

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

Mme LAURA LACASSAGNE

le vendredi 21 avril 2017

Titre :

Simulations et analyses de stabilité linéaire du détachement tourbillonnaire d'angle dans les moteurs à propergol solide

---

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Centre Européen de Recherche et Formation Avancées en Calcul Scientifique (CERFACS)

Directrices de Thèse :

MME BENEDICTE CUENOT

MME ELEONORE RIBER

Rapporteurs :

M. FRANCK RICHECOEUR, SUPELEC

M. FRÉDÉRIC PLOURDE, ENSMA POITIERS

Membres du jury :

M. GREGOIRE CASALIS, ISAE TOULOUSE, Président

M. JEROME ANTHOINE, ONERA TOULOUSE, Membre

M. LUTZ LESSHAFFT, ECOLE POLYTECHNIQUE PALAISEAU, Membre

Mme BENEDICTE CUENOT, CERFACS, Membre

REMERCIEMENTS

Ça y est, on y est, le fameux et tant attendu moment de la rédaction des remerciements. L'émotion étant plus facile à gérer à l'écrit qu'à l'oral, c'est pour moi l'occasion de remercier comme il se doit toutes les personnes qui ont contribué, chacune de manière différente, à l'aboutissement de ce travail.

Je vais tout d'abord commencer par remercier tous les membres du jury. Merci d'avoir accepter de participer à ma soutenance de thèse et merci à Frédéric Plourde et Franck Richecoeur d'avoir rapporté ces travaux. J'ai apprécié le réel intérêt que vous avez montré pour mon travail et la discussion que j'ai pu avoir avec chacun d'entre vous lors de la séance tant redoutée des questions. Je tiens à remercier particulièrement Grégoire Casalis pour sa collaboration scientifique, malgré quelques tensions politiques. Merci d'avoir pris le temps de nous transmettre à Thibault Bridel-Bertomeu et à moi-même, un peu de votre expérience sur l'analyse de stabilité linéaire. Grâce à ces nombreuses réunions informelles, j'ai pu avancer pas à pas, dans la bonne direction, et aboutir à des résultats que je n'aurai pas espéré au début de cette thèse.

Je tiens ensuite naturellement à remercier Thibault Bridel-Bertomeu, pour avoir développé l'outil de stabilité linéaire AVLP sur lequel j'ai pu m'appuyer pour réaliser ces travaux. Je reste impressionnée par ta capacité de travail et ton efficacité, bien qu'il ne fut pas toujours simple de suivre les évolutions du code et de trouver une place dans le développement d'AVLP.

Je me tourne désormais vers les personnes qui m'ont suivi côté Herakles (devenu entre temps ASL, mais pour combien de temps ?) : Thierry Pévergne et Julien Richard côté le Haillan et Franck Godfroy côté Vert-le-Petit. Franck je resterai marqué à jamais par ces 3 jours au CRB où j'ai attrapé le rhume des ODPs... Mais j'ai été forte, je l'ai vaincu (j'espère pour de bon) et j'ai finalement atterri dans ton équipe, cette fois-ci, pour un temps indéterminé. Donc Franck, merci de m'avoir fait confiance pendant ces travaux de thèse et de me refaire confiance aujourd'hui. J'espère pouvoir, aussi longtemps que possible, échapper aux CDs de métal japonnais et autres films coréens qui semblent donner des cauchemars à tous les stagiaires.

Côté Cerfacs, j'ai eu la chance de bénéficier d'un encadrement à trois têtes, composé du fameux duo Bénédicte Cuenot / Eléonore Riber associé à l'impressionnant Franck Nicoud ! Je garderai en mémoire toutes nos réunions mensuelles, annoncées par le fameux (et un peu traumatisant) mail "visite Nicoud", et qui débutaient souvent par un petit moment potin. Merci de m'avoir guider pas à pas, sans m'étouffer, dans mes travaux de thèse. Chacun à votre manière, vous avez su être là quand j'avais besoin de vous, même toi Elé avec tes deux congés maternité ;) ! Elé, j'ai été fière d'être ta chouchoute. Celle qui va me remplacer a intérêt à bien se tenir, ça se mérite le titre de chouchoute !

Et puis le Cerfacs, ne serait pas le Cerfacs, sans tous les thésards. En trois ans et demi, j'ai vu quelques générations passer. La génération David Barré, Thomas Jaravel (beaucoup plus connu sous le nom JarJar), marquée par des soirées toujours plus folles ! Puis la génération Majd, Dario, Mélissa, Biolchi, JarJar (oui oui JarJar est dans toutes les générations ! !) où est venu se rajouter Omar, Félix, Grosnick (oui je sais, tu n'aimes pas qu'on t'appelle comme ça), Pierre, Lulu et j'en oubli sans doute. Au fait Majd, je ne sais pas trop si je viens ce soir, je pense que je vais avoir la flemme. Romain ou Biolchi ou Boby, grâce à toi j'ai un mental d'acier, forgé à coup de remarques en tout genre, plus ou moins bien placées, plus ou moins lourdes, toujours très spontanées, mais parfois difficiles à comprendre à cause de quelques petits problèmes avec la langue française (émulsion de groupe, l'embouteillage d'une voiture, ça m'émoud ...). J'ai été fière de faire partir de la team du premier étage, malgré les petits inconvénients, audibles surtout après 19h ... Omar, tu as failli me provoquer une centaine de crises cardiaques, mais bon au final c'est <3. Parce qu'ils ne sont plus thésard, je les remercie à part... Merci à la team messes basse. Lola, ma binôme de souffrance des cours d'Omar et body cardio. Bon j'avoue, on se tirait un peu vers le bas, au grand désespoir d'Omar, mais j'aimais bien ça (Omar, qui, au passage, nous a lâchement abandonné dans notre sculpture du corps de rêve, à croire que c'était peine perdue ...). Merci également au deuxième membre de la team messe basse et grand spécialiste du Stokes : Nicolas Iafrate ! Merci Nico pour ton aide précieuse dans la dernière ligne droite, pour toutes les discussions sur ce fichu Stokes (on a fini par l'avoir !), pour toutes les histoires croustillantes de ta vie amoureuse, pour tes petites remarques sur mes tenues vestimentaires, pour ta bonne humeur (sauf quand tu perds au foot ou quand tu fais ton Calimero ...). Merci à tous les deux d'avoir relu, chapitre après chapitre, mon manuscrit et de ne pas m'avoir lâcher (enfin un peu Lola à la fin, mais je te pardonne ;)) pour que je tienne (presque) mon planning de rédaction. Nico, choupinette et choupette : un sacré trio !

Pour finir, mes derniers mots vont à ma famille. Cela va surement paraître un peu cliché, mais je n'en serais pas là sans vous. Papa, Maman, merci de m'avoir donné l'ambition, l'envi d'aller toujours un peu plus loin, de repousser sans cesse mes limites. Vous avez toujours était là, vous avez tout fait pour qu'on puisse réussir avec Lucie. Je pense que vous pouvez être fier de vous. On en aura fait des déménagements ensemble, de Rodez à Toulouse en passant par Rouen et Pau et maintenant Paris. Ça n'a pas toujours été facile, mais "si on veut, on peut" n'est-ce pas ? Et puis, "si tu es fatiguée tu vas au lit, sinon tu travailles", mais surtout "n'oublie pas de te laver les dents avant d'aller au lit" ! Lucie, merci pour tes conseils toujours avisés, et pour avoir su me remonter le moral quand j'en avais besoin. On est des Lacassagne et je suis très fière de ma grande soeur ! Papi, Mamie (mamioque), Tonton, Tatie, vous avez toujours tous cru en moi, tout ça c'est grâce à vous tous.

Aaahhhhh tu croyais que je t'avais encore oublié ? Merciiii François ! Je m'en veux encore de ne pas t'avoir remercié lors de ma soutenance. Tu es la personne qui m'a soutenu et supporté le plus durant ces deux dernières années de thèse. Toujours là pour me donner un bout de chocolat quand ça va pas (et quand tout va bien aussi !), pour me dire "bon Laura" quand je deviens vraiment trop pénible, pour faire les magasins avec moi, pour chanter en voix de tête, pour m'enlever mes lunettes quand je me suis endormie devant la télévision... Nous deux, ça a commencé à distance, entre Paris et Toulouse, pas grand monde n'y croyait, et aujourd'hui on continue notre chemin ensemble, pour mon plus grand bonheur. Donc François, merci.

RÉSUMÉ

Les oscillations de pression sont un enjeu majeur dans la conception des moteurs à propergol solide, car de faibles oscillations de pression (ODP) dans la chambre entraînent de fortes oscillations de poussée, ce qui peut conduire à des vibrations néfastes pour les structures et les satellites embarqués et imposent l'emploi de techniques palliatives. Les ODP sont encore aujourd'hui un vaste sujet de recherche, mais les expériences en propulseur sont complexes, coûteuses et l'environnement hostile qui règne dans la chambre restreint les possibilités de mesures. La simulation numérique est aujourd'hui un outil indispensable et complémentaire des expérimentations dans l'analyse des ODP.

Depuis les années 1990, de nombreux travaux, majoritairement financés par le CNES, ont permis de mettre en évidence divers mécanismes générateurs d'oscillations dont les détachements tourbillonnaires. Un obstacle dans l'écoulement, une rupture géométrique sur le chargement du propergol, ou bien la longueur de ce chargement ont été identifiés comme étant les trois principales sources d'instabilités hydrodynamiques, créant des instabilités de type VSO, VSA et VSP respectivement. Lors du développement du P230 d'Ariane 5, le VSO et le VSP ont été particulièrement étudiés. Cependant, des nouveaux moteurs intègre des géométries de type finocyl, caractérisées par des ailettes au niveau du fond arrière, qui génèrent des couches de cisaillement et favorisent la formation d'instabilité de type VSA. Le VSA a été étudié dans les travaux sur la maquette LP2-C1x [65], mais de divers points restent encore à aborder afin d'avoir une vision complète des mécanismes pilotant le VSA. Jusqu'à présent, aucune étude fondamentale de ce phénomène n'a intégré un bloc de propergol en combustion en aval du changement de section. De plus, les particules d'aluminium et leur combustion ont déjà montré leur pouvoir générateur d'instabilité (ITHAC). Il paraît donc important d'étudier l'impact de cette combustion et de la présence des particules résiduelles sur le VSA.

Pour cela, il a été choisi dans ces travaux d'isoler le VSA dans une configuration académique et d'étudier successivement l'impact du soufflage latéral sur la couche de cisaillement, puis celui de la combustion des particules d'aluminium et de la présence de résidus, et enfin l'impact du changement d'échelle sur l'instabilité. L'étude du soufflage latéral a été conduite via deux approches. La première, basée sur des simulations numériques instationaires, a montré le fort effet stabilisant du soufflage latéral. La deuxième, basée sur des analyses de stabilité linéaire locales, a permis de retrouver d'une part les caractéristiques de l'instabilité et d'autre part de capter la stabilisation de la couche de mélange par l'augmentation du soufflage. Ces travaux ont abouti en collaboration avec Thibault Bridel-Bertomeu [27], au développement d'un outil de stabilité linéaire locale, validé sur de nombreuses configurations. L'ajout de particules d'aluminium réactives a montré le rôle complexe des particules résiduelles sur l'instabilité, qui peuvent jouer un rôle stabilisant ou déstabilisant en fonction de leur nombre de Stokes. Sur la configuration à échelle réduite, elles possèdent un fort effet stabilisant. L'impact de la mise à échelle a ensuite été étudié sans et avec particules.

En gaz seul, la conservation du nombre de Strouhal de l'instabilité permet de transposer directement les résultats obtenus à échelle réduite vers l'échelle réelle. En revanche, en présence de particules, la mise à l'échelle ne conserve pas le nombre de Stokes des particules, ce qui modifie leur impact sur la couche de mélange. A échelle réelle, les particules amplifient les amplitudes des oscillations sur une partie de l'écoulement.

Ces travaux de thèse contribuent au développement des connaissances fondamentales d'une instabilité hydrodynamique des moteurs à propergol solide : le détachement tourbillonnaire d'angle (VSA). Les méthodes et outils développés au cours de ces travaux apportent une base solide à l'étude de ce type de phénomène aussi bien dans des configurations académiques qu'industrielles.

ABSTRACT

Pressure oscillations (ODP) are a major issue in solid rocket motor design, as very small pressure oscillations induce strong thrust oscillations, involving vibrations detrimental to carrying load. ODP are still a vast and intense domain of research, enabling to go deeper in the understanding of the phenomena which create oscillations. Experiments are complex, coslty and the unfriendly environment inside the chamber reduces the measurement possibilities. Therefore, the improvement of rocket motors mainly resorts to advanced numerical simulations.

Extensive research, mainly supported by the French national space agency CNES have enabled to characterize several sources of instabilities, including vortex shedding phenomena. An obstacle, an angle or the motor length have been identified as the three main sources, generating respectively VSO, VSA and VSP instabilities. Motivated by the development of the P230 for the Ariane 5 launcher, VSO and VSP have been particularly studied. Today, new motor design is moving towards fynocil geometry with smaller dimensions and characterized by thins at the rear bottom of the motor. These thins create shear zones promoting VSA instabilities. VSA has be studied in the C1x configuration [65] but several points still need to be studied in order to have a complete view of the phenomena driving and impacting the VSA in a solid rocket motor flow. So far, no study has been performed with a propellant block after the section changes. All the studies assume that this block is already burnt but this situation occurs only at the end of a fire. Moreover, the combustion of aluminum particles has already proven its destabilization effect (ITHAC). It seems then important to study the impact of the combustion and of the presence of residual particles on the VSA.

In this work, the VSA is isolated in an academic configuration and the impact of lateral blowing, combustion including the presence of residual particles and scaling, are analyzed. The study of the lateral blowing impact has been performed following two approaches. The first one, based on unsteady numerical simulations, demonstrates the strong stabilizing effect of the lateral blowing. The second one, based on local linear stability analysis enables first to recover the instability characteristics and second to capture the stabilization of the mixing layer by the increase of the lateral blowing. This work led to the development, in collaboration with Thibault Bridel-Bertomeu [27], of a linear stability tool, validated on several configurations, which enables to study the stability of any axisymmetric velocity mean profile and to evaluate the risk of generating a hydrodynamic instability. Adding burning aluminum particles has shown the complex role of the residual particles on the vortex structures. Particles behavior and their impact are driven by their Stokes number. Particles can have a stabilizing or a destabilizing impact on the instability. In the reduced scale configuration particles have a stabilizing impact by destroying the vortex structures. The scaling impact is then studied with a without particles. In purely gaseous configuration, the results obtained at reduced scale can be used directly at real scale as all the characteristics of the instability are preserved. This perfect scaling is guaranteed by the conservation of the Strouhal number of the instability. However, with particles, the scaling modifies the Stokes number and consequently modifies the particles impact on the mixing layer. At real scale, particles amplify velocity oscillations in some flow regions.

This thesis contributes to the development of the fundamental knowledge on a given hydrodynamic instability in solid rocket motor flow : the angle vortex-shedding (VSA). Methods and tools developed in this word provide a strong basis to the study of this kind of phenomenon in academic configurations as well as industrial ones.

Table des matières

Notations utilisées **16**

Introduction générale **17**

1 Introduction **19**
1.1 Principe de fonctionnement d'un moteur à propergol solide . . . 20
1.1.1 Structure et fonctionnement du moteur . . . 20
1.1.2 Balistique interne . . . 21
1.1.3 Combustion et formulation du propergol . . . 23
1.2 La phase dispersée . . . 24
1.2.1 Phénoménologie d'une particule d'aluminium . . . 25
1.2.2 Les phénomènes pris en compte dans ces travaux de thèse . . . 28
1.3 L'écoulement dans un moteur à propergol solide . . . 29
1.3.1 Ecoulement de Taylor-Culick . . . 29
1.3.2 Les instabilités de fonctionnement . . . 29
1.3.3 Impact de la phase dispersée sur les instabilités . . . 35
1.4 Le VSA, une instabilité à étudier plus en profondeur . . . 37

I Méthodes et Modèles **39**

2 Simulations numériques instationnaires : modèles et équations **41**
2.1 Modélisation de la phase gazeuse . . . 42
2.1.1 Système d'équations de la LES . . . 42
2.1.2 Modélisation du transport de diffusion des espèces et du flux d'énergie . . . 43
2.1.3 Modélisation des coefficients de transport . . . 44
2.1.4 Les modèles de turbulence en LES . . . 44
2.1.5 Fermeture du transport de sous-maille pour les espèces et l'énergie . . . 46
2.2 Modélisation de la phase dispersée . . . 47
2.2.1 Le formalisme Lagrangien . . . 47
2.2.2 Système d'équations du formalisme Lagrangien . . . 47
2.2.3 Interaction entre la phase porteuse et la phase dispersée . . . 48
2.2.4 Dynamique d'une particule isolée . . . 48
2.3 Développements dans le solveur Lagrangien d'AVBP . . . 51
2.3.1 Injection de particules sur un bord du domaine de calcul . . . 51
2.3.2 Modélisation de la combustion des particules d'aluminium . . . 55

3 Stabilité linéaire : équations et méthodes numériques **67**
3.1 Principe et équations . . . 68
3.1.1 Méthode des petites perturbations . . . 68
3.1.2 Modes normaux . . . 68
3.1.3 Relation de dispersion . . . 69
3.1.4 Problème aux valeurs propres . . . 70
3.2 Application au problème de Navier-Stokes . . . 70

3.2.1 Méthode des petites perturbations . . . 70
3.2.2 Discrétisation du problème aux valeurs propres . . . 70
3.2.3 Conditions limites . . . 72
3.3 Méthodes numériques . . . 72
3.3.1 Méthode de spectre . . . 73
3.3.2 Méthode de suivi . . . 74
3.3.3 Méthode de décomposition du domaine . . . 75
3.4 AVLP : code de stabilité linéaire . . . 77
3.4.1 Présentation du code . . . 77
3.4.2 Validation sur l'écoulement de Taylor-Culick . . . 78

II Applications 81

4 Introduction 83
4.1 Configuration . . . 84
4.2 Domaine de calcul . . . 85
4.3 Définition des conditions limites . . . 85
4.4 Les différents mécanismes influant le VSA . . . 87

5 Impact du soufflage latéral sur le VSA 89
5.1 Etude du VSA par simulation numérique aux grandes échelles . . . 90
5.1.1 Géométrie et paramètres physiques . . . 90
5.1.2 Modèle numérique . . . 91
5.1.3 Les différents cas étudiés . . . 92
5.1.4 Description du VSA sur le cas R020 . . . 92
5.1.5 Modification des champs instantanés par le soufflage latéral . . . 97
5.1.6 Analyse fréquentielle . . . 101
5.2 Etudes de stabilité linéaire . . . 102
5.2.1 Étude de l'instabilité pour le cas R030 . . . 102
5.2.2 Impact du soufflage latéral sur la stabilité linéaire des profils de vitesse . . . 110
5.3 Résumé de l'analyse de l'impact du soufflage . . . 112

6 Impact des particules d'aluminium réactives 113
6.1 Géométrie et mise en oeuvre numérique . . . 114
6.1.1 Géométrie . . . 114
6.1.2 Paramètres numériques de référence . . . 114
6.1.3 Discrétisation spatiale de référence . . . 115
6.1.4 Détails des calculs . . . 115
6.2 Mise en données de la simulation monophasique . . . 115
6.3 Mise en données de la simulation diphasique . . . 116
6.3.1 Conditions limites de propergol . . . 116
6.3.2 Condition limite amont . . . 117
6.4 Comparaisons des résultats monophasiques et diphasiques . . . 119
6.4.1 Comparaisons qualitatives . . . 119
6.4.2 Comparaisons quantitatives . . . 121
6.5 Impact des particules dans la couche de mélange . . . 124
6.5.1 Impact du transfert de masse et d'énergie thermique . . . 124
6.5.2 Impact du transfert de quantité de mouvement . . . 126
6.6 Résumé de l'analyse de l'impact des particules . . . 139
6.7 Impact des choix de modélisation . . . 140
6.7.1 Impact de la discrétisation spatiale . . . 140
6.7.2 Impact du schéma numérique . . . 143
6.7.3 Impact de l'injection de turbulence . . . 145
6.7.4 Impact du modèle de sous-maille . . . 147
6.7.5 Résumé de l'analyse de l'impact des choix de modélisation . . . 149
6.8 Coût de calcul des simulations . . . 150

7 Impact de la mise à l'échelle **151**
7.1 Géométrie, mise en œuvre numérique et point de fonctionnement 152
7.2 Maillage 152
7.3 Impact de la mise à l'échelle sur les nombres sans dimension 153
7.3.1 Nombre de Reynolds 153
7.3.2 Nombre de Strouhal 154
7.3.3 Nombre de Stokes 154
7.4 Impact sur l'instabilité en gaz seul 155
7.4.1 Modification du nombre de Reynolds : conservation des profils moyens 155
7.4.2 Conservation du nombre de Strouhal : conservation des modes instables 157
7.5 Impact sur l'instabilité en présence de particules d'aluminium 158
7.5.1 Fréquences et amplitudes de l'instabilité 158
7.5.2 Modification de la dispersion des particules 159
7.5.3 Impact sur le transfert d'énergie entre les particules et le gaz. 160
7.6 Coût de calcul des simulations 163
7.7 Résumé de l'analyse de l'impact de la mise à l'échelle 164

8 Conclusion **165**

A Papier de la conférence Space Propulsion 2016 **177**

Liste des symboles

Abréviations

Al	Aluminium
ASL	Airbus Safran Launchers
CVS	Corner Vortex Shedding
DMD	Dynamic Mode Decomposition
DNS	Direct Numerical Simulation
FFT	Fast Fourier Transform
ITHAC	Instabilité THermo-ACoustique
LES	Large Eddy Simulation
LW	Lax-Wendroff
MPS	Moteur à Propergol Solide
NSCBC	Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions
ODP	Oscillations De Pression
PA	Perchlorate d'Ammonium
PDF	Probability Density Function
PT	Protection Thermique
PBHT	PolyButadiène HydroxyTéléchélique
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
R&T	Recherche & Technologie
SMD	Sauter Mean Diameter
THI	Turbulence Homogène Isotrope
TTG	Two step Taylor Galerkin
VSA	Vortex Shedding d'Angle
VSO	Vortex Shedding d'Obstable
VSP	Vortex Shedding Parietal
WALE	Wall adapting Linear Eddy

Lettres grecques

α_i	Taux de croissance spatial
α_r	Nombre d'onde longitudinal
λ	Coefficient de diffusion thermique
δ	Épaisseur de la couche de mélange
δ_{res}	Coefficient intervenant dans la définition de β
β	Valeur constante du rapport entre diamètre initial et diamètre résiduel d'une particule d'aluminium
ΔU	Différence de vitesse de part et d'autre de la couche de mélange
μ_f	Viscosité dynamique du gaz
μ_t	Viscosité dynamique turbulente
ν_t	Viscosité cinématique turbulente
ω, ω_r	Fréquence angulaire (pour $\omega \in \mathbb{R}$)
ω_i	Taux de croissance temporel
Π_g	Terme source d'énergie côté gaz
ϕ^r	Flux de chaleur radiatif

ϕ^{cv}	Flux de chaleur convectif
ϕ^{c}	Flux de chaleur conductif
φ	Phase
ρ_{inj}	Masse volumique des gaz de propergol injectés à la paroi
ρ_p	Masse volumique des particules
ρ_{prop}	Masse volumique du propergol
ρ	Masse volumique du fluide considéré
τ_c	Temps caractéristique de combustion d'une particule d'aluminium
τ_p	Temps de relaxation dynamique d'une particule
τ_f	Temps caractéristique de l'écoulement porteur

Lettres latines

A_p	Surface de la particule
A_t	Surface au col de la tuyère
$B_{O,T}$	Nombre de Spalding thermique
$b, b_{O,T}$	Variable de Shacb-Zel'dovich
B_T	Nombre de Spalding thermique
c	Variable d'avancement globale
C_D	Coefficient de trainée
C_p	Capacité calorifique à pression constante
$\mathscr{D}$	Coefficient de diffusion de la vapeur
d_p	Diamètre
$\mathcal{D}/\mathcal{D}t$	Dérivée particulaire
$\bar{f}$	Partie moyenne de la quantité Q
$\vec{F}_D$	Force de traînée d'une particule
$\widetilde{f}$	Moyenne de Favre ($\widetilde{Q} = \overline{\rho Q}/\bar{\rho}$)
f	Partie fluctuante de la quantité Q
$\hat{f}$	Fonction d'amplitude (ou vecteur propre) de la quantité Q
h	Enthalpie
C_σ	Constante du modèle de turbulence Sigma
C_k, C_K	Constantes de Kolmogorov
C_S	Constante de Smagorinsky
C_F	Coefficient de poussée
C_w	Constante du modèle de turbulence WALE
d_p	Diamètre d'une particule
$E_{D,*}^{l\to g}$	Énergie résultante de la force de trainée que les particules imposent au gaz
$\bar{E}_{D,*}^{l\to g}$	Énergie résultante de la force de trainée que les particules imposent au gaz moyennée radialement
F	Poussée du moteur
F_D	Force de trainée d'une particule
f	Fréquence
f_M	Fréquence la plus instable
K	Coefficient de serrage
$\mathscr{L}$	Nombre de Lewis
L_v	Chaleur latente de vaporisation
m	Nombre d'onde azimutal
n	n-factor, facteur d'amplification
M_{gaz}	Masse moléculaire des gaz de propergol
m_p	Masse d'une particule
$\dot{m}$	Débit massique
Nu	Nombre de Nusselt
P	Pression
P_c	Pression dans la chambre du moteur
P_r	Nombre de Prandtl
$\dot{q}_r$	Chaleur de réaction par kilogramme
R	Constante des gaz parfait
$\mathcal{R}_e$	Nombre de Reynolds
$\mathcal{R}_{e_p}$	Nombre de Reynolds particulaire

S_c	Nombre de Schmidt
S_h	Nombre de Sherwood
$S_{l\rightarrow g}$	Terme source du liquide vers le gaz
S_{tr}	Nombre de Strouhal
S_t	Nombre de Stokes
St_a	Nombre de Stokes acoustique
$\tilde{S_{ij}}$	Taux de déformation imposée aux échelle résolues
T_c	Température dans la chambre du moteur
S_b	Surface du propergol en combustion
V_c	Vitesse de régression du propergol
V_g	Vitesse de groupe
V_{inj}	Vitesse d'injection des gaz de propergol
X_k	Fraction molaire de l'espèce k

Indices

g	Variable associée à la phase gazeuse
i	Partie imaginaire d'une variable
l	Variable associée à la phase liquide
p	Variable associée à la particule
r	Partie réelle d'une variable
TC	Variable associée aux profils de Taylor-Culick
RD	Désigne la géométrie à échelle réduite
RL	Désigne la géométrie à échelle réelle
x	Variable associée à la coordonnée axiale
r	Variable associée à la coordonnée radiale
θ	Variable associée à la coordonnée tangentielle
s	Variable évaluée à la surface de la goutte
∞	Variable évaluée au champ lointain, considéré à l'infini

Exposants

$*$	Variable adimentionnée

Introduction générale

Les moteurs à propulsion solide des lanceurs spatiaux peuvent générer des vibrations susceptibles d'endommager les satellites embarqués, vibrations qui imposent l'emploi de systèmes amortissants ou filtrants, lourds et coûteux. Ce problème connu sous le terme d'oscillations de pression (ODP) peut être intégré au sens large dans le domaine des instabilités de combustion dont peuvent souffrir les systèmes propulsifs. Les ODP sont un enjeu majeur dans la conception des moteurs à propergol solide, car de faibles oscillations de pression (ODP) dans la chambre entraînent des oscillations de poussée notables. C'est pourquoi, dès sa mise en évidence au cours de la seconde guerre mondiale, ce phénomène a été la source de nombreuses études aussi bien dans le domaine spatial que militaire.

Ce phénomène est devenu rémanent et gênant lors du développement de boosters de grandes tailles, que ce soit du côté américain avec le SRMU (Solid Rocket Motor Upgrade) du lanceur Titan IV ou le SRB (Solid Rocket Booster) de la navette spatiale, ou bien du côté français avec les boosters d'Ariane 5.

Les américains ont été les premiers à constater que leurs moteurs présentaient de forts niveaux de fluctuations de poussée corrélées à des fluctuations de pression dont la fréquence était autour des premiers modes acoustiques longitudinaux. De cette constatation, des auteurs comme Culick [55] ou Flandro [77] ont réalisé de nombreux travaux, permettant d'appréhender ces instabilités, en développant des méthodes relativement simples, basées sur des bilans acoustiques linéaires. Finalement, ces diverses études ont mis en évidence un nouveau phénomène déstabilisant : les émissions tourbillonnaires. Les auteurs dont Brown [29] ont alors attribué l'origine des oscillations de leurs moteurs au couplage entre ces émissions tourbillonnaires et les modes acoustiques longitudinaux de la chambre.

Du côté français, lors du développement du booster P230 d'Ariane 5 et à la vue de ces résultats américains, un vaste programme de recherche financé par le CNES et coordonné par l'ONERA a vu le jour : le programme ASSM/POP. Ce programme lancé en 1990, soit 3 ans avant le premier essai au banc du P230 et 6 ans avant le premier lancement d'Ariane 5, avait pour objectifs généraux la compréhension et la prévision des phénomènes liés au fonctionnement d'un moteur à propergol solide tel que le P230..

Ce programme a été la source de nombreux travaux permettant d'améliorer considérablement la compréhension des causes des oscillations de pression. Grâce à la simulation numérique, Vuillot [198] ou Guéry [98] ont alors permis de mettre en évidence la présence de détachements tourbillonnaires se couplant avec l'acoustique du moteur, générant ainsi des ODP. Plusieurs types de détachements tourbillonnaires ont été mis en évidence : le Vortex Shedding d'Angle (VSA) se formant au niveau d'une rupture géométrique notamment à l'arrière du moteur, le Vortex Shedding d'Obstacle (VSO) généré par des obstacles tels que les protections thermiques de face présentes entre les segments de propergol et le Vortex Shedding Parietal (VSP) se développant le long des blocs de propergol.

De plus, Gallier et al. [78] ont par la suite compris et expliqué que les particules d'aluminium contenues dans le propergol pouvaient avoir un rôle déterminant dans la stabilité du moteur. En effet, certains propergols sont chargés en particules d'aluminium afin d'augmenter fortement les performances du moteur. Lorsque le propergol brûle, ces particules sont lâchées dans l'écoulement et entrent en combustion plus ou moins proche de la surface du propergol. La présence de cette phase dispersée réactive peut alors avoir des conséquences non négligeables sur le fonctionnement du moteur et sa stabilité.

La géométrie du P230 a fait du VSP et du VSO des phénomènes largement étudiés dans le programme ASSM/POP. En revanche, le VSA et notamment son couplage avec une phase dispersée réactive restent mal connus. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce travail de recherche, dont l'objectif est l'amélioration de la compréhension du phénomène de VSA en présence d'une phase dispersée réactive, ainsi que l'influence de la géométrie moteur.

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Principe de fonctionnement d'un moteur à propergol solide 20
1.1.1 Structure et fonctionnement du moteur 20
1.1.2 Balistique interne 21
1.1.3 Combustion et formulation du propergol 23
1.2 La phase dispersée 24
1.2.1 Phénoménologie d'une particule d'aluminium 25
1.2.1.1 Oxydation des gouttes avant incorporation dans le propergol 25
1.2.1.2 Agglomération des particules 25
1.2.1.3 Allumage et combustion 26
1.2.1.4 Productions des résidus et fumées d'alumine 28
1.2.2 Les phénomènes pris en compte dans ces travaux de thèse 28
1.3 L'écoulement dans un moteur à propergol solide 29
1.3.1 Ecoulement de Taylor-Culick 29
1.3.2 Les instabilités de fonctionnement 29
1.3.2.1 Les instabilités de combustion 30
1.3.2.2 Les instabilités hydrodynamiques 32
1.3.3 Impact de la phase dispersée sur les instabilités 35
1.3.3.1 Impact des particules inertes 35
1.3.3.2 Impact des particules en combustion 36
1.4 Le VSA, une instabilité à étudier plus en profondeur 37

Ce chapitre a pour but de préciser le contexte de l'étude, à savoir les instabilités hydrodynamiques et les écoulements diphasiques rencontrés dans les chambres de combustion des moteurs à propergol solide (MPS).

Il débute par une description sommaire d'un MPS et de son fonctionnement afin de fournir les principaux éléments nécessaires à la bonne compréhension de la problématique. Après une description de la composition et de la combustion du propergol, la caractérisation de la phase dispersée est présentée. La combustion atypique des particules d'aluminium est alors mise en évidence via une description succincte des étapes clefs de ce phénomène complexe. Une revue des instabilités identifiées dans les MPS permet ensuite de situer et de définir l'instabilité étudiée dans ce travail.

1.1 Principe de fonctionnement d'un moteur à propergol solide

Le fonctionnement d'un moteur à propergol solide est basé sur la troisième loi de Newton, à savoir le principe d'action/réaction. Ce principe qui reste valable même dans le vide est la clé des voyages dans l'espace. La poussée générée par un moteur résulte de l'éjection à une vitesse élevée d'une partie de sa masse propre. Cette masse éjectée correspond aux gaz issus de la combustion du propergol contenu dans le moteur. Ces gaz sont ensuite accélérés et détendus à travers une tuyère dont le rôle est de transformer l'énergie thermique produite par la combustion en énergie cinétique.

Une rapide description de la structure générale d'un moteur permettra d'introduire quelques grands principes de balistique interne avant de s'intéresser aux caractéristiques du propergol.

1.1.1 Structure et fonctionnement du moteur

Un moteur à propergol solide est schématiquement composé d'une structure, généralement faite de métal ou de matériaux composites, au bout de laquelle est fixée une tuyère (cf. Figure 1.1). Cette structure, chargée du propergol, est protégée par des protections thermiques internes permettant de réduire les importants flux de chaleurs provenant de la combustion du propergol. Le système d'allumage, généralement composé d'une petite charge de propergol, allumé par un système électrique, permet de fournir l'énergie nécessaire à l'amorçage de la combustion de la charge principale.

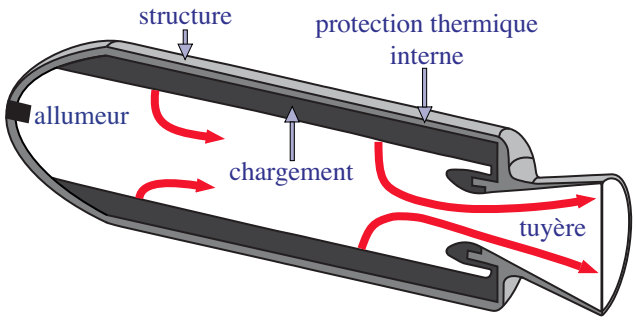


FIGURE 1.1 – Structure générale d'un moteur à propergol solide.

Le propergol se présente sous la forme d'un matériau dont l'aspect ressemble à celui d'une gomme. Ce propergol, composé de substances oxydantes et réductrices est coulé directement dans une virole métallique ou composite. Sa combustion ne nécessite pas d'apport d'oxygène externe, toutes les molécules nécessaires sont pré-mélangées lors de sa fabrication. La réaction chimique de décomposition de ces molécules libère une importante quantité d'énergie avec un grand volume de gaz chauds. En fonctionnement, les températures avoisinent les 3500K pour des pressions allant de 5 à 10 MPa et ce sur des temps de combustion de quelques secondes à quelques minutes. Dans le cas du lanceur Ariane 5, les deux moteurs à propergol solide (P230) fournissent plus de 90% de la poussée nécessaire au décollage.

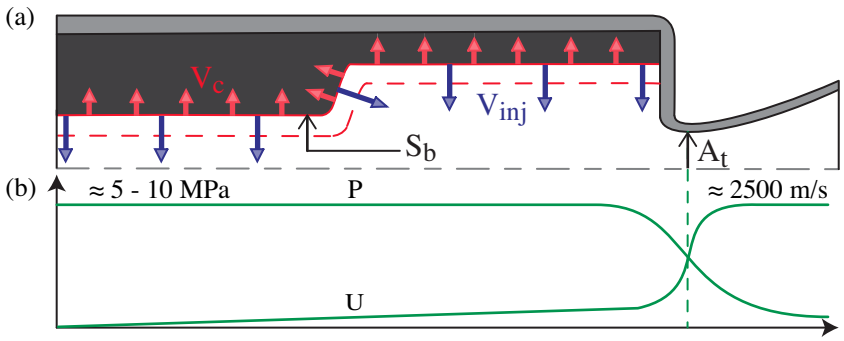


FIGURE 1.2 – Schématisation de la régression du propergol avec visualisation de la vitesse de régression (flèches rouges) et vitesse de la vitesse d'éjection des gaz (flèches bleues) (a). Courbes de pression et de vitesse des gaz dans la chambre (b).

En fonctionnement normal, la combustion du propergol s'effectue par couches parallèles avec une vitesse de régression V_c de l'ordre de quelques millimètres par seconde. Les produits issus de cette combustion sont donc

injectés dans la chambre avec un vecteur vitesse V_{inj} normal à la surface en combustion, comme schématisé sur la Figure 1.2. Ces gaz sont ensuite accélérés puis détendus par une tuyère permettant de créer leur effet propulsif.

1.1.2 Balistique interne

Les notions de balistique interne développées ici ont comme seul objectif de fixer les idées sur les phénomènes se déroulant dans la chambre conduisant à l'éjection des gaz de combustion. Ces notions simples ont été majoritairement extraites des travaux de Simoes [172] ; pour plus de détails le lecteur pourra se référer aux travaux de Gossant [93] ou de Lucas [124].

Le choix du type de propergol ainsi que la géométrie du moteur sont réalisés de façon à satisfaire l'évolution temporelle de poussée nécessaire pour répondre aux besoins de la mission à accomplir (sortie de l'atmosphère, mise en orbite, etc). Par exemple pour le P230 d'Ariane 5 l'allure de la consigne temporelle de la pression est présentée Figure 1.3.



FIGURE 1.3 – Evolution temporelle de la pression pour le P230 d'Ariane 5.

La poussée est la résultante des forces de pression exercées sur les surfaces internes et externes du propulseur, par les gaz de combustion et la pression ambiante respectivement. Cette poussée augmente donc quand la pression externe diminue, et est maximale dans le vide.

En régime quasi-stationnaire, la poussée peut être exprimée par l'Eq. (1.1).

$$F = C_F P_c A_t \tag{1.1}$$

où P_c est la pression dans la chambre, A_t la surface de la section au col de la tuyère et C_F est un paramètre sans dimension, appelé coefficient de poussée. Ce dernier traduit l'efficacité de la tuyère et dépend des propriétés des gaz en combustion (coefficient isentropique, du rapport des sections A_s/A_t (avec A_s l'aire de la section de la tuyère en sortie) et du rapport de pression P_c/P_a (avec P_a la pression extérieure). L'expression du coefficient de poussée C_F peut être trouvé dans l'ouvrage de Sutton et Biblarz [181].

Dans les conditions nominales et pour de nombreux propergols, la vitesse de régression du propergol V_c, de l'ordre de la dizaine de mm/s, (Figure 1.2) peut être exprimée grâce à la loi de Paul Vieille ou de Saint-Robert Eq. (1.2).

$$V_c = a {P_c}^n \tag{1.2}$$

où a est un coefficient qui ne dépend que de la température initiale du propergol et n l'exposant de pression généralement compris entre 0.3 et 0.7 [191].

Le débit gazeux éjecté par la tuyère $\dot{m}_{tuyère}$ est égal au débit gazeux généré par la combustion $\dot{m}_{comb}$, noté $\dot{m}$ et défini par l'Eq. (1.3).

$$\dot{m}_{tuyère} = C_D P_c A_t = \dot{m}_{comb} = \rho_{prop} V_c S_b = \dot{m} \tag{1.3}$$

où C_D est le coefficient de débit défini par l'Eq. (1.4) qui, pour un gaz parfait et dans une approche théorique simplifiée, ne dépend que de la nature et de la température des gaz qui passent par la tuyère ; ρ_{prop} est la masse volumique du propergol et S_b la surface du propergol en combustion.

$$C_D = f(\gamma_{gaz}) \sqrt{\frac{M_{gaz}}{R T_c}} \tag{1.4}$$

où T_c est la température de combustion des gaz, R la constante des gaz parfaits ($R = 8.134\ \mathrm{J/K/mol}$) et M_{gaz} la masse molaire moyenne des gaz.

On a également :

$$\rho_{prop} V_c = \rho_{inj} V_{inj} \tag{1.5}$$

où ρ_{inj} est la masse volumique à l'injection et V_{inj} la vitesse d'injection des gaz issus du propergol.

L'Eq. (1.3) souligne que la variation de la pression dans la chambre est directement proportionnelle à la surface en combustion. En effet, augmenter la surface en combustion S_b augmente le débit gazeux $\dot{m}$, ce qui conduit à une pression dans la chambre P_c plus élevée.

En introduisant le coefficient $C^\star$, défini comme l'inverse du coefficient de débit, les Eq. (1.1) et Eq. (1.3) permettent d'obtenir la relation Eq. (1.6).

$$F = \dot{m} C_F C^\star \tag{1.6}$$

L'Eq. (1.6), fondamentale dans les applications propulsives, permet de différencier la poussée générée respectivement par le débit gazeux $\dot{m}$, les conditions de détente de la tuyère C_F et par le potentiel énergétique du propergol $C^\star$. La pression de fonctionnement d'un moteur est la pression qui permet d'évacuer par la tuyère le débit produit par la combustion. D'après les Eq. (1.2) et Eq. (1.3) elle peut s'exprimer par l'Eq. (1.7). Elle correspond à l'unique point de fonctionnement défini, dans un diagramme débit-pression, à l'intersection entre la loi de combustion Eq. (1.2) et le bilan de masse Eq. (1.3), comme schématisé sur la Figure 1.4.

$$P_c = \left(\rho_{prop} a C^\star \frac{S_b}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-n}} \tag{1.7}$$

De cette équation découle le fait qu'il ne peut y avoir de point de fonctionnement stable que pour des exposants de vitesse $n < 1$. En pratique, on cherche souvent à obtenir un exposant inférieur à 0.7.

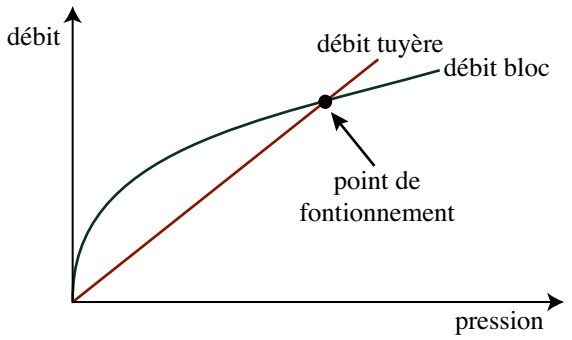


FIGURE 1.4 – Point de fonctionnement d'un moteur.

La combustion du propergol induit une variation de la géométrie du moteur en fonction du temps. Ce phénomène est caractérisé par un paramètre appelé "serrage", ou Klemmung en allemand, et noté K. Cette variable, fonction du temps, est définie par le rapport entre la surface en combustion et la surface au col de la tuyère, selon l'équation suivante :

$$K = \frac{S_b}{A_t} \tag{1.8}$$

Ainsi une variation du serrage, qu'elle soit intentionnelle afin de respecter une courbe de poussée, ou bien accidentelle, conduit à la modification du point de fonctionnement défini par une nouvelle pression P_c' et une nouvelle vitesse de combustion V_c' (cf. Figure 1.5).

Bien que la poussée d'un MPS (Moteur à Propergol Solide) ne puisse pas être modulée en temps réel, elle peut être définie lors de la conception en jouant sur le débit des gaz produits. Des propergols multi-compositions permettent d'obtenir des vitesses de régression du bloc différentes à différents instants du tir, mais le débit des gaz produits est plus couramment contrôlé en adaptant la surface de combustion, comme soulignée par l'Eq. (1.3). C'est alors en travaillant sur la géométrie du bloc de propergol que les consignes de poussée sont respectées. Des exemples de géométrie interne et leur loi de poussée associée sont données dans la Figure 1.6. On peut rencontrer des formes cylindriques, coniques, mais aussi des formes plus complexes en étoiles à N branches. En fonction des géométries choisies, trois types de combustion et d'évolution de pression au cours du temps sont possibles :

— la combustion progressive où la surface et la pression ne cessent d'augmenter,

— la combustion neutre où la surface et la pression sont constantes,

— la combustion régressive où la surface et la pression diminuent.

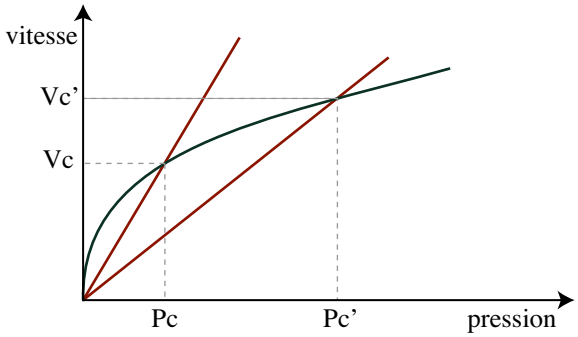


FIGURE 1.5 – Modification du point de fonctionnement due au coefficient de serrage K.

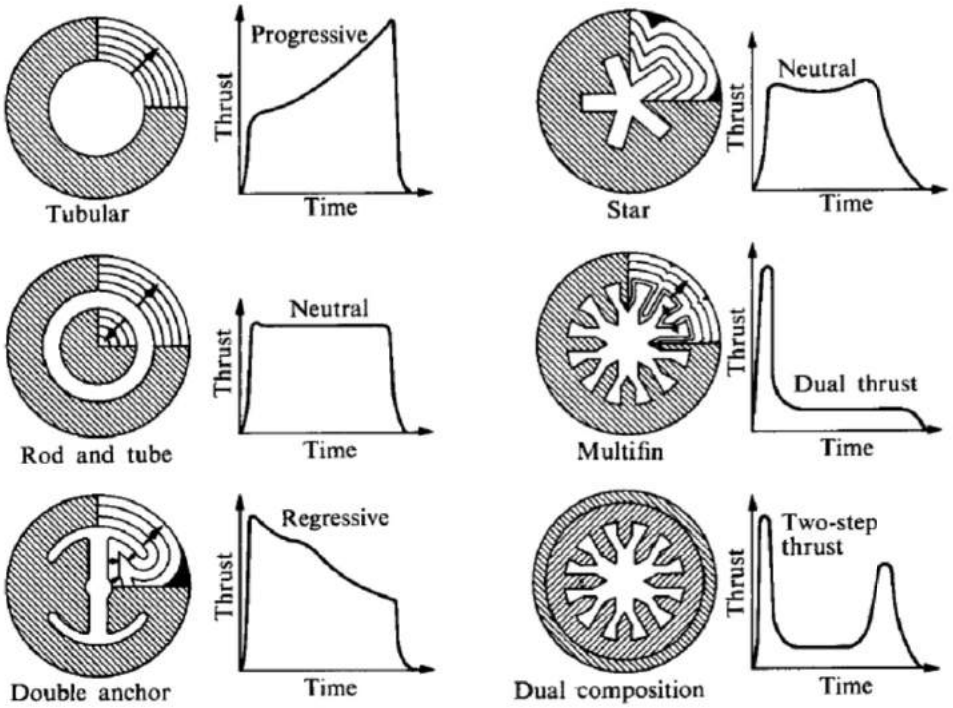


FIGURE 1.6 – Exemples de géométrie de blocs de propergol et leur loi de poussée associée d'après les travaux de Shafer [168].

1.1.3 Combustion et formulation du propergol

La formulation du propergol doit permettre d'emmagasiner un maximum d'énergie, de minimiser les réactions parasites durant le stockage, de dégager de l'énergie par sa combustion à une vitesse de régression donnée et de garantir des propriétés mécaniques adéquates aussi bien dans la phase de moulage que de combustion. Les progergols utilisés pour les lanceurs spatiaux actuels sont constitués d'un mélange hétérogène de charges oxydantes, le comburant, se présentant sous la forme de grains dont la cohésion est assurée par un liant. Ce dernier doit être compatible avec l'oxydant mais aussi supporter des contraintes mécaniques importantes lors du tir. La Butalane ®, notamment utilisée dans le P230, est composée de polybutadiène hydroxytéléchélique comme liant (PBHT), de grains de perchlorate d'ammonium (PA) et de particules d'aluminium (Al) comme schématisé sur la Figure 1.7. Une formulation non aluminisée de la Butalane ®existe également sous le nom de Butalite.

La combustion de propergol composite de type PA/PBHT génère deux systèmes de flammes complexes, schématisés d'après les travaux de Glorian [88] sur la Figure 1.8. La première flamme située à quelques micromètres de la surface est une flamme de prémélange du PA. La deuxième, située à environ 100 µm est une flamme de

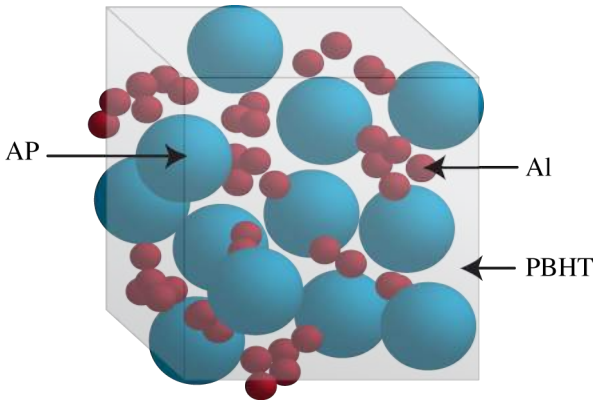


FIGURE 1.7 – Illustration 3D de la composition d'une Butalane avec Al : Aluminium, AP : perchlorate d'ammonium et PBHT : polybutadiène hydroxytéléchélique.

diffusion entre les produits oxydants générés par la dégradation du PA et les hydrocarbures réducteurs dégagés par le liant PBHT. La température adiabatique de flamme pour un propergol non aluminisé contenant environ 80 % de PA est de l'ordre de 2300 K. A cette température, les produits finaux de décomposition du propergol présents dans la phase gazeuse sont principalement N_2, H_2O, CO, CO_2, H_2 et HCl.

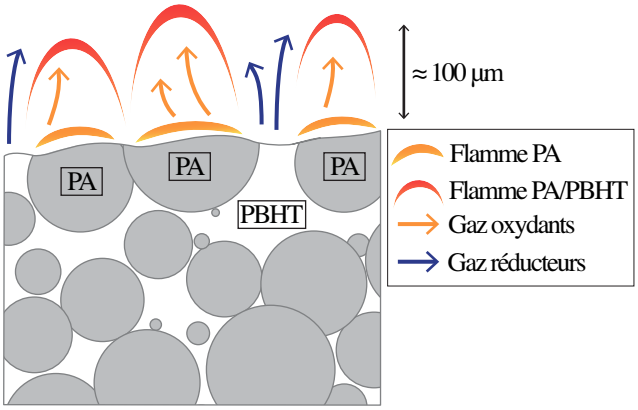


FIGURE 1.8 – Schéma de la combustion d'un propergol composition de type PA/PBHT d'après Glorian [88].

L'utilisation d'aluminium est essentiellement motivée par son fort potentiel énergétique qui permet d'augmenter la température de la chambre d'environ 1000 K conduisant ainsi à des températures aux alentours de 3500 K contre 2500 K sans aluminium. La combustion des particules d'aluminium permet donc un apport d'énergie considérable. Cependant l'aluminium possède une combustion complexe et soulève de nombreux problèmes. En effet, toutes les particules d'aluminium ne brûlent pas en proche paroi comme les autres composants mais sur une distance plus importante. On parle de combustion distribuée, mise en évidence notamment par Beckstead [16] ou Brooks et Beckstead [28]. De plus, la combustion d'une particule génère un résidu d'alumine liquide Al_2O_3 inerte, transporté dans le moteur, qui peut entraîner des perturbations de l'écoulement.

1.2 La phase dispersée

La phase dispersée présente dans un moteur à propergol solide vient donc de la présence d'aluminium dans la composition du propergol. Elle est constituée de particules d'aluminium en combustion et de particules d'alumine inertes produites par cette combustion. L'évolution d'une particule d'aluminium dans un moteur à propergol solide est extrêmement complexe. Des décennies de recherche ont été consacrées à ce sujet et pourtant l'intégralité des phénomènes qui interviennent dans ce processus n'est toujours pas parfaitement comprise ni modélisée et fait encore l'objet de travaux de recherche. Parmi ces nombreuses études, on peut citer par exemple les travaux de Brooks et Beckstead [28], Widener et Beckstead [205], Burton et al. [31], Fabignon et al. [73], Beckstead [16, 18, 20], Washburn et al. [201] ou encore Gallier et al [80, 82]. Ces travaux ont permis d'élaborer un mécanisme détaillé dont les principaux points sont présentés dans la suite de cette section.

Tout d'abord, le scénario global peut être décrit comme suit : les particules micrométriques quittent la surface du propergol et sont soit directement éjectées dans la chambre, soit agglomérées en proche surface jusqu'à atteindre des diamètres nettement plus importants. Dans ce le cas du propergol d'Ariane 5, les agglomérats représentent environ 30 $\%$ des particules éjectées. La combustion de ces agglomérats génère des fumées d'alumine de petite taille (environ 1 μm) ainsi que des résidus d'alumine liquide de plus grosse taille de l'ordre de 10 μm qui sont transportés par l'écoulement jusqu'à leur évacuation par la tuyère. Chacune des ces étapes est illustrée dans la Figure 1.9.

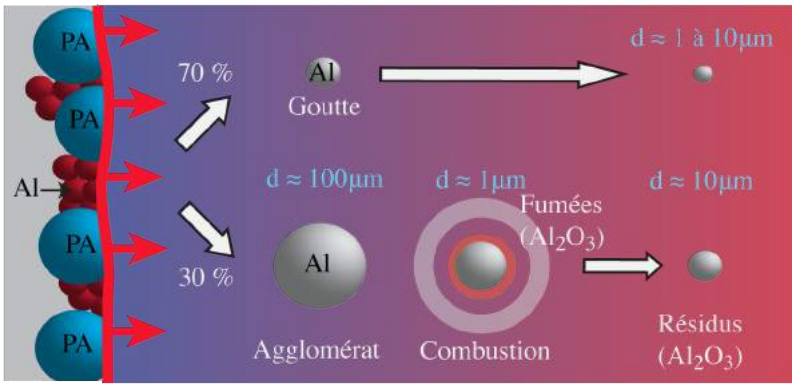


FIGURE 1.9 – Schéma de l'évolution d'une particule d'aluminium dans un moteur d'après Glorian [88], pour le propergol d'Ariane 5.

1.2.1 Phénoménologie d'une particule d'aluminium

Dans cette section, chaque étape importante dans l'évolution d'une particule d'aluminium est décrite plus en détail.

1.2.1.1 Oxydation des gouttes avant incorporation dans le propergol

La fabrication des particules d'aluminium est déjà un processus complexe. Dans une atmosphère pauvre en O_2, elle résulte de l'atomisation et du refroidissement de gouttes d'aluminium. Mais de par leur forte réactivité, elles s'oxydent, et une fine couche d'alumine non poreuse se forme en surface dont l'épaisseur est estimée à 3 nm par Yetter et al. [210]. Cette épaisseur reste constante quelle que soit la taille de la particule, expliquant la faible fraction massique d'alumine pour des charges composées de particules micrométriques. En revanche, les nouvelles poudres composées de particules nanométriques (Meda et al. [135], Mench et al. [139], Trubert et al. [190], Yetter et al. [210]), développées dans le but de réduire au maximum la taille et donc le temps de relaxation des particules, ont une fraction massique d'alumine plus grande. L'alumine inerte n'ayant aucun apport énergétique, sa masse est perdue pour le moteur.

L'oxydation des particules d'aluminium lors de leur fabrication est un sujet de recherche actif. Gouriet et al. [95] ou encore Ait Atmane [2] proposent des solutions afin de réduire cette oxydation. Il est par exemple proposé d'enrober les particules de polymères pour supprimer leur réactivité.

1.2.1.2 Agglomération des particules

La combustion des grains de PA élève la température de surface du propergol à une température proche de 1400 K, température de la flamme de prémélange. De ce fait, les particules d'aluminium recouvertes d'alumine s'échauffent. Une fois que la température atteint celle de fusion de l'aluminium (933 K), le coeur d'aluminium devient liquide. La température de fusion de l'alumine étant bien plus élevée (environ 2327 K), la couche protectrice demeure solide empêchant toute réaction. Cependant, la dilatation thermique de l'aluminium, dont le coefficient thermique est environ sept fois supérieur à celui de l'alumine, fissure la couche d'alumine protectrice et expose l'aluminium liquide à l'oxygène issu de la décomposition des grains de PA. C'est à ce moment que des particules voisines se regroupent et se "collent" pour former des paquets de particules appelés agrégats. Les particules qui composent ces agrégats fusionnent ensuite entre elles : c'est le phénomène d'agglomération (cf. Figure 1.10).

L'agglomération dépend fortement de l'arrangement des particules du propergol mais tous les mécanismes sont encore mal compris, les conditions au sein d'un MPS ne facilitant pas les observations. Gany et Caveny [83], grâce

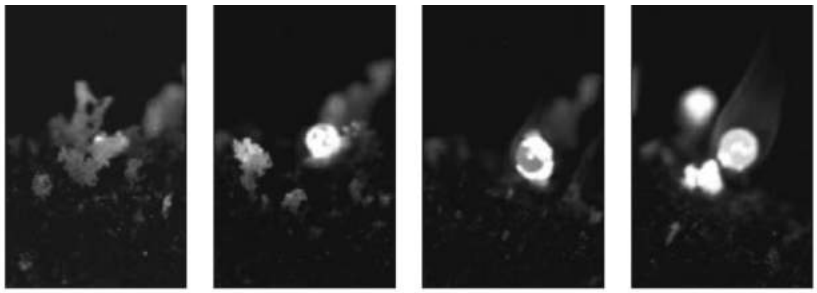


FIGURE 1.10 – Visualisation d'une séquence d'agglomération d'un propergol de type AP/HTBP/Al d'après les travaux de Maggi [127].

à des simulations numériques mettent en évidence que l'agglomération est favorisée pour les particules de petite taille alors que Razdorbreev et al. [158] déduisent que les petites particules seraient attirées par les plus grosses. Quoi qu'il en soit, ce phénomène a lieu, d'après Price et Sigman [156], lorsque des particules adhèrent à la couche fondue de liant qui les entoure et tendent à se maintenir entre elles jusqu'à finir par adhérer et former un agrégat.

Les auteurs s'accordent aujourd'hui à dire que ce processus d'agglomération a lieu lorsque les particules se situent entre la surface du propergol et la flamme de diffusion du PA [7, 127]. En effet, les travaux notamment de Zenin [212] repris par Lengellé et al. [119] ou ceux de Beckstead [17] ont montré une sensibilité de l'agglomération à l'épaisseur de la zone de flamme du propergol et donc à la pression. En effet, si la pression est faible, la zone de flamme est épaisse et de nombreux agrégats sont formés, les particules ayant le temps de s'agglomérer. En revanche si la pression augmente, la zone de flamme devient plus fine et l'agglomération moins présente. Associée à ce phénomène, la vitesse des gaz est plus forte, entrainant les particules plus rapidement dans l'écoulement et diminuant le temps passé dans la zone de flamme.

1.2.1.3 Allumage et combustion

Le mécanisme d'allumage est identique que ce soit pour un agrégat ou pour une particule isolée. L'élévation de la température du coeur d'aluminium liquide va fissurer à plusieurs reprises la couche d'alumine protectrice. Cependant le liquide mis à nu va très rapidement s'oxyder et reformer une pellicule d'alumine. Cette réaction en surface connue sous le nom d'oxydation hétérogène et étudiée notamment dans les travaux de Merzhanov [140] et Bucher et al. [30], est très exothermique et participe à l'élévation de la température de la particule.

La température d'allumage, située entre la température de fusion de l'aluminium (933 K) et celle de l'alumine (2327 K), est difficile à déterminer et dépend de la température ambiante et de la composition des gaz qui entourent la goutte. Finalement lorsque la température atteint celle de fusion de l'alumine, la pellicule se liquéfie, mais les deux liquides n'étant pas miscibles et du fait de leurs tensions superficielles [137], l'alumine liquide se rétracte en un lobe à la base de la goutte. La géométrie de la goutte, schématisée en Figure 1.11, reste toutefois proche d'une géométrie sphérique.

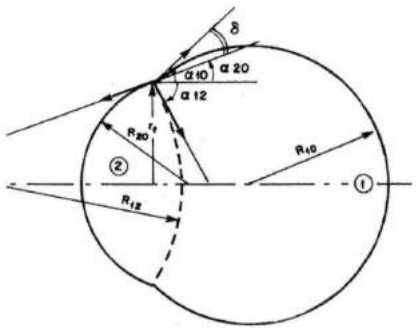


FIGURE 1.11 – Caractéristiques géométriques du lobe d'alumine, d'après les travaux de Kuentzmann 1973, extrait de la thèse de Sibra [170].

Dans cette configuration, l'aluminium liquide présente une grande majorité de sa surface en contact avec les gaz oxydants, l'allumage est donc complet et la combustion initiée. A noter que plus le diamètre de la particule

est important, plus le mécanisme réactionnel d'oxydation sera lent et donc plus la combustion mettra du temps à s'installer. L'allumage des particules isolées aura donc lieu plus près de la surface de propergol que celui des agrégats, comme visualisé en Figure 1.12.

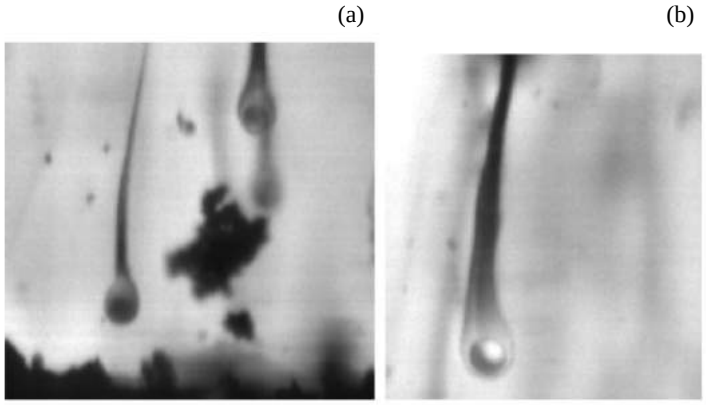


FIGURE 1.12 – Particules isolées et agglomérats quittant la surface du propergol (a) et combustion d'une goutte isolée (b) et son panache de fumées, la partie la plus claire de la goutte correspond au lobe d'alumine. D'après Devillers 2013, extrait de la thèse de Sibra [170].

Après allumage, l'aluminium se vaporise au contact des gaz oxydants et la combustion a lieu en phase gazeuse sous la forme d'une flamme de diffusion entourant la goutte. Avec O_2, les principales espèces oxydantes impliquées dans la combustion sont CO_2 et H_2O d'après les études menées par Belyaev et al. [21]. La position de la flamme est dépendante des conditions environnantes et est estimée par Wilson et Williams [207] à trois fois le rayon de la goutte. Au niveau de la flamme, les produits de combustion sont aussi bien sous forme gazeuse avec la formation des sous-oxydes d'aluminium (AlO, AlO_2, Al_2O_3, ...) que sous forme liquide avec la création de fumées d'alumine composées de gouttes de taille submicronique (voir Figure 1.13). Les réactions en phase gazeuse sont extrêmement nombreuses et complexes et mettent en jeu de nombreuses espèces. Swihart et Catoire [182] recensent 80 réactions pour 33 espèces. Les fines gouttelettes d'alumine sont formées par condensation des sous-oxydes d'aluminium au niveau de la flamme. Ce mécanisme dégage une énergie suffisante qui permet d'entretenir l'évaporation de l'aluminium. Les gouttelettes, emportées par l'écoulement, forment un panache de fumée autour de la goutte visualisé en Figure 1.12.

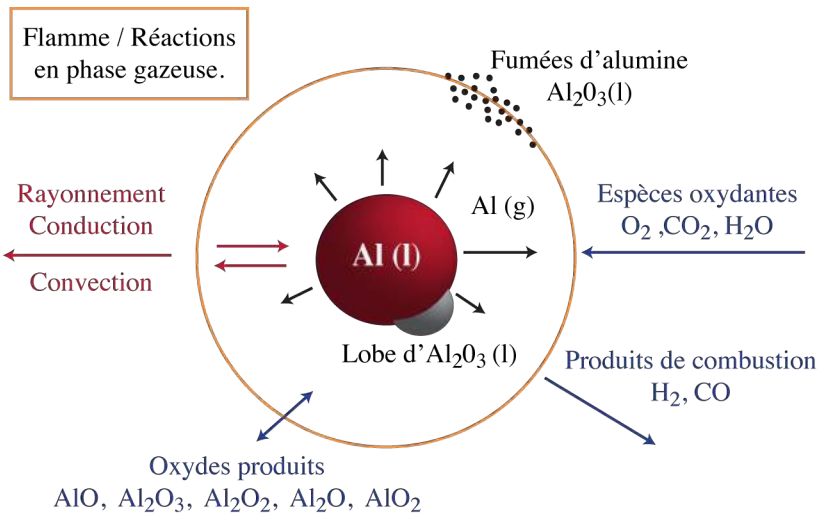


FIGURE 1.13 – Schéma des échanges de masse lors de la combustion d'une goutte micrométrique d'aluminium d'après Sibra [170], Melcher [138] et Chassagne [39].

Un phénomène de croissance du lobe d'alumine a été mesuré notamment dans les travaux de Wilson et Williams [207] ou Dreizin [64], expliqué par une rétro-diffusion des gouttelettes vers ce dernier. Cependant ce phénomène mesuré dans un mélange riche en oxygène ou neutre, n'a pas été démontré en ambiance propergol. En effet,

les études en ambiance propergol sont bien plus complexes et pour l'instant les auteurs, dont Melcher [138], se focalisent sur le temps de combustion et la granulométrie résultante.

1.2.1.4 Productions des résidus et fumées d'alumine

Les résidus d'alumine liquide sont composés de particules micrométiques ou submicroniques générées au niveau de la flamme de diffusion formant les fumées, et de particules de taille plus importante issues de la formation du lobe. Plus la concentration des fumées est importante, plus le phénomène de coalescence des gouttes est présent, pouvant générer des gouttes de l'ordre de quelques micromètres, d'après les travaux de Karasev et al. [109].

Après combustion, les résidus restent à l'état liquide et tendent à se mettre en équilibre thermique et dynamique avec le gaz environnant. Leur température augmente donc pour atteindre celle du gaz (aux alentours de 3400 K pour le P230) et leur vitesse s'adapte de façon plus ou moins rapide à celle du gaz environnant. En effet, plus les particules sont petites plus elles vont suivre l'écoulement en jouant le rôle de traceurs, comme c'est le cas pour les particules issues des fumées et pour les plus petits résidus. Les particules de taille plus importantes ont un comportement différent en suivant des trajectoires préférentielles et peuvent par exemple générer et alimenter une flaque d'alumine au niveau du fond arrière du moteur (Dupays et al. [67], Godfroy et Guéry [90]). Leur inertie conduit à des phénomènes de collision et de coalescence étudiés notamment par Doisneau [62]. De plus, lors du passage dans la tuyère elles ont tendance à se fragmenter modifiant significativement la granulométrie (Hermsen [101], Kovalev [110]).

De par toutes ces interactions entre les gouttes, il est très difficile de déterminer la distribution en fin de combustion à partir de celle mesurée en sortie de moteur. Des essais sur des montages expérimentaux ont été effectués comme ceux réalisés sur le montage "Quench Bomb" (Salita [165]) où du propergol de la navette spatiale est analysé ou encore des essais réalisés sur un montage similaire où plusieurs compositions de Butalane type Ariane 5 sont analysées (Gallier et al. [80]). Parmi les résultats les plus récents, Gallier et al. [80], analysent un propergol de type industriel chargé avec des particules d'aluminium de 40 μm. Ils mesurent une distribution de résidus bimodale présentée Figure 1.14, représentant parfaitement les deux populations de gouttes : l'une issue des fumées d'alumine et des résidus de la combustion de particules isolées et l'autre issue majoritairement des lobes formés lors de la combustion des agglomérats.

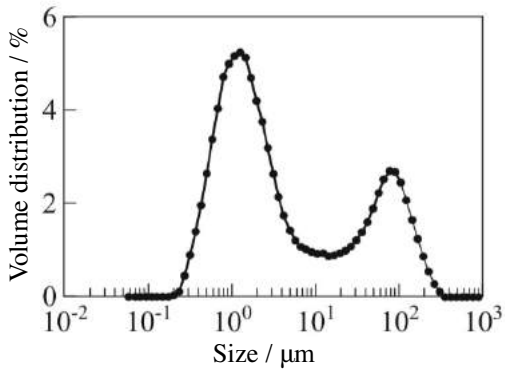


FIGURE 1.14 – Exemple d'une distribution en taille bimodale pour des résidus d'alumine collectés sur le montage "Quench Bomb" d'après les travaux de Gallier et al. [80].

1.2.2 Les phénomènes pris en compte dans ces travaux de thèse

Le formalisme Lagrangien, détaillé dans le Chapitre 2, est utilisé dans ces travaux pour la phase dispersée et les phénomènes pris en compte sont ceux de la Figure 1.15, où sont retracées les étapes de l'évolution d'une particule d'aluminium.

Tout d'abord, l'agglomération des particules, l'oxydation hétérogène en surface et l'allumage sont des données d'entrée. Les particules sont injectées en combustion à la température de saturation de l'alumine et la distribution en taille des gouttes est supposée connue et imposée. Les particules sont considérées sous forme liquide.

L'évaporation et la combustion en phase gazeuse des particules en une flamme de diffusion proche de la surface des particules (Figure. 1.13) n'est prise en compte que via une chaleur de réaction globale Q_r et un débit de produits de combustion $\dot{m}$. La distribution en taille des résidus est fixée en fonction de celle injectée. Cette simplification est justifiée par une volonté de diminuer le niveau de complexité tout en gardant les effets principaux pour étudier l'impact du dégagement de chaleur et du transfert de masse sur le VSA.

Finalement, la mise en équilibre dynamique et thermique des résidus est prise en compte dans ces travaux mais aucune interaction goutte-goutte n'est modélisée, cette hypothèse sera vérifiée par la suite. De plus, les résidus d'alumine sont considérés comme des gouttes liquides non réactives avec des propriétés constantes.

Les gouttes submicroniques composant les fumées ne sont pas prises en compte. Dans ces travaux, une particule d'aluminium donne naissance à une seule particule résiduelle dont la taille est fixée en fonction de la taille de la particule initiale. De par leur très faible diamètre, les gouttes composant les fumées ont un rôle de traceur dans l'écoulement et n'influencent que très peu ce dernier. Leur prise en compte augmenterait significativement le coût de calcul sans modifier les observations faites dans ces travaux.

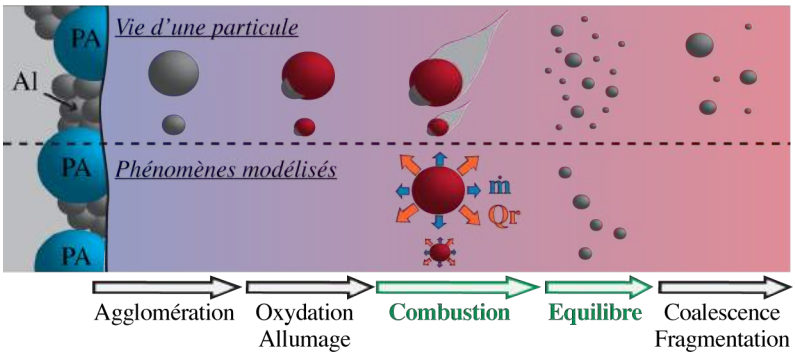


FIGURE 1.15 – Etapes de la vie d'une particule d'aluminium : toutes les étapes (haut) et celles prises en compte dans ces travaux de thèse (bas).

1.3 L'écoulement dans un moteur à propergol solide

1.3.1 Ecoulement de Taylor-Culick

Pour les moteurs à canal central, la combustion du propergol produit des gaz de combustion qui pénètrent dans la chambre de façon radiale, cf. Figure 1.16. Dans un moteur cylindrique circulaire, cet écoulement caractéristique est appelé écoulement de Taylor-Culick. Dans les années 1950, Taylor [184] a été le premier à proposer une solution analytique, définie suivant le système d'équations Eq. (1.9) en coordonnées cylindriques (x, r, θ) adimensionnées par le rayon du canal. Puis, Culick [55] a retrouvé les mêmes résultats en les appliquant à la propulsion.

$$\begin{cases} Ur = -\dfrac{V_{inj}}{r} sin\left(\dfrac{\pi}{2}r^2\right) \\ Ux = V_{inj}\ \pi\ x\ cos\left(\dfrac{\pi}{2}r^2\right) \\ U_\Theta = 0 \\ P = P_0\left(-\dfrac{\pi^2 x^2}{2} - \dfrac{1}{2r^2}\left(sin\left(\dfrac{\pi}{2}r^2\right)\right)^2 + 1\right) \end{cases} \tag{1.9}$$

où V_{inj} est la vitesse d'injection des gaz, P_0 la pression ambiante.

Depuis la version originale de Taylor [184], divers travaux ont été menés afin d'intégrer certains aspects spécifiques de l'écoulement. On peut citer par exemple les travaux de Chedevergne et Casalis [41] où sont traitées des géométries plus complexes, les travaux de Majdalani [129, 128, 130] où l'intérêt est porté sur le cas non stationnaire, où une injection amont est intégrée et où le cas compressible est examiné.

1.3.2 Les instabilités de fonctionnement

Tout d'abord, il est important de noter que même si il est facile de mesurer et de visualiser les oscillations de pression (ODP) des moteurs à propergol solide, il est difficile d'en identifier les causes. En effet, des oscillations

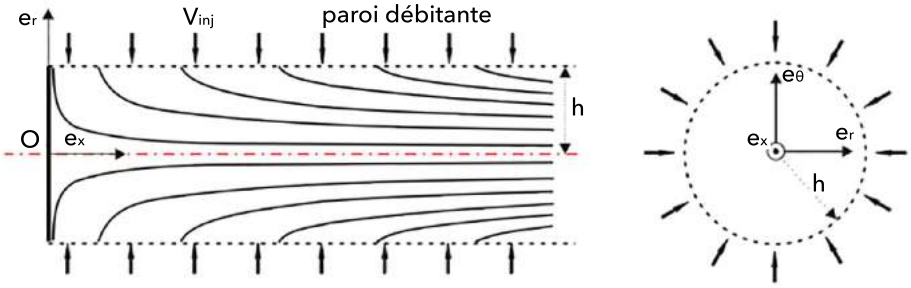


FIGURE 1.16 – Représentation schématique de l'écoulement de Taylor-Culick en canal axysimétrique

de pression de quelques dixièmes de pourcents en $\Delta P/\overline{P}$ se traduisent par d'importantes oscillations de poussée de l'ordre de quelques pourcents. Étudier les ODP revient donc à étudier un phénomène très fin.

La deuxième difficulté réside dans le manque de mesures expérimentales. En effet, les températures et les pressions étant très importantes dans la chambre, les possibilités de mesure se résument à des capteurs de pression placés notamment dans le fond avant et dans le fond arrière du moteur. Or, les ODP dépendent avant tout du champ de vitesse, qui n'est pas mesuré. Cependant, grâce à de nombreux travaux résumés par exemple dans les travaux de Vuillot [199] et Gallier et al. [81], plusieurs sources d'instabilités ont pu être découvertes, pouvant se diviser en deux catégories : les instabilités de combustion et les instabilités hydrodynamiques (cf. Figure 1.17).

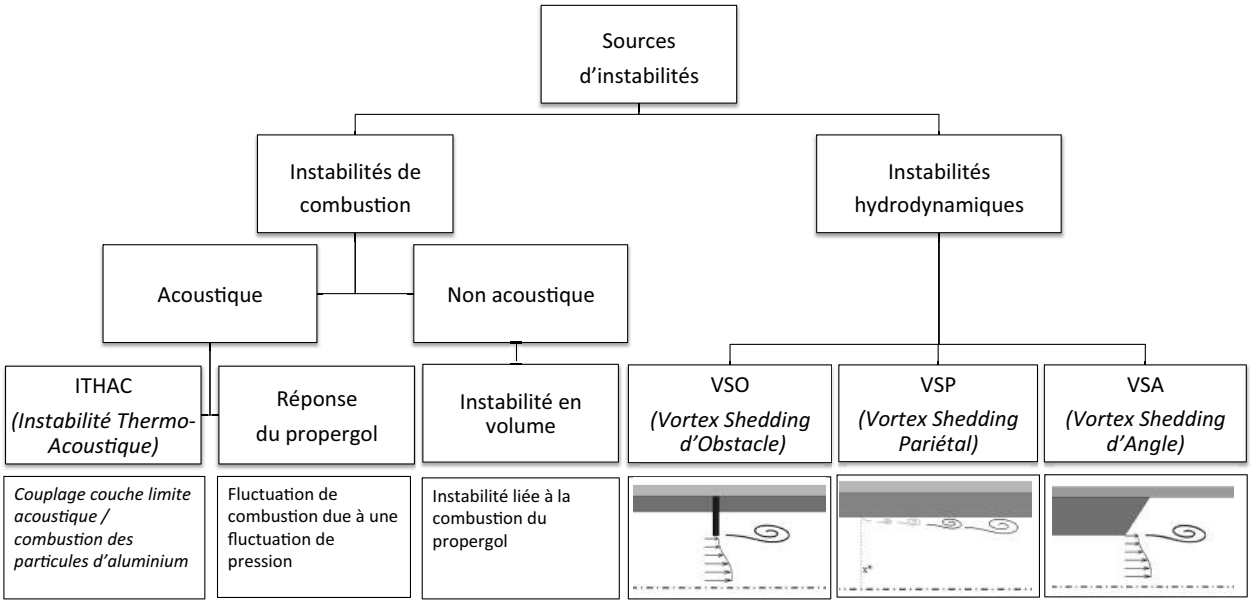


FIGURE 1.17 – Schéma récapitulatif des différentes sources d'instabilités des moteurs à propergol solide.

1.3.2.1 Les instabilités de combustion

Deux catégories d'instabilités de combustion peuvent être différenciées. La première est générée par la réponse de la combustion du propergol aux fluctuations de pression alors que la deuxième, connue sous le nom d'ITHAC (Instabilité Thermo-Acoustique), est liée à la combustion distribuée des particules d'aluminium.

Instabilités liées à la combustion du propergol

Ce type d'instabilité peut apparaître lorsque les fluctuations de combustion du propergol et l'acoustique de la chambre se couplent. Certaines fréquences peuvent de ce fait être amplifiées, comme étudié dans les travaux de Gossant [93], Kuentzmann [111] ou Vuillot [200]. Des méthodes basées sur les bilans acoustiques linéaires, développées et utilisées notamment par Culick [56] ou Hart [99] peuvent alors être utilisées pour appréhender ces instabilités. Une fois l'étude de l'acoustique de la chambre réalisée, les auteurs dont Gossant [93] ou Vuillot et

Lupoglazoff [200], définissent plusieurs contributions afin de déterminer la stabilité du moteur. Ce sont les pertes liées à la convection et au rayonnement des ondes acoustiques dans la tuyère, les pertes liées aux échanges avec les particules inertes ou le gain lié à la réponse du propergol au couplage de pression. En revanche, cette approche ne donne aucune information sur les niveaux de fluctuation. Les courbes de la Figure 1.18 montrent la sensibilité de la réponse d'un propergol aux fréquences f des fluctuations de pression. Cette réponse est définie par une fonction notée R_{MP} permettant de relier la vitesse de combustion du propergol et les oscillations de pression, à une fréquence f. Il a été démontré, notamment dans les travaux de Vuillot et Lupoglazoff [200], que pour un certain nombre de propergols, la réponse est maximale pour des fréquences correspondant à $\Omega = 5$, où Ω est défini par :

$$\Omega = 2\pi f \left(\frac{a}{V_c^2} \right) \tag{1.10}$$

où V_c est la vitesse de régression du propergol et a la diffusivité thermique du propergol.

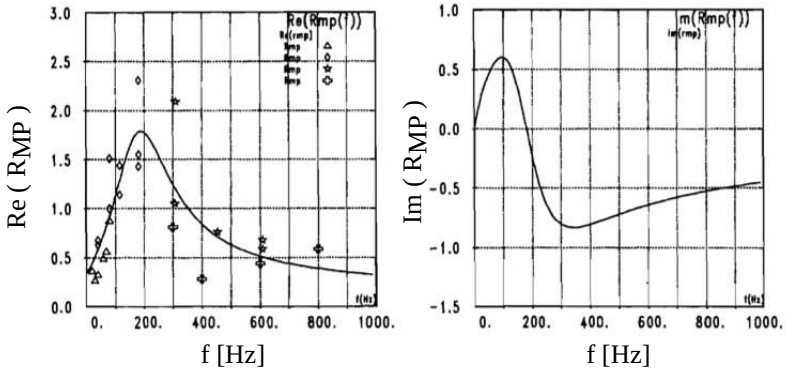


FIGURE 1.18 – Courbes de réponse d'un propergol typique. A gauche : partie réelle de la fonction de réponse R_{MP} (les points correspondant aux mesures), à droite : partie imaginaire de la fonction de réponse R_{MP}. D'après les travaux de Vuillot et Lupoglazoff [200] et de Dupays [65]

Ce type d'instabilité possède des fréquences relativement hautes, autour de 1kHz, et aura donc très peu d'impact sur les moteurs de grande taille, comme démontré par Kuentzmann [111]. En effet, sur les gros moteurs, les fréquences acoustiques de la chambre sont relativement basses, le couplage entre ces instabilités et l'acoustique est quasiment impossible, rendant les instabilités de combustion négligeables. Cette conclusion a été par exemple faite par Gallier et al. pour le P230 [79]. En revanche pour les petits moteurs, notamment les moteurs d'étude, vibrant sur des fréquence plus hautes, cette instabilité peut prendre plus d'importance.

Instabilités liée à la combustion des particules d'aluminium : ITHAC

L'instabilité thermo-acoustique ITHAC est la manifestation de l'impact de la phase dispersée réactive dans l'écoulement. En effet, comme expliqué en détails dans la Section 1.2, bon nombre de propergols est chargée en particules d'aluminium afin d'augmenter les performances moteur. Si en 1969, Summerfeld et Krier [180] prônaient le rôle atténuateur des particules d'aluminium sur les instabilités moteurs, Price [155] a par la suite tempéré ces conclusions suite à l'analyse d'un grand nombre d'essais réalisés dans les années 60.

Diagnostiquée lors d'études numériques notamment menées par Gallier et al. [78], et récemment observée expérimentalement sur la maquette Stélis [151], l'instabilité thermo-acoustique ITHAC est à présent une instabilité avérée. Le dégagement dans l'écoulement de masse, de quantité de mouvement et d'une grande quantité d'énergie par la combustion des particules d'aluminium peut engendrer des oscillations de pression par couplage entre la combustion de l'aluminium et la couche limite acoustique. Cette couche limite acoustique notée CL_a est visualisée sur la Figure 1.19, où n'est représentée que la partie supérieure de la chambre pour une meilleure résolution du champ de vitesse.

D'après Gallier et al. [78, 81], les paramètres influant sur l'ITHAC sont :

— l'épaisseur de la zone de combustion, fortement dépendante de l'écoulement, de la température et de la taille des particules,
— l'épaisseur de la couche limite acoustique,
— la chaleur de réaction de l'aluminium.

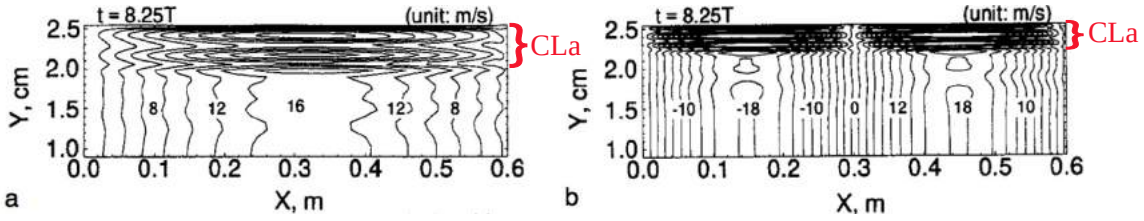


FIGURE 1.19 – Iso contours de fluctuation de vitesse axiale d'après les travaux de Roh et al. [160] : (a) premier mode, (b) deuxième mode

1.3.2.2 Les instabilités hydrodynamiques

Les instabilités liées à la combustion du propergol qui se couplent avec l'acoustique ne permettent pas d'expliquer l'intégralité des ODP. En effet, des expériences, notamment sur le P230 d'Ariane 5, ont montré des phénomènes instables alors que la réponse du propergol aux oscillations de pression est très faible et avec des propergols sans aluminium. Ce comportement instable se traduit par l'apparition d'oscillations de pression, d'une amplitude pouvant atteindre quelques centaines de millibars (cf. Figure 1.20). Leur analyse a attribué l'origine de ces oscillations à un couplage entre une émission tourbillonnaire au sein de l'écoulement et les modes acoustiques longitudinaux de la chambre.

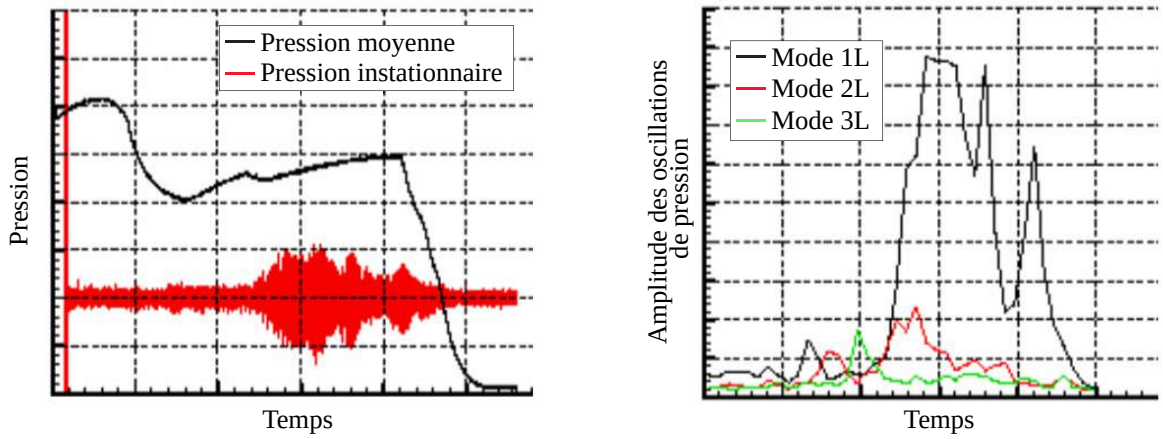


FIGURE 1.20 – Résultats typiques du P230, extrait des travaux de Simoes [172], d'après les travaux de Prévost. A gauche : évolutions temporelles de la pression moyenne (courbe noire) et de la pression instationnaire (courbe rouge), à droite : évolutions temporelles des amplitudes des oscillations de pression sur les trois premiers modes longitudinaux.

Identifiées dans les années 80 par Brown et al. [29], les instabilités hydrodynamiques sont liées à des détachements de structures tourbillonnaires cohérentes. Les travaux du programme ASSM/POP résumés en partie dans Vuillot [198], ont permis de distinguer trois sources pour ces instabilités, liées à la présence d'un angle débitant, d'un obstacle ou de tourbillons pariétaux.

Le VSO : Vortex Shedding d'Osbtacle

Le VSO est une instabilité déclenchée par un obstacle présent dans la veine aérodynamique (cf. Figure 1.21). Cet obstacle crée une couche de cisaillement associée à un profil de vitesse inflexionnel, qui peut entraîner par la suite un détachement de tourbillons à fréquence fixe.

Le VSO a été observé dans de nombreux travaux expérimentaux dont ceux de Brown et al. [29] ou Shu et Foster [169], où il a été étudié sur différents montages. On peut citer notamment le montage MICAT1 de l'ENSMA exploité par Couton et al. [50] et Vetel [194], le montage du VKI réalisé par Anthoine [4], ou encore les séries de tirs LP3 et LP6 dont les résultats sont résumés par Traineau et al. [189]. Ces deux dernières configurations intègrent des protections thermiques de faces (PT) dont le matériau, la forme et l'emplacement sont des paramètres variables.

Que ce soit du côté américain ou français, les moteurs à l'étude dans les années 90 sont des moteurs de grandes tailles qui contiennent plusieurs segments de propergol séparés par des protections thermiques (cf. Figure 1.22).

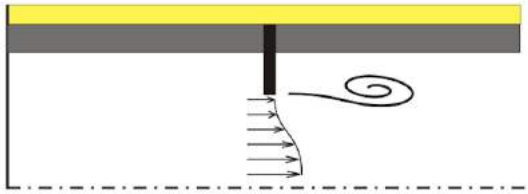


FIGURE 1.21 – Schéma représentatif du Vortex Shedding d'Obstacle

Ces dernières jouent alors un rôle de diaphragme dans l'écoulement, faisant du VSO une des sources majeures d'instabilités dans ce type de moteur. Cette instabilité a donc été largement étudié au cours de ces études.

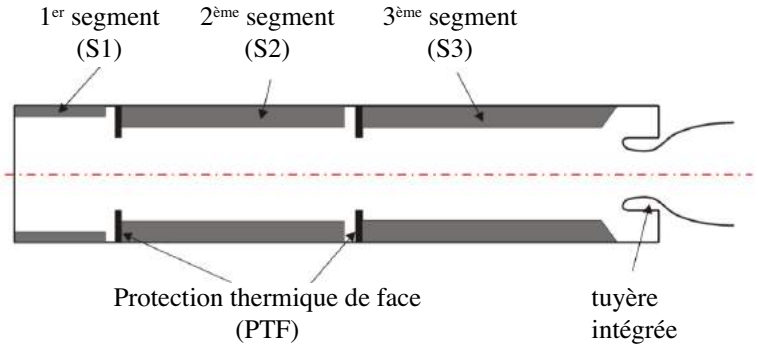


FIGURE 1.22 – Schéma représentatif du P230 d'Ariane 5, extrait des travaux de Simoes [172].

Cependant, Traineau et al. [189] ont mis en évidence grâce à des essais à échelle réduite que les protections thermiques ne peuvent pas être les seules responsables des instabilités hydrodynamiques. En effet, en étudiant le montage LP6 (tir n° 7) Fabignon et al. [72] ont mesuré de fort taux d'oscillations alors que le moteur ne possède pas de protection thermique. Ce résultat a également été confirmé par les simulations numériques réalisées par Lupoglazoff [125]. De ce fait, un nouveau mécanisme intrinsèque à l'écoulement de Taylor (cf. Section 1.3.1) a été déterminé comme la source d'un autre type d'instabilité : le VSP.

Le VSP : Vortex Shedding Pariétal

Le VSP est une instabilité convective, intrinsèque à l'écoulement de Taylor, apparaissant si la géométrie du canal est assez longue. Une théorie développée par Casalis [33] et al. puis Griffond et al. [97] a permis de démontrer que l'écoulement est linéairement stable vers le fond avant, mais qu'au-delà d'une position critique x*, des structures cohérentes se forment, sont convectées et alimentées par l'injection radiale (cf. Figure 1.23). L'écoulement devient alors naturellement instable, pour une gamme de fréquence qui augmente avec la distance par rapport au fond avant.

