie de Griffith [Griffith, 1921]).

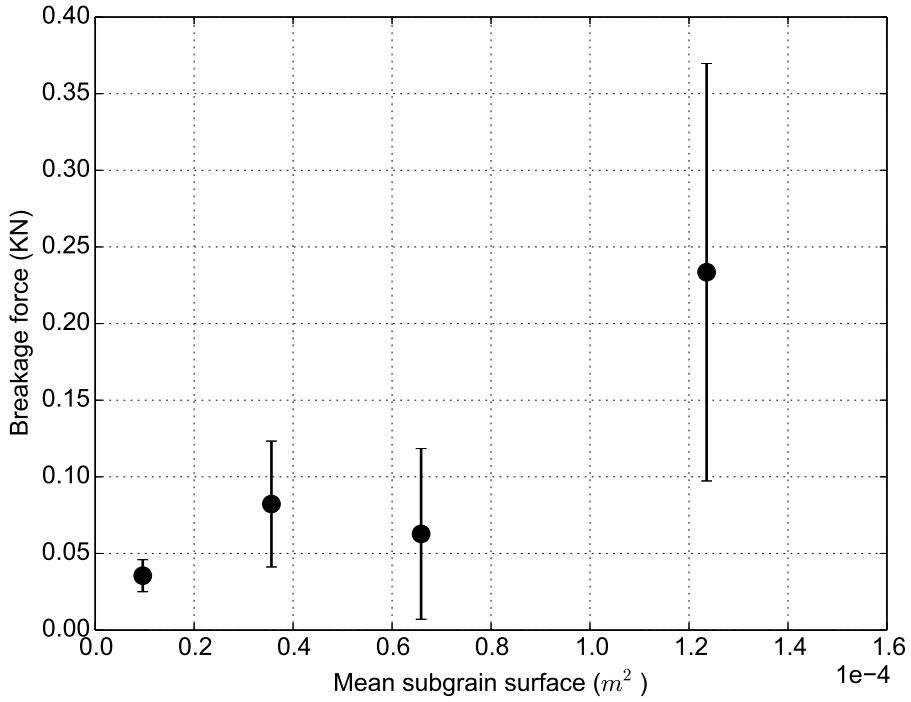


FIGURE 4.13 – Variation de la force de rupture des grains en fonction de la surface cohésive moyenne

Pour aller plus loin dans l'analyse, un grain est sélectionné et étudié pour chaque surface cohésive moyenne. Les valeurs de la force minimale, moyenne et maximale sont calculées à l'aide des surfaces cohésives minimale (surf_{min}), moyenne (surf_{moy}) et maximale (surf_{max}) des particules :

$$\text{force minimale} = c_n \times \text{surf}_{min} \tag{4.3}$$

$$\text{force moyenne} = c_n \times \text{surf}_{moy} \tag{4.4}$$

$$\text{force maximale} = c_n \times \text{surf}_{max} \tag{4.5}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Les forces minimales et maximales jouent le rôle de limites inférieure et supérieure respectivement, délimitant la force de rupture potentielle.
La figure 4.14 montre ces valeurs calculées en plus de la force de rupture trouvée par la simulation d'écrasement pour chaque grain sélectionné. Le tableau 4.3 montre les différents paramètres géométriques des grains sélectionnés et la figure 4.15 montre la rupture des grains c1 à c4.
On note que quand la surface cohésive moyenne diminue, la variabilité de la dimension des particules exprimée par le rapport $\frac{\text{écart type}}{\text{surface cohésive moyenne}}$ augmente : le grain c1 a une variabilité de 21.4% contre une variabilité de 64.5% pour le grain c4.
En allant du grain c4 au grain c2, l'augmentation de la force de rupture est faible, mais un saut important est noté en passant du grain c2 au grain c1. Une explication potentielle de ce comportement est l'irrégularité du nombre et des dimensions des particules. Quand le nombre de particules et par la suite la variabilité augmente, la configuration géométrique des particules peut mener à des distributions de forces très différentes, en activant des interfaces ayant de petites surfaces cohésives, ou en imposant un chemin de rupture plus direct, diminuant par la suite la résistance du grain à la rupture. Le grain c1 a le nombre de particules et la variabilité les plus faibles. Dans ce cas, la force du rupture est comprise entre la force moyenne et la force maximale calculées, ce qui signifie que le chargement est repris par les interfaces ayant les surfaces cohésives les plus grandes.
Pour les grains c2 et c3 ayant un nombre de particules et une variabilité plus importants la force de rupture reste proche de la force moyenne calculée.
Dans le cas du grain c4, une grande variabilité est le résultat d'une discrétisation (maillage) fine et aléatoire (figure 4.15), donc la résistance du grain va dépendre de la configuration et des interfaces cohésives activées. Dans ce cas, les interfaces ayant une surface supérieure à la surface cohésive moyenne sont considérées activées, ce qui résulte en une force de rupture supérieure à la force moyenne calculée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

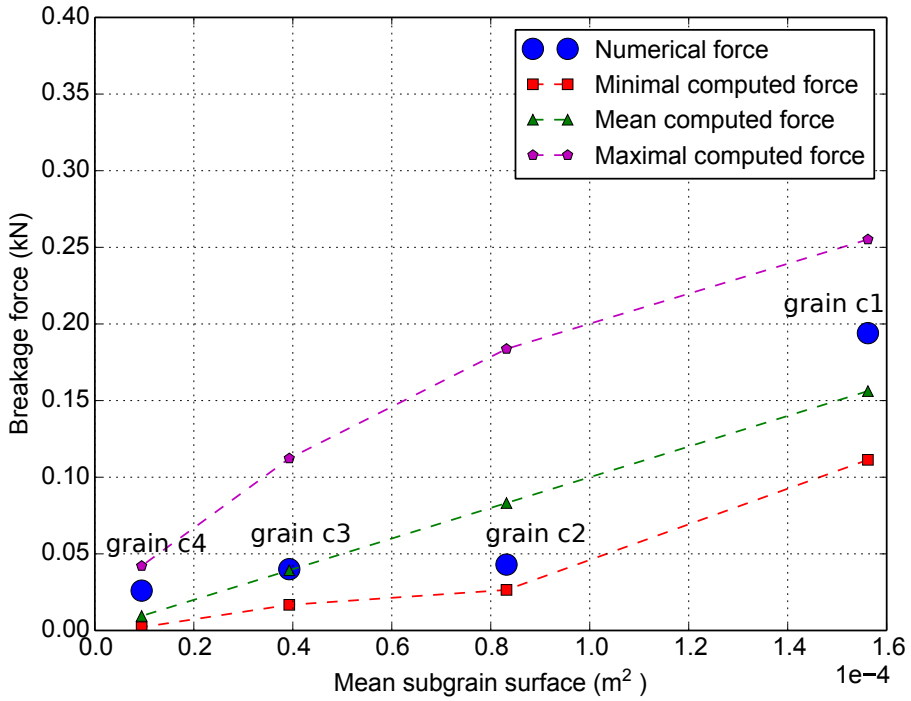


FIGURE 4.14 – Variation de la force de rupture des grains sélectionnés en fonction de la surface cohésive moyenne – Résultats numériques et force minimale, moyenne et maximale calculées

Grain	Dimension du grain (m)	Nombre de particules	Surface cohésive moyenne (m^2)	Écart type / Surface cohésive moyenne
grain c1	0.04	12	1.56×10^{-4}	21.4%
grain c2	0.04	28	8.32×10^{-5}	44.5%
grain c3	0.04	84	3.92×10^{-5}	48.6%
grain c4	0.04	650	9.45×10^{-6}	64.5%

Tableau 4.3 – Paramètres géométriques des grains sélectionnés pour étudier l'effet de la discrétisation

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

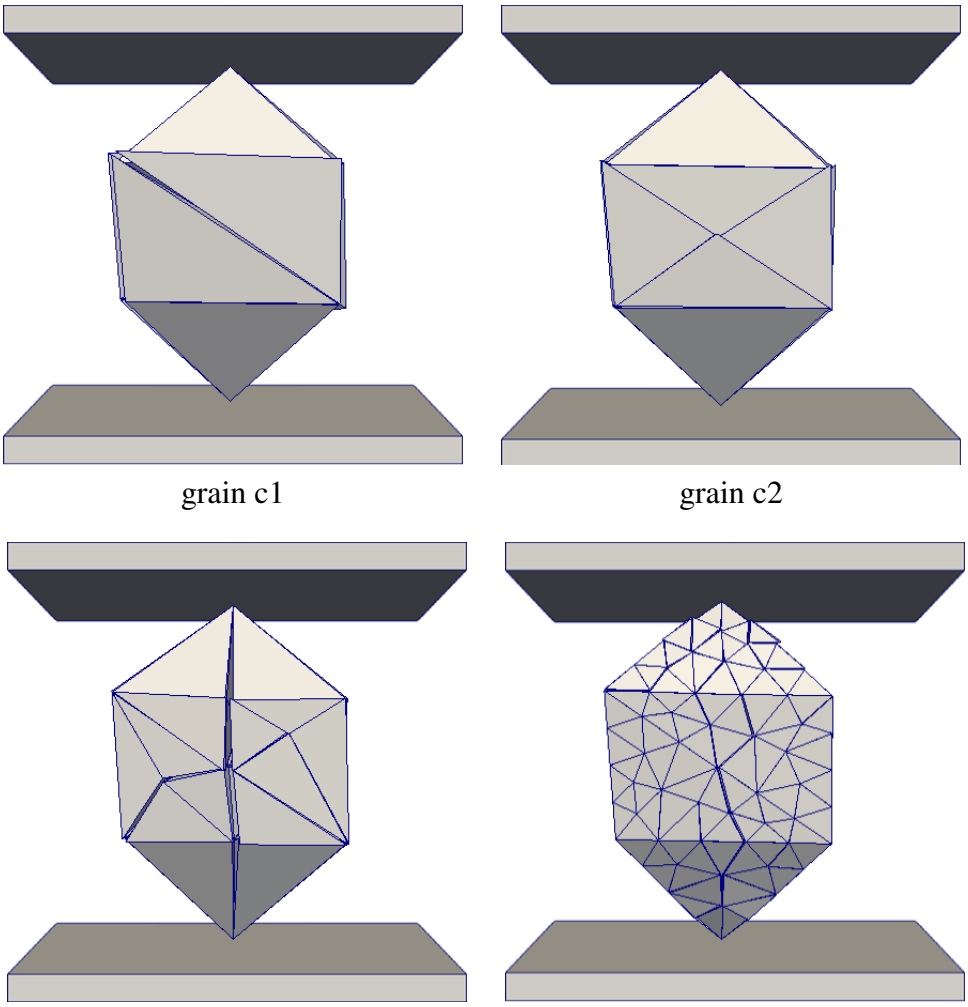


FIGURE 4.15 – Rupture des grains à différentes discrétisations

4.2.3.2 Configuration particulière

Pour la suite de l'étude de l'effet de la configuration, une orientation des normales aux contacts est imposée, afin d'éviter l'effet de la géométrie de la configuration. Deux configurations particulières sont générés. Le même grain étudié précédemment est divisé verticalement et horizontalement en 12 particules (figure 4.16). Le nombre de particules est choisi en fonction du grain c1 du paragraphe précédent pour pouvoir comparer les résultats. Les particules étant générées avec une géométrie parfaitement verticale ou horizontale, l'essai d'écrasement a résulté en une interpénétration de ces particules (figure 4.17), donc aucun résultat n'a pu être tiré de ces simulations, même en faisant varier la valeur de la cohésion. Cela mène à conclure que les défauts à l'intérieur du grains doivent êtres aléatoires pour mieux simuler la rupture.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

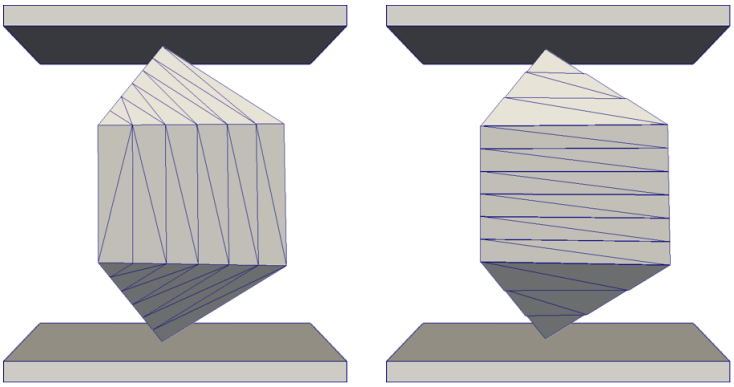


FIGURE 4.16 – Grains divisés verticalement et horizontalement en 12 particules

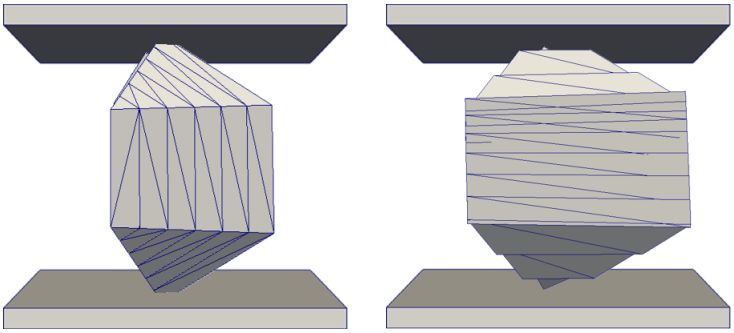


FIGURE 4.17 – Interpénétrations dans les simulations d'écrasement des grains à discrétisations particulières

4.2.4 Effet du rapport de dimensions

L'algorithme utilisé pour générer les grains permet d'obtenir de formes polyédriques plus ou moins complexes. Le but de la suivante partie est de tester l'effet du rapport de dimensions des grains ($\frac{r_{max}}{r_{min}}$) sur sa résistance.
Pour cela, plusieurs grains sont générés, ayant une même dimension maximale de 0.04 m mais des rapports de dimensions variables allant de 1.0 jusqu'à 2.2. La cohésion normale est fixée à $c_n = 10^3$ kPa avec $\mu_{MC} = 0.4$.
Pour chaque rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, une série de 5 simulations est réalisée sur des grains ayant le même ordre de grandeur de la surface cohésive moyenne, mais un nombre de sommets différents, cela pour avoir un nuage de points afin de calculer une moyenne et un écart type des grandeurs étudiées.
La figure 4.18 montre la variation de la force de rupture du grain en fonction de sa dimension. Chaque point sur le graphe représente la moyenne des forces de rupture des grains pour une même dimension de grain, et les barres d'erreurs représentent l'écart type. La surface cohésive moyenne pour chaque rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ est montré sur le même graphe. On note que pendant la génération des grains, il n'était pas possible d'avoir une même surface cohésive moyenne pour tous les grains. Cette raison peut expliquer le fait qu'on ne trouve pas une tendance suivie par la force de rupture en fonction du rapport des dimensions du grain.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 4.19 montre la rupture d'un grain pour chaque rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ testé. Il est clair sur cette figure que le chemin de rupture, et par la suite la force de rupture dépend de la configuration des particules à l'intérieur du grain qui varie d'un grain à l'autre.
Les résultats corroborent ce qui a déjà été conclu précédemment : la force de rupture du grain exprimant sa résistance dépend à la fois de la surface cohésive moyenne (comme montré précédemment) et de la configuration des particules. Comme le rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ impose une forme de grain particulière et par la suite une discrétisation en particules particulières, l'analyse des résultats ne permet pas de tirer une conclusion définitive concernant l'effet du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ avec ce modèle de grains.

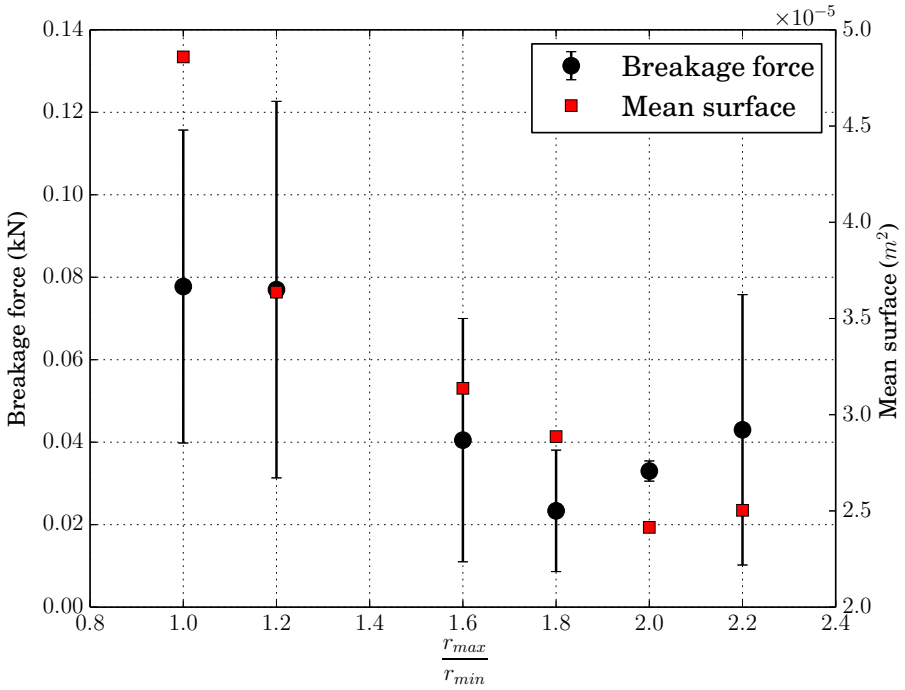


FIGURE 4.18 – Variation de la force de rupture et de la surface cohésive moyenne des grains en fonction du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ des grains.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

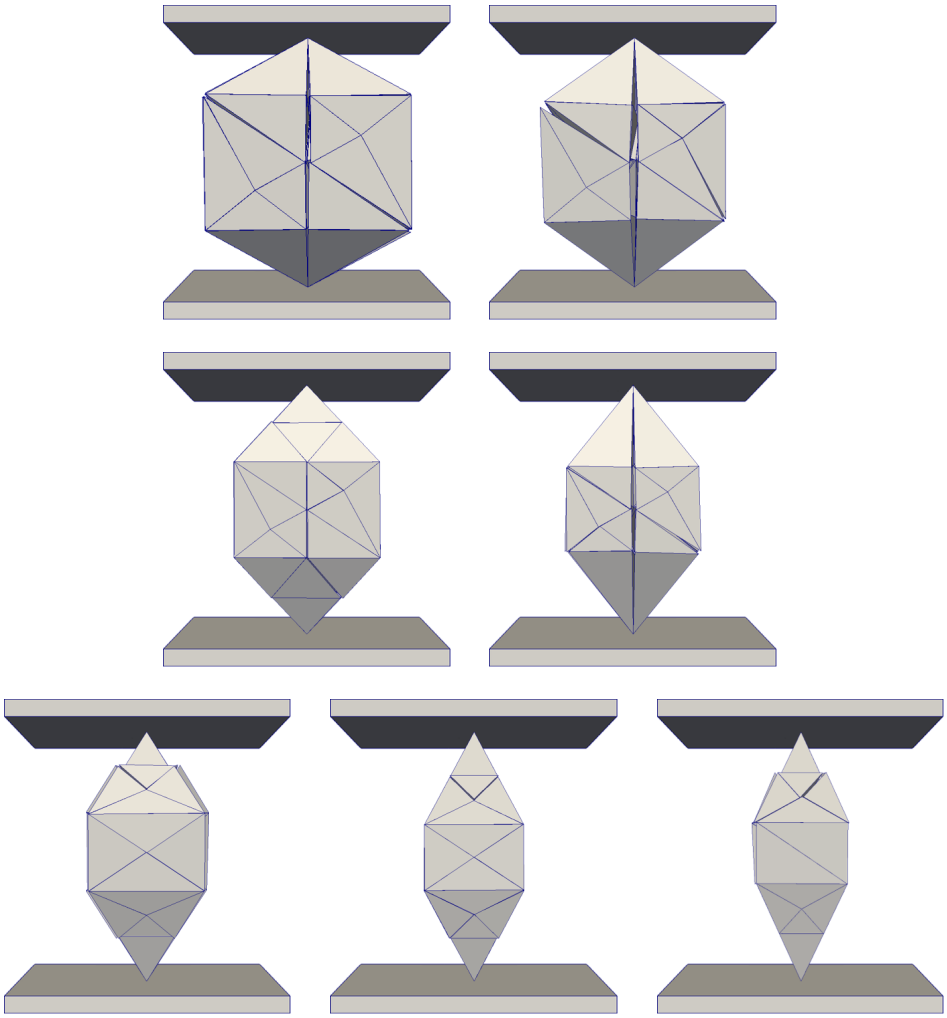


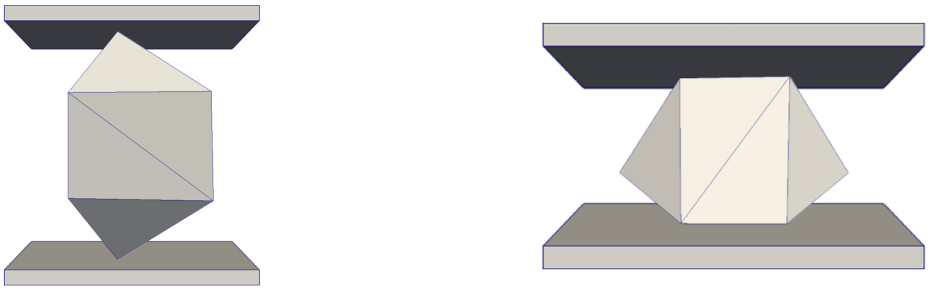
FIGURE 4.19 – Rupture des grains à différents rapports de dimensions (fissures ordonnées par $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ allant de 1.0 à 2.2

4.2.5 Effet de l'orientation du grain

Afin de tester l'effet de la configuration de l'essai, donc de la position du grain entre les deux plaques, une autre série de simulations est réalisée sur des grains avec une configuration similaire à celle vue précédemment (configuration 1), puis une autre configuration (configuration 2) où les grains sont tournés de façon à avoir un contact plaque/face entre le grain et la plaque inférieure, et un contact plaque/arête entre le grain et la plaque supérieure (figures 4.20, 4.21, 4.22, et 4.23).
4 grains de dimensions 0.04 m sont générés, et discrétisés respectivement en 12, 22, 54 et 89 particules. Pour chaque grain, la simulation d'écrasement est réalisée pour les deux configurations de l'essai. Les figures 4.24, 4.25, 4.26 et 4.27 montrent la force de rupture en fonction de la cohésion normale intra-granulaire. Les conclusions tirées sont pareilles à celles de l'étude de l'effet de la cohésion (paragraphe 4.2.1) : la force de rupture augmente quand la valeur de la cohésion augmente. Le même plateau est observé à partir d'une cohésion normale de 1×10^4 kPa. Cela est dû à la limitation du modèle avec les paramètres numériques choisis.

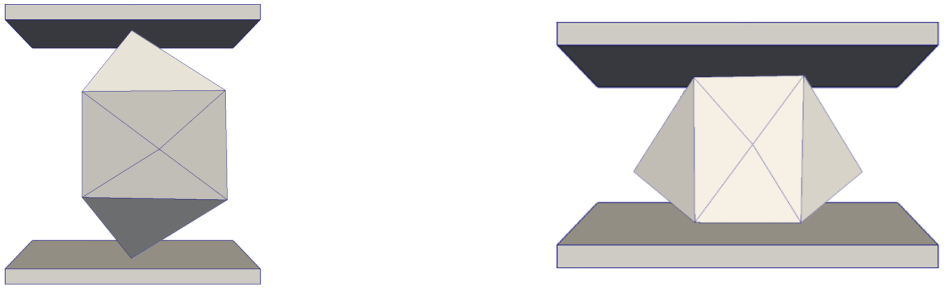
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

En comparant les résultats des deux configurations, le même ordre de grandeur de la force de rupture est noté, sans avoir une prédominance claire d'une configuration par rapport à l'autre. À noter qu'une seule simulation a été réalisée par grain, donc plus de simulations sont nécessaires pour pouvoir conclure définitivement.



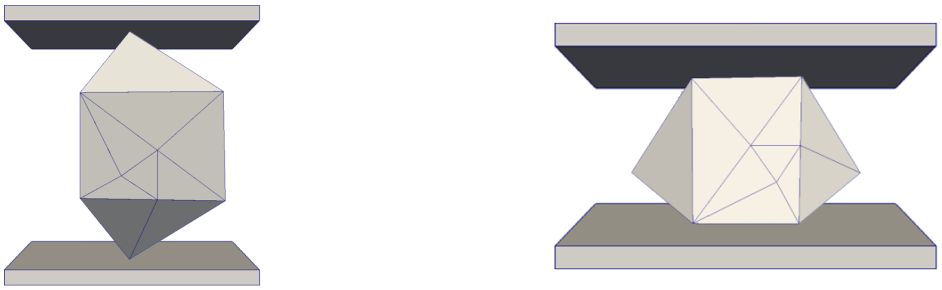
a b

FIGURE 4.20 – Grain à 12 particules, a) configuration 1, b) configuration 2



a b

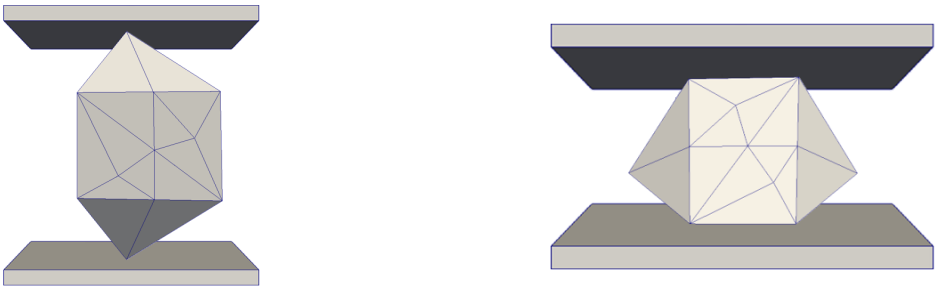
FIGURE 4.21 – Grain à 22 particules, a) configuration 1, b) configuration 2



a b

FIGURE 4.22 – Grain à 54 particules, a) configuration 1, b) configuration 2

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



a b

FIGURE 4.23 – Grain à 89 particules, a) configuration 1, b) configuration 2

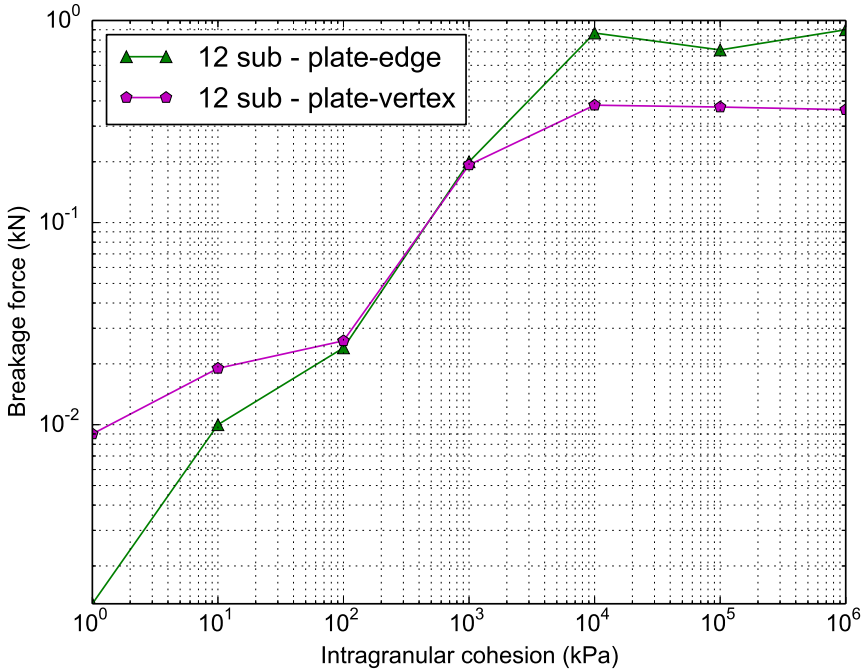


FIGURE 4.24 – Force de rupture du grain à 12 particules en fonction de la cohésion intra-granulaire – configurations 1 et 2

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

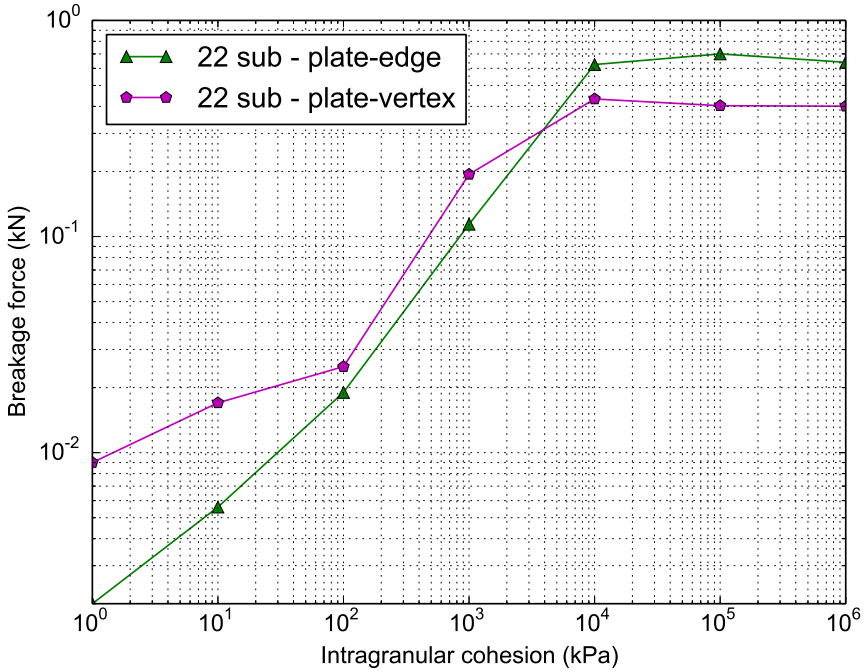


FIGURE 4.25 – Force de rupture du grain à 22 particules en fonction de la cohésion intra-granulaire – configurations 1 et 2

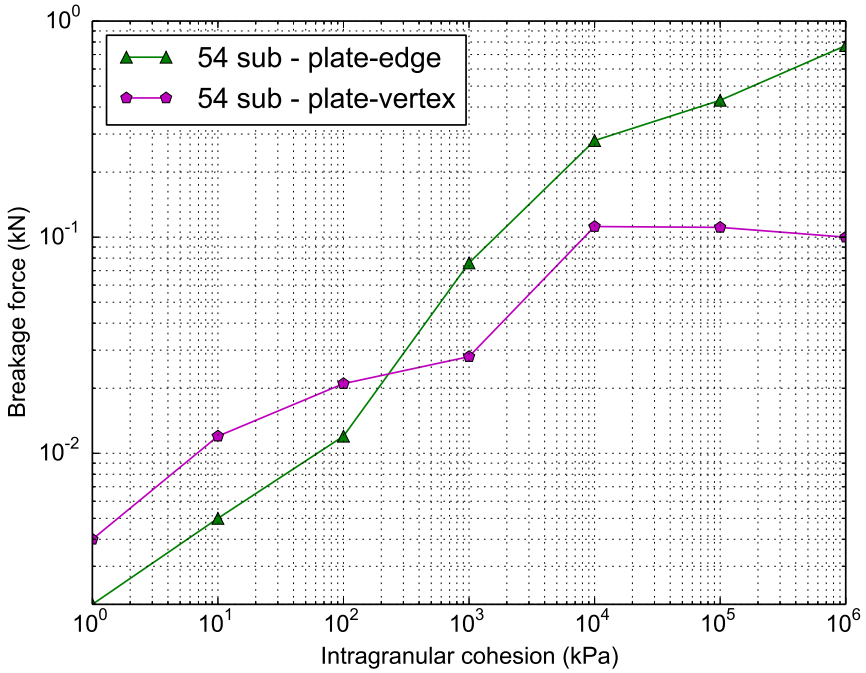


FIGURE 4.26 – Force de rupture du grain à 54 particules en fonction de la cohésion intra-granulaire – configurations 1 et 2

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

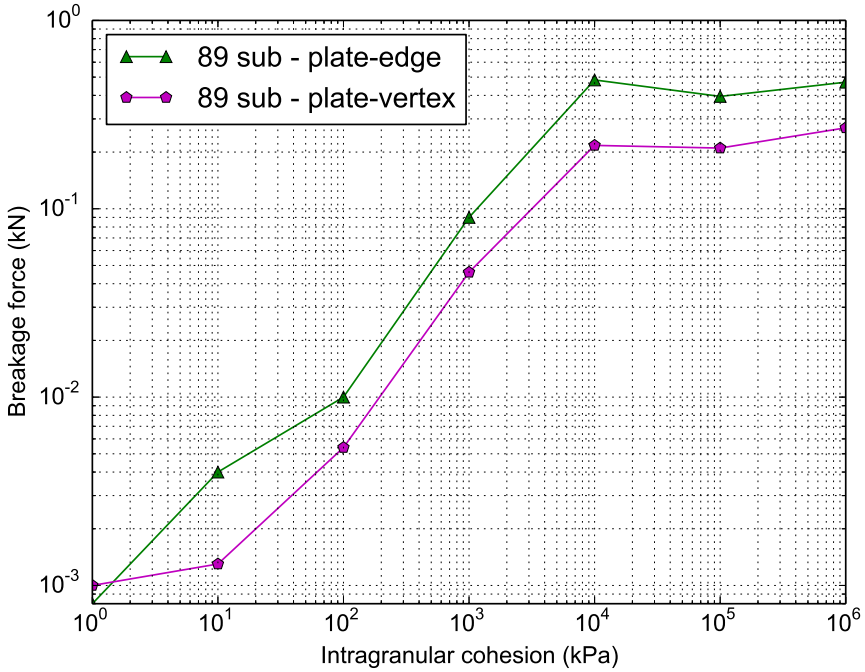


FIGURE 4.27 – Force de rupture du grain à 89 particules en fonction de la cohésion intra-granulaire – configurations 1 et 2

4.3 Confrontation du modèle proposé à la théorie de Weibull

Dans ce chapitre, le modèle proposé est étudié afin de vérifier s'il montre l'effet d'échelle proposé par Griffith [Griffith, 1921]. La théorie de Weibull [Weibull, 1951] établit aussi un effet d'échelle des matériaux granulaires en calculant des probabilités de rupture ou de survie des grains en fonction de leur volume et de la contrainte appliquée :

$$P_s(V) = \exp\left[-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \tag{4.6}$$

avec P_s : probabilité de survie
V : volume du grain
σ : contrainte appliquée
m : module de Weibull
La valeur de σ_0 exprime la contrainte pour laquelle 37% de tous les grains ayant un volume V_0 (volume de référence) survivent.
La validation de cette théorie nécessite un calcul de probabilité de rupture des grains, ce qui ne peut pas être accompli pour l'étude de l'effet de la dimension du grain où uniquement 5 grains ont été testés pour chaque dimension (paragraphe 4.2.2.2).
Par contre, pour étudier l'effet de la cohésion intra-granulaire (paragraphe 4.2.1) 15 grains ont été testés en faisant varier leur nombre de sommets en gardant leur dimension maximale constante et des discrétisations semblables. Ces grains peuvent alors être considérés comme ayant un même volume. Par la suite la probabilité de survie des grains dans ce cas

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

peut être calculée et confrontée à une partie de la théorie de Weibull, plus précisément en utilisant la formule de la probabilité de survie des grains ayant un volume V_0 :

$$P_s(V_0) = \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \tag{4.7}$$

Les figures 4.28 et 4.29 montrent la probabilité de rupture des grains résultant des simulations numériques en fonction de la contrainte appliquée pour $c_n = 1$ kPa et $c_n = 100$ kPa respectivement. En utilisant ces résultats, les paramètres σ_0 et m décrivant la loi de Weibull sont calés :

— $\sigma_0 = 7.8$ kPa et $m = 1.78$ pour $c_n = 1$ kPa
— $\sigma_0 = 34.6$ kPa et $m = 5.66$ pour $c_n = 100$ kPa

Ces figures montrent un accord entre les résultats numériques et la courbe de la loi de Weibull avec les paramètres estimés, malgré les multiples hypothèses faites dans le modèle de rupture proposé.
En plus, ayant la contrainte de rupture de chaque grain, en utilisant une méthode d'interpolation linéaire, le calcul de la valeur de σ_0 est possible :

— $\sigma_0 = 8.6$ kPa pour $c_n = 1$ kPa donc un écart de 9.3% par rapport à la valeur estimée
— $\sigma_0 = 32.2$ kPa pour $c_n = 100$ kPa donc un écart de 7.4% par rapport à la valeur estimée

Les calculs numériques donnent des valeurs de σ_0 proches des valeurs estimées graphiquement.
Les figures permettent aussi de voir l'influence du paramètre m sur le comportement du matériau : quand la valeur de m augmente (pour $c_n = 100$ kPa), les contraintes de rupture sont proches, et donc une grande partie des grains cassent sous une contrainte donnée. Pour une faible valeur de m les valeurs de contraintes sont plus dispersées (courbe moins redressée). Physiquement ce résultat est interprété par une faible concentration de défauts quand m est faible, donc une faible probabilité d'avoir plusieurs fois le même résultat.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

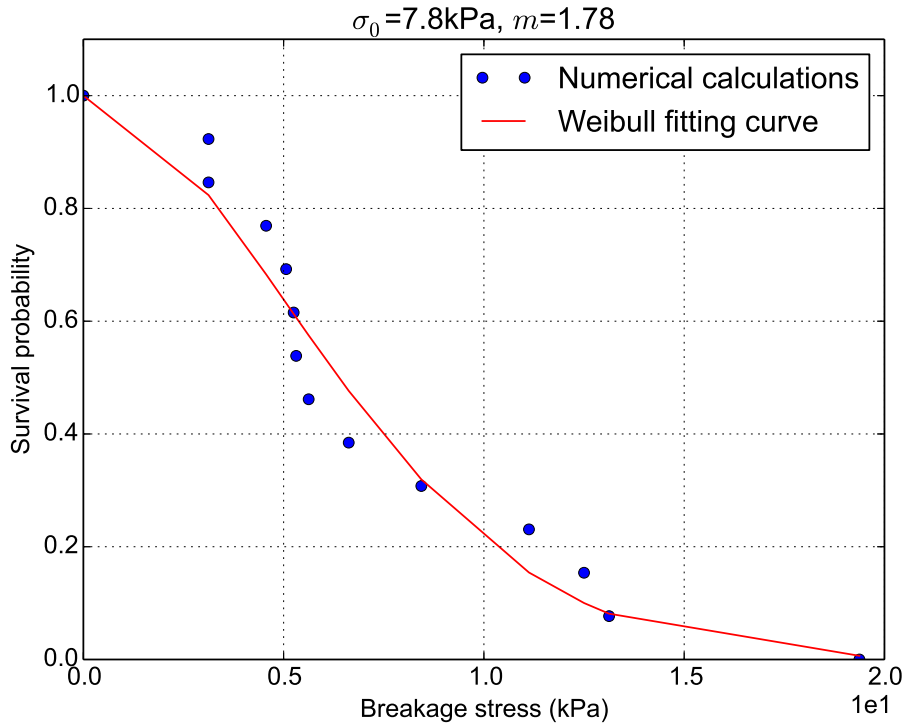


FIGURE 4.28 – Comparaison des résultats du modèle numérique par rapport à la loi de Weibull pour $c_n = 1$ kPa en estimant les valeurs de σ_0 et m

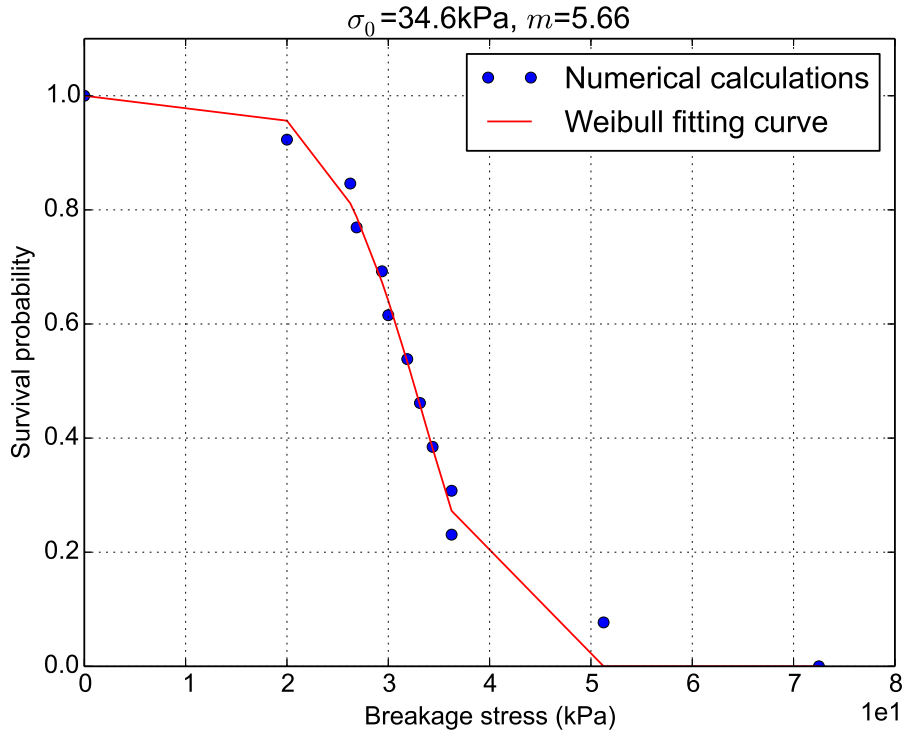


FIGURE 4.29 – Comparaison des résultats du modèle numérique par rapport à la loi de Weibull pour $c_n = 100$ kPa en estimant les valeurs de σ_0 et m

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette étude préliminaire permet de valider le modèle par rapport à une partie de la théorie de Weibull. Une étude plus développée est possible, et cette étude sera discutée plus profondément dans les perspectives.

4.4 Conclusion

Plusieurs études paramétriques ont été réalisées afin de valider le modèle à l'échelle d'un grain, en simulant des essais d'écrasement d'un grain entre deux plaques rigides. L'effet de la cohésion intra-granulaire est étudié en écrasant le même grain et en faisant varier la valeur de la cohésion qui lie les particules élémentaires entre elles. Une augmentation dans la force de rupture est notée quand la valeur de la cohésion augmente, jusqu'à atteindre une valeur limite de la cohésion, au delà de laquelle la force de rupture devient constante. Ce phénomène est dû à des limitations dans le modèle pour les paramètres de régularisation et de résolution numérique choisis.
Une autre étude paramétrique est réalisée sur l'effet de la dimension du grain. Différents grains à dimensions variables sont écrasés, ayant des discrétisations similaires (dimension moyenne des arêtes constante ou surface cohésive moyenne constante). Les simulations montrent que l'augmentation de la dimension du grain augmente la force de rupture, mais la contrainte caractéristique de rupture du grain, calculée selon Jaeger [Jaeger, 1967] (équation 4.1), validant ainsi l'effet d'échelle proposé par Griffith [Griffith, 1921] et testé expérimentalement par Marsal [Marsal, 1973]. La discrétisation du grain en particules joue aussi un rôle important : la disposition géométrique des particules peut générer des chemins de rupture plus longs, et par suite des contraintes caractéristiques de rupture supérieures. Cet effet est validé par une série de simulations sur des grains à dimension constante à discrétisations en particules différentes.
Ensuite l'effet de l'orientation du grain est étudié. Deux configurations de l'essai d'écrasement sont testées, et les deux configurations donnent des forces de même ordre de grandeur pour les différentes simulations.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 5

Validation du modèle de rupture dans le cas de sollicitations œdométriques - Partie I : Paramètres numériques

5.1 Introduction

Après l'étude du comportement du modèle de rupture au niveau du grain soumis à un écrasement entre deux plaques rigides, on s'intéresse maintenant à l'étude d'un échantillon multi-grains, soumis à un chargement œdométrique. Les phénomènes qui ont lieu dans un assemblage d'enrochements, mais qui n'apparaissent pas dans le cas des simulations d'écrasement d'un grain sont recherchés. Le but est de suivre l'interaction entre les grains aux échelles macroscopique et microscopique, et le rôle que jouent les fragments résultants de la rupture des grains dans le réarrangement et la redistribution des forces dans l'échantillon. Dans ce qui suit, le modèle de rupture du grain, discuté dans le paragraphe précédent, est utilisé, et l'effet des paramètres numériques propres au modèle proposé et à la méthode numérique employée pour la solution du problème, est discuté.
Un essai œdométrique consiste à placer un échantillon de grains dans une cellule aux parois rigides pour bloquer les déformations latérales, afin d'étudier le comportement de l'échantillon face à la compression. Plusieurs échantillons de grains ayant des paramètres géométriques et numériques variés sont testés, en exploitant les grandeurs accessibles à l'aide des simulations et permettant le suivi de l'évolution d'un grand nombre de grandeurs physiques au cours du chargement.
En effet, lors d'un essai œdométrique expérimental, les contraintes et les déformations macroscopiques sont suivies, ainsi que la granulométrie avant et après l'essai. Par la suite ces grandeurs sont suivies lors des simulations numériques, en plus d'un nombre de grandeurs non accessibles expérimentalement, telles que l'évolution de la granulométrie qui est uniquement accessible expérimentalement au début et à la fin de l'essai, les dissipations d'énergie à l'intérieur de l'échantillon, la densité de probabilité des forces normales et la distribution polaire des normales aux contacts au cours de l'écrasement.
La première phase de la préparation de l'échantillon granulaire qui sera comprimé œdométriquement, est la génération des grains. Les grains sont générés en utilisant l'algorithme décrit précédemment (paragraphe 3.6.2) sur une matrice tridimensionnelle dans l'espace, ayant une section horizontale fixée, sans contact entre les grains à l'état initial, et en pré-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

cisant la dimension maximale des grains (granulométrie initiale), le nombre de sommets (angularité) et le rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$.

Les grains générés sont ensuite déposés sous gravité dans une cellule formée de 6 parois rigides, sans qu'ils soient discrétisés en particules pour éviter toute rupture de grain due au dépôt. Une loi de frottement sec de Coulomb est appliquée entre les grains, et entre grains et plaques, dont la valeur est choisie en fonction de la densité initiale désirée de l'échantillon : pour avoir des échantillons denses, un coefficient de frottement par exemple égal à $\mu = 0.1$ est choisi, ainsi que des valeurs supérieures pour obtenir des échantillons moins denses à l'état initial. La hauteur de l'échantillon est notée suite au dépôt, et dépend donc du nombre, forme et dimensions des grains générés, ainsi que du coefficient de frottement choisi (figure 5.1).

Suite au dépôt, les parois latérales et la paroi inférieure sont fixées, et le chargement est appliqué sur la plaque supérieure, sous forme de force verticale descendante dont la valeur augmente linéairement ($\dot{F} = cte$). Le pas de temps numérique choisi pour les itérations est $dt = 2 \cdot 10^{-6}$ s, et la valeur de la vitesse de force est $\dot{F} = 20$ N/dt afin de se rapprocher le plus possible de l'état quasi-statique.

Plusieurs études paramétriques sont réalisées afin de tester les capacités du modèle. Pour cela une comparaison entre les échantillons de grains cassables et de grains non cassables est montrée, suivie d'une étude de l'effet de la cohésion intra-granulaire, de la régularisation, et de la discrétisation.

Sauf indications contraires, les paramètres de régularisation normale k_n et tangentielle k_t utilisés dans ce chapitre ont une valeur constante $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$.

