Université Fédérale
Toulouse Midi-Pyrénées

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

Présentée et soutenue par :
Loïc BERNARD

le 16 juin 2016

Titre :

Etude statique et dynamique du couplage flexion-torsion
d'une pale d'hélicoptère

École doctorale et discipline ou spécialité :
ED MEGEP : Génie mécanique, mécanique des matériaux

Unité de recherche :
Instut Clément Ader (ICA)

Directeur/trice(s) de Thèse :

CASTANIE Bruno, Professeur, INSA Toulouse (Directeur)
MICHON Guilhem, Professeur, ISAE SUPAERO (Codirecteur)

Jury :
JAQUEMIN Fédéric, Professeur, Université de Nantes (Président du Jury)
BAHLOULI Nadia, Professeur, Université de Strasbourg (Rapporteur)
CHEVALLIER Gaël, Professeur, Université de Franche-Comté (Rapporteur)
LOPRESTO Valentina, Professeur, Université de Naples (Examinateur)
CASTANIE Bruno, Professeur, INSA Toulouse (Directeur de thèse)
MICHON Guilhem, Professeur, ISAE SUPAERO (Codirecteur de thèse)

Remerciements

Cette thèse est le résultat d'une collaboration entre le département Mécanique des Structures et Matériaux de l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace et AIRBUS Helicopters au sein de l'Institut Clément Ader au travers d'un contrat CIFRE subventionné par l'ANRT.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mes travaux de thèse ainsi que pour l'intérêt qu'ils y ont porté.

Mes premiers remerciements vont à mon encadrement. Bruno CASTANIE pour son soutient sans failles malgré des débuts difficiles. Merci pour sa bonne humeur, ses blagues distinguées et les longs échanges sur l'univers de la moto. Je remercie sincèrement Guilhem MICHON pour sa confiance, ses qualités humaines et ses conseils très pertinents qui ont permis de faire avancer mes travaux. Merci à eux deux pour leurs qualités scientifiques mais aussi pour m'avoir aidé à développer mes connaissances scientifiques et à prendre confiance en moi.

Merci également à toute l'équipe technique, je pense à Xavier FOULQUIER pour tous les conseils, les techniques de fabrication des matériaux composites ainsi que pour la grande qualité de son travail qui m'ont permis d'obtenir de bons résultats expérimentaux. Merci à l'équipe de l'atelier usinage pour la qualité des nombreuses pièces demandées. Merci à Thierry FAURE pour ces conseils lors de la conception du moule du tronçon de pale. Merci également à Fréderic LACHAUX pour son aide et ces connaissances du logiciel SAMCEF. Je remercie aussi Joseph MORLIER pour tous ces conseils et sa gentillesse et enfin je termine par un grand merci à Jean Benoit ALIBERT pour m'avoir aidé à réaliser des montages expérimentaux de qualité qui ont largement contribués au bon déroulement de ma thèse.

J'en profite pour remercier également les personnes du service pale d'AIRBUS Helicopters pour m'avoir transmis la passion de l'hélicoptère et les bases du métier. Un merci tout particulier à Benoit GRESLE, Vincent NEGRE et Damien REVEILLON de m'avoir permis de réaliser cette belle aventure dans le monde de la recherche.

J'adresse aussi un grand merci à tous les doctorants de l'ICA qui mettent une super ambiance au sein du laboratoire. Spécial merci à #Jojo pour les craquages en bonne et due forme qui ont donné naissance à une nouvelle tendance philosophique dans le BR2027. A Arnaud alias Mr Matlab pour son aide et les grandes discussions sociétales. A Tostino pour ces tartes aux citrons. A Dub pour toutes les dubarades subies. A Luc et Androu pour leurs vidéos surréalistes aux heures de siestes. A Pilou pour sa jeunesse et les tournées de panaché. A Jean-loup et Guana pour leur fidélité aux pauses café. A Sylvain recordman du plus gros portefeuille inséré dans une poche. A Ben le plus beau biker de l'ECA. A MPa pour les montages photos de haut vol sans oublier les anciens Donichou, Teddy, Lubar, Elsa et Etienne pour avoir montré le chemin à suivre.

Mes remerciements vont tout naturellement à tous mes amis/coloc que j'ai eu la chance de rencontrer sur Toulouse et tous les copains du club MURET MONTAGNE qui m'ont bien aidé à décompressé pendant les temps durs, merci pour votre bonne humeur, votre passion, votre gentillesse et tous ces moments inoubliables passés accrochés à un caillou, la pioche à la main et les spatules aux pieds.

Je termine mes remerciements par ma famille qui m'a toujours encouragé et fait de moi la personne que je suis aujourd'hui. Et enfin, un immense merci à ma petite Nono qui m'a épaulé à la perfection pendant les moments difficiles en m'offrant d'excellents moments de détentes, des heures d'écoutes et un soutien inébranlable pendant le sprint final de la fin de thèse avec de bons petits plats et une correction de fautes d'orthographes. Tu es la meilleure…

Table des Matières

Introduction Générale 9

Chapitre I Mécanique du vol de l'hélicoptère 13

I.1 Introduction 14

I.2 Structure de l'hélicoptère 14

I.3 Aérodynamique d'un rotor 15

I.3.1 Vol vertical 15

I.3.2 Vol d'avancement 18

I.4 Architecture des pales 22

I.4.1 Aérodynamique des profils 22

I.4.2 Structure interne des pales 24

I.5 Mécanique du rotor 25

I.5.1 Influence du rotor 25

I.5.2 Contrôle du rotor 26

I.5.3 Les dégrée de libertés d'un rotor 28

I.5.4 Différentes architectures de rotor 30

I.6 Dynamique du rotor 32

I.6.1 Processus de conception 32

I.6.2 Nature des transmissions 32

I.6.3 Critères de design 33

I.6.4 Instabilités structure 34

I.6.5 Instabilités aérodynamique 35

I.7 Réduction des charges dynamiques par le vrillage des pales 37

I.7.1 Vrillage actif 37

I.7.2 Vrillage passif 40

I.8 Optimisation aéroélastique 42

I.8.1 Approche numérique 42

I.8.2 Approche expérimentale 46

I.9 Positionnement de la thèse 50

I.9.1 Démarche scientifique 51

Chapitre II Etude statique 53

II.1 Introduction 54

II.2 Théories des poutres composites 54

II.2.1 Théorie des poutres métalliques appliquées aux composites 54

II.2.2 Théorie des poutres d'ordre supérieur 56
II.2.3 Théorie des poutres dites « exacte » 58
II.2.4 Bilan 60

II.3 Ame à gradient fonctionnel 60

II.4 Hypothèses et méthodes de l'étude statique 65
II.4.1 Les conditions aux limites 65
II.4.2 Moyen de calcul 66
II.4.3 Simplification de la structure 67

II.5 Etude des couplages simples 69
II.5.1 Couplage par le Revêtement 70
II.5.2 Couplage par gradient de propriétés mécaniques horizontales dans l'âme 72
II.5.3 Couplage par position du raidisseur 75
II.5.4 Conclusions 80

II.6 Association des couplages 80
II.6.1 Cas des couplages inertiels 80
II.6.2 Association couplage inertiel et structurel 83
II.6.3 Conclusions 86

II.7 Mise en évidence des interactions des couplages pour des sections de type caisson et sandwich. 87
II.7.1 Cas du Caisson 87
II.7.2 Cas du sandwich 92
II.7.3 Synthèse des effets des technologies couplantes. 97

II.8 Dimensionnement de la poutre sandwich expérimentale 99
II.8.1 Choix des dimensions 99
II.8.2 Choix de l'épaisseur de l'âme 103
II.8.3 Bilan du dimensionnement 104

II.9 Conclusions 105

Chapitre III Etude Dynamique 107

III.1 Introduction 108

III.2 Dynamique des structures 108
III.2.1 Le principe de superposition modale 111
III.2.2 Paramètres effectifs 114

III.3 Etat de l'art des poutres en dynamique 116
III.3.1 Résolutions analytique 116
III.3.2 Méthode de résolution des équations du déplacement 119
III.3.3 Résolutions Numérique 121

III.3.4 Bilan 124

III.4 Outils de corrélation essai/simulation 124

III.4.1 Corrélation des fonctions de réponse en fréquence 125

III.4.2 Corrélation des fréquences propres 126

III.4.3 Corrélation des déformées modales 127

III.4.4 Sources d'imprécision de corrélation essai/simulation. 128

III.5 Essais dynamique 129

III.5.1 Analyse expérimentale 129

III.5.2 Analyse numérique 133

III.5.3 Choix du montage expérimental 138

III.5.4 Corrélation essai/simulation du montage « excitation ponctuelle » 138

III.5.5 Conclusions sur le choix du montage expérimental 148

III.6 Etude du couplage flexion-torsion : Poutre sandwich 149

III.6.1 Etude du couplage structurel (poutre de type 2) 149

III.6.2 Etude du couplage inertiel (poutre de type 3) 154

III.6.3 Combinaison des couplages flexion-torsion (poutre de type 4) 159

III.6.4 Phénomène de « mode veering » 165

III.6.5 Bilan de l'étude de la poutre sandwich 167

III.7 Etude du couplage flexion-torsion : Tronçon de pale 169

III.7.1 Phase expérimentale 169

III.7.2 Modèle numérique du tronçon de pale 172

III.7.3 Etude des technologies couplantes 174

III.7.4 Bilan de l'étude du tronçon de pale 194

III.8 Conclusion 196

Conclusion Générale 197

Annexes 201

Annexe I : Théorie de Vlasov 201

Annexe II : Problème de Saint Venant 203

Annexe III : Comparaison Cbeam/SAMCEF 204

Annexe IV : Signaux d'excitation expérimentaux 205

Annexe V : Essais DMA 211

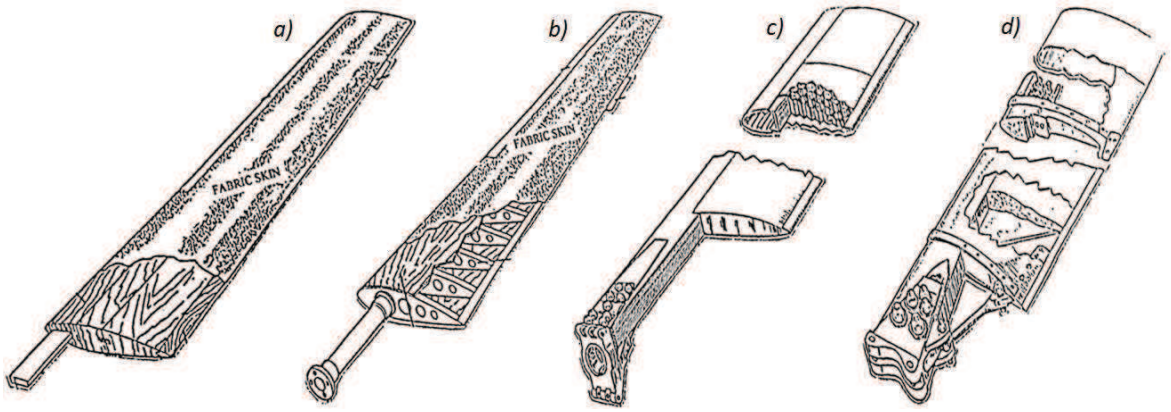
Annexe VI : Fabrication des tronçons de pale 214

Bibliographie 219

Introduction Générale

Depuis les premiers dessins réalisés par de Vinci dans les années 1480, de nombreuses évolutions sont apparus pour donner l'importance qu'occupe l'hélicoptère dans le paysage aéronautique. L'essor des voilures tournantes a commencé avec l'apparition des turbomoteurs qui ont permis l'apport d'énergie suffisante pour alimenter une technique de vol très énergivore. Des appareils plus rapide, plus fiable et également plus lourd capable de transporter plusieurs personnes ont permis d'ouvrir l'utilisation des voilures tournantes à de nombreux domaines d'applications. Depuis ces premières applications en tant que soutient militaire des troupes terrestre, l'hélicoptère est aujourd'hui utilisé pour l'assistance, la surveillance, le sauvetage en mer et en montagne mais aussi dans la sécurité et bien évidement le transport de marchandise et de personnes dans une multitude d'environnements. L'ensemble de ces applications ont permis à des entreprise comme AIRBUS Helicopters de vendre plus 12000 appareils au cours des dernières décennies et ce chiffre est en constante augmentation.

Au-delà des nombreux avantages que procurent les vols verticaux et stationnaires, plusieurs problématiques brident l'utilisation des voilures tournantes. La pollution sonore, les vibrations et l'efficacité de ce type de vol sont les principaux freins à son développement. Un des principaux leviers d'amélioration concerne le rotor principal et plus particulièrement des pales qui permettent la sustentation et la manœuvrabilité de l'appareil. Les pales sont exposées à de fortes contraintes mécaniques et doivent donc être légères et robustes. Initialement les pales étaient composées de bois, facile à mettre en œuvre pour un poids acceptable mais le procédé de fabrication peu reproductible a poussé vers une utilisation d'alliages d'aluminium (Figure 1). Les qualités mécaniques et la légèreté de cet alliage a conduit à son utilisation dans les pales jusque dans les années 70.



a) Pale en bois du Bell 47

b) Pale en bois complexe de l'Alouette 1

c) Pale en aluminium du Sikorsky S58

d) Pale en aluminuim complexe de l'Alouette III

Figure 1 - Evolution de l'architecture des pales d'hélicoptères.

L'optimisation des rotors a commencé avec l'apparition de profils aérodynamiques plus complexes et de lois de vrillage dans les pales ce qui a rendu l'utilisation de ces alliages délicat. Les problèmes de résistance à la fatigue des pales d'alliage d'aluminium allié à la nécessité d'augmenter la durée de vie des pales ont conduit à l'apparition de l'utilisation des matériaux composites. La maitrise des procédés de fabrication, ses excellentes propriétés mécaniques, sa légèreté et son excellente résistance à la fatigue ont permis d'imposer ces matériaux dans la structure des pales. A ce jour, les pales sont toujours fabriquées avec ces matériaux et se présentent sous forme de caissons composés de tissus de carbone, de tissus de verre, de diverses résines ainsi que de mousses. De plus les matériaux composites permettent d'orienter les fibres des tissus dans la direction des sollicitations et d'ajouter des renforts locaux pour ajuster les raideurs dans les zones critiques de la pale. Ils permettent également des architectures géométriques complexes de type « Bleu Edge » (Figure 2). Cette utilisation ciblée des composites a entrainé une réduction importante de la masse tout en répondant aux exigences mécaniques. Ce changement du rapport rigidité/masse a favorisé l'apparition de problématiques lié à l'aéroélasticité du rotor.



Figure 2 - Pale « Blue Edge » d'AIRBUS Helicopters.

Les instabilités aéroélastiques et la maitrise des charges dynamiques ont été identifiés comme un fort axe de progrès depuis le début des années 90. Les charges dynamiques sont issues de la portance dissymétrique du vol de l'hélicoptère induit par la commande de pas cyclique. Cette dissymétrie se traduit par des efforts et des inerties importantes au niveau de l'articulation. Ces chargements sont des multiples du régime de rotation du rotor que l'on appelle harmoniques. L'association des pales sur le rotor permet d'annuler une grande partie de ces efforts et inerties. Toutefois la partie restante de ces charges dynamiques sont à l'origine des vibrations transmises aux ensembles mécaniques et au fuselage réduisant ainsi la durée de vie des composants et le confort des passagers. L'utilisation des caractéristiques anisotropes des matériaux composites est souvent présentée comme une solution intéressante à la suppression de ces instabilités et à la diminution des charges dynamiques. Les couplages entre les différents mouvements de la pale, de type flexion-torsion ou bien extension-torsion, pourraient permettre d'adapter la forme des pales aux différentes phases de vols de l'hélicoptère et ainsi améliorer les interactions fluide/structure entre l'air et la pale à l'origine des chargements aérodynamiques et ainsi limiter la réponse du rotor et charges dynamiques qui en découlent.

L'objectif de cette thèse est de générer, comprendre, maitriser et quantifier le couplage flexion-torsion des pales d'hélicoptère nécessaire pour réduire les instabilités aérodynamiques et les charges dynamiques. L'objectif est de développer une architecture interne de pale permettant la création du couplage flexion-torsion grâce à une association judicieuse entre l'anisotropie des matériaux composites, une nervure évolutive dans l'envergure et un gradient de mousse horizontal. Il s'agira également de comprendre les mécanismes qui permettent la présence de ce couplage afin d'en maitriser les effets. Un autre aspect de ces travaux concernera l'élaboration d'une méthode permettant la quantification de ce couplage de façon à pouvoir évaluer la quantité de couplage nécessaire par rapport aux effets voulus. L'ensemble de ces travaux s'inscrit dans une démarche combiné » expérimentale et théorique seront présentés en trois chapitres.

Le premier chapitre présente le contexte et la problématique de la recherche. Une introduction à la mécanique du vol de l'hélicoptère est proposée et traite de l'aérodynamique d'un rotor pour les différentes phases de vols ce qui va permettre de comprendre les interactions fluide/structures. Une partie sur l'architecture des pales est ensuite expliquée afin de comprendre les exigences mécaniques auxquelles doivent faire face chaque éléments interne de la pale et ainsi comprendre l'origine des solutions couplantes proposées. Une partie est également dédiée à la mécanique du rotor pour identifier les différentes technologies de rotors présentes dans l'industrie et permet également de comprendre son fonctionnement. Ce paragraphe permet une introduction à une partie importante sur la nature et l'origine des transmissions des charges dynamiques, les instabilités qu'elles engendrent afin de se rendre compte des enjeux de cette problématique. Il est ensuite question des solutions possibles pour la réduction des charges dynamiques à travers les vrillages actifs et passifs en proposant différentes technologies, leurs avantages et inconvénients pour justifier les motivations de ces travaux de thèse. Cette première partie conclue sur un état de l'art sur l'optimisation aeroélastique qui illustre les différents travaux utilisant un vrillage passif à l'aide du couplage élastique des composites. Cet état de l'art traite des approches numériques et expérimentales des travaux principaux depuis le début des années 90.

Le second chapitre se focalise sur les comportements en statique du couplage flexion-torsion. Pour étudier les différents aspects du couplage. Le chapitre commence par un état de l'art des différentes théories des poutres composites de façon à déterminer laquelle de ces théories est la plus à même de retranscrire les phénomènes physiques lié à l'anisotropie des composites et au comportement particulier des poutres composites. La complexité du comportement anisotrope des composites associées à des formes géométriques complexes peuvent mettre en défaut les théories des poutres les moins avancées. Le calcul de la matrice de rigidité des sections de la poutre permet de retranscrire l'ensemble des couplages au travers les différents termes extra-diagonaux. A l'issu de cet état de l'art une théorie des poutres composites sera choisi pour mener l'ensemble de l'étude statique. Un état de l'art est également présent sur la présence d'âme à gradient fonctionnel afin d'établir si une telle technologie a déjà été utilisé pour le couplage dans des poutres composites. Une fois la théorie des poutres choisie et l'originalité des solutions technologiques pour générer un couplage flexion-torsion établis, un processus de simplification de la géométrie est présenté pour limiter les sources d'erreurs pendant l'étude des leviers qui permettent la création du

couplage via les différentes solutions technologiques. Les effets du couplage flexion-torsion des technologies couplante appliqués à un cas simple sont tout d'abord étudiés séparément avant d'être combinés dans le but d'étudier leurs interactions. Ces travaux permettent d'obtenir une série de configurations types pour continuer l'étude du couplage en dynamique. L'approche semi-empirique choisie nécessite une campagne expérimentale importante et pour ce faire une réduction de modèle est nécessaire dans le but d'être adapté aux moyens expérimentaux. C'est ce que propose la dernière partie de ce chapitre.

Enfin, le dernier chapitre de ces travaux de thèse concerne le comportement dynamique du couplage flexion-torsion. Un état de l'art sur les différents modèles analytiques et numériques de résolution dynamique de poutre est présenté en début de chapitre. Cet état de l'art permet de déterminer quelle approche est la plus appropriée pour la résolution d'un tel problème dynamique. La démarche nécessite également un grand nombre d'outils d'analyse qui sont présentés dans un paragraphe dédié. Les configurations des échantillons simples déterminées par le chapitre précédant sont utilisées pour comprendre l'impact de chacune des technologies couplante sur le comportement dynamique d'une poutre sandwich. Une étude préliminaire sur le choix d'un montage expérimentale adapté est également menée pour permettre une mise en évidence des effets du couplage flexion-torsion. Un dialogue essai-simulation est présenté pour l'ensemble des cas tests afin d'évaluer la capacité du modèle numérique à représenter le comportement réel de la poutre sandwich couplée soumise à une excitation harmonique. Enfin, une démarche similaire est appliquée dans le cas complexe d'un tronçon de pale d'hélicoptère équipé d'un pli hors axe, d'un gradient de mousse horizontal et d'une nervure évolutive.

La conclusion permet finalement de faire un inventaire des résultats obtenus, sur la capacité des technologies choisies à créer un couplage flexion-torsion mais également sur la capacité des outils développés à quantifier le couplage. Ce bilan montre aussi les éventuelles limitations du modèle à retranscrire des phénomènes physiques mis en jeu. Des perspectives sont également présentées pour continuer l'étude du couplage flexion-torsion en dynamique vibratoire pour les pales d'hélicoptères.

Chapitre I

Mécanique du vol de l'hélicoptère

I.1 Introduction 14
I.2 Structure de l'hélicoptère 14
I.3 Aérodynamique d'un rotor 15
I.3.1 Vol vertical 15
I.3.2 Vol d'avancement 18
I.4 Architecture des pales 22
I.4.1 Aérodynamique des profils 22
I.4.2 Structure interne des pales 24
I.5 Mécanique du rotor 25
I.5.1 Influence du rotor 25
I.5.2 Contrôle du rotor 26
I.5.3 Les dégrée de libertés d'un rotor 28
I.5.4 Différentes architectures de rotor 30
I.6 Dynamique du rotor 32
I.6.1 Processus de conception 32
I.6.2 Nature des transmissions 32
I.6.3 Critères de design 33
I.6.4 Instabilités structure 34
I.6.5 Instabilités aérodynamique 35
I.7 Réduction des charges dynamiques par le vrillage des pales 37
I.7.1 Vrillage actif 37
I.7.2 Vrillage passif 40
I.8 Optimisation aéroélastique 42
I.8.1 Approche numérique 42
I.8.2 Approche expérimentale 46
I.9 Positionnement de la thèse 50
I.9.1 Démarche scientifique 51

I.1 Introduction

L'évolution technologique s'inscrit dans une course à l'innovation. Ceci est vrai dans tous les domaines et plus particulièrement dans le domaine des voilures tournantes. Depuis les années 80, les matériaux composites font partie intégrante des structures de pales d'hélicoptères pour des raisons de résistance à la fatigue accrue mais aussi pour leur tolérance aux dommages. Ces matériaux ont été une évolution majeure en termes de conception de par leurs caractéristiques anisotropes. Les matériaux composites présentent aussi des propriétés mécaniques spécifiques très intéressantes qui en font des matériaux privilégiés pour l'aéronautique. En 1949, la notion de couplage aéroélastique est introduite avec les travaux de Munk [Mun49] sur les hélices d'avions afin d'adapter le vrillage en fonction de la poussée grâce à l'orientation des fibres de bois qui composent l'hélice. Les notions de couplages aéroélastiques appliquées aux matériaux composites apparaissent d'abord dans l'aviation au début des années 80 avec le programme X-29 (avion à flèche négative). Cette configuration engendre des problèmes de divergence que [Weisshaar, 1981] a solutionnée grâce au couplage aéroélastique flexion-torsion. Ce couplage a été ensuite démontré expérimentalement en soufflerie par [Sherrer et al., 1981]. Shirk définit en 1986 cette approche d'optimisation aeroélastique et lui donne la définition suivante : « *Aeroelastic tailoring is the embodiment of directional stiffness into an aircraft structural design to control aeroelastic deformation, static and dynamic, in such a fashion as to affect the aerodynamic and structural performance of that aircraft in beneficial way* » [Shirk et al., 1986].

I.2 Structure de l'hélicoptère

L'architecture classique d'un hélicoptère est constituée de deux rotors, un rotor principal, situé au-dessus du fuselage et un rotor arrière situé en bout de queue de l'appareil. Le corps principal de l'hélicoptère, appelé « fuselage », est constitué d'une cabine pour le pilotage de l'appareil et le transport de personnes ou de marchandise, d'un ou des turbomoteur(s) et de la boîte de transmission servant à générer la puissance et à entrainer les rotors. Le rotor principal assure la sustentation et la manœuvrabilité de la machine sur ses axes de roulis et de tangage Le rotor arrière, caréné ou non, a pour fonction de contrecarrer le couple de réaction du rotor principal et sert à contrôler la machine sur l'axe de lacet.

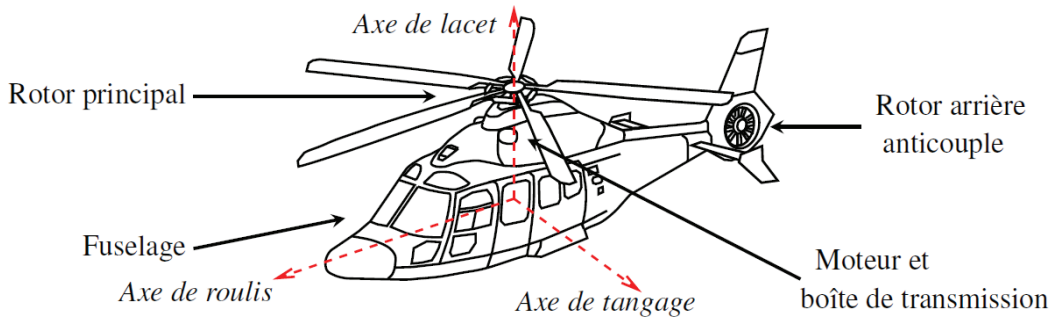
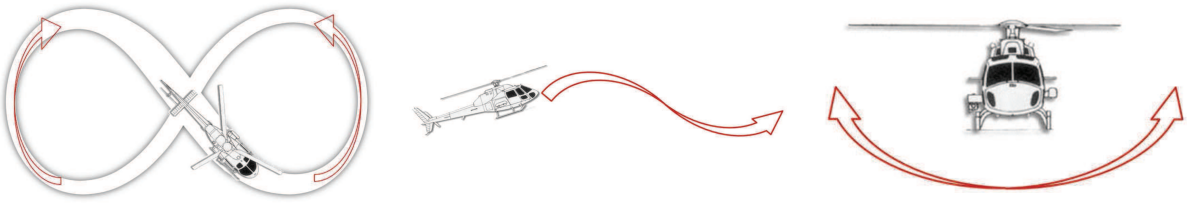


Figure 3 - Présentation de l'hélicoptère.

Le contrôle de l'axe de lacet permet une maitrise de l'azimut de l'appareil (Figure 4-a)

Le contrôle de l'axe de tangage permet à l'hélicoptère la maitrise de son assiette (Figure 4-b)

Le contrôle de l'axe de roulis permet la maitrise du virage et de son azimut (Figure 4-c)



a) *Stabilité en lacet* *b) Stabilité en tangage* *c) Stabilité en roulis*

Figure 4 - Différentes manœuvre de l'hélicoptère.

Le contrôle de l'ensemble de ces axes est important d'un point de vue maitrise de l'appareil mais aussi d'un point de vue du confort des passagers et pilotes.

I.3 Aérodynamique d'un rotor

La rotation du rotor transmet de l'énergie à la colonne d'air environnement et de ce fait crée un flux d'air se déplaçant du haut vers le bas en passant par le rotor. Dans la théorie de Froude le rotor est considéré comme un disque et le flux d'air passant dans ce disque est appelé flux induit V_i. Dans les expressions de ce paragraphe le disque rotor a une surface notée A, l'air a une densité notée ρ, la pression en amont du disque p_1 et p_2 en aval pour une poussée T. Dans le cas du vol vertical la vitesse d'élévation amont est notée V_h et en vol d'avancement V_∞ la vitesse du flux aval est notée w. Enfin l'inclinaison du rotor pour donner une vitesse d'avancement à l'appareil est notée α.

I.3.1 Vol vertical

La détermination des performances de l'hélicoptère en vol vertical s'inspire de la théorie des moments 1D axial. Le vol vertical concerne trois types de vol : le vol stationnaire qui permet à l'hélicoptère de faire du surplace et les vols ascendant et descendants.

I.3.1.1 *Vol stationnaire*

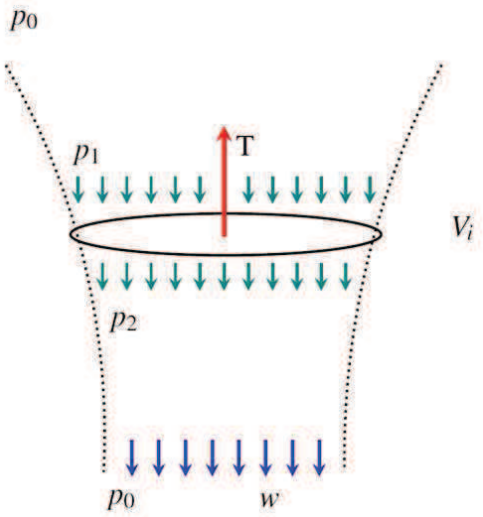


Figure 5 - Schéma des écoulements d'un rotor en vol stationnaire.

En vol stationnaire la vitesse du flux vertical est égale à zéro. Par le principe de conservation de la masse, le débit massique d'air $\dot{m}$ est considéré comme constant au travers le disque rotor mais aussi en amont et en aval du sillage. Il peut être calculé de la façon suivante :

$$\dot{m} = \rho A V_i \qquad \textit{Eq. I-1}$$

Le flux en amont du disque rotor est considéré comme stationnaire ce qui permet de poser une vitesse, un moment et une énergie égal à zéro. La conservation du moment autorise donc un calcul de la poussée (Eq. I-1) où w est la vitesse du flux d'air en aval du disque rotor.

$$T = \dot{m} w \qquad \textit{Eq. I-2}$$

Par le principe de conservation de l'énergie, le travail du rotor doit être égal au changement d'énergie du sillage

$$T V_i = \frac{1}{2} \dot{m} w^2 \qquad \textit{Eq. I-3}$$

La substitution de l'équation Eq. I-2 dans Eq. I-3 montre une vitesse du flux d'air en aval du disque rotor deux fois supérieur à celle de la vitesse induite.

$$2V_i = w \qquad \textit{Eq. I-4}$$

Pour le calcul de la charge du disque rotor, on utilise le théorème de Bernoulli en assumant que les pressions en amont et en aval du disque rotor sont identiques. On obtient donc :

$$p_0 = p_1 + \frac{1}{2} \rho {V_i}^2 \qquad \textit{Eq. I-5}$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho {V_i}^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho w^2 \qquad \textit{Eq. I-6}$$

Par combinaison des équations Eq. I-1 et Eq. I-3 puis Eq. I-5 et Eq. I-6, la charge du disque rotor donne :

$$\frac{T}{A} = p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho w^2 \qquad \textit{Eq. I-7}$$

Il est maintenant possible de calculer la vitesse induite du disque rotor dans le cas d'un vol stationnaire à l'aide des équations Eq. I-4 et Eq. I-7 :

$$V_i = V_{i0} = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} \qquad \textit{Eq. I-8}$$

Pour calculer la puissance requise pour maintenir l'appareil en l'air, on considère la relation suivante entre la portance et le travail $T \approx W$.

$$V_{i0} = \sqrt{\frac{W}{2\rho A}} \qquad \textit{Eq. I-9}$$

$$P = TV_{i0} = W\sqrt{\frac{W}{2\rho A}} = \sqrt{\frac{W}{2\rho}}\sqrt{\frac{W}{A}} \qquad \textit{Eq. I-10}$$

I.3.1.2 *Vol vertical ascendant et descendant*

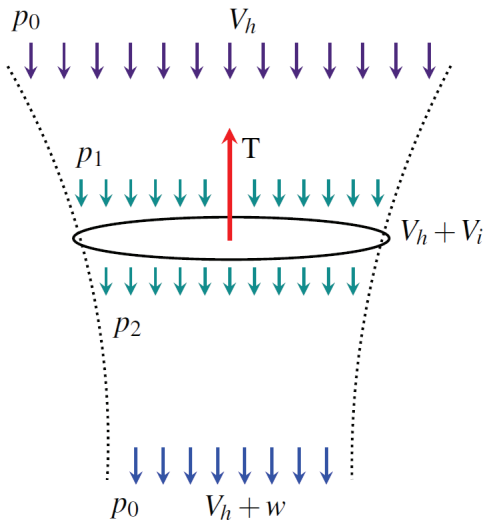


Figure 6 - Schéma des écoulements d'un rotor en vol vertical.

Dans ce cas de figure, le flux vertical n'est plus considéré comme nul. Le débit massique d'air est égal à :

$$\dot{m} = \rho A(V_h + V_i) \qquad \textit{Eq. I-11}$$

La portance devient :

$$T = \dot{m}(V_h + w) - \dot{m}V_h = \dot{m}w = 2\dot{m}V_i \qquad \textit{Eq. I-12}$$

En utilisant les mêmes considérations que pour le cas du vol stationnaire, la charge du disque devient :

$$\frac{T}{A} = 2\rho(V_h + V_i)V_i \qquad \textit{Eq. I-13}$$

La nouvelle équation de la vitesse du flux induit dans le disque rotor est égal à :

$$V_i = -\frac{1}{2}V_h \pm \frac{1}{2}\sqrt{V_h^2 + \frac{2T}{\rho A}} \qquad \textit{Eq. I-14}$$

Si on considère une vitesse verticale constante alors $T \approx W$ peut de nouveau être utilisée donnant ainsi l'équation de la nouvelle puissance requise.

Seule la solution positive de l'équation Eq. I-14 est valide donc :

$$P = T(V_h + V_i) = W(V_h + V_i) \qquad \textit{Eq. I-15}$$

$$P = \frac{1}{2}WV_h + \frac{W}{2}\sqrt{V_h^2 + \frac{2W}{\rho A}} \qquad \textit{Eq. I-16}$$

I.3.2 Vol d'avancement

Lorsque l'appareil se trouve dans une configuration d'un vol d'avancement, le flux d'air change en fonction de la rotation de la pale. Lorsque la pale tourne, elle subit des changements de vitesse de type sinusoïdal dans le plan et varie en fonction de l'azimut Ψ. La vitesse est maximum lorsque la pale a un azimut de 270° et un minimum de l'azimut de 90° (Figure 7). La vitesse du flux d'air est dépendante de la vitesse d'avancement V_h, du régime de rotation Ω et du rayon du rotor r.

$$V(\Psi, r) = \Omega r + V_h \cos\alpha \sin\Psi \qquad \textit{Eq. I-17}$$

La vitesse totale vue par la pale dans le plan est la somme de la vitesse d'avancement dans le plan et la vitesse de rotation de la pale. La combinaison de ces deux vitesses crée une zone d'inversion du flux d'air pour la pale reculante (zone rouge) et une zone aux effets transsoniques important en bout de pale avançante (zone verte) (Figure 7).

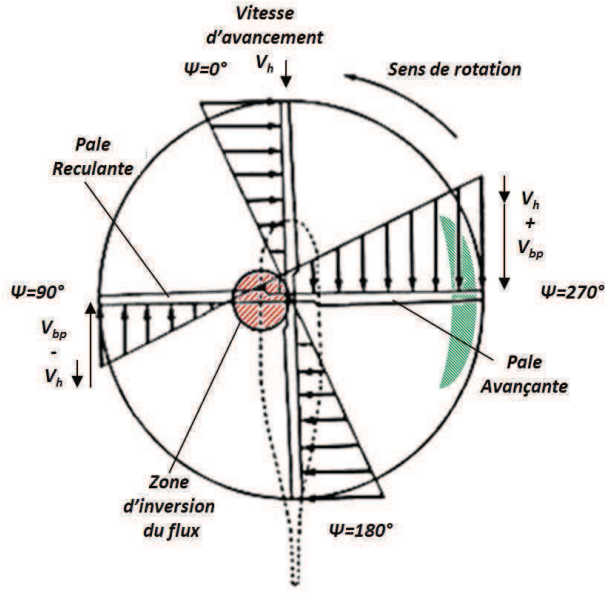


Figure 7 - Aérodynamique du rotor en vol d'avancement.

Dans la zone d'inversion, l'écoulement de l'air se fait du bord de fuite vers le bord d'attaque du bord ce qui a pour conséquence de dégrader les performances aérodynamiques des profils. Le diamètre du cercle d'inversion dépend de la vitesse d'avancement. La quantité de flux air inversé est dictée par un paramètre sans dimension appelé « advance ratio » du disque rotor μ, défini par la vitesse d'avancement de l'appareil V_h, de la vitesse de rotation Ω et du diamètre du rotor D :

$$\mu = V_h/\Omega D \qquad \textit{Eq. I-18}$$

Le calcul du rayon du cercle d'inversion r_i se fait en considérant vitesse du flux nul dans ce cercle. On peut alors écrire sous la forme :

$$\Omega r + V_h \cos\alpha \sin\Psi = 0 \qquad \textit{Eq. I-19}$$

On a donc dans le cas d'un rotor sans inclinaison,

$$r_i = \frac{r}{D} = -\mu \sin\Psi \qquad \textit{Eq. I-20}$$

Le Mach en bout de pale avançante et le diamètre du cercle d'inversion constituent des critères dimensionnant lors de la conception d'un rotor d'hélicoptère.

L'expression de la puissance et de la portance du disque rotor en configuration d'un vol d'avancement suppose que la vitesse de l'écoulement à l'infini aval est verticale et que le disque est incliné d'un angle α par rapport à cet écoulement (Figure 8).

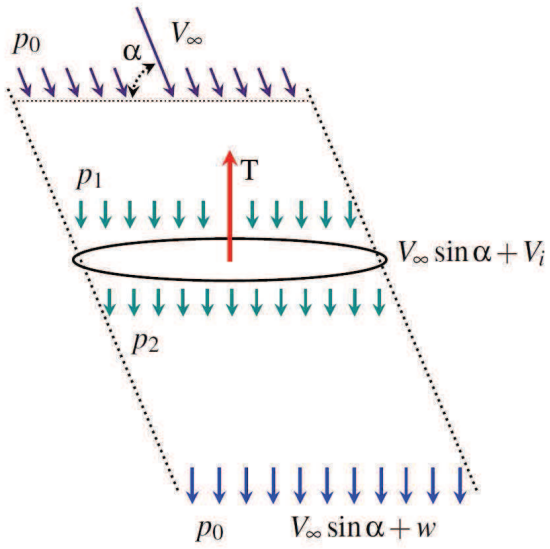


Figure 8 - Schéma des écoulements d'un rotor en vol d'avancement.

L'équation du flux massique d'air devient :

$$\dot{m} = \rho A U \qquad \textit{Eq. I-21}$$

Avec,

$$U = \sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + V_i)^2} \qquad \textit{Eq. I-22}$$

Et,

$$T = \dot{m}(V_\infty \sin\alpha + w) - \dot{m} V_\infty \sin\alpha = \dot{m} w \qquad \textit{Eq. I-23}$$

Ou, α l'angle de l'écoulement de l'air.

Le théorème de Bernoulli donne de part et autre du disque :

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho(V_\infty \sin\alpha)^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(V_\infty \sin\alpha + V_i)^2 \qquad \textit{Eq. I-24}$$

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho(V_\infty \sin\alpha + w)^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(V_\infty \sin\alpha + V_i)^2 \qquad \textit{Eq. I-25}$$

En prenant en compte la conservation de l'énergie totale à travers le disque, la puissance peut être écrite de la façon suivante :

$$P = T(V_\infty \sin\alpha + w) = \frac{1}{2}\dot{m}(V_\infty \sin\alpha + w)^2 \qquad \textit{Eq. I-26}$$

Par analogie, on obtient de nouveau

$$w = 2V_i \qquad \textit{Eq. I-27}$$

En remplaçant les résultats des équations Eq. I-21, Eq. I-22 et Eq. I-27 dans l'équation Eq. I-23 on obtient une nouvelle équation de la portance :

$$T = \dot{m} w = (\rho A U) 2V_i = 2\rho A V_i \sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + V_i)^2} \qquad \textit{Eq. I-28}$$

Si on injecte la valeur de la portance calculé dans le cas du vol stationnaire on peut alors écrire :

$$\rho A V_{i0}^2 = 2\rho A V_i \sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + V_i)^2} \qquad \textit{Eq. I-29}$$

On trouve donc la valeur du flux induit dans le cas du vol d'avancement égale à :

$$V_i = \frac{V_{i0}^2}{\sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + V_i)^2}} = \frac{V_{i0}^2}{\sqrt{U^2}} \qquad \textit{Eq. I-30}$$

Dans le but de normaliser les vitesses du flux, il est possible de définir un rapport des vitesses induites du rotor.

$$\lambda_0 = \frac{V_{i0}}{\Omega D} \qquad \textit{Eq. I-31}$$

$$\lambda = \frac{V_\infty \sin\alpha + V_i}{\Omega D} \qquad \textit{Eq. I-32}$$

On peut donc récrire l'équation Eq. I-30 sous la forme :

$$V_i = \frac{\lambda_0^2}{\sqrt{\frac{(V_\infty \cos\alpha)^2}{(\Omega D)^2} + \lambda^2}} = \frac{\lambda_0^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \qquad \textit{Eq. I-33}$$

On peut donc aussi calculer la puissance induite du rotor isolé en vol d'avancement :

$$P = TV_\infty \sin\alpha + TV_i \qquad \textit{Eq. I-34}$$

La vitesse induite dépend de la portance développée, de l'aire du disque rotor, de la masse volumique de l'air ainsi que de la vitesse du rotor. Elle est maximale en vol stationnaire et décroit avec la vitesse d'avancement (Figure 9).

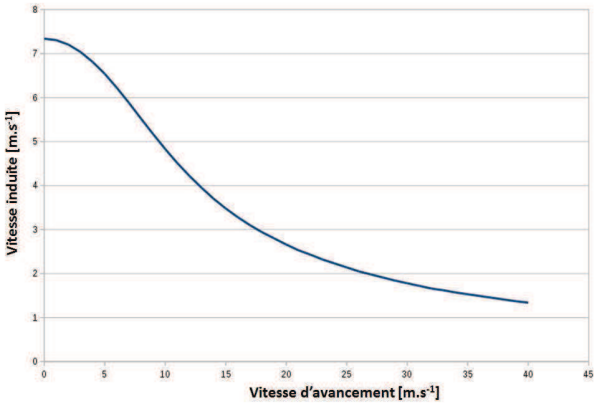


Figure 9 - Courbe caractéristique de la vitesse induite en fonction de la vitesse d'avancement de l'hélicoptère.

Le modèle de vitesse induite de Froude décrit ci-dessus considère un écoulement moyen sur le disque rotor. Il ne prend donc pas en compte les variations radiales et azimutales du flux induit. Il constitue une bonne approche pour le calcul d'équilibre de l'hélicoptère en vol

stationnaire mais s'avère trop simplifiée pour les calculs d'équilibre en vol d'avancement, ainsi que pour les calculs de charges dynamiques appliquées sur le rotor.

I.4 Architecture des pales

I.4.1 Aérodynamique des profils

Les pales d'hélicoptères sont constituées d'un empilement radial de profils aérodynamiques (Figure 10). Ces profils sont soumis à un écoulement d'air évoluant à une vitesse U. Un phénomène de dépression sur l'extrados et de surpression sur l'intrados génère une force de portance F_z, de trainée F_y, ainsi qu'un moment aérodynamique M_x. Ils sont exprimés en fonction d'un coefficient aérodynamique, de la densité de l'aire ρ, de la surface alaire A et de la vitesse d'écoulement de l'air U.

$$F_z = \frac{1}{2} C_z \rho A U^2 \qquad \textit{Eq. I-35}$$

$$F_y = \frac{1}{2} C_y \rho A U^2 \qquad \textit{Eq. I-36}$$

$$M_x = \frac{1}{2} C_m \rho A c U^2 \qquad \textit{Eq. I-37}$$

Les coefficients de portance C_z, de trainée C_y et de moment de tangage C_m sont des valeurs sans dimension qui dépendent du nombre de Mach M, du nombre de Reynolds Re et de l'angle d'attaque du profil α.

$$C_z = C_z(\alpha, Re, M) \qquad C_y = C_y(\alpha, Re, M) \qquad C_m = C_m(\alpha, Re, M)$$

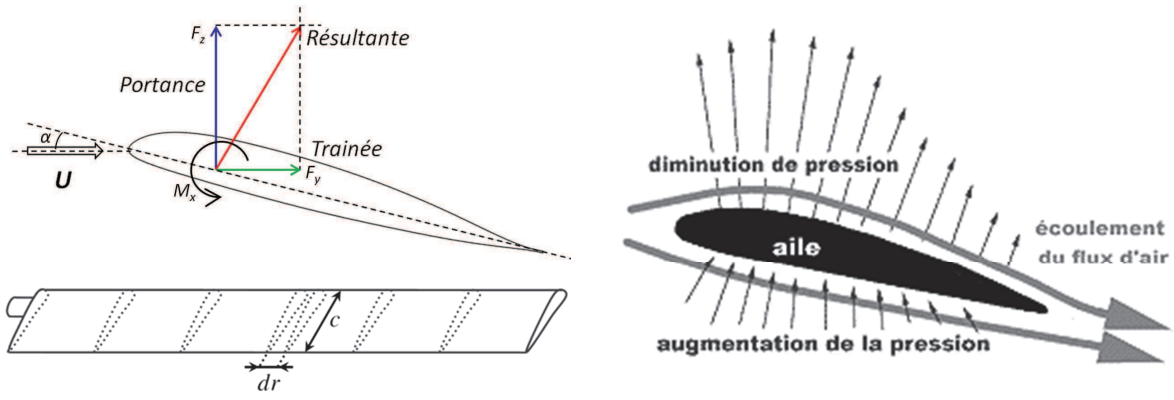


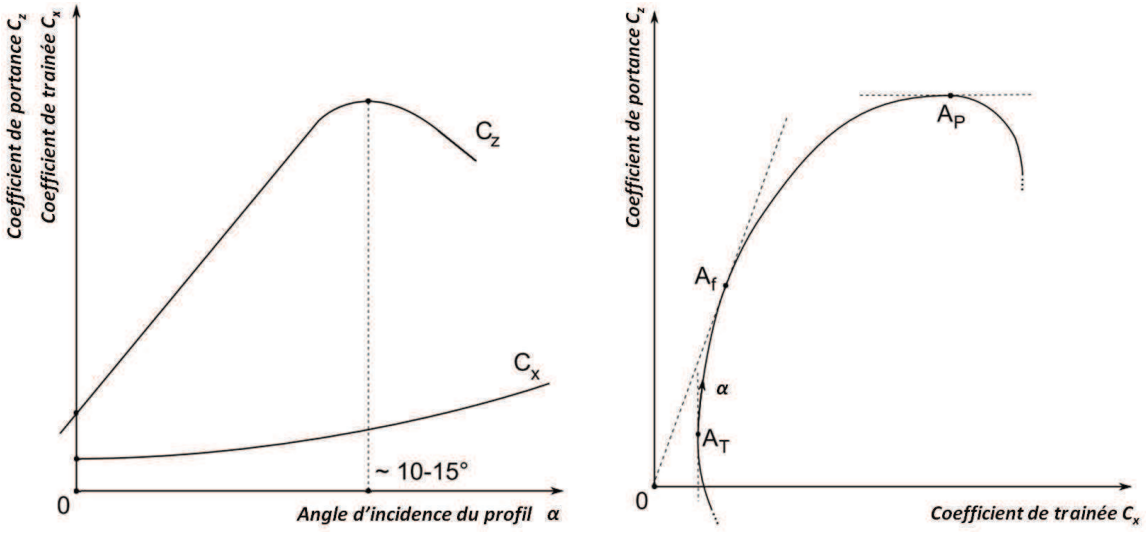
Figure 10 - Aérodynamique des profils.

La Figure 11-a présente l'allure de la courbe de coefficient de portance et de trainée en fonction de l'angle d'incidence du profil. Généralement, le coefficient de portance évolue

linéairement jusqu'à des angles d'incidence pouvant atteindre 15°. Au-delà, le coefficient n'augmente plus et est assimilé au décrochage statique de l'aile.

La Figure 11-b montre l'allure d'une polaire de type Eiffel entre les coefficients de portance et les coefficients de trainée paramétrés par l'angle d'incidence. Elle permet la détermination des différents point de fonctionnement du profil tel que le point de portance maximale A_P, le point de finesse maximum A_f et le point de trainée maximum A_T.

Selon le régime de vol, il est parfois intéressant de changer de point de fonctionnement de la polaire pour optimiser le cycle de vol. Le point de finesse maximum est adapté pour les vols de croisière. Le vol dans cette situation permet une consommation réduite de carburant et permet de parcourir une distance plus grande. Le point de portance maximum est très utile pour la phase d'atterrissage car il permet avoir une force de portance suffisamment élevée pour arrondir le virage final durant l'atterrissage. La zone située entre A_f et A_P permet la réalisation de virages à forte incidence.



a) *Allure des coefficients de portance et de trainée d'un profil.*

b) Allure des courbes polaires d'un profil

Figure 11 - Courbes des caractéristiques aérodynamiques des profils.

Les différentes caractéristiques d'une section profilée d'une pale d'hélicoptère sont toutes exprimées en un point ou s'applique leurs résultantes (Figure 12). Le centre de gravité est le point d'application de la résultante des forces de gravité des différents éléments qui constituent la section. Ces forces dépendent donc de l'aire, de la densité et de la position de chaque sous-élément. Le centre élastique ou centre neutre utilise le même principe en prenant en compte les modules élastiques des éléments qui constituent la section et le centre de torsion, les modules de cisaillement. Le centre de poussée d'un profil est le point d'application de la portance. Sa position varie en fonction de l'incidence du profil et ne peut donc pas être utilisé pour le calcul de structure. Le foyer aérodynamique est le point de l'aile en lequel le moment de la force de portance reste constant lorsque l'incidence varie. Il a une position pouvant varier de 23% à 28% de la corde selon les types de profil aérodynamique et se trouve exactement au quart de la corde lorsque que le profil est symétrique. Contrairement au centre

de poussée, le foyer aérodynamique est fixe et c'est l'amplitude de la force de portance qui varie. Le moment de tangage est, quant à lui, considéré constant en ce point.

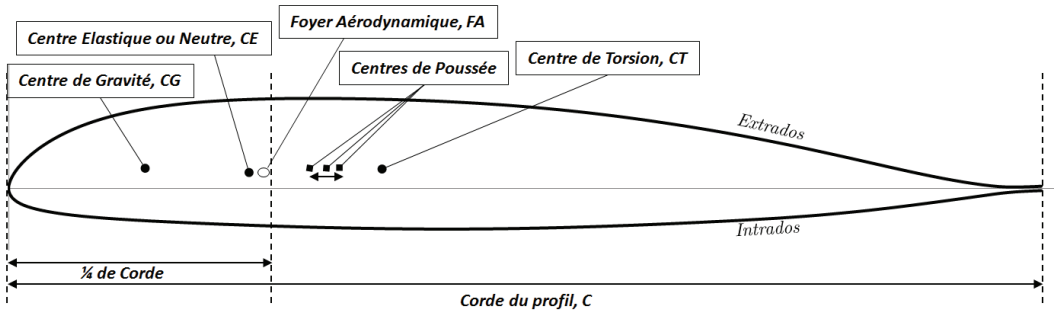


Figure 12 - Représentation des centres caractéristiques d'une section de pale.

Calculer les différentes caractéristiques d'un profil dans le repère section n'est pas suffisant. Des changements de repères sont généralement réalisés pour exprimer ses caractéristiques dans le repère pale (Figure 13). Elles sont ensuite intégrées dans l'envergure pour permettre d'obtenir les caractéristiques mécaniques globale de la pale.

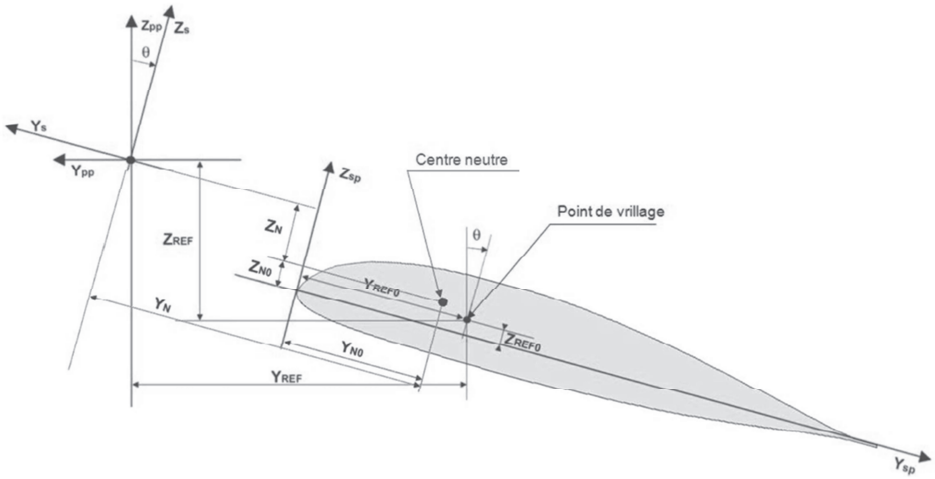


Figure 13 - Visualisation des axes de projections.

I.4.2 Structure interne des pales

Une section de pale d'hélicoptère est une forme complexe composée d'un nombre important d'éléments jouant un rôle bien précis comme le montre la Figure 14. Sa structure est de type caisson composite dont la principale fonction est d'assurer la sustentation de l'appareil à l'aide de sa forme aérodynamique tout en résistant aux charges statiques et dynamiques imposées par les conditions de vol.

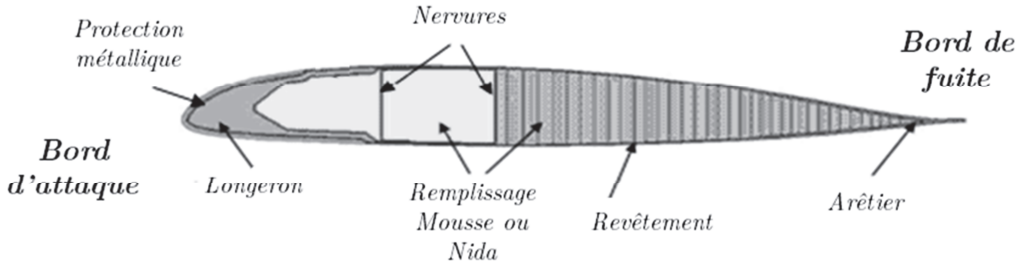


Figure 14 - Profil de pale d'hélicoptère.

- Le revêtement ou peau, est communément composé de trois plis. Le pli extérieur est un tissu de verre/époxy, orienté à 0/90°, et sert de film protecteur pour lutter contre les agressions environnementales extérieure. Les deux autres plis sont composés de tissus carbone/époxy, orienté à ±45°, pour apporter la rigidité en torsion et en flexion suffisante pour éviter de trop forte déformations de la pale subissant les efforts aérodynamiques.
- Le longeron est composé d'un composite unidirectionnel de fibre de verre, matrice époxy pour reprendre les efforts centrifuges.
- L'arêtier rigidifie le bord de fuite, apporte de la raideur de trainée et permet un bon collage des peaux.
- Les nervures permettent de rigidifier le profil en torsion ainsi que d'éviter le décollement peaux/mousse lors d'impact.
- Le remplissage en mousse ou nida est utilisé pour stabiliser les peaux et éviter leur flambement.

I.5 Mécanique du rotor

I.5.1 Influence du rotor

Le pas collectif θ_0 permet de contrôler la portance du rotor pour les manœuvres verticales et le maintien de la machine en vol stationnaire. Le pas cyclique θ_1 et θ_2 permettent d'orienter le disque rotor pour générer une composante longitudinale ou latérale du vecteur de poussée permettant le vol d'avancement et le contrôle de l'hélicoptère en virage (Figure 15). L'orientation du plan rotor est rendue possible grâce au mouvement des pales suivant leur axe de battement.



a) *Vol vertical* *b) Vol lateral* *c) Vol d'avancement*

Figure 15 - Différents type de vol de l'hélicoptère.

La dynamique des pales d'hélicoptère est fortement influencée par les conditions aux limites sur le pied de pale. Les articulations jouent un rôle majeur dans la description de la cinématique du rotor et sur les charges s'appliquant sur les pales. Les articulations peuvent être de plusieurs natures :

- des articulations dissociées les unes des autres.
- une butée sphérique équivalente à des articulations confondues en un même point.
- le remplacement d'une ou plusieurs articulations par un élément souple permettant à la pale de réaliser les mouvements souhaités.

I.5.2 Contrôle du rotor

Compte tenu de ses spécificités cinématique, dynamique et aérodynamique, le rotor d'hélicoptère présente un comportement complexe. De façon à éclaircir son fonctionnement, les différents organes et architectures, ainsi que les axes de mouvement et leurs comportements, sont présentés. La Figure 16 représente les différents éléments qui constituent un rotor principal. Le mât rotor transmet le couple provenant de la boîte de transmission principale à la tête du rotor pour entrainer en rotation le jeu de pales fixées par le biais d'un manchon et d'articulations. Ces articulations sont introduites de façon à limiter les contraintes au pied de pales en autorisant des de libertés suivant les axes de battement, trainée et pas. Elles servent aussi à améliorer le contrôle du rotor. Enfin, la commande de l'angle de pas est assurée par des bielles en liaison avec le plateau de commande pour le contrôle de puissance.

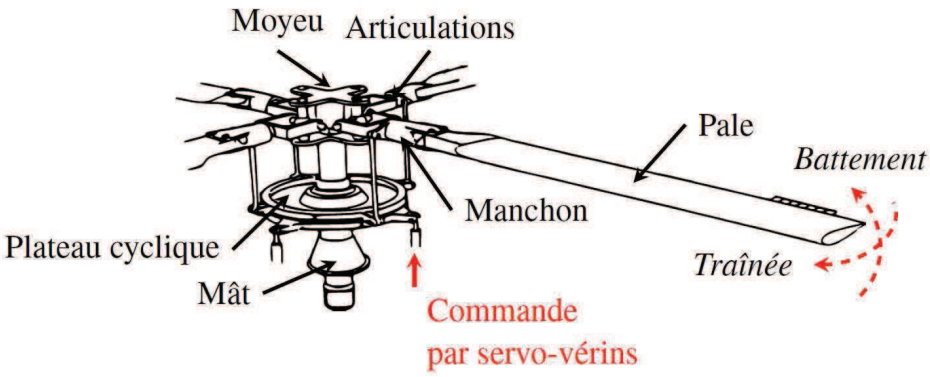


Figure 16 - Différents éléments du rotor.

Le contrôle du rotor principal permet de gérer la poussée du rotor ainsi que de diriger l'appareil en vol. Les ensembles mécaniques servant au pilotage du rotor sont complexes pour plusieurs raisons. Tout d'abord les ordres passés en repère fixe doivent être transmis en repère tournant. La gestion des commandes n'est pas uniforme sur toutes les pales car elle dépend des phases de vol. Enfin, les pales sont articulées au moyeu (Figure 17).

Chaque articulation joue au rôle essentiel :

- l'articulation de pas permet la variation de l'inclinaison de la pale.
- l'articulation de battement permet d'annuler le moment de flexion produit en pied de pale lors de l'équilibrage entre les efforts centrifuges et les efforts aérodynamiques.
- l'articulation de traînée permet d'annuler le moment lié aux efforts de Coriolis s'appliquant sur la pale lors du mouvement de battement. Un amortisseur de trainée est nécessaire pour amortir le mouvement et ainsi garantir l'intégrité du rotor.

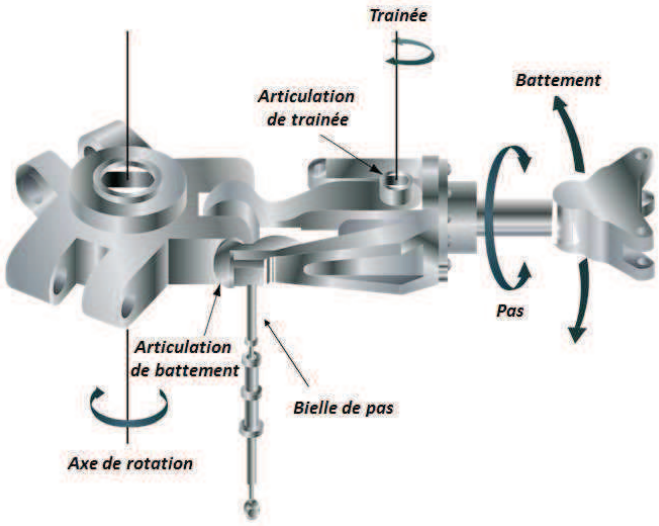


Figure 17 - Visualisation de l'ensemble des articulations du rotor.

L'amortisseur de trainée a un impact majeur sur l'architecture des rotors comme le montre la Figure 18 avec une configuration ou l'amortisseur relie la pale à la tête du rotor et une configuration ou l'amortisseur relie directement les pales entre elles.



a) EC225 – Amortisseur classique *b) EC155 – Amortisseur inter-pale*

Figure 18 - Différent type d'amortissement de trainée.

I.5.3 Les dégrée de libertés d'un rotor

Les mouvements des pales sont définis selon trois axes principaux, permettant d'assurer la portance du rotor ainsi que son contrôle : les axes de pas, de battement et de trainée (Figure 17).

I.5.3.1 *L'axe de pas*

L'axe de pas correspond à l'axe définit par l'envergure de la pale. Le mouvement autour de cet axe permet de maitriser la portance développée par chaque pale en modifiant son incidence mécaniquement. Le système de commande est composé de bielles de pas, d'un plateau cyclique pouvant tourner, d'un plateau collectif, fixe, et de servocommandes (Figure 19). Ce mécanisme permet d'imposer un angle de pas dont l'évolution en fonction de l'azimut est de la forme suivante :

$$\theta = \theta_0 - \theta_1 \cos\Psi - \theta_2 \sin\Psi \qquad \textit{Eq. I-38}$$

Avec, θ l'angle de pas, θ_1 et θ_2 l'angle d'inclinaison du plateau cyclique.

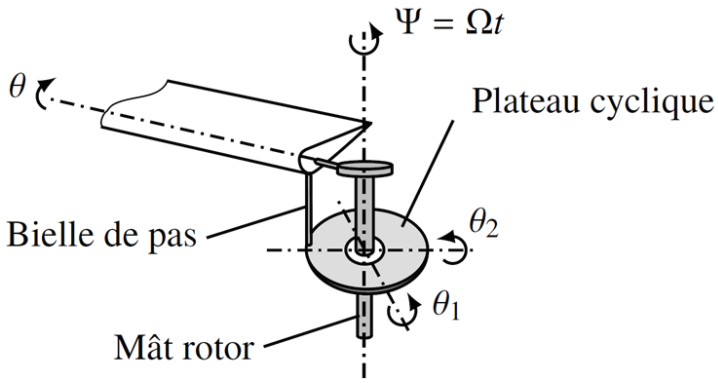
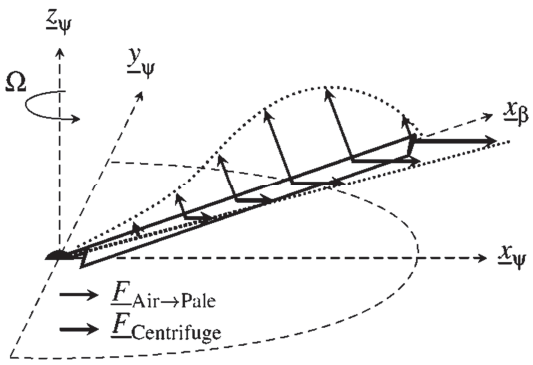


Figure 19 - Chaine d'actionnement de l'axe de pas.

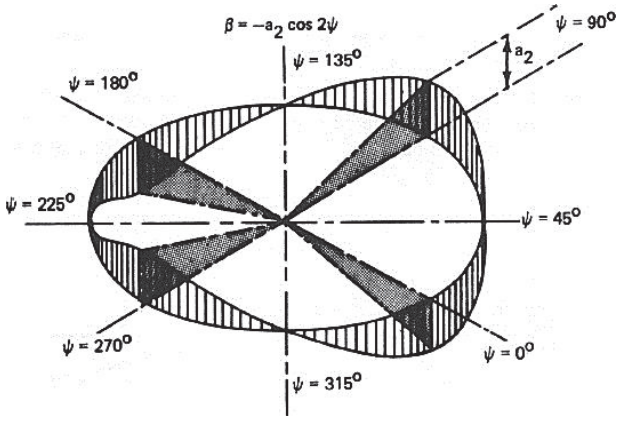
Le pas est commandé par les bielles de pas en liaison rotule avec le plateau cyclique. Lorsqu'une translation est imposée au plateau collectif par les servocommandes, elle est transmise au plateau cyclique qui impose alors un angle de pas identique à l'ensemble des pales. Lorsqu'une inclinaison latérale ou longitudinale du plateau collectif est imposée en repère fixe, elle est également transmise au plateau cyclique, et se traduit, en repère tournant, par une variation cyclique du pas avec l'azimut.

I.5.3.2 *L'axe de battement*

Tout au long de sa rotation, la pale bat verticalement sous les actions combinées de l'effort centrifuge et des efforts aérodynamiques modulés de façon cyclique par la commande de pas (Figure 20-a). La Figure 20-b montre la trajectoire du bout de pale au cours d'une révolution sous l'influence de ces forces.



a) *Solliciation en battement*



b)Trajectoire du bout de pale au cour d'une resolution

Figure 20 - Sollicitations des pales sur l'axe de battement.

La variation de l'angle d'incidence de la pale issue de l'inclinaison du plateau cyclique fait varier la portance et donc les forces aérodynamiques qui s'exercent sur le profile. Ceci a pour conséquence de faire battre la pale vers le haut ou vers le bas en fonction de l'azimute. Les amplitudes de battement sont contraintes par les effets de la force centrifuge. La

diminution de l'angle d'incidence causé par la variation cyclique du pas en fonction de l'azimut et l'action de la force centrifuge tendent à ramener la pale dans le plan du rotor avant de faire battre la pale vers le bas.

I.5.3.3 *L'axe de trainée*

Lorsque la pale bat verticalement, la distance entre centre de gravité de la pale et l'axe du mât rotor diminue dans le plan du rotor. Par conservation du moment cinétique, la pale a donc tendance à accélérer. Ce phénomène est couramment appelé effet Coriolis. L'effet Coriolis induit des efforts d'inertie sollicitant le pied de pale en flexion suivant l'axe de trainée (Figure 21). Dans le cas où la pale est animée d'un mouvement angulaire de battement β uniquement, cet effort prend la forme :

$$F_{Coriolis} = 2\Omega r\dot{\beta}\sin\beta\ y_\beta \qquad \textit{Eq. I-39}$$

Le battement et sa dérivée première temporelle sont cycliques, générant des efforts de Coriolis cycliques également. Le pied de pale est alors sollicité de manière cyclique dans son plan.

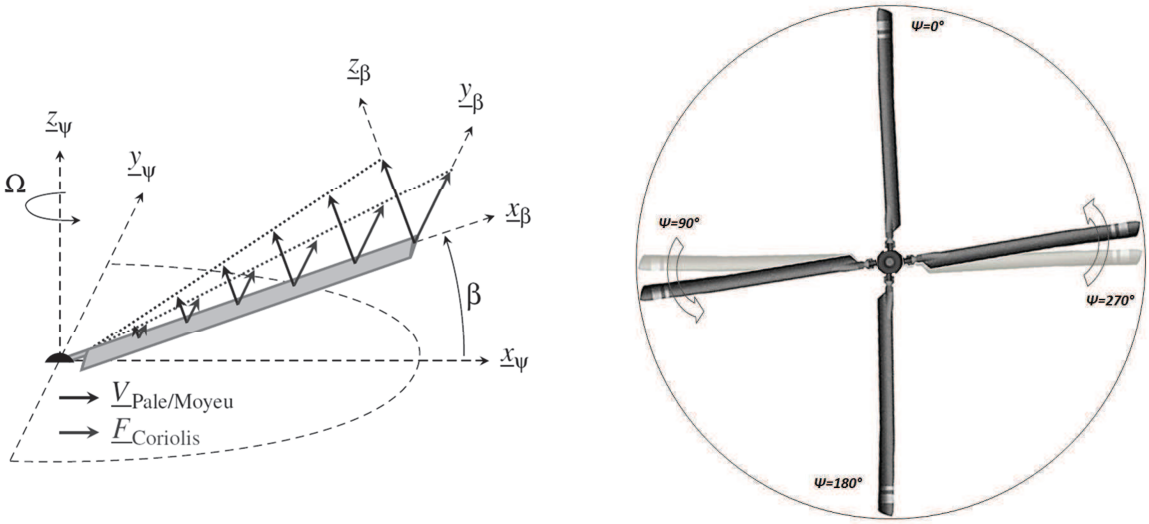


Figure 21 - Sollicitations des pales sur l'axe de trainée.

I.5.4 Différentes architectures de rotor

Dans le cas d'un rotor rigide, les moments de flexions issus des sollicitations aérodynamiques et inertielles exercées sur les pales, sont maximums à l'emplanture. L'ensemble de ces sollicitations varie en fonctions de l'azimut de la pale leurs donnant un caractère cyclique. Les moments dans les deux axes de flexions sont particulièrement importants dans le cas du vol d'avancement qui génère une grande disparité de portance entre la pale avançante et reculante. Le rotor est alors fortement sollicité en fatigue suivant les axes de battement et de trainée. D'autre part, cette dissymétrie des moments engendre un moment réactif de roulis sur l'appareil pouvant nuire à la stabilité de l'hélicoptère.

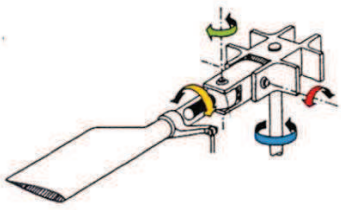
De façon à pallier ces problèmes, différentes architectures de rotor ont été conçues. Cette grande diversité d'architectures a été rendu possible grâce l'apparition et la maitrise des matériaux composites qui permettent une orientation des raideurs plus précise au sein de pièces complexes.

I.5.4.1 *Rotor articulé*

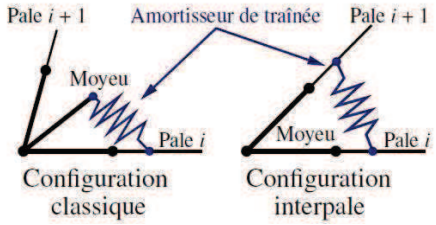
Le rotor articulé est constitué de trois articulations distinctes en pas, battement et trainée (Figure 22). Les rotors modernes comme celui de l'EC155 utilisent une butée sphérique en élastomère permettant de concentrer toutes les articulations au même point ce qui confère une grande compacité au rotor.



a) *Rotor de l'EC155*



b) *Rotor articulé*



c) *Configuration des amortisseurs de trainée*

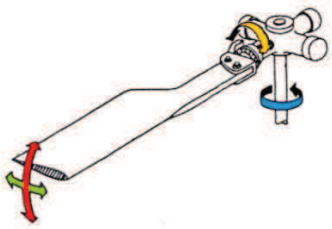
Figure 22 - Architecture du rotor de l'EC155.

I.5.4.2 *Rotor hingeless*

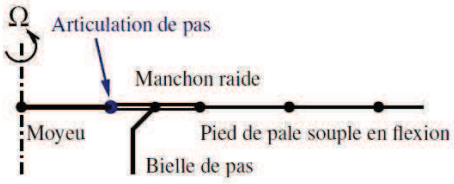
Le rotor hingeless comme celui de l'EC145, remplace les articulations de battement et de traînée par une souplesse en pied de pale. Le pas est quant à lui imposé par une articulation physique (Figure 23). Compte tenu de l'absence d'articulation de trainée, ce type de rotor ne nécessite aucun amortisseur de traînée.



a) *Rotor de l'EC145*



b) *Rotor hingless*



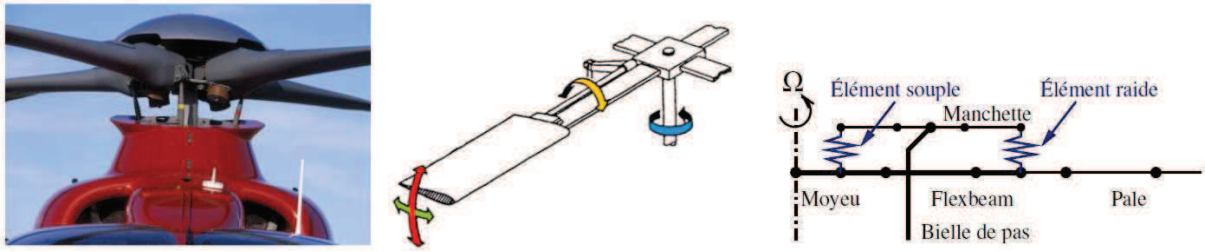
c) *Souplesse du pied de pale*

Figure 23 - Architecture du rotor de l'EC145.

I.5.4.3 *Bearingless Main Rotor (BMR)*

Le rotor BMR, du type de l'EC135, ne comporte aucune articulation physique. Tous les degrés de liberté nécessaires à la commande du rotor sont libérés grâce au flexbeam, une

pièce composite située en pied de pale et présentant une grande souplesse (Figure 24). Le pas est imposé via une pièce rigide, la manchette. D'autre part, un amortisseur de traînée reliant la manchette et le flexbeam permet d'amortir le mouvement de traînée.



a) *Rotor de l'EC135* b) *Rotor BMR* c) *Double cheminement d'effort*

Figure 24 - Architecture du rotor de l'EC135.

I.6 Dynamique du rotor

I.6.1 Processus de conception

La dynamique du rotor est un élément important dans le processus de conception d'une pale. Les études s'inscrivent dans une logique de développement dont le point de départ est toujours dicté par les spécifications aérodynamiques. La première étape consiste à définir la forme et les dimensions de la pale ainsi que son vrillage initial. L'étude technologique permet ensuite de définir les caractéristiques internes de la pale. La validation du comportement dynamique est l'étape suivante du processus. Il s'agit d'étudier les risques d'instabilité et les niveaux de charges vibratoires. Des itérations sont ensuite nécessaires afin de converger vers une solution technologiquement acceptable, minimisant les efforts de commande du rotor et optimisant les vibrations transmises au fuselage.

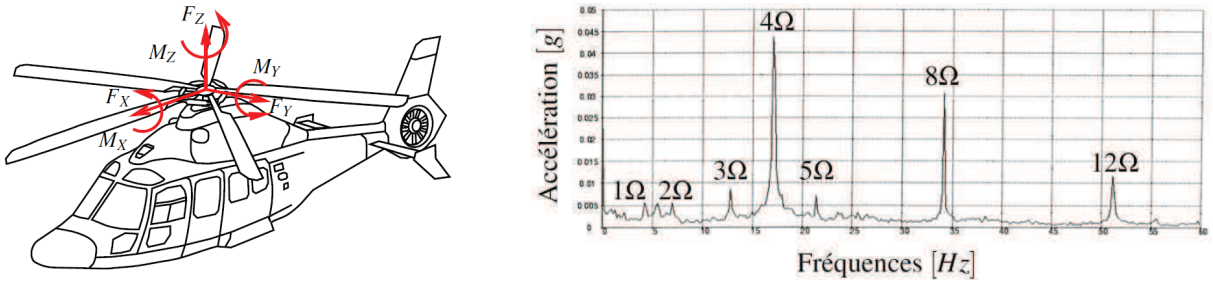
I.6.2 Nature des transmissions

Parmi les nombreuses sources d'excitation dynamique, la contribution du rotor principal est prédominante. Les efforts aérodynamiques s'appliquant sur les pales sont une source d'énergie importante pouvant conduire dans certaines conditions à des instabilités décrites aux paragraphes I.6.4 et I.6.5. Lors d'un vol d'avancement les efforts s'appliquant sur une pale sont alternés conduisant à une excitation harmonique des pales sur leurs modes propres, transmises au rotor via les articulations. La transmission des vibrations générées par les pales dans le repère tournant vers le fuselage dans le repère fixe est filtrée par le rotor [Cranga, 2005]. En repère tournant, seuls les harmoniques en $(kb \pm 1)\Omega$ et $kb\Omega$ se cumulent pour former, en repère fixe, des excitations en $kb\Omega$ (k un entier, b le nombre de pale, Ω la vitesse de rotation du rotor). Le Tableau 1 montre le lien entre la nature des excitations et leurs fréquences dans le repère tournant, avec leurs correspondances dans le repère fixe.

Origine de l'excitation dans le repère tournant		*Transmission par la tête rotor en repère fixe*	
Nature de l'excitation sur la pale	Fréquence	Nature de l'effort transmis	Fréquence
Battement	$kb\Omega$	Pompage vertical : F_Z	$kb\Omega$
	$(kb \pm 1)\Omega$	Moments de flexion : M_X, M_Y	$kb\Omega$
Traînée	$kb\Omega$	Couple : M_Z	$kb\Omega$
	$(kb \pm 1)\Omega$	Efforts tranchants : F_X, F_Y	$kb\Omega$

Tableau 1 - Origine et transmission des charges dynamiques.

La Figure 25 représente les composantes du torseur tête rotor dans les axes de l'appareil ainsi que le spectre des vibrations mesurées en cabine pour un rotor 4 pales. Les composantes en $kb\Omega$ sont nettement majoritaires devant celles issues de l'anisotropie du rotor et des efforts aérodynamiques exercées sur le fuselage.



a) *Composante du torseur tête rotor*

b) Spectre du niveau vibratoire en cabine pour un rotor 4 pales

Figure 25 - Torseur des efforts et vibrations de la tête rotor.

I.6.3 Critères de design

Lors de la conception d'un rotor il est important de positionner les fréquences propres des pales de manière optimisée par rapport aux harmoniques du rotor afin de limiter la transmission des vibrations vers le fuselage et de minimiser les charges vibratoires au niveau du rotor. Le diagramme de Campbell (Figure 26) est un outil très utile pour l'analyse dynamique du placement des modes en fonction de la vitesse de rotation. Selon le type de mode, le placement recherché répond aux critères suivants :

Le placement des modes de battement est un compromis entre les positions $kb\Omega$ et $(kb \pm 1)\Omega$ qui excitent respectivement la structure en pompage et en moment. Les modes de battement bien que naturellement amortis par les efforts aérodynamiques sont très pénalisants pour le confort de la machine.

- Les modes de trainée doivent aussi être judicieusement positionnés par rapport aux harmoniques d'excitation du rotor. Ces modes présentent un faible amortissement naturel et les efforts et moments résultants jouent un rôle important dans la plupart des phénomènes instables.

- Les modes de torsion génèrent peu d'efforts importants sur le rotor. Ils peuvent néanmoins influer sur la réponse dynamique de la chaîne de commande et sont impliqués dans les phénomènes aéroélastiques ce qui impose de surveiller leur placement fréquentiel.

De façon à éviter une réponse excessive des modes, un écart fréquentiel standard minimum de 0,2Ω entre harmoniques et fréquences propres des pales est assuré au régime nominal.

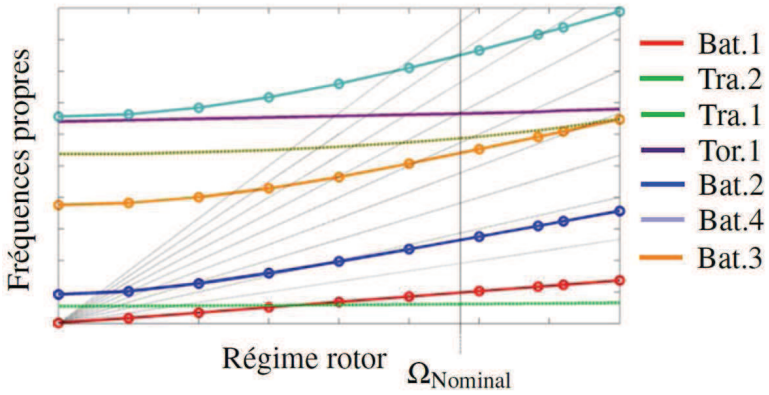


Figure 26 - Exemple de diagramme de Campbell.

Le positionnement des modes dans le domaine fréquentiel dépend des caractéristiques en raideur dans les différents axes de la pale. Les hypothèses de pales rigides sont généralement utilisées pour réaliser une analyse fréquentielle simplifiée des modes de la pale. Ces hypothèses donnent une importance significative aux effets centrifuges. Ceci se traduit sur la Figure 26 par une forte sensibilité au régime rotor sur les modes de battement car la raideur en battement est influencée par les effets centrifuges. Les modes de trainée sont aussi sensibles aux effets centrifuges mais dans une moindre mesure. Les modes de torsion, quant à eux, ont des fréquences propres relativement constantes car elles sont dictées par la raideur en torsion qui n'est pas influencé par les effets centrifuges.

I.6.4 Instabilités structure

I.6.4.1 *Résonance sol*

Le phénomène de résonance sol est un couplage instable entre le mode de trainée du rotor et le mode de suspension de l'appareil au sol. Les efforts cycliques du mode de trainée dans le repère tournant viennent exciter le fuselage dans le repère fixe si les deux fréquences sont proches l'une de l'autre. Si l'amortissement des suspensions n'est pas suffisant le phénomène diverge et peut entrainer la destruction de l'appareil. L'apparition du phénomène peut être stoppée seulement si le fuselage n'est plus excité. Pour cela l'appareil doit quitter le sol pour découpler le fuselage du sol. De nombreux travaux ont portés sur la compréhension et la modélisation du phénomène et plus particulièrement dans [Sanches et al., 2012] qui a

permis la mise en évidence d'un ensemble combinaisons de paramètres pouvant mener à cette instabilité.