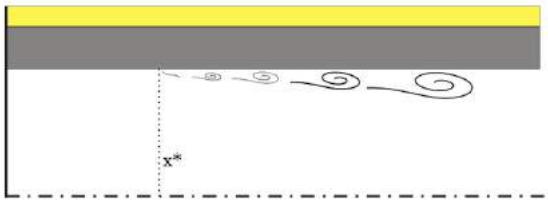


FIGURE 1.23 – Schéma représentatif du Vortex Shedding Pariétal

Des études numériques et théoriques menées par Casalis et al. [33, 34, 96] ont permis de définir un critère géométrique basé sur le rapport entre la longueur de propergol en combustion et le rayon de la veine. En effet, pour une configuration plane, des structures tourbillonnaires cohérentes peuvent apparaître si ce rapport est tel que :

$$\frac{l}{h} \geqslant x^{\star}\ ,\ x^{\star} \approx 8 \tag{1.11}$$

où l est la longueur du moteur et h la hauteur du canal.

Le VSP a été largement étudié expérimentalement sur plusieurs montages. On peut citer par exemple le montage VECLA de l'ONERA exploité par Avalon et al. [6], composé d'un canal à section rectangulaire, le montage VALDO axisymétrique réalisé et exploité par Chedevergne et al. [40] ou encore le montage VKI d'Anthoine et al. [4], maquette à l'échelle $1/30^{me}$ du P230. D'autres essais ont été spécialement conçus pour mettre à leur tour en évidence le phénomène du VSP. On peut citer le LP9, maquette à l'échelle $1/35^{me}$ du P230 ou encore le LP6 à l'échelle $1/15^{me}$ du P230. Les résultats se sont avérés concluants, une très bonne corrélation entre résultats numériques, théoriques et expérimentaux a été obtenue ce qui démontre que le VSP est un mécanisme au fort pouvoir de déstabilisation de l'écoulement.

Le VSA : Vortex Shedding d'Angle

Comme son nom l'indique le VSA, aussi appelé CVS (Corner Vortex Shedding [114]), est une instabilité liée à un angle de la surface débitante (voir Figure 1.24). Elle est présente dans un moteur notamment dans le fond arrière, où le propergol forme un angle qui varie au cours du tir.

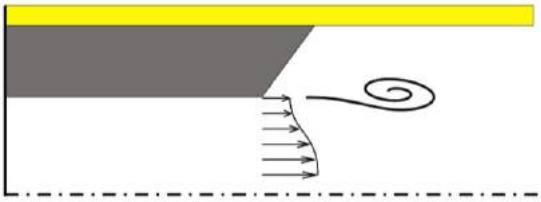


FIGURE 1.24 – Schéma représentatif du Vortex Shedding d'Angle

La présence de cet angle crée une couche de cisaillement, dont le profil de vitesse axiale présente un point d'inflexion, condition nécessaire (mais non suffisante) pour le développement d'une instabilité d'après le critère de Rayleigh [38]. Par conséquent, cette couche peut devenir instable et être la source de structures tourbillonnaires. Ce phénomène a également été étudié dans le programme ASSM/POP entre les années 1990 et 2000, grâce à des tirs instrumentés du LP2-C1x réalisé par Dupays et al. [65] ainsi qu'avec le montage en gaz froid VIOLETTE réalisé par Goncalves et al. [91]. Côté simulation numérique, on peut citer par exemple les travaux de Dupays et du Vuillot qui ont permis de mettre en évidence un critère de stabilité basé sur un nombre de Strouhal S_{tr} formé à partir des caractéristiques de la couche de mélange :

$$S_{tr} = \frac{2\pi f \delta}{\Delta U} \tag{1.12}$$

où δ représente l'épaisseur de la couche de mélange, ΔU la différence de vitesse axiale de part et d'autre de la couche de mélange et f la fréquence de l'instabilité.

Dans le cas du C1x Dupays [69], il a mis en évidence un taux de croissance spatial maximum pour un Strouhal de 0,26 et une poche d'instabilité bornée à un Strouhal égal à 1,7 (cf. Figure 1.25).

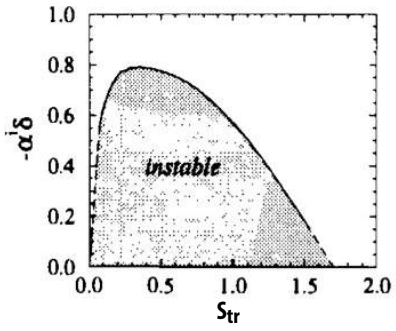


FIGURE 1.25 – Analyse de stabilité hydrodynamique d'un profil de vitesse extrait du C1x : évolution du taux de croissance spatial $-\alpha^i\,\delta$ en fonction du nombre de Strouhal S_{tr}. Résultats extraits des travaux de Dupays [69].

1.3.3 Impact de la phase dispersée sur les instabilités

Par la mise en évidence de l'instabilité ITHAC, le pouvoir générateur d'instabilité des particules d'aluminium et de leur combustion a été démontré. Ces particules en combustion, puis inertes, ont également un impact sur les instabilités présentes et peuvent les amplifier ou les atténuer. Des montages expérimentaux, des développements analytiques ou encore des simulations numériques ont été mis en place afin d'identifier les raisons de l'effet tantôt amplificateur tantôt atténuateur de la phase dispersée sur les ODP.

1.3.3.1 Impact des particules inertes

On peut tout d'abord s'intéresser aux études portant sur l'impact de particules inertes sur l'écoulement. En condition moteur, il est assez difficile de discriminer la contribution de la combustion distribuée de celle des résidus inertes.

Impact sur le VSA

Des montages expérimentaux tels que le C1xb mis en place par Dupays et al. [65, 69] ont permis d'étudier le comportement de particules inertes dans un moteur sujet à des détachements tourbillonnaires. Une photo de l'installation ainsi qu'une vue schématique sont présentées respectivement Figure 1.26(a) et Figure 1.26(b). Dans le cas du C1xb les structures tourbillonnaires, visualisées Figure 1.26(c) sont générées par un mécanisme de VSA.

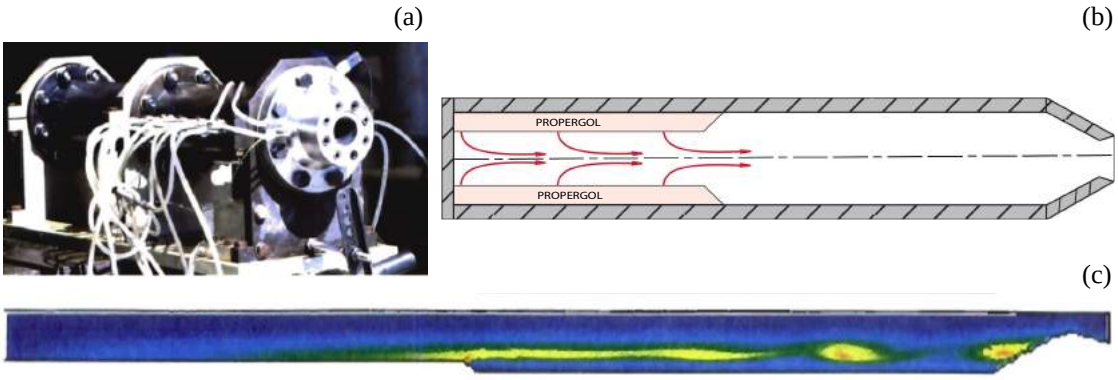


FIGURE 1.26 – Montage de l'installation du C1xb (a), schéma de la géométrie (b) et résultat d'une simulation RANS du C1xb (c), d'après les travaux de Dupays [65].

Plusieurs propergols ont été testés :
— Butalite : aucune particule métallique,
— Butalamine : particules d'alumine de petite taille, environ 5 μm,
— Butalazine : particules de silicate de zirconium de plus grande taille, environ 50 μm.

La conclusion a été identique pour tous les propergols : l'instabilité hydrodynamique est réduite par l'ajout de particules inertes. Les oscillations mesurées avec la Butalite ont été fortement atténuées avec l'utilisation de la Butalamine chargée à 5% puis 10% en masse de particules d'alumine. En revanche, l'essai réalisé avec un chargement deux fois plus important (10% contre 5%) n'a pas montré de sur-atténuation de l'instabilité attendue, démontrant la complexité de l'effet de la phase condensée inerte.

Ces études ont également permis de souligner le rôle important de la taille des particules. En effet dans le cas de la Butalazine où des particules de 50μm sont injectées, l'atténuation est très faible et les niveaux mesurés sont semblables à ceux de la Butalite sans ajout de particules.

Enfin la répartition des modes acoustiques excités est également modifiée. Les modes 2L et 3L sont plus marqués que le mode 1L. Une étude d'acoustique linéaire diphasique, proposée par Temkin et Dobbins [186], suggère que le maximum d'atténuation est obtenu avec des particules dont le nombre de Stokes acoustique est proche de 1. Le nombre de Stokes acoustique, défini Eq. (1.13), est le rapport entre le temps de réponse dynamique d'une particule et celui de la fluctuation acoustique du milieu.

$$St_a = \omega \tau_p \qquad \text{avec} \qquad \tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f} \tag{1.13}$$

où ω est la fréquence angulaire acoustique, τ_p le temps caractéristique dynamique d'une particule, ρ_p la masse volumique de la particules, d_p son diamètre et μ_f la viscosité dynamique du fluide porteur.

Impact sur le VSP

D'autres études ont été réalisées sur des configurations présentant du VSP. Des simulations numériques sur le LP6 (n°7) (maquette à l'échelle 1/15ème du P230) ont montré une amplification systématique du VSP par les particules, d'autant plus grande que la concentration en particules est forte, et maximale pour des particules avec un nombre de Stokes acoustique proche de 1. Ce résultat sur le LP6 est alors totalement en désaccord avec les conclusions dressées dans le cas du C1xb où le maximum d'atténuation était justement obtenu pour un nombre de Stokes acoustique de l'ordre de l'unité. Ballereau et al. [9] expliquent ce maximum d'amplification sur le LP6 par la formation de paquets de particules par centrifugation entre les tourbillons qui, lors de leur passage par le col sonique, créent une perturbation acoustique qui remonte l'écoulement et alimente l'instabilité. Ces résultats ont été confirmés par des études expérimentales et numériques sur le LP10 (Dupays et al. [68]), maquette simplifiée à l'échelle 1/35ème du P230, présentant avec de la Butalite (sans particule) un phénomène de VSP. L'ajout de particules de zircone inertes a bien montré une amplification du VSP.

Finalement, une étude de stabilité linéaire proposée par Feraille [76] pour un écoulement à injection pariétale a mis en évidence le fait que la présence de particules inertes avait un potentiel amplificateur ou atténuateur des instabilités aéroacoustiques. Il n'est cependant pas clairement identifié ce qui détermine le rôle amplificateur des particules pour le cas du VSP sur le LP6 et le LP10 et le rôle atténuateur pour le cas du VSA sur le C1xb.

Ces études montrent toute la complexité de l'interaction entre les particules et les structures tourbillonnaires, pouvant conduire à l'amplification des instabilités, et qui pose encore de nombreuses questions.

1.3.3.2 Impact des particules en combustion

Les études, principalement numériques, sur l'impact des particules en combustion peuvent être divisées en deux catégories.

La première, et la plus récente, concerne les instabilités thermo-acoustiques (ITHAC) où l'instabilité est générée par la combustion des particules d'aluminium Gallier et al. [78, 81].

La deuxième catégorie, dans laquelle s'intègrent les études menées dans ces travaux, a pour objectif de rendre compte des effets possibles des transferts de masse et d'énergie sur les structures hydrodynamiques de l'écoulement. Menées aussi bien du côté ASL notamment par Ballereau et al. [10] que du côté ONERA par Lupoglazoff [126] ou Dupays [66] sur les configurations moteur de la maquette LP6 et celle du P230, la combustion des particules d'aluminium est prise en compte grâce à un modèle de combustion simple et une seule espèce gazeuse. L'effet de la combustion des gouttes se cumule alors avec celui des résidus d'alumine.

Sur la maquette LP6, présentant des instabilités attribuées à un VSP, trois simulations ont été réalisées. La première sans particule montre bien une instabilité du type VSP, comme illustré sur le spectre Figure 1.27(a). Les deux autres sont réalisées avec deux tailles de gouttes initiales différentes. La première avec des gouttes représentant des agglomérats dont le diamètre initial est de 125 μm générant des résidus de 60 μm et la deuxième illustrant les particules isolées avec un diamètre initial de 30 μm générant des résidus de 3 μm. Les spectres obtenus sont présentés Figure 1.27 . On remarque que si pour les petites gouttes les niveaux sont amplifiés, pour les plus grosses une atténuation est observée. Ces résultats sont confirmés par des tirs du moteur LP6 où les niveaux d'ODP mesurés sont significativement plus faibles avec de la Butalane (propergol chargé de particules d'aluminium) qu'avec la Butalite (propergol sans particules d'aluminium). Cependant, la Butalane génère à la fois des agglomérats de grosse taille et des particules isolées de petite taille, ces deux populations de gouttes ayant d'après les études numériques, des effets contraires sur les niveaux d'ODP. L'atténuation observée laisse penser que l'effet atténuateur des grosses gouttes prend le dessus sur l'effet amplificateur des plus petites. On comprend ici que la taille des particules a un rôle important, mais le mécanisme qui explique l'interaction entre la combustion et les structures tourbillonnaires n'est pas encore bien compris.

D'autres études numériques sur le moteur P230 d'Ariane 5 ont continué d'alimenter l'idée que la combustion distribuée des particules d'aluminium a un impact sur les niveaux des instabilités. Lupoglazoff et al. [126] comparent une simulation sans particule et une simulation avec combustion d'agglomérats de 125 μm. Ils notent une différence dans l'allure du spectre de fréquence et également dans les niveaux, comme illustré Figure 1.28. La présence de particules semble ici amplifier les niveaux d'ODP et favoriser les modes longitudinaux de la chambre.

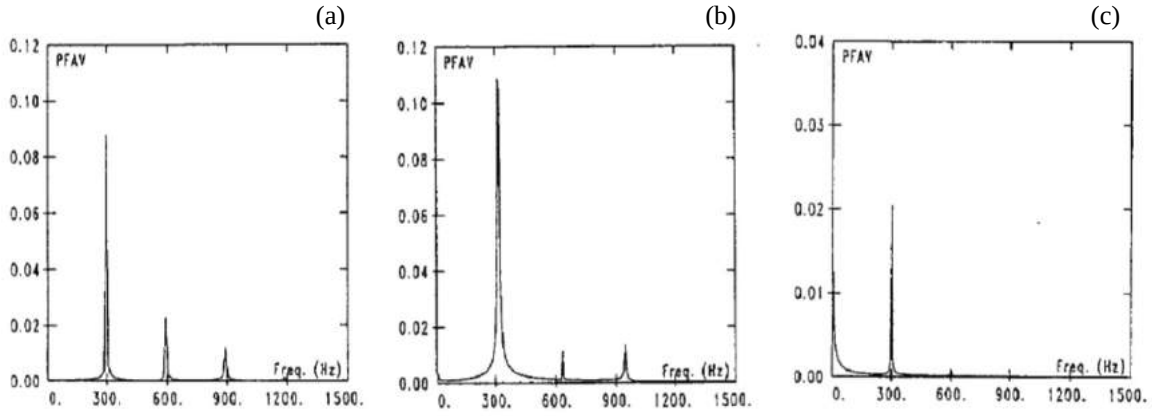


FIGURE 1.27 – Spectres fréquentiels des ODP mesurés sur la configuration LP6. (a) : simulation gaz seul, (b) : simulation avec combustion de gouttes de 30 μm à 3 μm (c) : simulation avec combustion de gouttes de 125 μm à 60 μm. D'après les travaux de Lupoglazoff [126].

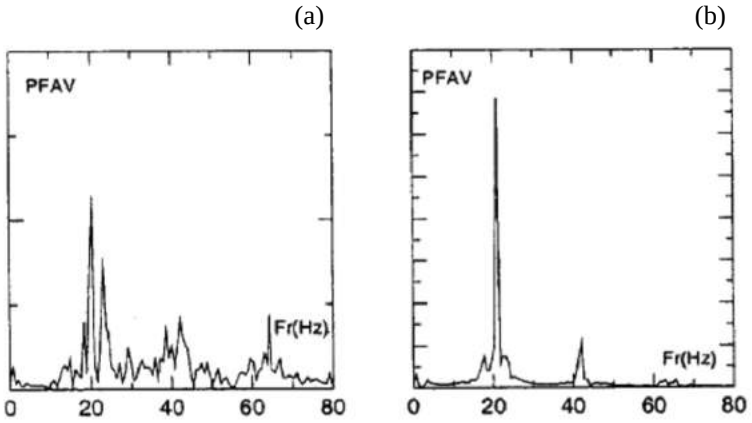


FIGURE 1.28 – Spectres fréquentiels des ODP mesurés sur la configuration P230. (a) : simulation gaz seul, (b) : simulation avec combustion de gouttes de 125 μm. D'après les travaux de Lupoglazoff [126].

1.4 Le VSA, une instabilité à étudier plus en profondeur

Ces travaux de thèse se focalisent sur une instabilité hydrodynamique, le VSA. En effet si le VSP et le VSO ont largement été étudiés expérimentalement, théoriquement et numériquement, le VSA reste encore aujourd'hui un phénomène dont tous les aspects n'ont pas été analysés. Les lanceurs spatiaux emploient aujourd'hui des géométries différentes du P230 : des moteurs monolithiques de type finocyl composés d'un seul bloc de propergol et de plus petite taille. Ils permettent de supprimer le VSO et de minimiser les chances de générer du VSP. Afin de respecter la consigne temporelle de pression, ces moteurs intègrent des ailettes au niveau du fond arrière qui génèrent des angles de surface du bloc de propergol, comme représenté sur les schémas Figure 1.29, faisant du VSA une instabilité potentielle de ce type de moteur.

On se propose ici d'étudier grâce à la simulation numérique l'instabilité de type VSA dans un écoulement de moteur à propergol solide. Par rapport aux travaux précédents, notamment de Vuillot [198] et Dupays [65, 69], on cherche à répondre aux questions suivantes :

— impact de la combustion du propergol en aval de l'angle. Jamais analysé dans les études publiées dans la littérature, ces travaux permettent de démontrer que les gaz issus de cette combustion modifient significativement la stabilité de la couche de mélange.
— impact des particules en combustion et des résidus. Comme démontré dans le cas du LP6 ou du P230, la combustion distribuée et la présence de résidus dans l'écoulement influencent significativement les niveaux des ODP ; mais les phénomènes sont complexes et les conclusions difficiles, justifiant la poursuite des efforts dans la compréhension de ces phénomènes.

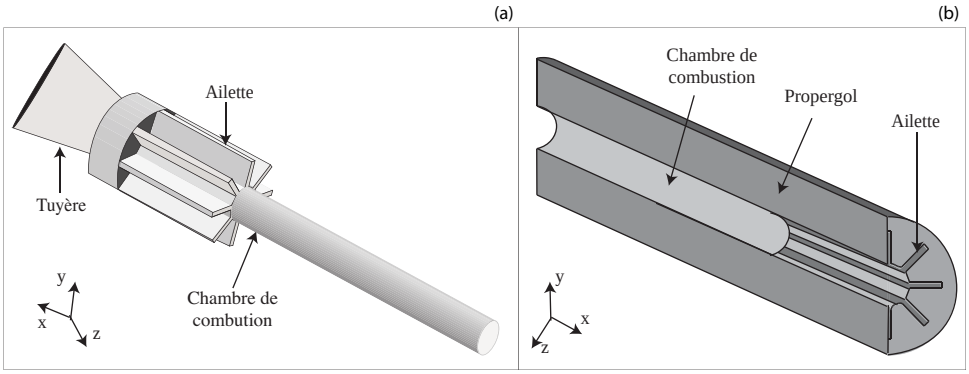


FIGURE 1.29 – Schéma de principe d'un moteur finocyl (a) et du moulage propergol correspondant (b).

— impact de la mise à l'échelle. Les études sur le LP6 et le P230 ont souligné que la taille du domaine peut modifier le comportement et le rôle des particules sur l'instabilité. Il est donc d'un grand intérêt d'étudier les effets d'échelles sur le VSA dans un écoulement chargé en particules réactives et inertes.

Ces études sont réalisées sur une configuration académique, schématisée Figure 1.30, qui permet de découpler et d'analyser précisément les phénomènes influant sur l'instabilité.

Le manuscrit est organisé de la façon suivante : les méthodes mises en oeuvre (simulation aux grandes échelles, stabilité linéaire) sont décrites dans les chapitres 2 et 3 alors que la configuration étudiée au cours de ce travail est décrite au chapitre 4. Le chapitre 5 est dédié à l'étude numérique de l'effet du soufflage sur le VSA en utilisant des simulations instationnaires et des analyses de stabilité linéaire. L'impact des particules d'aluminium réactives et de leur résidus sur le VSA est étudié dans le chapitre 6 qui propose une analyse détaillée du rôle des particules sur les structures. Il intègre également une étude de l'impact des choix de modélisation (discrétisation, schéma numérique, modèles de turbulence de sous-maille). Pour finir, l'effet de la mise à l'échelle est analysé dans le chapitre 7.

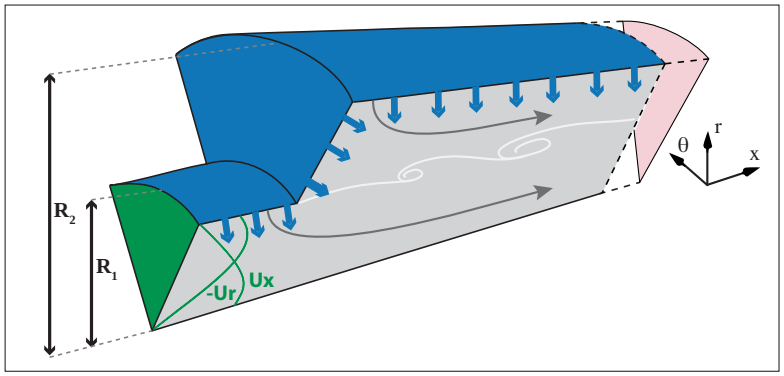


FIGURE 1.30 – Schéma de la configuration académique utilisée au cours de ces travaux.

Première partie

Méthodes et Modèles

2 Simulations numériques instationnaires : modèles et équations **41**

3 Stabilité linéaire : équations et méthodes numériques **67**

Au cours de ces travaux deux outils numériques sont utilisés. Le premier est le code AVBP, co-développé par le CERFACS et l'IFPEN, permettant de réaliser des simulations numériques aux grandes échelles. Les modèles et équations utilisés et développés dans le code sont présentés dans le chapitre 2. Le deuxième outil développé et utilisé dans ces travaux est le code AVLP. Fruit d'un développement en collaboration avec Thibault Bridel-Bertomeu [27], il permet de réaliser des analyses de stabilité linéaire locales. Les principes et équations de la stabilité linéaire, les méthodes numériques implémentées dans AVLP et sa validation sont décrits dans le chapitre 3.

Chapitre 2

Simulations numériques instationnaires : modèles et équations

Sommaire

2.1 Modélisation de la phase gazeuse 42
2.1.1 Système d'équations de la LES 42
2.1.2 Modélisation du transport de diffusion des espèces et du flux d'énergie 43
2.1.3 Modélisation des coefficients de transport 44
2.1.4 Les modèles de turbulence en LES 44
2.1.4.1 Le modèle de Smagorinsky 45
2.1.4.2 Le modèle de Smagorinsky dynamique 45
2.1.4.3 Le modèle WALE 46
2.1.4.4 Le modèle Sigma 46
2.1.5 Fermeture du transport de sous-maille pour les espèces et l'énergie 46
2.2 Modélisation de la phase dispersée 47
2.2.1 Le formalisme Lagrangien 47
2.2.2 Système d'équations du formalisme Lagrangien 47
2.2.3 Interaction entre la phase porteuse et la phase dispersée 48
2.2.4 Dynamique d'une particule isolée 48
2.2.4.1 Force de traînée 49
2.2.4.2 Equation de la quantité de mouvement, temps caractéristique de la dynamique et nombre de Stokes 50
2.3 Développements dans le solveur Lagrangien d'AVBP 51
2.3.1 Injection de particules sur un bord du domaine de calcul 51
2.3.1.1 L'injection Lagrangienne dans AVBP : état des lieux et définition des besoins pour la présente étude 51
2.3.1.2 Méthodologie et implémentation 51
2.3.1.3 Validation 53
2.3.2 Modélisation de la combustion des particules d'aluminium 55
2.3.2.1 État de l'art de la littérature 55
2.3.2.2 Présentation du modèle implémenté 57
2.3.2.3 Validations 0D du modèle de combustion des gouttes d'aluminium 63

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les équations et modèles utilisés dans les simulations instationnaires réalisées au cours de cette thèse via le code de calcul AVBP.

Les équations et modèles utilisés pour résoudre la phase gazeuse sont brièvement décrits dans le contexte de l'approche de Simulation aux Grandes Échelles (SGE ou LES en anglais).

Le formalisme Lagrangien pour la phase dispersée est ensuite détaillé ainsi que la présentation et la validation des développements réalisés au cours de cette thèse dans le solveur AVBP.

2.1 Modélisation de la phase gazeuse

Cette section présente les modèles et équations utilisés afin de résoudre la phase gazeuse dans le code AVBP. Après avoir présenté les équations filtrées de la LES, les modèles de fermeture des équations sont brièvement décrits. L'objectif ici n'est pas de rentrer dans les détails de la modélisation LES mais seulement de donner les éléments nécessaires à la compréhension des travaux présentés par la suite.

2.1.1 Système d'équations de la LES

Le système d'équations utilisé en LES est obtenu par une opération de filtrage spatial permettant de séparer les grandes et les petites échelles de la turbulence. Cette opération est réalisée grâce au produit de convolution de la quantité non filtrée f avec un filtre spatial G_Δ de taille caractéristique Δ.

La quantité filtrée $\bar{f}$ s'écrit alors :

$$\bar{f}(\vec{x}) = \int f(\vec{x'}) G_\Delta(\vec{x} - \vec{x'}) d\vec{x'} \tag{2.1}$$

où Δ est la largeur du filtre et $\vec{x}$ le vecteur position.

Après application du filtre, on peut décomposer f en sa partie dite résolue ou filtrée $\overline{f}$ et une partie dite de sous-maille, notée par la suite f', qui correspond aux petites échelles. Cette décomposition s'apparente à la décomposition de Reynolds pour les méthodes statistiques, et induit les mêmes problèmes lorsque l'écoulement est compressible. Ainsi, par analogie avec la moyenne de Favre, on introduit le filtrage "au sens de Favre" :

$$\widetilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\overline{\rho}} \tag{2.2}$$

avec ses fluctuations de sous-maille associées f'' telles que :

$$f = \widetilde{f} + f'' \tag{2.3}$$

En pratique, le filtrage est assuré par le maillage dont la résolution fixe la taille du filtre. Ainsi, plus le maillage est fin, plus le spectre de la turbulence est résolu. Le filtrage n'intervient généralement pas explicitement dans les simulations, sauf pour certains modèles de sous-maille utilisant un double filtrage.

Les équations filtrées utilisées dans les calculs LES sont donc, pour un écoulement compressible multi-espèces :

Équation de continuité filtrée

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho} \widetilde{u}_k}{\partial x_k} = S_m^l \tag{2.4}$$

Équation de quantité de mouvement filtrée

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{\rho} \widetilde{u}_i}{\partial t}}_{I} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho} \widetilde{u}_k \widetilde{u}_i}{\partial x_k}}_{II} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho}(\widetilde{u_k u_i} - \widetilde{u}_k \widetilde{u}_i)}{\partial x_k}}_{III} = \underbrace{-\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i}}_{IV} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\tau_{ik}}}{\partial x_k}}_{V} - S_{qdm,i}^l \tag{2.5}$$

avec

$$\overline{\tau_{ik}} \approx \mu \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \, \delta_{ik} \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_j} \tag{2.6}$$

De gauche à droite on trouve : le terme instationnaire filtré (I), le terme de transport convectif résolu (II), le terme de transport convectif non-résolu (III) que l'on va avoir à modéliser, le gradient de pression filtré (IV) et les contraintes visqueuses filtrées (V).

Équation de l'énergie filtrée

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{e_t}}{\partial t}}_{I} + \underbrace{\frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{e_t} + \overline{P})\widetilde{u_k}}{\partial x_k}}_{II} + \underbrace{\frac{\partial \overline{(\rho e_t + P)u_k} - \partial(\overline{\rho}\widetilde{e_t} + \overline{P})\widetilde{u}_k}{\partial x_k}}_{III} = \underbrace{\frac{\partial \widetilde{u}_i \overline{\tau_{ik}}}{\partial x_k}}_{IV} - \underbrace{\frac{\partial \overline{J_k^e}}{\partial x_k}}_{V} + \underbrace{\overline{\dot{\omega}}_e}_{VI} + S_E^l \tag{2.7}$$

A gauche, on reconnaît le terme instationnaire filtré (I), le transport convectif résolu (II) et le transport non résolu (III) qui devra être modélisé. A droite, apparaissent la dissipation visqueuse (IV), la conduction thermique filtrée (V) et le terme source d'énergie lié aux réactions chimiques (VI) qu'il faudra également fermer.

Équation d'espèce chimique filtrée

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{Y_j}}{\partial t}}_{I} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u}_k\widetilde{Y_j}}{\partial x_k}}_{II} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho}(\widetilde{u_k Y_j} - \widetilde{u}_k\widetilde{Y_j})}{\partial x_k}}_{III} = \underbrace{\frac{\partial \overline{J_k^j}}{\partial x_k}}_{IV} + \underbrace{\overline{\dot{\omega}}_j}_{V} + S_j^l \tag{2.8}$$

Cette équation, valable pour toutes les espèces chimiques j, fait apparaître respectivement : un terme instationnaire filtré (I), un terme de transport convectif résolu (II), un terme de transport convectif non résolu (III), un terme de diffusion moléculaire filtré (IV) et un terme source lié aux réactions chimiques (V). Les termes à fermer sont donc le terme de transport de sous-maille, le terme de diffusion moléculaire filtré et le terme source filtré.

Équation d'état

Pour fermer les équations, une équation d'état reliant la pression, la température et la densité est nécessaire. En considérant un gaz parfait l'équation d'état s'écrit :

$$\bar{P} = \bar{\rho} r \bar{T} \qquad \text{avec} \qquad r = \frac{R}{W} \tag{2.9}$$

où $R = 8.3143\ \mathrm{J/mol/K}$ est la constante universelle des gaz parfaits et W la masse molaire du mélange.

Les termes S_*^l présents dans les Eq. (2.4), (2.5), (2.7) et (2.8) représentent respectivement les termes sources de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'espèces issus du couplage entre les phases liquide et gazeuse. L'expression de ces termes est détaillée en Section 2.2

Le système d'équations filtrées présenté précédemment a mis en évidence la présence de termes non fermés et représentant les phénomènes qui se déroulent en sous-maille. Ces termes nécessitent d'être estimés à l'aide de modèles de fermeture qui sont présentés dans les sections suivantes.

2.1.2 Modélisation du transport de diffusion des espèces et du flux d'énergie

En utilisant l'approximation d'Hirschfelder Curtis [102], le flux de diffusion des espèces s'écrit :

$$J_k^j = -\rho Y_j V_k^j = -\rho \mathscr{D}_j \frac{W_j}{W} \frac{\partial X_j}{\partial x_k} \tag{2.10}$$

où $\mathscr{D}_j$ est le coefficient de diffusion pour l'espèce j et $X_j = Y_j W / W_j$ est la fraction molaire de l'espèce j. Pour assurer la conservation de la masse ($\sum_{j=1}^{n_{spec}} J_k^j = 0$), une correction de la vitesse de diffusion est introduite :

$$V_k^c = \sum_{j=1}^{n_{spec}} \mathscr{D}_j \frac{W_j}{W} \frac{\partial X_j}{\partial x_k} \tag{2.11}$$

Avec cette correction, l'expression finale du flux de diffusion des espèces s'écrit :

$$J_k^j = -\rho \left(\mathscr{D}_j \frac{W_j}{W} \frac{\partial X_j}{\partial x_k} - Y_j V_k^c \right) \tag{2.12}$$

L'expression de $\mathscr{D}_j$, introduite dans la section 2.1.3, dépend du modèle de transport utilisé.

Le flux d'énergie J_k^e est composé d'un terme de diffusion (conduction thermique) et d'un terme lié au transport d'énergie par la diffusion des espèces :

$$J_k^e = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} - \rho \sum_{j=1}^{N} \left(\mathscr{D}_j \frac{W_j}{W} \frac{\partial X_j}{\partial x_k} - Y_j V_k^c \right) h_{s,j} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} + \sum_{j=1}^{N} J_k^j h_{s,j} \tag{2.13}$$

où λ est le coefficient de conduction thermique (voir section 2.1.3) du mélange et $h_{s,j}$, l'enthalpie sensible de l'espèce j.

2.1.3 Modélisation des coefficients de transport

Les modèles avancés pour les coefficients de transport, utilisés dans des solveurs cinétiques comme Cantera [92] sont trop couteux pour des simulations LES. Des approches simplifiées, présentées dans cette section, sont alors utilisées.

La viscosité moléculaire μ est supposée être indépendante de la composition du gaz et être proche de celle de l'air. La loi classique de Sutherland est alors utilisée :

$$\mu = \mu_{ref} \frac{T^{3/2}}{T+S} \frac{T_{ref}+S}{T_{ref}^{3/2}} \tag{2.14}$$

où μ_{ref} et S sont déterminées de façon à correspondre à la viscosité réelle du mélange. Pour l'air à $T_{ref} = 273$ K , $\mu_{ref} = 1.71\ 10^{-5}$ kg/m.s et $S = 110.4$ K.

Une seconde loi, appelée "power law" est disponible, où la viscosité moléculaire s'exprime :

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^b \tag{2.15}$$

où b est typiquement entre 0.5 et 1.0. Pour l'air on a $b = 0.76$.

En supposant que le nombre de Prandtl Pr est constant, le coefficient de conduction thermique du mélange s'écrit simplement :

$$\lambda = \frac{\mu C_P}{Pr} \tag{2.16}$$

où $C_P = \sum_{j=1}^{n_{spec}} C_{P,j} Y_k$ est la capacité thermique du mélange.

Les coefficients de diffusion $\mathscr{D}_j$ sont déterminés en supposant que le nombre de Schmidt Sc_k des espèces est constant. Ainsi le coefficient de diffusion de chaque espèce est obtenu par :

$$\mathscr{D}_j = \frac{\mu}{\rho Sc_j} \tag{2.17}$$

Le nombre de Lewis $\mathscr{L}$ définit le rapport entre diffusion thermique α et la diffusion moléculaire moyenne du mélange $\mathscr{D}$:

$$\mathscr{L} = \frac{\alpha}{\mathscr{D}} = \frac{\lambda}{\mathscr{D}\ \rho\ C_P} \tag{2.18}$$

Le nombre de Lewis peut également être exprimé avec les nombres de Prandtl Pr et de Schmidt Sc :

$$\mathscr{L} = \frac{Sc}{Pr} \tag{2.19}$$

2.1.4 Les modèles de turbulence en LES

Les modèles de turbulence de sous-maille (Sub-Grid Scale en anglais) permettent de modéliser le terme de transport convectif de sous-maille (terme III Eq. (2.5)). Le tenseur de Reynolds, qui permet la description des effets de la turbulence de sous-maille dans les équations filtrées peut se décomposer en trois parties, d'après Leonard [120] :

$$T_{ik} = L_{ik} + C_{ik} + R_{ik} \tag{2.20}$$

où

- $L_{ik} = \widetilde{\widetilde{u_i}\widetilde{u_k}} - \widetilde{u_i}\widetilde{u_k}$ est le tenseur de Léonard, calculé avec les grandeurs filtrées, qui traduit les échanges d'énergie des grandes structures avec les petites.

- $C_{ik} = \widetilde{\widetilde{u_i} u_k''} + \widetilde{u_i'' \widetilde{u_k}}$ est le terme croisé décrivant les échanges énergétiques bidirectionnels entre grandes et petites structures.
- $R_{ik} = \widetilde{u_i'' u_k''}$ est le tenseur de Reynolds décrivant la dissipation d'énergie par les petits tourbillons.

A la différence de l'approche RANS où seul le terme R_{ik} est présent, deux autres termes doivent donc être fermés en LES. Malgré tout, on modélise en règle générale ces trois tenseurs par un tenseur unique. Ces modélisations reposent principalement sur deux concepts : le premier consiste à utiliser une viscosité turbulente pour décrire le transport de sous-maille alors que le second repose sur le concept de similarité d'échelles (les petites structures résolues ont un comportement très proche des plus grandes structures modélisées). De plus amples informations sur la classification des modèles de turbulence de sous-maille peuvent être trouvées dans [154, 164].

Dans cette section seuls les modèles utilisés au cours de cette thèse sont présentés, à savoir le modèle de Smagorinsky [174] et sa version dynamique [87, 123], le modèle WALE (Wall Adapting Linear Eddy) [148] et le modèle Sigma [187]. Ils sont tous basés sur le concept de viscosité turbulente ν_t dont l'objectif est de reproduire l'effet dissipatif des échelles non résolues.

On peut alors écrire le terme de transport convectif non résolu T_{ij} comme :

$$T_{ij} = -2\nu_t \widetilde{S_{ij}^a} + \frac{2}{3} k_{sgs} \delta_{ij} \tag{2.21}$$

où $k_{sgs} = 1/2\ T_{kk}$ est l'énergie cinétique turbulente de sous-maille et :

$$\widetilde{S_{ij}^a} = \widetilde{S_{ij}} - \frac{1}{3} \widetilde{S_{kk}} \delta_{ij} \tag{2.22}$$

où $\widetilde{S_{ij}}$ est le tenseur des déformations résolu défini par :

$$\widetilde{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \tag{2.23}$$

En pratique, le second terme du membre de droite de l'Eq. (2.21) est incorporé au terme de pression dans l'équation de la quantité de mouvement. Il ne reste plus qu'à fermer le terme ν_t. Son expression dépend du modèle utilisé comme brièvement décrit dans les paragraphes suivants.

2.1.4.1 Le modèle de Smagorinsky

Dans ce modèle, la viscosité turbulente est proportionnelle à la taille de maille au carré et à une échelle de temps caractéristique de la turbulence. Smagorinsky [174] propose ainsi l'expression :

$$\nu_t = C_S^2 \Delta^2 \sqrt{2 \widetilde{S_{ij}} \widetilde{S_{ij}}} \tag{2.24}$$

où Δ représente la taille du filtre introduite implicitement par le maillage et C_S est la constante de Smagorinsky.

Le choix de la constante est dépendante de la configuration étudiée. Si elle est égale à 0.18 sous l'hypothèse d'une turbulence homogène et isotrope (THI) [8], lorsque l'écoulement possède un gradient de vitesse moyen important (cas d'un canal turbulent par exemple), sa valeur est plus de l'ordre de 0.1 [57, 142].

Ce modèle est connu pour son comportement parfois trop dissipatif, sa difficulté dans la prédiction correcte de la transition à la turbulence et surtout son traitement incorrect des régions en proche paroi.

2.1.4.2 Le modèle de Smagorinsky dynamique

Germano [87] et Lilly [123] proposent une amélioration du modèle de Smagorinsky. Dans cette approche, la constante C_S est déterminée via une procédure dynamique et locale : le comportement de sous-maille est déduit des plus petites échelles résolues, ce qui requiert un filtrage du champ de vitesse résolu à une taille de filtre Δ' supérieure à Δ.

Le modèle de Smagorinsky dynamique convient pour une large gamme d'applications, mais il est plus coûteux et complexe à mettre en œuvre, puisqu'il requiert notamment l'utilisation d'un opérateur de filtrage explicite.

2.1.4.3 Le modèle WALE

Le modèle WALE (Wall Adapting Linear Eddy) développé par Nicoud et Ducros [148] permet d'améliorer le comportement du modèle proche des parois. La viscosité turbulente est évaluée par :

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{(s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2}}{(\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4}} \tag{2.25}$$

où C_w est une constante fixée à 0.4929 et le tenseur s_{ij}^d s'écrit :

$$s_{ij}^d = \frac{1}{2}(\widetilde{g_{ij}}^2 + \widetilde{g_{ji}}^2) - \frac{1}{3}\widetilde{g_{kk}}^2 \delta_{ij} \tag{2.26}$$

avec $\widetilde{g_{ij}}^2 = \widetilde{g_{ik}}\widetilde{g_{kj}}$ où $\widetilde{g_{ij}}$ est le gradient de vitesse résolu.

Par rapport à la formulation classique de Smagorinsky, ce modèle présente l'avantage de détecter toutes les structures tourbillonnaires participant à la dissipation de l'énergie cinétique et de faire décroitre naturellement la viscosité turbulente vers zéro en proche paroi. De plus le modèle impose une viscosité turbulente nulle dans les écoulements cisaillés, permettant de reproduire la transition vers la turbulence en laissant croître les modes linéairement instables.

2.1.4.4 Le modèle Sigma

Dans le modèle Sigma proposé par Baya Toda & al. [187], la viscosité turbulente de sous-maille prend la forme suivante :

$$\nu_t = C_\sigma^2 \Delta^2 D_\sigma \tag{2.27}$$

On retrouve la taille du filtre Δ. Le terme D_σ s'exprime quant à lui, de la manière suivante :

$$D_\sigma = \frac{\sigma_3(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_2 - \sigma_3)}{\sigma_1^2} \tag{2.28}$$

avec σ_1, σ_2 et σ_3 les valeurs propres du tenseur des gradients de vitesses g_{ij}.

Grâce à l'utilisation des valeurs propres du tenseur g_{ij}, l'opérateur différentiel D_σ assure naturellement la décroissance de la viscosité turbulente à proximité des parois. De plus, il s'annule pour des écoulements bidimensionnels ($\sigma_3 = 0$), ainsi que dans le cas d'une expansion/contraction axisymétrique ou isotrope ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Pour finir, la constante C_σ est fixée à 1.5 dans le cas du modèle Sigma statique, mais peut être aussi évaluée de manière dynamique, à partir d'une moyenne sur l'ensemble du domaine de calcul.

2.1.5 Fermeture du transport de sous-maille pour les espèces et l'énergie

Tout comme en RANS, la modélisation des flux de sous-maille d'énergie et d'espèces est faite par une approche de type gradient. Ces flux s'expriment de manière analogue à ceux d'une loi de type Fourier. On introduit ainsi un nombre de Prandtl Pr_t et un nombre de Schmidt Sc_t turbulents pour l'évaluation des coefficients de diffusion turbulente :

$$\overline{(\rho e_t + P)u_k} - (\overline{\rho}\widetilde{e_t} + \overline{P})\widetilde{u}_k = -\overline{\rho} c_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_k} \tag{2.29}$$

$$\overline{\rho}(\widetilde{Y_j u_k} - \widetilde{Y_j}\widetilde{u}_k) = -\overline{\rho} \frac{\nu_t}{Sc_t} \frac{\partial \widetilde{Y_j}}{\partial x_k} \tag{2.30}$$

En réalité, le flux convectif non résolu peut avoir un comportement contre-gradient. Divers travaux existent sur ce sujet et proposent des termes supplémentaires pour la fermeture [23, 37, 100].

2.2 Modélisation de la phase dispersée

Cette section présente le formalisme Lagrangien, introduit initialement dans le code AVBP par Garcia [84], et utilisé dans ces travaux de thèse pour représenter la phase dispersée de particules d'aluminium réactives. A la différence du formalisme Eulérien [61, 159, 173, 172] qui considère la phase dispersée comme un fluide continu, le formalisme Lagrangien calcule la trajectoire de chaque particule à l'aide d'un bilan des forces.

Des comparaisons entre les deux formalismes peuvent être trouvées dans [175, 196].

2.2.1 Le formalisme Lagrangien

Deux approches Lagrangiennes peuvent être utilisées.

La première, dite déterministe, consiste à considérer que chaque particule numérique (donc présente dans la simulation) représente une seule particule physique ce qui permet une représentation directe de la phase dispersée [24, 132, 193]. Cette approche implique de calculer toutes les particules dont le nombre très important se traduit par un coût de calcul très élevé. Ceci est d'autant plus marqué dans le cadre de la simulation des particules d'aluminium dans les moteurs à propergol solide car chaque particule d'aluminium injectée devient après combustion, un résidu inerte qui est transporté jusqu'à sa sortie du domaine, contrairement au cas de la combustion de carburants liquides où l'évaporation complète fait disparaitre la particule.

La seconde approche, dite stochastique, [22, 75, 176] permet de décrire la statistique de la phase dispersée à partir d'un nombre réduit de particules statistiques. Cette approche est donc moins coûteuse qu'une approche déterministe, mais nécessite la construction de modèles de fermeture stochastique précis.

L'approche utilisée dans AVBP est à mi-chemin entre une approche déterministe et une approche stochastique. Elle consiste à conserver une approche déterministe tout en réduisant le nombre de gouttes de la phase dispersée. Pour cela, des particules physiques ayant des caractéristiques communes sont regroupées en une seule particule numérique présente dans la simulation. Cette particule numérique représente en fait un ensemble de particules qui obéissent à une distribution de Dirac, ce qui évite de développer des modèles stochastiques supplémentaires. Cette approche réduit forcément le coût de calcul, mais peut introduire un écart à l'approche déterministe de référence si le nombre de gouttes numériques est trop faible pour représenter la statistique de la phase dispersée.

Chaque particule est considérée comme un point matériel se déplaçant dans l'espace et interagissant avec le gaz. Ceci n'est valable que si les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- Les forces de tension de surface sont prépondérantes, conduisant à des gouttes sphériques.
- La phase dispersée est dans un régime dilué, correspondant à une fraction volumique des particules dans le gaz inférieure à 10^{-4} selon [74]. Les collisions entre les particules peuvent être alors négligées.

L'impact des particules sur la phase gazeuse est retranscrit via des termes sources dans les équations conservatives de la phase gazeuse présentées en Section 2.1, pour la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. La modélisation de ces termes sources pour des particules d'aluminium réactives utilisée au cours de cette thèse est détaillée dans les sections suivantes.

2.2.2 Système d'équations du formalisme Lagrangien

La trajectoire, la masse et la température de chaque particule sont décrites au cours du temps par le système d'équations suivant :

$$\frac{\mathcal{D}X_p^i}{\mathcal{D}t} = u_p^i \tag{2.31}$$

$$\frac{\mathcal{D}m_p u_p^i}{\mathcal{D}t} = F_p^{ext,i} \tag{2.32}$$

$$\frac{\mathcal{D}m_p}{\mathcal{D}t} = \dot{m}_p \tag{2.33}$$

$$\frac{\mathcal{D}m_p h_{s,p}}{\mathcal{D}t} = \dot{\Phi}_p \tag{2.34}$$

L'indice p désigne une quantité particulaire et i la direction spatiale. X, u, m et h_s représentent respectivement la position de la particule, sa vitesse, sa masse et son enthalpie sensible. $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$ est la dérivée particulaire. Les termes sources F^{ext}, $\dot{m}$ et $\dot{\Phi}$ correspondent respectivement aux forces extérieures agissant sur la particule, à la variation de masse et de l'énergie interne et sont explicités dans les prochaines sections.

2.2.3 Interaction entre la phase porteuse et la phase dispersée

Le couplage avec la phase gazeuse est obtenu en transférant de manière conservative les flux de masse $\dot{m}_p^n$, de quantité de mouvement $F_p^{ext,n}$ et d'énergie $\dot{\Pi}_p^n$ de chaque goutte n, aux équations gazeuses LES, par le biais des termes sources $S_*^{l\to g}$ définis par les Eq. (2.35).

$$S_m^{l\to g} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{n=1}^{N} -\Psi(X_p^n)\dot{m}_p^n \tag{2.35a}$$

$$S_{qdm,i}^{l\to g} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{n=1}^{N} \Psi(X_p^n)\left(-F_p^{ext,n} + \dot{m}_p^n u_p^n\right) \tag{2.35b}$$

$$S_E^{l\to g} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{n=1}^{N} \Psi(X_p^n)\left(-\vec{F}_p^{ext,n}\cdot\vec{u}_p^n + \frac{1}{2}\dot{m}_p^n\|\vec{u}_p^n\|^2 - \dot{\Pi}_p^n\right) \tag{2.35c}$$

où N est le nombre total de particules situées dans un volume de contrôle ΔV. L'interpolation des termes sources de la phase liquide sur la phase gazeuse se fait via une fonction d'interpolation $\Psi(X_p)$.

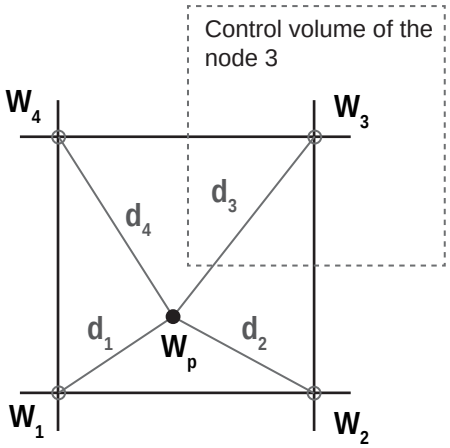


FIGURE 2.1 – Exemple de projection des termes sources issus d'une goutte sur les sommets d'un élément carré.

Pour les maillages non structurés, l'interpolation est effectuée avec les sommets de l'élément de maillage qui contient la goutte, et des poids inversement proportionnels à la distance entre la goutte et les sommets de l'élément d_j (Figure 2.1) :

$$\Psi_j(x_p) = \frac{1/d_j}{\sum_{k'=1,N_v} 1/d_{k'}} \tag{2.36}$$

où j est l'indice du sommet de l'élément et N_v le nombre de sommets. Ici, le volume de contrôle ΔV est égal au volume nodal, c'est-à-dire le volume entourant un sommet, défini à partir des centres des cellules associées à ce sommet (cf Figure 2.2).

La modélisation du flux de masse $\dot{m}_p^n$ et d'énergie $\dot{\Pi}_p^n$ est détaillée dans le paragraphe 2.3.2 où est décrit le modèle de combustion utilisé et implémenté dans AVBP pour traiter la combustion des particules d'aluminium. La modélisation du flux de quantité de mouvement est standard, et détaillée dans la Section 2.2.4.

2.2.4 Dynamique d'une particule isolée

L'équation de mouvement d'une particule tenant compte de toutes les forces extérieures est souvent appelée l'équation de Basset-Boussinesq-Oseen (BBO). En effet, Basset [12], Boussinesq [25] et Oseen [152] ont étudié l'écoulement autour d'une goutte en chute libre et ont pu en dériver une expression analytique pour les forces s'exerçant sur la goutte. Tchen [185] a étendu leurs travaux au mouvement d'une sphère rigide dans un écoulement non uniforme. Certaines inconsistances ont par la suite été corrigées par Maxey et Riley [134].
Une goutte isolée en mouvement subit un ensemble de forces extérieures $\vec{F}^{ext}$ qui sont [84] :

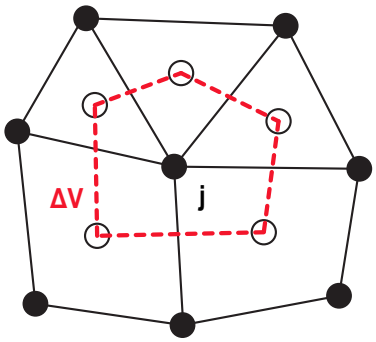


FIGURE 2.2 – Volume de contrôle ΔV associé au nœud j, d'après [115].

- La force de traînée $\vec{F}_D$.
- La force de masse ajoutée $\vec{F}_{am}$.
- Le gradient de pression $\vec{F}_{press}$.
- La force de Basset $\vec{F}_B$.

Lorsque la masse volumique des particules est très supérieure à celle du gaz, comme c'est le cas de l'aluminium liquide par rapport aux gaz issus de la combustion du propergol, on ne considère que la force de traînée. On a donc ici $\vec{F}^{ext} = \vec{F}_D$.

2.2.4.1 Force de traînée

La force de traînée $\vec{F}_D$ s'exprime avec un coefficient de traînée C_D par la relation :

$$\vec{F}_D = \frac{1}{2}\rho_g C_D A_p \|\vec{u}_g - \vec{u}_p\|(\vec{u}_g - \vec{u}_p) \tag{2.37}$$

où ρ_g est la masse volumique du fluide, $\vec{u}_g$ sa vitesse et $\vec{u}_p$ la vitesse de la particule. A_p correspond à la surface de la particule.
De nombreuses expressions du coefficient C_D peuvent être trouvées dans la littérature. Le coefficient de traînée de Stokes [178] s'exprime :

$$C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}} \tag{2.38}$$

où $\mathcal{R}_{e_p}$ représente le nombre de Reynolds particulaire, qui compare les forces inertielles aux forces visqueuses :

$$\mathcal{R}_{e_p} = \frac{\rho_p d_p \|\vec{u}_g - \vec{u}_p\|}{\mu_g} \tag{2.39}$$

où d_p est le diamètre de la goutte sphérique et μ_g la viscosité dynamique du gaz.

Les études de Oseen [152] sur des sphères rigides, isolées, non évaporantes ont permis une extension de l'expression du coefficient de Stokes en y intégrant des effets inertiels du premier ordre, pour des nombres de Reynolds inférieur à 5 :

$$C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}}\left(1 + \frac{3}{16}Re_p^{0.687}\right) \tag{2.40}$$

Toutefois, l'une des expressions les plus utilisées est la corrélation empirique de Schiller et Naumann [166] :

$$C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}}\left(1 + 0.15Re_p^{0.687}\right) \tag{2.41}$$

Cette corrélation est valide jusqu'à $\mathcal{R}_{e_p} < 1000$.
D'autres auteurs ont par ailleurs proposé des corrélations similaires, pour différentes classes de $\mathcal{R}_{e_p}$.

$$\text{Clift [46]} \quad C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}}\left(1 + 0.1935Re_p^{0.6305}\right) \quad \mathcal{R}_{e_p} \leq 1000 \tag{2.42}$$

$$\text{Rudinger [46]} \quad C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}}\left(1 + \frac{1}{6}Re_p^{2/3}\right) \quad \mathcal{R}_{e_p} \leq 1000 \tag{2.43}$$

$$\text{White [46]} \quad C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}} + \left(\frac{6}{1 + \mathcal{R}_{e_p}^0.5} \right) + 0.4 \quad \mathcal{R}_{e_p} \leq 200 \tag{2.44}$$

$$\text{Mulholland [144]} \quad C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}} \left(1 + 0.11 Re_p^{0.687}\right) \quad 25 \leq \mathcal{R}_{e_p} < 300 \tag{2.45}$$

$$\text{Virepinte [197]} \quad C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_{e_p}} \left(1 + 0.12 Re_p^{0.687}\right) \quad 20 <= \mathcal{R}_{e_p} < 120 \tag{2.46}$$

La Figure 2.3 montre que toutes ces corrélations ont un comportement similaire. Toutefois, les mesures obtenues expérimentalement par Virepinte [197] et par Mulholland [144] montrent que le coefficient de traînée est plus faible pour une goutte liquide que pour une particule solide du fait de la déformation et de l'écoulement interne.

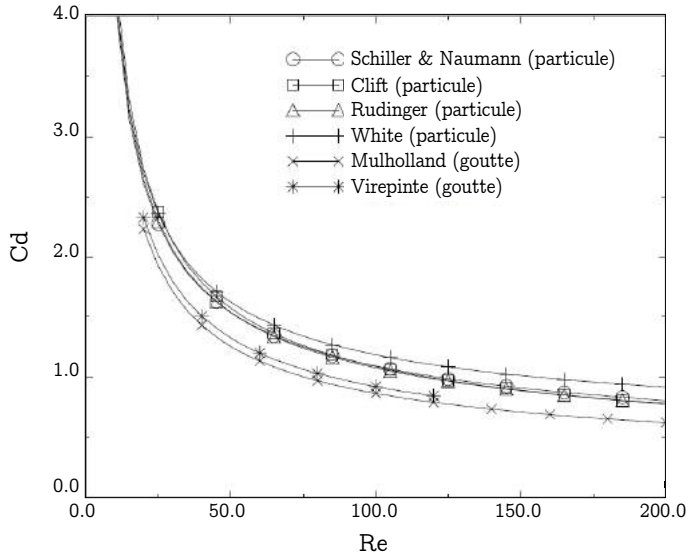


FIGURE 2.3 – Comparaison des différentes corrélations du coefficient de traînée pour une particule solide ou liquide isolée, d'après Massol [133].

Les corrélations précédemment introduites sont basées sur l'étude d'une goutte isolée et donc ne tiennent pas compte de la modification du coefficient de traînée due aux particules environnantes. En effet, lorsque le nombre de particules est élevé, la phase porteuse est altérée par la présence des particules. Dans les travaux réalisés au cours de cette thèse, la corrélation de Schiller et Naumann est utilisée (Eq. 2.41).

2.2.4.2 Equation de la quantité de mouvement, temps caractéristique de la dynamique et nombre de Stokes

La quantité de mouvement est finalement décrite par l'Eq. (2.32).

$$\frac{\mathcal{D}u_{p,i}}{\mathcal{D}t} = \frac{1}{\tau_p}(u_{g,i} - u_{p,i}) + g_i \tag{2.47}$$

où g_i est la gravité.

Cette équation différentielle du premier ordre fait apparaitre un temps caractéristique τ_p défini par :

$$\tau_p = \frac{\rho_l \, d_p^2}{18 \, \mu_g \, f(\mathcal{R}_{e_p})} \qquad \text{avec} \qquad f(\mathcal{R}_{e_p}) = 1 + 0.15 Re_p^{0.687} \tag{2.48}$$

Comme pour tout système du premier ordre, à $t = \tau_p$, la particule a atteint environ 63 % de la vitesse stationnaire de la phase porteuse en partant de 0. Le comportement inertiel d'une particule peut être estimé en comparant τ_p à un temps caractéristique de l'écoulement porteur, noté τ_f. Ce dernier est basé sur les caractéristiques du phénomène dans l'écoulement auquel on souhaite comparer le comportement inertiel de la particule. Il peut être basé par exemple sur un temps lié à la turbulence ou encore sur une épaisseur de couche de vorticité comme c'est le cas pour l'étude des couches de mélange. Le rapport du temps caractéristique dynamique de la particule et du temps caractéristique fluide définit le nombre de Stokes S_t :

$$S_t = \frac{\tau_p}{\tau_f} \tag{2.49}$$

Pour des grands nombres de Stokes ($S_t \gg 1$), la particule est très peu sensible à la variation de vitesse de l'écoulement, et suit la trajectoire dictée par son inertie. Au contraire, une particule à faible nombre de Stokes ($S_t \ll 1$) suit l'écoulement à la façon d'un traceur.

2.3 Développements dans le solveur Lagrangien d'AVBP

2.3.1 Injection de particules sur un bord du domaine de calcul

2.3.1.1 L'injection Lagrangienne dans AVBP : état des lieux et définition des besoins pour la présente étude

Avant ces travaux de thèse l'injection Lagrangienne dans AVBP était réalisée dans des volumes d'injection construits à partir de paramètres géométriques renseignés par l'utilisateur. Le nombre de particules à injecter par itération dans ce volume est ensuite calculé à partir de la consigne de débit massique.

Les volumes d'injection sont dépendants du type d'injection souhaité. On peut notamment spécifier une injection en volume autour d'un point, d'une ligne ou encore d'un disque. Un aperçu de ces différentes injections est présenté sur la Figure 2.4. A titre d'exemple, le modèle d'injection le plus utilisé dans les applications moteurs aéronautiques appelé FIMUR [106] permet d'injecter des particules sous la forme d'un cône creux issu d'un injecteur pressurisé. Toutes ces injections sont placées indépendamment des conditions limites gazeuses de la géométrie.

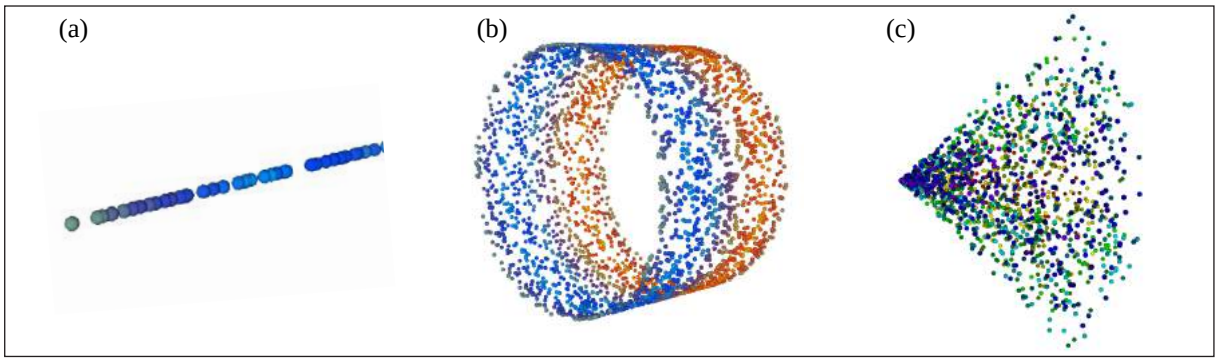


FIGURE 2.4 – Aperçu des injections Lagragiennes de type point (a), disque (b) et cône (c).

Dans les applications de type moteurs à propergol solide, la phase dispersée est injectée avec la phase gazeuse au niveau des surfaces de propergol. Le volume d'injection Lagrangienne est donc positionné sur la surface de la condition limite gazeuse correspondante. Le développement d'une injection Lagrangienne liée à une condition limite gazeuse a donc été nécessaire pour ces travaux de thèse. Ce développement répond par ailleurs à un besoin plus général formulé des utilisateurs du solveur Lagrangien d'AVBP.

L'injection développée et implémentée au cours de cette thèse dans AVBP répond aux caractéristiques suivantes :

— injection de particules de façon aléatoire sur le long d'une condition limite gazeuse
— injection selon la normale aux faces de cette surface
— possibilité d'injection sur plusieurs conditions limites de façon indépendante

2.3.1.2 Méthodologie et implémentation

A chaque itération du calcul le nombre de particules à injecter N_p doit être défini, chaque particule possédant un diamètre d_p, une position (x_p, y_p, z_p) et un vecteur vitesse (u_p, v_p, w_p). Connaissant le pas de temps dt et la consigne de débit massique de particules à injecter Q_p on peut calculer la masse totale $m_{p,tot}$ de particules à injecter dans l'itération.

L'injection Lagrangienne dans AVBP se déroule ensuite suivant les étapes suivantes :

— *Détermination des diamètres et du nombre de particules.* Pour chaque particule, un diamètre d_p est soit tiré aléatoirement dans la distribution de diamètre définie pour les cas polydisperses, soit égal à la consigne de diamètre pour les cas monodisperses. Après le calcul de la masse m_p de la particule correspondante, on compare la somme des particules déjà injectées pendant l'itération à la masse $m_{p,tot}$ à injecter au cours de

l'itération. Si $\sum m_p < m_{p,tot}$ un autre diamètre de particule est défini et la procédure est répétée jusqu'à ce que $\sum m_p > m_{p,tot}$. A la fin de cette étape le nombre de particules à injecter au cours de l'itération est connu et chaque particule possède une valeur de diamètre.

— *Assignation de la position et de la vitesse de chaque particule.* Dans le cadre d'une injection sur une condition limite, la particule doit être positionnée de façon aléatoire sur la surface correspondante. Le développement et l'implémentation de cette étape sont détaillés ci-après.
Concernant le vecteur vitesse (u_p, v_p, w_p), il est défini via une normale $\vec{n}$ calculée à partir de la surface d'injection, ici la surface connue de la condition limite S_{CL} , le débit massique de particule Q_p et la masse volumique des particules ρ_p : $\vec{u} = Q_p/(\rho_p\ S_{CL})$.

Dans le cas de simulations massivement parallèles, comme réalisées grâce au code AVBP, chaque processeur traite une partie du maillage et contient les informations qui y sont relatives. Les éléments constituant une condition limite peuvent donc être distribués sur plusieurs processeurs.

Afin de s'assurer que l'injection est bien aléatoire et homogène sur toute la condition limite la procédure implémentée, schématisée sur la Figure 2.5, est la suivante :

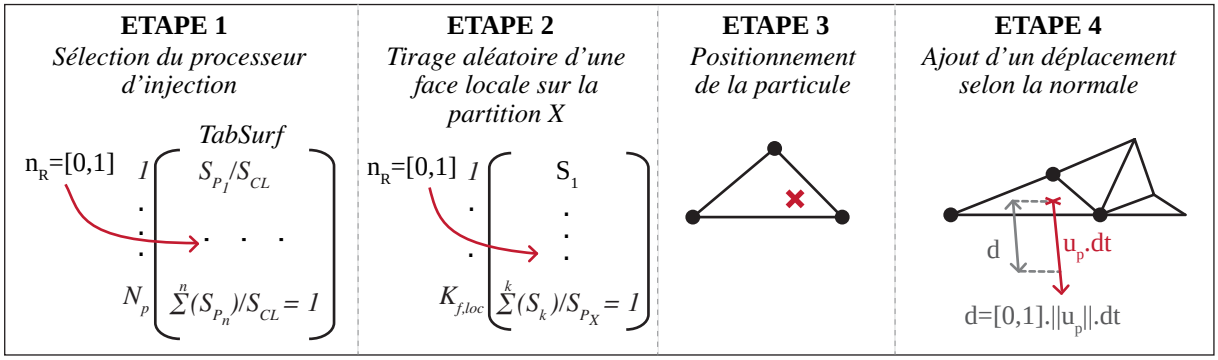


FIGURE 2.5 – Schématisation des différentes étapes de l'injection Lagrangienne sur une condition limite.

— Actions réalisées par tous les processeurs ayant une face sur la condition limite
ETAPE 1 : Tirage d'un nombre aléatoire n_R entre 0 et 1 commun à tous les processeurs et sélection de la partition X où la particule sera injectée. Cette sélection est réalisée via un tableau, appelé $TabSurf$ de dimension le nombre de processeur N_p sur la Figure 2.5. Dans ce tableau est stockée l'information de la surface relative de la condition limite que chaque processeur contient : S_{PX}/S_{CL}, où S_{PX} est la surface de la condition limite contenue par le processeur X et S_{CL} la surface totale de la condition limite. Plus la surface possédée par le processeur est importante, plus il aura de chance d'être sélectionné pour injecter la particule. Un exemple de création d'un tableau $TabSurf$ pour une condition limite où les éléments sont partagés par trois processeurs est présenté dans la Figure 2.6.

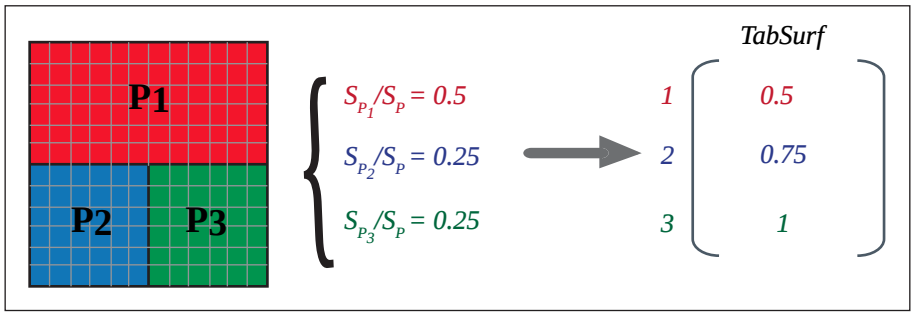


FIGURE 2.6 – Exemple de création du tableau $TabSurf$ pour une condition limite dont les éléments sont partagés par trois processeurs P_1, P_2 et P_3.

— Actions réalisées par le processeur sélectionné et basées sur la métrique d'AVBP
ETAPE 2 : Tirage aléatoire d'une face de cellule appartement à la condition limite locale au processeur, $K_{f,loc}$ étant le nombre de face de la condition limite contenu par le processeur X, S_k la surface de la face

k et S_{P_X} la surface de la condition limite contenu par le processeur X sélectionné.
ETAPE 3 : Positionnement de la particule sur la face. Pour cela, on réalise un tirage aléatoire des coordonnées dans la surface de la face sélectionnée. Si la face est un quadrilatère, elle est divisée en deux triangles puis un des deux triangles est choisi aléatoirement et le tirage aléatoire des coordonnées a lieu de la même façon dans un des deux triangles.
ETAPE 4 : Afin d'éviter de former des paquets discrets de particules, celles-ci sont déplacées au cours de l'injection selon la normale d'une distance d définie aléatoirement entre 0 et $||u_p||\, dt$, où $||u_p||$ est la norme de la vitesse de la particule et dt le pas de temps de l'itération.

2.3.1.3 Validation

La validation de l'implémentation de l'injection Lagrangienne sur une condition limite a été réalisée sur un cas test, présenté sur la Figure 2.7(a), composé d'un cube avec une entrée où est injecté un mélange gaz et de particules, une sortie et des murs glissants, respectivement colorés en bleu, rouge et gris sur la Figure 2.7(a).

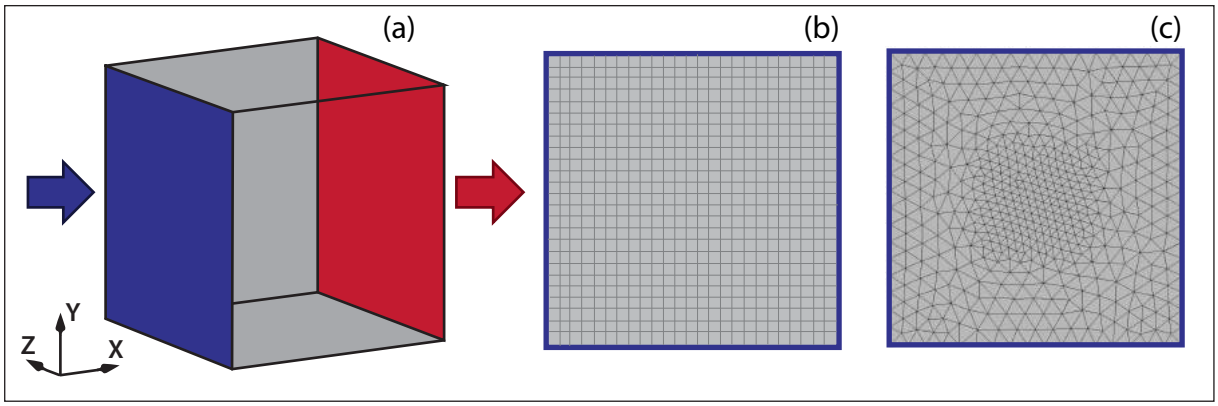


FIGURE 2.7 – Schéma de la géométrie du cas test (a) et présentation du maillage de la condition d'entrée pour le maillage hexaédrique uniforme (b) et le maillage en primes non uniforme (c).

Deux maillages ont été testés. Le premier composé de quadrilatères discrétise la condition limite d'entrée avec des surfaces carrées comme visualisé sur la Figure 2.7(b). Le deuxième composé de prismes discrétise la condition limite avec des surfaces triangulaires comme visualisé sur la Figure 2.7(c). L'objectif de ce test est notamment de s'assurer de l'homogénéité de la répartition des particules sur la condition limite.

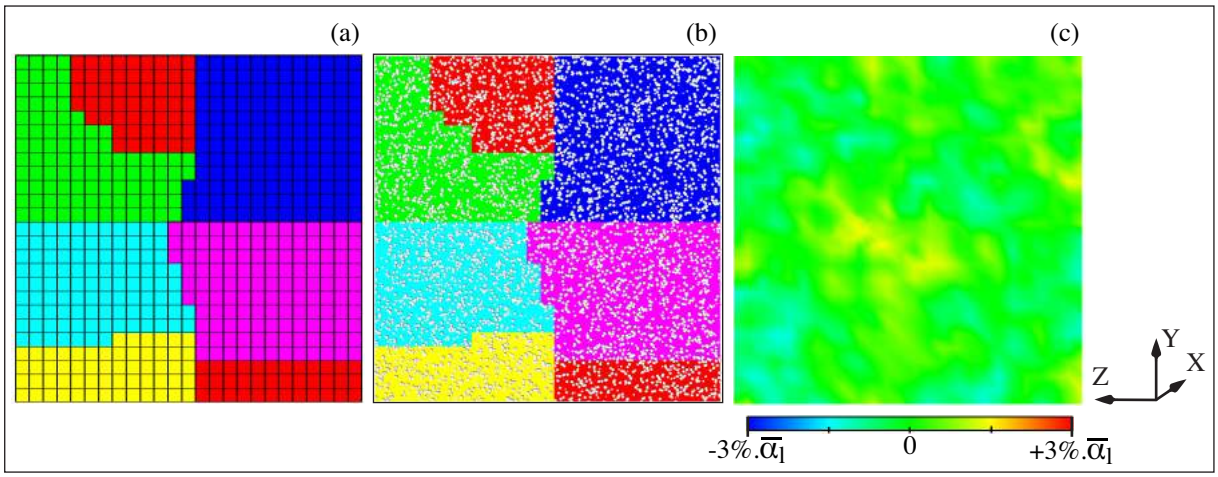


FIGURE 2.8 – Résultats de validation de l'injection pour le maillage hexaédrique : visualisation du partitionnement de la condition limite d'injection (a), d'un champ instantané de particules (b) et d'un champ moyen de fraction volumique de particules, avec $\bar{\alpha_l}$ la fraction volumique moyenne sur la surface (c).

Afin de valider l'implémentation pour des simulations massivement parallèles, les simulations ont été réalisées avec un nombre de processeurs suffisamment grand afin de distribuer la surface d'injection sur plusieurs processeurs comme présenté sur les Figure 2.8(a) et Figure 2.9(a).

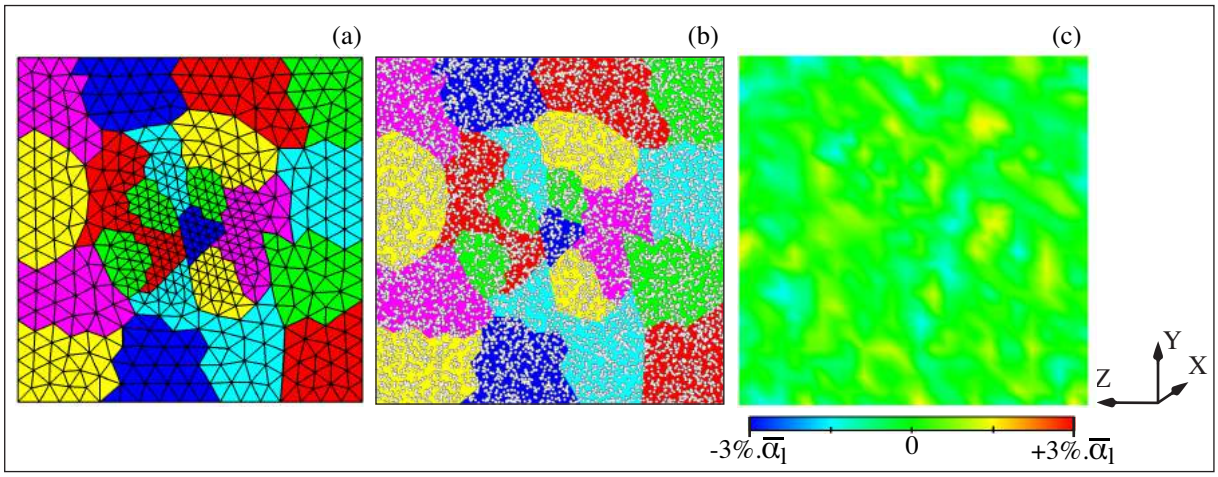


FIGURE 2.9 – Résultats de validation de l'injection pour le maillage en prismes : visualisation du partitionnement de la condition limite d'injection (a), d'un champ instantané de particules (b) et d'un champ moyen de fraction volumique de particules, avec $\bar{\alpha}_l$ la fraction volumique moyenne sur la surface (c).

Un champ instantané de particules est présenté sur les Figure 2.8(b) et Figure 2.9(b) pour les deux maillages. A première vue, on observe une répartition homogène des particules sur la surface. Ce résultat est confirmé par un champ moyen de fraction volumique de particules homogène sur la surface d'injection, les valeurs étant comprises entre $\pm 3\%$ de la valeur moyenne de la fraction volumique $\bar{\alpha}_l$ sur la surface, comme visualisé sur les Figure 2.8(c) et Figure 2.9(c) pour les deux maillages.

Ces résultats permettent de valider la méthodologie et l'implémentation de l'injection Lagrangienne sur une condition limite dans AVBP.

2.3.2 Modélisation de la combustion des particules d'aluminium

Le deuxième point de développement dans le solveur Lagrangien d'AVBP concerne la combustion des particules d'aluminium. Comme présenté en Section 1.2, la combustion d'une particule d'aluminium est très complexe, faisant intervenir de nombreuses étapes plus ou moins bien comprises à ce jour. De la complexité de cette combustion découle une série de modèles publiés dans la littérature prenant en compte de façon plus ou moins détaillée les différents phénomènes.

Avant de présenter les équations et la validation du modèle choisi et implémenté dans AVBP, un aperçu des principaux modèles de la littérature est dressé. L'objectif n'est pas de faire un état de l'art exhaustif de tous les modèles existants pour la combustion des particules d'aluminium, mais de donner une vue globale permettant de positionner le modèle retenu parmi les modèles principaux.

La modélisation de la combustion d'une goutte d'aluminium comporte deux aspects. Le premier est la modélisation de l'évolution temporelle de la taille de la goutte et donc le transfert de masse vers la phase porteuse. Le deuxième aspect concerne la modélisation du dégagement de chaleur lié à cette combustion. Pour chaque aspect, les différentes catégories de modélisation sont présentées par ordre de complexité, du plus complexe au plus simple. Pour plus d'informations, une revue détaillées des modèles a été réalisée par Beckstead [18].

2.3.2.1 État de l'art de la littérature

Modélisation de l'évolution temporelle du diamètre de la goutte

Pour les modèles les plus complexes, l'objectif est orienté sur la simulation de la combustion d'une particule d'aluminium isolée. Dans cette catégorie, les modèles dérivent en majorité du modèle analytique de Law [116] où l'écoulement réactif autour d'une goutte d'aluminium isolée en combustion est modélisé comme schématisé sur la Figure 2.10.

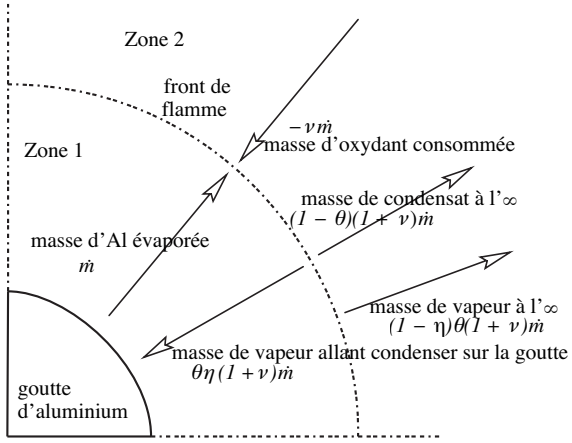


FIGURE 2.10 – Schéma des transferts de masse dans le modèle de combustion de Law [116], d'après Féraille [76].

Le modèle de Law considère l'existence de trois régimes de combustion associés au sens de déplacement des produits condensés :

— les produits s'éloignent de la zone de réaction et se dispersent à l'infini
— les produits s'accumulent au niveau de la zone de réaction
— les produits s'accumulent à la surface de la goutte

et sur l'existence de deux régions :

— Zone 1 : entre la particule et la flamme
— Zone 2 : entre la flamme et le milieu environnant

Le principe est alors d'expliciter les fractions de produits vaporisés et de produits condensés au niveau de la surface de la goutte, schématisés sur Figure 2.10, où ν est le coefficient stœchiométrique massique de la réaction. Au niveau de la flamme, une fraction θ des produits est vaporisée ($Al_2O_{3(g)}$) et le reste, $(1-\theta)$, est sous forme de condensat ($Al_2O_{3(l)}$). Après que les produits ont été formés, une fraction η des produits vaporisés est condensée au niveau de la surface de la goutte soit une fraction $\eta\,\theta$.

Ce modèle a été largement repris, amélioré et complexifié par de nombreux auteurs dont Brooks et al. [28], Basset et al. [13], Cesco [36], Widener et al. [205], Beckstead et al. [19], Desjardin et al. [58] et Yang & Yoon [208]. Il possède l'avantage de transitionner continûment d'une goutte d'aluminium à une goutte d'oxyde d'alu-

minium, mais il est beaucoup trop complexe en pratique, et ne reste utilisable qu'à l'échelle d'une particule isolée.

En diminuant le niveau de complexité vient ensuite la catégorie des modèles dérivés de ceux utilisés dans l'évaporation des hydrocarbures, basés sur la théorie de Spalding [113] où le transfert de masse suit une loi en d^2. Cette approche est utilisée par divers auteurs dont Lupoglazoff et al. [126], Gallier & Godfroy [78] et Sibra [171] dans des applications moteurs où la combustion de la phase dispersée est prise en compte.

C'est le niveau de complexité choisi pour l'implémentation dans AVBP. En plus de répondre au niveau de détail souhaité, le choix de cette modélisation a également été motivé par le fait que le modèle d'évaporation de Spalding pour la combustion des hydrocarbures est déjà implémenté et couramment utilisé dans AVBP facilitant l'intégration d'un modèle similaire pour l'aluminium. Plus de détails seront donnés dans la deuxième partie de cette section lors de la description du modèle implémenté.

La dernière catégorie de modélisation de la combustion de l'aluminium regroupe les modèles les plus globaux où est introduit un temps caractéristique de combustion noté τ_c et défini par une relation empirique basée sur une importante collection de résultats expérimentaux [18]. Cette relation, proposée par Beckstead [18] exprime le temps caractéristique de combustion d'une goutte d'aluminium de la façon suivante :

$$\tau_c = \frac{d_0^n}{k(aX_{O_2} + bX_{H_2O} + cX_{CO_2})^{n1} P^{n2} T^{n3}} \tag{2.50}$$

Avec τ_c en ms, la pression P en kPa, la température T en K, le diamètre initial d_0 en $\mu\mathrm{m}$ et :

a	b	c	n	n_1	n_2	n_3	k
1	0.6	1.8	1.8	1	0.1	0.2	125

L'évolution du diamètre de la goutte en fonction du temps s'écrit alors :

$$d_p^n(t) = d_0^n \left(1 - \frac{1}{\tau_c}.t\right) \tag{2.51}$$

L'évolution du diamètre de la goutte suit alors une loi en $d^{1.8}$ très proche de celle de la loi en d^2 utilisée pour l'évaporation des hydrocarbures. La légère modification de l'exposant peut être en partie expliquée par la présence du lobe d'alumine sur la goutte, perturbant son évaporation. Ce type de modèle est utilisé notamment par Fabignon et al. [73].

Modélisation du dégagement de chaleur.

Pour la modélisation du dégagement de chaleur, deux approches se distinguent.

La plus complexe considère un schéma cinétique plus ou moins détaillé afin de prendre en compte les réactions en phase gazeuse. Un schéma cinétique réduit de l'aluminium a été dérivé dans des gaz de propergol par Swihart [182] et Bocanegra [71]. Un schéma typique comporte 33 réactions et 89 réactions. Le processus chimique complet, intégrant à la fois les réactions homogènes et hétérogènes, dans des gaz de propergol, n'a cependant jamais été étudié.

Dans les simulations, les réactions en phase gazeuse sont souvent modélisées grâce à une chimie simple. Un schéma cinétique de 8 espèces et 9 réactions est par exemple utilisé par Dupays, [67], Fabignon [73], Beckstead [19], Huang [103] ou Gallier [82].

La deuxième possibilité pour modéliser le dégagement de chaleur consiste à prendre en compte une seule réaction globale en considérant que le gaz issu de la combustion des particules est équivalent au gaz environnant et que la chaleur de réaction est globale. Ce choix est notamment réalisé par Gallier [78], Basset [13] ou Yang [208].

Cette hypothèse est justifiée par le fait que la chaleur de réaction est pilotée par l'enthalpie de formation de l'alumine, environ égale à 300 $\mathrm{kcal/mol}$ à 2800 K. Le choix de l'oxydant a alors très peu d'impact sur la chaleur de réaction. C'est la raison pour laquelle on choisit généralement l'oxygène même si les oxydants majoritaires dans le propergol sont le CO_2, H_2O et CO. Cela permet d'avoir une valeur standard et indépendante d'un choix de propergol.

La chaleur de réaction se calcule alors facilement avec les enthalpies de formation des réactifs et des produits pour la réaction :

$$2Al_{(g)} + 1.5O_{2(g)} \rightarrow Al_2O_{3(l)} \tag{2.52}$$

ce qui donne une chaleur de réaction globale $\dot{q}_r$ par kilogramme d'aluminium gazeux égale à :

$$\dot{q}_r = 9.53\ MJ/kg_{Al_{(g)}} \tag{2.53}$$

C'est cette solution qui a été retenue pour l'implémentation dans AVBP.

En résumé, le modèle de combustion de l'aluminium dans AVBP utilise une loi de type d^2 dérivée du modèle de Spalding pour la modélisation du transfert de masse et une chaleur de réaction globale où les produits vaporisés sont considérés comme équivalents à ceux de la phase porteuse environnante.
La section suivante présente en détails ce modèle.

2.3.2.2 Présentation du modèle implémenté

Équations de conservation d'une particule isolée en combustion

Lorsqu'une goutte isolée en combustion est plongée dans un environnement au repos, des transferts de masse et de chaleur au niveau de sa surface ont lieu. Le modèle de combustion de gouttes implémenté dans AVBP repose sur le modèle d'évaporation de Spalding [177] dérivé pour les gouttes en combustion par Kuo [112].
Les hypothèses suivantes sont faites :

- La goutte est supposée sphérique et isolée, les effets des interactions entre les gouttes sont donc négligés.
- La conductivité thermique à l'intérieur de la goutte est supposée infinie ce qui implique une température homogène dans le volume de la goutte. Cette hypothèse est valide tant que la conductivité thermique du liquide est supérieure à celle du gaz.

La goutte en combustion étant supposée sphérique et le gaz environnant à l'équilibre, les équations de la phase gazeuse peuvent être traitées en coordonnées sphériques et sous une forme stationnaire.
Les équations conservatives entre la surface de la goutte notée s et le champ gazeux lointain noté ∞ sont décrites par le système d'Eq. (2.54).

$$\rho u r^2 = \text{constante} = \frac{\dot{m}_F}{4\pi} \tag{2.54a}$$

$$\rho u r^2 \frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2 \frac{\mu}{Sc}\frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r}\right) + r^2\dot{\omega}_F \tag{2.54b}$$

$$\rho u r^2 \frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2 \frac{\lambda}{C_P}\frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r}\right) + r^2\dot{Q} \tag{2.54c}$$

où r est la composante radiale, T la température, u la vitesse et λ le coefficient de conduction thermique (cf. Section 2.1.3), $\dot{m}_F$ est le flux de vapeur généré par l'évaporation, Y_F la fraction massique de vapeur, $\dot{\omega}_F$ le terme source de consommation de vapeur par la réaction chimique et $\dot{Q}$ le terme source d'énergie dégagée par la réaction.
L'équation de conservation de la masse, Eq. (2.54a) fait apparaître l'expression du flux de vapeur $\dot{m}_F$ à travers une surface sphérique de rayon r. La seule différence avec les équations conversatives d'une goutte évaporante non réactive est l'ajout d'un terme source $\dot{\omega}_F$ à droite de l'Eq. (2.54b) de conversation des espèces qui représente la consommation de vapeur par la réaction chimique, et d'un terme source $\dot{Q}$ à droite de l'Eq. (2.54c) de l'énergie qui représente l'énergie dégagée par la réaction chimique. Dans ces travaux une seule espèce gazeuse est considérée signifiant que la vapeur dégagée par l'évaporation de la particule ($\dot{m}_F$) est instantanément consommée par la combustion ($\dot{\omega}_F$) et que les produits de combustion générés, dont le débit est donc aussi égal à $\dot{m}_F$, sont égaux au gaz environnant représentatif d'un gaz de propergol.
L'intégration du système d'Eq. (2.54) s'effectue en deux étapes. La première consiste à déterminer l'évolution temporelle de la masse de la goutte avant d'estimer via un bilan d'énergie l'évolution temporelle de la température de la goutte liquide.

Caractérisation du terme source de masse

Considérant une seule espèce gazeuse, le flux de consommation de vapeur $\dot{\omega}_F$ est en fait égal au flux de masse par évaporation $\dot{m}_F$, également égal au flux de masse des produits de combustion. On peut donc écrire :

$$\dot{\omega}_F \dot{q}_r = \dot{m}_F \dot{q}_r = -\dot{Q} \tag{2.55a}$$

où $\dot{q}_r$ représente la chaleur de réaction par unité de masse de vapeur.

On introduit la variable de Schwab-Zel'dovich b [112] définie par :

$$b = \frac{C_P T - Y_F \, \dot{q}_r}{L_v + \dot{q}_r (Y_{F,s} - 1)} \tag{2.56}$$

où L_v est la chaleur latente de vaporisation, $\dot{q}_r$ la chaleur de réaction par unité de masse de vapeur, Y_F la fraction massique de vapeur et $Y_{F,s}$ la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte. En combinant l'équation de conversation des espèces Eq. (2.54b) et de l'énergie Eq. (2.54c), l'Eq. (2.57) peut être écrite sans aucun terme source :

$$\rho u r^2 \frac{db}{dr} = \frac{d}{dr}\left(r^2 \rho \mathscr{D} \frac{db}{dr} \right) \tag{2.57}$$

Si le produit $\rho\mathscr{D}$ est considéré comme indépendant de la température, et comme $\rho u r^2$ est constant par conservation de la masse, l'intégration de l'Eq. (2.57) permet d'obtenir :

$$\frac{\rho u r^2}{\rho r \mathscr{D}} = ln\left(\frac{b_\infty - b_s + 1}{b - b_s + 1} \right). \tag{2.58}$$

A $r = r_s$ on a donc :

$$\rho_s u_s r_s = \rho_s \, \mathscr{D}_s \, ln[1 + (b_\infty - b_s)] \tag{2.59}$$

avec :

$$b_\infty - b_s = \frac{C_P (T_\infty - T_s) - \dot{q}_r (Y_{F,\infty} - Y_{F,s})}{L_v + \dot{q}_r (Y_{F,s} - 1)} \tag{2.60}$$

On suppose dans ces travaux que les gouttes s'évaporent dans leur propre vapeur (Lupoglazoff et al. [126], Gallier et al. [81], Sibra [170]). On a donc la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte $Y_{F,s} = 1$ et de par la combustion $Y_{F,\infty} = 0$. L'Eq. (2.60) devient alors :

$$b_\infty - b_s = \frac{C_P (T_\infty - T_s) - \dot{q}_r}{L_v} = B \tag{2.61}$$

où B est le nombre de Spalding de transfert thermique.

L'évolution de la masse d'une particule en combustion au repos s'écrit donc :

$$\dot{m}_F = 4\pi r_s^2 \rho_s u_s = 2\pi \, d_p \, \rho_s \, \mathscr{D}_s \, ln(1 + B) \tag{2.62}$$

On remarque ici que pour l'étude des gouttes dans leur propre vapeur, l'évaporation ne peut être contrôlée par la diffusion des espèces. Seul le transfert de chaleur dirige la dynamique du transfert de masse entre la goutte et le gaz, comme illustré dans Williams [206].

