Numéro d'ordre : 15/31







Thèse de doctorat

Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis

Discipline : Électronique

Nadjah, TOUATI.

Le 20/11/2015 à Lille

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Équipes de recherche :

- Institut Français des Sciences et Technologies des Transports de l'Aménagement et des Réseaux/Laboratoire Électronique Ondes et Signaux pour les Transport (IFSTTAR/LEOST),
- Institut d'Electronique, de Micro-Electronique et de Nanotechnologie/Département d'Opto-Acousto-Electronique (IEMN/DOAE), UMR 8520,
- Télécom Bretagne/Laboratoire en sciences et techniques de l'information, de la communication et de la connaissance (Labsticc), UMR 6285.

Optimisation des formes d'ondes d'un Radar d'aide à la conduite automobile, robustes vis-à-vis d'environnements électromagnétiques dégradés

JURY

Rapporteurs

- BAUDOIN, Geneviève. Professeur, Université Paris-Est-ESIEE.
- BOUDRAA, Abdel-Ouahab. Maître de conférences-HdR, École navale Brest.

Examinateurs

- VUONG, Tân-Hoa. Dr-HdR, INP de Toulouse-ENSEEIHT, Président du jury.
- RIVENQ, Atika. Professeur, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis.
- ADJRAD, Mounir. Dr-Chercheur associé, University College London.

Co-directeur de thèse : TATKEU, Charles. Directeur de recherche, IFSTTAR-Lille.
Co-directeur de thèse : CHONAVEL, Thierry. Professeur, Télécom Bretagne-Brest.
Encadrant de thèse : EL HILLALI, Yassin. Maître de conférences, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis.

Remerciements

Tout d'abord, je voudrais remercier tous les membres du jury d'avoir accepté de participer à la présentation de ce travail. Je remercie particulièrement madame Baudoin Geneviève et monsieur Boudraa Abdel-Ouahab d'avoir accepté de relire cette thèse et d'en être rapporteurs. Je tiens aussi à remercier monsieur Mounir Adjrad, monsieur Vuong Tân-Hoa et madame Atika Rivenq d'avoir accepté d'examiné cette thèse.

Je remercie l'IFSTTAR d'avoir financé ces travaux de recherche. Je remercie également monsieur Charles Tatkeu, directeur du LEOST, monsieur Jamal Assad, directeur de l'IEMN DOAE, et monsieur Samir Saoudi chef du département signal et communications à Télécom Bretagne ainsi que chacun des membres des trois équipes, de leur accueil, de leur encouragement et de m'avoir permis d'effectuer mes travaux de thèse parmi eux.

Un grand Merci pour monsieur Charles Tatkeu, pour sa direction de cette thèse et pour son soutien tout au long de la thèse. Sa disponibilité, sa sympathie et ses qualités humaines et de chercheur ont été des éléments déterminants dans la réalisation de ce travail. Mes remerciements vont également à l'endroit de mon co-directeur de thèse monsieur Thierry Chonavel pour son aide scientifique très précieuse. Sa rigueur ainsi que son esprit critique m'ont toujours permis d'avancer dans les bonnes directions afin de mener à bien ses travaux de recherche. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à madame Atika Rivenq pour son implication, son soutien constant et ces précieux conseils qui ont contribué à améliorer cette thèse. Je remercie également monsieur Yassin El Hillali pour son encadrement de la thèse, sa disponibilité et son aide précieuse pour les parties expérimentales de ce travail.

Je veux adresser tous mes remerciements aux membres de ma famille pour leurs encouragements et leur soutien sans faille. Mes pensées vont particulièrement à mes chers parents, ma chère sœur et mes chers frères, qui ont su me redonner confiance dans les moments de doute. Je remercie également mes grands parents, mes oncles et mes tantes ainsi que leurs familles pour leur soutien même à distance.

Enfin, ma reconnaissance va à tous mes amis qui ont assuré le soutien affectif tout au long de cette thèse, ainsi que tous mes collègues des différents laboratoires pour avoir rendu ces années de thèse les plus agréables possibles.

Résumé

Divers radars sont développés pour des besoins d'aide à la conduite automobile de sécurité mais aussi de confort. Ils ont pour but de détecter la présence d'obstacles routiers afin d'éviter d'éventuelles collisions. La demande actuelle en termes de capteurs radars pour l'automobile connaît une croissance importante et les technologies employées doivent garantir de bonnes performances dans un environnement dégradé par les signaux interférents des autres utilisateurs. Dans cette thèse, nous nous intéressons au développement d'un système radar performant en tout lieu et en particulier dans un contexte multi-utilisateurs. A ce propos, nous proposons de nouvelles formes d'ondes qui se basent sur la combinaison des codes fréquentiels de Costas et d'autres techniques de compression d'impulsion en exploitant les signaux de Costas modifiés. La conception adoptée permet, grâce à la diversité introduite, de synthétiser un nombre important de formes d'ondes. Nous avons, ensuite, exploité deux approches d'estimation des paramètres des cibles. La première, plutôt classique, se base sur le traitement Doppler dans un train d'impulsions cohérent. La deuxième, récente dans le domaine automobile, se base sur la technique dite de « Compressed Sensing ». Une adaptation de ces algorithmes pour les signaux proposés a été discutée dans des environnements bruités et multi-cibles. L'ensemble de ces travaux contribue à explorer de nouvelles formes d'ondes, autres que celles utilisées dans les radars actuels et à proposer un traitement innovant en réception, adapté aux radars en général et à l'automobile en particulier.

Mots clés :

Formes d'ondes radar, codes de Costas, compression d'impulsion, codes de phase, séquences de Slepian, fonction d'ambiguïté, fonction d'inter-ambiguïté, filtre adapté, fonction d'autocorrélation, fonction d'intercorrélation, lobes récurrents, traitement Doppler, acquisition comprimée.

Abstract

SEveral driver assistance radars are developed for security and comfort requirements. Their goal is among others to detect the presence of obstacles for collision avoidance. The current demand in terms of automotive radar sensors experience a significant growth and the technologies being employed must ensure good performances especially in an environment degraded by interfering signals of other users. In this thesis, we are interested in developing a radar system which is effective in all situations especially in a multi-user context. For this purpose, we propose novel radar waveforms based on the combination of frequency hopping Costas codes and other pulse compression techniques, using modified Costas signals. The design approach allows to synthesize a significant number of waveforms, thanks to the high diversity introduced. Afterwards, we have exploited two estimation of target parameters approaches. The first one, quite classic, is based on Doppler processing in a coherent pulse train. The second one, recent in the automotive field , is based on the Compressed sensing techniques. An adaptation of these algorithms to proposed signals is discussed in noisy and multi-target environments. All these works contribute in one hand to explore novel radar waveforms, complement to those currently used in automotive radars and in another hand to propose an innovative processing at the receiver level, suited to radar applications in general and automotive ones in particular.

Keywords :

Radar waveforms, Costas codes, pulse compression, phase codes, Slepian sequences, ambiguity function, cross-ambiguity function, matched filter, autocorrelation function, crosscorrelation function, grating lobes, Doppler processing, Compressed sensing.

Table des matières

Introduction générale **1**

1 Généralités sur les radars et leurs applications aux systèmes d'aide à la conduite **7**
1.1 Introduction . . . 7
1.2 Généralités sur le radar . . . 8
1.2.1 Principe du radar . . . 8
1.2.2 Équation radar . . . 9
1.2.3 Filtre adapté . . . 9
1.2.4 Fonction d'ambiguïté et résolutions . . . 10
1.3 Radar automobile . . . 13
1.3.1 Normes et Technologie . . . 13
1.3.2 Technologies radars automobiles . . . 14
1.4 Formes d'ondes radar . . . 18
1.4.1 Techniques de compression d'impulsion . . . 19
1.4.2 Structure du signal en émission . . . 23
1.5 Conclusion . . . 25

2 Conception de nouvelles formes d'ondes flexibles pour le radar automobile **27**
2.1 Introduction . . . 27
2.2 Signaux de Costas . . . 27
2.3 Nouveaux signaux basés sur la modification des signaux de Costas . . . 29
2.3.1 Principe de conception . . . 29
2.3.2 Fonction d'ambiguïté des signaux de Costas modifiés . . . 32
2.3.3 Signal de Costas avec impulsion modulée LFM . . . 34
2.3.4 Signal de Costas avec impulsion codée en phase . . . 35
2.3.5 Signal de Costas avec impulsion codée en amplitude . . . 36
2.3.6 Signal de Costas avec impulsion codée Costas . . . 39
2.3.7 Extension de l'étude à la réduction du premier lobe secondaire . . . 41
2.4 Analyse et comparaison des performances . . . 42
2.4.1 Analyse du produit BT des signaux de Costas modifiés . . . 42
2.4.2 Comparaison en termes de consommation en bande passante . . . 43
2.4.3 Comparaison d'enveloppes des signaux . . . 44
2.4.4 Comparaison des propriétés spectrales . . . 45
2.4.5 Comparaison des fonctions d'ambiguïté . . . 45
2.5 Bornes de Cramer-Rao (CRB) . . . 48
2.5.1 Généralités . . . 48
2.5.2 Fonctions d'ambiguïté . . . 49
2.5.3 Calcul des bornes et comparaison . . . 50
2.5.4 Configuration en train d'impulsions . . . 51

2.6 Conclusion . . . 53

3 Mise en œuvre des formes d'ondes proposées dans le cas multi-utilisateurs 55
3.1 Introduction . . . 55
3.2 Contexte et état de l'art . . . 55
3.3 Exploitation de la diversité d'impulsions . . . 58
3.3.1 Principe . . . 58
3.3.2 Fonction d'inter-ambiguïté et lobes récurrents Doppler . . . 61
3.3.3 Codes de Costas avec minimum de coïncidences . . . 62
3.3.4 Signaux de Costas avec impulsion modulée LFM . . . 63
3.3.5 Signaux de Costas avec impulsion codée en phase . . . 64
3.3.6 Signaux de Costas avec impulsion codée en amplitude . . . 65
3.3.7 Signaux de Costas avec impulsion codée Costas . . . 68
3.4 Discussions et comparaison des performances . . . 70
3.4.1 Niveau des lobes d'inter-ambiguïté . . . 70
3.4.2 Taille des familles générées . . . 72
3.5 Exploitation de la diversité des codes de Costas . . . 73
3.5.1 Principe . . . 73
3.5.2 Génération des codes de Costas ayant un minimum de coïncidences . . . 75
3.6 Conclusion . . . 78

4 Techniques de traitement adaptées aux nouvelles formes d'ondes proposées 79
4.1 Introduction . . . 79
4.2 Filtrage adapté dans le cas d'une seule impulsion . . . 80
4.2.1 Principe et estimation dans un cas mono-cible . . . 80
4.2.2 Estimation dans un cas multi-cibles . . . 82
4.3 Traitement Doppler d'un train d'impulsions cohérent . . . 85
4.3.1 Principe et estimation dans un cas mono-cible . . . 85
4.3.2 Estimation dans un cas multi-cibles . . . 87
4.4 Compressed sensing . . . 90
4.4.1 Principe et fondements mathématiques . . . 90
4.4.2 Estimation dans le cas d'une seule impulsion . . . 97
4.4.3 Estimation dans le cas d'un train impulsions . . . 101
4.5 Synthèse et discussions . . . 104
4.6 Conclusion . . . 105

5 Tests et résultats expérimentaux de détection d'obstacles en milieu confiné 107
5.1 Introduction . . . 107
5.2 Configurations de mesures . . . 107
5.2.1 Description du dispositif expérimental . . . 107
5.2.2 Environnements considérés . . . 109
5.2.3 Signaux utilisés . . . 110
5.3 Comparaison PSLR théorique et pratique . . . 111
5.3.1 Mesures en environnement laboratoire . . . 111
5.3.2 Mesures en chambre anéchoïque . . . 115
5.3.3 Discussions et interprétations . . . 118
5.4 Performances d'estimation . . . 119
5.4.1 Analyse du bruit . . . 120
5.4.2 Traitement par filtrage adapté . . . 121
5.4.3 Compressed sensing . . . 124
5.5 Conclusion . . . 127

Conclusion générale et perspectives **129**

A Considérations pratiques de génération **133**

B Dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction d'ambiguïté globale **135**

C Fonction d'ambiguïté d'un code de phase **137**

D Dérivées partielles d'ordre 2 des fonctions d'ambiguïté d'impulsions et résultats finaux **139**

E Dérivées partielles d'ordre 2 dans le cas d'un train d'impulsion **145**

F Intercorrélations et inter-ambiguïté détaillées des signaux Costas-Golay **147**

G Considérations pour le cas $t_p\Delta f > 1$, dans le cas multi-utilisateurs. **151**

H Rappel de la théorie de la détection **153**

I Modulation et démodulation IQ **155**

Table des figures

1.1 Principe du Radar. 8
1.2 Enveloppe complexe d'une impulsion non modulée. 12
1.3 Fonction d'ambiguïté d'une impulsion non modulée de durée T. 12
1.4 Enveloppe complexe d'une impulsion LFM. 12
1.5 Fonction d'ambiguïté d'une impulsion LFM de durée T. 12
1.6 Principe radar automobile. 13
1.7 Bandes de fréquences des radars automobiles en Europe. 14
1.8 Signal FMCW avec deux rampes, émis et reçu d'une cible de retard τ et de Doppler f_D. 15
1.9 Signal FMCW avec une seule rampe, émis et reçu d'une cible de retard τ et de Doppler f_D. 15
1.10 Résolution de l'ambiguïté dans le cas multi-cibles : Utilisation de rampes supplémentaires. 15
1.11 Signal radar FSK. 16
1.12 Signal radar MFSK. 17
1.13 Radar à impulsions. 17
1.14 Exemple de forme d'onde ULB impulsionnel, impulsion monocycle. 18
1.15 Quelques radars LRR et SRR du commerce. 19
1.16 Enveloppe complexe d'une impulsion NLFM, issue de la somme d'une loi linéaire et non linéaire. 20
1.17 Fonction d'ambiguïté d'une impulsion NLFM de durée T. 20
1.18 Enveloppe complexe d'un signal de Costas de taille $M = 8$, code de Costas : [1,3,6,7,5,4,8,2]. 20
1.19 Fonction d'ambiguïté d'un signal de Costas de taille $M = 8$. 20
1.20 Enveloppe complexe du code de Barker de longueur $L = 13$. 21
1.21 Fonction d'ambiguïté du code de Barker de longueur $L = 13$. 21
1.22 Enveloppe complexe du code de Frank de longueur $L = 16$. 22
1.23 Fonction d'ambiguïté du code de Frank de longueur $L = 16$. 22
1.24 Structure d'un code MCPC de M séquences de taille L. 23
1.25 Enveloppe complexe d'un signal MCPC $M = L = 8$, codes de Golay 8×8. . . . 23
1.26 Fonction d'ambiguïté d'un signal MCPC $M = L = 8$, codes de Golay 8×8. . . . 23
1.27 Enveloppe complexe d'un train de 10 impulsions non modulée avec $T_r = 5T$. . . 24
1.28 Fonction d'ambiguïté d'un train de 10 impulsions non modulée avec $T_r = 5T$. . . 24
1.29 Modulation en fréquence pour les signaux à onde continue : a) Modulation en dents de scie b) modulation en toît. 25

2.1 a) Exemple d'un code de Costas de taille $M = 8$,[1,3,6,7,5,4,8,2] b) matrice d'ambiguïté correspondante. 28
2.2 Fonction d'ambiguïté du signal de Costas [2,6,3,8,7,5,1,4] avec $t_p \Delta f = 5$. 30

2.3 Fonction d'autocorrélation du signal de Costas [2,6,3,8,7,5,1,4] , $|\tau| < t_p$, $t_p\Delta f > 1$ (lobes récurrents), Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. . . . 31
2.4 Principe de modification des signaux de Costas. 32
2.5 Fonction d'autocorrélation du signal de Costas-LFM, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 34
2.6 Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.4. 35
2.7 Fonction d'autoccorélation d'un code de Costas codé en phase, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 36
2.8 Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.5. 36
2.9 (a),(b) : Famille de codes Walsh-Hadamard codes $L = 8$ et spectres correspondants (c),(d) : Famille de codes Walsh-Hadamard équilibrés spectralement et spectres correspondants. 37
2.10 (a) Fonctions d'autocorrélation des codes de Walsh-Hadamard 8×8, (b) Fonctions d'autocorrélation des codes de Walsh-Hadamard 8×8 équilibrés spectralement. 37
2.11 Fonction d'autocorrélation d'un code de Costas codé par un code de Walsh-Hadamard équilibré spectralement, $(t_p\Delta f, L) = (5, 8)$, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 38
2.12 (a),(b)Famille de séquences de Slepian pour un $t_pB_p = 8$ et spectres correspondants, (c),(d) Famille de séquences de Slepian équilibrées spectralement pour un $t_pB_p = 8$ et spectres correspondants. 39
2.13 (a) Fonctions d'autocorrélation des séquences de Slepian avec $t_pB_p = 8$, (b) Fonctions d'autocorrélation des séquences de Slepian équilibrées spectralement. . 39
2.14 Fonction d'autoccorélation d'un code de Costas codé par une séquence de Slepian équilibrée spectralement, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 40
2.15 Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.6. 40
2.16 Fonction d'autoccorélation d'un signal de Costas doublement codé, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 41
2.17 Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.7. 41
2.18 Fonction d'autocorrélation des signaux de Costas modifiés avec réduction du premier lobe secondaire, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$. 43
2.19 Enveloppe d'un signal Costas-LFM. 44
2.20 Enveloppe d'un signal Costas-P_4. 44
2.21 Enveloppe d'un signal Costas-Slepian. 44
2.22 Enveloppe d'un signal de Costas doublement codé. 44
2.23 Spectre du signal Costas-LFM, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 11)$. 46
2.24 Spectre du signal Costas-P_4 , $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 11)$. 46
2.25 Spectre du signal Costas-Slepian, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 12)$. 46
2.26 Spectre du signal de Costas doublement codé, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 12.5)$. 46
2.27 Fonction d'ambiguïté du signal Costas-LFM signal avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$. . . 47
2.28 Fonction d'ambiguïté du signal Costas-P_4 avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$. 47
2.29 Fonction d'ambiguïté du signal Costas-Slepian avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$. 47
2.30 Fonction d'ambiguïté du signal de Costas doublement codé $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 8.8)$. 47
2.31 Fonction d'ambiguïté du signal de Costas standard $M = 16$. 48
2.32 CRB en distance pour un signal de Costas standard et les versions modifiées. . . 52
2.33 CRB en vitesse pour un signal de Costas standard et les versions modifiées. . . . 52
2.34 CRB en distance pour un train de signaux de Costas standard et modifiées, $K = 100$, $T_r = 10T$ 52
2.35 CRB en distance pour un train de signaux de Costas standard et modifiées, $K = 100$, $T_r = 10T$ 52

3.1 Techniques d'accès multiple FDMA, TDMA, CDMA. 56
3.2 Matrice d'inter-ambiguïté des codes de Costas [1,3,6,7,5,4,8,2] et [2,8,4,5,7,6,3,1]. 57
3.3 Fonction d'inter-ambiguïté des codes de Costas [1,3,6,7,5,4,8,2] et [2,8,4,5,7,6,3,1]. 58
3.4 Principe de la synthèse de formes d'ondes multi-utilisateurs avec un même code de Costas : $SCM(C, A)$, $SCM(C, A')$. 58
3.5 Fonction d'intercorrélation d'une paire de signaux $SCM(C(8), A(8))$ et $SCM(C(8), A'(8))$: Mauvaise réjection du lobe principal de R_2. 60
3.6 Paire de signaux Costas-Hadamard : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. . 60
3.7 Paire de signaux Costas-Hadamard : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. . 60
3.8 Fonction d'inter-ambiguïté globale des signaux $SCM(C_1(16), Had_1(8))$ et $SCM(C_1(16), Had_2(8))$, lobes récurrents à $\nu = 64/(Mt_b) = 4/t_b$ et $\nu = 192/(Mt_b) = 12/t_b$ 61
3.9 Paire de signaux Costas avec minimum de coïncidences : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 62
3.10 Paire de signaux Costas avec minimum de coïncidences : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 62
3.11 Paire de signaux Costas-LFM : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 63
3.12 Paire de signaux Costas-LFM : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 63
3.13 Paire de signaux Costas-Golay : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. . . . 64
3.14 Paire de signaux Costas-Golay : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. . . . 65
3.15 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Golay_{1:8}(8))$. . . 65
3.16 Paire de signaux Costas-P_4 : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 66
3.17 Paire de signaux Costas-P_4 : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 66
3.18 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), P4_{1:8}(8))$. . . . 66
3.19 Paire de signaux Costas-Hadamard équilibrés : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 67
3.20 Paire de signaux Costas-Hadamard équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 67
3.21 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Hequi_{1:8}(8))$. . . 67
3.22 Paire de signaux Costas-Slepain équilibrées : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 68
3.23 Paire de signaux Costas-Slepian équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 68
3.24 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Slepian_{1:8}(8))$. 69
3.25 Matrices d'inter-ambiguïté d'une famille de codes de Costas orthogonaux de taille $N = 4$. 69
3.26 Paire de signaux Costas doublement codés : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 70
3.27 Paire de signaux Costas doublement codés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté. 71
3.28 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(13), co_{\{1:4\}}(16))$. . . 71
3.29 Paire de signaux Costas-P_4 avec impulsions permutées dans le code de Costas : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 73
3.30 Paire de signaux Costas-Slepian équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés. 73
3.31 Schéma de principe d'une famille élargie de signaux de Costas modifiés SCMs utilisant plusieurs codes de Costas principaux. 74
3.32 Fonction d'intercorrélation et d'inter-ambiguïté d'une pair de signaux $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ et $SCM(C_2(16), P4_1(8))$. 74

3.33 Fonction d'intercorrélation et d'inter-ambiguïté d'une pair de signaux $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ et $SCM(C_2(16), P4_1(8))$, , C_1 et C_2 avec minimum de coïncidences. 75
3.34 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), P4_1(8))$, PSLR min= 14.04 dB, PSLR max= 16.66 dB, PSLR moyen = 15.74 dB. 76
3.35 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Golay_1(8))$, PSLR min= 14.72 dB, PSLR max= 16.62 dB, PSLR moyen = 15.80 dB. 76
3.36 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Hequi_1(8))$, PSLR min= 13.67 dB, PSLR max= 14.05 dB, PSLR moyen = 13.90 dB. 76
3.37 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Slepian_1(8))$, PSLR min= 8.73 dB, PSLR max= 11.3 dB, PSLR moyen = 10.1 dB. 77
3.38 Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(13), co_1(16))$, PSLR min= 13.2 dB, PSLR max= 14.44 dB, PSLR moyen = 13.97 dB. 77
3.39 Évolution du nombre de codes de Costas ayant un minimum de coïncidences. . . 77

4.1 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas $M = 21$. 81
4.2 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.5)$. 81
4.3 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, L = 14)$. 82
4.4 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$. 82
4.5 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.4)$. 82
4.6 Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas $M = 21$. . . 83
4.7 Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.5)$. 83
4.8 Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$. 84
4.9 Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$. 84
4.10 Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.4)$. 84
4.11 Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible , train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, a) Fonction partielle , b) zoom sur le lobe principal. 85
4.12 Schéma de principe du déphasage introduit par le déplacement de la cible. . . . 86
4.13 Schéma de principe du traitement Doppler appliqué à un train d'impulsions . . . 87
4.14 Traitement Doppler en présence d'une seule cible $R = 15m, v_r = -21.04m/s$, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, coupes du lobe principal. 88
4.15 Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$ 88
4.16 Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14.5)$. 88
4.17 Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$ . . . 89
4.18 Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$ 89

4.19 Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14.4)$ 89
4.20 Coupe dans le sens Doppler en sortie du détecteur par traitement Doppler en présence de deux cibles $R_1 = R_2 = 0m$ et $v_{r1} = -21.53m/s$, $v_{r2} = -23.68m/s$, avec $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 20$ dB. 90
4.21 Principe du Compressive sensing. 91
4.22 Principe du Compressive sensing avec dictionnaire du signal $\mathbf{\Phi}$. 91
4.23 Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas $M = 21$. 98
4.24 Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$ 98
4.25 Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$ 98
4.26 Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$. 99
4.27 Compressed sensing en présence de 3 cibles, de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$. 99
4.28 Détection par CS de 2 cibles proches $v_{r1} = v_{r2} = 0\ m/s$, $\Delta R_{CS} = \Delta R_{FA} = 30\ cm$. 99
4.29 Détection par CS de 2 cibles proches $v_{r1} = v_{r2} = 0\ m/s$, $\Delta R_{FA} = 30\ cm$, $\Delta R_{CS} = \frac{\Delta R_{FA}}{Q}$, a) $Q = 2$ b) $Q = 4$ c) $Q = 8$. 100
4.30 Détection par CS de 2 cibles proches,$R_1 = R_2 = 0\ m$ et $\Delta v_{rCS} = 1.06e3\ m/s, \Delta v_{rFA} = 2.15e3\ m/s$. 100
4.31 Détection par CS de 2 cibles proches et $R_1 = R_2 = 0\ m$ pour $\beta = 2$, $\Delta v_{rCS} = 1.06e3\ m/s, \Delta v_{rFA} = 2.15e3\ m/s$. 100
4.32 Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$. 101
4.33 Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas-LFM Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$ 102
4.34 Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$avec impulsion de base signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$ 102
4.35 Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$ 102
4.36 Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsions avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas Doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$. 103
4.37 Compressed sensing en présence de 3 cibles, une seule impulsion, signal de Costas $M = 21$, robustesse au bruit grâce à la projection de mesures. 103
4.38 Résolution de cibles proches par CS dans le cas d'un train d'impulsions, avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$. 103
4.39 Compressed sensing en présence d'une seule cible, train d'impulsions avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$, effet de la position sur la grille. 104

5.1 Banc de test considéré. 108
5.2 Banc de test considéré, en environnement laboratoire. 110
5.3 Banc de test considéré, en chambre anéchoïque. 110

5.4 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, en environnement laboratoire . . . 112
5.5 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux à $B = 100MHz$, en environnement laboratoire . . . 112
5.6 Intercorrélation et autocorrélation pour le signal de Costas standard 1, illustration du signal de couplage. . . . 113
5.7 Comparaison des PSLR théoriques et pratiques en considérant ou pas le premier lobe secondaire, en environnement laboratoire. . . . 114
5.8 Intercorrélation et autocorrélation pour le signal de Costas-Costas 1 , illustration de la distorsion du premier lobe secondaire . . . 114
5.9 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, premier lobe secondaire réduit, en environnement laboratoire . . . 115
5.10 Intercorrélation et autocorrélation pour le nouveau signal de Costas-Costas 3, illustration de la distorsion amoindrie du premier lobe secondaire. . . . 116
5.11 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, en chambre anéchoïque. . . . 116
5.12 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 100MHz$, en chambre anéchoïque. . . . 117
5.13 Comparaison des PSLR théoriques et pratiques en considérant ou pas le premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque. . . . 118
5.14 Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, premier lobe secondaire réduit, en chambre anéchoïque. . . . 118
5.15 Gain de l'antenne utilisée. . . . 119
5.16 Signal RF à l'entrée du démodulateur IQ, cas d'un signal de Costas standard 1 et 2, en chambre anéchoïque . . . 119
5.17 Analyse du signal bruit reçu quand aucun signal n'est émis, en environnement laboratoire. . . . 120
5.18 Analyse du signal bruit reçu quand aucun signal n'est émis, en chambre anéchoïque. 120
5.19 EQM en fonction de la distance estimée pour divers signaux, en environnement laboratoire . . . 121
5.20 EQM en fonction de la distance estimée pour divers signaux, en chambre anéchoïque. . . . 122
5.21 Variances des estimations comparées aux variances théoriques BCR pour différents signaux, en chambre anéchoïque . . . 124
5.22 Effet de la fréquence d'échantillonnage sur la détection par Compressed Sensing, signal Costas-LFM 3 à une distance $R - R_0 = 3m$. . . . 125
5.23 Effet du seuil de l'algorithme OMP, sur la détection par Compressed Sensing, signal Costas-LFM 3 à une distance $R - R_0 = 3m$. . . . 126
5.24 Erreurs quadratiques moyennes EQMs en fonction de la distance estimée pour différents signaux, en chambre anéchoïque, mesures différentielles par Compressed sensing. . . . 126
5.25 Comparaison de la détection par filtre adapté et par Compressed Sensing à plusieurs distances. . . . 128

A.1 Architecture matérielle pour la génération des signaux de Costas modifiés. . . . 133

G.1 Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. . . . 151
G.2 Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté. . . . 152

G.3 Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations. 152
G.4 Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté. 152

H.1 Probabilité de détection et de fausses alarmes selon le seuil de détection. 154

Liste des tableaux

1.1 Caractéristiques typiques des radars automobiles à courte portée (SRR) et à longue portée (LRR) [1] 13

2.1 Nombre de codes de Costas selon la taille M du code 29
2.2 Illustration de la diminution de la durée du signal dans le cas $\Delta f > \frac{1}{t_p}$, pour B et t_p fixes 30
2.3 Illustration de l'augmentation de la bande passante dans le cas $\Delta f > \frac{1}{t_p}$, pour T et t_p fixes 30
2.4 Exemple de configurations valides de la combinaison Costas-LFM (Costas code $M = 8$). 35
2.5 Exemple de configurations valides de Costas-P_4 (Code de Costas avec $M = 8$). . 36
2.6 Exemple de configurations valides de la combinaison Costas-Slepian (code de Costas avec $M = 8$). 40
2.7 Exemple de configurations valides de Costas doublement codés Costas principal de taille $M = 8$, Costas secondaire de taille $N = 4$. 41
2.8 Comparaison du t_pB_p moyen en fonction du PSLR. 44
2.9 Paramètres des signaux de Costas considérés avec $B \approx 500MHz$. 51

3.1 Nombre de codes de Costas orthogonaux. 70
3.2 PSLR min , max et moyen des fonctions d'inter-ambiguïté pour $BT \approx 368$. . . . 71

4.1 Paramètres du signal et résolutions dans le cas d'une seule impulsion. 81
4.2 Paramètres du signal et Résolutions dans le cas d'un train d'impulsion identiques. 85
4.3 Valeurs de la cohérence mutuelle $\mu(\mathbf{\Phi})$ pour différents Signaux à $BT = L = 64$ (à $F_s = B$) et $N_\tau = N_\nu = 64$. 96
4.4 Valeurs de la cohérence mutuelle $\mu(\mathbf{\Phi})$ pour différents signaux à $BT = 64$ et avec un facteur de sur-échantillonnage Q, $N_\tau = N_\nu = 64$. 96
4.5 Paramètres CS et résolutions dans le cas d'une seule impulsion. 97
4.6 Paramètres CS et résolutions dans le cas d'un train d'impulsions. 101
4.7 Erreurs d'estimation en distance et en vitesse, pour le traitement Doppler et le Compressed sensing. 105
4.8 Comparaison entre la détection par traitement Doppler et par Compressed Sensing. 105

5.1 Signaux utilisés pour $BT \approx 448$, avec $B = 500MHz$ ou $B = 100MHz$ 111
5.2 PSLR théorique et pratique sans premier lobe secondaire, en environnement laboratoire. 111
5.3 PSLR théorique et pratique avec premier lobe secondaire, en environnement laboratoire. 113
5.4 Signaux utilisés pour une bande passante $B \approx 500MHz$, premier lobe secondaire réduit. 115
5.5 PSLR théorique et pratique, nouveaux signaux, premier lobe secondaire réduit. 115

5.6 PSLR théorique et pratique sans premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque. 117
5.7 PSLR théotique et pratique avec premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque. 117
5.8 PSLR théorique et pratique, nouveaux signaux, premier lobe secondaire réduit, en chambre anéchoïque. 119
5.9 Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux, en environnement laboratoire, mesures directes par filtre adapté. 121
5.10 Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux à plusieurs Distances, en chambre anéchoïque, mesures différentielles par filtrage adapté , $F_s = 20GHz$. 122
5.11 Comparaison des variances des estimations pratiques et ceux de la BCR, en chambre anéchoïque. 123
5.12 Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux à plusieurs Distances , en chambre anéchoïque, mesures différentielles par Compressed sensing et par filtre adapté, $F_s = 500MHz$. 126

F.1 Autocorrélations et intercorrélations des signaux $SCM(C_1(8), Golay_{1:8}(8))$ . . . 148
F.2 Auto-ambiguïté et inter-ambiguïté des signaux $SCM(C_1(8), Golay_{1:8}(8))$ 149

Liste des Acronymes

RADAR : **RA**dio **D**etection **A**nd **R**anging
ACC : **A**daptive **C**ruise **C**ontrol
FMCW : **F**requency **M**odulated **C**ontinious **W**ave
OFDM : **O**rthogonal **F**requency-**D**ivision **M**ultiplexing
MIMO : **M**ultiple **I**nput **M**ultiple **O**utput
LIDAR : **LI**ght **D**etection **A**nd **R**anging
RSB : **R**apport **S**ignal à **B**ruit
SNR : **S**ignal to **N**oise **R**atio
DSP : **D**ensité **S**pectrale de **P**uissance
LFM : **L**inear **F**requency **M**odulation
CW : **C**ontinous **W**ave
SRR : **S**hort **R**ange **R**adar
LRR : **L**ong **R**ange **R**adar
ISM : **I**ndustrial, **S**cientific and **M**edical
ULB : **U**ltra **L**arge **B**ande
FSK : **F**requency **S**hift **K**eying
MFSK : **M**ultiple **F**requency **S**hift **K**eying
FFT : **F**ast **F**ourier **T**ransform
PN : **P**seudo **N**oise
ADC : **A**nalog to **D**igital **C**onverters
MCPC : **M**ulticarrier **P**hase **C**oded **P**ulse
PMEPR : **P**eak-to-**M**ean **E**nvelope **P**ower **R**atio
PSLR : **P**eak to **S**ideLobe **R**atio
CDMA : **C**ode **D**ivision **M**ultiple **A**ccess
FHSS : **F**requency **H**opping **S**pread **S**pectrum
VCO : **V**oltage-**C**ontrolled **O**scillator
DDS : **D**irect **D**igital **S**ynthesizers
NCO : **N**umerically **C**ontrolled **O**scillators
CPM : **C**ontinuous **P**hase **M**odulation
CRB : **C**ramer-**R**ao **B**ounds
FIM : **F**ischer **I**nformation **M**atrix
SDMA : **S**pace **D**ivision **M**ultiple **A**ccess
TDMA : **T**ime **D**ivision **M**ultiple **A**ccess
FDMA : **F**requency **D**ivision **M**ultiple **A**ccess
CDMA : **C**ode **D**ivision **M**ultiple **A**ccess
SBPA : **S**équences **B**inaires **P**seudo-**A**léatoires
SCM : **S**ignal de **C**ostas **M**odifié
CS : **C**ompressed **S**ensing
CFAR : **C**onstant **F**alse **A**larm **R**ate

RIP : **R**estricted **I**sometry **P**roperty
LASSO : **L**east **A**bsolute **S**hrinkage and **O**perator
BPDN : **B**asis **P**oursuit **D**e**N**oising
OMP : **O**rthogonal **M**atching **P**oursuit
MP : **M**atching **P**oursuit
CoSaMP : **C**ompressive **S**ampling **M**atching **P**oursuit
IHT : **I**terative **H**ard **T**hresholding

Introduction générale

Contexte de l'étude

Le radar, pour RAdio Detection And Ranging, se base sur les ondes radio-fréquences et l'analyse de leurs réflexions pour repérer la présence et déterminer les paramètres des objets situés dans l'environnement (position,vitesse, sens du déplacement ...). Depuis la seconde guerre mondiale, les technologies radars ont fait l'objet de nombreux développements industriels. Si initialement les applications étaient purement militaires, de nombreuses applications grand public ont vu le jour dans l'aéronautique, la navigation maritime, la robotique, la météorologie ou la conduite automobile.

Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux radars destinés à des applications automobiles. Ces derniers visent à renforcer la sécurité routière en procurant une assistance au conducteur et en assurant des conditions de conduite confortable. Avec la croissance du nombre d'accidents sur les routes engendrant des morts et des blessés graves, les pouvoirs publics ont fait de la sécurité routière une préoccupation principale et ont orienté certaines des recherches vers le développement de systèmes de perception de l'environnement routier notamment ceux d'aide à la conduite. De nouvelles technologies destinées à la prévention de collisions entre véhicules, l'assistance au parking, la détection de l'angle mort, etc. ont vu le jour et les constructeurs automobiles en ont fait leurs arguments commerciaux. A l'horizon 2020 en Europe, 70% des véhicules commercialisés seront équipées d'au moins un système d'aide à la conduite [1]et la demande en matière de capteurs de tout type va donc connaître une croissance rapide [2]. En effet, en s'appuyant sur des capteurs disposés tout autour du véhicule, tels que les capteurs radar, lidar, vidéo et/ou à ultrasons, les systèmes d'aide à la conduite détectent et interprètent les alentours du véhicule. Ils aident le conducteur dans diverses situations de conduite, afin de lui offrir un confort de conduite accru.

L'intérêt particulier pour le radar, en particulier, est lié à ses bonnes performances pour les longues portées et sa robustesse aux conditions métrologiques (brouillard, temps de pluie , mauvaise luminosité ...). Nous nous intéressons, plus spécifiquement, aux radars de prévention de collisions ou radars ACC (Adaptive Cruise Control). Les collisions contre pare-chocs arrière d'un autre véhicule sont les accidents les plus fréquents et l'importance de maintenir une distance de sécurité avec la voiture de devant est primordiale pour la sécurité. Le radar ACC permet d'assurer une distance minimale de sécurité entre deux véhicules successifs en régulant la vitesse du véhicule suiveur en fonction de la position et de la vitesse du véhicule cible. Une estimation fiable de la position et de la vitesse du véhicule cible est donc nécessaire. Ces informations sont fournies par le radar et sont liées au temps de propagation du signal réfléchi par la cible et à la fréquence Doppler induite par son mouvement relatif.

1. http://safecarnews.com/the-global-market-for-adas-will-grow-to-e-7-2-billion-by-2020_j5253/

2. http://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/driver-assistance-systems-market-1201.html

Le choix de la forme d'onde du radar est un facteur déterminant pour ses performances. En effet, la forme d'onde détermine sa capacité de détection, la précision des estimations de distance et de vitesse et son pouvoir à résoudre des cibles voisines. La fonction d'ambiguïté permet d'apprécier les performances d'une forme d'onde donnée. Elle correspond aux sorties d'un banc de filtres adaptés à la forme d'onde émise affectée de décalages Dopplers variables. En règle générale, une impulsion courte non modulée permet d'avoir une bonne résolution des cibles en distance moyennant peu d'énergie en raison de la courte durée. La compression d'impulsion est une technique radar qui permet d'atteindre également une bonne résolution en distance sans pour autant nécessiter l'emploi d'un signal court de puissance crête élevée. Elle met en œuvre la modulation de l'impulsion émise en phase, en fréquence ou parfois en amplitude et se traduit par un affinement du lobe principal de la fonction d'ambiguïté.

Problématique

Pour le radar automobile, les formes d'ondes déployées et les traitements associés doivent garantir une complexité réduite et donc une taille et un coût réduits. Ceci a fait du radar FMCW (Frequency Modulated Continious Wave), qui emploie une modulation linéaire de fréquence comme technique de compression d'impulsion, le meilleur candidat pour ces exigences. Il est le plus utilisé parmi les technologies radars existantes car il permet d'effectuer le traitement de signaux à large bande sur des bandes très étroites (fréquences de battement) qui nécessitent de faibles fréquences d'échantillonnage et une simple analyse par Fourier pour l'estimation de la distance et de la vitesse.
Cependant, en raison du nombre croissant de radars routiers, de plus en plus d'interférences apparaissent non seulement entre capteurs d'un même véhicule mais également entre ceux de différents véhicules proches. L'information reçue sera donc sujette aux interférences entre différents radars qui se partagent la même bande de fréquences. Plusieurs études sur les interférences entre les différents radars automobiles FMCW ont été menées récemment [2]. Des méthodes pour prédire les conditions susceptibles de produire des interférences entre les radars automobiles sont proposées [3]. Dans la même optique, des études proposent de trouver des approches efficaces pour combattre l'effet des interférents sans forcement connaître la nature de la modulation utilisée [4]. Ces interférences seront amplifiées dans les situations de trafic urbain, en particulier pour les radars ACC prévus initialement pour des situations de conduite sur autoroute.
Plutôt que de simplement combattre l'effet des interférents pour des radars utilisant les formes d'ondes actuelles, nous proposons d'employer des familles de formes d'ondes qui garantissent de bonnes performances en présence d'interférence. Ceci est envisageable en exploitant différentes techniques de diversité radar : Spatiale, temporelle, fréquentielle ou par codage. Pour ce faire, les recherches actuelles se sont orientées vers de nouvelles techniques de modulation inspirées des systèmes de communications telles que le radar OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) [5][6] et le radar MIMO (Multiple Input Multiple Output) [7]... . Les progrès de l'électronique numérique orientent les travaux vers des formes d'ondes qui sortent du cadre FMCW dans lequel sont développés la plupart des radars actuels.

Objectifs et contributions

Les objectifs visés dans ce travail comportent deux axes principaux. D'une part, la conception de nouvelles formes d'ondes adaptées à un contexte radar multi-utilisateurs qui doivent montrer un niveau suffisamment faible d'interférences mutuelles tout en garantissant des propriétés

individuelles intéressantes. D'autre part, la proposition du traitement adéquat en réception qui s'adapte à ces nouvelles formes d'ondes.
Plusieurs familles de formes d'ondes radars multi-utilisateurs sont proposées dans la littérature. Elles se basent principalement sur le codage de phase, de fréquence ou d'amplitude. Dans ce travail, nous proposons de combiner ces approches afin de tirer profit de la diversité offerte par chacune d'elles tout en garantissant de bonnes performances individuelles. En particulier, nous exploitons la diversité offerte par les codes temps-fréquence de Costas [8]. Ces derniers offrent un multiplexage à la fois temporel et fréquentiel à travers une structure à sauts fréquentiels du code, et un multiplexage par codage résultant de la diversité des codes de Costas, de taille fixée, disponibles. Ces codes seront modifiés dans le but d'introduire encore plus de diversité mais aussi de la flexibilité pour l'ajustement de leurs paramètres. Cette modification consiste à remplacer les impulsions rectangulaires, dans les différents intervalles de temps affectés aux sauts fréquentiels du code, par de nouvelles impulsions allant du code de phase ou d'amplitude à l'introduction d'un deuxième code en fréquence. La méthode de génération ainsi que les performances des formes d'ondes proposées, dans un contexte mono et multi-utilisateurs, seront discutées.
Par ailleurs, les signaux proposés sont différents de ceux existants dans les radars automobiles actuels et les traitements usuels dans ce contexte ne s'y adaptent pas forcement en raison de la complexité introduite par la combinaison de diverses techniques de compression d'impulsions. Le traitement en réception est donc revu, afin de proposer les algorithmes qui s'adaptent au mieux à ces nouvelles formes d'ondes. Ainsi, nous explorons des méthodes plus génériques telles que le traitement Doppler dans un train d'impulsions pour l'estimation de la distance et de la vitesse. Dans un souci d'amélioration du niveau de lobes secondaires dans l'espace distance-vitesse, nous explorerons des techniques fondées sur le Compressed Sensing et nous démontrerons la validité d'une telle approche pour les formes d'ondes proposées.

Organisation du manuscrit

Le manuscrit est organisé comme suit :

Le chapitre 1 a pour but de présenter les différentes technologies radars automobiles. Ces dernières sont présentées en se focalisant en particulier sur les méthodes d'estimation de la position et de la vitesse associées. Les performances ainsi que les limites de chaque approche sont explicitées, en particulier en termes de leur capacité à s'adapter à des contextes multi-utilisateurs. Nous présentons, par la suite, un état de l'art des différentes formes d'ondes radars existantes en littérature pour identifier celles offrant une meilleure diversité pour une adaptation à un contexte radar multi-utilisateurs.

Le chapitre 2 a pour but de détailler la méthode de conception des nouvelles formes d'ondes radars que nous proposons. Le début du chapitre est consacré à l'argumentation du choix du codage fréquentiel de Costas pour la synthèse de ces formes d'ondes radars. Nous motivons aussi notre choix d'introduire d'autres techniques de codage dans les impulsions du code de Costas. Les modifications des signaux sont détaillées pour différents types d'impulsions. Les formes d'ondes synthétisées sont comparées selon plusieurs critères déterminants pour les performances du radar. Par ailleurs, afin d'évaluer et de comparer les performances en estimation de ces formes d'ondes, nous proposons une étude approfondie des bornes de performances, notamment la borne de Cramer-Rao.

Le chapitre 3 traite de la problématique de l'accès multiple dans le cas des formes d'ondes proposées. Ces dernières sont adaptées à un contexte multi-utilisateurs en se basant sur l'optimisation de leurs propriétés d'inter-ambiguïté. Nous discuterons plus particulièrement,

de la génération d'une famille de formes d'ondes présentant un minimum d'inter-ambiguïté en utilisant un même code de Costas. Par la suite, afin d'élargir le nombre de formes d'ondes synthétisées, nous étendons l'étude à l'usage de plusieurs codes de Costas.

Le chapitre 4 envisage les techniques d'estimation qui s'adaptent au mieux aux signaux proposés et à leur structure en train d'impulsions. Dans un premier temps, nous avons appliqué la méthode du traitement Doppler, bien connue dans le domaine du radar, à un train d'impulsions cohérent. Dans un second temps, nous explorons les techniques dites de "Compressed Sensing" plus récentes dans le domaine du radar automobile. Nous démontrons l'adaptabilité d'une telle approche aux formes d'ondes proposées et nous comparons ses performances avec celles de la première approche.

Le chapitre 5 développe la partie expérimentale de notre travail. Nous proposons en particulier une validation expérimentale des formes d'ondes proposées en réalisant des mesures à l'aide d'un banc de tests radar. Nous évaluons aussi leurs performances pour l'estimation de la distance dans un contexte réel, en utilisant les algorithmes précédemment étudiés.

L'ensemble des travaux menés ont donné lieu à un certain nombre de contributions académiques en conférences et en revues indiquées ci après.

Liste des publications

Articles de revue

1. N. Touati, C. Tatkeu, T. Chonavel, and A. Rivenq, "Design and performances evaluation of new costas-based radar waveforms with pulse coding diversity," *IET Radar, Sonar and Navigation*, July 2015.
2. N. Touati, C. Tatkeu, T. Chonavel, Y. El Hillali, and A. Rivenq, "Ambiguity function and cramer-rao bounds for standard and new modified costas signals," *Electronics Letters*, vol. 51, pp. 1497–1499(2), September 2015.

Articles de conférences internationales

3. N. Touati, C. Tatkeu, T. Chonavel, and A. Rivenq, "Phase coded costas signals for ambiguity function improvement and grating lobes suppression," in *Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2013 IEEE 78th*, 2013, pp. 1–5.
4. N. Touati, C. Tatkeu, T. Chonavel, and A. Rivenq, "Doubly coded costas signals for grating lobes mitigation," in *Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2013 IEEE 24th International Symposium on*, Sept 2013, pp. 481–485.
5. N. Touati, T. Charles, R. Atika, and C. Thierry, "Multiuser phase coded costas signals with improved cross-correlation and partial cross-ambiguity properties," in *Radar Conference (Radar), 2014 International*, Oct 2014, pp. 1–6.
6. N. Touati, T. Charles, R. Atika, C. Thierry, Y. El Hillali, "Pulse compression waveforms design and Cross-ambiguity processing for Radar applications," in *Symposium on signal Image Video and Communications (ISIVC), 2014 International*, Nov 2014.

Communications orales sans actes

7. Présentation orale,*Séminaire des doctorants IFSTTAR/COSYS/LEOST*, 03 Mai 2013, Villeneuve d'Ascq.

8. Poster, *Doctoriales de Lille*, 06 Avril 2014, Marcq en Baroeul.
9. Présentation orale, *Rencontre des doctorants de IFSTTAR/COSYS*, 27 Mai 2014, Marne la vallée.
10. Présentation orale, *Séminaire des doctorants de IEMN/DOAE*, 04 Novembre 2014, Valenciennes.
11. Présentation orale, *Présentation des travaux de thése au "séminaire du Mercredi" du Télécom Bretagne/Labsticc*, 21 Janvier 2015, Brest.

Chapitre 1

Généralités sur les radars et leurs applications aux systèmes d'aide à la conduite

1.1 Introduction

Les systèmes de détection d'obstacles, dans le milieu routier, ont connu d'énormes progrès ces dernières années. En effet, la recherche en matière de renforcement de la sécurité routière est en pleine expansion et les travaux sur les voitures autonomes sont en plein essor. Ces systèmes ont principalement pour but de déterminer les obstacles présents au voisinage d'un véhicule. Les informations que l'on souhaite principalement obtenir sont la distance à laquelle les obstacles sont positionnés, la vitesse à laquelle ils se déplacent ainsi que leur direction de déplacement. Les systèmes de détection se répartissent principalement en deux catégories :

Les systèmes passifs : Ces systèmes permettent l'analyse de signaux émis ou réfléchis naturellement. Ils ne possèdent pas de source pour illuminer la cible. On distingue principalement les différents systèmes de vision et les radiomètres. Les systèmes de vision par caméras permettent de fournir une analyse de l'environnement du véhicule moyennant une complexité algorithmique engendrée par l'exploitation des images. De plus, les conditions météorologiques peuvent dégrader les performances de ce genre de système. Les radiomètres quant à eux mesurent l'intensité du flux électromagnétique rayonné par l'obstacle. Ils sont beaucoup plus utilisés dans les radars météorologiques.

Les systèmes actifs : Ces systèmes fournissent leur propre source de rayonnement pour illuminer la cible. Les plus utilisés sont les LIDAR (LIght Detection And Ranging) et les RADAR (RAdio Detection And Ranging). Le Lidar émet un faisceau laser et analyse le faisceau réfléchi par la cible se trouvant dans l'axe du tir du laser pour déterminer la distance et la vitesse. Les performances du Lidar se dégradent considérablement par temps de pluie et de brouillard. Le radar quant à lui emploie le même principe mais en utilisant des ondes électromagnétiques. L'onde réfléchie est analysée pour extraire les paramètres des cibles. Le point fort du radar est sa grande robustesse aux conditions météorologiques (brouillard, faible luminosité ...).

Différents systèmes de détection sont souvent utilisés conjointement. Les informations provenant de ces systèmes sont fusionnées pour garantir une meilleure précision et un temps de réponse amélioré. Dans notre travail, on s'intéresse aux différentes technologies radar et aux

formes d'ondes qu'elles déploient.

1.2 Généralités sur le radar

1.2.1 Principe du radar

Le principe du radar est décrit sur figure1.1. Il a été initié en 1886 par le réflecteur mis en œuvre par Heinrich Hertz, qui a permis de vérifier les théories de Maxwell. Il prouva que les ondes électromagnétiques sont réfléchies par les surfaces métalliques et diélectriques. Le premier brevet est obtenu par la suite par Hulsmeyer en 1904 pour le dispositif de prévention de collision de navires, le Telemobiloskop. En raison des contraintes technologiques de l'époque, la portée du système était très limitée et l'appareil a sombré dans l'oubli. Les essais se multiplièrent par la suite de 1920 à 1940 dans différents pays (USA, Allemagne, Grande bretagne, France ...). Les techniques radar deviennent de mieux en mieux maîtrisées à la veille de la Deuxième Guerre mondiale où les premiers radars impulsionnels et à ondes continues voient le jour [9]. Cependant, pendant longtemps le coût élevé de l'électronique a limité la diffusion des radars auprès du grand public. Les progrès technologiques ont par la suite permis d'élargir les applications du radar vers des domaines civils tels que le contrôle du trafic aérien, la navigation maritime, la météorologie, l'aide à la conduite automobile, la robotique ou la télédétection par satellite. Ses tâches ont aussi évolué de la simple détection ou localisation des cibles à la détermination de leurs directions et vitesses radiales. Les systèmes radar récents permettent d'acquérir des informations supplémentaires sur les cibles telles que la forme, la taille ou la trajectoire.

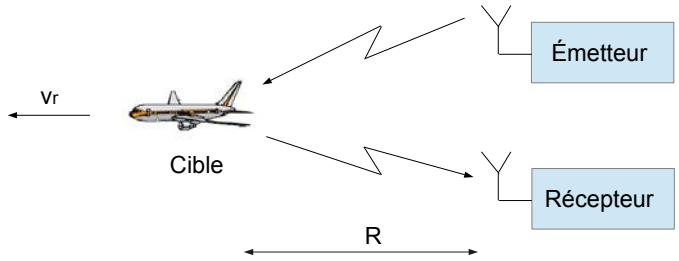


FIGURE 1.1 : Principe du Radar.

La distance R séparant la cible du radar est liée au retard de propagation τ de la forme d'onde par la formule suivante :

$$R = \frac{c\tau}{2} \tag{1.1}$$

où c est la vitesse de propagation dans le vide. La vitesse radiale de la cible v_r est liée quant à elle à l'effet Doppler produit par la cible. Ce dernier se traduit, dans le cas où $v_r << c$, par une translation en fréquence f_D du signal réfléchi par la cible :

$$f_D = f_r - f_0 = -\frac{2v_r}{c} f_0 = -\frac{2v_r}{\lambda} \tag{1.2}$$

avec f_r est la fréquence du signal reçu, f_0 et $\lambda = \frac{c}{f_0}$ sont respectivement la fréquence et la longueur d'onde du signal émis. En effet, si on considère un signal sinusoïdal en émission : $x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$, le signal reçu d'une cible en déplacement est : $y(t) = e^{j2\pi f_0(t-\tau(t))}$ tel que : $\tau(t) = \frac{2}{c}(R_0 + v_r t)$ où R_0 est la distance initiale. Ainsi le signal reçu s'écrit sous la forme : $y(t) = e^{j2\pi f_0(1-2\frac{v_r}{c})t + j4\pi\frac{f_0 R_0}{c}} = e^{j2\pi f_r t + j\phi_0}$ tel que f_r est donnée par l'équation 1.2.

1.2.2 Équation radar

L'équation radar est une notion importante pour l'étude des différents systèmes radars. En effet, elle établit le bilan de liaison entre l'émetteur et le récepteur. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G_{Tx} G_{Rx} \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \tag{1.3}$$

où P_{Tx} et P_{Rx} sont les puissances émise et reçue, G_{Tx} et G_{Rx} sont les gains des antennes d'émission et de réception et σ est la surface équivalente radar. Cette dernière dépend principalement des caractéristiques de la cible (forme, taille, matériaux qui la constituent ...) et de la longueur d'onde λ et traduit la surface (fictive) vue par le radar. L'équation radar peut renseigner sur la portée maximale R_{max} du radar , qui est inversement proportionnelle à la puissance minimale détectable par le récepteur $P_{Rx_{min}}$ [9] :

$$R_{max} = \left[\frac{P_{Tx} G_{Tx} G_{Rx} \sigma \lambda^2}{P_{Rx_{min}} (4\pi)^3} \right]^{\frac{1}{4}} \tag{1.4}$$

Ainsi, pour augmenter la portée d'un radar, il faut augmenter la puissance émise. A titre d'exemple, pour doubler la portée, la puissance émise doit être multipliée par 16. De plus, lors de la conception du système on en tient compte pour envisager l'utilisation d'antennes directives et de récepteur d'une grande sensibilité.

1.2.3 Filtre adapté

Dans un système radar, les sources de bruit sont diverses. On distingue principalement le bruit ambiant et le bruit dans le récepteur. Le bruit ambiant dépend des conditions de propagation et des absorptions atmosphériques. Le bruit dans le récepteur dépend quant à lui du bruit thermique présent dans les différents étages du système de réception. On caractérise le bruit thermique par sa puissance :

$$N = kT_{sys}B \tag{1.5}$$

où k est la constante de Boltzman et T_{sys} la température équivalente du système de réception et B la bande passante du bruit. On peut donc quantifier le RSB (Rapport Signal à Bruit) ou SNR (Signal to Noise Ratio), à l'entrée du récepteur comme suit :

$$SNR_{in} = \frac{P_{Rx}}{N} = \frac{P_{Tx} G_{Tx} G_{Rx} \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 (kT_{sys}B)}. \tag{1.6}$$

Ici les sources de bruits externes sont négligées. La figure du bruit du récepteur NF (Noise Figure) détermine la dégradation introduite au rapport signal à bruit par le récepteur, comme suit :

$$NF = 10 \log \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} \tag{1.7}$$

où SNR_{out} est le rapport signal à bruit en sortie de l'étage de réception et à l'entrée du détecteur. Les performances du détecteur sont étroitement liées au SNR à son entrée : Plus ce dernier est élevé, plus on augmente la probabilité que le signal soit détecté [9]. Il est donc important d'assurer, à l'entrée du détecteur, un SNR suffisamment élevé pour respecter les exigences du système en termes de probabilité de détection et de probabilité de fausses alarmes. Le filtrage adapté est une technique couramment utilisée pour maximiser le SNR après réception

[10]. Supposons que le signal utile $s(t)$ soit observé dans un bruit blanc $n(t)$ avec une DSP (Densité Spectrale de Puissance) constante $N_0/2$. Le signal à l'entrée du filtre adapté est donc donné par :

$$x(t) = s(t) + n(t). \tag{1.8}$$

On démontre que la réponse impulsionnelle du filtre qui maximise le SNR à la sortie est donnée par :

$$h(t) = s^*(T - t) \tag{1.9}$$

où T est tel que $s(t) = 0$ pour $t > T$, et correspond à l'instant où le SNR est maximal. En absence de bruit, la sortie du filtre adapté $y(t) = s(t) * h(t)$ n'est autre que l'autocorrélation du signal $s(t)$. Le SNR maximal ne dépend pas de la forme du signal mais de l'énergie du signal reçu et de la DSP du bruit. Cependant, la précision de la mesure est liée à la forme du signal $s(t)$ et notamment aux lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation qui peuvent parfois fausser la décision. De plus, pour détecter des cibles relativement proches, une réponse présentant un pic fin est souhaitable. Pour détecter des cibles à faible écho en présence d'une cible à fort écho, les lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation doivent être les plus faibles possibles afin d'éviter que les pics correspondant aux cibles à faible écho ne soient noyés dans les lobes secondaires de la cible à fort écho. Un intérêt particulier doit donc être porté à l'optimisation de la fonction d'autocorrélation lors de la conception des formes d'ondes. D'autre part, les performances du filtre adapté se dégradent en présence d'effet Doppler (cible en mouvement) en raison de la désadaptation introduite par ce dernier. L'utilisation d'un banc de filtres adaptés à plusieurs fréquences permet de corriger l'effet Doppler et de retrouver le pic de corrélation à la bonne fréquence Doppler. La réponse du filtre adapté doit donc être étudiée selon les deux axes retard et Doppler pour étudier la capacité de la forme d'onde à bien identifier les paramètres de la cible en présence de Doppler. L'outil usuel pour cette analyse temps fréquence est la fonction d'ambiguïté.

1.2.4 Fonction d'ambiguïté et résolutions

La fonction d'ambiguïté décrit, en fonction du retard τ et de la fréquence Doppler ν, la sortie du filtre adapté à la forme d'onde émise $u(t)$ avec comme entrée la forme d'onde émise affectée d'un retard τ et d'un Doppler ν [11]. Elle est définie par :

$$\chi(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t - \tau)e^{(j2\pi\nu t)}dt. \tag{1.10}$$

D'après l'analyse de la section précédente, une fonction d'ambiguïté idéale présenterait un pic au centre $(\tau, \nu) = (0, 0)$ et serait nulle ailleurs. Une cible détectée reproduirait ce pic mais à un retard et un Doppler correspondants à ceux de la cible. Pour un signal $u(t)$ d'énergie E, on a les relations suivantes :

$$|\chi(\tau, \nu)| \leq |\chi(0, 0)| = E \tag{1.11}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\chi(\tau, \nu)|^2 d\tau d\nu = E^2. \tag{1.12}$$

Ces deux propriétés traduisent le fait que le maximum de cette fonction, correspondant à l'énergie du signal $u(t)$, est atteint uniquement à l'origine $(0, 0)$ et que le volume global de cette fonction est constant. Il en résulte une impossibilité de concentrer toute la fonction d'ambiguïté au voisinage immédiat de $(0, 0)$. Néanmoins, les travaux réalisées dans le domaine de la conception des formes d'ondes radars permettent de synthétiser des formes d'ondes

qui s'approchent de la fonction d'ambiguïté idéale. D'autre part, la fonction d'ambiguïté ne produit jamais de pic parfait (assimilable à une impulsion de Dirac) mais un lobe avec une certaine largeur temporelle et fréquentielle. La finesse de ce lobe détermine la résolution du radar en temps et en fréquence. Plus ce pic est fin, meilleure sera la séparation entre les cibles.

La Résolution temporelle $\Delta\tau$ définit le pouvoir séparateur en temps i.e. deux cibles distinctes produisent des lobes temporels distincts pour pouvoir discriminer les retards (et donc les distances R) correspondant à chacune des cibles. Elle est limitée par la largeur temporelle à 3dB en dessous du lobe principal de la coupe en zéro Doppler $|\chi(\tau,0)|$ qui n'est autre que la fonction d'autocorrélation. Cette largeur est inversement proportionnelle à la bande passante de la forme d'onde B et plus cette dernière est large, meilleure sera la résolution temporelle :

$$\Delta\tau = \frac{1}{B} \text{ et } \Delta R = \frac{c}{2B}. \tag{1.13}$$

La Résolution fréquentielle $\Delta\nu$ définit le pouvoir séparateur en fréquence i.e. deux cibles distinctes produisent des lobes fréquentiels distincts pour pouvoir discriminer les Dopplers (et donc les vitesses v_r) correspondant à chacune des cibles. Cette résolution dépend de la largeur fréquentielle de la coupe en zéro retard $|\chi(0,\nu)| = |\int_{-\infty}^{+\infty}|u(t)|^2 e^{(j2\pi\nu t)}dt|$ qui n'est autre que la transformée de Fourier du carré de l'amplitude de la forme d'onde. Pour des signaux à amplitude constante, la transformée est un sinus cardinal dont la largeur dépend de la durée T du signal considéré. Plus le signal est long, meilleure sera la résolution fréquentielle :

$$\Delta\nu = \frac{1}{T} \text{ et } \Delta v_r = \frac{\lambda}{2T}. \tag{1.14}$$

1.2.4.1 Impulsion non modulée :

A titre d'exemple, la fonction d'ambiguïté d'une impulsion non modulée est tracée sur la figure1.3. La résolution temporelle vaut $\Delta\tau = \frac{1}{B} = T$ et la résolution fréquentielle $\Delta\nu = \frac{1}{T}$. Les performances sont donc médiocres en termes de finesses du lobe temporel car en diminuant la durée du signal on améliore la résolution temporelle mais on dégrade la résolution fréquentielle et inversement. De plus, la durée du signal doit être maintenue grande pour avoir l'énergie nécessaire sans pour autant augmenter la puissance crête en émission.

Pour pallier à ces inconvénients, on a recours aux techniques de compression d'impulsions pour augmenter le taux de compression BT qui est unitaire dans le cas d'une impulsion non modulée. Ainsi, on pourra avoir des signaux longs qui occupent une large bande de fréquences. La résolution temporelle est réduite d'un facteur $1/BT$ (taux de compression) par rapport à une impulsion non modulée :

$$\Delta\tau_{impulsion \quad modulée} = \frac{1}{B} = \frac{T}{BT} = \frac{\Delta\tau_{impulsion \quad non \quad modulée}}{BT} \tag{1.15}$$

De plus, les signaux à $BT >> 1$ présentent souvent une meilleure efficacité spectrale que l'impulsion non modulée qui présente un spectre en sinus cardinal avec beaucoup de lobes secondaires. La modulation linéaire de fréquence LFM (Linear Frequency Modulation) est la première et sans doute la plus populaire des méthodes de compression d'impulsion.

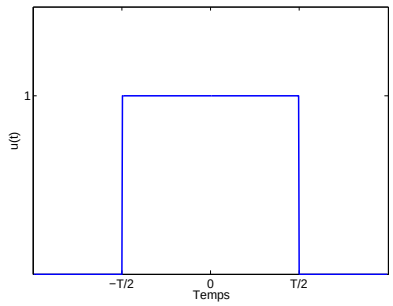


FIGURE 1.2 : Enveloppe complexe d'une impulsion non modulée.

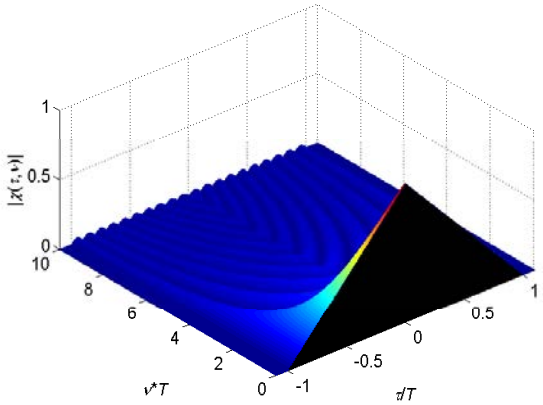


FIGURE 1.3 : Fonction d'ambiguïté d'une impulsion non modulée de durée T.

1.2.4.2 Modulation linéaire de fréquence (LFM)

L'idée de base de la modulation LFM est de balayer la bande de fréquence B linéairement pendant la durée de l'impulsion T. Un exemple avec un produit $BT = 20$ est décrit dans la figure1.4. Les formes d'ondes à base de LFM sont très utilisées dans le domaine radar en raison de leur grande tolérance Doppler ; elles possèdent la capacité de reproduire un pic temporel en présence de Doppler. Ceci est dû à leur fonction d'ambiguïté dont le volume est concentré dans une diagonale du plan temps-fréquence comme illustré sur la figure1.5. Cependant, les lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation sont quant à eux très marqués et l'amplitude du lobe le plus proche est à environ 13 dB en dessous du lobe principal. Des techniques de mise en forme spectrale «spectrum shaping »doivent être utilisées pour réduire ces lobes. Une pondération de l'amplitude du signal émis par une fenêtre (Hann, Hamming $\cdots$) par exemple permet de réduire considérablement les lobes secondaires en agissant sur son spectre et ainsi sur son autocorrélation. L'inconvénient dans ce cas est l'élargissement du lobe temporel ainsi qu'une perte de rapport signal à bruit SNR.

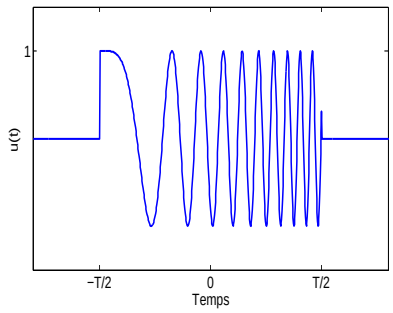


FIGURE 1.4 : Enveloppe complexe d'une impulsion LFM.

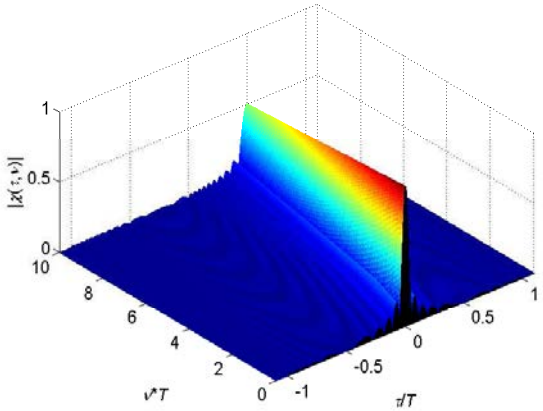


FIGURE 1.5 : Fonction d'ambiguïté d'une impulsion LFM de durée T.

Ce type de modulation est largement employé dans le cas du radar automobile souvent plus connu sous le nom de signal FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave). Le signal émis dans ce cas est constitué d'une alternance de rampes montantes et descendantes émises de manière continue d'où la notion d'onde continue CW (Continous Wave). Cette technique ainsi

que les autres techniques de modulation employées dans les radars automobiles et les méthodes d'estimation associées sont détaillées dans ce qui suit.

1.3 Radar automobile

1.3.1 Normes et Technologie

Dans notre travail, l'intérêt est porté sur les systèmes radars automobiles et en particulier ceux dédiés à la prévention de collision ACC (Adaptive Cruise Control). Ces derniers sont en pleine expansion de nos jours afin d'assurer une sécurité maximale dans les véhicules. Le principe d'un radar automobile est décrit en figure1.6.

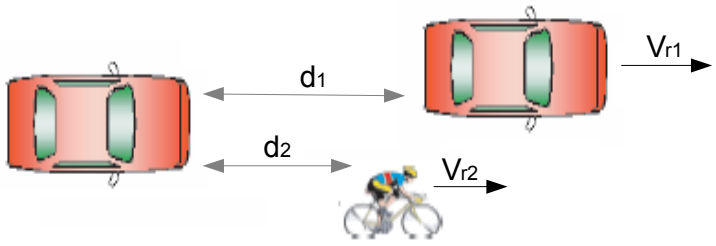


FIGURE 1.6 : Principe radar automobile.

On distingue deux technologies utilisées dans les radar ACC actuels, selon la portée du système proposé : Les radars à courte portée SRR (Short Range Radar) et les radars à longue portée LRR (Long Range Radar). La table 1.1 présente quelques caractéristiques techniques typiques de ces types de radars. Les bonnes précisions en distance, vitesse radiale et azimut en sont les principales caractéristiques. Les radars automobiles présentent aussi d'autres contraintes liées par exemple à leur montage sur le véhicule, la nature des cibles à détecter ou à leur compétitivité commerciale. Ils doivent en outre présenter :

- Un faible coût de fabrication
- Une taille eu un poids réduits
- Une grande dynamique afin de détecter les signaux de réflecteurs faibles (ex. piéton) distants et ceux de réflecteurs forts (ex. camion) proches.
- Une grande sensibilité pour la réception des signaux faibles.

TABLE 1.1 : Caractéristiques typiques des radars automobiles à courte portée (SRR) et à longue portée (LRR) [1]

Caractéristiques	LRR	SRR
Dimension (L × H × P : mm)	91 × 124 × 97	55 × 70 × 8
Distance (m)	2 − 150	0.2 − 20
Précision en distance (m)	5%	0.1%
Vitesse relative (km/h)	±216	150
Précision en vitesse (km/h)	5%	±10%
Ouverture (H/V)	±8°/ ± 1.5°	55°/15°
Précision en angle (°)	0.5°	

Plusieurs plages de fréquences sont octroyées aux radars automobiles. La figure1.7 présente les fréquences allouées en Europe [12] [13]. Quelques capteurs radars à bande étroite opèrent

aussi dans la bande ISM (Industrial ,Scientific and Medical) : $24.05 - 24.25GHz$ et 24.25-24.50 GHz. Prochainement, les radars ULB (Ultra Large Bande) à $24GHz$ seront remplacés par ceux à $79GHz$. De plus, dans un souci d'harmonisation mondiale, de nombreux constructeurs automobiles et équipementiers tendent à faire de la norme à $79GHz$, la nouvelle norme radar automobile pour remplacer, à l'échelle mondiale, celles à 24 et $77GHz$.