I.6.4.2 *Résonance air*

La résonnance air est un couplage entre des mouvements de battement et de trainée lorsque l'appareil est soumis en vol à un mouvement de roulis d'une fréquence proche de celle du mode de trainée. Le fuselage joue donc un rôle de pendule oscillant sous le rotor. Sous l'effet d'un mouvement de roulis les pales subissent alternativement une élévation et un abaissement induisant un battement des pales. Ce battement fait varier la distance du centre de gravité des pales par rapport à l'axe rotor créant ainsi des effets Coriolis. Ces effets alimentent les mouvements en trainée des pales qui amplifient à leur tour le roulis du fuselage. Ce phénomène peut diverger et rendre l'appareil incontrôlable.

I.6.5 Instabilités aérodynamique

I.6.5.1 *Flottement aérodynamique*

Le flottement aérodynamique ou flutter est un phénomène de couplage entre les oscillations en flexion et torsion d'une pale et les efforts aérodynamiques. Ce phénomène est initié par les vibrations des pales. Les petites déformations en battement et en torsion des pales due aux vibrations sont suffisantes pour modifier l'écoulement de l'air autour du profil (Figure 27). L'écoulement modifié engendre une augmentation de la portance qui se traduit par une amplification de la déformée en battement de la pale. L'association combinée du battement et du couplage élastique des pales accroit virtuellement l'angle de pas créant ainsi une boucle divergente entre le battement, la torsion de la pale et les efforts aérodynamiques. Au-delà d'une vitesse critique les propriétés élastiques de la pale ne sont plus suffisantes pour dissiper l'énergie du phénomène de flottement conduisant à une divergence pouvant être violente. Ce phénomène peut être amplifié si le foyer des forces aérodynamiques et la position du centre neutre et de torsion de la pale sont éloignés.

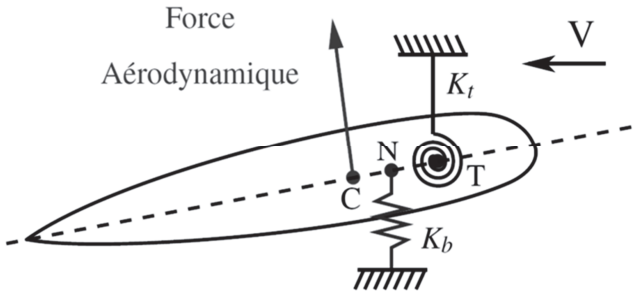


Figure 27 - Symbolisation du phénomène de flottement aérodynamique.

Pour une pale d'hélicoptère il existe une variété de phénomènes de flutter impliquant des couplages pas-battement, traînée-battement voire pas-traînée. La maitrise de ces

phénomènes est un axe important de recherche sur la stabilité des rotors de dernière génération.

I.6.5.2 *Décrochage dynamique*

Le décrochage dynamique apparait lors de grandes vitesses d'avancement et des changements d'angle d'attaque du profil extrêmement rapides. Ces conditions sont souvent réunies dans le cas de fortes poussées rotor, de manœuvres dynamique de l'hélicoptère telle que les virages ou des manœuvres d'évitement. C'est un phénomène instationnaire fortement non linéaire et très souvent associé aux voilures tournantes car il touche à la fois la zone de pale reculante à proximité du cercle d'inversion et la zone pale avançante dans le cas de décrochage du tourbillon de bord d'attaque. Ce phénomène génère de fortes charges dynamiques sur les pales, les bielles de pas ainsi que les servocommandes du plateau cyclique. Le décrochage dynamique est le terme utilisé pour décrire la série complexe d'évènements qui résultent en un retard du décrochage suite à un mouvement instationnaire. Bien que le profil décroche plus tardivement, une fois décroché, les conséquences sont habituellement plus sévères, c'est-à-dire que la chute de portance et l'augmentation de traînée sont plus brutales et de plus grandes amplitudes. Le comportement des efforts aérodynamiques est donc fortement non-linéaire, et se caractérise par une boucle d'hystérésis (Figure 28).

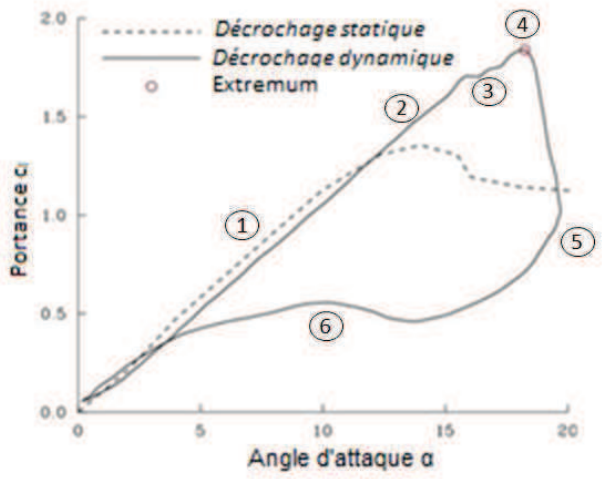


Figure 28 - Portance en fonction de l'angle d'attaque dans le cas du décrochage statique et dynamique.

Au cours du décrochage dynamique on peut distinguer plusieurs étapes caractéristiques (Figure 28). Tout d'abord le coefficient de portance évolue linéairement jusqu'au point de décrochage statique (1). C'est seulement au-delà de ce point qu'une vitesse de retour commence à apparaître dans la couche limite à partir du bord de fuite. Un revirement de vitesse émerge sur l'extrados et avance vers le bord d'attaque, mais n'a que peu d'effet sur les efforts aérodynamiques qui continuent d'évoluer presque linéairement (2). Une fois que l'angle d'attaque est bien supérieur à l'angle d'attaque du décrochage statique, un tourbillon de bord d'attaque se forme sur l'extrados à environ 20-25% de la corde et suit l'écoulement de la couche limite le long du profil (3). En grossissant, le tourbillon génère une forte

dépression localisée sur le profil générant ainsi un regain de portance. Lorsque le tourbillon atteint la moitié de la corde du profil, la portance est à son maximum (4). La portance chute alors fortement tandis que le coefficient de trainée continue d'augmenter. Le coefficient de trainée atteint son maximum une fois que le tourbillon passe au-dessus au bord de fuite. Il redevient faible une fois le tourbillon lâché dans le sillage de la pale (5). La couche limite est alors décollée et se recolle progressivement du bord d'attaque au bord de fuite. Les coefficients aérodynamiques reprennent alors des valeurs comparables à avant le décrochage statique avant le commencement du cycle suivant (6). Ces effets peuvent être à l'origine de fortes charges dynamiques au niveau de la tête rotor.

Les effets du décrochage dynamique sur l'équilibre de l'hélicoptère et sur les charges dynamiques ont notamment été étudiés dans les travaux de [Laxman et Venkatesan, 2009] dans lesquels il a été démontré que la réponse en torsion de la pale était décuplée et que de nombres harmoniques des charges dynamiques étaient introduites. Des recherches ont également porté sur la maitrise ce phénomène par le dimensionnement de profils présentant un angle de décrochage dynamique très élevés [Bramwell et al., 2001], ou par le développement de modèles de décrochages dynamiques prédictifs [Datta et al., 2007 ; Friedmann, 2004] ou bien par l'introduction de couplages élastiques pour limiter son apparition [Floros, 2000].

I.7 Réduction des charges dynamiques par le vrillage des pales

Plusieurs stratégies ont été développées pour limiter les niveaux vibratoires causés par ces charges dynamiques. L'utilisation de systèmes de suspension de type SARIB (Suspension Antivibratoire à Résonateur Intégré et à Barres) ou de control actif de type ACSR (Active Control of Structural Response) agissent uniquement sur la transmission des vibrations du rotor vers la cabine et constitue une première approche. Une seconde approche consiste à réduire le torseur dynamique directement dans le repère tournant par des systèmes passifs tels que les pendules et les antivibrateurs de tête. Le contrôle du vrillage des pales peut être également de type actif. [Giurgiutiu, 2000] fait une revue des divers travaux essentiellement sur les volets en bord de fuite ou passif. Cette approche constitue un troisième axe et sera traitée plus en détail dans ce paragraphe.

I.7.1 Vrillage actif

L'amélioration des performances aérodynamiques et la réduction des charges dynamiques passent par la connaissance et la maîtrise du vrillage des pales. Pour atteindre cet objectif, une des techniques en cours de développement consiste à munir la pale d'actionneurs permettant une déformation locale en torsion de la pale de façon à adapter son angle d'attaque est ainsi compenser la dissymétrie de la portance du rotor. Ces actionneurs utilisent le plus souvent des matériaux dits intelligents, c'est-à-dire des matériaux dont leurs

propriétés mécaniques se modifient sous une excitation naturelle ou provoqués pouvant être extérieure ou intérieure au matériau. Ces excitations peuvent être sous la forme d'un champ de température, d'un champ électrique ou encore d'un champ magnétique.

Ces actionneurs ont l'avantage d'être très compact, ils peuvent donc être insérés au sein même d'une pale. Les travaux réalisés en soufflerie par [Chen et Chopra, 1997] ont montré le potentiel intéressant d'un vrillage de l'ordre du degré sur les performances du rotor. Des pales munies de bandes piézoélectriques disposées à ±45° le long de l'envergure puis recouvertes d'un tissu de verre ont permis la maitrise du vrillage et ainsi ont pu augmenter la portance délivrée par le rotor de 9% pour un vrillage d'une amplitude de 0,5 degré. Les travaux de [Wilbur et al., 2002] utilisent des fibres composites piézoélectriques actives dans une pale d'hélicoptère (Figure 29). Les expériences en soufflerie ont été réalisées sur des maquettes de rotor quatre pales et il a été observé une forte influence du contrôle sur le niveau du torseur tête rotor, pour des amplitudes de vrillage dynamique allant de 1,1° à 1,4°.

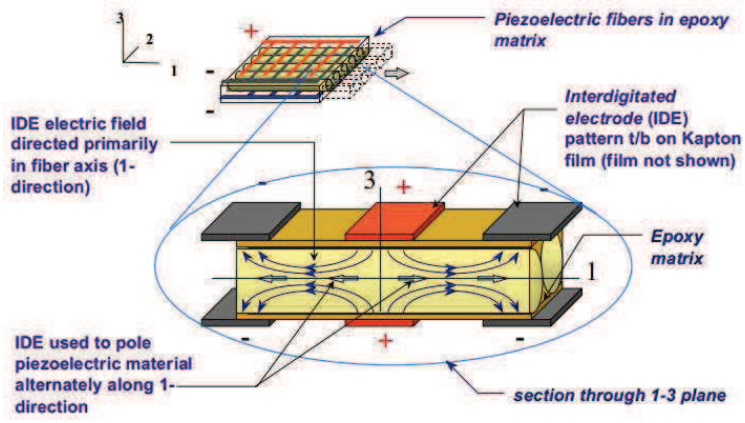


Figure 29 - Concept du village actif piézoélectrique [Wilbur et al., 2002].

[Barbarino et al., 2008] ont travaillé sur des fils en alliages à mémoire de forme qui de déforment suite à une élévation de leur température et peuvent générer des déformations du bord de fuite. Ces fils ont été positionnés dans l'envergure pour permettre d'exercer des efforts locaux sur la structure afin de la solliciter en torsion.

D'autres laboratoires se sont intéressés à différents moyens de mise en œuvre du vrillage par des volets. L'université de Maryland avec les travaux de [Koratkar et Chopra, 2001] ont travaillé sur l'utilisation d'une lame composée de plusieurs feuilles piézoélectriques reliées à un volet. Ces feuilles sont agencées de façon à ce que leurs champs électrique s'opposent pour que, sous l'effet de la déformation de la pale, l'assemblage des feuilles puissent initier le moment du volet. L'expérience s'est avérée concluante puisque une déformation du volet de ±4° a été obtenue et a pu ainsi réduire les vibrations lié aux modes de battement en 3, 4 et 5Ω.

L'ONERA et le DLR avec les travaux de [Leconte et Kube, 2000] et de [Kube et Klöppel, 2001] ont étudié l'utilisation de matériaux piézoélectriques qui contrôlent un volet pour réduire les vibrations mais aussi le bruit. Le principe est de faire vibrer le volet de façon

à augmenter le rendement de la portance de la pale mais aussi pour casser les sillages issus de l'écoulement aérodynamique du flux autour de la pale. Ce qui permet a priori de réduire les interactions entre ce sillage et la pale suivante. Ces travaux ont montré un bon potentiel puisque ce concept a été repris par AIRBUS Helicopters avec un système appelé « Blue Pulse » [Konstanzer et al., 2008] qui à permet de réduire le bruit de 5dB et de réduire les vibrations en cabine des harmoniques du rotor en 3, 4 et 5Ω (Figure 30).

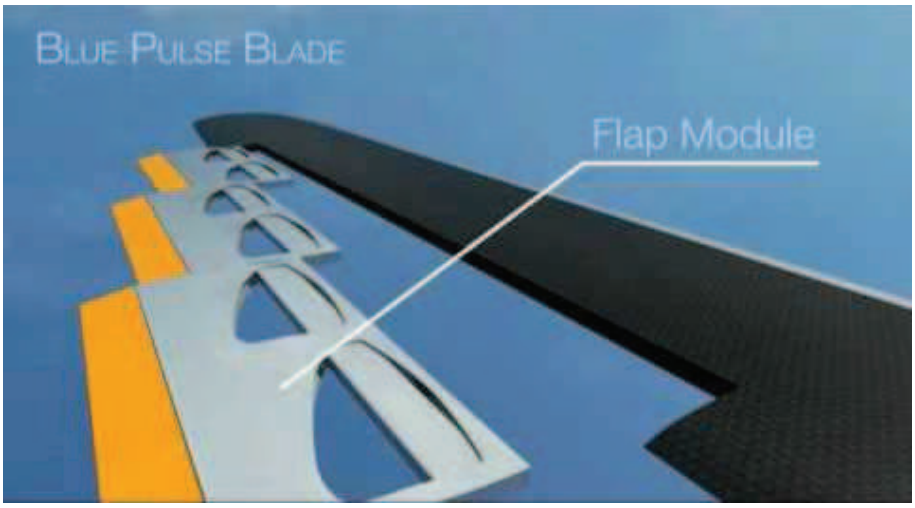


Figure 30 - Présentation du système « Blue Pulse ».

D'autres programmes de recherche menés par l'ONERA se sont basés sur le vrillage actif des pales et plus précisément sur l'ouverture du profil en utilisant des fibres piézoélectriques. Ce programme a fait l'objet d'un dépôt de brevet par [Rochettes et al., [s.d.]] en 2006 (Figure 31). Une série de patch actifs à fibres piézoélectriques sont orientés différemment sur la partie A1 et A2. Cette architecture permet de générer entre les deux plaques un important cisaillement qui se répercute sur la peau (E) et entraine le vrillage global de la pale.

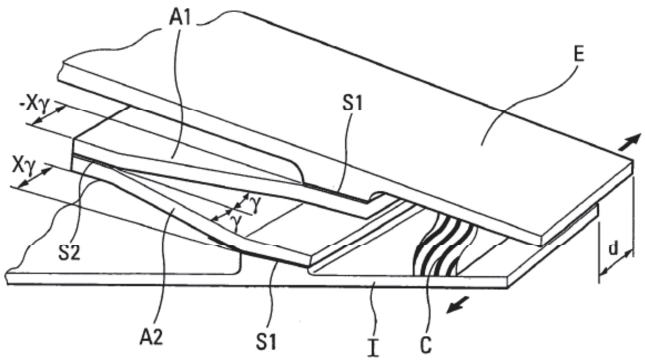


Figure 31 - Principe de l'ouverture du profil par un système piézoélectrique [Rochettes et al., [s.d.]].

Inspiré par le principe de l'ouverture d'un profil, [Runge, 2010 ; Runge et al., 2013] a travaillé sur l'ouverture et la fermeture de cloisons à l'intérieur du profil pour modifier la

position du centre de torsion sous l'effet de charges aérodynamiques. Le pilotage se fait à l'aide d'un système d'embrayage actionné par un vérin pneumatique qui vient plaquer des renforts pour verrouiller le déplacement des parois du caisson de torsion dans le sens longitudinal. Trois vérins dans la corde du profil sont utilisés pour piloter le glissement des parois et maitriser ainsi le vrillage de la pale (Figure 32). L'auteur a rencontré d'importants problèmes lors de la mise en œuvre du système de pilotage.

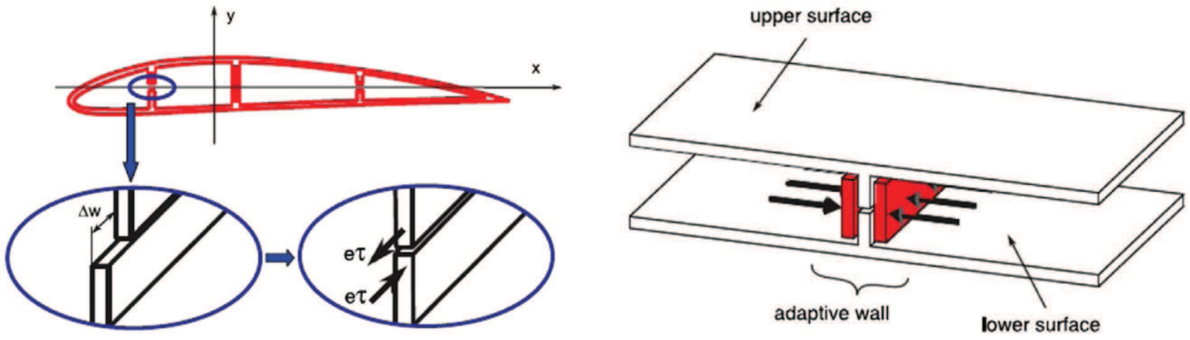


Figure 32 - Système d'ouverture et de verrouillage des caissons de torsion [Runge et al., 2013].

Toutes ces techniques de contrôle actif présentent des limitations car elles nécessitent l'introduction d'une quantité d'énergie externe proportionnelle à l'énergie de déformation naturelle en torsion. Cette énergie peut être non négligeable par rapport aux gains aérodynamiques obtenus en optimisant l'angle de torsion du profil. D'autres aspects négatifs de tels dispositifs est le poids embarqué non négligeable et la complexité des actionneurs. En effet l'ajout de poids dans de tels ensembles tournant influence grandement la force centrifuge, engendrant ainsi beaucoup plus de contraintes aux encastrements. Cette configuration complexe met en avant le point délicat de la sécurité en cas de mal fonctionnement. Un disfonctionnement d'un actionneur peut entrainer une perte de contrôle, ce qui aurait des conséquences graves dans un cas appliqué au secteur aéronautique.

I.7.2 Vrillage passif

Le vrillage passif repose sur l'introduction de couplages entre les différentes déformations de la pale de façon à jouer sur les chargements aérodynamiques et ainsi limiter la réponse du rotor et les charges dynamiques qui en découlent. Contrairement aux volets actifs, ce système n'augmente pas la trainée aérodynamique des profils au cours de son fonctionnement. L'introduction de ces couplages se fait par le biais du caractère anisotrope des matériaux composite qui compose la structure interne de la pale ou de l'arrangement de la structure interne elle-même.

D'après la matrice de rigidité de section issue de la théorie des poutres, ces couplages peuvent être générés de plusieurs manières grâce aux différents termes extra-diagonaux de cette matrice (Figure 33). En effet, chaque terme extra-diagonal correspond à un couplage entre deux types de déformations ou de sollicitations. Par exemple, les couplages entre l'extension et la torsion ou la flexion et la torsion sont notés respectivement K_{14} et K_{45}.

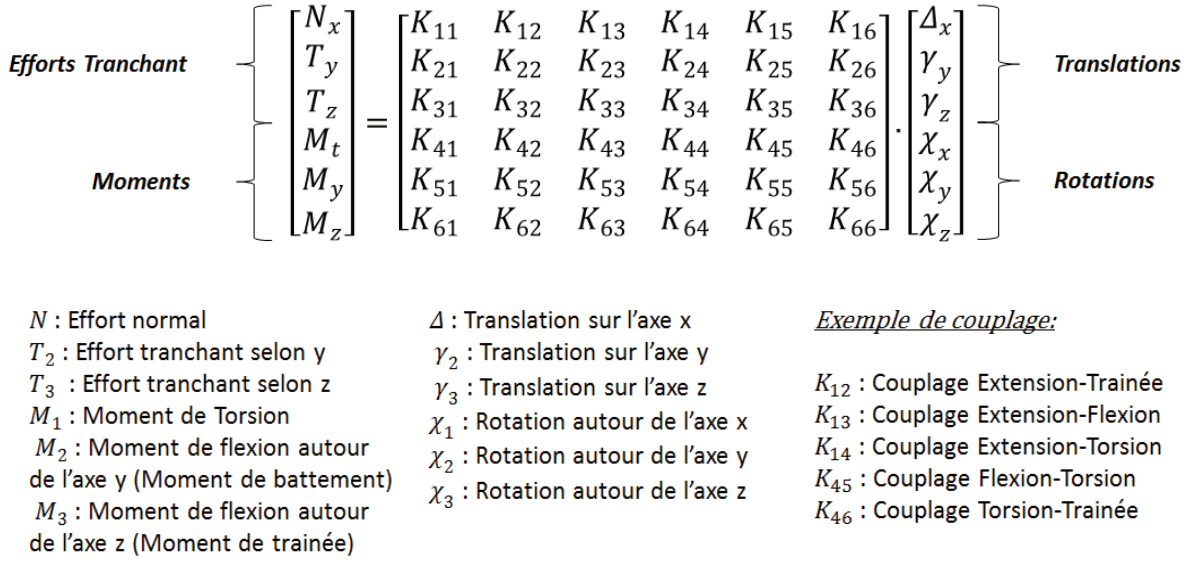


Figure 33 - Matrice de rigidité de la section (théorie des poutres).

Dans le cas d'un couplage flexion-torsion, l'une des méthodes pour l'obtenir consiste à utiliser les arrangements des matériaux composites présents au sein de la structure de façon à ce qu'un offset soit présent entre les centres de gravité et de cisaillement des sections constituant la poutre. Un schéma représentant ce couplage est illustré Figure 34, entre un effort tranchant selon l'axe z générant un moment de torsion autour de l'axe x. Ce couplage est représenté dans la matrice de rigidité par le terme K_{43}.

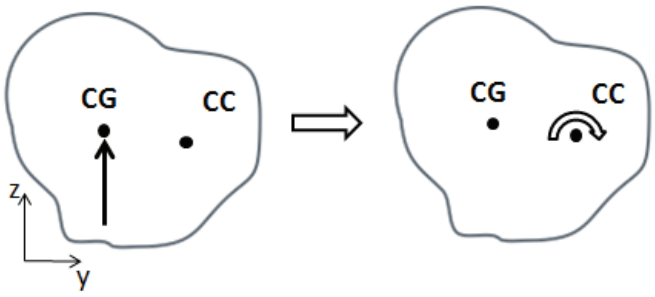


Figure 34 - Couplage flexion-torsion inertiel.

L'autre façon d'obtenir ce type de couplage réside dans les caractéristiques intrinsèques des matériaux composites. Dans de cas de figure aucun offset entre les différents centres n'existe. Pourtant lorsque un moment de flexion autour de l'axe y est appliqué, un moment de torsion autour de l'axe x est généré. Ce couplage est présent représenté dans la matrice par le paramètre K_{45}. Il est illustré dans la Figure 35.

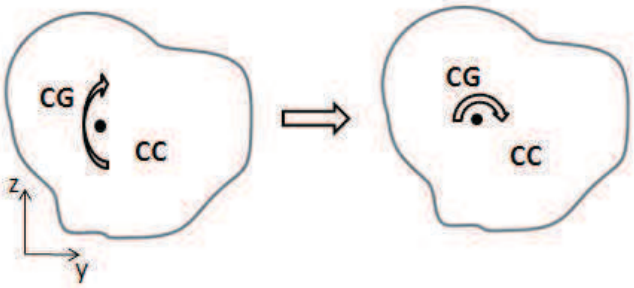


Figure 35 - Couplage flexion-torsion structurel.

I.8 Optimisation aéroélastique

Les premiers essais d'optimisation de structure dans le domaine de l'hélicoptère étaient limités à une simple distribution de masse dans la corde et l'envergure de la pale avec pour seul objectif la réduction des vibrations [Hirsch et al., 1956 ; Mccarty et Brooks, 1955 ; Miller et Ellis, 1956]. Plus tard, les structures des pales sont devenus de plus en plus complexes avec l'apparition du vrillage et des appendices aérodynamiques de type saumon en bout de pale pour contrôler les vibrations et la stabilité [Blackwell, 1983].

I.8.1 Approche numérique

L'optimisation aéroélastique appliquée à l'hélicoptère a vu le jour au cours des années 80. [Friedmann et Shanthakumaran, 1984] ont présenté le premier document sur l'optimisation structurelle en vibration appliquée à une configuration de rotor non articulé souple dans le cas du vol d'avancement. L'optimisation a porté sur un caisson de torsion situé à l'intérieur d'un profil. L'optimisation dynamique a été réalisée à l'aide d'un modèle élément fini avec pour paramètres la largeur, la hauteur et l'épaisseur du caisson. Les calculs ont montré une diminution de 40% du niveau vibratoire du rotor ainsi qu'une réduction de 20% de la masse de la pale étaient possibles. Les études menées plus tard par [Hong et Chopra, 1985] et [Panda et Chopra, 1987], ont soulignés le grand potentiel des effets de couplage sur les performances en vol et tout particulièrement sur la stabilité du rotor. Dans leurs travaux, les caractéristiques statiques de la pale munie d'un caisson de torsion aux orientations de plis variable sont préalablement calculées grâce à un ensemble d'équations non linéaires. Ces caractéristiques sont ensuite introduites dans un modèle aéroélastique avec un écoulement quasi-statique pour calculer les vitesses de flottement ainsi que la stabilité de la pale. Les couplages étudiés aéroélastique ont démontré leur influence sur la stabilité de la pale. Un arrangement symétrique entre la paroi haute et basse du caisson de torsion apporte un couplage flexion-torsion qui a des effets significatifs sur les modes de battement. Suite à ces études pionnières, [Chandra et Chopra, 1992a] proposent un modèle analytique basé sur la théorie de Vlasov (Annexe I), capable de prendre en compte les déformations statiques liées au couplage dans le cas d'une poutre bi-caisson soumise à un chargement en torsion et flexion à son extrémité. Ces auteurs [Chandra et Chopra, 1992b] ont ensuite étendu leur

travail à des poutres aux formes de sections diverses avec présence de couplage flexion-torsion et extension-torsion. L'ensemble des résultats du modèle analytique ont été validés expérimentalement et ont permis de mettre en évidence les effets du cisaillement transverse dans le comportement de la poutre. [Chopra et Smith, 1993] se sont penchés sur l'influence de ce couplage sur la réponse aéroélastique de la pale ainsi que sur les charges dynamiques au niveau de la tête rotor dans le cas d'un rotor souple non-articulé. Dans cette étude, la pale est assimilée à une poutre de section caisson (Figure 36). Ils ont démontré une grande influence du couplage sur le placement fréquentiel ainsi que sur l'amplitude et la phase des modes de torsion de la pale. Un arrangement antisymétrique a réduit de 15% les moments piqueurs et de tangage du rotor lors d'une sollicitation en 4Ω. Le couplage négatif flexion-torsion, quant à lui, a montré un effet stabilisant en vol stationnaire.

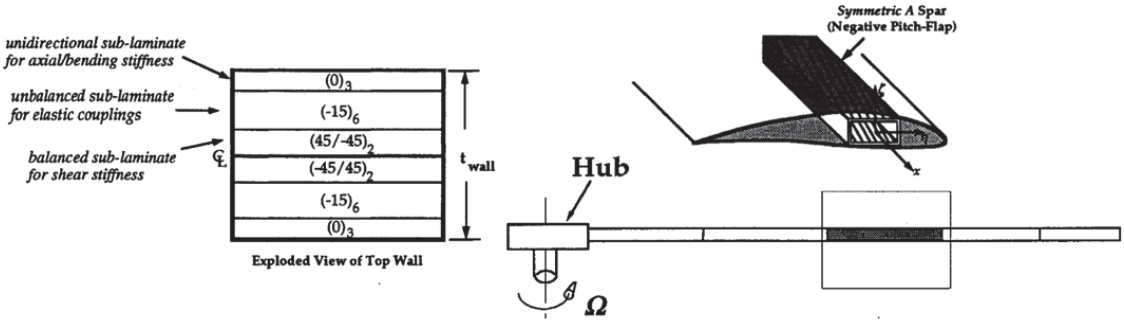


Figure 36 - Schéma de l'empilement symétrique du caisson de torsion [Chopra et Smith, 1993].

[Smith, 1994] a ensuite étudié la réponse aéroélastique d'un rotor rigide non-articulé dans un modèle qui ne prend pas en compte des effets du sillage libre lié à écoulement à travers le rotor, de façon à pouvoir étudier les effets du couplage sur les forces résultants au niveau de la tête rotor et les commandes de vols. Il en conclut que les couplages positifs flexion-torsion, positif trainée-torsion ainsi que positif extension-torsion ont des effets stabilisant sur la pale en vol d'avancement et stationnaire. Le couplage flexion-torsion permet aussi de réduire de 20% les efforts tranchants appliqués à la tête rotor. La torsion associée à un couplage positif flexion-torsion peut altérer le contrôle de pas cyclique et/ou collectif en fonction de la configuration du centre de gravité avec le centre neutre placé à 1/4 de la corde.

[Chopra et Ganguli, 1995] proposent une procédure d'optimisation basée sur les travaux de [Chopra et Smith, 1993] sur les rotors souples qui consiste à prendre l'orientation des plis (Figure 37) qui composent le caisson de torsion comme paramètre d'optimisation pour le calcul des raideurs et de la stabilité aérodynamique des pales ainsi que des charges dynamiques sur le rotor. La fonction d'optimisation a permis de réduire significativement les forces et les moments appliqués au niveau de la tête rotor grâce au couplage positif flexion-torsion créé par une orientation des plis déséquilibrés du caisson de torsion.

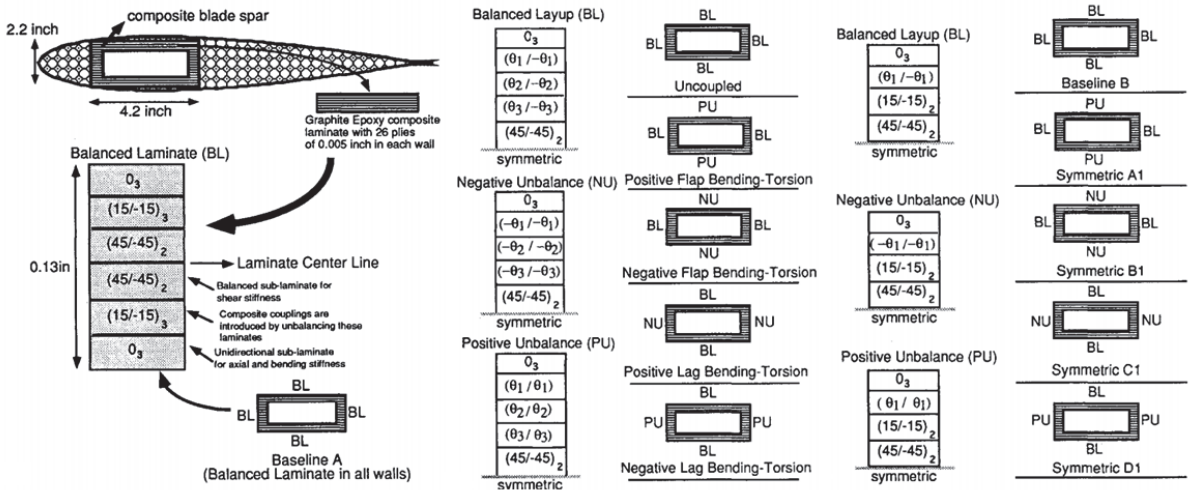


Figure 37 - Différents arrangement qui composent le caisson de torsion [Chopra et Ganguli, 1995].

Ce même travail d'optimisation a ensuite été appliqué dans une structure de pale composée de 2 caissons de torsion dans les travaux de [Ganguli et Chopra, 1996a ; Ganguli et Chopra, 1996b]. Ils ont obtenus un couplage flexion-torsion et trainée-torsion maximum avec des orientations déséquilibrées pour les parois horizontales et équilibrées pour les parois verticales. Cette configuration a permis un angle de torsion du bout de pale de 1 à 3 degrés en régime stationnaire (Figure 38).

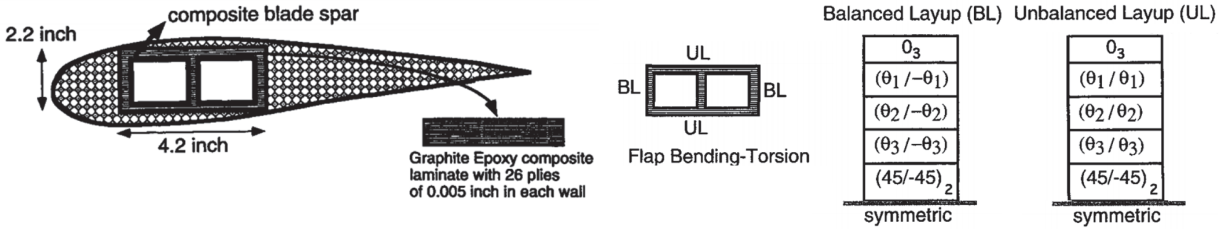


Figure 38 - Dimension et composition du double caisson de torsion [Ganguli et Chopra, 1996a].

L'article de [Ganguli et Chopra, 1997] traite de la réduction des vibrations et des charges dynamiques au niveau de la tête rotor dans le cas du rotor souple 4 pales dans une aérodynamique quasi statique. La méthode de minimisation de fonction objective est utilisée et prend en compte des données matériaux tel que l'orientation des plis du double caisson mais aussi des paramètres géométriques tel que la flèche, le dièdre ou bien l'évolution de la corde. En combinant ces deux types de paramètres, une réduction des charges dynamique de 30 à 50% a pu être atteinte ainsi qu'une réduction des moments de flexion de 15 à 20% au niveau de la tête rotor. D'une manière générale, l'étude a permis d'optimiser les caractéristiques géométriques et matériaux sur l'ensemble de la pale de façon à améliorer le comportement dynamique du rotor.

[Floros, 2000] a réalisé des études numériques portant sur la capacité des couplages élastiques à agir sur la réponse de la pale les charges et le décrochage dynamique dans le cas des rotors articulés et non articulés. Une étude de sensibilité démontrant la grande influence

de la fréquence propre du deuxième mode de battement et de l'amplitude des couplages élastiques sur le vrillage induit a été réalisée. Il a été démontré que les couplages élastiques permettent une réduction de 2° de l'angle d'incidence maximum du côté pale reculante, évitant le décrochage dynamique et assurant une redistribution de la portance sur le rotor. Le décrochage est évité grâce au comportement dynamique du deuxième mode de battement couplé. D'autre part, les couplages ne permettent pas une réduction simultanée de l'ensemble des composantes du torseur tête rotor.

Comme le montre l'état de l'art présenté, dans les années 90, de nombreuses études se sont intéressées à l'optimisation aéroélastique des pales d'hélicoptère. Cependant, ces travaux d'optimisation multidisciplinaire ont imposé des temps de calcul extrêmement important rendant difficilement applicable les résultats obtenus dans le milieu industriel. Aussi, plusieurs études ont portés sur l'optimisation de ces temps de calculs. L'utilisation de la méthode des surfaces de réponses est détaillée dans le papier [Celi, 1999]. Cette méthode a pour but de déterminer la relation entre les variables dépendantes et indépendantes qui composent le problème d'optimisation. Un travail réalisé par [Ganguli, 2002] a démonté qu'une surface de réponse polynomiale du second ordre représentait de manière adéquate les charges dynamiques de la tête rotor. Ceci a permis une diminution du temps de calcul d'environ 30%. Cependant le calcul des charges dynamiques a été réalisé dans un environnement aérodynamique quasi-statique.

Une autre méthode introduite dans l'article de [Walsh et al., 1994], propose une approche par décomposition multiniveau. Cette approche propose une décomposition du problème d'optimisation en deux niveaux. Le premier niveau appelé niveau « supérieur », optimise les variables de conception de la section d'une pale 1D. Cela signifie que la structure de la pale et sa réponse sont représentés de manière globale. Cette fonction est linéaire et prend en compte le vrillage, la variation de section, la répartition en mase et sa rigidité. L'autre niveau dit « inférieur » optimise les propriétés locales, de la section 2D comme l'épaisseur et l'orientation des plis. Ce niveau doit répondre aux exigences du niveau supérieur pour finaliser l'optimisation. De nombreux travaux ont porté sur le niveau supérieur mais peu ont été réalisés sur le niveau inférieur. C'est sur ce constat que les travaux de [Murugan et Ganguli, 2005] se sont basés. Leur étude propose un algorithme pour un rotor souple composé de quatre pales permettant à la section 2D d'être composée trois matériaux différents et de plis orientable à 0°, 90° et 45°. Elle a permis une diminution du niveau de vibration de 15% malgré une légère augmentation de la masse. Les moments de tangage et piqueur ont été réduit de 22% et 26% respectivement.

[Cornette et al., 2013] a développé un modèle aéroélastique complet basé sur la théorie des repères flottant et de la superposition modale. Ce modèle permet la prise en compte des effets dynamiques induit par l'introduction de couplages élastiques flexion-torsion dans les pales d'hélicoptère et ainsi permet la minimisation des charges dynamiques exercées sur la tête rotor. Le fort couplage entre les modes 2 et 3 de flexion avec le premier mode de torsion apparait comme une des sources principale de charges dynamiques élevées. En considérant que la valeur du couplage flexion-torsion pouvait atteindre 25% de la valeur de la rigidité de torsion du profil, Les auteurs ont pu déterminer une répartition du couplage en fonction de

l'envergure pour réduire drastiquement les charges au niveau de la tête rotor (Figure 39). Cette répartition du couplage a permis une diminution de 54% du moment coplanaire longitudinal et une réduction de 32% de l'effort de pompage.

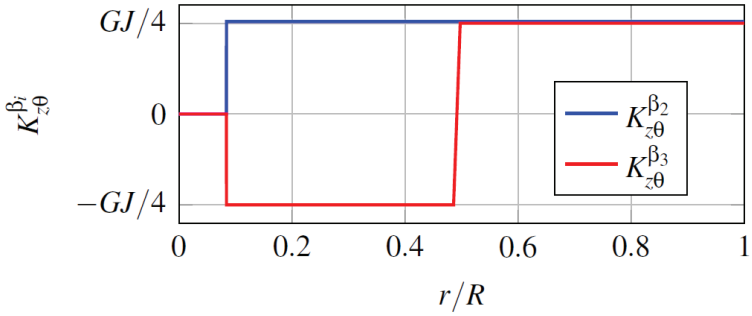


Figure 39 - Répartition de la valeur du couplage flexion-torsion dans l'envergure de la pale [Cornette, 2014].

Dans un travail plus récent [Cornette et al., 2015] met en évidence l'importance de la prise en compte des conditions aérodynamiques dans le modèle analytique pour l'étude des effets du couplage flexion-torsion sur les charges dynamiques. La prise ne compte des effets aérodynamique engendre des effets raidissant ou assouplissant de la pale faisant ainsi varier la valeur des fréquences propres des modes couplés. Cette étude a montré que le mode couplé doit être proche de l'harmonique d'excitation visée pour permettre une amélioration des effets du couplage sur la réduction des charges dynamiques. Il montre également que le signe du couplage dépend de la forme du mode initial de la pale dépourvu de couplage.

I.8.2 Approche expérimentale

En dépit du grand potentiel de l'optimisation aeroélastique démontré par les études précédentes, un manque de validation expérimental est constaté. En fait, peu de campagnes expérimentales ont été réalisées. L'une des premières a été réalisée par [Chandra et al., 1990]. Cette campagne porte sur des poutres de section rectangulaire aux parois minces en statique (Figure 40) et a montré des bonnes corrélations avec les prédictions d'un modèle élément fini. Les auteurs ont pu mettre en évidence qu'un arrangement de pli asymétrique générait un couplage flexion-torsion tandis qu'un arrangement symétrique générait un couplage extension-torsion.

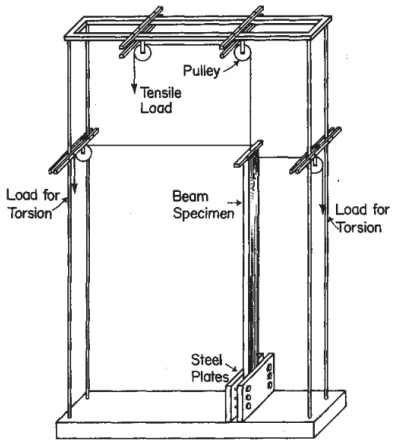


Figure 40 - Montage expérimental de la poutre pour un chargement statique multiple [Chandra et al., 1990].

Des essais sur la stabilité aérodynamique datant de 1995, ont été conduits par [Done, 1995]. Il explique que Westland aurait mené une campagne expérimentale sur la stabilité aérodynamique d'un rotor mais aucun document plus précis n'a été diffusé. [Tracy et Chopra, 1998] ont étudiés la stabilité d'un rotor souple, bipale de six pieds de diamètre. Les pales sont composées de stratifiés carbone et possèdent un comportement couplant entre la flexion et la torsion. Montées sur un banc tournant, Tracy a pu mettre en évidence une influence positive sur la stabilité du rotor due au couplage et plus particulièrement sur l'amortissement en trainée. Quelques années plus tard, [Bao et al., 2006] proposent un test sur un rotor articulé basé sur le model du Black Hawk (Figure 41).

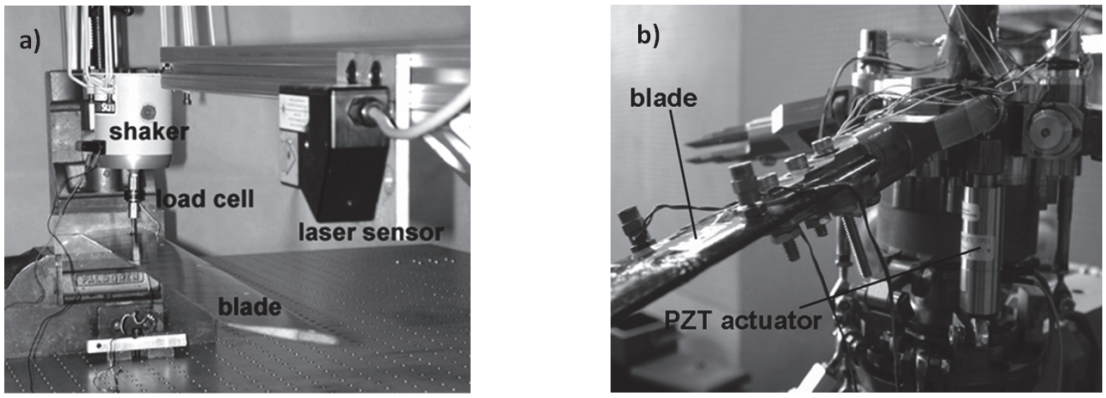


Figure 41 - Montage expérimental de la pale (a) encastrée, (b) sur le rotor [Bao et al., 2006].

Il est composé de 4 pales présentant plusieurs combinaisons de couplage flexion-torsion. Le couplage au sein des lots de pales peut être homogène négatif ou positif ou segmenté. C'est-à-dire une combinaison de couplage positif et négatif au sein d'une même pale comme illustré dans la Figure 42. Le comportement dynamique des différentes combinaisons de pale a d'abord été testé en encastré-libre grâce à un pot vibrant localisé près de l'encastrement. Le signal d'excitation est un sinus glissant de 50 à 300 Hz. La mesure a été faite à l'aide de

jauges de contrainte de torsion placées à 30% de la corde et d'un capteur laser pour obtenir la flèche et la torsion de la pale.

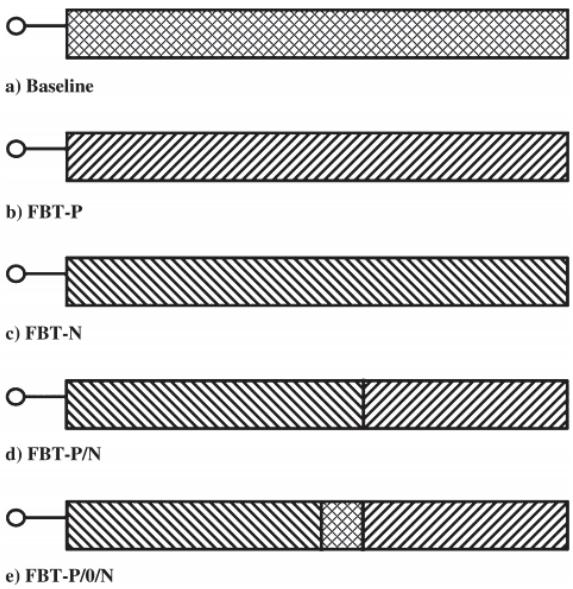


Figure 42 - Différentes répartitions du couplage flexion-torsion dans l'envergure des pales (FBT-P : couplage flexion-torsion positif, FBT-N : couplage flexion-torsion négatif, FBT-P/N : couplage flexion-torsion positif puis négatif, FBT-P/O/N : couplage flexion- torsion positif puis neutre puis négatif) [Bao et al., 2006].

Les résultats expérimentaux ont été comparés à un modèle analytique appelé UMARC (University of Maryland Advanced Rotorcraft Code). Une bonne corrélation a été obtenu (inférieur à 2% d'écart). Les différents jeux de pales ont ensuite été montés sur le rotor tournant avec une vitesse de rotation de 2300rpm. L'analyse aéroélastique montre que les pales composées d'un couplage flexion-torsion segmenté sur l'envergure réduisent de manière plus importante le niveau vibratoire qu'un couplage uniformément reparti sur l'envergure.

Un autre programme de recherche expérimentale proposé par Agusta-Westland [Harrison et al., 2008 ; Moffatt et Griffiths, 2009] a été lancé ayant pour objectif d'optimiser les performances, le comportement dynamique et la fabrication des pales composites. Quatre programmes de recherche appelés BERP 1, 2, 3 et 4, ont fait intervenir les métiers de l'aérodynamique, de la dynamique, de la tenue mécanique, des procédés et des matériaux composites et ont été mis en place de façon à optimiser la pale au plus tôt lors de sa conception. BERP 4 (Figure 43) concerne tout particulièrement ces travaux de thèse puisque ils portent sur l'introduction de couplage aéroélastique dans des pales grandeur réelle embarquées sur un appareil (AW101) équipé d'un rotor 4 pales et testé en vol. Ceci a eu pour but de juger de leur faisabilité, des études analytiques faites en amont, des essais de caractérisation matériau et des tests en soufflerie qui ont été réalisés. Deux mécanismes de couplages aéroélastiques distincts ont été considérés : l'un inertiel provenant d'un décalage des centres de gravité de sections par rapport à leurs centres de torsion et l'autre purement élastique, provenant de l'orientation des plis composites. Ils ont atteint un important

potentiel de réduction du niveau vibratoire et ont identifié les modes principalement responsables des charges dynamiques sur la tête rotor.

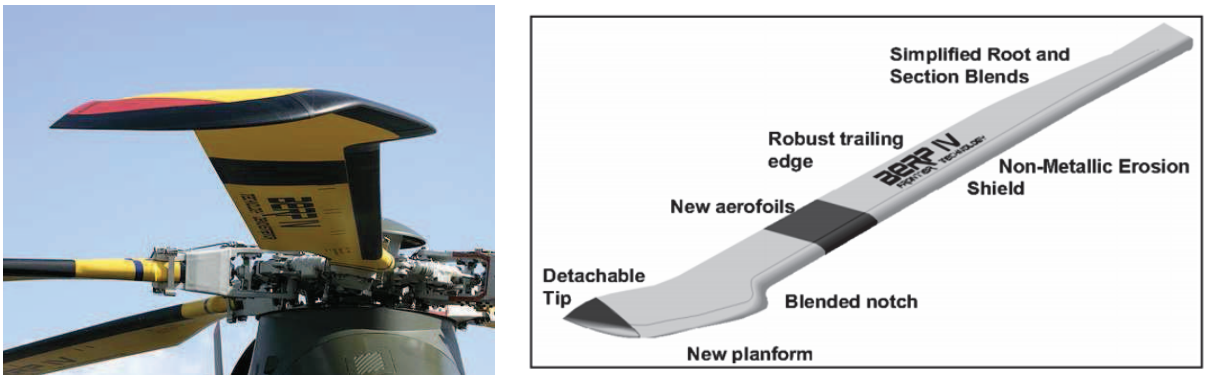


Figure 43 - BERP IV architecture [Moffatt et Griffiths, 2009].

[Reveillon et al., 2011] propose une étude sur le couplage extension-torsion d'un tronçon de pale d'hélicoptère. Le principe repose sur une lame couplée composée de 26 plis de carbone d'arrangement $[25_3, 20, -60_2, 25_2, -55, 30, -40, -45{,}50]_{AS}$ correspondant à une épaisseur de 4,1mm, intégré dans la structure interne d'un profil. Cette architecture a fait l'objet d'un dépôt de brevet [Bianchi et Reveillon, [s.d.]] (Figure 44). Le tronçon, soumis à une force longitudinale, a montré qu'un vrillage de $2°.m^{-1}$ a pu être obtenu avec une force de 25kN.

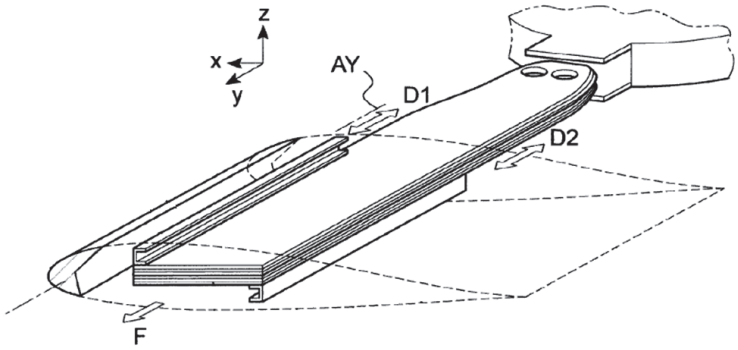


Figure 44 - Système de vrillage passif d'une pale grâce au couplage extension-torsion [Bianchi et Reveillon, [s.d.]].

La plaque a au préalable, été testée seul sur un banc tournant permettant la mesure du vrillage issue du couplage extension-torsion sans la prise en compte des influences aérodynamiques (Figure 45).

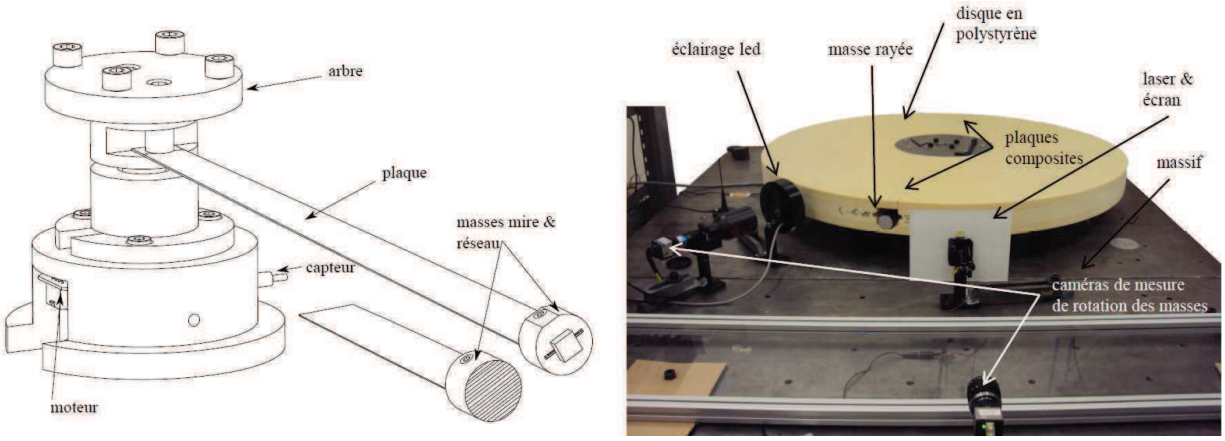


Figure 45 - Montage du banc tournant pour la mesure du vrillage de la lame couplée [Reveillon et al., 2011].

Une bonne corrélation entre les essais et un modèle analytique issu d'une association entre un algorithme génétique et un algorithme gradient prenant en compte les non linéarités géométriques et basé sur la théorie classique des stratifiés, a été obtenue. De plus un fort couplage a été atteint avec un taux de vrillage de $70°.m^{-1}$.

I.9 Positionnement de la thèse

L'état de l'art présenté dans ce chapitre montre le grand nombre de travaux qui ont porté sur le couplage flexion-torsion des pales d'hélicoptères. Ces phénomènes de couplages peuvent être issus de l'orientation exotique des plis composite au sein de la structure. Ce couplage est souvent qualifié de couplage structurel. La plupart des travaux présents dans la littérature utilisent des caissons de torsion placés à l'intérieur du profil aérodynamique. Ils ont permis d'établir un séquençage couplant de plis aux angles compris entre 15° et 25° selon les configurations et les caractéristiques intrinsèques du pli. Les écarts entre les centres de gravité, élastique et de torsion permettent aussi le couplage recherché. Cette méthode sera appelée couplage inertiel. L'idée de cette thèse est de combiner ces deux types de couplage pour en étudier leur interaction et ainsi en déduire la meilleure solution. Le couplage structurel passera par l'utilisation de pli couplant au sein même du profil aérodynamique et non grâce à des caissons de torsion communément étudiés. Le couplage inertiel, quand à lui, utilisera un gradient de propriétés de la mousse qui compose l'âme de pale ainsi que des composants structuraux évolutifs dans l'envergure pour modifier la position de ces centres. Dans la littérature, des gradients de mousses de ce type ont très peu été étudiés, et jamais dans ce contexte. Des études sur la présence d'appendices évolutifs structuraux dans l'envergure de la poutre, telle que des raidisseurs, ne figure pas non plus dans la littérature. Selon [Bao et al., 2006] peu de résultats expérimentaux sur le couplage flexion-torsion existent pour pouvoir valider correctement les résultats issus des simulations numériques tant d'un point de statique que dynamique. C'est dans ce contexte que s'inscrit le deuxième axe de cette thèse sur la création d'un protocole expérimental original pour l'obtention de la

signature dynamique non intrusive de la poutre de façon à pouvoir établir un comparatif représentatif entre le numérique et l'expérimental.

I.9.1 Démarche scientifique

La complexité des phénomènes de couplage ainsi que la complexité de la structure de pale d'hélicoptère rendent l'étude des interactions entre les différents types de couplage relativement délicate. C'est pour cela qu'une démarche de simplification dans un premier temps sera nécessaire pour comprendre les leviers mécaniques qui génèrent de tels couplages et leurs interactions. On s'intéressera d'abord à une simple poutre sandwich. Des moyens expérimentaux seront utilisés pour valider les résultats numériques et identifier l'ensemble des phénomènes présent. Une mesure expérimentale fine de ces phénomènes et un montage expérimental adapté, seront un des points critique de ce travail. La maitrise de l'assemblage du couplage inertiel/couplage structurel passera par une bonne prédiction des déformées via un modèle numérique ainsi qu'une méthode précise de quantification du couplage. Cette association de couplages sera ensuite transposée à des structures plus complexes telles que des pales d'hélicoptères prototypes à échelle réduite.

Chapitre II

Etude Statique

II.1 Introduction 54
II.2 Théories des poutres composites 54
II.2.1 Théorie des poutres métalliques appliquées aux composites 54
II.2.2 Théorie des poutres d'ordre supérieur 56
II.2.3 Théorie des poutres dites « exacte » 58
II.2.4 Bilan 60
II.3 Ame à gradient fonctionnel 60
II.4 Hypothèses et méthodes de l'étude statique 65
II.4.1 Les conditions aux limites 65
II.4.2 Moyen de calcul 66
II.4.3 Simplification de la structure 67
II.5 Etude des couplages simples 69
II.5.1 Couplage par le Revêtement 70
II.5.2 Couplage par gradient de propriétés mécaniques horizontales dans l'âme 72
II.5.3 Couplage par position du raidisseur 75
II.5.4 Conclusions 80
II.6 Association des couplages 80
II.6.1 Cas des couplages inertiels 80
II.6.2 Association couplage inertiel et structurel 83
II.6.3 Conclusions 86
II.7 Mise en évidence des interactions des couplages pour des sections de type caisson et sandwich. 87
II.7.1 Cas du Caisson 87
II.7.2 Cas du sandwich 92
II.7.3 Synthèse des effets des technologies couplantes. 97
II.8 Dimensionnement de la poutre sandwich expérimentale 99
II.8.1 Choix des dimensions 99
II.8.2 Choix de l'épaisseur de l'âme 103
II.8.3 Bilan du dimensionnement 104
II.9 Conclusions 105

II.1 Introduction

Dans le chapitre précèdent, un état de l'art a été réalisé sur le couplage flexion-torsion des pales d'hélicoptère. Des arrangements et orientations de plis ont été identifiés comme étant générateurs de couplage flexion-torsion forts. Il n'existe donc pas une solution unique pour générer un couplage structurel. L'étude bibliographique a aussi permis de mettre en évidence une autre forme de couplage flexion-torsion qui utilise les positions relatives entre les différents centres (gravité, élastique, torsion). Ce couplage, qualifié de couplage inertiel, peut être introduit par le biais du positionnement géographique spécifique des éléments structuraux de la pale.

Ce chapitre a donc pour but d'étudier l'association du couplage flexion-torsion structurel et inertiel d'une poutre soumise à une sollicitation simple en statique. Basées sur l'étude bibliographique les solutions de couplage structurel retenues sont :

- intégration d'un pli hors axe dans le revêtement du profil.
- gradient de mousse horizontal (GMH) qui crée un couplage inertiel
- raidisseur évolutif dans l'envergure de la pale qui crée aussi un couplage inertiel.

La démarche retenue consiste d'abord à déterminer les types de poutres qui seront étudiées. Puis chacune des solutions couplantes sera étudiée indépendamment. Dans un second temps ces solutions couplantes seront associées pour obtenir une configuration maximisant les effets du couplage flexion-torsion.

II.2 Théories des poutres composites

Différentes théories des poutres ont été élaborées dans le but d'améliorer et de prendre en compte des phénomènes spécifiques aux matériaux composites dans le calcul de la matrice de raideur. Un calcul section (2D) est requis afin d'extraire le matrice 6x6 de rigidité. La difficulté réside dans la détermination des termes extra diagonaux de cette matrice. En effet, les matériaux composites sont composés de plusieurs éléments très hétérogènes en termes de matériaux comme de géométries ne permettant plus l'application de la théorie des poutres classiques (ou résistance des matériaux) développée au départ pour les matériaux métalliques. Aussi, pour les nécessités de cette étude, plusieurs théories des poutres vont être détaillées.

II.2.1 Théorie des poutres métalliques appliquées aux composites

[Gay, 2005] a proposé en 1987, une homogénéisation des sections composites en déterminant des caractéristiques équivalentes dans le but d'utiliser la théorie des poutres de Timochenko. Cette méthode donne de bons résultats si l'on ne considère pas les termes extra diagonaux. De nombreuses hypothèses doivent être faites pour pouvoir résoudre de manière analytique ce problème complexe. Tout d'abord les phases des matériaux sont supposées parfaitement collées entre elles. Cette hypothèse est reprise par l'ensemble des auteurs

présentés. Il introduit ensuite la notion de continuité des déplacements et au travers d'un élément d'interface. Ainsi, le champ de déplacements d'une section de poutre composite stratifié, possédant un axe parallèle à l'axe Ox s'écrit :

$$\vec{U} = \overrightarrow{u(x)} + \overrightarrow{\omega(x)} \wedge \overrightarrow{QP} + \vec{\eta} \qquad \textit{Eq. II-1}$$

$$\vec{\eta} = \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_z \end{Bmatrix} \qquad \textit{Eq. II-2}$$

Où $\overrightarrow{QP}$ est le vecteur position entre un point de la section et l'origine du repère section.

$\overrightarrow{u(x)}$: Vecteur translation de la section

$\overrightarrow{\omega(x)}$: Vecteur rotation de la section

$\overrightarrow{\eta}$: Vecteur Gauchissement

Dans cette théorie le gauchissement transverse (dans le plan de la section) est négligé et seul le gauchissement longitudinal (hors du plan de la section) est conservé.

$$\eta_y \text{ et } \eta_z \ll \eta_x \qquad \textit{Eq. II-3}$$

On a donc :

$$\vec{\eta} = \eta_x . \overrightarrow{e_x} \qquad \textit{Eq. II-4}$$

Avec,

$\vec{\eta} = \eta_x . \overrightarrow{e_x} = \frac{T(x)}{GS_{eq}} \psi(y,z) . \overrightarrow{e_x}$

$T(x)$: L'effort tranchant

GS_{eq} : La rigidité de cisaillement équivalent

$\psi(y,z)$: La fonction de gauchissement

L'hypothèse de Navier – Bernoulli généralisé (les sections droites restent planes ce qui revient à négliger le gauchissement) des poutres homogènes est aussi de rigueur dans cette théorie qui permet d'établir que la variation de gauchissement entre 2 sections infiniment voisines est négligeable.

[Gay, 2005] suppose également dans sa théorie que les coefficients de Poisson dans les trois directions sont proches ce qui permet de dire que les contraintes $\sigma_{yy} \text{ et } \sigma_{zz} \ll \sigma_{xx}$

Exemple :

Champ de déplacement dans le cas d'une section quelconque en flexion :

$$\begin{cases} u_x = u(x) - y\theta_z + z\theta_y + \eta_x \\ u_y = v(x) + \eta_y \\ u_z = w(x) + \eta_z \end{cases} \qquad \textit{Eq. II-5}$$

Champ de déplacement dans le cas d'une section quelconque en torsion :

$$u_x = \frac{d\theta_x}{dx}\varphi(x)$$
$$u_y = -(z - z_c)\theta_x$$
$$u_z = (y - y_c)\theta_x$$

Eq. II-6

Champ de déplacement dans le cas d'une section quelconque en couplage flexion-torsion :

$$u_x = u(x) - y\theta_z + z\theta_y + \eta_x + \frac{d\theta_x}{dx}\varphi(x)$$
$$u_y = v(x) - z\theta_x + \eta_y$$
$$u_z = w(x) + y\theta_x + \eta_z$$

Eq. II-7

Toutes ces hypothèses ne sont pas valides près des sections critiques. C'est-à-dire près des encastrements et des sections d'applications d'efforts.

Les relations d'équilibre de la poutre sont de la forme :

$$\frac{dN}{dx} = 0$$
$$p_y + \frac{dT_y}{dx} = 0 \qquad \frac{dM_y}{dx} - T_z = 0$$
$$p_z + \frac{dT_z}{dx} = 0 \qquad \frac{dM_z}{dx} + T_y = 0$$

Eq. II-8

Cette résolution du champ de déplacement a pour but d'homogénéiser la poutre composite pour que les théories des poutres classiques type Timoshenko puissent être utilisées. Cette méthodologie ne permet pas de prendre en compte le cisaillement aux interfaces, les effets Poisson et de fortes hypothèses sont faites sur la fonction de gauchissement [Martinez et al., 1999].

II.2.2 Théorie des poutres d'ordre supérieur

Les travaux de [Sudre et Barrau, 1996] établissent une théorie qui ne fait aucune homogénéisation et propose de résoudre le problème en choisissant comme inconnue le vecteur déplacement de la section. Ils introduisent dans le champ de déplacement un terme de gauchissement qui est une déformation de la section hors de son plan (eq 0-10). Le problème devient alors non linéaire. L'astuce réside dans le fait de pouvoir calculer les contraintes normales avec une connaissance du gauchissement longitudinal, à un déplacement d'ensemble près. Ceci permet par la suite de pouvoir déterminer le tenseur des déformations en fonction des fonctions de gauchissement. La résolution du tenseur des déformations est réalisé grâce au principe des travaux virtuel et à la minimisation de la fonctionnelle en

déplacement. Cette théorie permet d'obtenir la matrice de rigidité complète avec une bonne précision des termes extra diagonaux. Cependant les effets Poisson ne sont pas pris en compte et le gauchissement reste, pour certaines configurations, approché.

Cette théorie n'est valable que pour les poutres droites, sans vrillage, de section quelconque pouvant être composée de plusieurs matériaux anisotropes. Les phases des matériaux sont supposées parfaitement collées entre elles et les contraintes locales sont négligées.

L'hypothèse principale de cette théorie réside dans la décomposition du déplacement en une partie constante et une partie variable selon l'envergure de la poutre (axe x). Cette même technique est aussi utilisée pour définir les fonctions de gauchissement.

L'expression du vecteur déplacement s'écrit :

$$\vec{U} = \vec{\alpha} + \begin{Bmatrix} u'(x) \\ v'(x) \\ w'(x) \end{Bmatrix} + \left(\vec{\beta} + \begin{Bmatrix} \theta_x(x) \\ \theta_y(x) \\ \theta_z(x) \end{Bmatrix} \right) \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tilde{f}_{(y,z)} \\ \tilde{g}_{(y,z)} \\ \tilde{h}_{(y,z)} \end{Bmatrix} \qquad \textit{Eq. II-9}$$

Où,

$\vec{\alpha}$: Constante de la translation

$\vec{\beta}$: Constante de la rotation

$\begin{Bmatrix} u'(x) \\ v'(x) \\ w'(x) \end{Bmatrix}$: Vecteur translation

$\begin{Bmatrix} \theta_x(x) \\ \theta_y(x) \\ \theta_z(x) \end{Bmatrix}$: Vecteur rotation

$\begin{Bmatrix} \tilde{f}_{(y,z)} \\ \tilde{g}_{(y,z)} \\ \tilde{h}_{(y,z)} \end{Bmatrix}$: Fonctions de gauchissement

Cette technique permet d'obtenir 6 inconnues (les trois translations et les trois rotations) qui caractérisent en partie la rigidité de la poutre. Le calcul de ces inconnues en déplacements passe par un calcul éléments finis 2D utilisant des éléments triangulaires et quadrangulaires. Des cas simples comme la flexion pure ou la torsion sont utilisés pour la résolution de problème.

La méthode de résolution considère une tranche de poutre à l'équilibre en utilisant le principe des travaux virtuels. La solution du problème consiste à minimiser la fonctionnelle de l'énergie potentielle de déformation par rapport à l'envergure de la poutre.

$$dW = \left\{\frac{1}{2}\iint \left(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + 2\sigma_{yz}\varepsilon_{yz} + 2\sigma_{zx}\varepsilon_{zx} + 2\sigma_{xy}\varepsilon_{xy}\right)ds\right\}dx \qquad \textit{Eq. II-10}$$

Cela permet ensuite de résoudre complètement le système comportant des chargements complexes et les effets du gauchissement. La résolution du problème complexe permet de remplir de manière précise l'intégralité de la matrice de raideur de la poutre pouvant ainsi mettre en évidence les phénomènes de couplage [Taufik et Barrau, 1996 ; Taufik et al., 1999].

Cette théorie est à la base de la CPAO (Conception de Pales Assistée par Ordinateur) utilisée par Airbus Helicopters.

II.2.3 Théorie des poutres dites « exacte »

Cette théorie définie comme « exacte », est basée sur le principe de Saint Venant (Annexe II) et a été développée par [Ladevèze et Simmonds, 1998]. Cette théorie ne fait aucune hypothèse sur le champ de déplacement si ce n'est celle des petits déplacements. Loin des conditions aux limites, l'équation d'équilibre locale et les déformations sections permettent de définir le problème 1D exact de Saint Venant. Le terme « exact » signifie qu'il est possible de calculer les contraintes et les déformées 3D de la poutre à partir du déplacement 1D sans faire d'hypothèses réductrices. Elle définit l'équation du vecteur déplacement comme étant composé de gauchissement non uniforme. Là encore, la méthode des travaux virtuel est appliquée afin de déterminer le déplacement virtuel, les travaux intérieurs et extérieurs ainsi que les équations d'équilibre 1D. Cette méthode permet d'obtenir précisément la matrice de raideur d'une section prenant en compte les effets Poisson et le gauchissement. Cette théorie et aussi valable pour tout type de sections sous toute sorte de sollicitations.

Le vecteur déplacement est de la forme :

$$\xi_{sv} = u(x) + w(x) \wedge X + A(X)\tilde{T}(x) + B(X)\tilde{M}(x) + W_d(X) \qquad \textit{Eq. II-11}$$

Et les contraintes de Saint Venant sont de la forme :

$$\sigma_{sv}(x) = A^0(X)\tilde{T}(x) + B^0(X)\tilde{M}(x) + C_d(X) \qquad \textit{Eq. II-12}$$

Où,

$\mathrm{u(x)}$: Vecteur translation

$w(x)$: Vecteur rotation

$\tilde{T}(x)$: Résultantes généralisés

$\tilde{M}(x)$: Moments généralisés

$\mathrm{A(X)}$ $\mathrm{B(X)}$ $\mathrm{A^0(X)}$ $\mathrm{B^0(X)}$: Opérateurs linéaires constant selon x

$\mathrm{W_d(X)}$ $\mathrm{C_d(X)}$: Coefficients dépendant de la densité de charge, des matériaux et de la section.

Le problème de Saint –Venant se pose de la manière suivante:

L'équation d'équilibre local s'écrit :

$$div\ \sigma + f_d = 0 \qquad \textit{Eq. II-13}$$

Les déformations s'écrivent :

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{2}(\nabla^t \xi + \nabla \xi) \qquad \textit{Eq. II-14}$$

Avec ξ le déplacement

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\sigma(x) = H_L \qquad \textit{Eq. II-15}$$

$$\sigma(-x) = H_0 \qquad \textit{Eq. II-16}$$

Où, H_L et H_0, sont les efforts appliquées aux sections (x) et $(-x)$ respectivement.

Notons aussi la relation de comportement structurel 1D :

$$\begin{bmatrix}\gamma \\ \chi\end{bmatrix} = \Lambda' \begin{bmatrix}\tilde{T} \\ \tilde{M}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\gamma_d \\ \chi_d\end{bmatrix} \qquad \textit{Eq. II-17}$$

Avec,

$\begin{bmatrix}\gamma \\ \chi\end{bmatrix}$: Déformations

Λ': Opérateur linéaire

$\begin{bmatrix}\tilde{T} \\ \tilde{M}\end{bmatrix}$: Torseur des efforts généralisés

$\begin{bmatrix}\gamma_d \\ \chi_d\end{bmatrix}$: Distorsion lié aux chargements

Les lois d'équilibres locales et les conditions aux limites pour le problème de poutre de Saint-Venant sont écrites. Elles permettent d'obtenir le champ de déplacement 1D et la loi de comportement 1D du problème. La solution 1D du problème de Saint-Venant s'obtient ensuite par le calcul de l'opérateur linaire Λ' (matrice 6x6). Une fois la solution 1D atteinte, il est possible de remonter à la solution 3D de Saint–Venant à l'aide des opérateurs linéaires $A(X), B(X), A^0(X)$ et $B^0(X)$ précédemment calculés. La méthode de résolution par éléments finis, détaillé dans les papiers de [Fatmi et Ghazouani, 2011 ; Fatmi et Zenzri, 2002], permet le calcul de ces operateurs linéaires. Une fois les caractéristiques sections déterminées, le problème complexe peut être entièrement résolu.

L'approche de la théorie exacte en utilisant le principe de St Venant, a vu le jour avec [Ieşan, 1976] qui a démontré que ce principe pouvait être appliqué au cas des poutres inhomogène et anisotrope. [Ladevèze et Simmonds, 1998] écrivent, de manière rigoureuse, une théorie dite exacte pour les poutres composites mettant en évidence des opérateurs linéaires nécessaires à la résolution du problème avec le principe de saint-Venant. [Fatmi et Zenzri, 2002] approfondissent cette théorie et identifient de manière précise les différents opérateurs linéaires. Ils mettent au point une méthode de calcul numérique pour la résolution de problèmes de poutres complexes ce qui a mené à la création du logiciel Csection/Cbeam

[Fatmi et Ghazouani, 2011 ; Ghazouani et Fatmi, 2011]. C'est cette approche, plus récente et plus complète que celle utilisé par la CPAO que nous retiendrons pour cette étude.

II.2.4 Bilan

Ce paragraphe a fait l'état de l'art de quelques-unes des principales théories des poutres composites développées depuis les années 80. Bien qu'il en existe de nombreuses autres tel que les travaux de [Carrera et al., 2010] qui propose une formulation hiérarchique d'éléments poutre de N degrés de liberté utilisant des expansions de type Taylor et des variables du déplacement 1D généralisée ou bien celle développées par Hodges et ses collaborateurs basée sur l'approche variationnelle initié par [Berdichevsky, 1979] qui consiste à séparer un problème 3D en un problème linéaire 2D et non linéaire 1D. Le développement détaillé de cette méthode est disponible dans l'ouvrage de [Hodges, 2006] et a donné naissance au logiciel « VABS » capable de prendre en compte l'anisotropie des matériaux non homogène dans les poutres de sections quelconques [Cesnik et Hodges, 1997]. Une autre approche développé par [Vo et Lee, 2008] propose un modèle de théorie des poutres basé sur la FSDT (First Order Shear Deformation Theory). Il prend compte de l'ensemble des couplages structuraux issus de l'anisotropie des matériaux et de la non-linéarité des géométries. Les équations non linéaires du déplacement sont dérivées et résolues via une incrémentation de la méthode Newton-Raphson et un modèle élément fini permet d'obtenir le déplacement 1D prenant en compte les contraintes de Von Karman liées à la non linéarité géométrique.

Ces différentes approches ont été améliorées au fil des évolutions pour prendre en compte de manière plus précise le comportement orthotrope des composites au sein des structures de géométries complexes et pour mieux prendre en compte les contraintes de gauchissement comme dans les travaux de [Yu et al., 2012] ou bien [Vo et Lee, 2010].

A ce jour, la théorie qui semble la plus adaptée à notre problématique du couplage flexion/torsion semble être la théorie dite exacte basée sur le problème de Saint Venant car aucune hypothèse n'est faite sur le champ de déplacement permettant ainsi la prise en compte de tous les phénomènes liés au couplage flexion-torsion.

II.3 Ame à gradient fonctionnel

Dans cette partie on s'intéresse aux apports éventuels de la littérature sur les gradients de matériaux que l'on veut introduire dans nos poutres ou pales pour réaliser le couplage flexion/torsion. Les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) sont un axe de recherche dans un très grand nombre de domaines tel que le nucléaire (mur de plasma pour les réacteurs de fusion), la communication (fibre optique), le secteur de l'énergie (générateur thermoélectrique, cellule solaire), du médical (os artificiel, dentisterie) et enfin de l'aéronautique avec divers composants comme des boucliers thermique, des aubes ou encore des axes de transmission.

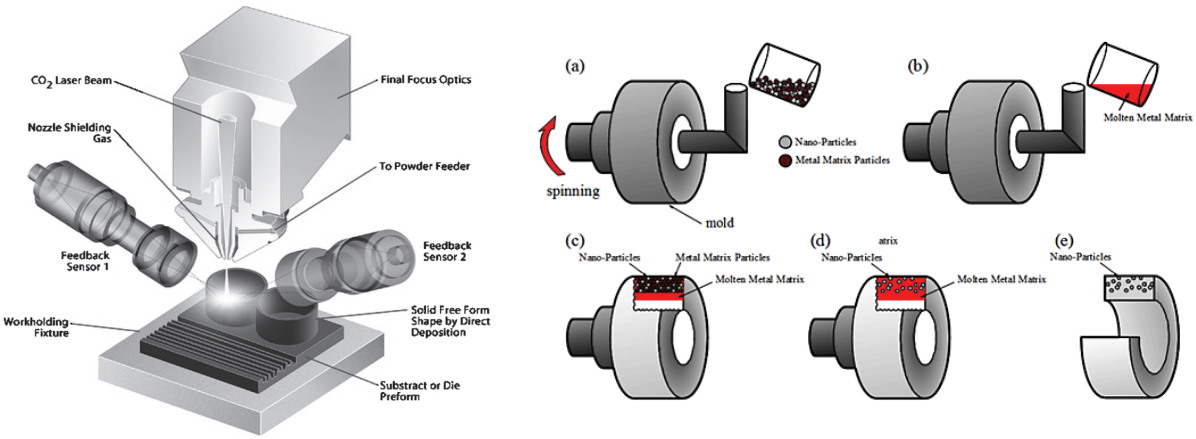
Il existe deux types de matériau à gradient fonctionnel. Les gradients continus (Figure 46-a) et les gradients discrets (Figure 46-b). Dans le premier cas le changement de composition et de microstructure est continu. Le deuxième cas s'applique à des matériaux multicouches avec une interface entre chaque couche [Udupa et al., 2014].



a) *Gradient continu* b) *Gradient discret*

Figure 46 - Types de gradient fonctionnel.

La fabrication d'un gradient continu fait l'objet de plusieurs procédés. La méthode plus répandue consiste à utiliser deux poudres métalliques, à les mélanger de façon à obtenir une répartition discrète puis faire fondre le mélange à l'aide une étincelle à plasma ou d'un laser [Shin et al., 2003] (Figure 47-a). Une autre méthode plus récente consiste à utiliser la force centrifuge pour diffuser un matériau dans l'autre [Watanabe et al., 2011] (Figure 47-b). Ces procédés sont essentiellement utilisés pour des FGM métallique/métallique ou céramique. Les Funtionnally Graded Composite Materials (FGCM) sont très souvent considérés comme des matériaux à gradient discret dont la problématique majeure est la maitrise des interfaces.



a) *Fabrication d'un FGM par laser.* b) *Fabrication d'un FGM par effet centrifuge.*

Figure 47 - Processus de fabrication d'un FGM.

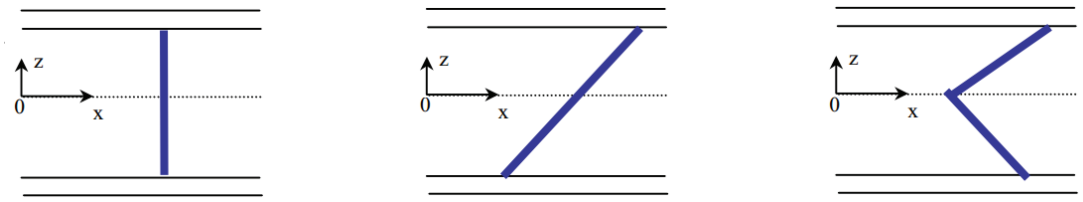
Initialement, un des intérêts de ces matériaux à gradients est la création d'interface entre deux matériaux métalliques pour y introduire les propriétés mécaniques évolutives ainsi de minimiser les pics de contraintes qui initient des délaminages puis des propagations de fissures. L'une des premières applications concerne les assemblages métallique/céramique en

prenant en compte les caractéristiques thermiques et mécaniques du matériau. En 1984 au cours du projet spatial japonais [Koizumi, 1997], une étude de l'assemblage de différents matériaux pour la création d'un bouclier thermique pour les navettes spatiales fut réalisée. L'autre grande application concerne les composites stratifiés. L'intérêt d'utiliser un FGM réside dans la diminution et la maitrise des contraintes inter-laminaire pour améliorer la tenue de la structure.

Les modélisations réalisées sur les FGM peuvent être classées en deux grandes familles. L'une concerne l'utilisation de fonctions discrètes appliquées aux analyses statique thermoélastique et l'autre appliquée aux analyses en vibration et en stabilité. L'état de l'art sur les différentes modélisations des matériaux à gradient ne constitue pas une priorité dans ces travaux de thèse. Toutefois un important inventaire est disponible dans le papier de [Jha et al., 2013].

Nous axerons l'état de l'art de ce vaste sujet sur différentes architectures de poutres sandwich constituées d'une âme à gradient de mousse et leurs utilisations ainsi que sur une comparaison entre les principales théories de modélisations. La partie concernant l'aspect vibration sera développé dans l'état de l'art du chapitre III.

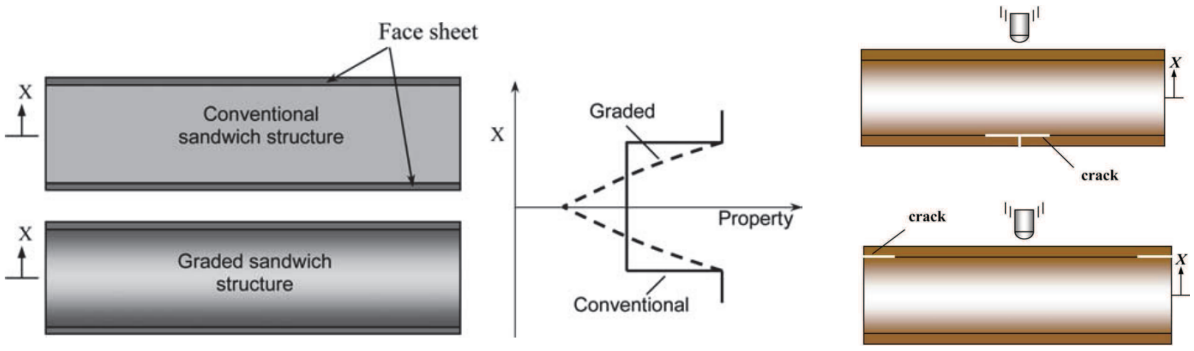
[Apetre, 2005] a travaillé sur l'influence de différents profil d'âme en mousse pour de l'optimisation en tenu à l'impact et en allègement des structures. L'auteur propose trois profils de gradient de mousse (Figure 48) et a testé leurs tenues à l'impact tout en mesurant les déformations en cisaillement. Les expériences ont fait l'objet de comparaison avec deux modèles analytiques disponibles dans la littérature ([Choi et Sankar, 2005 ; Gibson et Ashby, 1999]) et a montré que l'approche de [Gibson et Ashby, 1999] était mieux adaptée pour représenter une âme souple en flexion. Il a également montré qu'une architecture antisymétrique avait un meilleur ratio résistance/masse puisque les déformations en cisaillement ont été diminuées de 27% avec une réduction du poids de la poutre sandwich de 3%.



a) *Ame homogène* *b) Ame antisymétrique* *c) Ame symétrique*

Figure 48 - Profils du gradient de mousse dans l'âme d'une structure sandwich.

