

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

M. JORIS BOUTELOUP

le mercredi 1 mars 2017

Titre :

Simulation numérique de la dynamique d'un lit granulaire cisaillé par un fluide visqueux

---

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (I.M.F.T.)

Directeurs de Thèse :

M. FRANÇOIS CHARRU

M. LAURENT LACAZE

Rapporteurs :

M. MARKUS UHLMANN, KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY

M. PHILIPPE CLAUDIN, ESPCI PARISTECH

Membres du jury :

M. ALEXANDRE VALANCE, UNIVERSITE RENNES 1, Président

M. FRANÇOIS CHARRU, UNIVERSITE TOULOUSE 3, Membre

M. LAURENT LACAZE, CNRS TOULOUSE, Membre

Mme STEPHANIE DEBOEUF, UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE, Membre

M. THOMAS BONOMETTI, INP TOULOUSE, Membre

Résumé

Ce travail de thèse concerne l'étude numérique du transport par charriage d'un lit de grain dans un écoulement de Couette laminaire. La méthode numérique employée est un modèle de type Euler-Lagrange, où la taille de la cellule de calcul eulérienne est supérieure mais du même ordre de grandeur que le diamètre moyen des grains. Elle repose pour la phase fluide Eulérienne sur les équations de Navier-Stokes moyennées par un terme de porosité ε et pour la phase solide Lagrangienne sur les équations de Newton résolues pour chaque particule via une méthode aux éléments discrets. Un terme d'interaction fluide-particule permet de coupler les deux phases. Dans un premier temps, des simulations en petit domaine sont effectuées afin d'étudier l'influence du nombre de Shields θ, du nombre de Reynolds particulaire Re_p et du rapport de densité ρ_p/ρ_f sur le transport granulaire. Nous montrons, en particulier, que ce modèle numérique permet de retrouver le seuil de mise en mouvement du lit granulaire et les lois de débit granulaire fonction de θ comme obtenus dans la littérature. De plus, il est mis en évidence que ce débit granulaire q ne dépend que plus faiblement de Re_p et ρ_p/ρ_f. Dans un second temps, des simulations sur de longs domaines permettent d'observer l'influence de ces mêmes paramètres sur le développement d'instabilités. Plus particulièrement, le développement de l'instabilité de lit sur les temps courts et sur les temps longs sont discutés.

Abstract

This work deals with local numerical simulations of laminar shear flow eroding a bed of spherical particles. The numerical method used is an Euler-Lagrange model, based on the resolution of the Navier-Stokes equations, averaged over cells containing several particles, and Newton's equations for the solid phase using the discrete element method (DEM). The averaging procedure brings out a solid volume fraction term for the fluid phase, which mimics the porosity of the effective medium. A fluid-particle interaction term enables a two-way coupling. Firstly simulations are performed on a relatively small domain ($20d \times 20d \times 10d$), allowing to reach a steady state without any instability development. The influence of the Shields number θ, the particle Reynolds number Re_p and the density ratio ρ_p/ρ_f is observed independently from each other. Simulations agrees well with experiments and lower scale simulations, giving a granular transport largely governed by the Shields number θ compared to the other dimensionless numbers and a pretty good estimation of the threshold Shields number θ_c, which delineates static and moving bed. Secondly, simulations on a larger domain ($1000d \times 20d \times 10d$) are performed in order to capture the formation and the development of ripples. The influence of the three dimensionless numbers on the ripple characteristics, such as wavelength or amplitude, is investigated. These preliminary results seems to be in a reasonable agreement with experimental and simulation data. In particular, the relative influence of θ and Re_p is discussed.

Remerciements

Mes premiers remerciements vont, bien entendu, à mes directeurs de thèse : Laurent Lacaze, Thomas Bonometti et François Charru. Leur encadrement, leur disponibilité et leur rigueur scientifique ont été d'une aide précieuse et m'ont permis de réaliser cette thèse dans les meilleurs conditions de travail possibles. Je leur en remercie et j'espère que l'on sera amener à collaborer à nouveau ensemble dans le futur.

Je tiens aussi à remercier Annaïg Pedrono du service COSINUS pour m'avoir maintes fois aidé durant le développement et le débogage du code ainsi que Nicolas Renon de Calmip qui a été d'une aide précieuse pour permettre au code de calcul de fonctionner sur le supercalculateur Eos. Merci aussi à Édouard Izard, qui en plus de faire son travail de thèse, a du répondre de maintes fois à mes questions concernant le code granulaire à mon arrivée en stage au laboratoire, et ceci, sans jamais montrer le moindre signe d'agacement et toujours avec pédagogie. Merci.

Je souhaite également remercier Philippe Claudin et Markus Uhlmann d'avoir pris le temps de rapporter avec soin ce manuscrit de thèse. J'adresse également mes remerciements aux autres membres du jury : Stéphanie Deboeuf et Alexandre Valance, qui a présidé ma thèse.

Au cours de ces trois années, j'ai été amené à faire un certains nombres d'activité extra-recherche. En cela, je tiens tout d'abord à remercier le département de mécanique des fluides et hydraulique de l'ENSEEIHT (merci aux enseignants et à Maryse André) de m'avoir permis d'assurer pendant deux ans des enseignements au sein de l'école. Merci également à tout celles et ceux qui ont participé de près ou de loin à l'association des doctorants Doct'Eau. J'ai pris beaucoup de plaisir à la présider pendant un peu plus d'un an et j'espère vraiment que cette association perdurera dans les années à venir. Remerciements spéciaux à Nicolas Baudin (Mr le secrétaire) et François Audard (Mr le trésorier) qui m'ont magnifiquement épaulé durant cette présidence.

Merci aussi aux membres du groupe HEGIE (et ex-OTE) pour la bonne ambiance au sein du groupe, l'entraide et surtout les discussions scientifiques (ou pas !), autour du repas ou pendant une pause thé/café qui ont rendu ces trois années très agréables.

Merci à ma maman pour son soutien tout au long de mes nombreuses années d'étude, mais aussi bien avant. Merci à mon oncle et ma tante d'avoir fait le déplacement jusqu'à Toulouse pour assister à ma soutenance, ça m'a fait énormément plaisir. Merci à mon beau-frère Christophe et à ma sœur Aurore d'être venus me voir pendant les journées portes ouvertes du laboratoire. Et merci à tous les autres membres de ma famille qui ne sont pas cités mais qui comptent pour moi. Je remercie aussi grandement David, Nathalie, Clément (Clomo) et Anne-Marie pour l'hébergement pendant les semaines entre la remise du manuscrit et la soutenance. Merci aussi à Kévin (Kéké) pour être venu d'Angleterre pour assister à ma soutenance, j'espère que je pourrai te rendre la pareille. Et aussi une dédicace à tous mes amis de Bordeaux, Toulouse, Paris ou d'ailleurs : Anthony, Benoît, David (Dallago), Marine, Islam, Julien (coloc !), Matthieu, Selma, Théo, Romain, Philong, la bande des bretons (Miloute, Paulo, Tonio, Marianne, Tomy, Thomas) et les amis d'enfance Fred, Thomas, Raph et Sandrine.

Dédicace particulière aux deux personnes qui ont partagé mon bureau pendant mon stage et ma thèse au sein du laboratoire : Jessica Astier et Alexis Bougouin. Merci d'abord à Jessica de m'avoir très bien accueilli lors de mon arrivée en stage au laboratoire. Et merci ensuite à Alexis pour nos nombreuses discussions, scientifiques ou non, pour m'avoir supporté et pour avoir été un excellent partenaire au foot, au ping-pong et à la pétanque.

Enfin, je tiens à remercier, en vrac (et en espérant n'oublier personne), toutes celles et ceux avec qui j'ai pu discuter, rigoler, manger, sortir, faire du sport,... et qui ont permis de rendre ces trois années à l'IMFT inoubliables : Matthieu Mercier, Julie Albagnac, Sylvie Senny, Maxime Rouzès, Adrien Thacker, Serge Font, Guilhem Freche, David Raus, Raphaël Maurin, Guillaume Quibeuf, Loïc Chagot, Karim Adib, Jose Barale, Pierre Elyakime, Hervé Neau, Simon Gsell, Audrey Douinot, Thomas Ducrocq, Guillaume Lepoutere, Maxence Brebion, Ange Gourbil, Lucia Rueda, Blaise Delmotte, Audrey Filella, Élise Almeras, Jérôme Mougel, Grégory Ehses, Ruddy Soeparno.

À mon père, ce héros au sourire si doux.

Table des matières

1 Introduction **1**
- 1.1 Les milieux granulaires . . . 2
- 1.2 Le transport sédimentaire . . . 4
  - 1.2.1 Types de transport . . . 4
  - 1.2.2 Seuil de mise en mouvement . . . 5
  - 1.2.3 Évolution du débit de grains . . . 8
  - 1.2.4 Formation de rides . . . 11
- 1.3 Modèles numériques . . . 13
  - 1.3.1 Échelles de résolution . . . 13
  - 1.3.2 Choix du modèle . . . 14
- 1.4 Plan de la thèse . . . 15

2 Outils de résolution numérique **17**
- 2.1 Modèle numérique . . . 18
  - 2.1.1 Méthode de résolution de la phase granulaire discrète (GraDyM) . . . 18
  - 2.1.2 Méthode de résolution de la phase continue (JADIM) . . . 25
- 2.2 Couplage JADIM/GraDyM . . . 29
- 2.3 Validation et performance du couplage . . . 35
  - 2.3.1 Validation du couplage . . . 35
  - 2.3.2 Performance en parallèle . . . 46

Conclusion . . . 47

3 Lit granulaire cisaillé en régime stationnaire **49**
- 3.1 Discussions préliminaires . . . 50
  - 3.1.1 Domaine d'étude . . . 51
  - 3.1.2 Calcul du débit granulaire . . . 52
- 3.2 Étude de sensibilité . . . 54
  - 3.2.1 Influence du rapport taille de la maille de calcul pour le champ fluide sur diamètre des grains . . . 54
  - 3.2.2 Influence de la largeur de bande dans le calcul de la fonction de pondération . . . 57
  - 3.2.3 Influence de la force de lubrification . . . 57
- 3.3 Influence des nombres sans dimension sur le transport granulaire . . . 61
  - 3.3.1 Effet du nombre de Shields . . . 61
  - 3.3.2 Effet du nombre de Reynolds particulaire . . . 71
  - 3.3.3 Effet du rapport de densité . . . 75
- 3.4 Effet de la force de traînée . . . 79

Conclusion . . . 80

4 Instabilités d'un lit granulaire cisaillé **81**
4.1 Présentation du problème 82
4.2 Exemple d'analyse d'un cas instable 83
4.3 Effet de la hauteur de confinement h_f 97
4.4 Étude paramétrique en nombre de Shields et nombre de Reynolds particulaire 100
4.4.1 Influence du nombre de Shields 100
4.4.2 Influence du nombre de Reynolds particulaire 111
4.5 Critère d'instabilité : seuil et croissance 116
4.5.1 Existence d'un seuil d'instabilité 116
4.5.2 Étude d'instabilité aux temps courts 120
Conclusion 123

Conclusion générale et perspectives **125**

Bibliographie **128**

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Les milieux granulaires 2
1.2 Le transport sédimentaire 4
1.2.1 Types de transport 4
1.2.2 Seuil de mise en mouvement 5
1.2.3 Évolution du débit de grains 8
1.2.4 Formation de rides 11
1.3 Modèles numériques 13
1.3.1 Échelles de résolution 13
1.3.2 Choix du modèle 14
1.4 Plan de la thèse 15

1.1 Les milieux granulaires

Un milieu granulaire est généralement défini comme un ensemble de particules solides, de taille supérieure à 100 µm (BROWN et RICHARDS [1970]) dont les interactions entre elles se manifestent essentiellement, voire uniquement, à travers des contacts. Lorsque l'on descend en diamètre dans les milieux divisés, on se trouve alors dans la catégorie des poudres (entre 1 µm et 100 µm), dans laquelle la petite taille des particules fait que les interactions de type Van der Waals ne peuvent plus être considérées comme négligeables. Enfin, si l'on continue de descendre en taille moyenne de particule (en dessous de 1 µm), on entre dans la famille des colloïdes et l'agitation thermique du milieu est alors à prendre en considération, celle-ci jouant un rôle important (voir figure 1.1).

On peut définir différents types de milieux granulaires comme par exemple le "milieu granulaire sec", milieu granulaire dont les interactions des particules avec le fluide environnant peuvent être considérées comme négligeables (avalanche de sable dans l'air à faible vitesse de vent ou écoulement de grains dans un sablier par exemple). À l'inverse, on peut définir un "milieu granulaire mouillé", quand l'interaction avec le fluide environnant ne peut plus être négligée (par exemple un écoulement de sable dans de l'eau). Dans toute cette thèse, nous nous intéresserons exclusivement aux milieux granulaires mouillés.

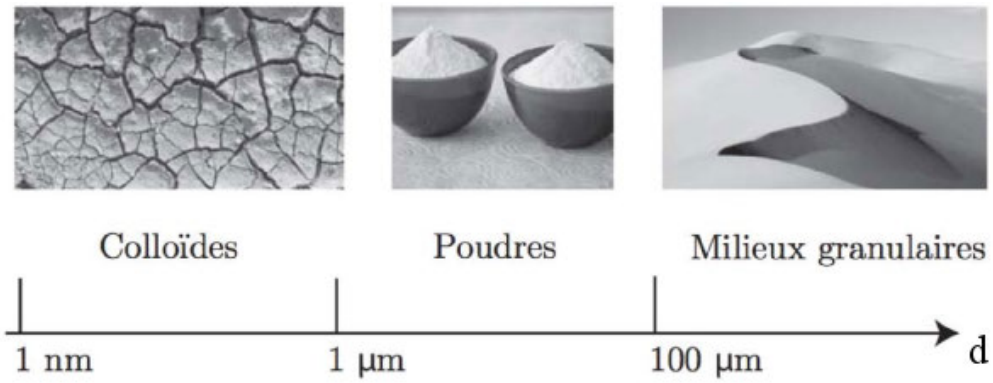
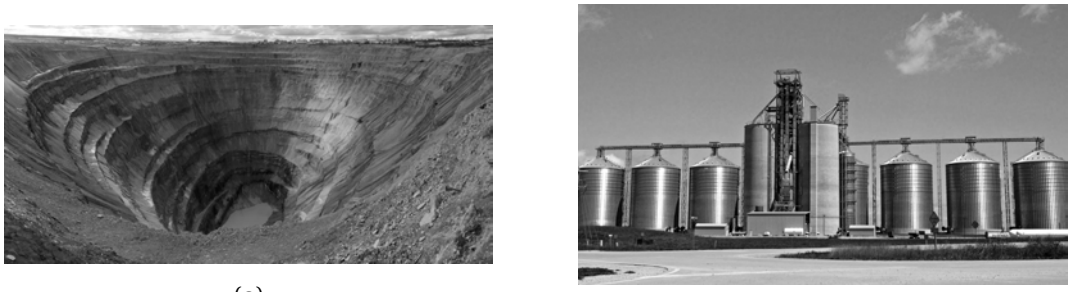


FIGURE 1.1 – Classification, en fonction du diamètre de la particule, des milieux divisés (image tirée de ANDREOTTI et al. [2012]).

Cette volonté de classifier les milieux granulaires et d'étudier leurs mécanismes provient du fait que les milieux granulaires sont rencontrés dans différents domaines industriels tels que le génie civil, l'agroalimentaire (figure 1.2a), l'industrie minière (figure 1.2b) ou encore l'industrie pharmaceutique. En effet, les grains sont, après l'eau, la deuxième ressource la plus utilisée par l'homme dans le monde (DURAN [1997]). Parmi les principales problématiques rencontrées face à la présence de milieu granulaire, on retrouve le stockage (figure 1.2b), l'extraction, le transport (figure 1.2a) et, entre autre, la transformation.

Notre étude se concentre sur le transport granulaire par un fluide, phénomène présent aussi bien dans les milieux naturels que dans certains problèmes industriels. La compréhension du transport de particules par un fluide peut donc permettre une meilleure optimisation de certains processus ou au contraire une limitation de ceux-ci si tel en est l'objectif. Dans le domaine environnemental, l'étude du transport de sédiment est crucial pour la compréhension de phénomènes naturels tel que l'érosion ou le charriage dans les cours d'eau, les évolutions de la morphodynamique des plages ou encore les écoulements pyroclastiques (écoulements de lave par exemple). De plus, le transport granulaire

par un fluide est souvent accompagné de l'apparition de structures comme des rides ou des dunes. On peut retrouver ces structures dans les déserts (figure 1.3a) ou les rivières (figure 1.3b) par exemple, avec des échelles de longueur et de temps qui peuvent être très différentes, du millimètre à plusieurs kilomètres pour la longueur et de quelques seconde à plusieurs années pour le temps (voir CHARRU et al. [2013]). Ces structures peuvent parfois apparaître dans certains procédés industriels et sont souvent indésirables. À noter que ces motifs apparaissant à la surface du lit granulaire sont universels et se retrouvent, par exemple, à la surface de Mars (BOURKE [2010]). Leur compréhension est primordiale tant le transport granulaire et ces structures peuvent avoir un impact sur l'activité humaine avec par exemple l'ensablement des ports ou l'avancée du désert.



(a) (b)

FIGURE 1.2 – (a) Exemple d'exploitation minière de diamant à ciel ouvert située à Mirny, en Yakoutie (b) Exemple de silos à grain.

L'apparition et le développement de ces différentes structures à la surface du lit granulaire est un phénomène complexe qui reste encore à étudier, de même que le transport sédimentaire de manière plus générale. Notre travail se focalise dans cette thèse à l'étude du transport de sédiment et à la formation de rides par l'écoulement cisaillé d'un fluide visqueux (ici un écoulement de Couette). Le choix de l'étude dans un fluide visqueux s'explique d'une part par sa simplicité, l'écoulement étant laminaire, et d'autre part car cette configuration peut se retrouver, notamment, dans certains problèmes industriels, comme dans les pipelines de l'industrie pétrolière par exemple.



(a) (b)

FIGURE 1.3 – Exemples (a) de dunes de sable dans le parc national et réserve de Great Sand Dunes au Colorado et (b) de rides en rivière.

1.2 Le transport sédimentaire

1.2.1 Types de transport

Le transport sédimentaire peut se caractériser principalement par trois types de mouvement de particules (BAGNOLD [1956]), la suspension, la saltation et le roulement/glissement, aussi appelé charriage (voir figure 1.4). Cette classification du transport sédimentaire en ces différentes catégories dépend des forces dominant la dynamique. Le premier type défini, la suspension, apparaît lorsque les forces hydrodynamiques, c'est-à-dire les forces appliquées par le fluide environnant sur les particules, sont prédominantes. Dans cette configuration, les grains sont transportés par l'écoulement et ont relativement peu d'interaction entre eux. Leur concentration est généralement dans une gamme typique de 0.1% à 10%. Ensuite, lorsque la force de gravité devient un peu plus importante devant les forces hydrodynamiques apparaît le phénomène de saltation. Selon BAGNOLD [1956], le grain est soulevé par son contact avec un grain et décollé du lit grâce à la force de portance avant de finir par retomber par gravité. Dans ce cas, les mouvements typiques observés sont des mouvements de type balistique. La particule décolle du lit de grains d'une hauteur de quelques diamètres de grains par une impulsion et sur une longueur d'environ plusieurs dizaines de diamètre, toujours selon BAGNOLD [1956]. Enfin, lorsque la force de gravité est encore plus importante devant les forces hydrodynamiques, on parle alors de charriage par roulement ou glissement des grains. Les particules sont alors en contact permanent avec le lit et roulent ou glissent sur les grains voisins. La figure 1.4 représente les trois types de transport sédimentaire. À noter que dans les écoulements naturels, souvent complexes, les trois types de transport coexistent du fait de la polydispersité des grains présents et de la variété de densité. Néanmoins, dans le cadre de notre étude, nous nous limiterons au cas du mode de transport par charriage par la gamme de vitesse d'écoulement étudiée et un rapport de densité entre les particules et le fluide (ρ_p/ρ_f compris entre 2 et 2.5 identique pour tous les grains).

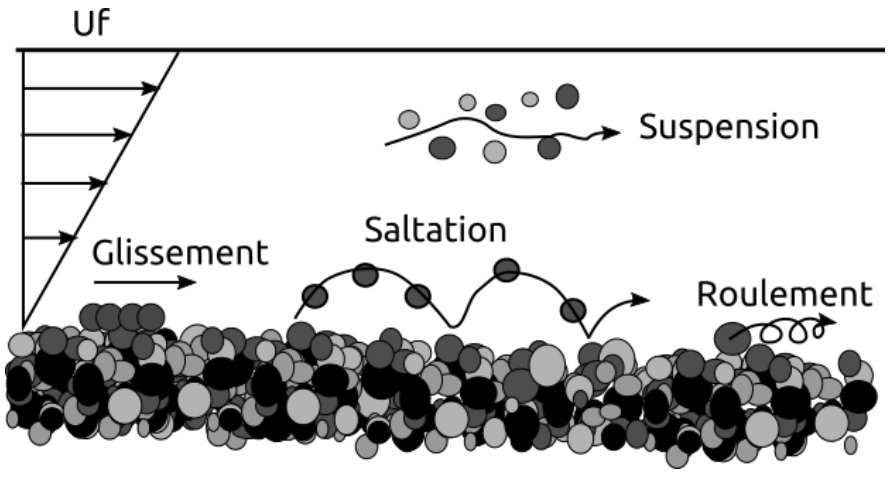


FIGURE 1.4 – Schéma présentant les différents modes de transport. (inspiré de PINTO MARTINS [2008])

1.2.2 Seuil de mise en mouvement

La mise en mouvement du lit de grains est soumise, au dépassement d'un certain seuil (SHIELDS [1936]). Le cisaillement local $\dot{\gamma}$ au niveau de la surface du lit granulaire doit être suffisamment important pour permettre un déplacement des grains sous son action. Le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ est de fait un paramètre important dans la détermination du seuil de mise en mouvement. Dans le but d'établir un critère sur l'écoulement, on définit alors un paramètre adimensionnel θ, nommé nombre de Shields, représentant le rapport entre une force déstabilisante $F_{déstab}$ qui vise à détacher un grain du lit de particules et une force stabilisante F_{stab} ayant l'effet contraire. La force déstabilisante $F_{déstab}$ est liée aux forces de traînée et de portance exercées par le fluide sur le grain et a pour ordre de grandeur

$$F_{déstab} \approx \mu_f \dot{\gamma} d^2, \tag{1.1}$$

avec d le diamètre de la particule et μ_f la viscosité dynamique du fluide. La force stabilisante F_{stab}, quant à elle, est liée à la flottabilité et s'exprime par

$$F_{stab} \approx (\rho_p - \rho_f) g d^3, \tag{1.2}$$

avec ρ_p et ρ_f respectivement les masses volumiques de la particule et du fluide et g l'accélération de la pesanteur. Le paramètre adimensionnel θ est défini par conséquent par

$$\theta = \frac{\mu_f \dot{\gamma}}{(\rho_p - \rho_f) g d}. \tag{1.3}$$

On peut définir d'autres nombres sans dimension qui sont aussi utilisés dans la littérature et dans la suite de cette thèse comme le nombre de Reynolds particulaire qui se définit comme

$$Re_p = \frac{\rho_f \dot{\gamma} d^2}{\mu_f} \tag{1.4}$$

De nombreuses études expérimentales ont été menées afin de mesurer le seuil de mise en mouvement θ_c d'un lit de particules soumis à un écoulement, qu'il soit laminaire ou turbulent. La figure 1.5 représente le diagramme de Shields obtenu par YALIN et KARAHAN [1979] et regroupant de nombreuses expériences sur la détermination du nombre de Shields critique θ_c, ainsi que les leurs effectuées pour des écoulements laminaires et turbulents pour une gamme de particules comprise entre 0.1 et 2.86 mm. Ce diagramme couvre une large gamme de nombre de Reynolds turbulent Re_* défini par

$$Re_* = \frac{\rho_f u_* d}{\mu_f} = Re_p^{1/2} \quad \text{avec} \quad u_* = \sqrt{\frac{\mu_f \dot{\gamma}}{\rho_f}}. \tag{1.5}$$

On peut observer que tous ces résultats expérimentaux présentent une dispersion importante. De plus, ce graphe ne peut être étudié en l'état, le nombre de Shields critique θ_c apparaissant en abscisse mais aussi en ordonnée. Afin de résoudre cela, on introduit le diamètre adimensionnel des grains D_*, nombre sans dimension ne dépendant que des propriétés physiques des particules et du fluide et défini par,

$$D_* = d \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right)^{1/3} \nu^{-2/3} g^{1/3}, \tag{1.6}$$

avec $\nu = \mu_f/\rho_f$ la viscosité cinématique du fluide. À noter que ces deux nombres sans dimension, Re_* et D_* sont liés par la relation $Re_* = \theta^{1/2} D_*^{3/2}$. On peut remarquer sur la figure 1.5 que le nombre de Shields critique θ_c décroît avec Re_* lorsque $Re_* < 10$ et atteint une valeur asymptotique pour les grandeurs nombres de Reynolds turbulent Re_* qui vaut environ 0.05. Différentes formulations ont été proposées afin de représenter l'évolution de Re_* en fonction de D_*, notamment une par SOULSBY et al. [1997] qui s'ajuste à l'ensemble de la courbe expérimentale, correspondant à D_* compris entre 0.1 et 1000, et s'écrit

$$\theta_c = \frac{0.24}{D_*} + 0.055(1 - exp(-0.02 D_*)). \tag{1.7}$$

Pour les faibles nombres de Reynolds Re_*, de nombreuses lois de puissance ont été proposées et l'exposant varient alors entre -1 et 0 suivant les auteurs. Un exemple est représenté sur la figure 1.5 avec la loi $\theta_c = 0.1 Re_*^{-0.3}$ établie par MANTZ [1977] et valide pour $Re_* < 1$.

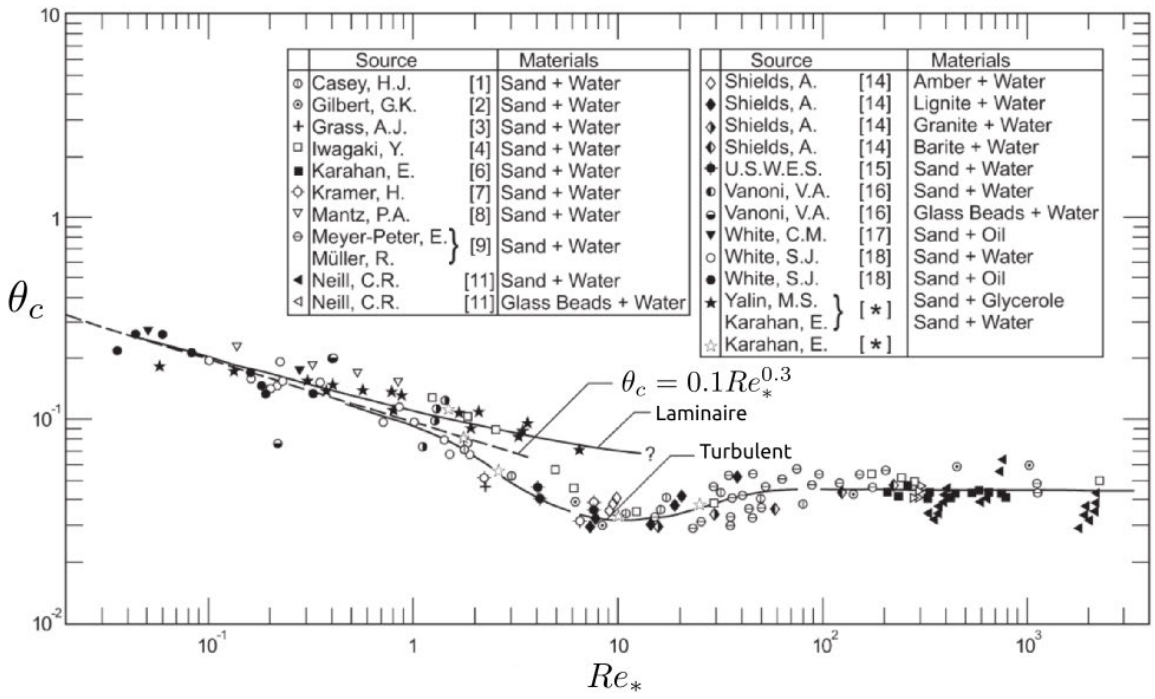


FIGURE 1.5 – Diagramme de Shields (tiré de YALIN et KARAHAN [1979]).

Malgré toutes les mesures expérimentales obtenues du nombre de Shields critique θ_c, une dispersion des données persiste encore, notamment pour les faibles nombres de Reynolds turbulent Re_*, et est liée à deux difficultés, à savoir la détermination précise de la contrainte de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la définition du seuil de mise en mouvement des grains. Concernant la première difficulté, la mesure peut être plus ou moins compliquée suivant le type d'écoulement étudié (plan incliné, gradient de pression imposé,...). Concernant la définition du seuil de mise en mouvement, celle-ci est choisie différemment suivant les auteurs qui ont une interprétation différente de la "fraction significative" de grains en mouvement pour considérer le lit comme mobile. Par exemple, un lit peut être considéré comme mobile à partir de l'observation d'un nombre minimal de particules en mouvement ou d'une certaine hauteur de couche de grains. En outre, CHARRU et al. [2004]

ont montré que la compacité initiale du lit a un impact sur la détermination du seuil et qu'il est alors nécessaire de différencier un seuil correspondant à la première fois que des grains bougent et un seuil qui est déterminé sur des temps longs et ne dépendant donc plus de la préparation initiale du lit. Néanmoins, dans le régime laminaire étudié dans le cadre de cette thèse, les différents résultats expérimentaux s'accordent pour un nombre de Shields critique $\theta_c \approx 0.12 \pm 0.03$ (OURIEMI et al. [2007]) pour une gamme de nombre de Reynolds particulaire Re_p assez large ($1.5 \times 10^{-5} \leq Re_p \leq 0.76$) et correspondant à la gamme étudiée au chapitre 3. Ce résultat peut aussi être retrouvé analytiquement de plusieurs manières. On peut par exemple, comme décrit par ANDREOTTI et al. [2012], faire une estimation du nombre de Shields critique θ_c dans le régime visqueux pour un fluide newtonien. En approximant que le profil de vitesse fluide à la surface du lit reste linéaire et que la vitesse de l'écoulement fluide u_f autour du grain revient à considérer la vitesse du fluide à la hauteur $d/2$, on obtient

$$u_f \sim \frac{\dot{\gamma} d}{2}. \tag{1.8}$$

À partir de cette expression de u_f, ANDREOTTI et al. [2012] exprime la force hydrodynamique visant à déstabiliser le lit, à savoir la force de traînée $F_{drag} = (3\pi/4)\mu_f \dot{\gamma} d^2$. Enfin, le bilan des forces au seuil de mise en mouvement entraîne que cette force de traînée se compense avec la force de friction, soit

$$\frac{\pi}{6}\mu(\rho_p - \rho_f) g d^3 \sim \frac{3\pi}{4}\mu_f \dot{\gamma} d^2, \tag{1.9}$$

ce qui finalement donne

$$\theta_c \sim \frac{2}{9}\mu, \tag{1.10}$$

avec μ le coefficient de friction solide.

L'équation 1.10 conduit à un nombre de Shields critique θ_c compris entre 0.09 et 0.14 suivant la nature des grains, ce qui en accord avec les résultats expérimentaux. Une prédiction similaire du nombre de Shields critique θ_c est faite par OURIEMI et al. [2009a] en partant d'une description diphasique continue du problème et se basant sur les modèles développés par JACKSON [2000], notamment en utilisant un modèle de rhéologie newtonienne pour la phase fluide et un modèle de friction de Coulomb pour la phase solide. La résolution analytique du système d'équation permet d'exprimer alors le nombre de Shields θ en fonction de la hauteur de grains en mouvement h_m donnant, dans le cas d'un écoulement de Couette visqueux,

$$\theta(h_m) = h_m \frac{\mu\phi_0}{d} - \frac{\mu\phi_0}{2}, \tag{1.11}$$

où ϕ_0 est la compacité moyenne initiale du lit. Le nombre de Shields critique θ_c est alors définie comme étant la valeur de θ pour une hauteur h_m égale à une seule couche de grains en mouvement, soit

$$\theta_c = \theta(h_m = d) = \mu\frac{\phi_0}{2}. \tag{1.12}$$

Pour le cas de particules de verre sphériques, en se basant sur les valeurs $\phi_0 = 0.55$ et $\mu = 0.43$ déterminées par CASSAR et al. [2005], cette formulation donne un nombre de Shields critique $\theta_c = 0.12$, encore une fois en accord avec les résultats expérimentaux.

Pour conclure sur le seuil de mise en mouvement, les dernières études effectuées par HOUSSAIS et al. [2015] suggèrent que cette limite entre un lit statique et un lit en mouvement que l'on définit de manière discontinue par un nombre de Shields critique θ_c serait en fait une transition continue entre un état de fluage (*creeping* en anglais) et un écoulement granulaire.

1.2.3 Évolution du débit de grains

Au delà du seuil, le débit volumique granulaire est la grandeur principalement utilisée pour caractériser le transport sédimentaire. Il existe de nombreux modèles, empiriques, semi-empiriques ou même analytiques, qui expriment ce débit de grains en fonction du nombre de Shields θ. L'évolution du débit granulaire a beaucoup été étudié dans le cas d'un écoulement permanent turbulent mais il existe aussi des études dans le cas d'un écoulement laminaire (CHARRU et al. [2004]; DERKSEN [2011]; KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b]; OURIEMI et al. [2009a] par exemple).

Dans le cas turbulent, historiquement, les premières expressions du débit de grains sont obtenues par DU BOYS [1879]. La formulation déterminée ici analytiquement repose sur plusieurs hypothèses, à savoir que le lit granulaire, décomposé en couches d'épaisseur ξ finie de l'ordre du diamètre des particules, a une vitesse qui décroît linéairement vers le fond. Le débit volumique par unité de largeur des particules q s'écrit alors, en considérant la couche n (en partant du haut) comme étant immobile,

$$q = \frac{1}{2} n(n-1)\xi \Delta u, \tag{1.13}$$

avec $(n-1)\Delta u$ la vitesse de la couche en dessous. Ensuite, on exprime le débit en fonction du cisaillement en considérant que le cisaillement τ_f est à l'équilibre avec le frottement au niveau du lit. À partir de cette hypothèse, on peut exprimer la valeur du débit en fonction du cisaillement comme étant

$$q = C\tau_f(\tau_f - \tau_c), \tag{1.14}$$

avec τ_c le cisaillement au seuil de mise en mouvement et C une constante dépendant de différents paramètres comme le diamètre des particules par exemple. Ce modèle présente plusieurs limitations, comme par exemple l'hypothèse que les vitesses du fluide et des particules sont identiques au sein du lit (pas forcément vrai) ou encore que le calcul du débit sur la couche entière ne peut pas être obtenu, le lit n'ayant pas de limite supérieure.

La formule déterminée expérimentalement la plus utilisée est celle de MEYER-PETER et MÜLLER [1948] qui exprime le débit dit saturé q_{sat} en m^2/s en fonction de θ via,

$$q_{sat}\sqrt{\frac{\rho_f}{(\rho_p - \rho_f)gd^3}} = 8(\theta - \theta_c)^{1.5}, \tag{1.15}$$

avec pour nombre de Shields critique $\theta_c = 0.047$. Cette loi a été obtenue à partir de résultats expérimentaux de mesures de débits granulaires dans un canal hydraulique ouvert et horizontal en fonction du débit pour des grains de sable dans la gamme $[0.3;30]$mm. EINSTEIN [1950] tente de construire par la suite un modèle semi-empirique basé sur une étude probabiliste des mouvements des particules. La loi, bien que prenant en compte un grand nombre de phénomènes physiques et permettant pour chaque fraction du lit

d'exprimer le débit granulaire en fonction du nombre de Shields θ, contient de fait plusieurs paramètres ajustables difficilement déterminables ce qui rend son utilisation compliquée. Ce modèle ne permet donc pas de mieux décrire le transport granulaire que le modèle de MEYER-PETER et MÜLLER [1948] basé sur les résultats expérimentaux. D'autres modèles sont obtenus, comme celui de BAGNOLD [1956] par exemple qui repose quant à lui sur un bilan énergétique. On considère ici la masse de particules traversant une section transverse de l'écoulement par unité de longueur et de temps, soit un débit massique q_m défini par

$$q_m = \rho_p \int_0^{y_0} \phi u dy, \tag{1.16}$$

avec ϕ la fraction volumique locale du lit et y_0 la hauteur considérée. À partir de cette relation, on calcule la puissance P par unité de surface à avoir pour que les particules restent en mouvement. P est défini par la relation suivante

$$P = \mu(\rho_p - \rho_f) g \int_0^{y0} \phi u dy = \mu \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} g q_m. \tag{1.17}$$

La puissance P peut aussi être exprimée en fonction de la contrainte tangentielle au mouvement des particules $(\tau_f - \tau_c)$, la puissance P étant produite par le fluide. On obtient alors l'égalité

$$P = \mu \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} g q_m = A u_* \chi_{eff} (\tau_f - \tau_c), \tag{1.18}$$

avec Au_* la vitesse du fluide à la hauteur de un diamètre de particule et χ_{eff} un coefficient lié aux pertes d'énergie par frottement et défini par BAGNOLD [1956] comme pouvant s'écrire

$$\chi_{eff} = \sqrt{\frac{2\mu^3}{3C_D}}, \tag{1.19}$$

avec C_D le coefficient de traînée des particules. À partir de ces différentes équations, on peut finalement exprimer le débit q_{sat} en fonction du nombre de Shields θ.

$$q_{sat} \sqrt{\frac{\rho_f}{(\rho_p - \rho_f) g d^3}} = \sqrt{\frac{2\mu}{3C_D}} A \theta^{0.5} (\theta - \theta_c). \tag{1.20}$$

Les valeurs des coefficients sont alors ajustées afin de coïncider avec les données expérimentales. De nombreuses autres expressions du débit ont été formulées (YALIN [1963], RIBBERINK [1998], SCHMEECKLE [2014]) ayant des expressions similaires à celle de BAGNOLD [1956] ou MEYER-PETER et MÜLLER [1948], la valeur de la puissance de la différence $(\theta - \theta_c)$ variant entre 1.5 et 2 suivant les cas.

Dans le cas des écoulements laminaires, un des modèles développé est celui de LEIGHTON et ACRIVOS [1986] qui est un modèle de resuspension visqueuse. L'hypothèse ici est que les particules sédimentées sont portées entièrement en suspension par une compétition entre la force induite par le cisaillement et la gravité. Dans ce modèle, les particules interagissent uniquement avec le fluide par des forces hydrodynamiques et ne rentrent

jamais en contact en raison de la présence de la force de lubrification. Ce modèle, utilisé par CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002], donne une loi du débit en fonction du nombre de Shields θ de la forme suivante

$$q_{sat}\frac{\mu_f}{(\rho_p-\rho_f)gd^3}=0.42(\theta-\theta_c)^3. \tag{1.21}$$

Ici nous adoptons une nouvelle échelle de vitesse pour adimensionner le débit, à savoir la vitesse visqueuse $(\rho_p-\rho_f)gd^2/\mu_f$ qui n'est autre que la vitesse de Stokes à un facteur 18 près. Le lien entre les deux choix d'adimensionnalisation est

$$q_{sat}\frac{\mu_f}{(\rho_p-\rho_f)gd^3}=q_{sat}\sqrt{\frac{\rho_f}{(\rho_p-\rho_f)gd^3}}\frac{1}{\mathrm{G}a} \tag{1.22}$$

Le modèle décrit par CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002], de part son hypothèse, est vérifiée loin du seuil de mise en mouvement, lorsque la couche de grains en mouvement est supérieure à un diamètre de particule.

Proche du seuil de mise en mouvement, les expériences en canal Couette de CHARRU et al. [2004] montrent une évolution quadratique du débit saturé $q_{sat}\sim\theta(\theta-\theta_c)$ en fonction du nombre Shields θ (voir tableau 1.1). Cette évolution, différente de la première obtenue loin du seuil par CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002], est interprétée analytiquement par un modèle d'érosion-déposition défini par CHARRU et HINCH [2006]. Ce modèle relie le débit granulaire $q=\mathcal{V}_p n\mathrm{U}_p$ à la densité surfacique de grains n par la relation

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\dot{n}_d+\dot{n}_e-\frac{\partial q}{\partial x}, \tag{1.23}$$

avec $\dot{n}_d$ et $\dot{n}_e$, respectivement, les taux de déposition et d'érosion. Ce modèle fait intervenir différents coefficients dans les expressions de $\dot{n}_d$, $\dot{n}_e$ et U_p qui sont ensuite déterminer afin de correspondre aux données expérimentales de CHARRU et al. [2004]. La loi obtenue par CHARRU et HINCH [2006] et écrite dans le tableau 1.1 reliant q_{sat} et $\mathrm{N}=nd^2$ est donc strictement équivalente à celle obtenue par CHARRU et al. [2004] si l'on remplace N par sa relation linéaire au nombre de Shields θ, à savoir

$$\mathrm{N}=nd^2=0.055(\frac{\theta}{\theta_c}-1). \tag{1.24}$$

Le tableau 1.1 recense différentes lois obtenues analytiquement (CHARRU et HINCH [2006], OURIEMI et al. [2009a]) ou empiriquement par corrélations obtenues par ajustement à des données expérimentales (CHARRU et al. [2004]) ou numériques (KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b]).

Auteurs	Analyse	$q_{sat}\frac{\mu_f}{(\rho_p-\rho_f)gd^3}$
Charru et Mouilleron-Arnould (2002)	Théorique	$0.42(\theta-\theta_c)^3$
Charru et al. (2004)	Expérimentale	$0.025\theta(\theta-\theta_c)$
Charru et Hinch (2006)	Théorique	$0.0064N\frac{\theta}{\theta_c}$
Ouriemi et al. (2009)	Théorique	$\frac{\phi_0\theta_c}{12}\{\frac{1}{2}[(\frac{\theta}{\theta_c})^3+\frac{\theta}{\theta_c}]-\frac{1}{5}\}$
Kidanemariam et Uhlmann (2014)	Numérique	$1.6584\theta^{3.08}$

TABLEAU 1.1 – Quelques modèles de débit q_{sat} dans le cas laminaire en fonction du nombre de Shields θ. ϕ_0 est la fraction volumique solide moyenne du lit et Nd^2 la densité surfacique de grains en mouvement adimensionnée.

1.2.4 Formation de rides

Les milieux naturels, que ce soit les rivières, les fonds marins ou les déserts, abritent des formes de lit granulaire diverses et variées. Ces structures granulaires, appelées rides ou dunes suivant leur taille, se retrouvent dans une large variété d'environnement, du désert pour les plus grosses structures (PYE et TSOAR [2008]) aux conduites industrielles pour les plus petites (SCHAFLINGER et al. [1995]). Des classifications empiriques permettent de déterminer quelle structure apparaît suivant le diamètre de la particule d et le nombre de Shields θ (VAN RIJN [1993]). La suite de notre étude s'intéresse aux rides formées pour un écoulement laminaire permanent unidirectionnel.

Le mécanisme actuellement admis pour la formation des rides est le suivant. À partir d'une déformation de faible amplitude du lit, une différence de valeur de la contrainte locale et de la vitesse des grains se crée entre le fond d'une déformation (creux) et son sommet (crête). Le débit granulaire augmente alors le long de la face en amont et diminue sur la face avale, on a donc une érosion du côté de la face amont et une déposition du côté de la face avale, entraînant une propagation des rides dans la direction de l'écoulement. L'amplification des rides, quant à elle, provient d'un décalage de phase entre la contrainte de cisaillement à la surface du lit granulaire et la hauteur locale du lit de grain, entraînant un amoncellement du nombre de particules au sommet (KENNEDY [1963]). Ce décalage de phase est dû à la présence du fluide environnant et des effets inertiels qu'il induit. Ce mécanisme d'instabilité hydrodynamique est applicable à tout écoulement, turbulent ou visqueux (LAGRÉE [2003], VALANCE et LANGLOIS [2005], CHARRU et HINCH [2006]).

Le principal outil utilisé afin de caractériser la formation et la croissance des rides est l'étude de stabilité linéaire, décrivant la formation de rides de faibles amplitudes. La méthode est la suivante : On considère tout d'abord un lit de particules soumis à un écoulement continu unidirectionnel dont le profil de hauteur comporte des micro-perturbations sinusoïdales. L'équation de conservation de la masse, reliant la variation temporelle de la hauteur à la variation spatiale du débit granulaire permet alors d'étudier l'évolution du lit, modifiant le profil de vitesse fluide localement. Suivant les conditions de l'écoulement et du nouveau profil de vitesse obtenu, le lit sera alors instable, entraînant une accentuant des perturbations initiales et l'apparition de rides, ou stable auquel cas aucune ride n'émergera. Cette analyse de stabilité linéaire permet donc la détermination des conditions de formation de rides ou non, mais aussi leur longueur d'onde et le taux de croissance de celle-ci. À noter que l'hypothèse est faite dans cette méthode que lit granulaire est fixe lors du calcul de l'écoulement du fluide sur la surface sinusoïdale du lit. Le principal problème de cette méthode réside dans la détermination du débit granulaire, exprimé dans la plupart des études en fonction de la valeur du débit saturé et d'une longueur de saturation L_{sat}, liée au décalage de phase expliqué précédemment (CHARRU

et al. [2013]). Cette relation s'écrit

$$L_{sat}\frac{\partial q}{\partial x} = q_{sat} - q, \tag{1.25}$$

avec q_{sat} la valeur du débit saturé exprimée en fonction du nombre de Shields θ à l'aide d'une des formulations explicitées dans la section précédente. On peut alors déterminer obtenir les conditions de stabilité du lit granulaire ainsi que les autres grandeurs caractéristiques des rides comme leur longueur d'onde (du mode le plus amplifié), leur croissance ou même leur vitesse.

À l'aide d'une étude de stabilité linéaire, CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002] parviennent à formuler une estimation de l'évolution de la longueur d'onde la plus amplifiée en fonction du nombre de Reynolds particulaire de la forme,

$$\lambda_{max}/d \approx 60 Re_p^{-0.5}. \tag{1.26}$$

Cette estimation est faite en considérant le cas où le lit devient instable dès sa mise en mouvement à $\theta = \theta_c$.

Des données expérimentales en écoulement laminaire existent et ont notamment été conduites par MANTZ [1978] et MOUILLERON-ARNOULD [2002]. Ils parviennent chacun à déterminer une loi de puissance de l'évolution de la longueur d'onde principale λ en fonction du nombre de Reynolds particulaire à partir de leurs points expérimentaux respectifs. MANTZ [1978] obtient la formulation suivante

$$\lambda_f/d = 530 Re_p^{-0.5}, \tag{1.27}$$

tandis que MOUILLERON-ARNOULD [2002] obtient

$$\lambda_f/d = 490 Re_p^{-0.36}. \tag{1.28}$$

avec λ_f la longueur d'onde obtenue une fois un état saturé et stationnaire atteint. On peut voir que les deux relations sont assez proches mais surtout qu'elles donnent des longueurs d'onde finales d'un ordre de grandeur plus élevé qu'avec la loi obtenue analytiquement (eq. 1.26) par l'analyse de stabilité linéaire de CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002]. Ceci peut s'expliquer par le fait que cette analyse de stabilité linéaire ne prend pas en compte les phénomènes non linéaires qui surgissent au cours du temps comme la coalescence des rides par exemple, entraînant une sous-estimation de la longueur d'onde.

1.3 Modèles numériques

1.3.1 Échelles de résolution

Les écoulements fluide-particules, systèmes composés d'une phase fluide (continue) et d'une phase solide (discrète) peuvent être modélisés numériquement de différentes manières suivant l'échelle de résolution voulue (voir figure 1.6).

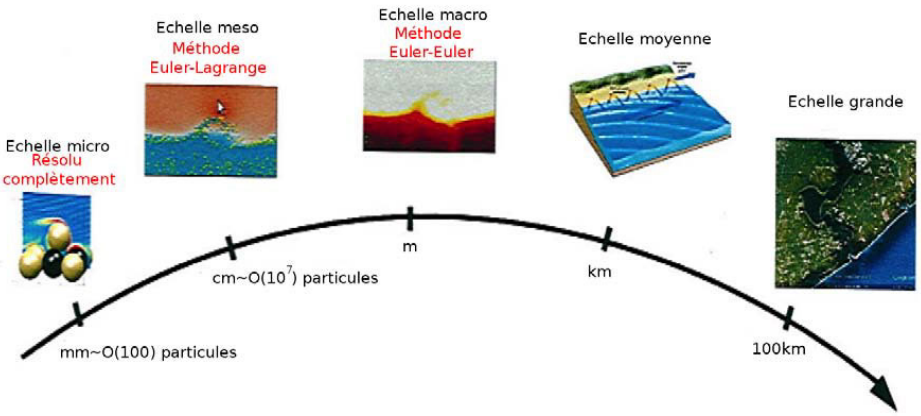


FIGURE 1.6 – Schéma des différentes échelles de résolution numérique (image tirée de D'ALBIGNAC [2012]).

Dans le cas d'une échelle de résolution de l'ordre du kilomètre et au-delà, les modèles proposés sont généralement des modèles simplifiés, considérant une faible profondeur d'eau comparativement à la longueur de l'écoulement et une pression hydrostatique permettant d'utiliser les modèles d'équations de Saint-Venant (SAVAGE et HUTTER [1989]). Dans la problématique du transport sédimentaire, ces modèles se sont montrés efficaces par exemple pour décrire le transport par suspension de sédiments fins dans le bassin de Marennes-Oléron (RAILLARD et al. [1994]). Ces modèles de transport de sédiment résolvent une équation d'advection-dispersion de la concentration en sédiment. Les équations de Saint-Venant permettent de connaître la hauteur d'eau et sa vitesse à chaque instant. Le modèle est alors fermé avec des lois empiriques d'érosion et de déposition. Néanmoins, ces modèles ne permettent pas une description très fine du transport des grains et dépend fortement des modèles choisis.

Pour une échelle de l'ordre du mètre, appelée échelle macroscopique, les modèles numériques utilisés sont les méthodes de type Euler-Euler où la phase fluide ainsi que la phase solide sont décrits de façon continue (JACKSON [2000]). Les équations résolues ici sont les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour les deux phases. Afin de fermer ce système d'équations, une modélisation des tenseurs des contraintes fluide et particulaire est nécessaire ainsi que le terme de forçage représentant la force d'interaction s'exerçant entre les phases fluide et solide. La principale difficulté avec cette méthode réside dans le choix de la modélisation des termes de fermeture. En effet, il n'existe pas de formulation analytique de ces termes et des lois de fermeture généralement empiriques sont utilisées pour exprimer les tenseurs des contraintes ou les termes d'interaction. Cette échelle de modélisation est utilisé pour décrire le transport sédimentaire à l'échelle d'un tronçon de cours d'eau (NGUYEN et al. [2009],CHAUCHAT et al. [2009]) par exemple.

On appelle échelle mésoscopique, l'échelle représentative des systèmes de l'ordre du centimètre. Les écoulements fluide-particules sont alors modélisés par une méthode dite

Euler-Lagrange. Ici, pour la première fois depuis le début, la phase solide est décrite de manière discrète, la trajectoire de chaque grain étant calculée de manière indépendante en résolvant les équations de Newton et permet alors de s'affranchir de modèles de fermeture pour la phase granulaire, telle que la rhéologie du milieu qui reste à l'heure actuelle un sujet de recherche en soit. Il est alors nécessaire de modéliser les possibles contacts entre les grains avec par exemple des méthodes de type DEM pour Discrete Element Method (CUNDALL et STRACK [1979]). La phase fluide, quant à elle, est résolue grâce aux équations de Navier-Stokes moyennées (JACKSON [2000]) du fait que la taille caractéristique du maillage fluide est supérieure à la taille moyenne d'une particule, nécessitant donc la prise en compte de la présence des particules au sein de la maille (voir section 2.1.2 pour plus de précisions). Du fait du rapport entre la taille des mailles fluide et le diamètre des particules, une modélisation des forces hydrodynamiques exercées par le fluide sur un grain est nécessaire. Il faut de plus comme pour le cas précédent modéliser le tenseur des contraintes fluide (voir par exemple CAPECELATRO et DESJARDINS [2013] et MAURIN et al. [2015]).

Enfin, l'échelle la plus petite, appelée échelle microscopique (ordre du millimètre), correspond aux méthodes dites complètement résolues de type Euler-Lagrange. La différence majeure avec la méthode mésoscopique est qu'ici, la taille caractéristique de la maille de calcul pour le champ fluide est inférieure au diamètre d'une particule et contrairement aux autres échelles de résolution, aucune modélisation des termes de fermeture n'est nécessaire. Les particules sont là aussi décrites de manière discrète avec par exemple, la DEM et le mouvement fluide est résolu en utilisant les équations de types Navier-Stokes (IZARD et al. [2014b]), utilisant une méthode prenant en compte la présence des grains, comme par exemple la méthode des frontières immergées (ou en anglais *immersed boundary method*, UHLMANN [2005]) ou une méthode de type Lattice Boltzmann (DERKSEN et SUNDARESAN [2007]) pour n'en citer que quelques unes.

1.3.2 Choix du modèle

L'objectif de la thèse est d'étudier le transport sédimentaire et la formation de rides. Il est difficile par les expériences en laboratoire d'accéder à des grandeurs locales au sein du milieu granulaire et très peu de données existent (MOUILLERON et al. [2009]). Or, la connaissance de ces grandeurs, comme la vitesse du fluide dans le lit granulaire ou la pression, est essentielle à la bonne compréhension des processus mis en jeu lors du transport de grains par charriage et lors de la formation de rides. Les méthodes de résolution mésoscopique et microscopique, semblent être un bon choix pour aborder ce type de problème.

Concernant le choix de la méthode à adopter pour notre étude, observer la formation de rides demande de simuler des domaines comprenant plusieurs centaines de milliers de grains. Or, avec un nombre aussi important de grains, des méthodes complètement résolues sont très coûteuses en temps d'exécution et des études paramétriques sont difficilement envisageables. C'est pour cela que, dans cette thèse, le choix s'est porté sur la modélisation du transport sédimentaire par une méthode de type Euler-Lagrange à une échelle mésoscopique.

1.4 Plan de la thèse

Nous présentons dans le chapitre 2 la méthode numérique employée, à savoir la méthode aux éléments discrets (DEM), pour décrire le mouvement et les interactions entre particules, couplée aux équations de Navier-Stokes moyennées pour la description de la phase fluide. Des tests de validation sont ensuite effectués ainsi qu'une analyse des performances du code parallèle. Puis, nous étudions dans le chapitre 3 un lit granulaire cisaillé en régime stationnaire avec un focus sur certains paramètres numériques ainsi que certains nombres sans dimension (nombre de Shields, nombre de Reynolds particulaire, rapport de densité). Enfin, nous abordons dans le chapitre 4 les instabilités d'un lit granulaire cisaillé et notamment l'influence encore une fois de certains nombres adimensionnels sur ces instabilités.

Chapitre 2

Outils de résolution numérique

Sommaire

2.1 Modèle numérique 18
2.1.1 Méthode de résolution de la phase granulaire discrète (GraDyM) . 18
2.1.2 Méthode de résolution de la phase continue (JADIM) 25
2.2 Couplage JADIM/GraDyM 29
2.3 Validation et performance du couplage 35
2.3.1 Validation du couplage 35
2.3.2 Performance en parallèle 46
Conclusion 47

2.1 Modèle numérique

2.1.1 Méthode de résolution de la phase granulaire discrète (GraDyM)

Équations de trajectoire des particules

Le logiciel permettant de décrire la dynamique d'un milieu granulaire sec GraDyM (Granular Dynamic Modelling) repose sur la méthode des éléments discrets (CUNDALL et STRACK [1979]). Elle consiste en la détermination des trajectoires d'un grand nombre de particules en résolvant pour chacune d'entre elles les équations de Newton et en considérant leurs interactions avec l'environnement ou avec d'autres particules.

