UNIVERSITE COTE D'AZUR - UFR Sciences

École Doctorale des Sciences Fondamentales et Appliquées

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES

THÈSE EN CO-TUTELLE

Présentée afin d'obtenir le titre de

Docteur en Sciences

Specialité : Science de la Planète et de l'Univers

Soutenue par

Rabah IKHLEF

et préparée au sein :

du Laboratoire J.-L. Lagrange (UMR 7293)

& de l'Observatoire d'Alger -Algérie- (CRAAG)

sur le sujet :

Effet de la turbulence optique sur l'astrométrie solaire par imagerie

---

Soutenue le 16/12/2016 devant un jury composé de :

Rapporteurs :	Marcelo Emilio	-	*Université de Ponta Grossa*
	Bernard Gelly	-	*CNRS-THEMIS*
Examinateurs :	Dalila Acheli	-	*FS-UMBB Boumerdes*
	Noureddine Moussaoui	-	*FP-USTHB Alger*
	Aziz Ziad	-	*Laboratoire Lagrange*
Directeurs de thèse :	Thierry Corbard	-	*Laboratoire Lagrange*
	M'Hamed Hamadouche	-	*FS-UMBB Boumerdes*
	Toufik-El-Hak Abdelatif	-	*CRAAG Alger*

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde reconnaissance à mes directeurs de thèse, Thierry Corbard, M'Hamed Hamadouche et Toufik Abdelatif. Un grand merci à Thierry pour m'avoir proposé ce sujet et suivi le bon déroulement de ma thèse. Je voudrais remercier les rapporteurs de ma thèse, Bernard Gelly et Marcelo Emilio pour avoir consacré de leurs temps pour lire et corriger mon manuscrit. Leurs pertinentes remarques et suggestions m'ont permis de fortement l'améliorer. J'aimerais remercier les examinateurs Mme Dalila Acheli, Aziz Ziad, Nourredine Moussaoui pour avoir accepté de participer au jury de ma soutenance.

Mes remerciements les plus chaleureux s'adressent à l'ensemble de mes collègues et amis que ce soit à Alger, à Calern ou au Mont Gros.

C'est tout naturellement, que je dois remercier les membres de l'équipe du projet PICARD-SOL pour leur soutient et leur aide précieuse le long de cette thèse. Je pense particulièrement à Frédéric Morand, Catherine Renaud, mon cher collègue Mammar Fodil et nos chers collègues du LATMOS particulièrement Mustapha Meftah, ce fut pour moi à la fois un honneur et un plaisir de travailler avec eux.

Je remercie l'ensemble de tout le personnel de l'OCA et de l'Observatoire d'Alger, pour leur sympathie et bonne humeur.

Mes remerciements les plus profonds s'adressent tout naturellement à ma mère, mes sœures et mes frères pour leurs encouragements et leur soutien sans faille..



Table des matières

1 Introduction **1**
1.1 Introduction générale 1

2 Atmosphère et imagerie **5**
2.1 Introduction 5
2.2 La turbulence atmosphérique 6
2.2.1 Théorie de la turbulence 6
2.2.2 Propriétés statistiques de la turbulence 7
2.2.3 Formation d'images à travers la turbulence 10
2.3 La réfraction astronomique 17
2.3.1 Théorie de la réfraction 17
2.3.2 Calcul exact de la réfraction 21
2.4 Les aérosols 23
2.4.1 Diffusion de la lumière par les aérosols 23
2.4.2 Epaisseur optique 24
2.5 Conclusion 25

3 Mesure du rayon solaire **27**
3.1 Activité solaire 27
3.1.1 Structure interne et caractéristiques du Soleil 28
3.1.2 Cycle d'activité solaire 29
3.2 Historique des mesures de rayon 34
3.2.1 Mesures anciennes du rayon solaire 34
3.2.2 Observations modernes du rayon solaire 35
3.2.3 La mission PICARD et son segment sol 45
3.3 Mesure du rayon à partir d'images pleines du Soleil 47
3.3.1 Image du Soleil, assombrissement centre-bord 48
3.3.2 Calibrations et corrections 49
3.4 Analyse des premières années avec PICARD-SOL 64
3.5 Conclusion 64
3.6 Présentation de l'article paru dans Astronomy & Astrophysics (A&A) 569, A60 (2014) 67

4 Mesures des paramètres de la turbulence diurne, l'instrument MISOLFA **85**
4.1 Introduction 85
4.2 Caractérisation de la turbulence de jour 86
4.3 Description de l'instrument MISOLFA 88
4.4 Théorie et méthodes d'analyse 91
4.4.1 Observations plan image 91

4.4.2 Observations plan pupille . . . 96
4.4.3 Etapes de traitements des données . . . 102
4.5 Simulations numériques . . . 114
4.5.1 Simulations d'imagerie à travers la turbulence, cas isoplanétique et anisoplanétique . . . 116
4.6 Conclusion . . . 119
4.7 Article paru dans Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS) Vol.458, pp :517-530 (2016) . . . 119

5 Effet de l'atmosphère sur l'astrométrie solaire, raccordement sol-espace 135
5.1 Introduction . . . 135
5.1.1 Simulations de l'astrolabe . . . 136
5.2 Effet des conditions atmosphériques sur les images SODISM2 . . . 136
5.2.1 Effet du paramètre de Fried . . . 141
5.2.2 Effet de l'échelle externe . . . 142
5.2.3 Effet du temps caractéristique de la turbulence . . . 142
5.2.4 Effet du temps de pose des images . . . 143
5.2.5 Effet des aérosols . . . 144
5.3 Influence des paramètres de l'atmosphère sur la largeur du limbe . . . 148
5.4 Application sur les images SODISM2 . . . 149
5.5 Conclusion . . . 151
5.6 Présentation de l'article paru dans The Astrophysical Journal (ApJ) 808 :4 (2015) 152

6 Conclusions et Perspectives 169
6.1 Conclusions . . . 169
6.2 Perspectives . . . 171

Bibliographie 173

Liste des tableaux

3.1 Résumé des mesures du diamètre solaire depuis l'Antiquité jusqu'à 1975 36
3.2 Périodicités détectées sur la série Laclare 43
3.3 Paires d'étoiles choisies pour la détermination du facteur d'échelle de SODISM2. 55
3.4 Valeurs du facteur d'échelle de SODISM2 aux différentes longeurs d'onde. . . . 56
3.5 Moyennes et écarts-type des mesures de rayons SODISM2 aux différentes longeurs d'onde. 67

4.1 Valeurs de l'altitude maximale pour différentes largeurs de fentes. 102

Table des figures

2.1 Illustration de tourbillons en cascade dans un fluide (Leonardo da Vinci) 7
2.2 Densités spectrales selon Kolmogorov et Von Kàrmàn 10
2.3 PSF courte et longue poses 16
2.4 Réfraction des rayons lumineux entre les couches atmosphériques 18
2.5 Modèle de Cassini 20
2.6 Modèle d'atmosphère standard US1976 22
2.7 Cycle des aérosols dans l'atmosphère 24
2.8 Spectre diffusions Rayleigh et Mie 25

3.1 Structure interne du Soleil 28
3.2 Image de la photosphère 29
3.3 Nombre de Wolf depuis 1749 30
3.4 Diagramme en papillon (surface des taches solaires) 31
3.5 Cycle d'activité magnétique du Soleil 32
3.6 Mesures de constante solaire recalibrées 33
3.7 Diamètres mesurés par passage au méridien 34
3.8 Rayons solaires par transit de Mercure et éclipses solaires 1700-2000 35
3.9 Principe de l'astrolabe solaire 37
3.10 Schéma de l'astrolabe solaire 38
3.11 Série d'observations à l'astrolabe de Laclare 39
3.12 Schéma du DORAYSOL 39
3.13 Méthode des hauteurs égales 40
3.14 Mesures de l'instrument DORAYSOL 41
3.15 Anticorrélation entre nombre de taches solaire et rayons observés par Laclare . . 42
3.16 Périodogramme des mesures à l'astrolabe de Laclare 43
3.17 Télescope spatial SODISM 46
3.18 Schéma optique SODISM 46
3.19 SODISM2 avant et après son intégration dans sa cuve 47
3.20 Assombrissement centre bord 49
3.21 Flat-field obtenus sur SODISM par la méthode KLL 52
3.22 Comparaison entre les flat-field obtenus sur SODISM2 53
3.23 Flat-field obtenus sur SODISM2 avec la nouvelle méthode 54
3.24 Images calibrées SODISM2 55
3.25 Détection du centre par la transformée de Hough 57
3.26 Précision de la détection du centre des images SODISM2 58
3.27 Etapes de détection des points d'inflexion SODISM2 59
3.28 Rayons bruts obtenus à partir d'une image SODISM2 60
3.29 Figure de distorsion SODISM2 à 535 nm 60
3.30 Figures de distorsion SODISM2 à toutes les longueurs d'onde 61

3.31 Forme du Soleil refracté . . . 62
3.32 Angle parallactique estimé pour Calern au cours de l'année . . . 63
3.33 Rayons mesurés avec SODISM2 avant et après correction de réfraction . . . 65
3.34 Histogrammes des mesures de rayons mesurés avec SODISM2 . . . 66

4.1 Les instruments S-DIMM et SHABAR . . . 87
4.2 Schéma synoptique de l'instrument MISOLFA . . . 89
4.3 Schéma optique de l'instrument MISOLFA . . . 90
4.4 Exemple d'image obtenue avec l'instrument MISOLFA . . . 91
4.5 Variation de la fonction de structure en fonction de $L_0(h)$ . . . 93
4.6 Variation de la fonction de structure en fonction de l'altitude . . . 94
4.7 Variation de la fonction de structure en fonction de l'échelle externe . . . 95
4.8 Variation de la fonction de structure en fonction du r_0 . . . 95
4.9 Profil de $C_n^2(h)$ selon le modèle d'Hufnagel-Valley . . . 96
4.10 Fonctions de structure correspondantes au profil d'Hufnagel-Valley et de Coulman 97
4.11 Schéma représentant l'observaion plan pupille . . . 98
4.12 Effet du filtrage par ondelette sur la détection du limbe . . . 106
4.13 Exemple de détection de contours MISOLFA . . . 107
4.14 Comparaison entre les modèles multi-couches et mono-couche . . . 109
4.15 Comparaison entre les modèles multi-couches et couche équivalente . . . 109
4.16 Example de fonction de structure temporelle et estimation de τ_0 . . . 111
4.17 Calibration des signaux de la voie pupille . . . 113
4.18 Fonction de structure théorique et obtenue par simulation . . . 115
4.19 Ecran de phase obtenu par simulation . . . 116
4.20 Schéma explicatif de la simulation dans le cas anisoplanétique . . . 118
4.21 Images résultantes de la simulation dans le cas anisoplanétique . . . 118

5.1 Simulation de l'astrolabe $\Delta T_c = f(r_0, L_0, R_\tau)$ . . . 137
5.2 Simulation de l'astrolabe $\Delta R = f(r_0, L_0, R_\tau)$ . . . 137
5.3 Ecrans de phase corrélés temporellement . . . 139
5.4 Image fonction pupille avec obstruction centrale . . . 139
5.5 Assombrissement centre bord au longueurs d'ondes d'observation . . . 140
5.6 Image simulée SODISM2 . . . 140
5.7 Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du r_0 et Lambda . . . 141
5.8 Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du r_0 et $\mathcal{L}_0$ . . . 142
5.9 Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du temps caractéristique τ_0 . . . 143
5.10 Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du temps de pose . . . 144
5.11 MTF turbulence et aérosols . . . 145
5.12 MTF obtenue à partir d'une image SODISM2 . . . 147
5.13 Largeur du limbe en fonction du r_0 et $\mathcal{L}_0$ . . . 148
5.14 Largeur du limbe en fonction du r_0 et de la longueur d'onde . . . 149
5.15 Erreur sur le rayon vs largeur du limbe en fonction du $\mathcal{L}_0$ . . . 150
5.16 Erreur sur le rayon vs largeur du limbe en fonction de la longueur d'onde . . . 150
5.17 Rayons mesurés vs largeur du limbe sur les images SODISM2 . . . 151

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Introduction générale 1

1.1 Introduction générale

Le Soleil est l'étoile la plus observée depuis l'antiquité. Avec le progrès des instruments et techniques d'observation, notre connaissance du Soleil a été nettement améliorée. On est passé de la mesure du diamètre solaire avec des précisions médiocres à tout un ensemble d'observations couvrant la forme, le diamètre, la mesure de l'irradiance totale, la mesure et le suivi de l'activité magnétique et bien d'autres. C'est avec l'avènement de l'héliosismologie que la structure interne est mieux connue. Les ondes acoustique observées à la surface renseignent sur l'intérieur du Soleil dans lequel elles se propagent.

Les paramètres fondamentaux du Soleil constituent la pierre angulaire des modèles de structure et d'évolution stellaires. Ceci rend l'estimation précise de ces paramètres d'une extrême importance. Ces paramètres fondamentaux sont principalement le diamètre, l'aplatissement, l'irradiance totale et la température effective. L'étude effectuée dans cette thèse porte sur la mesure du rayon solaire. Les mesures historiques de celui-ci montrent des différences apparentes. Ces mesures ont été réalisées avec des instruments et des méthodes différentes. A partir des mesures de passage au méridien effectuées à l'Observatoire de Greenwich dès 1836, Eddy & Boornazian (1979) annoncèrent une diminution séculaire du demi-diamètre (rayon) solaire de l'ordre d'une seconde d'arc (1") par siècle. Par ailleurs d'autres études pointaient du doigt les incertitudes liées à ces observations et les remettaient en cause (Rösch et al. 1987). Plus tard, Toulmonde analysa une série de mesures anciennes à partir de 1650 et ne trouva aucune variation séculaire significative (Toulmonde 1997).

Les techniques d'observation ont été nettement améliorées avec l'utilisation des astrolabes qui mesurent des instants de passage par des cercles fictifs de hauteur. Par ailleurs les observations utilisant les transits de Vénus et de Mercure ou encore les éclipses solaires ont permis d'augmenter la précision , avec l'amélioration de la précision de la mesure du temps pour dater avec précision les instants de contact. Les observations visuelles à l'astrolabe solaire réalisées par Francis Laclare entre 1978 et 2006 montrent des variations en opposition de phase avec l'activité solaire mesurée par le nombre de taches solaires. Laclare et al. (1996) avançaient une valeur moyenne du rayon à 959.40" avec une dispersion de 200 mas (milli-secondes d'arc). Cette valeur est en dessous de la valeur canonique du rayon adoptée par l'IAU (International Astronomical

Union) qui est de 959.63" obtenue par des mesures à l'héliomètre (Auwers 1891). La série de Francis Laclare reste une des plus longues séries de mesures puisqu'elle couvre plus de deux cycles solaires (un cycle d'activité solaire couvre 11 ans).

Les variations observées sur les résultats des différents instruments pouvaient être soit d'origine instrumentale, soit liées à l'atmosphère terrestre ou bien provenir de variations dues au Soleil lui même. Les astrolabes sont très stables et utilisent une méthode différentielle. Bien que les premières mesures soient visuelles, des campagnes d'observation simultanées avec des mesures CCD ont montré que les mesures visuelles sont très précises. Pour ce qui est de l'atmosphère terrestre, un certain nombre d'effets peuvent intervenir et provoquer d'éventuelles variations du rayon. Les effets les plus prévisibles sont ceux de la turbulence optique, de la réfraction astronomique et de la diffusion par les particules d'aérosols (solides ou liquides). Les observations de l'astrolabe sont peu affectées par la réfraction mais elles le sont par la turbulence. Des simulations numériques de l'observation à l'astrolabe ont été réalisées avec différentes conditions de turbulence et ont montré un effet systématique dont l'intensité est d'autant plus importante que la turbulence est forte (Lakhal et al. 1999). L'idéal est donc de s'affranchir des effets de l'atmosphère terrestre en utilisant des instruments embarqués sur satellite. Mais l'environnement spatial qui très hostile accélère la dégradation des instruments (optique, électronique ...etc) et ainsi réduit la durée de vie des missions spatiales. Kuhn, Emilio et Bush ont publié trois papiers (Emilio et al. 2000; Kuhn et al. 2004; Bush et al. 2010) "*On the constancy of the solar diameter*" portant sur les mesures du rayon en analysant les images de l'instrument MDI (Michelson Doppler Imager) à bord du satellite SOHO (SOlar and Heliospheric Observatory) qui n'était pas initialement conçu pour l'astrométrie. Ils conclurent que le diamètre est quasi-constant et que le maximum de variation du rayon qu'il pouvait y avoir n'excéderait pas 23 mas crête-à-crête. Par ailleurs, les mesures de l'instrument SDS (Solar Disc Sextant) embarqué sur des ballons stratosphériques et entièrement dédié à l'astrométrie solaire ont montré des variations du diamètre qui passe de 959.638" $\pm$ 20 mas en 1992 à 959.856" $\pm$ 20 mas en 2011 (Sofia et al. 2013) soit une différence de plus de 200 mas.

En 1998, le projet d'une mission spatiale dédiée à la mesure du rayon et de l'irradiance solaire a été initié en collaboration entre le CNES (Centre National des Etudes Spatiales) le Service d'Aéronomie, aujourd'hui devenu LATMOS (Laboratoire ATmosphères, Milieux et Observations Spatiales), l'OCA (Observatoire de la Côte d'Azur) ainsi que d'autres partenaires européens. Cette mission a été baptisée PICARD faisant référence à Jean PICARD (1620-1682) qui fût un des pionniers des mesures du rayon à son époque. Le satellite a été lancé le 15 juin 2010 et a fonctionné jusqu'au 4 avril 2014. A bord de PICARD est embarqué un télescope imageur SODISM (Solar Diameter Imager and Surface Mapper) pour la mesure du rayon solaire à différentes longueurs d'onde par imagerie pleine (Meftah et al. 2014c). Le modèle de qualification de cet instrument appelé SODISM2 a été installé à l'Observatoire de Calern en mars 2011 à côté du bâtiment abritant l'astrolabe de Laclare. L'objectif était dans un premier temps de comprendre l'effet de la turbulence, sur les mesures du rayon par imagerie pleine obtenues avec SODISM2 par comparaison avec celles de SODISM et avec l'aide d'un moniteur de turbulence dédié MISOLFA (Moniteur d'Images Solaires Franco-Algérien). Ensuite le but est l'étude à long terme par la poursuite des observations depuis le sol après la fin de la mission spatiale avec une meilleure compréhension des effets atmosphériques sur la mesure du rayon à travers l'atmosphère.

Pendant une période de deux ans de CDD CNES passée sur le projet pendant lesquelles j'effectuais des tâches d'observation avec les différents instruments et j'ai commencé à travailler sur les programmes d'acquisition et de traitement des images MISOLFA. A la suite de ce travail, j'ai commencé ma thèse en janvier 2013. Cette thèse porte sur l'effet de la turbulence sur la mesure au sol du rayon solaire par imagerie du disque solaire entier. Un certain nombre d'instruments ont été développés dans ce sens. Les produits de ces instruments constituent l'outil permettant de mener à bien ce travail de thèse. Une des tâches principales a été de calibrer ces données et d'exploiter le contenu après une calibration rigoureuse en se basant sur les concepts théoriques. Le manuscrit est organisé en quatre chapitres, le premier étant cette introduction.

Le deuxième chapitre sert d'introduction au principe de l'imagerie astronomique à travers l'atmosphère terrestre. Une première partie concerne la turbulence atmosphérique et les différents outils statistiques nécessaires pour la description des variations des propriétés optiques de l'atmosphère. Je discute notamment la formation d'images courte et longue poses à travers la turbulence qui correspondent aux cas des instruments MISOLFA et SODISM2 respectivement. La deuxième section concerne la réfraction astronomique, un phénomène qui affecte les images du Soleil à partir desquelles le rayon est estimé. Une connaissance précise des effets de la réfraction est nécessaire pour pouvoir corriger ses effets sur les images. Une troisième section concerne les aérosols, leur caractérisation et les phénomènes qui résultent de leur interaction avec la lumière.

Le troisième chapitre traite de la mesure du rayon solaire. Après un rappel sur l'objet observé qui est le Soleil, de ses caractéristiques, de sa structure interne et des paramètres qualifiant son activité, j'expose la problématique de la mesure du rayon, l'historique des mesures jusqu'à introduire la mission spatiale PICARD et le segment sol sur lequel j'ai travaillé durant cette thèse. Je décris ensuite en détail la méthode que j'ai mis en oeuvre pour la mesure du rayon et le traitement des images du télescope SODISM2. Je détaille dans cette partie les différentes étapes de calibration (flat-field et facteur d'échelle entre autres) et de correction (distorsion et réfraction ...) qui sont nécessaires pour extraire les rayon à partir des images. A la fin du chapitre, les premiers résultats sont présentés qui ont fait l'objet d'une publication de l'équipe (Meftah et al. 2014a).

Le quatrième chapitre porte sur la caractérisation et les résultats de l'instrument MISOLFA. Après une brève introduction de l'état de l'art en matière d'instrumentation dédiée à la mesure des paramètres de la turbulence atmosphérique, je décrirai les instruments qui sont utilisés pour caractériser la turbulence de jour. Je présente par la suite le moniteur généralisé que nous avons développé et j'explique nos choix technologiques. Je donne les fondements théoriques de la méthode d'extraction des paramètres en traitant les signaux et les images produits par cet instrument et je décris les étapes que j'ai suivies pour cela. Je valide ensuite la méthode par des simulations et discute les résultats obtenus avec MISOLFA et que nous avons publiés (Ikhlef et al. 2016).

Dans *le cinquième chapitre*, je présente les résultats de simulations numériques d'imagerie de type SODISM2 à travers la turbulence. Les résultats sont illustrés en variant un paramètre (de la turbulence) à la fois de façon à isoler l'effet de chaque paramètre séparément. Je terminerai par une conclusion générale et des perspectives.

CHAPITRE 2

Atmosphère et imagerie

"For the Air through which we look upon the Stars, is in a perpetual Tremor... Long Telescopes may cause Objects to appear brighter and larger than short ones can do, but they cannot be so formed as to take away that confusion of the Rays which arises from the Tremors of the Atmosphere. The only Remedy is a most serene and quiet Air, such as may perhaps be found on the tops of the highest Mountains above the grosser Clouds." ***Isaac Newton*** *(1704)*

Sommaire

2.1 Introduction 5
2.2 La turbulence atmosphérique 6
2.2.1 Théorie de la turbulence 6
2.2.2 Propriétés statistiques de la turbulence 7
2.2.3 Formation d'images à travers la turbulence 10
2.3 La réfraction astronomique 17
2.3.1 Théorie de la réfraction 17
2.3.2 Calcul exact de la réfraction 21
2.4 Les aérosols 23
2.4.1 Diffusion de la lumière par les aérosols 23
2.4.2 Epaisseur optique 24
2.5 Conclusion 25

2.1 Introduction

L'atmosphère terrestre a intrigué l'homme depuis ses premiers pas dans l'observation du ciel. Avec le progrès, des moyens d'observation de plus en plus impressionnants ont vu le jour, mais on s'est vite rendu compte que l'atmosphère d'un point de vue optique est très agitée (turbulente) et que par conséquent il y a une limitation dans la résolution des instruments au sol. Par ailleurs, d'autres phénomènes affectent la forme et la position d'objets observés. Une connaissance de la physico-chimie du milieu et une formulation mathématique de ces phénomènes est nécessaire pour comprendre leurs effets et tenter de s'en affranchir. Ce chapitre est dédié à l'observation et l'imagerie à travers l'atmosphère. Une description de la turbulence atmosphérique est tout d'abord donnée qui met l'accent sur la description statistique de la turbulence. Puis nous aborderons l'imagerie courte et longue pose à travers l'atmosphère, l'effet de la réfraction astronomique et comment la corriger et finalement l'effet des aérosols atmosphériques. Ces outils vont nous

permettre de comprendre les effets de l'atmosphère sur les images MISOLFA qui sont de courtes poses et les images SODISM2 qui sont de longues poses.

2.2 La turbulence atmosphérique

2.2.1 Théorie de la turbulence

Le phénomène de turbulence se produit dans les fluides en état d'instabilité. Le mouvement d'un fluide peut être laminaire ou turbulent, tout dépend de son nombre de Reynolds qui est défini par :

$$R_e = \frac{vL}{\nu} \tag{2.1}$$

ou v est une vitesse caractéristique de l'écoulement, L est une dimension caractéristique de l'écoulement et ν est la viscosité cinématique du fluide.

En d'autres termes le nombre de Reynolds représente le rapport entre les effets convectifs et diffusifs ou encore le rapport entre les forces inertielles et visqueuses. L'écoulement est dit turbulent pour des valeurs très élevées du nombre de Reynolds ($R_e \gg 2000$) c'est à dire pour des régimes où les phénomènes convectifs sont dominants et les forces d'inertie sont importantes. L'écoulement de l'air dans l'atmosphère est presque toujours turbulent. Le nombre de Reynolds dans les couches atmosphériques est de l'ordre de 10^6 (Borgnino 1978).

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes permettent de décrire l'écoulement des fluides (Batchelor 2000; Frisch 1995). Elles gouvernent à titre d'exemples les mouvements de l'air dans l'atmosphère, les courant marins, l'écoulement de l'eau dans une canalisation et de nombreux autres phénomènes d'écoulements de fluides. Pour un fluide incompressible (on peut négliger ses variations de masse volumique au cours du temps), ces équations s'écrivent sous la forme d'une équation de bilan de forces par unité de masse et d'une équation de continuité.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{v} \tag{2.2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \tag{2.3}$$

où ρ est la densité du fluide, $\vec{v}$ est sa vitesse et P est la pression.

Le terme de droite $\nu \nabla^2 \vec{v}$ qui est linéaire représente le transport de quantité de mouvement (par unité de masse) par diffusion moléculaire, tandis que le terme $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$, qui est non-linéaire, correspond au transport convectif. Pour les valeurs élevées du nombre de Reynolds, les écoulements perdent leur stationnarité et deviennent désordonnés. Ce désordre est dû au terme non-linéaire cité auparavant (il a plus de poids dans la dynamique des écoulements).

La turbulence est dite pleinement développée dans le cas où le transfert de l'énergie cinétique se fait à toutes les échelles spatiales. Dans un cas pareil, la théorie de cascade d'énergie conçue par Richardson permet de décrire la turbulence comme étant composée de tourbillons de tailles différentes. La figure 2.1 illustre le phénomène de cascade. Les tourbillons de plus grande taille L_0 (typiquement de la taille de l'écoulement), se décomposent en tourbillons de plus en plus petits jusqu'à atteindre une valeur limite l_0 pour laquelle il y a dissipation et émission de chaleur par frottement visqueux.

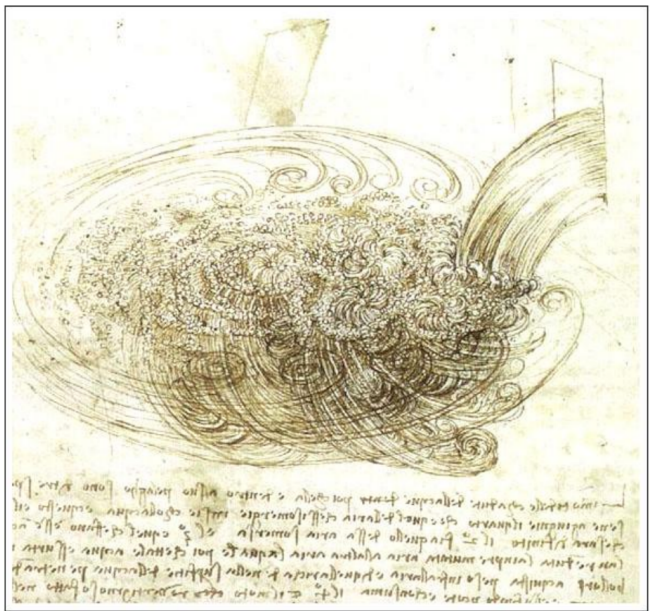

FIGURE 2.1 – Illustration faite par Leonardo Da Vinvi du phénomène de cascade de tourbillons dans une fontaine d'eau. Les plus grandes spirales se fragmentent en spirales plus petites. Crédit :http://www.drawingsofleonardo.org/.

En utilisant la notion de cascade d'énergie de Richardson, Kolmogorov a proposé en 1941 une théorie pour décrire l'écoulement turbulent des fluides (Kolmogorov 1941, 1991), elle reste à ce jour la seule théorie qui fasse l'objet d'un consensus dans la communauté de la turbulence malgré ses limitations. Dans un fluide en mouvement, l'échelle minimale d'une cellule de turbulence est donnée par la dimension de Kolmogorov qui ne dépend que de la viscosité du fluide (ν) et de son énergie cinétique par unité de masse (ε). Il en découle directement qu'à l'échelle de la cellule de Kolmogorov, la viscosité domine et l'énergie cinétique du fluide est dissipée en chaleur. Les deux conséquences directes en sont que :

- Plus la température locale augmente, plus les cellules sont petites.
- Plus la cellule est chaude, plus elle évolue vite.

A cause de la non-linearité dans les équations de Navier-Stokes et la grande sensibilité aux conditions aux limites, ces équations ne sont pas solubles. La classe de turbulence pleinement développée n'est traitée qu'avec une approche statistique, c'est le cas de la théorie de Kolmogorov.

2.2.2 Propriétés statistiques de la turbulence

Selon la théorie de Kolmogorov, l'énergie cinétique de la turbulence est fournie par des phénomènes à grande échelle tels que le cisaillement dû au vent ou encore le réchauffement du sol par le Soleil. Les tourbillons de grande échelle L_0 (appelée échelle externe) se subdivisent jusqu'à atteindre l'échelle interne l_0 avec conservation de l'énergie cinétique. L'échelle externe correspond à l'échelle des mouvements qui donnent naissance à la turbulence et l'échelle interne correspond à la taille pour laquelle les effets de dissipation visqueuse deviennent prépondérants.

Entre ces deux échelles extrêmes est définie le domaine inertiel ($\frac{2\pi}{L_0} \ll \kappa \ll \frac{2\pi}{l_0}$, où κ est le module du vecteur d'onde spatial $\overrightarrow{\kappa}$) pour lequel le modèle de Kolmogorov est valide. La turbulence est supposée isotrope et homogène. La densité spectrale de l'énergie cinétique turbulente varie dans le domaine inertiel comme :

$$E(\kappa) \propto \kappa^{-\frac{5}{3}} \tag{2.4}$$

Dans la troposphère, l_0 varie entre quelques millimètres au voisinage du sol et environ $1\,cm$ au niveau de la tropopause. L'échelle externe L_0 varie de quelques mètres à quelques centaines de mètres (Wheelon 2003; Schmidt 2010). La température et l'humidité varient en fonction de l'altitude. On définit la fonction de covariance des fluctuations de température $\theta = T - < T >$ comme :

$$\mathscr{C}_T(\overrightarrow{\rho}) = \langle \theta(\overrightarrow{r} + \overrightarrow{\rho}) \cdot \theta(\overrightarrow{r}) \rangle \tag{2.5}$$

En utilisant le théorème de Wiener-Khinchine, le spectre de puissance des fluctuations de température W_T qui vérifie la loi de Kolmogorov ($W_T(\overrightarrow{\kappa}) \propto \kappa^{-\frac{11}{3}}$, $\overrightarrow{\kappa}$ étant le vecteur d'onde tridimentionnel) peut s'exprimer comme étant la transformée de Fourier (TF) de la covariance $\mathscr{C}_T(\overrightarrow{\rho})$ des fluctuations de température :

$$W_T(\overrightarrow{\kappa}) = \iiint \mathscr{C}_T(\overrightarrow{\rho}) exp(-i\overrightarrow{\kappa} \cdot \overrightarrow{\rho}) d\overrightarrow{\rho} \tag{2.6}$$

Inversement $\mathscr{C}_T(\overrightarrow{\rho})$ peut être calculée à partir du spectre de puissance par TF inverse. Pour éviter la singularité pour le calcul d'intégrale (pour $\kappa = 0$), il est commode d'utiliser la fonction de structure des fluctuations de température définie par :

$$\mathscr{D}_T(\overrightarrow{\rho}) = \langle |\theta(\overrightarrow{r} + \overrightarrow{\rho}) - \theta(\overrightarrow{r})|^2 \rangle \tag{2.7}$$

La fonction de structure est reliée à la covariance par :

$$\mathscr{D}_T(\overrightarrow{\rho}) = 2[\mathscr{C}_T(0) - \mathscr{C}_T(\overrightarrow{\rho})] \tag{2.8}$$

En remplaçant la fonction de covariance par son expression intégrale en fonction de la densité spectrale de puissance W_T et en utilisant la propriété d'isotropie, la fonction de structure peut s'exprimer :

$$\mathscr{D}_T(\overrightarrow{\rho}) = 8\pi \int_0^{+\infty} W_T(\overrightarrow{\kappa})[1 - exp(i\kappa\rho)]\kappa^2 d\kappa \tag{2.9}$$

Dans le domaine inertiel, la fonction de structure des fluctuations de température est donnée par (loi d'Obukhov (1949)) :

$$\mathscr{D}_T(\overrightarrow{\rho}) = C_T^2 \rho^{\frac{2}{3}} \tag{2.10}$$

où C_T^2 est définie comme étant la constante de structure des fluctuations de température exprimée en $K^2 \cdot m^{-2/3}$. A partir des relations 2.9 et 2.10, Tatarskii (1961) a montré que le spectre des fluctuations de température s'écrit sous la forme :

$$W_T(\overrightarrow{\kappa}) = \frac{\Gamma(8/3) \cdot sin(\pi/3)}{4\pi^2} C_T^2 \kappa^{-\frac{11}{3}} = 0.033 C_T^2 \kappa^{-\frac{11}{3}} \tag{2.11}$$

Les variations de température engendrent des variations de l'indice de réfraction. Ainsi les relations de la densité spectrale et de la fonction de structure des fluctuations d'indice de réfraction s'écrivent respectivement (Roddier 1981; Tatarskii 1961) :

$$W_n(\overrightarrow{\kappa}) = 0.033\, C_n^2 \kappa^{-\frac{11}{3}} \tag{2.12}$$

$$\mathcal{D}_n(\overrightarrow{\rho}) = C_n^2 \rho^{\frac{2}{3}} \tag{2.13}$$

où C_n^2 est la constante de structure des fluctuations d'indice de réfraction.

Cette formule n'ést valable que dans le domaine inertiel. Un certain nombre de modèles empiriques ont été proposés en faisant des extrapolations pour prendre en considération les fréquences spatiales au delà du domaine inertiel tout en gardant l'hypothèse d'isotropie de la turbulence. Lorsqu'on néglige l'effet des valeurs extrêmes, on retrouve la formule du modèle de Kolmogorov. Ainsi la densité spectrale dans le cas du modèle exponentiel (Voitsekhovich 1995) s'écrit :

$$W_n(\overrightarrow{\kappa}) = 0.033\, C_n^2\, \kappa^{-\frac{11}{3}} [1 - exp(-[\kappa\, L_0]^2)] \tag{2.14}$$

Dans le cas du modèle de Greenwood-Tarazano (Greenwood and Tarazano 2008), elle s'écrit :

$$W_n(\overrightarrow{\kappa}) = 0.033\, C_n^2\, [\kappa^2 + \frac{2\pi\kappa}{L_0}]^{-\frac{11}{6}} \tag{2.15}$$

Mais c'est le modèle de Von Kàrmàn (von Karman 1948) qui est le plus utilisé, la densité spectrale des fluctuations d'indice de réfraction s'écrit dans ce cas (Hickson 2014; Schmidt 2010) :

$$W_n(\overrightarrow{\kappa}) = 0.033\, C_n^2\, [\kappa^2 + (\frac{2\pi}{L_0})^2]^{-\frac{11}{6}} \tag{2.16}$$

Il existe une version modifiée du modèle de Von Kàrmàn qui prend en considération l'effet de l'échelle interne et pour laquelle $W_n(\overrightarrow{\kappa})$ est donnée par (Tatarskii 1971) :

$$W_n(\overrightarrow{\kappa}) = 0.033\, C_n^2\, exp[(-\frac{\kappa\, l_0}{5.92})^2]\, [\kappa^2 + (\frac{2\pi}{L_0})^2]^{-\frac{11}{6}} \tag{2.17}$$

La figure 2.2 illustre deux spectres de puissance dans les cas du modèle de Kolmogorov et celui de Von-Kàrmàn modifié en prenant le cas où $l_0 = 1$ cm et $L_0 = 15$ m.

La température est fonction de l'altitude dans l'atmosphère terrestre, C_T^2 et C_n^2 le sont aussi. La turbulence durant la journée est localisée près du sol à cause des gradients de température générés par les rayons du Soleil, alors que dans la nuit les couches turbulentes sont détectées jusqu'à des altitudes pouvant atteindre une trentaine de kilomètres (Borgnino 1978). Les valeurs typiques de C_n^2 sont comprises entre 10^{-17} et 10^{-13} $\mathrm{m}^{-\frac{2}{3}}$, avec de fortes valeurs au voisinage du sol. Quand on travaille sur la propagation des ondes lumineuses à travers l'atmosphère, l'indice de réfraction peut être considéré comme étant indépendant du temps pendant de courtes durées (100 μs). En effet, le temps que met l'onde à traverser un tourbillon est beaucoup plus court que le temps durant lequel le tourbillon en question change de propriétés. Par conséquent, les propriétés temporelles sont intégrées dans les modèles de turbulence en considérant l'hypothèse d'atmosphère gelée dite hypothèse de Taylor.

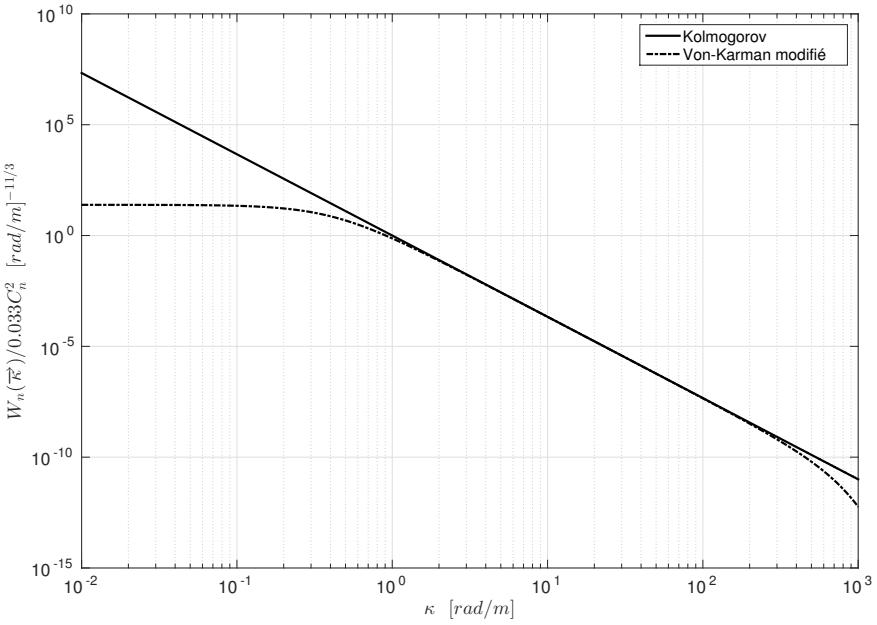

FIGURE 2.2 – Représentation des densités spectrales des fluctuations d'indices de réfraction (en échelle LogLog) dans les deux cas du modèle de Kolmogorov (trait continu) et du modèle de Von Kàrmàn modifié (pointillés) en prenant l_0 = 1cm et L_0 = 15m.

2.2.3 Formation d'images à travers la turbulence

2.2.3.1 Statistique du champ complexe

a) Scintillation et agitation

Les théories de la propagation des ondes lumineuses à travers la turbulence ont été essentiellement développées par Chernov (1960) et Tatarskii (1961; 1971), nous rappelons ici les principales idées. Considérons la propagation de la lumière d'une étoile à travers l'atmosphère, un milieu d'indice aléatoire dont les fluctuations suivent la loi de Kolmogorov. Avant son passage à travers l'atmosphère, l'onde provenant de l'étoile est considérée comme plane. La vibration lumineuse incidente en un point $\overrightarrow{r}$ est caractérisée par son amplitude complexe :

$$\Psi(\overrightarrow{r}) = A(\overrightarrow{r}) \exp[i\,\varphi(\overrightarrow{r})] \tag{2.18}$$

où $A(\overrightarrow{r})$ est son amplitude et $\varphi(\overrightarrow{r})$ sa phase.

Un certain nombre d'approximations sont utilisées pour étudier la propagation d'une onde plane à travers les couches turbulentes.

- *L'approximation des faibles perturbations* : le déphasage introduit par la propagation verticale d'un front d'onde par son passage à travers une couche turbulente fine (située à une altitude h) est très faible devant l'unité, $d\varphi_h \ll 1$ rad (Young 1970).
- *L'approximation de champ proche* : la propagation verticale d'un front d'onde par son passage à travers une couche turbulente n'affecte que sa phase (les variations d'amplitude sont négligeables).

Nous cherchons à determiner la statistique du champ complexe $\Psi(\overrightarrow{r})$ après le passage par l'atmosphère. Pour des raisons de simplification, prenons $A(\overrightarrow{r}) = 1$

Dans le cas d'une couche turbulente fine d'épaisseur δh située à une altitude h et en utilisant l'approximation des faibles perturbations, le champ complexe qui en résulte est de la forme :

$$\Psi_h(\overrightarrow{r}) = 1 + i\,\varphi_h(\overrightarrow{r}) \tag{2.19}$$

Et le champ complexe formé au sol par ce passage est donné par une convolution de Fresnel de la forme (Goodman 2000) :

$$\Psi_0(\overrightarrow{r}) = \Psi_h(\overrightarrow{r}) \otimes \frac{1}{i\lambda h}\, exp(\frac{i\pi r^2}{\lambda h}) \tag{2.20}$$

où λ est la longueur d'onde. Cette équation peut s'écrire également :

$$\Psi_0(\overrightarrow{r}) = 1 + \chi_0(\overrightarrow{r}) + i\,\varphi_0(\overrightarrow{r}) \tag{2.21}$$

La partie réelle représentant les fluctuations de log-amplitude est donnée par :

$$\chi_0(\overrightarrow{r}) = \varphi_h(\overrightarrow{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h} cos(\frac{i\pi r^2}{\lambda h}) \tag{2.22}$$

La partie imaginaire représentant les fluctuations de phase est donnée par :

$$\varphi_0(\overrightarrow{r}) = \varphi_h(\overrightarrow{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h} sin(\frac{i\pi r^2}{\lambda h}) \tag{2.23}$$

Ces deux entités varient d'une manière aléatoire dans le temps et dans l'espace. Les fluctuations de l'amplitude $\chi_0(\overrightarrow{r})$ entrainent des fluctuations de l'intensité lumineuse observée au sol, ce phénomène est appelé *la scintillation*. Les fluctuations de phase $\varphi_0(\overrightarrow{r})$ font apparaître des écarts par rapport au plan moyen, ce qui cause la déviation angulaire des rayons lumineux qui étaient normaux au plan de propagation du front d'onde avant son passage par l'atmosphère. On parle alors de phénomène d'*agitation* ou encore de *fluctuation des angles d'arrivée* (voi c)).

b) Fluctuations de phase et paramètre de Fried

L'atmosphère est supposée stratifiée en plusieurs couches fines. Les fluctuations de phase qui en découlent s'additionnent linéairement et contribuent chacune par une petite variation. Le champ complexe résultant au sol est donné par les fluctuations de log-amplitude et de phase :

$$\chi_0(\overrightarrow{r}) = \sum_j \varphi_{h_j}(\overrightarrow{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h_j} cos(\frac{i\pi r^2}{\lambda h_j}) \tag{2.24}$$

$$\varphi_0(\overrightarrow{r}) = \sum_j \varphi_{h_j}(\overrightarrow{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h_j} sin(\frac{i\pi r^2}{\lambda h_j}) \tag{2.25}$$

La densité spectrale des fluctuations de phase d'une onde plane traversant une couche turbulente (de hauteur h et d'épaisseur δh) s'écrit en fonction de la densité spectrale des fluctuations d'indice de réfraction :

$$W_{\varphi_h}(f) = (\frac{2\pi}{\lambda})^2\, \delta h\, W_n(f) \tag{2.26}$$

où $f = \kappa/2\pi$ est la fréquence spatiale.

Dans le cas du modèle de Von Kàrmàn, l'expression de $W_\varphi(f)$ devient :

$$W_{\varphi_h}(f) \;=\; 0.38\,\lambda^{-2}\,\delta h\,C_n^2\,[f^2+\frac{1}{L_0^2}]^{-\frac{11}{6}} \tag{2.27}$$

Dans le cas de plusieurs couches, la densité spectrale des fluctuations de phase résultantes au sol est donnée dans les cas des modèles de Kolmogorov et Von Kàrmàn respectivement par (Tatarskii 1971; Roddier 1981; Conan 2000; Maire 2007; Berdja 2007; Dali Ali 2011) :

$$W_{\varphi_0}(f) \;=\; 0.38\,\lambda^{-2}sec(z)\int_0^{h_{max}} C_n^2(h)dh f^{-\frac{11}{3}}\;cos^2(\pi\lambda h f^2) \tag{2.28}$$

$$W_{\varphi_0}(f) \;=\; 0.38\,\lambda^{-2}sec(z)\int_0^{h_{max}} C_n^2(h)dh[f^2+\frac{1}{L_0(h)^2}]^{-\frac{11}{6}}\;cos^2(\pi\lambda h f^2) \tag{2.29}$$

où z est la distance zénithale et h_{max} est l'altitude maximale des couches turbulentes. Le terme $sec(z)$ est rajouté pour prendre en considération les observations en dehors du zénith (l'épaisseur δh de chaque couche est multipliée par $sec(z)$).

De la même manière que pour les fluctuations de température et d'indice de réfraction, on définit la fonction de structure des fluctuations de phase entre deux point séparés d'une distance r dans le cas du modèle de Kolmogorov par (Tatarskii 1971; Roddier 1981) :

$$\mathcal{D}_\varphi(\overrightarrow{r}) = 2.91\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 r^{5/3}\int C_n^2(h)\,dh \tag{2.30}$$

Fried a défini un paramètre r_0 appelé paramètre de Fried pour quantifier la force de la turbulence, il est d'autant plus petit que la turbulence est forte. Il correspond à la taille de cohérence du front d'onde turbulent et est aussi défini comme étant le diamètre équivalent d'un télescope en dehors de l'atmosphère qui donnerait la même résolution qu'un télescope au sol de diamètre $D > r_0$, cette perte de résolution étant imposée par la turbulence. Le paramètre de Fried est exprimé en fonction du $C_n^2(h)$ par (Fried 1965) :

$$r_0 = \left[16.7\;\lambda^{-2}sec(z)\int C_n^2(h)\,dh\right]^{-\frac{3}{5}} \tag{2.31}$$

On remarquera que $r_0 \propto \lambda^{6/5}$. Les équations 2.28 et 2.30 deviennent alors

$$W_\varphi(f) \;=\; 0.0229\;r_0^{-5/3}f^{-\frac{11}{3}} \tag{2.32}$$

$$\mathcal{D}_\varphi(r) = 6.88\;(\frac{r}{r_0})^{5/3} \tag{2.33}$$

Dans le cas du modèle de Von Kàrmàn, l'expression de la fonction de structure des fluctuations de phase s'écrit (Consortini and Ronchi 1972; Fante 1974; Valley 1979; Ziad 1993; Conan 2000) :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_\varphi(r) =& 2\frac{\Gamma(11/6)}{2^{5/6}\pi^{8/3}}\left[\frac{24}{5}\Gamma(6/5)\right]^{5/6}(\frac{r_0}{L_0})^{-5/3}\left[\frac{\Gamma(5/6)}{2^{1/6}} - (\frac{2\pi r}{L_0})^{5/6}\,K_{5/6}(\frac{2\pi r}{L_0})\right]\\ =&\; 0.17\,(\frac{r_0}{L_0})^{-5/3}\,[1 - 4.63(\frac{r}{L_0})^{5/6}\,K_{5/6}(\frac{2\pi r}{L_0})]\end{aligned} \tag{2.34}$$

où K_ν est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce.

Dans le cas d'une configuration avec deux sous-pupilles circulaires de diamètre D séparées par une distance B, la fonction de structure de la phase calculée sur ces deux sous-pupilles est donnée par (Borgnino et al. 1992) :

$$\mathcal{D}_\varphi(B,D) = 4\pi \int_0^{+\infty} W_\varphi(f)[1 - J_0(2\pi Bf)][\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2 df \tag{2.35}$$

C) Fluctuations des angles d'arrivée

En plus des fluctuations de la phase, il est parfois commode d'utiliser les fluctuations des angles d'arrivée pour caractériser la déformation du front d'onde. Un angle d'arrivée est défini comme étant l'angle que fait la normale locale à la surface du front d'onde avec la direction de propagation. L'angle d'arrivée est également égal à un facteur près à la dérivée spatiale de la phase du front d'onde en un point $\overrightarrow{r}(x,y)$ sur un plan les deux composantes de l'angle d'arrivée α selon x et β selon y s'écrivent :

$$\alpha(\overrightarrow{r}) = -\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\partial\varphi(\overrightarrow{r})}{\partial x} \tag{2.36}$$

$$\beta(\overrightarrow{r}) = -\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\partial\varphi(\overrightarrow{r})}{\partial y} \tag{2.37}$$

En utilisant les propriétés de dérivation de la transformée de Fourier, les deux composantes de la densité spectrale des angles d'arrivée s'écrivent :

$$W_\alpha(f) = \lambda^2 f_x^2 W_\varphi(f) \tag{2.38}$$

$$W_\beta(f) = \lambda^2 f_y^2 W_\varphi(f) \tag{2.39}$$

La covariance des fluctuations des angles d'arrivée est obtenue en appliquant la transformée de Fourier inverse à la densité spectrale des fluctuations des angles d'arrivée.

$$\mathscr{C}_\alpha(x_0,y_0) = \lambda^2 \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f_x \mathrm{d}f_y f_x^2 W_\varphi(f_x,f_y) exp[2i\pi(x_0 f_x + y_0 f_y)] \tag{2.40}$$

Dans le cas de deux sous-pupilles de diamètre D séparées par une distance de base B, la fonction de covariance des fluctuations des angles d'arrivée $\mathscr{C}_\alpha(B,D)$ est donnée par (Borgnino et al. 1992; Avila et al. 1997) :

$$\mathscr{C}_\alpha(B,D) = \pi\lambda^2 \int_0^{+\infty} f^3 W_\varphi(f)[J_0(2\pi fB) - cos(2\gamma)\, J_2(2\pi fB)][\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2 \mathrm{d}f \tag{2.41}$$

où γ est l'angle entre la direction de mesure des angles d'arrivée (suivant x ou y) et la base B. J_0, J_1 et J_2 sont les fonctions de Bessel de première espèce. Le terme $[\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2$ représente le filtrage dû à la pupille du télescope de diamètre D.

De même, on définit la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivée $\mathcal{D}_\alpha(B,D)$ et en remplaçant la densité spectrale de phase par celle de von-Karman, la formule de $\mathcal{D}_\alpha(B,D)$ devient :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_\alpha(B,D) = 2.4\sec(z) \int \mathrm{d}h C_n^2(h) \int_0^{+\infty} \mathrm{d}f f^3 (f^2 + \frac{1}{L_0(h)^2})^{-\frac{11}{6}} \\ [1 - J_0(2\pi fB) + cos(2\gamma)\, J_2(2\pi fB)][\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2\end{aligned} \tag{2.42}$$

2.2.3.2 Formation d'images

Nous nous intéressons à l'imagerie du Soleil à travers l'atmosphère terrestre afin d'étudier l'effet de la turbulence sur la mesure au sol du rayon solaire. Cette étude permettra de faire des simulations pour différentes conditions (de turbulence, de temps de pose ...etc) et à terme de corriger les effets atmosphériques sur les images.

Considérons un objet O caractérisé par sa répartition lumineuse $O(x,y)$, l'image I de O à travers un système optique S possède une répartition lumineuse $I(x,y)$. Si le système optique est linéaire, continu et invariant par translation, la relation qui lie l'objet et son image à travers ce système est une relation de convolution de la forme :

$$I(x,y) \;=\; O(x,y) \;\otimes\; S(x,y) \tag{2.43}$$

où $\otimes$ est l'opérateur de convolution bi-dimensionnelle. $S(x,y)$ est la réponse impulsionnelle, la réponse du système optique à une excitation élémentaire (un objet ponctuel). Elle est également appelée fonction d'étalement de point ou point spread function (PSF). Pour un système à pupille circulaire (de diamètre D et de focale F) sans aberrations et limité seulement par la diffraction, $S(x,y)$ est une tache d'Airy dont l'équation est donnée par (Born and Wolf 1999) :

$$S(x,y) = S(\overrightarrow{r}) \;=\; I_0 \left[\frac{2J_1(\frac{\pi Dr}{\lambda F})}{\frac{\pi Dr}{\lambda F}} \right]^2 \tag{2.44}$$

où I_0 représente l'intensité maximale de la tache d'Airy et λ est la longueur d'onde.

La relation de convolution se transforme en produit dans l'espace des fréquences. Cela permet de voir comment sont affectées les fréquences spatiales de l'objet lors de leur traversée du système optique. La relation 2.43 s'écrit dans l'espace de Fourier :

$$\hat{I}(u,v) \;=\; \hat{O}(u,v) \;\cdot\; \hat{S}(u,v) \tag{2.45}$$

où $\hat{}$ désigne la transformée de Fourier (TF). $\hat{S}(u,v) \;=\; TF[S(x,y)]$ est la fonction de transfert du système optique ou *Optical Transfer Function* (OTF). Le module de la fonction de tranfert optique est appelé fonction de transfert de modulation ou *Modulation Transfer Function* (MTF). Cette relation montre que chaque composante fréquencielle de l'objet est transmise par le système optique sans déformation mais avec une atténuation de son amplitude d'un facteur $|\hat{S}(u,v)|$ et déphasée d'une quantité égale à la phase de la fonction de transfert $\hat{S}(u,v)$. Cette dernière représente l'autocorrélation de la fonction pupille $P(\overrightarrow{r})$ dans le cas d'un système optique sans aberration et limité par la diffraction. La fonction pupille pour un télescope circulaire d'ouverture D sans obstruction centrale (c'est un cas idéal) vaut 1 sur la surface collectrice ($|\frac{2r}{D}| \leqslant 1$) et 0 ailleurs.

Si le système optique, limité par la pupille $P(\overrightarrow{r})$, présente des aberrations optiques, la nouvelle fonction de transfert optique est égale à l'auto-corrélation de $P(\overrightarrow{r}) \cdot \Psi(\overrightarrow{r})$ où $\Psi(\overrightarrow{r})$ représente l'amplitude complexe des aberrations. Le système optique est ainsi un filtre linéaire des fréquences spatiales.

Dans le cas d'imagerie astronomique à travers la turbulence atmosphérique, tout se passe comme si l'ensemble atmosphère-télescope avait une fonction pupille complexe $P(\overrightarrow{r}) \cdot \Psi(\overrightarrow{r})$

où $P(\overrightarrow{r})$ est la fonction pupille du télescope seul et $\Psi(\overrightarrow{r})$ représente l'amplitude complexe de l'onde incidente à l'entrée de la pupille du télescope. La seule différence avec le cas de télescope en présence d'aberrations est que celles-ci sont déterministes alors que les fluctuations du front d'onde turbulent sont aléatoires. L'image résultante va dépendre des conditions expérimentales de l'observation qui font intervenir la statistique de l'amplitude complexe $\Psi(\overrightarrow{r})$. Elle dépendra donc du temps de pose. Pour des temps d'intégration très supérieurs au temps caractéristique d'évolution de la turbulence, les images obtenues sont floues et ne dépendent pas de l'instant de leur prise. Tandis que lorsque le temps de pose est très court, les images obtenues font apparaître des figures de *tavelures* ou *speckles* (voir figure 2.3).

Le temps caractéristique de la turbulence caractérise les corrélations temporelles du front d'onde et par conséquent la vitesse d'évolution des dégradations causées par la turbulence. Selon la définition donnée par Roddier (1982), le temps caractéristique de la turbulence est le temps pour lequel la fonction de structure des fluctuations de phase est égale à 1 rad^2. Dans le cas du modèle de Kolmogorov (équation 2.33), la séparation r peut être remplacée par $v\tau$ où v est la vitesse du vent et τ est le temps :

$$\mathcal{D}_\varphi(v\tau) = 6.88\,(\frac{v\tau}{r_0})^{5/3} \tag{2.46}$$

Pour $\tau = \tau_0$, cette expression devient :

$$\mathcal{D}_\varphi(\bar{v}\tau_0) = 6.88\,(\frac{\bar{v}\tau_0}{r_0})^{5/3} = 1 rad^2 \tag{2.47}$$

où $\bar{v}$ est une vitesse moyenne du vent en fonction de l'altitude pondérée par l'énergie de la turbulence dans les différentes couches :

$$\bar{v} = \left(\frac{\int v(h)^{5/3} C_n^2(h) dh}{\int C_n^2(h) dh}\right)^{3/5} \tag{2.48}$$

L'expression de τ_0 est donc donnée par (Roddier et al. 1982; Kellerer 2007) :

$$\tau_0 = 0.314\,\frac{r_0}{\bar{v}} \tag{2.49}$$

La figure 2.3 illustre les trois cas d'imagerie : en absence de turbulence, la courte pose de 5 ms et finalement la longue pose en prenant la somme de 200 poses courtes simulées en supposant une couche turbulente au voisinage du télescope se déplaçant à une vitesse du vent égale à 0.63 m/s.

2.2.3.3 Imagerie longue pose

Les fluctuations spatio-temporelles de la phase du front d'onde engendrent une perte de résolution et un étalement de la tache de diffraction. En longue pose, c'est à dire pour des temps d'intégration très supérieurs au temps caractéristique d'évolution de la turbulence, l'image au foyer d'un télescope est obtenue par un produit de convolution qui fait intervenir la fonction de transfert optique longue pose conjointe atmosphère-telescope. Fried (1966) a montré que la fonction de transfert optique de l'atmosphère en pose longue est liée à la fonction de structure



FIGURE 2.3 – Images d'une étoile simulées dans le cas d'un télescope de diamètre $D = 12\,cm$ sans turbulence (à gauche), courte pose de 5 ms (au centre) où on voit apparaître les figures de speckles et longue pose d'une seconde (à droite), la valeur du $r_0 = 1\,cm$ dans deux cas.

des fluctuations de phase en supposant que l'amplitude de l'onde lumineuse ne fluctue pas au dessus de la pupille et que la phase suit une distribution gaussienne (la statistique de la phase est gaussienne puisque c'est la somme d'un grand nombre de variables aléatoires). La fonction de transfert de l'atmosphère en pose longue est donnée par :

$$B_{atm}(\overrightarrow{f}) = exp(-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\varphi}(\overrightarrow{f})) \tag{2.50}$$

En remplaçant $\mathcal{D}_{\varphi}(\overrightarrow{f})$ par sa formule de l'équation 2.33 (en remplaçant r par λf), on obtient la formule suivante (Roddier 1981) :

$$B_{atm}(\overrightarrow{f}) = exp\left[-3.44(\frac{\lambda f}{r_0})^{5/3}\right] \tag{2.51}$$

Cette formule montre, pour un télescope de diamètre $D > r_0$, qu'il y a une décroissance exponentielle de la réponse du système optique au delà de la fréquence de coupure r_0/λ, ce qui rend impossible d'extraire les hautes fréquences spatiales au delà de cette fréquence qui est bien inférieure à la fréquence de coupure dans le cas diffraction seule. Dans le plan image, cela équivaut à un élargissement de la PSF dont la taille dépend de l'importance des défauts de phase cumulés. La PSF est caractérisée par sa largeur à mi-hauteur (FWHM) ε tel que :

$$\varepsilon = 0.976\,\frac{\lambda}{r_0} \tag{2.52}$$

ε est appelée le *seeing*. Il est d'autant plus grand que la turbulence est forte. Typiquement, dans le visible, le seeing est de l'ordre de la seconde d'arc.

2.2.3.4 Imagerie courte pose

Considérons maintenant le cas des images prises avec un temps inférieur ou égal au temps caractéristique d'évolution de la turbulence qui est typiquement de quelques millisecondes. L'image d'un objet est obtenue par une relation de convolution de la distribution d'intensité de celui-ci par la PSF courte pose $S_c(\overrightarrow{r})$ de l'ensemble atmosphère-télescope :

$$I(\overrightarrow{r}) \;=\; O(\overrightarrow{r}) \otimes S_c(\overrightarrow{r}) \tag{2.53}$$

Cette relation n'est en fait valable que sous certaines hypothèses. La relation est supposée linéaire et invariante par translation. Etant donné l'image $I(\overrightarrow{r})$ et la PSF courte pose $S_c(\overrightarrow{r})$ sont des fonctions aléatoires, cela veut dire qu'à un instant donné, la PSF instantanée doit être la même pour tous les points de l'image. Ceci est valable dans le cas d'une turbulence au voisinage du télescope ou dans un domaine angulaire très restreint appelé *domaine d'isoplanétisme* qui est typiquement de quelques secondes d'arc. Etant donné que la fonction de transfert optique $\hat{S}_c(\overrightarrow{f})$ est aléatoire, nous avons recours aux spectres d'énergie moyens pour décrire le transfert des fréquences spatiales de l'objet dans l'image :

$$\langle|\hat{I}(\overrightarrow{f})|^2\rangle \;=\; |\hat{O}(\overrightarrow{f})|^2 \;\cdot\; \langle|\hat{S}_c(\overrightarrow{f})|^2\rangle \tag{2.54}$$

où $|\hat{O}(\overrightarrow{f})|^2$ représente le spectre d'énergie de l'objet et $\langle|\hat{S}_c(\overrightarrow{f})|^2\rangle$ est le spectre d'énergie de l'image d'un point source, il est appelé également fonction de transfert des speckles.

Tel qu'il est montré dans la figure 2.3, l'image courte pose présente une structure de la taille du seeing atmosphérique λ/r_0 faite de cellules lumineuses et d'autres sombres provoquées par des interférences constructives et destructives au point focal de l'image. Ces cellules sont appelées tavelures ou speckles et sont chacune de taille proche de λ/D. Le nombre de ces cellules couvrant la pupille est donc de l'ordre de $(D/r_0)^2$. La répartition spatiale des tavelures change à chaque instant. Seules des expressions asymptotiques permettent d'approximer la fonction de transfert des fréquences spatiales. Korff (1973) a donné la formule suivante qui regroupe les expressions asymptotiques à basses et hautes fréquences spatiales :

$$\langle|\hat{S}_c(\overrightarrow{f})|^2\rangle = \begin{cases} |\hat{T}_{real}(\overrightarrow{f})|^2 \; exp\left(-6.88(\frac{\lambda f}{r_0})^{5/3}(1-\frac{\lambda f}{D})^{1/3}\right) & \text{pour} \quad f \ll \frac{r_0}{\lambda} \\ 0.435(\frac{r_0}{D})^2 \; |\hat{T}(\overrightarrow{f})|^2 & \text{pour} \quad f \gg \frac{r_0}{\lambda} \end{cases} \tag{2.55}$$

où $|\hat{T}_{real}(\overrightarrow{f})|$ est la fonction de transfert du télescope réel, c'est à dire en présence d'aberrations. $\hat{T}(\overrightarrow{f})$ représente la fonction de transfert du télescope idéal (dépourvu d'aberrations). Dans le cas d'une pupille circulaire sans obstruction centrale, $|\hat{T}(\overrightarrow{f})|$ est obtenue par le module de la transformée de Fourier de la PSF de la formule 2.44.

2.3 La réfraction astronomique

En dehors de l'atmosphère les rayons lumineux se propagent d'une manière rectiligne. En traversant l'atmosphère, ces rayons sont déviés et ne sont plus rectilignes, cela étant dû à la non homogénéité de l'atmosphère terrestre. Par conséquent, un astre observé à travers une couche d'atmosphère apparaît plus haut qu'il ne l'est réellement. Ce phénomène est plus important lorsque l'objet observé est au voisinage de l'horizon. Par définition, la réfraction astronomique est l'angle entre la position apparente d'un astre et sa vraie position (différence entre les hauteurs ou distances zénithales).

2.3.1 Théorie de la réfraction

La courbure des rayons de la lumière à travers l'atmosphère est due à différents phénomènes mais principalement cela étant dû à la courbure de la Terre et la variation de la densité de l'atmosphère en fonction de l'altitude.

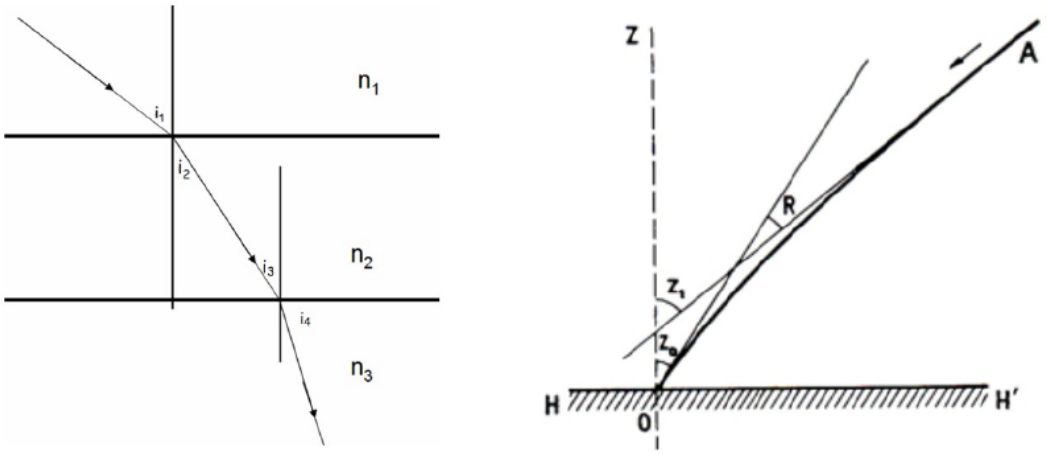

FIGURE 2.4 – Réfraction des rayons lumineux entre les couches atmosphériques d'indices de réfraction différents. La distance zénithale observée (Z_0) étant différente de celle vraie (Z_1).

2.3.1.1 L'intégrale de la réfraction et ses approximations

La réfraction d'un rayon lumineux se produit à la limite entre deux milieux de densité, et par conséquent d'indice de réfraction, différents (voir figure 2.4). En vertu des lois de Descartes, la relation entre l'angle d'incidence et de réfraction est donnée par :

$$n_1 sin(i_1) = n_2 sin(i_2) \tag{2.56}$$

Comme l'atmosphère est un milieu où la densité décroit avec l'altitude, l'indice de réfraction est aussi décroissant avec l'altitude tandis que l'angle que forme le rayon avec la normale au plan augmente avec l'altitude. L'atmosphère est considérée comme une multitude de couches fines. Chaque couche est caractérisée par sa densité et donc par son indice de réfraction n. La couche d'indice n est située au-dessus de la couche d'indice $n + dn$, où dn est positif. De cette égalité découle une propriété fondamentale qui est que la quantité $nsin(i)$ reste constante le long du rayon lumineux. Il suffit a-priori de connaître l'indice de réfraction au niveau de l'observateur pour connaître la courbure du rayon lumineux traversant plusieurs couches. L'indice de réfraction d'un milieu est fonction principalement de la température et de la pression atmosphérique.

$$nsin(i) = (n + dn)sin(i + di) \tag{2.57}$$

La réfraction astronomique est par définition la différence (Danjon 1980) :

$$R = z_1 - z_0 \tag{2.58}$$

Puisque le produit $nsin(z)$ reste constant le long du parcours du rayon lumineux, on a alors :

$$sin(z_0 + R) = n_0 sin(z_0) \tag{2.59}$$

Ce qui donne, sachant que R est très petit :

$$R = (n_0 - 1)tan(z_0) = \alpha_0 tan(z_0) \tag{2.60}$$

où $\alpha_0 = n_0 - 1$ est appelée la réfractivité.

L'atmosphère terrestre est supposée composée de couches concentriques d'égal indice de réfraction, isothermes et stratifiées d'une manière homogène. La plupart des méthodes de calcul de la réfraction supposent que l'atmosphère est à symétrie sphérique, ce n'est pas vraiment le cas. Non seulement parce que la Terre est un sphéroïde au lieu d'une sphère, mais aussi parce que l'atmosphère est dynamique et contient des gradients latéraux de température et de pression. Cependant, les écarts à la sphéricité sont petits, et peuvent être négligés pour de nombreuses raisons. Une atmosphère sphériquement stratifiée simplifie grandement le travail, car au lieu de trois coordonnées spatiales, nous devons seulement faire face à une seule dimension qui est la distance au centre. En outre, le modèle sphérique simplifie grandement le problème mathématique, car le produit $n\,sin(z)$, où z est la distance zénithale locale (angle que forme la tangente au rayon lumineux avec le rayon au centre de la Terre), reste constant sur toute la longueur d'un rayon réfracté.

Dans ce cas la réfraction astronomique est approchée par l'intégrale (Danjon 1980) :

$$R = \int_1^{n_0} \frac{tan(z)}{n} dn \tag{2.61}$$

La variable indépendante ici est n qui varie de 1,0000 dans l'espace à environ 1,0003 au niveau de la mer (Young 2006). La variation d'indice de réfraction est proportionnelle à la densité de l'air ρ.

Jusqu'à 70°de distance zénithale, l'intégrale de la réfraction peut être approchée avec une bonne précision sans faire d'hypothèses sur la structure de l'atmosphère, on a juste besoin de connaître la température et la pression au niveau de l'observateur (Young 2004). C'est pour cette raison que de nombreuses méthodes d'approximations de l'intégrale de l'équation 2.61 ont été proposées (Mayer and Maskelyne 1770; Simpson 1743; Kaplan et al. 1976; Saar 1973; Eisele and Shannon 1975; Wittmann 1997). Ces approximations ne nécessitent pas la connaissance de la structure réelle de l'atmophère. On va développer dans ce qui suit trois approximations de la réfraction que sont : l'approximation par la fonction erreur, la formule de Cassini et la formule de Laplace.

1) Modèle de Cassini :

Cassini (1662) considéra une atmosphère homogène (qui n'est pas réaliste) d'indice de réfraction n_0 et d'une hauteur h comme le montre la figure 2.5. Le rayon provenant d'une source en dehors de l'atmosphère est réfracté au point P et arrive à l'observateur (point O). Celui-ci observe la source à une distance zénithale z_0. La réfraction est donnée par la relation suivante

$$R = arcsin\left(\frac{n_0\, r_c\, sin(z_0)}{r_c + h}\right) - arcsin\left(\frac{r_c\, sin(z_0)}{r_c + h}\right) \tag{2.62}$$

Cette formule bien qu'elle soit simple donne la valeur de la réfraction avec une erreur croissante à l'horizon mais sans diverger.L'erreur sur la valeur de la réfraction reste en dessous de la seconde d'arc à 81°de distance zénithale (Young 2004).

2) La fonction erreur :

En supposant que la variation de la densité de l'air en fonction de l'altitude suit une loi exponentielle (ce qui est plus réalise que Cassini), il est possible d'exprimer la réfraction avec

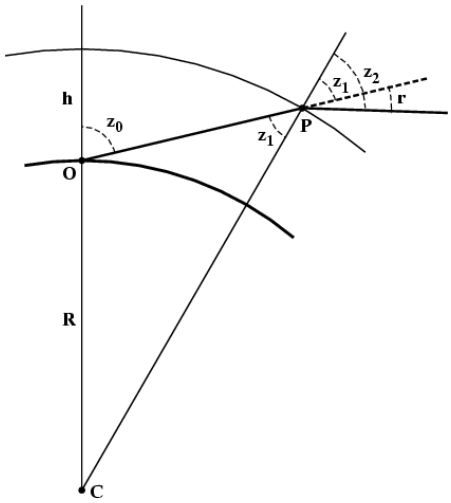

FIGURE 2.5 – Représentaction de la réfraction des rayons lumineux à travers une atmosphère uniforme telle qu'elle a été imaginée par Cassini.

une fonction erreur (Fletcher 1931; Danjon 1980) :

$$R = \alpha \left(\frac{2-\alpha}{\sqrt{2\beta-\alpha}} \right) sin(z)\ \Psi \left(\frac{cos(z)}{\sqrt{2\beta-\alpha}} \right) \tag{2.63}$$

avec

$$\Psi(x) = e^{x^2} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{x^2} (1 - erf(x)) \tag{2.64}$$

3) Approximation de Laplace :

Le calcul développé par André Danjon dans son ouvrage *Astronomie Générale* (Danjon 1980) conduit à la formule de Laplace :

$$R = \alpha(1-\beta)tan(z_0) - \alpha(\beta - \frac{\alpha}{2})tan^3(z_0) + 3\alpha(\beta - \frac{\alpha}{2})^2 tan^5(z_0) \tag{2.65}$$

où α est la réfractivité de l'air au point d'observation et $\beta = \frac{h}{r_c}$ est le rapport entre la hauteur h qu'aurait une atmosphère homogène (avec la même pression au point d'observation) et le rayon r_c de courbure. Il est à noter que les deux premier termes peuvent être obtenus sans aucune hypothèse sur l'atmosphère réelle, on a juste besoin de la hauteur h et de la réfractivité au point d'observation. Le terme en $tan^5(z)$ provient d'autres hypothèses sur la distribution de la densité en fonction de l'altitude (Danjon 1980). Pour les distances zénithales au delà de 70°, la formule en séries de $tan(z)$ diverge.

La formule 2.65 peut être déduite de la forme asymptotique de l'équation 2.63 en gardant les trois premiers termes. L'avantage de la formule 2.63 est qu'elle peut être utilisée au delà de 70°sans que le calcul diverge.

2.3.1.2 Calcul de la réfractivité

Le point commun entre toutes ces approximations est l'utilisation de la valeur de l'indice de réfraction au point d'observation. La précision de l'estimation de celui-ci va avoir une influence

sur la précision du calcul de la réfraction. On peut trouver plusieurs formules dans la littérature, un exemple est la formule de Gladstone (Danjon 1980). Pour plus de précision, il faut utiliser les méthodes modernes tel que Baldini (1963), Barrell & Sears (1939) et Ciddor (1996). Pour une certaine longueur d'onde, la réfractivité de l'air est estimée avec précision à partir des conditions atmosphériques de l'observation à savoir la saturation de la vapeur d'eau, l'humidité, la pression atmosphérique, la température et la concentration en CO_2.

L'expression de la réfractivité adoptée par la 13eme assemblée de l'IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics), et qu'on trouve également dans le papier de Baldini (1963) est la suivante :

$$\alpha(T,P,h_u,\lambda) \;=\; \frac{T}{T_0}\left[(n_0(\lambda)-1)\frac{P}{P_0} - 4.13\cdot 10^{-10}\; P_w(h_u,T)\right] \tag{2.66}$$

où T_0 et P_0 sont les valeurs standards de la température de la pression atmosphérique (273.15 K et 101325 Pa), P_w représente la pression partielle de la vapeur d'eau qui est estimée en fonction de la température T et de l'humidité relative h_u ($\in [0,1]$) en utilisant l'équation :

$$P_w(h_u,T) = h_u\; 6.1075\cdot 10^2\; e^{7.292\cdot 10^{-2}(T-T_0) - 2.84\cdot 10^{-4}(T-T_0)^2} \tag{2.67}$$

$n_0(\lambda)-1$ est la réfractivité dans les conditions standards (au niveau de la mer, $T_0 = 273.15$ K, $P_0 = 101325$ Pa, $h_u = 0$ et 0.03% de CO_2) et donnée par (Barrell and Sears 1939) :

$$n_0(\lambda) - 1 = 10^{-7}\left[2876.04 + \frac{16.288}{(10^6\,\lambda)^2} + \frac{0.136}{(10^6\,\lambda)^4}\right] \tag{2.68}$$

Ciddor publia une série de papiers décrivant une nouvelle méthode plus précise avec de nouvelles équations pour le calcul de l'indice de réfraction (Ciddor 1996; Ciddor and Hill 1999; Ciddor 2002). Sa méthode a été adoptée par l'IAG 1999 (International Association of Geodesy) comme nouveau standard. Sa formule de la réfractivité pour T = 288.15K, P = P_0, 0% d'humidité et 0.045% de CO_2 s'écrit comme suit :

$$n_0(\lambda) - 1 = \frac{0.05792105}{238.0185 - (10^6\,\lambda)^{-2}} + \frac{0.0167917}{57.362 - (10^6\,\lambda)^{-2}} \tag{2.69}$$

2.3.2 Calcul exact de la réfraction

Parmi les approximations citées auparavant pour l'estimation de la réfraction, la formule de Laplace est la plus utilisée. Certains utilisateurs ne prennent en compte que les deux premiers termes. Ces approximations peuvent être utilisées pour de petites valeurs de distance zénithale jusqu'à 75° (Woolard and Clemence 1966; Saastamoinen 1972a,b).

A petites distances zénithales (à 30°par exemple), l'intégrale de l'équation 2.61 est presque constante jusqu'à une altitude d'environ 100 km. Les valeurs de $tan(z)$ et n sont presque constantes jusqu'à cette hauteur : $tan(z)$ est presque égale à sa valeur au point d'observation, car le rayon est presque une droite et ne s'écarte pas trop de la verticale, de sorte qu'il traverse toutes les couches de l'atmosphère avec à peu près le même angle d'incidence. L'indice de réfraction n quant à lui varie seulement 1,000000 à 1,000273.

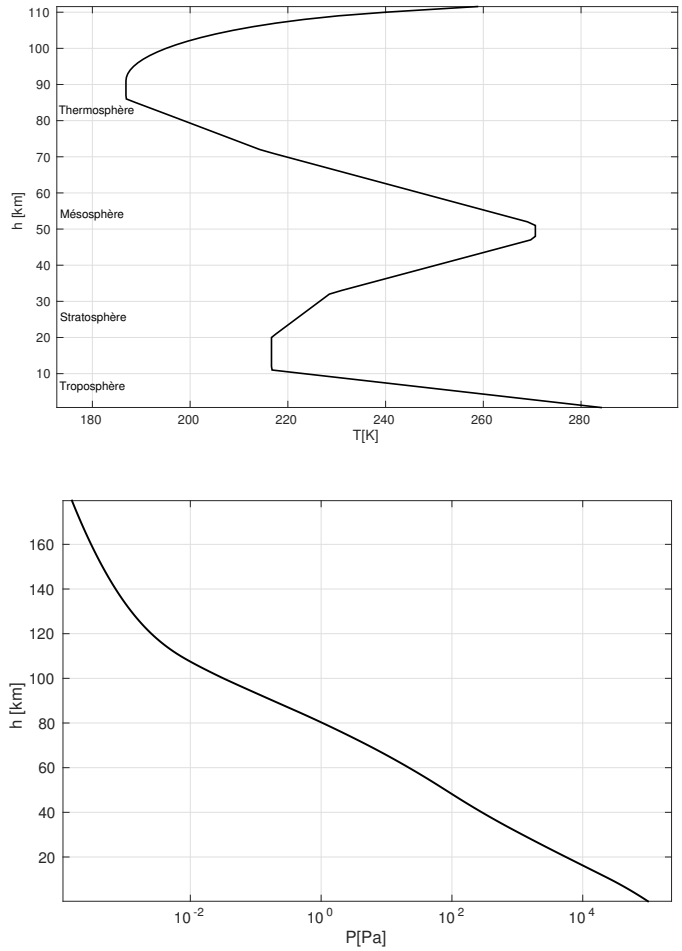

FIGURE 2.6 – Profils de température et de pression dans le cas du modèle d'atmosphère standard US1976.

A delà de 75°, ces approximations ne sont plus valables. Un calcul rigoureux de la réfraction consiste en l'intégration numérique de l'intégrale de l'équation 2.61. La connaissance des variations de l'indice de réfraction et par conséquent l'état de l'atmosphère en fonction de l'altitude est nécessaire. On utilise pour cela un modèle d'atmosphère standard. Plusieurs modèles d'atmosphère existent dans la littérature, le plus simple étant le modèle d'atmosphère isotherme. On suppose qu'elle est composée d'un gaz parfait en équilibre hydrostatique et comme son nom l'indique que la température reste constante en fonction de l'altitude et la pression décroit suivant une loi exponentielle avec l'altitude. L'atmosphère polytropique est une généralisation de l'atmosphère isotherme. La température dans le cas du modèle d'atmosphère polytropique dépend de l'altitude. La figure 2.6 illustre les deux profils de température et de la pression en fonction de l'altitude dans le cadre du modèle d'atmosphère standard US1976 (Lide 2003) qui fait partie des modèles d'atmosphères polytropiques. La température diminue avec l'altitude dans la troposphère avec un facteur typique de 6.5 K/km.

Pour évaluer la réfraction, Garfinkel (1944; 1967) a développé une théorie analytique basée sur un modèle d'atmosphère polytropique valable pour des valeurs de distance zénithale au delà

de 75°. Mais le calcul de la réfraction avec cette méthode est très coûteux en terme de temps de calcul. Auer & Standish (2000) proposèrent une méthode pour l'évaluation de l'intégrale de la réfraction en utilisant une méthode d'intégration par quadrature numérique. Un changement de variable leur a permis de s'affranchir de l'indétermination dans le calcul de l'intégrale puisque pour $z = 90°$, la valeur de $tan(z) \rightarrow \infty$. Young (2000) indiqua que ces travaux ont été dérivés de ceux de J. Biot (1836). L'équation 2.61 peut s'écrire sous la forme :

$$R = \int_0^{z_0} \frac{tan(z)}{n} \frac{dn}{d(nr)} \frac{d(nr)}{dz} dz \tag{2.70}$$

et finalement sous la forme suivante (Auer and Standish 2000; Hohenkerk and Sinclair 1985) :

$$R = \int_0^{z_0} \frac{r\, dn/dr}{n + r\, dn/dr} dz \tag{2.71}$$

L'intégrale écrite sous cette forme peut être évaluée par quadrature. Dans la Note de l'Astronomical Almanac N°63, Hohenkerk & Sinclair (1985) ont décrit comment implémenter la méthode de Auer et Standish avec l'utilisation de la formule de Barrell & Sears pour l'évaluation de la réfractivité. Nous avons repris et modifié leur travail pour y introduire les équations de Ciddor à la place de la formule de Barrell & Sears. Nous avons utilisé le calcul exact de la réfraction pour corriger les images prises jusqu'à des distances zénithales au delà de 70°.

2.4 Les aérosols

Les aérosols atmosphériques sont très divers. Ce sont de fines particules présentes dans l'atmopshère terrestre sous forme liquide ou solide. Il peut s'agir de minuscules grains de poussières minérales agité du sol, de particules de sel émises lorsque des gouttelettes d'eau de mer s'évaporent, de bactéries, de grains de pollen, de particules de cendres volcaniques ou produites dans des incendies ...etc. La plupart d'entre elles sont produites au niveau ou près du sol, et se regroupent pour former des particules plus grosses par absorption ou adsorption et puis par coagulation pour former des noyaux de condensation et des gouttelettes de nuages. Les aérosols ont tendance à se concentrer dans la partie la plus basse de l'atmosphère avec une distribution exponentielle sur une hauteur d'environ 1.5 km. La figure 2.7 montre le cycle des aérosols dans l'atmosphère.

D'un point de vue optique, les aérosols affectent la propagation de la lumière par ce qu'on appelle l'extinction atmosphérique. Deux phénomènes contribuent à l'extinction : l'absorption et la diffusion. L'absorption devient importante quand l'air est plein de fumée. C'est donc par diffusion que dans la majorité des cas l'extinction se produit dans l'atmophère. Deux types de diffusions se produisent dans l'atmosphère selon la taille des particules par rapport à la longueur d'onde.

2.4.1 Diffusion de la lumière par les aérosols

Diffusion de Rayleigh

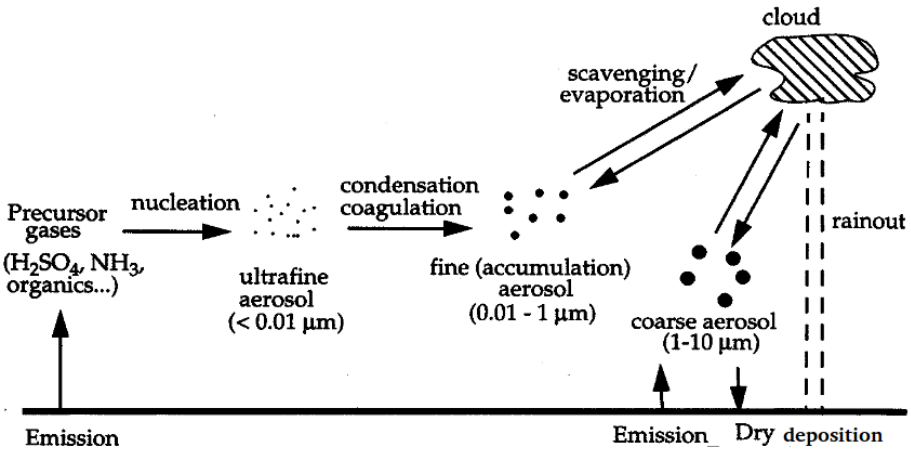

FIGURE 2.7 – Représentation du cycle d'évolution des particules d'aérosols et leurs tailles aux différentes étapes.

Ce type de diffusion se produit par les molécules d'air de taille variant entre 0.1 nm et environ 100 nm. C'est à cause de la diffusion Rayleigh que la couleur du ciel est bleue. La théorie de diffusion de Rayleigh s'applique aux particules dont la taille est très petite par rapport à la longueur d'onde. Le rayonnement électromagnétique incident est caractérisé par un champ électrique et un champ magnétique. Un électron, élastiquement attaché à son noyau, va interagir avec le champ électrique et rayonner en conséquence. Le champ électrique induit varie comme λ^{-2}. La puissance rayonnée varie elle comme le carré du champ électrique, et donc comme λ^{-4} (Boucher 2012). Les particules les plus grosses bloquent uniformément toutes les longueurs d'ondes, et donnent un aspect blanchâtre au milieu tel un nuage dans le ciel (qui apparaît gris si le phénomène d'absorption de la lumière plus important).

Diffusion de Mie

Gustav Mie a formulé sa théorie en 1908 qui a permis de combler le vide qui existait entre la théorie de Rayleigh qui s'applique aux particules dont la taille est très petite par rapport à la longueur d'onde, et l'optique géométrique qui s'applique aux particules dont la taille est très grande par rapport à la longueur d'onde. La diffusion de Mie désigne la diffusion par des particules de géométrie sphérique dont le rayon varie entre 0.1 et 10 fois la longueur d'onde.

2.4.2 Epaisseur optique

On définit les sections efficaces de diffusion (s_{dif}) et d'absorption (s_{abs}) comme étant la surface de la particule qui interagit avec le rayonnement (par diffusion ou par absorption). La section efficace dépend aussi de la dimension de la particule et de son indice de réfraction ansi que de la longueur d'onde du rayonnement. Les facteurs de diffusion et d'absorption, Q_{dif} et Q_{abs} , sont définis comme les rapports entre les sections efficaces de diffusion et d'absorption, et la section géométrique s_g de la particule ($s_g = \pi r^2$ pour une particule sphérique de rayon r).

$$Q_{dif} = \frac{s_{dif}}{s_g} \tag{2.72}$$

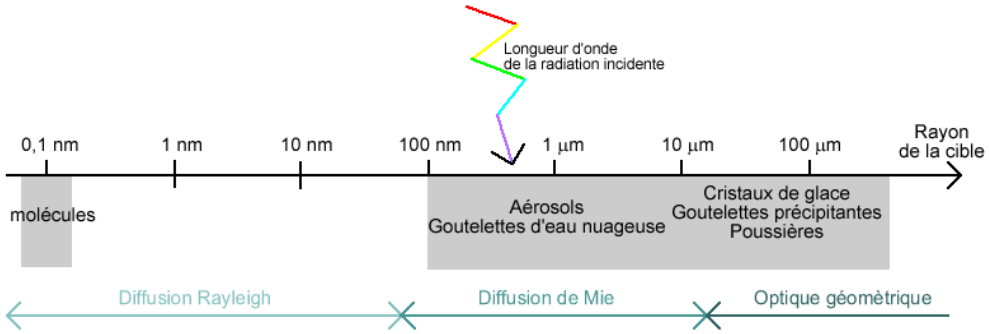

FIGURE 2.8 – Représentation des gammes d'application de la diffusion en fonction de la longueur d'onde. La diffusion Rayleigh se produit suite à l'interaction de la lumière avec les molécules de petites tailles. La diffusion de Mie est plutôt due à l'interaction avec les aérosols.

L'indice de réfraction des aérosols est complexe et dépend de leur composition chimique. La partie réelle n' est relié au pouvoir de diffusion des particules aérosolaires tandis que la partie imaginaire n" est reliée au pouvoir d'absorption. En intégrant les facteurs d'absorption et de diffusion, on obtient les coefficients d'absorption et de diffusion des aérosols (en m^{-1}) qui s'écrivent sous la forme (Cojan 1995; Boucher 2012) :

$$\begin{cases} \sigma_{dif}(\lambda) &= \int_0^\infty Q_{dif}\{\frac{2\pi r}{\lambda}, n'\} \cdot \pi r^2 N(r)\, dr \\ \sigma_{abs}(\lambda) &= \int_0^\infty Q_{abs}\{\frac{2\pi r}{\lambda}, n'\} \cdot \pi r^2 N(r)\, dr \end{cases} \tag{2.73}$$

où r est le rayon des particules et $N(r)$ représente la distribution de taille des particules par unité de volume.

Le coefficients d'extinction σ_{ext} est la somme des deux coefficients (absorption et diffusion). On définit l'épaisseur optique des aérosols (AOD, Aerosols Optical Depth) comme étant l'intégrale des coefficients d'extinction locaux le long de la verticale :

$$\tau_a(\lambda) = \int_0^{h_{max}} \sigma_{ext}(h)\, dh \tag{2.74}$$

Ceci est la quantité que donne le photomètre installé dans le cadre du projet PICARD-SOL qu'on va voir dans le chapitre suivant.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai exposé une vision globale sur les différents effets qui affectent l'imagerie astronomiques à travers l'atmosphère. Nous avons vu que la turbulence dégrade les images en introduisant une agitation et un étalement des réponses longues et courtes poses. Les outils statistiques introduits dans ce premier chapitre notamment la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivée sont indispensables pour la compréhension les effets de la turbulence sur les images MISOLFA et nous permettront d'extraire les paramètres à partir de celles-ci. Ces outils statistiques ont permis aussi de faire des simulations d'imagerie longue et courte pose à travers

la turbulence que je présente aux chapitres 4 et 5. Nous avons aussi examiné l'effet de la réfraction sur les images. Pour faire des mesures d'astrométrie depuis le sol, une compensation de cet effet s'impose. Le paramètre de base est la réfractivité qui nécessite une grande précision dans son estimation. Les approximations du calcul de la réfraction (Cassini, fonction erreur ou encore la formule de Laplace) peuvent être utilisées mais pour plus de précision à toutes les distances zénithales, le mieux est d'évaluer l'intégrale de réfraction en admettant un modèle d'atmosphère standard et de considérer les formules de Ciddor actuellement adoptées comme standard par la communauté internationale. Nous avons aussi regardé l'effet des aérosols qui ont pour effet de diffuser la lumière provenant du Soleil. Le type de diffusion dépend de la taille et de la composition des particules d'aérosols.

CHAPITRE 3

Mesure du rayon solaire

Sommaire

3.1 Activité solaire 27
3.1.1 Structure interne et caractéristiques du Soleil 28
3.1.2 Cycle d'activité solaire 29
3.2 Historique des mesures de rayon 34
3.2.1 Mesures anciennes du rayon solaire 34
3.2.2 Observations modernes du rayon solaire 35
3.2.3 La mission PICARD et son segment sol 45
3.3 Mesure du rayon à partir d'images pleines du Soleil 47
3.3.1 Image du Soleil, assombrissement centre-bord 48
3.3.2 Calibrations et corrections 49
3.4 Analyse des premières années avec PICARD-SOL 64
3.5 Conclusion 64
3.6 Présentation de l'article paru dans Astronomy & Astrophysics (A&A) 569, A60 (2014) 67

3.1 Activité solaire

Les étoiles et particulièrement le Soleil étaient longtemps considérés comme des objets lumineux de forme parfaitement sphérique qui libèrent leur énergie par contraction gravitationnelle. Cette hypothèse fut abandonnée parce qu'elle n'était pas compatible avec l'âge des structures géologiques terrestres. Ce n'est qu'à partir de la découverte des réactions nucléaires que l'on a admis le fait que l'énergie d'une étoile est produite par des réactions nucléaires en son coeur puis émise vers l'extérieur sous forme de matière et de radiations. Les gradients de température et de pression sont variables en fonction de la distance au centre.

Le Soleil, notre étoile, est l'objet qui a été le plus observé pendant des siècles. Il fait partie des 200 milliards d'étoiles de la Voie Lactée et est en orbite autour du centre galactique (orbite de 200 millions d'années). Le Soleil contient environ 99.86% de la matière du système solaire et tourne sur lui même avec des périodes différentes entre son équateur (25.4 jours) et ses pôles (36 jours), cela est appelé la rotation différentielle. Le Soleil est une étoile de type naine jaune en séquence principale (4.5 milliards d'années) de type spectral G2 et sa classe de luminosité est V. Les principaux composants chimiques du Soleil sont l'hydrogène (92.1% de volume) et l'hélium

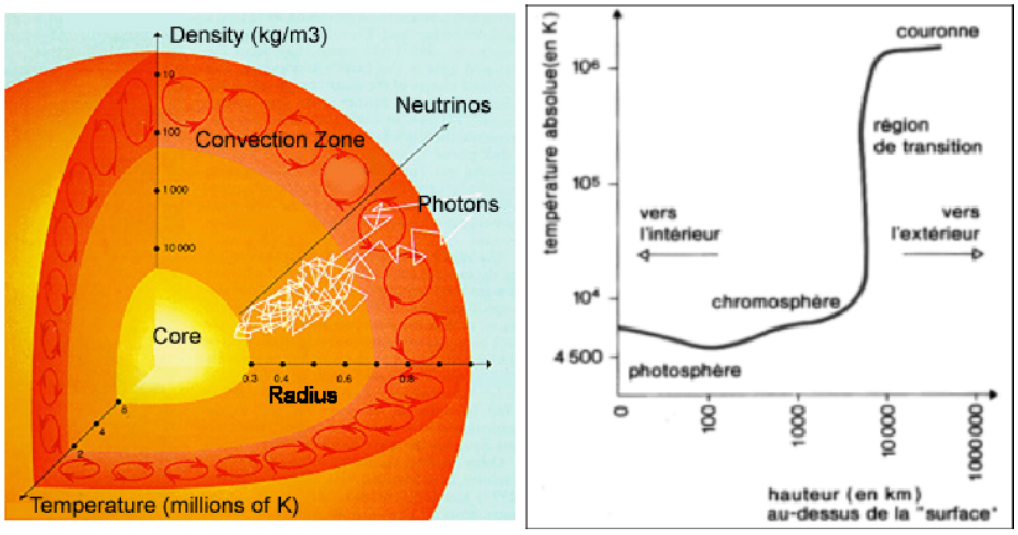

FIGURE 3.1 – Représentation de la structure interne du Soleil et des températures dans chaque zone. Crédits : NASA.