Une autre étude sur l'influence de la présence d'un gradient de mousse sur la propagation de fissure et le délaminage d'une poutre sandwich a été réalisée par [Kirugulige et al., 2005]. L'auteur montre que le gradient de mousse a tendance à diminuer les contraintes en mode I ce qui a pour conséquence de ralentir la propagation de fissure par rapport à une âme conventionnelle. Le gradient de mousse a également montré une absence de délaminage peau/âme pendant l'impact (Figure 49).



a) Comparaison entre deux structures sandwich (conventionnelle et à gradient)

b) Type d'initiation de fissure

Figure 49 - Effet du gradient de mousse sur une poutre sandwich soumise à un impact.

[Wang et al., 2009] ont testé la résistance au souffle (blast) d'une structure sandwich avec différents gradients discrets de mousse dans l'âme. Ils ont démontré une résistance améliorée lorsque la mousse basse densité est du côté du chargement dynamique. En effet, la pression dynamique absorbée est plus importante lorsque les mousses sont disposées comme le montre la Figure 50 ce qui limite les dommages sur la face arrière.

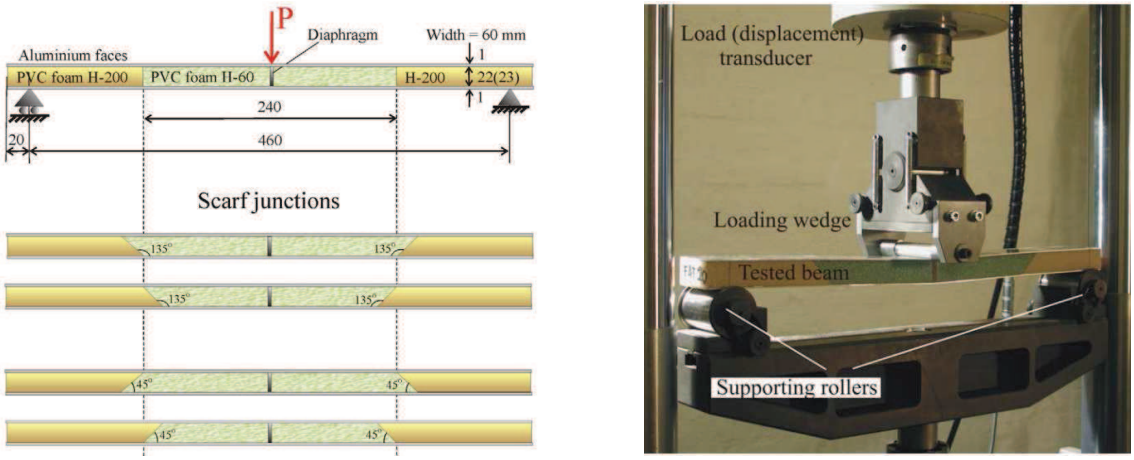


a) *Montage expérimentale*

b) Architecture du gradient de mousse

Figure 50 - Etude d'un sandwich avec un gradient de mousse soumis à un souffle.

Des travaux sur l'influence d'un gradient de mousse horizontal sur la résistance quasi-statique et en fatigue d'une poutre sandwich ont été réalisés par [Bozhevolnaya et Thomsen, 2005a ; Bozhevolnaya et Thomsen, 2005b]. Ces auteurs ont montré que dans le cas d'une sollicitation quasi-statique, la présence d'une mousse haute densité proche de la jonction où se trouve le point d'application de la flexion trois points augmente de manière significative la résistance de la poutre sandwich mais change complètement le cheminement de la propagation de la fissure. En fatigue, la poutre a été soumise à 70% de la valeur de la rupture en flexion trois points. La meilleure tenue en fatigue a été obtenue avec une interface inclinée à 45°. La durée de vie de poutre sandwich a été augmentée de 10% à 16% par rapport à une âme conventionnelle.



a) Differentes architectures de gradient de mousse *b) Montage experimentation*

Figure 51 - Etude d'un gradient de mousse horizontal en fatigue et flexion trois points.

Une étude comparative des modèles analytiques disponible sur la présence d'un gradient de mousse au sein d'une poutre sandwich a été menée par [Apetre et al., 2008]. Cette étude a portée sur quatre différentes méthodes de calcul appliquées a des cas simples comme une poutre en appuis simples munie d'un gradient fonctionnel symétrique soumis à un chargement uniforme ou bien une poutre également en appuis simples mais cette fois ci équipé d'un gradient asymétrique soumis à un chargement sinusoïdal. L'ensemble des résultats des méthodes analytiques sont comparés aux résultats d'un calcul élément fini.

La première méthode est une théorie de Timoshenko homogénéisé [Midlin, 1951 ; Reissner, 1945]. C'est une méthode dans laquelle les couches qui composent la poutre sandwich ont été homogénéisés et remplacées par une seule et unique couche. La seconde est une théorie de Timoshenko d'ordre 3 homogénéisé [Reddy, 1984]. Elle est basée sur le même principe que la première théorie. La troisième méthode est un modèle analytique combinant les séries de Fourier et la méthode de Galerkin [Zhu et Sankar, 2004 ; Zhu et Sankar, 2007]. Enfin la quatrième est une théorie d'ordre supérieur [Frostig et al., 1992]. Il en conclut une bonne prédiction du modèle simple de la poutre de Timoshenko homogénéisé et une surestimation de la théorie d'ordre trois homogénéisé. Les modèles de Fourier-Galerkin et de Frostig d'ordre supérieur donnent les meilleurs résultats mais pour un temps de calcul bien plus important.

L'état de l'art montre une importante diversité d'application d'une structure sandwich équipée d'une âme à gradient fonctionnel. Son champ d'application est large malgré une utilisation prédominante dans les domaines liés à la protection thermique et à l'impact. Quelques études présentées ici ont également porté sur la modélisation de ce gradient notamment sur le calcul des flux de cisaillement entre les différentes couches et les interfaces peau/mousse. Malgré les efforts de modélisation les résultats issus des calculs éléments fini restent une référence incontournable pour la prédiction du comportement complexe d'une poutre équipé de FGM.

Dans la plupart des cas le gradient de mousse est disposé verticalement dans l'épaisseur. Seuls les travaux de [Bozhevolnaya et Thomsen, 2005a] et [Bozhevolnaya et

Thomsen, 2005b] présente un gradient normal à l'épaisseur. Dans aucun cas le gradient de mousse a été étudié pour le couplage flexion-torsion des poutres et encore moins lorsque ce gradient de mousse est disposé horizontalement.

II.4 Hypothèses et méthodes de l'étude statique

II.4.1 Les conditions aux limites

L'état de l'art sur la mécanique du rotor de la partie I a montré l'existence de différents types de rotor. Nous nous intéresseront plus particulièrement au cas du rotor BMR qui ne possède aucune articulation. La pale est directement rattachée au rotor via la manchette qui reprend les efforts de battement et de trainée. L'absence d'articulations dans cette architecture, permet de simplifié la liaison à un encastrement aux raideurs finies. Pour l'étude du couplage flexion-torsion, la poutre sera en configuration encastré-libre pour se rapprocher au plus près de la réalité sans introduire de complexités pouvant nuire à l'étude du phénomène de couplage.

Un profil aérodynamique génère un champ de pression complexe sur l'ensemble de son pourtour. Cette pression est usuellement modélisée comme une pression linéique s'exerçant vers le haut et située au foyer aérodynamique proche du ¼ de la corde sur l'extrados du profil. Cette pression a une intensité proportionnelle à l'envergure de la pale avec un maximum atteint à environ 70% de sa longueur (Figure 52).

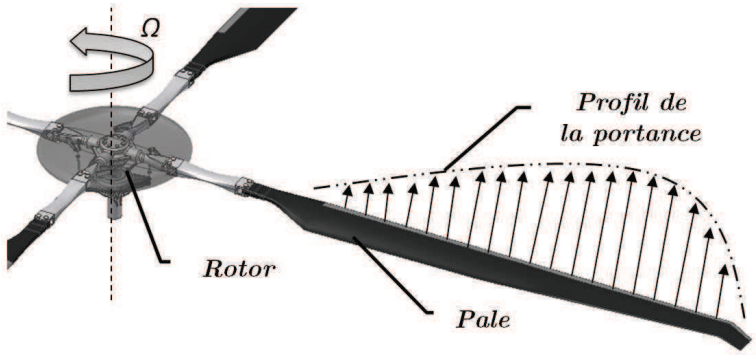


Figure 52 - Profil de la portance dans l'envergure.

La prise en compte d'un champ de pression de ce type n'apporte pas un intérêt particulier pour cette étude aussi une modélisation simple de type force ponctuelle sur l'extrados vers le haut placée à l'extrémité de la poutre est retenu (Figure 53). Pour que son point d'application soit le plus neutre possible, la force sera appliquée sur la projection du centre géométrique sur l'extrados de la poutre de façon à ce que la torsion générée par celle-ci soit uniquement due aux effets des couplages structuraux.

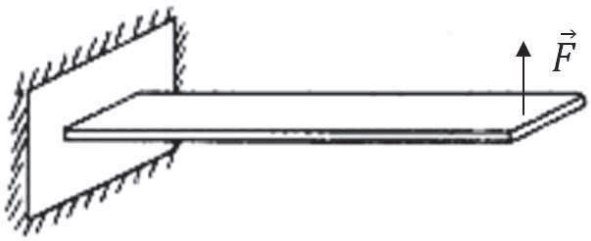
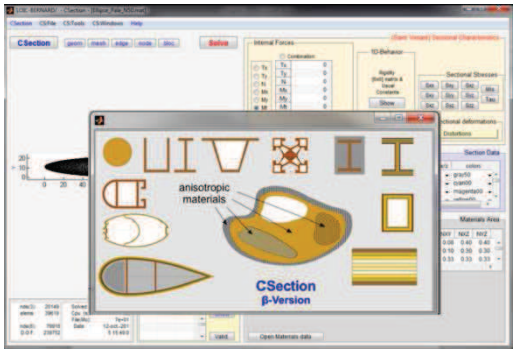


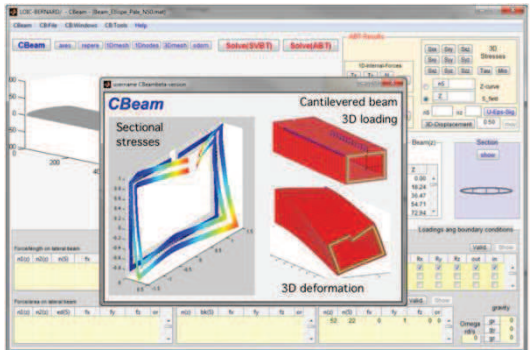
Figure 53 - Simplification des conditions aux limites d'une pale d'hélicoptère.

II.4.2 Moyen de calcul

L'étude statique sera entièrement numérique. Comme expliqué dans le paragraphe II.2, pour étudier de manière précise la réponse des poutres composites de section complexe, une théorie dite « exacte » est préférable. Aussi, les calculs se feront à l'aide du logiciel Csection (Figure 54-a) pour le calcul des matrices de rigidités de section ainsi que Cbeam (Figure 54-b) pour la mesure des angles de vrillage induit de la poutre. Ces logiciels ne font aucune hypothèse réductrice sur le champ de déplacement et prennent en compte l'ensemble des phénomènes propres aux poutres composites tel que le gauchissement plan et hors plan, l'effet Poisson et les distorsions liés aux conditions aux limites. De plus son développement sur une plateforme « Matlab » rend l'interface accessible et agréable avec des temps de calculs acceptable.



a) *Interface du logiciel Csection*



b) Interface du logiciel Cbeam

Figure 54 - Présentation des logiciels Csection & Cbeam.

Aucune campagne expérimentale n'a été faite car la validation expérimentale des angles de vrillage n'apporterait rien au niveau de l'étude statique. En revanche une étude comparative avec un modèle élément fini (Samcef MECANO) a été menée sur les angles du vrillage induit afin de valider les calculs issus du logiciel Cbeam. Cette comparaison numérique/numérique sur une poutre de section en « U » est disponible en annexe III.

II.4.3 Simplification de la structure

Afin de mettre plus facilement en évidence les effets du couplage flexion-torsion, une démarche de modélisation et de simplification de la géométrie de la pale est nécessaire. Par exemple, on donne ci-après les dimensions réelles de l'AS350.

Les dimensions du rotor principal sont :

- Diamètre rotor : $\emptyset_{rp} = 10{,}69m$
- Envergure de la pale : $L_{pp} = 4{,}68m$
- Profil aérodynamique : OA312 (profil non symétrique)
- Corde : $C_{pp} = 350mm$
- Epaisseur du profil : $e_{pp} = 42mm$

$$\frac{Longueur}{Largeur} \approx 13{,}4 \qquad \frac{Largeur}{Epaisseur} \approx 8{,}3$$

Les grandes dimensions et le profil non symétrique en font un modèle difficile et volumineux à implémenter. Utiliser de telles dimensions engendrerait des temps de calculs trop important, c'est pourquoi nous utiliserons les dimensions d'une pale arrière beaucoup plus petite et tout aussi représentatif.

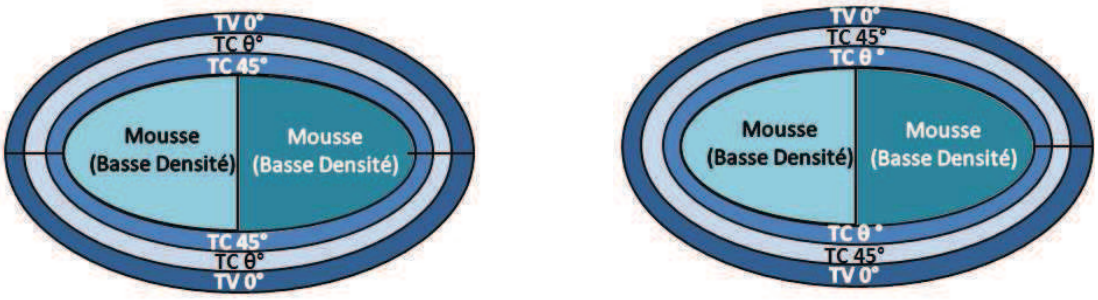
Les dimensions du rotor arrière sont :

- Diamètre rotor : $\emptyset_{ra} = 1{,}86m$
- Envergure de la pale : $L_{pa} = 0{,}93m$
- Profil aérodynamique : OA312 (profil non symétrique)
- Corde : $C_{pa} = 185mm$
- Epaisseur du profil : $e_{pa} = 22{,}2mm$

$$\frac{Longueur}{Largeur} \approx 5 \qquad \frac{Largeur}{Epaisseur} \approx 8{,}3$$

Les pales arrière présentent des dimensions plus petites mais la structure et la géométrie de section restent complexes. Afin de pourvoir étudier la torsion induite par une sollicitation en flexion la géométrie doit être dans un premier temps simplifiée de façon à pouvoir facilement mettre en évidence les phénomènes recherchés. C'est pour cette raison qu'un profil elliptique est proposé. Cette géométrie est simple mais présente une grande similitude avec un profil de type OA312. La structure interne est elle aussi très complexe et de nombreux éléments peuvent perturber l'observation du couplage flexion-torsion sans toutefois y jouer un rôle. C'est le cas du longeron qui est conçu pour reprendre les efforts centrifuges. De plus, il possède une masse importante pouvant potentiellement perturber les travaux sur l'association du couplage structurel et inertiel. L'arêtier apporte de la raideur en trainée ce qui n'est pas nécessaire pour cette étude. C'est pour ces raisons que nous garderons

dans la section elliptique uniquement le raidisseur (ou nervure), le remplissage en mousse ainsi que les trois plis qui constituent le revêtement (Figure 55).



a) *Pli orienté placé au centre de la séquence d'empilement du revêtement*

b) Pli orienté placé à l'intérieur de la séquence d'empilement du revêtement

Figure 55 - Configurations de la séquence d'empilement du revêtement.

L'orientation des fibres du pli orienté est définit de manière similaire à celle illustrée dans la Figure 56. Les pales sont fabriquées en demi-coques et sont ensuite assemblées. Les plis ne sont donc pas circonférentiels.

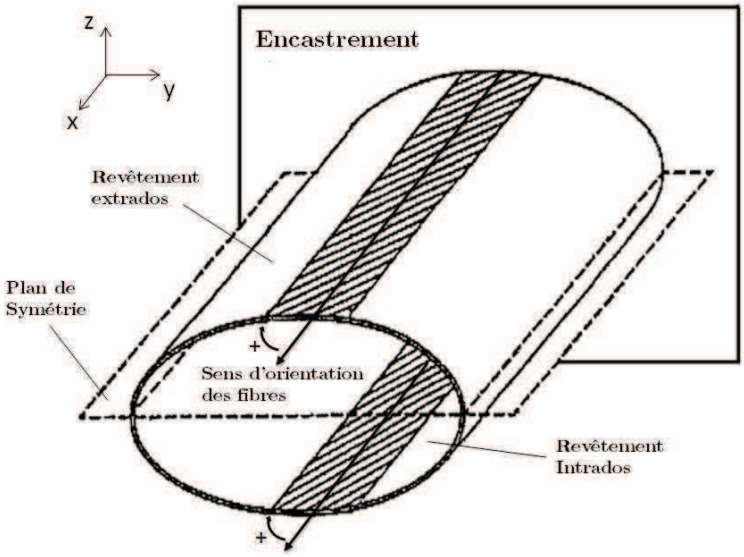


Figure 56 -Définition du sens d'orientation des fibres du pli.

Pour pouvoir quantifier le vrillage induit par le couplage flexion-torsion, le taux de vrillage et les termes couplants (K_{45}, K_{43}) seront utilisés comme outils de comparaison entre les différentes configurations de technologies couplantes.

Les termes de la matrice calculés représentant le couplage, c'est-à-dire, les termes K_{43} et K_{45}, seront normés par de la rigidité de torsion (GJ). La section étudié sera ensuite extrudé de la longueur précédemment déterminé de façon à obtenir un angle de torsion $\theta(x)$. Dans cette poutre le moment de torsion M_t est supposé constant. Les angles de torsions évoluent donc de manière linéaire le long de l'envergure de la poutre.

$$\theta(x) = \frac{M_t}{GJ}.x \qquad \textit{Eq. II-18}$$

Grace à ces hypothèses et à l'hypothèse des petits déplacements, l'angle de torsion de la poutre peut être mesuré à son extrémité en utilisant la différence de déplacement selon l'axe z de deux points situé sur le plan de symétrie de la section.

Cette linéarité permet de s'affranchir de la longueur de la poutre et ainsi obtenir un vrillage induit $\emptyset_i$ par unité de longueur [°/m].

$$\emptyset_i = \frac{\theta(x)}{L} \qquad \textit{Eq. II-19}$$

II.5 Etude des couplages simples

Dans cette partie nous nous intéresserons au couplage généré par les trois solutions technologiques proposées traitées indépendamment. Dans un premier temps l'influence des différentes orientations du pli ainsi que sa position dans le revêtement sera étudiée. Puis l'intérêt sera porté sur le couplage inertiel obtenu en fonction de l'architecture du gradient de mousse horizontal (GMH). L'étape suivante sera de déterminer la position idéale du raidisseur dans la largeur.

Pour faciliter la compréhension, nous allons nous appuyer sur des théories simplifiés tel que celle proposé par [Gay, 2005] dans le paragraphe II.2.1. Malgré le fait que cette théorie donne des résultats approchés, elle permet de connaitre les paramètres principaux influant sur les raideurs de torsion et élastique ainsi que les coordonnées du centre de torsion. Les formules sont données ci-dessous:

$$\langle EI_y \rangle = \sum_i E_i I_{yi} \qquad \textit{Eq. II-20}$$

$$\langle EI_z \rangle = \sum_i E_i I_{zi} \qquad \textit{Eq. II-21}$$

$$\langle GJ \rangle = \int_s G_i \left(y \frac{\partial \emptyset}{\partial z} - z \frac{\partial \emptyset}{\partial y} + y^2 + z^2 \right) ds \qquad \textit{Eq. II-22}$$

I_{zi}: Moment quadratique de la phase i par rapport à l'axe z.

E_i et G_i sont les modules d'élasticité de la phase i.

Les calculs des coordonnées des centres de torsion dans les axes principaux peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$y_c = -\frac{1}{\langle EI_y \rangle}\int_s E_i z \emptyset ds \qquad \textit{Eq. II-23}$$

$$z_c = \frac{1}{\langle EI_z \rangle}\int_s E_i y \emptyset ds \qquad \textit{Eq. II-24}$$

E_i : Module d'Young de la phase *i*.

Le flux de torsion $\emptyset$ peut être déterminé de la manière suivante :

$$\emptyset(y,z) = \varphi(y,z) + yz_c - zy_c \qquad \textit{Eq. II-25}$$

$\varphi(y,z)$: Fonction de gauchissement

II.5.1 Couplage par le Revêtement

Le pli extérieur sert de protection contre les attaques extérieures telles que l'humidité ou les impacts. Étant donné que ce pli joue principalement un rôle de protecteur, son orientation ne sera pas modifiée. Les deux plis inferieurs sont des tissus carbones orientés à ±45° pour donner de la rigidité en torsion à la pale. Ce sont ces plis qui vont nous intéresser dans cette section.

L'étude suivante consiste à faire varier l'orientation d'un des deux plis carbones, noté θ de 0° à 90° dans le but de déterminer l'orientation permettant d'obtenir un couplage optimum. Ces variations d'angles seront appliquées successivement à chaque pli de façon à pouvoir déterminer l'influence sur le couplage de la position du pli orienté dans le revêtement.

La Figure 57 permet de voir l'évolution du taux de vrillage en fonction de l'orientation du pli selon s'il se trouve au milieu ou à l'extérieur du revêtement.

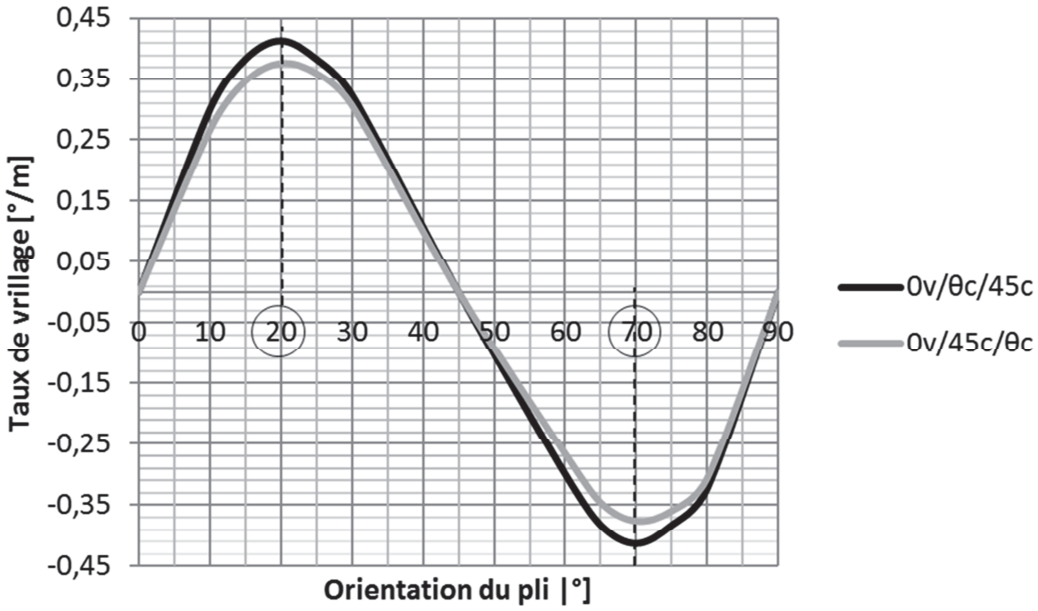


Figure 57 - Influence de l'orientation des fibres et de la position de pli dans le revêtement.

La Figure 57 montre qu'un maximum de torsion induite est atteint lorsque le pli hors axe est orienté à 20°. Ce résultat confirme les valeurs obtenus lors des travaux réalisés par [Chopra et Ganguli, 1995 ; Veers et Lobitz, [s.d.]] qui observent un couplage maximum entre 15 et 30 degrés. Nous observons aussi une meilleure efficacité lorsque le pli couplant est situé loin du plan de symétrie de la section. La différence entre les deux configurations est notable car 0,04°/m sur une longueur équivalente à une pale principale de 4,68m permet d'obtenir un angle proche du cinquième de degrés pouvant être significatif aux abords des instabilités aérodynamiques car celui représente environ 5% de la plage d'angle d'attaque de la pale.

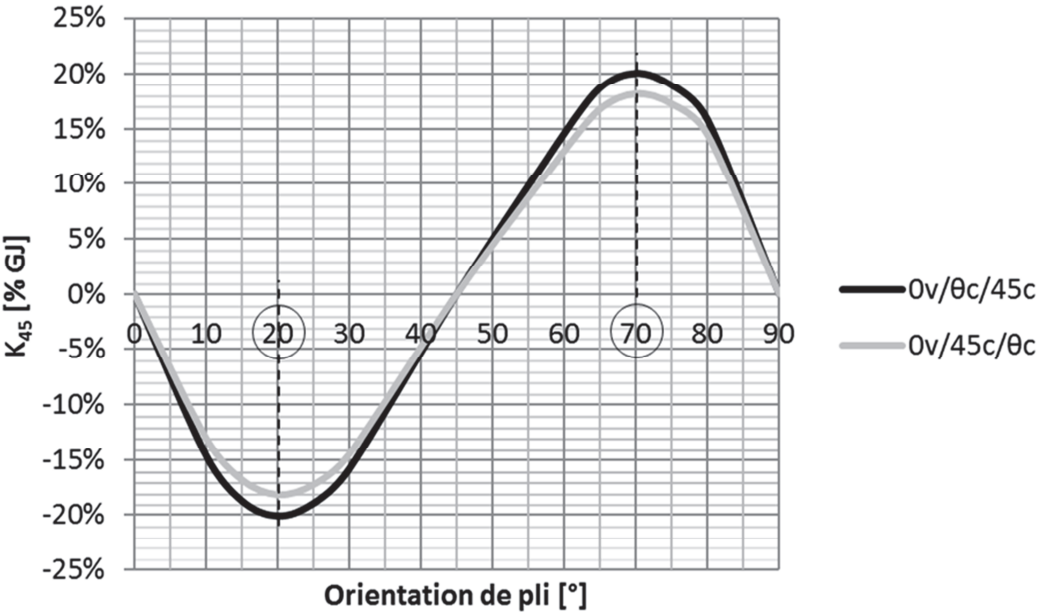


Figure 58 – Terme de couplage K_{45} exprimé en proportion de la rigidité de torsion.

La Figure 58 permet d'estimer la proportion du couplage structurel normalisé par la rigidité (GJ) de la section. En utilisant le terme K_{45}, on observe aussi que le taux de couplage atteint son maximum pour un pli orienté à 20° ou 70°. Similairement au taux de vrillage, le K_{45} est plus important lorsque le pli se trouve loin de l'axe de symétrie de la section. On observe une diminution d'environ 10% entre les deux maximums ce qui montre une grande dépendance du couplage par rapport à la séquence d'empilement.

II.5.2 Couplage par gradient de propriétés mécaniques horizontales dans l'âme

Dans ce paragraphe nous allons étudier l'influence et le comportement de la poutre en présence d'un gradient horizontal de mousse dans l'âme de la section. Le gradient se fera à l'aide d'une mousse polyuréthane de différentes densités et rigidités. Comme présenté dans le chapitre 1, l'introduction de ce gradient horizontal de mousse permet de générer un couplage flexion-torsion dit inertiel. Le principe est de placer de manière judicieuse les mousses aux propriétés diverses le long de la largeur de la section de la poutre de manière à augmenter la distance entre le centre de gravité et le centre de torsion et ainsi créer un moment de torsion lors de l'application de forces.

Le gradient de mousse sera introduit dans la même poutre aux dimensions réduites définie précédemment et de section elliptique. Les mousses polyuréthane seront supposées homogènes et isotropes.

Quatre mousses de propriétés mécaniques différentes détaillés ci-dessous sont employées :

Mousse PU_65

- Module de Young : 22,6 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,33
- Masse volumique : 65,7 kg/m3

Mousse PU_125

- Module de Young : 44,6 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,33
- Masse volumique : 124,4 kg/m3

Mousse PU_80

- Module de Young : 24,8 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,33
- Masse volumique : 77,2 kg/m3

Mousse PU_200

- Module de Young : 135 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,33
- Masse volumique : 198 kg/m3

La Figure 59, ci-dessous, présente l'architecture du gradient de mousse dans l'âme. Nous disposons de quatre zones de remplissage dans lesquelles les différentes mousses seront affectées. Les zones d'affectations sont numérotées de 1 à 4.

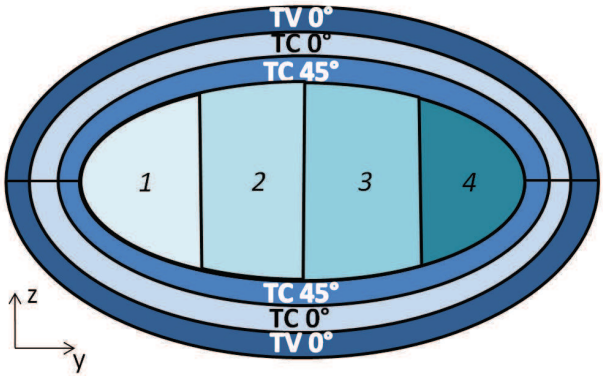
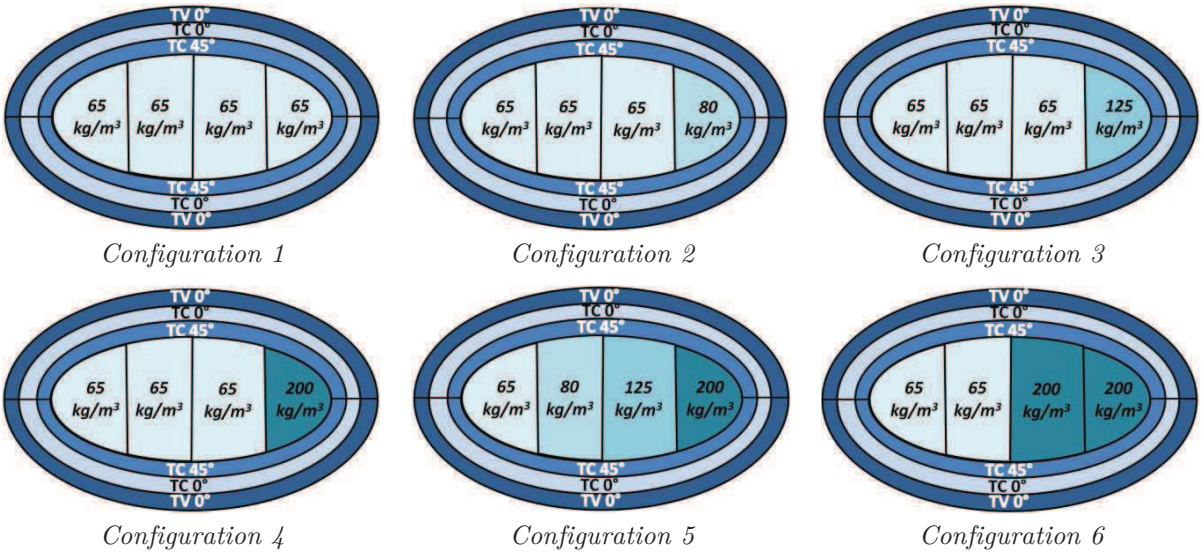


Figure 59 - Représentation de l'architecture de l'âme.

Une série de configurations (Figure 60) a été testée dans le but de comprendre l'ensemble des leviers qui permettent la création d'un vrillage de la poutre. Des indicateurs basés sur la théorie de Gay sont présentés dans la Figure 61.



Configuration 1 *Configuration 2* *Configuration 3*

Configuration 4 *Configuration 5* *Configuration 6*

Figure 60 - Différentes configurations de gradient de mousses testés.

Les quatre premières configurations permettent d'observer l'évolution du taux de vrillage en fonction des densités de mousses placée à une extrémité. Les configurations 5 et 6 permettent d'étudier le comportement de la poutre de section elliptique munie d'un gradient de mousse évolutif ou brusque.

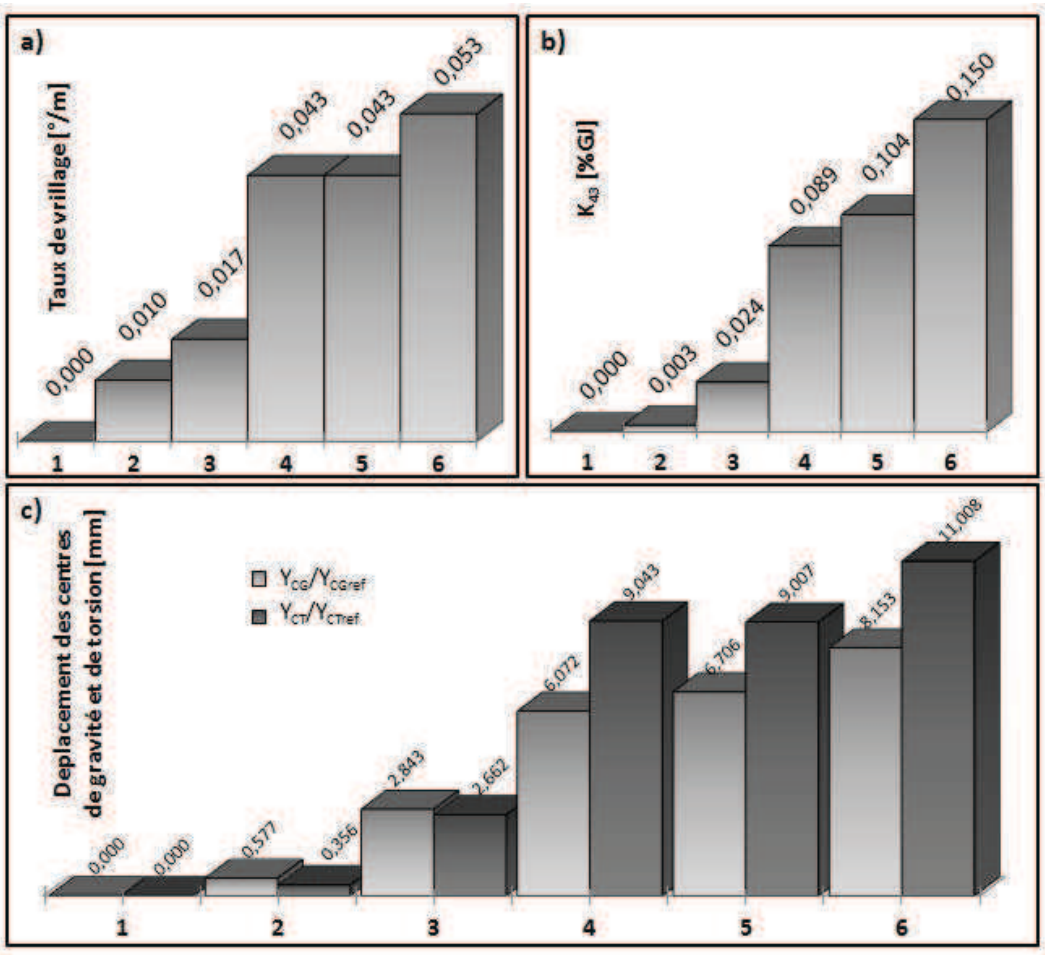


Figure 61 - Indicateurs représentatifs du vrillage de la poutre (a – taux de vrillage induit, b – terme inertiel couplant K43 normalisé par GJ, c – positionnement selon l'axe Y des centres de gravité et de torsion).

Dans la Figure 61-a, nous pouvons voir l'évolution du taux de vrillage selon les configurations. Les configurations 1, 2 et 3 présentent une évolution croissante mais relativement faible du taux de vrillage de la poutre puisque les mousses utilisées gagnent en densité et rigidité. Pour les configurations 4 à 6, les taux de vrillage sont plus importants que pour les premières et une étude des positions relatives des centres de gravité et de torsion sont nécessaire pour comprendre l'augmentation du couplage inertiel.

La Figure 61-b, montre un terme de couplage K_{43} normalisé par la rigidité de torsion GJ, diffèrent pour les configurations 4 et 5 or, le vrillage induit est similaire. Si l'on regarde sur la Figure 61-c, on note que la position du centre de torsion Y_{CT} de la configuration 4 et celle de la configuration 5 ont à peu près la même valeur de coordonnées sur l'axe Y. La position du centre de gravité est plus impacter dans le cas 5 (gradient évolutif) ce qui a pour conséquence de le rapprocher du centre de torsion. L'écart entre les deux centres est d'environ 3mm pour la configuration 4 et de seulement 2,3mm pour la configuration 5. Malgré un indice de couplage inertiel plus élevé, le vrillage induit est équivalent. Nous pouvons donc en conclure qu'il ne suffit pas seulement d'obtenir un terme couplant (K_{43}) fort,

il faut également obtenir un différentiel entre les positions des centres de gravité et de torsion le plus important possible car celui-ci joue un rôle prépondérant.

La configuration 6 montre une réelle augmentation du taux de vrillage induit. Le terme K_{43} se trouve 40% supérieur à la configuration 4 pour 20% d'augmentation du taux de vrillage. L'effet d'une valeur du K_{43} forte ne génère pas obligatoirement un vrillage d'ampleur similaire. L'étude sur les coordonnées des centres montre une augmentation de la position du centre de torsion de 18% et du centre de gravité de 25%. Ces augmentations respectives conduisent à une distance inter-centres de 2,9mm. Cette valeur est inférieure à celle de la configuration 4.

En conclusion nous pouvons dire que le vrillage induit par le couplage inertiel est issue d'une combinaison entre le terme couplant du K_{43} ainsi que de la position du centre de torsion par rapport au centre de gravité. En effet pour générer un couplage plus important il faudrait introduire une mousse au module de Young plus élevé tout en gardant une densité réduite. Cette mousse serait placée au plus proche des extrémités de la section de façon à maximiser l'écart entre le centre de gravité et le centre de torsion.

II.5.3 Couplage par position du raidisseur

Dans ce paraphe, l'étude portera sur l'influence du positionnement du raidisseur sur le vrillage induit de la poutre. Le raidisseur ou nervure, est à l'origine utilisé pour limiter le décollement peau/mousse lors d'impacts frontaux et il participe à la raideur de la pale en flexion et en torsion. La nervure sera dans ce cas d'étude, composé de deux plis de tissu carbone orientés à ±45°. Cette nervure est usuellement présente dans la structure interne sous forme d'un « C » inversé. Les deux parties horizontale de la nervure sont appelées ailes de nervures et sont orientées en direction du bord d'attaque pour stopper la progression d'un éventuel délaminage peau/mousse lié à un impact sur le bord d'attaque. Elles servent aussi à la fixation de la nervure sur les revêtements intrados et extrados. Pour des raisons de simplification ces ailes de nervure ne seront pas modélisées. Seule la paroi verticale faisant la liaison entre les deux peaux est intéressante dans le cadre de ces travaux car elle crée un double caisson de torsion (Figure 62).

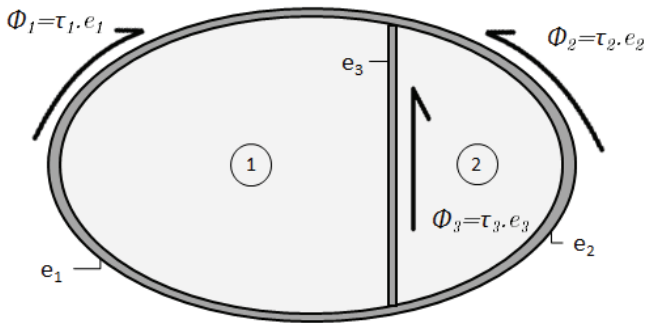


Figure 62 - Flux de cisaillement d'une section bi-caisson.

Dans les structures bi-caisson le cisaillement lié à l'effort tranchant et le cisaillement lié au moment de torsion peuvent être calculés simplement dans le cas d'une section à âme mince. Pour ce faire une hypothèse considérant que le flux de cisaillement ne varie pas au passage des semelles peut être posée.

Pour obtenir le cisaillement d'effort tranchant il faut montrer que :

$$\emptyset_1 + \emptyset_2 + \emptyset_3 = \frac{Ty}{h} \qquad \textit{Eq. II-26}$$

Ty : Effort tranchant [N]

$\emptyset_i$: Flux de torsion du caisson i *(i=1, 2, 3)* [N.m^{-1}]

A_i : L'aire du caisson i [m^2]

Moment de torsion M_t [N.m] peut être calculé suivant l'équation suivante :

$$M_t = -2A_1\emptyset_1 + 2A_2\emptyset_2 \qquad \textit{Eq. II-27}$$

L'équation de circulation du cisaillement peut s'écrire de la forme :

$$\oint_{caisson\ (i)} \tau d_s = 0 \qquad \textit{Eq. II-28}$$

τ : Contrainte de cisaillement [N.m^{-2}]

Pour obtenir le cisaillement du moment de torsion on utilise la loi des nœuds :

$$\emptyset_1 + \emptyset_2 + \emptyset_3 = 0 \qquad \textit{Eq. II-29}$$

L'équation de circulation du cisaillement peut alors s'écrire de la forme :

$$\oint_{caisson\ (i)} \tau d_s = \frac{2A_i M_t}{J} \qquad \textit{Eq. II-30}$$

J : Inertie de torsion [m^4]

Dans un premier temps, le raidisseur sera déplacé sur une moitié de la section elliptique seulement de par la symétrie de cette section. Les peaux sont composés d'un empilement non couplant avec un pli extérieur de tissu de verre à 0°, au centre un tissu carbone à 0° et à l'intérieur un tissu carbone à ±45°. Le remplissage est homogène et est composé uniquement d'une mousse PU de densité 65kg/m^3 (Figure 63).

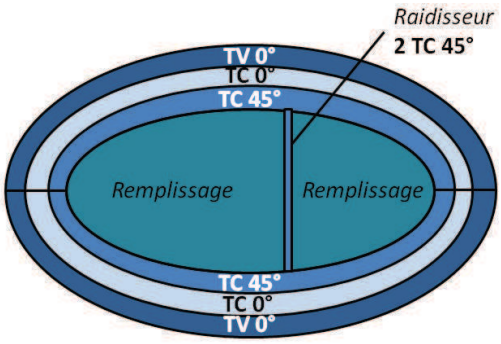


Figure 63 - Architecture de la section avec le raidisseur mobile.

L'ensemble des paramètres rentrant en compte dans la génération de vrillage induit d'une poutre à savoir le terme du couplage inertiel, la raideur et torsion ainsi que les coordonnées des centres de torsion et gravité sont donnés dans les Figure 64 à Figure 66.

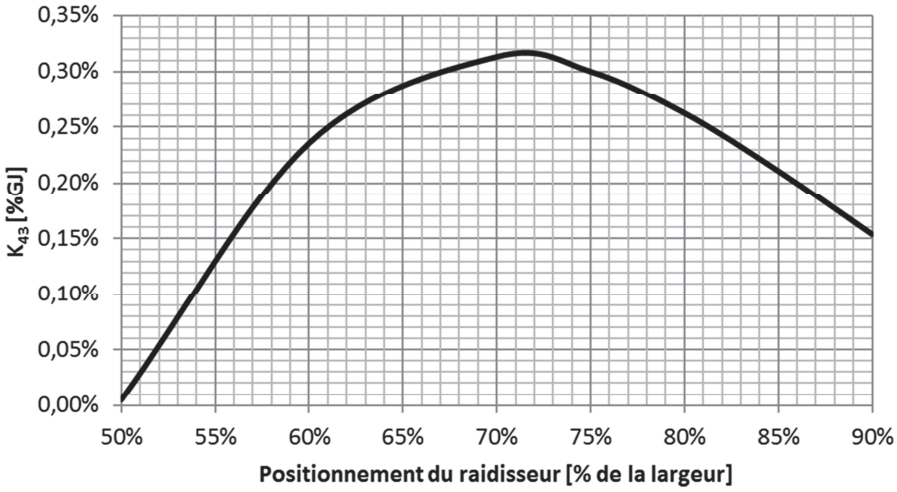


Figure 64 - Evolution du terme de couplage inertiel (K_{43}) en fonction du positionnement du raidisseur.

La Figure 64 montre la présence d'un maximum du terme du couplage inertiel pour un positionnement du raidisseur à environ 70% de la largeur de la section elliptique. Ce maximum atteint une valeur d'environ 0,32% de la rigidité de torsion. Cette valeur semble faible car elle est exprimée en fonction de la rigidité de torsion qui est très élevée dans le cas d'une section fermée. Il est important de prendre cette valeur en rapport aux effets engendrés et non en valeur en tant que telle.

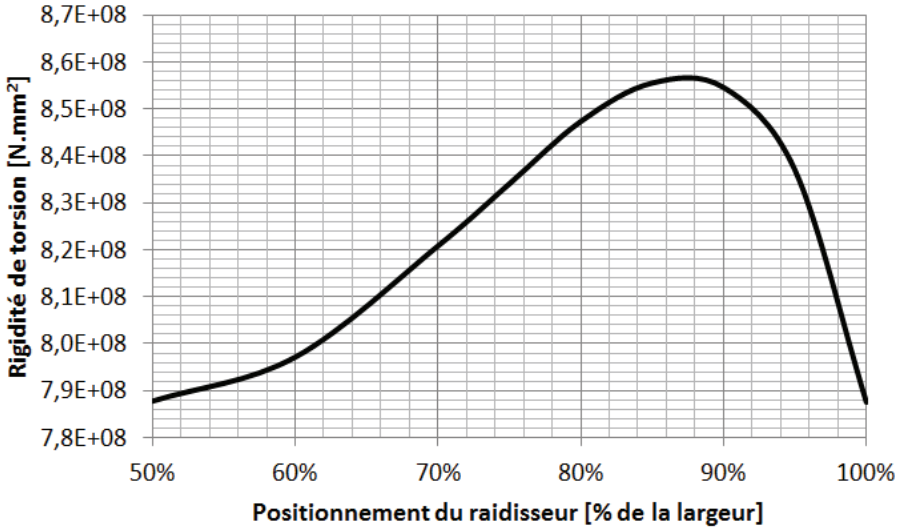


Figure 65 - Evolution de la rigidité en torsion en fonction du placement du raidisseur.

La Figure 65 montre l'évolution de la rigidité de torsion de la section en fonction du placement du raidisseur. On note une évolution quasi linéaire jusqu'à un raidisseur placé à 85% de la largeur de la section. L'augmentation est d'environ 8%. On note également une diminution de la raideur au-delà de cette position jusqu'à revenir à une valeur proche de celle d'une configuration avec un raidisseur placé à 50%.

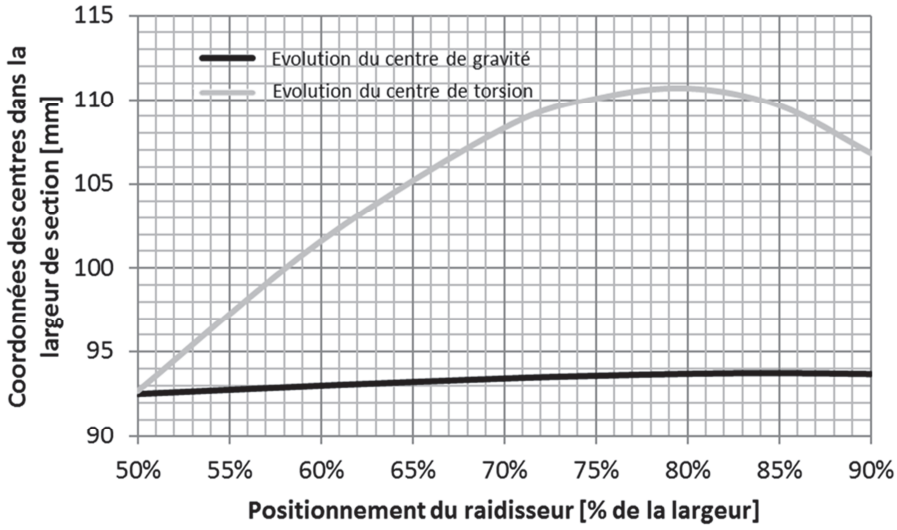


Figure 66 - Evolution de la position du centre de gravité et de torsion en fonction du positionnement du raidisseur.

Le déplacement du raidisseur entraine un changement de la rigidité de la section. En effet comme le montrent les équations Eq. II-20 et Eq. II-21, le positionnement du raidisseur influence des inerties de la section et par conséquent sa raideur équivalente. Ces changements de raideur de la section influencent les coordonnées du centre de torsion (équations Eq. II-23 et Eq. II-24). Par conséquent, le flux de torsion se trouve également modifié par l'équation Eq. II-26. L'équation Eq. II-22 montre qu'une augmentation du flux de torsion a pour

conséquence une augmentation de la rigidité de torsion. En d'autre terme, plus le raidisseur est proche d'une extrémité de la section plus la raideur de torsion de cette section augmente. C'est bien ce que l'on observe dans la première partie de la courbe de la Figure 65. La deuxième partie de la courbe montre une réduction de la rigidité de torsion de la section pour revenir un niveau proche de la configuration avec un raidisseur à 50%. La surface du raidisseur réduit avec la diminution de la hauteur causée par la géométrie de l'ellipse réduisant de ce fait son influence sur l'inertie de la section. Cette diminution de l'inertie induit donc une perte de raideur en torsion.

D'après les équations du calcul du flux de cisaillement de la section, le flux de cisaillement dans le raidisseur dépend de sa hauteur ainsi que de son épaisseur (Eq. II-26). Dans le cas de figure présent, l'épaisseur a été gardée constante. Du fait de la géométrie de l'ellipse, la hauteur a tendance à diminuer fortement aux abords des extrémités réduisant d'autant plus sa surface. L'effort tranchant est donc affecté par ce changement de flux de cisaillement ce qui induit la diminution du terme K_{43} normalisé par le GJ de la section.

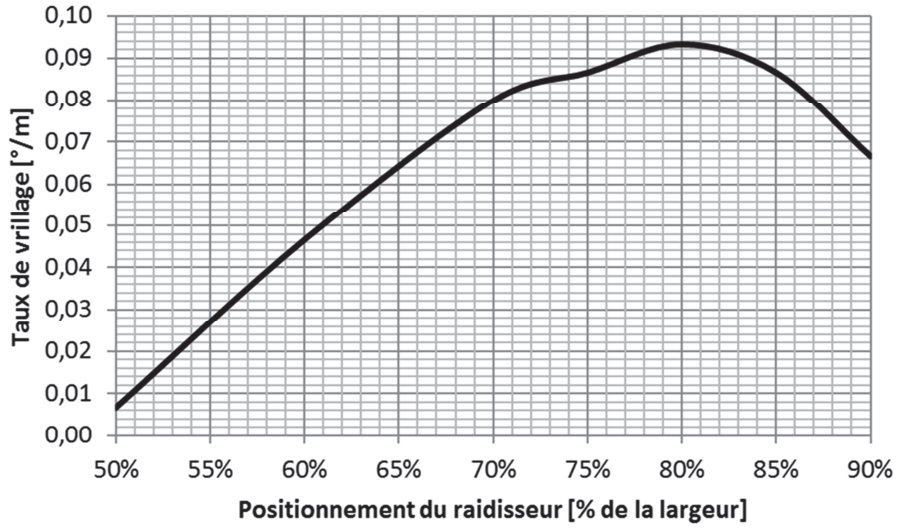


Figure 67 -Evolution du taux de vrillage en fonction du positionnement du raidisseur.

Le taux de vrillage obtenu de la poutre sous sollicitation statique en fonction de la position du raidisseur montre un vrillage induit de la section atteint un maximum lorsque le raidisseur se trouve à environ 80% de la section.

Les maximums du taux de vrillage situé à 80% de la largeur et celui du terme K_{43} à environ 70%, ne correspond pas. Il n'y a donc pas priori de lien direct entre le vrillage de la poutre et le terme de couplage inertiel. En revanche, si l'on observe la Figure 66, l'écart maximal entre le centre de gravité et le centre de torsion se trouve lui aussi à environ 80% de la largeur. Nous pouvons dire que le vrillage induit de la section est majoritairement due à la position du centre de torsion donc à la raideur apporté plutôt qu'au terme de couplage inertiel.

La perte d'influence du raidisseur sur le vrillage de la poutre est issue de la combinaison entre l'évolution de la rigidité de la section comme le montre la Figure 65, avec la réduction de la distance entre les centres de gravité et de torsion de la section (Figure 66).

II.5.4 Conclusions

Dans ce paragraphe une analyse des couplages structurels et inertiels a été proposée. En premier lieu, le couplage structurel a fait l'objet d'une étude sur le positionnement du pli dans le revêtement ainsi que sur son orientation. La configuration la plus couplante a été obtenue dans le cas où le pli orienté est placé à l'extérieur du revêtement avec une orientation de 20 degrés. Le taux de vrillage a atteint une valeur de 0,41°/m. Concernant le couplage inertiel, l'effort a été porté sur l'optimisation d'un couplage à l'aide d'un gradient horizontal de mousse et du positionnement du raidisseur dans la largeur séparément. Les résultats permettent de conclure qu'un raidisseur doit être placé à environ 80% de la largeur pour un effet optimal dans le cas d'une section elliptique. Le vrillage obtenu dans cette configuration est de 0,092 °/m. Le gradient de mousse horizontal est efficace si le gradient de module d'Young du gradient est fort et localisé loin du centre de gravité pour une densité la plus constante possible. A l'aide du GMH un vrillage de 0,053°/m a été atteint. En conclusion nous pouvons dire que seul le couplage structurel présente une influence significative pour une section de type elliptique.

Le paragraphe suivant traitera dans un premier temps de l'assemblage de ces deux solutions technologiques puis du cumul de l'ensemble des solutions couplantes pour conclure sur l'efficacité de leurs associations.

II.6 Association des couplages

II.6.1 Cas des couplages inertiels

Dans le paragraphe précèdent, les technologies choisies pour la création du couplage inertiel ont été étudiés séparément. Compte tenu des remarques faites, l'association du gradient horizontal de mousse (GMH) avec la présence d'un raidisseur semble intéressante.

L'association est faite de manière à représenter au mieux l'architecture interne d'une pale d'hélicoptère La section elliptique sera composée d'un raidisseur et de trois plis non couplant dans le revêtement. La présence du raidisseur engendre la création de deux caissons. Ces caissons seront utilisés pour y affecter une mousse basse densité ainsi qu'une mousse haute densité. La proportion des mousses changera en fonction de la position du raidisseur comme le montre la Figure 68.

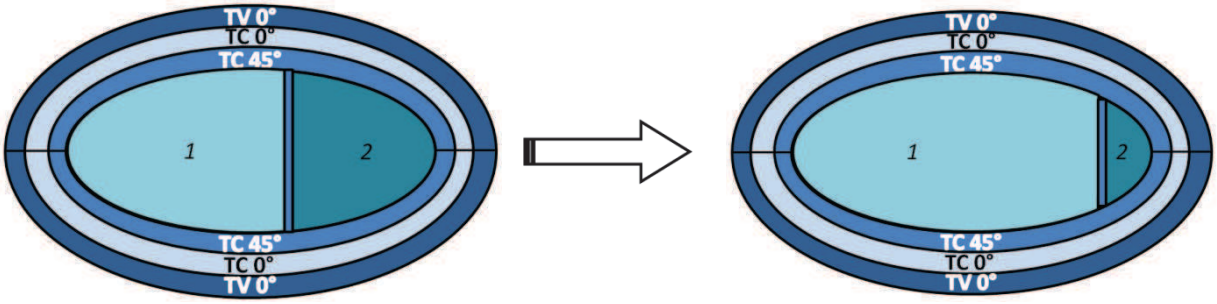


Figure 68 - Evolution de l'association des technologies de couplage inertiel.

La zone de remplissage 1, appelé caisson avant, est composée de la mousse polyuréthane de densité 65 kg/m^3 et la zone 2, dit caisson arrière, d'une mousse polyuréthane de densité 200 kg/m^3. Le raidisseur comporte deux tissus carbones orientés à ±45°. La position du raidisseur se déplace du centre de la section elliptique jusqu'à l'extrémité arrière de la section. L'amplitude de déplacement du raidisseur ira de 50% à 90% de la largeur de section.

La Figure 69, montre l'évolution du terme couplage K_{43} pour le positionnement du raidisseur avec et sans la présence du gradient de mousse vertical.

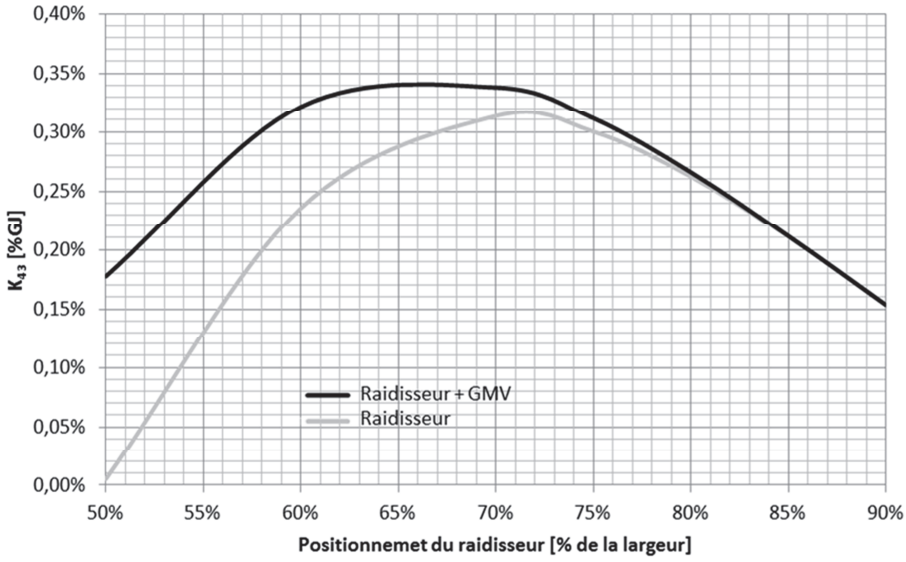


Figure 69 - Terme de couplage (K_{43}) en fonction de la position du raidisseur et du gradient de mousse horizontale.

La présence du gradient de mousse horizontal génère une augmentation significative du terme de couplage inertiel lorsque le raidisseur se trouve entre 50% et 65% de la largeur de la section. Au-delà le gain reste présent mais tend à diminuer jusqu'à un positionnement à 75% de la largeur. Une fois passée cette limite, plus aucun effet du GMH n'est constatée.

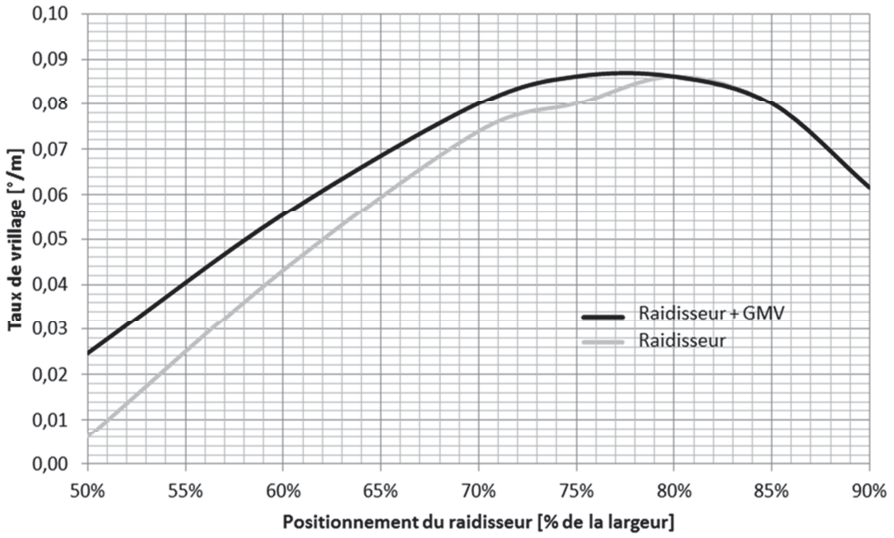


Figure 70 - Taux de vrillage en fonction de la position du raidisseur et du gradient de mousse horizontal.

La Figure 70 montre le taux de vrillage en fonction de la position du raidisseur avec ou sans la présence d'un gradient de mousse horizontal. Le taux de vrillage est lui aussi impacté positivement par la présence du GMH. Le gain engendré est relativement constant jusqu'au positionnement du raidisseur à 80% de la largeur de la section. Au-delà, le GMH ne joue plus aucun rôle sur le vrillage induit de la poutre.

L'étude sur le gradient de mousse a montré une forte influence du déplacement du centre de torsion sur le vrillage de la poutre. Ce déplacement du centre est principalement dû à la variation du module d'Young lié à la mousse haute densité plutôt qu'à sa densité. Le positionnement du raidisseur provoque un déplacement du centre de torsion important alors que son influence sur le centre de gravité reste faible. Ce comportement va dans le sens des conclusions tirés par l'étude sur le GMH seul. Cette association est donc pertinente car les deux solutions technologiques activent les mêmes phénomènes de couplage. Cette étude sur leurs combinaison montre un réel intérêt de les associer jusqu'à une certaine limite de position du raidisseur. Le décalage de la nervure réduit rapidement la surface du caisson arrière ce qui entraine une rapide diminution de l'influence de la mousse haute densité du caisson arrière. Cette perte d'influence se fait de manière soudaine car elle se produit en moins de 5% de déplacement du raidisseur (Figure 70). Comme le montre l'étude sur le raidisseur seul, le décalage de la nervure vers l'arrière de la section réduit fortement sa surface et la rend moins efficace. L'efficacité optimum du raidisseur a lieu entre 70% et 85% de la largeur tandis que le GMH reste influent jusqu'à une position proche de 75%. Le compromis d'efficacité issu de la combinaison des deux technologies est de placer le raidisseur à 70% de la largeur de la section. De plus cette position correspond au maximum de la valeur du terme de couplage inertiel (Figure 69).

II.6.2 Association couplage inertiel et structurel

Il s'agit maintenant d'étudier la compatibilité entre le couplage inertiel et le couplage structurel induit par l'orientation du pli carbone dans le revêtement.

Une démarche étape par étape est utilisée afin d'introduire dans la structure de la poutre, chacune des technologies couplantes de façon à pouvoir distinguer leurs influences respectives sur le vrillage de la poutre. Les configurations choisies sont illustrées dans la Figure 71.

Configuration 1

- Tissu carbone orienté à 20° : **Oui**
- Raidisseur (2 tissu carbone à ±45°) situé à 70% de la largeur de section : **Non**
- Gradient de mousse vertical (caisson 1 – densité 65kg/m3, caisson 2 – densité 200kg/m3) : **Non**

Configuration 2

- Tissu carbone orienté à 20° : **Oui**
- Raidisseur (2 tissu carbone à ±45°) situé à 70% de la largeur de section : **Oui**
- Gradient de mousse vertical (caisson 1 – densité 65kg/m3, caisson 2 – densité 200kg/m3) : **Non**

Configuration 3

- Tissu carbone orienté à 20° : **Oui**
- Raidisseur (2 tissu carbone à ±45°) situé à 70% de la largeur de section : **Non**
- Gradient de mousse vertical (caisson 1 – densité 65kg/m3, caisson 2 – densité 200kg/m3) : **Oui**

Configuration 4

- Tissu carbone orienté à 20° : **Oui**
- Raidisseur (2 tissu carbone à ±45°) situé à 70% de la largeur de section : **Oui**
- Gradient de mousse vertical (caisson 1 – densité 65kg/m3, caisson 2 – densité 200kg/m3) : **Oui**

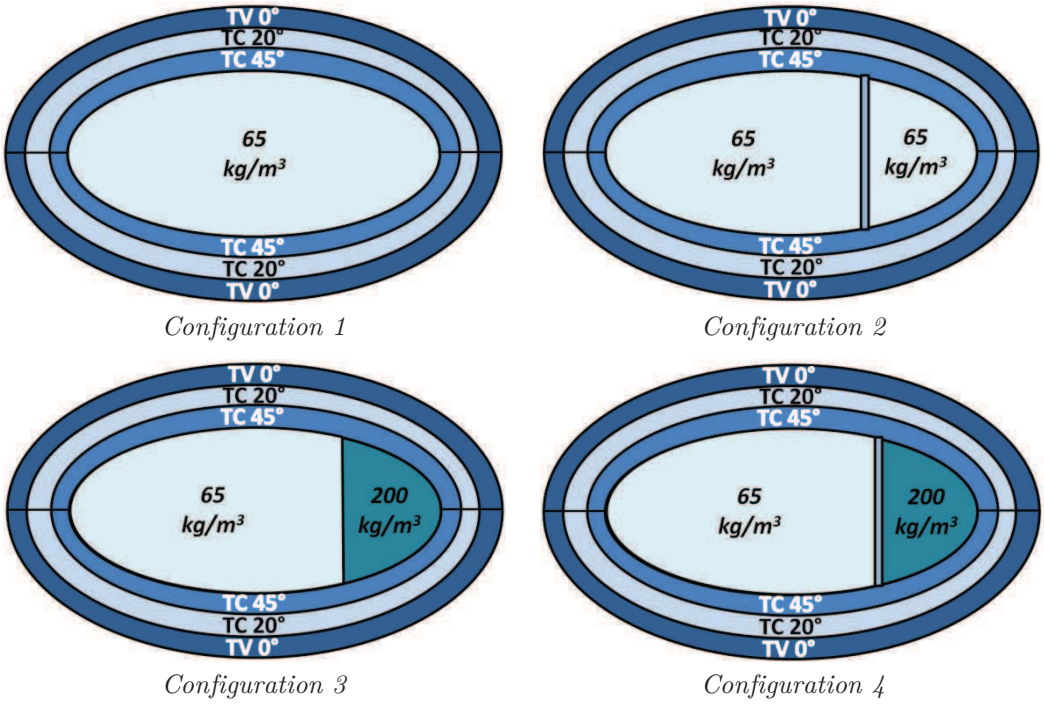


Figure 71 - Configurations retenues pour l'analyse des technologies couplantes combinées entre elles.

La Figure 72 présente les résultats de la combinaison entre les couplages inertiels (Figure 72-a) et le couplage structurel (Figure 72-c) à l'aide des 4 configurations présentées précédemment. La Figure 72-b montre l'évolution de la coordonnée en y du centre de torsion pour l'ensemble des configurations. Enfin, la Figure 72-d présente le taux de vrillage induit atteint.

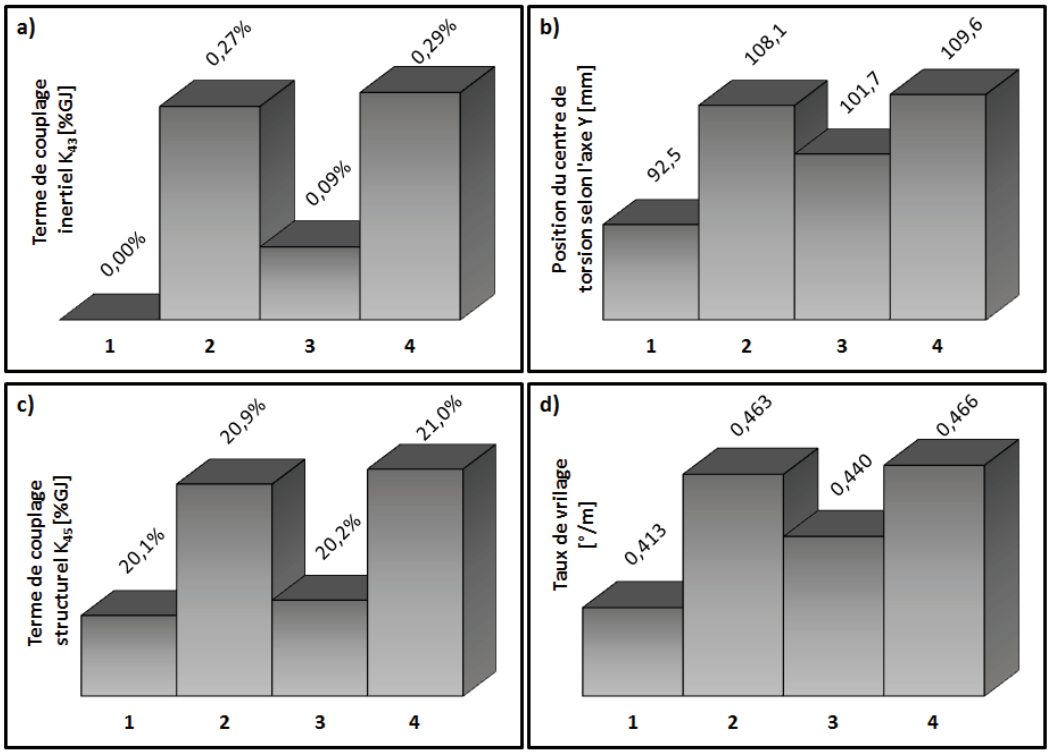


Figure 72 - Caractéristiques des combinaisons des technologies couplantes (a- terme de couplage inertiel K_{43}, b- coordonnées du centre de torsion selon l'axe y, c- terme de couplage structurel K_{45}, d- taux de vrillage de la poutre).

Les Figure 72-a et Figure 72-c sont une retranscription des termes couplant de la matrice de rigidité de la section normés en fonction de la rigidité de torsion. Nous pouvons constater que dans le cas du couplage inertiel l'assemblage des 2 technologies n'est pas strictement cumulable. En effet, la configuration 4 montre que le terme de couplage inertiel de l'ensemble des technologies n'est pas l'addition des termes de la configuration 3 et 4. Le terme K_{43} et K_{45} sont donc pondérés par la rigidité en torsion de la section.

La comparaison des termes K_{45} entre les configurations 1 et 2 et la comparaison entre les configurations 1 et 3 de la Figure 72-c montre que seul le raidisseur à une influence. Les cas où le raidisseur est présent le terme K_{45} est majoré de 0,8%. La Figure 72-b montre que la présence du pli hors axe n'influence pas la position du centre de torsion de la section car la coordonnée en y du centre est égale à la valeur de la coordonnée du centre géométrique. L'influence du GMH et du raidisseur sont avérées sur le positionnement du centre de torsion comme le montre la Figure 72-b. On peut également dire que la présence du raidisseur a une plus grande influence sur le centre de torsion. Les équations Eq. II-23 et Eq. II-24 montrent une forte dépendance du module d'Young sur les coordonnées du centre de torsion. La faible surface du raidisseur devant la surface de la mousse haute densité est donc compensée par l'importante valeur de son module d'Young.

La Figure 72-d montre les taux de vrillage obtenus pour les trois solutions technologiques et permet de souligner une influence prépondérante du pli hors axe par rapport aux deux autres technologies. En effet la présence du raidisseur n'augmente que de

12% le taux de vrillage et la présence du GMH de seulement 7%. Le taux de vrillage obtenu avec la quatrième configuration montre que les effets de l'association des technologies de couplage inertiel ne sont pas cumulés. C'est également ce qui a été observé sur l'étude des termes de couplage K_{45} et K_{43}.

Configurations	**1**	**2**	**3**	**4**
Taux de vrillage [°/m]	0,413	0,463	0,440	0,466
Influence du couplage	85%	10%	5%	100%

Tableau 2 - Répartition des technologies couplantes sur le taux de vrillage de la poutre.

Le Tableau 2 récapitule les taux de vrillage obtenus par l'ajout progressif des technologies couplantes. Il fait aussi apparaitre la participation que joue chaque technologie sur le taux de vrillage global de la poutre. Les résultats montrent une grande disparité entre le vrillage obtenu grâce au couplage structurel et celui obtenu via le couplage inertiel. En effet, 85% du vrillage global obtenu dépend de la présence du pli hors axe et seulement 15% pour la présence combinée du raidisseur et du gradient de mousse vertical. On peut donc dire que l'effet du déplacement du centre de torsion n'est donc pas suffisant pour créer un couplage en présence d'une importante raideur en torsion de la section..

II.6.3 Conclusions

L'étude de la combinaison des solutions technologiques permettant des couplages structurels et inertiels dans le cas d'une section elliptique a montré plusieurs résultats intéressants. Dans le cas du couplage inertiel, la position du centre de torsion est essentielle pour obtenir un vrillage conséquent de la poutre. Le terme K_{43} est étroitement lié à la position de ce centre car ils dépendent tous deux du module d'Young des éléments technologiques. Le terme K_{43} de la matrice de rigidité de la section est un indicateur pertinent pour quantifier le couplage inertiel. Toutefois ce terme de la matrice exprimé en fonction de la rigidité de section est faible car il n'excède pas les 0,3% de GJ. En comparaison avec le terme de couplage structurel, le K_{45} atteint presque 21% du GJ. Les études sur le vrillage induit, montre une large influence du K_{45} devant le K_{43} puisqu'il ne représente que 15% du vrillage induit obtenu sous une sollicitation ponctuelle simple de la structure.

Cette étude a montré que l'importante rigidité en torsion d'un profil elliptique, donc fermé inhibe en grande partie les effets liés au couplage inertiel. L'étude sur l'association des deux sources de couplage est toutefois originale et présente un potentiel intéressant. Elle mérite donc d'être approfondie en permettant au couplage inertiel de mieux s'exprimer en utilisant, par exemple, une géométrie moins rigide. L'apport de souplesse pourrait augmenter le ratio entre le couplage structurel et inertiel et de ce fait rendre plus aisé l'observation de l'interaction entre ces deux types de couplage. La suite de l'étude s'intéressera donc aux

effets de l'association de ces couplages sur le vrillage induit ainsi que pour les termes de couplage K_{43} et K_{45} pour des poutres de section de type caisson et sandwich.

II.7 Mise en évidence des interactions des couplages pour des sections de type caisson et sandwich.

Ce chapitre est dédié à la recherche d'une géométrie pouvant mettre en évidence efficacement les effets d'un couplage flexion-torsion ainsi que les interactions entre un couplage de type inertiel et structurel. Le chapitre précèdent a montré qu'un couplage flexion-torsion issu d'un pli hors axe, d'un gradient de mousse et d'un raidisseur excentré était possible. Cependant la part du couplage généré par l'introduction d'un pli hors axe était trop prépondérante par rapport aux deux autres solutions technologiques à cause de la géométrie elliptique. L'intérêt de ce chapitre réside dans l'obtention d'une géométrie pour laquelle les trois solutions technologiques jouent au rôle équivalent dans le vrillage induit de la poutre. Ceci permettra de mieux mettre en évidence leurs interactions et les différents paramètres de l'association des deux types de couplages.

L'étude bibliographique a permis de mettre en évidence le grand nombre de travaux sur l'introduction d'un couplage flexion-torsion structurel au sein de caissons de torsion introduits dans des structures de pales d'hélicoptères. Il est donc important d'étudier la structure caisson dans ces travaux d'association entre les couplages. Les structures sandwich sont également très présentes dans le secteur aéronautique et ont des caractéristiques intéressantes pour cette étude. Une démarche similaire à celle de la poutre à section elliptique est retenue pour déterminer laquelle de ces géométries montera un vrillage induit prononcé avec une participation des couplages inertiel et structurel équilibrée. Elle permettra d'établir une architecture couplante qui fera l'objet d'une étude en dynamique.

II.7.1 Cas du Caisson

Le caisson de torsion est souvent utilisé dans les structures internes de pale d'hélicoptère pour introduire un couplage. Les travaux de [Chopra et Ganguli, 1995] montrent une combinaison de plusieurs arrangement de plis dans les parois vertical et horizontales du caisson. Ils montrent aussi que les stratifications horizontales doivent être non équilibrées tandis que les stratifiés des parois verticales doivent être équilibrés pour générer un couplage flexion-torsion positif. Les conventions de l'orientation des plis sont détaillées dans la Figure 73. C'est sur ces travaux que sont basés les configurations et les empilements des parois du caisson de torsion (Figure 74).

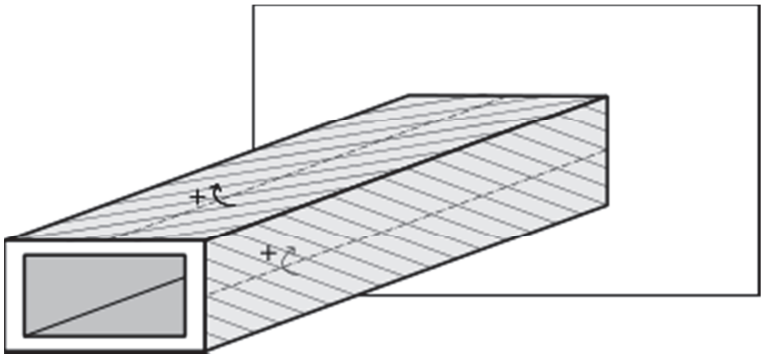
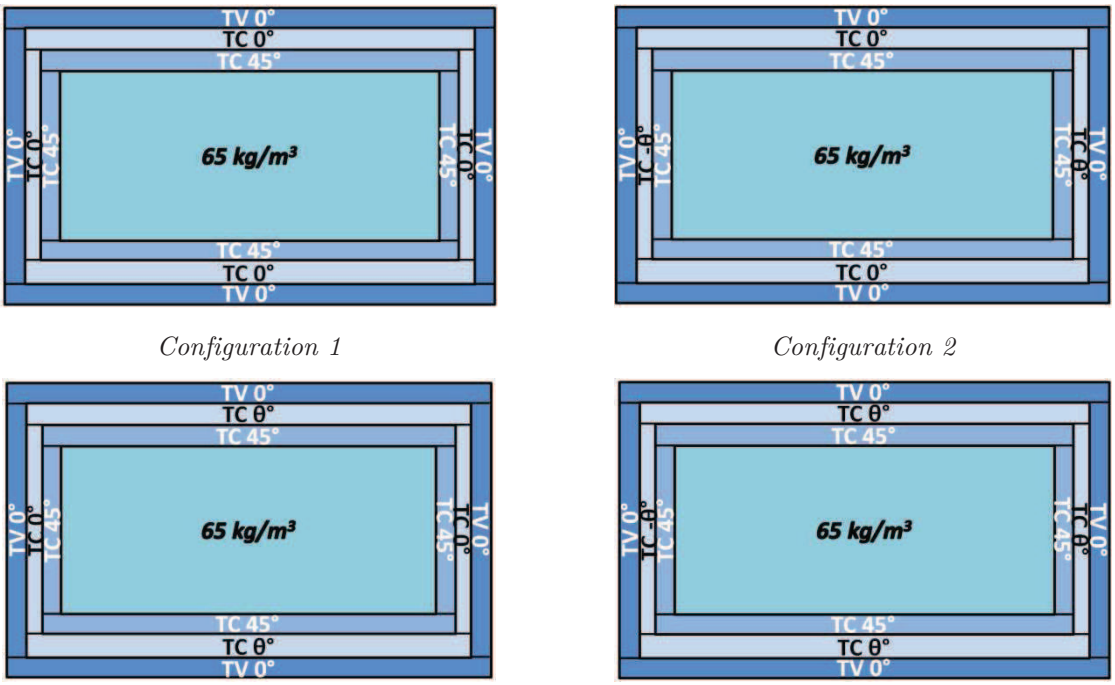


Figure 73 - Convention d'emplilement des tissus composites.

II.7.1.1 *Couplage par les peaux du caisson.*

Les différentes configurations présentées dans la Figure 74 ont été choisies de façon à pouvoir évaluer l'influence de la présence des drapages orientés d'un angle θ° sur le terme K_{45} ainsi que sur le vrillage induit.



Configuration 1 *Configuration 2*

Configuration 3 Configuration *4*

Figure 74 - Presentation des configurations des orientations de pli du caisson de torsion.

La configuration 1 est considérée comme configuration de référence. Elle permettra de juger de l'évolution des caractéristiques mécaniques de la section. Dans la configuration 2, seules les parois verticales sont munies d'un pli hors axe. La séquence d'empilement se doit d'être antisymétrique c'est pourquoi l'orientation du pli hors axe est orienté d'un angle de - θ° pour la paroi de gauche et de + θ° pour la paroi de droite. La configuration 3 est uniquement composée d'un empilement déséquilibré sur les parois horizontales hautes et

basses où l'angle du pli couplant est de + θ°. La configuration 4 est une combinaison des configurations 2 et 3.

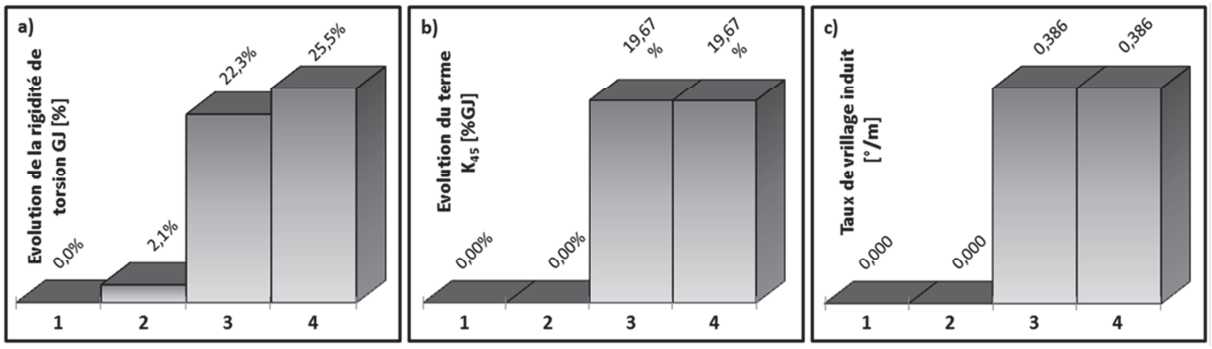


Figure 75 - Influence des plis hors axe des parois du caisson (a-évolution de la rigidité de torsion, b-évolution de terme de couplage structurel, c- taux de vrillage induit).