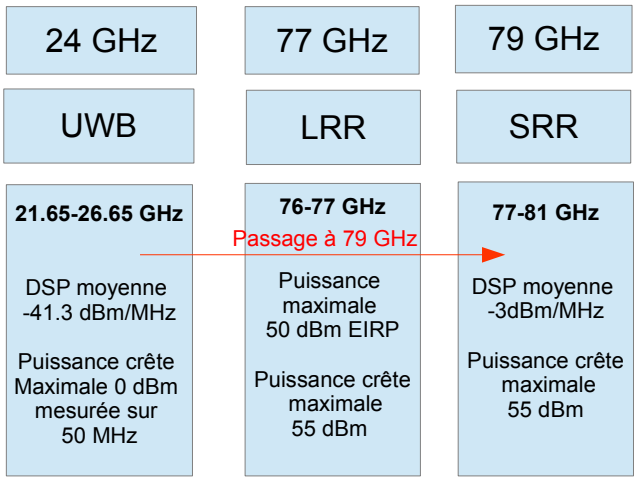


FIGURE 1.7 : Bandes de fréquences des radars automobiles en Europe.

1.3.2 Technologies radars automobiles

En 1999 Mercedes-Benz propose le premier radar ACC LRR fonctionnant à 77GHz [13]. Plusieurs radars ont vu le jour depuis. Ils sont basés principalement sur une des technologie suivantes : FMCW, FSK-CW (Frequency Shift Keying-Continuous Wave) et MFSK-CW (Multiple Frequency Shift Keying-Continuous Wave) que nous détaillerons dans ce qui suit. Les technologies SRR utilisent principalement des technologies ULB : ULB impulsionnel, techniques d'étalements du spectre et le radar ¨Stepped Frequency¨.

1.3.2.1 Radar FMCW

la technologie FMCW est la technique la plus utilisée dans les radars automobiles LRR car elle présente le meilleur compromis performances-coût [14]. Le signal émis est continu et constitué de rampes de fréquences croissantes et décroissantes d'une durée T_{CPI} et d'une largeur fréquentielle f_{sweep}[9]. Le principe est décrit sur la figure1.8. L'utilisation de deux rampes de fréquences permet de retrouver l'information de distance et de vitesse grâce aux fréquences de battements haute et basse Δf_1 et Δf_2. Ceci n'est pas possible avec une seule rampe comme décrit sur la figure1.9 car elle donne lieu à une seule fréquence de battement insuffisante pour la détermination des deux inconnues. La distance et la vitesse sont alors déterminées à partir des fréquences de battement comme suit :

$$\begin{cases} \Delta f_1 = f_D - f_\tau = -\frac{2}{\lambda}v_r - 2\frac{f_{sweep}}{cT_{CPI}}R \\ \Delta f_2 = f_D + f_\tau = -\frac{2}{\lambda}v_r + 2\frac{f_{sweep}}{cT_{CPI}}R \end{cases} \text{ et donc } \begin{cases} R = -\frac{\Delta f_1 - \Delta f_2}{4}\frac{cT_{CPI}}{f_{sweep}} \\ v_r = -\frac{\Delta f_1 + \Delta f_2}{4}\lambda \end{cases} \tag{1.16}$$

Le traitement en réception se fait souvent par FFT (Fast Fourier Transform), pour déterminer les fréquences de battements. Cependant, dans le cas multi-cibles, plusieurs fréquences de battement sont détectées et il est difficile d'associer chaque paire de fréquences à une cible

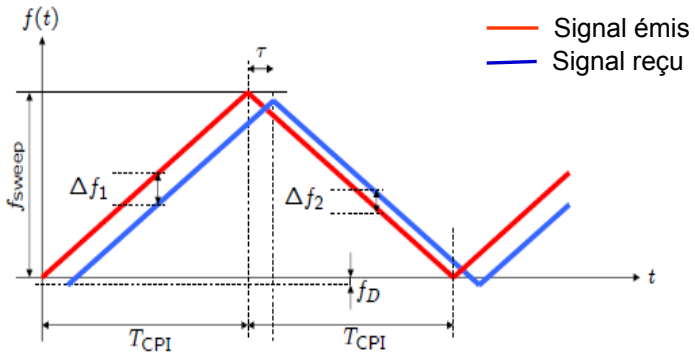


FIGURE 1.8 : Signal FMCW avec deux rampes, émis et reçu d'une cible de retard τ et de Doppler f_D.

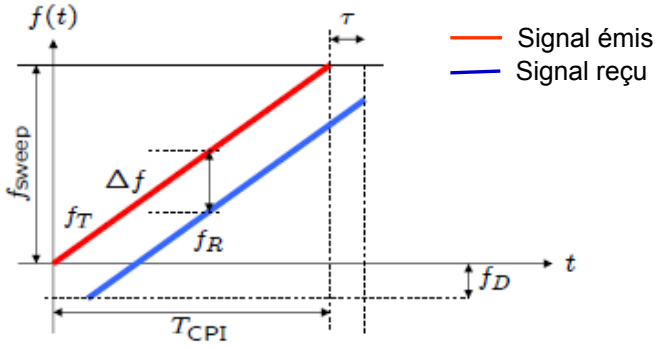


FIGURE 1.9 : Signal FMCW avec une seule rampe, émis et reçu d'une cible de retard τ et de Doppler f_D.

donnée. En présence de deux cibles, à titre d'exemple, quatre fréquences de battements sont détectées et donc quatre cibles identifiées au lieu de deux comme décrit sur la figure1.10. En rajoutant deux autres rampes de fréquences, de pentes différentes, cette ambiguïté est résolue puisque chaque cible est identifiée par quatre fréquences de battement au lieu de deux. Le problème persiste quand le nombre de cibles augmente.

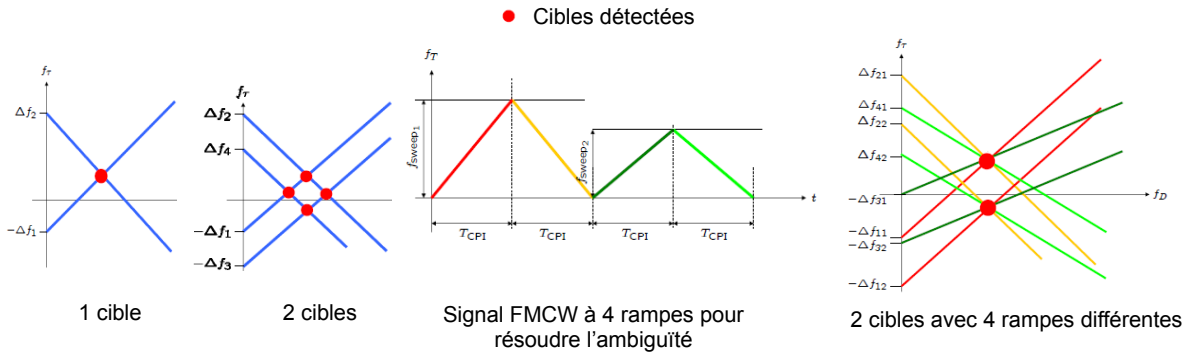


FIGURE 1.10 : Résolution de l'ambiguïté dans le cas multi-cibles : Utilisation de rampes supplémentaires.

1.3.2.2 Radar FSK-CW

Le radar FSK est une variante à bande étroite du radar FMCW . La fréquence du signal est changée par palier f_{step} et deux fréquences discrètes f_A et f_B sont utilisées comme c'est décrit dans la figure1.11 [15].

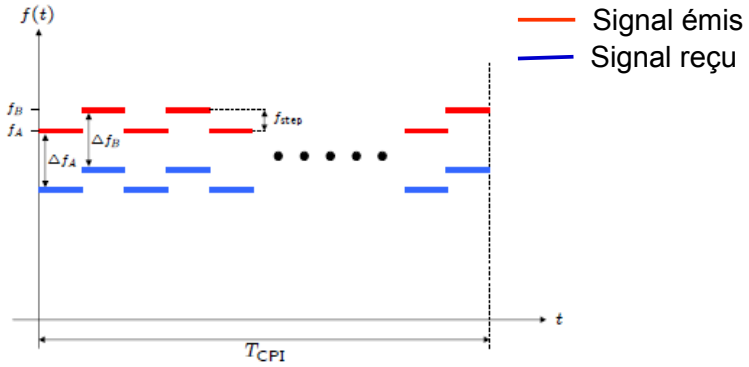


FIGURE 1.11 : Signal radar FSK.

Dans de telles conditions, les fréquences de battement sont égales à la fréquence Doppler. La distance est quant à elle déterminée à partir de la différence de phase entre les signaux de battement des deux paliers :

$$\begin{cases} \Delta\phi = 2\pi f_{step}\tau \\ f_D = \Delta f_A = \Delta f_B \end{cases} \quad \text{et} \quad \text{donc} \begin{cases} R = \frac{c}{4\pi f_{step}}\Delta\phi \\ v_r = -\frac{\lambda}{2} f_D \end{cases} \tag{1.17}$$

On note que, dans le cas ou une seule fréquence est émise ($f_A = f_B$), on parle du radar à onde continue mono-fréquence. Ce dernier permet d'estimer la vitesse seulement et est utilisé dans les radars de contrôle routier. Le traitement en réception pour le radar FSK est similaire à celui du FMCW, par FFT et mesures de différence de phase. L'inconvénient majeur de la forme d'onde FSK est la résolution limitée due à la bande passante limitée ($\approx f_{step}$). De plus, cette forme d'onde est rarement utilisée toute seule en raison de ses faibles performances dans un environnement multi-cibles. Elle est souvent combinée avec les formes d'ondes FMCW pour donner lieu à la forme d'onde MFSK-CW.

1.3.2.3 Radar MFSK-CW

Le principe de la forme d'onde MFSK-CW combine les avantages des formes d'onde précédentes [15]. Le signal est décrit sur la figure1.12 où le signal FSK de la section précédente est émis en ajoutant un saut fréquentiel à chaque fois. La bande passante est ainsi augmentée pour améliorer la résolution en distance. Les signaux A et B sont traités séparément. La fréquence de battement $\Delta f = \Delta f_A = \Delta f_B$ et la différence de phase entre les signaux de battement $\Delta\phi$ dépendent à la fois de la vitesse et de la distance :

$$\begin{cases} \Delta f = -\frac{2v_r}{\lambda} - \frac{Rf_{sweep}}{c}\frac{f_{sample}}{N} \\ \Delta\phi = \frac{2\pi}{f_{sample}}\frac{2v_r}{\lambda} - \frac{4\pi R f_{step}}{c} \end{cases} \tag{1.18}$$

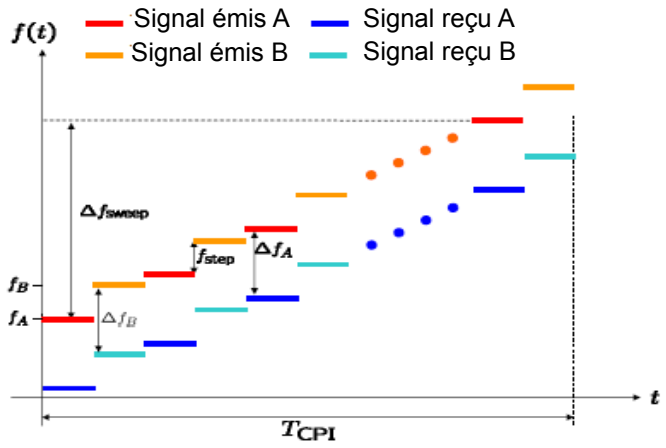


FIGURE 1.12 : Signal radar MFSK.

1.3.2.4 Radar à impulsions

La technologie radar impulsionnelle est parfois utilisée en radar automobile. Un train d'impulsions non modulées est envoyé comme décrit sur la figure1.13. La distance est déterminée à partir du temps que prend l'onde pour revenir après avoir été réfléchie sur la cible (le temps de vol, cf. équation 1.1). La vitesse est , quant à elle, déterminée à partir de mesures de distances successives ou par les techniques d'estimation Doppler à partir d'un train d'impulsions, en exploitant la différence de phase entre impulsions successives [16]. En effet, le déphasage créé entre deux impulsions reçues en provenance d'une cible affectée d'un Doppler f_D sera :

$$\Delta\Phi = 2\pi f_D T_r \tag{1.19}$$

Différentes techniques de compression d'impulsions peuvent être utilisées pour moduler les impulsions du train et améliorer ainsi la résolution en distance.

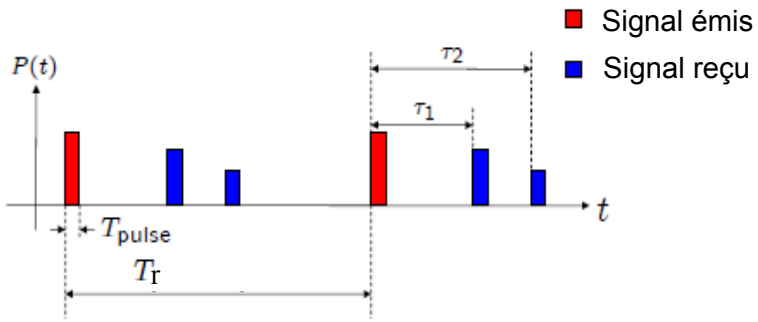


FIGURE 1.13 : Radar à impulsions.

1.3.2.5 Radar ULB

Les techniques radars ULB permettent d'atteindre de très grandes résolutions en distance grâce à la large bande employée [17]. Cette dernière est requise pour les radars automobiles à courte portée SRR. La technique ULB la plus connue est l'ULB impulsionnel qui consiste à envoyer des impulsions de très courtes durées (de l'ordre de la nanoseconde). Ces impulsions occupent de très larges bandes fréquentielles comme décrit sur la figure1.14 pour une impulsion ULB monocycle [18]. La distance est calculée par corrélation en réception et la vitesse est déduite indirectement par calcul de distances successives.

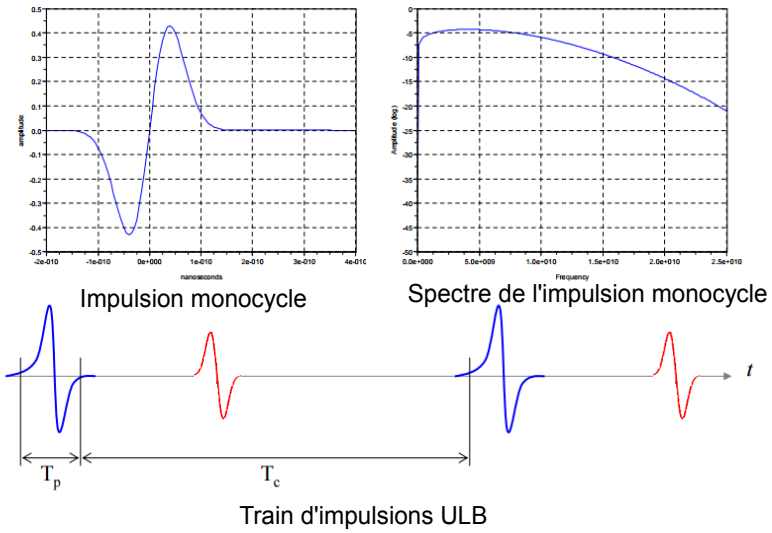


FIGURE 1.14 : Exemple de forme d'onde ULB impulsionnel, impulsion monocycle.

Des techniques ULB autres que l'impulsionnel sont aussi parfois exploitées[19]. On distingue principalement les différentes techniques d'étalement du spectre en multipliant le signal émis par un code pseudo aléatoire. On peut employer directement un signal à très large bande. Le radar à bruit ou PN radar (Pseudo Noise), à titre d'exemple, utilise comme forme d'onde un bruit blanc continu à très large bande généré aléatoirement [20]. En réception, la corrélation du bruit émis avec celui reçu permet de retrouver le retard de propagation. Dans la même démarche, le radar de recul Delphi à $17GHz$ utilise un PN BPSK radar[21].

Les techniques ULB précédentes nécessitent des Convertisseurs Analogique Numérique ou Analog to Digital Converters (ADC) très rapides et performants pour manipuler la très large bande du signal reçu. Une façon de s'affranchir de l'effet des larges bandes instantanées est l'emploi de radar ¨stepped frequency¨ [22]. Le principe est d'augmenter linéairement et progressivement la bande passante du signal en ajoutant un saut fréquentiel aux impulsions successives. Dans la même optique, l'utilisation de sauts fréquentiels aléatoires cette fois-ci dans le cas d'un radar SRR ULB à 24 GHz a été introduite par Autoliv [23].

Les Principaux fabricants de radars automobiles dans le monde sont Temic-ADC, Bosch, Delphi, Denso, TRW (Autocruise), Fujitsu Ten, et Hitachi ... . Quelques exemples de radars commercialisés sont présentés sur la figure1.15. Ils sont principalement basés sur la technologie FMCW et quelques techniques impulsionnelles. La technique FMCW, en particulier, est la plus utilisée en raison de sa simplicité de mise en œuvre et la facilité du traitement associé. Cependant, cette technologie présente des limites en termes de détection dans un contexte multi-cibles et en termes de diversité de formes d'ondes pour un contexte multi-utilisateurs.

Dans ce qui suit, nous présenterons un état de l'art des principales formes d'ondes radars existantes, susceptibles d'être intéressantes pour une application radar automobile multi-utilisateurs.

1.4 Formes d'ondes radar

Comme vu précédemment, la forme d'onde utilisée au niveau du radar influe de façon significative sur ses performances. Elle doit principalement permettre d'assurer une bonne résolution de cibles et de minimiser les lobes secondaires. Pratiquement, elle doit aussi présenter une certaine robustesse aux contraintes du système comme la complexité supportée au niveau de



FIGURE 1.15 : Quelques radars LRR et SRR du commerce.

l'émetteur, les limitations de bande passante et de puissance ainsi que les distorsions introduites par la chaîne radar. De plus, dans les systèmes actuels, le confinement spectral ainsi que la robustesse aux interférences sont devenus incontournables dans le choix d'une forme d'onde [24]. Tous ces critères doivent être pris en considération dans la conception et le choix des formes d'ondes. Dans cette partie, on présente une synthèse représentant les classes de formes d'ondes radars existantes. Elles se répartissent principalement selon les techniques de compression d'impulsion qu'elles emploient et la structure du signal en émission.

1.4.1 Techniques de compression d'impulsion

On présente dans ce qui suit les principales techniques de compression d'impulsions existantes, en plus de la modulation linéaire de fréquence LFM présentée précédemment.

1.4.1.1 Modulation non linéaire de fréquence

À l'inverse de la modulation LFM qui montre des lobes secondaires temporels importants, l'objectif de la modulation non linéaire de fréquence ou Non Linear Frequency Modulation (NLFM) est de synthétiser au départ le spectre voulu qui garantit les niveaux les plus bas de ces lobes [25]. En effet, au lieu de balayer linéairement la bande souhaitée comme dans le cas LFM, cette approche propose de dévier de ce modèle et de passer plus de temps dans les fréquences à optimiser.

Des méthodes telles que le principe de la phase stationnaire permettent de synthétiser cette nouvelle loi de fréquence non linéaire à partir d'un spectre voulu [10]. En pratique, le spectre du signal généré suivant la loi de fréquence synthétisée ne redonne pas lieu exactement au spectre théorique de départ. La conséquence est l'apparition de lobes secondaires d'autocorrélation non prédits par la théorie. D'autres méthodes plutôt empiriques proposent des lois de fréquences non linéaires connues ou des approches hybrides qui consistent à combiner les techniques LFM et NLFM. Un exemple de signal issu d'une combinaison d'une loi LFM et d'une loi non linéaire évoluant en x^7 est décrit sur la figure1.16. La fonction d'ambiguïté correspondante décrite sur la figure1.17 montre aussi la concentration du volume dans la diagonale. Cependant, les lobes secondaires temporels sont réduits par rapport au signal LFM moyennant un élargissement temporel du lobe principal.

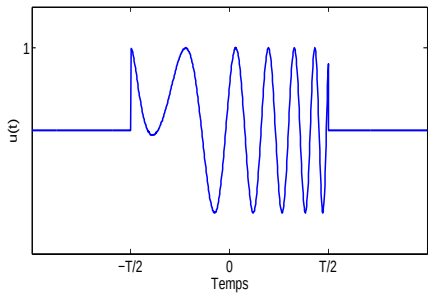


FIGURE 1.16 : Enveloppe complexe d'une impulsion NLFM, issue de la somme d'une loi linéaire et non linéaire.

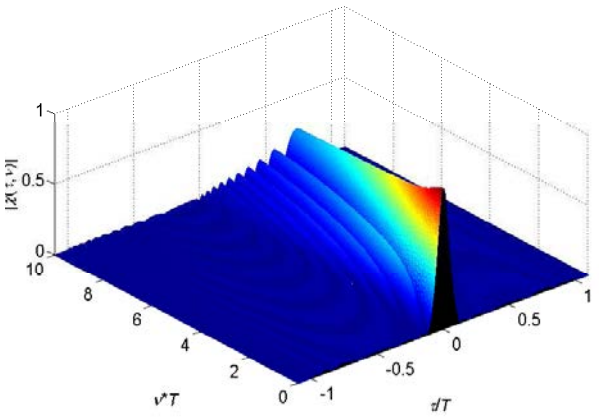


FIGURE 1.17 : Fonction d'ambiguïté d'une impulsion NLFM de durée T.

1.4.1.2 Codage de fréquence

Les techniques de codage fréquentiel consistent en une évolution temps-fréquence discrète sous forme de code contrairement à celle continue dans le cas LFM et NFLM. Il existe plusieurs codes fréquentiels dans la littérature radar et sonar [8] [26] [27]. Les plus connus et les plus performants en termes de propriétés de la fonction d'ambiguïté sont les codes de Costas. L'approche proposée par ce dernier consiste en une évolution de fréquence par sauts pseudo-aléatoires. Leurs caractéristiques principales sont : Pour chaque intervalle de temps, une seule fréquence est émise et cette dernière n'est utilisée qu'une seule fois, et l'ordre fréquentiel est optimisé pour minimiser les coïncidences entre le code et sa version décalée en temps et en fréquence. Ces propriétés permettent de se rapprocher de la fonction d'ambiguïté idéale. Un exemple d'un signal et de la fonction d'ambiguïté d'un code de taille $M = 8$ sont décrits sur les figure1.18 et figure1.19. Le produit BT dépend dans ce cas de la taille du code. Il est égal à $BT = M^2$. La diversité offerte par ces codes suscite de plus en plus d'intérêt dans des applications multi-antennes telles que le radar MIMO.

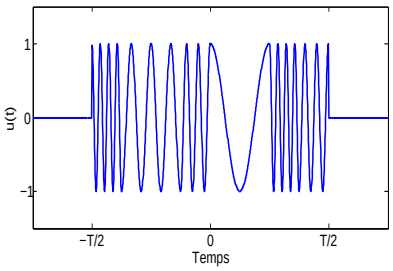


FIGURE 1.18 : Enveloppe complexe d'un signal de Costas de taille $M = 8$, code de Costas : [1,3,6,7,5,4,8,2].

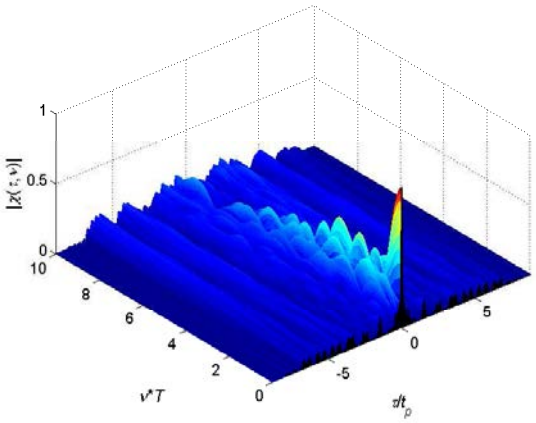


FIGURE 1.19 : Fonction d'ambiguïté d'un signal de Costas de taille $M = 8$.

1.4.1.3 Codage de phase

Une autre méthode classique de compression d'impulsion est le codage de phase [10]. Le signal est constitué de L intervalles de durée ¨time chip¨ t_c, et la phase est fixée dans chaque intervalle. La séquence des phases choisies constitue le code de phase. Ce dernier doit idéalement présenter de bonnes performances en termes de fonction d'ambiguïté et d'efficacité spectrale tout en garantissant une complexité raisonnable en génération. La génération de ces codes a fait l'objet de plusieurs recherches dans le domaine radar. Cependant, on se réfère souvent à des codes ayant de bonnes propriétés d'autocorrélation plutôt que des codes ayant de bonnes propriétés d'ambiguïté qui reste un problème assez complexe. Dans ce domaine, la littérature est riche. On trouve principalement les codes binaires et les codes polyphases. Les codes binaires désignent les codes ayant deux phases possibles 0 ou π. Les codes de Barker sont parmi les codes de phases binaires les plus connus [28]. Leur propriété principale est que le rapport entre le niveau du lobe principal et le lobe secondaire prépondérant, de la fonction d'autocorrélation, est égal à la taille du code. Le cas du code de Barker de longueur $L = 13$ est illustré sur la figure1.20 et figure1.21. On y observe clairement de bonnes propriétés en termes d'autocorrélation mais moins bonnes en termes de fonction d'ambiguïté à cause de lobes Doppler très élevés. De plus, le facteur limitant de ces codes est leur nombre réduit. En particulier, il n'y a plus de code de Barker de longueur supérieure à $L = 13$. La combinaison de plusieurs codes de longueurs inférieures peut donner lieu à de nouveaux codes binaires plus longs.

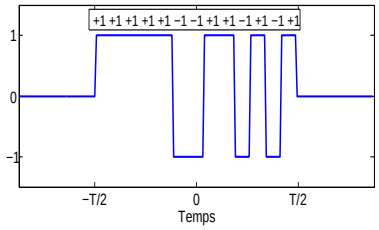


FIGURE 1.20 : Enveloppe complexe du code de Barker de longueur $L = 13$.

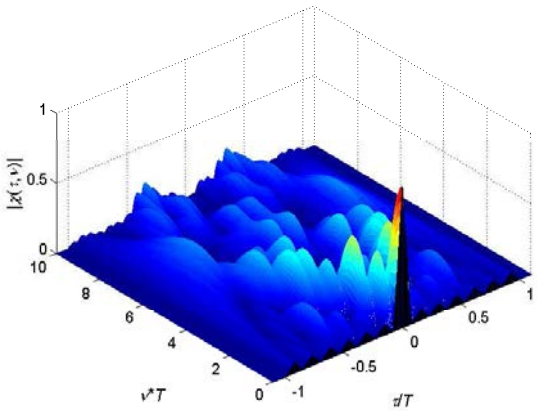


FIGURE 1.21 : Fonction d'ambiguïté du code de Barker de longueur $L = 13$.

Les codes polyphases ne présentent aucune restriction sur les phases octroyées à chaque symbole du code, et ne se limite pas à 0 et π [29]. Une variante polyphase des codes de Barker existe et a permis de trouver des codes plus longs, présentant de meilleures propriétés d'autocorrélation. Il n'y a pas de méthodes systématiques pour la recherche de ces codes. Néanmoins, des approches par optimisation numérique ont permis d'en trouver. D'autre codes polyphases sont déduits de l'historique de phase d'un signal modulé en fréquence. Ainsi, les codes ¨Chirplike¨ sont déduits de la phase d'un signal LFM afin de reproduire l'effet LFM au moyen d'une modulation de phase. On distingue notamment les codes de Frank , les codes P_x et les codes de Zadoff-Chu. Les codes de Frank [30] sont définis pour des longueurs $L = k^2$. La figure1.22 illustre l'enveloppe complexe d'un code de Frank de taille $L = 16$ et la figure1.23 sa fonction d'ambiguïté. On retrouve la diagonale de la LFM dans la fonction d'ambiguïté du code, mais discrétisée dans ce cas. D'autres variantes de codes ¨Chirplike¨ sont les codes P_1, P_2, et P_x. Les codes P_1 et P_2 sont des permutations des codes de Frank où les phases nulles sont insérées au milieu du code plutôt qu'au début comme c'est le cas avec les codes de Frank [31]. L'amélioration de ces codes par rapport aux codes de Frank, se situe au niveau des lobes

secondaires intermédiaires. Les codes précédents sont déterminés pour des longueurs $L = k^2$. Une variante plus générale des codes ¨Chirplike¨ sont les codes de Zadoff-chu [32] qui sont définis pour toutes les longueurs L. D'autres familles de codes telles que les codes P_3,P_4 et les codes de Golomb sont issues de rotations cycliques des codes de Zadoff-chu [33]. Les codes polyphases précédemment décrits possèdent comme propriété commune : Une autocorrélation périodique idéale. Cette propriété est utile pour les radars à ondes continues (CW). On trouve également d'autres variantes de codes issues des modulations non linéaires de fréquence NLFM [34] et hyperboliques [35]. Les codes polyphases ont une efficacité spectrale meilleure que celle des codes binaires en raison de sauts de phases plus fins. Cependant, les codes polyphases sont en général plus difficiles à générer et imposent une plus grande complexité de l'émetteur et du récepteur.

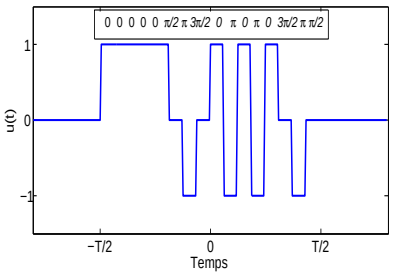


FIGURE 1.22 : Enveloppe complexe du code de Frank de longueur $L = 16$.

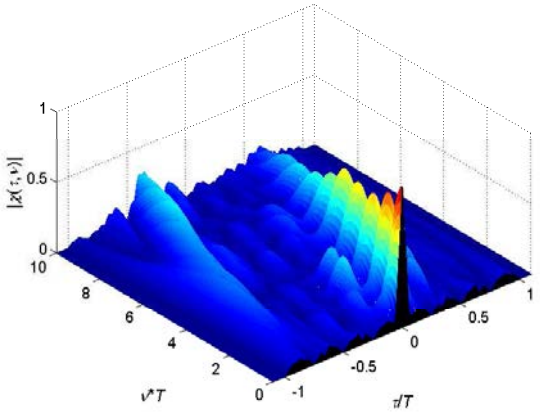


FIGURE 1.23 : Fonction d'ambiguïté du code de Frank de longueur $L = 16$.

Dans certaines applications, la diversité des formes d'ondes requise impose l'utilisation d'une famille de codes au lieu d'un code unique. Les codes complémentaires comme les codes de Golay, sont utilisés et combinés en réception afin de produire une autocorrélation idéale qui ne peut être atteinte avec un seul code [36].

1.4.1.4 Signaux multi-porteuses

Les techniques multiporteuses ont récemment fait leur apparition dans les systèmes radars. La compression d'impulsion a été proposée par Levanon sous le concept Multicarrier Phase Coded Pulse (MCPC) [37]. L'impulsion est constituée de M séquences de phase de longueur L transmises sur M porteuses différentes comme décrit sur la figure1.24. L'espacement entre porteuses Δf doit être égal à l'inverse de la durée du bit t_p afin d'avoir un système similaire à l'OFDM. La génération sera donc facilitée par l'exploitation de FFTs sur chaque intervalle t_p. Le taux de compression atteint par ces signaux est $BT = M \times L$ avec une résolution temporelle de $\frac{t_p}{M}$ et une résolution Doppler de $\frac{1}{T} = \frac{1}{Lt_p}$. On illustre le cas d'un signal MCPC codé par une famille de $M = 8$ codes de Golay de taille $L = 8$ sur la figure1.25 et sa fonction d'ambiguïté sur la figure1.26.

L'inconvénient majeur de ces signaux est la variation d'amplitude PMEPR (Peak-to-Mean Envelope Power Ratio) qui est un problème courant dans les systèmes OFDM. Dans un système radar, on a plus de degrés de liberté du fait qu'il n'y ait pas de contraintes sur les données émises. Il suffit donc de trouver la famille de séquences à utiliser pour avoir le PMEPR minimum. Ces séquences doivent garantir un PMEPR le plus faible possible tout en ayant une fonction d'ambiguïté favorable [38]. Des systèmes proposent aussi d'exploiter les avantages de l'OFDM

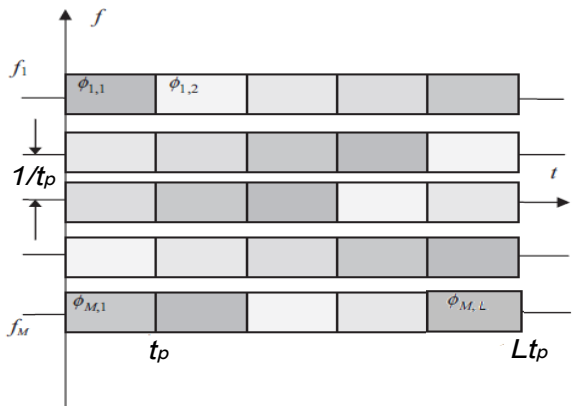


FIGURE 1.24 : Structure d'un code MCPC de M séquences de taille L.

pour effectuer de la communication et le radar simultanément [39]. Les symboles émis, dans ces conditions, correspondent à des symboles de communication et ne peuvent pas être modifiés pour améliorer le PMEPR ou la fonction d'ambiguïté.

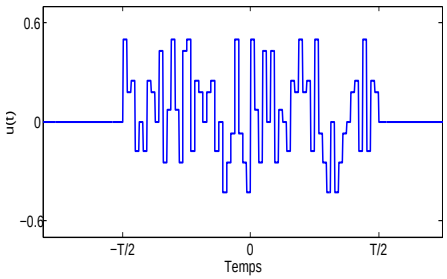


FIGURE 1.25 : Enveloppe complexe d'un signal MCPC $M = L = 8$, codes de Golay 8×8.

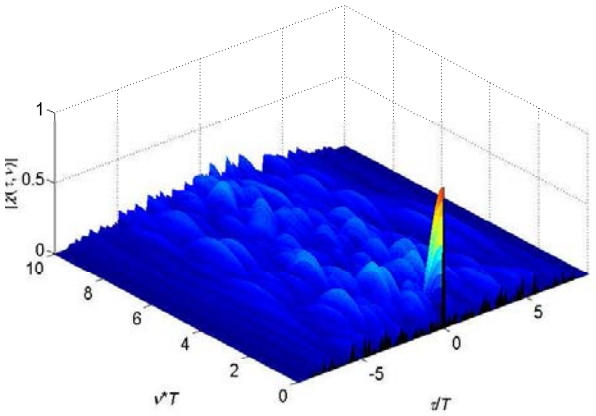


FIGURE 1.26 : Fonction d'ambiguïté d'un signal MCPC $M = L = 8$, codes de Golay 8×8.

1.4.2 Structure du signal en émission

Les technologies radars diffèrent par les techniques de compression d'impulsion utilisées mais aussi par la forme en émission. Selon l'application souhaitée, le signal peut être impulsionnel ou à onde continue.