On considère ainsi un nombre N_p de particules qui évoluent, selon le principe fondamental de la dynamique

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \mathbf{F}_{pj} + \mathbf{F}_{murs} + \mathbf{F}_h + m_p \mathbf{g} \qquad \forall p = 1,..,N_p \quad , \tag{2.1}$$

$$I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \boldsymbol{\Gamma}_{pj} + \boldsymbol{\Gamma}_{murs} + \boldsymbol{\Gamma}_h \qquad \forall p = 1,..,N_p \quad , \tag{2.2}$$

avec, pour une particule considérée ici comme sphérique, m_p la masse, $\mathbf{u}_p$ la vitesse de translation, $\boldsymbol{\omega}_p$ la vitesse de rotation, $I_p = \frac{2}{5} m_p R_p^2$ le coefficient d'inertie, R_p le rayon de la particule, $\mathbf{F}_{pj}$ les forces exercées par les autres particules sur la particule p, $\mathbf{F}_{murs}$ les forces exercées par les murs sur la particule, $\mathbf{g}$ l'accélération due à la pesanteur et $\mathbf{F}_h$ les forces exercées par le fluide sur la particule p. $\boldsymbol{\Gamma}_{pj}$, $\boldsymbol{\Gamma}_{murs}$ et $\boldsymbol{\Gamma}_h$ sont les couples exercés respectivement par les autres particules, les murs et le fluide.

À noter que dans l'équation du moment de la particule (2.2), on néglige dans cette approche l'influence du fluide sur la rotation de la particule, i.e. $\boldsymbol{\Gamma}_h = 0$. En effet, dans la suite de cette thèse, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les forces induites par le fluide sur les particules considérées dans cette étude sont homogènes sur le volume de la particule. Elles n'induisent donc pas de couple sur la particule.

Modélisation des contacts

Les forces de contact qui peuvent s'exercer entre deux particules i et j (contacts binaires) $\mathbf{F}_{ij}$ et les forces de contact d'une particule avec un mur $\mathbf{F}_{murs}$ sont caractérisées par une méthode dite de sphère molle FANG et al. [2007]. Elle consiste à modéliser la déformation réelle des particules lors d'un contact par un chevauchement δ_n entre les particules qui restent volontairement sphériques (les murs correspondent à une sphère de rayon infini). Si cette grandeur est négative, alors il y a contact entre les deux grains. Cette pénétration entre les deux grains modélise donc au premier ordre la déformation de deux grains lors d'un contact.

La force de contact est alors exprimée dans le repère de Frenet du grain j, présenté sur la figure 2.1, via

$$\mathbf{F_{ij}} = F_n \mathbf{n} + F_t \mathbf{t}, \tag{2.3}$$

où $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire parallèle aux centres des grains i et j et $\mathbf{t}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\mathbf{n}$.

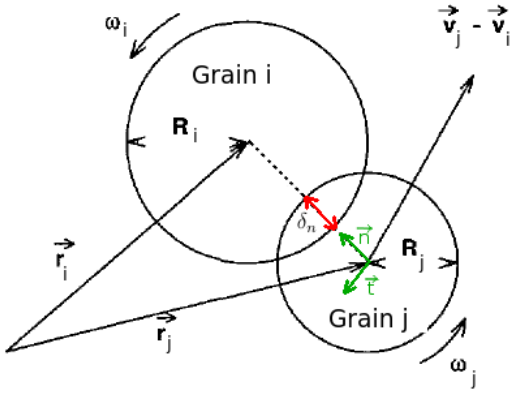


FIGURE 2.1 – Formalisme utilisé lors d'un contact

Concernant la composante normale de la force de contact F_n tout d'abord, celle-ci est directement influencée par deux paramètres physiques : le coefficient de restitution de la vitesse normale e_n et le temps de collision t_{col}. Le coefficient de restitution normal est défini comme le rapport entre les vitesses relatives d'une particule après et avant la collision. Si sa valeur est égale à 1, alors il n'y a aucune perte d'énergie et la norme de la vitesse normale de la particule avant la collision est la même qu'après. Il s'exprime ainsi

$$e_n = -\frac{v_n^{ap}}{v_n^{av}} \in [0,1], \tag{2.4}$$

où v_n^{ap} et v_n^{av} sont respectivement les vitesses après et avant collision d'une particule projetées sur la normale. Le temps de collision quant à lui représente le temps du contact.

A partir de ces deux paramètres, on définit la constante d'amortissement γ_n qui est une caractéristique de la dissipation de l'énergie (plus elle est grande, plus la dissipation sera grande) et une constante de raideur k_n, définies par

$$\gamma_n = -\frac{2m_{eff}}{t_{col}} ln(e_n), \tag{2.5}$$

$$k_n = m_{eff}\frac{\pi^2}{t_{col}^2} + \frac{\gamma_n^2}{4m_{eff}}, \tag{2.6}$$

où $m_{eff} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ est appelée masse réduite des deux particules en collision et m_i est la masse de la i-ème particule. Le choix ici de définir un temps de contact t_{col} afin de déterminer la raideur k_n, et non le contraire comme généralement utilisé, permet de simplifier le couplage temporelle entre le modèle fluide et le modèle granulaire. Nous nous placerons ici dans la limite de sphères rigides pour laquelle une valeur minimale de la raideur, et donc une valeur maximale du temps t_{col} doit être utilisée, sa valeur exacte n'étant pas cruciale (SHÄFER et al. [1996]).

Le modèle utilisé pour la composante normale de la force est un modèle de type ressort linéaire dissipatif. L'expression de F_n est

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_n > 0 \\ max(0, -k_n\delta_n - \gamma_n\frac{d\delta_n}{dt}) & \text{sinon.} \end{cases} \tag{2.7}$$

Il est à noter que $\delta_n = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| - R_i - R_j$ et $\frac{d\delta_n}{dt} = (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}$. La force normale est alors connue à partir des positions et vitesses relatives des deux particules en contact à chaque instant. Il n'est donc pas nécessaire de faire un schéma itératif pour obtenir F_n.

Concernant la composante tangentielle de la force F_t, il faut tout d'abord noter qu'elle intervient uniquement lorsque le contact est oblique. Le modèle utilisé dans le code est un modèle prenant en compte l'élasticité tangentielle et le frottement solide de type Coulomb. La force tangentielle s'exprime alors comme

$$F_t = -min(|k_t \delta_t|, |\mu F_n|) sign(\delta_t), \tag{2.8}$$

où k_t est la constante de raideur tangentielle liée à k_n de manière linéaire, μ est le coefficient de frottement, et δ_t est la distance de pénétration tangentielle. L'interaction tangentielle est donc caractérisée par une déformation élastique tangentielle sous le seuil de Coulomb (μF_n) et un glissement entre les grains au-dessus de celui-ci. De manière empirique, on pose $k_t = 0.2 k_n$ (SHÄFER et al. [1996]). Ici, contrairement au cas normal, un schéma itératif d'intégration de δ_t à partir d'une valeur nulle prise au début du contact est nécessaire. δ_t est alors calculé par un schéma en temps du premier ordre résolvant l'équation $\frac{d\delta_t}{dt} = (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{t}$ tel que

$$\delta_t(t' + \Delta t') \cong \delta_t(t') + \Delta t' \mathbf{v_{rel}}(t') \cdot \mathbf{t}. \tag{2.9}$$

Le couple $\boldsymbol{\Gamma}_{pj}$ est obtenu à partir de F_t via $\boldsymbol{\Gamma}_{pj} = R_p \mathbf{n} \times F_t \mathbf{t}$.

Détection des contacts

Afin d'être en mesure d'effectuer des simulations pour un nombre important de grains, le logiciel a été optimisé (IZARD [2011]). L'optimisation faite ici revient à considérer un domaine géométrique en pavé divisé en sous parties appelées sous-domaines de contact. Ce formalisme en sous-domaines de contact permet de restreindre la recherche à la détection des contacts d'une particule i avec les autres particules présentes dans le même sous-domaine ou dans les sous-domaines voisins. De plus, les sous-domaines sont parcourus de sorte à ne pas détecter deux fois le même contact. Ce travail d'optimisation permet alors d'obtenir un temps de simulation en $O(N_p log(N_p))$ au lieu d'être en $O(N_p^2)$ pour un pas de temps.

Tables de Verlet

La table de Verlet est le nom de la table qui recense tous les contacts potentiels. Afin d'optimiser l'utilisation en mémoire du code, uniquement les paires de contacts potentiels sont stockées sous forme de listes chaînées (IZARD [2011]; MIO et al. [2007]).

Une table de Verlet contient pour chaque sous-domaine le numéro de la particule en contact, le numéro de l'autre particule ou du mur et la valeur de la tangente du temps précédent, nécessaire pour calculer la composante tangentielle de la force de contact. Les tables de Verlet sont alors mises à jour tous les N_v pas de temps (voir figure 2.2) de façon à optimiser du temps de calcul en ne le faisant pas à tous les pas de temps tout en s'assurant de n'oublier aucun contact pendant cet intervalle de temps. En pratique, la valeur choisie par défaut est $N_v = 15$.

Avancement en temps

La structure générale du code est représentée par la figure 2.2. L'algorithme est basé sur une intégration temporelle par un schéma de type prédicteur-correcteur du 4ème ordre (Gear's scheme DA CRUZ et al. [2005]; PÖSCHEL et SCHWAGER [2005]). Ce schéma d'intégration présente différents avantages. Tout d'abord il permet, contrairement à d'autres schémas d'intégration comme celui de Runge-Kutta, de ne faire la détection des contacts et le calcul des forces associées qu'une seule fois par pas de temps. De plus, en comparaison avec un schéma d'ordre 1 en temps comme le schéma d'Euler utilisé jusqu'à présent dans GraDyM (IZARD [2014]), celui-ci permet d'utiliser un pas de temps plus grand pour une précision équivalente (KRUGGEL-EMDEN et al. [2008]). La résolution des équations (2.1) et (2.2) se fait alors en deux étapes.

Premièrement, les variables langrangiennes définissant les particules, c'est-à-dire les positions, vitesses et dérivées d'ordre supérieures, sont prédites au temps $t+\Delta t$ par un développement de Taylor,

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_i^{pr}(t+\Delta t) &= \mathbf{r}_i(t)+\Delta t\mathbf{v}_i(t)+\frac{1}{2}\Delta t^2\mathbf{r}_i^{(2)}(t)+\frac{1}{6}\Delta t^3\mathbf{r}_i^{(3)}(t),\\
\mathbf{v}_i^{pr}(t+\Delta t) &= \mathbf{v}_i(t)+\Delta t\mathbf{r}_i^{(2)}(t)+\frac{1}{2}\Delta t^2\mathbf{r}_i^{(3)}(t),\\
\mathbf{r}_i^{(2)pr}(t+\Delta t) &= \mathbf{r}_i^{(2)}(t)+\Delta t\mathbf{r}_i^{(3)}(t),\\
\mathbf{r}_i^{(3)pr}(t+\Delta t) &= \mathbf{r}_i^{(3)}(t),
\end{aligned} \tag{2.10}$$

où l'exposant "pr" indique une grandeur calculée à l'étape de prédiction, $r^{(n)}=\frac{\partial^n r}{\partial t^n}$ et l'indice i ($i=1,2,3$) la i-ème composante du vecteur constituant la grandeur eulérienne. À noter que le même raisonnement est appliqué aux grandeurs liées à la rotation.

Les variables prédites sont ensuite utilisées pour la résolution des équations de Newton. On obtient alors directement l'accélération "corrigée", à savoir

$$r_i^{(2)corr}=\frac{1}{m_p}\left(\sum_{j\neq p}\mathbf{F}_{pj}+\mathbf{F}_{murs}+\mathbf{F}_h+m_p\mathbf{g}\right) \tag{2.11}$$

Les autres grandeurs "corrigées" sont alors calculées en fonction de la différence $\Delta r^{(2)}=r_i^{(2)corr}-r_i^{(2)pr}$ entre l'accélération prédite et l'accélération corrigée obtenue précédemment,

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_i^{corr}(t+\Delta t) &= \mathbf{r}_i^{pr}(t+\Delta t)+c_0\frac{\Delta t^2}{2}\Delta r^{(2)}\\
\mathbf{v}_i^{corr}(t+\Delta t) &= \mathbf{v}_i^{pr}(t+\Delta t)+c_1\frac{\Delta t}{2}\Delta r^{(2)}\\
\mathbf{r}_i^{(3)corr}(t+\Delta t) &= \mathbf{r}_i^{(3)pr}(t+\Delta t)+c_2\frac{3}{\Delta t}\Delta r^{(2)}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

avec $c_0=\frac{1}{6}$, $c_1=\frac{5}{6}$ et $c_2=\frac{1}{3}$ (PÖSCHEL et SCHWAGER [2005]).

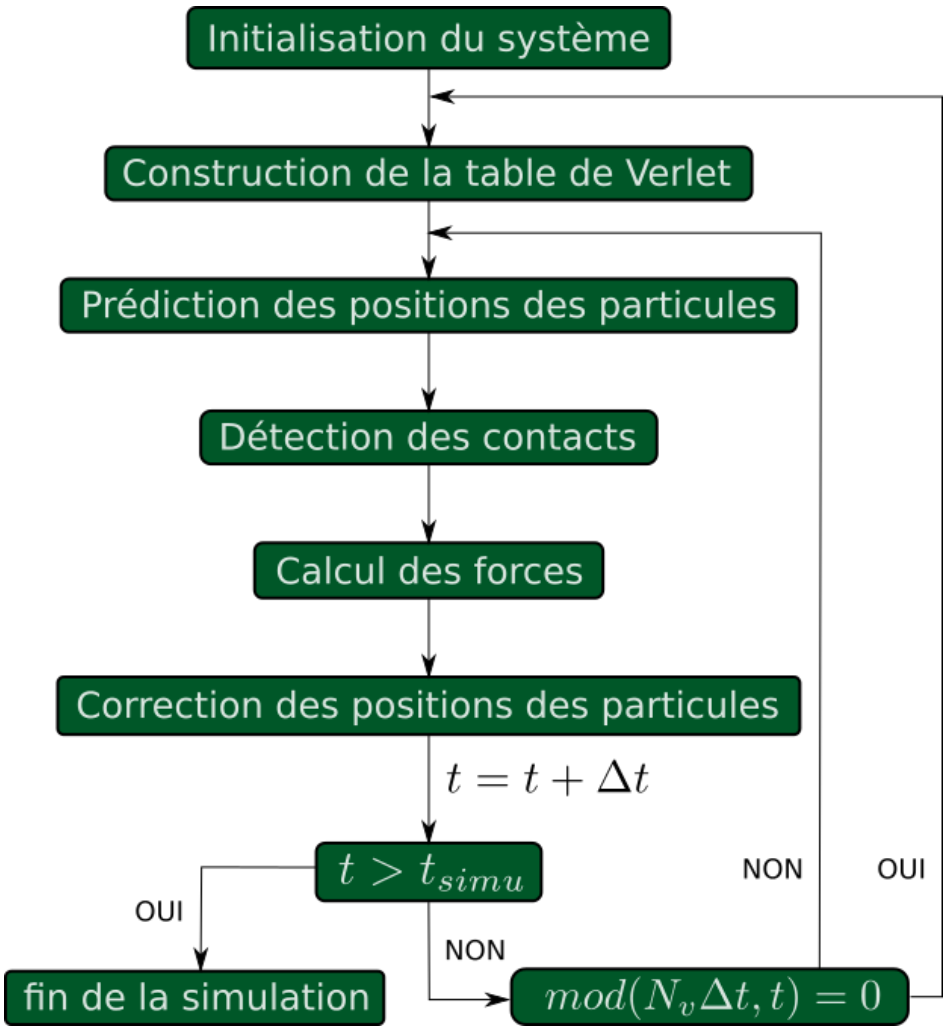


FIGURE 2.2 – Schéma de l'algorithme de résolution de GraDyM (inspiré de IZARD [2014]). t_{simu} représente le temps physique que l'on souhaite atteindre à la fin de la simulation.

Parallélisation du code

L'outil numérique utilisé pour la parallélisation du logiciel d'écoulements granulaires secs GraDyM est la librairie de fonctions MPI (Message Passing Interface) (PACHECO [1997]). Elle permet d'exploiter plusieurs processeur par passage de messages. Elle est devenue depuis plusieurs années un standard de communication pour des nœuds exécutant des tâches en parallèle sur des systèmes à mémoire distribuée.

La stratégie de parallélisation consiste en un découpage du domaine en plusieurs sous-domaines : c'est ce que l'on appelle la décomposition de domaine. Par la suite et pour éviter toute confusion, nous appellerons les sous-domaines issus de la décomposition du domaine en vue de la parallélisation "sous-domaines de décomposition", à distinguer des "sous-domaines de contact", définis dans la partie 2.1.1, permettant une détection des contacts plus efficace. Chaque processeur se voit attribuer une partie du domaine physique dans lequel il résout les équations pour les particules présentes à l'intérieur.

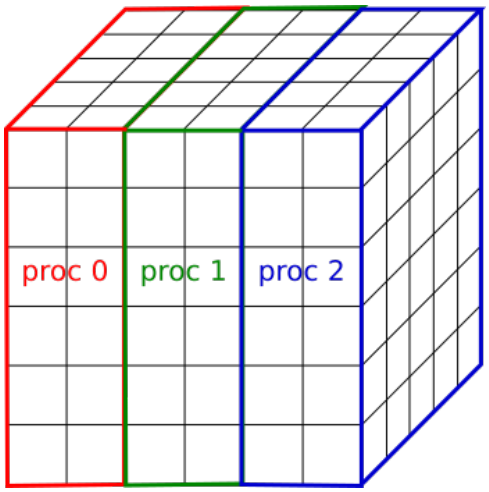


FIGURE 2.3 – Décomposition de domaine pour 3 processeurs. Les sous-domaines de contact sont représentés.

En plus de cette décomposition, il est nécessaire de définir des zones de recouvrement entre chaque sous-domaine, permettant un échange de la solution entre les différentes parties du domaine physique. La zone de recouvrement entre deux processeurs est fixée à un sous-domaine de contact par processeur (voir figure 2.4).

La stratégie choisie ici est ensuite de faire communiquer, à l'aide des sous-routines MPI, les différentes grandeurs des particules présentes dans les zones de recouvrement (figure 2.5). Ainsi, les processeurs peuvent avoir connaissance des grains pénétrant dans leur domaine. Toutes ces communications sont réalisées à chaque pas de temps de la simulation.

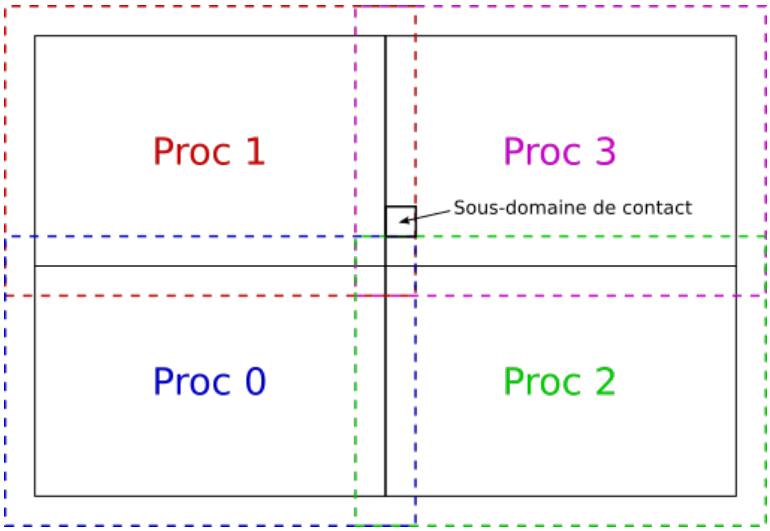


FIGURE 2.4 – Recouvrement pour une parallélisation dans 2 directions avec 4 processeurs. Les sous-domaines de décomposition sont représentés en traits pleins, les zones de recouvrement en pointillés.

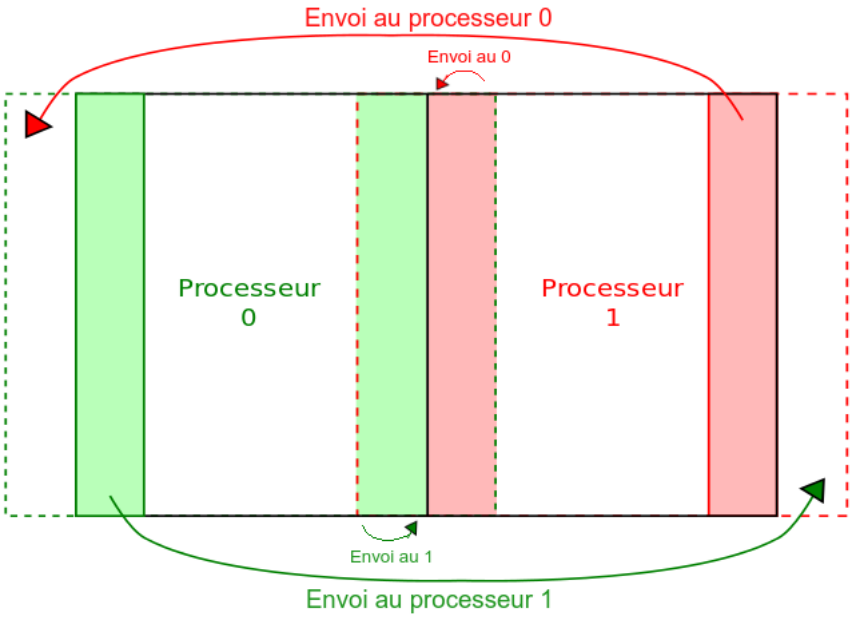


FIGURE 2.5 – Communications entre 2 processeurs dans le cas d'une frontière périodique. Les zones colorées ont pour largeur la taille d'un sous-domaine de contact.

2.1.2 Méthode de résolution de la phase continue (JADIM)

Équations résolues en l'absence de particules

Le code de calcul utilisé pour le fluide est JADIM, code développé au laboratoire. Celui-ci permet la résolution des équations de Navier-Stokes instationnaires et incompressibles par une méthode de type volumes finis. Dans le cas où on considère un fluide Newtonien monophasique, tridimensionnel, incompressible et un écoulement instationnaire, on résout les équations suivantes

$$\nabla.\mathbf{u}_f = 0, \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + \mathbf{u}_f.\nabla\mathbf{u}_f = -\frac{1}{\rho_f}\nabla P + \frac{1}{\rho_f}\nabla.\boldsymbol{\tau} + \mathbf{g}, \tag{2.14}$$

avec $\tau = \mu_f[\nabla\mathbf{u}_f + (\nabla\mathbf{u}_f)^T]$ le tenseur des contraintes visqueuses, $\mathbf{u}_f$ la vitesse du fluide, ρ_f sa densité, μ_f sa viscosité, P la pression totale et $\mathbf{g}$ l'accélération due à la pesanteur.

Un maillage cartésien structuré couplé à un décalage en vitesse et pression des variables est utilisé pour la discrétisation spatiale dans toutes les simulations effectuées au long de la thèse. Néanmoins, le code permet aussi la définition d'un maillage curviligne orthogonal. La résolution temporelle des équations, quant à elle, se fait par un schéma explicite de Runge Kutta d'ordre 3 pour les termes d'advection et un schéma semi-implicite de Crank Nicolson (ou explicite) pour les termes de viscosité HALLEZ [2007]. La résolution de la pression est faite par une méthode de projection CALMET [1995]. On calcule dans un premier temps un champ de vitesse "prédit" via (2.14), qui ne vérifie pas de manière obligatoire la condition d'incompressibilité (2.13). Le champ de vitesse est par la suite corrigé et la pression est calculée à partir d'une fonction potentielle auxiliaire obtenue par la résolution d'une pseudo équation de Poisson. L'algorithme complet de résolution du champ de vitesse et de pression en l'absence de particules est résumé sur la figure 2.6.

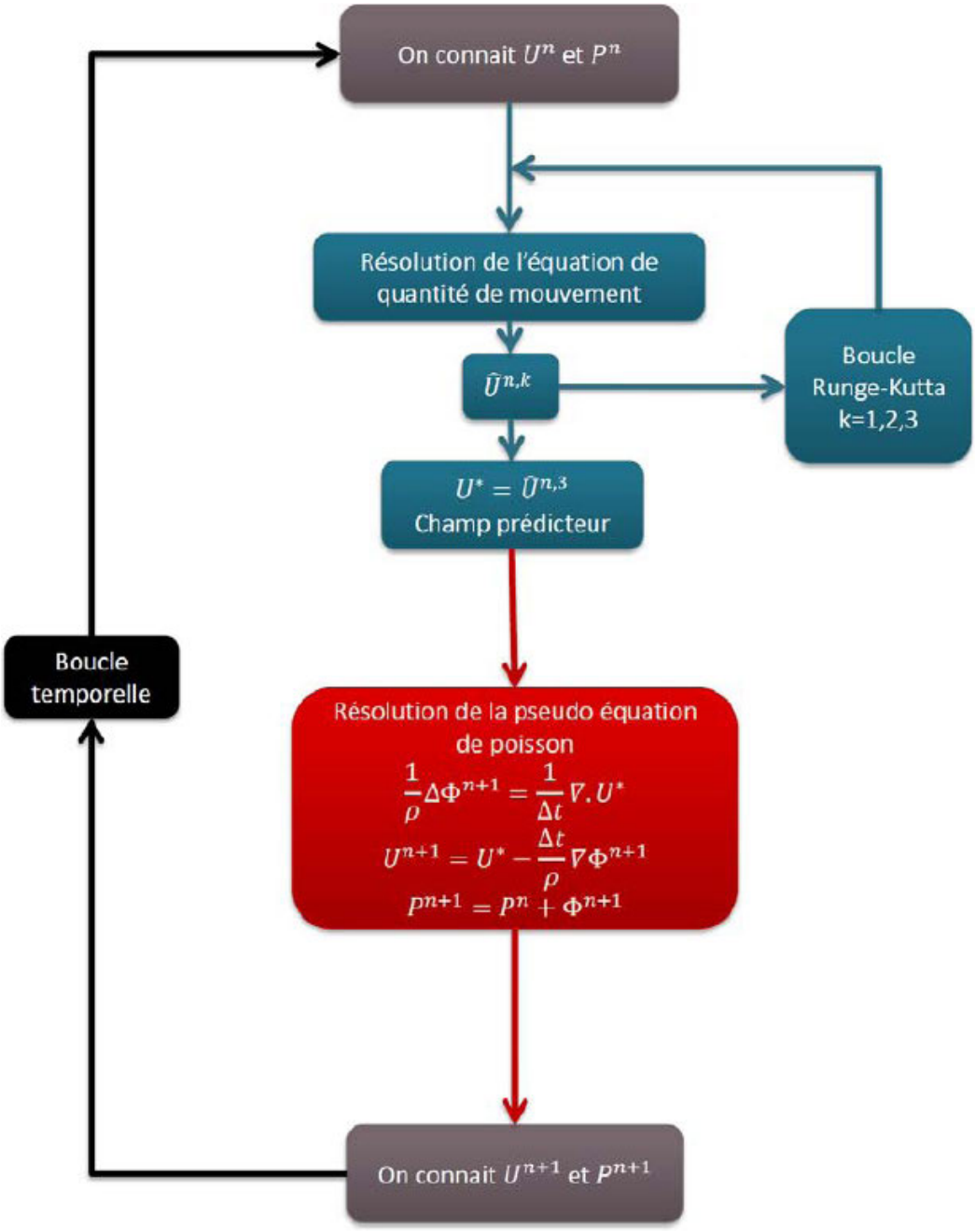


FIGURE 2.6 – Schéma de l'algorithme de résolution dans le cas monophasique (CHOUIPPE [2012])

Équations moyennées résolues en présence de particules

Nous proposons dans ce chapitre un rappel de la dérivation de ces équations dans le cas le plus général comme développé dans JACKSON [2000]. Nous reviendrons plus en détail sur le choix fait pour le calcul des variables moyennées dans le chapitre 2.2.

L'approche consiste à moyenner spatialement, sur une échelle définie plus loin, les grandeurs locales de l'écoulement et des particules à travers une fonction poids normalisée $g(r)$. À partir de la création de cette fonction poids $g(r)$, on définit la valeur moyenne d'une grandeur quelconque f à la position $\mathbf{x}$ et au temps t comme

$$< f > (\mathbf{x}, t) = \int_{\mathcal{V}} f(\mathbf{y}, t) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y}, \tag{2.15}$$

où le domaine d'intégration $\mathcal{V}$ est un volume élémentaire, en l'occurrence dans notre cas une maille de calcul pour le champ fluide (voir figure 2.7). (à noter que la dépendance en temps ne sera plus indiquée ultérieurement afin de ne pas surcharger les équations)

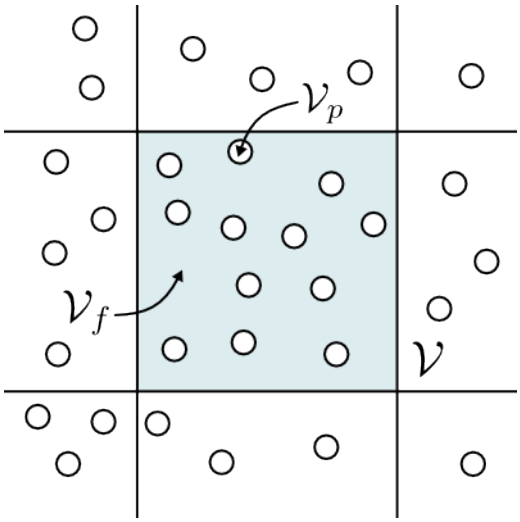


FIGURE 2.7 – Notations utilisées par la suite : $\mathcal{V}$ représente le volume élémentaire contenant à la fois du fluide et des particules, $\mathcal{V}_f$ le volume de fluide contenu dans $\mathcal{V}$ et $\mathcal{V}_p$ le volume d'une particule.

La définition (2.15) nous permet alors de moyenner la phase fluide en introduisant un terme de porosité ε, ou *void fraction* en anglais, caractérisant la fraction volumique d'espace occupé par le fluide au voisinage du point $\mathbf{x}$ sur le volume élémentaire $\mathcal{V}_f$ par

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{V}_f} g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y}. \tag{2.16}$$

Finalement, la moyenne dans la phase fluide de la variable f, notée $< f >^f$, est définie par

$$\varepsilon(\mathbf{x}) < f >^f (\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{V}_f} f(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y}. \tag{2.17}$$

On peut aussi exprimer les moyennes des dérivées spatiales et temporelles pour la phase fluide (pour plus de détails, voir ANDERSON et JACKSON [1967])

$$\varepsilon(\mathbf{x}) < \nabla \cdot f >^f (\mathbf{x}) = \nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{x}) < f >^f (\mathbf{x})] - \sum_p \int_{S_p} \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot f(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) dSy \tag{2.18}$$

$$\varepsilon(\mathbf{x}) < \frac{\partial f}{\partial t} >^f (\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial t}[\varepsilon(\mathbf{x}) < f >^f (\mathbf{x})] + \sum_p \int_{S_p} \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) f(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) dSy \tag{2.19}$$

Nous pouvons noter que ces relations pour les variations temporelles et spatiales d'une grandeur fluide donnée font intervenir des termes de bord à la surface des particules. Ces termes surfaciques sont fondamentaux quant au couplage existant entre les deux phases. Les variables moyennées décrites précédemment nous permettent de réécrire les équations du mouvement, à commencer par l'équation de conservation de la masse pour la phase fluide. L'intégration de l'équation (2.13) pondérée par la fonction poids g mène à une équation de conservation de la masse pour la phase fluide. En particulier, les relations (2.18) et (2.19) permettent d'écrire cette équation sous la forme

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon < \mathbf{u} >^f) = 0 \tag{2.20}$$

Pour la phase solide, nous utiliserons ici une description lagrangienne décrite dans la section 2.1.1. La détermination des équations moyennées pour cette phase n'est alors pas nécessaire. En revanche, l'intégration de (2.20) comme seule équation de conservation de la masse dans le solveur fluide conduit à une faible stabilité du code. Afin de contourner ce problème, une équation de conservation pour la phase mélangée est utilisée. Pour cela, une procédure similaire à celle utilisée pour obtenir (2.20) permet d'écrire une équation de conservation pour le phase solide moyennée, soit

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi < \mathbf{u} >^s) = 0 \tag{2.21}$$

avec

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - \varepsilon(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{V}_s} g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y} = \sum_p \int_{\mathcal{V}_p} g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y}, \tag{2.22}$$

$$\phi(\mathbf{x}) < f >^s (\mathbf{x}) = \sum_p \int_{\mathcal{V}_p} f(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) d\mathbf{y}. \tag{2.23}$$

Nous pouvons noter que la somme de (2.20) et (2.21) donne une équation de conservation pour la phase mélangée équivalente à un fluide incompressible, soit

$$\nabla \cdot (< \mathbf{u} >^m) = 0 \quad \text{avec} \quad < \mathbf{u} >^m = \varepsilon < \mathbf{u} >^f + \phi < \mathbf{u} >^s \tag{2.24}$$

Après l'équation de conservation de la masse, on réécrit aussi l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.14). Une fois encore, l'intégration de (2.14) pondérée par g et l'utilisation des relations (2.18) et (2.19) aboutit à l'équation

$$\rho_f \left[\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon < \mathbf{u} >^f) + \nabla \cdot (\varepsilon < \mathbf{u} >^f \otimes < \mathbf{u} >^f) \right] = \nabla \cdot (\varepsilon < \boldsymbol{\tau} >^f) - \sum_p \int_{Sp} \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) dS_y + \rho_f \varepsilon \mathbf{g}. \tag{2.25}$$

En posant $\mathbf{S}^f = \varepsilon < \boldsymbol{\tau} >^f$, représentant le tenseur des contraintes effectif associé à la phase fluide et $n < \mathbf{f}^f >^p = \sum_p \int_{S_p} \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{y}) g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) dS_y$, représentant la valeur moyenne de la résultante des forces exercées par le fluide sur la surface de chaque particule, on obtient l'équation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_f \varepsilon \frac{D_f < \mathbf{u} >^f}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{S}^f - n < \mathbf{f}^f >^p + \rho_f \varepsilon \mathbf{g}. \tag{2.26}$$

Finalement, afin de simplifier les équations, on adoptera les notations $\mathbf{u} =< \mathbf{u} >^f$, $\mathbf{v} =< \mathbf{u} >^s$, $\mathbf{u}_m =< \mathbf{u} >^m$ et $\mathbf{f} =< \mathbf{f}^f >^p$. Les équations (2.20) et (2.26) deviennent

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u}) = 0, \tag{2.27}$$

$$\rho_f \varepsilon \frac{D_f \mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{S}^f - n\mathbf{f} + \rho_f \varepsilon \mathbf{g}. \tag{2.28}$$

L'expression choisie pour le terme de couplage $n\mathbf{f}$ sera détaillée dans la partie 2.2. On peut noter que (2.27)-(2.28) sont équivalentes à (2.13)-(2.14) s'il n'y a pas de particule, i.e. si $\varepsilon = 1$ et $\mathbf{f} = 0$.

2.2 Couplage JADIM/GraDyM

Fermeture des équations

Afin de fermer le système d'équations, des modèles doivent être utilisés pour exprimer la force exercée $\mathbf{F}_h$ par le fluide sur les particules. On choisit ici de la décomposer en une contribution notée $\mathbf{F}^{fp}$ et une contribution due aux effets de lubrification notée $\mathbf{F}_{lub}$, i.e. $\mathbf{F}_h = \mathbf{F}^{fp} + \mathbf{F}_{lub}$.

Lorsque deux particules, ou une particule et un mur, s'apprêtent à entrer en contact, le fluide environnant se retrouve fortement confiné entre les deux surfaces. La force de lubrification devient alors prépondérante et nécessite d'être modélisée, la taille caractéristique de la maille de calcul pour le champ fluide étant plus grande que le diamètre d'une particule. Le modèle utilisé ici est le modèle de BRENNER [1961] et est donné par

$$\mathbf{F}_{lub} = -\frac{6\pi\mu_f(\mathbf{u}_{pi}.\mathbf{n} - \mathbf{u}_{pj}.\mathbf{n})}{\delta_n + \eta_e} \left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right)^2 \mathbf{n}, \tag{2.29}$$

avec δ_n la distance entre les deux particules, η_e la hauteur de rugosité effective et R_i le rayon de la particule i. Le paramètre η_e a ici deux utilités dans notre modèle : la première est de retranscrire une certaine rugosité à la surface des grains et la deuxième est d'empêcher la force de lubrification de diverger lorsque δ_n tend vers zéro. De plus, en pratique, la force de lubrification est activée seulement lorsque la distance δ_n séparant les particules est inférieure à une distance critique Δ_{lub}.

Expression de la force hydrodynamique

Afin de rendre compte de l'influence du fluide sur les particules dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on introduit une force hydrodynamique $\mathbf{F}^{fp}$. À partir de $\mathbf{F}^{fp} = \int_{Sp} \mathbf{n}(\mathbf{y}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{y}) dS_y$, qui correspond à l'intégrale du tenseur des contraintes fluides sur la surface de la particule, on décompose $\boldsymbol{\tau}$ en un champ moyen (au sens de (2.17)) et en un champ résiduel et on obtient, d'après CAPECELATRO et DESJARDINS [2013],

$$\mathbf{F}^{fp} \approx \mathcal{V}_p \nabla \cdot \mathbf{S}^f + \mathbf{F}^{drag}. \tag{2.30}$$

où $\mathbf{S}^f$ est le tenseur des contraintes de l'équation 2.28 et $\mathcal{V}_p$ le volume de la particule considérée.

Cette formulation comprend principalement deux hypothèses. La première est que l'on suppose que la divergence du champ moyen ne varie que très peu à l'échelle du grain et la seconde est que la partie résiduelle correspond en majeure partie à la force de traînée. Le premier terme de cette force, appelé flottabilité généralisée, dans le sens où celle-ci est une généralisation de la force de flottabilité utilisée classiquement dans des cas hydrostatiques, et la force de traînée $\mathbf{F}^{drag}$ seront les deux seules forces utilisées dans le reste de cette étude pour caractériser la force hydrodynamique exercée par le fluide sur les grains. Les autres forces, notamment la force de masse ajoutée, de portance, d'histoire (ou de Basset), seront négligées dans notre étude. Enfin, la formulation employée pour caractériser la force de traînée $\mathbf{F}^{drag}$ est basée sur le modèle proposé par TENNETI et al. [2011], modèle empirique déterminé par des simulations numériques directes d'écoulements fluide au sein d'un arrangement fixe de particules monodisperses,

$$\mathbf{F}^{drag} = \frac{\rho_p \mathcal{V}_p}{\beta_p} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \mathcal{F}(\varepsilon, Re_p), \tag{2.31}$$

avec β_p défini par

$$\beta_p = \frac{\rho_p d^2}{18 \mu_f \varepsilon}, \tag{2.32}$$

et Re_p le nombre de Reynolds particulaire,

$$Re_p = \frac{\varepsilon \rho_f |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p| d}{\mu_f}, \tag{2.33}$$

Le coefficient $\mathcal{F}(\varepsilon, Re_p)$ de la force de traînée est donné par,

$$\mathcal{F}(\varepsilon, Re_p) = \frac{1 + 0.15 Re_p^{0.687}}{\varepsilon^2} + \varepsilon \mathcal{F}_1(\varepsilon) + \varepsilon \mathcal{F}_2(\varepsilon, Re_p), \tag{2.34}$$

$$\mathcal{F}_1(\varepsilon) = \frac{5.81(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} + \frac{0.48(1-\varepsilon)^{1/3}}{\varepsilon^4},$$

$$\mathcal{F}_2(\varepsilon, Re_p) = (1-\varepsilon)^3 Re_p \left(0.95 + \frac{0.61(1-\varepsilon)^3}{\varepsilon^2} \right).$$

Nous noterons que l'expression de la force de traînée donnée ici tient compte à la fois de effets inertiels (Re_p) et de la porosité du milieu (ε).

Calcul des grandeurs lagrangiennes

La résolution du terme de forçage $\mathbf{F}^{fp}$ calculé via (2.30) et intervenant dans l'équation de Newton (2.1) via $\mathbf{F}_h = \mathbf{F}^{fp} + \mathbf{F}_{lub}$ nécessite la connaissance pour le code granulaire GraDyM de certaines variables eulériennes calculées dans le solveur fluide JADIM, à savoir la vitesse du fluide $\mathbf{u}$ et le tenseur des contraintes $(\nabla \cdot \mathbf{S}^f)$. Ces grandeurs sont échangées puis ensuite interpolées au centre de la particule. L'interpolation utilisée dans le code de calcul est une interpolation au second ordre.

Expression du tenseur des contraintes

Le modèle choisi pour exprimer le tenseur des contraintes $\mathbf{S}^f$ est

$$\mathbf{S}^f = -\varepsilon p \mathrm{I} + \mu^* \left[\nabla \mathbf{u}_m + (\nabla \mathbf{u}_m)^{\mathrm{T}}\right], \qquad (2.35)$$
$$\text{avec} \quad \mu^* = \mu_f \varepsilon^{-2.8} \quad \text{et} \quad p = <\mathrm{P}>^f .$$

Cette nouvelle expression de $\mathbf{S}^f$ est motivée par la modélisation du tenseur des contraintes souvent utilisée pour les cas d'écoulements visqueux et faisant intervenir la vitesse de mélange $\mathbf{u}_m$ (CHAUCHAT et MÉDALE [2010]; OURIEMI et al. [2009a]) et non la vitesse du fluide $\mathbf{u}$. De plus, nous noterons que cette définition permet de retrouver, comme c'est le cas pour un écoulement monophasique incompressible, la propriété de trace nulle du tenseur des contraintes visqueuses. Enfin, on considère dans ce modèle pour le tenseur non plus uniquement la viscosité du fluide mais une viscosité effective $\mu^* = \mu\varepsilon^{-2.8}$. Ce choix est motivé par des résultats récents obtenus pour le cas d'un écoulement dans un réseau de particule résolu numériquement par une méthode de frontière immergée (GIBILARO et al. [2007]). Cette relation permet alors de prendre en considération la concentration locale en particule au sein du milieu fluide.

Calcul des grandeurs eulériennes

La résolution des équations moyennées (2.27) et (2.28) nécessite le calcul de plusieurs variables, à savoir le terme de porosité ε, le terme de forçage des particules sur le fluide $n\mathbf{f}$ et la vitesse moyenne des particules $\mathbf{v}$. Une des façons de calculer ces grandeurs (la plus simple) est de considérer toute particule dont le centre est dans la maille de calcul pour le champ fluide étudiée comme étant entièrement dans celle-ci. Ainsi, on obtient les expressions suivantes, pour une cellule c de calcul donnée du maillage eulérien, de volume $\mathcal{V}_c$,

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\mathcal{V}_c} \sum_{p \in c} \mathcal{V}_p, \qquad (2.36)$$

$$n\mathbf{f} = \frac{1}{\mathcal{V}_c} \sum_{p \in c} \mathbf{F}^{fp} = \frac{1}{\mathcal{V}_c} \sum_{p \in c} (\mathcal{V}_p \nabla \cdot \mathbf{S}^f + \mathbf{F}^{drag}), \qquad (2.37)$$

$$\phi \mathbf{v} = (1-\varepsilon)\mathbf{v} = \frac{1}{\mathcal{V}_c} \sum_{p \in c} \mathcal{V}_p \mathbf{u}_p. \qquad (2.38)$$

Cette méthode est très peu coûteuse en temps d'exécution mais peut entraîner, de part le fait qu'on retranche le volume entier d'une particule dans la maille qui contient son centre, de fort gradient (par exemple de ε) dans les directions de l'espace. Cette variabilité spatiale d'une maille à une autre peut nuire à la stabilité globale du calcul lorsque le milieu granulaire est dense (PENG et al. [2014]). On se propose alors de filtrer ces différentes grandeurs, permettant ainsi de stabiliser le code.

Pour cela, différentes méthodes sont envisageables. La première méthode envisagée de manière naturelle est de calculer précisément la portion de volume de chaque particule présente dans chaque maille de calcul pour le champ fluide. Malheureusement, cette technique se révèle très difficile à mettre en œuvre en 3D et est très onéreuse en temps de calcul à cause des différents calculs d'intégrales à effectuer.

Une autre méthode est trouvée dans l'implémentation d'une fonction dite "poids" $\omega_{i,c}$ définie par XIAO et SUN [2011]. Le calcul de la porosité devient alors

$$\varepsilon(\mathbf{x}_c) = 1 - \frac{1}{\mathrm{V}_c}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}_p} \omega_{i,c}\mathcal{V}_{p,i}, \tag{2.39}$$

avec

$$\omega_{i,c} = \frac{\mathrm{K}(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_c|/b)}{\sum_{m=1}^{\mathrm{N}_c} \mathrm{K}(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_m|/b)}, \tag{2.40}$$

où $\mathbf{x}_c$ représente la coordonnée du centre de la maille c, $\mathbf{x}_i$ celle d'une particule i, N_p le nombre de particules, N_c le nombre total de maille de calcul pour le champ fluide et b la largeur de bande, prise généralement entre 1,5 et 2,5 fois la dimension moyenne d'une maille de calcul pour le champ fluide.

La fonction noyau K(ζ) utilisée est une approximation polynomiale de la gaussienne $exp[-\zeta^2]$, valable pour des valeurs de ζ entre 0 et 1. La fonction noyau implémentée est donc la suivante

$$\mathrm{K}(\zeta) = \begin{cases} [1-\zeta^2]^4, & \text{si } |\zeta| < 1 \\ 0, & \text{si } |\zeta| \geq 1 \end{cases} \tag{2.41}$$

Les relations des deux autres grandeurs eulériennes deviennent

$$n\mathbf{f}(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{\mathcal{V}_c}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}_p} (\omega_{i,c}\mathbf{F}^{fi}), \tag{2.42}$$

$$\phi\mathbf{v}(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{\mathcal{V}_c}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}_p} (\omega_{i,c}\mathcal{V}_{p,i}\mathbf{u}_i). \tag{2.43}$$

Cette méthode de calcul permet, grâce à la fonction poids, de lisser les gradients et donc d'augmenter la stabilité du calcul (pour un rapport diamètre de particule / taille de maille donné) mais est bien entendu plus coûteuse en temps d'exécution que la méthode centrée. Un travail d'optimisation a été effectué en se limitant au calcul du poids sur les mailles fluides voisines (de $i-2$ à $i+2$ par exemple avec i l'indice de la maille contenant le centre de la particule dont on veut calculer le poids).

Pas de temps et algorithme du couplage

Un suivi lagrangien de particule avait été implémenté dans le code JADIM lors d'un précédent travail de thèse visant à étudier des mouvements de bulle dans des écoulements de type Taylor-Couette (CHOUIPPE [2012]). Il a donc fallu, entre autre, remplacer le module de suivi lagrangien de particules présent dans JADIM par celui du code DEM GraDyM. Des modifications ont aussi été apportées dans les modèles de fermetures pour prendre en compte un système dense de particules solides au lieu d'un ensemble relativement dilué de bulles. On utilise ensuite la librairie MPI (Message Passing Interface) afin de faire communiquer les variables nécessaires à la bonne résolution du système entre les deux codes (voir les deux sections précédentes). L'algorithme complet du couplage est présenté sur la figure 2.8. Comme on peut le voir, du fait que les temps caractéristiques de contact des particules sont petits devant ceux du fluide, le pas de temps solide Δt_s utilisé dans GraDyM est choisi plus petit que le pas de temps fluide Δt_f utilisé dans JADIM (typiquement $\Delta t_f = 20\Delta t_s$), autrement dit, on effectue $\Delta t_f / \Delta t_s = 20$ itérations en temps pour le déplacement des grains avant de mettre à jour le champ de vitesse et de pression dans la phase fluide. Néanmoins, on effectue une interpolation linéaire des grandeurs eulériennes reçues par GraDyM entre les instants t_n et t_{n-1} de la boucle temporelle de la phase fluide afin d'augmenter la stabilité générale du couplage.

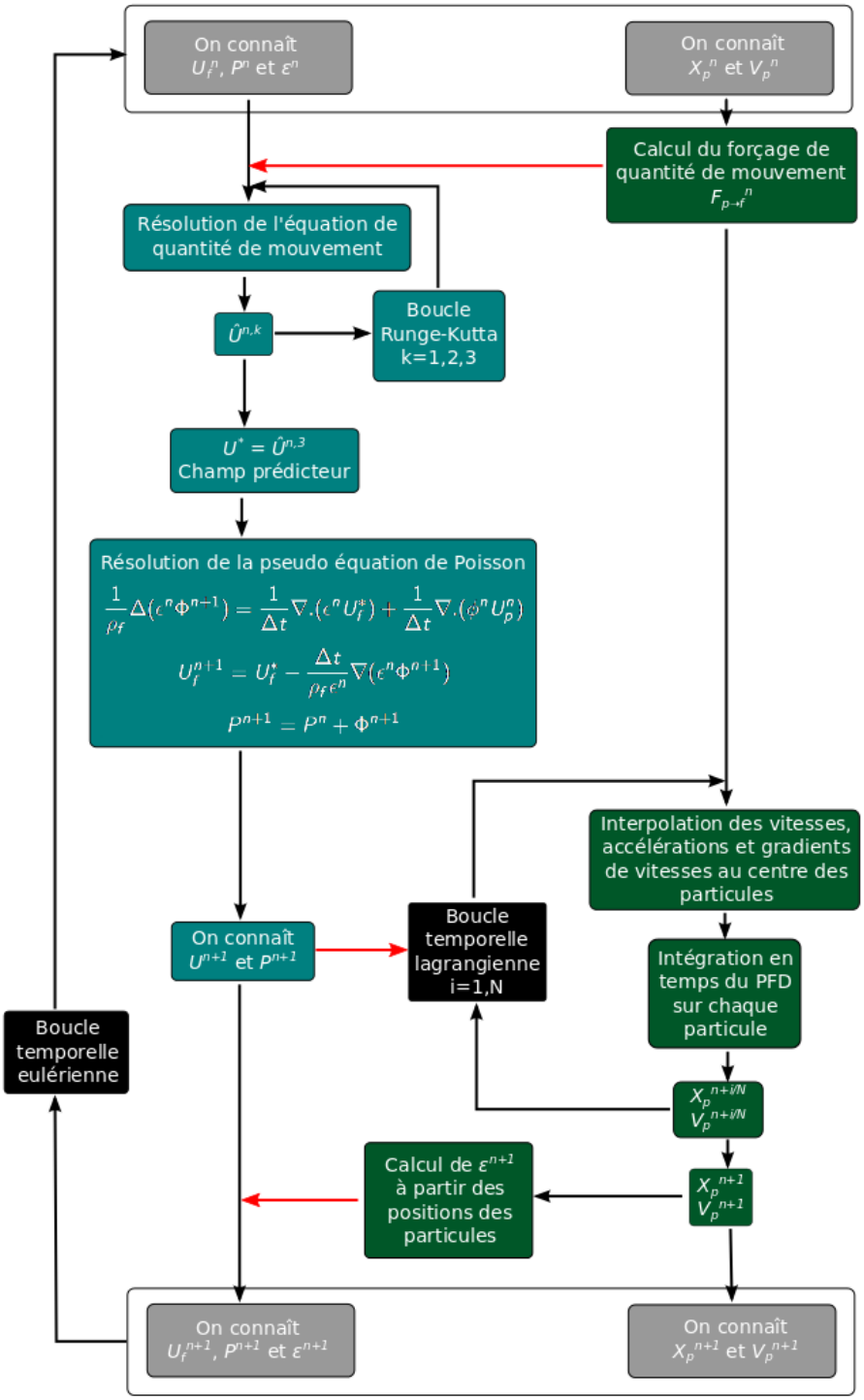


FIGURE 2.8 – Schéma récapitulatif de l'algorithme du couplage (inspiré de CHOUIPPE [2012]) avec en bleu les parties résolues par JADIM, en vert les parties résolues par GraDyM et en rouge les endroits où les deux codes échangent des informations.

2.3 Validation et performance du couplage

2.3.1 Validation du couplage

Validation des équations moyennées

Un premier test, visant à valider les équations (2.27)-(2.28)-(2.35) (la partie lagrangienne est désactivée, de même que le terme de forçage $\mathbf{f} = 0$), consiste à considérer un canal (fig.2.9) de longueur L_x avec une condition d'entrée d'un côté avec une vitesse constante u_{in} et une condition de sortie de l'autre (suivant x), des conditions de symétrie (glissement sans frottement) dans les autres directions et un ε variant uniquement suivant la direction x avec pour relation $\varepsilon(x) = \varepsilon_{in}/(1+\alpha x)$ avec ε_{in} la porosité en entrée prise égale à 1 et $\alpha = 0,2\ m^{-1}$. On définit ici un nombre de Reynolds $Re = u_{in}/(\nu_f \alpha) = 0.25$ avec ν_f la viscosité cinématique du fluide. Ce test, déjà effectué par CHOUIPPE [2012], nous permet de valider les équations implémentées dans le code fluide et que nous avons quelque peu modifiées par rapport au travail précédent (utilisation de u_m dans le tenseur des contraintes visqueuses et d'une viscosité effective μ^* dépendant de ε).

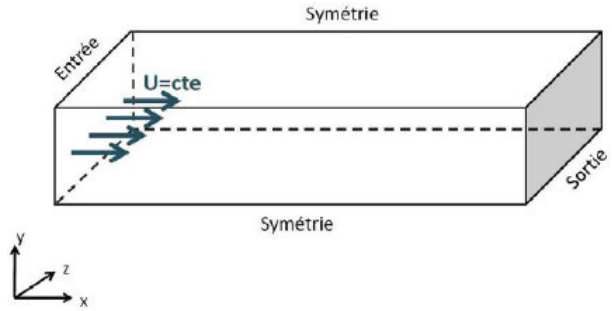


FIGURE 2.9 – Configuration d'étude (CHOUIPPE [2012])

Les équations résolues sont

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u}) = 0, \tag{2.44}$$

et

$$\rho_f \varepsilon \frac{\mathrm{D}_f \mathbf{u}}{\mathrm{D}t} = \nabla \cdot \left(-\varepsilon p \mathrm{I} + \mu^* \left[\nabla \mathbf{u}_m + (\nabla \mathbf{u}_m)^{\mathrm{T}} \right] \right). \tag{2.45}$$

En supposant l'écoulement unidirectionnel, i.e. $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$ et les grandeurs indépendantes des directions y et z, les solutions théoriques s'écrivent

$$u(x) = u_{in}(1+\alpha x), \tag{2.46}$$

$$\mathrm{P}(x) = -\rho_f \varepsilon_{in} u_{in}^2 \alpha (x - \mathrm{L}_x)/\varepsilon(x). \tag{2.47}$$

Les résultats obtenus avec le code sont en concordance avec les solutions théoriques pour la vitesse et l'évolution longitudinale de la pression (fig.2.10-2.11). Ce test permet de valider les modifications faites dans le code fluide concernant le terme de porosité.

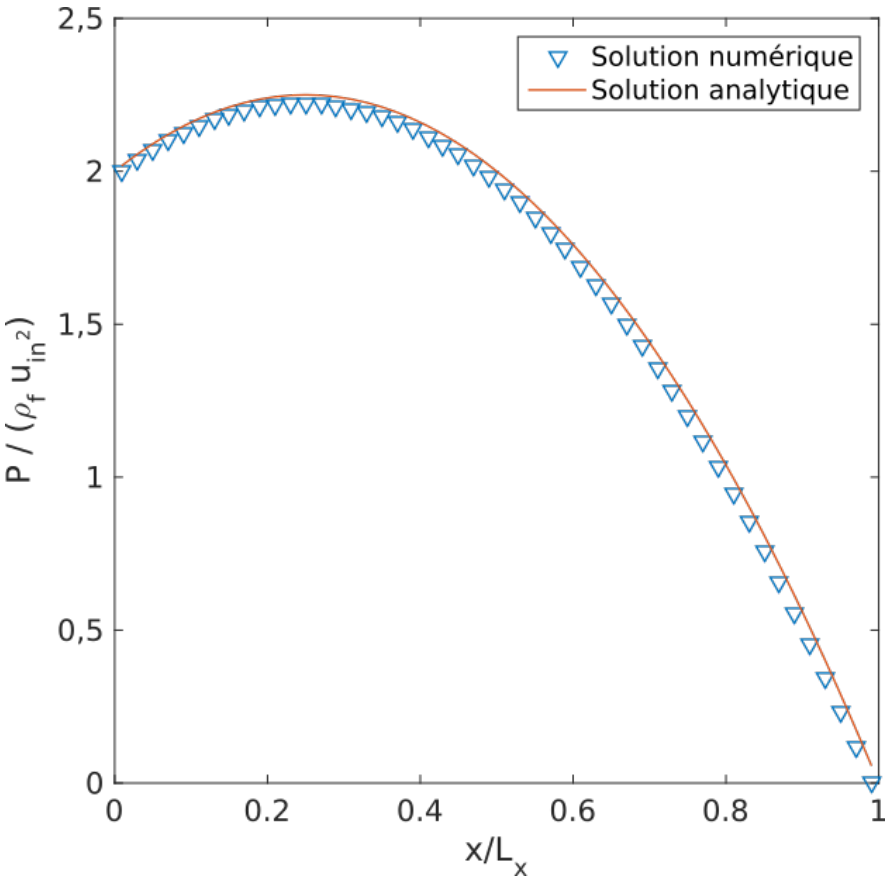


FIGURE 2.10 – Évolution longitudinale de la pression.