L'arrêt des calculs est décidé en fonction des interpénétrations entre les corps. En effet, les interpénétrations résultent des erreurs numériques, donc les résultats enregistrés suite aux interpénétrations ne donnent de renseignements concernant le comportement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

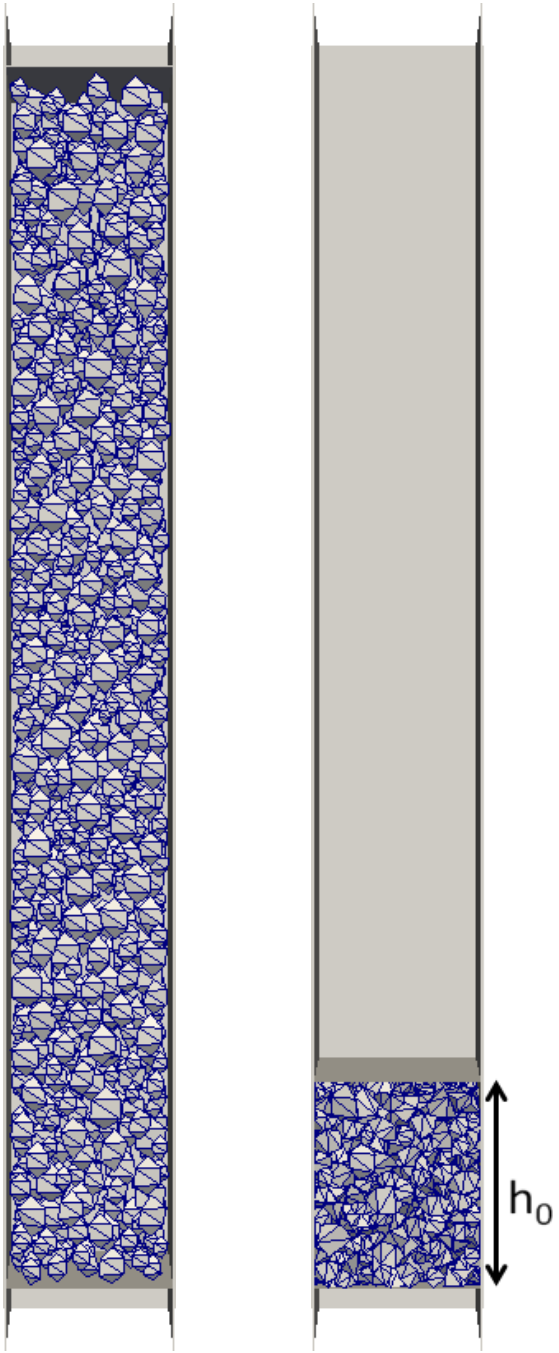


FIGURE 5.1 – Échantillon de grains avant et après dépôt gravitaire

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

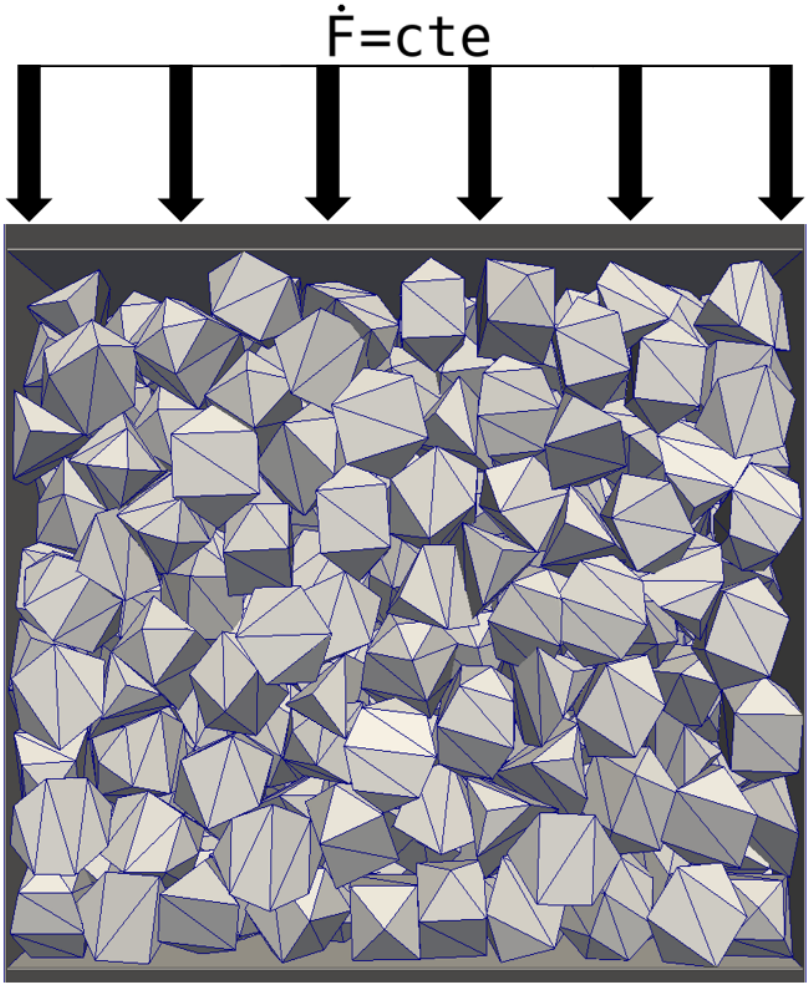


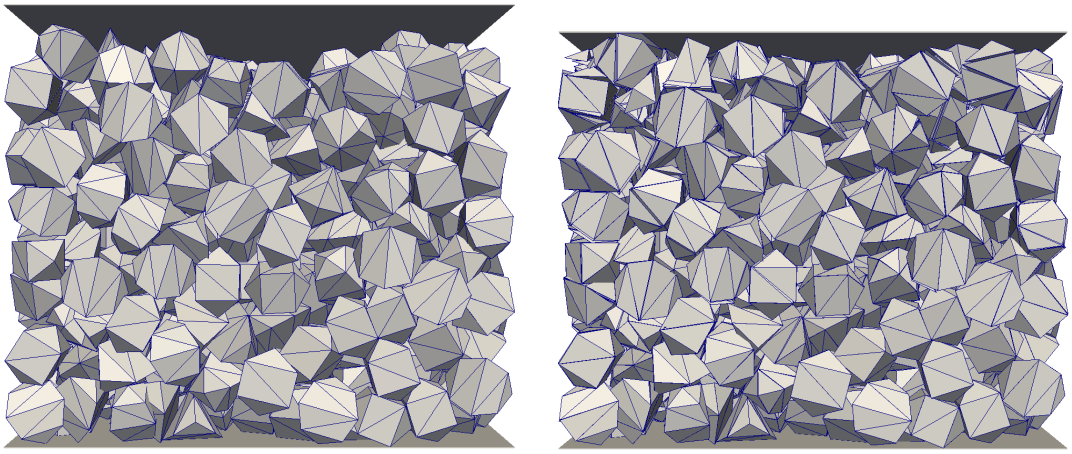
FIGURE 5.2 – Échantillon de grains rigides avant la compression œdométrique

5.2 Comparaison entre grains cassables et non cassables

La première partie de ce chapitre vise à exploiter une étude comparative entre deux échantillons ayant la même granulométrie soumis à une compression œdométrique ; le premier formé de grains non discrétisés en particules, donc n'ayant pas la possibilité de casser qualifiés de grains non cassables (unbreakable), et le deuxième échantillon formé de grains divisés en particules (breakable) [Nader et al., 2017c, Nader et al., 2017a].
Pour cela, un échantillon de 850 grains est généré, avec une dimension maximale du grain égale à 4 cm (granulométrie initiale uniforme), un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$, et un nombre de sommet variant aléatoirement entre 8 et 14. La méthode de dépôt gravitaire expliquée précédemment est ensuite appliquée, avec un coefficient de frottement $\mu = 0.1$ lors du dépôt, et une section horizontale de 30×30 cm. La hauteur de l'échantillon après dépôt est de $h_0 = 26$ cm, ce qui donne un rapport $\frac{\text{dimension grain}}{\text{dimension échantillon}} = 0.15$, valeur supérieure à la valeur limite proposée pour éliminer l'effet de bords.
Une première simulation de compression œdométrique est réalisée sur un échantillon dé-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

posé sans discrétisation en particules, afin de simuler le comportement d'un milieu formé de grains non cassables. Une deuxième simulation est réalisée avec le même chargement, ayant discrétisé les grains pour permettre leur rupture (grains cassables). L'échantillon de grains cassables est formé de 10700 particules tétraédriques (~12 particules par grain). La figure 5.3 Les particules appartenant à un même grain sont liées par des liens cohésifs suivant le critère Mohr-Coulomb, avec $c_n = 10^3$ kPa avec $\mu_{MC} = 0.4$. Dans les deux simulations, le contact entre les plaques et les grains, ainsi que le contact entre les grains eux mêmes est un contact frottant sec du type Coulomb avec un coefficient de frottement $\mu = 0.4$. En ce qui concerne les temps de calcul, la durée de la simulation pour 850 grains non cassables d'environ une heure, et peut atteindre environ 3 jours quand les grains sont cassables (10700 particules).



avant rupture après rupture

FIGURE 5.3 – Échantillons de grains soumis à la compression œdométrique avant et après rupture

5.2.1 Échelle macroscopique

Pendant la compression œdométrique, la réaction exercée par les grains sur la plaque supérieure est suivie et la contrainte est alors calculée ; par ailleurs le déplacement de cette plaque permet de calculer l'évolution de l'indice des vides et de la déformation verticale. La figure 5.4 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale, tracée sur une échelle semi-logarithmique. Les courbes des deux simulations (grains cassables et grains non cassables) montrent chacune un changement de pente : une faible pente sous faibles contraintes, puis un passage à une pente plus élevée en valeur absolue, sous une contrainte de 50 kPa environ pour les grains cassables et de 100 kPa pour les grains non cassables. Ce résultat est attendu pour un essai de compression œdométrique.
Le coefficient de compressibilité C_c qui est égal à la deuxième pente de la courbe œdométrique est calculé pour les différentes simulations de façon itérative :
Une courbe de tendance est calculée pour l'ensemble des points. Si le coefficient de corrélation r^2 est inférieur à 0.99, un point du début de la courbe est supprimé et le calcul est répété, jusqu'à obtenir $r^2 \geq 0.99$.
Les valeurs de C_c calculées sont : $C_c = 0.130$ pour les grains cassables, et $C_c = 0.108$ pour

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

les grains non cassables. Cette différence des valeurs est traduite physiquement par une déformation (ou tassement) de l'échantillon de grains cassables plus importante que celle de l'échantillon de grains non cassables, pour un même incrément de contrainte verticale appliquée.
La figure 5.5 est une autre présentation de la même analyse, montrant l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale (en valeurs médianes). Pour une valeur donnée de la déformation verticale, la contrainte verticale est supérieure dans l'échantillon de grains cassables. Ces observations mènent à la conclusion que quand les grains sont rompus, la seule différence entre les deux cas étudiés, une plus grande liberté de mouvement est créée, et le réarrangement des grains devient plus facile, ce qui explique le tassement plus important dans ce cas. Il est important à noter que dans la figure 5.5, la déformation verticale atteinte ne permet pas de voir une diminution de la compressibilité de l'échantillon habituellement observée pour ce type de matériaux caractérisé par la rupture des grains, ce qui peut être une conséquence des limitations numériques (pas de temps, paramètres de détection de contact, tolérance des calculs).

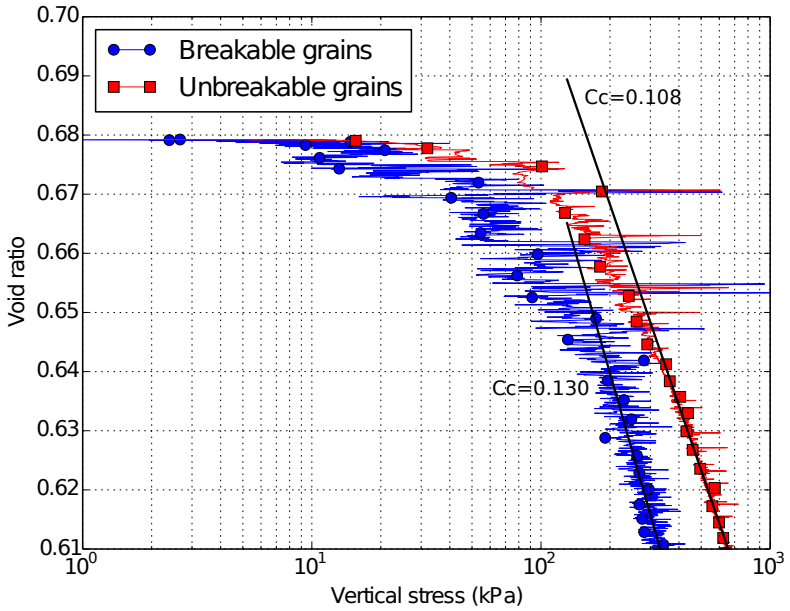


FIGURE 5.4 – Courbes œdométriques des échantillons de grains cassables et non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

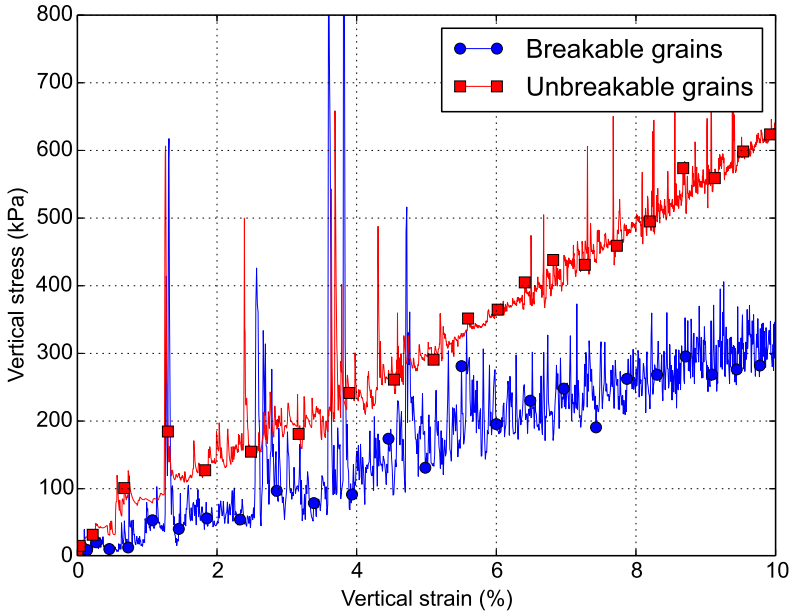


FIGURE 5.5 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons de grains cassables et non cassables

Le modèle de rupture employé dans les simulations œdométriques offre la possibilité de suivre les liaisons cohésives reliant les particules des grains cassables. La figure 5.6 montre l'évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans l'échantillon en fonction de la déformation verticale. Il est clair que les grains sont rompus de plus en plus sous le chargement. On remarque deux points intéressants pour $\varepsilon = 1.2\%$ et $\varepsilon = 3.7\%$ montrant des chutes du pourcentage des liaisons cohésives restantes. En comparant cette courbe avec la courbe de la figure 5.5 de la contrainte verticale en fonction de la déformation, pour ces deux valeurs de la déformation, un pic dans la contrainte verticale est observé. En effet, pour ces deux valeurs de la déformation les grains se bloquent, ce qui mène à une augmentation de la contrainte verticale montré par un pic sur la courbe de la figure 5.5. Quand le pic est atteint, une rupture des grains a lieu, montrée par une chute dans le pourcentage des liaisons cohésives restantes dans la figure 5.6. Suite à la rupture des grains, le mouvement est débloqué, et la déformation verticale croît de nouveau.
En analysant les graphes, les premiers pas de calcul montrent des ruptures de grains dans l'échantillon cassables (figure 5.6). Cela est dû à la transmission des forces de contacts hétérogènes entre les grains : au début de l'essai, peu de grains récupère la force appliquée par la plaque supérieure (figure 5.7), ce qui mène à de grandes forces transmises aux contacts activés (figure 5.8), et par la suite à des ruptures de grains. Pour mieux visualiser ce phénomène, la figure 5.7 montre une vue de face de la plaque supérieure au début de la simulation, où les contacts peu nombreux établis entre la plaque et les grains sont visibles. De plus, la figure 5.8 montre les forces de contacts normales entre les grains à l'intérieur de l'échantillon aux premiers pas de calcul. Seules les forces les plus fortes sont représentées. Une chaîne de force prédomine dans tout l'échantillon là où la force appliquée par la plaque est transmise à un grain unique.
En effet, le modèle de grain parfaitement rigide ne simule pas l'élasticité aux contacts, donc l'hétérogénéité des forces de contact est inévitable, surtout au début de la simulation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

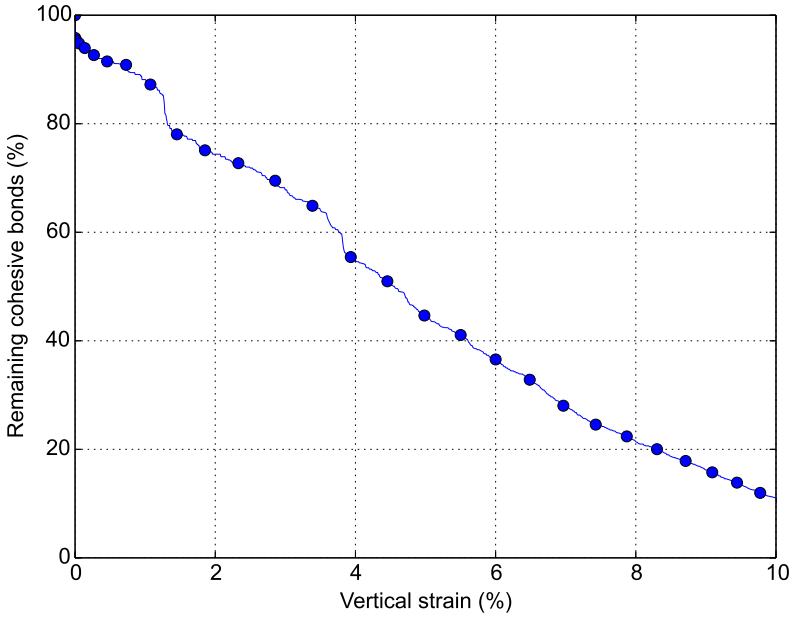


FIGURE 5.6 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants dans l'échantillon de grains cassables en fonction de la déformation verticale

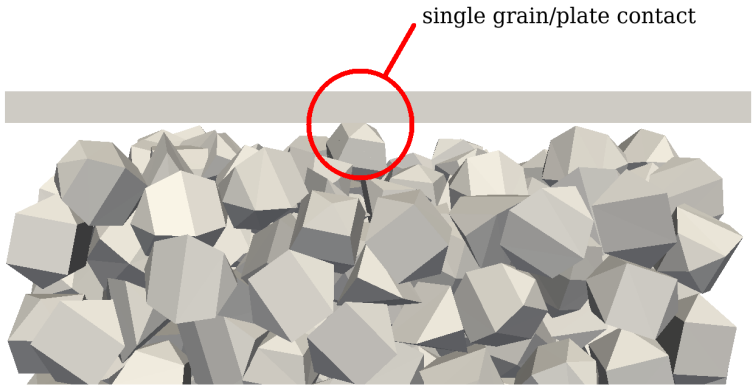


FIGURE 5.7 – Contacts plaque-grains au début de la compression œdométrique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

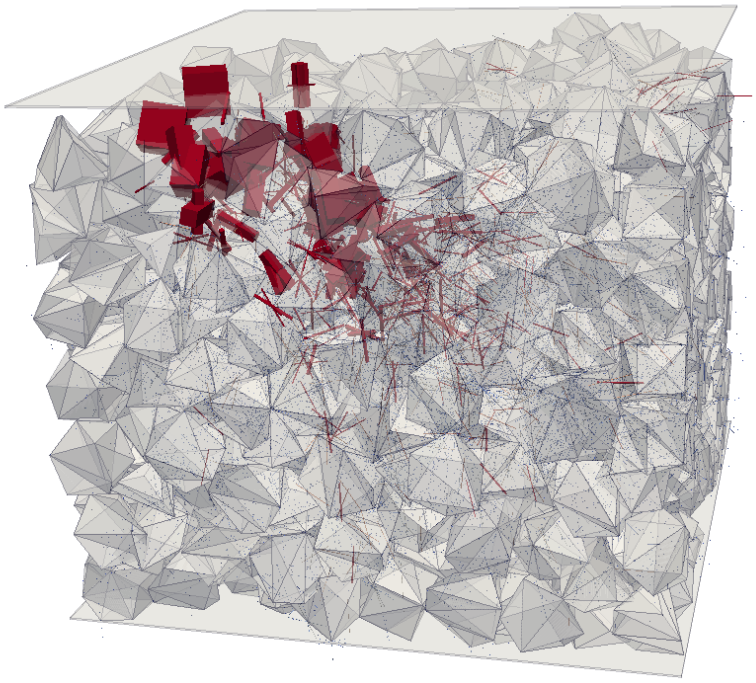


FIGURE 5.8 – Distribution des forces de contacts au début de la compression œdométrique

Le suivi des liaisons cohésives permet en plus de calculer la granulométrie de l'échantillon au cours de la simulation. En effet, les grains qui cassent sont séparés en fragments, chacun de ces fragments devenant lui même un grain. Pour calculer la granulométrie, la dimension maximale et le volume de chaque grain sont calculés, et le grain est assimilé à un cylindre de même volume, dont la hauteur est égale à la dimension maximale du grain. Le diamètre de ce cylindre satisfaisant ce volume et cette dimension maximale permet de calculer la dimension granulométrique du grain (figure 5.9) :

$$d_{gran} = \alpha d_{cyl} = \alpha \sqrt{\frac{4V}{\pi d_{max}}} \tag{5.1}$$

avec d_{gran} la dimension granulométrique du grain, d_{cyl} le diamètre du cylindre équivalent, d_{max} la dimension maximale du grain, V le volume du grain, et α un coefficient de correction pour prendre en compte la différence de forme entre le grain et le cylindre.
Dans cette étude, la valeur de α est déterminée en considérant un nombre de grains et de fragments de grains dont les dimensions granulométriques sont connues, et en calculant la valeur de α de façon à obtenir les valeurs les plus proches. Une valeur moyenne de $\alpha = 2.2$ a été obtenue. La figure 5.10 montre l'évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains cassables. La granulométrie initiale est créée en fixant une dimension maximale des grains à 4 cm. Vu que le nombre de sommets peut varier, le calcul des dimensions granulométriques donne la courbe de l'état initial de la figure 5.10. La courbe de la granulométrie n'est pas complètement verticale. Cela est expliqué par le fait que des grains ayant une même dimension maximale d_{max}, un même rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ mais un nombre de demi-plans verticaux n_p différent (3 ou 4), ont une dimension granulométrique d_{gran} différente (figure 3.12 du chapitre 3).
L'état ultime, dont la courbe est montrée sur la figure, est défini comme étant l'état final

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

qu'aura atteint théoriquement l'échantillon si tous les liens cohésifs sont rompus, ce qui n'est pas nécessairement possible dans les simulations œdométriques étudiées. En effet, cet état ultime est dépendant de la discrétisation du grain, et sera uniquement utilisé pour remplacer l'état ultime (distribution fractale) proposé par Einav [Einav, 2007] lors du calcul du taux de rupture qu'il propose dans le cadre des mêmes travaux.
La granulométrie de l'échantillon génère des distributions de forces hydrostatiques sur les grains de grandes dimensions qui ne les cassent pas, c'est pourquoi la dimension granulométrique maximale reste constante. Cet effet est expliqué par McDowell et al. [McDowell et al., 1996] et Tsoungui et al. [Tsoungui et al., 1999].
L'évolution de la granulométrie est progressive, en se rapprochant de l'état ultime sans pourtant la possibilité de l'atteindre.

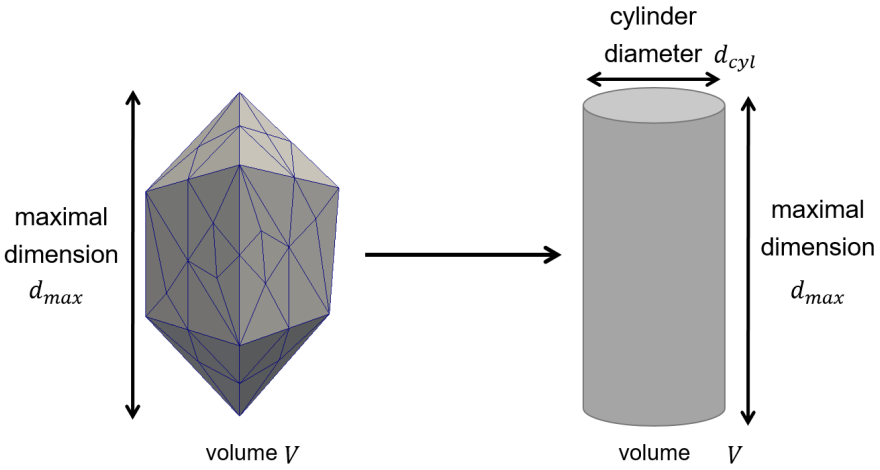


FIGURE 5.9 – Méthode employée pour le calcul des dimensions granulométriques des grains

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

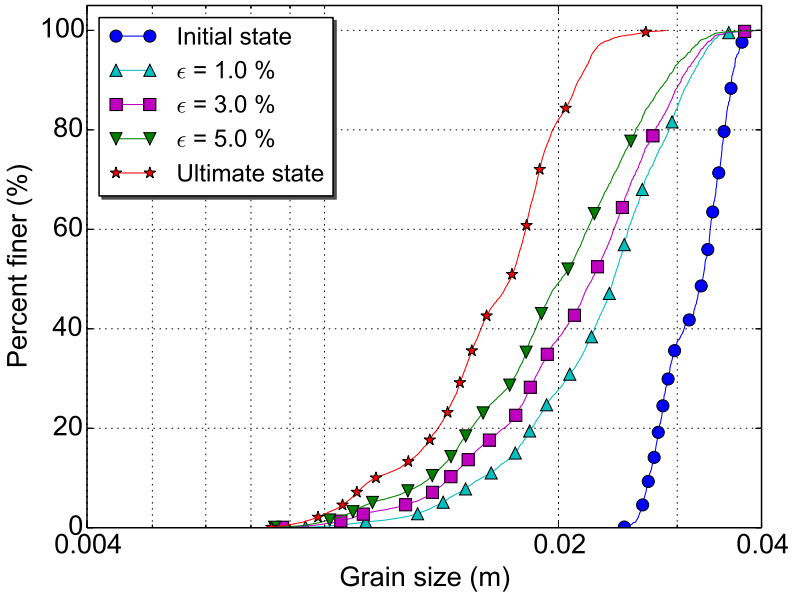


FIGURE 5.10 – Évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains cassables au cours de la compression œdométrique

Le calcul du tenseur de contraintes permet de tracer l'évolution de la direction principale de contraintes au cours du chargement (figure 5.11). Les deux échantillons de grains, cassables et non cassables, ont une direction principale aux alentours de 80° par rapport à l'horizontale, avec des variations attribuées aux réarrangements locaux des grains, ce qui explique l'atténuation de ces variations quand le chargement avance et quand les réarrangements ont lieu dans une moindre mesure.

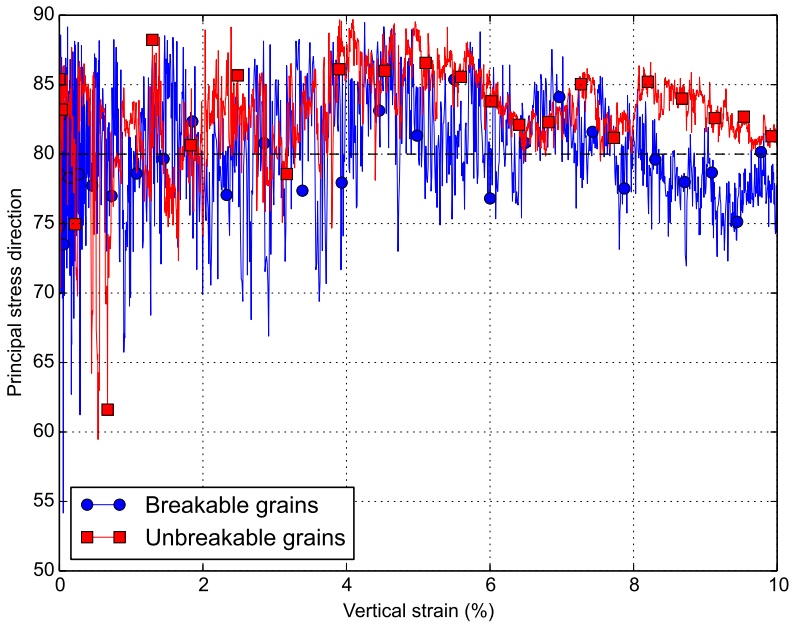


FIGURE 5.11 – Évolution de la direction principale de contraintes des échantillons de grains cassables et non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

5.2.2 Bilan énergétique

Le travail externe fourni à l'échantillon W_{ext} lors de la compression est calculé en multipliant la réaction des grains sur la plaque supérieure par le déplacement de cette plaque entre deux pas de temps :

$$W_{ext} = \text{force de réaction} \times \text{déplacement} \tag{5.2}$$

Plusieurs énergies interviennent dans le bilan énergétique durant la compression œdométrique. Afin de vérifier l'équilibre du bilan énergétique, les incréments d'énergie cinétique ΔE_{cin} et de l'énergie dissipée par frottement ΔE_{diss} sont calculés à chaque pas de temps.
L'énergie cinétique est calculée comme suit :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\text{nb corps}} \left(\sum_{j=1}^{3} m_i v_{ij}^2 + \sum_{j=1}^{3} I_i \omega_{ij}^2 \right) \tag{5.3}$$

avec m_i la masse du corps i, v_i le vecteur vitesse, I_i le moment d'inertie et ω_i la vitesse de rotation.
L'énergie dissipée par frottement est calculée comme suit :

$$E_{diss} = \sum_{i=1}^{\text{nb contacts}} (u_{ni} r_{ni} + u_{ti} r_{ti} + u_{si} r_{si}) \tag{5.4}$$

avec u_{ni} le déplacement relatif suivant la direction normale au contact i, r_{ni} la réaction normale au contact, u_{ti} et u_{si} les déplacements relatifs suivant les directions tangentielles et r_{ti} et r_{si} les réactions au contact suivant les directions tangentielles.
On définit la variation de l'énergie interne ΔE_{int} telle que :

$$\Delta E_{int} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{diss} \tag{5.5}$$

Le but est alors de vérifier la relation :

$$W_{ext} = \Delta E_{int} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{diss} \tag{5.6}$$

Les figures 5.12 et 5.13 montrent l'évolution du travail externe et l'énergie interne de l'échantillon de grains cassables et non cassables respectivement. Une correspondance dans les deux cas est notée, avec des fluctuations dues à la rigidité des corps et aux erreurs pouvant apparaître pendant le calcul numérique. À noter que l'écart est moins important dans le cas des grains non cassables vue qu'un nombre inférieur de corps intervient dans le calcul. L'équation 5.6 est considérée vérifiée.
On s'intéresse ensuite à la comparaison des travaux externes des deux échantillons (figure 5.14). Au début du chargement et jusqu'à atteindre une déformation $\varepsilon = 4\%$, le travail externe des grains non cassables est supérieur à celui des grains cassables. Cela est dû à la valeur de la force appliquée sur les grains non cassables supérieure à celle appliquée sur les grains cassables pour atteindre une même déformation (équation 5.2). Au cours de la compression, l'échantillon des grains non cassables se rigidifie, et donc les déplacements de la plaque supérieure deviennent moins importants, le travail externe de l'échantillon de grains cassables à partir de $\varepsilon \geq 4\%$ exhibent des valeurs inférieures, car la liberté de mouvement des grains, et par la suite de la plaque supérieure, est plus grande dans ce cas.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

L'introduction du modèle de rupture des grains est à l'origine de l'écart entre les travaux externes des deux simulations, cet écart est alors défini comme étant égal à l'énergie de rupture E_{rupt}. Cette hypothèse est étudiée de façon détaillée ultérieurement (paragraphe 7.3 du chapitre 7).

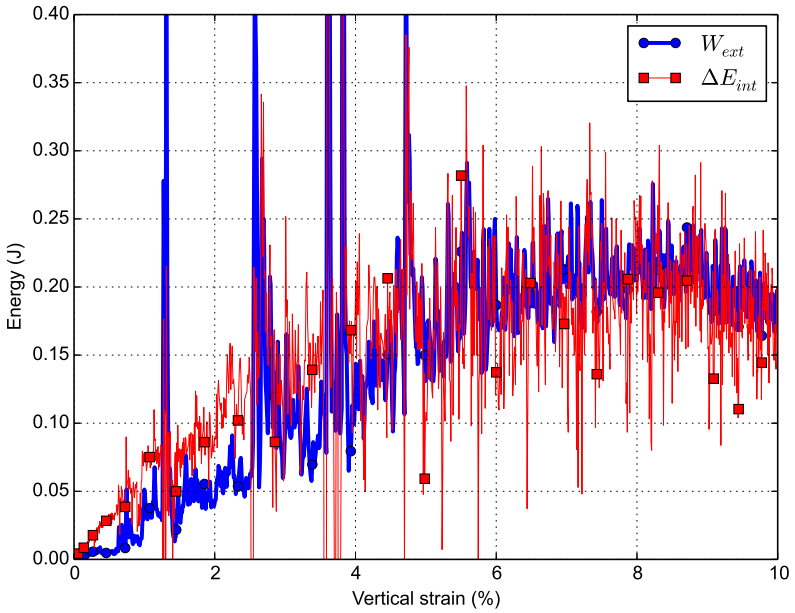


FIGURE 5.12 – Bilan énergétique au cours de la compression œdométrique - grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa)

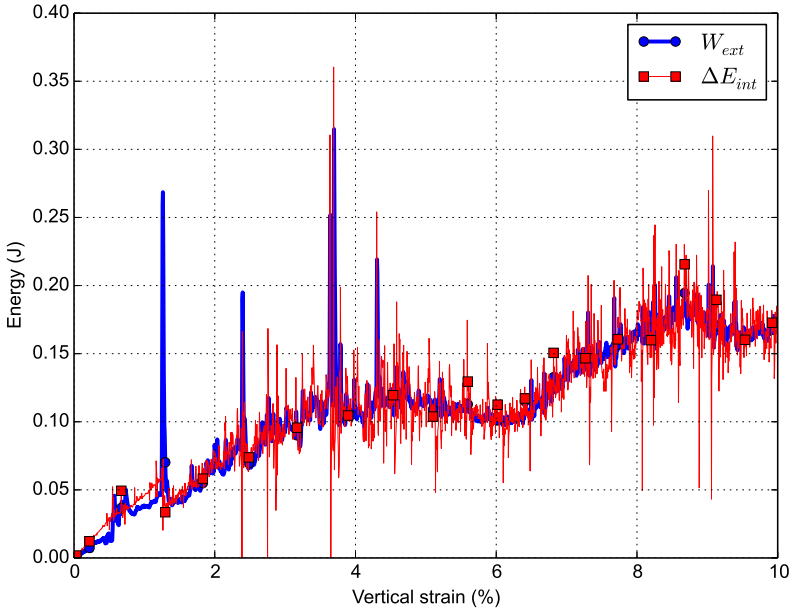


FIGURE 5.13 – Bilan énergétique au cours de la compression œdométrique - grains non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

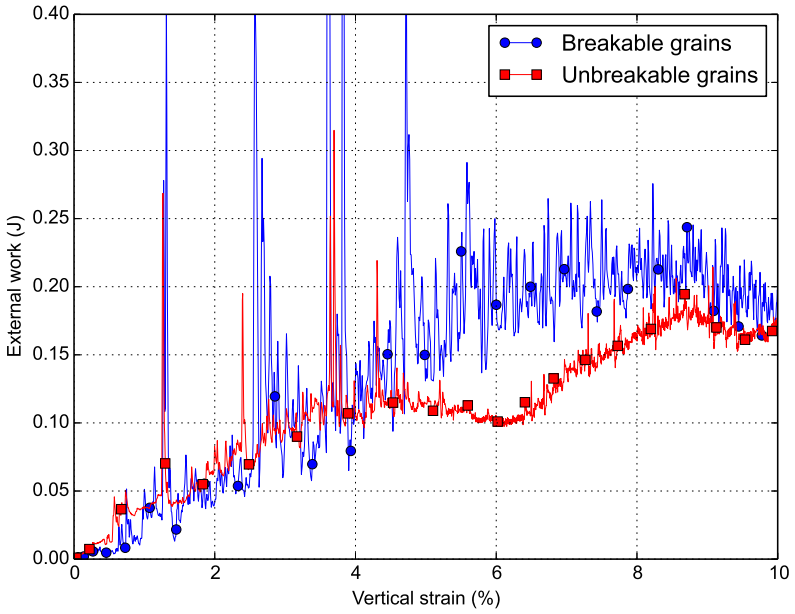


FIGURE 5.14 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons de grains cassables et non cassables

5.2.3 Échelle microscopique

Suite à l'exploitation des grandeurs macroscopiques suivies, le passage à l'échelle des contacts entre les grains (échelle microscopique) est réalisé afin d'étudier le déplacement des grains et la distribution des forces de contacts et leur évolution dans le cas des grains avec et sans rupture.

En premier lieu, la rotation des grains au cours du chargement est suivie. Afin de calculer une rotation moyenne, la somme des angles de rotation autour des trois axes de l'espace tridimensionnel en valeurs absolues est calculée, et divisée par le nombre de particules (10700 particules dans le cas des grains cassables et 850 particules dans le cas des grains non cassables).

L'évolution de la rotation moyenne (figure 5.15) montre que la rotation moyenne des grains non cassables est plus importante pour une déformation verticale $\varepsilon \leq 4.8\%$. Pour $\varepsilon = 1.2\%$ et $\varepsilon = 3.7\%$ un saut de la rotation moyenne est noté dans l'échantillon de grains cassables qui correspondent aux moments de ruptures montrés précédemment dans la courbe des liaisons cohésives (figure 5.6).

Pour une déformation verticale $\varepsilon > 4.8\%$, l'ordre des courbes s'inverse. En effet, quand la compression commence, les grains non cassables tournent en corps rigides, contrairement à l'échantillon des grains cassables où quelques fragments de grains rompus subissent des rotations sans nécessairement que l'ensemble des fragments du grain tournent. Quand la déformation atteint $\varepsilon = 4.8\%$, le mouvement des grains non cassables devient contraint, différemment du cas des grains cassables où la liberté de mouvement due à la rupture est plus importante, ce qui mène à une rotation moyenne supérieure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

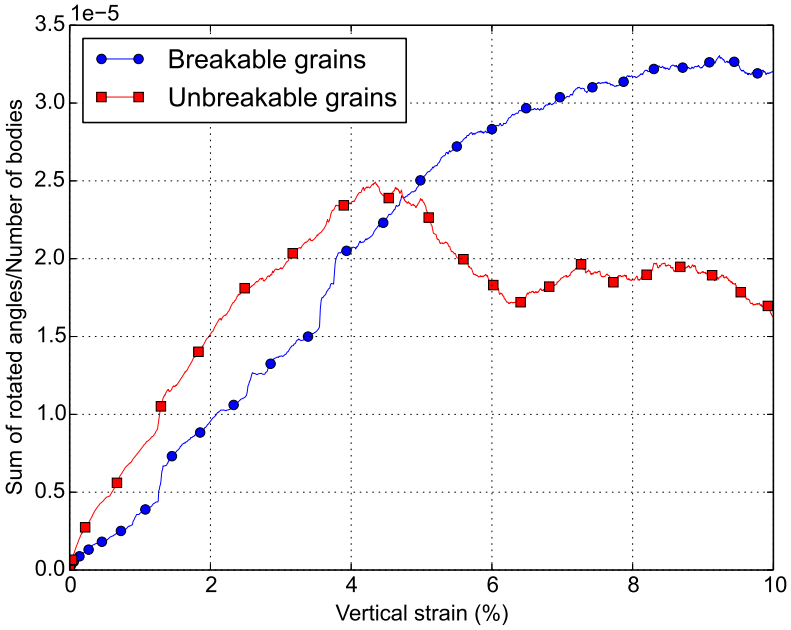
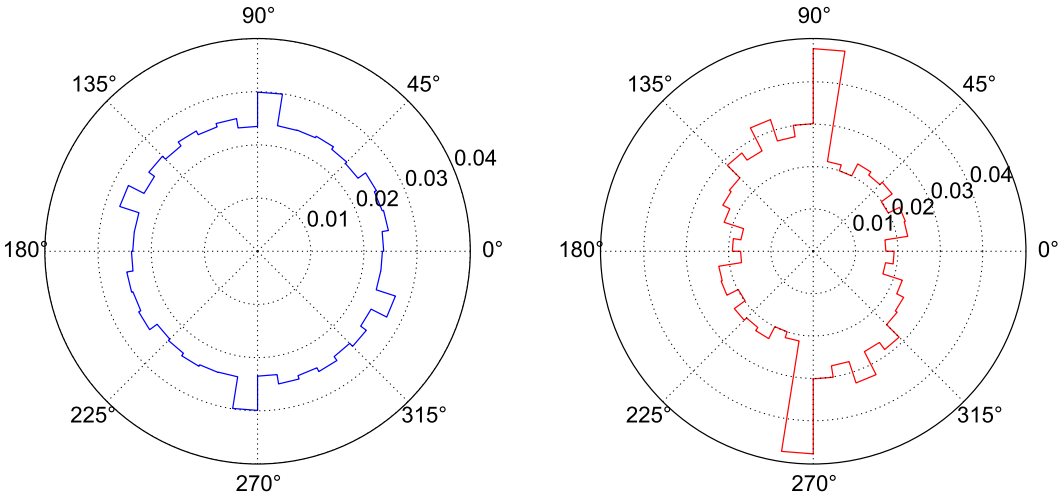


FIGURE 5.15 – Évolution de la rotation moyenne lors de la compression œdométrique des échantillons de grains cassables et non cassables

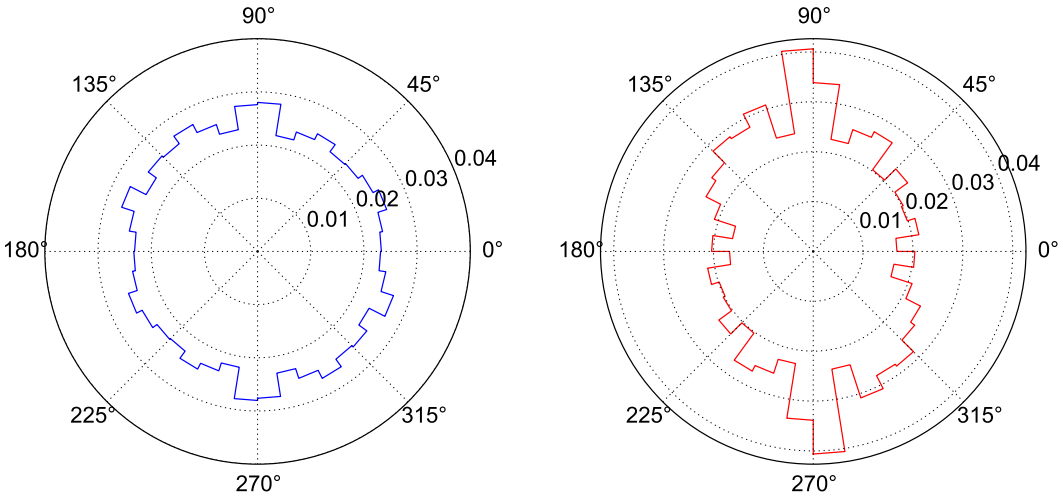
L'étude des normales aux contacts qui jouent un rôle déterminant dans la définition de la liberté de mouvement et le blocage des rotations est réalisée. Afin d'étudier cet aspect, les distributions polaires des deux échantillons pour plusieurs valeurs de la déformation verticale ε sont établies. La même correction expliquée au paragraphe précédent (équation 4.2) est appliquée pour tracer les diagrammes. Les figures 5.16, 5.17 et 5.18 montrent les distributions polaires des normales aux contacts dans les deux échantillons pour $\varepsilon = 1\%$, $\varepsilon = 4\%$ et $\varepsilon = 7\%$ respectivement.
On note que les normales aux contacts sont orientées de façon plus homogène dans le cas des grains cassables tout au long de la compression, tandis que la direction verticale (qui est celle du chargement) est favorisée dans le cas de grains non cassables. Cela est dû à la rupture de grains qui génère des fragments de dimension inférieure à celle du grain initial, qui permettent de redistribuer les efforts de contacts dans toutes les directions, contrairement au cas de l'échantillon de grains non cassables, où la redistribution des directions des forces de contacts est plus restreinte.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



grains cassables grains non cassables

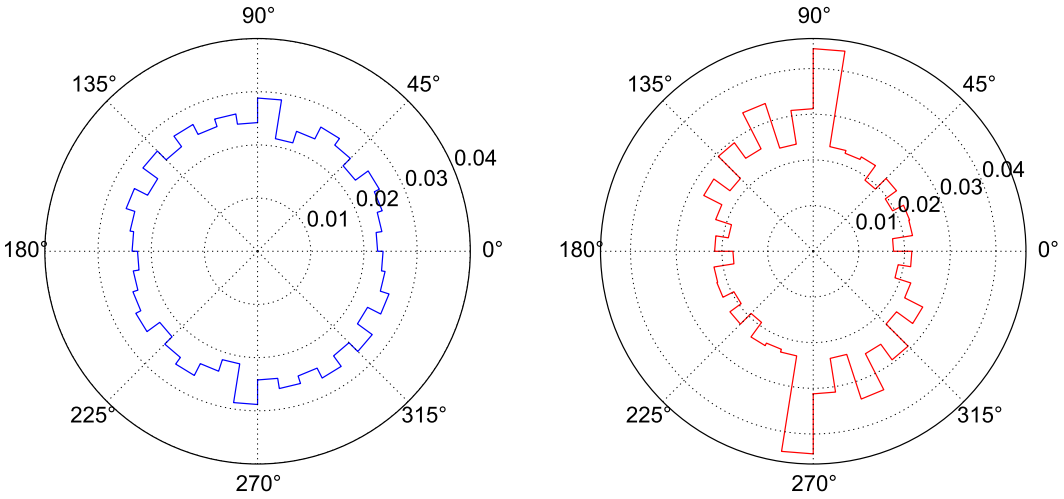
FIGURE 5.16 – Distribution polaire des normales aux contacts dans les deux échantillons pour $\varepsilon = 1\%$



grains cassables grains non cassables

FIGURE 5.17 – Distribution polaire des normales aux contacts dans les deux échantillons pour $\varepsilon = 4\%$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



grains cassables grains non cassables

FIGURE 5.18 – Distribution polaire des normales aux contacts dans les deux échantillons pour $\varepsilon = 7\%$

Pour mieux quantifier cet écart dans l'orientation des normales aux contacts, le tenseur de fabrique **F** (équation 5.7) définit par Bathurst et Rothenburg [Bathurst and Rothenburg, 1988], Rothenburg et Bathhurst [Rothenburg and Bathurst, 1989] et Ouadfel et Rothenburg [Ouadfel and Rothenbur est calculé pour ensuite déduire l'évolution de l'anisotropie de fabrique a :

$$\mathbf{F} = \sum \frac{n_{ik} n_{ik}}{N_c} \tag{5.7}$$

où N_c est le nombre de contacts.
L'anisotropie a est considérée égale à :

$$a = \frac{5}{2} \frac{F_3 - F_1}{tr\mathbf{F}} \tag{5.8}$$

avec F_1 et F_3 les valeurs propres mineure et majeure des tenseurs **F** et $tr\mathbf{F}$ la trace du tenseur de fabrique.
La figure 5.19 montre l'évolution de l'anisotropie des deux échantillons. Une anisotropie supérieure est observée dans le cas de grains non cassables en accord avec la direction préférentielle montrée dans les distributions polaires.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

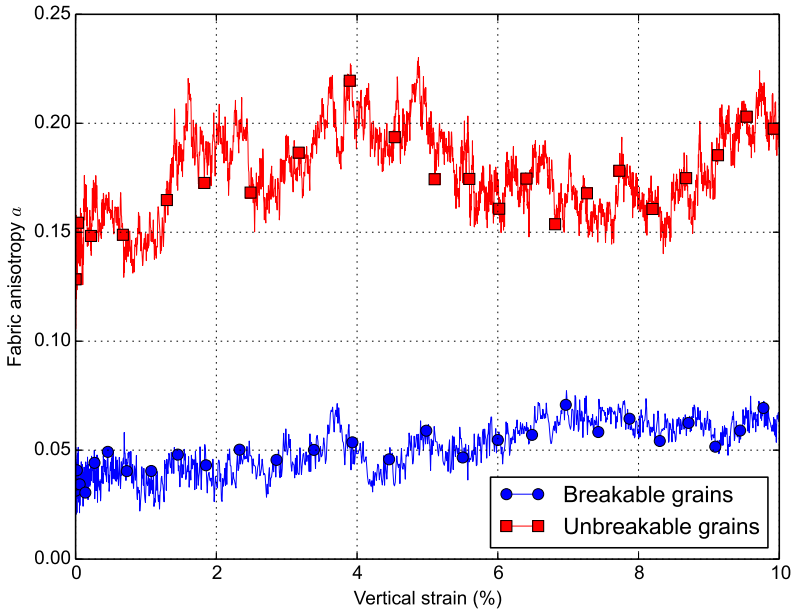


FIGURE 5.19 – Évolution de l'anisotropie de fabrique des échantillons de grains cassables et non cassables

Après l'étude des directions des forces normales de contact, les valeurs de ces forces seront étudiées. Pour cela ces forces normales sont classées en forces faibles et forces fortes.
Pour accomplir ce classement, la force normale moyenne est calculée à chaque pas de temps, et toutes les forces ayant une valeur inférieure à la force moyenne sont considérées comme forces faibles (weak forces), et toutes les forces ayant une valeur supérieure à la moyenne sont considérées comme forces fortes (strong forces).
La figure 5.20 montre l'évolution du pourcentage de forces faibles et fortes. Le pourcentage de forces faibles varie pour les deux échantillons autour de 80%, et le pourcentage de forces fortes autour de 20%, avec une légère différence entre cassables et non cassables. Cette différence décroit en fonction de la compression.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

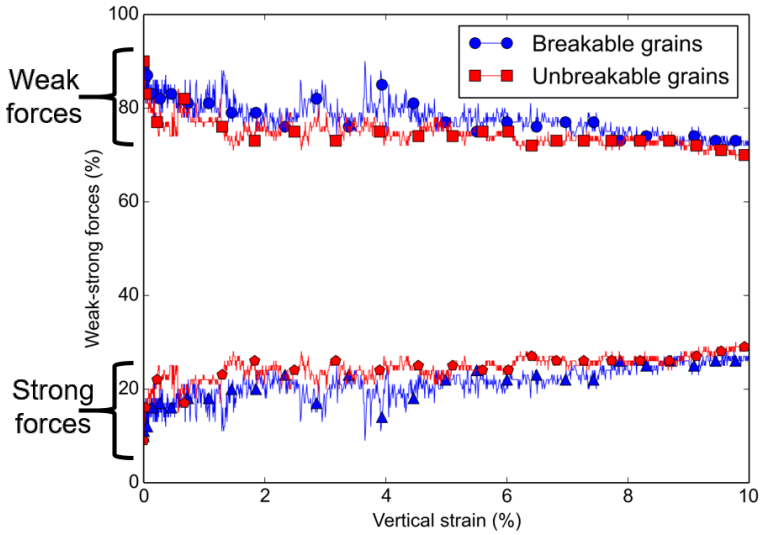


FIGURE 5.20 – Évolution des forces normales faibles et fortes pour les échantillons de grains cassables et non cassables

Un autre moyen permettant d'étudier la distribution des forces normales de contact de façon plus précise, est de tracer la fonction de densité de probabilité (PDF) de ces forces (figures 5.21, 5.22, 5.23).
La méthode utilisée pour le calcul de la densité de probabilité pour un certain pas de temps est la suivante :

- la valeur moyenne F_{moy} et l'écart type σ_F de la liste des forces normales de contact sont calculés ;
- un domaine $[F_{moy} - \sigma_F ; F_{moy} + \sigma_F]$ est établi et divisé en 20 intervalles de façon uniforme ;
- les forces sont parcourues, et chacune est rajoutée à l'intervalle correspondant à sa valeur ;
- le nombre de forces dans chaque intervalle est calculé et divisé par le nombre total de forces pour obtenir la densité de probabilité.

Toutes les forces supérieures à $F_{moy} + \sigma_F$ sont placées dans le dernier intervalle afin de vérifier que la somme des probabilité est égale à 1. Ce dernier intervalle (en pointillés dans les figures 5.21, 5.22, 5.23) ne sera donc pas utilisé dans l'analyse. Les figures 5.21, 5.22 et 5.23 montrent la densité de probabilité des forces normales pour les grains cassables et non cassables, pour des déformations verticales de 1%, 4% et 7% respectivement. À noter que pour comparer la densité de probabilité entre grains cassables et grains non cassables, seuls les contacts entre grains (contacts non cohésifs) sont pris en compte.
Pour $\varepsilon = 1\%$, la distribution des forces normales est plus étalée pour les grains cassables $\left(\frac{F_n}{F_{moy}} < 6.9\right)$. En effet, dans cet échantillon, les interactions cohésives entre les particules et les ruptures mènent à une redistribution des forces normales telle que certains contacts sont soumis à des efforts plus grands que d'autres, phénomène observé de façon moins importante dans le cas de grains non cassables, ce qui explique les forces normales plus proches de la moyenne pour ce dernier $\left(\frac{F_n}{F_{moy}} < 3\right)$.
Quand la déformation verticale augmente ($\varepsilon = 4\%$ et $\varepsilon = 7\%$), plus de grains ont rompu

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

dans l'échantillon de grains cassables, donc moins de contacts cohésifs sont activés, et les densités de probabilité des deux échantillons se rapprochent, ce qui est en accord avec les courbes de forces faibles et forces fortes (figure 5.20).
La tendance générale de l'évolution de la densité de probabilité en fonction du chargement montre, pour les deux échantillons, que la distribution des forces normales se rapproche de la moyenne et devient donc plus homogène dans l'échantillon ($\frac{F_n}{F_{moy}}$ passe de 7 à 3.5). Cette évolution montre que les grains (cassables et non cassables) se réarrangent de façon à mieux distribuer les forces dans l'échantillon.