1.4.2.1 Le train d'impulsion

Dans les techniques de compression d'impulsions décrites auparavant, l'amélioration par rapport à une impulsion non modulée était en termes de résolution temporelle qui est directement liée à la largeur de bande considérée. La résolution Doppler est, quant à elle, constante et inversement proportionnelle à la durée du signal. L'utilisation d'un train d'impulsions identiques permet d'améliorer la résolution Doppler en augmentant la durée du signal et en répartissant la fonction d'ambiguïté sur d'autres lobes (lobes récurrents) suffisamment éloignés du lobe principal. De plus, l'énergie du signal est répartie sur plusieurs impulsions au lieu d'une seule ; ce qui

permet de limiter la puissance crête. Un exemple de train de $N = 10$ impulsions non modulées et de période de répétition $T_r = 5 \times T$ est illustré sur la figure1.27. Sa fonction d'ambiguïté est décrite sur la figure1.28. Elle dépend de la fonction d'ambiguïté des impulsions individuelles. En effet, on démontre que la fonction d'ambiguïté du train $\chi_N(\tau, \nu)$, autour du lobe principal $|\tau| \leq T$, peut s'exprimer en fonction de celle d'une seule impulsion du train $\chi(\tau, \nu)$:

$$\chi_N(\tau, \nu) = \chi(\tau, \nu) \frac{\sin(N\pi\nu T_r)}{N \sin(\pi\nu T_r)}. \tag{1.20}$$

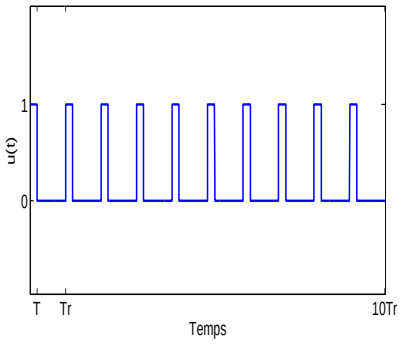


FIGURE 1.27 : Enveloppe complexe d'un train de 10 impulsions non modulée avec $T_r = 5T$.

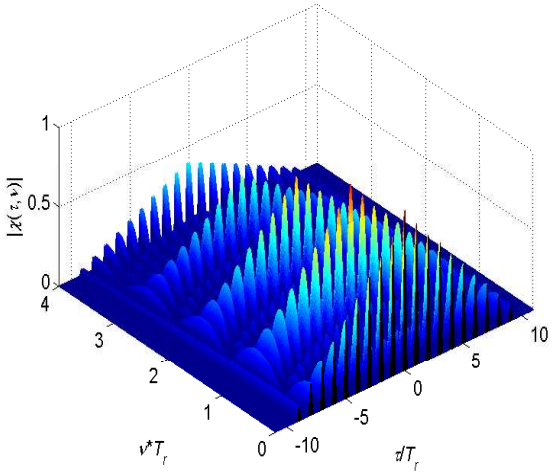


FIGURE 1.28 : Fonction d'ambiguïté d'un train de 10 impulsions non modulée avec $T_r = 5T$.

On note que le changement n'opère que sur la variation en fonction de la fréquence Doppler ν exclusivement. La finesse du lobe principal dans l'axe Doppler est améliorée ainsi que la résolution Doppler qui passe de $\frac{1}{T}$ dans le cas d'une seule impulsion à $\frac{1}{NT_r}$. La période de répétition contrôle la position des lobes récurrents qui apparaissent à $(\tau, \nu) = (kT_r, \frac{k'}{T_r})$. Une valeur élevée de T_r éloigne les lobes récurrents temporellement mais les rapproche fréquentiellement et inversement. T_r doit donc être judicieusement choisie pour satisfaire ce compromis. Des variantes de train d'impulsions constituées d'impulsions non identiques existent aussi. Elles permettent des améliorations en termes de niveau des lobes secondaires temporels et de niveau des lobes récurrents. Dans la même optique, un train d'impulsions avec T_r variable permet de contrôler les zones d'ambiguïté. Un autre but du train d'impulsions est l'augmentation graduelle de la bande passante globale du signal tout en gardant une bande instantanée relativement étroite et ainsi faciliter le traitement en réception. Un saut de fréquence est octroyé à chaque impulsion pour balayer la bande totale voulue au cours des N impulsions .

1.4.2.2 Les signaux à ondes continues

Les radars à ondes continues émettent continuellement un signal radar et son écho est continuellement reçu et traité. Les radars à ondes continues assurent simultanément l'émission et la réception d'où la nécessité de séparation de l'onde émise de celle reçue. Dans des systèmes à Doppler élevé, cette séparation est assurée par l'effet Doppler induit. Toutefois, l'utilisation d'antennes d'émission et de réception bien isolées est toujours nécessaire. Les systèmes radars bistatiques utilisent des antennes différentes en émission et en réception, pour pallier à ce problème. Les avantages principaux de l'émission continue sont la maximisation de l'énergie

émise et la simplicité liée à l'absence d'interruptions au cours de l'émission. Le signal émis peut être modulé ou non. Les modulations les plus utilisées sont celles décrites sur la figure1.29 : La modulation en toît et la modulation en dents de scie. Toutefois, les techniques de compression d'impulsions décrites auparavant peuvent être adaptées à une émission continue. Dans le cas d'un codage de phase en particulier, l'avantage est de pouvoir tirer profit des propriétés de certains codes de phases idéaux (autocorrélation périodique idéale).

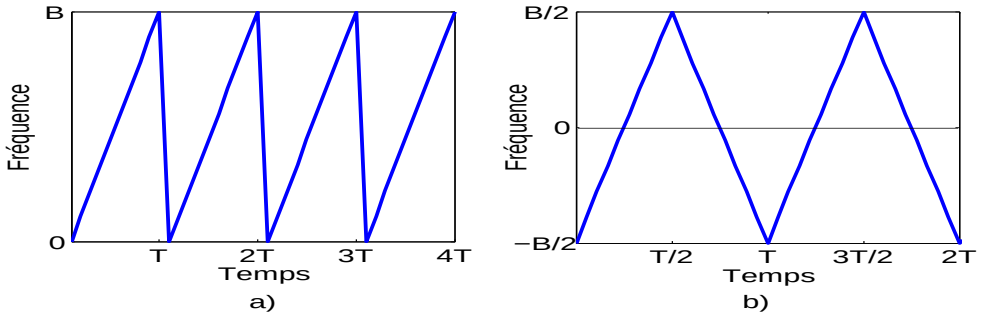


FIGURE 1.29 : Modulation en fréquence pour les signaux à onde continue : a) Modulation en dents de scie b) modulation en toît.

L'étude de l'état de l'art des formes d'ondes radars nous a permis de constater qu'il existe bel et bien des techniques de compression d'impulsions plus adaptées à un contexte radar multi-utilisateurs. Les signaux à diversité fréquentielle et de phase, en particulier, montrent un grand potentiel pour la synthèse de familles de signaux diversifiés. Nous exploiterons ces techniques dans la suite du travail.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents systèmes de détection d'obstacles existants dans le domaine des transports avec un intérêt particulier pour ceux se basant sur la technologie radar. L'étude s'est, par la suite, focalisée sur les radars automobiles. Ces derniers doivent présenter un bon pouvoir de détection des cibles, une estimation fiable, tout en garantissant une taille raisonnable et un coût réduit. Les différentes technologies utilisées ainsi que les méthodes d'estimation de la position et de la vitesse associées ont été présentées. La technologie FMCW en particulier semble présenter un bon compromis complexité-performance. Néanmoins, elle montre des limites en présence de plusieurs cibles. De plus, avec le nombre croissants de radars opérant à proximité, les interférences entre ces radars sont de plus en plus présentes et la nécessité de formes d'ondes robustes vis à vis de ces interférences devient nécessaire. Pour identifier de nouvelles formes d'ondes offrant plus de diversité, nous avons proposé une analyse des différentes formes d'ondes radars existants dans la littérature. Cette étude a permis de constater que les codes temps-fréquences ainsi que les codes de phases offrent un large choix en termes de formes d'ondes contrairement aux signaux LFM. Ainsi, nous proposons, dans la suite de notre travail, d'exploiter ces approches pour proposer de nouvelles techniques de compression d'impulsion plus adaptées à un contexte radar multi-utilisateurs.

Chapitre 2

Conception de nouvelles formes d'ondes flexibles pour le radar automobile

2.1 Introduction

Comme vu dans le chapitre précédent, beaucoup de formes d'ondes offrent la diversité nécessaire pour un contexte multi-utilisateurs. Les familles de codes temps-fréquence en particulier permettent de répondre à ce besoin avec la multitude de codes pouvant être générés. Parmi ces familles, on note les codes de Costas qui offrent de bonnes performances en termes de fonction d'ambiguïté. De plus, de nombreux travaux se sont intéressés aux versions modifiées des signaux de Costas afin d'améliorer encore plus les performances. C'est cette voie de recherche que nous avons explorée dans le but d'introduire encore de la diversité à ces signaux. Ainsi, l'objectif dans cette partie est de présenter notre contribution en matière de conception de nouvelles formes d'ondes basées sur les signaux de Costas modifiés. Après avoir rappelé le principe et les propriétés des signaux de Costas, nous nous intéressons à la modification de ces signaux en particulier dans le cas où l'espacement entre sauts fréquentiels serait augmenté au delà de la condition d'orthogonalité initialement considérée. Nous proposons plusieurs formes d'ondes en exploitant différents types d'impulsions dans les sauts fréquentiels qui constituent le code. Les formes d'ondes synthétisées seront comparées selon plusieurs critères (fonction d'ambiguïté, propriétés spectrales, enveloppe du signal...). Un intérêt particulier est accordé aux bornes de performances, notamment la borne de Cramer-Rao, de ces formes d'ondes afin d'évaluer leurs performances en estimation. Les propriétés conjointes de ces formes d'ondes seront, quant à elles, traitées dans le chapitre suivant.

2.2 Signaux de Costas

Un signal de Costas peut être vu comme une concaténation séquentielle d'impulsions de fréquences centrales variables selon un ordre dit de Costas. La loi de fréquence proposée est discrète et consiste en un code temps-fréquence de taille M comme illustré sur la figure2.1-a). La représentation matricielle de ces codes consisterait à avoir un point pour chaque ligne-colonne (temps-fréquence) occupée. La caractéristique principale de ces codes est que, pour chaque intervalle de temps de durée ¨time pulse¨ t_p, une seule fréquence est émise et cette dernière n'est utilisée qu'une seule fois de façon à minimiser les coïncidences entre le signal et sa copie retardée en temps et en fréquence, en dehors de $(\tau, \nu) = (0, 0)$ où la coïncidence est totale. La matrice d'ambiguïté, décrite sur la figure2.1-b), qui est la version discrète de la fonction d'ambiguïté,

permet de vérifier cette propriété. La coïncidence maximale, en dehors de l'origine, vaut 1. Ceci permet d'avoir une fonction d'ambiguïté qui s'approche du cas idéal. Ceci est vérifié tant que la condition d'espacement entre les sauts de fréquence Δf est égal à l'inverse de la durée de bit ($\Delta f = \frac{1}{t_p}$). Cette condition garantit l'orthogonalité des fréquences utilisées.

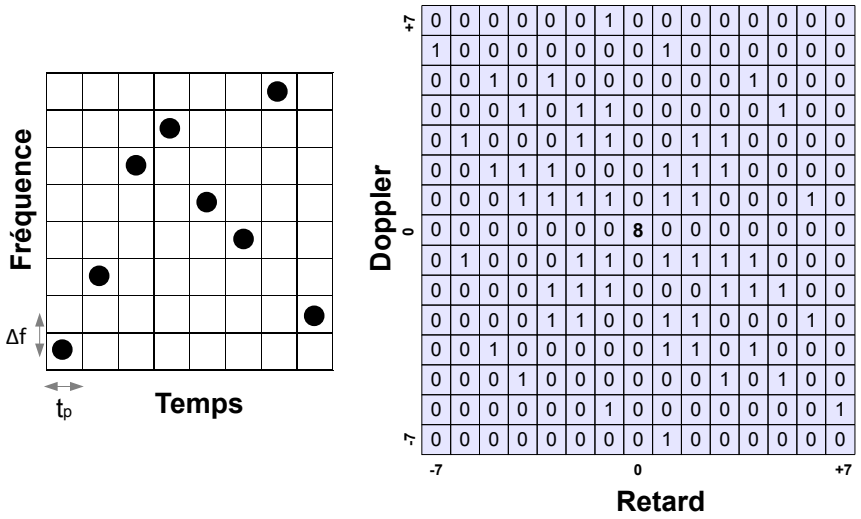


FIGURE 2.1 : a) Exemple d'un code de Costas de taille $M = 8$,[1,3,6,7,5,4,8,2] b) matrice d'ambiguïté correspondante.

L'enveloppe complexe $x(t)$ correspondant au code de Costas $C = [c_m]_{m=0:M-1}$ est donnée par [10] :

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} u_m(t - mt_p) \quad \text{où} \quad u_m(t) = e^{(j2\pi f_m t)} \times \text{Rect}(\frac{t}{t_p}), f_m = c_m \Delta f = \frac{c_m}{t_p} \tag{2.1}$$

$$\text{et} \quad \text{Rect}(\frac{t}{t_p}) = \begin{cases} 1 \text{ si } 0 \leq t \leq t_p \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases}$$

Afin de minimiser les coïncidences dans la matrice d'ambiguïté, les distances entre les différents points de la matrice du code doivent être toutes distinctes. Autrement dit, tous les $(c_i - c_j, i - j) : i, j \in [0 : M-1], i > j$ doivent être différents. En posant $i - j = k$, la matrice des différences du code C est donnée par $T(C)$ dont les lignes sont données par $t_k(C) = (C_{j+k} - C_j : j \in [0 : M-k-1], k \in [0 : M-2])$. Pour que le code soit un code de Costas, il suffit de s'assurer, que pour chaque ligne de la matrice, les éléments du vecteur t_k sont tous différents. A titre d'exemple, la matrice des différences du code de Costas de taille $M = 10$,$[1, 2, 4, 8, 5, 10, 9, 7, 3, 6]$, est donnée par :

$$T(C) = \left(\begin{array}{ccccccccc|c} 1 & 2 & 4 & -3 & 5 & -1 & -2 & -4 & 3 & t_0 \\ 3 & 6 & 1 & 2 & 4 & -3 & -6 & -1 & & \\ 7 & 3 & 6 & 1 & 2 & -7 & -3 & & & \\ 4 & 8 & 5 & -1 & -2 & -4 & & & & . \\ 9 & 7 & 3 & -5 & 1 & & & & & . \\ 8 & 5 & -1 & -2 & & & & & & . \\ 6 & 1 & 2 & & & & & & & \\ 2 & 4 & & & & & & & & \\ 5 & & & & & & & & & t_8 \end{array}\right)$$

Cette approche permet de rechercher parmi les séquences possibles de longueur M ($M!$ séquences), celles qui obéissent à cette propriété. Plusieurs codes ont été trouvés et répertoriés

dans la littérature littérature [40] [1]. Leur nombre est très important pour des tailles aux alentours de $M = 16$ et décroît pour les tailles supérieures comme décrit dans la table 2.1. Cependant, la recherche devient plus coûteuse en termes de charge calculatoire quand M devient grand et on s'oriente vers des méthodes de génération algébrique. En effet, il existe plusieurs algorithmes de construction des codes de Costas [41][42]. Les plus connus sont les algorithmes de Welch et Lempel-Golomb [43] et les sous méthodes qui en découlent. Ils exploitent principalement la théorie des corps de Galois et leurs racines primitives.

TABLE 2.1 : Nombre de codes de Costas selon la taille M du code

M	N_{codes}	M	N_{codes}	M	N_{codes}	M	N_{codes}
1	1	9	760	17	18276	25	88
2	2	10	2160	18	15096	26	56
3	4	11	4368	19	10240	27	204
4	12	12	7852	20	6464	28	712
5	40	13	12828	21	3536	29	164
6	116	14	12752	22	2052		
7	200	15	19612	23	872		
8	444	16	21104	24	200		

2.3 Nouveaux signaux basés sur la modification des signaux de Costas

2.3.1 Principe de conception

La condition de génération des codes de Costas prescrit que l'espacement entre fréquences du code doit être au moins égal à l'inverse de la durée de l'impulsion c'est à dire $\Delta f = \frac{1}{t_p}$. Les fréquences du signal $f_m(m = 1...M)$ seront généralement des multiples de Δf : $f_m = \frac{c_m}{t_p}$. En effet, cette condition garantit l'orthogonalité entre les différentes fréquences du signal et force la fonction d'ambiguïté à avoir des zéros aux points τ et μ multiples de t_p et $\frac{1}{t_p}$ respectivement, excepté aux points où la matrice d'ambiguïté est non nulle. Cependant, la condition d'orthogonalité est parfois contraignante. En effet, elle impose l'espacement des sauts fréquentiels ; ce qui confère une certaine rigidité lors de la conception. Augmenter Δf au delà de l'inverse de la durée d'impulsion i.e. $\Delta f > \frac{1}{t_p}$ permet une plus grande souplesse qui peut essentiellement être exploitée selon les deux points de vue suivants :

Pour une bande passante fixée B, la durée de signal requise pour balayer cette bande est inférieure : Dans la table 2.2, deux configurations avec même bande passante B, même durée d'impulsion t_p mais différents sauts fréquentiels Δf, $\Delta f'$ sont comparées. La durée du signal (ainsi que la taille du code) avec un saut fréquentiel $\Delta f'$ est plus petite d'un facteur $t_p \Delta f'$ comparée au cas $\Delta f = \frac{1}{t_p}$.

Pour une durée totale fixée T, la bande passante balayée est supérieure : Ceci est illustré dans la table 2.3, où deux configurations avec même durée T, même durée d'impulsion t_p mais différents sauts fréquentiels Δf, $\Delta f'$ sont comparées. La bande passante totale balayée dans le cas d'un saut $\Delta f'$ est plus grande d'un facteur $t_p \Delta f'$ comparée au cas $\Delta f = \frac{1}{t_p}$.

1. `http://jameskbeard.com/jameskbeard/Costas_Arrays.html`

TABLE 2.2 : Illustration de la diminution de la durée du signal dans le cas $\Delta f > \frac{1}{t_p}$, pour B et t_p fixes

	Bande passante	Durée	Comparaison
$t_p\Delta f = 1$	$B = M\Delta f = \frac{M}{t_p}$	$T = Mt_p$	$T = T' \times t_p\Delta f'$
$t_p\Delta f' > 1$	$B = M'\Delta f' = \frac{M'}{t_p} \times t_p\Delta f'$	$T' = M't_p$	$T' < T$

TABLE 2.3 : Illustration de l'augmentation de la bande passante dans le cas $\Delta f > \frac{1}{t_p}$, pour T et t_p fixes

	Durée	Bande passante	Comparaison
$t_p\Delta f = 1$	$T = Mt_p$	$B = M\Delta f = \frac{M}{t_p}$	$B' = B \times t_p\Delta f'$
$t_p\Delta f' > 1$	$T = Mt_p$	$B' = M\Delta f' = \frac{M}{t_p} \times t_p\Delta f'$	$B' > B$

Dans un système réel, on fixe plutôt le produit de la bande passante et de la durée totale : BT. Dans le cas des signaux de Costas, ce dernier est fixé et égal à $BT = M^2$. Ceci traduit bien la rigidité imposée par la condition d'orthogonalité : On ne peut générer que des formes d'ondes pour des produits BT spécifiques et aller au-delà de cette condition permet bien d'alléger cette contrainte.

Cependant, élargir l'espacement entre fréquences en gardant des impulsions rectangulaires n'est pas approprié car d'un point de vue spectral, l'espacement entre fréquences est augmenté ; il faut que les impulsions du code occupent efficacement ce nouvel espacement. De plus, quand la condition d'orthogonalité n'est plus satisfaite, pour des impulsions rectangulaires, des lobes récurrents ou ¨grating lobes¨ apparaissent autour du lobe principal de la fonction d'autocorrélation du signal. La figure2.2 montre le cas d'un signal de Costas construit avec $t_p\Delta f = 5$.

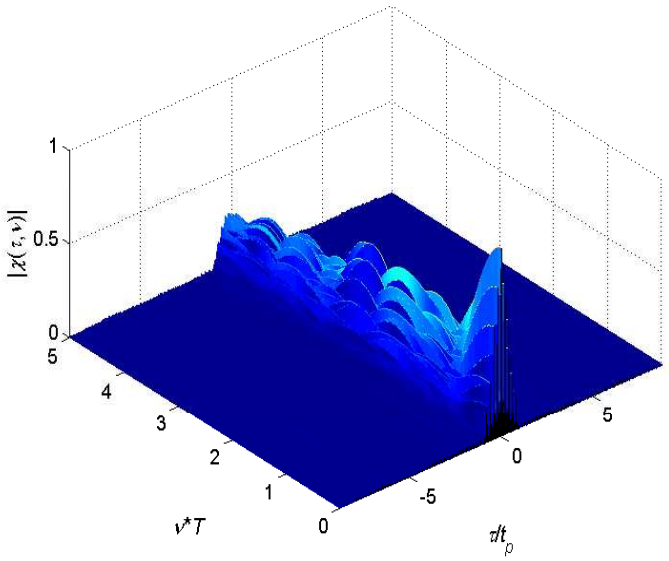


FIGURE 2.2 : Fonction d'ambiguïté du signal de Costas [2,6,3,8,7,5,1,4] avec $t_p\Delta f = 5$.

Pour expliquer ce phénomène, notons que dans [44], il a été montré qu'autour du lobe temporel principal ($|\tau| < t_p$), la fonction d'autocorrélation partielle $R(\frac{\tau}{t_p})$ est définie par le produit de deux fonctions : $R_1(\frac{\tau}{t_p})$ et $R_2(\frac{\tau}{t_p})$. $R_1(\frac{\tau}{t_p})$ est l'autocorrélation du signal constituant les impulsions de Costas tandis que $R_2(\tau)$ traduit la distribution des lobes récurrents dans cette région en fonction du produit $t_p\Delta f$. $R(\frac{\tau}{t_p})$, pour $|\tau| < t_p$, est donc donnée par :

$$|R(\frac{\tau}{t_p})| = |R_1(\frac{\tau}{t_p})|.|R_2(\frac{\tau}{t_p})| + |\epsilon(\frac{\tau}{t_p})| \tag{2.2}$$

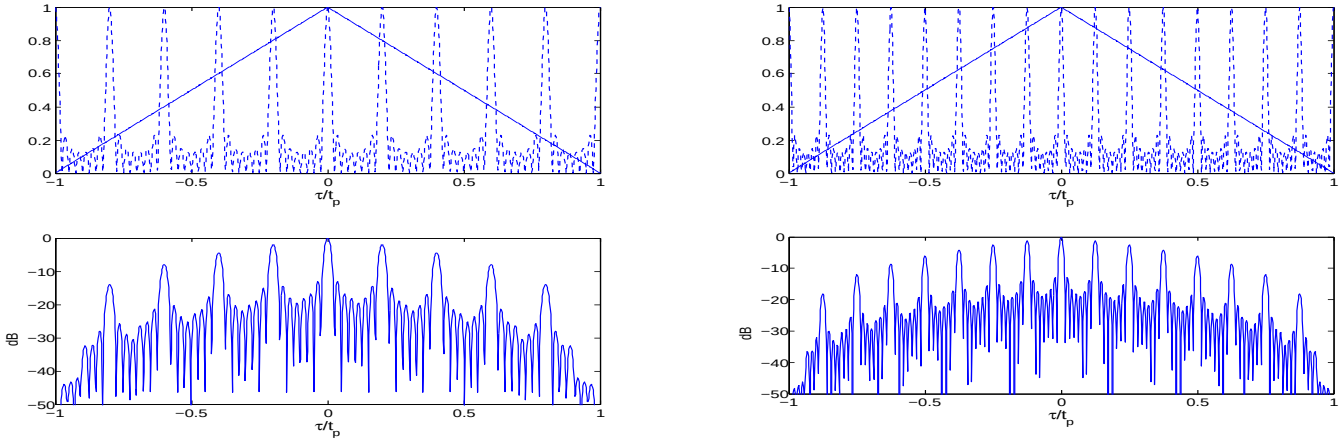
$\epsilon(\frac{\tau}{t_p})$ est un terme additionnel dû à l'intercorrélation entre impulsions adjacentes. Cette expression sera développée et généralisée dans la section 2.3.2. La contribution dominante vient du premier terme de la somme [44]. $R_2(\frac{\tau}{t_p})$ dépend des paramètres du signal de Costas : Sa taille M et le produit $t_p\Delta f$:

$$|R_2(\frac{\tau}{t_p})| = |\frac{\sin(M\pi t_p\Delta f\frac{\tau}{t_p})}{M\sin(\pi t_p\Delta f\frac{\tau}{t_p})}|. \tag{2.3}$$

Les lobes récurrents sont dus aux maxima de $R_2(\tau)$ (maxima globaux) qui apparaissent à :

$$\tau_g(k) = \frac{k}{t_p\Delta f}t_p, \qquad k = 0, \pm1, \pm2\cdots \pm \lfloor t_p\Delta f \rfloor. \tag{2.4}$$

Dans le cas d'impulsions rectangulaires, $R_1(\frac{\tau}{t_p})$ a une forme triangulaire et l'autocorrélation partielle $R(\frac{\tau}{t_p})$ présente des lobes récurrents équidistants dont l'amplitude décroit linéairement comme montré sur la figure2.3-a) et b). L'effet des lobes récurrents augmente avec le $t_p\Delta f$: Leur nombre augmente et leur espacement devient de plus en plus petit.



a) $t_p\Delta f = 5$ b) $t_p\Delta f = 8$

FIGURE 2.3 : Fonction d'autocorrélation du signal de Costas [2,6,3,8,7,5,1,4] , $|\tau| < t_p$, $t_p\Delta f > 1$ (lobes récurrents), Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

D'après l'analyse précédente, une amélioration des signaux de Costas peut être obtenue en modifiant $R_1(\frac{\tau}{t_p})$, en relation avec $R_2(\frac{\tau}{t_p})$ afin d'éliminer les lobes récurrents . L'idée a été initiée par Levanon [44] avec l'utilisation d'impulsions LFM à la place des impulsions rectangulaires. Autres versions modifiées des codes de Costas ont été proposées avec l'emploi des codes de phase et des séquences complémentaires [45],[46],[47]. Cependant, ils se sont limités au cas $t_p\Delta f = 1$. Dans les paragraphes qui suivent, nous explorons d'autres formes d'ondes pour les impulsions de Costas afin d'introduire la diversité nécessaire pour une adaptation à un contexte multi-utilisateurs. Le principe est décrit sur la figure2.4 où les impulsions rectangulaires de Costas sont remplacées par de nouvelles formes d'ondes d'enveloppe complexe $A(t)$, de durée t_p et de bande passante à -3dB, B_p.

Chaque saut fréquentiel f_m est alors modulé par la nouvelle forme d'onde $A(t)$. L'enveloppe complexe $x(t)$ du signal de Costas modifié sera alors égale à :

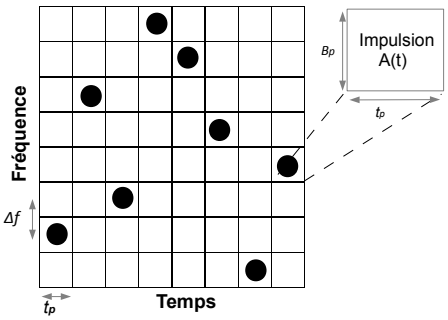


FIGURE 2.4 : Principe de modification des signaux de Costas.

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} u_m(t - mt_p) \quad \text{où} \quad u_m(t) = e^{(j2\pi f_m t)} \times A(t), f_m = c_m \Delta f \tag{2.5}$$

Les signaux de Costas standard constituent le cas particulier où $A(t) = \text{Rect}(\frac{t}{t_p})$ et $\Delta_f = \frac{1}{t_p}$. La nature des impulsions sera discutée dans les paragraphes qui suivent. La conception est basée sur l'optimisation de la fonction d'autocorrélation afin de trouver les combinaisons de R_1 et de R_2 qui garantissent une réduction significative des lobes récurrents . Nous nous intéressons aussi au comportement de la fonction d'ambiguïté de ces nouveaux signaux. Pour ce faire, nous développons, dans ce qui suit, sa formule analytique.

2.3.2 Fonction d'ambiguïté des signaux de Costas modifiés

La fonction d'ambiguïté $\chi(\tau, \nu)$ des signaux de Costas modifiés est déduite de celle d'un Costas standard [8] :

$$\begin{aligned} \chi(\tau,\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \\ \chi(\tau,\nu) &= \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi m\nu t_p}[\Phi_{mm}(\tau,\nu) + \sum_{n=0,n\neq m}^{M-1} \Phi_{mn}(\tau-(m-n)t_p,\nu)] \end{aligned} \tag{2.6}$$

où $\Phi_{mn}(\tau, \nu)$ est défini par :

$$\Phi_{mn}(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_m^*(t)u_n(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt, |\tau| \leq t_p \tag{2.7}$$

Pour les signaux modifiés, $u_m(t) = A(t) \times e^{(j2\pi f_m t)}$. $\Phi_{mn}(\tau, \nu)$ devient :

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\tau,\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t)e^{-j2\pi f_m t}A(t-\tau)e^{j2\pi f_n(t-\tau)}e^{j2\pi\nu t}dt \\ \Phi_{mn}(\tau,\nu) &= e^{-j2\pi f_n\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t)A(t-\tau)e^{j2\pi(\nu+(f_n-f_m))t}dt \\ \Phi_{mn}(\tau,\nu) &= e^{-j2\pi f_n\tau}\chi_A(\tau,\nu+(f_n-f_m)), |\tau| \leq t_p \end{aligned} \tag{2.8}$$

où $\chi_A(\tau, \nu)$ est la fonction d'ambiguïté de la nouvelle impulsion $A(t)$. En remplaçant l'équation 2.8 dans l'équation 2.6, on trouve la fonction d'ambiguïté globale des signaux de Costas modifiés :

$$\chi(\tau,\nu) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi m\nu t_p} \Big[\chi_A(\tau,\nu)e^{-j2\pi f_m\tau} + \sum_{n=0,n\neq m}^{M-1} \chi_A(\tau-(m-n)t_p, \nu+(f_n-f_m))\, e^{-j2\pi f_n(\tau-(m-n)t_p)}\Big] \tag{2.9}$$

Il est indiqué dans [8] qu'autour du lobe principal ($|\tau| \leq t_p$), la fonction d'ambiguïté dépend du premier terme de la somme de l'équation 2.9 :

$$\chi(\tau,\nu) \approx \chi_A(\tau,\nu) \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}, |\tau| \leq t_p \tag{2.10}$$

Selon l'équation 2.10, on peut voir la contribution capitale de la fonction d'ambiguïté de l'impulsion $A(t)$. Ceci peut être vérifié sur les coupes à retard nul et Doppler nul. Sachant que $\sum_{m=0}^{M-1} e^{j\alpha m} = \frac{\sin(\frac{M\alpha}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} e^{j(M-1)\frac{\alpha}{2}}$ et $f_m = c_m\Delta f$, on peut déduire la coupe à Doppler nul (fonction d'autocorrelation) $|R(\frac{\tau}{t_p})| = |\chi(\tau,0)|$ précédemment décrite dans l'équation 2.2 en fonction de l'autocorrélation de l'impulsion de Costas $|R_1(\frac{\tau}{t_p})| = |\chi_A(\tau,0)|$. Dans le cas présent, l'ordre fréquentiel c_m n'influe pas sur la coupe à Doppler nul au voisinage du lobe principal. De la même façon, on obtient la coupe à retard nul :

$$\begin{aligned} |\chi(\tau,0)| &\approx |\chi_A(\tau,0)| \left|\frac{\sin(M\pi\tau\Delta f)}{\sin(\pi\tau\Delta f)}\right|, |\tau| \leq t_p \\ |\chi(0,\nu)| &\approx |\chi_A(0,\nu)| \left|\frac{\sin(M\pi\nu t_p)}{\sin(\pi\nu t_p)}\right| \end{aligned} \tag{2.11}$$

La réduction des lobes récurrents résulte de l'optimisation conjointe des fonctions $R_1(\frac{\tau}{t_p})$ et $R_2(\frac{\tau}{t_p})$. De plus, pour atteindre cette réduction avec un minimum de consommation de bande passante, la bande passante B_p de $A(t)$ doit être prise en compte. En effet, pour éviter que plusieurs périodes de $R_2(\frac{\tau}{t_p})$ ne soient contenues dans le lobe principal de $R_1(\frac{\tau}{t_p})$, la position du premier zéro de R_1, $\tau_{1er-zéro}$, qui est liée à l'inverse de B_p, doit être inférieure à la position du premier lobe récurrent :

$$\begin{aligned} \tau_{1er-zéro} < \tau_{g1} &\Rightarrow \frac{1}{B_p} < \frac{1}{\Delta f} \\ &\Rightarrow t_p B_p > t_p \Delta f. \end{aligned} \tag{2.12}$$

En plus de la réduction des lobes récurrents, cette condition garantit aussi une bonne occupation spectrale, du fait que B_p est au moins égale à l'espacement fréquentiel Δf. En pratique, il est préférable de choisir B_p qui remplit la condition de l'équation 2.12 tout en garantissant un taux de recouvrement $\frac{B_p}{\Delta f}$ le plus faible possible. Dans ce qui suit, nous proposons plusieurs types d'impulsions et nous discuterons des performances en termes de réduction des lobes récurrents .

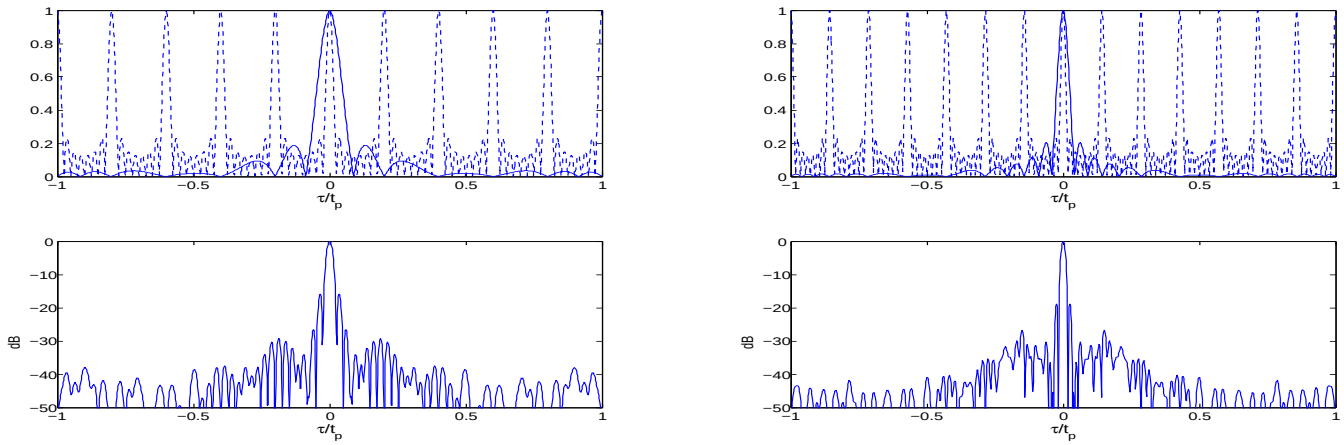
2.3.3 Signal de Costas avec impulsion modulée LFM

Les lobes récurrents apparaissent pour tous les signaux à sauts fréquentiels discrets, quand la condition d'orthogonalité n'est pas satisfaite. Des travaux de la littérature proposent de réduire leur effet en remplaçant les impulsions rectangulaires par des impulsions LFM [48]. Le principe a été par la suite étendu à des signaux de type Costas que l'on introduit dans ce qui suit [44].