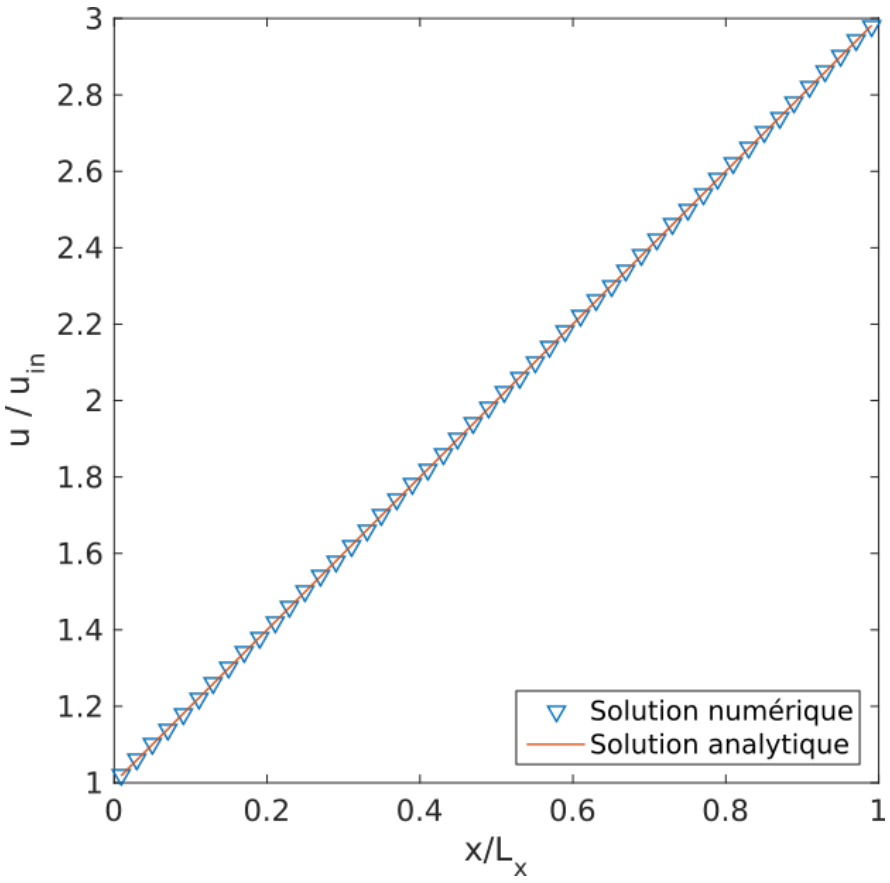


FIGURE 2.11 – Évolution de la vitesse suivant x.

Chute d'une particule isolée dans un fluide visqueux

Le deuxième test réalisé est la chute, sous son propre poids, d'une particule de diamètre d et de masse volumique ρ_p initialement au repos dans un fluide visqueux de viscosité μ_f et de masse volumique ρ_f initialement au repos lui aussi. La simulation reprend les mêmes paramètres sans dimension que celle effectuée avec une méthode de type frontière immergée par BIGOT et al. [2014]. Le nombre d'Archimède $Ar = \frac{\rho_f(\rho_p-\rho_f)gd^3}{\mu_f^2}$, représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses est fixée à 800 tandis que le rapport de densité entre les phases fluide et solide ρ_p/ρ_f est fixé à 4, ce qui correspond à un nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho_f u_p d}{\mu_f}$ environ égal à 20. Pour ce cas, le couplage est totalement effectif.

Le domaine d'étude est un boîte rectangulaire de dimension $20d \times 40d \times 20d$ dans les directions x, y, z, l'axe y étant orienté dans la direction de la gravité. Une condition de périodicité est imposée selon l'axe y et une condition de non-glissement sur les autres parois. Le maillage est isotrope avec $\Delta x/d = \Delta y/d = \Delta z/d = 2$.

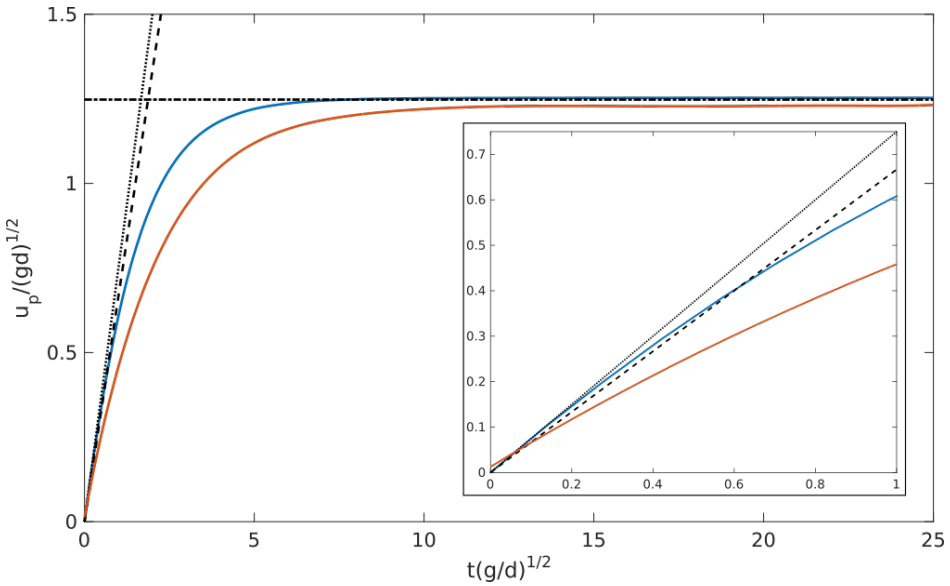


FIGURE 2.12 – Évolution de la vitesse de la particule au cours du temps : —, simulation présente, —, BIGOT et al. [2014], - - -, solution analytique (2.48), -.-, solution analytique (2.49), ⋯, solution analytique (2.51). L'insert montre les temps courts de la sédimentation.

La figure 2.12 représente la vitesse adimensionnalisée $u_p/\sqrt{gd}$ de la particule en fonction du temps adimensionnalisé $t\sqrt{g/d}$ calculée à partir des résultats de la simulation (trait plein) et de deux valeurs théoriques aux temps courts et longs (traits pointillés).

Aux temps courts, l'accélération de la particule peut être exprimée comme le rapport entre la force de flottabilité et la force de masse ajoutée qui sont les deux forces prépondérantes sur ces intervalles de temps. On a alors

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{(\rho_p - \rho_f)g}{\rho_p + C_M\rho_f}, \tag{2.48}$$

avec C_M le coefficient de masse ajoutée (0.5 pour une sphère).

Aux temps longs, la particule atteint une vitesse terminale constante lorsque la force de flottabilité compense la force de traînée. La vitesse u_p vaut alors

$$u_p = \sqrt{\frac{|\rho_p - \rho_f| \mathcal{V}_p g}{\frac{1}{2} C_D \rho_f \pi R_p^2}}, \tag{2.49}$$

avec $\mathcal{V}_p$ et R_p respectivement le volume et le rayon de la particule et C_D le coefficient de traînée calculé ici par la loi de Schiller et Naumann BIGOT et al. [2014],

$$C_D = \frac{24}{Re}(1 + 0.15 Re^{0.687}). \tag{2.50}$$

La simulation montre un bon accord avec les deux solutions asymptotiques. On peut noter toutefois que l'accord n'est pas parfait aux temps courts et que l'accélération de la particule simulée est légèrement plus grande que celle prédite par (2.49). Ceci est dû au fait que la force F^{fp} utilisée pour le calcul de la trajectoire de la particule ne prend pas en compte les effets de masse ajoutée. L'accélération de la particule est donc seulement pilotée par la flottabilité et

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{(\rho_p - \rho_f) g}{\rho_p}. \tag{2.51}$$

L'insert de la figure (2.12) confirme le bon accord entre le résultat de la simulation et (2.51). L'erreur relative faite sur l'accélération de la particule en négligeant les effets de masse ajoutée est $C_M \rho_f / \rho_p$ soit $\rho_f / 2\rho_p$ pour des sphères. Dans le cas présent ($\rho_p / \rho_f = 4$), l'erreur est de 12,5% et celle-ci croît lorsque la densité de la particule devient proche de celle du fluide.

Rebond d'une particule sur une autre de même taille dans un fluide visqueux

On considère maintenant le cas du rebond d'une particule ayant atteint sa vitesse terminale V_T contre une autre de même diamètre et fixe dans un fluide visqueux initialement au repos. Le but de ce test est de déterminer l'importance de la force de lubrification dans nos simulations et d'en définir les deux paramètres que sont la rugosité effective η_e et la distance d'activation Δ_{lub} définis à la section 2.2. Les paramètres sans dimensions définis dans le cas précédent de la chute libre, à savoir le rapport de densité ρ_p / ρ_f, le nombre d'Archimède Ar et le nombre de Reynolds Re sont utiles ici aussi pour décrire la dynamique de la sédimentation et du rebond. En plus de ces nombres adimensionnels, on peut définir aussi le nombre de Stokes St comme étant

$$St = \frac{\rho_p V_T d}{9 \mu_f}, \tag{2.52}$$

avec V_T la vitesse terminale de la particule en mouvement définie par (2.49).
L'évolution de la vitesse de la particule au cours du temps est représentée sur la figure 2.13. Comme montré dans le cas de la chute libre, la particule atteint une vitesse terminale V_T lorsque celle-ci sédimente loin d'un obstacle. Il est intéressant de noter qu'une

fois la particule proche d'entrer en contact avec la deuxième qui est fixe, sa vitesse décroît légèrement (environ 8%) pour atteindre une vitesse que l'on nommera V_C. On peut aussi définir la vitesse de rebond V_R comme la vitesse de la particule juste après le contact (IZARD et al. [2014a]). Elle correspond dans notre cas à la vitesse maximale obtenue par la particule de signe opposé à V_T et V_C. Ces différentes vitesses sont indiquées sur la figure 2.13 qui correspond au cas $\rho_p/\rho_f = 4$, $Ar = 800$, $Re = 20$.

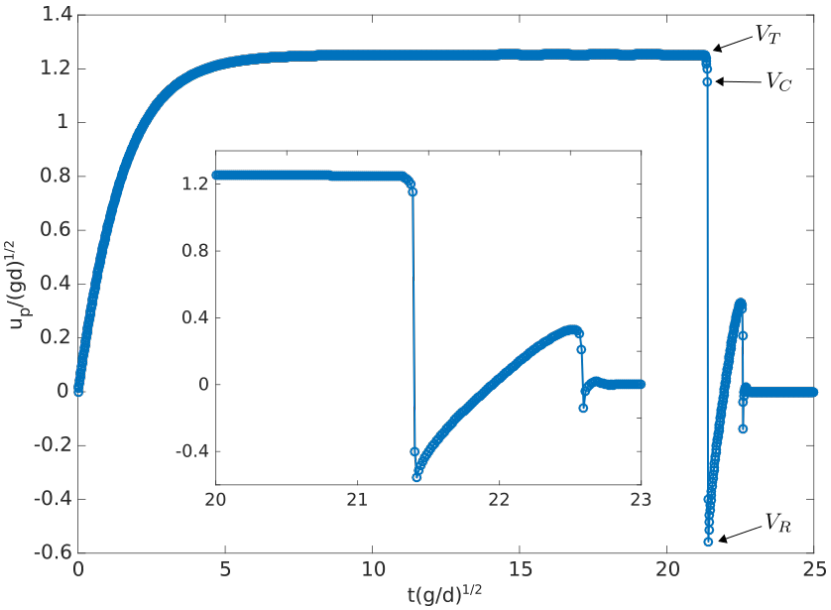


FIGURE 2.13 – Évolution de la vitesse de la particule en mouvement au cours du temps. L'insert montre un zoom de la vitesse de la particule pendant le rebond.

Une fois les vitesses V_T et V_C déterminées, on peut définir un coefficient de restitution effectif ϵ de la façon suivante,

$$\epsilon = -\frac{V_T}{V_R}. \tag{2.53}$$

On fixe dans un second temps le rapport de densité ρ_p/ρ_f à 4 et on fait varier la viscosité dynamique du fluide μ_f afin de couvrir une large gamme de nombre de Stokes ($10^{-1} \leq St \leq 10^3$), ce qui nous donne un nombre de Reynolds Re variant de 2.25×10^{-1} à 2.25×10^3 et un nombre d'Archimède compris entre 10 et 10^4. Les paramètres du contact solide sont fixés à $e_n = 0.7$, $t_c\sqrt{g/d} = 1.4 \times 10^{-2}$ et $\mu_c = 0.4$.

On trace ensuite l'évolution du coefficient de restitution effectif ϵ, adimensionnalisé par le coefficient de restitution, dans le cas où le fluide environnant n'a pas d'influence sur le rebond, e_n, en fonction du nombre de Stokes St pour différentes valeurs de rugosité effective η_e allant de 10^{-2} à 10^{-4} fois le diamètre de la particule.

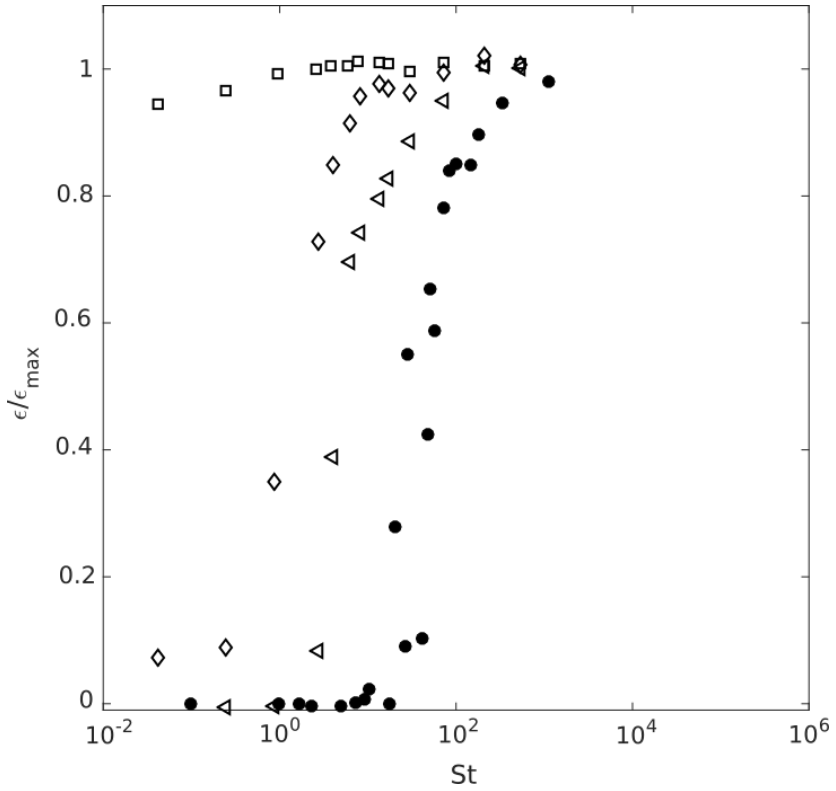


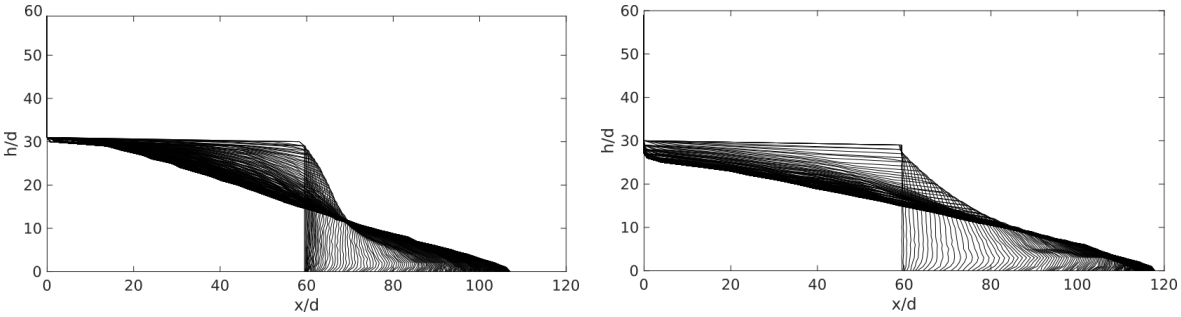
FIGURE 2.14 – Coefficient de restitution effectif normalisé ϵ/ϵ_{max} en fonction du nombre de Stokes St pour différentes rugosités effectives η_e. • : résultats IBM-DEM obtenus par IZARD et al. [2014a] dans le cas d'une particule entrant en contact avec un mur avec une force de lubrification identique à celle définie éq. 2.29 et avec $\eta_e/d = 10^{-4}$. ◁ : nos simulations avec $\eta_e/d = 10^{-4}$, ♢ : $\eta_e/d = 10^{-2}$, □ : sans force de lubrification.

On peut voir sur la figure 2.14 que la force de lubrification a un réel impact sur la dynamique du rebond d'une particule. En effet, sans celle-ci, on ne parvient pas à décrire la décroissance observée expérimentalement, notamment par exemple par GONDRET et al. [2002] et qui est bien reproduite par les simulations numériques de IZARD et al. [2014a] qui ont utilisé une méthode IBM-DEM avec un modèle de lubrification identique à celui défini par l'équation 2.29 et avec une rugosité effective $\eta_e/d = 10^{-4}$. De plus, on observe un effet de la rugosité effective sur l'évolution du coefficient de restitution. Plus la rugosité effective η_e choisie est petite et plus on se rapproche des résultats attendus. Néanmoins, on peut voir que même avec une rugosité effective fixée à $\eta_e/d = 10^{-4}$, on ne parvient pas à avoir une superposition de nos données avec celles obtenues par IZARD et al. [2014a]. Une des raisons est que, contrairement à la méthode IBM-DEM où la force de lubrification est une force ajoutée pour compenser le fait que la résolution du couplage est insuffisante proche du contact (et donc son ralentissement), la force de lubrification dans nos simulations est la seule force qui permet un ralentissement de la particule au voisinage de l'autre. La difficulté de la présente méthode à reproduire le rebond indique que d'autres forces que la lubrification interviennent lors du rebond, comme par exemple la force de masse ajoutée et la force de Boussinesq-Basset GONDRET et al. [2002].

Effondrement granulaire

La dernière configuration étudiée dans le but de valider le couplage est celle d'un effondrement d'une colonne dense de grains initialement au repos dans un fluide visqueux lui aussi au repos. On s'intéresse notamment à l'influence de la fraction volumique initiale de la colonne, comme a pu l'étudier par exemple RONDON et al. [2011] expérimentalement ou IZARD [2014] numériquement en fonction du rapport de forme $\mathscr{A} = H_i/L_i$ avec $H_i = 30d$ la hauteur de la colonne à l'état initial (avant effondrement) et $L_i = 60d$ sa longueur initiale. On décide de se placer dans le cas où $\mathscr{A} = 0.5$ et d'effectuer deux simulations, l'une dans un cas dense, où la compacité initiale ϕ_i est relativement importante, et l'autre dans un cas plus lâche afin d'obtenir les deux types de géométrie observés pour le dépôt final, à savoir un trapèze dans le cas où la colonne est dense et un triangle dans l'autre cas (RONDON et al. [2011]). Nous noterons qu'une forme de dépôt triangulaire correspond à une situation où tout le sommet de la colonne initiale est mobilisé tandis que le cas d'un dépôt trapézoïdal signifie qu'une partie du sommet de la colonne reste immobile au cours de l'effondrement (voir figure 2.15). Pour obtenir deux colonnes de fraction volumique différente, on fait sédimenter des particules initialement réparties aléatoirement dans le domaine dans un cas "sec", i.e. sans fluide environnant, afin d'obtenir un tas relativement dense ($\phi_i \approx 0.59$) et dans un fluide visqueux afin d'obtenir une fraction volumique plus faible ($\phi_i \approx 0.56$). Les paramètres physiques choisis sont les mêmes que ceux des expériences de RONDON et al. [2011]. Les particules ont une masse volumique $\rho_p = 2500\ kg.m^{-3}$, un diamètre $d = 225\ \mu m$. Les paramètres de contact sont $e_n = 0.7$, $\mu_c = 0.4$ et $t_c\sqrt{g/d} = 2.1 \times 10^{-3}$. Le fluide a une masse volumique $\rho_f = 1000\ kg.m^{-3}$ et une viscosité dynamique $\mu_f = 2.3 \times 10^{-2}$ P$a.s$. Le domaine est de dimension $240d \times 60d \times 10d$ avec un maillage isotrope $\Delta x/d = \Delta y/d = \Delta z/d = 2$. À noter que la force de lubrification n'est pas utilisée dans les simulations effectuées (explication en fin de section).

La figure 2.15 montre l'évolution du profil de la colonne granulaire au cours du temps. Ce premier résultat nous permet d'observer l'influence de la compacité initiale sur la manière dont l'effondrement évolue. Pour le cas dense (fig. 2.15(a)), on observe qu'au début de l'effondrement, seule la partie haute commence à s'effondrer dans un premier temps avant d'être suivie par le reste de la colonne. Seule une petite région à gauche n'est pas impactée par l'effondrement et reste inchangée. On obtient alors bien la forme trapézoïdale déterminée expérimentalement, comme mentionné précédemment. Pour le cas lâche (fig. 2.15(b)), les résultats de la simulation sont là aussi en accord avec les expériences de RONDON et al. [2011].



(a) (b)

FIGURE 2.15 – Effondrement granulaire d'un cas dense et d'un cas lâche avec le même rapport de forme $\mathscr{A} \approx 0.5$. (a) cas dense de compacité initiale $\phi_i \approx 0.59$, (b) cas lâche $\phi_i \approx 0.56$. Le temps écoulé entre 2 profils est de $t\sqrt{g/d} = 2$.

Les formes des deux dépôts finaux des simulations sont représentées avec les résultats des expériences de RONDON et al. [2011] dans l'espace des paramètres $(\mathscr{A},\phi_i)$ sur la figure 2.16. Les résultats obtenus par les simulations sont bien dans les régions attendues dans l'espace $(\mathscr{A},\phi_i)$.

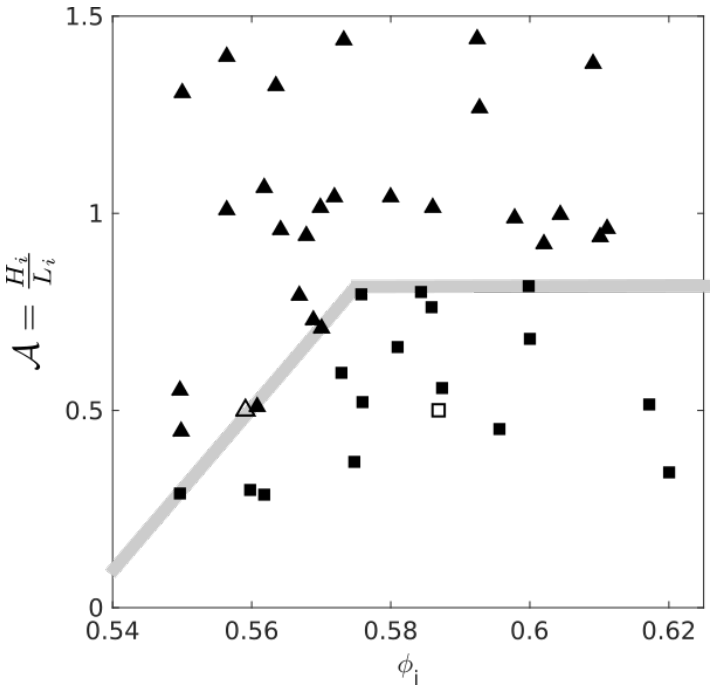


FIGURE 2.16 – Les deux types de morphologies finales observées dans l'espace des paramètres $(\mathscr{A},\phi_i)$. Résultats expérimentaux de RONDON et al. [2011] : ▲ : dépôt triangulaire, ■ : dépôt trapézoïdal. Présentes simulations : △ : dépôt triangulaire, □ : dépôt trapézoïdal.

On peut aussi observer la dynamique plus rapide aux temps courts du cas lâche en traçant l'évolution du front de l'effondrement au cours du temps. La figure 2.17 montre clairement lorsqu'on compare les pentes des deux courbes pendant les premiers instants de l'effondrement que le cas dense a une dynamique beaucoup plus lente que le cas plus lâche.

Une autre différence notable entre un cas dense et un cas lâche est la façon dont le milieu granulaire se réarrange lorsqu'il est entouré par un fluide visqueux. Dans le cas

dense, le fluide pénètre dans les espaces de la colonne et ralentit l'effondrement. Dans le cas lâche, le fluide tend à s'échapper de la colonne et à ainsi favoriser un effondrement rapide du tas granulaire (RONDON et al. [2011]). On peut observer ce phénomène en étudiant l'évolution au cours du temps de la pression (*pore pressure*) à la base de la colonne en $x = 30d$, soit le milieu de la colonne. Comme le montre la figure 2.18(a), nos simulations retranscrivent quantitativement bien les résultats obtenus expérimentalement, à savoir une surpression au sein du milieu granulaire pour le cas lâche et une dépression pour le cas dense dans les premiers instants de l'effondrement. Les extrema de pression sont aussi reportés avec ceux de RONDON et al. [2011] sur la figure 2.18(b) et pour les deux cas, les résultats des deux simulations sont en bon accord avec les expériences. Nous noterons que la méthode de résolution numérique choisie ici permet bien de restituer les effets de pression de pore. Ceci est remarquable au vu de la méthode qui ne décrit pas l'écoulement à l'échelle des grains comme c'est le cas pour la méthode IBM-DEM utilisée par IZARD et al. [2014a].

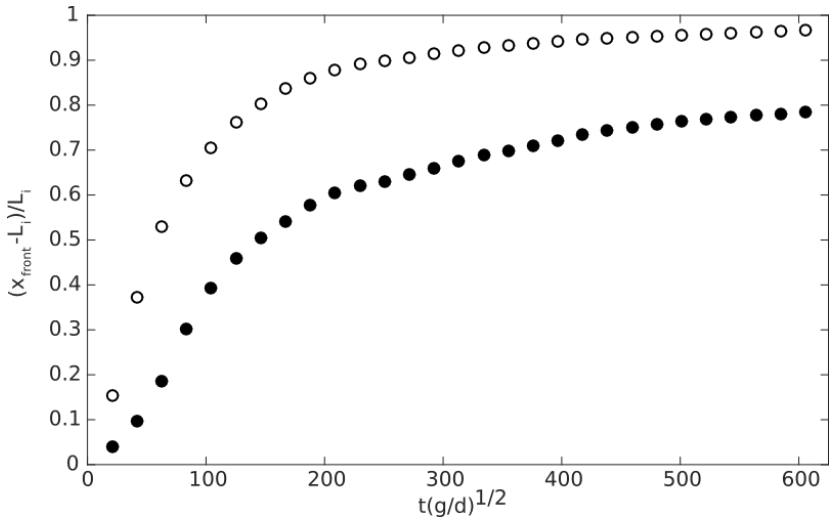
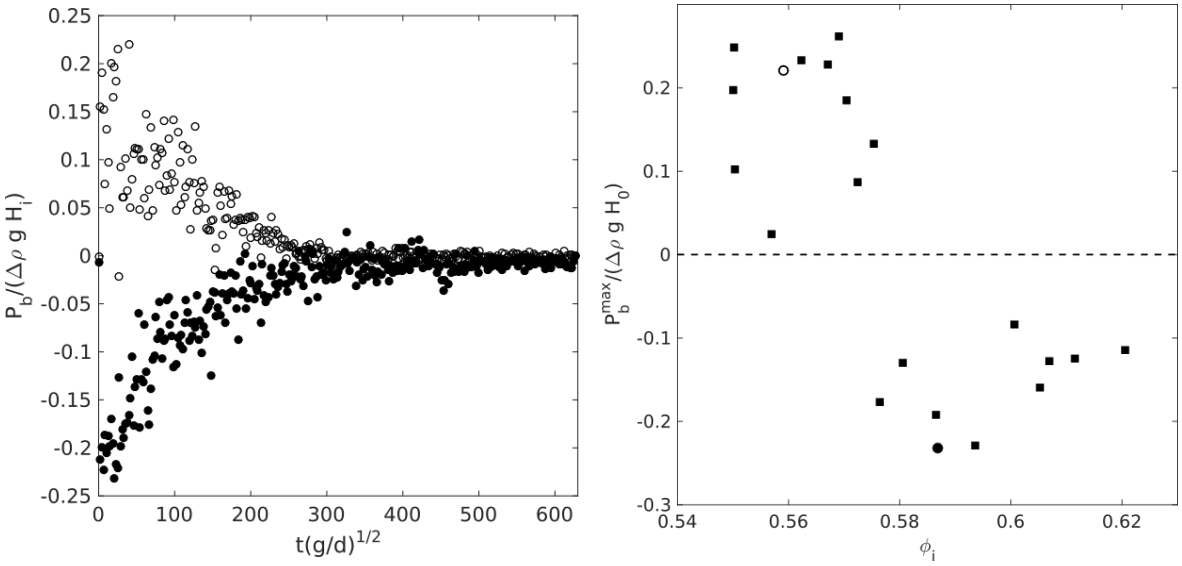


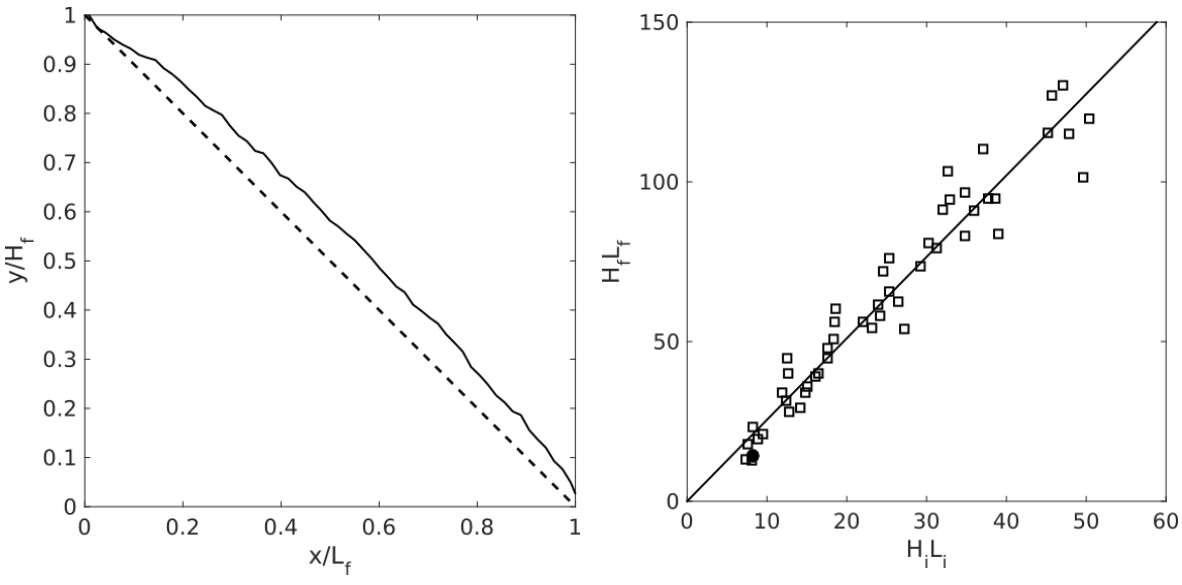
FIGURE 2.17 – Évolution de la position du front au cours du temps pour un cas dense (•) et un cas lâche (∘).

Si on approfondit encore la comparaison de nos simulations avec les expériences de RONDON et al. [2011], on peut observer notamment sur la figure 2.19 que, dans le cas lâche, bien que le triangle obtenu à l'état final soit de forme légèrement convexe (concave dans la majorité des expériences RONDON et al. [2011]), la valeur obtenue pour le ratio $H_f L_f / H_i L_i$ est dans la gamme de valeur trouvée par RONDON et al. [2011] (figure 2.19(b)). La figure 2.20(a) montre l'évolution du rapport de forme final H_f/L_f en fonction du rapport d'aspect initial $\mathscr{A} = H_i/L_i$. Encore une fois, nos résultats présentent un bon accord avec les données expérimentales. À noter que notre cas dense étant sensiblement moins dense que celui des expériences (respectivement 0.59 et 0.6), il est cohérent que le point obtenu soit entre les valeurs des cas lâches des expériences et celles des cas denses. Enfin, nos résultats se montrent une nouvelle fois en bon accord avec ceux de RONDON et al. [2011] lorsque l'on trace l'évolution du rapport de forme final en fonction de la compacité initiale de la colonne de grains.



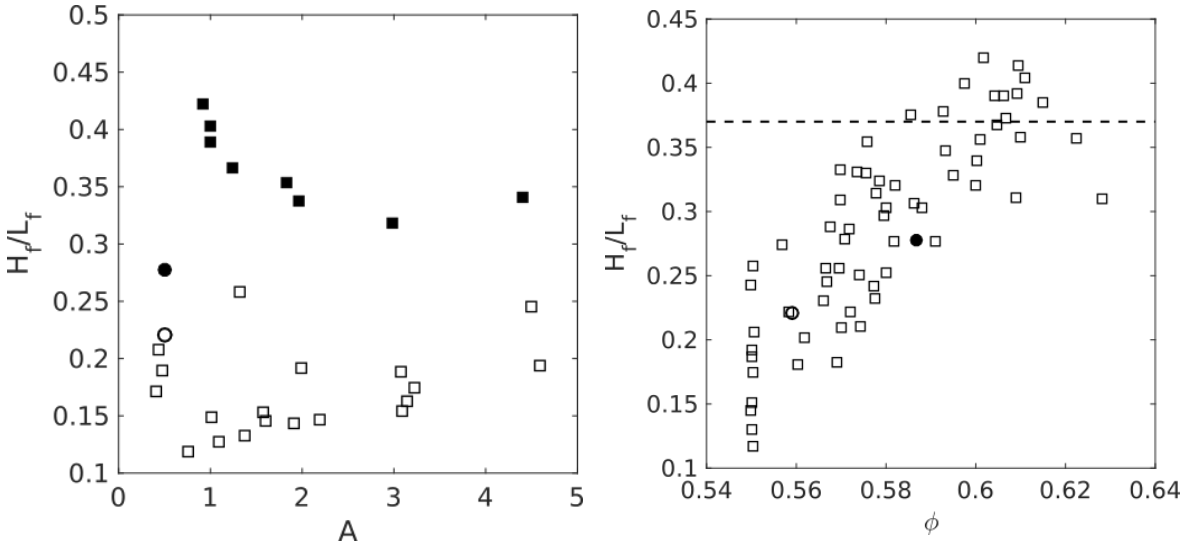
(a) (b)

FIGURE 2.18 – (a) Évolution au cours du temps de la pression P_b adimensionnée par la pression hydrostatique et mesurée à la base de la colonne en $x/d = 30$ pour le cas dense (•) et le cas lâche (∘). (b) Extremum de pression P_b^{max} adimensionné par la pression hydrostatique en fonction de la compacité initiale. ■ : expériences de RONDON et al. [2011], • : cas dense, ∘ : cas lâche.



(a) (b)

FIGURE 2.19 – (a) Forme au temps final du tas de grains dans le cas lâche. La droite en pointillé correspond à l'équation $\frac{x}{L_f} = \frac{y}{H_f}$. (b) H_fL_f en fonction de H_iL_i dans le cas lâche. • : notre simulation, □ : expériences de RONDON et al. [2011]. La droite est une droite de pente 2.55.



(a) (b)

FIGURE 2.20 – (a) H_f/L_f en fonction de $\mathscr{A}$. ∘ : cas lâche, • : cas dense, □ : expériences de RONDON et al. [2011] pour $\phi = 0.55$ (cas lâche), ■ : $\phi = 0.60$ (cas dense). (b) H_f/L_f en fonction de ϕ. ∘ : cas lâche, • : cas dense, □ : expériences de RONDON et al. [2011].

Influence de la force de lubrification

Dans le cas du rebond d'une sphère peu rugueuse, nous avons constaté que le modèle de force de lubrification normale est nécessaire afin de retrouver quantitativement l'évolution du coefficient de restitution effectif en fonction du nombre de Stokes (figure 2.14). En particulier, le paramètre de rugosité eta_e/d doit être de l'ordre de 10^{-4} dans ce cas particulier. Le pas de temps doit nécessairement être très petit ($\Delta t_s\sqrt{g/d} \leq 2.10^{-6}$) car l'échelle de longueur caractéristique à résoudre est alors la rugosité qui devient plus faible que la longueur d'interpénétration des particules. Un pas de temps aussi petit n'est pas envisageable pour des raisons de temps de simulation. Une rugosité effective plus élevée ($\eta_e/d = 10^{-2}$) permet de lever cette contrainte avec un pas de temps sensiblement plus élevé. Dans ce cas, des tests d'effondrement granulaire, par exemple, montrent que la lubrification n'influence plus significativement la dynamique macroscopique du milieu granulaire et n'est donc plus nécessaire.

Dans le cas du transport sédimentaire appliqué aux applications environnementales qui nous intéressera dans la suite de ce manuscrit, l'influence de la force de lubrification est difficile à anticiper. On notera en particulier que la forme des grains réels jouent un rôle prépondérant sur cette contribution locale. La valeur de longueur de rugosité équivalent η_e/d est alors difficile à estimer. De plus, une contribution tangentielle de la force de lubrification, pourrait s'avérer tout aussi pertinente que la contribution normale dans cette configuration. Afin d'éviter l'ajout d'un modèle de force qui engendre des contraintes numériques sans pour autant connaître à l'heure actuelle sa réelle influence dans le cas d'un milieu granulaire réel, nous nous limiterons dans la suite à quantifier son influence sur l'évolution du débit granulaire dans la section 3.2.3 ; et cela uniquement pour la situation idéalisée d'une contribution normale de la force de lubrification.

2.3.2 Performance en parallèle

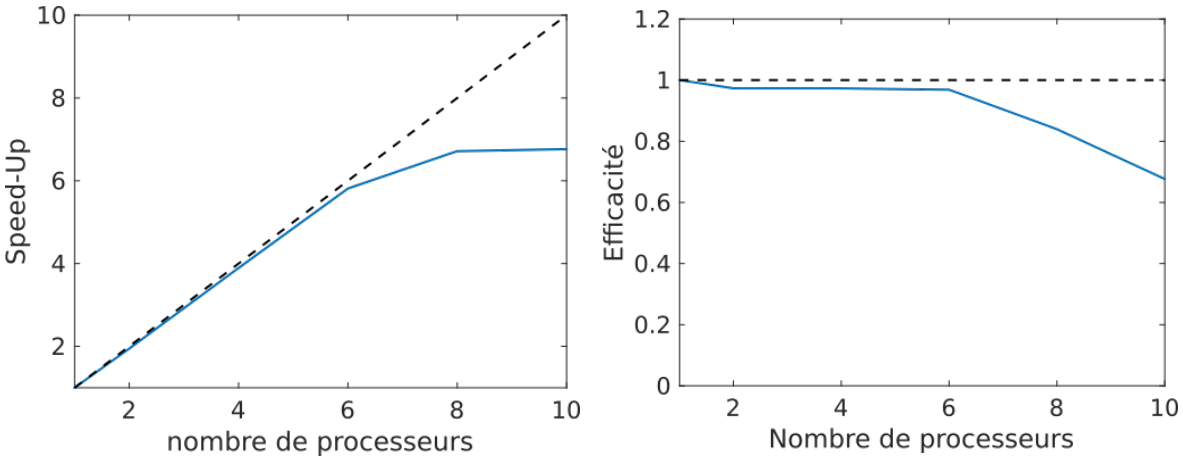
Une analyse des performances du couplage entre JADIM et GraDyM a été réalisée sur le supercalculateur EOS de l'UMS CALMIP (CALcul en MIdi-Pyrénées). Le cas simulé est un lit dense et relativement plat d'environ 10^5 particules au repos dans un fluide lui aussi au repos (configuration identique à ceux présentés dans le chapitre 4). Le domaine est réparti équitablement entre les différents processeurs en découpant celui-ci dans la direction x, direction permettant d'obtenir une répartition de charge équitable entre les processeurs. Les simulations sont effectuées sur un court nombre de pas de temps solide (10^2). À noter qu'uniquement le solveur solide GraDyM est exécuté en parallèle, celui-ci représentant la quasi-totalité du temps de simulation, le nombre de mailles de fluide à résoudre pour le solveur fluide JADIM étant faible du fait de la méthode utilisée. Les paramètres utilisés sont ceux décrits dans la section 4.2 du chapitre 4.

Les résultats acquis permettent de calculer le Speed-Up S_p et l'efficacité E_{ff} du code. Ces deux grandeurs se calculent de la façon suivante

$$S_p = \frac{T_1}{T_p} \quad \text{et} \quad E_{ff} = \frac{T_1}{pT_p} = \frac{S_p}{p} \tag{2.54}$$

avec T_1 le temps d'exécution sur un processeur et T_p le temps sur p processeurs.

La figure 2.21 montre l'évolution du speed-up et de l'efficacité en fonction du nombre de processeurs. On peut voir que, dans notre cas contenant environ 10^5 particules, la valeur optimale de processeurs à utiliser en parallèle est de 8. Au-delà, le temps gagné en augmentant le nombre de processeurs est contrebalancé par l'augmentation du temps passé dans les communications entre processus.



(a) (b)

FIGURE 2.21 – Évolution du speed-up (a) et de l'efficacité (b) en fonction du nombre de processeurs. Les droites en pointillé correspondent aux évolutions théoriques idéales.

Conclusion

Le logiciel de calcul, validé par les différents tests effectués précédemment, nous permet d'envisager la simulation d'écoulements fluide-particules de plusieurs centaines de milliers de grains. Dans un premier temps, la première étude réalisée à l'aide du couplage implémenté va être celle d'un lit granulaire cisaillé en régime stationnaire dans des domaines de calcul de petite taille ($\approx 20d$) avant, dans un second temps, d'envisager l'étude des instabilités d'un lit granulaire cisaillé dans des domaines cette fois-ci de plus grande taille, justifiant le développement du couplage ($\approx 1000d$).

Chapitre 3

Lit granulaire cisaillé en régime stationnaire

Sommaire

3.1 Discussions préliminaires 50
3.1.1 Domaine d'étude 51
3.1.2 Calcul du débit granulaire 52
3.2 Étude de sensibilité 54
3.2.1 Influence du rapport taille de la maille de calcul pour le champ fluide sur diamètre des grains 54
3.2.2 Influence de la largeur de bande dans le calcul de la fonction de pondération 57
3.2.3 Influence de la force de lubrification 57
3.3 Influence des nombres sans dimension sur le transport granulaire . . . 61
3.3.1 Effet du nombre de Shields 61
3.3.2 Effet du nombre de Reynolds particulaire 71
3.3.3 Effet du rapport de densité 75
3.4 Effet de la force de traînée 79
Conclusion 80

3.1 Discussions préliminaires

On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude d'un lit granulaire cisaillé par un fluide visqueux en régime stationnaire avec la méthode numérique développée et présentée au chapitre précédent.

Nous considérons ici l'étude de la mise en mouvement d'un lit de grain et de son transport. Le problème étudié ici est caractérisé par 3 nombres adimensionnels. Le premier, le nombre de Shields θ, est celui qui caractérise au premier ordre la mise en mouvement du milieu granulaire par l'écoulement, et que l'on retrouve souvent dans la littérature sur le sujet. Comme discuté au chapitre 1, le déplacement d'un grain peut se produire lorsque les forces qui visent à le déstabiliser, i.e. la force hydrodynamique liée au cisaillement $\mu_f \dot{\gamma} d^2$ avec $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement, devient prépondérante devant la force la stabilisant, à savoir son poids apparent $(\rho_p - \rho_f) g d^3$. On définit le nombre de Shields θ comme le rapport entre ces deux forces

$$\theta = \frac{\mu_f \dot{\gamma}}{(\rho_p - \rho_f) g d}. \tag{3.1}$$

On peut définir également un deuxième nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds particulaire. Comme mentionné au chapitre 1, ce nombre peut être défini comme une combinaison du diamètre adimensionnel, d/d_v, et de Ar. Re_p représente le rapport entre les effets inertiels et les effets visqueux exercés sur une particule

$$Re_p = \frac{\rho_f \dot{\gamma} d^2}{\mu_f} \tag{3.2}$$

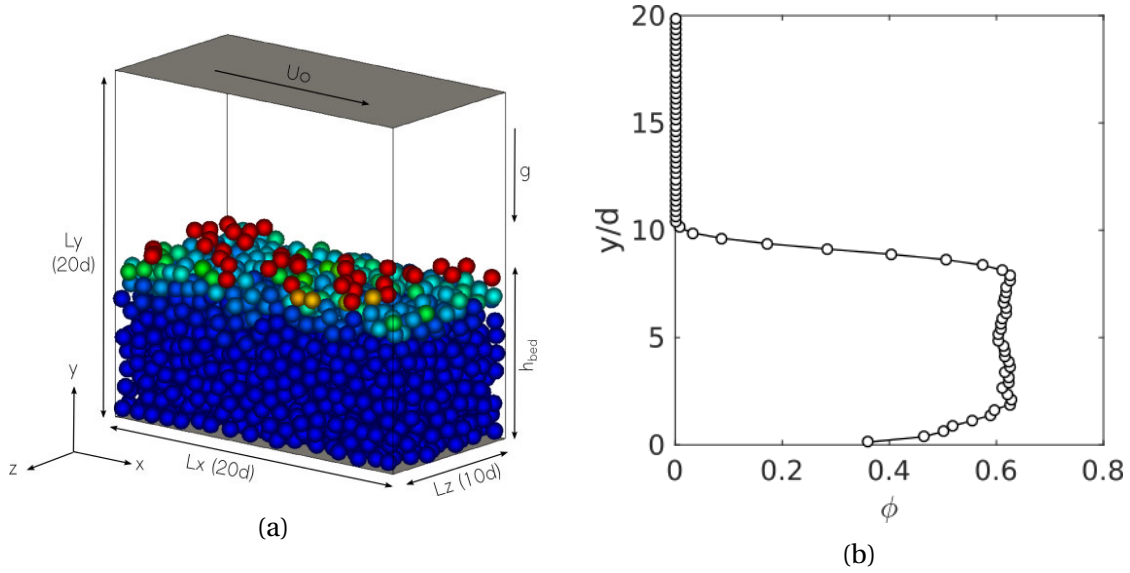
On peut finalement définir le rapport de densité ρ_p/ρ_f, rapport entre la masse volumique de la particule ρ_p et la masse volumique du fluide ρ_f. L'étude de la mise en mouvement et du flux charrié par un écoulement cisaillé sur un lit granulaire a fait l'objet de nombreuses études par des approches expérimentales, numériques et théoriques que ce soit pour des régimes d'écoulement laminaire (Charru et al. [2004]; Charru et Mouilleron-Arnould [2002]; Derksen [2011]; Durán et al. [2013]; Hong et al. [2015]; Kidanemariam et Uhlmann [2014b]; Lobkovsky et al. [2008]; Loiseleux et al. [2005]; Ouriemi et al. [2009a, 2007]) ou turbulent (Ashida et Michiue [1972]; Camenen et Larson [2005]; Engelund et Fredsøe [1976]; Schmeeckle [2014]; Wong et Parker [2006]). Toutes ces études montrent l'influence du nombre de Shields θ, mais s'intéressent rarement à l'impact de Re_p et ρ_p/ρ_f. En particulier, proche d'un seuil de mouvement $\theta = \theta_c$, seule la couche de grains à la surface du lit se met en mouvement Charru et al. [2004]. La mesure de θ_c est très sensible aux conditions expérimentales, ou au modèle numérique, et sa valeur donnée dans la littérature est très variable. Néanmoins, nous pourrons noter que sa valeur en régime laminaire est autour de $\theta_c \approx 0.12 \pm 0.03$. Au delà du seuil, les mesures expérimentales mais également numériques montrent que le débit granulaire q (que nous définirons dans la section suivante) suit une loi de puissance de θ. Afin de décrire numérique ce comportement, il est nécessaire de décrire la dynamique du système couplé à l'échelle locale. En particulier, proche du seuil, il est nécessaire de pouvoir résoudre avec précision l'écoulement à l'échelle du grain, et en particulier les gradients verticaux de vitesse. Plus loin du seuil, une couche plus conséquente de grains est mise en mouvement, et cette contrainte semble donc moins forte. La méthode numérique utilisée

ici est dans ce cadre une méthode "intermédiaire", qui permet effectivement une description locale à l'échelle du grains, mais ne résout par les échelles plus petites que le grain. L'étude proposée dans ce chapitre est donc un cas sévère pour la méthode qui permettra de tester sa robustesse dans les petites échelles.

Afin d'atteindre un régime stationnaire dans les simulations, et cela sans observer le développement d'instabilités (étudiées au chapitre suivant), le domaine de calcul utilisé durant toute cette section sera relativement court dans la direction de l'écoulement afin d'empêcher l'apparition d'éventuelles rides. Dans la suite, l'importance des trois paramètres sans dimension présentés ci-dessus, sur le transport sédimentaire sera étudiée au cours de ce chapitre avec une telle géométrie. Néanmoins, avant cela, la géométrie du système sera présentée puis nous discuterons les différentes manières de quantifier le débit granulaire. Enfin, nous étudierons l'influence de certains paramètres numériques sur les simulations, notamment la taille de la maille de calcul pour le champ fluide relative à la taille des grains et la largeur de bande utilisée dans le calcul des grandeurs eulériennes (voir section 2.2), afin de les fixer avant les études paramétriques.

3.1.1 Domaine d'étude

Le domaine utilisé tout au long de ce chapitre est représenté sur la figure 3.1a. Une fois les paramètres physiques des particules et du fluide définis, les grains sont initialement répartis de manière aléatoire dans un domaine périodique dans les directions longitudinale x et transversale z, bornée par deux parois dans la direction verticale y et de taille $20d \times 20d \times 10d$. Le nombre de grains est choisi afin d'obtenir un lit d'une hauteur $h_p \approx 10d$. La gravité est orientée selon la direction $-y$. Le lit de grains est obtenu en laissant sédimenter des particules réparties initialement aléatoirement dans le domaine sur une couche de grains fixes de densité surfacique $\sigma \approx 0.7$. La présence d'une couche de particules fixes réparties aléatoirement sur le fond permet d'éviter les phénomènes de cristallisation observés lorsque les particules sont monodisperses, ce qui est le cas ici. Le lit ainsi obtenu est d'une compacité initiale moyenne (suffisamment loin du fond et de la surface libre) $\phi \approx 0.62$ (voir figure 3.1b). À noter que la décroissance de la compacité au fond du lit sur la figure est due à la présence de la couche de particules fixes. Cette influence du fond sur la compacité n'est visible que sur une hauteur de l'ordre de 1 à 2 grains. Au dessus, la fraction volumique se stabilise à sa valeur moyenne. Une fois les particules sédimentées, on impose comme condition au limite sur la paroi horizontale supérieure du domaine ($y = \mathrm{L}_y$) une vitesse U_0 fixe dirigée suivant la direction x. Le déplacement de la paroi entraîne l'établissement d'un écoulement de Couette (cisaillement simple) pour la phase fluide, qui à son tour si la vitesse est suffisante, permet le transport des particules à la surface du lit granulaire dans la direction de l'écoulement.



(a) (b)

FIGURE 3.1 – (a) Géométrie du système. (b) Profil vertical initial de la compacité ϕ du lit granulaire pour un nombre de Shields $\theta = 0.40$, $Re_p = 0.48$, $\rho_p/\rho_f = 4$.

3.1.2 Calcul du débit granulaire

Le débit granulaire q (ici un débit linéique en $m^2 s^{-1}$) peut se calculer de plusieurs façons avec les grandeurs à notre disposition. La première consiste à utiliser les vitesses des particules. On obtient alors la formulation suivante

$$q(t) = \frac{1}{L_x L_z} \sum_{p=1}^{N_p} \mathcal{V}_p u_p(t) \tag{3.3}$$

avec L_x et L_z les longueurs du domaine dans les directions x et z comme montré sur la figure 3.1a et toujours $\mathcal{V}_p$ le volume d'une particule p.

La deuxième manière de calculer le débit granulaire est d'utiliser la vitesse $\mathbf{v}$ moyenne des particules au sein d'une maille de calcul numérotée par la lettre c et de volume $\mathcal{V}_c$ définie par l'équation (2.38) et redéfinie ici pour rappel

$$\phi \mathbf{v}^{(c)} = (1-\varepsilon)\mathbf{v} = \frac{1}{\mathcal{V}_c} \sum_{p \in c} \mathcal{V}_p \mathbf{u}_p. \tag{3.4}$$

Le débit peut alors être obtenu par la formulation suivante

$$q(t) = \frac{h_p}{N_x N_z N_y^*} \sum_{c=1}^{N_x N_z N_y^*} \phi \mathbf{v}^{(c)}(t) \tag{3.5}$$

avec N_x et N_z le nombre de mailles du domaine de calcul dans les directions x et z, N_y^* le nombre de mailles contenant des particules suivant la direction y et h_p la hauteur moyenne du lit de grains (le détail du calcul de h_p est donné dans la section 4.2). Il est à noter que d'autres définitions du débit peuvent être trouvées dans la littérature (CHARRU et al. [2004],LOBKOVSKY et al. [2008] par exemple). Ces définitions sont principalement associées aux contraintes expérimentales de mesure de la vitesse des grains. Dans la suite, nous nous contenterons des définitions proposée ici, soit (3.3) et (3.5).

Comme attendu, ces deux formulations sont strictement équivalentes (voir figure 3.2). Néanmoins, la deuxième, l'équation (3.5), est plus sensible aux erreurs de calcul de part la détermination de la hauteur de grains h_p et du calcul de $\phi\mathbf{v}$. Les calculs de débit dans ce travail sont donc effectués avec la formulation (3.3).

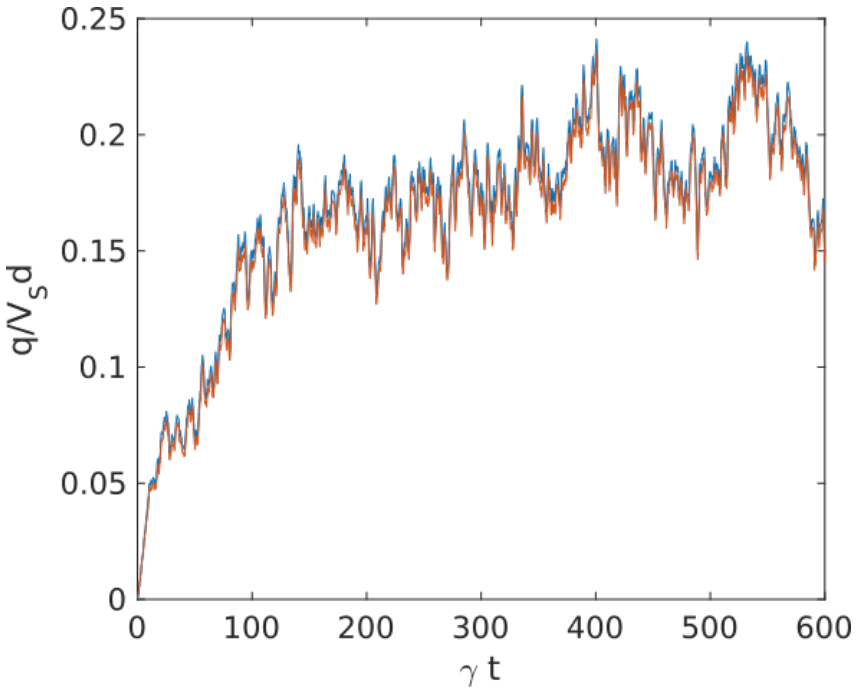


FIGURE 3.2 – Évolution du débit de grains au cours du temps calculé avec l'équation (3.3) (en bleu) et avec l'équation (3.5) (en rouge). Ici $\theta = 0.4$, $Re_p = 0.48$ et $\rho_p/\rho_f = 4$. Le débit est adimensionné par la vitesse de Stokes $V_S = \frac{(\rho_p-\rho_f)gd^2}{18\mu_f}$

3.2 Étude de sensibilité

3.2.1 Influence du rapport taille de la maille de calcul pour le champ fluide sur diamètre des grains

Un des premiers paramètres à fixer pour notre étude est la taille de la maille de calcul pour le champ fluide, vis-à-vis de celle des grains. En effet, on peut s'attendre à ce que ce paramètre joue un rôle dans les résultats de nos simulations. La question est de savoir s'il existe une taille de maille à partir de laquelle les résultats des simulations deviennent indépendants de celle-ci. Il est à noter que d'autres études utilisant des méthodes numériques équivalentes font le choix de résoudre très finement la direction du gradient de vitesse (y ici) et de prendre une solution moyenne pour le fluide dans les autres directions (DURÁN et al. [2012], MAURIN et al. [2015]). Dans ce cas, uniquement la composante de vitesse $u(y)$ est considérée. Cette approche a été choisie dans le but de décrire finement la dynamique proche du seuil et semble pertinente au vu de la discussion de la section 3.1. Dans notre cas, le choix de la discrétisation spatiale est basé sur l'utilisation de la méthode pour l'étude de l'évolution 3D du lit granulaire (section 2.1.2). Il est alors nécessaire dans ce cas de résoudre le champ de vitesse 3D. La résolution selon la direction y qui en découle est alors moins fine. Nous cherchons à quantifier cet impact dans la suite. On considère donc le système présenté sur la figure 3.1a, avec les paramètres physiques donnés dans le tableau 3.1.