La Figure 75-b montre l'évolution de la rigidité du terme de couplage K_{45} ainsi le taux de vrillage induit (Figure 75-c) pour les 4 configurations détaillées précédemment. Nous pouvons constater que l'influence des parois verticale sur le terme de couplage et le vrillage induit est négligeable, ce qui est cohérents avec la littérature. Cependant une faible influence est constatée sur la rigidité de torsion de la section car l'ajout des parois verticales couplées entraine une augmentation du GJ d'environ 2,5% (Figure 75-a).

D'une manière générale l'apport des parois verticales couplées n'est pas souhaitable car son apport en termes de couplage et de vrillage induit est négligeable tandis que la rigidité de torsion est majorée. Cette majoration de la rigidité pourrait avoir des conséquences négatives sur le vrillage induit dans le cas de l'association des technologies couplantes.

II.7.1.2 *Association des technologies couplantes dans un caisson.*

Le paragraphe II.7.1.1 a permis de conclure que l'introduction d'un pli hors axe dans les parois verticales n'a pas permis d'obtenir un couplage fort. Le couplage flexion-torsion obtenu grâce à l'orientation du pli de carbone est essentiellement amené par les parois horizontales du caisson.

Les technologies de couplage inertiel tel que le gradient de mousse horizontal et le raidisseur vont être introduit dans le caisson composé des plis hors-axe. L'introduction des technologies se fait une à une afin d'aboutir à une configuration réunissant l'ensemble des solutions proposées. Ces configurations sont détaillées dans la Figure 76.

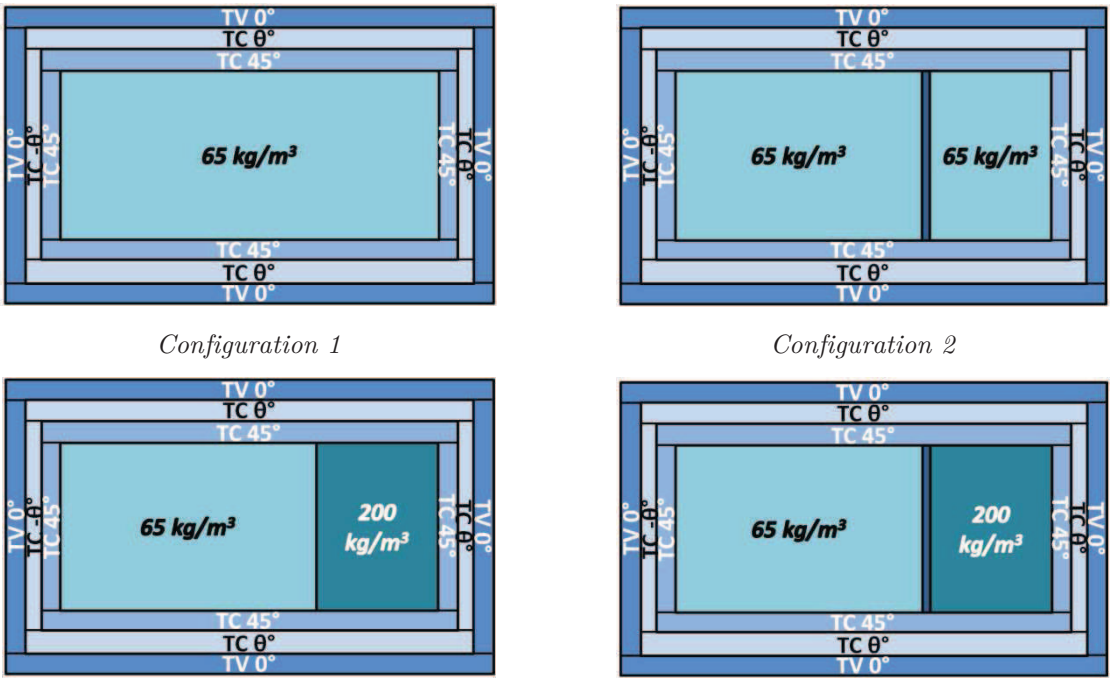


Figure 76 - Schema des comfigurations de caissons testées.

La configuration 1 reprend la structure de la configuration 4 du paragraphe II.7.1.1. A cette configuration un raidisseur composé de deux tissus carbone à ±45° est placée à 70% de la largeur de la section (configuration 2). Dans la configuration 3, seul le gradient de mousse est présent. La dernière configuration est une compilation de l'ensemble des technologies couplantes à étudier.

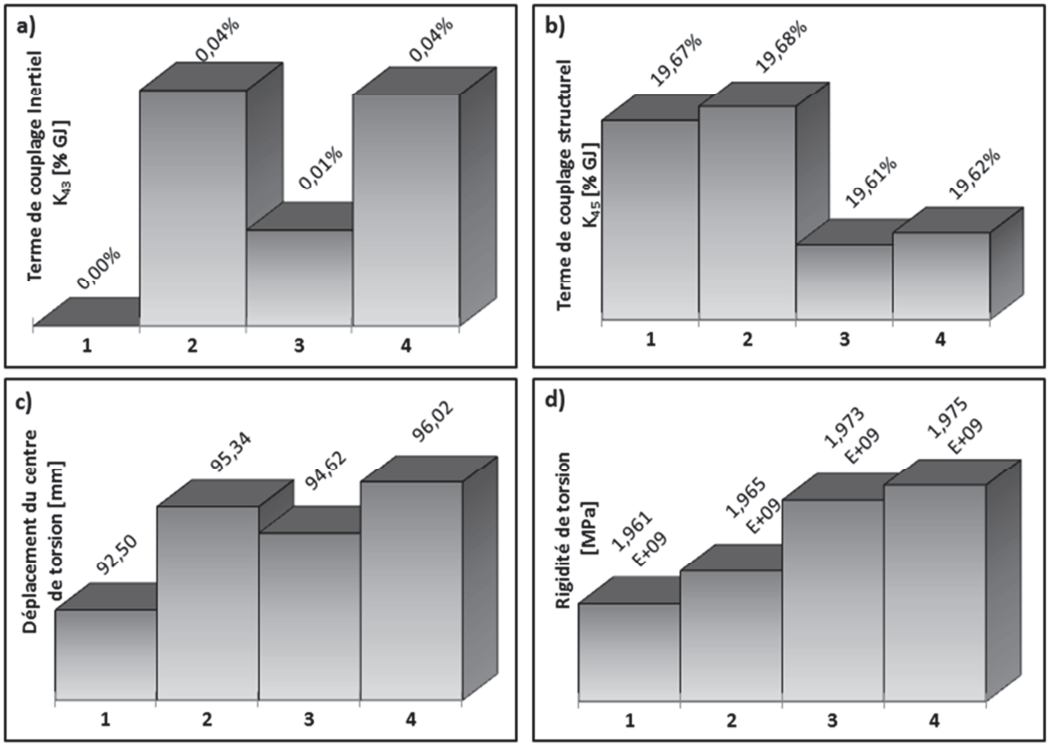


Figure 77 - Caractéristiques des assemblages des technologies couplantes (a- terme de couplage inertiel K_{43}, b- terme de couplage structurel K_{45}, c- coordonnées du centre de torsion selon l'axe y, d- rigidité de torsion).

Les résultats de la Figure 77-a montrent un taux très faible du terme de couplage inertiel K_{43} pour l'ensemble des technologies de couplage inertiel puisqu'il n'excède pas 0,04% du GJ. La Figure 77-b permet d'observer une légère diminution du terme de couplage structurel lors de l'introduction du GMH dans la structure du caisson sans que l'orientation des plis couplant n'ait été changée. En effet, le GMH introduit de la raideur en torsion supplémentaire via le module d'Young plus élevé de la mousse haute densité. Le rapport K_{45}/GJ est donc changé en sa défaveur. La Figure 77-c montre un déplacement modeste du centre de torsion de la section ce qui explique le faible taux de couplage inertiel obtenu avec l'ajout du GMH et du raidisseur. La Figure 78 permet de voir que la configuration 4 génère moins de vrillage que la configuration 2. Cette évolution du taux de vrillage en fonction de l'ajout progressif des technologies montre que la diminution du ratio K_{45}/GJ lié à la présence du GMH a un impact conséquent sur le taux de vrillage induit. La diminution du ratio est due à l'apport de raideur de la mousse haute densité dans la section. Le GJ augment et le K_{45} reste stable donc le vrillage induit diminue.

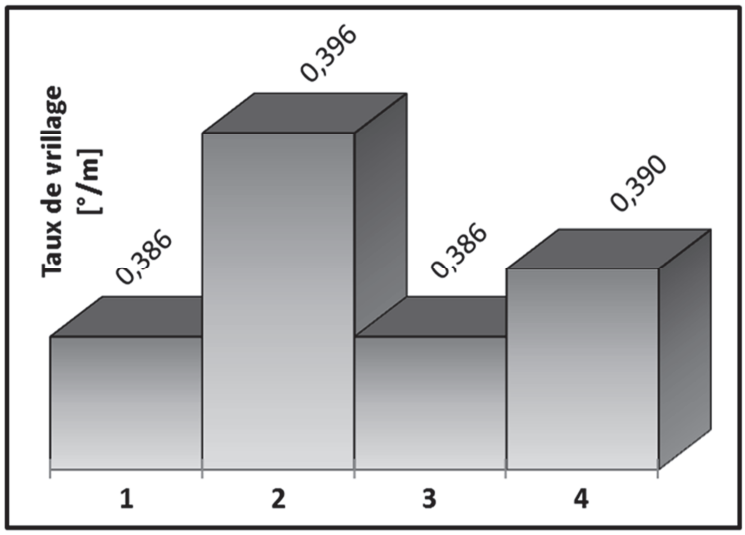


Figure 78 – Vrillage induit de la poutre caisson pour l'ensemble des configuratiors.

II.7.1.3 *Bilan*

Cet ensemble de tests sur l'orientation des plis des parois verticales et horizontales du caisson mais aussi sur l'introduction du GMH et du raidisseur dans l'âme permet de conclure que le vrillage de la poutre caisson est principalement introduit par le terme du couplage structurel (K_{45}) et que l'apport du couplage inertiel (K_{43}) est négligeable. Plus encore le GMH à tendance à pénaliser le ratio du couplage structurel crée par l'ensemble des plis hors axe.

II.7.2 Cas du sandwich

L'importante raideur en torsion des sections elliptiques et caissons inhibe en grande partie le vrillage induit par le couplage flexion-torsion. Cette raideur nuit à l'étude sur l'association entre un couplage structurel et inertiel. La géométrie ouverte des structures sandwich leur confère un rapport raideur en flexion/raideur en torsion plus fort ce qui permet au vrillage induit de mieux s'exprimer. Le couplage structurel est introduit dans les peaux de la poutre et le gradient de mousse vertical dans l'âme du sandwich. La présence d'un raidisseur se pose dans ce cas de figure car il changerait fondamentalement la structure sandwich en structure en « I » pleine. Une étude sur les deux configurations sera tout de même réalisée car la structure en « I » peut également être présente dans les structures aéronautiques telles que les raidisseurs d'ailes d'avion. Le couplage flexion-torsion sera issu de l'association d'un pli hors axe avec un gradient de mousse horizontal dans le cas de la poutre sandwich et d'un raidisseur en tissu carbone orienté à 45° dans le cas de la structure en « I ». La Figure 79 présente les conditions aux limites de la structure sandwich ainsi que la convention d'orientation des plis.

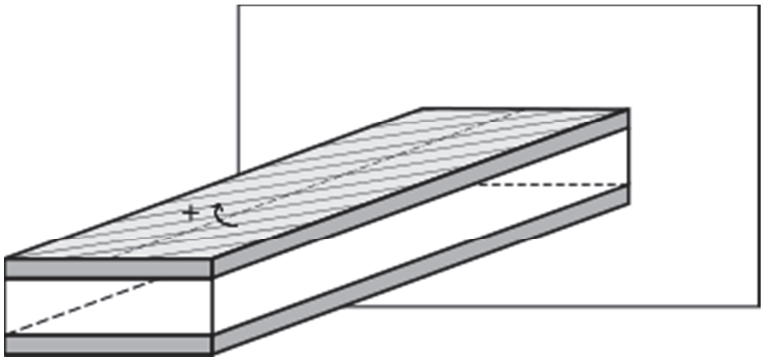


Figure 79 - Presentation de la structure sandwich et du sens d'orientation des tissus composites.

II.7.2.1 *Analyse de l'influence d'un raidisseur.*

Dans cette étude, les peaux du sandwich sont toujours composées de trois plis. Elles sont considérées comme les semelles de la poutre en I. Le raidisseur est placé à 70% de la largeur de section. Le gradient de mousse vient compléter la section avec de part et d'autre de l'âme une mousse polyuréthane aux caractéristiques mécaniques différentes comme le montre les différentes configurations de la Figure 80.

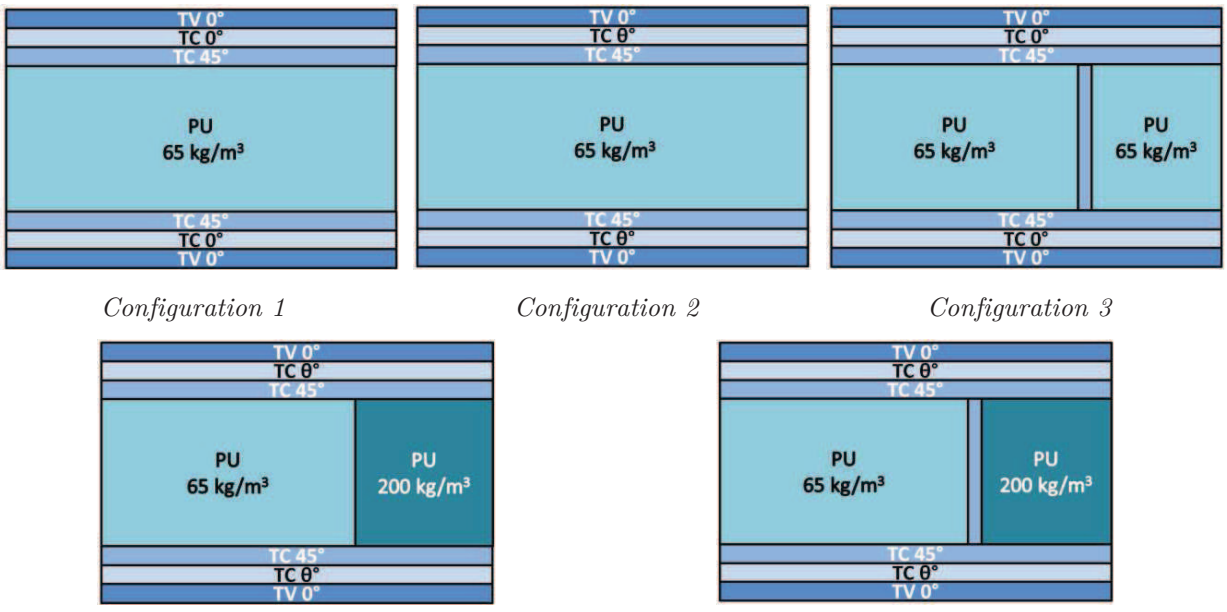


Figure 80 - Presentation des configurations de la poutre en "I".

Les schémas des configurations 1, 2 et 4 de la Figure 80 montrent une absence de raidisseur dans la structure de la poutre. Ces configurations peuvent donc être assimilées à une simple structure sandwich. Cependant les deux mousses du GMH restent séparées à 70% de la largeur de section c'est pourquoi ces configurations sont présentes dans ce paragraphe.

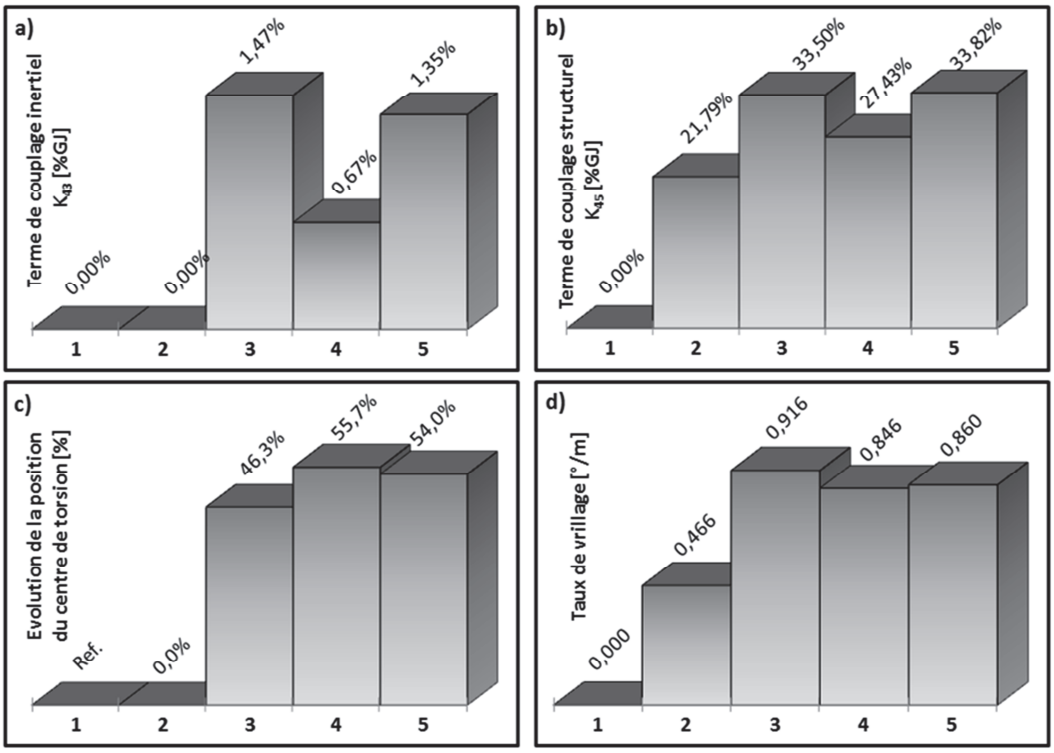


Figure 81 - Résultats des différentes caractéristiques section de la poutre en "I" (a- évolution du terme de couplage K_{43}, b- évolution du terme de couplage K_{45}, c- coordonnée du centre de torsion, d- taux de vrillage induit).

Les Figure 81-a et Figure 81-b montrent une forte influence du raidisseur (configuration 3) sur le terme de couplage inertiel et structurel. L'ajout de masse excentré, le déport du centre de torsion ainsi que la raideur de torsion plus faible de la section expliquent l'importance du taux de vrillage atteint pour cette architecture. La présence du GMH est significative et active les mêmes leviers de couplage que le positionnement du raidisseur. Une baisse du taux de vrillage est toutefois constatée lorsque le raidisseur et le GMH sont associés (Figure 81-a). Cette baisse est liée à une position du centre de torsion moins excentrée mais aussi à un taux de couplage inertiel moins important comme le montre la configuration 5. Ceci peut s'expliquer par un module d'Young du raidisseur plus importante que celui de la mousse haute densité qui a pour effet de ramener la position du centre de torsion proche du raidisseur comme le montre l'équation Eq. II-23.

II.7.2.2 *Configurations sans raidisseur*

Dans cette section le raidisseur a été retiré de la structure interne de la poutre. Le couplage sera généré uniquement par un pli hors axe et le GMH. L'architecture de l'âme réutilise les conclusions issues de l'étude sur l'architecture du GMH dans le cas de la section elliptique (paragraphe II.5.2). Celle-ci préconisait une séparation des mousses à 50% de la largeur de section. Les configurations et architectures utilisées sont illustrées dans la Figure 82.

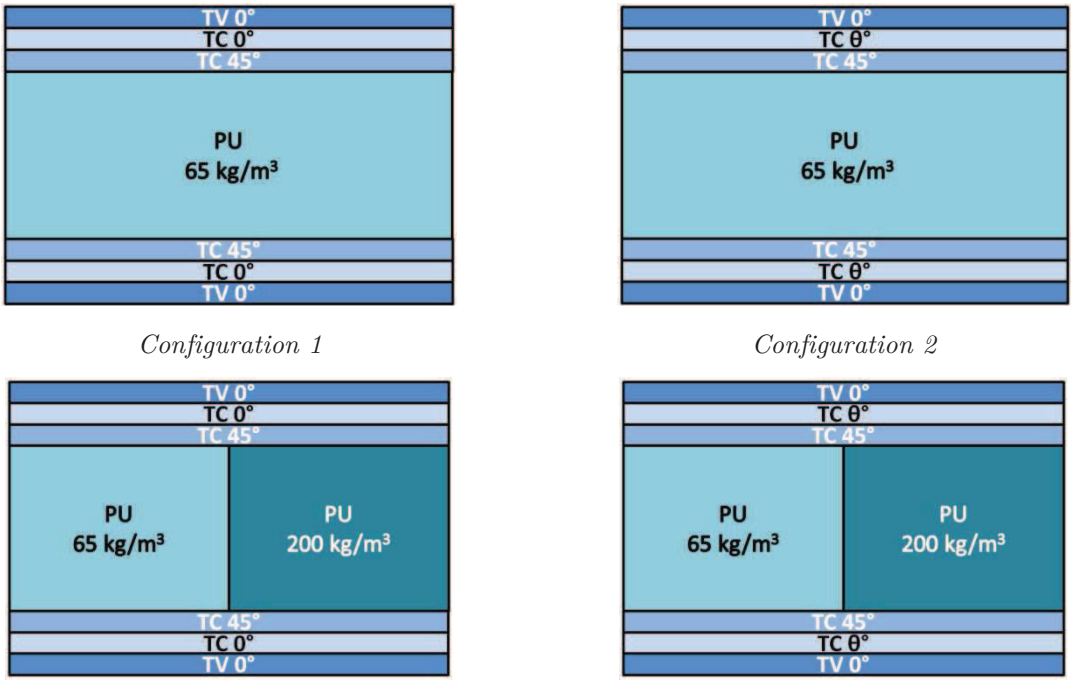


Figure 82 - Architecture des configurations des sections sandwich.

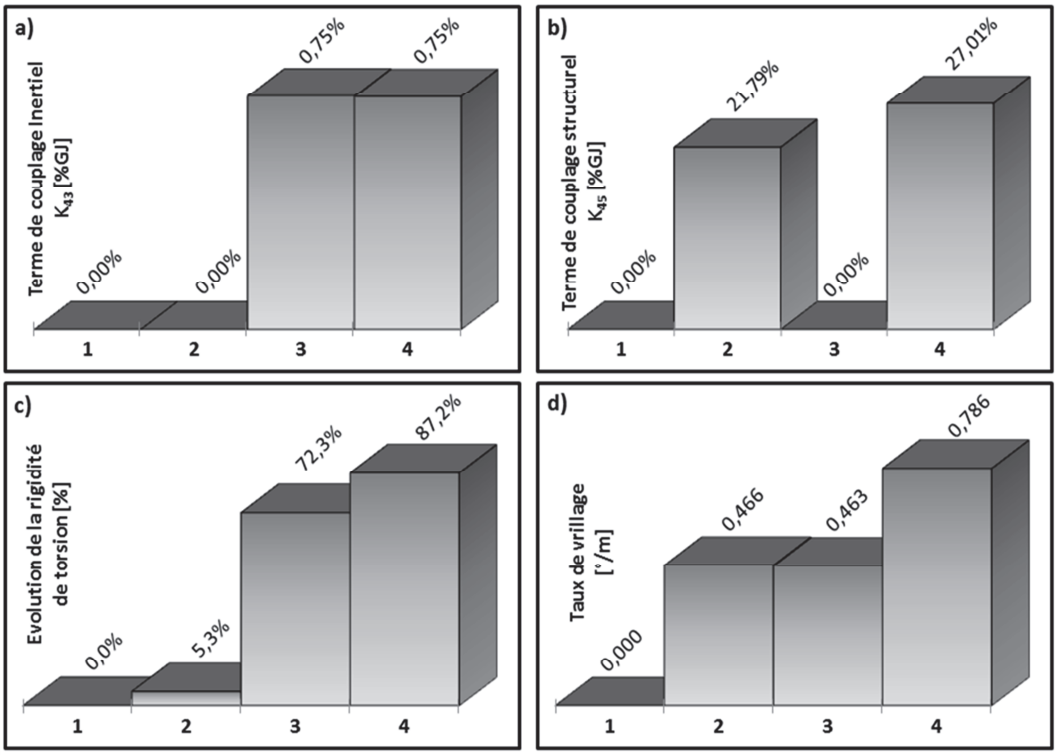


Figure 83 - Résultats des différentes caractéristiques de la poutre sandwich (a- évolution du terme de couplage K_{43}, b- évolution du terme de couplage K_{45}, c- evolution de la rigidite de torsion, d- taux de vrillage induit).

Les Figure 83-a et Figure 83-d montrent une influence forte sur le taux de vrillage malgré un terme du K_{43} faible par rapport au GJ. La participation des deux technologies sur le taux de vrillage induit de la poutre sandwich (Figure 83-d) sont équivalentes. La Figure 83-b permet de voir une valeur 5% plus élevé du terme K_{45} en fonction du GJ malgré une augmentation de 15% de la rigidité de torsion (Figure 83-c) lorsque le pli hors axe et le GMH sont associés. Ce gain de raideur est dû aux hauts modules de la mousse polyuréthane PU_200. L'augmentation de 5% du terme du couplage structurel K_{45} alors que l'orientation du pli n'a pas changé soulève des questions sur des interactions possibles entre le couplage structurel, le couplage inertiel et la rigidité de torsion. Une étude de sensibilité a donc été faite de manière à pouvoir observer le comportement du terme de couplage structurel (Figure 84).

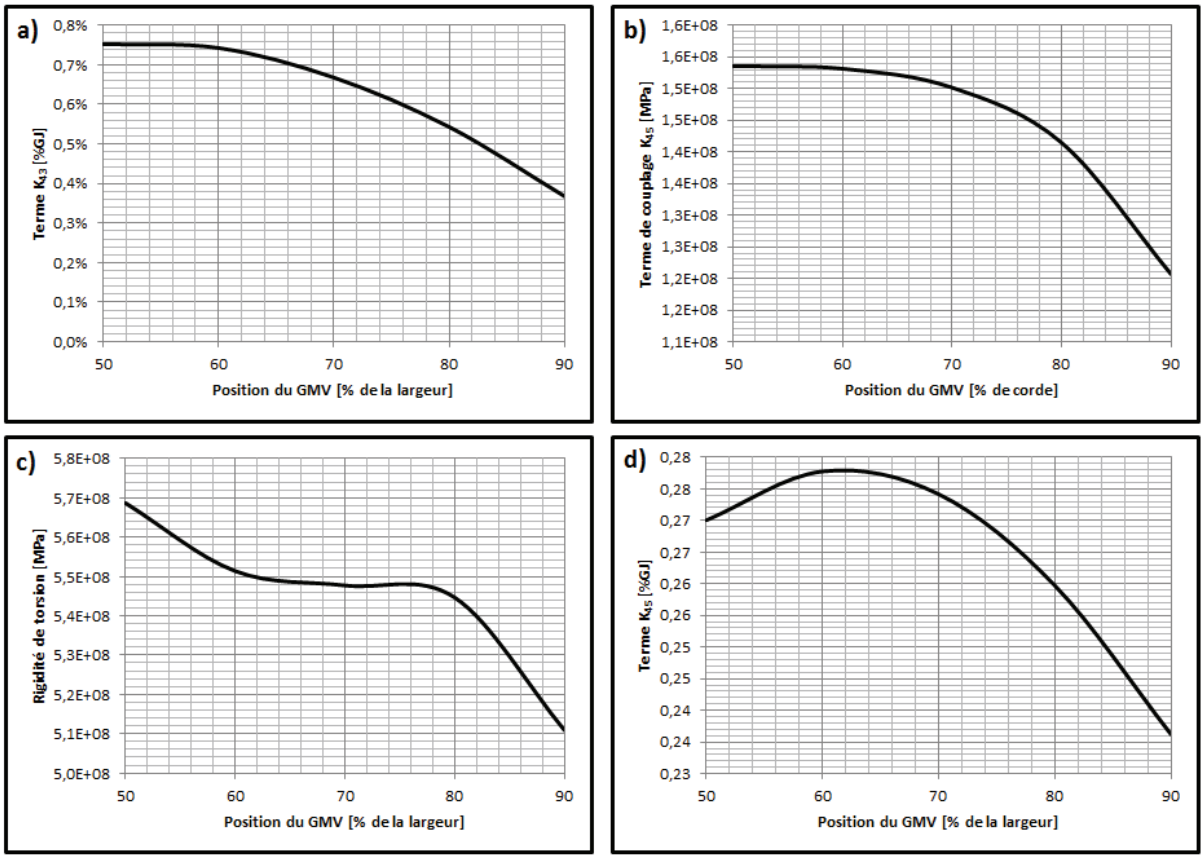


Figure 84 -Courbes d'évolution des propriétés de section et du taux de vrillage de la poutre sandwich (a- terme de couplage inertiel, b-terme de couplage structurel, c-rigidité de torsion, d- taux de vrillage de la poutre).

L'étude de sensibilité explique pourquoi le terme K_{45} exprimé en fonction de la rigidité de torsion augmente lorsque le gradient de mousse est ajouté. La Figure 84-a confirme les conclusions tirées lors de l'étude du paragraphe II.5.2 concernant un couplage plus important lorsque la séparation était située à 50% de la largeur de section. La Figure 84-b et Figure 84-c, montrent que la rigidité de torsion sont impactées par l'architecture du GMH. On observe un palier de raideur entre 60% et 80% de la largeur de section tandis que le terme K_{45} décroit à partir d'une séparation du GMH à 60%. C'est la combinaison de ces deux tendances qui

amène l'augmentation du taux de couplage structurel avant une décroissance forte à partir de 60% comme l'illustre la Figure 84-d.

Le vrillage induit suit logiquement cette tendance en affichant des taux de vrillage maximums pour une séparation du GMH entre 60% et 80% de la largeur de section (Figure 85).

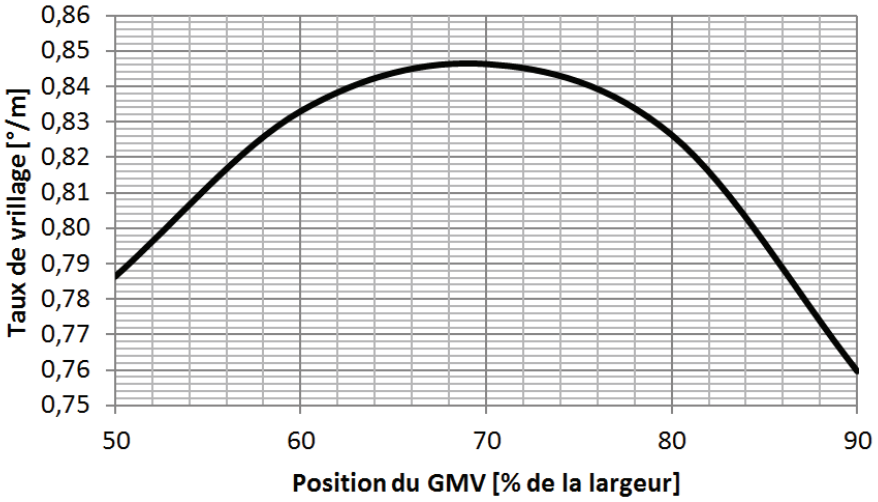


Figure 85 - Taux de vrillage pour une structure sandwich avec un tissu carbone orienté à 20° et une séparation du GMH évolutive.

II.7.2.3 *Bilan*

Ce paragraphe a montré que dans les deux cas (avec et sans raidisseur), un taux de vrillage induit important a pu être obtenu. La raideur de torsion plus faible de la configuration sandwich a permis aux technologies couplantes inertielles et structurelles de s'exprimer de manière équivalente. La participation des technologies dans le cas de la poutre en « I » a été estimée à un tiers chacune et à 50/50 pour le cas de la structure sandwich simple.

II.7.3 Synthèse des effets des technologies couplantes.

Un ensemble de géométries ont été testés dans lesquelles des technologies couplantes tel que le gradient de mousse horizontal, les positions d'un raidisseur ou des revêtements avec des tissus carbone hors axe ont été introduites. Pour chaque géométrie le taux de vrillage d'une poutre aux dimensions similaire à une pale arrière d'hélicoptère a été mesuré. Le principe d'introduction progressive des technologies couplantes a permis d'établir la proportion amenée par chacune d'elles dans le vrillage induit de la poutre. Une synthèse des résultats obtenus est proposée dans le Tableau 3.

Configurations	Vrillage induit [°/m]	Participation du pli	Participation du raidisseur	Participation du GMH
Elliptique	0,466	85%	10%	5%
Caisson	0,390	98,5%	2,5%	-1%
I plein	0,860	30%	35%	35%
Sandwich	0,786	50%	-	50%

Tableau 3 - Synthèse de la participation des technologies couplantes sur le vrillage induit.

Les informations du Tableau 3 permettent de déterminer la configuration qui génère un vrillage induit conséquent ainsi que sa répartition introduite par les solutions technologiques. Permit ces géométries la moins propice à l'étude de l'interaction entre les deux types de couplage est la poutre de section caisson. L'importante rigidité en torsion inhibe les effets du raidisseur et du GMH. Seule l'orientation des parois horizontales génèrent un couplage significatif. Le Tableau 3 permet également de voir une influence négative du GMH. Ceci vient du fait que le GMH a tendance à desservir la production d'un vrillage induit car il introduit de la raideur supplémentaire dans la section sans que le couplage inertiel ait une influence significative. Le ratio couplage/rigidité de torsion en est réduit ce qui entraine une diminution du vrillage induit. La section elliptique est moins raide en torsion et permet un jeu d'influence intéressante sur le vrillage induit par les différentes technologies couplantes. Cependant le GMH représente seulement 5% du vrillage induit. L'influence est trop faible devant celle du pli orienté ce qui pose un problème pour l'observation des interactions possibles entre les différents types de couplages. D'autre structure ont été testés car elles présentent une raideur moindre en torsion. Les structures en « I » ou sandwich ne peuvent pas être identifiées comme des profilés de type de pale d'hélicoptère mais elles permettent une meilleure observation de l'interaction possible entre les deux types de couplage flexion-torsion. Les résultats de poutre en « I » montrent un potentiel intéressant pour l'étude de l'interaction des couplages avec une participation quasi égale entre les trois solutions couplantes choisies. L'équilibre des influences ainsi que le taux de vrillage important en fait une configuration idéale. Toutefois, le phénomène d'influence entre les termes de couplages et la rigidité de torsion n'a pas pu être exploité pleinement à cause d'un trop grand nombre de paramètres influant. C'est pourquoi le choix de la poutre sandwich est préférable pour la suite de ces travaux. La structure sandwich est simple et l'étude statique a permis de mettre en évidence une influence équilibrée sur le vrillage induit du pli orienté et du GMH.

Ce paragraphe conclue l'étude numérique statique sur le choix de la géométrie la plus approprié pour l'étude de l'association du couplage flexion-torsion. Elle a permis d'obtenir une géométrie où l'influence des types de couplage, inertiel et structurel, est équilibrée de façon à pouvoir mettre en évidence leurs interactions. L'étape suivante de ces travaux de thèse consiste à étudier le comportement dynamique de ces couplages de nature différente, lorsque la poutre est soumise à une excitation harmonique. Un modèle numérique sera développé afin de pouvoir prédire le comportement de la poutre et de s'assurer que les phénomènes physique en jeu soit bien représentés. Dans une démarche de validation essai/simulation, un protocole expérimental sera mis en place. Des contraintes matérielles et

organisationnels ont été identifiés ce qui impose une étude statique supplémentaire axée sur la réduction d'échelle de l'échantillon.

L'intérêt de réaliser une poutre sandwich aux dimensions réduite permet une meilleur adaptation aux matériels expérimentaux (système de mesure, temps d'acquisition) ainsi qu'une fabrication plus aisée donc mieux maitrisée vis-à-vis des côtes et de l'assemblage des sous-ensembles. Elle permet aussi une réduction des couts lié principalement à l'utilisation de moyens de mise en œuvre couteux (étuve, scie à ruban, cales de fixation) et de matière première. En outre, les contraintes liées à la mise en place expérimentale de l'étude, une problématique de temps de calcul est possible. La grande taille des modèles engendrent des temps de calcul conséquent dû au large nombre des dégrées de libertés (DDL). Modéliser une pale d'hélicoptère à échelle réelle appartient à ce cas de figure et ne présente pas un choix de dimensions judicieux pour une étude préliminaire simple.

II.8 Dimensionnement de la poutre sandwich expérimentale

Cette partie est l'ultime étape de définition de la poutre avant l'étude dynamique et expérimentale. Comme précisé dans les conclusions du chapitre précédent, une réduction des cotes permet une fabrication et une phase de test simplifié tout en conservant a priori les phénomènes physiques issus de l'association de couplages de natures différentes. Les investigations sur les géométries ont permis de conclure sur les avantages d'utiliser une section simple de type sandwich pour permettre à l'ensemble des couplages de s'exprimer de manière égale. Ce redimensionnement permettra notamment une meilleure adaptation à une étude préliminaire sur les couplages flexion-torsion.

II.8.1 Choix des dimensions

L'utilisation des dimensions de la poutre utilisée pour les essais numériques engendre des contraintes de fabrications et de mise en œuvre des essais expérimentaux importantes. Sans compter le cout matière plus important, la réalisation d'une poutre sandwich aux dimensions d'une pale arrière pose plusieurs problèmes notamment en envergure. D'abord d'un point de vue de la fabrication, l'usinage de telles dimensions de l'âme en mousse polyuréthane pose problème. La souplesse de la mousse PU_65 rend difficile le maintien des cotes ce qui entraine des problèmes d'assemblage des différents éléments qui constituent la poutre sandwich. La cuisson est une étape cruciale pour obtenir des poutres de qualité. Pour de telles dimensions la réalisation d'un moule rigide serait nécessaire pour limiter les déformations thermiques pour le maintien des cotations. L'ébavurage de l'excès de matière serait aussi une étape délicate car elle nécessiterait une scie à ruban diamanté de grande dimensions pour la découpe du carbone haut module. C'est pour l'ensemble de ces raisons que **l'envergure a été redimensionnée à 600mm**. De plus, le vrillage de la poutre est considéré comme linéaire dans l'envergure et peut donc être facilement extrapolé.

La largeur est issue du ratio longueur/largeur des pales d'hélicoptères. Dans le cas d'une pale principale écureuil le ratio a été établi à 13,4. Pour la pale arrière du même appareil le ratio est de 5. La longueur de l'échantillon a été précédemment fixée à 600mm. La largeur de la poutre sandwich expérimentale sera donc comprise entre 45mm et 120mm.

La première étude numérique concerne une structure sandwich composée uniquement d'un pli hors axe. Deux cas de revêtements seront à l'étude. Le premier cas reprend la structure usuelle du revêtement d'une pale d'hélicoptère qui consiste à utiliser un tissu de verre à l'extérieur et deux tissus carbone dont un hors axe, à l'intérieur. Dans le deuxième cas le tissu verre extérieur a été retiré pour ne garder que les plis structuraux en torsion. Dans la seconde étude numérique le GMH est rajouté dont l'architecture suit les conclusions tirées dans le paragraphe II.5.2.

La Figure 86-a présente l'évolution du terme de couplage K_{45} en fonction de la largeur de la section. La configuration du revêtement 3 plis a tendance à diminuer la valeur du terme de couplage structurel sans pour autant avoir une forte influence sur la rigidité de torsion de la section (Figure 86-b). L'impact sur le terme de couplage est significatif car sa réduction peut être comprise entre 15% et 20% suivant la largeur de la section. Cette réduction peut être expliquée par une inertie de flexion plus importante dans le cas d'un revêtement constitué de 3 plis (Figure 86-c). Le couplage flexion-torsion est donc tributaire la rigidité de torsion mais aussi de celle de flexion.

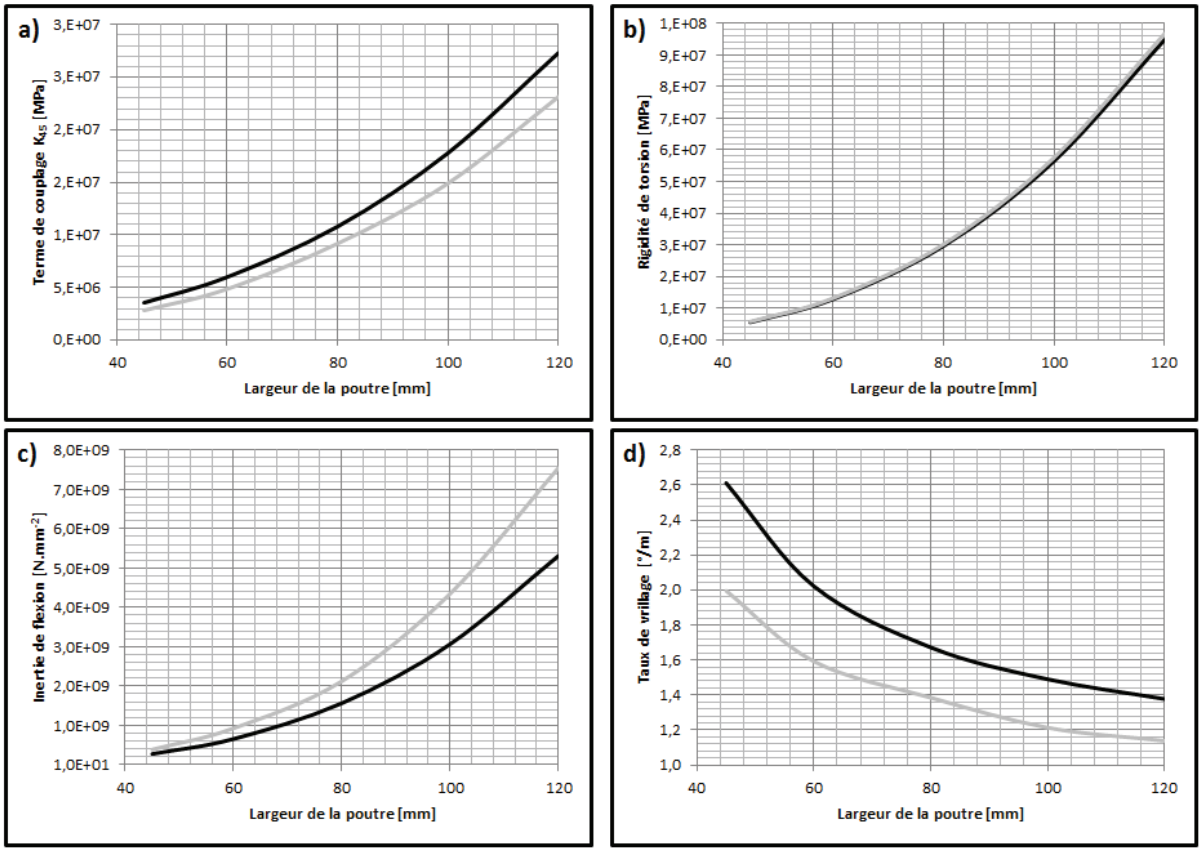


Figure 86 - Evolution des propriétés du sandwich en présence du pli hors axe en fonction de la largeur de la section dans le cas d'un revêtement à 2 plis (noire) et 3 plis (grise) (a- terme de couplage structurel, b-rigidité de torsion, c-inertie de flexion, d- taux de vrillage).

La Figure 86-d traduit l'impact de la présence du tissu de verre sur le taux de vrillage induit de la poutre sandwich. La diminution du terme K_{45} se traduit par une réduction du taux de vrillage d'environ 25% pour les faibles largeurs et diminue petit à petit pour atteindre environ 15% pour les largeurs supérieures.

Les résultats obtenus sur l'évolution du terme de couplage structurel et sur le taux de vrillage induit en fonction de la largeur de la section montrent que l'ajout du tissu de verre dans le revêtement n'est pas justifié. L'évolution est linéaire pour les sections comprises entre 70mm et 110mm. Au-delà de la limite inférieure, le vrillage évolue trop rapidement ce qui pourrait entrainer une influence trop importante des incertitudes géométriques lié à la fabrication. Une large section génère peu de vrillage induit pouvant rendre une mesure de la déformée plus délicate.

Les Figure 87-a et Figure 87-b présentent l'évolution des termes de couplages structurels et inertiels exprimés en fonction de la rigidité de torsion. Le K_{45} subit la même influence négative lié à la présence du tissu de verre que dans le cas du paragraphe II.5.1. Les valeurs du K_{45} sont toutefois moins élevées car la mousse polyuréthane PU_200 apporte une raideur supplémentaire à la section grâce à son haut module d'Young. Le terme de couplage inertiel (K_{43}) ne semble pas être affecté par cette présence pour l'ensemble des largeurs testées. La Figure 87-c illustre l'absence de raideur en torsion apportée par le tissu de verre à

0°. L'évolution de la largeur de la section a une influence significative sur l'écart entre les positions des centres de gravité et de torsion lié à la présence du GMH (Figure 87-d). L'écart plus important entre les centres dans le cas d'un revêtement composé de 3 plis est dû à un déplacement moindre du centre de gravité. En effet, le tissu de verre tend à maintenir la position du centre de gravité proche du centre géométrique de la section de par ses axes de symétries. Les résultats de la Figure 87-c ont montré que le tissu de verre n'a que peu d'influence sur la rigidité en torsion de la section. Le positionnement du centre de torsion reste donc stable.

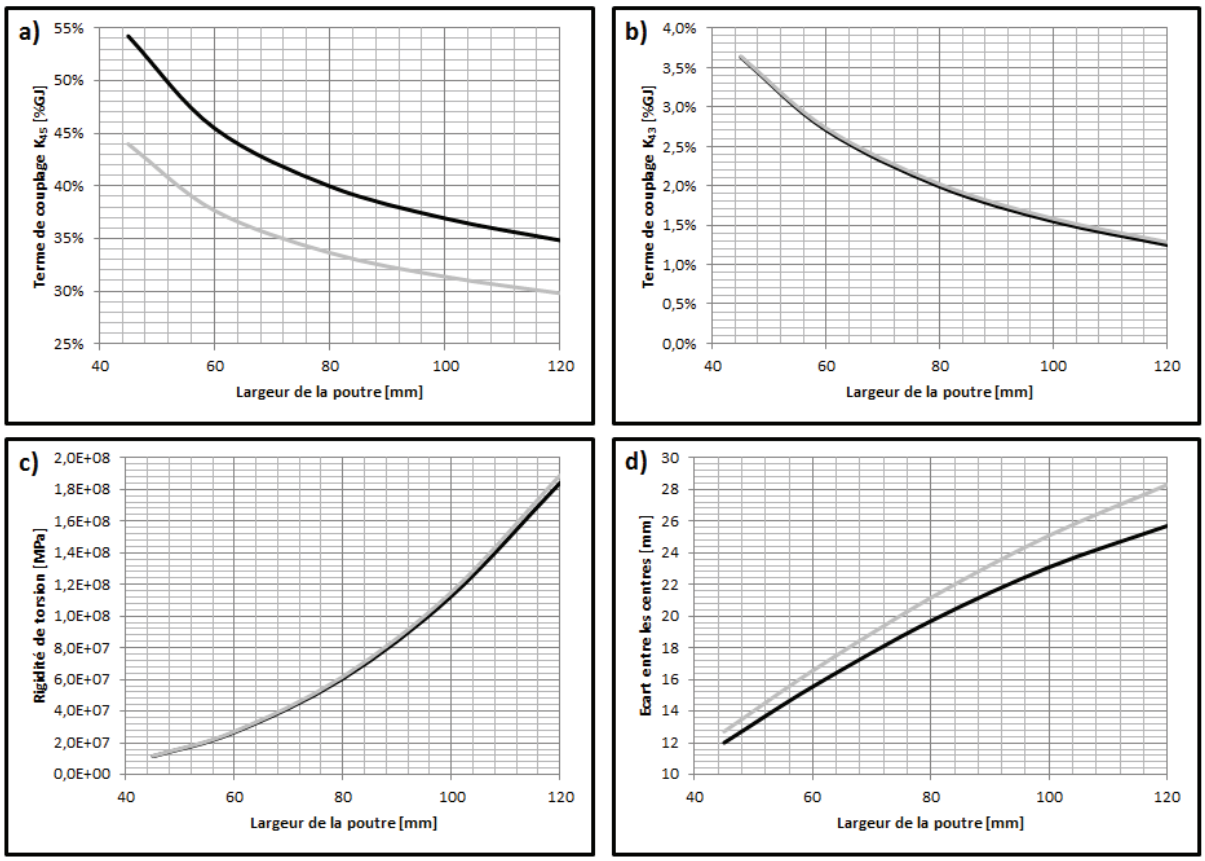


Figure 87 - Evolution des propriétés du sandwich en présence du pli hors axe et du GMH en fonction de la largeur de la section dans le cas d'un revêtement à 2 plis (noire) et 3 plis (grise) (a- terme de couplage structurel, b-terme de couplage inertiel, c-rigidité de torsion, d- écart entre les centres de torsion et de gravité).

La Figure 88 montre l'évolution du taux de vrillage en fonction de la largeur de la section lorsque celle-ci est composée du pli hors axe et du GMH. Le vrillage induit généré par le revêtement composé de 3 plis est plus important que dans le cas d'un revêtement à 2 plis. Ceci peut être expliqué par l'écart plus important entre les centres de torsion et de gravité de la section lié la présence de la mousse polyuréthane haute densité et du tissu de verre. En fait, l'action combinée d'un écart entre les deux centres plus important et d'une absence de raideur en torsion supplémentaire de la poutre sandwich soumise à une force ponctuelle exercée selon l'axe z a pour conséquence d'accroitre le bras de levier par rapport au centre de

torsion et donc d'accroitre le moment de torsion. Ce moment de torsion plus important se traduit par un vrillage de la section accru.

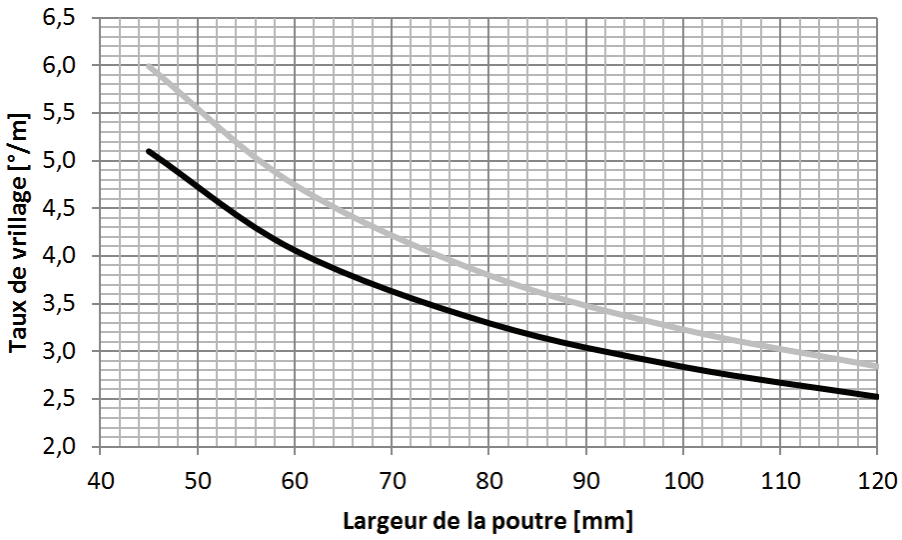


Figure 88 - Evolution du taux de vrillage de la poutre sandwich en présence du pli hors axe et du GMH en fonction de la largeur de la section dans le cas d'un revêtement 2 plis (courbe noir) et 3 plis (courbe grise).

Le taux de vrillage induit d'une section constitué d'un revêtement à 3 plis plus élevé montre que le couplage inertiel est plus influent que le couplage structurel dans le cas d'une poutre sandwich.

La présence du GMH change drastiquement l'influence du tissu de verre sur le vrillage induit de la poutre sandwich. Dans le cas où le GMH est présent, le tissu de verre a un rôle positif sur le vrillage induit. Il majore d'environ 15% à 20% le vrillage induit pour les sections testés. Il a aussi tendance à diminuer l'influence du couplage structurel car la mousse PU_200 ajoute de la raideur dans la section. En l'absence du GMH, le tissu de verre a une influence négative car il réduit le vrillage induit de 15% à 25% suivant si la section est large ou non.

L'ensemble des résultats présentés montrent que le taux de vrillage est faible pour une section supérieure à une largeur à 100mm pour les deux cas de figures. Le faible taux de vrillage pourrait induire des problèmes de mesures au cours de campagnes expérimentales. Les sections de largeurs plus faibles ont tendance à inhiber les effets du gradient de mousse. C'est pourquoi le choix de la largeur doit être issu d'un compromis entre section large et faible. **Le choix se portera donc sur une section de 80mm de large.**

II.8.2 Choix de l'épaisseur de l'âme.

Le paragraphe précédent a permis de définir une largeur de section pour les poutres tests de 80mm pour une longueur fixée à 600mm. L'autre dimension devant être étudiée est l'épaisseur de la poutre sandwich. L'influence de l'épaisseur de l'âme pour ce type de

configuration est très importante car elle conditionne la raideur en flexion et de ce fait le vrillage induit.

L'amplitude des épaisseurs testées est issue du ratio utilisé pour les profils aérodynamiques qui consiste à prendre 12% de la largeur de section. Dans ce cas d'étude la largeur minimum de la section a été établi à 45mm ce qui donne une épaisseur d'âme de 5mm. La largeur maximum est fixée par la dimension d'une pale arrière d'hélicoptère. Sa largeur de section est de 185mm ce qui donne une épaisseur de 22,2mm. Pour couvrir l'ensemble des épaisseurs de section possible l'étude portera sur une poutre sandwich dont l'épaisseur de l'âme variera entre 5mm et 25mm. Pour l'ensemble des configurations, l'architecture de la section est composée du GMH séparé à 50% de la largeur et de deux plis dont un hors axe dans le revêtement.

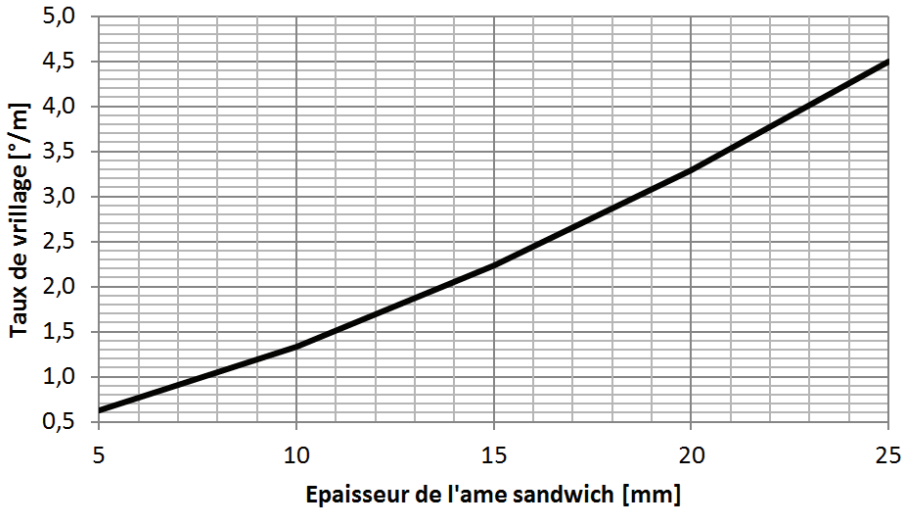


Figure 89 - Evolution du taux de vrillage en fonction de l'épaisseur de l'âme mousse pour une configuration sandwich dans le cas d'un revetement 2 plis en présence du pli hors axe et du GMH.

La Figure 89 montre l'évolution du vrillage induit d'une poutre sandwich de section 80mm pour différentes épaisseurs de l'âme polyuréthane. L'évolution du vrillage obtenu peut être considérée comme linéaire en fonction de l'épaisseur de l'âme. Pour être capable de mesurer avec précision le vrillage induit lors de la campagne expérimentale, un fort taux de vrillage doit être préconisé. Le choix ce portera donc sur **une épaisseur de mousse de 20mm** pour conserver l'ordre de grandeur des épaisseurs utilisées pour les pales de rotor arrière.

II.8.3 Bilan du dimensionnement

L'étude sur le redimensionnement de la poutre sandwich a permis de mettre en évidence certains comportements comme l'influence du tissu de verre en présence ou non d'un GMH. Elle aussi permit de passer d'une poutre « numérique » de dimensions initiales 930*185*22,2mm à une poutre « expérimentale » de 600*80*21,4mm. Les « poutres numériques » étaient composées de 4 tissus carbone et de 2 tissus de verre également

repartis sur les revêtements extrados et intrados. Cet arrangement engendre une épaisseur des peaux initiale de 1mm (2*0,35mm + 1*0,3mm). Le tissu de verre a été retiré du revêtement portant l'épaisseur de la poutre échantillon à 0,7mm pour chaque peau. L'épaisseur de l'âme en mousse polyuréthane garde son épaisseur initiale de 20mm comme le montre la Figure 90.

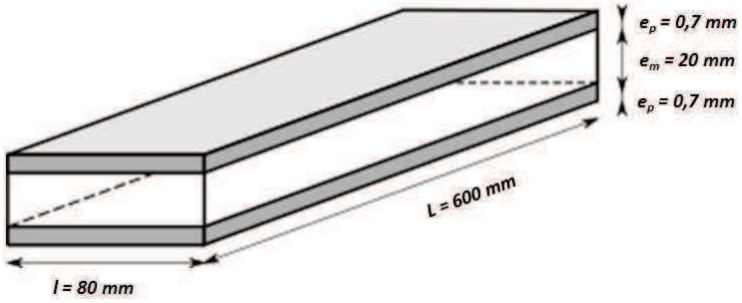


Figure 90 - Dimension de la poutre sandwich échantillon.

II.9 Conclusions

Les analyses effectuées dans ce chapitre ont porté sur le comportement en statique d'une poutre ayant des technologies permettant des couplages flexion-torsion de type structurel et inertiel. Le couplage structurel est introduit par la présence d'un tissu carbone hors axes d'orthotropie par rapport à l'axe de l'envergure de la poutre. Deux types de technologies ont été choisies pour créer un couplage flexion-torsion de type inertiel. Les technologies sont inspirées de la structure interne existante des pales d'hélicoptères. Une grande partie de cette structure interne est constituée de mousse dont le rôle est de stabiliser les peaux du revêtement. La première idée consiste à introduire un gradient de mousse horizontal dans ces zones de remplissage afin de changer la position des centres de gravité, élastique et de torsion de la section. La seconde idée porte sur le positionnement du raidisseur de manière à actionner les mêmes leviers de couplage. Cet élément permet initialement l'ajout de raideur en torsion et limite la propagation du décollement peau/mousse suite à un impact sur une pale réelle. L'apport en raideur de torsion de la nervure peut être modulé en fonction de son positionnement dans la largeur de la section. L'idée d'introduire une nervure évolutive dans l'envergure permettrait de changer la raideur en torsion en fonction de l'envergure et ainsi obtenir un couplage flexion-torsion de différente intensité tout au long de la poutre. L'observation des effets de chacune de ces technologies et leurs interactions sur le couplage flexion-torsion s'est avérée complexe.

Le profil aérodynamique a tout d'abord été associé à une ellipse. Les dimensions d'une pale arrière d'un AS350 ont été préférées aux dimensions d'une pale principale pour réduire la complexité tout en conservant des dimensions réalistes. L'ensemble des solutions technologiques ont été introduites progressivement par différentes configurations pour déterminer l'architecture optimale pour chacune d'elles. Le paramètre de référence est le taux

de vrillage induit de la poutre lorsqu'elle est soumise à une force ponctuelle située en son extrémité et exercée en son centre géométrique.

Les conclusions sur l'orientation optimale du pli couplant sont en accord avec la littérature et une orientation à 20° pour un couplage structurel maximum a été trouvée. L'étude sur le gradient de mousse a montré qu'une architecture qui associe une mousse basse densité et une autre haute densité séparée à 50% de la largeur générait le meilleur couplage inertiel. Plusieurs positions de la nervure ont ensuite été testées de manière à obtenir un comportement du vrillage de la poutre en fonction de sa position dans la largeur. Un positionnement à 70% de la largeur permet un couplage inertiel maximal. L'association de l'ensemble des technologies couplantes dans une poutre de section elliptique a permis de mettre en évidence une participation de 85% du couplage structurel et de 15% du couplage inertiel sur le taux de vrillage induit de la poutre de section elliptique.

Pour étudier les interactions entre les technologies couplantes, cette répartition n'est pas optimale et c'est la raison pour laquelle plusieurs géométries pouvant être associées à des structures aéronautiques ont été testées. Parmi elles la poutre sandwich permet une influence plus équilibrée de la participation des technologies couplantes sur le taux de vrillage induit. C'est donc cette architecture qui a été retenue pour la suite des travaux à dominante expérimentale de cette thèse. La suite de l'étude sur le couplage flexion-torsion nécessite la création d'une poutre expérimentale qui pour des raisons pratique doit être différente des essais numériques. Une étude d'influence des dimensions a donc été réalisée pour aboutir à une poutre échantillon de type sandwich de longueur 600mm, pour une largeur de 80mm et d'épaisseur 21,4mm.

L'étape suivante consiste à étudier l'association des différents types de couplage flexion-torsion lorsque la poutre est soumise à une excitation harmonique. Dans le cadre d'un hélicoptère, la pale est soumise à des vibrations issues de la rotation du rotor et des forces aérodynamiques. C'est pour ces raisons que la poutre devra être caractérisée en dynamique vibratoire. Cette campagne sera divisée en deux parties. La première consistera à réaliser un modèle élément fini dans le but de calculer les fréquences propres, de visualiser les déformées modales et d'obtenir la fonction de réponse en fréquence de la poutre. La deuxième partie concernera la réalisation d'une campagne expérimentale dans le but de valider les résultats issus du modèle numérique proposé et de vérifier si l'ensemble des phénomènes physique sont bien pris en compte pour obtenir un modèle prédictif.

Chapitre III

Etude Dynamique

III.1 Introduction 108
III.2 Dynamique des structures 108
III.2.1 Le principe de superposition modale 111
III.2.2 Paramètres effectifs 114
III.3 Etat de l'art des poutres en dynamique 116
III.3.1 Résolutions analytique 116
III.3.2 Méthode de résolution des équations du déplacement 119
III.3.3 Résolutions Numérique 121
III.3.4 Bilan 124
III.4 Outils de corrélation essai/simulation 124
III.4.1 Corrélation des fonctions de réponse en fréquence 125
III.4.2 Corrélation des fréquences propres 126
III.4.3 Corrélation des déformées modales 127
III.4.4 Sources d'imprécision de corrélation essai/simulation. 128
III.5 Essais dynamique 129
III.5.1 Analyse expérimentale 129
III.5.2 Analyse numérique 133
III.5.3 Choix du montage expérimental 138
III.5.4 Corrélation essai/simulation du montage « excitation ponctuelle » 138
III.5.5 Conclusions sur le choix du montage expérimental 148
III.6 Etude du couplage flexion-torsion : Poutre sandwich 149
III.6.1 Etude du couplage structurel (poutre de type 2) 149
III.6.2 Etude du couplage inertiel (poutre de type 3) 154
III.6.3 Combinaison des couplages flexion-torsion (poutre de type 4) 159
III.6.4 Phénomène de « mode veering » 164
III.6.5 Bilan de l'étude de la poutre sandwich 167
III.7 Etude du couplage flexion-torsion : Tronçon de pale 169
III.7.1 Phase expérimentale 169
III.7.2 Modèle numérique du tronçon de pale 172
III.7.3 Etude des technologies couplantes 174
III.7.4 Bilan de l'étude du tronçon de pale 194
III.8 Conclusion 196

III.1 Introduction

Les conclusions du chapitre II ont permis d'établir quatre configurations types avec une poutre sandwich sans technologies couplantes qui servira de référence pour permettre l'évaluation de la pertinence des montages expérimentaux à étudier le couplage flexion-torsion. Les technologies de couplages retenues sont :

- Une configuration ou seul le pli carbone dans les peaux est orienté (type 2).
- Une configuration composée uniquement d'un gradient de mousse horizontal (type 3).
- Une configuration (type 4) avec l'ensemble des technologies couplantes associés.

A noter que les sandwichs de l'étude dynamique ne présentent pas de raidisseur évolutif car la poutre ne serai plus considéré comme sandwich mais comme une poutre en I pleine. De plus l'association des trois technologies pourrait être trop complexe dans un premier temps. Pour chaque configuration, trois poutres sont fabriquées et testées pour valider la cohérence des résultats.

Dans ce chapitre, une étude dynamique des 4 configurations de poutres sandwich va être menée. La première étape sera de déterminer le montage expérimental le plus adéquat pour l'étude du couplage flexion-torsion en dynamique vibratoire. Deux types de montages sont possibles. Le premier consiste à exciter la poutre de manière ponctuelle avec un signal aléatoire ou sinus glissant sur une gamme de fréquence allant de 10Hz à 1000Hz. Un scan de la surface permet la recomposition des déformées modales. Le second montage diffère du premier par la nature de l'excitation. Le signal d'excitation se fait par un sinus glissant appliqué directement à l'encastrement de manière à réaliser une excitation généralisée de la poutre. Pour déterminer lequel de ces montages est le plus adapté, la poutre de référence est utilisée pour ne pas compliquer l'étude avec la présence d'un couplage flexion-torsion. Les résultats expérimentaux seront comparé avec un modèle numérique 3D développé sous SAMCEF en utilisant les modules DYNAM et REPDYN. Une fois le montage calibré et validé avec le modèle numérique, une série de tests sur le comprenant dynamique des différentes natures de couplage sera réalisé et comparé aux résultats numériques via différents outils de corrélation tel que le nombre de MAC, de FRAC et la visualisation graphique. Les effets de l'association des deux technologies couplantes sur le comportement dynamique de la poutre sandwich et le couplage sera ensuite étudié permettant par la même occasion de valider la robustesse du modèle.

III.2 Dynamique des structures

L'analyse dynamique d'une structure peut être réalisée de deux manières différentes et complémentaires. Ces deux approches sont communément appelées analyse modale numérique et analyse modale expérimentale.

L'analyse numérique d'une structure complexe nécessite plusieurs étapes de résolution. Tout d'abord le système complexe avec N degrés de libertés peut être discrétisé en une somme de plusieurs sous-systèmes simple à un seul degré de liberté (Figure 91). Pour chaque sous système simple, les matrices de masse, raideur et amortissement peuvent être calculées dans leurs repères locaux. Une sommation de l'ensemble de ces matrices dans le repère global peut alors être faite, représentant ainsi les propriétés de masse, raideur et amortissement du système dans sa totalité. Cette étape a l'avantage d'être robuste mais a l'inconvénient de donner une taille de modèle importante.

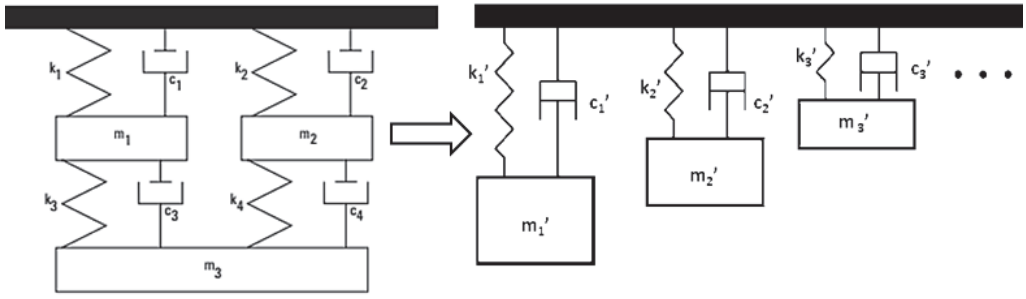


Figure 91 - Simplification d'un système à N DDL en plusieurs systèmes à 1 DDL.

Une recherche des modes propres de la structure peut alors être faite en résolvant le problème aux valeurs propres. Plusieurs techniques de résolutions sont disponibles tel que les méthode directes (Jacobi, Méthode Householder-QR-Inverse Iteration) et les méthodes itératives (Lanczos, sous espace). L'ensemble de ces méthodes seront détaillées dans le paragraphe III.3.3. Cette étape est souvent appelée « synthèse modale ». Elle permet de réduire la taille du problème aux valeurs propres mais des erreurs de troncature peuvent engendrer des pertes de précision de calcul. Une fois les modes propres calculés, la méthode de superposition modale peut être utilisée afin d'obtenir la fonction de transfert du système.

L'analyse modale expérimentale permet d'obtenir les paramètres modaux d'un système pouvant être complexe, linéaire et invariant dans le temps tel que les fréquences propres, le facteur d'amortissement ou bien encore les vecteurs propres. Un problème dynamique de type vibration doit être exprimé en tenant compte des conditions aux limites et des caractéristiques du système, décrites par les paramètres modaux. Dans la plupart des cas, l'approche expérimentale est utilisée pour valider ou pour corriger la valeur des paramètres modaux obtenus numériquement à l'aide de modèles analytiques ou élément finis. L'analyse modale expérimentale est utile dans différents domaines tel que l'élaboration, le diagnostic ou le contrôle de systèmes mécaniques.

Une bonne compréhension de la dynamique des structures est très utile pour la réalisation d'analyses modale expérimentales. Il est important de connaitre les relations entre les fonctions de réponses en fréquences et les paramètres modaux comme le montre la Figure 92.

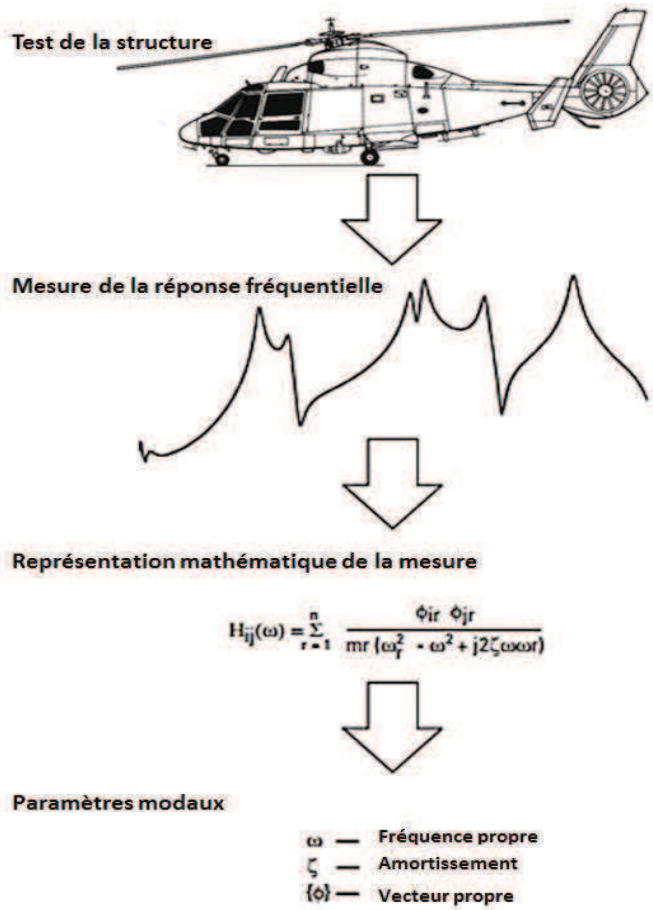


Figure 92 - Présentation des différentes phases d'une analyse modale [Agilent, 2000].

La réalisation d'une analyse modale expérimentale permet l'obtention d'une fonction de réponse en fréquence (FRF) du système. Elle est définie par une transformée de Fourier du signal de sortie divisée par une transformée de Fourier du signal d'entrée. Elle ne doit pas être confondue avec la fonction de transfert qui est la représentation mathématique de la FRF caractérisée par les paramètres modaux. La fonction de transfert est définie par la division du signal d'entrée par celui de sortie dans le domaine de Laplace. A partir de la fonction de transfert, on obtient les modes propres de la structure en identifiant analytiquement les paramètres modaux pour donner la meilleure approximation de la fonction de transfert expérimentale. Cette étape est appelée « identification modale ». Cette identification modale n'est autre que l'inverse de la superposition modale. A partir des modes propres obtenus il est donc possible de retrouver les paramètres modaux et les matrices de masse, raideur et amortissement expérimentales via les équations Eq. III-1 et Eq. III-2.

$$\zeta_{\underline{k}} = \frac{c_{\underline{k}}}{\sqrt{2k_{\underline{k}}m_{\underline{k}}}} \qquad \textit{Eq. III-1}$$

$$\omega_{\underline{k}} = \sqrt{\frac{k_{\underline{k}}}{m_{\underline{k}}}} \qquad \textit{Eq. III-2}$$

Avec, l'indice $\underline{k}$ correspond à un mode propre donné.

Un récapitulatif du procédé d'analyse est présenté dans la Figure 93 ci-dessous.

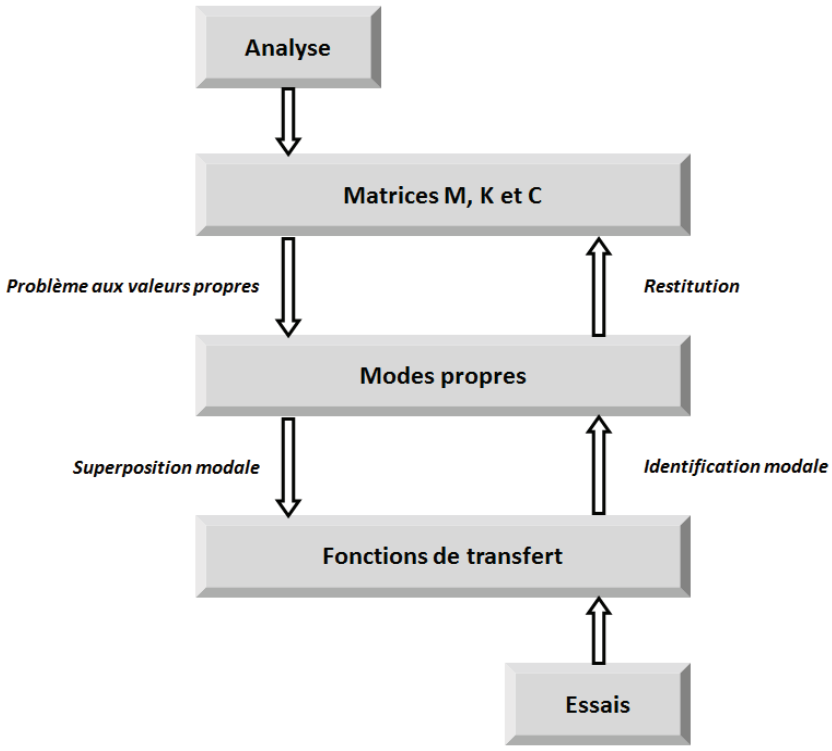


Figure 93 - Schéma récapitulatif du procédée d'analyse [Girard et Roy, 2003].

III.2.1 Le principe de superposition modale

Le principe de superposition modale s'inscrit dans la méthode de résolution par l'approche modale d'un système de n dégrée de liberté. L'approche modale revient à résoudre les équations du mouvement sans excitation et ainsi exprimé $X(\omega)$, la transformée de Fourier de l'excitation $x(t)$, sous la forme :

$$X(\omega) = \sum_{\underline{k}} X_{\underline{k}}(\omega) \qquad \textit{Eq. III-3}$$

La somme de l'ensemble des termes $\underline{k}$ est la contribution à un mode propre de la structure. C'est cette technique de somme des contributions des termes $\underline{k}$ que l'on appelle technique de superposition modale.

L'approche modale consiste à résoudre l'équation du mouvement en deux étapes. La première concerne la résolution de l'équation sans excitation pour obtenir les modes propres de la structure. La deuxième étape utilise la superposition des modes.

L'équation du mouvement s'écrit :

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ij} \\ M_{ji} & M_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{ij} \\ C_{ji} & C_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} \qquad \textit{Eq. III-4}$$

Le mouvement sans excitation revient à imposer des forces sur les DDL interne nulles, soit $F_i = 0$ et des déplacements sur les DDL de jonction à zéro, soit $u_j = 0$.

Ainsi l'Eq. III-4 peut être écrite sous la forme :

$$M_{ii}\ddot{u}_i + C_{ii}\dot{u}_i + K_{ii}u_i = 0_i \qquad \textit{Eq. III-5}$$

$$M_{ji}\ddot{u}_j + C_{ji}\dot{u}_j + K_{ji}u_j = F_j \qquad \textit{Eq. III-6}$$

La fréquence propre $f_{\underline{k}}$ et la forme $\Phi_{i\underline{k}}$ définissent le mode propre $\underline{k}$. Un mode propre est donc une forme associée à une fréquence caractéristique de la structure. Les formes propres $\Phi_{i\underline{k}}$ vérifient des propriétés d'orthogonalité par rapport aux matrices de masse M_{ii} et de raideur K_{ii} qui découlent de leurs symétries.

La masse généralisée peut alors s'écrire :

$$\Phi_{\underline{k}i} M_{ii} \Phi_{i\underline{k}} = m_{\underline{k}} \qquad \textit{Eq. III-7}$$

La raideur généralisée peut alors s'écrire :

$$\Phi_{\underline{k}i} K_{ii} \Phi_{i\underline{k}} = \omega_{\underline{k}}^2 m_{\underline{k}} = k_{\underline{k}} \qquad \textit{Eq. III-8}$$

La masse généralisée est le second paramètre modal après la fréquence propre pour qualifier la forme propre. Elle joue le rôle de normalisation l'ensemble des formules de superposition modale.

La matrice diagonale des masses généralisées $m_{\underline{k}}$ peut s'exprimer sous la forme :

$$\Phi_{ki} M_{ii} \Phi_{ik} = m_{kk} \qquad \textit{Eq. III-9}$$

La matrice diagonale des raideurs généralisées $k_{\underline{k}}$ peut s'exprimer sous la forme :

$$\Phi_{ki} K_{ii} \Phi_{ik} = k_{kk} \qquad \textit{Eq. III-10}$$

Les propriétés d'orthogonalité de ces matrices permettent de découpler les équations projetées dans la base des modes pour établir les relations traduisant la superposition modale.

Les modes propres sont à composantes nulles sur les DDL de jonction et ne peuvent donc pas représenter de mouvement. Il est donc nécessaire d'ajouter des formes non nulles sur ces DDL ce qui revient à écrire :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{ij} \\ 0_{jk} & I_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_k \\ u_j \end{bmatrix} \qquad \textit{Eq. III-11}$$

La première relation de l'Eq. III-11 traduit la décomposition du mouvement absolu en un mouvement relatif par rapport à la jonction et un mouvement d'entraiment de la jonction. La seconde relation est une identité traduisant la conservation des déplacements de jonction.

L'équation du mouvement peut alors se réécrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} m_{kk} & L_{kj} \\ L_{jk} & \overline{M}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_k \\ \ddot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{kk} & 0_{kj} \\ 0_{jk} & 0_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_k \\ \dot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{kk} & 0_{kj} \\ 0_{jk} & \overline{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_k \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{ki} F_i \\ \Psi_{ji} F_i + F_j \end{bmatrix} \qquad \textit{Eq. III-12}$$

Où, L_{kj} la matrice des facteurs de participation, $\overline{M}_{jj}$ est la matrice de masse condensée à la jonction et $\overline{K}_{jj}$ la matrice de raideur condensée à la jonction.

La méthode de résolution des modes réels consiste à écarter les amortissements du problème aux valeurs propres. Les matrices m_{kk} et k_{kk} sont diagonales ce qui n'est pas le cas de la matrice c_{kk}. Pour résoudre le problème il est donc nécessaire de diagonaliser c_{kk} en utilisant les hypothèses de Basile ou de Rayleigh. Ces hypothèses consistent à dire que le système doit être faiblement amorti (termes extra-diagonaux faible devant les termes diagonaux) et que les fréquences propres de la structures ne soit pas proche les unes des autres.

En découplant l'Eq. III-12 en autant de mode $\underline{k}$ on obtient :

$$m_{\underline{k}} \ddot{q}_{\underline{k}} + c_{\underline{k}} \dot{q}_{\underline{k}} + k_{\underline{k}} q_{\underline{k}} = \Phi_{\underline{k}i} F_i - L_{\underline{k}j} \ddot{u}_j \qquad \textit{Eq. III-13}$$

Il s'agit maintenant de résoudre les Eq. III-12 et Eq. III-11 qui traduisent la superposition des modes dans le domaine fréquentiel. Pour cela la solution doit être exprimée sous la forme générale suivante.

$$\begin{bmatrix} u_i(\omega) \\ F_j(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ii}(\omega) & T_{ij}(\omega) \\ -T_{ji}(\omega) & K_{jj}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_i(\omega) \\ u_j(\omega) \end{bmatrix} \qquad \textit{Eq. III-14}$$

L'Eq. III-13 peut donc s'écrire sous la forme :

$$\left(-\omega^2 m_{\underline{k}} + i\omega c_{\underline{k}} + k_{\underline{k}}\right) q_{\underline{k}} = \Phi_{\underline{k}i} F_i + \omega^2 L_{\underline{k}j} u_j \qquad \textit{Eq. III-15}$$

En considérant l'amortissement $c_{\underline{k}} = \zeta_{\underline{k}} 2\sqrt{k_{\underline{k}} m_{\underline{k}}}$ et la pulsation $\omega_{\underline{k}} = \sqrt{\frac{k_{\underline{k}}}{m_{\underline{k}}}}$ le déplacement modal se réécrit sous la forme :

$$q_{\underline{k}} = H_{\underline{k}}(\omega) \frac{1}{k_k} \left(\Phi_{\underline{k}i} F_i + \omega^2 L_{\underline{k}j} u_j\right) \qquad \textit{Eq. III-16}$$

Avec le facteur d'amplification dynamique égal à :

$$H_{\underline{k}}(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{\underline{k}}}\right)^2 + i2\zeta_{\underline{k}}\frac{\omega}{\omega_{\underline{k}}}} \qquad \textit{Eq. III-17}$$

Les équations Eq. III-11, Eq. III-12 et Eq. III-14 permettent d'obtenir les fonctions de transfert en flexibilité dynamique $G_{ii}(\omega)$, transmissibilité dynamique $T_{ij}(\omega)$ et raideur dynamique $K_{jj}(\omega)$.

$$G_{ii}(\omega) = \sum_{\underline{k}=1}^{N} H_{\underline{k}}(\omega)\frac{\Phi_{i\underline{k}}\Phi_{\underline{k}i}}{\omega_{\underline{k}}^2 m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-18}$$

$$T_{ij}(\omega) = \Psi_{ij} + \sum_{\underline{k}=1}^{N} H_{\underline{k}}(\omega)\frac{\omega^2}{\omega_{\underline{k}}^2}\frac{\Phi_{i\underline{k}}L_{\underline{k}j}}{m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-19}$$

$$K_{jj}(\omega) = -\omega^2\overline{M}_{jj} + \overline{K}_{jj} - \omega^2\sum_{\underline{k}=1}^{N} H_{\underline{k}}(\omega)\frac{\omega^2}{\omega_{\underline{k}}^2}\frac{L_{j\underline{k}}L_{\underline{k}j}}{m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-20}$$

Avec l'expression de la masse dynamique,

$$M_{jj}(\omega) = \overline{M}_{jj} + \frac{\overline{K}_{jj}}{-\omega^2} + \sum_{\underline{k}=1}^{N} H_{\underline{k}}(\omega)\frac{\omega^2}{\omega_{\underline{k}}^2}\frac{L_{j\underline{k}}L_{\underline{k}j}}{m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-21}$$

La superposition modale est symbolisée par les symboles de somme et chaque mode propre k se comporte comme un système à 1 DDL et sa contribution est le produit entre une amplification dynamique $H_{\underline{k}}(\omega)$ exprimée en fonction des paramètres modaux ($\zeta_{\underline{k}} et\ \omega_{\underline{k}}$) et une matrice de paramètres effectifs tel que les formes propres $\Psi_{i\underline{k}}$ et les facteurs de participation $L_{\underline{k}j}$. Ces termes sont indépendants de la fréquence et de même dimension que le transfert considéré.