(7.8%). Les phénomènes actifs (taches, éruptions ...etc) observés à la surface du Soleil mettent en évidence l'existence d'un champ magnétique en interaction avec les mouvements de matière.

3.1.1 Structure interne et caractéristiques du Soleil

Le Soleil est constitué principalement d'un noyau, d'une zone radiative et d'une zone convective, et possède une atmosphère composée d'une photosphère visible, de la chromosphère et de la couronne. La figure 3.1 montre la structure interne du Soleil et les températures dans chaque zone, la température de son atmosphère est beaucoup plus élevée que sa surface. Le noyaux principalement s'étend jusqu'à 0.25 rayon solaire et est le siège de réactions thermonucléaires, il s'agit de la fusion de l'hydrogène en hélium. Chaque seconde, 619 millions de tonnes d'hydrogène sont converties en hélium. Durant cette combustion, des photons et des neutrinos sont libérés. La température du noyau avoisine les 15 millions de kelvins. Au dessus du noyau se trouve la zone radiative (entre 0.25 et 0.7 rayon solaire), une région très dense (98% de la masse du Soleil). Les photons créés dans le noyau mettent jusqu'à 170000 ans pour traverser la zone radiative. La température y diminue jusqu'à atteindre 2 millions de kelvins. Une couche intérmédiaire appelée la tachocline, jouant un rôle important dans la dynamo solaire, sépare la zone radiative de la zone convective. Celle-ci est constituée d'un plasma chaud qui évacue la chaleur vers l'extérieur par des mouvements convectifs et la libère à la surface sous forme de granulations. La température passe de 2 millions à 5800 kelvins. La photosphère est la surface visible du Soleil avec une épaisseur d'environ 400 km. La granulation est visible sur la photosphère, elle résulte de remontées de gaz chaud depuis la zone convective, une fois arrivé à la surface (photosphère), il émet de la lumière, se refoidit puis redescend. Sa vitesse de déplacement est environ 500 m/s et la durée de vie d'une granule est d'environ 8 minutes. C'est au niveau de la photosphère qu'est défini le bord solaire. Dans cette étude, nous nous intéressons à la mesure du rayon solaire à partir d'images pleines du Soleil dans le continuum photosphérique à différentes longueurs d'onde. La figure 3.2

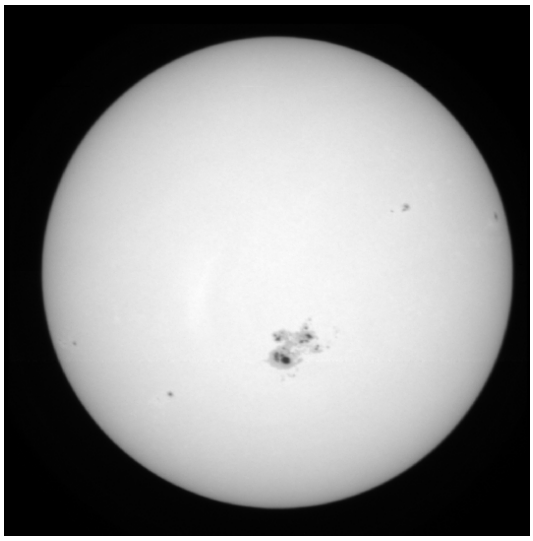

FIGURE 3.2 – Image de la photosphère prise avec SODISM2 à 782 nm.

montre une image de la photosphère à 782 nm prise avec le télescope SODISM2 installé à l'Observatoire de la Côte d'Azur (Calern). On y voit un groupe de taches solaire qui représente une des manifestations du champ magnétique solaire. Le champ magnétique, freine la convection du plasma et ralentit l'apport de chaleur vers la surface (vers la photosphère), le plasma une fois à la surface se refroidit et se contracte. La température des taches solaires varie de 3700 à 4000 kelvins. L'activité solaire se manifeste par l'apparition de taches et de facules sur la photosphère, des éruptions violentes et des protubérances dans la chromosphère qui conduisent parfois à des éjections de masses coronales dans l'héliosphère (CME).

3.1.2 Cycle d'activité solaire

Il s'agit de cycle de variation de l'activité magnétique du Soleil qui a été mise en évidence historiquement par le comptage du nombre de taches solaires puis confirmée par les mesures modernes du champ magnétique solaire. La durée d'un cycle solaire varie de 8 à 15 ans avec une moyenne de 11 ans (Richards et al. 2009). Les premières traces identifiées d'observations de taches solaires ont été trouvées en Chine et remontent à plus de 2000 ans. A la fin du 17e siècle, les taches ont commençé à être observées avec des instruments astronomiques. L'astronome amateur allemand Heinrich Schwabe a été le premier à tenir une cartographie méthodique des taches solaires et à découvrir la périodicité dans leur occurrence. Il avançait la valeur de 10 ans pour le cycle solaire (Schwabe 1844). Les cycles d'activité solaire sont numérotés à partir du maximum de 1761. Plus tard, l'astronome suisse Johann Rudolf Wolf (1816-1893) établit une nouvelle méthode de calcul de l'activité solaire basée sur le nombre de taches et reconstruit une série à partir des anciennes données. Il considéra le nombre de groupes de taches solaires plutôt que de compter le nombre de taches individuellement. Il définit ainsi le nombre de Wolf R en fonction du nombre de groupes g et du nombre de taches individuelles n par la formule :

$$R = k(10 \cdot g + n) \tag{3.1}$$

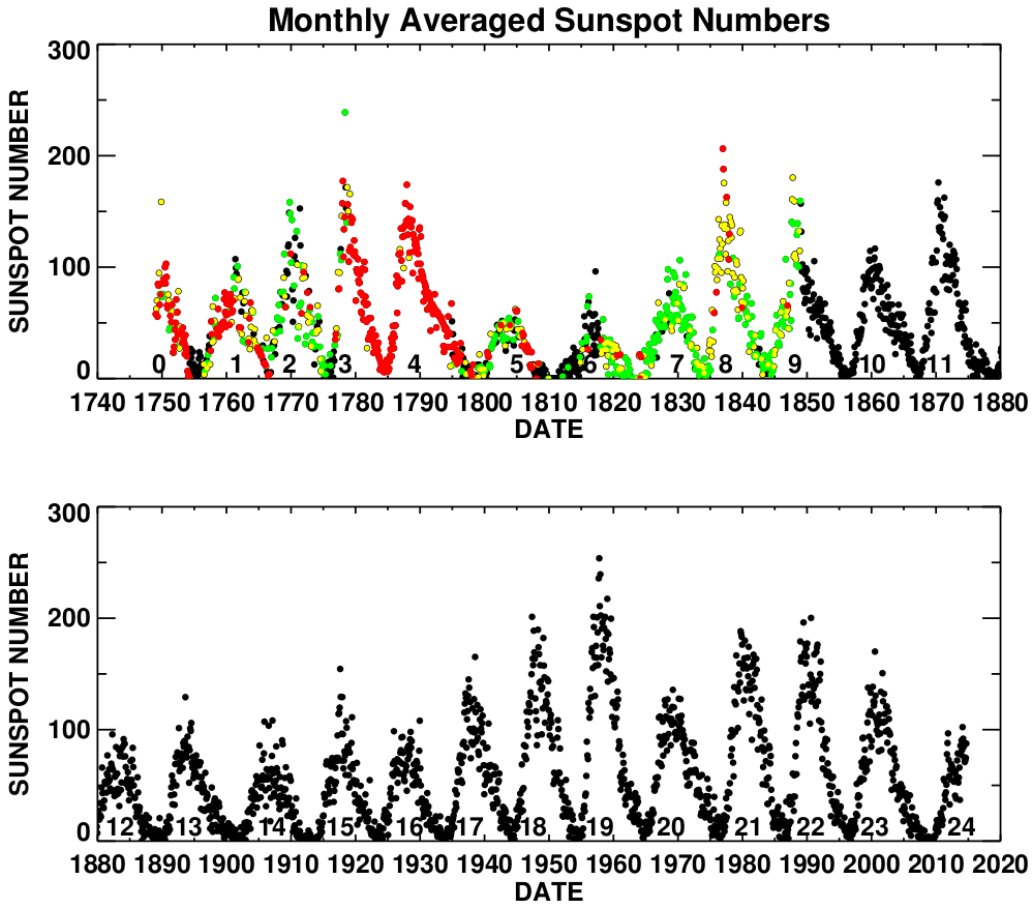

FIGURE 3.3 – Représentation des moyennes mensuelles du nombre de Wolf de 1749 à 2015. En noir les moyennes mensuelles des observations effectuées quotidiennement. En vert les moyennes mensuelles mais avec1 à 10 jours manquants et en rouge 11 à 20 jours manquants. Source : Revue de Hathaway dans LRSP (2015).

où k est un facteur de correction relatif à l'observateur et à la puissance de l'instrument utilisé.

Les observations basées sur la méthode de Wolf sont maintenues depuis 1849 à Zürich, le nombre de Wolf est aussi appelé nombre international de taches (International Sunspots Number). La figure 3.3 montre les mesures faites depuis 1849 et celles reconstruites à partir des données anciennes (Hathaway 2015). On y voit clairement la périodicité de 11 ans en moyenne avec des intensités variables. Les observations de la surface des taches solaires sont aussi disponibles depuis 1874, plusieurs observatoires réalisent ce type d'observations.

Si on trace la surface des taches en fonction de la latitude héliographique (en pourcentage de surface sur une certaine marge de latitude), on obtient le fameux diagramme en papillon (Butterfly Diagram) découvert par Maunder (1904). Sur la figure 3.4 montre la répartition de la surface des taches depuis 1874. D'autre part, les mesures de champ magnétique solaire obtenues au sol et dans l'espace ont mis en évidence l'existance d'une structure similaire (diagramme papillon) en traçant l'intensité du champ en fonction de la latitude héliographique et du temps (voir figure 3.5). Une inversion de la polarité du champ magnétique solaire a été observée avec un cycle de 22 ans.

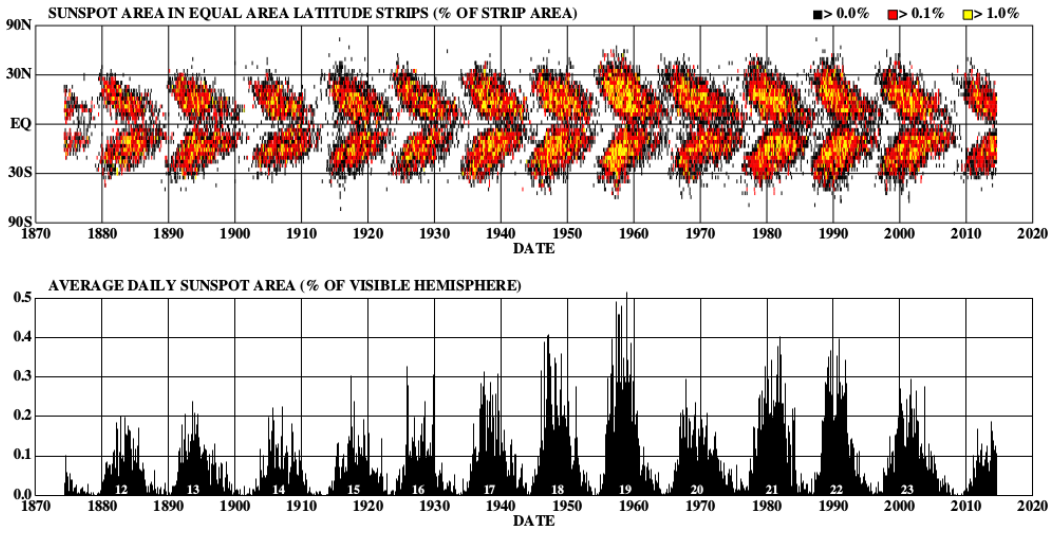

FIGURE 3.4 – Représentation du diagramme en papillon en classant les surfaces des taches solaires en fonction de la latitude héliographique de 1874 à 2015. Source : Revue de Hathaway dans LRSP (2015).

Un autre paramètre important qui caractérise l'activité solaire est l'éclairement (l'irradiance) solaire totale (appelé encore la constante solaire) ou Total Solar Irradiance (TSI). Elle est définie comme étant l'énergie rayonnée par le Soleil à toutes les longueurs d'onde, reçue hors atmosphère sur une surface de 1 m^2 en une seconde. Les mesures précises de TSI ne sont possibles que dans l'espace. Comme le montre la figure 3.6, les mesures des différents instruments diffèrent en valeurs absolues bien que chacun de ces instruments est extrêmement précis dans ses mesures. Ceci rend certains aspects importants de la TSI sujet de controverses (Hathaway 2015). Cependant, sa variation en phase avec l'activité solaire est certaine. Les variations relatives de la TSI visibles sur la figure 3.6 sont entre 0.1 et 0.2% crête-à-crête.

Le Soleil peut être assimilé à un corps noir en approximant son spectre d'emission par celui d'un corps noir. Sa luminosité (TSI) peut donc être exprimée en utilisant la relation de Stephan-Boltzman :

$$TSI = 4\pi\sigma R_{\odot}^2 T_{eff}^4 \tag{3.2}$$

où $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m^{-2} $\cdot$ K^{-4} est la constante de Stefan-Boltzmann, $R_{\odot}$ est le rayon du Soleil et T_{eff} sa température effective.

Si on veut relier les variations relatives de la TSI à celles du rayon on obtient :

$$\frac{\Delta TSI}{TSI} = 2 \cdot \frac{\Delta R_{\odot}}{R_{\odot}} + 4 \cdot \frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}} \tag{3.3}$$

En analysant des données composites de plusieurs instruments au sol et dans l'espace, Ball et al. (2007) concluent que plus de 90% des variations de la TSI peuvent être expliquées par les variations de luminosité de la photosphère dues à la présence des taches solaires et des facules. Le reste pourait être induit par des variations de la température effective et/ou du rayon. Fröhlich (2009) avançait que les variations de la TSI sont dues à un changement global de la tempé-

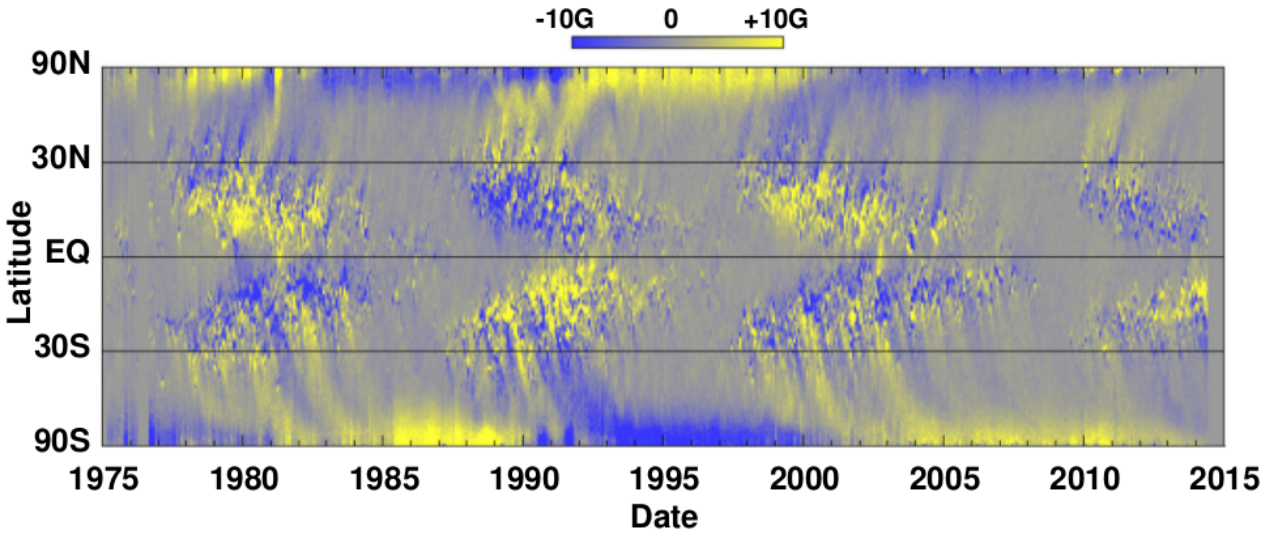

FIGURE 3.5 – Représentation de l'intensité et de la polarité du champ magnétique solaire en fonction de la latitude héliographique. Les mesures ont été obtenues avec des instruments au Kitt Peak et à bord du satellite SOHO de de 1874 à 2015. Source : Revue de Hathaway dans LRSP (2015).

rature du Soleil. Rozelot et al. (2004) préconise plutôt une variation du rayon solaire avec une amplitude n'excédant pas les 20 milli-secondes d'arc (mas). Dans ce qui suit nous allons nous intéresser à la mesure du rayon solaire depuis l'antiquité à nos jours.

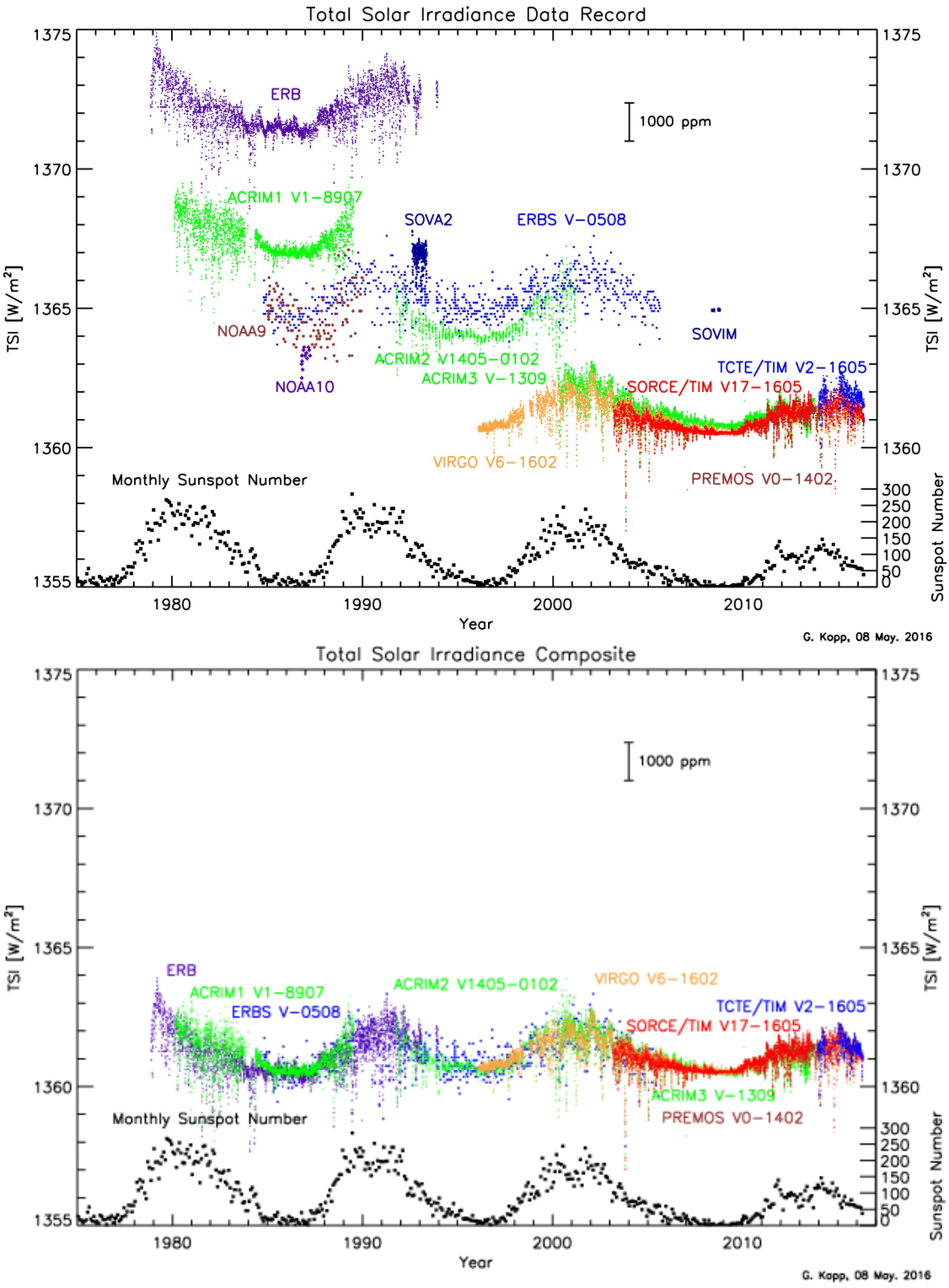

FIGURE 3.6 – Représentation des mesures journalières de TSI provenant de différents instruments à bord de satellites depuis 1978 mises sur la même échelle. La courbe en bas a été obtenue par intercalibrations entre les instruments ayant fonctionné en même temps. Crédits : Greg Kopp (http ://spot.colorado.edu/ koppg/TSI/).

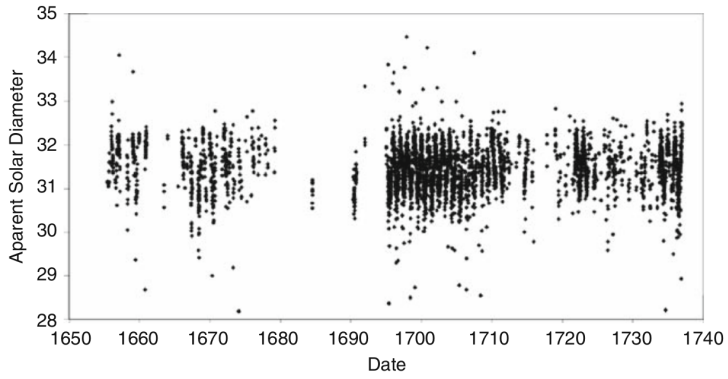

FIGURE 3.7 – Diamètres mesurés en utilisant le passage par le méridien, en minutes d'arc, faites à San Petronio (Bologne) entre 1655 et 1736 (Vaquero and Vázquez 2009).

3.2 Historique des mesures de rayon

3.2.1 Mesures anciennes du rayon solaire

La mesure du rayon du Soleil est l'une des plus anciennes questions en astronomie. Depuis l'antiquité, les astronomes se sont intéressés à caractériser notre étoile et son mouvement. Aristarque de Samos (310-230 Av. JC) mesura la distance Terre-Soleil et le diamètre apparent de celui-ci, mais ses estimations manquaient de précision, il avançait la valeur d'un demi degré (1800″). D'après Archimède (287-212 Av. JC), le diamètre apparent du Soleil est compris entre 27′00″ et 32′56″, ce qui a été confirmé par les mesures modernes. Le mathématicien et scientifique chinois Zhang Heng publia à l'an 120 un livre appelé *"La Constitution Spirituelle de l'Univers"* où il donna comme valeur du diamètre du Soleil 31′59″ (Qu et al. 2015a). Au Moyen Age, des mesures précises fûrent effectuées par des astronomes musulmans. Al-Battani (858-929) donna une estimation du rayon solaire à 974″ (Westman 1975; Vaquero and Vázquez 2009) alors que Ibn Al-Shatir (1304-1375) adopta la valeur de 976″ après une série d'observations (Saliva 1987; King 2007).

En 1591, Tycho Brahe (1546-1601) utilisait un sténopé pour mesurer le diamètre solaire, le diamètre du Soleil est obtenu en soustrayant le diamètre du trou du sténopé de celui de l'image obtenue et en divisant par la focale. Plus tard, J. Kepler (1571-1630) analysa les observations de Tycho Brahe et conclut que le diamètre solaire variait entre 30′ à l'aphélie à 31′ au périhélie (Vaquero and Vázquez 2009).

A partir de la fin du XVI siècle, la méthode des cercles méridiens (qui repose sur le même principe que les sténopés) a été utilisée à plusieurs endroits pour la mesure du diamètre du Soleil. On peut citer les travaux de E. Danti (1536-1586), J. D. Cassini (1625-1712), D. Guglielmini (1655-1710), E. Zanotti (1709-1782) ...etc. La figure 3.7 montre un exemple de série de mesures du diamètre effectués à Bologne par un système méridien installé dans une église.

Ces mesures utilisant des observations directes manquaient de précision. Les méthodes de transit semblaient plus avantageuses. On considérait le transit du disque solaire par le méridien (mesure du diamètre horizontal) ou encore par un cercle de hauteur parallèle à l'horizon (mesure du diamètre vertical). Une correction importante est nécessaire, c'est la correction des variations

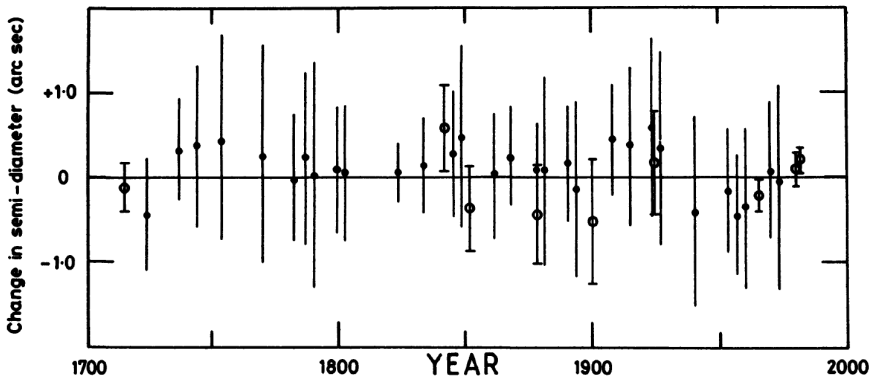

FIGURE 3.8 – Demi-diamètres solaires mesurés en utilisant le transit de Mercure et les données d'eclipses solaires entre 1700 et 2000, la valeur de référence est la valeur canonique du rayon qui est de 959.63" (Stephenson and Wolfendale 2012).

annuelles dues à l'excentricité de l'orbite terrestre mise en évidence par Kepler et plus tard par Etienne Villiard en 1676. En effet, nous connaisons de nos jours, les variations apparentes dues à l'excentricité. Le rayon solaire varie de 944" à 976". L'utilisation de la lunette en astronomie apporta un élan à l'astrométrie solaire, des instruments tels que le télescope héliotropique de Scheiner (1575-1650) ont vu le jour et ont servi pour l'observation des taches solaires et la mesure du diamètre du Soleil.

Ce n'est qu'à partir de l'invention du micromètre par A. Azout (1622-1691) que les observations devinrent plus précises. Gabriel Mouton (1618-1694) obtint à partir de 1661 à Lyon les premières observations précises. Mais c'est grâce à Jean Picard (1620-1682) que des observations précises et continues (une série quasi-journalière) ont été entreprises à partir de 1666. Son élève, Philippe de la Hire (1640-1718) poursuivit ces observations après sa mort. Leurs deux séries de mesures couvraient le minimum d'activité solaire de Maunder (1645-1715).

Depuis, la précision des mesures du diamètre solaire n'a cessé d'augmenter avec l'invention d'instruments de plus en plus stables et précis (Rozelot and Damiani 2012). D'autres techniques fûrent utilisées tel que les éclipses solaires et les transits par des planètes. La figure 3.8 montre les observations du diamètre par la méthode des éclipses et par le transit de Mercure entre 1700 et 2000. La valeur de référence $959''.63$ est celle obtenue par Auwers (1891) à partir d'une série de 29 observations faites entre 1873 et 1886 à l'héliomètre, un instrument inventé par Pierre Bouguer (1698-1758).

Le tableau 3.1 résume les mesures du diamètre solaire jusqu'à 1975, plus de détails peuvent être trouvés dans Wittman & Débarbat (1990), Ribes et al. (1991), Toulmonde (1997) et Rozelot & Damiani (2012) :

3.2.2 Observations modernes du rayon solaire

3.2.2.1 L'astrolabe solaire, série Laclare

L'astrolabe était à l'origine un instrument de navigation durant le Moyen Age. Ce nom a été donné à un instrument optique utilisant la méthode des hauteurs égales et dédié à l'astrométrie.

Authors	Année	Méthode	Rayon mesuré (en ")
Aristarque	270 av. JC	Observation directe (mesure d'angle)	900
Archimedes	230 av. JC	Disque mobile sur une tige (mesure d'angle)	815-988
Zhang Heng	120	-	959.5
Al Battani	880	Méthode parallactique	974
Ibn Al-Shatir	1350	Cadran solaire	976
Tycho Brahe	1591	Sténopé	900-931
Scheiner	1620	Télescope héliotropique	1500
Gascoigne	1640	Micromètre réticulé	967
Cassini	1656	Ombres d'un gnomon	947
Mouton	1659-1661	Temps de transits méridiens	960.67
Picard	1666-1681	Temps de transits méridiens	964.64
La Hire	1683-1684	Temps de transits méridiens	963.60
Eimmart	1694	Eclipse solaire	967
Lalande	1760	Heliomètre	961.05
du Séjour	1764	Eclipse solaire	960.3
Lalande	1769	Transit de Venus	958.02
Gauss	1820	Transits	961.17
Auwers	1873 et 1886	Heliomètre	**959.63**
Ambronn	1897	Heliomètre	959.9
Cimino	1907	Temps de transits méridiens	961.34
Wittmann	1974	Transits	960.0
Laclare	1975	Astrolabe solaire	959.88

TABLE 3.1 – Résumé des mesures du diamètre solaire depuis l'Antiquité jusqu'à 1975.

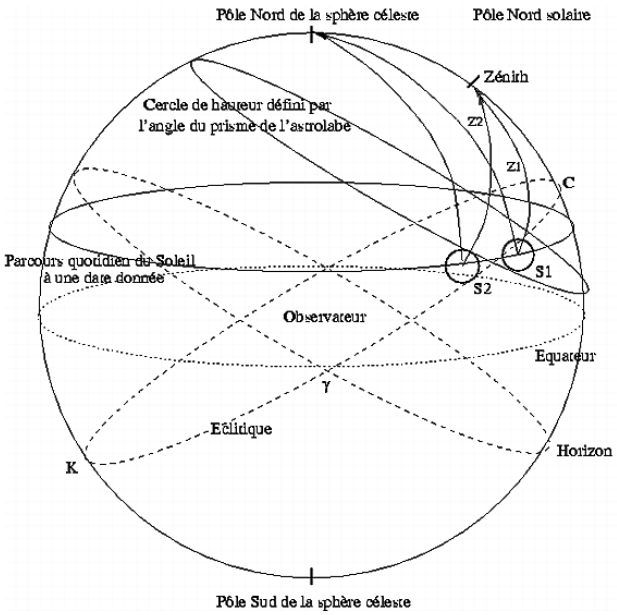

FIGURE 3.9 – Illustration de la méthode des hauteurs égales utilisée dans l'observation à l'astrolabe solaire. Un prisme d'angle égal à 30˚permet d'observer le passage du Soleil à une distance zénithale égale à 30˚.

Il sert à observer les instants de passage d'un astre à travers un cercle de hauteur. Utiliser le plan méridien permettait aux astronomes de mesurer les positions des étoiles et mesurer le diamètre de la lune et du Soleil mais une seule observation par jour était possible. Un de ses avantages est que l'observation est moins affectée par la réfraction. Le plan méridien n'est pas la seule référence qu'un instrument astronomique puisse matérialiser puis utiliser comme référence pour mesurer les instants de passage des astres le traversant. L'observation des passages par un cercle horizontal de hauteur, appelé également *al muqantarat*, permettait d'observer à plusieurs reprises par jour. Le seul problème qui se posait alors était la correction de l'effet de la réfraction différentielle due aux variations des conditions météorologiques entre les passages à la même hauteur. Le premier astrolabe dédié à l'astrométrie stellaire doté d'un micromètre fut construit par André Danjon en 1951, plusieurs répliques ont été installées dans des observatoires à travers le monde compte tenu de la précision de ses observations. L'astrolabe de Danjon était l'instrument de référence en astrométrie avant le satellite Hipparcos.

Francis Laclare modifia l'instrument pour observer le Soleil, en le dotant d'une lame de densité 5 et d'un filtre à 538 nm (200 nm de bande passante), et commença une longue série d'observations de 1975 à 2006 au CERGA (l'actuel site de Calern de l'Observatoire de la Côte d'Azur). Des instruments similaires ont été installés au Brésil, au Chili, en Turquie et en Espagne. Le principe de l'astrolabe solaire est la mesure des instants de passage du disque solaire par des cercles de hauteur, les figures 3.9 et 3.10 illustrent le principe de la mesure et le schéma de l'astrolabe (Laclare 1975; Laclare et al. 1996).

Lorsque le Soleil s'approche d'un cercle de hauteur dont la distance zénithale correspond à l'angle du prisme employé, on observe sur le réticule de l'instrument deux images du même bord solaire qui se rapprochent, se chevauchent puis s'éloignent l'un de l'autre. L'une de ces

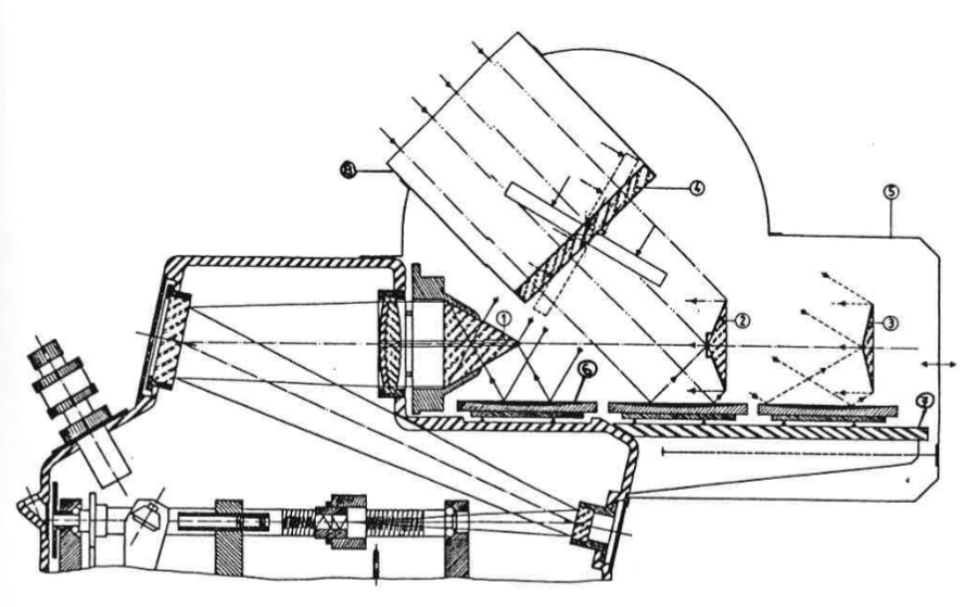

FIGURE 3.10 – Schéma de principe de l'astrolabe solaire conçu par Francis Laclare. Différents prismes d'angles fixes sont utilisés pour observer à plusieurs hauteurs par jour. Le plan de référence est matérialisé par un bain de mercure.

images est directe et l'autre est réfléchie (voir 3.10) par un bain de mercure qui matérialise le plan de référence horizontal. Les instants de tangence des bords supérieur et inférieur avec le cercle de hauteur correspondent aux instants de tangence des images directe et réfléchie. En datant ces deux instants et connaissant les éphémérides, on obtient le diamètre du Soleil. Au début, les instants de passage étaient déterminés visuellement ce qui rendait les observations personnelles (dépendantes de l'observateur) puis une caméra CCD a été placée en1989 au foyer de l'instrument pour remplacer l'oeil de l'observateur. Les observations visuelles furent alternées avec les observations CCD pour qualifier la série visuelle.

Des prismes de différentes natures ont été utilisés dans les astrolabes. L'astrolabe solaire de Laclare était équipé de prisme réflecteur en zérodur, un matériau très stable à coefficient de dilatation pratiquement nul. A terme, il a utilisé 11 prismes d'angles différents pour observer 22 passages par jours. Afin d'augmenter la fréquence des observations journalières, un nouveau concept de prisme (à angle variable) a été conçu et a équipé une nouvelle génération d'astrolabe appelé DORAYSOL (Définition et Observation du RAYon SOLaire), la figure 3.12 illustre le schéma de principe de cet instrument et une coupe du prisme à angle variable. Morand et al. (2010) a présenté les résultats obtenus avec les observations de l'instrument DORAYSOL.

L'observation à l'astrolabe solaire a l'avantage d'être quasi-indépendante de la réfraction astronomique car on observe à une distance zénithale constante. La mesure du rayon est déduite des instants de passage, seules les variations de température et de pression entre ces deux instants sont à prendre en compte. L'équation fondamentale pour la réduction des données de l'astrolabe solaire est obtenue en considérant le triangle de position du bord solaire aux deux instants de tangence. Les formules classiques de trigonométrie sphérique dans le triangle PZS (voir figure 3.13) donnent z_1 et z_2. Le demi-diamètre solaire R_s est déduit de la quantité angulaire $\frac{1}{2}|z_2 - z_1|$ qui re-

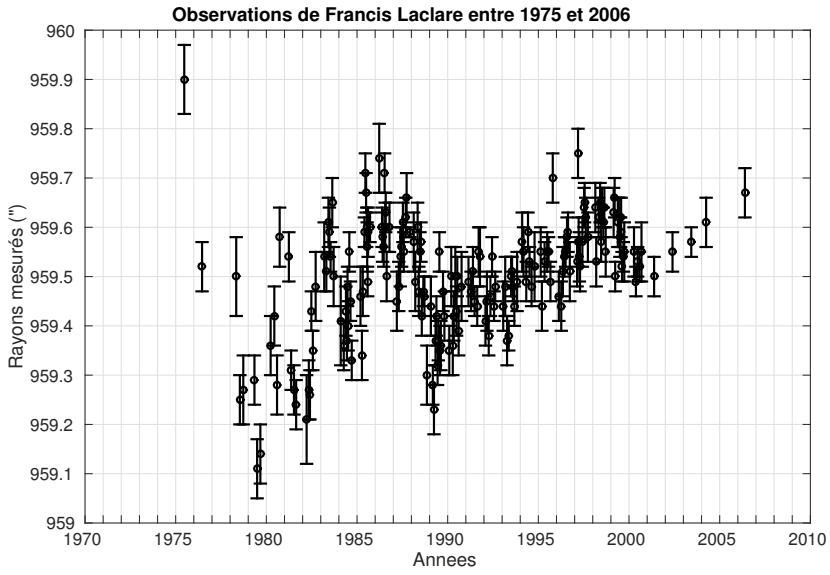

FIGURE 3.11 – Série d'observations visuelles à l'astrolabe solaire réalisées par Francis Laclare entre 1975 et 2006. On représente ici les moyennes mensuelles.

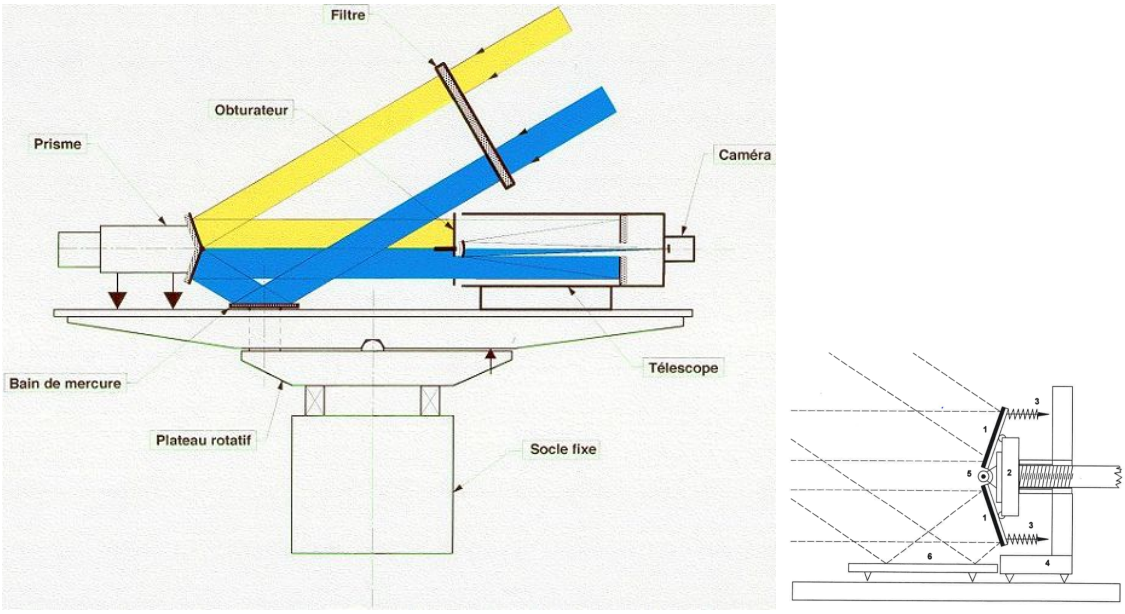

FIGURE 3.12 – Schéma de principe du DORAYSOL qui a fonctionné à Calern entre 1999 et 2007. Un prisme d'angle variable (schéma à droite) a remplacé les prismes d'angles fixes.

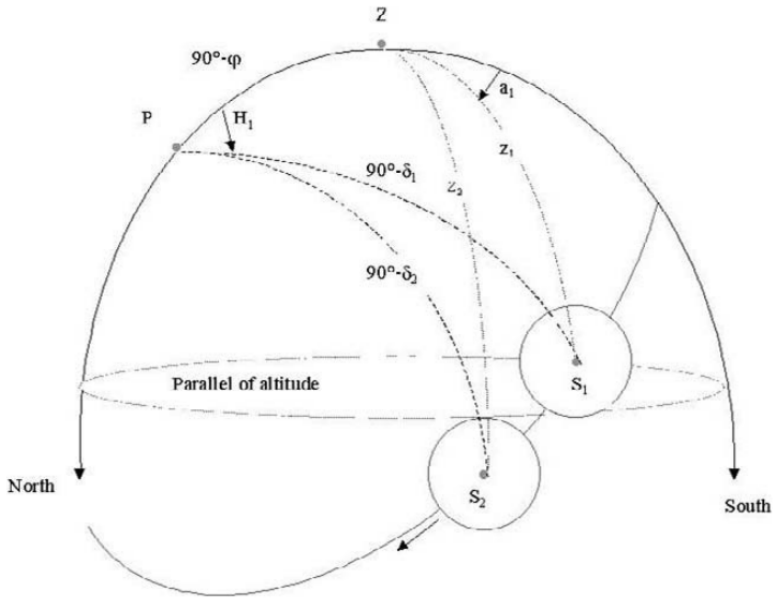

FIGURE 3.13 – Illustration des différents angles employés pour déterminer le rayon par la méthode des hauteurs égales.

présente le demi-diamètre topocentrique. La distance zénithale topocentrique apparente est donnée par l'équation suivante (Sinceac 1998; Delmas 2003) :

$$z = arccos\{sin\,\varphi\ \ sin\,\delta\ +\ cos\,\varphi\ \ cos\,\delta\,cos\,(ST-\alpha)\}\ +\ \varpi\,\rho\,sin\,z^*\ +\ R\ +\ \Delta\ \pm\ P_v \quad (3.4)$$

où φ est la latitude du lieu d'observation, α et δ sont respectivement l'ascension droite et la déclinaison du Soleil, ST est le temps sidéral apparent, ϖ est la parallaxe horizontale équatoriale du Soleil, ρ est la distance géocentrique de l'instrument et z^* est la distance zénithale approchée pendant l'observation, R représente la correction de la réfraction (qui s'annulle s'il n'y a pas de variation de température et de pression entre les deux instants de tangence), Δ représente un terme correctif qui regroupe l'erreur sur la focale de l'instrument, sur l'altitude du prisme et également l'erreur due à la courbure du cercle de hauteur, et finalement P_v est un terme correctif dû à l'observateur dans le cas des observations visuelles.

Pour réduire les données de l'astrolabe, le calcul de la réfraction se faisait en utilisant la formule de Laplace (équation 2.65). La mesure de la température aux instants de passage se faisait en utilisant un thermomètre et un baromètre à mercure. Le rayon solaire R_s est déduit du demi-diamètre géocentrique en enlevant la correction de la parallaxe, le tout est ramené à 1 Unité Astronomique (UA) :

$$R_s = \left\{\frac{1}{2}|z_1 - z_2| - \ \varpi\,\rho\,s\,sin\,z^*\right\}\cdot\ r\ +\ P_v \quad (3.5)$$

où r représente la distance Terre-Soleil en UA et s est l'angle sous lequel on observe le rayon du Soleil R_s depuis le centre de la Terre.

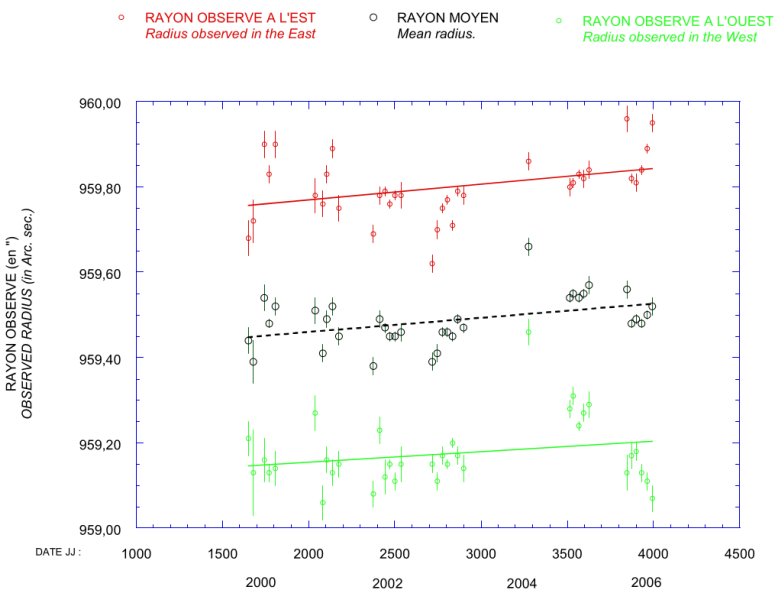

FIGURE 3.14 – Moyennes mensuelles des mesures effectuées avec l'instrument DORAYSOL entre 2000 et 2006.(source Morand et al. 2010)

Pour résumer, à partir des observations visuelles ou CCD, les deux instants de tangence sont déterminés. Les valeurs des distances zénithales correspondantes aux deux instants sont calculées en prenant en compte certaines corrections, et par la suite le rayon est déduit en utilisant l'équation 3.5. Les observations de DORAYSOL étaient un peu différentes, le prisme d'angle variable, bien qu'il ait permis d'observer à différentes hauteurs durant la journée, présentait un défaut de stabilité par rapport au prismes d'angles fixes. Les mesures effectuées le matin étaient systématiquement supérieures aux mesures de l'après-midi, il y a avait un gap de quelques dizaines de millisecondes d'arc. Sur la totalité des mesures entre 1999 et 2006, l'écart moyen était de $0.60'' \pm 0.04''$. Cet écart est systématique et reste stable dans le temps. Les rayons EST et OUEST sont ramenés à la valeur moyenne tel que le montre la figure 3.14.

La figure 3.11 montre une variation importante des moyennes mensuelles des mesures du rayons. Si on trace en même temps les moyennes annuelles des observations visuelles de Laclare et les moyennes annuelles du nombre de taches solaires, on remarque (figure 3.15) qu'il y a une anticorrélation entre les deux courbes.

L'analyse spectrale des observations de l'astrolabe a montré dès le début des observation des periodicités dans les mesures. L'analyse faite par Delache et al (1985) a mis en évidence l'apparition des fréquences de 320 jours et d'environ 1000 jours. Plus tard, d'autres auteurs ont analysé les mesures avec plus de données et plus longtemps (Gavryusev et al. 1994; Moussaoui et al. 2000; Moussaoui and Irbah 2000; Moussaoui et al. 2001; Kiliç et al. 2009; Qu et al. 2015b,a). De nouvelles périodicités ont été mises en évidence notamment celle à 11 années qui correspond au cycle d'activité solaire. Le tabeau 3.2 résume les analyses faites par les différents auteurs sur les données de l'astrolabe solaire faites par Laclare. Sur la figure 3.16 j'ai tracé le périodogramme de ces mesures réalisé en utilisant la méthode de Lomb-Scargle (Lomb 1976; Scargle 1982). Ce qui fait apparaitre notamment les périodes de 11.3 ans , 2.6 ans, 336 jours, 264 jours et 122.2 jours.

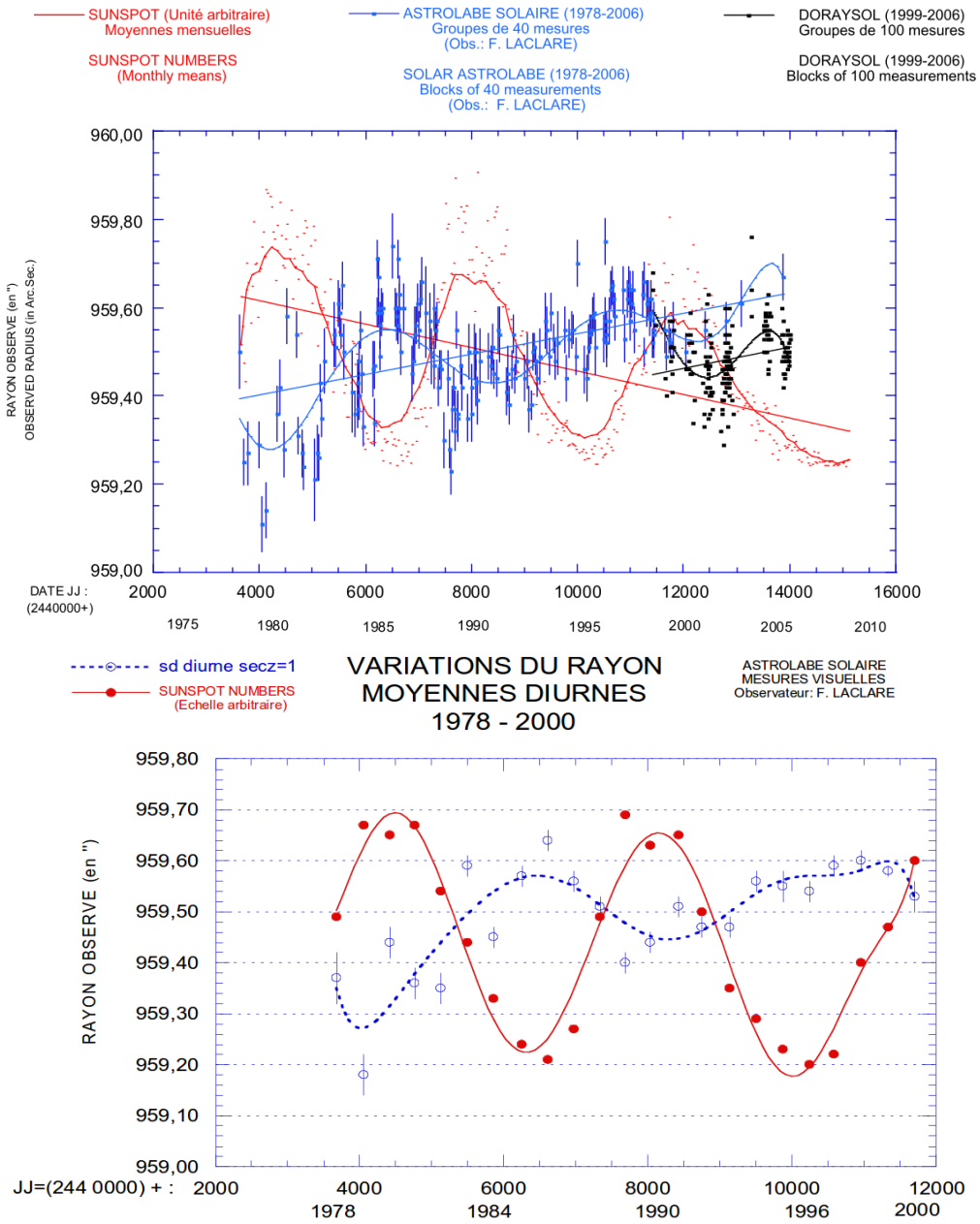

FIGURE 3.15 – Illustration de l'anticorrélation entre les observations visuelles à l'astrolabe solaire réalisées par Francis Laclare entre 1978 et 2006 + celle de l'instrument DORAYSOL et l'activité solaire représentée par le nombre de taches solaires. Les moyennes annuelles entre 1978 et 2000 (astrolabe Laclare) sont représentées sur le deuxième graphique.

Moindres carrés (Moussaoui 2000) périocicités (jours)	Déconvolution (Moussaoui 2000) périocicités (jours)	Méthode statistique (Gavryusev 1994) périocicités (jours)	Lomb-Scargle (Qu 2015) périocicités (jours)
3823	4096	4098	4127
1863	2048	1848	815-988
-	-	-	1315
946	910	915	949
-	-	612	-
-	-	468	-
+ -	-	402	-
348	357	345	359
-	-	312	319
-	-	285	-
-	264.3	-	-
-	-	249	225
-	-	-	162.9
121.9	122.3	-	122
-	52.1	-	-
-	27.7	-	28.6

TABLE 3.2 – Périodicités détectées sur les mesures du rayon solaire à l'astrolabe (série de Francis Laclare).

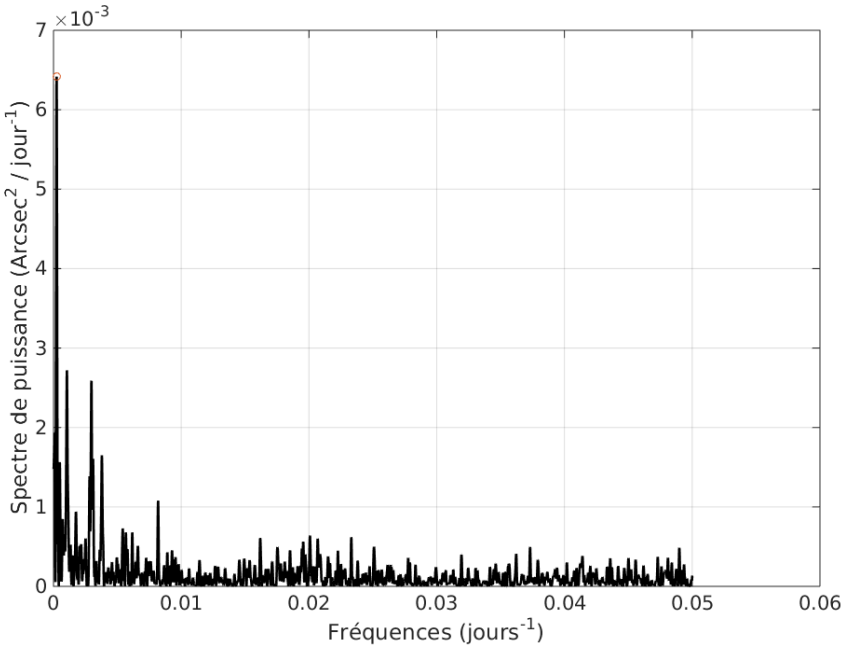

FIGURE 3.16 – Périodogramme des observations à l'astrolabe solaire réalisées par Francis Laclare entre 1978 et 2006.

En parallèle aux observations à l'astrolabe solaire de Laclare, d'autres instruments ont été utilisés. Des résultats de toutes ces campagnes, on peut distinguer trois catégories : des mesures montrant une anticorrélation avec l'activité solaire, d'autres qui montrent plutôt des variations corrélées avec l'activité et une troisième catégorie qui ne présente pas de variations significatives.

Parmi les séries de mesures présentant des variations apparentes anticorrélées avec l'activité, il y a les mesures des astrolabes de Calern, de Rio de Janeiro, de São Paulo (Brésil) et celui de Antalya (Turquie). Par ailleurs, Sabatino Sofia a développé un instrument appelé Solar Disk Sextant (SDS) installé sur un ballon stratosphérique. Les résultats de ses observations ont montré aussi des variations anticorrélées avec l'activité (Egidi et al. 2006; Sofia et al. 2013).

La deuxième catégorie concerne les mesures issues de différents instruments qui présentent des variations corrélées avec l'activité solaire. Parmi ces série de mesures on peut citer :

- Les mesures de l'astrolabe solaire de Santiago au Chili (Noël 2004, 2005).
- Mesures au spectrographe de la tour solaire du Mont Wilson (Etats Unies) à 525 nm durant les cycles 21 et 22 (Ulrich and Bertello 1995).
- Mesures du rayon à partir d'images pleines du Soleil à 672.3 nm à l'Observatoire San Fernando (Etats Unies) de 1986 à 2008 (Chapman et al. 2008).
- D'autres mesures sur des périodes plus courtes tel que les mesures du rayon à partir des données heliosismiques de GONG entre 1995 et 1998 (Antia et al. 2000; Antia and Basu 2004) et les observations radio à 48 GHz faites à São Paulo entre 1991 et 1993 (Costa et al. 1999) montrent une opposition de phase entre les variations du rayon mesuré et l'activité solaire du cycle 22.

La troisième catégorie de résultats n'a pas montré de variations jugées significatives. Ce fut le cas des observations faites avec l'instrument SDM (Solar Diameter Monitor) à Boulder (Brown and Christensen-Dalsgaard 1998) ou bien celles faites par Wittmann et al. (2000) en utilisant la méthode appelée *CCD drift-scan*. D'autres auteurs sont arrivés aux mêmes conclusions en analysant des observations hors atmosphère notammant celles utilisant les données de l'instrument MDI à bord du satellite SOHO et plus tard les données de HMI à bord du satellite SDO. J. Kuhn, M. Emilio et R. Bush ont publié une série de trois publications intitulées *On the constancy of solar diameter* en traitant les images du continuum photosphérique de l'instrument MDI (Emilio et al. 2000; Kuhn et al. 2004; Bush et al. 2010). Leur conclusion principale est qu'il ne peut y avoir des variations du rayon qui excéderaient 23 mas, qu'elles soient corrélées ou anticorrélées avec l'activité.

L'une des principales limitations de l'observation à partir du sol est la turbulence atmosphérique. Lakhal el al. (1999) a montré par des simulations l'effet de la turbulence (notamment celui du paramètre de Fried r_0) sur les mesures des instants de passage utilisées dans l'astrolabe solaire. Il a montré une erreur systématique qui diminuait avec le r_0. D'autre part, la dispersion des mesures de l'astrolabe augmentait avec la distance zénithale, cela étant dû à la masse d'air traversée par les rayons. La solution évidente est l'observation hors atmosphère mais d'autres types de limitations rendent difficile la mesure précise du rayon à long terme.

3.2.3 La mission PICARD et son segment sol

Afin de poursuivre les mesures du rayon en utilisant des instruments modernes plus précis que les astrolabes et de comprendre l'effet de l'atmosphère sur cette mesure, la mission spatiale PICARD et son segment sol ont été initiés. C'est le Service d'Aéronomie (actuellement LATMOS) qui fût chargé en collaboration avec l'Observatoire de la Côte d'Azur et le CNES de la conception et la réalisation de l'instrument SODISM (SOlar DIameter and Surface Mapper). Contrairement à l'astrolabe, des images entières sont analysées pour la mesure du rayon au lieu des instants de passage. SODISM fût installé sur un micro-satellite du Centre National des Etudes Spatiales (CNES) avec d'autres instruments : PREMOS, un instrument suisse qui comporte un radiomètre et des photomètres et SOVAP, un instrument belge qui comporte un radiomètre et un bolomètre. Parmi les objectifs de la mission spatiale PICARD on peut citer :

- Modélisation de l'activité solaire en utilisant des mesures simultanées de plusieurs paramètres fondamentaux de l'activité solaire et leur variabilité.
- Comprendre le rôle du champ magnétique en surface ou plus profondément dans la zone convective pour comprendre l'origine de l'activité solaire.
- Contribution à la mesure et le suivi de l'irradiance totale ou constante solaire (TSI).
- Etude de la variabilité des paramètres fondamentaux de l'activité du Soleil.
- Comprendre l'effet de l'atmosphère pour la mesure au sol pour pouvoir continuer ces mesures une fois la mission spatiale arrêtée.
- Contribution à la météorologie spatiale

Le satellite PICARD a été lancé le 15 juin 2010 pour une durée nominale de 3 ans. L'instrument SODISM sert à mesurer le diamètre et l'aplatissement solaire avec une très grande précision ainsi qu'à faire de l'héliosismologie. Les longueurs d'ondes pour la mesure du rayon sont choisi minutieusement : 215 nm, 393 nm, 535 nm, 607 nm et 782 nm. Le facteur d'échelle est obtenu par des observations de doublets d'étoiles et la charge utile est régulée en température. L'orbite du satellite est heliosynchrone à 725 Km d'altitude avec des périodes régulières d'éclipse. La mission spatiale PICARD est arrivée à son terme au 4 avril 2014.

Les caractéristiques du télescope SODISM sont les suivantes :

- Télescope Ritchey-Chrétien de 11 cm de diamètre.
- Distance focale de 2626 mm, une ouverture à $f/23$ avec une obstruction centrale de 40%.
- Caméra CCD au plan focal de 2048x2048 pixels de 13.5 μm (1.06" / pixel) de côté.
- Le champ de vision est de 36x36 minutes d'arc.
- Cette conception a une certaine courbure de champ, la mise au point est ajustée au bord du Soleil.
- Pièces optiques (voir figure 3.18) : fenêtre d'entrée incurvée en silice revêtu d'un filtre de densité, miroirs primaire et secondaire en zérodur, filtres interférenciels sur deux roues à filtres (215, 393.37, 535.7, 607.1 et 782.2 nm).

Au sol, à Calern, fût installé début 2011 le modèle de qualification de SODISM, qu'on a décidé d'appeler SODISM2. L'idée était de mesurer en même temps et avec le même instrument

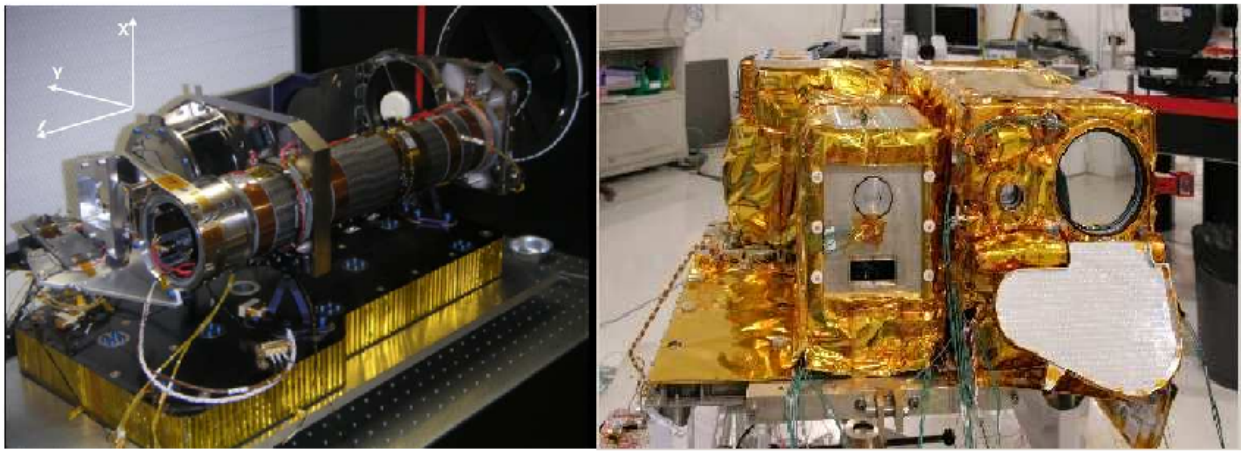

FIGURE 3.17 – Vue du télescope spatial SODISM installé à bord du satellite PICARD. A droite, on voit la fenêtre d'entrée de l'instrument.

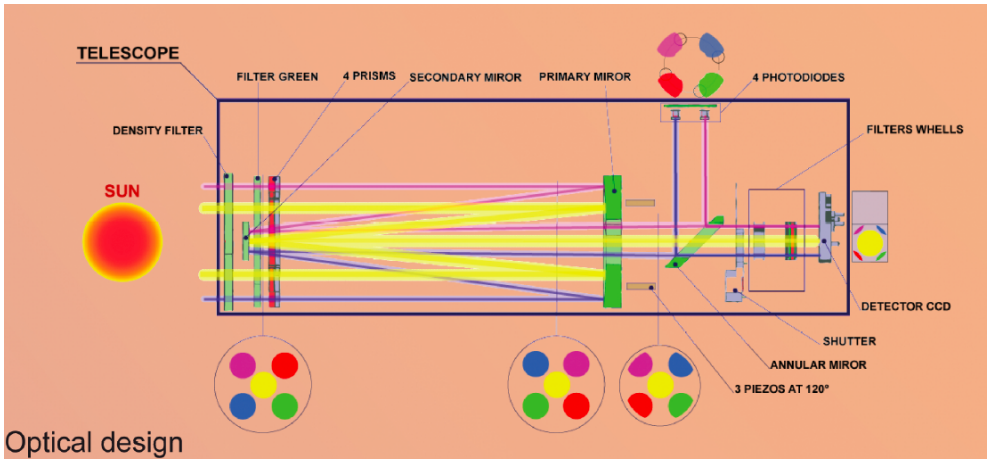

FIGURE 3.18 – Schéma optique du télescope spatial SODISM installé à bord du satellite PICARD.

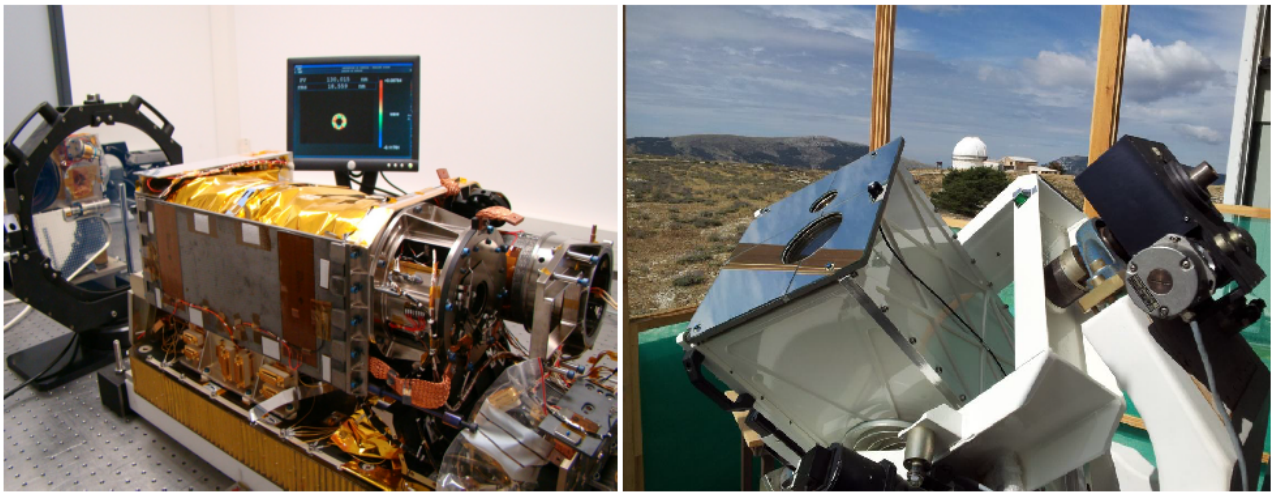

FIGURE 3.19 – A gauche, vue du télescope SODISM2 avant son installation dans la cuve à vide. A droite, l'instrument SODISM2 installé dans sa cuve sur une monture équatoriale à berçeau.

le rayon du Soleil pendant la durée de la mission spatiale tout en qualifiant la turbulence atmosphérique avec un moniteur de turbulence pour pouvoir relier les observations sol et espace. Pour se mettre dans des conditions d'observations quasi-identiques, il fallait créer un environnement d'observation au sol similaire à celui de l'espace et de faire les acquisitions de la même façon. Le télescope SODISM2 est mis dans une cuve dans laquelle est créé un vide à 10 mbar. L'ensemble de la cuve est régulée à 20˚C et la caméra CCD est régulée à -10˚C. Les mêmes longueurs d'onde sont utilisées excepté celle à 215 nm qui est remplaçée par une longueur d'onde au proche infrarouge à 1025 nm. La figure 3.19 montre une vue du télescope et de la cuve installée à Calern sur une monture équatoriale à berçeau. L'acquisition se fait en utilisant un simulateur d'ordinateur de bord du satellite. La fréquence des acquisitions ne peut excéder une image/minute.

D'autres instruments font partie du segment sol de PICARD (PICARD-SOL). Un moniteur de turbulence appeleé MISOLFA (Moniteur d'Images Solaire Franco-Algérien) sert à mesurer les paramètres de la turbulence atmosphérique, cet instrument est décrit en détail dans le chapitre 4. En plus de MISOLFA, l'instrumentation complémentaire comprend un photomètre pour la mesure des aérosols, un pyranomètre KIPP-ZONEN pour la mesure de l'irradiance solaire, une caméra grand champ pour la détection des nuages et une station météo.

Les procédures de calibration et de traitement ont été adaptées aux difficultés rencontrées au sol. Dans ce qui suit, on va voir la procédure de mesure du rayon à partir d'images pleines du Soleil au sol et dans l'espace, dans laquelle je me suis impliqué.

3.3 Mesure du rayon à partir d'images pleines du Soleil

On s'intéresse au traitement des produits de SODISM et SODISM2 qui sont des images pleines du Soleil au format fits avec en entête des informations sur les conditions d'observation. Ce sont des images dans le continuum photosphérique à part la longueur d'onde à 393 nm qui représente la raie chromosphérique du CaII.

3.3.1 Image du Soleil, assombrissement centre-bord

Le Soleil est une sphère gazeuse. Vu depuis la terre, on observe sa projection sur la sphère celeste qui donne un disque dont l'intensité décroit du centre au bord. L'assombrissement centre-bord ou *limb darkening* dépend de la longueur d'onde. Il existe un certain nombre de modèles empiriques proposés pour modéliser la fonction d'assombrissement centre-bord et qui ont par la suite été ajustés au observations. Ces modèles s'intéressent aux variations globales de l'intensité plutôt qu'aux variations locale dues à la granulation par exemple. Nous avons principalement utilisé deux modèles, celui de Neckel & Labs (Neckel and Labs 1984, 1994; Neckel 2005) et celui de Hestroffer-Magnan (Hestroffer and Magnan 1998) qu'on appellera dans la suite HM98.

Dans les articles de Neckel & Labs sont présentés les résultats d'observations de l'intensité du limbe solaire aux différentes longueurs d'onde allant de 300 nm à 1100 nm. Ces observations sont faites du centre à environ 7 secondes d'arc du limbe à cause des difficultés pour observer le limbe et de l'effet de la turbulence optique sur celui-ci. Dans leur modélisation, l'intensité normalisée par l'intensité au centre est reliée à la séparation angulaire (rayons) normalisée par le rayon canonique $R_\odot$ du Soleil à une unité astronomique. La valeur canonique du rayon $R_\odot$ = 959.63" (Allen 1973). Le modèle de Neckel & Labs est donné par la formule :

$$\begin{cases} \frac{I(\lambda,R)}{I(\lambda,0)} = \sum_{k=0}^{5} A_k(\lambda) \left[1 - \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2\right]^{k/2} & pour\ R < R_\odot \\ \\ I(\lambda,R) = 0 & ailleurs \end{cases} \tag{3.6}$$

où $I(\lambda,R)$ est l'intensité du profil d'assombrissement pour une longueur d'onde λ et une séparation angulaire R et $I(\lambda,0)$ est l'intensité au centre du disque, $A_k(\lambda)$ sont les coefficients du polynôme utilisé pour déterminer la forme de la fonction d'assombrissement. Ces coefficients sont déterminés par un ajustement des profils observés aux différentes longueurs d'onde et doivent satisfaire la relation :

$$\sum_{k=0}^{5} A_k(\lambda) = 1 \tag{3.7}$$

Les coefficients utilisés dans les simulations de fonction d'assombrissement sont ceux donnés dans le papier de Neckel (2005).

Hestroffer & Magnan ont proposé une formulation plus simple en introduisant un coefficient $\alpha(\lambda)$ dépendant de la longueur d'onde et qui est obtenu pour un λ donné par interpolation d'un certain nombre de valeurs données par les auteurs à certaines longueurs d'onde. Ces valeurs ont été obtenues par ajustement du modèle de Neckel & Labs (1994). L'intensité normalisée s'exprime dans ce cas :

$$\begin{cases} \frac{I(\lambda,R)}{I(\lambda,0)} = \left[1 - \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2\right]^{\alpha(\lambda)/2} & pour\ R < R_\odot \\ \\ I(\lambda,R) = 0 & ailleurs \end{cases} \tag{3.8}$$

La figure 3.20 montre les fonctions d'assombrissment obtenues à 535.7 nm en utilisant les modèles de Neckel 2005 et celui de HM98.

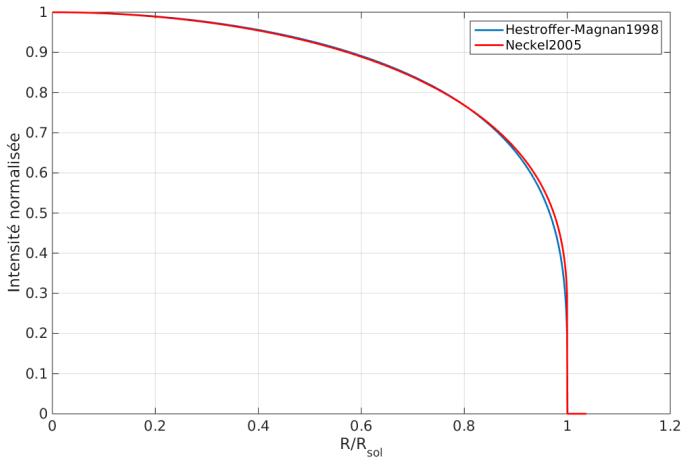

FIGURE 3.20 – Fonctions d'assombrissement centre-bord obtenues à 535.7 nm en utilisant les modèles de Neckel 2005 et celui de Hestroffer & Magnan 1998.

3.3.2 Calibrations et corrections

Un certain nombre de corrections est nécessaire avant de pouvoir estimer les rayons à partir des images de SODISM ou SODISM2. Les observations au sol demandent plus de soin car la présence de l'atmosphère rajoute des complications et nécessite des corrections supplémentaires notamment celle de l'effet de la réfraction astronomique. La correction de la réponse du CCD ou flat-field est beaucoup plus compliquée au sol. D'autre part le CCD de SODISM2 possède une série de lignes mortes suivies par une zone de lignes "chaudes", où le courant d'obscurité est très important, et qui se traduisent sur une image brute par une intensité très élevée par rapport au reste de l'image.

3.3.2.1 Correction du courant d'obscurité (CO), offset et flat-field

La caméra CCD utilisée dans SODISM et SODISM2 est composée de deux parties avec chacune un circuit de lecture, les seuils ou offsets générés par ces deux circuits ne sont pas identiques. Ces offsets sont calculés pour chaque image et enregistrés en entête. Il est nécessaire de les enregistrer avec précision si on veut éviter d'avoir des paliers entre les deux parties gauche et droite d'une image. Les observations sont organisées en plans de 132 images chacun avec une séquence de changement de filtre préalablement définie (de la même façon que pour SODISM espace), avec une cadence d'une image/minute et comportant deux images de courant d'obscurité au début et à la fin de chaque plan. Comme le courant d'obscurité résulte de l'agitation thermique des électrons dans les cellules photosensibles (pixels) du CCD, il est nécessaire que les images et le CO correspondant soient pris dans les mêmes conditions de température. Les images sont corrigées du courant d'obcurité et de l'offset puis vient la partie correction de flat-field qui est un peu compliquée.

Les différents pixels d'un capteur CCD, éclairés d'une façon uniforme, ne réagissent pas également en raison des différences de sensibilité des pixels et des imperfections du système optique. Pour corriger cet effet, il suffit de diviser l'image obtenue par le système optique sur la

caméra CCD par l'image d'un champ totalement uniforme appelée flat-field. Plusieurs méthodes existent pour obtenir un flat-field. Généralement, en utilisant un écran plan uniformément illuminé (dome-flat), en utilisant une sphère intégrale ou encore l'observation du font du ciel au crépuscule (twilight flat) ou après le coucher du Soleil.

Ces méthodes standards sont suffisantes pour déterminer les petites variations de gain pixel-à-pixel, mais peuvent être moins appropriées pour la détermination de grandes variations de gain notamment sur des objets étendus avec une précision suffisante. L'imagerie du disque entier du Soleil repose sur la précision photométrique impliquant des pixels qui sont largement séparés sur le CCD et, par conséquent, les méthodes de flat-field standards peuvent imposer une limitation de la précision photométrique. Dans le cas de SODISM, la fenêtre d'entrée filtre 99.999 % du flux lumineux, ce qui rend impossible l'obtention d'un flat-field avec les méthodes classiques. D'où la nécessité d'utiliser d'autres méthodes. Celle qui est plus utilisée notamment dans le cas des observations du Soleil est celle de Kuhn, Lin & Lorentz (1991) qu'on appellera la méthode KLL. Cette méthode nécessite l'utilisation d'un certain nombre d'images du même objet étendu relativement espacées dans le plan du CCD.

L'idée fondamentale est que si nous savons que deux pixels sont exposés à la même quantité d'éclairement, le rapport des réponses d de ces pixels est égal au rapport des gains g entre les deux pixels. En prenant plusieurs expositions d'un seul et même objet, par exemple un amas stellaire dense, la Lune ou encore le Soleil, et en déplaçant l'objet entre les expositions, nous obtenons un grand nombre de ces rapports.

La réponse d du pixel de rang x du CCD à une source s est de la forme :

$$d_i(x) \;=\; g(x) \;\cdot\; s_i(x). \tag{3.9}$$

où $g(x)$ représente le gain du pixel de rang x, i est l'indice de l'image.

Considérons un couple d'images enregistrées et décalées d'un vecteur a_i. On peut écrire que $s_i(x) = s(x + a_i)$. On en déduit que :

$$\frac{d_i(x + a_i)}{d_j(x + a_j)} \;=\; \frac{g(x + a_i)}{g(x + a_j)} \tag{3.10}$$

Changeons de notations en majuscules pour désigner les logarithmes de quantités d et g. Pour déterminer le gain $G(x)$ pour un pixel de coordonnées x, on minimise la quantité :

$$\sum_{i<j,x} [D_i(x + a_i) - D_j(x + a_j) - G(x + a_i) + G(x + a_j)]^2 \tag{3.11}$$

La solution est obtenue par un processus itératif. En prenant $G^0(x) = 0$, à l'itération $r + 1$, la solution est donnée par :

$$G^{r+1}(x) \;=\; K(x) + \frac{1}{n(x)} \sum_{i<j} [G^r(x - a_i + a_j) + G^r(x - a_j + a_i)] \tag{3.12}$$

avec

$$K(x) \;=\; \frac{1}{n(x)} \sum_{i<j} \{[D_i(x) - D_j(x - a_i + a_j)] + [D_j(x) - D_i(x - a_j + a_i)]\} \tag{3.13}$$

et $n(x) = N(N-1)/2$, N étant le nombre total des images utilisées pour construire le flat-field.

L'avantage de la méthode KLL est qu'il n'est pas nécessaire de modifier ou de rajouter des élements optiques (comme un écran de flat). Le système est utilisé tel qu'il est. Les images utilisées pour le flat-field sont de même nature que les images "science" excepté qu'elles sont relativement décalées l'une de l'autre de sorte à couvrir tout le CCD avec des niveaux d'intensité exploitables. En 2004, Chae (2004a; 2004b) propose une méthode basée sur le même principe. En effet, la méthode KLL souffre d'une limitation, quand les images successives présentent des valeurs moyennes différentes, par exemple quand le temps de pose est différent, des artéfacts apparaissent dans le flat-field résultant. C'est pour contourner ces limitations que Chae propose sa méthode. Au lieu de prendre le rapport entre deux images, la méthode de Chae propose comme paramètres libres à déterminer le flat-field, l'image de l'objet observé, la variation du niveau d'intensité entre les images brutes et les déplacements entre les celles-ci. Pour résumer la formulation de la méthode de Chae, le pixel d'indices (i, j) issu de l'image de rang k de l'objet o décalé de (x_k, y_k) pixels a comme réponse :

$$a^k_{ij} = c_k \cdot o_{i-x_k, j-y_k} \cdot f_{ij} + n^k_{ij} \tag{3.14}$$

où f_{ij} est le flat-field au pixel (i, j), n^k_{ij} est un bruit additif et c_k est un facteur introduit pour tenir compte de la différence de l'intensité dans les images successives. Cette équation peut être écrite sous forme logarithmique :

$$A^k_{ij} = C_k + O_{i-x_k, j-y_k} + F_{ij} \tag{3.15}$$

C_k, O_{ij} et F_{ij} sont déterminés en minimisant la fonctionnelle :

$$\chi^2 = \sum_{ijk} (C_k + O_{i-x_k, j-y_k} + F_{ij} - A^k_{ij})^2 \, w(i - x_k, j - y_k) \tag{3.16}$$

où la fonction w a été introduite pour traiter les effets de bord et est définie par :

$$w(i, j) \equiv \begin{cases} 1 & pour \quad 0 \leqslant i \leqslant N_x - 1 \; et \; 0 \leqslant j \leqslant N_y - 1 \\ 0 & ailleurs \end{cases} \tag{3.17}$$

La solution pour le flat-field (F_{ij}) est obtenue via un processus itératif :

$$\Delta F_{ij} \approx - \frac{\sum_k (C_k + O_{i-x_k, j-y_k} + F_{ij} - A^k_{ij}) \, w(i - x_k, j - y_k)}{\sum_k w(i - x_k, j - y_k)} \tag{3.18}$$

D'un point de vue de temps de calcul, j'ai travaillé avec deux codes IDL où sont implémentés les méthodes KLL et celle de Chae. Le code de la méthode de Chae est beaucoup plus rapide (au moins un facteur 5 avec 70 images brutes).

Deux exemples de flat-field sont donnés en figure 3.21 à 393 nm et 782 nm obtenus sur les images SODISM (espace). On voit l'effet de la correction du flat-field une fois appliquée au images brutes. Sur les images provenant de télescopes spatiaux ou encore au sol mais prises à une cadence élevée de sorte à prendre toute la série d'images dans des conditions atmosphériques quasi-identiques, les méthodes KLL ou celle de Chae donnent des flat-field de qualité acceptable. Au sol, les meilleurs flat-field sont obtenus autour du zénith avec une transparence du ciel exceptionnelle.

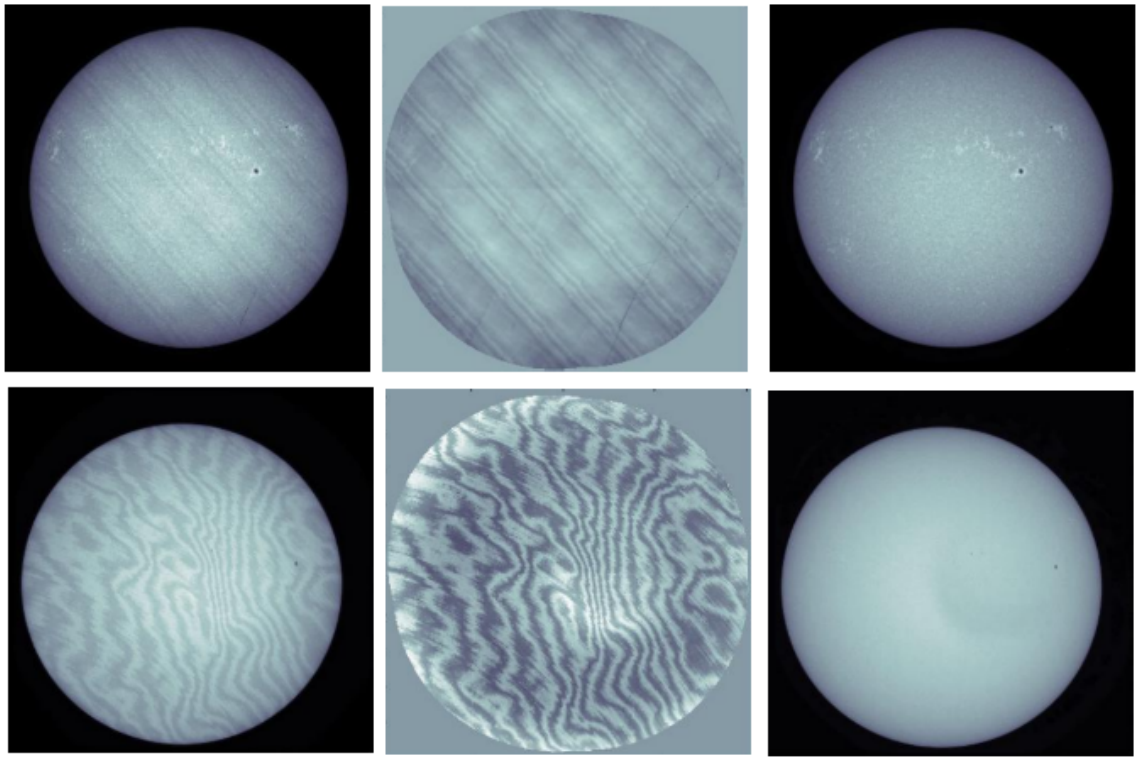

FIGURE 3.21 – A gauche, images brutes obtenues avec SODISM à 393 nm (haut) et 782 nm (bas). Au milieu, les flat-field obtenus en utilisant la méthode KLL. A droite, les images corrigées.

Dans le cas de SODISM2, la situation n'est pas favorable à l'application de ces méthodes. Nous avions acquis des séries d'images dans de bonnes conditions de turbulence relativement espacées de sorte que les centres (du Soleil) dans les images forment un triangle de Reuleaux ou encore une spirale de sorte à couvrir tout le CCD avec des bouts du disque solaire. Les flat-field obtenus n'étaient pas de bonne qualité notamment aux extrêmités des images. Cela est principalement dû au fait que la méthode KLL nécessite des conditions de turbulence quasi-identiques, hors les images SODISM2 sont acquises à la cadence d'une image/minute. Plus d'une heure est nécessaire pour acquérir une série d'images pour faire un flat-field. Durant cette période, il est quasi-impossible d'avoir des conditions de turbulence identiques. Nous devions recourir à une nouvelle méthode pour pouvoir corriger nos images car c'est au bord du Soleil que se trouve l'information recherchée à partir des images : les positions des points d'inflextion à partir desquels on estime le diamètre.

L'idée retenue est l'estimation du flat field à partir des cartes de contrastes. Celles-ci sont obtenues en normalisant les images du Soleil par l'assombrissement centre-bord théorique. Comme pour la méthode KLL, on prend une série d'images relativement déplacées. Pour chaque image, on détecte le centre par la méthode de la transformée de Hough qui sera présentée au paragraphe 3.3.2.3. La figure d'assombrissement centre-bord est ensuite calculée en prenant en compte ce centre et le maximum d'intensité de l'image. Sachant que les modèles d'assombrissement centre-bord reproduisent bien la forme du Soleil jusqu'à une certaine distance du centre, nous prenons en considération le modèle d'assombrissement jusqu'à une distance du centre égale

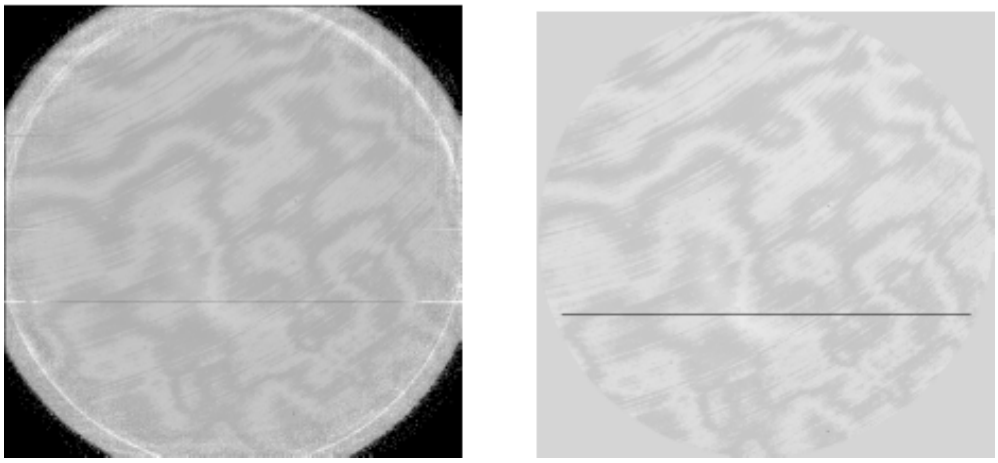

FIGURE 3.22 – Comparaison entre les flat-field obtenus à 782 nm à partir d'une série d'images SODISM2 relativement décalées en utilisant la mt́hode KLL (à gauche) et la nouvelle méthode basée sur les cartes de contrastes (à droite). Les lignes mortes sont visibles sur les flat-field, elles sont remplaçées par interpolation entre les lignes de l'image.

à $R-20$ pixels où R est le rayon calculé à partir des éphémérides. Au delà, les valeurs des pixels ne sont pas pris en compte. La carte de contraste de l'image de rang k est obtenue en divisant l'image brute par la figure d'assombrissement centre-bord (limitée à $R-20$ pixels). Enfin, le flat-field est obtenu en prenant la valeur médiane (qui permet de d'éviter les zones actives) de chaque pixel sur l'ensemble de la série d'images (cartes de contraste). Ne sont pris en considération que les pixels considérés dans les cartes de contraste. Les flat field obtenus sont nettement meilleurs que ceux obtenus avec les méthodes KLL et celle de Chae.

Sur la figure 3.22, on voit la comparaison entre les flat-field obtenus à partir des mêmes séries en utilisant les méthodes KLL et notre nouvelle approche. La figure 3.23 montre les flat-field obtenus avec la nouvelle méthode aux différentes longueurs d'onde à partir de séries d'images de SODISM2.

3.3.2.2 Facteur d'échelle

SODISM2 vise à la détermination de la valeur absolue du rayon solaire, il faut donc caractériser la valeur angulaire correspondante au pixel appelée facteur d'échelle ou également la résolution angulaire de l'instrument. Sa valeur n'est pas forcément égale à la valeur théorique qui est 1.060 arcseconds / pixel. Pour obtenir pratiquement la résolution angulaire du télescope, on a utilisé les positions de doublets d'étoiles. Les étoiles à observer sont choisies en fonction de leur luminosité, leurs distances angulaires (qui doit être inférieure à 32 minutes d'arc) et leur élévation au dessus de l'horizon. La magnitude limite est 5, on observe sans filtre et c'est la fenêtre d'entrée qui limite le plus. La hauteur doit être supérieur à 20˚compte tenu de la limitation de la monture. Cinq paires d'étoiles (voir tableau 3.3) ont été sélectionnées à différentes périodes de l'année mais seulement deux observations ont pu être faites en aout 2011 et mars 2012, les observations ont été faites autour des instants de culmination des doublets d'étoiles. Dans les traitements, plusieurs corrections ont été prises en compte : la réfraction astronomique, le mou-

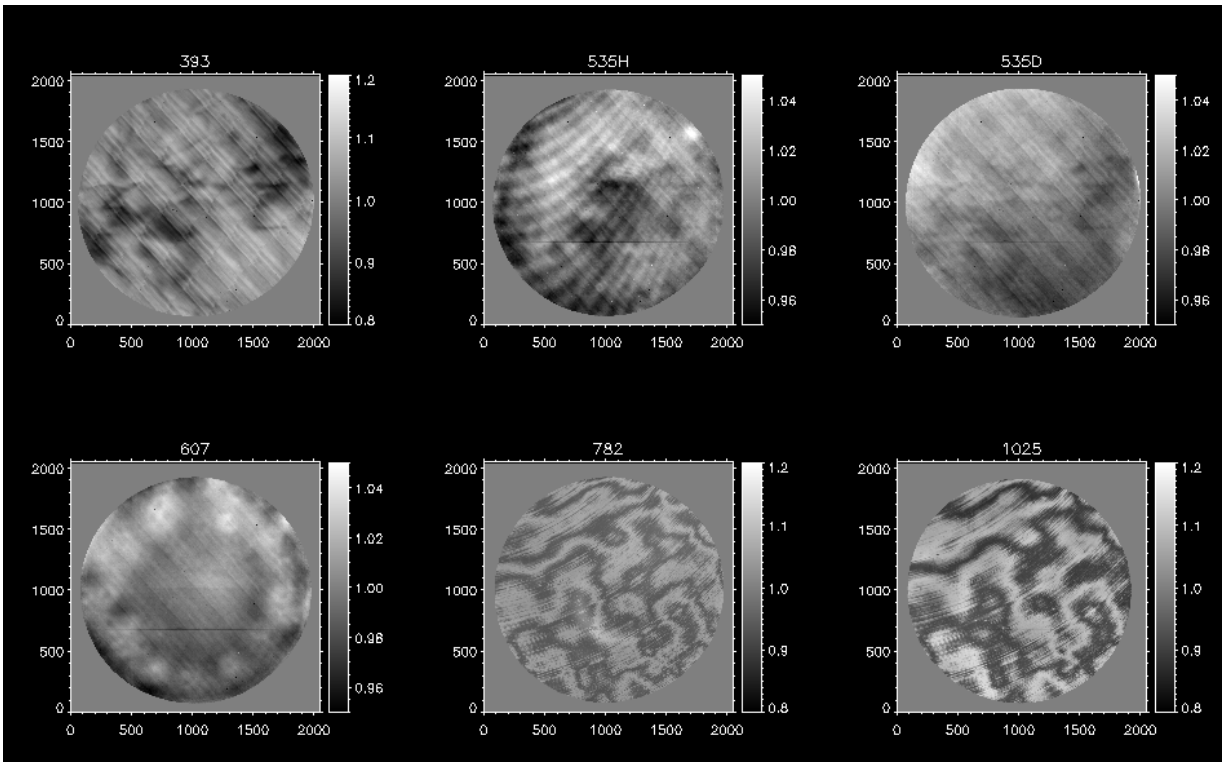

FIGURE 3.23 – Les flat-field obtenus aux différentes longueurs d'ondes utilisées dans SODISM2. On y voit clairement l'effet des filtres interférentiels.

vement propre des étoiles, la parallaxe en fonction de la position de la Terre autour du Soleil, et l'aberration du télescope.

A partir des deux campagnes de calibration et en tenant compte de l'épaisseur optique des filtres, les valeurs du facteur d'échelle sont calculées pour chaque longueur d'onde. Le tableau 3.4 résume les valeurs obtenues (Meftah et al. 2014a) qui sont autour de 1.0611 arc-seconde / pixel.