La relation de l'Eq. (2.62) n'est valable que dans un écoulement au repos. Or c'est rarement le cas dans les applications, et la vitesse de glissement particule/gaz n'est pas nulle. Le nombre de Sherwood Sh égal à 2 pour une particule au repos comme dans l'Eq. (2.62) est introduit et la corrélation de Ranz et Marshall [157] Eq. (2.63), basée sur le nombre de Reynolds particulaire $\mathcal{R}_{e_p}$ et le nombre de Schmidt de vapeur Sc, peut être utilisée (cf. Section 2.1.3).

$$Sh = 2 + 0.55 \mathcal{R}_{e_p}^{1/2} Sc^{1/3} \tag{2.63}$$

Le débit de masse de vapeur s'écrit finalement :

$$\dot{m}_F = Sh \, \pi \, d_p \, \rho_s \, \mathscr{D}_s \, ln(1 + B). \tag{2.64}$$

En considérant qu'aucun stockage de vapeur ne se fait à l'interface liquide/gaz, le taux d'évaporation, qui représente la décroissance de la masse de la goutte liquide au cours du temps, noté $\dot{m}_p$, correspond à la création de vapeur $\dot{m}_F$. On a donc l'égalité :

$$\dot{m}_p = -\dot{m}_F = -4\pi \rho u r^2 \tag{2.65}$$

Le terme source de masse $\dot{m}_p$ introduit dans les expressions des termes de sources de couplage des équations Eq. (2.35a), Eq. (2.35b) et Eq. (2.35c) est finalement modélisé par l'Eq. (2.65).

Evolution temporelle du diamètre de la goutte

L'évolution temporelle du diamètre d_p se déduit simplement de celle de $\dot{m}_p$. En effet, par définition, le taux d'évaporation de la goutte vérifie :

$$\dot{m}_p = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{6}\pi\rho_l d_p^3\right] \tag{2.66}$$

ce qui permet d'obtenir la variation du carré du diamètre de la goutte à partir de l'Eq. (2.64) :

$$d_p^2 = d_{p,0}^2 - \frac{8\rho_s \mathscr{D}_s}{\rho_l} ln\,(B+1) \times t \tag{2.67}$$

où $d_{p,0}$ est le diamètre initial de la goutte et t le temps.

Gestion de la fin de combustion et du diamètre résiduel

Comme expliqué dans le chapitre d'introduction Section 1.2, la combustion d'une particule d'aluminium génère des particules d'alumine via une phénoménologie complexe et encore mal comprise. On choisit ici de considérer qu'une particule d'aluminium de diamètre d_p génère une particule d'alumine dont le diamètre d_{res} dépend directement du diamètre initial $d_{p,0}$. La relation entre ces deux diamètres peut être exprimée de différentes façon. Le modèle de Law [116] repose sur la caractérisation des fractions de produits vaporisés et de produits condensés au niveau de la goutte comme schématisé sur la Figure 2.10. La valeur de la fraction massique notée $\theta\eta$ des oxydes qui se condensent est alors estimée par une constante égale à 0.237. Sabnis et al. [162] complète le modèle développé par Hermsen [101] et propose une autre valeur de cette fraction massique $\theta\eta$ égale à 0.20 conformément aux résultats expérimentaux.

Ainsi la taille du résidu en fin de combustion s'écrit :

$$d_{res} = \beta\, d_p \tag{2.68}$$

avec

$$\beta = \sqrt[3]{\delta_{res}\frac{\rho_{Al}}{\rho_{oxyde}}} \tag{2.69}$$

et

$$\delta_{res} = (1+\nu)\,\theta\,\eta \tag{2.70}$$

où ν est le rapport stœchiométrique de combustion de l'aluminium :

$$\nu = \frac{3/2 M_{O_2}}{2M_{Al}} \tag{2.71}$$

au regard de la réaction chimique globale Eq. (2.52).

Pour Sabnis et al. [162] la valeur de δ_{res} est égale à 0.377 alors que pour Law [116] elle vaut 0.445. Avec $\rho_{Al} = 1733\ \mathrm{k/m^3}$ et $\rho_{oxyde} = 2513\ \mathrm{k/m^3}$, β vaut environ 0.67 pour le modèle de Law [116] et 0.63 pour le modèle de Sabnis et al. [162]. Cette différence a un impact sur l'évolution temporelle du diamètre, comme illustré sur la Figure 2.11 pour une goutte de 30 µm, d'après Basset [13]. D'autres études ont ensuite montré une large disparité des valeurs de β. Turns et al. [192] ont déterminé expérimentalement que la valeur de β varie de 0.6 à 0.8 pour différents diamètres initiaux et différentes conditions, en accord avec Zenin et al. [211] qui mesure $\beta \approx 0.8$ et également avec les simulations de Marion et al. [131] . Mais des valeurs plus faibles sont également trouvées dans les travaux de Glotov et Zhukov [89] avec $\beta \approx 0.5$ ou encore récemment dans les travaux de Gallier et al. [80] qui mesure expérimentalement $\beta \approx 0.2$.

Cette large disparité dans les valeurs de β montre que la physique de la formation des résidus d'alumine est encore aujourd'hui mal connue et que sa valeur n'est probablement pas universelle et dépend de divers paramètres comme la pression ou les gaz oxydants.

Dans ces travaux il a été choisi de prendre $\beta = 0.60$, valeur représentant au mieux l'ensemble de ces résultats. La valeur de δ_{res} de l'Eq. (2.69) est alors environ égale à 0.31 avec $\rho_{Al} = 1733\ \mathrm{k/m^3}$ et $\rho_{oxyde} = 2513\ \mathrm{k/m^3}$. Chaque particule injectée de diamètre d_p va donc brûler jusqu'à ce que son diamètre ait atteint la valeur de d_{res} correspondante. A noter que dans le modèle implémenté, les propriétés de la particule restent inchangées et $\rho_{res} = \rho_{Al} = 1733\ \mathrm{kg/m^3}$.

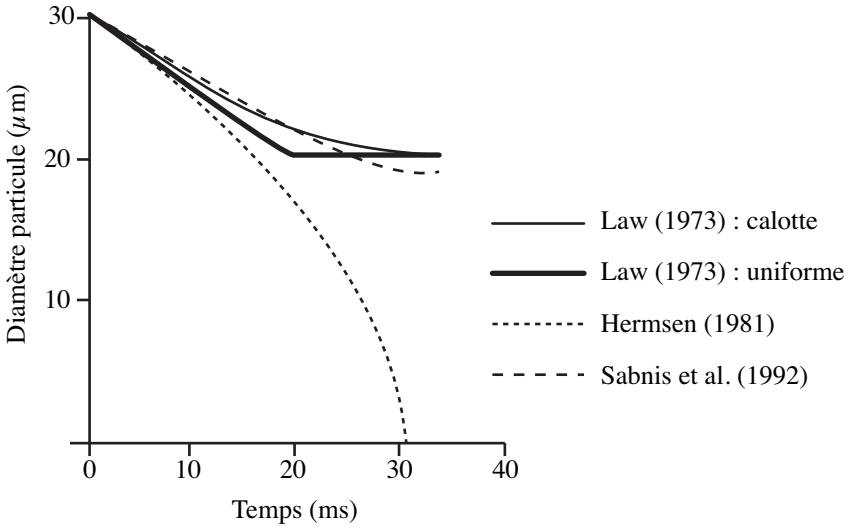


FIGURE 2.11 – Comparaison des modèles sur l'évolution du diamètre de la goutte et sur la gestion de la fin de combustion, d'après Basset [13].

Caractérisation du terme source d'énergie

Le terme source Π_g présent dans l'expression du terme source de couplage de l'énergie Eq. (2.35c) intègre les flux de chaleurs provenant de plusieurs contributions comme défini par l'Eq. (2.72) et visualisé sur la Figure 2.12.

$$\Pi_g = \Phi_g^r + \Phi_g^{cv} + \Phi_g^c \tag{2.72}$$

où Φ_g^r représente le flux de chaleur lié à la combustion de la particule, Φ_g^{cv} le flux convectif gazeux lié au transfert de masse et Φ_g^c le flux conductif échangé entre le gaz et la goutte.

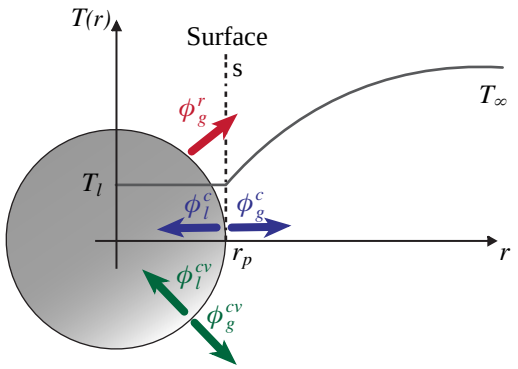


FIGURE 2.12 – Schéma des contributions au flux de chaleur autour d'un goutte en combustion.

Le flux de chaleur Φ_g^r lié à la combustion est tout simplement modélisé par l'Eq. (2.73) via la chaleur de réaction globale par unité de masse $\dot{q}_r$.

$$\Phi_g^r = \dot{m}_F \dot{q}_r \tag{2.73}$$

Le flux convectif Φ_g^{cv} correspond au transfert d'enthalpie lié au changement de phase selon l'Eq. (2.74).

$$\Phi_g^{cv} = \dot{m}_F h_{s,g}(Ts) \tag{2.74}$$

où $T_s = T_p$ par continuité.

Le flux conductif Φ_g^c s'exprime en fonction du gradient de température :

$$\Phi_g^c = \left(-4\pi r_p^2 \frac{\lambda}{C_P} \frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r} \right)_s \tag{2.75}$$

En faisant l'hypothèse que le nombre de Lewis est égal à 1, on a $\rho\mathscr{D} = \lambda/C_P$ (cf. section 2.1.3). L'Eq. (2.57) devient alors :

$$\rho u r^2 \frac{db}{dr} = \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{\lambda}{C_P}\frac{db}{dr}\right) \tag{2.76}$$

On considère ici que la capacité thermique du gaz est indépendante de la température et $C_P(T_s) = C_P(T_\infty) = C_P$. Une première intégration de l'Eq. 2.76 selon r en utilisant la première condition limite à la surface, donne la relation :

$$\begin{aligned}\dot{m}_F\Big(C_P(T(r)-T_s) + \dot{q}_r(Y_F(r)-Y_{F,s})\Big) = 4\pi r^2 \frac{\lambda}{C_P}\left[\frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r}\right]_r + 4\pi r^2 \frac{\lambda}{C_P}\dot{q}_r\left[\frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r}\right]_r \\ - 4\pi r_s^2 \frac{\lambda}{C_P}\left[\frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r}\right]_s - 4\pi r_s^2 \frac{\lambda}{C_P}\dot{q}_r\left[\frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r}\right]_s\end{aligned} \tag{2.77}$$

où $r_s = r_p$. On reconnait l'expression de Φ_g^c dans le terme de droite. De plus, en considérant que la goutte s'évapore dans sa propre vapeur, le gradient de fraction massique de vapeur à la surface de la goutte est nul $\left[\frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r}\right]_s = 0$ et la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte $Y_{F,s} = 1$. L'Eq. (2.77) devient :

$$\dot{m}_F\Big(C_P(T(r)-T_s) + \dot{q}_r(Y_F(r)-1)\Big) = 4\pi r^2 \frac{\lambda}{C_P}\left[\frac{\mathrm{d}C_P T}{\mathrm{d}r}\right]_r + 4\pi r^2 \frac{\lambda}{C_P}\dot{q}_r\left[\frac{\mathrm{d}Y_F}{\mathrm{d}r}\right]_r - \Phi_g^c \tag{2.78}$$

En utilisant cette fois-ci la condition limite au champ lointain, la seconde intégration donne la relation :

$$\dot{m}_F = 4\pi r_p \frac{\lambda}{C_P} ln\left(\frac{\dot{m}_F(T_\infty - T_s) + \dot{q}_r}{-\Phi_g^c} + 1\right) \tag{2.79}$$

En utilisation la relation de l'Eq. (2.64) on peut exprimer Φ_g^c :

$$\Phi_g^c = \frac{\dot{m}_F(C_P(T_s - T_\infty) + \dot{q}_r)}{B} \tag{2.80}$$

Ce qui conduit à l'expression finale de Φ_g^c :

$$\Phi_g^c = Sh\,\pi\,d_p \frac{\lambda}{C_P}(C_P(T_\infty - T_s) + \dot{q}_r)\frac{ln(B+1)}{B} \tag{2.81}$$

avec B le nombre de Spalding de transfert thermique défini par l'Eq. (2.61) et $\frac{\lambda}{C_P} = \rho\mathscr{D}$.

Évolution de la température de la goutte

L'évolution de la température de la goutte s'obtient en écrivant le bilan d'enthalpie suivant :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_p h_{s,l}(T_p)) = \Phi_l^c + \Phi_l^{cv} \tag{2.82}$$

où Φ_l^c est le flux conductif liquide et Φ_l^{cv} le flux convectif liquide qui s'exprime par le transfert d'enthalpie lié au changement de phase :

$$\Phi_l^{cv} = \dot{m}_p h_{s,l}(T_s) \tag{2.83}$$

L'Eq. (2.82) devient :

$$m_p \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h_{s,l}(T_p) + h_{s,l}(T_p)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}m_p = \Phi_l^c + \dot{m}_p h_{s,l}(T_s) \tag{2.84}$$

En notant que $\mathrm{d}h_{s,p}(T_p) = \mathrm{d}(C_{P,l}T_p)$, l'Eq. (2.82) devient :

$$\frac{\mathrm{d}C_{P,l}T_p}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{m_p}\Phi_l^c \tag{2.85}$$

L'expression du flux conductif liquide (Φ_l^c) est obtenue en effectuant un bilan thermique à la surface de la goutte. Comme pour la masse, l'interface ne stocke pas d'énergie ce qui permet d'écrire une relation d'équilibre entre les flux conductifs et convectifs liquide (Φ_l^c + Φ_l^{cv}) et gazeux (Φ_g^c + Φ_g^{cv}) :

$$\Phi_l^{cv} + \Phi_l^c + \Phi_g^{cv} + \Phi_g^c = 0 \tag{2.86}$$

Tout comme le flux convectif liquide Eq. (2.83), le flux convectif gazeux s'exprime par le transfert d'enthalpie. Avec $\dot{m}_p = -\dot{m}_F$, on peut donc écrire :

$$\Phi_l^{cv} + \Phi_g^{cv} = \dot{m}_p(h_{s,l}(T_p) - h_{s,g}(T_p)) \tag{2.87}$$

La différence d'enthalpie est par définition la chaleur latente de vaporisation à T_p :

$$L_v(T_p) = h_{s,g}(T_p) - h_{s,l}(T_p) \tag{2.88}$$

on obtient :

$$\Phi_l^{cv} + \Phi_g^{cv} = -\dot{m}_p L_v(T_p) \tag{2.89}$$

En introduisant l'Eq. (2.89) dans l'égalité Eq. (2.86), on exprime le flux conductif liquide Φ_l^c par :

$$\Phi_l^c = -\Phi_g^c + \dot{m}_p L_v(T_p) \tag{2.90}$$

En combinant l'Eq. (2.85), et l'Eq. (2.90), on obtient finalement :

$$\frac{\mathrm{d}\, C_{p,l} T_p}{\mathrm{d}\, t} = \frac{1}{m_p}\left(-\Phi_g^c + \dot{m}_p L_v(T_p)\right) \tag{2.91}$$

En utilisation l'expression de Φ_g^c donnée par l'Eq. (2.81), l'évolution temporelle de la température de la goutte liquide a pour expression finale :

$$\frac{\mathrm{d}\, C_{p,l} T_p}{\mathrm{d}\, t} = \frac{1}{m_p}\left(\dot{m}_p L_v(T_p) - Sh\,\pi\, d_p\, \frac{\lambda}{C_P}\,(C_P(T_p - T_\infty)\,\frac{ln(B+1)}{B}\right) \tag{2.92}$$

Au cours de l'évaporation, on observe une phase initiale de préchauffage où le flux de chaleur chaleur conductif $-\Phi_g^c$ fourni par le gaz est supérieur au flux consommé par l'évaporation Φ^{cv}. L'excès de chaleur est transféré à la goutte sous la forme d'un flux conductif Φ_l^c qui contribue à augmenter sa température. La goutte atteint ensuite une température d'équilibre où l'intégralité du flux de chaleur conductif fourni par le gaz est consommé par l'évaporation. Le flux conductif liquide est alors nul et la goutte atteint sa température dite "wet bulb".

Dans le cas des simulations réalisées au cours de cette thèse, les particules d'aluminium sont injectées à leur température d'équilibre fixée à la température de fusion de l'alumine environ égale à 2971 K. Dès leur injection le processus de combustion a lieu et on a équilibre entre flux conductif gazeux et flux consommé par l'évaporation, menant à la relation :

$$\Phi_g^c = \dot{m}_p Lv \tag{2.93}$$

avec Lv la chaleur latente de vaporisation. La température T_p de la goutte est alors constante comme exprimé par l'Eq. (2.91). Une fois le diamètre résiduel atteint, défini par l'Eq. (2.68), la combustion est stoppée et les termes sources de couplage deviennent :

$$\dot{m}_F = 0 \tag{2.94a}$$

$$\Pi_g = \phi_g^c = Sh\,\pi\, d_p\, \lambda(T_p - T_\infty) \tag{2.94b}$$

Le terme source d'énergie Π_g est uniquement dû au flux conductif apporté par le gaz, contribuant à faire tendre la température de la goutte vers la température du gaz environnant.

La variation de la température de la goutte est alors déterminée par :

$$\frac{\mathrm{d}\, C_{p,l} T_p}{\mathrm{d}\, t} = -\frac{1}{m_p} Sh\,\pi\, d_p\, \lambda(T_p - T_\infty) \tag{2.95}$$

2.3.2.3 Validations 0D du modèle de combustion des gouttes d'aluminium

Le modèle décrit à la section précédente a été implémenté et validé sur des cas 0D, avec les valeurs de propriétés thermodynamiques du Tableau 2.1.

Chaleur latente de vaporisation	Lv	$10.9.10^6$	J/kg
Capacité thermique du gaz	C_P	2057	J/kg/K
Capacité thermique du liquide	$C_{P,l}$	1177	J/kg/K
Masse volumique du liquide	ρ_l	1733	kg/m^3
Chaleur de réaction	$\dot{q}_r$	$9.53.10^6$	J/kg

TABLE 2.1 – Paramètres utilisés pour la modélisation de la combustion de l'aluminium

La première validation consiste à comparer les temps de combustion de gouttes d'aluminium en fonction de leur diamètre avec le modèle basé sur τ_c de la relation empirique de Beckstead Eq. (2.50) et la série de données expérimentales dont on peut trouver un résumé dans les travaux de Beckstead [18].

Cette comparaison a été réalisée pour une température gazeuse $T_g = 3500$ K et pour deux valeurs de pression de 1 MPa et de 5 MPa. Ce dernier point de fonctionnement correspond à la température et à la pression des cas d'application traités au cours de ces travaux de thèse.

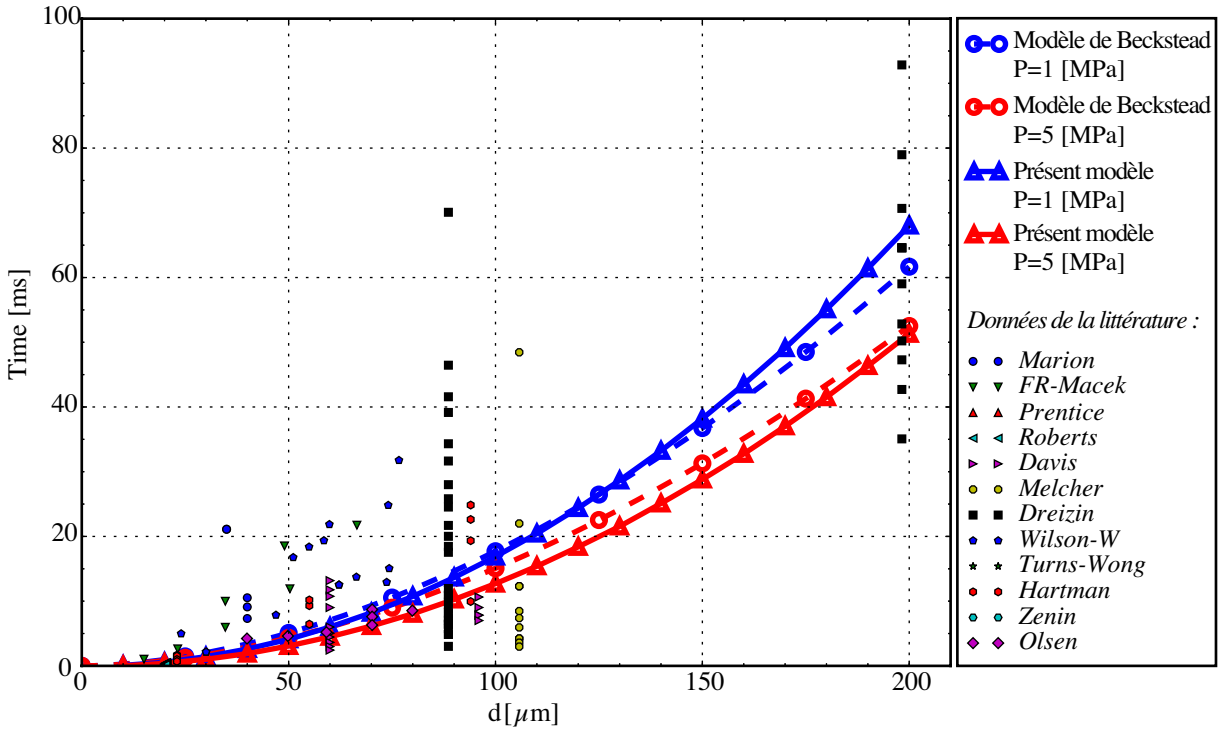


FIGURE 2.13 – Comparaison du temps de combustion d'une goutte d'aluminium en fonction de son diamètre. L'expression de τ_c du modèle de Beckstead (courbes pointillées avec marqueurs ronds) est comparée au présent modèle (courbes pleines avec marqueurs triangles) pour $T_g = 3500$ K et $P = 1$ MPa (courbes bleues) et $P = 5$ MPa (courbes rouges). Comparaison avec les données de la littérature (marqueurs pleins), voir [18].

La comparaison des résultats est présentée sur la Figure 2.13. On peut déjà remarquer la disparité des résultats expérimentaux représentés par des symboles pleins. On note ensuite que pour les deux points de fonctionnement le modèle de Beckstead (courbes pointillées et marqueurs ronds) et le présent modèle (courbes pleines et marqueurs triangles) donnent des temps de combustion équivalents. Ces temps de combustion sont également du même ordre de grandeur que les différents résultats expérimentaux collectés.

La deuxième validation du modèle a pour objectif de comparer l'évolution temporelle de la température gazeuse au cours de la combustion. Pour cela un cas de validation des travaux de Sibra et al. [171] est repris où l'évaporation 0D de particules dans un écoulement au repos est simulée avec un formalisme Eulérien. Les paramètres utilisés sont définis dans le Tableau 2.2.

Particule			Gaz		
Propriété	Valeur		Propriété	Valeur	
$T_{p,0} = T_{sat}$	2792	K	T_{g_0}	3000	K
m_{tot}	0.5	kg/m^3			
$d_{p,0}$	126	µm			
ρ_p	1733	kg/m^3			
C_p	1177	J/kg/K			

TABLE 2.2 – Paramètres utilisés pour la validation du modèle par comparaison avec Sibra [171]

Les évolutions temporelles de la température gazeuse et de la masse des particules sont comparées Figure 2.14(a) et Figure 2.14(b) respectivement. Les résultats sont identiques jusqu'à environ 25 ms, mais la combustion des particules est stoppée plus tard dans le modèle de Sibra et al. [171] conduisant à une température du gaz plus élevée que dans le présent modèle (AVBP).

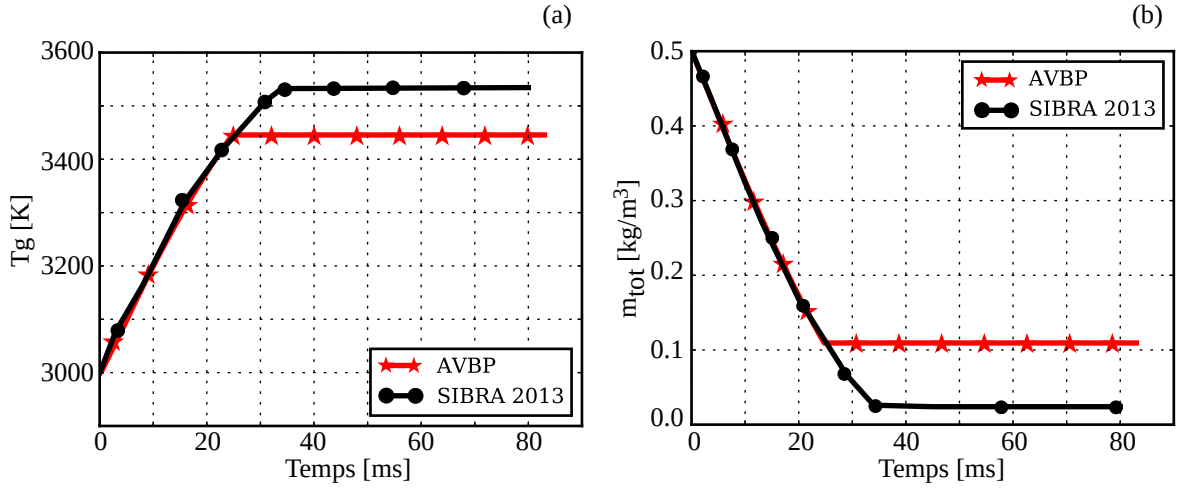


FIGURE 2.14 – Comparaison de l'évolution temporelle de la température (a) et de la masse de particules (b) pour les modèles de Sibra et al. (courbes noires marqueurs ronds) et présent modèle (AVBP) (courbes rouges marqueurs étoiles).

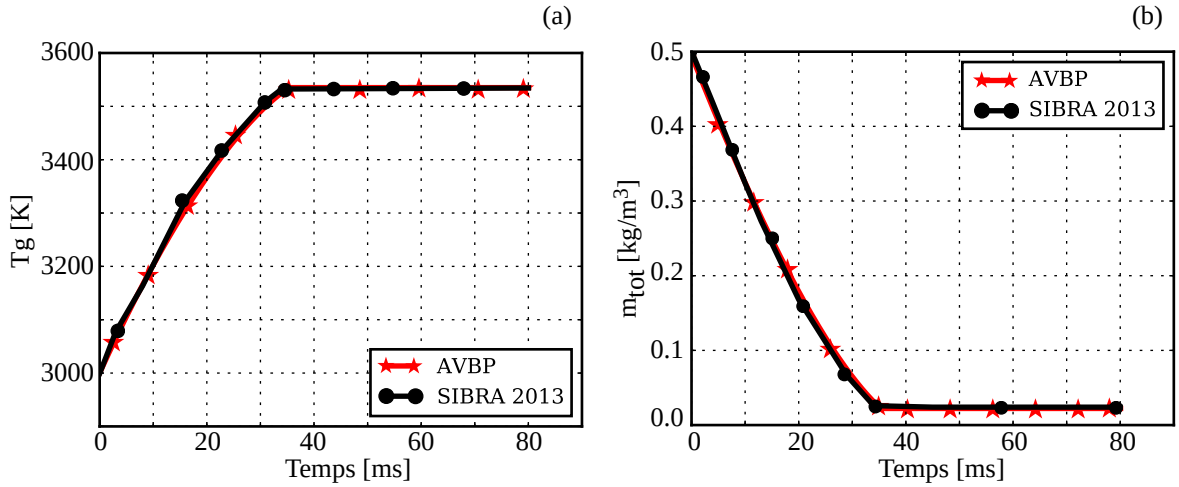


FIGURE 2.15 – Comparaison de l'évolution temporelle de la température (a) et de la masse de particules (b) pour les modèles de Sibra (courbes noires marqueurs ronds) et AVBP modifié (courbes rouges marqueurs étoiles).

Dans les travaux de Sibra et al. [171] une définition différente du diamètre résiduel final est utilisée. Elle est fixée par une fraction massique de résidu constante et égale à $Y_{res} = 0.05$, ce qui équivaut dans le cas d'un diamètre

initial $d_p = 126$ µm à un diamètre résiduel de $d_{res} = 41$ µm, alors que le présent modèle donne $d_{res} = 78$ µm. Pour une masse de $0.5\ \mathrm{kg/m^3}$, on obtient alors une masse finale de $0.025\ \mathrm{kg/m^3}$ pour le modèle de Sibra [171] et de $0.108\ \mathrm{kg/m^3}$ pour le présent modèle.

Afin de vérifier que l'on obtient la bonne température de fin de combustion, la valeur de $\delta_{res} = 0.31$ (Eq. (2.69)) est modifiée à 0.50 pour être cohérente avec celle utilisée par Sibra et al. Les résultats présentés Figure 2.15, confirment que les deux modèles sont parfaitement équivalents que ce soit au niveau de l'évolution de la masse et de la température au cours de la combustion, qu'au niveau de la température et de la masse résiduelle de fin de combustion.

Chapitre 3

Stabilité linéaire : équations et méthodes numériques

Sommaire

3.1 Principe et équations . . . 68
3.1.1 Méthode des petites perturbations . . . 68
3.1.2 Modes normaux . . . 68
3.1.3 Relation de dispersion . . . 69
3.1.4 Problème aux valeurs propres . . . 70
3.2 Application au problème de Navier-Stokes . . . 70
3.2.1 Méthode des petites perturbations . . . 70
3.2.2 Discrétisation du problème aux valeurs propres . . . 70
3.2.2.1 Décomposition spectrale et points de collocation . . . 71
3.2.2.2 Matrices de dérivation . . . 71
3.2.3 Conditions limites . . . 72
3.3 Méthodes numériques . . . 72
3.3.1 Méthode de spectre . . . 73
3.3.2 Méthode de suivi . . . 74
3.3.3 Méthode de décomposition du domaine . . . 75
3.4 AVLP : code de stabilité linéaire . . . 77
3.4.1 Présentation du code . . . 77
3.4.2 Validation sur l'écoulement de Taylor-Culick . . . 78
3.4.2.1 Validation de la méthode spectre . . . 78
3.4.2.2 Validation de la méthode de suivi . . . 79
3.4.2.3 Validation de la décomposition multi-domaines . . . 79

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les principes de la stabilité linéaire, les équations qui en découlent et les méthodes numériques utilisées pour les résoudre.

Un outil de stabilité linéaire nommé AVLP a été développé en collaboration avec T. Bridel-Bertomeu. Le code a été créé dans un premier temps pour l'étude des instabilités rotor/stator dans le cadre des travaux de T. Bridel-Bertomeu [27] puis étendu aux écoulements de type jet dans le cadre de ces travaux de thèse. Dans ce chapitre ne sont présentées que les méthodes implémentées dans le code utilisé au cours de cette thèse.

3.1 Principe et équations

Tout système dynamique contient des perturbations. Elles peuvent par exemple être générées par la condition d'injection lors des expériences ou du bruit numérique lors des simulations. Ces micro-phénomènes peuvent être fortement amplifiés par le système et générer des macro-structures. Déterminer les caractéristiques physiques de la réponse d'un système à des perturbations, en termes de taux d'amplification, de fréquence ou de forme spatiale des structures créées est alors primordial. C'est l'objectif de la stabilité linéaire.

L'étude de la stabilité linéaire d'un système dynamique permet de déterminer l'évolution spatiale ou temporelle d'une petite perturbation autour d'un état de base, solution des équations du problème, ici de Navier-Stokes, avec ses conditions limites. La théorie classique de la stabilité linéaire est à présent bien connue et plus de détails peuvent être trouvés dans les ouvrages de Drazin [63], Huerre [105] ou de Charru [38].

3.1.1 Méthode des petites perturbations

Chaque quantité physique Q (composante de vitesse, pression, température ou densité dans le cas d'un écoulement compressible) peut se décomposer en une partie moyenne $\bar{Q}$, correspondant à l'écoulement de base et une partie fluctuante q à déterminer. On écrit alors :

$$Q = \bar{Q} + q \tag{3.1}$$

avec $q \ll \bar{Q}$ En coordonnées axisymétriques et dans le cas d'un écoulement incompressible, les variables du système sont :

$$(U_x, U_r, U_\theta, P)(x, r, \theta, t) = (\bar{U}_x, \bar{U}_r, \bar{U}_\theta, \bar{P})(x, r) + (u_x, u_r, u_\theta, p)(x, r, \theta, t) \tag{3.2}$$

Le problème peut alors être formalisé de la façon suivante, comme proposé par Casalis [35].On introduit un opérateur non linéaire noté $\mathcal{L}$. Il représente par exemple les équations de Navier-Stokes. L'écoulement moyen et instantané sont solutions de :

$$\mathcal{L}(Q) = 0 \qquad \text{et} \qquad \mathcal{L}(\bar{Q}) = 0 \tag{3.3}$$

En introduisant la décomposition Eq. (3.1) :

$$\mathcal{L}(\bar{Q} + q) = 0 \tag{3.4}$$

Un développement de Taylor au premier ordre permet d'écrire :

$$\mathcal{L}(\bar{Q} + q) = \mathcal{L}(\bar{Q}) + \mathcal{M}_{\bar{Q}}(q) + \mathcal{O}(q^2) \tag{3.5}$$

où $\mathcal{M}_{\bar{Q}}$ est un opérateur linéaire qui représente l'opérateur gradient de $\mathcal{L}$. En négligeant les termes d'ordre 2 l'Eq. (3.5) devient alors :

$$\mathcal{L}(\bar{Q} + q) \approx \mathcal{L}(\bar{Q}) + \mathcal{M}_{\bar{Q}}(q) \tag{3.6}$$

En utilisant les Eq. (3.3) et (3.6) on trouve alors :

$$\mathcal{M}_{\bar{Q}}(q) = 0 \tag{3.7}$$

Cette dernière équation représente le système d'équations linéarisées de Navier-Stokes. Les solutions sont recherchées telles que $\mathcal{M}_{\bar{Q}}$ est non inversible, c'est-à-dire telles que $q \neq 0$.

3.1.2 Modes normaux

Toute analyse de stabilité linéaire est basée sur un écoulement de base $\bar{Q}$, solution des équations stationnaires de Navier-Stokes. Si pour des cas théoriques l'écoulement de base est déterminé analytiquement, pour des cas plus complexes il est basé sur des moyennes temporelles de l'écoulement, solution des équations instationnaires de Navier-Stokes. Cependant, il est estimé que cette entorse à la théorie de la stabilité linéaire est possible en sachant que les modifications du champ moyen dues aux fluctuations stochastiques ont lieu sur des temps courts comparés à la période associée aux structures cohérentes (Weisbrot et Wygnanski [203]). Dans ces travaux, l'écoulement de base est donc l'écoulement moyenné temporellement et azimutalement issu des simulations numériques instationnaires. De plus, il est supposé parallèle, dépendant seulement de r, la coordonnée radiale. Dans le cas d'application visé dans cette thèse, cette hypothèse peut-être remise en cause par la présence d'un angle dans la géométrie induisant un écoulement fortement non parallèle en zone proche. Cependant, cette hypothèse permet de simplifier fortement l'analyse et reste utilisée dans cette étude.

Au regard des autres variables, ce système apparaît comme un système d'équations linéaires à coefficients constants. Dans ce cas, il est utile de rechercher les solutions sous la forme exponentielle. Les quantités fluctuantes q sont alors écrites sous la forme de modes, appelés modes normaux et définis dans un écoulement axisymétrique par :

$$q(x,r,\theta,t) = \hat{q}(r)e^{i(\alpha x + m\theta - \omega t)} \tag{3.8}$$

Un mode, défini comme un mouvement sinusoïdal est dit normal (Eq. (3.8)) lorsqu'il est indépendant des autres modes du système. Un mode normal est alors un mode où toutes les parties du système évoluent à la même fréquence et en phase. Chaque mode normal possède une fréquence et une valeur propre caractéristique.

Dans le domaine physique, la solution correspond à la partie réelle de q. La fonction complexe $\hat{q}(r)$ est appelée fonction d'amplitude. Le nombre d'onde azimutal m est défini comme un nombre entier et caractérise le motif azimutal du mode. Si $m = 0$, le mode sera axisymétrique, alors que pour $|m| > 0$, le mode sera en forme de spirale contenant $|m|$ "bras". Les nombres α et ω sont en général complexes, et en introduisant les parties réelles et imaginaires de α et ω indexées r et i respectivement, la fluctuation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$q(x,r,\theta,t) = \hat{q}(r)e^{-\alpha_i x + \omega_i t}e^{i(\alpha_r x + m\theta - \omega_r t)} \tag{3.9}$$

L'exponentielle complexe de l'Eq. (3.9), de module 1, décrit la nature oscillatoire de la perturbation : α_r est le nombre d'onde longitudinal et ω_r la fréquence angulaire avec $\omega_r = 2\,\pi\,f$ où f est la fréquence hertzienne de la perturbation. L'exponentielle réelle représente le taux de croissance et décrit l'évolution de l'amplitude de q en fonction du temps et/ou de la distance x, l'amplification est obtenue pour $\alpha_i < 0$, $\omega_i > 0$ et l'atténuation pour $\alpha_i > 0$, $\omega_i < 0$.

A ce stade, on peut distinguer deux types d'analyse :

— l'analyse de stabilité temporelle correspond à $\alpha_i = 0$: le taux de croissance est temporel et contrôlé par ω_i.

— l'analyse de stabilité spatiale correspond à $\omega_i = 0$: le taux de croissance est spatial et contrôlé par $-\alpha_i$.

Il est possible de relier ces deux analyses grâce à la relation de Gaster, comme expliqué dans les travaux de Drazin [63], grâce à la vitesse de groupe V_g :

$$-\alpha_i \approx \frac{\omega_i}{V_g} \qquad \text{avec} \qquad V_g = \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} \tag{3.10}$$

Dans le cadre des instabilités convectives telles que celles des couches de mélange, il est plus pertinent de travailler en analyse spatiale ($\omega_i = 0$), la perturbation s'écrit alors :

$$q(x,r,\theta,t) = \hat{q}(r)e^{-\alpha_i x}e^{i(\alpha_r x + m\theta - \omega_r t)} \tag{3.11}$$

En supposant que la perturbation est convectée dans la même direction que l'écoulement de base et dans le sens des x croissants, son évolution spatiale et donc la stabilité de l'écoulement de base dépend du signe de α_i. Le taux d'amplification étant l'opposé de α_i : si $\alpha_i < 0$ l'écoulement est instable, si $\alpha_i > 0$ l'écoulement est stable et si $\alpha_i = 0$, la perturbation est neutre pour l'écoulement et on dit que l'écoulement est marginalement stable.

3.1.3 Relation de dispersion

Le problème est maintenant de déterminer les fonctions d'amplitude $\hat{q}(r)$, ainsi que la fréquence et le nombre d'onde complexe α. La perturbation écrite sous la forme de l'Eq. (3.11) doit satisfaire le système d'équations linéarisées Eq. (3.7). On peut donc écrire :

$$\mathcal{M}_{\bar{\mathcal{Q}}}(q) = \mathcal{N}(\bar{Q},\alpha,\omega,m).\hat{q} = 0 \tag{3.12}$$

$\mathcal{N}$ est un opérateur différentiel ordinaire par rapport à r. Pour un écoulement de base $\bar{Q}$ et un nombre d'onde azimutal m donnés, trouver des solutions telles que $\hat{q} \neq 0$ revient à trouver des valeurs de (α,ω) telles que $\mathcal{N}(\bar{Q},\alpha,\omega,m)$ est non inversible.

L'écoulement de base dépend aussi de x, mais en pratique l'étude de stabilité est réalisée à une position x fixée. De plus, l'opérateur $\mathcal{L}$ correspondant aux équations de Navier-Stokes, le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e$ est un paramètre du problème. Les équations linéarisées peuvent être formalisées de la façon suivante :

$$\mathcal{N}(\bar{Q},\mathcal{R}_e,\alpha,\omega,m).\hat{q} = 0 \tag{3.13}$$

Les conditions spécifiques où l'opérateur $\mathcal{N}(\bar{Q},\mathcal{R}_e,\alpha,\omega,m)$ n'est pas inversible sont notées :

$$\mathcal{F}(\bar{Q},\mathcal{R}_e,\alpha,\omega,m) = 0 \tag{3.14}$$

Cette relation est appelée relation de dispersion. Elle relie pour un écoulement de base $\bar{Q}$ donné à une position axiale x et un $\mathcal{R}_e$ fixé, la fréquence $f = \omega/2\pi$ à la vitesse de phase ω/α. Hormis dans des cas très simples, cette relation ne peut pas être exprimée analytiquement et est résolue numériquement.

3.1.4 Problème aux valeurs propres

La discrétisation de la relation de dispersion Eq. (3.14) permet de la transformer en un problème matriciel aux valeurs propres.

Dans le cas d'une analyse temporelle où α, $\bar{Q}$,$\mathcal{R}_e$ et m sont donnés, le problème aux valeurs propres s'écrit :

$$A_T.X = \omega B_T.X \tag{3.15}$$

où A_T et B_T sont deux matrices de dimensions $[n_{eq}\,N \times n_{eq}\,N]$, avec N le nombre de points de discrétisation et n_{eq} le nombre d'inconnues et donc d'équations du problème. X est le vecteur de dimension $[n_{eq}\,N]$ contenant les inconnues du problème.

Dans le cas d'une analyse spatiale où ω, $\bar{Q}$,$\mathcal{R}_e$ et m sont donnés, le problème aux valeurs propres s'écrit :

$$A_S.\tilde{X} = \alpha B_S.\tilde{X} \tag{3.16}$$

où A_S et B_S sont deux matrices de dimensions $[(2\,n_{eq}-1)\,N \times (2\,n_{eq}-1)\,N]$, avec N le nombre de points de discrétisation et n_{eq} le nombre d'inconnues et donc d'équations du problème. $\tilde{X}$ est le vecteur de dimension $[(2\,n_{eq}-1)\,N]$ contenant les inconnues du problème. Plus de détails sont donnés dans la Section 3.3.1.

3.2 Application au problème de Navier-Stokes

3.2.1 Méthode des petites perturbations

Dans ces travaux les matrices A_T et B_T ou A_S et B_S sont construites en utilisant les équations linéarisées de Navier-Stokes. On s'intéresse ici à une configuration axisymétrique où les variables de l'écoulement se décomposent de la façon suivante :

$$(U_x, U_r, U_\theta, P)(x,r,\theta,t) = (\bar{U}_x, \bar{U}_r, \bar{U}_\theta, \bar{P})(x,r) + (u_x, u_r, u_\theta, p)(x,r,\theta,t) \tag{3.17}$$

Les équations linéarisées pour un cas axisymétrique s'écrivent :

$$\begin{cases}
i\alpha\hat{u}_x + \dfrac{\partial\hat{u}_r}{\partial r} + \dfrac{\hat{u}_r}{r} + \dfrac{im}{r}\hat{u}_\theta = 0 \\[2ex]
-i\omega\hat{u}_x + i\alpha\bar{U}_x\hat{u}_x + \dfrac{im\bar{U}_\theta}{r}\hat{u}_x + \dfrac{\partial\bar{U}_x}{\partial x}\hat{u}_x + \bar{U}_r\dfrac{\partial\hat{u}_x}{\partial r} + \dfrac{\partial\bar{U}_x}{\partial r}\hat{u}_r + i\alpha\hat{p} \\
\qquad = \dfrac{1}{\mathcal{R}_e}\left(-\alpha^2\hat{u}_x + \dfrac{\partial^2\hat{u}_x}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\hat{u}_x}{\partial r} - \dfrac{m^2}{r^2}\hat{u}_x\right) \\[2ex]
-i\omega\hat{u}_r + i\alpha\bar{U}_x\hat{u}_r + \dfrac{im\bar{U}_\theta}{r}\hat{u}_r + \dfrac{\partial\bar{U}_r}{\partial x}\hat{u}_x + \bar{U}_r\dfrac{\partial\hat{u}_r}{\partial r} + \dfrac{\partial\bar{U}_r}{\partial r}\hat{u}_r + \dfrac{\partial p}{\partial r} \\
\qquad = \dfrac{1}{\mathcal{R}_e}\left(-\alpha^2\hat{u}_r + \dfrac{\partial^2\hat{u}_r}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\hat{u}_r}{\partial r} - \dfrac{\hat{u}_r}{r^2} - \dfrac{m^2}{r^2}\hat{u}_r - \dfrac{2im}{r^2}\hat{u}_\theta\right) + \dfrac{2\bar{U}_\theta}{r}\hat{u}_\theta \\[2ex]
-i\omega\hat{u}_\theta + i\alpha\bar{U}_x\hat{u}_\theta + \dfrac{im\bar{U}_\theta}{r}\hat{u}_\theta + \bar{U}_r\dfrac{\partial\hat{u}_\theta}{\partial r} + \dfrac{\bar{U}_r\hat{u}_\theta}{r} + \dfrac{im}{r}\hat{p} \\
\qquad = \dfrac{1}{\mathcal{R}_e}\left(-\alpha^2\hat{u}_\theta + \dfrac{\partial^2\hat{u}_\theta}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\hat{u}_\theta}{\partial r} - \dfrac{\hat{u}_\theta}{r^2} - \dfrac{m^2}{r^2}\hat{u}_\theta - \dfrac{2im}{r^2}\hat{u}_r\right) + \dfrac{\partial\bar{U}_\theta}{\partial r}\hat{u}_r + \dfrac{\bar{U}_\theta}{r}\hat{u}_r
\end{cases} \tag{3.18}$$

3.2.2 Discrétisation du problème aux valeurs propres

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour résoudre un système d'équations différentielles. La méthode retenue et implémentée dans AVLP est la méthode de collocation spectrale. Les points clefs sont présentés ici mais plus de détails peuvent être trouvés dans l'ouvrage de Canuto [32] par exemple.

3.2.2.1 Décomposition spectrale et points de collocation

Les méthodes dites "spectrales" consistent à décomposer les fonctions à discrétiser, ici les fonctions d'amplitude notées $\hat{q}$, sur une base hilbertienne. On cherche à décomposer ces fonctions de la façon suivante :

$$\hat{q}(\xi) = \sum_{j=0}^{N} \lambda_j(\xi)\hat{q}(\xi_j) = \sum_{j=0}^{N} \lambda_j(\xi)\hat{q}_j \tag{3.19}$$

où $\lambda_j(\xi)$ représente l'interpolateur et (ξ_j) représente les $N+1$ points de collocation. La valeur de N est préalablement choisie et fixe le niveau de résolution du problème différentiel.

Pour des fonctions définies sur $[-1,1]$, l'interpolateur est construit à partir d'une base de polynômes de Tchébytchev T_k, définis, pour $k \in \mathbb{N}$, par

$$\forall \xi \in [-1,1], \qquad T_k(\xi) = cos(k\, arcos(\xi)) \tag{3.20}$$

où de façon équivalente :

$$T_k(cos\theta) = cos(k\,\theta) \tag{3.21}$$

où $\theta = arcos(\xi)$, $T_k(cos\theta)$ peut être vu comme le développement de $cos(k\,\theta)$ sous forme de polynôme en $cos(\theta)$. T_k est le k^{ieme} polynôme de Tchébytchev de degré k. On définit ensuite les $N+1$ points de discrétisation notés ξ_j :

$$\xi_j = cos\left(\frac{\pi j}{N}\right) \qquad j = 0, ..., N \tag{3.22}$$

Ces points, dits de Gauss-Lobatto, sont les points où la dérivée $T'_N(\xi_j)$ du polynôme $T_N(\xi_j)$ s'annule (pour $j = 0, ..., N$), avec T_N le N^{eme} polynôme de Tchébytchev.

3.2.2.2 Matrices de dérivation

La méthode de collocation spectrale permet d'écrire explicitement la dérivée d'ordre n d'une fonction connue sur les points de Gauss-Lobatto. On montre que l'on peut écrire :

$$\forall j \in [|1, N|], \qquad \frac{d^n \hat{q}}{d\xi^n}(\xi_j) = \sum_{k=0}^{N} D^n_{j,k}\hat{q}_k \tag{3.23}$$

A l'ordre 1, la matrice de dérivation D^1 s'écrit :

$$D^1_{j,k} = \frac{c_j(-1)^{k+j}}{c_k\,\xi_j - \xi_k} \qquad j \neq k \tag{3.24}$$

$$D^1_{j,j} = -\frac{\xi_j}{2(1-\xi^2)} \qquad j = 1, ...N-1 \tag{3.25}$$

$$D^1_{0,0} = -D^1_{N,N} = \frac{2N^2+1}{6} \tag{3.26}$$

Afin de résoudre le système Eq. (3.18), les dérivées d'ordre deux sont également nécessaires. Elles peuvent être obtenues via des multiplications matricielles, mais cela implique une détérioration de la précision lorsque N augmente. C'est pourquoi l'algorithme développé par Weideman [202] est utilisé et implémenté dans AVLP. Il consiste à calculer les matrices de dérivation D^n d'ordre n grâce à la relation de récursivité dérivée par Welfert [204].

Les termes non diagonaux $j \neq i$, sont définis par :

$$D^{(n)}_{j,k} = \frac{n}{\xi_j - \xi_k}\left(\frac{c_j}{c_k}D^{(n-1)}_{j,j} - D^{(n-1)}_{j,k}\right), \qquad n = 1, ..., M \tag{3.27}$$

où les constantes c_j sont définies par :

$$c_j = \prod_{k=1, k\neq j}^{N} (\xi_j - \xi_k), \quad j = 1, ..., N \tag{3.28}$$

Toujours d'après Welfert [204], les termes diagonaux peuvent être directement déterminés par :

$$D^{(n)}_{j,j} = -\sum_{k=0, k\neq i}^{N} D^{(n)}_{j,k} \tag{3.29}$$

$D^{(0)}$ est la matrice identité. L'utilisation de cette relation permet de diminuer les erreurs d'approximations introduites par les matrices de dérivation étudiées dans les travaux de Baltensperger [11] et Bayliss [15].

En utilisant les matrices de dérivation D^n, les équations linéarisées Eq. (3.18) et discrétisées sur les points de Gauss-Lobatto (ξ_j) peuvent être transformées en un problème généralisé aux valeurs propres pour le vecteur X, vecteur contenant les inconnues $\hat{q}_j$:

$$X = \begin{bmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_r \\ \hat{u}_\theta \\ \hat{p} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

3.2.3 Conditions limites

Les conditions limites à appliquer au 1er point correspondant à l'axe $r = 0$ et au dernier point correspondant au mur en $r = r_{max}$ sont les suivantes :

— Au mur : $r = r_{max}$

Une condition d'adhérence est imposée :

$$r = r_{max}, \qquad \begin{cases} \hat{u}_x = 0 \\ \hat{u}_r = 0 \\ \hat{u}_\theta = 0 \end{cases} \tag{3.31}$$

— A l'axe : $r = 0$

Une condition de symétrie est imposée, qui dépend de la valeur du nombre d'onde azimutal m :

$$m = 0 \qquad \begin{cases} \dfrac{d\hat{u}_x}{dr} = 0 \\ \hat{u}_r = 0 \\ \hat{u}_\theta = 0 \end{cases} \tag{3.32}$$

$$m = \pm 1 \qquad \begin{cases} \hat{u}_x = 0 \\ \dfrac{d\hat{u}_r}{dr} = 0 \\ \dfrac{d\hat{u}_\theta}{dr} = 0 \end{cases} \tag{3.33}$$

$$m \geq 2 \qquad \begin{cases} \hat{u}_x = 0 \\ \hat{u}_r = 0 \\ \hat{u}_\theta = 0 \end{cases} \tag{3.34}$$

3.3 Méthodes numériques

Deux approches peuvent être alors envisagées pour résoudre le problème aux valeurs propres discrétisés. La première, appelée méthode de spectre, consiste à déterminer le spectre complet, i.e. tous les vecteurs propres et valeurs propres. Elle a l'avantage de donner la totalité du spectre, mais renvoie également un grand nombre de modes purement numériques dénués de signification physique. Une étape de filtrage est alors nécessaire afin de sélectionner uniquement les modes physiques. De plus, l'approche consistant à calculer le spectre complet peut s'avérer coûteuse en mémoire et temps de calcul pour de grands nombres de points de collocation.

La deuxième, appelée méthode de suivi, converge vers une valeur unique du spectre connaissant une valeur initiale relativement proche. Cette dernière est utilisée et décrite par Abu-Irshaid et al. [1] et Griffond et al. [97]. Elle est particulièrement efficace pour le suivi de modes sur une plage de fréquences ou de longueurs d'onde.

En pratique, une analyse de stabilité débute toujours par une analyse de spectre. Cette première étape permet de déterminer le ou les modes d'intérêt. Ensuite, connaissant la valeur propre initiale, la méthode de suivi permet de suivre le mode sélectionné sur une plage de fréquences (analyse spatiale) ou de nombres d'onde (analyse temporelle).

3.3.1 Méthode de spectre

La méthode de spectre repose sur la construction des matrices A_T et B_T pour une analyse temporelle ou A_S et B_S pour une analyse spatiale définies Eq. (3.15) et Eq. (3.16) respectivement. Pour un problème basé sur les équations de Navier-Stokes, le problème possède 4 équations ($n_{eq} = 4$) et 4 inconnues, ici (u_x, u_r, u_θ, p), regroupées dans le vecteur X Eq. (3.30). La construction des matrices A et B est différente pour une analyse temporelle et spatiale :

— Analyse temporelle

Dans le cas d'un analyse temporelle, le problème aux valeurs propres s'écrit directement (cf. Eq. 3.15) :

$$A_T.X = \omega B_T.X \tag{3.35}$$

où l'inconnue est le nombre complexe ω. A_T et B_T sont alors deux matrices de taille $[4N \times 4N]$. Ces matrices résultent des matrices de dérivation et de l'intégration du champ moyen $\bar{U}$. Chacune des $4N$ lignes des matrices correspond à l'une des 4 équations du système Eq. (3.18), discrétisée à un point de collocation. Dans AVLP ces points sont ordonnés de ξ_0 à ξ_N, ξ_0 correspondant au point sur l'axe et ξ_N au point positionné à r_{max}. Le vecteur X correspond alors à :

$$X = \begin{bmatrix} \hat{u_x}(\xi_0) \\ \hat{u_r}(\xi_0) \\ \hat{u_\theta}(\xi_0) \\ \hat{p}(\xi_0) \\ \vdots \\ \hat{u_x}(\xi_N) \\ \hat{u_r}(\xi_N) \\ \hat{u_\theta}(\xi_N) \\ \hat{p}(\xi_N) \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

Les conditions limites à l'axe et au mur sont ensuite imposées en substituant les lignes des matrices correspondant à ξ_0 et ξ_N par les conditions adéquates. Le problème aux valeurs propres devient alors :

$$\tilde{A}\, X = \omega \tilde{B}\, X \tag{3.37}$$

où $\tilde{A}$ et $\tilde{B}$ sont les matrices modifiées par les conditions limites. Le problème est ensuite résolu en s'appuyant sur les librairies LAPACK (Linear Algebra PACKage). Plus de détails sur ces librairies peuvent être trouvés dans l'ouvrage d'Anderson [3].

— Analyse spatiale

Dans le cas d'une analyse spatiale, l'inconnue est α. Or dans les Eq. (3.18), des termes en α et α^2 sont présents. Le système aux valeurs propres devient alors :

$$A_0.X = \alpha B_1.X + \alpha^2 B_2.X \tag{3.38}$$

Il peut être transformé en un système linéaire en augmentant le système avec le vecteur ψ défini par :

$$\psi = \begin{bmatrix} \alpha\hat{u_x} \\ \alpha\hat{u_r} \\ \alpha\hat{u_\theta} \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

puisqu'il n'y a pas de terme en α^2 pour $\hat{p}$. Le système devient alors :

$$\begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \psi \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \psi \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

Ce système peut de nouveau s'écrire sous la forme :

$$A_S.\tilde{X} = \alpha B_S.\tilde{X} \tag{3.41}$$

Les matrices A_S et B_S sont donc de taille $[7N \times 7N]$ et le vecteur $\tilde{X}$ de taille $[7N]$. Le problème est résolu de la même façon que dans le cas d'une analyse temporelle à l'aide de la librairie LAPACK.

3.3.2 Méthode de suivi

La méthode de suivi est une méthode itérative permettant de converger vers une valeur du spectre à partir d'une estimation initiale. Cette méthode, utilisée par Griffond et al. [97], a été mise en place grâce à l'aide de G. Casalis. Que ce soit dans le cadre d'une analyse spatiale ou temporelle, le problème discrétisé peut alors s'écrire :

$$L.X = 0 \tag{3.42}$$

où $L = A_T - \omega B_T$. Comme dans le cas précédent, chaque ligne exprime l'équation continue écrite au point de collocation correspondant. Afin d'éviter les solutions triviales du type $X = 0$, l'idée est d'introduire une condition limite non homogène, se comportant alors comme une condition de normalisation. Il est choisi de modifier la condition au mur sur u_r par une condition sur la dérivée de u_x. On modifie alors :

$$\hat{u}_r(r = r_{max}) = 0 \tag{3.43}$$

par :

$$\frac{d\hat{u}_x}{dr}(r_{max}) = cst = 1 \tag{3.44}$$

Les deux autres conditions limites restent inchangées.

L'Eq. (3.42) devient alors :

$$\tilde{L}.X = b \tag{3.45}$$

où $\tilde{L}$ est la matrice modifiée par les conditions limites Eq. (3.44). b est un vecteur colonne nul à l'exception de la ligne où la condition limite Eq. (3.44) est imposée. La matrice $\tilde{L}$ étant en pratique non singulière, on peut écrire :

$$X = \tilde{L}^{-1}.b \tag{3.46}$$

Pour retrouver la valeur de $\hat{u}_r(r = r_{max})$ correspondant à la condition limite omise, on fait varier la valeur initiale (α_0, valeur intiale de α pour une analyse spatiale ou ω_0, valeur intiale de ω pour une analyse temporelle) jusqu'à ce que la condition non imposée soit satisfaite. On utilise pour cela une méthode itérative basée sur une descente de Newton. On définit l'application F telle que :

$$F : \left| \begin{array}{l} \mathbb{C} \to \mathbb{C} \\ \alpha \mapsto \hat{u}_r(r = r_{max}) \end{array} \right. \tag{3.47}$$

F est naturellement implicite puisqu'elle s'obtient via la résolution de l'Eq. (3.46). De plus, F est une fonction holomorphe, vérifiant la relation de Cauchy-Riemann.

En d'autres termes, prenons l'exemple d'une analyse spatiale, soit $\bar{\partial}$ l'opérateur différentiel défini par :

$$\bar{\partial} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial \alpha_r} + i\frac{\partial}{\partial \alpha_i}\right) \tag{3.48}$$

F est holomorphe en α_0 implique :

$$\bar{\partial} F(\alpha_0) = 0 \tag{3.49}$$

La dérivée F' de F en α_0 s'écrit classiquement :

$$F'(\alpha_0) = \partial F(\alpha_0) \tag{3.50}$$

Avec ∂ l'opérateur défini par :

$$\partial = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial \alpha_r} - i\frac{\partial}{\partial \alpha_i}\right) \tag{3.51}$$

Or d'après l'Eq. (3.49) on a :

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_r}(\alpha_0) = -i\frac{\partial F}{\partial \alpha_i}(\alpha_0) \tag{3.52}$$

Cela implique donc :

$$F'(\alpha_0) = \frac{\partial F}{\partial \alpha_r}(\alpha_0) \tag{3.53}$$

Le gradient de F peut donc être calculé en faisant simplement varier α_r, partie réelle de α. L'algorithme implémenté est décrit schématiquement sur la Figure 3.1 pour une analyse spatiale.

Une fois l'algorithme convergé on obtient, dans le cas d'une analyse spatiale, pour une valeur de ω_r, la valeur de α et le vecteur propre associé. Afin de suivre le mode en fréquence, on peut ensuite faire varier ω_r d'un pas $\Delta\omega_r$

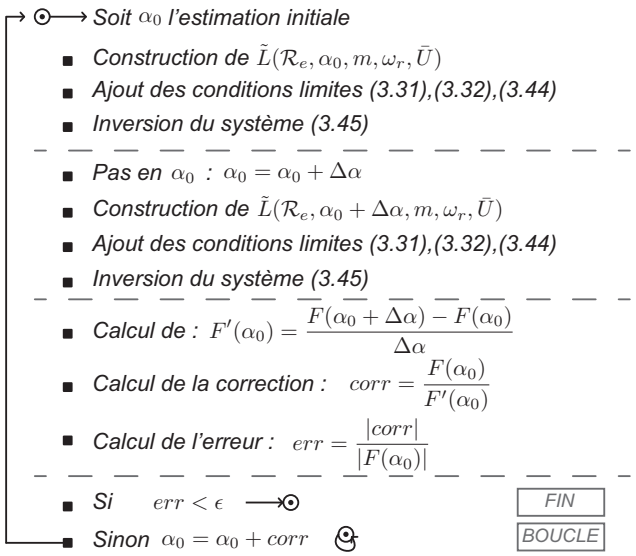


FIGURE 3.1 – Schématisation de l'algorithme de suivi

et recommencer la même procédure. Pour accélérer la convergence, la valeur initiale de α_0 est alors calculée en fonction de la, ou des, valeur(s) de α convergée(s) précédemment, selon la procédure suivante : pour la deuxième valeur de ω_r traitée, c'est-à-dire pour $\omega_r + \Delta\omega_r$, la valeur de α_0 est égale à celle précédemment trouvée à ω_r. En revanche à l'étape d'après, à $\omega_r = \omega_r + 2\Delta\omega_r$, la valeur initiale de α_0 est une interpolation linéaire des deux précédentes. Puis pour toutes les étapes suivantes à $\omega_r = \omega_r + n.\Delta\omega_r$, la valeur initiale de α_0 est une interpolation quadratique basée sur les trois précédentes valeurs de α. Avec cette procédure, seulement 2 ou 3 itérations sont alors suffisantes.

3.3.3 Méthode de décomposition du domaine

De par leur définition, les points de Gauss-Lobatto définis Eq. (3.22) se concentrent au niveau des conditions limites. Augmenter le nombre de points de discrétisation augmente majoritairement la discrétisation aux extrémités du profil. Cela peut devenir problématique lorsque la zone d'intérêt se situe au centre du profil, comme c'est le cas par exemple dans les profils présentés en Figure 3.2 où un fort gradient de vitesse est présent au centre.

Sur cet exemple avec 50 points de discrétisation environ, 4 points sont utilisés pour résoudre le gradient. Lorsqu'on multiplie par deux le nombre de points de discrétisation, on remarque qu'on ajoute uniquement 2 points dans le gradient et qu'un important nombre de points se situe vers les conditions limites, ce qui en plus d'être inutile peut entraîner des complications numériques.

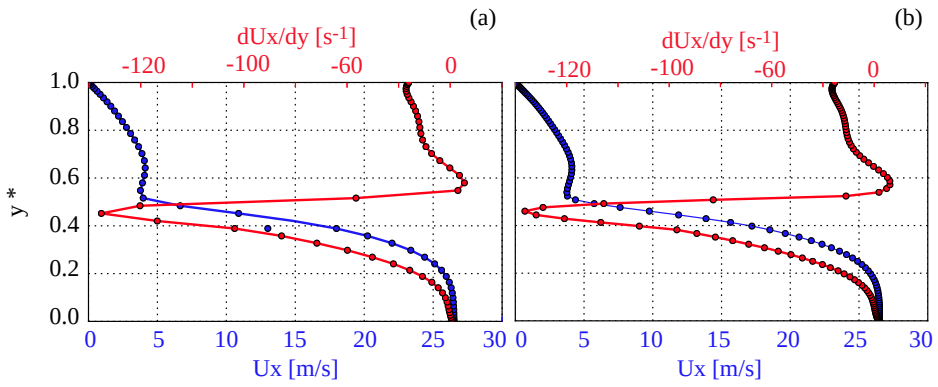


FIGURE 3.2 – Discrétisation d'un profil de vitesse et de son gradient avec 50 points (a) et 100 points (b) de Gauss-Lobatto.

Afin de mieux résoudre le gradient, l'idée, provenant de discussions avec G. Casalis, est de diviser le domaine en deux sous-domaines à la position où la zone d'intérêt se situe. Ainsi un important nombre de points va se placer à la jonction des deux domaines, considérée alors comme une condition limite. Sur le même profil de vitesse et son

gradient Figure 3.3, diviser le domaine au niveau de la zone de fort gradient permet, à même nombre de points, de passer de 6 à 17 points pour résoudre la zone de fort gradient, démontrant l'intérêt d'une décomposition du domaine.

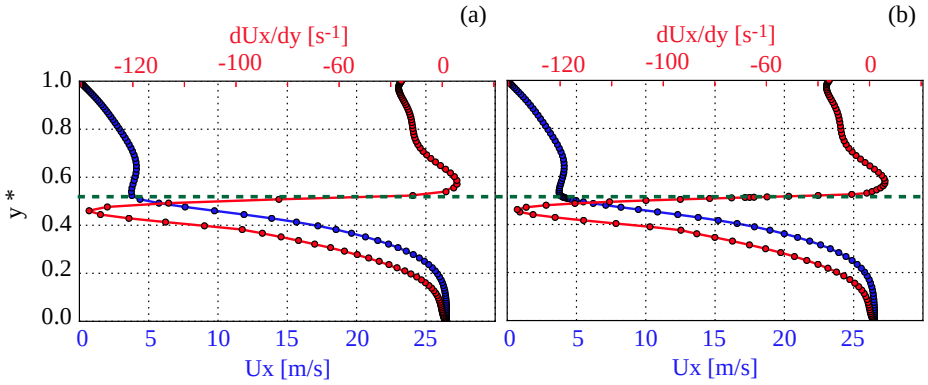


FIGURE 3.3 – Discrétisation d'un profil de vitesse et de son gradient avec 100 points sans décomposition de domaine (a) et avec une division du domaine en deux parties, délimitées par la ligne pointillée verte (b).

Au niveau de l'implémentation de cette méthode, le point clé est la définition des conditions limites de couplage entre les deux domaines D_1 et D_2. Diviser le domaine revient à diviser les matrices A et B, définies pour une analyse temporelle et spatiale Eq. (3.35) et Eq. (3.41) respectivement, en deux matrices : A^{D1}, A^{D2} et B^{D1}, B^{D2}. Prenons l'exemple d'une analyse spatiale, le nouveau système à résoudre devient :

$$\begin{bmatrix} A_S^{D1} & 0 \\ 0 & A_S^{D2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}^{D1} \\ \tilde{X}^{D2} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} B_S^{D1} & 0 \\ 0 & B_S^{D2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}^{D1} \\ \tilde{X}^{D2} \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

Les matrices des sous-domaines sont définies de façon à ce que les 7 dernières lignes des matrices A_S^{D1} et B_S^{D1} notée L_1, et les 7 premières lignes des matrices A_S^{D2} et B_S^{D2} notée L_2, représentent la même coordonnée radiale. Ces deux lignes sont utilisées afin de réaliser le couplage entre les sous-domaines. Comme illustré Eq. (3.55), on impose alors à la ligne L_1 des conditions $\mathcal{C}^0$ qui imposent la continuité des variables (Eq. (3.56)) et à la ligne L_2 des conditions $\mathcal{C}^1$ qui imposent la continuité des dérivées (Eq. (3.57)).

$$\begin{bmatrix} \text{Conditions limites à l'axe} & & 0 & \\ \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & A_S^{D1}[7:7N-7,:] & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & 0 & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & \\ L_1 & \leftarrow \text{Conditions } \mathcal{C}^0 \rightarrow & & \\ L_2 & \leftarrow \text{Conditions } \mathcal{C}^1 \rightarrow & & \\ \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & 0 & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & A_S^{D2}[7:7N-7,:] & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & \\ 0 & & \text{Conditions limites au mur} & \end{bmatrix} .\tilde{X} =$$

$$\alpha \begin{bmatrix} \text{Conditions limites à l'axe} & & 0 & \\ \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & B_S^{D1}[7:7N-7,:] & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & 0 & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & \\ L_1 & \leftarrow \text{Conditions } \mathcal{C}^0 \rightarrow & & \\ L_2 & \leftarrow \text{Conditions } \mathcal{C}^1 \rightarrow & & \\ \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & 0 & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \ddots & & \iddots \\ & B_S^{D2}[7:7N-7,:] & \\ \iddots & & \ddots \end{bmatrix} & \\ 0 & & \text{Conditions limites au mur} & \end{bmatrix} .\tilde{X} \tag{3.55}$$

$$\begin{cases} [u_r, u_\theta, u_z, p]_{L1} = [u_r, u_\theta, u_z, p]_{L2} & (3.56) \\ \left.\dfrac{d[u_r, u_\theta, u_z, p]}{dr}\right|_{L1} = \left.\dfrac{d[u_r, u_\theta, u_z, p]}{dr}\right|_{L2} & (3.57) \end{cases}$$

3.4 AVLP : code de stabilité linéaire

AVLP a été développé en collaboration avec Thibault Bridel-Bertomeu [27]. Dans le cadre de ses travaux sur l'étude des instabilités rotor/stator, T. Bridel-Bertomeu [27] a développé une base de travail permettant d'étudier la stabilité linéaire temporelle des écoulements de type disque. Pour les besoins de cette étude, j'ai étendu le code afin de traiter l'analyse spatiale des écoulements de type jet. Ce développement a nécessité d'intégrer les équations correspondantes, différentes de celle utilisées pour les disques, et de gérer la création des matrices spatiales, différentes des matrices temporelles. Un important travail commun a également été réalisé afin de pérenniser le code et améliorer les méthodes numériques et outils, utilisées dans les deux types d'écoulement. Ces développements ont été validés sur un ensemble de cas tests : écoulement de Taylor-Culick, Poiseuille, jet swirlé, cavité rotor/stator.

3.4.1 Présentation du code

AVLP est un code écrit en Python. Il prend comme données d'entrée des profils radiaux de vitesse axiale, radiale et tangentielle ainsi que leurs dérivées radiales et axiales issus d'une solution moyenne. Une analyse soit temporelle soit spatiale est possible, en renseignant le nombre d'onde ou la fréquence souhaité. Une plage de nombres d'onde ou de fréquences peut également être spécifiée.

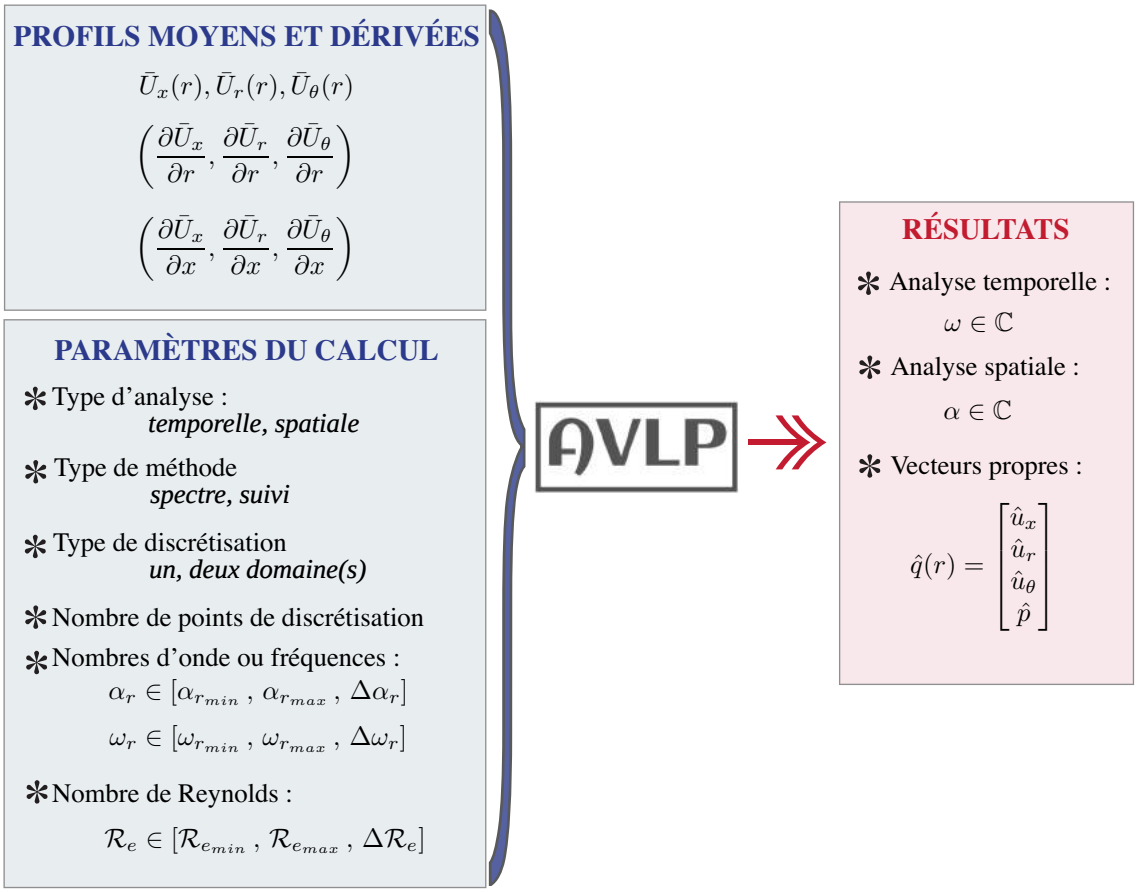


FIGURE 3.4 – Schéma de principe du code AVLP, définition des paramètres d'entrées et des résultats en sortie.

Pour la méthode dite de "spectre", les sorties du code sont un spectre de valeurs propres correspondant à des fréquences complexes pour une analyse temporelle ou à des nombres d'onde complexes pour une analyse spatiale, avec les vecteurs propres associés. Pour la méthode dite de "suivi", les sorties sont une seule valeur propre vers laquelle le code a convergé et son vecteur propre associé.

3.4.2 Validation sur l'écoulement de Taylor-Culick

Le code a été validé pour l'écoulement de Taylor-Culick. Des cas de validation supplémentaires sur l'écoulement de Poiseuille, celui autour d'un disque en rotation ou d'un jet swirlé peuvent être trouvés dans les travaux de thèse de Bridel-Bertomeu [27].

La stabilité de l'écoulement de Taylor-Culick, est relativement bien connue et a fait l'objet de nombreuses publications [6, 26, 35, 40, 96, 97]. Cet écoulement introduit dans le chapitre 1 est caractéristique des moteurs à propergol solide à canal central. Les profils de Taylor-Culick sont instables spatialement et font donc un cas de validation pertinent pour ces travaux. Dans le cas de l'écoulement de Taylor-Culick le champ moyen est défini de la façon suivante :

$$\begin{cases} Ur = -\dfrac{1}{r} sin\left(\dfrac{\pi}{2} r^2\right) \\ Ux = \pi\, x\, cos\left(\dfrac{\pi}{2} r^2\right) \\ U_\theta = 0 \end{cases} \tag{3.58}$$

où les profils sont adimensionnés par la vitesse d'injection et par le rayon du canal. La pression est ici considérée comme uniforme.

On réalise ici une analyse de stabilité spatiale : $\omega \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{C}$. Les résultats sont comparés avec ceux publiés par Abu-Irshaid et al. [1], avec les paramètres adimensionnés : $\omega_r = 80$, $x = 10$, $m = 0$, $\mathcal{R}_{e,inj} = 4500$.

3.4.2.1 Validation de la méthode spectre

Le spectre obtenu est représenté en Figure 3.5. Les valeurs propres des trois modes les plus instables sont comparées avec celles obtenues par Abu-Irshaid et al. [1] dans le Tableau 3.1. Les résultats sont égaux à 10^{-4} près à ceux de référence.

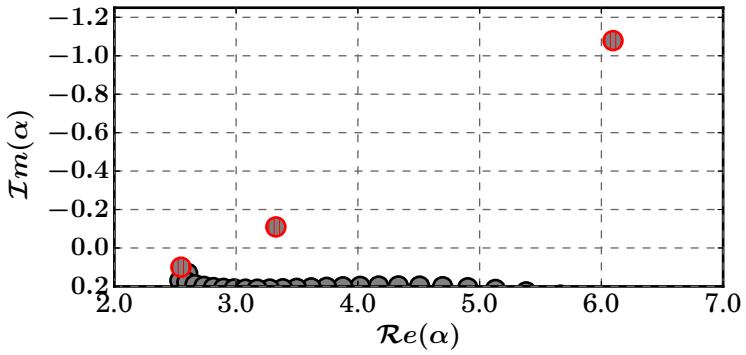


FIGURE 3.5 – Représentation du spectre de l'écoulement de Taylor-Culick. Les symboles représentent toutes les valeurs du spectre, les trois modes les plus instables sont marqués par des symboles rouges.

	Résultats de référence		Résultats AVLP	
Mode	α_r	α_i	α_r	α_i
1	6.095 294 565 6	-1.078 799 814 0	6.095 305 252 8	-1.078 802 715 6
2	3.326 428 536 6	-0.109 522 558 9	3.326 432 094 4	-0.109 553 475 3
3	2.601 322 331 0	0.132 287 031 5	2.601 399 833 8	0.132 282 219 1

TABLE 3.1 – Comparaison des trois modes les plus amplifiés avec les valeurs de référence de Abu-Irshaid et al. [1] - Méthode spectre

3.4.2.2 Validation de la méthode de suivi

La méthode de suivi a été validée sur les trois modes les plus amplifiés définis dans le Tableau 3.1. Pour chaque mode, la solution initiale α_0 est donnée relativement proche de celle recherchée (cf. Tableau. 3.2). Le but ici est de vérifier que la méthode converge bien vers la bonne valeur propre.

Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau. 3.2. Ils sont comparés aux mêmes résultats de référence que pour la validation de la méthode spectre. On obtient là aussi des résultats égaux à 10^{-4} près.

	Résultats de référence		Résultats AVLP		
Mode	α_r	α_i	α_0	α_r	α_i
1	6.095 294 565 6	-1.078 799 814 0	6.0 - 1.0 i	6.095 308 333 4	-1.078 803 479 3
2	3.326 428 536 6	-0.109 522 558 9	3.0 - 0.1 i	3.326 432 576 1	-0.109 553 630 3
3	2.601 322 331 0	0.132 287 031 5	2.0 + 0.1 i	2.601 399 948 5	0.132 282 201 7

TABLE 3.2 – Comparaison des trois modes les plus amplifiés avec les valeurs de référence de Abu-Irshaid et al. [1] - Méthode de suivi

3.4.2.3 Validation de la décomposition multi-domaines

L'implémentation de la décomposition multi-domaines a été validée en divisant les profils de Taylor-Culick en deux domaines (voir Figure 3.6). La comparaison des résultats, présentée Tableau 3.3 montre que la décomposition sous-domaines n'introduit pas d'erreur.

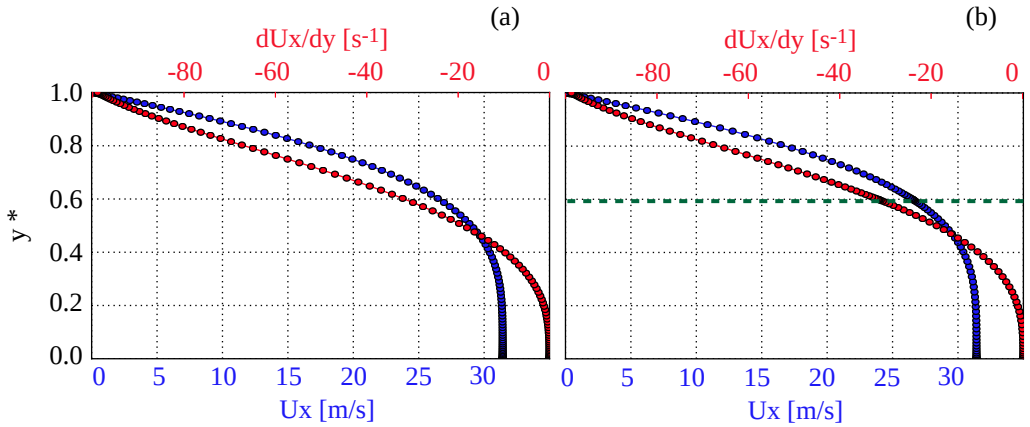


FIGURE 3.6 – Profil de vitesse axiale de Taylor-Culick et de son gradient, discrétisés avec 100 points sans décomposition de domaine (a) et avec deux domaines, délimités par la ligne pointillée verte (b).

	Un domaine		Deux domaines	
Mode	α_r	α_i	α_r	α_i
1	6.095 308 333 4	-1.078 803 479 3	6.095 308 954 5	-1.078 803 201 1
2	3.326 432 576 1	-0.109 553 630 3	3.326 432 501 3	-0.109 553 494 5
3	2.601 399 948 5	0.132 282 201 7	2.601 400 053 1	0.132 281 681 9

TABLE 3.3 – Comparaison des trois modes les plus amplifiés entre un seul et deux domaines, résultats AVLP.

Afin d'évaluer l'intérêt de la méthode de décomposition multi-domaines, analysons des profils moyens issus d'un des cas traités au cours de ces travaux de thèse, présentés Figure 3.7. Le profil de vitesse axial U_x présente un point d'inflexion marqué en $r^* = 0.52$, où r^* est le rayon adimensionné par le rayon du canal, qui génère un fort gradient. En utilisant un seul domaine et 60 points de discrétisation, le gradient n'est pas correctement

discrétisé, alors qu'avec le même nombre de point, la division du domaine au niveau du point d'inflexion permet une discrétisation précise. Une analyse de stabilité spatiale est ensuite réalisée sur ces deux discrétisations.

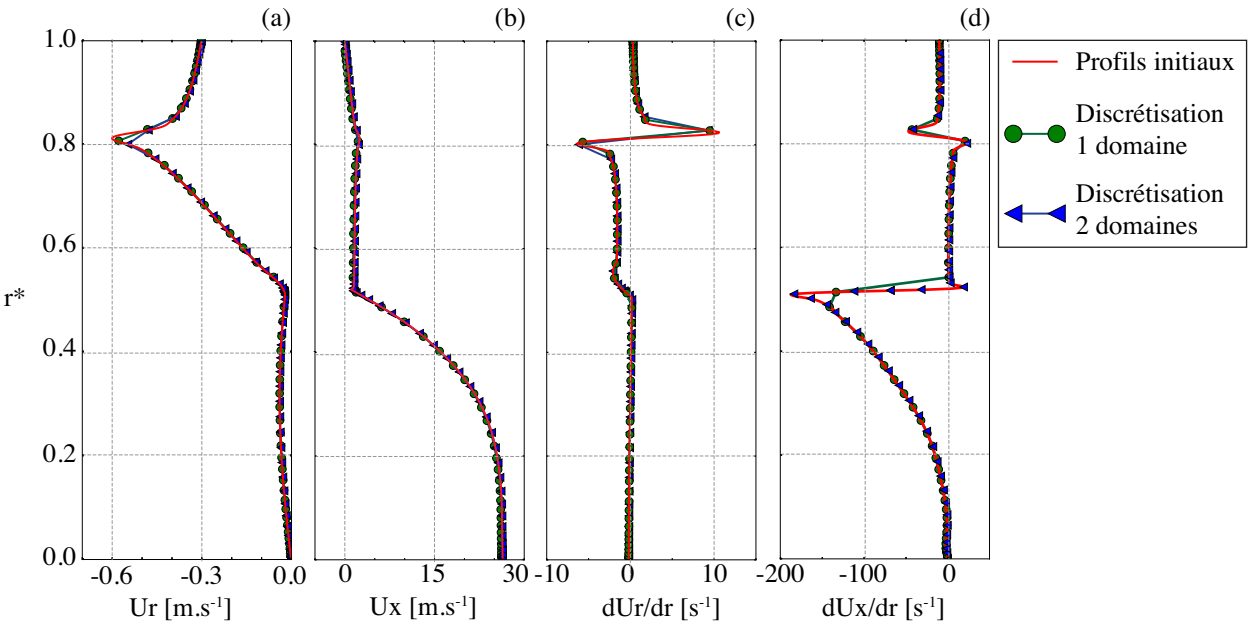


FIGURE 3.7 – Comparaison des profils de vitesse axiale (a), radiale (b) et des dérivées radiales (c) et (d) entre le profil initial issu du champ moyen (courbe rouge sans marqueur) et le profil discrétisé avec 1 (courbe verte marqueurs ronds) et 2 (courbe bleue marqueurs triangles) domaines, pour 60 points de discrétisation.

Les résultats obtenus sont alors très différents (cf. Figure 3.8). Avec une mauvaise discrétisation des profils de vitesse et des gradients, la plage de fréquence instables, i.e. où $-\alpha_i > 0$, est beaucoup plus petite (cf. Figure 3.8(a)).

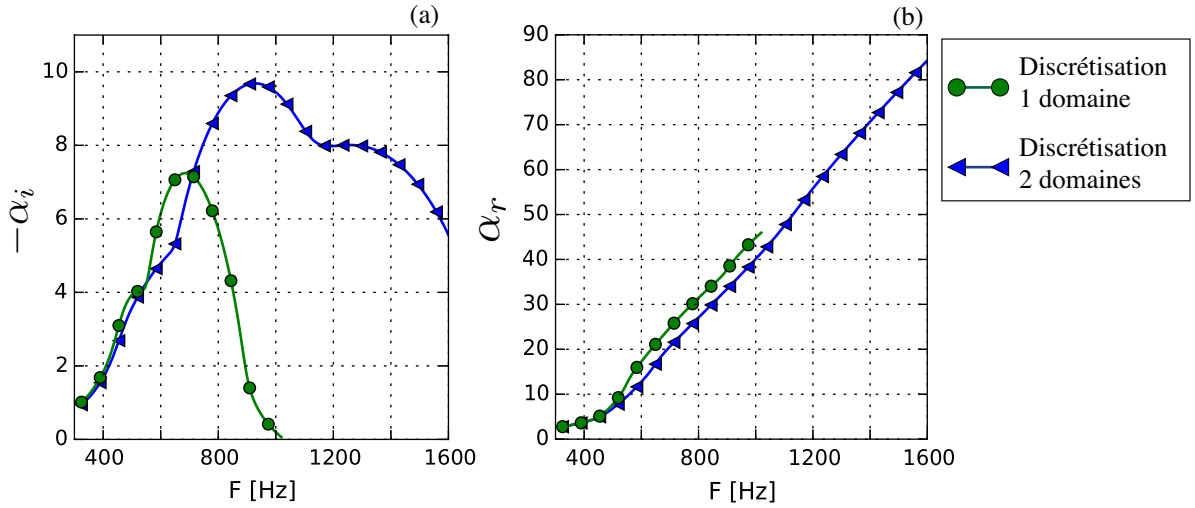


FIGURE 3.8 – Comparaison des résultats AVLP avec 1 et 2 domaines (courbe verte marqueurs ronds et courbe bleue marqueurs triangles respectivement) : taux d'amplification spatial $-\alpha_i$ (a) et nombre d'onde α_r (b) en fonction de la fréquence de la perturbation.

L'analyse de stabilité est très sensible aux profils moyens, une mauvaise discrétisation lisse les profils et les résultats obtenus sont fortement détériorés, montrant tout l'intérêt de la méthode de décomposition multi-domaines.

Deuxième partie

Applications

4 Introduction 83

5 Impact du soufflage latéral sur le VSA 89

6 Impact des particules d'aluminium réactives 113

7 Impact de la mise à l'échelle 151

8 Conclusion 165

A Papier de la conférence Space Propulsion 2016 177

Chapitre 4

Introduction

Sommaire

4.1 Configuration 84
4.2 Domaine de calcul 85
4.3 Définition des conditions limites 85
4.4 Les différents mécanismes influant le VSA 87

Le but de ce chapitre est d'introduire la configuration utilisée dans ces travaux de thèse et d'en expliquer les objectifs. La géométrie, les caractéristiques principales ainsi que les types de conditions limites sont détaillés. Les différentes configurations calculées dans cette étude seront quant à eux introduits au fur et à mesure des chapitres. Ce chapitre se termine par une explication du fil conducteur de l'étude de cette configuration et la démarche suivie.

4.1 Configuration

La configuration étudiée a été choisie pour permettre l'étude d'une instabilité de type VSA (Vortex Shedding d'Angle) dans un écoulement ayant les caractéristiques d'un écoulement de moteur à propergol solide.

Le VSA est une instabilité hydrodynamique générée par une couche de mélange instable, formée par un changement de section dans la géométrie. Étudiée dans le montage du C1x par Vuillot [198] et Dupays [65, 69], rappelée Figure 4.1, l'instabilité est caractérisée par la formation de structures tourbillonnaires cohérentes dans la couche cisaillée en zone proche de l'angle, qui croissent vers l'aval de l'écoulement.

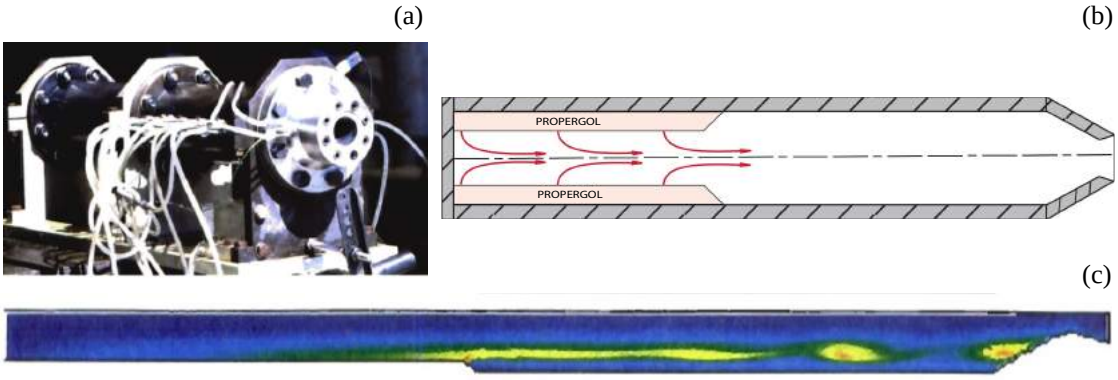


FIGURE 4.1 – Montage de l'installation du C1xb (a), schéma de la géométrie (b) et résultat d'une simulation RANS du C1xb (c), d'après les travaux de Dupays [65].

Le changement de section dans la géométrie induit après l'angle un profil de vitesse inflexionnel, Figure 4.2, caractéristique des couches de mélange, qui possède la propriété de générer des instabilités de type Kelvin-Helmoltz, étudiées dans de nombreux travaux [63, 104]. Cependant, l'injection pariétale des moteurs à propergol solide rend la couche de mélange particulière et ne peut pas s'apparenter totalement à une couche de mélange d'écoulement cisaillé libre [51, 105, 108, 141, 143, 167] ou de jet [85, 121, 150].

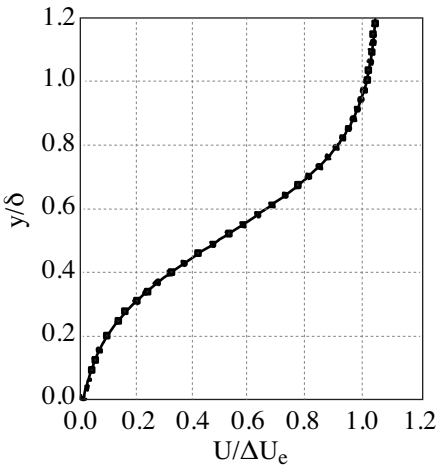


FIGURE 4.2 – Profil de vitesse du C1x à l'angle, extrait de Vuillot [198] où δ est l'épaisseur de la couche de mélange, y la position radiale, U la vitesse axiale et ΔU_e la différence de vitesse de part et d'autre de la couche de mélange.