Dans le cas d'une troncature modale, seulement les n premiers modes sont sommés. L'influence des modes situés au-delà de la troncature n'est pas prise en compte et constitue une erreur. Celle-ci peut être importante et nécessite une correction, ce que les paramètres effectifs sont susceptibles de fournir.

III.2.2 Paramètres effectifs

La notion de paramètres modaux effectifs est utilisée pour répondre à divers problèmes de compréhension des phénomènes et de limitation liée aux erreurs de troncature. Les paramètres modaux jouent donc un rôle essentiel dans le calcul de réponses structurelles.

L'Eq. III-14 fait apparaitre les paramètres modaux effectifs suivant :

La matrice des flexibilités effectives,

$$\tilde{G}_{ii,\underline{k}} = \frac{\Phi_{i\underline{k}}\Phi_{\underline{k}i}}{\omega_{\underline{k}}^2 m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-22}$$

La matrice des transmissibilités effectives,

$$\tilde{T}_{ij,\underline{k}} = \frac{\Phi_{i\underline{k}}L_{\underline{k}j}}{m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-23}$$

La matrice des masses effectives,

$$\tilde{M}_{jj,\underline{k}} = \frac{L_{j\underline{k}}L_{\underline{k}j}}{m_{\underline{k}}} \qquad \textit{Eq. III-24}$$

On notera que les paramètres effectifs présentés ne dépendent pas de la normalisation des formes propre. La masse généralisée joue un rôle de normalisation vis-à-vis des formes propres pour rendre physique les paramètres effectifs.

Le cumul des paramètres effectifs redonne la propriété statique du système. Lors d'une troncature les paramètres effectifs des modes supérieurs ne sont pas pris en compte et une erreur résiduelle apparait. Différentes règles de sommation des paramètres effectifs existent et sont détaillés dans [Girard et Roy, 2003]. Les équations de l'équation Eq. III-18 à Eq. III-20 peuvent être réécrites dans le cas où seuls les n premiers modes sont pris en compte :

$$\begin{aligned} G_{ii}(\omega) &\approx \sum_{\underline{k}=1}^{n} H_{\underline{k}}(\omega)\tilde{G}_{ii,\underline{k}} + G_{ii,res} \\ T_{ij}(\omega) &\approx \sum_{\underline{k}=1}^{n} T_{\underline{k}}(\omega)\tilde{T}_{ij,\underline{k}} + T_{ij,res} \\ M_{jj}(\omega) &\approx \sum_{\underline{k}=1}^{n} T_{\underline{k}}(\omega)\tilde{M}_{jj,\underline{k}} + M_{jj,res} + \frac{\overline{K}_{jj}}{-\omega^2} \end{aligned} \qquad \textit{Eq. III-25}$$

Avec,

Les flexibilités résiduelles,

$$G_{ii,res} = G_{ii} - \sum_{\underline{k}=1}^{n} \tilde{G}_{ii,\underline{k}} \qquad \textit{Eq. III-26}$$

Les Transmissibilités résiduelles,

$$T_{ij,res} = \Psi_{ij} - \sum_{\underline{k}=1}^{n} \tilde{T}_{ij,\underline{k}} \qquad \textit{Eq. III-27}$$

Les masses résiduelles,

$$M_{jj,res} = \overline{M}_{jj} - \sum_{\underline{k}=1}^{n} \widetilde{M}_{jj,\underline{k}} \qquad \textit{Eq. III-28}$$

Les masses effectives peuvent être utilisées pour représenter un mode propre par un système à 1 DDL. Dans un cas général, la masse agit selon un mouvement hélicoïdal combinant translations et rotations dans un rapport donnée. Les autres paramètres effectifs peuvent aussi représenter un mode propres mais leurs sens physique et moins évident que celui des masses effectives.

III.3 Etat de l'art des poutres en dynamique

Cette thèse comporte un aspect important sur le comportement dynamique des poutres composite. Un art de l'art sur les modèles analytiques des poutres composite en vibration sera d'abord présenté. Il s'en suivra d'un état de l'art des différentes méthodes de résolution de problèmes dynamiques dans les modèles éléments finis. Cette partie conditionnera le choix du support numérique qui sera retenu pour modéliser le comportement d'une poutre en présence d'un couplage inertiel et structurel [Hajianmaleki et Qatu, 2013].

III.3.1 Résolutions analytique

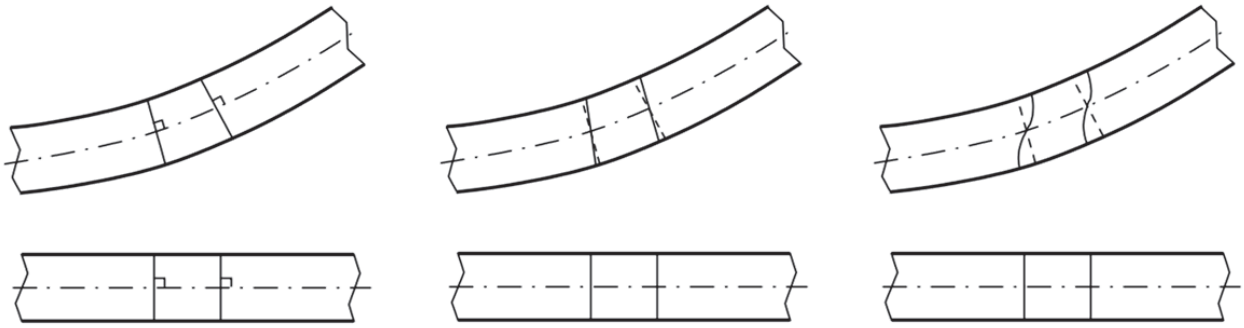
De nombreux modelés analytiques de vibration pour les poutres existent. L'état de l'art présentera quelques travaux basés sur différentes théorie telles que les théories d'Euler-Bernoulli, Timoshenko et celles dites d'ordres supérieurs.

III.3.1.1 *Théorie d'Euler-Bernoulli*

La théorie d'Euler-Bernoulli aussi appelée CBT (Classical Beam Theory) est considérée comme la plus simple pour les poutres en flexion. Dans ce modèle les contraintes de cisaillement et les inerties de rotations des sections ne sont pas pris en compte du fait des hypothèses cinématiques (Figure 94-a).

[Mei, 2005a] a étudié les effets du couplage flexion-torsion sur une poutre composée de 12 plis de carbone orienté à 0° et 45°. Une analyse en vibration libre a été réalisée sur une poutre sans couplage et une autre présentant un séquençage des plis déséquilibrés pour obtenir le couplage flexion-torsion. De bons résultats ont été obtenus par rapport aux données issues de la littérature et leur comparaison a montré une forte influence du couplage sur les modes de flexion à basse fréquence et peu d'influence sur les modes de torsion. Cependant le modèle développé du fait des hypothèses d'Euler-Bernoulli, ne prend pas en compte les effets du gauchissement, les contraintes de cisaillement et les inerties de rotation. [Gunda et al., 2011] ont investigués les vibrations de grandes amplitudes dans les poutres laminées composites composées d'empilements symétriques et antisymétriques. Une série

d'équations retranscrivant les non linéarités de Von Karma ont été résolue via la théorie CBT et la méthode de Rayleigh-Ritz. Les résultats des fréquences harmoniques non linéaires ont été comparés au un modèle éléments finis et présente des résultats corrects pour un temps de calcul moindre.



a) *Théorie d'Euler-Bernoulli* b) *Théorie de Timoshenko* c) *Théorie de Timoshenko d'ordre supérieur*

Figure 94 - Schéma de déformation poutre des différentes théories de poutres.

III.3.1.2 *Théorie de Timoshenko*

La théorie des poutres de Timoshenko, aussi appelée SDT (Shear Deformation Theory) prend en compte les effets du cisaillement et les inerties de rotations des sections comme le montre la Figure 94-b.

[Suresh et al., 1990] ont travaillés sur les effets du gauchissement en vibration libre sur les poutres composites en présence d'un couplage flexion-torsion. Deux approches ont été étudiées. L'une, dite « méthode des modules » introduit la fonction de gauchissement exprimé en fonction de coefficients de module élastique dans l'équation du déplacement et l'autre en termes de quantité de conformité élastique. Ces deux modèles enrichis d'une fonction de gauchissement ne prennent pas en compte les inerties de rotation et les contraintes de cisaillement. Les résultats de l'étude ont permis de montrer que la méthode dite des modules doit avoir une fonction de gauchissement pour converger vers des fréquences propres de la poutre acceptable si le couplage flexion-torsion est fort. Le premier mode de torsion a bien été retranscrit par les deux méthodes mais la méthode des modules présente une limitation pour le calcul des modes de flexions. Cette limitation est liée à sa fonction de gauchissement qui contraint la souplesse de la poutre.

[Song et Librescu, 1993] et [Song et Librescu, 1995], ont développés un modèle pour les poutres de sections quelconques ouvertes et fermées aux parois minces comme épaisses. Des effets comme la souplesse du cisaillement transverse issue du déplacement en flexion de la poutre et le gauchissement gêné sont pris en compte dans le modèle et montre l'importance de leurs effets sur le comportement dynamique en vibrations libres des poutres.

Les travaux de [Mei, 2005b ; Mei, 2005c] ont fait évoluer les travaux [Mei, 2005a] basé sur la théorie CBT vers la théorie SDT. Cette évolution a permis la prise en compte des inerties de rotation et les contraintes de cisaillement dans le modèle de vibrations libres des

poutres composite couplées. La corrélation avec les résultats présents dans la littérature a été améliorée.

III.3.1.3 *Théorie d'ordre supérieure*

La théorie des poutres d'ordres supérieurs peut aussi être connue sous le nom HSDT (Higher order Shear Deformation Theorie). Cette théorie permet de prendre en compte les effets du cisaillement, de l'effet Poisson et du gauchissement non uniforme plan et hors plan en fonction de la formulation des termes d'ordres plus ou moins élevés ajoutés dans l'équation du déplacement de la poutre (Figure 94-c).

[Suresh et Nagaraj, 1996] ont proposés une HSDT pour l'analyse statique et dynamique des poutres à parois minces pouvant être ouvertes ou fermées. Ces travaux portent notamment sur une étude d'un caisson aux parois minces avec des arrangements de pli symétrique et antisymétriques pour introduire un couplage flexion-torsion. Un travail de comparaison est également montré entre les résultats issus d'un modèle basée sur une théorie d'Euler-Bernoulli, de Timoshenko et leur théorie HSDT par rapport à des résultats expérimentaux mais aussi issus d'un modèle éléments finis. Une bonne corrélation tend d'un point de vue statique qu'en vibration a été obtenue pour leur formulation. Les modèles basés sur les théories CBT et SDT montrent des limitations sur le calcul des fréquences propres et des déformations de poutres en présence de couplage et pour des géométries complexes montrant ainsi l'importance d'une formulation non linéaire de la fonction du gauchissement.

[Marur et Kant, 1996] proposent une comparaison entre trois différents modèles basés sur une théorie HSDT d'ordre 3. Deux d'entre elles autorisent quatre dégrées de libertés (DDL) par nœud et la troisième cinq DDL. L'enrichissement de ces modèles diffère de par leurs définitions des fonctions de gauchissement, des variations cubiques des contraintes axiales et des variations quadratiques des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur. La comparaison est faite sur diverses configurations de poutres en vibrations libres pouvant être fines et épaisses et composées d'un arrangement symétrique ou antisymétrique. Il conclue que suivant les configurations des poutres chacun des modèles à 4 DDL à son domaine d'excellence et montre que le modèle à 5 DDL est le plus polyvalent.

[Zhen et Wanji, 2008] proposent un modèle dit « global-local » d'une HSBT. Cette théorie s'applique aux poutres sandwichs aux peaux constituées de laminées composite pour des analyses dynamiques. Cette théorie consiste à déterminer des termes de l'équation du déplacement au niveau du laminé (globaux) et des termes au niveau du pli lui-même (locaux). Ce modèle satisfait la continuité des déplacements et du cisaillement transverse aux interfaces et permet une prédiction des modes propres hautes fréquences pour des poutres sandwichs non symétriques avec une bonne précision.

[DiTaranto, 1965], [Mead et Markus, 1969] et [Mead, 1982], ont développés une théorie d'ordre 6 appliquée aux poutres sandwichs de façon à distinguer le comportement de la peau et de l'âme. L'astuce réside dans la description du cisaillement de l'âme dans laquelle a été introduite l'influence liée au déplacement de la peau. Dans ce modèle la peau est considéré comme homogène est se comporte comme dans la théorie d'Euler-Bernoulli. Le cisaillement

est définit constant dans l'âme. [Nilsson et Nilsson, 2002] reprennent les travaux antérieurs sur le modèle d'ordre 6 en y ajoutant la prise en compte de l'inertie de rotation des sections. Une excellente corrélation a été obtenu avec les résultats expérimentaux d'une poutre libre-libre excitée par un marteau d'impact. Son intérêt principal réside dans l'étude en vibration de structure légère ou les effets de cisaillement et d'inertie de rotation domine le comportement de la poutre.

III.3.2 Méthode de résolution des équations du déplacement

Plusieurs méthodes existent pour résoudre des problèmes analytiques dynamiques et vont être brièvement présentées dans ce paragraphe.

III.3.2.1 *La méthode DTM (Differential Transform Method)*

C'est une méthode semi-analytique basée sur les séries de Tylor étendues. C'est un outil important pour obtenir des solutions analytiques d'équations différentielles de formes polynomiales. Ces équations différentielles ainsi que les conditions aux limites sont transformées en une série d'équations algébriques pour obtenir la solution de problèmes. [Ozgumus et Kaya, 2007] ont utilisées cette technique pour étudier les vibrations libres d'une poutre conique double en rotation. Ils utilisent la théorie des poutres de Timoshenko tout en prenant en compte le couplage entre les modes de flexion et de torsion (Figure 95). Ils poursuivent ces travaux [Kaya et Ozgumus, 2007] en étudiant la réponse en vibration libre d'une poutre composite basée sur les hypothèses de Timoshenko avec introduction d'un couplage flexion-torsion. Cette étude est appliquée à une poutre de section fermée sous chargement axial.

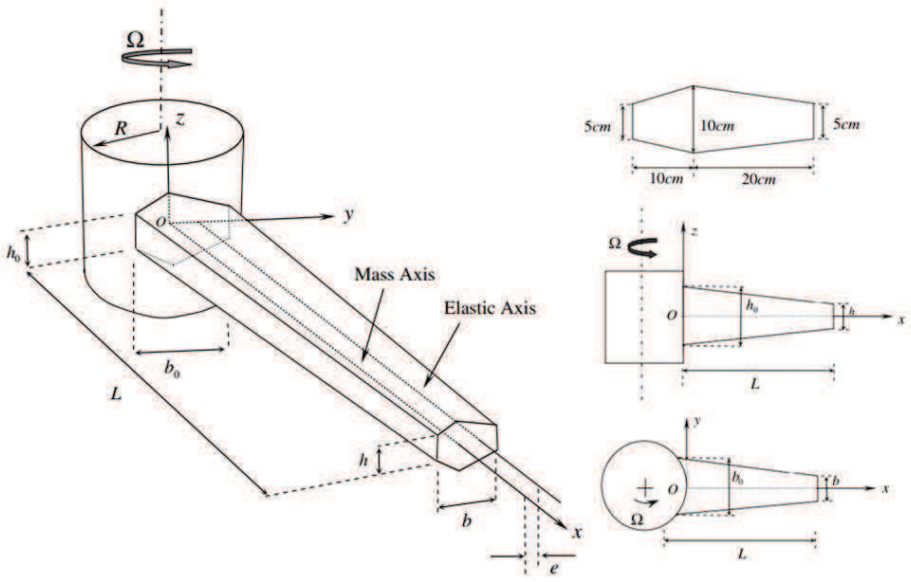


Figure 95 - Configuration de la pourte conique en rotation.

III.3.2.2 *La méthode DSMM (Dynamic Stiffness Matrix Method)*

Cette méthode utilise la solution analytique générale de l'équation différentielle du déplacement du système de façon à pouvoir formuler la dépendance en fréquence de la matrice de rigidité. Cette méthode décrit les vibrations libres du système et met en évidence les propriétés inertielles et de raideur du système. [Bannerjee et Williams, 1996 ; Williams et Banerjee, 1995] ont utilisés cette méthode couplée avec l'algorithme de Wittrick-Williams pour calculer les fréquences propres ainsi que les déformées modales d'une poutre présentant un couplage flexion-torsion en déplacement. [Jun et al., 2008] ont aussi fait appel à cette technique pour étudier les vibrations d'une poutre composite laminée avec des orientations aléatoires des plis (Figure 96).

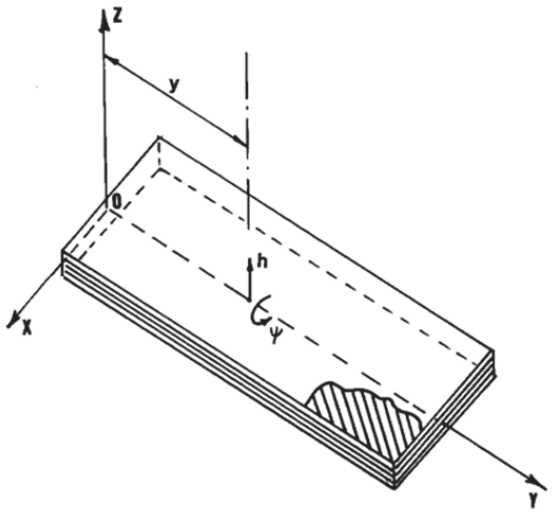


Figure 96 - Poutre laminé avec un couplage flexion-torsion.

III.3.2.3 *La méthode FEM (Finite Element Method)*

Cette méthode est utilisée pour résoudre des équations du mouvement pouvant être appliquées aux matériaux composites dans le cas de géométries complexes ou lors de la présence d'effets non linéaires de la structure. L'ensemble des théories des poutres précédemment décrites peuvent être implémentées dans un code éléments finis. La théorie SDT est généralement utilisée dans le cas de flexion double ou de torsion mais aussi dans les cas de poutre courbe aux parois minces de sections quelconques. La théorie HSDT peut être utilisée dans le cas de poutres délaminées amorties ou bien en présence de couplages tels que flexion-torsion ou extension-torsion. Elle peut être appliquée dans le cas de géométries complexes du type poutre conique ou poutre à section ouverte non symétrique. La combinaison de la théorie d'Euler-Bernoulli et de la méthode élément fini a été utilisée par [Zapfe et Lesieutre, 1999] pour proposer un modèle de poutre laminée discret dans le but de réaliser une étude dynamique sur poutre sandwich prenant en compte l'amortissement dans le pli. [Kwon et al., 2013] ont développés un modèle capable de calculer le comportement dynamique et la stabilité d'une pale en rotation en considérant la force gravitationnelle (Figure 97).

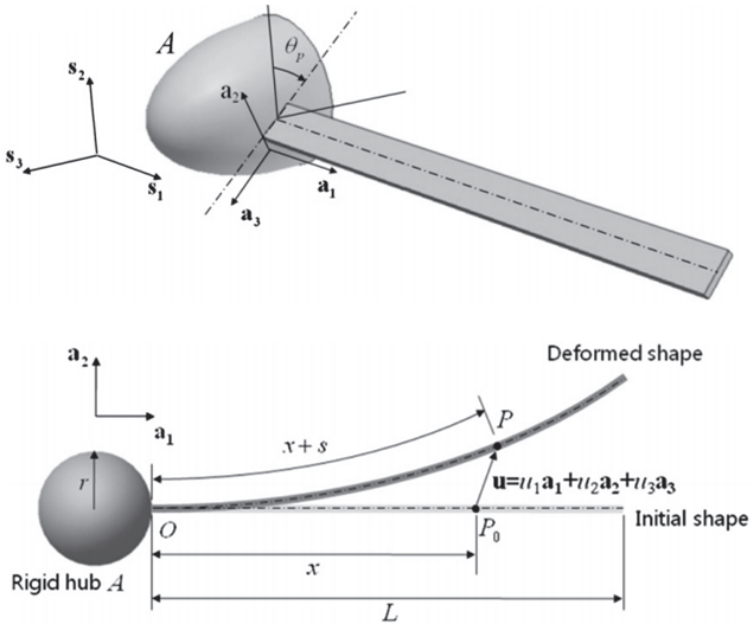


Figure 97 - Application du modele de Kwon aux eoliennes.

Le travail de [Rao et Gupta, 2001] est basé sur la théorie de Timoshenko (SDT) pour calculer les fréquences propres et les déformations modales d'une poutre vrillée et conique en rotation. Ce modèle prend en compte les effets du vrillage, de l'excentrage de masse en fonction de la vitesse de rotation mais ne prend pas en compte les effets du couplage flexion-torsion. [Vo et Lee, 2009] introduisent dans leur modèle dynamique, les effets du couplage et du flambement des parois minces pour des poutres laminées de section ouvertes avec un arrangement de plis arbitraire. La théorie HSDT a été choisie pour être associée avec de la FEM dans les travaux de [Duan, 2008]. Son modèle est basé sur l'énergie cinétique et potentielle dérivée du principe virtuel. L'énergie fonctionnelle inclue les effets du couplage flexion-torsion, de la torsion induite par le gauchissement et permet le calculer la position du centre de cisaillement.

[Sapountzakis et Dourakopoulos, 2008 ; Sapountzakis et Dourakopoulos, 2010] et [Sapountzakis et Dikaros, 2010] ont développés une autre méthode nommée BEM (Boundary Element Method). Cette méthode permet la résolution de problèmes liés aux vibrations en flexion et torsion d'une poutre de section quelconque. Elle prend en compte les effets du gauchissement, des inerties et les déformations en cisaillement d'une poutre en rotation. La BEM nécessite une discrétisation des éléments des conditions aux limites sous forme de lignes ou de paraboles et non sous forme surfacique comme dans les méthodes FEM classique.

III.3.3 Résolutions Numérique

Dans ce paragraphe plusieurs méthodes sont étudiées pour la résolution de problèmes aux valeurs propres dans les modèles élément fini. Lors d'une étude dynamique d'un système à plusieurs DDL, la résolution de problèmes est une étape couteuse pour les modèles

numériques. Pour mener ces études efficacement il faut adapter les algorithmes de calcul aux problèmes rencontrés. Le choix ce fait en fonction de la taille du système, de sa densité et du nombre de modes désirés. [Bathe, 1996 ; Dhatt et al., 2005 ; Germain, 2004]

On considère ici, un problème aux valeurs propres généralisé de la forme :

$$[K]\phi_i = \lambda_i[M]\phi_i \qquad \textit{Eq. III-29}$$

Avec $\phi_i \neq 0$ et $[K]$ et $[M]$ sont symétrique, dont au moins une définie positive.

En général le système à résoudre peut s'écrire de la forme :

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = f(t) \qquad \textit{Eq. III-30}$$

Si l'amortissement est négligé alors le système s'écrit de la forme :

$$[M]\ddot{x} + [K]x = f(t) \qquad \textit{Eq. III-31}$$

III.3.3.1 *Méthode de Jacobi généralisé*

Dans cette méthode, on cherche à ramener les matrices $[M]$ et $[K]$ sous une forme diagonale pour trouver les n valeurs et vecteurs propres du système. Ceci s'obtient par une séquence de transformations orthogonales successives du type :

$$\begin{aligned}[M_{k+1}] &= \left[R_k^T\right][M_k][R_k] \\ [K_{k+1}] &= \left[R_k^T\right][K_k][R_k]\end{aligned} \qquad \textit{Eq. III-32}$$

Avec $[R_k]$ la matrice de rotation vérifiant $\left[R_k^T\right][R_k] = I$. La matrice de rotation permet d'établir les termes hors de la diagonale égale à zéro. Les transformations sont des changements de bases de type isométries ne modifiant pas les valeurs propres. Les détails de l'algorithme sont détaillés dans [Dhatt et al., 2005].

Les avantages de cette technique sont dans un premier temps d'éviter la transformation du problème propre généralisé sous forme standard. Ceci est tout particulièrement intéressant lorsque les matrices sont mal conditionnées ou bien lorsque que les termes extra-diagonaux sont très petit ou encore lorsqu'il y a peu de terme nul dans la diagonale.

Cette méthode est simple et robuste. Elle calcule toute les valeurs propres même si elles sont confondues avec une bonne convergence. Cependant elle s'applique essentiellement aux systèmes à faible DDL du fait de son temps de calcul important.

III.3.3.2 *Méthode Householder-QR-Inverse Iteration (HQRI)*

Une autre technique importante de solution de transformation est la HQRI. C'est la combinaison d'une réduction de Householder, d'une transformation QR et d'une itération inverse. Cette technique consiste à transformer le problème propre généralisé sous la forme standard avant d'appliquer la méthode HQRI. Elle peut être décomposée en trois étapes :

Etape 1 : Utiliser la transformation Householder est utilisée pour réduire la matrice $[K]$ sous la forme tridiagonale.

Etape 2 : Lancer l'itération QR pour obtenir les valeurs propres

L'itération QR ce fait de la manière suivante :

L'étape de base de cette méthode est de décomposer la matrice $[K]$ sous la forme :

$$[K] = [Q][R] \qquad \textit{Eq. III-33}$$

Ou $[Q]$ est une matrice orthogonale et $[R]$ une matrice triangulaire supérieure.

Calcul de :

$$[R][Q] = [Q]^T[K][Q] \qquad \textit{Eq. III-34}$$

Itération suivante

Etape 3 : Utiliser l'intégration inverse pour obtenir les vecteurs propres de la matrice $[K]$ via les vecteurs propres issus de la matrice tridiagonale.

Cette méthode nécessite une grosse capacité de stockage et la transformation Householder de la matrice $[K]$ est très couteuse en temps de calcul. Le reste de la méthode est très efficace et converge bien mais rend cette méthode applicable qu'aux systèmes de taille limités.

III.3.3.3 *Méthode de Lanczos*

Cette méthode est très utilisée pour le calcul de valeurs propre dans les modèles élément fini avec un nombre de DDL élevé. Tout d'abord une procédure de tridiagonalisation est nécessaire pour pouvoir appliquer la transformation de Lanczos. Cette étape consiste à transformer le problème propre généralisé sous une forme standard avec une matrice de coefficient tridiagonale. Pendant le calcul des valeurs propres, cette transformation permet aussi le calcul des erreurs limites pour obtenir une estimation de la précision de calcul des valeurs propre. Si le calcul ne converge pas une autre étape de transformation de Lanczos est lancée.

C'est une méthode extrêmement rapide puisqu'elle permet de converger en 3 ou 4 itérations. Elle est donc très recommandée pour les grands systèmes du fait de son faible coup CPU. Toutefois la méthode de Lanczos est relativement instable. Cette instabilité est liée à l'architecture de son algorithme qui, au fil des itérations, perd l'orthogonalité sur les vecteurs successifs ce qui provoque les instabilités numérique. Elle se produit à chaque fois qu'une valeur propre converge. Toutefois un procédé de re-orthogonalisation a été introduit avec le procédé d'orthogonalisation Gram-Schindt pour pallier aux instabilités. La particularité de cette méthode c'est que l'itération peut se faire avec un vecteur simple ou bien par bloc de vecteur. Ceci a pour intérêt d'accroitre la vitesse de calcul. En contrepartie la précision de calcul est réduite.

III.3.3.4 *Méthode des sous espace*

Cette méthode est utilisée pour calculer les p premières valeurs propres d'un système de grande dimension. Ceci en fait une méthode très adaptée au calcul des valeurs et vecteurs propres des équations des éléments fini.

La méthode se décompose en plusieurs étapes :

Etapes 1 : Choisir un vecteur propre initial q avec q < p ou p est le nombre total des valeurs et vecteurs propres à calculer.

Etapes 2 : Exécuter simultanément l'itération inverse sur le vecteur q et une analyse de Ritz pour extraire la meilleure approximation du vecteur et valeur propres du vecteur initial.

Etape 3 : Tester la convergence des valeurs propres et répéter si nécessaire les étapes précédentes.

C'est une méthode simple, robuste et facile à implémenter grâce à son algorithme basique. Elle est très efficace pour le calcul de quelques valeurs propres d'un modèle composé d'un grand nombre de DDL.

III.3.4 Bilan

Ce paragraphe fait état une grande variété d'outils analytiques et numériques pour résoudre des problèmes dynamique de poutre composite. Une partie des travaux de cette thèse portent sur le comportement en dynamique du couplage flexion-torsion. La prise en compte de ce phénomène n'est pas encore très mature dans les modèles analytiques dynamique du fait des écarts encore présent lors de comparatifs entre les modèles analytiques et numériques. Le choix portera donc sur l'utilisation de modèles numérique par élément fini. L'état de l'art fait également état d'un nombre important de méthodes de résolution au sein même de cette famille des modèles numériques. Etant donné que les travaux de cette thèse porteront sur des grandes structures, de type pales d'hélicoptères, les modèles développés seront logiquement composés d'un nombre important de degrés de libertés. Ce qui réduit le choix à la méthode de Lanczos ou à celle des sous espace. Durant cette thèse, de nombreuses configurations devront être testées dans le but de comprendre les différentes influences de la présence d'un pli couplant et/ou d'une âme procédant un gradient de propriétés dans les poutres. C'est pourquoi la méthode de Lanczos sera choisie pour la rapidité de ces itérations (vitesse de calcul) et de son faible cout CPU.

III.4 Outils de corrélation essai/simulation

La corrélation entre les résultats issus de calculs numériques et ceux issus d'essais expérimentaux est nécessaire pour valider les modèles numériques. Il est donc essentiel d'avoir des outils simples, fiables et efficaces pour comparer deux bases de données d'origines différentes. Le processus de corrélation peut se synthétiser de la manière suivante (Figure 98).

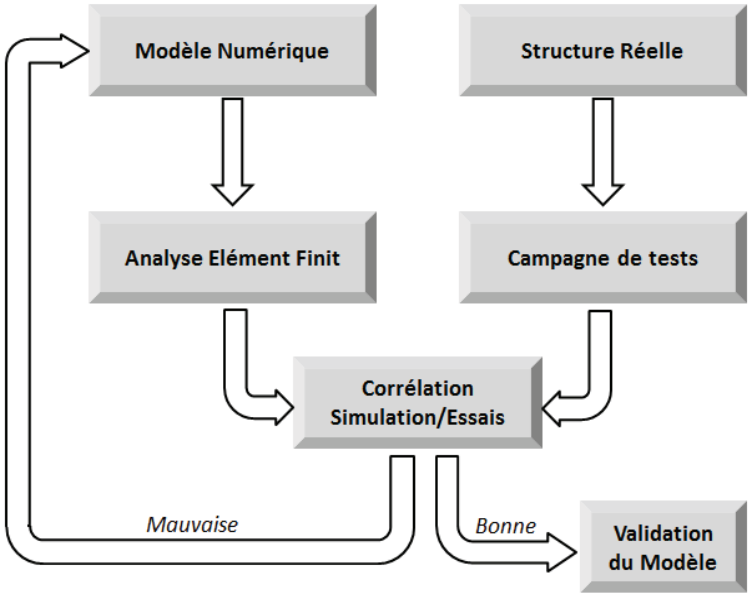


Figure 98 - Processus de corrélation essais/simulation.

Dans le domaine de la dynamique des structures, la comparaison de paramètres modaux tel que les fréquences propres se fait sans difficulté. D'autres paramètres comme les déformées modales sont plus délicats à étudier car la comparaison de deux vecteurs propres peut poser problème. Pour pallier à ce problème, de nombreux critères de comparaison ont été développés. Le critère de MAC (Modal Assurance Criterion) a été proposé dans les années 80 pour vérifier l'orthogonalité entre des vecteurs propres d'origines différentes. Ce critère est le plus répandu du fait de sa simplicité. Toutefois d'autres critères existent comme le critère de FRAC (Frequency Response Assurance Criterion) ou bien FDAC (Frequency Domain Assurance Criterion) permettant la comparaison entre les données FRF issues des analyses numériques et expérimentales. Le COMAC (Coodinate Modal Assurance Criteron) est une extension du critère de MAC détaillé dans [Allemang, 2003].

III.4.1 Corrélation des fonctions de réponse en fréquence

L'utilisation d'outils de corrélation basés sur les FRF est intéressante car ils sont plus faciles à obtenir expérimentalement que les vecteurs propres et ils nécessitent moins de post-traitement du signal. Les deux FRF peuvent être comparées sur l'ensemble de la bande fréquentielle ou sur seulement un échantillon. La seule hypothèse faite dans le cas de la corrélation via les FRF est que la FRF mesurée et celle calculée sont liées de manière linéaire à toutes les fréquences [Allemang, 2003].

Plusieurs outils de corrélation de FRF existent. Le FRAC permet une comparaison globale de la FRF est peut être considéré comme équivalant au COMAC (outils de corrélation des vecteurs propres). Le FDAC permet une comparaison locale et peut être considéré comme équivalent au MAC. De plus le FDAC permet la prise en compte des

résonnances comme des anti-résonnances ce qui n'est pas le cas du FRAC [Pascual et al., 1997].

$$FRAC(i,j) = \frac{\left|\{H_k(\omega_k)\}_{ij}^T \{H_l(\omega_l)\}_{ij}\right|^2}{\left(\{H_k(\omega_k)\}_{ij}^T \{H_k(\omega_k)\}_{ij}\right)\left(\{H_l(\omega_l)\}_{ij}^T \{H_l(\omega_l)\}_{ij}\right)} \qquad \textit{Eq. III-35}$$

$$FDAC(\omega_k,\omega_l) = \frac{(\{H_k(\omega_k)\}^T \{H_l(\omega_l)\})^2}{(\{H_k(\omega_k)\}^T \{H_k(\omega_k)\})(\{H_l(\omega_l)\}^T \{H_l(\omega_l)\})} \qquad \textit{Eq. III-36}$$

Ces deux critères permettent d'obtenir un chiffre compris entre 0 et 1. Un FRAC ou FDAC proche de 1 signifie une excellente corrélation. A contrario, un FRAC ou FDAC proche de 0 signifie qu'il n'y a aucune corrélation entre les deux FRF [Fotsch et Ewins, 2000].

III.4.2 Corrélation des fréquences propres

La corrélation des fréquences propres se fait essentiellement par comparaison numérique. Elle est souvent présentée sous la forme d'un tableau. Cette méthode de corrélation est intéressante mais peu visuelle. Une méthode graphique est plus propice à la comparaison et consiste à tracer les valeurs des fréquences propres numériques en fonction des valeurs des fréquences propres expérimentales (Figure 99). Dans le cas d'une bonne corrélation la pente de la droite doit être proche de 1.

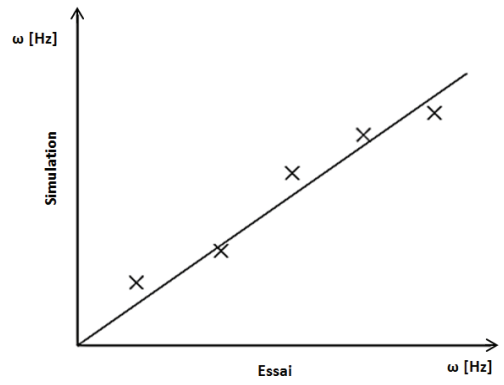


Figure 99 - Comparaison graphique essai/simulation des fréquences propres.

Cette technique permet non seulement de voir s'il y a une mauvaise corrélation des valeurs des fréquences propres mais aussi la nature de cette mauvaise corrélation. Une régression linéaire est utilisée pour obtenir le coefficient de détermination qui est un indicateur pour juger de l'alignement des points. Ce coefficient est le carré du coefficient de corrélation qui est la covariance entre la variable explicative (les fréquences propres expérimentales) et la variable à expliquer (les fréquences propres numériques). Par exemple, si des dispersions aléatoires apparaissaient autour de la droite ceci peut signifier que le modèle numérique présente des problèmes de maillage, d'éléments mal appropriés ou des problèmes de caractéristiques matériaux. S'il n'y a pas de dispersion des points par rapport à

la droite mais que cette droite ne possède pas une pente égale à 1 c'est que le modèle numérique a des problèmes lié à sa matrice de masse [Agilent, 2000].

III.4.3 Corrélation des déformées modales

Le critère de MAC se présente sous la forme d'une matrice aussi appelée matrice de corrélation modale. Cette matrice est souvent utilisée pour la comparaison entre deux ensembles de modes propres. Le critère de MAC, est le produit scalaire des deux vecteurs des modes propres et permet de vérifier l'orthogonalité de ces vecteurs.

La matrice de MAC associé à ces deux séries de vecteurs est définie par :

$$MAC_{(i,j)} = \frac{\left(\{\Phi_i\}_k^T\{\Phi_i\}_l\right)^2}{(\{\Phi_i\}_k^T\{\Phi_i\}_k)(\{\Phi_i\}_l^T\{\Phi_i\}_l)} \qquad \textit{Eq. III-37}$$

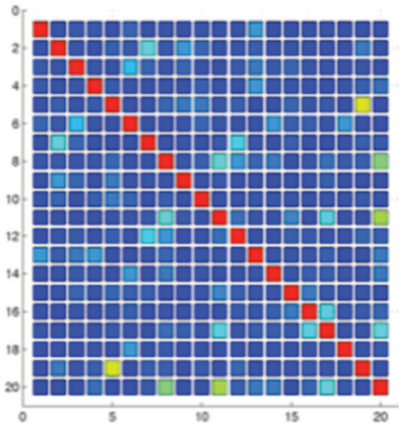
Cette matrice permet de quantifier le degré de corrélation entre deux vecteurs par une valeur comprise entre 0 et 1. Une valeur de 1 indique que le vecteur du n^{ième} mode de la première série (issue de l'expérimentale) est colinéaire au vecteur du n^{ième} mode de la deuxième série (issue de la simulation). En d'autre terme, la corrélation est parfaite. Une valeur de 0 indique que le vecteur du n^{ième} mode de la première série est purement orthogonal au vecteur du n^{ième} mode de la deuxième série. Les déformées sont donc très différentes l'une de l'autre.

En réalité, le coefficient de corrélation se situe plus souvent entre ces deux bornes. Un indice de MAC égal à 0,9 indique une très bonne corrélation tandis qu'un MAC inférieur à 0,7 correspond à une corrélation médiocre (Figure 100).

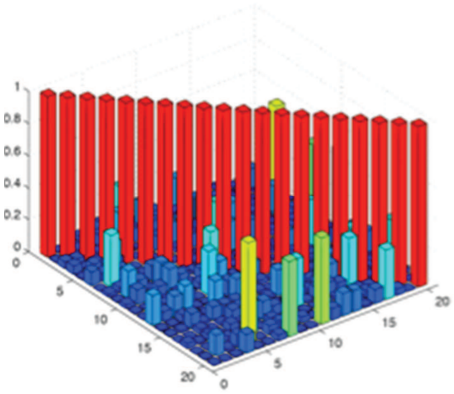
MAC		Experimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,06	0,15	0,01	0,14	0,00
	MODE 2	0,01	0,85	0,10	0,01	0,00	0,01
	MODE 3	0,02	0,01	0,69	0,01	0,00	0,00
	MODE 4	0,00	0,01	0,00	0,92	0,00	0,00
	MODE 5	0,01	0,03	0,06	0,02	0,45	0,01
	MODE 6	0,05	0,00	0,00	0,02	0,09	0,85

Figure 100 - Exemple d'une matrice de MAC.

La matrice de MAC entre formes analytiques $\Phi_{i\underline{k}}$ et expérimentales $\Phi_{i\underline{l}}$ permet d'avoir une vision d'ensemble des degrés de corrélation du nombre de modes considérés. Une étude sur les six premiers modes donnera une matrice de MAC six par six. Pour plus de lisibilité ces matrices de MAC sont souvent données sous la forme d'une représentation 2D ou 3D où une échelle de couleur permet de visualiser les coefficients de corrélation (Figure 101).



a) *Visualisation 2D d'une matrice de MAC*



b) *Visualisation 3D d'une matrice de MAC*

Figure 101 - Exemple de presentation d'une matrice de MAC.

D'un point de vu général, la corrélation essai/simulation se fait principalement sur les fréquences propres et sur les formes propres à l'aide du critère de MAC.

III.4.4 Sources d'imprécision de corrélation essai/simulation.

Les sources d'imprécision pour la corrélation essai/simulation peuvent être divisées en trois catégories.

Les erreurs d'acquisition des données expérimentales

- Les masses ponctuelles localisées par l'ajout de capteurs (accéléromètres, gauges de contrainte, câbles)
- L'interaction pot vibrant/structure
- Les conditions aux limites (système de fixation, encastrement non parfait)
- Nombres de points de mesure trop faible.
- Insuffisance du nombre de dégrés de libertés des mesures de capteur.

Les erreurs de signal

- Les fuites spectrales
- L'aliasing
- L'effet des fenêtres de fonction
- Les transformations de Fourier discrète
- Les effets liés aux valeurs moyennées

Les erreurs d'analyses modales

- Analyse modale « Circle-Fit »
- Analyse modale « Line-Fit »
- Analyse modale « Global-Fit »

L'ensemble des erreurs d'analyses modales sont détaillées dans [Agilent, 2000].

Dans le cadre de cette thèse nous nous focaliserons essentiellement sur les erreurs d'acquisition des données expérimentales qui sont, le plus souvent, les principales sources d'erreurs lors d'une mauvaise corrélation entre les résultats d'une campagne expérimentale et les résultats issus du développement d'un modèle numérique.

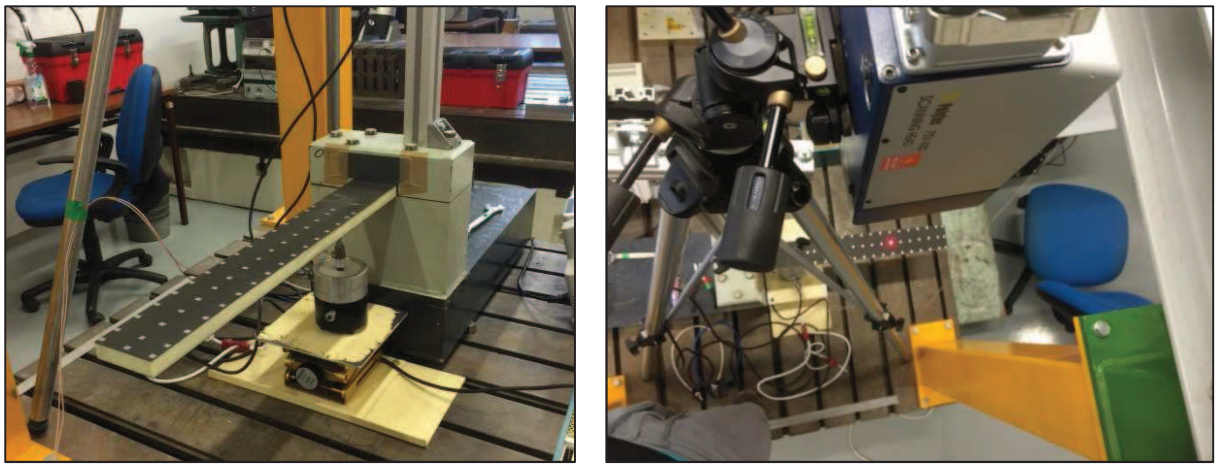
III.5 Essais dynamique

III.5.1 Analyse expérimentale

Deux types de montages expérimentaux ont été testés dans le but de déterminer lequel de ces montage est le plus approprié à l'étude de couplage flexion-torsion au sein d'une poutre. Dans le cas du premier montage l'excitation est dite ponctuelle car elle se fait en un point directement sur le système à étudier. Le second montage l'excitation est dite généralisé car l'excitation est faite au niveau de l'encastrement.

III.5.1.1 *Excitation ponctuelle*

Le premier montage expérimental, présenté dans la Figure 102-a, est un montage classique où la poutre est encastrée dans un bâti rigide et soumise à une excitation ponctuelle introduite par un pot vibrant via un système de fixation. L'excitation est transmise du pot vibrant à la poutre sandwich grâce à une tige métallique communément appelée « corde à piano ». Le point d'excitation a été placé à une distance suffisamment éloignée de l'encastrement pour ne pas perturber les modes de flexion de la poutre. Il est également légèrement excentré par rapport à l'axe de symétrique de la largeur de façon à pouvoir également exciter les modes de torsion. Le signal d'excitation le plus adapté (Annexe IV) est un sinus glissant d'une tension de 1V en boucle ouverte. Le sinus glissant n'est donc pas asservi au système de mesure et balaye une gamme de fréquences comprise entre 10 Hz et 1000 Hz pendant environ 5 secondes. Ce signal est répété pour permettre la prise de mesures par le vibromètre laser (Figure 102-b).



a) Encastrement de la poutre *b) Positionnement du laser*

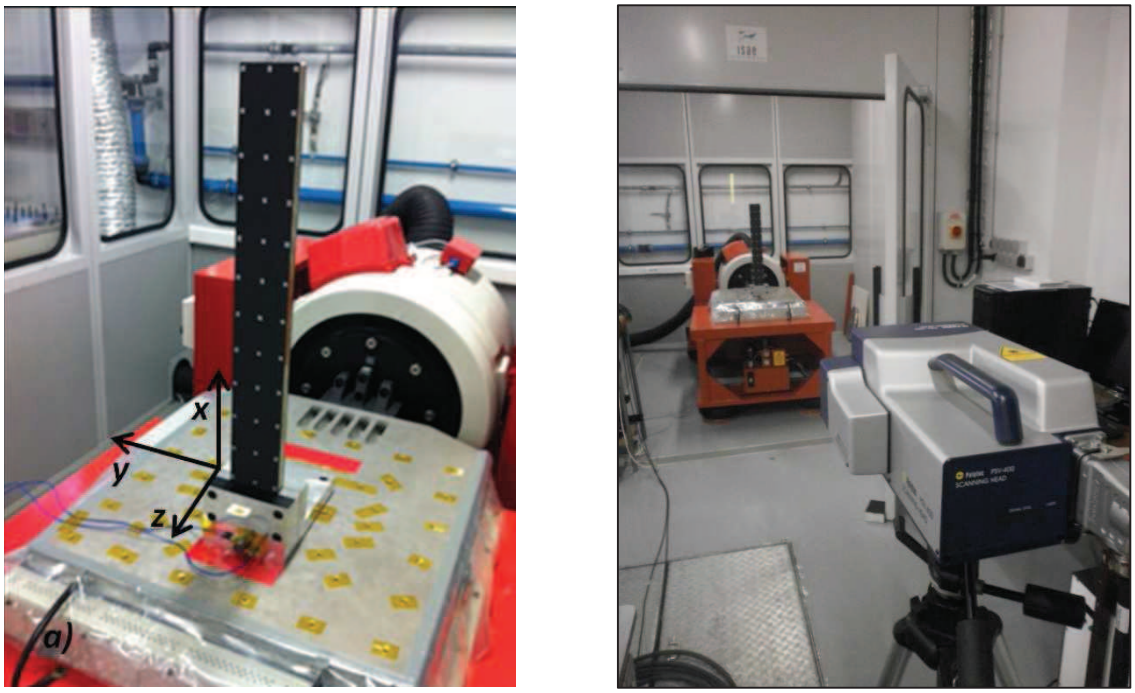
Figure 102 - Montage expérimental avec excitation locale.

Un maillage de points de mesure a été réalisé pour permettre à un vibromètre laser un scan de la surface de la poutre sandwich. Des gommettes réfléchissantes sont disposées sur ces points de mesures pour améliorer le retour du signal laser et ainsi réduire les bruits parasites lors de la mesure de la FRF et des déformées modales. La prise de mesure se déroule de la manière suivante :

- Le sinus balayé est introduit dans le système par le pot vibrant et la corde à piano.
- Le vibromètre laser scanne successivement chaque point du maillage. A chaque pointage le laser attend trois balayages du signal sinus de façon à pouvoir faire une moyenne des vitesses de déplacement du point et raffiner la FRF à ce point.
- Une fois l'ensemble des scans pour chaque point du maillage réalisés, une representation de la déformée modale pour chaque fréquence est calculée. La FRF finale est une FRF moyennée sur l'ensemble des FRF des points du maillage. La visualisation de l'ensemble des deformées modales sont possible via le logiciel de post-traitement LMS.

III.5.1.2 *Excitation généralisée*

Le montage à excitation généralisée consiste à embarquer la poutre sandwich sur une plateforme table vibrante. Cette table est directement liée à un pot vibrant d'une capacité de 10 KN de façon à transmettre une excitation à la poutre via son encastrement. Un vibromètre laser à balayage permet la mesure des déformées modales et de la FRF. L'intérêt de ce montage réside dans le fait que l'excitation se fait par l'encastrement et donc supprime toute interaction entre le système à étudier et le système d'excitation. La table vibrante du montage se déplace selon l'axe z dans le référentiel de la poutre (Figure 103-a) ce qui peut s'apparenté à une excitation parfaite de la poutre en flexion.



a) Poutre sandwich embarquée sur la plateforme vibrante

b) positionnement du laser

Figure 103 - Montage expérimental avec excitation à l'encastrement.

Un ordinateur équipé du logiciel LMS - Sine Control combiné à un accéléromètre permettent un asservissement en boucle fermée de l'excitation de type sinus balayé d'amplitude 0,5G.

Le processus expérimental, schématisé dans la Figure 104, se déroule en deux temps :

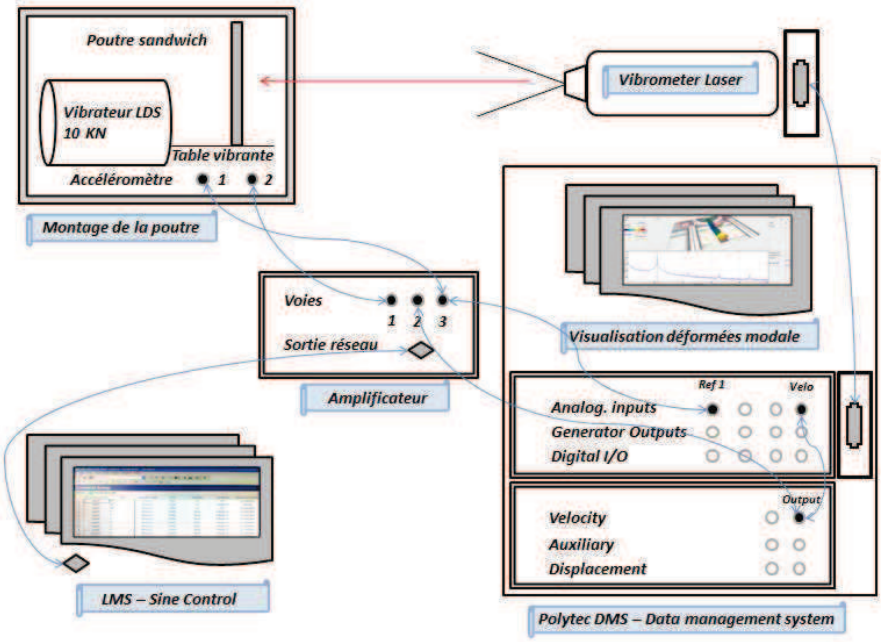


Figure 104 - Schema du montage LDS (excitation globale).

Dans un premier temps, le laser mesure les vitesses de déplacement d'un seul et unique point situé sur l'extrémité libre de la poutre pour chaque fréquence et ainsi obtenir la FRF à ce point. Ce point de référence a été choisi car son déplacement selon l'axe z y est maximal pour l'ensemble des déformées modales. Cette FRF permet d'identifier les différentes fréquences propres du système (Figure 105).

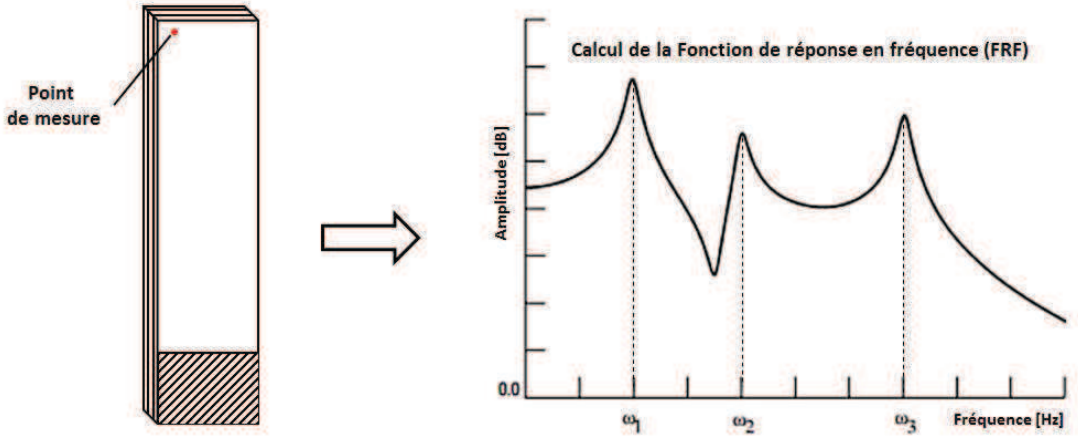


Figure 105 - Première étape de l'essai dynamique avec excitation généralisée.

Dans un deuxième temps, une excitation de type sinus fixe d'une valeur correspondant à chacune des fréquences de résonnance déterminée via la FRF, est appliquée à la poutre. Un balayage point par point du maillage prédéfini sur la surface de la poutre est alors réalisé par le vibromètre laser. Les vitesses de déplacement des points du maillage sont ensuite interpolées pour reconstituer les déformées modale pour chacune des fréquences propres identifié au préalable (Figure 106).

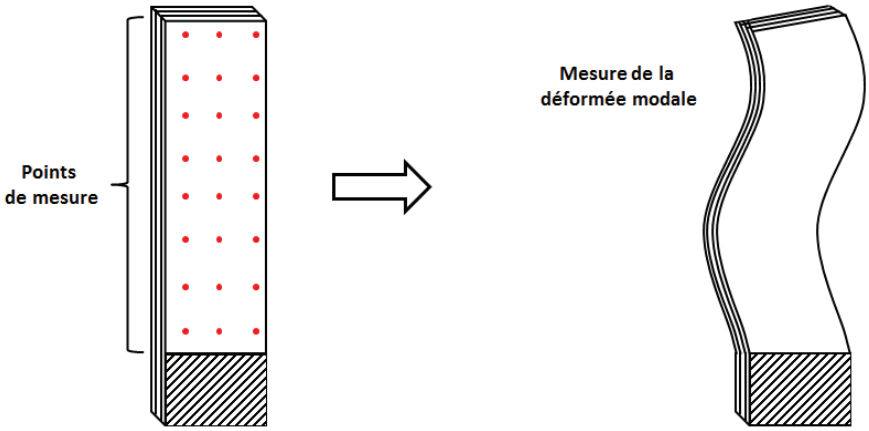


Figure 106 - Deuxième étape de l'essai dynamique avec excitation généralisée.

Une dernière étape consiste à soustraire l'accélération de l'encastrement lié à l'excitation de la table vibrante aux accélérations des points mesurés pour obtenir la déformée réelle de la pale. Cette étape se fait via un logiciel de post traitement appelé « Signal Processor ».

III.5.2 Analyse numérique

L'état de l'art sur les modèles analytiques en vibration réalisé dans le paragraphe III.3.2, a montré l'absence de modèles analytiques permettant la prise en compte des effets dynamiques du à la présence de couplage dans une poutre composite. De plus, dans la plus part des travaux, les modèles analytiques prennent pour référence des calculs issus de modèles éléments finis. C'est pour l'ensemble de ces raisons que le choix de la représentation numérique des montages expérimentaux a porté sur la réalisation d'un modèle éléments finis (EF).

L'étude les modes propres et des déformées a été réalisée avec le logiciel SAMCEF. Ce choix a été conditionné par une large possibilité de méthodes de résolution dynamique ainsi que la forte expérience dans le domaine des composites de SAMTECH. AIRBUS Helicopters a également un grand nombre d'outils de redimensionnement qui utilisent les divers modules de calculs SAMCEF tel que MECANO, DYNAM ou bien encore REPDYN. Ces modules d'analyse non linéaire, statique et dynamique sont élaborés à partir d'une formulation implicite. Cette formulation est une méthode rapide sans instabilité la rendant particulièrement adaptée à la résolution de problèmes globaux qui nécessitent une bonne convergence. Cependant cette méthode est moins robuste numériquement que la méthode explicite de par la présence de pivot nuls ou de divergence dans les calculs. L'autre inconvénient majeur de cette méthode réside dans son cout en mémoire et en temps (cout CPU important). Le cout et la taille de mémoire important sont principalement issus de l'inversion de la matrice de raideur et de masse qui ne sont pas diagonalisées. La méthode explicite est une méthode inconditionnellement stable plus adaptée pour les problèmes de grandes tailles ainsi que pour la dynamique rapide de type impact ou choc comme le montre la Figure 107. Elle nécessite moins de mémoire et des petits pas de temps pour la stabilité. Elle est aussi numériquement très robuste ce qui permet de traiter des cas avec des non linéarités couplées.

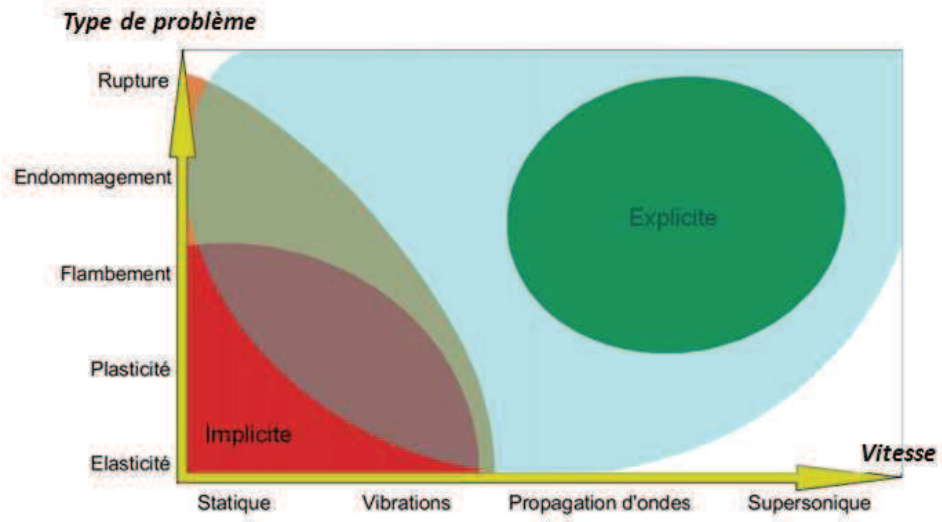


Figure 107 - Domaines d'utilisation des méthodes implicite et explicite [Manet, 2015].

III.5.2.1 *Déroulement du calcul numérique*

Pour résoudre un problème dynamique d'une structure soumise à une excitation forcée dans SAMCEF il est nécessaire de combiner les deux modules DYNAM puis REPDYN. DYNAM calcule les fréquences propres et les modes propres de la structure. La structure ne subit pas de forces extérieures, de déplacements imposés, de jeux ni de contacts. Ce module reste dans le domaine linéaire et des petites déformations. Le calcul numérique se déroule en plusieurs étapes. La première étape consiste à valider les données du fichier d'entrée, faire un découpage en sous structures et à estimer l'espace nécessaire au calcul. L'étape suivante génère les matrices élémentaires de raideur, de masse et calcule les axes d'inertie. Puis il s'en suit d'un examen de la diagonale de la matrice de raideur, des fixations des DDL sans raideur et d'une mise à l'échelle des matrices élémentaires de raideur et de masse. La cinquième étape lance le calcul des fréquences propres. La dernière étape est l'étape de la normalisation des modes, des masses effectives, du taux d'énergie par mode et par élément. L'ensemble des données sont ensuite archivé dans un fichier « résultat » qui servira de base de données pour le lancement du module REPDYN.

Une fois les calculs du module DYNAM terminés, les calculs du module REPDYN peuvent être lancés. Les informations sur la sollicitation harmonique (type du signal, amplitude, pas de temps et du nombre de mode propre) ainsi que le type de résolution de la solution sont lu dans le fichier d'entrée. La première étape de REPDYN consiste à estimer l'espace nécessaire au calcul. Cet espace est estimé grâce à la découpe des sous-ensembles, du type d'excitation harmonique et du raffinement du pas de temps. L'étape suivante consiste à la lecture et au téléchargement des données du fichier de sortie du module DYNAM. Le calcul de la réponse harmonique forcée est alors lancé à l'aide d'un processus itératif de calcul des charges, d'inversion de matrices et de calcul énergétique. Les itérations sont données par le pas de temps et la validation de l'itération par des paramètres de convergence préalablement établis. Les résultats de la réponse harmonique forcée de la structure calculée pour l'ensemble des fréquences sont ensuite stockés dans un fichier résultat.

L'exploitation de l'ensemble des résultats issue du module DYNAM et REPDYN se fait à l'aide de module de post traitement BACONPOST.

III.5.2.2 *Description du modèle*

Le modèle EF est basé sur une modélisation volumique pour représenter plus finement les déformées modales. L'élément volumique comporte 8 nœuds et 6 DDL par nœuds ainsi que 8 points d'intégration. Le nombre d'éléments doit être suffisamment important pour pouvoir détecter et calculer de manière précise les modes propres de la poutre mais pas trop important pour ne pas engendrer des temps de calcul trop long du fait de sa formulation implicite.

Pour simplifier la création du modèle, une section 2D a été créée dans le plan (y,z). L'ensemble des domaines prédéfinis ont été maillés à l'aide d'un générateur de maillage 2D

appelé « Transfini ». L'ensemble de ces domaines sont ensuite été extrudés selon l'axe x afin d'obtenir des éléments volumique.

Les peaux sont composées de 2 plis de tissu carbone, discrétisées par des éléments volumiques composites. Ce sont des éléments spécialement conçus pour permettre l'étalement, l'empilement et l'orientation de tissu ou d'unidirectionnel de matériaux composite. Les peaux sont donc composées d'un élément par pli, de 20 éléments dans la largeur et de 60 éléments dans la longueur.

La mousse est séparée en 4 zones et utilise des éléments volumiques classiques. Chacune de ces zones est discrétisée par 8 éléments dans l'épaisseur, 5 dans la largeur et 60 éléments dans la longueur de la poutre (Figure 108). La zone d'encastrement a été reproduite à l'identique de l'expérimental en y intégrant une cale aluminium afin d'éviter les écrasements lors du serrage. La cale en aluminium a pour dimensions 100x80x20 mm et utilise aussi des éléments volumiques dont le raffinement est identique à celle de la mousse pour des questions d'homogénéité. Les deux peaux du sandwich sont prolongées dans l'encastrement pour recouvrir la cale en aluminium. Dans l'encastrement les deux tissus de carbone qui composent les peaux n'utilisent d'un seul élément volumique. Ce choix permet d'optimiser le nombre d'éléments du modèle et donc le temps de calcul, sans pour autant détériorer la précision des résultats.

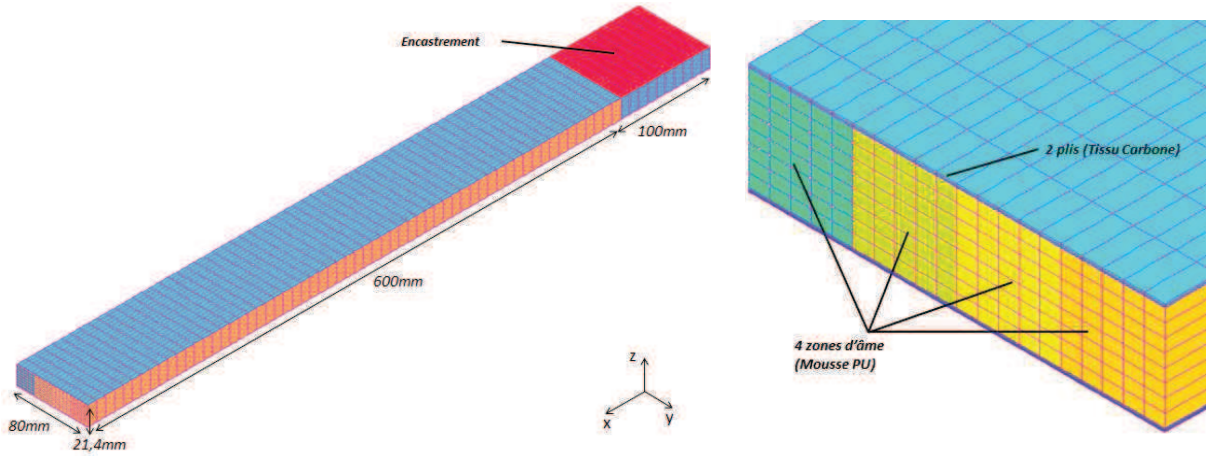


Figure 108 - Présentation du model numérique de la poutre sandwich.

Le modèle possède 192795 dégrées de libertés et le temps de calcul pour le module DYNAM est de 2min et pour le module REPDYN le temps est estimé à 21min sur une machine de calcul procédant 4 CPU à 2,4 GHz.

III.5.2.3 *Excitations et conditions aux limites*

L'ensemble des DDL des nœuds de l'encastrement sont fixés. L'intégralité des éléments constituant l'encastrement ont été représentés afin que les DDL de jonction entre l'encastrement et la partie libre soient le plus représentatifs possible. L'intérêt était aussi de pouvoir comparer la masse totale des échantillons avec celle du modèle numérique car la majeure partie du poids de la poutre est issue de la cale en aluminium.

Dans le cas du montage avec une excitation ponctuelle, une excitation de type sinus balayé et d'amplitude similaire à celle appliquée en réalité a été simulé dans le modèle. De plus les coordonnées du point d'application du signal d'excitation ont été relevées de façon à pouvoir sélectionner les éléments volumiques du modèle pour l'introduction du signal d'excitation. Dans le cas du montage soumis à une excitation globale, une accélération a été appliquée à l'ensemble des nœuds qui constitue l'encastrement.

III.5.2.4 *Propriétés des matériaux*

L'ensemble des propriétés présentées ci-dessous sont issues de la banque de donnée d'AIRBUS Helicopters ou de campagnes de caractérisation en traction, compression et cisaillement [Aubry, 2013] ou des résultats de essais DMA présentés en annexe V.

Dans le modèle numérique, les matériaux orthotropes et isotropes utilisés sont de type élastique linéaire.

III.5.2.4.1 Matériaux orthotrope

Tissu de Carbone (913/45%/G963)	Module d'Young	Sens Longitudinal	54 000	MPa
		Sens Orthogonal	54 000	MPa
		Sens Normal	6 350	MPa
	Module de cisaillement	Sens Longitudinal	3 730	MPa
		Sens Orthogonal	2 984	MPa
		Sens Normal	2 984	MPa
	Coefficient de Poisson	Sens Longitudinal	0,08	
		Sens Orthogonal	0,4	
		Sens Normal	0,4	
	Densité		1 480	Kg/m^3

Roving de Verre (Stratifil XE-09/ROW03)	Module d'Young	Sens Longitudinal	74 000	MPa
		Sens Orthogonal	6 200	MPa
		Sens Normal	6 200	MPa
	Module de cisaillement	Sens Longitudinal	4 600	MPa
		Sens Orthogonal	4 600	MPa
		Sens Normal	4 600	MPa
	Coefficient de Poisson	Sens Longitudinal	0,1	
		Sens Orthogonal	0,1	
		Sens Normal	0,1	
	Densité		1 970	Kg/m^3

III.5.2.4.2 Matériaux isotropes

Aluminium 2017 (AU4G)	Module d'Young	72 500	MPa
	Module de cisaillement	27 200	MPa
	Coefficient de Poisson	0,33	
	Densité	2 800	Kg/m^3

Mousse Polyuréthane (PU_65)	Module d'Young	25	MPa
	Coefficient de Poisson	0,33	
	Densité	65,7	Kg/m^3

Mousse Polyuréthane (PU_200)	Module d'Young	135	MPa
	Coefficient de Poisson	0,33	
	Densité	198	Kg/m^3

III.5.3 Choix du montage expérimental

Ce paragraphe est consacré à la corrélation essais/simulations des deux montages expérimentaux utilisant une poutre non couplé dans le but de déterminer lequel de ces montages est le plus approprié à l'étude du couplage flexion-torsion en dynamique d'une poutre sandwich.

III.5.4 Corrélation essai/simulation du montage « excitation ponctuelle »

Ce paragraphe traite de la comparaison entre les résultats issus du montage expérimentale basé sur une excitation ponctuelle et le modèle numérique développé via SAMCEF. Les outils de corrélations présentés précédemment dans le paragraphe III.4 seront appliqués et commentés.

III.5.4.1.1 Fonction de réponse en fréquence (FRF)

La corrélation essai/simulation commence par une comparaison des fonctions de réponse en fréquence. La FRF permet un repérage simple et efficace des fréquences propres du système. Elle donne la réponse globale de la poutre sandwich. Une corrélation visuelle entre deux fonctions d'origine différentes est possible mais peu précise. Elle peut donc être complétée par l'utilisation du nombre de FRAC.

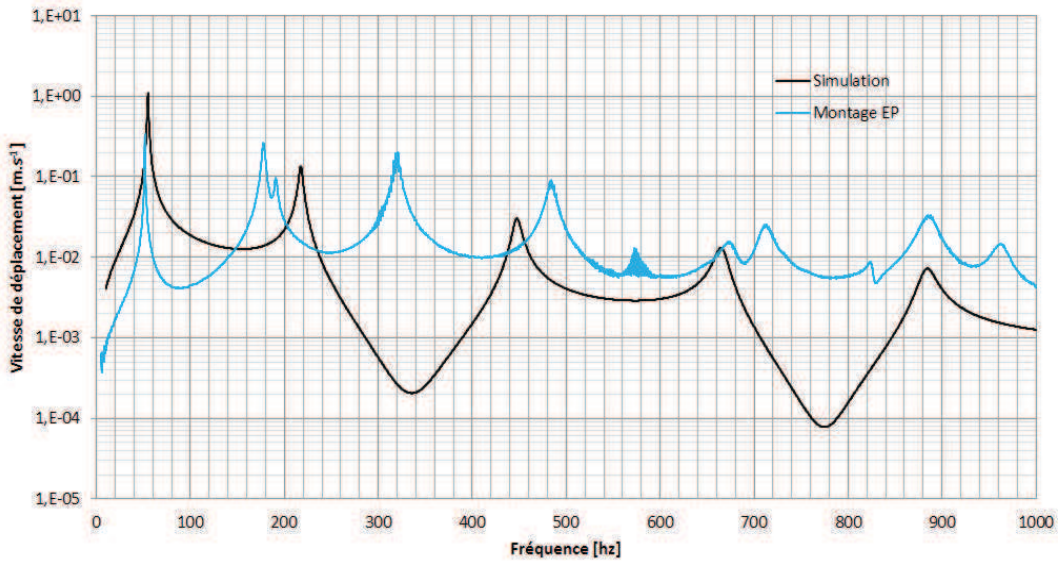


Figure 109 - Comparaison des courbes FRF entre la simulation (noire) et expérimentale (bleue).

La Figure 109 montre une importante différence entre les deux FRF présentées. Le nombre de FRAC (voir Eq. III-35) a une valeur 0,04. Cette valeur montre bien que les FRF expérimentales et numérique présentent une mauvaise corrélation. La FRF issue du modèle numérique présente un décalage de l'ensemble des pics de résonnance. De plus le troisième pic de la courbe expérimentale est absent de la FRF issue du modèle numérique.

A ce stade, plusieurs hypothèses expliquant la non-corrélation sont possibles. Les données matériaux ainsi que leurs comportements peuvent ne pas être semblable au comportement réel des matériaux utilisées. Le comportement supposé isotropique de la mousse, par exemple, n'est peut-être pas réel. Un écart non négligeable entre les matrices de masse du modèle et de l'expérimental est aussi possible. Le montage expérimental peut lui aussi présenter quelques imperfections telles qu'un encastrement pas assez rigide ou bien un système d'excitation trop intrusif. Le pot vibrant peut ne pas être suffisamment isolé du système à étudier et le système de fixation de la corde de piano mal réglé. Une étude plus approfondie est nécessaire pour comprendre les origines de cette mauvaise corrélation. C'est pourquoi une étude de corrélation des fréquences propres est menée dans le paragraphe suivant.

III.5.4.1.3 Les fréquences propres

Les valeurs des fréquences propres sont issues des pics de FRF. Il est cependant délicat de comparer quantitativement deux pics car l'outil de corrélation FRAC compare l'ensemble de la courbe. Les valeurs ont été répertoriées dans le Tableau 4 afin d'être étudiées.

Modes	Poutre de Type 1		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	54,06	51,56	-5%
2	197,43	177,81	-10%
3	210,46	190,94	-9%
4	429,72	320,94	-25%
5	616,70	483,44	-22%
6	636,61	673,13	6%

Tableau 4 - Comparaison des fréquences propres des 6 premiers modes de la poutre de type 1(montage EP).

Le Tableau 4 montre des écarts pouvant être important entre les valeurs des fréquences propres issues du modèle numérique et celles issues de l'expérimental. Des écarts comme celui du premier et du sixième mode peuvent être acceptable mais les autres valeurs montrent un réel problème de représentativité du modèle numérique. Peu d'autres informations peuvent être tirées de ce tableau. Selon les informations du chapitre III.4.2, une représentation graphique (Figure 110) est intéressante car elle permet l'extraction d'autres informations nécessaires pour l'identification de la mauvaise corrélation.

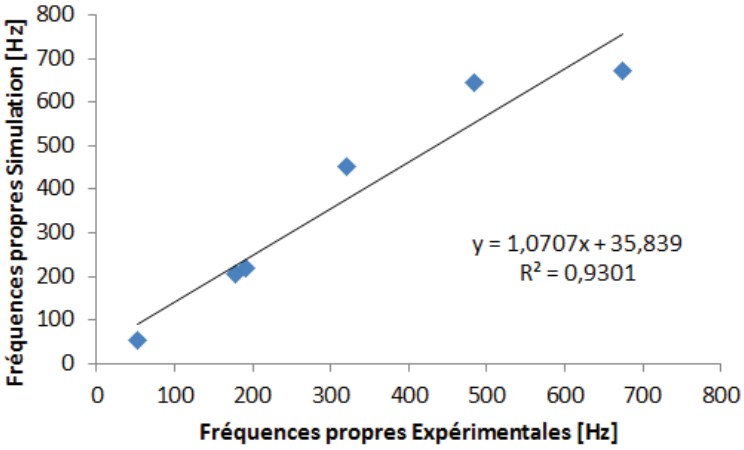


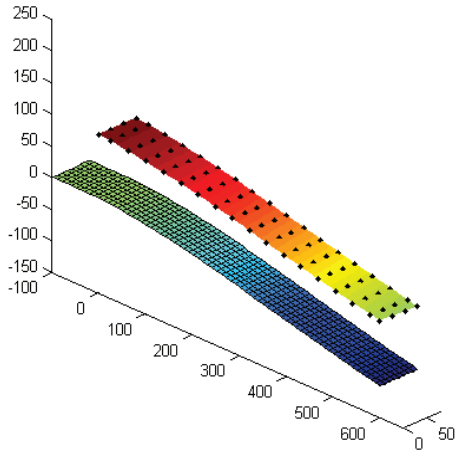
Figure 110 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres de la poutre de type 1 (montage EP).

La représentation graphique montre une importante dispersion des valeurs des fréquences propres par le biais du coefficient de corrélation linéaire R^2. Cette dispersion peut venir d'un maillage du modèle mal adapté ou d'une mauvaise caractérisation des matériaux.

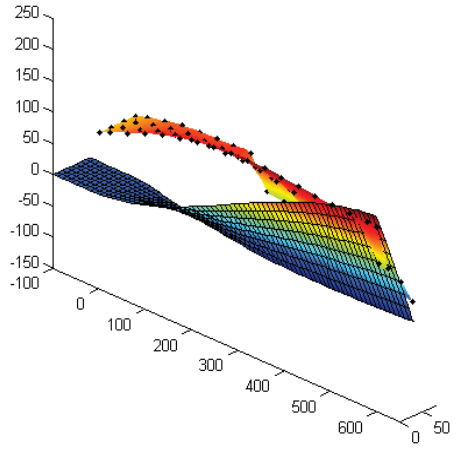
De plus la pente de la droite est supérieure à 1 ce qui signifie que la matrice de masse du modèle numérique présente une différence notable. En effet les masses de l'échantillon ont été mesurées et sont comprises entre 614g et 620g tandis que la masse du modèle numérique affiche une valeur de 627g. Une étude de convergence a été menée ce qui élimine l'hypothèse d'un maillage mal adaptée. A ce stade, il est toujours difficile de connaitre les origines cette mauvaise corrélation. L'outil suivant consiste à étudier les déformées modales d'un point de vue qualitatif (visualisation graphique) et quantitatif (la matrice de MAC).

III.5.4.1.4 Déformées modales

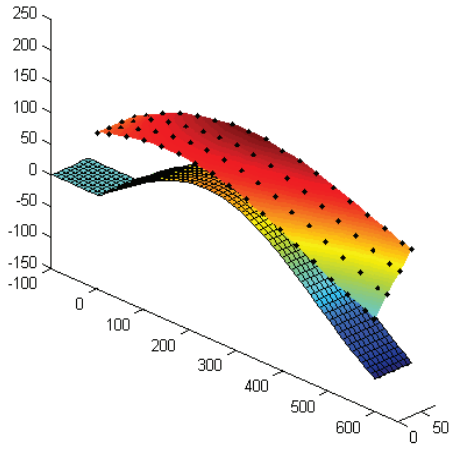
Pour la représentation des déformées modales, l'obtention des vecteurs propres aux différents endroits de la surface de la poutre est nécessaire. Dans le cas de la mesure expérimentale, les valeurs des vecteurs propres sont obtenues aux différents points de mesures. Plus les points de mesures sont nombreux plus la déformées modale est raffinée. Ils sont symbolisés par les points noirs de la déformée supérieurs dans les représentations graphique de la Figure 111. Les vecteurs propres du modèle numérique sont issus de chacun des nœuds du maillage est sont naturellement plus nombreux comme le montre les déformées inferieures dans la Figure 111.



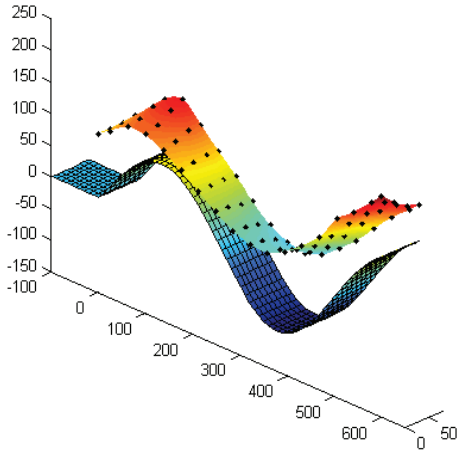
Mode 1



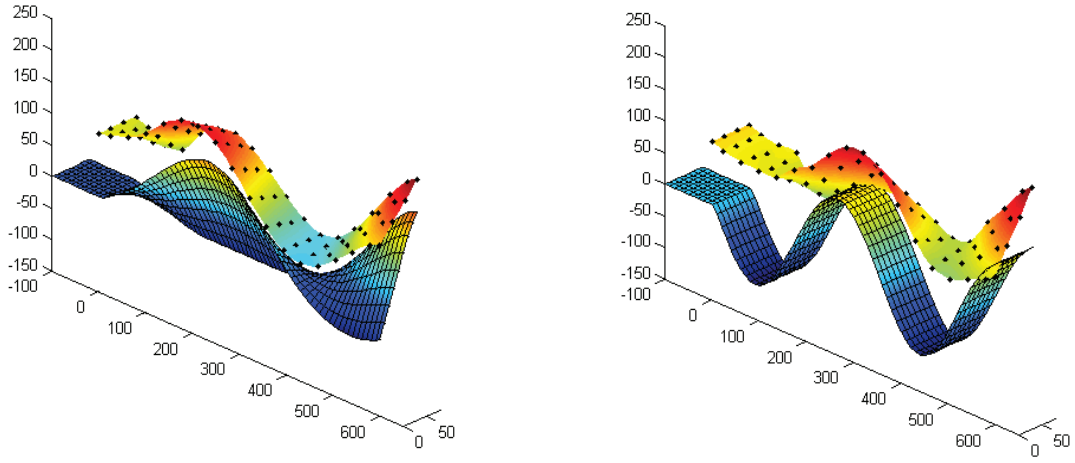
Mode 2



Mode 3



Mode 4



Mode 5 *Mode 6*

Figure 111 - Déformées des modes propres de la poutre sandwiche de type 1 (déformée supérieure - expérimentale, déformée inferieure - simulation).