3.3.2.3 Détection des contours d'images

Après les étapes de corrections de courant d'obscurité, d'offset et de flat-field, l'étape suivante est la détection des points d'inflexion du limbe solaire à partir des images. Nous prenons comme définition du rayon la distance du centre au point d'inflexion qui représente le maximum de la dérivée première ou le passage par zéro de la dérivée seconde du profil d'assombrissement centre bord. Mais avant cela il faut définir le centre du Soleil dans l'image. Cette étape est très importante car c'est sur la précision de la position du centre que repose la précision sur la géométrie du disque et donc le rayon. Pour un centre donné (x_c,y_c), un point (x,y) est appelé point de contour s'il correspond à un point d'inflexion de l'intensité sur la ligne le joignant à (x_c,y_c) (maximum de la dérivée première ou zéro de la dérivée seconde). Pour n'importe quel centre fixé a-priori (x_0,y_0), il est possible de trouver une collection $\{x, y\}$ de N points de contour ou, de manière équivalente, une collection de N angles et "rayons" en coordonnées cylindriques $\theta(x_0, y_0), r(\theta, x_0, y_0)$. On définit le centre comme étant le point qui minimise l'écart quadratique

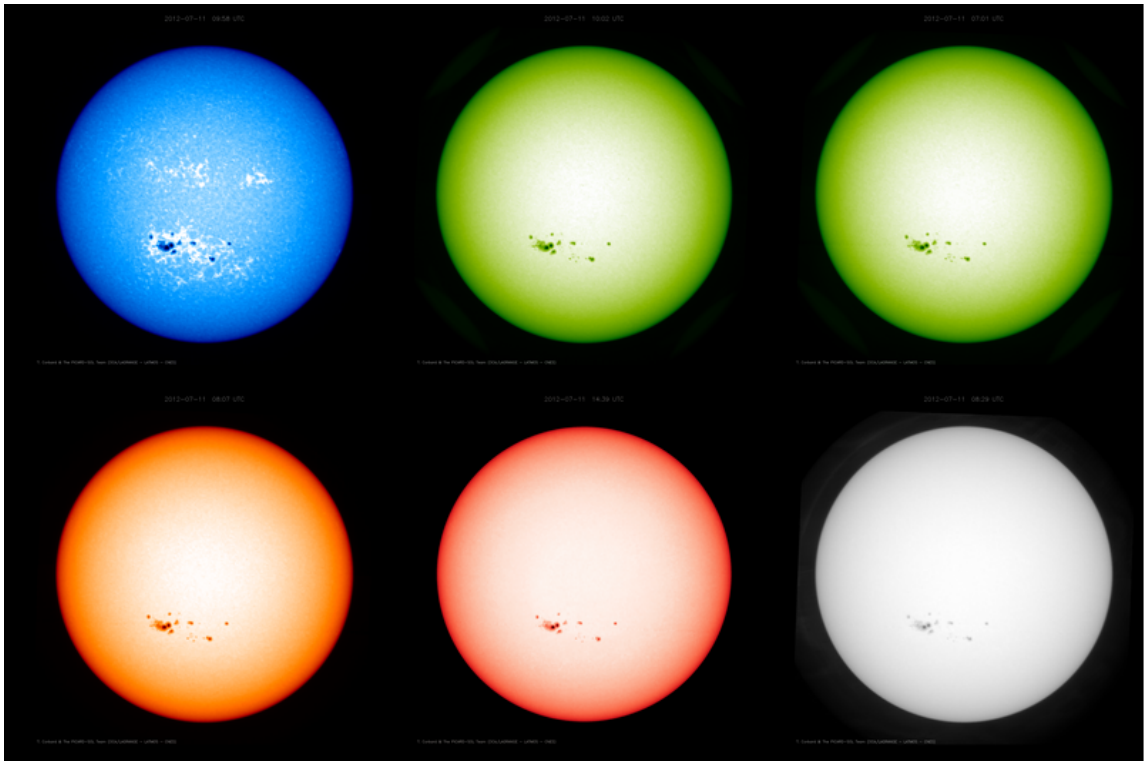

FIGURE 3.24 – Images obtenus aux différentes longueurs d'ondes avec SODISM2 après correction de l'offset, du courant d'obscurité et du flat-field. En haut (de gauche à droite), les longueurs d'ondes sont 393.37 nm (raie du Ca II), 535 nm (deux filtres dans le continuum avec deux temps de pose différents). En bas, 607.1 nm, 782.2 nm et 1025 nm dans le continuum.

Identifiant	Nom	Magnitude	Parallaxe	MP-AD [a]	MP-DEC [b]	Séparation	Dates
HIP10644	* del Tri	V 4.900	92.73 mas	1151.83	-246.89	1371.18 "	Sept., Oct.,
HIP10670	* gam Tri	V 4.000	29.04 mas	44.64	-52.57		Nov.
HIP17702	Alcyone	V 2.873	8.09 mas	19.34	-43.67	1656.76 "	Oct., Nov.,
HIP17573	Maia	V 3.871	8.51 mas	20.95	-45.98		Jan.
HIP20877	* 75 Tau	V 4.971	17.47 mas	7.91	18.14	1435.75 "	Nov., Dec.,
HIP20885	* 77 Tau	V 3.840	21.13 mas	104.97	-15.14		Jan.
HIP33092	V* EY CMa	V 4.806	2.68 mas	-5.46	3.58	1781.43 "	Dec., Jan.,
HIP33302	* 19 CMa	V 4.687	33.80 mas	51.50	39.58		Fev., Mar.
HIP114855	* 91 Aqr	V 4.210	21.77 mas	368.78	-17.16	1820.09 "	Jul., Aou.,
HIP115033	V* psi02 Aqr	V 4.400	8.12 mas	17.13	-11.70		Sep.

a. Mouvement propre en ascension droite en mas/an.
b. Mouvement propre en déclinaison en mas/an.

TABLE 3.3 – Paires d'étoiles choisies pour la détermination du facteur d'échelle de SODISM2.

Longueur d'onde [nm]	Epaisseur optique [mm]	Facteurs d'échelle théoriques ["/pixel]	Facteurs d'échelle mesurés
393.37	12.328	1.060818	1.061076
535.7 (a)	12.297	1.060792	1.061057
535.7 (b)	12.303	1.060796	1.061061
607.1	12.225	1.060757	1.061016
782.2	12.341	1.060781	1.061083
1025.0	12.080	1.060679	1.060931

TABLE 3.4 – Valeurs du facteur d'échelle de SODISM2 aux différentes longeurs d'onde.

moyen de ces "rayons" :

$$(x_c, y_c) = argmin\{\sigma(r(\theta, x_0, y_0)\} \tag{3.19}$$

On définit le rayon moyen par la moyenne des "rayons" calculés par rapport à ce centre : $R = \langle r(\theta, x_c, y_c)\rangle$. Si nous disposons d'un code donnant des points de contours $\{\theta, r(\theta)\}$ pour n'importe quel choix du centre (x_0, y_0), il est possible d'évaluer $\sigma(r(\theta)) = f(x_0, y_0)$ en tout point (x_0, y_0) et une routine d'optimisation donne la solution $(x_c, y_c) = argmin(f(x, y))$ en principe, mais l'évaluation de f est extrêmement couteuse en temps de calcul. f étant évaluée elle même par un ajustement numérique sur des données bruitées, elle n'est pas nécessairement "douce", il peut y avoir des points aberrants et donc la convergence du processus de minimisation peut être difficile. Pour visualiser la fonction f à minimiser, prenons comme hypothèse que le Soleil est parfaitement sphérique et que les défauts optiques ainsi que la turbulence ne vont pas déformer l'image de plus de quelques secondes d'arc. Une méthode rapide cherchant les points de contour locaux comme étant les points de gradient maximal dans la direction du gradient local, puis un ajustement de ces points par une ellipse doit donner une bonne estimation du centre probablement à mieux qu'une ou deux secondes d'arc. On peut ensuite calculer la fonction f sur une grille autour de cette première estimation du centre.

Nous avions employé principalement deux techniques pour la détection du centre, le Laplacien logique puis un ajustement par une ellipse (McLean and Jernigan 1988; Toner and Jefferies 1993) et la transformée de Hough.

Dans la première méthode, les points limbe solaire sont détectés en premier lieu par l'application de l'opérateur Laplacien logique. Il est définit pour un pixel o(x,y) sur l'image par :

$$L(x, y) = o(x, y) - \sum_{i=1}^{i=8} \frac{o_i(x', y')}{8} \tag{3.20}$$

où $o_i(x', y')$ représente les éléments (pixels) autour du pixel o(x,y).

Le limbe est défini comme étant la position (x,y) pour laquelle le Laplacien change de signe. Une fois les points de contour estimés avec cette méthode, un ajustement de ces points par une ellipse est réalisé par une méthode de moindres carrés. On choisit l'ajustement par une ellipse plutôt que par un cercle parce que l'on sait que la réfraction astronomique applatit l'image en fonction de la distance zénithale et agit sur les points verticaux du limbe plus que sur les limbes horizontaux.

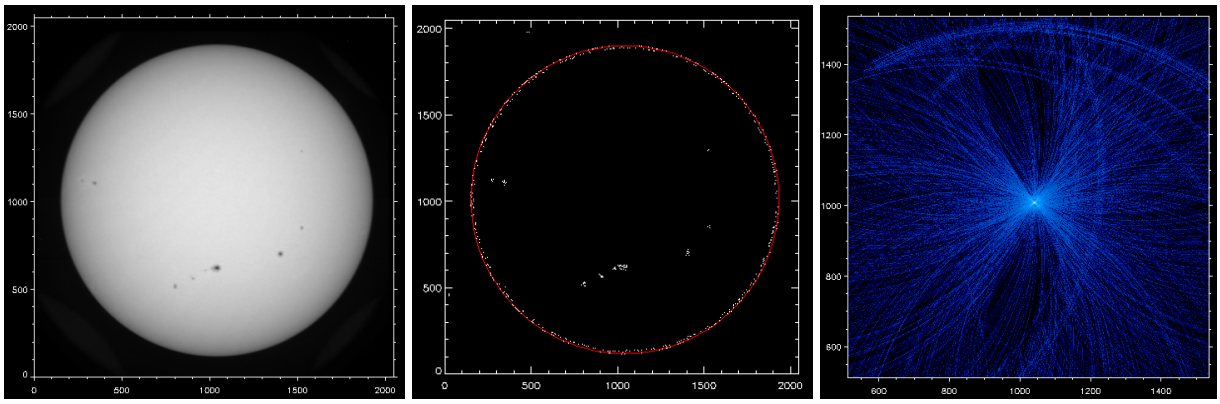

FIGURE 3.25 – Exemple de détection du centre du Soleil sur une image SODISM2 prise à 535 nm le 31/07/2012. Au milieu le résultat du filtre de Canny appliquée sur l'image. A droite la détection du centre en utilisant la transformée de Hough circulaire.

La transformée de Hough est un outil permettant la détection de courbes dans une image. Une courbe est caractérisée par des paramètres. Par exemple les points (x,y) d'une droite dans l'espace image correspondent à des sinusoïdes dans l'espace de Hough caractérisées par l'amplitude ρ (distance à l'origine de la droite) et θ (angle d'inclinaison de la droite). Les points d'intersection de ces sinusoïdes paramétrisent la droite du plan image. De la même manière, les points d'un cercle dans le plan image sont paramétrisés par des cônes dans le plan de Hough à trois dimensions paramétrisés par les triplets coordonnées de centres + rayons de cercles possibles. L'intersection de plusieurs cônes dans l'espace de Hough en un point donne les coordonnées du centre du cercle du plan image et son rayon (Duda and Hart 1972). Une ellipse est paramétrisée par cinq paramètres. Si on suppose le rayon connu, on peut trouver les coordonnées du centre plus facilement. Dans la pratique, on procède par itérations sachant que le rayon est compris entre deux valeurs et on choisit le rayon qui donne un centre avec plus de points d'intersection.

La transformée de Hough est applicable pour les images pleines du Soleil. Dans notre cas, on applique d'abord un filtre permettant de faire une première détection des contours dans l'image. On choisi pour cela le filtre de Canny qui estime le gradient de l'image à l'aide du filtre de Sobel, suivi d'un seuillage par hystérésis du module de gradient. Ce filtre donne en sortie les gradients horizontal et vertical ainsi que la direction du gradient. Seuls les extrema locaux, qui correspondent au valeurs maximales sur 8 pixels voisins, sont considérés comme des contours. Le seuillage permet de garder seulement les points de contours potentiels. La transformée de Hough est ensuite appliquée aux images binaires produites par le filtre de Canny. Pour tester la robustesse de la détection du centre, examinons un cas d'image prise à 535 nm le 31/07/2012. La figure 3.25 montre les étapes suivies pour la détection du centre en passant par un filtrage de Canny avec précision intra-pixel pour la construction d'une carte binaire des contours dans l'image sur laquelle est appliquée la transformée de Hough circulaire pour déterminer un cercle de rayon connu à quelques pixels près (connu à partir des éphémérides).

En utilisant ou non un filtrage gaussien avant d'appliquer la détection des contours par Canny, le résultat est différent. Un décalage dans la position du centre implique un changement des positions des rayons détectés en fonction de l'angle sur le CCD. La dispersion des points de

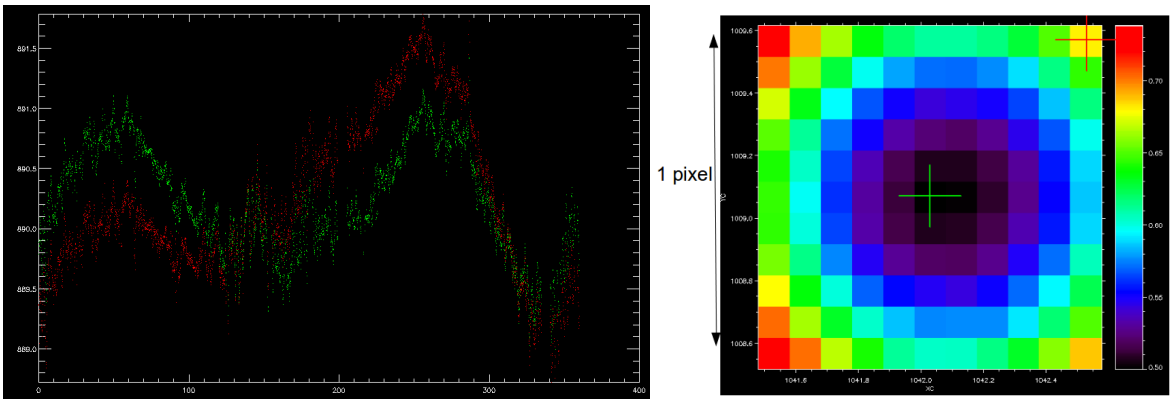

FIGURE 3.26 – Contours d'images du Soleil prises avec SODISM2 à 535 nm le 31/07/2012 en appliquant (rouge) ou non (vert) un filtrage gaussien avant l'extraction de la carte binaire des contours par Canny. A droite, la fonction f calculée pour chaque position du centre à l'intérieur d'un pixel.

contours est plus importante quand on applique un filtrage gaussien avant d'appliquer Canny. La figure 3.26 montre les contours obtenus en appliquant un filtre gaussien (rouge) et sans ce filtrage (vert). On remarque qu'on a plus de dispersion dans le contour avec le filtrage. Par définition le centre trouvé sans filtrage doit donc être meilleur. Par la suite on a essayé de voir la précision sur le centre détecté dans les deux cas, pour cela on a déplacé le centre de fractions de pixels tel que le montre la grille de la figure 3.26 (droite) et on a calculé la dispersion des contours à chaque fois. C'est à dire qu'on a construit la fonction f qui donne$\sigma(r(\theta))$ en fonction de la position du centre. Cette fonction présente clairement un minimum défini à mieux que le 1/10 de pixel. Le centre trouvé sans filtrage (croix verte) est quasi-optimal alors que le centre trouvé après filtrage (croix rouge) se trouve à un demi-pixel suivant les deux axes et conduit à une dispersion des rayons plus importante.

Une fois le centre déterminé, on procède à l'étape de détection du limbe. Pour ce faire, on passe en coordonnées polaires, chaque pixel ayant pour coordonnées (x,y) aura pour coordonnées polaires sa distance au centre r et son angle θ. L'image est décomposée ensuite en secteurs d'angles et les pixels sont classés dans ces secteurs en fonction de leurs distances au centre r.

La figure 3.27 illustre les étapes suivies pour détecter les points du limbe. On obtient un ensemble de points que j'ai tracé sur la figure 3.28 en fonction de l'angle du secteur sur le CCD ($R_s(\theta)$). On remarque une variation en fonction de l'angle. Cela est dû à la réfraction, à la distorsion du système optique et à d'éventuelles erreurs de positionnement. Après correction de ces effets, les rayons bruts sont corrigée de la distance Terre-Soleil pour les ramener à une UA et multipliés par le facteur d'échelle pour les exprimer en secondes d'arc.

3.3.2.4 Correction de l'effet de distorsion

Les défauts de géométrie, d'inclinaison et d'alignement des élements optiques peuvent engendrer des distorsions dans les images. Etant donné la précision souhaitée dans l'astrométrie solaire par imagerie directe, il est impératif de corriger cet effet. Puisque l'image du Soleil est en premier lieu réfractée par l'atmosphère et par la suite légèrement distordue par le sysème optique,

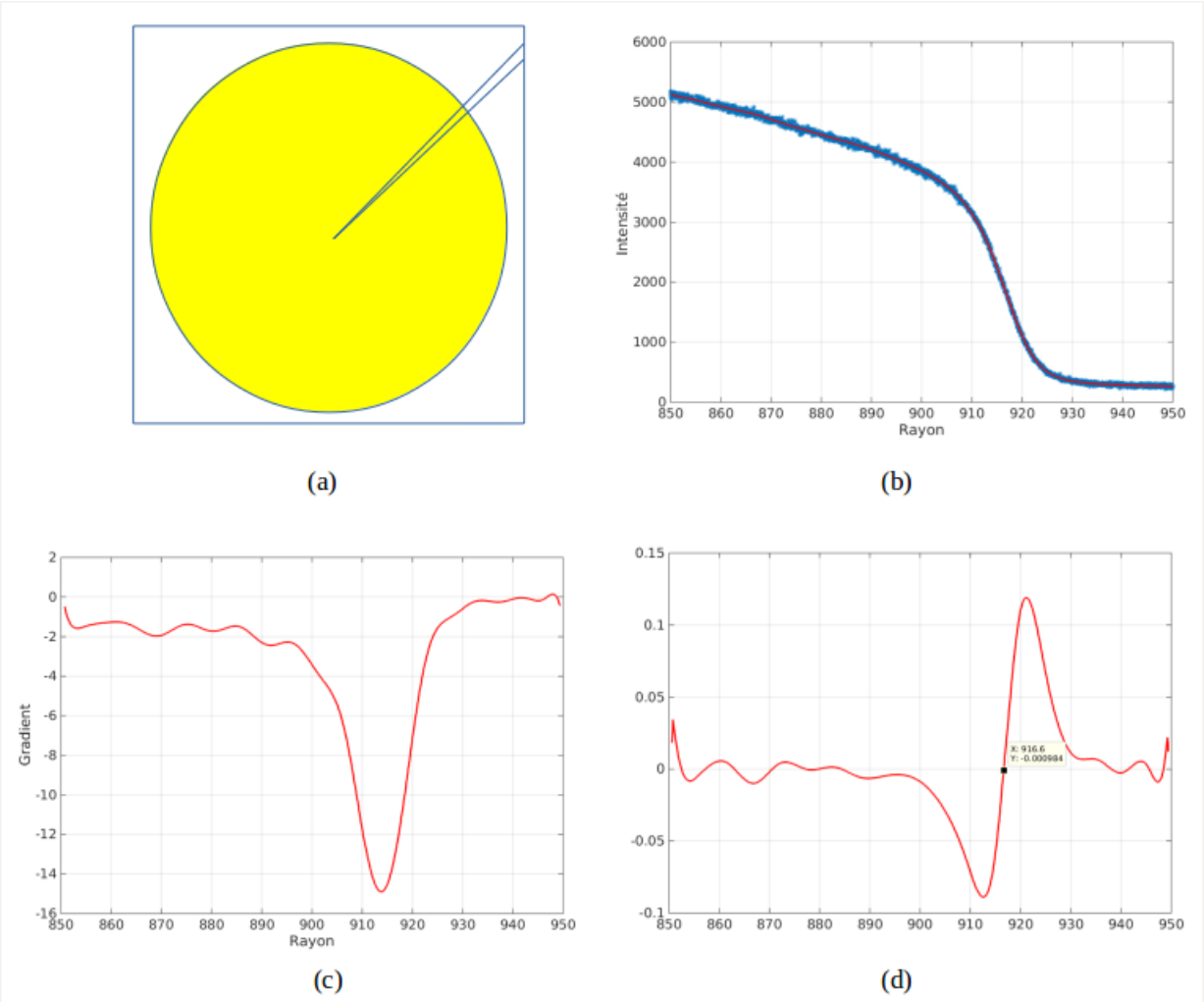

FIGURE 3.27 – IIllustration des étapes de détection du point d'inflexion d'un secteur sur l'image du Soleil. (a) Secteur sur lequel on calcule la position du limbe. (b) points du profil du secteur classés en fonction de leur distance au centre et l'ajustement par les splines. (c) dérivée première (gradient) du profil ajusté. (d) dérivée seconde (Laplacien) du profil ajusté.

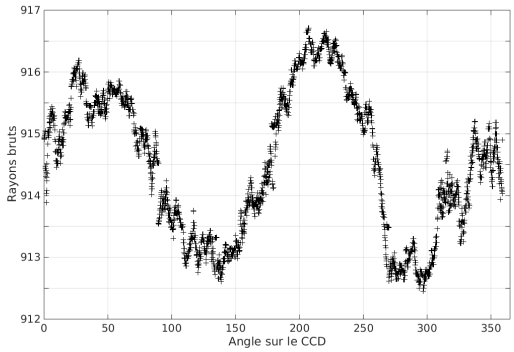

FIGURE 3.28 – Exemple de rayons bruts en fonction de l'angle sur le CCD obtenu pour 3600 secteurs de 1° chacun à partir d'une image SODISM2 à 535 nm. Les rayons sont à corriger de la réfraction de la distorsion et puis de la distance Terre-Soleil. Le facteur d'échelle est également à introduire pour exprimer les rayons en secondes d'arc.

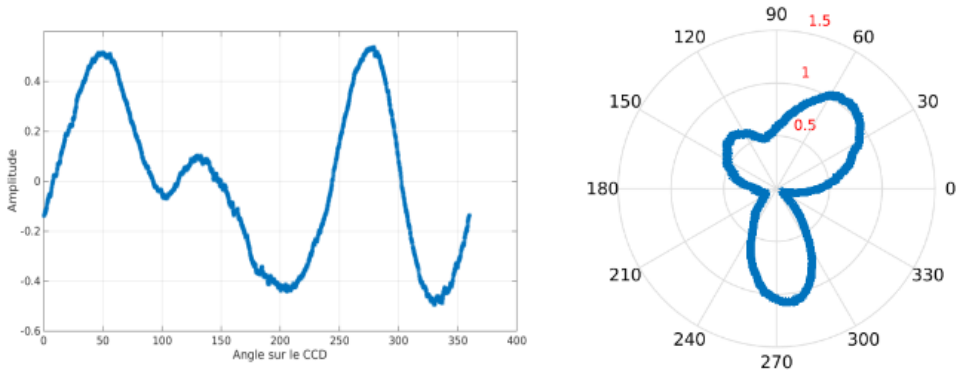

FIGURE 3.29 – Courbe de distorsion en fonction de l'angle sur le CCD obtenue à partir d'images SODISM2 à 535 nm et à faible distance zénithale (z < 25°) et soustraction de la valeur moyenne. A droite la représentation en coordonnées polaires après rajout de la valeur minimale en valeur absolue.

on commence d'abord par la correction de l'effet de la distorsion. Il est difficile d'obtenir les figures de distorsion par des systèmes de calibration. La solution la plus facile est d'obtenir ces courbes lorsque l'effet de la réfraction est minimal. Pour chaque longueur d'onde, nous avions sélectionné les images à faible distance zénithale (par exemple $z < 25^{\circ}$) et obtenu les figures de distorsion en faisant les moyennes des courbes $R_s(\theta)$. On obtient les courbes suivantes (3.29 et 3.30) aux différentes longueurs d'onde apès avoir soustrait la valeur moyenne (et rajouté la valeur absolue du minimum pour que l'effet de la distorsion soit visible en fonction de l'angle en coordonnées polaires). Les courbes de distorsion diffèrent d'une longueur d'onde à une autre ce qui est dû aux filtres.

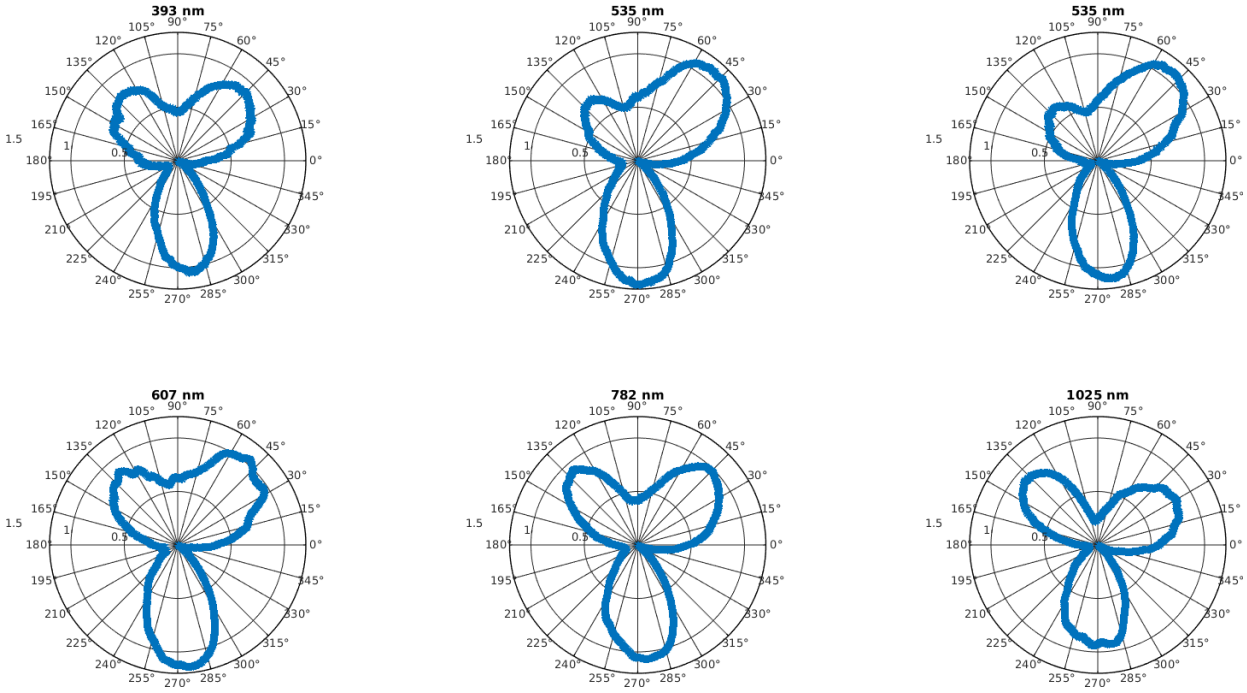

FIGURE 3.30 – Courbes de distorsion en fonction de l'angle sur le CCD obtenue à partir d'images SODISM2 et à faible distance zénithale (z < 25°) et au différentes longueurs d'onde en coordonnées polaires.

3.3.2.5 Correction de l'effet de la réfraction

L'effet de la réfraction astronomique sur les objets observés consiste à changer leurs positions apparentes. Cet effet est d'autant plus important que l'on s'approche de l'horizon. Les variations dans les positions des astres engendrent des erreurs ou des imprécisions dans l'estimation des distances angulaires les séparant et dans le cas d'objets étendus l'estimation de leurs dimensions (diamètre par exemple). Il faut donc corriger l'effet de la réfraction. Dans un système de coordonnées horizontales, seule la distance zénithale est affectée. La distance zénithale vraie serait la somme de la distance zénithale observée et de la valeur de la réfraction. Dans le cas du Soleil, l'effet de la réfraction n'est pas le même sur l'ensemble du disque. Un effet observable à l'oeil nu est son applatissement près de l'horizon, le diamètre vertical est évidemment le plus affecté par la réfraction. La figure 3.31 montre comment sont affectés les points du limbe du Soleil qui ne sont pas à la même distance zénithale (excepté les deux point opposés du limbes horizontal).

La correction de l'effet de la réfraction peut se faire soit en corrigeant le rayon moyen ou bien en corrigeant tous les rayons du limbe séparément. Prenons l'image du Soleil réfracté de la figure 3.31. Pour le disque solaire réfracté, le centre se trouve en C à une distance zénithale $z_\odot$ et les rayons observés $d(\Psi)$ sont vus avec un angle δA depuis le zénith et Ψ est l'angle vu du centre observé d'un point de contour L (situé à une distance zénithale z) par rapport au zénith. Pour le disque solaire vrai (non réfracté), le centre se trouve en C^t et les points de contour L' vus du centre C^t font un angle Ψ^t avec le zénith et donnent des rayons $R_\odot$.

On peut écrire d'une manière approximée le rayon observé du Soleil en fonction de l'angle ψ

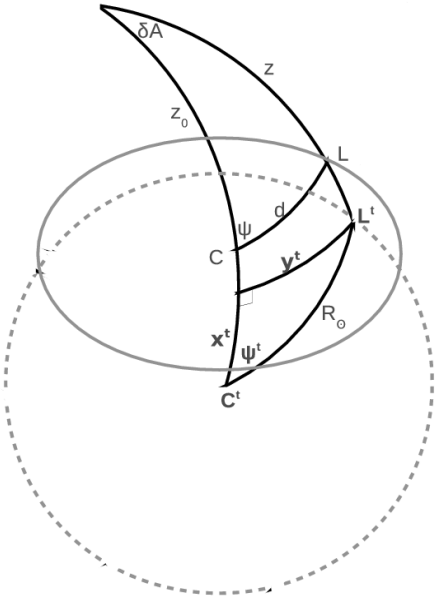

FIGURE 3.31 – Représentation (exagérée) de la forme du limbe du Soleil refracté. Tous les points du contour sont affectés avec une symétrie par rapport au plan vertical.

avec la formule suivante valable pour les petites valeurs de distance zénithale :

$$d(\psi) \simeq R_{\odot}[1 - k'(1 + cos^2(\psi)tan^2(z^t_{\odot})] \tag{3.21}$$

où $R_{\odot}$ est le rayon vrai, $k' = k[1 - k\, sec^2(z^t)]$ et $k = \alpha(1-\beta)$.

On en déduit le rayon moyen observé en fonction du rayon vrai :

$$< d > \simeq\ R_{\odot}[1 - k' - \frac{k'}{2}tan^2(z^t_{\odot})] \tag{3.22}$$

La deuxième façon de correction de réfraction est de corriger chaque rayon séparément, il faut d'abord classer les points du contour d'une image en fonction de leurs distances zénithales. Comme on utilise une monture équatoriale, les axes du CCD ne correspondent pas au zénith et à l'horizon, il faut tourner d'un angle appelé angle parallactique (η). Cet angle est négatif le matin et positif l'après-midi pour un observateur dans l'hémisphère nord. Sur les entêtes SOHO-DISM2, nous avons rajouté plusieurs mots-clés parmi lesquels on a l'angle parallactique. Les équation 3.23 et 3.24 donnent à un instant donné l'angle parallactique en fonction de l'azimut A, de la declinaison δ du Soleil, de sa distance zénithale z et de la latitude du lieu d'observation L.

$$sin(\eta) = sin(A).cos(L)/cos(\delta) \tag{3.23}$$

$$cos(\eta) = \frac{sin(L) - sin(\delta).cos(z)}{cos(\delta).sin(z)} \tag{3.24}$$

La figure 3.32 montre les variation journalières de l'angle parallactique pour le site de Calern le long de l'année.

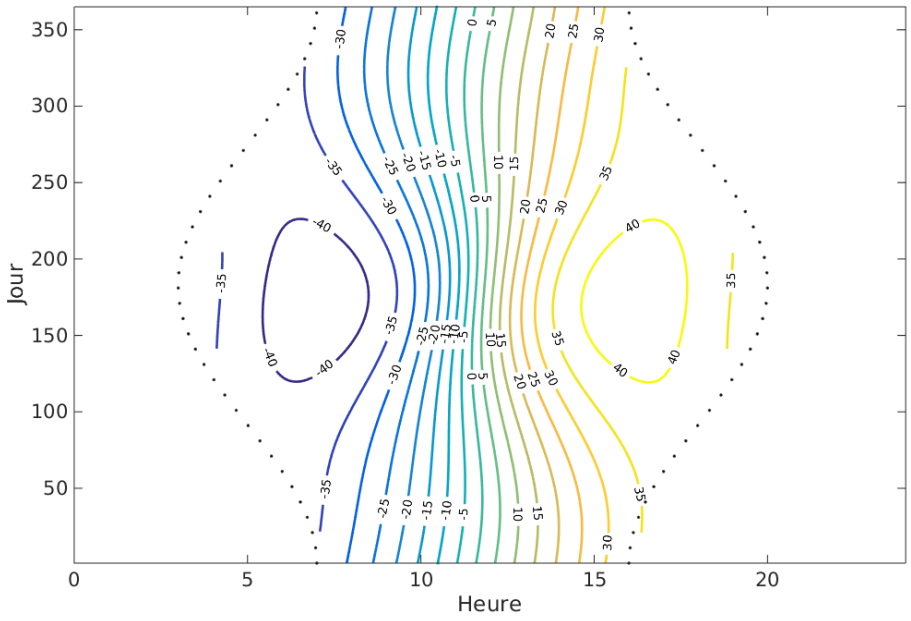

FIGURE 3.32 – Estimation de l'angle parallactique pour le site de Calern en fonction de l'heure de la journée le long de l'année. Les traits en pointillé correspondent aux heures du lever et coucher du Soleil.

En utilisant les relations de trigonométrie sphérique, on peut calculer les valeurs des rayons vrais $R_\odot(\psi^t)$ à partir des rayons réfractés $d(\psi)$. En considérant le triangle de côtés $zz_\odot d$, l'analogie des sinus permet d'écrire (Woolard and Clemence 1966; Danjon 1980) :

$$sin(z) \cdot sin(\delta A) = sin(\psi) \cdot sin(d(\psi)) \tag{3.25}$$

De même en considérant le triangle de côtés $z^t z_\odot^t R_\odot$, on peut écrire :

$$sin(z^t) \cdot sin(\delta A) = sin(\psi^t) \cdot sin(R_\odot) \tag{3.26}$$

Si on utilise les relations de cotangentes, les angles δA et ψ^t s'expriment :

$$cot(\delta A) = \frac{sin(z_\odot) \cdot cot(d(\psi)) - cos(z_\odot) \cdot cos(\psi)}{sin(\psi)} \tag{3.27}$$

$$cot(\psi^t) = \frac{sin(z_\odot^t) \cdot cot(z^t) - cos(z_\odot^t) \cdot cos(\delta A)}{sin(\delta A)} \tag{3.28}$$

Après estimation de la réfraction R pour la distance zénithale $z_\odot^t$ (connue à partir des calculs d'éphémérides), la géométrie du limbe non refracté est déduite en appliquant le système

d'équations suivant déduit des relations précédentes :

$$\begin{cases} z_\odot &= z^t_\odot - R(z^t_\odot) \\ \delta A &= \text{atan}\left[\dfrac{\sin(\psi)}{\sin(z_\odot)\cot(d(\psi)) - \cos(z_\odot)\cos(\psi)}\right] \\ z &= \text{asin}\left[\dfrac{\sin(\psi)\sin(d(\psi))}{\sin(\delta A)}\right] \\ z^t &= z + R(z) \\ \psi^t &= \text{atan}\left[\dfrac{\sin(\delta A)}{\sin(z^t_\odot)\cot(z^t) - \cos(z^t_\odot)\cos(\delta A)}\right] \\ R_\odot &= \text{asin}\left[\dfrac{\sin(\delta A)\sin(z^t)}{\sin(\psi^t)}\right] \end{cases} \tag{3.29}$$

3.4 Analyse des premières années avec PICARD-SOL

Nous nous intéressons à la statistique à long terme du rayon solaire. Pour ce faire, nous devions réalisé régulièrement des campagnes de mesure du facteur d'échelle pour s'assurer que les rayons mesurés soit corrigés correctement de ce facteur. Des campagnes de mesure de flat-field sont aussi programmées, car celui-ci est susceptible de changer au cours du temps. En effectuant correctement les différentes étapes de calibration et de correction, on obtient une série de mesure exceptionnelle dont les dispersions sont beaucoup moins importantes que celles obtenues sur les mesures des astrolabes. On a remarqué dès la première année des observations, une grande stabilité des mesures du rayons. Jusqu'à présent, on a obtenu plus de 170000 images au total.La figure 3.33 montre les rayons individuels mesurés à partir des images SODISM2 au différentes longueur d'onde avant et après correction de la réfraction. On remarque deux effets, le premier est celui de la réfraction qui est plus importante en hiver lorsque les observations se font à des distances zénithales élevées puisque le Soleil culmine à des hauteurs plus petites que celles observées en été. Le deuxième effet est la dépendance en longueurs d'onde. Pour les observations du continuum photosphérique (de 535 à 1025 nm), les rayons augmentent avec la longueur d'onde. Le tableau 3.5 résume les moyennes et écarts-type des rayons au différentes longueurs d'onde.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons parlé de la mesure du rayon solaire. Les mesures historiques couvrant plusieurs cycles montrent des différences remarquables. Les différences sont certainement liées à la fois aux effets instrumentaux mais également aux effets de l'atmosphère. Il faut un instrument dédié à l'astrométrie qui soit stable, puis il corriger des différents effets (notamment la distorsion et la réfraction). Par ailleurs, la pécision désirée sur les mesures nécessite une bonne

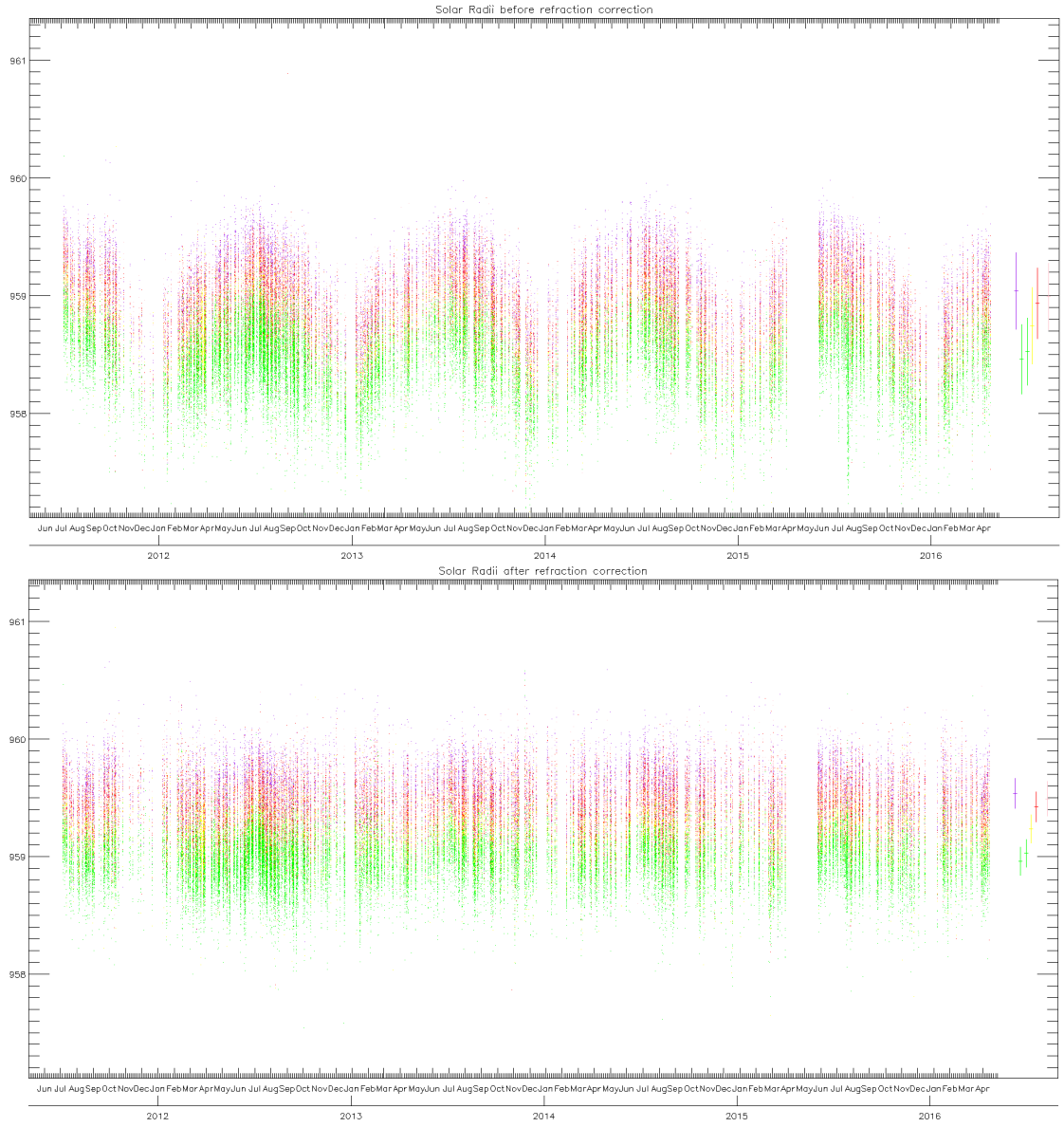

FIGURE 3.33 – Rayons mesurés à partir des images de SODISM2 depuis l'installation de l'instrument à nos jours aux différentes longueurs d'onde. On y remarque l'effet de la réfraction qui est plus important en hiver puisque les observations se font à des distances zénithales élevées. Les couleurs représentent les longueurs d'onde : 393 nm-violet, 535 nm-vert, 607 nm-jaune, 782 et 1025 nm-nuances de rouge.

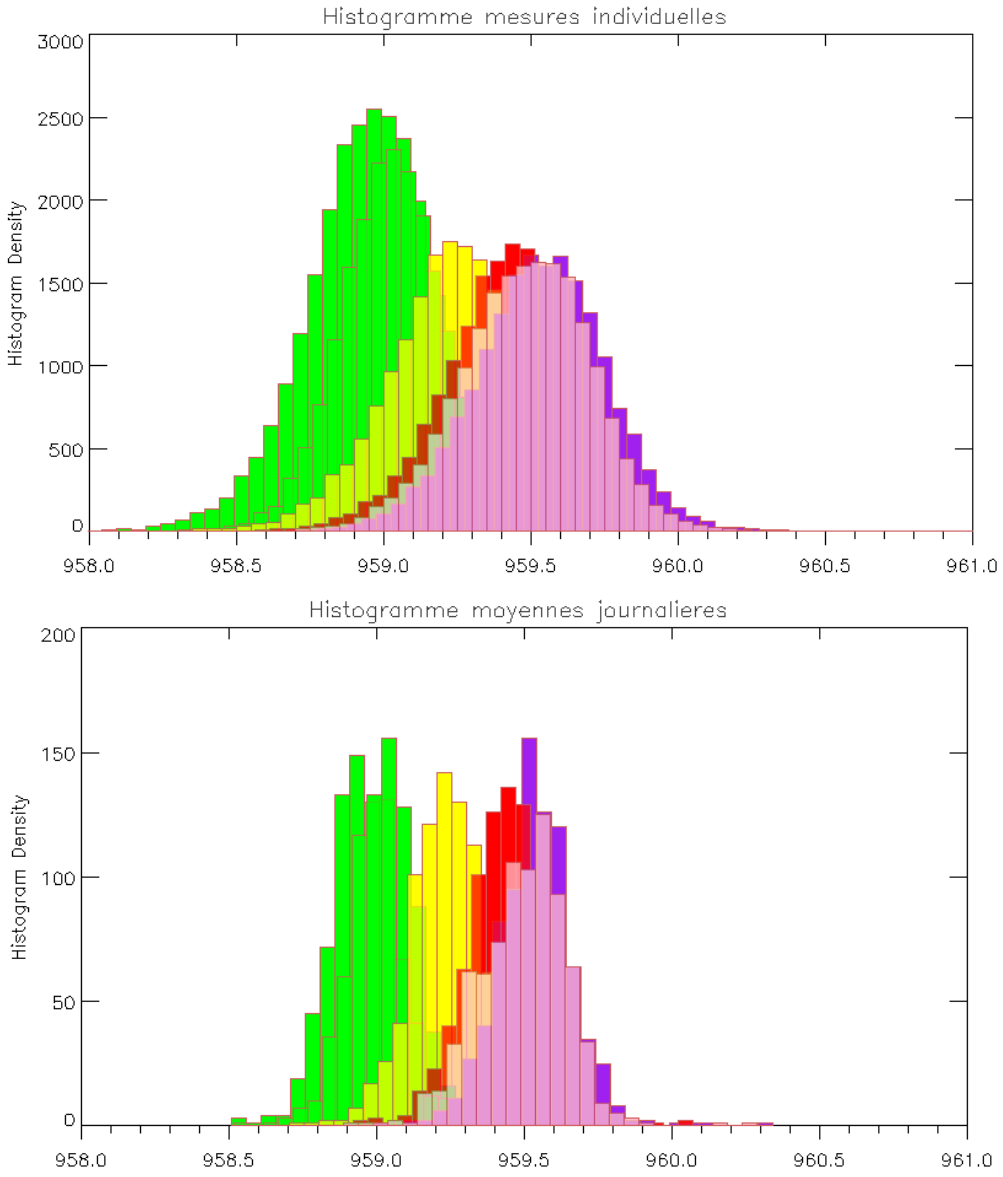

FIGURE 3.34 – Histogrammes des rayons corrigés de la réfraction et mesurés à partir des images de SODISM2 aux différentes longueurs d'onde. Une dépendance en longueur d'onde est clairement visible. La deuxième figure (en bas) montre les histogrammes des moyennes journalières, la dispersion est ainsi réduite.

Longueur d'onde [nm]	Moyenne des rayons [Arcsec]	Ecart-type [mas]
393.37	959.5292	227.63
535.7 (a)	958.9555	223.01
535.7 (b)	959.0248	178.51
607.1	959.2347	232.64
782.2	959.420	225.28
1025.0	959.484	221.95

TABLE 3.5 – Moyennes et écarts-type des mesures de rayons SODISM2 aux différentes longeurs d'onde.

calibration de l'instrument. Dans notre cas, nous utilisons une méthode différente de celle employée sur les astrolabes. Le télescope SODISM2 mesure les rayons à partir d'images du disque entier du Soleil. Les images sont fortement affectées par la réfraction notamment aux distances zénithales élevées. Nous avons obtenu les courbes de distorsions en utilisant les images à faibles distances zénithales. Nous avons aussi développé une nouvelle méthode pour l'éstimation du flat field en utilisant les cartes de contrastes des images relativement décalées. Les flat filed obtenus sont meilleurs que ceux obtenus avec la méthode KLL ou celle de Chae. Le facteur d'échelle a été déterminé en utilisant des observations de paires d'étoiles, les différentes campagnes montrent une stabilité du facteur d'échelle ce qui est rassurant quant à la précision du suivi de l'évolution du rayon mesuré au sol. Les premières mesures réalisés avec le télescope SODISM2 monterent une grande stabilité, les dispersions sur les mesures brutes après correction de réfraction sont autours de 200 mas aux différentes longueurs d'onde. Afin de réduire encore les dispersions des mesures, une correction de l'effet de la turbulence s'impose. Le chapitre suivant décrit l'estimation des paramètres de la turbulence avec l'instrument MISOLFA.

3.6 Présentation de l'article paru dans Astronomy & Astrophysics (A&A) 569, A60 (2014)

"Ground-based measurements of the solar diameter during the rising phase of solar cycle 24"

Dans ce papier, nous avons décrit en détail la base instrumentale dédiée à la mesure au sol du rayon solaire ainsi que les paramètres atmosphériques. L'effet des paramètres de la turbulence notamment celui le r_0 est montré par des simulations que j'ai réalisées. Les courbes de la figure 5 (page 7 du papier) montrent un effet systématique de diminution de l'erreur sur l'estimation du rayon avec l'intensité de la turbulence (valeur du r_0). Ces courbes montrent aussi que l'erreur sur le rayon dépend de la longueur d'onde. Le résultat important de ces simulations est l'obtension d'une estimation du biais introduit par la turbulence et d'une incertitude sur ce biais. Dans le papier, nous avons juste utilisé les courbes de la figure 5 pour corriger du biais sur la valeur moyenne du rayon pour chaque longueur d'onde en admettant une valeur moyenne de r_0 égale à 3.4 cm à 535 nm. Les figures 6 et 7 montre l'effet du r_0 et de l'épaisseur optique sur l'étalement du limbe et la largeur de la dérivée première. Le tableau 6 illustre les mesures brutes du rayon qui montrent une dépendance en longueur d'onde due à la nature chromatique de la turbulence. Après

correction de l'effet de la turbulence par une valeur moyenne de r_0, la différence entre les valeurs moyennes est réduite mais une dépendance en longueur d'onde persiste, cela est dû à la profondeur dans la photosphère à laquelle correspond chaque longueur d'onde et peut être à un effet d'astigmatisme chromatique. La dispersion des moyennes journalières est autour de 100 mas. La figure 14 montre la grande stabilité de l'instrument, nous détectons une pente négative d'environ 12 mas/an qui n'est pas significative compte tenu des dispersions des mesures. Mais la stabilité de l'instrument permettrait de détecter la tendence sur le long terme si elle est significative. La recommendation de ce papier est de revoir à la hausse la valeur canonique du rayon. Nos résultats sont compatibles avec ceux obtenus par MDI sur SOHO.

A&A 569, A60 (2014)
DOI: 10.1051/0004-6361/201423598
© ESO 2014

Astronomy & Astrophysics

Ground-based measurements of the solar diameter during the rising phase of solar cycle 24

M. Meftah[1], T. Corbard[2], A. Irbah[1], R. Ikhlef[2,3], F. Morand[2], C. Renaud[2], A. Hauchecorne[1], P. Assus[2], J. Borgnino[2], B. Chauvineau[2], M. Crepel[1], F. Dalaudier[1], L. Damé[1], D. Djafer[4], M. Fodil[3], P. Lesueur[1], G. Poiet[1], M. Rouzé[5], A. Sarkissian[1], A. Ziad[2], and F. Laclare[2]

[1] Université Versailles St-Quentin; Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06; CNRS/INSU, LATMOS-IPSL, 11 boulevard d'Alembert, 78280 Guyancourt, France
e-mail: Mustapha.Meftah@latmos.ipsl.fr
[2] Laboratoire Lagrange, UMR 7293, Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, Observatoire de la Côte d'Azur, Bd. de l'Observatoire, 06304 Nice, France
e-mail: Thierry.Corbard@oca.eu
[3] CRAAG, Observatoire d'Alger, BP 63 Bouzareah, Alger, Algérie
[4] Unité de Recherche Appliquée en Énergies Renouvelables (URAER), Centre de Développement des Energies Renouvelables (CDER), BP 88, Ghardaïa, Algérie
[5] CNES – Centre National d'Études Spatiales, Rue Édouard Belin, 31000 Toulouse, France

Received 7 February 2014 / Accepted 5 August 2014

ABSTRACT

Context. For the past thirty years, modern ground-based time-series of the solar radius have shown different apparent variations according to different instruments. The origins of these variations may result from the observer, the instrument, the atmosphere, or the Sun. Solar radius measurements have been made for a very long time and in different ways. Yet we see inconsistencies in the measurements. Numerous studies of solar radius variation appear in the literature, but with conflicting results. These measurement differences are certainly related to instrumental effects or atmospheric effects. Use of different methods (determination of the solar radius), instruments, and effects of Earth's atmosphere could explain the lack of consistency on the past measurements. A survey of the solar radius has been initiated in 1975 by Francis Laclare, at the Calern site of the Observatoire de la Côte d'Azur (OCA). Several efforts are currently made from space missions to obtain accurate solar astrometric measurements, for example, to probe the long-term variations of solar radius, their link with solar irradiance variations, and their influence on the Earth climate.
Aims. The *Picard* program includes a ground-based observatory consisting of different instruments based at the Calern site (OCA, France). This set of instruments has been named "*Picard Sol*" and consists of a Ritchey-Chrétien telescope providing full-disk images of the Sun in five narrow-wavelength bandpasses (centered on 393.37, 535.7, 607.1, 782.2, and 1025.0 nm), a Sun-photometer that measures the properties of atmospheric aerosol, a pyranometer for estimating a global sky-quality index, a wide-field camera that detects the location of clouds, and a generalized daytime seeing monitor allowing us to measure the spatio-temporal parameters of the local turbulence. *Picard Sol* is meant to perpetuate valuable historical series of the solar radius and to initiate new time-series, in particular during solar cycle 24.
Methods. We defined the solar radius by the inflection-point position of the solar-limb profiles taken at different angular positions of the image. Our results were corrected for the effects of refraction and turbulence by numerical methods.
Results. From a dataset of more than 20 000 observations carried out between 2011 and 2013, we find a solar radius of 959.78 ± 0.19 arcsec (696 113 ± 138 km) at 535.7 nm after making all necessary corrections. For the other wavelengths in the solar continuum, we derive very similar results. The solar radius observed with the Solar Diameter Imager and Surface Mapper II during the period 2011–2013 shows variations shorter than 50 milli-arcsec that are out of phase with solar activity.

Key words. astrometry – Sun: fundamental parameters – Sun: activity

1. Introduction

Measurements of the solar radius are of great interest within the scope of the debate on the role of the Sun in climate change (Rozelot 2001a,b; Schröder 2001). The solar radius is mainly related to the knowledge of the solar atmosphere. However, it is very difficult to measure this fundamental parameter of astrophysical interest. Solar radius determination is one of the oldest problems in astrophysics. Systematic measurements of the solar radius have been made since Antiquity (Rozelot & Damiani 2012). At the end of the nineteenth century, an investigation of the value of the solar radius obtained by meridian observations was carried out by Arthur Auwers (Auwers 1891). He published a value for the solar radius of 959.63 arcsec that he derived from heliometer measurements made by 29 observers (Wittmann 1977) during the period 1873–1886. In solar modeling, this canonical value has been commonly used and was adopted by the International Astronomical Union (IAU). Solar radius measurements (mostly from ground) are plotted in Fig. 1, showing inconsistent results that are probably caused by different instruments, different spectral domains of measurements, different calculation methods, different definitions (Haberreiter et al. 2008b), and different sites where the conditions of observations are not comparable. Thus, the accurate absolute value of the solar radius is not the subject of a consensus. Indeed, the Earth

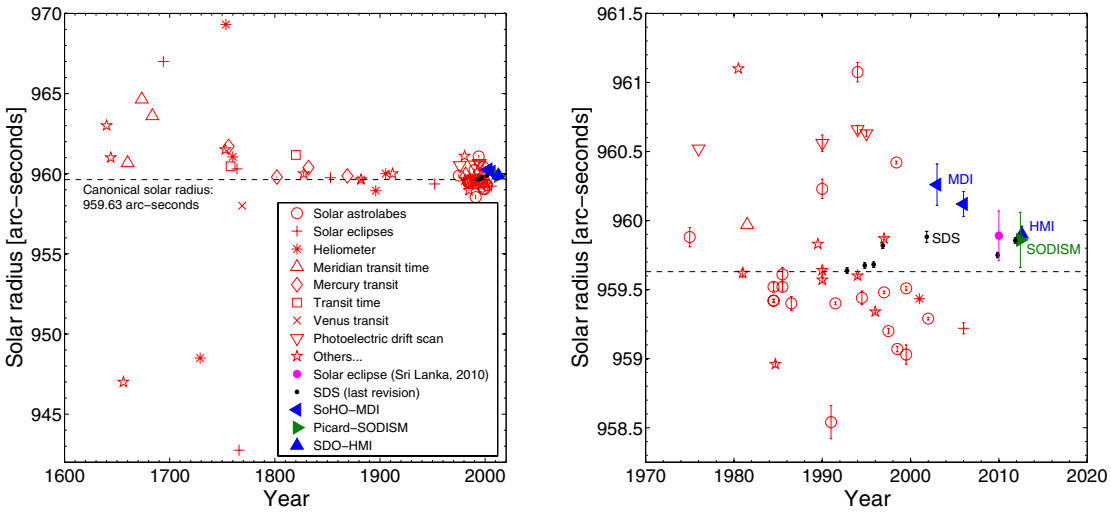

Fig. 1. *Left*: solar radius measurements (red symbols) made since the seventeenth century (Rozelot & Damiani 2012). The mean value of all these measurements is close to 960 arcsec. *Right*: focus on solar radius measurements made since 1970. Solar Disk Sextant (SDS) measurements (Sofia et al. 2013) are represented with black circles. Solar and Heliospheric Observatory – Michelson Doppler Imager (SoHo-MDI) and Solar Dynamics Observatory – Helioseismic and Magnetic Imager (SDO-HMI) records are represented with blue symbols. The Solar Diameter Imager and Surface Mapper (SODISM) measurement obtained during the transit of Venus is represented with a green symbol. Adassuriya et al. (2011) found a solar radius of 959.89 ± 0.18 arcsec (see magenta circle symbol) during solar eclipse in Sri Lanka.

atmosphere generates various hindrances that make morphometric and photometric studies subject to discussion concerning the distinction between solar activity and atmospheric effects merged in ground-based measurements. They include refraction, turbulence, scattering, extinction, and diurnal alternation. It is suspected that the past inconsistencies of the temporal dependence of the solar radius measured from the ground stem primarily from such contingencies (Ribes et al. 1991; Delache & Kroll 1994; Badache-Damiani et al. 2007). Efforts have been made in the past to understand and quantify the effects of atmospheric disturbances on ground-based observations (Brown 1982; Lakhal et al. 1999). The interpretation of ground-based observations, however, remains controversial to date, and recent measurements obtained outside the atmosphere (balloon flights and space instruments) indicate that the canonical value of the solar radius is under-estimated. Ideally, space instrumentation is required for solar radius measurements, but this instrumentation is a high-level technical challenge given the desired accuracy (a few milli-arcsec), and mission duration in a harsh environment (BenMoussa et al. 2013). From the ground, the instruments are not affected by degradation due to space environment, and maintenance can be easily provided. If, in addition, the atmospheric effects are properly monitored and taken into account, they represent our best chance to build the needed long time-series records. That is why an important program of measurements from the ground is associated with the space operations during and after the *Picard* mission. The *Picard* program (Thuillier et al. 2006) owes its name to Jean Picard, considered as a pioneer of precise modern astrometry. *Picard Sol* comprises the Solar Diameter Imager and Surface Mapper II or SODISM II (a copy of the SODISM space instrument), the turbulence monitor (Moniteur d'Images Solaires Franco-Algérien or MISOLFA), and the additional instrumentation. The main objectives of the *Picard Sol* mission are:

- to understand the influence of the atmosphere on the solar radius;
- to determine the relation between the turbulence parameters and the measured solar radius;
- to determine whether small-angle scattering by aerosols could also impact significantly the metrologic accuracy;
- to compare the solar radius measurements obtained with SODISM II and ground-based instruments (to identify possible biases);
- to continue solar radius measurements with ground-based instruments.

2. Historical solar radius measurements at Calern Observatory

The solar radius survey was initiated in 1975 with the Solar Astrolabe at Calern Observatory (France). Simultaneously with visual observations on the same instrument, a program of charge-coupled device (CCD) records was conducted, which started in 1989. The coherence of visual and CCD measurements thus obtained over ten years permitted qualifying the whole visual series, which appeared to be free of systematic personal effects (Laclare et al. 1999). The DORAYSOL (Définition et Observation du Rayon Solaire) instrument was then designed and also developed at Calern Observatory. The principle of this instrument remains the same as that of the Solar Astrolabe (timing the crossing of a parallel of altitude by the Sun), but a prism at a varying angle enables more daily measurements. The DORAYSOL mean solar radius of 959.48 arcsec (with σ = 0.32 arcsec) was deduced from 19 169 measurements between years 2000 and 2006 (Morand et al. 2010). Data were corrected for atmospheric refraction, but not for turbulence. For the same period, a mean solar radius of 959.55 arcsec (with σ = 0.26 arcsec) was deduced from 371 Astrolabe measurements (with the same corrections). Measurements of the solar radius made at Calern with the Solar Astrolabe over two solar cycles (between 1978 and 1994) show apparent variations anti-correlated with solar activity defined by the number of sunspots (Laclare et al. 1996). These results have raised many questions

and led to the development of the dedicated *Picard* mission. Simulation of atmospheric effects on the solar radius measurements made at the Solar Astrolabe also showed the influence of seeing conditions and the importance of having a monitor that records the image quality (Lakhal et al. 1999). The idea of developing MISOLFA (Irbah et al. 2001; Assus et al. 2002) established itself, to run in conjunction with the *Picard* space mission and SODISM II. Thus, the *Picard* program contributes to the historical solar radius series initiated at Calern Observatory.

3. Solar radius variability

Possible temporal variations of the solar radius are important as an indicator of internal energy storage and as a mechanism for changes in the total solar irradiance (TSI). Long-term or cyclic variations in the solar luminosity can be related to the corresponding changes in the solar radius $R_\odot$ and effective temperature $T_{\rm eff}$ of the Sun by derivating the Stefan-Boltzmann equation:

$$\frac{\Delta \mathrm{TSI}}{\mathrm{TSI}} = 2 \times \frac{\Delta R_\odot}{R_\odot} + 4 \times \frac{\Delta T_{\rm eff}}{T_{\rm eff}}. \quad (1)$$

Thus, it is interesting to estimate the solar radius variations with the solar cycle. If we assume that the observed TSI variations over a solar cycle (~0.1%) represents an upper limit for the luminosity variation and assuming no variation in $T_{\rm eff}$, the strongest possible variation $\Delta R_\odot$ of the solar radius cannot exceed 0.5 arcsec during a solar cycle. Periodicities of solar activity with periods longer than the sunspot cycle (e.g., the 87 year Gleissberg cycle or the 210 year Suess cycle) have been found and fueled a discussion on the influence of solar variability on the Earth's climate (Braun et al. 2005). The potential link between solar activity and solar radius variations remains a matter of debate, however, requiring both modeling and measurements with enough accuracy over long periods. The relationship between the solar radius and the solar activity is the field of measurements and solar modeling. One of the first researchers to raise questions about the solar radius variations was Hermann Helmholtz (1821–1894), who proposed a theory for the solar luminosity that states that the Sun had been larger in the past and was slowly collapsing into itself because of its own gravity, releasing gravitational energy in the form of light and heat. But that was before nuclear fusion was discovered. Eddy & Boornazian (1979) were pioneers in the field of measuring solar radius variations. From the analysis of Greenwich meridian transit measurements over more than a century (1836–1853), they found a statistically significant secular decrease of the solar diameter of about 0.1% per century, which is even more than the rate proposed by Helmholtz in 1854 to explain solar luminosity. Later, however, while analyzing larger datasets spanning 265 years, Gilliland (1981) reported a marginally significant secular decrease of only around 0.1 arcsec per century. Other analyses concluded that there has been no detectable variation of the Sun over the past 250 years (Parkinson et al. 1980). Michel Toulmonde compiled all the solar radius measurements made between 1660 to 1995 and concluded that the mean solar radius at one astronomical unit is 960.0 ± 0.1 arcsec. His investigations did not reveal any substantial secular variation in the solar radius (Toulmonde 1997). However, it is very difficult to extract a trend in the solar radius from historical data. Thus, a possible long-term trend in solar radius records is still a matter of debate. On the one hand, the variability of the solar radius can be analyzed during a solar cycle. Historical solar radius measurements performed at the Calern site have revealed an anticorrelation with solar activity (Laclare et al. 1996) for a period covering solar cycles 21 and 22 (1978–1994). However, during solar cycle 23, ground-based records (Solar Astrolabe and DORAYSOL) showed no clear correlation or anticorrelation between the solar radius and the activity of the Sun (Morand et al. 2010). The Solar Disk Sextant (SDS) experiment shows the solar radius variability through its seven balloon flights during the years 1992 to 2011. The solar radius is found to vary over that period by up to 0.2 arcsec (Sofia et al. 2013), but the variation is not in phase with solar activity. Data from the Michelson Doppler Imager (MDI) instrument onboard the Solar and Heliospheric Observatory (SoHo) cover the whole solar cycle 23 and show no evidence of secular trends in the solar radius, or variations attributable to the 11 year cycle. Systematic changes in the solar radius with the sunspot cycle must be smaller than 23 milliarcsec (mas) peak-to-peak (Kuhn et al. 2004; Bush et al. 2010). Solar radius variations for different instruments are plotted in Fig. 2, showing some inconsistent results. The MDI result, even if often considered as the most reliable to date, would therefore certainly gain in being confirmed by other dedicated solar missions, such as *Picard*. Foukal et al. (2006) concluded that it is unlikely that solar radius measurements can reveal deeper-lying sources of solar irradiance variations, as was originally hoped. This is coherent with both the fact that modeling the net contribution of sunspots, faculae and plages is able to explain at least 90% of the observed cycle TSI variations (Ball et al. 2012), and the fact that no observable solar radius variation is expected from these surface effects (Spruit 1991). Therefore, changes in the size of the solar disk contribute probably negligibly to the TSI variations during a solar cycle. Coherent long-term measurements are therefore still needed to determine any significant variations of the solar radius during a solar cycle or any secular trend. This is the aim of the *Picard SOL* project in continuation of the series started at Calern observatory in 1978.

4. Picard Sol, a ground-based facility for long-term measurements

The *Picard* program includes a ground-based observatory consisting of different instruments based at the Calern site (Observatoire de la Côte d'Azur, France). *Picard Sol* and its instruments were described in detail by Meftah et al. (2012). SODISM II is a multiwavelength full disk solar imager specially designed for metrological solar radius measurements. MISOLFA (Corbard et al. 2010; Irbah et al. 2010; Ikhlef et al. 2012) is a high-cadence solar limb imager allowing us to measure the spatio-temporal parameters of the local turbulence. The photometer provides a quality index of pictures taken by SODISM II (aerosol optical depth or thickness and water vapor). The pyranometer measures the luminous flux received and provides another quality index for SODISM II measurements. The visible wide-field camera is used to detect the location of clouds.

4.1. The SODISM II ground-based instrument and solar radius measurements

For the space mission, two identical units were developed. One unit named SODISM (Meftah et al. 2014b) was launched on 15 June 2010, and the second was installed some months later at Calern Observatory (N 43°44′53″ latitude, E 6°55′36″ longitude and altitude of 1271 m). This ground-based unit, named SODISM II, is placed in a vacuum tank (Fig. 3) and pointed toward the Sun.

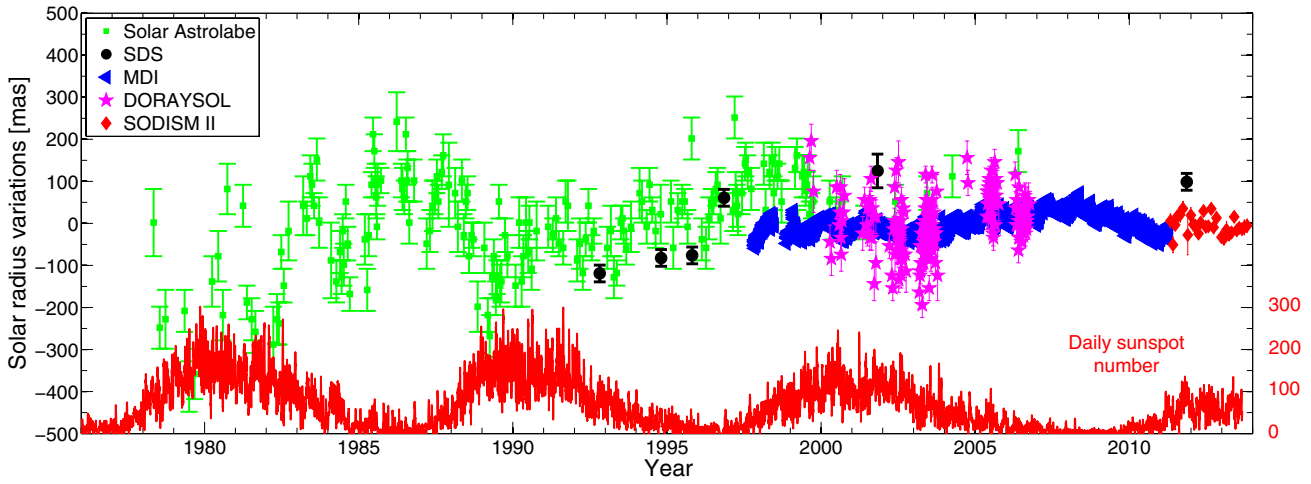

Fig. 2. Evolution of the solar radius variations over time for ground instruments (Solar Astrolabe, DORAYSOL and SODISM II monthly mean at 782.2 nm), balloon experiment (SDS), and space instrument (MDI) vs. daily sunspot number time-series. For each series, the mean has been taken as reference value.

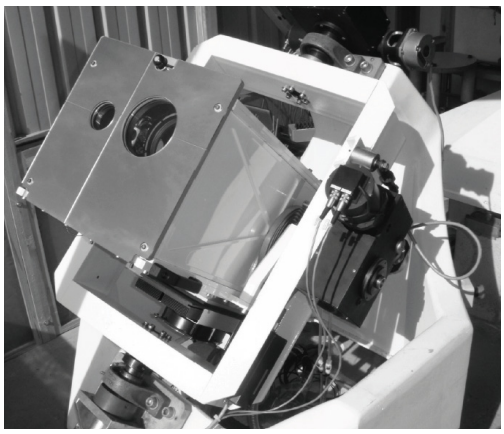

Fig. 3. View of the SODISM II equatorial mount. The ground-based telescope is placed in a vacuum tank closed by a glass window.

SODISM II is an 11 cm diameter telescope with a CCD at its focal plane. One image is recorded every minute with the instrument. It is a Ritchey-Chrétien telescope (to minimize both spherical and coma aberrations) with a focal length of 2626 mm, and an aperture of F/23 with a central obscuration of 40% in diameter (F/30 and 50% for the main channel). This aperture was chosen for geometric resolution. The field of view is ∼36 × 36 arcmin. The detector is a 2048 by 2048 pixel CCD array with square 13.5 μm pixels (∼1.06 arcsec per pixel). During nominal operations (solar pointing), the Sun is the only significant light source and it almost fills the field of view. This is why no external baffles were foreseen. This design has some field curvature, but image quality is only required at the Sun edge, so the focus is adjusted to this. The SODISM II main optical path consists essentially of a front window, a primary mirror (M1), a secondary mirror (M2), interchangeable interference filters, and a CCD. These choices about the optical configuration and spectral channels determine the core design of SODISM II, but the instrument has been supplemented with a number of important design features that augment its capacities:

1. the whole SODISM II instrument is in primary vacuum at ∼10 mbar;
2. the whole SODISM II assembly is thermally regulated at ∼20 °C;
3. the Sun image is stabilized on the detector by the equatorial mount (better than ±0.5 arcsec during the exposure time);
4. a front window bears a reflective and absorbing coating on its inner side, which divides the penetration of solar flux inside the instrument by ∼20;
5. two successive filter wheels permit inserting one of the spectral filters (between 393.37 and 1025.0 nm) and other refractive elements (lens for stellar operations), or to leave the optical path open;
6. a $2k \times 2k$ frame-transfer CCD is placed at the focal plane. A shutter mechanism provides it with dark conditions except within the duration of its electronic exposures. The CCD is anti-reflective coated;
7. a Peltier and a cold finger remove the heat at the back of the CCD to cool it (–10 °C ± 0.2 °C) and decrease its dark-signal during nominal operations. The low CCD temperature and the dark conditions granted by the shutter provide the relatively slow readout of the camera (∼22 s).

Two filters wheels carry a set of interference filters with specific roles, as shown in Table 1. The central wavelengths of the five spectral bands (viz. 393.37, 535.7, 607.1, 782.2 nm, and 1025.0 nm) ensue from the following rationale. The photospheric bandpasses (535.7 to 1025.0 nm) were selected for being quasi-free of Fraunhofer lines to account for the solar continuum and to therefore neglect any overlying structure. They also had to perpetuate valuable historical series, or to initiate new time-series if a compelling case could be made. A narrow bandpass centered around 535.7 nm was chosen for its heritage with the Calern measurements (Solar Astrolabe and DORAYSOL), although they were carried out in a wider bandpass of around 548 nm (Laclare et al. 1996). SODISM II is a replica of the space instrument and used two different filters at 535.7 nm for solar astrometry (a) and helioseismic observations (b). Furthermore, SODISM probes the solar interior via an helioseismic analysis of the solar disk and limb images at 535.7 nm (b), and via astrometric investigations at the limb. For our ground-based measurements, we kept these two filters at 535.7 nm to monitor the aging process. In both cases, we are beyond the characteristic time of the turbulence, which is

Table 1. SODISM II channels, characteristics, and relationship with other instruments.

Wavelength	Solar atmosphere	Bandwidth [nm]	Exposure time [s]	Role/relationship
393.37 nm	Ca II K line	~0.7	1.70	Chromosphere influence
535.7 nm (a)	Continuum	~0.5	1.30	Solar Astrolabe and DORAYSOL
535.7 nm (b)	Continuum	~0.5	8.90	Solar Astrolabe and DORAYSOL
607.1 nm	Continuum	~0.7	1.28	PSPT, SDS, SDO-HMI
782.2 nm	Continuum	~1.6	1.43	SDM
1025.0 nm	Continuum	~6.4	1.70	New time-series

Table 2. Solar radius observations in arcsec (″) at one astronomical unit (AU).

Instrument, site, authors	Years	Solar radius [″]	λ [nm]
Solar Astrolabe, Calern (Fr), Laclare et al. (1999)	1975–1998	959.51 ± 0.01*	540.0
SDM, Boulder (US), Brown & Christensen-Dalsgaard (1998)	1981–1987	959.65 ± 0.01**	800.0
SDS, Balloon experiment (mean value), Sofia et al. (2013)	1992–2011	959.76 ± 0.01	615.0
DORAYSOL, Calern (Fr), Morand et al. (2010)	1999–2006	959.48 ± 0.01*	548.0
SoHO-MDI, in space (Transit of Mercury), Emilio et al. (2012)	2003, 2006	960.12 ± 0.09	676.78
Picard-SODISM, in space (Transit of Venus), Meftah et al. (2014a)	2012	959.86 ± 0.20	607.1
SDO-HMI, in space (Transit of Venus), Hauchecorne et al. (2014)	2012	959.90 ± 0.06	617.3

Notes. (*) Solar Astrolabe and DORAYSOL data were corrected for atmospheric refraction and for zenith distance, but not for turbulence. (**) Corrected data to one astronomical unit.

measured in milliseconds. A second narrow channel was adopted at 607.1 nm. It can be compared with the 590–670 nm spectral range of the SDS balloon experiment (Sofia et al. 1984, 2013). This band has been used by the Precision Solar Photometric Telescope (PSPT) and produces images at 607.1 nm (Coulter et al. 1996) in the red continuum[1]. It can also be compared with the 617.3 nm continuum spectral range of the SDO-HMI space experiment (Scherrer et al. 2012; Schou et al. 2012). A third Fraunhofer-line-free bandpass is centered on 782.2 nm. It can relate to the Solar Diameter Monitor (SDM) measurements at 800 nm (Brown & Christensen-Dalsgaard 1998). A last Fraunhofer-line-free bandpass is centered on 1025.0 nm. With this wavelength, we initiate a new time-series, and while remaining in the photospheric continuum, we hope to minimize the impact of turbulence for ground-based observations. The chromospheric channel is centered on 393.37 nm (Ca II K line, singly ionized calcium, which is magnetically active). This permits us to image the low chromosphere and particularly, to observe the regions with an enhanced contrast. It can be compared with the PSPT experiment. References to solar radius observations corresponding to our channels are listed in the Table 2. It is important to note, however, that the uncertainties quoted by the authors for each set of measurements are not directly comparable because they cover periods of different lengths and do not all include estimates of the contribution from systematic effects.

SODISM II has recorded more than 75 000 solar images since the beginning of the mission in May 2011. Figure 4 shows a sample of Level-1 solar images at the six wavelengths recorded in 2013. All images were corrected for dark-current and flat-field. Thus, we can track the solar radius.

4.2. The MISOLFA instrument and turbulence monitoring

Simulation of atmospheric effects on the solar radius measurements shows the influence of seeing conditions (Lakhal et al. 1999). There are three common descriptions of the astronomical seeing conditions at an observatory of (i) the Fried parameter r_0 (size of a typical lump of uniform air within the turbulent atmosphere) and τ_0 (the time-scale over which the changes in the turbulence become significant); (ii) the turbulence vertical profile $C_n^2(h)$; and (iii) the full width at half maximum (FWHM) of the seeing disk. Using the Von Kàrmàn's model, it is shown that turbulence simulated through the Fried parameter (r_0) modifies the measured solar radius (Ikhlef et al. 2012). Figure 5 presents the effect of turbulence as a function of r_0 on SODISM II solar radius for each wavelength and shows that the systematic bias decreases as r_0 increases. At 535.7 nm, we note that for r_0 equal to 7 cm, the asymptotic value is reached, but with a bias of ~0.18 arcsec. Figure 6 shows the limb-shape evolution for different values of r_0 (FWHM of the solar limb first derivative decreases as r_0 increases). This indicator may also be used to correct the solar radius measurements obtained by SODISM II (see also Fig. 13). Thus, atmospheric turbulence modifies the ground-based observed shape of the solar limb, and this effect is always considered to be the source of the discrepancies among the radius determinations. These numerical results confirmed turbulence as a perturbing phenomenon that needs correcting for by about few tens of arcsec, and led to build a dedicated instrument (MISOLFA) to measure the turbulence parameters. MISOLFA is a solar seeing monitor associated with a CCD detector at its focal plane. This instrument is placed on an Alt-Azimuth mount support, which rotates MISOLFA about two perpendicular axes. The instrument has been described in detail by Irbah et al. (2010). Thirty-two solar limbs are recorded every second with the instrument. It is a Cassegrain-coudé telescope with a focal length of 10 000 mm, a main entrance pupil of 252 mm, and an aperture of F/40. The field of view is ~2.1 × 1.6 arcmin. The detector is a 640 by 480 pixel CCD array with square 9.9 μm pixels (~0.20 arcsec per pixel). The MISOLFA design is based on the statistical analysis of the entry angle fluctuations defined as the slope in each point of the wavefront through the pupil. In the case of diurnal conditions, these fluctuations are shown by the observation of the solar limb. Two measurement channels are provided:

1. a direct channel in which the Sun image is formed on a CCD camera with suitable magnification. This channel enables the evaluation of the spatial coherence parameters of

[1] http://lasp.colorado.edu/pspt_access/

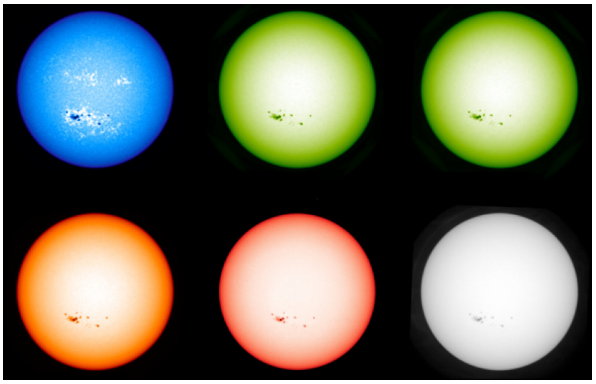

Fig. 4. *Top*: solar images in the different SODISM II channels (Level-1 data products): 393.37, 535.7 (a) and 535.7 nm; (b) starting from *left to right*. *Bottom*: solar images for other wavelengths: 607.1, 782.2 and 1025.0 nm starting from *left to right*.

the wavefront (Fried parameter, outer scale and isoplanetism domain) as well as the turbulence profiles;

2. a second channel (pupil channel) that forms the image of the pupil through a diaphragm placed on the solar limb is used to evaluate the wavefront temporal parameters using photo-electric detectors (photodiodes).

The first MISOLFA objective is to quantify the atmosphere effects on the ground-based solar radius measurements made by SODISM II, and the second is to validate the correction methods for this effect. To achieve these goals, the MISOLFA instrument measures all the optical parameters, which allows the observation conditions in which the measurements are made to be quantified. These parameters are the Fried parameter r_0, the spatial coherence outer scale L_0, the isoplanetism domain θ_0, the temporal characteristic(s) of the wave front evolution τ_0, and the turbulence vertical profile $C_n^2(h)$. To perform solar radius measurements, the chosen wavelengths are the same as that of the SODISM II instrument (393, 535, 607, 782, and 1025 nm). Currently, only one wavelength is operational (535 nm with $\Delta\lambda = 2.5$ nm). The exposure time of SODISM II images at 535.7 nm (a) is 1.3 s. The mean recorded turbulence characteristic time (τ_0) is about 20 ms, therefore SODISM II images can be considered as long-exposure times (see Fig. 5).

4.3. The PAPS photometer and aerosols detection

Details about liquid and solid aerosols, especially cirrus, subvisible cirrus, and generally transparency of the atmosphere above the observation site are required to properly correct the SODISM II observations. Aerosol influence on solar radius measurements has motivated our interest. Indeed, all the atmospheric effects may have an impact on our measurements. Thus, an automatic photometer (Photomètre Automatique *Picard* Sol or PAPS) provides a quality index for the pictures taken by SODISM II. The main purpose of PAPS is measuring Sun and sky radiance to derive the total column water vapor (cm), ozone, and aerosol properties using a combination of spectral filters. This instrument is included in the aerosol robotic network (AERONET) program (Holben et al. 2001). Aerosol optical thickness (AOT) is a quantitative measurement of the extinction of solar radiation by aerosol scattering and absorption between the point of observation and the top of the atmosphere. AOT can be determined from the ground through measurements of the spectral transmission of solar radiation through the atmosphere using the *Picard* Sol photometer. To perform solar radius measurements, the wavelengths (340 nm, 380 nm, 440 nm, 500 nm, 675 nm, 870 nm, and 1020 nm) are chosen very close to those used by the SODISM II instrument. Diffusion by aerosols affects image contrasts, and Fig. 7 shows the effect of different atmospheric conditions on two adjacent days on the limb-shape and its first derivative. The interpretation of Fig. 7 in terms of the influence of aerosols alone is not possible because the optical turbulence in the two cases is not necessarily the same. Simulations show that the decrease of contrast does not lead to significant bias on the location of the inflection point. It affects the precision of the measurement, however.

4.4. The PPS pyranometer and solar radiation monitoring

The *Picard* Sol pyranometer (Pyranomètre *Picard* Sol or PPS) is a radiometer that measures on a flat surface the sum of the luminous flux received from the Sun and the scattered solar light by the atmosphere after many reflections between the ground and atmosphere particles (molecules and aerosols). In clear atmospheric conditions, the received energy has a distribution as a function of time (shape with maximum at local solar noon). If there are clouds or more generally aerosols, this distribution departs from the previous shape by a decrease of the energy received by the instrument. This is seen by comparing the received energy distribution measured on an adjacent clear day. However, there are cases of enhanced solar irradiance at ground level that occur when there are high altitude cloud such as altocumulus and cirrus. This instrument detects this effect by an increase of the received energy. Figure 8 shows such an occurrence. The pyranometer detects these circumstances, but integrates the whole sky and therefore does not provide the relevant information in the direction of the Sun alone. An automatic determination of cloud type is possible with these data (Duchon & O'Malley 1999), however, which would be interesting to combine in a future work with the information on aerosols provided by PAPS.

4.5. The CPS visible wide-field camera and nature of the detected clouds

A *Picard* Sol visible wide-field camera (Caméra *Picard* Sol or CPS), operating in color (SBIG AllSky-340, Santa Barbara Instrument Group) is used to detect the location of clouds, which the pyranometer and photometer do not allow. This instrument permits detecting thin cirrus because of its great sensitivity and provides complementary information to the pyranometer and the photometer (aerosols). CPS brings us information about the quality of the sky (Fig. 9) and high-altitude clouds.

5. Picard Sol instrumental calibrations and operations

5.1. Picard Sol instrumental calibrations

5.1.1. Angular calibration for the SODISM II plate-scale determination

The knowledge of the SODISM II plate-scale is a fundamental parameter to derive an absolute value of the solar radius. Moreover, to discuss its wavelength dependence, we also need to obtain the plate-scale at different wavelengths. This can first be estimated theoretically using the appropriate optical

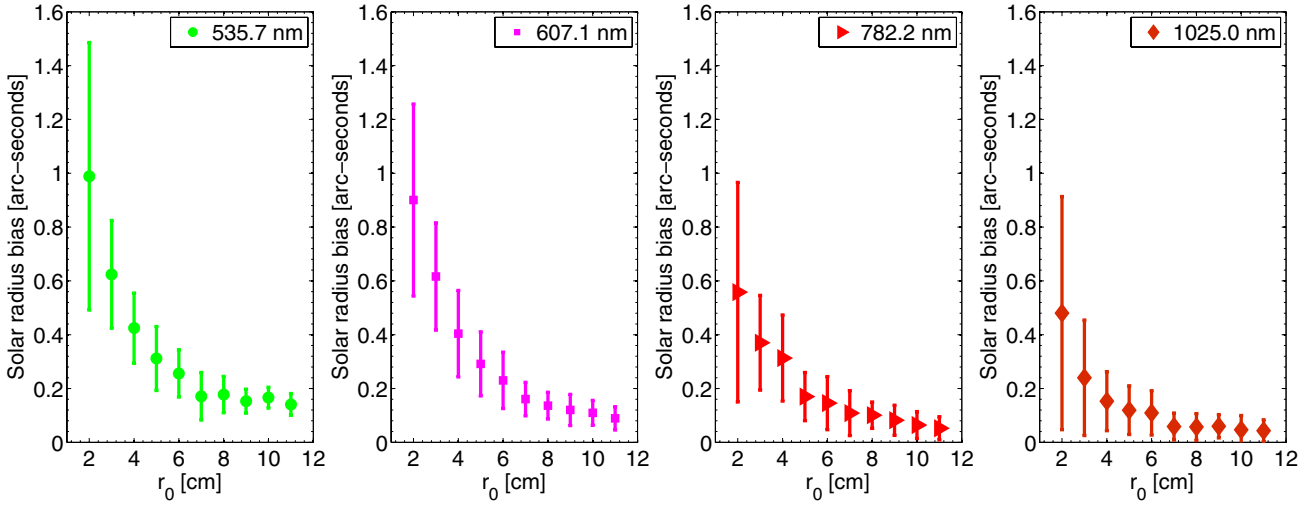

Fig. 5. Simulation of the bias due to Fried parameter (r_0) on SODISM II measurements (Von Kàrmàn model) with long-exposure times ($50 \times \tau_0$).

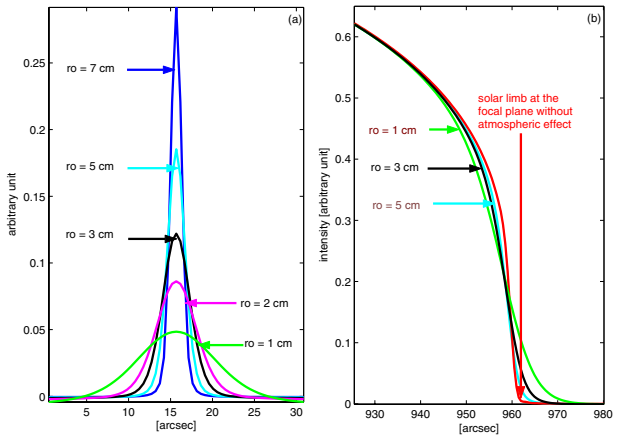

Fig. 6. Effect of turbulence on the limb-shape **b)** and its derivative **a)** as a function of r_0.

configuration (optical thickness of the different filters, point spread function (PSF), etc.). However, given the level of accuracy required for our measurements, a specific experimental calibration is also required. This is achieved by observing pairs of stars selected according to their brightness and angular distances, which must be close to 30 arcmin. The highest acceptable magnitude is 5 and the elevation must be greater than 20 arcdegrees given the limitation of the equatorial mount and to avoid strong atmospheric refraction. Five pairs of stars have been selected for measurements at different periods of the year (Meftah et al. 2012). Data processing includes three types of corrections:

1. proper motion of the star, parallax depending on the position of Earth around the Sun, and aberration;
2. chromatic effects, because the measurements are made without interference filter using stars of different types to infer the plate-scale conversion at the wavelength of the SODISM II measurements through an interference filter of known optical thickness;
3. thermal effects, because the measurements are made in the night-time. Thermal corrections to the focus applied for night-time star observing are weak. Indeed, our front window is inside the vacuum tank, which is controlled in temperature.

Another way for estimating SODISM II plate-scale is to use the solar radius obtained by the SODISM space instrument during the Venus transit as reference (Meftah et al. 2014a). The synthesis associated with these three approaches is given in Table 3. Two experimental calibrations (ACPS and SRPS) lead to results that agree at a level better than 5×10^{-5}. These results and the wavelength dependence are strongly linked to the knowledge and proper modeling of the instrumental optical configuration, however. In the following, we adopt the SRPS values, with which we associate conservative uncertainties of 10^{-4}. This introduces an uncertainty of ±0.090 arcsec on the determination of the absolute value of the solar radius.

5.1.2. SODISM II radiometric calibrations

The image data of the SODISM II solar telescope require dark-signal corrections (Hochedez et al. 2014). SODISM II dark-current images have been performed every day and with an exposure time of 1.4 s. All images have been corrected for dark-current.

Our images also require flat-field corrections, which consist of measurements allowing to set the pixels responsivity on the same photometric scale. This is potentially important for the precise determination of the limb-shape from which the solar radius is obtained. The whole SODISM II system must be used, including the interference filters. For flat-field measurements, the absence of clouds is mandatory, which is ensured by taking into account the observations gathered by the PAPS photometer, the PPS pyranometer, and the CPS camera. We used the method developed by Kuhn et al. (1991), which is based on the displacement of multiple images from the same source, here, the Sun. The set of images covers the CCD by scanning the Sun using the solar mounting. During the displacement, the Sun irradiance constancy is checked by using the pyranometer data and the integrated intensity within the image. As expected, operation made around solar noon is preferable. For each wavelength, the duration of the operation is around 80 minutes for acquiring 64 images. It is difficult to ensure that we keep excellent and stable conditions over such a long period and therefore it is very difficult to obtain a good flat-field on a regular basis for all wavelengths this way. A new method based on contrast maps has been developed and is being tested. This method basically assumes that the limb darkening function (LDF) is theoretically

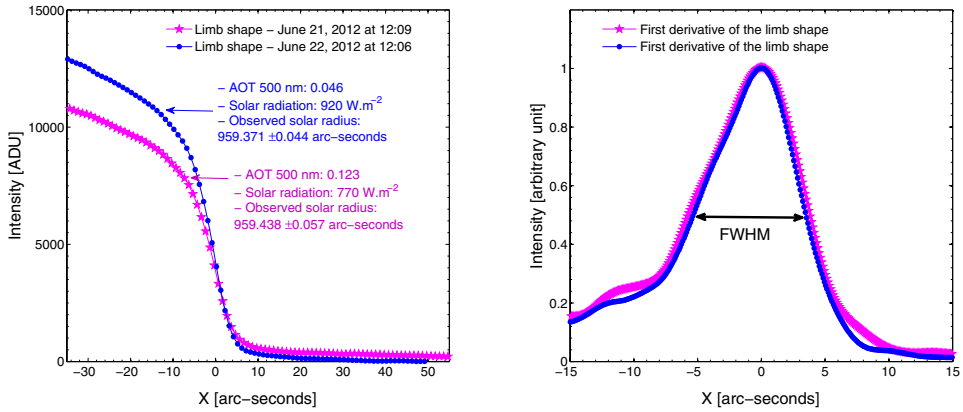

Fig. 7. *Left*: atmospheric effect on limb-shape at 535.7 nm (b). *Right*: evolution of the limb-shape first derivative. FWHM of the solar limb first derivative decreases as AOT decreases.

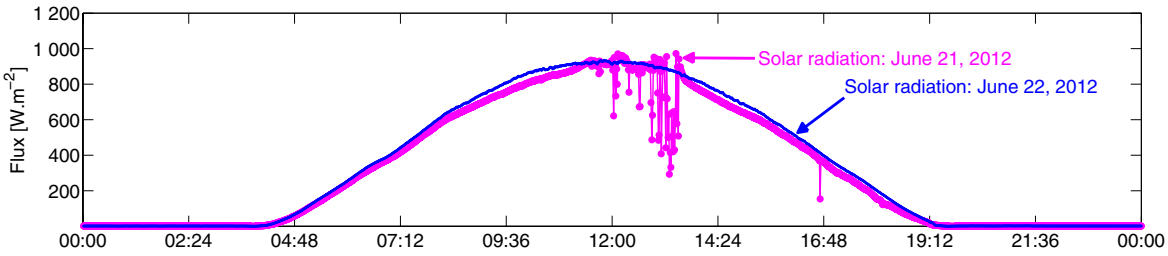

Fig. 8. Superposed solar radiation received on an horizontal plane in clear and slightly perturbed atmospheric conditions. The blue curve shows the measurement on the next day to allow a comparison with clear air conditions.

Table 3. SODISM II plate-scale for different wavelengths.

Wavelength [nm]	Optical thickness [mm]	TPS	ACPS	SRPS	SRPS–ACPS
393.37	12.328	1.060818	1.061076	1.061102	2.63×10^{-5}
535.7 (a)	12.297	1.060792	1.061057	1.061060	2.75×10^{-6}
535.7 (b)	12.303	1.060796	1.061061	1.061064	2.92×10^{-6}
607.1	12.225	1.060757	1.061016	1.061025	9.42×10^{-6}
782.2	12.341	1.060781	1.061083	1.061049	-3.40×10^{-5}
1025.0	12.080	1.060679	1.060931	1.060947	1.54×10^{-5}

Notes. The optical thickness column corresponds to a characterization of the different filters. SODISM II interference filters do not have the same optical thickness (index, thickness of optical elements used, etc.). Thus, each wavelength has its own plate-scale correction factor. Theoretical plate-scales (TPS in arcsec pixel^{-1}) are obtained from an optical model using the appropriate optical configuration. Angular calibration plate-scales (ACPS in arcsec pixel^{-1}) are obtained during specific campaigns on star doublets. SODISM reference plate-scales (SRPS in arcsec pixel^{-1}) are obtained from the knowledge of the solar radius measured by SODISM at 607.1 nm during the Venus transit. Six digits of the TPS, ACPS, and SRPS entries are significant.

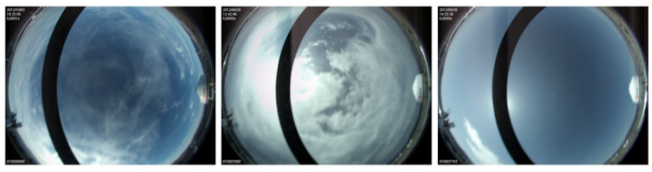

Fig. 9. Three typical situations encountered during operations that show different atmosphere transparency. They provide additional information for the instrumental calibration.

well known at least up to 0.8 solar radius and can be removed from each image after a proper normalization. The resulting contrast map is then assimilated to a uniformly illuminated plane, and the imperfect tracking of the Sun center during an observation sequence is used to build the flat-field. The effects of active regions are eliminated by taking for each pixel a median value over the whole sequence of contrast maps (Fig. 4). Our first tests have shown that the effect of flat-field corrections on the determination of the mean inflection point location is lower than 1 mas.

5.2. Picard Sol operations

The seeing monitor MISOLFA and the solar imager SODISM II have observed the Sun together since March 2011. SODISM II records full solar images at several wavelengths, with an optimal cadence of one image per minute (nominal operations since May 6, 2011). At the same time, MISOLFA records a continuous sequence of high-resolution (0.2 arcsec) and high-cadence (32 images per second) limb images at 535 nm from the two opposite sides of the solar disk as well as the temporal irradiance fluctuations on the pupil channel.