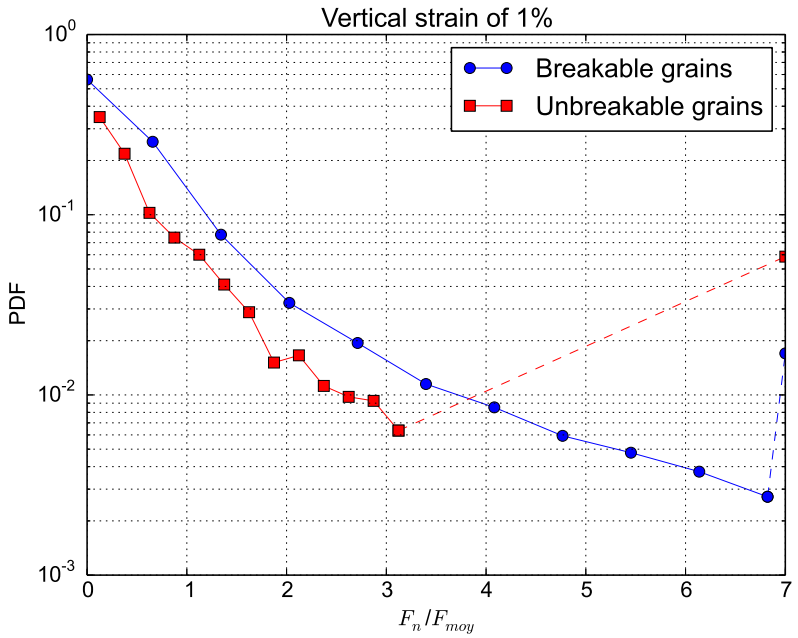


FIGURE 5.21 – Fonction de densité de probabilité dans les deux échantillons - $\varepsilon = 1\%$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

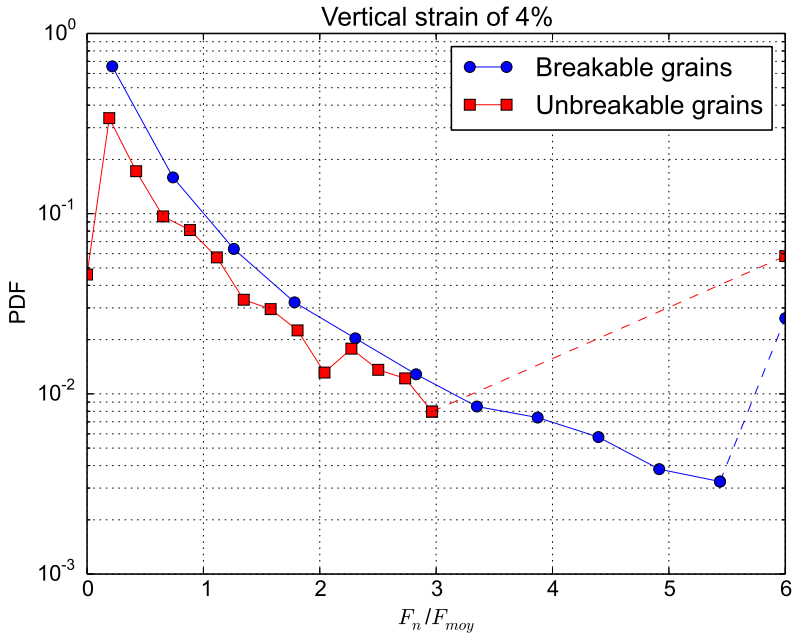


FIGURE 5.22 – Fonction de densité de probabilité dans les deux échantillons - $\varepsilon = 4\%$

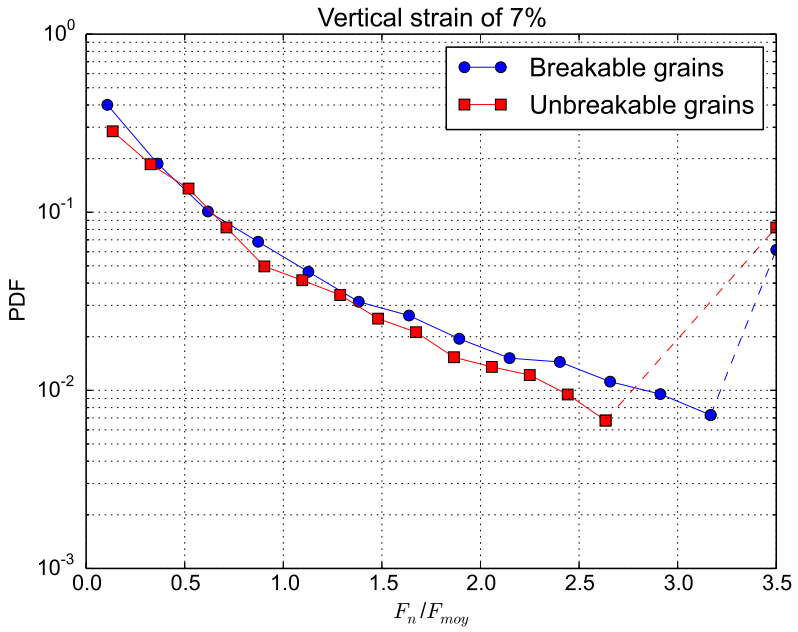


FIGURE 5.23 – Fonction de densité de probabilité dans les deux échantillons - $\varepsilon = 7\%$

5.2.4 Conclusion

L'étude comparative entre grains cassables et grains non cassables permet de montrer l'influence de l'introduction d'un modèle de rupture de grain dans les simulations numériques.
À l'échelle macroscopique, une plus grande liberté de mouvement est notée pour les grains cassables, donc une résistance à la compression plus faible. Le bilan énergétique est établi

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

pour les deux simulations.
À l'échelle microscopique, la distribution des forces normales, en direction et en intensité, est étudiée. Les normales aux contacts sont orientées de façon plus homogène pour l'échantillon de grains cassables, vu le nombre supérieur de contacts résultant de la rupture des grains. En ce qui concerne les intensités de forces normales aux contacts, au début du chargement, la distribution des forces est plus homogène dans le cas de grains non cassables. L'écart entre les distributions décroît quand la compression augmente, ce qui est dû à la rupture des grains et donc à la disparition des liens cohésifs.

5.3 Effet de la cohésion

Après avoir mis en évidence l'influence du modèle de rupture des grains sur le comportement d'un échantillon granulaire sous chargement œdométrique et le rôle important des liens cohésifs dans la distribution des forces, l'influence de la valeur de la cohésion intra-granulaire est étudiée.
Le même échantillon généré dans le paragraphe précédent est considéré, et plusieurs simulations sont lancées, en faisant varier les valeurs de la cohésion intra-granulaire c_n et c_t, en gardant la valeur de μ_{MC} constante $\mu_{MC} = 0.4$. Les valeurs de c_n testées varient entre 10 kPa et 10^5 kPa (c_t varie entre 4 kPa et $4 \cdot 10^4$ kPa). Les autres paramètres sont choisis identiques à la simulation sur grains cassables montrées précédemment.

5.3.1 Échelle macroscopique

La figure 5.24 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale des différentes cohésions sur une échelle semi-logarithmique. Les courbes montrent des variations brusques et ne permettent pas de bien comparer les résultats des différentes valeurs de cohésion. En effet, à cause de la rigidité des corps modélisés, plusieurs contacts grains/plaques apparaissent et disparaissent au cours de la simulation, ce qui génère du bruit dans les courbes de la contrainte verticale, l'indice des vides et la déformation verticale. On cherche alors à réduire ce bruit et obtenir des courbes lisses, afin de pouvoir faire des études comparatives. Pour cela, les valeurs de chacune de ces grandeurs sont regroupées en des paquets de plusieurs points afin de calculer pour chaque paquet la valeur médiane. Ces valeurs médianes sont par la suite utilisées pour tracer les courbes.
La variation de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale est retracée avec les valeurs médianes calculées (figure 5.25). L'influence de la cohésion n'est pas très claire pour c_n inférieure ou égale à 10^3 kPa, les différentes courbes ont la même allure et le même ordre de grandeur des contraintes et des indices des vides. Par contre les courbes de $c_n = 10^4$ kPa et 10^5 kPa se détachent des autres courbes, montrant une résistance plus importante à la compression : pour une même contrainte verticale appliquée, les échantillons ayant $c_n = 10^4$ kPa ou $c_n = 10^5$ kPa ont un indice des vides supérieur, ce qui traduit le compactage plus difficile de l'échantillon. Le changement de pente dans les courbes a lieu pour des valeurs de contrainte verticale de même ordre de grandeur sauf dans le cas $c_n = 10^5$ kPa où le changement de pente est décalé vers les plus fortes contraintes.
Pour mieux comparer les différentes simulations, le coefficient de compressibilité est calculé (figure 5.26). Pour les faible cohésions $c_n \leq 1 \cdot 10^3$ kPa, des fluctuations de C_c sont observées donc la rigidité de l'échantillon ne varie pas suivant une tendance claire. Pour

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

$c_n > 1 \cdot 10^3$ kPa, C_c diminue donc ces deux derniers échantillons sont plus rigides. Ce résultat peut être affecté par les conditions limites imposées dans la simulation numérique. Les mêmes observations sont réalisées pour la figure 5.27 montrant la contrainte en fonction de la déformation verticale (valeurs médianes). En effet, pour atteindre une même valeur de la déformation verticale, les échantillons à c_n inférieure ou égale à 10^3 kPa nécessitent une contrainte plus ou moins égale, par contre une contrainte supérieure est nécessaire pour les échantillons à c_n égale à 10^4 kPa et 10^5 kPa.
En comparant ces résultats œdométriques aux résultats d'écrasement d'un grain (figure 4.4 du chapitre 4), le plus grand écart entre les forces de rupture correspond au passage d'une cohésion $c_n = 1 \cdot 10^3$ kPa à $c_n = 1 \cdot 10^4$ kPa, donc un accord des résultats pour ce cas est obtenu. Par contre, pour les cohésions plus faibles, une influence est notée dans le cas d'écrasement d'un grain, qui n'est pas visible dans le cas œdométrique. Pour $c_n = 1 \cdot 10^5$ kPa c'est le contraire : l'influence de la cohésion présente dans le cas œdométrique est absente dans le cas d'un grain.

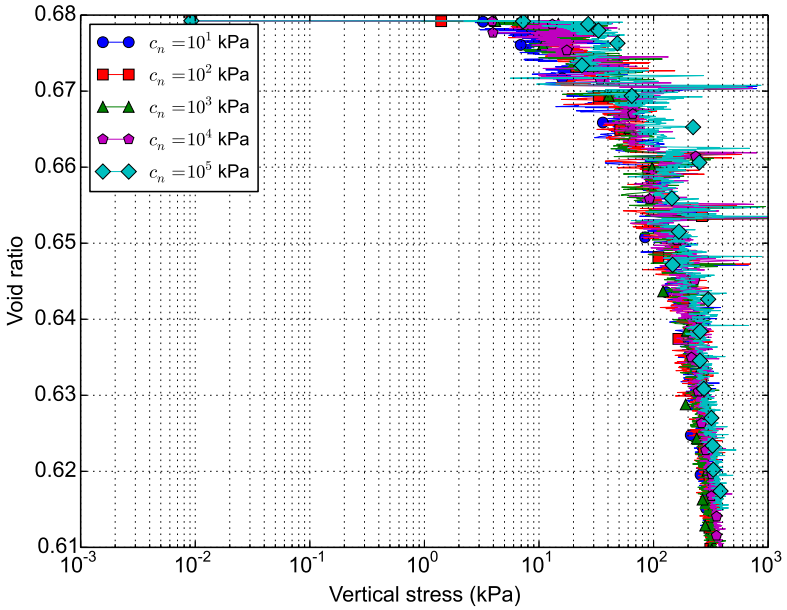


FIGURE 5.24 – Courbes œdométriques des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires (valeurs brutes)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

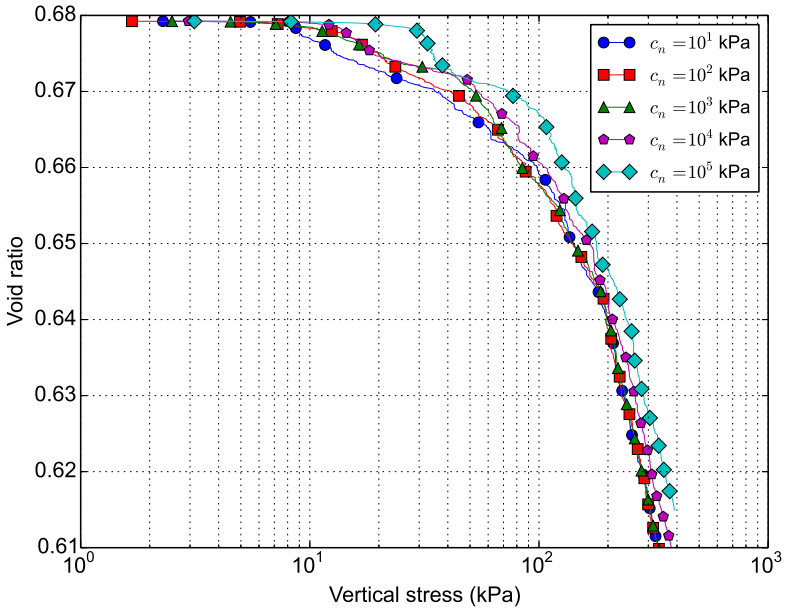


FIGURE 5.25 – Courbes œdométriques des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires (valeurs médianes)

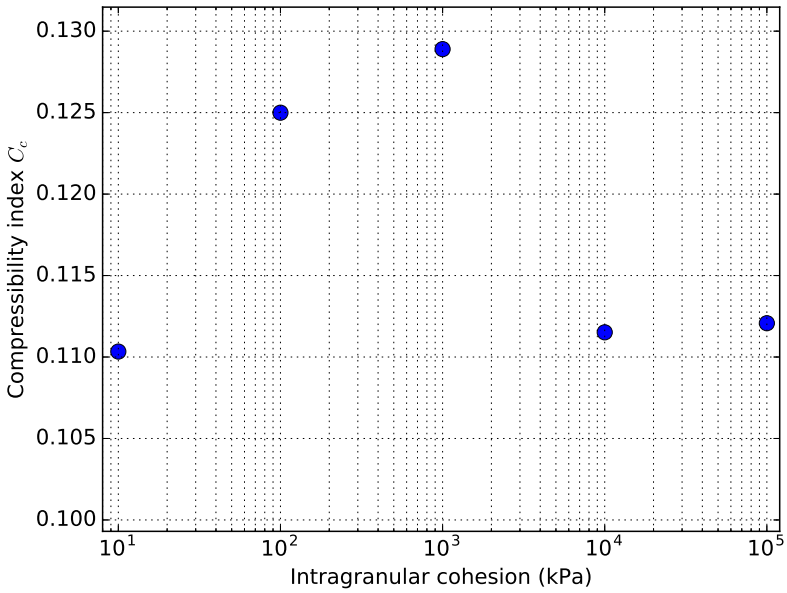


FIGURE 5.26 – Variation du coefficient de compressibilité en fonction de la cohésion intra-granulaires

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

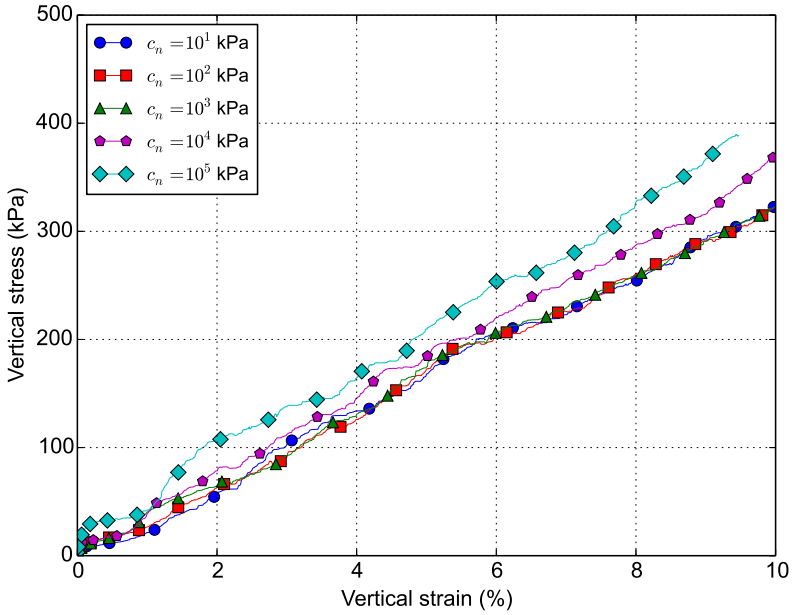


FIGURE 5.27 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires (valeurs médianes)

En suivant l'évolution des liaisons cohésives restantes en fonction de la déformation verticale (figure 5.28), les grains ayant une cohésion plus faible cassent pour des déformations verticales plus faibles. La figure 5.29 montre de même, que quand la cohésion intra-granulaire augmente, une contrainte supérieure est nécessaire pour casser le même pourcentage de liens cohésifs, ce qui est en accord avec les résultats des simulations d'écrasement d'un grain. À noter que pour les faibles cohésions ($c_n < 1 \cdot 10^4$ kPa), l'effet de la cohésion sur la perte des liaisons cohésives est important : une augmentation de la cohésion mène à un pourcentage de liaisons cohésives restantes plus important pour une même déformation ou une même contrainte. Dans les cas des plus fortes cohésions ($c_n \geq 1 \cdot 10^4$ kPa) la cohésion n'a pas un effet marqué sur les liaisons cohésives (courbes confondues pour $c_n = 10^4$ kPa et $c_n = 10^5$ kPa), pourtant une différence est notée dans le comportement macroscopique de ces échantillons (figure 5.25) où les courbes des échantillons à faibles cohésions sont superposées, donc deux états microscopiques similaires ($c_n = 10^4$ kPa et $c_n = 10^5$ kPa) peuvent amener à des courbes macroscopiques différentes.
Alors l'hypothèse que les conditions de l'essai ont un effet important sur le comportement global de l'échantillon est posée. En effet, la possibilité de réarrangement des fragments est limitée sous conditions œdométriques, et le nombre de particules par grain (discrétisation) est limité. Ces facteurs atténuent l'effet de la cohésion intra-granulaire sur la contrainte et la déformation globales.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

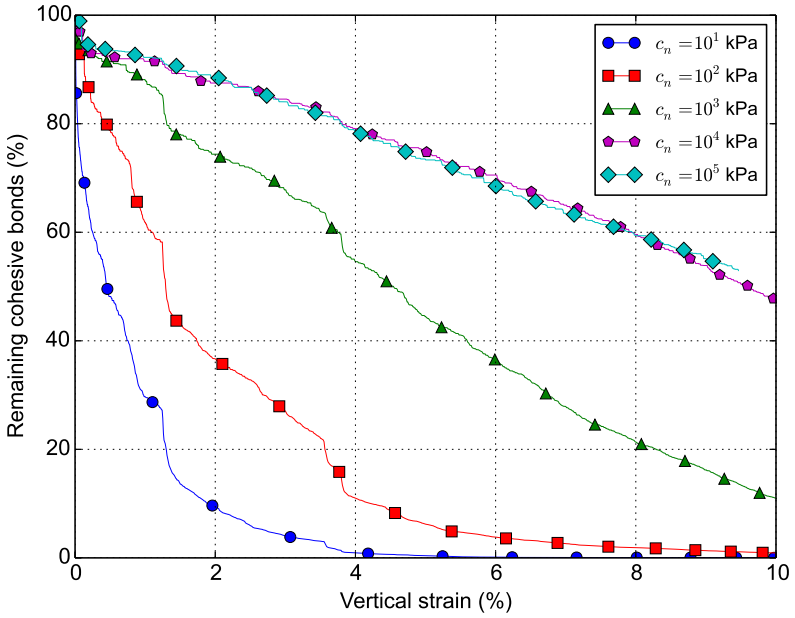


FIGURE 5.28 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à différentes cohésions en fonction de la déformation verticale (valeurs médianes)

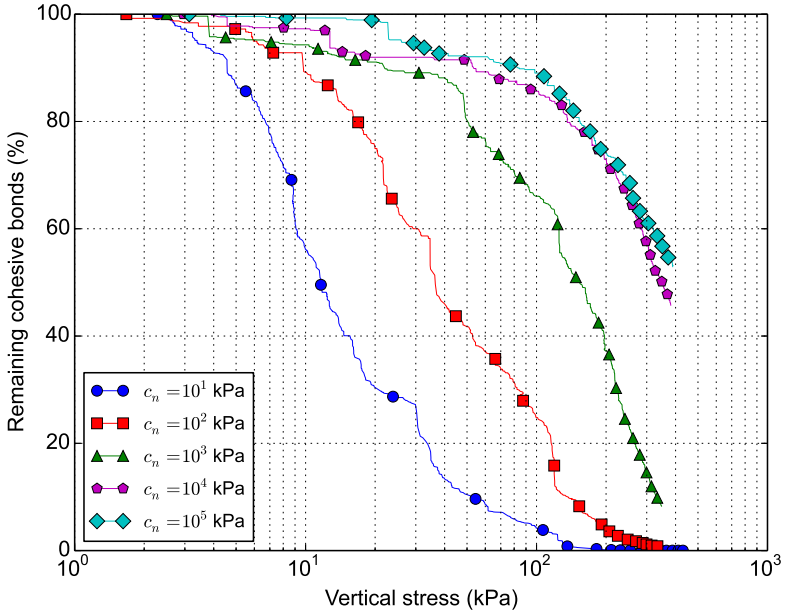


FIGURE 5.29 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à différentes cohésions en fonction de la déformation verticale (valeurs médianes)

La figure 5.30 montre le travail externe fourni (équation 5.2) à chaque échantillon au cours du chargement. Due à la rigidité des corps, les valeurs de déplacement et de force nécessaires au calcul du travail externe subissent des variations brusques, ce qui explique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

la forme des courbes, et par la suite la difficulté d'établir des comparaisons entre les différentes simulations. Cette forme de courbes est attendue étant donné l'aspect de la courbe de la figure 5.24.
Le calcul du tenseur de contraintes permet de tracer l'évolution de la direction principale de contraintes au cours du chargement (figure 5.31). Les différents échantillons montrent une direction principale aux alentours de 80° par rapport à l'horizontale, avec des variations attribuées aux réarrangements locaux des grains. Les variations deviennent moins importantes quand le chargement augmente, car il y a moins de réarrangement possibles.

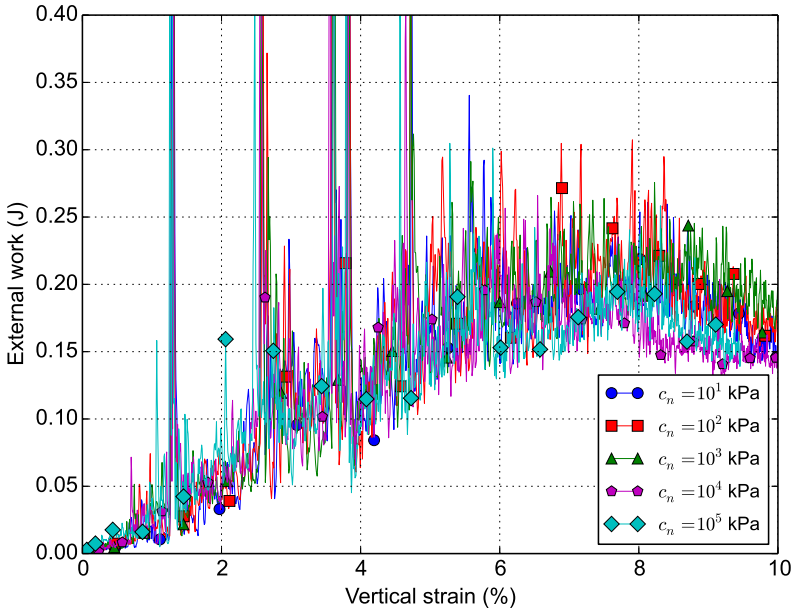


FIGURE 5.30 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons à différentes cohésions

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

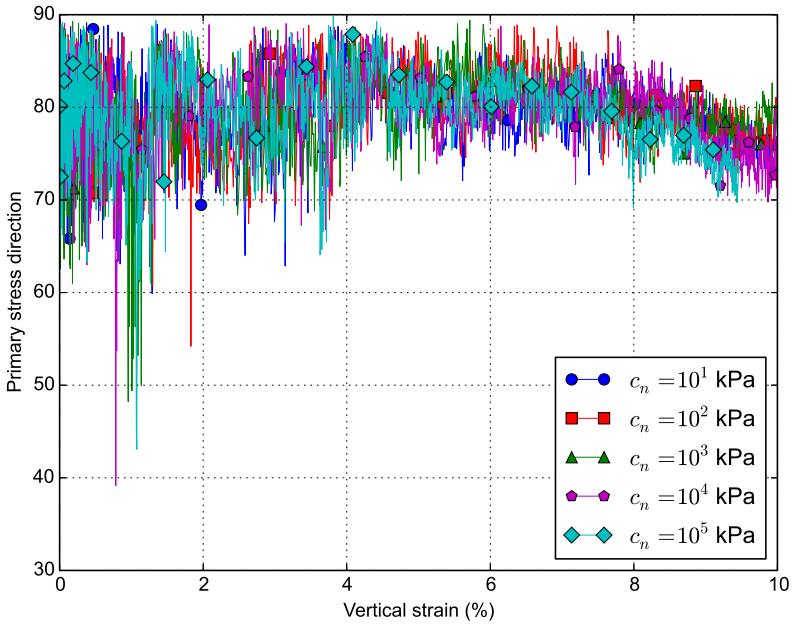


FIGURE 5.31 – Évolution de la direction principale de contraintes par rapport à l'horizontale des échantillons à différentes cohésions

5.3.2 Échelle microscopique

Afin d'évaluer les différents phénomènes ayant lieu entre les grains, et étudier l'effet qu'a la cohésion sur ces phénomènes, l'étude microscopique est par la suite présentée.
La rotation des grains au cours du chargement est suivie. La rotation moyenne est calculée en divisant la somme des angles de rotation autour des trois axes de l'espace tridimensionnel en valeurs absolues par le nombre de particules (10700 particules).
Les résultats sont montrés dans la figure 5.32. Jusqu'à une déformation verticale $\varepsilon = 6.5\%$, la rotation des différents échantillons varie de façon similaire pour les différentes cohésions. À partir de $\varepsilon = 6.5\%$, les courbes des cohésions $c_n = 10^4$ kPa et $c_n = 10^5$ kPa se détachent des autres courbes, en montrant une rotation moins importante. Ce comportement des grains à forte cohésion intra-granulaire se rapproche du comportement des grains non cassables vu précédemment. En effet, pour de fortes valeurs de la cohésion, la rupture de grains est moins importante, donc des fragments de dimensions supérieures subissent des rotations, et donc leur mouvement est plus contraint que dans le cas de faibles cohésions.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

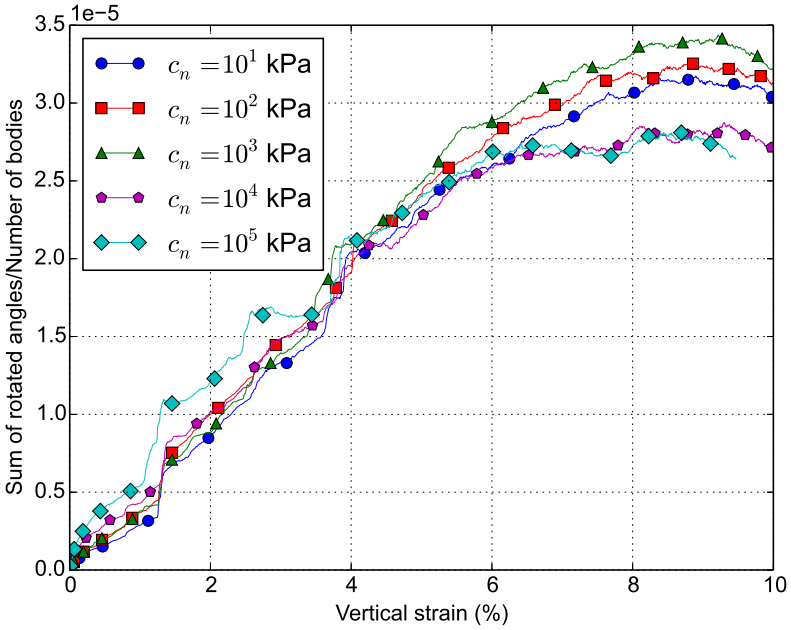


FIGURE 5.32 – Évolution de la rotation moyenne des échantillons à différentes cohésions

Ensuite l'étude des normales aux contacts est réalisée à l'aide du calcul de l'anisotropie, pour étudier l'orientation, et la fonction de densité de probabilité, pour étudier l'intensité des forces pour les différents échantillons.
La figure 5.33 montre l'évolution de l'anisotropie. Une anisotropie supérieure est observée dans le cas des fortes cohésions ($c_n = 10^4$ kPa et $c_n = 10^5$ kPa) au début de la compression. Cet écart diminue au fur et à mesure du chargement. En effet, la rupture de grains permet la redistribution des efforts de contacts dans toutes les directions, cette rupture étant moins importante dans les échantillons à forte cohésion, l'anisotropie y est supérieure. Quand la compression augmente, plus de grains sont cassés, même dans les échantillons à fortes cohésions, alors l'écart entre les valeurs de l'anisotropie diminue.
Les figures 5.34, 5.35 et 5.36 montrent la densité de probabilité des forces normales pour des déformations verticales de 1%, 4% et 7% respectivement. À noter que pour comparer la densité de probabilité entre grains cassables, tous les contacts, cohésifs et secs, sont pris en compte. Pour une même valeur de la déformation verticale, la distribution des forces normales est quasi-similaire pour les différents échantillons, légèrement plus étendue pour les fortes cohésions. Une différence par rapport au cas où les contacts cohésifs ne sont pas pris en compte est l'apparition des forces négatives qui sont des forces de traction, présentes uniquement aux interfaces cohésives. Un pic est observé pour les forces normales nulles qui correspond à l'équilibre entre les forces de traction et de compression aux interfaces cohésives, donc les forces nulles participent également à la transmission des efforts dans le système [Silvani, 2007]. Cette situation est retrouvée dans le travail de Richefeu et al. [Richefeu et al., 2006a, Richefeu et al., 2006b] dans des expériences de cisaillement de matériau granulaire humide (cité par Silvani [Silvani, 2007]).
En comparant les densités de probabilité pour les différentes déformations verticales, il est à noter que la distribution des intensités de forces normales se rapproche de la moyenne quand ε augmente, donc la distribution devient plus homogène. En effet, quand ε augmente, plus de grains ont rompu, et les forces sont mieux redistribuées entre les particules.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

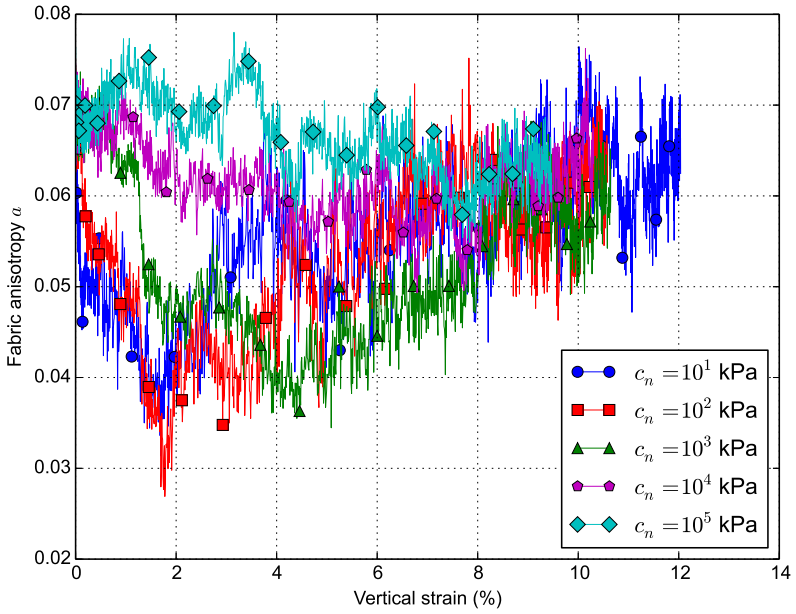


FIGURE 5.33 – Évolution de l'anisotropie de fabrique dans les échantillons à différentes cohésions

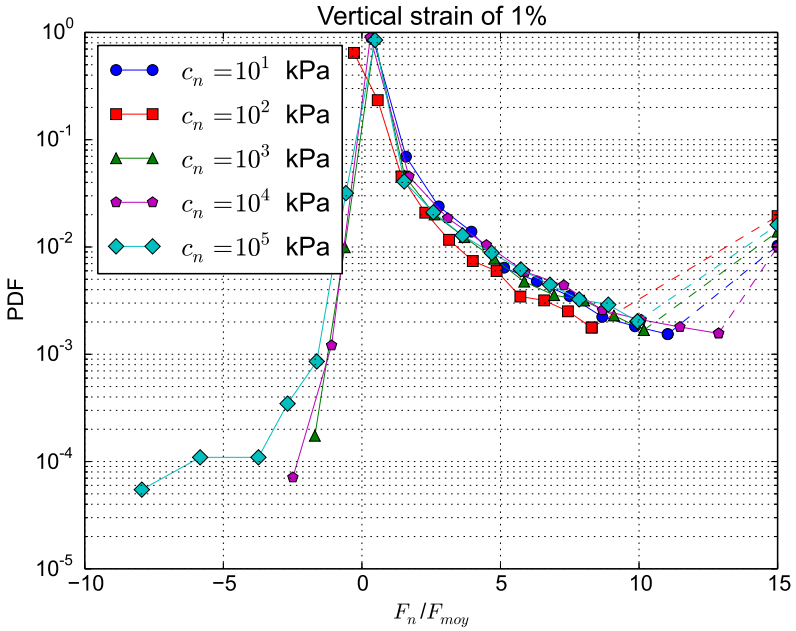


FIGURE 5.34 – Fonction de densité de probabilité dans les différents échantillons - $\varepsilon = 1\%$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

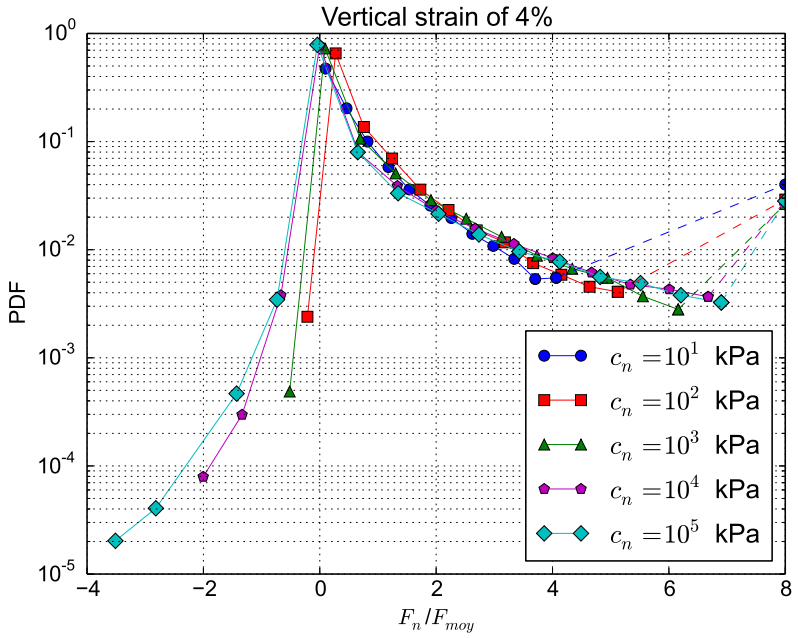


FIGURE 5.35 – Fonction de densité de probabilité dans les différents échantillons - $\varepsilon = 4\%$

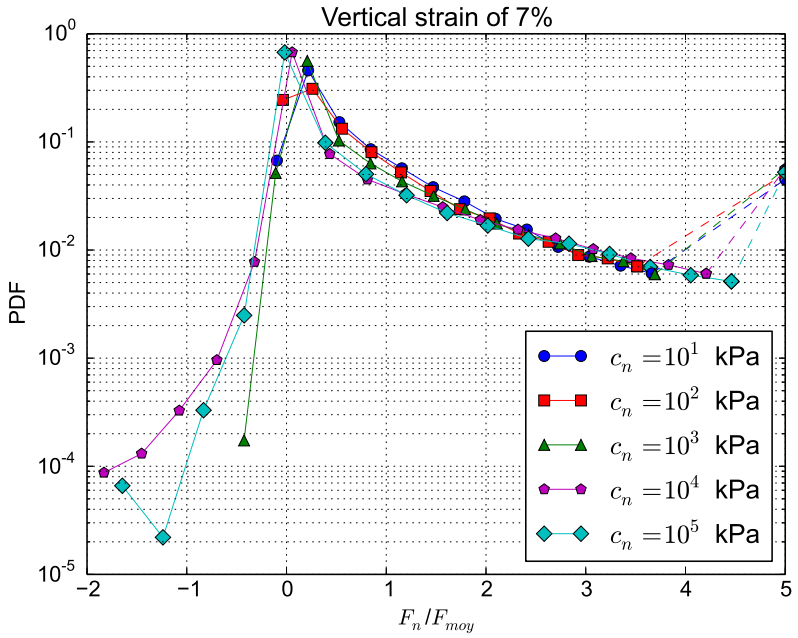


FIGURE 5.36 – Fonction de densité de probabilité dans les différents échantillons - $\varepsilon = 7\%$

L'établissement de l'évolution de la granulométrie des différents échantillons au cours du chargement permet de calculer un taux de rupture. Plusieurs définitions du taux de rupture sont proposées dans la littérature. La définition retenue dans cette étude est celle proposée par Einav [Einav, 2007] (figure 2.9 du chapitre 2) :

$$B_r = \frac{B_t}{B_p} \tag{5.9}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

avec B_r le taux de rupture, B_t (taux de rupture total) la surface entre la courbe de granulométrie initiale et la granulométrie actuelle, et B_p (potentiel de rupture) la surface entre la courbe de granulométrie initiale et la granulométrie ultime. Einav [Einav, 2007] propose une distribution fractale $F(d)$ (équation 5.10) pour l'état ultime.

$$F(d) = \left(\frac{d}{d_M}\right)^{3-D} \tag{5.10}$$

avec d la dimension du grain, d_M la dimension maximale et D la dimension fractale ayant une valeur comprise entre 2.5 et 2.6 [Sammis et al., 1987].
Or, dans les simulations montrées dans cette étude, le calcule d'une granulométrie ultime est possible considérant que la totalité des liens cohésifs a été rompue, ce qui revient à considérer que chaque particule forme un grain. Cette granulométrie proposée dépend de la discrétisation des grains. La figure 5.37 montre les granulométries à l'état initial, à un état intermédiaire, à l'état ultime comme proposé par Einav [Einav, 2007] pour une dimension fractale $D = 2.5$ ([Sammis et al., 1987]), et à l'état ultime comme proposé dans cette étude. On note que la courbe de granulométrie ultime proposée par Einav est plus étalée que les autres courbes granulométriques, et elle passe au dessous de la courbe granulométrique pour $\varepsilon = 3\%$. Cela est dû à la discrétisation des grains qui limite la dimension inférieure que peuvent atteindre les fragments cassés. Pour ces raisons, l'état ultime proposé, où tous les liens cohésifs sont rompus, sera choisi pour le calcul du taux de rupture.
La figure 5.38 montre l'évolution du taux de rupture des différents échantillons en fonction de la déformation verticale. Le taux de rupture augmente au cours de la compression ce qui indique que les grains sont en train de casser. De plus, pour une valeur supérieure de la cohésion l'évolution du taux de rupture est moins important donc l'échantillon résiste plus à la rupture. Notons encore une fois qu'il existe beaucoup de rupture au début de l'essai dû à la non planéité de la surface supérieure de l'échantillon et la rigidité des corps, par la suite une concentration des efforts est observée au début de l'essai. Des effets dynamiques peuvent jouer également un rôle dans ce phénomène. Pour montrer ce même résultat de façon plus claire, la figure 5.39 montre, pour deux valeurs de contraintes verticales choisies, les valeurs du taux de rupture B_r en fonction de la valeur de la cohésion intra-granulaire c_n. Pour une valeur fixée de la contrainte verticale, les échantillons à faible cohésion montrent des taux de ruptures supérieurs, donc plus de grains cassent sous un même chargement. Ce résultat est en accord avec l'étude des pertes de liaisons cohésives montrée précédemment. À noter que les valeurs du taux de rupture sont élevées, cela est dû au choix de l'état ultime : la granulométrie de l'échantillon simulé peut s'approcher de cet état ultime, ce qui n'est pas toujours le cas en expérimental avec un autre choix de l'état ultime.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

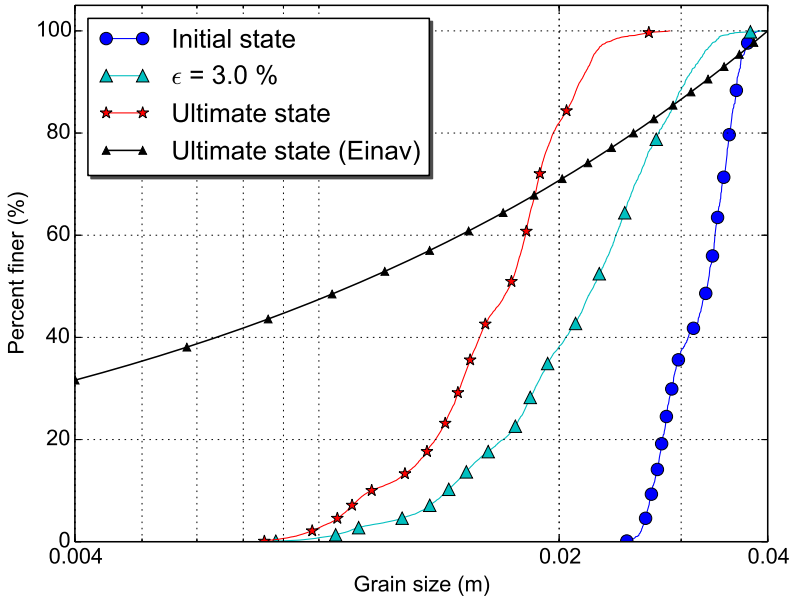


FIGURE 5.37 – Courbes granulométriques à l'état initial, à 3% de déformation, et les deux états ultimes proposés par cette étude et par Einav [Einav, 2007]

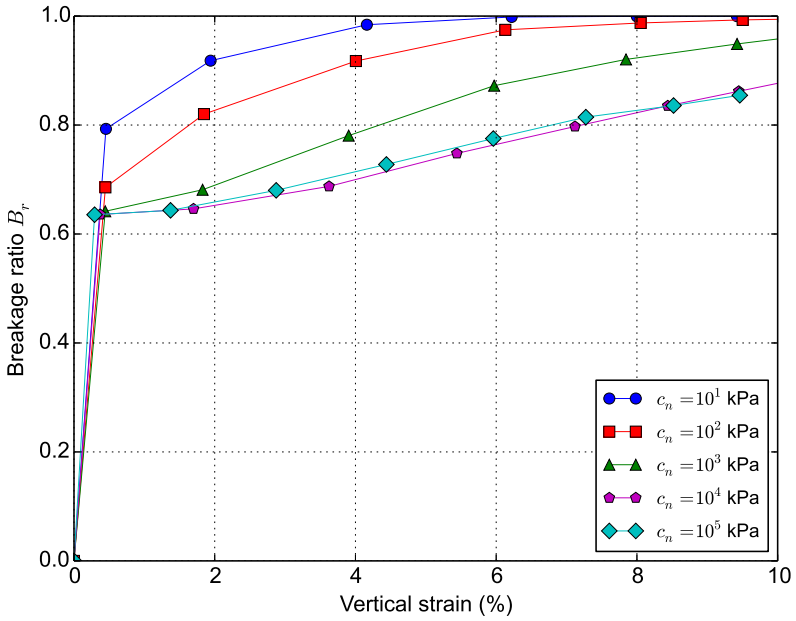


FIGURE 5.38 – Évolution du taux de rupture en fonction de la déformation verticale pour les échantillons à différentes cohésion intra-granulaire

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

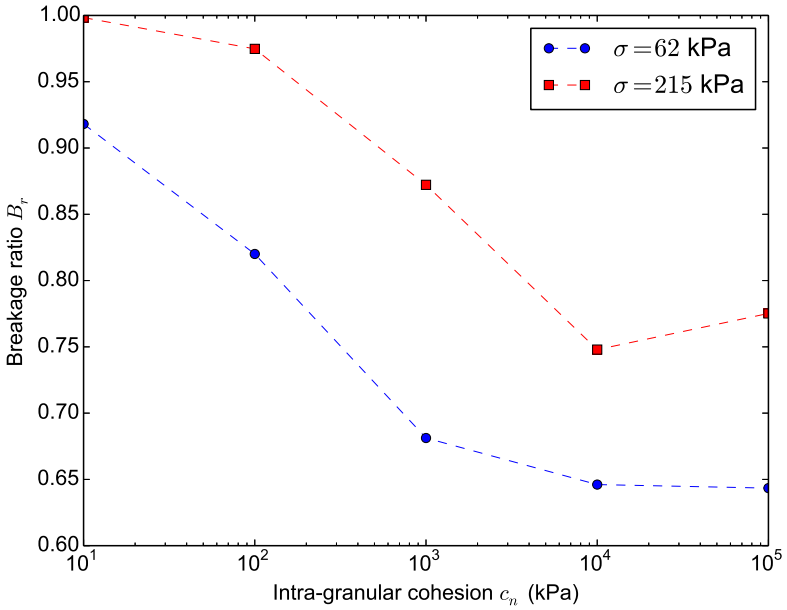


FIGURE 5.39 – Taux de rupture en fonction de la cohésion intra-granulaire

5.3.3 Conclusion

L'étude des échantillons ayant des valeurs de la cohésion intra-granulaire différentes permet de tirer plusieurs conclusions.
À l'échelle macroscopique, l'effet de la cohésion intra-granulaire est visible quand les cohésions fortes sont atteintes ($c_n > 10^4$ kPa) : une cohésion supérieure donne un échantillon de grains plus résistants à la compression œdométrique. Pourtant cet effet reste limité, ce qui peut être dû aux conditions limites imposées par l'essai œdométrique, le rapport entre la taille de la cellule œdométrique et la dimension du grain, ainsi que la discrétisation des grains qui n'est pas assez fine. Pour mieux comprendre cet effet, plusieurs facteurs qui sont potentiellement à l'origine de ces limitations sont testés.
À l'échelle microscopique, l'effet de la cohésion intra-granulaire est visible plus clairement. Pour les fortes valeurs de la cohésion, les différentes courbes se détachent de celle des cohésions plus faibles, et se rapprochent des courbes des grains non cassables. Cet effet est attendu : en augmentant la cohésion intra-granulaire, la résistance des grains augmente.

5.4 Effet de la régularisation

Pour pouvoir mieux comprendre les raisons pour lesquelles il est difficile d'observer une influence claire de la cohésion intra-granulaire sur le comportement des échantillons, une étude de l'effet des paramètres numériques de régularisation k_n et k_t sur le comportement des échantillons à différentes cohésions est réalisée.
Les mêmes simulations étudiées dans le paragraphe précédent sont considérées, en fixant la valeur de paramètres de régularisation $k_n = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

5.4.1 Écrasement d'un grain

Une étude préliminaire est réalisé en écrasant un grain entre deux plaques rigides, en faisant varier la valeur de la cohésion intra-granulaire. La figure 5.40 montre que la force de rupture du grain augmente quand la cohésion intra-granulaire augmente. Les valeurs de la force atteintes sont supérieures à celles atteinte pour des paramètres de régularisation $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$.