Dans les configurations industrielles, bien souvent plusieurs types d'instabilité coexistent. On peut citer par exemple les travaux de Vétel et al. [195] où un VSP est généré à partir d'un VSO, ou encore une étude réalisée par ASL sur une configuration de type finocyl où le VSA est accompagné d'un VSP généré en amont. Il devient alors difficile de déterminer l'interaction entre les instabilités. Dans le cas où le VSA est accompagné d'un VSP, le VSA peut être déclenché, entretenu par les structures du VSP ou même n'en être pas vraiment un et n'être que les structures du VSP convectées dans la couche de cisaillement. De plus, la présence de la tuyère implique un impact de l'acoustique de la chambre. Des phénomènes de couplage entre l'acoustique et les instabilités peuvent avoir lieu, ce qui rend l'analyse encore plus complexe. Le VSA peut donc difficilement être étudié académiquement

avec précision dans une configuration industrielle. C'est pour cela qu'il a été choisi de réaliser les études sur une configuration académique, avec laquelle des simulations paramétriques peuvent être réalisées. La géométrie de cette configuration académique doit donc pouvoir reproduire une instabilité de type VSA sans générer d'autres instabilités parasites. Pour générer un VSA dans un écoulement de moteur à propergol solide, il suffit d'intégrer un angle dans un canal à injection pariétale, de façon similaire à celui présent dans la géométrie du C1xb Figure 4.1. On définit alors la géométrie présentée Figure 4.3, où la valeur de l'angle est fixé à 90°.

4.2 Domaine de calcul

Afin de réduire le coût CPU, seul un secteur de 60° du canal est modélisé, comme visualisé sur la Figure 4.3.

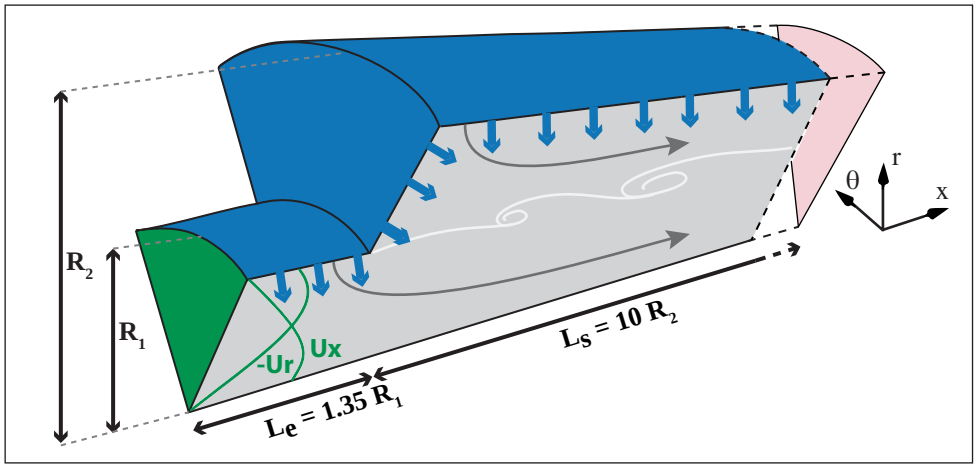


FIGURE 4.3 – Domaine de calcul, avec injection pariétale (flèches bleues) et profils de Taylor-Culick en entrée (courbes vertes).

L'objectif étant de développer une instabilité de VSA la plus nette possible, toute perturbation d'une autre nature est non souhaitée et doit être évitée.

Pour cela, le domaine de calcul est adapté de la façon suivante. En aval, le domaine est suffisamment long, 10 fois le rayon de sortie, noté R_2 sur la Figure 4.3, pour permettre un déraffinement progressif du maillage, conduisant à la dissipation des structures tourbillonnaires et évitant le retour d'ondes acoustiques qui pourraient modifier les caractéristiques de l'instabilité.

En amont, le domaine est tronqué, comme schématisé sur la Figure 4.4 et les profils de vitesse de Taylor-Culick résultant de l'écoulement à injection pariétale amont, non simulé, sont imposés à l'entrée du domaine. Ce raccourcissement, en plus de réduire le coût de calcul, présente l'avantage d'éviter la formation d'une instabilité intrinsèque aux écoulements à injection pariétale de type VSP (Vortex Shedding Parietal) décrite dans la Section 1.3.2.2 et apparaissant dans certaines conditions pour un rapport longueur/rayon du tube supérieur à 8 [33, 34, 96]. Ici le rapport longueur/rayon est égal à 1.35 (cf. Figure 4.3), bien en-dessous de la valeur critique de 8 mais plaçant la condition limite d'entrée suffisamment loin de l'angle pour d'éviter de perturber l'écoulement dans cette zone.

4.3 Définition des conditions limites

Des conditions limites axi-périodiques sont appliquées sur les flans du secteur, symbolisés en gris sur la Figure 4.3.

Condition limite de sortie

La condition limite de sortie du domaine, en rouge sur la Figure 4.3, est de type NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions) [153] en pression imposée. La pression imposée dans le domaine est de 5 MPa, valeur représentative de la pression régnant dans un moteur à propergol solide (pouvant aller de 5 MPa à 10 MPa selon les configurations).

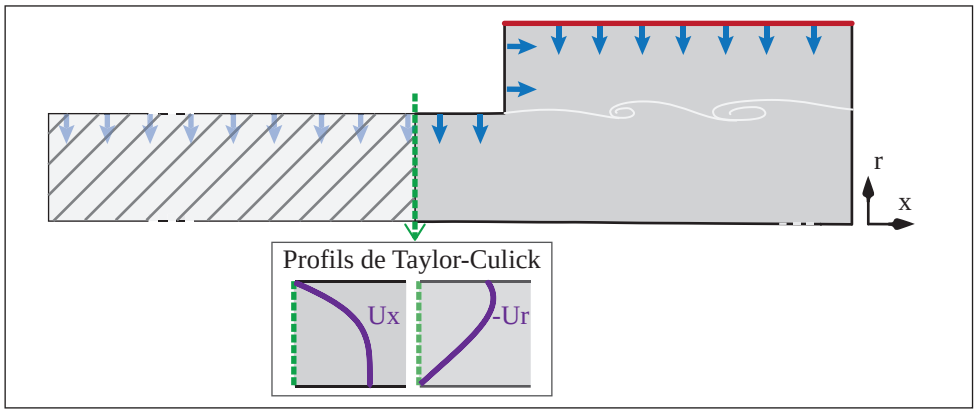


FIGURE 4.4 – Illustration de la méthode consistant à remplacer une partie de l'écoulement amont par une condition limite d'injection équivalente.

Condition limite d'injection pariétale

Les conditions limites d'injection pariétale, en bleu sur la Figure 4.3, permettent d'injecter un flux dans la direction normale aux faces du maillage. L'approche Cell-Vertex d'AVBP qui consiste à stocker les variables aux nœuds du maillage [161], conduit naturellement à imposer la vitesse aux nœuds plutôt qu'un flux aux faces des cellules. Cependant cette approche rend ambigüe la définition du vecteur vitesse aux coins de la géométrie lorsque la condition limite paroi est non-adhérente, situation typique d'un angle de propergol. Ceci justifie le choix d'une condition limite de type flux imposé pour les injections pariétales.

Condition limite d'entrée

La condition limite d'entrée, en vert sur la Figure 4.3 est de type NSCBC [153] en température et vitesse imposées. Sur cette condition limite les profils de Taylor-Culick, définis dans la Section 1.3.1 et correspondant à une longueur de tube de $L_{TC} = 7.5\,R_1$, sont imposés. Ces profils, adimensionnés par la vitesse d'injection V_{inj}, sont tracés en fonction du rayon adimensionné par R_1, Figure 4.5(a) pour la vitesse axiale et Figure 4.5(b) pour la vitesse radiale. Le maximum de vitesse axiale est situé à l'axe en $r/R_1 = 0$ et vaut $V_{inj}\,\pi\,L_{TC}/R_1$.

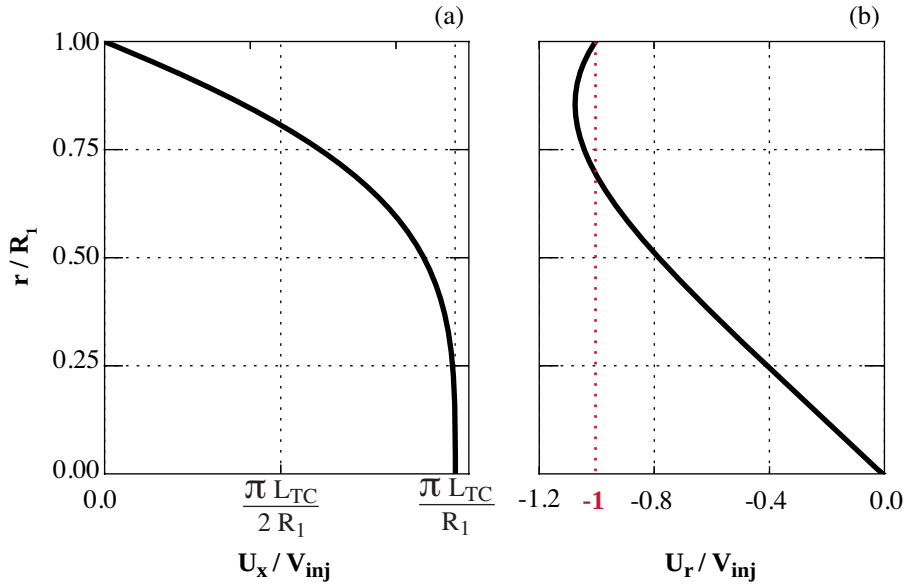


FIGURE 4.5 – Profils de vitesse axiale (a) et radiale (b) de Taylor-Culick imposés sur la condition limite amont, (en vert sur la Figure 4.3), adimensionnés par la vitesse d'injection V_{inj} et le rayon amont R_1. L_{TC} représente la longueur du tube amont non simulé.

4.4 Les différents mécanismes influant le VSA

Dans cette configuration, la combustion du propergol va agir sur le VSA de deux manières :

1. par le soufflage dû à l'injection de gaz brûlés
   Le soufflage, parallèle et latéral, résulte de l'injection de gaz brûlés dans la direction normale à la surface du propergol. L'injection parallèle à l'écoulement agit peu sur le VSA car son impact se limite à une légère modification du cisaillement. A l'inverse, l'injection normale à l'écoulement va fortement le modifier.
2. par l'injection de particules, en combustion puis inertes.
   Du fait de leur trainée et éventuellement de leur dégagement de masse et de chaleur, les particules vont également fortement modifier les structures tourbillonnaires de la couche de cisaillement. Cet effet dépend de la charge en particules, de leur dynamique et de leur inertie.

De plus, de par la taille des moteurs à propergol solide, des simulations et des expérimentations à échelle réduite sont couramment réalisées. En gaz seul, les résultats obtenus à échelle réduite sont directement transposables vers l'échelle réelle car toutes les caractéristiques de l'instabilité sont préservées. En revanche, en présence de particules, la mise à l'échelle va fortement influencer le comportement des particules dans les structures tourbillonnaires et va modifier leur rôle sur l'instabilité.

Les travaux présentés dans la suite de ce manuscrit s'intéressent donc à ces trois phénomènes.

L'étude de l'impact du soufflage latéral, réalisé dans le chapitre 5, est conduite via deux approches. La première est basée sur une étude paramétrique réalisée sur une configuration 2D axisymétrique équivalente à celle présentée sur la Figure 4.3. En faisant varier uniquement l'intensité du soufflage entre les simulations numériques, l'impact de celui-ci sur la couche de mélange est démontré. La deuxième approche consiste à analyser la stabilité des profils de vitesse moyens grâce à une étude de stabilité linéaire locale. L'objectif est de déterminer si une telle approche permet de retrouver les caractéristiques de l'instabilité et également de capter l'impact du soufflage latéral sur la stabilité de la couche de mélange.

Le rôle des particules d'aluminium en combustion puis inertes est analysé dans le chapitre 6. Les résultats obtenus entre simulations sans et avec particules sont comparés, permettant d'évaluer l'impact global que les particules possèdent sur le VSA. Une analyse de la trainée des particules permet ensuite d'expliquer cet impact. Ce chapitre présente également une étude de l'influence de la méthode de modélisation utilisée. Une instabilité étant un phénomène de croissance d'une petite perturbation initiale, il est légitime de se poser la question du rôle de la méthode numérique, en particulier de ses effets diffusifs associés au maillage, au schéma de convection et au modèle de turbulence de sous-maille.

Finalement, le chapitre 7 permet de conclure sur l'importance de la mise à l'échelle vis-à-vis du VSA. Une simulation monophasique et diphasique de la même configuration que celle du chapitre 6 à échelle réelle, correspondant à une multiplication des dimensions par 6 dans toutes les directions, permet d'estimer l'impact d'une mise à l'échelle sur un VSA aussi bien dans un écoulement purement gazeux qu'en présence d'une phase dispersée réactive.

Chapitre 5

Impact du soufflage latéral sur le VSA

Sommaire

5.1 Etude du VSA par simulation numérique aux grandes échelles 90
5.1.1 Géométrie et paramètres physiques 90
5.1.2 Modèle numérique 91
5.1.2.1 Le code de calcul 91
5.1.2.2 Paramètres numériques 91
5.1.2.3 Résolution spatiale et conditions limites 91
5.1.2.4 Détails du calcul 92
5.1.3 Les différents cas étudiés 92
5.1.4 Description du VSA sur le cas R020 92
5.1.4.1 Champs instantanés 93
5.1.4.2 Evolution temporelle de l'instabilité 94
5.1.4.3 Analyse fréquentielle 95
5.1.4.4 Profils de vitesse moyenne 95
5.1.5 Modification des champs instantanés par le soufflage latéral 97
5.1.6 Analyse fréquentielle 101
5.2 Etudes de stabilité linéaire 102
5.2.1 Étude de l'instabilité pour le cas R030 102
5.2.1.1 Méthode d'analyse 102
5.2.1.2 Paramètres d'adimensionnement 103
5.2.1.3 Analyse à la position axiale x_0 103
5.2.1.4 Évaluation du taux d'amplification spatial des perturbations 105
5.2.1.5 Évaluation de la phase de la perturbation 107
5.2.1.6 Reconstruction de la perturbation 109
5.2.2 Impact du soufflage latéral sur la stabilité linéaire des profils de vitesse 110
5.3 Résumé de l'analyse de l'impact du soufflage 112

Afin d'étudier avec précision l'impact sur le VSA du soufflage latéral en aval de l'angle, la configuration précédemment présentée a été simplifiée en une configuration 2D axisymétrique. L'étude est basée sur des simulations numériques instationnaires et sur une analyse de la stabilité linéaire des profils radiaux de vitesse moyenne à différentes positions axiales. Ces travaux ont fait l'objet d'une publication présentée à la conférence Space Propulsion 2016, et éditée dans les Proceedings. Elle est reproduite en Annexe A.

5.1 Etude du VSA par simulation numérique aux grandes échelles

5.1.1 Géométrie et paramètres physiques

La configuration, présentée Figure 5.1, est 2D axisymétrique et correspond au plan $\theta = 0$ de la configuration Figure 4.3. Cette simplification géométrique permet, grâce à un gain de temps, de faciliter les études paramétriques tout en conservant les propriétés de la couche de mélange. Les paramètres géométriques sont reportés dans le Tableau 5.1. L'axe est positionné en $r = 0$ et l'angle en $x = 0$.

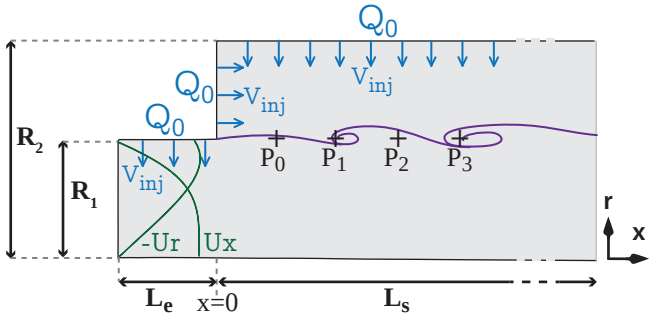


FIGURE 5.1 – Schéma de la configuration 2D axisymétrique. Les profils de Taylor-Culick imposés en entrée sont indiqués par les courbes vertes, la vitesse d'injection V_{inj} par les flèches bleues

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Rayon d'entrée	R_1	0.135	m
Rayon de sortie	R_2	0.25	m
Longueur d'entrée	L_e	0.10	m
Longueur de sortie	L_s	2.5	m

TABLE 5.1 – Paramètres géométriques du calcul.

Les propriétés du gaz utilisé, reportées dans le Tableau 5.2, correspondent à celle d'un gaz typique issu de la combustion de propergol dont la température est fixée à 3500 K. Le débit surfacique de référence Q_0, induit une vitesse d'injection du gaz V_{inj} d'environ 10.2 $\mathrm{m/s}$. Cette vitesse d'injection, élevée comparée à une vitesse d'injection typique de moteur à propergol solide (de l'ordre de quelques mètres par seconde) a été choisie afin d'optimiser le temps de calcul. Ce choix ne modifie pas les résultats, car la dynamique de la couche de mélange est pilotée uniquement par le rapport de vitesse de part et d'autre de la couche cisaillée. Réduire les débits surfaciques conserve ce rapport de vitesse et n'a par conséquent aucun impact sur la dynamique de l'écoulement. Cela a été vérifié par une simulation avec un débit surfacique divisé par 10 avec $Q_0 = 5.02\ \mathrm{kg/m^2/s}$ et donc $V_{inj} = 1.02\ \mathrm{m/s}$ où l'on retrouve un VSA avec des caractéristiques identiques.

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Température du gaz	T_g	3500	K
Pression ambiante	P_g	5	MPa
Masse molaire du gaz	M_g	$2.97.10^{-2}$	$\mathrm{kg/s/m^2}$
Capacité thermique du gaz	$C_{p,g}$	2057	J/kg/K
Viscosité de référence	μ_{ref}	$7.2.10^{-5}$	kg/m/s
Température de référence	T_{ref}	2324	K
Débit surfacique des parois propergol	Q_0	50.2	$\mathrm{kg/m^2/s}$
Vitesse d'injection du gaz propergol	V_{inj}	10.2	m/s

TABLE 5.2 – Paramètres physiques des calculs sur la configuration 2D axisymétrique.

Les profils de vitesse de Taylor-Culick imposés en entrée sont ceux décrits en Section 4.3 avec une vitesse d'injection $V_{inj} = 10.2\ \mathrm{m/s}$.

5.1.2 Modèle numérique

5.1.2.1 Le code de calcul

Les simulations numériques sont réalisées avec le code AVBP, co-développé par le CERFACS et l'IFPEN, et utilisé aussi bien pour des études académiques que pour des études industrielles (Gourdain et al. [94]). AVBP est un code massivement parallèle et résout les équations de Navier-Stokes compressibles (cf. Section 2.1.1) sur des maillages non structurés et hybrides, en utilisant une formulation cell-vertex de type volumes finis. Les deux schémas convectifs utilisés au cours de ces travaux sont le schéma du second ordre Lax-Wendroff (LW) [117] de type volumes finis et le schéma du troisième ordre de type éléments finis basé sur une formulation de Taylor-Galerkin à deux étapes (TTGC) [48].

5.1.2.2 Paramètres numériques

Dans cette étude le schéma convectif de Lax-Wendroff [117] est utilisé. La viscosité laminaire de l'écoulement est déterminée par la relation de Sutherland, présentée Eq. (2.14) avec les constantes μ_{ref} et T_{ref} définies dans le Tableau 5.3. Aucun modèle de turbulence de sous-maille n'est utilisé, du fait du caractère 2D de la configuration et de l'écoulement majoritairement laminaire. L'impact du schéma numérique et du modèle de sous-maille sur l'instabilité sera étudié dans le Chapitre 6 (Section 6.7) dans une configuration 3D. Afin d'éviter des oscillations à petites échelles, appelées wiggles, une viscosité artificielle du 2ème ordre est introduite pour lisser les gradients non résolus et du 4ème ordre pour dissiper les potentiels wiggles. L'application de la viscosité artificielle est basée sur le senseur de Colin [47, 48]. Dans ces travaux, un faible niveau de viscosité artificielle est appliqué avec un coefficient du 2ème ordre, $\epsilon_2 = 0.05$, et du 4ème ordre, $\epsilon_4 = 0.005$. Les paramètres numériques utilisés pour les simulations sont reportés dans le Tableau 5.3.

Type de solveur	Navier-Stokes
Schéma de convection	Lax-Wendroff [117]
Modèle de turbulence de sous-maille	non
Viscosité laminaire	Loi de Sutherland Eq. (2.14) $\mu_{ref} = 7.2.10^{-5}$ kg/m/s , $T_{ref} = 2324$ K
Viscosité artificielle	senseur de Colin [47, 48] $\epsilon_2 = 0.05$, $\epsilon_4 = 0.005$

TABLE 5.3 – Paramètres numériques des calculs sur la configuration 2D axisymétrique.

5.1.2.3 Résolution spatiale et conditions limites

Le maillage est composé d'environ 2 millions de nœuds et l'épaisseur de la couche de mélange δ, Figure 5.2, est discrétisée avec environ 25 points. Les conditions limites sont celles du Chapitre 4.

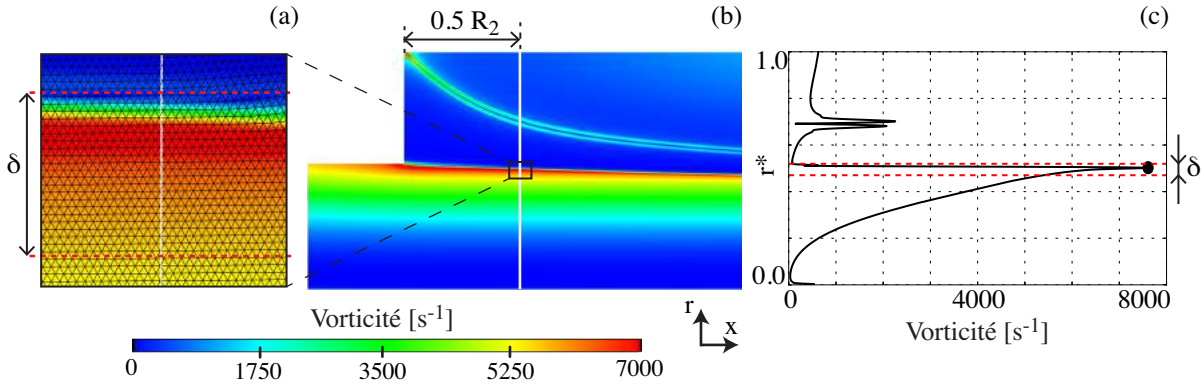


FIGURE 5.2 – Discrétisation spatiale de l'épaisseur de la couche de mélange δ. Maillage et champ de vorticité centré sur la couche de mélange et sur la position axiale $x = 0.5R_2$ (l'angle est positionné en $x = 0$) (a), champ de vorticité où la coupe $x = 0.5R_2$ est représentée (b), profil de vorticité sur la coupe $x = 0.5R_2$ où l'épaisseur de la couche de mélange δ est représentée (c).

5.1.2.4 Détails du calcul

La simulation est initialisée en remplissant le domaine de calcul de gaz de propergol au repos. L'écoulement s'établit ensuite naturellement. Une fois le calcul convergé, soit environ après 60 périodes de VSA (environ 78 ms, avec une fréquence de l'instabilité égale à 760 Hz, voir Section 5.1.6), les statistiques sont collectées pour réaliser des moyennes et les signaux de vitesse sont enregistrés tous les $\Delta t = 2.5.10^{-4}$s, sur des sondes placées dans la couche de mélange, sur une période d'environ 50 périodes du VSA. On peut noter la position des 4 sondes P_0, P_1, P_2 et P_3 Figure 5.1, placées en $r = R_1$ et aux positions $x = 0.25R_2$, $x = 0.50R_2$, $x = 0.75R_2$ et $x = 1.0R_2$ respectivement. Les informations concernant le coût CPU sont reportées dans le Tableau 6.13. Une simulation comprenant la phase de convergence (60 périodes) et de moyenne (50 périodes) coûte 5500 heures CPU.

Nombre de période simulées	Temps physique	coût CPU
1	$1.3.10^{-3}$ s	50 h
$\underbrace{60}_{convergence} + \underbrace{50}_{moyenne}$	$1.43.10^{-1}$ s	5500 h

TABLE 5.4 – Informations sur le temps simulés et coût CPU.

5.1.3 Les différents cas étudiés

Une série de simulations numériques instationnaires est réalisée en modifiant un seul paramètre, le débit surfacique Q sur la surface de propergol en aval de l'angle, mise en évidence en rouge sur la Figure 5.3. En modifiant le débit Q on modifie directement la vitesse d'injection du gaz $V_{inj,s}$ et donc le cisaillement au niveau de la couche de mélange.

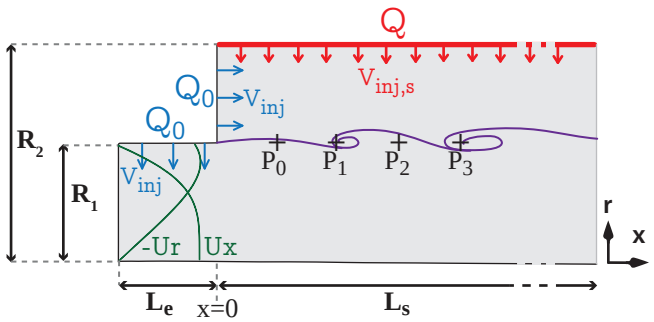


FIGURE 5.3 – Schéma de la configuration 2D axisymétrique. En rouge est indiquée la condition limite modifiée pour les différentes simulations.

Les différentes valeurs de débit surfacique de propergol Q sont reportées dans le Tableau 5.3. 100% du débit nominal de gaz de propergol Q_0 est imposé pour la simulation $R100$ puis sa valeur est diminuée par pas de 10% jusqu'à la dernière simulation $R000$ où aucun gaz n'est injecté sur cette surface.

Nom du cas	R100	R090	R080	R070	R060	R050	R040	R030	R020	R010	R000
$\% Q_0$	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Q [kg/m^2/s]	50.2	45.18	40.16	35.14	30.12	25.1	20.08	15.06	10.04	5.02	0.00

TABLE 5.5 – Matrice des cas simulés avec variation du débit de propergol Q.

5.1.4 Description du VSA sur le cas R020

Le cas R020, choisi comme cas de référence, car correspondant au cas avec le taux de soufflage le plus fort où des structures tourbillonaires sont visualisées (cf. Section 5.1.5), fait l'objet d'une analyse particulière dans cette section. L'écoulement est décrit grâce à des champs instantanés, puis l'évolution de l'instabilité est présentée, suivie d'une analyse des fréquences mesurées et d'une caractérisation des profils moyens de vitesse.

5.1.4.1 Champs instantanés

Les champs instantanés de vitesse axiale U_x, radiale U_r et de vorticité sont présentés Figure 5.4. On remarque tout d'abord en amont de l'angle ($x < 0$), des champs caractéristiques d'un écoulement à injection pariétale, avec une vitesse axiale nulle à la paroi ($r = R_1$) et maximale à l'axe ($r = 0$) et une vitesse radiale maximale en proche parois et nulle à l'axe. Après l'angle ($x > 0$), l'écoulement devient fortement cisaillé, dû au changement de section, ce qui crée une couche de forte vorticité à la position de l'angle ($r = R_1$). Cette couche est instable et les perturbations présentes naturellement dans le calcul sont convectées et amplifiées, donnant naissance à des structures tourbillonnaires. Les injections pariétales induisent une accélération de l'écoulement en aval qui se traduit par une augmentation de la vitesse axiale moyenne (visualisée sur la Figure 5.8).

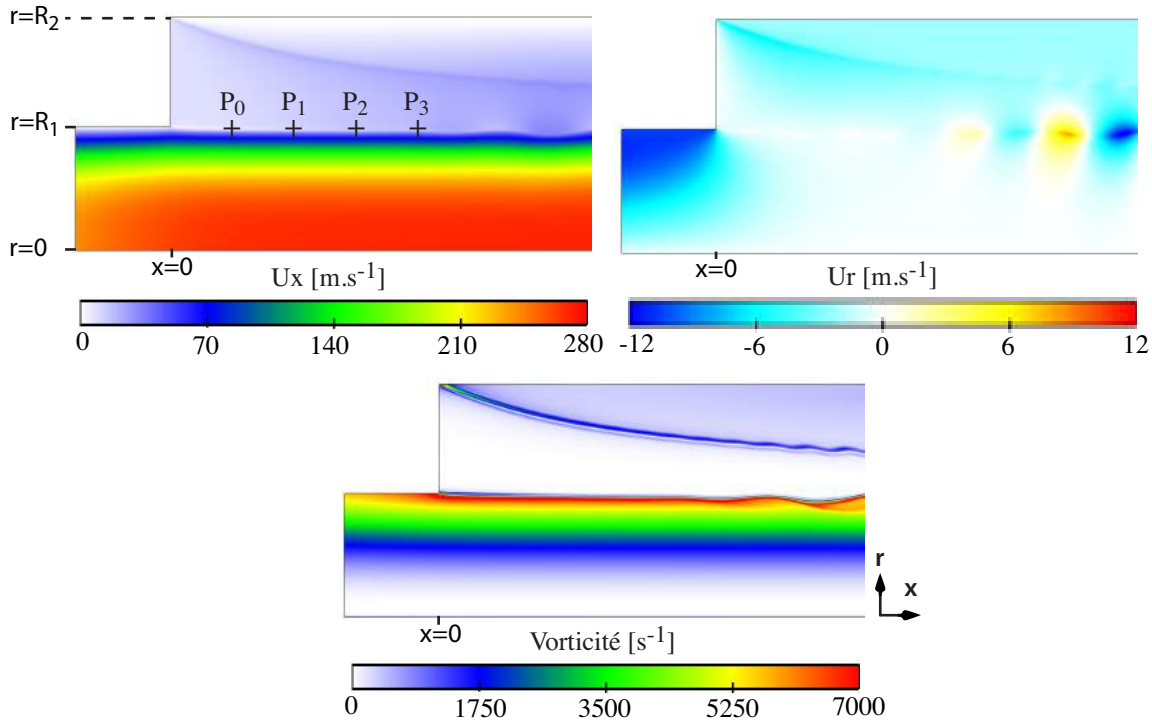


FIGURE 5.4 – Champ instantané de vitesse axiale Ux, radiale U_r et de vorticité sur le cas R020.

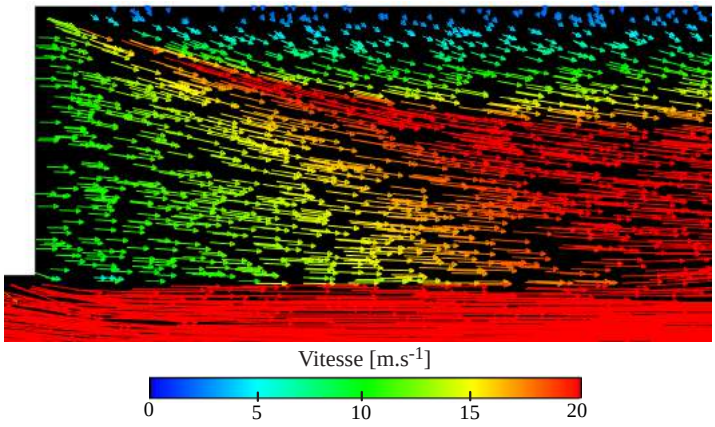


FIGURE 5.5 – Vecteurs vitesse dans le coin pour le cas R020, coloriés par la valeur du vecteur vitesse.

On remarque ensuite dans le coin, une trace de vorticité générée par une accélération radiale et axiale de l'écoulement (Figure 5.4). Cette accélération est due à la rencontre du gaz provenant de la surface verticale en $x = 0$ et de la surface horizontale en $r = R_2$. Le long de la ligne de courant, provenant du coin, formée par cette rencontre, l'écoulement se retrouve confiné entre les écoulements provenant des deux surfaces ($x = 0$ et $r = R_2$),

on a donc une addition des vecteurs vitesses (voir Figure 5.5) provoquant une accélération du gaz le long de cette ligne de courant.

5.1.4.2 Evolution temporelle de l'instabilité

L'évolution temporelle de l'instabilité est présentée Figure 5.6 sur une période pour le cas R020. Les premières structures sont générées en aval de l'angle, à environ $x/R_2 \approx 1.5$, sont convectées dans le sens de l'écoulement (sens des x positifs) et se développent. Les structures créées sont typiques des instabilités de couche de mélange [107].

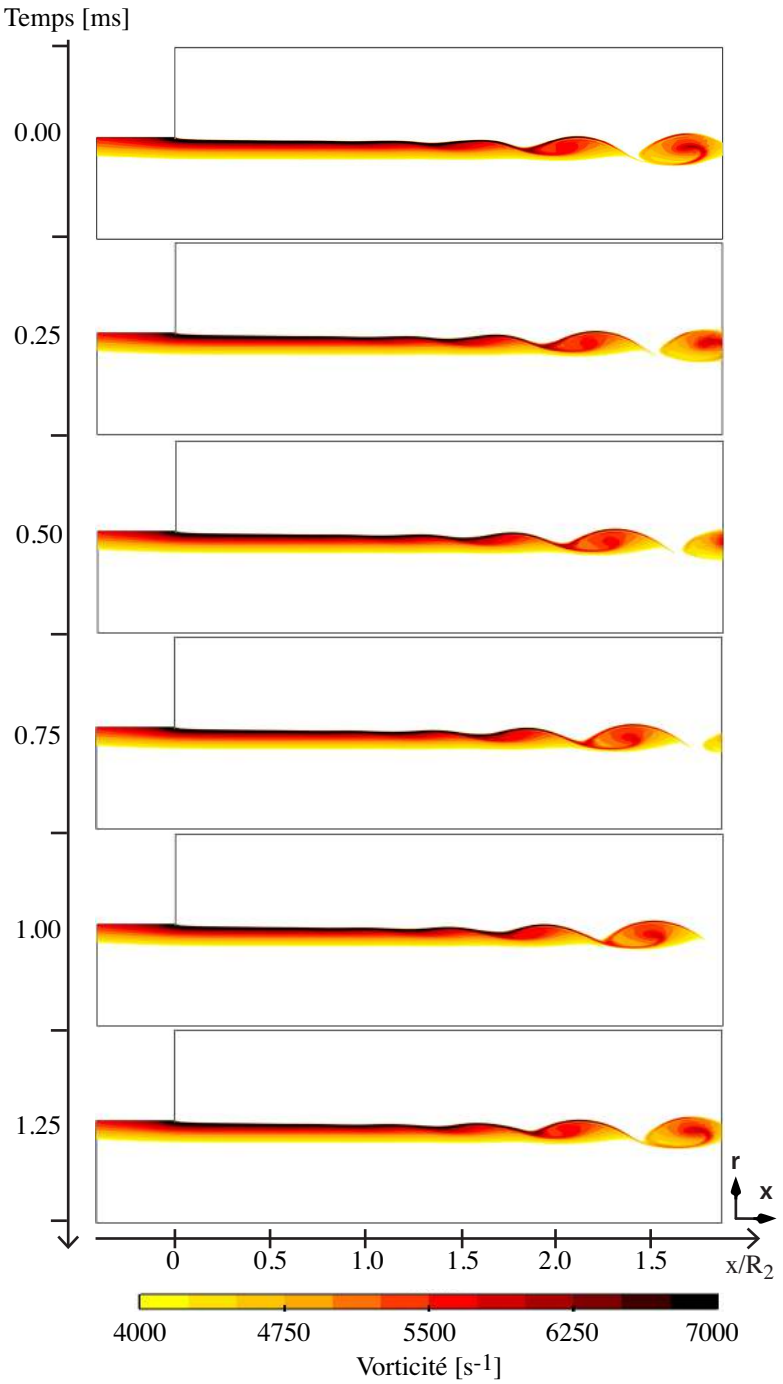


FIGURE 5.6 – Evolution des structures tourbillonnaires sur une période de VSA pour le cas R020 : champs instantanés de vorticité.

5.1.4.3 Analyse fréquentielle

Des analyses de Fourier (FFT) sont réalisées sur les signaux de vitesse axiale enregistrés sur les sondes P_0, P_1, P_2 et P_3 (voir Figure 5.1 et Figure 5.4). La valeur de l'amplitude des oscillations $u_{x,k}$ de chaque mode est tracée sur la Figure 5.7 en fonction de la fréquence F_k du mode. On remarque alors qu'à chaque position axiale, une gamme de fréquences instables est enregistrée avec un maximum d'amplitude pour la fréquence $f_M = 760$ Hz, constante avec la position axiale et correspondant à la fréquence du VSA. La croissance axiale des structures tourbillonnaires est visualisée Figure 5.7 par l'augmentation de l'amplitude des oscillations avec la position axiale.

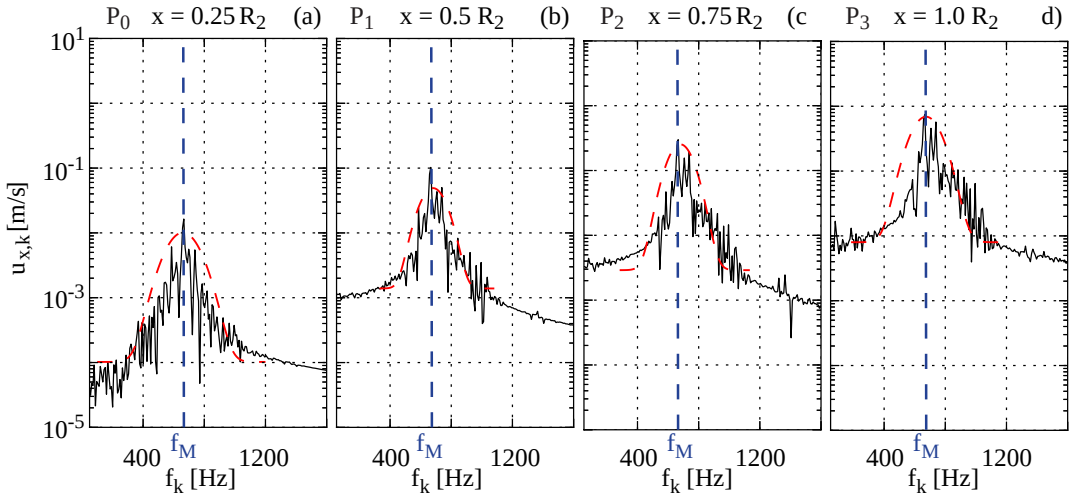


FIGURE 5.7 – FFTs des signaux de vitesse axiale enregistrés aux sonde P_0, P_1, P_2 et P_3 (cf. Figure 5.1). Valeur de l'amplitude des oscillations $u_{x,k}$ de chaque mode en fonction de la fréquence F_k du mode. Les enveloppes des fréquences instables sont représentées par les courbes rouges.

5.1.4.4 Profils de vitesse moyenne

Les profils moyens de vitesse axiale et radiale sont tracés en fonction de r/R_2 en trait continu bleu respectivement sur les Figure 5.8 et Figure 5.9 pour différentes position axiales, de $0.25R_2$ Figure (a) à $1.25\,R_2$ Figure (c). Sont reportés sur ces Figures les profils de Taylor-Culick reconstruits en trait discontinu (décrits ci-après).

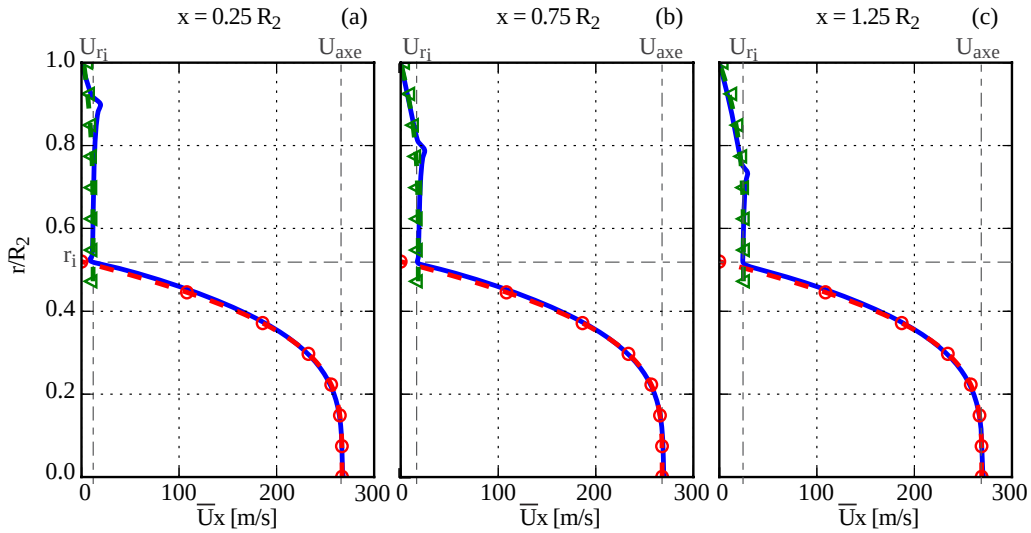


FIGURE 5.8 – Profils de vitesse axiale pour différentes positions axiales $x = 0.25\,R_2$ (a), $x = 0.75\,R_2$ (b), $x = 1.25\,R_2$ (c). Profils moyens issus des simulations : lignes continues bleues ; profils de Taylor-Culick associés : lignes pointillés avec triangles verts (partie haute), ronds rouges (partie basse).

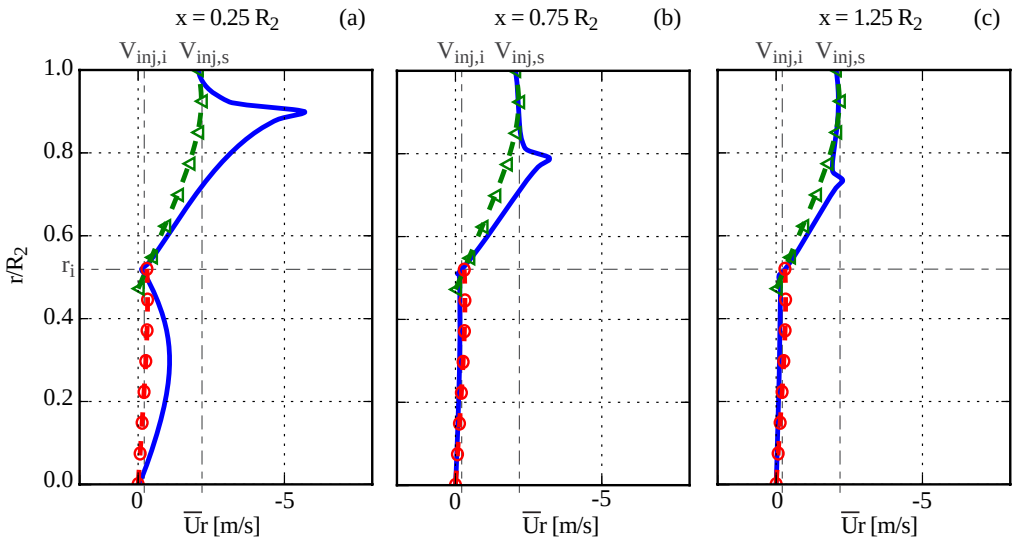


FIGURE 5.9 – Profils de vitesse radiale pour différentes positions axiales $x = 0.25\,R_2$ (a), $x = 0.75\,R_2$ (b), $x = 1.25\,R_2$ (c). Profils moyens issus des simulations : lignes continues bleues ; profils de Taylor-Culick associés : lignes pointillés avec triangles verts (partie haute), ronds rouges (partie basse).

Sur les profils, on retrouve tout d'abord la signature du coin supérieur, étudié en section 5.1.4.1, se traduisant par une sur-vitesse axiale et radiale autour de $r = 0.90\,R_2$ pour $x = 0.25\,R_2$ (Figure 5.8(a) et Figure 5.9(a)) et qui se rapproche en aval du point d'inflexion tout en se dissipant.

Ensuite, on note que tous les profils de vitesse possèdent un point d'inflexion marqué en $r = r_i$, directement lié à la présence de l'angle. Sa position radiale, proche de celle de l'angle située en $r/R_2 = 0.54$, évolue avec la position axiale et se décale progressivement en aval de l'angle, comme visualisé sur la courbe (bleue marqueurs ronds) de la Figure 5.10. Ce décalage est associé à la diminution du gradient radial de la vitesse axiale moyenne au point d'inflexion, visualisée sur la courbe rouge marqueurs triangles de la Figure 5.10.

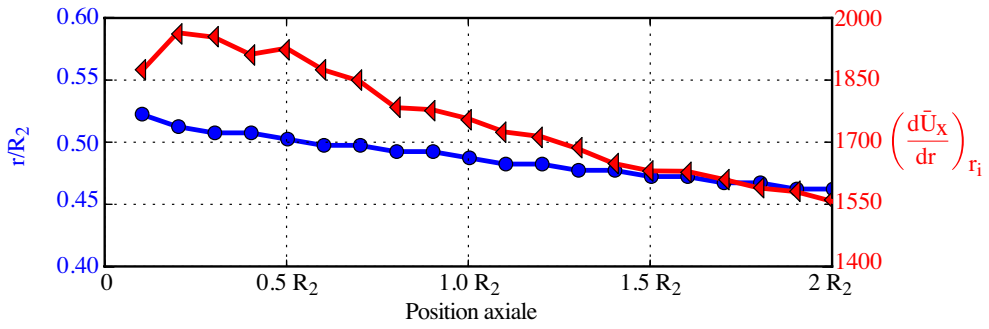


FIGURE 5.10 – Évolution de la position r_i/R_2 du point d'inflexion des profils de vitesse en fonction de la position axiale (courbe bleue marqueurs ronds) et de la valeur du gradient de vitesse axiale moyen au point d'inflexion (courbe rouge marqueurs triangles).

Ce point d'inflexion divise donc les profils de vitesse en deux parties, une partie haute allant du point d'inflexion à l'injection pariétale ($r \in [r_i, R_2]$) et une partie basse allant de l'axe au point d'inflexion ($r \in [0, r_i]$). Pour plus de simplicité, et parce que sa position varie peu (10%), celle-ci est supposée constante et égale à sa valeur moyenne $r_i = 0.49\,R_2$ pour le reste de l'analyse.

Sur la partie haute, les profils de vitesse tendent vers des profils similaires à la solution de Taylor-Culick définie par les relations Eq. (5.1a) et Eq. (5.1b) respectivement pour la vitesse axiale et radiale. Ils sont construits à partir de la vitesse d'injection V_{inj}, la vitesse d'injection du soufflage latéral $V_{inj,s}$, du rayon r_i et d'un décalage Δr_h. Ce décalage est nécessaire car, par définition, les profils de vitesse de l'écoulement de Taylor-Culick imposent une vitesse radiale nulle à l'axe. Or, dans la couche de mélange la vitesse radiale n'est pas nulle au point d'inflexion, sauf en zone proche de l'élargissement brusque. Le rayon r doit donc être adimensionné par un rayon $R_h = R_2 - r_i + \Delta r_h$ plus grand que le rayon allant de R_2 au point d'inflexion, afin de rejoindre la condition limite $U_r = 0$ au-delà de $r = r_i$. Cela explique pourquoi le profil de Taylor-Culick de la partie haute (courbe verte

marqueurs triangles) s'étend légèrement sur la partie basse. La valeur de Δr_h est fixée égale à 0.012 m, valeur qui a permis d'obtenir la meilleure correspondance avec les profils de la couche de mélange.

$$Ux_{TC,h} = V_{inj,s}\, x\pi\, cos\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) + V_{inj} \tag{5.1a}$$

$$Ur_{TC,h} = -\frac{V_{inj,s}}{r}\, sin\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) \tag{5.1b}$$

où r est la position radiale adimensionnée par le rayon $(R_2 - r_i + \Delta r_h)$.

Sur la partie basse des profils, on remarque tout d'abord que le profil de vitesse radiale (Figure 5.9) s'aplatit quand on s'éloigne de l'angle. Ce phénomène est tout simplement dû à la disparition de l'injection en R_1 présente seulement en amont de l'angle. Comme pour la partie haute, on compare les solutions de la couche de mélange à des profils de Taylor-Culick, définis Eq. (5.2a) et Eq. (5.2b), reconstruits à partir de la vitesse d'injection V_{inj}, de la vitesse radiale au point d'inflexion $V_{inj,i}$, ici égale à 0.30 m/s et des longueurs L_{TC} et L_e représentant la longueur amont non simulée (définie Section 4.3) et la longueur d'entrée L_e (Figure 4.3 et Figure 5.3). Pour reconstruire le profil de la vitesse axiale, il est nécessaire de prendre en compte l'écoulement avant l'angle par le terme $V_{inj}(L_{TC}+L_e)$. Le rayon r est adimensionné par le rayon $R_b = r_i+\Delta r_b$ plus grand que le point d'inflexion afin de reporter la condition de vitesse axiale nulle au-delà de r_i puisque cette dernière n'est pas nulle au point d'inflexion. Le meilleur accord avec la solution de couche de mélange est obtenu pour $\Delta r_b = 0.005$.

$$Ux_{TC,b} = V_{inj}\,(L_{TC} + L_e) + V_{inj,i}\, x\, \pi\, cos\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) \tag{5.2a}$$

$$Ur_{TC,b} = -\frac{V_{inj,i}}{r}\, sin\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) \tag{5.2b}$$

où x est la position axiale adimensionnée par le rayon $R_b = r_i + \Delta r_b$.

On observe alors un parfait accord pour la vitesse axiale moyenne quelle que soit la position et un bon accord pour la vitesse radiale pour des positions plus en aval de l'angle typiquement $1.25\, R_2$ Figure 5.9(c).

En résumé de l'analyse des profils, on peut conclure que les profils de vitesse issus d'un écoulement pariétal avec changement de section peuvent être décrits en aval de l'angle par la juxtaposition de deux profils de Taylor-Culick autour d'un point d'inflexion situé au niveau de l'angle. Ces résultats sont transposables pour les autres intensités de soufflage étudiées, en modifiant la valeur de la vitesse radiale au point d'inflexion $V_{inj,i}$, de la vitesse d'injection $V_{inj,s}$ qui doit être diminuée proportionnellement au débit surfacique Q (cf. Figure 5.3 et Tableau 5.5) et en adaptant les valeurs de Δr_b et Δr_h .

5.1.5 Modification des champs instantanés par le soufflage latéral

On peut dans un premier temps comparer qualitativement les résultats des différentes simulations en confrontant les champs instantanés de vitesse axiale, radiale et de vorticité, respectivement présentés sur les Figure 5.11, Figure 5.12 et Figure 5.13.

Les champs de vitesse radiale Figure 5.12 et de vorticité Figure 5.13 illustrent sans ambiguïté l'effet de la diminution de l'intensité du soufflage latéral. Pour une valeur de soufflage nulle, correspondant au cas $R000$, une instabilité de type VSA est visible sur les champs de vitesse. Lorsque l'intensité du soufflage augmente, typiquement pour les cas $R010$ et $R020$, l'instabilité est toujours présente mais les structures tourbillonnaires semblent moins vigoureuses. Finalement pour des intensités de soufflage supérieures à 30%, correspondant aux cas allant de $R040$ à $R100$, plus aucune structure n'est visible et la couche de mélange apparaît stable.

La position de la trace provenant du coin (cf. section 5.1.4.1) est modifiée par l'intensité du soufflage : plus celle-ci est importante plus la ligne de courant est inclinée et se rapproche de la couche de mélange. Pour des faibles intensités de soufflage (cas R020 et R010), on observe la formation d'une instabilité de type couche de mélange au niveau de cette ligne de courant, due au cisaillement entre l'écoulement qui provient de la surface en $x = 0$ et celui qui provient de la surface en $r = R_2$. Quand le soufflage diminue, la différence de vitesse de part et d'autre de cette ligne de courant augmente, ce qui conduit à une augmentation du cisaillement, déstabilise la couche de mélange formée et génère des structures tourbillonnaires (cas R020 et R010 Figure 5.13). Cependant ces structures ne sont présentes que dans les cas R010 et R020 et n'interagissent pas les structures de la couche de mélange principale.

L'accélération du gaz le long de cette ligne de courant augmente également avec l'intensité du soufflage. Cette augmentation est provoquée par une vitesse d'injection du gaz plus forte sur la surface en $r = R_2$, qui augmente les vitesses le long de la ligne de courant, ce qui accentue l'accélération du gaz dans cette région.

Ces résultats qualitatifs révèlent l'impact fortement stabilisant du soufflage latéral sur le VSA. L'impact du soufflage sur la fréquence et les amplitudes des oscillations est étudié dans la section suivante (section 5.1.6).

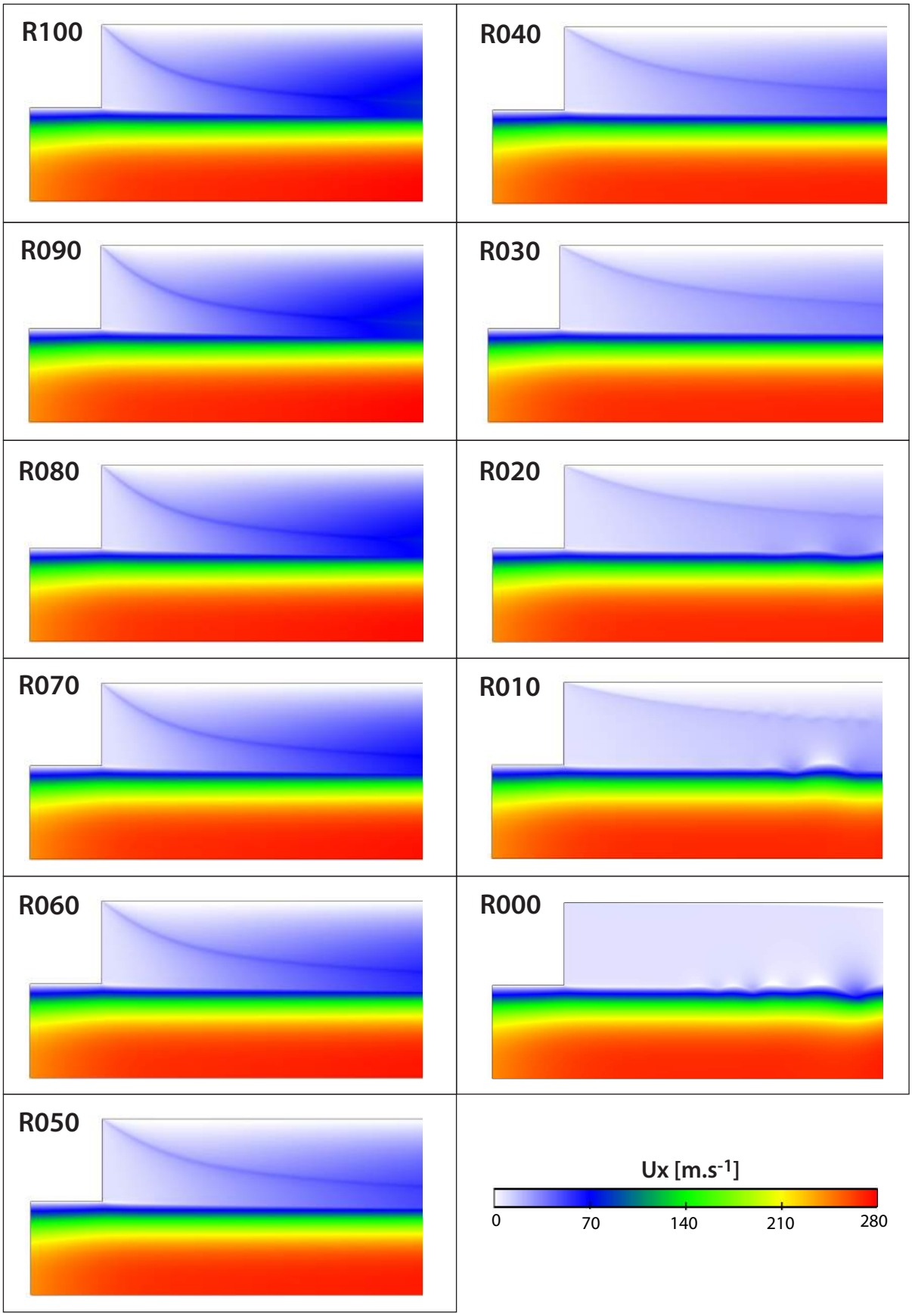


FIGURE 5.11 – Champs instantanés de vitesse axiale pour les cas $R100$ à $R000$.

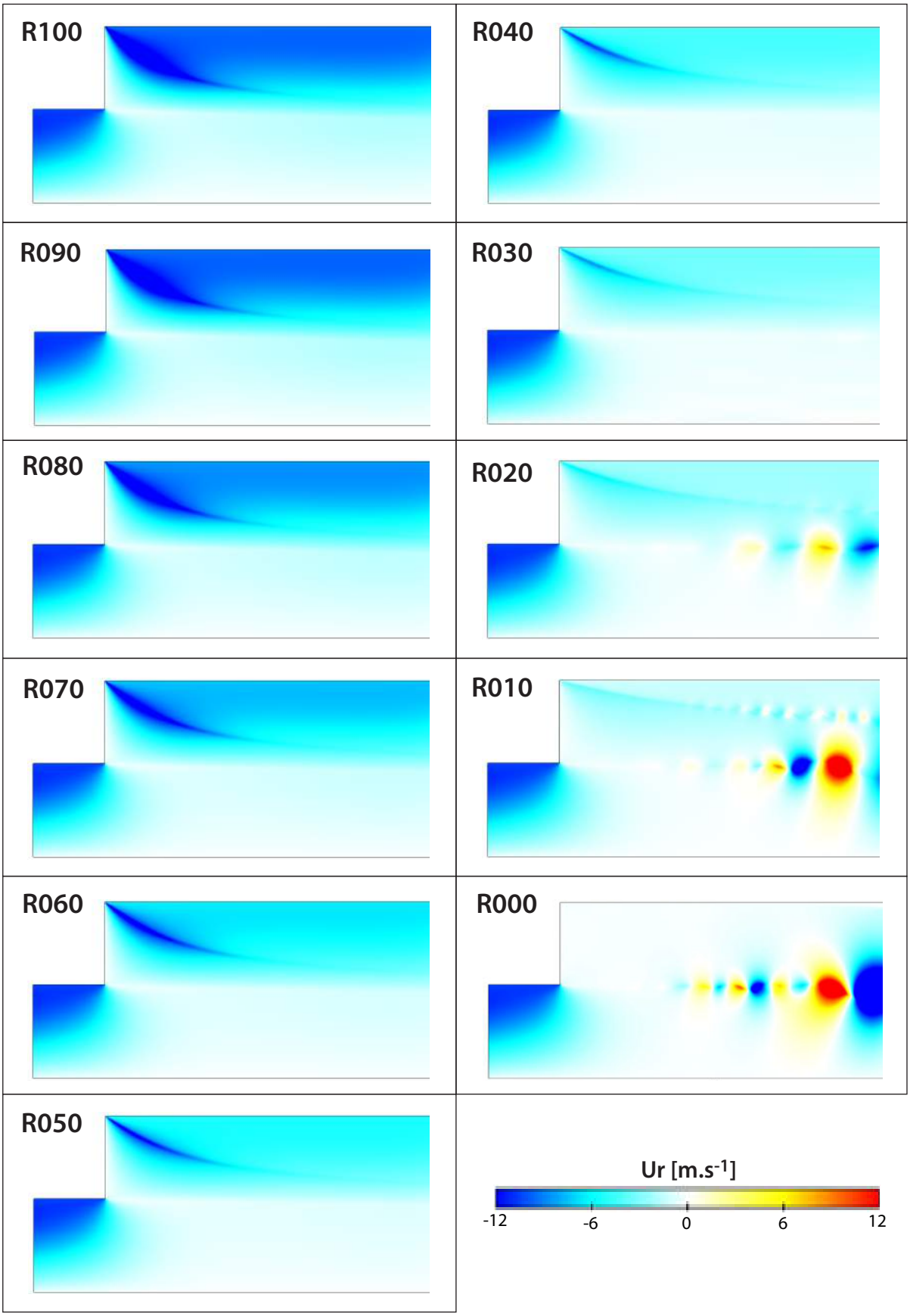


FIGURE 5.12 – Champs instantanés de vitesse radiale pour les cas $R100$ à $R000$.

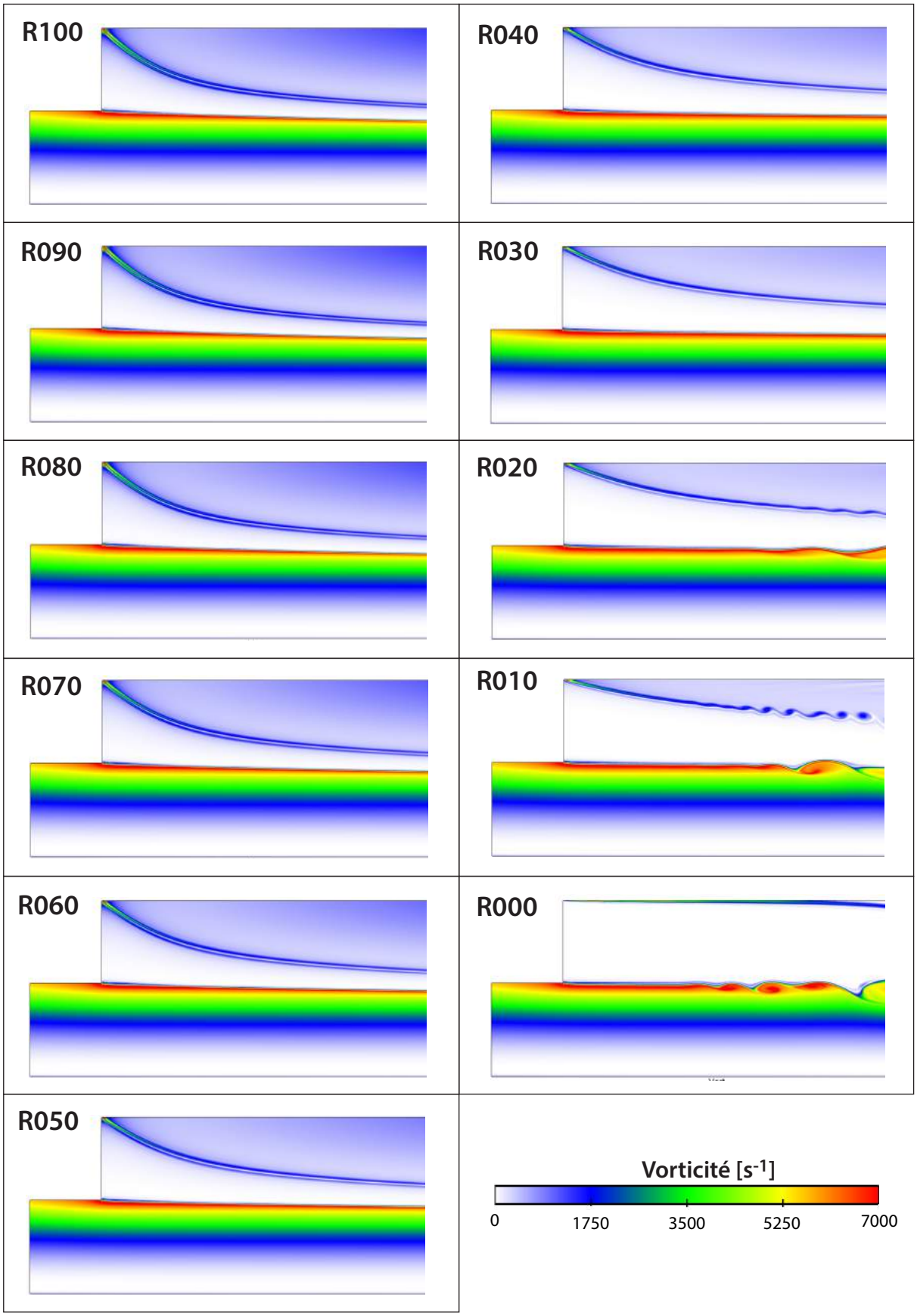


FIGURE 5.13 – Champs instantanés de vorticité pour les cas $R100$ à $R000$.

5.1.6 Analyse fréquentielle

Pour confirmer qualitativement l'effet stabilisant du soufflage latéral, on réalise une analyse fréquentielle des signaux de vitesse axiale enregistrés en P_1 placé à $x = 0.5\,R_2$ et $r = R_1$ (voir Figure 5.3). Les résultats pour les cas $R000$, $R010$, $R020$, $R030$ et $R040$ sont présentés sur les Figures. 5.14(a), (b), (c), (d) et (e) respectivement.

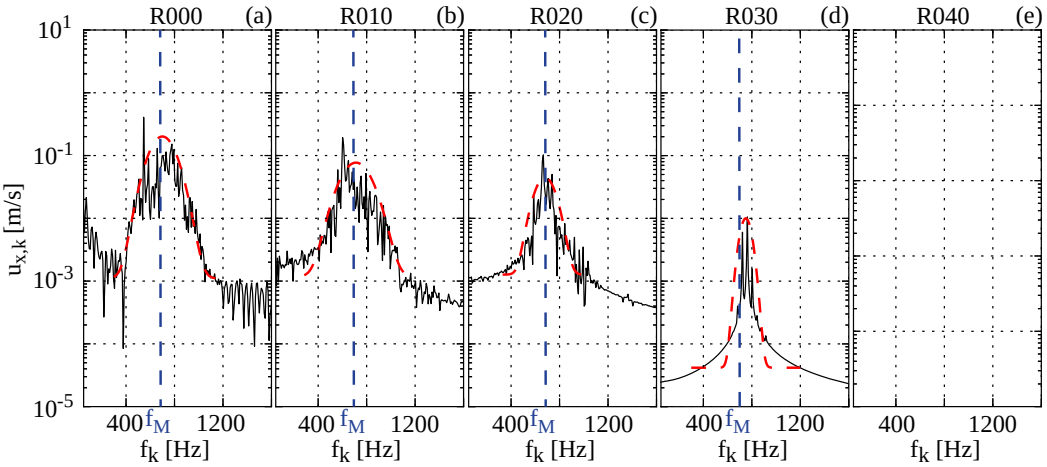


FIGURE 5.14 – FFTs des signaux de vitesse axiale enregistrés au point P_1 (Figure 5.3) pour les cas $R000$ (a), $R010$ (b), $R020$ (c), $R030$ (d) et $R040$ (e). Enveloppe (approximation gaussienne) des amplitudes : lignes pointillés rouges.

On remarque que pour les 4 premiers cas, une plage de fréquence comprise entre 400 Hz et 1200 Hz montre des amplitudes élevées, avec un maximum situé à une fréquence qui augmente légèrement avec l'intensité du soufflage mais qui se situe aux alentours de $f_M = 760$ Hz. Les enveloppes des amplitudes des oscillations peuvent être approchées par une fonction gaussienne, représentée en trait pointillés rouges sur la Figure 5.14. On observe que lorsque l'intensité du soufflage augmente, l'amplitude des oscillations diminue, passant de 0.20 $\mathrm{m/s}$ pour le cas sans soufflage $R000$ à un ordre de grandeur plus faible, 0.010 $\mathrm{m/s}$ pour 30 % de soufflage. A partir d'un soufflage de 40 % plus aucune mode n'apparaît puisqu'aucune oscillation de vitesse n'est mesurée. Cette forte diminution d'amplitude confirme d'ores et déjà les résultats qualitatifs de la Section 5.1.4.1 relatifs au fort pouvoir stabilisant du soufflage latéral sur la couche de mélange.

L'évolution axiale des amplitudes des oscillations est présentée sur la Figure 5.15 où est tracée uniquement l'enveloppe des amplitudes des FFTs pour les différents cas $R000$, $R010$, $R020$ et $R030$ et pour différentes positions axiales allant de $0.25\,R_2$ (Figure 5.15(a)) à $1.5\,R_2$ (Figure 5.15(f)).

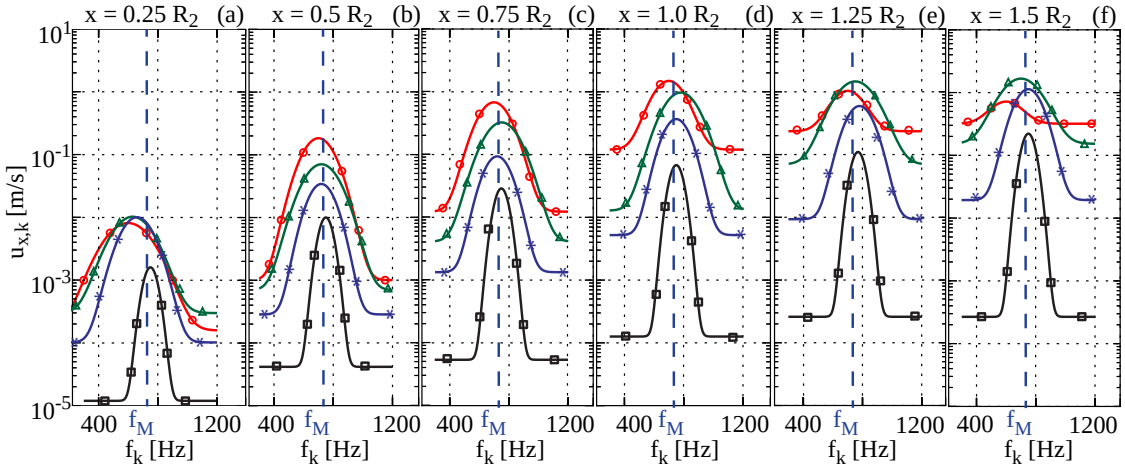


FIGURE 5.15 – Comparaison des enveloppes des amplitudes des oscillations de vitesse axiale pour différentes positions axiales $0.25\,R_2$ (a), $0.5\,R_2$ (b), $0.75\,R_2$ (c), $1.0\,R_2$ (d), $1.25\,R_2$ (e), $1.5\,R_2$ (f) pour les cas $R000$ (lignes rouges marqueurs ronds), $R010$ (lignes vertes marqueurs triangles, $R020$ (lignes bleues marqueurs étoiles) et $R030$ (lignes noires marqueurs carrés).

On remarque tout d'abord que f_M, la fréquence la plus instable d'environ 760 Hz, est constante pour toutes les intensités de soufflage et pour toutes les positions axiales, sauf pour la première position $0.25\,R_2$ où pour les cas $R000$ à $R020$ elle se situe aux alentours de 650 Hz. La plage de fréquences instables est constante pour toutes les positions axiales à une intensité de soufflage donnée, mais varie avec le soufflage : plus le soufflage augmente plus la plage de fréquences instables se réduit mais reste toujours centrée en 760 Hz.

Concernant l'évolution axiale des amplitudes, on remarque que pour les cas $R020$ et $R030$ l'amplitude ne cesse d'augmenter avec la position axiale. En revanche pour les cas $R010$ et $R000$ l'amplitude augmente puis diminue du fait de l'apparition d'effets non linéaires.

En résumé, l'étude paramétrique montre qu'augmenter le soufflage latéral diminue fortement l'amplitude des oscillations tout en réduisant la plage de fréquences instables. La valeur de la fréquence la plus instable varie peu avec l'intensité du soufflage et est conservée en aval de l'écoulement. Pour des soufflages de plus de 40 % plus aucune instabilité n'est détectée et l'écoulement est stable.

5.2 Etudes de stabilité linéaire

L'objectif des travaux présentés dans cette section est double. Le premier vise à déterminer si la stabilité linéaire reproduit l'instabilité visualisée. Cela signifierait que l'instabilité observée dans les simulations numériques (Section 5.1.3) est générée par un mécanisme hydrodynamique de couche de mélange, étant le seul phénomène pris en compte dans les analyses de stabilité linéaire, permettant également de valider à la fois les simulations numériques et les analyses de stabilité linéaire. Le deuxième objectif consiste à déterminer si la stabilité linéaire capte la stabilisation du VSA par l'injection latérale, signifiant de la même façon que le mécanisme est également d'origine hydrodynamique. Pour cela les méthodes de stabilité linéaire dont la théorie a été présentée dans le chapitre 3 sont utilisées.

La première partie de cette section vise à répondre au premier objectif en étudiant la stabilité des profils de vitesse locaux du cas instable $R030$ et en allant jusqu'à la comparaison du mode reconstruit via la stabilité linéaire à celui issu des simulations numériques. Le cas $R030$ a été choisi pour son caractère faiblement instable réduisant les risques d'apparition de phénomènes non linéaires. La deuxième partie de cette section partie vise à répondre au deuxième objectif en étudiant l'impact du soufflage sur la stabilité linéaire des profils de vitesse et en les comparant aux résultats des simulations.

5.2.1 Étude de l'instabilité pour le cas R030

5.2.1.1 Méthode d'analyse

L'étude de stabilité réalisée dans cette section est divisée en trois parties.

Dans la première partie, la première position axiale x_0 se situant en $x = 0.15\,R_2$, visualisée sur la Figure 5.16, est étudiée et la courbe de dispersion donnant la plage de fréquences instables est comparée à la FFT du signal de vitesse axiale enregistré en $r = R_1$ et à la même position axiale. A la fréquence de l'instabilité f_M, la forme du module $|\hat{u}_x(r)|$ et de la phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ de la fonction propre $\hat{u}_x(r)$ définie par l'Eq. (5.3), est également comparée à celle issue des simulations numériques et obtenues grâce à la FFT.

$$\hat{u}_x(r) = |\hat{u}_x(r)|e^{i\varphi_{\hat{u}_x}(r)} \tag{5.3}$$

Dans une seconde partie, la courbe de dispersion est déterminée pour différentes positions axiales, permettant l'évaluation du facteur d'amplification spatial e^n de la perturbation à la fréquence de l'instabilité. Le facteur d'amplification spatial est construit de la façon suivante :
comme présentée Eq. (3.11), la perturbation s'écrit :

$$u(x, r, \theta, t) = \hat{u}(r)e^{-\alpha_i x}e^{i(\alpha_r x + m\theta - \omega_r t)} \tag{5.4}$$

où $e^{-\alpha_i x}$ est le terme qui modifie l'amplitude de la perturbation axiale à la position x. Cependant, lorsque α_i varie avec la position axiale, le taux d'amplification s'exprime par :

$$\int -\alpha_i(x)dx \tag{5.5}$$

Le coefficient n, appelé le n-factor, est alors construit par intégration de $-\alpha_i$ le long de l'axe. La valeur de n à la position axiale x est définie par l'Eq. (5.6) avec x_0 la première position axiale étudiée.

$$n(x) = \int_{x_0}^{x} -\alpha_i(\xi)d\xi \tag{5.6}$$

En considérant par exemple les positions axiales x_0, x_1 et x_2, on a $n(x1) = -(\alpha_i(x_1) + \alpha_i(x_0))/2\,(x_1 - x_0)$ et $n(x2) = n(x1) - (\alpha_i(x_2) + \alpha_i(x_1))/2\,(x_2 - x_1)$.

La perturbation s'écrit alors :

$$u(x, r, \theta, t) = \hat{u}(r) e^n e^{i(\alpha_r x + m\theta - \omega_r t)} \tag{5.7}$$

L'évolution axiale de e^n est directement comparée à l'évolution des amplitudes des oscillations données par les résultats des simulations numériques.

Dans une troisième partie, la phase du mode $\varphi(r)$ est reconstruite en utilisant la phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ du vecteur propre et la phase φ_{α_r} provenant du nombre d'onde longitudinal $\alpha_r\, x$, déterminée, pour les même raisons que pour le terme en $\alpha_i\, x$ (Eq. (5.5) et (5.6)), en intégrant le terme en $\alpha_r\, x$ le long de l'axe :

$$\varphi_{\alpha_r} = \int_{x_0}^{x} \alpha_r(\xi) d\xi \tag{5.8}$$

En utilisant l'Eq. (5.3), la perturbation s'écrit alors :

$$u(x, r, \theta, t) = |\hat{u}_x(r)| e^n e^{i(\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r) + m\theta - \omega_r t)} \tag{5.9}$$

Dans une quatrième et dernière partie, le mode est finalement reconstruit. Pour cela, le nombre d'onde azimutal est fixé à $m = 0$, puisque seuls les modes axisymétriques sont étudiés, et le temps est fixé à $t = 0$ car la perturbation est étudiée à un instant donné. La perturbation s'écrit finalement :

$$u_x(x, r) = |\hat{u}_x(r)| e^n e^{i(\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r))} \tag{5.10}$$

où $|\hat{u}_x(r)|\, e^n$ représente le module et $\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r)$ la phase de la perturbation. Le champ de perturbation de vitesse axiale reconstruit est comparé aux résultats des simulations.

5.2.1.2 Paramètres d'adimensionnement

Les analyses de stabilité linéaire sont réalisées avec des profils de vitesse adimensionnés par une échelle de longueur égale au rayon aval R_2 et une échelle de vitesse égale à la vitesse d'injection V_{inj} correspondant à un soufflage de 100 %, paramètres constants pour tous les cas traités. On note alors le rayon adimensionné $r^* = r/R_2$ et les vitesses moyennes radiales et axiales adimensionnées $\bar{U}_r^* = \bar{U}_r/V_{inj}$ et $\bar{U}_x^* = \bar{U}_x/V_{inj}$.

Le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de longueur et de vitesse, défini par l'Eq. (5.11), est constant et égal à 161139.

$$\mathcal{R}_e = \frac{V_{inj} R_2}{\nu} = 161139 \tag{5.11}$$

5.2.1.3 Analyse à la position axiale x_0

La première étape consiste à étudier la stabilité des profils de vitesse moyens à la position axiale x_0 se situant en $x = 0.15\, R_2$ (voir Figure 5.16), position choisie de façon à s'éloigner légèrement de l'angle où le gradient radial des profils de vitesse est très raide.

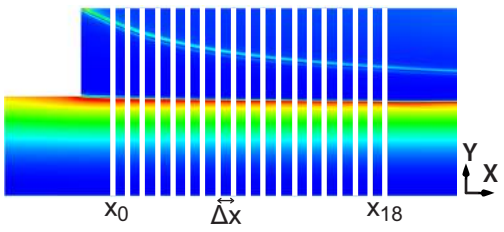


FIGURE 5.16 – Positions des profils de vitesse étudiés par stabilité linéaire, x_0 étant la première position, x_{18} la 19ème et dernière position et Δx la distance entre chaque position.

Les profils moyens de vitesse et de son gradient sont tracés sur la Figure 5.17. Les profils de vitesse radiale varient peu avec la position axiale (voir Figure 5.9) et ne sont pas pris en compte dans l'analyse.

Afin de comparer, à la position x_0, la plage de fréquences instables obtenue par la stabilité linéaire avec celle mesurée dans les simulations, l'évolution de $-\alpha_i$ en fonction de la fréquence de la perturbation $f = \omega_r/2\pi$ est superposée à la FFT du signal de vitesse axiale enregistrée à la même position x_0. Cette comparaison est présentée

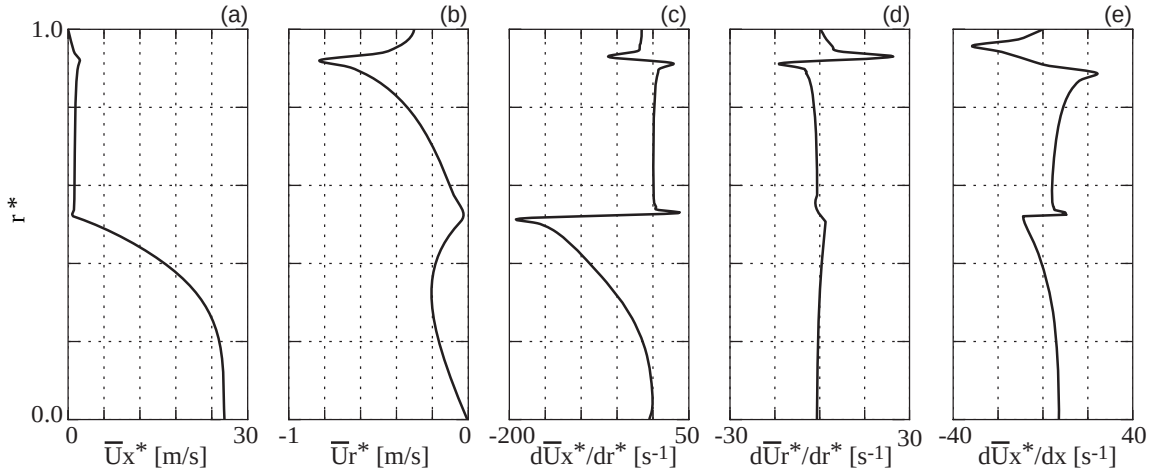


FIGURE 5.17 – Profils moyens adimensionnés de vitesse axiale (a), de vitesse radiale (b) du gradient radial de la vitesse axiale (c), du gradient radial de la vitesse radiale (d) et du gradient axial de la vitesse axiale (e).

sur la Figure 5.18. On remarque que la fréquence la plus instable d'après la stabilité linéaire $f_{LSA} = 830$ Hz est supérieure d'environ 70 Hz à celle enregistrée dans les simulations $f_M = 760$ Hz. Cependant à $f_M = 760$ Hz, le taux de croissance spatial $-\alpha_i(f_M)$ est proche du taux de croissance maximal $-\alpha_i(f_{LSA})$ avec $-\alpha_i(f_M) = 0.97(-\alpha_i(f_{LSA}))$. A la position x_0, la stabilité linéaire capte assez bien la fréquence de l'instabilité enregistrée dans les simulations.

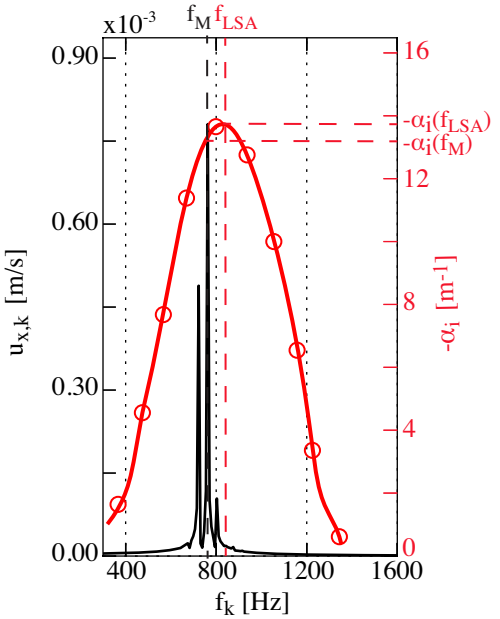


FIGURE 5.18 – Comparaison de la plage de fréquences instables issue des simulations (courbe noire) et issue de la stabilité linéaire (courbe rouge marqueurs ronds).

Une analyse FFT des champs 2D, résultats de simulations numériques, permet d'extraire le module et la phase du mode à la fréquence la plus amplifiée f_M. Les champs obtenus sont présentés Figure 5.19(a) et Figure 5.19(b) respectivement.

Les formes du module et de la phase en x_0 peuvent être directement comparées à celles issues de la stabilité linéaire à la même fréquence en les superposant. Cette comparaison est réalisée en Figure 5.20(a) pour le module $|\hat{u}_x(r^*)|$ et Figure 5.20(b) pour la phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r^*)$. A noter que les deux échelles sur les Figure 5.20(a) et Figure 5.20(b) sont différentes, les deux courbes étant comparables à une constante près. La stabilité linéaire reproduit avec précision la forme du module et de la phase du mode le plus instable visualisé dans les simulations numériques.

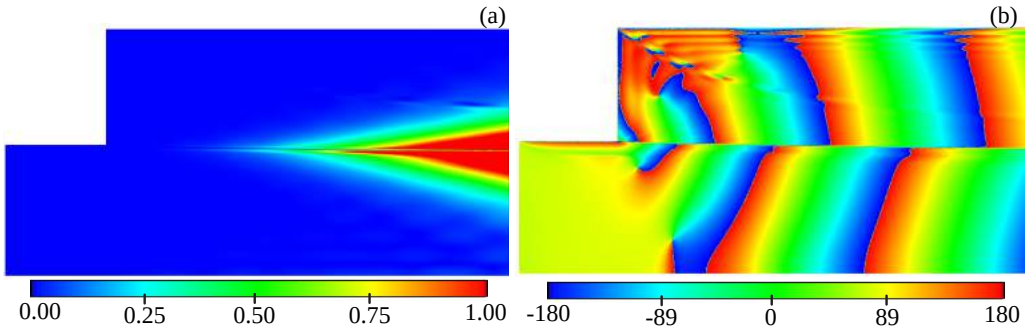


FIGURE 5.19 – Module [m/s] (a) et phase [°] (b) du mode à 760 Hz extrait grâce à une FFT des résultats de simulations numériques.

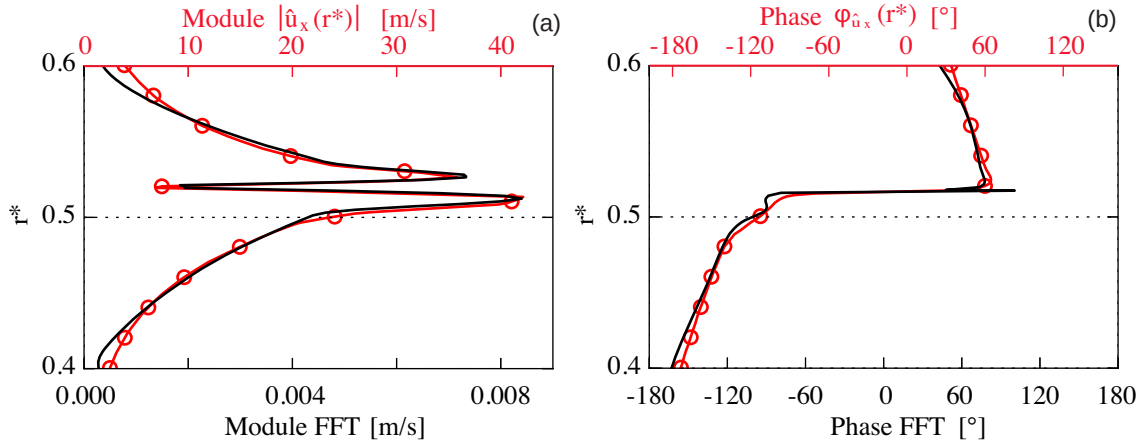


FIGURE 5.20 – Comparaison de la forme du module (a) et de la phase (b) du mode à 760 Hz à x_0 issus des résultats des simulations numériques (Module FFT et Phase FFT : lignes noires) et de la stabilité linéaire (module $|\hat{u}_x(r)|$ et phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$: lignes rouges marqueurs ronds).

5.2.1.4 Évaluation du taux d'amplification spatial des perturbations

L'objectif de cette partie est d'évaluer l'évolution axiale de l'amplitude de la perturbation, appelée le n-factor et défini par l'Eq. (5.6). Pour cela, la courbe de dispersion est déterminée pour chaque position axiale, de $x_0 = 0.12\,R_2$ à $x_{18} = 1.5\,R_2$ avec un pas $\Delta x = 0.075\,R_2$, comme schématisé sur la Figure 5.16.

Les courbes de dispersion obtenues pour chaque position axiale sont présentées sur la Figure 5.21(a) et l'évolution axiale du taux d'amplification e^n sur la Figure 5.21(b).

Comme visualisé sur la Figure 5.21(a), la courbe de dispersion s'aplatit et la fréquence la plus amplifiée augmente lorsqu'on se déplace vers l'aval de l'écoulement. Ce phénomène est retrouvé dans l'évolution de l'exponentielle du n-factor tracée sur la Figure 5.21(b). La fréquence la plus instable se décale de 831 Hz en x_0 à 1060 Hz lorsque toutes les positions sont considérées de x_0 à x_{18}. Ce décalage en fréquence n'est cependant pas enregistré dans les simulations numériques où la plage de fréquences reste constante avec la position axiale (Figure 5.15).

Il est probable que l'hypothèse d'écoulement quasi-parallèle est trop restrictive ici pour capter le mécanisme de sélection des fréquences instables. En effet, l'angle dans la géométrie impose une variation axiale de l'écoulement de base, en particulier dans la zone proche de l'angle où l'hypothèse d'écoulement parallèle n'est clairement pas vérifiée.

Pour contourner cette limitation, une analyse de stabilité biglobale où aucune hypothèse n'est faite sur l'écoulement moyen devrait être utilisée. Cette méthode présentée notamment dans les travaux de Batterson [14] et appliquée aux écoulements à injection pariétales par Chedevergne et al. [42, 43, 44] se révèle être plus réaliste qu'une analyse de stabilité locale, bien que dans le cas de l'instabilité intrinsèque aux écoulements de Taylor-Culick (VSP), qui ne présente pas d'angle dans la géométrie, l'hypothèse d'écoulement quasi-parallèle donne de bons résultats.

Même si dans notre cas, le mécanisme de sélection de fréquence n'est pas parfaitement capté par la stabilité linéaire locale, l'évolution de l'amplitude de la perturbation aux différentes fréquences de l'instabilité est parfaitement bien reproduite, comme visualisé sur la Figure 5.22. La stabilité linéaire donnant seulement l'évolution

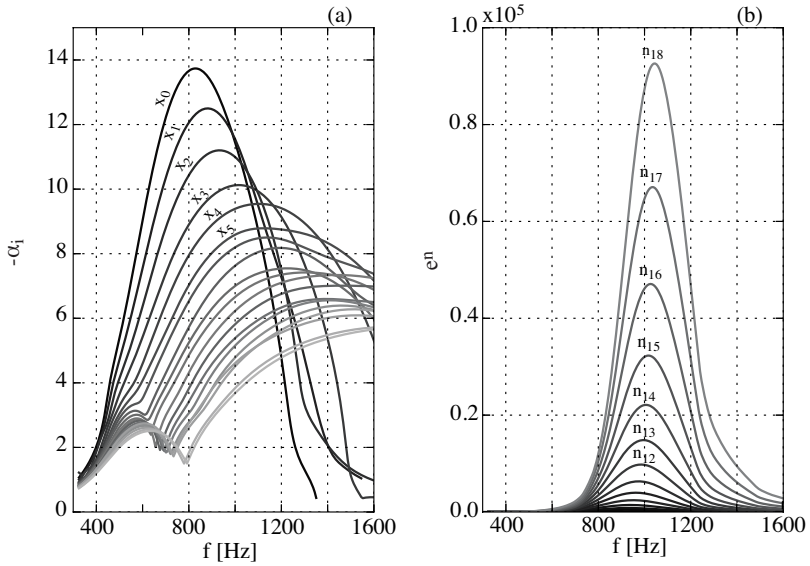


FIGURE 5.21 – (a) : évolution de $-\alpha_i$ pour chaque position axiale de x_0 à x_{18}. Plus la couleur de la courbe est claire, plus on avance dans l'écoulement. (b) : évolution de e^n en fonction de x (Eq. (5.6)). La courbe n_X signifie que e^n est calculé en intégrant $-\alpha_i$ de x_0 à x_X.

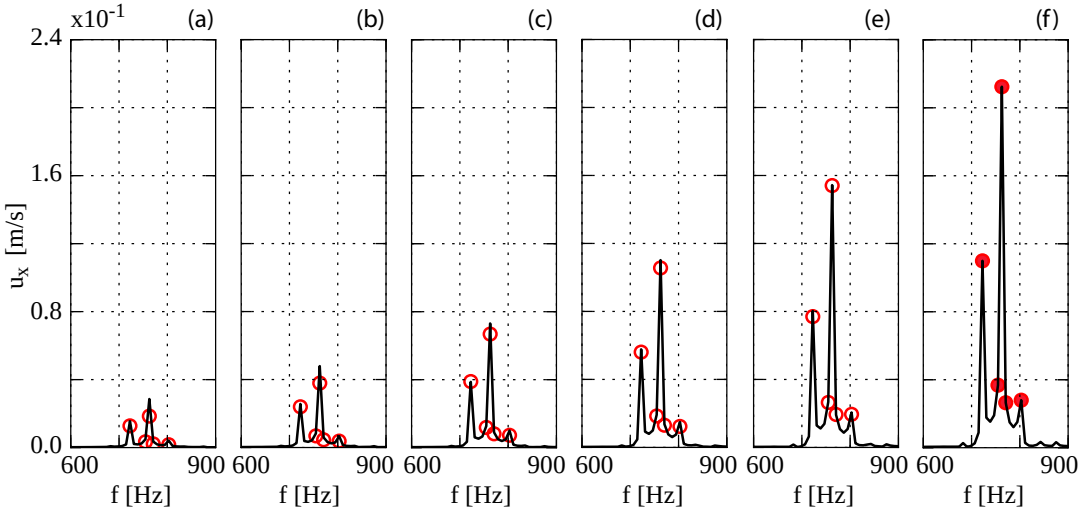


FIGURE 5.22 – Comparaison des valeurs de $A_0\, e^n$ aux cinq fréquences les plus instables (symboles rouges) avec les FFTs des signaux de vitesse axiale (courbes noires) pour les positions axiales x_8 : (a), x_{10} : (b), x_{12} : (c), x_{14} : (d), x_{16} : (e) et x_{18} : (f). Symboles pleins : niveaux recalés, symboles vides : niveaux prédits.

des amplitudes de la perturbation et aucune information sur les niveaux absolus de ces amplitudes, il est donc nécessaire pour pouvoir comparer de recaler les niveaux avec ceux de simulations ou d'expériences. Pour cela on fixe une constante multiplicative A_0 à une position axiale et pour chaque fréquence et on la garde pour toutes les autres positions. Il est choisi ici de définir A_0 à la dernière position x_{18} pour plus de précision. On compare donc Figure 5.22 la quantité $A_0\, e^n$ à l'amplitude du signal obtenu par FFT des simulations. Il est important d'insister sur le fait que les niveaux sont recalés à la dernière position x_{18} et sont prédits avec précision pour les autres positions.