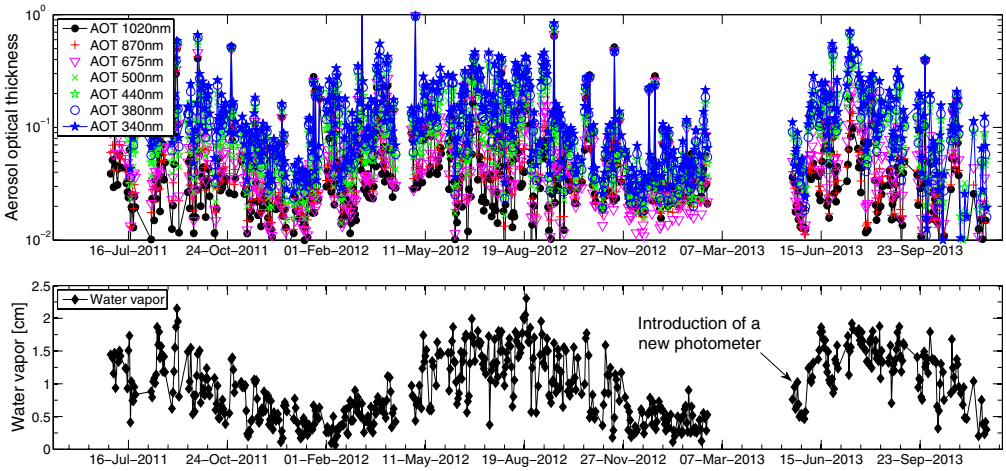

Fig. 10. Aerosols optical thickness (AOT) and water vapor content as a function of time at the observation site of Calern. The measurements obtained are part of data selection process.

6. Data selection, SODISM II corrections, and uncertainty budget

6.1. SODISM II data selection

The main causes of perturbation acting on the solar images are the transparency of the atmosphere and turbulence. The transparency of the atmosphere is of prime importance for the quality of the measurements. Scattered light has an effect on the image contrast and the limb-shape. Correcting for it would be difficult even if the detailed structures of the aerosols cloud (solid or liquid) were known. The best way consists of performing a drastic data selection. To achieve it, we dispose of key information about the aerosols load and presence of cirrus, which is more frequent in summer (constituting June, July, and August) than in winter (December, January, and February). The additional instrumentation (photometer, pyranometer and camera) provides a quality index for solar images taken by SODISM II and allows us to reject all data that are contaminated by atmospheric effects. Figure 10 shows that in terms of atmospheric aerosol, local winter is preferable. However, the lower mean Sun elevation in winter corresponds to a higher air mass, which also affects the mean image contrast. This is why both summer and winter images can pass the data selection process. The only way to minimize the presence of aerosol or to reduce its seasonal variations would be to observe from an observatory at a higher altitude.

6.2. SODISM II corrections

6.2.1. SODISM II correction for Sun-Earth distance (Calern-Sun distance)

The average Sun-Earth distance is called the astronomical unit (1 AU is equal to 149 597 870.700 km). It is a simple matter to correct the solar radius measurements within any time to their corresponding values at 1 AU based on the well-known ephemeris (Calern observatory). An error of one minute on dating images (impact on ephemeris value) would correspond to a maximum of 1 mas uncertainty on the determination of the solar radius.

6.2.2. Refraction and SODISM II computational method

Effect of refraction on the mean solar radius is corrected. The key inputs for this correction are temperature (T), pressure (P), and relative humidity (f_h) locally measured with the additional instrumentation. The standard conditions for Calern site are: (i) $T = 15°C$; (ii) $P = 875$ hPa; and (iii) $f_h = 50\%$. For temperature, pressure, and relative humidity, we assumed uncertainties of $\Delta T = 0.5$ °C, $\Delta P = 1$ hPa, and $\Delta f_h = 5\%$, which are typical for a standard weather station. Thus, the uncertainty on the correction is smaller than 20 mas for zenith distances lower than 70°. In this work, the correction for refraction is directly applied on the mean solar radius. For more accurate measurements, the corrections can be applied individually for each heliographic angle. This method should be used in future work to distinguish and understand the different effects on solar radius measurements (optical aberrations, turbulence, etc.).

6.2.3. Turbulence and MISOLFA measurements

The main source of uncertainty and bias for any ground-based measurement is certainly the effect of optical turbulence. Attempts to reduce this effect were historically made by using the finite Fourier transform definition of an edge on the solar disk (Brown 1982). This definition of the solar edge is based on a filtered integral of the solar signal at the solar limb. This minimizes the influence of the varying slope of the observed LDF that is induced mostly (but not only) by the varying atmospheric conditions such as seeing and scattering. Thus, the effect of turbulence is a spreading of the limb-shape that leads to a decrease of the solar radius. In other terms, turbulence generates a biased solar radius measurement. This bias can be estimated by using a model of turbulence and a given limb-shape. The results are shown in Fig. 5 using the model of Von Kàrmàn (Ikhlef et al. 2012). The bias on solar radius is decreasing with increasing r_0 and reaches an asymptotic value that depends on the wavelength (for solar continuum). As we show below, r_0 found in our observations is around 3 cm (at 535 nm), which implies a bias correction of about 0.6 arcsec, with a root mean square (RMS) of about 0.2 arcsec (at 535.7 nm). MISOLFA and SODISM II are simultaneously operated, which allows us, in principle, to correct each solar radius. The detailed treatment of MISOLFA records is still underway, however, and in this preliminary work, we use

Table 4. Fried parameter measurement performed between June 2010 and May 2012 (monthly median values r_0 and standard deviation σ).

Month	Jan.	Feb.	Mar.	Apr.	May	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Oct.	Nov.	Dec.
r_0 [cm]	2.82	3.42	2.92	3.71	4.10	4.20	3.88	2.50	3.70	3.45	3.50	2.75
σ [cm]	0.94	1.26	1.11	1.28	1.32	1.32	1.76	1.16	1.24	1.19	0.91	0.50

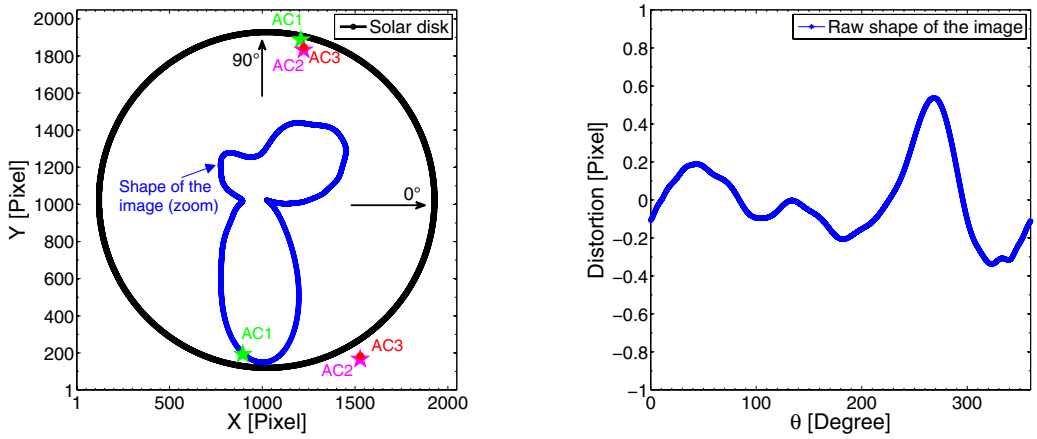

Fig. 11. *Left*: the solar disk as seen on the CCD shown with the black curve. The raw shape of the SODISM II image (solar radius at a given angle minus its lowest value) is represented with the blue curve. The scale is amplified by a factor of 1000. The three stellar angular calibrations (AC) that have been performed are represented by star symbols. The SODISM II plate-scale also depends on the shape of the image. *Right*: average limb position vs. central angle plotted in pixel units. The shape of the image corresponds to a SODISM II optical default (astigmatism). This shape does not change significantly over time (few mas).

only an average value of r_0. In a future work, the use of monthly averages of the Fried parameter should remove most of the seasonal effects induced by turbulence, but the ultimate goal with MISOLFA is to obtain reliable estimates of r_0 every minute. The Fried monthly averaged parameter measured from 2010 to 2012 is shown in Table 4.

6.2.4. SODISM II distortion and shape of the raw image

We defined the solar radius by the inflection-point position (IPP) of the solar-limb profiles taken at different angular positions (θ) of the image. The IPP is obtained by the passage through zero of the solar limb second derivative. The shape of SODISM II raw image (contour) is obtained from the calculation of all inflection points. Figure 11 shows the raw shape of SODISM II images obtained at low zenith distance to avoid astronomical refraction effects. The shape of the image is at most one pixel (around one arcsec). Knowledge of the image shape is critical for different calibrations (plate-scale) and corrections. Measurements of solar oblateness are not achievable with SODISM II instrument. It has been established from space missions that the difference in equator-to-pole radius is smaller than 10^{-2} arcsec (Kuhn et al. 2012). Thus, we can consider that the shape of the Sun is a perfect solar disk. Therefore, the shape of the image depends on the refraction, turbulence, and optical aberrations. In Fig. 11, the positions of three pairs of stars used for the plate-scale calibration are shown. The values of the plate-scale deduced from the measurements of their angular distance on the CCD were corrected using the information on image distortion provided by the observed shape of the solar disk.

6.2.5. SODISM II PSF

The SODISM II PSF and its effect on the solar limb were studied for the nominal optical configuration (Fig. 12), wherein the instrument is diffraction limited. Indeed, the SODISM II design and dimensions are such that the size of the Airy diffraction disk is about one arcsecond in the bluest case, which is still larger than any of the expected aberrations. The LDF of HM98 (Hestroffer & Magnan 1998), the COSI code for solar irradiance (Haberreiter et al. 2008a; Shapiro et al. 2010) and 3D hydrodynamic and magneto-hydrodynamic simulations or 3D model (Piau et al. 2011) were convolved by the theoretical PSF of the telescope, and the results for each wavelength are represented in Fig. 12 (LDF, PSF, and first derivative of the LDF convolved with the instrument PSF). The first derivative of the limb is spread over about two arcsec, and the location of the inflection point (maximum of the first derivative) appears to be clearly defined for all LDF models. We then studied the quality of the SODISM II images to see whether a solar radius measurement can be achieved with those data. We show in Fig. 7 (left panel) the solar limb intensity darkening extracted from solar images recorded at 535.7 nm (b) in two typical cases. We next compute the first derivative of these two LDFs to better evaluate their spread (right panel in Fig. 7). The observational curve gives an indication of image quality. The first derivative of the solar limb recorded with SODISM II is significantly wider than the spread expected from the model (Fig. 12, bottom panel at 535.7 nm). The slope of the observed intensity profile – defined as the full width at half maximum of its first derivative – is wider than expected by ~6 arcsec. This might be caused by a misalignment of the optical elements (astigmatism), combined with turbulence effects, and thermo-optical effects, which can also blur the image. In itself, this does not disqualify the scientific objective since it is equivalent to having a telescope with a smaller aperture, giving the observed PSF. But it would have to be time invariant that is constant during the entire mission. Thus, we do not seek to obtain the best focus. We simply wish to have a stable instrument. The daily means of observed LDF first derivative FWHM (Fig. 13) show a slight seasonal modulation,

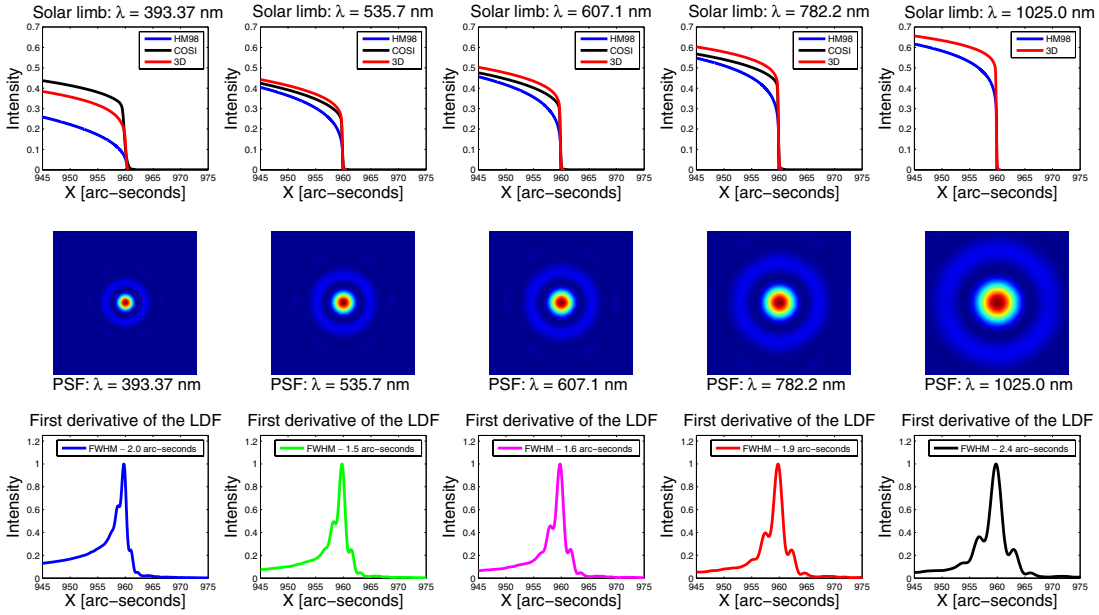

Fig. 12. *Top*: LDF at 393.37, 535.7, 607.1, 782.2 and 1025.0 nm, for the HM98 (empirical power-law model extrapolated to the limb), COSI models and 3D model. Their convolution with the nominal PSF of SODISM II is dominated by diffraction. *Middle*: SODISM II PSF for each wavelength. These PSF have been estimated by an optical model of SODISM II. *Bottom*: first derivative of the convolution between the two observables (LDF and PSF). It can be verified visually that the FWHM of the first derivative of the solar limb is about two arcsec.

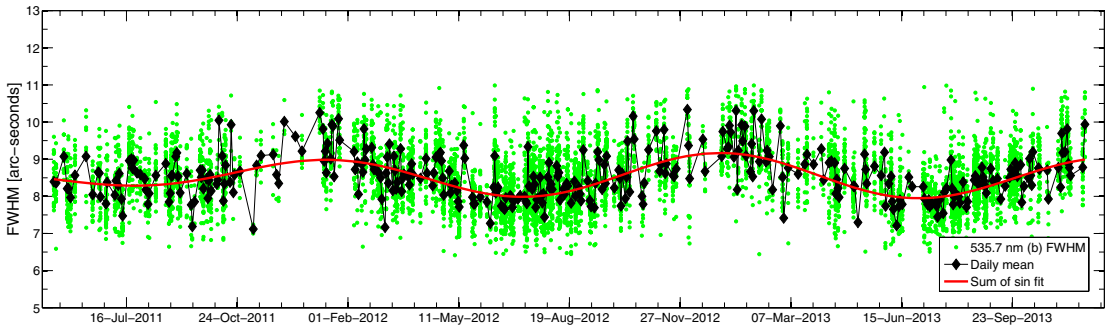

Fig. 13. Evolution of the solar limb first derivative FWHM at 535.7 nm (b) since the beginning of the mission (green dot). The black curve with diamond symbols corresponds to the FWHM of the daily mean at 535.7 nm (b).

however, which is probably related to the seasonal variations of the mean elevation of the Sun in the sky, which modulates both the influence of turbulence and the mean image contrast.

6.3. SODISM II uncertainty budget for determining the solar radius

Uncertainties for the absolute accuracy of the solar radius for different wavelengths are given in Table 5. Turbulence is a major source of uncertainty. The spatial and temporal variations of the refractive index change the path of light as it travels through the atmosphere, causing image motion and blurring. Turbulence limits the resolving power of the telescope. The Fried parameter, which qualifies the observations (seeing), is the dominant element in calculating the phase fluctuation variance. Considering a Kolmogorov model, the Fried parameter (r_0) is related to the angle of arrival fluctuation variance (σ_α^2) by

$$r_0 = 8.25 \times 10^5 \times D^{-\frac{1}{5}} \times \lambda^{\frac{6}{5}} \times (\sigma_\alpha^2)^{-\frac{3}{5}}, \quad (2)$$

where D is the aperture of the telescope (m) and λ is the wavelength (m). This equation was used to compute the Fried parameter, and some results shown in the Table 4. It is predicted from the Kolmogorov theory of turbulence, and the known dispersion of air, that the Fried parameter varies with wavelength as $r_0 \propto \lambda^{\frac{6}{5}}$. As mentioned above, the average Fried parameter r_0 is 3.41 cm at 535 nm. Thus, from the proportional relationship, we can determine the different values of r_0 for SODISM II different wavelengths (3.97 cm at 607.1 nm, 5.38 cm at 782.2 nm and 7.44 cm at 1025.0 nm). Therefore, we know the bias and the associated uncertainty on solar radius measurement for each wavelength (540 ± 170 mas at 535.7 nm, 410 ± 160 mas at 607.1 nm, 160 ± 90 mas at 782.2 nm and 60 ± 50 mas at 1025.0 nm), and that from Fig. 5.

The SODISM II instrument is thermally controlled and appears to be robust against changes on the order of few microns or a few degrees of temperature (Meftah et al. 2014b). Temperatures of the instrument (housekeeping) are measured, and their variations (thermal effects) introduce an uncertainty

Table 5. SODISM II uncertainties for all wavelengths.

Uncertainty sources	535.7 (a)	607.1	782.2	1025.0	Type
Angular calibration	90	90	90	90	Random
Aerosols	–	–	–	–	D[a]
Calern-Sun distance	≤1	≤1	≤1	≤1	Random
Refraction	≤20	≤20	≤20	≤20	Random
Turbulence	170	160	90	50	Random
Optical distortion	–	–	–	–	C[c]
PSF	–	–	–	–	C[c]
Scattered light	–	–	–	–	N[b]
Pointing	–	–	–	–	D[a]
Thermal effects	≤10	≤10	≤10	≤10	Random

Notes. All values are in mas. [(a)] D: Data selection. [(b)] N: Negligible. [(c)] C: Calibration.

Table 6. SODISM II mean solar radius (R) for each wavelength and standard deviation (S at 1σ) of the daily mean values after refraction correction.

Wavelength [nm]	N	d	R	S
393.37	11 309	367	959.940″	0.106″
535.7 (a)	20 300	374	959.237″	0.125″
535.7 (b)	11 391	376	959.286″	0.103″
607.1	11 342	350	959.452″	0.126″
782.2	11 351	375	959.716″	0.099″
1025.0	11 759	375	959.772″	0.181″

Notes. N is the total number of measurements gathered between May 2011 and December 2013, and d is the number of observation days.

smaller than 10 mas on the determination of the solar radius (for each wavelength).

7. Results and discussion

7.1. Solar radius determination

7.1.1. Mean solar radii obtained after refraction correction

An evolution of the solar radius measurements obtained with SODISM II (SRPS reference) is shown in Fig. 14 as a function of time for different wavelengths and after refraction correction. From these corrected measurements, a mean solar radius for each wavelength is given in Table 6. The SODISM II mean radius of 959.237 arcsec (with σ = 0.25 arcsec) at 535.7 nm (a) is deduced from 20 300 measurements. This is our reference time-series (comparison with historical measurements made at Calern). The various evolutions indicate that with increasing wavelength (solar continuum) the mean solar radius increases. At 393.37 nm, chromospheric emissions are recorded. Given its location above the photosphere, the solar radius is larger than those measured by using photospheric emissions. There is a difference of 700 mas compared with our reference wavelength. Without turbulence and with a perfect instrument, this difference must be on the order of 400 mas. This channel requires a special analysis.

7.1.2. Mean solar radii obtained after turbulence correction

The final SODISM II results (solar continuum), after making all necessary corrections described in the previous sections, are listed in the Table 7. The value of the solar radius is found to be equal to 959.777 arcsec at 535.7 nm (a), while the estimated uncertainties of the measurements are typically smaller than 0.2 arcsec. At 1025.0 nm, the solar radius is smaller than those found at 607.1 nm and 782.2 nm.

7.2. Solar radius variability

The current solar cycle is probably going to be the weakest in 100 years, which is an unprecedented opportunity for studying the variability of the solar radius during this period. The SODISM II measurements we made are reproducible. We did not observe any significant degradation. The solar radius observed with SODISM II results from variations smaller than 50 mas that are out of phase with solar activity. Solar radius variations for SODISM II and different instruments are plotted in Fig. 2, showing inconsistent results. Nevertheless, we can observe the measurement continuity between SODISM II and MDI.

7.3. Spectral dependence of solar continuum radius

One of the objectives of the PICARD mission is to deduce the spectral dependence of the solar limb profile. A study of the shape of the solar limb (models and observations) was carried out by Thuillier et al. (2011). Several kinds of solar atmosphere models were compared. Some models are constructed empirically for instance that of HM98, but contain no IPP. Others use theoretical models, such as VAL81 (Vernazza et al. 1981), FCH09 (Fontenla et al. 2009), and COSI, or are based on physical principles, such as SH09 (Short & Hauschildt 2009). Finally, others use 3D numerical simulations. Table 8 compares the IPP for four wavelengths. The different solar models show the same trend and their predictions agree well. The differences (ΔIPP) of the inflection-point position at 607.1 nm, 782.2 nm and 1025.0 nm from the IPP reference at 535.7 nm are smaller than thirty mas for the different models, but numerous studies of solar radius variation at different wavelengths appear in the literature that show a higher wavelength dependence, but with conflicting results. These measurement differences are most likely dominated by a poor correction of the wavelength dependence of instrumental (plate-scale, PSF, etc.) and atmospheric effects and not on the weak wavelength dependence of the solar LDF itself in the photospheric continuum.

From a theoretical model, we analyzed the impact of an instrumental effect on the inflection-point position. Figure 15 highlights the impact of an optical aberration (astigmatism) on our fine metrology measurements. The trend we see with the instrument is real. Indeed, three interference filters are from the same fabrication batch (535.7, 607.1, and 782.2 nm). A more detailed laboratory measurement of the instrument PSF can help us to refine this result. At 1025.0 nm, the result is more delicate. For this wavelength, we manufactured the interference filter after all others. There may be a low deviation in the determination of the optical thickness. Moreover, for this wavelength the quantum efficiency of the CCD is poor and the difference between the mean corrections introduced for turbulence (Table 7) is 100 mas between 782.2 nm and 1025.0 nm. This is based on the theoretical $\lambda^{6/5}$ dependence of r_0, but needs to be confirmed experimentally.

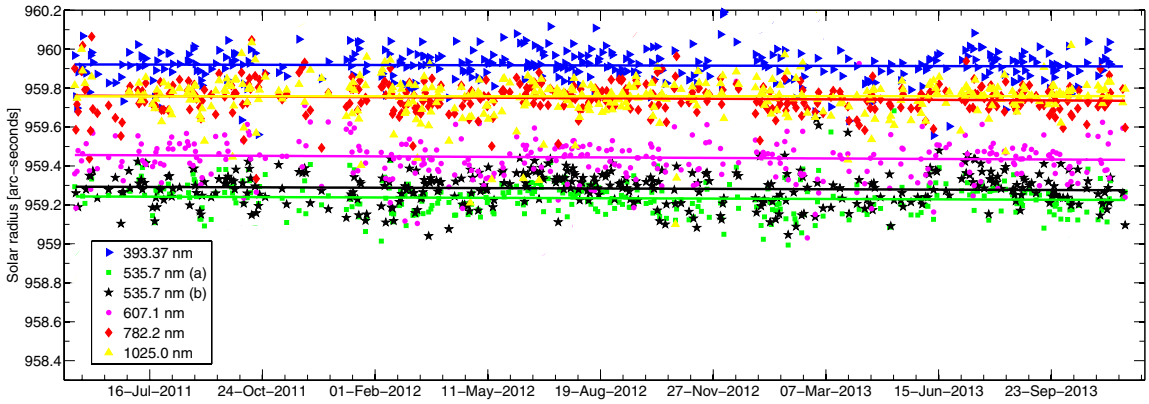

Fig. 14. Daily mean SODISM II observed solar radius with refraction correction as a function of time for different wavelengths. For all wavelengths, we obtained a negative slope of about 12 mas per year, which is not significant when compared with the 1σ uncertainty obtained on the mean radius (between 100 and 200 mas in Table 6). Any long-term instrumental degradation of the PSF or focus would lead to a slightly lower radius estimate.

Table 7. SODISM II mean solar radii and associated combined standard uncertainties after turbulence correction.

Wavelength [nm]	535.7 (a)	607.1	782.2	1025.0
Radius [a] [″]	959.237	959.452	959.716	959.772
Estimated r_0 [cm]	3.41	3.97	5.38	7.44
Turbulence bias [″]	0.54	0.41	0.16	0.06
Corrected radius [″]	959.777	959.862	959.876	959.832
Uncertainty – 1σ [″]	0.194	0.185	0.129	0.105

Notes. Results shown for each wavelength are obtained with quasi-identical exposure time. [(a)] Refraction correction only.

Table 8. Difference (ΔIPP) of the inflection-point position at 607.1 nm, 782.2 nm, and 1025.0 nm from the IPP reference at 535.7 nm (a) for different solar models.

Wavelength (λ)	607.1 nm	782.2 nm	1025.0 nm
ΔIPP VAL81	11.9	30.2	–
ΔIPP FCH09	13.6	32.8	–
ΔIPP SH09	9.4	21.2	–
ΔIPP COSI	10.0	28.0	–
ΔIPP 3D	13.5	25.0	21.0
SODISM II ΔIPP	85.0	99.0	55.0

Notes. SODISM II ΔIPP represents the values obtained by measurement. All values are in mas.

7.4. Discussion

The SODISM II mean radius value without turbulence correction (959.24 arcsec) obtained at 535.7 nm (a) is slightly lower than the mean value obtained by the two historic instruments (Solar Astrolabe and DORAYSOL) installed at Calern observatory (959.51 arcsec). Unfortunately, Solar Astrolabe and DORAYSOL are no longer in operation and simultaneous measurements could not be made to date. The SODISM II mean radius value obtained at 535.7 nm (b, 8.9 s) is slightly greater (50 mas) than 535.7 nm (a, 1.3 s), but the difference is within their uncertainties and they show the robustness of our instrumentation (almost equivalent results with two different interferential filters and with different exposure times). Thus, at 535.7 nm, we find a solar radius of 959.78 ± 0.19 arcsec, which is slightly higher but still compatible with the canonical solar radius (Auwers 1891).

For SODISM II at 607.1 nm, we found a solar radius of 959.86 ± 0.18 arcsec during the period 2011–2013. This result is also very similar to that obtained with the HMI instrument (959.90 ± 0.06 arcsec) during the last Venus transit. These results obtained with different instruments and methods highlight a probable underestimation of the solar radius canonical value (959.63 arcsec) or a slight evolution since the eighteenth century. On the other hand, our results at all wavelengths lead us to suspect an overestimation of the solar radius obtained with the MDI instrument (960.12 ± 0.09 arcsec). From radiative transfer simulations, we do not expect a variation of more than 20 mas between the measurements made at different wavelengths of the photospheric continuum. We have shown, however, that chromatic effects of astigmatism can contribute significantly to establish such a wavelength dependence in the measurements. From the ground, the bias introduced by optical turbulence is also dependent on the wavelength, and an inappropriate correction would also lead to different results.

At 1025.0 nm, we initiated a new time-series and found a solar radius of 959.83 arcsec during the period 2011–2013. This wavelength is interesting because it is less sensitive to either optical turbulence and atmospheric absorption. Our detector performs less well in this spectral range, however, and we estimate that our best result in the present instrumental configuration is probably obtained at 782.2 nm (solar radius of 959.88 ± 0.13 arcsec).

The future work will be an even more detailed study of the instrumental and atmospheric turbulence effects and their uncertainty budget contribution. In addition, we have set up additional instrumentation to monitor various aspects of the instantaneous atmospheric conditions. A detailed analysis can also be conducted to verify the minor effects of aerosols on the solar radius measurements made by SODISM II. So far, we did not find any correlation between solar radius measurements and aerosol optical thickness or water vapor, which is less strong in winter. A seasonal effect still exists on the solar radius measurements after correction for refraction, but it is very likely related to the variation of the daily mean zenith distance, which enhances both the

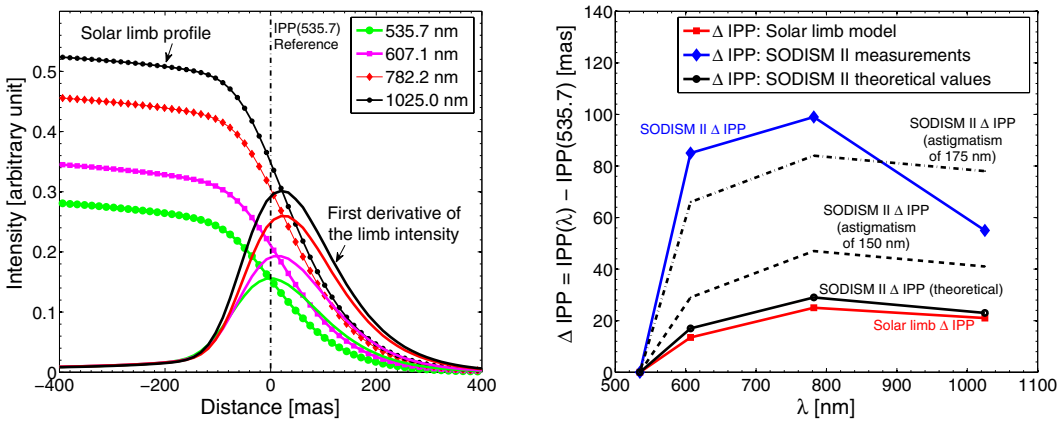

Fig. 15. *Left*: LDF at 535.7, 607.1, 782.2 and 1025.0 nm, for theoretical solar models. First derivative of the LDF for each wavelength. Location of the IPP(535.7) reference position. *Right*: the red curve with circle symbol represents ΔIPP as a function of wavelength for 3D solar model. The blue curve with diamond symbols represents ΔIPP as a function of wavelength for SODISM II measurements. The black curves represents ΔIPP as a function of wavelength for SODISM II theoretical results (convolution between LDF and PSF for three different cases).

effects of atmospheric extinction and turbulence. The most important parameters are the refraction and the optical turbulence. Scattering of the solar light by aerosols is not dominant.

Solar cycle 24 is particularly low, and as mentioned above, we find no significant correlation between solar activity or TSI and the variation of the solar radius. This finding is the same as that performed by SDS or MDI (Sofia et al. 2013; Bush et al. 2010). During the rising phase of cycle 24, however, we find much lower variations than those observed by SDS instrument over previous cycles. Only two and half years have been analyzed so far, but our first results show a remarkable stability at all wavelengths while the cycle was rising. This is consistent with the results obtained by MDI, which showed no significant variations of the solar radius in correlation or anticorrelation with activity over cycle 23.

8. Conclusion

At Calern (France), a set of instruments was installed to carry out solar radius measurements with the capability of distinguishing the atmospheric effect that might affect them. These effects are turbulence and aerosols scattering. The photometer provides a quality index of pictures taken by SODISM II (aerosol optical thickness and water vapor). The pyranometer measures the solar irradiance at ground level and provides another quality index for SODISM II measurements. A camera also contributes to data selection. These instruments allow us to discard contaminated data. Because turbulence effects cannot be avoided, an instrument is dedicated to measure this. SODISM II provides a nearly continuous record of the solar radius at different wavelengths since May 2011. MISOLFA measures the spatio-temporal parameters of the local turbulence since 2010. Currently, given the noise affecting its measurements, only monthly averages are used. The average Fried parameter r_0 is 3.41 cm for the period of observations reported here. We showed that it is possible to quantify the effect of aerosols through an associated modulation transfer function (MTF) that can be multiplied to the optical turbulence MTF to estimate the overall atmospheric MTF (e.g., Dror & Kopeika 1995). Therefore aerosols potentially have an impact on image spread, but it is expected to be small when observing the Sun from the heated ground where most of the optical turbulence is generated. Our first results presented here confirm that to first order, the effect of aerosols is rather only extinction and that optical turbulence is the only significant effect that contributes to the image spread. A detailed analysis of the PAPS records will help us in the future to determine the potential minor effects caused by aerosols. In this work, data selection was made mainly with the PAPS, PPS, and CPS. We are still working to improve the MISOLFA signal-to-noise ratio and pipeline, however, to derive estimates of r_0 every minute. We have shown (Fig. 7 of Ikhlef et al. 2012) that at given moments the r_0 value can be as high as 8 cm, which is significantly higher than the monthly average value. From Fig. 5, we see that the bias introduced by turbulence is low and remains roughly constant for r_0 above 7 cm. Selecting these particular images would therefore effectively lead to a series with a lower bias introduced by turbulence and lower uncertainties associated with the estimated bias corrections. Main corrections to the observed radius of the Sun are (i) atmospheric refraction (at most ∼1.0 arcsec); and (ii) seeing, which generates a bias lower than ∼0.5 arcsec, which is wavelength dependent. The SODISM II solar radius at 535.7 nm, after making all necessary corrections, is close to 959.78 arcsec, while the estimated uncertainties of the measurements are typically smaller than 0.2 arcsec. For other wavelengths of the SODISM II instrument, the solar radii are close to 959.9 arcsec. The solar radius observed with SODISM II (during the period 2011–2013) results from variations smaller than 50 mas and it is out of phase with solar activity. A continuation of PICARD ground-based segment will allow us to confirm our observations about the variations of the solar radius.

Acknowledgements. This project is a collaboration between LATMOS, OCA, and CRAAG and is supported by CNES and CNRS. We thank CNES (Centre National d'Études Spatiales), CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique), Laboratoire d'Optique Atmosphérique (University of Lille 1), and LESIA (Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique) for their support as well as all the participants who have devoted their expertise to this project. Numerous individuals have been involved in this project. They are all gratefully acknowledged for their respective contributions, although they cannot be listed here because many of them joined the development for only few months. The following institutes are acknowledged for providing the data: Solar Influences Data Center (Belgium), the "Physikalisch-Meteorologisches Observatorium Davos" (PMOD, Switzerland) and the Hansen Experimental Physics Laboratory (HEPL, Stanford University, United Sates). We especially

want to thank Rock Bush (HEPL team, Stanford University) who provided data from the MDI instrument. We also thank Alexander Shapiro and Werner Schmutz (PMOD) who provided COSI solar models at wavelengths associated with our instrument. We would like to thank Farrokh Vakili (Head of Côte d'Azur Observatory) for his support and provision of Calern site means. Finally, we thank the referee and the Editor for the constructive remarks and suggestions. This work is dedicated to the memory of Francis Laclare, who inspired a generation of astrophysicist to consider the measurement and interpretation of the solar diameter.

References

Adassuriya, J., Gunasekera, S., & Samarasinha, N. 2011, Sun and Geosphere, 6, 17
Assus, P., Borgnino, J., Martin, F., et al. 2002, in Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range, eds. J. Vernin, Z. Benkhaldoun, & C. Muñoz-Tuñón, ASP Conf. Ser., 266, 134
Auwers, A. 1891, Astron. Nachr., 128, 361
Badache-Damiani, C., Rozelot, J. P., Coughlin, K., & Kilifarska, N. 2007, MNRAS, 380, 609
Ball, W. T., Unruh, Y. C., Krivova, N. A., et al. 2012, A&A, 541, A27
BenMoussa, A., Gissot, S., Schühle, U., et al. 2013, Sol. Phys., 288, 389
Braun, H., Christl, M., Rahmstorf, S., et al. 2005, Nature, 438, 208
Brown, T. M. 1982, A&A, 116, 260
Brown, T. M., & Christensen-Dalsgaard, J. 1998, ApJ, 500, L195
Bush, R. I., Emilio, M., & Kuhn, J. R. 2010, ApJ, 716, 1381
Corbard, T., Irbah, A., Assus, P., et al. 2010, Astron. Nachr., 331, P58
Coulter, R. L., Kuhn, J. R., & Lin, H. 1996, in BAAS 28, 912
Delache, P., & Kroll, R. J. 1994, Booktitle: The Solar Engine and its Influence on Terrestrial Atmosphere and Climate, ed. Nesme-Ribes, E. (Berlin, Heidelberg: Springer Verlag), 193
Dror, I., & Kopeika, N. S. 1995, J. Opt. Soc. Am. A, 12, 970
Duchon, C. E., & O'Malley, M. S. 1999, J. Appl. Meteorol., 38, 132
Eddy, J. A., & Boornazian, A. A. 1979, in BAAS, 11, 437
Emilio, M., Kuhn, J. R., Bush, R. I., & Scholl, I. F. 2012, ApJ, 750, 135
Fontenla, J. M., Curdt, W., Haberreiter, M., Harder, J., & Tian, H. 2009, ApJ, 707, 482
Foukal, P., Fröhlich, C., Spruit, H., & Wigley, T. M. L. 2006, Nature, 443, 161
Gilliland, R. L. 1981, ApJ, 248, 1144
Haberreiter, M., Schmutz, W., & Hubeny, I. 2008a, A&A, 492, 833
Haberreiter, M., Schmutz, W., & Kosovichev, A. G. 2008b, ApJ, 675, L53
Hauchecorne, A., Meftah, M., Irbah, A., et al. 2014, ApJ, 783, 127
Hestroffer, D., & Magnan, C. 1998, A&A, 333, 338
Hochedez, J.-F., Timmermans, C., Hauchecorne, A., & Meftah, M. 2014, A&A, 561, A17
Holben, B. N., Tanré, D., Smirnov, A., et al. 2001, J. Geophys. Res., 106, 12067
Ikhlef, R., Corbard, T., Irbah, A., et al. 2012, in SPIE Conf. Ser. 8444
Irbah, A., Chibani, M., Lakhal, L., et al. 2001, in SF2A-2001: Semaine de l'Astrophysique Française, eds. F. Combes, D. Barret, & F. Thévenin, 59
Irbah, A., Corbard, T., Assus, P., et al. 2010, in SPIE Conf. Ser., 7735
Kuhn, J. R., Lin, H., & Loranz, D. 1991, PASP, 103, 1097
Kuhn, J. R., Bush, R. I., Emilio, M., & Scherrer, P. H. 2004, ApJ, 613, 1241
Kuhn, J. R., Bush, R., Emilio, M., & Scholl, I. F. 2012, Science, 337, 1638
Laclare, F., Delmas, C., Coin, J. P., & Irbah, A. 1996, Sol. Phys., 166, 211
Laclare, F., Delmas, C., Sinceac, V., & Chollet, F. 1999, Académie des Sciences Paris Comptes Rendus Série B Sciences Physiques, 327, 645
Lakhal, L., Irbah, A., Bouzaria, M., et al. 1999, A&AS, 138, 155
Meftah, M., Irbah, A., Corbard, T., et al. 2012, in SPIE Conf. Ser., 8446
Meftah, M., Hauchecorne, A., Crepel, M., et al. 2014a, Sol. Phys., 289, 1
Meftah, M., Hochedez, J.-F., Irbah, A., et al. 2014b, Sol. Phys., 289, 1043
Morand, F., Delmas, C., Corbard, T., et al. 2010, C. R. Phys., 11, 660
Parkinson, J. H., Morrison, L. V., & Stephenson, F. R. 1980, Nature, 288, 548
Piau, L., Stein, R. F., Melo, S., et al. 2011, in SF2A-2011: Proc. Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics, eds. G. Alecian, K. Belkacem, R. Samadi, & D. Valls-Gabaud, 407
Ribes, E., Beardsley, B., Brown, T. M., et al. 1991, Booktitle: The Sun in Time, eds. C. P. Sonett, & M. S. Giampapa, & M. S. Matthews (Tucson: Univerisity of Arizona Press), 59
Rozelot, J. P. 2001a, J. Atmos. Sol.-Terr. Phys., 63, 375
Rozelot, J. P. 2001b, J. Atmos. Sol.-Terr. Phys., 63, 2005
Rozelot, J. P., & Damiani, C. 2012, EPJH, 37, 709
Scherrer, P. H., Schou, J., Bush, R. I., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 207
Schou, J., Scherrer, P. H., Bush, R. I., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 229
Schröder, W. 2001, J. Atmos. Sol.-Terr. Phys., 63, 2003
Shapiro, A. I., Schmutz, W., Schoell, M., Haberreiter, M., & Rozanov, E. 2010, A&A, 517, A48
Short, C. I., & Hauschildt, P. H. 2009, ApJ, 691, 1634
Sofia, S., Chiu, H.-Y., Maier, E., et al. 1984, Appl. Opt., 23, 1235
Sofia, S., Girard, T. M., Sofia, U. J., et al. 2013, MNRAS, 436, 2151
Spruit, H. C. 1991, in The Sun in Time, eds. C. P. Sonett, M. S. Giampapa, & M. S. Matthews (Tucson: University of Arizona Press), 118
Thuillier, G., Dewitte, S., & Schmutz, W. 2006, Adv. Space Res., 38, 1792
Thuillier, G., Claudel, J., Djafer, D., et al. 2011, Sol. Phys., 268, 125
Toulmonde, M. 1997, A&A, 325, 1174
Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1981, ApJS, 45, 635
Wittmann, A. 1977, A&A, 61, 225

Chapitre 4

Mesures des paramètres de la turbulence diurne, l'instrument MISOLFA

Sommaire

4.1 Introduction 85
4.2 Caractérisation de la turbulence de jour 86
4.3 Description de l'instrument MISOLFA 88
4.4 Théorie et méthodes d'analyse 91
4.4.1 Observations plan image 91
4.4.2 Observations plan pupille 96
4.4.3 Etapes de traitements des données 102
4.5 Simulations numériques 114
4.5.1 Simulations d'imagerie à travers la turbulence, cas isoplanétique et anisoplanétique 116
4.6 Conclusion 119
4.7 Article paru dans Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS) Vol.458, pp :517-530 (2016) 119

4.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre 2 la théorie de la turbulence atmosphérique et les outils statistiques développés pour la caractérisation de celle-ci. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la quatification de la turbulence par la mesure des paramètres la caractérisant (notamment le r_0, L_0, C_n^2 et τ_0). Ces mesures sont indispensables dans notre cas pour essayer de comprendre l'effet de la turbulence optique sur la mesure du rayon solaire par imagerie directe.

Pour caractériser la turbulence de nuit et en mesurer les paramètres, plusieurs instruments ont été développés. L'instrument le plus utilisé est le Differential Image Motion Monitor (DIMM) qui consiste en un télecope de quelques dizaines de centimètres de diamètre (typiquement D=30cm), doté d'un masque à deux sous-pupilles de diamètre d séparées par une distance s typiquement supérieure à $3\,d$. Sur l'une des deux sous-pupilles un prisme permet de dévier les rayons d'un angle égal à environ une minute d'arc. En observant une étoile, on obtient au foyer du télescope son image dédoublée et l'analyse différentielle des fluctuations de la position de celle-ci permet d'obtenir le paramètre de Fried r_0. Sarazin et Roddier (1990) ont donné les éléments de théorie

d'un tel instrument et plusieurs études de sites ont utilisé le DIMM pour la caractérisation de leur qualité.

Le principe de la mesure différentielle qui permet de s'affranchir des effet des vibrations du télescope a été utilisé sur un autre instrument appelé Generalized Seeing Monitor (GSM, Martin et al. 1994, Ziad et al. 2000). Il consiste en un ensemble de 4 télescopes d'une dizaine de centimètres de diamètre chacun séparés de distances différentes (non redondantes) et disposés sur une base en L. Chaque paire de télescopes peut être utilisée comme un DIMM. L'analyse des fluctuations différentielles d'une étoile observée à travers ces télescopes permet de mesurer le r_0, l'angle d'isoplanétisme θ_0, l'échelle externe $\mathcal{L}_0$ (Ziad et al. 2000), et le temps caractéristique de la turbulence par une analyse temporelle (Ziad et al. 2012).

Ces deux instruments mesurent des paramètres intégrés au sol mais ne donnent pas d'information sur la répartition de la turbulence en fonction de l'altitude. Cette dernière est importante pour les systèmes d'optique adaptative pour corriger le front d'onde turbulent. Le choix de l'étoile de référence pour la correction du front d'onde se fait en fonction de l'altitude où se trouvent les couches turbulentes. Des profilers ont été développés pour permettre la mesure de l'énergie turbulente en fonction de l'altitude. Parmi ces instruments on peut citer le SOnic Detection And Ranging (SODAR, Peters et al. 1978) qui mesure la répartition de la vitesse du vent en altitude pour déduire le $C_n^2(h)$ et le SLOpe Detection And Ranging (SLODAR, Wilson 2002) qui mesure les pentes locales du front d'ondes perturbé pour déterminer le profil. D'autres instruments utilisent la mesure de la scintillation en observant une étoile double. Le SCIntillation Detection And Ranging (SCIDAR, Vernin & Roddier 1973) observe une étoile binaire, le profil de turbulence (C_n^2) est dérivé de la moyenne des fonctions d'autocorrélation de ces images et les moyennes des corrélations croisées entre ces images donnent le profil du vent en fonction de l'altitude. L'instrument Multi-Aperture Scintillation Sensor (MASS, Kornilov et al. 2003) avec une configuration plus compacte et moins chère détermine le profil par l'analyse statistique de la scintillation stellaire sur quatre anneaux concentriques formés par son système optique.

Un troisième type d'instrument observe un objet étendu pour la mesure des fluctuations des angles d'arrivée. C'est le Cas de l'instrument Monitor of Outer Scale Profile (MOSP, Maire et al. 2007) ou encore du Porfileur du Bord Lunaire (PBL ou PML, Ziad et al. 2013). Ces deux instruments mesurent les fonctions de structure angulaires des fluctuations des angles d'arrivée observées sur le bord de la Lune. En inversant ces fonctions de structure, les profils de $C_n^2(h)$ et du $\mathcal{L}_0(h)$ sont obtenus simultanément. La méthode est la même que celle utilisée dans la voie image de l'instrument MISOLFA que je vais présenter en détail dans ce qui suit.

4.2 Caractérisation de la turbulence de jour

La turbulence de jour est particulière comme la plupard de son énergie est évidemment localisée près du sol à cause du réchauffement par le Soleil. D'un autre côte, à part certains sites particuliers comme le Dome C où d'autres objets que le Soleil peuvent être observés durant la journée, le Soleil est l'objet astronomique à observer pour mesurer les paramètres de la turbulence.

Les instruments les plus utilisés sont : le Solar Differential Image Motion Monitor (S-DIMM, Beckers 2001) qui est comme son nom l'indique un DIMM adapté à l'observation du Soleil, et



FIGURE 4.1 – L'instrument comprenant un télescope de 35 cm de diamètre utilisé comme S-DIMM avec deux ouvertures de 5 cm séparées par une distance de 23 cm. La barette de scintillomètres (SHABAR) d'une longueur de 55 cm est visible sur la pupille d'entrée.

le SHadow BAnd Ranging (SHABAR, Beckers 2002). Pour le S-DIMM, seules les fluctuations du bord solaire dans le sens perpendiculaire à celui-ci sont utilisées pour l'estimation du r_0. Le SHABAR est un ensemble de scintillomètres placés sur une barette avec des séparations non redondantes. Il est basé sur la mesure de la scintillation qui est inversement proportionnelle au seeing. La scintillation est la fluctuation de l'intensité d'étoiles dûe aux variations localisées de l'indice de réfraction de l'atmosphère. Cela a été étendu au soleil par Seykora (1993), qui a utilisé un seul scintillomètre pour estimer le seeing diurne. En plus de la mesure de la scintillation, le SHABAR estime le C_n^2 à partir de l'estimation de la covariance croisée de la scintillation entre les différentes paires de scintillomètres. La figure 4.1 montre un instrument regroupant un S-DIMM et un SHABAR et qui a servi à la campagne de recherche de site au Sac Peak pour le grand télescope solaire DKIST (Daniel K. Inouye Solar Telescope) initialement connu sous le nom de ATST (Advanced Technology Solar Telescope).

D'autres techniques existent dans la littérature et ont été employées pour la mesure de seeing lors des observations diurnes. Brandt (1969; 1970) mesurait le seeing à partir de l'agitation et de l'étalement du limbe solaire au moyen d'une technique de balayage. Borgnino et Martin (Borgnino and Martin 1977a,b; Martin and Borgnino 1978) décrivirent une technique de mesure du r_0 avec des observations plan pupille en utilisant deux fentes placées au foyer de l'équatorial Coudé de l'Observatoire de Nice. Leurs observations ont également permis la vérification expérimentale du modèle de Kolmogorov dans le domaine inertiel de la turbulence (jusqu'à environ 30 cm de séparation) en mesurant les autocorrélations des fluctuations d'éclairements mesurées sur les images de la pupille.

Plus tard, Ricort et al. (1981; 1982) comparèrent ces mesures avec l'estimation du r_0 à partir du contraste de la granulation solaire et trouvèrent une bonne corrélation. Cette technique néces-

site en revanche un télescope d'un certain diamètre capable d'observer la granulation solaire.

Récemment, avec le développement des systèmes d'optique adaptative pour les observations solaires, certaines techniques utilisant les analyseurs de front d'ondes ont vu le jour. Kawate et al (2011) étudièrent la possibilité de l'utilisation de l'analyseur de front d'onde de type Shack-Hartmann pour l'estimation du r_0, chaque paire d'imagettes de l'analyseur du front d'onde peut être utilisée pour mesurer le r_0 d'une manière différentielle comme dans le cas du S-DIMM. Cette mesure dépend néanmoins de l'orientation par rapport au bord solaire.

Berkefeld et al. (2010) ainsi que Kellerer et al. (2012) ont employé un autre composant du système d'OA pour avoir le profil de turbulence. Un analyseur de front d'onde grand champ a été installé derrière le télescope solaire du Big Bear. La variation des distorsions du front d'onde avec la direction angulaire leur a permis la reconstruction de la distribution de la turbulence. Leur conclusion est que la turbulence a trois origines : une couche de surface (<500 m) qui contient 55 à 65 % de la turbulence, une couche limite entre 1 et 7 km comprenant 30 à 40 % de l'énergie turbulente, le reste (environ 5 %) est générée dans la tropopause, qui est au-dessus de 12 km en été et entre 8 et 12 km en hiver. Sharmer & van Werkhoven (2010) avaient utilisé une méthode similaire avec un analyseur de type Shack-Hartmann au télescope Suedois de 1 m à la Palma. Miura et al. (2013) ont utilisé la technique du SCIDAR en observant le Soleil pour déterminer la position des couches turbulentes en altitude à partir de l'analyse des ombres de scintillation solaire.

4.3 Description de l'instrument MISOLFA

Dans notre cas, et afin de bien comprendre l'effet de l'atmosphère sur la mesure au sol du rayon solaire, il nous fallait un ou des instruments capables de mesurer tous les paramètres de la turbulence. On a donc opté pour la réalisation d'un moniteur généralisé capable de mesurer le $C_n^2(h)$ (et donc le r_0), la distribution verticale de l'échelle externe $L_0(h)$ et sa valeur intégrée au sol $\mathcal{L}_0$, le domaine d'isoplanétisme et finalement le temps caratéristique de la turbulence τ_0. Cette instrument appelé MISOLFA est composé de deux voies de mesure comme le montre la figure 4.2.

C'est un télescope Cassegrain Coudé de 25.4 cm de diamètre et une impressionnante focale équivalente de 10 m et un foyer Nasmyth, son schéma optique est donné par la figure 4.3. Sur sa pupille d'entrée se trouve une lame prismatique qui a un double rôle, elle sert de filtre pleine ouverture pour limiter le flux de lumière solaire qui rentre dans le télescope et permet d'observer les deux bords opposées du limbe solaire horizontal (voir figure 4.3). Le choix de la monture (Alt-azimuthale) répond à des exigences de conception : il fallait mesurer la turbulence sur les deux bords horizontaux du Soleil et avoir un foyer Nasmyth permettant de mettre au plan focal des instruments et des pièces optiques plus facilement, ce qui n'est pas possible sur une monture équatoriale. Après ses miroirs primaire et secondaire, un troisième miroir plan (M3) renvoie la lumière vers un foyer Nasmyth. Un dérotateur de champ (P2) permet de garder l'orientation de l'image obtenue et une roue à filtres offre la possibilité de sélectionner différentes longueurs d'onde (les mêmes que celles sur SODISM2). Deux voies de mesure sont obtenues par la séparation du faisceau sortant, la voie image et la voie pupille.

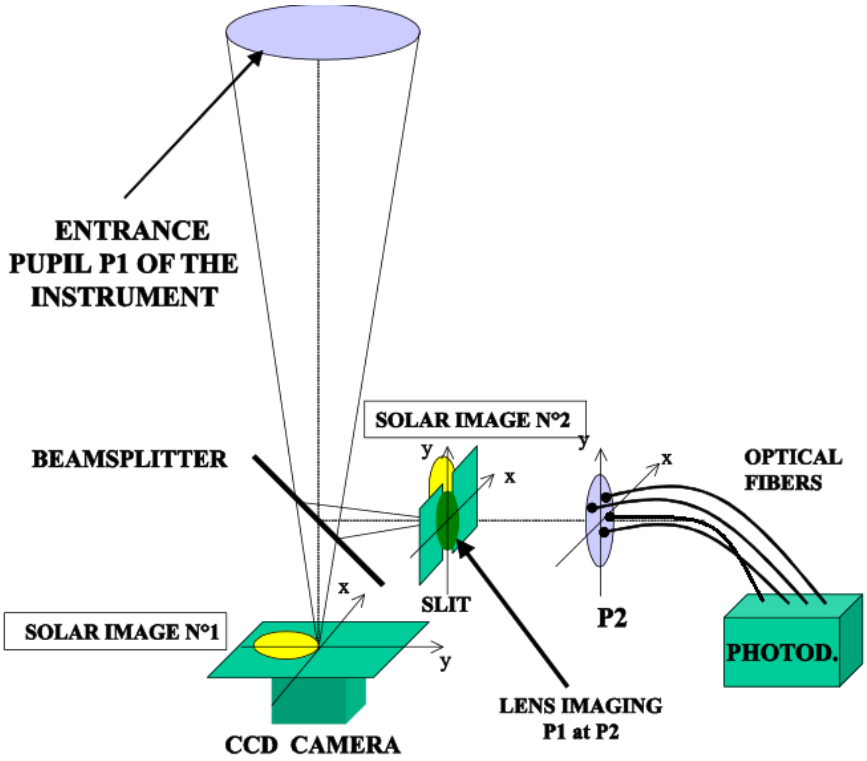

FIGURE 4.2 – Représentation du principe de l'instrument MISOLFA montrant ses deux voies de mesure.

Sur la voie image une caméra CCD PCO PixelFly enregistre des séries d'images à une cadence de 32 images/seconde et avec un temps d'exposition de l'ordre de la milliseconde pour figer la turbulence. La figure 4.4 montre un exemple d'image obtenue avec MISOLFA à 535 nm le 17 octobre 2014. L'image à droite est directe tandis que l'image de gauche moins lumineuse est obtenue après reflexions sur les parois internes de la lame prismatique. Le choix d'observer les deux limbes horizontaux vient du fait que ceux-ci sont le moins affectés par la réfraction astronomique. Le dérotateur de champ permet de garder tout le temps l'image des deux limbes avec la même orientation. La lame d'entrée est conçue de telle sorte à avoir les deux limbes sur le champ du CCD le long de l'année, la séparation est plus importante en été qu'en hiver. Le CCD comporte 640 x 480 pixels carrés de 9 μm de côte chacun ce qui correspond à 0.2 secondes d'arc. Le champ de la caméra est donc de 128 x 96 secondes.

Sur la deuxième voie, appelée voie pupille on obtient une image filtrée de la pupille d'entrée en utilisant un procédé semblable au test de Foucault. Une fente de taille angulaire égale à 5 x 25 secondes d'arc est placée perpendiculairement au limbe suivie d'une lentille, l'image obtenue en son foyer est ce qui est appelé une ombre volante solaire, elle correspond à l'image de la pupille d'entrée avec un certain filtrage spatial. Pour mesurer les paramètres de la turbulence sur cette image, il faut une caméra très rapide afin d'observer les variations des défauts de phase sur la pupille qui varient en fonction du temps caractéristique de la turbulence. Une autre possibilité est de mesurer ces défauts en observant les variations de l'intensité sur des surfaces (sous-pupilles) sélectionnées sur l'image de la pupille et séparées d'une certaine distance. C'est cette dernière

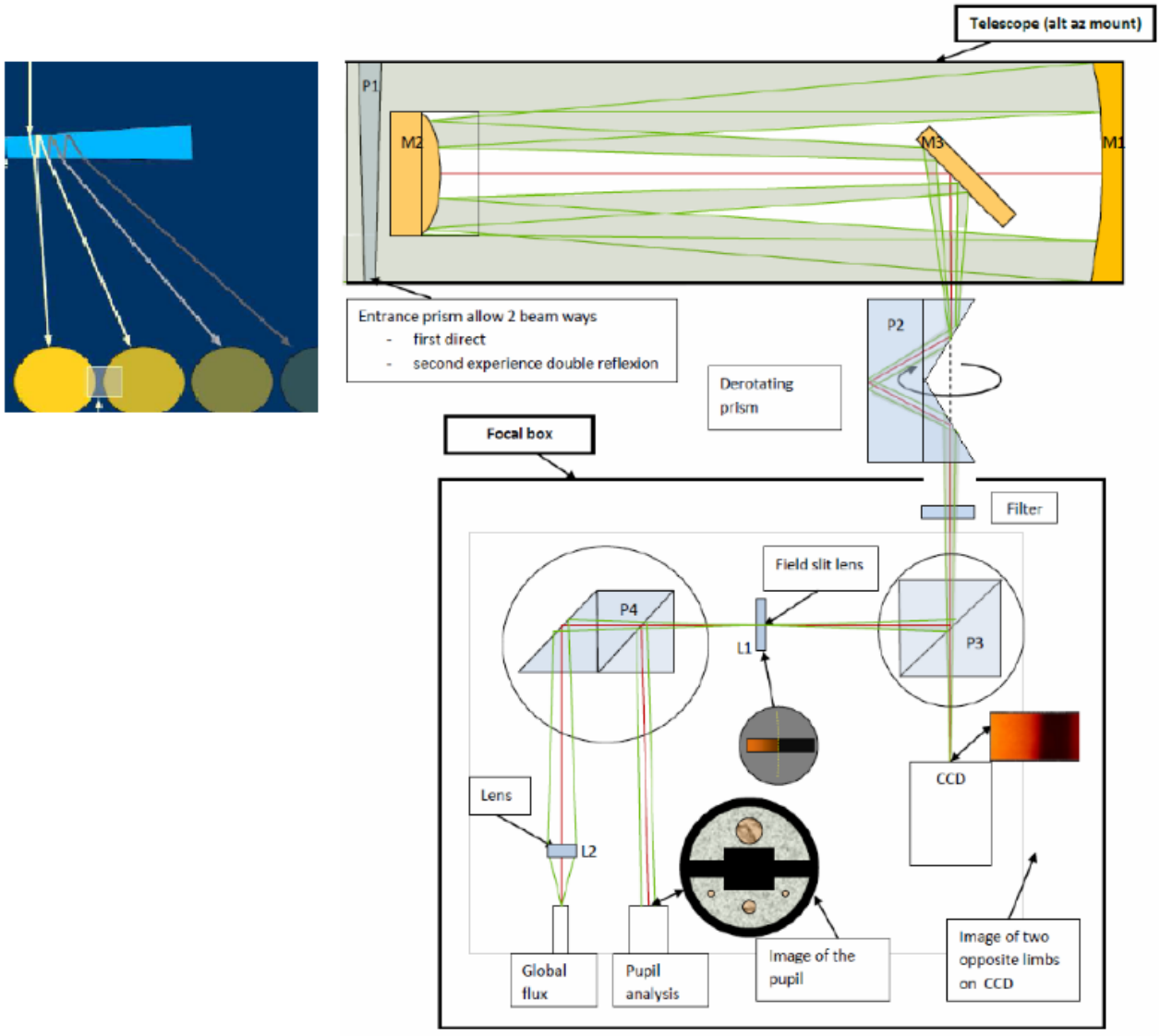

FIGURE 4.3 – Schéma optique montrant les différents composants optique de l'instrument MISOLFA et montrant ses deux voies de mesure. A gauche est schématisé le principe de la lame prismatique.

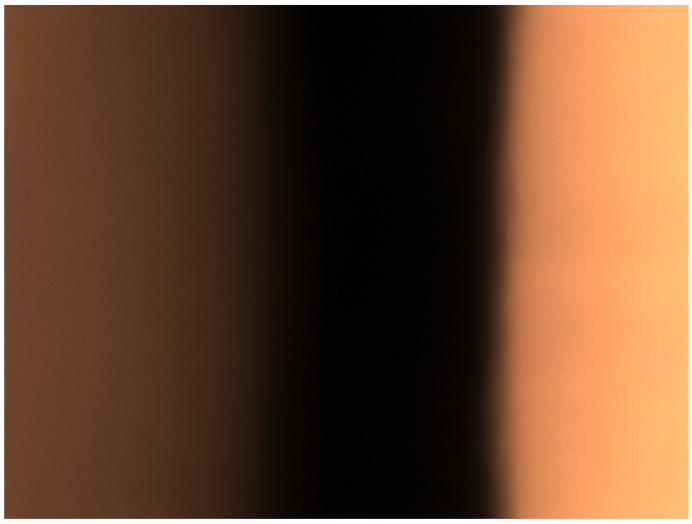

FIGURE 4.4 – Exemple d'image à 535 nm obtenue avec l'instrument MISOLFA le 17 octobre 2014.

configuration qui a été choisie. Les surfaces des sous-pupilles ont été choisies en fonction de la valeur moyenne du r_0 enregistrée à Calern qui est de 3 cm. Trois diamètres de sous-pupilles correspondants à $r_0/2$, r_0 et $2r_0$ ont été utilisés, deux sous-pupilles de 0.5 mm, une de 1 mm et une autre de 2 mm. Ces valeurs ramenées à la pupille d'entrée correspondraient aux valeurs de 1.5 cm, 3 cm et 6 cm (la focale du télescope $F = 10\,m$ et la focale de la lentille $f_L = 391\,mm$). Une cinquième photodiode intègre le flux de toute la pupille réimagée et donne ce qu'on a appelé la voie globale. Les flux de lumière des sous-pupilles sont intégrés par des photodiodes installées au bout d'un faisceau de fibres optiques monomode acheminant ces flux. Les fluctuations d'intensité lumineuse sont ainsi converties en fluctuations de signaux électriques, la faible intensité des signaux nécessite deux étages d'amplification dont le premier est à faible bruit pour les ramener à des niveaux exploitables. L'acquisition des signaux se fait à une cadence de 1 KHz (un échantillon par seconde) pour se placer en dessous du temps caractéristique de la turbulence.

4.4 Théorie et méthodes d'analyse

Dans cette section, je décrirai les fondements théoriques sur lesquels est basée la mesure des paramètres de turbulence de l'instrument MISOLFA. Par la suite, les étapes suivies lors du traitements de données des deux voies (image et pupille) sont décrites en mettant l'accent sur ce qui n'est pas détaillé dans l'article (Ikhlef et al. 2016) qui est présenté à la fin du chapitre.

4.4.1 Observations plan image

Les observations plan images visent à mesurer les paramètres de la turbulence à partir des fluctuations des angles d'arrivée visible sur le bord solaire. C'est par le biais d'analyse statistique

des ces fluctuations que les paramètres spatiaux sont estimés. La mesure plan image est principalement basée sur l'analyse des fonctions de structure des fluctuations des angles d'arrivée observées sur le bord solaire. Ces fluctuations qui sont visibles sur les contours des images haute résolution du bord sont extraites sur chaque ligne de l'image en détectant le point d'inflexion. Dans le cadre du modèle de Von Kàrmàn et dans le cas d'une atmosphère à une multitude de couches turbulentes, l'équation de la fonction de structure pour une pupille circulaire de diamètre D en fonction de la séparation angulaire θ le long du limbe est obtenue en remplaçant la base B dans l'équation 2.42 par θh, elle s'écrit donc sous la forme (Borgnino et al. 1992; Avila et al. 1997; Maire et al. 2007) :

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 2.4\sec(z)\int_0^{+\infty} \mathrm{d}h C_n^2(h)\int_0^{+\infty} \mathrm{d}f f^3 (f^2+\frac{1}{L_0(h)^2})^{-\frac{11}{6}}[1-J_0(2\pi f\theta h)-J_2(2\pi f\theta h)][\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2 \tag{4.1}$$

où f est une fréquence spatiale, $C_n^2(h)$ et $L_0(h)$ représentent les distributions de l'énergie turbulente et d'échelle externe en fonction de l'altitude respectivement.

A partir des observations voie images, une fonction de structure expérimentale est estimée. Les profils de $C_n^2(h)$ et $L_0(h)$ sont estimés par un ajustement non linéaire de la fonction de structure expérimentale par celle de l'équation 4.1. La fonction de structure peut être aussi exprimée en fonction de la variance σ_α^2 et de covariance des fluctuations des angles d'arrivée $C_\alpha(\theta)$:

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 2[\sigma_\alpha^2 - C_\alpha(\theta)] \tag{4.2}$$

σ_α^2 est obtenue en prenant un seul point du limbe et en calculant la variance de ses fluctuations. Cette mesure est entachée d'erreurs s'il y a une dérive du pointage de l'instrument, la mesure de la variance est dans ce cas surestimée. Le paramètre de Fried r_0 est directement lié à la variance des fluctuations des angles d'arrivée, dans le cas où la turbulence est décrite par le modèle de Von-Kàrmàn qui prend en considération l'échelle externe de valeur finie, le r_0 s'exprime pour un télescope de diamètre D et une longueur d'onde λ comme suit :

$$r_{0v} = 8.25\ 10^5 \lambda^{\frac{6}{5}} \sigma_\alpha^{-\frac{6}{5}} \left[D^{-\frac{1}{3}} - 1.525\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}}\right]^{\frac{3}{5}} \tag{4.3}$$

où σ_α est exprimée en secondes d'arc.

Pour des valeurs d'échelle externe très grandes, le terme en $\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}}$ devient négligeable et on utilise le modèle de Kolmogorov pour exprimer le r_0 en fonction de la variance (Borgnino et al. 1982; Irbah et al. 1994) :

$$r_0 = 8.25\ 10^5 \lambda^{\frac{6}{5}} D^{-\frac{1}{5}} \sigma_\alpha^{-\frac{6}{5}} \tag{4.4}$$

On remarque que l'expression du r_0 met en évidence le caractère chromatique de ce paramètre qui mesure la forme de la turbulence. Pour un diamètre de pupille donné et une valeur de la variance des fluctuations des angles d'arrivée, le r_0 est plus petit en infrarouge qu'en ultra-violet. Un r_0 de 10 cm dans le visible à 550 nm correspond à 37 cm en bande H à 1630 nm.

4.4.1.1 Variation de la fonction de structure en fonction des paramètres :

La fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivée mesure le degré de décorrélation entre les points de mesures (bord solaire) en fonction de leurs séparation angulaire. Puisque

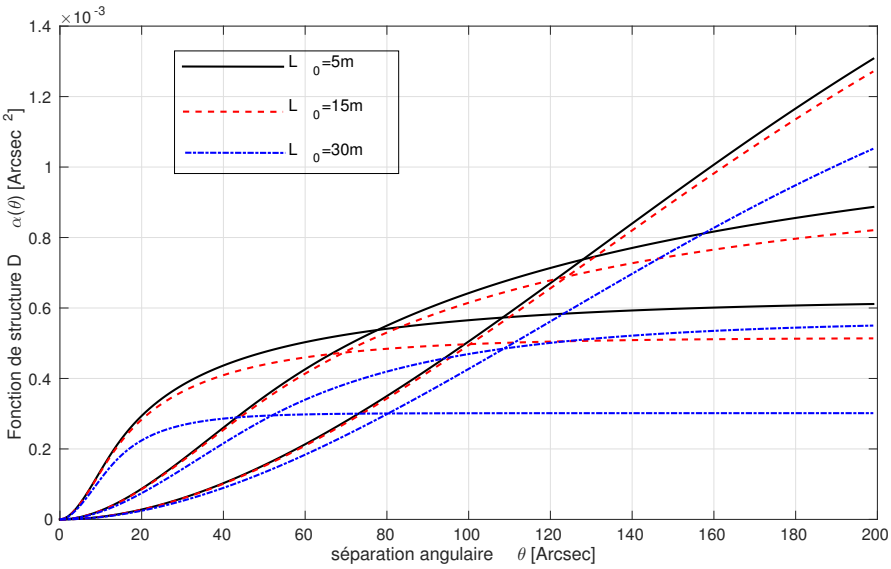

FIGURE 4.5 – Fonction de structure angulaire évaluée à différentes altitudes (700m, 2.5 km et 10 km) pour trois valeurs de $L_0(h)$, les valeurs de $C_n^2(h)$ pour ces altitudes sont calculés en utilisant le modèle empirique d'Hufnagel-Valley (Eq. 4.5).

l'on relie les points du bord par rapport aux autres, on réalise en principe une mesure différentielle en utilisant la fonction de structure. Nous avons vérifié que cela est vrai seulement pour les petites vibrations mais les grandes dérives, si elles ne sont pas compensées, engendrent des perturbations significatives de la fonction de structure expérimentales. Puisqu'il s'agit d'une double intégrale (en fonction de la fréquence spatiale f et de l'altitude h), la démonstration de l'effet des paramètres sur la fonction de structure nécessite de varier un paramètre à la fois et de fixer les autres. On peut aussi estimer cette fonction par rapport à l'altitude pour étudier son comportement en fonction de l'altitude (la fonction globale étant la somme des composantes de toutes des altitudes).

La fonction de structure peut être évaluée pour une certaine altitude en considérant différentes valeurs de L_0 pour celle-ci. La figure 4.5 montre (droite) l'allure de la fonction de structure évaluée pour différentes valeurs de $\mathcal{L}_0$ aux altitudes de 700m, 2.5 km et 10 km en prenant les valeurs de $C_n^2(h)$ déduites du profil de l'équation 4.5. Si on veut regarder l'effet des paramètres sur la fonction de structure, on varie un seul à la fois. La figure 4.6 montre l'effet de l'altitude, cette figure est obtenue en fixant l'echelle externe à 7 m et le r_0 à 5.5 cm, c'est à dire qu'on suppose que ces paramètres sont fixes en fonction de l'altitude. On a pris la longueur d'onde $\lambda = 535.7\,nm$ et le diamètre $D = 25.4\,cm$. On remarque que la saturation de la fonction de structure se réalise à des séparations angulaires plus importantes pour les altitudes les plus basses.

Si on prend le cas d'une seule couche turbulente à une altitude $h = 3\,km$ et un $r_0 = 5.5\,cm$ et en variant $L_0(h)$ de 1 à 100 m, nous obtenons les fonctions de structure de la figure 4.7. Concernant la pente à l'origine de la fonction de structure, celle-ci ne dépend pas fortement de la valeur de L_0. Du point de vue de l'amplitude, on voit clairement que la fonction de structure est plus sensible au petites valeurs de L_0 mais qu'au delà d'une certaine valeur (environ 60 m), les fonc-

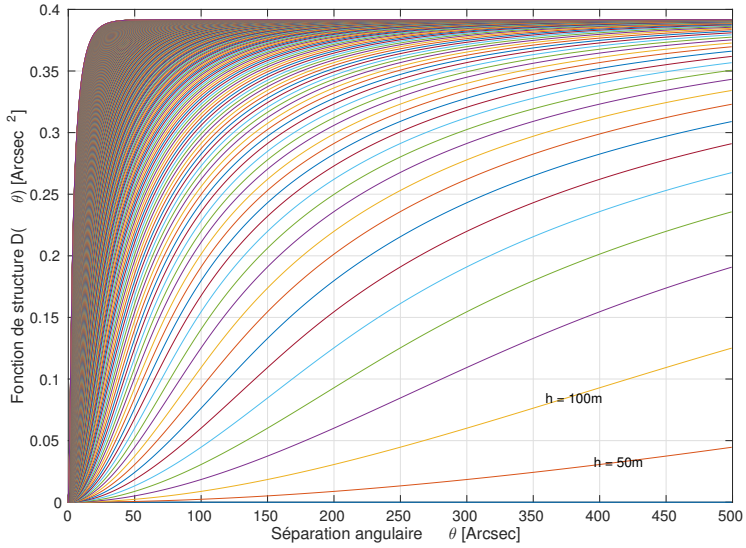

FIGURE 4.6 – Fonction de structure angulaire évaluée à différentes altitudes (de 0 à 25 km avec un pas de 50 m) pour une valeurs de $L_0 = 7\,m$ (fixe en fonction de l'altitue) et un $r_0 = 5.5\,cm$.

tions de structure se confondent. Cela veut dire que quelque soit la méthode d'inversion qui a pour but d'estimer les paramètres de la turbulence à partir de la fonction de structure, on n'est pas capable de distinguer entre les valeur de L_0 à partir de cette valeur limite.

Si on fixe l'altitude ($h = 3\,km$) et le $L_0 = 5\,m$ et qu'on fait varier le r_0 de 3 à 20 cm, on obtient les fonctions de structure de la figure 4.8. On remarque cette fois que la pente à l'origine et l'amplitude de la fonction de structure dépendent fortement du r_0, elles sont plus importantes pour les petites valeurs de r_0 et diminuent quand le r_0 augmente.

Finalement, pour être plus réaliste, considérons le profil de $C_n^2(h)$ proposé par Hufnagel-Valley (Hufnagel 1974; Valley 1980) qui est donné par l'équation suivante et présenté sur la figure 4.9 pour des altitudes allant de 0 à 30 km.

$$C_n^2(h) = 0.00594(\frac{V}{27})^2(10^{-5}h)^{10}exp(-\frac{h}{1000}) + 2.710^{-16}exp(-\frac{h}{1500}) + A\ exp(-\frac{h}{100}) \quad (4.5)$$

où V est la vitesse rms du vent en altitude prise égale à 21 m/s et A est une constante représentant la valeur de l'énergie turbulente près du sol, $A = 1.7\,10^{-14}\,\mathrm{m}^{-2/3}$ pour la turbulence de jour. Pour l'échelle externe, le seul modèle de profil que j'ai trouvé dans la littérature est celui proposé par Coulman et al. (1988) obtenu en ajustant des mesures expérimentales :

$$L_0(h) = \frac{4}{1 + (\frac{h-8500}{2500})^2} \quad (4.6)$$

Si on trace les fonctions de structure correspondantes à différentes altitudes et en évaluant les intégrales de l'équation 4.1 prenant les deux profils de $C_n^2(h)$ et $L_0(h)$ correspondant à ceux de Hufnagel-Valley et Coulman respectivement, on obtient les tracés de la figure 4.10. On remarque que les amplitudes des fonctions de structure sont plus importantes pour les basses altitudes pour

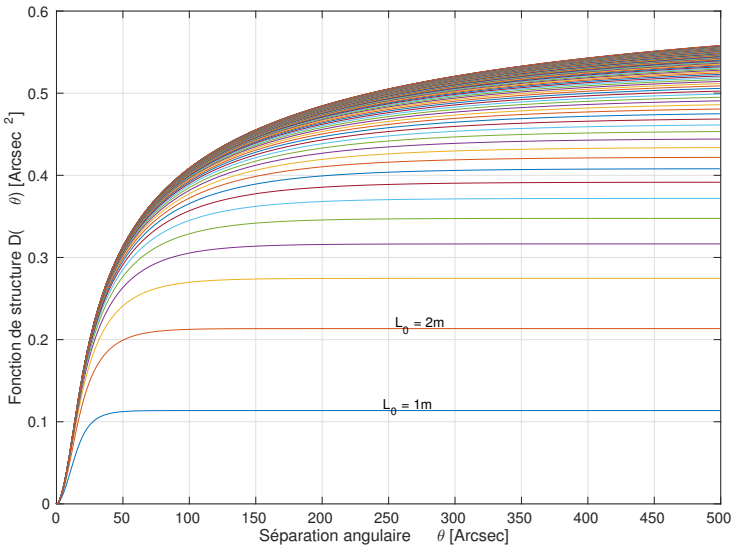

FIGURE 4.7 – Fonction de structure angulaire évaluée pour différentes valeurs de l'échelle externe (de 1 à 100 m) pour une altitude $h = 3\,km$ et un $r_0 = 5.5\,cm$.

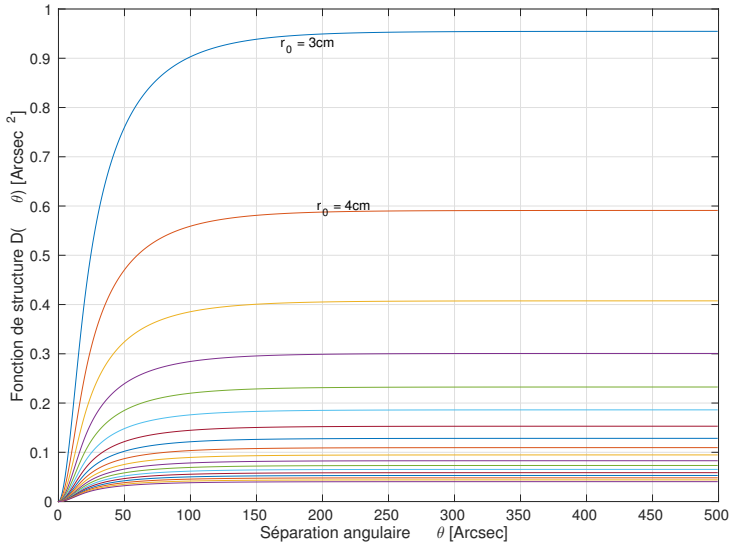

FIGURE 4.8 – Fonction de structure angulaire évaluée pour différentes valeurs de r_0 (de 3 à 20 cm avec un pas de 1 cm) pour une valeur de $\mathcal{L}_0 = 5\,m$ et une altitude $h = 3\,km$.

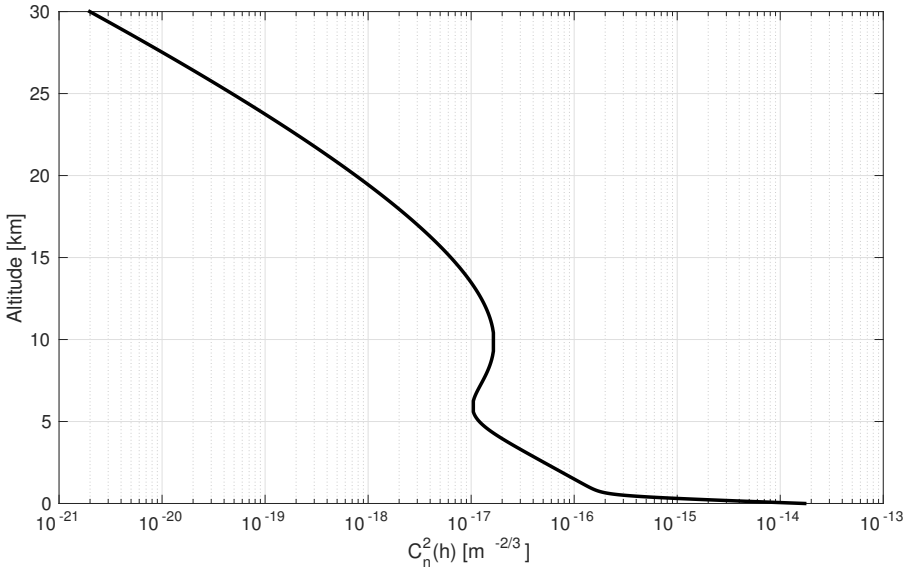

FIGURE 4.9 – Profil de $C_n^2(h)$ en fonction de l'altitude selon le modèle d'Hufnagel-Valley (Eq. 4.5).

lesquelles les $C_n^2(h)$ sont importantes. La contribution de ces couches basses est dominante dans la fonction de structure globale qui va être la somme des contributions de chaque couche.

Notons que dans le cas de MISOLFA, l'étendue angulaire que le champ du télescope permet d'observer et sur lequel la fonction de structure est évaluée est limité à 96 secondes d'arc.

4.4.2 Observations plan pupille

4.4.2.1 Fluctuations d'intensité et mise en évidence des défauts de phase :

La méthode utilisée dans les observations plan pupille utilise un procédé similaire à la méthode de Foucault servant à mesurer les défauts d'un miroir par exemple. Ici on s'intéresse à mettre en évidence les défauts de phase d'un front d'onde arrivant sur la pupille d'entrée d'un télescope au moyen d'un diaphragme rectangulaire de quelques secondes d'arc placé sur l'image du bord solaire obtenue à son foyer. On va montrer que les fluctuations d'intensité observées dans le plan pupille sont proportionnelles aux angles d'arrivée de la pupille d'entrée. En premier lieu, nous traiterons le cas d'une hypothèse de variation linéaire de l'intensité centre-bord. Ensuite on va généraliser au profil d'assombrissement solaire.

La surface d'onde arrivant sur la pupille d'entrée du télescope présente des déphasages entre les différents points de celle-ci. A chaque point, la normale à la surface est déviée d'un certain angle qui varie aléatoirement. Le front d'onde peut être assimilé à une multitude de petites surfaces appelées aires de cohérence où l'on peut considérer que la surface d'onde est localement plane et qui font un certain angle par rapport au plan d'onde moyen. Ceci se traduit par une légère fluctuation sur l'image du bord solaire obtenue au foyer du télescope. Schématiquement, chaque aire de cohérence produit une image du bord solaire au plan focal. Arrivant sur le diaphragme mis au plan focal, ces images de bord pénètrent plus ou moins à travers celui-ci. On observe alors un éclairement sur l'image obtenue derrière le diaphragme correspondant à la pente locale du front

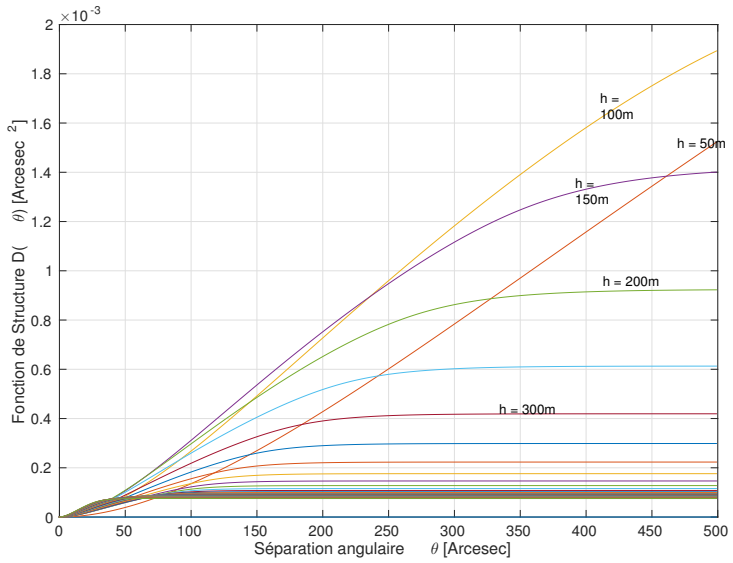

FIGURE 4.10 – Fonctions de structure des fluctuations des angles d'arrivée évaluées à différentes altitudes par intégration numérique de l'équation 4.1 et en utilisant les profils de $C_n^2(h)$ selon le modèle d'Hufnagel-Valley (équation 4.5) et le profil de l'externe selon le modèle de Coulman (équation 4.6).

d'onde (Borgnino 1978; Borgnino et al. 2007). Les fluctuations d'éclairement sont d'autant plus importantes que les fluctuations de phase sont grandes.

L'observation de la pupille d'entrée réimagée à travers le diaphragme peut être représentée par le schéma de la figure 4.11. La surface Σ représente un front d'onde perturbé d'amplitude complexe $\Psi(\overrightarrow{r})$ arrivant sur la pupille d'entrée P du télescope ayant une distance focale f, F étant son foyer, D est le diaphragme de transmission $t(\overrightarrow{r})$ suivi d'une lentille L de focale égale à $f/2$ permettant d'avoir un grandissement égal à 1 (entre la pupille et son image) et $P.O$ est le plan d'observation.

A l'arrière de la pupille d'entrée du télescope, la distribution d'amplitude est donnée par (Goodman 2000) :

$$A_0(\overrightarrow{r}) = \Psi(\overrightarrow{r})P(\overrightarrow{r})exp(-i\pi\frac{\overrightarrow{r}^2}{\lambda f}) \tag{4.7}$$

Au foyer Fdu télescope, cette distribution d'amplitude devient :

$$A_1(\overrightarrow{r}) = \frac{1}{\lambda f}exp(i\pi\frac{\overrightarrow{r}^2}{\lambda f}) \cdot \left[TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(\Psi(\overrightarrow{r})) \otimes TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(P(\overrightarrow{r}))\right] \tag{4.8}$$

où $TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}$ indique qu'il s'agit d'une transformée de Fourier évaluée pour les fréquences spatiales $\overrightarrow{u} = \frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f}$.

Le diaphragme D réalise un filtrage spatial via sa transmission $t(\overrightarrow{r})$ et à l'arrière de la lentille L suivant le diaphragme la distribution d'amplitude devient :

$$A_2(\overrightarrow{r}) = t(\overrightarrow{r}) \cdot A_1(\overrightarrow{r}) \tag{4.9}$$

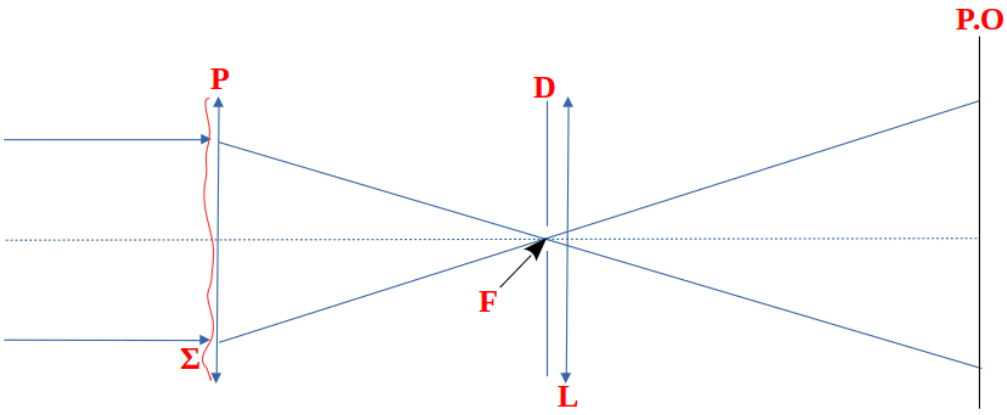

FIGURE 4.11 – Représentation schématique de l'observation de la pupille d'entrée à travers un diaphragme. L'image de la pupille est obtenue au niveau du plan d'observation P.O.

Finalemant au plan d'observation *P.O*, la distribution d'amplitude s'écrit sous la forme :

$$A_3(\overrightarrow{r}) = -\frac{1}{\lambda^2 f^2} exp(i\pi \frac{\overrightarrow{r}^2}{\lambda f}) \cdot TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(t(\overrightarrow{r})) \otimes \left(TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})} \left[TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(\Psi(\overrightarrow{r})) \otimes TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(P(\overrightarrow{r})) \right] \right) \tag{4.10}$$

Ce qui donne enfin en mettant $\hat{t}(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f}) = TF_{(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f})}(t(\overrightarrow{r}))$ et en développant l'équation précédente :

$$A_3(\overrightarrow{r}) = -exp(i\pi \frac{\overrightarrow{r}^2}{\lambda f}) \cdot \hat{t}(\frac{\overrightarrow{r}}{\lambda f}) \otimes [\Psi(-\overrightarrow{r}) \cdot P(-\overrightarrow{r})] \tag{4.11}$$

La distribution de l'intensité lumineuse dans le plan d'observation P.O est donnée par :

$$I(\overrightarrow{r}) = |A_3(\overrightarrow{r})|^2 \tag{4.12}$$

En développant le produit de convolution, cette equation devient :

$$I(\overrightarrow{r}) = |\int \hat{t}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{\lambda f}) P(-\overrightarrow{r'}) \Psi(-\overrightarrow{r'}) d\overrightarrow{r'}|^2 \tag{4.13}$$

Le module s'écrit sous la forme de produit par les valeurs conjugées, l'équation précédente s'écrit alors sous la forme :

$$I(\overrightarrow{r}) = \iint \hat{t}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{\lambda f}) \hat{t}^{\star}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r''}}{\lambda f}) P(-\overrightarrow{r'}) P(-\overrightarrow{r''}) \Psi(-\overrightarrow{r'}) \Psi^{\star}(-\overrightarrow{r''}) d\overrightarrow{r'} d\overrightarrow{r''} \tag{4.14}$$

où * désigne le conjugé.

Si on observe une étoile située à un angle $\overrightarrow{\alpha}$ par rapport à l'axe du télescope, l'amplitude complexe de l'onde au niveau de la pupille d'entrée du télescope devient égale à $\Psi(\overrightarrow{r}) exp[2i\pi \frac{\overrightarrow{\alpha}\overrightarrow{r}}{\lambda}]$ et l'intensité lumineuse s'écrirait sous la forme :

$$I(\overrightarrow{r}) = \iint \hat{t}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{\lambda f})\hat{t}^{\star}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r''}}{\lambda f})P(-\overrightarrow{r'})P(-\overrightarrow{r''})\Psi(-\overrightarrow{r'})\Psi^{\star}(-\overrightarrow{r''})exp[2i\pi\frac{\overrightarrow{\alpha}}{\lambda}(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r''})]d\overrightarrow{r'}d\overrightarrow{r''} \tag{4.15}$$

Dans le cas où l'on observe un objet étendu, la distribution d'intensité correspondrait à l'intégrale de l'intensité d'objets ponctuels pour toutes les valeurs possible de $\overrightarrow{\alpha}$. Si la luminance de l'objet étendu en question est $O(\overrightarrow{\alpha})$, l'intensité lumineuse obtenue au niveau de P.O s'écrirait :

$$I(\overrightarrow{r}) = \iint \hat{t}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{\lambda f})\hat{t}^{\star}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r''}}{\lambda f})P(-\overrightarrow{r'})P(-\overrightarrow{r''})\Psi(-\overrightarrow{r'})\Psi^{\star}(-\overrightarrow{r''})\int O(\overrightarrow{\alpha})exp[2i\pi\frac{\overrightarrow{\alpha}}{\lambda}(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r''})]d\overrightarrow{\alpha}d\overrightarrow{r'}d\overrightarrow{r''} \tag{4.16}$$

On remarque l'expression de la transformée de Fourier de O dans l'équation précedente. $I(\overrightarrow{r})$ devient alors :

$$I(\overrightarrow{r}) = \iint \hat{O}(\frac{\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r''}}{\lambda})\hat{t}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{\lambda f})\hat{t}^{\star}(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r''}}{\lambda f})P(-\overrightarrow{r'})P(-\overrightarrow{r''})\Psi(-\overrightarrow{r'})\Psi^{\star}(-\overrightarrow{r''})d\overrightarrow{r'}d\overrightarrow{r''} \tag{4.17}$$

Rappelons que l'objectif est de relier l'intensité lumineuse dans le plan d'observation en réponse à l'observation du bord solaire à travers une fente rectangulaire de quelques secondes de longeur. On ne va pas introduire la fonction d'assombrissement centre-bord dans notre calcul pour des raisons de complexité mais on va approximer le bout du limbe solaire observé à travers la fente par des fonctions simples. On suppose en premier lieu que le bord solaire est linéaire en fonction de l'angle, $O_1(\overrightarrow{\alpha}) = a\overrightarrow{\alpha}$, $\overrightarrow{\alpha}$ étant l'angle dans la direction y perpendiculaire au limbe (la direction de longueur de la fente). La T.F à deux dimensions s'écrit (Roddier 1971) :

$$\hat{O}_1(\frac{\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r''}}{\lambda}) = \hat{O}_1(\frac{x' - x''}{\lambda}, \frac{y' - y''}{\lambda}) = -\frac{a}{2i\pi}\delta(\frac{x' - x''}{\lambda})\delta_y^{(1)}(\frac{y' - y''}{\lambda}) \tag{4.18}$$

où δ est la distribution de Dirac et $\delta_y^{(1)}$ représente la dérivée première de la distribution de Dirac selon y.

L'équation de la distribution d'intensité devient :

$$\begin{aligned} I_1(x,y) = -\frac{a}{2i\pi}\iiiint \delta(\frac{x' - x''}{\lambda})\delta_y^{(1)}(\frac{y' - y''}{\lambda})\hat{t}(\frac{x - x'}{\lambda f}, \frac{y - y'}{\lambda f})\hat{t}^{\star}(\frac{x - x''}{\lambda f}, \frac{y - y''}{\lambda f}) \\ P(-x', -y')P(-x'', -y'')\Psi(-x', -y')\Psi^{\star}(-x'', -y'')dx'dx''dy'dy'' \end{aligned} \tag{4.19}$$

On réalise un changement de variable tel que : $\frac{x}{\lambda} = u$, $\frac{x'}{\lambda} = u'$, $\frac{x''}{\lambda} = u''$, $\frac{y}{\lambda} = v$, $\frac{y'}{\lambda} = v'$, $\frac{y''}{\lambda} = v''$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} I_1(\lambda u, \lambda v) = -\frac{a\lambda^4}{2i\pi}\iiiint \delta(u' - u'')\delta_y^{(1)}(v' - v'')\hat{t}(\frac{u - u'}{f}, \frac{v - v'}{f})\hat{t}^{\star}(\frac{u - u''}{f}, \frac{v - v''}{f}) \\ P(-\lambda u', -\lambda v')P(-\lambda u'', -\lambda v'')\Psi(-\lambda u', -\lambda v')\Psi^{\star}(-\lambda u'', -\lambda v'')du'du''dv'dv'' \end{aligned} \tag{4.20}$$

En utilisant les propriétés de la distribution de Dirac, on obtient :

$$I_1(\lambda u,\lambda v) = -\frac{a\lambda^4}{2i\pi}\iiint \delta_y^{(1)}(v'-v'')\hat{t}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'}{f})\hat{t^\star}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v''}{f}) \\ P(-\lambda u',-\lambda v')P(-\lambda u',-\lambda v'')\Psi(-\lambda u',-\lambda v')\Psi^\star(-\lambda u',-\lambda v'')du'dv'dv'' \tag{4.21}$$

En posant $w = v' - v''$, l'expression de I_1 devient :

$$I_1(\lambda u,\lambda v) = -\frac{a\lambda^4}{2i\pi}\iiint \delta_y^{(1)}(w)\hat{t}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'}{f})\hat{t^\star}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'+w}{f})P(-\lambda u',-\lambda v') \\ P(-\lambda u',-\lambda v'+\lambda w)\Psi(-\lambda u',-\lambda v')\Psi^\star(-\lambda u',-\lambda v'+\lambda w)du'dv'dw \tag{4.22}$$

$\Psi(x,y) = exp[i\varphi(x,y)]$ dans l'hypothèse du champ proche. L'application de $\delta_y^{(1)}$ fait apparaître trois termes dans l'expression de $I_1(\lambda u,\lambda v)$: une composante continue, un terme dû à l'effet de la dérivation de la fonction pupille (effet de bord) et un dernier terme fluctuant $\widetilde{I}_1$ qui nous intéresse et dont la forme est la suivante :

$$\widetilde{I}_1(\lambda u,\lambda v) = -\frac{a\lambda^5}{2i\pi}\iiint \delta(w)\hat{t}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'}{f})\hat{t^\star}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'+w}{f})P(-\lambda u',-\lambda v') \\ P(-\lambda u',-\lambda v'+\lambda w)\Psi(-\lambda u',-\lambda v')\overline{\Psi}_y^{(1)}(-\lambda u',-\lambda v'+\lambda w)du'dv'dw \tag{4.23}$$

puis, en applicant la distribution :

$$\widetilde{I}_1(\lambda u,\lambda v) = -\frac{a\lambda^5}{2i\pi}\iint |\hat{t}(\frac{u-u'}{f},\frac{v-v'}{f})|^2 P(-\lambda u',-\lambda v')\Psi(-\lambda u',-\lambda v')\overline{\Psi}_y^{(1)}(-\lambda u',-\lambda v')du'dv' \tag{4.24}$$

En tenant compte de l'hypothèse du champ proche, les deux derniers termes de l'intégrale s'écrivent :

$$\Psi(-\lambda u',-\lambda v')\overline{\Psi}_y^{(1)}(-\lambda u',-\lambda v') = -i\varphi_y^{(1)}(-\lambda u',-\lambda v') \tag{4.25}$$

En revenant aux variables de départ, on obtient :

$$\widetilde{I}_1(x,y) = \frac{a\lambda^3}{2\pi}\iint |\hat{t}(\frac{x-x'}{\lambda f},\frac{y-y'}{\lambda f})|^2 P(-x',-y')\ \varphi_y^{(1)}(-x',-y')dx'dy' \tag{4.26}$$

Finalement, on voit apparaître un produit de convolution dans l'expression de $\widetilde{I}_1(x,y)$, ce qui donne :

$$\widetilde{I}_1(x,y) = \frac{a\lambda^3}{2\pi}|\hat{t}(\frac{x}{\lambda f},\frac{y}{\lambda f})|^2 \otimes \Big[P(-x,-y)\ \varphi_y^{(1)}(-x,-y)\Big] \tag{4.27}$$

Cette expression met en évidence deux choses, la première est que les fluctuations d'intensité au niveau du plan d'observation (image de la pupille) présentent une relation linéaire avec la dérivée première (la pente) selon y (perpendiculairement au limbe solaire) de la fonction du profil du limbe supposée linaire. Le deuxième effet est le filtrage opéré par le diaphragme qui est mis en évidence par le produit de convolution par la transmission de celui-ci. Donc pour un bord solaire supposé linéaire et avec un diaphragme rectangulaire perpendiculaire à celui-ci, on observe une relation linéaire entre les fluctuations d'intensité au niveau de l'image de la pupille formée par

ce diaphragme et les fluctuations des angles d'arrivée observées dans la direction perpendicualire au limbe.