Seuls les six premiers modes sont illustrés dans la Figure 111. Visuellement, l'ensemble des déformées numériques ne correspond pas ou peu aux déformées expérimentales. Il est important de rappeler que la poutre étudiée ne présente aucun couplage. Ce qui veut dire que les déformées devraient être en flexion pure ou en torsion pure, ce qui est le cas des déformées issues du modèle numérique. Les déformées modales numériques semblent donc plus cohérentes ce qui permet l'identification de problèmes issus des données expérimentales. Notons que l'ensemble des modes propres expérimentaux présentent une composante en torsion. Ceci pourrait venir du système de fixation sur la poutre pour l'introduction de l'excitation. Cet insert se révèle donc suffisamment important pour jouer le rôle d'une masse localisée. Le système de liaison pot vibrant/poutre induit donc une torsion parasite faussant l'ensemble des déformées modales mesurées. Cependant il est nécessaire d'avoir recourt à la matrice de MAC pour valider la présence de la composante de torsion dans les modes expérimentaux.

III.5.4.1.5 Matrice de MAC

Le nombre de MAC permet la comparaison quantitative entre deux déformées modales. Il se présente sous forme d'une matrice comme le montre le Tableau 5.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,37	0,01	0,03	0,19	0,03
	MODE 2	0,01	0,30	0,32	0,00	0,01	0,01
	MODE 3	0,08	0,42	0,66	0,01	0,00	0,02
	MODE 4	0,00	0,01	0,37	0,63	0,00	0,00
	MODE 5	0,02	0,00	0,00	0,57	0,43	0,35
	MODE 6	0,02	0,00	0,01	0,01	0,48	0,29

Tableau 5 - Matrice de MAC pour la poutre de Type 1 dans le cas d'un montage à excitation ponctuelle.

Le Tableau 5 confirme la mauvaise corrélation essai/simulation des déformées propres. La matrice de MAC permet de voir que le mode 2 expérimental possède des composantes des modes 1, 2 et 3 des déformées modales du numérique. Etant donné que le mode 2 du modèle est un mode de torsion, il est donc démontré qu'il y a bien une composante en torsion dans le mode 2 de la déformée expérimentale. L'ensemble des valeurs de la matrice de MAC montrent que cette composante en torsion est bien présente dans la totalité des déformées modales expérimentales car une valeur importante correspond au mode 5 numérique qui est le deuxième mode de torsion de la poutre. Nous pouvons donc affirmer la présence d'un problème lié au montage expérimental et non à un problème numérique dans ce cas de figure.

III.5.4.1.6 Bilan

Une mauvaise corrélation a été obtenue entre les modes propres du montage expérimental avec une excitation ponctuelle et ceux du modèle numérique. L'excitation en un point via un pot vibrant induit l'ajout d'une masse ponctuelle lié au système de fixation et du moyen de transmission de l'excitation par la corde de piano. Cette masse, non négligeable par rapport à la masse totale de la structure, crée une torsion parasite au sein de l'ensemble des déformées modales expérimentales ce qui rend la corrélation avec le modèle difficile. De plus, des incertitudes sont présentes sur le bon découplage du pot par rapport au système poutre ainsi que sur la rigidité de l'encastrement. L'ensemble de ces problèmes liés à l'installation ne permet pas l'étude du couplage flexion-torsion de la poutre sandwich. Il est donc nécessaire d'étudier un montage plus adapté.

III.5.4.2 *Corrélation essai/simulation du montage « excitation généralisée »*

Dans le but de déterminer lequel de ces deux montages est le plus adapté à l'étude du couplage flexion-torsion, la corrélation essai/simulation suivra le même protocole que celui suivi dans le paragraphe III.5.1.1. L'étude utilisera une poutre sandwich sans technologie couplantes et sera basée sur les mêmes outils de corrélation essai/simulation tel que le FRAC,

la représentation graphique et la matrice de MAC. La représentativité du modèle numérique sera ensuite validée suite aux résultats de corrélation.

III.5.4.2.1 FRF

La Figure 112 montre les FRF obtenues numériquement (courbe noire) et expérimentalement (courbe bleue). Les résultats obtenus montrent une bonne corrélation visuelle tant d'un point de vue amplitude que d'un point de vue placement fréquentiel.

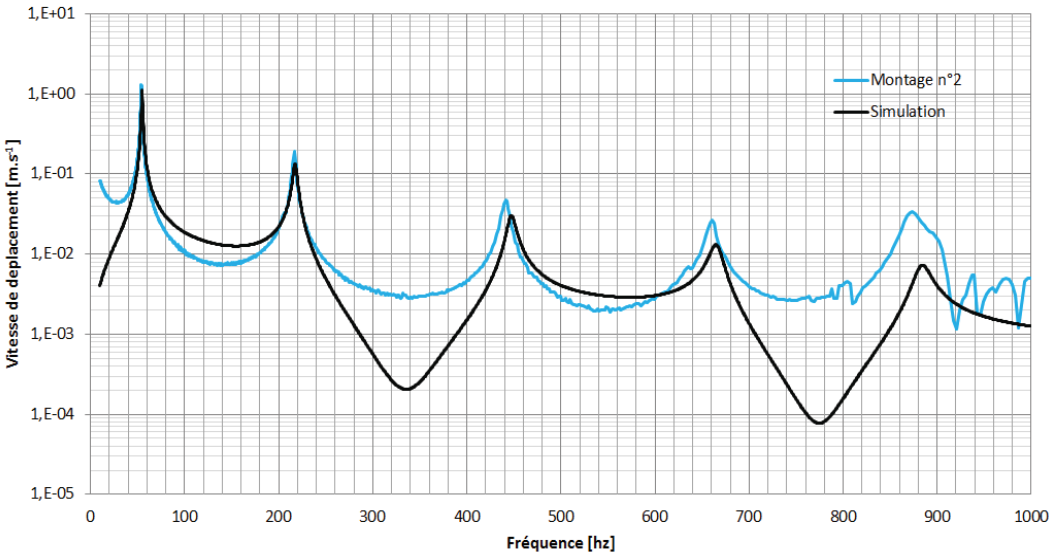


Figure 112 - Fonctions de réponse en fréquence (simulation/essai) de la poutre de type 1.

Dans la continuité des développements menés dans le paragraphe III.5.4, le nombre de FRAC a également été calculé. La valeur obtenue est de 0,69. Cette valeur confirme numériquement la bonne corrélation visuelle entre les deux jeux de données des FRF. Afin que le même protocole puisse être suivi la prochaine étude portera sur la comparaison des fréquences propres.

III.5.4.2.2 Fréquences propres

Modes	Poutre de Type 1		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	55	54	-2%
2	207	200	-3%
3	219	211	-4%
4	451	433	-4%
5	643	630	-2%
6	672	645	-4%

Tableau 6 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes de la poutre de type 1 (montage EG).

Les valeurs numériques des fréquences ont été répertoriées dans Tableau 6. Les écarts présents entre les fréquences propres des six premiers modes se sont nettement améliorés en comparaison des résultats obtenus à l'aide de montage n°1. Toutefois, les fréquences propres issues du modèle numérique ont une légère tendance à être surestimés par rapport à celles issues du montage expérimental n°2.

Afin de comprendre l'origine de cette surestimation des valeurs des fréquences propres du modèle numérique, une visualisation graphique est nécessaire.

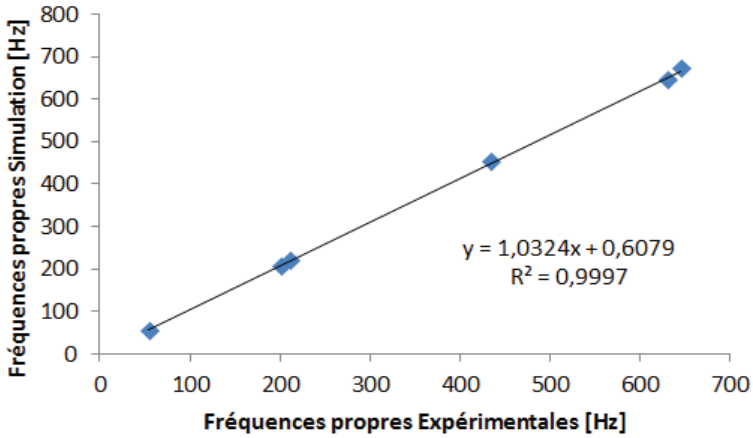


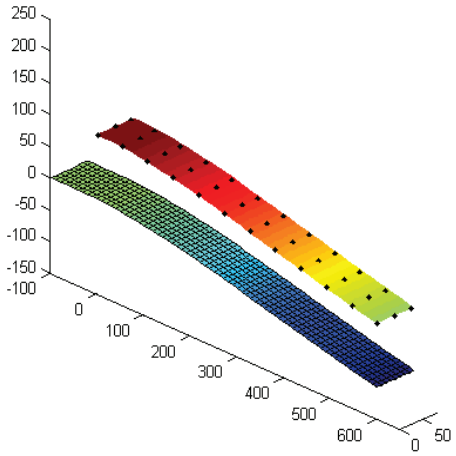
Figure 113 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres de la poutre de type 1 (montage EG).

La Figure 113 montre un coefficient de corrélation linéaire très proche de 1 ce qui signifie une faible dispersion des points qui se traduit par une forte similitude entre les valeurs des fréquences propres expérimentale et de simulation. Ces résultats permettent la validation des conditions aux limites ainsi que du maillage et du type d'éléments choisis dans le modèle numérique car ils permettent la juste représentativité de la dynamique vibratoire du système. La pente est égale 1,03. C'est une diminution d'environ 4% de la valeur obtenue

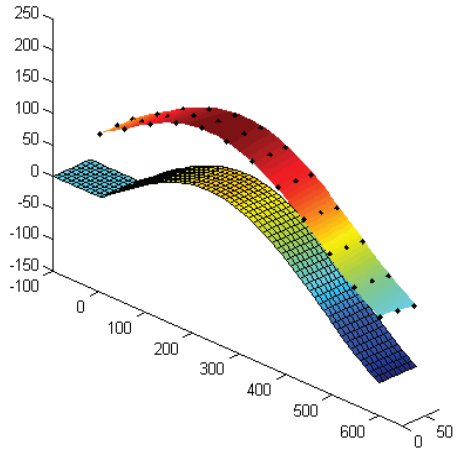
dans le cas du montage n°1. Ceci permet de conclure qu'un problème lié à la matrice de masse du modèle est amélioré mais toujours présent. Les propriétés des matériaux utilisés dans le modèle numérique s'avèrent bon d'un point de vu de la raideur mais une imprécision existe on niveau de leur densité. Ceci peut être expliqué par la méthode fabrication des poutres sandwich. Les tissus de carbone pré-imprégné utilisés pour fabriquer les peaux de la poutre sandwich sont chargés en résine époxy. L'excès de résine sert à fixer la mousse polyuréthane aux plis carbone lors durant la cuisson de la poutre. Cependant l'ensemble de la résine n'est pas utilisé pour le collage et le surplus de résine qui n'est pas absorbé par la mousse est évacué et donc perdu. C'est cette perte de résine qui pourrait occasionner les problèmes de corrélation de la masse entre le modèle et la poutre réelle.

III.5.4.2.3 Déformées modales

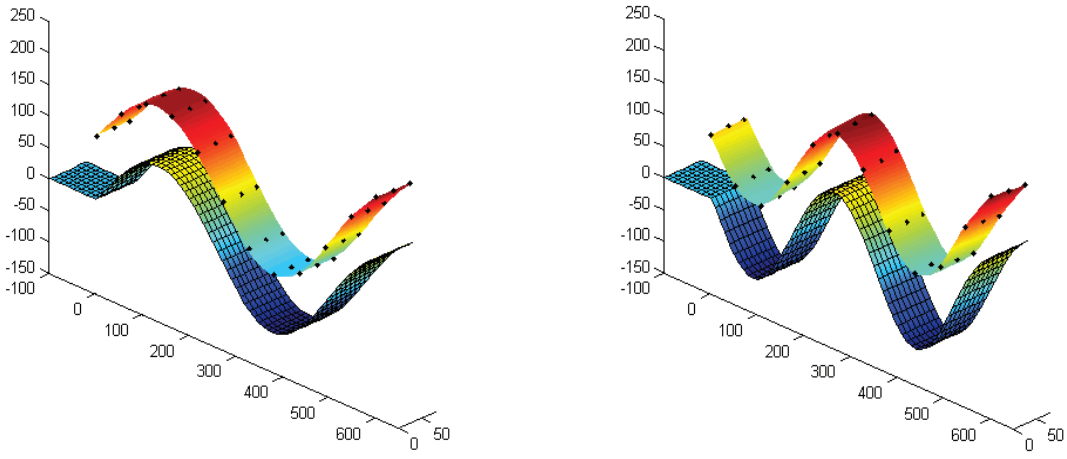
Cette section est dédiée à l'étude des déformations modale entre les modes issues du montage n°2 et ceux du modèle numérique utilisant le module DYNAM de Samcef. On remarquera que les modes 2 et 5 sont absents de la Figure 114. Ceci peut être expliqué par la nature de l'excitation du montage. Du fait de l'architecture du montage, le signal d'excitation est apparenté à une excitation en flexion pure introduit par l'encastrement de la poutre. Ceci a pour conséquence de ne pas exciter les modes de torsion. Etant donné que la poutre ne présente aucun couplage flexion-torsion la mesure de ces modes n'est donc pas réalisable. L'étude des déformées modale se concentrera seulement sur les quatre premiers modes de flexion.



Mode 1



Mode 3



Mode 4 *Mode 6*

Figure 114 - Déformées des modes propres de la poutre sandwiche de type 1 pour le montage n°2 (déformée supérieure - expérimentale, déformée inferieure - simulation).

La superposition des déformées modales expérimentales et numériques pour les modes de flexion son illustrées dans la Figure 114. Elle montre une réelle amélioration de la corrélation visuelle essai/simulation. Le montage n°2 permet au laser une mesure des vitesses de déplacement des points du maillage (points noirs) moins bruités. L'interpolation entre les points de mesures peut être réalisée avec une plus grande précision permettant d'atteindre ce niveau de corrélation. Cependant l'utilisation du nombre de MAC reste nécessaire pour valider définitivement l'utilisation du montage n°2 pour l'étude du couplage flexion-torsion.

III.5.4.2.4 Matrice de MAC

La matrice de MAC du Tableau 7 confirme l'excellente corrélation entre les modes propres issues de la mesure du montage n°2 et les calculs du modèle numérique car les valeurs de MAC pour les modes de flexion sont égales ou très proche de 1.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,40	0,02	0,02	0,18	0,03
	MODE 2	0,01	0,24	0,24	0,06	0,02	0,00
	MODE 3	0,02	0,01	1,00	0,02	0,01	0,02
	MODE 4	0,00	0,00	0,02	0,99	0,07	0,03
	MODE 5	0,04	0,02	0,00	0,01	0,10	0,08
	MODE 6	0,04	0,01	0,00	0,01	0,10	0,99

Tableau 7 - Matrice de MAC essai/simulation pour la poutre de type 1.

Concernant les modes de torsion, la corrélation est mauvaise. Du fait que les modes de torsion ne sont pas excités par l'excitation en flexion pure, le vibromètre laser mesure

essentiellement du bruit ce qui donne des déformées non identifiable visuellement et par conséquence des nombres de MAC plus proche de 0 synonyme d'une mauvaise corrélation.

III.5.5 Conclusions sur le choix du montage expérimental

L'étude de la poutre sandwich sans couplage structurel ni inertiel par deux différents montages expérimentaux a montré que le second montage, qui consiste à soumettre la poutre sandwich à une excitation dite globale, est plus approprié pour une étude sur le couplage flexion-torsion en dynamique vibratoire. Le signal imposé au niveau de l'encastrement se traduit par un déplacement parfait selon l'axe z et permet d'exciter la poutre uniquement en flexion. Ce montage ne génère pas de torsion parasite dans les modes propres de la poutre. De plus le modèle numérique montre une excellente corrélation avec les résultats issus de ce montage expérimentale ce qui permet de conclure que les conditions aux limites et le signal d'excitation concordent. Cette absence de torsion induite permettra une étude précise de la torsion issue du couplage et d'en détruire l'influence des différentes solutions technologies proposées.

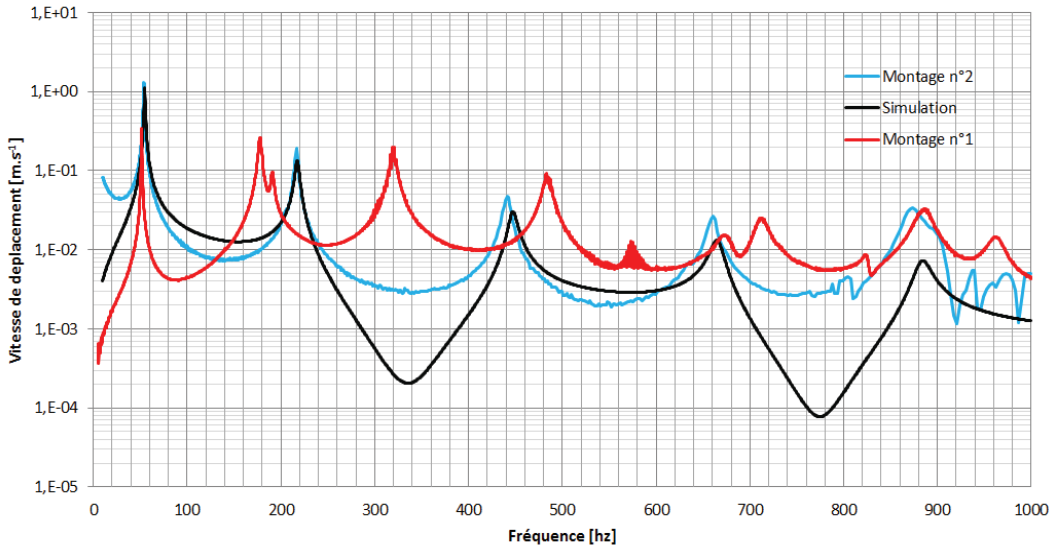


Figure 115 - Comparatif des FRF entre les différents montages pour la poutre de type 1.

La Figure 115 superpose les FRF du premier et du second montage aussi que celle issue du modèle numérique. Elle permet la visualisation des importantes différences entre les résultats issus des montages expérimentaux par rapport au résultat de la simulation.

III.6 Etude du couplage flexion-torsion : Poutre sandwich

III.6.1 Etude du couplage structurel (poutre de type 2)

Le couplage structurel est étudié suivant la même méthodologie de corrélation essai/simulation en utilisant différents outils tel que le FRAC pour l'étude des FRF ou la visualisation graphique pour les fréquences et la matrice de MAC pour identifier et quantifier le couplage flexion-torsion de la technologie couplantes utilisée. Pour rappel cette poutre est constituée de plis hors axe à 20° dans les peaux en carbone (Figure 116).

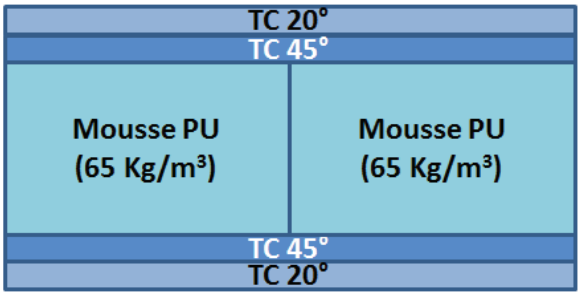


Figure 116 - Schéma de la section de poutre de type 2.

III.6.1.1 *Fonction de Réponse en Fréquence*

La Figure 117 montre la FRF mesurée (courbe bleue) et la FRF numérique (courbe noire). Le nombre de FRAC calculé est de 0,92. La comparaison visuelle ainsi que le nombre de FRAC proche de 1 permet de confirmer l'excellente corrélation essai/simulation en présence d'un couplage structurel dans la configuration de la poutre sandwich.

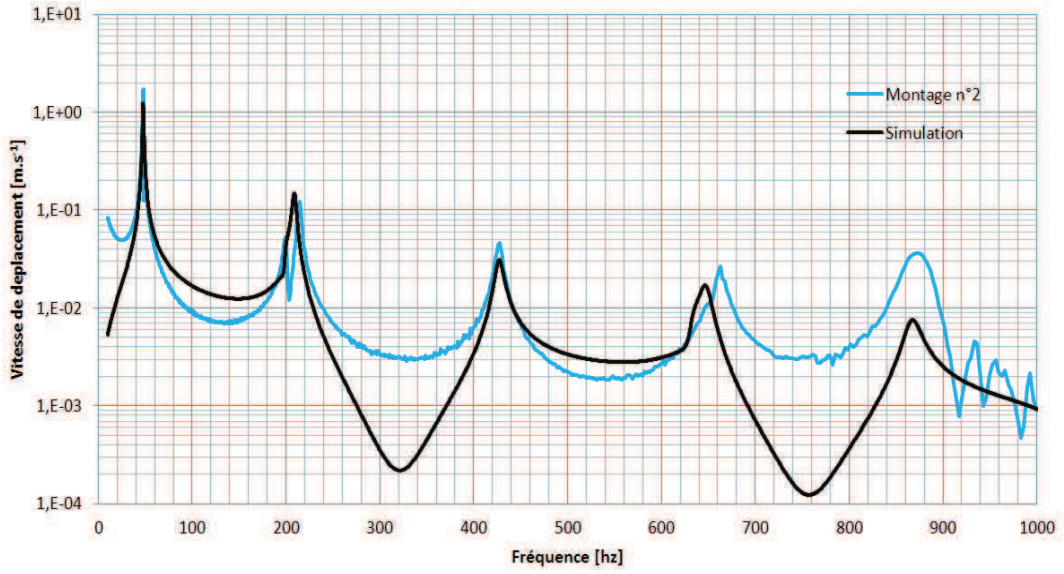


Figure 117 - Fonctions de réponse en fréquence (simulation/essai) de la poutre de type 2.

Malgré cette excellente corrélation, la FRF aux alentours des 200 Hz présente une légère différence. On distingue deux pics proche l'un de l'autre pour la mesure expérimentale et un seul pic légèrement déformé pour le calcul numérique. Cet unique pic peut être expliqué de plusieurs façons. Le modèle numérique représente bien les deux fréquences propres mais leurs proximités, l'importance d'un mode devant l'autre ainsi qu'un amortissement trop faible pourrait donner l'impression que nous sommes en présence d'un seul mode. L'autre explication peut tout simplement venir du fait que le modèle numérique ne représente pas correctement toute la physique du couplage flexion-torsion.

Pour comprendre et expliquer ces légères différences une étude sur les fréquences propres est menée dans la section suivante.

III.6.1.2 *Fréquences propres*

La méthodologie d'étude sur les fréquences propres est identique à celle menée dans les paragraphes III.5.4.1.2 et III.5.4.2.2.

Le Tableau 8 liste les valeurs des fréquences propres du modèle numérique et expérimental. Nous pouvons voir que dans le modèle numérique on obtient bien deux fréquences propres très proche l'une de l'autre. Dans la FRF (Figure 117) la présence de l'unique pic à environ 200 Hz est donc une conséquence d'un amortissement trop important dans le modèle ayant pour conséquence la couverture du deuxième pic par le troisième pic. Le Tableau 8 affiche également l'absence du sixième mode propre expérimental. Les deux modes 5 et 6 sont également très proche (environ 10 Hz de différence selon les résultats numériques) ce qui rend la mesure de la réponse de poutre très difficile. L'écart de 9% entre les deux fréquences propres a été calculé par rapport au mode 5. Cet écart peut être considéré comme non négligeable. Cependant si la valeur de la fréquence propre est maintenant comparée à la valeur du mode 6, l'écart n'est plus que d'environ 6%. Ce référentiel de comparaison est

légitime car il est difficile de savoir si le mode mesuré correspond à la fréquence des modes 5 ou 6 calculées par le modèle numérique.

Modes	Poutre de Type 2		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	47,25	47,86	1%
2	192,34	199,6	4%
3	201,49	213,8	6%
4	411,28	438,39	7%
5	609,65	662,06	9%
6	620,82	-	-

Tableau 8 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes de la poutre de type 2.

La visualisation graphique de la Figure 118 permet de voir un bon alignement des points car le coefficient directeur est sensiblement égal à 1. Les conditions aux limites ainsi que le maillage permettent donc une représentation juste des phénomènes réels. La pente de la droite présente toutefois une valeur légèrement en dessous de 1 (a = 0,9605) ce qui signifie que les écarts essai/simulation entre les fréquences propres sont dus à un problème lié aux propriétés des matériaux utilisées dans le modèle numérique.

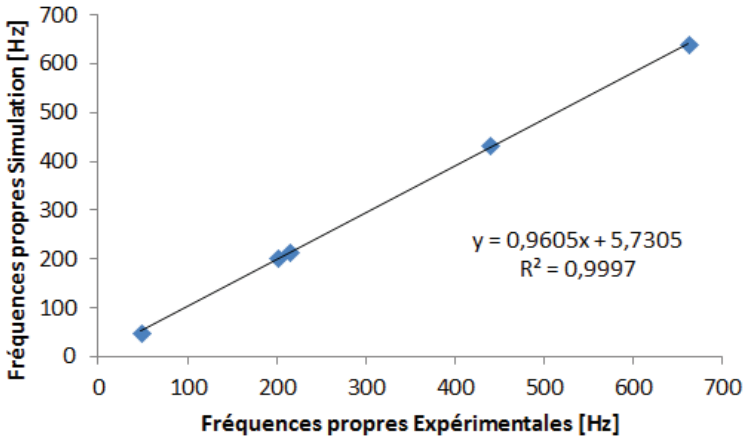


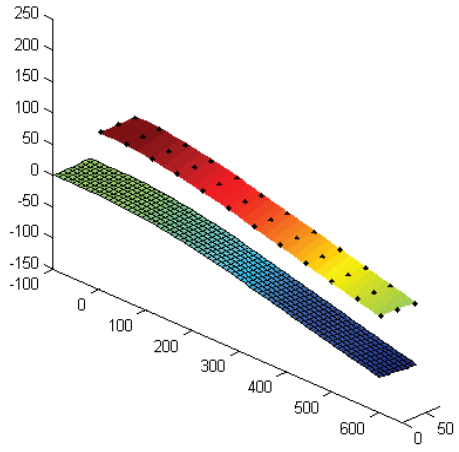
Figure 118 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres de la poutre de type 2.

Toutefois ces écarts ont une influence limitée sur les valeurs des fréquences propres et les résultats obtenus sont tout à fait acceptable. Néanmoins, il est important de voir si ces approximations massiques peuvent avoir un effet sur les déformées modales et leurs corrélations essai/simulation.

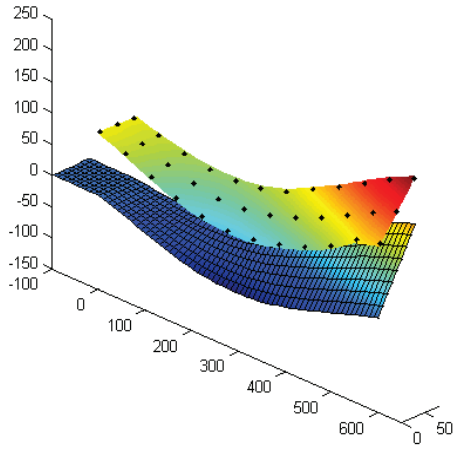
III.6.1.3 *Déformées modales*

Les étapes précédentes ont permis de mettre en évidence une légère approximation sur les propriétés massiques des matériaux qui ont influencés les valeurs des fréquences propres

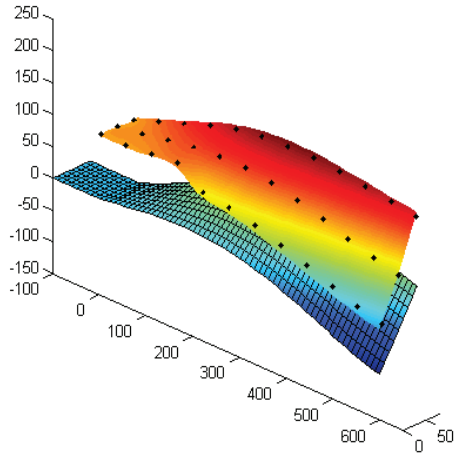
mais aussi l'allure de la FRF. Il est important de voir si les écarts observés ont une influence sur la représentation graphique des déformées modales.



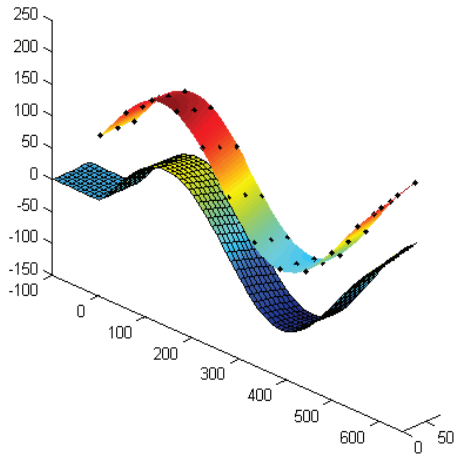
Mode 1



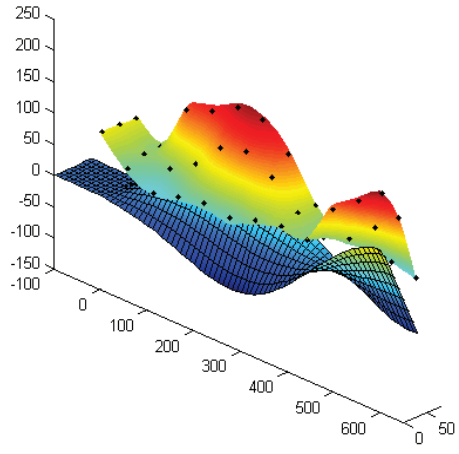
Mode 2



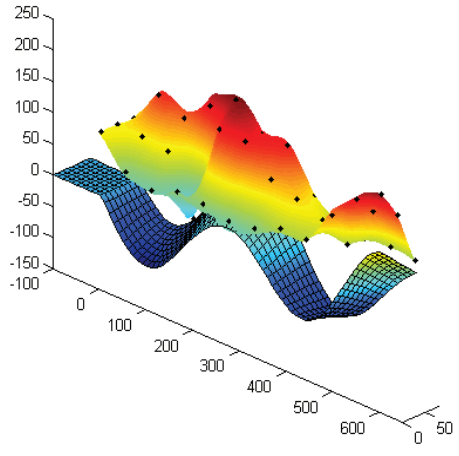
Mode 3



Mode 4



Mode 5



Mode 6

Figure 119 - Déformées des modes propres de la poutre sandwiche de type 2 pour le montage n°2 (déformée supérieure - expérimentale, déformée inferieure - simulation).

La Figure 119 montre la représentation graphique des six premiers modes de la poutre sandwich en présence d'un couplage structurel créé par les plis. Une bonne représentation visuelle est obtenue pour les 4 premiers modes. Les mesures du mode 5 représente bien l'allure générale de la déformée obtenue numériquement. Cependant la déformée présente des défauts qui peuvent être expliqués par une interpolation sur des points de mesures bruités.

Concernant le mode 6, le mode mesuré n'est pas représentatif du mode numérique car comme il a été mentionné précédemment, la proximité des deux fréquences propres des modes 5 et 6 n'a permis qu'une seule mesure des deux modes. Cette mesure unique pour les deux modes peut aussi être à l'origine du bruitage de la représentation du mode 5.

Un couplage entre la flexion et la torsion a bien été observée visuellement pour les modes 2 et 3. Il est toutefois difficile de quantifier la proportion de la déformée en flexion et en torsion au sein du mode complexe. Le nombre de MAC est donc nécessaire pour valider la bonne corrélation des représentations graphiques des modes propres.

III.6.1.4 *Matrice de MAC et d'identification*

Dans cette section, le nombre de MAC est présenté sous la forme d'une matrice afin d'exprimer la corrélation des modes propres entre ceux issus de la simulation et l'expérimentale (Tableau 9).

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,06	0,17	0,03	0,04	0,13
	MODE 2	0,00	0,83	0,02	0,02	0,00	0,02
	MODE 3	0,00	0,00	0,70	0,00	0,00	0,01
	MODE 4	0,00	0,02	0,01	0,93	0,02	0,08
	MODE 5	0,07	0,00	0,01	0,06	0,90	0,03
	MODE 6	0,04	0,11	0,03	0,12	0,01	0,15

Tableau 9 - Matrice de MAC essai/simulation pour la poutre de type 2.

Le Tableau 9 montre l'excellente corrélation essai/simulation entre les modes 1, 4 et 5. Les modes 2 et 3 présentent aussi une bonne corrélation avec une valeur respective de 0,7 et 0,83. Le manque de données expérimentales pour le mode 6 ne permet pas le calcul du nombre de MAC ce qui explique les faibles valeurs de la matrice.

L'obtention d'une bonne corrélation essai/simulation n'est pas suffisante pour l'étude du couplage flexion-torsion. Les outils utilisés jusqu'à lors permettent de déceler la présence ou non d'un couplage mais en aucun cas de le quantifier. Pour ce faire, la technique de comparaison des vecteurs propres pour le calcul du nombre de MAC a été réadaptée. Les vecteurs propres expérimentaux ont été comparés aux vecteurs propres numériques de la poutre sandwich de référence (type 1). La configuration de référence ne présente pas de

couplage ce qui a permis l'identification de l'ensemble des modes simples (non couplés). Cette identification permet l'accès à une banque de donnée de vecteurs propres reconstituant une déformée modale dite « pure », c'est-à-dire une déformée en flexion unique ou en torsion unique. Cette stratégie de comparaison permet la décomposition des modes couplés en une combinaison de modes simple. Les valeurs obtenues sont exprimées en pourcentage et sont rassemblées dans le Tableau 10.

Identification		Simulation (Type 2)					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation (Type 1)	B1	99%	0%	0%	0%	0%	0%
	T1	0%	56%	46%	0%	0%	0%
	B2	0%	44%	53%	0%	0%	0%
	B3	0%	0%	0%	99%	0%	0%
	T2	0%	0%	0%	0%	91%	10%
	B4	0%	0%	0%	0%	9%	90%

Tableau 10 - Identification des modes pour la poutre de type 2.

Il est aisé de voir que le mode 1 et 4 ne présentent aucun couplage car la déformée modale de la poutre couplé correspond presque à 100% à un mode simple de la poutre de de référence. Les modes 2, 3, 5 et 6 sont identifiés comme couplés car une partie de leurs déformées sont composées d'une déformée en flexion et d'une autre partie en torsion de la poutre de référence. Prenons l'exemple du mode 2 de la poutre de type 2. La comparaison des vecteurs propres expérimentaux indique une similitude à hauteur d'environ 55% avec le mode « T1 » (premier mode de torsion) des vecteurs propres issues de la simulation de la poutre de référence et à hauteur d'environ 45% avec le mode « B2 » (deuxième mode de flexion). Cette répartition permet la quantification du couplage au sein d'un mode et permet également de dire que le mode en question a une composante en torsion aussi importante qu'en flexion.

L'ajout d'un pli hors axe dans la composition de la peau du sandwich crée un couplage fort de l'ordre du 50/50 pour les modes 2 et 3 et un couplage plus faible (de l'ordre de 90/10) pour les modes supérieurs 5 et 6.

L'étude suivante concerne l'introduction d'un gradient de mousse horizontal dans l'âme de la poutre sandwich pour étudier l'apparition d'un couplage flexion-torsion inertiel.

III.6.2 Etude du couplage inertiel (poutre de type 3)

Le couplage inertiel fait l'objet d'une étude de corrélation dans ce paragraphe. On rappelle que le couplage inertiel est généré par la structure interne de la poutre sandwich de type 3 (Figure 120).

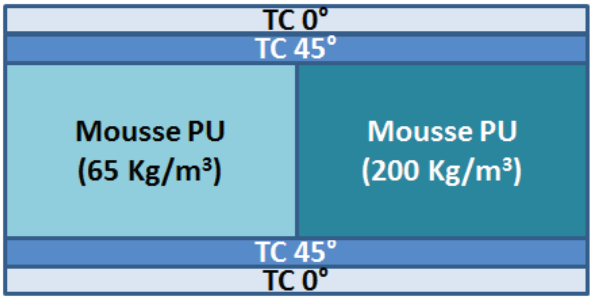


Figure 120 - Schéma de la section de poutre de type 3.

III.6.2.1 *Fonction de Réponse en Fréquence*

Les courbes FRF (expérimentale en bleue et simulation en noire) de la poutre de type 3 sont illustrées dans la Figure 121. Le nombre de FRAC pour la comparaison des deux FRF est de 0,72. Ce chiffre signifie que la corrélation est bonne. Lors de la comparaison visuelle, le positionnement et l'amplitude des pics de résonnance sont bien représentées par le modèle numérique. Néanmoins, la valeur du nombre de FRAC de la poutre de type 3 n'est pas aussi élevé que le nombre de FRAC de la poutre de type 2. Cette différence vient du fait que les anti-résonnances ne sont pas traduites sur la courbe expérimentale mais aussi par une mesure bruitée de la réponse de la poutre pour les hautes fréquences. Cette mesure bruitée est due aux caractéristiques du sinus balayé exprimé en octave par minute rendant l'évolution de l'excitation trop rapide à haute fréquence pour obtenir une mesure maitrisée.

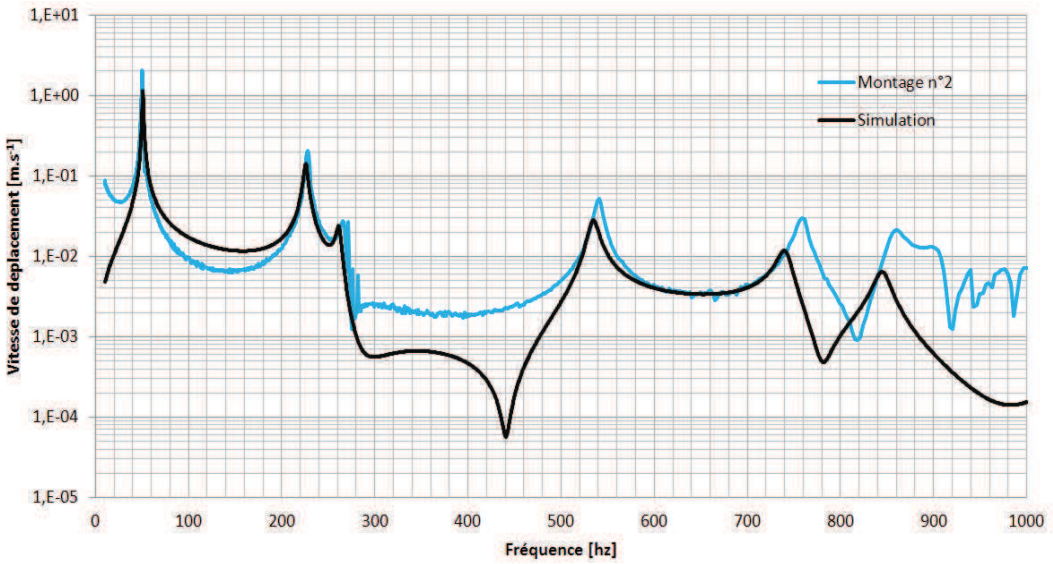


Figure 121 - Fonctions de réponse en fréquence (simulation/essai) de la poutre de type 3.

Cette configuration a une influence importante sur l'amplitude et la proximité des modes 2 et 3. Comme le montre la Figure 121, la présence d'un gradient horizontal dans l'âme engendre une séparation des deux modes jusque-là confondus dans les configurations de type 1 et 2. Le même effet est constaté pour les modes supérieurs entre les pics de résonnance 5 et 6.

III.6.2.2 *Fréquences propres*

Les fréquences propres de la poutre de type 3 sont répertoriées dans le Tableau 11. Les écarts entre les valeurs issues de la simulation et celles issues de le mesure expérimentale sont très faibles, inférieur à 5%. Les valeurs montrent une légère sous-estimation des fréquences propres du modèle numérique. On notera aussi un décalage en fréquence des modes propres vers des valeurs plus élevées par rapport à celles obtenues dans le cas de la poutre de type 2 (voir III.5.4.1.2). Ceci signifie que l'augmentation de la raideur de la mousse haute densité a plus d'influence que l'augmentation de la densité.

Modes	Poutre de Type 3		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	50,68	50,06	-1%
2	219,64	223,83	2%
3	255,07	260,77	2%
4	520,30	530,53	2%
5	718,01	736,67	3%
6	819,06	845,34	3%

Tableau 11 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes de la poutre de type 3.

La représentation visuelle (Figure 122) des valeurs de fréquences propres montre une faible dispersion des valeurs illustrée par un coefficient de corrélation linéaire quasi égal à 1. La pente de la droite est elle aussi très proche de 1 avec une valeur de 0,97, ce qui signifie que les propriétés des matériaux utilisées sont correctes. La présence de la mousse haute densité améliore grandement la corrélation essai/simulation ce qui signifie que les défauts de corrélation rencontrés au préalable dans les paragraphes III.5.4.2.2 et III.6.1.2 sont issues de la présence de la mousse basse densité seulement.

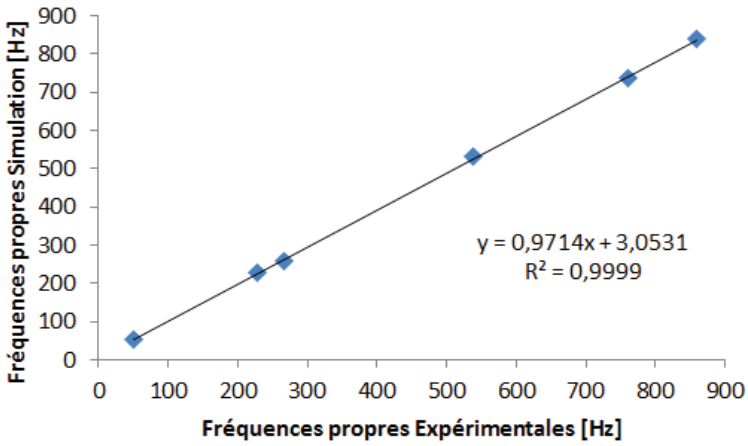
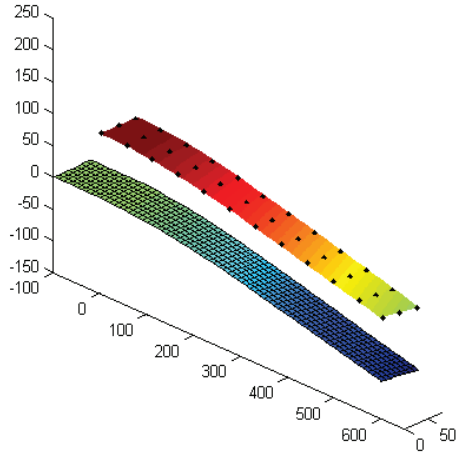


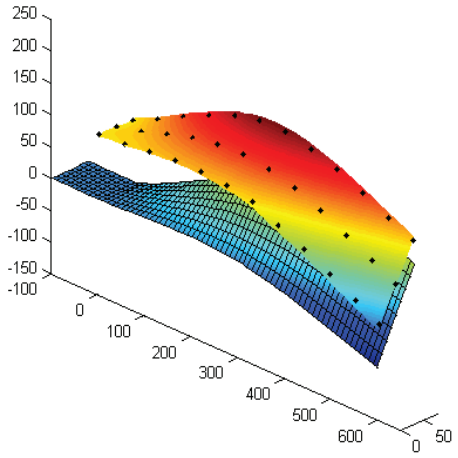
Figure 122 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres de la poutre de type 3.

III.6.2.3 *Déformées modales*

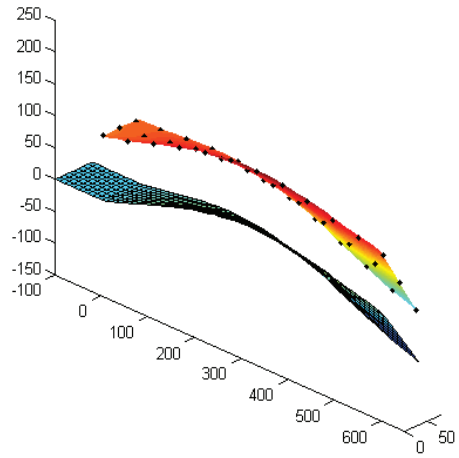
Les sections précédentes ont montré une bonne corrélation essai/simulation des fréquences propres ainsi que de l'allure de la FRF en présence d'un gradient horizontal de mousse (GHM) dans l'âme de la poutre sandwich. Les déformées modales expérimentales et numériques sont représentés l'une au-dessus de l'autre pour chacun des modes propres dans la Figure 123.



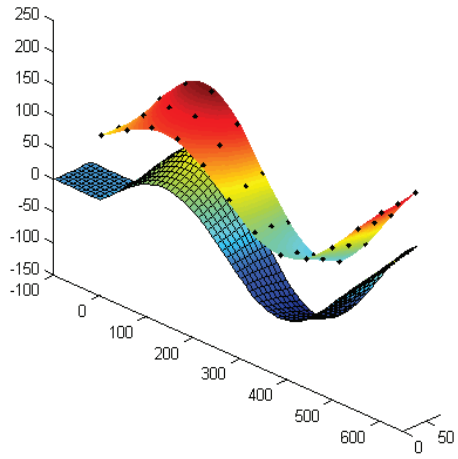
Mode 1



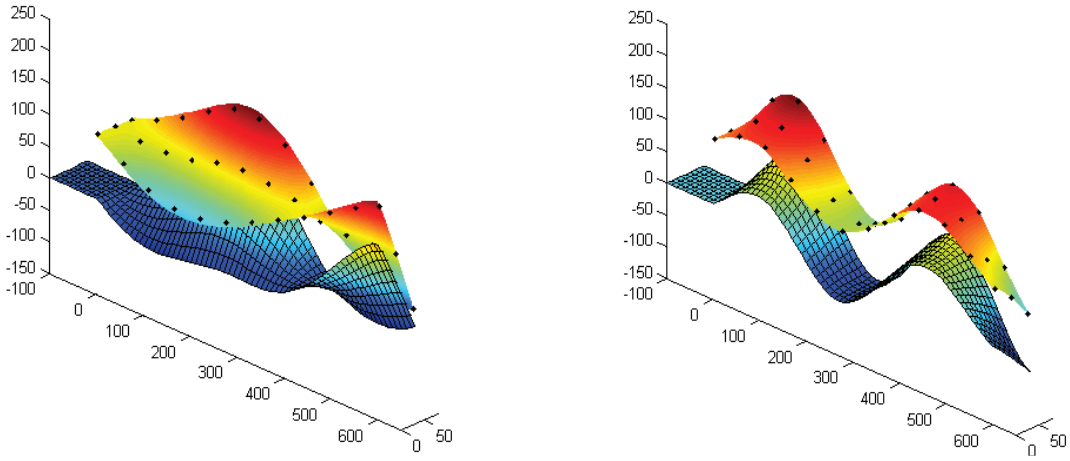
Mode 2



Mode 3



Mode 4



Mode 5 *Mode 6*

Figure 123 - Déformées des modes propres de la poutre sandwiche de type 3 pour le montage n°2 (déformée supérieure - expérimentale, déformée inferieure - simulation).

Une bonne représentativité des déformées modales numérique a été atteinte par rapport à celles mesurées ce qui amène une bonne corrélation visuelle des modes. Contrairement à la présence d'un couplage structurel (poutre de type 2), le couplage inertiel influence l'ensemble des modes se traduisant par des déformées présentant une composante en torsion. La validation de la corrélation visuelle est une nouvelle fois faite par l'utilisation de la matrice de MAC ainsi que la matrice d'identification.

III.6.2.4 *Matrice de MAC et d'identification*

La matrice de MAC a une nouvelle fois été calculée (Tableau 12) pour valider numériquement la bonne corrélation visuelle de la section III.6.2.3.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,19	0,00	0,04	0,13	0,01
	MODE 2	0,01	0,82	0,00	0,00	0,05	0,01
	MODE 3	0,01	0,09	0,90	0,01	0,00	0,01
	MODE 4	0,00	0,01	0,00	0,95	0,13	0,00
	MODE 5	0,01	0,01	0,16	0,00	0,66	0,00
	MODE 6	0,01	0,00	0,02	0,00	0,08	0,92

Tableau 12 - Matrice de MAC essai/simulation pour la poutre de type 3.

Le Tableau 12 indique des valeurs de MAC dans la diagonale majoritairement supérieure à 0,9. Le nombre de MAC du mode 5 est égal à 0,66 ce qui correspond à une corrélation moyenne mais acceptable. Cette valeur du nombre de MAC peut être justifiée par le type de sollicitation de la poutre en flexion qui a tendance à peu exciter les modes de

torsion. Cette faible excitation des modes de torsion induit de faibles amplitudes perturbant le calcul de corrélation. Cependant les valeurs de MAC extra diagonaux pour le mode 5 sont faibles ce qui permet la confirmation que le mode 5 expérimental correspond bien au mode 5 numérique.

Identification		Simulation (Type 3)					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation (Type 1)	B1	99%	2%	1%	0%	0%	0%
	T1	0%	64%	37%	0%	0%	0%
	B2	0%	33%	61%	0%	2%	0%
	B3	0%	0%	0%	99%	0%	0%
	T2	0%	0%	0%	0%	95%	4%
	B4	0%	0%	0%	1%	3%	96%

Tableau 13 - Identification des modes pour la poutre de type 3.

Le Tableau 13 reprend le même principe détaillé dans la section III.6.1.4. La présence d'un gradient de mousse horizontal induit une composante en torsion des déformées modale moins importante que dans le cas de la poutre de type 2. Le mode 3 expérimental, par exemple, a une déformée constituée d'environ 60% d'une composante de flexion (B2 - deuxième mode de flexion) et d'environ 40% d'une composante de torsion (T1 - premier mode de torsion). Les modes 5 et 6 ont une composante de déformée en torsion plus faible que dans le cas de la poutre de type 2 et peuvent être considérés comme négligeables.

Nous pouvons dire que le GMH introduit essentiellement un couplage flexion-torsion dans les modes dont l'amplitude des déformations modales est importante. Le couplage flexion-torsion en présence d'un GMH se limite donc aux modes 2 et 3.

III.6.3 Combinaison des couplages flexion-torsion (poutre de type 4)

Dans les sections précédentes, les influences des technologies couplantes ont été étudiées séparément. Le couplage structurel de la poutre de type 2 (pli hors axe) a montré un couplage flexion-torsion fort pour les modes 2 et 3 et plus faible pour les modes 5 et 6. Le couplage inertiel de la poutre de type 3 (GMH) a montré un couplage flexion-torsion limité aux modes dont l'amplitude des déformations était importante (mode 2 et 3). Du couplage dit résiduel est cependant présent dans le reste des modes de la poutre de type 3. Il est maintenant question de combiner ces deux technologies dans une seule et même poutre afin de voir de quelle manière le couplage flexion-torsion se combine (Figure 124).

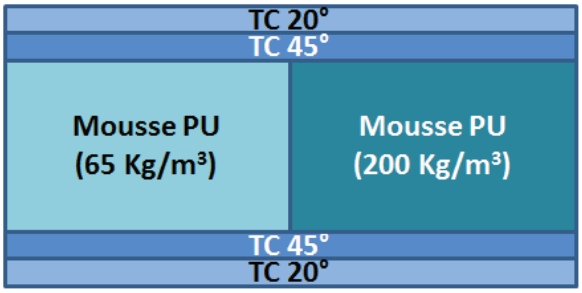


Figure 124 - Schéma de la section de poutre de type 4.

III.6.3.1 *Fonction de Réponse en Fréquence*

La Figure 125 illustre la superposition des FRF expérimentale (bleue) et numérique (noire) pour la poutre sandwich de type 4. Les effets de la combinaison des deux technologies couplantes sur la FRF sont bien pris en compte visuellement. Le calcul de corrélation essai/simulation a permis d'obtenir un nombre de FRAC de 0,94 synonyme d'une bonne corrélation.

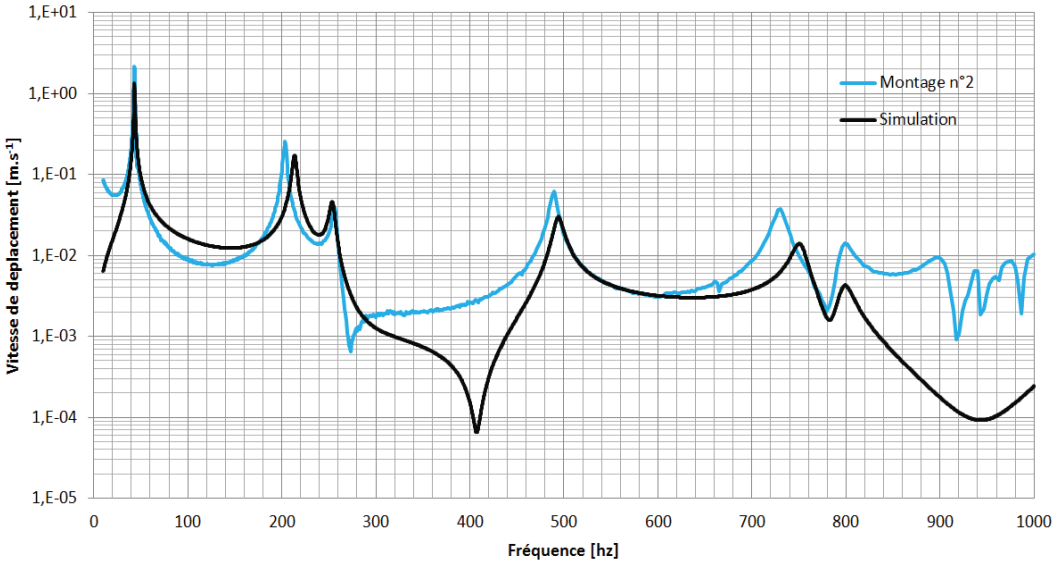


Figure 125 - Fonctions de réponse en fréquence (simulation/essai) de la poutre de type 4.

L'allure globale de la FRF présente de fortes similitudes avec la courbe obtenue pour la configuration de type 3 traduisant ainsi un impact plus important du gradient de mousse horizontal dans l'âme sur la FRF que la présence d'un pli hors axe dans les peaux. Les positionnements des pics de résonnance sont proches de ceux obtenus pour la poutre de type 3 hormis pour le quatrième pic dont la fréquence a subit un décalage vers les basses fréquences. L'étude de l'influence de la combinaison des technologies couplantes se poursuit avec l'étude des fréquences propres.

III.6.3.2 *Fréquences propres*

Les fréquences propres sont répertoriées dans le Tableau 14 et montrent des écarts essai/simulation très faibles sans sur ou sous-estimations des fréquences propres. Les écarts sont compris entre -3% et 2% des valeurs expérimentales.

Modes	Poutre de Type 4		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	43,23	43,3	0%
2	210,69	204,23	-3%
3	249,95	256,81	3%
4	487,66	491,03	1%
5	737,30	725,6	-2%
6	786,46	801,34	2%

Tableau 14 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes de la poutre de type 4.

En comparant les valeurs des fréquences propres entre les différentes configurations de poutres, on peut voir que la combinaison des technologies couplantes n'influencent pas l'ensemble des fréquences mais seulement certaines, par exemple, entre les configurations de type 3 et 4. Les modes 3 et 6 de la poutre de type 4 voient leurs fréquences propres se décaler vers les basses fréquences par rapport aux fréquences de la poutre de type 3. Les autres valeurs de fréquences restent stables.

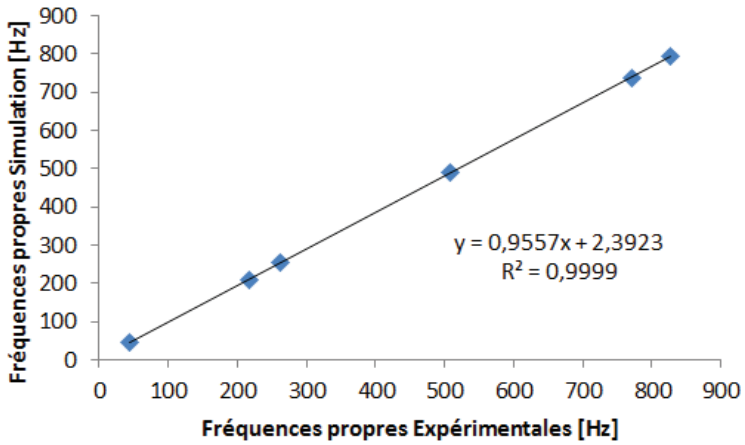


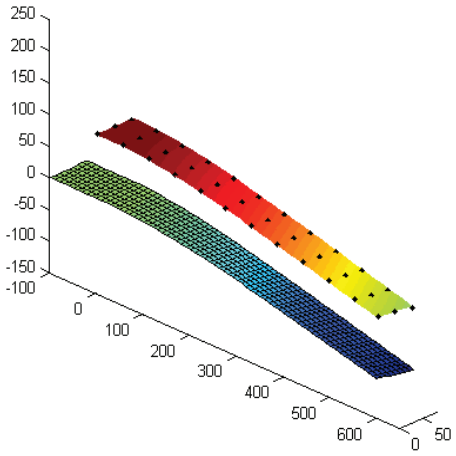
Figure 126 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres de la poutre de type 4.

La représentation graphique de la Figure 126 montre une dispersion des valeurs très faible car le coefficient directeur est quasiment égal à 1. La pente a pour valeur 0,96 ce qui indique que les matrices de masse et de raideur présentent un écart significatif par rapport aux caractéristiques réelles de la poutre sandwich. Les valeurs des pentes obtenues lors des configurations aux technologies couplantes isolées présentaient de meilleures valeurs. Les écarts causés par des petites imprécisions du modèle s'ajoutent ou sont amplifiées avec l'association des technologies couplantes. Il est donc important d'avoir les caractéristiques

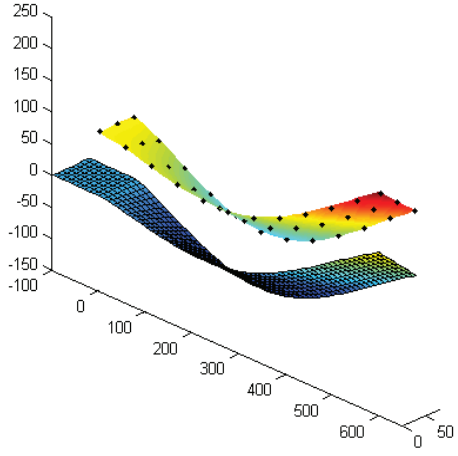
mécaniques des matériaux des modèles de poutres de type 2 et 3 optimisées avant d'associer les configurations pour ne pas dégrader les résultats de leurs combinaisons. Toutefois les résultats obtenus sont globalement bons et peuvent être acceptés en état.

III.6.3.3 *Déformées modales*

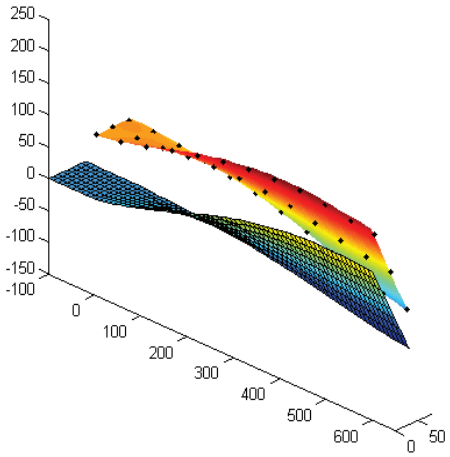
La comparaison entre les FRF et fréquences propres de la poutre de type 4 a montré une très bonne corrélation en terme de FRF et de placement fréquentiel. Le traitement du couplage individuel avant leur combinaison a été identifié comme un axe d'amélioration. Il est néanmoins nécessaire de comparer l'allure des déformées modales de la configuration de type 4 pour les six premiers modes. Les déformées modales expérimentales et numériques en présence des deux technologies couplantes structurelles et inertielles sont présentées dans la Figure 127.



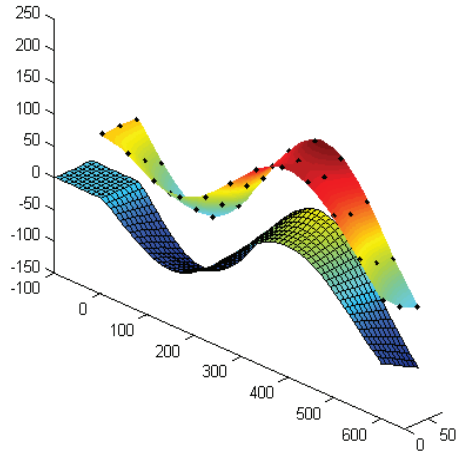
Mode 1



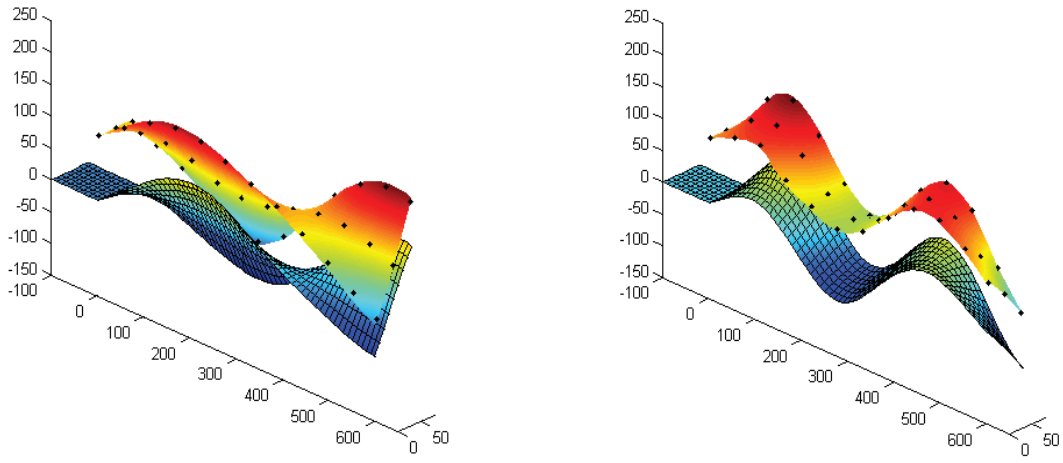
Mode 2



Mode 3



Mode 4



Mode 5 *Mode 6*

Figure 127 - Déformées des modes propres de la poutre sandwiche de type 4 pour le montage n°2 (déformée supérieure - expérimentale, déformée inferieure - simulation).

Les modes habituellement bruités ne présentent plus de bruits parasites. Ceci peut être expliqué par une amplitude plus importante des modes de torsion de par la combinaison d'un centre de torsion excentré sous l'effet de GMH et du couplage structurel crée par la présence du pli hors axe. La plupart des déformées présentent une composante en torsion qu'il est nécessaire de valider via la corrélation utilisant la matrice de MAC. La quantification du couplage flexion-torsion se fera également à travers la matrice d'identification.

III.6.3.4 *Matrice de MAC et d'identification*

La corrélation essai/simulation lorsque le couplage inertiel et structurel sont associés donne de bon résultats mais doivent être validés par la matrice de MAC. La décomposition des modes couplés en une combinaison de modes simples sera nécessaire pour conclure sur l'efficacité et sur l'intérêt d'une combinaison entre un couplage inertiel et structurel.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,05	0,11	0,01	0,13	0,00
	MODE 2	0,01	0,98	0,02	0,02	0,00	0,02
	MODE 3	0,01	0,00	0,78	0,01	0,00	0,01
	MODE 4	0,00	0,01	0,02	0,96	0,02	0,01
	MODE 5	0,02	0,01	0,03	0,00	0,46	0,01
	MODE 6	0,04	0,00	0,00	0,02	0,08	0,88

Tableau 15 - Matrice de MAC essai/simulation pour la poutre de type 4.

Le Tableau 15 montre une nouvelle fois une excellente corrélation des vecteurs propres des déformées modales. La plupart des modes ont un nombre de MAC dans la diagonale

proche de 1. Le nombre de MAC du mode 5 reste cependant faible. Ce phénomène était présent pour toutes les configurations testées et la combinaison des deux technologies n'a pas amélioré la corrélation numérique même si la corrélation visuelle est bonne. On peut d'ores et déjà affirmer que le modèle numérique est capable de retranscrire l'ensemble des phénomènes physiques induits par la présence d'un couplage flexion-torsion soit structurel soit inertiel ainsi que leurs combinaisons. Le niveau de corrélation généralement élevé permet d'envisager des études sur le couplage flexion-torsion sur des cas plus complexes.

Identification		Simulation (Type 4)					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation (Type 1)	B1	97%	0%	1%	0%	0%	0%
	T1	1%	11%	89%	1%	1%	0%
	B2	2%	88%	8%	0%	0%	0%
	B3	0%	0%	1%	97%	0%	2%
	T2	0%	0%	1%	0%	90%	8%
	B4	0%	0%	1%	1%	9%	90%

Tableau 16 - Identification des modes pour la poutre de type 4.

Le Tableau 16 présente la décomposition des modes couplés en une combinaison de modes simples. On retrouve la présence de modes peu affectés par la présence des technologies couplantes tels que les modes 1 et 3 qui restent des modes à forte prédominance en flexion. Un phénomène de découplage apparait pour les modes 2 et 3. En effet les modes 2 et 3 étaient respectivement composées à 55% de torsion pour la poutre de type 2 et 60% de torsion pour la poutre de type 3. La combinaison des deux technologies couplantes a eu pour effet de découpler ces modes puisque la proportion de torsion est passée à 10%. Une inversion entre les modes 2 et 3 est aussi observée car les composantes principales des modes ne se trouvent plus sur la diagonale de la matrice d'identification. Ce phénomène est connu sous le nom de « mode veering » et opère lorsque deux modes sont proches d'un point de vue fréquentiel. Les modes 5 et 6 ne se trouvent pas affectés par la combinaison du couplage structurel et inertiel puisque la proportion de la composante principale du mode reste dans la diagonale. Leurs ratios 90/10 sont toutefois inchangés. Le couplage flexion-torsion des modes hautes fréquences est donc essentiellement dicté par la présence d'un pli hors-axe dans la peau de la poutre sandwich. La combinaison des technologies couplantes ne doit pas être faite de manière anarchique car les phénomènes de découplage et de « mode veering » peuvent apparaitre, dégradant ainsi le couplage flexion-torsion. Il faut donc trouver une autre configuration pour retrouver un couplage flexion-torsion efficace dans une poutre sandwich.

III.6.5 Phénomène de « mode veering »

III.6.5.1 *Présentation du phénomène*

Le mode veering est un phénomène qui a été observé pour la première fois par [Claassen, 1962]. C'est un phénomène courant dans le domaine des structures vibrantes qui apparait lorsque deux modes propres caractéristiques virent plus ou moins brusquement lorsque qu'ils s'approchent l'un de l'autre. Les composantes d'un mode propre avant le virement correspond aux composantes de l'autre mode propres après virement. Dans la zone de virement les vecteurs propres subissent d'importants changements qui finalement aboutissent à un inter-changement. La plupart du temps l'étude de ce phénomène utilise une ou deux variables pour obtenir un graphique caractéristique de ce phénomène, présenté dans la Figure 128.

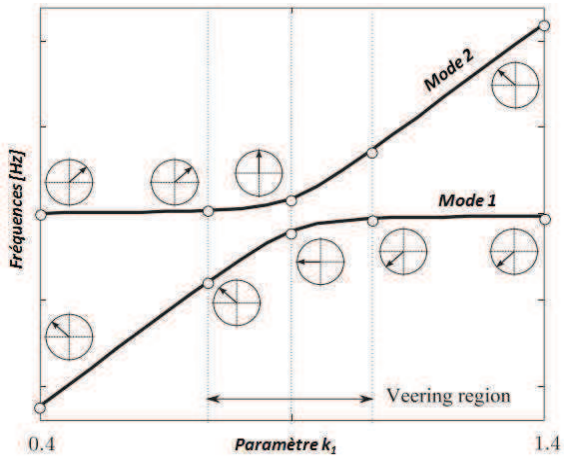


Figure 128 - Exemple de graphique représentant le « mode veering ». [Gallina et al., 2011]

Différentes approches ont été étudié pour modéliser et prédire l'apparition de ce phénomène de mode veering notamment via un meta-modèle détaillé par [Gallina et al., 2011]. Un résumé des travaux réalisé dans le domaine ces 30 dernières années a été fait par [Bois et al., 2009]. Cet auteur a également travaillé sur un montage expérimental capable de mettre en évidence les paramètres influents pour l'apparition de ce phénomène [Bois et al., 2007]. Le montage décrit dans son article consiste en un cadre rectangulaire composée de deux diagonales coudées au cadre et non connectées en leurs centres (Figure 129). Une vis à l'intérieure d'une des diagonales permet la modification de sa raideur. Cette raideur contraint la diagonale en tension et le cadre en compression. Des accéléromètres équipent la structure excitée par un pot vibrant sur une des barres qui compose le cadre. Un modèle élément fini représentant le montage expérimental a été réalisé utilisant six éléments 2D poutres d'Euler-Bernoulli. Une bonne corrélation essai/simulation ainsi qu'une bonne prédiction du mode veering a été obtenue.

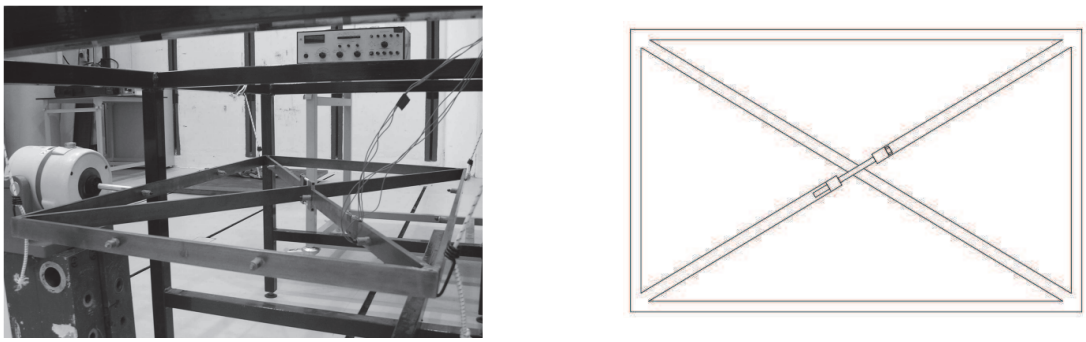


Figure 129 - Montage expérimentale de la mise en évidence du mode veering [Bois et al., 2007].

III.6.5.2 *Application à l'étude*

La combinaison des deux technologies couplantes a fait apparaitre un phénomène de mode veering. La matrice d'identification ainsi que le tableau des fréquences propres ont fournis les informations nécessaires pour l'étude du phénomène.

Dans la Figure 130, les fréquences propres des modes 2 et 3, qui sont à l'origine du phénomène apparu dans la section III.6.3, ont été tracé en fonction de la matrice de masse du système. Les poutres de type 1 et 3 ont servi de référence pour tracer le graphique. La courbe bleue représente l'évolution fréquentielle du mode couplé (T1-B2) entre le premier mode de torsion (T1) qui est majoritaire dans la déformée modale, combiné au deuxième mode de flexion (B2) minoritaire. La courbe rouge représente l'évolution en fréquence du mode couplé (B2-T1) entre le deuxième mode de flexion (majoritaire) et le premier mode de torsion (minoritaire).

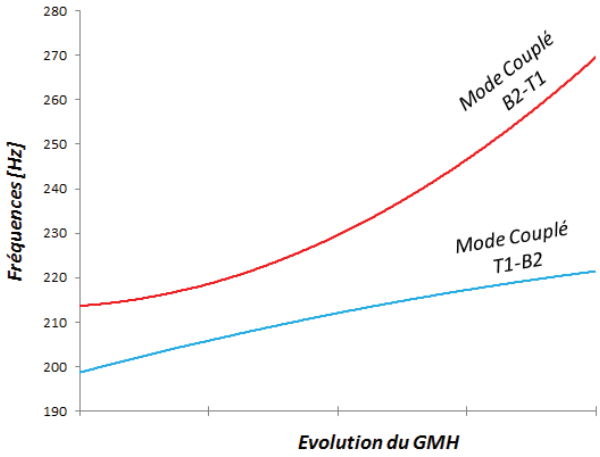


Figure 130 - Evolution fréquentielle des modes 2 et 3 en fonction du paramètre masse.

L'évolution des fréquences propres des deux modes de la Figure 130 repose sur différentes configurations du gradient de mousse inspiré de l'étude du chapitre II. Le profil des deux modes couplés montre une prédisposition au mode veering de par la proximité des

fréquences propres des deux modes. Le mode couplé T1-B2 est inférieur à 200Hz pour une poutre dépourvue de gradient de mousse et évolue vers 220Hz avec l'introduction progressive du gradient de mousse. Pour le mode couplé B2-T1, ces fréquences évoluent de 215Hz à 265Hz. La poutre de type 4, selon la matrice d'identification, a le mode couplé T1-B2 à 250Hz et le mode B2-T1 à 211Hz (voir Tableau 14). Le mode veering apparait lorsque le couplage structurel est introduit dans la configuration de type 3 pour donner la configuration de type 4. La modification de la matrice de raideur du système est donc suffisante pour déclencher le mode veering entre les deux modes. Ce phénomène n'a pas été observé lors de l'étude du couplage structurel seul ce qui montre bien qu'il est issu du changement de la matrice de raideur par rapport à la matrice de masse initialement donnée.

Le mode couplé T1-B2 de la poutre de type 4 commence son évolution sur la courbe bleue puis à l'issue d'une combinaison le GMH et l'orientation du pli, vire et se met à évoluer sur la courbe rouge initialement emprunté par le mode couplé B2-T1.

III.6.6 Bilan de l'étude de la poutre sandwich

L'étude sur le couplage flexion-torsion a permis l'observation du comportement des poutres sandwich constitués d'un couplage structurel, d'un couplage inertiel ainsi que de la combinaison des deux types de couplage. La présence du pli hors axe entraine peu de modifications de la FRF par rapport à la poutre de référence mais a permis la création d'un couplage flexion-torsion fort pour les modes 2 et 3 et plus faible pour les modes 5 et 6. Le GMH crée lui aussi un couplage fort pour les modes 2 et 3 mais il est quasi inexistant pour les autres modes. Le couplage inertiel est principalement créé lorsque l'amplitude des déformées modales est importante, c'est-à-dire principalement pour les modes basses fréquences. La combinaison des deux types de couplages a permis de voir qu'un découplage des modes était possible en fonction de l'association des deux technologies avec une répartition 90/10 en flexion et en torsion suivant les modes. Elle a aussi permis l'observation du phénomène de mode veering entre les modes 2 et 3. Une bonne corrélation avec le modèle numérique 3D a été atteinte pour l'ensemble des configurations ce qui confirme que les phénomènes dynamiques lié au couplage sont bien pris en compte dans le calcul.

A partir des observations précédentes, pour obtenir un couplage flexion-torsion important en combinant le couplage structurel et le couplage inertiel, un autre design peut être proposé. La première modification consiste à faire pivoter le pli hors axe de 90° pour obtenir une orientation à +70°/-20° (type 5). De cette façon la valeur du K_{45} de la matrice de rigidité de la section ne se trouve pas affecté mais le vrillage induit sera exprimé dans le sens inverse. La seconde modification consiste à inverser la configuration du GMH (type 6). Dans ces conditions c'est la valeur du K_{43} de la matrice qui change de signe, créant un sens du vrillage inversé.

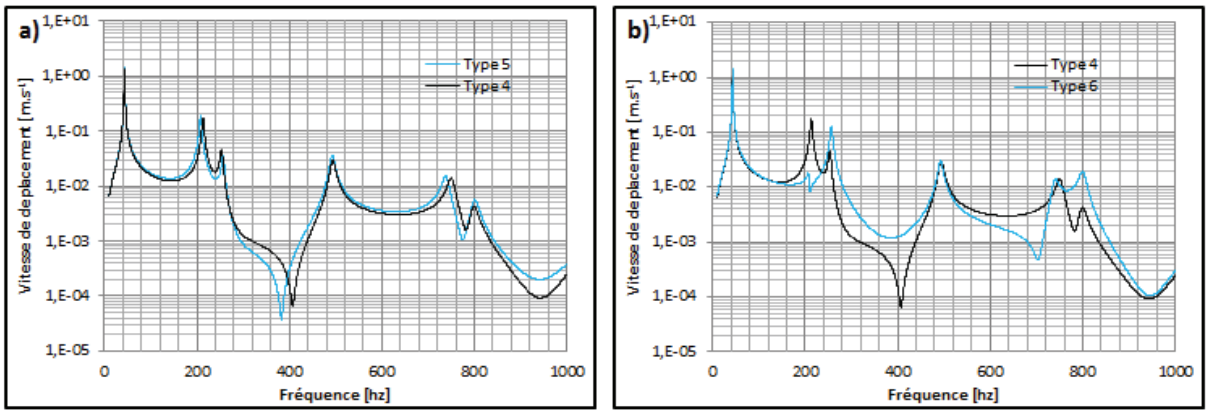


Figure 131 - FRF des nouvelles associations de couplage inertiel/structurel (a - pli orienté à +70°/-20°, b - GMH inversé).

Identification		Simulation (Type 5 & 6)					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation (Type 1)	B1	95%	0%	1%	0%	0%	0%
	T1	2%	29%	70%	1%	0%	0%
	B2	3%	71%	25%	1%	0%	0%
	B3	0%	0%	2%	94%	4%	2%
	T2	0%	0%	2%	4%	86%	8%
	B4	0%	0%	1%	0%	10%	90%

Tableau 17 - Matrice d'identification commune aux poutres de type 5 et 6.

On peut voir sur la Figure 131-a que la rotation à 90° du pli hors axe ne change pas l'allure générale de la FRF. Toutefois le Tableau 17 montre une amélioration du couplage flexion-torsion pour les modes 2 et 3 mais le taux de couplage reste inférieur au taux obtenu pour les poutres de type 2 et 3. L'inversion du GMH influence l'allure de la FRF (Figure 131-b). Les amplitudes de l'ensemble des modes couplés sont inversées sans pour autant avoir une influence sur leurs placements fréquentiels. La matrice d'identification reste semblable à celle obtenue avec la poutre de type 5 avec une répartition à 70/30 entre la flexion et la torsion selon les modes.

L'association des deux types de couplage au sein d'une même poutre induit donc une perte de couplage flexion-torsion. Cependant l'intérêt réside dans la complémentarité du couplage. Le couplage structurel intervient au niveau des modes 2 et 3 mais aussi 5 et 6 en moindre mesure tandis que le couplage inertiel influence essentiellement les modes basses fréquences aux amplitudes élevées. L'association des deux permet donc un couplage à tous les niveaux. On remarque que l'association qui permet de générer un couplage des modes important ne correspond pas avec les résultats issus de l'étude statique et que le phénomène de mode veering est toujours présent.

III.7 Etude du couplage flexion-torsion : Tronçon de pale

Les résultats du paragraphe I.7.1 ont montrés la possibilité de créer un fort couplage flexion-torsion dans une poutre sandwich en utilisant différentes technologie couplantes ce qui permet d'envisager une nouvelle étude du couplage sur un système plus complexe. Un tronçon de pale d'hélicoptère a été choisi pour cette étude. Elle sera représentée par une section fermée profilée, composée d'un ensemble d'éléments structuraux tel que le longeron, l'arêtier, une nervure, des mousses de remplissage ainsi qu'un revêtement composé de deux tissus carbone (voir paragraphe I.4.2).

L'envergure du tronçon de pale a été fixée telles que :

- Envergure : 1000 mm
- Corde : 180mm
- Epaisseur : 21,6 mm

Ces dimensions sont inspirées d'une pale de rotor de queue d'un appareil de type écureuil. Le profile a été choisi symétrique et utilise un NACA 12. Pour réaliser d'une telle pièce l'entière conception d'un moule a dû être pensé, conçu et dessiné sous CAO avant d'être usiné. Le même montage expérimental (excitation généralisée) a été choisi pour l'étude dynamique du couplage ce qui a nécessité la conception d'un encastrement adapté faisant le lien entre la table vibrante et le tronçon de pale. Les résultats expérimentaux seront ensuite comparés aux résultats du modèle numérique également développé via SAMCEF en utilisant les mêmes outils de corrélation.

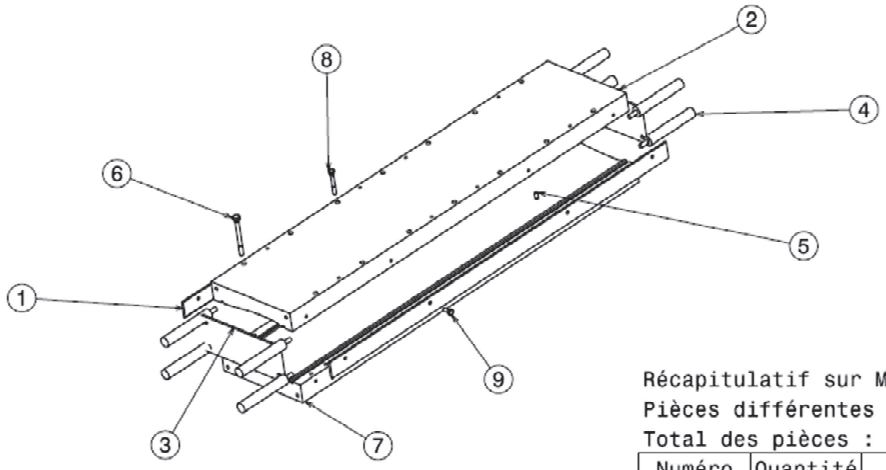
III.7.1 Phase expérimentale

Ce paragraphe est dédié à la conception d'un moule pouvant permettre la réalisation d'un tronçon de pale muni d'un couplage flexion-torsion. La conception d'une pièce d'interface servant aussi d'encastrement sera présentée. Le processus de fabrication de la pale fera aussi l'objet d'une sous partie.