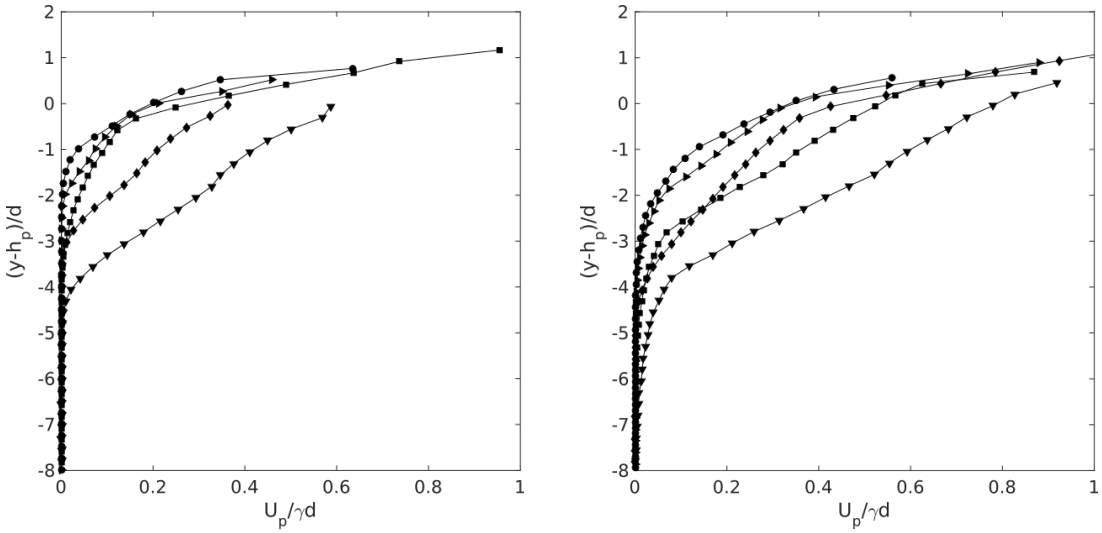
d	$5 \times 10^{-4}\ m$
ρ_p	$4000\ kg.m^{-3}$
ρ_f	$1000\ kg.m^{-3}$
μ_f	10^{-3} Pa.s
$\dot{\gamma}$	$2\ s^{-1}$

TABLEAU 3.1 – Paramètres physiques fixés pour les simulations. g est varié de façon proportionnelle lorsque l'on veut balayer θ tout en gardant Re_p constant.

Afin d'étudier l'influence de la taille de la maille de calcul du champ fluide sur l'écoulement, on effectue différentes simulations avec une taille de maille variant de $1.33d$ à $5d$. Le maillage est isotrope, i.e. $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ et la fonction poids décrite dans la section suivante n'est pas utilisée. Enfin, on choisit de prendre $Re_p = 0.50$ et deux nombres de Shields, à savoir $\theta = 0.40$ et $\theta = 0.80$.

La figure 3.3 montre, pour les deux nombres de Shields choisis et pour les différentes tailles de maille les profils des vitesses moyennes des particules obtenus une fois que l'écoulement granulaire a atteint un état stationnaire. Ces profils eulériens de vitesse des particules sont calculés grâce à une prise de moyenne particulière des grandeurs lagrangiennes (basé sur KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b]). On décompose pour cela le domaine en différentes couches horizontales de taille $\Delta h = d/4$ et on vient moyenner dans chacune des couches et pour chaque instant t les grandeurs associées aux particules présentes dans la couche étudiée. On définit pour cela une fonction indicatrice δ telle que

$$\delta^{(j)}(y) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad (j-1)\Delta h \leq y \leq j\Delta h, \quad j \in [1, \mathrm{M}] \text{ avec } \mathrm{M} = \mathrm{L}_y/\Delta h \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{3.6}$$



(a) $\theta = 0.40$ (b) $\theta = 0.80$

FIGURE 3.3 – Profils de vitesse des particules pour deux nombres de Shields (a) $\theta = 0.4$ et (b) $\theta = 0.8$. • : $\Delta x/d = 1.33$; ▶ : $\Delta x/d = 2$; ♦ : $\Delta x/d = 3.33$; ■ : $\Delta x/d = 4$; ▼ : $\Delta x/d = 5$.

À partir de cette fonction indicatrice $\delta^{(j)}(y)$, on peut définir la variable $n_{p_{xz}}^{(j)}(t_m)$, nombre de particules présentes dans la couche j considérée à l'instant t_m ainsi que $n_p^{(j)}$, la somme dans le temps sur N_t échantillons,

$$n_{p_{xz}}^{(j)}(t_m) = \sum_{p=1}^{N_p} \delta^{(j)}(y_p(t_m)), \tag{3.7}$$

$$n_p^{(j)} = \sum_{m=1}^{N_t} n_{p_{xz}}^{(j)}(t_m), \tag{3.8}$$

avec $y_p(t_m)$ la position verticale de la particule p à l'instant t_m.

Les équations (3.6), (3.7) et (3.8) nous permettent alors de calculer la vitesse moyenne des particules $< u_p >_{xz} (y^{(j)}, t_m)$, la fraction volumique solide $< \phi >_{xz} (y^{(j)}, t_m)$ et leurs moyennes dans le temps $< u_p >_{xzt} (y^{(j)})$ et $< \phi >_{xzt} (y^{(j)})$.

$$< u_p >_{xz} (y^{(j)}, t_m) = \frac{1}{n_{p_{xz}}^{j}(t_m)} \sum_{p=1}^{N_p} \delta^{(j)}(y_p(t_m)) u_p(t_m), \tag{3.9}$$

$$< u_p >_{xzt} (y^{(j)}) = \frac{1}{n_p^{(j)}} \sum_{m=1}^{N_t} n_{p_{xz}}^{(j)}(t_m) < u_p >_{xz} (y^{(j)}, t_m), \tag{3.10}$$

et

$$< \phi >_{xz} (y^{(j)}, t_m) = n_{p_{xz}}^{(j)}(t_m) \frac{\pi d^3}{6 L_x L_z \Delta h}, \tag{3.11}$$

$$< \phi >_{xzt} (y^{(j)}) = \frac{n_p^{(j)}}{N_t} \frac{\pi d^3}{6 L_x L_z \Delta h}. \tag{3.12}$$

On observe sur la figure 3.3 que la taille de la maille a une influence sur le transport des grains, son augmentation ayant tendance à entraîner une couche de grains plus importante. Dans le cas $\theta = 0.4$, l'épaisseur de grains mobiles passe d'environ $3d$ à $5d$ pour $\Delta x/d$ passant de 1.33 à 5. Dans le cas $\theta = 0.8$, l'épaisseur passe de $4d$ à $7d$. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'en augmentant la taille de la maille de calcul pour le champ fluide, on diminue le nombre de points décrivant le profil de vitesse du fluide. Pour le cas où $\Delta x = 5d$ par exemple, il n'y a seulement que 4 cellules fluide sur toute le hauteur du domaine. Par conséquent, le cisaillement se propage artificiellement plus bas dans le lit granulaire et entraîne plus de grains. De plus, on peut voir que lorsque la taille de la maille diminue, le profil de vitesse des grains tend vers une solution relativement indépendante du choix de la longueur de la cellule fluide. Pour les deux nombres de Shields, les profils obtenus pour $\Delta x = 1.33d$ et $\Delta x = 2d$ sont très proches l'un de l'autre. La figure 3.4 représente les densités de probabilité de la vitesse des particules selon la direction de l'écoulement pour les différentes tailles de maille. Les simulations numériques de DERKSEN [2011], résolues à plus petite échelle que notre méthode, trouvent une distribution exponentielle de la vitesse des particules. De même, CHARRU et al. [2004] trouvent expérimentalement une distribution exponentielle qui a pour équation

$$P(U_p) = \overline{U} \exp\left(\frac{U_p}{\overline{U}}\right) \tag{3.13}$$

avec $\overline{U} = 0.32 V_S$. Il est ici étonnant de constater que plus le maillage fluide devient grossier, et plus la fonction de densité de probabilité des vitesses semble se rapprocher de la distribution exponentielle recherchée.

On peut aussi regarder l'évolution du débit saturé q_{sat}, aussi appelé débit stationnaire, en fonction de la taille relative de la maille de calcul par rapport au diamètre des grains. La figure 3.5 montre que le débit semble tendre vers une valeur limite lorsque $\Delta x/d$ diminue. En outre, pour un nombre de Shields de 0.40, la valeur du débit saturé pour $\Delta x/d = 1.33$ est relativement proche de celle calculée pour $\Delta x/d = 2$ comparativement aux autres (erreur relative de q_{sat} de seulement 61% entre $\Delta x/d = 1.33$ et $\Delta x/d = 2$ contre 700% entre $\Delta x/d = 2$ et $\Delta x/d = 3$). Enfin, l'écart entre ces deux valeurs semble diminuer avec la diminution du nombre de Shields.

Au regard des résultats présentés, une taille de maille de calcul pour le champ fluide de deux diamètres de grain dans nos simulations semble être la solution la plus adaptée, étant un bon compromis entre une relativement faible sensibilité des résultats dans cette gamme de $\Delta x/d$ et une bonne stabilité numérique, cette dernière augmentant avec l'augmentation de la taille de la maille, ceci allant de paire avec un meilleur lissage des grandeurs décrites section 2.2.

3.2.2 Influence de la largeur de bande dans le calcul de la fonction de pondération

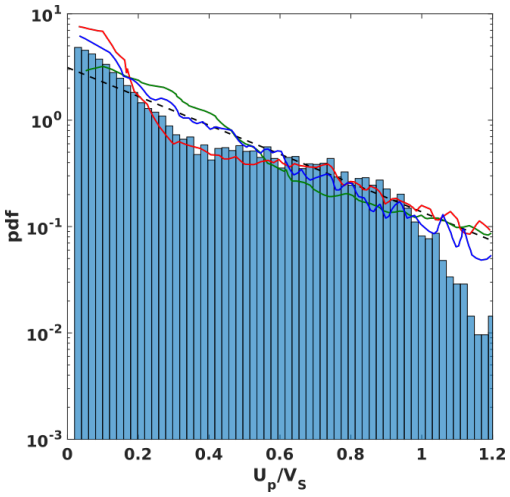
Le deuxième paramètre numérique étudié ici est la largeur de bande b, paramètre apparaissant dans le calcul de la fonction poids, utilisée pour calculer les variables eulériennes nécessaires à la résolution du champ de vitesse et de pression dans le fluide, à partir des grandeurs lagrangiennes obtenues avec le code DEM. Nous rappelons ici que le paramètre b intervenant dans la fonction poids $\omega_{i,c}$ donnée par l'équation 2.40, est le paramètre qui détermine le rayon d'influence d'une particule sur les mailles l'avoisinant.

Les paramètres physiques choisis ici sont les mêmes que pour l'étude précédente (voir tableau 3.1) et on fixe la taille de la maille de calcul pour le champ fluide à deux diamètres de grain, $\Delta x = 2d$. On fait ensuite varier la largeur de bande entre une et deux fois la taille de la maille, i.e. $b \in [\Delta x, 2\Delta x]$, pour un nombre de Shields $\theta = 0.40$ et un nombre de Reynolds particulaire $Re_p = 0.50$. La figure 3.6 présente les profils de vitesse moyenne des particules pour trois largeurs de bande différentes.

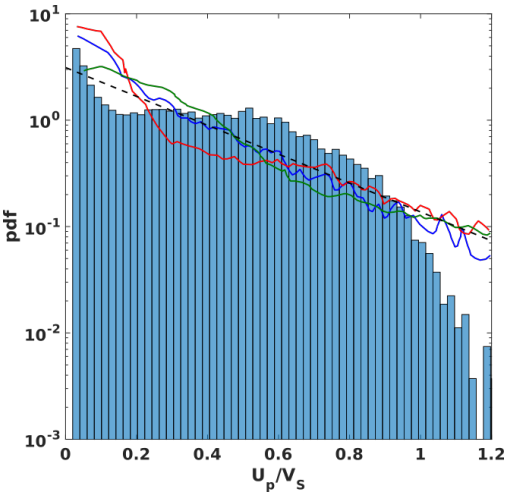
Comme on peut le voir, les profils sont assez similaires pour les cas $b = 2\Delta x$ et sans fonction poids avec néanmoins des vitesses relativement plus grandes pour les cas $b = 2\Delta x$ et sans poids comparés aux deux autres. Cela se traduit pour le débit stationnaire par un débit plus élevé pour une largeur de bande $b = 2\Delta x$ et un débit de plus en plus faible à mesure que l'on diminue la valeur de b, comme on peut le voir sur la figure 3.7. À titre de comparaison, le débit obtenu sans utilisation de la fonction poids est tracé sur la figure 3.7. Une valeur de $b/\Delta x$ croissante entraîne une augmentation du débit. La zone d'influence engendrée par la fonction poids tend à mettre le milieu granulaire en mouvement sur une plus grande profondeur dans le lit. En revanche, la fonction poids étant uniquement un ajout pour des raisons de stabilité numérique, et au vu des variations observées sur la figure 3.7, on décide, par la suite, de fixer la largeur de bande à $b = 2\Delta x$, résultat le plus proche de la valeur de débit saturé q_{sat} observée sans fonction poids.

3.2.3 Influence de la force de lubrification

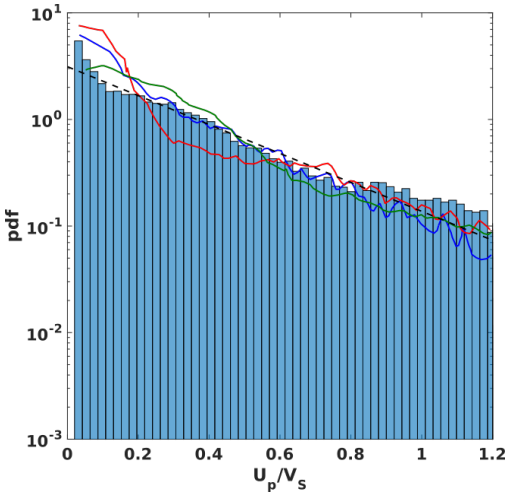
En plus des remarques faites lors des simulations de validation du couplage avec le rebond d'une particule ou avec l'effondrement granulaire dans le chapitre précédent, on se propose ici de regarder l'influence de la force de lubrification, et notamment la rugosité effective η_e, sur le débit granulaire (voir équation 2.29 pour rappel sur la définition de la force de lubrification). La figure 3.8 montre l'évolution du débit granulaire saturé avec la force de lubrification dans le couplage pour différentes valeurs de rugosité effective et sans la force de lubrification. Les résultats montrent que l'ajout de la force de lubrification entraîne une diminution du débit et que cette diminution est de plus en plus importante lorsque l'on diminue le paramètre de rugosité effective. Ces résultats sont associés à une dissipation visqueuse plus importante pour le cas de sphère lisse. Néanmoins, dans notre cas, les débits obtenus sans ajout de force de lubrification sont plus proches de ceux obtenus par DERKSEN [2011] numériquement. En plus de ces observations, il est à noter que, d'un point de vue strictement numérique, la force de lubrification a pour effet de diminuer la stabilité globale du couplage. Pour toutes ces raisons, il est décidé dans la suite de la thèse de ne pas utiliser la force de lubrification.



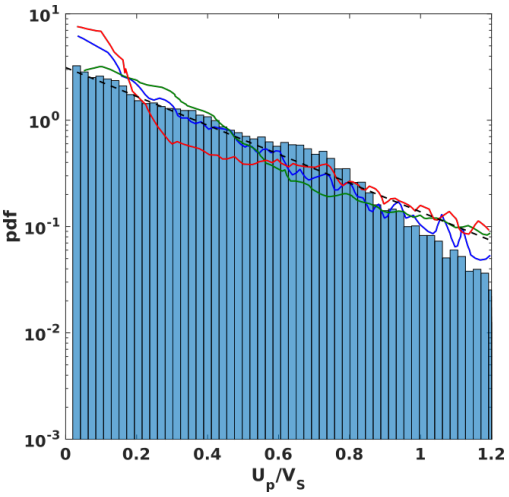
(a) $\Delta x/d = 1.33$



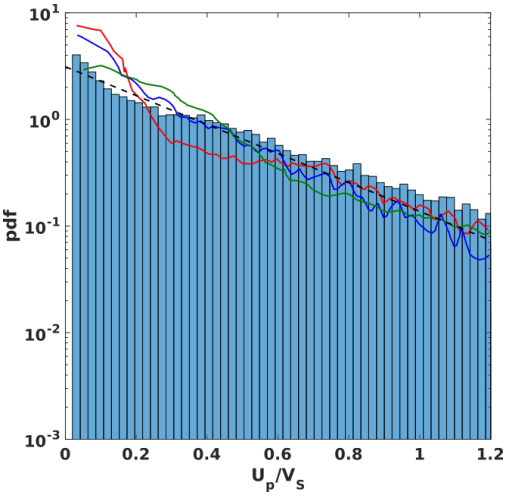
(b) $\Delta x/d = 2$



(c) $\Delta x/d = 3$



(d) $\Delta x/d = 4$



(e) $\Delta x/d = 5$

FIGURE 3.4 – Densité de probabilité de la vitesse selon la direction x des particules adimensionnée par la vitesse de Stokes V_S pour un nombre de Shields $\theta = 0.40$ et différentes tailles de maille de calcul du champ fluide. Les courbes bleu, rouge et verte correspondent aux trois pdf obtenues par DERKSEN [2011] pour respectivement $\theta = 0.15$, $\theta = 0.2$ et $\theta = 0.4$. $--$: éq. 3.13 de CHARRU et al. [2004].

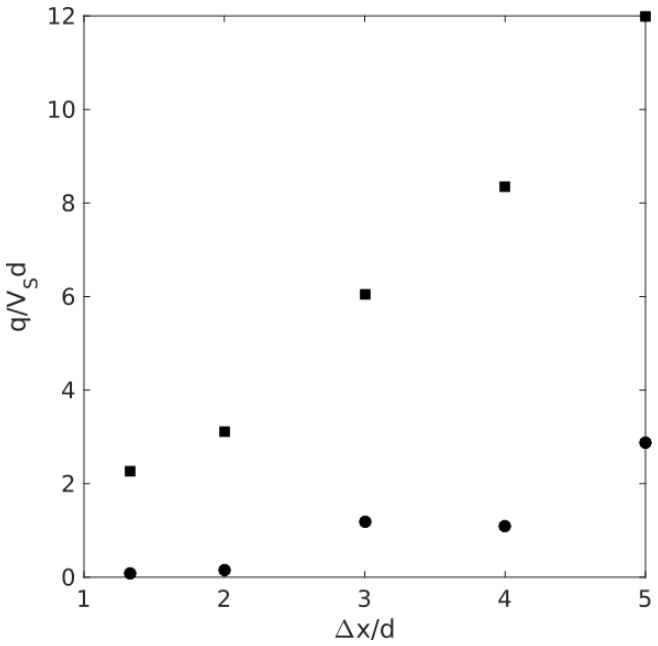


FIGURE 3.5 – Évolution du débit en fonction de la taille de la maille de calcul pour le champ fluide pour deux nombres de Shields différents. • : $\theta = 0.40$ et ■ : $\theta = 0.80$.

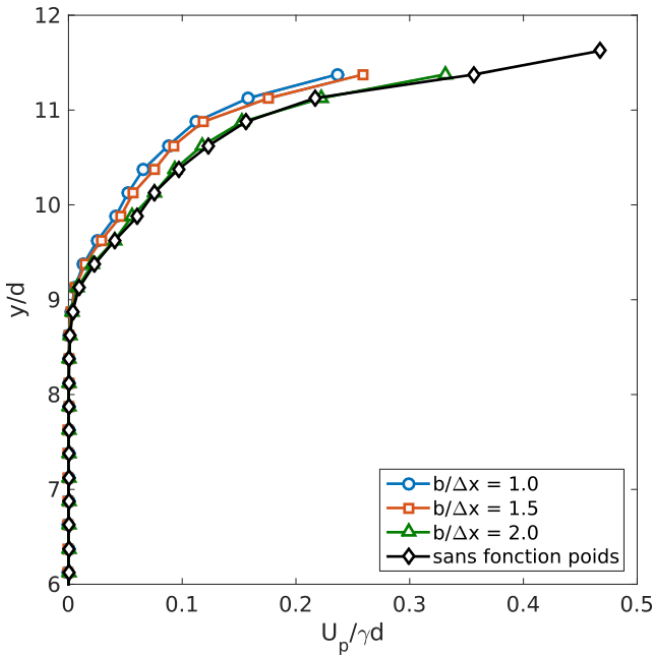


FIGURE 3.6 – Profil de vitesse moyenne des particules pour différentes largeurs de bande.

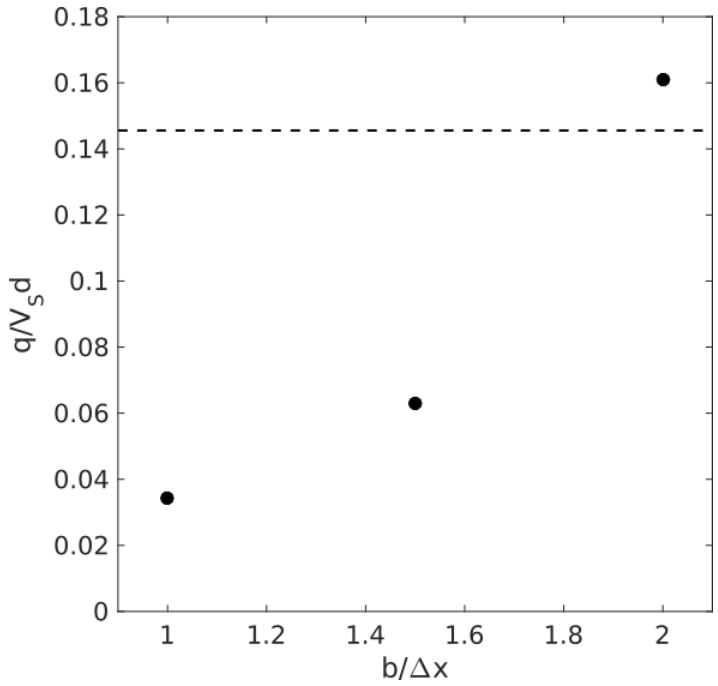


FIGURE 3.7 – Évolution du débit saturé en fonction de la largeur de bande. – – – : débit saturé sans fonction poids.

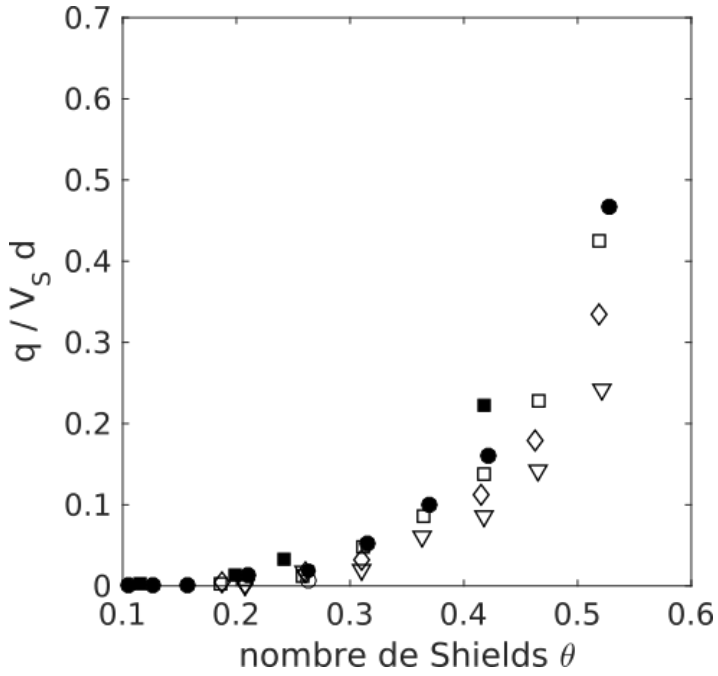


FIGURE 3.8 – Évolution du débit saturé en fonction du nombre de Shields θ pour différentes valeurs de rugosité effective η_e dans la force de lubrification. ■ : simulations numériques de DERKSEN [2011], • : sans force de lubrification, □ : $\eta_e/d = 10^{-2}$, ◇ : $\eta_e/d = 10^{-3}$, ▽ : $\eta_e/d = 10^{-4}$.

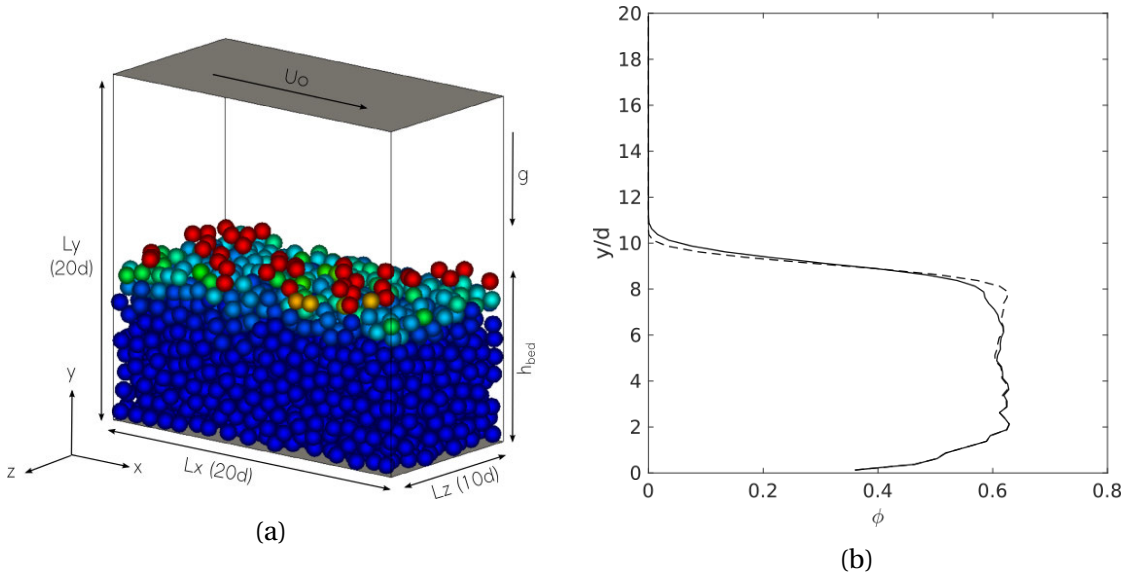
3.3 Influence des nombres sans dimension sur le transport granulaire

3.3.1 Effet du nombre de Shields

L'objectif de cette section est d'étudier le transport granulaire, notamment le seuil de mise en mouvement défini par un nombre de Shields critique θ_c et la loi d'évolution du débit en fonction du nombre de Shields, le tout à nombre de Reynolds particulaire et rapport de densité constants. De nombreuses expériences et simulations ont déjà été effectuées afin d'établir une loi d'évolution pour des écoulements de particules en présence d'un fluide visqueux.

Le but de notre étude est de comparer les résultats des simulations du modèle numérique développé dans le cadre la thèse avec les résultats de la littérature et de déterminer jusqu'à quel point notre méthode traduit quantitativement les résultats référencés sur le transport sédimentaire. En effet, le modèle numérique développé est, a priori, peu adapté à la détermination du seuil de mise en mouvement car il ne permet pas de décrire finement l'écoulement autour de chaque grain et donc les forces hydrodynamiques qui mettent en mouvement ces grains, comme nous l'avons déjà mentionné précédemment. Cette étude "critique" est un bon test pour déterminer la pertinence du code numérique implémenté pour ces problématiques liées au transport sédimentaire.

Paramètres physiques et nombre sans dimension



(a) (b)

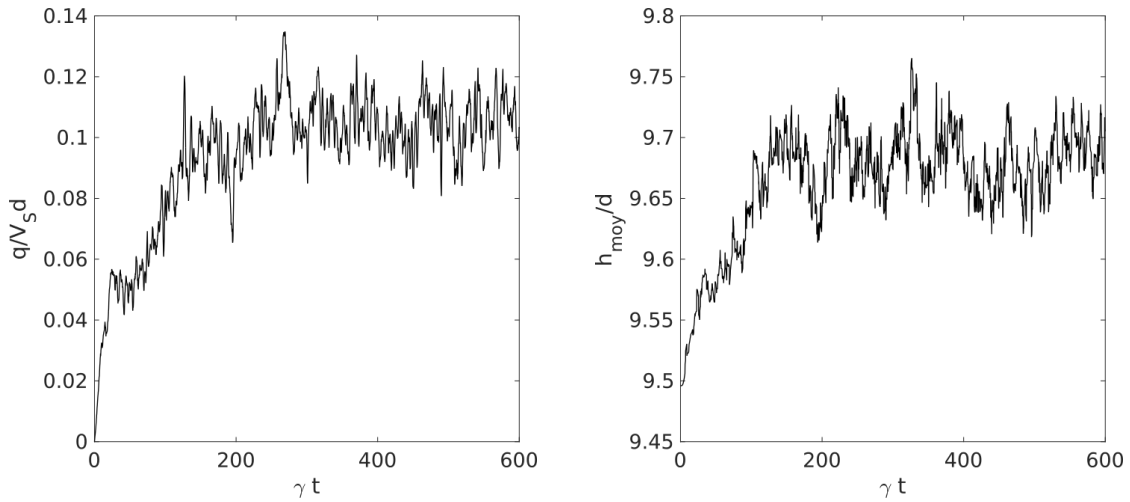
FIGURE 3.9 – (a) Géométrie du système. (b) Profil vertical stationnaire (−) et initial (−−) de la compacité ϕ du lit granulaire pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 0.48$, $\rho_p/\rho_f = 4$.

On se place dans la même configuration que celle présentée dans la section 3.1.1. La géométrie du système est rappelée par la figure 3.9a. On peut voir sur la figure 3.9b le profil vertical de fraction volumique que l'on obtient au sein du milieu granulaire à l'état initial puis à l'état stationnaire pour un cas. On rappelle que le calcul de $\phi(y)$ est donné par l'équation 3.12. Dans cette partie, toutes les particules ont le même diamètre $d = 5 \times 10^{-4} m$ et une masse volumique $\rho_p = 4000 kg.m^{-3}$. Le fluide, quant à lui, présent

dans tout le domaine, a une masse volumique $\rho_f = 1000 kg.m^{-3}$, et une viscosité dynamique $\mu_f = 10^{-3}$P$a.s$. Le fluide est mis en mouvement en appliquant une condition au limite sur la paroi du haut qui impose une vitesse fixe $U_0 = 0.01 m.s^{-1}$. Concernant les paramètres de collision, on choisit $t_{col} = 10^{-4} s$ (ce qui donne en adimensionné $\dot{\gamma} t_{col} = 2 \times 10^{-4}$), $e_n = 0.8$ et $\mu = 0.4$, en sachant que les deux derniers paramètres n'ont pas une grande influence sur le transport sédimentaire (DERKSEN et SUNDARESAN [2007]; KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b]). Les paramètres physiques et numériques sont choisis pour reproduire les simulations numériques effectuées par DERKSEN [2011] avec une méthode de type frontière immergée (IBM). On a donc fixé le nombre de Reynolds particulaire Re_p à 0.48 et le rapport de densité à 4. On fait ensuite varier le nombre de Shields θ entre 0.1 et 0.5, en faisant varier la gravité. D'après DERKSEN [2011] et CHARRU et al. [2004], le nombre de Shields critique θ_c, définissant le seuil de mise en mouvement du lit de grains, vaut approximativement 0.12 ± 0.03 pour la gamme de Re_p étudiée. L'intervalle de valeurs choisi pour θ devrait nous permettre de retrouver ce seuil de mise en mouvement. Enfin, on rappelle que la force de lubrification n'est ici pas activée et que les paramètres Δx et b sont choisis tels que $\Delta x / d = 2$ et $b = 2\Delta x$.

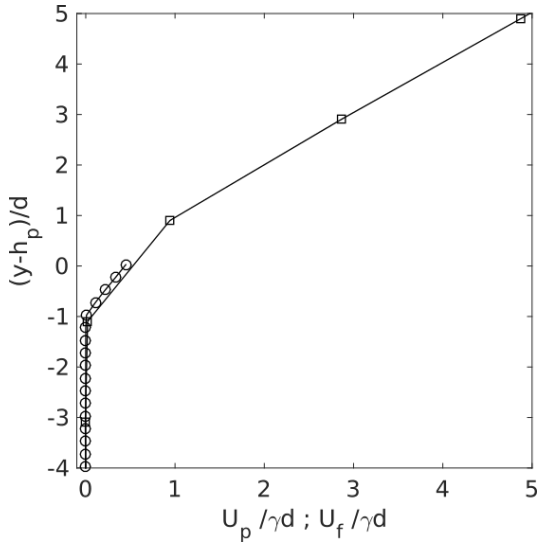
Résultats

Les simulations sont effectuées sur un temps suffisamment long pour que l'écoulement puisse être considéré comme stationnaire. Les nombres sans dimension sont calculés a posteriori à partir des paramètres d'entrée et du calcul de $\dot{\gamma}$ lorsque le profil du fluide devient stationnaire. On peut observer le caractère stationnaire de l'écoulement granulaire en regardant par exemple l'évolution temporelle du débit volumique solide par unité de largeur (figure 3.10a) ou la hauteur de lit (figure 3.10b). On notera que l'évolution de la hauteur du lit montre une décompaction du lit granulaire en accord avec les profils de fraction volumique présentés sur la figure 3.9b. Dans le cas considéré sur la figure 3.10, $\theta = 0.35$, $Re_p = 0.48$, $\rho_p / \rho_f = 4$, un état stationnaire est obtenu pour $\dot{\gamma} t \sim 300$.

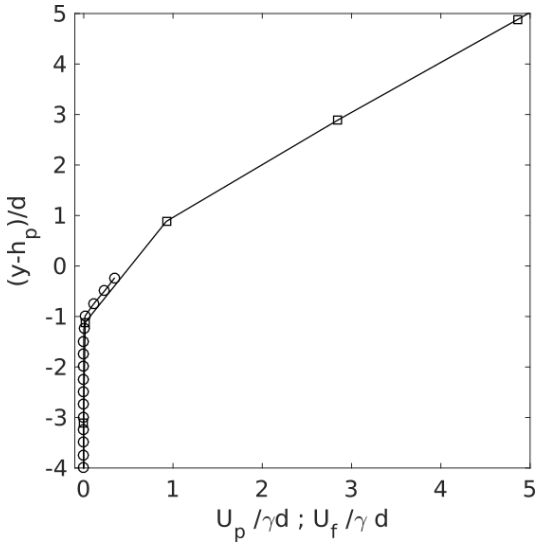


(a) (b)

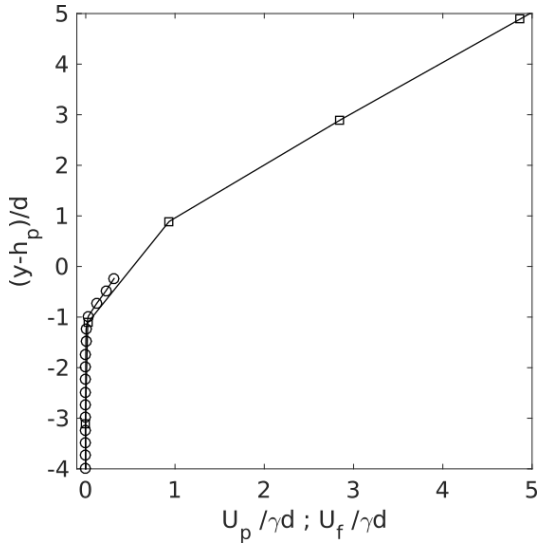
FIGURE 3.10 – (a) Évolution du débit solide volumique par unité de largeur au cours du temps. (b) Évolution de la hauteur moyenne du lit de particules au cours du temps. $\theta = 0.35$, $Re_p = 0.48$, $\rho_p / \rho_f = 4$.



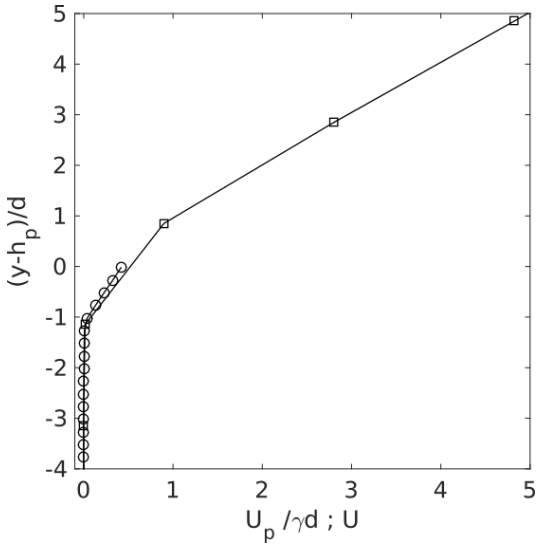
(a) $\theta = 0.20$



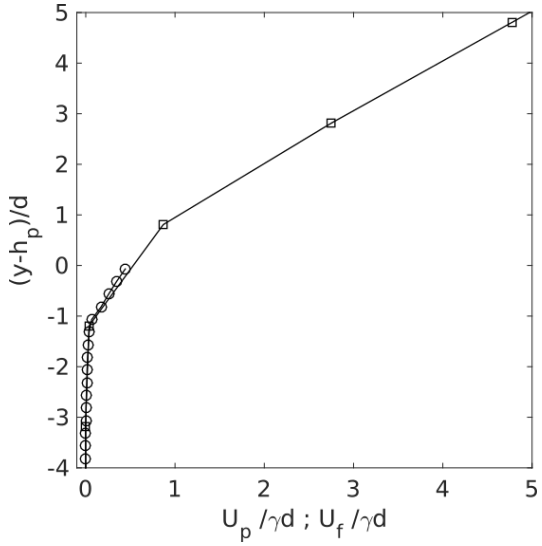
(b) $\theta = 0.25$



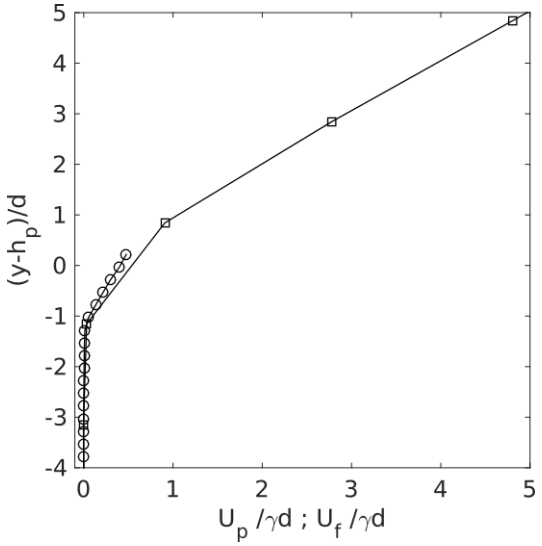
(c) $\theta = 0.30$



(d) $\theta = 0.35$



(e) $\theta = 0.40$



(f) $\theta = 0.50$

FIGURE 3.11 – Profils verticaux des vitesses moyennes du fluide (∘) et des particules (•) pour différents nombres de Shields.

Quand l'écoulement est stationnaire et homogène dans les directions x et z, il est alors possible de déterminer les profils verticaux moyens des grandeurs physiques en moyennant dans le temps et dans les plans horizontaux. Tous les profils moyens présentés ici ont été obtenus en prenant $N_t = 100$ échantillons équitablement répartis dans la plage de temps $2000 \leq \dot{\gamma} t \leq 3000$. En particulier, dans la suite, les profils moyens des vitesses fluide et granulaires obtenus pour différents nombres de Shields θ grâce à l'équation 3.9 sont présentés et discutés, avec pour rappel $\Delta h = d/4$. Les profils verticaux des vitesses fluide et des particules sont répertoriés sur la figure 3.11. Les vitesses sont adimensionnées ici par $\dot{\gamma} d$ et on prend pour origine de l'axe des ordonnées la hauteur h_p à laquelle le prolongement du profil fluide se croise avec l'axe des ordonnées. Les profils ne sont pas affichés pour les cas $\theta = 0.10$ et $\theta = 0.15$ car aucun transport de grains n'est observé sur des temps longs. On peut en déduire que, dans le cas de nos simulations, le nombre de Shields critique θ_c se situe entre 0.15 et 0.20, ce qui est légèrement supérieur à la valeur rapportée par DERKSEN [2011] et CHARRU et al. [2004] ($\theta_c = 0.12 \pm 0.03$). Concernant les profils de vitesse, on peut voir que dans tous les cas, le profil de vitesse des particules est similaire au profil de vitesse fluide tout en ayant une vitesse légèrement inférieure, ce qui est en accord avec les expériences de MOUILLERON et al. [2009]. On notera que la résolution verticale du maillage fluide a une influence sur la forme du profil granulaire pour ces valeurs de θ proche du seuil. En effet, la couche de grain mise en mouvement étant faible, et quasiment contenue dans une seule maille de calcul pour le champ fluide, les profils sont légèrement marqués par une courbure abrupte au point de maillage.

À partir des profils de vitesse, on peut déterminer l'épaisseur de grains en mouvement $(h_m + h_b)$, calculée en considérant une vitesse seuil U_p^{seuil} définie comme la vitesse minimale pour considérer les particules comme étant en mouvement. On récupère alors la hauteur à partir de laquelle les grains ont une vitesse supérieure à U_p^{seuil} et on en déduit la hauteur de grains en mouvement. En considérant la hauteur moyenne initiale comme l'origine de l'axe y, h_m et h_b correspondent respectivement, par rapport à l'origine, à la hauteur maximale du lit et à la profondeur dans le lit granulaire où la vitesse des particules devient nulle (voir figure 3.12). $(h_m + h_b)$ correspond donc à l'épaisseur de grains en mouvement. La figure 3.13 représente l'évolution de la hauteur de grains mobiles $(h_m + h_b)$ en fonction du nombre de Shields θ pour différents choix de U_p^{seuil}.

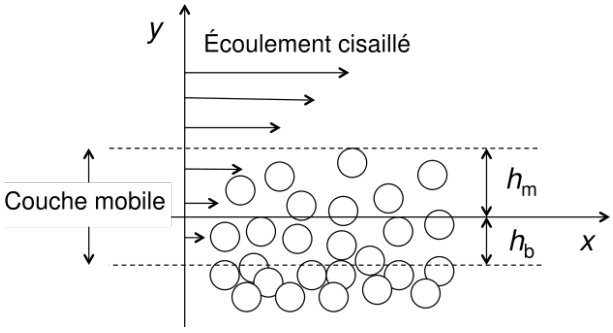


FIGURE 3.12 – Schéma de la couche de grains en mouvement, et définition des hauteurs h_b et h_m.

On peut voir sur la figure 3.13 que l'on obtient une évolution linéaire de $(h_m + h_b)$ en fonction du nombre de Shields θ, et ce, quelque soit le choix de la vitesse seuil U_p^{seuil} lorsque $\theta > 0.3$. La conséquence du choix de la vitesse seuil est d'augmenter ou diminuer la hauteur $(h_m + h_b)/d$ à θ fixé et ainsi de changer la valeur du nombre de Shields critique θ_c, considérée ici comme le zéro de la fonction $(h_m + h_b)/d(\theta)$. Cette évolution linéaire de

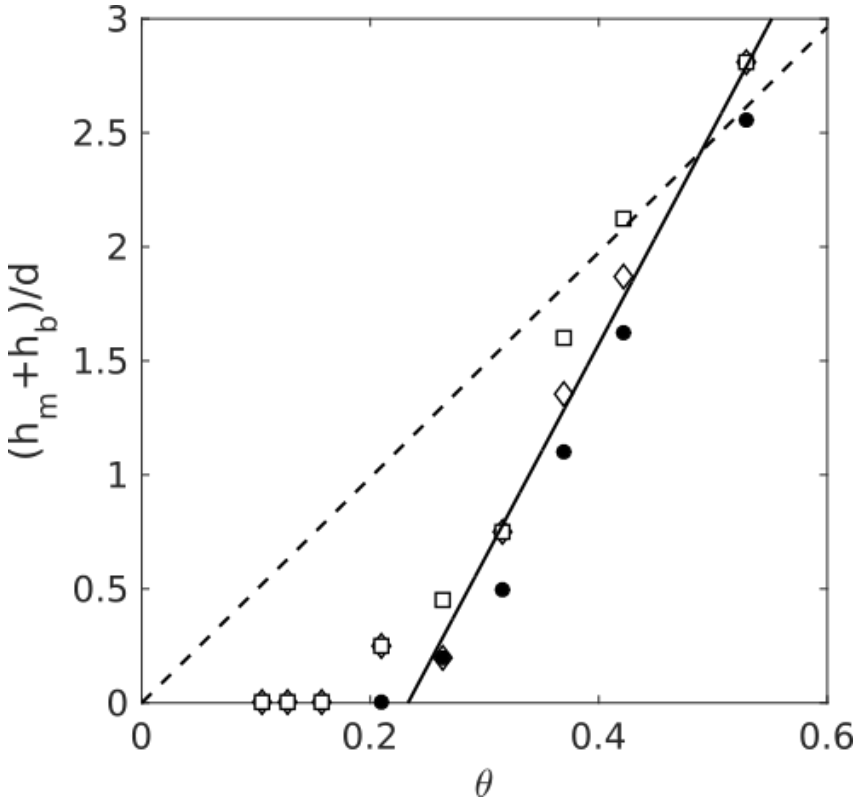


FIGURE 3.13 – Évolution de la hauteur de particules mobiles en fonction du nombre de Shields pour différentes vitesses seuil. □, $U_p^{seuil} = 0.005 V_S$; ◇, $U_p^{seuil} = 0.01 V_S$; •, $U_p^{seuil} = 0.02 V_S$. − : fit des données pour $\theta > 0.3$ (éq. 3.15). −− :éq. 3.14

$(h_m + h_b)$ a déjà été prédite théoriquement par MOUILLERON et al. [2009], ou encore par OURIEMI et al. [2009a], et a pour équation

$$\frac{h_m + h_b}{d} = \frac{\theta}{\phi\mu}. \tag{3.14}$$

avec μ le coefficient de friction solide et ϕ la compacité locale. Ces paramètres sont fixés à $\mu = 0.75$ et $\phi = 0.27$ par MOUILLERON et al. [2009] afin de correspondre à leurs données expérimentales.

On peut noter que, bien que leur modèle prédise une évolution linéaire de l'épaisseur de grains en mouvement en fonction du nombre de Shields, celui-ci donne une évolution différente de nos résultats d'une part car ce modèle ne prend pas en compte de seuil critique de mise en mouvement et d'autre part car la pente est environ deux fois plus faible que celle obtenue ici. En effet, on obtient une évolution de la forme

$$\frac{h_m + h_b}{d} = C_1(\theta - \theta_c) \quad \text{avec} \quad C_1 = 9.41 \quad \text{et} \quad \theta_c = 0.23, \tag{3.15}$$

ce qui correspond bien à une pente deux fois supérieure à celle obtenue par MOUILLERON et al. [2009] ($1/\phi\mu \approx 4.93$).

À partir de l'épaisseur h_b déterminée précédemment, il est possible de recaler les profils verticaux de vitesse à partir d'une même origine, comme cela a été proposé par MOUILLERON et al. [2009] et rediscuté par DERKSEN [2011]. Ainsi, en adimensionnant la vitesse U_p par la vitesse de Stokes V_S, les profils de vitesse peuvent être ramenés à une

courbe unique (figure 3.14). On peut voir sur la figure 3.14 que les résultats de nos simulations présentent un bon accord avec les résultats de ces auteurs, même si les présentes simulations surestiment légèrement les vitesses obtenues par les expériences proche de la hauteur de mise en mouvement, i.e. dans le lit. À noter qu'afin de rendre la figure lisible, les résultats de MOUILLERON et al. [2009] sont représentés par une unique courbe basée sur un modèle de Bagnold

$$\frac{U_p}{V_S} = \frac{9\phi\mu}{\mu_{\text{eff}}/\mu_f}\left(\frac{y+h_b}{d}\right)^2 \tag{3.16}$$

avec μ_{eff} une viscosité effective fixée à $\mu_{\text{eff}}/\mu_f = 2.45$.

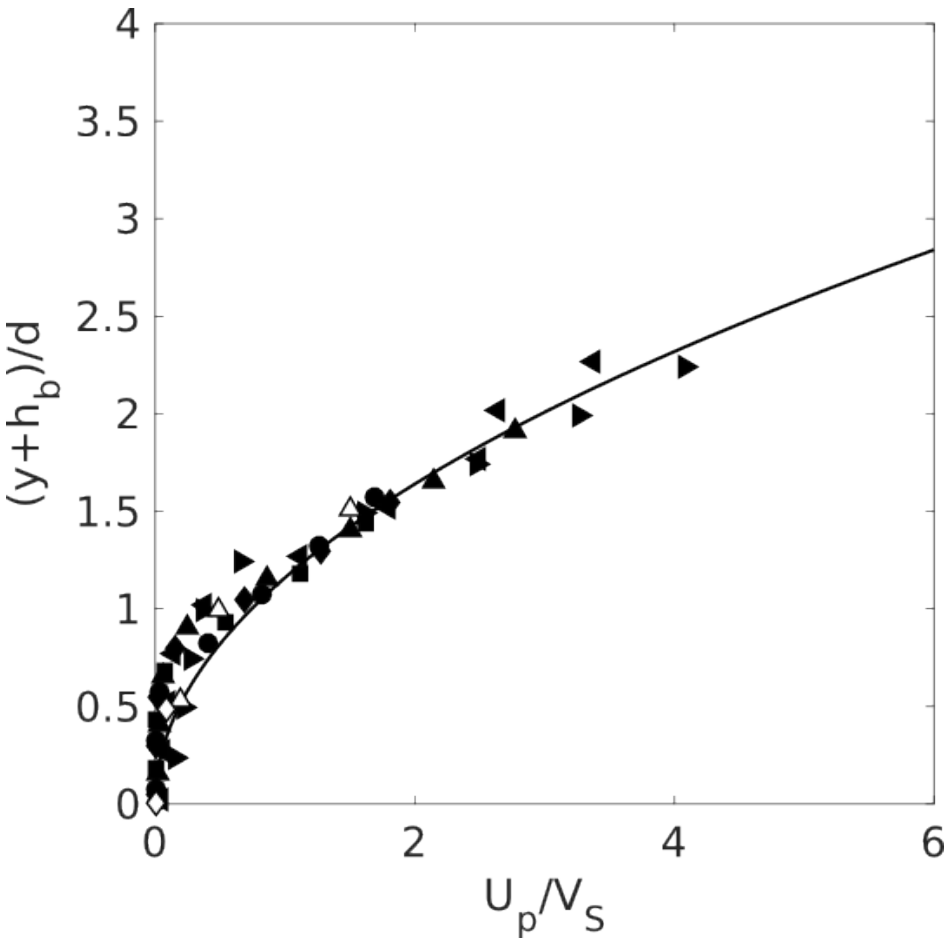


FIGURE 3.14 – Profils verticaux de la vitesse moyenne des grains pour différents nombres de Shields issus de nos simulations (• :θ = 0.20 , ■ :θ = 0.25, ♦ :θ = 0.30, ▲ :θ = 0.35, ◄ :θ = 0.40 et ► :θ = 0.50 et des simulations de DERKSEN [2011] (◇ :θ = 0.20, △ :θ = 0.42). (−) : équation (3.16) de MOUILLERON et al. [2009].

Des différences sont toutefois à noter lorsque l'on trace la densité de probabilité (ou probability density function PDF en anglais) de la vitesse U_p des particules (uniquement celles en mouvement), toujours adimensionnée par la vitesse de Stokes V_S. En effet, on peut voir sur la figure 3.15 que la répartition des vitesses des particules ne correspond pas exactement à une distribution exponentielle. On rappelle que CHARRU et al. [2004] trouvent expérimentalement une distribution exponentielle qui a pour équation

$$P(U_p) = \overline{U} \exp\left(\frac{U_p}{\overline{U}}\right) \tag{3.17}$$

avec $\overline{U} = 0.32 V_S$. À partir de leurs simulations numériques, DERKSEN [2011] trouvent aussi une distribution exponentielle pour la répartition des vitesses des particules, la figure 3.15 montre que pour nos simulations, ce n'est pas exactement le cas. Cependant, on peut noter que la différence provient d'un plus grand nombre de particules avec une vitesse élevée et moins avec des vitesses faibles. Ceci est directement lié à l'observation faite plus tôt concernant les vitesses légèrement supérieures des particules au sein du milieu granulaire sur les profils verticaux de la figure 3.14 en comparaison aux expériences de MOUILLERON et al. [2009]. Il est à noter que nous avons remarqué dans la section précédente (section 3.2.1) que la distribution de cette pdf dépend du choix de la taille des mailles. En l'état, il est encore difficile de conclure sur ces observations et une analyse plus approfondie serait nécessaire pour mieux comprendre les différences obtenues ici.