Dans le cas où le profil du limbe présente une relation non linéaire de la forme $O_2(\overrightarrow{\alpha}) = b\overrightarrow{\alpha}^2$, et en suivant un raisonnement similaire, on peut montrer (Borgnino 1978; Borgnino et al. 2007) que les fluctuations d'intensité au niveau de l'image de la pupille sont de la forme d'une relation quadratique :

$$\widetilde{I}_2(x,y) = \frac{b\lambda^4}{4\pi^2}|\hat{t}(\frac{x}{\lambda f},\frac{y}{\lambda f})|^2 \otimes \left[P(-x,-y)\ \ (\varphi_y^{(1)}(-x,-y))^2\right] \tag{4.28}$$

Au niveau de l'image de la pupille formée par un diphragme perpendiculaire à un limbe solaire de profil présentant une relation quadratique avec l'angle, les fluctuations d'intensité lumineuse résultantes sont dans ce cas proportionnelles au carré des fluctuations des angles d'arrivée observées dans le sens perpendiculaire au bord solaire.

Borgnino (1978) a montré que pour une étendue angulaire de la longueur du diaphragme de l'ordre d'une centaine de secondes d'arc, la forme du bord est quasi-linéaire. En ajustant le bord solaire par une expression comprenant la somme de deux termes ($O(\overrightarrow{\alpha}) = a\overrightarrow{\alpha} + b\overrightarrow{\alpha}^2$), et sachant que les fluctuations mesurées des angles d'arrivée perpendiculaires au limbe ont un écart-type de l'ordre de la seconde d'arc, sa conclusion est que le rapport entre les fluctuations dues au deux termes linéaire et non-linéaire (I_1/I_2) est de l'ordre de 200. Il en résulte que la luminance du bord peut être considérée comme linéaire dans l'étendue angulaire limitée par la longueur du diaphragme. Les effets de la non linéarité peuvent être négligés devant le terme linéaire. Il y a donc une relation linéaire entre les fluctuations d'intensité au niveau de l'image de la pupille et les fluctuations des angles d'arrivée dans le sens perpendiculaire au bord solaire. C'est ce que nous vérifierons expérimentalement (cf. figure 4.17).

4.4.2.2 Effet de la largeur de la fente :

A partir des fluctuations d'intensité au niveau de l'image de la pupille sont mesurés les paramètres spatiaux (r_0 et $\mathcal{L}_0$) et temporels (temps caractéristique τ_0) de la turbulence. L'image de la pupille est formée grâce à une lentille derrière une fente de quelques secondes d'arc de largeur et d'une longueur de quelques dizaines de secondes d'arc, placée perpendiculairement au bord solaire au foyer de MISOLFA. On a vu dans le paragraphe précédent que grâce à cette fente, les fluctuations d'intensité (appelées ombres volantes solaires) au niveau de l'image de la pupille sont proportionnelles au fluctuations de phase (et donc des angles d'arrivée) sur la pupille d'entrée.

Le choix de la largeur de la fente est très critique car il doit satisfaire un compromis entre deux types de filtrage des fréquences spatiales. Il s'agit du filtrage dû à la diffraction sur les bords de la fente et du filtrage angulaire. Dans ce qui suit, nous exprimerons les fréquences de coupure des deux types de filtres. Soit Δd la largeur de la fente, la diffraction par ses bords, ne permet d'observer sur la pupille que des détails dont la séparation angulaire $\Delta\alpha$ est telle que :

$$\Delta\alpha \geqslant \frac{\lambda}{\Delta d} \tag{4.29}$$

Cette limite est de $1.22\frac{\lambda}{\Delta d}$ dans le cas d'un diaphragme circulaire de diamètre Δd. L'angle $\Delta\alpha$ correspond à des éléments de taille $\Delta D = F \cdot \Delta\alpha$ sur la pupille d'entrée et l'inégalité ci-dessus

Largeur de la fente [μm]	Séparation angulaire approximative ["]	Hauteur maximale [m]
600	12	150
200	4	1340
100	2	5360
50	1	21430
25	0.5	85712

TABLE 4.1 – Valeurs de l'altitude maximale pour différentes largeurs de fentes.

devient :

$$\Delta D \geqslant \frac{\lambda}{\Delta d/F} \; soit \; \Delta D \geqslant \frac{\lambda}{\Delta\theta} \tag{4.30}$$

où $\Delta\theta$ est la séparation angulaire de la fente (égale à environ 5 secondes d'arc dans le cas de MISOLFA).

On peut donc définir une fréquence de coupure relative à la diffraction f_d telle que :

$$f_d = \frac{1}{\Delta D} = \frac{\Delta\theta}{\lambda} \tag{4.31}$$

Les fréquences spatiales observables sont telles que $f \leqslant f_d$.

En ce qui concerne le filtrage angulaire, le fait d'observer sur la pupille la superposition des surfaces d'ondes correspondant à un cône d'ouverture $\Delta\theta$ (séparation angulaire de la fente) se traduit par une intégration de tous les défauts de phases correspondants à celui-ci. Un défaut ponctuel à une altitude h apparaîtrait sur la pupille comme une tache de diamètre $\Delta D' = h \cdot \Delta\theta$. Du point de vue de la taille des éléments observés sur la pupille, seuls les éléments de taille supérieure ou égale à $h \cdot \Delta\theta$ seront observables. On peut donc définir comme précédemment une fréquence de coupure telle que :

$$f_a = \frac{1}{h \cdot \Delta\theta} \tag{4.32}$$

Seules les fréquences spatiales $f \leqslant f_a$ seront vues sur la pupille. Cela définit une altitude maximale h_{max} d'une couche turbulente qu'on peut sonder avec une fente de largeur angulaire $\Delta\theta$. Cette altitude est obtenue en prenant $f_a = f_d$ qui est le meilleur compromis pour éviter d'avoir un type de filtrage (angulaire ou par la diffraction) prépondérant (Borgnino and Martin 1977b; Berdja et al. 2004). Pour $f_a = f_d$, on obtient :

$$\frac{1}{h_{max} \cdot \Delta\theta} = \frac{\Delta\theta}{\lambda} \Rightarrow h_{max} = \frac{\lambda}{(\Delta\theta)^2} \tag{4.33}$$

Le tableau 4.1 récapitule les valeurs d'altitudes maximales correspondantes à différentes valeurs de largeur de fente.

4.4.3 Etapes de traitements des données

Les signaux et les images sont préalablement mis en forme et calibrés avant d'appliquer les algorthimes d'extraction des paramètres de la turbulence. Des séries de 2000 images sont enregistrées au format FITS (Flexible Image Transport System). Pendant l'étape de traitement, les

images sont d'abord corrigées du courant d'obscurité (CO), des séries de CO sont régulièrement acquises pour suivre l'évolution de la température du CCD au cours de la journée. Par la suite les images sont corrigées du flat-field. Avec une focale de 10 m, il est impossible d'utiliser la méthode KLL ou celle de Chae qui nécessitent d'avoir des images du disque solaire entier. La solution adoptée est de prendre une série de 200 d'images au centre du Soeil en évitant bien sûr les zones de présence de taches solaire et en déplaçant le télescope dans les quatres directions de suivi tout en restant sur la région centrale. La cadence choisi est de 10 images par secondes. Les images résultantes (96x128 secondes d'arc de la région centrale du disque) sont éclairées d'une manière quasi-homogène. Le flat field est obtenu en calculant la médiane sur toute la série des 200 images. Les étapes suivantes sont l'estimation du bruit, le nettoyage par ondelettes avec un seuil adaptatif, l'extraction des contours de limbe solaire à partir desquels est calculée la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivée visibles sur ces contours et finalement l'extraction des paramètres de la turbulence à partir de la fonction de structure. Les signaux de la voie pupille sont amplifiés et mis en forme puis calibrés avec la voie image. Ces signaux mis en forme et calibrés sont utilisés à la fois pour l'estimation du temps caractéristique et pour l'estimation des paramètres spatiaux. Dans ce qui suit on va développer les étapes des traitements des voies image et pupille.

4.4.3.1 Estimation du bruit dans les images, méthode SDHA

Cette méthode est basée sur la détermination du pic de l'histogramme des écarts-types et est applée Standard Deviation Histogram Algorithm (SDHA). Gao (1993) a développé cette méthode automatique pour l'estimation du bruit dans les images. La méthode est relativement simple et intuitive. Elle comporte les étapes suivantes :

1) Décomposition de l'image en cellules de taille $d \times d$ pixels. Les dimensions considérées par la méthode sont $d = 4, 5, ..., 8$. Les cellules sont identifiées dans l'image par un indice $k = 1, 2, ..., K$ où K dépend de d et de la taille de l'image. Pour chaque cellule, la moyenne locale $\overline{g}_k$ est calculée en utilisant la formule :

$$\overline{g}_k = \frac{1}{d \times d} \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} g_k(i, j) \tag{4.34}$$

où $g_k(i, j)$ est la valeur du pixel (i, j) dans la celulle de rang k.

La moyenne de toute l'image $\overline{g(x, y)}$est calculée. L'estimateur non biaisé de l'écart-type local de la cellule de rang k noté $\sigma(k)$ est aussi calculé en utilisant la formule :

$$\sigma_g(k) = \sqrt{\frac{1}{d \times d - 1} \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \left(g_k(i, j) - \overline{g}_k\right)^2} \tag{4.35}$$

Il est évident que les régions homogènes de l'image ont de faibles écarts-types locaux, et donnent une information sur le bruit dans l'image, contrairement aux régions inhomogènes telles que celles contenant des bords. Les écarts-types de toutes les cellules ainsi que la moyenne de tous les pixels de l'image sont calculés.

2) Tracé de l'histogramme des écarts-types. Entre le minimum et le maximum des écarts-types, un certain nombre de classes (bins) est défini et la classe correspondant au plus grand nombre de $\sigma_g(k)$ (pic de l'histogramme) est pris comme étant la valeur moyenne de l'écart-type du bruit σ_n dans l'image.

3) Le rapport signal/bruit est estimé par :

$$SNR_{avg} = \frac{\overline{g(x,y)}}{\sigma_n} \tag{4.36}$$

Gao a ensuite étudié les défauts de l'algorithme en le testant sur des images simulées avec un bruit gaussien additif. Pour minimiser l'effet des caractéristiques de l'image sur l'estimation du bruit, le choix de cellules de taille 4×4 a été recommandé. Le choix de la largeur des classes de l'histogramme est problématique et affecte la précision de l'estimation du bruit. Le maximum peut beaucoup varier. Pour minimiser cette influence, les valeurs prises dans l'histogramme sont comprises entre le minimum et $1.2\times$ la valeur moyenne des écarts-types de toutes les cellules. Pour des images de taille supérieure à 500×500 pixels, le nombre de classes recommandé est 150. L'estimation du niveau de bruit dans l'image est utilisée pour introduire un seuil dans l'application du filtrage par ondelettes.

4.4.3.2 Nettoyage des images par ondelettes

Cette étape est importante dans les traitements de la voie image car l'information sur laquelle est basée l'extraction des paramètres de la turbulence se trouve dans les fluctuations des angles d'arrivée observées sur le bord solaire. La présence de taches solaires sur les images de MISOLFA rendent la détection des angles d'arrivée difficiles. En effet la présence de taches sombres sur un fond clair du disque solaire signifie un fort gradient et est interprétée comme un contour sur l'image. Cette fausse détection est plus gênante lorsque les taches sont proches du bord solaire. Il est donc nécessaire de trouver un moyen pour éliminer ces taches avant toute détection du bord pour l'extraction des angles d'arrivée. Sur les traitements des images de DORAYSOL, il y avait le même souci, Irbah et al. (1999) a utilisé la transformée en ondelettes pour filtrer les images en enlevant efficacement les taches solaires des images de bord solaire. Dans notre cas, l'information sur les angles d'arrivée se trouvee dans la position du point d'inflexion sur les images MISOLFA.Il y a des fluctuations haute fréquence présentes sur les profils de chaque ligne de l'image. Le calcul de la dérivée première ou seconde est fortement perturbé par la présence de ces variations à hautes fréquences angulaires. Afin de remédier à cela, on utilise la transformée en ondelettes pour filtrer chaque image avant de détecter le contour du limbe sur celle-ci. La méthode consiste à décomposer l'image en un niveau appelé "approximation" qui contient les basses fréquences spatiales et un niveau de "détail" qui contient les hautes fréquences angulaires. Ensuite nous filtrons le niveau du détail au delà d'un seuil qui dépend lui aussi du niveau de bruit. L'image est ensuite reconstruite à partir de l'approximation et du détail lissé.

La transformée en ondelettes d'un signal $f(x)$ consiste en sa décomposition en utilisant des fonctions $\Psi(a,b)$ (appelées ondelettes) qui sont localisées dans l'espace (ou dans le temps s'il s'agit d'un signal temporel) et en fréquence. Ces ondelettes sont obtenues par translation/dilatation d'une ondelettes mère $\Psi(x)$. Pour un signal $f(x)$ la transformée en ondelettes a

comme sortie les coefficients de l'ondelette tels que :

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\Psi^{\star}(\frac{x-b}{a})dx \tag{4.37}$$

où a est un paramètre positif relatif à l'échelle (inverse d'une fréquence) et b est un paramètre de translation (position). Le symbole * signifie qu'il s'agit du complexe conjugé.

L'ondelette mère $\Psi(x)$ doit être oscillante et d'intégrale nulle. Elle doit être de carré intégrable et peut être à valeurs complexes. Comme exemple d'ondelette mère on peut citer la fonction de chapeau mexicain et l'ondelette de Morlet ($\Psi(x) = exp(-\frac{x^2}{2}) \cdot cos(5x)$).

Inversement, le signal $f(x)$ peut être reconstitué à partir des coefficients de l'ondelette $C(a,b)$, en utilisant l'équation :

$$f(x) = \frac{1}{C_{\Psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C(a,b)}{a^2} \Psi(\frac{x-b}{a})da\,db \tag{4.38}$$

où C_{Ψ} est une constante dépendant de l'ondelette choisie $\Psi(x)$ qui doit satisfaire la condition d'admissibilité telle que :

$$C_{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi^{\star}(\nu)|^2}{\nu} d\nu \; < \; +\infty \tag{4.39}$$

Dans le cas d'images, c'est avec une approche multirésolution que la transformée en ondelettes est obtenues. L'image est décomposée en approximations et détails. Principalement, deux algorithmes permettent d'obtenir la tranformée en ondelettes d'une image : l'algorithme de Mallat (Mallat 1989) et l'algorithme *à trous* (Dutilleux 1989; Shensa 1992). C'est l'implémentation de l'algorithme *à trous* qui a été choisie pour le filtrage des images du bord solaire dans le cas des images DORAYSOL (Irbah et al. 1999). Cet algorithme a aussi été utilisé pour la détection de taches solaires (Djafer et al. 2012) sur des images solaires pleines.

La figure 4.12 représente l'amélioration apportée par le filtrage par ondelettes sur la détection du point d'inflexion du profil d'assombrissement centre-bord issu d'une image MISOLFA. On a pris une image et appliqué la décomposition en ondelettes et le filtrage du détail au delà d'un seuil puis l'image est reconstituée à partir de l'approximation et du détail filtré. On voit que le filtrage par ondelettes permet de lisser l'image de manière à enlever les variations brusques (haute fréquences) et faciliter ainsi la détection du point d'inflexion. Cette procédure est indispensable parce que la zone sur laquelle s'étale le profil d'assombrissement est plus importante que l'échelle des variations spatiales de l'intensité.

4.4.3.3 Extraction des paramètres de la turbulence à partir des fluctuations des angles d'arrivée

Une fois les images du bord filtrées et nettoyées, on procède à la détection des contours du bord solaire sur chaque image. Ce bord est défini par le passage par zéro de la dérivé seconde. La figure 4.13 montre un exemple de 2000 contours des bords solaires directs et réfléchis extraits à partir d'une série d'images MISOLFA. La détection du bord après nettoyage est plus facile à cause de la diminution des fluctuations dans le bord grace au lissage réalisé par le filtrage par ondelettes. La détection du bord solaire est plus difficile que la détection du bord lunaire à

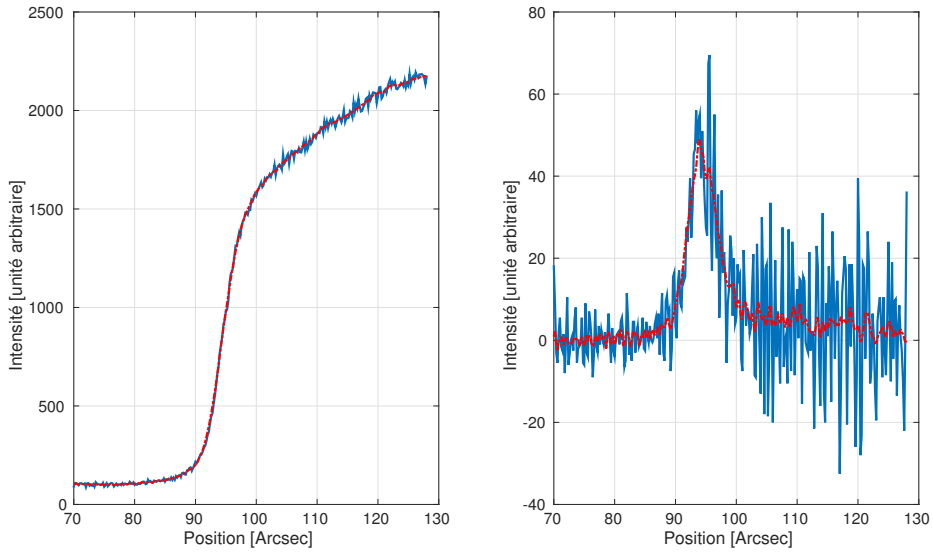

FIGURE 4.12 – Effet du filtrage par ondelettes sur la dérivée première de l'assombrissement centre bord extrait d'une image MISOLFA. On a tracé à gauche un profil de limbe direct (trait continu bleu) et superposé le profil issu de la même ligne sur l'image reconstituée (pointillé rouge). A droite la dérivée première de ces deux profils.

cause de l'assombrissement centre-bord dans le cas solaire. Les positions des points de contours présentent les fluctuations expérimentales des angles d'arrivée transversales $\alpha_{\perp Exp}$ c'est à dire perpendiculaires au bord solaire. A partir de la série de contours relatifs à chaque image corrigés de leur valeur moyenne, on construit la fonction de structure expérimentale des fluctuations des angles d'arrivée $\mathcal{D}_{\alpha_{\perp Exp}}$ en utilisant la formule suivante (Maire et al. 2007) :

$$\mathcal{D}_{\alpha_{\perp Exp}}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\theta_m-\theta}\sum_{k=1}^{\theta_m-\theta}\left[\alpha_{\perp}(k)-\alpha_{\perp}(k+\theta)\right]^2 \tag{4.40}$$

où θ représente la séparation angulaire en secondes d'arc, θ_m représente la séparation maximale qui est de 96 secondes d'arc (480 pixels) et N est le nombre d'images dans la série traitée (typiquement N = 2000).

Les profils de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$ sont ensuite extraits simultanément en faisant un ajustement non linéaire de la fonction de structure expérimentale par la fonction théorique de l'équation 4.1. Parmi les algorithmes existants pour l'ajustement non linéaire, j'ai testé la méthode des recuits simulés qui permet de converger vers un minimum global. Cette méthode a néanmoins un gros inconvénient qui est le temps de convergence qui augmente exponentiellement avec le nombre de paramètres recherchés. Dans notre cas, nous cherchons à restituer deux profils ($C_n^2(h)$ et $L_0(h)$) avec un certain nombre de couches. Si on choisi 10 couches turbulentes, on aura 20 paramètres à ajuster sur des données expérimentales de 480 points de la fonction de structure. Sachant qu'il faut évaluer une intégrale double à chaque fois. Du coup, j'ai vite abandonné la méthode des recuits simulés au profit de la méthode de Levenberg-Marquardt en imposant des valeurs limites pour les points des profils. Les valeurs de départ dans l'optimisation sont choisies de telle sorte à

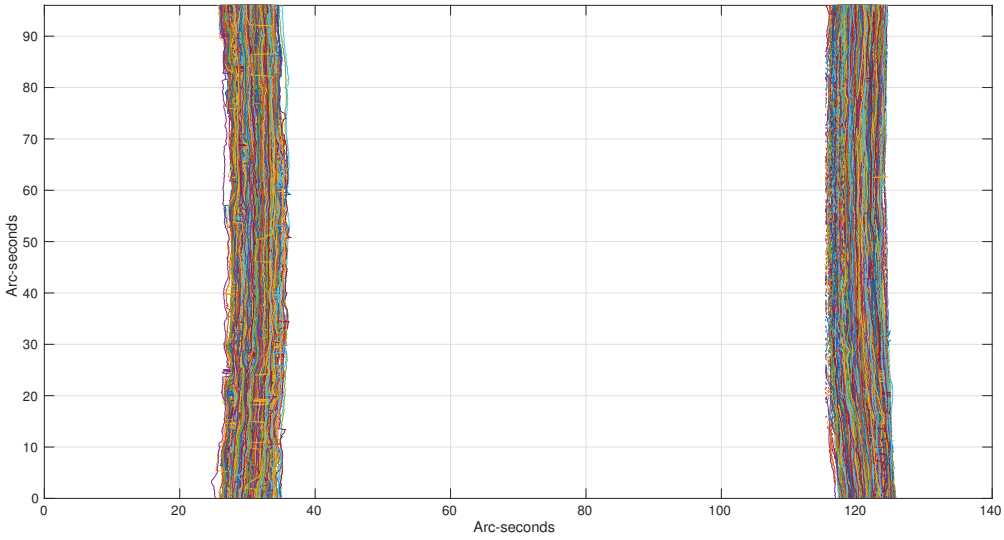

FIGURE 4.13 – Exemple de contours extraits d'une série d'images MISOLFA acquise le 15 juin 2011. La courbure est corrigée en enlevant la valeur moyenne.

correspondre au mieux à des profils réalistes de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$.

Pour le $C_n^2(h)$, on a choisi le profil d'Hufnagel-Valley (Hufnagel 1974; Valley 1980) de l'équation 4.5. Quant au profil du $L_0(h)$,on prend le modèle de Coulman donné par l'équation 4.6. A partir de ces profils, un certain nombre de paramètres peuvent être déduits, et sont appelés paramètres intégrés. L'équation 2.31 donne l'expression du paramètre de Fried r_0 à partir du $C_n^2(h)$. La valeur intégrée de l'échelle externe $\mathcal{L}_0$ est obtenue en intégrant le profil de $L_0(h)$ pondéré par le profil de $C_n^2(h)$:

$$\mathcal{L}_0 = \left[\frac{\int dh C_n^2(h) L_0(h)^n}{\int dh C_n^2(h)} \right]^{\frac{1}{n}} \tag{4.41}$$

où n est un facteur qui dépend de l'instrument mesurant le paramètre intégré $\mathcal{L}_0$ au sol. Borgnino et al. (1990) proposaient la valeur de $n = -1/3$ tandis que Maire et al. (2007) suggéraient plutôt une valeur de $n = 11/3$ pour faire correspondre le $\mathcal{L}_0$ intégré en utilisant l'équation 4.41 des profils obtenus de l'instrument MOSP avec les mesures de $\mathcal{L}_0$ de l'instrument GSM.

Dans la littérature, on parle aussi d'une couche équivalente dont l'altitude est donnée par :

$$H = sec(z) \left[\frac{\int dh C_n^2(h) h^{\frac{5}{3}}}{\int dh C_n^2(h)} \right]^{\frac{3}{5}} \tag{4.42}$$

Cette couche équivalente ne correspond à aucune réalité physique mais elle peut être utilisée pour estimer le domaine d'isoplanétisme θ_0 :

$$\theta_0 = 0.31 \frac{r_0}{H} \tag{4.43}$$

4.4.3.4 Inversion de la fonction de structure pour l'estimation des paramètres : Modèle mono-couche vs modèle multi-couches :

Plusieurs auteurs ont parlé de notion de couche équivalente qui donnerait les mêmes effets au sol que les effets intégrés de l'ensemble des couches atmosphériques (Berdja et al. 2004; Maire 2007; Dali Ali 2011), je voulais en premier lieu voir s'il y a correspondance entre la fonction de structure déduite du modèle multi-couches et la fonction de structure calculée à partir d'une seule couche et comparer les paramètres de cette couche équivalente aux paramètres intégrés des équations 2.31, 4.41 et 4.42. La fonction de structure du modèle mono-couche utilisé est de la forme (Bouzid et al. 2002; Seghouani et al. 2002) :

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 0.1437\ \lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} \int_0^{+\infty} df f^3 (f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0{}^2})^{-\frac{11}{6}} [1 - J_0(2\pi f\theta h) - J_2(2\pi f\theta h)][\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}]^2 \tag{4.44}$$

Considérons les deux profils de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$ des équations 4.5 et 4.6 respectivement. Si on calcule la fonction de structure en utilisant le modèle multi-couches de l'équation 4.1 on obtien la courbe de la figure 4.14 (courbe en traits continu). Si on compare avec la fonction de structure obtenue en faisant la somme des contributions des différentes couches calculées en utilisant l'équation 4.44 on obtient la courbe en pointillée. Les deux courbes sont légèrement différentes à cause de la méthode d'intégration utilisée pour la courbe en continu réalisée par la méthode des trapèzes et simple somme réalisée dans le deuxième cas avec un nombre plus limité de couches. Les deux approches sont donc équivalentes.

Si maintenant on considère les valeurs des paramètres intégrés des équations 2.31, 4.41 et 4.42 et qui représentent selon les auteurs cités précédemment les paramètres d'une couche équivalente qui donneraient les même effets que la contributions de toutes les couches atmosphériques. La fonction de structure calculée incluant ces paramètres et en utilisant l'équation 4.44 donne la courbe en pointillé de la figure 4.15. On voit clairement que les deux fonctions de structure sont très différentes. Cela implique que les deux approches (modèle multi-couches et modèle mono-couche avec les paramètres intégrés) ne sont pas équivalentes avec les deux profils réalistes choisis. Seule la notion de hauteur équivalente est valable pour le calcul de l'angle d'isoplanétisme (équation 4.43). Le modèle mono-couche peut être utilisé pour calculer la fonction de structure d'une couche donnée mais la fonction globale de tout le profil nécessite de considérer les contributions de toutes les couches. En conclusion, l'ajustement de la fonction de structure expérimentale doit impérativement être fait en consiérant le modèle multi-couches. Le choix d'un nombre limité de couches s'impose pour des raisons d'intégration numérique et limiter le temps nécessaire à la convergence de l'algorithme.

4.4.3.5 Analyse des signaux de la voie pupille :

Tel que décrit dans la section 4.3, quatre photodiodes convertissent les fluctuations d'intensité de différentes surfaces d'intégration dans l'image de la pupille, une cinquième photodiode enregistre les fluctuations globales qui servent à filtrer ce qui n'est pas dû aux fluctuations des angles d'arrivée. Les signaux de faibles intensités issus des photodiodes subissent ensuite une amplification faible bruit puis une amplification de puissance pour les ramener à des niveaux exploitables

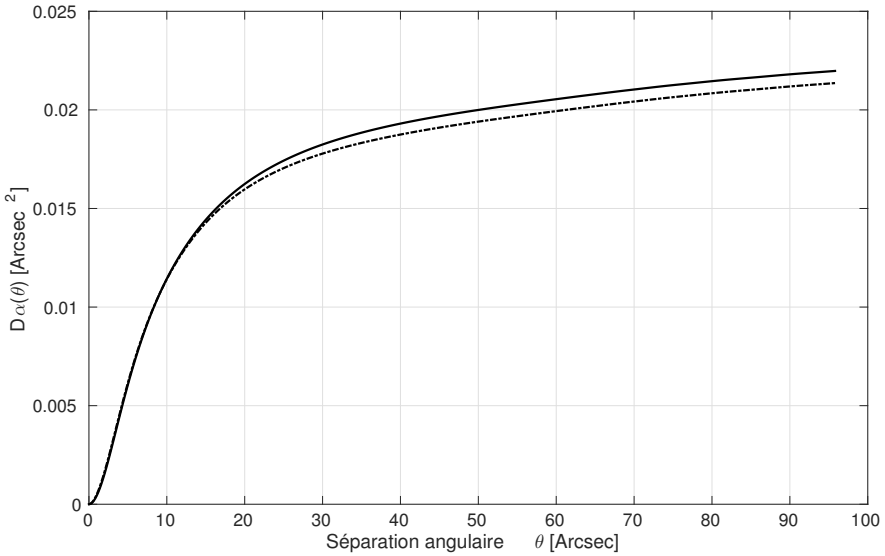

FIGURE 4.14 – Fonctions de structure calculées en utilisant le modèle multi-couches (trait continu) et la somme de couches obtenues avec le modèle mono-couche (pointillé). On a considéré les profils de $C_n^2(h)$ (équation 4.5) et de $L_0(h)$ (équation 4.6) pour calculer les fonctions de structure selon le modèle multi-couches de l'équation 4.1 et la somme des contributions des couches séparément selon le modèle mono-couche de l'équation 4.44.

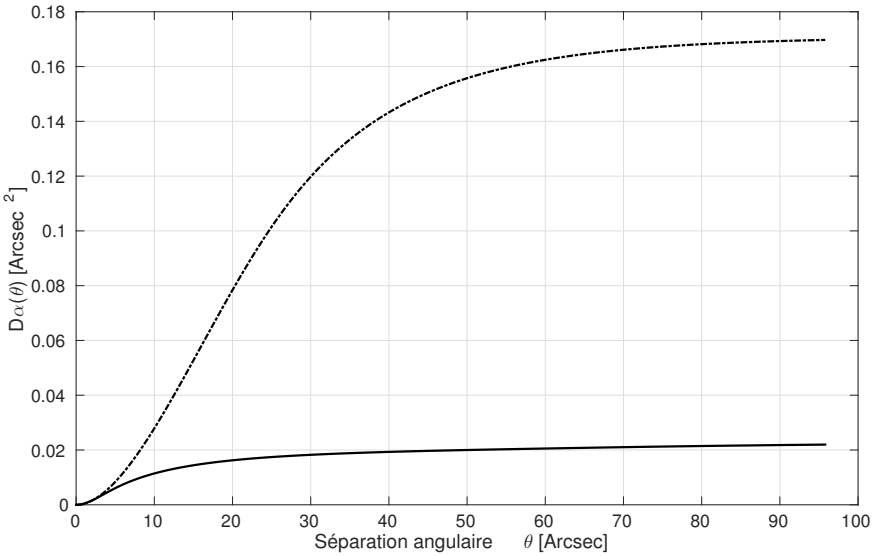

FIGURE 4.15 – Fonctions de structure calculées en utilisant le modèle multi-couches (trait continu) et le modèle mono-couche en considérant une couche équivalente caractérisée par les paramètres intégrés des équations 2.31, 4.41 et 4.42 (pointillé). On a considéré les profils de $C_n^2(h)$ (équation 4.5) et de $L_0(h)$ (équation 4.6).

et l'acquisition et la sauvegarde se fait sur PC à l'aide d'une carte d'acquisition National Instruments et un logiciel développé sous LabView. La fréquence d'échantillonnage des signaux est de 1 kHz, ce qui nous place au dessus du temps caractéristique de la turbulence qui est à priori de l'ordre de quelques millisecondes. Pour pouvoir mesurer les temps caractéristiques à partir des signaux de la voie pupille, il faut mesurer la fonction de structure temporelle moyenne. Cette fonction mesure le degré de décorrélation temporelle entre les points du signal espacés dans le temps. Elle est calculée pour un signal $S(t)$ par la formule :

$$\mathcal{D}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{t_m - t}\sum_{k=1}^{t_m - t}[S(k) - S(k+t)]^2 \tag{4.45}$$

où t représente le temps en secondes, t_m représente la séparation temporelle maximale qui est prise variable jusqu'à voir la saturation de la fonction de structure (on prend généralement 100 secondes) et N est le nombre de sections de signaux utilisés pour moyenner la fonction de structure (typiquement la durée du signal global considéré est de quelques secondes). Une fois la fonction de structure temporelle calculée pour un signal, son amplitude de saturation est mesurée (Ziad et al. 2012). Le temps caractéristique est le temps au bout duquel la fonction de structure atteint cette amplitude de saturation diminuée d'un facteur e (figure 4.16). Le temps caractéristique dont on parle ici est le temps caractéristique des angles d'arrivée et non celui décrit par Roddier (1982) qui est relatif aux fluctuations de phase. Dans la pratique l'estimation du temps caractéristique est obtenue par un ajustement de la fonction expérimentale par une fonction du type :

$$F(t) = A_{max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{4.46}$$

Dans ce cas, le temps caractéristique correspond à A_{max}/e. Cela permet d'avoir une précision à mieux que la milliseconde.

En plus du temps caractéristique, la voie pupille permet aussi l'estimation des paramètres spatiaux (r_0 et $\mathcal{L}_0$). Borgnino et al. (2007) ont montré, par une étude théorique, qu'il est possible d'estimer le profil de la turbulence en utilisant deux fentes au lieu d'une comme dans notre cas. L'estimation du r_0 se fait de la même manière que pour le DIMM (Sarazin and Roddier 1990; Borgnino et al. 2007) en exploitant les signaux issus de deux sous-pupilles de même diamètre ($D_p = 0.5\,mm$). Dans ce cas, r_0 est déduit de l'estimation de la fonction de structure transversale des deux signaux (puisque la fente est perpendiculaire au limbe) :

$$D_\alpha(s) = 0.358\left[1 - 0.541\left(\frac{s}{D_p}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]\lambda^2 {r_0}^{-\frac{5}{3}} {D_p}^{-\frac{1}{3}} \tag{4.47}$$

où s est la séparation entre les deux sous-pupilles (ramenée à la pupille d'entrée), c'est la distance dans le sens perpendiculaire à la fente.

$D_\alpha(s)$ est calculée à partir de la variance d'un des signaux et de la covariance entre les deux signaux ($D_\alpha = 2[Var(x) - Cov(x,y)]$). Les fluctuations d'amplitude (en Volts) sont d'abord converties en fluctuations relatives aux angles d'arrivée. Nous avons procédé à une calibration des fluctuations en Arcsec/Volts. Chaque voie (sous-pupille) a son propre circuit d'amplification donc des offsets et des gains différents. Chaque voie a donc son propre facteur de conversion. On représente sur la figure 4.17 un exemple de courbe de calibration. On a pris les fluctuations d'un

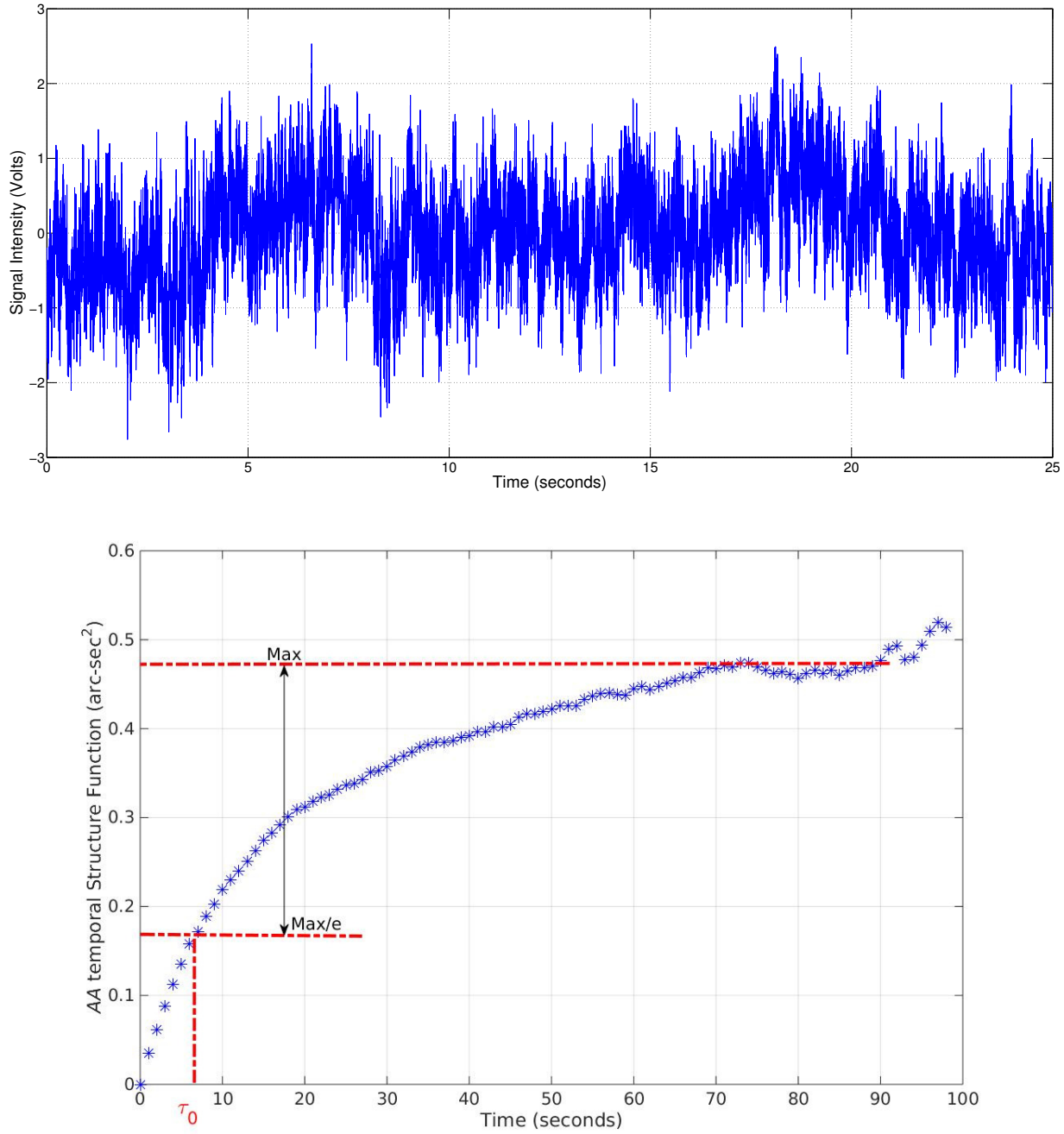

FIGURE 4.16 – Estimation du temps caractéristique de la turbulence à partir de la fonction de structure temporelle moyennée. Le signal (figure du haut) est décomposé en sections de quelques dizaines de millisecondes (typiquement 100ms) sur lesquelles la fonction de structure temporelle est calculée. La figure du bas donne le résultat obtenu par la moyenne sur ces sections. Le signal a été acquis avec la photodiode (et son électronique) intégrant le flux de la fibre de 1 mm le 12 juin 2013.

seul point du limbe au cours du temps correspondant au signal de la voie pupille. Un ajustement linéaire permet d'estimer le facteur de conversion. L'estimation des facteurs de conversion est nécessaire à chaque fois qu'il y a un changement dans les gains des circuits d'acquisition. Cette courbe est la validation du concept instrumental de MISOLFA qui consiste à observer avec un seul instrument à la fois les fluctuations des angles d'arrivée et leur contrepartie en fluctuations d'intensité sur la pupille. C'est ainsi une vérification expérimentale avec MISOLFA de la relation démontrée dans le paragraphe 4.4.2.1.

Pour l'estimation du $\mathcal{L}_0$ à partir des fluctuations d'intensité des sous-pupilles, trois méthodes existent dans la littérature. La première méthode qui vient à l'esprit est d'estimer $\mathcal{L}_0$ connaissant r_0 à partir de la variance qui est donnée pour $\mathcal{L}_0$ très grand devant D_p par (Ziad et al. 1994) :

$$\sigma_\alpha^2(D_p,\mathcal{L}_0) = 0.1697\lambda^2 r_0{}^{-\frac{5}{3}}[D_p^{-\frac{1}{3}} - 1.525\mathcal{L}_0{}^{-\frac{1}{3}}] \tag{4.48}$$

Mais cette méthode est peu précise car l'erreur de l'estimation du r_0 va induire une erreur sur l'estimation de $\mathcal{L}_0$.

Une deuxième méthode consiste à estimer $\mathcal{L}_0$ en utilisant deux signaux issus de sous-pupilles de diamètres différents. Il suffit de calculer le rapport :

$$R_{\mathcal{L}_0} = \frac{\sigma_\alpha^2(D_{p_1},\mathcal{L}_0) - \sigma_\alpha^2(D_{p_2},\mathcal{L}_0)}{\sigma_\alpha^2(D_{p_1},\mathcal{L}_0)} = \frac{D_{p_1}^{-\frac{1}{3}} - D_{p_2}^{-\frac{1}{3}}}{D_{p_1}^{-\frac{1}{3}} - 1.525\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}}} \tag{4.49}$$

qui ne dépend que de $\mathcal{L}_0$ et des diamètres des deux sous-pupilles.

Un dernière méthode consiste à estimer $\mathcal{L}_0$ par le biais du rapport entre la variance et la covariance (Avila et al. 1997).

$$\Gamma_\alpha = \frac{C_\alpha(S,D_{p_1},\mathcal{L}_0)}{\sigma_\alpha^2(D_{p_1},\mathcal{L}_0)} \tag{4.50}$$

Ce rapport ne dépend plus du r_0 mais seulement de $\mathcal{L}_0$ et des constantes tel que la séparation le long de la base entre les deux sous-pupilles et les diamètres de celles-ci. $\mathcal{L}_0$ est determiné numériquement en résolvant l'equation du rapport Γ_α. Pour cela, on utilise les formes asymptotiques des expressions de la covariance et de la variance (Conan et al. 2000; Conan 2000) :

$$\begin{aligned} C_\alpha(S,D_p,\mathcal{L}_0) \;&= 0.0589\lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} D_p^{-\frac{1}{3}}[-3.001(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^{\frac{1}{3}} - 1.286(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^{\frac{7}{3}} \\ &\quad + (\frac{S}{D_p})^{-\frac{1}{3}}(5 - cos(2\gamma))[0.411 + 0.188(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^2]] \end{aligned} \tag{4.51}$$

où γ est un facteur pour différencier entre les compsantes transversale ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) et longitudinale ($\gamma = 0$) de la covariance.

L'équation de la variance est la suivante (Avila et al. 1997; Ziad 1993) :

$$\sigma_\alpha^2(D_p,\mathcal{L}_0) = 0.1697\lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} D_p^{\frac{-1}{3}}[1 - 1.041(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^{\frac{1}{3}} + 0.565(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^2 - 0.446(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0})^{\frac{7}{3}}] \tag{4.52}$$

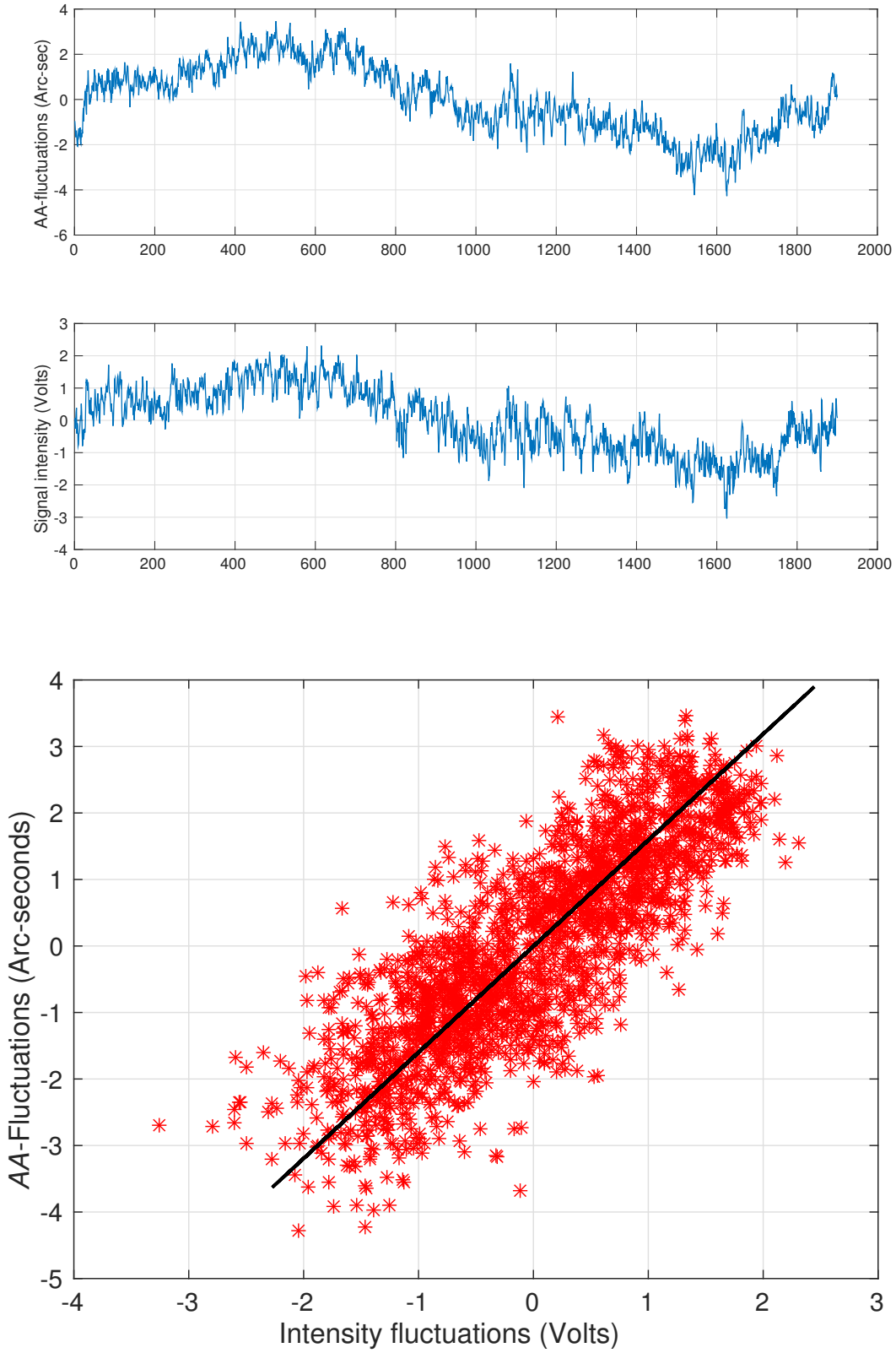

FIGURE 4.17 – Correlation entre les fluctuations des angles d'arrivée observées sur la voie image en fonction du temps (figure du haut) et les fluctuations temporelles du signal issu de la sous-pupille de 1 mm (figure du milieu). La figure du bas montre la relation linéaire entre les deux signaux. Les données ont été acquises le 24 octobre 2014.

4.5 Simulations numériques

L'objectif de cette section est de montrer la validité de la méthode d'extraction des paramètres de la turbulence en utilisant l'outil de la simulation numérique. La simulation de l'observation des fluctuations des angles d'arrviée en utilisant la voie pupille a été traitée par Berdja et al. (2004) et la faisabilité d'un profileur (étude théorique) utilisant les observations voie pupille avec deux fentes a fait l'objet d'un papier de Borgnino et al. (2007). On s'intéresse ici à valider la méthode d'extraction des paramètres spatiaux de la voie image. Pour cela il nous faut simuler l'imagerie à travers la turbulence atmosphérique d'images de synthèse similaires à celles de MISOLFA. En premier lieu il est nécessaire de simuler un écran de phase turbulent.

Les variations de l'indice de réfraction de l'atmosphère est un processus aléatoire. Par conséquent, les modèles de turbulence utilisent des outils statistiques, comme la fonction de structure pour décrire les variations de l'indice de réfraction. La création d'écrans de phase turbulents consiste en des réalisations individuelles d'un processus aléatoire. Autrement dit, les écrans de phase sont créés en transformant les nombres aléatoires générés par ordinateur en grilles de points bidimensionnelles ayant la même statistique que les variations de phase induites par la turbulence. Historiquement, plusieurs méthodes ont été développées pour générer des écrans de phase atmosphériques avec une bonne efficacité de calcul, haute précision et flexibilité (Burckel and Gray 2013; Frehlich 2000; Lane et al. 1992; Roggemann et al. 1995; Roggemann et al. 1996; Schmidt 2010; Srinath et al. 2015; Welsh 1997).

Habituellement, la phase est écrite comme une somme pondérée de fonctions de base. Les outils de base souvent utilisés à cette fin sont les polynômes de Zernike et les séries de Fourier qui présentent chacun des avantages et des inconvénients. La méthode la plus courante pour la génération d'écran de phase est basée sur la transformée de Fourier, introduite pour la première fois dans ce domaine par McGlamery (1967).

La phase turbulente est obtenue en générant une fonction qui a une densité spectrale qui obéit à la statistique voulue de la turbulence (Kolmogorov, Von Kàrmàn ...). Une des propriété bien connue des processus aléatoires est que les réalisations aléatoires d'une fonction qui a un spectre de puissance bien définie peuvent facilement être générés par la transformée de Fourier inverse du produit de la racine carrée du spectre et d'une distribution de nombre aléatoires complexes de moyenne nulle et de variance égale à 1 (parties réelle et imaginaire). Dans le cas discret, la phase générée s'écrit sous la forme (Frehlich 2000) :

$$\varphi(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{n=0}^{N_x}\sum_{m=0}^{N_y}[a(n,m) + ib(n,m)] \cdot exp[2\pi i(\frac{jn}{N_x} + \frac{lm}{N_y})] \tag{4.53}$$

où Δx et Δy sont les pas d'échantillonnage spatial de l'écran de phase dans les direction x et y N_x et n_y sont les nombres de points respectifs, $a(n,m)$ et $b(n,m)$ sont nombres aléatoires suivant des statistiques de bruit blanc Gaussien avec :

$$\langle a^2(n,m)\rangle = \langle b^2(n,m)\rangle = \frac{4\pi^2}{N_x\Delta x N_y\Delta y}\, W_\varphi(n\frac{2\pi}{N_x\Delta x}, m\frac{2\pi}{N_y\Delta y}) \tag{4.54}$$

où W_φ représente la densité spectrale bi-dimentionnelle des fluctuations de phase.

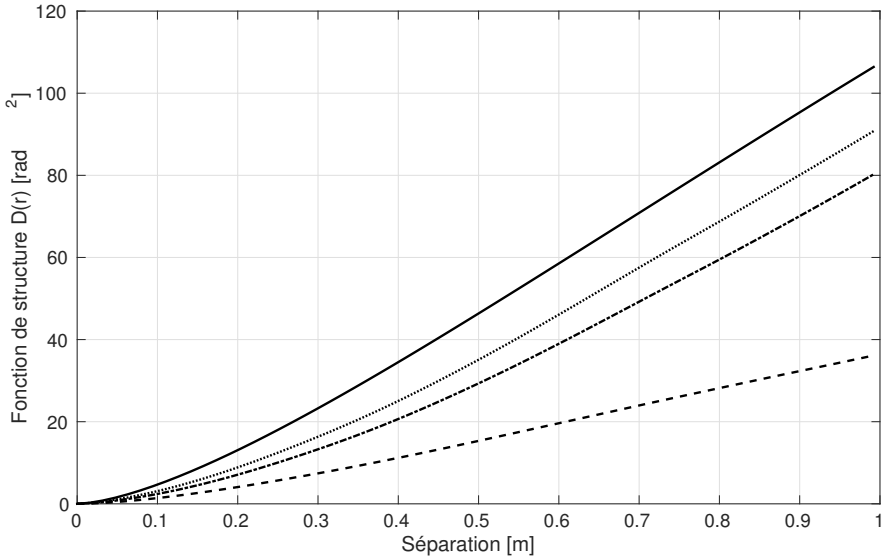

FIGURE 4.18 – Comparaison entre la fonction de structure théorique selon le modèle de Von Kàrmàn modifié (trait continu) et celles obtenue par simulation numérique par la méthode spectrale. Les courbes de simulation de bas en haut représentent les fonctions de structure obtenu par la méthode spectrale sans introduction des sous-harmoniques(- -), avec trois niveaux de sous-harmoniques (-.) et 5 niveaux de sous-harmoniques(..).

Cette méthode souffre d'une limitation relative aux basses fréquences du spectre des fluctuations de phase générée. Si on choisi la direction x, la fréquence minimale (f_{min}) est donnée par $\Delta f_x = 1/L_x$ et la fréquence maximale (f_{max}) vaut $N_x \Delta f_x/2$ (pour respecter le théorème de Nyquist-Shannon), où L_x est la taille de l'écran de phase dans la direction x.

La validité et la précision de la méthode de génération d'écrans de phase est généralement vérifiée par le calcul de la fonction de structure des fluctuations de la phase générée et sa comparaison à la fonction de structure théorique. La figure 4.18 montre la courbe théorique de la fonction de structure et celle que j'ai obtenu par simulation utilisant la méthode spectrale (transformée de Fourier). On remarque que la fonction de structure s'éloigne de la courbe théorique à mesure que la séparation spatiale augmente. Ce problème est lié à la taille de l'écran de phase qui fait que l'échantillonnage dans le domaine fréquentiel ne peut être indéfiniment petit. Il en résulte que la densité spectrale accuse une perte d'information pour les basses fréquences spatiales. Or la partie basses fréquences du spectre des fluctuations de phase contient la majeure partie de l'énergie du signal, il est donc nécessaire de bien échantillonner cette partie. L'augmentation du pas d'échantillonnage ne résoud pas totalement le problème. La méthode adoptée pour remédier à ce problème est l'introduction de sous-harmoniques dans le calcul de la phase, celles-ci correspondent aux basses fréquences spatiales. Une sous-harmonique est une sinusoïde qui a une période plus grande que la taille de l'écran de phase et donc une fréquence spatiale en dessous de la plus petite fréquence spatiale de l'écran de phase. La méthode des sous-harmoniques consiste à sous-échantillonner la partie basse fréquence du spectre et introduire la phase qui en résulte dans l'écran de phase global généré par la méthode spectrale. Plusieurs méthodes ont été pro-

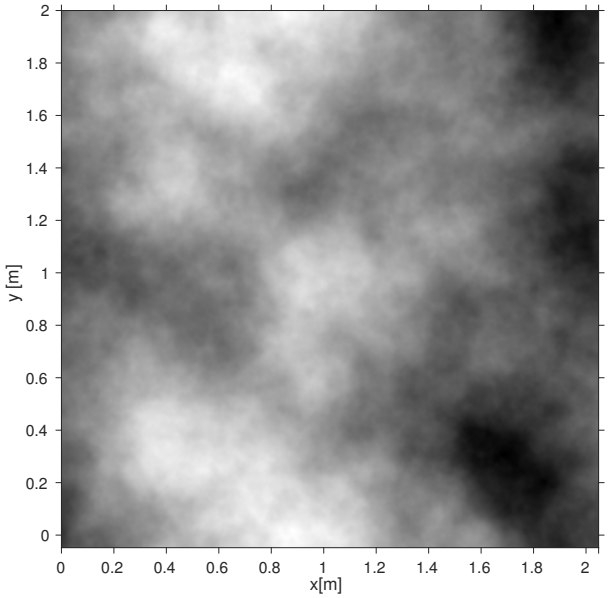

FIGURE 4.19 – Exemple d'écran de phase obtenu par simulation en utilisant la méthode spectrale avec introduction des sous-harmoniques. La densité spectrale des fluctuations de la phase correspond au modèle de Von Kàrmàn modifié en prenant un $r_0 = 10\,\text{cm}$, $\mathcal{L}_0 = 10\,\text{m}$ et $l_0 = 1\,\text{cm}$. L'écran obtenu est de 1024x1024 points avec une largeur de 2 m.

posées pour l'introduction des sous-harmoniques (Nakajima 1988; Herman and Strugala 1990; Lane et al. 1992; Johansson and Gavel 1994). Nous avons choisi la méthode de Lane et al. pour laquelle la partie basse fréquence de la phase s'écrit sous la forme :

$$\varphi_{SH}(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=-1}^{1} \sum_{m=-1}^{1} [a(n,m,p) + ib(n,m,p)] \cdot exp[2\pi i(\frac{jn}{3^p N_x} + \frac{lm}{3^p N_y})] \qquad (4.55)$$

avec :

$$\langle a^2(n,m,p)\rangle = \langle b^2(n,m,p)\rangle = \frac{4\pi^2}{3^{2p} N_x \Delta x N_y \Delta y}\, W_\varphi(n\frac{2\pi}{3^p N_x \Delta x}, m\frac{2\pi}{3^p N_y \Delta y}) \qquad (4.56)$$

Pour $n = 0$ et $m = 0$, les deux composantes a et b sont prises égales à zéro.

La figure 4.19 montre un écran de phase généré avec la méthode spectrale en introduisant les sous-harmoniques suivant la méthode de Lane et al. Sur la figure 4.18 je montre l'effet de l'introduction des sous harmoniques sur la fonction de structure de phase. Cette figure montre l'intérêt d'introduire les sous-harmoniques pour que la phase générée approche au mieux la théorie. Cela est plus important pour les grandes séparations spatiales.

4.5.1 Simulations d'imagerie à travers la turbulence, cas isoplanétique et anisoplanétique

On cherche ici à simuler des images similaires à celles produites par MISOLFA avec la même résolution spatiale. D'autre part le temps de pose choisi est de 1 ms ce qui veut dire que les images

sont courte pose. L'image hors atmosphère est simulée en utilisant un modèle d'assombrissement centre-bord (Hestroffer and Magnan 1998). L'obtention d'images à travers la turbulence se fait à priori en faisant un produit de convolution entre l'image du limbe en absence de turbulence avec la réponse impultionnelle de l'ensemble télescope + atmosphère à condition que cette dernière soit la même pour l'ensemble du champ de l'image. C'est un cas particulier appelé cas isoplanétique pour lequel le champ de l'image est inférieur à l'angle d'isoplanétisme θ_0. Pour simuler un cas pareil, il suffit de faire un produit de convolution de l'image non perturbée par l'unique PSF obtenue par le carré du module de la transformée de Fourier inverse du produit du champ complexe Ψ ($= exp(-i\varphi)$) et de la fonction pupille du télescope P.

$$PSF = |TF^{-1}(\Psi \cdot P)|^2 \tag{4.57}$$

Le cas isoplanétisme est équivalent à une turbulence au voisinage du télescope. Dans le cas réel, le domaine d'isoplanétisme est restreint, le champ au foyer de MISOLFA (128x96 arcsec) est beaucoup plus grand que θ_0. Pour avoir un ordre de grandeur du domaine d'isoplanétisme, prenons le cas du profil de turbulence du modèle d'Hufnagel-Valley (equation 4.5), θ_0 est obtenu en appliquant l'équation 4.43, r_0 est obtenu par l'intégration du $C_n^2(h)$ (équation 2.31), on trouve r_0=5 cm à 500 nm et H=2260 m, la valeur de θ_0 correspondante est de 1.4 secondes d'arc.

Pour simuler l'imagerie dans le cas anisoplanétique, je génère un écran de phase d'une taille suffisante de façon à couvrir le champ d'observation. Chaque point de l'image produit un point de l'image et sera affecté par la PSF produite par une portion de l'écran de phase. Deux points distincts de l'objet ne sont pas affectés forcément par la même turbulence. Du point de vue de la simulation cela revient à projeter la pupille du télescope sur l'écran de phase et de la décaler d'un pas (de pixels entiers) correspondant à l'angle d'isoplanétisme pour pouvoir calculer l'image du ou des points adjacents. La figure 4.20 schématise le procédé de l'imagerie et montre le décalage de la pupille projetée pour calculer les PSFs correspondantes.

La figure 4.21 montre le résultat que j'ai obtenu de la simulation d'une image ayant la même résolution spatiale que celles de MISOLFA (0.2 secondes d'arc / pixel) et obtenue dans le cas anisoplanétique avec une couche turbulente caractérisée par r_0=6.5 cm et $\mathcal{L}_0$=3 m et localisée à une altitude h=3500 m. L'effet de bord visible sur l'image de droite est dû à la FFT inverse, les images sont tronquée avant le traitement. Une série de 1000 images est générée avec cette procédure. Ensuite les étapes de traitement décrites dans la section 4.4.3, les deux premières étapes (estimation du bruit et nettoyage par ondelettes) ne sont pas appliquées. Les images du bord solaire vu à travers la turbulence que j'ai ainsi obtenues m'ont permis par la suite de vérifier la faisabilité de la méthode d'extraction des paramètres de la turbulence par l'analyse de la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivées observées sur le bord solaire. J'ai également utilisé ces séries d'images pour voir l'effet de l'échelle externe sur l'estimation du r_0 en utilisant la variance des fluctuations des angles d'arrivée.

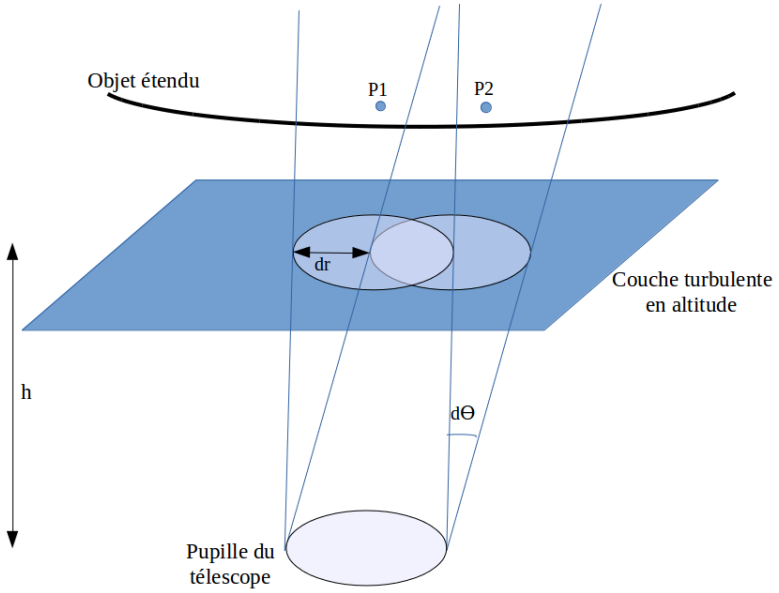

FIGURE 4.20 – Schéma explicatif de la simulation des images dans le cas où la taille angulaire de l'objet est supérieure à θ_0. Le pas de déplacement dr en m correspond à un nombre entier de pixels sur la pupille projetée sur l'écran de phase

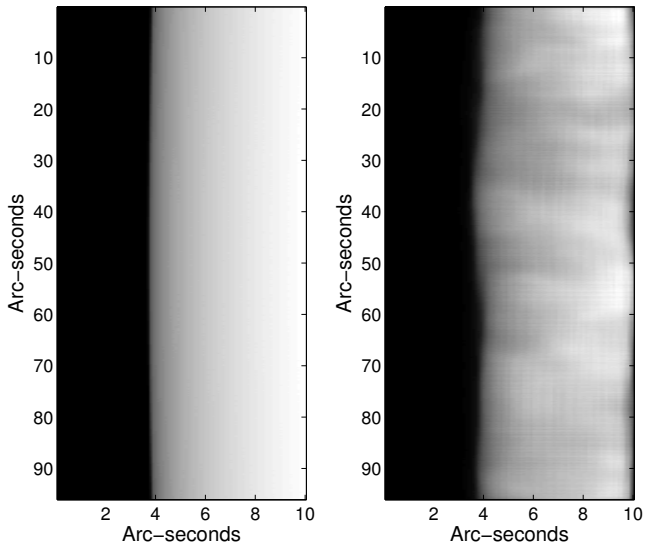

FIGURE 4.21 – Images produites par simulation numérique. L'image de gauche est une image hors atmosphère ayant la même résolution que les images MISOLFA obtenue selon le modèle d'Hestroffer-Magnan 1998, celle de droite est obtenue par imagerie anisoplanétique dans le cas d'une seule couche turbulence pour laquelle r_0=6.5 cm et $\mathcal{L}_0$=3 m et localisée à une altitude h=3500 m.

4.6 Conclusion

Nous avons décris dans ce chapitre le principe du moniteur de turbulence MISOLFA permettant la mesure des paramètres spatiaux et temporels de la turbulence de jour. En observant le limbe du Soleil à haute résolution (0.2"/pixel), l'instrument que nous avons vu possède quelques particularité que j'ai décrit dans ce chapitre. Le principe de la mesure des paramètres spatiaux à partir des images est le même que celui de l'instrument MOSP. Elle est basée sur l'ajustement non linéaire de la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivées observées sur le limbe solaire. Nous avons analysé le comportement de la fonction de structure en fonction des différents paramètres. Néanmoins il y a un certain nombres d'étapes des traitements des images MISOLFA à suivre pour construire la fonction de structure notamment l'estimation du bruit et le filtrage des images par ondelettes. J'ai montré une comparaison entre les fonctions de structure théoriques calculée en adoptant le modèle multi-couches et un modèle utilisant une couche équivalente, et ainsi montré la nécessité d'utiliser le modèle multi-couches pour extraire les profils de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$.

Pour la mesure du temps caractéristique, la méthode est basée sur l'utilisation de la fonction de structure temporelle des fluctuations d'intensité des sous-pupilles, une normalisation par la voie globale est nécessaire pour l'élimination des fluctuations dues aux vibrations entre autres. J'ai égalemnt décris les étapes de la mesure des paramètres spatiaux à partir des signaux de la voie pupille en exploitant les différentes sous-pupilles. Cette mesure est possible du moment que les fluctuations d'intensité observées dans la voie pupille sont proportionnelles aux fluctuations des angles d'arrivée observées sur la voie images. J'ai repris la démonstration théorique de cette relation linéaire dans le cas de modèles linéaire et quadratique de l'intensité du limbe. Puis j'ai montré pour la première fois que cette relation est vérifiée sur les données MISOLFA, ce qui a permis l'inter-calibration des voies image et pupille. L'effet de la largeur de la fente est aussi donné. Nous avons aussi décrit des simulations numériques effectuées pour montrer la faisabilité de la méthode d'extraction des paramètres à partir de la voie image.

4.7 Article paru dans Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS) Vol.458, pp :517-530 (2016)

"MISOLFA : a generalized monitor for daytime spatio-temporal turbulence characterization"

Ce papier décrit le concept instrumental, les méthodes adoptées et les premiers résultats de mesure des paramètres spatiaux et temporels de la turbulence à l'aide de l'instrument MISOLFA. Nous avons montré par des simulations numériques l'effet de l'échelle externe sur l'estimation du paramètre de Fried en utilisant la variance. Cet effet est plus important pour les petites valeurs de l'échelle externe (figure 10 du papier). Ceci vient confirmer les résultats de l'étude menée par Borgnino et al. (1992). Les paramètres spatiaux injectés comme paramètres d'entrée de la simulation sont retrouvés avec une bonne précisions après ajustement de la fonction de structure ce qui valide la méthode d'éxtraction des paramètres. Les mesures du temps caractéristique des angles d'arrivée donnent une valeur moyenne de celui-ci à 5.3 ms$\pm$3.2 mas en exploitant les données issues de la sous-pupille de 0.5 mm de diamètre. Les mesures des autres sous-pupilles donnent

des valeurs proportionnelles à la surface collectrice comme attendu.

Pour les données voie image, nous avons montré un exemple d'extraction de deux profils de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$ (figure 15) par l'ajustement de deux fonctions de structure (figure 14). Les profils de $C_n^2(h)$ montrent que l'énergie est concentrée près du sol. Les paramètres intégrés (r_0 et $\mathcal{L}_0$) montre un bon accord entre les mesures de la voie image et ceux obtenus avec la voie pupille (figure 17 et 18). La figure 16 montre une calibration en utilisant le signal de la sous-pupille de 1 mm de diamètre et l'évolution temporelle des fluctuations correspondante des angles d'arrivée de la voie image.

Monthly Notices of the ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS **458,** 517–530 (2016) doi:10.1093/mnras/stw242
Advance Access publication 2016 January 28

MISOLFA: a generalized monitor for daytime spatio-temporal turbulence characterization

R. Ikhlef,[1,2★] T. Corbard,[1] F. Morand,[1] C. Renaud,[1] M. Fodil,[2] A. Ziad,[1] J. Borgnino,[1] M. Meftah,[3] P. Assus,[1] B. Chauvineau,[1] A. Hauchecorne,[3] P. Lesueur,[3] G. Poiet,[3] F. Ubaldi,[1] M. Hamadouche[4] and T. Abdelatif[2]

[1]*Laboratoire Lagrange, UMR7293, Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), CNRS, Bd. de l'Observatoire CS 34229, F-06304 Nice Cedex 4, France*
[2]*Centre de Recherche en Astronomie Astrophysique et Géophysique (CRAAG), Observatoire d'Alger, 16340, Algiers, Algeria*
[3]*Université Versailles St-Quentin; Sorbonne Universities, UPMC Univ. Paris 06; CNRS/INSU, LATMOS-IPSL, 11 Boulevard D'Alembert, F-78280 Guyancourt, France*
[4]*Université M'Hamed Bougara Boumerdes (UMBB), 35000 Boumerdes, Algeria*

Accepted 2016 January 27. Received 2016 January 18; in original form 2015 October 21

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

ABSTRACT

Ground-based solar observations are strongly affected by optical turbulence. The concept of a new instrument which allows one to measure both spatial and temporal parameters of atmospheric turbulence has been proposed in the late 1990s. The instrument MISOLFA (Moniteur d'Images Solaire Franco-Algérien) is based on this concept and has been developed over the past 10 years in the framework of a ground-based solar astrometry programme and in parallel to the development of several night time turbulence monitors at Calern Observatory, south of France. In this paper, we first describe its instrumental concept, the technical choices that were made to meet the specifications and discuss the difficulties encountered. Using numerical simulations, we present and test the methods that can be used in order to estimate the turbulence parameters from both MISOLFA image and pupil planes. The effect of finite outer scale on Fried parameter estimation from a simple estimate of the angle-of-arrival variance is clearly shown. Finally, we present the first results obtained with the instrument fully operating in its two observing planes. We obtained a mean value of angle-of-arrival coherence time of 5.3 ms, and good agreement is found between spatial parameters obtained with image and pupil planes. First estimates of the atmospheric structure constant $C_n^2(h)$ and outer scale $L_0(h)$ profiles are also presented which illustrates the profiling capacities of the new instrument.

Key words: atmospheric effects – site testing – telescopes – Sun: general.

1 INTRODUCTION

The wavefront of light propagating through earth atmosphere is randomly perturbed due to atmospheric turbulence. Angle-of-arrival (AA) fluctuations, which are fluctuations of the normal to the perturbed wavefronts, are commonly studied to characterize the degree to which turbulence affects ground-based astronomical observations. Several parameters describing the mean spatio-temporal properties of turbulence can be derived from the records of these AA-fluctuations. It is useful to first recall the definitions of these parameters.

(1) The atmospheric structure constant of the air refractive index fluctuations $C_n^2(h)$ showing the turbulence energy distribution with altitude.

(2) The outer scale vertical profile $L_0(h)$ which represents the distribution for the characteristic scale of the largest velocity inhomogeneities in turbulent layers. This parameter is strictly related to the turbulent energy in each layer (Borgnino 1990).

(3) Fried parameter r_0 (Fried 1965) which is the diameter of the coherence zone of the degraded wavefront. It corresponds also to the image resolution obtained with the telescope of diameter r_0 placed outside the atmosphere.

(4) The spatial coherence outer scale $\mathcal{L}_0$ which defines the maximal size of wavefront perturbations remaining coherent. It traduces the low-frequency evolution of the wavefront and affects long baseline or large telescope observations. $\mathcal{L}_0$ is an estimator related to

★E-mail: rabah.ikhlef@oca.eu

© 2016 The Authors
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

the optical quality of the perturbed wavefront. For a single turbulent layer, $\mathcal{L}_0$ is equal to L_0 of that layer (Borgnino 1990).

(5) The isoplanatic patch θ_0 which is the angle where phase or speckles remain correlated.

(6) The correlation time τ_0 which is the time during which the atmosphere may be considered as frozen for the considered structures (phase, speckles), i.e. the time during which they keep their coherence.

For night time observations, several instruments were developed. The most used method consist in analysing fluctuations of a star position with a differential method for estimating Fried parameter r_0, case of the Differential Image Motion Monitor (DIMM; Sarazin & Roddier 1990) or the four parameters r_0, $\mathcal{L}_0$, θ_0 and τ_0 with the Generalized Seeing Monitor (GSM; Martin et al. 1994; Ziad et al. 2000). Other instruments such as the Monitor of Outer Scale Profile (MOSP; Maire et al. 2007) or, more recently, the Profiler of the Moon Limb (PML; Ziad et al. 2013) analyse the AA-fluctuations by the observation of the lunar limb. However, for daytime atmospheric turbulence, few instruments were developed such as the Solar Differential Image Motion Monitor (S-DIMM; Beckers 2001) for seeing measurements and the Shadow Band Ranger SHABAR for estimating the atmospheric structure constant $C_n^2(h)$ (Beckers 1999, 2001). They provide useful information on the spatial scales of turbulence and are commonly associated for site testing campaigns (Beckers & Mason 1998; Beckers 2001; Liu & Beckers 2001; Berkefeld et al. 2010). The need for high-resolution solar observations from ground has led to the development of multi-conjugate adaptive optics systems for solar observatories. In order to build such system, information about the statistical properties of turbulence as a function of height is needed (Kellerer et al. 2012; Schmidt et al. 2014). Using Shack–Hartmann (SH) sub-apertures as S-DIMM can provide r_0 estimates (Kawate et al. 2011). Furthermore, the measurement of the covariance of differential image displacements at different field angles for pairs of sub-apertures can provide C_n^2 profiles (Scharmer & van Werkhoven 2010).

By recording AA-fluctuations over a given angular extent of the solar limb, MISOLFA (Moniteur d'Images Solaire Franco-Algérien) also provides such profiling capability from its image way. In many situations however, estimates of atmospheric turbulence characteristic temporal scales τ_0 are also needed in order to properly model the effects of the instantaneous equivalent point spread function (PSF) of the instrument through the atmosphere. In the case of solar astrometric measurements using equal-altitude method (solar astrolabe, Laclare 1983; DORAYSOL, Morand et al. 2010), the solar diameter estimates revealed a dependence with the seeing conditions represented by Fried parameter r_0 (Irbah et al. 1994). It has been established that optical turbulence introduces a bias in the estimated position of the inflexion point of the limb-darkening function, the apparent diameter being smaller for bad seeing conditions (Lakhal et al. 1999). This bias also shows weak dependence on the outer scale L_0 for a small-aperture telescope [case of the solar astrolabes $D = 10$ cm in Lakhal et al. (1999)]. Besides this systematic effect, random errors are also introduced by optical turbulence. They decrease with the seeing but are also strongly conditioned by turbulence AA-coherence times (see Lakhal et al. 1999, fig. 2). The coherence time plays also an important role for the optimization of adaptive optics systems; corrections must be faster than the wavefront evolution. In the case of SH sensors used in the adaptive optics systems, AA-fluctuations are directly observed in the image plane. It has been shown however that these fluctuations can also be recorded in the pupil plane through the analysis of the so-called *flying shadows* (Borgnino & Martin 1977).

The concept of the generalized daytime turbulence monitor MISOLFA is based on the idea that a single instrument could provide both the spatial and temporal turbulence scales by analysing AA-fluctuations simultaneously in its image and pupil ways (Assus et al. 2002; Irbah et al. 2010; Ikhlef et al. 2012b). The instrument has been developed at Calern Observatory and is now operating continuously to monitor daytime turbulence parameters. The estimated spatial parameters are Fried parameter r_0, spatial coherence outer scale $\mathcal{L}_0$, size of the isoplanatic patch θ_0 and optical turbulence profiles from the observation of solar limb. The monitor estimates in the same time AA-characteristic time with its pupil-plane observation way.

Section 2 gives a detailed description of MISOLFA instrument. Section 3 is devoted to the theoretical background and the techniques used for parameter estimation. In Section 4, we describe numerical simulations made to validate the parameter extraction methods, and the first results using the full capacities of the instrument are presented in Section 5.

2 INSTRUMENTAL CONCEPT

In the case of daytime turbulence characterization, except for some particular sites (like Dome C), the only target that is always available is the Sun, which is a spatially extended object. Sunspots may be used as targets for a DIMM but they change their shape and position from a day to another, so the solar limb in generally chosen (Kawate et al. 2011). MISOLFA (Fig. 1) uses both image- and pupil-plane observations to measure turbulence parameters. Its optical layout is presented in Fig. 2. It is based on a Cassegrain coudé telescope of 25.4 cm diameter and an equivalent focal length of 10 m mounted on an alt-azimuthal mount. This mount configuration (alt-az) has been chosen to

(1) provide a Nasmyth focus, which allows heavier and larger focal instrumentation,
(2) simplify mechanical conception and realization,
(3) always keep Sun horizontal edges on the field of the CCD.

After passing through a prismatic entrance window (P1, see section 2.1), the light falls on a concave primary mirror (M1), then is reflected towards a convex secondary mirror (M2). A small tertiary flat mirror (M3) reflects the light to the telescope Nasmyth focus. The derotating prism (P2) allows one to have along the day the two horizontal limbs in a vertical orientation on the camera field. The derotating prism consists of two prisms aluminized and bonded by molecular adhesion, which avoids the alignment problems inherent in conventional derotators made of mirrors. At the telescope output, the focal box contains several optical parts. A filter wheel allows one to select the observation wavelength, and then a beam splitter (P3) divides the optical rays into two ways.

The first one, named in the following *image-plane observation way*, allows one to measure the AA-fluctuations from images of the solar limb recorded on a CCD camera placed on the focal plane (see Fig. 5). Observations taken from this way are similar to those made by MOSP (Maire et al. 2007). The main difference is that the two opposite horizontal solar limbs are observed. They are obtained by the mean of the entrance window (P1), whose principle is shown in Fig. 3(a) and described in Section 2.1.

The second way, named in the following *pupil-plane observation way*, in which the telescope pupil is observed through a lens and

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

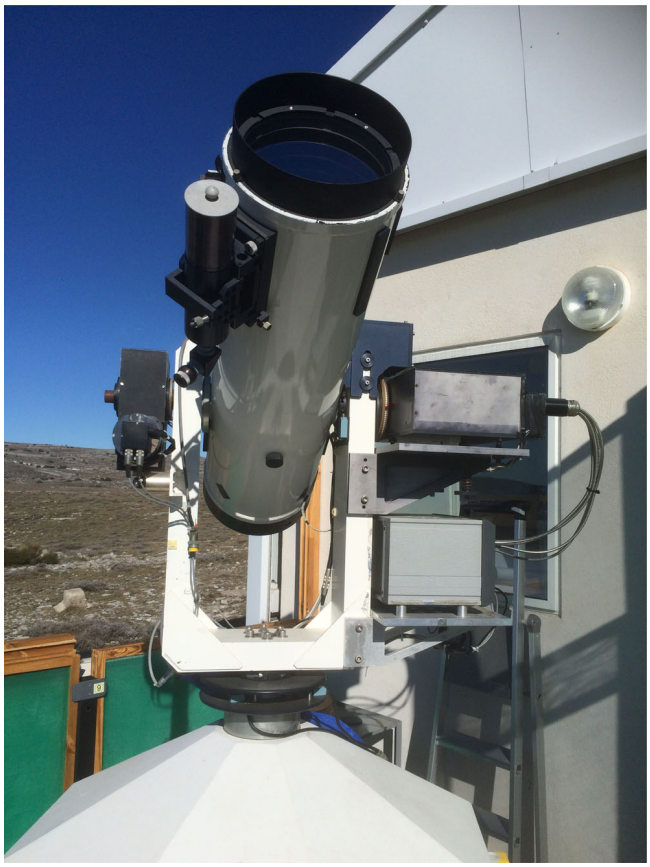

Figure 1. MISOLFA instrument with its entrance window, the alt-azimuthal mount and its focal box on a Nasmyth focus (on the top). In the bottom, we can see the pupil-plane amplification device. The two boxes are connected with optical fibres.

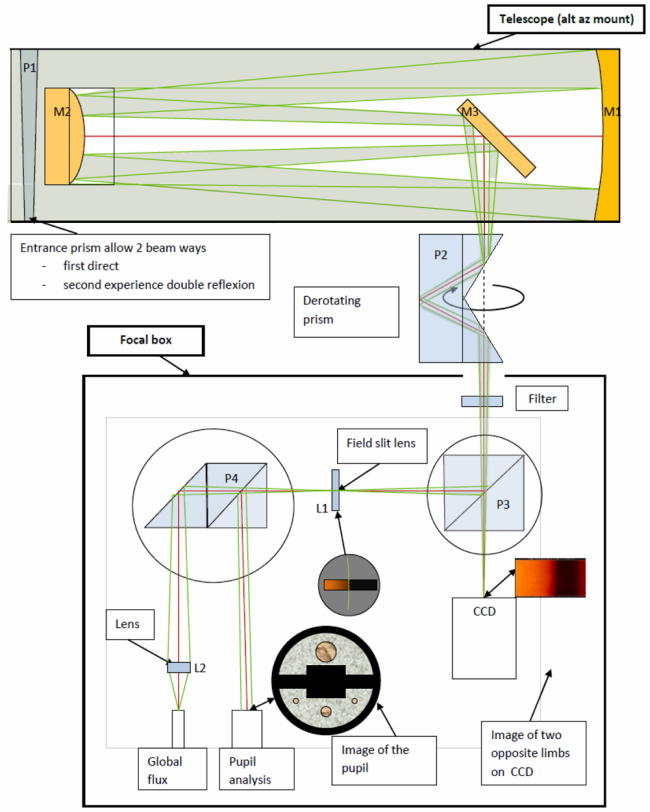

Figure 2. MISOLFA: experimental device. The compact optical configuration allows one to obtain a focal length of about 10 m. The beam splitter (P3) separates the beam into two ways with proportions 30 per cent/70 per cent. In the pupil plane, the use of different diameters allows the detection of different AA-coherence times and also to estimate spatial parameters.

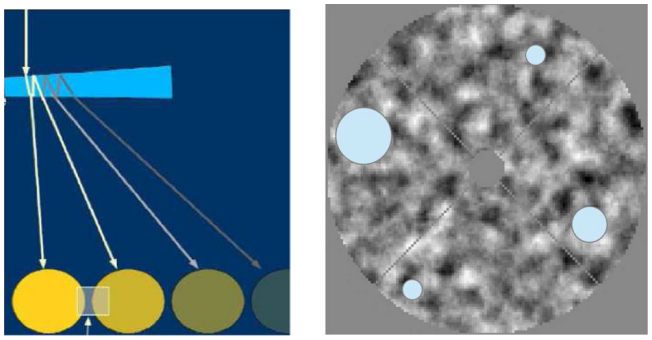

Figure 3. Panel (a) represents the prismatic entrance window allowing one to obtain the two opposite limbs of the solar disc. Separation between the two limbs is most important in summer. Panel (b) shows the optical fibre position on the pupil plane; three diameters are used: 2, 1 and 0.5 mm (two fibres). These values are chosen according to the mean value of Fried parameter recorded at Calern Observatory.

a narrow slit (L1) placed on the solar limb image. This slit is kept perpendicular to the limb thanks to the derotating prism (P2). The slit size is 5 arcsec in the direction parallel to the solar limb (x-direction) and about 25 arcsec in the direction perpendicular to the solar limb (y-direction). The prism (P4) is made of two components, a beam splitter and a reflecting prism of 90°. The two output are the pupil image and the global way which integrates the global flux of the pupil focalized by the lens (L2). The pupil image intensity presents fluctuations which are proportional to the AA-fluctuations (see Section 3.1.2). As shown in Fig. 3, optical fibres with different diameters are positioned in the pupil plane to bring light fluctuations to an electronic device. Light fluctuations are then converted to electrical signals by photodiodes. The output signals are very weak; two amplification stages are needed, the first of them is a low-noise amplifier. A National Instruments data acquisition system is then used to record these signals at a rate of 1 kHz. The amplification circuits are shielded and grounded to avoid the effect of parasites such as 50 Hz and the acquisition is connected to the computer via a fibred USB cable.

Due to the important focal length of the telescope (10 m), the guiding system of the alt-az mount was very complex. We developed a fine guiding system based on a solar limb detector algorithm which provides, in near real time, the location of that particular limb point that corresponds to the solar radius which is parallel to the CCD x-axis. This point can be found inside or outside the CCD frame and the goal is to act on the guiding system in order to keep it always at the same nominal location on the CCD. This fine guiding system is only activated between acquisition sequences which last around 1 min and during which we do not want to introduce spurious movements. The components and instrumental parameters of MISOLFA are summarized in Table 1 and, in the following two sections, we discuss in more details the particular choices made for the entrance window and slit dimensions.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

Table 1. The Components and instrumental parameters of MISOLFA.

Telescope:	
Model	Cassegrain coudé, Nasmyth focus
Mount	Alt-azimuthal
Aperture	254 mm, $f/40$
Focal length (f_T)	10 m
Prismatic window:	
Prism angle	10 arcmin 54 arcsec
External diameter	270 mm
Internal diameter	256 mm
Thickness	35 mm
Filter:	
Diameter	25.4 mm
Wavelengths	535.7 nm, 607 nm, $\Delta\lambda = 0.5$ nm
CCD Camera:	
Model	PCO PixelFly VGA
Sensor	Sony ICX074AL
Exposure time	1 ms
Frame rate	32 frame/s
Pixel size	9.9 μm (0.2 arcsec)
Number of pixels	640 × 480
Diaphragm (slit):	
Length	25 arcsec
width	5 arcsec
Lens L1 focal length (f_L)	200 mm
Photodiodes:	
Reference	Hamamatsu S2592-03

2.1 The prismatic entrance window

The goal of MISOLFA is to obtain as maximum as possible information about how turbulence affects solar images and then solar diameter measurements. To separate effects of turbulence from other phenomena such as atmospheric refraction, we chose to estimate turbulence parameters from horizontal solar limbs, i.e. limb points on the solar radii that are parallel to the local horizon. The use of the entrance prism allows one to obtain the two opposite horizontal limbs. However, as shown in Figs 3(a) and 5, the two opposite limbs are not of the same intensity, due to reflections. The three constraints for this optical device were to keep both solar limbs on the CCD at different seasons, to have enough intensity on the reflected image and to keep the intensity ratio between the direct and reflected images stable in time. Because the apparent diameter of the Sun evolves with the season due to the elliptic Earth orbit, the separation between the two images which depends on the prism angle and the angular diameter of the Sun will also be time dependent. The prism angle (see Table 1) was therefore chosen to match this first constraint.

Given the overall transmission of the desired entrance prism (1 per cent), the best theoretical flux ratio of the reflected image to the direct image is 0.8. Several coating methods from different suppliers were tested. Unfortunately, the coatings meeting the specifications were rapidly degraded with time and robust coatings gave a very weak reflected image. The best compromise found between these two criteria has led to a flux ratio of about 0.5 between the two images. With this ratio, it is not possible to have the same quality of turbulence parameter estimates on both sides and, in the following, only the direct images were used. The opposite limb image could however still be used to separate movements due to telescope vibrations or drift, which affect both images in the same way, from the movements of interest induced by turbulence and AA-fluctuations.

2.2 The slit dimensions choice

For an extended source as the Sun, anisoplanatism prevents the use of a simple edge to obtain *solar flying shadows* like for a basic Foucault test. Instead, a thin rectangular slit is used where the two lateral sides limit the angular position observed on the limb and the small side on which the limb is observed performs a Foucault test. However, the use of a diaphragm of finite size in the focal plane introduces additional effects which limit AA-fluctuation analysis from intensity measurements of the pupil-plane images. Two effects were highlighted and have been studied by Borgnino & Martin (1977, 1978). They are related to the diffraction and angular filtering by the diaphragm. First, the presence of a diaphragm with an angular width w_x in the focal plane is equivalent to a high spatial frequency filter with a cut-off frequency f_d given by

$$f_d \approx \frac{w_x}{\lambda}. \quad (1)$$

On the other hand, geometrical considerations allow us to say that details in a turbulent layer located at an altitude h have spatial dimensions on the pupil plane of about hw_x. We can then define a spatial cut-off frequency f_a for the angular filter as

$$f_a \approx \frac{1}{hw_x}. \quad (2)$$

Borgnino & Martin (1977, 1978) have shown that the best compromise is to put $f_a = f_d$. The effect of the two filterings is presented in a synthetic way in Borgnino & Martin (1977, fig. 7). A wheel containing slits of different sizes is installed behind the beam splitter which allows selecting different filtering as a function of altitude. This capacity of our instrument has however not been used so far. For a slit having an angular width equal to 5 arcsec (Table 1) and for observations in the visible (535 nm), the filtering by diffraction is dominating until a height $h = 911$ m. This filtering of the elements lower than 2.2 cm in size is the same whatever is the height from 0 to 911 m. For higher altitudes, the angular filtering becomes dominant.

Finally, the diameters of the four sub-pupils have been chosen equal to 0.5, 1 and 2 mm so that they correspond, respectively, in the entrance pupil, to half, one time and twice a mean value of r_0 of about 3 cm. The position of these sub-pupils is shown in Fig. 3(b).

3 MEASUREMENT PRINCIPLE, THEORETICAL MODELS AND TURBULENCE PARAMETER ESTIMATION

3.1 Theoretical background

3.1.1 The image-plane observation way

In this section, we recall the theoretical basic equations. They are obtained in the same way as those used to interpret the night time observation data given by GSM (Martin et al. 1994; Ziad et al. 2000) and MOSP (Maire et al. 2007). In the case of MISOLFA, observations of the solar limb are performed with a single telescope (pupil of diameter D) in directions on the sky separated by angles θ up to 96 arcsec. The atmospheric turbulence can be described by the Von Kàrmàn model with a coherence inner scale taken equal to zero. The phase power spectrum is related to the turbulence energy and the outer scale distributions with altitude. For each layer at an altitude h_0 (with a thickness δh), the Von Kàrmàn phase power

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

spectrum is expressed as (Borgnino, Martin & Ziad 1992)

$$W_\phi(f,h0) = 0.38\lambda^{-2}\int_{h_0}^{h_0+\delta h} C_n^2(h)\left[f^2+\frac{1}{L_0(h)^2}\right]^{-\frac{11}{6}}\mathrm{d}h, \quad (3)$$

where f is an angular frequency and λ is the wavelength. We can then introduce the transverse (in the y-direction) AA angular structure function $D_\alpha(\theta)$ which gives an estimation of the AA angular decorrelations. It is expressed in the case of Von Kàrmàn model with a multilayer turbulence as (Borgnino et al. 1992; Avila et al. 1997; Maire et al. 2007)

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 2.4\sec(z)\int_0^{+\infty}\mathrm{d}hC_n^2(h)\int_0^{+\infty}\mathrm{d}ff^3\left(f^2+\frac{1}{L_0(h)^2}\right)^{-\frac{11}{6}} \times[1-J_0(2\pi f\theta h)-J_2(2\pi f\theta h)]\left[\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}\right]^2, \quad (4)$$

where z is the zenith distance and J_0, J_1, J_2 are Bessel functions of the first kind. This structure function can also be expressed as

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 2[\sigma_\alpha^2 - \mathcal{C}_\alpha(\theta)], \quad (5)$$

where $C_\alpha(\theta)$ is the covariance and $\sigma_\alpha^2 = C_\alpha(0)$ is the variance of AA-fluctuations. If we further assume that it exists an equivalent impulse layer, located at altitude h, giving the same optical effects at ground level as the whole turbulent terrestrial atmosphere (one-layer model), then the transverse angular structure function is given by (Bouzid et al. 2002; Seghouani, Irbah & Borgnino 2002)

$$\mathcal{D}_\alpha(\theta) = 0.1437\,\lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}}\int_0^{+\infty}\mathrm{d}ff^3\left(f^2+\frac{1}{{\mathcal{L}_0}^2}\right)^{-\frac{11}{6}} \times[1-J_0(2\pi f\theta h)-J_2(2\pi f\theta h)]\left[\frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df}\right]^2. \quad (6)$$

3.1.2 The pupil-plane observation way

Geometrical optics is helpful to understand how AA-fluctuations are put in evidence in the pupil plane. Light rays of the atmospheric perturbed wavefront undergo random angles and pass or not through the diaphragm (slit). The pupil illumination observed through the diaphragm will then be related to the local slopes of the wavefront. Intensity variations in the pupil-plane image are therefore directly related to AA-fluctuations at the telescope entrance pupil when an extended source is observed.