L'impulsion utilisée est une impulsion LFM d'enveloppe complexe $A(t) = \text{Rect}(\frac{t}{t_p})e^{j\pi(\frac{B_p}{t_p})t^2}$. Le lien entre les produits $t_p\Delta f$ et t_pB_p est établi en positionnant les deux premiers lobes récurrents sur deux zéros de la fonction d'autocorrélation de l'impulsion LFM [48]. Ceci conduit aux relations suivantes :

$$t_p\Delta f = \frac{4m-n}{2m-n} \quad \text{et} \quad t_pB_p = \frac{(4m-n)^2}{2(2m-n)} \quad \text{où} \quad m,n \in \mathbb{N} \tag{2.13}$$

Sur les figure2.5-a) et b) , deux exemples d'un signal de Costas avec impulsions LFM sont montrés, pour $(t_p\Delta f, t_pB_p)$ égal à $(5, 12.5)$ et $(7, 24.5)$ respectivement. Les lobes récurrents sont significativement réduits par l'autocorrélation de l'impulsion LFM.



a) $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (5, 12.5), (m,n) = (2,3)$ b) $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (7, 24.5), (m,n) = (3,5)$

FIGURE 2.5 : Fonction d'autocorrélation du signal de Costas-LFM, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

Les relations décrites dans l'équation 2.13 donnent lieu parfois, pour un $t_p\Delta f$ fixé, à des valeurs de t_pB_p très grandes. A titre d'exemple, pour un $t_p\Delta f = 6$, la valeur minimale pour t_pB_p est 36 : $(m,n) = (5,8)$. Ceci engendre une valeur élevée du taux de recouvrement ($\frac{B_p}{\Delta f} = 6$). Nous proposons d'alléger cette contrainte en positionnant un seul zéro de l'autocorrélation de l'impulsion LFM sur le premier lobe récurrent i.e. $\pi B_p \frac{k}{\Delta f}(1 - \frac{k}{t_p\Delta f}) = m\pi$ où k est l'ordre du lobe récurrent et m l'ordre du zéro de l'impulsion LFM. Ainsi, quand le $m^{ième}$ zéro coïncide avec le premier lobe récurrent $(k = 1)$, nous obtenons :

$$t_pB_p = m\frac{(t_p\Delta f)^2}{(t_p\Delta f - 1)}, m \in \mathbb{N}. \tag{2.14}$$

Dans ce cas, les autres lobes récurrents sont également réduits tandis que le taux de recouvrement est plus faible. En effet, pour l'exemple cité précédemment, avec les nouvelles conditions, pour $t_p\Delta f = 6$, le t_pB_p minimum est égale à $t_pB_p = 7.2$, et le taux de recouvrement est réduit à $\frac{B_p}{\Delta f} = 1.2$. Quelques configurations de combinaison Costas-LFM, validées par simulation, sont présentés dans la table 2.4. Le choix de m doit concilier à la fois la réduction

des lobes récurrents et la limitation du taux de recouvrement. Le niveau des lobes secondaires PSLR (Peak to SideLobe Ratio) correspondant, dans la zone $|\tau| \leq t_p$ est décrit sur la figure2.6.

m	$t_p\Delta f$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$	m	$t_p\Delta f$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$
1	2	4	2	3	6	21.6	3.6
2	2	8	4	2	7	16.33	2.33
2	3	9	3	3	7	24.5	3.5
3	3	13.5	4.5	2	8	18.26	2.29
2	4	10.66	2.66	3	8	27.43	3.43
3	4	16	4	2	9	20.25	2.25
2	5	12.5	2.5	3	9	30.75	3.38
3	5	18.75	3.75	2	10	22.22	2.22
2	6	14.4	2.4	3	10	33.33	3.33

TABLE 2.4 : Exemple de configurations valides de la combinaison Costas-LFM (Costas code $M = 8$).

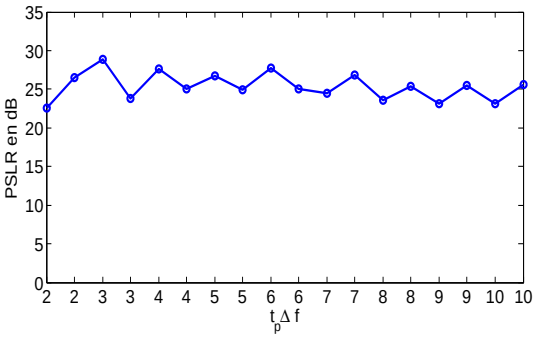


FIGURE 2.6 : Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.4.

Cette approche se base sur les impulsions LFM qui sont très connues et très utilisées dans le domaine radar. Elle est bien adaptée à un contexte mono-utilisateur mais présente quelques limites pour un contexte multi-utilisateurs. En effet, les formes d'ondes multi-utilisateurs doivent présenter des propriétés d'autocorrélations acceptables tout en garantissant des intercorrélations les plus faibles possibles. Ceci pourrait être atteint en codant différemment les impulsions de Costas. Ceci a orienté notre choix vers des familles d'impulsions qui offrent plus de diversité que les impulsions LFM et qui seront présentées dans ce qui suit.

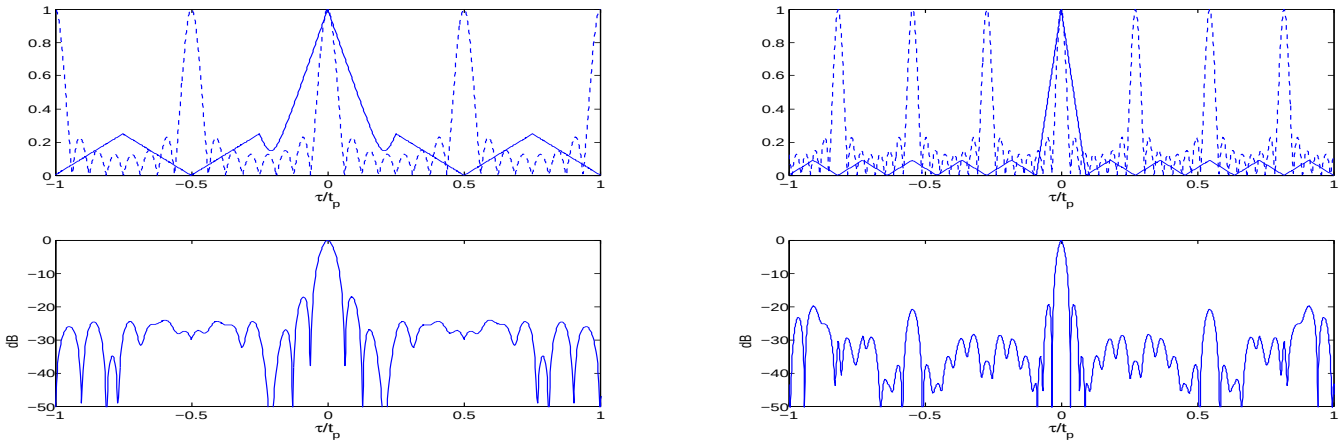
2.3.4 Signal de Costas avec impulsion codée en phase

Nous commençons par explorer la diversité offerte par les codes de phase. En effet, en choisissant des codes avec de bonnes propriétés d'autocorrélation, nous garantissons une bonne réduction des lobes récurrents. L'enveloppe complexe de l'impulsion est donnée par :$A(t) = \sum_{l=0}^{L-1} q_l \text{Rect}(\frac{t-lt_c}{t_c})$ où $t_c = \frac{t_p}{L}$ est la durée d'un bit et $[q_l]_{l=0:L-1}$ les éléments du code. Pour un code de phase, le produit $t_pB_p = L$ et la condition de l'équation 2.12 va dépendre de la taille du code considéré :

$$L \geq t_p\Delta f. \tag{2.15}$$

Les codes de phase cités dans la section 1.4.1.3 peuvent être utilisés pour coder les sauts fréquentiels de Costas. Un exemple de signal de Costas avec $t_p\Delta f = 2$, codé en phase par un code P_3 de taille $L = 4$, est donné sur la figure2.7-a). On rappelle que les éléments d'un code P_3 de taille L sont donnés par $[q_l = e^{\phi_l}]_{l=0:L-1}$ où $\phi_l = \frac{2\pi}{L}\frac{(l)^2}{2}$. Dans ce cas précis , les zéros de R_1 coïncident exactement avec la position des lobes récurrents et les éliminent. Ceci devient moins évident quand les valeurs de L et $t_p\Delta f$ sont grandes. Nous essayerons, en général, de faire coïncider le maximum de zéros et de minima d'autocorrélation avec les lobes récurrents. Ceci est illustré dans figure2.7-b) où un code de Barker de taille $L = 11$ est utilisé avec $t_p\Delta f = 3.66$.

Nous proposons de trouver les configurations valides selon ces critères quand un code P_4 est utilisé. En effet, l'utilisation des codes P_4 est motivée par le fait que ces codes existent pour toutes les longueurs possibles et leurs éléments sont donnés par $[q_l = e^{\phi_l}]_{l=0:L-1}$, où $\phi_l = \frac{2\pi}{L}(l)\frac{(l-L)}{2}$. Les configurations trouvées sont répertoriées dans la table 2.5. Les paramètres sont choisis pour atteindre un PSLR de 20 dB $\pm$ 2 dB, dans la région $|\tau| \leq t_p$, tout en gardant un taux de recouvrement minimal i.e. $\frac{B}{\Delta f} \leq 5$. L'évolution du PSLR dans chaque configuration est présentée sur la figure2.8.



a) code P_3, $(t_p\Delta f, L) = (2, 4)$ b) code de Barker, $(t_p\Delta f, L) = (3.66, 11)$

FIGURE 2.7 : Fonction d'autoccorélation d'un code de Costas codé en phase, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

$t_p\Delta f$	$t_pB_p(L)$	$\frac{B_p}{\Delta f}$	$t_p\Delta f$	$t_pB_p(L)$	$\frac{B_p}{\Delta f}$
2	4	2	6	14	2.33
2	8	4	7	9	1.28
3	5	1.66	7	16	2.28
3	9	3	8	12	1.5
4	11	2.75	8	20	2.5
4	14	3.5	9	12	1.33
5	13	2.6	9	20	2.22
5	18	3.6	10	14	1.4
6	9	1.5	10	24	2.4

TABLE 2.5 : Exemple de configurations valides de Costas-P_4 (Code de Costas avec $M = 8$).

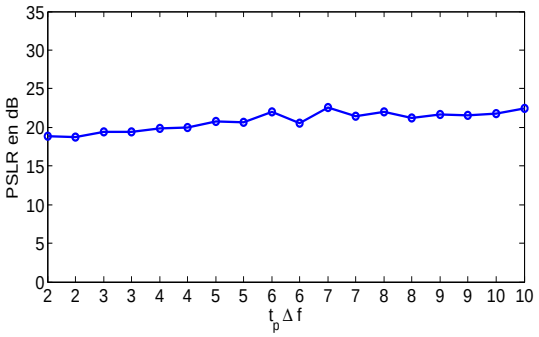


FIGURE 2.8 : Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.5.

L'avantage de cette approche est le large choix en termes de code de phases disponibles dans la littérature, qui la rend intéressante dans un contexte multi-utilisateurs. Un autre critère de diversité dans les formes d'ondes est l'orthogonalité pour distinguer différentes utilisateurs et limiter les interférences entre eux. Les codes de Walsh-Hadamard ont été largement étudiés dans la théorie du codage et dans les systèmes de communications tels que le CDMA (Code Division Multiple Access). Cependant, ces codes montrent des propriétés de corrélation médiocres, ce qui les rend très peu adaptés pour l'élimination des lobes récurrents. Nous nous intéressons alors à une version modifiée de ces codes, pour laquelle le confinement spectral ainsi que les propriétés d'autocorrélation sont largement améliorées.

2.3.5 Signal de Costas avec impulsion codée en amplitude

2.3.5.1 Codes de Hadamard spectralement équilibrés

Les codes de Hadamard de taille N constituent une famille de N codes binaires orthogonaux à valeurs dans {-1 ,+1}. Les codes de taille $N = 2^n$ sont faciles à générer : Pour $n = 1$, la famille de codes est donnée par la matrice $H_2 = [1, -1; 1, 1]$. Pour n plus grand, $H_n = H_2 \otimes H_{n-1}$, où $\otimes$ est le produit de Kronecker [49]. Dans [50], l'auteur propose un algorithme d'équilibrage spectral qui transforme une famille de signaux orthogonaux qui couvrent le même sous-espace, d'une façon

que les spectres des signaux dans la nouvelle base soient les plus ressemblants possibles. Cela est effectué en équilibrant itérativement l'énergie des signaux dans des sous-bandes prédéfinies qui balayent toute la bande des signaux. Pour ce faire, une procédure qui optimise le critère d'équilibrage de l'énergie est utilisée. Un exemple du résultat de cet algorithme appliqué à une famille de 8×8 codes de Walsh-Hadamard est donné sur la figure2.9. En conséquence, les propriétés de corrélation de ces codes sont largement améliorées comme montré sur la figure2.10. Cela les rend très adaptés à notre démarche de modification des signaux de Costas et à l'élimination des lobes récurrents. Cependant, leur amplitude n'est plus constante d'où la notion de codage en amplitude.

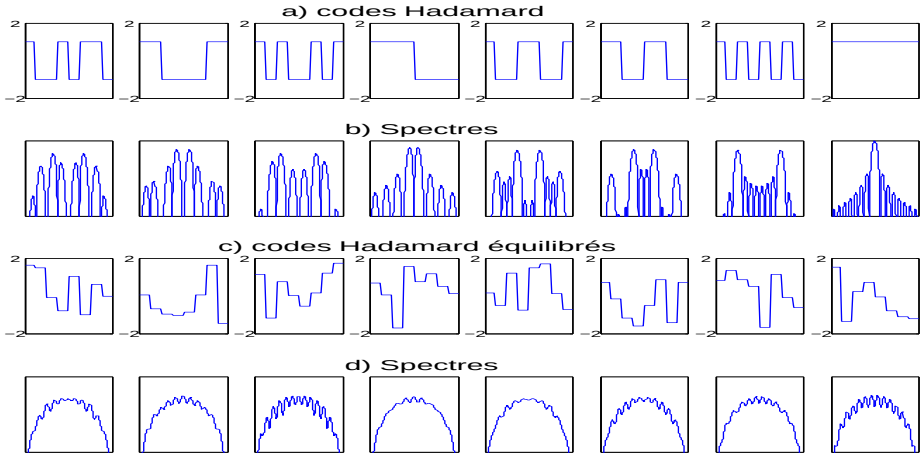


FIGURE 2.9 : (a),(b) : Famille de codes Walsh-Hadamard codes $L = 8$ et spectres correspondants (c),(d) : Famille de codes Walsh-Hadamard équilibrés spectralement et spectres correspondants.

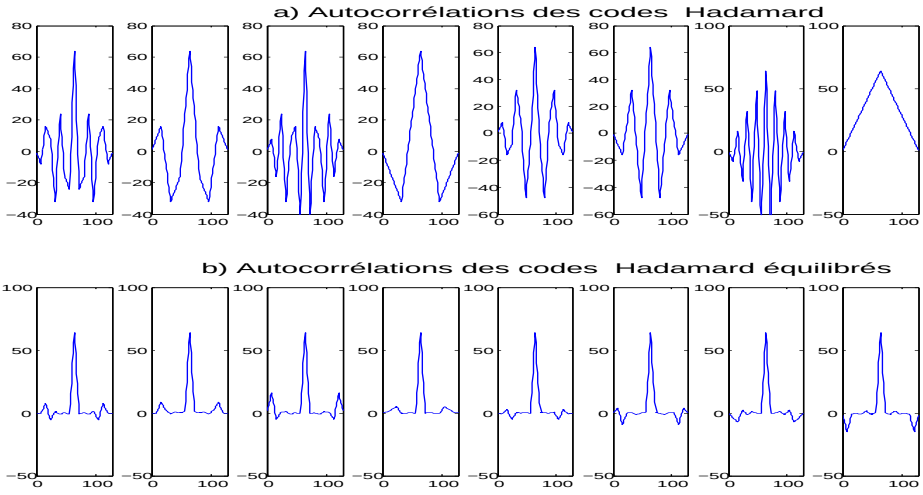


FIGURE 2.10 : (a) Fonctions d'autocorrélation des codes de Walsh-Hadamard 8×8, (b) Fonctions d'autocorrélation des codes de Walsh-Hadamard 8×8 équilibrés spectralement.

Nous proposons de les exploiter pour coder les impulsions de Costas. Un exemple de signal de Costas codé en utilisant un code de Walsh-Hadamard équilibré de taille $L = 8$ est montré sur la figure2.11. Le faible niveau des lobes secondaires permet de réduire considérablement les lobes récurrents. Le facteur limitant de ces codes est qu'ils ne peuvent être générés que pour les

longueurs en puissance de deux ($L = 2^k$). Cela limite significativement le choix en termes de t_pB_p nécessaire pour chaque $t_p\Delta f$. Une approche plus générale serait l'utilisation de séquences de même nature mais qui peuvent être générées pour n'importe quelle largeur de bande B_p. Des bons candidats pour cette approche sont les séquences de Slepian.

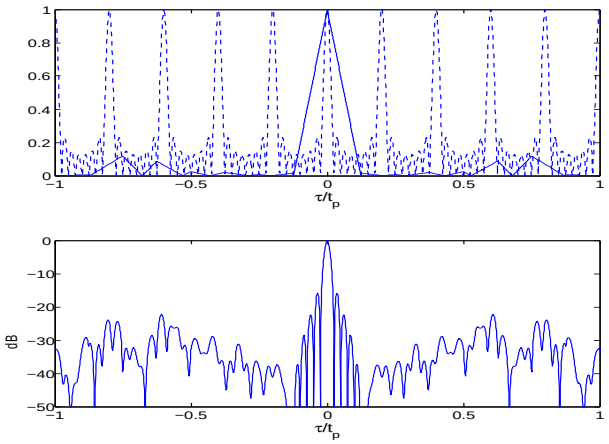


FIGURE 2.11 : Fonction d'autocorrélation d'un code de Costas codé par un code de Walsh-Hadamard équilibré spectralement, $(t_p\Delta f, L) = (5, 8)$, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

2.3.5.2 Séquences de Slepian spectralement équilibrés

Le problème de confinement spectral consiste à trouver des séquences temporelles dont la transformée de Fourier discrète est concentrée au maximum dans une certaine bande de fréquences. Les séquences de Slepian fournissent une solution à ce problème. Leur avantage est qu'elles peuvent être générées pour n'importe quelle bande passante donnée. Cependant, comme dans le cas des codes de Walsh-Hadamard, ces séquences ont des propriétés de corrélation médiocres ce qui les rend très peu adaptées à des applications radars. Leur version équilibrée spectralement est plus intéressante car elle conserve les propriétés des séquences de Slepian tout en améliorant les propriétés de corrélation [50]. Un exemple de ces séquences pour un produit BT égal à $t_pB_p = 8$ est montré sur la figure2.12 et l'amélioration en termes d'autocorrélation après l'équilibrage spectral est montrée en figure2.13.

Nous proposons d'utiliser ces séquences pour coder les impulsions de Costas car leur bande passante peut être adaptée au $t_p\Delta f$ du signal de Costas selon l'équation 2.12. De plus, leur nombre dépend du produit BT : Pour un même B_pt_p, $N = \lfloor B_pt_p \rfloor$ séquences différentes peuvent être générées. Le cas d'un signal de Costas codé avec une séquence de Slepian quand $t_p\Delta f = t_pB_p = 5$ est illustré en figure2.14-a). Le premier zéro de R_1 est positionné sur le premier lobe récurent. Il est préférable d'utiliser des t_pB_p plus grands pour garantir un niveau de lobes secondaires de R_1 plus faibles et donc une meilleure élimination des lobes récurrents . Le cas $t_pB_p = 2 \times t_p\Delta f = 10$ décrit en figure2.14-b) illustre cela.

Quelques configurations de la combinaison Costas-Slepian sont présentées en table 2.6. Pour un $t_p\Delta f$ fixé, on remarque une nette amélioration du PSLR comme montré sur la figure2.15. Cela doit être pris en considération pour sélectionner le meilleur compromis entre niveau des lobes secondaires et la bande passante. Cependant, les séquences de Slepian équilibrées spectralement peuvent présenter des propriétés d'autocorrélation différentes au sein de la même famille. De plus, en comparaison avec les codes de Hadamard équilibrés spectralement, les séquences de Slepian conduisent à une réduction moins efficace des lobes récurrents due à des lobes d'autocorrélation parfois élevés. Néanmoins, ils offrent un large choix de séquences pour tout t_pB_p requis.

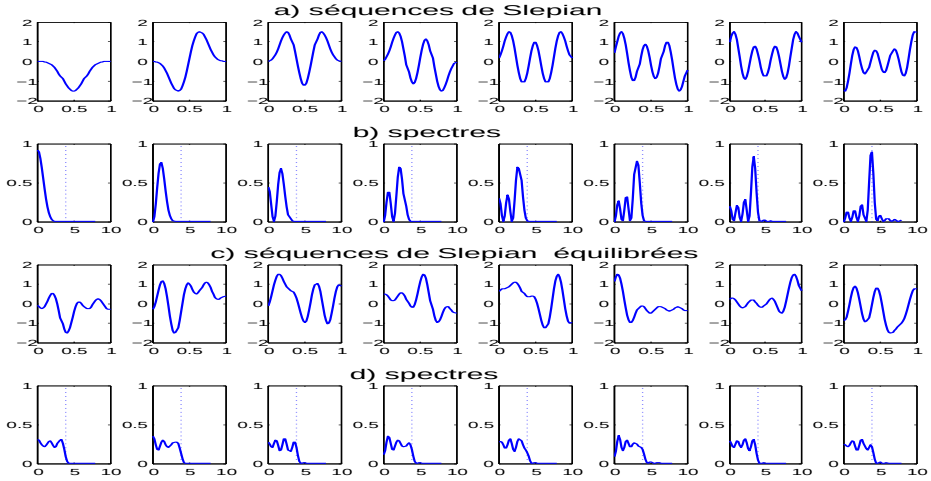


FIGURE 2.12 : (a),(b)Famille de séquences de Slepian pour un $t_pB_p = 8$ et spectres correspondants, (c),(d) Famille de séquences de Slepian équilibrées spectralement pour un $t_pB_p = 8$ et spectres correspondants.

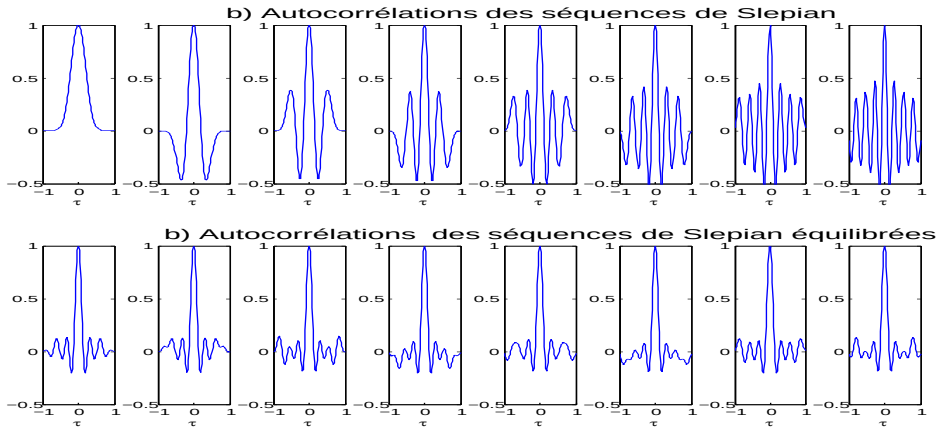
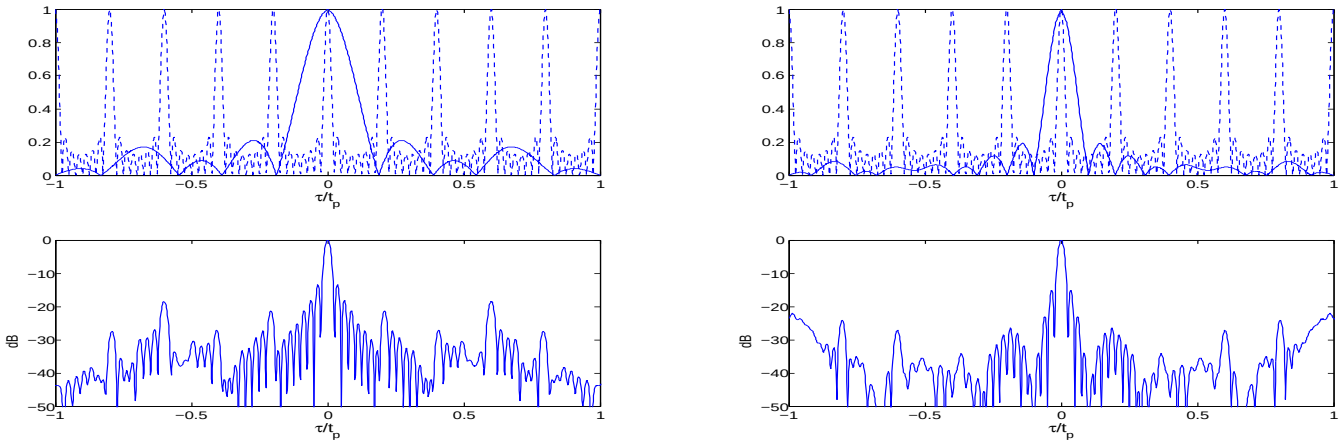


FIGURE 2.13 : (a) Fonctions d'autocorrélation des séquences de Slepian avec $t_pB_p = 8$, (b) Fonctions d'autocorrélation des séquences de Slepian équilibrées spectralement.

2.3.6 Signal de Costas avec impulsion codée Costas

Dans une autre approche, nous proposons de coder les impulsions de Costas par d'autres codes de Costas. Ceci permettra de combiner deux codes de Costas sans altérer le niveau des lobes secondaires et d'éliminer efficacement les lobes récurrents notamment dans le cas $t_p\Delta f > 1$. Nous désignerons le code de Costas initial comme Costas principal et celui constituant l'impulsion comme Costas secondaire. La durée d'impulsion du signal de Costas secondaire est notée t_s et l'espacement entre ses fréquences Δf_s. Son enveloppe complexe est donnée par : $A(t) = \sum_{l=0}^{L-1} v_s(t - lt_s)$ où $v_s(t) = \text{Rect}(\frac{t}{t_s})e^{j2\pi f_l t}$ et $f_l = l\Delta f_s$ les fréquences du signal de Costas secondaires. Ici, la seule restriction est que le signal de Costas soit contenu temporellement dans l'impulsion du signal de Costas principal c'est à dire $t_p = t_s \times N$. La bande passante du signal de Costas secondaire est donc donnée par $B_p = N \times \Delta f_s$ et son produit $t_pB_p = N^2 \times t_s\Delta f_s$. La



a) $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (5, 5)$ b) $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (5, 10)$

FIGURE 2.14 : Fonction d'autoccorélation d'un code de Costas codé par une séquence de Slepian équilibrée spectralement, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

$t_p\Delta f$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$	$t_p\Delta f$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$
2	2	1	6	12	2
2	4	2	7	7	1
3	3	1	7	14	2
3	6	2	8	8	1
4	4	1	8	16	2
4	8	2	9	9	1
5	5	1	9	18	2
5	10	2	10	10	1
6	6	1	10	20	2

TABLE 2.6 : Exemple de configurations valides de la combinaison Costas-Slepian (code de Costas avec $M = 8$).

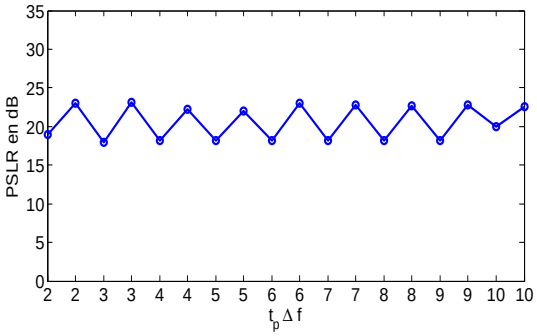


FIGURE 2.15 : Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.6.

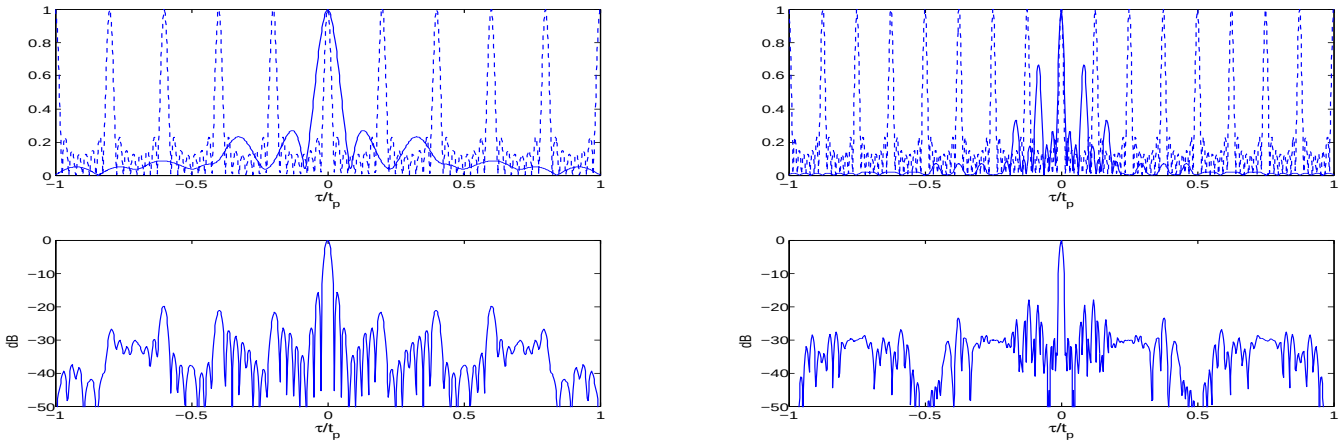
condition décrite dans l'équation 2.12 devient alors :

$$N^2 \times t_s\Delta f_s \geq t_b\Delta f. \tag{2.16}$$

Un exemple de signal de Costas doublement codé est décrit sur la figure2.16-a), pour un code de Costas secondaire [1 2 4 3] avec $t_s\Delta f_s = 0.78$. Quand la condition d'orthogonalité du signal de Costas secondaire n'est pas respectée c'est à dire : $t_s\Delta f_s \geq 1$, l'autocorrélation de ce dernier R_1 montre ses propres lobes récurrents en raison de la nature rectangulaire des impulsions du Costas secondaire. Ils se situent à $\tau_s(k_1) = \frac{k_1}{t_s\Delta f_s}t_s$ avec $k_1 = 0, \pm 1 \cdots \pm \lfloor t_s\Delta f_s \rfloor$. La conception doit donc prendre ceci en considération pour éviter les chevauchements entre les lobes récurrents du signal de Costas principal et ceux du Costas secondaire, $\tau_g(k)$ et $\tau_s(l)$ respectivement. En d'autres termes, toutes les positions des lobes récurrents doivent être différentes pour toutes les paires (k, l) possibles, excepté à l'origine :

$$\tau_g(k) \neq \tau_s(l) \Leftrightarrow \frac{k}{t_p\Delta f}t_p \neq \frac{l}{t_s\Delta f_s}t_s, \forall k, l \in \mathbb{N}^* \tag{2.17}$$

Dans l'exemple décrit sur la figure2.16-b), la même configuration que celle de l'exemple précédent est utilisée mais avec un $t_s\Delta f_s = 3$. R_1 montre ses propres lobes récurrents , mais la combinaison permet d'éliminer ces derniers et ceux du Costas principal du fait qu'il n'y ait pas de lobes superposés.



a) $(M, N, t_p\Delta f, t_s\Delta f_s) = (8, 4, 5, 0.78)$ b) $(M, N, t_p\Delta f, t_s\Delta f_s) = (8, 4, 8, 3)$

FIGURE 2.16 : Fonction d'autoccorélation d'un signal de Costas doublement codé, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

Quelques configurations de signaux de Costas doublement codés sont présentées dans la table 2.7. On note que, pour $t_s\Delta f_s \leq 1$, la combinaison est simple en raison de l'absence de lobes récurrents pour le signal de Costas secondaire. Cependant, lorsque le $t_p\Delta f$ augmente, $t_s\Delta f_s$ doit être augmenté également (pour une taille de code de Costas secondaire N fixée) afin d'augmenter le t_pB_p. Les lobes récurrents du Costas secondaire apparaîtront pour des valeurs de $t_s\Delta f_s \geq 1$. La conception devient donc plus complexe et le niveau du PSLR n'est pas forcément amélioré à $t_p\Delta f$ fixé et $t_s\Delta f_s$ (et donc t_pB_p) plus grand. Cela peut être vérifié par l'évolution du PSLR décrite dans la figure2.17. On peut procéder autrement pour augmenter le $t_pB_p = N^2 \times t_s\Delta f_s$ en augmentant plutôt la taille du code de Costas secondaire N. C'est toute l'originalité de cette approche qui combine des formes d'ondes de même nature, et offre une grande flexibilité de conception.

$t_p\Delta f$	$t_s\Delta f_s$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$	$t_p\Delta f$	$t_s\Delta f_s$	t_pB_p	$\frac{B_p}{\Delta f}$
2	0.5	8	4	6	1.2	19.2	3.2
2	1	16	8	7	1	16	2.28
3	0.55	8.8	2.93	7	1.3	20.8	2.97
3	0.9	14.4	4.8	8	1.2	19.2	2.4
4	0.75	12	3	8	1.4	26.9	3.3625
4	1	16	4	9	1.3	20.8	2.31
5	0.78	12.5	2.5	9	1.5	24	2.66
5	1.1	17.6	3.52	10	1.5	24	2.4
6	0.9	14.4	2.4	10	1.9	28.8	2.88

TABLE 2.7 : Exemple de configurations valides de Costas doublement codés Costas principal de taille $M = 8$, Costas secondaire de taille $N = 4$.

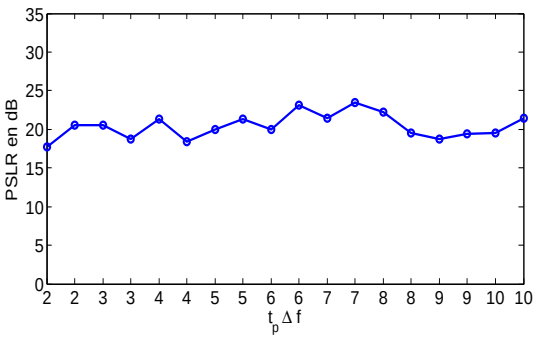


FIGURE 2.17 : Évolution du $PSLR$, en $|\tau| \leq t_p$, pour les configurations en table 2.7.

2.3.7 Extension de l'étude à la réduction du premier lobe secondaire

Dans les approches précédentes, nous nous sommes focalisés sur la réduction du niveau des lobes récurrents en combinant les signaux de Costas avec des formes d'ondes de natures

différentes. Le premier lobe secondaire, qui est relativement important, n'a pas été considéré dans l'analyse du PSLR. Ce premier lobe secondaire est cependant très gênant et existe pour les signaux à modulation de fréquence notamment LFM et Costas standard (il est à -13.7dB en dessous du lobe principal). Pour certaines applications, cela n'est pas suffisant et devient pénalisant pour la détection de signaux faibles.

Nous proposons donc de réduire ce lobe dans les signaux de Costas modifiés discutés auparavant. L'idée est de positionner le premier zéro de R_1 sur ce lobe qui n'est autre que le premier maximum local de R_2. Les positions des maxima locaux sont trouvées en maximisant le numérateur de R_2 : $\tau_{local}(k) = \frac{(2k+1)}{2\times M\times t_p\Delta f} t_p$ où $k = \pm 1, \pm 2 \ldots$. Si le premier maximum local ($k = 1$) doit être éliminé, l'équation 2.12 devient :

$$\begin{aligned} \tau_{1er-zéro} &\approx \tau_{local}(1) \\ \frac{1}{B_p} &\approx \frac{3}{2 \times M \times t_p\Delta f} t_p \\ t_p B_p &\approx \frac{2}{3} \times M \times t_p \Delta f. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Dans le cas d'impulsions de Costas modulées LFM en particulier, le premier zéro de R_1 peut être positionné exactement sur le premier lobe secondaire en considérant $\pi B_p \frac{3}{2\times M\Delta f}(1 - \frac{3}{2\times M\times t_p\Delta f}) = \pi$, soit :

$$t_p B_p = \frac{4(M \times t_p\Delta f)^2}{3(2 \times M \times t_p\Delta f - 3)} \tag{2.19}$$

Quelques exemples de signaux de Costas modifiés avec cette condition sont montrés sur la figure2.18. Ce cas est relativement consommateur en termes de t_pB_p qui doit être considérablement augmenté pour éliminer le premier lobe secondaire. Ce dernier est alors considérablement réduit tandis que l'amplitude des autres lobes secondaires reste quasiment la même. En effet, cela peut être vu comme un rééquilibrage du niveau des lobes secondaires de façon à améliorer le PSLR quand le premier lobe secondaire est considéré.