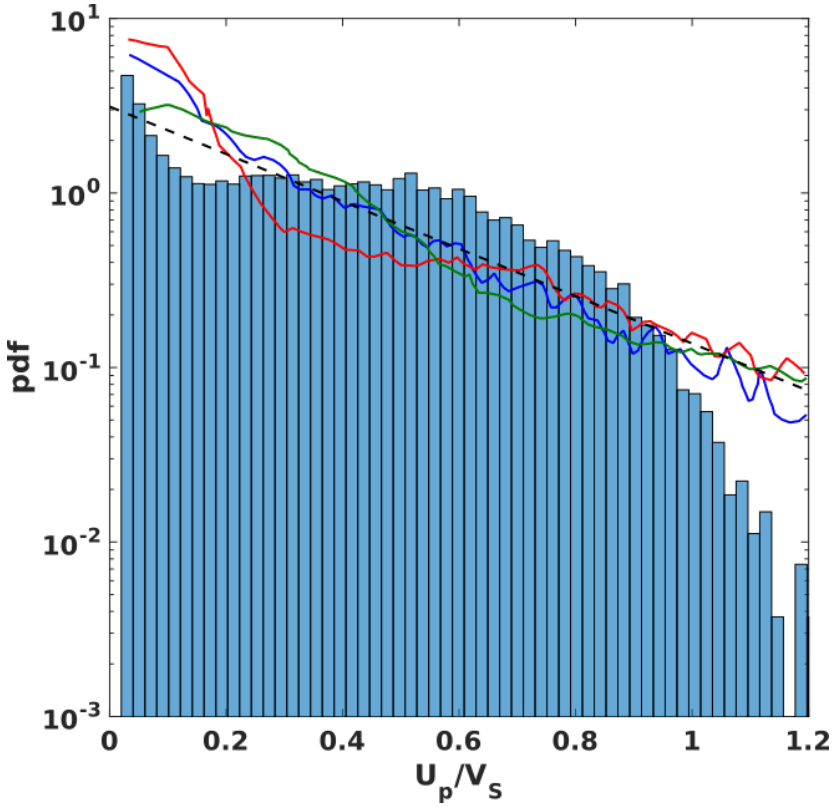


FIGURE 3.15 – Densité de probabilité de la vitesse selon la direction x des particules adimensionnée par la vitesse de Stokes V_S pour un nombre de Shields $\theta = 0.40$. Ici uniquement le cas $\theta = 0.4$ est montré car il est représentatif des observations faites pour tous les nombres de Shields considérés ici. Les courbes bleu, rouge et verte correspondent aux trois pdf obtenues par DERKSEN [2011] pour respectivement $\theta = 0.15$, $\theta = 0.2$ et $\theta = 0.4$. $--$: éq. 3.17 de CHARRU et al. [2004]

Une autre grandeur qui caractérise le transport sédimentaire est la densité surfacique de grains mobiles n. On la calcule de la façon suivante

$$n = \frac{(\sum_p u_p)^2}{A \sum_p u_p^2}, \tag{3.18}$$

avec $A = L_x \times L_z$ la surface du domaine. Cette formulation de n étant celle utilisée par DURÁN et al. [2013], on peut directement comparer leurs valeurs à celles obtenues avec nos simulations. La figure 3.16 montre l'évolution de la densité surfacique de grains en mouvement n adimensionnée par d^2 en fonction du nombre de Shields θ. On peut observer que l'on obtient une variation linéaire de n pour $\theta < 0.2$, donc proche du seuil de mise en mouvement et une évolution quadratique dans le reste du domaine. De plus, nos résultats sont proches de ceux obtenus par DURÁN et al. [2013] numériquement et l'évolution linéaire de la densité surfacique de grains mobiles est cohérente avec la formulation déterminée par CHARRU et al. [2004],

$$nd^2 = 0.47(\theta - \theta_c). \tag{3.19}$$

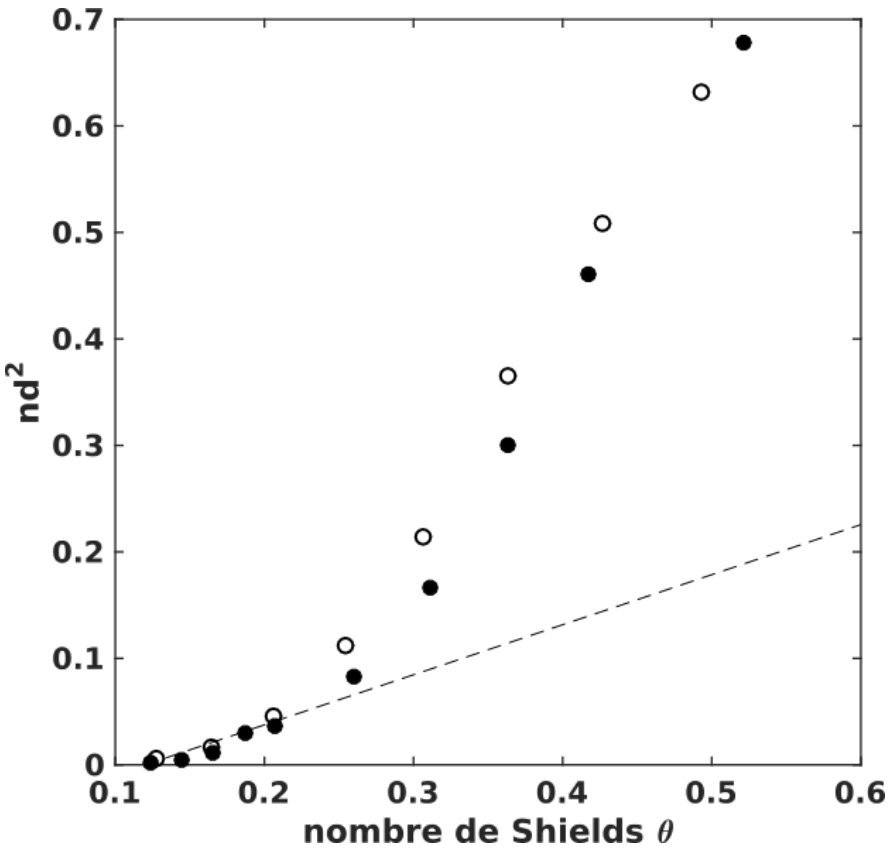


FIGURE 3.16 – Évolution de la densité surfacique de grains mobiles en fonction du nombre de Shields. • : nos simulations, ∘ : simulations de DURÁN et al. [2013], −− : éq. 3.19 avec $\theta_c = 0.12$.

On s'intéresse enfin à l'évolution du débit granulaire saturé q_{sat} en fonction du nombre de Shields θ. Il existe de nombreuses expressions du débit q_{sat}, déterminées soit par le biais d'un modèle analytique, expérimentalement ou même numériquement, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 1 (voir tableau 1.1).

Ici, les résultats de nos simulations, basés sur un écoulement de Couette, sont affichés sur la figure 3.17a et comparés aux simulations de DERKSEN [2011] et aux expériences de CHARRU et al. [2004]. Sur l'échelle de θ considérée ici, un très bon accord est obtenu. Tout d'abord, sur l'échelle $\theta \in [\theta_c\ ;\ 0.6]$, q_{sat} suit une loi cubique de la forme $q_{sat} \sim \theta^3$. On trouve des valeurs quantitativement proches de la loi décrite par CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002], loi semi-empirique déterminée par le modèle de resuspension visqueuse de LEIGHTON et ACRIVOS [1986] et définie par

$$\frac{q}{V_S d} = 7.5\,(\theta - \theta_c)^3. \tag{3.20}$$

Proche du seuil (insert de la figure 3.17a), les résultats obtenus pour q_{sat} sont en bon accord avec ceux obtenus expérimentalement par CHARRU et al. [2004] et suivent aussi une évolution quadratique définie par

$$\frac{q}{V_S d} = a\theta(\theta - \theta_c), \qquad a = 0.44, \qquad \theta_c = 0.12 \tag{3.21}$$

La figure 3.17b permet de visualiser les pentes obtenues dans les équations 3.20 et 3.21 avec un affichage log-log de l'évolution du débit granulaire saturé en fonction de $(\theta - \theta_c)$. À noter que la puissance de 2 est difficilement visible sur la figure 3.17b mais celle-ci est tout de même représentée à titre indicatif au vu des modèles donnés dans la littérature.

La figure 3.18 représente toujours l'évolution du débit saturé q_{sat} en fonction du nombre de Shields mais les résultats expérimentaux (AUSSILLOUS et al. [2013]) et numériques (KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b],DURÁN et al. [2013]) pour des écoulements de Poiseuille ont été rajoutés. On peut observer que, de façon surprenante, pour des nombres de Shields $\theta > 0.2$, les valeurs de débit granulaire obtenues pour un écoulement de Poiseuille sont bien supérieures (un ordre de grandeur) à ceux obtenues dans le cas des écoulements de Couette. Cette différence ne peut pas s'expliquer par l'imposition d'un gradient de pression dans le cas d'un écoulement de Poiseuille. L'explication provient plus probablement de la différence dans la compacité initiale du lit granulaire ϕ_0, qui vaut environ 0.6 dans nos simulations (ainsi que les expériences de CHARRU et al. [2004] et les simulations de DERKSEN [2011]) alors que dans le cas des écoulements de Poiseuille, celle-ci est dans la gamme $0.42 - 0.53$ suivant les cas. Une compacité initiale plus faible entraîne une plus petite viscosité effective au sein du lit granulaire, augmentant de fait le débit granulaire.

Pour finir, malgré une légère surestimation du Shields critique de mise en mouvement des grains, nous pouvons noter que la méthode numérique proposée, permet de décrire finement le transport granulaire d'un lit cisaillé proche du seuil dans le cas d'un écoulement laminaire ; ceci malgré la stratégie numérique choisie et discutée en début de chapitre. La méthode semble donc robuste à la description du transport local et peut donc être étendue à des situations de déformation macroscopique du lit, comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Dans la suite de ce chapitre, nous cherchons à quantifier l'influence du nombre de Reynolds particulaire sur le transport, nombre sans dimension moins discuté dans la littérature.

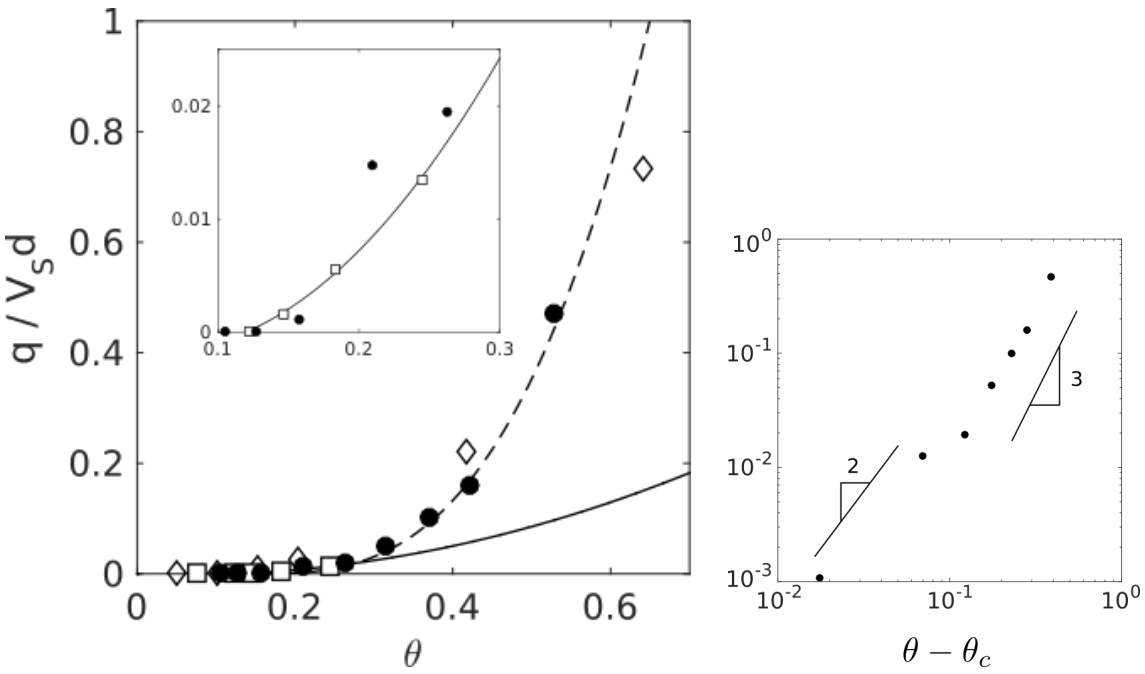


FIGURE 3.17 – (a) Débit granulaire adimensionné $q/\mathrm{V_S}\,d$ en fonction du nombre de Shields θ pour des écoulements Couette : nos simulations (•), DERKSEN [2011] (◊), CHARRU et al. [2004] (□). (−) : loi quadratique (3.21) ; (−−) : loi cubique (3.20). Insert : zoom près du seuil de mise en mouvement. (b) Débit granulaire saturé en fonction de $(\theta-\theta_c)$ avec $\theta_c = 0.12$ en échelle log-log. Sont représentés dessus deux droites de pente 2 et 3.

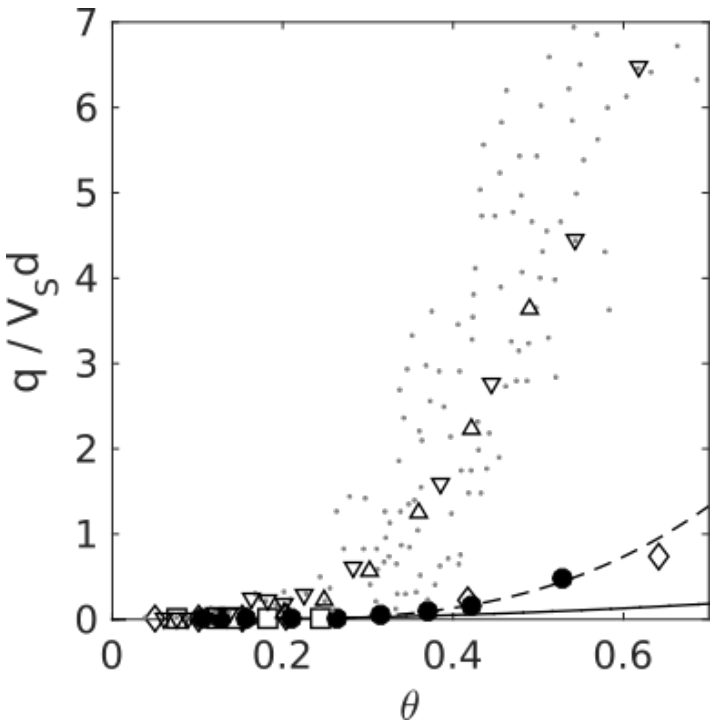


FIGURE 3.18 – Débit granulaire adimensionné $q/\mathrm{V_S}\,d$ en fonction du nombre de Shields θ pour des écoulements de Poiseuille : KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014b] (▽), [DURÁN et al., 2013] (△), AUSSILLOUS et al. [2013] (•). Autres symboles et droites : écoulements de Couette, voir la légende de la figure 3.17a.

3.3.2 Effet du nombre de Reynolds particulaire

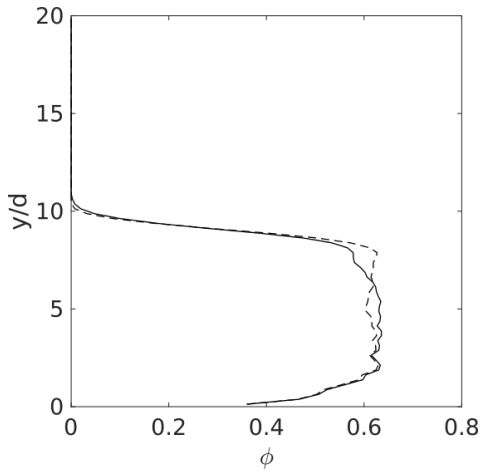
On s'intéresse maintenant à l'influence du nombre de Reynolds particulaire sur le transport de particules. Pour cela, on reprend le même système que celui décrit dans la section précédente sauf qu'ici, le nombre de Shields θ et le rapport de densité ρ_p/ρ_f sont fixés tandis que l'on fait varier le nombre de Reynolds particulaire Re_p entre 0.05 et 10. Afin de changer le nombre de Reynolds particulaire sans modifier les deux autres nombres sans dimension, on fait varier le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la viscosité du fluide μ_f, les autres paramètres étant définis de la même manière que pour le cas $\theta = 0.4$, $Re_p = 0.48$ et $\rho_p/\rho_f = 4$ de la section précédente. Les différents cas simulés sont répertoriés dans le tableau 3.2.

Nombre de Reynolds particulaire Re_p	nombre de Shields θ	ρ_p/ρ_f
0.05	0.2	4
0.1	0.2	4
0.48	0.2	4
1.0	0.2	4
10.0	0.2	4
0.05	0.4	4
0.1	0.4	4
0.48	0.4	4
1.0	0.4	4
10.0	0.4	4

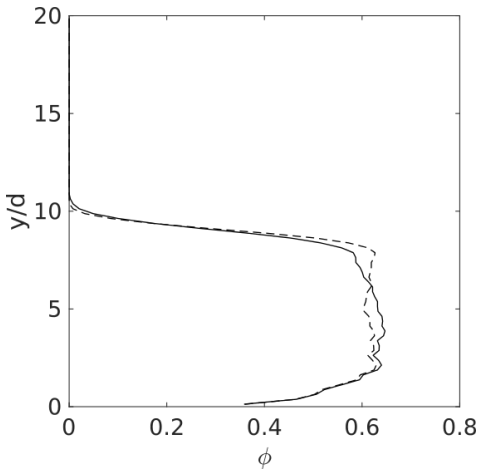
TABLEAU 3.2 – Paramètres sans dimension utilisés dans les simulations présentées.

La figure 3.19 nous montre les profils verticaux moyens de la fraction volumique ϕ à l'instant initial et à l'état stationnaire pour différents nombres de Reynolds particulaire à nombre de Shields $\theta = 0.4$ et rapport de densité $\rho_p/\rho_f = 4$ fixés. On peut observer, dans tous les cas, que la mise en mouvement du lit entraîne une décompaction en surface du milieu granulaire qui se traduit par une augmentation de la hauteur du lit. De plus, l'augmentation du nombre de Reynolds particulaire a une influence sur cette décompaction. Plus le nombre de Reynolds particulaire Re_p augmente, et plus la décompaction est importante. En effet, on peut voir que proche de $y/d = 10$ l'écart entre les deux courbes augmente avec Re_p (figure 3.19f). Enfin, nous pouvons noter sur ces profils de ϕ, une légère compaction pour $y/d < 6$ lorsque $Re_p \leq 0.1$.

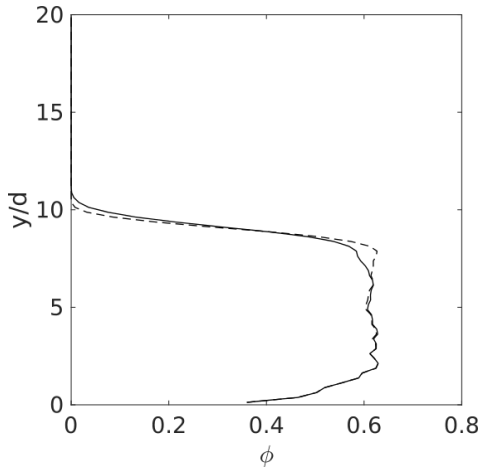
On peut s'intéresser aussi aux profils des vitesses du fluide et des particules (figure 3.20). L'influence du nombre de Reynolds particulaire Re_p sur les profils de vitesse n'est pas clairement évidente néanmoins l'écart entre le profil de vitesse fluide et le profil de vitesse des particules semble légèrement augmenter à mesure que l'on augmente le nombre de Reynolds particulaire. Si l'on regarde la superposition de ces profils de vitesse des particules pour les différents nombres de Reynolds particulaire (figure 3.21), on peut voir comme dans la section précédente, un bon regroupement des données avec l'adimensionnement par la vitesse de Stokes V_S.



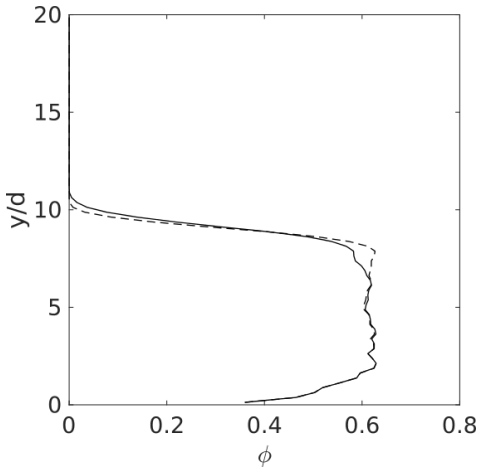
(a) $Re_p = 0.05$



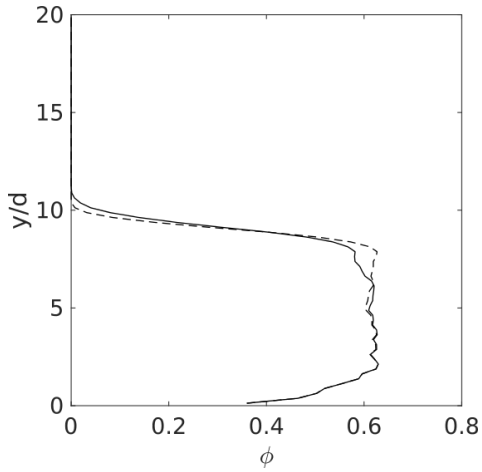
(b) $Re_p = 0.1$



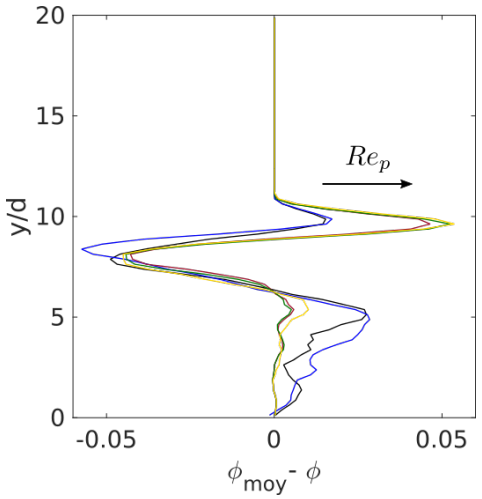
(c) $Re_p = 0.48$



(d) $Re_p = 1$

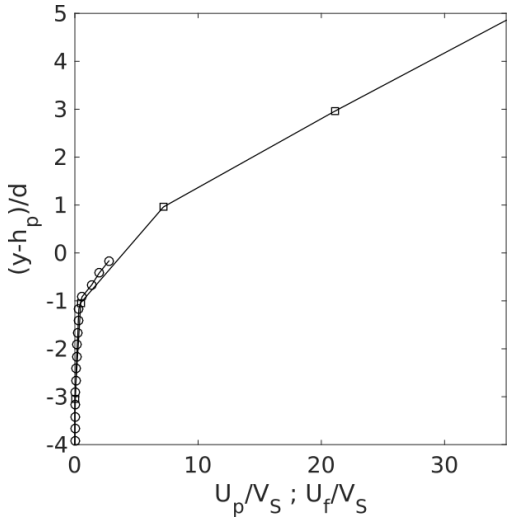


(e) $Re_p = 10$

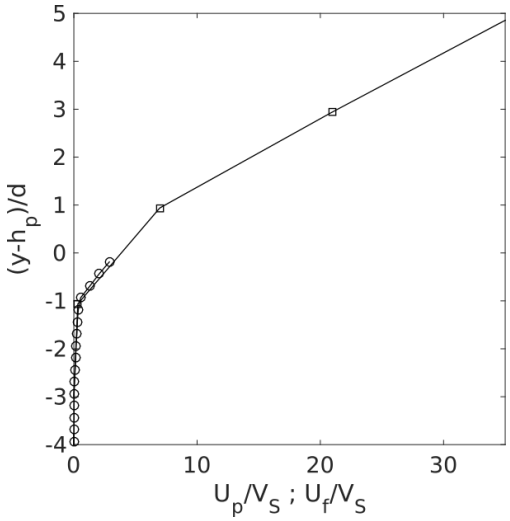


(f)

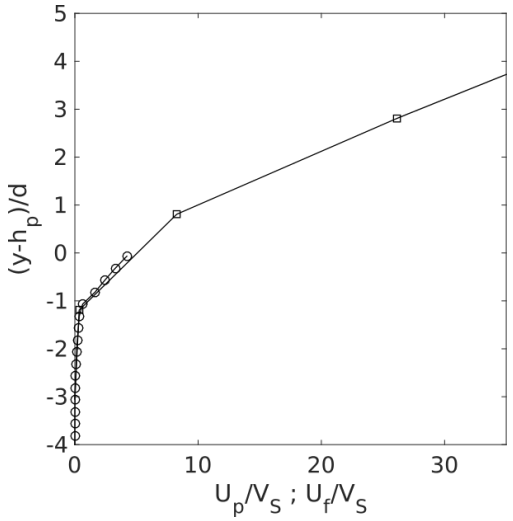
FIGURE 3.19 – (a)-(e) Profils verticaux moyennés en espace de la compacité initiale (−−) et stationnaire (−) pour différents nombres de Reynolds particulaire et pour $\theta = 0.4$, $\rho_p/\rho_f = 4$. (f) Profils verticaux de la différence entre compacité stationnaire et compacité initiale pour différents nombres de Reynolds particulaire et pour $\theta = 0.4$, $\rho_p/\rho_f = 4$.



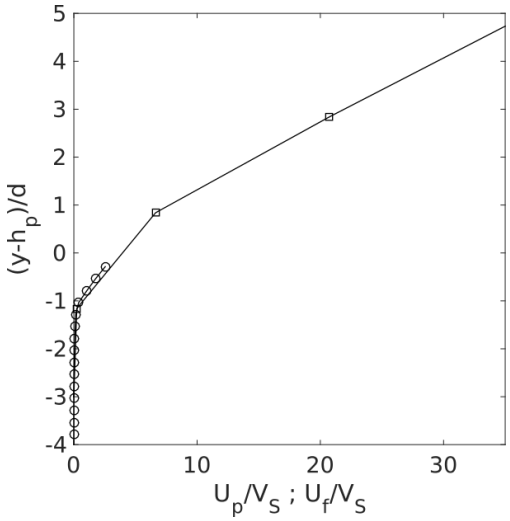
(a) $Re_p = 0.05$



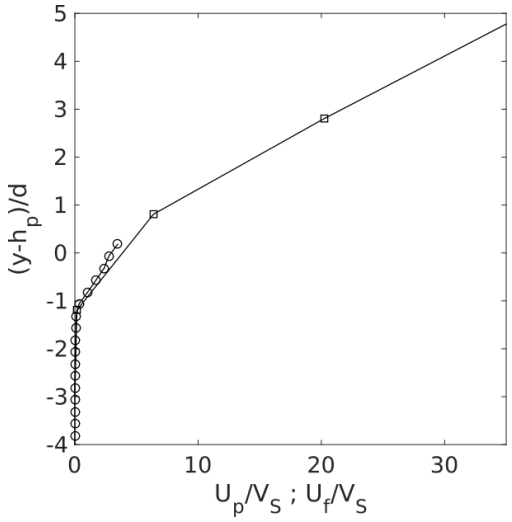
(b) $Re_p = 0.1$



(c) $Re_p = 0.48$



(d) $Re_p = 1$



(e) $Re_p = 10$

FIGURE 3.20 – Profils verticaux moyennés en espace et en temps des vitesses du fluide (□) et des particules (∘) pour différents nombres de Reynolds particulaire et pour $\theta = 0.4$, $\rho_p/\rho_f = 4$.

Enfin, on trace le débit stationnaire adimensionné en fonction du nombre de Reynolds particulaire Re_p pour deux nombres de Shields θ différents. Les résultats, représentés sur la figure 3.22, montrent un bon accord avec les simulations numériques de DERKSEN [2011]. De plus, on ne note pas de claire tendance du nombre de Reynolds particulaire sur la valeur du débit granulaire. Néanmoins, on peut observer encore une fois ce changement, ce "saut", entre les résultats pour un nombre de Reynolds particulaire inférieur ou supérieur à 0.48. Ces résultats tendent à confirmer que le nombre de Shields θ est bien le paramètre sans dimension prédominant pour décrire l'évolution du débit granulaire.

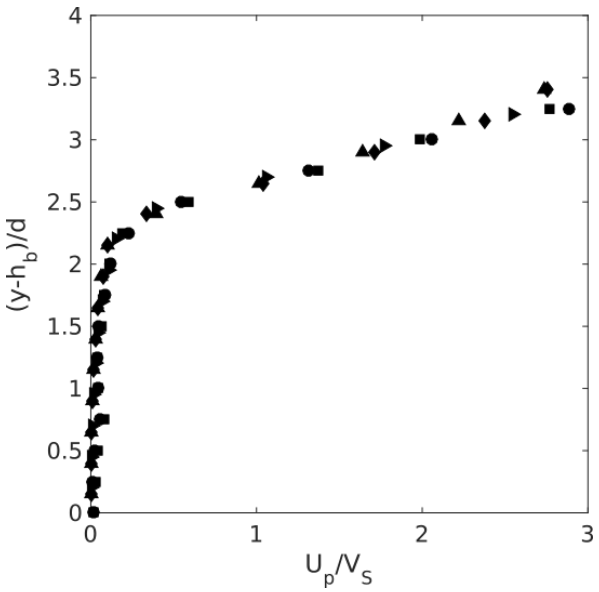


FIGURE 3.21 – Profils verticaux de la vitesse moyenne des grains pour différents nombres de Reynolds particulaire (■ :$Re_p = 0.05$, • :$Re_p = 0.1$, ▲ :$Re_p = 0.48$, ► :$Re_p = 1$ et ♦ :$Re_p = 10$). $\theta = 0.4$, $\rho_p/\rho_f = 4$.

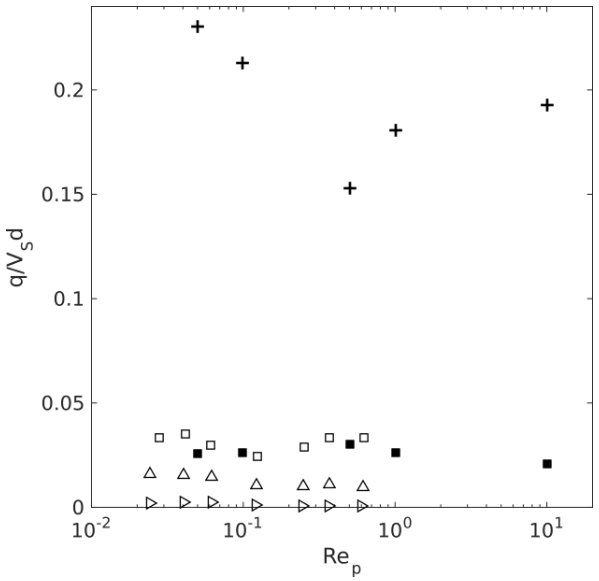


FIGURE 3.22 – Évolution du débit saturé en fonction du nombre de Reynolds particulaire Re_p. Nos simulations : (+) $\theta = 0.4$, (■) $\theta = 0.2$. Simulations de DERKSEN [2011] : (□) $\theta = 0.2$, (△) $\theta = 0.15$, (▷) $\theta = 0.10$. $\rho_p/\rho_f = 4$.

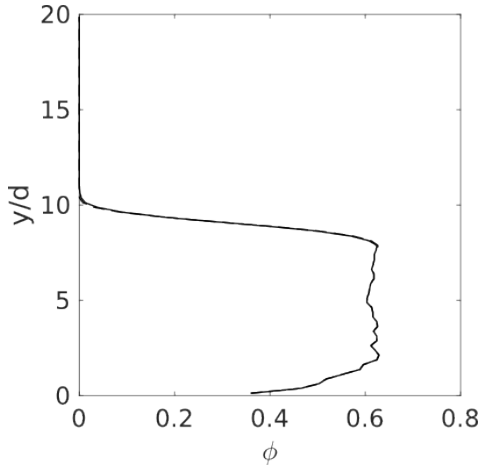
3.3.3 Effet du rapport de densité

Le dernier nombre sans dimension dont on regarde l'influence sur le transport sédimentaire est le rapport de densité ρ_p/ρ_f. Pour cela, on fixe le nombre de Shields $\theta = 0.2$ et le nombre de Reynolds particulaire $Re_p = 0.48$ et on fait varier le rapport de densité ρ_p/ρ_f entre 1.2 et 10. Encore une fois, comme pour l'étude de l'influence du nombre de Reynolds particulaire Re_p, pour changer le rapport de densité ρ_p/ρ_f sans modifier les deux autres nombres sans dimension, on fait varier le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la viscosité du fluide μ_f, les autres paramètres étant similaires à ceux définis pour le cas $\theta = 0.2$, $Re_p = 0.48$ et $\rho_p/\rho_f = 4$ des sections précédentes.

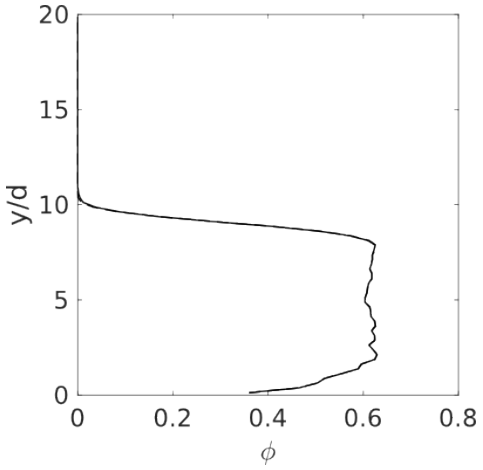
La figure 3.23 montre les profils verticaux de la compacité initiale et stationnaire pour les différents rapports de densité simulés. On peut observer tout d'abord que les profils initiaux et stationnaires sont quasiment confondus, ce qui s'explique par le fait que le nombre de Shields $\theta = 0.2$ est proche du seuil de mise en mouvement. Mais on remarque surtout qu'il ne semble pas y avoir d'effet du rapport de densité sur la compacité du lit granulaire.

Les profils des vitesses du fluide et des particules, présentés sur la figure 3.24, montrent aussi une invariance avec la variation du rapport de densité. Cela est encore plus visible sur la figure 3.25 en superposant les différents profils verticaux moyennés en temps et en espace de la vitesse des particules pour les différents cas.

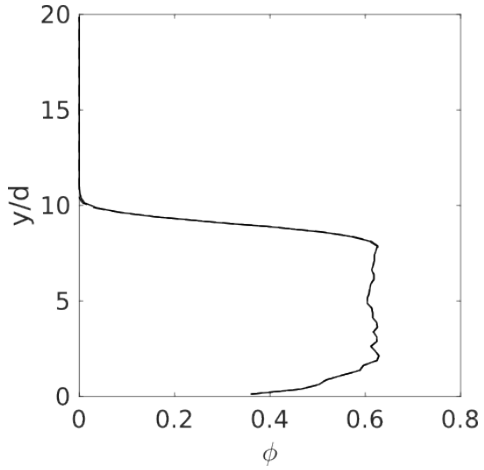
Enfin, lorsqu'on s'intéresse à l'influence du rapport de densité ρ_p/ρ_f sur le débit granulaire saturé, on peut noter que le rapport de densité semble n'avoir aucune influence claire sur le débit de grains saturé dans la gamme étudiée.



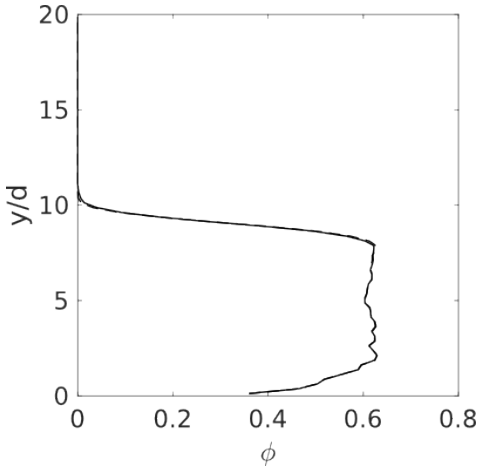
(a) $\rho_p/\rho_f = 1.2$



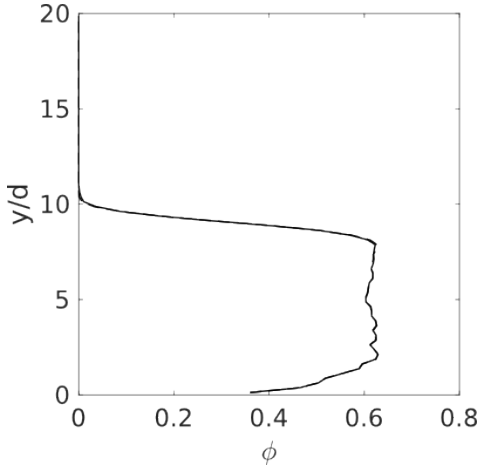
(b) $\rho_p/\rho_f = 2.5$



(c) $\rho_p/\rho_f = 4$

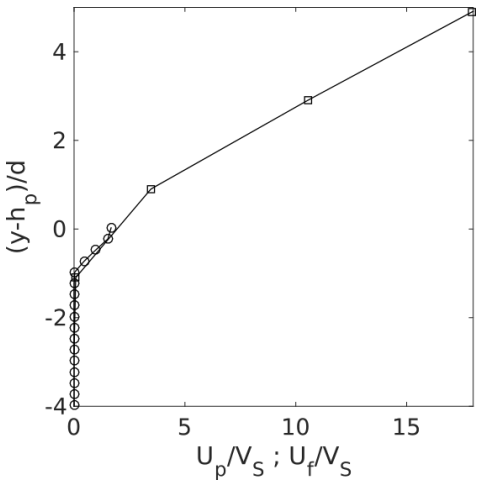


(d) $\rho_p/\rho_f = 8$

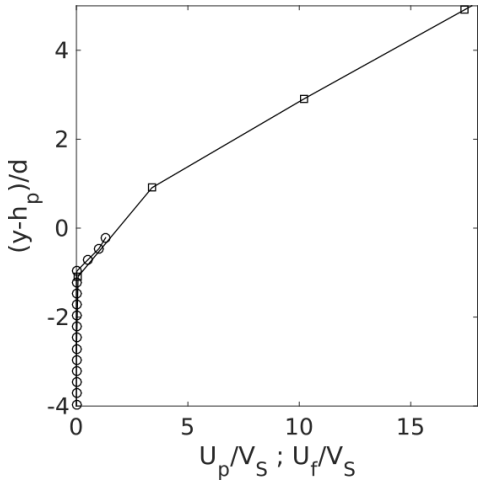


(e) $\rho_p/\rho_f = 10$

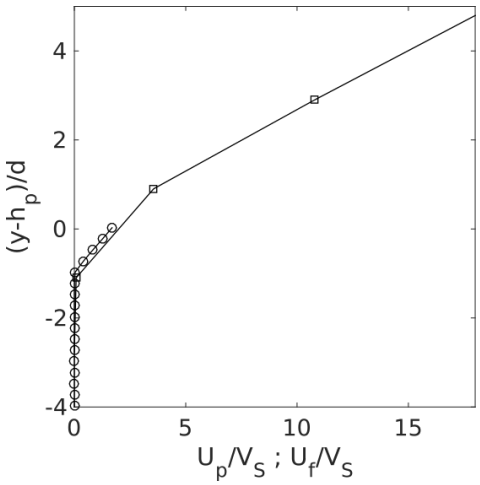
FIGURE 3.23 – Profils verticaux moyennés en espace de la compacité initiale (−−) et stationnaire (−) pour différents rapports de densité et pour $\theta = 0.2$, $Re_p = 0.48$. Les deux profils sont quasiment confondus.



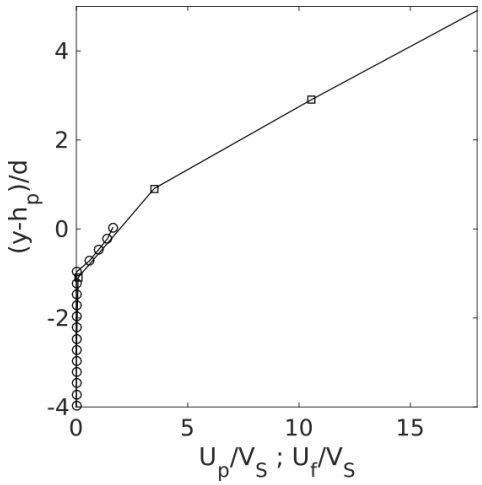
(a) $\rho_p/\rho_f = 1.2$



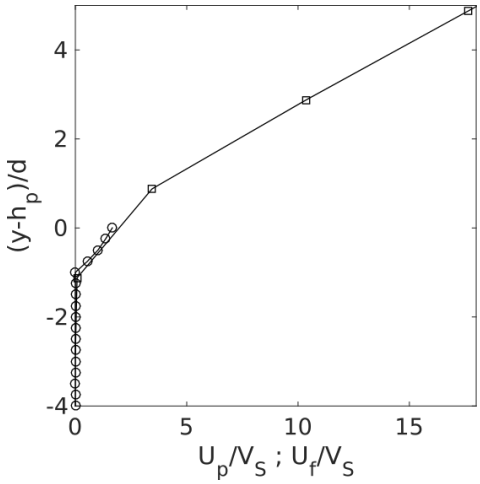
(b) $\rho_p/\rho_f = 2.5$



(c) $\rho_p/\rho_f = 4$



(d) $\rho_p/\rho_f = 8$



(e) $\rho_p/\rho_f = 10$

FIGURE 3.24 – Profils verticaux moyennés en espace et en temps des vitesses du fluide (□) et des particules (∘) pour différents rapports de densité ρ_p/ρ_f et pour $\theta = 0.2$, $Re_p = 0.48$.

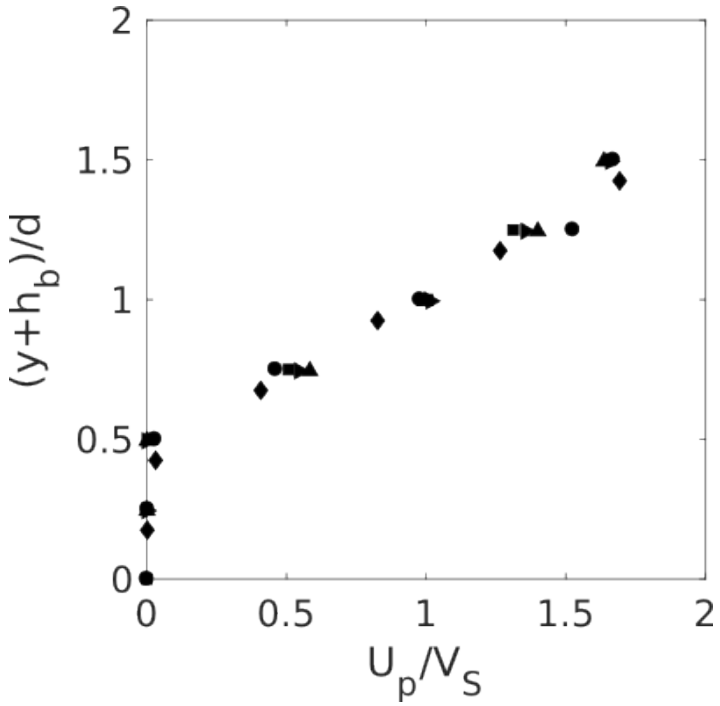


FIGURE 3.25 – Profils verticaux de la vitesse moyenne des grains pour différents rapports de densité (• :$\rho_p/\rho_f = 1.2$, ■ :$\rho_p/\rho_f = 2.5$, ♦ :$\rho_p/\rho_f = 4$, ▲ :$\rho_p/\rho_f = 8$ et ► :$\rho_p/\rho_f = 10$).

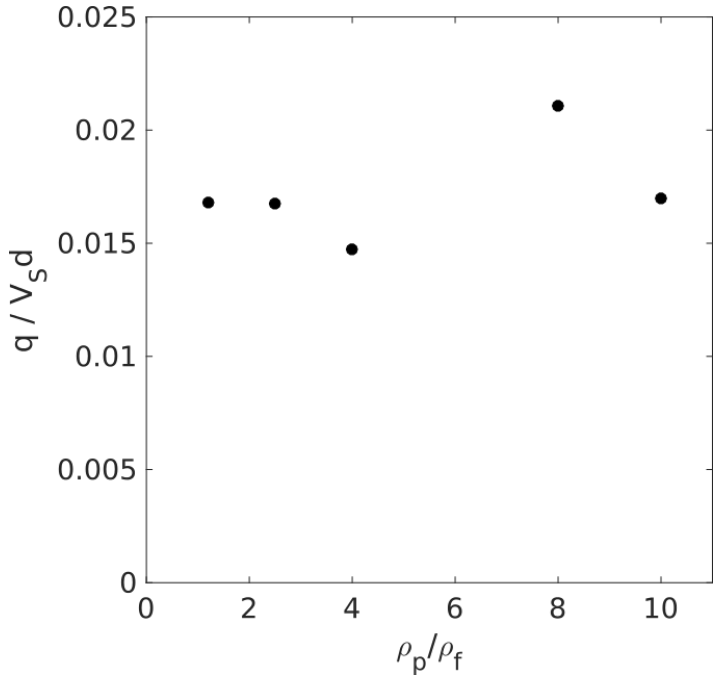


FIGURE 3.26 – Évolution du débit saturé en fonction du nombre du rapport de densité ρ_p/ρ_f. θ = 0.2 et Re_p = 0.48.

3.4 Effet de la force de traînée

On cherche maintenant, avant de passer à l'étude du transport sédimentaire sur de plus grands domaines, à connaître l'influence du choix de la force de traînée sur l'évolution du débit granulaire en fonction du nombre de Shields θ. La force de traînée utilisée tout au long de ce chapitre, basée sur le modèle de TENNETI et al. [2011] est définie par l'équation 2.31. Dans cette force, le coefficient $\mathscr{F}(\varepsilon, Re_p)$ s'écrit comme la somme de trois termes (voir équation 2.34, le premier terme étant exactement équivalent à la force de traînée de SCHILLER et NAUMANN [1935] à facteur ε près. On a donc décidé de tracer, sur la figure 3.27, l'évolution du débit granulaire en fonction du nombre de Shields θ pour la force de traînée de TENNETI et al. [2011] et la force de traînée de SCHILLER et NAUMANN [1935] qui correspond à la première en prenant $\mathscr{F}_1(\varepsilon)$ et $\mathscr{F}_2(\varepsilon, Re_p)$ égaux à zéro.

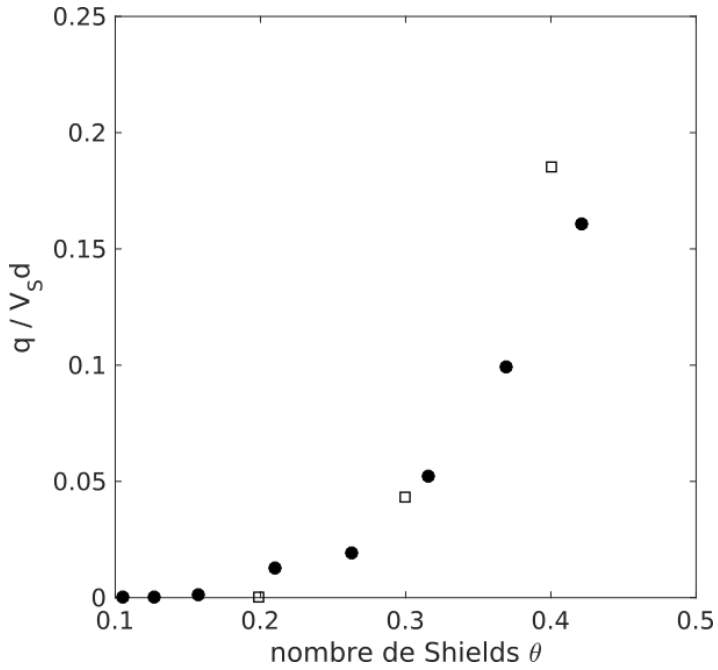


FIGURE 3.27 – Débit granulaire adimensionné $q/V_S d$ en fonction du nombre de Shields θ. • : force de traînée définie éq. 2.31, □ : force de traînée de SCHILLER et NAUMANN [1935]

On peut voir que dans la gamme de nombre de Shields θ que l'on étudie, les valeurs de débit sont relativement proches entre les deux forces de traînée. La différence majeure se situe proche du seuil de mise en mouvement : avec la force de traînée de SCHILLER et NAUMANN [1935], le lit de particule n'est toujours pas en mouvement pour un nombre de Shields de 0.2. Néanmoins, la force de traînée de TENNETI et al. [2011] rend le couplage moins stable numériquement de part la présence des termes $\mathscr{F}_1(\varepsilon)$ et $\mathscr{F}_2(\varepsilon, Re_p)$ qui sont très sensibles aux variations de ε. Les résultats étant qualitativement identiques et en bon accord quantitatif, le choix pour la suite de la thèse s'est porté sur le modèle de SCHILLER et NAUMANN [1935], pour s'affranchir de contraintes de stabilité numérique induites par le modèle de TENNETI et al. [2011] dans certaines configurations.

Conclusion

L'étude d'un lit granulaire cisaillé par un fluide visqueux par le biais de la méthode numérique développée dans le cadre de cette thèse montre des résultats en bon accord, aussi bien qualitativement que quantitativement, avec les expériences et les simulations numériques de la littérature, bien que cette méthode ne soit pas, initialement, adaptée à l'étude de ce genre de problématique. Ceci nous permet maintenant d'envisager l'étude de formation d'instabilités à la surface du lit granulaire en simulant des domaines de plus grande taille dans la direction de l'écoulement, afin de permettre à ces instabilités de se développer.

Chapitre 4

Instabilités d'un lit granulaire cisaillé

Sommaire

4.1 Présentation du problème 82
4.2 Exemple d'analyse d'un cas instable 83
4.3 Effet de la hauteur de confinement h_f 97
4.4 Étude paramétrique en nombre de Shields et nombre de Reynolds particulaire 100
4.4.1 Influence du nombre de Shields 100
4.4.2 Influence du nombre de Reynolds particulaire 111
4.5 Critère d'instabilité : seuil et croissance 116
4.5.1 Existence d'un seuil d'instabilité 116
4.5.2 Étude d'instabilité aux temps courts 120
Conclusion 123

L'objectif de ce chapitre est d'observer la formation et le développement de rides à la surface du lit granulaire. En effet, de nombreuses questions restent encore en suspens, même dans le cas laminaire, sur la compréhension du mécanisme de formation des rides granulaires, comme par exemple, aux temps courts, leur aspect (sinusoïdal ou triangulaire), la valeur de leur longueur d'onde initiale la plus instable ou encore leur taux de croissance. Mais on peut aussi s'intéresser à ce qu'il se passe aux temps longs avec l'évolution de la longueur d'onde des rides ou celle de leurs amplitudes. La méthode numérique développée permet d'envisager leur observation et leur étude, pour peu que le domaine soit assez grand dans la direction de l'écoulement. Dans un premier temps, après une présentation du problème, un exemple de simulation effectuée est choisi afin de présenter les grandeurs que l'on peut extraire de cette simulation et de discuter de la pertinence et de la validité des méthodes utilisées pour extraire ces données. Ensuite, ce chapitre se concentre sur l'étude paramétrique en nombre de Shields θ et en nombre de Reynolds particulaire Re_p et notamment leur influence sur le développement des rides au cours du temps. Enfin, une étude aux temps courts est réalisée afin d'apporter un éclairage sur l'existence d'un seuil d'instabilité et sur le taux de croissance des rides.

4.1 Présentation du problème

Ce chapitre se concentre sur l'étude des rides formées à la surface du lit granulaire lors du cisaillement de celui-ci par un fluide visqueux au cours du temps. Afin d'observer l'apparition de ces instabilités et leur développement, le domaine choisi durant toute cette partie est d'une longueur beaucoup plus importante que celle du chapitre précédent, à savoir $1000d$. Les dimensions dans les directions transverses à l'écoulement et verticale restent inchangées. La géométrie du système utilisée est représentée sur la figure 4.1. À noter que le faible nombre de particules dans la direction transverse z de l'écoulement permet de se limiter à l'observation de rides bidimensionnelles.

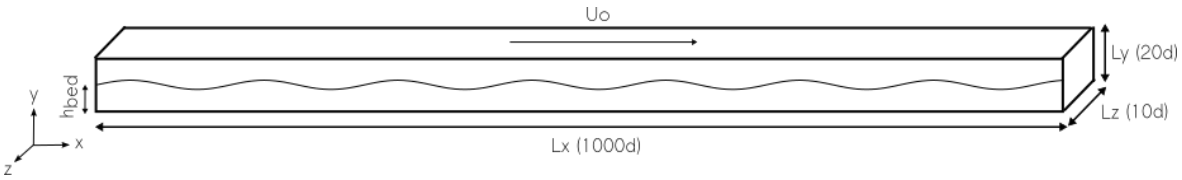


FIGURE 4.1 – Géométrie du système.

Comme cela a été précisé à la fin du chapitre précédent, il est choisi pour toutes les simulations effectuées d'utiliser seulement le terme de premier ordre du coefficient $\mathscr{F}(\varepsilon, Re_p)$ dans la définition de la force de traînée (équation (2.31)). La force de traînée s'apparente donc à celle décrite par SCHILLER et NAUMANN [1935], à un facteur inversement proportionnel à la porosité près.

Le protocole de préparation des simulations est le même que pour l'étude en régime stationnaire. Les grains sont répartis aléatoirement dans le domaine, périodique dans les directions x et z, et toujours borné suivant la verticale y par deux parois. Les particules sédimentent sous l'effet de la gravité. Une fois le lit stable, une vitesse constante U_0 est imposée à la plaque supérieure du domaine, entraînant le fluide environnant. De plus, dans toutes nos simulations, les particules ont le même diamètre $d = 5 \times 10^{-4} m$ et une masse volumique $\rho_p = 2500 kg.m^{-3}$, ce qui correspond expérimentalement à des billes de verre. Le fluide a une masse volumique $\rho_f = 1000 kg.m^{-3}$, donnant un rapport de densité

$\rho_p/\rho_f = 2.5$. Concernant les paramètres de collision, on choisit $t_{col}\sqrt{g/d} = 1.4\times10^{-2}$, $e_n = 0.8$ et $\mu = 0.4$. Enfin, la taille de maille de calcul pour le champ fluide reste $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2d$.

4.2 Exemple d'analyse d'un cas instable

Cette section a pour but, à partir d'un cas simulé, de regarder les différentes grandeurs qu'il est possible d'extraire et de discuter, le cas échéant, de leur pertinence et de leur valeur. L'exemple utilisé ici, basé sur le système présenté dans la section précédente, à un nombre de Shields $\theta = 0.4$, un nombre de Reynolds particulaire $Re_p = 7.35$ et un rapport de densité $\rho_p/\rho_f = 2.5$. Les grandeurs caractéristiques de l'instabilité sont l'amplitude A, la longueur d'onde λ des rides et la hauteur moyenne du lit h_{moy}. L'amplitude A est définie comme la demi-distance crête à creux.

La détermination de ces grandeurs se fait grâce à la hauteur du lit $h(x,t)$. Pour rappel, on détermine la hauteur en cherchant pour chaque colonne verticale représentée par les cellules de calcul eulériennes, la position verticale maximale des particules appartenant à cette colonne, puis en moyennant cette position dans la direction transverse z. Ceci se traduit formellement par

$$h(x_j,t) = \frac{1}{N_z}\left(\sum_{i=1}^{N_z}\max_{p\in i}(y_p(t))\right) + 0.5\,d \quad \text{pour} \quad (j-1)\Delta x < x_p(t) \leq j\Delta x, \quad j\in[1,Nx], \quad (4.1)$$

avec y_p la position verticale du centre de la particule p et x_p la position suivant la direction de l'écoulement. On peut tracer l'évolution de la hauteur moyennée en espace $< h >_x (t)$ au cours du temps ainsi que les minimum et maximum obtenus à chaque instant t (voir figure 4.2). On peut noter que, bien que la hauteur moyenne atteint rapidement un état stationnaire, les minimum et maximum quant à eux évoluent avec une augmentation du maximum et une diminution du minimum au cours du temps.

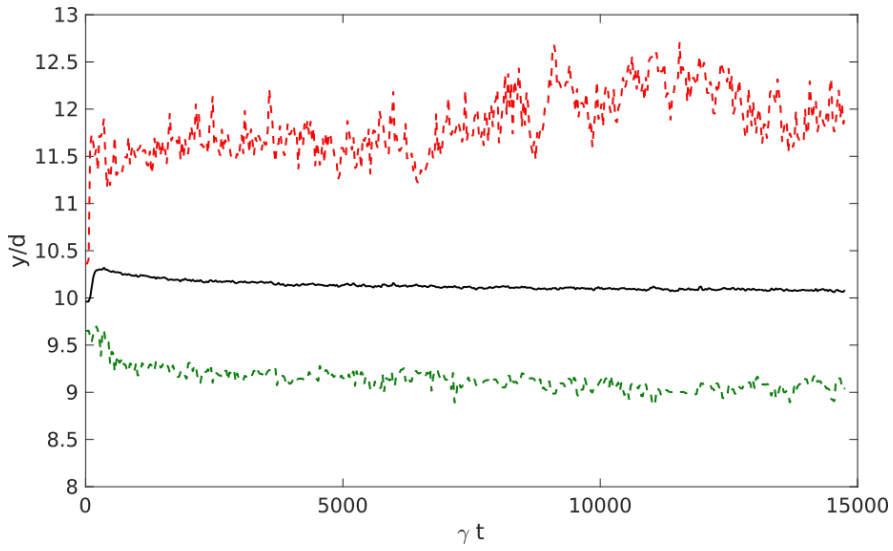


FIGURE 4.2 – Évolution temporelle de la hauteur moyennée du lit $< h >_x (t)$ (en noir) ainsi que le minimum (vert) et le maximum (rouge) de la hauteur à chaque instant pour $\theta = 0.40$.