Previous works have effectively shown the good linear relationship between intensity fluctuations of flying shadows observed in the pupil plane and AA-fluctuations from theoretical background, numerical simulations and observations (Borgnino & Martin 1977, 1978; Borgnino 1978; Berdja et al. 2004; Borgnino et al. 2007). The formalism explaining this proportional relationship was explained in detail by these authors; we recall hereafter the main ideas. We first consider a monochromatic plane wave (with wavelength λ) passing through atmospheric turbulence. Arriving at the ground, it is characterized by its complex amplitude

$$\psi(\boldsymbol{r}) = A(\boldsymbol{r})\exp(\varphi(\boldsymbol{r})), \quad (7)$$

where $A(\boldsymbol{r})$ is the amplitude and $\varphi(\boldsymbol{r})$ is the phase. $\boldsymbol{r}$ is a vector in planes perpendicular to the optical axis. The AA-fluctuations are defined as the slope of the wavefront phase. For a given point whose coordinates are $\boldsymbol{r}(x, y)$, the two components of the AA-fluctuations are

$$\alpha(\boldsymbol{r}) = -\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\partial\varphi(\boldsymbol{r})}{\partial x}$$

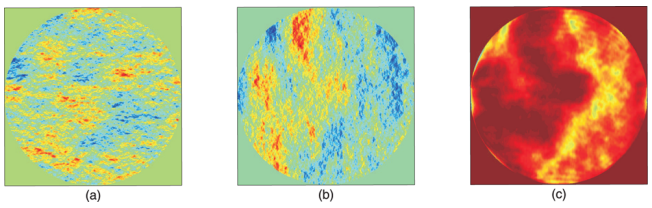

Figure 4. Simulated AA-fluctuations (from the work of Berdja in 2004) computed directly from the perturbed wavefront phase and observed as intensity fluctuations in pupil-plane image. Panels (a) and (b) show, respectively, x and y AA components at the entrance pupil, while panel (c) shows the y component observed in the pupil-plane image as intensity fluctuations. The perturbed wavefront was simulated in the near-field approximation case considering $r_0 = 4$ cm, $\mathcal{L}_0 = 10$ m, $h = 1000$ m. The diaphragm width was taken equal to few arcseconds.

$$\beta(\boldsymbol{r}) = -\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\partial\varphi(\boldsymbol{r})}{\partial y}. \quad (8)$$

We can divide the optical system into two parts. First, a telescope characterized by its pupil function $P(\boldsymbol{r})$ and a focal length f_T. The second part is a diaphragm through which we observe the image of the telescope entrance pupil and characterized by its transmission function $t(\boldsymbol{r})$ and the focal length f_L of a lens (L1) placed behind it. Intensity distribution in the obtained pupil image formed by the lens L1 may be obtained according to Fourier optics calculations. If we assume that the limb profile is linear with the angular direction, intensity fluctuations in the pupil image are expressed as a function of $\beta(-\boldsymbol{r})$, the y component of the AA-fluctuations (Borgnino 1978; Berdja et al. 2004; Borgnino et al. 2007):

$$I_0(\boldsymbol{r}) = a\frac{f_T}{f_L}\left[\frac{\lambda f_T}{f_L}\right]^2 |\,\hat{t}\left(\frac{\boldsymbol{r}}{\lambda f_L}\right)|^2 * \left[P\left(-\boldsymbol{r}\frac{f_T}{f_L}\right)\beta\left(-\boldsymbol{r}\frac{f_T}{f_L}\right)\right], \quad (9)$$

where $\hat{}$ denotes the Fourier transform and $*$ symbolizes a convolution product; a is a proportionality factor in linear solar limb model.

So, using a linear model of solar limb, the intensity fluctuations in the pupil image vary linearly with the slope of the wavefront observed in the direction perpendicular to this limb (y-direction). The pupil-plane observation way introduces a spatial filtering in the image due to the diaphragm. We therefore measure AA-fluctuations in the y-direction (Fig. 4). Berdja et al. (2004) have shown the good linear relationship between AA-fluctuations and intensity fluctuations as modelled with equation (9) when the solar limb is observed. In fact, we can consider that the limb-darkening profile is almost linear in the small angular field of view allowed by the diaphragm so the hypothesis of linearity remains valid.

3.2 Data analysis and parameter extraction

3.2.1 Image-plane measurements

As described above, the method is based on statistical analysis of AA-fluctuations. For that, to have sufficient samples, data sets consist in series of about 2000 images recorded at a rate of 32 frames per second. According to H. M. Martin, exposure time of the detector is a crucial parameter for seeing studies. It should be shorter than 10 ms to freeze the atmospheric image motion (Martin 1987). Thus, the exposure time of the video CCD camera is adjusted to a constant value of 1 ms. Fig. 5 shows an image of the Sun recorded on 2014 September 09 with this observation way at 607 nm. The pixel size

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

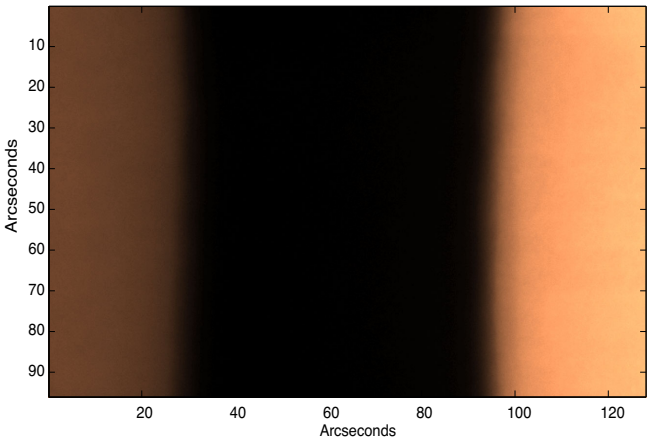

Figure 5. A solar image obtained with the image-plane observation way of MISOLFA. On the left the reflected limb and the direct limb is on the right.

is about 0.2 arcsec which leads to an image size of approximately 96 by 128 arcsec. Each CCD pixel line in the direct and reflected limb images is such as it is located on a direction parallel to the local horizon. For each image, the following processing steps are performed.

(1) Noise estimation using *standard deviation histogram algorithm* (Gao 1993). The estimation of noise is useful for the next step (wavelet denoising).

(2) Image cleaning by wavelet denoising process to eliminate sunspots which can make difficult the limb detection step (Moussaoui & Irbah 2000; Djafer & Irbah 2012).

(3) Limb detection using the second derivative over each line of the CCD. We first apply wavelet denoising on an image, then we compute its horizontal gradient, and finally we apply wavelet denoising on the gradient and a second derivation is performed. By choosing suitable thresholds, limbs are well detected in good observational conditions.

(4) Each limb is then corrected from medium edge (correction from the curvature of the solar limb) to extract at the end only fluctuations due to turbulence.

(5) The above steps are performed to extract AA-fluctuations from temporal series of solar images allowing one to compute the two main output which are the experimental AA transverse covariance function $\mathcal{C}_{\alpha_\perp \mathrm{Exp}}(\theta)$ (and so the variance) and the structure function $D_{\alpha_\perp \mathrm{Exp}}(\theta)$ which equation is given by (Maire et al. 2007)

$$\mathcal{D}_{\alpha_\perp \mathrm{Exp}}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\theta_m-\theta}\sum_{k=1}^{\theta_m-\theta}[\alpha_\perp(k)-\alpha_\perp(k+\theta)]^2, \tag{10}$$

where θ is the angular separation in pixels, θ_m is the maximal extent accessible in the image (i.e. 480 pixels in our case), N is the number of processed images (about 2000) and $\alpha_\perp(k)$ is the AA-fluctuations retrieved at the position k. To get a statistical convergence, the number N of short exposure images to be considered has to be as large as possible within the time the atmosphere keeps the same statistical properties. This time is expected to be greater than the 1 min duration of our sequences (Sarazin & Roddier 1990). In the case of the DIMM experiment, the total number of samples considered for image motion variance estimation is about 200 (Sarazin & Roddier 1990) or 300 for the ATST site testing campaign (Beckers, Liu & Jin 2003). The relative statistical error on the variance is equal to $\sqrt{\frac{2}{n-1}}$. $n = 2000$ images will give a 2 per cent relative error on r_0 (proportional to $\sigma^{-3/5}$) and less than that for different points of the structure function ($n = 2000(\theta_m - \theta)$; Maire et al. 2007). Increasing N within the coherence time of seeing will reduce the relative statistical error but we are limited by the CCD transfer delay and the hard disks storage (1.2 Gb for each series).

Using numerical simulations, Berdja (2007) has shown that AA-fluctuations are also proportional to photometric integral variation with suitable thresholding near the limb over a series of successive images. According to the author, this method should be less sensitive to noise than estimating the position of the zero crossing of the second derivative of the limb profile. In practice, this method can effectively be used to provide a quick proxy of fluctuations σ_α^2 but is not able to reliably provide the full structure function.

Considering equation (4) and using a subsequent non-linear fit, one can retrieve the $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ profiles together by minimizing the cost function (Maire et al. 2007): $E = \sum_\theta [D_{\alpha_\perp Exp}(\theta) - D_{\alpha_\perp Th}(\theta)]^2$, where $D_{\alpha_\perp Th}(\theta)$ is the theoretical structure function in equation (4). The Levenberg–Marquardt method is used in our case; limits are assumed for the parameters in order to obtain realistic values and to reduce convergence time to the optimal solution.

The integrated parameters Fried parameter r_0, the spatial coherence outer scale $\mathcal{L}_0$, the altitude of the equivalent impulse layer H and the isoplanatic angle θ_0 are then estimated using the following equations (Roddier 1981; Maire et al. 2007):

$$r_0 = \left[0.423\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sec(z)\int \mathrm{d}h C_n^2(h)\right]^{-\frac{3}{5}} \tag{11}$$

$$\mathcal{L}_0 = \left[\frac{\int \mathrm{d}h C_n^2(h) L_0(h)^n}{\int \mathrm{d}h C_n^2(h)}\right]^{\frac{1}{n}} \tag{12}$$

$$H = \sec(z)\left[\frac{\int \mathrm{d}h C_n^2(h) h^{\frac{5}{3}}}{\int \mathrm{d}h C_n^2(h)}\right]^{\frac{3}{5}} \tag{13}$$

and

$$\theta_0 = 0.31\frac{r_0}{H}, \tag{14}$$

where the factor n in equation (12) varies according to the instrument which measures the integrated parameter $\mathcal{L}_0$. Borgnino (1990) found that for AA-fluctuations $n = -1/3$ is appropriate, whereas Maire et al. (2007) suggested another value $n = 11/3$ to match between MOSP and GSM measurements. We took $n = 11/3$ because MISOLFA is similar to MOSP.

In a particular case of a dominant layer at a given altitude, one can consider the one-layer model of equation (6) to retrieve the three parameters r_0, $\mathcal{L}_0$ and the altitude of dominant layer h using a non-linear fitting.

The Fried parameter r_0 can also be estimated from the variance of AA-fluctuations σ_α^2 which is the first value of the covariance ($\mathcal{C}_\alpha(0)$) according to a given model. If one consider Von Kàrmàn model, r_0 is related to AA variance by the following expression (Ziad et al. 1994):

$$r_{0v} = 8.25\ 10^5 \lambda^{\frac{6}{5}} \sigma_\alpha^{-\frac{6}{5}}\left[D^{-\frac{1}{3}} - 1.525\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}}\right]^{\frac{3}{5}}, \tag{15}$$

where σ_α is expressed in arcseconds.

This equation takes into account the effect of a finite outer scale. The estimation method (from limb motion) is very sensitive to telescope vibration and wind. The use of the full structure function equation (6) should be more robust with this respect. Another possibility would be to use a differential estimation (Fried 1975; Acton

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

1995) like in the S-DIMM or PML instruments. As we will see in the next section, MISOLFA pupil way can also be used to retrieve r_0 by using two sub-pupils of the same diameter which is also a form a differential estimation. We note that for large values of the outer scale $\mathcal{L}_0$, equation (15) reduces to the Kolmogorov model for r_0 estimation (Borgnino et al. 1982; Irbah et al. 1994):

$$r_0 = 8.25\ 10^5 \lambda^{\frac{6}{5}} D^{-\frac{1}{5}} \sigma_\alpha^{-\frac{6}{5}}. \tag{16}$$

3.2.2 *Pupil-plane measurements*

The main purpose of observing intensity fluctuations at high cadence (1 KHz) in the pupil plane is to estimate the turbulence AA-coherence time. However, it is also possible to reach again the spatial parameters (r_0 and L_0). Four photodiodes allow one to record the intensity fluctuations with optical fibres positioned on the image behind diaphragms of different sizes (2, 1 and 0.5 mm diameter); a fifth photodiode behind a fibre of 2 mm diameter integrates the global flux of the whole pupil plane. This later signal is used to separate the AA-fluctuations from intensity fluctuations due to scintillation and other effects. This kind of correction is similar to a flat-field in the image plane. The corrected signals given by the four photodiodes are recorded simultaneously and a spatio-temporal analysis is performed.

Temporal covariance functions (and temporal structure functions) are obtained by autocorrelation of the signals. To obtain the characteristic time, each signal is divided into portions of 100 ms each, then the temporal structure function is obtained by the same way as equation (10) replacing the angular separation θ by the sampling time. The temporal characteristic time τ_0 is obtained from temporal covariance (or from temporal structure functions). It is defined as the time for which the covariance decreases from the origin by a factor k or using the structure function as the time of the drop of a constant k' from the saturation of the AA-temporal structure function (Ziad et al. 2012).

In practice, once the temporal structure function is obtained from intensity fluctuations of a given sub-pupil, we fit it by a function of the form

$$F(t) = A_{\max}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right). \tag{17}$$

Using this function, the characteristic time τ_0 is thus the corresponding time to the $A_{\max}/k'$ (generally k' is taken equal to e).

The spatial coherence parameters r_0 and $\mathcal{L}_0$ may be obtained from the pupil-plane observation way together with AA-fluctuation characteristic times. The structure function of AA-fluctuations recorded by mean of a pair of photodiodes of the same size positioned in the pupil image may be expressed as (Sarazin & Roddier 1990; Borgnino et al. 2007)

$$D_\alpha(S) = 0.364\left[1 - 0.541\left(\frac{S}{D_p}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]\lambda^2 {r_0}^{-\frac{5}{3}} {D_p}^{-\frac{1}{3}}, \tag{18}$$

where S is the baseline formed by the two photodiodes of the same integration size D_p. The structure function $D_\alpha(S)$ is expressed in arcseconds. equation (18) will be used to calculate r_0. This involves the computation of the difference between the variance and the covariance between the two sub-pupils (cf. equation 5). This expression does not depend on $\mathcal{L}_0$.

On the other hand, the ratio between the covariance and variance, called also the normalized covariance, does not depend on r_0 (Avila et al. 1997),

$$\Gamma_\alpha = \frac{\mathcal{C}_\alpha(S, D_{p1}, \mathcal{L}_0)}{\sigma_\alpha^2(D_{p1}, \mathcal{L}_0)}. \tag{19}$$

This ratio remains a function of the baseline S and the diameter but is no longer dependent on r_0 because both the variance and covariance are proportional to $r_0^{-5/3}$. $\mathcal{L}_0$ is determined numerically from this equation by using the asymptotic expressions of covariance and variance (Conan 2000; Conan et al. 2000):

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_\alpha(S, D_p, \mathcal{L}_0) = 0.0589\lambda^2 {r_0}^{-\frac{5}{3}} {D_p}^{-\frac{1}{3}}\Bigg[&- 3.001\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &- 1.286\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^{\frac{7}{3}} + \left(\frac{S}{D_p}\right)^{-\frac{1}{3}}(5 - \cos(2\gamma)) \\ &\times\left[0.411 + 0.188\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^2\right]\Bigg],\end{aligned} \tag{20}$$

where putting $\gamma = \frac{\pi}{2}$ gives the transverse component of the covariance whereas $\gamma = 0$ corresponds to the longitudinal one (Avila et al. 1997). And

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha^2(D_p, \mathcal{L}_0) = 0.1697\lambda^2 {r_0}^{-\frac{5}{3}} {D_p}^{\frac{-1}{3}}\Bigg[1 &- 1.041\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &+ 0.565\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^2 - 0.446\left(\frac{\pi D_p}{\mathcal{L}_0}\right)^{\frac{7}{3}}\Bigg].\end{aligned} \tag{21}$$

If we consider the case for which $\mathcal{L}_0$ is large in regard to D_p, this expression becomes (Ziad et al. 1994)

$$\sigma_\alpha^2(D_p, \mathcal{L}_0) = 0.1697\lambda^2 {r_0}^{-\frac{5}{3}}\left[{D_p}^{-\frac{1}{3}} - 1.525{\mathcal{L}_0}^{-\frac{1}{3}}\right]. \tag{22}$$

One can see from variance equation (22) that it is, in principle, possible to estimate the $\mathcal{L}_0$ parameter when Fried parameter is known. But this method is sensitive to errors in r_0 estimation.

Finally, we note that $\mathcal{L}_0$ may also be obtained from equation (22) applied to two photodiodes of different area integration sizes D_{p1} and D_{p2}. In this case, it is also possible to compute a ratio $R_{\mathcal{L}_0}$ involving only the two variances and which is independent from r_0 (Ziad et al. 1994):

$$R_{\mathcal{L}_0} = \frac{\sigma_\alpha^2(D_{p1}, \mathcal{L}_0) - \sigma_\alpha^2(D_{p2}, \mathcal{L}_0)}{\sigma_\alpha^2(D_{p1}, \mathcal{L}_0)} = \frac{D_{p_1}^{-\frac{1}{3}} - D_{p_2}^{-\frac{1}{3}}}{D_{p_1}^{-\frac{1}{3}} - 1.525\mathcal{L}_0^{-\frac{1}{3}}}. \tag{23}$$

Borgnino et al. (2007) advocate that the ratio between the diameters of the two sub-pupils should be at least equal to 3. In practice, we were unable to use this approach with our current setting, the sizes of our sub-pupils are probably too close and the signal-to-noise ratios of the different sub-pupils are too different.

4 NUMERICAL SIMULATIONS

The step of numerical simulation is very important while doing physical measurements. It allows one to see the response of a system while varying input parameters and eventually to select an appropriate model describing a physical phenomenon. We performed numerical simulations to verify the feasibility of parameter extraction method. Another important goal of these simulations is to obtain error bars on the measured parameters.

These simulations can be divided into three steps: image simulation without turbulence, turbulent wavefront generation and obtention of perturbed images. Then the same processing steps as for real

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

data can be applied. Berdja et al. (2004) have done numerical simulations related to the pupil-plane observation way and have shown excellent agreement between input AA-fluctuations and intensity fluctuations in the pupil. Here we are interested in the image plane.

First, simulation of solar image (without turbulence) with the appropriate sampling (0.2 arcsec pixel^{-1} as MISOLFA images) is made using a limb-darkening model. We used the model proposed by Hestroffer & Magnan (1998, HM98) at a wavelength equal to 535 nm.

A disturbed turbulent wavefront is then generated which is due to a single layer at a given altitude and characterized by spatial parameters r_0 and $\mathcal{L}_0$. The most common method for phase screen generation is based on Fourier transform (Nakajima 1988; Schmidt 2010). The phase from this method is obtained by the inverse Fourier transform of the spectral phase density calculated according to the Von Kàrmàn model. We assume that the optical effect induced by the whole atmosphere is equivalent to the effect of a single layer at an altitude h. The sub-harmonics method is implemented to compensate the poorness of the spectral density in lower spatial frequencies.

Special attention must be given to the sampling of the generated phase screen. If L_x and L_y are the dimensions of the screen, choosing a spatial sampling dx will impose a maximum frequency sampling $f_{\max} = 1/2\mathrm{d}x$ in the x-direction and the number of points N_x will define the frequency sampling $\mathrm{d}f = 2f_{\max}/N_x$. Constraints are applied while choosing these quantities; we will see them next.

If the turbulence is characterized by spatial parameters: r_0 and $\mathcal{L}_0$, the size of the perturbed phase screen L_x (and L_y) is chosen very much larger than $\mathcal{L}_0$ and the spatial sampling must stay much lower than r_0. The disturbed solar image is obtained by a convolution between the simulated Sun image and the pupil+atmosphere equivalent PSF. The angular limitation by a $N_p \times N_p$ pupil introduces an angular sampling on the resulting PSF defined by

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{N_p \delta_x}, \tag{24}$$

where δ_x is the spatial sampling step on the pupil. We have now two cases: isoplanatic and anisoplanatic imaging.

First we have the case of isoplanatism, in which we suppose that all the rays coming from an object pass through the same turbulence. This is equivalent to a turbulence localized at ground level ($h = 0$). In this case, one can obtain the resulting perturbed image by a direct convolution with a unique PSF.

In the case of anisoplanatism, simulation is made by generating a PSF for every incident angle of the angular domain allowed by the entrance pupil sampled by $\Delta\theta$. This is made by displacing the pupil on the phase screen (localized at an altitude h) by a step $\mathrm{d}r = h\Delta\theta$. A convolution product is performed for each point of the object to obtain the corresponding point on the resulting image. Fig. 6 shows an example image obtained in this way. A series of 1000 images are simulated by randomly generating phase screens with the same input parameters (r_0, $\mathcal{L}_0$ and h). The resulting images are processed following the same steps: edge detection, covariance and structure functions computing, non-linear curve fitting according to the Von Kàrmàn model and using Levenberg–Marquardt method. The whole process is repeated to achieve a Monte Carlo simulation allowing us to obtain mean values and standard deviations.

For a turbulence characterized by spatial parameters $r_0 = 6.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3$ m and $h = 3500$ m, we obtained the structure function given by Fig. 7. The value of $\mathcal{L}_0$ has been chosen relatively small compared to night time values and we took it very small to see the result of neglecting its effect. Because turbulence is generated

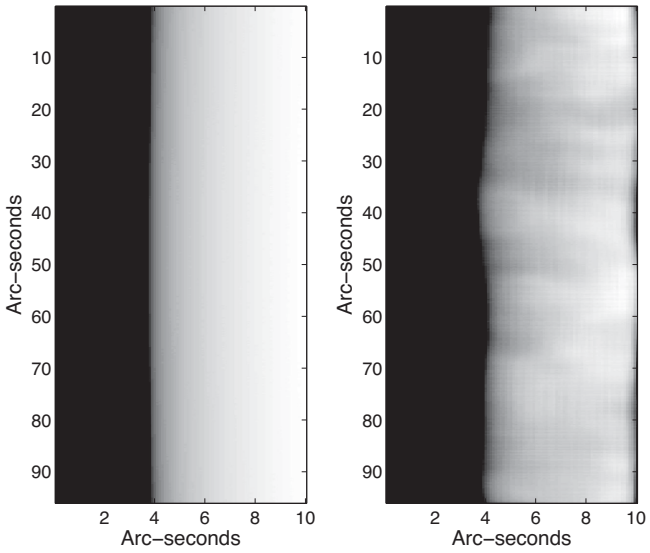

Figure 6. Simulated MISOLFA images. Left image is obtained using limb-darkening function described by the HM98 model. The right image is the result of anisoplanatic imaging through the one-layer turbulent wavefront characterized by $r_0 = 6.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3$ m, $h = 3500$ m.

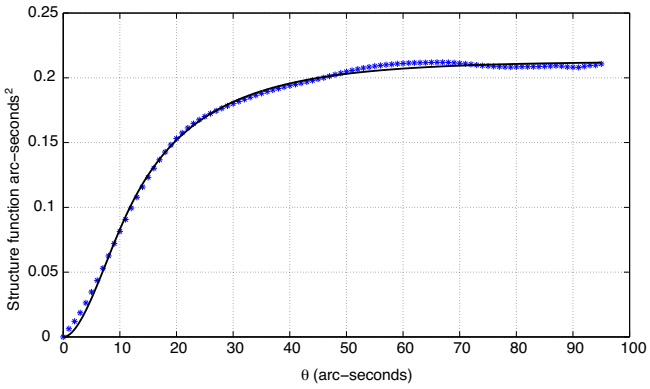

Figure 7. Simulated (stars) AA-structure function obtained by simulations in image plane and its non-linear fit by theoretical one (solid line, obtained using equation 6). The perturbed wavefront was simulated considering $r_0 = 6.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3$ m, $h = 3500$ m.

with a single layer, equation (6) can be directly used to extract parameters by a non-linear fit. From structure function in Fig. 7, the extracted parameters are (mean values and standard deviations through 20 realizations) $r_0 = 6.8 \pm 0.8$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3.4 \pm 1.3$ m and $h = 4617 \pm 470$ m.

For the structure function of Fig. 7, inverting equation (4) by a non-linear iterative fit gives the $C_n^2(h)$ profile (mean profile through 20 realizations) of Fig. 8 and the outer scale profile. The grid resolution in altitude is 100 m. Equations (11) through (14) allow one to estimate the values: $r_0 = 6.5 \pm 0.4$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3.7 \pm 1.7$ m, the equivalent altitude $H = 3503 \pm 60$ m and $\theta_0 = 1 \pm 0.1$ arcsec which are in excellent agreement with the input values. Fig. 8 shows a dominant layer localized at an altitude of 3500 m as expected. Another effect has been studied by the simulations. Observations made with telescopes suffer from vibrations, drift in mount tracking and wind effect. All these parameters will make image motion contaminated by noise, i.e. motions that are not due to turbulence. To simulated solar edges, we have intentionally added a drift which was

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

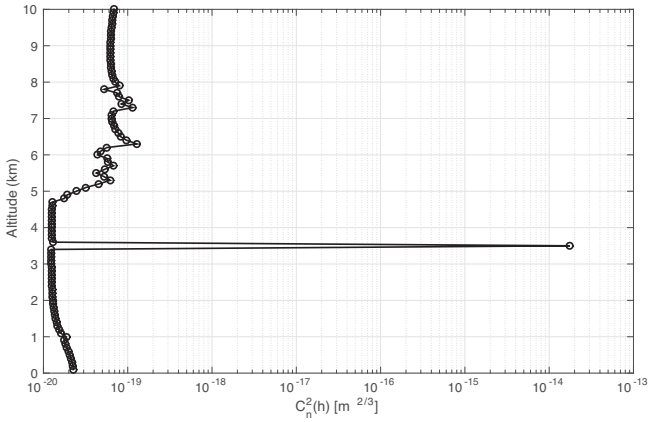

Figure 8. C_n^2 profile retrieved (using equation 4) from the structure function obtained by simulation in image plane. The perturbed wavefront was simulated considering one layer characterized by $r_0 = 6.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3$ m and localized at an altitude $h = 3500$ m.

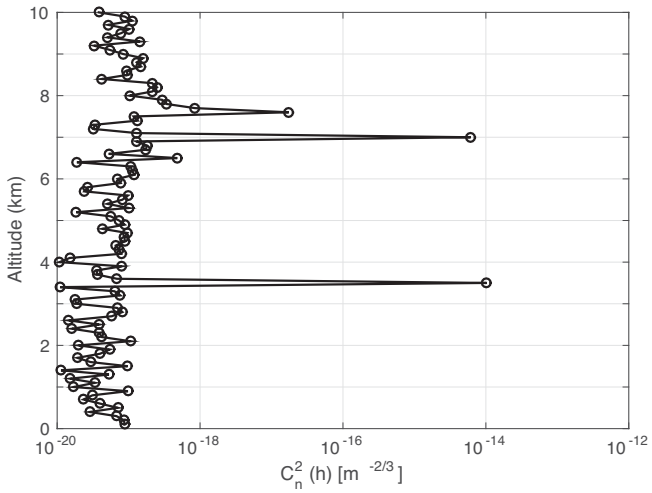

Figure 9. C_n^2 profile retrieved from a structure function obtained by simulation in image plane. The perturbed wavefront was simulated considering two layers localized at altitudes of 3500 and 7000 m, an integrated Fried parameter $r_0 = 6.5$ cm and $L_0(h) = 3$ m for the two layers.

chosen to be representative of the observed drifts with MISOLFA. Before doing AA-fluctuation structure function computation, summits of parabolas fitting each image edge have been estimated. A polynomial fit was then applied to the temporal evolution of the resulting summits and subtracted from each limb edge. While computing the structure function, correction from mean limb is made every 100 images. The resulting structure function non-linear fitting using steps described above gave spatial parameters: $r_0 = 6.8 \pm 1.2$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3.1 \pm 1.3$ m and $h = 4617 \pm 980$ m using the one-layer model. These values are in good agreement with input parameters except for h. Considering the multilayer model, the retrieved profiles give the following integrated parameters: $r_0 = 6.3 \pm 0.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3.7 \pm 2.2$ m and $H = 3630 \pm 125$ m. As a conclusion, usual drift effect can be considered as compensated by this technique which is employed to process data from image-plane observation way of MISOLFA. Of course, unusual jumps or strong drifts due to wind or anomalous instrumental effects still need to be detected and processed separately.

In order to check the case of multiple layers, we simulated the anisoplanatic imaging through two turbulent layers localized respectively at 3500 and 7000. The fractional turbulence energies were chosen to be 0.7 and 0.3, respectively, with an integrated Fried parameter of 6.5 cm and $L_0(h) = 3$ m for the two layers. The resulting $C_n^2(h)$ profile is given by Fig. 9. The two layers are put in evidence in the retrieved profile and the resulting integrated parameters for that realization are $r_0 = 6.6$ cm, $\mathcal{L}_0 = 4.3$ m and $H = 4900$ m. The fractional energies of the two layers in the retrieved $C_n^2(h)$ profile are 0.62 and 0.38. We note that, like in the more general multiple-layer case, the solution of the two-layer case is not unique. If both the heights of the two layers and the amplitudes of the outer scale and structure constant are left without constraint, i.e. a priori knowledge, it is possible to find layers at different altitudes that will reproduce equally well the structure function. In the example discussed here, the heights of the layers and the amplitudes of the structure constant were left free of constraints but an a priori on the outer scale was introduced by bounding its possible values.

Borgnino et al. (1992) have shown the effect of finite outer scale on the covariances of AA-fluctuations. They concluded that the structure functions are less sensitive to the effect of outer scale than

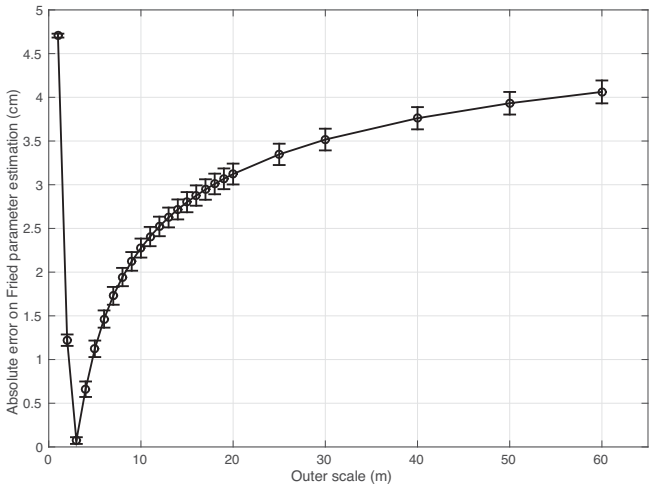

Figure 10. Errors on Fried parameter estimation as a function of outer scale obtained by simulation in image plane. The perturbed wavefront was simulated considering $r_0 = 6.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 3$ m and $h = 3500$ m.

covariance and that for values of $\mathcal{L}_0$ lower than 4 m, the effect of the finite outer scale on structure functions becomes increasingly important. In our simulation, if one assumes Kolmogorov model and use equation (16) to estimate Fried parameter from AA-fluctuation variance, the resulting value from simulation is $r_{0k} = 12.45 \pm 0.16$ cm which is significantly different from input. To see the effect of neglecting the outer scale until having Kolmogorov regime, one can compute the value of Fried parameter considering equation (15) by varying outer scale values from 1 to 60 m. Errors on Fried parameter estimation are then computed by subtracting the input value. The result is shown in Fig. 10. It is clearly seen that if we want to retrieve Fried parameter from only AA-fluctuation variance, preliminary knowledge of outer scale range is required. Otherwise, the estimated values of r_0 would be wrong especially in the case of finite outer scale values.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

5 RESULTS AND DISCUSSIONS

The first light from the instrument was obtained on early 2009. Only the image plane was operating. We presented statistics on Fried parameter measurements between 2010 June and 2012 May in conference proceedings (Ikhlef et al. 2012a,b) using the Kolmogorov model to compute Fried parameter from solar limb motion. First measurements were obtained from the pupil plane on 2011 June. A first attempt to obtain the linear relationship as expected between the AA-fluctuations from image plane (position of the limb) and pupil-plane intensity fluctuations was presented in Irbah et al. (2011). In 2011 however, the instrument was still subject to important mount drift, clearly seen in Fig. 6 of that proceeding, and this may have contaminated our first calibration attempts. Furthermore, to improve again the pupil signal level, we replaced in 2014 the beam splitter and changed the electronic gain of all channels. We are now able to obtain many sequences where no drift signal is seen and for which we are more confident that fluctuations that we observe on both image and pupil planes are due mainly to AA-fluctuations. This allows us to properly cross-calibrate the two observing ways and to compare for the first time the estimates of the turbulence spatial parameters obtained from them.

Here we present some recent results obtained after many improvements of our instrument for minimizing drift and vibrations, improving the signal-to-noise ratio and taking into account the results of our simulations for validating the turbulence parameter extraction procedures. We first give the results for the coherence times obtained directly from the pupil way. Then we present the cross-calibration of the pupil and image planes and compare for the first time the results obtained in both ways for the spatial parameters of turbulence. The following results were obtained at 535.7 nm.

5.1 Coherence time

We present in Fig. 11 an example of intensity fluctuation signal obtained with the 1 mm diameter sub-pupil and the corresponding temporal structure function from which we extract AA-coherence time. The signals from each sub-pupil are divided by the signal which integrates the global flux of the pupil plane; this is similar to a flat-field correction in the image plane. In Fig. 12, we present the daily evolution of measurements performed with the sub-pupil of 1 mm diameter on 2014 October 31. We can see that good observational conditions with higher AA-coherence times are in the early morning, and it degrades with time. This degradation is due to the temperature gradient which generates strong turbulence near the ground. Fig. 13 shows the histogram of measured AA-coherence time values using signals of a sub-pupil of 0.5 mm diameter from 2014 September to 2015 August (about 14 000 measurements). The obtained mean value is 5.34 ms, while the standard deviation is 2.6 ms. This verify a posteriori that our 2000 samples recorded at a rate of one image every 30 ms can be considered as uncorrelated. From the other sub-pupils, the obtained mean values are 5.3 $\pm$ 3.2, 7.5 $\pm$ 3.2 and 9.2 $\pm$ 3.9 ms for the 0.5, 1 and 2 mm sub-pupils, respectively. The measured AA-coherence time is effectively expected to be a function of diameter of the pupil for given wind speed and outer scale (Ziad et al. 2012).

From equation 10 of Ziad et al. (2012), our measured mean values of the AA-coherence time for the different sub-pupils are compatible within one standard deviation with an average wind speed of about 2.8 ms^{-1} (for a wind direction $\gamma = \frac{\pi}{4}$) and a mean value of 5 m for the outer scale.

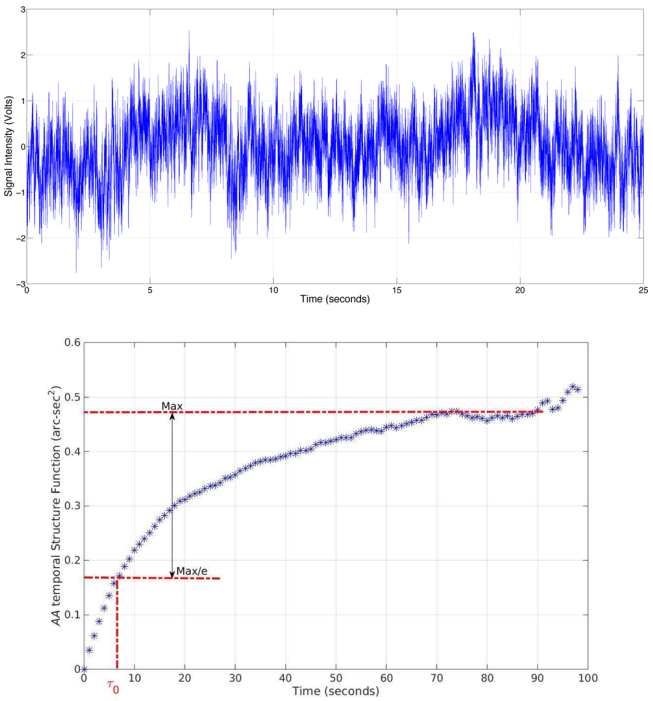

Figure 11. Example of AA-temporal structure function obtained with pupil-plane observation way. The signal was acquired by the 1 mm diameter fibre and its electronics on 2013 June 12.

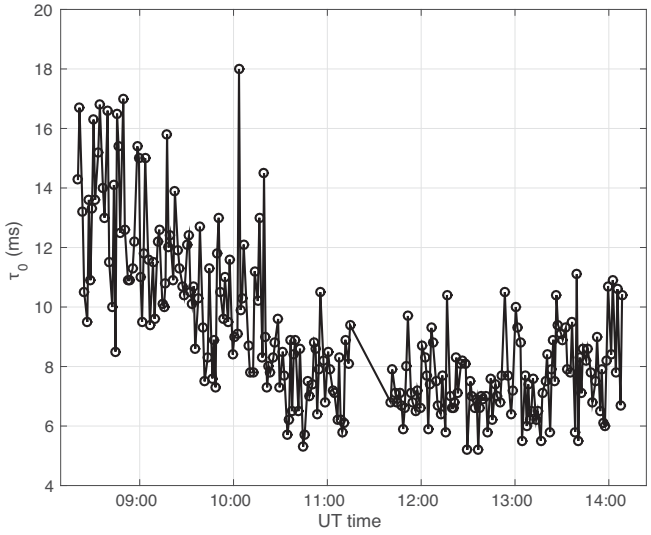

Figure 12. Evolution of measured AA-coherence time on 2014 October 31.

We note that the measured AA-coherence time is different from the coherence time introduced by Roddier, Gilli & Lund (1982) which is the phase coherence time. We could evaluate the Roddier's coherence time either knowing the wind speed profile which is usually given by balloon flights or using the method given by Ziad et al. (2012) which consists in retrieving wind speed from their equation 10 and then use the ratio between the Fried parameter and the wind speed, times a factor 0.31, to estimate the phase coherence time. This supposes that the Fried parameter, the spatial coherence outer scale and the wind speed following the x-direction are known. The mean values of the AA-coherence times given above and the mean values obtained for the spatial parameters (next section) are

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

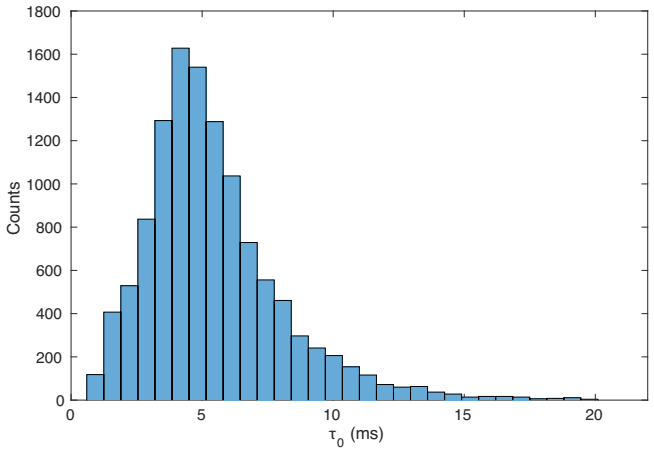

Figure 13. AA-coherence time measurements made by the pupil-plane observation way (0.5 mm sub-pupil) from 2014 September to 2015 August (about 14 000 measurements).

compatible with a phase coherence time ranging between 2.7 and 4.7 ms (for a wind direction $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$).

5.2 Spatial parameters of turbulence

First we show in Fig. 14 an example of non-linear fitting of structure functions obtained on 2014 October 24 from the image-plane observation way. The error bars represent the statistical error which depends on the considered angular separation and the total number of images; the maximal relative statistical error is about 1.5 per cent corresponding to the maximal angular separation. Other errors may contribute to the total error on the structure function estimation such as the error due the curvature of the limb and the CCD readout noise but they are found negligible as for the MOSP instrument at night (Maire et al. 2007). Assuming the Von Kàrmàn multilayer turbulence model (equation 4), we retrieved the $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ profiles together. For the inversion purpose, the choice of the initial parameters (profiles) and resolution are important to ensure convergence. Like in our two-layer simulation (Section 4), the inverse problem with multiple layers is ill-posed in the sense that several solutions, i.e. $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ profiles, are able to reproduce equally well the observed structure function within its error bars. We have tested the

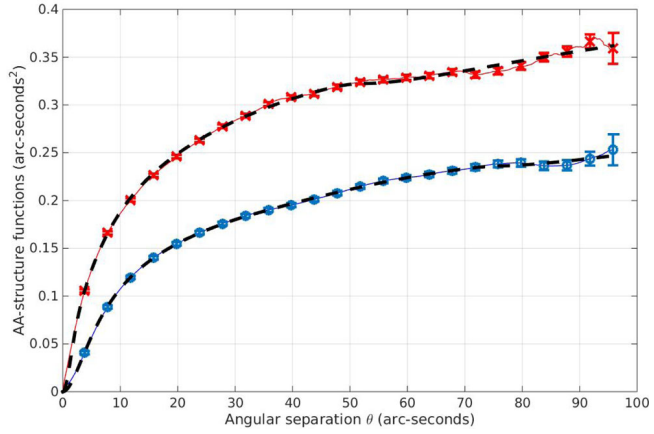

Figure 14. Experimental structure functions obtained on 2014 October 24 at 08:27 UT (red crosses) and 8:11 UT (blue circles). The non-linear curve fitting (dashed lines) allowed us to extract spatial parameters.

inversion starting with a constant value for the C_n^2 profile but keeping the L_0 one close to the solution. In this case, we are still able to converge to the solution for $C_n^2(h)$. On the other hand, doing the opposite ($L_0(h)$ constant and $C_n^2(h)$ close to its solution) or starting with two constant profiles does not allow us to converge to the solution. Here an a priori is introduced by starting the procedure with parametric models for realistic daytime turbulence profiles $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$. For $C_n^2(h)$, we started the inversion process using the Hufnagel–Valey model (Hufnagel 1974; Valey 1980):

$$C_n^2(h) = 0.005\,94\left(\frac{V}{27}\right)^2 (10^{-5}h)^{10}\exp\left(-\frac{h}{1000}\right) + 2.710^{-16}\exp\left(-\frac{h}{1500}\right) + A\,\exp\left(-\frac{h}{100}\right), \quad (25)$$

where h is the altitude (in m), V is the rms wind speed at high altitude taken equal to 21 m s^{-1} and A is a constant defining the turbulence strength at ground level; it is taken equal to 1.7×10^{-14} m$^{-2/3}$ for daytime turbulence.

For the outer scale profile $L_0(h)$, we started the inversion process using the model proposed by Coulman et al. (1988):

$$L_0(h) = \frac{4}{1 + \left(\frac{h-8500}{2500}\right)^2}. \quad (26)$$

Fig. 15 presents the profiles obtained from the structure functions of Fig. 14, and integrated parameters using equations (11) and (12) are $r_0 = 7.9$ cm, $\mathcal{L}_0 = 6.2$ m for the first one (blue curve) and $r_0 = 5.5$ cm, $\mathcal{L}_0 = 6.1$ m for the second one (red curve). We notice that most of the turbulence is localized in the surface layer; this is due to air heating by the solar rays near the ground. For ground layers and a telescope diameter of 25 cm, simulations show that there is a limit around $L_0 = 4$ m above which the instrument is not sensitive. In other words, for greater values of L_0 in the ground layers, the observed structure function will not change significantly in the range 0–96 arcsec sensed by MISOLFA. This implies that the integrated values obtained should be considered as lower limits only. If we fix the L_0 profile, then the inverse problem of retrieving the C_n^2 profile (equation 4) becomes linear and we can compute the optimal resolution kernels (Backus & Gilbert 1968) for realistic uncertainties on the observed structure function. This provides intrinsic resolution of the inverse problem for a given L_0 profile and clearly shows that MISOLFA can provide information up to at least 20 km with a resolution ranging from about 2 km at an altitude of 2 km up to 6 km at an altitude of 20 km. For lower layers, the resolution reachable on the C_n^2 profile will be more sensitive to the real L_0 profile. This led us to choose an altitude sampling step of 100 m in this region of the atmosphere and a relatively higher sampling (1 km) in the free atmosphere. In a future work, we plan to test the use of an iterative process that would adapt the number of layers at each step as the L_0 profile evolves.

As described in Section 3.2.2, spatial parameters from pupil plane can also be estimated. For that a calibration of pupil intensity fluctuations (in volts) according to AA-fluctuations (in arcseconds) is needed. In Fig. 16, we present the correlation between the two entities. A linear fit leads to a calibration of intensity fluctuations in arcseconds. Each signal from the sub-pupils is calibrated separately because each acquisition channel has its own amplification device with different gains and offsets. This calibration is made every time the gains are changed. The resulting signals are used to estimate spatial parameters.

To compare estimated parameters between image and pupil planes, we show first in Fig. 17 daily evolution of simultaneous

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

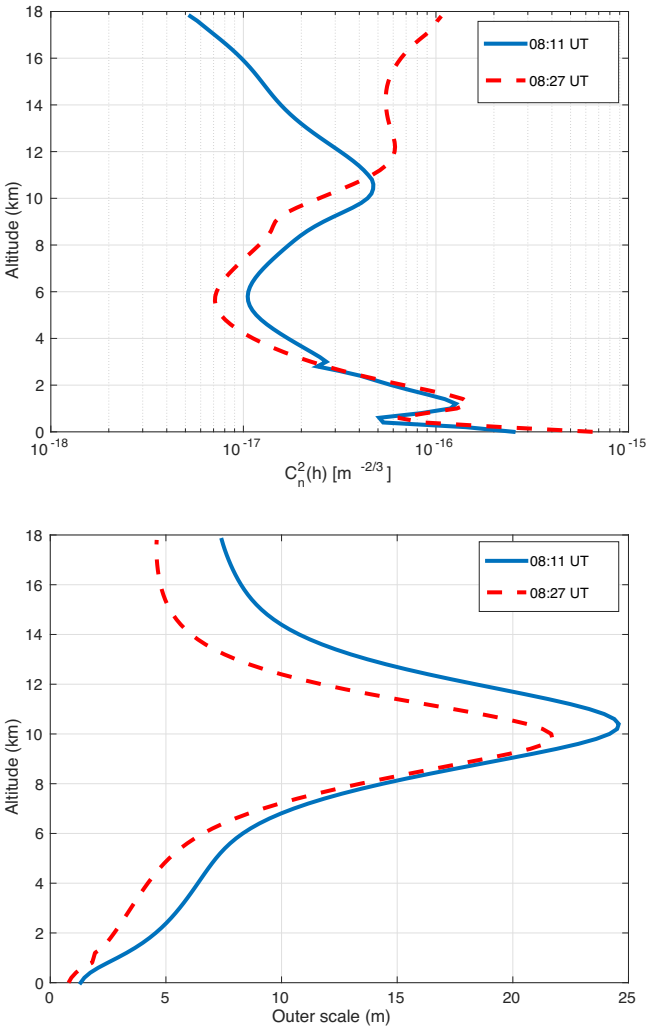

Figure 15. $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ profiles retrieved from structure functions obtained on 2014 October 24.

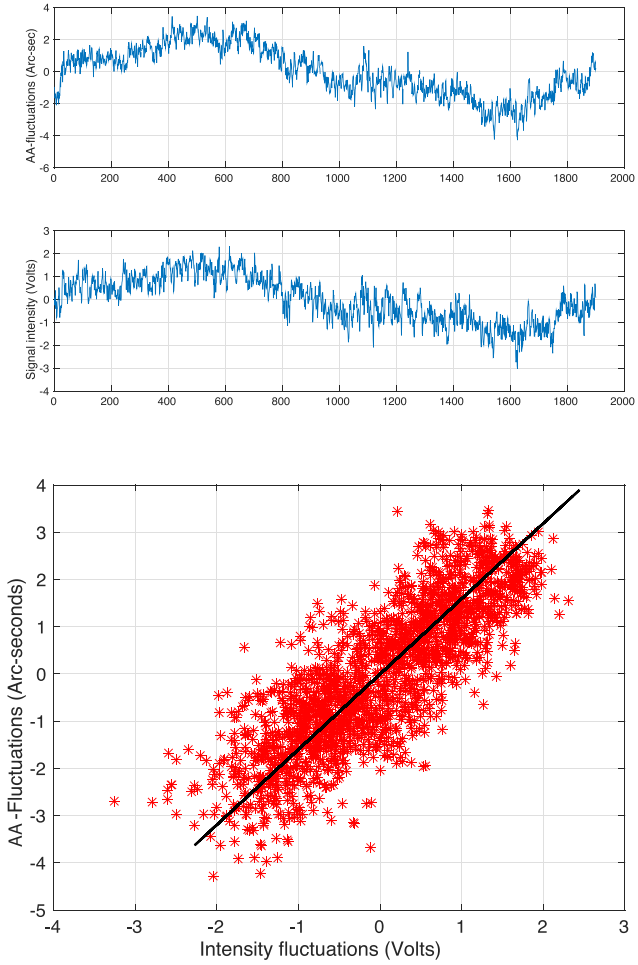

Figure 16. Correlation between temporal evolution of AA-fluctuations from solar limb in image plane (top), as a function of pupil-plane temporal signal (bottom). The data were recorded on 2014 October 24; the pupil signal was obtained with the sub-pupil of 1 mm diameter.

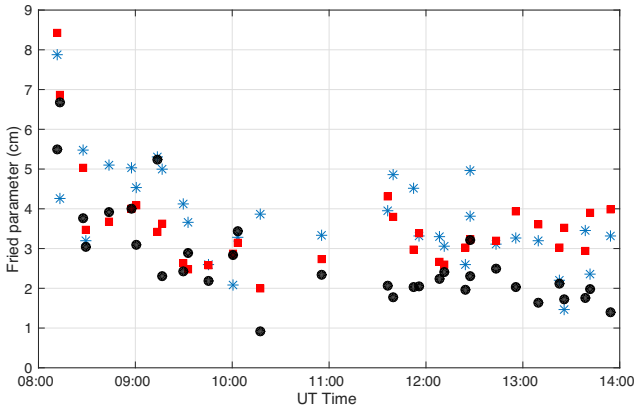

Figure 17. Fried parameter measurements from the pupil plane (red squares), image agitation (black circles) and from integrated $C_n^2(h)$ profiles (blue stars) of the image-plane observation way on 2014 October 24.

r_0 measurements from the pupil and image planes. The estimations from image motion (black circles) are obtained considering the Von Kàrmàn model (equation 15). The values of $\mathcal{L}_0$ are retrieved from the integration of the $L_0(h)$ profiles weighted by the $C_n^2(h)$ profiles (equation 12). Fig. 18 represents the latter outer scale estimations and simultaneously estimations from pupil plane by a numerical resolution of equation (19). The mean values from the two curves are 11.2 ± 5.1 and 8.3 ± 7.0 m for the outer scale values from the image and pupil planes, respectively. These estimates are in good agreement and give the same order of outer scale values.

One can notice that pupil-plane observations are in good agreement with estimations from integrated $C_n^2(h)$. We can also see that good seeing conditions are observed early in the morning. We believe that most reliable from these estimations is made from pupil plane because it is based on a differential estimation method. But its disadvantage is that it is sensitive to noise in the sub-pupils (0.5 mm) used during the estimation and because of filtering due to the slit (see Section 2.2), there is a limitation in observed atmospheric perturbation and so Fried parameter estimation. In Fig. 17, we can see that the estimations from image motion give lower values compared to the two other estimations. This is because it is based on the variance which is overestimated in the presence of drift (or drift residuals after some corrections). On the other hand, this estimation method uses an outer scale value retrieved from profiles. For the inversion technique, because we have to retrieve the two profiles ($C_n^2(h)$ and $L_0(h)$) together, the solution is not unique and can give different values of integrated parameters. Indeed, we simulated a structure function with the profiles of equations (25) and (26) in

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

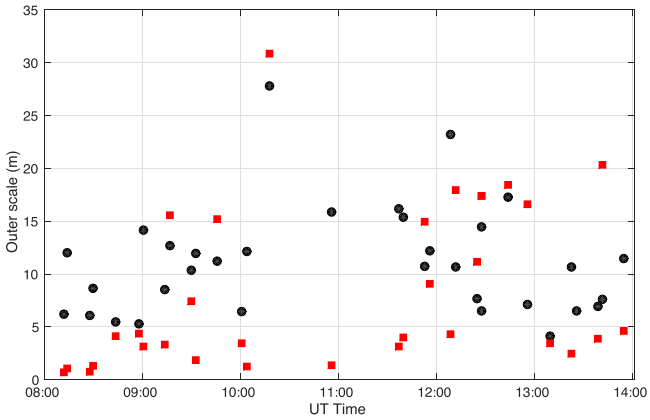

Figure 18. Outer scale measurements from the pupil plane (red squares) and from the integration of the $L_0(h)$ profiles (black circles) of the image plane; observations were performed on 2014 October 24.

order to test the inversion procedure. It gives good results (close to input parameters), but a small variation in retrieved profiles gives slightly different values of integrated parameters. Also the use of different resolutions in altitude gives similar profiles but different values of integrated parameters. Maire et al. (2007) did the same thing in order to test the simulated annealing inversion technique and concluded that the results are more reliable when unknowns are only $L_0(h)$.

Considering the pupil-plane observation way, we evaluated the mean values of the spatial parameters over one year of observations. We obtained a median value of Fried parameter of 3.3 cm, while the outer scale median value is about 6.3 m. The mean Fried parameter estimated using MISOLFA image way over 2 years has already been used for the solar ground-based astrometric measurements carried at Calern Observatory (Meftah et al. 2014, 2015). At this time, only the image way was operating. In the present work, we obtain similar values for the Fried parameter and our results are further validated by analysing also the pupil way of the instrument.

We have demonstrated that we have the capacity with MISOLFA not only to estimate the integrated values but also the $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ profiles. Simulations have shown that this approach could give even better results than fitting the structure function for the integrated parameters. When confronted to the observations, this approach is however less robust and it is hard to assure good convergence in all conditions. A calibration with another instrument would help to fully exploit this additional capacity of retrieving these profiles.

6 CONCLUSION

A generalized daytime turbulence monitor is presented in this paper allowing estimation of both spatial and temporal parameters of optical turbulence. It is based on the statistics of AA-fluctuations observed in both image and pupil planes. On top of what would give the use of SHABAR and S-DIMM instruments (r_0, $C_n^2(h)$), we are able, with a single instrument, to estimate the outer scale and characteristic time of turbulence. This is an important new tool for site testing and for real-time atmospheric monitoring during high-resolution ground-based solar observations. It has been shown by both numerical simulations and from real data that Fried parameter for daytime observations can be deduced from AA-fluctuation variance considering the Von Kàrmàn model and introducing a finite value of outer scale. This confirms the theoretical results obtained by Borgnino et al. (1992).

Using a grid ranging from 100 m in the planetary layer up to 1 km in the free atmosphere, we have also shown from both simulations and real data that MISOLFA allows us to retrieve the atmospheric structure constant $C_n^2(h)$ and outer scale $L_0(h)$ profiles. First simultaneous estimated profiles obtained from observations made in 2014 October are presented, and we have shown that the integrated parameters deduced from these profiles are compatible with the ones deduced for the variance of the limb motion if one takes into account a finite value of outer scale.

We presented the first fully calibrated measurements from the pupil-plane observation way after many improvement in the data quality, data acquisition systems and telescope guiding. Using its pupil-plane observation way, we obtained an estimation of turbulence AA-coherence time $\tau_{0\mathrm{AA}}$ and its statistic over one year. We obtained a mean value of about 5 ms with larger values up to 18 ms typically obtained in early morning.

The spatial parameters r_0 and $\mathcal{L}_0$ at 535 nm have also been deduced from the use of two sub-pupils and have been found in good agreement with the measurements made directly in the image plane. This good agreement found between the image- and pupil-plane observation ways constitutes a first internal calibration of the instrument not available on other systems. It also validates our parameter extraction procedures. We have shown from simulations that retrieving first the profiles $C_n^2(h)$ and $L_0(h)$ from the structure function and then integrating them to retrieve the integrated parameters is the most reliable procedure. We were able to apply it to real data acquired in good conditions and to successfully compare the results with the ones extracted from the pupil way. The inversion procedure to solve the integral equation remains however an ill-posed problem sensitive to the choices made for the initial parameters. Our conclusion, at this stage of our work, is that the most robust procedure is to use both observing ways to cross-validate our results concerning the spatial parameters of turbulence.

MISOLFA is a complex instrument, and some of its initial specifications have been made to allow testing various theoretical approaches of turbulence parameter extraction. The reflected images were not fully exploited because a coating stable in time could be obtained only with a ratio between the direct and reflected intensities less than initially specified. Since the two limbs coming from the two sides of the solar disc are separated by more than 1900 arcsec, we could use them to compute a structure function with large separation allowing in principle to reach the saturation even for the low-altitude layers. The use of the different size sub-pupils to estimate the outer scale via equation (23) was not successful probably because their differences in size were probably not large enough. The ratio between covariance and variance for two sub-pupils of the same size however gives results in good agreement with results from the image way. Finally, we note that we have not used the slit wheel, the purpose of which was to allow us to test different filterings in the pupil way. We needed to accumulate data without changing the configuration and the initial slit choice revealed itself appropriate. If not filtered, instrument vibrations could be interpreted as a signal coming from the turbulence and therefore bias the results. An efficient method to correct from vibrations is the use of differential observations (case of the DIMM and PML). In MISOLFA, the same is made in the pupil plane where we look at the correlations between intensity fluctuations coming from two sub-pupils both normalized by the global flux. In this way, the vibrations should not affect the measurements. In the image way however, the vibrations are not taken into account. This, in principle, could have been achieved by

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

looking at the two opposite limbs which are affected in the same way. But again, the poor signal-to-noise ratio of the reflected limb image prevented us to apply this method at this stage. An alternative could be to measure the vibrations with accelerometers and filter their frequencies which are expected to lie in the lower part of the absolute motion spectrum (below 1 Hz; Martin 1987). Part of the differences sometimes obtained between the image and pupil ways may come from these different sensitivities to vibrations.

The two observing ways of MISOLFA are now fully operational in their actual configuration. Our results could however still be consolidated and probably improved by calibrating it with other instruments such as S-DIMM or with similar instruments such as MOSP or PML with adaptation for solar observations. A simultaneous measurement of vertical distribution of temperature and wind speed with altitude using balloon flight would also be useful. Measurement of structure constant of temperature fluctuations ($C_T^2(h)$) coupled with mean values of temperature and pressure distribution with altitude would lead to an independent estimate of the energy distribution $C_n^2(h)$ and the size of the isoplanatic patch θ_0 (Roddier 1981). Furthermore, the wind speed distribution would give access to phase coherence time.

In a future work, we intend to cross-calibrate MISOLFA with other turbulence monitors in order to further consolidate our results not only for the temporal variation of the turbulence parameters but also for their fully calibrated absolute values.

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank the anonymous referee for careful and helpful advice and comments. This work is dedicated to the memory of Francis LACLARE who was at the origin of the ground based solar astrometry program at Calern Observatory. This project is supported by the Centre National des Etudes Spatiales (CNES) and the Programme National Soleil-Terre (PNST).

REFERENCES

Acton D. S., 1995, Appl. Opt., 34, 4526
Assus P., Borgnino J., Martin F., Bouzid A., Chibani M., Irbah A., Seghouani N., 2002, in Vernin J., Benkhaldoun Z., Muñoz-Tuñón C., eds, ASP Conf. Ser. Vol. 266, Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 134
Avila R., Ziad A., Borgnino J., Martin F., Agabi A., Tokovinin A., 1997, J. Opt. Soc. Am., 14, 11
Backus G. E., Gilbert F., 1968, Geophys. J. R. Astron. Soc., 16, 169
Beckers J. M., 1999, in Schmieder B., Hofmann A., Staude J., eds, ASP Conf. Ser. Vol. 184, Third Advances in Solar Physics Euroconference: Magnetic Fields and Oscillations. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 309
Beckers J. M., 2001, Exp. Astron., 12, 1
Beckers J. M., Mason J., 1998, Proc. SPIE, 3352, 858
Beckers J. M., Liu Z., Jin Z., 2003, Proc. SPIE, 4853, 273
Berdja A., 2007, PhD thesis, Univ. Nice Sophia-Antipolis
Berdja A., Irbah A., Borgnino J., Martin F., 2004, Proc. SPIE, 5237, 238
Berkefeld T. et al., 2010, Proc. SPIE, 7733, 77334I
Borgnino J., 1978, PhD thesis, Univ. Nice Sophia-Antipolis
Borgnino J., 1990, Appl. Opt., 29, 1863
Borgnino J., Martin F., 1977, J. Opt. (Paris), 8, 319
Borgnino J., Martin F., 1978, J. Opt. (Paris), 9, 15
Borgnino J., Ceppatelli G., Ricort G., Righini A., 1982, A&A, 107, 333
Borgnino J., Martin F., Ziad A., 1992, Opt. Commun., 91, 267
Borgnino J., Berdja A., Ziad A., Maire J., 2007, in Cherubini T., Businger S., eds, Proc. Symp. on Seeing
Bouzid A., Irbah A., Borgnino J., Lantéri H., 2002, in Vernin J., Benkhaldoun Z., Muñoz-Tuñón C., eds, ASP Conf. Ser. Vol. 266, Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 64
Conan R., 2000, PhD thesis, Univ. Nice Sophia-Antipolis
Conan R., Borgnino J., Ziad A., Martin F., 2000, J. Opt. Soc. Am. A, 17, 1807
Coulman C. E., Vernin J., Coquegniot Y., Caccia J. L., 1988, Appl. Opt., 27, 155
Djafer D., Irbah A., 2012, Sol. Phys., 281, 863
Fried D. L., 1965, J. Opt. Soc. Am. A, 56, 1372
Fried D. L., 1975, Radio Sci., 10, 71
Gao B. C., 1993, Remote Sens. Environ., 43, 23
Hestroffer D., Magnan C., 1998, A&A, 333, 338
Hufnagel R. E., 1974, 'Variations of atmospheric turbulence,' in Optical Propagation through Turbulence, OSA Technical Digest Series, Optical Society of America, Washington, D.C., Paper WA1
Ikhlef R. et al., 2012a, in Faurobert M., Fang C., Corbard T., eds, EAS Publ. Ser. Vol. 55, Understanding Solar Activity: Advances and Challenges, p. 369
Ikhlef R. et al., 2012b, Proc. SPIE, 8444, 84446C
Irbah A., Borgnino J., Laclare F., Merlin G., 1994, Sol. Phys., 149, 213
Irbah A. et al., 2010, Proc. SPIE, 7735, 77356F
Irbah A. et al., 2011, Proc. SPIE, 8178, 81780A
Kawate T., Hanaoka Y., Ichimoto K., Miura N., 2011, MNRAS, 416, 2154
Kellerer A., Gorceix N., Marino J., Cao W., Goode P. R, 2012, A&A, 542, A2, 10
Laclare F., 1983, A&A, 125, 200
Lakhal L., Irbah A., Bouzaria M., Borgnino J., Laclare F., Delmas C., 1999, A&AS, 138, 155
Liu Z., Beckers J. M., 2001, Sol. Phys., 198, 197
Maire J., Ziad A., Borgnino J., Martin F., 2007, MNRAS, 377, 1236
Martin H. M., 1987, PASP, 99, 1360
Martin F., Tokovinin A., Agabi A., Borgnino J., Ziad A., 1994, A&AS, 108, 173
Meftah M. et al., 2014, A&A, 569, A60
Meftah M. et al., 2015, ApJ, 108, 173
Morand F., Delmas C., Corbard T., Chauvineau B., Irbah A., Fodil M., Laclare F., 2010, C. R. Phys., 11, 660
Moussaoui R., Irbah A., 2000, Ap&SS, 273, 25
Nakajima T., 1988, J. Opt. Soc. Am. A, 5, 1477
Roddier F., 1981, Progress in Optics, Vol. 19. North-Holland, Amsterdam, p. 281
Roddier F., Gilli J. M., Lund G., 1982, J. Opt. (Paris), 13, 263
Sarazin M., Roddier F., 1990, A&A, 227, 294
Scharmer G. B., van Werkhoven T. I. M., 2010, A&A, 513, A25
Schmidt J. D., 2010, Numerical Simulation of Optical Wave Propagation. SPIE, Bellingham
Schmidt D., Berkefeld T., Heidecke F., Fischer A., von der Lühe O., Soltau D., 2014, Proc. SPIE, 9148, 1
Seghouani N., Irbah A., Borgnino J., 2002, in Vernin J., Benkhaldoun Z., Muñoz-Tuñón C., eds, ASP Conf. Ser. Vol. 266, Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 36
Valey C. G., 1980, Appl. Opt., 19, 574
Ziad A., Borgnino J., Martin F., Agabi A., 1994, A&A, 282, 1021
Ziad A., Conan R., Tokovinin A., Martin F., Borgnino J., 2000, Appl. Opt., 39, 30
Ziad A., Borgnino J., Dali-Ali W., Berdja A., Maire J., Martin F., 2012, J. Opt., 14, 8
Ziad A. et al., 2013, in Esposito S., Fini L., eds, Proc. Third AO4ELT Conf.

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ by guest on March 8, 2016

CHAPITRE 5

Effet de l'atmosphère sur l'astrométrie solaire, raccordement sol-espace

Sommaire

5.1 Introduction 135
5.1.1 Simulations de l'astrolabe 136
5.2 Effet des conditions atmosphériques sur les images SODISM2 136
5.2.1 Effet du paramètre de Fried 141
5.2.2 Effet de l'échelle externe 142
5.2.3 Effet du temps caractéristique de la turbulence 142
5.2.4 Effet du temps de pose des images 143
5.2.5 Effet des aérosols 144
5.3 Influence des paramètres de l'atmosphère sur la largeur du limbe 148
5.4 Application sur les images SODISM2 149
5.5 Conclusion 151
5.6 Présentation de l'article paru dans The Astrophysical Journal (ApJ) 808 :4 (2015) 152

5.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de montrer par des simulations l'effet des paramètres de l'atmosphère sur l'astrométrie solaire au sol. Principalement, deux effets dus à la turbulence sont visibles sur le bord solaire. Il s'agit de l'étalement (appelé *blurring* en anglais) et de l'agitation (*image motion* en anglais). L'agitation du bord en courte pose est la conséquence directe de l'agitation des PSF instantanées qui est due aux fluctuations des angles d'arrivée. Dans le cas des images longue pose, les fluctuations sont cumulées pour former une PSF longue pose dont la largeur est fonction de l'intensité de la turbulence. Plus la turbulence est importante (r_0 petit) plus la largeur de la PSF longue pose est importante. Sur les images du Soleil longue pose, on remarque un étalement du limbe et un recul du point d'inflexion. Je vais par la suite présenter les simulations qui m'ont permis d'étudier l'effet de la présence de la turbulence sur le rayon obtenu par des images pleines et longue pose du Soleil. Le but est de quantifier la contribution des différents paramètres (r_0, $\mathcal{L}_0$ et τ_0) sur la mesure du rayon. Lakhal et al. (1999) avaient simulé l'effet du r_0 et τ_0 sur les mesures du rayon avec l'astrolabe solaire. Ils ont montré un effet systématique de

diminution du rayon quand le paramètre de Fried diminue (forte turbulence). Dans ce qui suit je présente les résultats de simulations d'images SODISM2 à travers la turbulence caractérisée par les paramètres r_0, $\mathcal{L}_0$ et τ_0 en faisant varier un paramètre à la fois.

5.1.1 Simulations de l'astrolabe

La mesure du rayon solaire à l'astrolabe est basée sur l'estimation des instants de passage par un cercle de hauteur. On apercevait un effet systématique avec la distance zénithale, ce qui laisse penser à un effet de la turbulence. Les simulations numériques réalisées par Lakhal et al. (1999) ont permis de mettre en évidence l'effet systématique de retrait du point d'inflexion des variations centre-bord et un écart dans les instants de tangence des bords à partir desquels est déterminé le diamètre vertical.

Des séries d'images de même taille et résolution que celles de l'astrolabe ont été simulées sous différentes conditions de turbulence en faisant varier les différents paramètres : r_0, $\mathcal{L}_0$ et le temps de pose. Le mouvement diurne du Soleil est simulé en décalant l'image de 15 secondes d'arc par seconde de temps. La simulation de l'imagerie à travers la turbulence est faite sous l'hypothèse d'isoplanétisme total pour des raisons de simplification et n'affecte en rien la précision des résultats. Les images instantanées simulées correspondraient à des images courte pose avec un temps de pose égal au temps caractéristique de la turbulence τ_0. Une image longue pose est simulée en faisant la somme de n images courte pose, le temps de pose est égal à $n\tau_0$. Les figures 5.1 et 5.2 montrent les variations du temps de contact et du rayon solaire qui en découle respectivement. Pour un r_0 variant de 2 à 10 cm (diamètre du télescope) l'erreur sur l'estimation du rayon diminue. Elle passe de 900 mas à 100 mas pour les images longue pose et de 450 à 100 mas pour les images dont le temps de pose est de l'ordre du temps caractéristique de la turbulence. Ces figures montrent aussi que l'erreur due à l'échelle externe n'est visible que pour les petites valeurs de celle-ci. Au delà de $\mathcal{L}_0 = 8$ m, l'erreur sur le temps de contact est seulement limitée aux effets du r_0. Quant à l'erreur sur le rayon, celle-ci est seulement sensible aux valeurs de $\mathcal{L}_0$ en dessous de 2 m. L'effet du $\mathcal{L}_0$ est négligeable par rapport à celui du r_0. Un troisième volet de ces simulations a porté sur l'effet du temps de pose. Des images dont le temps de pose varie de 1 à 80 fois le temps caractéristique ont été simulées. On voit que pour $r_0 = 2$ cm, l'erreur passe de 250 mas pour un temps de pose égal au temps caractéristique à 1.5 secondes d'arc lorsque le temps de pose est 80 fois plus grand que le temps caractéristique. L'erreur a tendance à stagner autour de cette valeur à partir de 40 fois le temps caractéristique. Partant de ces analyses qui avaient été faites pour l'astrolabe, je présente dans la suite l'étude équivalente que j'ai menée pour le cas de l'astrmétrie solaire par imagerie.

5.2 Effet des conditions atmosphériques sur les images SODISM2

Nous allons maintenant nous intéresser à la mesure du rayon solaire en utilisant les images pleines de SODISM2. L'objectif est de quantifier les variations du rayon mesuré en présence de turbulence et des aérosols en faisant varier un paramètre à la fois. Au final, cela permettra

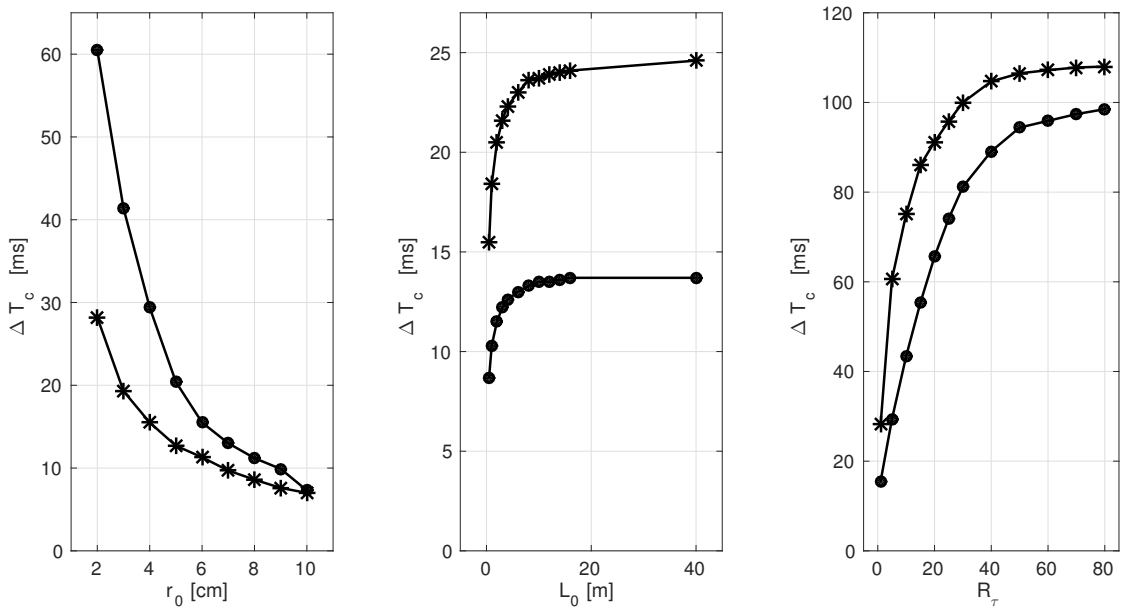

FIGURE 5.1 – Représentation de l'erreur sur l'estimation du temps de contact ΔT_c entre les images simulées de l'astrolabe solaire réalisées par Lakhal et al. (1999). A gauche : $\Delta T_c = f(r_0, L_0 = \infty)$ (*- : courte pose, -• : longue pose). Au centre : $\Delta T_c = f(L_0)$ (*- : $r_0 = 2$ cm, -• : $r_0 = 4$ cm). A droite : $\Delta T_c = f(R_\tau, L_0 = \infty)$ (*- : $r_0 = 2$ cm, -• : $r_0 = 4$ cm).

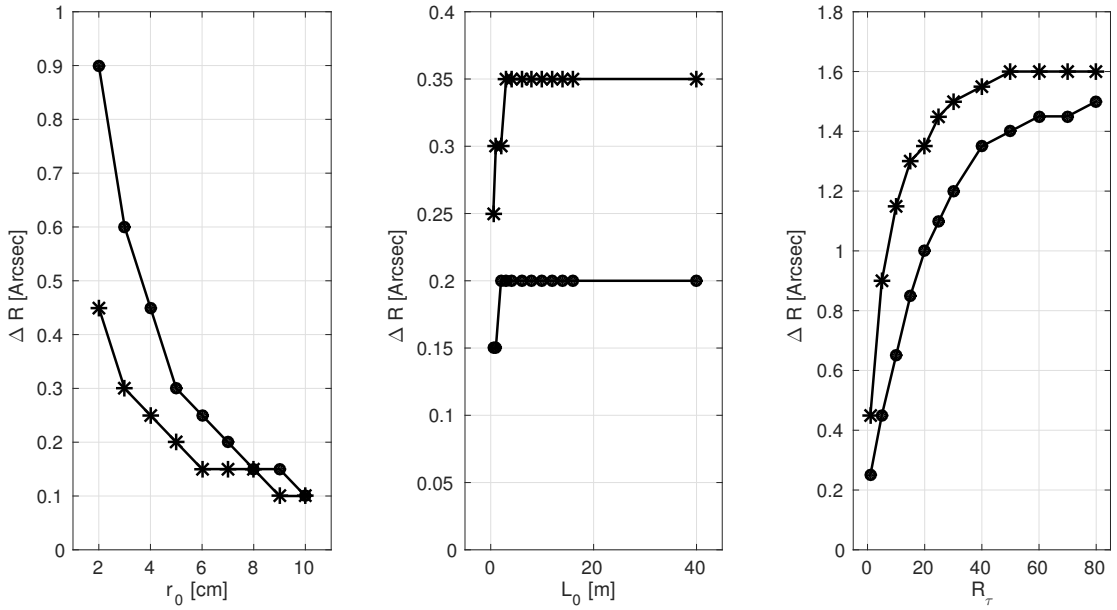

FIGURE 5.2 – Représentation de l'erreur sur l'estimation du rayon solaire par simulation d'images de l'astrolabe solaire réalisées par Lakhal et al. (1999). A gauche : $\Delta R = f(r_0, L_0 = \infty)$ (*- : courte pose, -• : longue pose). Au centre : $\Delta R = f(L_0)$ (*- : $r_0 = 2$ cm, -• : $r_0 = 4$ cm). A droite : $\Delta R = f(R_\tau, L_0 = \infty)$ (*- : $r_0 = 2$ cm, -• : $r_0 = 4$ cm).

de corriger les effets une fois que les conditions de turbulence sont bien caractérisées par des mesures des paramètres réalisées par MISOLFA. Comme pour les simulations de l'astrolabe, on va utiliser le cas de la turbulence isoplanétique pour simuler des images SODISM2 à travers la turbulence.

Comme dans le cas des simulations de MISOLFA, les écrans de phase sont simulés en utilisant la méthode spectrale avec introduction des sous-harmoniques. Chaque écran de phase instantané correspond au temps caractéristique de la turbulence pendant lequel on suppose que celle-ci est figée. La pose longue est simulée en faisant la somme de n courtes poses, le temps de pose T sera égal à $n\tau_0$. Pratiquement, simuler une pose longue dans le cas isoplanétique revient à déplacer la couche turbulente à une vitesse égale à la vitesse du vent dans la direction de déplacement.

Pour construire des écrans de phase corrélés temporellement, la méthode la plus simple qui vient à l'esprit est de construire un seul écran suffisamment large et d'en prendre une portion. L'évolution temporelle est alors réalisée en se déplaçant sur cet écran large (Jakobsson 1996). Evidemment, cette solution est très coûteuse en mémoire et en temps de calcul. Il existe d'autres techniques qui permettent de générer des écrans de phase corrélés temporellement. La génération de phase turbulente par la décomposition modale en séries de Fourier ou en utilisant les polynômes de Zernike peut être généralisée pour produire des écrans de phase corrélés dans le temps. En utilisant la méthode de N. Roddier (1990), il est possible de partir d'une série de coefficients de Zernike temporellement indépendants sous forme d'un bruit blanc gaussien et de produire une série de coefficients corrélés dans le temps. Les séries d'écrans de phases obtenus à partir de ces coefficients sont corrélées temporellement (Roddier 1990; Roggemann et al. 1996). Une approche basée sur le même principe est appliquée à la simulation de la phase turbulente par la méthode spectrale et une évolution temporelle de la phase est obtenue à l'entrée du télescope (Putnam and Cain 2012). La PSF longue pose est construite par la superposition des PSFs courte pose pendant le temps de pose avec évolution temporelle du front d'onde effectuée à une période égale au temps caractéristique τ_0. La figure 5.3 montre une série d'écrans de phase que j'ai obtenus par simulation en supposant une couche turbulente au voisinage du télescope caractérisée par r_0=1 cm, $\mathcal{L}_0$=1 m et une vitesse de vent de 10 m/s, la direction du vent est de 45°. Les PSF courte pose sont obtenues en considérant la fonction pupille du télescope à laquelle on introduit le déphasage des écrans de phase.

Les images de type SODISM2 sont simulées aux différentes longueurs d'onde d'observation : 393.37,535.7, 607.1, 782.2 et 1025.0 nm. La taille des images est importante car si on construit des images de 2048x2048 pixels et on réalise une convolution numérique avec la PSF longue pose, l'image résultante présente des effets de pixellisation. Pour remédier à cela, on procède à un sur-échantillonnage d'un facteur 15 avnt de convoluer par la PSF longue pose. Après convolution de l'image par la PSF longue pose, l'image résultante est redimensionnée pour avoir la taille de 2048x2048 pixels des images réelles. Pour l'image de référence (hors atmosphère), la PSF correspond au carré du module de la transfomée de Fourier de la fonction pupille de l'instrument. La figure 5.4 montre cette fonction qui vaut 1 à l'intérieur du télescope (en dehors de l'obstruction centrale et des bras de l'arraignée) et 0 ailleurs.

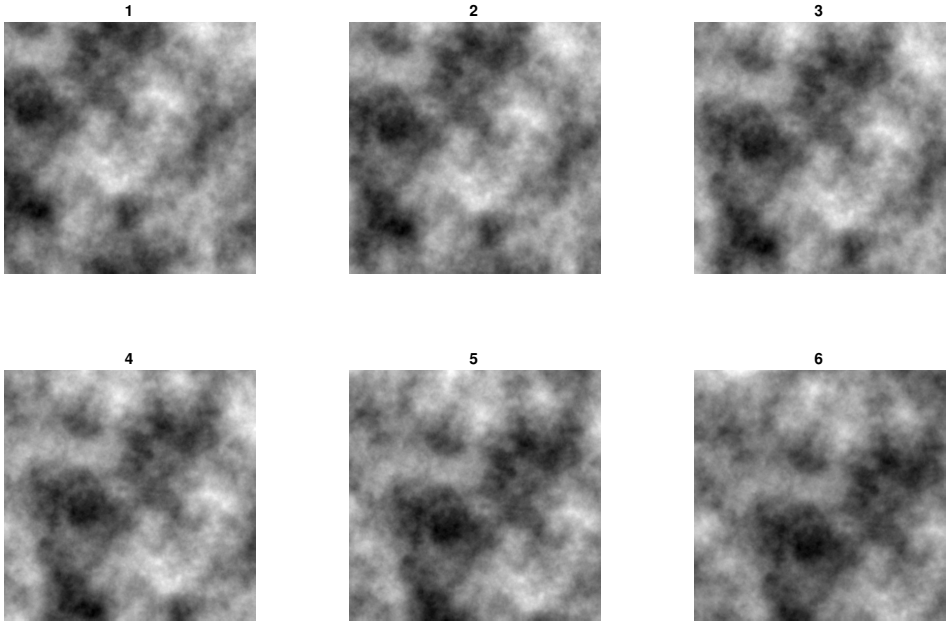

FIGURE 5.3 – Série d'écrans de phase corrélés temporellement, obtenus par simulation en utilisant la méthode spectrale. La turbulence est caractérisée par r_0=1 cm, $\mathcal{L}_0$=1 m et une vitesse de vent de 10 m/s, la direction du vent est de 45 °.

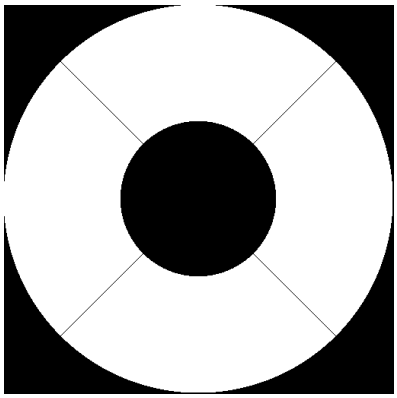

FIGURE 5.4 – Image de la pupille d'entrée de 2048x2048 pixels avec obstruction centrale de 40 % et une arraignée.

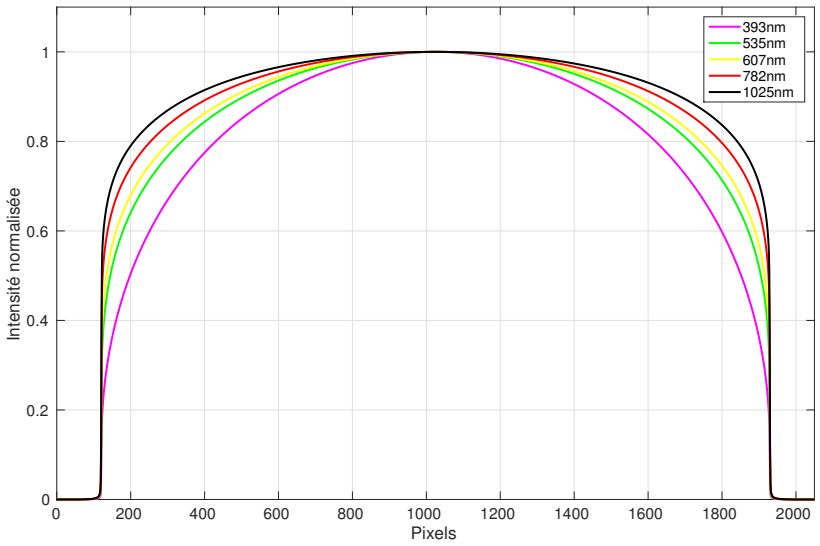

FIGURE 5.5 – Figure d'assombrissement centre-bord pour les différentes longueurs d'onde d'observation de SODISM2. Ces courbes sont obtenues en utilisant le modèle de Neckel & Labs (2005) dont les paramètres sont obtenus en ajustant des profils d'images réelles au différentes longueurs d'onde.

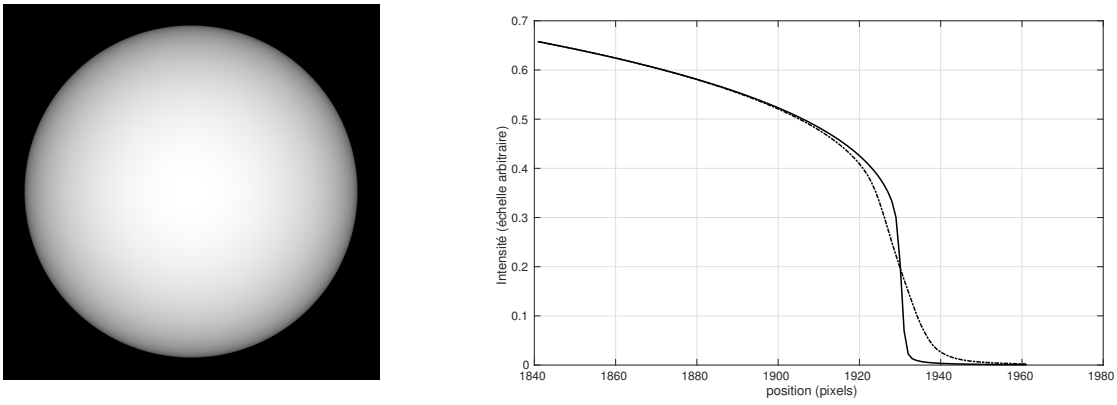

FIGURE 5.6 – Image simulée SODISM2 de 2048x2048 pixels obtenue en appliquant le modèle de Neckel & Labs (2005) et en convoluant celle-ci par la PSF théorique de l'instrument SODISM2. A droite deux profils issus de la même ligne de deux images différentes. En trait continu celui de l'image en absence de turbulence, en pointillés celui de l'image obtenue dans le cas d'une turbulence caractérisée par r_0=1 cm, $\mathcal{L}_0$=5 m et un temps caractéristique de 5 ms, le temps de pose de l'image est d'une seconde.

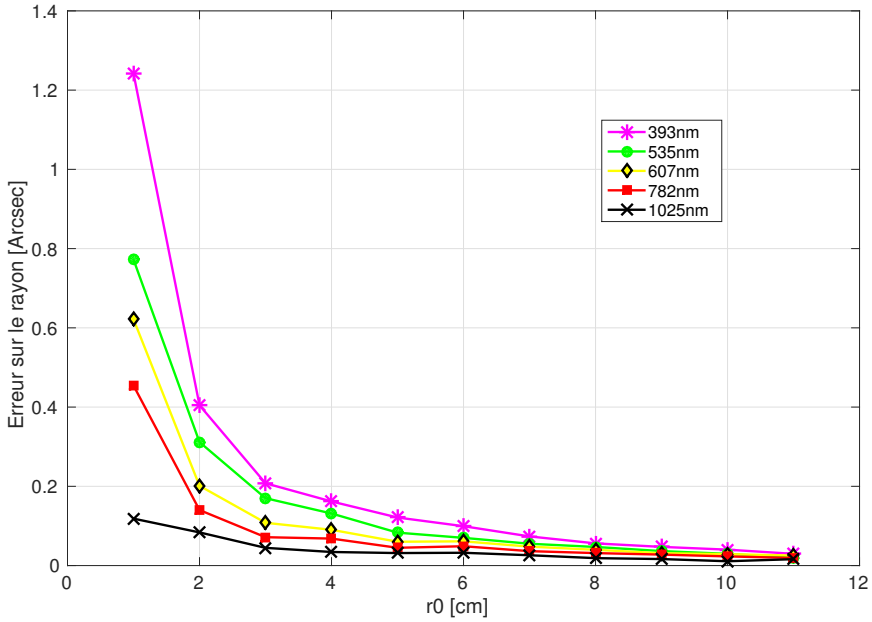

FIGURE 5.7 – Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du r_0 obtenue par simulation d'images pleine à travers une turbulence caractérisée en plus du r_0 par un $\mathcal{L}_0$=5 m, un τ_0=5 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

5.2.1 Effet du paramètre de Fried

On a vu au début de ce chapitre que les simulations réalisées pour voir l'effet des paramètres atmosphériques sur les mesures du rayon à l'astrolabe ont montré une dépendance plus importante aux variations du paramètre de Fried. Ce paramètre varie durant la journée comme on l'a montré par les mesures de MISOLFA. Il est donc nécessaire de quantifier l'erreur commise sur la mesure du rayon dans notre cas (images pleines du Soleil) en fonction du r_0. Nous devons par ailleurs répéter les simulations aux différentes longueurs d'onde utilisées par SODISM2. J'ai choisi de fixer les autres paramètres : l'échelle externe $\mathcal{L}_0$=5 m, le temps caractéristique τ_0=5 ms et le temps de pose à une seconde comme c'est approximativement le cas des images prises par SODISM2. Pour chaque image, je procède aux mêmes étapes de traitement pour extraire les rayons puis je prends la valeur moyenne. L'erreur est ensuite déduite en retranchant ce rayon moyen au rayon moyen obtenu sur une image hors atmosphère (obtenue par convolution de l'image d'assombrissement par une PSF instrumentale). Les rayons en présence de turbulence sont d'autant plus petits que celle-ci est forte. La figure 5.7 montre l'erreur absolue sur le rayon pour des valeurs du r_0 variant de 1 à 11 cm et pour chacune longueur d'onde d'observation. On remarque que plus r_0 augmente, plus l'erreur sur l'estimation du rayon diminue jusqu'à devenir insignifiante au delà de 7 cm. Cette erreur est aussi dépendante de la longeur d'onde, plus celle-ci augmente, moins la mesure est affectée par le r_0, notamment à 1025 nm. On a donc intérêt à mesurer le rayon au proche infrarouge pour être moins dépendant des variations du paramètre de Fried.

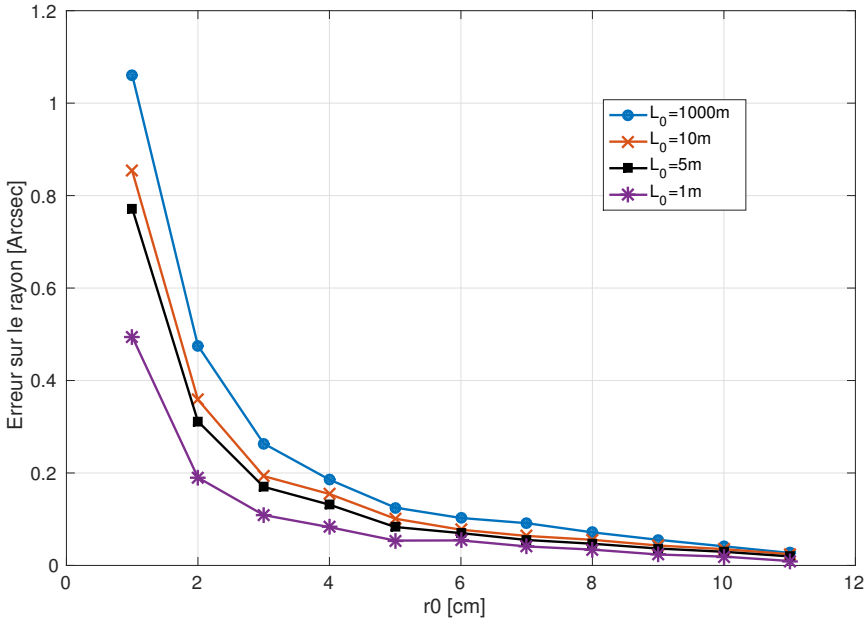

FIGURE 5.8 – Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du r_0 obtenue par simulation d'images pleine à travers une turbulence caractérisée en plus du r_0 par un $\mathcal{L}_0$ variant de 1 à 1000 m, un τ_0=5 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

5.2.2 Effet de l'échelle externe

De la même manière, pour voir l'effet de l'échelle externe sur la mesure du rayon par imagerie directe, j'ai procédé à des simulations en variant l'échelle externe de 1 à 1000 (j'ai pris 1, 5, 10 et 1000m) et le r_0 de 1à 11 cm en fixant les autres paramètres à τ_0=5 ms et le temps de pose à une seonde. L'erreur tracée en fonction du r_0 pour les différentes valeurs de $\mathcal{L}_0$ est représentée à la figure 5.8. On remarque une dépendance en fonction du r_0 mais aussi en fonction du $\mathcal{L}_0$ notamment pour les petites valeurs de celle-ci aux faibles r_0. L'erreur sur l'estimation du rayon pour $\mathcal{L}_0$=1 m est pratiquement la moitié de l'erreur sur l'estimation du rayon pour $\mathcal{L}_0$=1000 m. Cela nous oblige à prendre en considération ce paramètre et à corriger de son effet afin d'effectuer une mesure fiable est indépendante des paramètres atmosphériques. Une mesure précise de l'échelle externe tel que le permet MISOLFA est donc importante.

5.2.3 Effet du temps caractéristique de la turbulence

Dans ce cas, j'ai obtenu des images simulées en faisant varier le temps caractéristique de la turbulence. Pratiquement, je prends un temps de pose fixe et je fais varier la vitesse de déplacement du front d'onde au voisinage de la pupille (vitesse du vent). Le nombre d'images nécessaire pour construire la pose longue diminue évidemment avec le temps caractéristique puisque le temps de pose reste constant. La turbulence générée pour chaque image est caractérisée par r_0 = 1 ou 4 cm, $\mathcal{L}_0$ = 5 m et la longueur d'onde est égale à 535 nm. La figure 5.9 montre l'erreur sur l'estimation du rayon en faisant varier τ_0 de 1 à 100 ms. Pour r_0 = 1 cm, l'erreur diminue quand

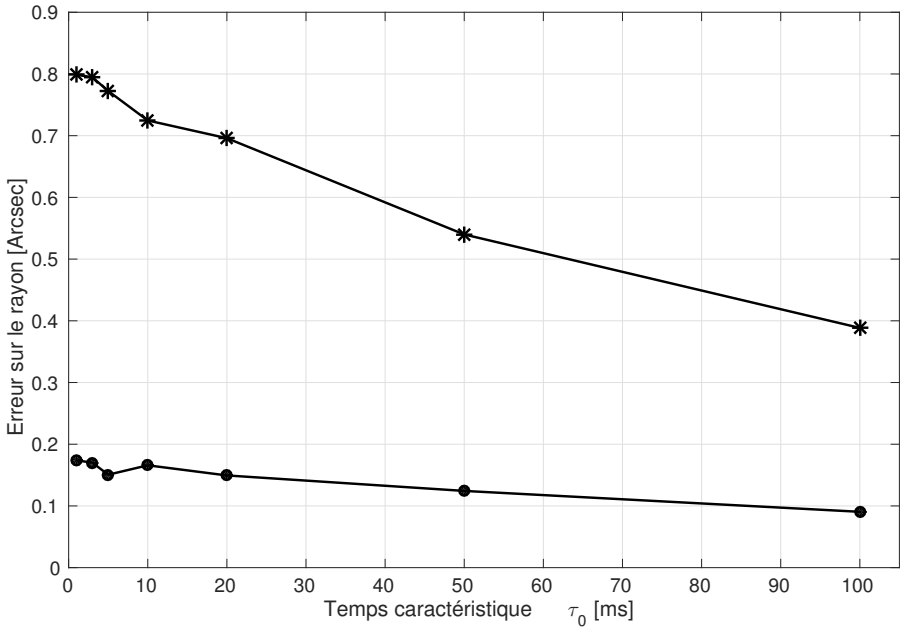

FIGURE 5.9 – Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du temps caractériqtique τ_0 obtenue par simulation d'images pleines à travers une turbulence caractérisée par un r_0 de 1 cm (*-) et 4 cm (-•), un $\mathcal{L}_0$=5 m, un τ_0 variant de 1 à 100 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

le temps caractéristique augmente. L'image du Soleil est donc plus étalée quand la turbulence varie rapidement. Par contre pour r_0=4 cm l'erreur sur l'estimation du rayon varie seulement de 50 millisecondes d'arc quand le temps caractéristique passe de 5 à 100 ms.