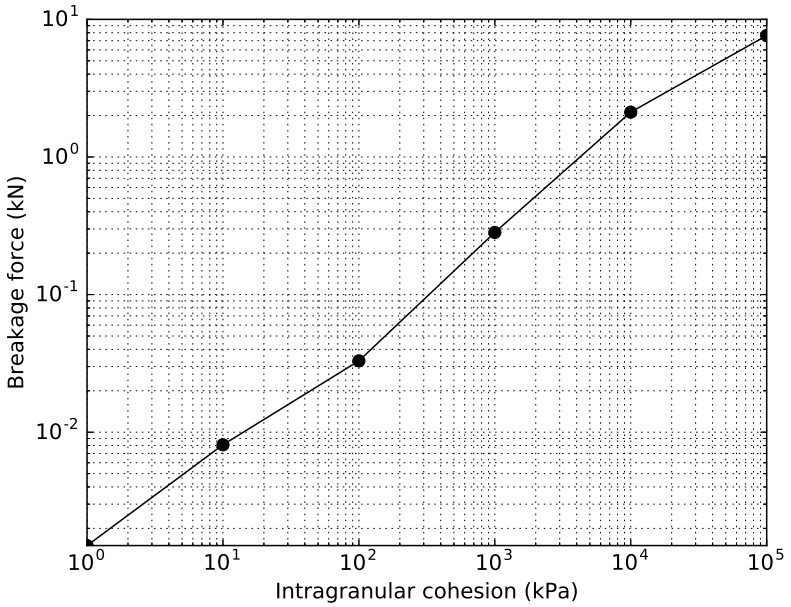


FIGURE 5.40 – Force de rupture du grain en fonction de la cohésion intra-granulaire normale c_n – paramètres de régularisation $k_n = k_t = 10^{14}$

5.4.2 Sollicitations œdométriques

À cause du bruit dans les courbes de la contrainte verticale, l'indice des vides et la déformation verticale, la variation de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale tracée avec les valeurs médianes est montrée directement (figure 5.41). Le même effet observé dans le cas de $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$ est observé pour ces simulations : l'effet de la cohésion n'est pas visible pour $c_n \leq 1 \cdot 10^3$ kPa. Pour $c_n = 10^4$ kPa et 10^5 kPa les courbes montrent une résistance plus importante à la compression. À noter que ces deux dernières courbes montrent une résistance beaucoup plus importante pour $k_n = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$. Le changement de pente dans les courbes a lieu pour des valeurs de contrainte verticale de même ordre de grandeur sauf dans le cas $c_n = 10^5$ kPa où le changement de pente est décalé vers les plus fortes contraintes. Cette même tendance a été observée dans le cas de régularisation $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$ (paragraphe 5.3).
Pour mieux comparer les différentes simulations, le coefficient de compressibilité est calculé (figure 5.42). Pour les faibles valeurs de la cohésion ($c_n < 1 \cdot 10^3$ kPa), la variation de C_c est négligeable donc les échantillons ont des rigidités similaires. Pour $c_n > 1 \cdot 10^3$ kPa, la valeur de C_c diminue quand c_n augmente, dans ce cas les échantillons deviennent plus rigides quand la cohésion augmente ce qui est attendu.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

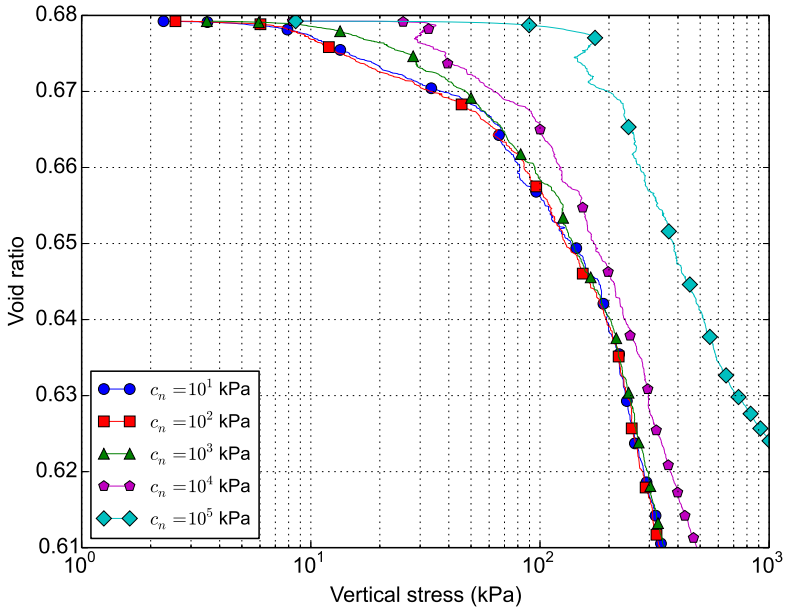


FIGURE 5.41 – Courbes œdométriques des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires - régularisation $k_n = k_t = 10^{14}$ (valeurs médianes)

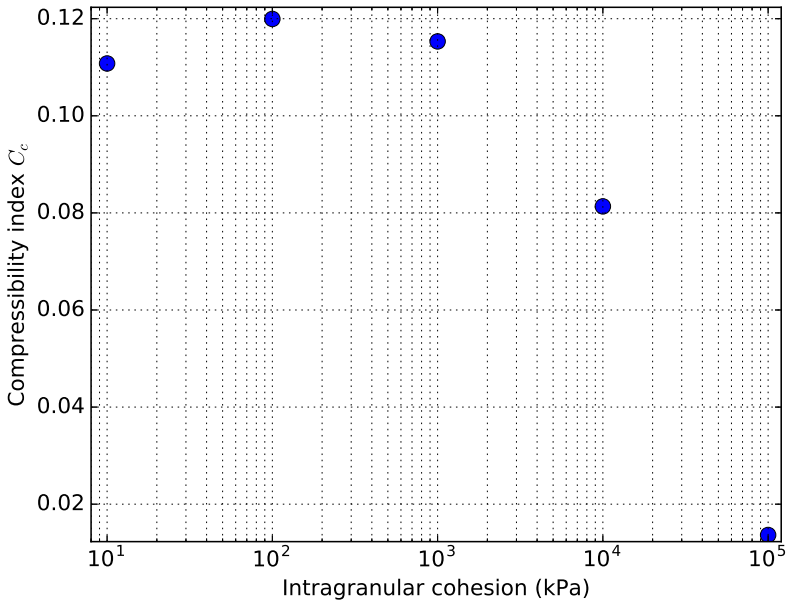


FIGURE 5.42 – Variation du coefficient de compressibilité en fonction de la cohésion intra-granulaires - régularisation $k_n = k_t = 10^{14}$

Les mêmes observations peuvent être tirées en étudiant la figure 5.43 montrant la contrainte en fonction de la déformation verticale (valeurs médianes). À noter que la courbe correspondante à l'échantillon de grains ayant une cohésion $c_n = 10^5$ kPa montre une rigidification de l'échantillon sous fortes déformations : les grains se réarrangent de façon à mieux s'opposer au chargement.
Par contre, en comparant ce comportement à celui des grains non cassables avec les mêmes

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

paramètres de régularisation ($k_n = 10^{14}\ N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{14}\ N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$) dans la figure 5.44, l'échantillon à grains cassables avec $c_n = 10^5$ kPa montre une rigidification plus importante. Cet effet peut être expliqué par la régularisation qui avec certains paramètres peut donner des résultats non physiques.

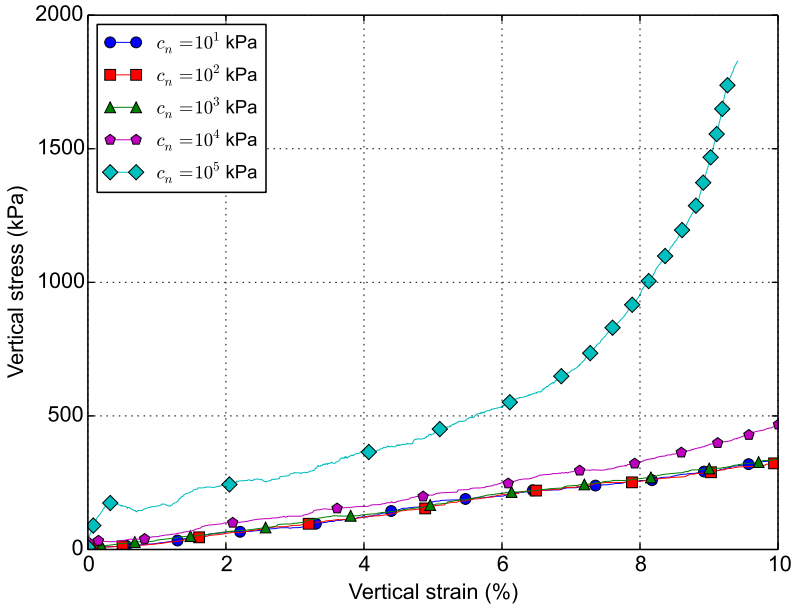


FIGURE 5.43 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$ (valeurs médianes)

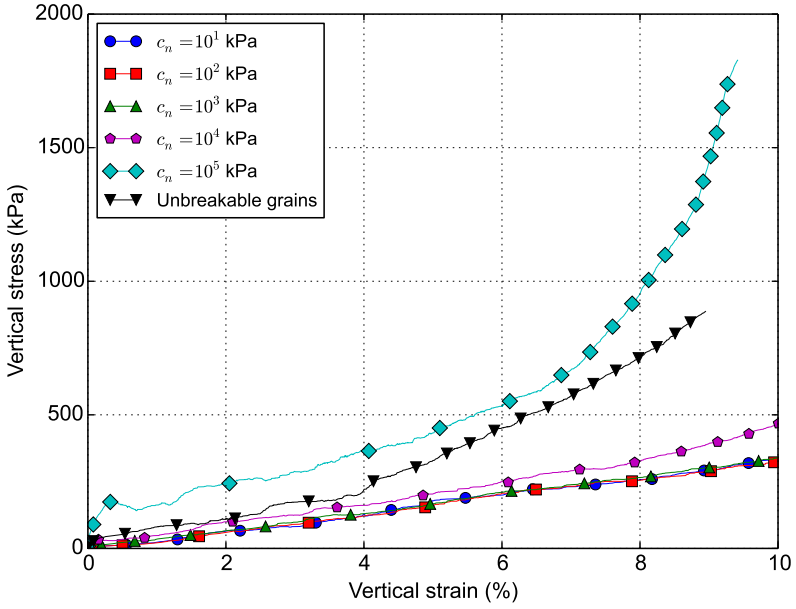


FIGURE 5.44 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des différents échantillons (avec grains non cassables) - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$ (valeurs médianes)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Pour poursuivre la comparaison, l'évolution des liaisons cohésives restantes en fonction de la déformation verticale (figure 5.45) et de la contrainte verticale (figure 5.46) est étudiée. Les grains ayant une cohésion plus faible cassent pour des déformations verticales plus faibles et pour des contraintes verticales plus faibles. L'effet de la cohésion est clair quand c_n passe à de plus fortes valeurs (10^4 kPa et 10^5 kPa), ce qui n'est pas le cas pour des paramètres de régularisation $k_n = 10^{10}\,N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\,N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$. Pour $c_n = 10^5$ kPa, un pourcentage très faible de rupture est observé, cela peut expliquer la rigidification de l'échantillon notée précédemment.

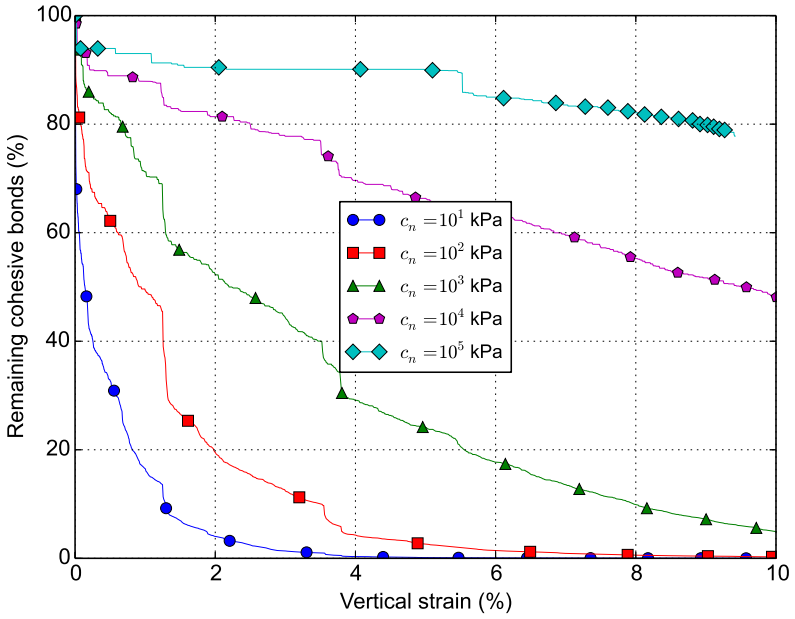


FIGURE 5.45 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à différentes cohésions en fonction de la déformation verticale - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$ (valeurs médianes)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

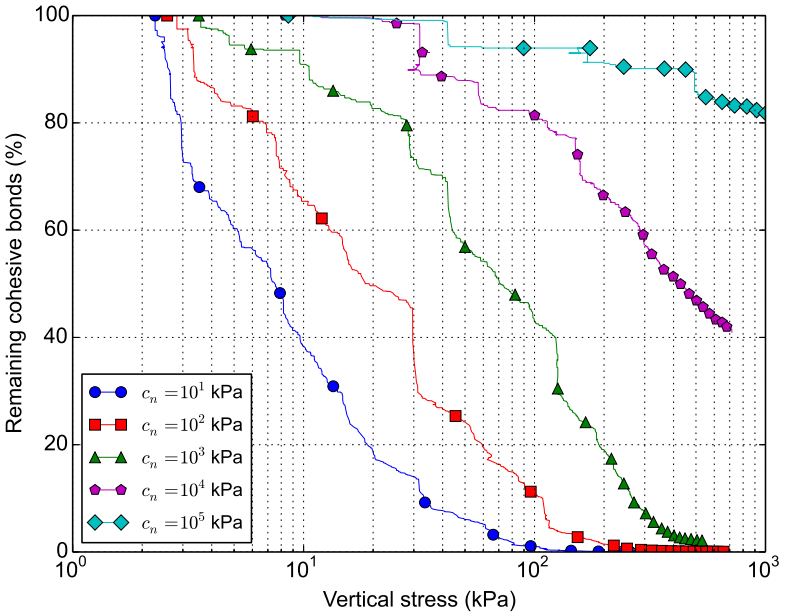


FIGURE 5.46 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à différentes cohésions en fonction de la déformation verticale - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$ (valeurs médianes)

La figure 5.47 montre le travail externe fourni (équation 5.2) à chaque échantillon au cours du chargement. Seules les courbes correspondantes à $c_n = 1 \cdot 10^4$ kPa et $c_n = 1 \cdot 10^5$ kPa se détachent des autres courbes. Pour $c_n = 1 \cdot 10^4$ kPa, le travail externe est le même que celui des autres cohésions jusqu'à une déformation $\varepsilon = 6.8\%$, déformation à partir de laquelle le travail externe devient moins important. Pour $c_n = 1 \cdot 10^5$ kPa, le travail externe est plus important jusqu'à atteindre une déformation $\varepsilon = 3.6\%$, cela à cause des fortes valeurs de chargement appliquée pour atteindre une même déformation (similaire au cas non cassables). À partir de $\varepsilon = 3.6\%$ le travail externe devient moins important. Cette deuxième partie des deux courbes des cohésions fortes est due aux faibles incréments de déplacement pour les fortes cohésions.
La figure 5.48 montre l'évolution de la rotation moyenne en fonction de la déformation verticale. Comme dans le cas du travail externe, seules les courbes correspondantes à $c_n = 1 \cdot 10^4$ kPa et $c_n = 1 \cdot 10^5$ kPa se détachent du reste des courbes. Pour $c_n = 1 \cdot 10^4$ kPa, la rotation moyenne reste proche des autres cohésions jusqu'à une déformation $\varepsilon = 3.6\%$, déformation à partir de laquelle la rotation moyenne devient moins importante. Pour $c_n = 1 \cdot 10^5$ kPa, le travail externe est plus important jusqu'à atteindre une déformation $\varepsilon = 3.6\%$, cela à cause des rotations de fragments de grains à grandes dimensions donc formés de plusieurs particules (similaire au cas non cassables). À partir de $\varepsilon = 3.6\%$ le travail externe devient moins important.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

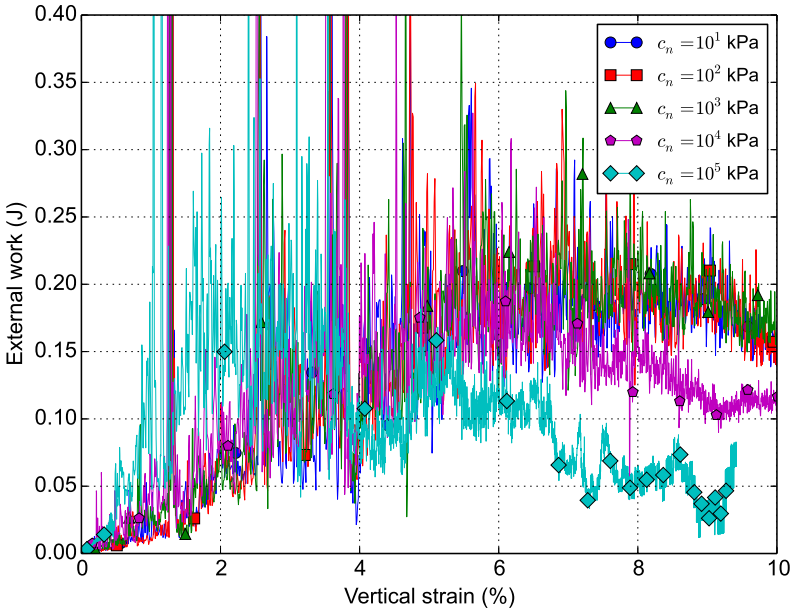


FIGURE 5.47 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons à différentes cohésions - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$

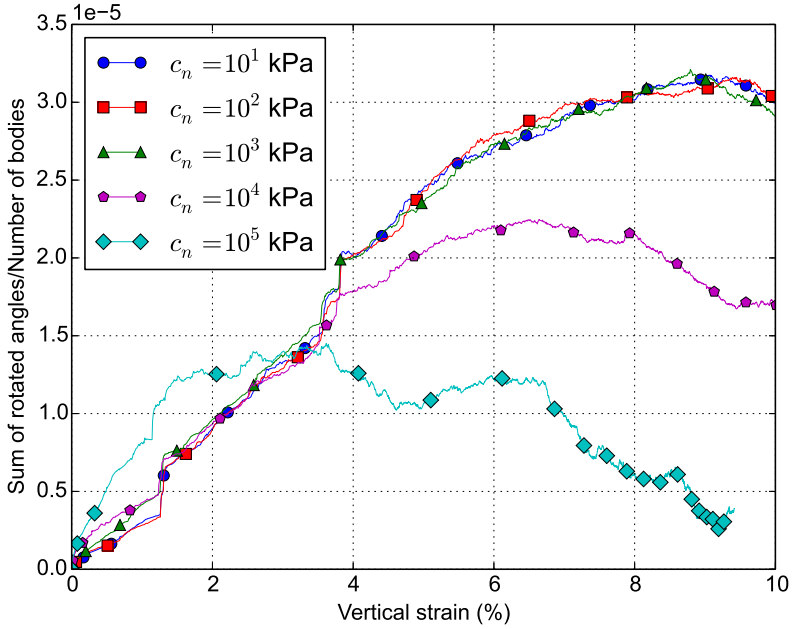


FIGURE 5.48 – Évolution de la rotation moyenne des échantillons à différentes cohésions - régularisation $k_n = k_t = 1 \cdot 10^{14}$

5.4.3 Conclusion

L'étude de l'influence des paramètres de régularisation k_n et k_t montre que des résistances supérieures, plus proches des valeurs trouvées expérimentalement dans la littérature, peuvent être atteinte à l'échelle d'un grain.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Par contre, dans les simulations œdométriques l'effet de la cohésion intra-granulaire reste uniquement visible dans le cas de fortes cohésions ($c_n > 10^4$ kPa). Les mêmes tendances sont observées pour les deux régularisations : une cohésion supérieure résulte en un échantillon de grains plus résistant à la compression œdométrique. Ces tendances sont quand même plus prononcées dans le cas d'une régularisation avec $k_n = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{14}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$. Mais une incohérence est notée pour la valeur élevée de la cohésion ($c_n = 10^5$ kPa) : l'échantillon résiste à la compression plus que l'échantillon à grains non cassables.
Les résultats mènent à la même hypothèse proposée précédemment concernant les limitations de l'effet de la cohésion. Il reste à vérifier donc si les conditions limites imposées par l'essai œdométrique, le rapport entre la taille de la cellule œdométrique et la dimension du grain, et la discrétisation des grains qui n'est pas assez fine, peuvent être à l'origine de cette limitation.

5.5 Effet de la discrétisation

La rupture des grains lors du chargement est un phénomène complexe, et les fragments résultants de la rupture sont de formes et de dimensions variées. Une discrétisation plus fine des grains permet ainsi une plus grande variabilité de la dimension et la forme des fragments.
L'étude suivante consiste à simuler un essai œdométrique sur un échantillon de grains en appliquant une discrétisation plus fine. Cette étude permettra de vérifier si une discrétisation moins fine peut être suffisante pour reproduire numériquement les phénomènes caractéristiques propres à la rupture des grains.
L'échantillon généré précédemment est repris et discrétisé de façon plus fine, de sorte à avoir au total 41300 particules, soit ~48 particules par grain. La cohésion appliquée entre les particules d'un même grain est telle que $c_n = 10^3$ kPa avec $\mu_{MC} = 0.4$. Le coefficient de frottement entre les plaques et les grains, et entre les grains eux mêmes est $\mu = 0.4$.
Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus avec deux discrétisations différentes, la résistance du grain discrétisé en 48 particules à l'écrasement est trouvée à l'aide de l'étude dans le paragraphe 4.2.3.1 du chapitre 4. Une force moyenne de 62.7 N est trouvée. En considérant le graphe 4.4 du même chapitre, un grain discrétisé en 12 particules doit avoir une cohésion intra-granulaire $c_n = 10^2$ kPa pour avoir la même résistance. Alors dans la suite de ce paragraphe, une cohésion $c_n = 10^3$ kPa est choisie pour l'échantillon à discrétisation fine, et une cohésion $c_n = 10^2$ kPa est choisie pour l'échantillon à discrétisation moins fine. Cela permet d'avoir des simulations où le seul paramètre qui diffère est la discrétisation des grains. En ce qui concerne les temps de calcul, la durée de la simulation pour 850 à discrétisation fine (41300 particules) est d'environ 25 jours.

5.5.1 Échelle macroscopique

La figure 5.49 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale, tracée sur une échelle semi-logarithmique. Le changement de pente a lieu à des contraintes similaires pour les grains cassables mais à une contrainte plus élevée pour l'échantillon de grains non cassables.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Les coefficients de compressibilité pour les grains à discrétisation fine (C_c = 0.118) et pour les grains à discrétisation moins fine (C_c = 0.125) sont de même ordre de grandeur. La figure 5.50 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. Pour une valeur donnée de la déformation verticale, la contrainte verticale est légèrement inférieure dans l'échantillon de grains à discrétisation fine, cela indique donc une résistance plus faible dans le cas de cette discrétisation fine.

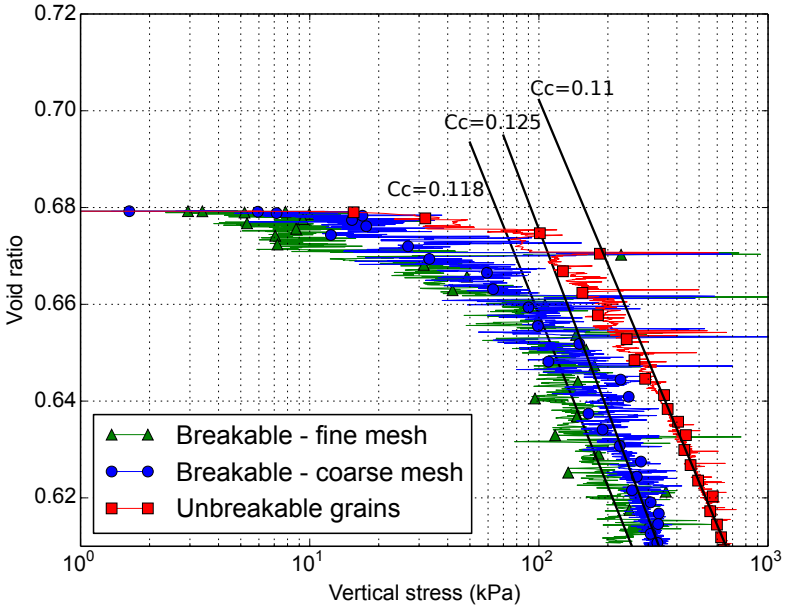


FIGURE 5.49 – Courbes œdométriques des échantillons de grains pour 2 discrétisations et des grains non cassables

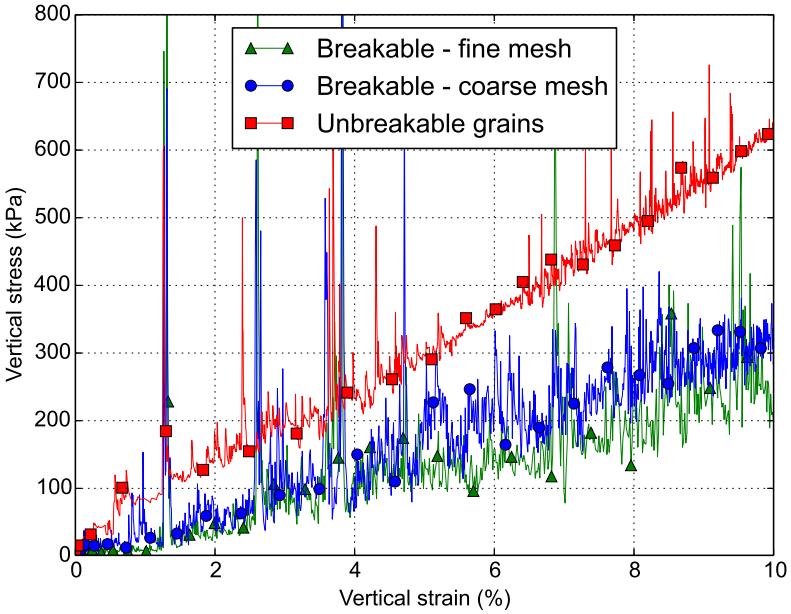


FIGURE 5.50 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons de grains pour 2 discrétisations et des grains non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 5.51 montre l'évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans l'échantillon en fonction de la déformation verticale. Les grains à discrétisation fine montrent un pourcentage de liaisons cohésives supérieur, donc moins de rupture que le cas à discrétisation moins fine. Ceci indique que les fragments qui cassent dans le cas à discrétisation fine sont formés de plus de particules que dans le cas à discrétisation moins fine, donc une proportion supérieure des liens cohésifs reste intacte. On remarque de plus les mêmes deux points intéressants pour $\varepsilon = 1.2\%$ et $\varepsilon = 3.7\%$ montrant des chutes du pourcentage des liaisons cohésives restantes comme vu dans le cas de discrétisation moins fine. En comparant cette courbe avec la courbe de la figure 5.50 de la contrainte verticale en fonction de la déformation, pour chacune de ces deux valeurs de la déformation, un pic de contrainte verticale est observé. Cela montre que suite à des pics de forces dans l'échantillon, une rupture brusque de grains apparaît avant que la déformation ne se poursuive. Alors que le comportement macroscopique des deux échantillons est similaire quelque soit la discrétisation vu que les pics de contraintes et les ruptures sont observés aux mêmes endroits.

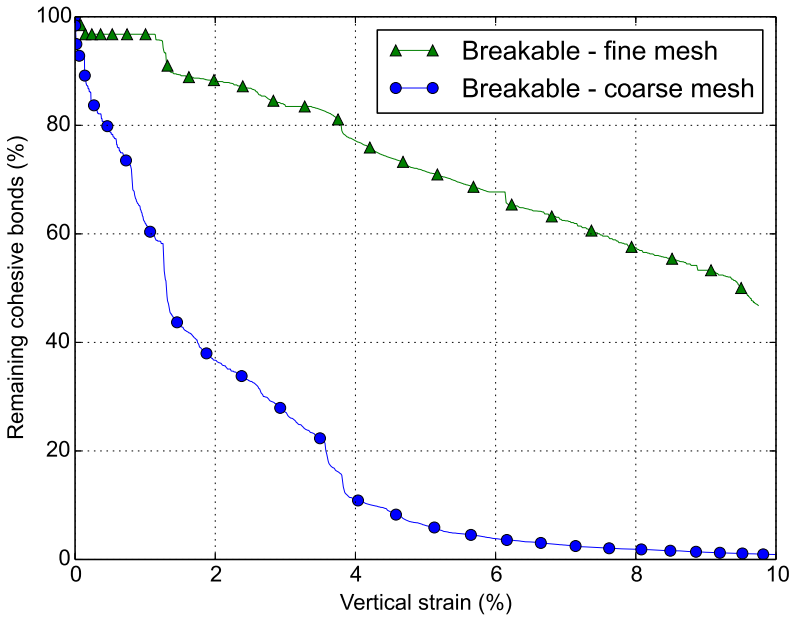


FIGURE 5.51 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants dans l'échantillon de grains pour 2 discrétisations

La figure 5.52 montre l'évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains à discrétisation fine, et la figure 5.53 l'évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains à discrétisation moins fine. La granulométrie évolue plus dans le sens des petites dimensions dans le cas à discrétisation fine, résultat attendu vu la possibilité d'obtenir des fragments de dimensions plus petites dans ce cas, ce qui justifie aussi la dimension minimale inférieure dans ce cas. Ce résultat montre que même si le pourcentage de liaisons cohésives restant est supérieur dans le cas à discrétisation fine (figure 5.51), la dimension des fragments cassés reste inférieure au cas à discrétisation moins fine. L'état ultime est décalé, vu que le calcul de cet état dépend directement de la discrétisation des grains. La granulométrie de l'échantillon à discrétisation moins devient presque confondue avec la courbe d'état ultime : la figure 5.51 montre que dans cet échantillon presque toutes les liaisons cohésives cassent, ce qui rejoint la définition de l'état ultime choisi dans ce manuscrit.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Un effet écran (dimension maximale reste constante) est remarqué dans les deux cas à partir d'une déformation $\varepsilon = 1\%$, mais la dimension maximale dans le cas de la discrétisation fine est inférieure à celle du cas de la discrétisation moins fine.

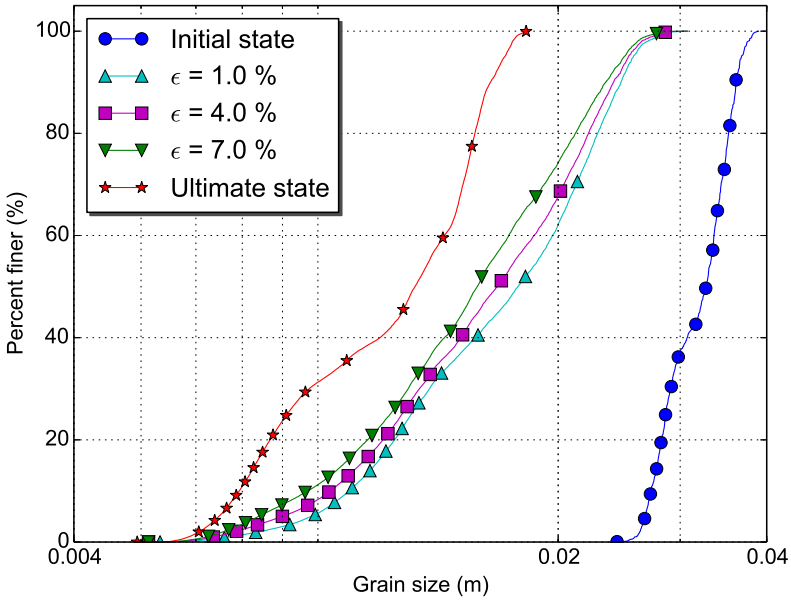


FIGURE 5.52 – Évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains cassables au cours de la compression œdométrique - grains à discrétisation fine

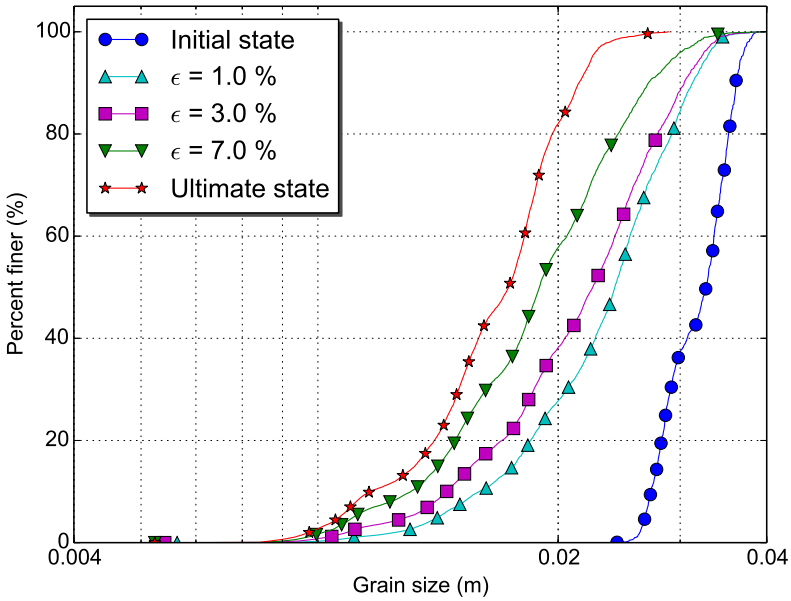


FIGURE 5.53 – Évolution de la granulométrie de l'échantillon de grains cassables au cours de la compression œdométrique - grains à discrétisation moins fine

On s'intéresse ensuite à la comparaison des travaux externes des deux échantillons entre eux (figure 5.54). Au début du chargement et jusqu'à atteindre une déformation $\varepsilon = 4\%$, le travail externe du cas des grains non cassables est supérieur à celui des grains

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

cassables pour les 2 discrétisations. Cela est dû à la valeur de la réaction des grains non cassables supérieure à celle des grains cassables pour une même déformation (équation 5.2). Au cours de la compression, l'échantillon des grains non cassables se rigidifie, et donc les déplacements de la plaque supérieure deviennent moins importants, et le travail externe dans l'échantillon de grains cassables devient supérieur ($\varepsilon \geq 4\%$) car la liberté de mouvement des grains, et par la suite de la plaque supérieure, est plus grande dans ce cas. Entre les deux cas de grains cassables, pour $\varepsilon \geq 4\%$, le travail externe dans le cas à discrétisation fine continue à augmenter car une plus grande liberté de mouvement est possible, tandis que dans le cas à discrétisation moins fine, l'augmentation est moins importante.

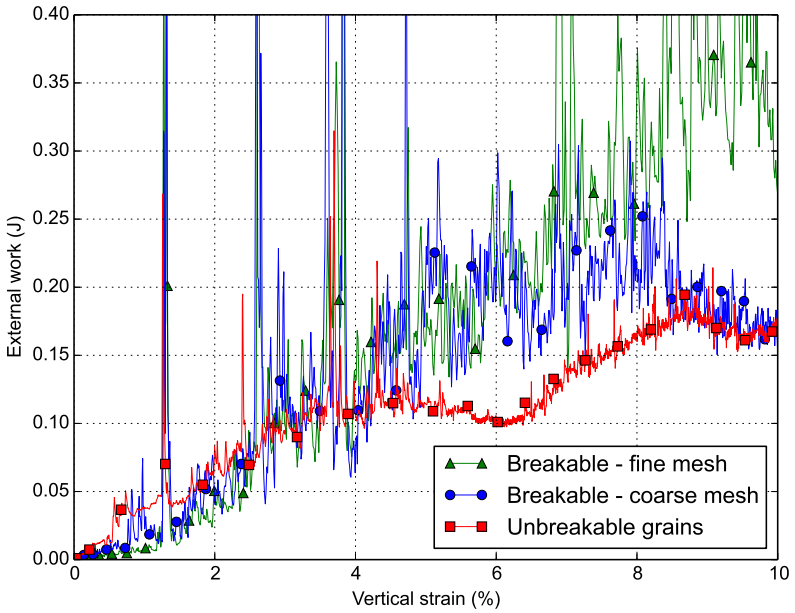


FIGURE 5.54 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons de grains pour 2 discrétisations et des grains non cassables

5.5.2 Échelle microscopique

On s'intéresse ensuite à l'échelle des contacts entre les grains (échelle microscopique). L'évolution de la rotation moyenne (figure 5.55) montre un comportement similaire pour les deux échantillons de grains cassables (pour les 2 discrétisations) : la rotation moyenne des grains non cassables est plus importante pour une déformation verticale $\varepsilon \leq 4.8\%$. Pour $\varepsilon = 1.2\%$ et $\varepsilon = 3.7\%$ le même saut de la rotation moyenne dans les échantillons de grains cassables est remarqué, correspondant aux moments de ruptures montrés précédemment dans la courbe des liaisons cohésives (figure 5.51).
Pour une déformation verticale $\varepsilon > 4.8\%$, l'ordre des courbes s'inverse : les grains cassables qui tournent en corps rigide au début de l'essai ont une rotation moyenne supérieure. Pour $\varepsilon \geq 4.8\%$, le mouvement des grains non cassables devient bloqués. La liberté de mouvement dans les cas de grains cassables mène à une rotation moyenne supérieure. Cette rotation est plus importante dans le cas à discrétisation fine vu la plus grande liberté de mouvement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

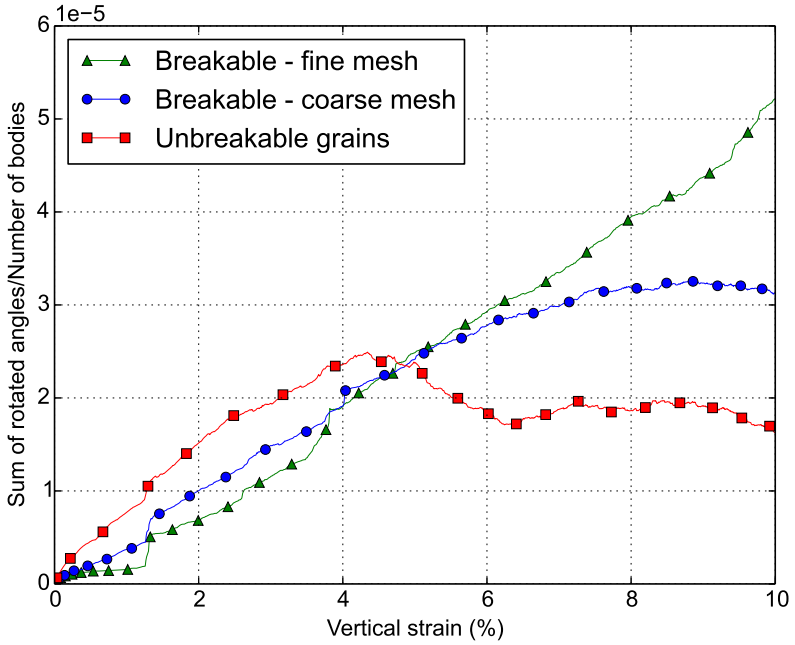


FIGURE 5.55 – Évolution de la rotation moyenne lors de la compression œdométrique des échantillons à grains pour 2 discrétisations et des grains non cassables

5.5.3 Conclusion

L'étude comparative des deux discrétisations pour les grains cassables et des grains non cassables permet de conclure que la résistance à la compression pour les grains cassables à discrétisation fine est plus faible. Ce résultat est attendu après l'étude réalisée sur l'effet de la discrétisation dans le cas d'écrasement d'un grain. L'évolution de la granulométrie est plus importante quand les grains sont discrétisés finement. En effet, une discrétisation fine mène à une dimension minimale plus petite, par la suite une plus grande liberté de mouvement est notée, traduite par un travail externe et une rotation moyenne supérieurs.

5.6 Conclusion

Les différentes études effectuées dans ce chapitre permettent de tirer plusieurs conclusions. L'implémentation du modèle de rupture proposé dans les chapitres précédents dans des simulations numériques sur un échantillon multi-grains soumis à un chargement œdométrique a permis de montrer l'influence de la rupture des grains : une plus grande liberté de mouvement est créée quand les grains cassent. En étudiant l'évolution de la granulométrie, un effet d'écran où les grains de petites dimensions protègent les grains de dimensions supérieures est observé, ce qui résulte en une stabilisation de la dimension maximale des grains.
L'effet de la cohésion intra-granulaire est peu clair à l'échelle macroscopique sauf pour des cohésions très élevées ($c_n \geq 10^4$ kPa). À l'échelle microscopique, quand la valeur de la cohésion augmente les courbes des différentes grandeurs se rapprochent de celles de l'échantillon à grains non cassables, ce qui est attendu.
En modifiant les paramètres de régularisation numérique k_n et k_t, les mêmes tendances

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

avec les mêmes limites concernant l'effet de la rupture et de la cohésion intra-granulaire ont été retrouvées. Les tendances observées dans ce cas sont plus marquées, par contre des phénomènes non physiques ont été notés.
Enfin, une discrétisation de grains plus fine est testée. Cette dernière produit un échantillon de grains qui résiste moins à la compression et montre une plus grande liberté de mouvement. En plus, l'évolution de la granulométrie est plus prononcée dans le sens des dimensions inférieures, avec une dimension maximale des grains inférieure à celle du cas à discrétisation moins fine.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 6

Validation du modèle de rupture dans le cas de sollicitations œdométriques - Partie II : Paramètres physiques

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, afin de compléter l'étude développée au chapitre précédent, l'influence des différents paramètres sur le comportement de l'échantillon multi-grains soumis au chargement œdométrique est testée. Pour cela les paramètres physiques propres au matériau et à l'essai œdométrique varient.
Les paramètres testés sont :

- la dimension de la cellule œdométrique (nombre de grains)
- la densité initiale
- la granulométrie initiale
- la forme des grains $\left(\text{rapport } \frac{r_{max}}{r_{min}}\right)$.

6.2 Effet de la taille de la cellule œdométrique

L'effet de bord est testé avec une cellule de dimensions supérieures : une section horizontale de 35 cm × 35 cm et une hauteur de 35 cm. 1850 grains sont déposés par gravité pour remplir la cellule. Les grains ont un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$, et une dimension maximale de 4 cm. Les deux cas de grains cassables et non cassables sont testés. Dans le cas des grains cassables, les grains sont divisés en 20650 particules (environ 11 particules par grain), et une cohésion intra-granulaire $c_n = 10^3$ kPa est choisie. En ce qui concerne les temps de calcul, la durée de la simulation est d'environ 6 jours.
La figure 6.1 montre les granulométries initiales des échantillons des deux simulations à dimensions de cellule différentes. La granulométrie est similaire dans les deux cas.
La comparaison entre le comportement des grains cassables et des grains non cassables mène aux mêmes conclusions tirées dans le cas de la cellule œdométrique de dimensions 30 cm × 30 cm × 26 cm (850 grains).
La figure 6.2 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verti-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

cale. Un changement de pente pour une contrainte de 60 kPa est noté pour l'échantillon de grains cassables, contre un changement de pente à 85 kPa pour l'échantillon de grains non cassables. La figure 6.3 montre mieux la résistance supérieure de l'échantillon de grains non cassables à la compression. Donc quand les grains sont rompus, une plus grande liberté de mouvement est créée, et le réarrangement des grains devient plus facile.
Le suivi de l'évolution de la granulométrie (figure 6.4) montre que les mêmes phénomènes observés dans le cas de l'échantillon à 850 grains sont reproduits : dimension maximale restant à une valeur constante. Les courbes granulométriques tendent à rejoindre la courbe d'état ultime à l'exception de la dimension maximale.

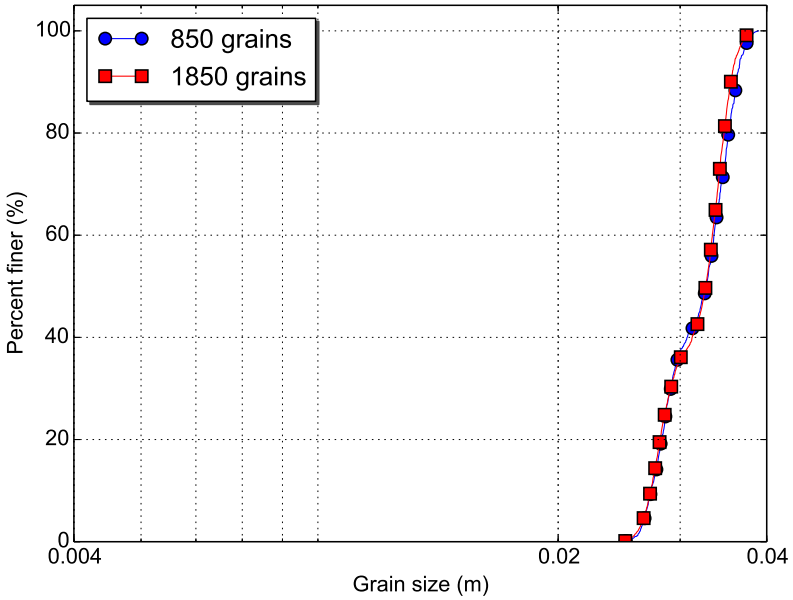


FIGURE 6.1 – Courbes granulométriques initiales pour les deux tailles de cellule œdométrique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

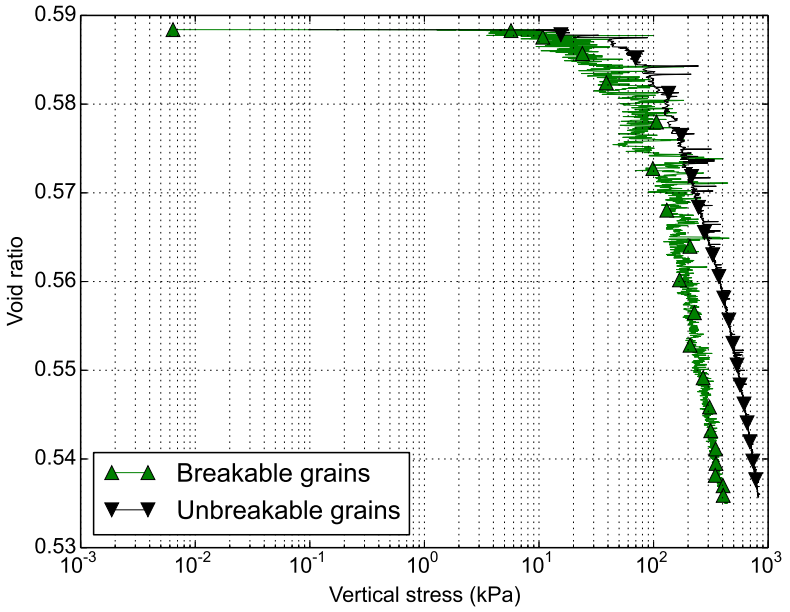


FIGURE 6.2 – Courbes œdométriques - cellule œdométrique de taille supérieure

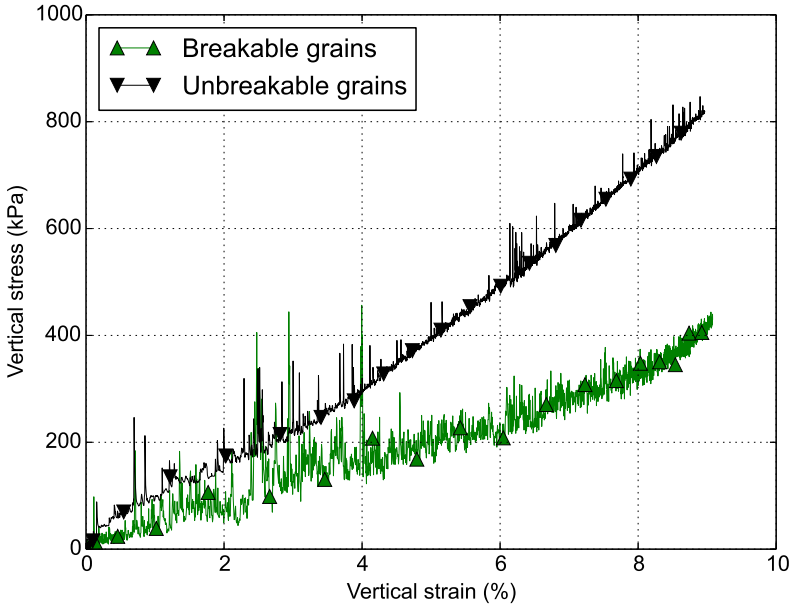


FIGURE 6.3 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale - cellule œdométrique de taille supérieure

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

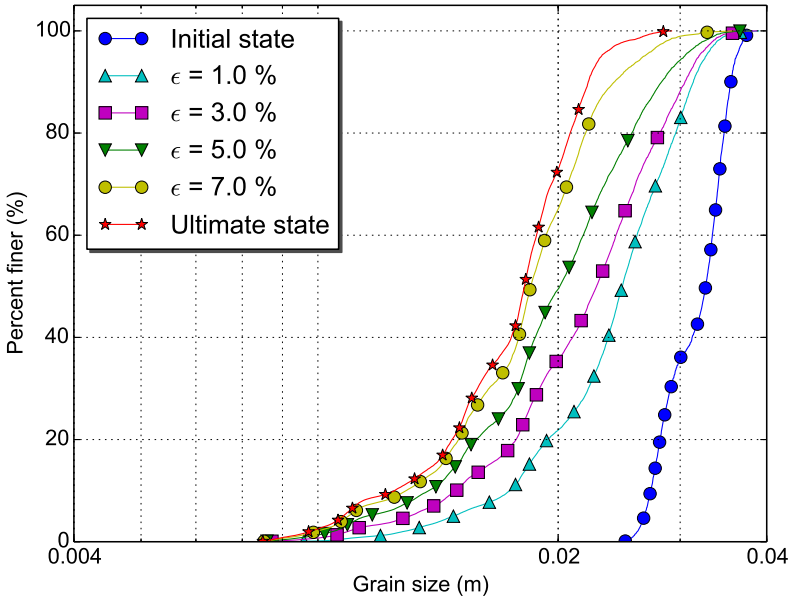


FIGURE 6.4 – Évolution de la granulométrie lors de la compression - cellule œdométrique de taille supérieure

Pour comparer les échantillons à différentes dimensions de cellules, il est important de noter la différence entre le nombre de grains : 1850 grains contre 850 grains, ainsi que les indices des vides initiaux : $e_0 \simeq 0.59$ pour l'échantillon de 1850 grains, et $e_0 = 0.68$ pour l'échantillon de 850 grains. Cette différence dans l'indice des vides initial est expliquée par le nombre supérieur de grain qui génère une énergie cinétique supérieure lors du dépôt gravitaire pour préparer l'échantillon, et par l'arrangement plus compact compte tenu du remplissage des vides par des grains de dimensions inférieures.
Un indice des vides initial inférieur indique un état initial plus dense, et comme déjà montré dans l'étude de l'effet de la densité initiale, un échantillon plus dense a une résistance supérieure à la compression. Cet effet peut être observé dans la figure 6.5 en notant que le changement de pente dans le cas de 850 grains a lieu pour une contrainte de 50 kPa contre une contrainte de 150 kPa dans le cas de 1850 grains. En plus, la figure 6.6 montre que pour atteindre une même déformation verticale, une contrainte supérieure est nécessaire dans le cas de 1850 grains. Les distributions granulométriques finales des deux échantillons sont similaires (figure 6.7) avec une dimension maximale de 0.032 m.