Afin de caractériser la croissance et l'évolution spatiotemporelle de l'instabilité du lit granulaire, nous définissons la hauteur relative du lit (écart au lit plat) $h'(x,t)$ comme étant la hauteur du lit de grains $h(x,t)$ retranchée par la hauteur moyenne, suivant x, à l'instant t du lit $< h >_x (t)$. On a donc

$$h'(x,t) = h(x,t) - < h >_x (t). \tag{4.2}$$

La première analyse que l'on peut faire à partir de cette hauteur relative $h'(x,t)$ est de tracer différents profils à différents temps afin d'observer l'évolution du lit (figure 4.3). Ces profils nous permettent de voir que les rides sont de forme triangulaire avec une pente très douce en amont et une pente un peu plus raide en aval (même si celle-ci reste très éloignée de la pente critique d'avalanche). Ils nous permettent aussi, au premier ordre, de calculer la longueur d'onde des rides en relevant l'écart entre deux crêtes par exemple ou encore de calculer l'amplitude. Aux temps courts par exemple ($\dot{\gamma} t = 600$), en calculant l'écart entre deux crêtes, on trouve une longueur d'onde comprise entre 50 et 100 d suivant les parties du domaine. De plus, si l'on compte le nombre de crêtes dans le domaine et qu'on divise par sa longueur on trouve $\lambda \approx 76d$. À partir du profil du lit à $\dot{\gamma} t = 600$, on se propose d'observer le profil vertical de la contrainte $\tau_f = \mu_f \dot{\gamma}$ au niveau d'un creux et d'une crête (figure 4.4). On ne note aucune différence notable entre les deux cas, le profil vertical étant sensiblement le même, qu'il se situe au niveau d'un creux ou d'une crête. L'explication réside dans le fait que les amplitudes des rides sont petites comparé à la taille de la maille de calcul du champ fluide. Notons cependant que la position du lit au niveau d'un crête ou d'une creux étant différente, les grains charriés subissent un cisaillement local qui peut être significativement différent. Par exemple, pour le cas de la figure 4.5, le cisaillement adimensionnel au niveau d'une crête vaut environ 0.06 tandis qu'il vaut environ 0.03 au niveau d'un creux, soit environ un facteur 2 de différence. À noter que la faible résolution de la maille de calcul du champ fluide explique que toute recirculation éventuelle du fluide sur le devant de la crête ne peut être décrite par la méthode numérique employée ici.

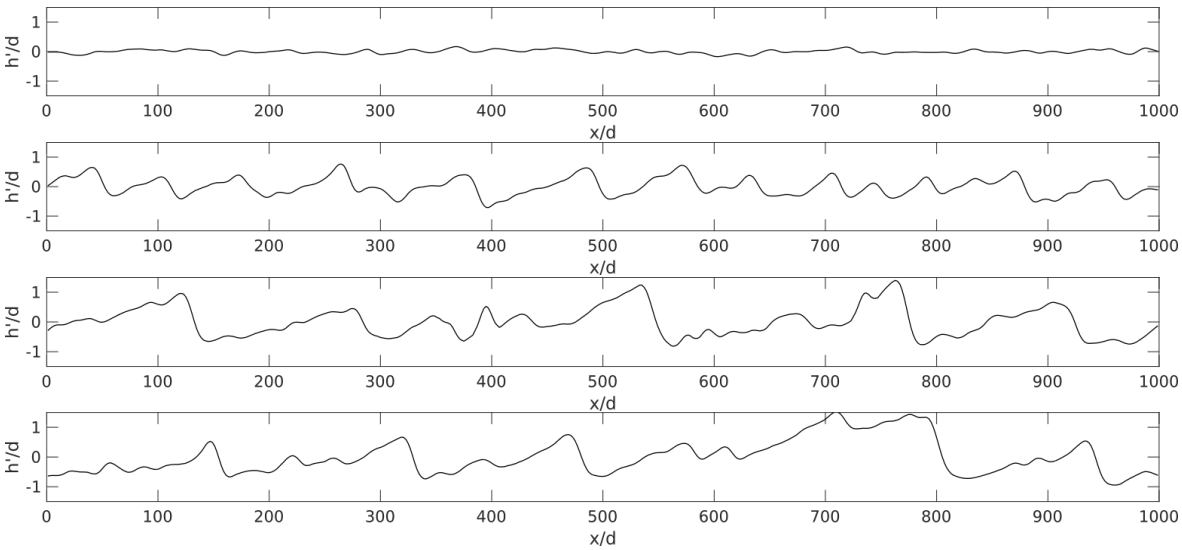


FIGURE 4.3 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma} t = 0$, $\dot{\gamma} t = 600$, $\dot{\gamma} t = 6000$ et au temps final de cette simulation $\dot{\gamma} t = 14750$ pour $\theta = 0.4$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

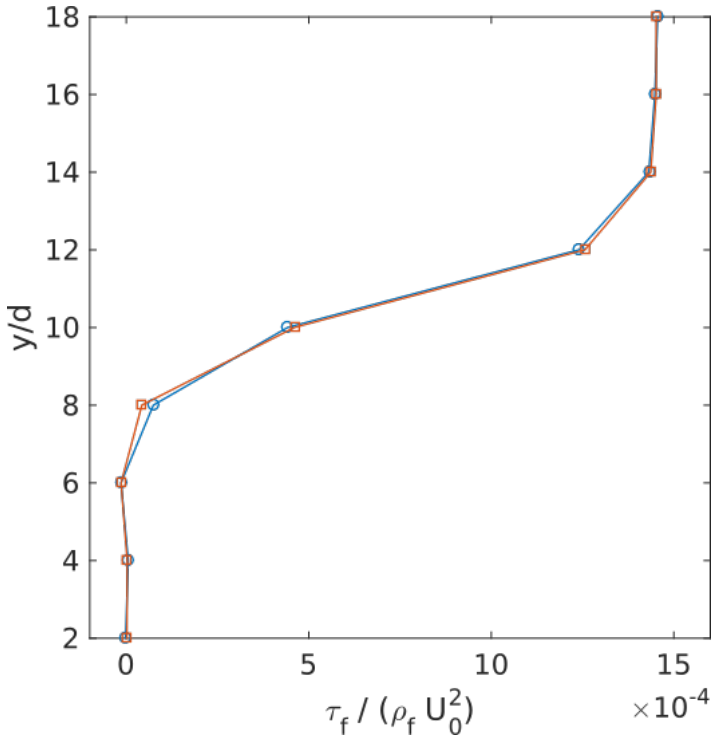


FIGURE 4.4 – Profil vertical de la contrainte τ_f au niveau d'une crête située en $x/d = 484$ (bleu) et d'un creux situé en $x/d = 506$ (rouge) pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$ à $\dot{\gamma} t = 600$.

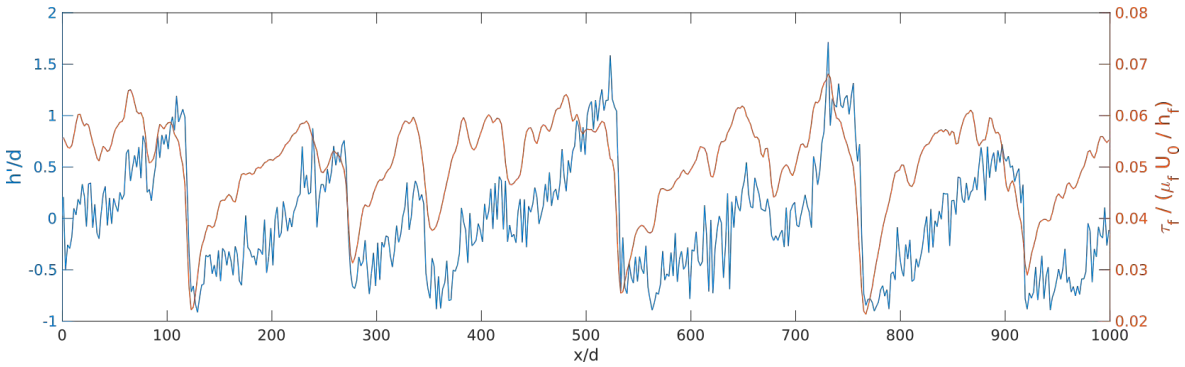


FIGURE 4.5 – Évolution dans la direction de l'écoulement de la contrainte τ_f (en rouge) à la surface du lit granulaire et de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ (en bleu) pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$ à $\dot{\gamma} t = 600$. En pointillé est représentée la frontière $y/d = 10$ entre deux mailles de calcul du champ fluide.

On peut aussi tracer le diagramme spatiotemporel de la hauteur relative $h'(x,t)$, permettant de suivre au cours du temps et dans la direction de l'écoulement l'évolution des crêtes (en blanc) et des creux (en noir) du lit (voir figure 4.6). Dans notre exemple, une longueur d'onde initiale λ_i émerge aux temps courts ($\dot{\gamma}t \leq 600$) puis augmente ensuite au cours du temps par coalescence des rides jusqu'à atteindre vers $\dot{\gamma}t \approx 6000$ une longueur d'onde comprise entre 250 et $330d$. Lorsque $\dot{\gamma}t \geq 6000$, une ride avec une forte amplitude semble se dégager des autres (entre $x/d = 500$ et $x/d = 800$ sur la figure 4.3 au temps final). Cette ride, de longueur d'onde de l'ordre de la taille du domaine de calcul, semble être une conséquence de la périodicité de notre domaine, forçant le système à s'accrocher au mode correspondant à la taille du domaine de calcul. En effet, un des éléments corroborant cette hypothèse est que, comme on peut le voir sur le diagramme spatiotemporel (figure 4.6), lorsque la ride à forte amplitude apparaît clairement ($\dot{\gamma}t \approx 6000$), tous les grains à la surface du lit ont au moins traversés deux fois la frontière périodique du domaine. En conséquence, afin de ne pas interpréter des résultats altérés par la taille du domaine de calcul, les études faites dans les sections suivantes se concentreront essentiellement sur les plages de temps environ égale à un temps de parcours.

Si l'on souhaite s'intéresser de plus près à l'amplitude des rides, on peut tracer l'évolution de la moyenne quadratique des fluctuations de hauteur de lit de grains (ou *rms* en anglais) de $h'(x,t)$ au cours du temps. Cette évolution est représentée sur la figure 4.7. La valeur de $h'(x,t)$ augmente rapidement jusqu'à $\dot{\gamma}t \approx 2000$, puis dans un second temps semble fluctuer autour d'un plateau dont la valeur est de l'ordre de $h'/d = 0.5$ jusqu'à $\dot{\gamma}t = 6000$. Pour $\dot{\gamma}t > 6000$, les fluctuations augmentent à nouveau. Au vu de l'analyse faite précédemment sur la distribution en longueur d'onde du lit de grain, ces trois phases correspondent respectivement à la croissance initiale de l'instabilité, au phénomène de coalescence des rides et enfin au phénomène d'accrochage dû à la taille du domaine de calcul.

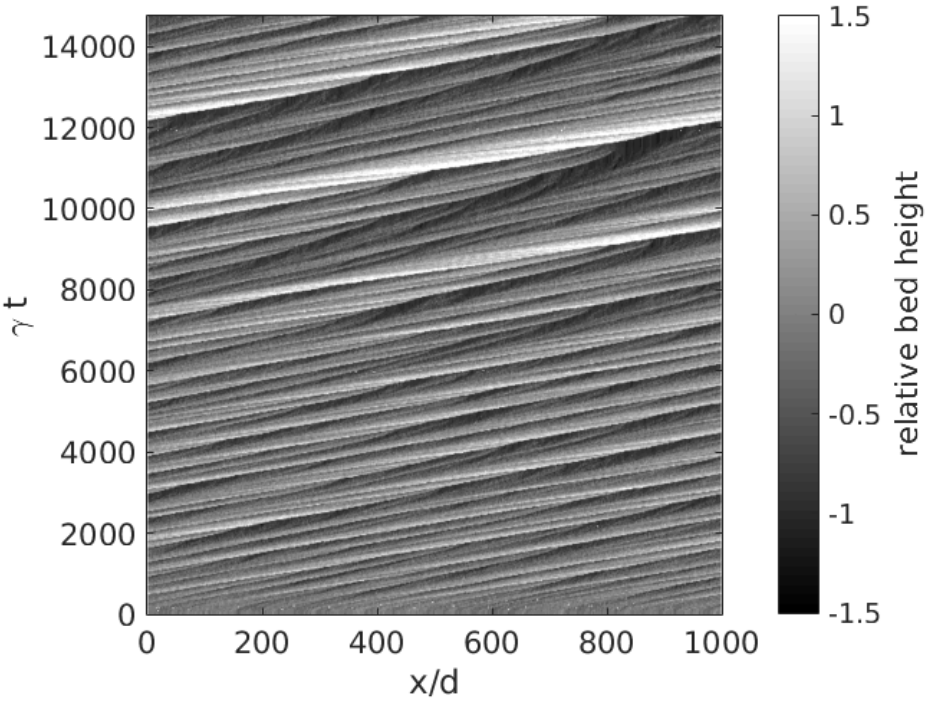


FIGURE 4.6 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

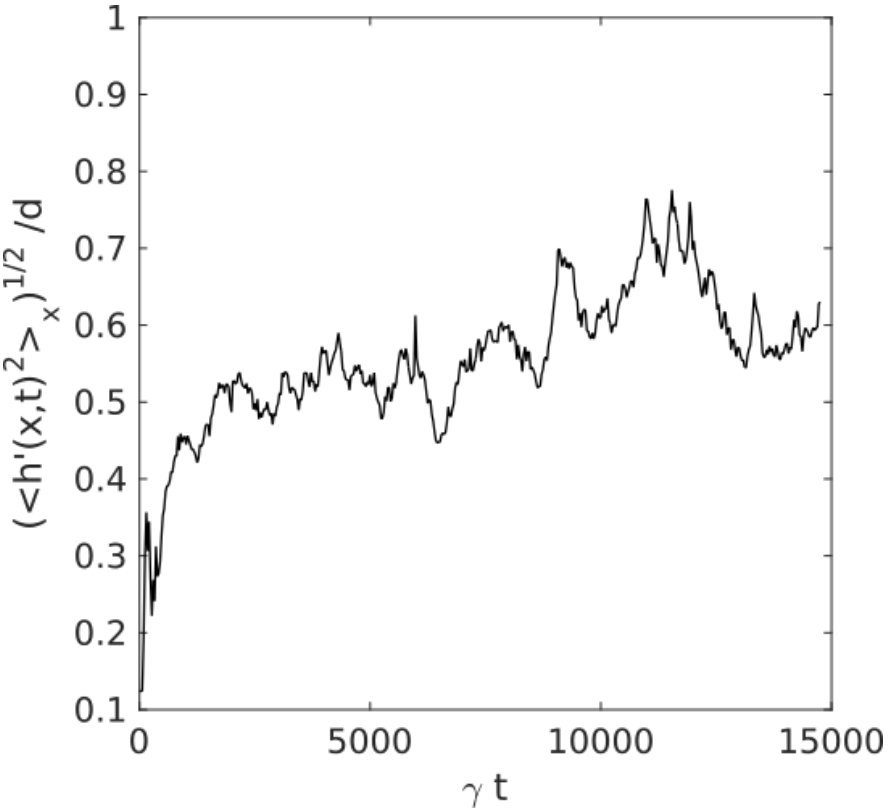


FIGURE 4.7 – Évolution temporelle de la moyenne quadratique de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

À partir de cette hauteur relative $h'(x,t)$, deux autres méthodes, peuvent être utilisées pour obtenir les grandeurs caractéristiques des rides, leur longueur d'onde λ et leur amplitude A. Tout d'abord, la transformée de Fourier permet d'aboutir à une représentation spectrale du profil du lit. On peut alors en extraire, à un instant donné et si le "signal" $h'(x,t)$ est une combinaison linéaire de fonction sinusoïdales, la fréquence du mode principal qui est reliée à la longueur d'onde λ et son amplitude associée A. L'analyse de Fourier de la hauteur relative donnerait par exemple, si une seule longueur d'onde λ ressortait, un pic centré autour de la fréquence $2\pi/\lambda$, d'amplitude A (cas d'une seule onde sinusoïdale).

La longueur d'onde des rides peut aussi être calculée, toujours à partir de la hauteur relative $h'(x,t)$, à l'aide d'une fonction d'autocovariance (aussi parfois appelée autocorrelation) $R_h(r_x,t)$ qui permet d'extraire des structures spatiales cohérentes dans un signal bruité, en l'occurrence ici une longueur d'onde donnée au profil de hauteur (KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a]). Elle s'exprime comme suit

$$R_h(r_x,t) = \frac{< h'(x,t)h'(x+r_x,t) >_x}{\sqrt{< h'^2(x,t) >_x < h'^2(x+r_x,t) >_x}}, \tag{4.3}$$

avec r_x la distance entre les deux points corrélés. On définit alors la longueur d'onde λ des rides à l'instant t comme étant $2r_x^*$ avec r_x^* la valeur de r_x au premier minimum local (qui est la plupart du temps le minimum global). Le choix aurait pu être fait de prendre le premier maximum local afin d'obtenir directement la longueur d'onde. Cependant, le signal de R_h étant bruité, il apparaît que la détermination de la longueur d'onde par le minimum local est plus fiable que par le maximum local.

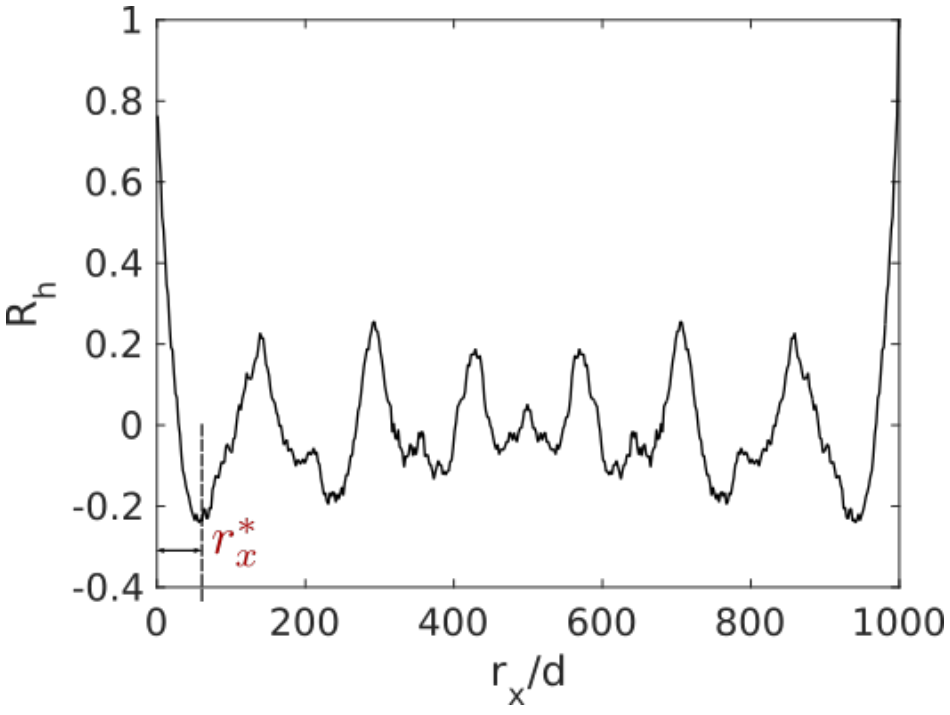


FIGURE 4.8 – Exemple de la détermination de la longueur d'onde λ à partir de la fonction d'autocovariance pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$ à $\dot{\gamma}t = 1000$.

Ces deux méthodes de calcul nous permettent de tracer la longueur d'onde principale des rides au cours du temps (voir figure 4.9). Aux temps courts ($\dot{\gamma}t \leq 3000$), les deux méthodes de calcul (transformée de Fourier et auto-corrélation) donnent des résultats assez proches (voir figure 4.9b) à la différence que la méthode d'auto-corrélation affiche une évolution continue de la longueur d'onde au cours du temps alors que les valeurs obtenues par la transformée de Fourier sont discontinues (à noter que la discontinuité reste malgré une amélioration de l'échantillonnage). La figure 4.10 montre les spectres d'amplitude obtenus par la transformée de Fourier à différents instants de la simulation. On peut voir, à part pour le cas à $\dot{\gamma}t = 250$ qui est trop tôt dans le temps, qu'une certaine fréquence semble se démarquer des autres avec un pic d'amplitude plus élevé. Néanmoins, ce démarquage n'est pas franc et d'autres longueurs d'onde, situées autour du maximum d'amplitude, affichent aussi des amplitudes non négligeables. Ceci s'explique par la forme triangulaire des rides, combinaison d'une infinité de sinus. De plus, on peut observer que ces pics dans le spectre correspondent à des fréquences multiples de la longueur du domaine, i.e. les harmoniques. De temps en temps, ce sont ces amplitudes, qui prédominent et c'est pour cela que l'on observe par endroit des sauts dans la longueur d'onde obtenue par la transformée de Fourier. Par exemple, autour de $\dot{\gamma}t = 1500$, la longueur d'onde λ trouvée en prenant le maximum d'amplitude est de $250d = L_x/4$. Enfin, on peut remarquer que vers $\dot{\gamma}t = 3000$, la longueur d'onde obtenue se rapproche des valeurs calculées à partir des lois d'évolution de MOUILLERON-ARNOULD [2002] et MANTZ [1978] qui s'écrivent respectivement

$$\lambda_f/d = 490 \mathrm{R}e_p^{-0.36}, \tag{4.4}$$

et

$$\lambda_f/d = 530 \mathrm{R}e_p^{-0.5}, \tag{4.5}$$

et qui donnent respectivement, pour $\theta = 0.4$, $\mathrm{R}e_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$, $240d$ et $195d$ (représentés sur la figure 4.9b). Concernant le calcul à partir de la fonction d'autocovariance, on peut voir sur la figure 4.11 que dans chaque cas quand les rides émergent, le premier minimum local est facilement identifiable bien que celui-ci ne soit pas le minimum global dans tous les cas.

Aux temps longs ($\dot{\gamma}t \geq 3000$), les résultats de la transformée de Fourier donnent une longueur d'onde supérieure à celle obtenue par observation des profils de hauteur jusqu'à obtenir une longueur d'onde calculée de la taille du domaine, ce qui n'est évidemment pas le cas. En effet, si on observe les spectres d'amplitude représentés sur la figure 4.12, on peut s'apercevoir que, bien que ce soit les harmoniques qui prédominent, les longueurs d'onde obtenues aux temps courts sont toujours présentes avec des amplitudes non négligeables. Au temps final, ce sont les harmoniques qui possèdent la plus haute énergie, corroborant ici l'hypothèse émise précédemment sur l'influence de la périodicité du domaine sur le développement des rides. Concernant le calcul de la longueur d'onde par autocovariance, on peut observer sur la figure 4.9a que la longueur d'onde calculée semble osciller entre la valeur obtenue aux temps courts et l'harmonique $L_x/2 = 500d$, avec une moyenne autour des valeurs calculées d'après les lois de MOUILLERON-ARNOULD [2002] et MANTZ [1978]. La figure 4.13 représente la fonction d'autocovariance obtenue pour les deux cas extrêmes. On peut conclure de cette analyse que les deux méthodes de calcul de la longueur d'onde λ, que sont la transformée de Fourier et la fonction d'autocovariance, sont des outils que l'on peut considérer fiables dans leurs résultats sur des temps courts quand l'influence de la périodicité du domaine est encore négligeable mais que sur des

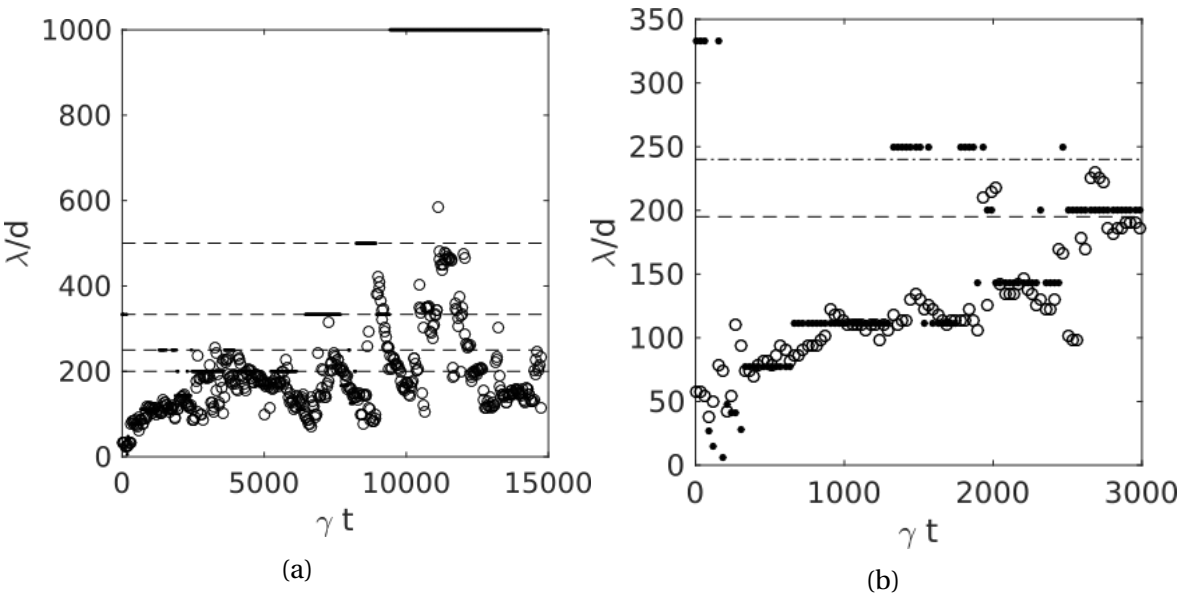


FIGURE 4.9 – Évolution temporelle de la longueur d'onde λ principale pour θ = 0.40, Re_p = 7.35, ρ_p/ρ_f = 2.5. · : calculée avec la transformée de Fourier ; ∘ : calculée avec la fonction d'autocorrelation. (a) Évolution aux temps longs −− : longueurs d'onde des 4 premiers harmoniques du domaine (b) Évolution aux temps courts. −− : longueur d'onde calculée avec éq. 4.5 ; · − · : longueur d'onde calculée avec éq. 4.4.

temps plus longs ils perdent en pertinence et nécessitent une analyse au cas par cas en regardant en détail les spectres pour la transformée de Fourier et la fonction d'autocovariance pour la méthode d'autocorrélation.

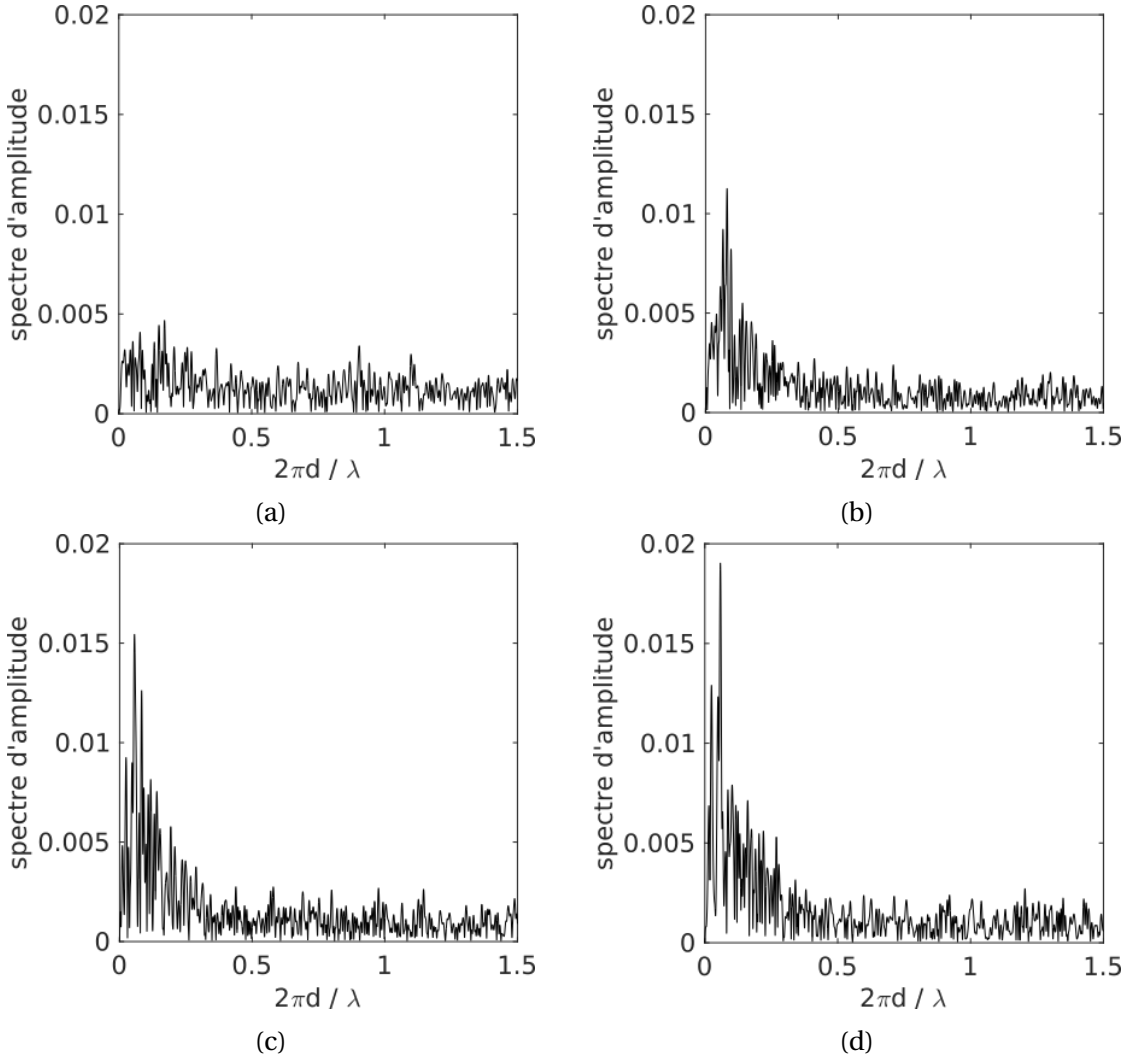


FIGURE 4.10 – Spectres d'amplitude obtenus par la transformée de Fourier à (a) $\dot{\gamma}t = 250$, (b) $\dot{\gamma}t = 500$, (c) $\dot{\gamma}t = 750$ et (d) $\dot{\gamma}t = 1000$ en fonction de $2\pi/\lambda$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

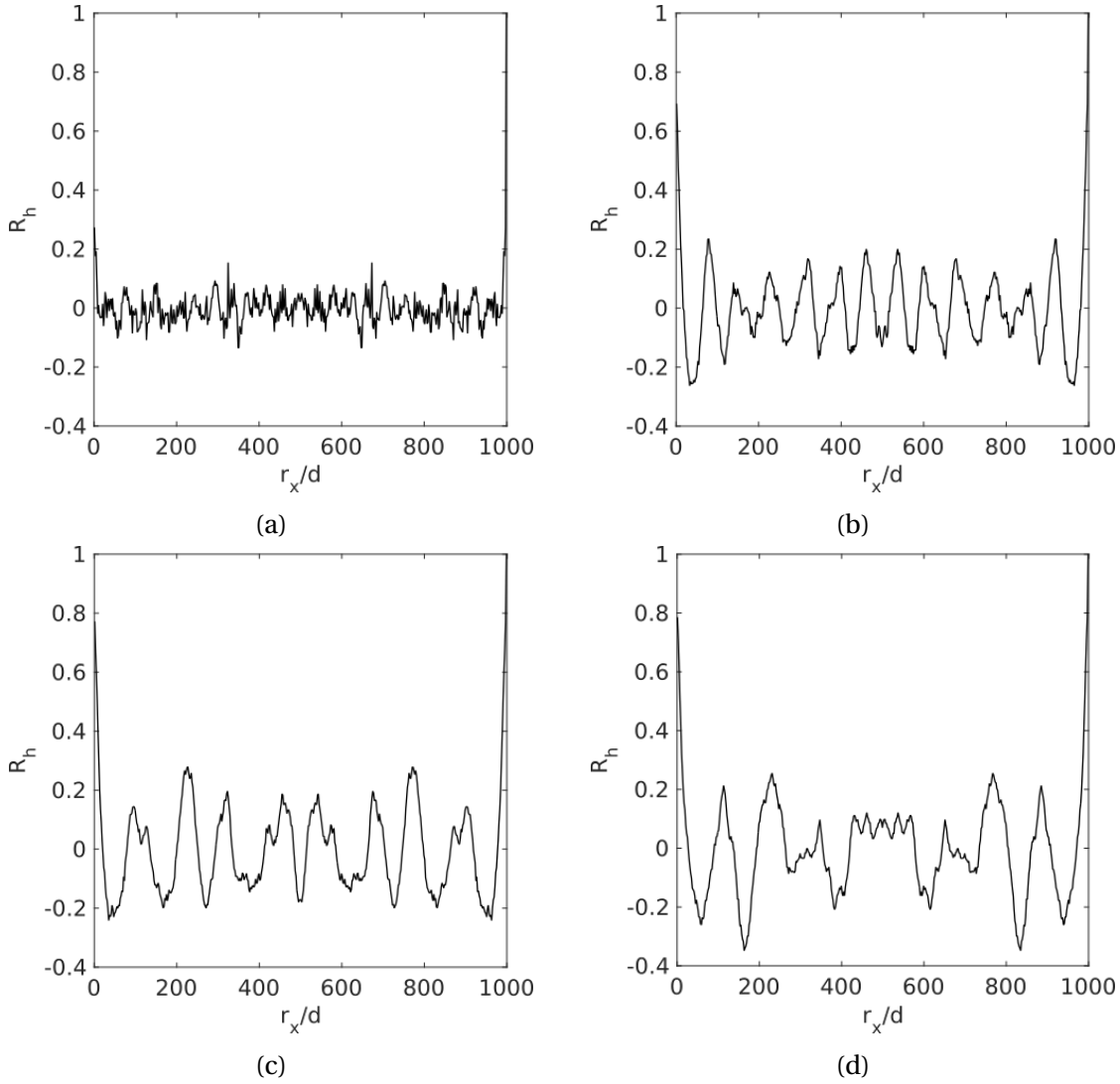


FIGURE 4.11 – Évolution de la fonction d'autocovariance pour (a) $\dot{\gamma}t = 250$, (b) $\dot{\gamma}t = 500$, (c) $\dot{\gamma}t = 750$ et (d) $\dot{\gamma}t = 1000$ en fonction de r_x pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

Si l'on s'intéresse à l'évolution du lit jusqu'à $\dot{\gamma}t = 6000$, c'est-à-dire avant que l'effet de la périodicité ne soit trop présent, on peut essayer de reconstruire le profil du lit à partir des 4 longueurs d'onde principales observées sur la figure 4.14(a) par la transformée de Fourier (indiqués en ligne pointillée rouge sur la figure) dans cet intervalle de temps, à savoir $\lambda = 77d$, $\lambda = 111d$, $\lambda = 143d$ et $\lambda = 200d$ dans notre exemple. On reconstruit le profil du lit en l'exprimant de la façon suivante

$$h_{rec}(x,t) = \sum_{n=1}^{4} A_n(t) cos(\frac{2\pi}{\lambda_n(t)} x + \varphi_n(t)), \tag{4.6}$$

avec A_n les amplitudes associées aux 4 longueurs d'onde λ_n (voir figure 4.14 (b)), et φ_n leurs phases (voir figure 4.14 (c)).

Le diagramme spatiotemporel du signal reconstitué à partir de ces seulement 4 longueurs d'onde est représenté figure 4.15a. Comme on peut le voir, le résultat obtenu est en bon accord avec le diagramme du signal brut présenté figure 4.15b, ce qui est assez remarquable au vu de la complexité supposée du profil de hauteur comme le montre la figure 4.3.

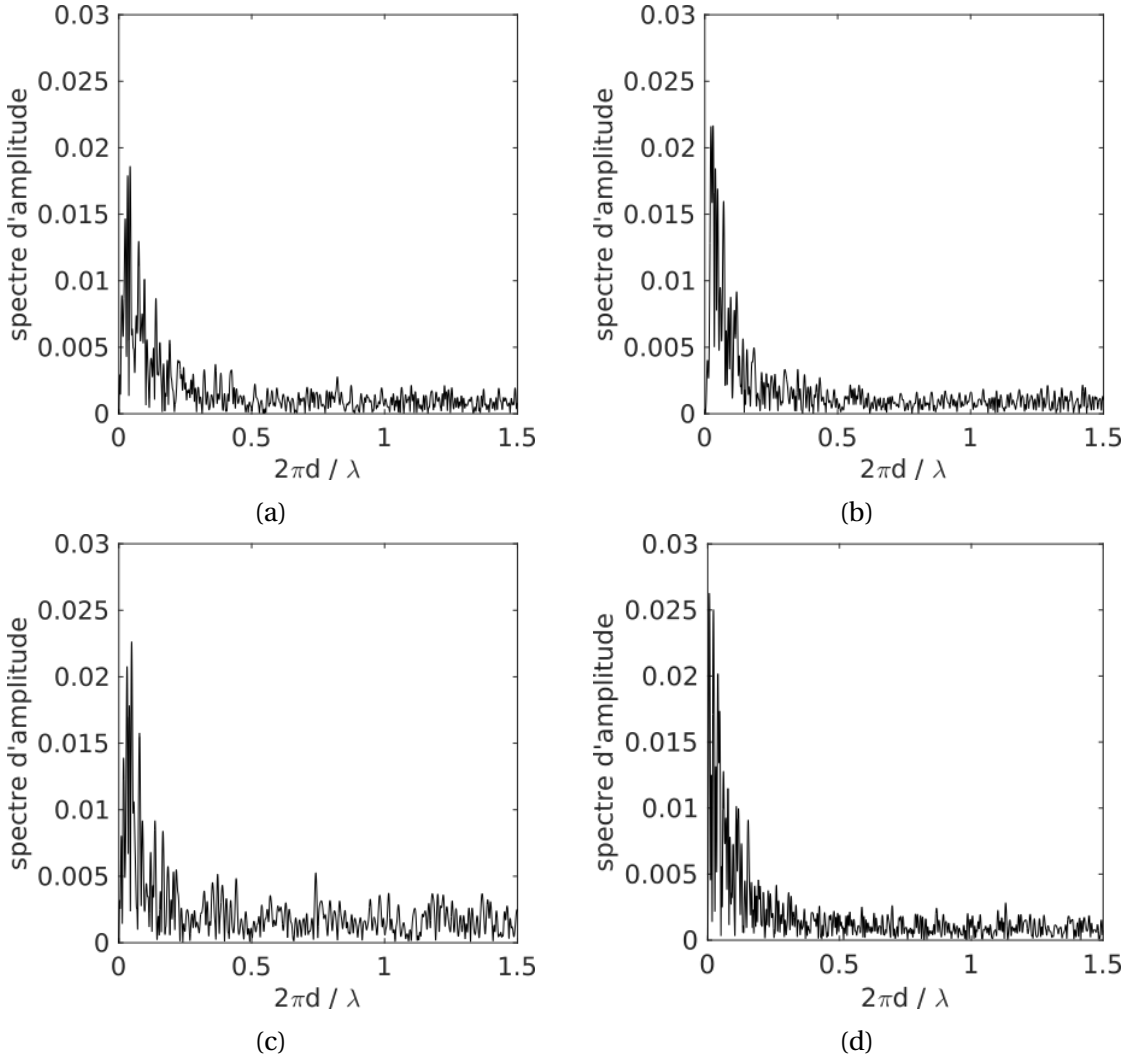


FIGURE 4.12 – Spectres d'amplitude obtenus par la transformée de Fourier à (a) $\dot{\gamma}t = 2000$, (b) $\dot{\gamma}t = 4000$, (c) $\dot{\gamma}t = 6000$ et (d) $\dot{\gamma}t = 10000$ en fonction de $2\pi/\lambda$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

Enfin, on peut s'intéresser à l'évolution temporelle de la distribution longitudinale du débit granulaire. La figure 4.16 montre, pour un temps donné, la variation du débit granulaire dans la direction x tandis que la figure 4.17 montre le débit granulaire moyen au cours du temps. On peut voir sur la figure 4.16 que, la variation spatiale du débit est très importante, passant d'un débit quasiment nul dans les creux à très élevé aux crêtes (de l'ordre de $3V_S d$). On a aussi, à partir de la figure 4.17, calculé le débit granulaire moyen stationnaire. En traçant sur la figure 4.16 le débit moyen avec (grand domaine) et sans rides (petit domaine), on peut directement observer que, dans notre exemple, la présence de rides augmente la capacité de l'écoulement à transporter des particules. Pour terminer, la figure 4.16 montre, pour $\dot{\gamma}t = 6000$, l'évolution du débit granulaire et de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ dans la direction de l'écoulement. On peut voir une correspondance directe entre la hauteur du lit et débit local de grain, ce qui est un résultat cohérent avec l'augmentation locale du cisaillement au niveau des crêtes (CHARRU et al. [2013]).

Maintenant que nous avons fait un focus sur un exemple, nous pouvons envisager dans la suite de ce chapitre l'étude de l'influence des différents nombres sans dimension que sont le nombre de Shields θ et le nombre de Reynolds particulaire Re_p, mais aussi la hauteur de confinement, sur le développement des rides.

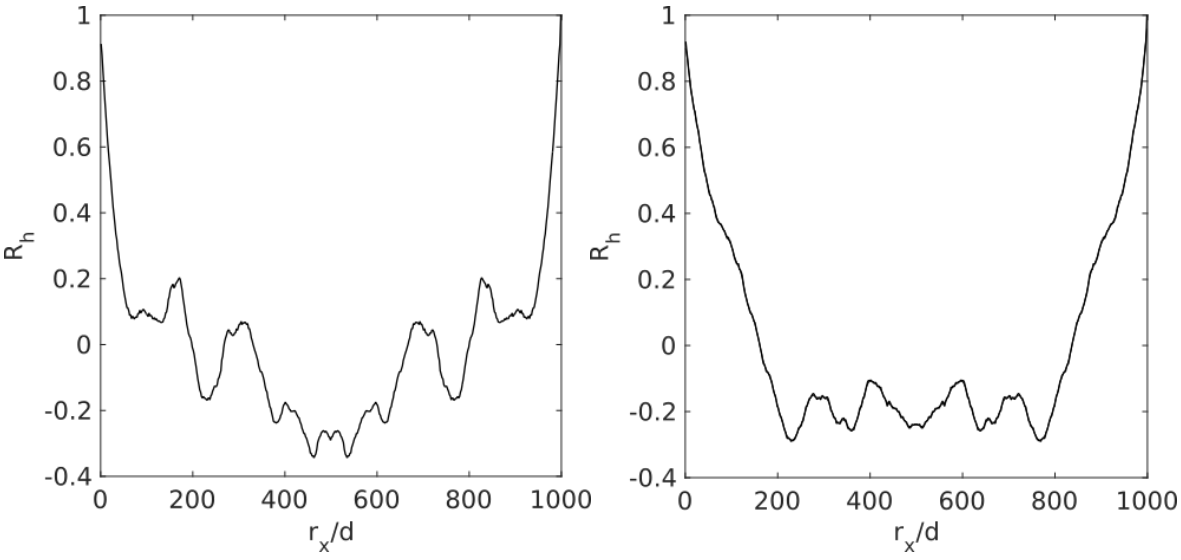


FIGURE 4.13 – Évolution de la fonction d'autocovariance pour (a) $\dot{\gamma}t$ = 10113, (b) $\dot{\gamma}t$ = 11363 en fonction de r_x pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

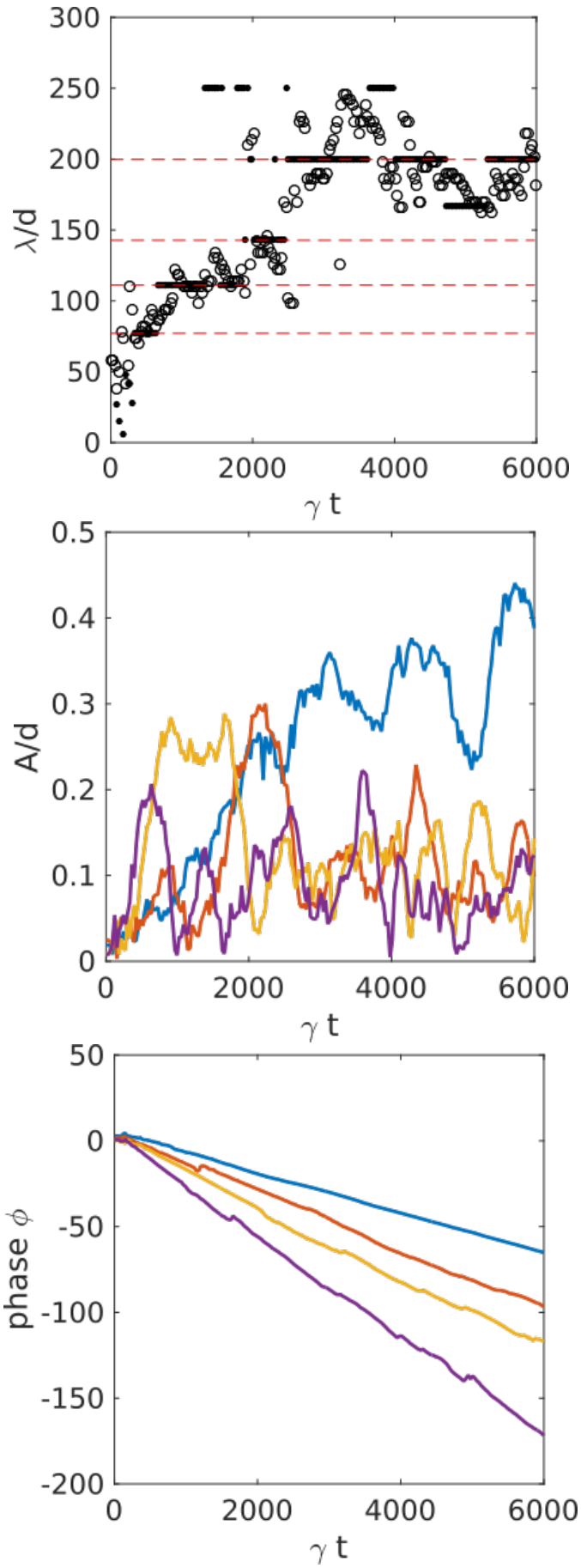


FIGURE 4.14 – Évolution de la longueur d'onde λ, des amplitudes A des 4 longueurs d'onde choisies et leurs phases φ associées au cours du temps pour θ = 0.40, Re_p = 7.35, ρ_p/ρ_f = 2.5. En bleu : λ = 200d ; en rouge : λ = 143d ; en jaune : λ = 111d et en violet : λ = 77d. −− : indique les différentes longueurs d'onde choisies.

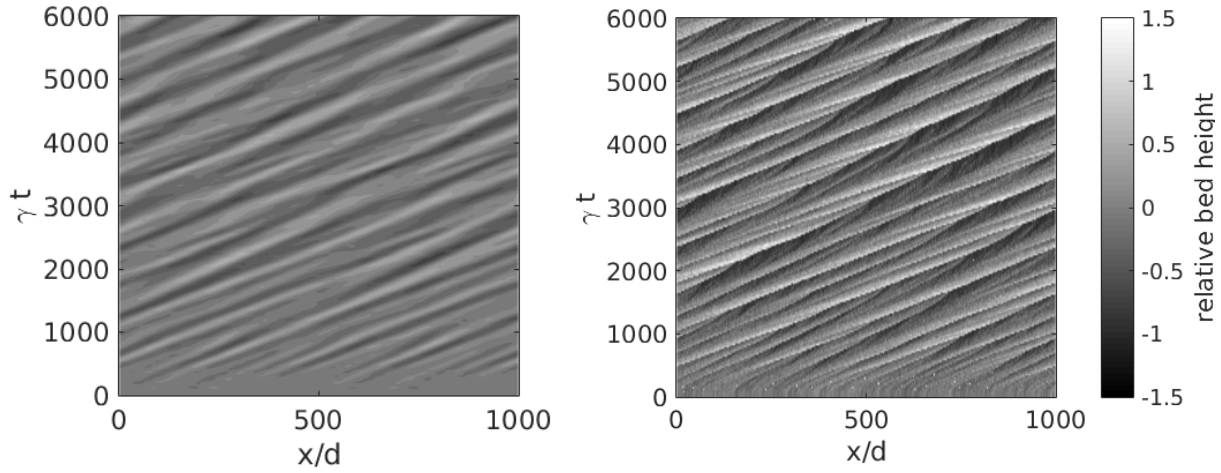


FIGURE 4.15 – Diagramme spatiotemporel : (a) du signal recomposé à partir des 4 principales longueurs d'onde (b) du signal brut d'origine pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

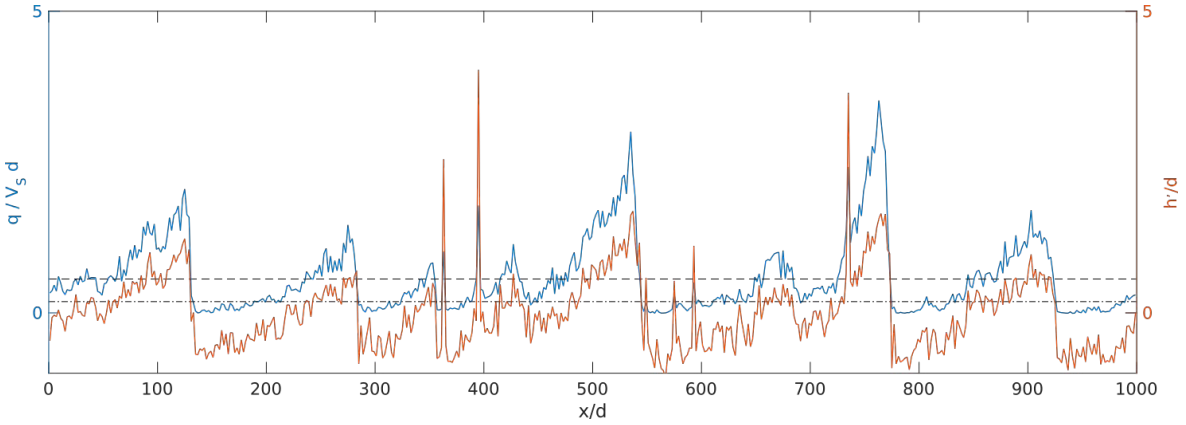


FIGURE 4.16 – Débit granulaire adimensionné dans la direction de l'écoulement et hauteur relative du lit $h'(x,t)$ au temps $\dot{\gamma}t = 6000$, pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$. $--$: débit moyen avec rides (grand domaine). $\cdot - \cdot$: débit moyen sans rides (petit domaine).

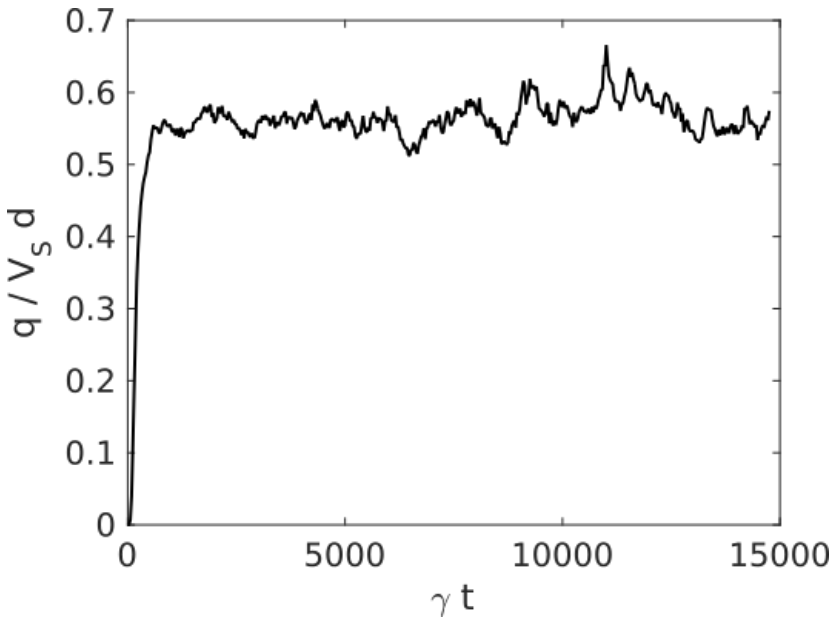


FIGURE 4.17 – Débit granulaire adimensionné moyenné en espace au cours du temps, pour θ = 0.40, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

4.3 Effet de la hauteur de confinement h_f

Une simulation avec une hauteur de fluide au-dessus du lit deux fois plus importante que dans les simulations présentées tout au long de ce chapitre, soit $h_f = 20d$, a été effectuée. Les nombres sans dimension restent identiques à l'exemple précédent, à savoir θ = 0.4, Re_p = 7.35 et ρ_p/ρ_f = 2.5. Les figures 4.18 et 4.19 présentent respectivement la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à différents temps suivant la direction de l'écoulement et le diagramme spatiotemporel de cette même hauteur. Le même constat que dans la section précédente peut être fait, à savoir qu'une fois les grains revenus à leur point de départ en traversant la frontière périodique ($\dot{\gamma}t \approx 3000$), une ride à forte amplitude et de longueur d'onde équivalente à la taille du domaine de calcul apparaît suite à l'influence de la périodicité. On ne discute donc que ce qui se passe jusqu'à $\dot{\gamma}t = 3000$.

On peut observer à travers la figure 4.20a que la hauteur de confinement n'a pas d'effet sur l'évolution de la longueur d'onde. De plus, on peut aussi noter sur les figures 4.21 et 4.22, qui représentent respectivement l'évolution de l'amplitude maximale calculée par la FFT et la hauteur relative du lit à $\dot{\gamma}t$ = 3000 pour les deux hauteurs de confinement simulées, que dans nos simulations le doublement de la hauteur de fluide au-dessus du lit granulaire n'a pas d'influence notable sur l'amplitude des rides dans l'intervalle de temps simulé.

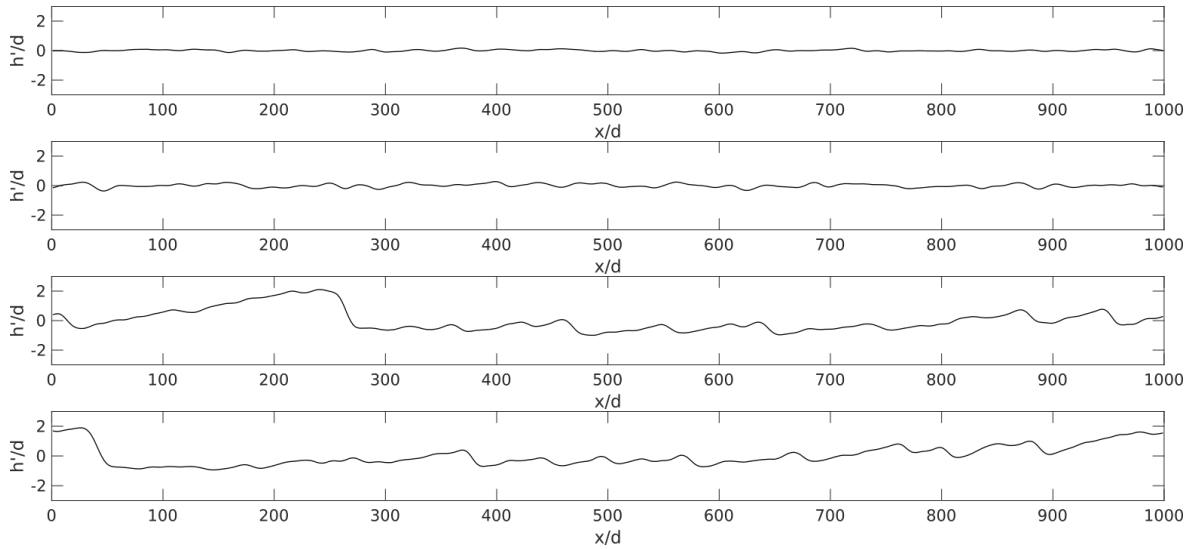


FIGURE 4.18 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 600$, $\dot{\gamma}t = 6000$ et au temps final $\dot{\gamma}t = 14750$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$ et $h_f/d = 20$.