III.7.1.1 *Conception d'un moule*

La fabrication d'un tronçon de pale nécessite la conception d'un moule permettant l'assemblage des éléments structuraux ainsi que des éléments couplants. Le cycle de cuisson permettant à la résine de réticuler peut atteindre des températures proches de 200°C et peut engendrer une dilatation importante du moule ne permettant plus d'assurer les bonnes côtes du tronçon de pale. Un matériau avec une bonne résistance thermique et une bonne usinabilité est nécessaire. L'aluminium AU4G présente l'ensemble de ces caractéristiques est sera donc choisi pour la réalisation du moule. Le moule est constitué de deux demi-coques

ainsi que des piges de calage, des vis d'extraction pour faciliter le démoulage et 8 poignées pour la manipulation (Figure 132).



Nomenclature de Moule de pale

Numéro	Name
1	Cale de guidage
2	Bati Extrados
3	Cale de fermeture
4	Poignee
5	Pige de guidage
6	Vis fixation bati
7	Bati Intrados
8	Vis de demoulage
9	Vis fixation cale de guidage

Récapitulatif sur Moule de pale
Pièces différentes : 9
Total des pièces : 52

Numéro	Quantité	Référence
1	2	Cale de guidage
2	1	Bati Extrados
3	2	Cale de fermeture
4	8	Poignee
5	8	PIN 8x16 STEEL MACHINE DOWEL
6	14	Vis M10x100 TETE HEXA (Acier)
7	1	Bati Intrados
8	8	Vis M8x60 TETE HEXA (Acier)
9	8	Vis M8x20 TETE HEXA (Acier)

Figure 132 - Vue éclatée du moule réalisé sous CATIA.

L'importante épaisseur des deux demi-coques a pour but de limiter la dilatation thermique du moule pour le maintien des cotations du tronçon. L'architecture en demi coque permet l'assemblage es des tissus couplant ainsi que du gradient de mousse.

III.7.1.2 *Conception de l'encastrement*

Une pièce de liaison entre le tronçon de pale et la table du pot vibrant a été ensuite réalisée. Cette pièce doit avoir plusieurs fonctions. Elle doit servir d'encastrement donc être extrêmement rigidité et doit être solidement fixé à la table vibrante pour permettre la transmission de l'excitation au tronçon de pale.

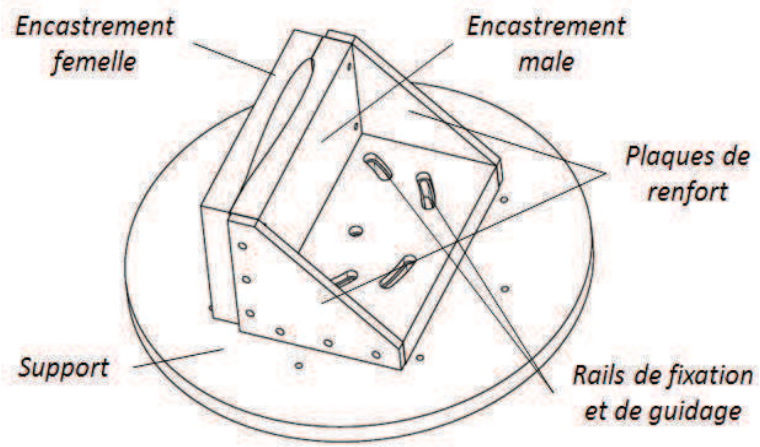


Figure 133 - Visualisation de l'encastrement du tronçon de pale et du système de fixation à la table vibrante.

L'encastrement male est l'élément principal et est muni de rails de fixation et de guidage pour permettre son positionnement et sa fixation. Deux équerres sont disposées de chaque cotés pour rigidifier l'ensemble. Le tronçon de pale vient s'insérer entre l'encastrement mâle et femelle découpé de manière à pourvoir accueillir la forme profilée du tronçon (Figure 133). L'ensemble des pièces constituant l'encastrement utilise un alliage d'aluminium AU4G. Une épaisseur de 20mm l'encastrement mâle et femelle a été calculé pour reprendre les efforts de l'excitation.

III.7.1.3 *Fabrication du tronçon*

La fabrication des tronçons de pale est une étape délicate nécessitant un savoir-faire important ainsi que des moyens spécifique. L'ensemble des configurations a été élaboré au sein du laboratoire de l'ISAE SupAero et ont nécessité une semaine de travail par tronçon (Figure 134).

L'ensemble des étapes sont présentées dans l'annexe VI.

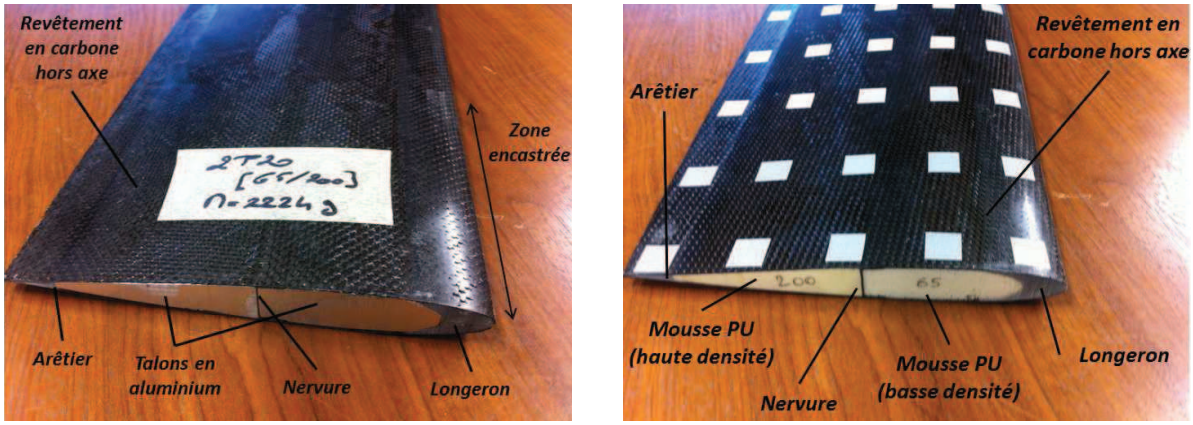


Figure 134 - Visualisation finale des tronçons de pale.

III.7.1.4 *Dispositif expérimentale*

Le montage expérimental reprend le même principe que celui de l'étude pour la poutre sandwich. L'excitation est identique et passe également par une table vibrante pour exciter directement au niveau de l'encastrement (Figure 135-b). La mesure des déformées se fait également à l'aide d'un vibromètre laser donc le maillage a été raffiné pour mieux représenter les déformée en torsion. Le maillage est constitué de 85 points (5 colonnes et 17 lignes).



a) *Montage expérimentale et point de mesure de la FRF par le vibromètre laser*

b) Encastrement permettant la fixation du tronçon à la table vibrante

Figure 135 - Présentation du montage expérimental appliqué au tronçon de pale.

L'obtention des FRF se fait un point situé en bout de pale au niveau du bord de fuite (Figure 135-a). Cette position a été préféré au bord d'attaque car le bord de fuite présente une souplesse plus importante donc les déplacements sont de plus grande amplitudes ce qui permet une meilleur précision de la mesure.

III.7.2 Modèle numérique du tronçon de pale

Le maillage présenté dans la Figure 136 est uniquement composé d'éléments volumiques classique pour les mousses et le talon en aluminium et des éléments volumiques composite pour les plis du revêtement, l'arêtier ainsi que le longeron et la nervure. Généralement chaque pli est maillé avec un élément dans l'épaisseur. Le modèle comporte environ 750 000 degrés de liberté. La résolution du modèle sera fera à l'aide des module DYNAM et REPDYN du logiciel SAMCEF comme précédemment décrit dans le chapitre III.5.2. Compte tenu de la taille du modèle l'ensemble des calculs ont été lancés sur une station de calcul. Le module DYNAM à un temps de calcul d'environ 10 minutes et le module REPDYN nécessite un temps de calcul d'environ 15 minutes en utilisant 8 CPU.

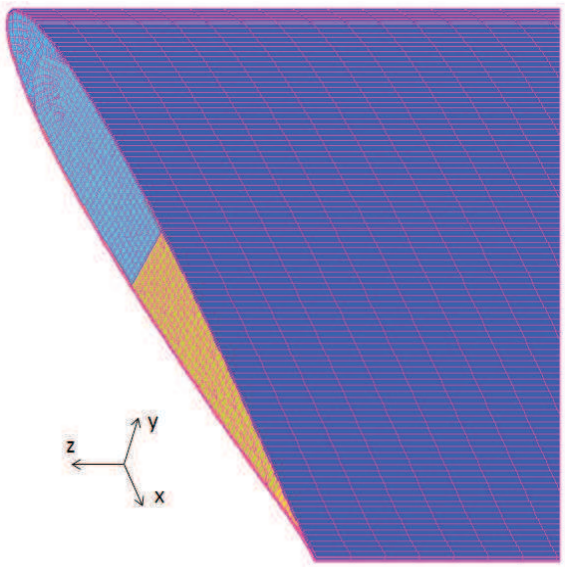


Figure 136 - Maillage du modèle numérique du tronçon de pale sous SAMCEF.

III.7.2.1 *Réalisation du modèle*

Une section 2D a été maillée à l'aide d'HYPERMESH. Ce logiciel a été choisi pour la possibilité d'importer facilement un nuage de points pour définir le profil aérodynamique mais aussi pour ces qualités en tant que générateur de maillage. Des éléments quadrangles ont uniquement été utilisés pour réaliser la section 2D. Une fois maillée, les données ont été exportées sous forme de fichier d'entré SAMCEF puis extrudée selon l'axe z afin d'obtenir une poutre de section profilé composée d'élément volumique de type brique. L'ensemble des éléments volumiques ont été ensuite affectés aux différents éléments structuraux de la pale. Les éléments volumiques de type brique possèdent 8 points d'intégrations (2 points dans les trois directions) leurs permettant une représentation complète de l'élément. L'élément volumique composite intègre différemment les données dans l'épaisseur de l'élément pour permettre l'affectation de différentes orientations de plis dans un seul et unique élément. Les propriétés des matériaux qui composent le modèle ont été extraites de la base de données matériaux d'Airbus Helicopters.

III.7.2.2 *Conditions aux limites*

Les conditions aux limites ont été définies de façon à être le plus représentatif possible du mode opératoire. Un talon en aluminium a été modélisé et intégré dans l'âme de la poutre sur une longueur de 150mm. Pour réaliser l'encastrement la totalité des nœuds du tronçon de pale ont été fixé dans les trois déplacements et les trois rotations sur une longueur de 150mm.

L'excitation du modèle reproduit également à l'identique l'excitation appliqué au tronçon durant la campagne expérimentale. Un signal sinusoïdal balayant les fréquences de 0Hz à 1000Hz a été appliqué au groupe de nœud qui définit l'encastrement.

III.7.3 Etude des technologies couplantes

Pour l'étude du couplage flexion-torsion d'une pale, quatre tronçons ont été réalisé. Pour des raisons de temps, de moyens et de disponibilité des locaux, un seul tronçon de chaque configuration a été fabriqué.

- La première configuration est une architecture classique de pale d'hélicoptère ne présentant donc aucun couplage. Cette configuration servira de référence pour l'étude des autres configurations.
- La deuxième configuration est composée d'un pli hors axe à 20°.
- La troisième configuration procède également un pli hors axe à 20° auquel a été rajouté un gradient de mousse.
- La quatrième configuration est munie d'une nervure évolutive dans l'envergure sans pli hors axe ni gradient de mousse.

III.7.3.1 *Tronçon de pale de référence*

Le tronçon de référence sans couplage est détaillé dans la Figure 137.

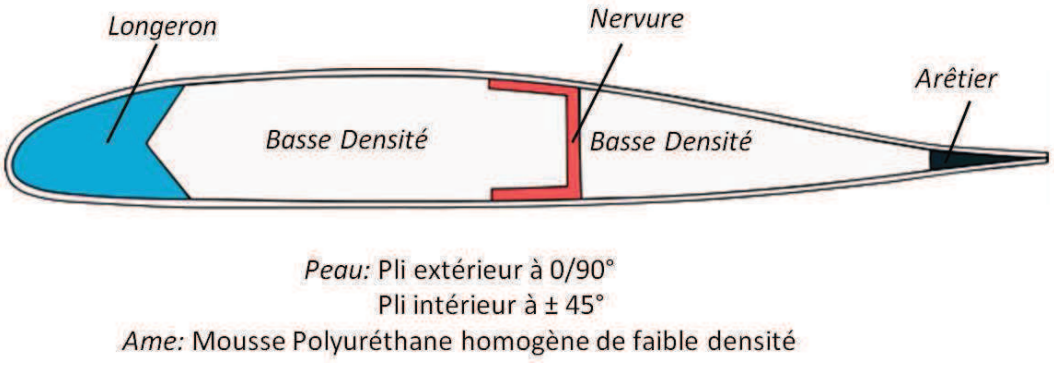


Figure 137 - Tronçon de pale de référence.

III.7.3.1.1 Fonction de Réponse en Fréquence

Les deux courbes présentées dans la Figure 138, montre les FRF prisent au même point du tronçon de pale à savoir en bout de pale coté bord de fuite.

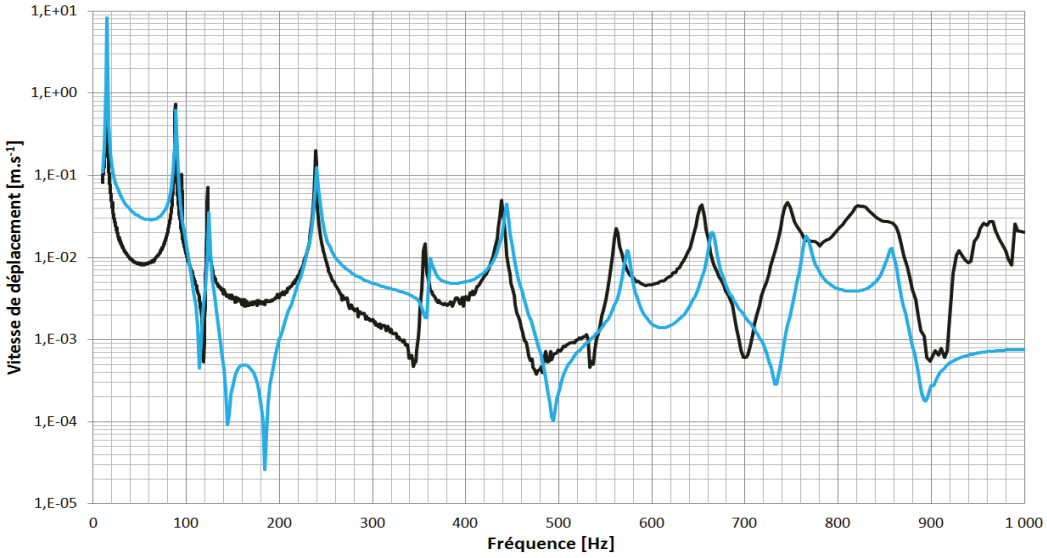


Figure 138 - FRF expérimentale (noire) et numérique (bleue) issues du tronçon de référence.

Le nombre de FRAC a été calculé pour une valeur de 0,90 ce qui confirme de manière numérique la bonne corrélation visuelle de la Figure 138. En effet, l'amplitude et le positionnement des six premiers pics présentent de fortes similitudes. Les pics de résonnance situés au-delà sont représentés uniquement dans le but de prendre leurs contributions dans le calcul des fréquences propres et aussi améliorer les effets de la troncature mentionnée dans le paragraphe sur la superposition modale.

III.7.3.1.2 Fréquences propres

Le Tableau 18 présente la liste des fréquences propres issues de la simulation et celles obtenues expérimentalement. Les écarts calculés entre les deux séries de fréquences sont faible voire négligeables. On peut toutefois dire que le modèle numérique à tendance à légèrement surestimer les fréquences propres du système.

Modes	Tronçon de référence		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	14,45	14,34	-1%
2	88,73	88,19	-1%
3	124,3	122,93	-1%
4	240,2	238,84	-1%
5	361,5	355,41	-2%
6	444	439,04	-1%

Tableau 18 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes du tronçon de référence.

Similairement à l'étude sur la poutre sandwich, une visualisation graphique a été utilisée pour comprendre les origines de cet écart.

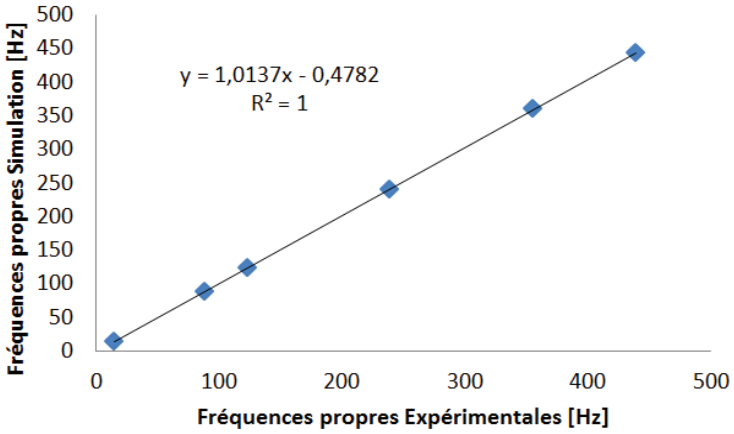
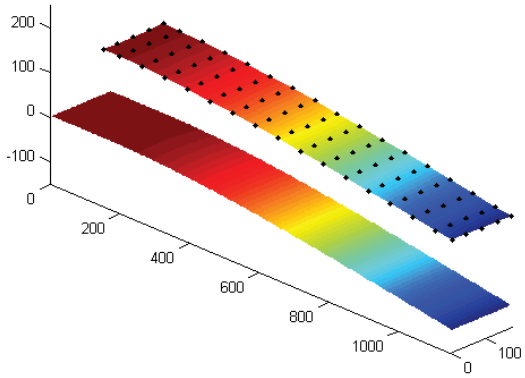


Figure 139 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres du tronçon de référence.

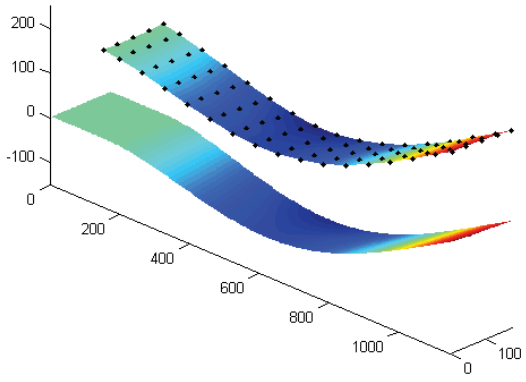
Le faible écart précédemment vue dans le Tableau 18 est confirmé par la valeur du coefficient de corrélation linéaire égal à 1 par la pente de la droite très proche de 1 (Figure 139). La valeur du coefficient de corrélation linéaire confirme donc que la matrice de masse calculée du model représente bien le système réel. En d'autres termes, les valeurs des densités des matériaux utilisés est réaliste et les surfaces des différents éléments qui constitue la section de poutre sont juste. La masse a également été calculée pour le modèle numérique à 2036g et la mesure de l'échantillon donne une masse égale à 2066g soit moins de 2% d'écart.

III.7.3.1.3 Déformées modales

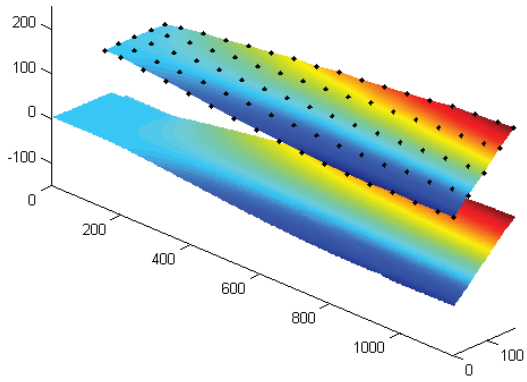
Pour réaliser une comparaison essai/simulation de la poutre de référence, les deux déformées modale pour un même mode ont été superposées sur une même figure. La déformée supérieure représente la déformée expérimentale et la déformée inferieure celle obtenue numériquement. Les points noirs présent sur la déformée expérimentale représentent les points de mesure du vibromètre laser.



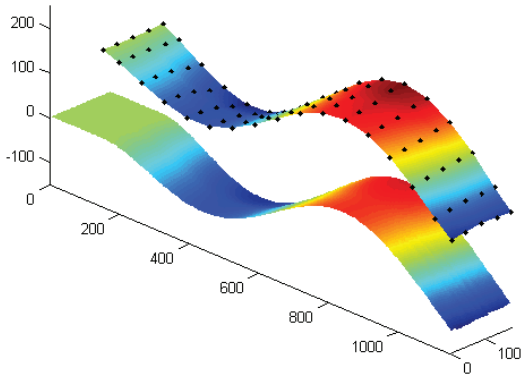
Mode 1



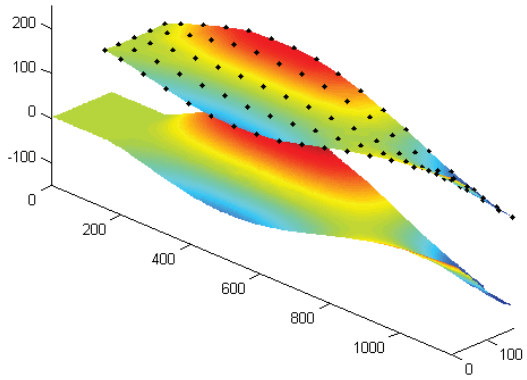
Mode 2



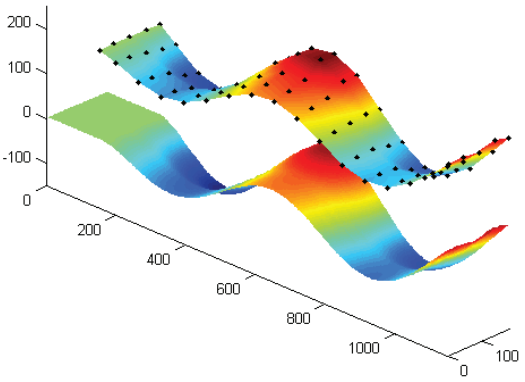
Mode 3



Mode 4



Mode 5



Mode 6

Figure 140 - Visualisation des six premiers modes du tronçon de référence.

Comme le montre la Figure 140, chaque mode montre une très bonne corrélation visuelle entre les déformées issues de la simulation et celles issues du numérique. Afin de quantifier et de valider la bonne corrélation visuelle l'utilisation d'une matrice de MAC est nécessaire.

III.7.3.1.4 Matrice de MAC

La matrice de MAC présenté dans le Tableau 19 montre également une très bonne corrélation entre les déformées modales numériques et expérimentales et confirme donc la bonne corrélation visuelle par la présence de nombres sensiblement égale à 1 sur l'ensemble de la diagonale.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	1,00	0,01	0,19	0,02	0,02	0,02
	MODE 2	0,02	0,99	0,00	0,01	0,16	0,02
	MODE 3	0,16	0,00	0,99	0,01	0,02	0,00
	MODE 4	0,00	0,03	0,00	0,96	0,01	0,00
	MODE 5	0,06	0,15	0,03	0,01	0,97	0,01
	MODE 6	0,05	0,00	0,01	0,04	0,01	0,94

Tableau 19 - Matrice de MAC du tronçon de référence.

Nous pouvons dire que le modèle numérique développé est représentatif des essais. Le comportement et les propriétés des matériaux utilisés, les conditions aux limites ainsi que la géométrie du profil et de ses constituants sont parfaitement prise en compte dans le modèle numérique. Le modèle numérique est donc validé pour l'étude dynamique d'un système complexe soumis à une excitation forcée à son encastrement mais il est bien sûr nécessaire de le tester en présence d'un couplage flexion-torsion.

III.7.3.2 *Tronçon de pale avec pli hors-axe seul*

L'étude du couplage flexion-torsion commence par la présence d'un tissu carbone orienté d'un angle de 20 dégrés au niveau du pli extérieur pour l'extrados et l'intrados comme le montre la Figure 141.

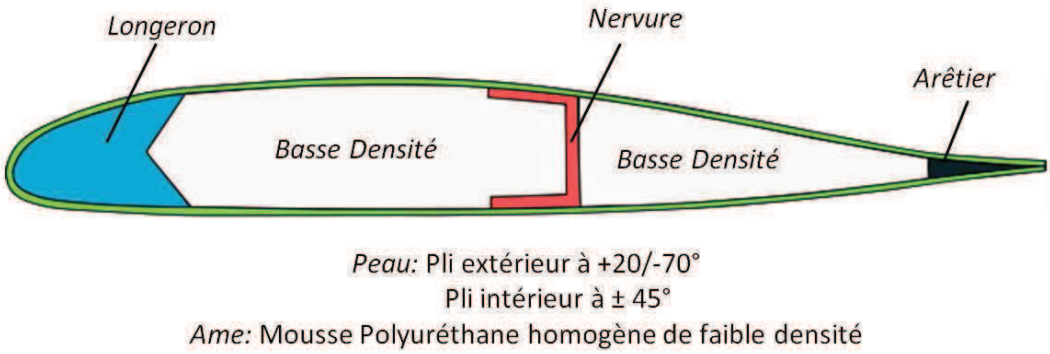


Figure 141 - Section du tronçon muni de plis couplants dans le revêtement.

III.7.3.2.1 Fonction de Réponse en Fréquence

La Figure 142 présente les FRF essais et simulations du tronçon muni d'un tissu carbone hors axe situé dans le revêtement du profil aérodynamique. Comme présenté dans le paragraphe III.7.1.4 les mesures des FRF sont faites en bout de pale au niveau du bord de fuite.

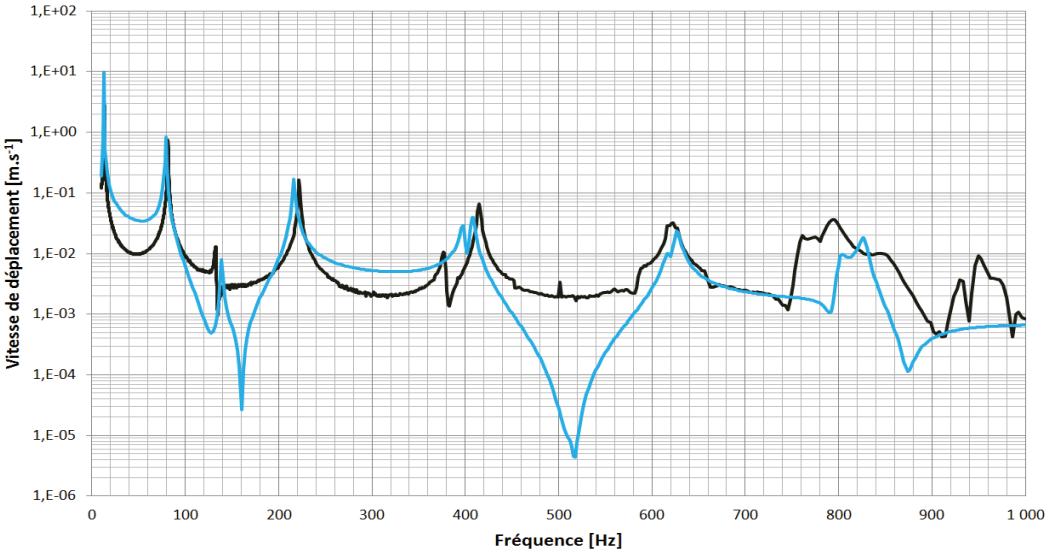


Figure 142 - FRF expérimentale (noire) et numérique (bleue) issues du tronçon avec un pli hors axe.

Les deux FRF présentent de bonne similitude pour les quatre premiers modes. Les amplitudes sont également cohérentes avec celle mesurées. Cependant une légère différence apparait pour le mode 5. En effet, les deux modes calculés par le modèle sont plus proche que ceux mesure lors de l'expérience. On note cependant, une position et une amplitude du sixième pic relativement similaire entre la simulation et l'expérimental. Le nombre de FRAC calculé entre les deux FRF est de 0,66. Cette valeur est acceptable compte tenu du fait que les modes hautes fréquences (au-delà de 700Hz) ne sont pas bien représentés par le modèle et qu'il fort probable qu'ils soient à l'origine de la réduction du nombre de FRAC. Outre la différence notée pour le cinquième pic, les autres pics pris en compte dans le calcul du nombre de FRAC ne nous intéressent pas dans cette étude pour des raisons mentionnée dans le paragraphe III.7.3.1.1.

III.7.3.2.2 Fréquences propres

Le Tableau 20 montre un écart constant d'environ 3% entre la simulation et l'expérimental. Dans cette configuration le modèle numérique sous-estime légèrement les valeurs fréquentielles des modes propres expérimentaux. L'écart reste toutefois acceptable.

Modes	Tronçon avec pli hors-axe		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	12,80	13,23	3%
2	79,00	81,82	3%
3	130,40	133,09	2%
4	216,20	221,75	3%
5	397,80	376,63	-6%
6	407,80	414,01	1%

Tableau 20 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes du tronçon avec pli hors axe.

Le Tableau 20 montre également un écart plus notable sur le cinquième mode propre. Dans ce cas précis, le modèle sur estime la valeur de la fréquence par rapport à l'expérimentale. Il est difficile d'expliquer un tel phénomène isolé.

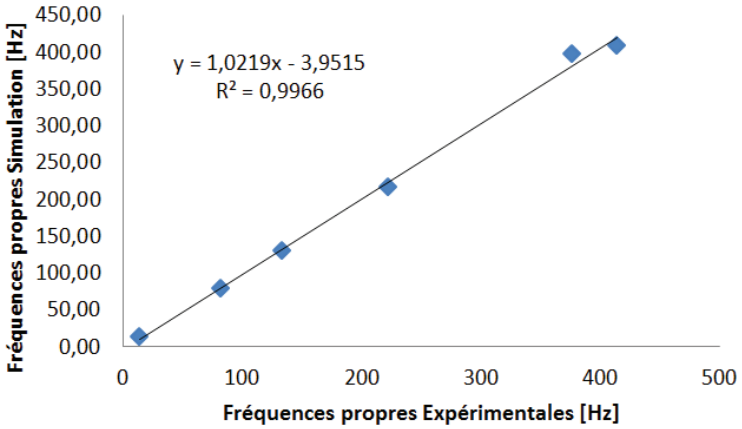
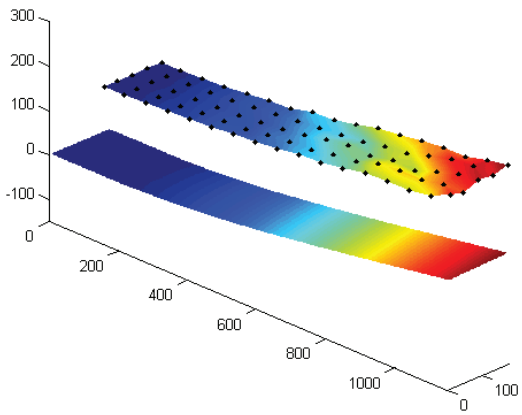


Figure 143 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres du tronçon avec présence d'un pli hors axe dans le revêtement.

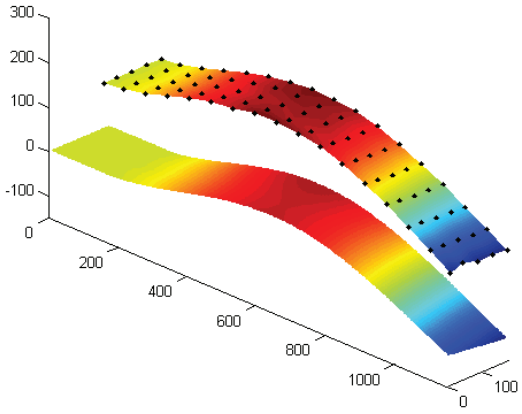
La présentation graphique (Figure 143) n'apporte pas plus d'informations sur un tel phénomène puisque car si la matrice de raideur ne représentait pas la raideur réelle du tronçon alors ce serait l'ensemble des valeurs de fréquences propres qui seraient impactées. Il en serait de même pour la matrice de masse. Dans ce sens, la masse mesurée pour le tronçon est de 2119g tandis que la masse donnée par le modèle est de 2036g soit un écart de 4%. Cet écart en masse a peu d'influence puisque la pente de la droite et le coefficient de corrélation linéaire ont tous les deux une valeur proche de 1. Ceci exclut également des problèmes de maillage du modèle puisque le modèle a été validé pour le cas d'étude sans couplage.

III.7.3.2.3 Déformées modales

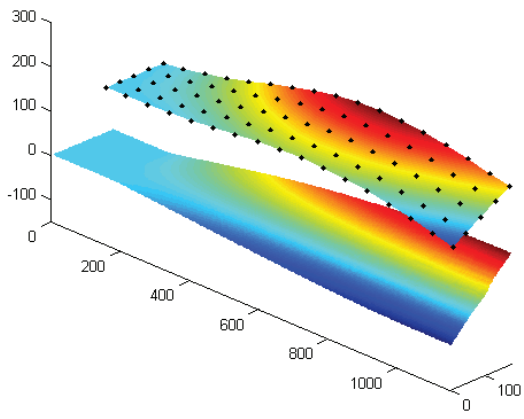
La Figure 144 montre la visualisation des déformées modales pour les six premiers modes du tronçon de pale équipé d'un pli couplant au sein du revêtement.



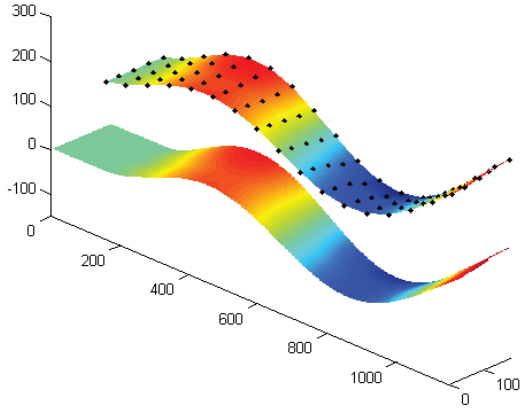
Mode 1



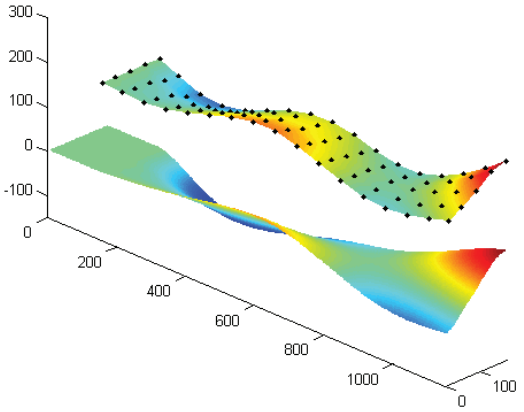
Mode 2



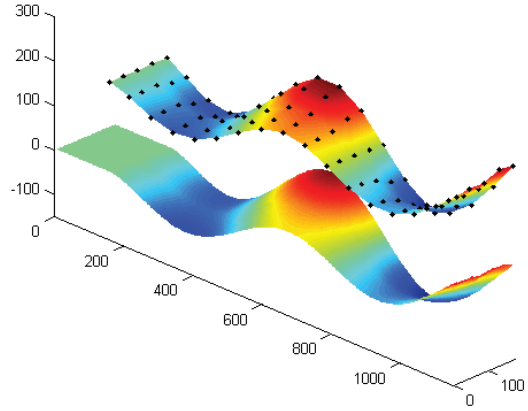
Mode 3



Mode 4



Mode 5



Mode 6

Figure 144 - Visualisation des six premiers modes du tronçon avec présence d'un pli hors axe dans le revêtement.

La comparaison visuelle montre que pour les modes de flexion, dit de battement, la corrélation expérimental/simulation est bonne. Concernant le mode trois on note une différence entre la déformée numérique et expérimentale. Le mode numérique parait être majoritairement constitué d'une déformée en torsion ce qui n'est pas le cas du mode mesuré expérimentalement. On observe une composante de flexion combinée à une composante en torsion dans ce mode. Le mode 5, présentant un écart fréquentiel dans le Tableau 20, est semblable au mode mesuré. Une nuance doit néanmoins être faite au niveau de l'amplitude des déformées. Pour confirmer les différences de corrélation visuelle, le calcul de la matrice MAC est nécessaire.

III.7.3.2.4 Matrice de MAC et d'identification

Les différences soulignées dans les deux paragraphes précèdent doivent être confirmées numériquement à l'aide de la matrice de MAC (Tableau 21). Une matrice d'identification sera ensuite utilisée pour quantifier le couplage en calculant la proportion de modes simple constituant le mode couplé (Tableau 22).

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	**0,99**	0,03	0,27	0,02	0,04	0,01
	MODE 2	0,01	**0,99**	0,01	0,02	0,17	0,00
	MODE 3	0,45	0,20	**0,64**	0,00	0,01	0,00
	MODE 4	0,00	0,01	0,00	**0,99**	0,01	0,02
	MODE 5	0,31	0,00	0,07	0,09	**0,41**	0,30
	MODE 6	0,03	0,00	0,00	0,05	0,01	**0,97**

Tableau 21 - Matrice de MAC essai/simulation pour le tronçon avec présence d'un pli hors axe dans le revêtement.

Le Tableau 21 montre de manière quantitative l'excellente corrélation des modes de battement avec des valeurs très proche de 1. Les différences observées visuellement sont traduites par des valeurs inférieures à la valeur seuil de 0,7. Avec une valeur légèrement inférieure à 0,7, le mode 3 montre qu'une partie de sa déformée modale expérimentale n'est pas pris en compte dans le modèle. Malgré une corrélation visuelle correct le mode 5 présente une valeur faible ce qui confirme la présence de l'erreur détectée sur la FRF du modèle pour ce mode.

Compte tenu de limitations affichées par le modèle pour retranscrire justement les modes principalement composées d'une déformée en torsion, la matrice d'identification a été adaptée aux données expérimentales contrairement à la procédure suivie pour l'étude sur les poutres sandwich.

Identification		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Expérience de Référence	B1	**75%**	0%	**36%**	0%	**25%**	1%
	B2	0%	**85%**	**24%**	0%	1%	3%
	T1	**18%**	0%	**34%**	0%	3%	0%
	B3	2%	0%	3%	**99%**	0%	0%
	T2	4%	**13%**	0%	1%	**24%**	3%
	B4	1%	3%	2%	0%	**46%**	**93%**

Tableau 22 - Matrice d'identification des modes du tronçon avec présence d'un pli hors axe.

Cette matrice d'identification (Tableau 22) compare une série de vecteurs propre expérimentaux entre le tronçon de référence et le tronçon à étudier. Cette méthode de quantification du couplage ne permet pas la décomposition d'un mode couplé en une association de modes simples mais plutôt de quantifier l'apport en torsion ou battement supplémentaire d'un tronçon équipé d'une technologie couplante par rapport au tronçon de

référence. Les indications B1, B2, T1, etc… des modes du tronçon de référence donnent une indication sur la composante majeure du mode identifié lors de l'étude du tronçon de référence. En effet, il est possible que le troisième mode du tronçon de référence indiquant T1 ne soit pas un mode uniquement composé d'une déformée en torsion mais qu'il est également une composante en battement minoritaire. Cette composante minoritaire n'est pas induite par la présence d'un couplage dans la structure mais par la géométrie et la structure interne de la section de pale.

Basé sur ces indications, il est maintenant possible d'étudier l'apport de couplage lié à la présence d'un pli hors axe. Les deux premiers modes de battement indiquent une composante en torsion supplémentaire de l'ordre de 15% à 20%. On note également l'absence de couplage pour les modes de battement 4 et 6. Les modes principalement composés de torsion montrent aussi un couplage avec des modes de battement. Dans le cas du premier mode de torsion une composante importante en battement est identifiée. Ce troisième mode est une association à part égale entre un premier mode de torsion, un premier mode de battement mais également un deuxième mode de battement. Le cinquième mode est majoritairement composé du quatrième mode de battement ainsi que du premier mode de battement et du deuxième mode de torsion à part égale.

Ce paragraphe a permis de déceler la présence de couplage lié à l'ajout d'un pli hors axe dans le revêtement. Les outils de corrélation ont montré les limitations du modèle élément fini à retranscrire les phénomènes de couplage pour des structures complexes. L'identification montre la présence de couplage flexion-torsion pour la plupart des modes. Il est maintenant intéressant d'étudier l'association d'un pli hors axe et d'un GMH dans une structure complexe dans le but d'observer les effets de cette association sur le couplage de la pale. Elle permettra aussi de confirmer ou d'infirmer les limites du modèle à retranscrire le couplage dynamique flexion-torsion pour les structures complexes de type pale.

III.7.3.3 *Tronçon de pale avec association de couplage*

Cette configuration est constituée d'une association entre un tissu de carbone orienté à 20 degrés au niveau du pli extérieur de l'intrados et de l'extrados et d'un gradient de mousse horizontal avec une mousse polyuréthane basse densité de 65 Kg/m^3 dans la zone de remplissage cote bord d'attaque et une mousse polyuréthane haute densité de 200Kg/m^3 dans le zone de remplissage cote de fuite (Figure 145).

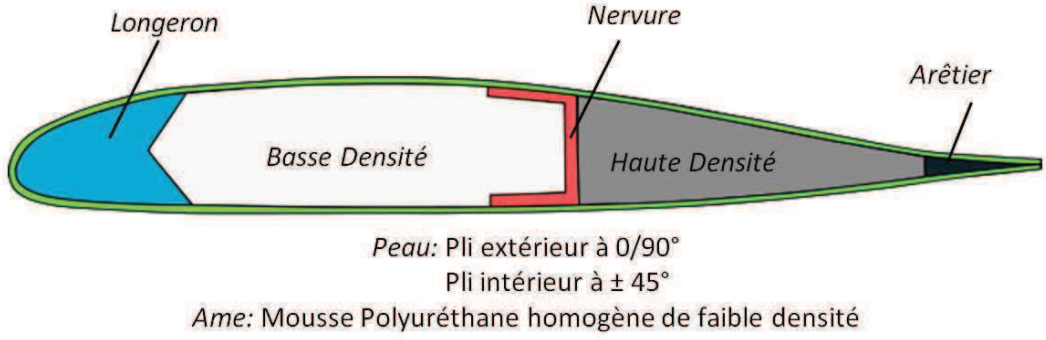


Figure 145 - Section du tronçon avec association de technologies couplantes.

III.7.3.3.1 Fonction de Réponse en Fréquence

La Figure 146 montre la superposition de la courbe FRF expérimentale en noir et la FRF numérique en bleue en un point situé au niveau du bord de fuit en bout de pale.

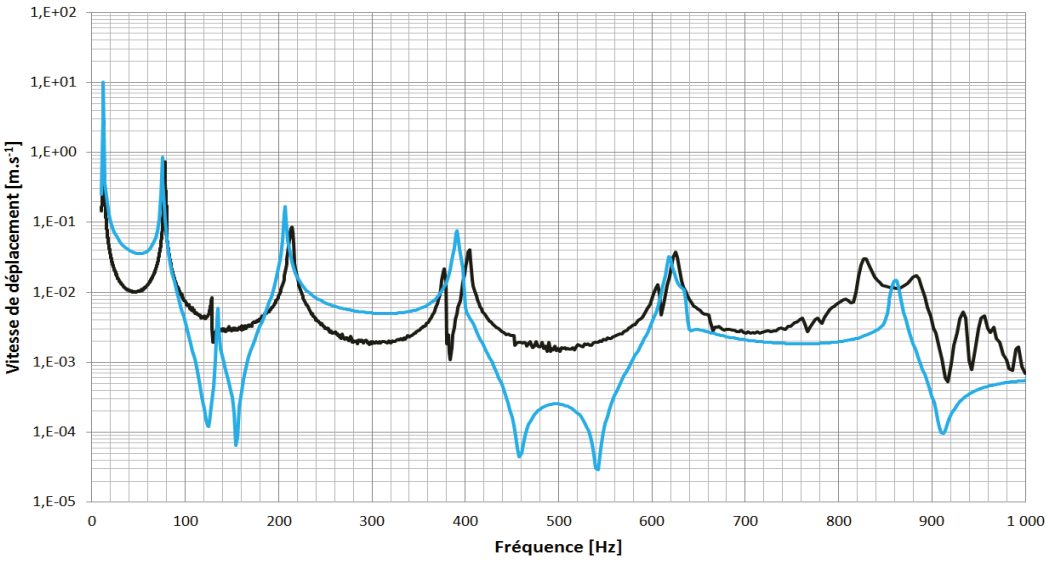


Figure 146 - FRF expérimentale (noire) et numérique (bleue) issues du tronçon avec association de couplage.

Sur la Figure 146 on peut observer une bonne corrélation entre la courbe expérimentale et numérique d'un point de vue positionnement en fréquence des pics de résonnance que des amplitudes. On note cependant la présence d'un seul pic d'une plus grande amplitude sur la FRF numérique alors que la mesure expérimentale fait état de deux de moindre amplitude. Cette différence entre les deux FRF se traduit par un nombre de FRAC moyen d'une valeur de 0,57. Pour comprendre la présence d'un pic unique au environ des 400Hz, un calcul des fréquences propres du tronçon est donc nécessaire. Une des hypothèses avancée serait de dire que l'importance d'un des deux modes par rapport à l'autre ajouté à une forte proximité ne laisserait apparaitre qu'un seul pic de résonnance.

III.7.3.3.2 Fréquences propres

Une étude numérique des fréquences propres est proposée dans ce paragraphe pour comprendre les origines de la présence d'un seul pic aux alentours des 400Hz de la FRF numérique. Il est aussi intéressant de comparer l'ensemble des séries de valeurs des fréquences propres numériques et expérimentales pour évaluer la capacité du modèle à retranscrire les fréquences propres d'un système complexe (Tableau 23).

Modes	Tronçon avec association de couplage		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	12,19	12,65	4%
2	75,33	77,77	3%
3	134,60	127,34	-6%
4	206,80	213,81	3%
5	390,70	375,56	-4%
6	397,10	403,33	2%

Tableau 23 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes du tronçon avec association de couplage.

Le Tableau 23 montre une bonne corrélation entre les deux séries de valeurs des fréquences propres avec un écart le plus souvent inférieur à 5%. On peut néanmoins observer que le modèle numérique a tendance à sous-estimer l'ensemble des fréquences propres sauf pour les modes 3 et 5.

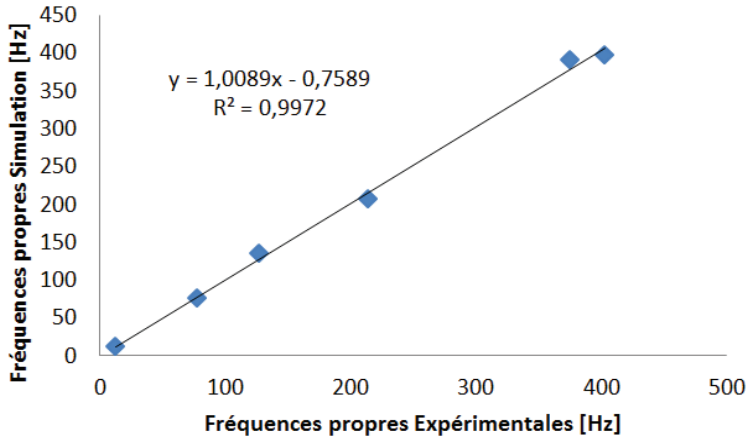


Figure 147 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres du tronçon avec association de couplage.

La représentation graphique de la Figure 147 confirme cette bonne corrélation avec un coefficient de corrélation linéaire et une pente de la droite très proche de 1. On peut donc dire que les propriétés mécaniques du gradient de mousse ajouté à son association avec le pli hors axe sont conformes à l'observation expérimentale. Les calculs des fréquences propres du modèle numérique montre la présence de deux pics à proximité de 400Hz ce qui corrobore les mesures expérimentales. La présence d'un seul pic sur la courbe FRF numérique serait la conséquence d'une importante proximité des deux pics de résonnances, d'une grande différence énergétique entre les deux modes ainsi qu'une valeur d'amortissement du modèle trop importante.

Il est intéressant d'étudier la visualisation graphique des déformées modales pour déterminer si le modèle est capable de prendre en compte l'association des technologies couplantes dans les déformées modales ainsi que la proximité de certains modes.

III.7.3.3.3 Déformées modales

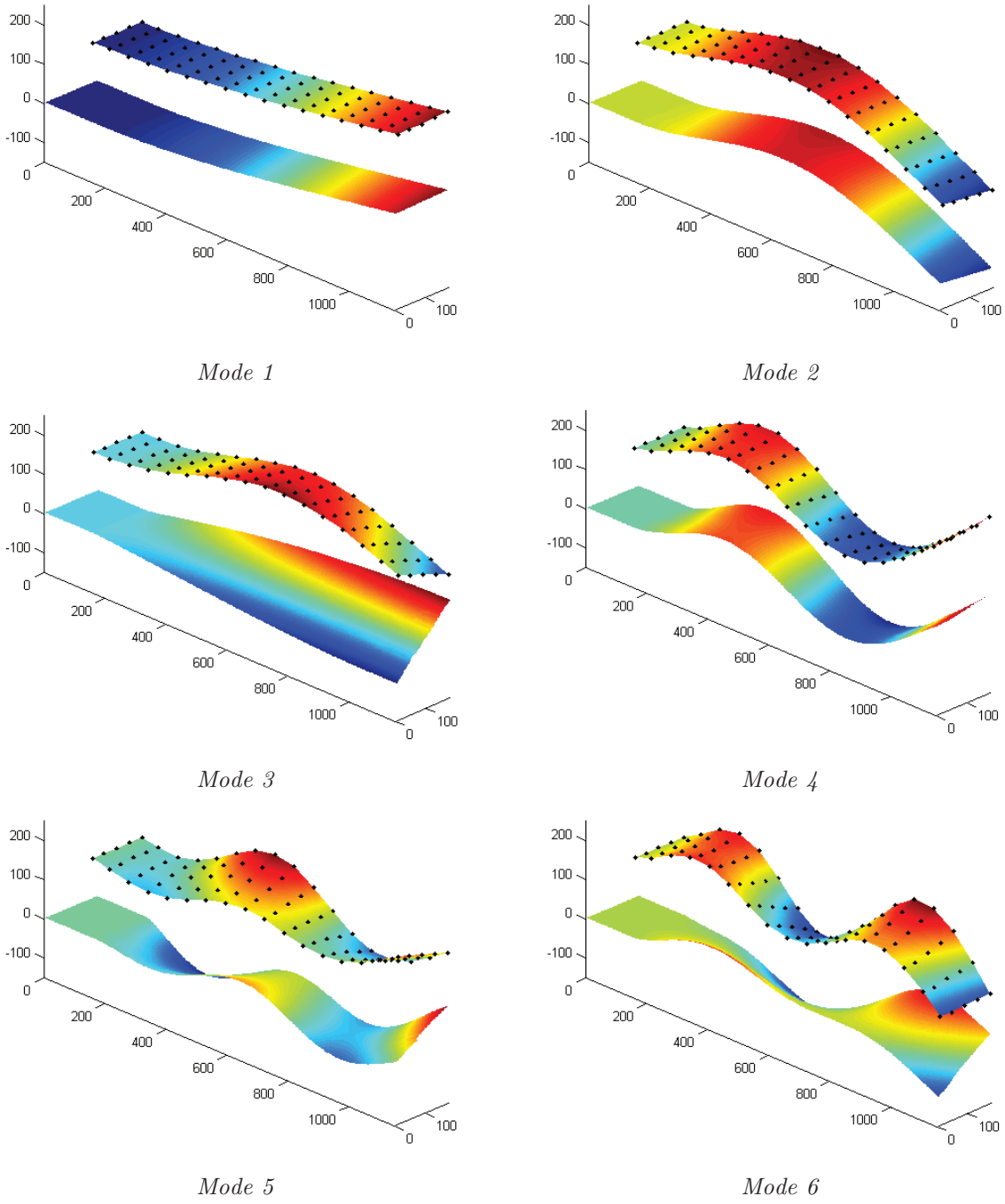


Figure 148 - Visualisation des six premiers modes du tronçon avec association des technologies couplantes.

La Figure 148 montre une bonne représentation visuelle des déformées modales pour les modes 1, 2 et 4. Cette configuration présente la même différence que dans le cas du tronçon uniquement équipé d'un pli hors axe pour le mode 3, à savoir un mode numérique principalement composé d'une déformée en torsion tandis que le mode expérimentale montre

un couplage flexion-torsion. Le mode 5 ressemble au mode mesuré par le vibromètre laser mais une inversion de l'emplacement des amplitudes maximum de la déformée sont observées. Le mode 6 numérique fait état d'une déformée principalement composé d'une composante de torsion à laquelle se mêle une composante de battement. Ce n'est pas le cas de la déformée obtenue expérimentalement où la déformée est majoritairement composée d'une composante de battement.

En résumé, les déformées numériques représentent bien les déformées des modes basses fréquences mais présente des limitations pour les modes de battement hautes fréquences ainsi que pour les modes de torsion. L'utilisation par une matrice de MAC serait intéressante pour valider ces affirmations.

III.7.3.3.4 Matrice de MAC et d'identification

Le paragraphe précèdent a permis d'identifier visuellement des différences entre les représentations graphique expérimental et numérique des modes propres pour les modes de battement hautes fréquences et de torsion. Une matrice de MAC a donc été calculée (Tableau 24) pour valider les remarques de la corrélation visuelle.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	**1,00**	0,02	0,17	0,02	0,03	0,00
	MODE 2	0,01	**0,99**	0,01	0,01	0,09	0,06
	MODE 3	0,41	0,40	**0,03**	0,02	0,01	0,02
	MODE 4	0,03	0,01	0,01	**0,99**	0,00	0,03
	MODE 5	0,17	0,09	0,03	0,16	0,09	**0,61**
	MODE 6	0,00	0,00	0,00	0,03	**0,47**	**0,49**

Tableau 24 - Matrice de MAC essai/simulation pour le tronçon avec association des technologies couplantes.

La matrice de MAC du Tableau 24 montre effectivement une bonne corrélation essai/simulation pour les modes 1, 2 et 4. Les valeurs des modes 3 et 5 confirment le manque de similitude des vecteurs propres des modes numériques avec ceux mesurés par le vibromètre laser. Le mode 6 du tronçon équipé du pli hors axe et d'un GMH montre une corrélation avec à la fois les modes 5 et 6 du tronçon de référence. La modélisation du comportement dynamique du tronçon par un seul pic vue sur la FRF engendre une représentation graphique inexacte des modes 5 et 6 numérique ce qui explique le fait que le mode 6 expérimentale soit une combinaison de ces deux modes.

Le calcul de la matrice d'identification a également été calculée entre les déformées expérimentale. Ce choix a été dicté par les limitations du modèle à représenter avec exactitude certain modes.

Identification		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Expérience de Référence	B1	80%	0%	46%	1%	11%	0%
	B2	0%	83%	41%	1%	16%	1%
	T1	14%	0%	2%	0%	1%	0%
	B3	2%	0%	6%	97%	6%	0%
	T2	4%	14%	2%	1%	16%	5%
	B4	1%	3%	4%	0%	50%	93%

Tableau 25 - Matrice d'identification des modes dans le cas du tronçon avec association des technologies couplantes.

Dans le Tableau 25 on peut observer la présence d'un couplage battement/torsion pour les deux premiers modes avec une répartition de 15% pour la composante en torsion et de 85% pour la composante de battement. On note également l'absence de couplage flexion-torsion pour les modes 4 et 6 pour cette configuration. Ces modes restent donc identiques aux troisième et quatrième modes de battement au tronçon de référence. La matrice d'identification fait état des modes 3 et 5 principalement composées de diverses composantes en battement alors qu'à l'origine ces modes étaient représentées par une déformée en torsion. Sur la FRF (Figure 146) le troisième pic a une amplitude très faible ce qui signifie que le mode est très peu excité. Cette faible excitation est certainement à l'origine des difficultés rencontrées pour l'identification du mode et de son couplage. Le résultat de l'identification du mode 5 est lié la proximité du mode de torsion par rapport au quatrième mode de battement bien plus excité de par l'architecture du montage expérimentale et la nature de l'excitation.

Le modèle numérique indique tout de même une bonne corrélation des fréquences propres et de la FRF mais des difficultés ont été mises en avant sur la présentation des déformées modales pour les modes haute fréquences et les modes de torsion. Toutefois les difficultés rencontrées lors de la corrélation essai/simulation doivent être nuancées avec la nature du montage expérimental qui a tendance à plus exciter les modes de battement que les modes de torsion.

III.7.3.4 *Tronçon de pale avec nervure oblique*

La dernière configuration testée dans ces travaux de thèse consiste à placer une nervure dont la position évolue en fonction de l'envergure. La Figure 149 montre la structure interne au niveau du pied de pale avec la position de la nervure excentrée cote bord d'attaque.

La Figure 149 présente la nouvelle structure interne de la section de pale à son extrémité. La nervure a évolué linéairement en fonction de l'envergure pour finir en bout de pale situé proche du bord de fuite.

Aucune autres technologies couplantes ne sont présentes dans ce tronçon de pale de pour permettre la mise en évidence des effets de la nervure seule sur le comportement dynamique de la pale.

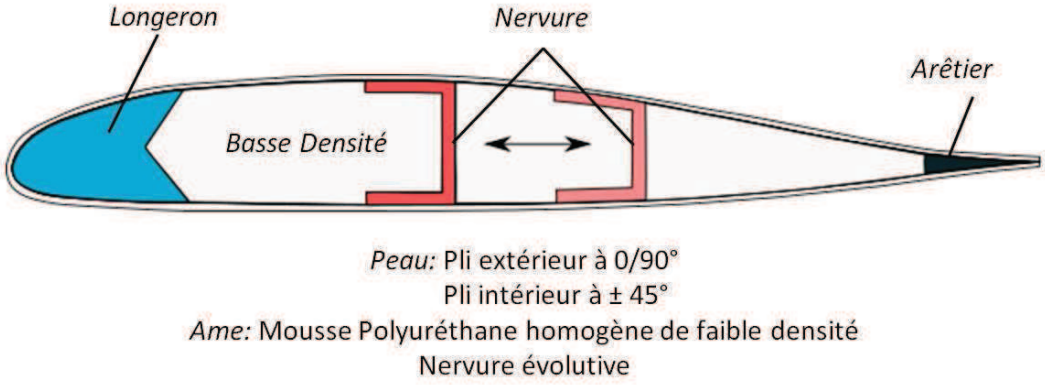
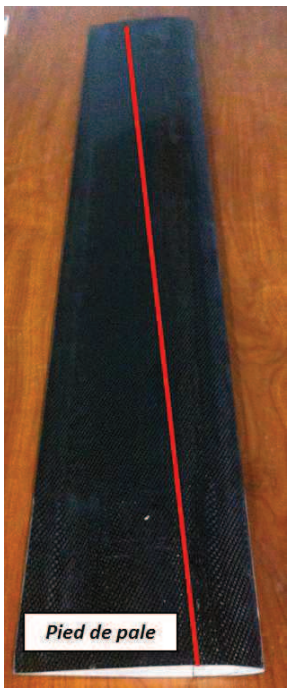
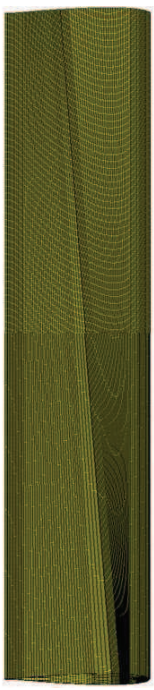


Figure 149 - Positionnement de la nervure au niveau du pied de pale et du bout de pale.

La fabrication de cette configuration a demandé un processus adaptée et complexe. Chaque étape clé de la fabrication est détaillée en annexe VI. Si la complexité de la fabrication est importante, il en a été de même pour la réalisation du maille présenté dans la Figure 150.



a) *Visualisation de la nervure oblique sur le tronçon réel.*



b) Visualisation du maillage avec nervure oblique.

Figure 150 - Visualisation de l'évolution de la nervure oblique.

III.7.3.4.2 Fonction de Réponse en Fréquence

La FRF de la nervure oblique est présenté dans la Figure 151.

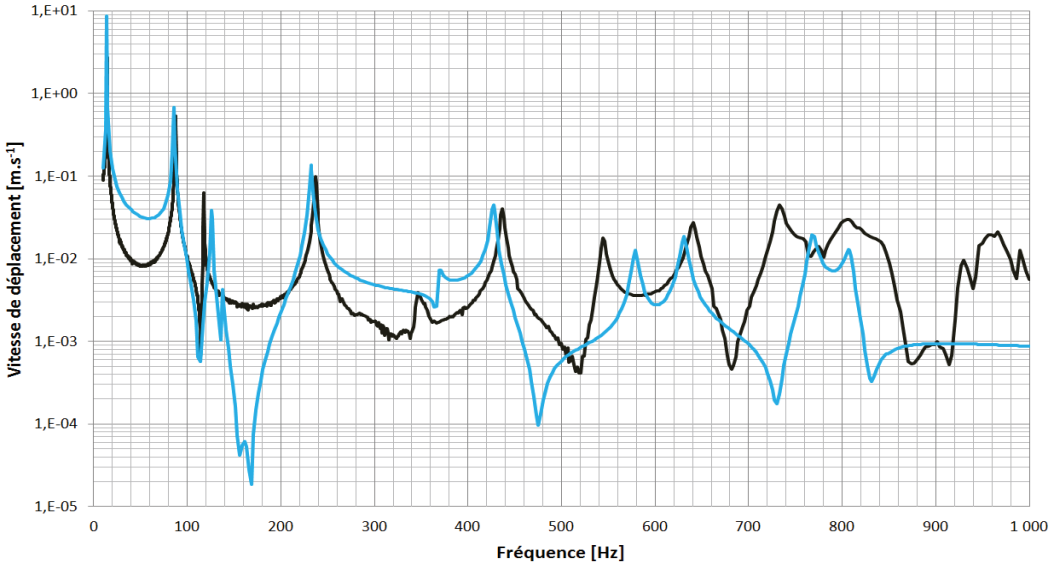


Figure 151 - FRF expérimentale (noire) et numérique (bleue) issues du tronçon avec nervure oblique.

La superposition des FRF expérimentale et numérique de la Figure 151 permet de constater la bonne corrélation entre les deux courbes. Le placement fréquentiel ainsi que les amplitudes des pics sont proches pour l'ensemble des modes présentant un intérêt pour cette étude. La bonne corrélation est validée par un nombre de FRAC égal à 0,89.

Afin de suivre le même processus de comparaison une étude numérique des fréquences propres est effectuée dans le paragraphe suivant.

III.7.3.4.3 Fréquences propres

Le Tableau 26 présente les fréquences propres des six premiers modes mesurés expérimentalement et numériquement du tronçon équipé d'une nervure évolutive.

Modes	Tronçon avec nervure oblique		
	Simulation [Hz]	Essai [Hz]	Ecarts
1	14,01	14,38	3%
2	85,69	87,81	2%
3	125,90	117,50	-7%
4	232,00	238,44	3%
5	368,70	351,56	-5%
6	427,20	439,69	3%

Tableau 26 - Ecarts fréquentiel entre les fréquences propres essai/simulation des différents modes du tronçon avec nervure oblique.

Les valeurs du Tableau 26 montrent un écart entre les deux séries de mesures est inférieur à 5%. Ces écarts sont considères comme acceptable malgré la sous-estimation des

fréquences propres du modèle numérique de la plupart des modes. Comme pour le cas du tronçon avec association du pli hors axe et du GMH, le modèle numérique à également tendance à sur estimer les modes 3 et 5.

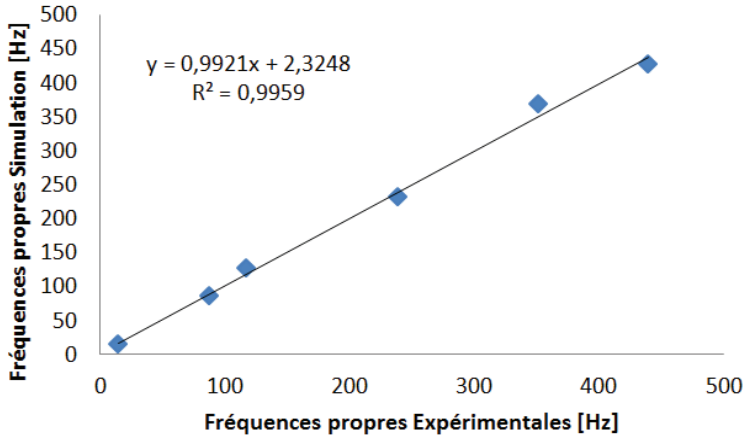


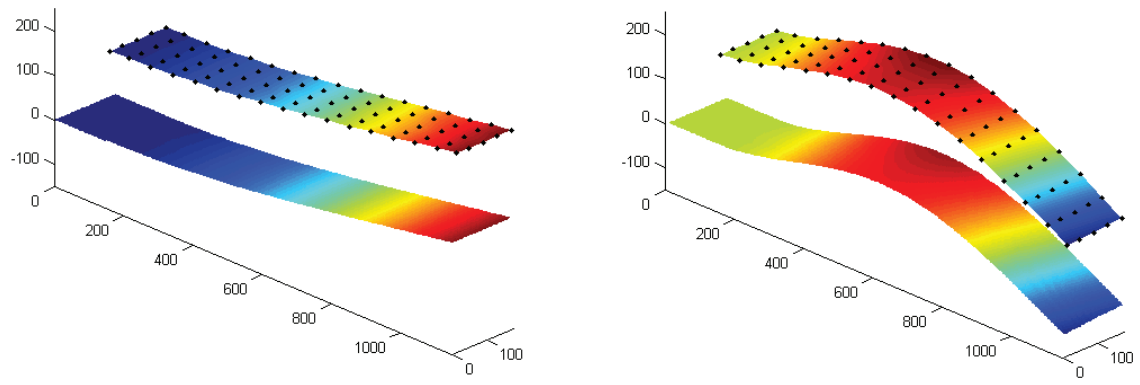
Figure 152 - Représentation graphique de la corrélation des fréquences propres du tronçon avec nervure oblique.

La représentation graphique de la Figure 152 confirme la bonne corrélation essai/simulation des fréquences propres avec une pente de 0,99. La pente de la droite inférieure à 1 est une autre façon de mettre en évidence que le modèle à tendance à sous-estimer légèrement les valeurs des fréquences propres. Cette sous-estimation peut venir d'une perte de raideur du modèle lié à la présence de la nervure dont l'évolution de l'orientation des plis qui la compose est complexe. En ce qui concerne le coefficient de corrélation linéaire, la valeur calculée est proche de 1 ce qui signifie que maillage utilisé pour réaliser la nervure oblique est bon.

Maintenant que les valeurs des fréquences propres ont été validées, une étude sur les déformées modales va être présenté dans le paragraphe suivant.

III.7.3.4.4 Déformées modales

La Figure 153 expose les déformées expérimentales et numériques des six premiers modes du tronçon de pale équipé d'une nervure évolutive dans l'envergure.



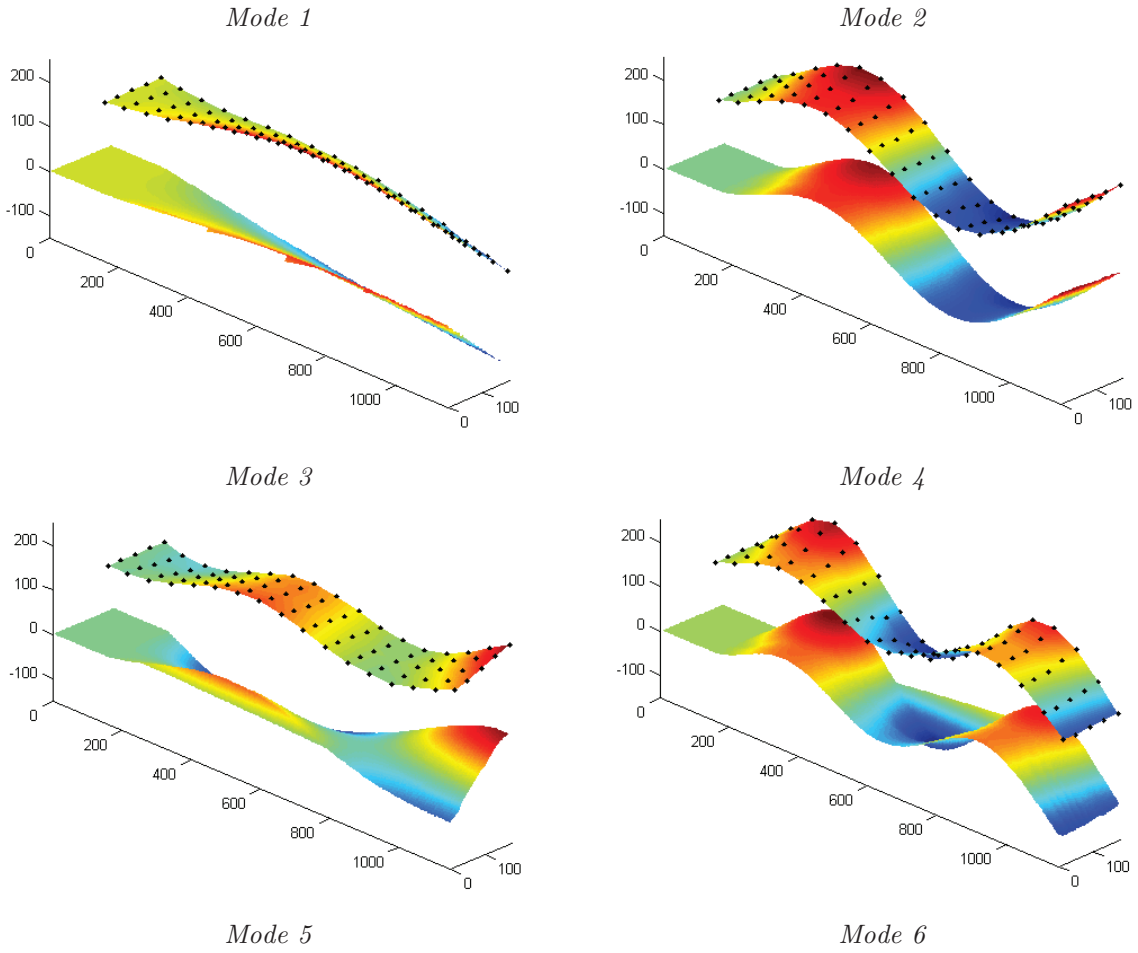


Figure 153 - Visualisation des six premiers modes du tronçon avec nervure oblique.

La corrélation visuelle du tronçon équipé d'une nervure oblique indique une bonne corrélation pour l'ensemble des modes. Toutefois le mode 5 de la Figure 153 n'est pas en accord avec la déformée mesurée par le vibromètre laser. Le modèle numérique décrit une déformée correspondant au deuxième mode de torsion tandis que la déformée mesurée a une forte similitude avec quatrième mode de battement et donc le mode 6. Si l'on reprend la FRF de cette configuration, on note que le mode 5 est une fois de plus très peu excité. Ca proximité avec le mode 6 plus fortement excité peut être une des raisons pour laquelle la déformée mesurée expérimentalement présente une forte ressemblance avec le mode 6.

La matrice de MAC présenté dans le paragraphe précèdent a pour rôle de valider numériquement les informations issues de la corrélation visuelle.

III.7.3.4.5 Matrice de MAC et d'identification

La matrice de la MAC présenté dans le Tableau 27 montre la concordance des vecteurs propres issus de la mesure expérimentale avec ceux issus dans points du maillage du modèle numérique.

MAC		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Simulation	MODE 1	**0,89**	0,00	0,18	0,01	0,01	0,01
	MODE 2	0,01	**1,00**	0,00	0,00	0,12	0,00
	MODE 3	0,01	0,23	**0,18**	0,00	0,02	0,00
	MODE 4	0,02	0,01	0,01	**0,98**	0,03	0,00
	MODE 5	0,41	0,05	0,11	0,23	**0,01**	0,15
	MODE 6	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	**0,97**

Tableau 27 - Matrice de MAC essai/simulation pour le tronçon avec nervure oblique.

On retrouve une très bonne corrélation pour les modes 1, 2, 4 et 6 et confirme ainsi les résultats de la corrélation visuelle du paragraphe III.7.3.4.3. La visualisation du mode 3 montre une bonne corrélation de la déformée essai/simulation mais des difficultés sont présentes dans la matrice de MAC pour retranscrire cette corrélation. La comparaison des vecteurs propres numérique et expérimentale de ce mode indique une valeur faible de corrélation de 0,18 avec les modes 1 et 3 et 5. Cette concordance avec les trois modes montre que le calcul de la matrice de MAC est limité par la faible amplitude de déformée du mode de torsion. Le même phénomène est également présent pour la corrélation du mode 5.

Afin de quantifier l'apport d'un couplage lié à la présence de la nervure oblique, une matrice d'identification a été calculée par rapport aux modes expérimentaux de la pale de référence.

Identification		Expérimental					
		MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4	MODE 5	MODE 6
Expérience de Référence	B1	**81%**	0%	1%	1%	**46%**	0%
	B2	0%	**84%**	**29%**	0%	**12%**	2%
	T1	**13%**	1%	**62%**	0%	**10%**	0%
	B3	2%	0%	1%	**95%**	8%	0%
	T2	4%	**12%**	5%	4%	3%	1%
	B4	1%	3%	2%	0%	**22%**	**97%**

Tableau 28 - Matrice d'identification des modes dans le cas du tronçon avec nervure oblique.

Le Tableau 28 présente la matrice d'identification pour une pale équipée d'une nervure oblique. On observe la présence d'un couplage flexion-torsion pour les trois premiers modes avec une composante en torsion légèrement inférieur à 15% pour les deux premiers modes de battement et une composante en battement d'environ 30% dans le mode de torsion. Les résultats obtenue pour les modes 4 et 6 qui représentent respectivement le troisième mode et le quatrième mode de battement, affiche aucun couplage comme pour les configurations

précédentes. La problématique du mode 5 reste présente avec une identification qui indique une superposition de l'ensemble des modes de battement. La faible excitation du second mode de torsion assimilée à une importante raideur en torsion liée à la géométrie fermée du profil empêche ce mode de torsion de s'exprimer et d'être exploité.

III.7.4 Bilan de l'étude du tronçon de pale

L'étude dynamique sur le tronçon de pale a montré qu'il est possible de créer un couplage flexion-torsion avec un pli hors axe, un gradient de mousse horizontal et une nervure oblique. La Figure 154 présente les courbes FRF pour les quatre tronçons de pale testées.

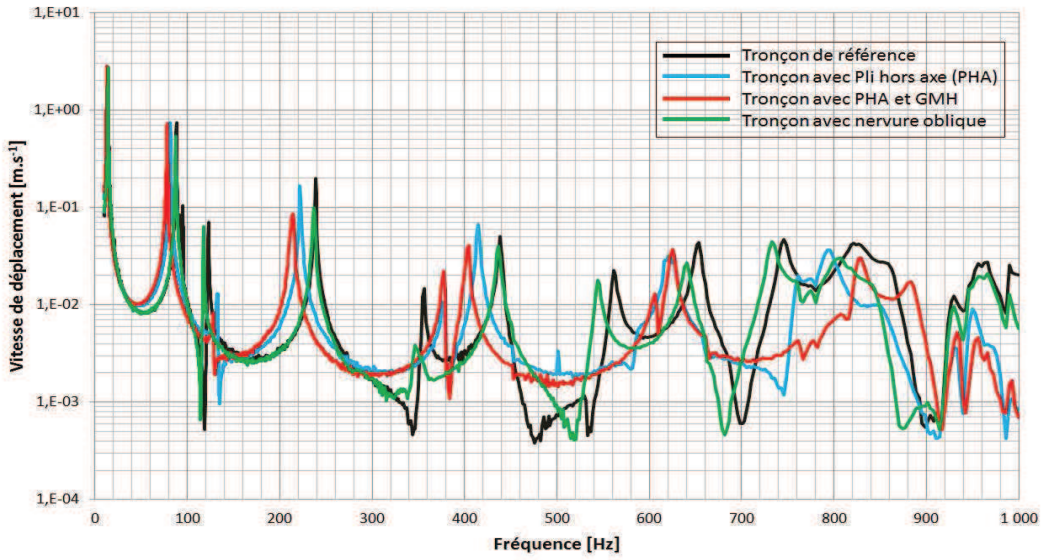


Figure 154 - Comparaison des FRF pour les 4 configurations de tronçons testées.

A l'aide des comparaisons des FRF de la Figure 154 et des matrices d'identifications calculées pour chaque configuration (Tableau 22, Tableau 25, Tableau 28) l'influence de chaque technologie peut en être déduite.

Apport du pli hors axe (PHA):

- La matrice d'identification montre la présence d'un couplage flexion-torsion avec l'orientation de pli à 20°/-70°. Le PHA introduit un couplage significatif pour les modes de battement basse fréquence. Ce couplage diminue progressivement avec l'augmentation de la fréquence des modes. Toutefois le troisième mode de battement ne présente aucun couplage. Les modes de torsion possèdent également un couplage flexion-torsion mais l'identification du couplage ne peut être uniquement faite par corrélation visuelle. La faible excitation de ces modes ne peut être traitée analytiquement.
- L'orientation du pli de 0°/90° à 20°/-70° a pour effet de diminuer la raideur de la pale en battement et de ce fait diminuer les fréquences propres des modes de

battement. La courbe FRF montre que les amplitudes ne sont pas affectées pour l'orientation du pli.

- En orientant le PHA de la sorte la raideur en torsion augment. La raideur du profil étant déjà élevé du fait de sa géométrie fermée augment d'autant plus avec cette orientation. La faible sollicitation en torsion lié à l'architecture du montage expérimental et la nature du signal d'excitation couplé à une raideur en torsion plus importante engendre de très faibles déformés ce qui explique les grandes difficultés pour les outils de corrélation d'obtenir des résultats net pour les modes de torsion.

Apport du gradient de mousse horizontal (GMH) :

- Le gradient de mousse augment la masse (densité plus élevée) et la raideur de la pale. Contrairement au cas de la poutre sandwich, c'est l'augmentation de la masse qui a le plus d'influence sur le comportement dynamique du tronçon. Ceci se vérifie avec le déplacement de l'ensemble des pics de résonnance vers les basses fréquences (Figure 154).
- La comparaison entre la matrice d'identification du tronçon PHA et la matrice d'identification du tronçon PHA+GMH montre une excitation moindre des modes de torsion ainsi qu'un couplage réduit notamment pour le premier mode de battement. La proportion de la déformée en torsion passe de 25% à 20%. Ceci peut s'expliquer par une mauvaise architecture du GMH qui aurait tendance à contre balancer les effets couplants du PHA. Il serait donc intéressant d'utiliser un GMH inversé pour confirmer cette hypothèse.

Apport de la nervure oblique (NO):

- La présence d'une nervure oblique influence peu la FRF du tronçon à en juger la forte similitude avec la FRF du tronçon de référence (Figure 154). Un couplage significatif est également présent pour l'ensemble des modes à l'exception du troisième mode battement. Le couplage obtenu pour le premier mode de battement est légèrement inférieur à celui crée par le PHA mais le couplage pour le mode de torsion s'avère plus important et mieux excité au regard de l'amplitude du troisième pic.
- On note également une plus grande influence de la nervure oblique sur les modes basses fréquences. Les modes situés à des fréquences plus hautes comme le deuxième mode de torsion et le quatrième mode de battement semblent peu affectés par la présence de la nervure oblique.

III.9 Conclusion

Ce chapitre III a porté sur l'étude du comportement dynamique des poutres sandwich et de tronçons de pale d'hélicoptère équipés de technologies couplantes. Les conclusions de l'étude statique du chapitre II ont permis de figer l'orientation du pli hors axe, la configuration du GMH ainsi que la position du raidisseur. De cette étude statique, quatre configurations de poutres sandwich ont été proposées pour l'étude dynamique du couplage flexion-torsion. Une poutre dite de référence, c'est-à-dire ne présentant aucun couplage a été choisi pour déterminer le montage expérimentale le plus adapté pour l'étude du couplage. Un montage exerçant un signal sinusoïdal balayé de 10Hz à 1000Hz dans l'axe z (axe de flexion de la poutre) au niveau de l'encastrement a été privilégié car il n'induit pas de torsion parasite pouvant perturber la mesure du couplage. De ce fait la torsion mesurée pour les poutres couplées provient directement du couplage flexion-torsion. Un modèle éléments finis a également été développé pour reproduire à l'identique les conditions aux limites, la nature de l'excitation ainsi que la structure de la poutre sandwich. Différents outils de corrélation ont été développés et utilisés pour l'étude du couplage.

Cette campagne dynamique a permis la création d'un couplage flexion-torsion de différente intensité en fonction des modes et des configurations. Dans le cas du couplage structurel des poutres sandwich, un couplage important a été obtenu entre les modes 2 et 3 et plus faible pour les modes 5 et 6. Le couplage inertiel permet la génération d'un couplage fort mais uniquement pour les modes aux grandes amplitudes. L'association de ces couplages ont permis la mise en évidence d'un phénomène de découplage ainsi qu'un phénomène de mode veering. De nouvelles configurations ont donc été testées pour palier au découplage observé ce qui a permis de renouer avec un couplage fort tout en concevant le phénomène de mode veering. Ces nouvelles configurations couplantes ont aussi permis de souligner des différences de comportement du couplage entre la statique et la dynamique vibratoire puisque les configurations couplantes en dynamique se sont révélées différentes de celles obtenues pendant la campagne d'étude en statique. Un niveau de corrélation essai/simulation élevé a également été atteint pour l'ensemble des configurations sandwich.