Pour finir, le module de la perturbation Eq. (5.10) est défini alors par $A_0\, |\hat{u}_x(r)|\, e^n$ et peut être comparé au résultats de la FFT (Figure 5.19), sur les différentes positions axiales considérées. Cette comparaison, Figure 5.23, montre et confirme que la stabilité linéaire capte avec précision :

1. la forme du module sur toute les tranches (comme présenté Figure 5.20 en x_0),
2. l'évolution axiale de l'amplitude de la perturbation (comme présenté Figure 5.22).

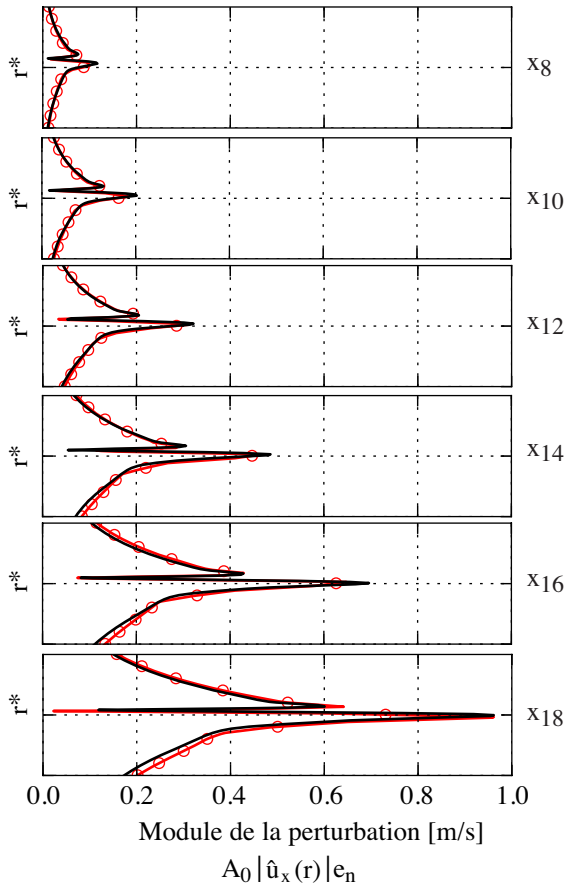


FIGURE 5.23 – Comparaison du module issus de la stabilité linéaire (courbes rouge avec symboles) et de la FFT des résultats des simulations (courbes noires) pour les positions axiales x_8, x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{16} et x_{18}.

5.2.1.5 Évaluation de la phase de la perturbation

Dans un premier temps, afin de pouvoir interpréter la phase du vecteur propre $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ issu de la stabilité linéaire, il est nécessaire de fixer sa valeur à une position radiale constante.

Comme introduit dans les travaux sur l'analyse des jets swirlés d'Oberleithner [149], une approche locale ne permet pas une comparaison quantitative de la phase avec celle issue de simulations ou d'expériences. En effet, les valeurs de la phase sont données pour chaque position axiale locale de façon arbitraire par le solveur utilisé pour résoudre le problème aux valeurs propres.

Ce problème peut être évité en utilisant la correction pour les écoulements faiblement non parallèles (WKBJ) développée par Crighton & Gaster [51] et utilisée dans le cadre de couches de mélange par Gaster et al. [86], Lifshitz et al. [122] ou encore pour l'analyse d'écoulements de type jets par Strange et Crighton [179], Copper & Peake [49] ou Oberleithner [150]. Cette méthode permet de reconstruire sans ambiguïté la perturbation en considérant que la fonction d'amplitude $\hat{q}$ définie dans l'Eq. (5.12) varient faiblement avec la position axiale. Une direction axiale $X = \epsilon\, x$ avec $\epsilon \ll 1$ est alors introduite et les quantités fluctuantes q prennent la forme suivante :

$$q(X, r, \theta, t; \epsilon) = \hat{q}(X, r; \epsilon)\, e^{\left(\frac{i}{\epsilon}\int^{X} \alpha(\xi) d\xi + m\theta - \omega t\right)} \tag{5.12}$$

On remarque dans l'Eq. (5.12) que la fonction d'amplitude $\hat{q}$ dépend de X contrairement à celle définie Eq. (3.8). Plus de détails dont les équations linéarisées correspondantes peuvent être trouvés dans les travaux d'Oberleithner [150].

Avec l'hypothèse d'écoulement parallèle faite dans ces travaux, on peut cependant fixer la phase à une position radiale donnée à chaque position axiale. De la même manière qu'Oberleithner [149] fixe la phase au centre du jet, la phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ est fixée au centre du domaine en $r^* = r/R_2 = 0.5$ sur toutes les positions axiales. Comme visualisé sur la Figure 5.24, sa valeur φ_0 en $r^* = 0.5$ est alors constante pour toutes les positions axiales et prise égale à sa valeur à la tranche x_0.

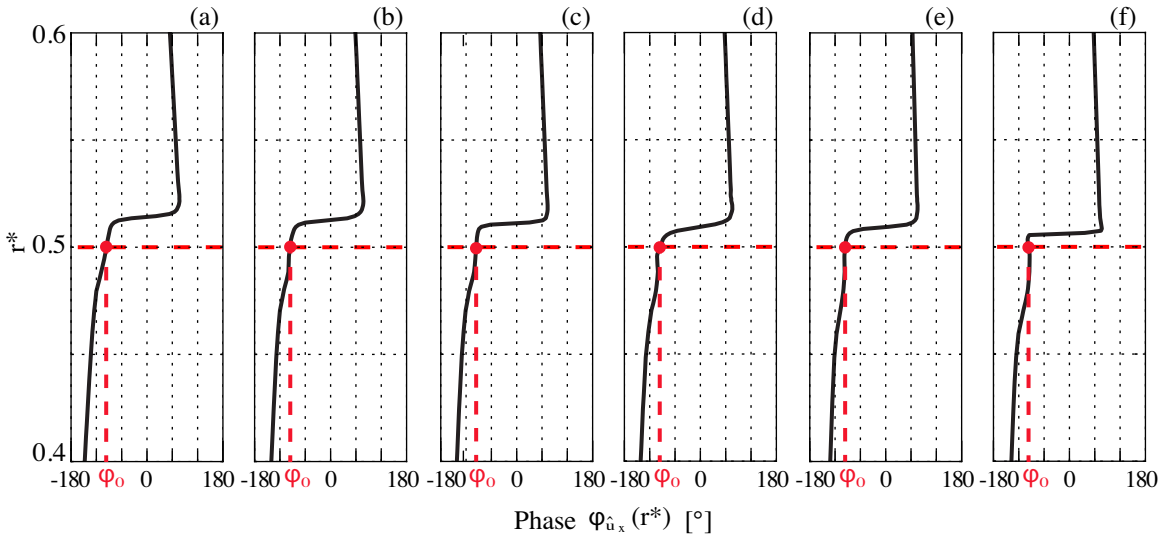


FIGURE 5.24 – Profil radial de la phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ obtenu par stabilité linéaire après recalage en $r* = 0.5$ symbolisé par un trait pointillé rouge, pour différentes position axiales x_8 (a), x_{10} (b), x_{12} (c), x_{14} (d), x_{16} (e) et x_{18} (f).

La phase φ_{α_r}, n'a besoin d'aucun recalage et vient directement du nombre d'onde α_r intégré sur toutes les tranches comme défini par l'Eq. (5.8). Son évolution axiale, entre -180° et 180°, est tracée sur la Figure 5.25.

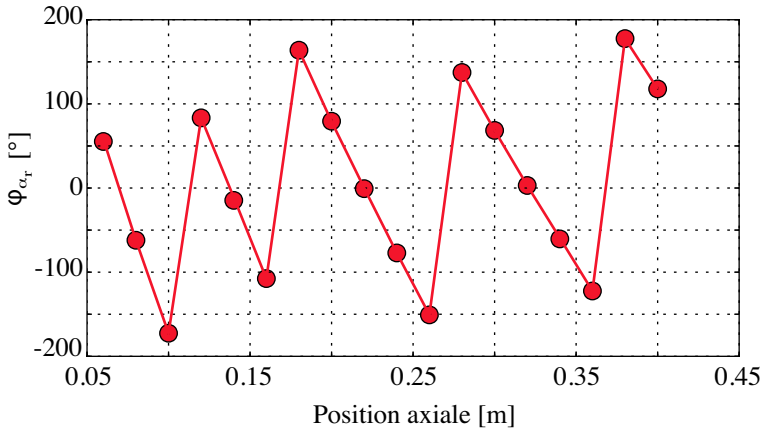


FIGURE 5.25 – Évolution axiale de la phase φ_{α_r} issu du nombre α_r.

Pour finir, afin de comparer la phase $\varphi(r) = \varphi_{\hat{u}_x}(r) + \varphi_{\alpha_r}$ de la perturbation avec celle issue des simulations il est nécessaire, de la même façon que pour l'amplitude du module, de la recaler aux simulations à une position axiale. Une constante $\Delta\varphi$ est alors ajoutée, définie à la position x_{18} de façon à ce que la phase $\varphi(r)$ soit égale à la phase extraite des simulations en $r^* = 0.5$.

La phase finale $\varphi(r) = \varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r) + \Delta\varphi$ est tracée sur la Figure 5.26. Comme on peut le constater la forme de la phase est correctement reproduite par la stabilité linéaire bien qu'un décalage croissant soit observé lorsqu'on remonte en amont de l'écoulement et qu'on s'éloigne de la position x_{18} où la phase est recalée avec les simulations.

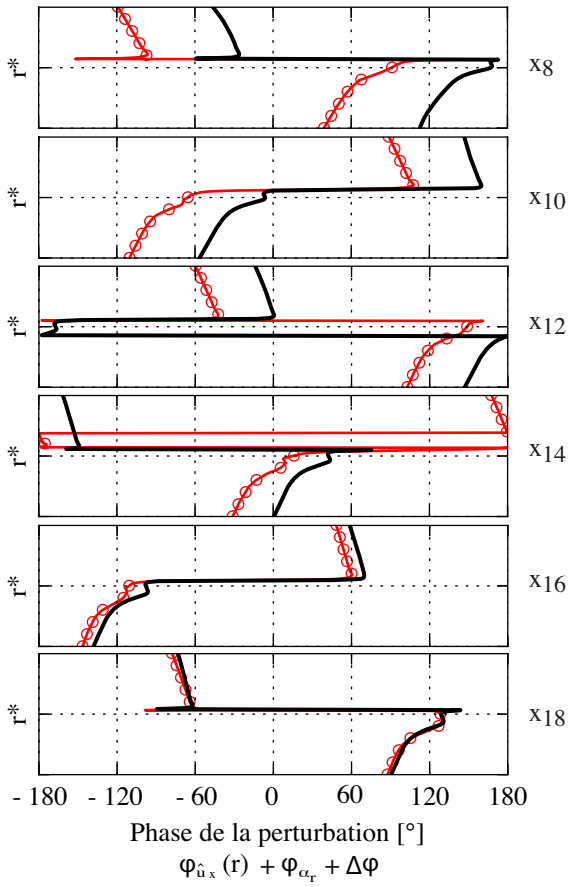


FIGURE 5.26 – Comparaison de la phase issus de la stabilité linéaire (courbes rouge avec symboles) et de la FFT des résultats des simulations (courbes noires) pour les positions axiales x_8, x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{16} et x_{18}.

5.2.1.6 Reconstruction de la perturbation

Le champ 2D de la perturbation de vitesse axiale $u_x(x, r, t)$, défini par l'Eq. (5.13), est reconstruit à $f_M = 760$Hz et comparé dans la Figure 5.27 avec le champ instantané de perturbation de vitesse axiale, directement extrait des simulations numériques en soustrayant à un champ instantané le champ moyen. L'analyse de stabilité linéaire locale est capable de reproduire avec précision le champ de perturbations.

$$u_x(x, r) = A_0|\hat{u}_x(r)|e^n e^{i(\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r) + \Delta\varphi)} \tag{5.13}$$

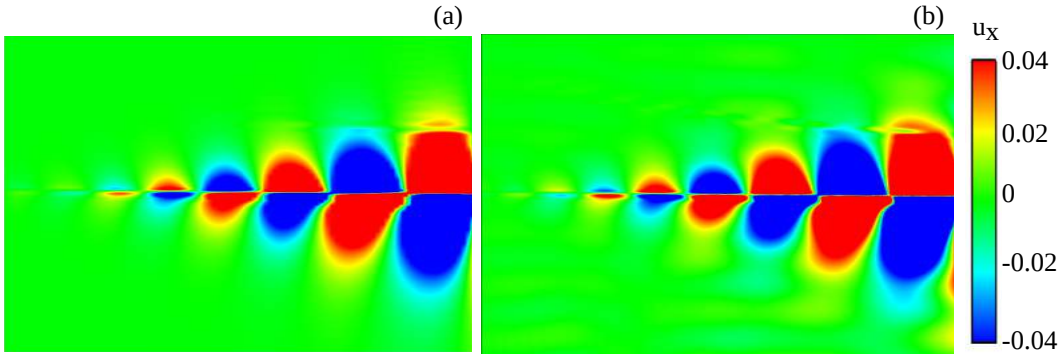


FIGURE 5.27 – Comparaison du champ de perturbation axiale de vitesse reconstruit par la stabilité linéaire (a) et celui issu des simulations numériques (b).

Ce résultat permet d'affirmer que l'instabilité visualisée dans les simulations numériques est bien la conséquence d'un mécanisme hydrodynamique, dû à la dynamique physique de la couche de mélange. En effet, contrai-

rement aux simulations numériques, les résultats des analyses de stabilité linéaire ne peuvent pas être perturbés par le schéma convectif ou l'acoustique. Ces résultats montrent également la capacité de la stabilité linéaire locale et d'AVLP à reproduire une instabilité à partir de profils moyens issus de simulations numériques.

5.2.2 Impact du soufflage latéral sur la stabilité linéaire des profils de vitesse

L'objectif ici est d'évaluer si la stabilité linéaire capte la stabilisation de la couche de mélange lorsque l'intensité de soufflage augmente. Tout est piloté par l'évolution du terme d'amplification e^n de la perturbation (Eq. (5.10)) et donc par l'évolution de $-\alpha_i$ lorsque le soufflage augmente. Pour déterminer cette évolution, la même analyse de stabilité menée pour le cas $R030$ est réalisée pour les différents cas simulés définis dans le Tableau 5.5. Le taux d'amplification e^n est présenté Figure 5.28 pour toutes les intensités de soufflage étudiées et pour différentes positions dans l'écoulement. Sur les Figure 5.28(a), Figure 5.28(b) et Figure 5.28(c), e^n est calculé en intégrant $-\alpha_i$ sur respectivement, le premier tiers du domaine (de x_0 à x_6), les deux premiers tiers (de x_0 à x_{12}) et finalement l'intégralité du domaine (de x_0 à x_{18}).

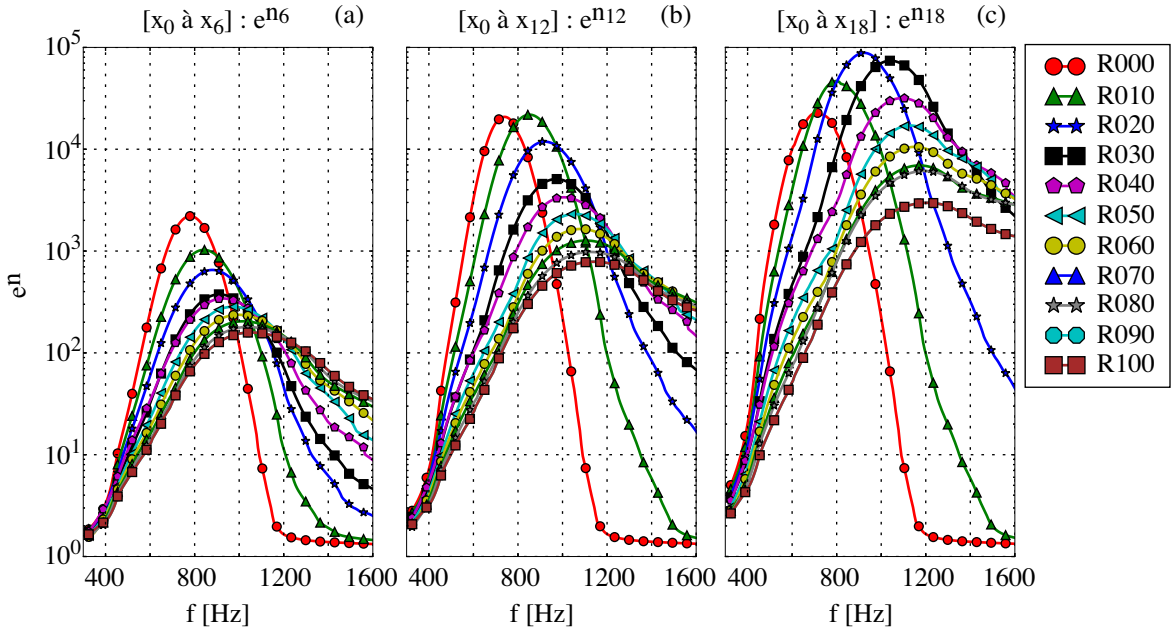


FIGURE 5.28 – Evolution du taux d'amplification spatial e^n en fonction de l'intensité de soufflage et de la position axiales. Intégration sur le premier tiers du domaine (a) (de x_0 à x_6), les deux premiers tiers (b) (de x_0 à x_{12}) et sur l'intégralité du domaine (c) (de x_0 à x_{18}).

Des Figures 5.28 on peut extraire deux informations principales : l'évolution du taux d'amplification à la fréquence f_M en fonction de la position axiale et de l'intensité du soufflage d'une part et l'évolution axiale de la valeur de la fréquence où le taux d'amplification est maximum en fonction de l'intensité du soufflage d'autre part.

L'évolution axiale de $A_0\, e^n$ à la fréquence f_M (lignes continues) est comparée, Figure 5.29, à l'évolution axiale des amplitudes des oscillations u_x obtenus par l'analyse FFT des signaux de vitesse extraits des simulations à cette même fréquence (lignes discontinues). La constante A_0 est la constante définie section 5.2.1.4 sur le cas $R030$ à la position x_{18} (symbole plein Figure 5.29) et est conservée pour tous les cas et pour toutes les positions axiales.

On remarque que pour un soufflage supérieur à 40 %, les valeurs des amplitudes, bien que non nulles restent proches de zéro pour toutes les positions axiales. Même si la stabilité linéaire ne permet pas de dire que les cas correspondants sont stables, elle capte une forte diminution du taux de croissance spatial lorsque le soufflage augmente. L'impact du soufflage latéral sur la couche de mélange mis en évidence dans les simulations numériques est donc bien retrouvé.

Sur la Figure 5.29, on note aussi que pour les cas $R030$ et $R020$, la stabilité linéaire reproduit avec précision l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations. Des écarts plus importants sont présents pour les cas $R000$ et $R010$, bien que pour ces derniers les niveaux d'amplitudes soient correctement reproduits à la dernière position x_{18}. Des phénomènes non linéaires peuvent être la cause de ces différences, comme l'appariement de tourbillons visualisé sur le champ de vorticité Figure 5.13 du cas $R000$.

Malgré ces différences la stabilité linéaire capture bien la dynamique de l'écoulement lorsque le soufflage diminue. Comme dans les simulations jusqu'à la position x_{12}, plus le soufflage est faible plus les oscillations de

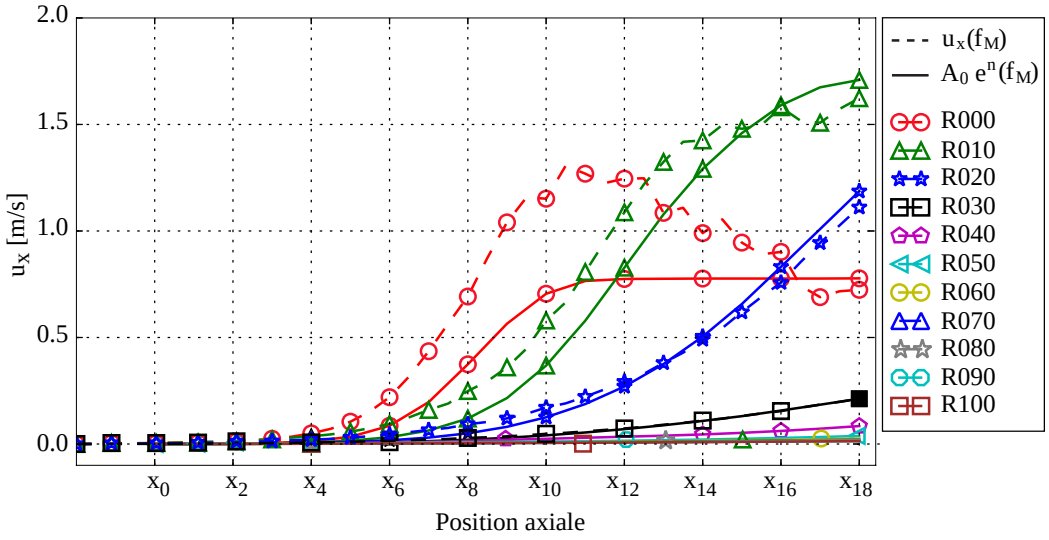


FIGURE 5.29 – Comparaison de l'évolution axiale du taux d'amplification spatial $A_0\, e^n$ (traits pleins) et de l'amplitude des oscillations de vitesse obtenus par l'analyse FFT des signaux de vitesse extraits des simulations (traits pointillés) à la fréquence f_M, avec A_0 constante identique pour tous les cas et définie sur le cas $R030$ en x_{18} (symbole plein).

vitesses sont fortes. Puis alors que les amplitudes du cas $R000$ cessent de croître, le cas $R020$ devient le plus instable. La stabilité linéaire capte également la position, aux alentours de x_{16}, où les amplitudes du cas $R020$ deviennent plus fortes que celles du cas $R000$. Ces observations montrent que la stabilité linéaire en plus de capter la stabilisation globale du VSA par le soufflage latéral, capte également avec précision l'impact de ce soufflage à chaque position axiale.

Un autre point important à analyser concerne les valeurs des fréquences les plus amplifiées ainsi que leurs évolutions en fonction de la position axiale et de l'intensité du soufflage.

Les courbes de dispersion sont présentées sur les Figure 5.30(a)-(d) respectivement pour les cas $R000$, $R010$, $R020$ et $R030$ où la ligne discontinue relie la fréquence la plus amplifiée de chaque position axiale.

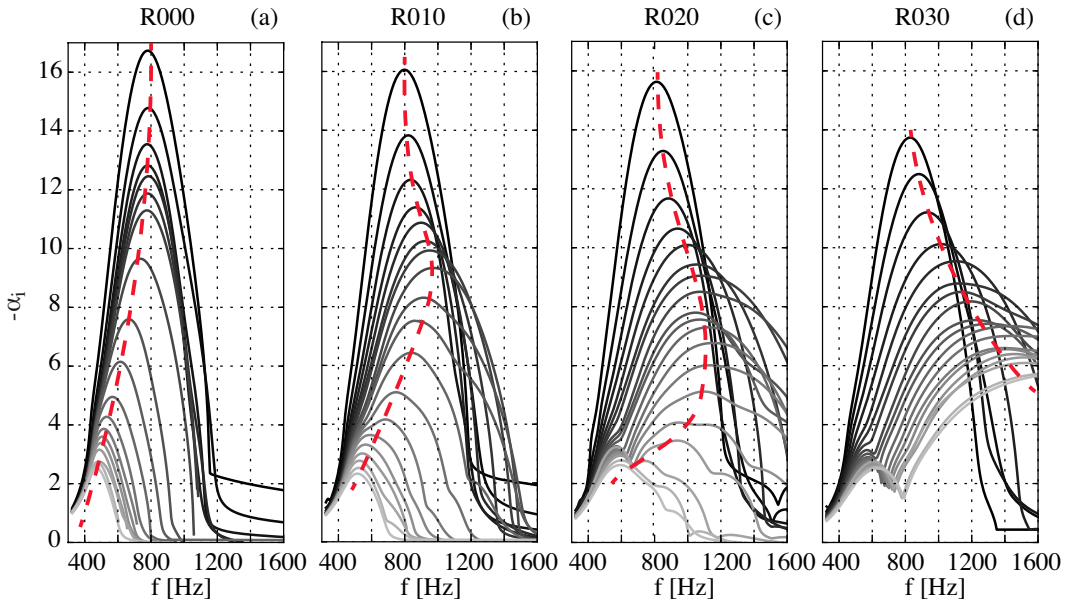


FIGURE 5.30 – Courbes de dispersion pour différentes positions axiales, de x_0 (courbe la plus foncée) à x_{18} (courbe la plus claire) pour les cas R000 (a), R010 (b), R020 (c) et R030 (d). La ligne discontinue relie la fréquence la plus amplifiée de chaque position axiale.

On remarque qu'en aval de l'écoulement (vers les courbes claires), plus le soufflage est important plus les courbes de dispersion s'étendent vers les hautes fréquences. Ce phénomène se traduit par la présence d'un décalage en fréquence avec la position axiale, visualisé sur la Figure 5.31 où l'évolution axiale des fréquences les plus amplifiées est comparée à f_M. On note alors que l'augmentation de la fréquence la plus amplifiée, notée pour le cas $R030$, est présente pour tous les cas dont le soufflage est supérieur ou égal à 30 %. En revanche pour des soufflages inférieurs, ce décalage est moins présent voire inexistant pour les cas $R000$ et $R010$ où la fréquence la plus amplifiée à la dernière position x_{18} est égale à environ 50 Hz près à f_M. Pour de faibles pourcentages de soufflage, la stabilité linéaire capte la sélection en fréquence de l'instabilité avec une erreur d'environ 5%.

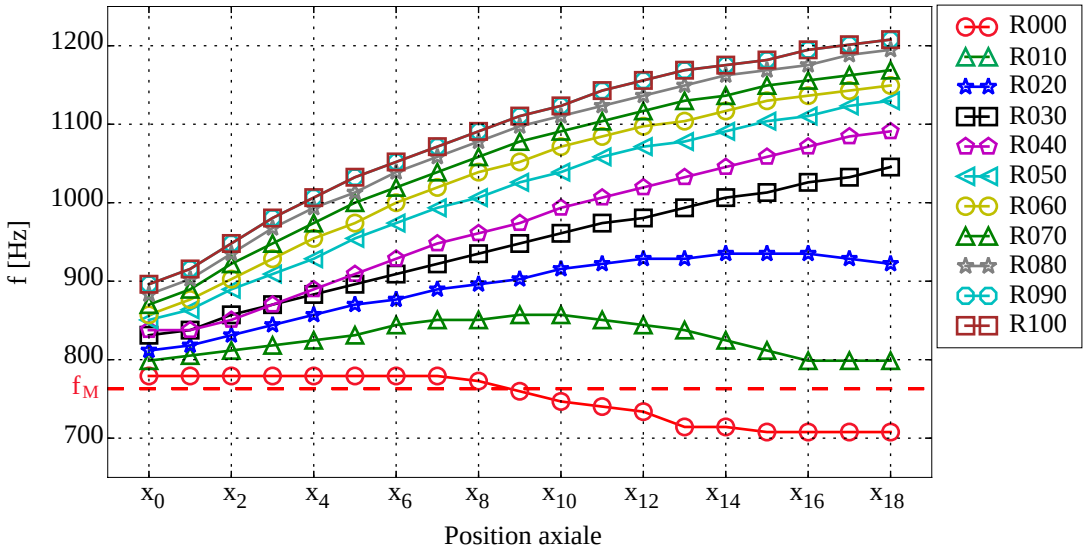


FIGURE 5.31 – Évolution axiale de la fréquence la plus amplifiée pour les différentes intensités de soufflage. La valeur de la fréquence la plus instable issue des simulations f_M est indiquée en trait pointillé rouge.

5.3 Résumé de l'analyse de l'impact du soufflage

L'analyse basée sur les simulations numériques a permis de mettre en évidence le fort effet stabilisant du soufflage latéral sur le VSA. Dans cette configuration on observe des fluctuations de vitesse uniquement pour des débits surfaciques sur le bloc de propergol aval de moins de 40% du débit des autres blocs.

L'étude de stabilité linéaire sur un cas faiblement instable (R030) a permis de reconstruire avec précision le champ de perturbation de vitesse axiale à la fréquence de l'instabilité. En effet, bien que le mécanisme de sélection en fréquence ne soit pas parfaitement capté par la stabilité linéaire sur ce cas, la forme de la perturbation ainsi que l'évolution axiale de son amplitude est parfaitement reproduite. Cette fidèle reconstruction permet d'avancer que le VSA visualisé dans les simulations numériques est bien issu d'un phénomène hydrodynamique de la couche de mélange, puisque seul ce phénomène est pris en compte dans la stabilité linéaire.

L'étude de stabilité menée pour les autres intensités de soufflage permet d'avancer que le phénomène de stabilisation du VSA par soufflage latéral est également dû à un phénomène hydrodynamique. En effet, bien que la stabilité linéaire locale ne permette pas de retrouver la parfaite stabilité des cas à fort taux de soufflage, elle capte le fort pouvoir stabilisant du soufflage. Ainsi le taux d'amplification spatial devient très faible pour des taux supérieurs à 40 %. De plus, la stabilité linéaire capte l'évolution des amplitudes des oscillations lorsque le soufflage diminue, notamment en-dessous de 30 %.

Grâce à AVBP qui reproduit bien l'instabilité hydrodynamique du VSA et à l'outil de stabilité linéaire AVLP mis au point en partie grâce à ces travaux, nous avons pu montrer deux choses :

— une bonne adéquation et complémentarité entre ces deux approches,

— le fait que le VSA est très sensible à un soufflage latéral, qui peut même le faire disparaître.

Chapitre 6

Impact des particules d'aluminium réactives

Sommaire

6.1 Géométrie et mise en oeuvre numérique . . . 114
6.1.1 Géométrie . . . 114
6.1.2 Paramètres numériques de référence . . . 114
6.1.3 Discrétisation spatiale de référence . . . 115
6.1.4 Détails des calculs . . . 115
6.2 Mise en données de la simulation monophasique . . . 115
6.3 Mise en données de la simulation diphasique . . . 116
6.3.1 Conditions limites de propergol . . . 116
6.3.1.1 Débits . . . 116
6.3.1.2 Température . . . 116
6.3.1.3 Diamètres et vitesses des particules . . . 117
6.3.2 Condition limite amont . . . 117
6.3.2.1 Débits . . . 117
6.3.2.2 Température . . . 118
6.3.2.3 Diamètres et vitesses des particules . . . 119
6.4 Comparaisons des résultats monophasiques et diphasiques . . . 119
6.4.1 Comparaisons qualitatives . . . 119
6.4.2 Comparaisons quantitatives . . . 121
6.5 Impact des particules dans la couche de mélange . . . 124
6.5.1 Impact du transfert de masse et d'énergie thermique . . . 124
6.5.2 Impact du transfert de quantité de mouvement . . . 126
6.5.2.1 Force de trainée et transfert d'énergie dans la couche de mélange . . . 127
6.5.2.2 Nombre de Stokes . . . 128
6.5.2.3 Lien entre transfert d'énergie et diminution des amplitudes des oscillations de vitesse. . . . 135
6.5.2.4 Impact des différentes populations de particules . . . 137
6.6 Résumé de l'analyse de l'impact des particules . . . 139
6.7 Impact des choix de modélisation . . . 140
6.7.1 Impact de la discrétisation spatiale . . . 140
6.7.2 Impact du schéma numérique . . . 143
6.7.3 Impact de l'injection de turbulence . . . 145
6.7.4 Impact du modèle de sous-maille . . . 147
6.7.5 Résumé de l'analyse de l'impact des choix de modélisation . . . 149
6.8 Coût de calcul des simulations . . . 150

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'impact de particules d'aluminium réactives sur l'instabilité de la couche de mélange. Pour cela, une simulation de la configuration secteur intégrant les particules d'aluminium est réalisée et les résultats sont comparés avec ceux d'une simulation monophasique équivalente. L'impact de la combustion des particules et l'interaction des résidus inertes avec l'écoulement gazeux et les structures du VSA sont alors analysés.

Le formalisme Lagrangien et le modèle de combustion présentés Section 2.2 sont utilisés pour prendre en compte les particules et leur combustion.

6.1 Géométrie et mise en oeuvre numérique

6.1.1 Géométrie

La configuration est celle présentée dans le Chapitre 4 et est rappelée Figure 6.1. Les dimensions, indiquées dans le Tableau 6.1 et identiques à celles définies au Chapitre 5, sont celles de la géométrie à échelle réduite (1/6ème). Une simulation à échelle réelle est réalisée dans le Chapitre 7 lors de l'étude de l'impact de l'échelle sur le VSA.

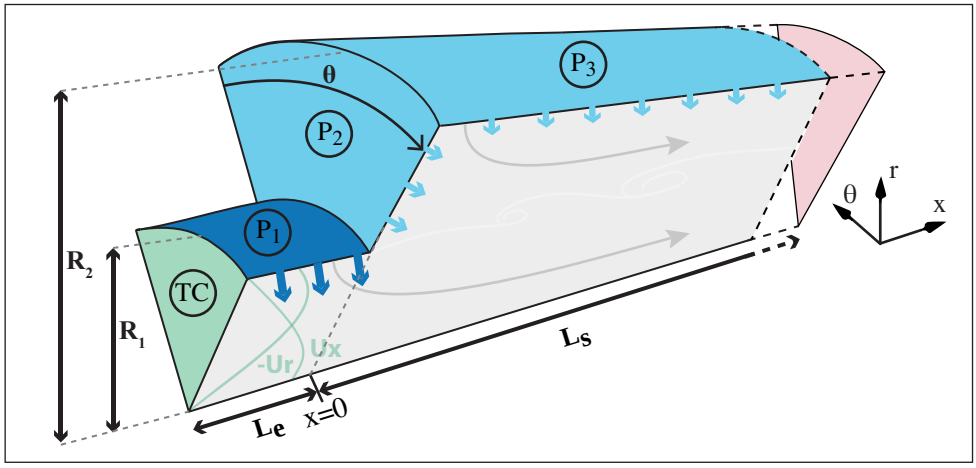


FIGURE 6.1 – Schéma de la configuration secteur 3D, visualisation des différentes conditions limites propergol P_1, P_2 et P_3 et de la condition limite amont TC.

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Rayon d'entrée	R_1	0.135	m
Rayon de sortie	R_2	0.25	m
Longueur d'entrée	L_e	0.10	m
Longueur de sortie	L_s	2.5	m
Angle du secteur	θ	60	°

TABLE 6.1 – Paramètres géométriques du calcul secteur à échelle réduite.

6.1.2 Paramètres numériques de référence

Les simulations sont toujours réalisées avec le code AVBP, présenté en Section 5.1.2.1 et les paramètres numériques de référence, indiqués dans le Tableau 6.2, sont identiques à ceux du Chapitre 5. L'impact du schéma numérique et du modèle de turbulence de sous-maille sur le VSA sont étudiés en Section 6.7.

Type de solveur	Navier-Stokes
Schéma de convection	Lax-Wendroff [117]
Modèle de turbulence de sous-maille	non
Viscosité laminaire	Loi de Sutherland Eq. (2.14) $\mu_{ref} = 7.2.10^{-5}$ kg/m/s , $T_{ref} = 2324$ K
Viscosité artificielle	senseur de Colin [47, 48] $\epsilon_2 = 0.05$, $\epsilon_4 = 0.005$

TABLE 6.2 – Paramètres numériques du calcul.

6.1.3 Discrétisation spatiale de référence

Le maillage de référence, appelé $M_{1,RD}$, composé de tétraèdres comprend 10 millions de points. L'épaisseur δ de la couche de mélange est résolue avec environ 20 points (Figure 6.2). L'indice RD fait référence à la géométrie à échelle réduite.

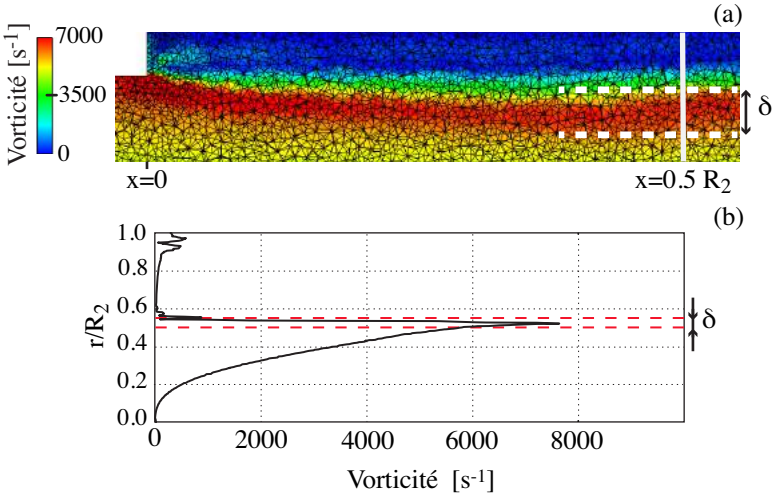


FIGURE 6.2 – Maillage et champ de vorticité centré sur la couche de mélange, l'épaisseur de la couche de mélange δ est indiquée par les traits discontinus (a). Profil radial de vorticité à $x = 0.5\ R_2$ (b).

Les conditions limites sont celles du Chapitre 4. L'impact de la discrétisation spatiale sur le VSA est étudié dans la Section 6.7.

6.1.4 Détails des calculs

Tout comme pour les simulations précédentes, la simulation est initialisée en remplissant le domaine de calcul de gaz de propergol au repos. L'écoulement s'établit ensuite naturellement. La mise en œuvre du calcul est la suivante : une fois le calcul convergé, soit environ après 60 périodes de VSA (environ 104 ms, avec une fréquence de l'instabilité égale à 572 Hz, voir Section 6.4.2), les statistiques sont collectées pour réaliser des moyennes et les signaux de vitesse sont enregistrés tous les $\Delta t = 2.5.10^{-4}$s, sur des sondes placées dans la couche de mélange, sur une période d'environ 50 périodes du VSA. Le coût de calcul associé est présenté dans la Section 6.8. On peut noter la position des 6 sondes S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 et S_5 dont les coordonnées sont indiquées dans le Tableau. 6.3.

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
r	R_1	R_1	R_1	R_1	R_1	R_1
θ	0	0	0	0	0	0
x	0.25 R_2	0.5 R_2	0.75 R_2	1.0 R_2	1.25 R_2	1.5 R_2

TABLE 6.3 – Coordonnées des sondes positionnées dans le calcul.

6.2 Mise en données de la simulation monophasique

Le cas choisi correspond à un soufflage latéral de 20%. Cependant, il ne s'agit pas tout à fait du cas R020 (Chapitre 5) car afin d'obtenir des structures de taille importante et générées en zone proche de l'angle, le débit surfacique sur la condition notée P_2 sur la Figure 6.1, est également pris à 20%, ce qui permet en augmentant le gradient de vitesse dans la couche de mélange de générer une instabilité plus forte.

Les valeurs des débits surfaciques sur les conditions limites TC, P_1, P_2 et P_3 sont regroupées dans le Tableau 6.4. Le débit sur la condition limite amont TC est imposé via les profils de Taylor-Culick définis dans la Section 4.3. Les températures sont égales à $T_g = 3362$ K correspondant à la température de fin de combustion du propergol (voir Section 6.3) et la pression est identique aux simulations du Chapitre 5 et fixée à $P_g = 5$ MPa.

Condition limite	TC	P_1	P_2	P_3
Débit surfacique [$\mathrm{kg/m^2/s}$]	768	$Q_0 = 50.20$	$20\%\, Q_0 = 10.04$	$20\%\, Q_0 = 10.04$

TABLE 6.4 – Débits surfaciques imposés sur les conditions limites TC, P_1, P_2 et P_3 où Q_0 est le débit des gaz de propergol de référence (Figure 6.1).

Les propriétés du gaz de propergol utilisées, indiquées dans le Tableau 6.5, sont celles du Chapitre 5 à l'exception de la température T_g.

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Température du gaz	T_g	3362	K
Pression ambiante	P_g	5	MPa
Masse molaire du gaz	M_g	$2.97.10^{-2}$	$\mathrm{kg/s/m^2}$
Capacité thermique du gaz	$C_{p,g}$	2057	J/kg/K
Viscosité de référence	μ_{ref}	$7.2.10^{-5}$	kg/m/s
Température de référence	T_{ref}	2324	K
Débit surfacique des parois propergol	Q_0	50.2	$\mathrm{kg/m^2/s}$
Vitesse d'injection du gaz propergol	V_{inj}	10.2	m/s

TABLE 6.5 – Paramètres physiques du calcul.

6.3 Mise en données de la simulation diphasique

La mise en données de la simulation diphasique découle de celle réalisée pour la simulation monophasique définies dans la Section 6.2.

6.3.1 Conditions limites de propergol

6.3.1.1 Débits

Les valeurs des débits surfaciques sur les conditions limites propergol P_1, P_2 et P_3 sont regroupées dans le Tableau 6.6. La charge de particules d'aluminium est égale à 18% de la masse des gaz injectés sur les surfaces de propergol, ce qui correspond à la charge que l'on peut trouver dans la Butalane 68/18® utilisé dans les P230 d'Ariane 5 [5]. On a donc un débit massique surfacique de particules $Q_p = 18\%\, Q_T$, où $Q_T = Q_p + Q_g$ est le débit massique total (particules + gaz) injecté sur la surface, correspondant au débit défini pour le point de fonctionnement monophasique (Tableau 6.4). Les débits surfaciques gazeux $Q_g = Q_T - Q_p$ sont ensuite calculés afin de respecter le débit total Q_T (cf. Tableau 6.6).

	Débit [$\mathrm{kg/m^2/s}$]	P_1	P_2	P_3
Débit de gaz	Q_g	41.16	8.23	8.23
Débit de particules	Q_p	9.04	1.81	1.81
Débit total	$Q_T = Q_g + Q_p$	50.20	10.04	10.04

TABLE 6.6 – Débits massiques et surfaciques gazeux Q_g, de particules Q_p et totaux Q_T des conditions limites de propergol P_1, P_2 et P_3 (Figure 6.1).

6.3.1.2 Température

Sur les surfaces propergol, la température des particules T_p et du gaz T_g sont données dans le Tableau 6.7. Les particules sont injectées à la température de saturation de l'alumine.

$T_p = T_{sat}$	2792	K
T_g	2800	K

TABLE 6.7 – Température du gaz T_g et des particules T_p sur les conditions de progergol P_1, P_2 et P_3.

6.3.1.3 Diamètres et vitesses des particules

La distribution de diamètre des particules injectées sur les conditions P_1, P_2 et P_3, présentée Figure 6.3, suit une loi de Rosin-Rammler [118] approchant la distribution fournie par ASL (histogramme de la Figure 6.3), qui représente au mieux la distribution de particules d'aluminium, en intégrant les particules agglomérées. La distribution de Rosin-Rammler [118] est définie par l'Eq. (6.1).

$$RR(d_p) = q\,\frac{d_p^{\,q-1}}{X^q}\,exp\left[-\left(\frac{d_p^{\,q}}{X}\right)\right] \qquad \text{avec} \qquad X = d_p^{SMD}\frac{\Gamma(1+2/q)}{\Gamma(1+3/q)} \tag{6.1}$$

où d_p^{SMD} est le diamètre moyen de Sauter, q une constante définissant l'épaisseur de la distribution et Γ la fonction gamma usuelle. La Figure 6.3 montre le bon accord entre la distribution ASL et la distribution de Rosin-Rammler, pour laquelle on a choisi $d_p^{SMD} = 80\ \mu\text{m}$ et $q = 1.8$.

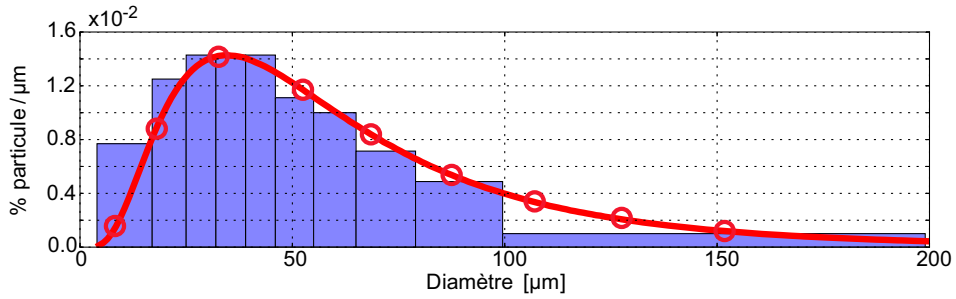


FIGURE 6.3 – Distribution de diamètre de particules injectées sur les conditions P_1, P_2 et P_3. Distribution fournie par ASL : histogramme, distribution de Rosin-Rammler : courbe rouge marqueurs ronds.

Concernant la vitesse d'injection des particules dans l'écoulement gazeux en ambiance propergol, peu d'information dans la littérature a été trouvée. Cette donnée est difficilement mesurable lors d'expériences. Tous les auteurs s'accordent cependant sur le fait que les particules d'aluminium incorporées dans le propergol sont libérées lors de la régression de celui-ci et sont emportées par l'écoulement gazeux. Les agglomérats aux diamètres importants sont alors emportés moins vite que les petites particules.

Certains auteurs comme Gany [83] ou Dupays [66] choisissent d'injecter les particules à une vitesse de l'ordre de la vitesse de régression du propergol (environ 10 mm/s), d'autres auteurs comme Najjar et al. [145] considèrent que les particules sont simplement déposées sur la surface avec une vitesse nulle puis emportées par l'écoulement gazeux. Du fait de la faible vitesse de régression du propergol par rapport à la vitesse d'injection de l'écoulement gazeux, les deux solutions apporteront des résultats équivalents dans le cadre de ces travaux où le phénomène étudié est relativement loin des surfaces de propergol. Il a été donc choisi d'injecter les particules sur les conditions P_1, P_2 et P_3 avec une vitesse nulle.

6.3.2 Condition limite amont

On considère que toutes les particules qui arrivent de l'amont, injectées sur la condition limite notée TC (voir Figure 6.1), ont entièrement brûlé et ne sont plus que des résidus inertes, qui ne dégagent plus aucune chaleur ni aucune masse.

6.3.2.1 Débits

Puisque les particules ne dégagent aucune masse, le débit gazeux injecté sur la condition limite reste identique à celui défini en monophasique et est imposé par les profils de vitesse de Taylor-Culick définis dans la Section 4.3 et vaut 768 $\text{kg/m}^2\text{/s}$. Le débit massique de particules correspond toujours à 18% de ce débit massique gazeux, comme pour les autres conditions limites.

6.3.2.2 Température

Les particules sont supposées en équilibre thermodynamique avec le gaz. Leur température est donc égale à celle du gaz, estimée grâce à des simulations préliminaires présentées ci-dessous.

Afin de pouvoir spécifier la température gazeuse, on calcule la température de fin de combustion d'un volume de gaz de propergol au repos avec 18% de particules d'aluminium. Les paramètres utilisés sont regroupés dans le Tableau 6.8.

Gaz			Particules		
Propriété	Valeur		Propriété	Valeur	
T_{g_0}	2800	K	$T_{p,0} = T_{sat}$	2792	K
m_g	5.98	kg/m^3	$m_p = 18\% \, m_g$	1.08	kg/m^3
P_g	5	MPa	ρ_p	1733	kg/m^3
$C_{p,g}$	2057	J/kg/K	$C_{p,l}$	1177	J/kg/K

TABLE 6.8 – Paramètres utilisés pour l'estimation de la température de fin de combustion.

L'évolution de la température gazeuse et de la masse des particules sont tracées respectivement sur les Figure 6.4(a) et Figure 6.4(b). La simulation est réalisée avec le modèle implémenté dans AVBP et présenté Section 2.3.2.2. La température de fin de combustion est obtenu égale à 3362 K.

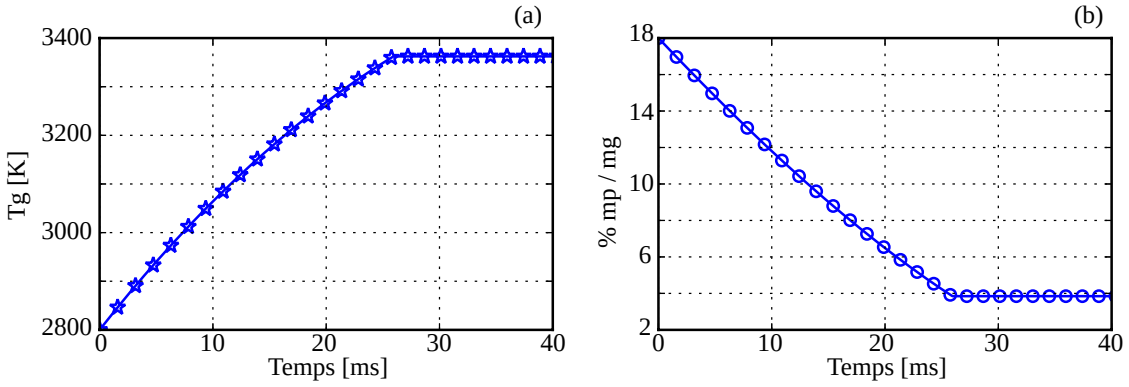


FIGURE 6.4 – Evolution temporelle de la température gazeuse T_g (a) et du pourcentage de masse de particules (b) lors de la combustion 0D de particules d'aluminium dans un écoulement au repos chargé à 18 % en masse. Simulation réalisée avec le modèle implémenté dans AVBP (Section 2.3.2.2).

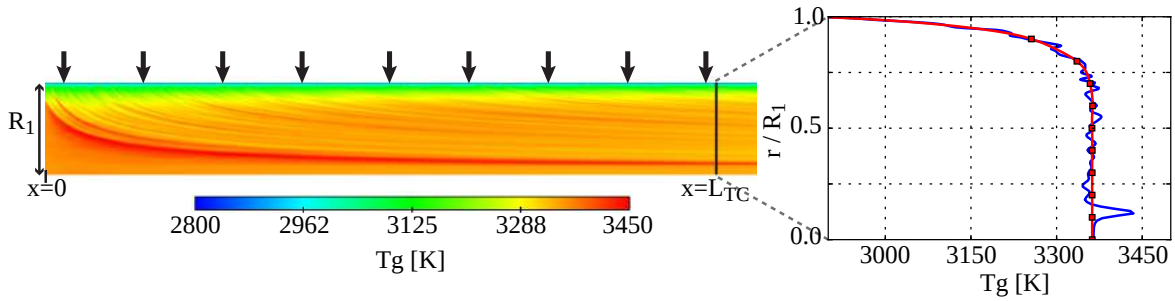


FIGURE 6.5 – Simulation 2D axisymétrique d'un canal à injection pariétale avec des particules d'aluminium en combustion. Gauche : champ moyen de température. Droite : profil moyen de température issu de la simulation à une distance $x = L_{TC}$ du fond avant (courbe bleue sans marqueur) et profil de température finalement imposé dans le calcul 3D sur la condition limite amont (courbe rouge avec marqueurs).

Cependant, les particules ne brûlent pas instantanément et un gradient de température s'établit entre la paroi et le centre du canal. La simulation d'un canal 2D axisymétrique de rayon R_1 à injection pariétale dans un écoulement de Taylor-Culick, avec combustion de particules d'aluminium, donne le champ de température moyenne de la Figure 6.5, montrant également un profil à une distance $x = L_{TC}$ du fond avant, distance correspondant à la

longueur non simulée (cf. Section 4.3). La température à la surface du propergol est obtenue égale à 2900 K et on note que l'on retrouve bien au centre du canal la température de fin de combustion de 3362 K. Le profil de température obtenu reste relativement bruité, et l'on observe proche du centre du canal une zone de température plus élevée, qui provient du coin en $x = 0$, provoquée par une concentration plus élevée de particules en combustion le long de cette ligne de courant.

Le profil de température finalement imposé sur la condition limite amont, présenté sur la Figure 6.5 est construit de façon à approcher au mieux le profil de température moyen mesuré.

6.3.2.3 Diamètres et vitesses des particules

La distribution de diamètre des résidus suit aussi une loi de Rosin-Rammler, mais avec un diamètre de Sauter moyen $d_{p,R}^{SMD}$ défini par l'Eq. (6.2) où $\beta = 0.60$ est le ratio de diamètres entre une particule initiale et un résidu (Eq. (2.69)). La valeur de q reste inchangée à 1.8.

$$d_{p,R}^{SMD} = \beta \, d_p^{SMD} \tag{6.2}$$

La distribution correspondante est présentée sur la Figure 6.6 où elle est comparée à la distribution injectée sur les conditions propergol. La distribution des résidus inertes est naturellement décalée vers les plus petits diamètres.

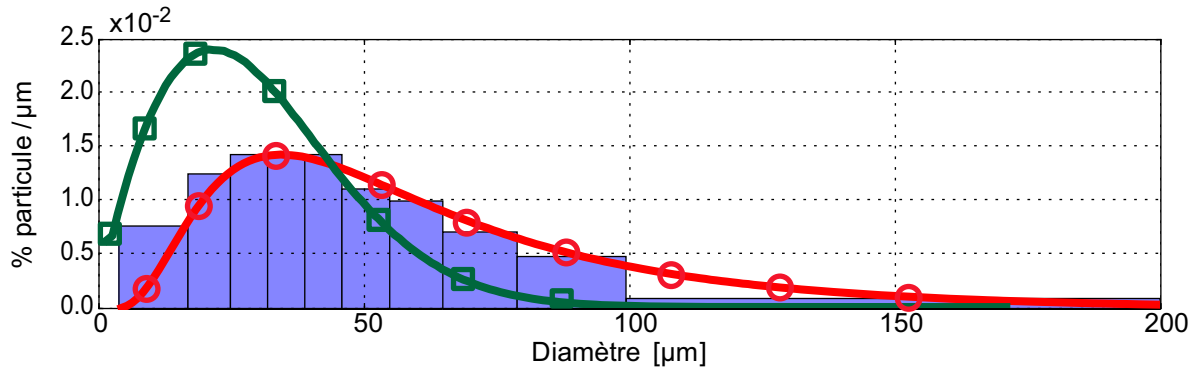


FIGURE 6.6 – Distribution des diamètres de particules injectées sur la condition amont : courbe verte marqueurs carrés ; distribution fournie par ASL : histogramme ; distribution injectée sur les conditions propergol P_1, P_2 et P_3 : courbe rouge marqueurs ronds.

6.4 Comparaisons des résultats monophasiques et diphasiques

6.4.1 Comparaisons qualitatives

La Figure 6.7 compare des champs instantanés de vitesse axiale, radiale, de vorticité et de température entre les cas diphasique et monophasique équivalent. On remarque que les structures du VSA sont modifiées dans l'ensemble par la présence des particules et apparaissent moins cohérentes et plus perturbées.

De plus, on note l'apparition d'une trace de vorticité générée au niveau du coin amont à la jonction entre l'injection pariétale sur la condition limite P_1 et la condition limite TC. Cette trace est causée par la non cohérence des deux conditions limites diphasique au niveau du coin, qui se traduit par une forte concentration de particules de petit diamètre sous la couche de mélange (voir Figure 6.8). En effet, sur la condition limite TC des particules inertes sont injectées à la vitesse de l'écoulement avec une distribution en diamètre définie Figure 6.6, alors que sur la condition limite P_1, des particules en combustion sont injectées à vitesse nulle avec une distribution en diamètre différente (Figure 6.6). Pour que les deux conditions limites soient cohérentes dans cette zone, il aurait donc fallu injecter en proche surface de propergol sur la condition limite TC, des particules ayant les mêmes caractéristiques que celles injectées sur la condition P_1 (réactives, vitesse nulle et distribution en diamètre définie Figure 6.6). Cependant comme on peut le constater sur le champ de vorticité Figure 6.7(b), cette trace de vorticité est d'abord distincte de celles générées par les structures du VSA puis se mélange à celles-ci plus en aval. On suppose alors que cette trace n'influence pas de façon significative le développement de l'instabilité.

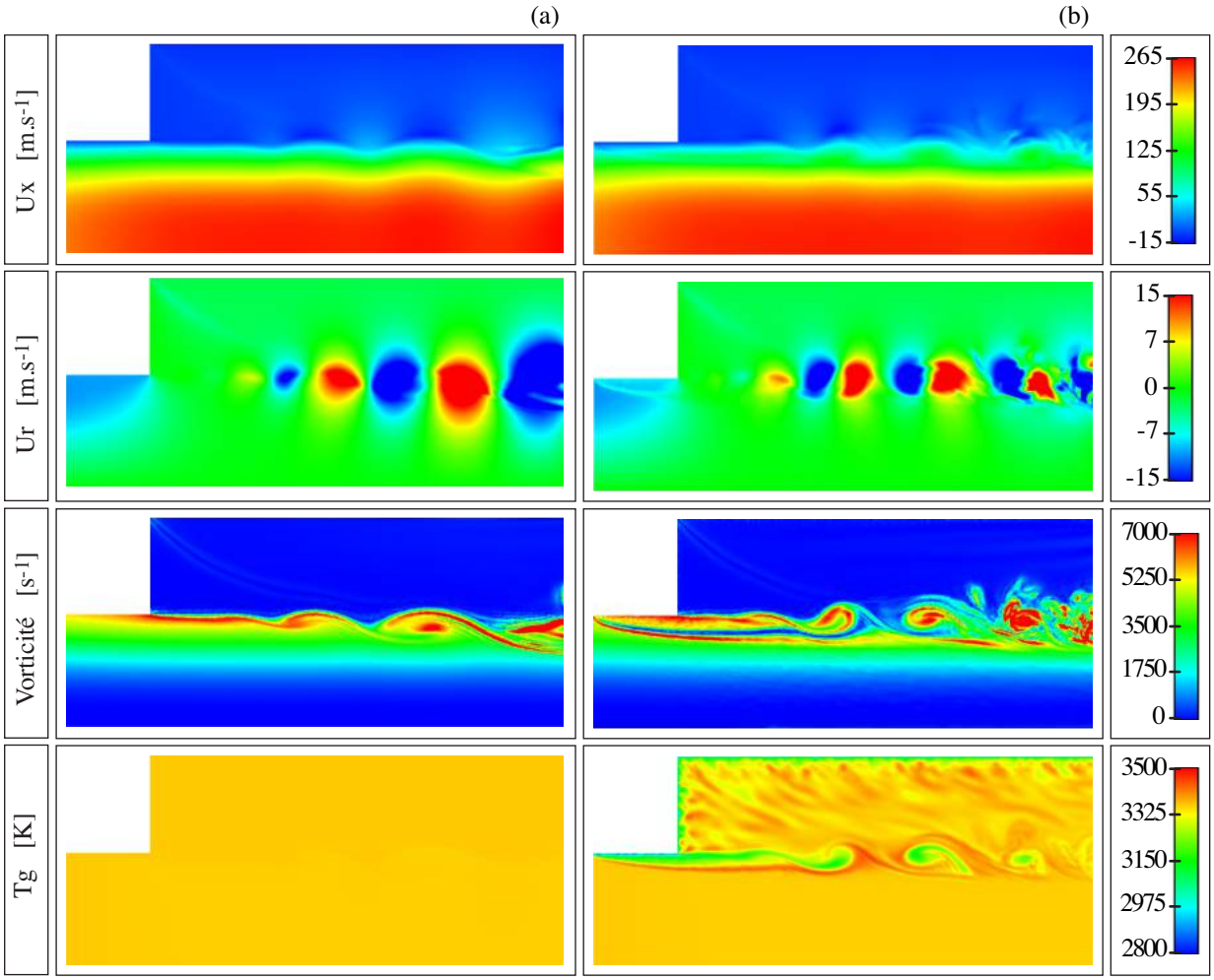


FIGURE 6.7 – Comparaison des champs instantanés (coupe en z=0) de vitesse axiale (U_x, 1ère ligne), de vitesse radiale (U_r, 2ème ligne), de vorticité (3ème ligne) et de température gazeuse (Tg, 4ème ligne) pour le cas monophasique (a) et diphasique (b).

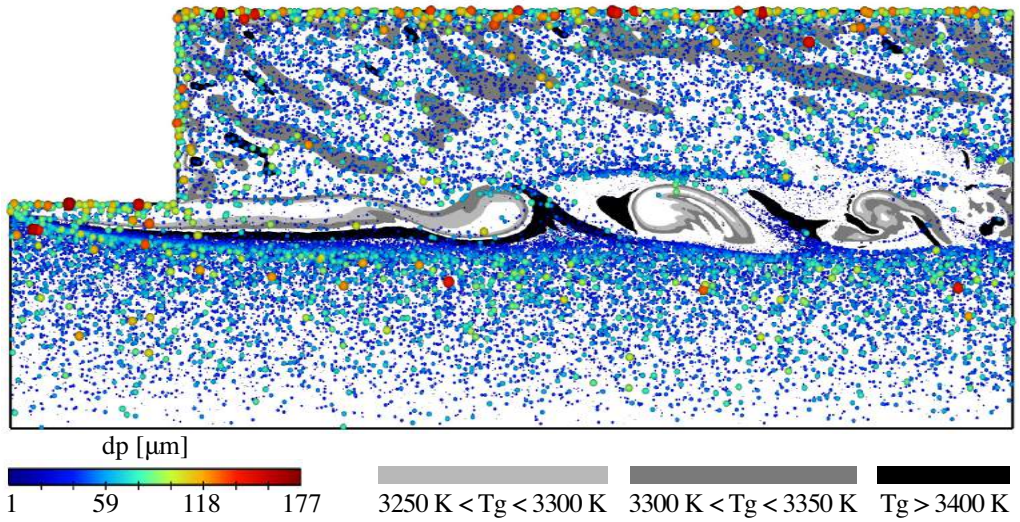


FIGURE 6.8 – Champ instantané sur la coupe en z=0 de particules colorées et en fonction de leur diamètre, et iso-volumes de température gazeuse (niveau de gris).

6.4.2 Comparaisons quantitatives

Pour comparer quantitativement les résultats, on peut tout d'abord s'intéresser aux profils de vitesse moyens à différentes positions axiales après l'angle, visualisées sur la Figure 6.9, à savoir respectivement 0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2,et 1.5 R_2.

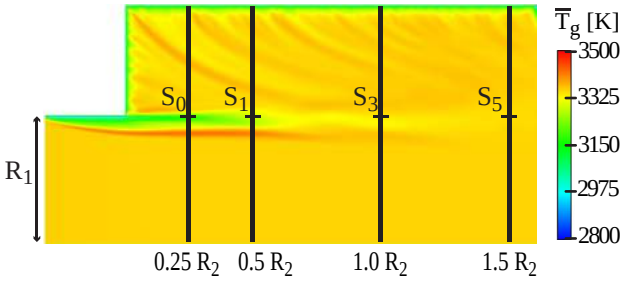


FIGURE 6.9 – Champ moyen de température gazeuse $\bar{T}_g$ pour le cas diphasique, visualisation des positions des profils moyens : 0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2,et 1.5 R_2 et position des sondes S_0, S_1, S_3, S_5 définies dans le Tableau 6.3.

Les particules ont un faible impact sur les profils moyens de vitesse et de température, présentés Figure 6.10, Figure 6.11 et Figure 6.12 respectivement en fonction de la coordonnées radiale $r^* = r/R_2$. Peu d'effets sont visibles sur la vitesse axiale Figure 6.10 et un léger ralentissement de la vitesse radiale, Figure 6.11, est observé au niveau de la couche de mélange, induit par la modification de la quantité de mouvement par la trainée des particules (voir Section 6.5.2).

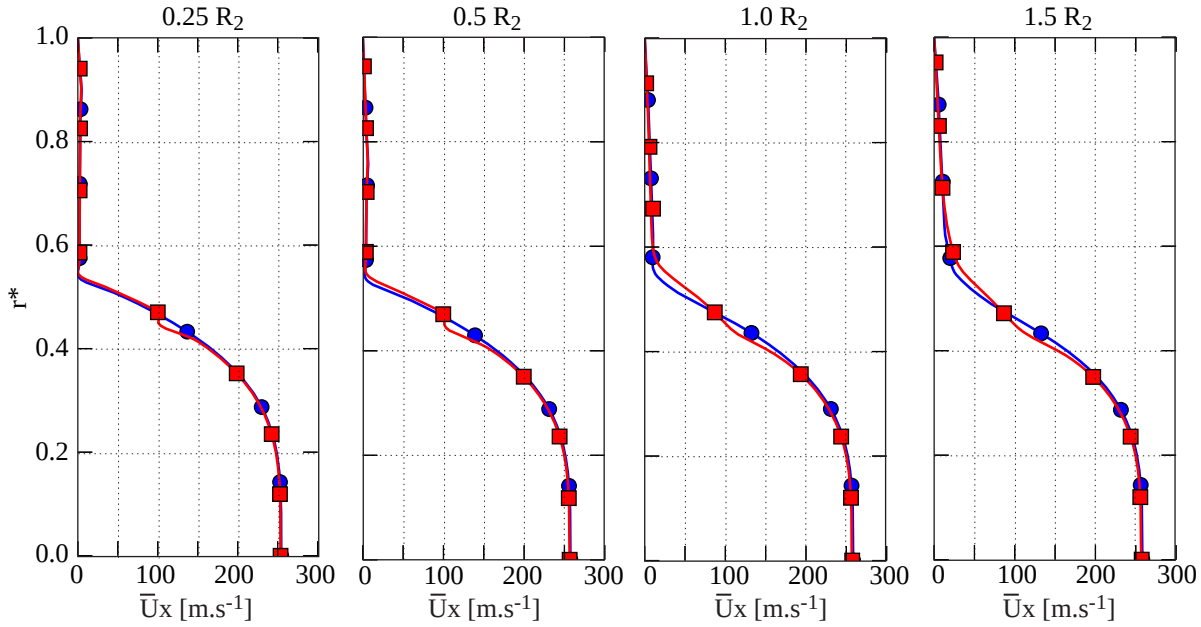


FIGURE 6.10 – Comparaisons des profils moyens de vitesse axiale entre simulation monophasique (courbes bleues marqueurs ronds) et simulation diphasique (courbes rouges marqueurs carrés) pour différentes positions axiales (0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2,et 1.5 R_2.).

Les profils moyens de température Figure 6.12, montrent une forte région hétérogène au niveau de la couche de mélange, qui s'atténue en aval dans l'écoulement. Cette zone hétérogène est due au fait que les particules injectées sur la surface P_1 n'ont pas entièrement brûlé avant d'arriver dans la couche de mélange. Du gaz à une température plus froide que la température du fin de combustion se mélange avec les gaz chauds injectés en amont, créant cette zone hétérogène. A la dernière position 1.5 R_2, le profil de température du cas diphasique, proche d'un profil plat, converge vers celui de la simulation monophasique équivalente. La température de fin de combustion de 3362 K est retrouvée. Seule la température au niveau de la surface de propergol reste naturellement plus faible, de l'ordre de 2900 K.

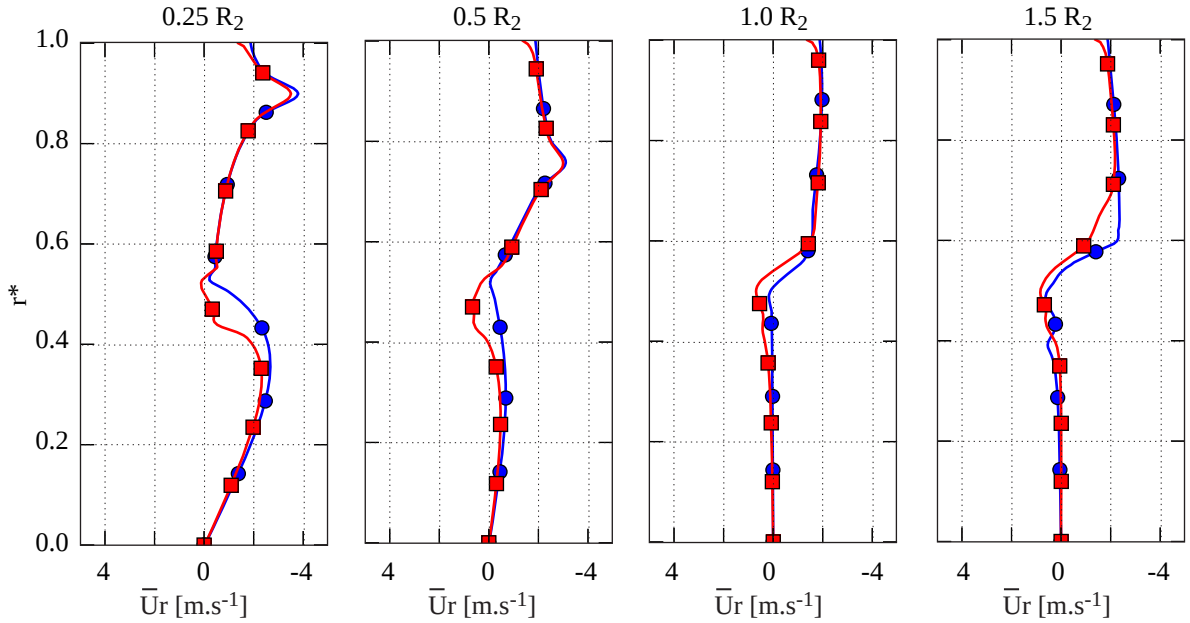


FIGURE 6.11 – Comparaisons des profils moyens de vitesse radiale entre simulation monophasique (courbes bleues marqueurs ronds) et simulation diphasique (courbes rouges marqueurs carrés) pour différentes positions axiales (0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2,et 1.5 R_2).

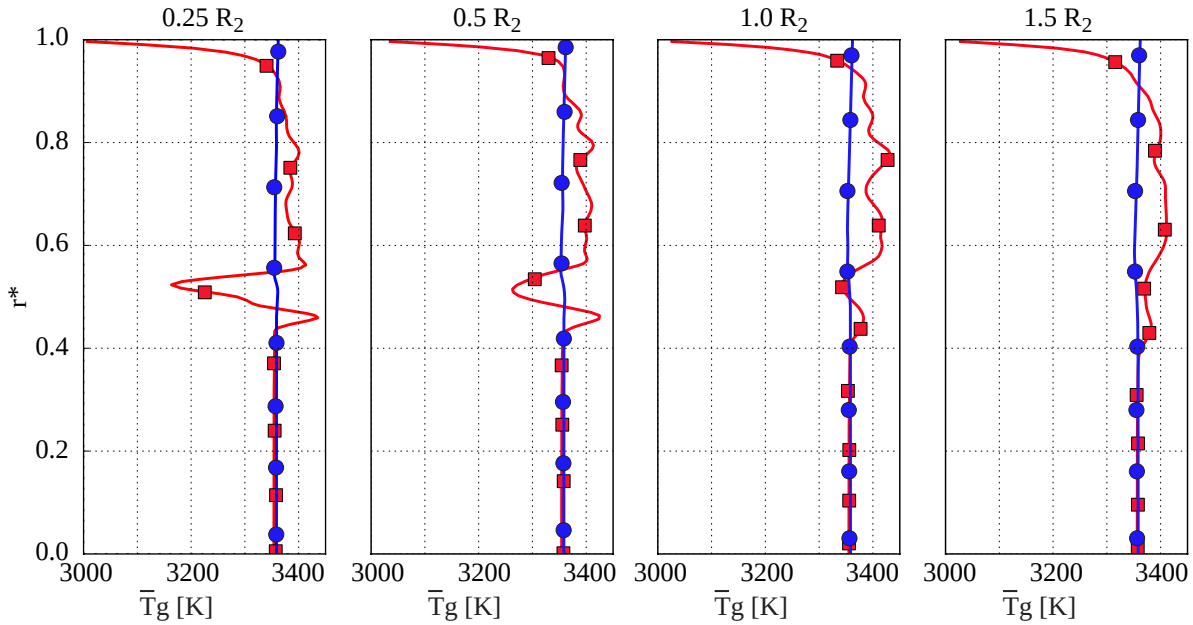


FIGURE 6.12 – Comparaisons des profils moyens de température gazeuse entre simulation monophasique (courbes bleues marqueurs ronds) et simulation diphasique (courbes rouges marqueurs carrés) pour différentes positions axiales (0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2,et 1.5 R_2).

Si les particules modifient peu les profils moyens, elles ont en revanche un fort impact sur les niveaux des amplitudes des oscillations et sur la plage de fréquences instables. La Figure 6.13 montre des FFTs de signaux de vitesse radiale enregistrés aux points S_1, S_3 et S_5 (Figure 6.9). On note tout d'abord que la fréquence où le niveaux d'amplitude est maximum est faiblement modifiée par les particules. Elle est de 572 Hz pour le cas monophasique et de 568 Hz pour le cas diphasique. On mesure cependant un spectre de fréquences plus étendu en présence de particules. En effet, contrairement au cas gazeux où un seul pic de fréquence est présent, le cas diphasique exhibe plusieurs fréquences autour de la fréquence dominante avec des niveaux d'amplitude non négligeables. Ces comparaisons vont dans le sens des observations faites sur les champs de vorticité Figure 6.7 où la parfaite

cohérence des structures en monophasique est altérée par les particules et où des petites structures sont générées en périphérie des plus grosses.

Les particules modifient également fortement les niveaux des amplitudes des oscillations. En effet si à la position 0.5 R_2, les niveaux d'amplitude maximum sont proches, ils deviennent en aval largement plus faibles en diphasique qu'en monophasique. De plus, l'augmentation des amplitudes avec la position axiale observée en monophasique n'est pas observée en diphasique où les amplitudes des oscillations diminue entre la position 1.0 R_2, et 1.5 R_2. Ce phénomène est encore plus visible sur les courbes de la Figure 6.14 où est représentée l'évolution du maximum de l'amplitude des oscillations de vitesse radiale et axiale en fonction de la position axiale.

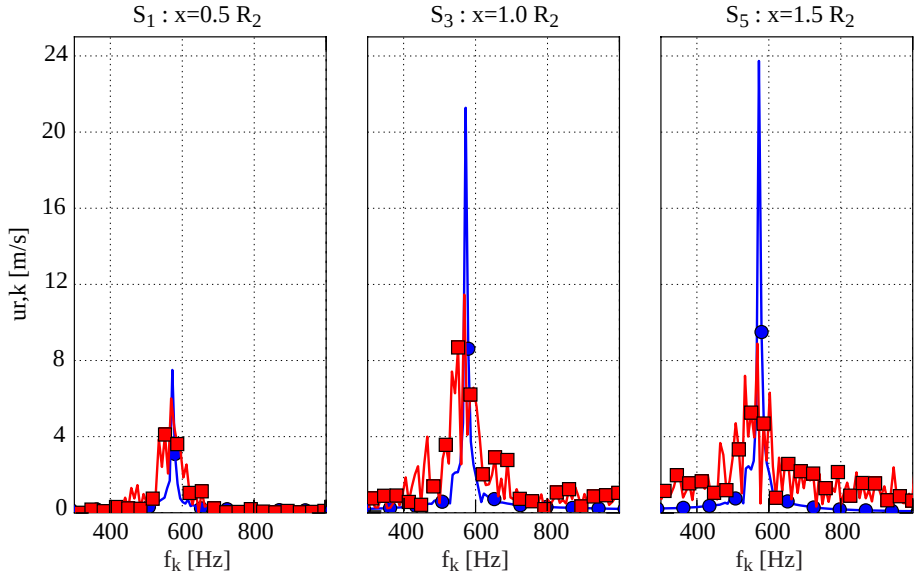


FIGURE 6.13 – Comparaisons des FFTs des signaux de vitesse radiale enregistrés sur les sondes S_1, S_3, S_5.

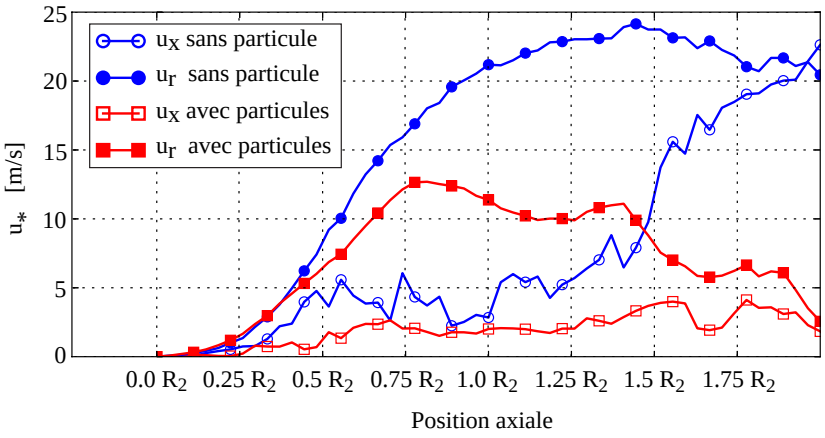


FIGURE 6.14 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations entre le cas monophasique (courbe bleue marqueurs ronds) et le cas diphasique (courbe rouge marqueur carré).

Alors que pour le cas monophasique l'amplitude des oscillations de la vitesse radiale ne cesse de croître jusqu'à atteindre un palier vers 1.25 R_2, en diphasique l'augmentation est plus faible jusqu'à 0.75 R_2 puis en forte diminution. On note aussi une forte différence de niveau pour les amplitudes de la vitesse axiale, l'ajout de particules les diminuant fortement.

En résumé, les particules ne jouent pas sur la fréquence dominante de l'instabilité, mais modifient fortement l'amplitude des oscillations ce qui est un résultat important dans l'étude du VSA en écoulement propergol. Afin de comprendre en détail les mécanismes responsables de cette diminution d'amplitude, une étude détaillée de la phase dispersée et de son impact sur les structures est réalisée dans la section suivante.

6.5 Impact des particules dans la couche de mélange

La phase liquide est couplée avec la phase gazeuse par les termes sources définis Eq. (2.35), qui interviennent dans les équations de la conversation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement. Les particules influent donc sur le VSA par :

1. les transferts de masse et d'énergie thermique, dus à l'évaporation et à la combustion des particules,
2. le transfert de quantité de mouvement, dû à la force de trainée induite par les particules sur le gaz.

L'étude de ces deux aspects est réalisée sur un volume centré sur la couche de mélange, visualisé sur la Figure 6.15 et dont les paramètres géométriques sont indiqués dans le Tableau 6.9. Les particules analysées sont donc celles contenues dans ce volume et les champs présentés dans la suite des analyses sont les champs du volume moyennés azimutalement à partir de 200 coupes.

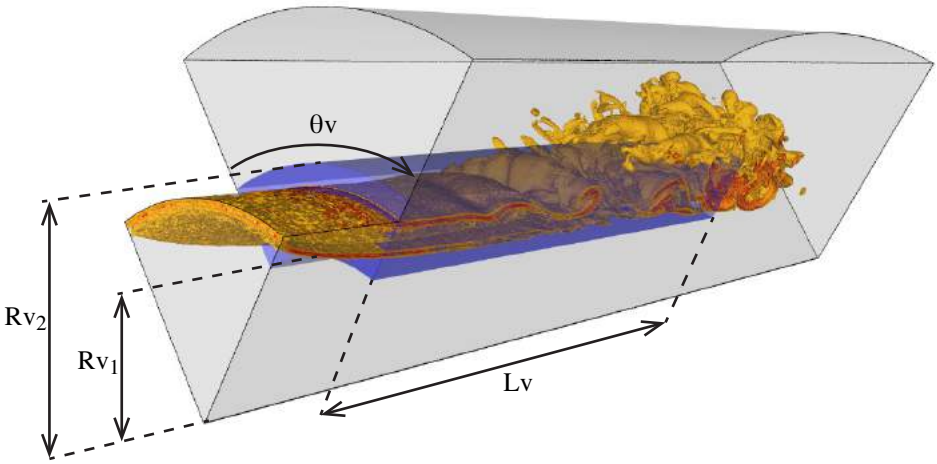


FIGURE 6.15 – Position du volume utilisée pour les analyses (couleur bleu) par rapport à la couche de mélange mise en évidence par des iso-volumes de vorticité (tons orangés).

Paramètre	Valeur
Rv_1	0.09 m = 0.36 R_2
Rv_2	0.15 m = 0.6 R_2
Lv	0.46 m = 1.84 R_2
θv	60 °

TABLE 6.9 – Paramètres géométriques du volume d'analyse.

6.5.1 Impact du transfert de masse et d'énergie thermique

Les Figures 6.16(a) et (b) permettent de visualiser les gouttes d'aluminium en combustion, c'est-à-dire les gouttes qui possèdent un diamètre dp supérieur au diamètre résiduel correspondant dp_{res} (voir Section 2.3.2.2). Elles se situent relativement proches des surfaces de propergol bien que quelques-unes soient présentes dans la couche de mélange.

L'évolution axiale du terme source de masse dans cette zone, noté $S_m^{l\to g}$ (Figure 6.17) est quantifiée en fonction de la provenance des particules. Naturellement le transfert de masse est nul pour les particules issues de l'injection amont notée TC, puisqu'elles sont inertes. Le transfert est également nul pour les particules issues de P_3 (cf. Figure 6.1), la distance entre la surface d'injection et la couche de mélange étant suffisante pour que la combustion soit complète.

Le terme source de masse dans la couche de mélange provient en fait uniquement des particules issues de P_1 et P_2. Les gouttes injectées en P_2 brûlent en très proche paroi, sur une distance d'environ 0.125 R_2 alors que celle injectées en P_1 brûlent sur une distance de 0.5 R_2. Ce phénomène est expliqué par la différence de vitesse de l'écoulement gazeux. En effet, la vitesse d'injection du gaz sur la surface P_1 est cinq fois plus importante que celle à la surface P_2. De plus, les gouttes injectées par la surface P_1 voient directement dès leur injection l'écoulement

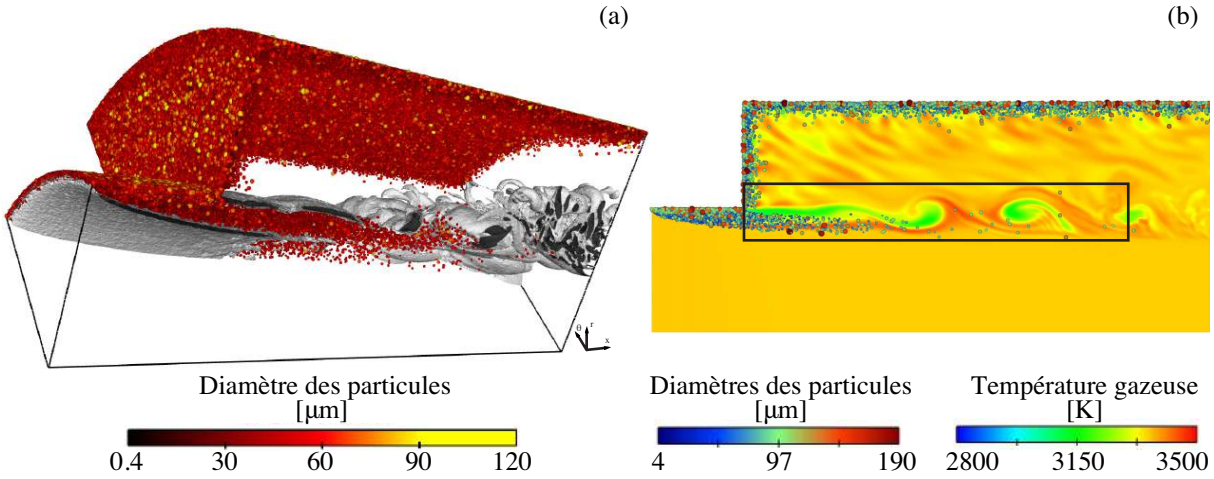


FIGURE 6.16 – Visualisation des particules d'aluminium en combustion, avec des iso-volumes de vorticité (a) et visualisation d'un champ instantané de température, la zone de la couche de mélange est symbolisée par un rectangle noir (b).

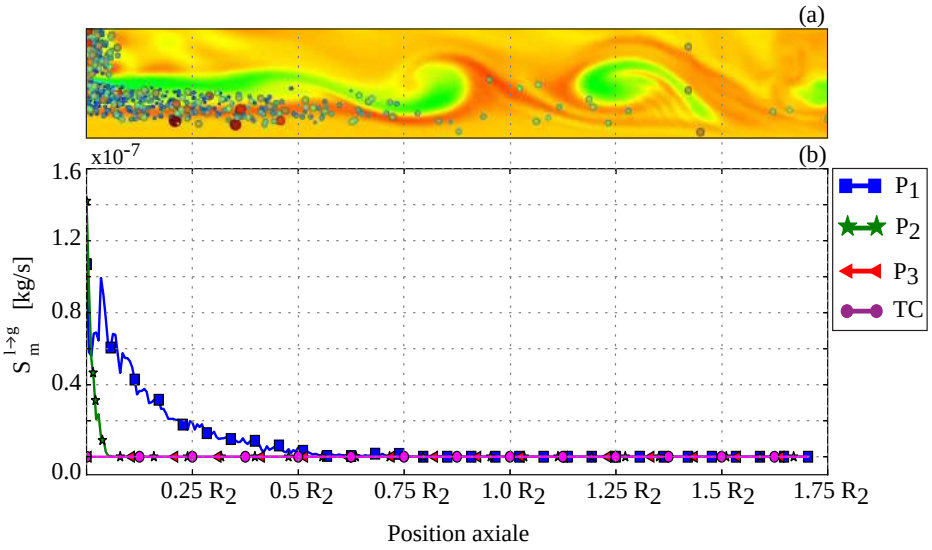


FIGURE 6.17 – Visualisation des particules en combustion sur un champ instantané de température (a) et évolution axiale du transfert de masse entre les particules et la phase gazeuse pour chaque surface d'injection, respectivement P_1, P_2, P_3 et TC (b).

arrivant de l'amont à forte vitesse axiale. Ces dernières sont donc entrainées beaucoup plus rapidement que celles injectées par la surface P_2, et brûlent donc sur une plus grande distance.

En moyenne, le transfert de masse dans la couche de mélange est dû à 86% aux particules injectées sur la surface P_1 et à 14% à celles injectées sur la surface P_2.

La Figure 6.18 illustre la distribution de diamètre des gouttes en combustion dans la couche de mélange. On constate que les plus petites gouttes sont brûlées avant de rejoindre la couche de mélange, ce qui explique pourquoi la distribution tend à se décaler vers les plus grands diamètres.

Cette première analyse permet d'ores et déjà d'avancer que la couche de mélange et les structures du VSA ne seront que très faiblement dépendantes du transfert de masse lié à l'évaporation des particules, sa valeur étant nulle rapidement dans la couche de mélange, à partir de 0.5 R_2.

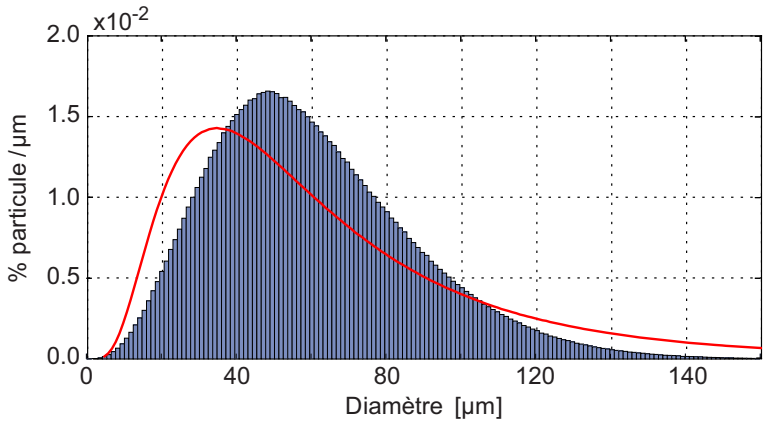


FIGURE 6.18 – Distribution statistique des diamètres des gouttes en combustion dans la zone de la couche de mélange (histogramme). Comparaison avec la distribution de particules injectée (courbe rouge).

On peut ensuite s'intéresser au transfert d'énergie thermique entre les gouttes et le gaz dans la couche de mélange, composé à la fois de l'énergie fournie par la combustion des particules et de l'énergie liée à la mise en équilibre thermique des gouttes, noté $-\dot{\Pi}_p$ dans les Eq. (2.35c). L'évolution axiale de ce transfert est présentée Figure 6.19 pour chaque classe de particules en fonction de leur surface d'injection.

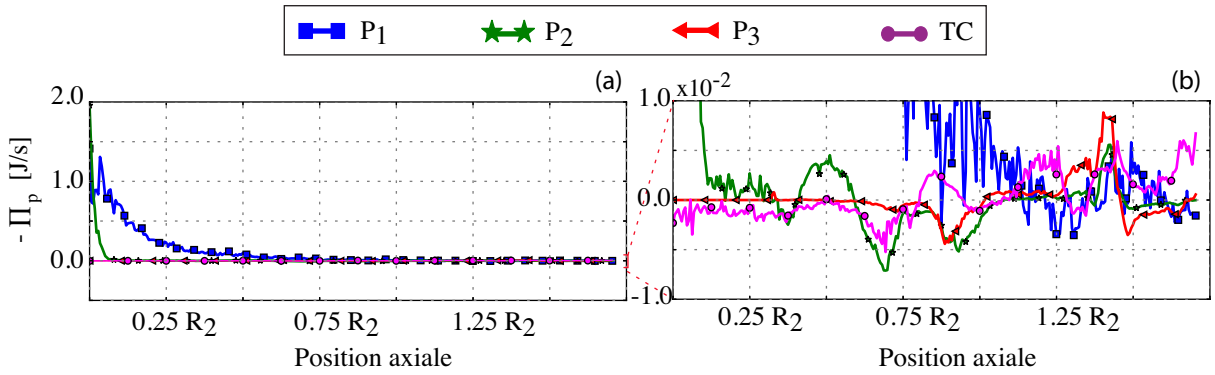


FIGURE 6.19 – Évolution axiale du transfert d'énergie $-\dot{\Pi}_p$ au gaz. (a) : Évolution globale, (b) zoom sur les valeurs proches de zéro.

On note sur la Figure 6.19(a) que le transfert d'énergie thermique a la même allure globale que le transfert de masse et que les tendances par injecteur sont identiques. En effet, le transfert d'énergie thermique est principalement dû à la combustion des particules. Cependant, si on se focalise sur les valeurs proches de zéro, Figure 6.19(b), c'est-à-dire après la fin de la combustion, l'impact de la mise en équilibre thermique des gouttes devient visible. La couche de mélange étant une région hétérogène en température, le transfert d'énergie thermique des particules vers le gaz est tantôt positif tantôt négatif, en fonction de la température des particules par rapport à celle du gaz.