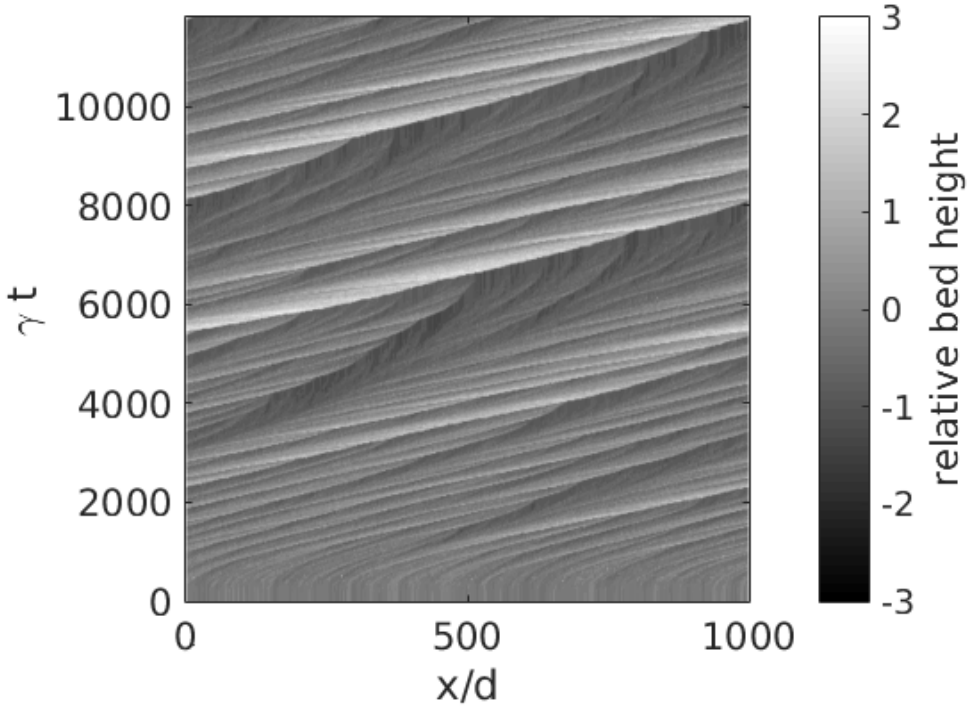


FIGURE 4.19 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$, $\rho_p/\rho_f = 2.5$ et $h_f/d = 20$.

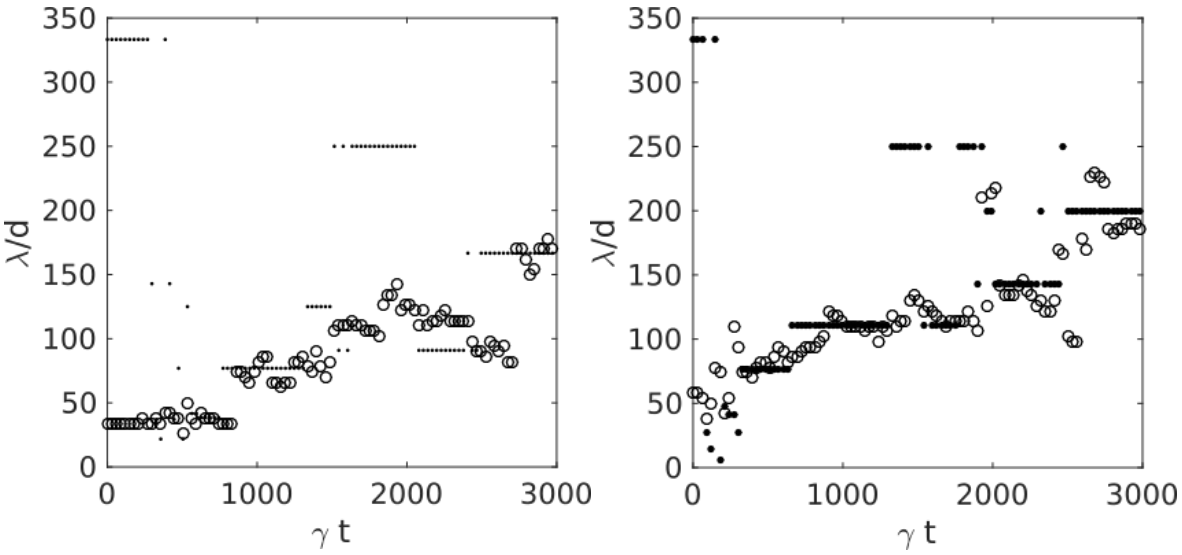


FIGURE 4.20 – Évolution temporelle de la longueur d'onde λ principale pour θ = 0.40, Re_p = 7.35, $\rho_p/\rho_f = 2.5$. (a) $h_f/d = 20$ (b) $h_f/d = 10$.

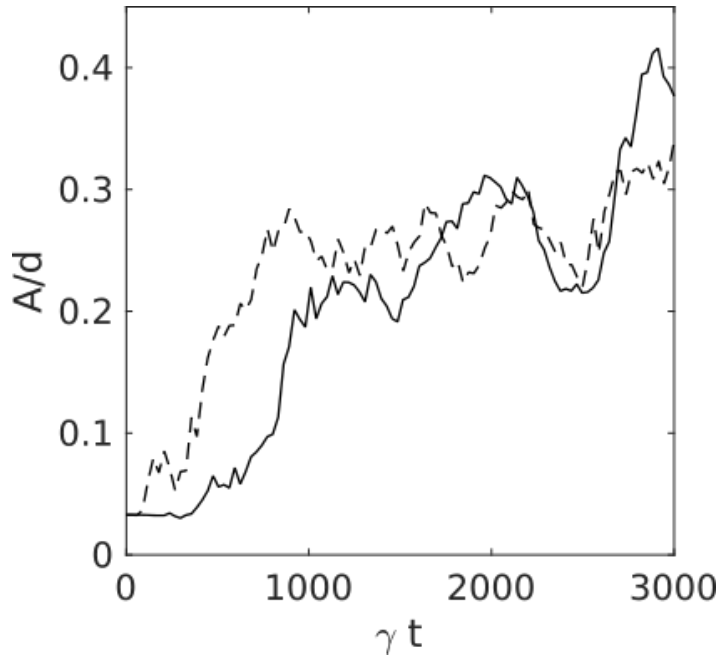


FIGURE 4.21 – Évolution temporelle de l'amplitude maximale de la transformée de Fourier pour θ = 0.40, Re_p = 7.35, $\rho_p/\rho_f = 2.5$. − : $h_f/d = 20$, −− : $h_f/d = 10$.

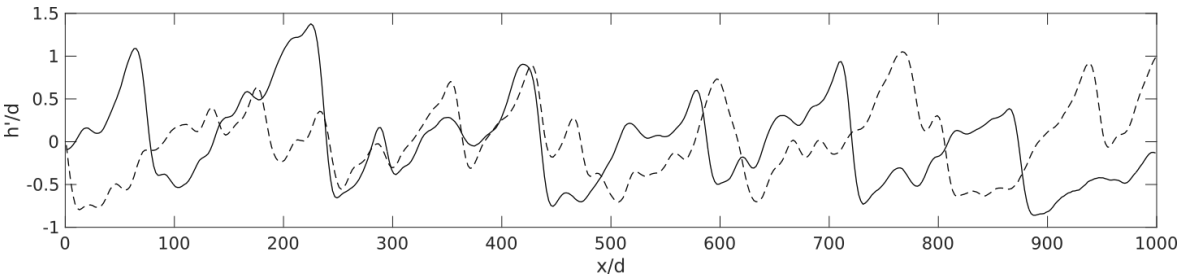


FIGURE 4.22 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 3000$ pour θ = 0.40, Re_p = 7.35, $\rho_p/\rho_f = 2.5$. − : $h_f/d = 20$, −− : $h_f/d = 10$.

4.4 Étude paramétrique en nombre de Shields et nombre de Reynolds particulaire

4.4.1 Influence du nombre de Shields

On s'intéresse ici à déterminer l'influence du nombre de Shields sur l'établissement et le développement des instabilités du lit granulaire. Trois simulations ont été effectuées pour trois nombres de Shields différents $\theta = 0.2$, $\theta = 0.4$ et $\theta = 0.60$, à $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$ constants. La géométrie du système est identique à celle définie par la figure 4.1. La viscosité dynamique varie suivant le nombre de Shields θ étudié afin de travailler à nombre de Reynolds particulaire constant $Re_p = 7.35$. On a donc $\mu_f = 7 \cdot 10^{-3}$Pa.s pour $\theta = 0.20$, $\mu_f = 10^{-2}$Pa.s pour $\theta = 0.40$ et $\mu_f = 1.225 \cdot 10^{-2}$Pa.s pour $\theta = 0.60$. Le fluide est mis en mouvement en appliquant une condition au limite sur la paroi du haut qui impose une vitesse fixe $U_0 = 1.04 m.s^{-1}$ pour $\theta = 0.20$, $U_0 = 1.47 m.s^{-1}$ pour $\theta = 0.40$ et $U_0 = 1.8 m.s^{-1}$ pour $\theta = 0.60$. En d'autres termes, $\dot{\gamma}$ et μ_f sont variés de façon proportionnelle lorsque l'on veut balayer θ tout en gardant Re_p constant (et de façon inversement proportionnelle dans le cas contraire).

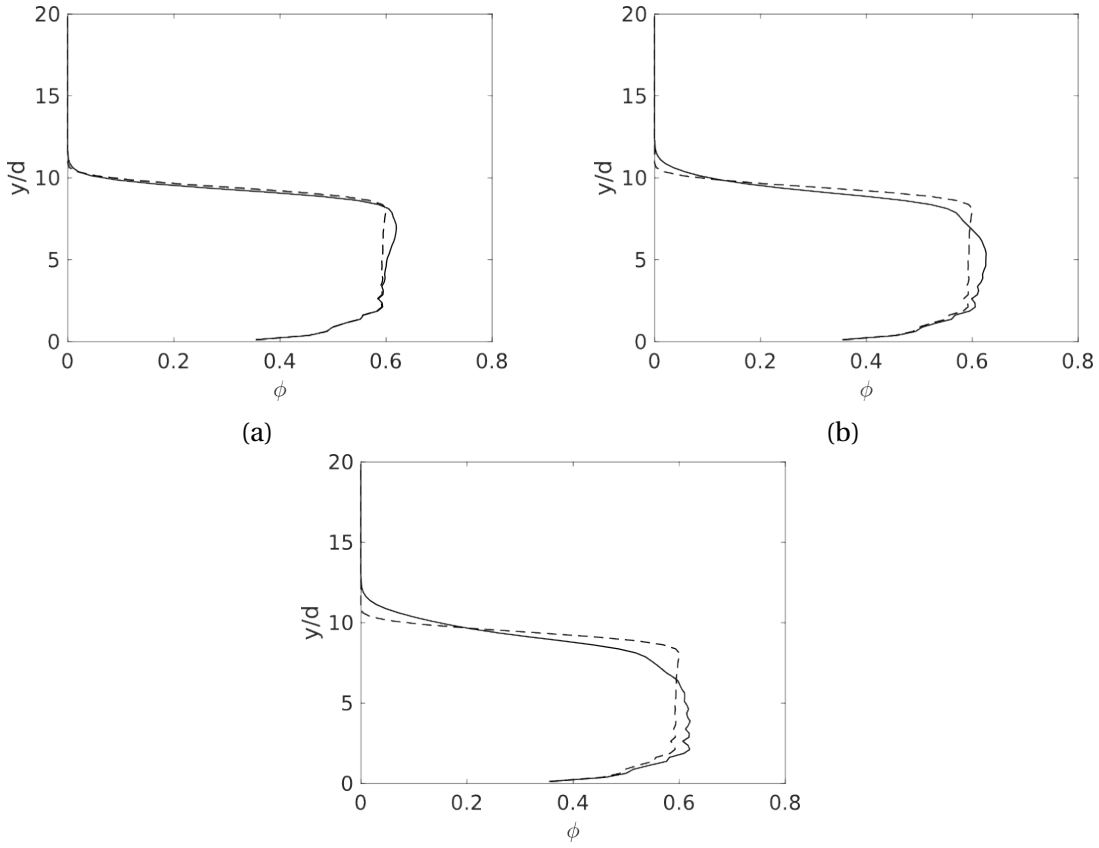


FIGURE 4.23 – Profils verticaux moyennés dans des plans horizontaux à l'état initial (−−) et moyennés en temps (−) de la compacité du lit ϕ pour : (a) $\theta = 0.20$ (b) $\theta = 0.40$ et (c) $\theta = 0.60$ à $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

La figure 4.23 montre le profil vertical moyenné dans des plans horizontaux et en temps de la compacité du milieu granulaire. Comme dans le cas des petits domaines du chapitre 3, on peut noter qu'au milieu du lit granulaire la compacité peut atteindre des valeurs proches de $0.60 - 0.62$. De plus, on peut observer que l'augmentation du nombre de Shields θ et l'apparition de rides entraînent une décompaction du lit de plus en plus forte. En effet, plus le nombre de Shields est élevé et plus la hauteur présentant une compacité ϕ non nulle est élevée. Ceci se remarque bien en regardant l'écart entre le profil moyenné en temps et le profil à l'état initial, tracé en pointillé sur la figure 4.23.

On trace dans un premier temps l'évolution de la hauteur du lit moyennée $< h(t) >_x$ pour les différents nombres de Shields θ. La figure 4.24 nous montre dans les trois cas des comportements similaires avec une légère décompaction dans les premiers instants de la simulation, qui augmente avec le nombre de Shields, puis ensuite une faible décroissance de la hauteur du lit. On peut tout de même noter une influence du nombre de Shields θ, se traduisant ici par une hauteur moyenne obtenue de plus en plus élevée à mesure que le nombre de Shields augmente, même si l'écart entre les cas reste faible (inférieur au diamètre de grain).

Les figures 4.25, 4.26 et 4.27 montrent ensuite la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à quatre instants différents : à l'état initial, aux temps courts ($\dot{\gamma} t = 600$), aux temps longs ($\dot{\gamma} t = 6000$) et au temps final ($\dot{\gamma} t$ = 8500 pour $\theta = 0.2$, 14750 pour $\theta = 0.4$ et 14350 pour $\theta = 0.6$). On peut noter, premièrement, que l'on observe bien l'apparition de rides à la surface du lit granulaire, comme attendu bien que, pour $\theta = 0.2$, le profil du lit est assez différent, avec des rides très localisées et un lit quasi plat entre deux crêtes. De plus, celles-ci sont de forme triangulaire comme montré dans la section 4.2, et cela, dès les premiers instants suivant leur apparition. Au cours du temps, la longueur d'onde et l'amplitude des rides augmentent significativement.

L'évolution de la surface du lit est également présentée dans un diagramme spatio-temporel pour chaque nombre de Shields θ (figures 4.28-4.30). Ici l'amplitude relative $h'(x,t)$ est donnée par les niveaux de gris.

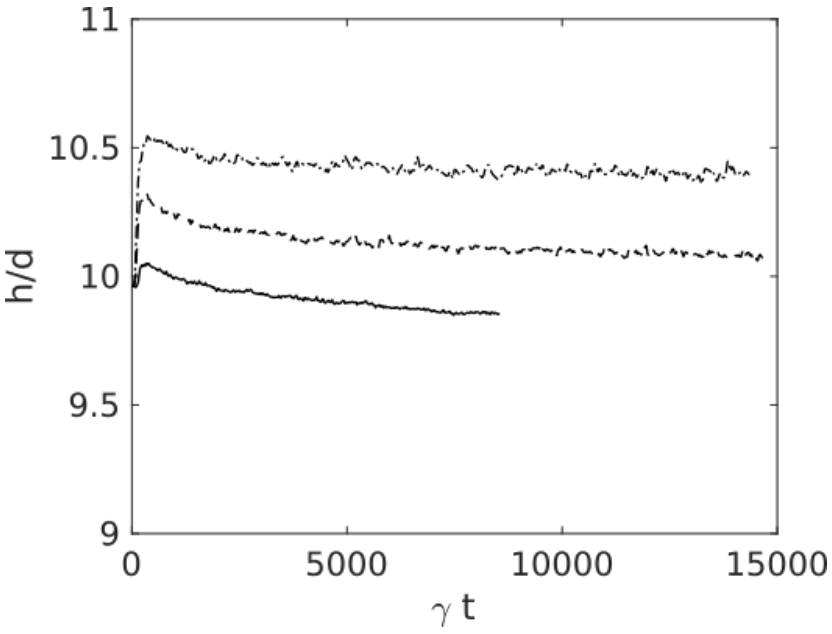


FIGURE 4.24 – Évolution temporelle de la hauteur moyenne $< h(t) >_x$ pour : (−) $\theta = 0.20$ (−−) $\theta = 0.40$ et (−·) $\theta = 0.60$ à $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

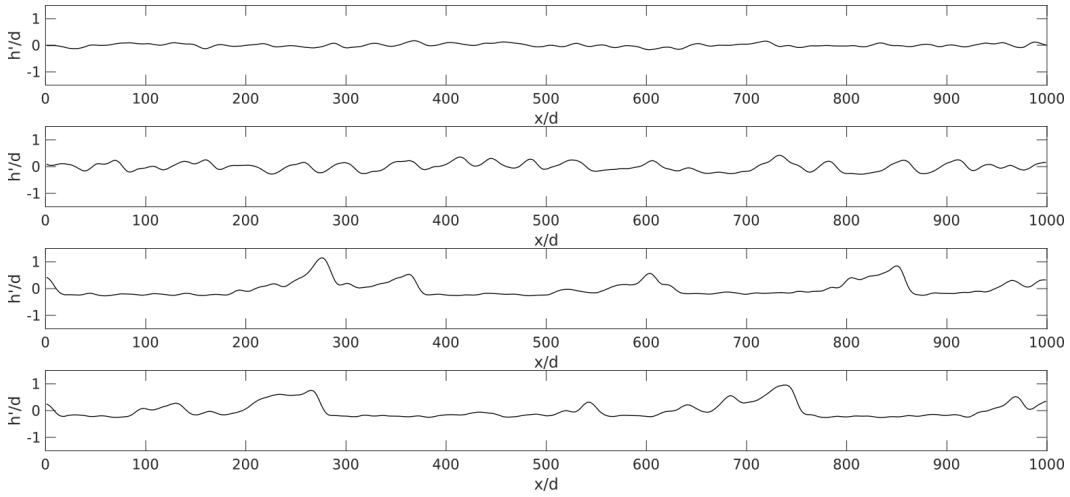


FIGURE 4.25 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 600$, $\dot{\gamma}t = 6000$ et au temps final pour $\theta = 0.2$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

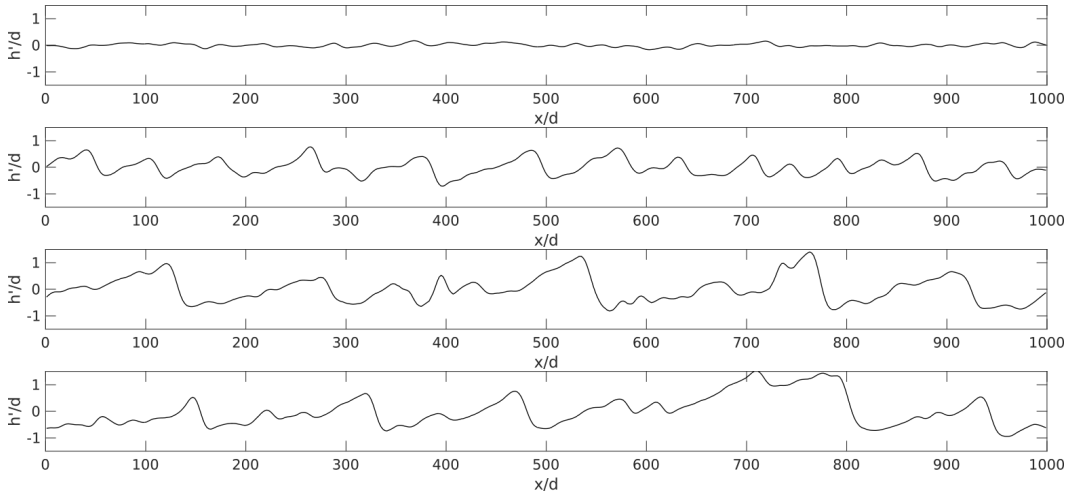


FIGURE 4.26 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 600$, $\dot{\gamma}t = 6000$ et au temps final pour $\theta = 0.4$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

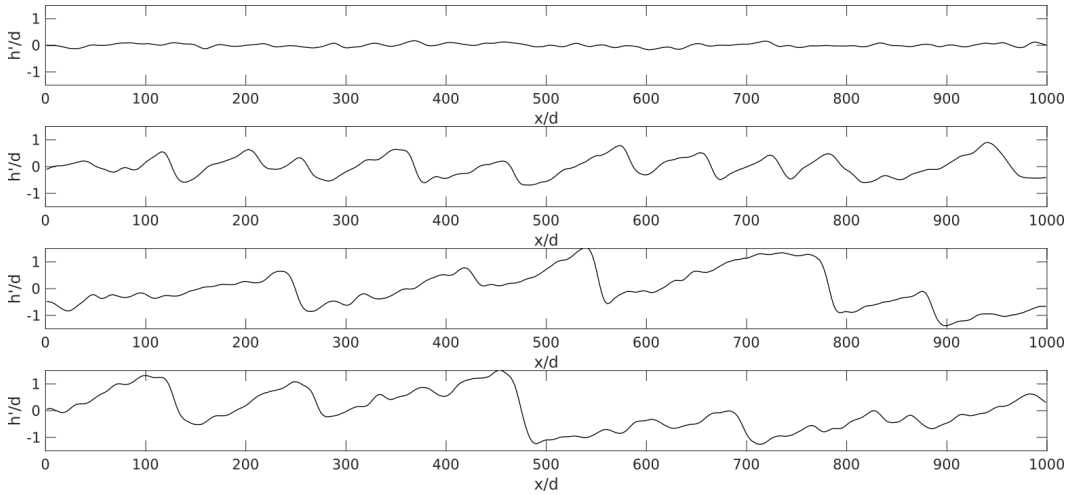


FIGURE 4.27 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 600$, $\dot{\gamma}t = 6000$ et au temps final pour $\theta = 0.6$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

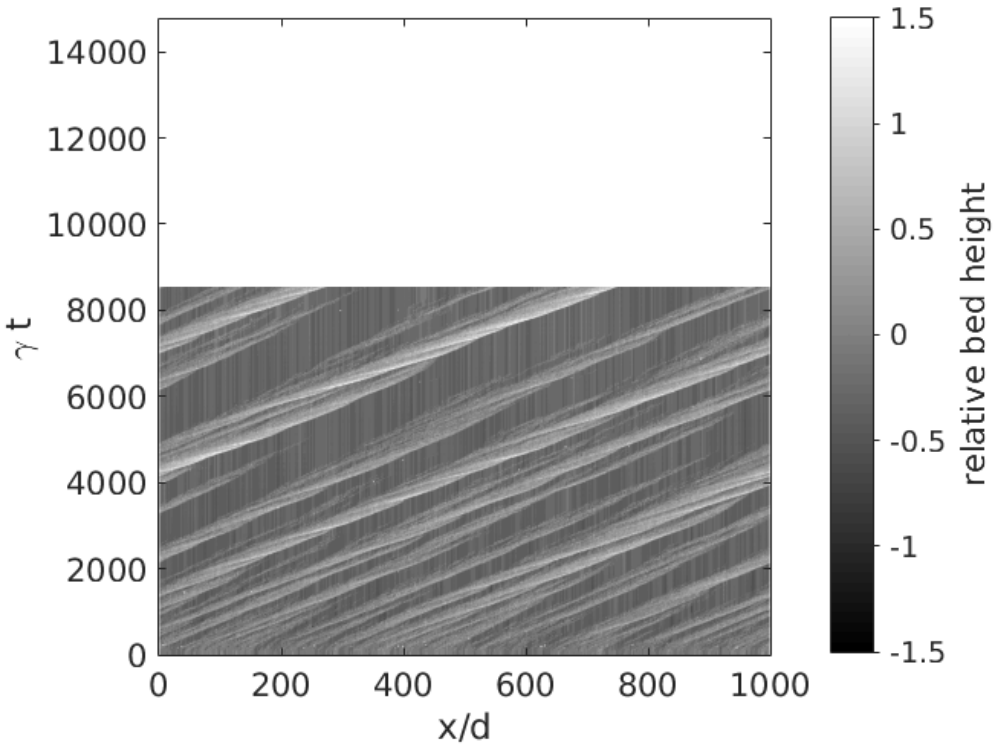


FIGURE 4.28 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.20$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

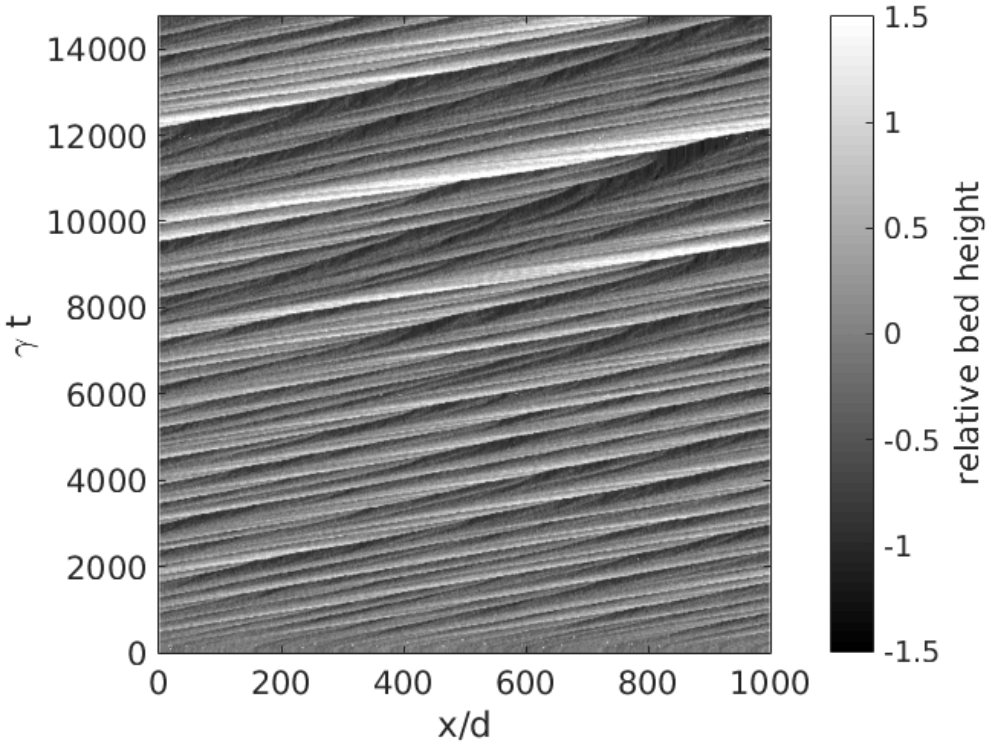


FIGURE 4.29 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

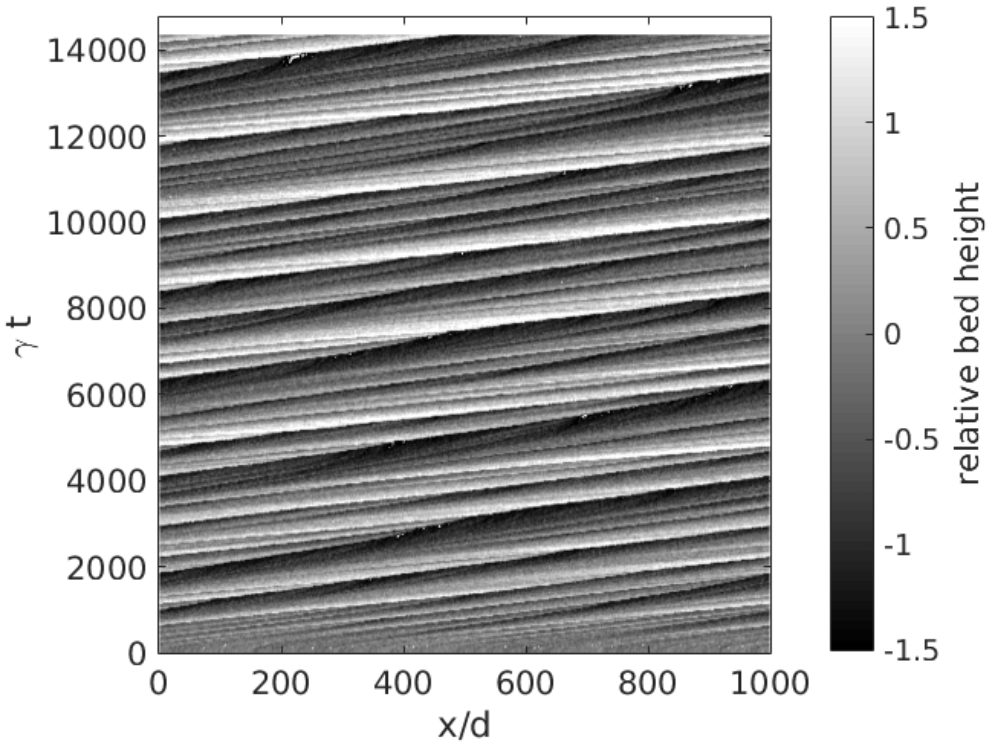


FIGURE 4.30 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.60$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

Les figures 4.28, 4.29 et 4.30 nous permettent de faire plusieurs remarques qualitatives et notamment d'observer certaines similitudes dans les trois cas de figure. Dans les premiers instants de la simulation ($\dot{\gamma} t \leq 150$), le lit reste plat et ne bouge pas du fait que la quantité de mouvement appliquée à la paroi supérieure n'a pas diffusé sur toute la hauteur du canal. Une fois le cisaillement suffisamment important à la surface du lit, les grains se mettent en mouvement et des rides de faible longueur d'onde et de forme triangulaire se forment (forme observable sur les figures 4.25, 4.26 et 4.27). Sur des temps plus longs, on observe un processus de coalescence (ou *coarsening* en anglais) apparaître au cours du temps (fusion de rides entre elles), entraînant une augmentation progressive de l'amplitude. De plus, on peut noter que pour $\theta = 0.4$ et $\theta = 0.6$, aux temps longs, une ride avec une forte amplitude se dégage des autres (moins évident pour $\theta = 0.2$). Comme décidé dans la section 4.2, afin de ne pas observer l'influence de la périodicité sur les résultats des simulations, on décide de restreindre notre analyse en temps, n'affichant les résultats que jusqu'à $\dot{\gamma} t = 6000$. Il est à noter qu'à cet instant $\dot{\gamma} t = 6000$, pour $\theta = 0.2$, les grains ont parcouru uniquement une fois le domaine, environ 2 fois pour $\theta = 0.4$ et 3 fois pour $\theta = 0.6$.

Nous cherchons maintenant à quantifier cette évolution du lit granulaire. Pour cela, nous caractérisons la déformation du lit par une longueur d'onde λ associée à une amplitude A. Les différentes méthodes présentées dans la section 4.2 sont utilisées ici pour extraire cette information. En particulier, nous traçons sur la figure 4.31 l'évolution temporelle de la longueur d'onde λ pour les trois nombres de Shields. Aux temps courts ($\dot{\gamma} t \approx 600$), les 3 simulations forment des rides avec une longueur d'onde compris 50 et 75 d et de forme triangulaire comme on peut le voir sur la figure 4.26 par exemple.

Aux temps plus longs ($\dot{\gamma} t \approx 6000$), d'après les résultats de la figure 4.31, on obtient une

longueur d'onde λ oscillant entre 175 et 200 d pour $\theta = 0.2$, autour de 200 d pour $\theta = 0.4$ et valant environ 330 d pour $\theta = 0.6$. Cette estimation faite de la longueur d'onde est un résultat relativement proche de la loi d'évolution obtenue par MOUILLERON-ARNOULD [2002] expérimentalement ($\lambda_f/d = 490\mathrm{R}e_p^{-0.36}$) ou celle déterminée par MANTZ [1978] ($\lambda_f/d = 530\mathrm{R}e_p^{-0.5}$) qui donnent respectivement ici $240d$ et $195d$ quelque soit le nombre de Shields, la dépendance trouvée étant fonction du nombre de Reynolds particulaire uniquement dans les deux cas. Tous ces résultats sont répertoriés dans le tableau 4.1. Nous avons donc noté que dans nos simulations, le nombre de Shields θ semble avoir un impact sur la valeur de la longueur d'onde λ même si les valeurs obtenus restent relativement proches.

On trace maintenant l'évolution de l'amplitude maximale au cours du temps calculée par la transformée de Fourier (figure 4.32) pour les trois nombres de Shields considérés. On peut remarquer dans les trois cas deux tendances avec une augmentation rapide de l'amplitude aux temps courts, cette augmentation étant plus importante à mesure que le nombre de Shields augmente, et une deuxième augmentation de l'amplitude au cours du temps, moins rapide, avec une possible saturation aux temps longs. Néanmoins cette possible saturation ne peut pas être clairement identifiée ici. Enfin, les amplitudes observées dans les trois cas sont des amplitudes relativement faibles. Les valeurs obtenues par la FFT et représentées sur la figure 4.32 sont plus faibles que celles observées sur les figures 4.25, 4.26 et 4.27 pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment dans la section 4.2 (analyse de Fourier sur des rides de formes triangulaires). Ces amplitudes ne nous informent donc que sur la tendance d'évolution mais ne nous donne pas d'informations quantitatives. Enfin, comparées à celles obtenues dans les expériences de MOUILLERON-ARNOULD [2002] ou même les simulations de KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a], les amplitudes des rides de nos simulations sont beaucoup plus petites. Une possible raison pourrait être la différence de hauteur de confinement entre nos simulations (10 d) et les expériences de MOUILLERON-ARNOULD [2002] et les simulations numériques de KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a] (20 d). Mais les résultats de la section 4.3 ne semblent pas concorder. Une autre hypothèse pourrait être la manque de raffinement dans les profils verticaux des vitesses fluide mais des simulations supplémentaires avec un meilleur raffinement seraient nécessaires afin de pouvoir confirmer ou infirmer cette hypothèse.

grand domaine							petit domaine
h_f/d	θ	Re_p	λ/d	A/d (profils)	$c/\dot{\gamma}d$	$q_{crête}/V_S d$	$< q >_{xt} /V_S d$	$< q >_{xt} /V_S d$
10	0.2	7.35	175-200	1.2	0.16	0.29-0.46	0.036	0
10	0.4	7.35	200	1	0.37	1.7-3.52	0.55	0.187
10	0.6	7.35	330	1.4	0.63	3.18-7.3	1.94	1.169
20	0.4	7.35	200	1.2	0.35	1.6-3.75	0.63	

TABLEAU 4.1 – Tableau des valeurs des grandeurs caractéristiques des rides dans les différents cas simulés à $\dot{\gamma}t = 6000$.

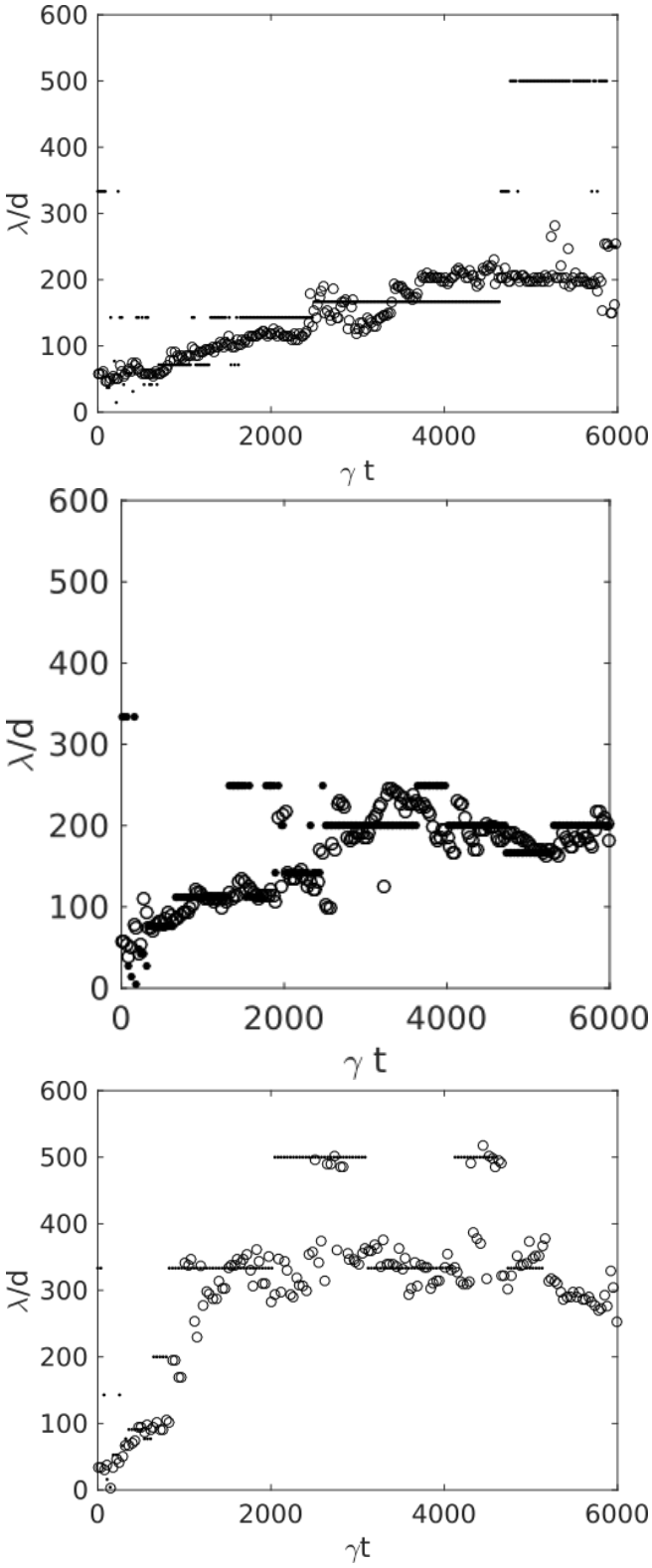


FIGURE 4.31 – Évolution temporelle de la longueur d'onde λ principale pour θ = 0.20, θ = 0.40 et θ = 0.60. · : calculée avec la FFT ; ∘ : calculée avec la fonction d'autocorrelation. Re_p = 7.35 et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

Après nous être intéressés à la longueur d'onde et l'amplitude des rides, on peut étudier la vitesse de déplacement de ces rides en fonction des nombres sans dimension. D'après CHARRU et al. [2013], qui ont fait un bilan de masse sur une configuration idéalisée, on peut estimer la vitesse de propagation des rides c de la façon suivante

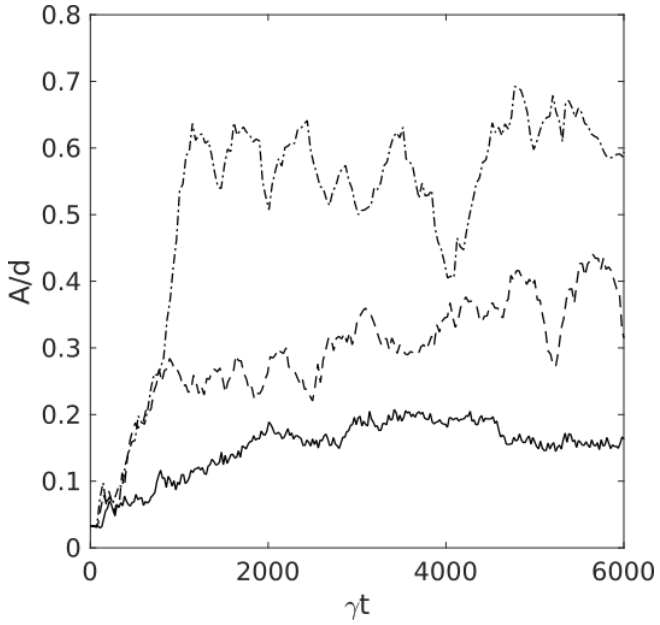


FIGURE 4.32 – Évolution temporelle de l'amplitude maximale de la FFT pour : (−) θ = 0.20, (−−) θ = 0.40 et (−·) θ = 0.60. $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

$$c = \frac{q_{crête}}{\mathrm{H}}, \tag{4.7}$$

avec $q_{crête}$ le débit au sommet de la ride et H sa hauteur.

À partir des diagrammes spatiotemporels (figures 4.28, 4.29 et 4.30), on peut estimer la vitesse des rides principales en déterminant la pente d'une "ligne blanche", correspondant à une crête, et on en déduit la vitesse c. Les valeurs de la célérité obtenues pour les trois nombres de Shields θ sont répertoriés, ainsi que d'autres grandeurs caractéristiques, dans le tableau 4.1. On observe que la vitesse adimensionnée $c/\dot{\gamma}d$ des rides semble augmenter linéairement avec le nombre de Shields, la valeur de la vitesse étant proche de celle du nombre de Shields θ dans les trois cas, même si il est difficile de conclure à une linéarité avec seulement trois points.

Si on s'intéresse maintenant au débit granulaire, la figure 4.33, déjà montrée dans la section 4.2, montre la variation de débit q suivant la direction x de l'écoulement pour θ = 0.4. Comme on a pu le constater, la variation est relativement importante, le débit étant proche d'être nul dans un creux et élevé aux différentes crêtes. Sont représentés aussi sur la figure le débit moyen calculé en présence de rides (grand domaine) et sans rides (petit domaine). Les valeurs de débit granulaire à la crête et de débit granulaire moyen pour les trois nombres de Shields sont répertoriés dans le tableau 4.1. On peut voir que le débit à la crête augmente avec le nombre de Shields mais ne semble pas suivre une évolution linéaire. Si on s'intéresse au débit granulaire moyenné en temps et en espace aux temps longs, on peut noter une évolution similaire au débit de crête en fonction du nombre de Shields θ. Le débit granulaire local au sommet des rides est beaucoup plus grand que le débit granulaire moyen allant d'un facteur 10 pour θ = 0.2, 5 pour θ = 0.4 et 2.5 pour θ = 0.6.

On peut de plus observer que, dans le cas où des instabilités apparaissent, le débit granulaire moyen observé est plus important que dans les cas où on empêche ces instabilités d'apparaître en diminuant la taille du domaine. La figure 4.34 montre l'évolution du débit en fonction du nombre de Shields avec et sans instabilité et l'on remarque que,

malgré le fait que la loi semble toujours être une loi de puissance, le débit moyen du lit de grains est plus important lorsque des instabilités se forment à la surface. Ceci confirme la capacité des rides à augmenter le transport sédimentaire. De plus, on peut noter que lorsqu'on compare nos valeurs avec celles obtenues par KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a], celles-ci sont restent du même ordre de grandeur (erreur relative de 35% pour $\theta = 0.4$) bien que légèrement inférieures. Il est enfin intéressant de remarquer que, pour un nombre de Shields $\theta = 0.2$, la simulation sur un petit domaine donne un débit granulaire nul, contrairement au grand domaine qui, lui, permet un transport de grains avec le développement des rides. L'explication réside sans doute dans le fait que, dans le cas du petit domaine, le lit se met en mouvement initialement avant de s'arrêter après un certain temps à cause d'un réarrangement de la surface du lit granulaire. Dans le grand domaine, suffisamment de particules se mettent en mouvement initialement pour permettre l'apparition de rides. C'est la présence de l'instabilité qui, ensuite, empêche au lit d'atteindre un débit nul. À noter que ces comparaisons avec les petits domaines ont été faits avec le même modèle de traînée.

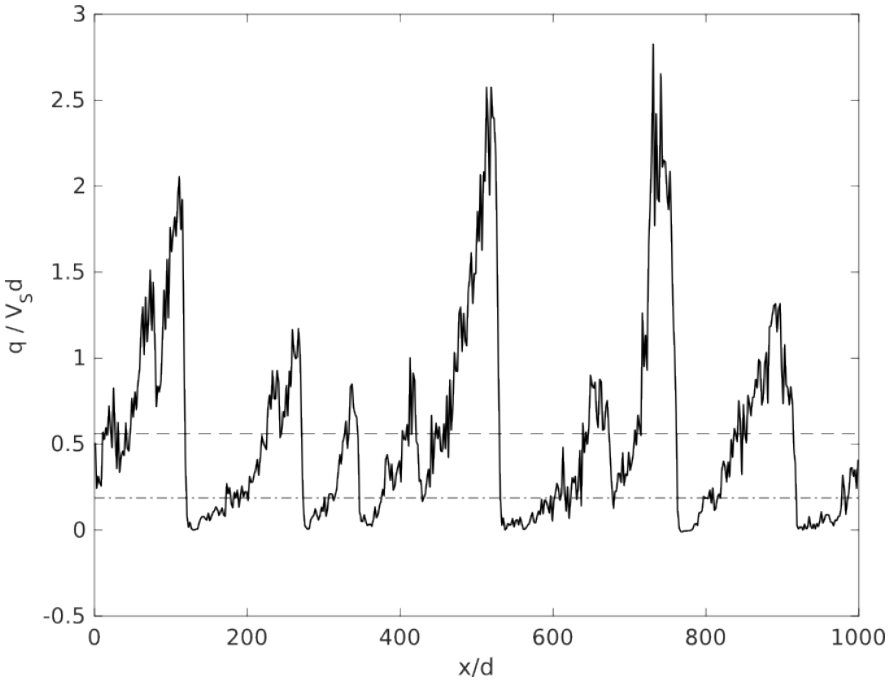


FIGURE 4.33 – Débit granulaire adimensionné dans la direction de l'écoulement au temps $\dot{\gamma}t = 6000$, pour $\theta = 0.4$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$. $--$: débit moyen avec rides (grand domaine). $\cdot - \cdot$: débit moyen sans rides (petit domaine).

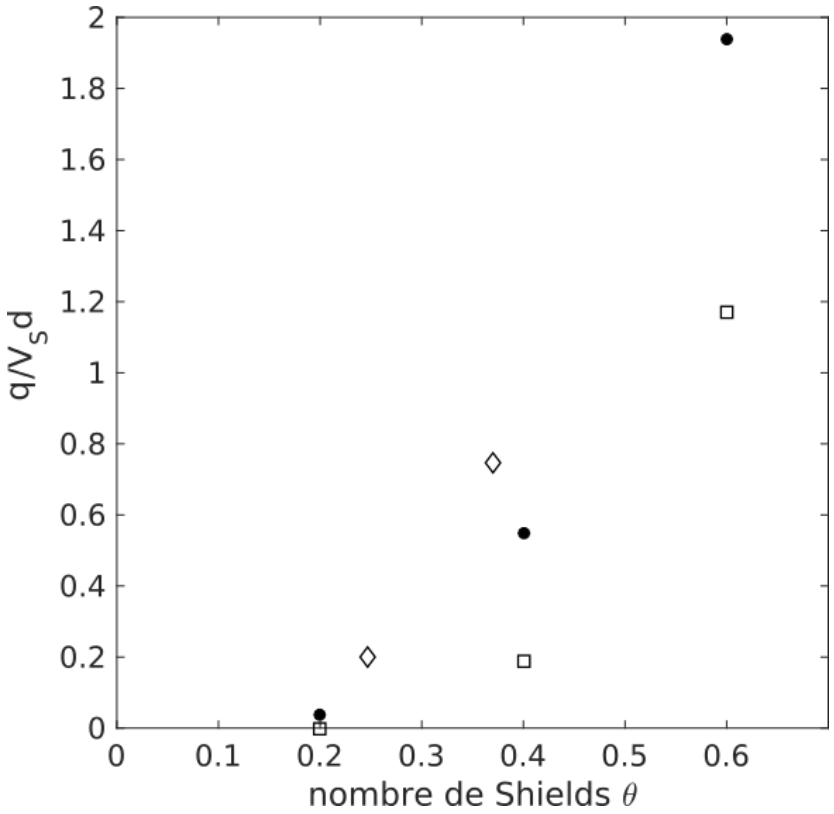
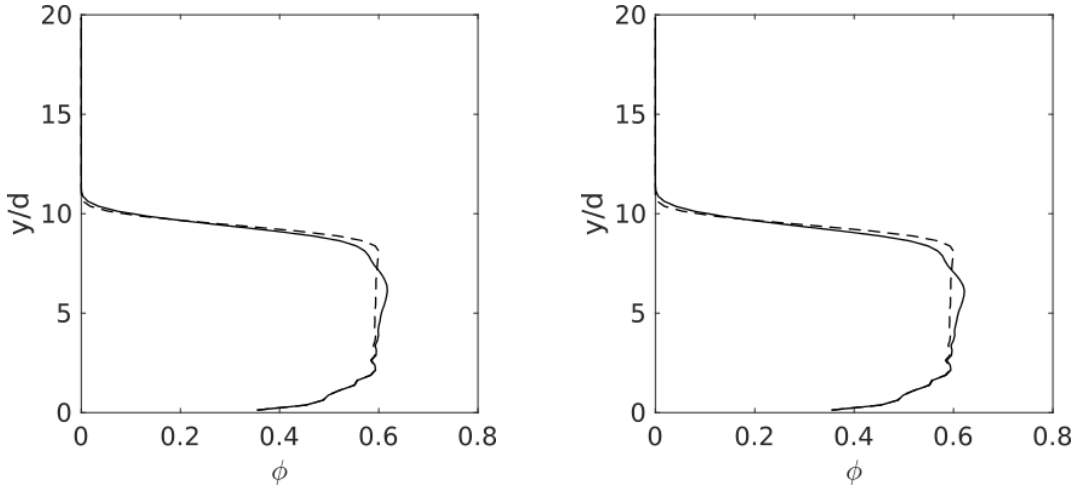


FIGURE 4.34 – Évolution du débit granulaire moyen q en fonction du nombre de Shields θ. • : simulations avec instabilités, □ : simulations sans instabilités, ◊ : simulations de KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a].

4.4.2 Influence du nombre de Reynolds particulaire

On s'intéresse dans cette partie à l'influence du nombre de Reynolds particulaire Re_p sur le développement des instabilités. Pour cela, on fixe le nombre de Shields θ à 0.4 et le rapport de densité ρ_p/ρ_f à 2.5 puis on fait varier le nombre de Reynolds Re_p entre 0.5 et 20 (seules la viscosité du fluide et la vitesse à la paroi sont changées entre les différents cas).

La figure 4.35 montre les profils verticaux moyennés de la compacité ϕ pour les différentes valeurs du nombre de Reynolds particulaire Re_p. On observe ici les mêmes influences du nombre de Reynolds particulaire sur la compacité du lit que le nombre de Shields dans la section précédente, à savoir que plus Re_p augmente et plus le lit aura tendance à se décompacter en surface.



(a) $Re_p = 0.5$ (b) $Re_p = 1$

(c) $Re_p = 7.35$ (d) $Re_p = 20$

FIGURE 4.35 – Profils verticaux moyennés dans des plans horizontaux à l'état initial (−−) et moyennés en temps (−) de la compacité du lit ϕ pour différents nombres de Reynolds particulaire Re_p. $\theta = 0.4$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$ constants.

Les figures 4.36, 4.37, 4.38 et 4.39, représentent les diagrammes spatiotemporels de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour respectivement $Re_p = 0.5$, $Re_p = 1.0$, $Re_p = 7.35$ et $Re_p = 20.0$ jusqu'à $\dot{\gamma}t = 6000$. Le nombre de Reynolds particulaire Re_p a un rôle important dans le développement et l'évolution des instabilités à la surface du lit de grains.

En effet, on peut observer sur ces différents diagrammes ainsi que sur les figures 4.41, 4.42, 4.43 et 4.44 que plus le nombre de Reynolds particulaire augmente, plus la longueur d'onde finale des rides augmentent et, dans une moindre mesure, l'amplitude. Au vu des lois d'évolution de la longueur d'onde obtenues par MOUILLERON-ARNOULD [2002] et MANTZ [1978] qui dépendent toutes les deux du nombre de Reynolds particulaire Re_p, l'influence observée du nombre de Reynolds particulaire Re_p sur la longueur d'onde était attendue. En revanche, ce résultat n'est pas en accord avec ces même lois d'évolution. En effet, ceux-ci trouvent des lois décroissantes de la longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds particulaire Re_p. Or ici, la longueur d'onde obtenue aux temps longs semble, au vu des diagrammes, de la figure 4.40 et des figures 4.41, 4.42, 4.43 et 4.44, augmenter avec le nombre de Reynolds. On peut émettre plusieurs hypothèses afin d'expliquer cette observation. Pour les cas à grand nombre de Reynolds particulaire $Re_p = 7.35$ et $Re_p = 20$, tout d'abord ces valeurs sont bien au-dessus de la gamme de nombre de Reynolds ($0.5 \leq Re_p \leq 2.6$) balayée expérimentalement par MOUILLERON-ARNOULD [2002] afin d'établir la loi de puissance de λ_f en fonction de Re_p. De plus, comme cela a déjà été évoqué dans la partie sur l'influence du nombre de Shields, différents paramètres du système tel que la longueur du domaine peuvent avoir une influence sur le développement des instabilités et des simulations doivent être entreprises dans ce sens dans un travail futur.

Enfin, le tableau 4.2 montre les valeurs obtenues pour la vitesse des rides c, le débit à la crête $q_{crête}$ et le débit moyenné en temps et en espace $< q >_{xt}$ pour les différents nombres de Reynolds particulaire Re_p. On peut observer que ces trois paramètres sont influencés par le nombre de Reynolds particulaire. En effet, plus le nombre de Reynolds augmente et plus la vitesse des rides et leur débit sont élevés.