La comparaison du pourcentage des liaisons cohésives restantes montre une variation proche pour les deux échantillons. Les chutes dans le pourcentage observées dans le cas de 850 grains ne sont pas présentes dans le cas de 1850 grains, par contre à une déformation d'environ $\varepsilon = 5\%$, un changement de pente est noté dans la courbe de 1850 grains, qui indique une augmentation de la perte de liaisons, et par conséquent de rupture, plus importante (figure 6.8).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

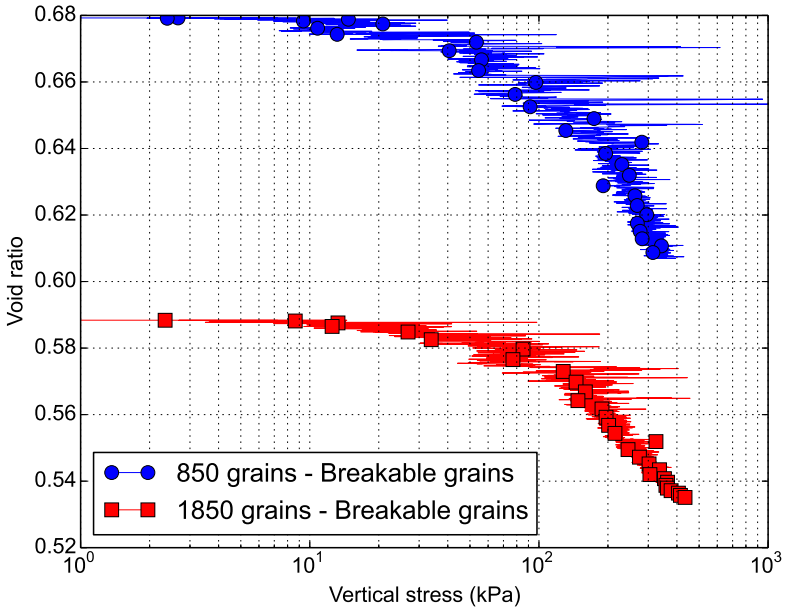


FIGURE 6.5 – Courbes œdométriques - échantillons à grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

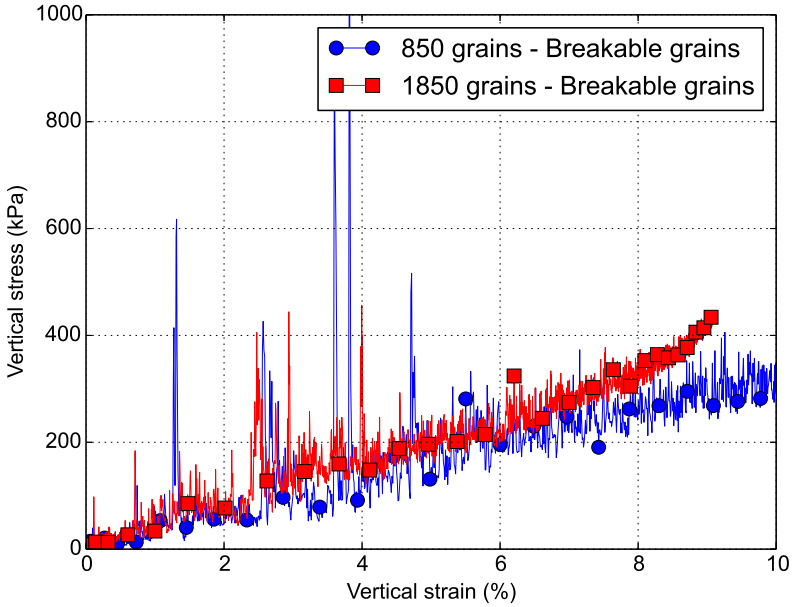


FIGURE 6.6 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale - échantillons à grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

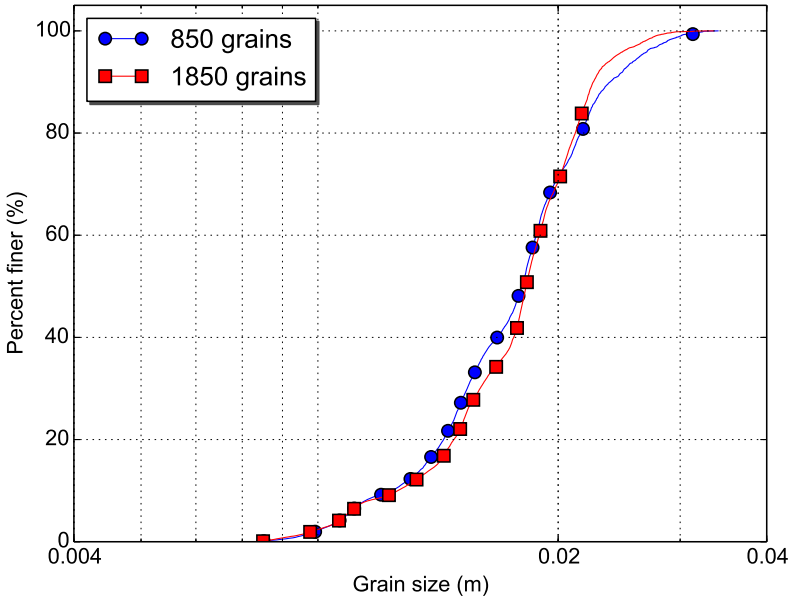


FIGURE 6.7 – Courbes granulométriques finales pour les deux tailles de cellule œdométrique

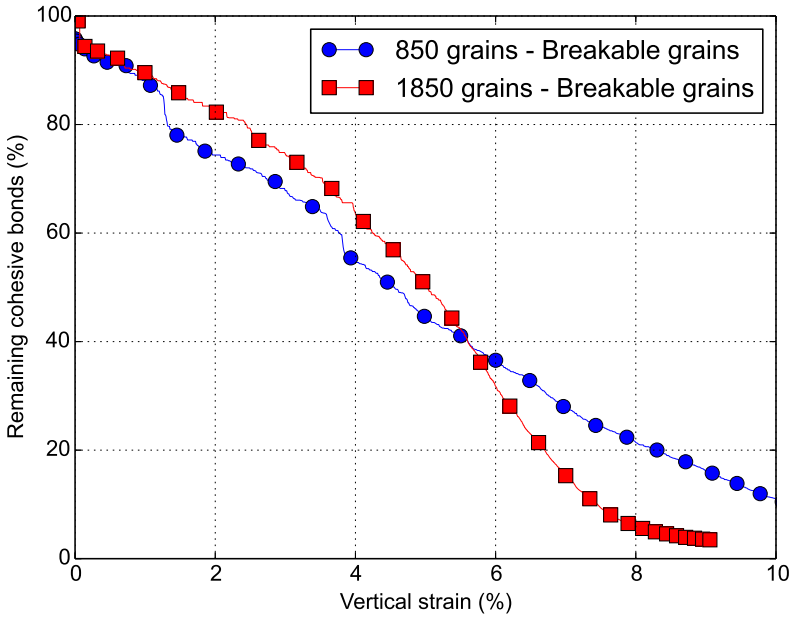


FIGURE 6.8 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants - échantillons à grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

L'étude de l'influence de la taille de la cellule œdométrique, qui suit celle du nombre de grains dans la simulation, a montré que les tendances et les phénomènes observés dans le cas d'une cellule de section horizontale 35 cm × 35 cm et de hauteur de 35 cm (1850 grains) sont similaires à ceux observés dans le cas d'une cellule de section horizontale 30 cm × 30 cm et de hauteur de 26 cm. De même, la résistance des échantillons reste similaire quand les dimensions de la cellule sont modifiées. Ces résultats valident le reste des simulations

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

réalisées avec 850 grains : une nombre réduit de corps permet d'économiser du temps de calcul tout en obtenant les mêmes résultats.

6.3 Effet de la densité initiale

On s'intéresse ensuite à l'étude de l'effet de la densité initiale sur le comportement des échantillons.
Deux méthodes sont employées pour obtenir des échantillons à densité initiale variable. La première méthode consiste à modifier le coefficient de frottement μ lors du dépôt gravitaire. Cette méthode permet d'étudier l'influence de la densité initiale sur le comportement des grains cassables et non cassables. Elle permet de générer des échantillons à un état initial différent compte tenu du fait que la disposition des grains et la distribution des contacts dépend du frottement entre les grains et les parois de la cellule œdométrique.
La deuxième méthode consiste à compacter un échantillon de grains non cassables jusqu'à atteindre une certaine valeur de l'indice des vides, puis discrétiser les grains et commencer la compression œdométrique. Dans ce cas, seuls des échantillons à grains cassables sont étudiés. Cette méthode permet de générer plusieurs échantillons, en partant d'un même état initial, donc une même distribution des contacts, mais en modifiant la densité initiale.

6.3.1 Dépôts avec différentes valeurs du coefficient de frottement μ

Pour la première étude, trois dépôts gravitaires de 850 grains sont réalisés pour obtenir trois densités initiales différentes. Il s'agit des mêmes grains que ceux utilisés dans les simulations précédentes. Le tableau 6.1 montre les différents paramètres utilisés pour les dépôts. Chaque série de paramètres donne un indice des vides initial e_0 différent. Le dépôt 1 est le même dépôt présenté et utilisé dans le chapitre précédent, ce qui donne une même valeur de e_0. Les paramètres des dépôts 2 à 5 ont été choisis de façon à obtenir des échantillons plus ou moins denses à l'état initial. C'est pourquoi l'accélération de la pesanteur est augmentée de 10 fois pour le dépôt 2 et le coefficient de frottement est réduit à 0. Pour les dépôts 3, 4 et 5 un coefficient de frottement de 0.5, 0.2 et 0.3 est respectivement choisi. À noter que les dépôts 4 et 5 sont uniquement utilisés pour vérifier la variation de la compressibilité de l'échantillon.
Suite au dépôt, chacun de ces échantillons est soumis à deux compressions œdométriques, une première compression en considérant les grains non cassables et une deuxième compression en considérant les grains cassables ayant une cohésion intra-granulaire de 10^3 kPa.

dépôt	nombre de grains	coefficient de frottement μ	accélération de la pesanteur g ($m^2 s^{-1}$)	indice des vides initial e_0
dépôt 1	850	0.1	9.81	0.68
dépôt 2	850	0.0	98.1	0.39
dépôt 3	850	0.5	9.81	1.03
dépôt 4	850	0.2	9.81	0.81
dépôt 5	850	0.3	9.81	1.00

Tableau 6.1 – Paramètres des dépôt gravitaires

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

6.3.1.1 Grains non cassables

La figure 6.9 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale des échantillons à grains non cassables. Vu les différentes valeurs de l'indice des vides initial, la comparaison de la résistance est faite en traçant l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale (figure 6.10). Pour atteindre une même valeur de la déformation verticale, une contrainte plus élevée est nécessaire dans le cas des échantillons plus denses à l'état initial (e_0 plus faible). Cela est justifié physiquement par la liberté de mouvement limitée pour un échantillon dense à l'état initial, de sorte qu'on observe des contraintes plus fortes pour une même déformation. Donc les différents indices des vides initiaux définissent le comportement de l'échantillon : un échantillon plus dense (ayant e_0 inférieur) montre une résistance supérieure à la compression. La rigidité est comparée quantitativement par le calcul du coefficient de compressibilité C_c (figure 6.11). C_c augmente linéairement quand la valeur de e_0 augmente. L'équation de la courbe de tendance est $C_c = 0.28e_0 - 0.09$; avec un coefficient de corrélation $r^2 = 0.92$ donc une bonne corrélation, mais un nombre supérieur de simulations permettra de vérifier cette tendance. Une seule exception apparaît pour le dépôt 4 ($e_0 = 0.81$) dont le coefficient de compressibilité est plus faible que celui du dépôt 1 ($e_0 = 0.68$). Cette exception peut être le résultat de la disposition (anisotropie) des grain à l'état initial. De façon générale, les échantillons qui sont plus denses à l'état initial sont plus rigides.

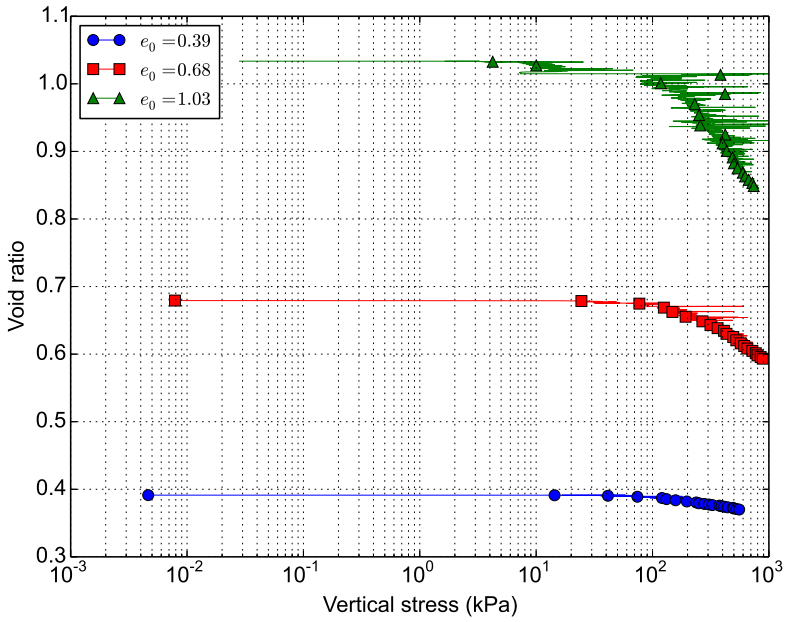


FIGURE 6.9 – Courbes œdométriques des échantillons à grains non cassables après dépôt

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

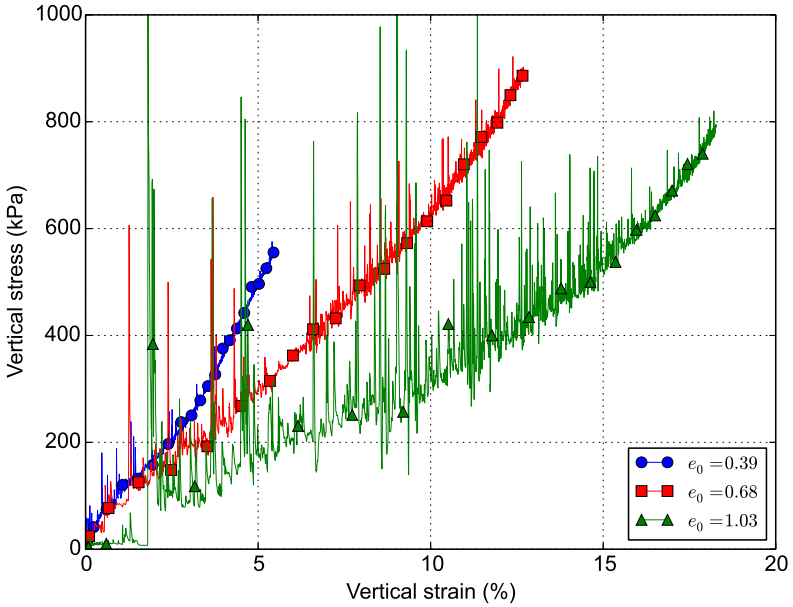


FIGURE 6.10 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons à grains non cassables après dépôt

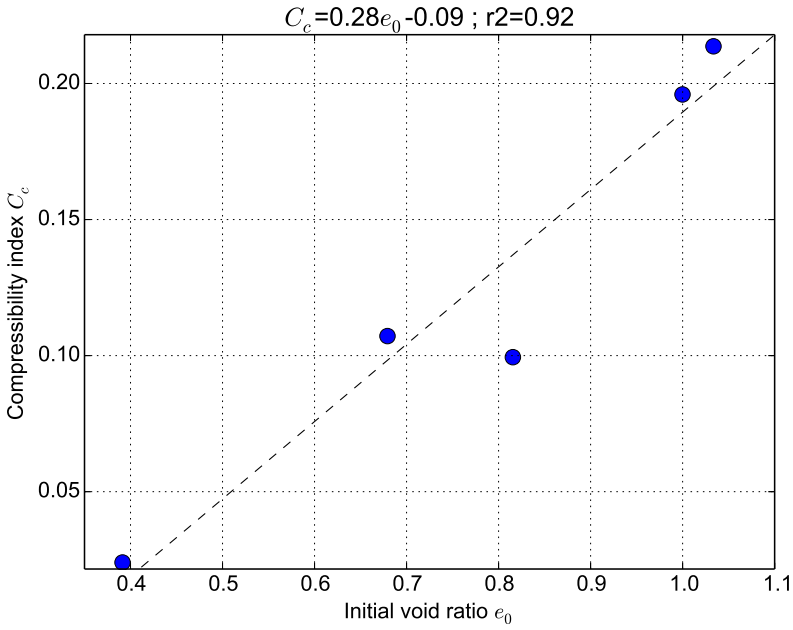


FIGURE 6.11 – Variation du coefficient de compressibilité des échantillons à grains non cassables après dépôt

La figure 6.12 montre le travail externe fourni (équation 5.2) à chaque échantillon en fonction de la déformation verticale. Quand la densité initiale de l'échantillon augmente, le travail externe devient moins important. Cela est aussi vrai pour les pics des courbes qui sont plus importants pour les échantillons plus lâches.
Ces observations sont aussi vraies pour la rotation moyenne des grains (figure 6.13). La rotation moyenne est calculée en sommant les angles de rotation subis par l'ensemble

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

des corps puis en divisant cette somme par le nombre de corps. La rotation devient plus importante quand l'indice des vides initial e_0 augmente (échantillon lâche).
En effet, quand l'échantillon est plus dense à l'état initial, les grains ont moins d'espace vide donc moins de liberté de mouvement, cela mène à des incréments de déplacement moins importants (donc le travail total est plus faible), ainsi qu'à des rotations de grains moins importantes.

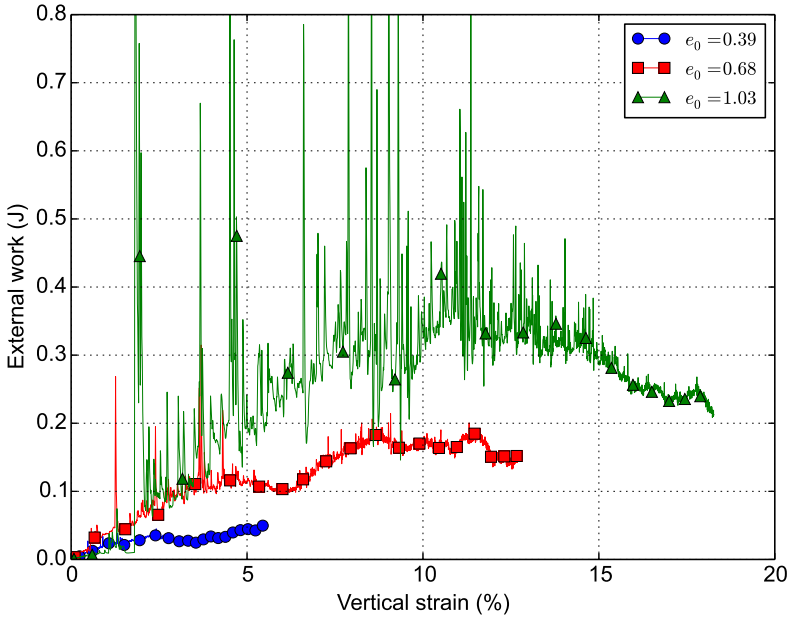


FIGURE 6.12 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons à grains non cassables après dépôt

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

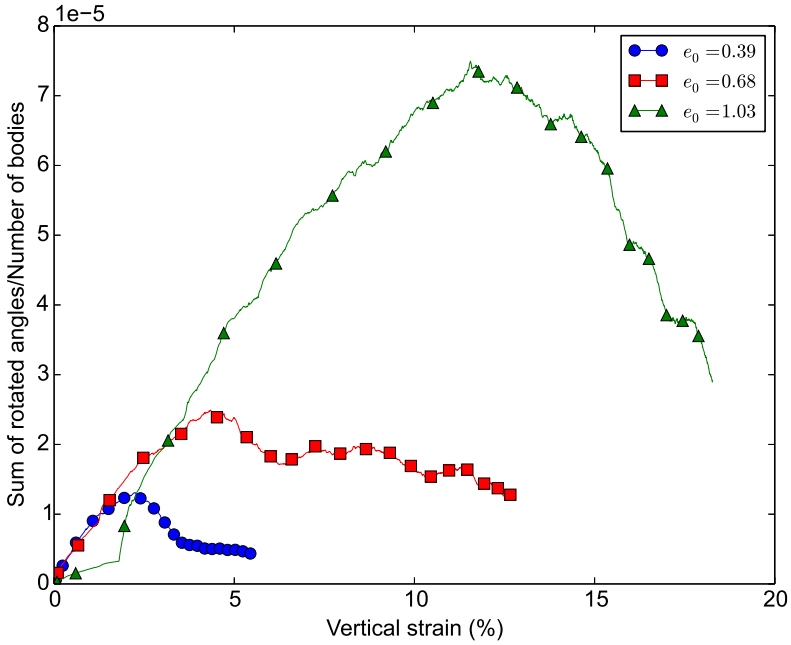


FIGURE 6.13 – Évolution de la rotation moyenne des échantillons à grains non cassables après dépôt

6.3.1.2 Grains cassables

La même étude comparative est ensuite réalisée pour les trois échantillons déposés, cette fois en discrétisant les grains ($\sim$ 12 particules par grain) et en appliquant une cohésion $c_n = 10^3$ kPa entre les particules d'un même grain.
La figure 6.14 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. Pour atteindre une même valeur de la déformation verticale, une contrainte plus élevée est nécessaire dans le cas des échantillons plus denses à l'état initial (e_0 plus faible). Le même effet de l'indice des vides initiaux montré pour les grains non cassables est visible pour les grains cassables : un échantillon plus dense (ayant e_0 inférieur) exhibe une résistance supérieure à la compression.
Le coefficient de compressibilité C_c (figure 6.15) augmente linéairement avec la valeur de e_0. L'équation de la courbe de tendance est $C_c = 0.37e_0 - 0.12$; avec un coefficient de corrélation $r^2 = 0.97$ donc une meilleure corrélation que celle du cas des grains non cassables. Les échantillons de grains cassables ayant une densité initiale supérieure montre alors une rigidité supérieure, résultat similaire au cas des grains non cassables obtenu précédemment.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

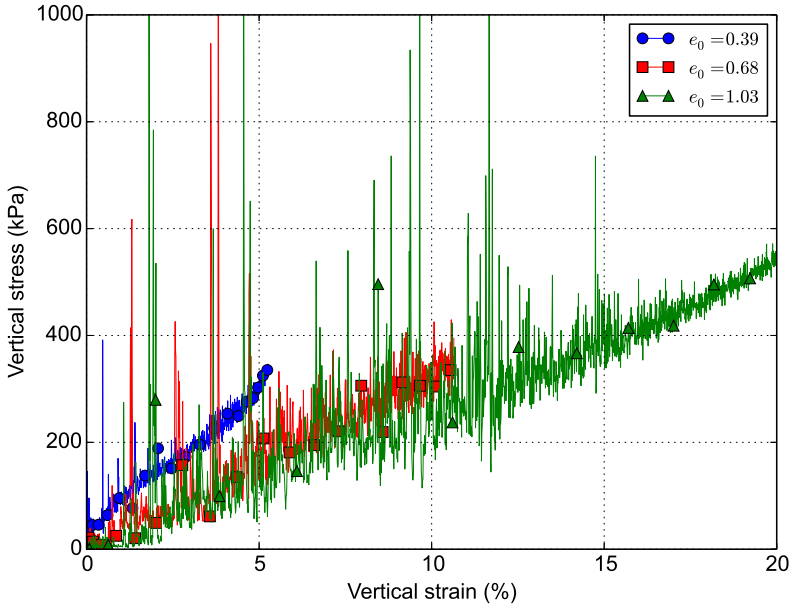


FIGURE 6.14 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons à grains cassables (c_n = 10^3 kPa) après dépôt

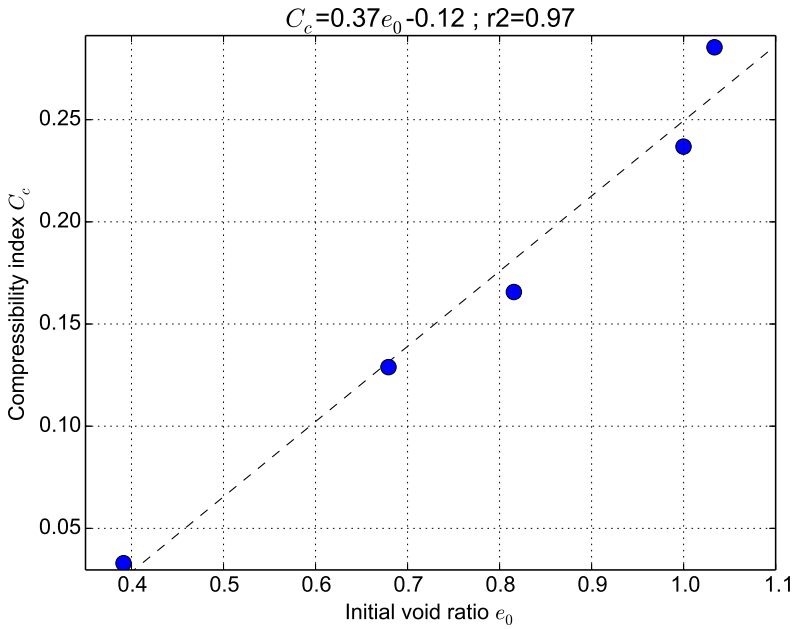


FIGURE 6.15 – Variation du coefficient de compressibilité des échantillons à grains cassables (c_n = 10^3 kPa) après dépôt

Sur la figure 6.16, le travail externe fourni exhibe des valeurs supérieures pour les faibles densités initiales. Cela est aussi vrai pour la rotation moyenne des grains (figure 6.17) qui est plus importante quand l'indice des vides initial e_0 augmente (échantillon lâche).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

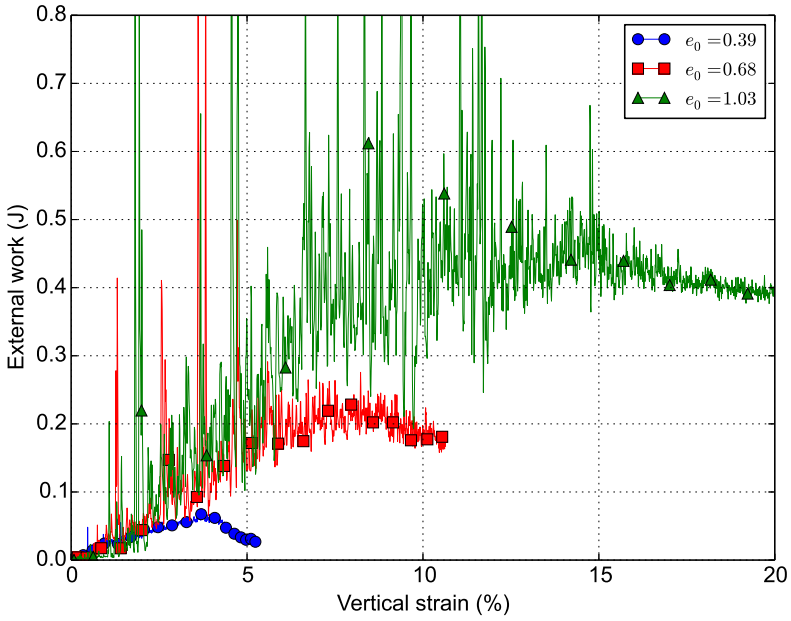


FIGURE 6.16 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) après dépôt

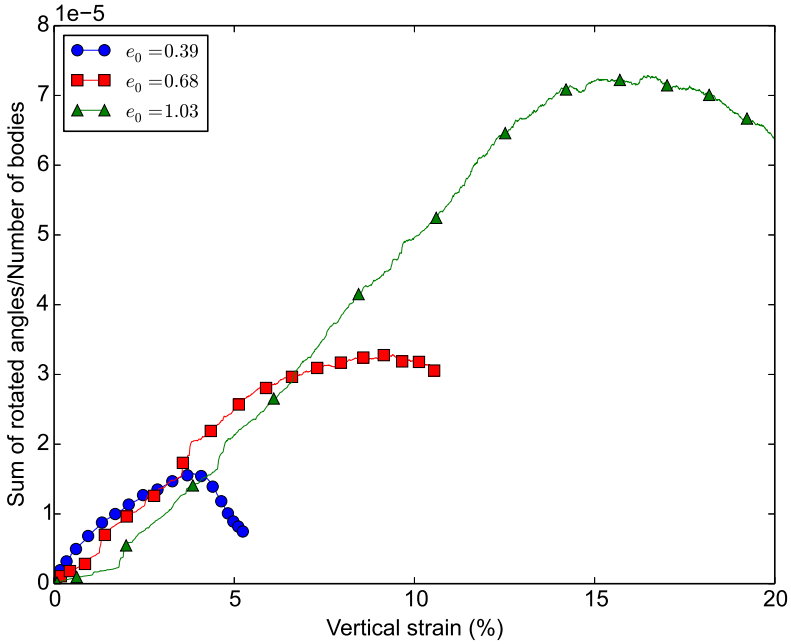


FIGURE 6.17 – Évolution de la rotation moyenne des échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) après dépôt

En plus, dans le cas des grains cassables, la rupture des liaisons cohésives au cours de la compression peut être suivie (figure 6.18). Les courbes montrent que les échantillons plus denses à l'état initial déploient des pertes plus importantes pour une même valeur de la déformation verticale. Cela est justifié par le fait qu'un échantillon plus dense est soumis à une contrainte plus importante pour une même valeur de la déformation verticale, donc

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

plus de liaisons cohésives sont rompues.
L'évolution de la granulométrie est tracée dans trois cas : $e_0 = 0.39$ (figure 6.19), $e_0 = 0.68$ (figure 6.20) et $e_0 = 1.03$ (figure 6.21). L'effet d'écran remarqué précédemment est présent. Il s'agit de la conservation de la valeur de la dimension maximale des grains au cours du chargement.

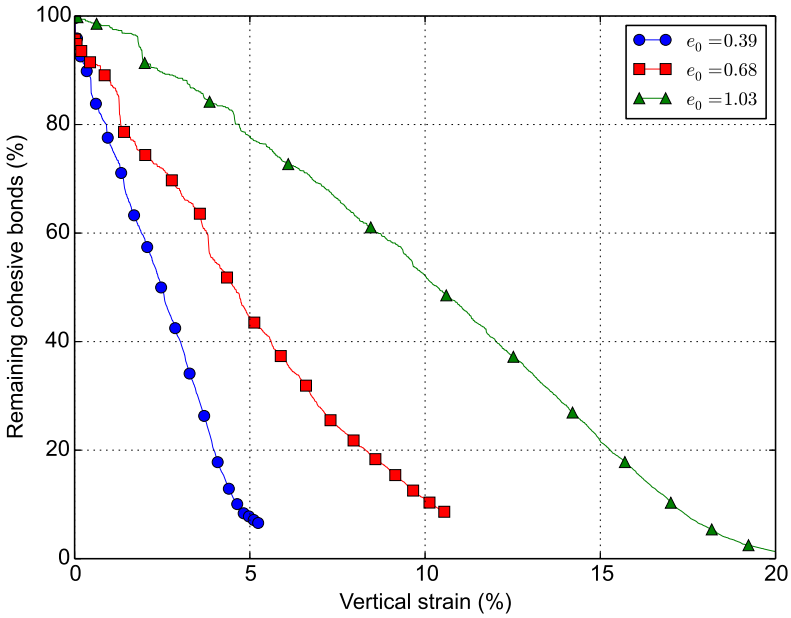


FIGURE 6.18 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) après dépôt

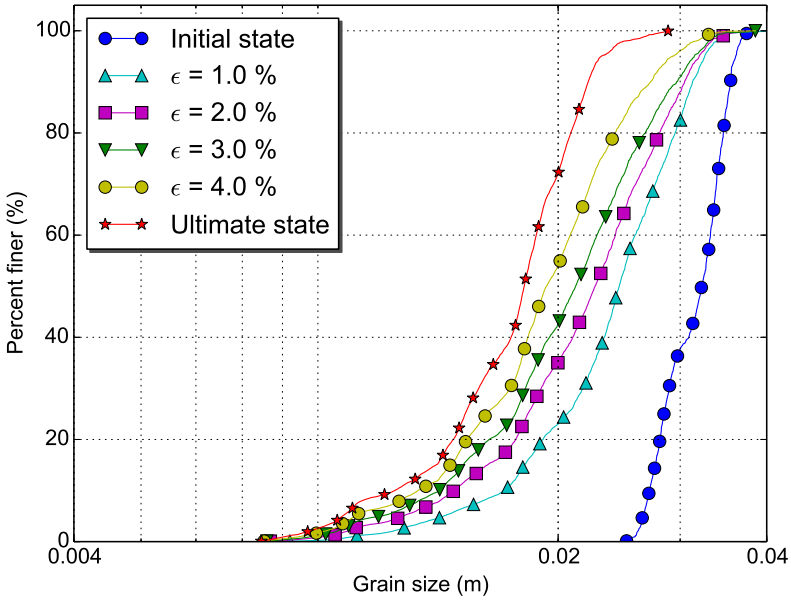


FIGURE 6.19 – Évolution de la granulométrie - échantillon à $e_0 = 0.39$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

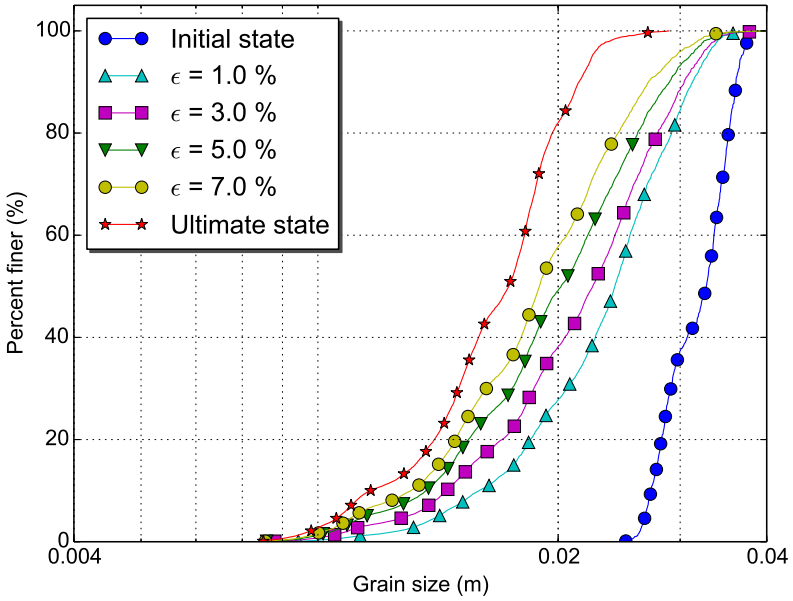


FIGURE 6.20 – Évolution de la granulométrie - échantillon à $e_0 = 0.68$

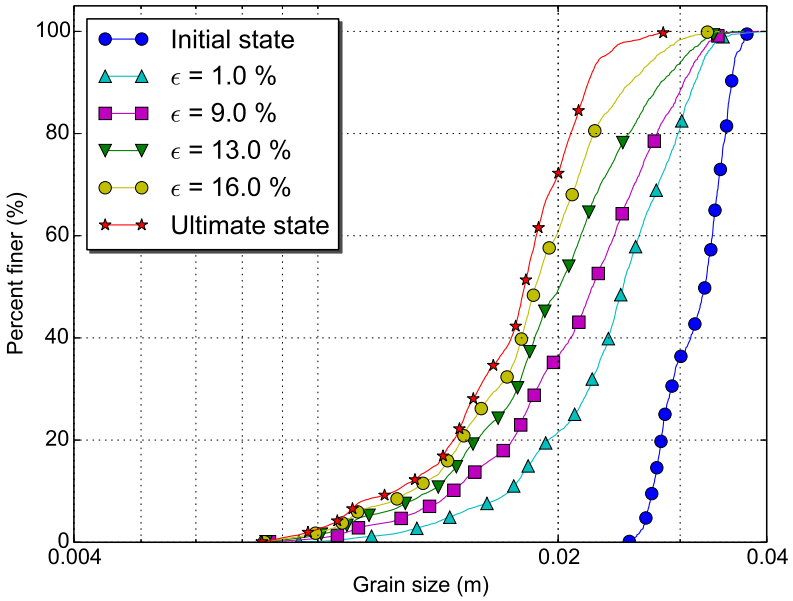


FIGURE 6.21 – Évolution de la granulométrie - échantillon à $e_0 = 1.03$

Ces comparaisons permettent de tirer les mêmes conclusions concernant l'effet de la densité initiale sur le comportement de l'échantillon dans le cas de grains non cassables et celui de grains cassables : les échantillons plus denses résistent mieux à la compression et subissent moins de réarrangements de grains.

6.3.2 Compactage suite au dépôt

L'étude de l'effet de la densité initiale se poursuit en passant à la deuxième méthode de génération d'échantillons à différentes densités initiales. Pour cela, un échantillon de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

grains non cassables est soumis à un compactage jusqu'à atteindre une certaine valeur de l'indice des vides. Les forces sont remises à 0 après la phase de compactage, et les grains de cet échantillon sont discrétisés (~12 particules par grain), une cohésion $c_n = 10^3$ kPa est appliquée entre les particules d'un même grain, et il est soumis à la compression œdométrique. 5 échantillons sont générés et soumis au chargement, avec des indices des vides initiaux égaux à 0.63, 0.65, 0.67 et 0.68. À noter que cette méthode de génération d'échantillons plus denses ne permet pas d'avoir de valeurs de e_0 très variées.
La figure 6.22 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. On remarque que pour atteindre une même valeur de la déformation verticale, une contrainte supérieure est nécessaire dans le cas des échantillons plus denses à l'état initial (e_0 plus faible). Les échantillons plus compactes, ayant un indice des vides initial e_0 plus faible, montrent une résistance supérieure au chargement.
Le calcul du coefficient de compressibilité C_c valide cette observation de façon quantitative (figure 6.23). C_c augmente linéairement en fonction de la valeur de e_0. L'équation de la courbe de tendance est $C_c = 1.14e_0 - 0.65$; avec un coefficient de corrélation $r^2 = 0.96$, donc une corrélation proche de celle obtenue avec la première méthode de génération de grains pour les grains cassables. Cet écart sera discuté dans le paragraphe suivant (paragraphe 6.3.3). La conclusion tirée reste similaire à celles des cas précédents : plus la densité initiale augmente, plus la rigidité de l'échantillon est importante.

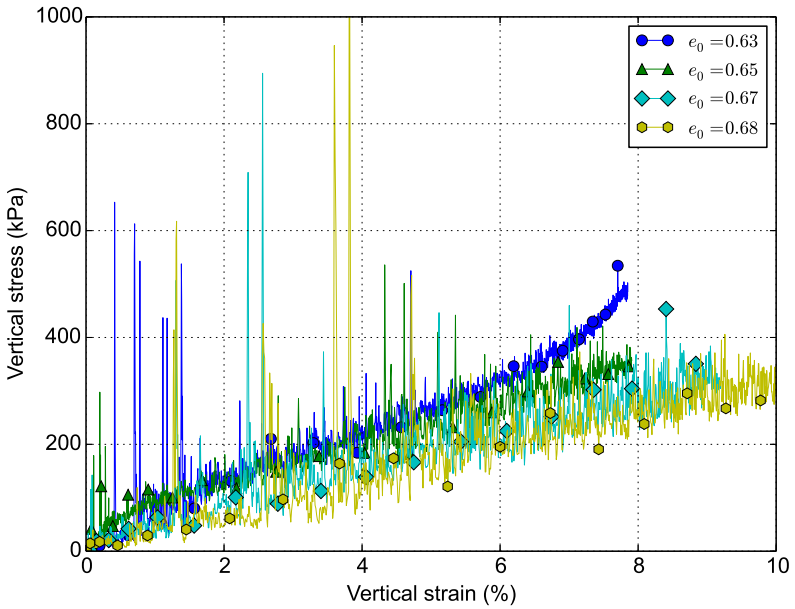


FIGURE 6.22 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) compactés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

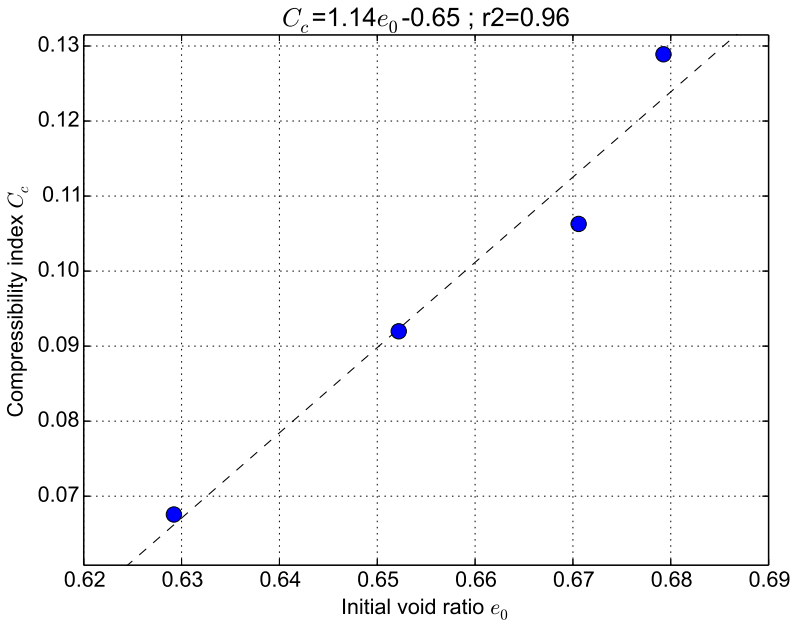


FIGURE 6.23 – Variation du coefficient de compressibilité des échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) compactés

Le suivi des liaisons cohésives (figure 6.24) montre que les échantillons plus denses à l'état initial subissent des pertes de liaisons cohésives plus importantes pour une même valeur de la déformation verticale. Cet effet n'est pas clair au début de la compression, surtout à cause de la perte de liaisons cohésives ayant lieu au début de la compression à cause du faible nombre de contacts entre les grains à la surface de l'échantillon et la plaque supérieure, et à la nature rigides des corps. L'ordre des courbes est établi à partir d'une déformation $\varepsilon = 2.5\%$ pour les échantillons à $e_0 = 0.67$ et $e_0 = 0.68$, et à partir de $\varepsilon = 5\%$ pour les échantillons à $e_0 = 0.63$ et $e_0 = 0.65$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

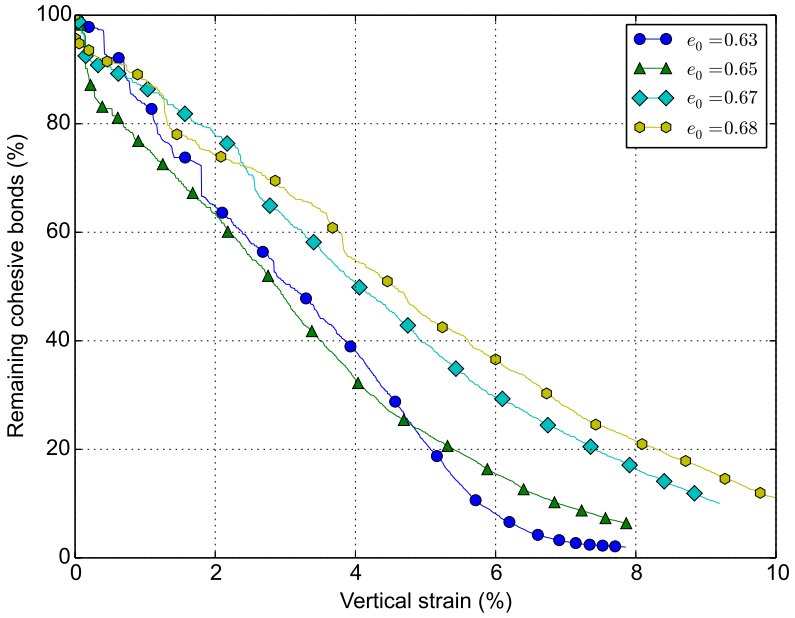


FIGURE 6.24 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à grains cassables ($c_n = 10^3$ kPa) compactés

Les résultats montrent alors que la deuxième méthode de génération d'échantillons à différentes densités initiales, consistant à compacter les grains suite aux dépôts avant de discrétisation, mène aux mêmes conclusions tirées dans le cas de la première méthode : un échantillon plus dense à l'état initial (e_0 plus faible) montre une résistance supérieure à la compression et une rigidité supérieure.

6.3.3 Bilan des simulations à différentes densités initiales

Les valeurs du coefficient de compressibilité C_c de l'ensemble des simulations sur grains cassables et non cassables à différentes densités initiales sont tracées sur un même graphe (figure 6.25).
Pour une même valeur de l'indice des vides initial e_0, les échantillons à grains non cassables sont plus rigides que les échantillons à grains cassables. Cette différence de rigidité devient plus claire quand l'échantillon est plus lâche à l'état initial.
Une comparaison entre les différentes simulations sur les échantillons à grains cassables montre que quelque soit la méthode de compactage, la rigidité de l'échantillon est plus importante quand l'échantillon est plus dense à l'état initial. Par contre, cette dépendance de la rigidité (C_c) dépend de la méthode de génération des échantillons. En effet, la pente de la courbe de tendance de C_c en fonction de e_0 pour la méthode de compactage après dépôt (1.14) est trois fois plus grande que la pente de la courbe de tendance pour la méthode de dépôts à différentes valeurs du coefficient de frottement. Cela indique qu'une modification de l'indice des vides initial aura un effet plus important si l'état initial a été obtenu par compactage après dépôt.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

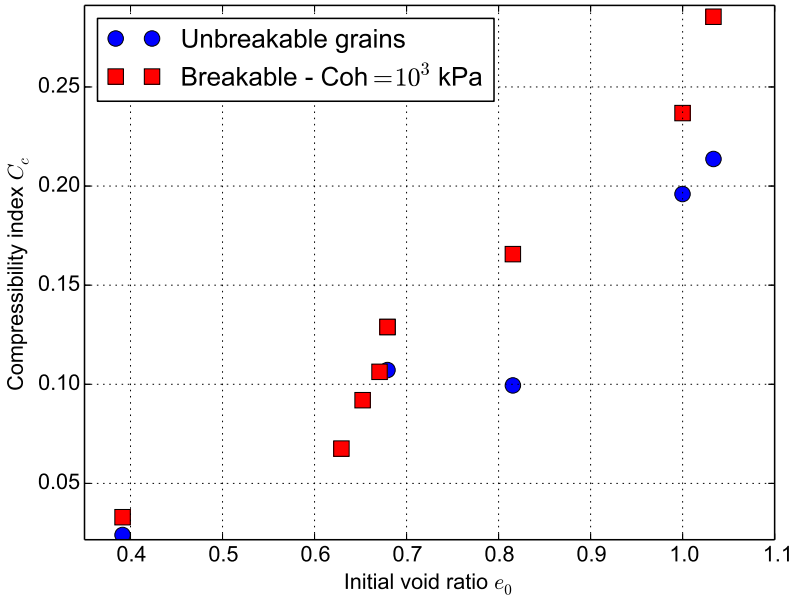


FIGURE 6.25 – Variation du coefficient de compressibilité des échantillons à différentes densités initiales

6.3.4 Conclusion

L'analyse des différentes simulations œdométriques sur l'ensemble des échantillons ayant différentes valeurs de l'indice des vides initial montre un effet clair de ce paramètre physique.
Quand la densité initiale de l'échantillon augmente (son indice des vides initial e_0 diminue), la liberté de mouvement à l'intérieur de l'échantillon est réduite, et les contraintes nécessaires pour déformer l'échantillon deviennent supérieures. Cela résulte en un travail externe fourni moins important dans le cas des échantillons denses, et une rupture de liaisons cohésives plus importante dans ces échantillons pour une même valeur de la déformation verticale. Ces conclusions sont vraies pour les échantillons à grains cassables et non cassables, à l'exception de la perte des liaisons cohésives absentes dans le cas des grains non cassables.
En analysant la rigidité des différents échantillons, la valeur du coefficient de compressibilité augmente linéairement en fonction de l'indice des vides initial e_0 si la même méthode de génération de grains est utilisée (soit en modifiant la valeur du coefficient du frottement lors du dépôt, soit en compactant l'échantillon après dépôt). Si la méthode de génération change, la variation de C_c n'est plus linéaire. Cela permet de conclure que la rigidité de l'échantillon dépend de l'état d'arrangement des grains (anisotropie initiale par exemple). Un nombre supplémentaire d'essais est nécessaire pour avoir une conclusion plus précise sur la variation de C_c.

6.4 Simulation œdométrique à granulométrie non uniforme

La granulométrie est un facteur dont l'influence est très importante sur le comportement des matériaux granulaires. Afin de tester la prise en compte de cet effet par le modèle

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

numérique présenté dans ce manuscrit, un échantillon à granulométrie non uniforme est généré.
L'échantillon est formé de 4700 grains ayant une dimension qui varie entre 2cm et 4cm, et un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$ (figure 6.26). La figure 6.27 montre la granulométrie initiale de l'échantillon généré. Un pourcentage d'environ à 50% a été choisi pour les grains de petites dimension (inférieure à 2 cm) pour étudier leur effet sur le comportement de l'échantillon. La méthode de dépôt gravitaire, expliquée précédemment, est ensuite appliquée, avec un coefficient de frottement $\mu = 0.1$ lors du dépôt, et une section horizontale de 30 × 30 cm. La hauteur de l'échantillon après dépôt est de 28 cm, ce qui donne un rapport $\frac{\text{dimension grain}}{\text{dimension échantillon}} = 0.15$, valeur supérieure à la valeur limite proposée pour éliminer l'effet des conditions limites.
Le pas de temps numérique choisi pour les itérations est $dt = 2 \cdot 10^{-6}$ s, et la valeur de la vitesse de force est $\dot{F} = 20$ N/dt. Les paramètres de régularisation normale k_n et tangentielle k_t utilisés dans ce chapitre sont $k_n = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot m^{-2}$ et $k_t = 10^{10}\, N \cdot m^{-1} \cdot s \cdot m^{-2}$. Ces paramètres ont été choisis de façon identique aux simulations réalisées précédemment pour pouvoir comparer les résultats. Par contre, le nombre de grains est supérieur aux simulations à granulométrie uniforme puisqu'un nombre plus grand de petits grains est nécessaire pour remplir le même volume de la cellule œdométrique.
À noter que le dernier paragraphe de cette section (paragraphe 6.4.4) est consacré à la comparaison entre les échantillons à granulométries différente.

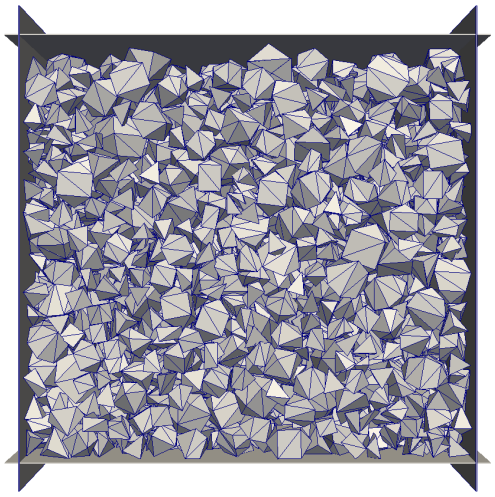


FIGURE 6.26 – Schéma de l'échantillon à granulométrie non uniforme

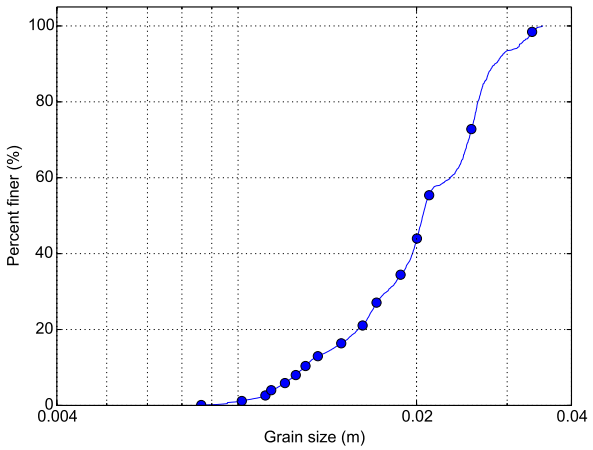


FIGURE 6.27 – Granulométrie initiale non uniforme

6.4.1 Comparaison cassables/non cassables

Le comportement d'un échantillon à grains cassables est comparé au comportement du même échantillon formé de grains non cassables. Une première simulation de compression œdométrique est lancée sur un échantillon déposé sans discrétisation en particules, afin de simuler le comportement d'un milieu formé de grains non cassables. Une deuxième simulation est lancée avec le même chargement, en discrétisant les grains pour permettre leur rupture (grains cassables).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

L'échantillon de grains cassables est formé de 29100 particules tétraédriques (~6 particules par grain). Les particules appartenant à un même grain sont liées par des liens cohésifs suivant le critère Mohr-Coulomb, avec $c_n = 10^3$ kPa avec $\mu_{MC} = 0.4$. Dans les deux simulations, le contact entre les plaques et les grains, ainsi que le contact entre les grains eux mêmes est un contact frottant sec de Coulomb avec un coefficient de frottement $\mu = 0.4$. En ce qui concerne les temps de calcul, la durée de la simulation pour les grains cassables (29100 particules) est d'environ 12 jours.

La figure 6.28 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. Pour une valeur donnée de la déformation verticale, la contrainte verticale est supérieure dans l'échantillon de grains cassables : la rupture des grains mène à une liberté de mouvement supérieure, et le réarrangement des grains devient plus facile, ce qui explique le tassement plus important dans ce cas.