Le transfert d'énergie correspondant à la mise en équilibre thermodynamique des gouttes est à des niveaux faibles, environ deux ordres de grandeur plus faibles que ceux correspondant à la combustion des particules d'aluminium. Ils n'auront donc qu'un impact limité sur les structures tourbillonnaires.

Tout comme pour le transfert de masse, le transfert d'énergie thermique aura peu d'impact sur le VSA, étant donné que la valeur du terme source est proche de zéro à partir de 0.5 R_2.

6.5.2 Impact du transfert de quantité de mouvement

Le dernier impact que les particules puissent avoir sur le VSA est par le transfert de quantité de mouvement, dû à leur force de trainée sur le gaz, définie dans la Section 2.2.4.1. En effet, la force de trainée intervient directement dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, et a donc un effet direct sur l'écoulement et sa dynamique.

L'étude du transfert de quantité de mouvement est d'abord réalisée de façon qualitative en analysant les champs de force de trainée et d'énergie associée dans la couche de mélange. Ensuite, le transfert de quantité de mouvement

est étudié en fonction du nombre de Stokes des particules, qui pilote le comportement et l'impact des particules sur les structures tourbillonnaires. Puis, l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations, où une diminution est observée lors de l'ajout de particules (Figure 6.14), est reliée avec l'évolution axiale du transfert de quantité de mouvement permettant d'expliquer le phénomène de stabilisation du VSA par l'ajout de particules. Finalement, l'impact des différentes populations de particules en fonction de leur surface d'injection est étudiée, montrant que chaque population possède un rôle dans la stabilisation du VSA.

6.5.2.1 Force de trainée et transfert d'énergie dans la couche de mélange

L'énergie associée à la force de trainée $E_D^{l\to g}$ est définie par l'Eq. (6.3) où F_D est la force de trainée et U_g la vitesse du gaz. Si les particules apportent de l'énergie ($E_D^{l\to g} > 0$), elles agissent en faveur de la dynamique de l'écoulement, accélèrent le gaz et contribuent à l'augmentation des amplitudes des oscillations. Dans le cas contraire ($E_D^{l\to g} < 0$), elles ralentissent le gaz et contribuent à la diminution des amplitudes des oscillations.

$$E_D^{l\to g} = -F_D \,.\, U_g \tag{6.3}$$

Afin de les découpler, la composante axiale et la composante radiale sont étudiées séparément.

Les Figures 6.20(a)-(e) sont issues d'un champ instantané de vitesse, force et énergie dans la direction axiale moyenné azimutalement à partir de 200 coupes azimutales. On ne s'intéresse ici qu'à la zone de la couche de mélange précédemment définie (Figure 6.15).

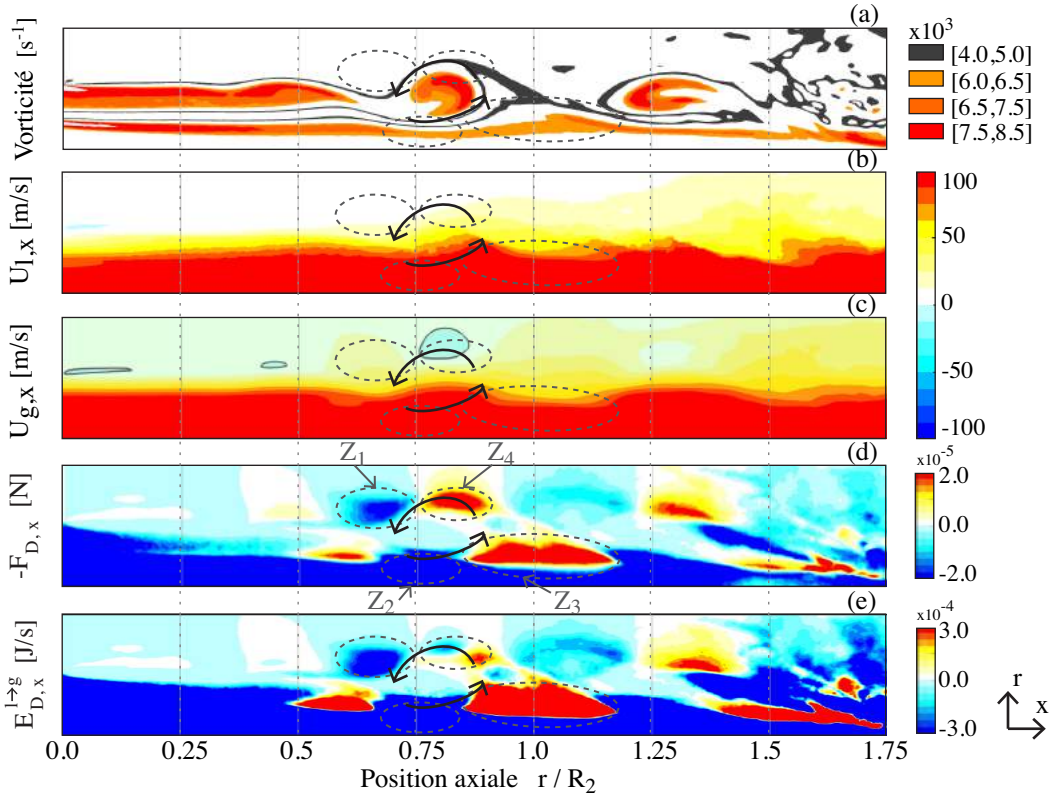


FIGURE 6.20 – Champs moyennés azimutalement dans la zone d'étude de la couche de mélange : iso-volumes de vorticité (a), vitesse axiale liquide $U_{l,x}$ (b), vitesse axiale gazeuse $U_{g,x}$ (c), force de trainée axiale des particules sur le gaz $-F_{D,x}$ (d), énergie associée à la trainée dans la direction axiale $E_{D,x}^{l\to g}$

La description des champs se focalise sur une structure (symbolisée par les flèches noires sur les Figures 6.20). Quatre zones sont alors identifiées notées Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 respectivement.

La zone Z_1 est située au-dessus de la couche de mélange, entre les tourbillons. Dans cette zone la vitesse axiale de l'écoulement augmente mais les particules à cause de leur inertie ne suivent pas cette augmentation, se traduisant par une vitesse liquide plus faible. La force de trainée est alors dirigée dans le sens contraire à l'écoulement ($-F_{D,x} < 0$) et les particules agissent comme un puits d'énergie ($E_{D,x}^{l\to g} < 0$).

La zone Z_2 est située en-dessous de la couche de mélange, au niveau du tourbillon. Dans cette zone, la vitesse axiale de l'écoulement augmente et comme pour la zone Z_1, les particules ne suivent pas parfaitement cette augmentation et agissent encore une fois comme un puits d'énergie.

La zone Z_3 est située en-dessous de la couche de mélange, entre les tourbillons. Dans cette zone, la vitesse axiale de l'écoulement diminue et les particules agissent comme une source d'énergie pour le gaz.

La zone Z_4 est située au-dessus de la couche de mélange,au niveau du tourbillon. Dans cette zone, la vitesse axiale devient négative alors que la vitesse liquide reste dans le sens de l'écoulement. Encore une fois, dans cette zone les particules agissent comme un puits d'énergie pour le gaz et le ralentissent.

De plus, en-dessous des zones Z_2 et Z_3, la vitesse de l'écoulement est systématiquement plus faible que celle des particules, se traduisant par une énergie $E_{D,x}^{l\to g}$ négative et un ralentissement du gaz par les particules.

Le même type d'analyse peut être mené pour la composante radiale. Les résultats sont présentés Figure 6.21.

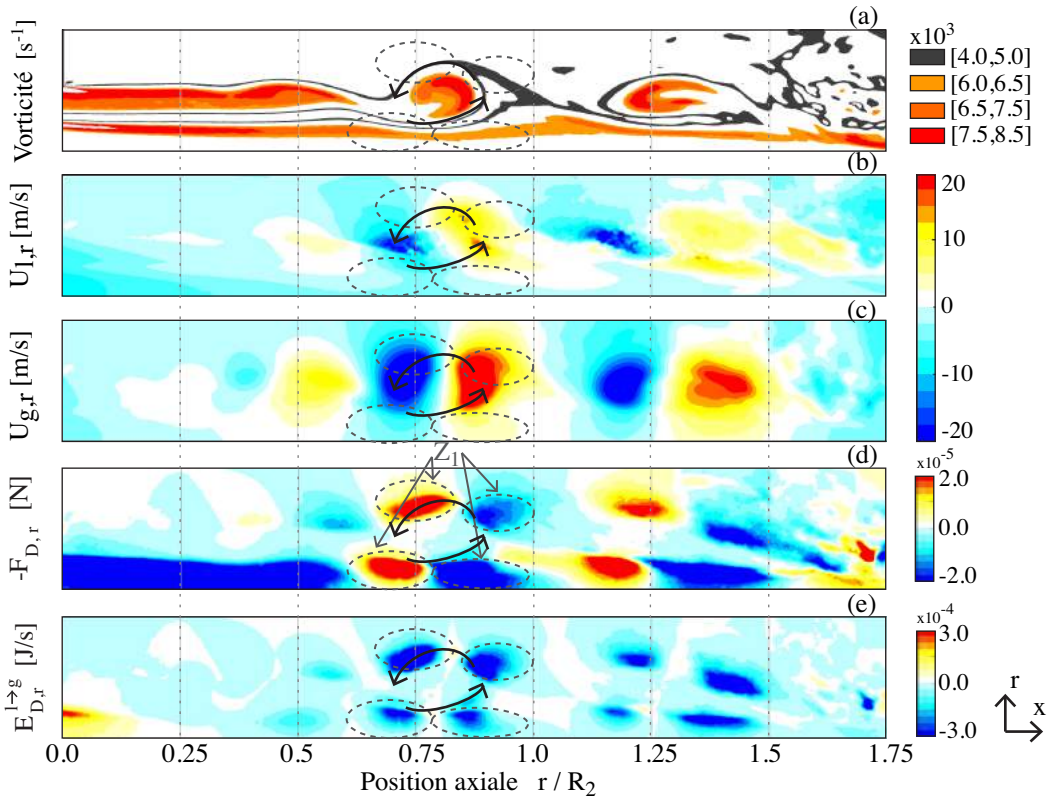


FIGURE 6.21 – Champs moyennés azimutalement dans la zone d'étude de la couche de mélange : iso-contours de vorticité (a), vitesse radiale liquide $U_{l,r}$ (b), vitesse radiale gazeuse $U_{g,r}$ (c), force de trainée radiale des particules sur le gaz $-F_{D,r}$ (d), énergie associée à la trainée dans la direction radiale $E_{D,r}^{l\to g}$ (d).

Ici une seule zone est identifiée Z_1, le mécanisme étant identique quelle que soit la position par rapport au tourbillon. Tout d'abord, on note que contrairement à la composante axiale, la composante radiale du transfert d'énergie a le même comportement en haut et en bas des structures.

Dans la zone Z_1, en comparant la vitesse des particules avec celle du gaz, on note immédiatement que les particules ne sont pas en équilibre dynamique avec l'écoulement radial et ont une vitesse plus faible, ce qui se traduit par une force de trainée qui accélère les particules et freine le gaz, imposant au gaz une perte d'énergie systématique, comme visualisé sur le champ Figure 6.21(e).

6.5.2.2 Nombre de Stokes

Le comportement des particules dans les structures tourbillonnaires est entièrement piloté par le nombre de Stokes, qui caractérise l'inertie des particules par rapport à la phase gazeuse (Eq. (6.4)). La compréhension du transfert d'énergie, piloté par les mécanismes d'interactions entre les particules et les structures, passe donc par

une étude de l'impact des particules en fonction de leur nombre de Stokes.

Définitions des temps caractéristiques

Le nombre de Stokes, défini en Section 2.2.4.2 et rappelé Eq. (6.4), caractérise donc l'inertie de la particule par rapport à la phase gazeuse. Il est construit comme le rapport entre un temps caractéristique du comportement inertiel de la goutte τ_p et un temps caractéristique de l'écoulement gaz τ_f.

$$S_t = \frac{\tau_p}{\tau_f} \tag{6.4}$$

A masse volumique liquide ρ_l et viscosité dynamique du gaz μ_g constantes, l'évolution du temps caractéristique de la particule τ_p (Eq. (6.5)) dépend uniquement du diamètre de la particule d_p et de la norme de la vitesse de glissement $U_{glis} = \|\vec{u}_g - \vec{u}_p\|$. A noter que le diamètre a un impact plus fort que la vitesse de glissement. La fonction $f(Re_p)$ est une correction pour les grandes vitesses de glissement. Pour nos populations de particules, on trouve τ_p dans la gamme [5.0.10^{-4}, 39] ms.

$$\begin{gathered} \tau_p = \frac{\rho_l \, d_p^2}{18 \, \mu_g \, f(Re_p)} \\ \text{avec} \qquad f(Re_p) = 1 + 0.15 Re_p^{0.687} \, , \, Re_p = \frac{\rho_l d_p \|\vec{u}_g - \vec{u}_p\|}{\mu_g} \end{gathered} \tag{6.5}$$

Le temps caractéristique de la phase gazeuse est spécifique au phénomène étudié. Pour un écoulement fortement turbulent il est par exemple associé au temps caractéristique de l'échelle de Kolmogorov. Dans ces travaux le temps caractéristique de la phase gazeuse est construit sur la base des caractéristiques de la couche de mélange Eq. (6.6), à savoir son épaisseur δ et la différence de vitesse axiale moyenne de part et d'autre de la couche $\Delta\bar{U}$. L'épaisseur δ, d'après les travaux de Dimas et Kiger [60], peut être exprimée en fonction de $\Delta\bar{U}$ et de la valeur maximale du gradient radial de la vitesse axiale moyenne, permettant d'estimer, finalement la valeur de τ_f uniquement grâce à la valeur maximale du gradient de vitesse moyen :

$$\tau_f = \frac{\delta}{\Delta\bar{U}} \qquad \text{avec} \qquad \delta = \frac{\Delta\bar{U}}{(d\bar{U}/dy)_{max}} \rightarrow \tau_f = \frac{1}{(d\bar{U}/dy)_{max}} \tag{6.6}$$

Les caractéristiques de la couche de mélange étudiée au cours de cette thèse évoluent avec la position axiale, la valeur de τ_f n'est donc pas constante et dépend de cette position. En effet, le développement des structures en aval se traduit par un épaississement de la couche de mélange et par une diminution de la valeur maximale du gradient radial de la vitesse axiale moyenne et donc du terme $(d\bar{U}/dy)_{max}$. On trouve τ_f entre 0.1 ms en $x = 0$ et 0.35 ms en $x = 1.75R_2$, comme visualisé Figure 6.22.

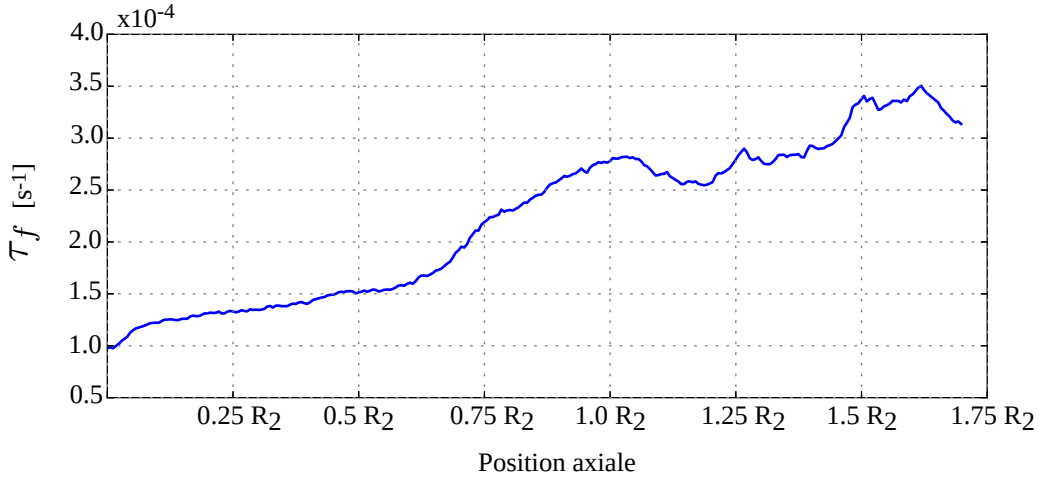


FIGURE 6.22 – Evolution axiale du temps caractéristique de la couche de mélange.

Effet du nombre de Stokes sur la dynamique des écoulements diphasique

De nombreuses études, menées depuis les années 1990 ont montré que la dispersion des particules dans des structures tourbillonnaires est pilotée par le nombre de Stokes. Les travaux fondateurs de Crowe et al. [53, 52, 54], de Chein et Chung [45] ou de Eaton et Fessler [70] permettent d'expliquer le concept de la dispersion des gouttes en fonction de leur nombre de Stokes, illustré Figure 6.23 :

- $S_t << 1$ ($\tau_p << \tau_f$) : la particule répond très vite aux fluctuations de vitesse de l'écoulement, elle reste en équilibre de vitesse avec les grosses structures de la couche cisaillée et suit les lignes de courant de l'écoulement.
- $S_t \approx 1$: la particule et le gaz ont des temps caractéristiques du même ordre de grandeur. La particule est piégée par les structures cohérentes puis éjectée hors de la zone cisaillée sous l'action des forces centrifuges. La dispersion est maximale.
- $S_t >> 1$ ($\tau_p >> \tau_f$) : l'inertie de la particule est si grande que la phase gazeuse n'a que peu d'influence sur sa trajectoire. La particule n'est pas sensible aux fluctuations de vitesse dues aux structures cohérentes.

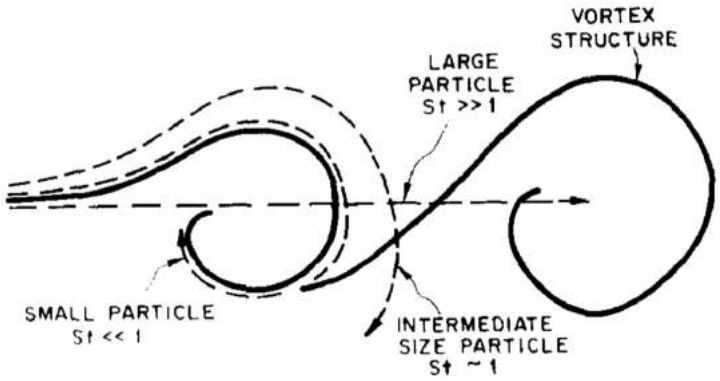


FIGURE 6.23 – Schéma de principe de l'effet du nombre de Stokes sur la dispersion de particules dans des structures cohérentes, extrait de Crowe et al. [52].

La Figure 6.24, extraite des travaux numériques de Crowe et al. [54] illustre ce phénomène, où des particules sont introduites dans un écoulement cisaillé puis suivies par intégration de leur équation du mouvement.

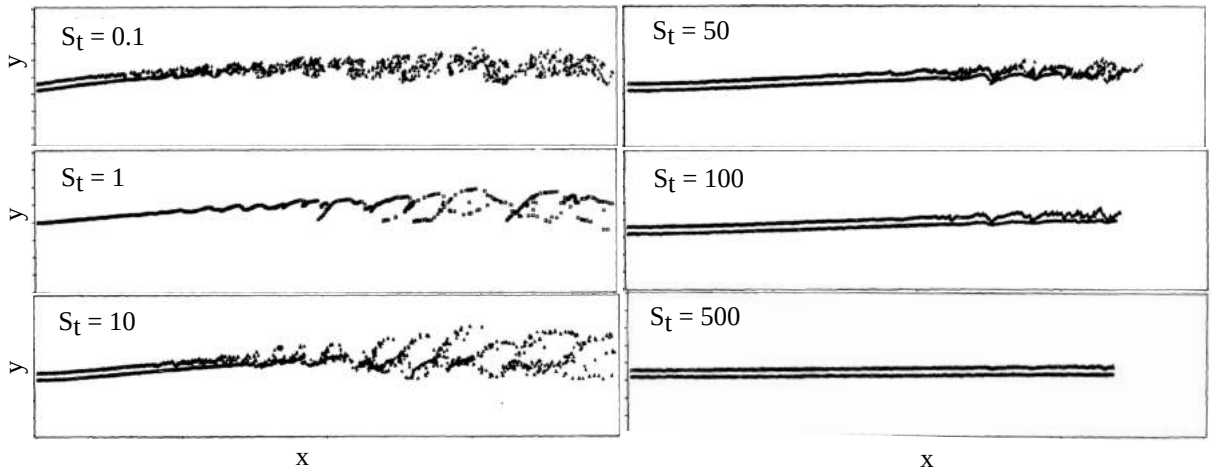


FIGURE 6.24 – Distribution de particules dans une couche de mélange pour différents nombres de Stokes, respectivement S_t=0.1, 1, 10, 50, 100 et 500. Résultat extrait de Crowe et al. [54].

L'impact de gouttes sur la stabilité d'une couche de mélange plane a été également étudié par de nombreux auteurs. Les premiers travaux ont été réalisés par Saffman [163], suivis et complétés par Tatsumi [183], Yang et al. [209], Tong et Wang [188], Dimas et Kiger [60], DeSpirito et Wang [59] ou encore Narayanan et al. [147].

Les auteurs étudient la stabilité temporelle ou spatiale de la couche de mélange en présence de particules grâce à une analyse de stabilité linéaire. Ils résolvent soit l'équation d'Orr-Sommerfeld décrivant les perturbations 2D dans un écoulement visqueux plan, soit les équations axi-symétriques de Navier-Stokes linéarisées où sont introduites les équations régissant la phase dispersée.

Les analyses de l'impact de gouttes sur la stabilité temporelle d'une couche de mélange ont permis de mettre en évidence le rôle crucial du nombre de Stokes, comme illustré sur les Figure 6.25 extraites des travaux de DeSpirito et Wang [59]. A un chargement massique en particule Z donné (ici $Z = \alpha_0 \rho_p / \rho_f = 1$, avec α_0 la fraction volumique de particules, ρ_p et ρ_f la masse volumique des particules et du gaz respectivement.), l'ajout de particules avec un nombre de Stokes modéré ou grand stabilise l'écoulement, comme l'illustre la Figure 6.25(a). Ce phénomène est lié à la perte d'énergie des structures pour mettre en mouvement les particules. La stabilisation est maximale pour un nombre de Stokes égal à 1. En revanche, l'ajout de particules avec un nombre de Stokes très faible, de l'ordre de 0.01, déstabilise l'écoulement. Dans ce cas les particules suivent parfaitement l'écoulement, qui peut être assimilé à un nouvel écoulement dont le nombre Reynolds serait plus élevé, expliquant l'effet déstabilisant des particules. Pour les particules à Stokes modéré ou grand, plus le chargement massique est important plus la stabilisation est forte (cf. Figure 6.25(b)). A l'inverse, pour les particules à très faible nombre de Stokes ($S_t = 0.01$) déstabilisant l'écoulement, on observe une légère accentuation de la déstabilisation avec le chargement massique en particules.

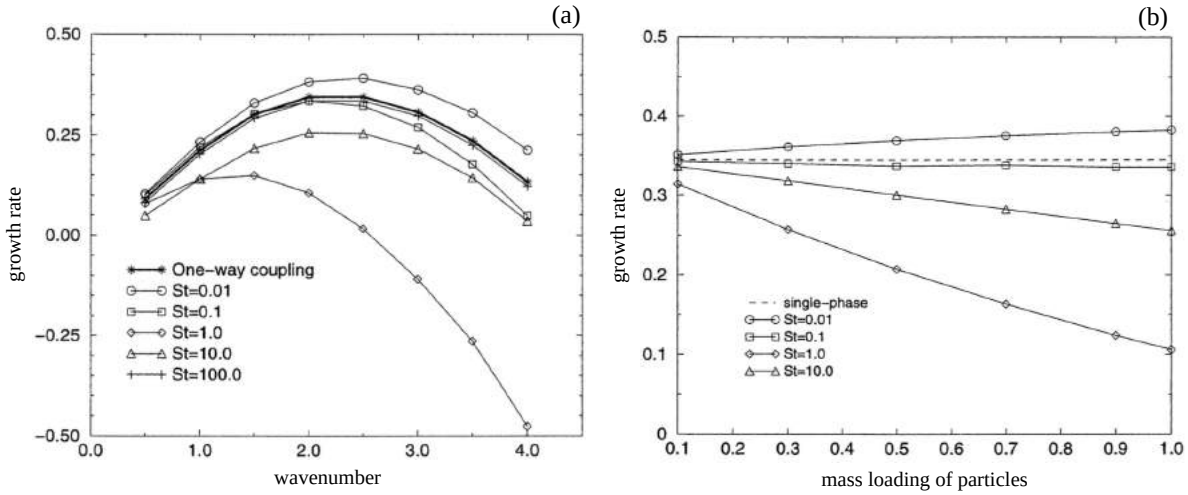


FIGURE 6.25 – Étude de stabilité linéaire d'une couche de mélange chargée en particules. Taux de croissance des perturbations en fonction de la longueur d'onde de la perturbation (a) et en fonction du chargement massique en particules (b), pour différents nombres de Stokes. Résultats extraits de DeSpirito et Wang [59].

L'impact de particules sur la stabilité spatiale d'une couche de mélange a également été étudié par Yang et al. [209] et Dimas et Kiger [60]. Ces derniers présentent dans leurs travaux l'évolution du taux de croissance maximum en fonction de la réactivité des particules et du chargement moyen (cf. Figure 6.26).

La sensibilité des particules à l'écoulement est caractérisée par C_{dyn} défini Eq. (6.7). Plus la valeur de C_{dyn} est grande plus la dynamique des particules est influencée par l'écoulement gazeux, autrement dit plus leur nombre de Stokes est faible. Le taux de chargement massique est caractérisé par C_{ml}, défini Eq. (6.8) où A est la distribution moyenne des particules.

$$C_{dyn} = \frac{\lambda}{2}\frac{1}{S_t} \qquad \text{avec} \qquad \frac{\lambda}{2} = \frac{\Delta U}{2\bar{U}} \tag{6.7}$$

$$C_{ml} = C_{dyn}\,\gamma\,A \qquad \text{avec} \qquad \gamma = \frac{\rho_p}{\rho_f} \tag{6.8}$$

Dimas et Kiger [60] montrent alors que pour de fortes valeurs de C_{dyn}, c'est-à-dire pour des particules très réactives, l'écoulement peut être assimilé à un écoulement homogène et le taux de croissance spatial est faiblement dépendant du chargement en particules. Ensuite, pour des faibles valeurs de C_{dyn} et pour des chargements faibles ($C_{ml} < 0.03$) le taux de croissance spatial diminue proportionnellement au taux de chargement, résultat cohérent avec les travaux de Yang et al. [209]. En revanche pour $C_{ml} \geqslant 0.03$, un second mode apparaît à une fréquence plus faible (LF-Mode pour Low Frequency Mode) qui persiste pour toutes les valeurs de chargement et qui empêche

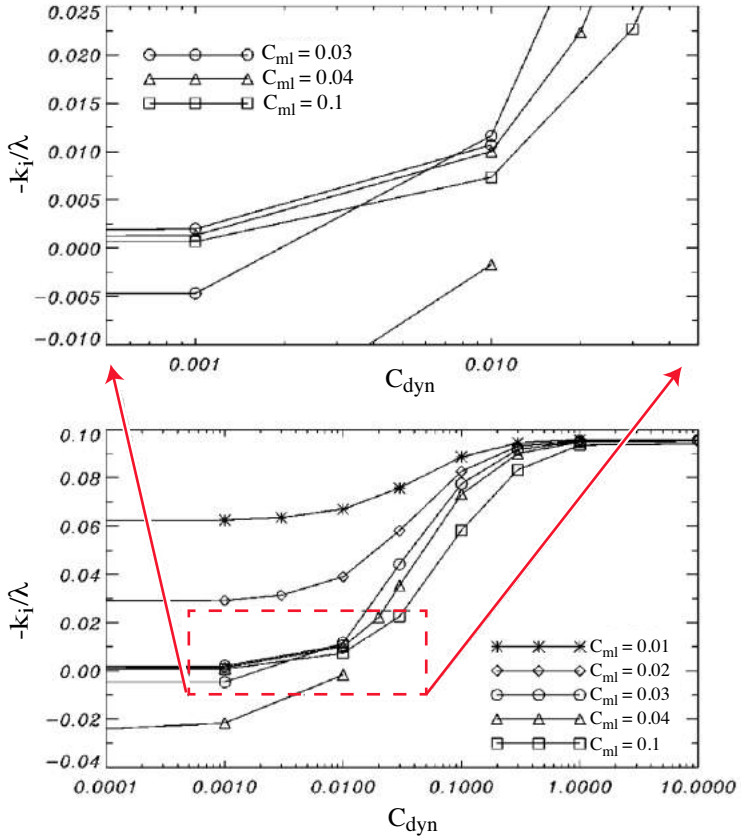


FIGURE 6.26 – Évolution du taux de croissance spatial maximal $-k_i/\lambda$ (où $\|ambda = \Delta U/2\bar{U}$ est la mesure relative du cisaillement moyen de la couche de mélange, et $k_i = \alpha_i$ est le taux de croissance spatial) en fonction de la réactivité des particules à l'écoulement C_{dyn} (Eq. (6.7)), pour différents taux de chargement C_{ml} (Eq. (6.8)). Résultats extraits de Dimas et Kiger [60].

une stabilisation totale de l'écoulement.

Impact du nombre de Stokes sur le transfert d'énergie.

L'objectif est de déterminer l'impact des particules sur les structures tourbillonnaires en fonction de leur nombre de Stokes. Pour cela, on se focalise sur la perte principale d'énergie du gaz, à savoir l'énergie échangée dans la direction radiale $E_{D,r}^{l\to g}$ (voir Section 6.5.2.3).

L'écoulement est divisé en 4 zones, définies Figure 6.27. Cette division a pour but d'isoler les régions où la perte d'énergie est maximale, afin de déterminer pour chaque région les nombres de Stokes des particules les plus responsables de cette perte d'énergie.

On définit alors 50 classes de Stokes allant de 0 à 15, cette dernière valeur étant la valeur maximale du nombre de Stokes maximum dans la zone d'étude de la couche de mélange (voir Figure 6.28).

Chaque particule est classée dans chaque zone par son nombre de Stokes. Pour chaque classe de Stokes, l'énergie échangée est moyennée et notée $\bar{E}_{D,r}^{l\to g}$. N_p est le nombre de particules par classe. Les histogrammes de $\bar{E}_{D,r}^{l\to g}$ pour les zones Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 sont présentés respectivement Figure 6.29(a)-(d). L'histogramme sur la Figure 6.29(e) est généré en prenant en compte le domaine dans sa totalité.

On observe que pour toutes les zones les distributions ont la même allure avec une moyenne du nombre de Stokes, symbolisée par la ligne rouge qui se situe entre 8.2 et 9.4. En prenant en compte la totalité du domaine, la moyenne est environ égale à 8.6.

Les particules possédant un nombre de Stokes entre 8.2 et 9.4 sont donc les particules qui font perdre au gaz le plus d'énergie et donc qui le ralentissent le plus. Plus le nombre de particules dans cette classe de Stokes sera important, plus les particules auront un effet stabilisant sur la couche de mélange. Dans la littérature, DeSpirito et Wang [59] ont notamment montré un maximum d'atténuation pour un nombre de Stokes égal à 1 alors que Meiburg et al. [136] situent ce maximum aux alentours de 10. Les résultats présentés ici sont donc plutôt en accord avec les résultats de Meiburg et al. où les particules qui possèdent le plus d'impact sont celles avec un nombre de Stokes de

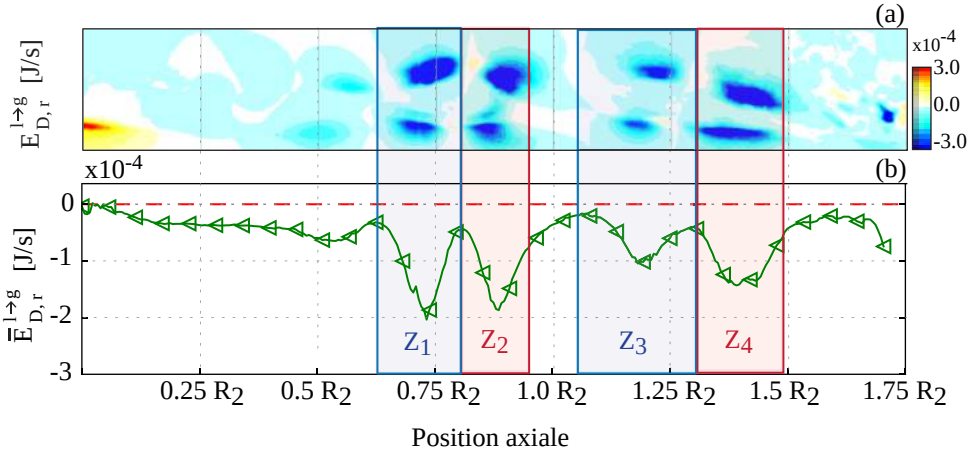


FIGURE 6.27 – Définition des zones d'analyse pour le nombre de Stokes.

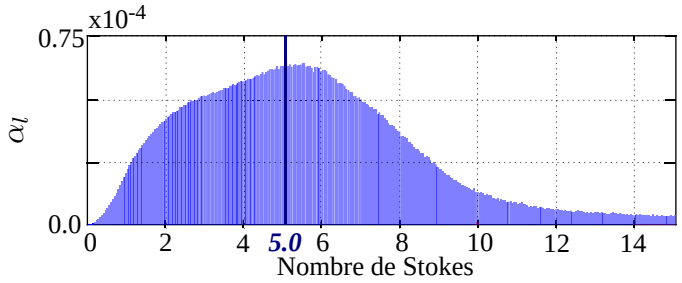


FIGURE 6.28 – Fraction volumique de liquide α_l en fonction du nombre de Stokes dans la couche de mélange.

l'ordre de 10.

Dispersion des particules dans les structures tourbillonnaires.

Après avoir étudié quelle classe de Stokes était la plus responsable du transfert d'énergie et donc du ralentissement du gaz, le mécanisme physique expliquant le rôle fondamental du nombre de Stokes est étudié, à savoir la dispersion des particules dans les structures tourbillonnaires.

Le rapide aperçu des résultats de la littérature en Section 6.5.2.2 a montré le fort impact du nombre de Stokes sur la dispersion des particules dans les structures tourbillonnaires, qui est maximale pour un nombre de Stokes proche de 1. Narayanan et Lakehal [146] ont ensuite montré l'importance de la dispersion et de l'accumulation de particules sur les structures de type Kelvin-Helmoltz. En effet, les particules ayant un nombre de Stokes proche de 1 se retrouvent bloquées à la périphérie des tourbillons. Cette forte concentration de particules à la périphérie des tourbillons entraine la génération de petites échelles de vitesse qui tendent à détruire les structures tourbillonnaires. C'est donc la dispersion des particules qui est le mécanisme principal de la stabilisation ou déstabilisation de la couche de mélange.

L'impact du nombre de Stokes sur le comportement des particules est visualisé Figure 6.30 où les structures tourbillonnaires sont superposées à un champ de particules pour deux classes de Stokes, à savoir $St < 0.05$ et $St \in [1, 2]$. Les particules à faible Stokes ne montrent pas de concentration préférentielle et occupent de façon homogène la couche de mélange. A noter que la forte concentration de particules dans la partie basse de la couche de mélange est expliquée par le fort débit massique de particules imposé sur la condition limite amont (notée TC sur la Figure 6.1). Pour les particules ayant un Stokes proche de 1, on observe, en accord avec la littérature, une forte concentration de particules en périphérie des structures tourbillonnaires et une faible concentration de particules à l'intérieur de celles-ci.

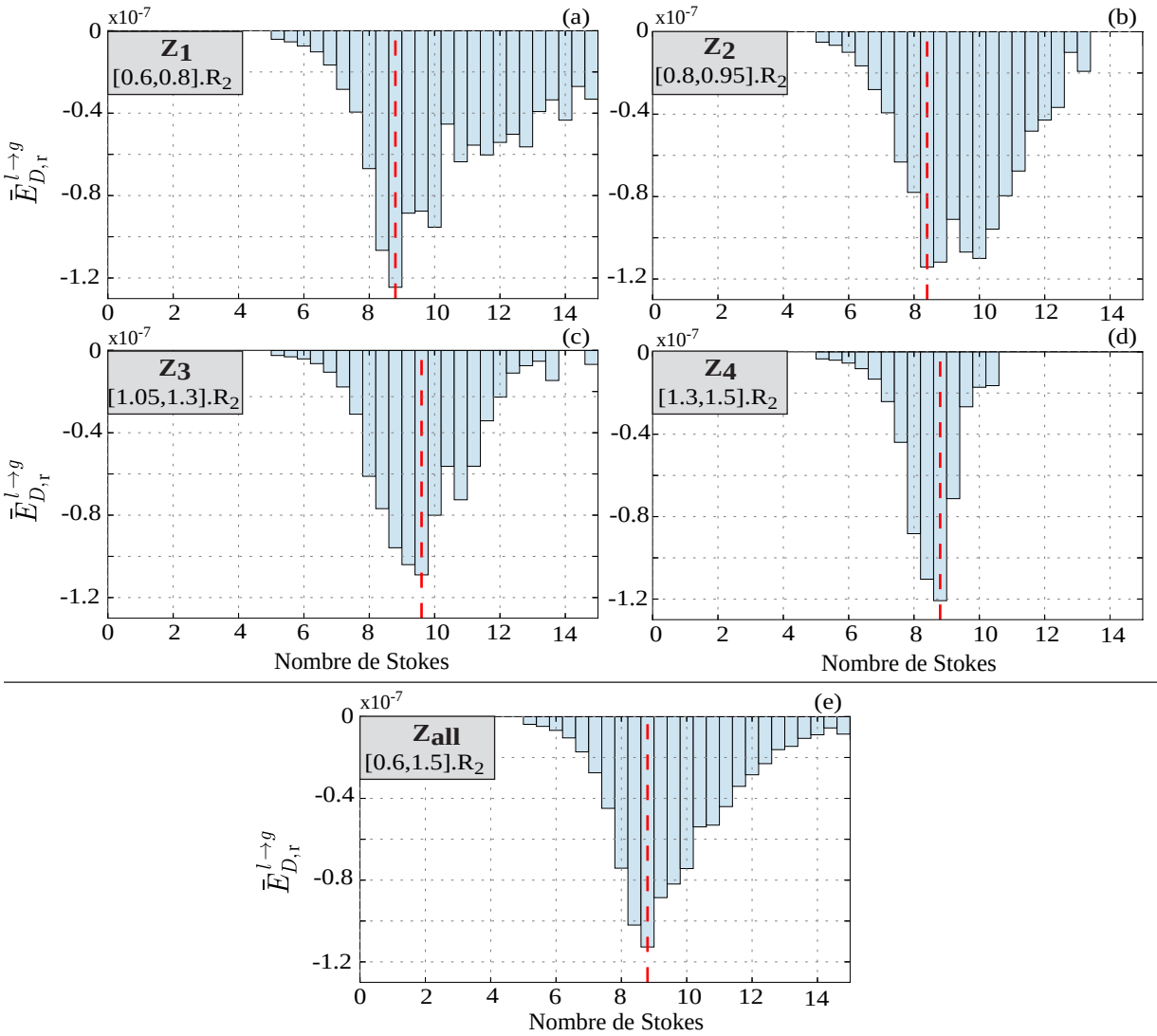


FIGURE 6.29 – Distribution statistique de l'énergie échangée $\bar{E}^{l\to g}_{D,r}/N_p$ en fonction du nombre de Stokes pour les zones Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 (définies Figure 6.27), respectivement (a)-(d) et dans tout le domaine (e). La ligne rouge caractérise la valeur moyenne du nombre de Stokes.

Ces observations qualitatives peuvent être quantitativement évaluées en mesurant dans chaque zone de l'écoulement (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 et Z_5) la fraction volumique de liquide en fonction de la position radiale, pour différentes classes de Stokes. Trois classes sont évaluées, à savoir les faibles valeurs ($S_t < 0.05$), les valeurs proches de 1 ($St \in [1, 2]$) et les valeurs proches de la valeur moyenne à laquelle les particules ont le plus d'impact sur le gaz, comme vu dans le paragraphe précédent ($St \in [8, 9]$). Les résultats sont présentés sur la Figure 6.31.

Pour la classe de faibles valeurs de Stokes ($S_t < 0.05$), on observe une fraction volumique de particules α_l qui tend à devenir homogène radialement vers l'aval de l'écoulement (vers les dernières zones). En effet, sur la première zone Z_1, les faibles valeurs de α_l sur la partie au-dessus de la couche de mélange ($r \in [0.12, 0.18]$) contrastent avec les fortes valeurs de α_l dans la partie basse ($r \in [0.95, 0.12]$). Cette différence est expliquée par le fort débit massique de particules provenant de la partie amont. En se déplaçant en aval dans l'écoulement, vers la zone Z_5, la fraction volumique de liquide devient de plus en plus homogène. Les particules de la partie basse du canal sont emportées par les tourbillons et comme aucune concentration préférentielle n'a lieu de par leurs faibles nombres de Stokes, elles tendent à occuper la couche de mélange de façon homogène.

On observe des phénomènes très différents pour les valeurs de Stokes comprises en 1 et 2. Dès la première zone de l'écoulement Z_1 on note vers $r = 0.14$ une plus forte concentration de particules suivie en $r = 0.13$ par une faible concentration. Ce phénomène, qui s'accentue nettement sur la zone Z_2, quantifie la concentration préférentielle des gouttes en périphérie des structures, comme visualisé Figure 6.30. En zone Z_3 on observe uniquement une plus forte concentration de gouttes pour $r \in [0.13, 0.16]$, cette zone étant située entre deux structures.

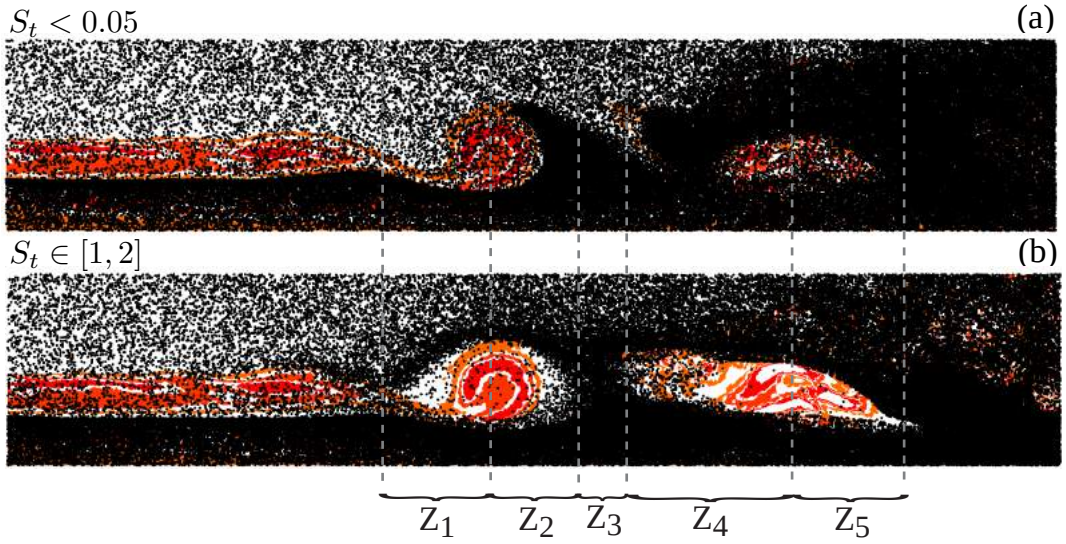


FIGURE 6.30 – Visualisation de la dispersion des particules en fonction de leur nombre de Stokes : structures tourbillonnaires (rouge) et champ instantané de particules ayant un nombre de Stokes inférieur à 0.05 (a) et un nombre de Stokes entre 1 et 2 (b).

La concentration des gouttes en périphérie des structures est visible aussi pour les valeurs de $St \in [8, 9]$, intervalle comprenant les valeurs moyennes auxquelles les particules ont le plus d'impact sur le gaz. Ce phénomène est légèrement plus marqué dans la zone Z_1 pour $St \in [8, 9]$, mais légèrement moins marqué dans les zones Z_2 et Z_4.

Ces observations confirment les résultats de la littérature et de la section précédente, à savoir que les particules avec un faible nombre de Stokes agissent comme des traceurs dans l'écoulement et ne créent pas de zone de concentration préférentielle. Les particules aux nombres de Stokes modérés sont centrifugées par les tourbillons, se concentrent à leur périphérie et tendent à détruire les structures tourbillonnaires. Ce phénomène présent pour les valeurs de $St \in [1, 2]$, comme prévu par la littérature, est également présent pour $St \in [8, 9]$, expliquant le fort impact des particules qui appartiennent à cette classe de Stokes sur les structures tourbillonnaires.

6.5.2.3 Lien entre transfert d'énergie et diminution des amplitudes des oscillations de vitesse.

Après avoir étudié de façon qualitative le transfert d'énergie associé à la force de trainée des particules, puis avoir identifié la classe de Stokes des particules la plus responsable de cette perte d'énergie due à une forte dispersion des particules dans la couche de mélange, cette section a pour but de comparer l'évolution axiale du transfert d'énergie avec l'évolution axiale des amplitudes des oscillations et donc d'expliquer la stabilisation du VSA. En effet, la comparaison des résultats monophasiques et diphasiques a montré, Figure 6.14, que l'ajout de particules induit une forte diminution des amplitudes vers 0.75 R_2.

Les transferts d'énergie $E_{D,x}^{l\to g}$ et $E_{D,r}^{l\to g}$ (Figure 6.20 et Figure 6.21) sont alors moyennés sur des tranches verticales et l'évolution de ces moyennes, $\bar{E}_{D,x}^{l\to g}$ et $\bar{E}_{D,r}^{l\to g}$ est tracée en fonction de la position axiale sur la Figure 6.32(b). La Figure 6.32(a), rappelle l'évolution axiale des amplitudes des oscillations de vitesse axiale et radiale.

Ici 300 tranches verticales sont réalisées entre 0.0 R_2 et 1.57 R_2, chaque tranche contenant environ une maille ce qui permet de ne pas dégrader la précision des résultats.

On note que dans la direction axiale, les particules agissent en moyenne comme un puits d'énergie sur la couche de mélange, bien qu'entre la position 0.85 R_2 et 1.0 R_2 une zone d'énergie positive soit présente, expliquée par la zone d'énergie positive visualisée Figure 6.20. Dans la direction radiale, à chaque position axiale les particules prennent de l'énergie au gaz et donc le ralentissent. De plus, l'amplitude des oscillations de vitesse radiale diminue à une position proche du premier pic négatif de $\bar{E}_{D,r}^{l\to g}$ (vers 0.75 R_2), confirmant l'effet de la trainée des particules sur le gaz.

Ces informations sont à mettre en relation avec les niveaux d'énergie cinétique du gaz. En effet, on remarque Figure 6.32(b) que les niveaux d'énergie sont du même ordre sur les deux composantes. En revanche, comme le montre la Figure 6.33(a), où l'énergie cinétique du gaz (moyennée sur des tranches verticales) sur la composante axiale et radiale est comparée sur deux échelles différentes, le niveau d'énergie cinétique est environ un ordre de grandeur supérieur dans la direction axiale que dans la direction radiale. L'énergie transmise aux particules repré-

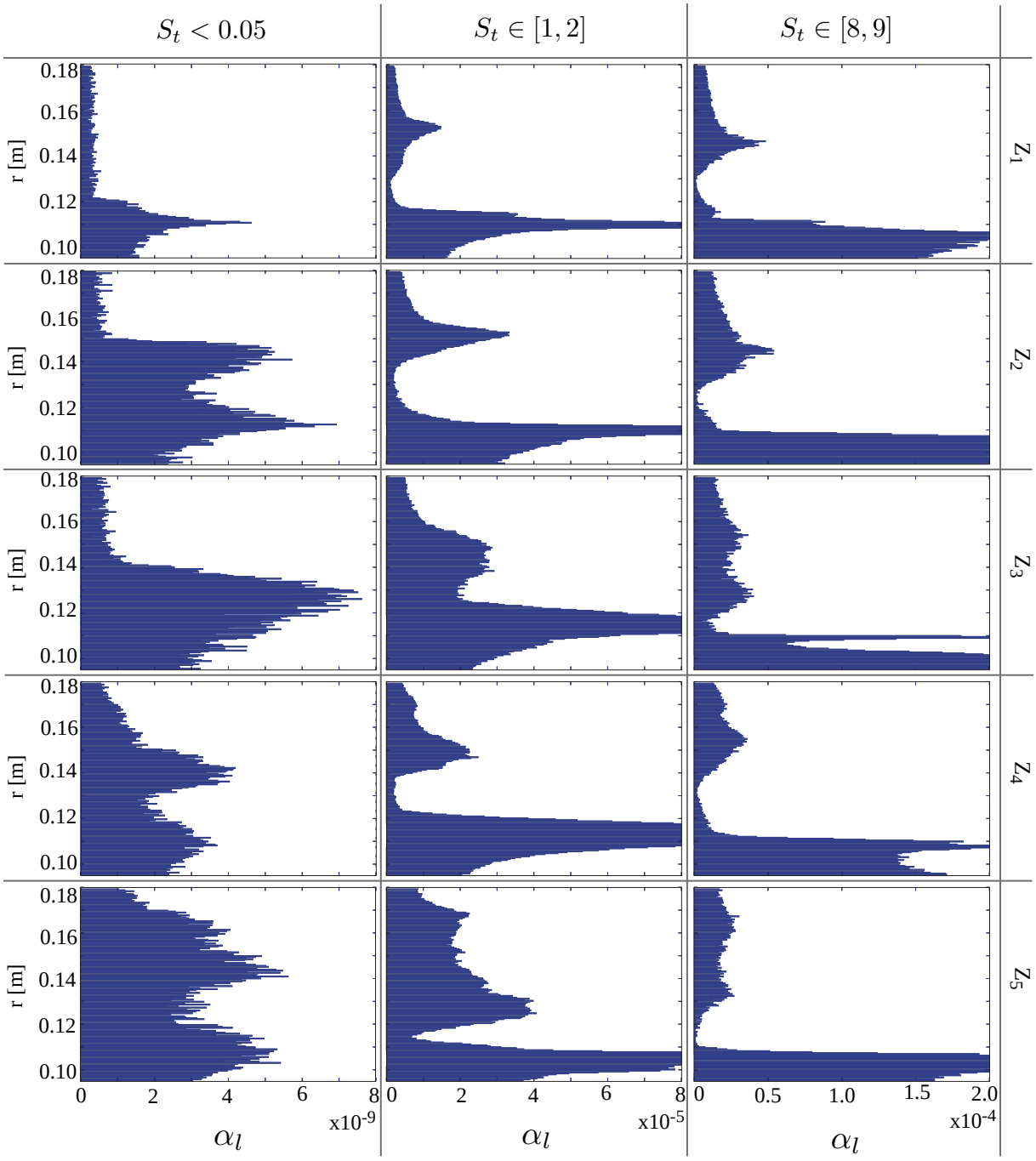


FIGURE 6.31 – Fraction volumique de particules en fonction de la position radiale pour les 5 zones de l'écoulement (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 et Z_5) et pour 3 classes de Stokes ($S_t < 0.05$, $St \in [1, 2]$ et $St \in [8, 9]$).

sente ainsi un faible pourcentage dans la direction axiale (environ $\pm 0.10\%$) mais un pourcentage non négligeable dans la direction radiale (de 1% à 3%, voir Figure 6.33(b)).

Les particules imposent donc à l'écoulement radial une perte d'énergie importante par rapport à son énergie propre et elles imposent cette perte à des positions axiales où les structures se développent. Cette perte d'énergie est responsable de la diminution des amplitudes des oscillations.

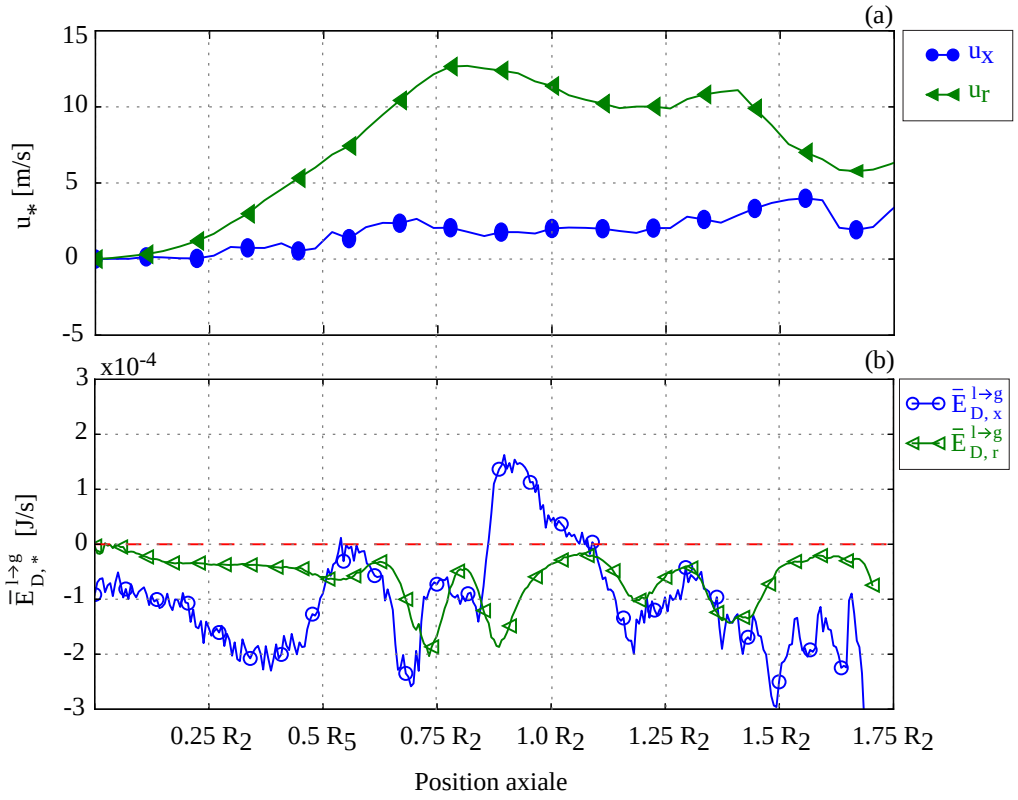


FIGURE 6.32 – Evolution axiale des amplitudes des oscillations de vitesse axiale et radiale u_x et u_r (définies Figure 6.14) (a) et évolution axiale des moyennes radiales $\bar{E}^{l\to g}_{D,x}$ et $\bar{E}^{l\to g}_{D,r}$ (b).

6.5.2.4 Impact des différentes populations de particules

En fonction de leur surface d'injection, les particules contribuent plus ou moins à la perte d'énergie gazeuse. Pour les quatre zones Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 identifiées Figure 6.33 et Figure 6.34, où $\bar{E}_{C_{g,r}}$ est significative, on peut calculer la contribution de chaque population de particules en fonction de leur surface d'injection. Les valeurs de ces contributions pour chaque région sont présentées dans le Tableau 6.10.

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
P1	9 %	14 %	14 %	12 %
P2	48 %	26 %	13 %	18 %
P3	23 %	38 %	31 %	37 %
TC	20 %	22 %	42 %	33 %

TABLE 6.10 – Pourcentage de contribution des populations de particules par surface d'injection, au transfert d'énergie radiale pour les quatre zones où ce transfert est maximum (Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 Figure 6.33).

Dans la première zone Z_1, le transfert d'énergie est dû à 48% aux particules provenant de l'injecteur P_2 , du fait de leur forte vitesse axiale et leur forte présence sur la première structure. Puis, les particules provenant de l'injecteur P_3 et TC contribuent à hauteur de 20% et les particules provenant de l'injection P_1 sont celles qui possèdent la plus faible contribution du fait de leur faible présence dans la zone d'étude de la couche de mélange.

La deuxième zone Z_2 est majoritairement influencée par les particules provenant de la surface P_3 (à 38%). Ces dernières influencent la couche de mélange au niveau de la deuxième structure avec une vitesse radiale négative, créant une force de trainée importante lorsque le gaz a une vitesse radiale positive dans le tourbillon. Les particules provenant des surfaces P_2 et TC sont également responsables à hauteur d'environ 25%.

Pour les deux dernières zones Z_3 et Z_4, la contribution de l'injection P_2 diminue, les particules étant dispersées par les structures ont un effet moins important sur celles-ci. Les particules injectées par la surface P_3 continuent de prendre au gaz une quantité importante d'énergie (environ 35%) par le même mécanisme que décrit précédemment. En revanche on voit apparaître une forte contribution des particules provenant de l'injection amont TC. Elles

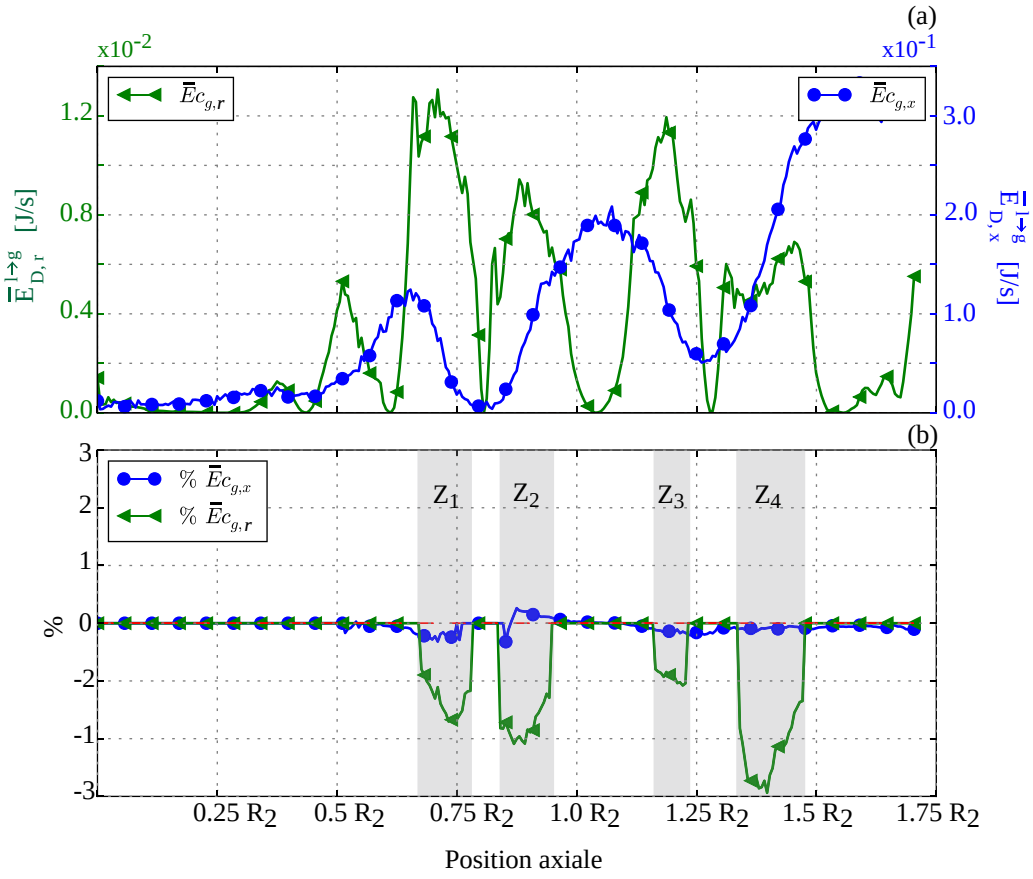


FIGURE 6.33 – Evolution axiale de l'énergie cinétique axiale $\bar{E}_{C_{g,x}}$ et radiale $\bar{E}_{C_{g,r}}$ du gaz moyennées radialement (a) et évolution du pourcentage de cette énergie cinétique perdue ($\% \bar{E}_{C_{g,*}} < 0$) ou gagné ($\% \bar{E}_{C_{g,*}} > 0$) par le gaz (b). Position des zones Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 où le pourcentage d'énergie est non nulle.

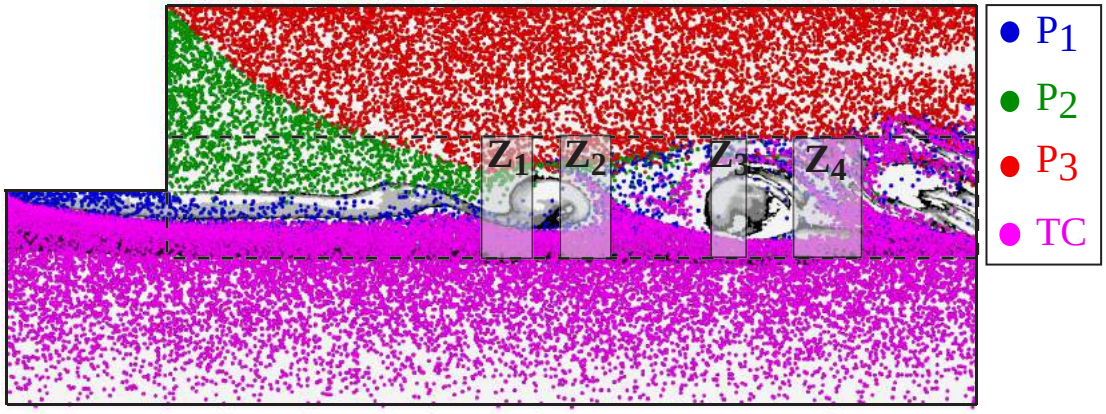


FIGURE 6.34 – Champ instantané de particules coloriées en fonction de leur surface d'injection. Iso-volumes de vorticité et définition des zones d'analyse du transfert d'énergie radiale.

contribuent a hauteur de 42% et de 33% à la perte d'énergie du gaz respectivement dans les zones Z_3 et Z_4. On remarque que plus les structures grossissent en aval, plus ces particules sont entrainées dans les tourbillons et modifient leur dynamique.

6.6 Résumé de l'analyse de l'impact des particules

Dans ce chapitre, l'impact des particules d'aluminium réactives sur l'instabilité de la couche de mélange est étudié. Après avoir défini la mise en données de la simulation diphasique et monophasique, une comparaison qualitative des résultats a permis de visualiser l'impact des particules sur les structures toubillonnaires. L'ajout de particules casse les structures en aval et semble diminuer l'intensité de l'instabilité.

Ensuite, les comparaisons quantitatives ont montré que bien que les particules ne modifient que très peu les profils moyens de vitesse, elle diminuent fortement les amplitudes des oscillations de vitesse mesurées dans la couche de mélange. En effet, alors qu'en gaz seul les oscillations de vitesse radiale atteignent un palier en aval dans l'écoulement, l'ajout de particules fait chuter l'amplitude de ces oscillations qui tend vers zéro.

Une étude approfondie de la phase dispersée a ensuite été menée afin d'expliquer la stabilisation du VSA par l'ajout de particules. L'impact du transfert de masse et d'énergie thermique est d'abord étudié. On remarque alors que les particules en combustion se situent en proche surface, l'évolution axiale du transfert de masse et d'énergie thermique tend rapidement vers zéro dans la couche de mélange. La stabilisation du VSA n'est donc pas due au phénomène de combustion.

Ensuite, l'impact du transfert de quantité de mouvement est étudié. Pour cela, l'énergie associée à la force de trainée des particules sur le gaz est analysée, ce qui a permis de mettre en évidence que le gaz perd une quantité importante d'énergie dans la direction axiale et radiale afin de mettre en mouvement les particules, qui ne suivent pas instantanément l'écoulement.

Le comportement des particules dans les structures tourbillonnaires est entièrement piloté par le nombre de Stokes. La compréhension des mécanismes d'interactions entre les particules et les structures passe donc par une étude de l'impact des particules en fonction de leur nombre de Stokes. Le transfert d'énergie entre les particules et le gaz, conditionné par le nombre de Stokes, a alors permis de montrer que les particules qui possèdent un nombre de Stokes entre 8 et 9 ont un impact maximal sur les structures tourbillonnaires et un effet stabilisant maximal sur le VSA. La stabilisation du VSA par des particules avec un nombre de Stokes autour de 10 s'explique par une forte dispersion des particules dans les structures qui, en se concentrant à leur périphérie, nuisent à leur développement et contribuent à leur rupture.

Finalement, la comparaison entre l'évolution axiale du transfert d'énergie et l'évolution axiale des amplitudes des oscillations mesurées permet de confirmer que le transfert de quantité de mouvement par la trainée des particules est responsable de la diminution des amplitudes des oscillations, et donc de la stabilisation du VSA. Ce transfert de quantité de mouvement est d'autant plus fort sur la composante radiale de l'écoulement, qui joue directement sur la formation des structures. L'étude des différentes populations de particules a montré que les particules injectées sur chaque surface d'injection possèdent un rôle plus ou moins important, mais contribuent toutes au ralentissement du gaz et donc à la stabilisation du VSA.

6.7 Impact des choix de modélisation

Une instabilité étant dur à un phénomène de croissance d'une petite perturbation initiale, il est légitime de se poser la question de l'impact de la méthode numérique, en particulier de ses effets diffusifs associés au maillage, au schéma numérique et au modèle de turbulence de sous-maille. De plus, sur la condition limite amont TC, un profil de Taylor-Culick analytique stationnaire est imposé. Or l'écoulement dans un moteur n'est pas stationnaire et présente des fluctuations, quelles que soient d'origines physiques (combustion du propergol, présence de particules) où numériques lors de simulations. Il donc légitime de se poser également la question de l'impact de l'injection d'un faible niveau de turbulence sur la condition limite TC.

Dans cette section on étudie donc sur le cas monophasique, l'impact de la discrétisation spatiale, du schéma numérique, de l'injection de turbulence en entrée et du modèle de turbulence de sous-maille.

6.7.1 Impact de la discrétisation spatiale

Deux maillages supplémentaires sont définis, $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$, comprenant 20 millions et 38 millions de noeuds respectivement. Un aperçu de la discrétisation de la couche de mélange est donné sur un champ de vorticité dans une zone proche de l'angle sur la Figure 6.35 pour le maillage de référence $M_{1,RD}$ et les maillages $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$. Plus la discrétisation est fine, plus la valeur maximale de vorticité dans la couche de mélange est importante, comme visualisé sur la Figure 6.36. Le nombre de points $Nb_{p,c}$ localisés dans l'épaisseur de vorticité, définie comme étant la zone où la vorticité est supérieure à 6000 s^{-1} (symbolisée par les deux traits pointillés noirs sur la Figure 6.36), est donné dans le Tableau 6.11 pour chaque maillage. Les simulations sont réalisées avec le schéma Lax-Wendroff sans modèle de turbulence de sous maille.

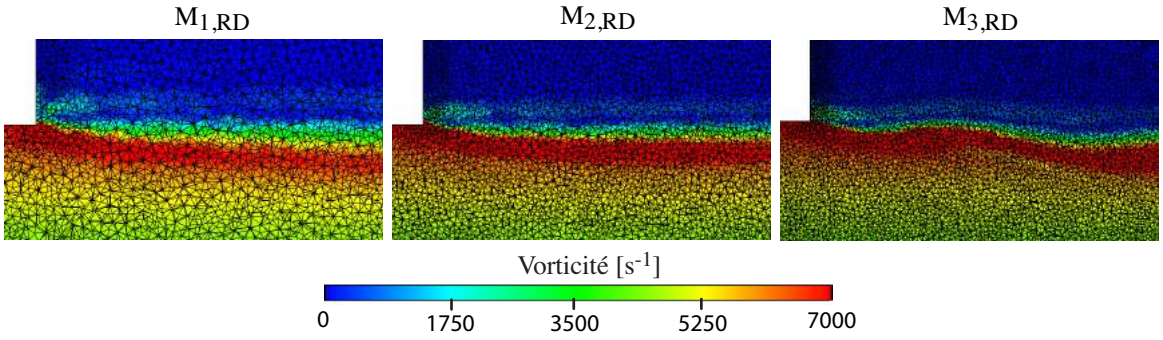


FIGURE 6.35 – Discrétisation de la couche de mélange et champ instantané de vorticité pour les maillages $M_{1,RD}$, $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$, dans une zone proche de l'angle.

	$M_{1,RD}$	$M_{2,RD}$	$M_{3,RD}$
$Nb_{p,c}$	20	39	58

TABLE 6.11 – Nombre de points dans l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange (située entre les deux traits pointillés noirs Figure 6.36) pour les maillages $M_{1,RD}$, $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$.

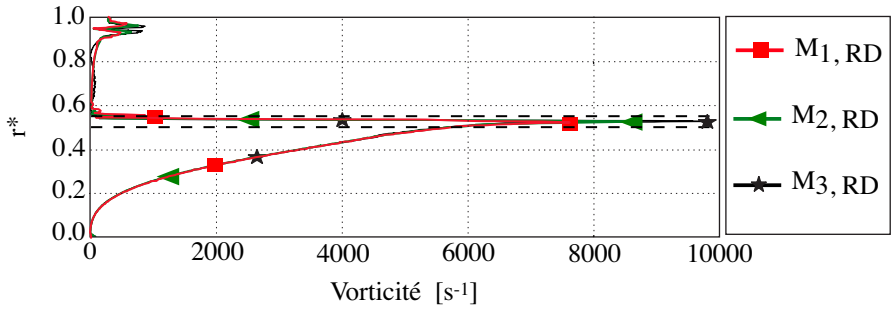


FIGURE 6.36 – Profils de vorticité à $x = 0.5R_2$ pour les maillages $M_{1,RD}$, $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$. L'épaisseur de la couche de mélange est symbolisée par les deux traits pointillés noirs.

Comme montre la Figure 6.37(a), la discrétisation modifie fortement les structures instantanées de l'instabilité. Plus la discrétisation spatiale est fine, plus des structures de petite taille apparaissent. Afin d'avoir une vision moyenne de l'instabilité, une moyenne de phase est réalisée sur trois périodes du VSA. Pour cela, trois champs instantanés de vorticité sont moyennés, chacun séparé d'un temps $t = T = 1/f = 1.475$ ms où T est la période de l'instabilité et $f = 572$ Hz sa fréquence (cf Figure 6.13). Le VSA étant une instabilité axisymétrique, le champ 3D obtenu est ensuite moyenné azimutalement, ce qui permet d'augmenter la convergence du champ moyen. Le résultat obtenu, présenté sur la Figure 6.37(b), montre que les champs de vorticité moyens sur les trois maillages sont proches avec les mêmes structures cohérentes. On note tout de même que plus la discrétisation est fine, plus l'instabilité se déclenche proche de l'angle.

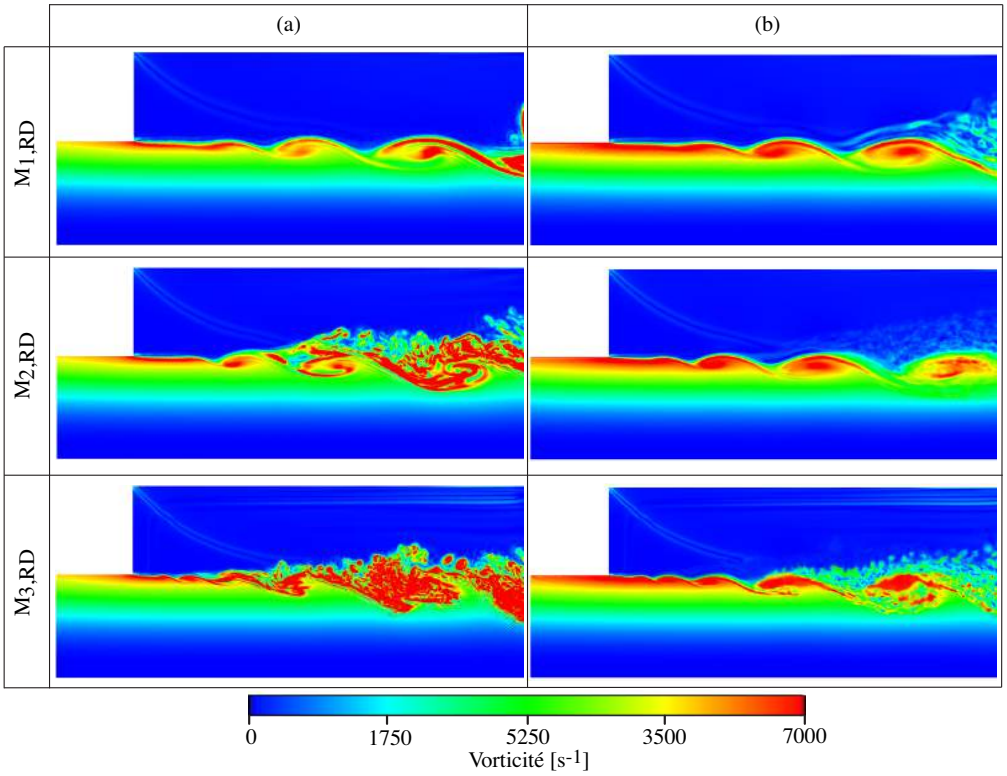


FIGURE 6.37 – Comparaison des champs instantanés de vorticité sur la coupe $\theta = 0$ (a) et de la moyenne de phase de vorticité (sur 3 périodes de VSA) moyennée azimutalement (b) pour les maillages $M_{1,RD}$, $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$.

A l'inverse, la discrétisation spatiale n'a aucun impact sur les profils de vitesse moyennés temporellement (Figure 6.38). L'étude de stabilité linéaire de la couche de mélange réalisée dans le chapitre 5 étant basée sur ces profils moyens, la discrétisation spatiale n'a donc aucun impact sur les résultats de stabilité linéaire de la couche de mélange.

Concernant les fréquences, la Figure 6.39 montre que quelle que soit la discrétisation spatiale utilisée, la gamme de fréquences est conservée. On observe cependant que plus la discrétisation est fine, plus la plage de fréquences est large et plus les amplitudes des oscillations sont faibles. En effet, plus les tailles de maille sont petites, plus on capte de petites structures et plus l'énergie de l'instabilité est répartie.

L'impact de la discrétisation sur les amplitudes des oscillations est visualisé Figure 6.40 où les évolutions axiales des amplitudes maximales des oscillations de vitesse axiale et radiale sont comparées pour les trois maillages. On remarque à nouveau que plus la discrétisation est fine, plus les amplitudes sont faibles aussi bien pour la vitesse axiale que radiale. On note également que l'instabilité est déclenchée plus proche de l'angle avec les maillages $M_{2,RD}$ et $M_{3,RD}$ avec des amplitudes d'oscillation plus fortes pour les positions axiales inférieures à 0.5 R_2.

Malgré ces quelques différences, les caractéristiques principales de la couche de mélange (gamme de fréquence et structures moyennes) sont similaires pour les trois maillages. L'utilisation du maillage de référence $M_{1,RD}$ n'est donc pas à remettre en cause et permet de limiter le coût de calcul.

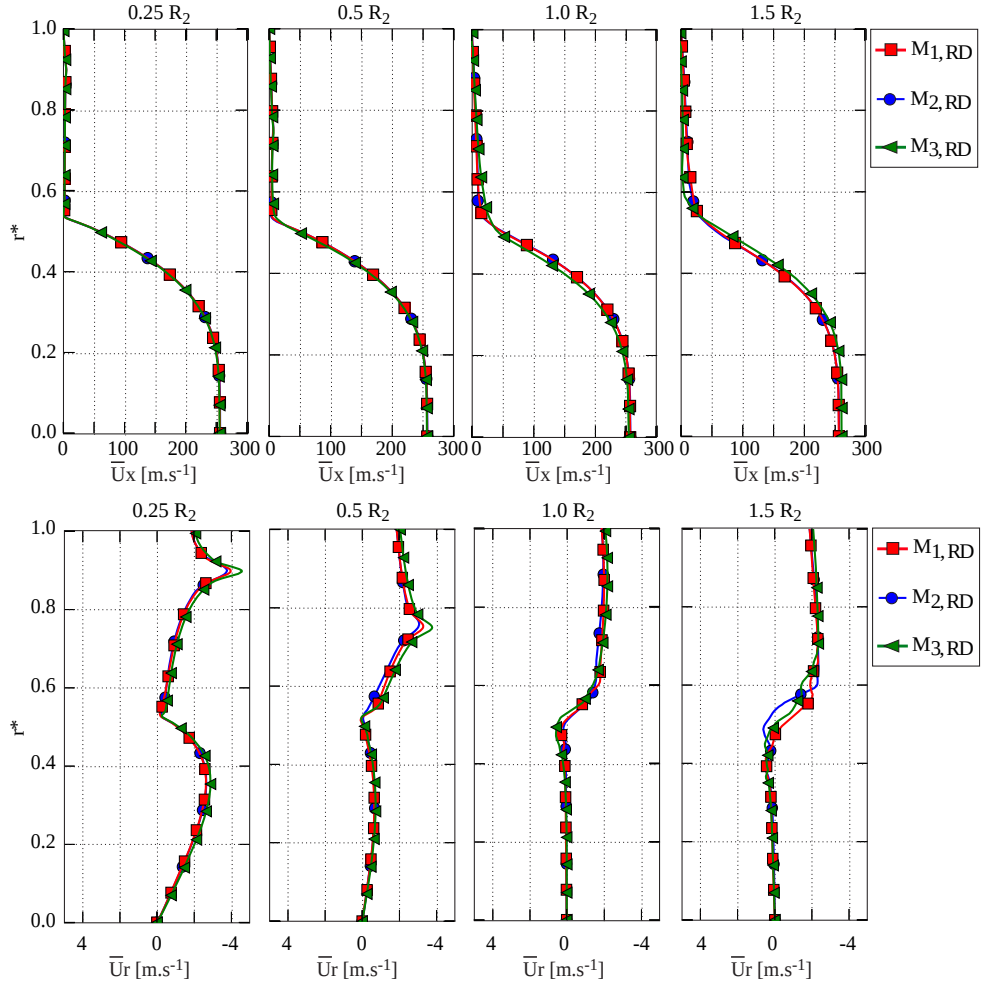


FIGURE 6.38 – Comparaison des profils moyens de vitesse axiale $\bar{U}_x$ et radiale $\bar{U}_r$ (moyenne temporelle) à différentes positions après l'angle (0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2, 1.5 R_2) pour les maillages $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés), $M_{2,RD}$ (courbes bleues marqueurs ronds) et $M_{3,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles).

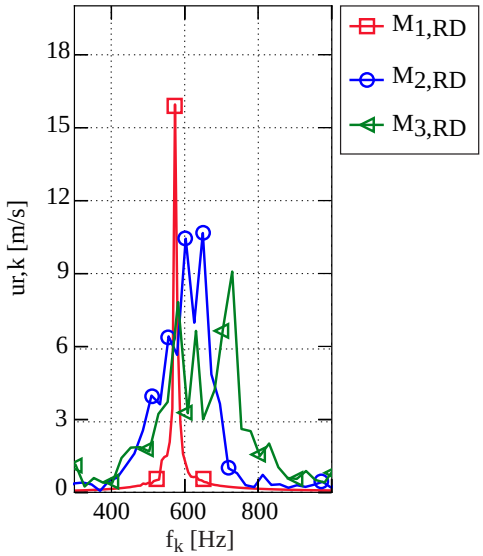


FIGURE 6.39 – Comparaison des FFTs des signaux de vitesse radiale, enregistrés sur la sonde S_2 pour les maillages $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés), $M_{2,RD}$ (courbes bleues marqueurs ronds) et $M_{3,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles)..

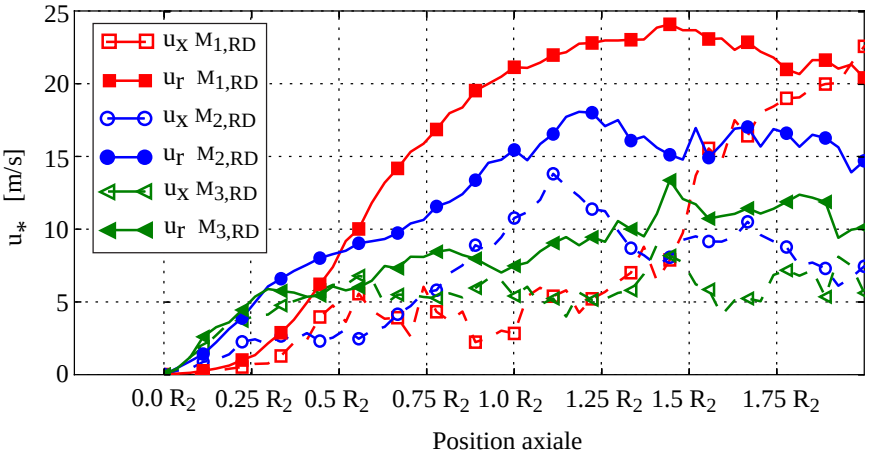


FIGURE 6.40 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations de vitesse axiale (symboles vides) et radiale (symboles pleins) pour les maillages $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés), $M_{2,RD}$ (courbes bleues marqueurs ronds) et $M_{3,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles).

6.7.2 Impact du schéma numérique

La deuxième étude de cette section porte sur l'impact du schéma numérique. Le schéma du second ordre Lax-Wendroff (LW) est comparé avec le schéma du troisième ordre TTGC. De par la très faible dissipation du schéma TTGC, un modèle de sous-maille doit être utilisé afin de pouvoir réaliser la simulation. Pour cela, le modèle WALE est choisi, l'impact du modèle de turbulence de sous-maille est réalisé dans la Section 6.7.4.

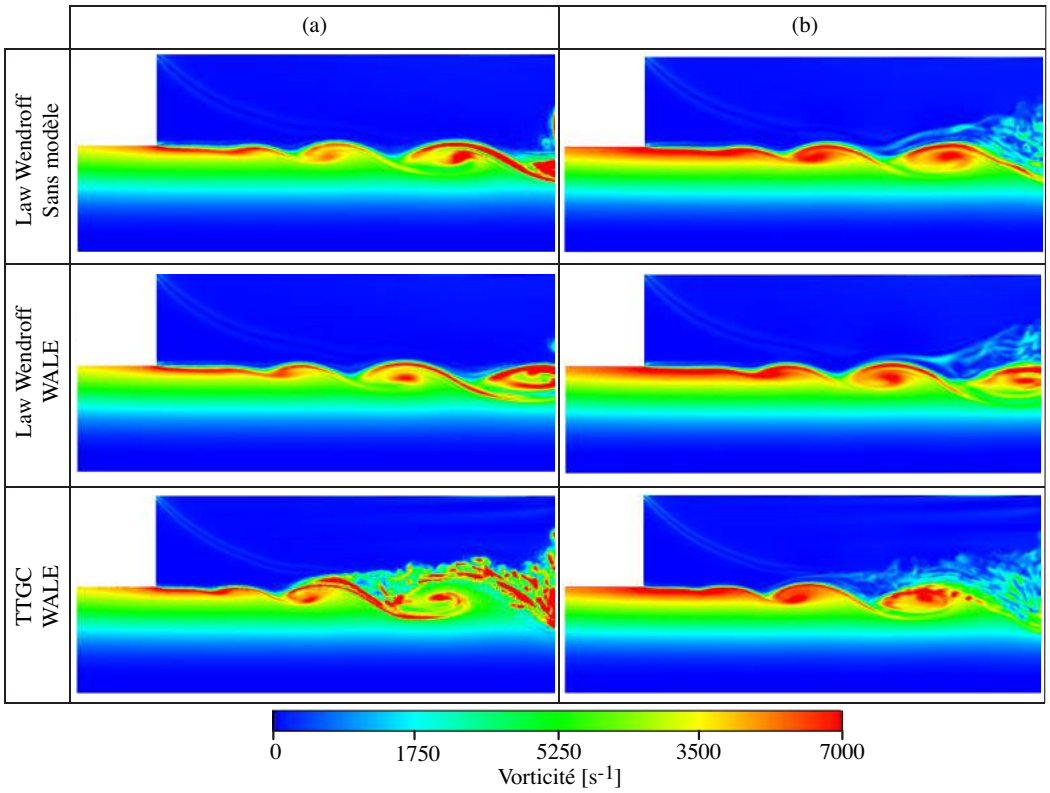


FIGURE 6.41 – Comparaison des champs instantanés de vorticité sur la coupe $\theta = 0$ (a) et d'une moyenne azimutale (b) entre le schéma de Lax-Wendroff (sans modèle de sous-maille et avec le modèle WALE) et le schéma TTGC (avec le modèle WALE) sur le maillage $M_{1,RD}$.

Avec le schéma TTGC le champ instantané de vorticité (Figure 6.41(a)) présente des structures de plus petite taille en aval de l'écoulement qu'avec le schéma de LW. Ce résultat est comparable à celui observé pour l'impact

de la discrétisation, où des structures de plus petite taille sont captées par une discrétisation plus fine. De façon similaire, en réalisant une moyenne de phase et azimutale du champ de vorticité, présentée sur la Figure 6.41(b), on retrouve des champs très proches et les grosses structures cohérentes du VSA. La plage de fréquence de l'instabilité est également peu sensible au schéma, puisque le schéma TTGC donne une fréquence dominante de 598 Hz et le schéma LW donne 572 Hz (voir Figure 6.42).

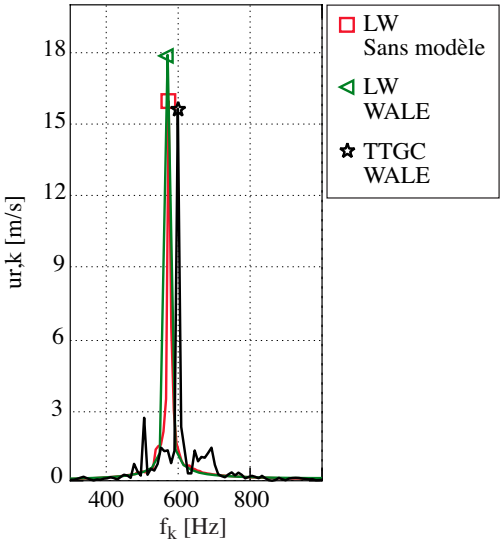


FIGURE 6.42 – Comparaison des FFTs des signaux de vitesse radiale (enregistrés par la sonde S_2) avec le schéma de Lax Wendroff sans modèle de sous-maille (courbe rouge marqueurs carrés), avec le modèle WALE (courbe verte marqueurs triangles) et avec le schéma TTGC avec le modèle WALE (courbe noire marqueurs étoiles) sur le maillage $M_{1,RD}$.

L'évolution axiale des amplitudes des oscillations est similaire pour les deux schémas (Figure 6.43, traits pointillées symboles vides), et est sensiblement équivalente jusqu'à 1.25 R_2 pour la vitesse radiale (trait continu, symboles vides). Après 1.25 R_2, les amplitudes des oscillations de vitesse radiale sont plus élevées avec le schéma TTGC du fait de la plus faible dissipation du schéma qui permet à l'instabilité de continuer de croître.

Les principales caractéristiques de la couche de mélange (structures, fréquences) sont cependant similaires entre les deux schémas. L'utilisation du schéma de référence de LW n'est donc pas à remettre en cause et permet de limiter le coût de calcul.

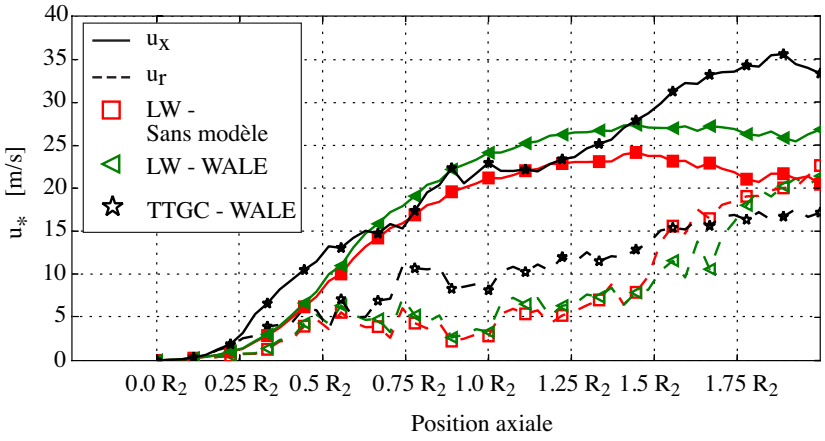


FIGURE 6.43 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations de vitesse axiale (traits pointillés et symboles vides) et radiale (traits pleins et symboles pleins) avec le schéma de Lax-Wendroff (LW) sans modèle de sous-maille (courbe rouge marqueurs carrés), avec le modèle de WALE (courbe verte marqueurs triangles) et avec le schéma TTGC avec le modèle WALE (courbe noire marqueurs étoiles) sur le maillage $M_{1,RD}$.

6.7.3 Impact de l'injection de turbulence

Afin d'évaluer l'impact sur l'instabilité d'une faible turbulence venant de l'amont, une turbulence isotrope est appliquée sur la vitesse axiale en amont du domaine. Les fluctuations de vitesse sont égales à 2% de la vitesse axiale locale. Les deux maillages $M_{1,RD}$ et $M_{2,RD}$ sont utilisés. On remarque Figure 6.44(a) que l'injection de turbulence perturbe fortement le champ de vorticité instantanée. L'instabilité est déclenchée plus proche de l'angle et des structures de plus petite taille sont générées. Sur les moyennes de phase moyennées azimutalement (Figure 6.44(b)) bien que l'on reconnaisse les grosses structures du VSA, on remarque des différences dans les champs avec et sans turbulence pour les deux maillages notamment au niveau de l'angle où les structures avec turbulence sont moins cohérentes.

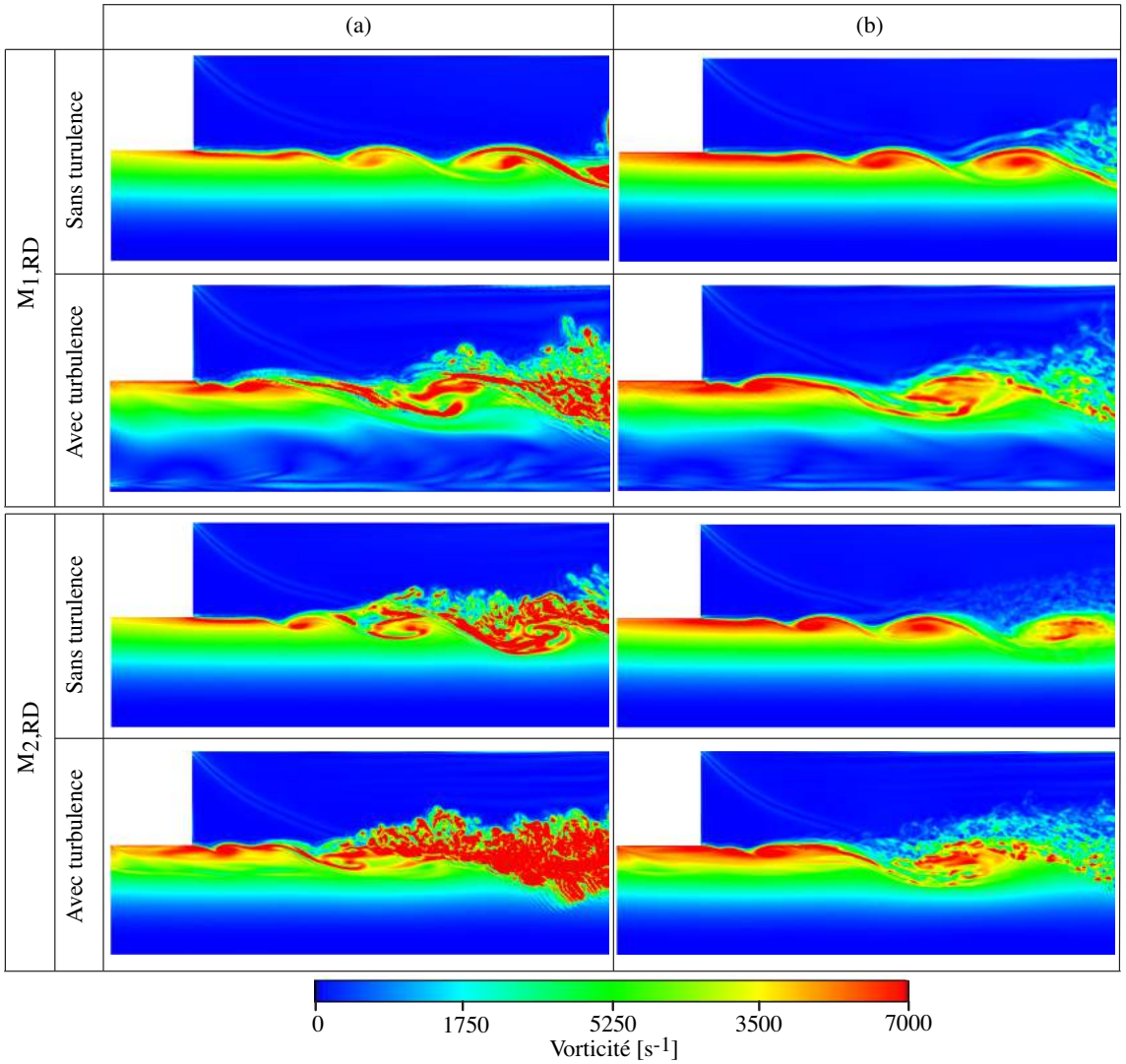


FIGURE 6.44 – Comparaison des champs instantanés de vorticité sur la coupe $\theta = 0$ (a) et d'une moyenne de phase (sur 3 périodes de VSA) moyennée azimutalement (b) pour les maillages $M_{1,RD}$, $M_{2,RD}$ avec et sans turbulence.