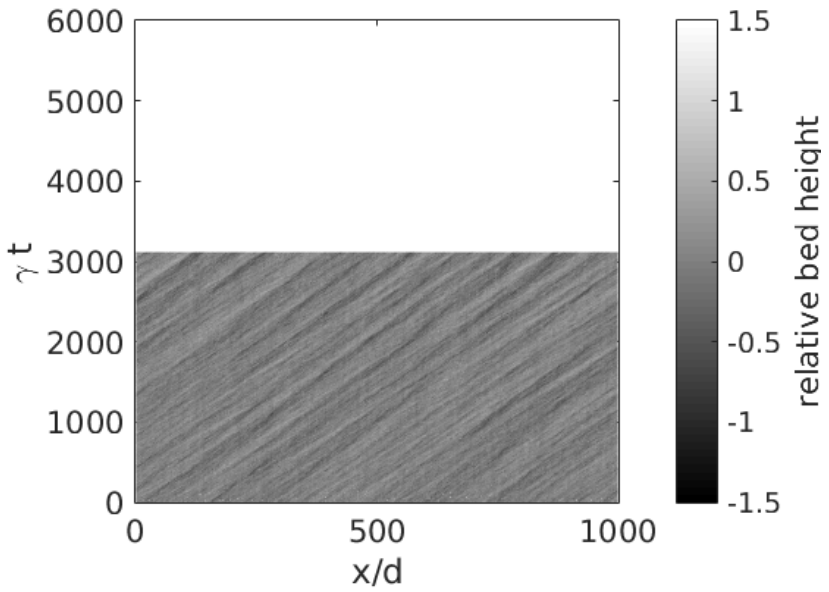


FIGURE 4.36 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 0.5$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

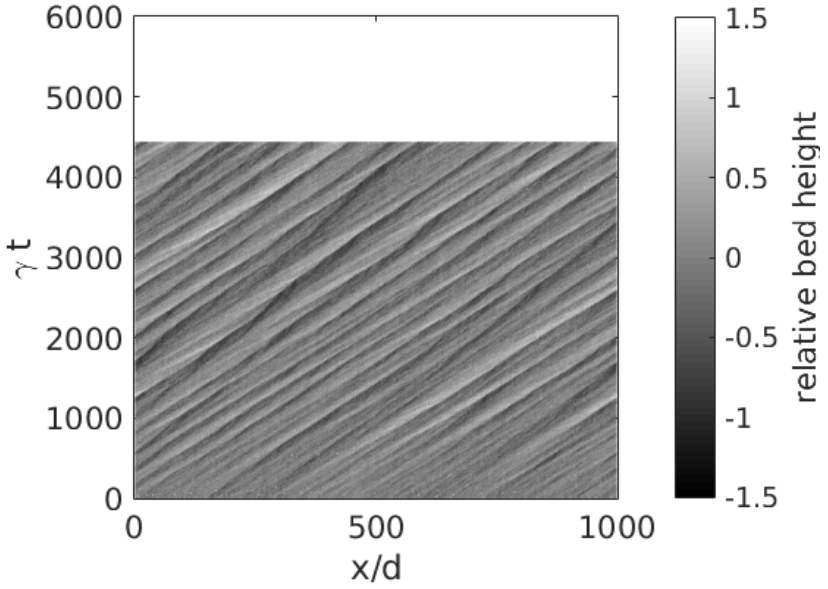


FIGURE 4.37 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 1.0$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

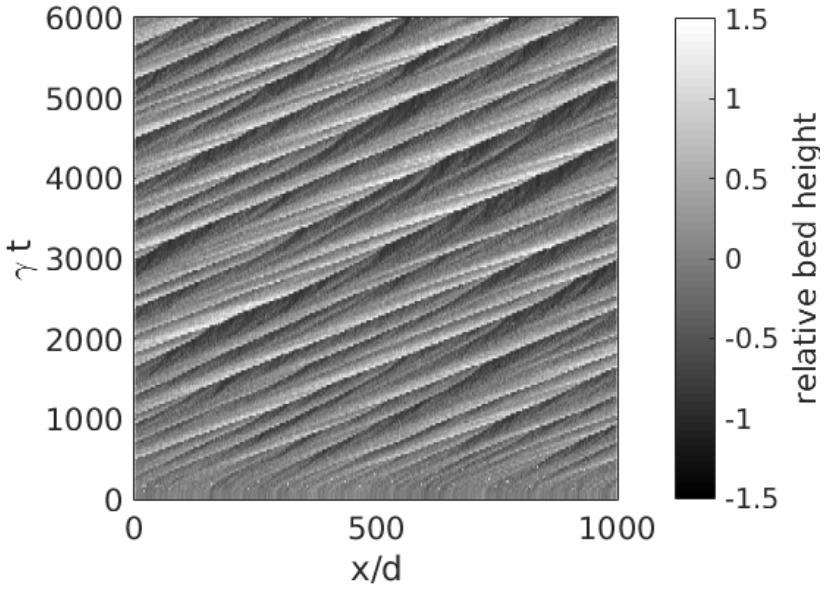


FIGURE 4.38 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 7.35$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

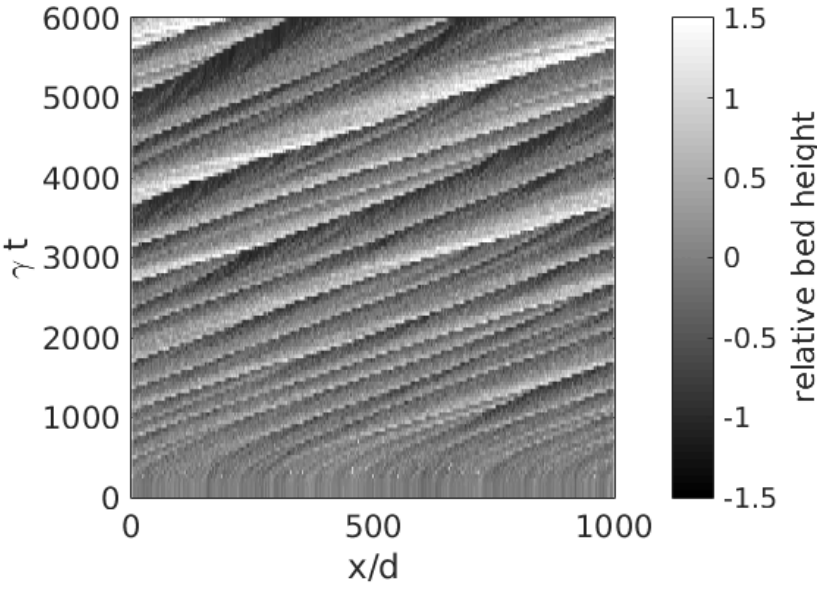


FIGURE 4.39 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 20.0$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

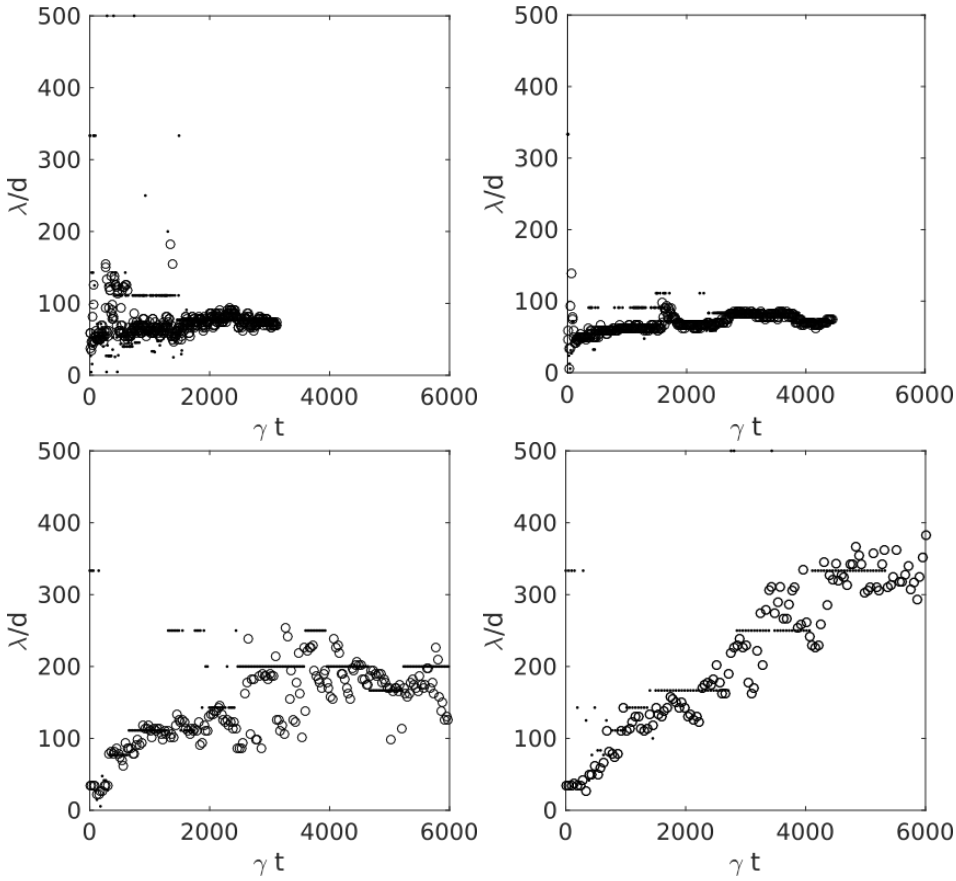


FIGURE 4.40 – Évolution temporelle de la longueur d'onde λ principale pour $Re_p = 0.50$, $Re_p = 1$, $Re_p = 7.35$ et $Re_p = 20$. · : calculée avec la FFT ; ∘ : calculée avec la fonction d'autocorrelation

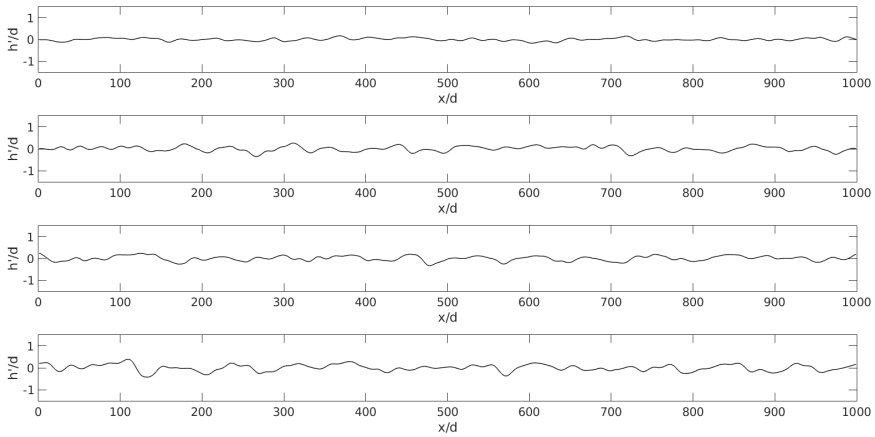


FIGURE 4.41 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 1000$, $\dot{\gamma}t = 2000$ et au temps final pour $Re_p = 0.5$.

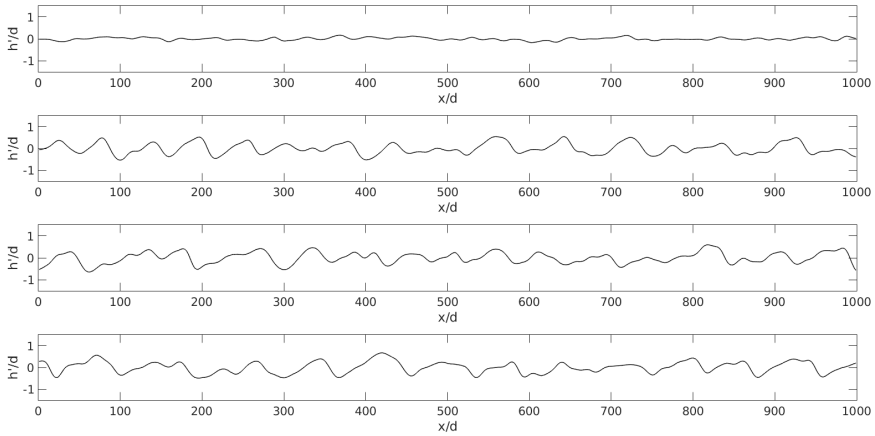


FIGURE 4.42 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 1000$, $\dot{\gamma}t = 2000$ et au temps final pour $Re_p = 1$.

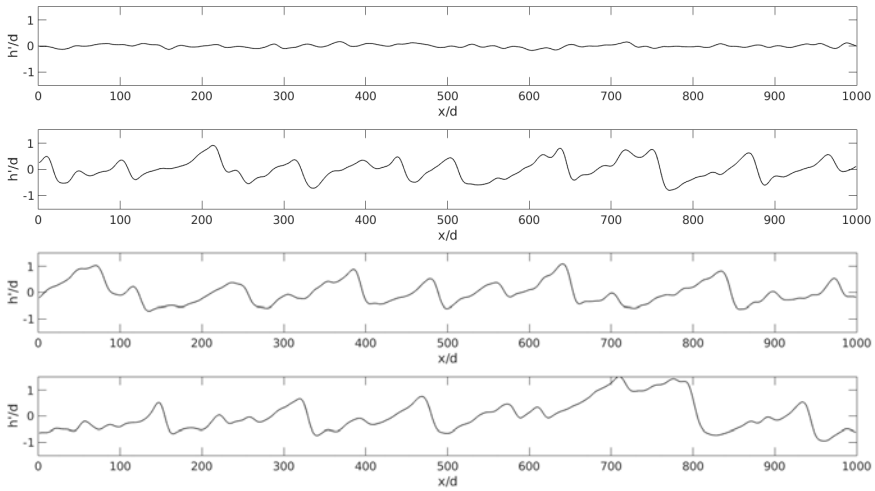


FIGURE 4.43 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 1000$, $\dot{\gamma}t = 2000$ et au temps final pour $Re_p = 7.35$.

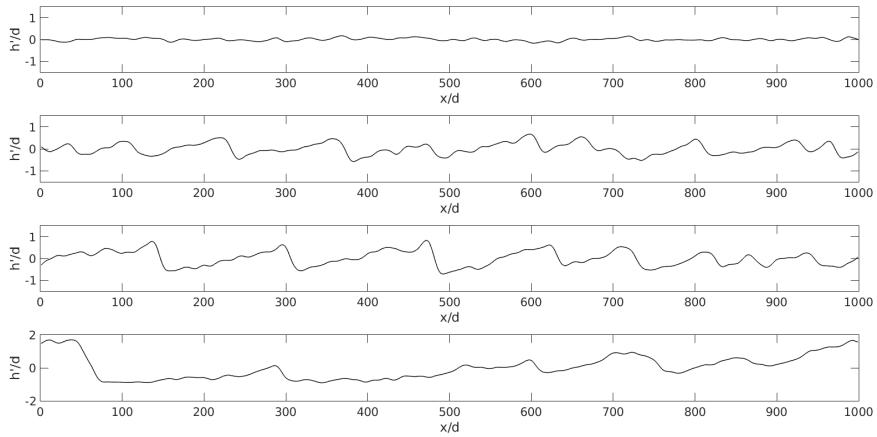


FIGURE 4.44 – Hauteur relative du lit $h'(x,t)$ à $\dot{\gamma}t = 0$, $\dot{\gamma}t = 1000$, $\dot{\gamma}t = 2000$ et au temps final pour $Re_p = 20$.

h_f/d	θ	Re_p	λ/d (FFT/profils)	A/d (profils)	$c/\dot{\gamma}d$	$q_{crête}/V_S d$	$< q >_{xt} /V_S d$
10	0.4	0.5	77/—*	0.4-0.56	—	—	0.37
10	0.4	1	82/83*	0.4-0.8	0.26	1-1.34	0.41
10	0.4	7.35	200 / 330	1	0.37	1.7-3.52	0.55
10	0.4	20	330 / 330	1	0.49	1.5-3.2	0.62

TABLEAU 4.2 – Tableau des valeurs des grandeurs caractéristiques des rides aux temps longs pour les différents nombres de Reynolds particulaire Re_p simulés. *Il est à noter que le temps physique choisi pour le calcul des grandeurs caractéristiques est de l'ordre de $\dot{\gamma}t = 3000 - 4000$, au lieu de $\dot{\gamma}t = 6000$ pour les autres cas.

4.5 Critère d'instabilité : seuil et croissance

4.5.1 Existence d'un seuil d'instabilité

D'après la thèse de MOUILLERON-ARNOULD [2002], il a été observé expérimentalement une gamme de valeurs dans l'espace des paramètres (θ,Re_p) ou (θ,Ar) avec Ar = $(\rho_p - \rho_f)\rho_f g d^3/\mu_f^2 = Re_p/\theta$ le nombre d'Archimède, pour laquelle aucune instabilité ne se développe au cours du temps malgré un transport de sédiment (figure 4.12 de la thèse de MOUILLERON-ARNOULD [2002]). De plus, analytiquement, différentes prédictions du seuil d'instabilité ont été calculé par CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002], CHARRU et HINCH [2006] et OURIEMI et al. [2009b] pour des écoulements visqueux. Ces critères sont répertoriés dans le tableau 4.3.

Sigle	Auteurs	Critère de stabilité
CMA	Charru et Mouilleron-Arnould (2002)	$\theta = \theta_c(\frac{30}{\theta_c Ar\mu})^{1/2}\frac{d}{h_f}$
CH	Charru et Hinch (2006)	$Ar = \frac{396}{\theta_c}(\frac{d}{h_f})^3$
OAG	Ouriemi et al. (2009b) (pipe flow)	$Re_{bulk} = 0.014Ar(\frac{h_f}{d})^2$

TABLEAU 4.3 – Critères de stabilité de la littérature. μ est le coefficient de friction, θ_c le nombre de Shields critique, $Re_{bulk} = \frac{\rho_f U_0 h_f}{\mu_f}$ le nombre de Reynolds "bulk" et h_f la hauteur de fluide au dessus du lit de grains.

En particulier, la simulation avec pour paramètres adimensionnels $\theta = 0.4$, $Re_p = 0.5$, $Ar = 1.25$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$ possède une gamme de valeurs sensée correspondre à un transport de particules par charriage stable, i.e. sans apparition de rides d'après le deuxième critère (voir 4.4). Bien que la figure 4.40 correspondant à l'évolution de la longueur d'onde λ au cours du temps laisse à penser que des rides se sont développées pour un nombre de Reynolds particulaire de 0.5, les figures 4.41 et 4.45 montrent des amplitudes tellement faibles que l'on pourrait considérer raisonnablement qu'aucune instabilité ne s'est développée dans ce cas précis. Cependant, lorsque l'on regarde la moyenne quadratique de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ et qu'on la compare avec cette même moyenne dans un cas sans rides, comme sur la figure 4.46, on peut voir que, bien que les fluctuations de hauteur de lit du cas avec rides donnent des valeurs du même ordre de grandeur que dans le cas sans ride, celles-ci augmentent de manière constante au cours du temps. Le cas $\theta = 0.4$, $Re_p = 0.5$, $Ga = 1.25$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$ semble donc être un cas sous le seuil d'instabilité mais il nous est impossible de conclure de manière définitive sans des résultats sur des temps plus longs.

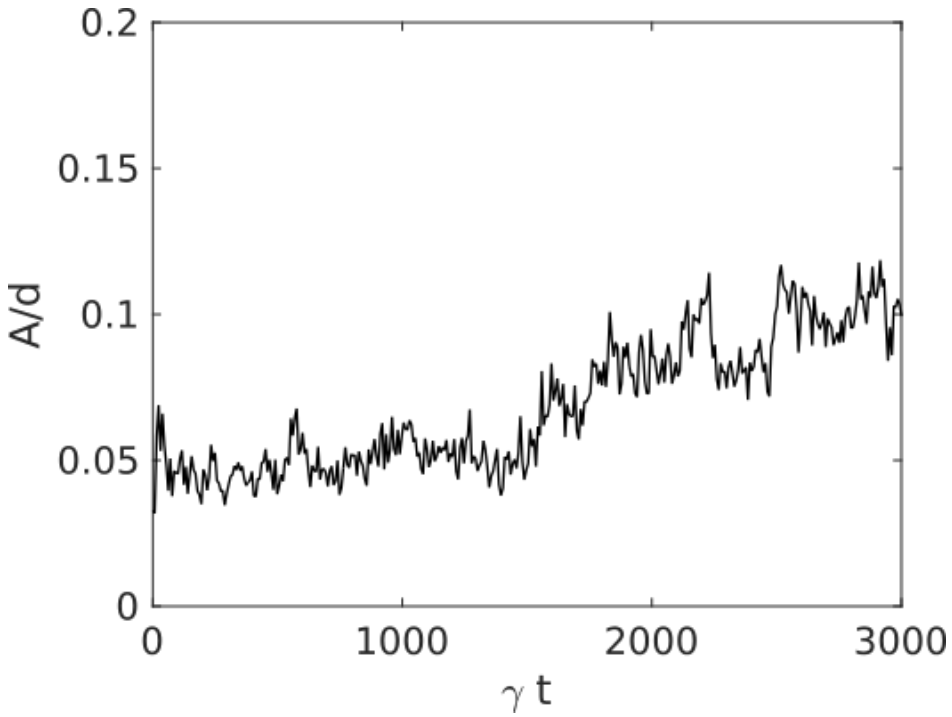


FIGURE 4.45 – Évolution au cours du temps du maximum d'amplitude obtenu avec la FFT pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 0.5$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$.

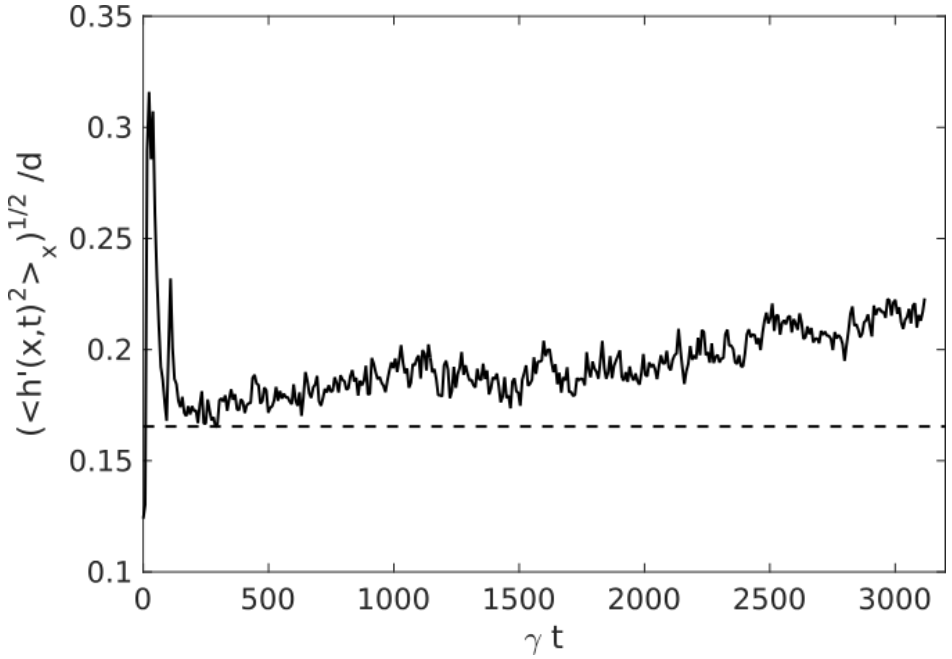


FIGURE 4.46 – Évolution temporelle de la moyenne quadratique de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\theta = 0.40$, $Re_p = 0.5$ et $\rho_p/\rho_f = 2.5$. $(--)$: Moyenne quadratique dans un cas sans rides.

Paramètres						Critère d'apparition de rides			Rides observées ?
h_f/d	θ	Re_p	Ar	θ_c	μ	Re_{bulk}	CMA	CH	OAG	
10	0.4	0.5	1.25	0.12	0.66	50	$\theta > 0.2$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 1.75$	non
10	0.4	1	2.5	0.12	0.66	100	$\theta > 0.14$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 3.5$	oui
10	0.4	7.35	18.37	0.12	0.66	735	$\theta > 0.05$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 25.72$	oui
10	0.4	20	50	0.12	0.66	2000	$\theta > 0.033$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 70$	oui
10	0.2	7.35	36.75	0.12	0.66	735	$\theta > 0.038$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 51.45$	oui
10	0.6	7.35	12.25	0.12	0.66	735	$\theta > 0.066$	$Ar > 3.3$	$Re_{bulk} > 17.15$	oui
20	0.4	7.35	18.37	0.12	0.66	2940	$\theta > 0.027$	$Ar > 0.41$	$Re_{bulk} > 51.44$	oui

TABLEAU 4.4 – Tableau des critères d'apparition de rides pour les différents cas simulés.

4.5.2 Étude d'instabilité aux temps courts

On s'intéresse dans cette partie au développement de l'instabilité aux temps courts. On cherche notamment à déterminer, en partant de lits sinusoïdaux dont on fait varier la longueur d'onde λ à amplitude constante A, s'il est possible de trouver une relation de dispersion entre le taux de croissance ς et le nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$. Les paramètres sans dimension de cette étude sont les mêmes que ceux de l'exemple de la section 4.2, à savoir un nombre de Shields $\theta = 0.4$, un nombre de Reynolds particulaire $Re_p = 7.35$ et un rapport de densité $\rho_p/\rho_f = 2.5$. On impose une amplitude A de $0.5d$ et on fait varier la longueur d'onde des profils sinusoïdaux entre 20 et 500 d. L'étude aux temps courts et le fait que l'on impose des profils sinusoïdaux nous permet d'utiliser la transformée de Fourier afin d'obtenir l'évolution de l'amplitude au cours du temps.

La figure 4.47 montre l'évolution, pour les différentes longueurs d'onde imposées, de l'amplitude A associée au cours du temps. On peut observer que dans chaque cas, dès que l'écoulement fluide est établi, l'amplitude des rides augmentent jusqu'à un certain temps ($\dot{\gamma}t \approx 120$) avant de décroître plus lentement par la suite, la longueur d'onde imposée perdant peu à peu de l'importance au profit d'autres longueurs d'onde. C'est ce que l'on peut observer aussi avec la figure 4.48 qui montre bien, pour $\lambda = 40d$, que la longueur d'onde imposée initialement se maintient et se propage dans le lit jusqu'à $\dot{\gamma}t \approx 500$ avant que la coalescence apparaissent et qu'alors la longueur d'onde principale du lit change. Néanmoins, l'amplitude des différents cas augmente sur des temps très courts et de manière relativement faible. On cherche malgré tout à déterminer un taux de croissance de ces amplitudes entre $\dot{\gamma}t = 80$ et $\dot{\gamma}t = 120$ environ.

Le taux de croissance ς de chaque simulation est déterminé en relevant le coefficient de la fonction exponentielle $A(t) = A(0)e^{\varsigma t}$ caractérisant la croissance de l'amplitude (voir insert figure 4.47). La figure 4.49 montre l'évolution du taux de croissance ς en fonction du nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$. On peut, à partir des données, écrire une relation de dispersion de la forme

$$\varsigma/\dot{\gamma} = a_1(2\pi d/\lambda)^2 + a_2(2\pi d/\lambda) \tag{4.8}$$

avec $a_1 = -0.17$, $a_2 = 0.07$. À noter que la relation de dispersion obtenue est donc une fonction parabolique, ce qui est un résultat attendu des analyses théoriques de CHARRU et MOUILLERON-ARNOULD [2002] ou DURÁN et al. [2014] entre autre.

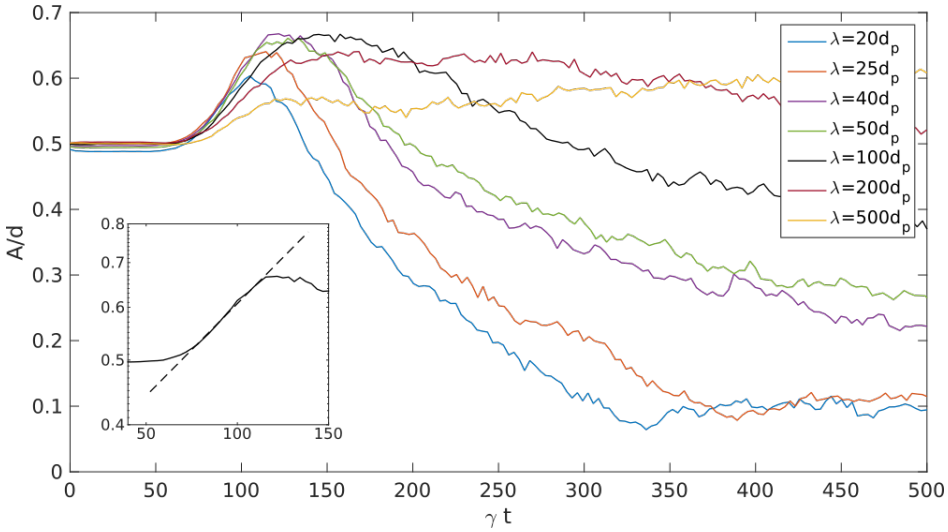


FIGURE 4.47 – Évolution au cours du temps du maximum d'amplitude obtenu avec la FFT pour les différentes longueurs d'onde initiales simulées. Insert : exemple en semi-log de la détermination du taux de croissance de l'amplitude pour $\lambda = 40d$.

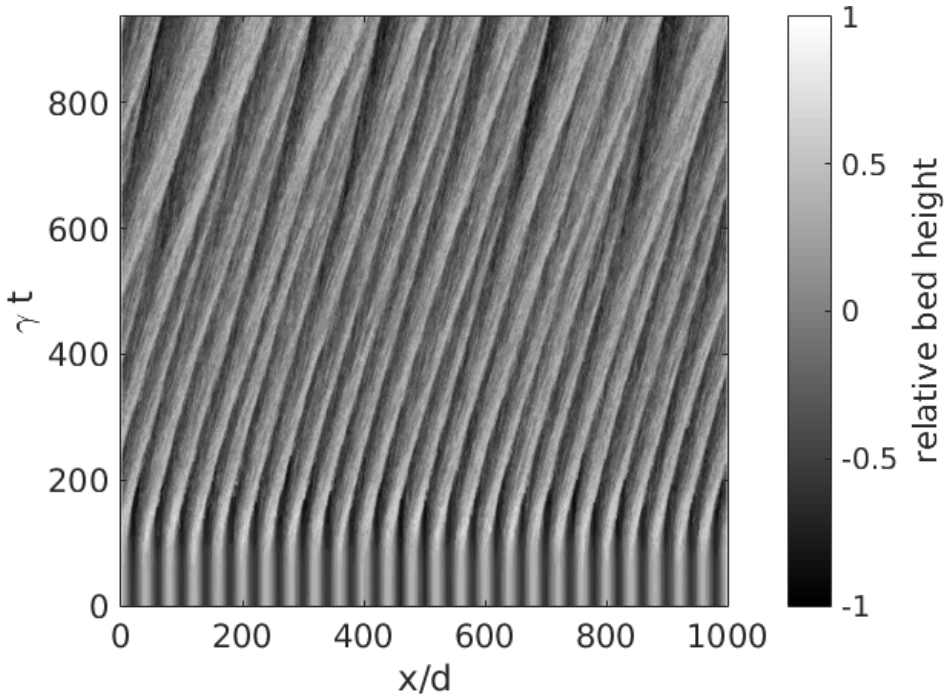


FIGURE 4.48 – Diagramme spatiotemporel de la hauteur relative du lit $h'(x,t)$ pour $\lambda = 40d$.

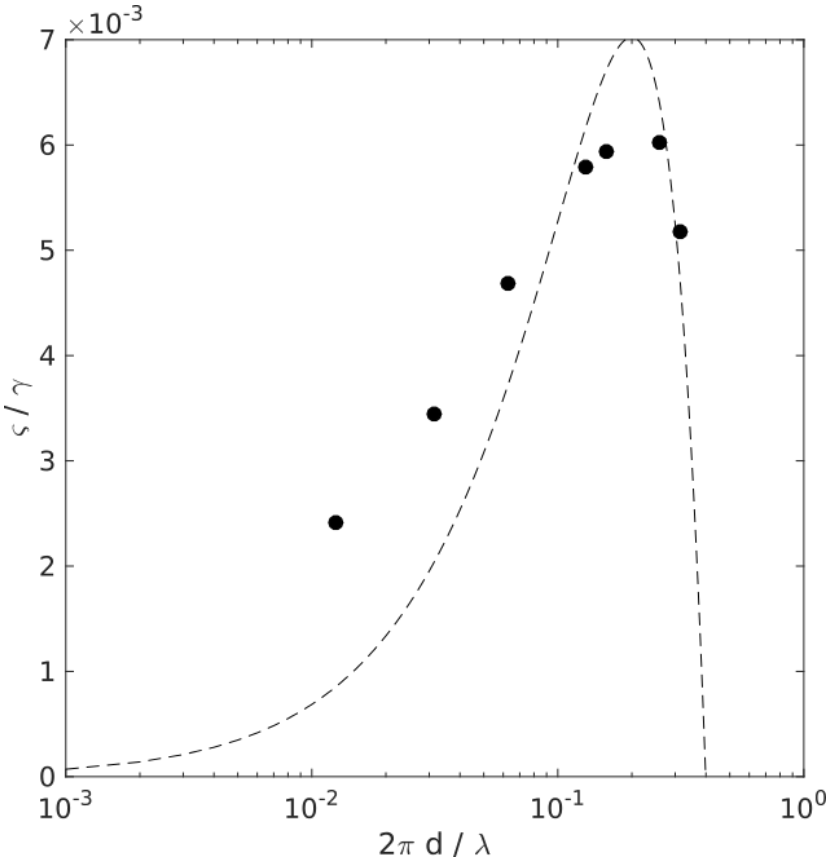


FIGURE 4.49 – Évolution du taux de croissance ς adimensionné en fonction de $2\pi d/\lambda$. −− : éq. 4.8.

Conclusion

Le modèle numérique développé a permis la simulation de la formation de rides dans de grands domaines de calcul autorisant l'apparition éventuelle et le développement d'instabilités à la surface du lit granulaire lorsque celui-ci est soumis à un cisaillement fluide. Ces simulations ont permis d'étudier l'influence de deux paramètres sans dimension sur l'évolution des rides au cours du temps, le nombre de Shields θ et le nombre de Reynolds particulaire Re_p. Les premiers résultats ont montré sur certains aspects un bon accord avec les résultats de la littérature comme les expériences de MOUILLERON-ARNOULD [2002] ou les simulations numériques de KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a]. Nous avons pu observer que le nombre de Shields θ avait une influence sur l'évolution de la longueur d'onde λ des rides, de même que le nombre de Reynolds particulaire Re_p. Cependant, d'autres simulations et une étude plus approfondie des résultats actuels seront nécessaires afin d'expliquer les différences observées entre nos résultats et ceux de la littérature, comme par exemple l'évolution croissante de la longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds ou encore les faibles amplitudes observées des rides.

Conclusion générale et perspectives

Cette thèse a pour objectif l'étude de la dynamique d'un lit de particules cisaillé par un fluide visqueux à l'aide d'un outil numérique basé sur le couplage d'une méthode aux éléments discrets (DEM) pour décrire la phase granulaire et d'une résolution des équations moyennées pour la phase fluide, basées sur les travaux de JACKSON [2000] et qui considère une taille de maille de calcul du champ fluide supérieure à la taille caractéristique des grains. Cette description lagrangienne des particules et eulériennes du fluide présente le double intérêt de pouvoir, d'une part, décrire finement le milieu granulaire et ainsi être en mesure d'accéder à un grand nombre de grandeurs physiques importantes et, d'autre part, faire des études paramétriques sur des domaines comprenant un grand nombre de particule ($O(10^5)$), permettant ainsi l'observation de rides se développant à la surface du lit granulaire.

Tout d'abord, le premier travail de cette thèse a consisté à mettre en place l'outil numérique. Le code DEM, nommé GraDyM (Granular Dynamic Modelling) et initialement développé par IZARD [2014] dans le cadre de sa thèse, permet la description d'écoulements granulaires en environnement sec dont les contacts sont modélisés par une méthode dite de sphères molles. Ce logiciel, rendu exécutable en parallèle sur plusieurs processeurs dans le cadre du stage précédant la présente thèse, permet de suivre de façon individuelle la trajectoire des différentes particules simulées par la résolution des équations de Newton. Le second code utilisé pour décrire l'écoulement du fluide développé au sein du laboratoire, est le code JADIM. Ce logiciel contenait déjà une implémentation des équations moyennées nécessaires à la description d'écoulements en présence d'inclusions de type bulles, la méthode ayant été utilisée dans le cadre de la thèse de CHOUIPPE [2012] afin de décrire l'évolution de bulles d'air dans un écoulement de type Taylor-Couette. Cette méthode permet, de part le fait que le diamètre moyen des particules est inférieur à la taille d'une maille de calcul pour le champ fluide, de simuler des systèmes comprenant un grand nombre de particules, comparativement aux méthodes déjà développées et utilisées au sein du laboratoire comme la méthode des frontières immergées (IBM) utilisée par IZARD et al. [2014a]. Un travail de couplage de ces deux codes a été mené et a nécessité la modification des deux logiciels afin de leur permettre de communiquer. La principale difficulté de cette méthode de couplage réside dans le besoin de modéliser certains termes de fermeture comme la force d'interaction fluide-particule ou le tenseur des contraintes fluide. Une fois l'outil numérique développé, différents tests de validation ont été effectués. Dans un premier temps, un test, déjà fait par CHOUIPPE [2012], a permis de vérifier la bonne implémentation des équations moyennées. Puis dans un second temps, diverses tests ont été réalisés afin de valider le couplage dans son ensemble mais aussi afin de comprendre ses limites. Ainsi, le test de la chute d'une particule isolée dans un fluide visqueux, comparé aux résultats obtenus par une méthode de type frontière immergée par BIGOT et al. [2014] a permis d'établir que la méthode développée dans la thèse fournissait des résultats en bon accord global avec les résultats des simulations de BIGOT et al. [2014] et des solutions asymptotiques. Néanmoins, une erreur

relative est à noter et s'explique par le choix dans la modélisation des forces hydrodynamiques s'exerçant sur les particules, certaines ayant été négligées alors qu'elles peuvent jouer ici un rôle non négligeable (notamment la force de masse ajoutée). Le deuxième test effectué est celui du rebond d'une particule sur une autre de même taille dans un fluide visqueux. Les résultats de nos simulations ont montré que la force de lubrification jouait un grand rôle sur la dynamique du rebond et que, sans celle-ci, une bonne description du phénomène, observé expérimentalement par GONDRET et al. [2002] et numériquement par IZARD et al. [2014a], était impossible. Enfin, le cas de l'effondrement granulaire d'une colonne dense de grains initialement au repos dans un fluide visqueux a été testé et validé grâce aux expériences de RONDON et al. [2011]. Les résultats des simulations ont présenté un bon accord global avec les expériences, étant en outre capables de reproduire les effets de pression de pore ce qui est remarquable, la méthode ne permettant pas une description de l'écoulement à l'échelle de la particule.

La seconde étape de cette thèse a consisté à étudier la mise en mouvement d'un lit granulaire cisaillé par un fluide visqueux dans un domaine de taille suffisamment petite pour empêcher le développement d'instabilité de la surface du lit granulaire et l'évolution de son transport en régime stationnaire en fonction de trois nombres adimensionnels, à savoir le nombre de Shields θ, le nombre de Reynolds particulaire Re_p et le rapport de densité ρ_p/ρ_f. L'objectif de cette étude étaient double, d'une part valider encore une fois l'outil numérique et les différents choix faits concernant son implémentation en comparant nos simulations aux résultats expérimentaux de CHARRU et al. [2004] et numériques de DERKSEN [2011] notamment. D'autre part, cette étude permettait de tester les limites du couplage pour décrire les petites échelles (plus petites que le grain), la mise en mouvement du lit granulaire et sa dynamique proche du seuil nécessitant de décrire localement avec précision l'écoulement à l'échelle du grain. Les simulations effectuées ont montré un bon accord avec les expériences de CHARRU et al. [2004], MOUILLERON et al. [2009] ou les simulations numériques mieux résolues de DERKSEN [2011] notamment dans l'évolution du débit granulaire stationnaire en fonction du nombre de Shields θ, du nombre de Reynolds Re_p et du rapport de densité ρ_p/ρ_f mais aussi de l'évolution de la hauteur de grains mobiles ou encore celle de la densité surfacique de grains mobiles. L'outil numérique a montré néanmoins ses limites lorsqu'il s'agissait de décrire la fonction de densité de probabilité des vitesses des particules ou la détermination du nombre de Shields critique θ_c, critère représentant le seuil de mise en mouvement, détermination légèrement supérieure aux différents résultats expérimentaux ou numériques. Une raison expliquant cela serait la difficulté de la méthode à résoudre avec précision les gradients verticaux de vitesse. La taille de la maille de calcul du champ fluide étant supérieure au diamètre d'un grain, l'évolution du profil de vitesse fluide suivant la verticale n'est pas assez bien résolue.

Enfin, la dernière étape a consisté à étudier, avec un plus grand nombre de particules dans la direction de l'écoulement, la formation et le développement de rides à la surface du lit granulaire et une fois de plus d'observer l'influence des nombres adimensionnels sur les rides. Nos simulations ont tout d'abord permis la formation et le développement de rides à la surface du lit granulaire. De plus, les résultats ont montré une influence du nombre de Shields θ sur l'évolution de la longueur d'onde λ avec des valeurs du même ordre de grandeur que celles trouvées expérimentalement par MOUILLERON-ARNOULD [2002] et par MANTZ [1978]. Il a aussi été montré que l'évolution du débit granulaire en fonction du nombre de Shields est plus importante en présence de rides que sans et les résultats des simulations montrent des valeurs de débits relativement proches de ceux obtenus numériquement par KIDANEMARIAM et UHLMANN [2014a] avec une méthode de

plus petite échelle (IBM). Le nombre de Reynolds particulaire Re_p a également une influence sur l'évolution de la longueur d'onde moyenne des rides. Cependant, nos simulations montrent une tendance inverse à celle observée expérimentalement, à savoir que l'augmentation du nombre de Reynolds particulaire provoque une augmentation de la longueur d'onde des rides. Néanmoins, les résultats de ces simulations ne sont que préliminaires et de nouvelles études futures, comme l'influence de la taille du domaine par exemple, permettront d'apporter plus de clarification aux résultats énoncés ci-dessus.

Les perspectives issues de ce travail sont nombreuses. En effet, de nombreuses questions restent encore en suspens concernant les résultats obtenus dans ce travail. Une étude de l'influence de la longueur du domaine sur les rides semble être la suite logique aux travaux effectués à court terme. Une étude paramétrique d'autres paramètres comme la hauteur de confinement, le raffinement du maillage fluide selon la verticale ou le rapport de densité doit aussi être envisagée. Ensuite, à moyen terme, l'amélioration de certains choix de modélisation de l'outil numérique pourrait être envisagée, permettant au modèle d'avoir une meilleure stabilité numérique et une meilleure prise en compte de certains processus physiques avec l'implémentation de nouvelles forces hydrodynamiques comme la force de masse ajoutée ou la force de portance. L'extension de l'outil aux cas turbulent par l'implémentation d'un tenseur de Reynolds comme le fait CAPECELATRO et DESJARDINS [2013], par exemple, est aussi une possibilité de travaux futurs. Enfin, en ce qui concerne les possibles applications autres que celles dans la continuité de la thèse (mise en mouvement de grains par cisaillement du fluide), il pourrait être intéressant de continuer à utiliser cette méthode pour simuler des effondrements granulaires. Il est envisageable aussi, bien que la méthode de parallélisation ne soit pas forcément optimale dans ce cas de figure, de simuler des barkhanes isolées se déplaçant sous l'effet d'un écoulement fluide turbulent et de comparer les résultats avec ceux obtenus par FRANKLIN et CHARRU [2011] expérimentalement. La simulation numérique permettrait alors d'observer facilement ce qu'il se passe au sein de la barkhane.

Bibliographie

ANDERSON, T. B. et R. JACKSON. 1967, «Fluid mechanical description of fluidized beds. equations of motion», *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 6, nº 4, p. 527–539.

ANDREOTTI, B., Y. FORTERRE et O. POULIQUEN. 2012, *Les milieux granulaires : Entre fluide et solide*, Savoirs Actuels, EDP Sciences.

ASHIDA, K. et M. MICHIUE. 1972, «Study on hydraulic resistance and bedload transport rate in alluvial streams», *Transactions of the Japan Society of Civil Engineers*, 206, p. 59–69.

AUSSILLOUS, P., J. CHAUCHAT, M. PAILHA, M. MÉDALE et E. GUAZZELLI. 2013, «Investigation of the mobile granular layer in bedload transport by laminar shearing flows», *Journal of Fluid Mechanics*, 736, p. 594–615.

BAGNOLD, R. A. 1956, «The flow of cohesionless grains in fluids», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 249, p. 235–297.

BIGOT, B., T. BONOMETTI, L. LACAZE et O. THUAL. 2014, «A simple immersed-boundary method for solid-fluid interaction in constant- and stratified-density flows», *Computers and Fluids*, vol. 97, p. 126–142.

BOURKE, M. C. 2010, «Barchan dune asymmetry : Observations from mars and earth», *Icarus*, 205, nº 1, p. 183 – 197.

BRENNER, H. 1961, «The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface», *Chemical Engineering Science*, 16, nº 3–4, p. 242 – 251.

BROWN, R. L. et J. C. RICHARDS. 1970, *Principles of Powder Mechanics*, Pergamon Press, Oxford.

CALMET, I. 1995, *Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

CAMENEN, B. et M. LARSON. 2005, «A general formula for non-cohesive bed load sediment transport», *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 63, nº 1–2, p. 249 – 260.

CAPECELATRO, J. et O. DESJARDINS. 2013, «An Euler-Lagrange strategy for simulating particle-laden flows», *Journal of Computational Physics*, vol. 238, p. 1–31.

CASSAR, C., M. NICOLAS et O. POULIQUEN. 2005, «Submarine granular flows down inclined planes», *Physics of Fluids*, 17, nº 10, 103301.

CHARRU, F., B. ANDREOTTI et P. CLAUDIN. 2013, «Sand ripples and dunes», *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 45, n° 1, p. 469–493.

CHARRU, F. et E. J. HINCH. 2006, «Ripple formation on a particle bed sheared by a viscous liquid. part 1. steady flow», *Journal of Fluid Mechanics*, 550, p. 111–121.

CHARRU, F., H. MOUILLERON et O. EIFF. 2004, «Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 519, p. 55–80.

CHARRU, F. et H. MOUILLERON-ARNOULD. 2002, «Instability of a bed of particles sheared by a viscous flow», *Journal of Fluid Mechanics*, 452, p. 303–323.

CHAUCHAT, J., S. GUILLOU, N. BARBRY et K. D. NGUYEN. 2009, «Simulation of the turbidity maximum in the seine estuary with a two-phase flow model», *Comptes Rendus Geoscience*, 341, n° 7, p. 505–512.

CHAUCHAT, J. et M. MÉDALE. 2010, «A three-dimensional numerical model for incompressible two-phase flow of a granular bed submitted to a laminar shearing flow», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199, n° 9–12, p. 439 – 449.

CHOUIPPE, A. 2012, *Étude numérique de la réduction de traînée par injection de bulles en écoulement de Taylor-Couette*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

DA CRUZ, F., S. EMAM, M. PROCHNOW, J.-N. ROUX et F. CHEVOIR. 2005, «Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows», *Physical Review E*, 72, p. 021 309.

CUNDALL, P. A. et O. D. L. STRACK. 1979, «A discrete numerical model for granular assemblies», *Géotechnique*, vol. 29, p. 47–65.

D'ALBIGNAC, S. 2012, *Eulerian-Lagrangian simulation of sediment transport*, mémoire de Master 2, Internship, Ocean Engineering Laboratory, University of Delaware, USA.

DERKSEN, J. J. 2011, «Simulations of granular bed erosion due to laminar shear flow near the critical shields number», *Physics of Fluids*, vol. 23, n° 11, p. 1–12.

DERKSEN, J. J. et S. SUNDARESAN. 2007, «Direct numerical simulations of dense suspensions : wave instabilities in liquid-fluidized beds», *Journal of Fluid Mechanics*, 587, p. 303–336.

DU BOYS, M. 1879, «The rhone and streams with movable beds», *Annals des Pontes et Chaussees*, 18, p. 22.

DURAN, J. 1997, *Sables, poudres et grains*, Eyrolles, Paris.

DURÁN, O., B. ANDREOTTI et P. CLAUDIN. 2013, «Turbulent and viscous sediment transport - a numerical study», *Advances in Geosciences*, 37, p. 73–80.

DURÁN, O., B. ANDREOTTI et P. CLAUDIN. 2012, «Numerical simulation of turbulent sediment transport, from bed load to saltation», *Physics of Fluids*, 24, n° 10, p. 1–25.

DURÁN, O., P. CLAUDIN et B. ANDREOTTI. 2014, «Direct numerical simulations of aeolian sand ripples», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111, n° 44, p. 15 665–15 668.

EINSTEIN, H. A. 1950, «The bed-load function for sediment transportation in open channel flows», cahier de recherche 1026, US Department of Agriculture.

ENGELUND, F. et J. FREDSØE. 1976, «A sediment transport model for straight alluvial channels», *Nordic Hydrology*, 7, n° 5, p. 293–306.

FANG, X., J. TANG et H. LUO. 2007, «Granular damping analysis using an improved discrete element approach», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 308, n° 1–2, p. 112–131.

FRANKLIN, E. M. et F. CHARRU. 2011, «Subaqueous barchan dunes in turbulent shear flow. Part 1. dune motion», *Journal of Fluid Mechanics*, 675, p. 199–222.

GIBILARO, L. G., K. GALLUCCI, R. DI FELICE et P. PAGLIAI. 2007, «On the apparent viscosity of a fluidized bed», *Chemical Engineering Science*, 62, n° 1–2, p. 294 – 300. Fluidized Bed Applications.

GONDRET, P., M. LANCE et L. PETIT. 2002, «Bouncing motion of spherical particles in fluids», *Physics of Fluids*, 14, n° 2, p. 643–652.

HALLEZ, Y. 2007, *Mélange gravitationnel de fluides en géométrie confinée*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

HONG, A., M. TAO et A. KUDROLLI. 2015, «Onset of erosion of a granular bed in a channel driven by fluid flow», *Physics of Fluids*, 27, n° 1, p. –.

HOUSSAIS, M., C. P. ORTIZ, D. J. DURIAN et D. J. JEROLMACK. 2015, «Onset of sediment transport is a continuous transition driven by fluid shear and granular creep», *Nature Communications*, 6, p. 6527.

IZARD, E. 2011, *Méthodes de frontières immergées pour la modélisation d'écoulements environnementaux : détection et modélisation des contacts*, mémoire de Master 2, ISIMA.

IZARD, E. 2014, *Modélisation numérique des écoulements granulaires denses immergés dans un fluide*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

IZARD, E., T. BONOMETTI et L. LACAZE. 2014a, «Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 747, p. 422–446.

IZARD, E., T. BONOMETTI et L. LACAZE. 2014b, «Simulation of an avalanche in a fluid with a soft-sphere/immersed boundary method including a lubrication force», *The Journal of Computational Multiphase Flows*, 6, p. 391–405.

JACKSON, R. 2000, *The Dynamics of Fluidized Particles*, Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press.

KENNEDY, J. F. 1963, «The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels», *Journal of Fluid Mechanics*, 16, n° 4, p. 521–544.

KIDANEMARIAM, A. et M. UHLMANN. 2014a, «Direct numerical simulation of pattern formation in subaqueous sediment», *Journal of Fluid Mechanics*, 750, p. R2.

KIDANEMARIAM, A. et M. UHLMANN. 2014b, «Interface-resolved direct numerical simulation of the erosion of a sediment bed sheared by laminar channel flow», *International Journal of Multiphase Flow*, 67, p. 174 – 188.

KRUGGEL-EMDEN, H., M. STURM, S. WIRTZ et V. SCHERER. 2008, «Selection of an appropriate time integration scheme for the discrete element method (DEM)», *Computers & Chemical Engineering*, vol. 32, nº 10, p. 2263–2279.

LAGRÉE, P.-Y. 2003, «A triple deck model of ripple formation and evolution», *Physics of Fluids*, 15, nº 8, p. 2355–2368.

LEIGHTON, D. et A. ACRIVOS. 1986, «Viscous resuspension», *Chemical Engineering Science*, 41, nº 6, p. 1377–1384.

LOBKOVSKY, A. E., A. V. ORPE, R. MOLLOY, A. KUDROLLI et D. H. ROTHMAN. 2008, «Erosion of a granular bed driven by laminar fluid flow», *Journal of Fluid Mechanics*, 605, p. 47–58.

LOISELEUX, T., P. GONDRET, M. RABAUD et D. DOPPLER. 2005, «Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow», *Physics of Fluids*, 17, nº 10, 103304.

MANTZ, P. 1977, «Incipient transport of fine grains and flakes by fluids-extended shield diagram», *Journal of the Hydraulics division*, 103, nº ASCE 12992.

MANTZ, P. 1978, «Bedforms produced by fine, cohesionless, granular and flakey sediments under subcritical water flows», *Sedimentology*, 25, nº 1, p. 83–103.

MAURIN, R., J. CHAUCHAT, B. CHAREYRE et P. FREY. 2015, «A minimal coupled fluid-discrete element model for bedload transport», *Physics of Fluids*, 27, nº 11.

MEYER-PETER, E. et R. MÜLLER. 1948, «Formulas for bed-load transport», IAHR.

MIO, H., A. SHIMOSAKA, Y. SHIRAKAWA et J. HIDAKA. 2007, «Cell optimization for fast contact detection in the discrete element method algorithm», *Advanced Powder Technology*, vol. 18, nº 4, p. 441–453.

MOUILLERON, H., F. CHARRU et O. EIFF. 2009, «Inside the moving layer of a sheared granular bed», *Journal of Fluid Mechanics*, 628, p. 229–239.

MOUILLERON-ARNOULD, H. 2002, *Instabilité d'un milieu granulaire cisaillé par un fluide*, thèse de doctorat, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

NGUYEN, K. D., S. GUILLOU, J. CHAUCHAT et N. BARBRY. 2009, «A two-phase numerical model for suspended-sediment transport in estuaries», *Advances in Water Resources*, 32, nº 8, p. 1187–1196.

OURIEMI, M., P. AUSSILLOUS et E. GUAZZELLI. 2009a, «Sediment dynamics. part 1. bed-load transport by laminar shearing flows», *Journal of Fluid Mechanics*, 636, p. 295–319.

OURIEMI, M., P. AUSSILLOUS et E. GUAZZELLI. 2009b, «Sediment dynamics. part 2. dune formation in pipe flow», *Journal of Fluid Mechanics*, 636, p. 321–336.

OURIEMI, M., P. AUSSILLOUS, M. MEDALE, Y. PEYSSON et E. GUAZZELLI. 2007, «Determination of the critical shields number for particle erosion in laminar flow», *Physics of Fluids*, 19, nº 6, p. –.

PACHECO, P. 1997, *Parallel Programming with MPI*, Morgan Kaufmann Publishers.

PENG, Z., E. DOROODCHI, C. LUO et B. MOGHTADERI. 2014, «Influence of void fraction calculation on fidelity of CFD-DEM simulation of gas-solid bubbling fluidized beds», *American Institute of Chemical Engineers*, vol. 60, nº 6, p. 2000–2018.

PINTO MARTINS, D. 2008, *Aménagements hydroélectriques et impacts sur la dynamique des flux d'eau et de sédiments. Le cas du haut Paraná, Brésil*, thèse de doctorat, Thèse de doctorat en géographie, université Louis-Lumière (Lyon 2).

PÖSCHEL, T. et T. SCHWAGER. 2005, *Computational Granular Dynamics : Models and Algorithms*, SCIENTIFIC COMPUTATION, Springer.

PYE, K. et H. TSOAR. 2008, *Aeolian sand and sand dunes*, Springer Science & Business Media.

RAILLARD, O., P. LE HIR et P. LAZURE. 1994, «Transport de sédiments fins dans le bassin de marennes-oléron : mise en place d'un modèle mathématique», *La Houille Blanche*, , nº 4, p. 63–71.

RIBBERINK, J. S. 1998, «Bed-load transport for steady flows and unsteady oscillatory flows», *Coastal Engineering*, 34, nº 1–2, p. 59 – 82.

RONDON, L., O. POULIQUEN et P. AUSSILLOUS. 2011, «Granular collapse in a fluid : Role of the initial volume fraction», *Physics of Fluids*, 23, nº 7, 073301.

SAVAGE, S. B. et K. HUTTER. 1989, «The motion of a finite mass of granular material down a rough incline», *Journal of Fluid Mechanics*, 199, p. 177–215.

SCHAFLINGER, U., A. ACRIVOS et H. STIBI. 1995, «An experimental study of viscous resuspension in a pressure-driven plane channel flow», *International Journal of Multiphase Flow*, 21, nº 4, p. 693–704.

SCHILLER, L. et Z. NAUMANN. 1935, «A drag coefficient correlation», *Vdi Zeitung*, 77, nº 318, p. 51.

SCHMEECKLE, M. W. 2014, «Numerical simulation of turbulence and sediment transport of medium sand», *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 119, nº 6, p. 1240–1262, ISSN 2169-9011.

SHÄFER, J., S. DIPPEL et D. E. WOLF. 1996, «Force schemes in simulations of granular materials», *Journal de Physique I France*, 6, nº 1, p. 5–20.

SHIELDS, A. 1936, «Anwendung der aehnlichkeitsmechanik und der turbulenzforschung auf die geschiebebewegung», cahier de recherche, Preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau.

SOULSBY, R. L., R. J. S. WHITEHOUSE et al.. 1997, «Threshold of sediment motion in coastal environments», dans *Pacific Coasts and Ports' 97 : Proceedings of the 13th Australasian Coastal and Ocean Engineering Conference and the 6th Australasian Port and Harbour Conference ; Volume 1*, Centre for Advanced Engineering, University of Canterbury, p. 145.

TENNETI, S., R. GARG et S. SUBRAMANIAM. 2011, «Drag law for monodisperse gas–solid systems using particle-resolved direct numerical simulation of flow past fixed assemblies of spheres», *International Journal of Multiphase Flow*, 37, nº 9, p. 1072 – 1092.

UHLMANN, M. 2005, «An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows», *Journal of Computational Physics*, 209, n° 2, p. 448–476.

VALANCE, A. et V. LANGLOIS. 2005, «Ripple formation over a sand bed submitted to a laminar shear flow», *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 43, n° 2, p. 283–294.

VAN RIJN, L. C. 1993, *Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*, 1006, Aqua publications Amsterdam.

WONG, M. et G. PARKER. 2006, «Reanalysis and correction of bed-load relation of Meyer-Peter and Müller using their own database», *Journal of Hydraulic Engineering*, 132, n° 11, p. 1159–1168.

XIAO, H. et J. SUN. 2011, «Algorithms in a robust hybrid CFD-DEM solver for particle-laden flows», *Communications in Computational Physics*, vol. 9, n° 2, p. 297–323.

YALIN, M. S. 1963, «An expression for bed-load transportation», *Journal of Hydraulic Division ASCE*, 89, n° 3, p. 221–250.

YALIN, M. S. et E. KARAHAN. 1979, «Inception of sediment transport», *Journal of the Hydraulics Division*, 105, n° 11, p. 1433–1443.