5.2.4 Effet du temps de pose des images

Dans cette partie des simulations, j'ai simulé des images à des temps de pose qui varie de $2\tau_0$ à $1000\tau_0$. j'ai gardé les mêmes caractéristiques de turbulence (r_0 = 1 ou 4 cm, $\mathcal{L}_0$ = 5 m, τ_0=5 ms et λ = 535 nm). Dans ce cas aussi, le nombre d'images varie en fonction du temps de pose. Les résultats des simulations sont montrés par la figure 5.10 où l'erreur sur l'estimation du rayon est donnée en fonction du temps de pose qui varie de 10 ms à 5 secondes. On remarque que l'effet du temps de pose est plus visible pour les plus petites valeurs de r_0 (1 cm) et que l'erreur augmente brusquement entre 50 et 250 ms. L'erreur stagne quand le temps de pose atteint environ $50\tau_0$ (250 ms dans notre simulation). Pour r_0=4 cm, l'erreur reste insignifiante en fonction du temps de pose. Mais si nous avions choisi de mesurer le rayon avec des images courte de pose , nous aurions eu certe un biais plus petit mais la dispersion des mesures serait plus grande. Nos images SODISM2 aux différentes longueurs d'onde dépassent la seconde de pose, il est donc impératif de corriger les rayons mesurés du biais introduit par le fait qu'on utilise des temps de pose élevés.

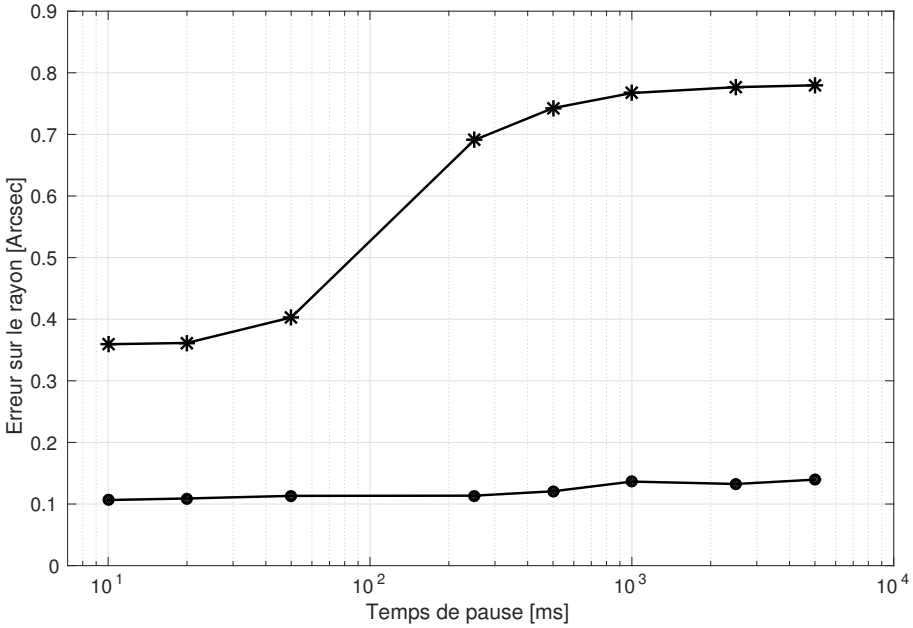

FIGURE 5.10 – Erreur sur l'estimation du rayon en fonction du temps de pose des images, obtenues par simulation à travers une turbulence caractérisée par un r_0 de 1 cm (*-) et 4 cm (-•), un $\mathcal{L}_0$=5 m et un τ_0=5 ms. Le temps de pose varie de 10 ms à 5 secondes.

5.2.5 Effet des aérosols

Nous avons vu que la turbulence optique contribue à l'étalement du limbe et donc au floutage de l'image. Ceci est introduit par la variation aléatoire du tilt sur de petits angles au niveau du front d'onde. Les images longues poses correspondent à l'intégration de beaucoup de ces angles d'arrivée ce qui conduit au floutage de l'image c'est à dire à l'étalement du limbe.

J'ai montré que cela engendre un biais dans l'estimation du rayon et que ce biais peut être évalué grâce aux paramètres de la turbulence mesurés par MISOLFA. Mais il y a potentiellement une deuxième source d'étalement du limbe qui est l'action des aérosols. Ceux-ci vont disperser et diffuser de la lumière sur une grande gamme d'angles. Ce champ de dispersion est fixé par la limite de diffraction qui est bien supérieure au champ de vue du télescope. La plupart de la lumière dispersée par les aérosols n'entre pas dans le télescope ce qui ne provoque qu'un effet d'atténuation. C'est ce que nous avons vérifié sur la figure 7 du papier Meftah et al. (2014a)).

Néanmoins la lumière dispersée dans les petits angles peut potentiellement contribuer à l'étalement du limbe. Il faut cependant prendre en compte aussi la dynamique du système d'acquisition : tous les photons dispersés entrant dans le champ de vue du télescope ne seront pas nécessairement détectés.

L'outil de base pour déterminer l'effet des aérosols sur les images astronomiques est la mesure de la fonction de transfert de modulation (MTF). Contrairement au cas de la turbulence où les MTFs courte et longue poses sont différentes, celles des aérosols sont identiques car c'est un phénomène stationaire qui n'a pas de propriétés dynamiques contrairement à la turbulence. Dror & Kopeika (1992; 1995) ont montré, sous l'hypothèse que les deux MTFs sont indépendantes,

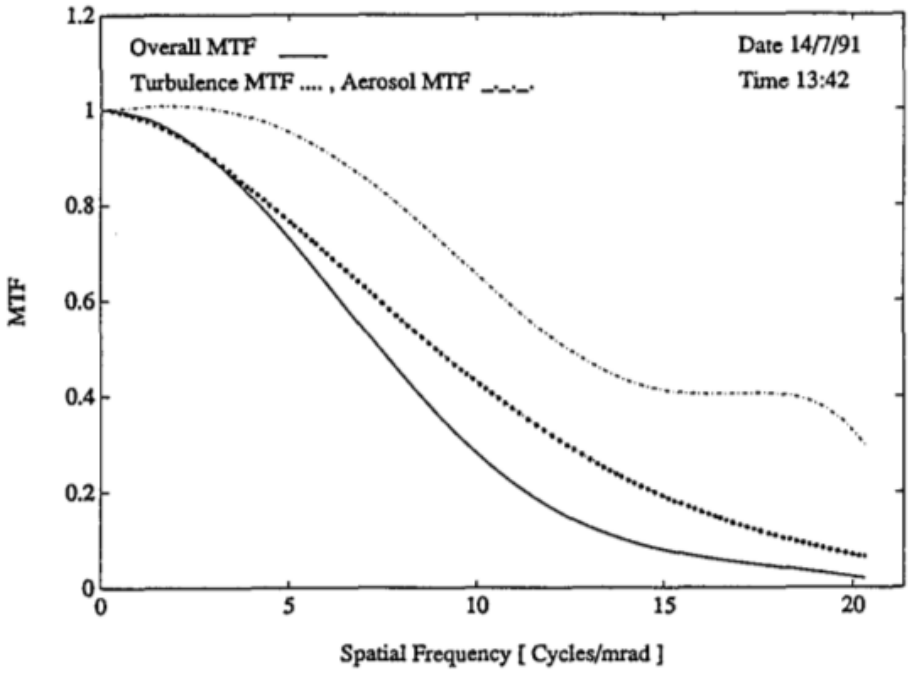

FIGURE 5.11 – Forme de la fonction de transfert de modulation MTF globale et extraction de la MTF des aérosols connaissant la MTF turbulence sachant que ces deux MTFs sont décorrélées (Figure du papier de Dror & Kopeika 1992).

qu'il est possible de décrire la MTF global de l'atmosphère sous la forme d'un produit des deux composantes (MTF turbulence et MTF aérosols). Si on arrive à mesurer la MTF globale à partir des images SODISM2, on peut construire la MTF turbulence à partir des mesures de MISOLFA et déduire la MTF des aérosols suivant la méthode de Dror & Kopeika. La figure 5.11 montre des formes mesurées de MTF et la déduction de la MTF des aérosols montrant que sa contribution à la MTF totale est faible. Il faut noter néanmoins que les deux composantes de la MTF atmosphère ne sont pas complètement indépendantes. Le vent provoque des changements d'indice de réfraction atmosphérique et influence les gradients spatiaux de concentration et de taille des particules d'aérosols. La température de l'air influence non seulement l'indice de réfraction mais aussi la taille des particules par adsorption et absorption de la vapeur d'eau qui dépend de l'humidité relative qui dépend de la température. Finalement, l'adsorption par les aérosols augmente le réchauffement de l'atmosphère et donc le C_n^2.

Une autre approche possible est de calculer par simulation la MTF aérosols connaissant (mesurant) les tailles et concentrations caractéristiques de tous les aérosols sur toutes les couches de l'atmosphère. Ceci est potentiellement possible en exploitant les mesures du photomètre du réseau AERONET installé à Calern. Il faudrait aussi connaître les conditions atmosphériques globales : température, humidité relative, vitesse des vents de toutes ces couches de l'atmosphère. Même avec les mesures des photomètres nous n'avons qu'une information partielle et cela nécessiterait un effort considérable de modélisation atmosphérique que je n'ai pas entrepris dans le cadre de ce travail.

La MTF globale de l'atmophère (aérosols + turbulence optique) peut être déduite à partir des

images pleines du Soleil. Toner & Jefferies (1993) ont développé une méthode pour la détermination précise de la géométrie des images pleines du Soleil et en même temps pour extraire la MTF à partir de celles-ci. Sous l'hypothèse de l'isoplanétisme, une image $o(\lambda, x, y)$ du Soleil à travers l'atmosphère peut être considérée comme un produit de convolution de la forme :

$$o(\lambda, x, y) = i(\lambda, x, y) \otimes \psi(\lambda, x, y) + n(\lambda, x, y) \tag{5.1}$$

où $i(\lambda, x, y)$ est la distribution d'intensité de l'image du Soleil hors atmosphère, $\Psi(\lambda, x, y)$ est la PSF atmosphère + télescope et $n(\lambda, x, y)$ représente le bruit qui peut provenir de différentes origines.

Si on considère qu'il y a symétrie de l'image par rapport au centre du Soleil sur l'image, l'équation 5.1 se réduit à une dimension (radiale) en prenant la valeur médiane sur des cercles concentriques autour du centre en rejetant les pixels contaminés par l'activité solaire (taches, plages, protubérences...). Du fait de la médiane, l'effet du bruit devient négligeable. L'équation 5.1 peut donc s'écrire :

$$o(r) = i(r) \otimes \psi(r) \tag{5.2}$$

$i(r)$ est la fonction d'assombrissement centre bord (l'équation 3.6 a été prise par Toner & Jefferies).

Dans le domaine des fréquences spatiales, la transformée de Fourier à deux dimensions d'une fonction à symétrie circulaire se réduit à la dimension radiale, on utilise alors la transformée de Hankel pour passer dans le domaine fréquentiel. L'équation 5.3 s'écrit dans le domaine de Fourier comme :

$$O(q) = I(q) \cdot \Psi(q) \tag{5.3}$$

La transformée de Hankel d'une fonction $f(r)$ est par définition donnée par l'équation :

$$F(q) = 2\pi \int_0^{infty} f(r) J_0(2\pi r q) dr \tag{5.4}$$

Ainsi la transformée de Hankel du profil de l'équation 5.3 s'écrit :

$$I(q) = \beta R_\odot \sum_{k=0}^{N} \frac{A_k 2^{k/2} \Gamma[(k+2)/2] J_{(k+2)/2}(\beta q)}{(\beta q)^{(k+2)/2}} \tag{5.5}$$

où $\beta = 2\pi R_\odot$.

$\Psi(q)$ qui est la tranformée de Hankel de la PSF n'est autre que la MTF. Pour déterminer cette dernière, il suffit de diviser $O(q)$ par $I(q)$ en évitant les zéros de la fonction $I(q)$. Cela est réalisé par un processus itératif au bout duquel les paramètres de la fonction d'assombrissement sont déterminés par les moindres carrés. Il existe un code écrit en langage IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) permettant de réaliser cela. J'ai utilisé un ensemble de fonction IRAF notamment les bibliothèques (packages) GRASP et WCSTOOLS. Dans la bilbliothèque GRASP/GONGCOR développée initialement pour le pipeline de traitement des images du réseau GONG (Global Oscillation Network Group), certaines fonctions permettent de déterminer avec précision la géométrie (*centro, fndlmb* ou encore *geom*) et finalement la fonction *hgeom*

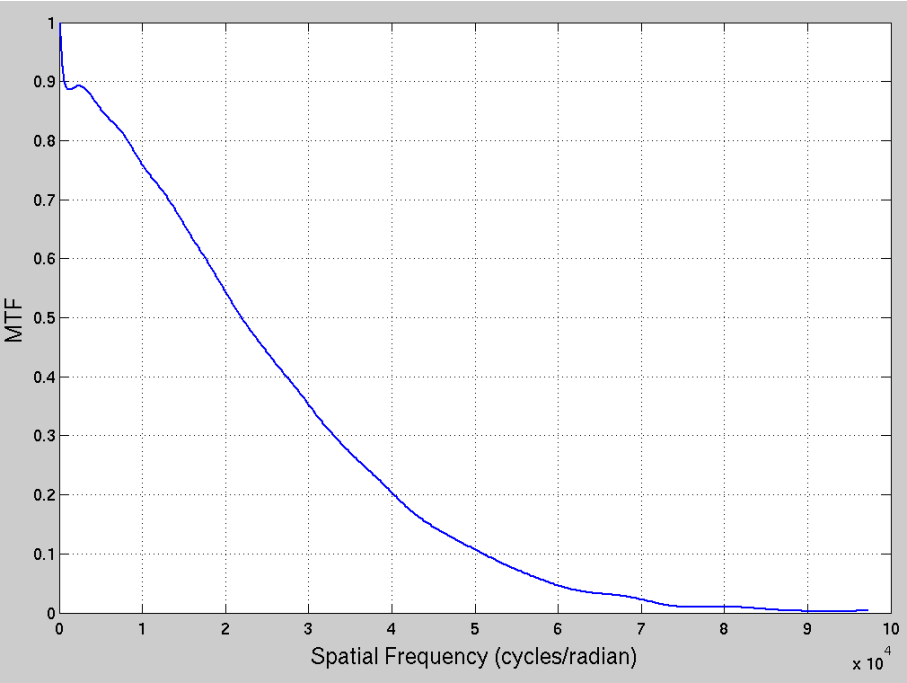

FIGURE 5.12 – Exemple de MTF obtenue à partir d'une image SODISM2 à 535 nm en utilisant les fonctions du code IRAF.

permet d'extraire la MTF à partir des images. La figure 5.12 donne un exemple de MTF obtenue à partir d'une image SODISM2 à 535 nm. La forte atténuation à l'origine est due à la présence de l'obstruction centrale de 40% sur la pupille d'entrée du télescope.

Il est possible de déterminer les paramètres de la turbulence et de la diffusion par les aérosols à partir de la MTF expérimentale $\Psi(f)$ (Bell et al. 1999). Il suffit de faire un ajustement par une fonction théorique de la MTF. Bell, Hill & Harvey (1999) ont utilisé une fonction sous forme d'une somme de deux composantes repésentant les parties turbulence et diffusion par les aérosols. L'effet de la diffusion est représenté par une fonction Lorentzienne.

$$B(f) = (1-\varepsilon)e^{-3.44\cdot(\lambda f/r_0)^{5/3}} + \varepsilon e^{-Af} \tag{5.6}$$

où f est une fréquence spatiale, ε est un facteur (entre 0 et 1) qui représente la fraction de lumière qui est diffusée et A est la largeur à mi-hauteur du profil de diffusion (Bell et al. 1999).

Il est à noter qu'il est nécessaire avant de procéder à l'ajustement de la MTF expérimentale par la fonction de l'équation 5.6 de corriger cette MTF expérimentale de la MTF de l'instrument seul. Cela permet d'isoler seulement la MTF atmosphère. On obtient la MTF instrumentale soit en modélisant la PSF de l'instrument soit en prenant la MTF dont la valeur est la plus élevée qui correspond en principe au cas limité par la diffraction (r_0 supérieur au diamètre du télescope).

J'ai utilisé cette méthode pour estimer les r_0 à partir des images SODISM2. Les valeurs obtenues étaient souvent en dessous de 3 cm, un des points durs était de retrouver la MTF instrumentale qui affecte les valeurs estimées. Bell et al. (1999) après avoir montré les résultats des estimations faites à partir dimages GONG de différentes stations, ont conclu que les r_0 obtenus sont sous-estimés. Afin de pouvoir exploiter aussi les images acquises alors que le moniteur de

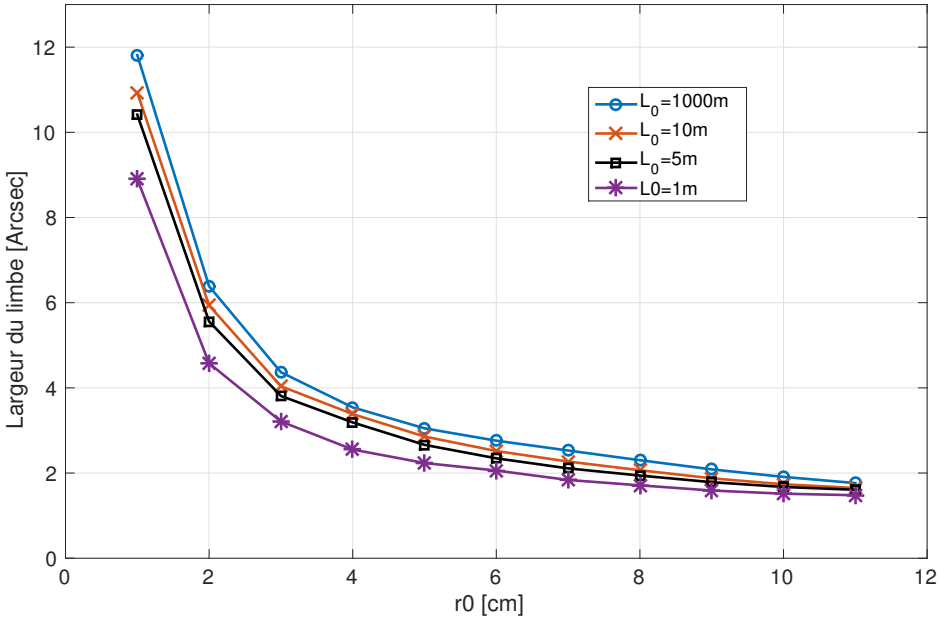

FIGURE 5.13 – Variation de la largeur du limbe solaire en fonction du r_0 obtenue par simulation d'images pleines à travers une turbulence caractérisée en plus du r_0 par un $\mathcal{L}_0$ variant de 1 à 1000 m, un τ_0=5 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

turbulence n'est pas opérationnel, j'envisage de faire une calibration des valeurs estimées de r_0 par cette méthode avec des mesures de r_0 estimées par d'autres méthodes fiables.

5.3 Influence des paramètres de l'atmosphère sur la largeur du limbe

On a vu dans l'introduction que la turbulence a pour effet sur les poses longues du Soleil d'étaler le limbe. Cet étalement est plus important quand la turbulence est intense, exactement comme pour la PSF longue pose qui est plus large. Les PSF courte pose sont aussi plus agitées et voient leur centre de gravité se déplacer au cours du temps. L'agitation de ces PSF courte pose est aussi fonction de l'intensité de la turbulence. L'objectif de cette section est de quantifier par les simulations l'étalement du limbe. On prend comme indication la largeur du limbe qui est définie comme la largeur à mi-hauteur de la dérivée première ou la différence d'abscisses entre le maximum et le minimum de la dérivée seconde. Comme pour le rayon, j'ai effectué des simulations d'images pleines à travers une turbulence pour laquelle on change les paramètres.

Pour des valeurs de r_0 variant de 1 à 11 cm, on a simulé des images de la résolution de SODISM2 à 535 nm et un temps caractéristique de 5 ms et un temps de pose d'une seconde. On fait aussi varier l'échelle externe de 1 à 1000 m. La figure 5.13 montre un effet similaire à celui des variation de l'erreur sur l'estimation du rayon sauf que cette fois-ci la largeur semble peu dépendante de l'échelle externe mais dépend plutôt du r_0.

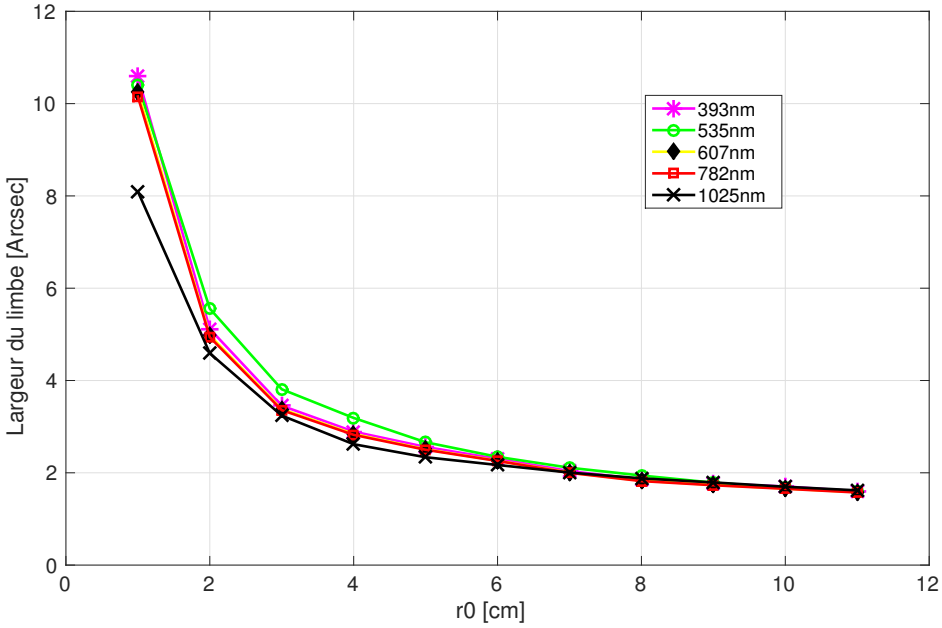

FIGURE 5.14 – Variation de la largeur du limbe solaire aux différentes longueurs d'onde en fonction du r_0 obtenue par simulation d'images pleine à travers une turbulence caractérisée en plus du r_0 par un $\mathcal{L}_0$ de 5 m, un τ_0=5 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

Quant à la dépendance en longueur d'onde, nous avions réalisé des simulations au différentes longueurs d'onde en variant le r_0 de 1 à 11 cm et en fixant l'échelle externe à 5 m, le temps caractéristique à 5 ms et le temps de pose à une seconde. Le résultat est tracé sur la figure 5.14. Cette fois aussi la dépendance en longueur d'onde est quasiment inexistante. La largeur est donc seulement dépendante du r_0.

Si on trace l'erreur sur l'estimation du rayon en fonction de la largeur du limbe pour les différentes valeurs de l'échelle externe et aux différentes longueurs d'onde on obtient les figure 5.15 et 5.16. On remarque des relations quasi-linéaires entre la largeur et l'erreur sur le rayon. Il suffit à priori pour une longueur d'onde donnée d'avoir une estimation du $\mathcal{L}_0$ pour déterminer à partir de la largeur du limbe l'erreur sur l'estimation du rayon. Cela est valable pour les largeurs au delà de 5 secondes d'arc, mais en dessous de cette valeur, la dépendance entre la largeur et l'erreur sur l'estimation du rayon ne dépend quasiment plus de l'échelle externe.

5.4 Application sur les images SODISM2

En premier lieu, je voulais vérifier la linéarité de la relation entre les rayons et les largeurs de limbe comme observé sur les simulations. Sur la figure 5.17 j'ai tracé les rayons moyens (un rayon moyen est la moyenne des rayons d'une image) en fonction des largeurs moyennes de limbe correspondantes. Une relation linéaire est observée sur cette courbe mais avec une dispersion importante autour de la droite moyenne.

Nous pourrions utiliser cette linéarité pour compenser les biais des rayons quand le limbe est

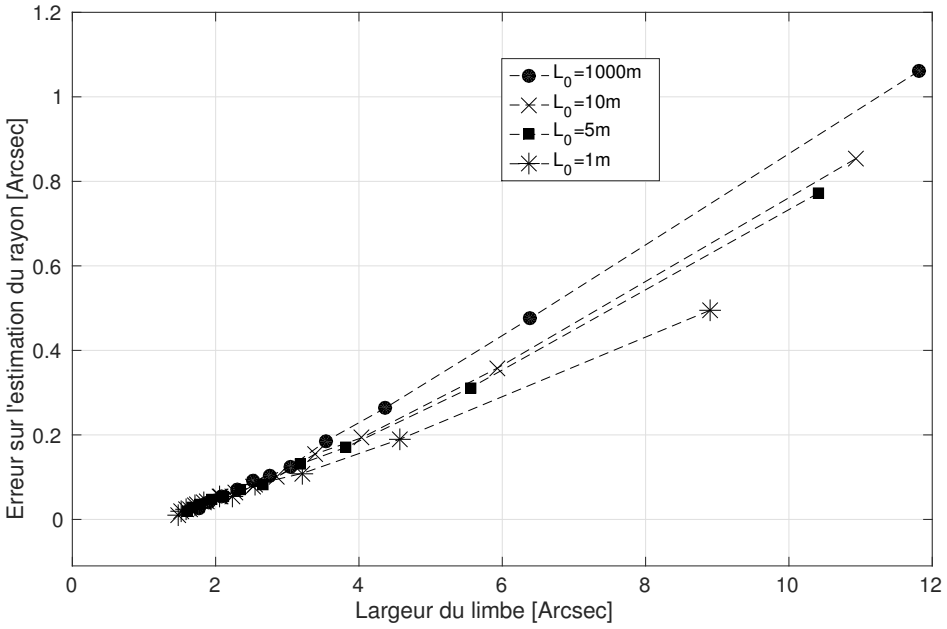

FIGURE 5.15 – Tracé de l'erreur sur l'estimation du rayon en fonction des variations de la largeur du limbe solaire à 535 nm pour différentes valeurs de l'échelle externe allant de 1 à 1000 m. On a pris un temps caractéristique τ_0=5 ms et le temps de pose des images est pris égal à 1 seconde.

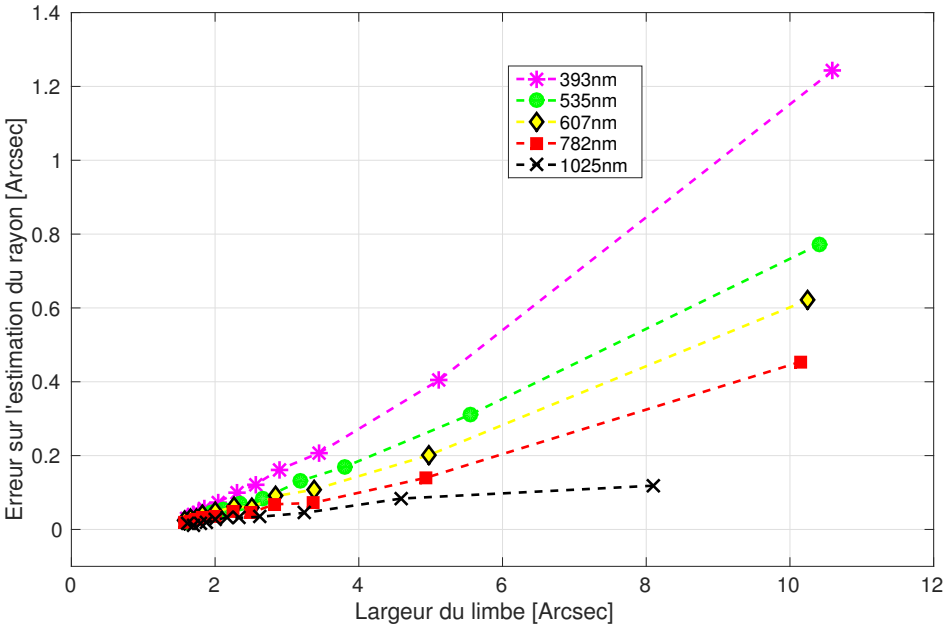

FIGURE 5.16 – Tracé de l'erreur sur l'estimation du rayon en fonction des variations de la largeur du limbe solaire aux différentes longueurs d'onde, obtenue par simulation d'images pleines à travers une turbulence caractérisée par r_0 variant de 1 à 11 cm, un $\mathcal{L}_0$ de 5 m, un τ_0=5 ms. Le temps de pose est pris égal à 1 seconde.

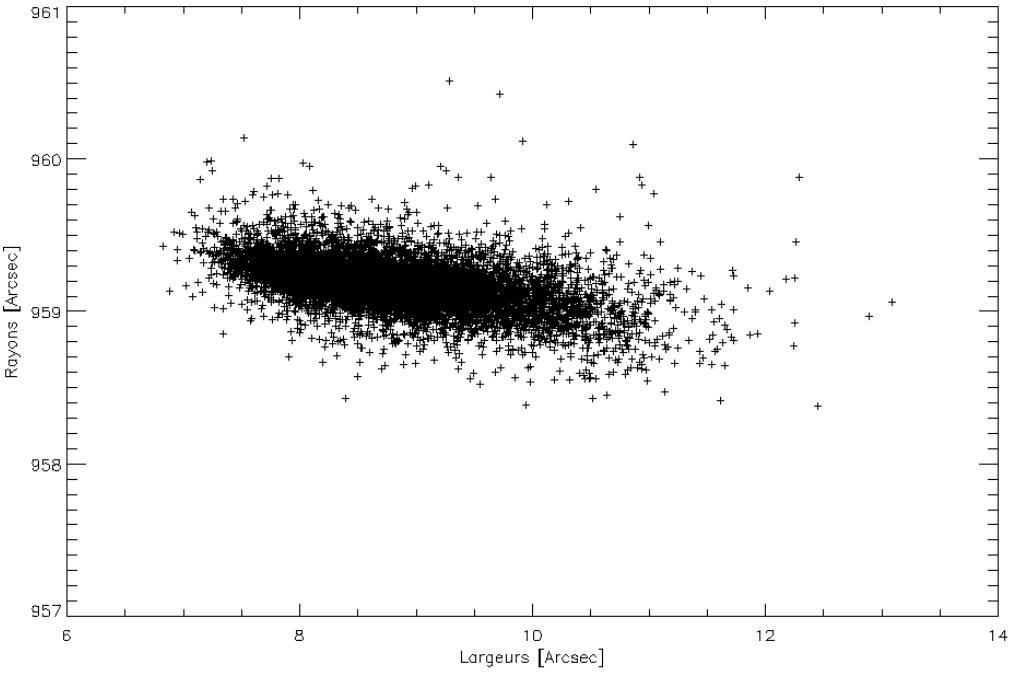

FIGURE 5.17 – Rayons mesurés tracés en fonction des largeurs de limbes des images SODISM2 à 535 nm.

étalé mais la dispersion obtenue indique que la largeur du limbe n'est qu'un proxy peu robuste de l'effet de la turbulence. La meilleure façon de faire est de mesurer les paramètres de la turbulence à l'aide de MISOLFA et ensuite d'appliquer les résultats des simulations pour compenser l'effet de chaque paramètre (r_0, $\mathcal{L}_0$ et τ_0). Les traitements des données de MISOLFA demandent beaucoup de temps de calcul, nous n'avons pas pour l'instant assez de données pour pouvoir corriger systématiquement toutes les images. Pour les images pour lesquelles les données simultanées MISOLFA ne sont pas disponible, Une solution est d'estimer les r_0 en utilisant les MTFs extraites à partir des images SODISM2. Une deuxième solution est d'utiliser la largeur de limbe comme indicateur de r_0 et corriger de son effet systématique. En utilisant la relation linéaire entre la largeur et les rayons mesurés pour corriger ces derniers, j'ai réduit de plus de 20 mas les dispersions des mesures individuelles.

5.5 Conclusion

Nous avons discuté dans ce chapitre l'influence des paramètres de la turbulence et des aérosols sur la mesure du rayon par imagerie pleine. Le point de départ pour cette discussion sont les résultats des simulations réalisées par Lakhal et al. (1999) sur les observations du rayon à l'astrolabe. Ces auteurs ont montré l'effet systématique de la diminution de l'erreur sur le rayon avec le paramètre de Fried. L'effet de l'échelle externe n'est visible dans leurs simulations que pour les petites valeurs de celui-ci, tandis que l'erreur sur le rayon augmente avec le temps de pose. Mais le principe de l'observation à l'astrolabe se base sur l'estimation du temps de passage, ce qui n'est pas notre cas puisque nous mesurons le rayon directement sur des images pleines.

Nous avons réalisé des simulations d'images de même résolution que les images SODISM2 à travers la turbulence, en se plaçant dans le cas isoplanétique pour des raisons de simplification. Ensuite nous faisons varier un paramètre à la fois pour estimer l'erreur sur le rayon. Les résultats montrent un effet systématique de diminution du rayon lorsque le paramètre de Fried augmente, cette erreur diminue aussi en fonction de la longueur d'onde considérée. De la même manière, l'erreur sur le rayon diminue pour une certaine valeur de r_0 lorsque l'échelle externe diminue. Pour deux valeurs de r_0 et en fixant les autres paramètres, nous avons remarqué que l'erreur sur le rayon diminue avec le temps caractéristique de la turbulence qu'il est donc important de mesurer. L'effet du temps de pose a également été étudié, pour r_0=1 cm on montre que l'erreur augmente avec le temps de pose mais stagne au delà de 250 ms. Pour r_0=4 cm, l'erreur est négligeable.

Nous avons aussi montré qu'il existe une relation linéaire entre la largeur du limbe et l'erreur sur le rayon et ce pour les différentes longueurs d'onde. L'étalement dépend de la valeur de r_0.

Les aérosols ont pour effet d'agir par diffusion aux petits angles ce qui diminue la quantité de lumière rentrant dans le télescope provoquant une atténuation et une perte de qualité d'image. L'étude de l'effet des aérosols se fait en étudiant la fonction de transfert de modulation (MTF). Il est possible d'avoir la MTF des aérosols à partir de la MTF globale (atmosphère) extraite des images SODISM2 et la MTF turbulence obtenue par les mesures de MISOLFA.

5.6 Présentation de l'article paru dans The Astrophysical Journal (ApJ) 808 :4 (2015)

On the constancy of the diameter of the Sun during the rising phase of solar cycle 24

Ce papier présente une approche pour raccorder les observations sol et espace faites par SODISM et SODISM2. L'instrument SODISM n'a malheureusement pas fonctionné d'une façon nominale. La qualité des données s'est progressivement dégradée notamment à 215 nm (voire figure 2 du papier). Des efforts ont été entrepris afin de modéliser le comportement de l'instrument par rapport à une contamination de la fenêtre d'entrée, ce qui est le plus probable. Nous présentons dans ce papier une modélisation de l'instrument SODISM concernant l'optique, les gradients thermiques, et le comportement de la mécanique. Pour ce qui est de SODISM2, l'étude de deux effets sur les rayons a été présentée, un modèle simplifié de la réfraction et l'effet du paramètre de Fried associé à de l'astigmatisme sur la largeur à mi-hauteur de la dérivée du limbe. Après avoir introduit les corrections sur les rayons, le résultat donné sur la figure 18 montre une grande stabilité et une variation sur les moyennes mensuelles des rayons SODISM2 en dessous de 50 mas. Concernant les rayons SODISM, une correction est apportée sur les mesures à 782 nm en utilisant le modèle de variation thermique de la fenêtre d'entrée. En analysant les séries de mesures, nous avons obtenu les périodogrammes de la figure 17 qui montrent des fréquences significatives sur les données SODISM2 à 9.3, 41.4, 44.1 et 82.4 jours. Tandis que pour les données SODISM un pic à 129.5 jour se distingue. Les moyennes mensuelles des rayons mesurés par SODISM2 montrent une pente négative non significative compte tenu de la dispersion des mesures. Ce papier montre la complémentarité des données sol et espace et la nécessité de continuer les observations pendant au moins un cycle pour pouvoir décler une éventuelle variation du rayon.

The Astrophysical Journal, 808:4 (16pp), 2015 July 20 doi:10.1088/0004-637X/808/1/4
© 2015. The American Astronomical Society. All rights reserved.

ON THE CONSTANCY OF THE DIAMETER OF THE SUN DURING THE RISING PHASE OF SOLAR CYCLE 24

M. Meftah[1], A. Hauchecorne[1], A. Irbah[1], T. Corbard[2], R. Ikhlef[2], F. Morand[2], C. Renaud[2], F. Riguet[3], and F. Pradal[3]
[1] Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines, Sorbonne Universités, Université Paris VI—Pierre et Marie Curie, CNRS/INSU, Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales (LATMOS), Institut Pierre Simon Laplace (IPSL), 11 Boulevard d'Alembert, 78280 Guyancourt, France; Mustapha.Meftah@latmos.ipsl.fr
[2] Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, Laboratoire Lagrange, UMR 7293, Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), Boulevard de l'Observatoire, 06304 Nice, France; Thierry.Corbard@oca.eu
[3] Safran REOSC, Avenue de la Tour Maury, 91280 Saint-Pierre-du-Perray, France
Received 2014 December 8; accepted 2015 June 1; published 2015 July 14

ABSTRACT

The potential relationship between solar activity and changes in solar diameter remains the subject of debate and requires both models and measurements with sufficient precision over long periods of time. Using the PICARD instruments, we carried out precise measurements of variations in solar diameter during the rising phase of solar cycle 24. From new correction methods we found changes in PICARD space telescope solar radius amplitudes that were less than ±20 mas (i.e. ±14.5 km) for the years 2010–2011. Moreover, PICARD ground-based telescope solar radius amplitudes are smaller than ±50 mas from 2011 to 2014. Our observations could not find any direct link between solar activity and significant fluctuations in solar radius, considering that the variations, if they exist, are included within this range of values. Further, the contribution of solar radius fluctuations is low with regard to variations in total solar irradiance. Indeed, we find a small variation of the solar radius from space measurements with a typical periodicity of 129.5 days, with ±6.5 mas variation.

Key words: space vehicles: instruments – Sun: activity – Sun: fundamental parameters – Sun: general – telescopes

1. INTRODUCTION

The Sun is an enormous ball of gas with a radius of 696,156 ± 145 km (Hauchecorne et al. 2014; Meftah et al. 2014c). Before the growth of astrophysics, the study of our star concerned mainly its geometric properties. This is why measurement of the Sun's diameter started as far back as antiquity, and Aristarque of Samos (~310–230 B.C.) was the first to carry out measurements of the diameter of our star. Nowadays, the diameter of the Sun is a fundamental parameter used in physical models of our star. In particular, it could indirectly provide information about the amount of energy transmitted to Earth and therefore about the impact that this could have on our planet's climate. In fact, the only source of energy for the Earth's ocean-atmosphere system is the Sun. Any significant variation in this amount of energy could lead to a more or less direct variation in its average temperature due to the complexity of the climatic system in which ocean, atmosphere, aerosols, ground albedo, and biosphere are all likely to give rise to positive and negative feedback. This is why the study of variations in solar diameter is of particular interest. Is the solar diameter very much constant? Possible temporal variations of the solar diameter are of great interest for solar physics and climatology, e.g., as a mechanism for changes in total solar irradiance (TSI). Cyclic variability in TSI can be related to the corresponding changes in the solar radius $R_\odot$ and effective temperature $T_{\rm eff}$ of the Sun by deriving the Stefan–Boltzmann law. Thus, it is interesting to measure the changes in solar radius during an 11 yr cycle. If we assume that the variations observed over a solar cycle (~0.1%) represent an upper limit for luminosity variation, and assuming no variation in temperature $T_{\rm eff}$, the greatest possible variation in the Sun radius $\Delta R_\odot$ cannot exceed 0.5 arcsec during a solar cycle. Periods of solar activity that are longer (the 87 yr Gleissberg cycle or the 210 yr Suess cycle) than those of the solar cycle, lasting an average period of 11.2 yr, have been found and have fueled discussion about the influence of solar variability on the Earth's climate (Braun et al. 2005). The potential link between solar activity and variations in solar radius remains a matter of debate and requires models and measurements with sufficient precision over long periods of time.

Eddy & Boornazian (1979) were pioneers in the field of measuring solar radius variations. By analyzing Greenwich meridian transit measurements over a period of more than a century (1836–1953), they found a significant decrease in the solar diameter of around 0.1% per century. However, years later, by analyzing a larger data set covering 265 yr, Gilliland (1981) found a decrease of around 0.01% per century, or 10 times smaller than Eddy & Boornazian. Other analyses concluded that there has been no detectable change in the Sun over the course of the previous 250 yr (Parkinson et al. 1980). Hence, Shapiro (1980) argued that the solar radius had not decreased over time. Furthermore, Toulmonde collated all the solar radius measurements made between 1660 and 1995 and concluded that the mean solar radius at one astronomical unit is equal to 960.0 ± 0.1 arcsec. His research did not find a substantial secular variation in the radius of the Sun (Toulmonde 1997). Nevertheless, it is extremely difficult to extract a trend in the Sun radius from historic data. Thus, the existence of any long-term trend in solar radius variability is still open to debate. In addition, studies of this variability during an 11 yr cycle or at least during a rising or descending phase of a solar cycle led to different results. Historic measurements of the solar radius carried out at the Calern site found anticorrelation with solar activity (Laclare et al. 1996) for a period covering solar cycles 21 and 22 (1978–1994). However, during solar cycle 23, ground-based measurements (with the solar astrolabe and *Définition et Observation du RAYon SOLaire*) found no clear correlation or anticorrelation between the solar radius and the activity of the Sun (Morand et al. 2010). The Solar Disk Sextant (SDS) experiment, using seven balloon flights between 1992 and 2011, showed solar

Table 1
Scientific Objectives of the Two Instruments Dedicated to the Study of the Sun, One in Orbit (SODISM) and the Other on the Ground (SODISM II)

Wavelength (nm)	SODISM	SODISM II
215.0	SO (1): Solar activity, O3 — T_e (2): ~1.6 s	…
393.37	SO: Active regions—T_e: ~1.3 s	SO: Active regions—T_e: ~1.7 s
535.7 (a)	SO: Solar diameter—T_e: ~1.0 s	SO: Solar diameter—T_e: ~1.3 s
535.7 (b)	SO: Helioseismology—T_e: ~6.4 s	SO: Solar diameter—T_e: ~8.9 s
607.1	SO: Solar diameter—T_e: ~1.0 s	SO: Solar diameter—T_e: ~1.3 s
782.2	SO: Solar diameter—T_e: ~1.1 s	SO: Solar diameter—T_e: ~1.4 s
1025.0	…	SO: Solar diameter—T_e: ~1.7 s

Note.(1) SO: Scientific objectives. (2) Exposure time (T_e) during image acquisition.

radius variations. The observations made with this experiment showed that the solar radius can vary up to 0.2 arcsec (Sofia et al. 2013). However, the measurements carried out by the SDS reveal that the solar radius is not in phase with solar activity. Data collected by the Michelson Doppler Imager (MDI) on board the *Solar and Heliospheric Observatory* cover the whole of solar cycle 23 and show no sign of variations attributable to the 11 yr solar cycle. Systematic changes in the solar radius with the sunspot cycle were found to be under 23 mas peak to peak (Kuhn et al. 2004; Bush et al. 2010). The question thus remains open: does the solar diameter vary as a function of time, and is it related to solar activity? In order to ascertain this we now have at our disposal ground-based measurements, balloon measurements, and measurements outside the atmosphere (space telescopes in orbit). Several measurements of the solar diameter were previously obtained by different methods (meridian transit, Mercury transit in front of the Sun, Venus transit in front of the Sun, astrolabes, imaging telescopes, eclipses, etc.). The measurement periods differed, and the measurements themselves were carried out in spectral domains that varied from one instrument to another and contained the Fraunhofer lines susceptible to variability as a function of chromospheric activity. Thus, it is difficult to get a coherent picture on long-term trends from these results, and the subject is still a matter of debate.

Using measurements taken with instruments of the PICARD mission, we will determine the change in solar radius during the rising phase of solar cycle 24. We first present the developed mathematical methods and then discuss whether there is any significant correlation between solar diameter variation and magnetic activity during that period.

2. OBSERVATIONS

The PICARD program owes its name to Jean Picard (1620–1682), who is considered to be a pioneer of modern astrometry. The project involves not only a space mission but also a ground-based observatory at Calern (latitude N 43°44′ 53″, longitude E 6°55′36″, and altitude of 1271 m). Thus, measurements are taken in orbit by the PICARD mission satellite in order to avoid the impact of atmospheric effects. Nevertheless, it is important to understand and interpret the ground-based measurements, which actually constitute the longest series of currently available measurements. This is why an important ground-based measurement program ("PICARD SOL") is associated with the space operation before, during, and after the PICARD space mission. The observation fields of the two instruments dedicated to the study of the Sun are summarized in Table 1.

In orbit (~730 km altitude), the PICARD SOlar Diameter Imager and Surface Mapper (SODISM) performed measurements of the Sun's diameter between 2010 August and 2014 March on the basis of an image of our star formed by a Ritchey–Chrétien telescope on a charge-coupled device (CCD). The main objectives of SODISM (Meftah et al. 2014d) are as follows:

1. Measurement of the solar diameter at three wavelengths in the photospheric continuum as a function of heliographic latitude (at 535.7, 607.1, and 782.2 nm in the spectral bands excluding the Fraunhofer lines).
2. Detection of active regions (faculae and sunspots). The wavelength chosen corresponds to the emission of Ca II at 393.37 nm, which is used also to measure differential rotation.
3. Study of the effects of solar activity (solar image taken at 215.0 nm).
4. Study of the impact of active regions on the solar diameter.
5. Carrying out a deep Sun survey (using another filter at 535.7 nm dedicated to helioseismology study).

On the ground (at Calern, France), the SODISM II telescope has been carrying out complementary measurements since 2011 May. Ground-based observations of solar diameter are affected by the transit of photons in the atmosphere where scattering, turbulence, and absorption degrade the measurements. A turbulence monitor (Moniteur d'Image SOLaire Franco-algérien [MISOLFA]) was developed in order to characterize atmospheric turbulence. In addition, the data have to be corrected for astronomical refraction.

2.1. Problems Associated with Solar Diameter Measurements

Measuring with precision the diameter of a gaseous sphere whose envelope is constantly changing represents a seemingly unachievable challenge, especially as the terrestrial atmosphere through which observations are made constitutes an immense handicap. To these difficulties are added the definition of the solar limb, which acts as a geometric reference point to demarcate the solar sphere. However, in spite of these hindrances, measurement of the solar diameter and its variations have been the subject of research programs in many observatories for many years. Indeed, the diameter of the Sun was a source of curiosity and study. Rozelot & Damiani (2012) gave a summary of efforts made since antiquity. The observations made outside the atmosphere are, in principle, more favorable. However, the effects of the space environment (ultraviolet [UV] effects, radiation, South Atlantic Anomaly, thermal cycling, etc.) lead to considerable degradation of the

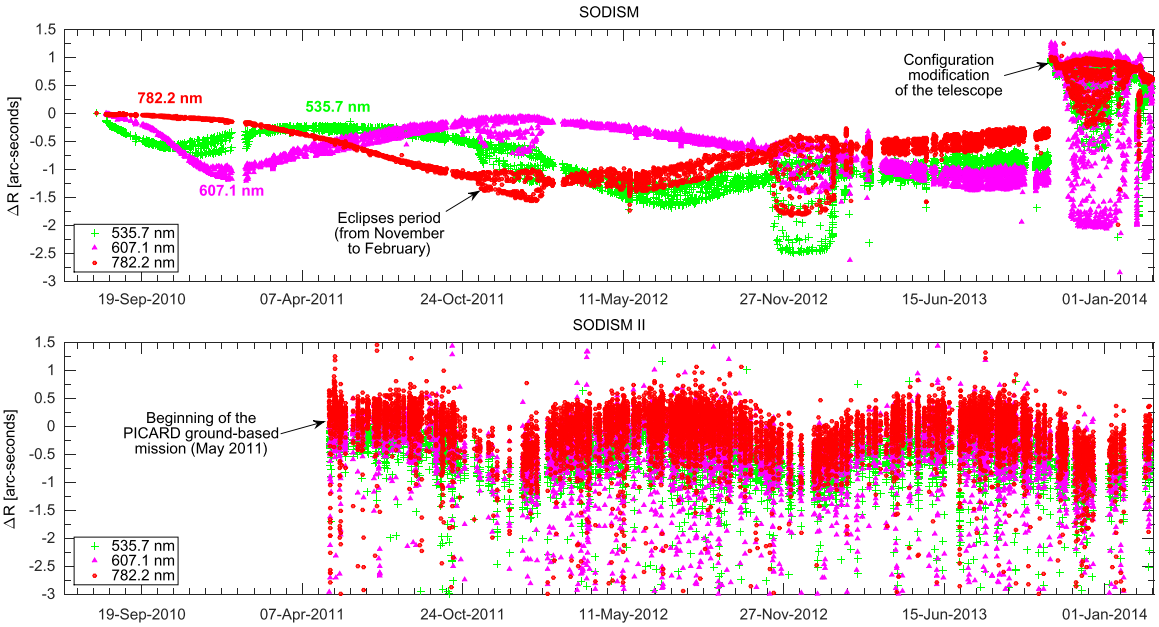

Figure 1. Top: evolution of raw solar radius variability over time (measurements in orbit). This shows the impact of space environment on measurements carried out by the SODISM instrument. Bottom: evolution of raw solar radius variability over time (measurements on the ground). This shows the impact of atmosphere on measurements carried out by the SODISM II instrument.

instruments in orbit, which directly observe the Sun (combination of the effects of contamination, radiation, temperature variations, and detector responses). All these effects require correction (optical, thermal, electrical, etc.). On the ground, the instruments are far less affected by degradation processes and maintenance is possible. Nevertheless, measurements are affected by the atmosphere and require other types of correction (refraction, turbulence, etc.) that do not make it easy to obtain an absolute measurement of the Sun's diameter and to monitor variations in solar radius. Finally, the apparent solar radius is dependent on the distance between the Earth and the Sun and thus varies with the season. The amplitude of this distance effect is on the order of 25 arcsec on the solar radius. Measurements are thus corrected for this distance effect and are all adjusted to the distance of one astronomical unit (AU).

2.2. Measurements Carried out by PICARD Instruments

Figure 1 shows the evolution of variations in solar radii observed at one AU by the two telescopes of the PICARD mission. We determined the solar radius from the inflection point position (IPP) of solar limb profiles taken at different angular positions of the image. The IPP for a given angular position is obtained by locating the zero crossing of the second derivative of the solar limb profile. The mean radius is obtained from calculating all the inflection points of the different angular positions. For this study, we focused exclusively on observations carried out in the solar continuum (535.7, 607.1, and 782.2 nm), in order to understand the spectral behavior of the telescope. The ground-based measurements carried out by the SODISM II instrument show the expected variations (impact of atmosphere on measurements). On the other hand, measurements carried out in orbit by SODISM show solar radius variations that are much greater than the expected order of magnitude (several milliarcseconds). The different measurements obtained from space show a temporal trend, which is wavelength dependent (this can be up to 3 arcsec on solar radius variations). Moreover, the different variations associated with different wavelengths are not correlated. Understanding the source of this evolution is of major importance in order to correct the data obtained in orbit with SODISM.

2.3. Impact of the Space Environment on Measurements in Orbit

2.3.1. Evolution of the Intensity of Images Formed by SODISM

From 2010 August to 2014 March, SODISM collected more than a million images of the Sun at different wavelengths. Around 10 full-field, full-resolution images per day are produced in each wavelength. One of the primary roles of these images is to ensure a monitoring of the solar radius. From those images, we can also determine time series of the integrated intensities. Figure 2 shows the long-term evolution in the normalized integrated intensity of images for each wavelength. This evolution in intensity is a function of wavelength and can go up to 95% of degradation for the spectral band centered at 215 nm. This change in transmission is not considered to be a major problem in itself with regard to the scientific objective of metrology associated with measurements of variations in solar diameter. In fact, it was compensated for by modifying the exposure time and change in flat field. Nevertheless, this evolution reveals a phenomenon, which has an impact on the performance of SODISM. For a given spectral band, there are alternating periods of decreases and increases in intensity. These variations do not seem to be correlated from one spectral band to another. These changes can only be explained by a modification in the optical properties of SODISM. We could suspect that the detection pathway (detector, reading circuit, post-processing, etc.) also plays a role in this change. However, the observed phenomenon is wavelength dependent without following a monotone evolution. The hypothesis of a modification in optic configuration that highlights interference effects is therefore the preferred option. Thus, the only remaining hypothesis is

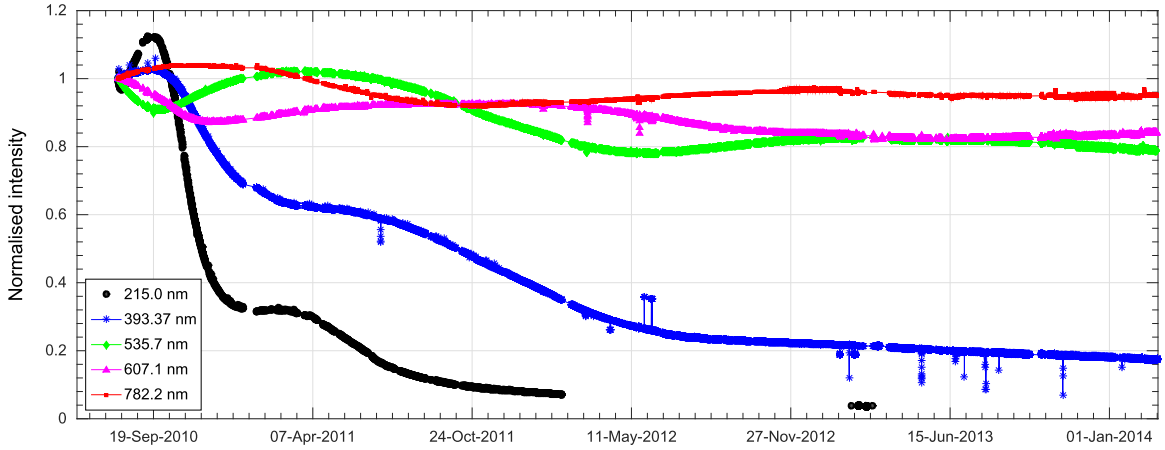

Figure 2. Normalized time series of integrated intensity from the beginning of the PICARD mission (normalized transmission t_λ of the telescope at a given wavelength). The degradation is considerable in the UV spectral bands.

contamination of the optical surfaces operating in transmission (contamination of the front window and/or contamination of interference filters). Generally, the first optical surface of a space instrument exposed to the Sun corresponds to the surface, which will suffer degradation before any other optical element. In the follow-up to this study, we will focus on analysis of SODISM's front window contamination effects, characterized by an increase in the temperature $T(r, t)$ of this fundamental optical parameter. Computer-aided design representation of the SODISM telescope is shown in Figure 3, where the front window subassembly is represented. The appearance of the temperature gradient (ΔT) is represented in Figure 4.

2.3.2. Temperature Evolution of the SODISM Front Window

The temperature ($\theta_{\rm out}$) of the front window mechanical interface evolves over time (Figure 5). This change in temperature reveals contamination over the course of time of the telescope's optical surface (modification of thermo-optical properties [α_f] of the front window induced by effects such as solar flux absorption). Just before the end of the PICARD space mission (2013 November), we modified the telescope configuration (modification of a temperature set point, which leads to the evolution of the front window radiative environment). From that moment, the temperature $\theta_{\rm out}$ changed significantly. Similarly, we observed a change in solar radius variability after that event (Figure 1). This clearly shows that there is indeed a relationship between the front window temperature and the evolution of the raw solar radius (Irbah et al. 2014). We wish to point out that these variations in solar radius are slow and not associated with noise.

2.3.3. Impact on SODISM Observations

Owing to the increase of the space instrument degradation, the final results will be given from 2010 August to 2012 December (for a more extensive explanation, see Section 4.2).

2.4. Impact of Atmosphere on Ground-based Measurements

The main causes of disturbance acting on solar images are related to the transparency of the atmosphere and to turbulence effects (modifying the apparent mean solar radius up to over 1 arcsec). The installation of complementary instrumentation (photometer, pyranometer, and wide-field camera) provided us with additional information.

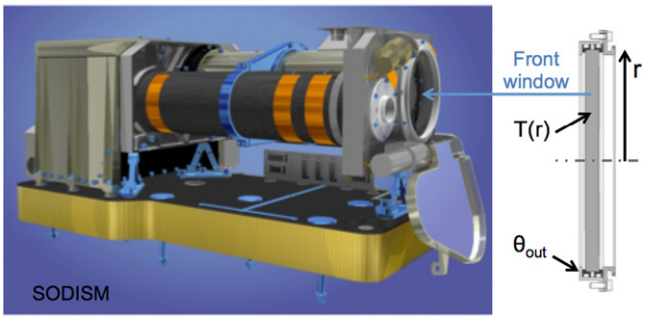

Figure 3. Location of the front window at the telescope level. $\theta_{\rm out}$ represents the front window interface temperature, and r is the radial coordinate.

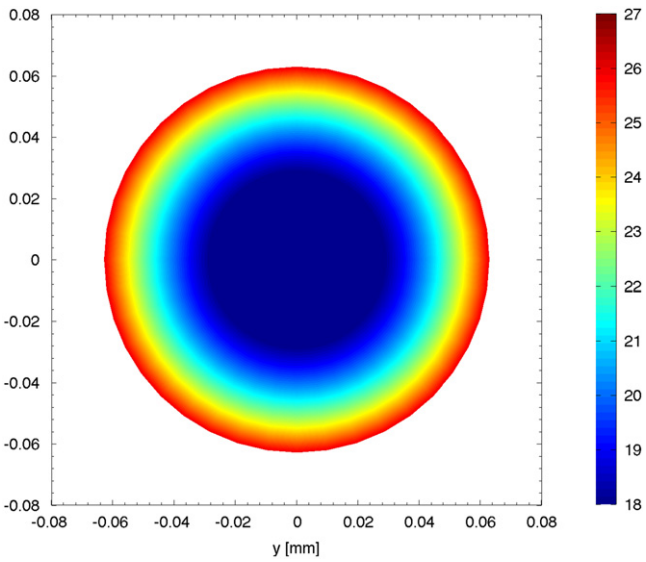

Figure 4. Front window temperature gradient (ΔT = 9°C). Under this scenario, the front window temperatures ($T(r, t)$) ranged between 18°C and 27°C.

3. MODELS

The observations that contribute to build the model are as follows:

1. Mechanical interface temperature of the front window ($\theta_{\rm out}$).

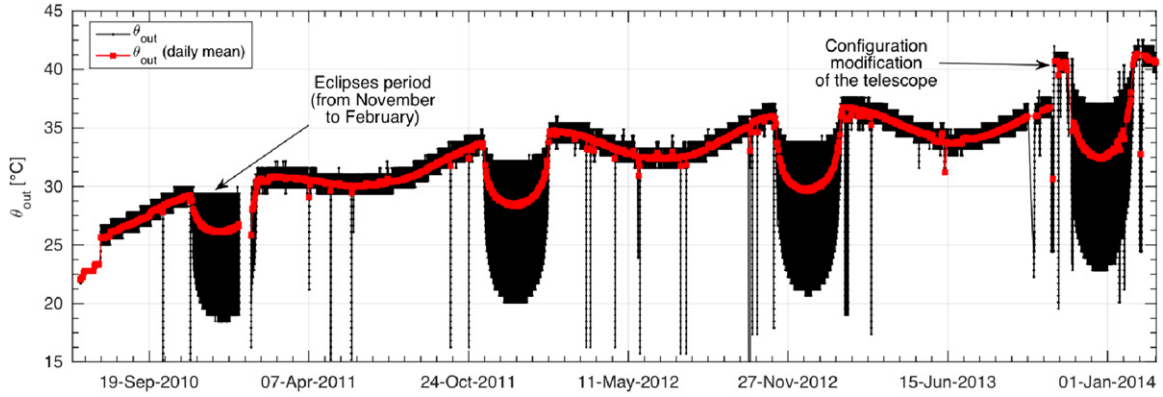

Figure 5. Evolution of the front window mechanical interface temperature (θ_{out}). The front window temperature ($T(r, t)$) depends on the mechanical interface temperature (θ_{out}). Around two million temperatures were recorded (black curve with dots).

2. Normalized time series of integrated intensity at each wavelength.
3. Evolution over time of the absorbed solar flux and absorbed infrared (IR) flux.
4. Evolution of the uncorrected solar radii at one astronomical unit for each wavelength.

3.1. Models Associated with the Space Instrument SODISM

3.1.1. Optical Model

In the previous section, we noted that the temperature of the front window $T(r, t)$ could have an impact on solar radius measurements. We therefore developed an optical model in order to better understand the phenomena we had observed during the PICARD space mission. In fact, modification of the optical wavefront can disrupt the measurement. The wavefront w_0 corresponds to the sum of all Zernike polynomials $Z_k(\rho, \theta)$ combined with the terms C_k.

$$w_0 = \sum_{k=1}^{36} C_k \times Z_k(\rho, \theta) \tag{1a}$$

$$C_3 = \frac{\delta \times D_{PS}^2}{16 \times \lambda \times f_S^2} + \frac{1}{2 \times \lambda} \times \frac{\partial n}{\partial T} \times h_w \times \Delta T(\alpha_f) \tag{1b}$$

$$\frac{\partial n}{\partial T} = A_0 + A_1 \times \exp\left(\frac{-\lambda}{B_1}\right) + A_2 \times \exp\left(\frac{-\lambda}{B_2}\right), \tag{1c}$$

where ρ and θ represent cylindrical coordinates. C_3 corresponds to a focus term associated with de-focalization of the image plane (δ) and to a radial temperature gradient in the telescope front window ($\Delta T(\alpha_f)$). D_{PS} represents the diameter of the telescope pupil (90 mm), f_S corresponds to the telescope focal length (2629 mm), λ corresponds to the observation wavelength (in nm), h_w represents the thickness of the telescope front window, and $\frac{\partial n}{\partial T}$ (ppm K^{-1}) corresponds to the variation in the useable wavelength indices (for silica: $A_0 = 8.241466462$, $A_1 = 524.4619629$, $A_2 = 7.836746871$, $B_1 = 45.22476821$, and $B_2 = 211.2250895$). The term C_9, combined with Zernike's polynomial Z_9, corresponds to an astigmatism defect (As). The complex wavefront W takes into account central obstruction ($A_{D_{PS}}$ is a surface limited by the telescope spiders and secondary mirror mask). The SODISM point-spread function (PSF) depends on the complex wavefront $W(p_x, p_y)$. The line-spread function (LSF) is obtained by integrating over the PSF columns. We carry a convolution (symbol $\otimes$) of the LSF with the desired theoretical solar limb profile HM98 (see Hestroffer & Magnan 1998), where $\mathrm{LDF}(r_S, \lambda)$ represents the limb-darkening function (r_S represents the Sun's radial coordinates, and $\alpha_S(\lambda)$ is a parameter given by the HM98 model, which is wavelength dependent). Whatever the solar profile used, when we have a significant defect (radial temperature gradient, focus, astigmatism, etc.), the PSF represents the predominant factor in our calculation. These relationships reveal the complexity of our system and the many parameters associated with it:

$$W\left(p_x, p_y\right) = A_{D_{PS}} \times e^{2i \times \pi \times w_0} \tag{2a}$$

$$\mathrm{PSF}_{\mathrm{SODISM}}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W\left(p_x, p_y\right) \times e^{2i \times \pi \times \left(x \times p_x + y \times p_y\right)} \, dp_x \, dp_y \tag{2b}$$

$$\mathrm{LDF}\left(r_S, \lambda\right) = \sqrt{1 - r_S^2}^{\,\alpha_S(\lambda)} \tag{2c}$$

$$\mathrm{LDF}_{\mathrm{SODISM}} = \int_{y_1}^{y_2} \mathrm{PSF}_{\mathrm{SODISM}}(x, y) dy \otimes \mathrm{LDF}\left(r_S, \lambda\right). \tag{2d}$$

Using the optical model (see Equations (2a)–(2d)), we can determine the theoretical PSF of our telescope at a given wavelength and for a given temperature gradient. The effect of a temperature gradient on the PSF of our telescope at 782.2 nm is shown in Figure 6. The change in the first derivative of the solar limb at 782.2 nm convolved to the PSF of the instrument is given in Figure 7 ($\mathrm{LDF}_{\mathrm{SODISM}}$). These various simulations show the sensitivity of our telescope when it is subjected to a temperature gradient. Finally, evolution of the solar radius as a function of the temperature gradient can be seen in Figure 8 and reveals the dependency with wavelength.

3.1.2. Thermal Model

In this section, we will establish the equation for the temperature of the SODISM instrument front window as a function of the various input fluxes. As stated in the previous section, the temperature of the telescope front window has a major impact on the instrument's performance. This model is

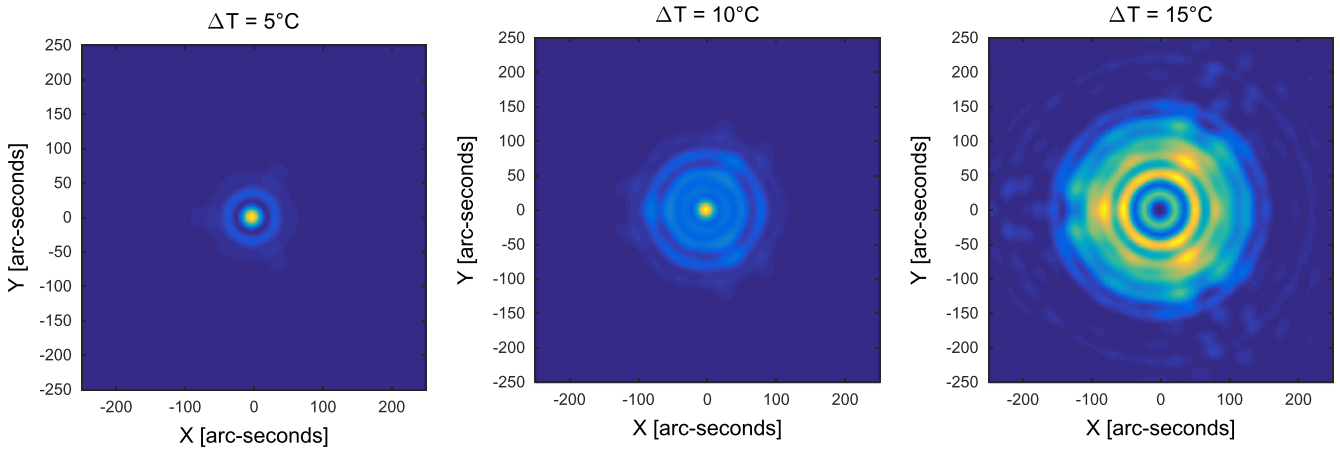

Figure 6. Evolution of SODISM telescope PSF for different temperature gradient values (ΔT = 5°C, 10°C, and 15°C) at the front window.

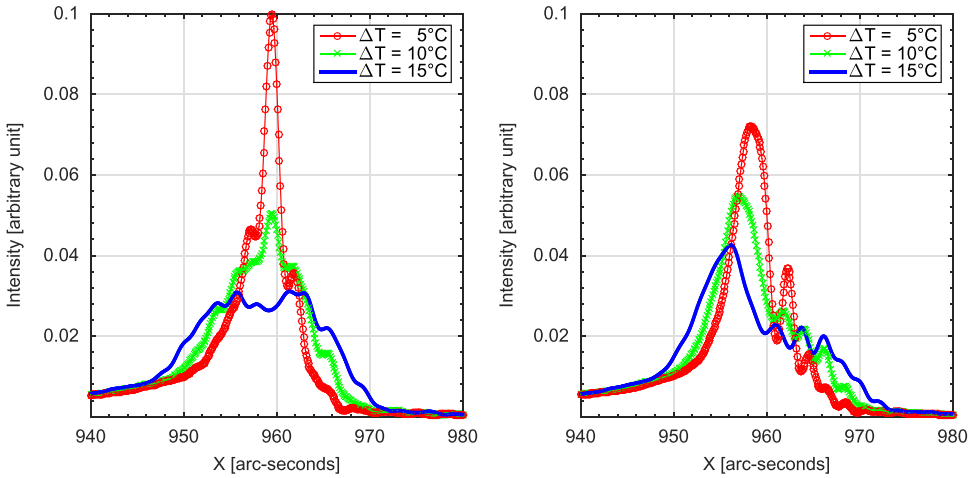

Figure 7. Evolution of the solar limb first derivative LDF_{SODISM} as seen by the SODISM instrument (from the LDF of the Sun convolved with the instrument's PSF). Left: effect of a temperature gradient (ΔT). Right: effect of a temperature gradient (ΔT) combined with an astigmatism defect ($C_9 = -0.25$).

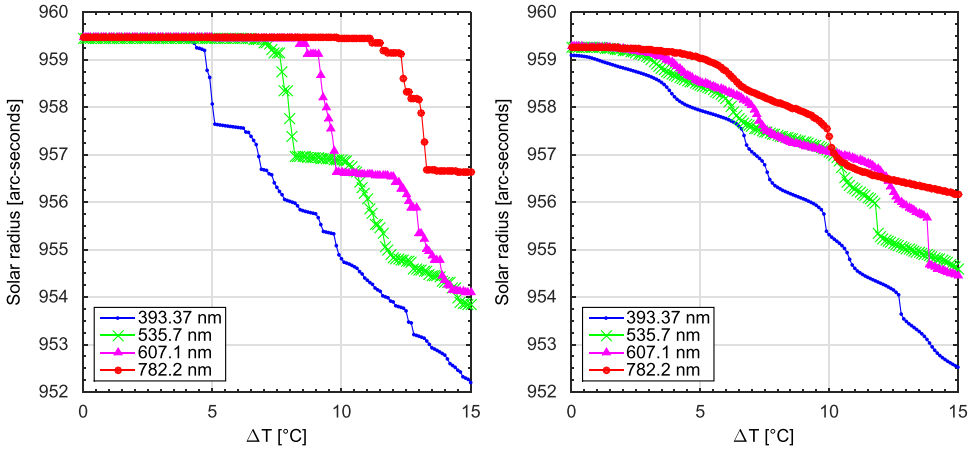

Figure 8. Left: evolution of the solar radius (determined by the inflection point method) as a function of a temperature gradient (ΔT) for different wavelengths. Right: ΔT effects combined with an astigmatism defect ($C_9 = -0.25$) on solar radius measurements.

necessary and explains the variations in solar radius observed with the space instrument of the PICARD mission. It is thus important to characterize the evolution of the temperature range of the front window over time, and this is why we wanted to set up a numerical model. The front window temperature ($T(r, t)$) is a function of the radial coordinate r (Figure 3). To simplify the calculations, we will assume that we have the context of a homogeneous isotropic material, where it can be assumed that the thermal conductivity coefficient of the material (Λ) is constant and independent of both the spatial variables and time (data depending on daily mean parameters). It consists of a circular silica disk of limited thickness ($h_w = 8$ mm) and an external radius of 57 mm ($R_f = r_{out}$). Considering a small element of volume $dV = 2\pi r \times dr \times h_w$ of our front window,

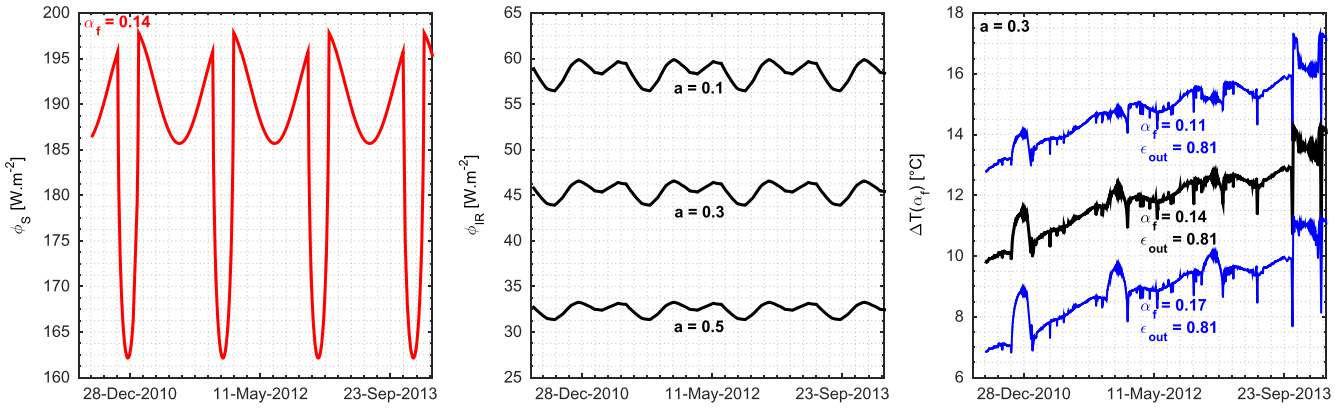

Figure 9. Left: evolution over time of the solar flux (orbital mean) absorbed by the front window ($\Phi_S = \alpha_f \times \varphi_S$). Middle: evolution of the IR flux absorbed by the front window ($\Phi_{IR} = \epsilon_{out} \times fv_{ir} \times \varphi_{IR}$) for different values of the albedo (seasonal and spatial evolution of albedo [a]). Right: evolution over time of the front window temperature gradient (ΔT) for different values of the solar absorption coefficient (α_f).

where dr represents a ring element, and placed in a temperature range characterized at all points by a given vector grad $\boldsymbol{T}$, and after solving the differential equation, we obtain

$$T_{it+1}(r, t) = T_\infty + \frac{\text{Flux}(t)}{\varepsilon_{out} \times \sigma_b \times \overline{T(t)}} + C_1(t) \times J_0(i \times r \times C(t)) + C_2(t) \times Y_0(i \times r \times C(t)) \quad (3a)$$

$$\text{Flux}(t) = \alpha_f(t) \times \varphi_S(t) + \varepsilon_{out} \times fv_{ir}(t) \times \varphi_{IR}(t) + \alpha_f(t) \times fv_a(t) \times \varphi_A(t) \quad (3b)$$

$$\overline{T(t)} = \left(T_\infty + T_{it}(r, t)\right) \times \left(T_\infty^2 + T_{it}(r, t)^2\right) \quad (3c)$$

$$C(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{out} \times \sigma_b \times \overline{T(t)}}{\Lambda \times h_w}} \quad (3d)$$

$$C_1(t) = \left(-\theta_{out}(t) \times Y_1\left(i \times r_c \times C(t)\right)\right) \Big/ \left(J_1\left(i \times r_c \times C(t)\right) \times Y_0\left(i \times r_{out} \times C(t)\right) - J_0\left(i \times r_{out} \times C(t)\right) \times Y_1\left(i \times r_c \times C(t)\right)\right) \quad (3e)$$

$$C_2(t) = \frac{-C_1(t) \times J_1\left(i \times r_c \times C(t)\right)}{Y_1\left(i \times r_c \times C(t)\right)}, \quad (3f)$$

where the sum of the absorbed fluxes by the front window is represented by the parameter "Flux," which evolves over time. Emissivity ε_{out} takes into account the capacity of the material on the external side of the window to emit energy by radiation toward cold space (4 K), whose temperature corresponds to T_∞. σ_b represents the Stefan–Boltzmann constant. The telescope front window is subjected to external fluxes such as solar flux (φ_S), infrared flux (φ_{IR}), and albedo flux (φ_A). The PICARD satellite permanently observes the Sun (outside of eclipse periods). The view factor between the Sun and the external side of the front window of SODISM is equal to 1. The relative position of the external side of the front window with respect to the Earth evolves during an orbit and over time. The view factors fv_{ir} and fv_A take into consideration this effect. J_0, J_1, Y_0, and Y_1 represent Bessel functions J and Y of order 0 and order 1; r_c represents the internal radius of the front window and tends toward 0 (numerical stability of calculation). The imaginary unit is represented by i. This model is associated with an iterative process (it).

Using the thermal model, we can determine the evolution of the front window temperature gradient over time. Starting with values measured in the laboratory ($\alpha_f = 0.14$ and $\varepsilon_{out} = 0.81$) and assuming that no degradation of our system takes place (α_f is constant), $\Delta T(\alpha_f)$ can vary from 10°C to 14°C (Figure 9). This variation is related to the evolution over time of the front window temperature interface (see Figure 5). These temperature gradients have a significant impact on the PSF of the telescope and on the performance of our system (see Figure 8). They cause a shrinking back in the IPP of the measured solar radius (value below 957 arcsec) whatever the observation wavelength. This model shows the criticality of our optical configuration when it is subjected to a temperature gradient, which is difficult to characterize on the ground (environment tests on space instrumentation). A thermal vacuum test with a solar simulator does not allow us to identify this type of effect. In fact, the sensitivity of our system is manifested through parameters, which vary with time (α_f varies [contamination], absorbed IR flux varies, etc.).

3.1.3. Model Associated with α_f Coefficient Determination

In order to characterize our system, we developed a model allowing us to estimate evolution of the solar absorption coefficient (α_f) over time (Appendix A). Evolution of the intensity of the images formed by SODISM can be explained by contamination of the front window (glass indices: $n = 1.46$ and $k = 4.2 \times 10^{-8}$). With regard to the nature and physico-chemical origin of the contamination, this can be a derivative of carbon (indices: $n = 2$ and $k = 0.1$) or a derivative of silicone. By varying the thickness of the contaminating layer, the transmission $\tau(\lambda)$ of our front window can change. We can thus calculate the change in α_f as a function of the thickness of the carbon contaminant (Figure 10). Similarly, using the intensity of images formed by the telescope, we estimated the evolution of α_f over time (Figure 10). This evolution leads to a change in the temperature $T(r, t)$ of our telescope.

3.1.4. Mechanical Model

In order to characterize the mechanical effects on the optic wavefront, we created a mechanical model. We therefore considered the telescope window to be a thin disk subjected to

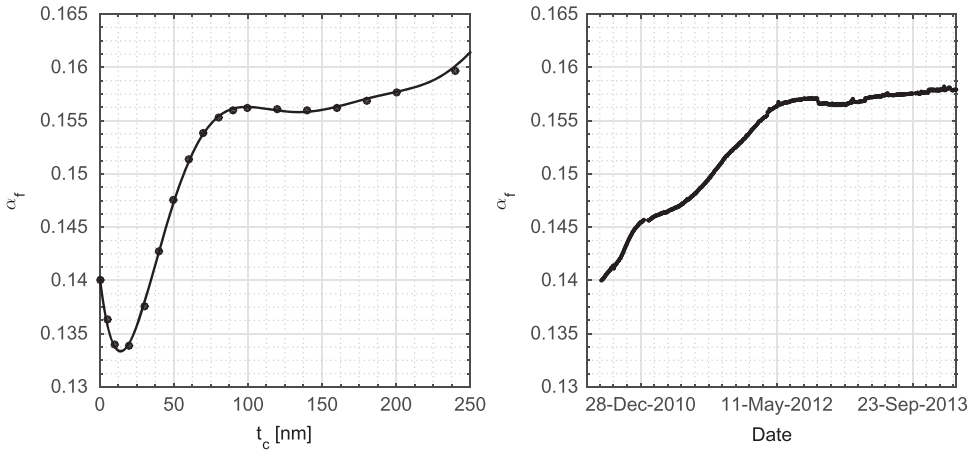

Figure 10. Left: evolution of solar absorption (α_f) obtained as a function of the thickness (t_c) of a carbon contaminant (using the Thin Film Calculation program). Right: evolution of solar absorption (α_f) obtained from normalized telescope transmissions t_λ. This variability ($\Delta\alpha_f$) is weak (mainly degradation in UV) but has an enormous influence on the performance of our telescope.

Table 2
Model Uncertainties

Uncertainty Sources	Typical Values	Uncertainty	Error on ΔT (°C)	Uncertainty Type
α_f [a]	0.140	±0.001	±0.10	Test (S) and aging (R)
ε_{out} [b]	0.81	±0.01	±0.30	Test (S)
Λ [b]	1.38 W m^{-1} K^{-1}	±0.04 W m^{-1} K^{-1}	±0.31	Test (S)
θ_{out} [a]	22.00 °C	±0.10	±0.03	Calibration and measurement (S)
φ_S [c]	1,362.1 W m^{-2}	±2.4 W m^{-2}	±0.02	Measurement (S)
φ_{IR} [c]	238.0 W m^{-2}	±6.0 W m^{-2}	±0.02	Literature (S and R)
φ_A [c]	~20.0 W m^{-2}	±9.0 W m^{-2}	±0.02	Literature (S and R)

Note. Some uncertainties may be considered random (R), while others are systematic (S).
[a] Parameter that varies over time, which is subject to the effects of instrumental degradation.
[b] Parameter that remains constant.
[c] Parameter that varies over time on a seasonal basis.

a radial temperature field $T(r, t)$. The displacement field $u(r, t)$ can be expressed as follows:

$$u(r,t) = \frac{\alpha_m}{r} \times \left((1+\nu) \int_0^r T(r,t) \times r \times dr + \frac{(1-\nu) \times r^2}{r_{\text{out}}^2} \int_0^{r_{\text{out}}} T(r,t) \times r \times dr \right), \quad (4)$$

where α_m represents the thermal dilatation coefficient of the optical material (0.5×10^{-6} K^{-1}) and ν represents the Poisson coefficient, which is equal to 0.17. The temperature field generates a displacement field, which has a negligible impact on the wavefront and on instrument performance. In fact, α_m is very weak, and therefore the thermo-elastic effects on telescope performance are very limited (a few mas).

3.1.5. Thermal Model's Limitations

Thermal models range from simple, steady-state simulations to complex, transient, finite element method (FEM) codes with tens of thousands of nodes. The models are very useful in that they provide a straightforward means to incorporate the numerous physical variables that affect our solar radius measurements. Our model is applied to complex situations. Upon setting up the proper boundary conditions and homogeneous isotropic material properties (constant thermal properties, except for α_f), the temperature field at front window level was calculated. Our thermal model has limitations, which include the accuracy of the inputs to the model. The main inputs are the mechanical interface temperature of the front window (accuracy impact), the absorbed solar flux (TSI absolute value knowledge impact), the absorbed IR flux (impact of variations during an orbit from 30 to 60 W m^{-2}), and the evolution of the solar absorption coefficient ($\Delta\alpha_f$ variations impact). Our thermal model has another limitation, which is related to the model that is valid for steady-state simulations. The adopted hypothesis (steady-state model) shows the limitation of our model during the eclipses. In the case of a transient model, the computation time would be very long. Indeed, around two million temperatures (θ_{out}) were recorded. Moreover, we need to use the data (IR flux and albedo fluxes) provided by the National Oceanic and Atmospheric Administration. Finally, a complex FEM would be more appropriate for a transient case.

3.1.6. Model's Uncertainties

Uncertainties of the model are given in Table 2. Spectral reflection ($\varrho_0(\lambda)$) and transmission ($\tau_0(\lambda)$) measurements were performed with a spectrophotometer (Agilent Cary 5000 UV-NIS-NIR). The estimated tolerances are expected to be less than ±1%. Solar absorption ($A_0(\lambda)$), depending on the wavelength, is given by Meftah et al. (2014d). From these

measurements, we deduct α_f. Temperatures sensors have been calibrated so as to offer an accuracy of ± 0.1°C (sensor calibration to measure $\theta_{\rm out}$ temperature). Near-normal IR reflectance (1-$\varepsilon_{\rm out}$) measurements were performed in accordance with ASTM E408 by using an IR Reflectometer model DB100. The estimated tolerances are expected to be less than $\pm 1.5\%$. Thermal conductivity (Λ) measurements were performed in accordance with ASTM E1530 Standard (with a DTC-300 thermal conductivity meter). The estimated tolerances are expected to be less than $\pm 3\%$. PICARD radiometers measure the solar flux ($\varphi_{\rm S}$). The PICARD measurements in the summer of 2010 yielded a TSI value of 1362.1 W m^{-2} with an uncertainty of ± 2.4 W m^{-2} (Meftah et al. 2014b). Linked to the satellite's position (view factor impact), the other parameters have a limited effect ($\varphi_{\rm IR}$ and $\varphi_{\rm A}$). Thus, they do not require a great accuracy. Thus, in closing, these measurements make it possible to establish a model uncertainty budget. While the systematic uncertainties affect only the absolute measurements, random uncertainties affect the absolute and relative measurements. Therefore, random uncertainties have an impact on the correction model of the solar radius variations.

3.2. Models Associated with the SODISM II Ground Instrument

3.2.1. Refraction

Astronomical refraction (Ref) influences the solar radius measurements (more than 1 arcsec for observations made above 70° of zenith distance z) that we obtain from images taken with SODISM II. In fact, the heliographic latitude of the observed solar diameter changed during the year as a result of the inclination in the Earth's orbit along an ecliptic plane and the inclination of the axis of solar rotation. We therefore use a numerical method to correct mean solar radius measurements at whatever wavelength (λ). This correction also depends on air temperature (T_a), pressure (P_a), and relative humidity (f_h). In order to quantify the effect of refraction at the observatory position, we can incorporate the length of the trajectory of the rays from the local refractive index of the atmosphere $n = n_{obs}$ and the local zenith distance $\xi = z$ at the observatory position, and this up to $n = 1$ (beyond the atmosphere). An approximate formula for correction is given in Equation (5*b*), which shows the relationship between the corrected solar radius for refraction ($R_{\rm cor}$), the observed solar radius ($R_{\rm obs}$), and the refraction correction coefficient ($C_{\rm ref}(T_a, P_a, f_h, \lambda, z)$):

$$\mathrm{Ref} = \int_1^{n_{\rm obs}} \tan\xi \frac{dn}{n} \tag{5a}$$

$$R_{\rm cor} \simeq R_{\rm obs} \times \left(C_{\rm ref}\left(T_a, P_a, f_h, \lambda, z\right)\right)^{-1} \tag{5b}$$

$$C_{\rm ref}\left(T_a, P_a, f_h, \lambda, z\right) = 1 - k\left(T_a, P_a, f_h, \lambda\right) \times \left(1 + 0.5 \times \tan^2(z)\right) \tag{5c}$$

$$k\left(T_a, P_a, f_h, \lambda\right) = \alpha_r\left(T_a, P_a, f_h, \lambda\right) \times \left(1 - \beta\left(T_a\right)\right), \tag{5d}$$

where $\alpha_r(T_a, P_a, f_h, \lambda)$ is the air refractivity for local atmospheric conditions at a given wavelength (Ciddor 1996), and $\beta(T_a)$ (see (Appendix B)) is the ratio between the height of the equivalent homogeneous atmosphere and the Earth radius of curvature at observer position assuming the ideal gas law for dry air (Ball 1908). In our calculation, we used a mean value of $k(T_a, P_a, f_h, \lambda)$.

3.2.2. Turbulence

When an optical measurement is carried out on the ground, the photons originating from a source such as the Sun undergo a diffusion effect by molecules in the atmosphere and a turbulence effect. These effects lead to spreading the solar limb and affect the position of its inflection point, as well as its variability. Turbulence represents the main source of uncertainty in the measurements we carry out using SODISM II. The effects of turbulence on the ground could be compared to the effects of the changes in the temperature gradients observed with our space instrument. Fried (1966) compared the resolution of a telescope affected by turbulence following a Kolmogorov statistic with that of a smaller telescope but affected only by light diffraction (if it is in space, for example). The Fried parameter (r_0) corresponds to the equivalent diameter of such a telescope limited by diffraction (entirely circular pupil of diameter $D_{\rm PS}$). This is why one of the objectives of the MISOLFA instrument is to quantify the effects of atmospheric turbulence on measurements of solar diameter carried out by SODISM II. Thus, taking into consideration the Kolmogorov model, r_0 is related to angle-of-arrival fluctuation variance σ_α^2 (Borgnino et al. 1982) by

$$r_0 = 8.25 \times 10^5 \times D_{\rm PS}^{-\frac{1}{5}} \times \lambda^{\frac{6}{5}} \times \left(\sigma_\alpha^2\right)^{-\frac{3}{5}}. \tag{6}$$

We used this equation to determine r_0 at a given wavelength (measurements carried out using MISOLFA at 535 nm with $D_{\rm PM} = 25$ cm). We note that r_0 is dependent on the wavelength and proportional to $\lambda^{\frac{6}{5}}$. This dependence is the reason why the wavefront is relatively less phase disrupted for the longer wavelengths. The change in FWHM of the first derivative of the solar limb observed by SODISM II (Figure 13 of Meftah et al. 2014a at 535.7 nm, and Figure 11 at 782.2 nm) can also be used as a relative indicator of turbulence given the relationship between the FWHM and the pupil diameter $D_{\rm PS}$. This indicator is relative because a small defect in the telescope optics such as a triangular astigmatism produces a bias in the SODISM observables (Figure 12).

4. RESULTS AND DISCUSSION

SODISM has taken more than one million images of the Sun at several wavelengths. The replica of the space instrument (SODISM II) installed at the Calern site has taken more than 100,000 measurements of the solar radius at several wavelengths over a period of more than 3 yr. Using measurements carried out by instruments on the PICARD mission, we established the variations in the solar radius during the rising phase of cycle 24. Moreover, we also investigated correlations between solar activity, measurements of TSI, and fluctuations in the radius of our star. The TSI varies over a number of different timescales ranging from several minutes to several decades (a daily variability can reach peak-to-peak amplitudes of around 0.3%, a variability of around 27 days that is a function of the evolution of sunspots and faculae, a variability of around 11 yr with an amplitude on the order of 0.1%, etc.). Could we attribute part of the variations in TSI to variations in solar radius? The precision of measurements is a critical point that requires space observations to be used since the terrestrial atmosphere constitutes an impediment (see ground-based measurements obtained with SODISM II; Figure 1). In spite

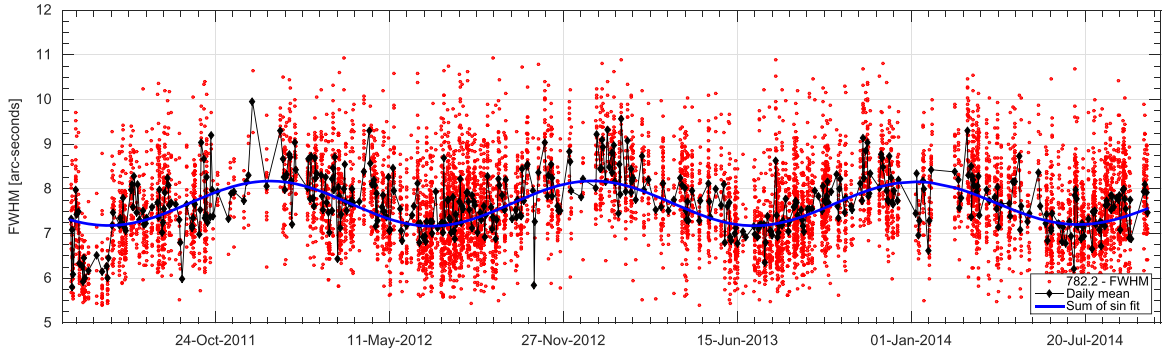

Figure 11. Evolution of the FWHM of the solar limb first derivative, which is observed by the SODISM II instrument at 782.2 nm.

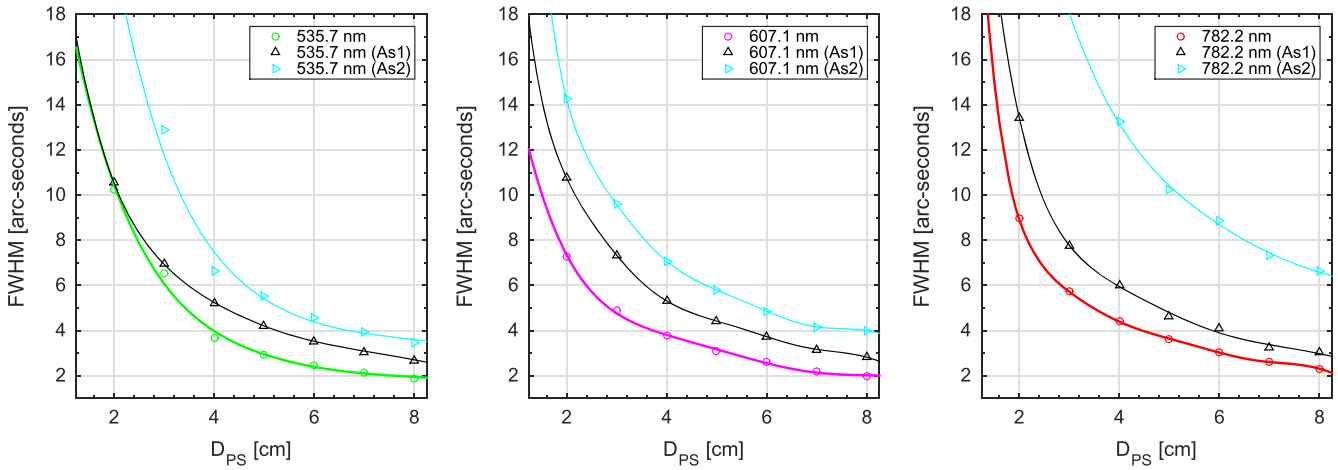

Figure 12. Impact of a 19 nm rms triangular astigmatism defect of the telescope (As1) and of a 57 nm rms defect (As2). Evolution of the solar limb first derivative FWHM for different wavelengths (535.7 nm, left panel; 607.1 nm, middle panel; and 782.2 nm, right panel) as a function of the telescope pupil diameter (D_{PS}), which is comparable to the Fried parameters (r_0).

of these observations outside the atmosphere, we were able to note that the space environment (UV effects, contamination, thermal cycling, etc.), combined with initial defects in telescope calibration (astigmatism, position of the focal plane, etc.), can considerably degrade the measurements taken by our instrument (see measurement obtained with SODISM; Figure 1). The various observations we carried out on the ground and in orbit reveal the usefulness of the developed models (see Section 3) for data correction. In addition, we found that images taken at 782.2 nm were relevant both on the ground and in orbit, and this for different reasons (wavefront of ground-based measurements less subject to phase disturbance by turbulence in the higher wavelengths, and impact of temperature gradient of the space telescope window on PSF lower at 782.2 nm).