Les profils de vitesse moyennes ne sont cependant pas modifiés par l'injection de turbulence, que ce soit sur le maillage $M_{1,RD}$ ou le maillage $M_{2,RD}$ (Figure 6.45).

La plage de fréquence de l'instabilité est quant à elle faiblement sensible à l'injection de turbulence (Figure 6.46). Sur le maillage $M_{1,RD}$ le spectre apparait plus fourni en fréquences avec turbulence, mais la fréquence la plus amplifiée reste proche de celle mesurée sans turbulence (557 Hz avec turbulence contre 572 Hz sans turbulence). La turbulence répartit l'énergie de l'instabilité sur plusieurs fréquences, ce qui explique la diminution des amplitudes des perturbations avec injection de turbulence. Les mêmes phénomènes sont observés sur le maillage $M_{2,RD}$ bien que la diminution des niveaux amplitudes soit plus faible.

L'évolution axiale des niveaux maximum des amplitudes des oscillations est présentée sur la Figure 6.47 pour le maillage $M_{1,RD}$ et sur la Figure 6.48 pour le maillage $M_{2,RD}$. Ces comparaisons confirment les observations

précédentes : l'injection de turbulence diminue les amplitudes des oscillations et l'instabilité est déclenchée plus proche de l'angle. En effet la turbulence injecte des perturbations dans l'écoulement qui sont amplifiées dès quelles atteignent la couche de mélange. Cependant, pour ne pas complexifier l'analyse, il a été choisi de ne pas injecter de turbulence en amont du domaine.

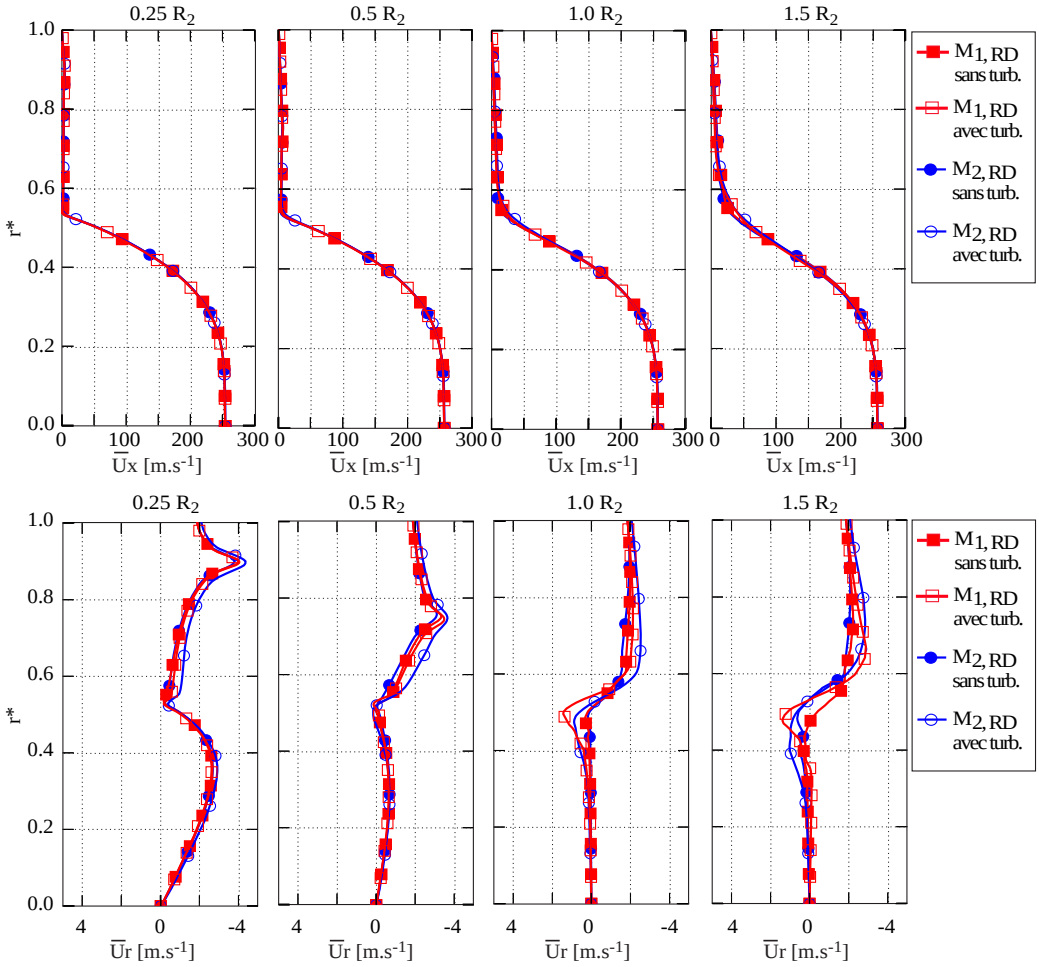


FIGURE 6.45 – Comparaison des profils moyens de vitesse $\bar{U}_x$ et radiale $\bar{U}_r$ (moyenne temporelle) à différentes positions après l'angle (0.25 R_2, 0.5 R_2, 1.0 R_2, 1.5 R_2) pour les maillages $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés) et $M_{2,RD}$ (courbes bleues marqueurs ronds) sans et avec turbulence (symboles pleins et vides respectivement).

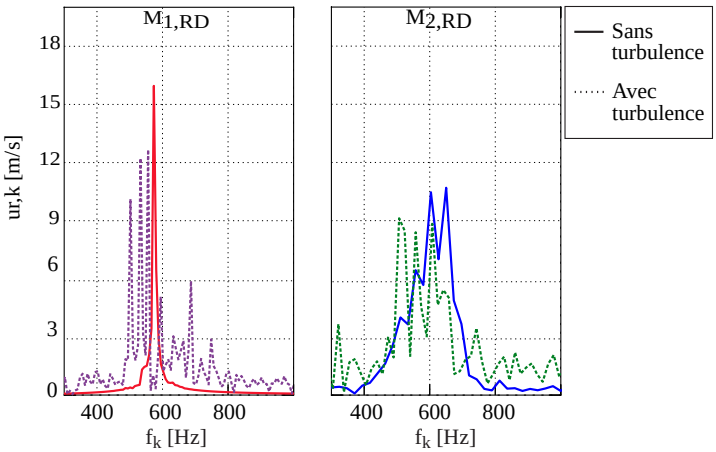


FIGURE 6.46 – Comparaison des FFTs des signaux de vitesse radiale (enregistrés par une sonde placée en 1.5 R_1) avec et sans turbulence (traits pointillés et traits pleins respectivement) sur le maillage $M_{1,RD}$ (courbes rouges) et $M_{2,RD}$ (courbes bleues).

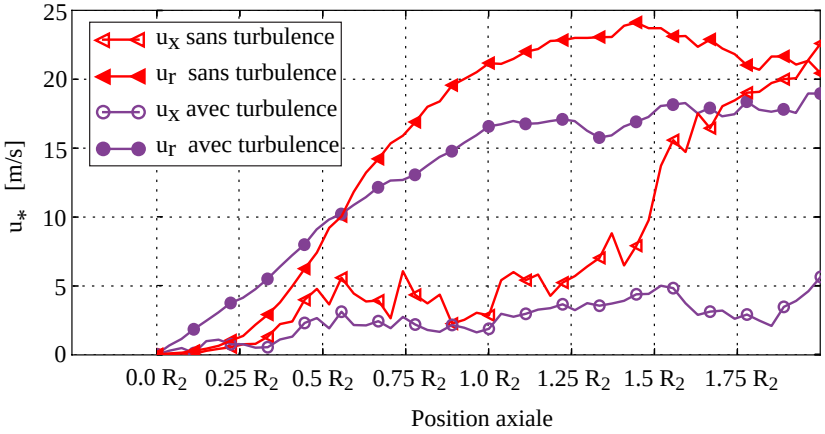


FIGURE 6.47 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations de vitesse axiale (symboles vides) et radiale (symboles pleins) entre le cas sans injection de turbulence (courbe rouge marqueurs triangles) et le cas avec injection de turbulence (courbe violette marqueurs ronds) sur le maillage $M_{1,RD}$.

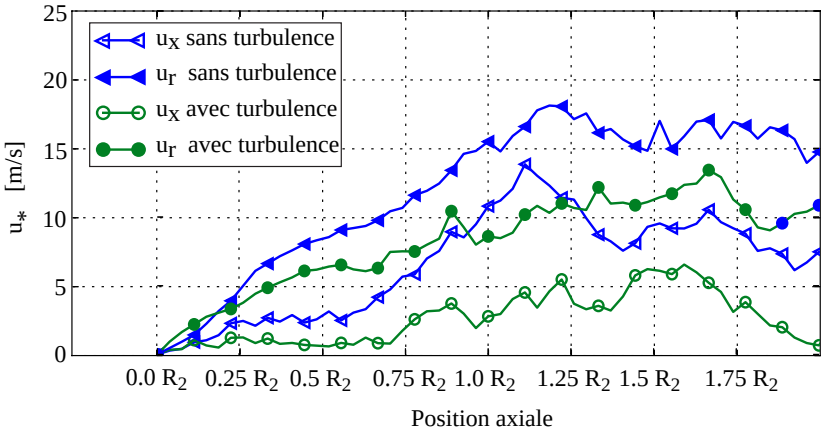


FIGURE 6.48 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations de vitesse axiale (symboles vides) et radiale (symboles pleins) entre le cas sans injection de turbulence (courbe rouge marqueurs triangles) et le cas avec injection de turbulence (courbe violette marqueurs ronds) sur le maillage $M_{2,RD}$.

6.7.4 Impact du modèle de sous-maille

Pour évaluer l'impact du modèle de turbulence de sous-maille, les trois modèles décrits dans la Section 2.1.4 sont appliqués et comparés, à savoir le modèle de Smagorinsky dynamique, le modèle WALE et le modèle Sigma.

Comme visualisé sur la Figure 6.49, l'ajout d'un modèle de sous-maille, quel qu'il soit, ne modifie pas les structures instantanées du VSA. La viscosité turbulente appliquée est proche pour les trois modèles, même si le modèle de Smagorinsky dynamique applique un niveau de viscosité plus fort proche de l'angle. La viscosité turbulente dans les structures est de l'ordre de $2.0.10^{-3}$ kg/m/s ce qui correspond à environ 20 fois la viscosité laminaire de l'écoulement ($\mu_{lam} \approx 8.6.10^{-5}$ kg/m/s).

Les modèles n'ont aucun impact sur la plage de fréquence de l'instabilité (Figure 6.49), qui reste à la seule fréquence de 572 Hz. Peu de modifications sont observées sur l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations des vitesses axiale et radiale, Figure 6.51. Seules de très faibles différences pour la vitesse axiale sont observées entre les différents cas pour des positions axiales supérieures à 1.5 R_2, et une légère augmentation des niveaux pour la vitesse radiale est observée avec un modèle de sous-maille (quel qu'il soit). On peut aisément expliquer ce phénomène du fait qu'un modèle de sous-maille dissipe les petites structures, laissant quasi intactes les grosses structures du VSA.

L'ajout d'un modèle de sous-maille ne modifiant pas les structures du VSA ni sa plage de fréquences (bien qu'il soit indispensable avec le schéma TTGC), aucun modèle de turbulence de sous-maille n'est ajouté avec le schéma LW utilisé.

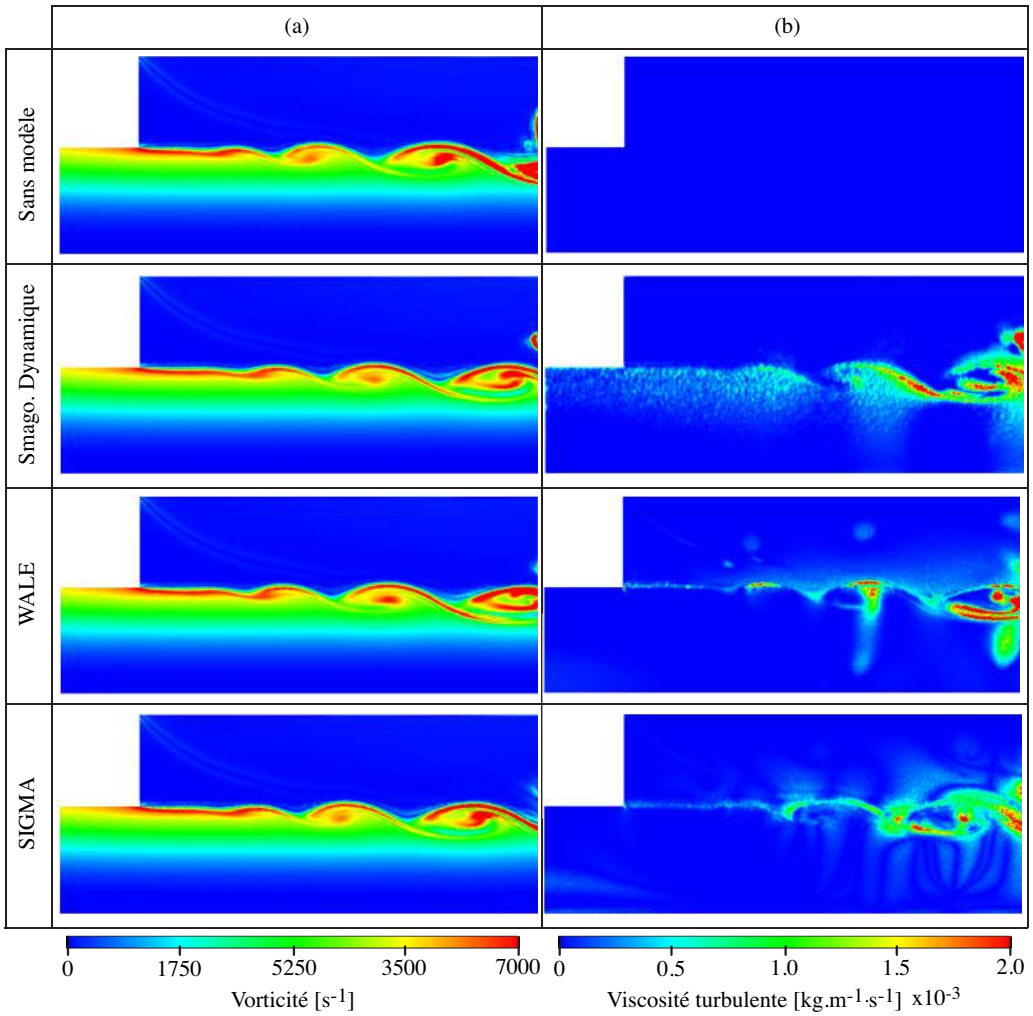


FIGURE 6.49 – Comparaison des champs instantanés de vorticité (a) et de viscosité turbulente (b) sans modèle de sous-maille, avec le modèle Smagorinsky dynamique, WALE et Sigma sur le maillage $M_{1,RD}$.

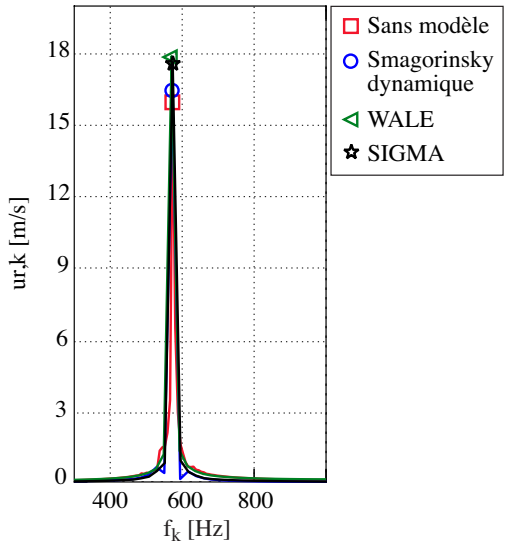


FIGURE 6.50 – Comparaison des FFTs des signaux de vitesse radiale (enregistrés par la sonde S_2) sans modèle de sous-maille (courbe rouge marqueur carré), avec le modèle de Smagorinsky dynamique (courbe bleue marqueur rond), avec le modèle WALE (courbe verte marqueur triangle) et avec le modèle Sigma (courbe noire marqueur étoile) sur le maillage $M_{1,RD}$.

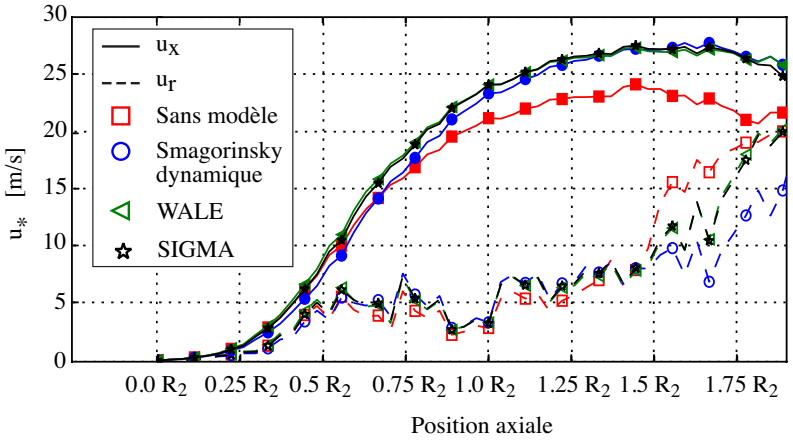


FIGURE 6.51 – Comparaison de l'évolution axiale de l'amplitude maximale des oscillations de vitesse axiale (traits pointillés et symboles vides) et radiale (traits pleins et symboles pleins) sans modèle de sous-maille (courbe rouge marqueur carré), avec le modèle de Smagorinsky dynamique (courbe bleue marqueur rond), avec le modèle WALE (courbe verte marqueur triangle) et avec le modèle Sigma (courbe noire marqueur étoile) sur le maillage $M_{1,RD}$.

6.7.5 Résumé de l'analyse de l'impact des choix de modélisation

Les résultats de ce chapitre ont permis de valider les méthodes de simulation utilisées, à savoir le maillage $M_{1,RD}$, avec le schéma convectif de Lax-Wendroff, sans injection de turbulence et sans modèle de turbulence de sous-maille. Le résumé des résultats est présenté en Figure 6.12.

	Discrétisation	Turbulence	Sous-maille	Schéma
Impact sur les structures instantanées	**Fort** *Plus la discrétisation est fine, plus de petites structures sont captées.*	**Fort** *L'ajout de fluctuations génère des petites structures.*	**Faible** *Peu de modifications quel que soit le modèle utilisé.*	**Fort** *Avec TTGC des structures de plus petits tailles sont captées.*
Impact sur les structures moyennes	**Faible** *La discrétisation a peu d'impact sur les structures moyennes.*	**Modéré** *L'ajout de fluctuations modifie sensiblement les structures moyennes surtout proche de l'angle.*	**Faible** *Aucun impact, quel que soit le modèle utilisé.*	**Faible** *Le schéma modifie très peu les structures moyennes.*
Impact sur la plage de fréquence	**Modéré** *Plus la discrétisation est fine, plus la plage de fréquences instables est grande.*	**Modéré** *L'ajout de fluctuations augmente la plage de fréquences instables.*	**Faible** *Aucune modification, quel que soit le modèle utilisé.*	**Faible** *La plage de fréquence est conservée en utilisant le schéma TTGC.*
Impact sur les amplitudes	**Fort** *Plus la discrétisation est fine, plus les amplitudes des oscillations sont faibles.*	**Modéré** *L'ajout de fluctuations diminue légèrement les amplitudes.*	**Faible** *Peu de modifications, quel que soit le modèle utilisé.*	**Faible** *Avec TTGC, les amplitudes sont peu modifiées.*

TABLE 6.12 – Résumé de l'analyse de l'impact de la modélisation.

6.8 Coût de calcul des simulations

Les simulations ont été réalisées sur la machine CURIE (TGCC) sur 512 processeurs grâce à une allocation PRACE. La comparaison du coût de la simulation d'une période de VSA entre le cas monophasique et le cas diphasique de référence est donnée dans le Tableau 6.13. La simulation diphasique, contenant 36.6 millions de particules, d'une période de VSA ($T = 1.75$ ms) coûte environ 4 fois plus cher qu'une simulation monophasique équivalente, ce qui représente un surcoût raisonnable, compte tenu du nombre de particules dans le domaine. Cependant, la phase de convergence d'un calcul diphasique est beaucoup plus longue, environ $200\,T = 0.35$ ms, contre $60\,T = 0.105$ ms dans le cas monophasique. En effet, les particules étant déposées à vitesse nulle sur les parois, la phase de remplissage du domaine est plus longue. Le coût d'un calcul complet (convergence et moyenne) est présenté dans le Tableau 6.13. Le pas de temps du calcul $\Delta t = 1.51.10^{-7}$ s, imposé par l'acoustique, n'est pas modifié par l'ajout de particules.

		Temps simulé [ms]	Temps de calcul [h]
1 Période de VSA	Monophasique	$T = 1.75$ ms	307
	Diphasique	$T = 1.75$ ms	1 254
Calcul Complet	Monophasique	$110T = 193$ ms	33 770
	Diphasique	$250T = 438$ ms	313 500

TABLE 6.13 – Comparaison du coût d'un calcul entre monophasique et diphasique.

La Figure 6.52(a) présente la scalabilité du code en fonction du nombre de particules, pour des simulations sur 512 processeurs. On remarque que le coût d'une itération augmente de façon linéaire avec le nombre de particules, ce qui montre qu'AVBP possède donc une très bonne scalabilité avec l'augmentation du nombre de particules. Ces bonnes performances sont aidées par la répartition quasi homogène des particules dans le domaine, permettant une bonne répartition des charges entre les processeurs. On note également sur la Figure 6.52(b) la bonne scalabilité du code lorsque le nombre de processeurs augmente.

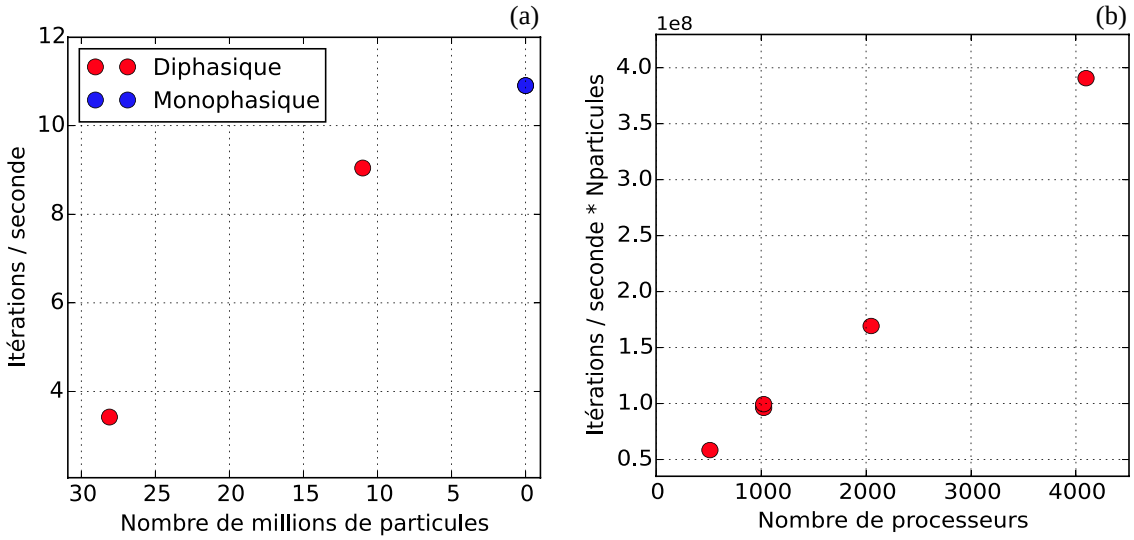


FIGURE 6.52 – Scalabilité du code AVBP en fonction du nombre de particules à iso-nombre de processeurs (512) (a) et scalabilité du code en fonction du nombre de processeur (b).

Chapitre 7

Impact de la mise à l'échelle

Sommaire

7.1 Géométrie, mise en œuvre numérique et point de fonctionnement . . . 152
7.2 Maillage . . . 152
7.3 Impact de la mise à l'échelle sur les nombres sans dimension . . . 153
7.3.1 Nombre de Reynolds . . . 153
7.3.2 Nombre de Strouhal . . . 154
7.3.3 Nombre de Stokes . . . 154
7.4 Impact sur l'instabilité en gaz seul . . . 155
7.4.1 Modification du nombre de Reynolds : conservation des profils moyens . . . 155
7.4.2 Conservation du nombre de Strouhal : conservation des modes instables . . . 157
7.5 Impact sur l'instabilité en présence de particules d'aluminium . . . 158
7.5.1 Fréquences et amplitudes de l'instabilité . . . 158
7.5.2 Modification de la dispersion des particules . . . 159
7.5.3 Impact sur le transfert d'énergie entre les particules et le gaz. . . . 160
7.5.3.1 Champs de transfert d'énergie dans la couche de mélange . . . 160
7.5.3.2 Transfert d'énergie conditionné par le nombre de Stokes . . . 161
7.6 Coût de calcul des simulations . . . 163
7.7 Résumé de l'analyse de l'impact de la mise à l'échelle . . . 164

De par la taille importante des moteurs à propergol solide (environ 25 mètres de haut pour 3 mètres de diamètre pour le P230 d'Ariane 5), les simulations numériques et expériences sont, dans la majorité des cas, réalisées sur des maquettes à échelles réduites. Il est donc primordial d'évaluer si les observations faites à échelle réduite sont toujours valides à échelle réelle. L'objectif est d'étudier l'impact d'un changement d'échelle sur les phénomènes observés précédemment, à savoir les caractéristiques de la couche de mélange en gaz seul, puis l'impact des particules sur les amplitudes des oscillations de vitesse.

7.1 Géométrie, mise en œuvre numérique et point de fonctionnement

La configuration utilisée dans ce chapitre est identique à celle étudiée précédemment et présentée Figure 6.1, mais avec des dimensions 6 fois plus grandes dans toutes les directions, l'amenant à un diamètre représentatif de celui d'un moteur réel : les rayons d'entrée R_1 et de sortie R_2 sont égaux à 0.81 m et 1.5 m respectivement, comme indiqué dans le Tableau 7.1.

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Rayon d'entrée	R_1	0.81	m
Rayon de sortie	R_2	1.5	m
Longueur d'entrée	L_e	0.60	m
Longueur de sortie	L_s	15	m
Angle du secteur	θ	60	°

TABLE 7.1 – Paramètres géométriques du calcul à échelle réelle.

Les paramètres numériques sont ceux du Tableau 6.2 et les mises en données pour la simulation diphasique et monophasique sont équivalentes à celles présentées respectivement en Section 6.3 et Section 6.2, mis à part que les profils de Taylor-Culick imposés sur la condition limite amont TC représente une longueur simulée 6 fois plus grande. Tous les débits surfaciques de gaz et de particules sont donc conservés lors du passage à l'échelle.

La mise en oeuvre numérique est identique à celle employée pour la configuration à échelle réduite, présentée dans la Section 6.1.4.

7.2 Maillage

Le maillage, noté M_{RL}, composé de tétrahèdres contient environ 30 millions de points. La résolution de la zone de la couche de mélange est comparée sur la Figure 7.1 à celles obtenues pour les maillages réalisés à échelle réduite $\mathrm{M}_{1,RD}$, $\mathrm{M}_{2,RD}$ et $\mathrm{M}_{3,RD}$ (définis Section 6.7). La configuration à échelle réelle est notée SEC_REEL et indiquée par l'indice RL et la configuration à échelle réduite par SEC_RED et indiquée par l'indice RD.

Avec le maillage M_{RL}, l'épaisseur de vorticité à $x = 0.05R_2$ est alors résolue avec 42 points, ce qui représente une résolution proche de celle du maillage $\mathrm{M}_{2,RD}$ où l'épaisseur de vorticité est résolue avec 39 points, voir Tableau 7.2.

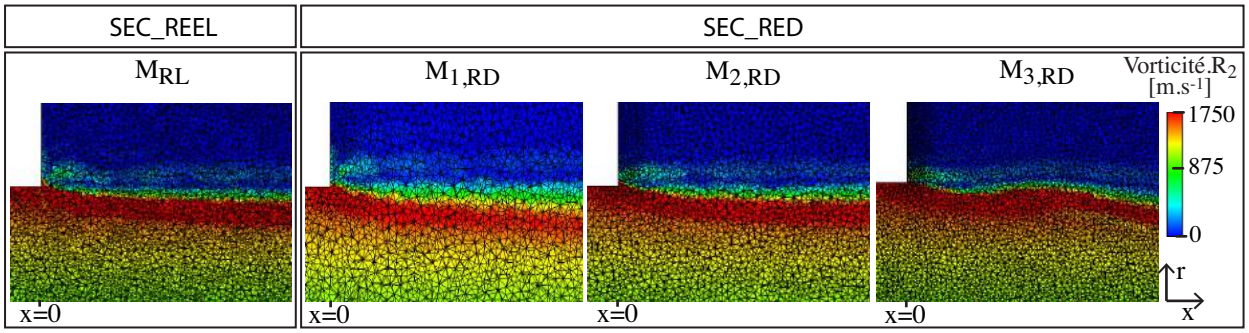


FIGURE 7.1 – Comparaison des discrétisations de la zone de la couche de mélange des maillages $\mathrm{M}_{1,RD}$, $\mathrm{M}_{2,RD}$ et $\mathrm{M}_{3,RD}$ sur la configuration à échelle réduite (SEC_RED) et du maillage M_{RL} sur la configuration à échelle réelle (SEC_REEL).

	SEC_REEL	SEC_RED		
	M_{RL}	$\mathrm{M}_{1,RD}$	$\mathrm{M}_{2,RD}$	$\mathrm{M}_{3,RD}$
Nombre de points	42	20	39	58

TABLE 7.2 – Nombre de points dans l'épaisseur de la couche de mélange en fonction de la configuration et du maillage.

7.3 Impact de la mise à l'échelle sur les nombres sans dimension

Dans le cadre d'une instabilité hydrodynamique dans un écoulement diphasique, trois nombres sans dimension peuvent être construits :

1. Le nombre de Reynolds $Re = U_0\, L_0/\nu$: construit à partir d'une échelle de vitesse U_0, d'une échelle de longueur L_0 et de la viscosité ν de l'écoulement, il caractérise le régime de l'écoulement en représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

2. Le nombre de Strouhal $S_{tr} = f\, L_0/U_0$: construit à partir d'une fréquence f, d'une échelle de longueur L_0 et d'une échelle de vitesse U_0, il caractérise un phénomène oscillatoire instationnaire, en représentant le rapport entre le temps d'advection L_0/U_0 et le temps caractéristique de l'instationnarité f.

3. Le nombre de Stokes $S_t = \tau_p/\tau_f$: largement étudié dans la Section 6.5.2.2 et construit avec le temps caractéristique dynamique d'une particule τ_p et de l'écoulement τ_f, il caractérise la dynamique d'une particule dans l'écoulement.

Une étude amont de l'impact de la mise à l'échelle sur ces trois nombres sans dimensions permet d'appréhender l'impact de la mise à l'échelle sur le VSA, impact qui sera ensuite confirmé par les résultats des simulations numériques.

7.3.1 Nombre de Reynolds

Plusieurs nombres de Reynolds peuvent être définis :
— $Re_{inj} = V_{inj}\, R_2/\nu$, basé sur la vitesse d'injection V_{inj} et sur le rayon du canal R_2 ;

— $Re_\delta = \Delta\bar{U}\, \delta/\nu$, basé sur l'épaisseur de la couche de mélange δ et sur la différence de vitesse de part et d'autre de la couche $\Delta\bar{U}$;

— $Re_{R_2} = \bar{U}_{axe}\, R_2/\nu$, basé sur la vitesse à l'axe $\bar{U}_{axe}$ et sur le rayon du canal R_2.

La vitesse d'injection V_{inj} et la viscosité de l'écoulement ν sont constantes lors du passage à l'échelle. De plus, le profil de Taylor-Culick imposé en entrée est construit à partir de la vitesse d'injection V_{inj} constante, de la position axiale x et du rayon r, tout deux adimensionnés par le rayon R_1, et donc également constants. D'après l'Eq. (7.1a), la vitesse axiale à l'axe en entrée du domaine est alors constante mais le gradient radial des profils sera modifié par le passage à l'échelle. Plus le rayon du canal est grand, plus les gradients seront faibles.

$$Ux = V_{inj}\, x\pi\, cos\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) \tag{7.1a}$$

$$Ur = -\frac{V_{inj}}{r}\, sin\left(\frac{\pi}{2}\, r^2\right) \tag{7.1b}$$

où x et r sont les positions axiale et radiale respectivement adimensionnées par le rayon d'entrée R_1 et V_{inj} la vitesse d'injection.

Après mise à l'échelle, sur la partie basse du canal, la couche de mélange voit donc un gradient de vitesse d'autant plus faible que le rayon est grand. Le même phénomène s'applique sur la partie haute du canal où un second profil de Taylor-Culick s'établit, dû à l'injection pariétale, comme démontré dans la Section 5.1.4.4. A résolution identique, après mise à l'échelle, on s'attendrait à avoir la même couche de mélange, avec la même épaisseur, sauf que les profils de vitesse, identiques en adimensionné, ne sont pas les mêmes entre échelle réelle et échelle réduite.

Par conséquent, en aval de l'angle, la couche de mélange est formée avec des gradients d'autant plus faibles que le rayon est grand et son épaisseur δ sera donc d'autant plus importante. Le rapport de vitesse de part et d'autre de la couche de mélange $\Delta\bar{U}$ et la vitesse à l'axe $\bar{U}_{axe}$ seront en revanche conservés.

En résumé, la vitesse d'injection V_{inj}, la viscosité de l'écoulement ν, la vitesse à l'axe $\bar{U}_{axe}$ et le rapport de vitesse de part et d'autre de la couche de mélange $\Delta\bar{U}$ sont constants alors que le rayon du canal R_2 et l'épaisseur de la couche de mélange δ sont modifiés par la mise à l'échelle. Par conséquent, tous les nombres de Reynolds Re_{inj}, Re_δ, Re_{R_2} définis ci-dessus sont modifiés par la mise à l'échelle et sont d'autant plus élevés que les dimensions de la géométrie sont grandes. Les valeurs de ces nombres de Reynolds pour la configuration à échelle réduite (SEC_RED) et échelle réelle (SEC_REEL) étudiée aux cours de ces travaux sont indiqués dans le Tableau 7.3. Ils sont construits avec les paramètres également indiqués dans le Tableau 7.3, extraits des résultats des simulations

		SEC_RED	SEC_REEL	
Vitesse d'injection	V_{inj}	10.2	10.2	$\mathrm{m/s}$
Vitesse à l'axe	$\bar{U}_{axe}$	261	261	$\mathrm{m/s}$
Rapport de vitesse	$\Delta\bar{U}$	40	40	$\mathrm{m/s}$
Viscosité de l'écoulement	ν	$1.67.10^{-5}$	$1.67.10^{-5}$	$\mathrm{m^2/s}$
Epaisseur de la couche de mélange	δ	0.0125	0.075	m
Rayon de sortie	R_2	0.25	1.5	m
	Re_{inj}	153 000	918 000	
	Re_δ	30 000	180 000	
	Re_{R_2}	3 900 000	23 400 000	

TABLE 7.3 – Paramètres de la couche de mélange et nombres de Reynolds. Valeurs extraites des simulations pour la configuration à échelle réduite SEC_RED et estimées pour la configuration à échelle réelle SEC_REEL.

pour la configuration à échelle réduite (SEC_RED) et estimés pour la configuration à échelle réelle (SEC_REEL). L'épaisseur de la couche de mélange δ est mesurée à $x = 0.05R_2$.

Le nombre de Reynolds, quelle que soit sa définition, est donc modifié par la mise à l'échelle, mais on ne s'attend pas à une modification des profils de vitesse. En effet, pour des Reynolds $Re_{inj} > 1000$ d'après Griffond et al. [97], comme c'est largement le cas ici, les écoulements induits par une injection pariétale se comportent comme des écoulements non visqueux dont la solution analytique de Taylor-Culick (Eq. (7.1)), dérivée des équations d'Euler non visqueuses, est une bonne approximation.

Après modification de l'échelle, on s'attend donc à une conservation des profils de vitesse adimensionnés par le rayon R_2 et la vitesse V_{inj}, échelle de longueur et de vitesse identiques à celles utilisées dans les analyses de stabilité linéaire réalisées dans le Chapitre 5.

7.3.2 Nombre de Strouhal

Avec des profils moyens identiques et une instabilité non visqueuse comme étudiée ici, les résultats des analyses de stabilité linéaire des profils de vitesses seraient donc identiques entre une configuration à échelle réduite et réelle, donnant une gamme de fréquences angulaires adimensionnées ω_r instables identique. Comme réalisé dans les analyses du Chapitre 5, la valeur des fréquences réelles f de l'instabilité est ensuite obtenue en utilisant l'échelle de longueur et de vitesse définies précédemment :

$$f = \frac{\omega_r^*}{2\,\pi} = \frac{\omega_r}{2\,\pi}\frac{V_{inj}}{R_2} \tag{7.2}$$

où ω_r^* est la fréquence angulaire dimensionnée et ω_r la fréquence angulaire adimensionnée.

Par conséquent, d'après l'Eq. (7.2), en conservant les valeurs de ω_r et la vitesse d'injection V_{inj} mais en modifiant la valeur de R_2, la mise à l'échelle devrait modifier la fréquence f mesurée de l'instabilité. Dans le cas de ces travaux, la valeur de R_2 à échelle réelle étant 6 fois plus important que celle à échelle réduite, la fréquence de l'instabilité mesurée devrait être 6 fois plus faible.

Finalement, la mise à l'échelle devrait donc conserver le nombre de Strouhal de la couche de mélange défini par :

$$S_{tr} = \frac{f\,\delta}{\Delta\bar{U}} \tag{7.3}$$

où δ est l'épaisseur de la couche de mélange et $\Delta\bar{U}$ la différence de vitesse de part et d'autre de la couche de mélange.

7.3.3 Nombre de Stokes

Le nombre de Stokes caractérise la dynamique d'une particule dans l'écoulement, sa définition est rappelée Eq. (7.4).

$$S_t = \frac{\tau_p}{\tau_f} \tag{7.4}$$

où τ_p est le temps caractéristique dynamique d'une particule et τ_f le temps caractéristique de l'écoulement dont les définitions sont rappelées Eq. (7.5) et Eq. (7.6) respectivement.

$$\tau_p = \frac{\rho_l \, d_p^2}{18 \, \mu_g \, f(Re_p)} \quad \text{avec} \quad f(Re_p) = 1 + 0.15 Re_p^{0.687} \, , \, Re_p = \frac{\rho_l d_p \|\vec{u}_g - \vec{u}_p\|}{\mu_g} \tag{7.5}$$

$$\tau_f = \frac{\delta}{\Delta \bar{U}} \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\Delta \bar{U}}{(d\bar{U}/dy)_{max}} \rightarrow \tau_f = \frac{1}{(d\bar{U}/dy)_{max}} \tag{7.6}$$

Lors du passage à l'échelle, le diamètre des particules d_p, la masse volumique liquide ρ_l, la viscosité du gaz μ_g ne sont pas modifiés, le temps caractéristique dynamique des particules τ_p ne sera donc pas modifié. En revanche, comme démontré précédemment, l'épaisseur de la couche de mélange δ est modifiée alors que la vitesse de part et d'autre de la couche de mélange $\Delta \bar{U}$ est constante. Le temps caractéristique de l'écoulement τ_f sera donc modifié par le passage à l'échelle, et sera dans ce cas 6 fois plus important à échelle réelle qu'à échelle réduite. Par conséquent, le nombre de Stokes S_t sera également modifié en devenant 6 fois plus faible à échelle réelle.

Comme démontré dans la Section 6.5.2.2, la dynamique des particules et leur impact sur les structures tourbillonnaires est piloté par leur nombre de Stokes, cette modification, étudiée dans la Section 7.5, aura donc un fort impact sur le rôle des particules sur le VSA.

7.4 Impact sur l'instabilité en gaz seul

Étudions tout d'abord l'impact de la mise à l'échelle sur les caractéristiques de la couche de mélange en gaz seul.

7.4.1 Modification du nombre de Reynolds : conservation des profils moyens

La Figure 7.2 présente une comparaison des champs instantanés de vitesse axiale, radiale et de vorticité pour la configuration à échelle réelle (SEC_REEL) et pour la configuration à échelle réduite (SEC_RED) sur les maillages $M_{1,RD}$ et $M_{2,RL}$.

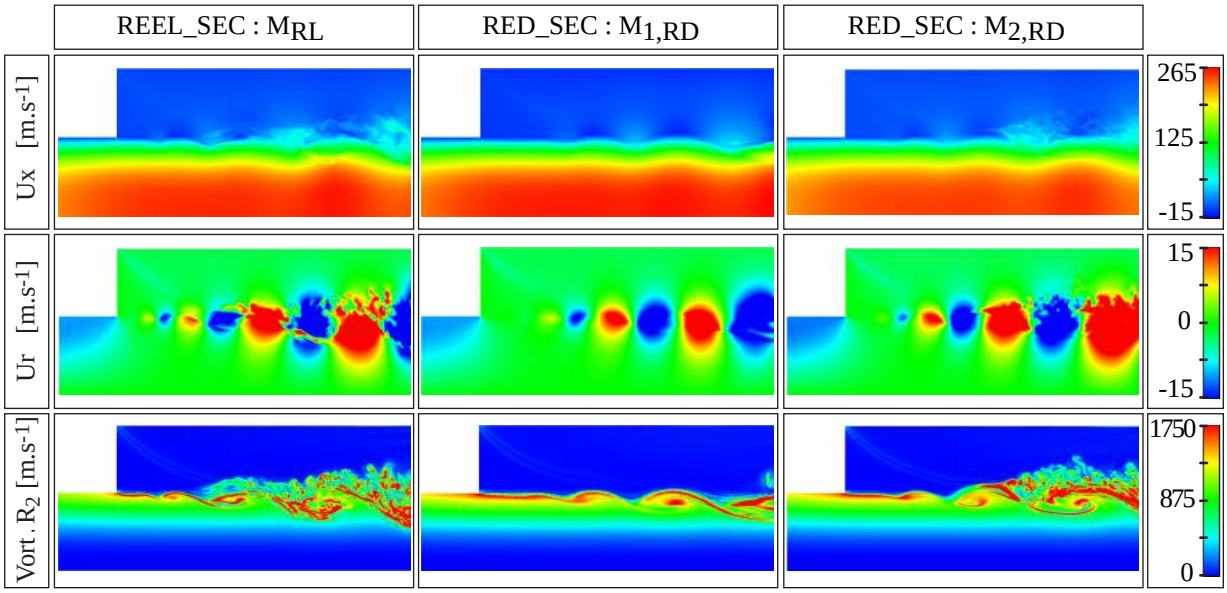


FIGURE 7.2 – Comparaison des champs instantanés (coupe en $\theta = 0$) de vitesse axiale (U_x), de vitesse radiale (U_r) et de vorticité multipliée par le rayon R_2 (Vort.R_2) pour la configuration à échelle réelle (SEC_REEL) sur le maillage noté M_{RL} et pour la configuration à échelle réduite (SEC_RED) sur les maillages $M_{1,RD}$ et $M_{2,RD}$.

D'un point de vue qualitatif, la couche de mélange sur la configuration SEC_REEL se comporte de la même façon que celle sur la configuration SEC_RED. Elle est cependant plus proche de celle sur le maillage $M_{2,RD}$ en

termes de petites structures générées, résultat attendu étant donné que la résolution du maillage à échelle réelle M_{RL} est proche de celle du maillage $M_{2,RD}$.

Les profils de vitesse axiale et radiale sont comparés respectivement Figure 7.3 et Figure 7.4 pour différentes positions axiales, où $r^* = r/R_2$.

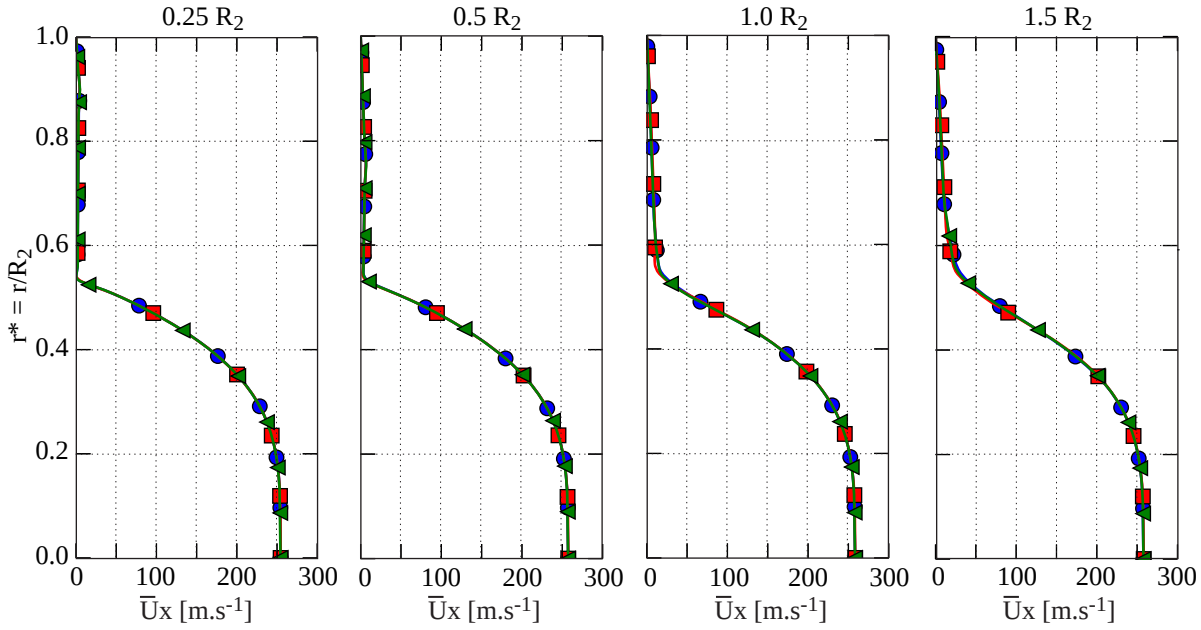


FIGURE 7.3 – Comparaisons des profils moyens de vitesse axiale entre échelle réelle (SEC_REEL) M_{RL} : courbes bleues marqueurs ronds) et échelle réduites maillage $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés) et maillage $M_{2,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles) pour différentes positions axiales ($x = 0.25R_2$, $x = 0.5R_2$, $x = 1.0R_2$, et $x = 1.5R_2$).

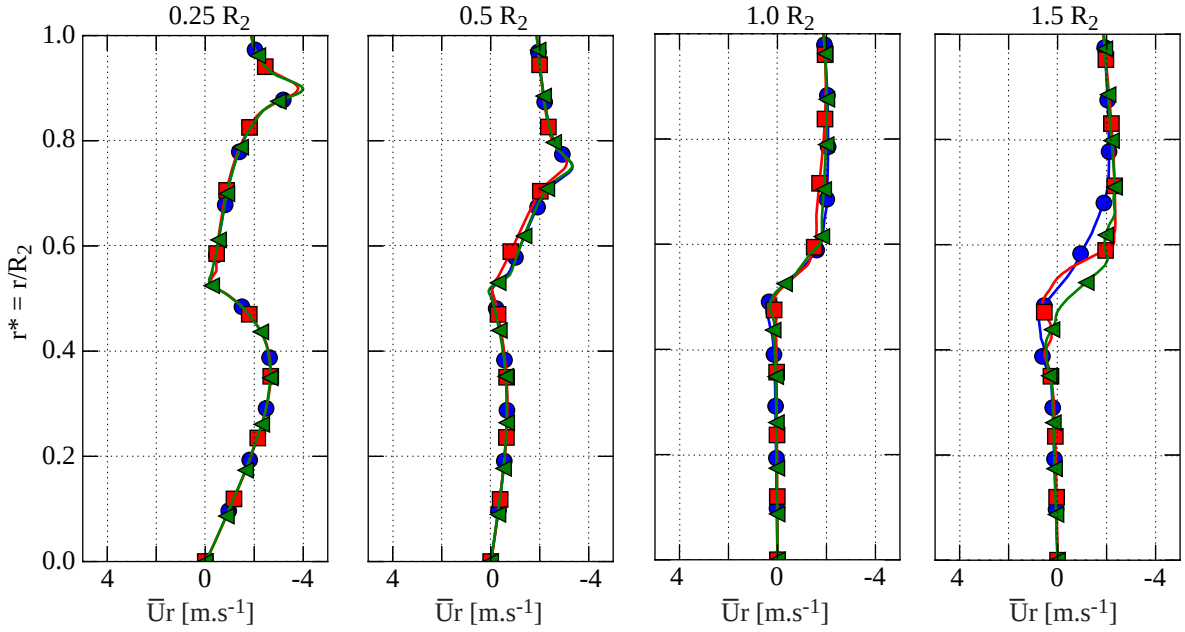


FIGURE 7.4 – Comparaisons des profils moyens de vitesse radiale entre échelle réelle $M_{1,RD}$ (SEC_REEL) M_RL : courbes bleues marqueurs ronds) et échelle réduites maillage $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés) et maillage $M_{2,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles) pour différentes positions axiales ($x = 0.25R_2$, $x = 0.5R_2$, $x = 1.0R_2$, et $x = 1.5R_2$).

On remarque que, comme attendu, lors du passage à l'échelle, les profils de vitesse adimensionnés par le rayon du canal R_2 sont conservés, confirmant que le nombre de Reynolds est assez élevé dans les deux configurations

étudiées pour ne pas avoir d'impact sur les profils. On confirme également, la modification de l'épaisseur δ de la couche de vorticité par la comparaison des profils de vorticité, Figure 7.5 à $x = 0.05R_2$. En effet, on note une superposition des profils, ce qui indique que l'épaisseur de la couche de mélange est multiplié par le rapport d'échelle. On remarque également que le maximum de vorticité sur la configuration à échelle réelle est proche de celui sur le maillage $M_{2,RD}$ à échelle réduite, conséquence d'une discrétisation proche entre les deux maillages.

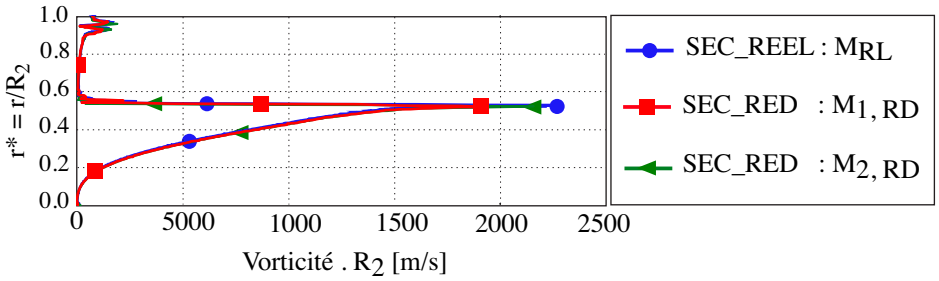


FIGURE 7.5 – Profil radial de vorticité à $x = 0.05R_2$ multiplié par le rayon R_2 pour la configuration à échelle réelle (SEC_REEL) M_{RL} : courbe bleue marqueur rond), et la configuration à échelle réduite (SEC_RED) sur le maillage $M_{1,RD}$ (courbe rouge marqueur carré) et $M_{2,RD}$ (courbe verte marqueur triangle).

7.4.2 Conservation du nombre de Strouhal : conservation des modes instables

Comme attendu, les valeurs de fréquences mesurées sur la configuration à échelle réelle sont 6 fois plus faibles que celles mesurées à échelle réduite. En effet, comme présenté sur la Figure 7.6, sur la configuration SEC_RED une seule fréquence se dégage à 572 Hz pour le maillage $M_{1,RD}$, une plage de fréquences instables entre 570 Hz et 649 Hz est mesurée pour le maillage $M_{2,RD}$ et sur la configuration SEC_REEL deux fréquences principales sont visibles à 97 Hz et 102 Hz. Les fréquences mesurées sont donc environ 6 fois plus faibles à échelle réelle qu'à échelle réduite.

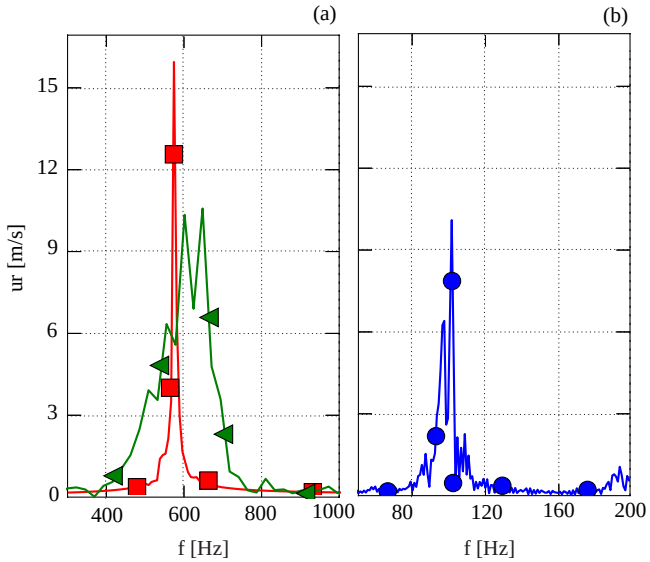


FIGURE 7.6 – Comparaisons des analyses de Fourier du signal de vitesse radiale pour la configuration à échelle réduite sur le maillage $M_{1,RD}$ (courbes rouges marqueurs carrés) et maillage $M_{2,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles) (a) et pour la configuration à échelle réelle (courbes bleues marqueurs ronds) (b).

Ce résultat confirme que la mise à l'échelle conserve le nombre de Strouhal de l'instabilité défini Eq. (7.3). En effet, comme indiqué dans le Tableau. 7.4, on obtient un nombre de Strouhal de la couche de mélange identique entre échelle réelle et échelle réduite et égal à 0.19, proche du Strouhal critique égal à 0.26 calculé par Vuillot [198] correspondant à la fréquence la plus instable d'une couche de mélange à profil moyen en tangente hyperbolique.

Pour finir, l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations des vitesses radiale et axiale pour les configurations SEC_REEL et SEC_RED sur le maillage $M_{2,RD}$ est présentée Figure 7.7. On constate que la croissance spatiale de l'instabilité est également transposable à l'échelle.

Configuration	f [Hz]	δ [m]	ΔU [m/s]	S_{tr}
SEC_RED	≈ 600	≈ 0.0125	≈ 40	0.19
SEC_REEL	≈ 100	≈ 0.075	≈ 40	0.19

TABLE 7.4 – Comparaison des nombres de Strouhal S_{tr} pour les configurations SEC_REEL et SEC_RED.

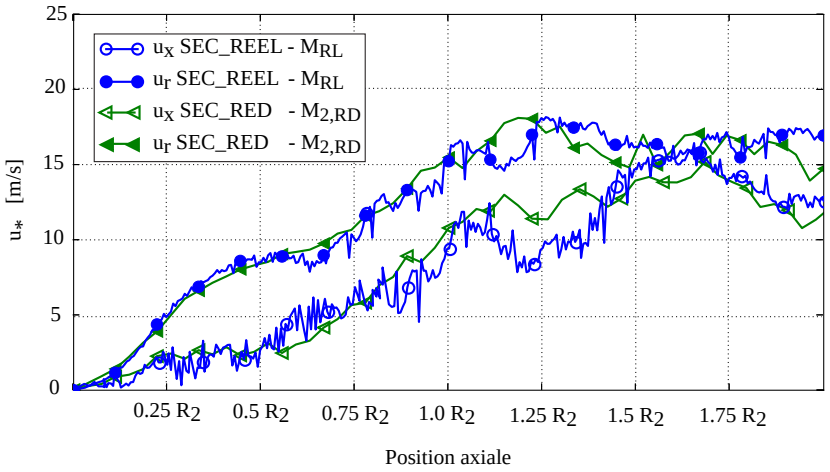


FIGURE 7.7 – Comparaisons de l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations de vitesse radiale pour la configuration échelle réelle (courbes bleues marqueurs ronds) et pour la configuration échelle réduite maillage $M_{2,RD}$ (courbes vertes marqueurs triangles).

En conclusion, en gaz seul, même si le nombre de Reynolds n'est pas conservé par le passage à l'échelle, la conservation du nombre de Strouhal de la couche de mélange garantie la conversion proportionnelle de toutes les caractéristiques de la couche de mélange. Les observations faites à échelle réduite sont donc directement transposables à échelle réelle.

7.5 Impact sur l'instabilité en présence de particules d'aluminium

7.5.1 Fréquences et amplitudes de l'instabilité

Comme en gaz seul les profils moyens de vitesse ne sont pas changés, ils ne sont pas reproduits ici. La Figure 7.8 compare les spectres en fréquences obtenus à échelle réelle en gaz seul et en présence de particules à différentes positions axiales.

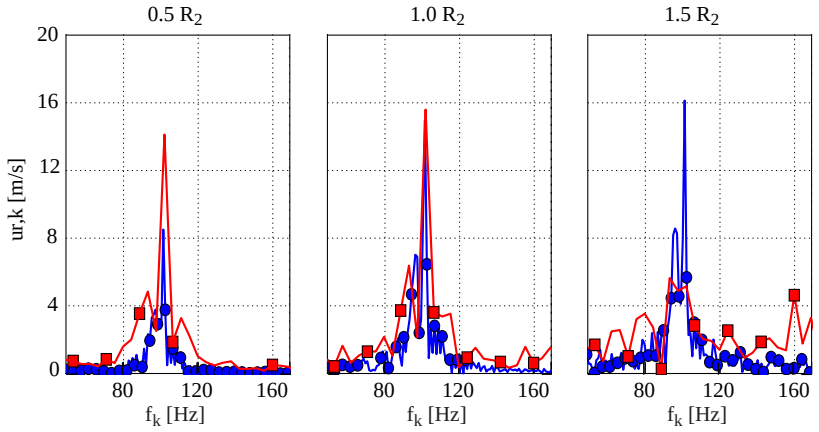


FIGURE 7.8 – Comparaisons des FFTs des signaux de vitesse radiale enregistrés sur des sondes placées dans la couche de mélange à trois positions axiales différentes,1.0 R_1, 2.0 R_1,et 3.0 R_1 pour la configuration à échelle réelle en gaz seul (courbes bleues marqueurs ronds) et avec ajout de particules (courbes rouges marqueurs carrés).

On observe tout d'abord que, de la même façon qu'à échelle réduite, l'ajout de particules modifie peu la plage de fréquence de l'instabilité, comme visualisé, et la fréquence à laquelle les amplitudes des oscillations sont maximales est toujours égale à 102 Hz.

En revanche l'amplitude des oscillations est fortement influencée par l'ajout de particules. Cet impact est quantifié Figure 7.9 où sont comparées les évolutions axiales de l'amplitude maximum des oscillations de vitesse axiale et radiale avec et sans particules. On note une importante différence par rapport aux résultats à échelle réduite (Figure 6.13) : les particules augmentent l'amplitude des oscillations entre 0.25 R_2 et 1.0 R_2. Elles retrouvent ensuite (à partir de 1.0 R_2) un comportement similaire à l'échelle réduite, et conduisent à une diminution des amplitudes.

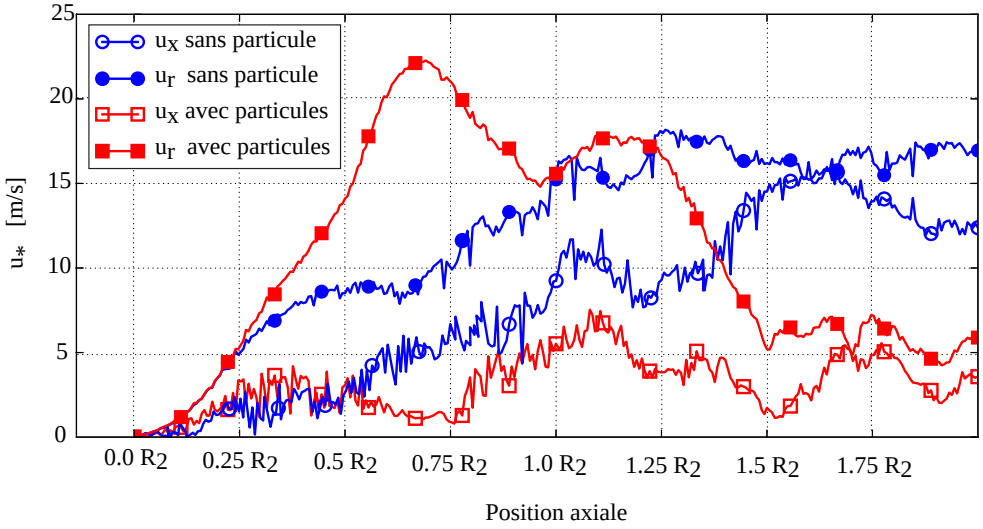


FIGURE 7.9 – Comparaisons de l'évolution axiale de l'amplitude des oscillations de vitesse axiale (ux, marqueurs vides) et radiale (ur, marqueurs pleins) pour la configuration échelle réelle en gaz seul (courbes bleues) et avec l'ajout de particules (courbes rouges).

7.5.2 Modification de la dispersion des particules

Pour comprendre la différence de comportement observée à la section précédente, on s'intéresse à la dynamique des particules. Comme démontré en Section 7.3.3, lors du passage à l'échelle le nombre de Stokes, défini Eq. (6.4), n'est pas conservé et devrait être 6 fois plus faible à échelle réelle. Ce résultat est confirmé par la Figure 7.10, où sont comparées les distributions de fraction volumique de liquide dans la zone d'étude de la couche de mélange (définie Figure 6.15), en fonction du nombre de Stokes. En effet, le nombres de Stokes le plus présent dans la couche de mélange est égal à 5.0 dans la configuration SEC_RED et 0.7 dans la configuration SEC_REEL.

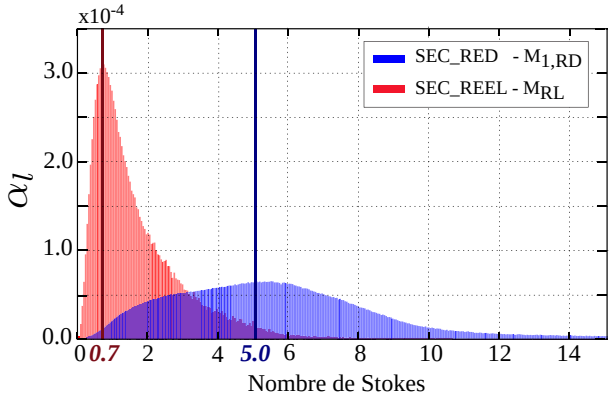


FIGURE 7.10 – Comparaisons des distributions de fraction volumique de liquide en fonction du nombre de Stokes entre la configuration SEC_REEL (rouge) et SEC_RED (bleue), dans la zone de la couche de mélange.

Cette modification a un impact direct sur le comportement des gouttes vis-à-vis de la couche de mélange, visualisée par la comparaison des champs de fraction volumique de liquide sur la Figure 7.11. Le nombre de Stokes majoritaire étant devenu proche de 1, les gouttes sont plus sensibles à l'écoulement gazeux, se traduisant par un effet de concentration préférentielle plus forte en périphérie des structures tourbillonnaires.

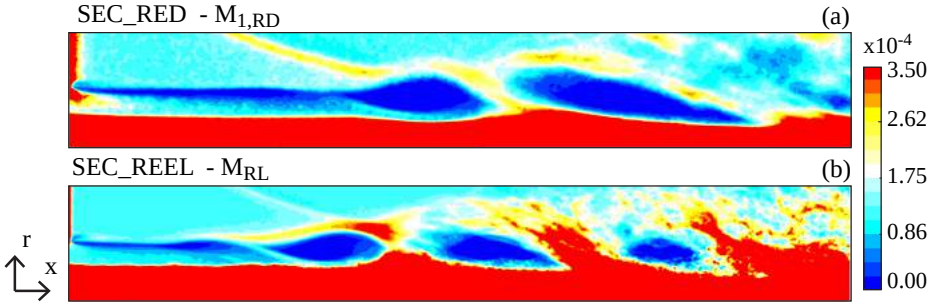


FIGURE 7.11 – Comparaison des champs moyennés azimutalement de fraction volumique de liquide α_l pour la configuration SEC_RED (a) et SEC_REEL (b).

On note également ici que la fraction volumique de liquide α_l dans la couche de mélange est égale à environ 10^{-4} au-dessus des structures et environ 10^{-3} en-dessous, la palette de couleur sur la Figure 7.11 étant saturée. L'hypothèse de régime diluée, avec non prise en compte des interactions gouttes/gouttes, réalisée aux cours de ces travaux est donc acceptable, bien que située dans la limite haute des valeurs de fraction volumique liquide pour lesquelles cette hypothèse reste validée par la littérature, fixée à 10^{-4} d'après les travaux de Fede [74].

7.5.3 Impact sur le transfert d'énergie entre les particules et le gaz.

7.5.3.1 Champs de transfert d'énergie dans la couche de mélange

De la même façon qu'à échelle réduite, on analyse l'énergie $E_D^{l\to g}$ qui résulte de la force de trainée que les particules imposent au gaz ($-F_D$) et de la vitesse du gaz (U_g).

Les résultats pour les composantes axiale et radiale sont présentés Figure 7.12 et Figure 7.13 respectivement. On remarque tout d'abord que les niveaux de la force de trainée et de l'énergie que les particules imposent au gaz sont environ d'un ordre de grandeur supérieurs à ceux mesurés sur la configuration SEC_RED (Figure 6.20). Lors du passage à l'échelle, tous les débits massiques surfaciques de particules sont conservés, donc la fraction volumique de liquide est conservée. Mais à échelle réelle, le volume occupé par la couche de mélange est C_E^3 plus grand (C_E est le rapport d'échelle) et dans le volume de la couche de mélange il y a C_E^3 fois plus de particules, la force de trainée résultante par les particules est plus importante, expliquant les niveaux plus élevés d'échange d'énergie entre les particules et le gaz.

Analysons tout d'abord les champs sur la composante axiale Figure 7.12. On remarque (Figure 7.12(b)), une poche de vitesse liquide négative (symbolisées par les iso-contours gris) au-dessus de la première structure, où la vitesse gazeuse est elle-même négative (Figure 7.12(c)). Ce phénomène non présent à échelle réduite, traduit la forte sensibilité des particules à l'écoulement gazeux induite par leur nombre de Stokes plus faible. Ensuite, la force de trainée (Figure 7.12(d)) et l'énergie (Figure 7.12(e)) présentent les mêmes caractéristiques principales qu'à échelle réduite, où les 4 mêmes zones Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4 sont identifiées. Leur description, décrite en Section 6.5.2.1, n'est donc pas reproduite ici. D'un point de vue qualitatif, sur la composante axiale, les particules ont majoritairement tendance à contrarier le développement des structures.

Pour la composante radiale, le champ de l'énergie transmise par les particules aux gaz (Figure 7.13(e)) présente des zones d'énergie positive (dans la zone Z_1), contrairement au cas à échelle réduite (Figure 6.21(e)) où les particules induisent uniquement un ralentissement du gaz via une énergie négative. Ces zones à énergie transmise positive sont situées en périphérie des tourbillons. En effet, la concentration préférentielle des particules à ces endroits, où elles ont une vitesse plus importante que le gaz, résultent en une accélération signification du gaz favorisant la croissance des structures.

Afin d'évaluer qualitativement l'évolution axiale de l'énergie transmise par les particules au gaz dans les deux directions, les valeurs sont moyennées radialement, comme réalisé sur la configuration à échelle réduite Figure 6.32. Les résultats sont présentés Figure 7.14(b) avec l'évolution axiale des amplitudes des oscillations de vitesse radiale et axiale Figure 7.14(a). Entre les positions 0.25 R_2 et 0.65 R_2, où les amplitudes de vitesse radiale sont plus élevées avec que sans particules (Figure 7.9), l'impact positif des particules n'est pas visible sur la

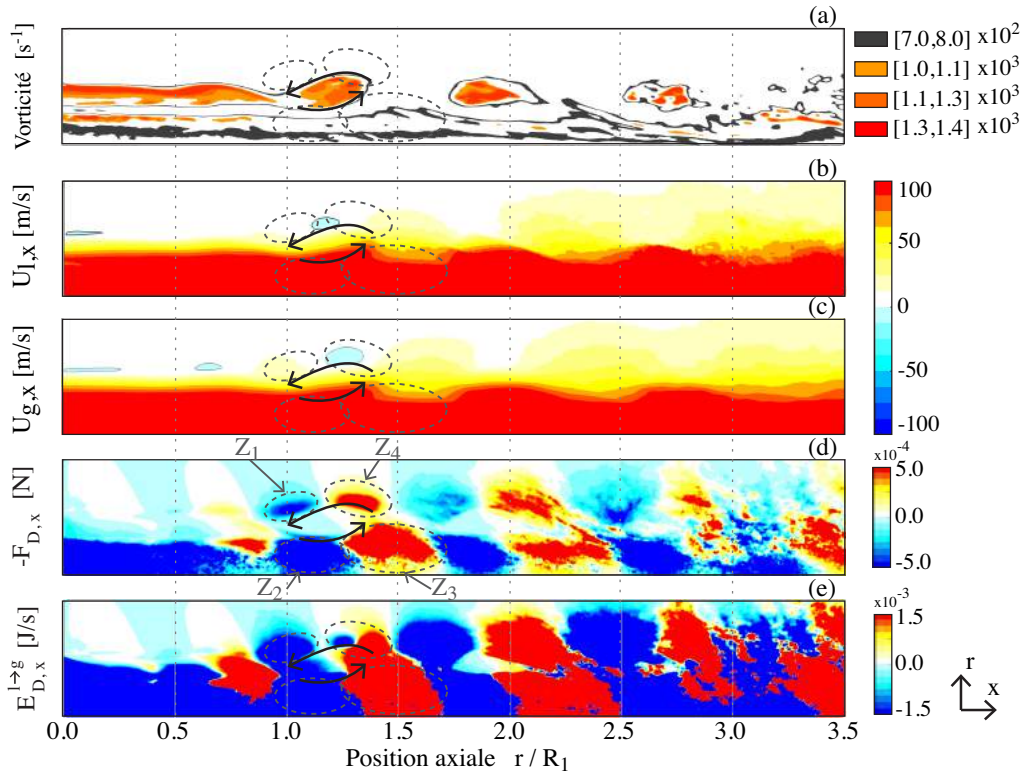


FIGURE 7.12 – Champs moyennés azimutalement dans la zone d'étude de la couche de mélange pour la configuration SEC_REEL : iso-contours de vorticité (a), vitesse axiale liquide $U_{l,x}$ (b), vitesse axiale gazeuse $U_{g,x}$ (c), force de trainée axiale des particules sur le gaz $-F_{D,x}$ (d), énergie transmise par les particules au gaz sur la composante axiale de la vitesse $E_{D,x}^{l\to g}$ (e).

moyenne radiale de l'énergie. Les zones localisées d'énergie positive sur la composante radiale (Figure 7.13(e)) suffisent à favoriser l'augmentation des amplitudes des oscillations de vitesse entre 0.25 R_2 et 0.65 R_2. Ensuite, comme à échelle réduite, après la première structure où l'énergie radiale fournie par les particules aux gaz est fortement négative sur une distance importante, l'amplitude des oscillations de vitesse diminue. On observe cependant vers 1.0 R_2 une nouvelle augmentation de l'amplitude des oscillations, corrélée à une énergie positive sur les deux composantes. Vers 1.25 R_2 les amplitudes diminuent à nouveau, puisque les particules absorbent de l'énergie dans cette zone. La diminution et l'augmentation des amplitudes des oscillations sont donc toujours corrélées avec l'apport ou la perte d'énergie dus à la force de trainée des particules.

7.5.3.2 Transfert d'énergie conditionné par le nombre de Stokes

Dans cette section, deux zones de la couche de mélange sont particulièrement étudiées (voir Figure 7.15). La première (Z_S) caractérise une zone où les particules prennent de l'énergie au gaz et jouent un rôle stabilisant, tandis que la deuxième Z_D caractérise une zone où les particules donnent de l'énergie au gaz et jouent un rôle déstabilisant.

L'objectif est de déterminer les nombres de Stokes des particules qui contribuent le plus à ce transfert d'énergie. Pour cela 50 classes de Stokes sont définies, allant de 0 à 5 (valeur maximale dans la couche de mélange, voir Figure 7.10). Sur chaque zone et dans chaque classe de Stokes, l'énergie transmise par les particules au gaz $E_{D,r}^{l\to g}$ est moyennée. Les distributions statistiques de l'énergie moyenne par particule en fonction du nombre de Stokes sont présentées Figure 7.16.

On observe alors que dans la zone Z_S (Figure 7.16(a)), plus le nombre de Stokes est élevé plus la particule stabilise l'écoulement. Ce résultat est cohérent avec la configuration à échelle réduite (Figure 6.29), où le nombre de Stokes des particules ayant le plus fort impact stabilisant est environ égal à 8.6. A échelle réelle, les particules ont un nombre de Stokes plus faible, et la valeur maximale dans la couche moindre.

Concernant la zone Z_D (Figure 7.16(b)), on observe qu'en fonction de leur nombre de Stokes, les particules agissent comme une source ou un puits d'énergie pour le gaz. En effet, dans cette zone, une particule avec un nombre de Stokes inférieur à 2.5 transmet au gaz une énergie positive et déstabilise l'écoulement. En revanche,

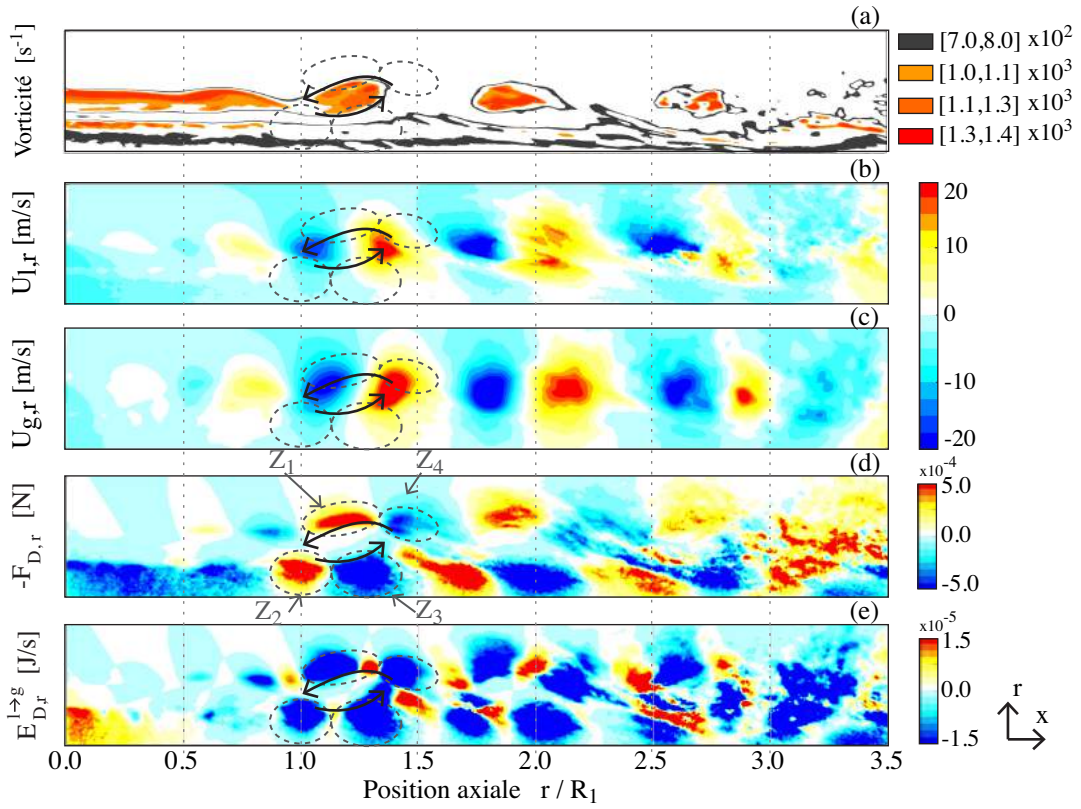


FIGURE 7.13 – Champs moyennés azimutalement centrés sur la couche de mélange. Visualisation des structures de l'instabilité via des iso-contours de vorticité (a), vitesse radiale liquide $U_{l,r}$ (b), vitesse radiale gazeuse $U_{g,r}$ (c), force de trainée radiale des particules sur le gaz $-F_{D,r}$ (d), énergie gazeuse que les particules génèrent sur la composante radiale de la vitesse $E^{l\to g}_{D,r}$ (d).

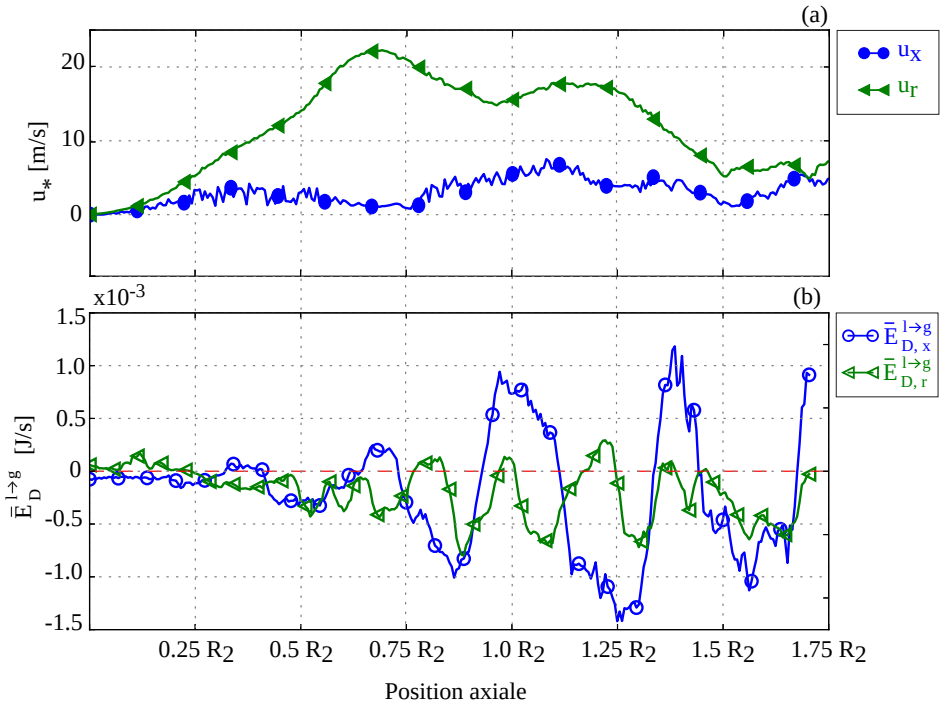


FIGURE 7.14 – Evolution axiale des amplitudes des oscillations de vitesse axiale et radiale (a) et évolution axiale du transfert d'énergie dans la direction axiale et radiale $\bar{E}^{l\to g}_{D,x}$, $\bar{E}^{l\to g}_{D,r}$ (b) de la vitesse.

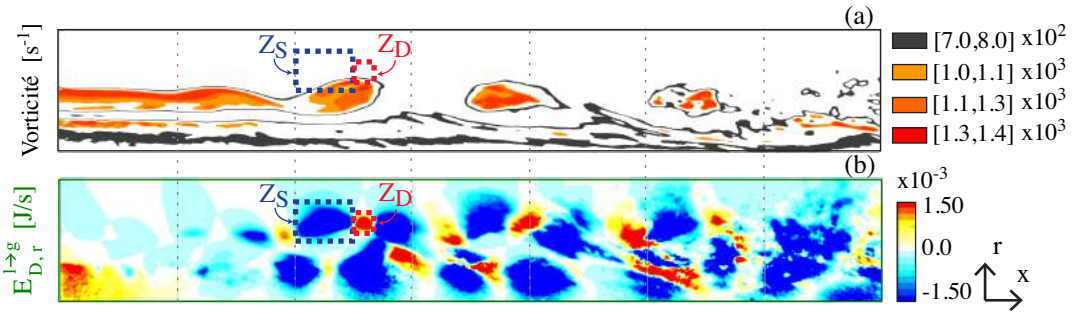


FIGURE 7.15 – Champ instantané moyenné azimutalement de vorticité (a) et de l'énergie $E_{D,r}^{l\to g}$ transmise par les particules au gaz dans la direction radiale (b). Localisation des zones Z_S et Z_D où les particules jouent un rôle stabilisant et déstabilisant respectivement.

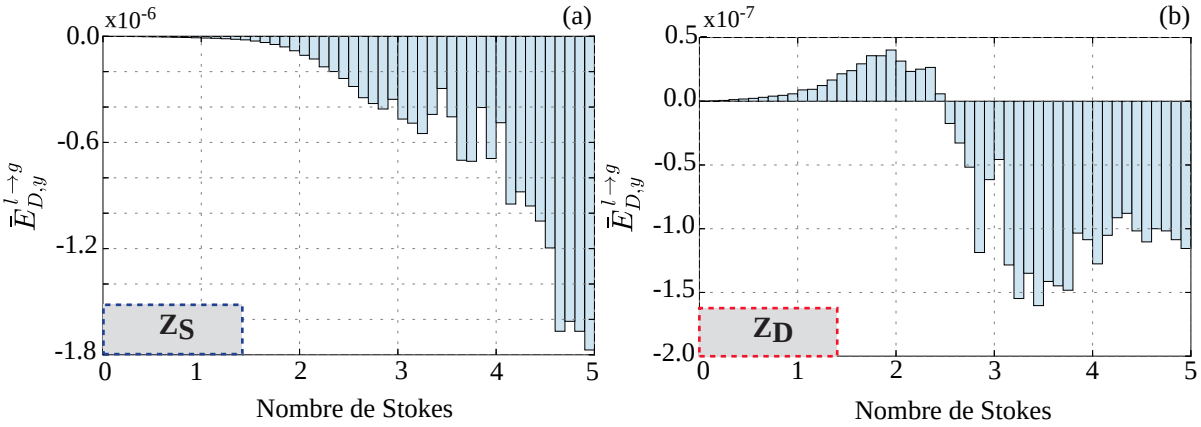


FIGURE 7.16 – Distribution statistique de l'énergie moyenne transmise par une particule au gaz dans la direction radiale en fonction de son nombre de Stokes, pour la zone Z_S où les particules ont un rôle stabilisant (a) et la zone Z_D où elles ont un rôle déstabilisant (b).

une particule avec un nombre de Stokes supérieur à 2.5 le stabilise en lui prélevant de l'énergie. Comme le nombre de particules dont le nombre de Stokes est inférieur à 2.5 est bien plus important (voir Figure 7.10), les particules qui ont un effet déstabilisant l'emportent et l'énergie transférée par les particules au gaz est globalement positive dans cette zone. L'effet déstabilisant d'une particule sera maximale si elle possède un nombre de Stokes proche de 2.

7.6 Coût de calcul des simulations

Les simulations ont été réalisées sur la machine CURIE (TGCC) sur 1024 processeurs pour le cas monophasique et 2048 sur le cas diphasique grâce à une allocation PRACE. Sur le cas à échelle réelle, la simulation diphasique contient environ 195 millions de particules.

		Temps simulé [ms]	Temps de calcul [h]
1 Période de VSA	Monophasique	$T = 10.5$ ms	1075
	Diphasique	$T = 10.5$ ms	12 468
Calcul Complet	Monophasique	$110T = 1155$ ms	118 250
	Diphasique	$250T = 2625$ ms	3 117 000

TABLE 7.5 – Comparaison du coût d'un calcul entre monophasique et diphasique à échelle réelle.

Les simulations à échelle réelle sont plus coûteuses que celles à échelle réduite (voir Tableau 6.52) à cause du nombre plus élevé de points dans le maillage mais surtout à cause de l'explosion du nombre de particules. La

comparaison entre le coût de la simulation d'une période de VSA, $T = 1/f = 10.5$ ms et d'un calcul complet, entre le cas monophasique et le cas diphasique est donnée dans le Tableau 7.5. Une simulation diphasique d'une période de VSA coûte à échelle réelle environ 11 fois plus cher qu'en monophasique. Le pas de temps du calcul constant entre monophasique et diphasique est $\Delta t = 8.02.10^{-7}$ s.

7.7 Résumé de l'analyse de l'impact de la mise à l'échelle

Dans ce chapitre, l'impact de l'échelle sur l'instabilité du VSA est analysé. Une simulation en gaz seul et une simulation avec particules d'aluminium réactives sont réalisées sur une géométrie aux dimensions 6 fois plus importantes dans toutes les directions, correspondant à des dimensions de moteur à échelle réelle.

L'étude en gaz seul a montré que dans les configurations étudiées le nombre de Reynolds est suffisamment élevé pour que sa modification n'ait pas d'impact lors du passage à l'échelle. En revanche, le nombre de Strouhal n'est pas modifié et les caractéristiques de la couche de mélange sont conservées avec un facteur de proportionnalité pour l'épaisseur de vorticité et les fréquences mesurées. Les conclusions obtenues à échelle réduite, qu'elles soient obtenues par simulations ou expériences, peuvent être directement appliquées à échelle réelle.

En revanche, l'ajout de particules d'aluminium introduit un effet d'échelle. Si à échelle réduite, les particules n'ont qu'un effet stabilisant et diminuent l'amplitude des oscillations de vitesse, à échelle réelle l'ajout de particules peut contribuer à l'augmentation des amplitudes des oscillations et donc favoriser l'instabilité. Cette augmentation s'explique par la réduction du nombre de Stokes (divisé par le rapport d'échelle) des particules lors du passage à l'échelle, qui rend les particules plus sensibles à l'écoulement.

Avant la formation des grosses structures et l'apparition du phénomène de dispersion, les particules avec un nombre de Stokes faible déstabilisent la couche de mélange en introduisant des perturbations dans l'écoulement. A échelle réelle, les particules avec un faible nombre de Stokes sont majoritaires, contrairement à échelle réduite, ce qui se traduit par une augmentation des oscillations de vitesse et une déstabilisation du VSA avant la formation de la première structure tourbillonnaire. En revanche, dès que les structures se forment, les particules se dispersent dans la couche, se concentrent en périphérie et les détruisent, ce qui se traduit par une stabilisation du VSA à échelle réduite comme à échelle réelle. Pour ajouter des particules sans introduire d'effet d'échelle, il est donc impératif de conserver le nombre de Stokes.

Chapitre 8

Conclusion

Pour des raisons de conception des moteurs, les chargements exhibent souvent des discontinuités géométriques, qui sont à l'origine de couches de cisaillement dans les chambres de combustion. Sous certaines conditions, ces couches de cisaillement peuvent être instables : on est alors en présence d'une instabilité hydrodynamique, le VSA (Vortex Shedding d'Angle). Les concepteurs de moteur cherchent à éviter tout type d'instabilités, ou au moins à les maîtriser. L'objectif de cette thèse est de contribuer au développement de connaissances fondamentales sur le VSA, cette instabilité ayant moins fait l'objet de travaux amont que d'autres, mieux décrites dans la littérature.

Au cours de ces travaux, l'impact du soufflage, de la présence de particules d'aluminium et du passage à l'échelle ont été étudiés dans une configuration académique.

La stabilisation du VSA par le soufflage latéral, démontré dans ces travaux est un résultat important, non répertorié dans la littérature. Il a été acquis grâce à la simulation CFD aux grandes échelles, et a des études de stabilité linéaire.

Si le phénomène de combustion des particules (dégagement de masse et d'énergie thermique), a peu d'impact sur le VSA, la présence de résidus inertes possède un rôle important sur l'écoulement, et peut stabiliser ou déstabiliser le VSA. Le rôle des particules est alors entièrement piloté par leur nombre de Stokes.

La question de la mise à l'échelle est primordiale dans les applications de moteurs à propergol solide. Ces travaux ont démontré qu'en écoulement monophasique, tous les phénomènes du VSA passent à l'échelle. A contrario, l'ajout de particules, de par leur trainée, introduit un effet d'échelle, qui modifie le rôle des particules sur le VSA.

L'outil de stabilité linéaire, AVLP, développé en collaboration avec Thilbault Bridel-Bertomeu au cours de ces travaux de thèse, a donné de bons résultats sur des profils analytiques, sur les cas étudiés dans ces travaux, ou encore sur les cas étudiés dans les travaux de Thilbault Bridel-Bertomeu [27]. Cela montre la capacité de la stabilité linéaire et d'AVLP à répondre rapidement, sans calculs coûteux, à de nombreuses questions autour des instabilités hydrodynamiques, qui peuvent exister du moment qu'un écoulement est présent. Les domaines d'applications sont alors aussi divers que variés, allant du domaine spatial comme c'était le cas au cours de ces travaux au domaine aéronautique avec l'étude des jets swrilés en sortie d'injecteur de moteur d'avions ou d'hélicoptères ou encore l'étude de cavités dans les turbopompes. Son utilisation pas toujours évidente, et l'interprétation des résultats non immédiate, ont fait de la stabilité linéaire un outil principalement utilisé dans le domaine de la recherche. Cependant, le fort potentiel de l'outil et les nombreux efforts de développement, permettent aujourd'hui, une industrialisation progressive de ce type d'analyse et d'outil. En plus d'apporter des réponses sur l'instabilité du VSA, ces travaux ont donc également contribuer à l'intégration progressive de la stabilité linéaire dans le monde industriel.

La connaissance de l'effet de soufflage latéral va également permettre de tenir compte de cette physique pour la conception des moteurs, afin d'aller vers une maîtrise toujours plus approfondie des ODP.

Bibliographie

[1] ABU-IRSHAID, E. M., MAJDALANI, J., AND CASALIS, G. Hydrodynamic stability of rockets with head-wall injection. *Physics of Fluids 19*, 2 (2007), 024101.

[2] AIT ATMANE, Y. *Synthèse de nanoparticules d'aluminium et enrobage par des polymères pour des applications énergétiques*. PhD thesis, Université Paris Diderot, 2012.

[3] ANDERSON, E., BAI, Z., BISCHOF, C., BLACKFORD, S., DEMMEL, J., DONGARRA, J., DU CROZ, J., GREENBAUM, A., HAMMERLING, S., MCKENNEY, A., AND SORENSEN, D. *LAPACK Users' Guide*. Third Edition. SIAM, Jan. 1999.