La deuxième partie de ce chapitre porte sur le comportement dynamique du couplage flexion-torsion sur une structure complexe réelle comme une structure de pale d'hélicoptère. Les résultats ont montrés que la présence des technologies couplantes génère un couplage de moindre intensité lié à la raideur accrue des sections. La présence d'un pli hors axe dans le revêtement a montré un couplage décroissant en fonction de la fréquence propre du mode. Le GMH génère un couplage uniquement pour les modes aux amplitudes importantes comme les deux premiers modes de battement. Cette configuration de GMH a aussi pour effet de réduire l'excitation des modes de torsion ainsi que son couplage et doit donc faire l'objet d'étude supplémentaire pour définir un GMH efficace et compatible avec le PHA. La nervure oblique influence l'ensemble des modes basses fréquence y compris les modes de torsion. Cette seconde partie a également permis de montrer les limitations du modèle élément fini pour représenter le couplage flexion-torsion en dynamique pour des structures complexes.

Conclusion Générale

La réduction des charges dynamiques transmises par le rotor au fuselage conditionne le confort des passagers et la durée de vie des composants au sein de l'hélicoptère. Elle est au cœur de nombreux travaux de recherche. Une méthode pour l'instant non appliquée sur des hélicoptères commercialisés, consiste à introduire des couplages aéroélastiques au sein des pales de façon à maitriser le comportement dynamique du rotor. L'objectif de cette thèse était de créer un couplage flexion-torsion à l'aide de différentes technologies et d'être capable de le maitriser et le quantifier. Les trois technologies à l'étude sont un pli dans le revêtement orienté à des angles non conventionnels, un gradient de mousse polyuréthane horizontal ainsi qu'une nervure évolutive dans l'envergure. L'étude du couplage et de ses influences ont d'abord été réalisés en statique, puis en dynamique sur une structure simple de type poutre sandwich et enfin en dynamique sur une structure complexe de type pale d'hélicoptère.

Des notions élémentaires de mécanique hélicoptère ont été introduites dans le chapitre I pour permettre une bonne compréhension des problématiques lié à l'hélicoptère. Ce chapitre a également permis de définir les origines des charges dynamiques qui sont à l'origine des motivations des travaux de cette thèse. Un état de l'art a été proposé sur le couplage passif flexion-torsion autant du point de vue analytique qu'expérimental. La partie analytique fait état de nombreux efforts sur la prise en compte de l'influence de l'anisotropie des plis composite dans des modèles pour la réalisation de calcul sur la stabilité aérodynamique du rotor et de la réduction de des charges dynamiques. La partie expérimentale présente diverse possibilités de mise en œuvre du couplage à travers différentes architectures et structures internes de pales.

L'étude statique du chapitre II a été décomposée en trois parties. La première est un état de l'art des différentes théories des poutres composites pour permettre un choix judicieux de la théorie la plus à même de prendre en compte l'ensemble des comportements anisotropes des matériaux composites. L'ensemble des technologies proposées ont ensuite fait l'objet d'une étude d'optimisation. Différentes orientation du pli hors axe (PHA) ont été testées sur une structure de pale simplifiée soumise à une force ponctuelle. La mesure du taux de vrillage induit par la présence du PHA a permis d'établir un angle optimum de 20 degrés. Différents gradients de mousse ont également été étudiés pour conclure sur le fait qu'un gradient brutal entre une mousse de faible densité et une mousse haute densité présentait le couplage flexion-torsion le plus important. Enfin, la dernière étude sur l'optimisation des technologies s'est portée sur le positionnement du raidisseur (nervure). La mesure du taux de vrillage établie en fonction du positionnement du raidisseur dans la largeur de la section de la poutre a montré une meilleure efficacité lorsqu'elle était située à 70% de la largeur. La troisième partie de ce chapitre statique concerne l'étude de trois structures simples capable de mettre en évidence les phénomènes de couplage sans pour autant être parasité par des effets de géométries et de structures internes complexes. La configuration sandwich a présenté le plus grand potentiel pour l'étude du couplage flexion-torsion. La dernière partie du chapitre II a proposé une étude sur les effets échelles de la poutre pour permettre de réduire les dimensions importantes d'une pale d'hélicoptère. Un échantillon simple (configuration sandwich) de petite taille

(600x80x20mm) a été obtenu à l'issue de l'ensemble de l'étude réalisée dans ce chapitre II. Plusieurs configurations permettant la mise en évidence du comportement couplant des trois technologies ainsi que leurs associations ont été proposées pour la réalisation de l'étude dynamique.

Le chapitre III concerne l'étude dynamique du couplage flexion-torsion. Pour cela, un montage expérimental capable de mettre en évidence ce couplage a été conçu. Le montage consiste à exciter la poutre dans son ensemble. Le montage retenu permet la fixation de la poutre sur une table vibrante relié à un pot vibrant. Ce système permet une excitation généralisée de l'échantillon via son encastrement de façon à ne pas perturber le couplage par un système de fixation du pot vibrant sur la structure. Un vibromètre laser vient ensuite scanner la surface de la poutre afin d'obtenir les déformées modales. La FRF est récupérée via un accéléromètre placé sur la poutre. Un modèle éléments finis basé sur SAMCEF a été réalisé pour les différentes configurations, produisant à l'identique les conditions aux limites, le signal d'excitation ainsi que la structure interne de la poutre. Des outils de corrélations essai/simulation ont été utilisés pour valider les résultats numériques et les caractéristiques matériaux. Un outil de quantification du couplage a également été développé. Les configurations établies dans le chapitre II ont été testées une à une pour comprendre les différents effets des technologies et leurs associations sur le comportement dynamique. L'étude a tout d'abord porté sur la poutre sandwich. Un couplage important a été obtenu entre les modes 2 et 3 avec une répartition à 60/40 entre une déformée en torsion et en flexion. Les modes 5 et 6 ont montré un couplage plus faible avec une répartition 90/10. Le couplage inertiel permet la génération d'un couplage fort avec une répartition légèrement plus faible de 65/35, mais uniquement pour les modes aux grandes amplitudes. L'association de ces couplages a permis la mise en évidence d'un phénomène de découplage ainsi qu'un phénomène de mode veering. De nouvelles configurations ont donc été testées pour palier au découplage observé ce qui a permis de renouer avec un couplage fort tout en conservant le phénomène de mode veering. Ces nouvelles configurations couplantes ont aussi permis de souligner des différences de comportement du couplage entre la statique et la dynamique vibratoire puisque les configurations couplantes en dynamique se sont révélées différentes de celles obtenues pendant la campagne d'étude en statique. Un niveau de corrélation essai/simulation élevé a également été atteint pour l'ensemble des configurations sandwichs.

La deuxième partie du chapitre III a porté sur le comportement dynamique du couplage flexion-torsion sur une structure complexe réelle d'une structure de pale d'hélicoptère. Les résultats ont montrés que la présence des technologies couplantes génère un couplage de moindre intensité lié à la raideur accrue des sections. La présence d'un pli hors axe dans le revêtement a montré un couplage décroissant en fonction de la fréquence propre du mode. Pour le premier mode la répartition était de 75% d'une déformée en battement et 25% d'une déformée en torsion. Concernant le dernier mode de battement étudié, la répartition n'était plus que 95/5. Le GMH a montré que le couplage été uniquement appliqué pour les modes aux amplitudes importantes comme les deux premiers modes de battement avec une répartition de 85/15. Cette configuration de GMH a aussi pour effet de réduire l'excitation des modes de torsion ainsi que son couplage et doit donc faire l'objet d'étude supplémentaire pour définir un GMH efficace et compatible avec le PHA. La nervure oblique influence

l'ensemble des modes basses fréquence y compris les modes de torsion. Cependant le couplage généré était d'une plus faible intensité avec une répartition à 85% d'une déformée de battement et 15% d'une déformée de torsion. Le premier mode de torsion a montré un fort couplage avec une répartition de 65/35. Cette seconde partie a également permis de montrer les limitations du modèle éléments finis pour représenter les déformées modales avec couplage flexion-torsion en dynamique pour des structures complexes.

Perspectives

Les résultats des travaux de cette thèse ont montré un bon potentiel dans la création d'un couplage flexion-torsion à l'aide de différentes technologies. Les perspectives s'orientent essentiellement vers une étude plus approfondie du couplage flexion-torsion appliqué aux pales d'hélicoptère. Au cours de ces travaux de thèse plusieurs configurations ont été testé mais un seul spécimen de chaque a été réalisé. Il serait donc judicieux de tester plusieurs spécimens pour valider les tendances obtenues dans le chapitre III. De plus, l'association entre le PHA et le GMH n'a pas montré de résultats convaincants et serait donc intéressant de tester différentes associations. L'association de la nervure oblique avec les deux autres technologies à disposition permettrait également d'étudier les interactions des différentes origines de couplage. Une simulation d'un angle d'attaque de la pale pourrait également faire l'objet d'une campagne expérimentale en introduisant un angle entre l'encastrement et l'axe d'excitation de la table vibrante. Les conditions aux limites de l'ensemble des essais sur les tronçons de pale à l'aide d'un encastrement ne sont pas représentatives du système de fixation réelle d'une pale d'hélicoptère. Il serait donc intéressant de réaliser une liaison rotule avec des raideurs et des amortisseurs pour représenter au mieux une butée sphérique et observer ainsi l'influence des conditions aux limites sur le couplage et le comportement dynamique de la pale. Enfin, un prototype de pale équipé d'une association des technologies couplantes pourrait être réalisé et monté sur un banc rotor pour introduire les effets centrifuges, l'interaction entre les pales qui équipe le rotor afin d'observer expérimentalement le gain en réduction des charges dynamique sur la tête rotor du couplage flexion-torsion.

Valorisation des travaux

- Bernard L., Cornette D., Negre V., Kerdreux B., Castanié B., Michon G. « Couplage Aéroélastique Flexion-Torsion de Pale d'Hélicoptère » Proceeding of VISHNO XIX. 2014. p. 3.
- Bernard L., Michon G., Castanié B., Negre V., Reveillon D. « Static and Dynamic Analysis of Bending-Torsion Coupling of a CFRP Sandwich Beam. » Proceeding of ICCS 18. 2015. p. 2.
- Bernard L., Michon G., Castanié B., El Fatmi R., Negre V., Reveillon D. « Analyse Dynamique et Statique du Couplage Flexion-Torsion d'une Poutre Sandwich. » Proceeding of JNC 19. 2015. p. 10.
- Bernard L., Castanié B., Michon G. « Dynamic Bending-Torsion Coupling of an Horizontally Graded CFRP Sandwich Beam. » Proceeding of ICSS 11. 2016. p. 4.
- Bernard L., Michon G., El Fatmi R., Castanié B. « Static and Dynamic Analysis of Bending-Torsion Coupling of a CFRP Sandwich Beam. » Journal of Composite Structures. 2016. Vol. 145, p. 26-36. [Bernard et al., 2016]

Annexes

Annexe I : Théorie de Vlasov

Cette théorie permet la prise en compte du gauchissement gênée ainsi qu'une torsion non linéaire dans les calculs de poutres contrairement au principe de St Venant qui n'est valable que dans le cas où le gauchissement est libre avec une torsion linéaire le long de la poutre [Vlasov, 1984]. Dans le cas d'un gauchissement gêné, une contrainte axiale est présente. Cette contrainte peut engendrer des déformations significatives si la longueur de la poutre est importante. Dans le cas d'une section fermée la contrainte axiale est négligeable donc le principe de St Venant reste valide. Celle-ci est utilisé est appliqués aux poutres composites grâce aux travaux de [Yu et al., 2005]. La théorie de Vlasov est basée principalement sur 2 hypothèses :

La section transverse garde sa forme et effectue une rotation autour du centre de cisaillement.

Il n'y a pas de déformation en cisaillement et contraintes au plan moyen.

Le gauchissement gênée s'exprime généralement dans le cas d'une poutre à section ouverte en encastrée-libre de type poutre en I *(*Figure 151*)*.

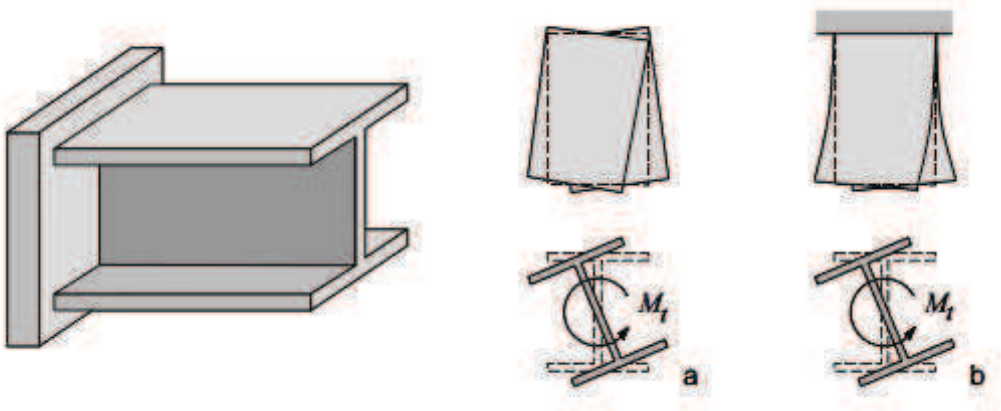


Figure 154 - (a) déformée dans le cas d'un gauchissement libre, (b) déformée dans le cas d'un gauchissement gêné sous une sollicitation en torsion.

Equation du gauchissement gêné :

$$M_t = EC_g \frac{d^4\varphi}{dx^4} - GJ_l \frac{d^2\varphi}{dx^2}$$

$C_g = \int \psi^2 ds$: Constante de gauchissement [m^6]

Le bi-moment [Nm^2] est défini de la manière suivante :

$$B = -\int \sigma_{xx} \psi ds$$

$$\sigma_{xx} = \frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B}{C_g} \psi$$

EC_g : Rigidité de gauchissement

φ : Rotation de section

GJ_l : Rigidité en torsion localisée [Nm^2]

ψ : Fonction de gauchissement [m^2]

I_y, I_z : Moment quadratique selon l'axe y et z [m^4]

Annexe II : Problème de Saint Venant

Le problème de St Venant est un problème d'élasticité 3D dont l'objectif est d'établir un lien entre une poutre en 3D et sa modélisation en 1D. La résolution de ce problème conduit en particulier à des relations directes entre les efforts intérieurs (1D) et l'état de contrainte (3D), valable dans une « zone intérieure » de la poutre.

- Principe de St Venant :

« Loin des sections d'application des charges, l'état de contrainte et de déformation d'une poutre ne dépend que du torseur des efforts appliqués et non de la manière précise avec laquelle ces efforts sont appliqués. » reference

Ce principe n'est vérifié qu'en résultante les contraintes des conditions aux limites aux extrémités de la poutre. Cette solution particulière n'est correcte que dans la zone intérieure de la poutre. Pour les zone d'extrémités, par exemple les zones de chargement et de singularité d'appui, la solution sera incorrecte.

Définition des équations du problème de St Venant :



$$\left.\begin{array}{rcll} \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} & = & \mathbf{0} & \text{in } \Omega \\ \varepsilon(\xi) & = & \frac{1}{2}(\nabla^t\xi + \nabla\xi) & \text{in } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma} & = & \boldsymbol{K} : \varepsilon(\xi) & \text{in } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} & = & \mathbf{0} & \text{on } S_{lat} \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{rcll} \boldsymbol{\sigma}\cdot(-\boldsymbol{x}) & = & \boldsymbol{H}_0 & \text{on } S_0 \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{H}_L & \text{on } S_L \end{array}\right\} \quad (2)$$

$div\sigma$: Equation d'équilibre

$\varepsilon(\xi)$: Equation de la déformation

$\sigma.n$: Contrainte normale à la surface

La solution 3D du problème de St Venant vérifie entièrement les équations (1) et ne vérifie qu'en résultante des équations (2) [Fatmi, 2004].

Annexe III : Comparaison Cbeam/SAMCEF

L'étude de validation des outils porte maintenant sur la déformation de poutre. Deux logiciels sont à notre disposition. D'un côté un logiciel de calcul section 2D extrudé le long d'un axe 1D appelé Cbeam et de l'autre un logiciel 3D éléments finis appelé Samcef.

Le test utilisera une poutre de section « U » composée de deux couches (Figure 150). Un premier pli orienté à 20° et un deuxième à 45°. La poutre est en encastré-libre avec une force ponctuelle 1N appliqué en bout de poutre au milieu de la largeur. Les mesures de déplacements sont prises à chaque extrémité extérieure des deux parois verticales pour que les déplacements soient maximums.

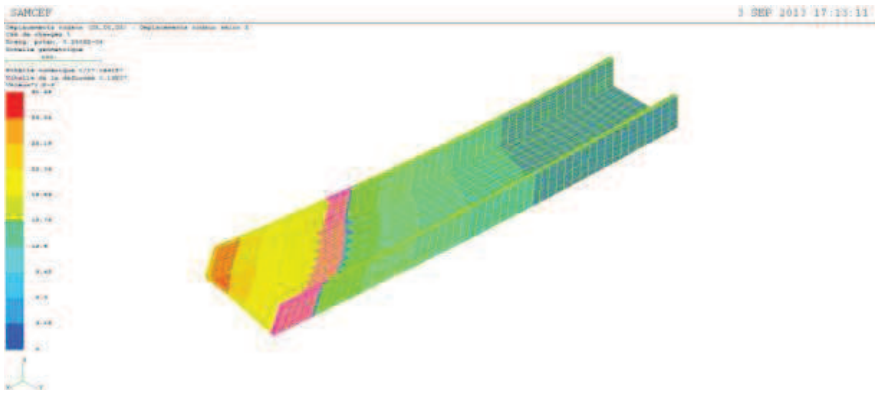


Figure 153 - Représentation sous Samcef (référence) de la déformée de la poutre en « U » sous sollicitation

	ΔY1 [mm]	ΔY2 [mm]
Samcef	3,20E-05	1,96E-05
Cbeam	3,21E-05	1,87E-05
Ecart	0,34%	-4,54%

Tableau 29 - Récapitulatif des déplacements des points de références en bout de poutre

Le faible écart entre les deux déformées (Tableau 29) montre que les deux méthodes sont équivalentes. Les calculs éléments finis sont toujours considérés comme la référence. Cependant, le calcul 3D est très couteux en temps de calcul. Compte tenu de la faible différence des déplacements des points de références de la déformation de poutre, les calculs et analyses réalisés dans le paragraphe suivant seront essentiellement basés sur les résultats fournis par Cbeam.

Annexe IV : Signaux d'excitation expérimentaux

Types analyses modale expérimentale

Il existe trois différentes méthodes expérimentales pour obtenir la fonction de réponse en fréquence d'une structure. La première méthode utilise une excitation impulsive du type choc. La seconde méthode consiste à exciter la structure en imposant un déplacement initial. Enfin la troisième méthode est celle de l'excitation forcée.

- Test du marteau

Le test d'excitation impulsive au marteau est une méthode rapide nécessitant peu de moyen pour obtenir une FRF. L'impulsion doit être appliquée à un endroit stratégique du système et se fait à l'aide d'un marteau muni d'une cellule de force pour mesurer la force d'impact. Il est préférable de mesurer la réponse de la structure en différents points à l'aide d'accéléromètres (Figure 152). Ce type d'excitation est équivalent à imposer une vitesse initiale au système puis à le laisser vibrer librement. Il est possible ensuite d'obtenir les fréquences propres du système avec les déformées modales associées ainsi que l'amortissement en faisant une analyse de Fourier des données de sortie.

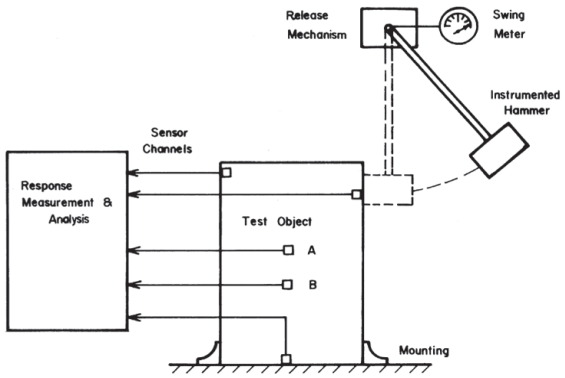


Figure 155 - Schéma du montage d'un test à impact [De Silva, 2006].

Cette technique possède plusieurs inconvénients. Par exemple, certaines structures comme les composites ne peuvent pas être impactées. Le manque de surfaces appropriées à l'impact ou la limitation de la bande de fréquence par rapport aux fréquences propres à étudier sont aussi des inconvénients majeurs. Exciter une structure via un marteau peut ne pas introduire suffisamment d'énergie dans la structure pour exciter les modes propres souhaités. Un autre inconvénient lié à cette méthode réside dans le fait qu'un second rebond peu impacter la structure après l'impact initial perturbant ainsi la réponse de sortie du système et rendant de ce fait la mesure invalide.

- Test « Pluck »

Ce test consiste à imposer un déplacement initial à une structure. Ce déplacement est initié par une déformation de la structure via un câble. Ce câble est soudainement retiré pour laisser le système évoluer en vibration libre jusqu'à ce que la structure revienne à sa position d'équilibre statique. La réponse est observée à différents endroits de la structure pour pouvoir obtenir les paramètres modaux ainsi que les déformées modales.

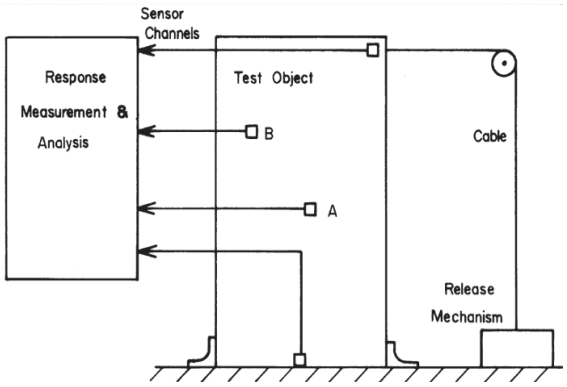


Figure 156 - Schéma du montage du test de type Pluck [de Silva, 2006].

Ces deux catégories de test sont faciles à mettre en place mais leurs précision est limitée dans le cas ou deux fréquences propres sont proches l'une de l'autre. De plus la durée du test étant relativement faible, les signaux de sortie peuvent être difficile à enregistrer et à post traiter via les transformées de Fourier. C'est pourquoi les tests de type impact et de type « Pluck » sont plus souvent utilisés comme tests préliminaires avant la réalisation d'un test de type excitation forcée.

- Test avec pot vibrant

Le type de test à excitation forcée est plus complexe à mettre en œuvre et nécessite des moyens plus conséquents (Figure 154). Le test du pot vibrant permet d'exciter la structure grâce à un signal pouvant être de nature sinusoïdale ou aléatoire. La réponse est enregistrée de manière permanente à l'aide d'accéléromètres, de capteurs de forces repartis à des endroits stratégique ou d'un vibromètre laser. Ce type de test présente un grand nombre de signaux d'excitation, aux amplitudes variables et sur une plus large bande fréquentielle.

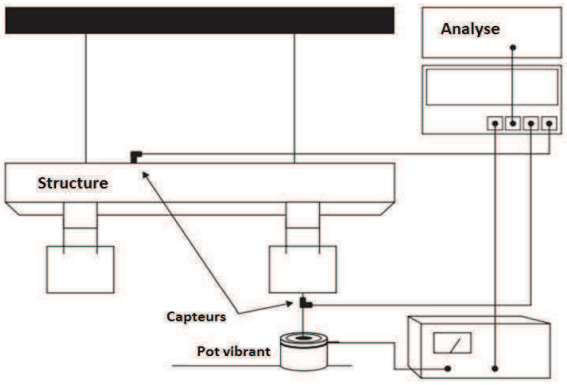


Figure 157 - Schéma du montage du test du pot vibrant [Agilent, 2000].

Les positions du pot et des capteurs peuvent être modulées en fonction de la complexité et de la dimension du système à étudier. Le pot vibrant est relié au système à exciter par une corde de piano (tige en métal rigide) et doit être découplé du système et de ses modes propres. Un capteur de force est placé entre la structure et la corde de piano de façon à pouvoir mesurer le signal d'entrée.

Type de signal d'excitation

Le choix du signal d'excitation peut faire une grande différence sur la qualité des mesures. Les signaux peuvent être divisés en quatre catégories : quasi-statique, aléatoire, périodique et transitoire.

- Signaux quasi statique

Les signaux quasi-statiques sont souvent de type sinusoïdal. Ils sont définis par une fréquence et une amplitude donnée. Ce type d'excitation permet essentiellement de vérifier le dimensionnement des systèmes. Cela revient à appliquer une accélération constante d'amplitude connue. Le principe d'un tel essai n'est pas si trivial car il est nécessaire de garder la maitrise du signal d'excitation. Il faut donc se placer suffisamment loin des fréquences de résonnance du système sinon la structure risquerait d'être endommagée.

- Signaux aléatoires

- True Random (Vrai aléatoire)

Ce signal aléatoire est très souvent utilisé pour exciter les non linéarités dans une structure lorsqu'il est combiné avec un spectre moyenné. Le signal « True random » est synthétisé par un nombre aléatoire de générateur dans une séquence aléatoire qui ne se répète pas (Figure 155). Une fonction de fenêtrage de type « Hanning » doit être utilisée avec un signal « True random » pour minimiser les fuites spectrales. Les fuites spectrales apparaissent lorsqu'il y a des discontinuités dans le signal. En d'autres termes le signal n'est pas périodique dans la fonction de fenêtrage.

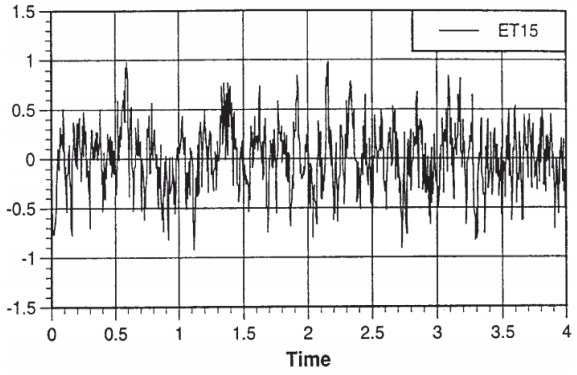


Figure 158 - Excitation d'un signal « True random » [Schwarz et Richardson, 1999].

Ce signal est mal adapté pour les structures à l'amortissement faible cependant il est souvent disponible dans les logiciels de génération de signal et nécessite peu de moyens technique.

- Signaux périodiques

- Pseudo random (Pseudo Aleatoire)

Le signal « Pseudo random » est synthétisé à l'aide d'un analyseur de transformation de Fourier rapide (FFT) pour coïncider avec les paramètres de la fenêtre de mesure de la FRF. Ce signal peut être obtenu en fixant une amplitude pour chaque ligne de fréquence puis une phase aléatoire est ajoutée à ces lignes de fréquence. Il est important que la structure puisse atteindre son état stable avant la prise de mesures et pour cela il est nécessaire d'utiliser les dix premières périodes du signal pour que la réponse de la structure se stabilise [Brandt, 2011].

Durant la phase de mesure, la force mesurée et le signal de réponse sont échantillonnés sur la même fenêtre temporelle que le signal d'excitation. C'est pourquoi le signal obtenu ne présent pas de fuite spectrale. Ce signal possède aussi un bon rapport signal/bruit qui est un indicateur de la qualité de la transmission du signal au système. Un des inconvénients de l'utilisation de ce signal est qu'il n'excite pas les non linéarités différemment ce qui fait que ces non linéarités ne peuvent pas être retirés des mesures de FRF.

- Chirp ou Sweep sine (Sinus glissant)

Ce signal est un sinus glissant pseudopériodique modulé en fréquence autour d'une fréquence porteuse et également modulé en amplitude par une enveloppe dont les variations sont lentes par rapport aux oscillations de la phase (Figure 156). La fréquence du signal peut varier des basses fréquences vers les hautes (up-chirp) ou inversement (low-chirp).

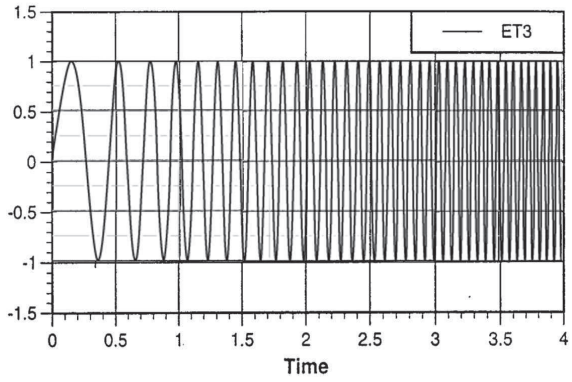


Figure 159 - Excitation d'un signal « Chirp ».

Le balayage est souvent relativement lent pour engendrer un mouvement quasi stationnaire mais aussi suffisamment rapide pour limiter le nombre de cycle. Le balayage peut être linéaire, exponentiel ou hyperbolique. Le balayage exponentiel peut être exprimé sur une échelle logarithmique en octave par minute ce qui correspond à un rapport 2 en fréquence. Par exemple, un balayage de 5 à 100 Hz à 2 Oct/min durera environ 130 secondes. Ce type de signal est très utilisé pour les tests modaux car il permet l'excitation des fréquences propres du système par un balayage rapide de l'ensemble de la bande fréquentielle.

- Signaux transitoire

- Burst random (Bruit blanc)

Ce signal transitoire est composé d'un signal aléatoire pur suivi d'une période de silence. La longueur du signal est choisie suffisamment longue pour que la réponse du système redescende à zéro (Figure 157).

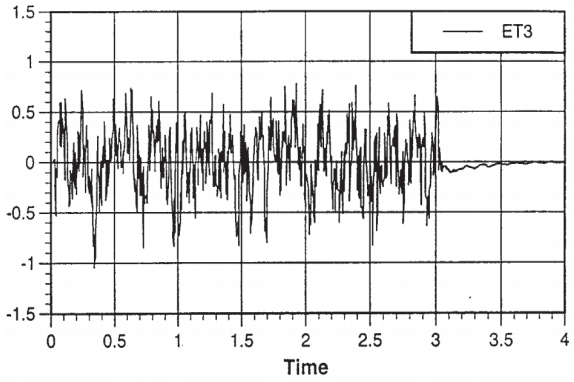


Figure 160 - Excitation d'un signal « Burst random » [Schwarz et Richardson, 1999]

Le signal « Burst random » combine les avantages d'un test réalisé à l'aide d'un signal aléatoire pur et celui d'un pseudo aléatoire. Ce signal permet d'éviter les fuites spectrales et lorsqu'il est utilisé avec une méthode de moyenne spectrale alors l'ensemble des non linéarités

sont retirés de la mesure FRF. Pour réaliser une excitation avec ce type de signal le système d'acquisition de mesure doit être synchronisé avec le signal d'excitation. Pour cela le signal d'excitation doit être émit par le système de mesure ce qui rend le test plus complexe et plus couteux [Brandt, 2011]. Un autre inconvénient important de ce signal est son faible ratio signal/bruit.

- Burst chirp

Un signal « Burst chirp » est très semblable au signal « chrip » à l'exception qu'il s'arrête avant la fin de la fenêtre d'échantillonnage (Figure 158).

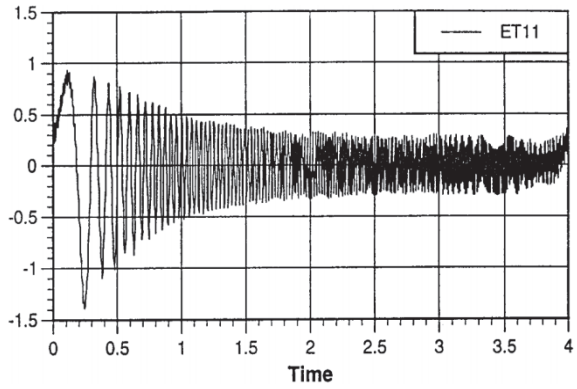


Figure 161 - Excitation d'un signal « Burst chirp » [Schwarz et Richardson, 1999].

L'avantage de ce signal est qu'il permet à la structure de se stabiliser avant la prise de mesure suivante. Ceci permet de certifier que les mesures prises sont bien causées par l'excitation ce qui est important pour mesurer la FRF.

Récapitulatif

Un récapitulatif des principaux types de signaux est proposé dans le Tableau 30.

	Steady state signal	Random signal	Periodic signal			Transient signal		
	Sine steady state	True random	Pseudo random	Random	Fast sine	Impact	Burst sine	Burst random
Minimze leakage	No	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Signal to noise	Very high	Fair	Fair	Fair	High	Low	High	Fair
RMS to peak ratio	High	Fair	Fair	Fair	High	Low	High	Fair
Test measurement time	Very long	Good	Very good	Fair	Fair	Very good	Very good	Very good
Controlled frequency content	Yes	Yes*	Yes*	Yes*	Yes*	No	Yes*	Yes*
Controlled amplitude content	Yes	No	Yes*	No	Yes*	No	Yes*	No
Removes distortion	No	Yes	No	Yes	No	No	No	Yes
Characterize nonlinearity	Yes	No	No	No	Yes	No	Yes	No

* Requires additional equipment or special hardware

Tableau 30 - Récapitulatif des différents types de signaux d'excitation [Agilent, 2000].

Annexe V : Essais DMA

Les essais sont réalisés sur une machine BOSE ElectroForce 3330. Deux pains d'une même mousse ont été testés ensemble afin de minimiser la flexion et ainsi s'approcher au mieux d'une sollicitation sous cisaillement seul. La Figure 159-a présente le montage. Les deux échantillons sont collés à des plateaux d'aluminium de 3 mm d'épaisseur. Au centre, les plateaux sont fixés l'un à l'autre par des vis. Aux extérieurs, les plaques de support sont vissées à des équerres d'acier, épaisses et rigides elles-mêmes fixées au bâti.

Les dimensions des pains de mousse sont :

- Epaisseur : h = 20 mm
- Largeur : l = 40 mm
- Longueur : L = 60 mm

Deux échantillons de deux pains de mousse ont été testés pour les deux densités de mousse. Chaque pain de mousse est supposé identique.

Un déplacement est imposé par le vérin de la machine au deux plateaux centraux. La force résultante est mesurée par une cellule de force sous les équerres.

La sollicitation sinusoïdale est définie en déplacement u par son amplitude u_0 et sa fréquence

$$u(t) = u_0 \sin(2\pi f t)$$

Cisaillement dans les échantillons :

$$\gamma(t) = \frac{u(t)}{h} = \gamma_0 \sin(2\pi f t)$$

Le cisaillement est supposé constant dans l'épaisseur des échantillons.

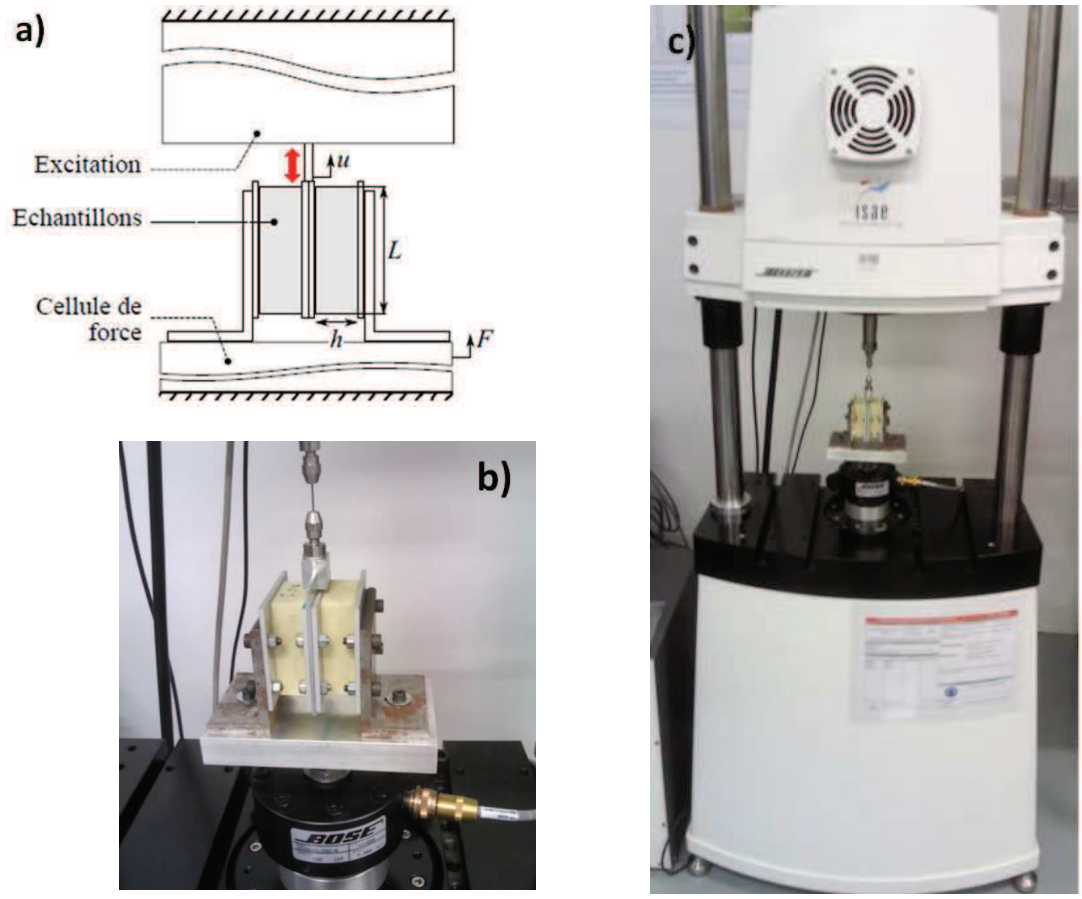


Figure 162 - Montage expérimental des essais DMA en cisaillement (a - Schéma du principe, b - échantillon de mousse polyuréthane, c - vue globale de la machine BOSE utilisée).

Les tests ont été effectués sans pré-charge car les structures étudiées oscillent autour de leur position d'équilibre. Cependant, comme les déplacements étudiés sont très faibles, une pré-charge résiduelle peut subsister, et entraîner une faible asymétrie des mesures.

De la force résultante $F(t)$ est déduite de la contrainte de cisaillement $\tau(t)$ par la relation :

$$\tau(t) = \frac{F(t)}{2S}$$

Où $2S = l.L$ représente deux fois la surface d'une face d'échantillon, puisque la force est répartie sur deux échantillons. Les essais sont réalisés sur une plage de fréquence de 1 Hz à 80 Hz. Le dispositif est non résonant pour la plage de fréquence considérée, ce qui permet de considérer que le déphasage mesuré entre la force et le déplacement ne provient que de l'amortissement, et pas d'une éventuelle résonance.

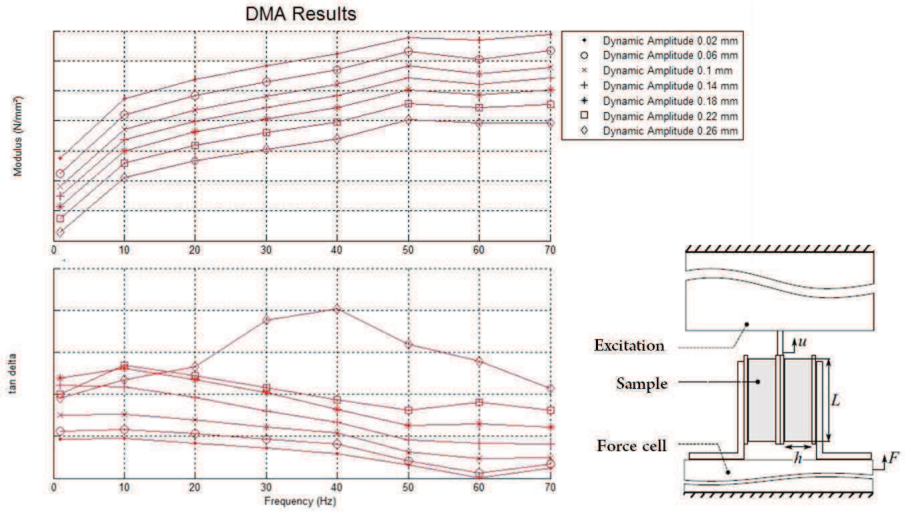


Figure 163 - Résultats DMA de la mousse PU_200 (Module de Cisaillement (haut) facteur de perte (bas)).

À partir des mesures réalisées, le comportement du matériau peut être décrit par un module de cisaillement et un facteur de perte : c'est deux facteurs sont fournit directement par la machine BOSE (Figure 160). Les deux paramètres sont obtenus à partir des transformées de Fourier des signaux. En notant Γ la transformée de Fourier de γ et T la transformée de Fourier de τ, le module complexe G^*, le module de cisaillement G et le facteur de perte η sont donnés par :

$$G^* = \frac{T(f_1)}{\Gamma(f_1)}$$

$$G = Re(G^*)$$

$$\eta = \frac{Im(G^*)}{G}$$

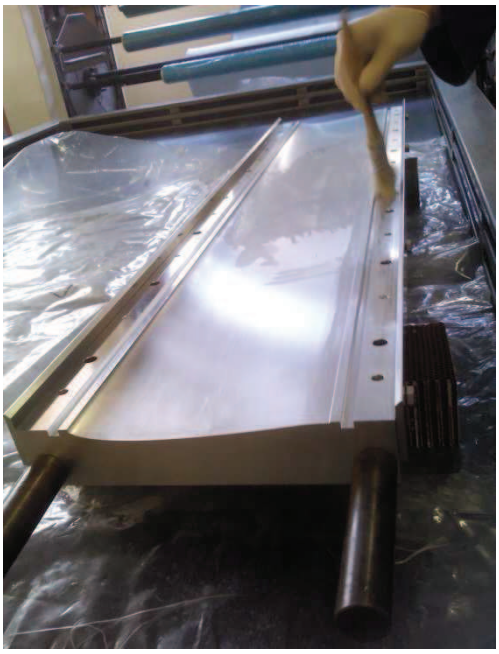
Où f_1 est la fréquence fondamentale des signaux, Re est la partie réelle et Im la partie imaginaire.

Les résultats montrent une très faible évolution des caractéristiques mécaniques de la mousse sous une sollicitation dynamique. On considèrera donc un comportement élastique classique dans le modèle numérique.

Annexe VI : Fabrication des tronçons de pale

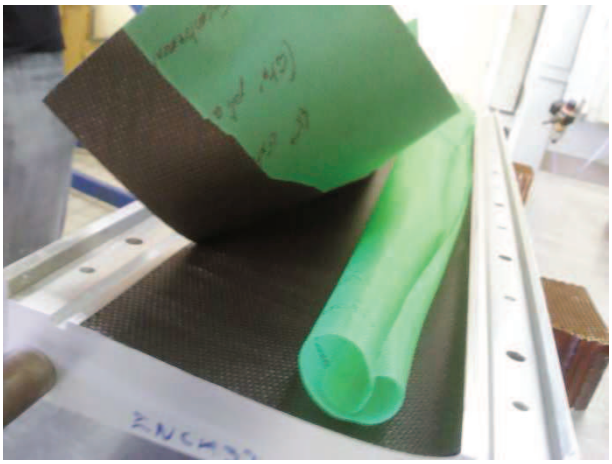
Le moule a été fabriqué selon mes plans. L'ensemble des étapes de fabrication sont présentés dans un ordre chronologique :

- Disposer les deux demi coques enduites d'un agent démoulant

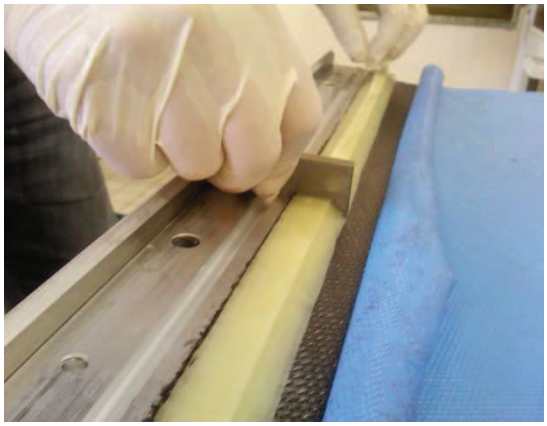


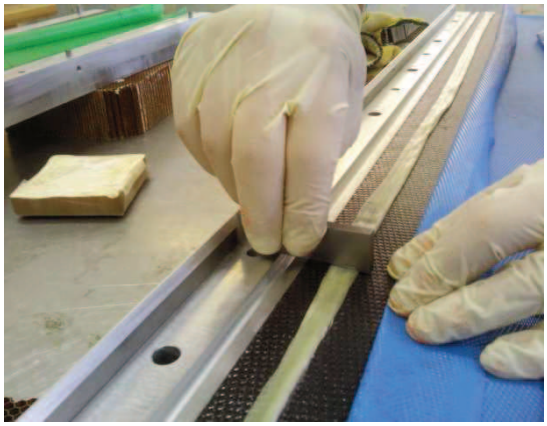
- Placer les tissus de carbone selon l'empilement et l'orientation voulu





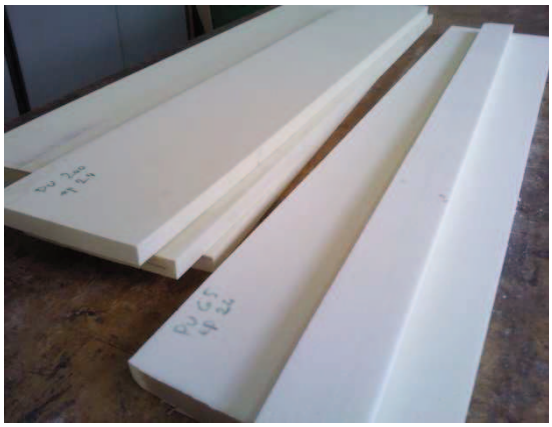
- Dépose et modelage du longeron et de l'arêtier

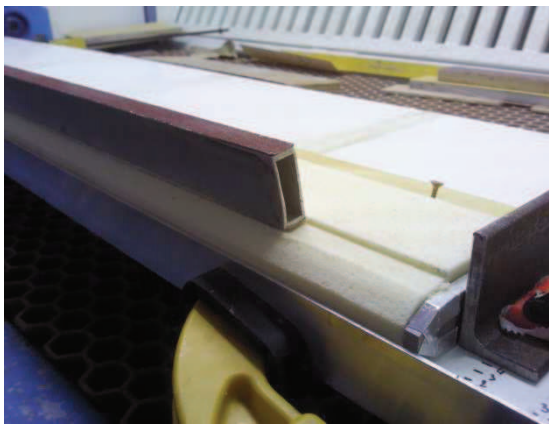


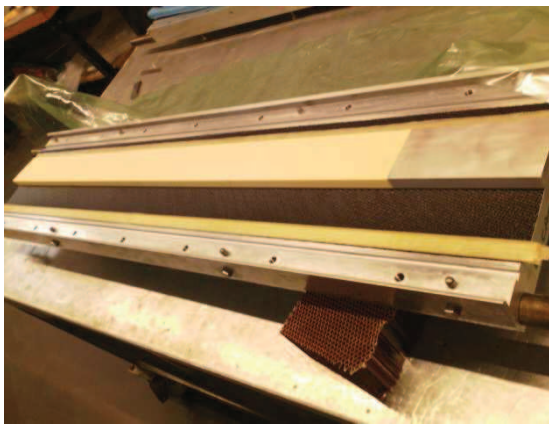


- Placer les pains de mousses préalablement usinées aux dimensions du profil

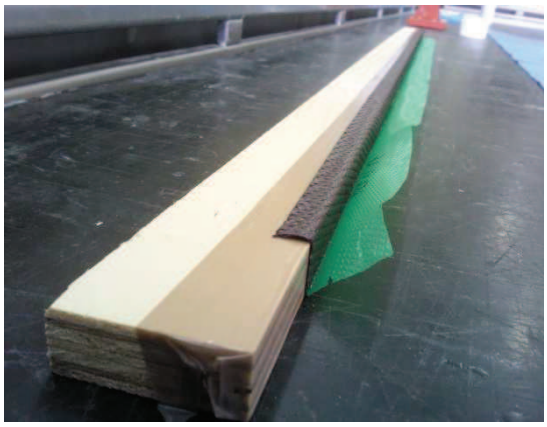






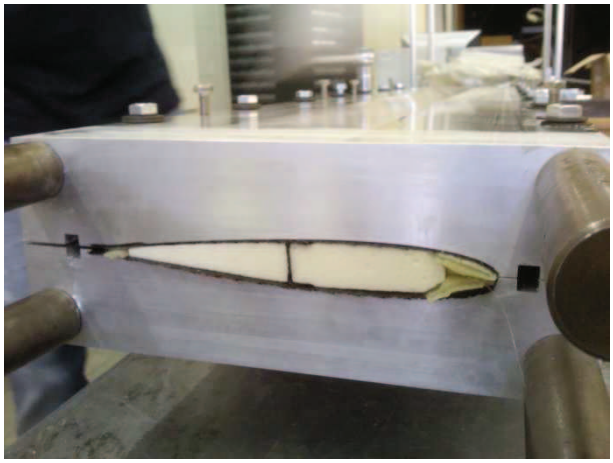


- Réalisation et assemblage de la nervure avec le pain de mousse coté bord d'attaque





- Fermeture du moule

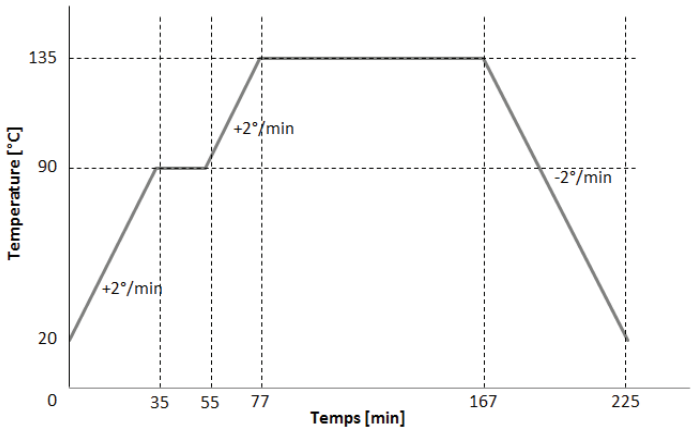


- Mise au four pour cuisson du tronçon





- Cycle de cuisson



Bibliographie

Agilent. *The Fundamentals of Madal Testing*. [s.l.] : Agilent Technologies, 2000.

Allemang R. J. « The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse. » *Sound Vib.* 2003.

Apetre N. A. *Sandwich with Functionally Graded Core*. Florida : University of Florida, 2005. 153 p.

Apetre N. A., Sankar B. V., Ambur D. R. « Analytical Modeling of Sandwich Beams with Functionally Graded Core. » *J. Sandw. Struct. Mater.* 2008. Vol. 10, n°1, p. 53‑74.

Aubry J. *Etude Expérimentale et Numérique d'Impacts sur Structures : Application aux Pales d'Hélicoptères*. Toulouse : Université de Toulouse, 2013. 280 p.

Bannerjee J. R., Williams F. W. « Exact Dynamic Stiffness Matrix for Composite Timoshenko Beams with Applications. » *J. Sound Vib.* 1996. Vol. 194, n°4, p. 573‑585.

Bao J., Nagaraj V. T., Chopra I. « Development of Mach Scale Rotors with Tailored Composite Coupling for Vibration Reduction. » *J. Aircr.* 2006. Vol. 43, n°4, p. 922‑931.

Barbarino S., Pecora R., Lecce L., Concilio A., Ameduri S. « Airfoil Morphing Architecture Based on Shape Memory Alloys. » In : *ASME. Conference on Smart Materials, Adaptives Structures and Intellignet Systems*. Ellicott City : [s.n.], 2008. p. 729‑737.

Bathe K.-J. *Finite Element Procedures*. [s.l.] : Prentice Hall International, 1996. 1037 p.ISBN : 978-0-13-349697-0.

Berdichevsky V. L. « Variational-Asymptotic Method of shell Theory Construction. » *PMM*. 1979. Vol. 43, n°4, p. 664‑687.

Bernard L., Michon G., Fatmi R. El, Castanié B. « Static and Dynamic Analysis of Bending–Torsion Coupling of a CFRP Sandwich Beam. » *Compos. Struct.* 2016. Vol. 145, p. 26‑36.

Bianchi L., Reveillon D. *Pale à Rigidité en Torsion Réduite et Rotor muni d'une telle Pale*. EP 2 818 408 A1.

Blackwell R. H. « Blade Design for Reduced Helicopter Vibration. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1983. Vol. 28, n°3, p. 33‑41.

Bois J. L. Du, Adhikari S., Lieven N. A. J. « Eigenvalue Curve Veering in Stressed Structures: An Experimental Study. » *J. Sound Vib.* 2009. Vol. 322, n°4–5, p. 1117‑1124.

Bois J. L. Du, Adhikari S., Lieven N. A. J. « Experimental and Numerical Investigation of Mode Veering in a Stressed Structure. » In : *Conf. Expo. Struct. Dyn. Proceedings of the 25th International Modal Analysis Conference*. Orlando : [s.n.], 2007. p. 233.

Bozhevolnaya E., Thomsen O. T. « Structurally Graded Core Junctions in Sandwich Beams: Quasi Static Loading Conditions. » *Compos. Struct.* 2005a. Vol. 70, n°1, p. 1‑11.

Bozhevolnaya E., Thomsen O. T. « Structurally Graded Core Junctions in Sandwich Beams: Fatigue Loading Conditions. » *Compos. Struct.* 2005b. Vol. 70, n°1, p. 12‑23.

Bramwell A. R. S., Balmford D., Done G. *Bramwell's Helicopter Dynamics*. 2e éd. Reston, VA : Jordan Hill, Oxford, UK : Butterworth-Heinemann, 2001. 416 p.ISBN : 978-0-7506-5075-5.

Brandt A. *Noise and Vibration Analysis: Signal Analysis and Experimental Procedures*. [s.l.] : John Wiley & Sons, 2011. 704 p.ISBN : 978-0-470-97811-5.

Carrera E., Giunta G., Nali P., Petrolo M. « Refined Beam Elements with Arbitrary Cross-Section Geometries. » *Comput. Struct.* 2010. Vol. 88, n°5–6, p. 283‑293.

Celi R. « Recent Applications of Design Optimization to Rotorcraft-A Survey. » *J. Aircr.* 1999. Vol. 36, n°1, p. 176‑189.

Cesnik C. E. S., Hodges D. H. « VABS: A New Concept for Composite Rotor Blade Cross-Sectional Modeling. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1997. Vol. 42, n°1, p. 27‑38.

Chandra R., Chopra I. « Structural Behavior of Two-Cell Composite Rotor Blades with Elastic Couplings. » *AAIA J.* 1992a. Vol. 30, n°12,.

Chandra R., Chopra I. « Structural Response of Composite Beams and Blades with Elastic Couplings. » *Compos. Eng.* 1992b. Vol. 2, n°5–7, p. 347‑374.

Chandra R., Stemple A. D., Chopra I. « Thin-Walled Composite Beams under Bending, Torsional, and Extensional Loads. » *J. Aircr.* 1990. Vol. 27, n°7, p. 619‑626.

Chen P. C., Chopra I. « Wind Tunnel Test of a Smart Rotor Model with Individual Blade Twist Control. » *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 1997. Vol. 8, n°5, p. 414‑425.

Choi S., Sankar B. V. « A Micromechanical Method to Predict the Fracture Toughness of Cellular Materials. » *Int. J. Solids Struct.* 2005. Vol. 42, n°5–6, p. 1797‑1817.

Chopra I., Ganguli R. « Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor with Composite Coupling. » *J. Aircr.* 1995. Vol. 32, p. 1 ‑ 9.

Chopra I., Smith E. C. « Aeroelastic Response, Loads, and Stability of a composite Rotor in Forward Flight. » *AIAA J.* 1993. Vol. 31, p. 1265 ‑ 1273.

Claassen R. W. « Vibrations of a Rectangular Cantilever Plate. » *J. Aerosp. Sci.* [En ligne]. 1962. Vol. 29, n°11, p. 1300‑1305. Disponible sur : < http://dx.doi.org/10.2514/8.9800 >

Cornette D. *Optimisation Aeroélastique des Pales d'Hélicoptères*. Toulouse : Université de Toulouse, 2014. 217 p.

Cornette D., Kerdreux B., Gourinat Y., Michon G. « Modélisation Aéroélastique des Pales d'Hélicoptère avec Couplages Elastiques. » *21iéme Congrès Francais Mécanique*. 2013.

Cornette D., Kerdreux B., Michon G., Gourinat Y. « Aeroelastic Tailoring of Helicopter Blades. » *J. Comput. Nonlinear Dyn.* 2015. Vol. 10, n°6, p. 1 - 12.

Cranga P. *Comportement Dynamique de l'Hélicoptère: Contribution à la Définition de l'Architecture Générale*. Lyon : INSA, 2005. 194 p.

Datta A., Nixon M., Chopra I. « Review of Rotor Loads Prediction with the Emergence of Rotorcraft CFD. » *J. Am. Helicopter Soc.* 2007. Vol. 52, n°4, p. 287-317.

Dhatt G., Touzot G., Lefrançois E. *Méthode des Eléments Finis*. [s.l.] : Lavoisier, 2005. 601 p.ISBN : 987-2-7462-0979-4.

DiTaranto R. A. « Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams. » *J. Appl. Mech.* 1965. Vol. 32, n°4, p. 881-886.

Done G. T. S. « Rotorcraft Dynamics and Aeroelasticity Research in the U.K. » *Int. Workshop Dyn. Aeroelastic Stab. Model. Rotorcr. Syst.* 1995.

Duan H. « Nonlinear Free Vibration Analysis of Asymmetric Thin-Walled Circularly Curved Beams with Open Cross Section. » *Thin-Walled Struct.* 2008. Vol. 46, n°10, p. 1107-1112.

Fatmi R. El. *Mécanique des Structures de Poutres - Cours et Applications*. 2004.

Fatmi R. El, Ghazouani N. « Higher Order Composite Beam Theory Built on Saint-Venant's Solution. Part-I: Theoretical Developments. » *Compos. Struct.* 2011. Vol. 93, n°2, p. 557-566.

Fatmi R. El, Zenzri H. « On the Structural Behavior and the Saint Venant Solution in the Exact Beam Theory: Application to Laminated Composite Beams. » *Comput. Struct.* 2002. Vol. 80, n°16–17, p. 1441-1456.

Floros M. *Elastically Tailored Composite Rotor Blades for Stall Alleviation and Vibration Reduction.* [s.l.] : Pennsylvania State University, 2000. 286 p.

Fotsch D., Ewins D. . « Application of MAC in the Frequency Domain. » In : *Proceedings. 18th International Modal Analysis Conference*. San Antonio : [s.n.], 2000. p. 1225-1231.

Friedmann P. P. « Rotary-Wing Aeroelasticity: Current Status and Future Trends. » *AIAA J.* 2004. Vol. 42, n°10, p. 1953-1972.

Friedmann P. P., Shanthakumaran P. « Optimum Design of Rotor Blades for Vibration Reduction in Forward Flight. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1984. Vol. 29, n°4, p. 70-80.

Frostig Y., Baruch M., Vilnay O., Sheinman I. « High-Order Theory for Sandwich-Beam Behavior with Transversely Flexible Core. » *J. Eng. Mech.* 1992. Vol. 118, n°5, p. 1026-1043.

Gallina A., Pichler L., Uhl T. « Enhanced Meta-Modelling Technique for analysis of Mode Crossing, Mode Veering and Mode Coalescence in Structural Dynamics. » *Mech. Syst. Signal Process.* 2011. Vol. 25, n°7, p. 2297‑2312.

Ganguli R. « Optimum Design of a Helicopter Rotor for Low Vibration using Aeroelastic Analysis and Response Surface Methods. » *J. Sound Vib.* 2002. Vol. 258, n°2, p. 327‑344.

Ganguli R., Chopra I. « Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor with Two-Cell Composite Blades. » *AIAA J.* 1996a. Vol. 34, n°4, p. 835‑841.

Ganguli R., Chopra I. « Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor to Reduce Vibration and Dynamic Stresses. » *J. Aircr.* 1996b. Vol. 33, n°4, p. 808‑815.

Ganguli R., Chopra I. « Aeroelastic Tailoring of Composite Couplings and Blade Geometry of a Helicopter Rotor Using Optimization Methods. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1997. Vol. 42, n°3, p. 218‑228.

Gay D. *Matériaux Composites*. Paris : Hermes Science Publications, 2005. (5éme Edition). ISBN : 978-2-7462-1098-1.

Germain F. *Documentation Technique des Modules Samcef*. 2004.

Ghazouani N., Fatmi R. El. « Higher Order Composite Beam Theory built on Saint-Venant's solution. Part-II: Built-In Effects Influence on the Behavior of End-Loaded Cantilever Beams. » *Compos. Struct.* 2011. Vol. 93, n°2, p. 567‑581.

Gibson L. J., Ashby M. F. *Cellular Solids: Structure and Properties*. second.[s.l.] : Cambridge University Press, 1999. 536 p.ISBN : 978-1-316-02542-0.

Girard A., Roy N. *Dynamique des Structures Industrielles*. Paris : Hermes Science Publications, 2003. 416 p.ISBN : 978-2-7462-0748-6.

Giurgiutiu V. « Review of Smart-Materials Actuation Solutions for Aeroelastic and Vibration Control. » *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 2000. Vol. 11, n°7, p. 525‑544.

Gunda J. B., Gupta R. K., Ranga Janardhan G., Venkateswara Rao G. « Large Amplitude Vibration Analysis of Composite Beams: Simple Closed-Form Solutions. » *Compos. Struct.* 2011. Vol. 93, n°2, p. 870‑879.

Hajianmaleki M., Qatu M. S. « Vibrations of Straight and Curved Composite Beams: A Review. » *Compos. Struct.* 2013. Vol. 100, p. 218‑232.

Harrison R., Stacey S., Hansford R. E. « BERP IV - The Design, Development and Testing of an Advanced Rotor Blade. » In : *64th Annu. Forum. American Helicopter Society*. [s.l.] : [s.n.], 2008.

Hirsch H., Hutton R. E., Rasumoff A. « Effect of Spanwise and Chordwise Mass Distribution on Rotor Blade Cyclic Stresses. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1956. Vol. 1, n°2, p. 37‑45.

Hodges D. H. *Nonlinear Composite Beam Theory for Engineers*. [s.l.] : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. 300 p.ISBN : 978-1-56347-697-6.

Hong C., Chopra I. « Aeroelastic Stability Analysis of a Composite Rotor Blade. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1985. Vol. 30, n°2, p. 57‑67.

Ieşan D. « Saint-Venant's Problem for Inhomogeneous and Anisotropic Elastic Bodies. » *J. Elast.* 1976. Vol. 6, n°3, p. 277‑294.

Jha D. K., Kant T., Singh R. K. « A Critical Review of Recent Research on Functionally Graded Plates. » *Compos. Struct.* 2013. Vol. 96, p. 833‑849.

Jun L., Hongxing H., Rongying S. « A Dynamic Stiffness Approach for Vibration Analysis of a Laminated Composite Beam. » *Sci. Eng. Compos. Mater.* 2008. Vol. 15, n°4, p. 285‑302.

Kaya M. O., Ozgumus O. O. « Flexural–Torsional-Coupled Vibration Analysis of Axially Loaded Closed-Section Composite Timoshenko Beam by using DTM. » *J. Sound Vib.* 2007. Vol. 306, n°3–5, p. 495‑506.

Kirugulige M. S., Kitey R., Tippur H. V. « Dynamic Fracture Behavior of Model Sandwich Structures with Functionally Graded Core: a Feasibility Study. » *Compos. Sci. Technol.* 2005. Vol. 65, n°7–8, p. 1052‑1068.

Koizumi M. « FGM Activities in Japan. » *Compos. Part B Eng.* 1997. Vol. 28, n°1–2, p. 1‑4.

Konstanzer P., Enenkl B., Germany P. A., Cranga P. « Recent Advances in Eurocopters Passive and Active Vibration Control. » In : *Am. Helicopter Soc. 64th Annual Forum*. Montreal : [s.n.], 2008. p. 18.

Koratkar N. A., Chopra I. « Wind Tunnel Testing of a Mach-Scaled Rotor Model with Trailing-Edge Flaps. » *Smart Mater. Struct.* 2001. Vol. 10, n°1, p. 1.

Kube R., Klöppel V. « On the Role of Prediction Tools for Adaptive Rotor System Developments. » *Smart Mater. Struct.* 2001. Vol. 10, n°1, p. 137.

Kwon S., Chung J., Hee Yoo H. « Structural Dynamic Modeling and Stability of a Rotating Blade under Gravitational Force. » *J. Sound Vib.* 2013. Vol. 332, n°11, p. 2688‑2700.

Ladevèze P., Simmonds J. « New Concepts for Linear Beam Theory with Arbitrary Geometry and Loading. » *Eur. J. Mech. - ASolids*. 1998. Vol. 17, n°3, p. 377‑402.

Laxman V., Venkatesan C. « Influence of Dynamic Stall and Dynamic Wake Effects on Helicopter Trim and Rotor Loads. » *J. Am. Helicopter Soc.* 2009. Vol. 54, n°3,.

Leconte P., Kube R. « Main Rotor Active Flaps : Numerical Assessment of Noise and Vibration Reduction. » In : *2nd DLR-ONERA Aerospace Symposium*. Berlin : [s.n.], 2000. p. 14.

Manet V. *La Méthode des Éléments Finis: Vulgarisation des Aspects Mathématiques, Illustration des Capacités de la Méthode*. Lyon : ViM2, 2015. 422 p.

Martinez F., Ségura J.-M., Gay D. « Effets Locaux Liés au Gauchissement Variable dans les Poutres Homogènes et Composites Soumises à la Flexion. » *Comptes Rendus Académie Sci. - Ser. IIB - Mech.-Phys.-Astron.* 1999. Vol. 327, n°7, p. 653‑658.

Marur S. R., Kant T. « Free Vibration Analysis of Fiber Reinforced Composite Beams Using High Order Theories and Finite Element Modelling. » *J. Sound Vib.* 1996. Vol. 194, n°3, p. 337‑351.

Mccarty J. L., Brooks G. W. *A Dynamic-model Study of the Effect of Added Weights and Other Structural Variations on the Blade Bending Strains of an Experimental Two-blade Jet-driven Helicopter in Hovering and Forward Flight*. United States : NASA, 1955.

Mead D. J. « A Comparison of some Equations for the Flexural Vibration of Damped Sandwich Beams. » *J. Sound Vib.* 1982. Vol. 83, n°3, p. 363‑377.

Mead D. J., Markus S. « The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions. » *J. Sound Vib.* 1969. Vol. 10, n°2, p. 163‑175.

Mei C. « Effect of Material Coupling on Wave Vibration of Composite Euler-Bernoulli Beam Structures. » *J. Sound Vib.* 2005a. Vol. 288, n°1-2, p. 177‑193.

Mei C. « Effect of Material Coupling on Wave Vibration of Composite Timoshenko Beams. » *J. Vib. Acoust.* 2005b. Vol. 127, n°4, p. 333‑340.

Mei C. « Free and Forced Wave Vibration Analysis of Axially Loaded Materially Coupled Composite Timoshenko Beam Structures. » *J. Vib. Acoust.* 2005c. Vol. 127, n°6, p. 519‑529.

Midlin R. D. « Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motion of Isotropic Elastic Plates. » *ASME J. Appl. Mech.* 1951. Vol. 18, p. 31‑38.

Miller R. H., Ellis C. W. « Helicopter Blade Vibration and Flutter. » *J. Am. Helicopter Soc.* 1956. Vol. 1, n°3, p. 19‑38.

Moffatt S., Griffiths N. « Structural Optimisation and Aeroelastic Tailoring of the BERP IV Demonstrator Blade. » In : *Am. Helicopter Soc. 65th Annual Forum*. Grapevine, Texas : [s.n.], 2009.

Murugan S., Ganguli R. « Aeroelastic Stability Enhancement and Vibration Suppression in a Composite Helicopter Rotor. » *J. Aircr.* 2005. Vol. 42, n°4, p. 1013‑1024.

Nilsson E., Nilsson A. C. « Prediction and Measurement of some Dynamic Properties of Sandwich Structures with Honeycomb and Foam Cores. » *J. Sound Vib.* 2002. Vol. 251, n°3, p. 409‑430.

Ozgumus O. O., Kaya M. O. « Energy Expressions and Free Vibration Analysis of a Rotating Double Tapered Timoshenko Beam Featuring Bending–Torsion Coupling. » *Int. J. Eng. Sci.* 2007. Vol. 45, n°2–8, p. 562‑586.

Panda B., Chopra I. « Dynamics of Composite Rotor Blades in Forward Flight. » *Vertica*. 1987. Vol. 11, n°1/2, p. 187‑210.

Pascual R., Golinval J. ., Razeto M. « A Frequency Domain Correlation Technique for Model Correlation and Updating. » In : *Proccedings*. *15th International Modal Analysis Conference*. Florida : [s.n.], 1997. p. 587‑592.

Rao S. S., Gupta R. S. « Finite Element Vibration Analysis of Rotating Timoshenko Beams. » *J. Sound Vib.* 2001. Vol. 242, n°1, p. 103‑124.

Reddy J. N. « A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates. » *J. Appl. Mech.* 1984. Vol. 51, n°4, p. 745‑752.

Reissner E. « The Effects of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates. » *ASME J. Appl. Mech.* 1945. Vol. 67, p. 69‑77.

Reveillon D., Placet V., Garcin C., Carbaillet S., Boubakar M. L. « Optimisation du Couplage Traction Torsion dans une Plaque Stratifiée. » *20 IémeCongrès Francais Mécanique*. 2011.

Rochettes H. M. D., Buchaniek L., Joly D. *Sandwich-Structure Flat Actuator and Application to Structural Torsion*. US20070205332 A1.

Runge J.-B. *Maîtrise du Vrillage de Profils Aérodynamiques par Contrôle Réactif*. Paris : Conservatoire National des Arts et Métiers - CNAM, 2010. 226 p.

Runge J.-B., Osmont D., Ohayon R. « Twist Control of Aerodynamic Profiles by a Reactive Method (Experimental Results). » *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 2013. Vol. 24, n°8, p. 908‑923.

Sanches L., Michon G., Berlioz A., Alazard D. « Parametrically Excited Helicopter Ground Resonance Dynamics with High Blade Asymmetries. » *J. Sound Vib.* 2012. Vol. 331, n°16, p. 3897‑3913.

Sapountzakis E. J., Dourakopoulos J. A. « Shear deformation effect in flexural–torsional vibrations of beams by BEM. » *Acta Mech.* [En ligne]. 5 juillet 2008. Vol. 203, n°3-4, p. 197‑221. Disponible sur : < http://dx.doi.org/10.1007/s00707-008-0041-7 >

Sapountzakis E. J., Dourakopoulos J. A. « Shear Deformation Effect in Flexural-torsional Vibrations of Composite Beams by Boundary Element Method (BEM). » *J. Vib. Control*. 2010. Vol. 16, n°12, p. 1763‑1789.

Sapountzakis J. E., Dikaros C. I. « Nonlinear Effects in Elastic Flexural-Torsional Vibrations of Beams of Arbitrary Cross Section. » *Recent Pat. Comput. Sci.* 2010. Vol. 3, n°3, p. 203‑223.

Schwarz B., Richardson M. « Experimental Modal Analysis. » In : *CSI Reliability Week*. Orlando : [s.n.], 1999. p. 12.

Sherrer V. C., Hertz T. J., Shirk M. H. « Wind Tunnel Demonstration of Aeroelastic Tailoring Applied to Forward Swept Wings. » *J. Aircr.* 1981. Vol. 18, n°11, p. 976‑983.

Shin K.-H., Natu H., Dutta D., Mazumder J. « A Method for the Design and Fabrication of Heterogeneous Objects. » *Mater. Des.* 2003. Vol. 24, n°5, p. 339‑353.

Shirk M. H., Hertz T. J., Weisshaar T. A. « Aeroelastic Tailoring - Theory, Practice, and Promise. » *J. Aircr.* 1986. Vol. 23, n°1, p. 6‑18.

De Silva C. *Vibrations: Fundamentals and Practice*. 2e éd.[s.l.] : Taylor & Francis Group, 2006. 1064 p.(CRC Press). ISBN : 978-0-8493-1987-7.

Smith E. C. « Vibration and Flutter of Stiff-Inplane Elastically Tailored Composite Rotor Blades. » *Math. Comput. Model.* 1994. Vol. 19, n°3–4, p. 27‑45.

Song O., Librescu L. « Free Vibration Of Anisotropic Composite Thin-Walled Beams Of Closed Cross-Section Contour. » *J. Sound Vib.* 1993. Vol. 167, n°1, p. 129‑147.

Song O., Librescu L. « Dynamic Theory of Open Cross Section Thin-Walled Beams Composed of Advanced Composite Materials. » *J. Thermoplast. Compos. Mater.* 1995. Vol. 8, n°2, p. 225‑238.

Sudre M., Barrau J.-J. « Determination du Tenseur Complet des Contraintes dans des Poutres Composites. » In : *10ième Journées nationales sur les composites*. [s.l.] : [s.n.], 1996. p. 847‑856.ISBN : 2-9505117-3-2.

Suresh J. K., Nagaraj V. T. « Higher-Order Shear Deformation Theory for Thin-Walled Composite Beams. » *J. Aircr.* 1996. Vol. 33, n°5, p. 978‑986.

Suresh J. K., Venkatesan C., Ramamurti V. « Structural Dynamic Analysis of Composite Beams. » *J. Sound Vib.* 1990. Vol. 143, n°3, p. 503‑519.

Taufik A., Barrau J. J. *Contribution au Développement d'un Outil de Conception des Poutres Composites. Application aux Pales d'Hélicoptères*. Toulouse : Ecole nationale suprieure de l'aeronautique et de l'espace, 1996. 333 p.

Taufik A., Barrau J. J., Lorin F. « Composite Beam Analysis with Arbitrary Cross Section. » *Compos. Struct.* 1999. Vol. 44, n°2–3, p. 189‑194.

Tracy A. L., Chopra I. « Aeroelastic Stability Investigation of a Composite Hingeless Rotor in Hover. » *J. Aircr.* 1998. Vol. 35, n°5, p. 791‑797.

Udupa G., Rao S. S., Gangadharan K. V. « Functionally Graded Composite Materials: An Overview. » *Procedia Mater. Sci.* 2014. Vol. 5, p. 1291‑1299.

Veers P. S., Lobitz D. W. *Load Attenating Passively Adaptive Wind Turbine Blade*. 09/758,166.

Vlasov V. Z. *Thin-Walled Elastic Beams*. 2nd Edition.[s.l.] : National Technical Information Service, 1984. 493 p.

Vo T. P., Lee J. « Flexural–Torsional Behavior of Thin-Walled Composite Box Beams using Shear-Deformable Beam Theory. » *Eng. Struct.* 2008. Vol. 30, n°7, p. 1958‑1968.

Vo T. P., Lee J. « Geometrically Nonlinear Theory of Thin-Walled Composite Box Beams using Shear-Deformable Beam Theory. » *Int. J. Mech. Sci.* 2010. Vol. 52, n°1, p. 65‑74.

Vo T. P., Lee J. « Flexural–Torsional Coupled Vibration and Buckling of Thin-Walled Open Section Composite Beams using Shear-Deformable Beam Theory. » *Int. J. Mech. Sci.* 2009. Vol. 51, n°9–10, p. 631‑641.

Walsh J. L., Young K. C., Pritchard J. I., Adelman H. M., Mantay W. R. « Multilevel Decomposition Approach to Integrated Aerodynamic/Dynamic/Structural Optimization of Helicopter Rotor Blades. » *Am. Helicopter Soc.* 1994.

Wang E., Gardner N., Shukla A. « The Blast Resistance of Sandwich Composites with Stepwise Graded Cores. » *Int. J. Solids Struct.* 2009. Vol. 46, n°18–19, p. 3492‑3502.

Watanabe Y., Miura-Fujiwara E., Sato H., Takekoshi K., Tsuge H., Kaga T., Bando N., Yamagami S., Kurachi K., Yokoyama H. « Fabrication of Functionally Graded Grinding Wheel by a Centrifugal Mixed-Powder Method for CFRP-Drilling Applications. » *Int. J. Mater. Prod. Technol.* 2011. Vol. 42, n°1-2, p. 29‑45.

Weisshaar T. A. « Aeroelastic Tailoring of Forward Swept Composite Wings. » *J. Aircr.* 1981. Vol. 18, n°8, p. 669‑676.

Wilbur M. L., Mirick P. H., Yeager W. T., Langston C. W., Cesnik C. E. S., Shin S. « Vibratory Loads Reduction Testing of the NASA/Army/MIT Active Twist Rotor. » *J. Am. Helicopter Soc.* 2002. Vol. 47, n°2, p. 123‑133.

Williams F. W., Banerjee J. R. « Free Vibration of Composite Beams - An Exact Method using Symbolic Computation. » *J. Aircr.* 1995. Vol. 32, n°3, p. 636‑642.

Yu W., Hodges D. H., Ho J. C. « Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis – An Updated Version. » *Int. J. Eng. Sci.* 2012. Vol. 59, p. 40‑64.

Yu W., Hodges D. H., Volovoi V. V., Fuchs E. D. « A Generalized Vlasov Theory for Composite Beams. » *Thin-Walled Struct.* 2005. Vol. 43, n°9, p. 1493‑1511.

Zapfe J. A., Lesieutre G. A. « A Discrete Layer Beam Finite Element for the Dynamic Analysis of Composite Sandwich Beams with Integral Damping Layers. » *Comput. Struct.* 1999. Vol. 70, n°6, p. 647‑666.

Zhen W., Wanji C. « An Assessment of Several Displacement-Based Theories for the Vibration and Stability Analysis of Laminated Composite and Sandwich Beams. » *Compos. Struct.* 2008. Vol. 84, n°4, p. 337‑349.

Zhu H., Sankar B. V. « A Combined Fourier Series–Galerkin Method for the Analysis of Functionally Graded Beams. » *J. Appl. Mech.* 2004. Vol. 71, n°3, p. 421‑424.

Zhu H., Sankar B. V. « Analysis of Sandwich TPS Panel with Functionally Graded Foam Core by Galerkin Method. » *Compos. Struct.* 2007. Vol. 77, n°3, p. 280‑287.

Résumé

Dans les domaines éoliens et aéronautiques, les phénomènes de vibrations des pales sont une problématique majeure. Un grand nombre de travaux ont portés sur l'étude des charges dynamiques, le flottement aérodynamique et autres phénomènes induisant une instabilité des pales. Sur les hélicoptères les charges dynamiques transmises du rotor au fuselage sont la source d'un nombre important de rupture de pièces en statique ou en fatigue et engendre également un inconfort possible des passagers et des pilotes. Un des axes prometteur pour la réduction de ces charges dynamiques concerne l'introduction d'un couplage passif flexion/torsion.

L'objectif de cette recherche est donc d'étudier diverses technologies couplantes introduites au sein d'une structure de pale d'hélicoptère, dans le but de générer, maitriser et quantifier ce couplage flexion/torsion.

Une étude de sensibilité en statique sur des poutres simplifiées a été réalisée à l'aide d'un logiciel basé sur une théorie avancée de poutre composite pour comprendre les phénomènes de couplage issus de l'intégration de différentes technologies au sein d'une structure. Puis, une étude sur le comportement dynamique des poutres sandwich soumise à une excitation forcée a été réalisée. Plusieurs configurations de poutres sandwichs associant les différentes technologies couplantes retenues en statique ont été testées. Ceci a permis de comprendre les phénomènes de couplage d'un point de vue vibratoire mais aussi de développer des outils pour quantifier le couplage. Cette étude a également permis de déterminer l'association de technologies la plus approprié pour créer un couplage flexion/torsion fort.

L'étude a ensuite été étendue à un tronçon de pale d'hélicoptère dans le but de tester l'influence des différentes technologies sur des structures complexes réelles et ainsi solliciter les outils de corrélation essai/simulation et de quantification du couplage pour des cas extrêmes.

Mots clés : Couplage flexion-torsion – Dynamiques des structures – Poutre Sandwich – Structure composite – Pale.

Abstract

In industry, and especially in wind turbine and helicopters fields, vibration phenomena lead to complex rotor conception design. Many researches deal with dynamic loading or flutter analysis and their consequences. On helicopters, dynamic loads are transmitted from the rotor to the fuselage, setting many structural parts under fatigue. Those loading can be significant and can lead to a structure failure. The mechanical strength is not the only issue. Comfort is also not a negligible aspect because the lack of comfort can induce a loss of piloting abilities and passenger's dissatisfactions.

The aims of the work is the study of bending/torsion coupling thanks to three different technologies like off axis ply, graded foam core and progressive rib. Most of works focused on bending/torsion coupling in torsion box present in inner blade structures. However, few works have been preceded on alternative ways to obtain passive bending/torsion coupling.

First, a sensitive study have performed thanks to advanced composite beam theory, to understand how coupling occurs and how to mastery it. This study simplifies the blade complex structure to simple sandwich structure without removing coupling effects introduced by the studied technologies.

Secondly, a dynamic campaign has been done by developing a finite element model able to take into account dynamic coupling effects. Different configurations have been tested to understand the technologies effects on the beam dynamic behaviour. These configurations are either composed by isolated technology or associated technologies to understand all individual effects and their interferences to be able to extract the most coupled configuration.

Finally, the dynamic campaign has been performed on real blade structure in order to test all developed tool to identify and quantify coupling on complex structures. The other aim of this campaign was also to study the coupling effects of all technologies on a stiffer structure in torsion.

Key words: Bending-torsion coupling – Structures dynamics – Sandwich beam – Composite Structures – Blade.