4.1. Solar Radius Measurements Obtained by the PICARD Ground-based Facility

Using the different images acquired by the SODISM II instrument, we calculated the observed mean solar radius. It is determined by the IPP of the solar-limb profiles taken at different angular positions of the image. The results presented in Figure 13 (uncorrected data, on the left) were obtained from images acquired at 782.2 nm. The results that we obtain for other wavelengths are similar (Meftah et al. 2014a). They show daily variations of the observed solar radius that are higher at 535.7 nm and at 607.1 nm than at 782.2 nm (effect of turbulence where r_0 is proportional to $\lambda^{\frac{6}{5}}$). The IPP can be obtained from the different solar models. The differences (ΔIPP) in the IPP at 607.1 nm and at 782.2 nm with respect to a reference position at 535.7 nm are relatively small—roughly 30 mas for 782.2 nm, regardless of the solar model used (Table 3). Consequently, the measurements carried out at 782.2 nm are considered as baseline measures. One of the first steps consists in eliminating aberrant measurements through data analysis and in correcting refraction effect data (see graph in the middle of Figure 13). The data selection is explained in more detail by Meftah et al. (2014a). Aberrant measurements were identified as originating from incomplete images (pointing, etc.) and data contaminated by atmospheric effects. Over 25,000 measurements have been made at 782.2 nm since 2011 May. A measurement is obtained from calculating over 4000 inflection points of an image as a function of the angular position (θ). During a day, the various solar radius measurements observed on the ground and corrected for refraction can vary by up to $\pm$0.5 arcsec. Among other things, these variations correspond to the effects of turbulence. By analyzing the change in the solar limb first derivative FWHM at 782.2 nm over time (Figure 11), we find evidence of cyclical fluctuations during the course of the year (mean FWHM at 782.2 nm is near 7.6 arcsec). The fact that these cyclical fluctuations are found to be similar from one year to the next allows us to confirm the stability of our device (very slight instrumental drift). In order to reduce the effect of daily

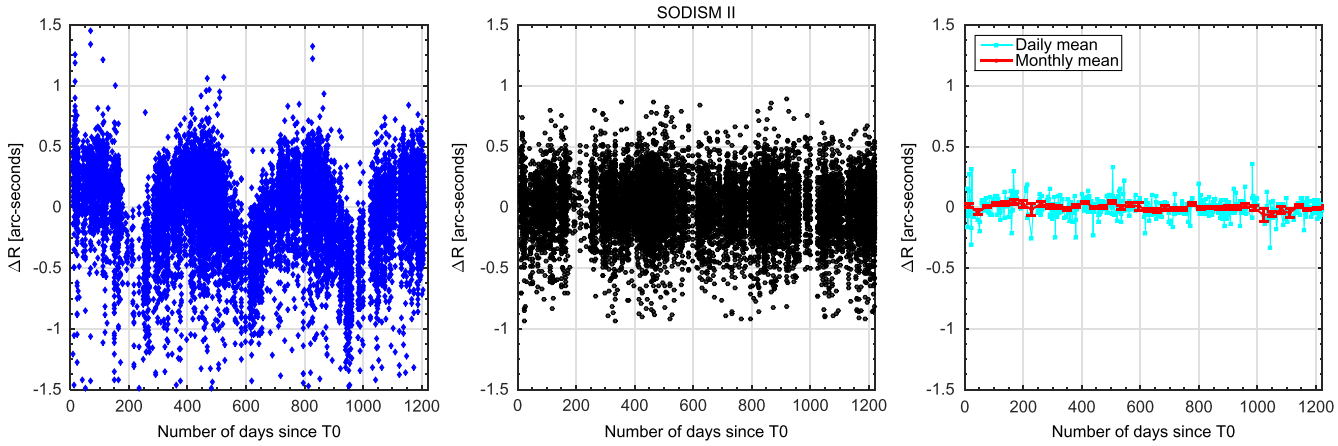

Figure 13. Evolution of the solar radii at one astronomical unit (uncorrected [left panel] and corrected [middle panel]) since the first measurements carried out by SODISM II in 2011 May (*T*0). Right: daily and monthly averages of the corrected solar radius evolution.

Table 3
Difference (ΔIPP) of the Position of the Inflection Point Position at 607.1 nm and 782.2 nm with Respect to the Reference Position at 535.7 nm (for Different Solar Models)

Solar Models	607.1 nm	782.2 nm
ΔIPP VAL81	11.9 mas	30.2 mas
ΔIPP FCH09	13.6 mas	32.8 mas
ΔIPP COSI	10.0 mas	28.0 mas
ΔIPP SH09	9.4 mas	21.2 mas

Note. Some models use theoretical approaches, such as VAL81 (Vernazza et al. 1981), FCH09 (Fontenla et al. 2009), and COSI (COde for solar irradiance; Shapiro et al. 2010). Others are based on physical principles (SH09; Short & Hauschildt 2009).

variation in turbulence, we first take daily mean values from our data (right-hand graph in Figure 13). Additionally, we estimate that the Fried parameter is between 2.3 and 7 cm at 782.2 nm (relationship among the solar limb first derivative FWHM that it is measured by SODISM II, the pupil diameter D_{PS} of the telescope equated to r_0, and the possible astigmatism defect). Similarly, we have a measure at 535.7 nm of the solar limb first derivative FWHM considered near 8.6 arcsec (see Figure 13 of Meftah et al. 2014a). Thus, we estimate that the average Fried parameter is between 2.3 and 3.7 cm at 535.7 nm (see Figure 12 to better understand the likelihood of astigmatism defect). This result is similar to the one we obtained using measurements performed by the MISOLFA instrument. In this study, we are not interested in absolute determination of the solar diameter (impact of measurement bias) but rather in variations in solar diameter over time. Daily mean solar radii are obtained from measurements that are derived from different atmospheric conditions. However, the solar limb first derivative FWHM at 782.2 nm shows no sign of change for long-term measurements. Thus, the monthly averages of solar radii are excellent indicators for our measurements. Finally, we carry out monthly averages of the observed solar radii (on the right in Figure 13). At the start of 2014, the weather conditions were very bad and observations were very limited. We can see the effects of these conditions on our monthly averages of solar radii (Figures 13 and 18). The operation repeatability is important, as is the SODISM II instrumental stability. The SODISM II solar radius at 782.2 nm shows amplitudes (cloud of points) below ±50 mas after 40 months of measurement (Figure 18). The trend of our measurements during the period 2011–2014 shows a solar radius evolution below 25 mas (tendency with a nonsignificant negative slope). This result requires a more detailed analysis (turbulence affects impact, etc.). Indeed, the trend may be of solar origin, of instrumental origin, of atmospheric origin, or a combination of the three.

4.2. Solar Radius Measurements Obtained by PICARD Space Mission

Using various images acquired by SODISM, we calculated the value of the observed mean solar radius over time. The different measurements taken show a temporal drift that is a function of wavelength (see Figure 1). As stated in the previous sections, a temperature gradient in the telescope's front window greater than 5°C leads to significant variations in solar radius measurements related to degradation of the telescope's PSF (Figure 8). Thus, on the basis of optical coating degradation evaluation by a contamination effect (α_f variations), we estimated the evolution of the temperature gradient in the SODISM front window over time (Figure 14). Temperatures range from 8°C to 11.5°C. These temperature variations are compatible with those we calculated (Figure 9) when α_f was taken to be constant. Thus, the slow variations in solar radius observed by SODISM can only be explained by instrumental effects associated with a temperature gradient in the telescope front window and by initial calibration errors. In fact, comparison with the very good measurements taken on the ground demonstrates this state of affairs. Similarly, the spectral effects that we observe are not in phase and can be explained by a temperature gradient, in accordance with the models, which we developed in Section 3.1. Consequently, we can consider SODISM to be a very good indicator of variation in solar radius for short-term period, contrary to SODISM II. The ground instrument is subject to atmospheric effects (short-term, medium-term, and long-term effects) but remains instrumentally stable with time, whereas SODISM is subject to the effects of the space environment (long-term effects). For SODISM, more the wavelength of observation is great (e.g., at 782.2 nm) and more the instrumental effects on the PSF (front window temperature gradient impact) are reduced. Similarly, for SODISM II, more the wavelength of observation is great and more the effects of atmospheric turbulence are less important

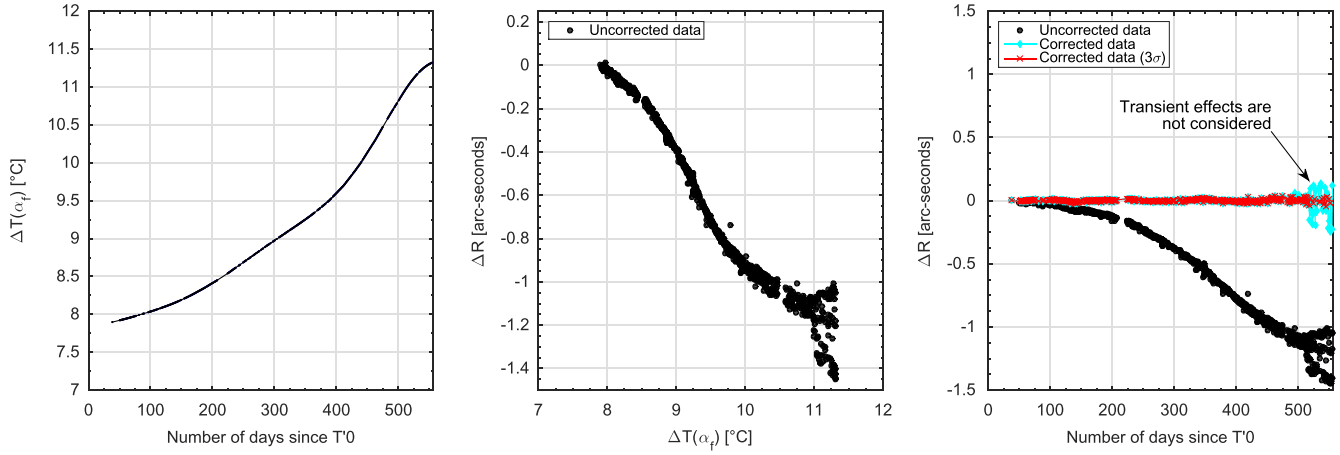

Figure 14. Left: evolution of SODISM front window temperature gradient (obtained from the steady-state thermal model). Middle: relation between temperature gradient and uncorrected solar radii at one astronomical unit. Right: evolution of the solar radii at one astronomical unit (uncorrected and corrected) since the first measurements carried out by SODISM in 2010 August ($T'0$).

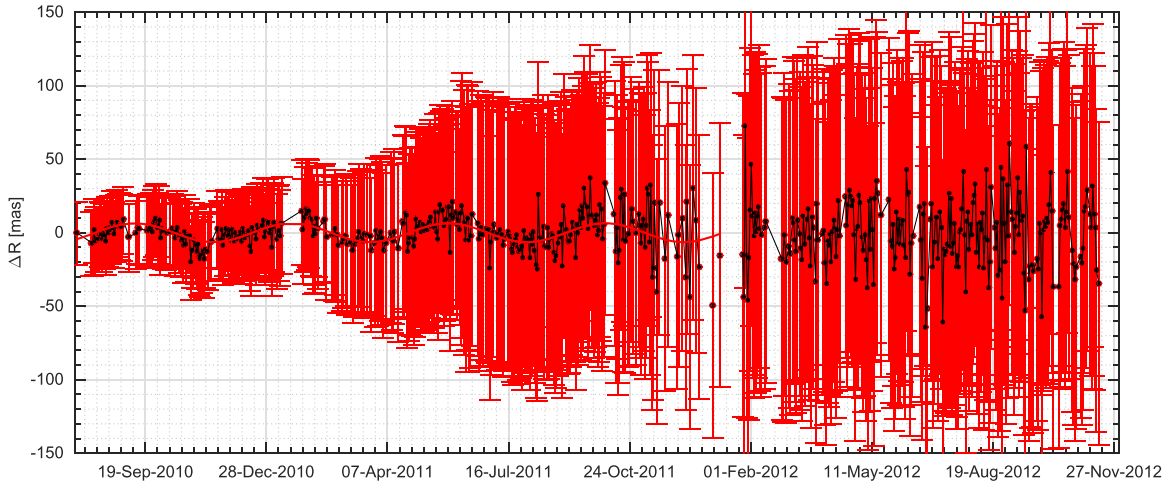

Figure 15. Evolution of daily mean solar radius measured by SODISM, together with associated uncertainties. The evolution is given by the continuous red line (sinusoidal fit). The period of 129.5 days is clearly observable in 2010 and 2011.

(turbulence bias on solar radius measurements). In the PICARD case, the channel at 782.2 nm is optimal. We highlight the importance of ground-based and space measurements. Indeed, our measurements show the benefit of simultaneous measurements obtained from ground and space observatories. As a result, these two means are complementary to each other and represent a feedback for solar observations. We therefore focused in particular on SODISM measurements taken at 782.2 nm. The correction of the solar radius, which is associated with slow drift of our measurements, is shown in Figure 14 (right panel). The cyan curve in Figure 14 shows the evolution of the solar radius obtained after applying the temperature correction (Figure 14, left panel) connected to the solar radius adjustment (see Figure 8). The transient effects observed during eclipses are not taken into account in our model (thermal model's limitation). We thus filter data at 3σ in order to obtain an evolution that corresponds to the stabilized phases of our instrument. Figure 15 gives the evolution of SODISM solar radius, together with associated uncertainties that increase over time. The cloud of points (solar radius measurements) is then fitted by a sine function with a frequency, an amplitude, and a phase. The goodness of the fit is excellent (R^2 coefficient of determination of 0.97). Peak-to-peak amplitude of the solar radius fit is close to 13 ± 1 mas (statistical uncertainty with 95% confidence bounds). Moreover, the obtained results highlight a periodicity of 129.5 ± 1.0 days. In 2012, this periodicity is difficult to detect (Figure 16). In closing, SODISM solar radius amplitudes (cloud of points) are smaller than ±20 mas (i.e. ±14.5 km) for the years 2010–2011.

By the end of 2011, the variations of the solar radius during an orbit become more important. Similarly, periods of eclipses from 2011 November have a significant impact on the variations of the solar radius (Figure 1). In late 2011, the deterioration in the UV band (Figure 2) is significant (more than 90% at 215.0 nm). In late 2011, the front window mechanical interface temperature (θ_{out}) continues to increase (about 35°C), which is between 20°C and 35°C during periods of eclipses between 2011 November and 2012 February (Figure 5). But what is most critical is that the temperature gradient of the front window has found a balance between 10°C and 12°C. This temperature gradient range corresponds to an unstable region of the solar radius determination (Figure 8, right panel). Indeed, in this temperature gradient range, determining the inflection point is more complex (Figure 7). In addition, from mid-2011, the uncertainty of the temperature

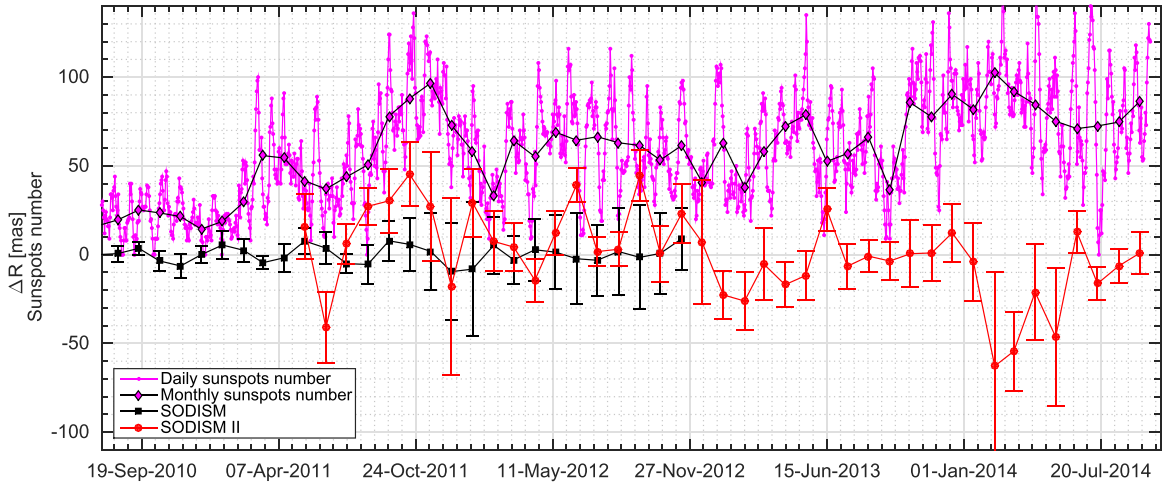

Figure 16. Evolution of monthly mean solar radius variations (SODISM and SODISM II) vs. daily and monthly mean number of sunspots. Error bars represent statistical uncertainty at 1σ. The period of 129.5 days is not clearly visible in 2012, where the dispersion of the data in this period is greater.

gradient determination increases significantly (Figure 15). This demonstrates that the problem is not trivial and requires a more detailed analysis during this period.

4.3. Source of Signal Taken by Both Instruments

PICARD ground-based and space observatories represent a joint venture to study the Sun. Thus, we need to establish data linkages with SODISM and SODISM II. Figure 16 gives PICARD solar radius variations based on the monthly averaged values. Through these data, there is no significant common source of signal taken by both instruments. Pearson's correlation coefficient (k_p) between SODISM and SODISM II solar radius variations is near 0.1. Similarly, Pearson's correlation coefficient between SODISM solar radius variations and monthly mean sunspot numbers is close to 0.04. Moreover, there is a very low decreasing linear relationship (anticorrelation) between SODISM II solar radius variations and monthly mean sunspot number. However, this relationship is not clearly defined ($k_p = -0.14$). To better analyze the signal taken by both instruments, we also used spectral analysis. In order to further look for periodicities, we computed the Lomb–Scargle (Lomb 1976; Scargle 1982) periodograms using the full time series of SODISM and SODISM II solar radius measurements. The Lomb–Scargle periodogram analysis is a commonly used first approach for spectral analysis of uneven time series. Its main interest is that it avoids the use of interpolation or any other means of filling the gaps, which are needed when applying a classical Fourier transform. In Figure 17, we show the two Lomb–Scargle periodograms with estimates of significance levels against the null hypothesis of random noise. For space data covering years 2010–2011 (SODISM), the peak around 129 days of periodicity, already obtained from our sine-wave fitting, is found to be significant at the 99% confidence level. There is also a periodicity around 38 days (99% confidence level) associated with solar radius variation of very low amplitude (±2 mas). For ground-based data, covering years 2011–2014 (SODISM II), only one peak for periodicity around 82 days is found to be significant at the 95% confidence level. A periodicity around 27 days, corresponding to the synoptic solar rotation rate, was previously found in the analysis of Calern and Rio Astrolabe measurements over cycles 21, 22, and 23 (Moussaoui et al. 2001; Qu et al. 2015). This periodicity is not found to be significant in our analysis of both space- and ground-based full-time data over the rising phase of cycle 24. The periodicity around 82 days has previously been interpreted as a possible second harmonic of the rotation rate. However, without significant signal for the main peak (27 days) and first harmonic (54 days), this interpretation is doubtful in our case. The interpretation of the only significant periodicity around 129 days found in the SODISM space data is not obvious, but we notice that a similar periodicity has been reported in solar flare occurrence during cycle 23 (Bai 2003) and a close periodicity was found in the frequency shifts of low-degree p-modes over cycle 22 and the rising phase of cycle 23 (123.7 days; Salabert et al. 2002). In the Calern Astrolabe solar radius measurements over cycles 21 and 22, a periodicity of 122.3 days was also found to be significant by Moussaoui et al., but it was not found by Qu et al. (2015) in their analysis of the Rio Astrolabe data over cycle 23. This is a first attempt to look for high-frequency signal in our new time series of ongoing radius measurements covering more than 4 yr. With the main periodicity for solar activity being around 11 yr, it is clear, however, that we have to wait for a longer homogeneous time series, over which we will be able to perform more detailed spectral analysis.

4.4. Fluctuations in the Solar Radius as a Function of Solar Activity

From PICARD measurements and models, we can determine solar radius fluctuations as a function of solar activity during the rising phase of cycle 24 (Figure 18). This particular cycle is the smallest since solar cycle 14. Our ground-based observations (2011–2014 period) could not find any direct link between solar activity and significant fluctuations in solar radius (with amplitudes around ±50 mas). In fact, we find no relationship between the significant fluctuations in solar radius and the change in the TSI, which is connected with the number of sunspots. By contrast, measurements taken by SODISM (2010–2011 period) highlight a ±6.5 mas variation in the solar radius with a periodicity of 129.5 ± 1.0 days. However, no significant variation of the solar radius (greater than ±20 mas) has been observed. Thus, there is no direct link with solar activity for significant variation of the solar radius for the years

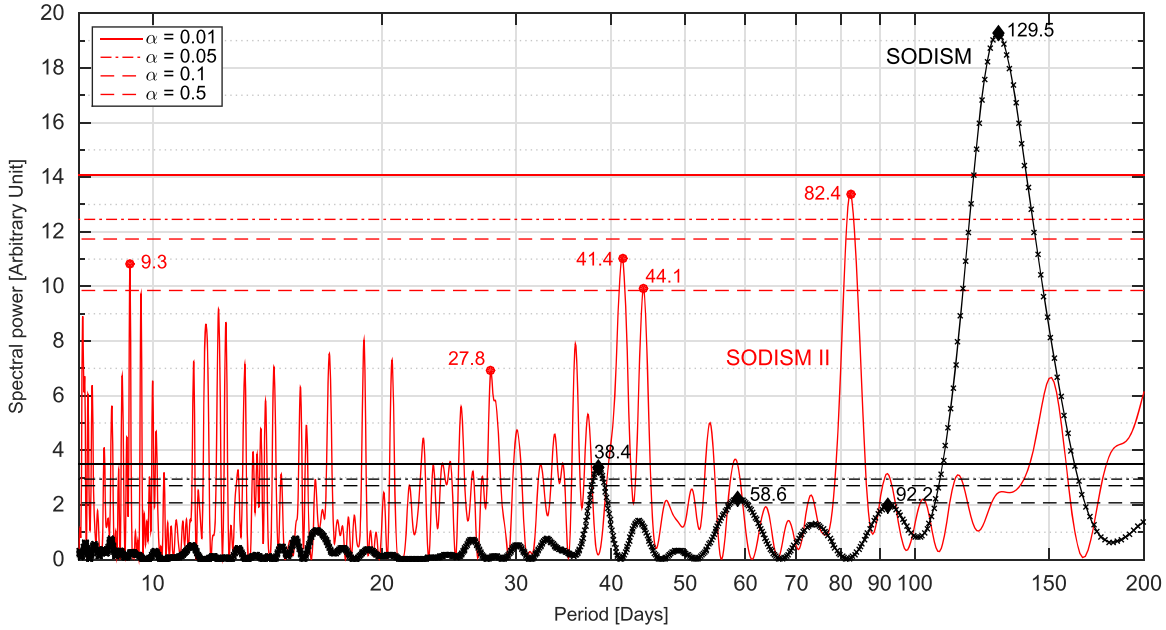

Figure 17. Lomb–Scargle periodogram of two time series (SODISM and SODISM II solar radius variations) with statistical significance levels ($\alpha = 0.01$ corresponds to 99% significance level). Periodicities of the solar radius variations from a few days to 200 days. SODISM observations were made from 2010 to 2011. SODISM II observations were made from 2011 to 2014.

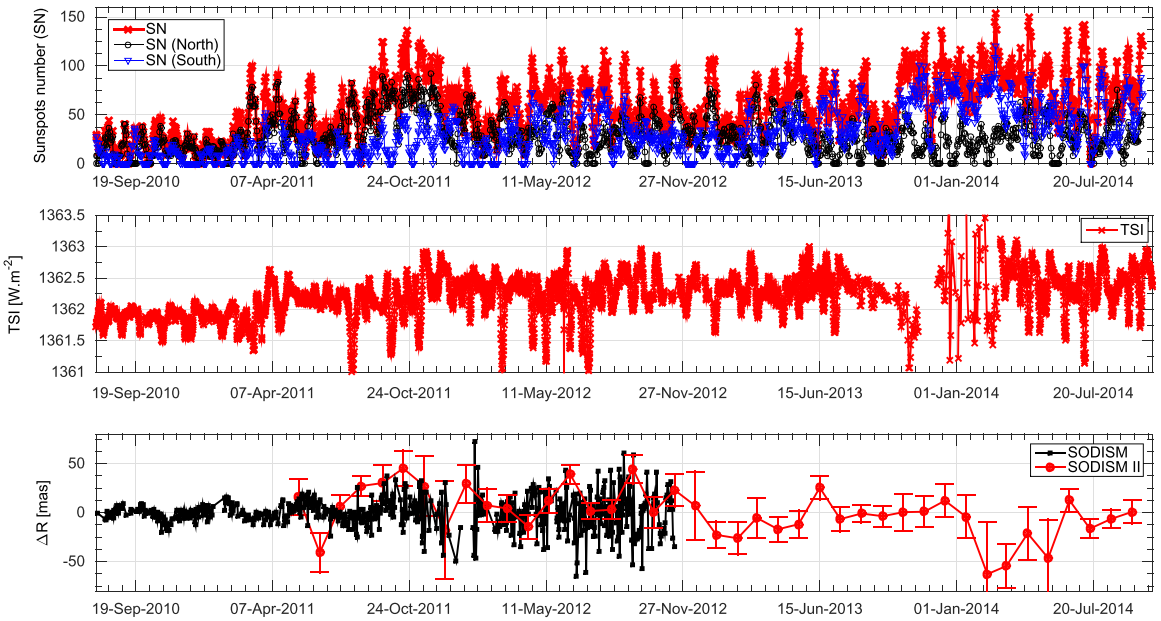

Figure 18. Top: evolution of solar activity characterized by the number of sunspots. Middle: evolution of total solar irradiance since 2010 August. Bottom: evolution of solar radius measured by the SODISM space instrument and by the SODISM II ground instrument.

2010–2011. Moreover, we obtain overlapping results between those obtained by SODISM and those obtained by SODISM II. After 2012, the amplitudes measured by SODISM are greater owing to the increase of the instrument degradation. The rising phase of solar cycle 24 became apparent as of 2011, a period in the course of which we have useable observations, and where no significant relationship with TSI is detectable. The study of variations in TSI is important in order to understand how the Sun affects the Earth's climate. In fact, it seems that the observed TSI variations result from the contribution of a certain number of solar surface characteristics with different combinations of magnetic and radiative intensities. These characteristics are traditionally classified according to different structures (the quiet Sun, the photospheric sunspots, the plages and faculae that are characterized by strong magnetic fields, and the network that is intermediate in the intensity of the magnetic field and intensity of radiation). All these structures (Figure 19) contribute partially to variations in the TSI. Using solar images in the continuum, along with magnetograms, the Spectral And Total Irradiance REconstructions (SATIRE) model makes it possible to reconstruct TSI during solar cycles 21 to 23. This model thus explains 92% of TSI variations between 1978 and 2009 and over 96% during solar cycle 23 (Ball et al. 2012). From the measurements we performed, we

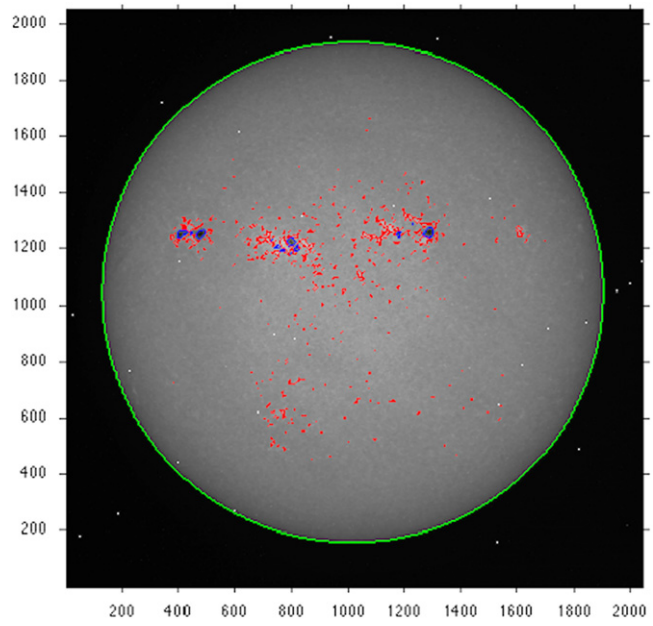

Figure 19. Image at 393.37 nm taken by the SODISM instrument (CCD with 2048 × 2048 pixels) that can highlight sunspots (blue areas), plages, and faculae (red areas). The image is at a wavelength that allows the active region detection, which provides information for solar limb measurements. The solar disk is represented by the green contour.

can confirm that the contribution of solar radius fluctuations is weak with regard to TSI variations and that they are estimated to be less than 3% during the rising phase of solar cycle 24. Our results are compatible with the work of Ball et al. and with measurements carried out by MDI. As a conclusion, combining the measurements made by MDI, SODISM II, and SODISM, we can create a composite associated with the evolution of the solar radius, which shows no clear relationship between solar activity and significant fluctuations in the observed solar radius during cycles 23 and 24 (Figure 20).

5. CONCLUSIONS

The measurements taken by the instruments on board the *PICARD* satellite were completed by the ground-based measurements. This has made it possible to understand and model the disruptive effect of the Earth's atmosphere on solar observations conducted from the ground. Among the ground-based instruments, a replica of the SODISM imaging telescope coupled to a MISOLFA turbulence monitor were and continue to be used. Measurements performed by instruments on the PICARD mission have allowed us to establish the evolution of the solar radius during the rising phase of solar cycle 24. It highlights the complementarity of the measurements made on the ground and outside the atmosphere. For this, we developed specific methods in order to correct the various measurements. Fluctuations in the observed solar radius with the SODISM II instrument show amplitudes below ±50 mas after 40 months of measurement. The 50 mas amplitudes obtained from SODISM II could be from the instrument and/or Earth atmosphere for periods when the comparison is possible with the space instrument SODISM (in 2011, where there is a relatively large variation in the solar activity). Moreover, ground-based measurements over the period 2011–2014 show a nonsignificant negative trend. Indeed, the trend uncertainty requires a more detailed analysis. Our ground-based observations could not find any direct link between solar activity and significant fluctuations in solar radius, considering that the variations, if they exist, are included in measurement uncertainty. Similarly, on the basis of measurements carried out by SODISM in orbit, we obtain amplitudes in the solar radius that are smaller than ±20 mas (i.e. ±14.5 km) for the years 2010–2011. Our space observations could not find any direct link between solar activity and significant fluctuations in solar radius (greater than ±20 mas). Thus, we were able to confirm, from the measurements we made, that the contribution of solar radius fluctuations is low with regard to variations in TSI. However, we must continue our ground-based measurements to better quantify these variations during this very particular solar cycle. Indeed, we find a small variation of the solar radius from space measurements with a typical periodicity (±6.5 mas variation in the solar radius with a periodicity of 129.5 ± 1.0 days).

We hope that the PICARD ground-based mission will continue its measuring campaign during the descending phase of solar cycle 24.

This work has been supported by the CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) and by the French Space Agency (Centre National d'Etudes Spatiales). We also wish to thank PNST (Programme National Soleil-Terre) for his support. We acknowledge OCA, LAGRANGE, and LATMOS for their continuous support in maintaining and operating the "PICARD SOL" instruments.

APPENDIX A
DETERMINATION OF THE SOLAR ABSORPTION COEFFICIENT (α_f)

Radiative thermal exchanges are related to electromagnetic ray emission and absorption phenomena by the areas in question. In the case of a semitransparent material such as our front window, absorption $A(\lambda)$ is dependent on transmission $\tau(\lambda)$, $\varrho_0(\lambda)$, and wavelength λ:

$$A(\lambda) = 1 - \tau(\lambda) - \varrho_0(\lambda) \tag{7}$$

$$\tau(\lambda) = f\left(\tau_0(\lambda), t_\lambda\right) \tag{8}$$

$$\varphi_S \simeq \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} 2\pi \times \frac{R_\odot}{d_{\mathrm{Sun}}} \times \frac{h \times c^2}{\lambda^5 \times e^{\frac{h\times c}{\lambda \times k \times T_{\mathrm{eff}}}} - 1} d\lambda \tag{9}$$

$$\alpha_f = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} 2\pi \times \frac{R_\odot}{d_{\mathrm{Sun}}} \times \frac{h \times c^2}{\lambda^5 \times e^{\frac{h\times c}{\lambda \times k \times T_{\mathrm{eff}}}} - 1} \times A(\lambda) d\lambda}{\varphi_S}, \tag{10}$$

where $\tau_0(\lambda)$ corresponds to the initial transmission of our window measured in the laboratory as a function of wavelength (Meftah et al. 2014d), and t_λ corresponds to normalized telescope transmissions. The solar spectrum ranges from a few nm (λ_1) to several dozen μm (λ_2). $R_\odot$ corresponds to the solar radius (696,156 km), d_{Sun} represents the Earth–Sun distance at one astronomical unit (149, 597, 870 km), h is associated with Planck's constant (6.626×10^{-34} J s), c represents the speed of light in vacuum (299, 792, 458 m s^{-1}), k is the Boltzmann constant (1.38×10^{-23} J K^{-1}),

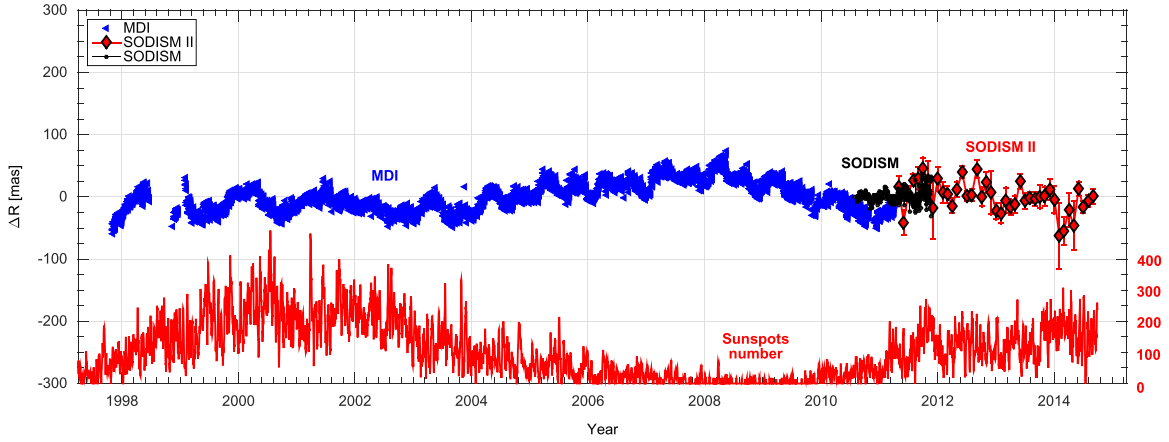

Figure 20. Evolution of solar radius variations measured by the two space instruments (MDI and SODSIM), and by the ground reference instrument (SODISM II) during solar cycles 23 and 24.

and $T_{\rm eff}$ is the effective temperature of the Sun assimilated to a blackbody (5778 K).

APPENDIX B
DETERMINATION OF THE REFRACTION PARAMETERS ($\alpha_r(T_a, P_a, f_h, \lambda)$ and $\beta(T_a)$)

$\alpha_r(T_a, P_a, f_h, \lambda)$ is the air refractivity for local atmospheric conditions at a given wavelength, and $n(T_a, P_a, f_h, \lambda)$ is the refractive index of air at the instrument (Ciddor 1996):

$$\alpha_r\left(T_a, P_a, f_h, \lambda\right) = n\left(T_a, P_a, f_h, \lambda\right) - 1. \quad (11)$$

$\beta(T_a)$ is the ratio between the height of the equivalent homogeneous atmosphere and the Earth radius of curvature at the observer position assuming the ideal gas law for dry air:

$$\beta\left(T_a\right) = \frac{P_a}{\rho \times g \times r_c} = \frac{C_a \times T_a}{r_c}, \quad (12)$$

where ρ is the air density, g is the gravity acceleration, C_a is a constant equal to 29.255 m K^{-1} (on the assumption that the ideal gas law is obeyed), and r_c represents the curvature of the Earth at Calern (~6,367,512 m).

REFERENCES

Bai, T. 2003, ApJ, 591, 406
Ball, R. S. 1908, A Treatise on Spherical Astronomy (Cambridge: Cambridge Univ. Press)
Ball, W. T., Unruh, Y. C., Krivova, N. A., et al. 2012, A&A, 541, A27
Borgnino, J., Ricort, G., Ceppatelli, G., & Righini, A. 1982, A&A, 107, 333
Braun, H., Christl, M., Rahmstorf, S., et al. 2005, Natur, 438, 208
Bush, R. I., Emilio, M., & Kuhn, J. R. 2010, ApJ, 716, 1381
Ciddor, P. E. 1996, ApOpt, 35, 1566
Eddy, J. A., & Boornazian, A. A. 1979, BAAS, 11, 437
Fontenla, J. M., Curdt, W., Haberreiter, M., Harder, J., & Tian, H. 2009, ApJ, 707, 482
Fried, D. L. 1966, JOSA, 56, 1372
Gilliland, R. L. 1981, ApJ, 248, 1144
Hauchecorne, A., Meftah, M., Irbah, A., et al. 2014, ApJ, 783, 127
Hestroffer, D., & Magnan, C. 1998, A&A, 333, 338
Irbah, A., Meftah, M., Hauchecorne, A., et al. 2014, Proc. SPIE, 9143, 42
Kuhn, J. R., Bush, R. I., Emilio, M., & Scherrer, P. H. 2004, ApJ, 613, 1241
Laclare, F., Delmas, C., Coin, J. P., & Irbah, A. 1996, SoPh, 166, 211
Lomb, N. R. 1976, Ap&SS, 39, 447
Meftah, M., Corbard, T., Irbah, A., et al. 2014a, A&A, 569, A60
Meftah, M., Dewitte, S., Irbah, A., et al. 2014b, SoPh, 289, 1885
Meftah, M., Hauchecorne, A., Crepel, M., et al. 2014c, SoPh, 289, 1
Meftah, M., Hochedez, J.-F., Irbah, A., et al. 2014d, SoPh, 289, 1043
Morand, F., Delmas, C., Corbard, T., et al. 2010, CRPhy, 11, 660
Moussaoui, R., Irbah, A., Fossat, E., et al. 2001, A&A, 374, 1100
Parkinson, J. H., Morrison, L. V., & Stephenson, F. R. 1980, Natur, 288, 548
Qu, Z. N., Kong, D. F., Xiang, N. B., & Feng, W. 2015, ApJ, 798, 113
Rozelot, J. P., & Damiani, C. 2012, EPJH, 37, 709
Salabert, D., Jiménez-Reyes, S. J., Fossat, E., Gelly, B., & Schmider, F. X. 2002, From Solar Min to Max: Half a Solar Cycle with SOHO, ed. A. Wilson (ESA SP-508; Noordwijk: ESA), 95
Scargle, J. D. 1982, ApJ, 263, 835
Shapiro, A. I., Schmutz, W., Schoell, M., Haberreiter, M., & Rozanov, E. 2010, A&A, 517, A48
Shapiro, I. I. 1980, Sci, 208, 51
Short, C. I., & Hauschildt, P. H. 2009, ApJ, 691, 1634
Sofia, S., Girard, T. M., Sofia, U. J., et al. 2013, MNRAS, 436, 2151
Toulmonde, M. 1997, A&A, 325, 1174
Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1981, ApJS, 45, 635

Chapitre 6

Conclusions et Perspectives

6.1 Conclusions

"Measurements of the solar diameter originally attracted attention because they seemed to offer a unique diagnostic of otherwise unobservable internal temperature variations. However, the amplitude of reported diameter variations has decreased with improved measurement techniques. Separate analyses of the data from the Michelson Doppler Imager (MDI) instrument on the SOHO spacecraft, using both heliometric and helioseismic techniques, show no evidence of secular trends in diameter, or variations attributable to the 11-year cycle, at the level of a few milliarcseconds (a few kilometers on the Sun). This is consistent with, but ten times better than, upper limits from the best ground-based measurements of the Sun's diameter. Conflicting detections nearly two orders of magnitude larger continue to be cited, however. If diameter variations were detected within the tight upper limits they would be quite small relative to variations in TSI, indicating an origin in layers close below the surface. Thus, it is unlikely that diameter measurements can reveal deeper-lying sources of solar irradiance variation, as was originally hoped. In fact, they put strict limits on the presence of such sources. Their small amplitude also implies that changes in the size of the solar disk contribute negligibly to the TSI."

Ce passage a été tiré du papier de Foukal et al (2006) sur les variations de l'irradiance solaire totale sur le climat de la Terre. Le rayon du Soleil est un paramètre important dont les estimations ne semblent pas être sujet de consensus. Sa détermination avec précision est cependant indispensable pour différentes raisons. Les variations observées de l'irradiance totale bien qu'elle puissent être expliquées à plus de 90% par les variations de luminosité dues aux zones actives (facules, taches solaires et plages), restent mal expliquées. Ces variations ont une influence sur le climat terrestre, d'où l'intérêt de suivre la mesure du rayon qui pourrait contribuer au reste des variations de TSI.

Certes, les meilleures mesures sont celles obtenues dans l'espace mais les durées des missions spatiales limitent le suivi à long terme de la mesure du rayon. Il est donc nécessaire de mesurer avec précision durant une période assez longue pour pouvoir déceler d'éventuelles variations du rayon solaire. Les mesures depuis le sol sont très affectées par l'atmosphère terrestre. Nous avons montré à travers l'étude théorique et des simulations numériques comment l'atmosphère terrestre dégrade la qualité des images astronomiques. Trois phénomènes agissent sur la propagation des rayons lumineux à travers l'atmosphère, il s'agit de la turbulence optique, de la réfraction et de la diffusion par les aérosols.

La mission spatiale PICARD et son segment sol s'inscrivent dans cette logique. L'objectif de ma thèse a été de comprendre l'effet des paramètres de l'atmosphère sur la mesure au sol du rayon par imagerie du disque solaire entier. J'ai présenté dans ce manuscrit l'ensemble des outils développés pour calibrer les données et extraire les observables. Les mesures du rayon avec

l'instrument SODISM2 montrent une très bonne stabilité après correction et calibration. Nous retrouvons des dispersions des rayons bruts n'excédant pas 240 mas aux différentes longueurs d'ondes d'observation, ce qui est remarquable pour un instrument au sol. Cependant, un certain nombre de difficultés ont été rencontrées pour les calibrations radiométriques des données au sol. Nous avons dû inventer une nouvelle méthode pour corriger nos images du flat field car les méthodes qui existaient dans la littérature (la méthode KLL entre autres) ne donnaient pas de bons flat field. Ceux-ci sont bruités alors que les flat field obtenus en utilisant notre nouvelle méthode sont meilleurs et permettent de corriger les images. Par ailleurs, la présence d'un certain nombre de lignes mortes sur le CCD introduisait un gradient important dans les images, nous avons réalisé une interpolation après correction de courant d'obscurité.

De même pour les images et signaux de l'instrument MISOLFA, des améliorations ont été apportées à l'instrument suite à des problèmes liés aux parasites sur la voie pupille et à des dérives de l'instrument durant les premiers mois de son fonctionnement. Pour l'interprétation des mesures nous avons choisi le modèle multi-couches après avoir montré que le modèle à une seule couche dite équivalente n'est pas approprié.

Nous avons obtenu les premiers résultats de l'instrument MISOLFA avec les deux voies de mesures complètement opérationelles. Nous avons montré la capacité d'extraire des profils de $C_n^2(h)$ et de $L_0(h)$ par l'ajustement de la fonction de structure des fluctuations des angles d'arrivée. Une calibration entre les fluctuations des angles d'arrivée observées sur le limbe (voie image) et les fluctuations d'intensité au niveau de la pupille réimagée montrent une relation linéaire. Ceci vient confirmer la démonstration théorique et les études précédentes concernant l'observation plan pupille pour la caractérisation de la turbulence (Borgnino and Martin 1977b; Borgnino 1978; Berdja et al. 2004).

Nous avons montré à l'aide de simulations numériques l'effet de l'échelle externe sur l'estimation du paramètre de Fried en utilisant la variance des fluctuations des angles d'arrivée. Cet effet est plus important pour les petites valeurs de l'échelle externe. Ceci vient confirmer les résultats de l'étude menée par Borgnino et al. (1992). Suite à la calibration entre les deux voies de mesure de MISOLFA, nous avons obtenu les premières estimations des paramètres spatiaux en utilisant la voie pupille. Les résultats montrent un bon accord avec les estimations de la voie image obtenues par l'intégration des profils de $C_n^2(h)$ et par l'utilisation de la variance des fluctuations des angles d'arrivée en prenant une valeur finie de l'échelle externe (intégration du profil de $L_0(h)$). Les premières mesures du temps caractéristique des angles d'arrivée donnent une valeur moyenne de celui-ci à 5.3 ms$\pm$3.2 ms en exploitant les données issues de la sous-pupille de 0.5 mm de diamètre. Les mesures des autres sous-pupilles donnent des valeurs proportionnelles à la surface collectrice comme attendu (Ziad et al. 2012).

Une étude par simulation numérique que j'ai entrepris montre l'effet des paramètres spatiaux et temporels de la turbulence sur les images longues poses de type SODISM2. L'étude s'inscrit dans la même logique que celle menée par Lakhal et al. (1999). Elle montre un effet systématique de diminution de l'erreur sur l'estimation du rayon avec l'augmentation du paramètre de Fried. Cet effet est dépend aussi de la longueur d'onde. Les longueurs d'onde les moins affectées sont celles à 782 nm et 1025 nm. Pour cette dernière, la dynamique des images est plus faible à cause de la réponse du CCD moins bonne à cette longueur d'onde. L'effet systématique est aussi observé pour différentes valeurs de l'échelle externe. Pour les petites valeurs de cette dernière, le

biais introduit par la turbulence sur l'estimation du rayon est plus faible. Nous avons aussi étudié l'effet du temps caractéristique sur le biais qui s'avère plus important pour les faibles valeurs du temps caractéristique de la turbulence. Inversement pour le temps de pose, l'effet systématique augmente le biais sur l'estimation du rayon avec le temps de pose jusqu'à stagner à partir de 250 ms de temps de pose. Ceci montre l'intérêt des mesures faites par MISOLFA et la nécessité de les exploiter et de les poursuivre.

Dans la dernière partie du manuscrit, j'ai présenté le papier Meftah et al. (2015) dans lequel nous exposons une première approche pour le raccordement des mesures sol et espace. A cause d'une contamination de la fenêtre d'entrée de l'instrument SODISM à bord de PICARD, des variations thermiques de cette dernière ont vraisemblablement détérioré la qualité des images. Pour comprendre cela, nous avons à la fois réalisé des séries de tests en chauffant la fenêtre d'entrée sur SODISM2 qui est la copie conforme (modèle de qualification) de SODISM, et modélisé le comportement de cette la fenêtre d'entrée. Trois modèles ont été présentés qui concernent l'otique, la mécanique et la thermique. Nous avons ensuite utilisé cette modélisation pour compenser les variations observées sur les rayons mesurés à 782 nm. Nous obtenons après correction des variations en dessous de 50 mas la première année mais un signal qui se dégrade pour les dernières années de son fonctionnement. Le périodogramme de ces rayons montre un pic significatif à 129.5 jours. Par contre, nous ne pouvons conclure sur d'éventuelles variations du rayon à long terme que ce soit avec les données SODISM ou SODISM2. Une légère pente négative de 12 mas par an a été détectée sur les mesures, mais elle demeure non significative compte tenue de la dispersion des mesures. Ce que nous pourrions dire c'est que vu la stabilité des mesures SODISM2, nous pourrions détecter des variations supérieures à 50 mas sur le long terme à condition bien sûr que l'instrument reste stable pendant cette période. Pour cela nous devons poursuivre notamment les calibrations régulières sur doublets d'étoiles.

Une dépendance en longueur d'onde a été observée sur les rayons mesurés au sol et dans l'espace. Cela a été confirmé par un papier récent de Rozelot et al. (2015) qui ont utilisé nos résultats entre autres pour montrer la dépendance du rayon et ajusté les différentes mesures par une parabole. Cette dépendance peut être expliquée en partie par la profondeur dans la photosphère qui correspond aux longueurs d'ondes utilisées mais nous avons montré que des effets chromatiques d'astigmatisme peuvent intervenir.

6.2 Perspectives

Une des premières choses envisagées est la calibration des mesures de MISOLFA avec un autre instrument tel que le S-DIMM et/ou PBL. Une première calibration interne a été faite entre les deux voies mais demeure insuffisante. Les mesures du rayon obtenues à partir des images SODISM2 après toutes les corrections (flat field, réfraction et distorsion) et les calibrations montrent une très bonne stabilité. La dispersion des rayons bruts n'excède pas 240 mas, les moyennes journalières sont en dessous de 100 mas et les moyennes mensuelles présentent moins de 50 mas de dispersion. Cette stabilité nous encourage à poursuivre les mesures pour couvrir au moins un cycle solaire.

Afin de réduire les dispersions des rayons bruts, il nous faut les corriger de l'effet de la turbulence optique. Les simulations, bien qu'elles soient faites dans l'hypothèse de l'isoplanétisme,

sont un indicateur de l'effet systématique introduit par la turbulence. Nous devrions utiliser les mesures MISOLFA, notamment le r_0, le $\mathcal{L}_0$ et τ_0, associées aux résultats des simulations pour corriger le biais de la turbulence. En absence de mesures MISOLFA simultanées avec la mesure du rayon, nous pourrions utiliser la largeur du limbe comme indicateur sur la valeur du r_0 et ainsi corriger de son effet systématique. Une deuxième alternative est d'estimer le r_0 à partir des MTFs extraites des images SODISM2. Cette méthode nécessite néanmoins une calibration avec un autre instrument. Nous avons confirmé une conclusion faite par Bell et al. (1999) qui annonçaient une sous-estimation du r_0 avec cette méthode.

Nous avons vu au cours du chapitre 5 que les deux composantes turbulence et aérosols agissent potentiellement sur la réponse de l'ensemble atmosphère + télescope. L'étude de l'effet des aérosols n'a pas été poussée car les premiers résultats montrent que l'effet de la turbulence domine. J'envisage cependant de reprendre les analyses notamment par l'exploitation des données du photomètre.

Finalement, au vu de l'étude menée dans le cadre de cette thèse, je peux conclure que la procédure de mesure du rayon en utilisant des images pleines, associée à un moniteur de turbulence donne des résultats meilleurs que les méthodes des astrolabes à condition d'effectuer toutes les corrections nécessaires. Compte tenu des dispersions, les variations du rayon seront détectées si elles sont aussi importantes que celles obtenues par les astrolabes durant les cycles 21, 22 et 23. Le système et les procédures peuvent toutefois encore être améliorées. Pour la mesure au sol, une meilleure régulation en température permettrait de réduire encore les effets saisonniers et l'utilisation de toute la dynamique du CCD sur la zone du limbe permettrait probablement de réduire encore la dispersion des mesures. Les acquisitions des images doit pouvoir se faire à une cadence plus grande avec des temps de pose en dessus de la seconde. L'augmentation de la cadence permettrait en effet d'avoir facilement des flat field de meilleure qualité puisque les conditions de turbulence varieront peu durant l'acquisition de la série d'images. La mesure simultanée et systématique des paramètres de la turbulence est difficile non seulement car les séquences d'images qui doivent être acquises sont volumineuses et la stabilité instrumentale doit être très bien contrôlée mais aussi parce que l'interprétation des mesures fait intervenir des modèles de la turbulence qui doivent être suffisamment contraints a-priori. J'ai toutefois montré dans ce travail que lorsque ces difficultés sont franchies, les paramètres obtenus permettent effectivement d'estimer les biais et incertitudes nécessaires pour corriger la mesure du rayon de l'effet de la turbulence.

Pour une éventuelle mission spatiale dédiée, l'idéal est d'avoir un instrument au point de Lagrange L1 pour éviter les problèmes rencontrés sur PICARD qui sont dus à son orbite héliosynchrone. Il est important d'utiliser des composants robustes et d'être plus attentif aux nettoyage de toutes les substances qui peuvent se dégazer et contaminer les surfaces optiques. Ainsi il faut choisir des longueurs d'onde dans le continuum photosphérique et éviter les longueurs d'onde de l'ultraviolet pour lesquelles les filtres se dégradent plus rapidement .

Bibliographie

Allen, C. W. (1973). *Astrophysical quantities*. (Cité en page 48.)

Antia, H. M. and Basu, S. (2004). Temporal Variations in the Solar Radius ? In Danesy, D., editor, *SOHO 14 Helio- and Asteroseismology : Towards a Golden Future*, volume 559 of *ESA Special Publication*, page 301. (Cité en page 44.)

Antia, H. M., Chitre, S. M., and Thompson, M. J. (2000). The Sun's acoustic asphericity and magnetic fields in the solar convection zone. *A&A*, 360 :335–344. (Cité en page 44.)

Auer, L. H. and Standish, E. M. (2000). Astronomical Refraction : Computational Method for All Zenith Angles. *AJ*, 119 :2472–2474. (Cité en page 23.)

Auwers, A. (1891). Der Sonnendurchmesser und der Venusdurchmesser nach den Beobachtungen an den Heliometern der deutschen Venus-Expeditionen. *Astronomische Nachrichten*, 128 :361. (Cité en pages 2 et 35.)

Avila, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., Agabi, A., and Tokovinin, A. (1997). Theoretical spatiotemporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the grating scale monitor experiment. *Journal of the Optical Society of America A*, 14 :3070–3082. (Cité en pages 13, 92 et 112.)

Baldini, A. A. (1963). Formulas for computing atmospheric refraction for objects inside or outside the atmosphere. *GIMRADA Research Note*, (8). (Cité en page 21.)

Barrell, H. and Sears, J. E. (1939). The refraction and dispersion of air for the visible spectrum. *Phylosophical transactions of the royal society A*, 238. (Cité en page 21.)

Batchelor, G. K. (2000). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press. Cambridge Books Online. (Cité en page 6.)

Beckers, J. M. (2001). A Seeing Monitor for Solar and Other Extended Object Observations. *Experimental Astronomy*, 12 :1–20. (Cité en page 86.)

Beckers, J. M. and Liu, Z. (2002). Solar Seeing Measurements at the Fuxian Lake Observatory. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts #200*, volume 34 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 735. (Cité en page 87.)

Bell, E. F., Hill, F., and Harvey, J. W. (1999). Estimation Of Seeing Quality Using Low-Resolution Solar Image Data. *Sol. Phys.*, 185 :15–34. (Cité en pages 147 et 172.)

Berdja, A., Irbah, A., Borgnino, J., and Martin, F. (2004). Simulation of pupil-plan observation of angle-of-arrival fluctuations in daytime turbulence. In Gonglewski, J. D. and Stein, K., editors, *Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems VI*, volume 5237 of *Proc. SPIE*, pages 238–248. (Cité en pages 102, 108, 114 et 170.)

Berdja, M. (2007). *Effets de la Turbulence Atmosphérique lors de l'Observation du Soleil à Haute Résolution Angulaire*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis. (Cité en page 12.)

Berkefeld, T., Bettonvil, F., Collados, M., López, R., Martín, Y., Peñate, J., Pérez, A., Scharmer, G. B., Sliepen, G., Soltau, D., Waldmann, T. A., and van Werkhoven, T. (2010). Site-seeing measurements for the European Solar Telescope. In *Ground-based and Airborne Telescopes III*, volume 7733 of *Proc. SPIE*, page 77334I. (Cité en page 88.)

Biot, J. B. (1836). Sur les réfractions astronomiques. *Additions à la Connaissance de Temps 1839*, pages 3–114. (Cité en page 23.)

Borgnino, J. (1978). *Etude de la dégradation des images astronomiques diurnes par analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée*. Thèse de doctorat, Université de Nice. (Cité en pages 6, 9, 97, 101 et 170.)

Borgnino, J. (1990). Estimation of the spatial coherence outer scale relevant to long baseline interferometry and imaging in optical astronomy. *Appl. Opt.*, 29 :1863–1865. (Cité en page 107.)

Borgnino, J., Berdja, A., Ziad, A., and Maire, J. (2007). An optical turbulence profiler for the terrestrial atmosphere boundary layer. In *Symposium on seeing*, Kona Hawaii. (Cité en pages 97, 101, 110 et 114.)

Borgnino, J. and Martin, F. (1977a). Correlation between angle-of-arrival fluctuations on the entrance pupil of a solar telescope. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 67 :1065–1072. (Cité en page 87.)

Borgnino, J. and Martin, F. (1977b). Statistical analysis of wavefront random deformations produced by atmospheric turbulence near the ground. I. Description of method, first results. *Journal of Optics*, 8 :319–326. (Cité en pages 87, 102 et 170.)

Borgnino, J., Martin, F., and Ziad, A. (1992). Effect of a finite spatial-coherence outer scale on the covariances of angle-of-arrival fluctuations. *Optics Communications*, 91 :267–279. (Cité en pages 13, 92, 119 et 170.)

Borgnino, J., Ricort, G., Ceppatelli, G., and Righini, A. (1982). Lower atmosphere and solar seeing - an experiment of simultaneous measurements of nearby turbulence by thermal radiosondes, by angle of arrival statistics and image motion observation. *A&A*, 107 :333–337. (Cité en page 92.)

Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*. (Cité en page 14.)

Boucher, O. (2012). *Aérosols atmosphériques : Propriétés et impacts climatiques*. Ingénierie et développement durable. Springer. (Cité en pages 24 et 25.)

Bouzid, A., Irbah, A., Borgnino, J., and Lantéri, H. (2002). Atmospheric turbulence profiles C_n^2(h) deduced from solar limb observations. In Vernin, J., Benkhaldoun, Z., and Muñoz-Tuñón, C., editors, *Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*, volume 266 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 64. (Cité en page 108.)

Brandt, P. N. (1969). Frequency Spectra of Solar Image Motion. *Sol. Phys.*, 7 :187–203. (Cité en page 87.)

Brandt, P. N. (1970). Measurement of Solar Image Motion and Blurring. *Sol. Phys.*, 13 :243–246. (Cité en page 87.)

Brown, T. M. and Christensen-Dalsgaard, J. (1998). Accurate Determination of the Solar Photospheric Radius. *ApJ*, 500 :L195–L198. (Cité en page 44.)

Burckel, W. P. and Gray, R. N. (2013). Turbulence phase screens based on polar-logarithmic spectral sampling. *Appl. Opt.*, 52(19) :4672–4680. (Cité en page 114.)

Bush, R. I., Emilio, M., and Kuhn, J. R. (2010). On the Constancy of the Solar Radius. III. *ApJ*, 716 :1381–1385. (Cité en pages 2 et 44.)

Cassini, G. D. (1662). *in Ephemerides Novissimae Motuum Colestium Marchionis C. Malvasiae (Modena : A. Cassini)*. (Cité en page 19.)

Chae, J. (2004a). Flat-Fielding of Solar Hα Observations Using Relatively Shifted Images. *Sol. Phys.*, 221 :1–14. (Cité en page 51.)

Chae, J. (2004b). Flat-Fielding of Solar Magnetograph Observations Using Relatively Shifted Images. *Sol. Phys.*, 221 :15–21. (Cité en page 51.)

Chapman, G. A., Dobias, J. J., and Walton, S. R. (2008). On the Variability of the Apparent Solar Radius. *ApJ*, 681 :1698–1702. (Cité en page 44.)

Chernov, L. A. (1960). *Wave propagation in a random medium / by Lev A. Chernov ; translated from the Russian by R.A. Silverman.* McGraw-Hill, New York. Translation of [Rasprostranenie voln v srede so sluchainymi neodnorodnostiami]. (Cité en page 10.)

Ciddor, P. E. (1996). Refractive index of air : new equations for the visible and near infrared. *Appl. Opt.*, 35 :1566. (Cité en page 21.)

Ciddor, P. E. (2002). Refractive index of air : 3. The roles of CO2, H2O, and refractivity virials. *Appl. Opt.*, 41 :2292–2298. (Cité en page 21.)

Ciddor, P. E. and Hill, R. J. (1999). Refractive Index of Air. 2. Group Index. *Appl. Opt.*, 38 :1663–1667. (Cité en page 21.)

Clark, D. H. and Stephenson, F. R. (1978). An Interpretation of the Pre-Telescopic Sunspot Records from the Orient. *QJRAS*, 19 :387. (Non cité.)

Cojan, Y. (1995). *Propagation du rayonnement dans l'atmosphere, E4030*, volume E4030. Ed. Techniques Ingénieur, techniques de l'ingénieur edition. (Cité en page 25.)

Conan, R. (2000). *Modélisation des effets de l'échelle externe de cohérence spatiale du front d'onde pour l'observation à haute résolution angulaire en astronomie*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis. (Cité en pages 12 et 112.)

Conan, R., Borgnino, J., Ziad, A., and Martin, F. (2000). Analytical solution for the covariance and for the decorrelation time of the angle of arrival of a wave front corrugated by atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 17 :1807–1818. (Cité en page 112.)

Consortini, A. and Ronchi, L. (1972). Choice of the model of atmospheric turbulence. *Appl. Opt.*, 11 :1205. (Cité en page 12.)

Costa, J. E. S., Kepler, S. O., and Winget, D. E. (1999). Direct Measurement of a Secular Pulsation Period Change in the Pulsating Hot Pre-White Dwarf PG 1159-035. *ApJ*, 522 :973–982. (Cité en page 44.)

Coulman, C. E., Vernin, J., Coqueugniot, Y., and Caccia, J.-L. (1988). Outer scale of turbulence appropriate to modeling refractive-index structure profiles. *Appl. Opt.*, 27. (Cité en page 94.)

Dali Ali, W. (2011). *Caractérisation de la turbulence optique pour la haute résolution angulaire : étude de l'intéraction de la couche de surface avec la coupole des grands télescope de type E-ELT*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis. (Cité en pages 12 et 108.)

Danjon, A. (1980). *Astronomie générale. Astronomie sphérique et éléments de mécanique celeste*. (Cité en pages 18, 19, 20, 21 et 63.)

Delache, P., Laclare, F., and Sadsaoud, H. (1985). Long period oscillations in solar diameter measurements. *Nature*, 317 :416–418. (Cité en page 41.)

Delmas, C. (2003). Measurements of the Sun's Radius at Calern Observatory. In Rozelot, J.-P., editor, *The Sun's Surface and Subsurface : Investigating Shape*, volume 599 of *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*, pages 196–216. (Cité en page 40.)

Djafer, D., Irbah, A., and Meftah, M. (2012). Identification of Sunspots on Full-Disk Solar Images Using Wavelet Analysis. *Sol. Phys.*, 281 :863–875. (Cité en page 105.)

Dror, I. and Kopeika, N. S. (1992). Aerosol and turbulence modulation transfer functions - Comparison measurements in the open atmosphere. *Optics Letters*, 17 :1532–1534. (Cité en pages 144 et 145.)

Dror, I. and Kopeika, N. S. (1995). Experimental comparison of turbulence modulation transfer function and aerosol modulation transfer function through the open atmosphere. *Journal of the Optical Society of America A*, 12 :970–980. (Cité en page 144.)

Duda, R. O. and Hart, P. E. (1972). Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures. *Commun. ACM*, 15(1) :11–15. (Cité en page 57.)

Dutilleux, P. (1989). An Implementation of the "algorithme à trous" to Compute the Wavelet Transform. In Combes, J.-M., Grossmann, A., and Tchamitchian, P., editors, *Wavelets. Time-Frequency Methods and Phase Space*, page 298. (Cité en page 105.)

Eddy, J. A. and Boornazian, A. A. (1979). Secular Decrease in the Solar Diameter, 1863-1953. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 11 of *BAAS*, page 437. (Cité en page 1.)

Egidi, A., Caccin, B., Sofia, S., Heaps, W., Hoegy, W., and Twigg, L. (2006). High-Precision Measurements of the Solar Diameter and Oblateness by the Solar Disk Sextant (SDS) Experiment. *Sol. Phys.*, 235 :407–418. (Cité en page 44.)

Eisele, J. A. and Shannon, P. E. V. (1975). astronomical refraction corrections for optical sightings of astronomical objects. Technical Report 3058. (Cité en page 19.)

Emilio, M., Kuhn, J. R., Bush, R. I., and Scherrer, P. (2000). On the Constancy of the Solar Diameter. *ApJ*, 543 :1007–1010. (Cité en pages 2 et 44.)

Fante, R. L. (1974). Mutual coherence function and frequency spectrum of a laser beam propagating through atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 64 :592. (Cité en page 12.)

Fletcher, A. (1931). Refraction, Note on astronomical. *MNRAS*, 91 :559–562. (Cité en page 20.)

Foukal, P., Fröhlich, C., Spruit, H., and Wigley, T. M. L. (2006). Variations in solar luminosity and their effect on the Earth's climate. *Nature*, 443 :161–166. (Cité en page 169.)

Frehlich, R. (2000). Simulation of Laser Propagation in a Turbulent Atmosphere. *Appl. Opt.*, 39 :393–397. (Cité en page 114.)

Fried, D. L. (1965). Statistics of a Geometric Representation of Wavefront Distortion. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 55 :1427–1431. (Cité en page 12.)

Fried, D. L. (1966). Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56 :1372. (Cité en page 15.)

Frisch, U. (1995). *Turbulence*. (Cité en page 6.)

Fröhlich, C. (2009). Evidence of a long-term trend in total solar irradiance. *A&A*, 501 :L27–L30. (Cité en page 31.)

Gao, B.-C. (1993). An operational method for estimating signal to noise ratios from data acquired with imaging spectrometers. *Remote Sensing of Environment*, 43(1) :23–33. (Cité en page 103.)

Garfinkel, B. (1944). An investigation in the theory of astronomical refraction. *AJ*, 50 :169–179. (Cité en page 22.)

Garfinkel, B. (1967). Astronomical refraction in a polytropic atmosphere. *AJ*, 72 :235–254. (Cité en page 22.)

Gavryusev, V., Gavryuseva, E., Delache, P., and Laclare, F. (1994). Periodicities in solar radius measurements. *A&A*, 286. (Cité en page 41.)

Goodman, J. W. (2000). *Statistical Optics*. (Cité en pages 11 et 97.)

Greenwood, D. P. and Tarazano, D. O. (2008). Proposed form for the atmospheric turbulence spatial spectrum at large scales. *Journal of the Optical Society of America A*, 25 :1349. (Cité en page 9.)

Harding, C. M., Johnston, R. A., and Lane, R. G. (1999). Fast Simulation of a Kolmogorov Phase Screen. *Appl. Opt.*, 38 :2161–2170. (Non cité.)

Hathaway, D. H. (2015). The Solar Cycle. *Living Reviews in Solar Physics*, 12. (Cité en pages 30, 31 et 32.)

Hauchecorne, A., Meftah, M., Irbah, A., Couvidat, S., Bush, R., and Hochedez, J.-F. (2014). Solar Radius Determination from Sodism/Picard and HMI/SDO Observations of the Decrease of the Spectral Solar Radiance during the 2012 June Venus Transit. *ApJ*, 783 :127. (Non cité.)

Herman, B. J. and Strugala, L. A. (1990). Method for inclusion of low-frequency contributions in numerical representation of atmospheric turbulence. In Ulrich, P. B. and Wilson, L. E., editors, *Propagation of High-Energy Laser Beams Through the Earth's Atmosphere*, volume 1221 of *Proc. SPIE*, pages 183–192. (Cité en page 116.)

Hestroffer, D. and Magnan, C. (1998). Wavelength dependency of the Solar limb darkening. *A&A*, 333 :338–342. (Cité en pages 48 et 117.)

Hickson, P. (2014). Atmospheric and adaptive optics. *A&A Rev.*, 22 :76. (Cité en page 9.)

Hohenkerk, C. Y. and Sinclair, A. T. (1985). The computation of angular atmospheric refraction at large zenith angles. Technical Report 63. (Cité en page 23.)

Hufnagel, R. E. (1974). In *Topical meeting on Optical Propagation Through Turbulence*. OSA Technical Digest Series. (Cité en pages 94 et 107.)

Ikhlef, R., Corbard, T., Morand, F., Renaud, C., Fodil, M., Ziad, A., Borgnino, J., Meftah, M., Assus, P., Chauvineau, B., Hauchecorne, A., Lesueur, P., Poiet, G., Ubaldi, F., Hamadouche, M., and Abdelatif, T. (2016). MISOLFA : a generalized monitor for daytime spatio-temporal turbulence characterization. *MNRAS*, 458 :517–530. (Cité en pages 3 et 91.)

Irbah, A., Bouzaria, M., Lakhal, L., Moussaoui, R., Borgnino, J., Laclare, F., and Delmas, C. (1999). Feature extraction from solar images using wavelet transform : image cleaning for applications to solar astrolabe experiment. *Sol. Phys.*, 185 :255–273. (Cité en pages 104 et 105.)

Irbah, A., Laclare, F., Borgnino, J., and Merlin, G. (1994). Solar diameter measurements with Calern Observatory astrolabe and atmospheric turbulence effects. *Sol. Phys.*, 149 :213–230. (Cité en page 92.)

Jakobsson, H. (1996). Simulations of time series of atmospherically distorted wave fronts. *Appl. Opt.*, 35 :1561. (Cité en page 138.)

Johansson, E. M. and Gavel, D. T. (1994). Simulation of stellar speckle imaging. In Breckinridge, J. B., editor, *Amplitude and Intensity Spatial Interferometry II*, volume 2200 of *Proc. SPIE*, pages 372–383. (Cité en page 116.)

Kaplan, G. H., Doggett, L. E., and Seidelmann, P. K. (1976). Almanac for Computers 1977. *U.S. Naval Observatory Circulars*, 155. (Cité en page 19.)

Kawate, T., Hanaoka, Y., Ichimoto, K., and Miura, N. (2011). Seeing measurements using the solar limb - I. Comparison of evaluation methods for the Differential Image Motion Monitor. *MNRAS*, 416 :2154–2162. (Cité en page 88.)

Kellerer, A. (2007). *Assessing time scales of atmospheric turbulence at observatory sites*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot Paris VII. (Cité en page 15.)

Kellerer, A., Gorceix, N., Marino, J., Cao, W., and Goode, P. R. (2012). Profiles of the daytime atmospheric turbulence above Big Bear solar observatory. *A&A*, 542 :A2. (Cité en page 88.)

Kiliç, H., Golbasi, O., and Chollet, F. (2009). Intermediate-term variations in solar radius during solar cycle 23. *Astronomische Nachrichten*, 330 :351. (Cité en page 41.)

King, D. A. (2007). *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Springer New York, New York, NY. (Cité en page 34.)

Kolmogorov, A. (1941). The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305. (Cité en page 7.)

Kolmogorov, A. N. (1991). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 434 :9–13. (Cité en page 7.)

Korff, D. (1973). Analysis of a method for obtaining near-diffraction-limited information in the presence of atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 63 :971. (Cité en page 17.)

Kornilov, V., Tokovinin, A. A., Vozyakova, O., Zaitsev, A., Shatsky, N., Potanin, S. F., and Sarazin, M. S. (2003). MASS : a monitor of the vertical turbulence distribution. In Wizinowich, P. L. and Bonaccini, D., editors, *Adaptive Optical System Technologies II*, volume 4839 of *Proc. SPIE*, pages 837–845. (Cité en page 86.)

Krivova, N. A., Balmaceda, L., and Solanki, S. K. (2007). Reconstruction of solar total irradiance since 1700 from the surface magnetic flux. *A&A*, 467(1) :335–346. (Cité en page 31.)

Kuhn, J. R., Bush, R. I., Emilio, M., and Scherrer, P. H. (2004). On the Constancy of the Solar Diameter. II. *ApJ*, 613 :1241–1252. (Cité en pages 2 et 44.)

Kuhn, J. R., Lin, H., and Loranz, D. (1991). Gain calibrating nonuniform image-array data using only the image data. *PASP*, 103 :1097–1108. (Cité en page 50.)

Laclare, F. (1975). Solar observations carried out with the astrolabe at Danjon. *Academie des Sciences Paris Comptes Rendus Serie B Sciences Physiques*, 280 :13–15. (Cité en page 37.)

Laclare, F., Delmas, C., Coin, J. P., and Irbah, A. (1996). Measurements and Variations of the Solar Diameter. *Sol. Phys.*, 166 :211–229. (Cité en pages 1 et 37.)

Lakhal, L., Irbah, A., Aime, C., Borgnino, J., and Martin, F. (2002). Estimation of turbulence parameters from solar observations. In Kohnle, A., Gonglewski, J. D., and Schmugge, T. J., editors, *Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems IV*, volume 4538 of *Proc. SPIE*, pages 112–118. (Non cité.)

Lakhal, L., Irbah, A., Bouzaria, M., Borgnino, J., Laclare, F., and Delmas, C. (1999). Error due to atmospheric turbulence effects on solar diameter measurements performed with an astrolabe. *A&AS*, 138 :155–162. (Cité en pages 2, 44, 135, 136, 137, 151 et 170.)

Lane, R. G., Glindemann, A., and Dainty, J. C. (1992). Simulation of a Kolmogorov phase screen. *Waves in Random Media*, 2 :209–224. (Cité en pages 114 et 116.)

Lide, D. (2003). *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 84th Edition*. CRC HANDBOOK OF CHEMISTRY AND PHYSICS. Taylor & Francis. (Cité en page 22.)

Lomb, N. R. (1976). Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Ap&SS*, 39 :447–462. (Cité en page 41.)

Maire, J. (2007). *Modélisation des effets optiques de la turbulence atmosphérique pour les grands télescopes et les observations à haute résolution angulaire*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis. (Cité en pages 12 et 108.)

Maire, J., Ziad, A., Borgnino, J., and Martin, F. (2007). Measurements of profiles of the wavefront outer scale using observations of the limb of the Moon. *MNRAS*, 377 :1236–1244. (Cité en pages 86, 92, 106 et 107.)

Mallat, S. G. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition - The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 :674–693. (Cité en page 105.)

Martin, F. and Borgnino, J. (1978). Statistical analysis of wavefront random deformations produced by atmospheric turbulence near the ground. II. Correlation function estimation by numerical processing. *Journal of Optics*, 9 :15–24. (Cité en page 87.)

Martin, F., Tokovinin, A., Agabi, A., Borgnino, J., and Ziad, A. (1994). G.S.M. : a Grating Scale Monitor for atmospheric turbulence measurements. I. The instrument and first results of angle of arrival measurements. *A&AS*, 108. (Cité en page 86.)

Maunder, E. W. (1904). Note on the distribution of sun-spots in heliographic latitude, 1874-1902. *MNRAS*, 64 :747–761. (Cité en page 30.)

Mayer, T. and Maskelyne, N. (1770). *Tabulae motuum SOLIS et lunae, novae et correctae ; auctore Tobia Mayer : quibus accedit methodus longitudinum promota, eodem autore.* (Cité en page 19.)

McGlamery, B. L. (1967). Restoration of turbulence-degraded images. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 57 :293–296. (Cité en page 114.)

McLean, G. and Jernigan, M. (1988). Hierarchical edge detection. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 44(3) :350–366. (Cité en page 56.)

Meeus, J. (1991). *Astronomical algorithms*. (Non cité.)

Meftah, M., Corbard, T., Irbah, A., Ikhlef, R., Morand, F., Renaud, C., Hauchecorne, A., Assus, P., Borgnino, J., Chauvineau, B., Crepel, M., Dalaudier, F., Damé, L., Djafer, D., Fodil, M., Lesueur, P., Poiet, G., Rouzé, M., Sarkissian, A., Ziad, A., and Laclare, F. (2014a). Ground-based measurements of the solar diameter during the rising phase of solar cycle 24. *A&A*, 569 :A60. (Cité en pages 3, 54 et 144.)

Meftah, M., Hauchecorne, A., Crepel, M., Irbah, A., Corbard, T., Djafer, D., and Hochedez, J.-F. (2014b). The Plate Scale of the SODISM Instrument and the Determination of the Solar Radius at 607.1 nm. *Sol. Phys.*, 289 :1–10. (Non cité.)

Meftah, M., Hauchecorne, A., Irbah, A., Corbard, T., Ikhlef, R., Morand, F., Renaud, C., Riguet, F., and Pradal, F. (2015). On the Constancy of the Diameter of the Sun during the Rising Phase of Solar Cycle 24. *ApJ*, 808 :4. (Cité en page 171.)

Meftah, M., Hochedez, J.-F., Irbah, A., Hauchecorne, A., Boumier, P., Corbard, T., Turck-Chièze, S., Abbaki, S., Assus, P., Bertran, E., Bourget, P., Buisson, F., Chaigneau, M., Damé, L., Djafer, D., Dufour, C., Etcheto, P., Ferrero, P., Hersé, M., Marcovici, J.-P., Meissonnier, M., Morand, F., Poiet, G., Prado, J.-Y., Renaud, C., Rouanet, N., Rouzé, M., Salabert, D., and Vieau, A.-J. (2014c). Picard SODISM, a Space Telescope to Study the Sun from the Middle Ultraviolet to the Near Infrared. *Sol. Phys.*, 289 :1043–1076. (Cité en page 2.)

Miura, N., Oh-ishi, A., Shionoya, S., Watanabe, K., Kuwamura, S., Baba, N., Ueno, S., and Ichimoto, K. (2013). Solar scintillation detection and ranging (SCIDAR) technique for measuring turbulent-layer heights. *MNRAS*, 434 :1205–1219. (Cité en page 88.)

Morand, F., Delmas, C., Corbard, T., Chauvineau, B., Irbah, A., Fodil, M., and Laclare, F. (2010). Mesures du rayon solaire avec l'instrument DORAYSOL (1999-2006) sur le site de Calern (observatoire de la Côte d'Azur). *Comptes Rendus Physique*, 11 :660–673. (Cité en page 38.)

Moussaoui, R. and Irbah, A. (2000). Wavelet Analysis of Solar Diameter Measurements Performed at Calern Observatory Astrolabe. *Ap&SS*, 273 :25–33. (Cité en page 41.)

Moussaoui, R., Irbah, A., Abdelatif, T., Fossat, E., Borgnino, J., Laclare, F., and Delmas, C. (2000). Analysis of Diameter Measurements Performed at Calern Observatory Astrolabe. *Sol. Phys.*, 195 :433–437. (Cité en page 41.)

Moussaoui, R., Irbah, A., Fossat, E., Borgnino, J., Laclare, F., Delmas, C., and Schmider, F. X. (2001). Spectral analysis of solar diameter measurements recorded at Calern Observatory astrolabe during two solar cycles. *A&A*, 374 :1100–1107. (Cité en page 41.)

Nakajima, T. (1988). Signal-to-noise ratio of the bispectral analysis of speckle interferometry. *Journal of the Optical Society of America A*, 5 :1477–1491. (Cité en page 116.)

Neckel, H. (1996). On the wavelength dependency of solar limb darkening ($\lambda\lambda$303 to 1099 nm). *Sol. Phys.*, 167 :9–23. (Non cité.)

Neckel, H. (2005). Analytical Reference Functions F(λ) for the Sun's Limb Darkening and Its Absolute Continuum Intensities ($\lambda\lambda$ 300 to 1100 m). *Sol. Phys.*, 229 :13–33. (Cité en pages 48 et 140.)

Neckel, H. and Labs, D. (1984). The solar radiation between 3300 and 12500 A. *Sol. Phys.*, 90 :205–258. (Cité en page 48.)

Neckel, H. and Labs, D. (1994). Solar limb darkening 1986-1990 (lambda lambda 303 to 1099nm). *Sol. Phys.*, 153 :91–114. (Cité en page 48.)

Noël, F. (2004). Solar cycle dependence of the apparent radius of the Sun. *A&A*, 413 :725–732. (Cité en page 44.)

Noël, F. (2005). On Solar Radius Variations Observed with Astrolabes. *Sol. Phys.*, 232 :127–141. (Cité en page 44.)

Obukhov, A. M. (1949). Structure of temperature field in turbulent flows. *Ser. Georgr. I Geophiz.*, 13 :58–69. (Cité en page 8.)

Peters, G., Wamser, C., and Hinzpeter, H. (1978). A new monostatic Doppler-SODAR system - Principle of measurement and comparison with direct measurements. *Meteorologische Rundschau*, 31 :69–72. (Cité en page 86.)

Putnam, I. B. and Cain, S. C. (2012). Temporally Evolving Atmospheric Phase Screen Generation. In *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, page 5. (Cité en page 138.)

Qu, Z.-N., Feng, W., and Liang, H.-F. (2015a). Periodicity of the solar radius revisited by using empirical mode decomposition and the Lomb-Scargle method. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 15 :879. (Cité en pages 34 et 41.)

Qu, Z. N., Kong, D. F., Xiang, N. B., and Feng, W. (2015b). On the Variation of Solar Radius in Rotation Cycles. *ApJ*, 798 :113. (Cité en page 41.)

Ribes, E., Beardsley, B., Brown, T. M., Delache, P., Laclare, F., Kuhn, J. R., and Leister, N. V. (1991). The variability of the solar diameter. In Sonett, C. P., Giampapa, M. S., and Matthews, M. S., editors, *The Sun in Time*, pages 59–97. (Cité en page 35.)

Richards, M. T., Rogers, M. L., and Richards, D. S. P. (2009). Long-term Variability in the Length of the Solar Cycle. *PASP*, 121 :797–809. (Cité en page 29.)

Ricort, G., Aime, C., Roddier, C., and Borgnino, J. (1981). Determination of Fried's parameter R_0 prediction for the observed r.m.s. contrast in solar granulation. *Sol. Phys.*, 69 :223–231. (Cité en page 87.)

Ricort, G., Borgnino, J., and Aime, C. (1982). A comparison between estimations of Fried's parameter R_0 simultaneously obtained by measurements of solar granulation contrast and of the variance of angle-of-arrival fluctuations. *Sol. Phys.*, 75 :377–394. (Cité en page 87.)

Roddier, F. (1971). *Distributions et transformation de Fourier : à l'usage des physiciens et des ingénieurs*. Ediscience. (Cité en page 99.)

Roddier, F. (1981). The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. *Progress in optics. Volume 19. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1981, p. 281-376.*, 19 :281–376. (Cité en pages 9, 12 et 16.)

Roddier, F., Gilli, J. M., and Lund, G. (1982). On the origin of speckle boiling and its effects in stellar speckle interferometry. *Journal of Optics*, 13 :263–271. (Cité en pages 15 et 110.)

Roddier, N. (1990). Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials. *Optical Engineering*, 29 :1174–1180. (Cité en page 138.)

Roggemann, M., Welsh, B., and Hunt, B. (1996). *Imaging Through Turbulence*. Laser & Optical Science & Technology. Taylor & Francis. (Cité en pages 114 et 138.)

Roggemann, M. C., Welsh, B. M., Montera, D., and Rhoadarmer, T. A. (1995). Method for simulating atmospheric turbulence phase effects for multiple time slices and anisoplanatic conditions. *Appl. Opt.*, 34 :4037. (Cité en page 114.)

Rösch, J., Yerle, R., and Noëns, J.-C. (1987). Variations de la géométrie globale du Soleil. *Journal des Astronomes Francais*, 31 :10–12. (Cité en page 1.)

Rozelot, J. P. and Damiani, C. (2012). Rights and wrongs of the temporal solar radius variability. *European Physical Journal H*, 37 :709–743. (Cité en page 35.)

Rozelot, J. P., Kosovichev, A., and Kilcik, A. (2015). Solar Radius Variations : An Inquisitive Wavelength Dependence. *ApJ*, 812 :91. (Cité en page 171.)

Rozelot, J.-P., Lefebvre, S., and Desnoux, V. (2003). Observations of the Solar Limb Shape Distortions. *Sol. Phys.*, 217 :39–52. (Non cité.)

Rozelot, J. P., Lefebvre, S., Pireaux, S., and Ajabshirizadeh, A. (2004). Are Non-Magnetic Mechanisms Such As Temporal Solar Diameter Variations Conceivable for an Irradiance Variability ? *Solar Physics*, 224(1) :229–235. (Cité en page 32.)

Saar, E. (1973). An astronomical refraction formula for all zenith angles. *Publications of the Tartu Astrofizica Observatory*, 41 :191–203. (Cité en page 19.)

Saastamoinen, J. (1972a). Contributions to the theory of atmospheric refraction. *Bulletin Geodesique, Nouvelle Series*, 105 :279–298. (Cité en page 21.)

Saastamoinen, J. (1972b). Introduction to practical computation of astronomical refraction. Part II. *Bulletin Geodesique, Nouvelle Series*, 106 :383–397. (Cité en page 21.)

Saliva, G. (1987). Theory and Observation in Islamic Astronomy - the Work of Ibn-Al Shatir of Damascus. *Journal for the History of Astronomy*, 18 :35. (Cité en page 34.)

Sarazin, M. and Roddier, F. (1990). The ESO differential image motion monitor. *A&A*, 227 :294–300. (Cité en pages 85 et 110.)

Scargle, J. D. (1982). Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *ApJ*, 263 :835–853. (Cité en page 41.)

Scharmer, G. B. and van Werkhoven, T. I. M. (2010). S-DIMM+ height characterization of day-time seeing using solar granulation. *A&A*, 513 :A25. (Cité en page 88.)

Schmidt, J. D. (2010). *Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB*. SPIE. (Cité en pages 8, 9 et 114.)

Schwabe, M. (1844). Sonnenbeobachtungen im Jahre 1843. Von Herrn Hofrath Schwabe in Dessau. *Astronomische Nachrichten*, 21 :233. (Cité en page 29.)

Seghouani, N., Irbah, A., and Borgnino, J. (2002). Estimation of the spatial coherence outer scale for daytime observations. In Vernin, J., Benkhaldoun, Z., and Muñoz-Tuñón, C., editors, *Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range*, volume 266 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 36. (Cité en page 108.)

Seykora, E. J. (1993). Solar scintillation and the monitoring of solar seeing. *Sol. Phys.*, 145 :389–397. (Cité en page 87.)

Shensa, M. J. (1992). The discrete wavelet transform : wedding the a trous and Mallat algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40 :2464–2482. (Cité en page 105.)

Simpson, T. (1743). *Mathematical dissertations on a variety of physical and analytical subjects... [microform] : the whole in a general and perspicuous manner / by Thomas Simpson*. T. Woodward London. (Cité en page 19.)

Sinceac, V. (1998). *Analyse et exploitation des observations du passage du Soleil à partir de l'astrolabe Danjon équipé d'une caméra CCD*. Thèse de doctorat, PhD thesis at Paris Observatory, (1998). Thèse de doctorat dirigée par CHOLLET, FERNAND Terre, océan, espace OBS. PARIS 1998. (Cité en page 40.)

Sofia, S., Girard, T. M., Sofia, U. J., Twigg, L., Heaps, W., and Thuillier, G. (2013). Variation of the diameter of the Sun as measured by the Solar Disk Sextant (SDS). *MNRAS*, 436 :2151–2169. (Cité en pages 2 et 44.)

Srinath, S., Poyneer, L. A., Rudy, A. R., and Ammons, S. M. (2015). Computationally efficient autoregressive method for generating phase screens with frozen flow and turbulence in optical simulations. *Optics Express*, 23 :33335. (Cité en page 114.)

Stephenson, F. and Wolfendale, A. (2012). *Secular Solar and Geomagnetic Variations in the Last 10,000 Years*. Nato Science Series C :. Springer Netherlands. (Cité en page 35.)

Tatarskii, V. I. (1961). *Wave Propagation in Turbulent Medium*. McGraw-Hill. (Cité en pages 8, 9 et 10.)

Tatarskii, V. I. (1971). *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*. (Cité en pages 9, 10 et 12.)

Toner, C. G. and Jefferies, S. M. (1993). Accurate Measurement of the Geometry for a Full-Disk Solar Image and Estimation of the Observational Point Spread Function. *ApJ*, 415 :852. (Cité en pages 56 et 146.)

Toulmonde, M. (1997). The diameter of the Sun over the past three centuries. *A&A*, 325 :1174–1178. (Cité en pages 1 et 35.)

Ulrich, R. K. and Bertello, L. (1995). Solar-cycle dependence of the Sun's apparent radius in the neutral iron spectral line at 525 nm. *Nature*, 377 :214–215. (Cité en page 44.)

Valley, G. C. (1979). Long- and short-term Strehl ratios for turbulence with finite inner and outer scales. *Appl. Opt.*, 18 :984–987. (Cité en page 12.)

Valley, G. C. (1980). Isoplanatic degradation of tilt correction and short-term imaging systems. *Appl. Opt.*, 19 :574–577. (Cité en pages 94 et 107.)

van der Werf, S. Y. (2003). Ray tracing and refraction in the modified US1976 atmosphere. *Appl. Opt.*, 42 :354–366. (Non cité.)

Vaquero, J. and Vázquez, M. (2009). *The Sun Recorded Through History*. Astrophysics and Space Science Library. Springer New York. (Cité en page 34.)

Vernin, J. and Roddier, F. (1973). Experimental determination of two-dimensional spatiotemporal power spectra of stellar light scintillation. Evidence for a multilayer structure of the air turbulence in the upper troposphere. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 63 :270–273. (Cité en page 86.)

Voitsekhovich, V. V. (1995). Outer scale of turbulence : comparison of different models. *Journal of the Optical Society of America A*, 12 :1346–1353. (Cité en page 9.)

von Karman, T. (1948). Progress in the Statistical Theory of Turbulence. *Proceedings of the National Academy of Science*, 34 :530–539. (Cité en page 9.)

Welsh, B. M. (1997). Fourier-series-based atmospheric phase screen generator for simulating anisoplanatic geometries and temporal evolution. In Bossonnette, L. R. and Dainty, C., editors, *Progagation and Imaging Through the Atmosphere*, volume 3125 of *Proc. SPIE*, pages 327–338. (Cité en page 114.)

Westman, R. (1975). *The Copernican Achievement*. Contributions (University of California at Los Angeles. Center for Medieval and Renaissance Studies). University of California Press. (Cité en page 34.)

Wheelon, A. D. (2003). *Electromagnetic scintillation. Vol.2 : Weak scattering*. (Cité en page 8.)

Wilson, R. W. (2002). SLODAR : measuring optical turbulence altitude with a Shack-Hartmann wavefront sensor. *MNRAS*, 337 :103–108. (Cité en page 86.)

Wittmann, A. D. (1997). Astronomical refraction. *Astronomische Nachrichten*, 318 :305. (Cité en page 19.)

Wittmann, A. D. and Bianda, M. (2000). Drift-Time Measurements of the Solar Diameter 1990-2000 : New Limits on Constancy. In Wilson, A., editor, *The Solar Cycle and Terrestrial Climate, Solar and Space weather*, volume 463 of *ESA Special Publication*, page 113. (Cité en page 44.)

Wittmann, A. D. and Debarbat, S. (1990). The solar diameter and its variability. *Sterne und Weltraum*, 29 :420–426. (Cité en page 35.)

Woolard, E. W. and Clemence, G. M. (1966). *Spherical astronomy*. (Cité en pages 21 et 63.)

Yaglom, A. (1949). On the local structure of the temperature field in a turbulent flow. 69(6) :743. (Non cité.)

Young, A. T. (1970). Aperture filtering and saturation of scintillation. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 60 :248–250. (Cité en page 10.)

Young, A. T. (2000). J. B. Biot and Refraction Calculations. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 197 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1383. (Cité en page 23.)

Young, A. T. (2004). Sunset Science. IV. Low-Altitude Refraction. *The Astronomical Journal*, 127(6) :3622. (Cité en page 19.)

Young, A. T. (2006). Understanding astronomical refraction. *The Observatory*, 126 :82–115. (Cité en page 19.)

Ziad, A. (1993). *Estimation des échelles limites de cohérence spatiale des fronts d'onde et optimisation des observations à haute résolution angulaire en astronomie*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis. (Cité en pages 12 et 112.)

Ziad, A., Blary, F., Borgnino, J., Fanteï-Caujolle, Y., Aristidi, E., Martin, F., Lantéri, H., Douet, R., Bondoux, E., and Mekarnia, D. (2013). PML/PBL : A new generalized monitor of atmospheric turbulence profiles. In Esposito, S. and Fini, L., editors, *Proceedings of the Third AO4ELT Conference*, page 126. (Cité en page 86.)

Ziad, A., Borgnino, J., Dali Ali, W., Berdja, A., Maire, J., and Martin, F. (2012). Temporal characterization of atmospheric turbulence with the Generalized Seeing Monitor instrument. *Journal of Optics*, 14(4) :045705. (Cité en pages 86, 110 et 170.)

Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., and Agabi, A. (1994). Experimental estimation of the spatial-coherence outer scale from a wavefront statistical analysis. *A&A*, 282 :1021–1033. (Cité en page 112.)

Ziad, A., Conan, R., Tokovinin, A., Martin, F., and Borgnino, J. (2000). From the Grating Scale Monitor to the Generalized Seeing Monitor. *Appl. Opt.*, 39 :5415–5425. (Cité en page 86.)

Résumé : L'objectif de ce travail est de comprendre l'effet de la turbulence optique sur la mesure au sol du rayon solaire. La mesure du rayon solaire avec précision est importante pour les modèles de structure et d'évolution solaire et stellaire. En plus l'activité solaire a une influence certaine sur le climat terrestre. Le travail de thèse a porté sur la calibration et l'exploitation de données issues des télescopes SODISM2, dédié à la mesure du rayon solaire par imagerie pleine, et MISOLFA un moniteur de turbulence qui permet d'estimer les paramètres spatio-temporels de celle-ci. Dans le cadre de cette thèse, l'ensemble des codes de traitement de données de l'instrument MISOLFA ont été développés et des améliorations ont été apportées sur l'instrument. Les premières mesures montrent sa capacité pour l'extraction des profils de la turbulence et des paramètres intégrés à partir des fluctuations des angles d'arrivées observées sur le bord solaire. Les paramètres spatiaux issus des fluctuations d'intensité dans la voie pupille montrent un bon accord avec les paramètres issus de la voie image. Les premières mesures du temps caractéristique des angles d'arrivée ont été également obtenues qui donnent une valeur moyenne de 5.3 ms sur une année. SODISM2 est la copie d'un instrument à bord du satellite PICARD (2010-2014). Une nouvelle méthode a été élaborée pour l'obtention des flat field en utilisant les cartes de contrastes. Les premières mesures de SODISM2 montrent une grande stabilité et une dispersion des mesures brutes de l'ordre de 200 mas. Des simulations numériques d'imagerie à travers la turbulence montrent un effet systématique des paramètres de la turbulence sur l'estimation du rayon et de la largeur du limbe. Une tendance à la baisse du rayon solaire de l'ordre de 12 mas/an a été observée mais elle demeure non significative compte tenu de la dispersion.

Mots clés : Mesure du rayon solaire, imagerie pleine du Soleil, turbulence atmosphérique.

Abstract : The objective of this work is to understand the effect of optical turbulence on ground-based solar radius measurements. The accurate measurement of the solar radius is important for models of solar and stellar structure and evolution. In addition solar activity has an evident influence on terrestrial climate. The work focused on the calibration and exploitation of data obtained by two telescopes : SODISM2 dedicated to the measurement of the solar radius by full-disk imaging, and MISOLFA a turbulence monitor which allows to estimate the turbulence spatio-temporal parameters. Within the framework of this thesis, all the data processing codes of the MISOLFA instrument have been developed and improvements have been made on the instrument. The first measurements of MISOLFA show its capacity for the extraction of turbulence profiles and integrated parameters from the angle-of-arrival fluctuations observed on the solar edge. The spatial parameters estimated from the intensity fluctuations in the pupil plane show a good agreement with the parameters coming from the image plane. The first measurements of the angle-of-arrival characteristic time have also been obtained which give an average value of 5.3 ms over a year of measurements. SODISM2 is the qualification model of an instrument on board the PICARD satellite (2010-2014). A new method was developed for obtaining flat fields using contrast maps. The first measurements of this instrument show a high stability and a raw dispersion of the order of 200 mas (milli-arcseconds). Numerical simulations of imaging through turbulence show a systematic bias introduced by the effect of the turbulence parameters on the estimation of the radius and the limb width. A downward trend on the order of 12 mas/year was observed but it is not found significant given the dispersion of the measurements.

Keywords : Solar radius measurement, full disk solar images, atmospheric turbulence.