[4] ANTHOINE, J. *Experimental and Numerical Studyof Aeroacoustic Phenomena in Large Solid Propellant Boosters*. PhD thesis, Universite Libre de Bruxelles, Dec. 2000.

[5] AUSTRUY, H., BIAGIONI, M., AND PELIPENKO, Y. Improvement in propellant and process for Ariane 5 boosters. In *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, 1998), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[6] AVALON, G., CASALIS, G., AND GRIFFOND, J. Flow instabilities and acoustic resonance of channels with wall injection. In *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, July 1998), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[7] BABUK, V. A., VASSILIEV, V. A., AND SVIRIDOV, V. V. Propellant Formulation Factors and Metal Agglomeration in Combustion of Aluminized Solid Rocket Propellant. *Combustion Science and Technology 163*, 1 (Feb. 2001), 261–289.

[8] BAILLY, C., AND COMTE-BELLOT, G. *Turbulence*. CNRS Editions, 2003.

[9] BALLEREAU, S., GODFROY, F., GUÉRY, J., AND RIBEREAU, D. Assessment on analysis and prediction method applied on thrust oscillations of Ariane 5 solid rocket motor. *AIAA paper* (2003).

[10] BALLEREAU, S., GODFROY, F., ROBERT, E., AND CESCO, N. Two minutes inside the A5 SRM : effects of different source of pressure oscillations during operation. In *60th International Astronautical Congress* (2009), pp. 1–1.

[11] BALTENSPERGER, R., AND BERRUT, J.-P. The errors in calculating the pseudospectral differentiation matrices for Cebysev-Gauss-Lobatto points. *Computers & Mathematics with Applications 37*, 1 (1999), 41–48.

[12] BASSET, A. B. *A treatise on hydrodynamics : with numerous examples*, vol. 2. Deighton, Bell and Company, 1888.

[13] BASSET, T., DANIEL, E., AND LORAUD, J. C. Etude numérique et paramétrique de la combustion de particules d'aluminium. *Canadian journal of chemical engineering 75*, 5 (1997), 938–948.

[14] BATTERSON, J. W., AND MAJDALANI, J. Biglobal instability of the bidirectional vortex. Part 1 : Formulation. *AIAA Conference* (2011).

[15] BAYLISS, A., CLASS, A., AND MATKOWSKY, B. J. Roundoff Error in Computing Derivatives Using the Chebyshev Differentiation Matrix. *Journal of Computational Physics 116*, 2 (Dec. 1994), 380–383.

[16] BECKSTEAD, M. Evidences for distributed combustion. In *Johns Hopkins Univ* (1987).

[17] BECKSTEAD, M. Solid propellant combustion mechanisms and flame structure. *Pure and applied chemistry* (1993).

[18] BECKSTEAD, M. A summary of aluminum combustion.

[19] BECKSTEAD, M., LIANG, Y., AND PUDDUPPAKKAM, K. V. Numerical simulation of single aluminum particle combustion (review). *Combustion, Explosion and Shock Waves 41*, 6 (2005), 622–638.

[20] BECKSTEAD, M., PUDUPPAKKAM, K., AND THAKRE, P. Modeling of combustion and ignition of solid-propellant ingredients. ... *Energy and Combustion* ... (2007).

[21] BELYAEV, A. F., FROLOV, Y. V., AND KOROTKOV, A. I. Combustion and ignition of particles of finely dispersed aluminum. *Combustion, Explosion and Shock Waves 4*, 3 (1968), 182–185.

[22] BINI, M., AND JONES, W. P. Large-eddy simulation of particle-laden turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics 614* (2008), 207–252.

[23] BOGER, M. *Modélisation de sous-maille pour la simulation aux grandes échelles de la combustion turbulente prémélangée*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, Chatenay-Malabry, France, 2000.

[24] BOIVIN, M., AND SIMONIN, O. Direct numerical simulation of turbulence modulation by particles in isotropic turbulence. *Journal of Fluid* ... (1998).

[25] BOUSSINESQ, J. *Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*, vol. 2. Gauthier-Villars, 1903.

[26] BOYER, G., BOYER, G., CASALIS, G., CASALIS, G., AND ESTIVALEZES, J.-L. Theoretical Investigation of the Parietal Vortex Shedding in Solid Rocket Motors. In *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit* (Reston, Virigina, Sept. 2012), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[27] BRIDEL-BERTOMEU, T. *Investigation of unsteady phenomena in rotor/stator cavities using Large Eddy Simulations*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Nov. 2016.

[28] BROOKS, K. P., AND BECKSTEAD, M. W. The dynamics of aluminum combustion. *Journal of propulsion and power 11*, 4 (July 1995), 769–780.

[29] BROWN, R. S., DUNLAP, R., YOUNG, S. W., AND WAUGH, R. C. Vortex Shedding as a Source of Acoustic Energy in Segmented Solid Rockets. *Journal of Spacecraft and Rockets 18*, 4 (July 1981), 312–319.

[30] BUCHER, P., YETTER, R. A., DRYER, F. L., VICENZI, E. P., PARR, T. P., AND HANSON-PARR, D. M. Condensed-phase species distributions about Al particles reacting in various oxidizers. *Combustion and Flame 117*, 1–2 (1999), 351–361.

[31] BURTON, J., KRIER, H., AND MELCHER, J. C. Combustion of Aluminum Particles in a Solid Rocket Motor Flow. In *Solid Propellant Chemistry, Combustion, and Motor interior ballistics*. 1999, pp. 723–747.

[32] CANUTO, C. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer Verlag, 1988.

[33] CASALIS, G., AVALON, G., AND PINEAU, J.-P. Spatial instability of planar channel flow with fluid injection through porous walls. *Physics of Fluids 10*, 1 (Oct. 1998), 2558–2568.

[34] CASALIS, G., GRIFFOND, J., AVALON, G., UGURTAS, B., AND VUILLOT, F. Instability and resonance in a system simulating the solid propellant motors behaviour. *2nd European Conference on* ... (2000).

[35] CASALIS, G., AND VUILLOT, F. Motor Flow Instabilities-Part 2. Intrinsic Linear Stability of the Flow Induced by Wall Injection. In *RTO-AVT VKI Special Course on Internal aerodynamics in solid rocket propulsion, RTO-EN-023*. 2004.

[36] CESCO, N. *Étude et modélisation de l'écoulement diphasique à l'intérieur des propulseurs à poudre*. PhD thesis, Toulouse, ENSAE, 1997.

[37] CHARLETTE, F. *Simulation numérique de la combustion turbulente prémélange par méthode aux grandes échelles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, 2002.

[38] CHARRU, F. *Instabilités hydrodynamiques*. EDP Sciences, Feb. 2008.

[39] CHASSAGNE, F. *Contribution à la Modélisation de la Combustion de Blocs de Propergol Solide Aluminisé après Eclatement d'un Propulseur*. PhD thesis, ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2007.

[40] CHEDEVERGNE, F. *Instabilités intrinsèques des moteurs à propergol solide*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Sept. 2007.

[41] CHEDEVERGNE, F., AND CASALIS, G. Thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors, part II : A new theoretical approach. *AIAA Conference* (2005).

[42] CHEDEVERGNE, F., AND CASALIS, G. Detailed analysis of the thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors. *AIAA paper* (2006).

[43] CHEDEVERGNE, F., CASALIS, G., AND FÉRAILLE, T. Biglobal linear stability analysis of the flow induced by wall injection. *Physics of Fluids 18*, 1 (2006), 014103.

[44] CHEDEVERGNE, F., CASALIS, G., AND MAJDALANI, J. Direct numerical simulation and biglobal stability investigations of the gaseous motion in solid rocket motors. *Journal of Fluid Mechanics 706* (July 2012), 190–218.

[45] CHEIN, R., AND CHUNG, J. N. Effects of vortex pairing on particle dispersion in turbulent shear flows. *International Journal of Multiphase Flow* (1987).

[46] CLIFT, R., GRACE, J. R., AND WEBER, M. E. Bubbles, drops and particles. Tech. rep., 1978.

[47] COLIN, O. *Simulations aux grandes échelles de la combustion turbulente prémélangée dans les statoréacteurs*. PhD thesis, 2000.

[48] COLIN, O., AND RUDGYARD, M. Development of high-order Taylor-Galerkin schemes for unsteady calculations. *J. Comput. Phys. 162*, 2 (2000), 338–371.

[49] COOPER, A. J., AND PEAKE, N. The stability of a slowly diverging swirling jet. *Journal of Fluid Mechanics 473* (Dec. 2002), 389–411.

[50] COUTON, D., PLOURDE, F., AND DOAN-KIM, S. Cold gas simulation of a solid propellant rocket motor. *AIAA Journal 34*, 12 (Dec. 1996), 2514–2522.

[51] CRIGHTON, D. G., AND GASTER, M. Stability of slowly diverging jet flow. *Journal of Fluid Mechanics* (1976).

[52] CROWE, C. T., CHUNG, J. N., AND TROUTT, T. R. Particle mixing in free shear flows. *Progress in Energy and Combustion Science 14*, 3 (1988), 171–194.

[53] CROWE, C. T., GORE, R. A., AND TROUTT, T. R. Particle dispersion by coherent structures in free shear flows. *Particulate Science and Technology 3*, 3-4 (1985), 149–158.

[54] CROWE, C. T., TROUTT, T. R., AND CHUNG, J. N. Particle interactions with vortices. *Fluid Vortices* (1995).

[55] CULICK, F. Rotational axisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in asolid propellant rocket. *AIAA Journal 4*, 8 (1966), 1462–1464.

[56] CULICK, F. E. Acoustic oscillations in solid propellant rocket chambers. *Astronautica Acta 12*, 2 (1966), 113–126.

[57] DEARDORFF, J. W. A numerical study of the three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *J. Fluid Mech. 41 (2)* (1970), 453–480.

[58] DESJARDIN, P. E., FELSKE, J. D., AND CARRARA, M. D. Mechanistic model for aluminum particle ignition and combustion in air. *Journal of propulsion and power 21*, 3 (2005), 478–485.

[59] DESPIRITO, J., AND WANG, L.-P. Linear instability of two-way coupled particle-laden jet. *International Journal of Multiphase Flow 27*, 7 (July 2001), 1179–1198.

[60] DIMAS, A. A., AND KIGER, K. T. Linear instability of a particle-laden mixing layer with a dynamic dispersed phase. *Physics of Fluids 10*, 10 (1998), 2539.

[61] DOISNEAU, F., AND INVITÉE, M. S. *Eulerian modeling and simulation of polydisperse moderately dense coalescing spray flows with nanometric-to-inertial droplets : application to Solid Rocket ...*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, Sept. 2013.

[62] DOISNEAU, F., LAURENT, F., MURRONE, A., DUPAYS, J., AND MASSOT, M. Eulerian multi-fluid models for the simulation of dynamics and coalescence of particles in solid propellant combustion. *Journal of Computational Physics 234*, C (Feb. 2013), 230–262.

[63] DRAZIN, P. G., AND REID, W. H. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, Aug. 2004.

[64] DREIZIN, E. L. On the mechanism of asymmetric aluminum particle combustion. *Combustion and Flame 117*, 4 (1999), 841–850.

[65] DUPAYS, J. *Contribution à l'étude du rôle de la phase condensée dans la stabilité d'un propulseur à propegol solide pour lanceur spatial*. PhD thesis, ONERA, Oct. 1996.

[66] DUPAYS, J. Two-phase unsteady flow in solid rocket motors. *Aerospace Science and Technology 6*, 6 (2002), 413–422.

[67] DUPAYS, J., FABIGNON, Y., VILLEDIEU, P., LAVERGNE, G., AND ESTIVALEZES, J.-L. Some Aspects of Two-Phase Flows in Solid-Propellant Rocket Motors. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston ,VA, Aug. 1999, pp. 859–883.

[68] DUPAYS, J., GODFROY, F., ORLANDI, O., PRÉVOST, M., GALLIER, S., BALLEREAU, S., AND FABIGNON, Y. Inert condensed phase driving effect of combustion instabilities in Solid Rocket Motor. In *Space Propulsion 2008* (Heraklion, Greece, May 2008).

[69] DUPAYS, J., PRÉVOST, M., TARRIN, P., AND VUILLOT, F. Effects of particulate phase on vortex shedding driven oscillations in solid rocket motors. *AIAA 32nd Joint Propulsion Conference* (1996).

[70] EATON, J. K., AND FESSLER, J. R. Preferential concentration of particles by turbulence. *International Journal of Multiphase Flow 20 IS* - (1994), 169–209.

[71] ESCOT BOCANEGRA, P. *Etudes expérimentales et modélisation de la combustion des nuages de particules micrométriques et nanométriques d'aluminium*. PhD thesis, Université d'Orléans, 2007.

[72] FABIGNON, Y., DUPAYS, J., AVALON, G., VUILLOT, F., LUPOGLAZOFF, N., CASALIS, G., AND PRÉVOST, M. Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors. *Aerospace Science and Technology 7*, 3 (Apr. 2003), 191–200.

[73] FABIGNON, Y., TRUBERT, J.-F., LAMBERT, D., ORLANDI, O., AND DUPAYS, J. Combustion of Aluminum Particles in Solid Rocket Motors. In *39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, June 2003), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[74] FEDE, P., FEVRIER, P., AND SIMONIN, O. Numerical study of the effect of the fluid turbulence micros-cales on particle segregation and collision in gas-solid turbulent flows. In *5th International Conference on Multiphase Flow, Yokohama, Japan* (2004), p. 5.

[75] FEDE, P., SIMONIN, O., VILLEDIEU, P., AND SQUIRES, K. D. Stochastic modeling of the turbulent subgrid fluid velocity along inertial particle trajectories. *Proceeding of the Summer Program Center for Turbulence Research Stanford University, Stanford, CA, July* (2006), 247–258.

[76] FERAILLE, T. *Instabilités de l'écoulement interne des moteurs à propergol solide*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Dec. 2004.

[77] FLANDRO, G. A. Effects of vorticity on rocket combustion stability. 607–625.

[78] GALLIER, S., AND GODFROY, F. Aluminum Combustion Driven Instabilities in Solid Rocket Motors. *Journal of propulsion and power 25*, 2 (Mar. 2009), 509–521.

[79] GALLIER, S., GUERY, J. F., GODFROY, F., LE BRETON, P., AND RIBEREAU, D. Instabilités de fonctionnement dans les moteurs à propergol solide de grande taille. *Revue Scientifique et ...* (2002).

[80] GALLIER, S., KRATZ, J. G., QUAGLIA, N., AND FOUIN, G. Detailed analysis of a quench bomb for the study of aluminum agglomeration in solid propellants. In *Progress in Propulsion Physics* (Les Ulis, France, July 2016), M. Calabro, L. DeLuca, S. Frolov, L. Galfetti, and O. Haidn, Eds., EDP Sciences, pp. 197–212.

[81] GALLIER, S., RADENAC, E., AND GODFROY, F. Thermoacoustic Instabilities in Solid Rocket Motors. In *45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit* (Reston, Virigina, Aug. 2009), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[82] GALLIER, S., SIBE, F., AND ORLANDI, O. Combustion response of an aluminum droplet burning in air. *Proceedings of the Combustion Institute 33*, 2 (2011), 1949–1956.

[83] GANY, A., AND CAVENY, L. H. Agglomeration and ignition mechanism of aluminum particles in solid propellants. *Tenth Symposium (International) on Combustion 17*, 1 (1979), 1453–1461.

[84] GARCIA, M. *Développement et validation du formalisme Euler-Lagrange dans un solveur parallèle et non-structuré pour la simulation aux grandes échelles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2009.

[85] GARNAUD, X., LESSHAFFT, L., SCHMID, P. J., AND HUERRE, P. The preferred mode of incompressible jets : linear frequency response analysis. *Journal of Fluid Mechanics 716* (Feb. 2013), 189–202.

[86] GASTER, M., KIT, E., AND WYGNANSKI, I. Large-scale structures in a forced turbulent mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics 150* (Jan. 1985), 23–39.

[87] GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P., AND CABOT, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics 3*, 7 (1991), 1760.

[88] GLORIAN, J. *Cinétique hétérogène pour la combustion de l'aluminium*. PhD thesis, ENSTA ParisTech, 2014.

[89] GLOTOV, O. G., AND ZHUKOV, V. A. The evolution of 100-μm aluminum agglomerates and initially continuous aluminum particles in the flame of a model solid propellant. II. Results. *Combustion, Explosion and Shock Waves 44*, 6 (Dec. 2008), 671–680.

[90] GODFROY, F., GUERY, J.-F., GODFROY, F., AND GUERY, J.-F. Unsteady Eulerian two-phase flow analysis of solid rocket motor slag. In *33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, Feb. 2013), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[91] GONCALVES DE MIRANDA, F. *Etude numérique de l'écoulement instationnaire diphasique dans les propulseurs à porpergol solide d'Ariane 5*. PhD thesis, Mar. 2001.

[92] GOODWIN, D. G., MOFFAT, H. K., AND SPETH, R. L. Cantera : An Object-oriented Software Toolkit for Chemical Kinetics, Thermodynamics, and Transport Processes. Version 2.2.1. Tech. rep., 2016.

[93] GOSSANT, B. Solid Propellant Combustion and Internal Ballistics of Motors. In *SOLID ROCKET PROPULSION TECHNOLOGY*, A. Davenas, Ed. Pergamon, Amsterdam, 1993, pp. 111–191.

[94] GOURDAIN, N., GICQUEL, L., STAFFELBACH, G., VERMOREL, O., DUCHAINE, F., BOUSSUGE, J.-F., AND POINSOT, T. High performance parallel computing of flows in complex geometries : I. Methods. *Computational Science & Discovery 2*, 1 (2009), 015003.

[95] GOURIET, J.-B., LITRICO, G., LEON PEREZ, L., RAMBAUD, P., AND PROULX, P. Controlled oxidation of aluminum nano and micro particles : Modeling and validation. In *5th European Conference for Aeraunautcis and Space Sciences* (Munich, Germany, July 2013), pp. 1–1.

[96] GRIFFOND, J., AND CASALIS, G. On the nonparallel stability of the injection induced two-dimensional Taylor flow. *Physics of Fluids 13*, 6 (2001), 1635.

[97] GRIFFOND, J., CASALIS, G., AND PINEAU, J.-P. Spatial instability of flow in a semiinfinite cylinder with fluid injection through its porous walls. *European Journal of Mechanics - B/Fluids 19*, 1 (Sept. 2000), 69–87.

[98] GUERY, J. F., BALLEREAU, S., GODFROY, F., GALLIER, S., ORLANDI, O., PIETA, P. D., ROBERT, E., AND CESCO, N. Thrust oscillations in solid rocket motors. *AIAA paper 4789* (2008).

[99] HART, R. W., AND MCCLURE, F. T. Theory of acoustic instability in solid-propellant rocket combustion. *Tenth Symposium (International) on Combustion 10*, 1 (1965), 1047–1065.

[100] HAWKES, E. R., AND CANT, R. S. A flame surface density approach to large-eddy simulation of premixed turbulent combustion. *Proc. Combust. Inst. 28* (2000), 51–58.

[101] HERMSEN, R. Aluminum combustion efficiency in solid rocket motors. In *19th Aerospace Sciences Meeting* (Reston, Virigina, Jan. 1981), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[102] HIRSCHFELDER, J., BIRD, R. B., AND CURTISS, C. F. *Molecular theory of gases and liquids*. Structure of matter series. John Wiley & Sons, New York, NY, 1954.

[103] HUANG, Y., RISHA, G. A., YANG, V., AND YETTER, R. A. Effect of particle size on combustion of aluminum particle dust in air. *Combustion and Flame 156*, 1 (Jan. 2009), 5–13.

[104] HUERRE, P., AND MONKEWITZ, P. A. Absolute and convective instabilities in free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics* (1985).

[105] HUERRE, P., AND MONKEWITZ, P. A. Local and global instabilities in spatially developing flows. *IN : Annual review of fluid mechanics. Volume 22 (A90-28551 11-34). Palo Alto 22* (1990), 473–537.

[106] JAEGLE, F., SENONER, J. M., GARCIA, M., AND BISMES, F. Eulerian and Lagrangian spray simulations of an aeronautical multipoint injector. In *Proceedings of the ...* (2011).

[107] JOLY, L. Effets d'inertie dans les écoulements à densité variable.

[108] JUNIPER, M. P., AND PIER, B. Accepted Manuscript. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* (June 2014), 1–24.

[109] KARASEV, V. V., ONISCHUK, A. A., GLOTOV, O. G., BAKLANOV, A. M., MARYASOV, A. G., ZARKO, V. E., PANFILOV, V. N., LEVYKIN, A. I., AND SABELFELD, K. K. Formation of charged aggregates of Al2O3 nanoparticles by combustion of aluminum droplets in air. *Combustion and Flame 138*, 1–2, 40–54.

[110] KOVALEV, O. B. Prediction of the Size of Aluminum-Oxide Particles in Exhaust Plumes of Solid Rocket Motors. *Combustion, Explosion and Shock Waves 38*, 5 (2002), 535–546.

[111] KUENTZMANN, P. Instabilites de Combustion. In *AGARD* (1991), pp. 93–124.

[112] KUO, K. K. *Principles of combustion*. Hoboken, NJ : John Wiley, 2005.

[113] KUO, K. K.-Y., AND ACHARYA, R. *Applications of Turbulent and Multi-Phase Combustion*. John Wiley & Sons, July 2012.

[114] LACASSAGNE, L., BRIDEL-BERTOMEU, T., RIBER, E., CUENOT, B., CASALIS, G., AND NICOUD, F. Lateral blowing impact on corner vortex shedding in solid rocket motors. In *Space Propulsion 2016* (May 2016), pp. 1–11.

[115] LAMARQUE, N. *Schémas numériques et conditions limites pour la simulation aux grandes échelles de la combustion diphasique dans les foyers d'hélicoptère*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.

[116] LAW, C. K. A Simplified Theoretical Model for the Vapor-Phase Combustion of Metal Particles†. *Combustion Science and Technology 7*, 5 (1973), 197–212.

[117] LAX, P. D., AND WENDROFF, B. Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy. *Communications on Pure and Applied Mathematics 17*, 3 (1964), 381–398.

[118] LEFEBVRE, A. H. *Atomization and sprays*. 1989.

[119] LENGELLÉ, G., DUTERQUE, J., AND TRUBERT, J. F. Combustion of solid propellants. Tech. rep., 2002.

[120] LEONARD, A. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. In *Turbulent Diffusion in Environmental Pollution* (1974), pp. 237–248.

[121] LESSHAFFT, L., HUERRE, P., AND SAGAUT, P. Frequency selection in globally unstable round jets. *Physics of Fluids 19*, 5 (May 2007), 054108.

[122] LIFSHITZ, Y., DEGANI, D., AND TUMIN, A. On the Interaction of Turbulent Shear Layers with Harmonic Perturbations. *Flow, turbulence and Combustion 80*, 1 (Aug. 2007), 61–80.

[123] LILLY, D. K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics 4*, 3 (1992), 633.

[124] LUCAS, R. Propulsion Elements for Solid Rocket Motors. In *SOLID ROCKET PROPULSION TECHNOLOGY*, A. Davenas, Ed. Pergamon, Amsterdam, 1993, pp. 1–33.

[125] LUPOGLAZOFF, N., AND VUILLOT, F. Parietal vortex shedding as a cause of instability for long solid propellant motors - Numerial simulations and comparisons with firing tests. In *34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Reston, Virigina, Jan. 1996), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[126] LUPOGLAZOFF, N., VUILLOT, F., DUPAYS, J., AND FABIGNON, Y. Numerical simulations of the unsteady flow inside segmented solid-propellant motors with burning aluminum particles. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit* (Reston, Virigina, 2002), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[127] MAGGI, F., BANDERA, A., DE LUCA, L. T., THOORENS, V., TRUBERT, J. F., AND JACKSON, T. L. Agglomeration in solid rocket propellants : novel experimental and modeling methods. In *EUCASS Proceedings Series* (Oct. 2011), Politecnico di Milano Aerospace Engineering, Dept. Via La Masa 34, Milan, Italy, pp. 81–98.

[128] MAJDALANI, J. On steady rotational high speed flows : the compressible Taylor–Culick profile. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences 463*, 2077 (Aug. 2006), 131–162.

[129] MAJDALANI, J., AND SAAD, T. Internal Flows Driven by Wall-Normal Injection. In *Advanced Fluid Dynamics*, H. W. Oh, Ed. InTech, Mar. 2012.

[130] MAJDALANI, J., AND VAN MOORHEM, W. K. Laminar cold-flow model for the internal gas dynamics of a slab rocket motor. *Aerospace Science and Technology 5*, 3 (2001), 193–207.

[131] MARION, M., CHAUVEAU, C., AND GÖKALP, I. Studies on the Ignition and Burning of Levitated Aluminum Particles. *Combustion Science and Technology 115*, 4-6 (June 1996), 369–390.

[132] MASHAYEK, F. Numerical investigation of reacting droplets in homogeneous shear turbulence. *Journal of Fluid Mechanics 405* (2000), 1–36.

[133] MASSOL, A. *Simulations numériques d'écoulements à travers des réseaux fixes de sphères monodisperses et bidisperses, pour des nombres de Reynolds modérés*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.

[134] MAXEY, M. R., AND RILEY, J. J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids (1958-1988) 26*, 4 (1983), 883–889.

[135] MEDA, L., MARRA, G., GALFETTI, L., INCHINGALO, S., SEVERINI, F., AND DE LUCA, L. Nanocomposites for rocket solid propellants. *Composites Science and Technology 65*, 5 (2005), 769–773.

[136] MEIBURG, E., WALLNER, E., PAGELLA, A., RIAZ, A., HÄRTEL, C., AND NECKER, F. Vorticity dynamics of dilute two-way-coupled particle-laden mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics 421* (2000), 185–227.

[137] MEINKOHN, D. Metal combustion modeling. In *2nd ONERA/DLR Aerospace Symposium* (June 2000).

[138] MELCHER, J., BURTON, R., AND KRIER, H. Combustion of aluminum particles in solid rocket motor flows. In *35th Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, 1999), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[139] MENCH, M. M., KUO, K. K., YEH, C. L., AND LU, Y. C. Comparison of Thermal Behavior of Regular and Ultra-fine Aluminum Powders (Alex) Made from Plasma Explosion Process. *Combustion Science and Technology 135*, 1-6 (1998), 269–292.

[140] MERZHANOV, A. G. Thermal Theory of Metal Particle Ignition. *AIAA Journal 13*, 2 (Feb. 1975), 209–214.

[141] MICHALKE, A. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *Journal of Fluid Mechanics* (1965).

[142] MOIN, P., SQUIRES, K., CABOT, W., AND LEE, S. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics 3*, 11 (1991), 2746.

[143] MONKEWITZ, P. A., HUERRE, P., AND CHOMAZ, J.-M. Global linear stability analysis of weakly non-parallel shear flows. *Journal of Fluid Mechanics (ISSN 0022-1120) 251* (Sept. 2005), 1–20.

[144] MULHOLLAND, J. A., SRIVASTAVA, R. K., AND WENDT, J. O. L. Influence of droplet spacing on drag coefficient in nonevaporating, monodisperse streams. *AIAA Journal 26*, 10 (1988), 1231–1237.

[145] NAJJAR, F. M., FERRY, J. P., HASELBACHER, A., AND BALACHANDAR, S. Simulations of Solid-Propellant Rockets : Effects of Aluminum Droplet Size Distribution. *Journal of Spacecraft and Rockets 43*, 6 (Nov. 2006), 1258–1270.

[146] NARAYANAN, C., AND LAKEHAL, D. Particle transport and flow modification in planar temporally evolving mixing layers. II. Flow modification due to two-way coupling. *Physics of Fluids 18*, 9 (2006), 093303.

[147] NARAYANAN, C., LAKEHAL, D., AND YADIGAROGLU, G. Linear stability analysis of particle-laden mixing layers using Lagrangian particle tracking. *Powder technology* (2002).

[148] NICOUD, F., AND DUCROS, F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, turbulence and Combustion 62*, 3 (1999), 183–200.

[149] OBERLEITHNER, K. *On Turbulent Swirling Jets : Vortex Breakdown, Coherent Structures, and their Control*. PhD thesis, 2012.

[150] OBERLEITHNER, K., RUKES, L., AND SORIA, J. Mean flow stability analysis of oscillating jet experiments. *Journal of Fluid Mechanics 757* (Sept. 2014), 1–32.

[151] ORLANDI, O., GODFROY, F., HOLSTEIN, A., LARRIEU, S., YIAO, M., CESCO, N., AND ROBERT, E. A specific aspect of aluminium combustion on SRM instabilities. In *Space Propulsion 2016* (May 2016), pp. 1–8.

[152] OSEEN, C. W. *Hydrodynamik*, vol. 1. Akad. Verl.-Ges., 1927.

[153] POINSOT, T., AND LELE, S. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics 101*, 1 (1992), 104–129.

[154] POPE, S. B. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.

[155] PRICE, E. W. Comments on "Role of Aluminum in Suppressing Instability in Solid Propellant Rocket Motors". *AIAA Journal 9*, 5 (May 1971), 987–990.

[156] PRICE, E. W., AND SIGMAN, R. K. Combustion of aluminized solid propellants. In *Solid Propellan Chemistry, Combustion, and Motor Interior Ballistics*, V. Yang, T. B. Brill, and W.-Z. Ren, Eds. 2000, pp. 663–687.

[157] RANZ, W. E., AND MARSHALL, W. R. Evaporation from drops. *Chem. Eng. Prog 48*, 3 (1952), 141–146.

[158] RAZDOBREEV, A. A., SKORIK, A. I., FROLOV, Y. V., AND ERMAKOV, V. A. Agglomeration of aluminum particles in conditions of nonsteady heating. *Combustion, Explosion and Shock Waves 17*, 6 (1981), 637–641.

[159] RIBER, E. *Développement de la méthode de Simulation aux Grandes Echelles pour les écoulements diphasiques turbulents*. PhD thesis, INP - Université de Toulouse, 2007.

[160] ROH, T., APTE, S., AND YANG, V. Transient combustion response of homogeneous solid propellant to acoustic oscillations in a rocket motor. *Symposium (International) on Combustion 27*, 2 (Jan. 1998), 2335–2341.

[161] RUDGYARD, M. A. Cell vertex methods for steady inviscid flow. *VKI, Computational Fluid Dynamics 51 p (SEE N94-18557 04-34)* (1993).

[162] SABNIS, J., DE JONG, F., AND GIBELING, H. A two-phase restricted equilibrium model for combustion of metalizedsolid propellants. In *28th Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, July 1992), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[163] SAFFMAN, P. G. On the stability of laminar flow of a dusty gas. *Journal of Fluid Mechanics* (1962).

[164] SAGAUT, P. *Large eddy simulation for incompressible flows : an introduction*. Springer Science & Business Media, 2006.

[165] SALITA, M. Survey of recent Al2O3 droplet size data in solid rocket chambers, nozzles, and plumes. In *Johns Hopkins Univ., The 31st JANNAF Combustion Subcommittee Meeting, Volume 1 p 1-18 (SEE N95-31194 11-28)* (1994).

[166] SCHILLER, L., AND NAUMANN, A. A drag coefficient correlation. *Vdi Zeitung 77*, 318 (1935), 51.

[167] SCHMID, P. J., AND HENNINGSON, D. S. *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer Verlag, Dec. 2001.

[168] SHAFER, J. I. Solid Rocket Propulsion. *Space Techonology* (1959).

[169] SHU, P., SFORZINI, R., AND FOSTER JR, W. Vortex shedding from solid rocket propellant inhibitors. In *22nd Joint Propulsion Conference* (Reston, Virigina, June 1986), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[170] SIBRA, A. *Eulerian Multi-Fluid modeling and simulation of evaporation and combustion of polydisperse sprays in solid rocket motors*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2015.

[171] SIBRA, A., DUPAYS, J., LAURENT, F., AND MASSOT, M. A new Eulerian Multi-Fluid model for bi-component polydisperse sprays : an essential approach to evaluate the impact of aluminum combustion on Solid Rocket Motor instabilities. In *49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference* (Reston, Virginia, July 2013), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[172] SIMOES, M. *Modélisation eulérienne de la phase dispersée dans les moteurs à propergol solide, avec prise en compte de la pression particulaire*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.

[173] SIMONIN, O. Combustion and turbulence in two phase flows. Tech. rep., 1996.

[174] SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. I : The basic experiment. *Mon. Weather Rev. 91*, 3 (1963), 99–164.

[175] SOKOLICHIN, A., EIGENBERGER, G., LAPIN, A., AND LÜBERT, A. Dynamic numerical simulation of gas-liquid two-phase flows Euler/Euler versus Euler/Lagrange. *Chemical engineering science 52*, 4 (1997), 611–626.

[176] SOMMERFELD, M. Validation of a stochastic Lagrangian modelling approach for inter-particle collisions in homogeneous isotropic turbulence. *International Journal of Multiphase Flow 27*, 10 (2001), 1829–1858.

[177] SPALDING, D. B. The combustion of liquid fuels. In *Symposium (international) on combustion* (1953), Elsevier, pp. 847–864.

[178] STOKES, G. G. *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*, vol. 9. Pitt Press, 1851.

[179] STRANGE, P. J. R., AND CRIGHTON, D. G. Spinning modes on axisymmetric jets. Part 1. *Journal of Fluid Mechanics 134* (Sept. 1983), 231–245.

[180] SUMMERFIELD, M., AND KRIER, H. Role of Aluminum in Suppressing Instability in Solid Propellant Rocket Motors, 1968.

[181] SUTTON, G. P., AND BIBLARZ, O. *Rocket propulsion elements*. Wiley, 1978.

[182] SWIHART, M. T., AND CATOIRE, L. Thermochemistry of aluminum species for combustion modeling from ab initio molecular orbital calculations. *Combustion and Flame 121*, 1 (2000), 210–222.

[183] TATSUMI, T., GOTOH, K., AND AYUKAWA, K. The Stability of a Free Boundary Layer at Large Reynolds Numbers. *Journal of the Physical Society of Japan 19*, 10 (Oct. 1964), 1966–1980.

[184] TAYLOR, G. Fluid flow in regions bounded by porous surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences 234*, 1199 (1956), 456–475.

[185] TCHEN, C.-M. *Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 1947.

[186] TEMKIN, S., AND DOBBINS, R. A. Attenuation and Dispersion of Sound by Particulate Relaxation Processes. *The Journal of the Acoustical Society of America 40*, 2 (1966), 317–324.

[187] TODA, H. B., CABRIT, O., BALARAC, G., BOSE, S., LEE, J., CHOI, H., AND NICOUD, F. A subgrid-scale model based on singular values for LES in complex geometries. *NASA Ames/Stanford Univ. Center for Turbulence Research, editor, Proc. of the Summer Programm* (2010), 193–202.

[188] TONG, X. L., AND WANG, L. P. Two-way coupled particle-laden mixing layer. Part 1 : Linear instability. *International Journal of Multiphase Flow* (1999).

[189] TRAINEAU, J., PRÉVOST, M., VUILLOT, F., LE BRETON, P., CUNY, J., PREIONI, N., BEC, R., TRAINEAU, J., PRÉVOST, M., VUILLOT, F., LE BRETON, P., CUNY, J., PREIONI, N., AND BEC, R. A subscale test program to assess the vortex shedding driven instabilities in segmented solid rocket motors. In *33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit* (Reston, Virigina, Jan. 1997), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[190] TRUBERT, J. F., HOMMEL, J., AND LAMBERT, D. New HTPB/AP/Al propellant combustion process in the presence of aluminum nano-particles. ... *Journal of Energetic* ... (2008).

[191] TURNER, M. J. *Rocket and spacecraft propulsion : principles, practice and new developments*. Springer Science & Business Media, 2008.

[192] TURNS, S. R., WONG, C. Y., AND RYBA, E. Combustion of Aluminum-Based Slurry Agglomerates. *Combustion Science and Technology 54*, 1-6 (Aug. 1987), 299–318.

[193] VERMOREL, O. *Etude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargée en particules*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.

[194] VETEL, J. *Interaction des structures pariétales sur le développement instationnaire d'écoulements cisaillés en milieu confiné : rôle de l'injection différentielle*. PhD thesis, Université de Poitiers. UFR des sciences fondamentales et appliquées, 2001.

[195] VETEL, J., PLOURDE, F., AND DOAN-KIM, S. Dynamics of an Internal Flowfield Driven by Two Hydrodynamic Instabilities. *AIAA Journal 41*, 3 (Mar. 2003), 424–435.

[196] VIÉ, A., POURANSARI, H., ZAMANSKY, R., AND MANI, A. Particle-laden flows forced by the disperse phase : comparison between Lagrangian and Eulerian simulations. *International Journal of Multiphase Flow* (2015).

[197] VIREPINTE, J. F. *Étude du comportement dynamique et thermique de gouttes en régime d'interaction dans le cas de jets rectilignes*. PhD thesis, École Nationale Superieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1999.

[198] VUILLOT, F. Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors. *Journal of propulsion and power 11*, 4 (July 1995), 626–639.

[199] VUILLOT, F., AND CASALIS, G. Motor flow instabilities-part 1.

[200] VUILLOT, F., AND LUPOGLAZOFF, N. Combustion and turbulent flow effects in 2D unsteady Navier-Stokes. Simulation of oscillatory solid rocket motors-first applications. *AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (1996).

[201] WASHBURN, E. B., TRIVEDI, J. N., CATOIRE, L., AND BECKSTEAD, M. The Simulation of the Combustion of Micrometer-Sized Aluminum Particles with Steam. *Combustion Science and Technology 180*, 8 (June 2008), 1502–1517.

[202] WEIDEMAN, J. A., AND REDDY, S. C. A MATLAB differentiation matrix suite. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS) 26*, 4 (2000), 465–519.

[203] WEISBROT, I., AND WYGNANSKI, I. On coherent structures in a highly excited mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics 195* (1988), 137–159.

[204] WELFERT, B. D. Generation of pseudospectral differentiation matrices I. *SIAM Journal on Numerical Analysis 34*, 4 (1997), 1640–1657.

[205] WIDENER, J. F., AND BECKSTEAD, M. Aluminum combustion modeling in solid propellant combustion products. *AIAA paper 3824* (1998), 1998.

[206] WILLIAMS, F. *Combustion theory. Second edition*. Addison-Wesley Pub.,Reading, MA, Jan. 1985.

[207] WILSON, R. P., AND WILLIAMS, F. A. Experimental study of the combustion of single aluminum particles in O2/Ar. *Tenth Symposium (International) on Combustion 13*, 1 (1971), 833–845.

[208] YANG, H., AND YOON, W. Modeling of aluminum particle combustion with emphasis on the oxide effects and variable transport properties. *Journal of Mechanical Science and Technology 24*, 4 (Apr. 2010), 909–921.

[209] YANG, Y., CHUNG, J. N., TROUTT, T. R., AND CROWE, C. T. The influence of particles on the spatial stability of two-phase mixing layers. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics 2*, 10 (1990), 1839.

[210] YETTER, R. A., RISHA, G. A., AND SON, S. F. Metal particle combustion and nanotechnology. *Proceedings of the Combustion Institute 32*, 2 (2009), 1819–1838.

[211] ZENIN, A., KUSNEZOV, G., AND KOLESNIKOV, V. Physics of aluminum particle combustion at convection. In *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Reston, Virigina, Feb. 2000), American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[212] ZENIN, A. A. Structure of temperature distribution in steady-state burning of a ballistite powder. *Combustion, Explosion and Shock Waves 2*, 3 (1966), 40–45.

Annexe A

Papier de la conférence Space Propulsion 2016

LATERAL BLOWING IMPACT ON CORNER VORTEX SHEDDING IN SOLID ROCKET MOTORS

SPACE PROPULSION 2016
MARRIOTT PARK HOTEL, ROME, ITALY / 2-6 MAY 2016

Laura Lacassagne[(1)(2)], Thibault Bridel-Bertomeu[(1)(3)], Eleonore Riber[(1)], Benedicte Cuenot[(1)], Gregoire Casalis[(4)], Franck Nicoud[(5)],

[(1)] CERFACS, 31057 Toulouse, France, Emails: lacassa@cerfacs.fr, tbridel@cerfacs.fr, riber@cerfacs.fr, cuenot@cerfacs.fr
[(2)] Herakles, Rue de Touban - Les Cinq Chemins 33185 Le Haillan France
[(3)] CNES/DLA - Rue Jacques Hillairet, 75612 Paris, France
[(4)] ONERA, Toulouse 31055, France, Email: gregoire.casalis@onera.fr
[(5)] University of Montpellier, 34095 Montpellier Cedex, France, Email: franck.nicoud@umontpellier.fr

KEYWORDS: Corner vortex shedding, solid rocket motors, large eddy simulation, linear stability

ABSTRACT:

The corner vortex shedding in solid rocket motors also called VSA is studied in an academic configuration with compressible unsteady simulation and linear stability analysis. Lateral blowing impact on the stability of the flow is analysed thanks to parametric unsteady simulations by varying the flow rate over the upper surface. The results clearly show a stabilization of the flow when lateral blowing increases. Linear stability analysis on local velocity profiles enables to accurately reconstruct the mode on a selected weakly unstable case, although the frequency selection mechanism is not well captured. The same analysis is performed on a stable case and even if strong differences are noticed, linear stability do not give a conclusion as clear as the one obtained with numerical simulations. More generally, these results show a stabilization effect of the lateral blowing on corner vortex shedding and the ability of the linear stability analysis to reproduce and predict this mechanism.

1. INTRODUCTION

Pressure oscillations are a major issue in solid rocket motors (SRM) and designing motors that produce as small pressure oscillations as possible represents an important industrial challenge.

For about 30 years, several studies have been devoted to understand and characterize instability mechanisms that trigger pressure oscillations.

Starting from the experimental observation that the internal pressure oscillation frequencies are close to the frequencies of the longitudinal acoustic modes, one of the first method to analyse motor stability, introduced by Majdalani and Flandro was based on acoustics balance [29], [21]. However, considering only acoustic appears to be insufficient to explain the emergence of pressure oscillations having frequencies that evolve in time [20].

Following pioneer works [38, 7, 19, 21], sources of internal pressure fluctuations have been intensively studied, especially in France [9, 36, 12, 3] in the context of the Ariane 5 launcher. Vortex shedding induced by hydrodynamic instabilities appears as a possible source of pressure oscillation and as proposed by Vuillot [39], three triggering mechanisms can be identified: vortex shedding induced by an obstacle, by a corner and a wall. This latter mechanism called parietal vortex shedding and induced by an intrinsic instability of the flow has been the subject of extensive theoretical studies [9, 24, 22, 23, 14, 6, 15, 28] based on linear stability of the simplified Taylor-Culick flow model [35, 17]. The good comparison of this approach with pressure oscillations observed in subscale [13] and in a real full scale motor [4] have definitively put this intrinsic flow instability as a proven source of pressure fluctuations and the knowledge acquired enables to understand and predict correctly this mechanism.

In the context of monolithic configurations, the Corner Vortex Shedding, CVS also referred as VSA [39] appears as a potential source of instability. This instability can be generated when geometry exhibits a propellant chamfered edge generating strong shear flow in the cross-stream direction. Shear flows are known to be prone to instabilities since temporally or spatially growing waves are generated along the stream and lead to the formation of unsteady vortices. In the past 50 years, stability of shear layers has been continuously studied and the stability theory is today well established [18], [25], [34]. However, because of headwall injections which are characteristic of SRMs flows, velocity profiles generated in the shear layer are quite different from the ones of simple hyperbolic-tangent mixing layers [30], [31]. The study of this particular mixing layer is needed to better predict and understand CVS.

This work aims at performing unsteady simulations of lateral blowing on a SRM shear layer. In order to focus on CVS, the simulations are performed in an academic configuration taking into

account only the shear region in a two dimensional axisymmetric geometry. This configuration is however representative in terms of dimensions, velocity profiles, temperature and pressure of a real motor.
This paper is organized as follows. First of all the studied configuration and operating point are defined. Then, after a quick presentation of the unsteady simulation solver, the results of the parametric study are presented showing stabilisation of the mixing layer by lateral blowing. Elements of linear stability theory are recalled in section 5, followed by the analysis of an unstable case in section 6. This study focuses first on one axial position and then the 2D axial velocity perturbation is reconstructed and compared to the unsteady simulation results. Finally the same analysis is performed on a stable case for qualitative comparison and conclusion purposes.

2. CONFIGURATION

The geometry for the present study was chosen to reproduce and isolate the CVS instability as it can be found in a solid rocket motor.

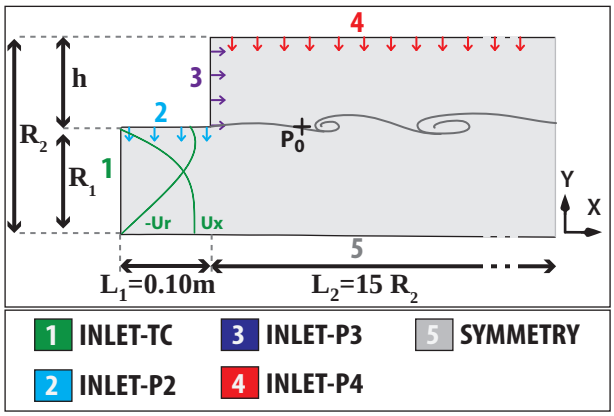


Figure 1. Schematic view of the configuration

As shown in Fig. 1, the geometry is a 2D axisymmetric configuration composed of a cylinder with injecting headwalls at an injection speed V_{inj} of 10.2 m/s. This unrealistic injection velocity is chosen to optimise computational time. Moreover same results have been observed with an injection velocity 10 times smaller. The driving parameter of the instability is the velocity ratio between the upper and the lower part of the mixing layer. The channel includes a sharp section change with a step height h equals to 0.115 m. The inlet radius R_1 and the outlet radius R_2 are respectively equal to 0.135 m and 0.25 m. The output of the domain is located at $15.R_2$ away from the corner. To reduce the computational domain, the well known Taylor-Culick profile [35], [17], representative of flow induced by headwall injection, is imposed over the boundary condition noted *INLET-TC* on Fig. 1. Velocity profiles are set to represent a 0.25 m long headwall injection channel. Operating point parameters are summarized in Tab.1.

General parameters			
Temperature	T	3500	K
Pressure	P	50	$bars$
Propellant mass flow rate	Q	50.82	$kg/s/m^2$
Propellant gas parameters			
Molar mass	M	2.97×10^{-2}	kg/mol
Reference temperature	T_0	2324	K
Reference viscosity	μ_0	7.2×10^{-5}	$kg/m/s$
Heat capacity	C_{pg}	2057	$J/kg.K$

Table 1. Operating point parameters

The mesh is composed of about 2.6 million triangles. A quasi-constant space discretization of $\Delta x = 2.0.10^{-4}$ m is applied from the upstream inlet to a distance of $3.R_2$ away from the corner. Then the mesh is coarsened down to the outlet. Around 600 points are in the inlet radius R_1 and about 13 points in the shear layer.

3. THE UNSTEADY SIMULATION SOLVER

The unsteady simulations were performed with the code AVBP [1], jointly developed by CERFACS and IFPEN. AVBP, based on a cell-vertex finite volume formulation, solves the fully compressible Navier-Stokes equations on unstructured hybrid grids. The main convective schemes are a finite-volume Lax-Wendroff type scheme (LW) and finite-element two-step Taylor-Galerkin scheme (TTGC) [16]. These two schemes are respectively 2nd and 3rd order in time and space. The diffusive scheme is a typical 2nd order compact scheme.
The simulations presented in this paper are performed with the 2nd order convective scheme.

4. MODIFICATION OF THE FLOW FIELD

Parametric unsteady simulations were performed with only one varying parameter, the mass flow rate Q_{P4} imposed over the upper boundary condition noted *INLET-P4* on Fig. 1. Mass flow rate Q_{P2} and Q_{P3} over surfaces *INLET-P2* and *INLET-P3* respectively are constant and equal to $Q = 50.82$ kg/m/s as referred in Tab. 1.
Starting from the nominal condition called *R100* in Tab. 2, where Q_{P4} is equal to $Q = 50.82$ kg/m/s, Q_{P4} is decreased by steps of 10% until the case *R000* where no gas is injected through the surface.
The simulated cases with the corresponding values of Q_{P4} are summarized in Tab. 2.
The blowing impact can be qualitatively visualized by vorticity fields in the axial plane presented for the several blowing intensities on Fig. 2.
Theses results clearly show the stabilization of the

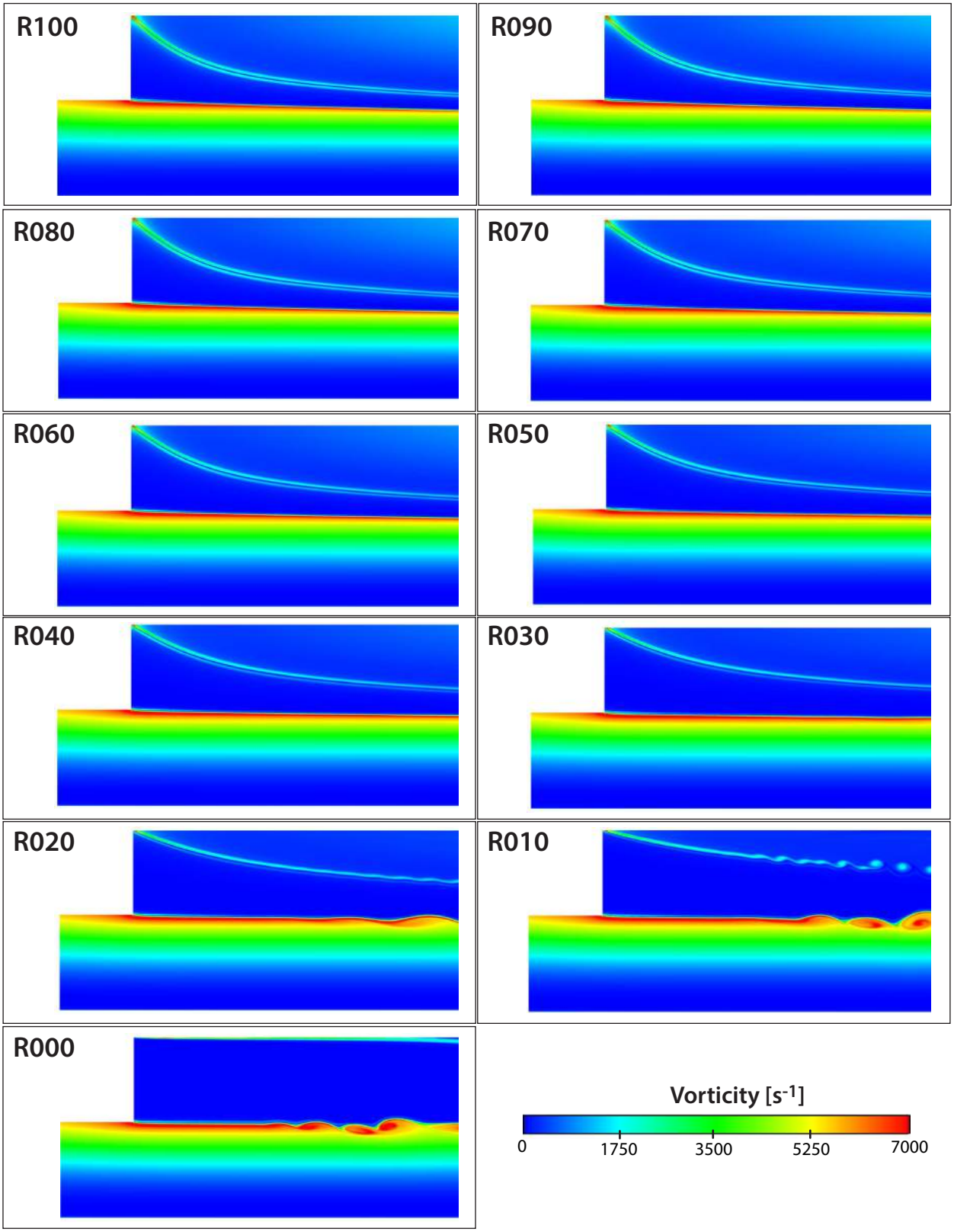


Figure 2. Instantaneous vorticity fields for the cases $R100$ to $R000$

Case name	Q_{P4} $[kg.m^{-2}.s^{-1}]$
R100	50.82
R090	45.74
R080	40.16
R070	35.14
R060	30.12
R050	25.10
R040	20.08
R030	15.06
R020	10.04
R010	5.02
R000	0.00

Table 2. Test case matrix with varying mass flow rate Q_{P4}.

shear layer when lateral blowing increases. Indeed, as shown in Fig. 2, vortices first appear at a blowing level of 20% of the nominal value (case *R020*). With higher blowing intensity, the mixing layer seems to be stable.

To measure the instability intensity, FFTs of axial velocity signals are performed at a probe P_0 located at the black cross symbolized in Fig. 1.

As shown in Fig. 3, the case *R030* corresponding to Fig. 3(c) is the first case where peaks are present in the FFT. The maximum amplitude in frequency increases when lateral blowing decreases as visualized for case *R020* in Fig. 3(d), whereas only noise is present for *R050* and *R040* respectively in Fig. 3(a) and (b).

These results clearly confirm that increasing the lateral blowing on the shear layer tends to stabilize the CVS instability. It should be noted that in this configuration, at nominal conditions corresponding to case $R100$, no CVS is observed.

The frequency of the instability is quite dependent on the blowing intensity, as shown in Fig. 4 where the maximum amplitude in frequency is plotted for the cases where an instability was present, namely cases *R030*, *R020*, *R010* and *R000*. The instability frequency increases from 520 Hz for 0% blowing (*R000*) to 760 Hz for 30% blowing (*R030*).

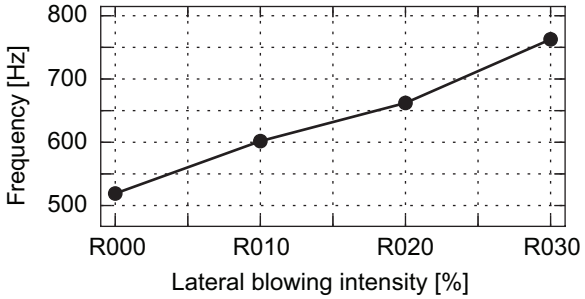


Figure 4. Instability frequency evolution with lateral blowing intensity.

5. LINEAR STABILITY ANALYSIS : CONCEPTS AND VALIDATION

Numerical simulations have highlighted the stabilization effect of lateral blowing on CVS in headwalls induced flows. However, unsteady simulations do not allow to clearly identify the regions of the flow or the triggering mechanisms that are generating this instability.

Physical insight into the causes of instability can be obtained by performing linear stability analysis of the time-averaged flow. This kind of analysis has already been proven useful in academic configurations like vortex shedding downstream a cylinder [27], parietal vortex shedding in solid rocket motors [9], [2], [14] as well as fuel injectors exhibiting

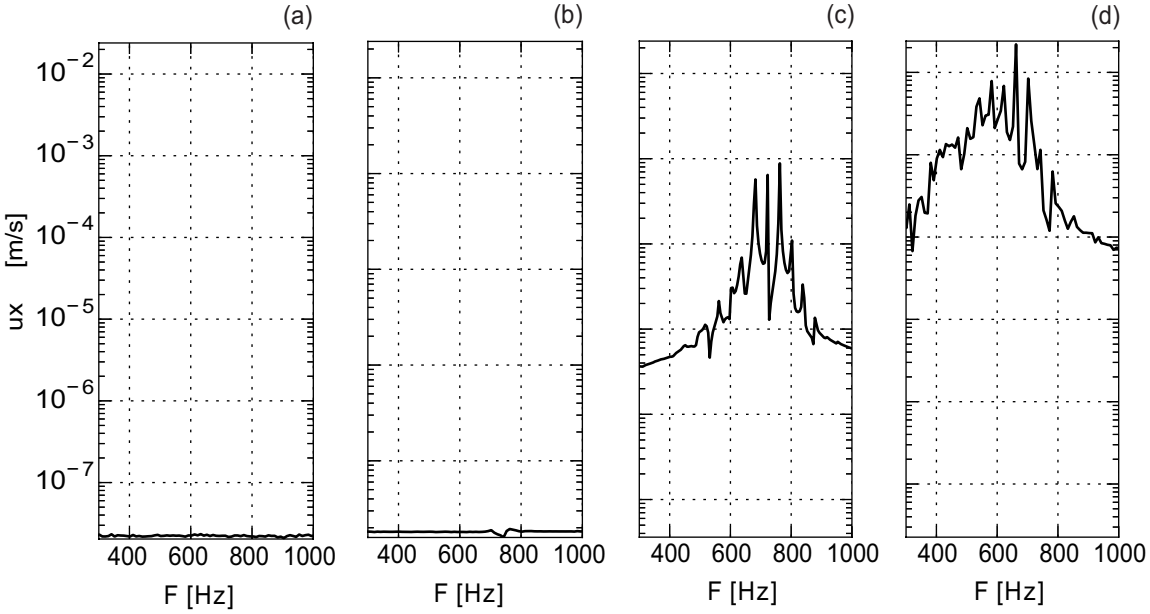


Figure 3. FFTs of axial velocity signals recorded at P_0 for cases (a): R050, (b): R040, (c): R030 and (d): R020

coherent structures in swirled jets [32], [26].

A local analysis formalism is used in this work, meaning that the local stability behaviour is computed at each axial position of the flow based on local time-averaged velocity profiles at the given axial position.

5.1. The linear stability theory and numerical methods

In this approach the Navier-Stokes equations are linearized around a steady axisymmetric base flow. Then, each quantity Q can be decomposed into a mean part $\bar{Q}$ also called the base flow and a fluctuating part q to be determined. For an axisymmetric and incompressible flow, the decomposed variables are defined by Eq. (1).

$$\begin{aligned}(U_x, U_r, U_\theta, P)(x, r, \theta) =&(\bar{U}_x, \bar{U}_r, \bar{U}_\theta, \bar{P})(x, r) + \\ &(u_x, u_r, u_\theta, p)(x, r, \theta, t)\end{aligned} \quad (1)$$

Following the parallel flow hypothesis, the base flow is assumed to only depend on the radial coordinate r. It should be noted that this hypothesis is not fully satisfied here since the geometry and the parietal injection imposed an axial dependence of the base flow, significant at the proximity of the corner, ignored here. However this assumption has been successfully used in the stability study of the VSP where good agreement between theoretical and experimental results are found [37], [23].

Fluctuating quantities q are formulated using normal mode decomposition given by Eq. (2).

$$q(x, r, \theta, t) = \hat{q}(r)e^{i(\alpha x + m\theta - \omega t)} \quad (2)$$

In Eq. (2) $\hat{q}$ is a complex function called amplitude function, m is an integer representing the azimuthal wave number and α and ω are generally complex numbers.

In the case of a convective instability like the one expected in the present mixing layer, using a spatial analysis formalism is more relevant and is the one chosen in this work. Therefore ω is a real number and $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ is a complex value. In this work the azimuthal wave number m is set to zero since only axisymmetric modes are studied in agreement with the axisymmetric simulations presented above. Eq. (2) can then be rewritten in Eq. (3).

$$q(x, r, \theta, t) = \hat{q}(r)e^{-\alpha_i x}e^{i(\alpha_r x - \omega t)} \quad (3)$$

In Eq. (3) the second exponential term is of norm one and describes the wavy nature of the solution for the fluctuation, α_r being the wave number and ω the circular frequency, with $f = \omega/2\pi$ being the frequency itself. The first exponential in Eq. (3) is real and reflects the amplification or the attenuation of the perturbation with the distance x according to the sign of α_i and the propagation direction of the unstable mode.

The problem now is to determine the amplitude function $\hat{q}$ as well as the frequency and complex wave number α, so that perturbations given by Eq. (3) satisfy the linearized Navier-Stokes equations and boundary conditions. These conditions constitute the dispersion relation defined by Eq. (4). Except for very simple cases, this relation cannot be analytically determined and is solved numerically.

$$\mathcal{F}(\bar{Q}, \alpha, \omega, m) = 0 \quad (4)$$

After discretization the linearized equations can be transformed into a generalized eigenvalue problem as the one expressed in Eq. (5). X, defined by Eq. (6) is a vector holding unknowns $\hat{q}_j$ at each discretization point j.

$$A.X = \alpha.B.X \quad (5)$$

$$X = [\hat{u}_x, \hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{p}] \quad (6)$$

The linearized equations are associated to boundary conditions at the wall ($r = R_2$, Eq. (7)) and at the axis ($r = 0$, Eq. (8) with $m = 0$).

$$\hat{u}_x(R_2) = \hat{u}_r(R_2) = \hat{u}_\theta(R_2) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d\hat{u}_x}{dr}(0) = \hat{u}_r(0) = \hat{u}_\theta(0) = 0 \quad (8)$$

Several methods can be used to solve an eigenvalue problem but the one chosen is the spectral collocation method [8] which consists in decomposing the functions to discretize, here the amplitude functions, on a polynomial basis. The Tchebytchev polynomials are used associated to Gauss-Lobatto disctretization points. More details can be found in [8].

5.2. Validation

The linear stability solver described above has been validated for instance the Taylor-Culick flow, for which stability is nowadays well known and has been the subject of several publications, including [9, 10, 24, 23, 11, 6].

Tab. 3 presents the comparison of the eigenvalues of the three most amplified modes obtained with the solver to the reference values of [2].

	Reference results [2]		Solver results	
Mode	α_r	α_i	α_r	α_i
1	6.095	-1.078	6.095	-1.078
2	3.326	-0.109	3.326	-0.109
3	2.601	0.132	2.601	0.132

Table 3. Eigenvalues comparison of the three most amplified modes with reference values [2]

Results are equal, the difference being lower than 10^{-4}, which validates the solver.

6. STABILITY ANALYSIS OF AN UNSTABLE CASE

In this section the weakly unstable case $R030$ is analysed. The aim described above is to evaluate if the local stability analysis enables first to select the same instability frequencies as in the unsteady simulation and second to capture the spatial evolution of the selected mode.

6.1. Method of analysis

The following stability study is split into three parts. In the first part, one axial position $x_0 = 0.04$ m away from the geometry corner is studied and the computed dispersion curve is compared to the FFT of the signal recorded at the same axial position x_0. The shape of the modulus $|\hat{u}_x(r)|$ and the phase $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$ of the eigenfunction $\hat{u}_x(r)$ defined by Eq. (9) are also compared at the frequency instability with the one found by dynamic mode decomposition (DMD) analysis of the unsteady simulation solution [33].

$$\hat{u}_x(r) = |\hat{u}_x(r)|e^{i\varphi_{\hat{u}_x}(r)} \tag{9}$$

In the second part, dispersion curves are computed for several axial positions leading to the determination of the spatial amplification e^n of the perturbation at the instability frequency.
e^n is the term that modifies the amplitude of the axial velocity perturbation u_x as defined in Eq. (10) with $m = 0$ and $t = 0$.

$$u_x(x, r, t) = |\hat{u}_x(r)|e^n e^{i(\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r))} \tag{10}$$

n, called the n-factor represents the integration of $-\alpha_i$ over the upstream positions. The value of n at axial position x is defined by Eq. (11), x_0 being the first position studied.

$$n = \int_{x_0}^{x} -\alpha_i(\xi)d\xi \tag{11}$$

The axial evolution of e^n is directly compared to the axial evolution of the FFT magnitude given by the simulation results.
In the last part, by combining the modulus $|\hat{u}_x(r)|e^n$ and the phase $\varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r)$, defined in Eq. (10), the 2D perturbation is reconstructed. φ_{α_r} is the phase introduced by the axial wave number α_r integrated over the previous positions as defined in Eq. (12).

$$\varphi_{\alpha_r} = \int_{x_0}^{x} \alpha_r(\xi)d\xi \tag{12}$$

The axial velocity perturbation reconstruction is finally compared to the simulation result.

6.2. Study at one axial position x_0

The first linear stability analysis is performed on mean velocity profiles at the axial position $x_0 = 0.04$m away from the geometry corner, represented by the black line on the vorticity field in Fig. 5.

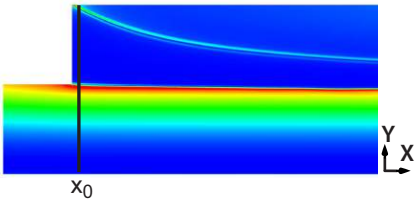


Figure 5. Location of the first stability analysis.

The mean velocity profiles and gradients at this position are plotted in Fig. 6.

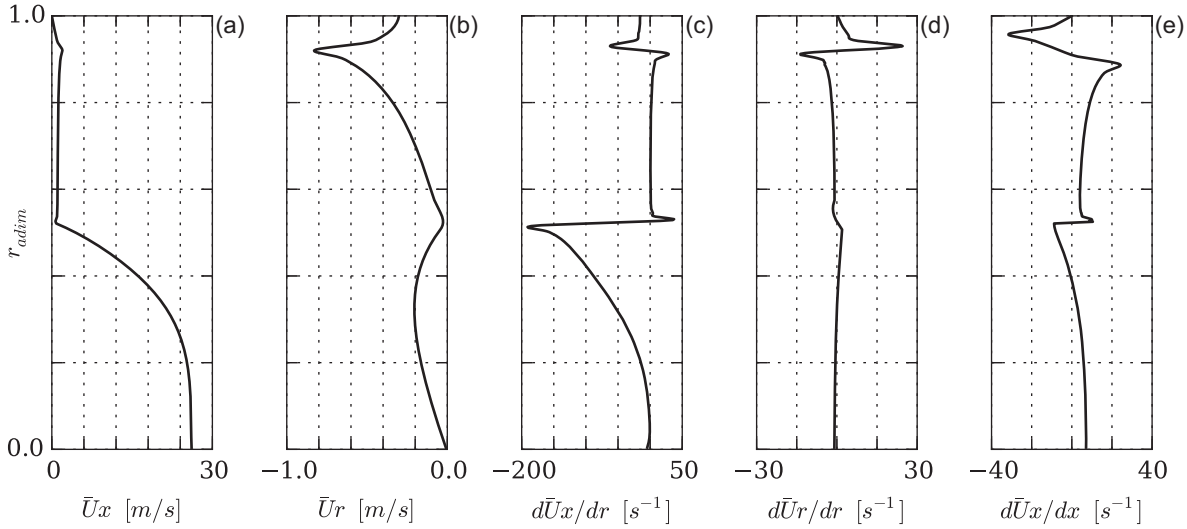


Figure 6. Mean velocity profiles and gradients at x=0.04m as a function of $r_{adim} = r/R_2$. (a),(b): axial and radial velocity profiles; (c),(d): axial and radial velocity gradients with respect to the radial coordinate, (e): axial velocity gradient with respect to the axial coordinate.

The radial coordinate is normalized by the radius $R_2 = 0.25$ m and the velocity profiles are normalized by the axial velocity on the axis $\bar{U}x_{r=0} = 267$ m/s at this position. This high axial velocity is linked to the high velocity injection chosen.
In Fig. 7 the FFT of the simulation signal at x_0 is compared to the computed evolution of the spatial amplification $-\alpha_i$ as a function of the perturbation frequency $f = \omega/2\pi$.

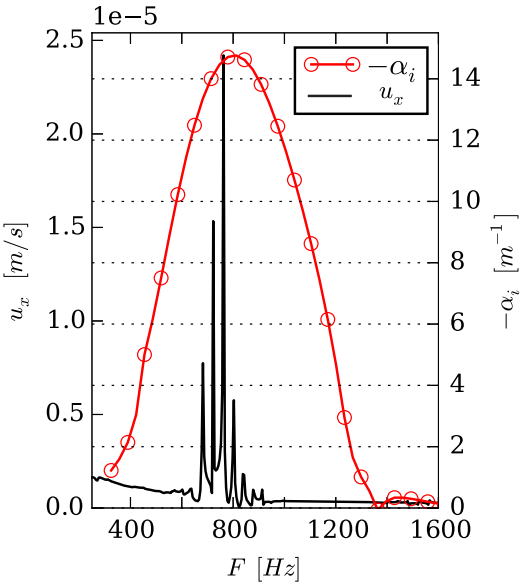


Figure 7. Comparison of the spatial amplification $-\alpha_i$ (red line with symbols) with the FFT of the unsteady simulation signal (black line without symbol) at x_0 as a function of frequency.

As shown on Fig. 7, the stability analysis captures well the frequency of the dominating mode at this position. The unstable frequency range is however larger in the stability analysis than in the unsteady simulation where few frequencies are present.
A DMD analysis [33] of the simulation results enables to compute the modulus and the phase of the mode at the instability frequency of 720 Hz. This modulus and phase can be compared to the ones found by the stability analysis for a perturbation at the same frequency. This comparison is shown in Fig. 8.(a) for the modulus and in Fig. 8.(b) for the phase. The amplitude of the modulus is scaled and the phase is shifted with a constant value to match the DMD results. As shown in Fig. 8 the stability analysis captures remarkably well the shape of the modulus and the phase of the visualized mode.

6.3. Amplification factor computation

The aim of this part is to evaluate the axial evolution of the perturbation amplitude, called the n-factor defined in Eq. 11. To do so, the dispersion curve is computed for several axial positions from $x_0 = 0.04$ m to $x_{18} = 0.40$ m with a step of $\Delta_x = 0.02$ m, as

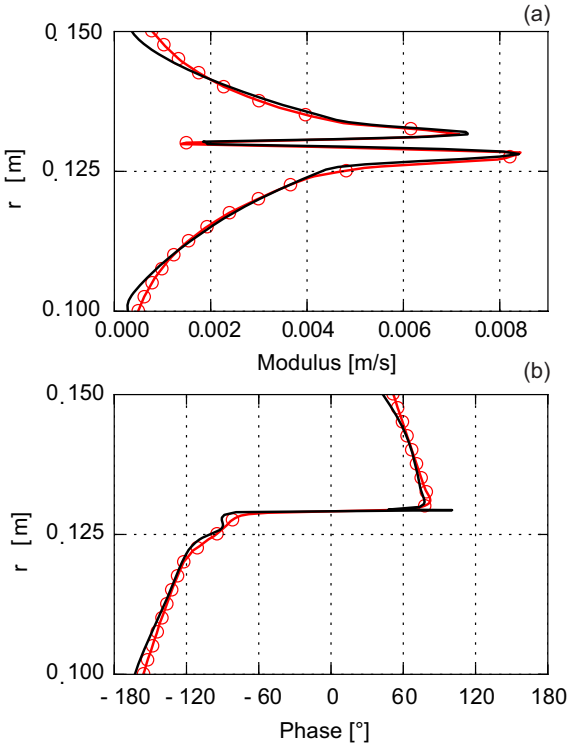


Figure 8. Comparison of the eigenvector modulus (a) and phase (b) between stability analysis (red line with symbols) and DMD of unsteady simulation results (black line without symbol) at x_0.

shown in Fig. 9.
Fig. 10.(a) shows all the dispersion curves computed and Fig. 10.(b) shows the axial evolution of e^n. As visualized in Fig. 10.(a), when going downstream the dispersion curve flattens and the most amplified frequency increases.

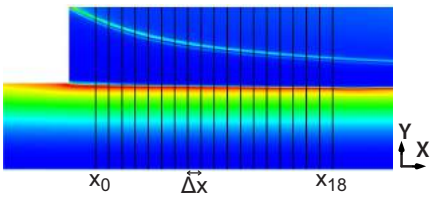


Figure 9. Location of the performed stability analysis.

This phenomenon is recovered in the evolution of the exponential of the n-factor plotted in Fig. 10.(b). The most amplified frequency is shifted from 720 Hz for the first position x_0 to 1060 Hz when the entire domain is considered (from x_0 to x_{18}).
This frequency shift is not visible in the unsteady simulation as shown on the FFT of signals at several axial positions plotted in Fig. 11.
The local stability analysis induced by the quasi-parallel approximation used may not be sufficient to properly captured the frequency selection mechanism. Indeed the corner in the geometry imposed a strong axial dependence of the mean flow at the proximity of the corner.

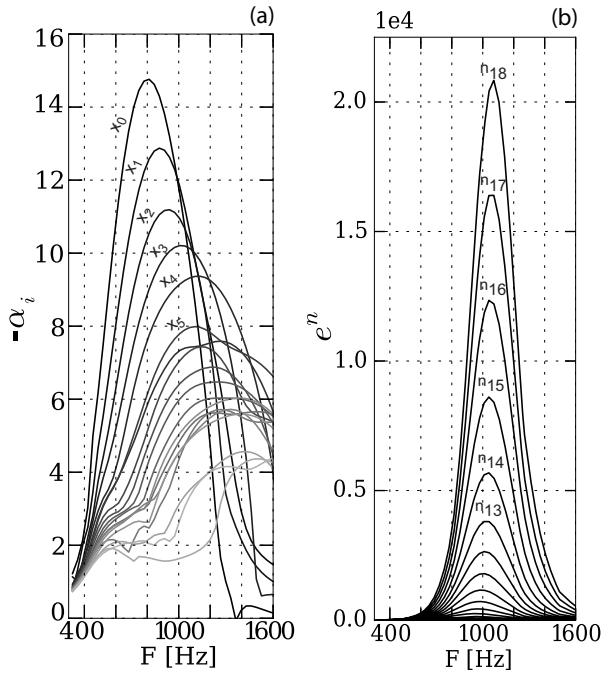


Figure 10. (a): Evolution of α_i for each axial position from x_0 to x_{18}. The lighter the color line the further the axial position. (b): Evolution of e^n when integration domain increases. Line n_X means integration from x_0 to x_X.

The quasi-parallel hypothesis can be then contested in this case. To outcome this limitation, a biglobal method with no hypothesis on the base flow could be used. This method outlined by [5] and applied to the solid rocket motor flow [13], [14], [15] tends to be more realistic than the local analysis even if in the case of the parietal vortex shedding instability the quasi-parallel flow assumption gives good results.

However, the amplitude evolution of the perturbation at the unstable frequencies are well captured by the local stability analysis as shown on Fig. 11, where the red symbols represent the values of $A_0.e^n$, A_0 being a constant fixed to match the FFT amplitude at the last position x_{18}.

6.4. Perturbation reconstruction

The objective of this part is to reconstruct the 2D field of axial perturbation $u_x(x, r, t)$ at the mode frequency of 720 Hz.

The modulus evolution $A_0|\hat{u}_x(r)|e^n$ is plotted in Fig. 12.(a). The shape and the amplitude evolution are perfectly captured by the linear stability analysis.

The phase evolution $\varphi(r) = \varphi_{\alpha_r} + \varphi_{\hat{u}_x}(r)$ is plotted in Fig. 12.(b). After normalization of the phase eigenfunction $\varphi_{\hat{u}_x}(r)$, the phase of the perturbation $\varphi(r)$ is shifted by the same offset value fixed so that phase matches at the last position x_{18} as visualized on Fig. 12.(6b).

As shown in Fig. 12.(b) the shape of computed phase is coherent with the one of the simulation even if a deviation progressively grows.

Finally the full 2D reconstruction of the axial perturbation $u_x(x, r, t)$ is performed and compared to the axial velocity perturbation of the simulation result.

As shown on Fig. 13, the reconstructed perturbation is very close to the one of the simulation.

Linear stability thus is able to predict the shape and the space-time evolution of the perturbation with good accuracy.

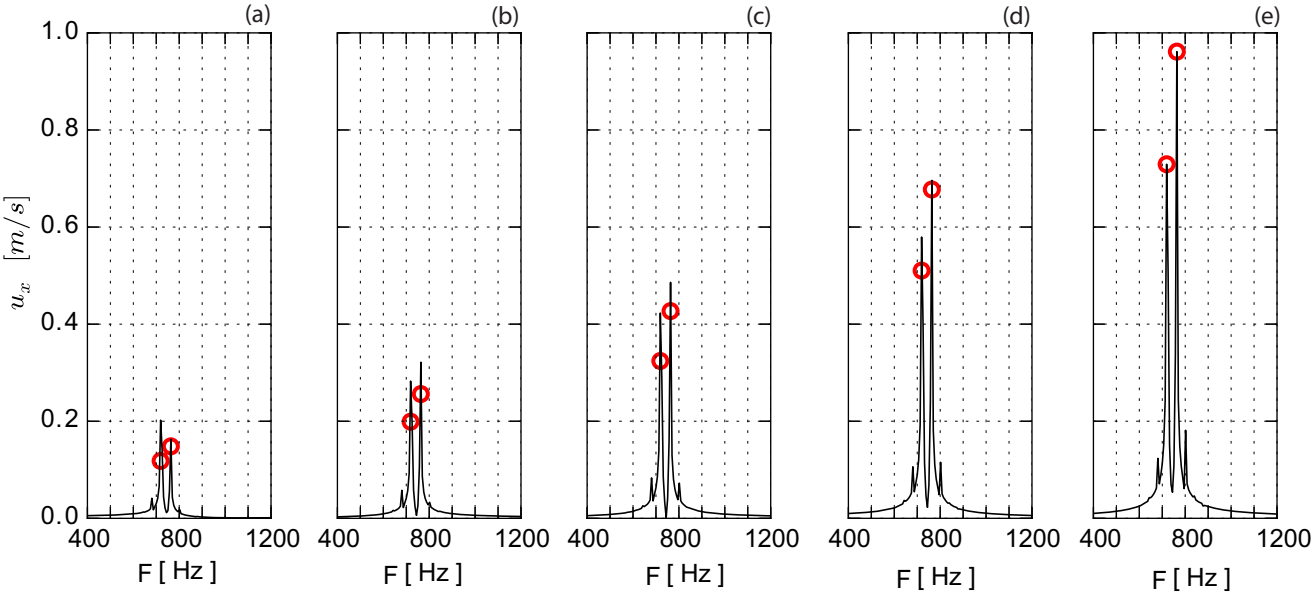


Figure 11. Comparison of the value of $A_0.e^n$ at the two maximum amplitude frequencies (red symbols) with the FFT on simulation velocity signal. (black line without symbol). (a),(b),(c),(d),(e): respectively at x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{16}, x_{18}.

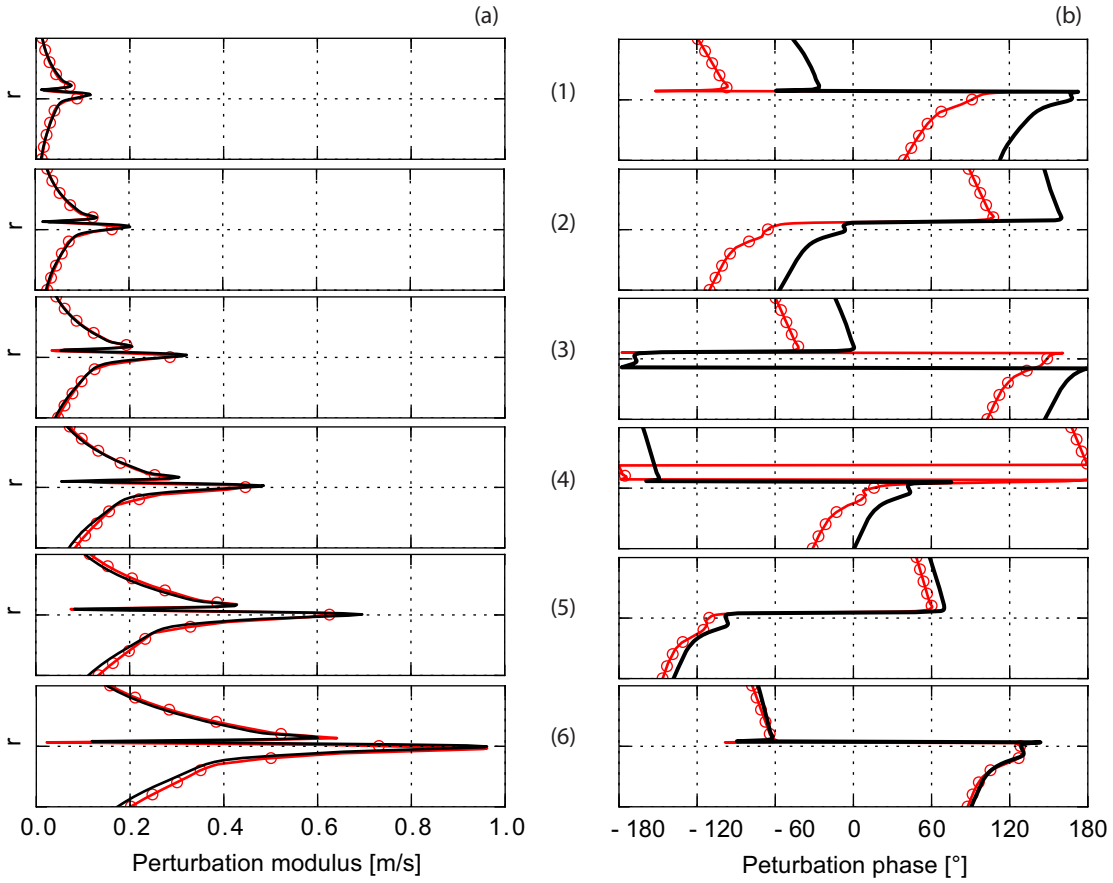


Figure 12. Comparison of stability analysis (red line with symbols) and DMD of simulation results (black line without symbol). (a) comparison of the modulus and (b) the phase of the axial perturbation at several axial positions, (1),(2),(3),(4),(5),(6): respectively at x_8, x_{10}, x_{12}, x_{14}, x_{16}, x_{18}.

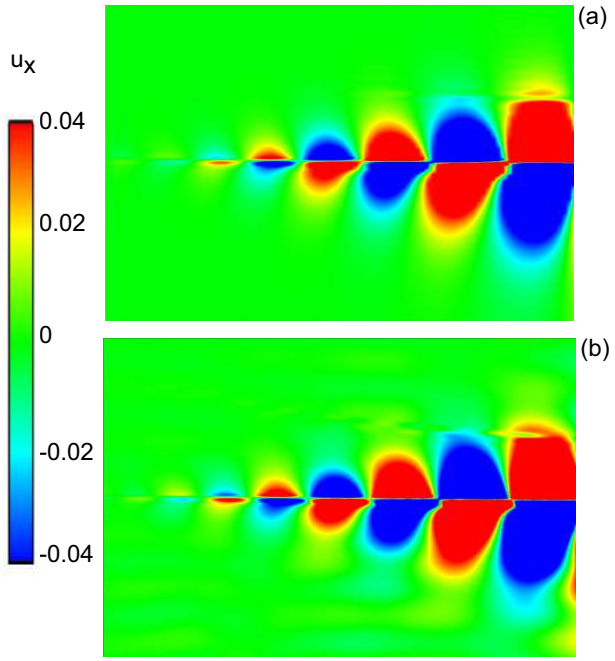


Figure 13. Comparison of the reconstructed axial velocity perturbation from linear stability (a) and the field of the axial velocity perturbation in the simulation (b).

7. STABILITY STUDY OF A STABLE CASE

The same analysis is applied to the perfectly stable case $R080$. Since the unsteady simulation exhibits no unstable frequency, no amplified frequencies should appear in the linear stability analysis.
However, weakly amplified frequencies are found as illustrated by the n-factor evolution plotted on Fig. 14.
This amplification factor is smaller by a factor 10 compared to the one of the case $R030$ plotted on Fig. 10.(b). This means that the perturbation will be much less spatially amplified than in the previous unstable case and may not be sufficient to sustain an instability in the simulation.
The difference in the stability prediction between the simulation and the local linear stability analysis could also be an outcome of the quasi parallel stability analysis limits.
However this analysis enables to capture the tendency of stabilisation of the CVS by lateral blowing.

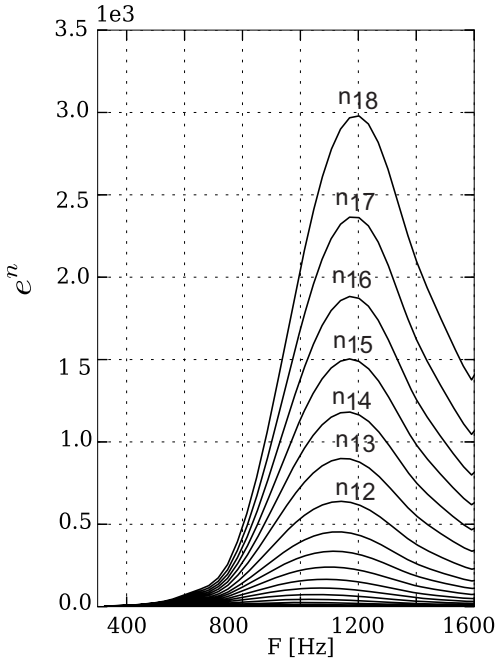


Figure 14. Evolution of e^n when integration domain increases. Line n_X means integration from x_0 to x_X.

8. CONCLUSIONS

Parametric unsteady simulations on an academic case reproducing the CVS in solid rocket motors have shown that lateral blowing has a strong impact on the stability of the mixing layer. Increasing blowing intensity tends to attenuate and even suppress the CVS. This phenomenon has been qualitatively observed on instantaneous vorticity fields and quantitatively measured by axial velocity signal analysis.

A local linear stability analysis was performed to identify the triggering mechanisms of this instability and confirm that the fluctuations are induced by an intrinsic hydrodynamic instability of the shear layer.

An unstable case is first studied and results show that the local formalism induced by the quasi-parallel approximation may not be sufficient to reproduce the frequency selection mechanism. However, excellent results are obtained for the prediction of the 2D axial velocity perturbation at the correct frequency.

Stability analysis is finally performed on a stable case and unlike the simulations, weakly amplified frequencies are found. Nevertheless, the tendency of stabilization by the lateral blowing found by the simulation is recovered.

Even if the analysis reveals some limits, with this powerful method the stabilization of the shear layer with its principal characteristics obtained in the unsteady simulations are recovered.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work has been performed in the framework of a thesis supported by Herakles and performed at CERFACS. Authors thank T. Pevergne, F. Godfroy and J. Richard from Herakles for the support they have brought to this study.

9. REFERENCES

1. CERFACS and AVBP websites. `http://cerfacs.fr/en/`, `http://www.cerfacs.fr/avbp7x/`.

2. E. M. Abu-Irshaid, J. Majdalani, and G. Casalis. Hydrodynamic stability of rockets with headwall injection. *Physics of Fluids*, 19(2):024101, 2007.

3. G. Avalon and T. Josset. Cold gas experiments applied to the understanding of aeroacoustic phenomena inside solid propellant boosters. *AIAA*, 2006.

4. S. Ballereau, F. Godfroy, S. Gallier, and O. Orlandi. Evaluation method of thrust oscillations in large SRM application to segmented SRM's. *AIAA paper*, 2011.

5. J. W. Batterson and J. Majdalani. Biglobal instability of the bidirectional vortex. Part 1: Formulation. *AIAA Conference*, 2011.

6. G. Boyer. *Etude de stabilité et simulation numérique de l'écoulement interne des moteurs à propergol solide simplifiés*. PhD thesis, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE), 2012.

7. R. Brown, R. Dunlap, S. Young, and R. Waugh. Vortex Shedding as a Source of Acoustic Energy in Segmented Solid Rockets. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 18(4):312–319, July 1981.

8. C. Canuto. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer Verlag, 1988.

9. G. Casalis, G. Avalon, and J.-P. Pineau. Spatial instability of planar channel flow with fluid injection through porous walls. *Physics of Fluids*, 10(1):2558–2568, Oct. 1998.

10. G. Casalis and F. Vuillot. Motor Flow Instabilities-Part 2. Intrinsic Linear Stability of the Flow Induced by Wall Injection. In *RTO-AVT VKI Special Course on Internal aerodynamics in solid rocket propulsion, RTO-EN-023*. 2004.

11. F. Chedevergne. *Instabilités intrinsèques des moteurs à propulsion solide*. PhD thesis, ENSAE, 2007.

12. F. Chedevergne and G. Casalis. Thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors, part II: A new theoretical approach. *AIAA Conference*, 2005.

13. F. Chedevergne and G. Casalis. Detailed analysis of the thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors. *AIAA paper*, 2006.

14. F. Chedevergne, G. Casalis, and T. Féraille. Biglobal linear stability analysis of the flow induced by wall injection. *Physics of Fluids*, 18(1):014103, 2006.

15. F. Chedevergne, G. Casalis, and J. Majdalani. Direct numerical simulation and biglobal stability investigations of the gaseous motion in solid rocket motors. *Journal of Fluid Mechanics*, 706:190–218, July 2012.

16. O. Colin and M. Rudgyard. Development of high-order taylor–galerkin schemes for les. *Journal of Computational Physics*, 162(2):338–371, 2000.

17. F. Culick. Rotational axisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in asolid propellant rocket. *AIAA Journal*, 4(8):1462–1464, 1966.

18. P. Drazin and W. Reid. Hydrodynamic stability. *Cambridge University Press*, 1981.

19. R. Dunlap, A. M. Blackner, R. C. Waugh, R. S. Brown, and P. G. Willoughby. Internal flow field studies in a simulated cylindrical port rocket chamber. *Journal of propulsion and power*, 6(6):690–704, Nov. 1990.

20. Y. Fabignon, J. Dupays, G. Avalon, F. Vuillot, N. Lupoglazoff, G. Casalis, and M. Prevost. Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors. *Aerospace Science and Technology*, 7:191–200, 2003.

21. G. A. Flandro and J. Majdalani. Aeroacoustic Instability in Rockets. *AIAA Journal*, 41:485–497, Mar. 2003.

22. J. Griffond and G. Casalis. On the dependence on the formulation of some nonparallel stability approaches applied to the Taylor flow. *Physics of Fluids*, 12(2):466, 2000.

23. J. Griffond and G. Casalis. On the nonparallel stability of the injection induced two-dimensional Taylor flow. *Physics of Fluids*, 13(6):1635, 2001.

24. J. Griffond, G. Casalis, and J.-P. Pineau. Spatial instability of flow in a semiinfinite cylinder with fluid injection through its porous walls. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 19(1):69–87, 2000.

25. P. Huerre, G. Batchelor, H. Moffatt, and M. Worster. Open shear flow instabilities. *Perspectives in Fluid Dynamics*, pages 159–229, 2000.

26. M. P. Juniper. Absolute and convective instability in gas turbine fuel injectors. pages 1–10, Feb. 2012.

27. W. Koch. Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows. *Journal of Sound and Vibration*, 99(1):53–83, Mar. 1985.

28. J. Majdalani and T. Saad. Internal Flows Driven by Wall-Normal Injection. In H. W. Oh, editor, *Advanced Fluid Dynamics*. InTech, Mar. 2012.

29. J. Majdalani and W. Van Moorhem. Multiple scales solution to the acoustic boundary layer in solid rocket motors. *Journal of propulsion and power*, 13(2):186–193, 1997.

30. A. Michalke. On the inviscid instability of the hyperbolictangent velocity profile. *Journal of Fluid Mechanics*, 1964.

31. A. Michalke. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1965.

32. K. Oberleithner et al. Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *Journal of Fluid Mechanics*, 679:383–414, May 2011.

33. P. J. Schmid. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656:5–28, July 2010.

34. P. J. Schmid and D. S. Henningson. *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer Verlag, Dec. 2001.

35. G. Taylor. Fluid flow in regions bounded by porous surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 234(1199):456–475, 1956.

36. B. Ugurtas, G. Avalon, N. Lupoglazoff, and F. vuillot. Numerical computations and visualization tests of the flow inside a cold gas simulation with characterization of a parietal vortex shedding. *AIAA*, 2000.

37. B. Ugurtas, G. Avalon, N. Lupoglazoff, and F. vuillot. Stability and acoustic resonance of internal flows generated by side injection. *Progress in astronautics and aeronautics*, 2000.

38. V. N. Varapaev and V. I. Yagodkin. Flow stability in a channel with porous walls. *Fluid Dynamics*, 1969.

39. F. Vuillot. Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors. *Journal of propulsion and power*, 11(4):626–639, July 1995.