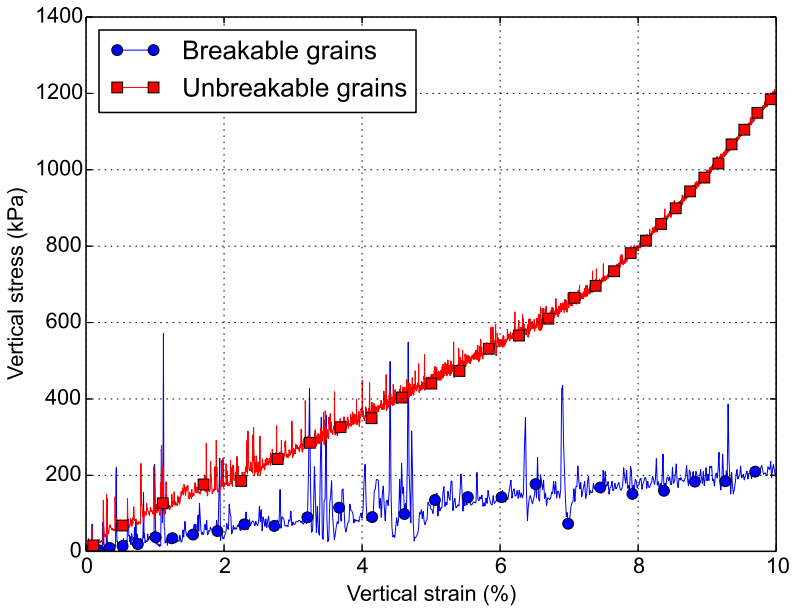


FIGURE 6.28 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale des échantillons de grains cassables et non cassables

6.4.2 Effet de la cohésion

Le même échantillon généré dans le paragraphe précédent est considéré, en faisant varier la cohésion c_n entre 10 kPa et 10^5 kPa. Les autres paramètres restent identiques à ceux de la simulation sur grains cassables montrées précédemment.

La figure 6.29 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale des différentes cohésions sur une échelle semi-logarithmique. L'influence de la cohésion n'est pas visible pour les valeurs de c_n étudiées.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

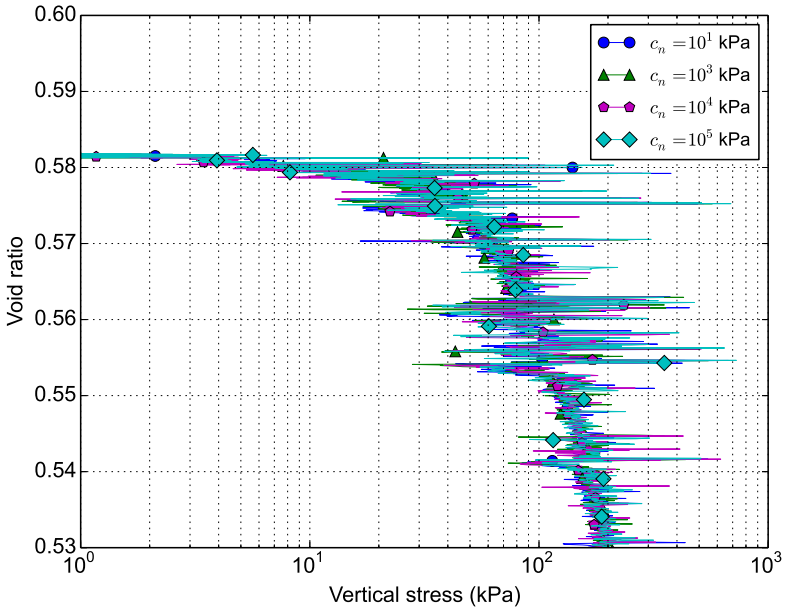


FIGURE 6.29 – Courbes œdométriques des échantillons à différentes cohésions intra-granulaires

Le suivi de l'évolution des liaisons cohésives restantes en fonction de la déformation verticale (figure 6.30) montre que les grains ayant une cohésion plus faible cassent pour des déformations verticales plus faibles. Des chutes dans le pourcentage des liaisons restantes sont observées pour des cohésions différentes, traduisant des ruptures brusques de grains. Ces chutes ayant lieu à différentes déformations indiquent des réarrangements différents des grains selon la cohésion, mais le comportement macroscopique reste similaire quelque soit la cohésion.

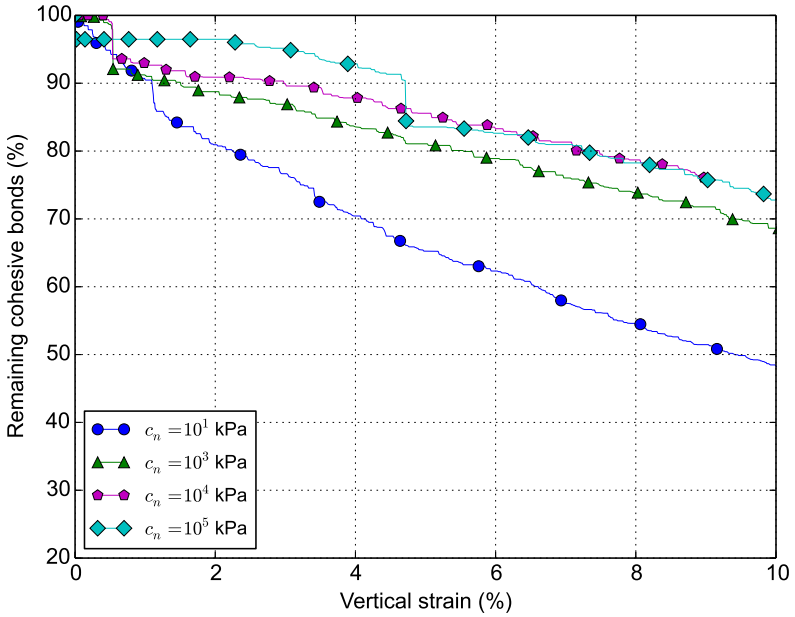


FIGURE 6.30 – Évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes dans les échantillons à différentes cohésions en fonction de la déformation verticale

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette étude des échantillons ayant des valeurs différentes de la cohésion intra-granulaire permet de tirer plusieurs conclusions.
À l'échelle macroscopique, l'effet de la cohésion intra-granulaire n'est pas visible, contrairement au cas des échantillons à granulométrie uniforme.
À l'échelle microscopique, l'effet de la cohésion intra-granulaire est clairement identifiable. Pour les fortes valeurs de la cohésion, la rupture des grains nécessite des contraintes plus fortes, ce qui est attendu vu la résistance supérieure des grains. Mais cette différence de rupture et de réarrangement des grains n'apparaît pas à l'échelle macroscopique.

6.4.3 Effet d'échelle

Les enrochements présentent la particularité d'être formés par des grains grossiers ayant des dimensions qui peuvent aller de quelques centimètres à 1 à 2 mètres. Cette particularité rend les différentes expérimentations très coûteuses vu les grandes dimensions des appareils expérimentaux nécessaires.
À cause de ces contraintes, des expérimentations sur des échantillons de tailles réduites sont d'habitude réalisées. Or les résultats et les différentes observations effectuées sur ces expérimentations ne peuvent pas servir pour tirer des conclusions directes sur le comportement in-situ à cause de l'effet d'échelle caractéristique de ce type de matériau.
En effet, pour un même type de matériau, la résistance d'un grain dépend de sa dimension : la résistance du grain diminue quand sa dimension augmente. Les expériences de Marsal [Marsal, 1973], Nakata et al. [Nakata et al., 1999] et Lee [Lee, 1992] montrent une dépendance de la force de rupture du grain F_{rup} sur la dimension d tel que :

$$F = \eta d^{\lambda} \tag{6.1}$$

avec η et λ deux paramètres empiriques permettant de quantifier l'effet d'échelle sur la résistance des grains. La valeur de λ proposée dans la littérature varie entre 1.5 et 2.
Le but de ce paragraphe est de prendre en compte l'effet d'échelle dans les simulations œdométriques, en appliquant l'équation proposée par Marsal, afin de se rapprocher de la réalité.

Calibration des résistances des grains individuels avec prise en compte de l'effet d'échelle

Pour prendre l'effet d'échelle en compte dans les simulations numériques de l'essai œdométrique, une étude à l'échelle du grain est réalisée.
Plusieurs grains ayant des dimensions différentes sont générés, et soumis à des essais d'écrasement, en faisant varier la cohésion intra-granulaire. La loi proposée par Marsal (équation 6.1) est appliquée pour déterminer les différentes résistances de grains en fonction de leur dimension. La valeur de η est fixée à 26 (d en cm) et la valeur de λ à 1.5 (Marsal [Marsal, 1973]). En effet, la valeur de η est choisie en fonction de la résistance maximale que peut atteindre un grain à l'aide des simulations numériques employant le modèle de rupture présenté dans ce manuscrit. À noter que pour obtenir des résistances de grains comparables aux résultats expérimentaux, une valeur supérieure de η doit être choisie. La valeur de λ est choisie en se basant sur les travaux expérimentaux de Lee [Lee, 1992] sur des grains de calcaire.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Les dimensions choisies sont celles utilisées pour générer l'échantillon à granulométrie non uniforme : 2 cm, 2.5 cm, 3.15 cm, 3.5 cm et 4 cm ; et les cohésions testées varient de 1 kPa à 105 kPa. La figure 6.31 donne les cohésions suivantes pour chaque grain :

— $c_n = 4.455 \cdot 10^3$ kPa pour les grains de dimension de 2 cm
— $c_n = 6.709 \cdot 10^3$ kPa pour les grains de dimension de 2.5 cm
— $c_n = 1.531 \cdot 10^3$ kPa pour les grains de dimension de 3.15 cm
— $c_n = 2.796 \cdot 10^3$ kPa pour les grains de dimension de 3.5 cm
— $c_n = 2.270 \cdot 10^3$ kPa pour les grains de dimension de 4 cm.

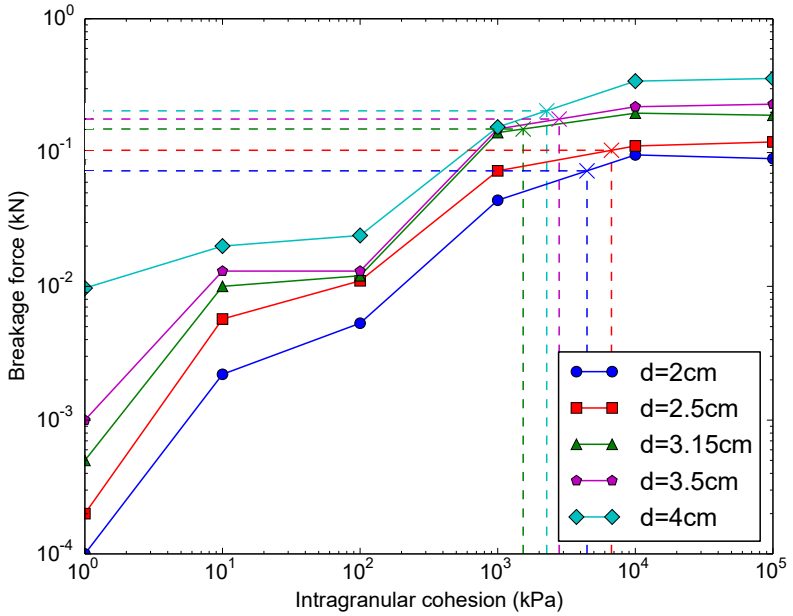


FIGURE 6.31 – Force de rupture des grains en fonction de la cohésion intra-granulaire

Compression œdométrique

Après avoir fixé la cohésion pour chaque dimension de grain, la simulation d'un essai œdométrique est lancée. La figure 6.32 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte pour les échantillons des grains non cassables, des grains cassables à cohésion constante $c_n = 10^3$ kPa, et des grains suivant le critère de l'effet d'échelle (noté sur les figures "scale effect").

Les mêmes observations notées dans le paragraphe précédent sont valables pour cette étude : un comportement macroscopique similaire entre les grains à $c_n = 10^3$ kPa et les grains suivant le critère de l'effet d'échelle est observé. Ce résultat est en accord avec le résultat de l'étude de l'effet de la cohésion qui a montré que la cohésion n'a pas d'effet sur le comportement macroscopique de l'échantillon.

Le suivi des liaisons cohésives restantes (figure 6.33) montre un comportement proche entre les deux échantillons à grains cassables, avec une rupture de liaisons légèrement plus importante dans le cas $c_n = 10^3$ kPa. Cela est expliqué par les valeurs de la cohésion choisies supérieures à 10^3 kPa pour les grains de dimensions 2 cm et 2.5 cm, sachant que ces grains constituent plus que la moitié des grains (figure 6.34). La même chute est observée au début de l'essai ($\varepsilon = 0.5\%$).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

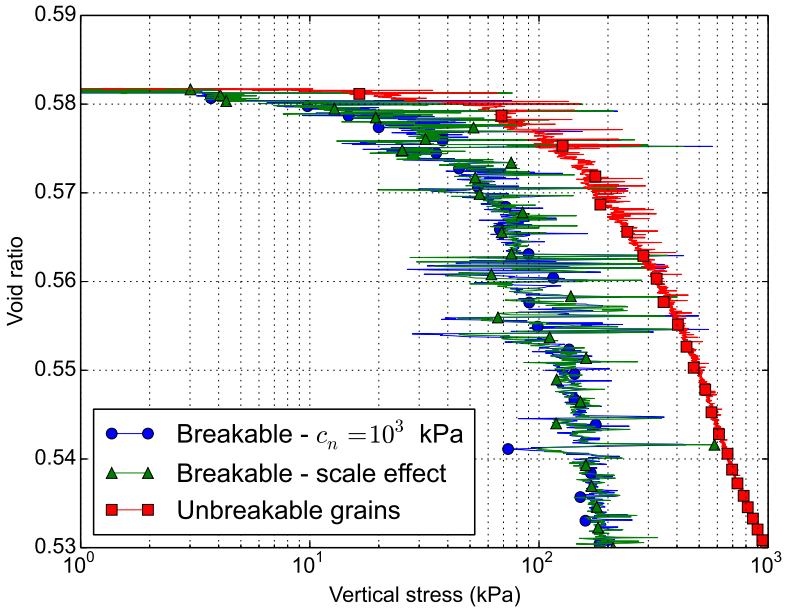


FIGURE 6.32 – Courbes œdométriques

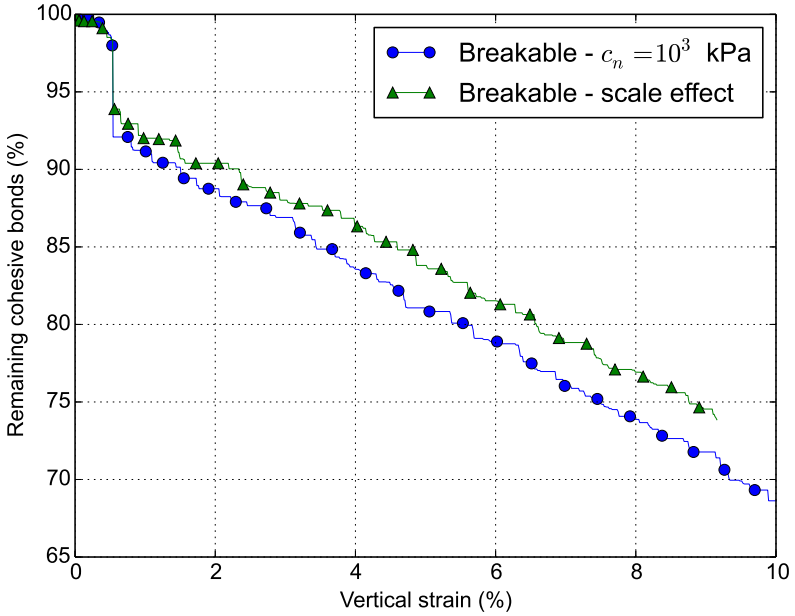


FIGURE 6.33 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants dans l'échantillon de grains cassables en fonction de la déformation verticale

6.4.4 Comparaison des échantillons à granulométries différentes

Suite à l'étude de l'échantillon à granulométrie non uniforme, dans le but de vérifier l'effet du changement de granulométrie initiale sur le comportement du milieu, la comparaison des échantillons à granulométries différentes, dans les deux cas de grains cassables et non cassables, est menée.
La figure 6.34 montre les courbes granulométriques à l'état initial des deux échantillons.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

L'échantillon à granulométrie non uniforme est formé principalement de grains de petites dimensions comme déjà expliqué. Une légère différence dans la dimension maximale est présente entre les deux cas. La forme des grains (nombre de sommets) ainsi que la méthode de calcul de la granulométrie sont à l'origine de cette différence. Les coefficients d'uniformité sont calculés à l'état initial : C_u(uniforme)= 1.2 et C_u(non uniforme)= 1.9.
La figure 6.35 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale (échelle semi-logarithmique) dans le cas des grains cassables ayant une cohésion $c_n = 10^3$ kPa. Un même ordre de grandeur de la contrainte verticale est noté.
Un indice des vides initial supérieur est observé dans le cas de la granulométrie uniforme ($e_0 = 0.68$ contre $e_0 = 0.58$ pour l'échantillon à granulométrie étalée). En effet, dans le cas d'une granulométrie non uniforme, les grains de dimensions inférieures peuvent remplir les vides entre les grains de plus grandes dimensions, réduisant ainsi le volume de vide dans l'échantillon, et par conséquent l'indice des vides (état initial plus dense). Ce phénomène peut avoir lieu au cours du dépôt, ou au cours de la compression œdométrique, cela en fonction de la disposition spatiale des grains avant dépôt qui dans ce cas est aléatoire. Comme le montre la différence dans les indices des vides, ce phénomène a lieu lors du dépôt, résultant en un échantillon plus dense.
Deux phénomènes antagonistes sont alors mis en jeu en comparant les deux simulations. D'une part, un échantillon plus dense est supposé avoir une résistance supérieure à la compression (paragraphe 6.3). D'autre part, un étalement granulométrique supérieur est censé réduire la rigidité de l'échantillon ([Hicher and Chang, 2005, Li, 2013]).
Comme l'indice des vides initial n'est pas le même dans les deux cas, l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale peut offrir des moyens de comparaison (figure 6.36). Les deux échantillons ont un comportement similaire jusqu'à une déformation d'environ 4%, après laquelle l'échantillon de grains à granulométrie uniforme résiste mieux à la compression. Cela mène à conclure que dans ce cas, c'est l'effet de l'étalement granulométrique qui l'emporte.

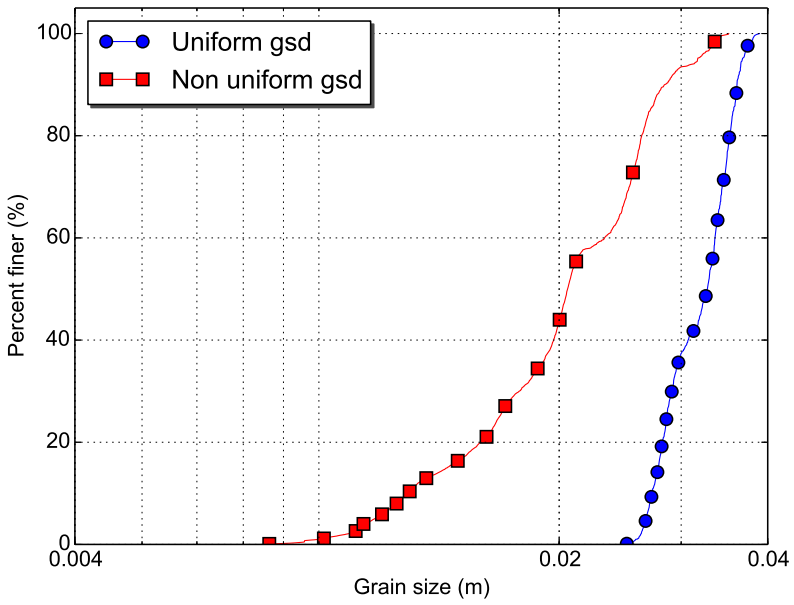


FIGURE 6.34 – Courbes granulométriques à l'état initial des deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

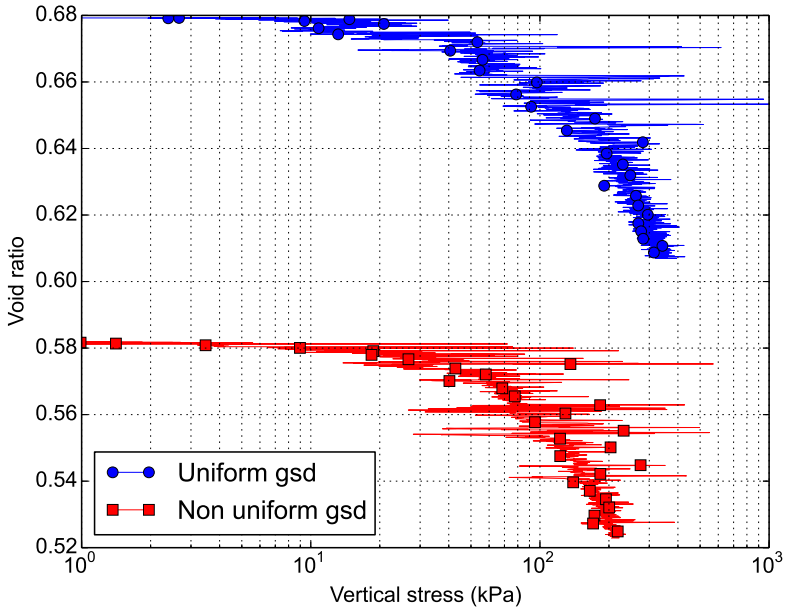


FIGURE 6.35 – Courbes œdométriques des deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme - grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

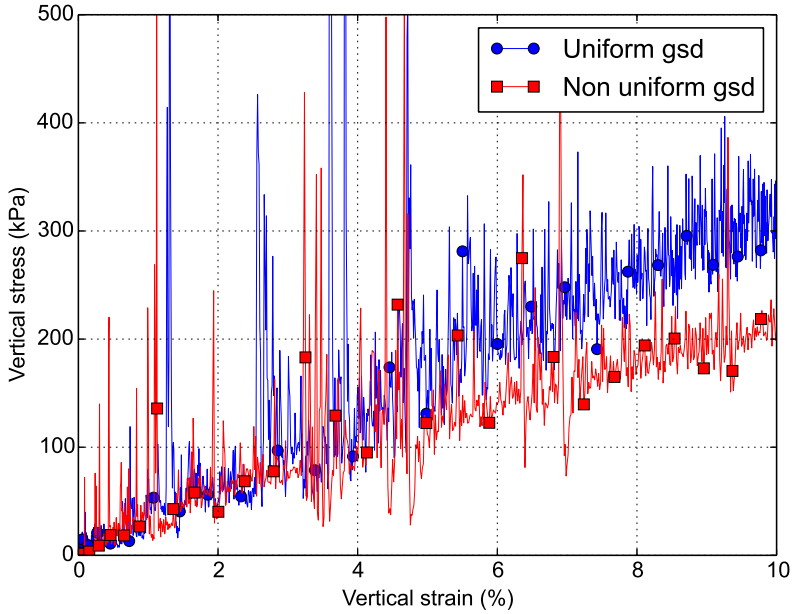


FIGURE 6.36 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale dans les deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme - grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

La figure 6.37 montre l'évolution du pourcentage des liaisons cohésives restantes en fonction de la déformation verticale. Sur la courbe de la granulométrie non uniforme une chute dans les liaisons cohésives à $\varepsilon = 0.8\%$ indique la rupture d'un certain nombre de grains à cette déformation.
De façon générale, il est à noter une rupture plus importante des grains dans le cas de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

l'échantillon à granulométrie initiale uniforme. Ces courbes montrent que les grains dans l'échantillon à granulométrie non uniforme subissent des réarrangements en cassant moins que dans le cas de l'échantillon à granulométrie uniforme, même avec une force de rupture moins importante pour les grains de petites dimensions. Physiquement, cela peut être expliqué par le fait que la présence de grains de plusieurs dimensions permet une liberté de mouvement supplémentaire tout en générant des répartitions hydrostatiques des forces de contact, ce qui réduit la rupture des grains.
D'autre part, dans le cas de la granulométrie uniforme, une rupture de grains plus importante avec une résistance plus importante à la compression se traduit physiquement par des grains qui cassent sans se réarranger.
La différence du pourcentage de rupture est exhibée dans la figure 6.38 : l'écart entre les granulométries finales des deux échantillons est moins important que l'écart entre les granulométries initiales (figure 6.34).

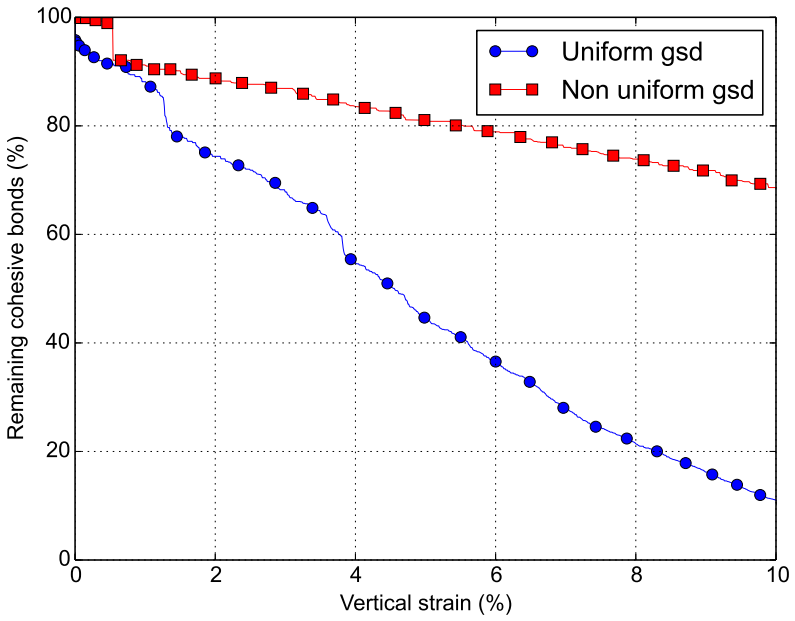


FIGURE 6.37 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants dans l'échantillon de grains cassables des deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme - grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

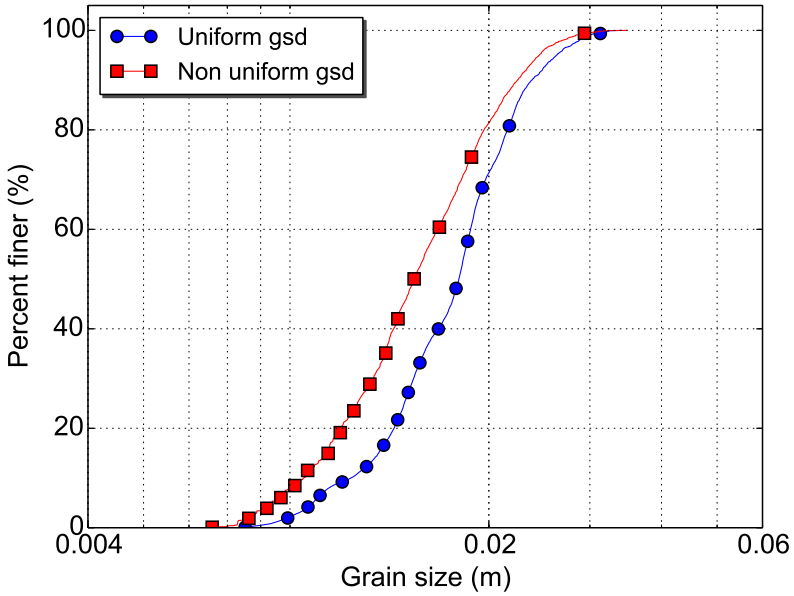


FIGURE 6.38 – Courbes granulométriques finales des deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme - grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

La même comparaison est ensuite réalisée pour les échantillons à grains non cassables à granulométrie uniforme et non uniforme.
La figure 6.39 montre que la tendance observée dans le cas des grains cassables est inversée : l'échantillon à granulométrie non uniforme résiste mieux à la compression. Ce résultat permet de conclure que dans le cas des grains non cassables, c'est l'effet de l'indice des vides initial qui l'emporte. Une explication possible de ce phénomène est le fait que la rupture de grains qui a lieu dans le cas cassables à $\varepsilon = 0.8\%$ joue un rôle important quand la granulométrie est non uniforme, en débloquant le mouvement des grains. Dans le cas non cassables, cette rupture n'a pas lieu, et les grains intacts ne sont pas assez petits pour remplir les vides entre les plus gros grains, donc l'échantillon reste bloqué et montre une résistance supérieure à la compression.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

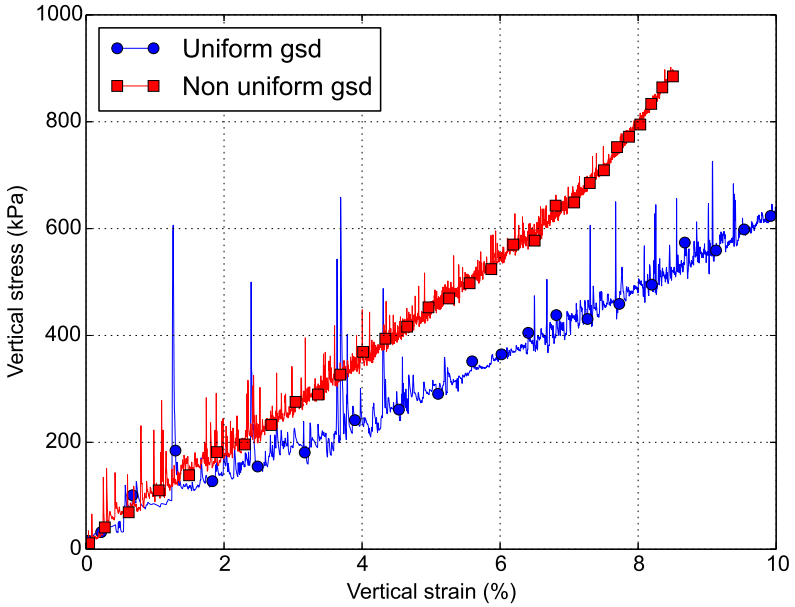


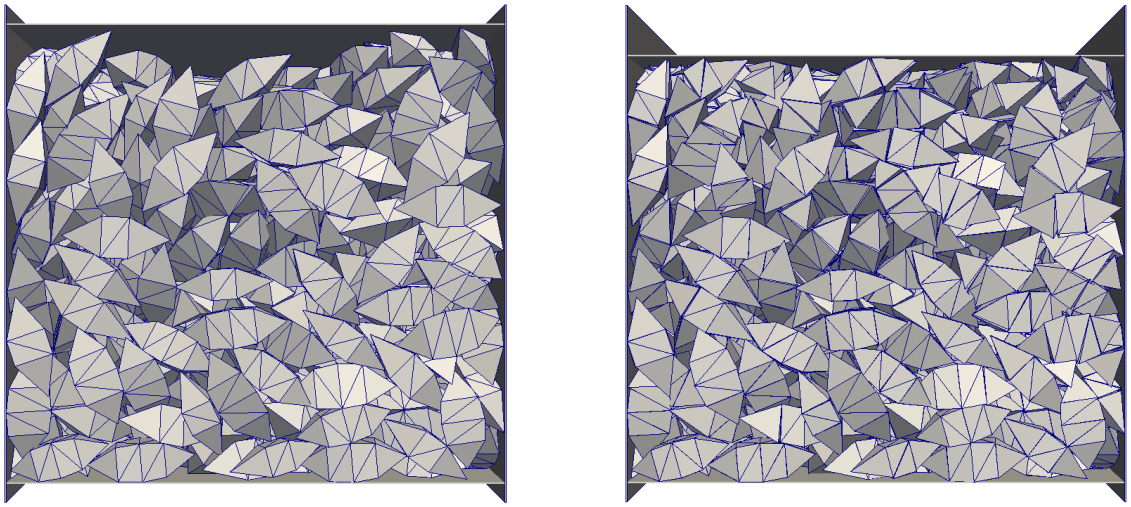
FIGURE 6.39 – Évolution de la contrainte verticale des deux échantillons à granulométrie uniforme et non uniforme - grains non cassables

6.5 Effet du rapport de dimensions des grains

La forme du grain étant un aspect clé dans cette étude, et ayant la possibilité de générer des grains de formes différentes, le choix s'est porté sur l'étude de l'effet du paramètre appelé rapport de dimensions $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ qui contrôle l'élongation des grains, avec r_{max} et r_{min} les distances maximale et minimale entre le centre du grain et un sommet respectivement.
Pour effectuer cette étude, un échantillon de 1120 grains ayant un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ constant égale à 2.0 est généré. Les grains ont une dimension maximale de 4 cm, et la cellule œdométrique a une section horizontale de 30 cm $\times$ 30 cm et une hauteur de 30 cm.
La différence dans le nombre de grains dans chaque cas résulte du fait que pour une même dimension maximale de grain, quand le rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ augmente, le volume du grain diminue.
Cet échantillon est soumis à une compression œdométrique avec des grains cassables (figure 6.40) puis non cassables. Une comparaison du comportement de grains cassables et non cassables est réalisée, suivie d'une bilan des échantillons de différentes valeurs du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$.
Dans le cas des grains cassables, les grains sont divisés en 13150 particules (environ 12 particules par grain), et une cohésion intra-granulaire $c_n = 10^3$ kPa est choisie. L'étude de l'effet du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ sur la résistance d'un grain est réalisée au paragraphe 4.2.4 du chapitre 4. Aucune tendance claire n'a pu être observée, surtout que les différents grains testés avaient des surface cohésives moyennes et des configurations différentes (figure 4.19).
La comparaison entre le comportement des grains cassables et des grains non cassables mène aux mêmes conclusions tirées dans le cas de l'échantillon dont les grains ont un rap-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

port $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$.
La figure 6.41 montre mieux la résistance supérieure de l'échantillon de grains non cassables à la compression. Quand les grains sont rompus, une plus grande liberté de mouvement est créée, et le réarrangement des grains devient plus facile.



avant rupture après rupture

FIGURE 6.40 – Échantillon de grains cassables avec $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 2.0$ avant et après rupture

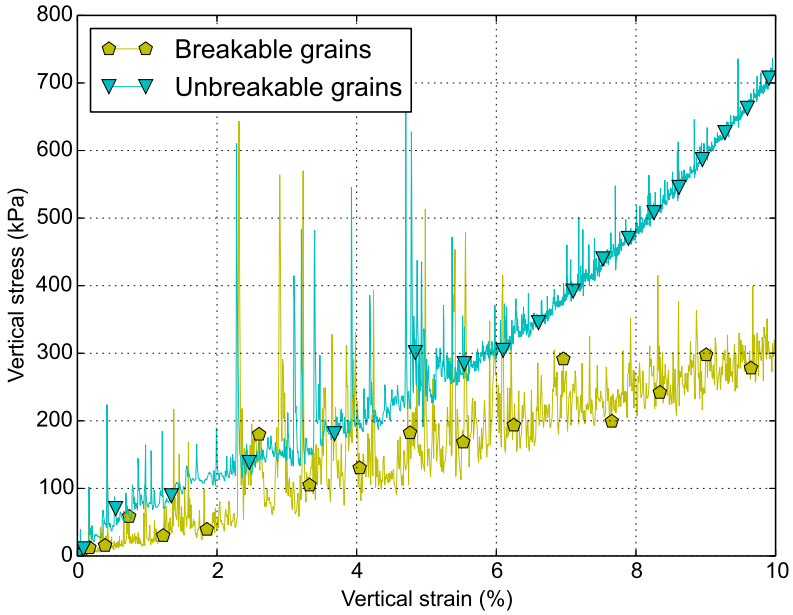


FIGURE 6.41 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale - $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 2.0$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Bilan

Une comparaison des échantillons de grains à différentes valeurs du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ est effectuée. L'état initial de chacun des deux échantillons peut se résumer ainsi :

* Échantillon 1 :
  - $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$
  - 850 grains
  - $e_0 = 0.68$
* Échantillon 2 :
  - $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 2.0$
  - 1120 grains
  - $e_0 = 0.70$.

La figure 6.42 montre les distributions granulométriques initiales des deux échantillons. Les dimensions des grains diminuent de façon générale quand $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ augmente. En fait, les grains sont générés en fonction de leur dimension maximale ; et pour une même dimension maximale, une valeur supérieure de $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ résulte en un volume de grain inférieur, donc une dimension granulométrique du grain inférieure. La méthode employée pour générer les grains et pour calculer les dimensions granulométriques peut aussi avoir une influence sur les dimensions calculées (voir paragraphe 5.2.1 chapitre 5).
Dans le cas des grains cassables, malgré la différence de la densité initiale des deux échantillons, la figure 6.43 montre une évolution similaire de la contrainte en fonction de la déformation pour les deux échantillons.
La comparaison du pourcentage des liaisons cohésives restantes montre un pourcentage de rupture plus important pour le cas avec $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$. Cela peut être dû au plus petit volume de grains dans le cas du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ supérieur : les grains ayant un volume inférieur subissent moins de blocage au mouvement, donc ils ont une possibilité supérieure de se réarranger sans rompre (figure 6.44).
La figure 6.45 montre que la distribution granulométrique finale est similaire pour les deux échantillons simulés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

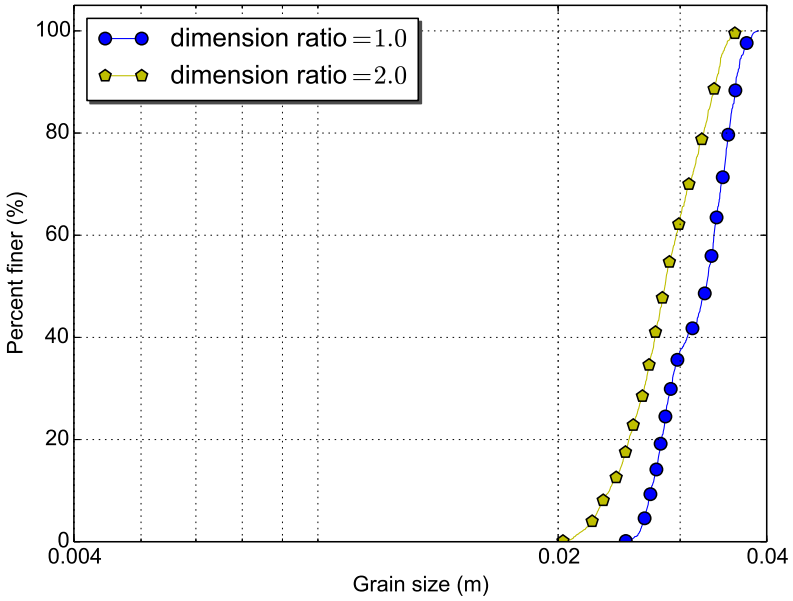


FIGURE 6.42 – Courbes granulométriques initiales pour les échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$

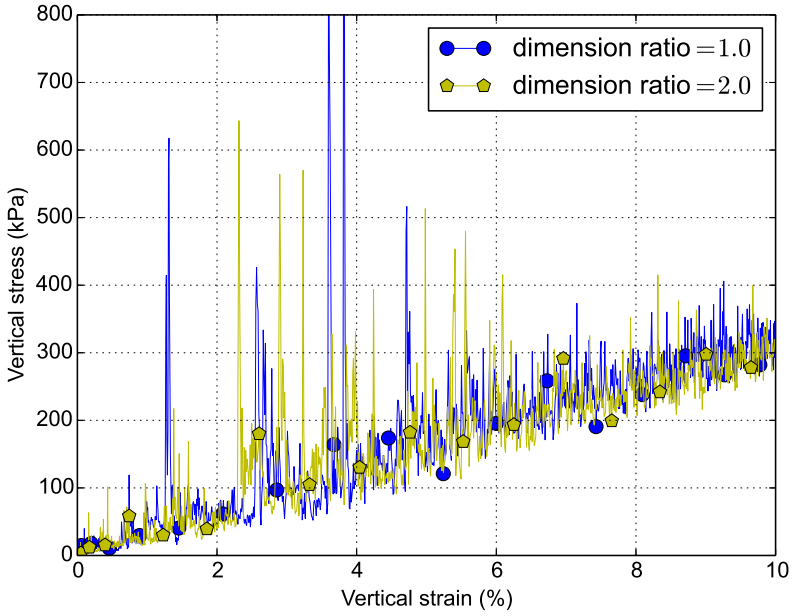


FIGURE 6.43 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale - échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

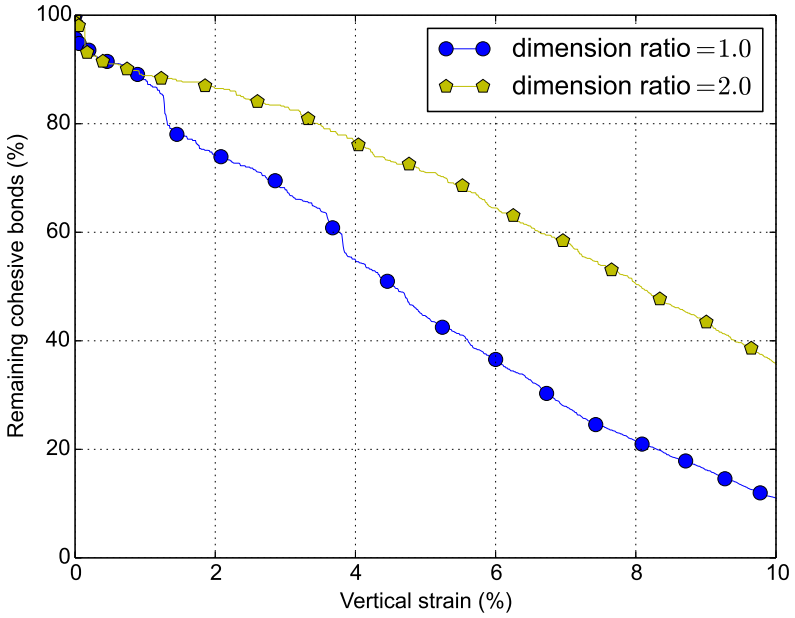


FIGURE 6.44 – Évolution du pourcentage des liens cohésifs restants - échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, grains cassables $c_n = 10^3$ kPa

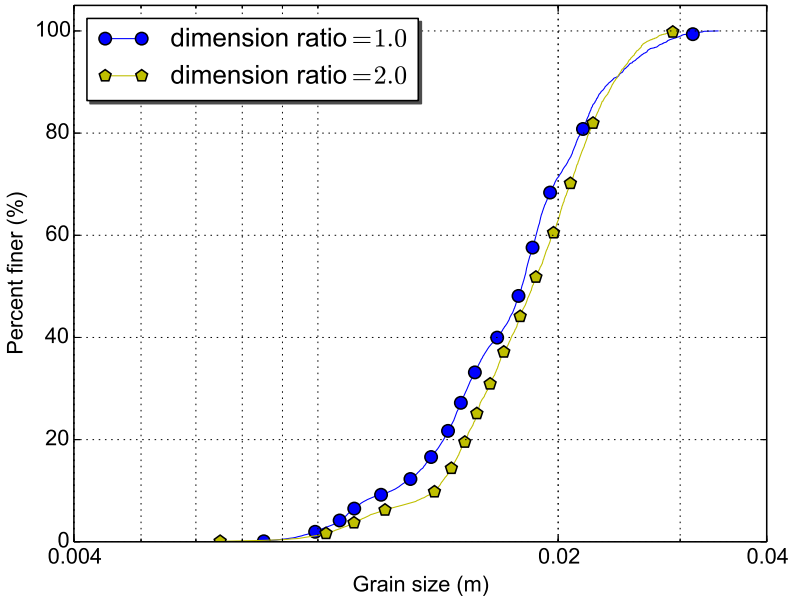


FIGURE 6.45 – Courbes granulométriques finales pour les échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$

Dans le cas des grains non cassables, les mêmes conclusions concernant le comportement macroscopique (figures 6.46 et 6.47) peuvent être formulées. En plus, en suivant l'évolution de l'anisotropie de fabrique a (figure 6.48), l'anisotropie a la même valeur pour les deux échantillons à l'état initial suite au dépôt. L'évolution de l'anisotropie pendant la compression est faible, et se stabilise vers la fin de la compression autour d'une valeur

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

commune pour les deux échantillons, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux de Nouguier-Lehon et al. [Nouguier-Lehon et al., 2003, Nouguier-Lehon, 2010].

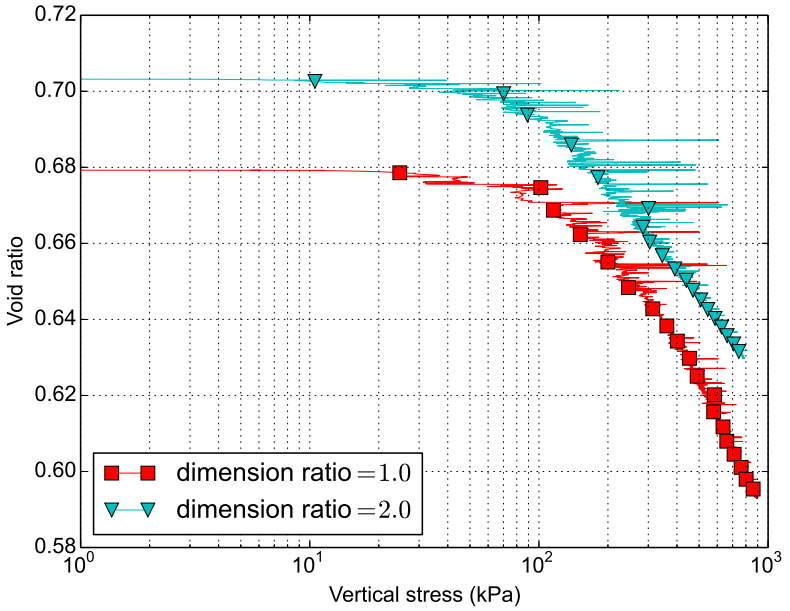


FIGURE 6.46 – Courbes œdométriques - échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, grains non cassables

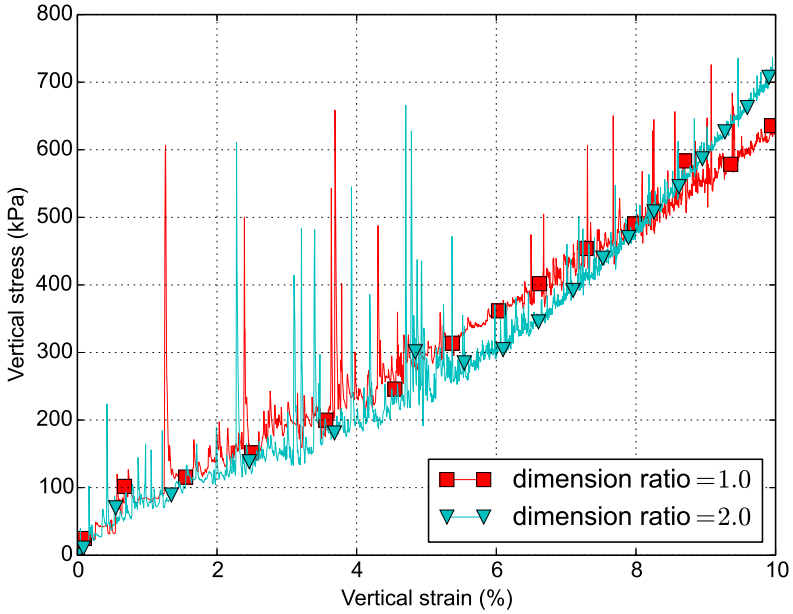


FIGURE 6.47 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale - échantillons à différents rapports $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, grains non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

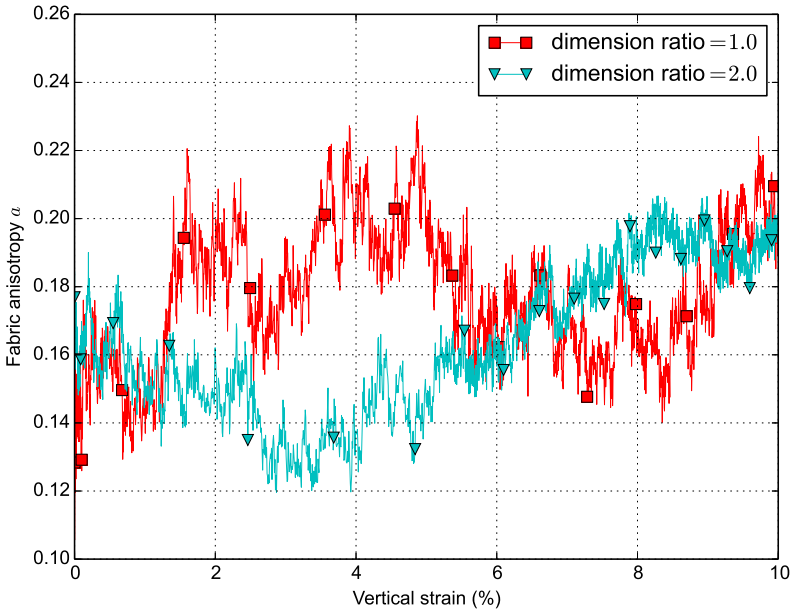


FIGURE 6.48 – Évolution de l'anisotropie de fabrique dans les échantillons à différentes cohésions - échantillons à différents $\frac{r_{max}}{r_{min}}$, grains non cassables

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

6.6 Bilan

Paramètre de contrôle	Effet sur			
	Densité initiale	Nombre de grains	Rupture des grains	Résistance macroscopique
Taille de la cellule	fort	fort	faible	faible
Densité initiale		faible	fort	fort
Granulométrie initiale	fort	fort	fort	moyen
$\frac{r_{max}}{r_{min}}$	faible	moyen	moyen	moyen

Tableau 6.2 – Effet des paramètres de contrôle sur l'état initial et le comportement de l'échantillon sous sollicitations œdométriques

6.7 Conclusion

Le but de ce chapitre est d'étudier le modèle numérique de rupture des grains, en essayant de lier les variables microscopiques au comportement macroscopique sous sollicitations œdométriques.
Pour cela, plusieurs études sont menées :

- effet de la taille de la cellule œdométrique
- effet de la densité initiale
- effet de la granulométrie initiale
- effet du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$.