2.4 Analyse et comparaison des performances

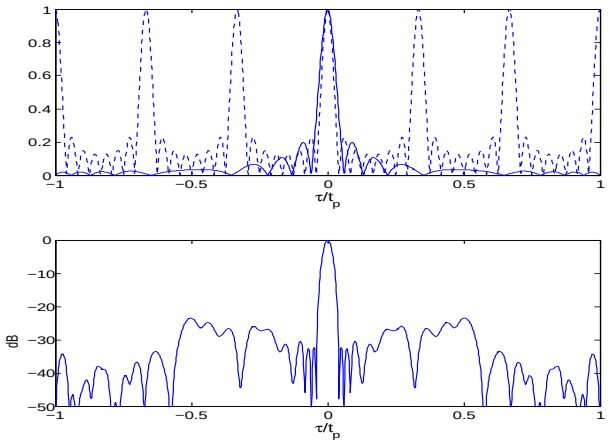
Dans les paragraphes précédents, nous avons explicité les méthodes de génération de divers signaux de Costas modifiés selon différentes natures d'impulsions. Nous nous sommes aussi intéressés à la complexité d'implémentation matérielle que nous avons développée en Annexe A. Dans ce qui suit, nous proposons de comparer les performances selon plusieurs critères : Produit BT, consommation en bande passante, enveloppe du signal, propriétés spectrales et fonction d'ambiguïté.

2.4.1 Analyse du produit BT des signaux de Costas modifiés

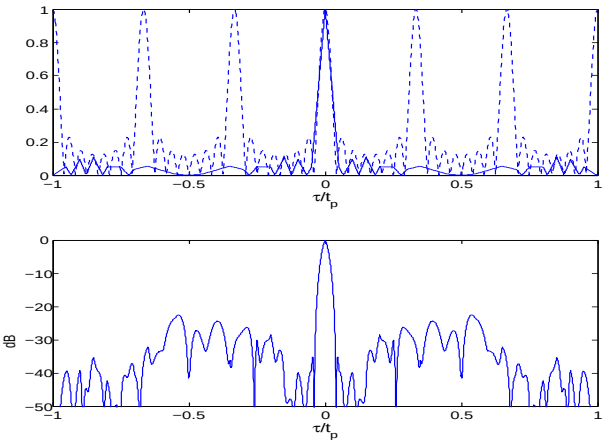
La bande passante totale qu'occupe un signal de Costas modifié est approximativement égale à $B_{Costas\ modifié} \approx (M-1)\Delta f + B_p$ contre $B_{Costas\ standard} = M\Delta f$ pour les signaux de Costas classiques. Le produit BT change de $BT_{Costas\ standard} = M^2$, à :

$$BT_{Costas\ modifié} \approx M((M-1) \times t_p\Delta f + t_pB_p) \tag{2.20}$$

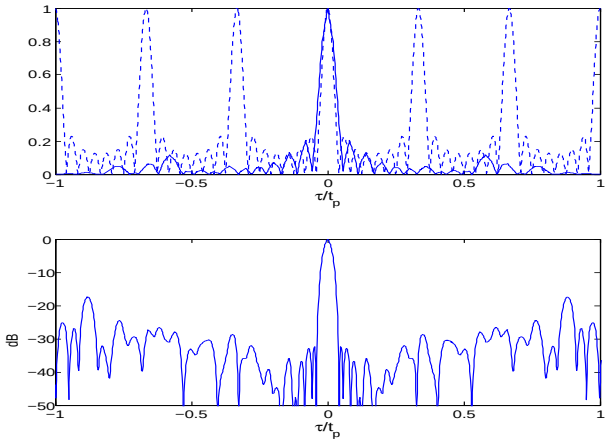
On constate que les versions modifiées introduisent plus de degrés de liberté pour atteindre le produit BT requis. De plus, ce dernier peut être atteint sans forcément augmenter la taille du code comme dans le cas des signaux de Costas standards. A titre d'exemple, pour un signal



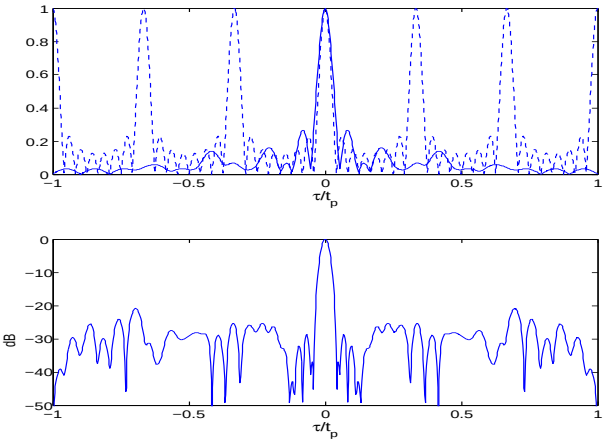
a) Costas-LFM
avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 17.5), (m, n) = (2, 3)$



b) Costas-P_4
avec $(t_p\Delta f, L) = (3, 20)$



c) Costas-Slepian équilibrée spectralement
avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 18)$



d) Costas doublement codé
avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 19)$

FIGURE 2.18 : Fonction d'autocorrélation des signaux de Costas modifiés avec réduction du premier lobe secondaire, Haut : continu $|R_1(\frac{\tau}{t_p})|$, pointillé $|R_2(\frac{\tau}{t_p})|$, Bas : $|R(\frac{\tau}{t_p})|$.

Costas-Slepian : $M = 8$, $t_p\Delta f = 5$ et $t_pB_p = 10$, on a $BT_{Costas\ modifié} \approx 360$. Pour atteindre le même BT pour un signal de Costas classique, une taille de code égale à $M = \sqrt{(360)} \approx 19$ est nécessaire.

2.4.2 Comparaison en termes de consommation en bande passante

On se propose d'analyser la bande passante de l'impulsion $A(t)$ nécessaire pour atteindre un PSLR donné. Ce dernier a été fixé à 20 dB ± 2 dB, dans la région $|\tau| \leq t_p$ ce qui reflète une réduction significative des lobes récurrents. La moyenne des valeurs de t_pB_p, pour les configurations validées, est calculée et comparée à la moyenne et à la variance du $PSLR$ atteint. Les résultats sont présentés dans la table 2.8.

Ce tableau montre que les signaux de Costas doublement codés et ceux avec impulsion LFM nécessitent un t_pB_p plus grand comparativement aux signaux codés par un code P_4 ou par une séquence de Slepian. Ces derniers atteignent le PSLR moyen requis avec un produit t_pB_p inférieur mais moyennant une plus grande variance autour du PSLR. La comparaison avec les impulsions LFM ne peut pas être précise car le PSLR atteint pour les impulsions LFM est

TABLE 2.8 : Comparaison du t_pB_p moyen en fonction du PSLR.

Nature de l'impulsion	LFM	Code P_4	Slepian	Code de Costas
Moyenne PSLR (dB)	25.3	20.8	20.6	20.4
Écart type PSLR (dB)	1.77	1.21	2.23	1.60
t_pB_p (Moyenne)	17.9	12.9	9	17.7
$\frac{B_p}{\Delta f}$ (Moyenne)	3.07	2.33	1.5	3.31

supérieur à celui des approches proposées , moyennant une plus grande valeur de t_pB_p, excepté pour des impulsions codées Costas pour lesquelles le t_pB_p moyen est du même ordre de grandeur. Dans ce cas de figure, les signaux Costas-LFM atteignent un meilleur PSLR (+ 5 dB) que les signaux de Costas doublement codés. Le double codage offre en contre partie une meilleure flexibilité pour une adaptation à un contexte multi-utilisateur. En effet, le nombre d'impulsions LFM est limité à une rampe LFM par t_pB_p fixé (ou deux en considérant une rampe croissante et une autre décroissante). Pour les codes de phases, les codes de Costas ou les séquences de Slepian, plusieurs formes d'ondes peuvent être générées pour une valeur de t_pB_p fixée.

2.4.3 Comparaison d'enveloppes des signaux

Une propriété souvent intéressante souhaitée pour une forme d'onde radar est de posséder une enveloppe constante. En effet, les amplificateurs de puissance les plus efficaces fonctionnent dans leur zone de saturation et ne tolèrent donc pas de variation d'amplitude à l'entrée. Pour des signaux modulés en phase ou en fréquence, l'amplitude du signal reste constante. La combinaison de ces deux techniques comme dans le cas des signaux Costas-LFM, Costas codés en phase, et des signaux de Costas doublement codés permet de conserver cette propriété d'enveloppe constante comme décrit sur la figure2.19, 2.20 et 2.22.

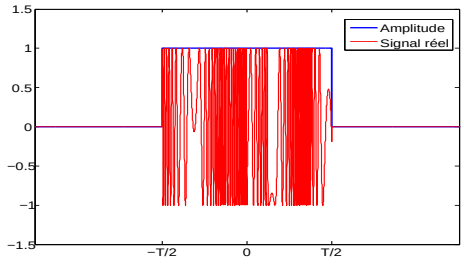


FIGURE 2.19 : Enveloppe d'un signal Costas-LFM.

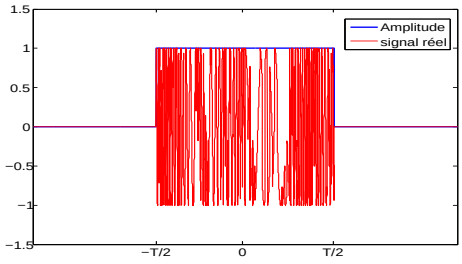


FIGURE 2.20 : Enveloppe d'un signal Costas-P_4.

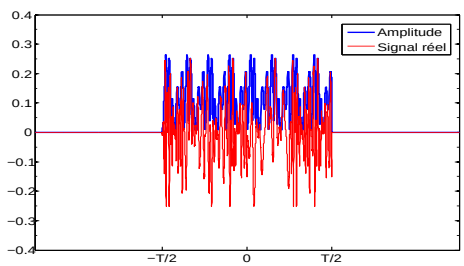


FIGURE 2.21 : Enveloppe d'un signal Costas-Slepian.

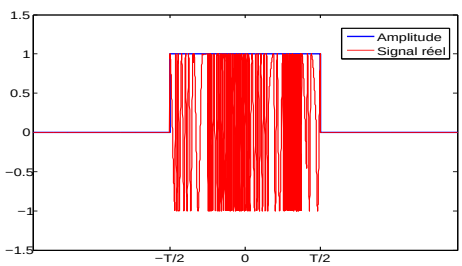


FIGURE 2.22 : Enveloppe d'un signal de Costas doublement codé.

Cependant, les codes de Walsh-Hadamard spectralement équilibrés n'ont plus une enveloppe constante après équilibrage spectral, contrairement aux codes originaux (c.f. figure2.9). De même, les séquences de Slepian et leurs versions spectralement équilibrées n'ont pas une enveloppe constante. Ainsi, leur intégration dans les impulsions du code de Costas conduit à un signal qui présente une variation d'amplitude du signal comme on peut le constater sur la figure2.21. Ce problème se pose aussi pour les signaux MCPC décrits en section 1.4.1.4. Cette restriction sur les formes d'ondes peut être allégée par l'emploi d'amplificateurs de puissance linéaires.

2.4.4 Comparaison des propriétés spectrales

Dans cette partie, on s'intéresse aux propriétés spectrales des signaux précédents. Le spectre est donné par la transformée de Fourier de l'enveloppe complexe du signal :

$$X(f) = \mathbf{TF}(x(t)) = \mathbf{TF}(\sum_{m=0}^{M-1} u_m(t - mt_p)) \quad \text{où} \quad u_m(t) = e^{(j2\pi f_m t)} \times A(t) \tag{2.21}$$

$$X(f) = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{TF}(u_m(t - mt_p)) = \sum_{m=0}^{M-1} U_m(f) e^{(-j2\pi f m t_p)}. \tag{2.22}$$

Par ailleurs, on a :

$$U_m(f) = \mathbf{TF}(u_m(t)) = \mathbf{TF}(e^{(j2\pi f_m t)} \times A(t)) \tag{2.23}$$

$$U_m(f) = A(f - f_m) \quad \text{où} \quad A(f) = \mathbf{TF}(A(t)) \tag{2.24}$$

La transformée de Fourier du signal est donc donnée par :

$$X(f) = \sum_{m=0}^{M-1} A(f - f_m) e^{(-j2\pi m t_p)} \tag{2.25}$$

La transformée de Fourier du signal dépend donc principalement de la transformée de Fourier de $A(t)$ qui est centrée aux fréquences f_m. Quelques exemples de spectres sont montrés sur la figure2.23, 2.24, 2.25 et 2.26. Les signaux codés avec des séquences Slepian montrent un bon confinement spectral du fait de l'équilibrage spectral de ces signaux. Les signaux Costas-LFM et les signaux doublement codés en Costas présentent aussi de bonnes propriétés spectrales avec un minimum de lobes spectraux hors-bande. Cependant, pour le signal Costas-P_4, les changements de phase instantanés causent un étalement des lobes spectraux qui ont tendance à décroître lentement. Ce phénomène est plus marqué avec les codes de phase binaires pour lesquels les changements de phases sont plus abrupts. En pratique, des filtres sont utilisés pour éliminer les lobes spectraux hors-bande, ce qui modifie légèrement le signal et son autocorrélation. Une autre méthode consiste à implémenter les codes polyphases sous forme continue en utilisant la modulation de phase continue CPM (Continuous Phase Modulation) dans le but d'optimiser le confinement spectral [51].

2.4.5 Comparaison des fonctions d'ambiguïté

La fonction d'ambiguïté permet d'étudier les résolutions temporelles et fréquentielles (largeurs à -3 dB du lobe principal). Ces dernières sont inversement proportionnelles à la bande passante et à la durée du signal respectivement :

$$\Delta\tau = \frac{1}{B} = \frac{1}{(M-1)\Delta f + B_p} \tag{2.26}$$

$$\Delta\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{Mt_p}. \tag{2.27}$$

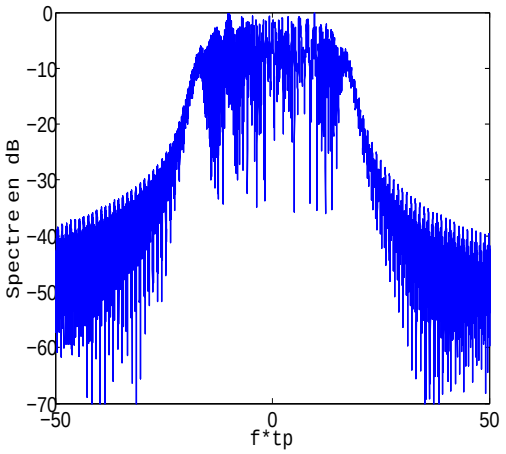


FIGURE 2.23 : Spectre du signal Costas-LFM, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 11)$.

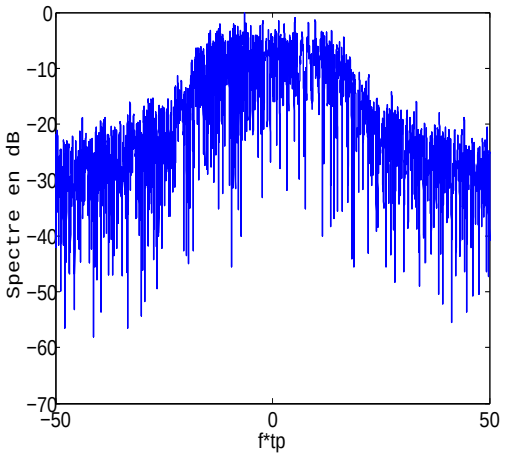


FIGURE 2.24 : Spectre du signal Costas-P_4 , $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 11)$.

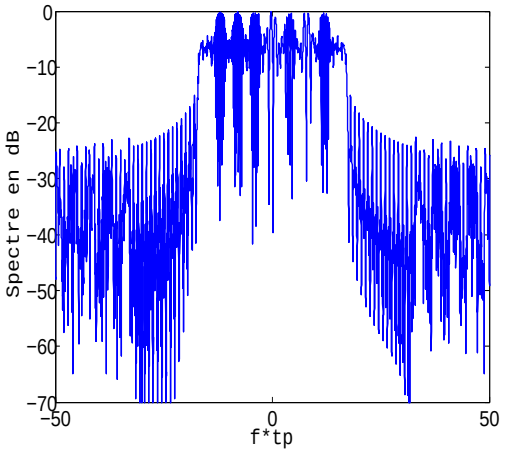


FIGURE 2.25 : Spectre du signal Costas-Slepian, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 12)$.

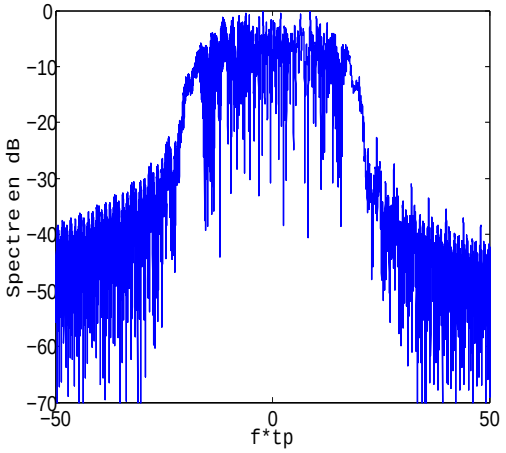


FIGURE 2.26 : Spectre du signal de Costas doublement codé, $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 12.5)$.

Nous illustrons par quelques exemples les fonctions d'ambiguïté des signaux de Costas modifiés afin de décrire le comportement des lobes secondaires dans tout le plan retard-Doppler (contrairement aux fonctions d'autocorrélation qui étaient étudiées précédemment autour du lobe principal). Les résultats sont décrits sur la figure2.27, 2.28, 2.29 et 2.30. On peut constater sur la fonction d'autocorrélation (Coupe en zéro Doppler) que le niveau des lobes secondaires dans le cas d'un signal Costas-LFM reste faible dans une région proche du lobe principal. Cependant, ce niveau est plus important pour $|\tau| \geq t_p$ comparé aux autres signaux qui montrent une répartition plus régulière des lobes secondaires sur l'axe des retards.

Dans le cas d'impulsions LFM et P_4, on remarque une concentration du volume de la fonction d'ambiguïté dans une diagonale du fait de la nature ¨chirplike¨ de ces signaux. Cette concentration est moins présente dans le cas de signaux doublement codés en raison de l'ordre fréquentiel aléatoire du code de Costas secondaire.

Dans le cas d'impulsions Slepian, les lobes secondaires Doppler sont concentrés autour de l'axe $\tau = 0$. En effet, la coupe en zéro retard $\chi(0, \nu)$, donnée dans l'équation 2.11, dépend de la coupe en zéro retard de la fonction d'ambiguïté de l'impulsion $\chi_A(0, \nu)$, qui est par définition la transformée de Fourier de l'amplitude au carré de l'impulsion $A(t)$, et d'une autre fonction dont les maxima apparaissent aux multiples de $\frac{1}{t_p}$ sous forme de lobes récurrents. Pour des signaux à amplitude constante, $\chi(0, \nu)$ sera une fonction sinus cardinal tandis que pour des signaux

spectralement équilibrés, l'amplitude de $A(t)$ n'est pas constante et diffère d'une séquence à une autre. L'amplitude de ces lobes dépendra donc fortement de chaque séquence. Pour éviter ces lobes Doppler, le système radar doit alors être conçu de sorte que la fréquence Doppler maximale du système reste plus faible que la position du premier lobe récurrent, soit $\nu_{max} < \frac{1}{t_p}$. On note néanmoins que la distribution des lobes de la fonction d'ambiguïté est plus optimale dans le cas d'un signal de Costas standard avec approximativement le même produit BT i.e. $(BT = 8(7 \times 3 + 9) \approx 16^2)$ comme décrit sur la figure2.31. Cela est dû à l'optimisation en deux dimensions des signaux de Costas, contrairement à celle des signaux modifiés, qui se base sur l'optimisation de la fonction d'autocorrélation. La fonction d'ambiguïté d'un signal de Costas standard montre néanmoins quelques lobes importants autour du lobe principal.

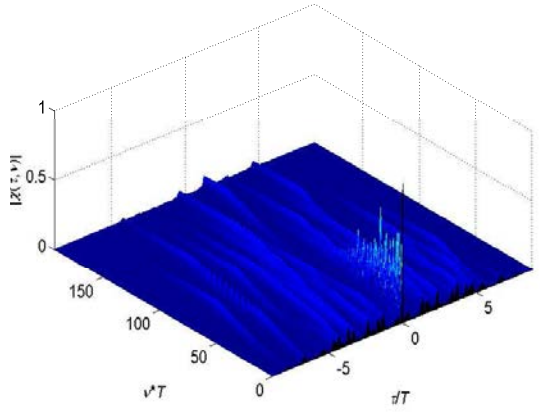


FIGURE 2.27 : Fonction d'ambiguïté du signal Costas-LFM signal avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$.

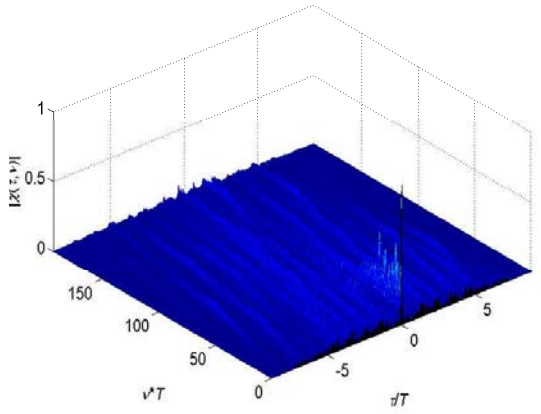


FIGURE 2.28 : Fonction d'ambiguïté du signal Costas-P_4 avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$.

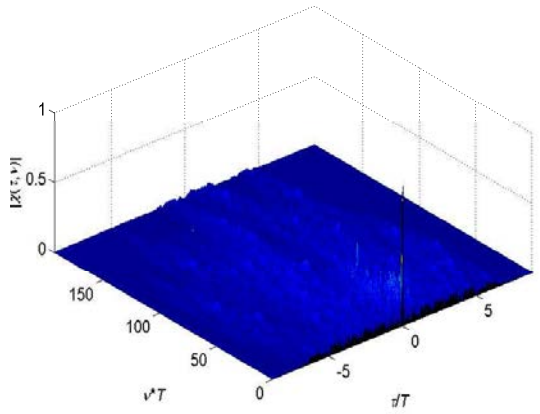


FIGURE 2.29 : Fonction d'ambiguïté du signal Costas-Slepian avec $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 9)$.

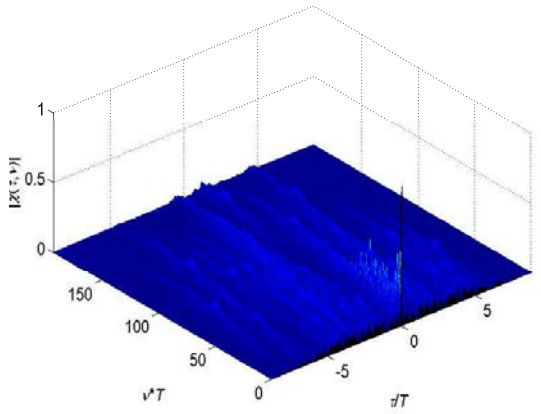


FIGURE 2.30 : Fonction d'ambiguïté du signal de Costas doublement codé $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (3, 8.8)$.

Dans les paragraphes précédents, nous nous sommes focalisés sur les propriétés des formes d'ondes et leur génération à l'émission. Dans ce qui suit, nous nous intéressons plus particulièrement aux performances des formes d'ondes étudiées pour l'estimation de la distance et de la vitesse en réception. Les bornes de performances permettent de décrire les performances

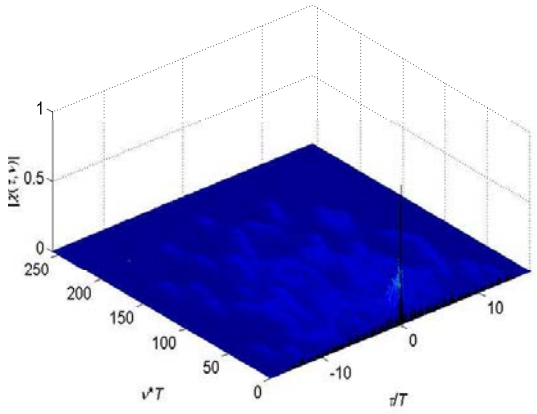


FIGURE 2.31 : Fonction d'ambiguïté du signal de Costas standard $M = 16$.

optimales que l'on peut envisager pour des estimateurs. Elles présentent l'avantage d'être indépendantes de la règle d'estimation. Nous développerons, en particulier les Bornes de Cramer-Rao, Cramer-Rao Bounds CRB de ces signaux.

2.5 Bornes de Cramer-Rao (CRB)

La borne de Cramer-Rao CRB est l'outil le plus utilisé en traitement du signal pour porter un jugement sur les performances d'un estimateur. Il existe dans la littérature d'autres bornes minimales plus fines que la borne de Cramer-Rao et elles présentent l'avantage de rendre compte du phénomène de décrochement des performances à faible SNR. On peut citer par exemple les bornes dites déterministes de Bhattacharyya, Barankin et Abel lorsque les paramètres inconnus sont supposés déterministes et les bornes dites bayésiennes des familles Ziv-Zakai et Weiss-Weinstein lorsque les paramètres inconnus sont supposés aléatoires et décrits par une loi a priori. Dans ce travail, étant données la multitude de formes d'ondes étudiées, nous nous limiterons à l'emploi de bornes déterministes de Cramer Rao qui permettra d'évaluer les performances optimales et de comparer les performances des formes d'ondes entre elles.

2.5.1 Généralités

La CRB donne une borne inférieure qu'un estimateur non biaisé peut espérer atteindre et un estimateur qui atteint cette borne est dit efficace. En général, les performances de l'estimateur du maximum de vraisemblance tendent vers la CRB pour les SNR élevés. Pour un signal reçu et observé en présence de retard, de Doppler et de bruit $n(t)$:

$$y(t) = x(t-\tau)e^{-j2\pi\nu(t-\tau)} + n(t) \tag{2.28}$$

Le détecteur à maximum de vraisemblance n'est autre que le maximum de la fonction d'inter-ambiguïté entre le signal de référence $x(t)$ et le signal reçu $y(t)$ [52][53] :

$$(\tau_{\hat{MV}}, \nu_{\hat{MV}}) = \underset{(\tau,\nu)}{\operatorname{argmax}}(|\chi_{x,y}(\tau,\nu)|^2) = \underset{\tau,\nu}{\operatorname{argmax}}(|\int_{+\infty}^{-\infty} y(t)x^*(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt|^2) \tag{2.29}$$

La CRB peut ainsi renseigner sur le comportement d'un système pour des SNR élevés et peut être utilisée pour comparer la variance de l'estimateur considéré à celle fournie par la borne. Elle découle de l'inégalité de Cramer-Rao qui fait intervenir la notion d'information de Fisher et

la matrice d'information de Fischer FIM (Fischer Information Matrix). L'inverse de la matrice d'information de Fischer J_M^{-1} est égale à la CRB [54].

$$\mathbb{E}\left((\hat{\theta}-\theta)(\hat{\theta}-\theta)^T\right) > J_M^{-1}(\theta) = CRB(\theta) \tag{2.30}$$

où θ,$\hat{\theta}$ sont respectivement le paramètre vectoriel à estimer et sa valeur estimée. Les éléments de la matrice de Fischer dépendent de la fonction de vraisemblance du paramètre vectoriel θ à estimer :

$$J_M(\theta)_{(i,j)} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \mathbb{L}(\theta)}{\partial\theta_i \partial\theta_j}\right) \tag{2.31}$$

où $\mathbb{L}(\theta)$ représente la fonction log-vraisemblance. Dans notre cas les paramètres à estimer sont $\theta = [\tau, \nu]$. Une relation entre les éléments de la matrice de Fischer J_M et la fonction d'ambiguïté a été établie. En effet, la fonction d'ambiguïté n'est autre que la fonction de vraisemblance du signal en absence de bruit. En particulier, la CRB dépend du SNR et des dérivées secondes de la fonction d'ambiguïté qui sont reliées à la finesse du lobe principal [55] :

$$J_M(\tau,\nu) = -2SNR\left[\begin{array}{cc} \frac{\partial^2\Theta(\tau,\nu)}{\partial\tau^2} & \frac{\partial^2\Theta(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu} \\ \frac{\partial^2\Theta(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau} & \frac{\partial^2\Theta(\tau,\nu)}{\partial\nu^2} \end{array}\right]_{\tau=0,\nu=0} \tag{2.32}$$

avec $\Theta(\tau,\nu) = |\chi(\tau,\nu)|^2$. Les CRBs sur τ et ν sont donc données par les éléments diagonaux de la matrice de Fischer inverse J_M^{-1}.

$$CRB(\tau) = [J_M^{-1}(\tau,\nu)]_{(1,1)} \tag{2.33}$$
$$CRB(\nu) = [J_M^{-1}(\tau,\nu)]_{(2,2)} \tag{2.34}$$

Nous proposons de déterminer ces bornes pour les signaux étudiés. Pour ce faire, les formules analytiques des fonctions d'ambiguïté ainsi que leurs dérivées doivent être établies.

2.5.2 Fonctions d'ambiguïté

Nous exploitons la fonction d'ambiguïté, au voisinage du lobe principal, décrite dans l'équation 2.10. La CRB étant liée au comportement de la fonction d'ambiguïté au voisinage de 0, on peut négliger les termes liés aux lobes secondaires. La fonction d'ambiguïté normalisée en énergie devient donc :

$$\chi(\tau,\nu) \approx \frac{1}{Mt_p}\chi_A(\tau,\nu)\sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}, |\tau| \leq t_p \tag{2.35}$$

En posant $\chi_M(\tau,\nu) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}$, nous démontrons en Annexe B que les dérivées partielles d'ordre 2 de $\chi(\tau,\nu)$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{2}{t_p}\left(\mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial a_1\partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0}\right) + \frac{2}{M}\left(\mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2\chi_M(\tau,\nu)}{\partial a_1\partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0}\right) \tag{2.36}$$

avec $a_1, a_2 \in \{\tau,\nu\}$. Pour déterminer les expressions analytiques de $\chi_A(\tau,\nu)$ et les dérivées partielles d'ordre 2 correspondantes $\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial a_1\partial a_2}\right)$, on se base sur des approximations de $\chi_A(\tau,\nu)$ autour du lobe principal.

Impulsion rectangulaire : La fonction d'ambiguïté $\chi_A(\tau,\nu)$ est donnée par [10] :

$$\chi_A(\tau,\nu) = (t_p - |\tau|)\frac{\sin(\pi\nu(t_p-|\tau|))}{\pi\nu(t_p-|\tau|)}e^{-j\pi\nu(t_p+\tau)} \tag{2.37}$$

Impulsion LFM : La fonction d'ambiguïté $\chi_A(\tau,\nu)$ est donnée par [10] :

$$\chi_A(\tau,\nu) = (t_p - |\tau|)\frac{\sin(\pi(\nu t_p - \tau B)(1-\frac{|\tau|}{t_p}))}{\pi(\nu t_p - \tau B)(1-\frac{|\tau|}{t_p})}e^{j\pi\nu\tau} \tag{2.38}$$

Impulsion codée en phase : La fonction d'ambiguïté est donnée, pour $|\tau| < t_c$:

$$\chi_A(\tau,\nu) = \frac{\sin(\pi\nu(t_c-|\tau|))}{\pi\nu}e^{j\pi\nu\tau}\sum_{l=0}^{L-1}|q_l|^2 e^{j2\pi\nu l t_c} \tag{2.39}$$

$$\chi_A(\tau,\nu) = \frac{\sin(\pi\nu(t_c-|\tau|))}{\pi\nu}\frac{\sin(\pi\nu L t_c)}{\sin(\pi\nu t_c)}e^{j\pi\nu(L-1)t_c}e^{j\pi\nu\tau} \tag{2.40}$$

Les détails des calculs des expressions précédentes sont fournis en Annexe C.

Impulsion codée en amplitude : Les séquences de Slepian et les signaux équilibrés spectralement sont issus d'un algorithme d'optimisation. Aucune forme analytique n'existe pour ce type de signaux. Néanmoins, ces séquences sont échantillonnées et on utilise l'équation 2.39,en supposant que t_c est le pas échantillonnage et q_l le $l^{éme}$ échantillon. Cette approximation est très restreinte (sur une partie du lobe principal $|\tau| < t_c$ tel que t_c est le pas d'échantillonnage ici). Néanmoins, elle permet de décrire la fonction d'ambiguïté au voisinage de l'origine.

Impulsion codée Costas : Quand l'impulsion de base est un autre signal de Costas, on exploite les résultats précédents, notamment ceux de l'équation 2.35 avec les paramètres du Costas secondaire sans normalisation d'énergie :

$$\chi_A(\tau,\nu) = \chi_s(\tau,\nu)\sum_{l=0}^{L-1}e^{+j2\pi(l\nu t_s - f_s\tau)}, |\tau| \leq t_s \tag{2.41}$$

$\chi_s(\tau,\nu)$ correspond cette fois-ci à la fonction d'ambiguïté de l'impulsion rectangulaire du signal de Costas secondaire donnée par l'équation 2.37 :

$$\chi_s(\tau,\nu) = (t_s - |\tau|)\frac{\sin(\pi\nu(t_s-|\tau|))}{\pi\nu(t_s-|\tau|)}e^{-j\pi\nu(t_s+\tau)}, |\tau| < t_s \tag{2.42}$$

La fonction d'ambiguïté globale de l'impulsion est alors donnée par :

$$\chi_A(\tau,\nu) = (t_s - |\tau|)\frac{\sin(\pi\nu(t_s-|\tau|))}{\pi\nu(t_s-|\tau|)}e^{-j\pi\nu(t_s+\tau)}\sum_{l=0}^{L-1}e^{+j2\pi(l\nu t_s - f_s\tau)}, |\tau| \leq t_s \tag{2.43}$$

2.5.3 Calcul des bornes et comparaison

A partir des expressions des fonctions d'ambiguïté des signaux, le calcul des dérivées partielles d'ordre 2 $\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}$ de l'équation 2.36 a été réalisé à l'aide de la bibliothèque $SYMPY$ de $Python$. Les résultats de dérivation sont fournis en Annexe D. En posant $d_{\tau\tau} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}$, $d_{\nu\nu} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}$,

$d_{\tau\nu} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\nu}$ et $d_{\nu\tau} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\tau}$, les CRBs sont données pour chaque signal, en sélectionnant les termes diagonaux de l'inverse de la matrice d'information de Fischer :

$$CRB(\tau) = \frac{-1}{2 \times SNR} \frac{d_{\nu\nu}}{d_{\tau\tau}d_{\nu\nu} - d_{\tau\nu}d_{\nu\tau}} \tag{2.44}$$

$$CRB(\nu) = \frac{-1}{2 \times SNR} \frac{d_{\tau\tau}}{d_{\tau\tau}d_{\nu\nu} - d_{\tau\nu}d_{\nu\tau}} \tag{2.45}$$

On en déduit les CRBs des estimateurs de distance R et de vitesse v_r :

$$\sigma_R = \frac{c}{2}\sqrt{CRB(\tau)} \tag{2.46}$$

$$\sigma_{v_r} = \frac{c}{2f_0}\sqrt{CRB(\nu)} \tag{2.47}$$

Exemple : Dans ce paragraphe, on met en œuvre les CRBs pour les signaux étudiés avec une largeur de bande $B \approx 500MHz$, et une durée $T = Nt_p \approx 900ns$ ce qui correspond à un produit $BT = 450$. Les signaux utilisés sont décrits dans la table 2.9. Dans le cas d'un signal de Costas standard, un seul signal peut être synthétisé de taille $M \approx \sqrt{(BT)}$. Les autres signaux offrent plus de degrés de liberté en exploitant l'équation 2.20. En fixant, la taille du signal de Costas à $M = 8$, on choisit le couple $(t_p\Delta f, t_pB_p)$ qui permet de respecter le gabarit fixé.