Dans une cellule à dimensions supérieures, le nombre de grains déposé pour remplir la cellule est supérieur, et l'échantillon est plus dense. Par contre, le changement de la taille de la cellule, et par la suite du nombre de grains, permet de retrouver les mêmes conclusions obtenues avec la taille inférieure de cellule. Ce résultat valide le choix de l'échantillon avec

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

le nombre inférieur de grains pour réaliser les différentes études paramétriques afin d'économiser le plus possible du temps de calcul sans compromettre la précision des résultats.
Ensuite, l'effet de l'état initial de l'échantillon soumis aux sollicitations est testé : effets de la densité initiale et de la granulométrie initiale.
Quand la densité initiale (exprimée par la valeur de l'indice des vides initial e_0) augmente (e_0 diminue), l'échantillon devient plus résistant ; mais pour une même déformation verticale, on note une rupture de grains plus importante dans le cas des échantillons à grains cassables.
La modification de la granulométrie initiale (granulométrie non uniforme), amène aux mêmes conclusions que celles formulées dans le cas de l'échantillon à granulométrie uniforme concernant les effets de la rupture et de la cohésion intra-granulaire.
En comparant le comportement des échantillons à granulométrie différente, l'observation suivante est faite : un état initial plus dense est exhibé par l'échantillon à granulométrie non uniforme. En effet, les grains de petites dimensions remplissent les vides formés entre les grains de dimensions supérieures. Dans le cas des grains cassables, la rupture des grains est moins importante pour une granulométrie non uniforme, mais l'échantillon résiste moins à la compression. Dans ce cas, le réarrangement des grains est plus facile.
Pour les grains non cassables, la tendance est inversée. En effet, la rupture des grains, tout en étant moins importante dans le cas de l'échantillon à granulométrie non uniforme, permet de débloquer le mouvement des grains et faciliter leur réarrangement, ce qui n'est pas le cas pour les grains non cassables.
Une dernière étude concernant la forme des grains est réalisée. Le paramètre utilisé pour contrôler la forme des grains est le rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ qui est en corrélation avec l'allongement des grains. Des résistances à la compression proches pour les différentes formes de grains ont été calculées, mais la rupture est plus importante pour les grains ayant un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 1.0$ (grains non allongés) ; donc les grains plus allongés, ayant un volume inférieur pour une même dimension maximale, se réarrangent sans nécessairement casser. Mais cette étude de l'effet de la forme des grains ne peut pas être concluante compte tenu des paramètres qui varient en fonction de $\frac{r_{max}}{r_{min}}$: le nombre de grains, la densité initiale et la surface cohésive moyenne des grains. Plus de simulations sont nécessaires pour pouvoir tirer des conclusions précises.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 7

Expérimentations numériques et physiques de la rupture des grains

7.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de confronter les résultats du modèle numérique à des résultats expérimentaux réalisés sur un milieu granulaire grossier. On s'attachera à vérifier la capacité du modèle à reproduire le comportement du milieu subissant des ruptures de grains, en comparant des grandeurs mesurées expérimentalement à celles de la simulation numérique.
Le chapitre se décompose en deux parties. Dans la première partie, l'efficacité du modèle de grains sera éprouvée en comparant les simulations numériques à des essais œdométriques expérimentaux menés au cours de cette thèse.
Dans la deuxième partie du chapitre, une étude numérique permettant le calcul de l'énergie de création de surface, due à la rupture de grains dans un milieu granulaire soumis à une compression œdométrique, est proposée. Les résultats œdométriques expérimentaux d'Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] servent de comparaison.
Cette méthode propose également une estimation des différentes énergies mises en jeu lors de la rupture (énergie de redistribution et de création de surface).

7.2 Simulation d'un essai œdométrique expérimental

Les résultats d'un essai œdométrique expérimental sont comparés à plusieurs résultats numériques présentés dans les chapitres précédents, dans le but de valider le modèle numérique.

7.2.1 Présentation de l'essai expérimental

Des essais œdométriques ont été réalisés au cours de cette thèse en collaboration avec l'IRSTEA Aix en Provence (essais réalisés dans le cadre d'un Bonus Qualité Recherche sur la corrélation d'images dans un milieu granulaire [Silvani et al., 2015]). La cellule œdométrique de l'IRSTEA est formée de deux demi-boîtes : une demi-boîte inférieure opaque, et une demi-boîte supérieure ayant deux parois transparentes permettant de suivre visuellement l'évolution des grains. Des caméras sont placées à ces parois transparentes pour

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

réaliser une étude de corrélation d'images pour mesurer le déplacement des grains. Cette étude ne sera pas présentée dans le cadre de cette thèse. La cellule est équipée d'un vérin hydraulique permettant d'appliquer un chargement vertical sur la plaque supérieure. Les plaques latérales ainsi que la plaque inférieure sont fixes. La section horizontale de la cellule est de 30cm×30cm, et la hauteur est de 40cm (figure 7.1).
Le matériau testé correspond à des grains de calcaire (ballast) de dimensions allant de 2cm à 4cm (figure 7.2). La masse totale des grains est de 47 kg, avec une masse volumique solide de 2700 kg·m^{-3}, le volume total des grains est ainsi de $1.74 \cdot 10^{-2}$ m^3. Le volume de l'intérieur de la cellule œdométrique (en prenant en considération les épaisseurs des plaques) est de $2.981 \cdot 10^{-2}$ m^3, ce qui donne un indice des vides initial de 0.71.
Un calcul simple consistant à multiplier le nombre de grains visibles à la surface de l'échantillon par le nombre de couches donne un nombre total approximatif des grains égal à ~840 grains. Les grains sont de forme variée, leur rapport $\frac{dimension\ maximale}{dimension\ minimale}$ varie entre 1.0 et 2.7 (figure 7.3).
La figure 7.4 montre la distribution granulométrique initiale de l'échantillon. Trois tamis sont utilisés pour calculer cette granulométrie, un tamis de 4 cm, un tamis de 3.15 cm et un tamis de 2 cm.
Les essais sont répétés plusieurs fois. La figure 7.5 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale (échelle semi-logarithmique). On note un changement de pente à une contrainte de 400 kPa. Le coefficient de compressibilité est $C_c = 0.158$. La figure 7.6 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. L'allure de la courbe est attendue : la contrainte verticale augmente quand la déformation verticale augmente.

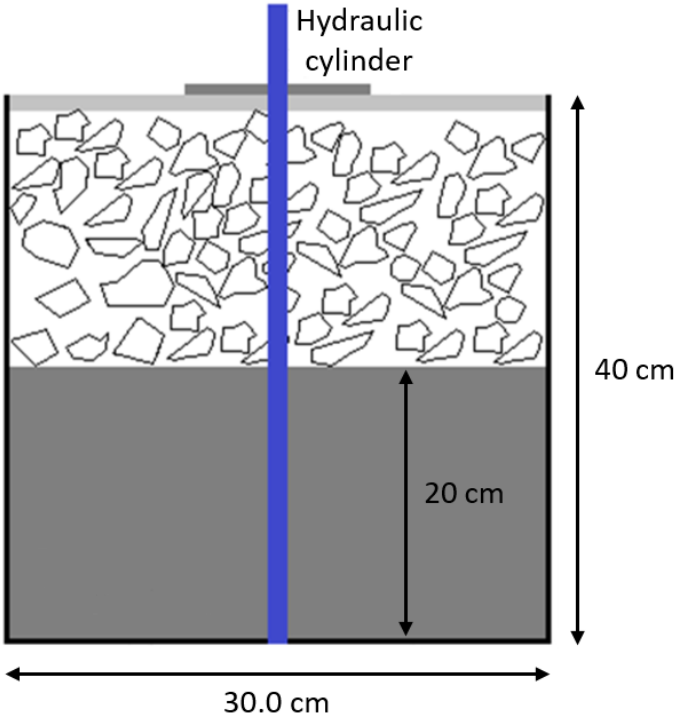


FIGURE 7.1 – Cellule œdométrique utilisée pour réaliser les essais expérimentaux



FIGURE 7.2 – Grains de calcaires utilisés dans les essais œdométriques expérimentaux

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

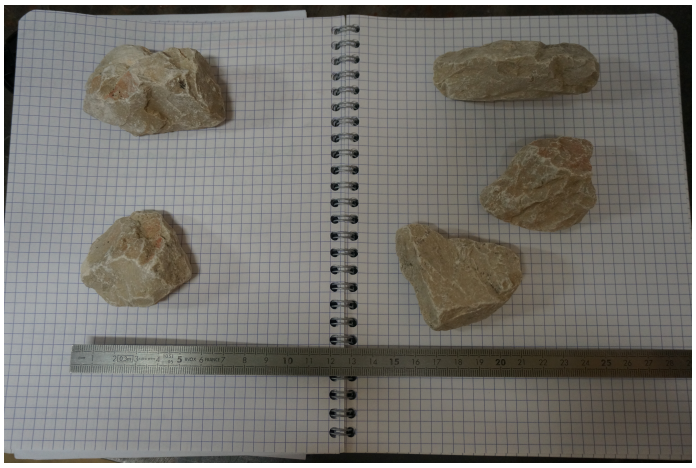


FIGURE 7.3 – Plusieurs grains à rapports de dimensions différents

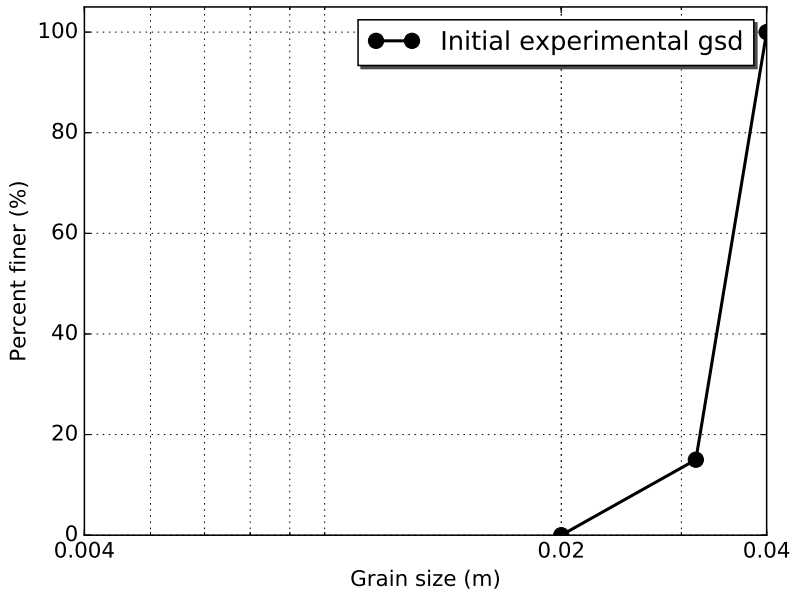


FIGURE 7.4 – Distribution granulométrique initiale de l'essai expérimental

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

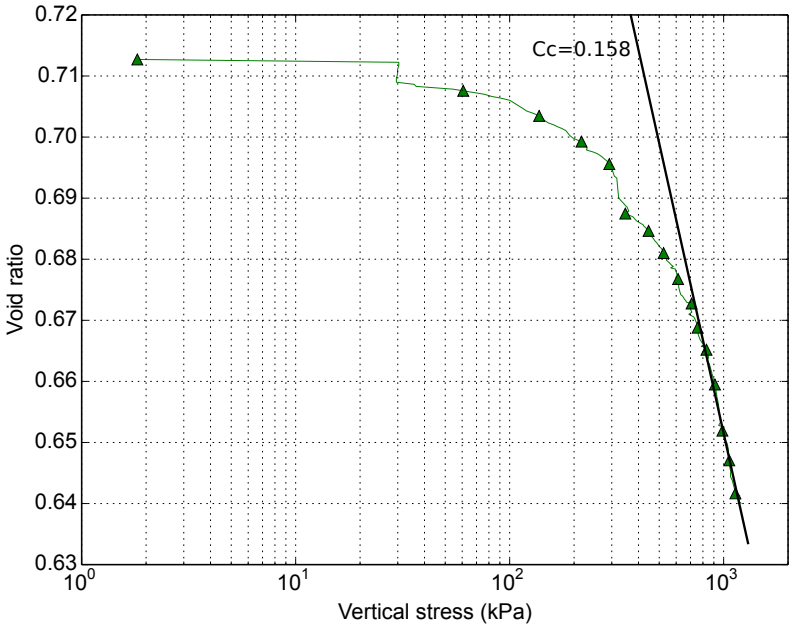


FIGURE 7.5 – Courbe œdométrique expérimentale

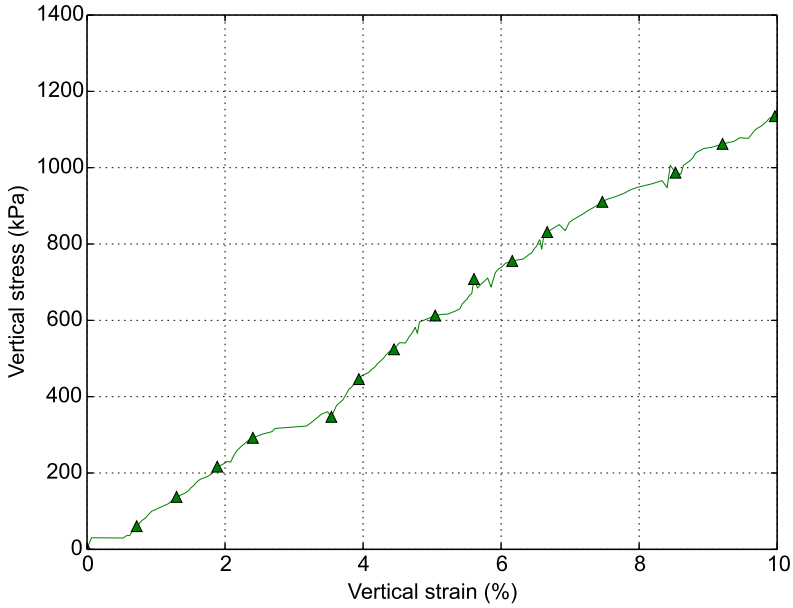


FIGURE 7.6 – Évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale

7.2.2 Comparaison résultats numériques et expérimentaux

Les résultats expérimentaux, présentés dans le paragraphe précédent, vont être utilisés pour effectuer la comparaison avec les résultats obtenus numériquement afin d'étudier la validité du modèle. C'est l'objectif de la partie suivante.
Le tableau 7.1 montre les différents paramètres des simulations à comparer. Les simulations numériques sélectionnées sont à grains cassables, avec une cohésion normale c_n =

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

10^3 kPa. Plusieurs cas sont sélectionnés pour déterminer quel cas numérique se rapproche le plus du cas expérimental. Parmi les échantillons numériques choisis sont cités l'échantillon E1 qui est le premier échantillon multi-grains étudié (paragraphe 5.2), l'échantillon E2 avec une discrétisation fine des grains (paragraphe 5.5), l'échantillon E3 à taille de la cellule œdométrique supérieure (paragraphe 6.2) et l'échantillon E4 à grains ayant un rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}} = 2.0$ (paragraphe 6.5) ; sachant que la densité initiale (exprimée par l'indice des vides initiale e_0) varie d'un cas à l'autre. L'échantillon du cas expérimental sera appelé E5. La figure 7.7 montre les granulométries initiales des échantillons numériques et expérimental. Les distributions sont du même ordre de grandeur, avec une granulométrie plus fine dans le cas expérimental.

La figure 7.8 montre l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale. La valeur de la contrainte est supérieure dans le cas expérimental. Le changement de pente est décalé entre les cas numériques et le cas expérimental : il a lieu à 400 kPa dans le cas expérimental, et à 100 kPa pour les cas numériques.
La figure 7.9 montre l'évolution de la contrainte verticale en fonction de la déformation verticale. Les mêmes résultats que ceux de la figure précédente sont observés. Pour une même valeur de la déformation, la contrainte est supérieure dans le cas expérimental : pour atteindre une même déformation, une contrainte supérieure doit être appliquée.
Comme il a été déjà montré dans le chapitre 5, l'augmentation de la valeur de la cohésion intra-granulaire c_n ne permet pas d'augmenter la résistance de l'échantillon dans le cas numérique. En effet, la résistance du grain individuel est faible par rapport aux résistances des grains mesurées expérimentalement dans la littérature, ce qui est à l'origine de cet écart entre les courbes œdométriques numériques et expérimentale.

La figure 7.10 montre les granulométries finales des échantillons numériques et expérimental. L'évolution de la granulométrie expérimentale reste très faible. En effet l'abrasion des grains génère une masse faible de particules fines, tout en réduisant les efforts aux contacts, et donc permettant le réarrangement des grains. Cette abrasion n'étant pas prise en compte dans le modèle de rupture utilisé dans les simulations numériques, la seule possibilité pour réduire les efforts aux contacts est la fragmentation des grains. Comme déjà montré dans les chapitres précédents (chapitres 5 et 6), la nature rigide des corps et la localisation des efforts mène à la rupture d'un grand nombre de grains au début de l'essai. Cette fragmentation donne lieu à une évolution importante de la granulométrie vers de plus petites dimensions.

	Nombre de grains	Particules par grain	e_0	Granulométrie	$\frac{r_{max}}{r_{min}}$	Section horizontale (cm^2)	Hauteur (cm)
E1	850	12	0.68	uniforme	1.0	30×30	28
E2	850	48	0.68	uniforme	1.0	30×30	28
E3	1850	11	0.59	uniforme	1.0	35×35	37
E4	1120	12	0.70	uniforme	2.0	30×30	28
E5	840	-	0.71	figure 7.4	-	30×30	40

Tableau 7.1 – Paramètres des différents essais numériques et expérimental

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

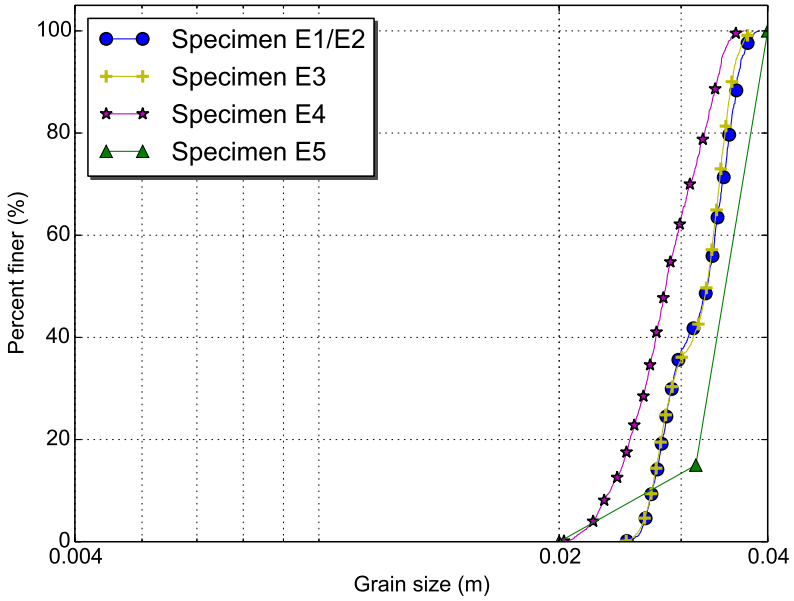


FIGURE 7.7 – Distributions granulométriques initiales numériques/expérimentale

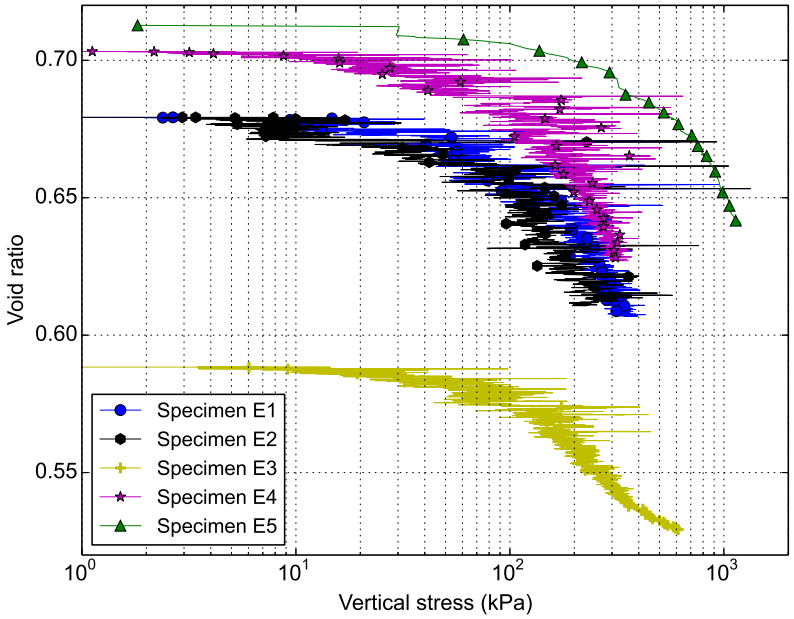


FIGURE 7.8 – Comparaison courbes œdométriques numérique/expérimentale

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

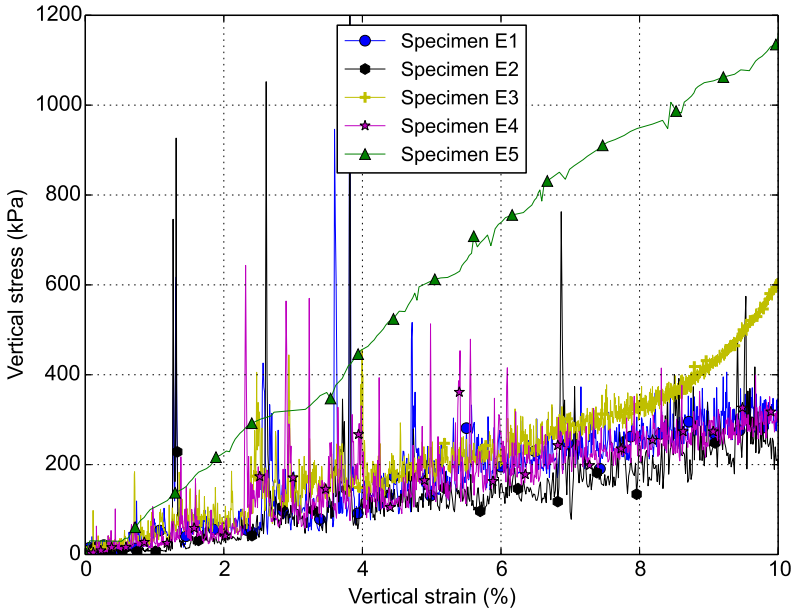


FIGURE 7.9 – Comparaison de l'évolution de la contrainte verticale numérique/expérimentale

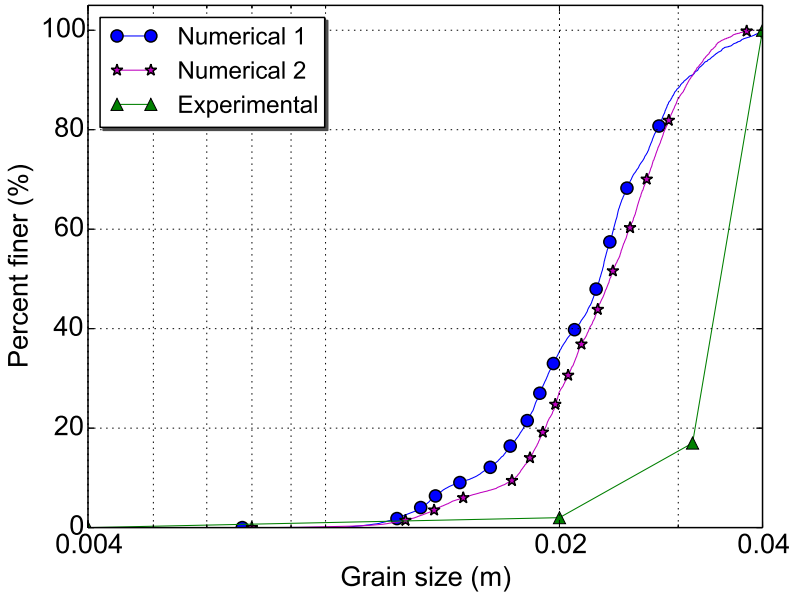


FIGURE 7.10 – Distributions granulométriques finales numérique/expérimentale

La figure 7.11 montre les valeurs du coefficient de compressibilité C_c de différentes simulations numériques ainsi que celui de l'essai expérimental. En plus des simulations montrées précédemment, les simulations à densité initiale variable (échantillons déposés différemment et échantillons compactés après dépôt) sont indiqués.
Le coefficient de compressibilité C_c expérimental correspond à la tendance suivie par les essais numériques, même si les valeurs des contraintes verticales présentent des écarts.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

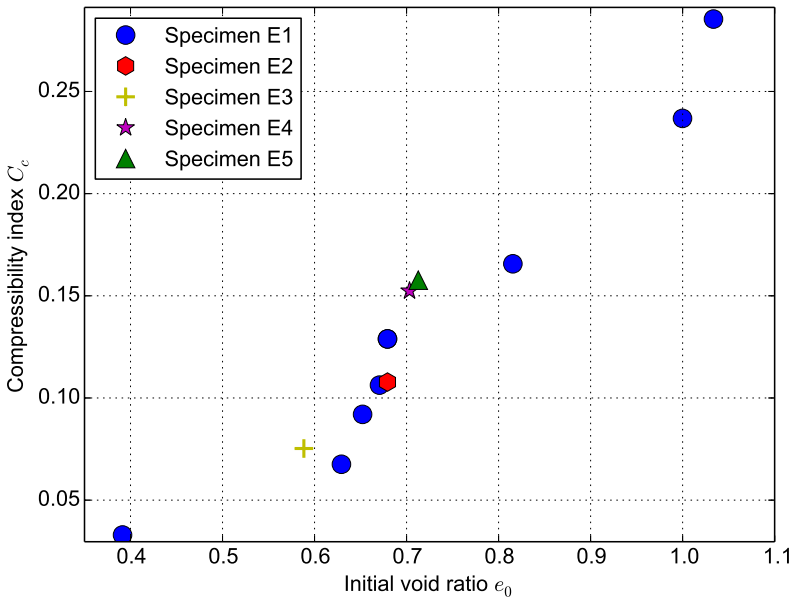


FIGURE 7.11 – Valeurs des coefficients de compressibilités numériques/expérimentale

7.2.3 Conclusion

L'étude comparative des résultats obtenus numériquement à l'aide du modèle de rupture proposé avec les résultats expérimentaux des essais œdométriques réalisés, permet de tirer plusieurs conclusions.
Les mêmes allures des courbes sont observées pour les cas numériques et le cas expérimental, par contre un écart entre les ordres de grandeurs de contrainte est noté. Plusieurs effets peuvent être à l'origine de cet écart comme l'effet de bord et la résistance intrinsèque des grains dans le cas numérique.
Une comparaison des granulométries finales dans les cas numériques et le cas expérimental est réalisée. L'évolution de la granulométrie expérimentale est moins importante que l'évolution numérique. Ceci est principalement due à l'effet d'abrasion prédominant dans le cas expérimental contre la rupture des grains qui est prédominante dans le cas numérique.
L'étude de la rigidité des échantillons, par le moyen de calcul du coefficient de compressibilité C_c, a montré un accord entre le cas expérimental et le cas numérique : en traçant les valeurs de C_c en fonction de l'indice des vides initial pour les différentes simulations numériques, on remarque que le cas expérimental est du même ordre de grandeur que les valeurs numériques.

7.3 Estimation des énergies mises en jeu lors de la rupture

La deuxième partie du chapitre s'intéresse à l'étude des variations énergétiques ayant lieu lors de la rupture des grains d'un échantillon soumis à la compression œdométrique, et à la comparaison entre les résultats obtenus numériquement dans cette thèse et des résultats expérimentaux consignés dans la littérature.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

7.3.1 Énergie de rupture

Une énergie de rupture à partir de la comparaison cassables/non cassables (paragraphe 5.2) est calculée. Cette énergie de rupture est la somme de deux énergies : une énergie nécessaire pour la création de nouvelles surfaces par la rupture des grains E_{surf}, et une énergie dissipée par le réarrangement des fragments résultants de la rupture [Nader et al., 2017b]. Dans cette partie, la comparaison est faite entre les résultats numériques obtenus et les résultats des travaux expérimentaux de l'énergie de création de surface, réalisés par Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013]. McDowell et al. [McDowell et al., 1996] ont proposé l'équation 7.1 afin de calculer l'énergie de création de surface par unité de volume produite par la rupture des grains :

$$\delta E_{surf} = \Gamma \frac{\delta S}{V_S(1+e)} \tag{7.1}$$

avec Γ (N/m) l'énergie spécifique de surface selon la théorie de Griffith [Griffith, 1921], ΔS : surface créée, V_S : volume du solide, e : indice des vides donc $V_S(1+e)$ est égal au volume total.
La simulation sur 850 grains cassables est choisie (paragraphe 5.2) et le suivi de la surface cohésive totale à chaque pas de temps permet de calculer la surface cumulée créée qui est égale au double de la surface cohésive perdue (figure 7.12). La valeur cumulée au cours d'une simulation œdométrique classique augmente, donc les grains cassent de plus en plus, en créant de nouvelles surfaces. Les sauts observés sur la courbe de la contrainte verticale (figure 5.5) peuvent êtres observés pour $\varepsilon = 1.2\%$ et $\varepsilon = 3.7\%$. Vu que les liaisons cohésives ne sont pas complètement rompues à $\varepsilon = 10\%$ (figure 5.6), la valeur cumulée de la surface créée continue à augmenter sans montrer une asymptote.

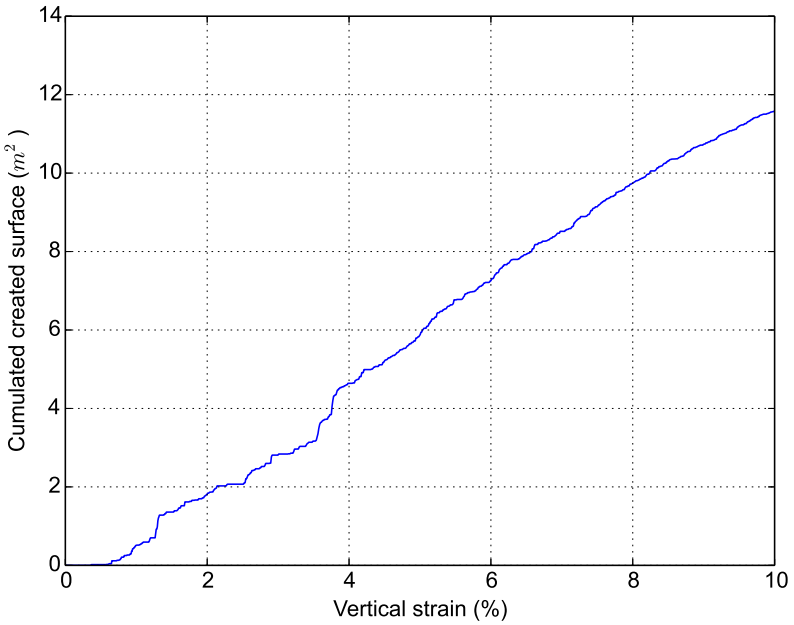


FIGURE 7.12 – Surface cumulée créée en fonction de la déformation verticale

L'incrément de travail plastique total ΔW_{plast} est égal à la somme de l'énergie dissipée par frottement ΔE_{diss} et l'énergie due à la rupture des grains ΔE_{rupt} :

$$\Delta W_{plast} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{rupt} \tag{7.2}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

avec E_{diss} égale à la somme des forces de frottements aux contacts r multipliées par les déplacements relatifs aux contacts u pendant deux pas de temps consécutifs (équation 5.4 rappelée ci-dessous) :

$$E_{diss} = \sum_{i=1}^{\text{nb contacts}} (u_{ni} r_{ni} + u_{ti} r_{ti} + u_{si} r_{si}) \tag{7.3}$$

Puisque le modèle des grains est rigide, l'hypothèse émise est que les simulations œdométriques avec des grains cassables et des grains non-cassables permettent de calculer la partie du travail plastique due uniquement à la rupture des grains et au réarrangement des fragments ΔE_{rupt}, en calculant la différence des travaux externes entre ces deux simulations (Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013]) :

$$\Delta E_{rupt} = W_{ext}(cassables) - W_{ext}(non\,cassables) \tag{7.4}$$

La figure montrant l'évolution du travail externe des deux échantillons est rappelée ci-dessous (figure 7.13). Des valeurs négatives de la différence entre les deux énergies sont observées. Ces valeurs correspondent à un travail externe des grains non cassables supérieur à celui des grains cassables, ce qui contredit l'hypothèse proposée par Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013]. Ces valeurs négatives de l'énergie de rupture ne seront pas prises en compte dans l'étude vu que l'hypothèse émise ne permet pas de les expliquer physiquement.

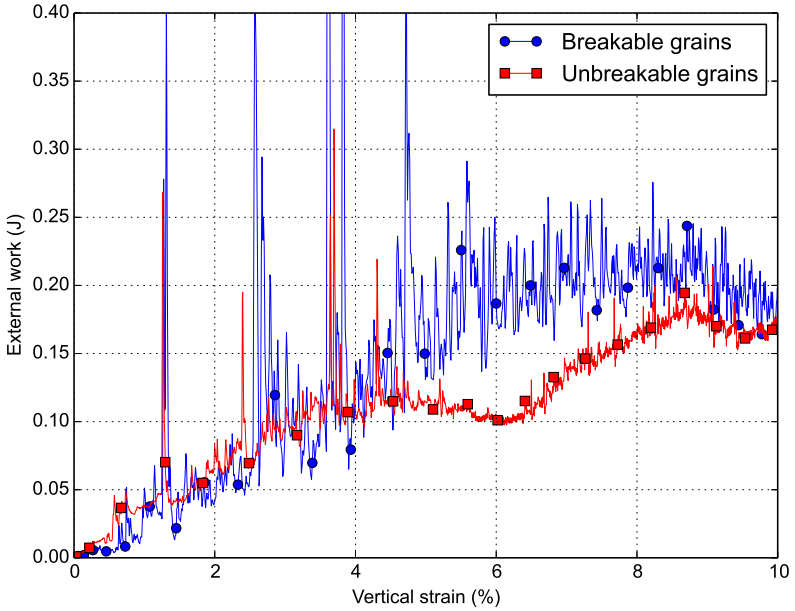


FIGURE 7.13 – Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons de grains cassables et non cassables

La figure 7.14 montre l'évolution de l'incrément d'énergie de rupture ΔE_{rupt} et de l'énergie cinétique E_{cin} (équation 5.3) en fonction de la déformation verticale. Plusieurs chutes dans l'évolution de l'énergie cinétique sont accompagnées par des pics dans l'énergie de rupture. En effet, une chute de l'énergie cinétique correspond à un blocage du

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

mouvement des grains, ce blocage est accompagné d'un nombre important de grains qui cassent.

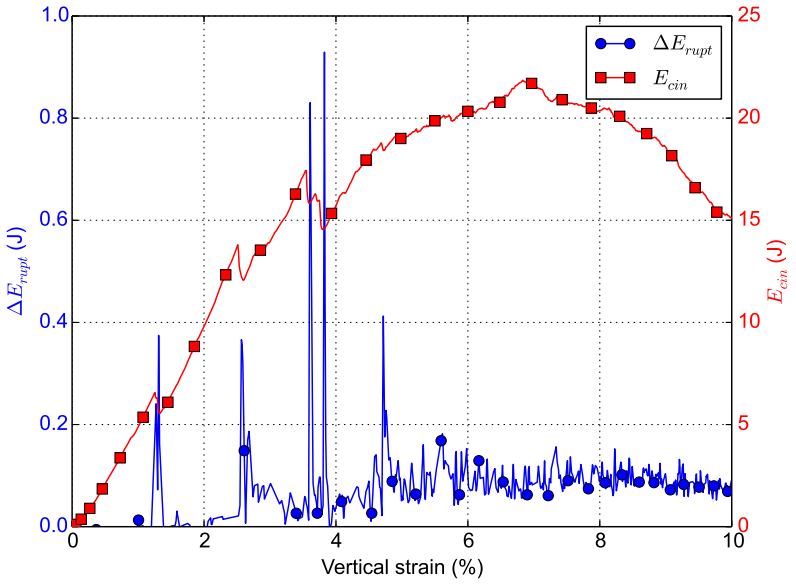


FIGURE 7.14 – Évolution de l'incrément d'énergie de rupture ΔE_{rupt} et de l'énergie cinétique E_{cin} en fonction de la déformation verticale

L'énergie de rupture est à son tour divisée en une partie de création de surface ΔE_{surf} et une autre partie de redistribution de l'énergie cinétique via les fragments rompus ΔE_{redist}. Afin de simplifier la notation des équations, Russell [Russell, 2011] a défini le rapport $R = \dfrac{\Delta E_{redist}}{\Delta E_{surf}}$. L'équation 7.2 devient :

$$\Delta W_{plast} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{redist} + \Delta E_{surf} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{surf}(1 + R) \tag{7.5}$$

En se servant de l'équation 7.1, et en considérant l'énergie totale de création de surface (et non pas par unité de volume), ΔE_{rupt} s'écrit comme suit :

$$\Delta E_{rupt} = \Delta S \Gamma (1 + R) \tag{7.6}$$

ou encore

$$\Gamma(1 + R) = \frac{\Delta E_{rupt}}{\Delta S} \tag{7.7}$$

L'étape suivante consiste à estimer une valeur de l'énergie spécifique Γ.

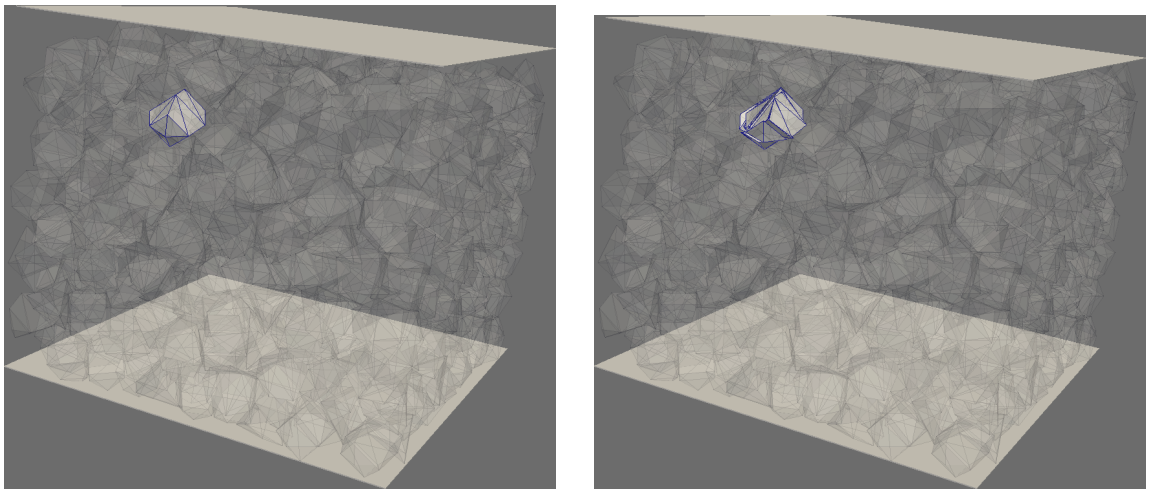
7.3.2 Estimation de l'énergie spécifique de surface Γ

L'énergie spécifique Γ est un paramètre intrinsèque propre au matériau soumis à la rupture. Afin d'estimer la valeur de Γ propre au matériau modélisé numériquement utilisé dans les simulations œdométriques, une série de simulations est réalisée en divisant un seul grain en particules tétraédriques, tout en gardant le reste des grains non cassables. 11 cas sont étudiés, en sélectionnant pour chaque cas un grain de façon aléatoire ; le phénomène de rupture de chaque grain est présenté.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

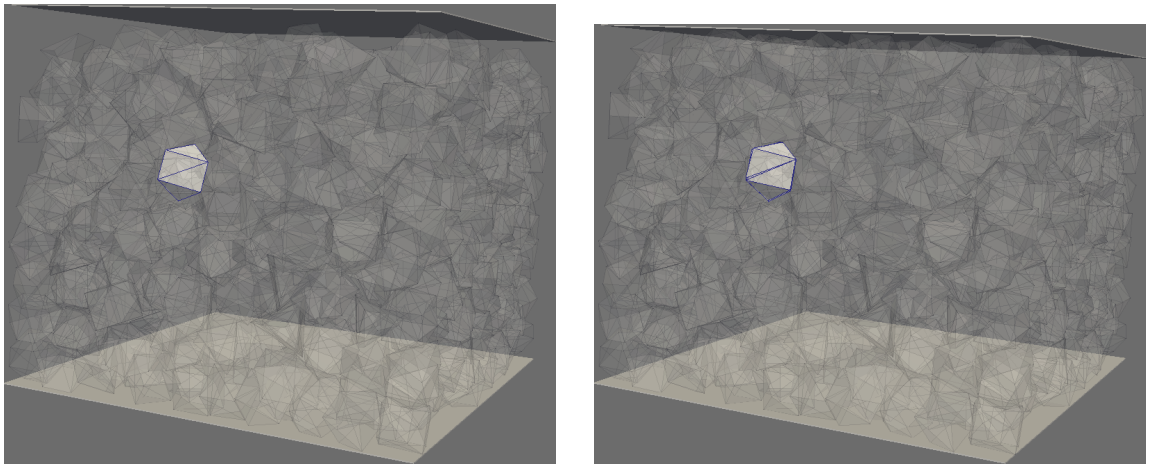
La figure 7.15 montre 3 cas parmi les 11 étudiés avec une disposition spatiale du grain cassable différente. Les grains non cassables sont transparents, et le grain opaque est le grain cassable, les grains étant formés de 20, 10 et 8 particules (cas 1, 2 et 3 respectivement). Ces 3 cas montrent des grains cassables de positions différentes, en partie supérieure, au milieu, et en partie inférieure de la cellule œdométrique. Ces mêmes figures montrent l'échantillon à la fin de la simulation où la rupture du grain est visible. Dans le cas 3, les fragments de grains ne subissent pas un réarrangement visible après rupture, donc le grain a été isolé dans la figure 7.16 pour pouvoir visualiser sa rupture.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



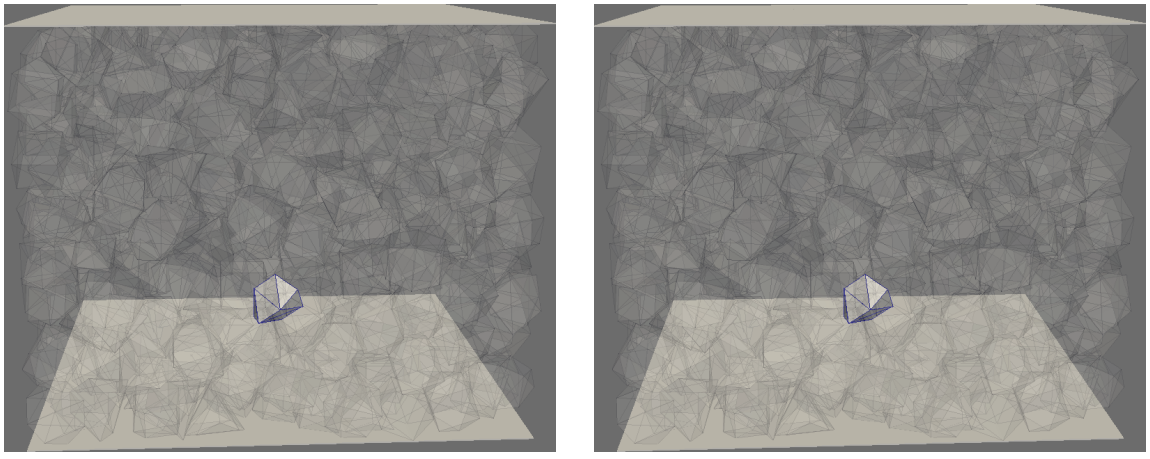
(a) (b)

cas 1



(a) (b)

cas 2

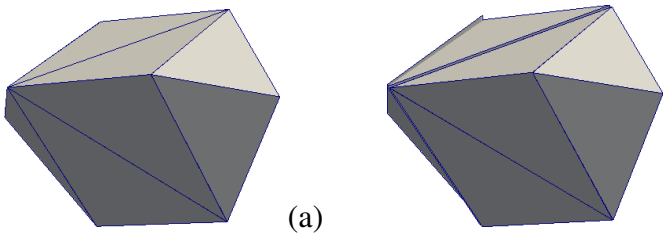


(a) (b)

cas 3

FIGURE 7.15 – Un grain cassable de 20, 10 et 8 particules (cas 1, 2 et 3) parmi un ensemble de grains non cassables pour les 3 dispositions spatiales étudiées, a) avant rupture, b) après rupture

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 7.16 – Grain (cas 3) a) avant rupture, b) après rupture

Les graphes de la figure 7.17 montrent la comparaison du travail externe dans le cas des grains non cassables et dans le cas où un seul grain est cassable, pour les cas 1, 2 et 3 respectivement. L'écart entre les courbes est faible, cela est expliqué par le fait que la seule différence entre les deux échantillons est le seul grain qui a la possibilité de casser.
Les parties en vert (triangles) des courbes correspondent à la phase de rupture du grain cassable. L'écart sur cette partie des courbes entre les travaux externes des échantillons à 1 grain cassable et à grains non cassables permet de calculer l'énergie de rupture en utilisant le même principe expliqué précédemment :

$$\Delta E_{rupt} = W_{ext}(1\ grain\ cassable) - W_{ext}(grains\ non\ cassables) \tag{7.8}$$

L'énergie de surface est :

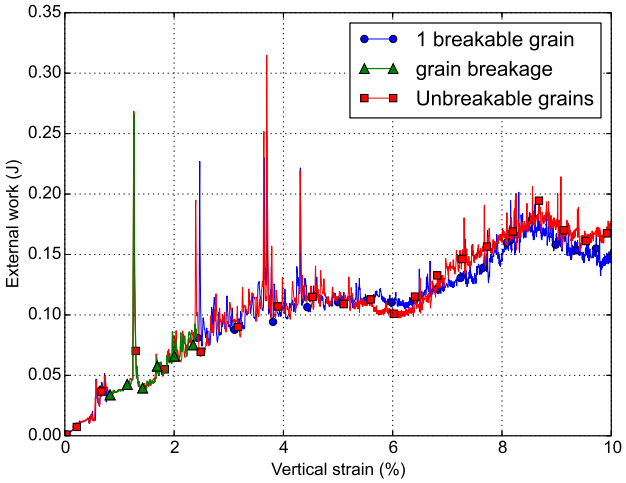
$$\Delta E_{surf} = \Gamma \Delta S \tag{7.9}$$

Pour chaque simulation les valeurs de ΔE_{rupt} et ΔS sont relevées, en éliminant les couples ayant soit une valeur négative de ΔE_{rupt} soit une valeur nulle de ΔS, ainsi uniquement les pas de temps montrant une rupture de liaisons cohésives sont sélectionnés.
Une valeur moyenne de Γ est calculée :

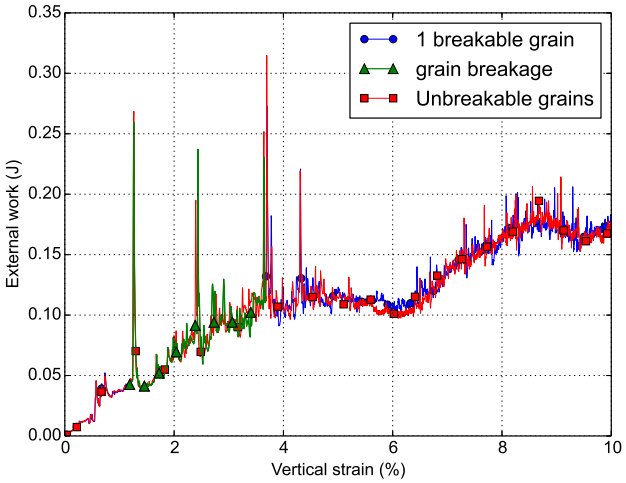
$$\Gamma = \Sigma\left(\frac{\Delta E_{rupt}}{\Delta S}\right) \tag{7.10}$$

Ce calcul pose l'hypothèse que $\Delta E_{rupt} = \Delta E_{surf}$, donc que toute l'énergie de rupture est transformée en énergie de création de surface, vu qu'un seul grain casse, donc la part de ΔE_{rupt} qui provient de la redistribution ΔE_{redist} est négligée. Cette hypothèse peut être justifiée par la figure 7.15 qui montre un faible déplacement des fragments cassés.
La figure 7.18 montre toutes les valeurs de Γ obtenues pour les 11 cas de simulations où les grains sont sélectionnés aléatoirement. Le calcul d'une moyenne sur l'ensemble des valeurs donne la valeur $\Gamma_1 = 20.3$ N/m, avec un écart type de $\sigma = 31.6$. Vu la grande valeur de l'écart type par rapport à la valeur moyenne calculée, et la présence de points très écartés de la moyenne, la loi statistique normale pour sélectionner uniquement les valeurs de Γ comprises dans l'intervalle centré à la moyenne Γ_1 et de demi largeur égale à 90% de l'écart type σ (montré en trait discontinus sur la figure 7.18) a été utilisé. En sélectionnant ces valeurs (points avec des étoiles sur la figure 7.18), une autre moyenne est calculée $\Gamma_2 = 10$ N/m. Les deux valeurs de l'énergie spécifique de surface Γ_1 et Γ_2 seront employées pour les calculs de la partie suivante, sachant que ces deux valeurs estimées sont de même ordre de grandeur que les valeurs proposées dans la littérature [Friedman et al., 1972, Ashby and Jones, 2006].

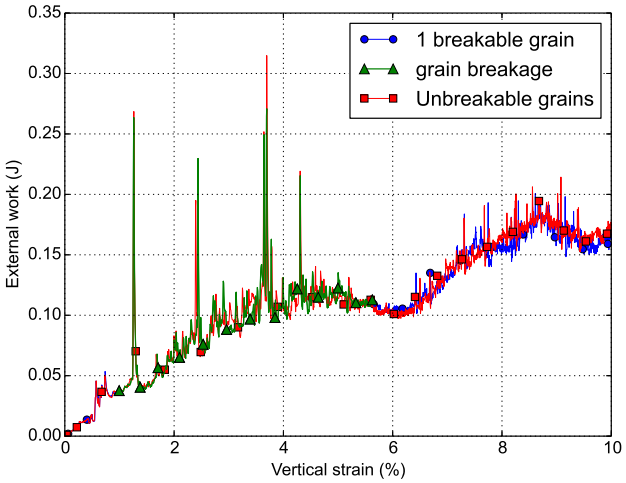
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés



cas 1



cas 2



cas 3

FIGURE 7.17 – Variation du travail externe de l'échantillon de grains non cassables et de l'échantillon pour un seul grain cassable pour les 3 cas étudiés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

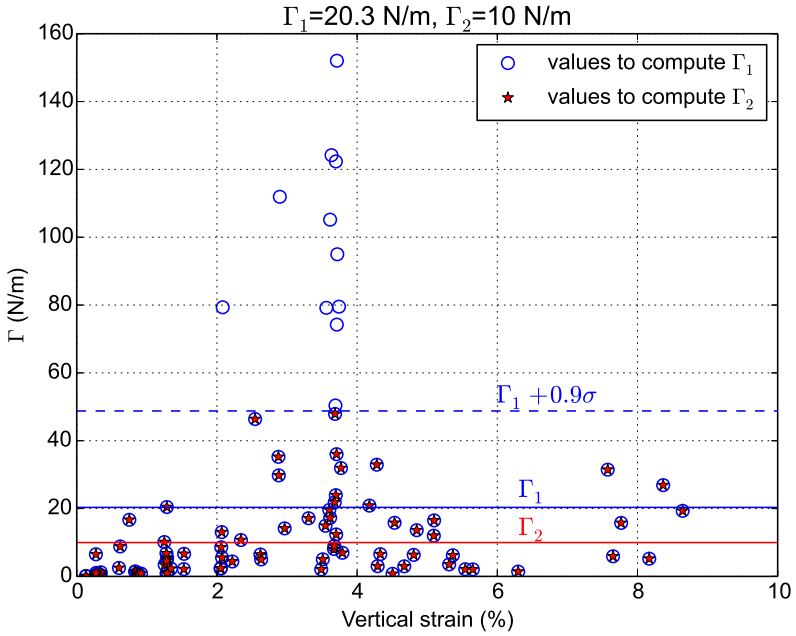


FIGURE 7.18 – Nuage des valeurs de Γ utilisées pour estimer les valeurs moyennes Γ_1 et Γ_2

7.3.3 Comparaison numérique - expérimental

Dans cette partie, la simulation œdométrique de l'échantillon à 850 grains cassables est repris. Les valeurs de Γ du paragraphe précédent sont employées pour calculer l'énergie de redistribution :

$$\Delta E_{redist} = \Delta E_{rupt} - \Delta E_{surf} = \Delta E_{rupt} - \Gamma \Delta S \tag{7.11}$$

La figure 7.19 montre l'évolution des énergies de redistribution et de création de surface en fonction de la déformation verticale pour $\Gamma_1 = 20.3$ N/m. Les deux énergies diminuent en fonction de la déformation, mais en calculant la pente de la droite de régression de chacune des énergies, une diminution plus importante de l'énergie de redistribution ΔE_{redist} est mise en évidence.
En traçant la variation des deux énergies en utilisant la valeur $\Gamma_2 = 10$ N/m (figure 7.20), elle apparaît la même tendance générale des deux énergies qui diminuent en fonction de la déformation verticale. Par contre, en calculant la pente de la droite de régression de chacune des énergies, une tendance inverse est retrouvée montrant que la diminution est plus importante dans le cas de l'énergie de création de surface ΔE_{surf}.
Ces résultats indiquent donc qu'au début de la compression, la dissipation de l'énergie de rupture sous forme d'énergie de création de surface est plus importante que la dissipation sous forme d'énergie de redistribution. Mais quand la compression augmente, l'ordre s'inverse, et la dissipation de l'énergie par dissipation devient plus importante.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

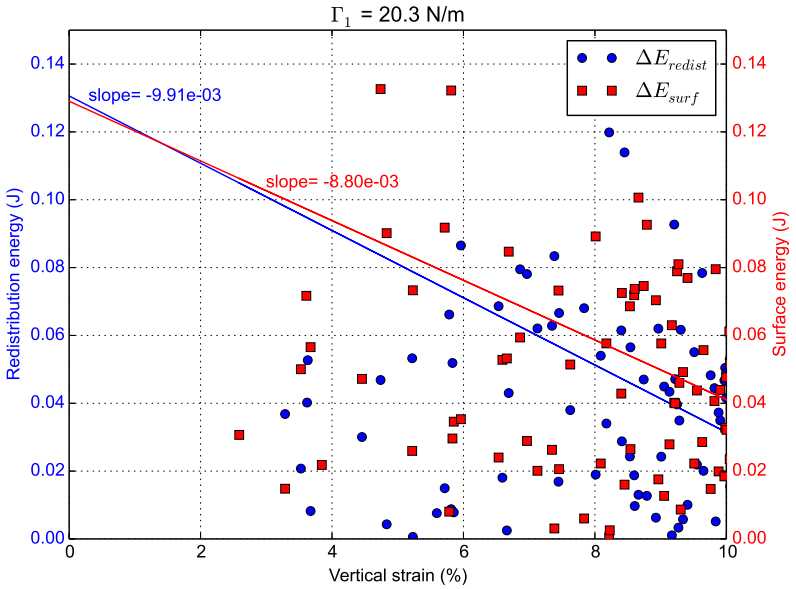


FIGURE 7.19 – Variation des énergies de redistribution ΔE_{redist} et de surface ΔE_{surf} en fonction de la déformation pour $\Gamma_1 = 20.3$ N/m

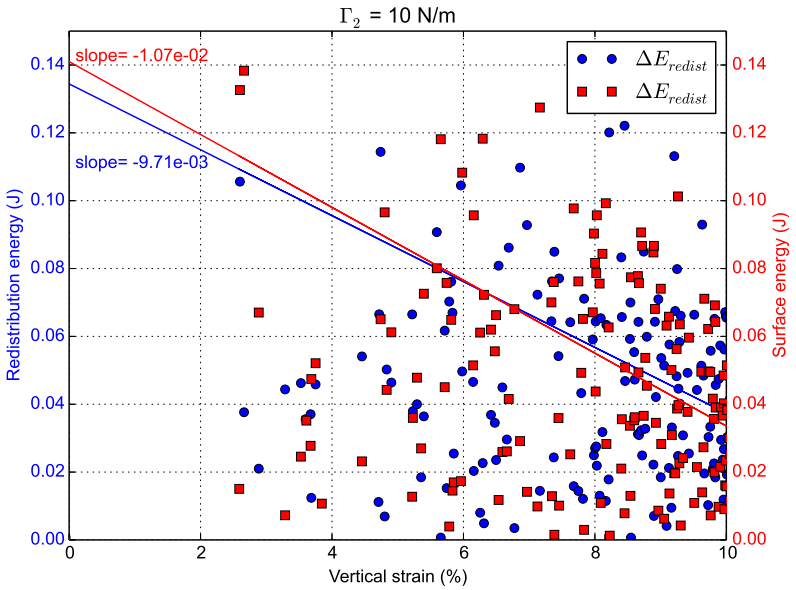


FIGURE 7.20 – Variation des énergies de redistribution ΔE_{redist} et de surface ΔE_{surf} en fonction de la déformation pour $\Gamma_2 = 10$ N/m

Afin de valider ces résultats, des comparaisons sont réalisées avec l'étude d'Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] où des essais œdométriques expérimentaux sur des échantillons de sable sec, des échantillons saturés et des échantillons initialement secs puis inondés sont réalisés. Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] ont considéré que l'inondation d'un échantillon génère une rupture des grains, et ont pu ainsi calculer une énergie de rupture. Ils ont calculé la surface créée en utilisant la méthode de test de Blaine (perméabilité à l'air) proposée par Miura et O'Hara [Miura and O'hara, 1979].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Les résultats expérimentaux ont montré que $\Gamma(1+R)$ est faible pour les faibles valeurs de ΔE_{rupt} donc sous faibles contraintes puis augmente pour les fortes valeurs de ΔE_{rupt} (sous fortes contraintes) (figure 7.21 présentée également au chapitre 2). Cela indique que sous faibles contraintes, l'énergie de création de surface ΔE_{surf} est plus importante que l'énergie de redistribution ΔE_{redist}, mais avec l'avancement du chargement, cet ordre s'inverse.
Du point de vue physique, Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] ont proposé les explications suivantes :

1. sous faibles contraintes, les forces de contact agissant sur les grains qui cassent peuvent être transmises aux grains voisins sans beaucoup de réarrangement
2. sous fortes contraintes, les grains voisins ne peuvent pas supporter les forces transmises, et un réarrangement global des grains est nécessaire pour résister au chargement.

Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 7.22.

En comparant avec les résultats numériques obtenus pour la valeur $\Gamma_2 = 10$ N/m (figure 7.20), la même tendance est observée : une pente supérieure en valeur absolue pour l'énergie de création de surface ΔE_{surf} indique que cette énergie diminue de façon plus importante, donc la valeur de $R = \dfrac{\Delta E_{redist}}{\Delta E_{surf}}$ augmente, et par conséquent la valeur de $\Gamma(1+R)$ augmente.

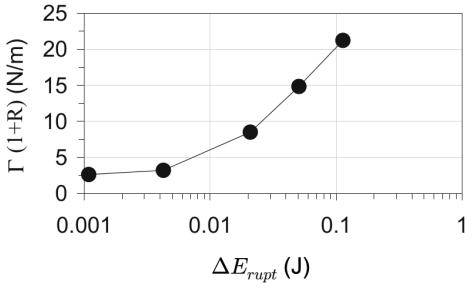


FIGURE 7.21 – Variation de $\Gamma(1+R)$ en fonction de l'énergie de rupture - étude expérimentale de Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013]

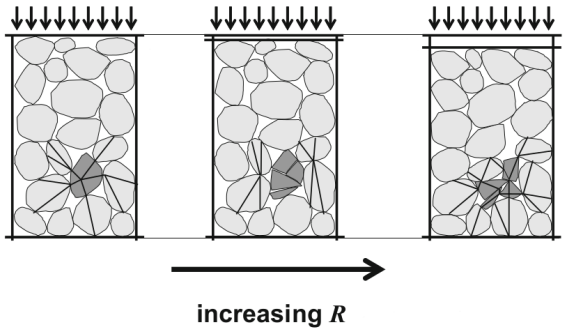


FIGURE 7.22 – Schéma du réarrangement des grains dû à la rupture - étude expérimentale de Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013]

Il reste à rappeler que les valeurs négatives de ΔE_{rupt} (non montrées sur la figure 7.14) ne sont pas utilisées dans l'estimation de Γ. En effet, l'évolution de la configuration des grains de l'échantillon non cassables au cours du chargement devient différente de celle des grains de l'échantillon cassables, vu que la rupture des grains permet une liberté de mouvement supplémentaire. Ainsi, dans le calcul de l'énergie de rupture (équation 7.4), une part de la différence peut provenir de la différence de la configuration et non uniquement de l'effet de rupture des grains.
Une méthode permettant de résoudre ce problème serait de sélectionner des pas de temps de l'évolution de l'échantillon des grains non cassables, recréer la même configuration avec des grains cassables, et appliquer le même chargement pendant quelques pas de temps. En

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

appliquant l'équation 7.4 dans ce cas le risque d'avoir un effet de la différence de configuration entre les deux échantillons est réduit.

7.3.4 Conclusion

Les expérimentations numériques menées dans cette partie avaient pour but d'étudier les énergies mises en jeu lors de la rupture des grains.
Dans un premier temps, l'énergie de rupture ΔE_{rupt} est calculée comme étant la différence entre les travaux externes des simulations œdométriques à grains cassables et à grains non cassables. Le suivi de cette énergie de rupture permet d'observer des phénomènes de blocage du mouvement des grains suivi d'une rupture de grains.
Ensuite plusieurs simulations, où un seul grain est cassable, servent pour estimer statistiquement une valeur de l'énergie spécifique de surface $\Gamma = 10$ N/m. Cette valeur est par la suite utilisée pour calculer les énergies de création de surface ΔE_{surf} et de redistribution de l'énergie cinétique due à la rupture ΔE_{redist} dans l'échantillon où tous les grains sont cassables. La comparaison qualitative de la variation des ces énergies au cours de la compression est en accord avec les résultats obtenus expérimentalement par Ovalle et al. [Ovalle et al., 2013] : sous faible compression, la dissipation de l'énergie de rupture sous forme d'énergie de création de surface est plus importante que celle sous forme de redistribution de l'énergie cinétique. Quand la compression avance, cet ordre s'inverse.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 8

Conclusions et perspectives

8.1 Conclusions

Ce travail de thèse a pour objectif de proposer un modèle numérique discret qui représente le comportement des matériaux granulaires grossiers montrant une rupture des grains, et tenant compte de la forme complexe tridimensionnelle des grains. Les structures de génie civil employant ces matériaux de construction (barrages, murs de soutènement, ...) étant réalisées en se basant sur des méthodes de construction empiriques, des tassement peuvent apparaître et atteindre des niveaux dangereux. Une meilleure compréhension du comportement est nécessaire alors, pour mieux concevoir les différentes structures, et éviter tout risque de ruine.
La grande dimension des blocs constituant ces matériaux rend les études expérimentales peu pratiques et très onéreuses, l'intérêt de la modélisation numérique devient alors manifeste. En plus, les simulations numériques présentent l'avantage de donner accès à l'échelle inter-granulaire voire microscopique pour analyser de plus près les différents phénomènes qui se manifestent et qui dictent le comportement macroscopique du matériau.

Cette thèse se propose d'aborder la rupture des grains en utilisant un modèle tridimensionnel de rupture de grains, qui prend en compte l'aspect de forme tridimensionnelle, avec une loi simple aux interfaces. Ce modèle ne permet pas de simuler les singularités de contraintes aux pointes de fissures, par contre il est aisé à mettre en œuvre. La méthode numérique choisie est la méthode des éléments discrets qui prend en compte la discontinuité du milieu. Plus précisément la méthode Non-Smooth Contact Dynamics est adoptée pour sa capacité de modéliser les particularités du modèle étudié, surtout la forme et la rupture des grains. Compte-tenu de la complexité du comportement, et le rôle important que joue la forme et la disposition des grains dans le comportement, une modélisation tridimensionnelle de polyèdre est choisie, pour explorer les phénomènes ayant lieu et qui ne peuvent pas être reproduits par les modélisations bidimensionnelles ou employant des sphères pour modéliser les grains.
Le comportement des matériaux granulaires étant fortement lié aux phénomènes de rupture de grains, le travail présenté a pour but de développer un modèle numérique pouvant simuler la rupture des grains. Pour cela, un algorithme de génération de grains polyédriques 3D est proposé. Un nombre de paramètres d'entrée définissent la forme du grain qui peut varier entre des formes polyédriques simples et des formes plus complexes non convexes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Après sa génération, le grain est discrétisé en particules rigides de forme tétraédrique liées par des liaisons cohésives suivant le critère de Mohr-Coulomb.

Le modèle est implémenté dans la plateforme logicielle LMGC[90], et des simulations d'écrasement d'un grain entre deux plaques rigides sont réalisées. Plusieurs paramètres sont étudiés dans le but de valider le modèle et d'étudier ses capacités :

- Effet de la cohésion intra-granulaire :
  La résistance du grain à la compression augmente en fonction de la cohésion. Cet effet est utile pour pouvoir définir une résistance du matériau modélisé qui correspond à sa résistance réelle.
- Effet de la taille du grain :
  Une augmentation de la dimension du grain nécessite une force supérieure pour pouvoir écraser le grain. Par contre, le calcul de la contrainte caractéristique des grains montre que cette dernière diminue lorsque la dimension du grain augmente, donc l'effet d'échelle est bien pris en compte à l'aide de ce modèle de rupture.
- Effet de la discrétisation (tailles des particules) :
  Pour une même dimension du grain, les plus petites particules représentent un plus grand nombre de défauts dans le grain, et montrent par la suite une résistance plus faible. Ces résultats permettent de vérifier que le modèle prend en compte l'effet d'échelle.
- Effet du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$:
  La modification du rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ mène à la génération de grains ayant des surfaces cohésives moyennes différentes, donc la comparaison des résultats n'a pas pu être concluante.
- Effet de la disposition du grain :
  Les deux dispositions des grains entre les plaques ont résulté en des résistances du grain du même ordre de grandeur.

Suite à l'étude réalisée sur un grain individuel, le passage à un échantillon multi-grains, dans le cadre de compression œdométrique, est opéré. Plusieurs simulations de tests œdométriques sont réalisées sur des échantillons générés par dépôt gravitaire de grains à granulométrie uniforme, en faisant varier les paramètres propres aux modèle afin d'étudier l'effet de chacun :

- Effet de la rupture (comparaison grains cassables et grains non cassables) :
  L'implémentation du modèle de rupture mène à une résistance plus faible à la compression, et à une liberté de mouvement plus importante à l'intérieur de l'échantillon, donc aux tassements plus importants. À l'échelle microscopique, l'orientation des forces normales est plus uniforme dans le cas des grains cassables.

- Effet de la cohésion intra-granulaire :
  Une cohésion supérieure donne un échantillon plus résistant, mais cet effet reste limité à l'échelle macroscopique, tout en restant plus visible pour les fortes valeurs

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

de la cohésion ($c_n > 10^4$ kPa). À l'échelle microscopique, l'effet est plus clair : l'augmentation de la valeur de la cohésion rapproche le comportement des grains cassables de celui des grains non cassables. Les mêmes tendances sont observées pour les deux régularisations : une cohésion supérieure résulte en un échantillon de grains plus résistant à la compression œdométrique.

- Effet des paramètres de régularisation k_n et k_t :
  Les valeurs supérieures des paramètres de régularisation montrent qu'à l'échelle macroscopique, l'effet de la cohésion reste uniquement visible dans le cas de fortes cohésions ($c_n > 10^4$ kPa).

- Effet de la discrétisation des grains :
  La résistance à la compression des grains à discrétisation fine est plus faible. L'évolution de la granulométrie est plus importante quand les grains sont discrétisés finement. De plus, une plus grande liberté de mouvement est notée, traduite par un travail externe et une rotation moyenne supérieures dans le cas de la discrétisation fine.

La deuxième partie de l'analyse des effets des différents paramètres concerne les paramètres physiques :

- Effet de la taille de la cellule œdométrique :
  Le nombre de grains déposé augmente quand la taille de la cellule œdométrique augmente. Ce changement dans le nombre de grains mène aux mêmes conclusions obtenues avec un nombre inférieur. Ce résultat justifie le choix de faire les différentes études paramétriques avec un nombre réduit de grains, cela permettant d'identifier le nombre minimal pour lequel la précision des résultats n'est pas altérée. Une économie en temps de calcul est également visée.

- Effet de la densité initiale :
  Un échantillon dense (valeur de e_0 faible) est plus résistant à la compression tout en subissant une rupture importante de grains, tandis qu'un échantillon lâche se réarrange plus facilement sous compression (donc résiste moins) sans subir autant de rupture.

- Effet de la granulométrie initiale :
  L'implémentation du modèle de rupture et la variation de la cohésion intra-granulaire ont les mêmes effets dans le cas d'un échantillon à granulométrie initiale non uniforme.
  L'échantillon à granulométrie non uniforme paraît plus dense à l'état initial : les grains de petites dimensions remplissent les vides entre les grains de plus grandes dimensions.
  Dans le cas de grains cassables, la rupture est moins importante pour une granulométrie non uniforme mais l'échantillon résiste moins à la compression : le réarrangement des grains est plus facile.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans le cas de grains non cassables, l'échantillon à granulométrie initiale non uniforme résiste plus à la compression : la rupture des grains permet de débloquer le mouvement des grains. Pour la granulométrie testée, sans cette rupture (cas des grains non cassables) les grains ne sont pas suffisamment petits pour se déplacer dans les vides.

- Effet de la forme des grains ($\frac{r_{max}}{r_{min}}$) :
  Des résistances à la compression proches ont été calculées pour les différentes formes de grains, avec une rupture plus importante pour les grains non allongés (ayant une même dimension maximale mais un volume supérieur).
  Par contre cette étude ne permet pas d'obtenir des conclusions précises, car plusieurs paramètres varient avec le rapport $\frac{r_{max}}{r_{min}}$ (nombre de grains, surface cohésive moyenne des grains, ...).

Enfin, dans la dernière partie du travail de recherche présenté dans ce manuscrit, les simulations œdométriques sont confrontées à des résultats des essais expérimentaux. L'ordre de grandeur des contraintes est supérieur dans le cas expérimental. Cet écart peut être expliqué par la résistance des grains qui est supérieure dans le cas expérimental. La comparaison des granulométries finales montre que dans le cas expérimental, l'abrasion est prédominante ; contrairement au cas numérique où l'abrasion n'est pas prise en compte. La rigidité exprimée par le coefficient de compressibilité C_c, présente une concordance dans les deux cas.
Par la suite, des expérimentations numériques sont menées afin d'étudier les énergies mises en jeu lors de la rupture des grains. L'énergie de rupture est suivie, et l'énergie spécifique de création de surface est estimée pour ce type de matériau modélisé numériquement. Les variations des énergies de création de surface et de redistribution de l'énergie cinétique due à la rupture sont étudiées au cours de la compression. Pour des faibles déformations, l'énergie de création de surface est la composante prédominante de l'énergie de rupture. Quand la compression augmente, l'énergie de redistribution devient plus importante. Ces résultats obtenus sont en accord avec des résultats expérimentaux de la littérature.

Les simulations numériques employant le modèle proposé ont permis alors de simuler la rupture des grains polyédriques tridimensionnels dans le cas d'un grain ainsi que dans le cas d'un échantillon multi-grains, à l'aide d'un modèle d'assemblage employant une loi cohésive simple aux interfaces.
En modifiant les différents paramètres physiques, les phénomènes théoriques consignés dans la littérature ainsi que les phénomènes observés expérimentalement ont été reproduits. Les simulations numériques ont permis de reproduire des résultats expérimentaux de façon satisfaisante malgré les hypothèses admises et les simplifications appliquées au modèle.

8.2 Perspectives

Le modèle de rupture proposé dans ce manuscrit permet de reproduire plusieurs phénomènes caractéristiques des matériaux granulaires grossiers, au niveau d'un grain individuel et d'un échantillon multi-grains. Par contre, plusieurs aspects du modèle restent à explorer

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

pour le valoriser et des modifications peuvent être apportées pour le rendre plus puissant, capable de prédire le comportement du matériau de façon qualitative et quantitative. Ce travail peut alors être prolongé en exploitant plusieurs points. Les propositions d'étude à court terme comprennent :

- ➢ Le suivi du nombre de coordination peut aider à mieux comprendre le phénomène de rupture qui diffère d'un échantillon à l'autre. En effet, un nombre de coordination élevée peut mener à des distributions de forces hydrostatiques, donc une résistance supérieure du grain à la rupture. Le nombre de coordination permet en plus d'expliquer les granulométries finales obtenues. Des difficultés techniques n'ont pas permis l'exploration de ce paramètre dans les simulations montrées dans ce manuscrit, mais le développement de l'outil nécessaire est en cours.

- ➢ Le critère de Mohr-Coulomb tel qu'il est implémenté dans le code de calcul utilisé pour les simulations ne permet pas le découplage entre le coefficient de frottement $\mu_{MC} = \frac{c_t}{c_n}$ propre à ce critère et le coefficient du frottement de Coulomb activé après la rupture des liaisons (quand le lien cohésif devient frottant sec). L'effet du découplage de ces paramètres est intéressant à étudier : effet de la variation du coefficient de frottement μ_{MC} sans nécessairement modifier la valeur du coefficient de frottement entre les fragments cassés et les grains.

- ➢ L'arrangement des grains et l'anisotropie ont un effet important sur le comportement des échantillons. Plusieurs hypothèses ont été posées dans l'analyse des différentes simulations, en se basant sur l'état d'arrangement des grains et l'anisotropie initiale. L'étude de l'effet de ces paramètres permettra de valider les hypothèses et de tirer des conclusions plus précises. Le couplage par exemple de l'effet de la densité ou la granulométrie initiale avec l'effet de l'anisotropie permettra de déterminer lequel de ces paramètres a un rôle important.

- ➢ L'étude de l'effet d'échelle selon la théorie de probabilité de Weibull [Weibull, 1951] est abordée de façon préliminaire dans ce manuscrit. Il sera intéressant d'étudier cet effet de façon approfondie, et de confronter les résultats numériques à la théorie et les résultats expérimentaux.
  En effet, en augmentant la taille d'un grain avec le modèle proposé, plusieurs paramètres évoluent : les dimensions des particules et la surface cohésive moyenne, et par conséquent le nombre de particules.
  Il est alors possible de fixer un ou plusieurs de ces paramètres quand la taille du grain augmente. Une conclusion pourra être tirée sur la meilleure méthode de changement de la taille du grain, qui permettra de simuler un comportement de matériau exhibant l'effet d'échelle.

- ➢ Le choix des valeurs de paramètres de régularisation k_n et k_t a un effet important sur le comportement numérique du matériau. Les différentes études paramétriques sur un grain individuel et sur l'échantillon multi-grains soumis à la compression œdométrique le montrent. La modification des paramètres de régularisation, voire même le schéma de régularisation, peut mener à la modification du comportement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

L'objectif est toujours de pouvoir mettre en évidence l'effet de la cohésion intra-granulaire sur le comportement du grain et de l'échantillon multi-grains.

➢ La simulation numérique d'essais triaxiaux en utilisant le modèle proposé dans ce manuscrit permettra de valider davantage ce modèle, en confrontant les résultats numériques aux résultats des expérimentations réalisées sur divers matériaux. Les différents paramètres peuvent être calibrés pour que le modèle numérique soit représentatif du matériau réel.
Fort de ces simulations, le but ultime pourra être atteint : passer à des simulations de structures à échelles réelles (barrages ou murs de soutènement).

➢ Lois aux interfaces (CZM)
Une autre modification possible est celle appliquant une loi de contact selon un critère différent de celui de Mohr-Coulomb.
Les lois de zones cohésives sont intéressantes à explorer. Ces lois permettent de simuler l'ouverture d'une fissure en tenant compte d'une force de cohésion entre les lèvres, donc une propagation de fissure plus proche de la réalité. La dissipation de l'énergie permet dans ce type de lois d'éviter les ruptures brusques ayant lieu au début des simulations multi-grains.
D'autre part, la loi de contact aux interfaces des particules d'un même grain peut être rendu plus complexe en implémentant un effet du temps sous forme de paramètres d'endommagement des liens cohésifs.
L'implémentation de cet effet permettra d'étudier l'effet d'un chargement et le tassement de l'échantillon à long terme qui constitue un problème majeur dans l'étude de stabilités des structures employant un matériau granulaire grossier.

➢ Les études paramétriques réalisées dans le cadre de la thèse pour les chargements œdométriques sur des échantillons multi-grains en grande majorité utilisent la discrétisation la moins fine possible, faisant intervenir un minimum de particules, et par conséquent le minimum de corps à traiter par le logiciel. Ce choix a été fait pour des raisons d'économie de temps, vu le grand nombre de paramètres à étudier. Mais avoir une discrétisation moins fine impose un nombre faible de possibilités de rupture, et limite la variation de la granulométrie de l'échantillon. Alors qu'avoir une discrétisation plus fine permet d'avoir des ruptures plus complexes des grains, et pourrait mettre en évidence de façon plus visible l'effet de la cohésion intra-granulaire sur le comportement macroscopique du matériau.
Une autre modification peut être apportée à la discrétisation des grains : il s'agit de la forme des particules. En effet, jusqu'à présent, le modèle de rupture utilise une discrétisation en particules tétraédriques, ce qui n'est pas nécessairement le cas de la rupture réelle des grains provenant des observations expérimentales. À l'aide de l'utilisation d'un schéma de maillage de Voronoï, les grains polyédriques peuvent être discrétisés en des particules polyédriques. Il est intéressant de comparer les résultats des deux schémas de discrétisation afin de fixer un choix sur le schéma qui mène à des résultats plus réalistes.
Le dernier point concernant la discrétisation offre la possibilité de créer des défauts à l'intérieur des grains, en supprimant de façon aléatoire un certain pourcentage de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

particules. Cet effet n'est pas testé dans le travail présenté surtout à cause du faible nombre de particules dans un grain, dont la suppression d'une particule signifie déjà un pourcentage important de défauts.

En plus des différentes études possibles avec le modèle proposé, il sera intéressant d'exploiter à long terme, d'autres modèles afin de comparer les résultats et d'identifier les avantages et les inconvénients de chacun.

- ➤ Modèle à particules sphériques :
  Les corps sphériques étant plus simples à gérer (surtout en ce qui concerne la détection de contact), des simulations employant un tel modèle seront plus économiques en temps de calcul. Une difficulté à franchir est l'introduction d'un moment résistant à la torsion au contact sphère/sphère pour éviter les rotations des sphères les unes autour des autres.
  Il sera intéressant de comparer les différents résultats de ce manuscrit à des résultats obtenus en utilisant un modèle de grains à particules sphériques. Les mêmes simulations peuvent être réalisées en étudiant les mêmes paramètres (ou les paramètres équivalents). Cette comparaison permettra de justifier le choix d'un modèle à particules tétraédriques plus coûteux en temps de calcul numérique.

- ➤ Modèle d'abrasion :
  Les matériaux granulaires grossiers subissent une abrasion importante sous chargement. Cette abrasion donne naissance à des grains moins anguleux qui subissent un tassement plus important. Un modèle de grain prenant en compte cet effet peut être proposé. Après la discrétisation du grain en particules, une couche d'épaisseur prédéfinie à l'extérieur du grain est sélectionnée. Cette couche est ensuite discrétisée plus finement, et la cohésion entre les particules fines peut être modifiée : une faible cohésion mène à une abrasion rapide, une forte cohésion donne un matériau qui résiste à l'abrasion.
  Les résultats des simulations employant le modèle d'abrasion pourront être comparés à des résultats expérimentaux pour vérifier si le même pourcentage de particules fines a été généré.

- ➤ Modèle de remplacement de grains :
  Le modèle de rupture présenté dans ce manuscrit est un modèle d'assemblage de particules à l'aide de liens cohésifs. Chaque grain est généré en tant qu'un seul corps, et des fragments formant le même grain sont placés au même endroit mais désactivés (ils n'interviennent pas dans le calcul). Lors du chargement, les fragments désactivés se déplacent de façon similaire que le grain intact. Pour simuler la rupture, quand un critère en force ou en contrainte est atteint, le grain original est désactivé, et les fragments sont activés.
  L'exploration du modèle de remplacement de grains permettra de comparer les temps de calcul et la précision des résultats par rapport aux résultats numériques. Une telle comparaison permettra de mettre en avant les avantages et les inconvénients de chacun de ces modèles.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Bibliographie

[Alaei and Mahboubi, 2012] Alaei, E. and Mahboubi, A. (2012). A discrete model for simulating shear strength and deformation behaviour of rockfill material, considering the particle breakage phenomenon. *Granular Matter*, 14(6) : 707–717.

[Alonso et al., 2012] Alonso, E., Tapias, M., and Gili, J. (2012). Scale effects in rockfill behaviour. *Géotechnique Letters*, 2(July-September) : 155–160.

[Anthiniac, 1999] Anthiniac, P. (1999). *Modélisation du comportement hydromécanique des enrochements en éléments finis*. PhD thesis, Aix-Marseille II.

[Arbiter et al., 1969] Arbiter, N., Harris, C., and Stamboltzis, G. (1969). Single fracture of brittle spheres. *Trans. AIME*, 244 : 118–133.

[Ashby and Jones, 2006] Ashby, M. and Jones, D. (2006). *Engineering Materials 1*, volume 1. Elsevier, Oxford.

[Ashmawy et al., 2003] Ashmawy, A., Hoang, V., and Sukumaran, B. (2003). Evaluating the influence of particle shape on liquefaction behavior using discrete element modeling. In *The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, volume 2, pages 542–549, Hawaii, USA. International Society of Offshore and Polar Engineers.

[Åström and Herrmann, 1998] Åström, J. and Herrmann, H. (1998). Fragmentation of grains in a two-dimensional packing. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 5(3) : 551–554.

[Atkinson, 1984] Atkinson, B. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 89(B6) : 4077–4114.

[Bagherzadeh-Khalkhali et al., 2008] Bagherzadeh-Khalkhali, A., Mirghasemi, A., and Mohammadi, S. (2008). Micromechanics of breakage in sharp-edge particles using combined DEM and FEM. *Particuology*, 6(5) : 347–361.

[Bathurst and Rothenburg, 1988] Bathurst, R. and Rothenburg, L. (1988). Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions. *Journal of Applied Mechanics*, 55(1) : 17–23.

[Ben-Nun and Einav, 2010] Ben-Nun, O. and Einav, I. (2010). The role of self-organization during confined comminution of granular materials. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 368(1910) : 231–247.

[Biarez and Hicher, 1997] Biarez, J. and Hicher, P. (1997). Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires. *Revue Française de Genie Civil*, 1(4) : 607–631.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Bolton et al., 2008] Bolton, M., Nakata, Y., and Cheng, Y. (2008). Micro-and macro-mechanical behaviour of DEM crushable materials. *Géotechnique*, 58(6) : 471–480.

[Breitenbach, 2012] Breitenbach, A. (2012). History of rockfill dam construction. *INCOLD Journal (A Half Yearly Technical Journal of Indian Committee on Large Dams)*, 1(1) : 5–7.

[Breul and Gourves, 2000] Breul, P. and Gourves, R. (2000). Caractérisation endoscopique des milieux granulaires couplée à l'essai de pénétration. *Revue française de géotechnique*, (91) : 27–35.

[Cambou and Jean, 2001] Cambou, B. and Jean, M. (2001). *Micromécanique des matériaux granulaires*. Hermès, Paris.

[Cantor et al., 2017] Cantor, D., Azéma, E., Philippe, S., and Radjaï, F. (2017). Numerical simulation of the compaction of crushable grains in 3D. In *Powders and Grains 2017*, volume 140, page 07016, Montpellier, France. EDP Sciences.

[Cantor et al., 2016] Cantor, D., Azéma, E., Sornay, P., and Radjaï, F. (2016). Three-dimensional bonded-cell model for grain fragmentation. *Computational Particle Mechanics*, pages 1–10.

[Cantor et al., 2014] Cantor, D., Estrada, N., and Azéma, E. (2014). New approach to grain fragmentation for discrete element methods. *Geomechanics from Micro to Macro*, 1 : 257.

[Cavarretta et al., 2010] Cavarretta, I., Coop, M., and O'Sullivan, C. (2010). The influence of particle characteristics on the behaviour of coarse grained soils. *Géotechnique*, 60(6) : 413–423.

[Charles, 1958] Charles, R. (1958). Static fatigue of glass. *Journal of Applied Physics*, 29(11) : 1549–1553.

[Cheng et al., 2003] Cheng, Y., Nakata, Y., and Bolton, M. (2003). Discrete element simulation of crushable soil. *Géotechnique*, 53(7) : 633–641.

[Cho et al., 2004] Cho, G., Dodds, J., and Santamarina, J. (2004). Particle shape effects on packing density. *Stiffness and Strength of Natural and Crushed Sands-Internal Report, Georgia Institute of Technology, 33pp*.

[Cundall, 1971] Cundall, P. (1971). A computer model for simulating progressive large scale movements in bocky rock systems. In *Proc. Int. Symp. Rock Fracture, ISRM*, pages 2–8, Nancy, France.

[Cundall, 1988] Cundall, P. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part I. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(3) : 107–116.

[Cundall, 2013] Cundall, P. (2013). A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. In *Proc. Int. Symp. Rock Fracture, ISRM*, volume 1, Wroclaw, Poland.

[Cundall and Strack, 1979] Cundall, P. and Strack, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) : 47–65.

[Daouadji and Hicher, 2010] Daouadji, A. and Hicher, P. (2010). An enhanced constitutive model for crushable granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(6) : 555–580.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Daouadji et al., 2001] Daouadji, A., Hicher, P., and Rahma, A. (2001). An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 20(1) : 113–137.

[Deluzarche, 2004] Deluzarche, R. (2004). *Modélisation discrète des enrochements : Application aux barrages*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.

[Drlik, 1987] Drlik, G. (1987). *Simulation of the crushing of a two-dimensional particle bed due to compressive loading*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.

[Einav, 2007] Einav, I. (2007). Breakage mechanics—Part I : Theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55(6) : 1274–1297.

[Friedman et al., 1972] Friedman, M., Handin, J., and Alani, G. (1972). Fracture-surface energy of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 9(6) : 757–764.

[Griffith, 1921] Griffith, A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 221 : 163–198.

[Hagerty et al., 1993] Hagerty, M., Hite, D., Ullrich, C., and Hagerty, D. (1993). One-dimensional high-pressure compression of granular media. *Journal of Geotechnical Engineering*, 119(1) : 1–18.

[Hardin, 1985] Hardin, B. (1985). Crushing of soil particles. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(10) : 1177–1192.

[Hicher and Chang, 2005] Hicher, P. and Chang, C. (2005). Evaluation of two homogenization techniques for modeling the elastic behavior of granular materials. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(11) : 1184–1194.

[Hill, 1958] Hill, R. (1958). A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6(3) : 236–249.

[Hobbs, 1964] Hobbs, D. (1964). The tensile strength of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1(3) : 385–396.

[Hu et al., 2011a] Hu, W., Dano, C., Hicher, P., Le Touzo, J., Derkx, F., and Merliot, E. (2011a). Effect of sample size on the behavior of granular materials. *Geotechnical Testing Journal*, 34(3).

[Hu et al., 2011b] Hu, W., Yin, Z., Dano, C., and Hicher, P. (2011b). A constitutive model for granular materials considering grain breakage. *Science China Technological Sciences*, 54(8) : 2188–2196.

[Indraratna et al., 1993] Indraratna, B., Wijewardena, L., and Balasubramaniam, A. (1993). Large-scale triaxial testing of greywacke rockfill. *Géotechnique*, 43(1) : 37–51.

[Itasca, 1999] Itasca, C. (1999). Pfc 3d-user manual. *Itasca Consulting Group, Minneapolis*.

[Jaeger, 1967] Jaeger, J. (1967). Failure of rocks under tensile conditions. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 4(2) : 219–227.

[Jean, 1995] Jean, M. (1995). Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies : numerical simulation of geomaterial motions. *Studies in Applied Mechanics*, 42 : 463–486.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Jean, 1999] Jean, M. (1999). The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3) : 235–257.

[Jean and Moreau, 1992] Jean, M. and Moreau, J. (1992). Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections. In *Proceedings of Contact Mechanics International Symposium*, volume 1, pages 31–48, Lausanne, Switzerland.

[Krumbein, 1941] Krumbein, W. (1941). Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles. *Journal of Sedimentary Research*, 11(2).

[Lade et al., 1996] Lade, P., Yamamuro, J., and Bopp, P. (1996). Significance of particle crushing in granular materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(4) : 309–316.

[Lee, 1992] Lee, D. (1992). *The angles of friction of granular fills*. PhD thesis, University of Cambridge.

[Li, 2013] Li, G. (2013). *Étude de l'influence de l'étalement granulometrique sur le comportement mecanique des materiaux granulaires*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes.

[Lobo-Guerrero and Vallejo, 2005] Lobo-Guerrero, S. and Vallejo, L. (2005). Crushing a weak granular material : experimental numerical analyses. *Géotechnique*, 55(3).

[Marachi, 1970] Marachi, N. (1970). Strength and deformation characteristics of rockfill materials. *Report No. TE-69-5*, Department of civil engineering, University of California, Berkeley.

[Maranha Das Neves, 1991] Maranha Das Neves, E. (1991). Advances in rockfill structures. *Advances in rockfill structures*, page 665.

[Marsal, 1973] Marsal, R. (1973). *Mechanical properties of rockfill. Embankment dam engineering. Casagrande Volume, RC Hirschfeld & SJ Poulos, (eds)*. John Wiley & Sons, New York.

[McDowell and Bolton, 1998] McDowell, G. and Bolton, M. (1998). On the micromechanics of crushable aggregates. *Géotechnique*, 48(5) : 667–679.

[McDowell et al., 1996] McDowell, G., Bolton, M., and Robertson, D. (1996). The fractal crushing of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(12) : 2079–2101.

[McDowell and De Bono, 2013] McDowell, G. and De Bono, J. (2013). On the micro mechanics of one-dimensional normal compression. *Géotechnique*, 63.

[Miura and O'hara, 1979] Miura, N. and O'hara, S. (1979). Particle crushing of a decomposed granite soil under shear stresses. *Soils and Foundations*, 19(3) : 1–14.

[Mollon and Zhao, 2014] Mollon, G. and Zhao, J. (2014). 3d generation of realistic granular samples based on random fields theory and fourier shape descriptors. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 279 : 46–65.

[Moreau, 1988] Moreau, J. (1988). *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*. Springer, Vienna.

[Muir Wood et al., 2009] Muir Wood, D., Kikumoto, M., and Russell, A. (2009). Particle crushing and deformation behaviour. *Proceedings of Prediction and Simulation Methods for Geohazard Mitigation. Oka F, Murakami A, Kimoto S, (eds.) CRC Press/-Balkema*.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Nader et al., 2017a] Nader, F., Silvani, C., and Djeran-Maigre, I. (2017a). Failure of crushable grains using a three-dimensional discrete element model. In *International Workshop on Bifurcation and Degradation in Geomaterials*, pages 407–413, Limassol, Cyprus. Springer.

[Nader et al., 2017b] Nader, F., Silvani, C., and Djeran-Maigre, I. (2017b). Grain breakage under uniaxial compression, through 3D DEM modelling. In *Powders and Grains 2017*, volume 140, page 07005, Montpellier, France. EDP Sciences.

[Nader et al., 2017c] Nader, F., Silvani, C., and Djeran-Maigre, I. (2017c). Grain breakage under uniaxial compression using a three-dimensional discrete element method. *Granular Matter*, 19(3) : 53.

[Nakata et al., 1999] Nakata, A., Hyde, M., and Hyodo, H. (1999). A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique*, 49(5) : 567–583.

[Nakata et al., 2001a] Nakata, Y., Hyodo, M., Hyde, A., Kato, Y., and Murata, H. (2001a). Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression. *Soils and foundations*, 41(1) : 69–82.

[Nakata et al., 2001b] Nakata, Y., Kato, Y., Hyodo, M., Hyde, A., and Murata, H. (2001b). One-dimensional compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle crushing strength. *Soils and Foundations*, 41(2) : 39–51.

[Nakata and Watabe, 2014] Nakata, Y. and Watabe, Y. (2014). Compression behavior for assembly of DEM crushable cylindrical gravels. *Geomechanics from Micro to Macro*, 1 : 281.

[Nguyen et al., 2015] Nguyen, D., Sornay, P., Azéma, E., and Radjaï, F. (2015). Evolution of particle size distributions in crushable granular materials. In *Geomechanics from Micro to Macro*, volume 1, pages 275–280, Cambridge, UK. CRC Press.

[Nguyen and Einav, 2010] Nguyen, G. and Einav, I. (2010). The energetics of cataclasis based on breakage mechanics. In *Mechanics, Structure and Evolution of Fault Zones*, pages 1693–1724. Springer.

[Nguyen et al., 2016] Nguyen, H., Prunier, F., Djeran-Maigre, I., and Nicot, F. (2016). Kinetic energy and collapse of granular materials. *Granular Matter*, 18(1) : 5.

[Nicot and Darve, 2007] Nicot, F. and Darve, F. (2007). A micro-mechanical investigation of bifurcation in granular materials. *International Journal of Solids and Structures*, 44(20) : 6630–6652.

[Nicot et al., 2007] Nicot, F., Darve, F., and Dat Vu Khoa, H. (2007). Bifurcation and second-order work in geomaterials. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 31(8) : 1007–1032.

[Nicot et al., 2012] Nicot, F., Sibille, L., and Darve, F. (2012). Failure in rate-independent granular materials as a bifurcation toward a dynamic regime. *International Journal of Plasticity*, 29 : 136–154.

[Nieto-Gamboa, 2011] Nieto-Gamboa, C. (2011). *Mechanical behavior of rockfill materials - Application to concrete face rockfill dams*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris.

[Nobari and Duncan, 1972] Nobari, E. and Duncan, J. (1972). Effect of reservoir filling on stresses and movement in earth and rockfill dams. A report of an investigation. Technical report, DTIC Document.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Nouguier-Lehon, 2010] Nouguier-Lehon, C. (2010). Effect of the grain elongation on the behaviour of granular materials in biaxial compression. *Comptes Rendus Mécanique*, 338(10-11) : 587–595.

[Nouguier-Lehon et al., 2003] Nouguier-Lehon, C., Cambou, B., and Vincens, E. (2003). Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials : a numerical analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27(14) : 1207–1226.

[Oldecop and Alonso, 2001] Oldecop, L. and Alonso, E. (2001). A model for rockfill compressibility. *Géotechnique*, 51(2) : 127–139.

[Oldecop and Alonso, 2007] Oldecop, L. and Alonso, E. (2007). Theoretical investigation of the time-dependent behaviour of rockfill. *Géotechnique*, 57(3) : 289–301.

[Ortega, 2008] Ortega, E. (2008). *Comportamiento de materiales granulares gruesos. Efecto de la succión*. PhD thesis, Polytechnic University of Catalonia.

[Ouadfel and Rothenburg, 2001] Ouadfel, H. and Rothenburg, L. (2001). Stress–force–fabric'relationship for assemblies of ellipsoids. *Mechanics of Materials*, 33(4) : 201–221.

[Ovalle et al., 2013] Ovalle, C., Dano, C., and Hicher, P. (2013). Experimental data highlighting the role of surface fracture energy in quasi-static confined comminution. *International Journal of Fracture*, 182(1) : 123–130.

[Ovalle et al., 2014] Ovalle, C., Frossard, E., Dano, C., Hu, W., Maiolino, S., and Hicher, P. (2014). The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data. *Acta Mechanica*, 225(8) : 2199.

[Pinto, 1983] Pinto, A. (1983). *Previsao do comportamento estrutural de barragens de enrocamento*. PhD thesis, LNEC.

[Potapov and Campbell, 1996] Potapov, A. and Campbell, C. (1996). A three-dimensional simulation of brittle solid fracture. *International Journal of Modern Physics C*, 7(05) : 717–729.

[Richefeu et al., 2006a] Richefeu, V., El Youssoufi, M., and Radjaï, F. (2006a). Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73(5) : 051304.

[Richefeu et al., 2006b] Richefeu, V., Radjaï, F., and El Youssoufi, M. (2006b). Stress transmission in wet granular materials. *The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics*, 21(4) : 359–369.

[Rittenhouse, 1943] Rittenhouse, G. (1943). A visual method of estimating two-dimensional sphericity. *Journal of Sedimentary Research*, 13(2) : 79–81.

[Roscoe et al., 1963] Roscoe, K., Schofield, A., and Thurairajah, A. (1963). Yielding of clays in states wetter than critical. *Géotechnique*, 13(3) : 211–240.

[Rothenburg and Bathurst, 1989] Rothenburg, L. and Bathurst, R. (1989). Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials. *Géotechnique*, 39(4) : 601–614.

[Russell, 2011] Russell, A. (2011). A compression line for soils with evolving particle and pore size distributions due to particle crushing. *Géotechnique Letters*, 1(January-March) : 5–9.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Russell and Khalili, 2004] Russell, A. and Khalili, N. (2004). A bounding surface plasticity model for sands exhibiting particle crushing. *Canadian Geotechnical Journal*, 41(6) : 1179–1192.

[Russell and Muir Wood, 2009] Russell, A. and Muir Wood, D. (2009). Point load tests and strength measurements for brittle spheres. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(2) : 272–280.

[Russell et al., 2009] Russell, A., Muir Wood, D., and Kikumoto, M. (2009). Crushing of particles in idealised granular assemblies. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(8) : 1293–1313.

[Sammis et al., 1987] Sammis, C., King, G., and Biegel, R. (1987). The kinematics of gouge deformation. *Pure and Applied Geophysics*, 125(5) : 777–812.

[Silvani, 2007] Silvani, C. (2007). *Une modélisation discrete du comportement mécanique des enrochements*. PhD thesis, Université de Provence-Aix-Marseille I.

[Silvani et al., 2015] Silvani, C., Réthoré, J., and Bonelli, S. (2015). Measuring rockfill deformation by digital image correlation. In *9th European Solid Mechanics Conference (ESMC 2015)*, pages 1–2, Madrid, Spain.

[Sowers et al., 1965] Sowers, G., Williams, R., and Wallace, T. (1965). Compressibility of broken rock and the settlement of rockfills. In *Proc. 6th ICSMFE*, volume 2, pages 561–565, Montreal, Canada.

[Sukumaran and Ashmawy, 2001] Sukumaran, B. and Ashmawy, A. (2001). Quantitative characterisation of the geometry of discret particles. *Géotechnique*, 51(7) : 619–627.

[Tada et al., 1985] Tada, H., Paris, P., and Irwin, G. (1985). *The stress analysis of cracks handbook, 2nd edn.* Del Research Corporation, St Louis.

[Taforel, 2012] Taforel, P. (2012). *Apport de la méthode des éléments discrets à la modélisation des maçonneries en contexte sismique : Vers une nouvelle approche de la vulnérabilité sismique*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc.

[Tsoungui et al., 1999] Tsoungui, O., Vallet, D., and Charmet, J. (1999). Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials. *Powder Technology*, 105(1) : 190–198.

[Vallejo, 1995] Vallejo, L. (1995). Fractal analysis of granular materials. *Géotechnique*, 45 : 159–163.

[Varadarajan et al., 2003] Varadarajan, A., Sharma, K., Venkatachalam, K., and Gupta, A. (2003). Testing and modeling two rockfill materials. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129 : 206–218.

[Varma, 1992] Varma, C. (1992). Rockfill dams – finite element analysis to determine stresses and deformations in membrane type rockfill dam. *Central Board of Irrigation and Power, New Delhi*.

[Wang and Yan, 2012] Wang, J. and Yan, H. (2012). DEM analysis of energy dissipation in crushable soils. *Soils and Foundations*, 52(4) : 644–657.

[Weibull, 1951] Weibull, W. (1951). Wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18 : 293–297.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

[Wiederhorn et al., 1980] Wiederhorn, S., Fuller, E., and Thomson, R. (1980). Micromechanisms of crack growth in ceramics and glasses in corrosive environments. *Metal Science*, 14(8-9) : 450–458.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : NADER
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE : 29/09/2017

Prénoms : François

TITRE : Modélisations de la rupture 3D des grains polyédriques par éléments discrets

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2017LYSEI082

Ecole doctorale : Mécanique, énergétique, génie civil, acoustique

Spécialité : Génie Civil

RESUME :

Les structures en enrochements sont parmi les ouvrages les plus usuels de génie civil (barrages, murs de soutènement, …). Des tassements importants peuvent apparaître tout au long de leur durée de vie et sont principalement dus à la rupture des blocs rocheux. Cette thèse propose un modèle numérique permettant de simuler le comportement de matériaux granulaires présentant des ruptures de grains. Afin de prendre en compte la nature discontinue de ces milieux, la méthode des éléments discrets est utilisée. La modélisation adoptée est de type "Non Smooth Contact Dynamics", où les grains et particules sont supposés rigides. Afin de générer des blocs ayant des formes complexes, un modèle de grain 3D est proposé. Ce modèle de grain est ensuite discrétisé en sous-éléments de forme tétraédrique liés par des liaisons cohésives afin de pouvoir représenter la rupture. Un critère de rupture de Mohr-Coulomb est utilisé. Le modèle est implémenté sur la plateforme logicielle LMGC90. Le modèle est d'abord éprouvé lors de simulations d'écrasement de blocs cassables entre deux plaques. Plusieurs paramètres contrôlant la résistance du grain sont étudiés : cohésion intergranulaire, taille, discrétisation, forme et orientation du grain. L'effet d'échelle observé sur ce type de matériau est vérifié. Le modèle est ensuite testé lors de simulations numériques de compression œdométrique d'enrochements. L'effet des paramètres du modèle et de l'assemblage du milieu granulaire est également étudié. Les simulations œdométriques sont confrontées à des résultats expérimentaux et présentent une bonne concordance. Enfin, des expérimentations numériques sont menées afin d'étudier les énergies mises en jeu dans ces essais. L'énergie de création de surface est estimée pour ce type de matériau. Les résultats sont proches des données de la littérature.

MOTS-CLÉS :
Enrochements, milieux granulaires, éléments discrets, rupture, écrasement, simulations œdométriques, liens cohésifs, angularité, énergie de rupture, création de surface.

Laboratoire (s) de recherche :
SMS-ID

Directeur de thèse:
Irini DJERAN-MAIGRE

Président de jury :

Composition du jury :
Irini DJERAN-MAIGRE, Claire SILVANI, François NICOT, Pierre-Yves HICHER, Ali DAOUADJI, Bernard CAMBOU, Frédéric DUBOIS, Christophe DANO

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI082/these.pdf
© [F. Nader], [2017], INSA Lyon, tous droits réservés