Table 2.9 : Paramètres des signaux de Costas considérés avec $B \approx 500MHz$.

	Costas standard	Costas-LFM	Costas-PSK	Costas-Slepian	Costas-Costas
Taille Costas M	21	8	8	8	8
$(t_p\Delta f, t_pB_p)$	(1,0)	(6,14.5)	(6,14)	(6,14)	(6,14.4)
$t_p(ns)$	42	113	112	112	112.8
$\Delta f(MHz)$	23.81	53.1	53.57	53.57	53.2
$B(MHz)$	500	500	500	500	500
$T(ns)$	882	904	896	896	902.4

Les résultats sont présentés sur la figure2.32 et la figure2.33 pour l'estimation respective de la distance et de la vitesse. On considère une fréquence centrale $f_0 = 79GHz$ correspondant à la norme pour les futurs radars automobiles ULB.

Les courbes mettent en évidence que ces signaux offrent les mêmes performances limites. En effet, cela est dû à la nature de la borne de Cramer qui ne prend en considération que les variations autour du lobe principal et de ce fait rend les observations similaires d'une forme d'onde à une autre. Il existe d'autres bornes qui prennent en considération les lobes secondaires telles que la borne de Barankin qui utilise des points test de sorte à considérer les lobes secondaires les plus gênants dans la détection [56][57]. Ici, pour un SNR=15 dB par exemple, σ_R est de l'ordre de 1.80 cm et σ_{v_r} de 135 m/s. Si les performances en distance apparaissent plus que satisfaisantes pour un radar automobile, la précision en vitesse obtenue rend son estimation directe impossible. Ceci est dû à la durée insuffisante du signal provenant d'une seule impulsion qui influence sur la largeur fréquentielle du lobe principal. Pour résoudre ce problème, nous proposons d'utiliser une configuration en trains d'impulsions.

2.5.4 Configuration en train d'impulsions

Dans le but d'obtenir des bornes de Cramer-Rao exploitables pour l'estimation de la fréquence Doppler (Vitesse), une configuration en train comportant K impulsions de Costas identiques

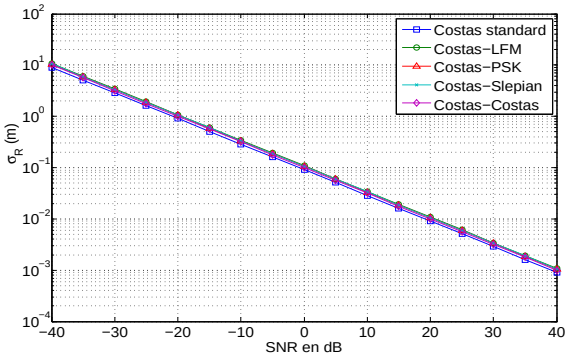


FIGURE 2.32 : CRB en distance pour un signal de Costas standard et les versions modifiées.

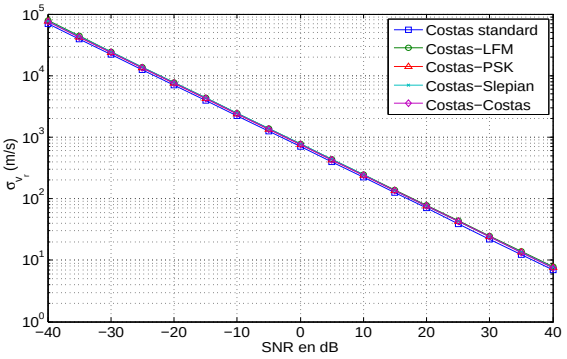


FIGURE 2.33 : CRB en vitesse pour un signal de Costas standard et les versions modifiées.

avec un temps de répétition T_r est considérée. La durée du signal ne dépendra plus de la durée d'une seule impulsion mais de celle du train d'impulsions. Les nouvelles dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction d'ambiguïté changent selon ν comme suit :

$$d_{\tau\tau}^{Train} = d_{\tau\tau} \tag{2.48}$$

$$d_{\nu\nu}^{Train} = d_{\nu\nu} + \frac{4\pi^2}{3} T_r^2(-2K^2 + 3K - 1) \tag{2.49}$$

$$d_{\tau\nu}^{Train} = d_{\tau\nu}^{Train} = d_{\tau\nu} = d_{\nu\tau} \tag{2.50}$$

Les calculs plus détaillés sont présentés en Annexe E. L'amélioration peut être vue sur la figure2.34 et figure2.35 où les signaux de la table 2.9 sont utilisés dans un train de $K = 100$ impulsions et un temps de répétition $T_r = 10T$. La durée effective du signal est de $T_K = KT_r$ au lieu de $T = Mt_p$ précédemment, d'où l'amélioration. Pour un SNR=15 dB, σ_R reste de l'ordre du centimètre tandis que σ_{v_r} est maintenant de l'ordre de 0.14 m/s. Une amélioration d'un facteur $\frac{KT_r}{T} = 1000$ est constatée.

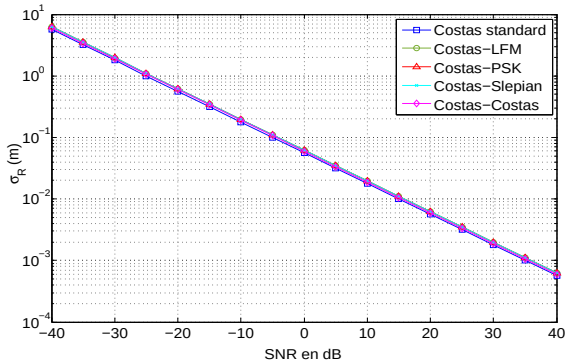


FIGURE 2.34 : CRB en distance pour un train de signaux de Costas standard et modifiées, $K = 100$, $T_r = 10T$

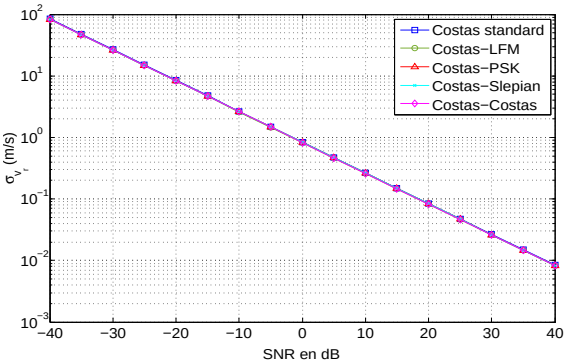


FIGURE 2.35 : CRB en distance pour un train de signaux de Costas standard et modifiées, $K = 100$, $T_r = 10T$

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé de nouvelles formes d'ondes basées sur la modification d'un signal de Costas par modification de ses impulsions. Nous avons étudié, développé et discuté différents types d'impulsions : LFM (issu de la littérature), codes de phase, séquences de Slepian et codes de Costas et nous avons établi les conditions de conception associées. Cette conception se base sur l'optimisation de la fonction d'autocorrélation afin de réduire le niveau des lobes récurrents. Par la suite, nous avons proposé une comparaison de ces formes d'ondes selon plusieurs critères . Des points forts tels que la flexibilité pour atteindre le produit BT ainsi que la diversité introduite par les formes d'ondes que nous proposons, ont été mis en avant. Les points faibles de chaque forme d'onde tels que le mauvais confinement spectral des signaux de Costas avec impulsion codée en phase et l'enveloppe non constante des signaux de Costas avec impulsion codée Slepian ont été analysés en proposant une solution pour surmonter ceci dans un contexte réel. Nous avons, par la suite, évalué les Bornes de Cramer-Rao pour chaque forme d'onde, en se basant sur des approximations de la fonction d'ambiguïté et sur des calculs de dérivées partielles d'ordre 2 de celle-là. Elles ont permis de donner un ordre de grandeur des performances optimales en estimation qu'on peut espérer atteindre avec ces formes d'ondes. Celles-ci sont très similaires pour les formes d'ondes discutées et sont améliorées en considérant un train d'impulsions identiques. Dans ce qui suit, nous nous intéressons à un autre critère très important qui est l'adaptabilité de ces formes d'ondes à contexte multi-utilisateurs. Nous exploiterons la diversité qu'offrent ces formes d'ondes pour synthétiser des familles présentant un minimum d'interférences mutuelles.

Chapitre 3

Mise en œuvre des formes d'ondes proposées dans le cas multi-utilisateurs

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous traitons la problématique de l'accès multiple dans le cas du radar en développant des formes d'ondes multi-utilisateurs. Nous allons tout d'abord discuter de l'état de l'art des codes fréquentiels multi-utilisateurs et en particulier le cas des signaux de Costas présentant un minimum de coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté. Nous proposons, par la suite, une adaptation des signaux de Costas modifiés, pour synthétiser des formes d'ondes présentant un minium d'inter-ambiguïté. Pour ce faire, nous exploiterons en premier lieu la diversité des impulsions. Les performances en seront discutées selon leur nature et seront comparées aux codes existants en littérature. Ensuite, et dans un souci d'élargissement de la taille des familles de formes d'ondes synthétisées, nous proposons d'exploiter la diversité des codes de Costas. Ainsi, le nombre de formes d'ondes va dépendre de deux variables à savoir l'impulsion utilisée et le code de Costas utilisé et sera donc largement amélioré.

3.2 Contexte et état de l'art

Les techniques d'accès multiples suscitent beaucoup d'intérêt dans le domaine du radar et du sonar. Dans le cas du radar, plusieurs formes d'ondes seront octroyées à différents utilisateurs. Dans notre cas, nous nous intéressons à la synthèse de formes d'ondes multi-utilisateurs pour les radars automobiles. Les utilisateurs considérés peuvent être les différents véhicules usagers de la route et/ou les différents radars d'un même véhicule, le but étant que les utilisateurs proches puissent opérer sans interférer les uns avec les autres. Les formes d'ondes multi-utilisateurs doivent donc permettre l'accès au spectre électromagnétique disponible entre les différents utilisateurs. Les techniques d'accès multiples utilisées s'inspirent beaucoup de celles couramment utilisées en communications décrites sur la figure3.1 :

Multiplexage spatial : La technique SDMA (Space Division Multiple Access) repose sur l'emploi d'antennes très directives pour permettre la séparation spatiale des signaux.

Multiplexage temporel : La technique TDMA (Time Division Multiple Access) consiste en l'émission de signaux sur des périodes temporelles ne se recouvrant pas.

Multiplexage fréquentiel : La technique FDMA (Frequency division Multiple Access) est basée sur la séparation des bandes de fréquences en émission pour éviter toute interférence entre signaux.

Multiplexage par codage : La technique CDMA (Code Division Multiple Access) octroie à chaque utilisateur un code distinct de celui des autres utilisateurs. Les codes utilisés sont orthogonaux .

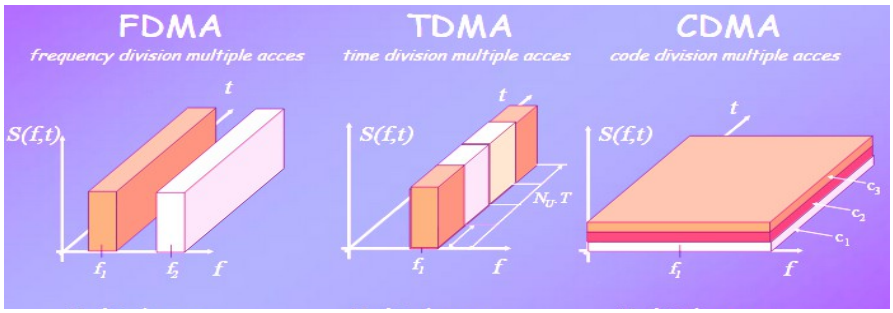


FIGURE 3.1 : Techniques d'accès multiple FDMA, TDMA, CDMA.

Dans le cas du radar, le multiplexage spatial ne peut pas être toujours assuré car les radars de deux véhicules distincts peuvent être amenés à se faire face ou deux radars d'un même véhicule peuvent interférer via les échos que génèrent les cibles. Par ailleurs, le multiplexage temporel ou fréquentiel limite la durée ou la bande occupée par un signal radar avec une répercussion directe sur les résolutions en vitesse et en distance. De plus, le multiplexage temporel exigerait une synchronisation difficile à assurer pour des radars placés sur des véhicules distincts. Un multiplexage par codes orthogonaux n'est pas non plus adapté du fait de l'absence de synchronisation au niveau du récepteur. On s'intéresse plutôt à la recherche de formes d'ondes avec minimum d'intercorrélation. Les SBPA (Séquences Binaires Pseudo-Aléatoires) sont les plus connues dans le domaine du radar car elles présentent de bonnes propriétés d'auto et d'inter corrélations [58]. Cependant, leur nombre est limité pour une taille de séquence donnée et une augmentation du nombre de séquences différentes impose une augmentation de la longueur des séquences. A titre d'exemple, pour atteindre 48 séquences différents, une longueur $L = 255$ est nécessaire.

Par ailleurs, en présence de Doppler, on s'intéresse à des formes d'ondes présentant un minimum de lobes secondaires dans l'espace d'inter-ambiguïté. La fonction d'inter-ambiguïté entre deux signaux $u(t)$ et $v(t)$ est définie par :

$$\chi_{u,v}(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)v^*(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \tag{3.1}$$

Elle traduit le degré de ressemblance entre un signal et la version retardée et affectée de Doppler d'un autre signal. Idéalement elle présente une dynamique faible.

Les codes temps-fréquences comme ceux de Costas ont le mérite de combiner en quelque sorte les techniques de multiplexage citées précédemment en raison de l'occupation de plusieurs bandes de fréquences distinctes, séparées temporellement avec un ordre précis selon le code utilisé. Ainsi, la multitude de codes existants pour une même taille permet d'octroyer un code différent à chaque utilisateur. Cependant, ces codes peuvent montrer des propriétés d'inter-ambiguïté médiocres quand ils sont sélectionnés de façon aléatoire [59].

Plusieurs travaux de la littérature se sont intéressés à la recherche de bons codes de Costas multi-utilisateurs. L'idée est de trouver des codes qui minimisent les coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté définie par :

Definition 1. La matrice d'inter-ambiguïté de deux codes de Costas A et B est définie comme étant le nombre de chevauchements ou coïncidences entre le code A et la version décalée temporellement (par un pas t_p) et/ou décalée fréquentiellement (par un pas $\Delta f = \frac{1}{t_b}$) du code B. Quand A=B, on parle de matrice d'auto-ambiguïté du code.

La matrice d'inter-ambiguïté de deux codes représente donc une sorte de discrétisation de la fonction d'inter-ambiguïté et informe sur le comportement des lobes secondaires. Un exemple de matrice d'inter-ambiguïté de deux codes de Costas est décrit sur figure3.2 et la fonction d'inter-ambiguïté de ces codes sur la figure3.3. On note que cette matrice décrit le comportement dans des points spécifiques et que le niveau de lobes secondaires entre deux points de la grille peut être plus important. Dans [60], [61] et [62], les auteurs proposent des méthodes pour trouver les paires et les familles de codes de Costas présentant un minimum d'inter-ambiguïté, en se basant sur les règles de construction de Welch et Golomb. Cependant, la génération de familles de codes s'est avérée plus complexe comparée à la génération des paires compatibles et la taille des familles obtenues restait relativement petite. Elle peut être suffisante pour des applications mettant en jeu un faible nombre d'utilisateurs. Dans la même optique, les auteurs de [63] ont proposé de trouver les paires et les familles compatibles mais dans une zone Doppler limitée afin de réduire la contrainte sur les codes. D'autres travaux se sont orientés vers la génération de nouveaux codes temps-fréquences qui offrent un bon compromis entre l'auto-ambiguïté et l'inter-ambiguïté. Ils sont basés sur la congruence quadratique [26] ou hyperbolique [27]. Ces derniers ont des propriétés d'auto-ambiguïté moins bonnes que celles des signaux de Costas mais de meilleures propriétés d'inter-ambiguïté. Les recherches précédentes se basent sur l'optimisation de la matrice d'inter-ambiguïté des codes. En réalité, cette matrice ne renseigne pas sur le comportement des lobes secondaires entre les points de la matrice et des lobes importants peuvent apparaître comme montré sur la figure3.3.

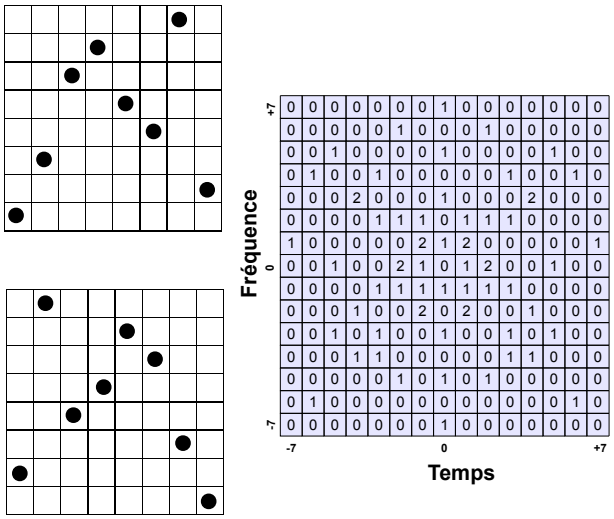


FIGURE 3.2 : Matrice d'inter-ambiguïté des codes de Costas [1,3,6,7,5,4,8,2] et [2,8,4,5,7,6,3,1].

Dans la suite du travail, nous proposons d'exploiter la diversité introduite par les signaux de Costas modifiés pour synthétiser des formes d'ondes avec un niveau minimum d'intercorrélation et dans la mesure du possible un niveau minimum d'inter-ambiguïté. L'utilisation d'un même code de Costas pour des impulsions différentes va permettre de synthétiser plusieurs formes d'ondes qui possèdent de bonnes propriétés d'intercorrélation sans altérer celles de l'autocorrélation. Les performances seront discutées pour diverses familles de formes d'ondes d'impulsion. Ultérieurement, nous nous intéresserons à l'emploi de codes de Costas primaires variables.

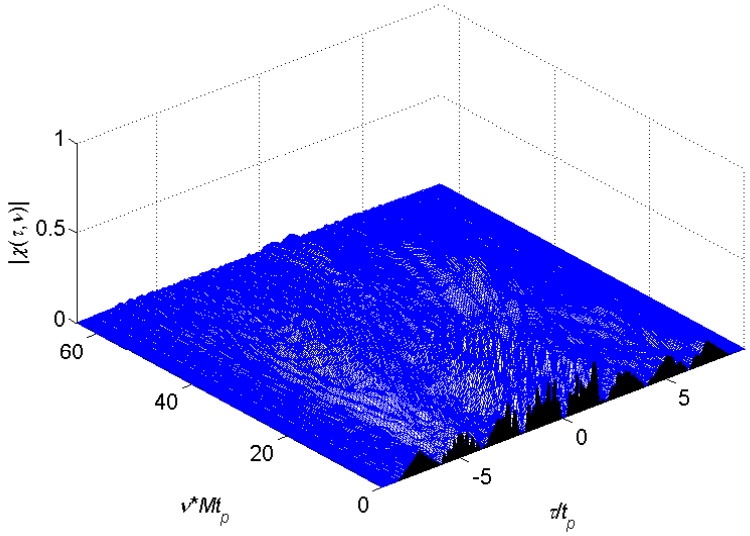


FIGURE 3.3 : Fonction d'inter-ambiguïté des codes de Costas [1,3,6,7,5,4,8,2] et [2,8,4,5,7,6,3,1].

3.3 Exploitation de la diversité d'impulsions

3.3.1 Principe

Cette approche consiste à exploiter la diversité des impulsions pour un même code de Costas. Nous proposons de coder, différemment, les impulsions de Costas par des impulsions $A(t)$ et $A'(t)$ pour former les signaux de Costas modifiés $u(t)$ et $v(t)$. Le principe est décrit sur la figure3.4. On désigne le signal de Costas modifié SCM utilisant un code C de taille M et une forme d'onde A de produit t_pB_p par $SCM(C(M), A(t_pB_p))$.

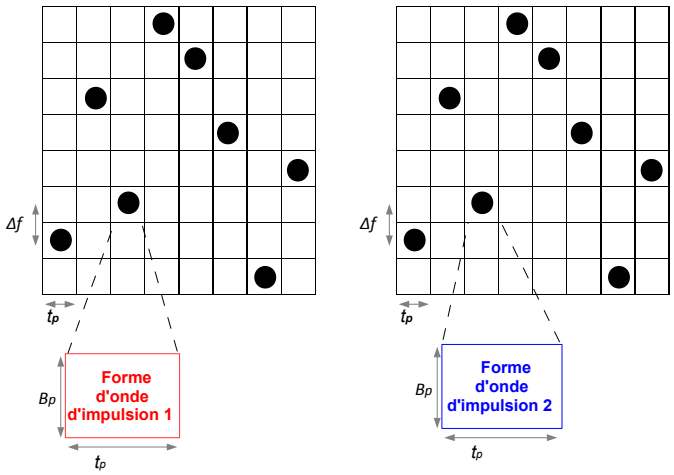


FIGURE 3.4 : Principe de la synthèse de formes d'ondes multi-utilisateurs avec un même code de Costas : $SCM(C, A)$, $SCM(C, A')$.

De manière similaire à la fonction d'auto-ambiguïté décrite dans l'équation 2.9, nous trouvons que l'expression de la fonction d'inter-ambiguïté entre les signaux u et v est donnée par :

$$\chi_{u,v}(\tau,\nu) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi m\nu t_p} \left[\chi_{A,A'}(\tau,\nu)e^{-j2\pi f_m\tau} + \sum_{n=0,n\neq m}^{M-1} \chi_{A,A'}(\tau-(m-n)t_p, \nu+(f_n-f_m))\, e^{-j2\pi f_n(\tau-(m-n)t_p)}\right] \quad (3.2)$$

où $\chi_{A,A'}$ est l'inter-ambiguïté entre les impulsions. Étant donné que le même code de Costas est utilisé, la distribution des lobes secondaires va dépendre en grande partie de sa matrice d'auto-ambiguïté. Les codes étant optimisés pour minimiser les coïncidences dans cette matrice (égale à 1 au maximum), le niveau des lobes secondaires en dehors de l'origine se trouve limité par cette propriété. Cependant, ceci ne constitue qu'une garantie partielle pour les points de la matrice d'auto-ambiguïté car cette dernière n'est qu'une version discrète de la fonction d'ambiguïté. Ce problème de la minimisation de la fonction d'inter-ambiguïté est envisagé au voisinage du lobe principal où elle est donnée par :

$$\chi_{u,v}(\tau,\nu) \approx \chi_{A,A'}(\tau,\nu) \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}, |\tau| \leq t_p \tag{3.3}$$

Les coupes de la fonction d'inter-ambiguïté seront données, pour $|\tau| \leq t_p$ par :

$$|\chi_{u,v}(\tau,0)| \approx |\chi_{A,A'}(\tau,0)| \left|\frac{\sin(M\pi\tau\Delta f)}{\sin(\pi\tau\Delta f)}\right| \text{ et } |\chi_{u,v}(0,\nu)| \approx |\chi_{A,A'}(0,\nu)| \left|\frac{\sin(M\pi\nu t_p)}{\sin(\pi\nu t_p)}\right|. \tag{3.4}$$

De même, la fonction d'intercorrélation du signal, $R_{u,v}(\frac{\tau}{t_p}) = \chi_{u,v}(\tau,0)$, est définie par le produit de l'intercorrélation des impulsions $R_{A,A'}(\frac{\tau}{t_p}) = \chi_{A,A'}(\tau,0)$ et de la fonction $R_2(\frac{\tau}{t_p})$ donnée dans l'équation 2.3. La fonction R_2 présente un maximum unique lorsque $t_p\Delta f = 1$ et plusieurs maxima, correspondant aux lobes récurrents , lorsque $t_p\Delta f > 1$. De la même façon que pour l'optimisation réalisée au chapitre précédent, pour obtenir des formes d'ondes avec autocorrélations et intercorrélations optimisées, les formes d'ondes $A(t)$ et $A'(t)$ doivent vérifier les conditions suivantes :

1. Bonnes fonctions d'autocorrélation individuelles afin de conserver le lobe principal de R_2 et d'éliminer les lobes récurrents ,
2. Bonne fonction d'intercorrélation afin d'éliminer tous les lobes (lobe principal et lobes récurrents) de R_2.

Considérons d'abord le cas où $t_p\Delta f = 1$, pour pallier au problème des lobes récurrents. Dans ce cas là, les formes d'ondes choisies doivent conserver le lobe principal de R_2 lors de l'autocorrélation et l'éliminer lors des intercorrélations. Idéalement, l'intercorrélation $R_{A,A'}$ doit montrer un très faible niveau de lobes dans la zone du premier lobe de R_2 dont la largeur est inversement proportionnelle à la bande passante. Nous proposons de se limiter à l'orthogonalité des impulsions ($< A(t), A'(t) >= \int A^*(t)A'(t)dt = 0$) qui annule les intercorrélations en $\tau = 0$. Cette condition est moins contraignante pour la recherche des impulsions.

Néanmoins, le niveau des lobes d'intercorrélation de $R_{A,A'}$ autour de ce lobe doit être également pris en considération pour garantir une bonne réjection du lobe principal de R_2. On illustre sur la figure3.5 le cas limite d'un lobe d'intercorrélation très élevé et proche du lobe principal de R_2. Les largeurs de ces deux lobes dépendent du produit t_pB_p de l'impulsion et de la taille du signal de Costas M. Quand t_pB_p augmente, il faut augmenter la taille du code de Costas M pour éviter une mauvaise réjection du lobe principal de R_2.

Un exemple de résultat en utilisant deux codes orthogonaux de Walsh-Hadamard de longueur $L = 8$ est illustré sur la figure3.6.

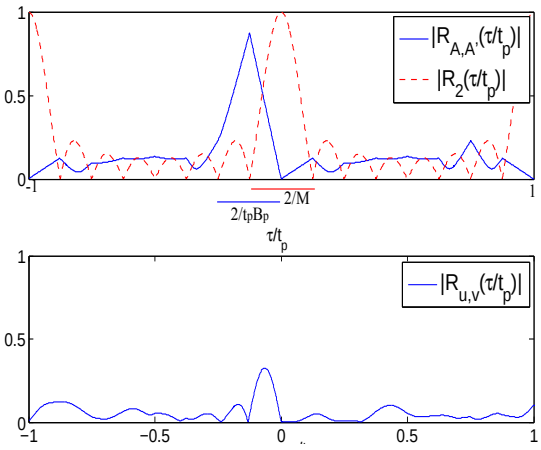
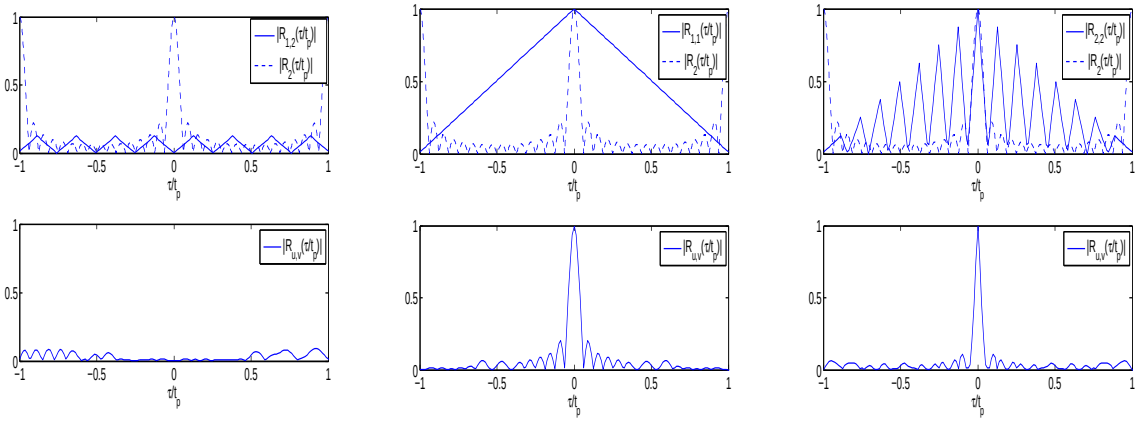
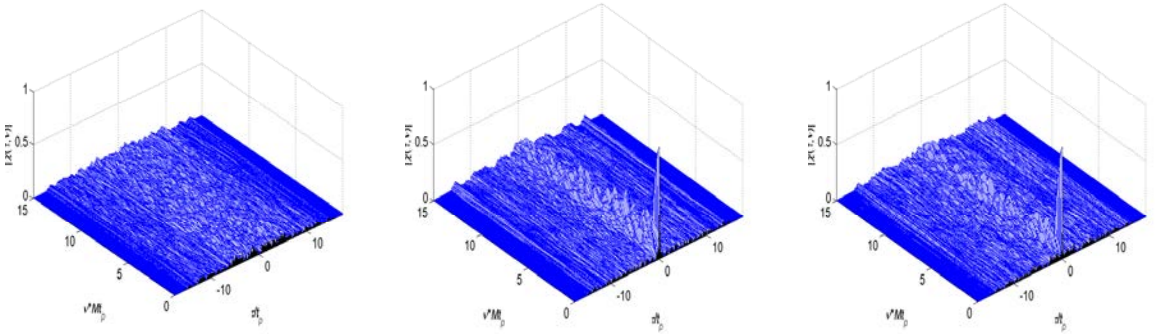


FIGURE 3.5 : Fonction d'intercorrélation d'une paire de signaux $SCM(C(8), A(8))$ et $SCM(C(8), A'(8))$: Mauvaise réjection du lobe principal de R_2.



a) $SCM(C_1(16), Had_1(8))$, $SCM(C_1(16), Had_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Had_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Had_2(8))$

FIGURE 3.6 : Paire de signaux Costas-Hadamard : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(16), Had_1(8))$, $SCM(C_1(16), Had_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Had_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Had_2(8))$

FIGURE 3.7 : Paire de signaux Costas-Hadamard : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

L'intercorrélation partielle $R_{u,v}$ montre de faibles lobes en raison de l'élimination mutuelle de lobes secondaires entre $R_{A,A'}$ et R_2 ainsi que l'orthogonalité des codes qui permet d'annuler

l'intercorrélation en $\tau = 0$. La largeur du lobe principal est inversement proportionnelle à la taille du code de Costas M. Ainsi, les performances s'améliorent quand la taille du code augmente. En même temps, les fonctions d'autocorrélation individuelles de la paire de signaux doivent présenter de bonnes propriétés d'autocorrélation comme montré sur la figure3.6-b) et la figure3.6-c). Les fonctions d'auto et d'inter-ambiguïté correspondantes sont montrées sur la figure3.7.

Les fonctions d'autocorrélation des codes de Walsh-Hadamard n'étant pas très bonnes, les performances peuvent être meilleures pour des signaux orthogonaux présentant de bonnes propriétés d'autocorrélation. Nous proposons donc d'utiliser les différentes impulsions introduites dans le chapitre précédent. Pour chaque type d'impulsion, nous sélectionnerons des impulsions orthogonales présentant de bonnes propriétés d'autocorrélation. Dans le but de conserver les mêmes critères de comparaison par la suite, nous utilisons, dans la mesure du possible, des formes d'ondes ayant des produits BT proches. On se base sur l'exemple précédent pour lequel $BT \approx 16(15 \times 1 + 8) = 368$.

3.3.2 Fonction d'inter-ambiguïté et lobes récurrents Doppler

La combinaison décrite auparavant permet d'éliminer le lobe principal de R_2. Cependant, l'axe $\tau = 0$, $|\chi_{u,v}(0, \nu)$ présente plusieurs lobes Doppler aux fréquences $\nu = \frac{k}{t_p}$. En effet, la coupe en zéro retard de la fonction d'inter-ambiguïté $\chi(0, \nu)$ donnée par l'équation 2.11 dépend de la coupe en zéro retard de l'inter-ambiguïté des impulsions $\chi_{A,A'}(0, \nu)$ et de la distribution des lobes récurrents fréquentiels $\frac{\sin(M\pi\nu t_p)}{\sin(\pi\nu t_p)}$. Par ailleurs, on a :

$$\chi_{A,A'}(0, \nu) = \int_{+\infty}^{-\infty} A(t)A'^{*}(t)e^{j2\pi\nu t}dt \tag{3.5}$$

Pour l'auto-ambiguïté (c.f. section 2.4.5), ces lobes Doppler sont réduits dans le cas de signaux à amplitude constante ($A(t)A^{*}(t) = |A(t)|^2 = 1$). Cependant, dans le cas de l'inter-ambiguïté, ceci est moins évident. Le niveau de ces lobes dépend de la fonction $\chi_{A,A'}(0, \nu)$ et donc de la paire de formes d'ondes considérée. Dans le cas de la paire de codes de Hadamard à titre d'exemple, la fonction d'inter-ambiguïté globale ($|\nu| < B$) est décrite sur la figure3.8 où quelques lobes récurrents importants apparaissent pour $\nu = \frac{4}{t_p}$ et $\nu = \frac{12}{t_p}$.

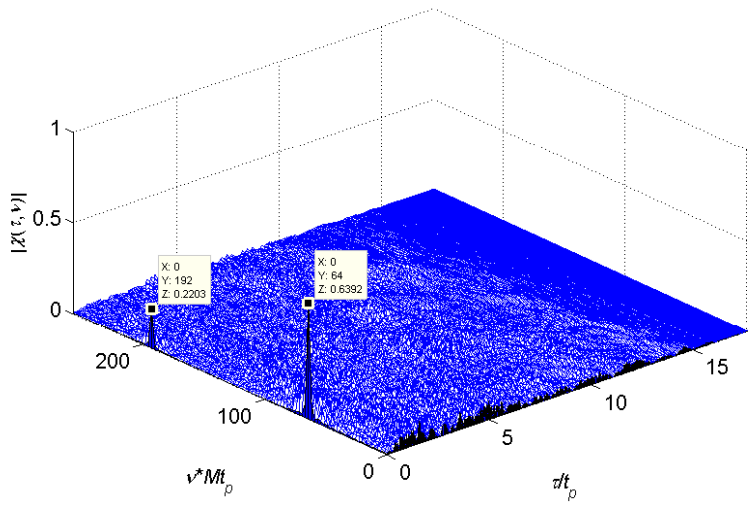
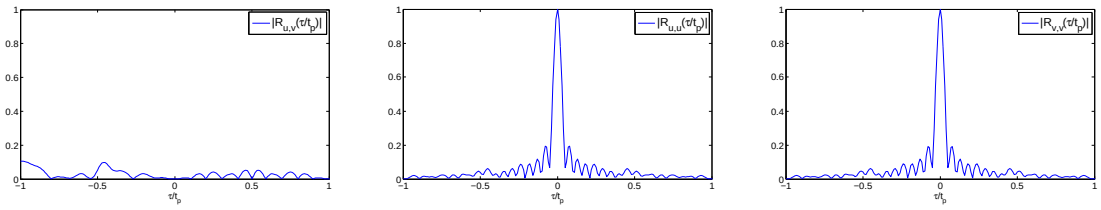


FIGURE 3.8 : Fonction d'inter-ambiguïté globale des signaux $SCM(C_1(16), Had_1(8))$ et $SCM(C_1(16), Had_2(8))$, lobes récurrents à $\nu = 64/(Mt_b) = 4/t_b$ et $\nu = 192/(Mt_b) = 12/t_b$

Pour éviter ceci, nous proposons de limiter la zone d'optimisation Doppler en considérant la fonction d'inter-ambiguïté partielle $|\nu| < \Delta f = 1/t_b$. Pratiquement, le dimensionnement des signaux doit se faire en considérant une fréquence Doppler maximale ne dépassant pas l'inverse de la durée d'impulsion. Cela est raisonnable car en pratique les valeurs des fréquences Doppler sont très faibles par rapport à la bande passante du signal. A titre d'exemple, pour un signal de largeur de bande $B = 500MHz$, si la vitesse maximale détectable est $30m/s$ à $f_0 = 9GHz$, la une fréquence Doppler maximale est égale à $f_{Dmax} = 15.8kHz = \frac{B}{31646}$.

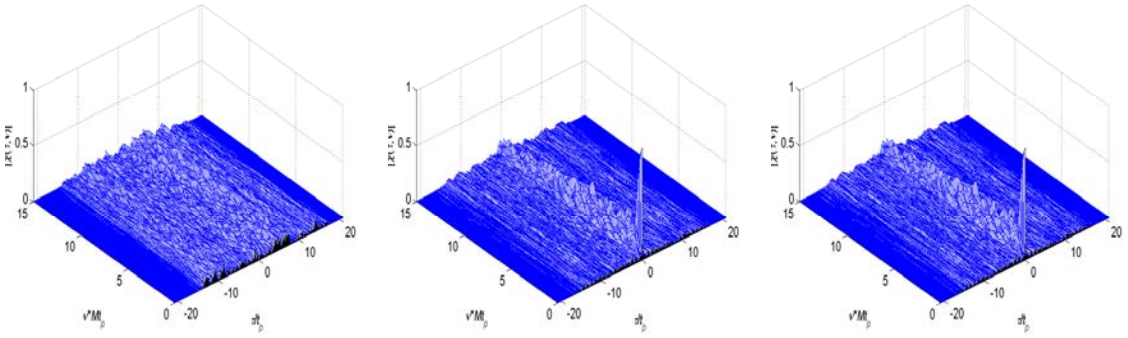
3.3.3 Codes de Costas avec minimum de coïncidences

Avant de procéder à la conception faisant intervenir les diverses impulsions étudiées précédemment, nous détaillerons la méthode proposée dans la littérature qui consiste en la proposition de codes de Costas avec minimum de coïncidences dans l'espace d'inter-ambiguïté comme décrit sur la figure3.2. Les auteurs de [59] ont montré que ce minimum est au moins égal à 2. La génération de ces codes sera discutée plus en détail dans la section 3.5.2. Dans le cas présent, on utilise des codes de Costas qui atteignent approximativement le même produit BT que les signaux précédents. Leur taille est égale à $M = 19 \approx \sqrt{368}$. Pour cette taille, il existe au plus deux codes ayant au maximum deux coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté. La paire de codes considérée est : code_1 : $[1, 2, 13, 7, 11, 4, 18, 10, 17, 19, 6, 5, 14, 9, 15, 12, 3, 8, 16]$, code_2 : $[4, 12, 17, 8, 5, 11, 6, 15, 14, 1, 3, 10, 2, 16, 9, 13, 7, 18, 19]$. Les fonctions d'auto et d'intercorrélation sont montrées sur la figure3.9. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.10. On peut constater les performances satisfaisantes mais le nombre de codes générés reste limité (deux codes dans ce cas).



a) $C_1(19), C_2(19)$ b) $C_1(19)$ c) $C_2(19)$

FIGURE 3.9 : Paire de signaux Costas avec minimum de coïncidences : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



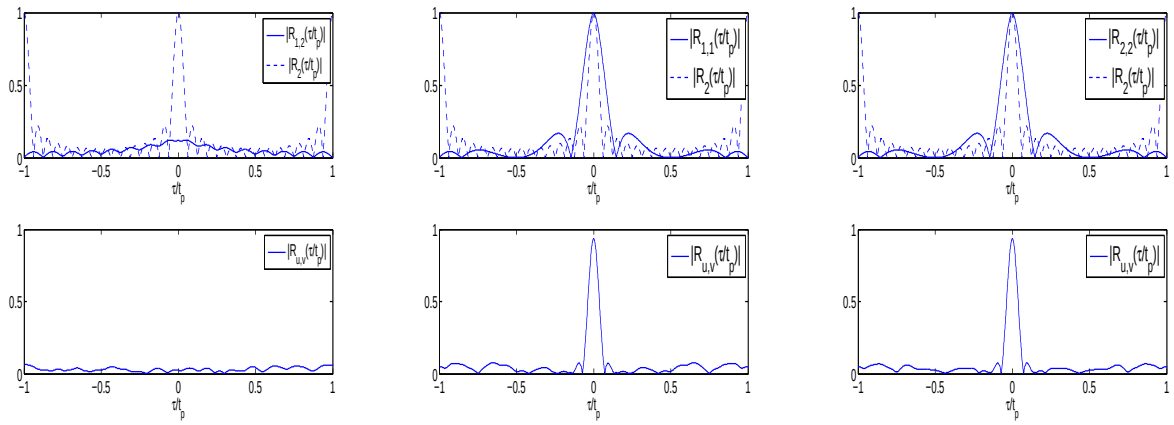
a) $C_1(19), C_2(19)$ b) $C_1(19)$ c) $C_2(19)$

FIGURE 3.10 : Paire de signaux Costas avec minimum de coïncidences : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

Nous passons dans ce qui suit à l'adaptation des formes d'ondes développées dans le chapitre précédent, pour un contexte multi-utilisateurs. Nous discuterons des performances ainsi que des possibilités de trouver des impulsions orthogonales selon la nature des impulsions de Costas.

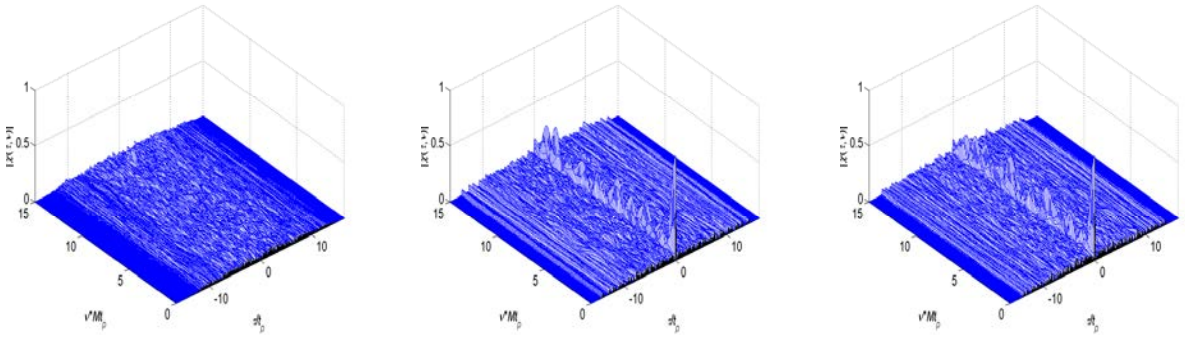
3.3.4 Signaux de Costas avec impulsion modulée LFM

Dans le cas d'impulsions LFM, il est difficile de trouver des formes d'ondes orthogonales. L'utilisation d'impulsions LFM codées en phase permettent de générer des formes d'ondes orthogonales [64]. Dans notre cas, les codes étant déjà combinés avec les codes de Costas, l'introduction d'un nouveau sous codage complexifierait davantage la conception. Néanmoins, nous avons étudié l'emploi d'une rampe LFM croissante avec une autre décroissante : $A(t) = \text{Rect}(\frac{t}{t_p})e^{j\pi(\frac{B_p}{t_p})t^2}$ et $A'(t) = \text{Rect}(\frac{t}{t_p})e^{-j\pi(\frac{B_p}{t_p})t^2}$. Ces dernières ne sont pas orthogonales. Cependant, leur intercorrélation reste faible comme indiqué sur les figure3.11-a) et figure3.12-a). Les fonctions d'auto-ambiguïté individuelles sont, elles aussi, préservées comme on peut le constater dans la figure3.11-b), figure3.12-b) pour le cas de la rampe croissante et figure3.11-c), figure3.12-c) pour le cas de la rampe décroissante.



a) $SCM(C_1(16), LFM_1(8))$, $SCM(C_1(16), LFM_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), LFM_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), LFM_2(8))$

FIGURE 3.11 : Paire de signaux Costas-LFM : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(16), LFM_1(8))$, $SCM(C_1(16), LFM_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), LFM_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), LFM_2(8))$

FIGURE 3.12 : Paire de signaux Costas-LFM : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

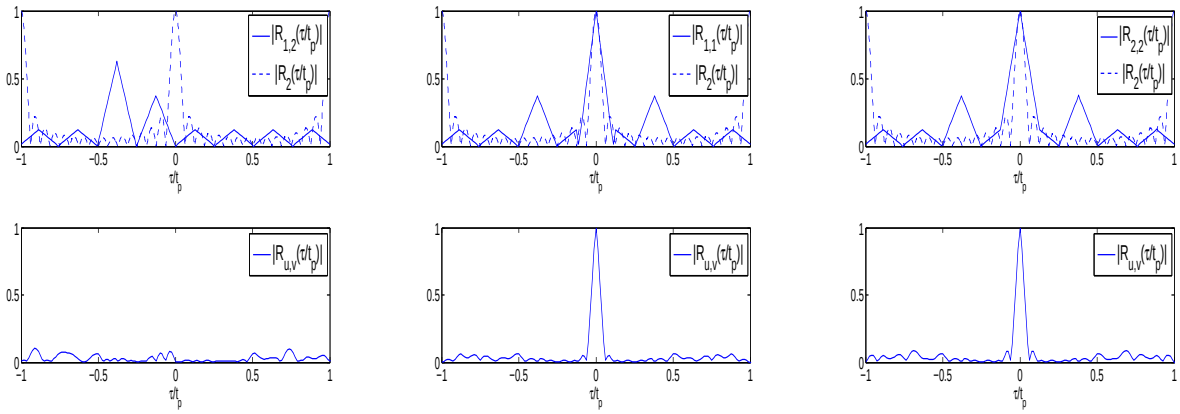
Le choix en termes d'impulsions différentes pour le même t_pB_p est vite limité pour les impulsions LFMs. De plus, la contrainte d'orthogonalité réduit ce choix à zéro. Dans ce qui suit, nous étudions cette adaptabilité pour des impulsions codées en phase.

3.3.5 Signaux de Costas avec impulsion codée en phase

Les familles de codes de phases orthogonaux peuvent être générées en utilisant les codes classiques existants dans la littérature tels que les codes de Walsh-Hadamard ou les codes complémentaires. Par ailleurs, la rotation circulaire des codes de phase ¨chirplike¨, (cf. section 1.4.1.3), conduit à une famille de codes orthogonaux.

3.3.5.1 Codes de Golay

Des méthodes de construction de codes complémentaires permettent de générer à partir d'une paire de codes complémentaires, plusieurs paires de tailles supérieures. Ces codes, en plus de leur complémentarité, sont orthogonaux par paires [10]. Nous proposons d'utiliser les codes complémentaires de Golay de longueur $L = 8$ pour coder les impulsions d'un code de Costas de taille $M = 16$. On montre un exemple d'une pair de codes sur la figure3.13. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.14.



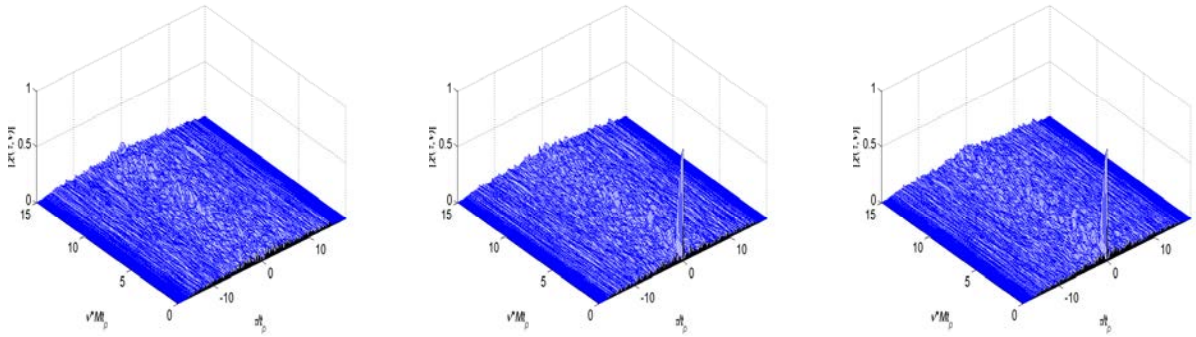
a) $SCM(C_1(16), Golay_1(8))$, $SCM(C_1(16), Golay_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Golay_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Golay_2(8))$

FIGURE 3.13 : Paire de signaux Costas-Golay : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.

Toutes les combinaisons possibles sont testées par simulation et les intercorrélations ainsi que les fonctions d'inter-ambiguïté correspondantes sont illustrées en annexe F. On note que malgré des lobes d'intercorrélation entre impulsions importants, leur combinaison avec les codes de Costas permet de les réduire considérablement. D'autre part, l'orthogonalité des codes permet un niveau d'intercorrélation faible dans la zone proche de $\tau = 0$ d'où la notion d'élimination mutuelle des lobes. Un récapitulatif de toutes les fonctions d'auto et d'intercorrélations possibles est décrit sur la figure3.15.

3.3.5.2 Codes issus de la rotation circulaire d'un code P_4

Les codes P_4 peuvent être générés pour n'importe quelle longueur L , et par rotation circulaire L codes, orthogonaux par paires, sont obtenus. On illustre le cas des codes issus de la rotation circulaire d'un code P_4 de taille $L = 8$. On montre le comportement du code P_4 et de sa rotation de 1 bit sur la figure3.16. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.17. Ce cas



a) $SCM(C_1(16), Golay_1(8))$, $SCM(C_1(16), Golay_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Golay_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Golay_2(8))$

FIGURE 3.14 : Paire de signaux Costas-Golay : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

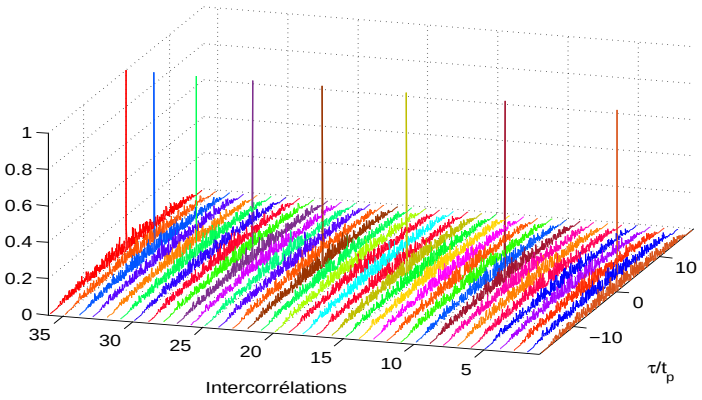


FIGURE 3.15 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Golay_{1:8}(8))$.

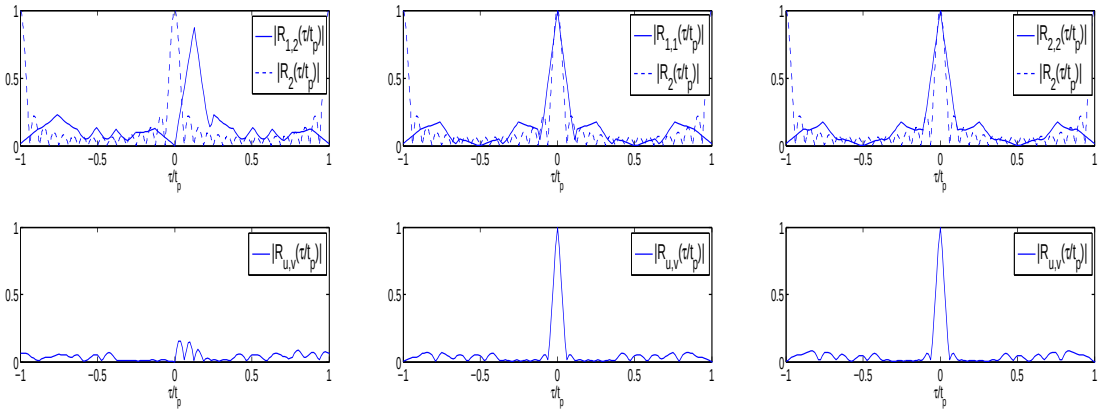
illustre le pire cas d'intercorrélation de deux codes générés par rotation d'un code P_4, avec un maximum d'intercorrélation de la paire proche de zéro. Le lobe principal est réduit malgré le niveau important du lobe d'intercorrélation. Les fonctions d'auto et d'intercorrélations sont présentées sur la figure3.18.

3.3.6 Signaux de Costas avec impulsion codée en amplitude

Dans ce qui suit, nous utilisons les codes Hadamard équilibrés et les séquences Slepian équilibrées pour coder les impulsions du code de Costas.

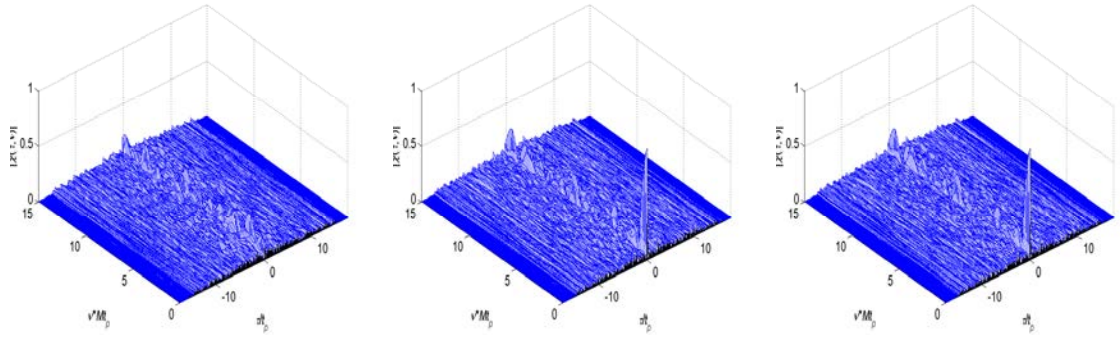
3.3.6.1 Codes Hadamard spectralement équilibrés

On illustre le cas d'une paire de codes Hadamard équilibrés sur la figure3.19. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.20. Dans ce cas, les fonctions d'autocorrélation des codes sont améliorées par rapport à celles des codes de Hadamard standard (figure3.6). Les intercorrélations quant à elles dépendent de la paire de codes choisie. L'intercorrélation des deux codes présente des lobes très élevés réduits par combinaison avec la fonction R_2. Les fonctions d'auto et d'intercorrélations sont présentées sur la figure3.21.



a) $SCM(C_1(16), P4_1(8))$, $SCM(C_1(16), P4_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), P4_2(8))$

FIGURE 3.16 : Paire de signaux Costas-P_4 : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(16), P4_1(8))$, $SCM(C_1(16), P4_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), P4_2(8))$

FIGURE 3.17 : Paire de signaux Costas-P_4 : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

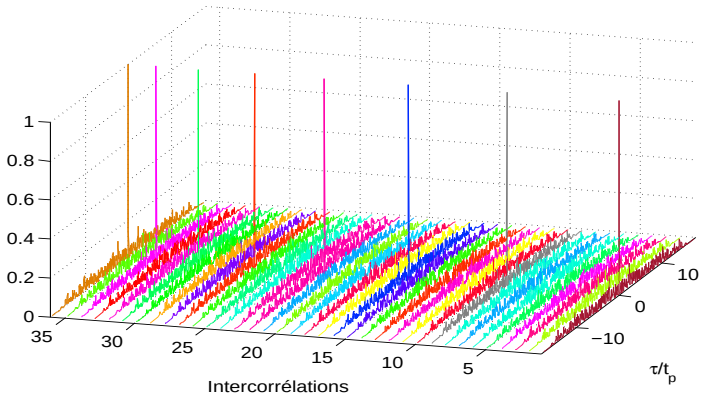
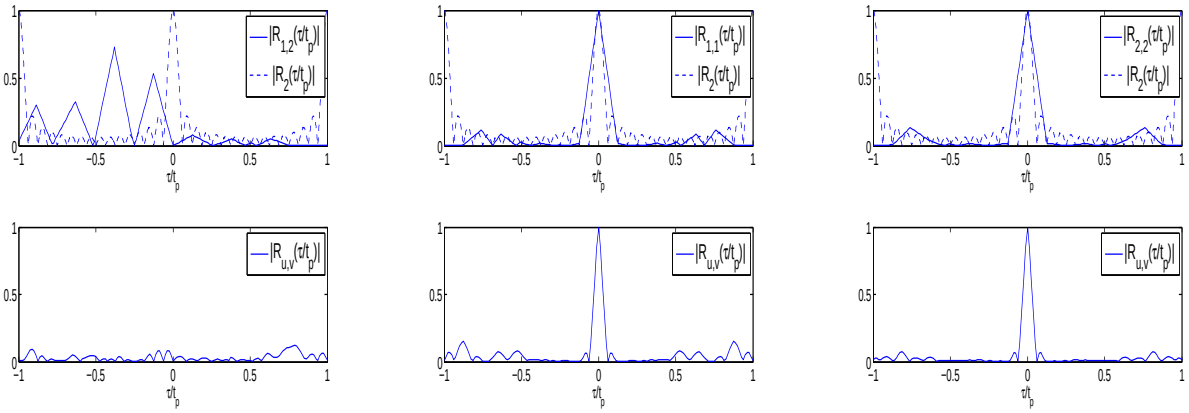


FIGURE 3.18 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), P4_{1:8}(8))$.

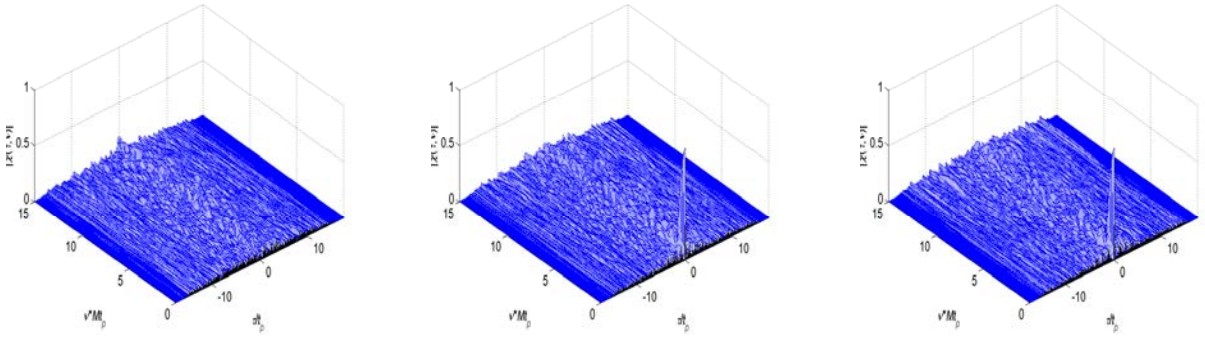
3.3.6.2 Séquences de Slepian spectralement équilibrées

Le même principe est appliqué pour les signaux de Slepian spectralement équilibrés qui sont également orthogonaux. Un exemple d'une paire de signaux est illustré sur la figure3.22. Leurs



a) $SCM(C_1(16), Hequi_1(8))$, $SCM(C_1(16), Hequi_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Hequi_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Hequi_2(8))$

FIGURE 3.19 : Paire de signaux Costas-Hadamard équilibrés : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(16), Hequi_1(8))$, $SCM(C_1(16), Hequi_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Hequi_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Hequi_2(8))$

FIGURE 3.20 : Paire de signaux Costas-Hadamard équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

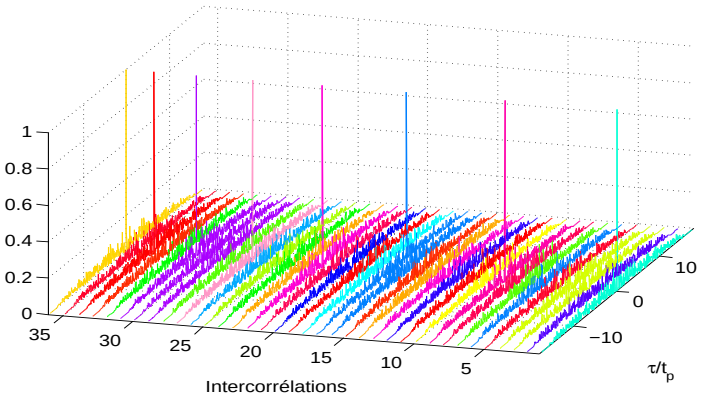
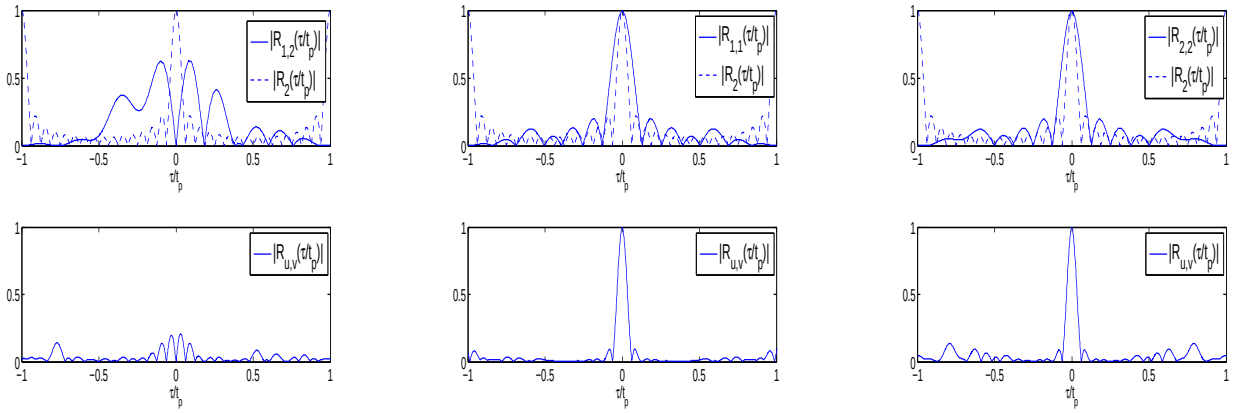


FIGURE 3.21 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Hequi_{1:8}(8))$.

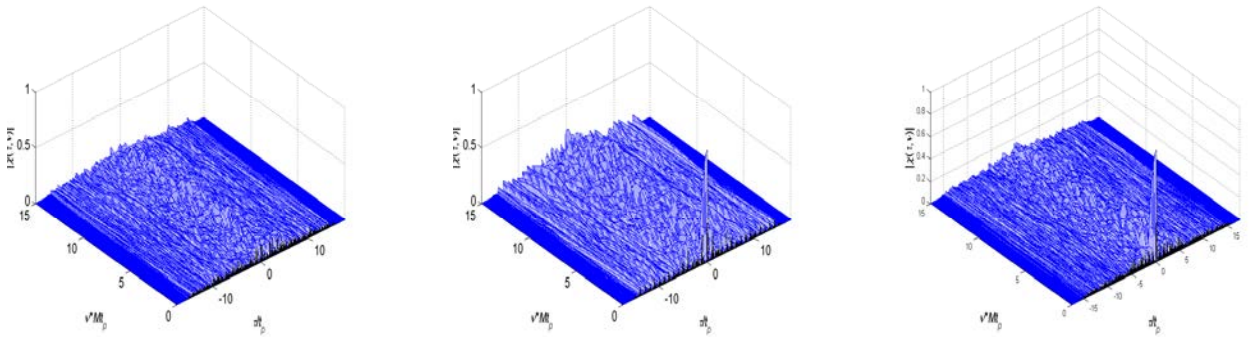
fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.23. Comme pour les codes de phase discrets, les

séquences de Slepian peuvent montrer des lobes d'intercorrélation $R_{1,2}$ importants au voisinage de $\tau = 0$ et l'élimination du lobe principal de R_2 devient de moins en moins évidente. Les fonctions d'auto et d'intercorrélations sont montrées en figure3.24. On remarque quelques lobes importants autour de $\tau = 0$. Pour pallier à ce problème, il faut augmenter la taille M du code de Costas pour garantir une meilleure réduction du lobe principal de R_2.



a) $SCM(C_1(16), Slepian_1(8))$, $SCM(C_1(16), Slepian_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Slepian_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Slepian_2(8))$

FIGURE 3.22 : Paire de signaux Costas-Slepain équilibrées : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(16), Slepian_1(8))$, $SCM(C_1(16), Slepian_2(8))$ b) $SCM(C_1(16), Slepian_1(8))$ c) $SCM(C_1(16), Slepian_2(8))$

FIGURE 3.23 : Paire de signaux Costas-Slepian équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

3.3.7 Signaux de Costas avec impulsion codée Costas

Dans le cas des signaux de Costas doublement codés, l'orthogonalité des impulsions se traduit par l'orthogonalité des codes de Costas secondaires. Pour trouver ces codes, nous proposons d'utiliser leurs matrices d'inter-ambiguïté .

Definition 2. On définit deux codes de Costas comme étant orthogonaux si et seulement si l'élément central de la matrice d'inter-ambiguïté $((\tau, \nu) = (0, 0))$ est nul.

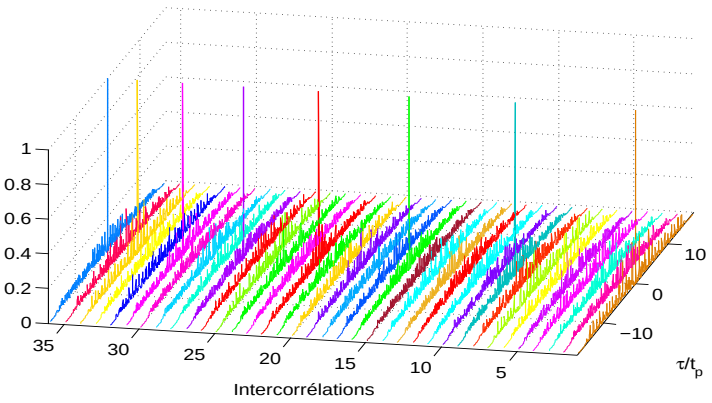


FIGURE 3.24 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(16), Slepian_{1:8}(8))$.

En d'autres termes, lorsque les deux codes de Costas sont exactement superposés, aucune coïncidence entres les points des deux matrices de codes n'a lieu. On se placera dans le cas où la condition d'orthogonalité du code de Costas secondaire $t_s\Delta f_s = 1$ qui régit l'espacement entre les points de la matrice d'inter-ambiguïté est vérifiée. Pour trouver les codes orthogonaux, nous adoptons une recherche exhaustive en utilisant les codes répertoriés en [40]. L'idée est de trouver une famille de taille maximale constituée de codes de Costas de taille N, orthogonaux deux à deux. La taille maximale K de cette famille ne peut dépasser N car si on représente la famille de codes orthogonaux par une matrice $K \times N$ dont les lignes sont les différents codes de Costas, tous les éléments de la même colonne ($\in 1:N$) doivent être différents. Nous avons constaté que cette taille maximale n'est atteinte que pour les tailles N paires. Pour les tailles impaires, la taille maximale est inférieur à la taille du code $K < N$. Un exemple d'une famille de codes orthogonaux de taille $N = 4$ est décrit sur la figure3.25. Le nombre de familles différentes trouvées est résumé dans la table 3.1. On note que même si le nombre de codes de Costas de taille donnée est important, le nombre de codes orthogonaux ne peut dépasser la taille du code de Costas. L'augmentation de la taille N du Costas secondaire offre plus de choix des codes de Costas secondaires orthogonaux moyennant une augmentation du produit BT.

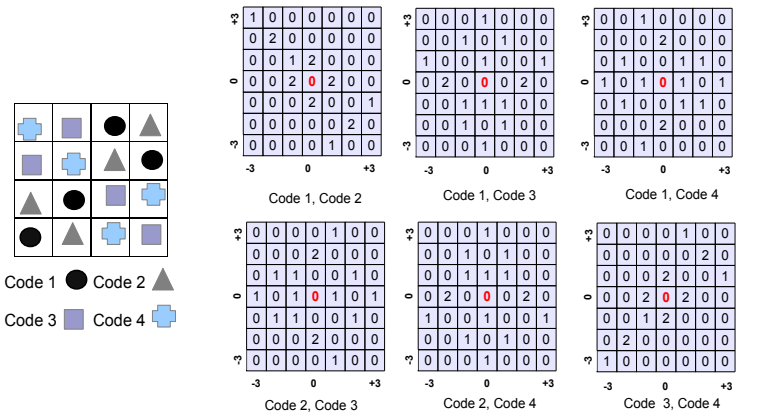


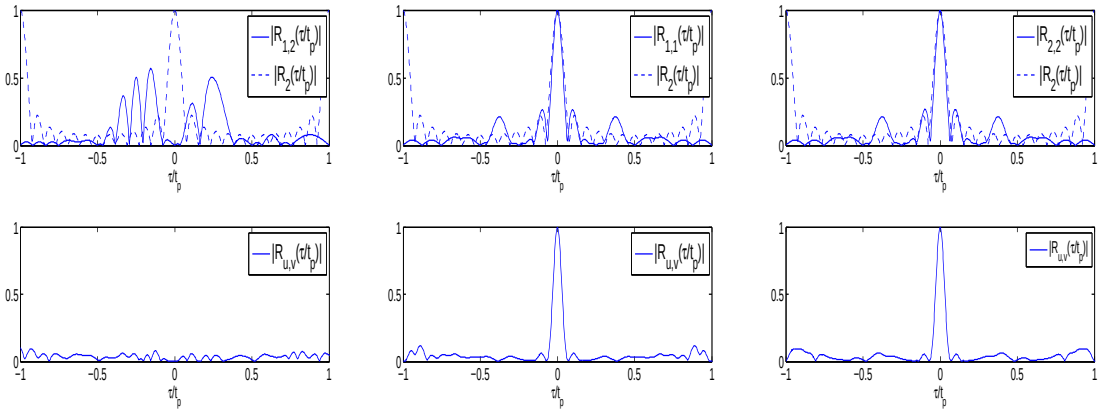
FIGURE 3.25 : Matrices d'inter-ambiguïté d'une famille de codes de Costas orthogonaux de taille $N = 4$.

On illustre le cas de signaux de Costas doublement codés de paramètres $(M, N, t_p\Delta f, t_s\Delta f_s) = (13, 4, 1, 1)$. Le produit BT du signal de Costas secondaire est donc égal à $B_p t_p = N^2 \times t_s\Delta f_s = 16$. Contrairement, aux codes de phase et aux séquences de Slepian, dans ce cas de figure le choix

TABLE 3.1 : Nombre de codes de Costas orthogonaux.

Taille du code de Costas M	Nombre de codes de Costas existants	Taille maximale de la famille de codes orthogonaux K	Nombre de familles différentes
4	12	4	7
6	124	6	124
8	444	8	312
10	760	10	128

du produit BT de l'impulsion est limité aux ordres N^2. On choisit ainsi le produit BT global pour qu'il soit le plus proche possible de celui des signaux précédents (valeur était égale à 368). Pour les paramètres précédents, il est égal à $BT \approx 13(12 \times 1 + 16) = 364$. Les codes de Costas secondaires orthogonaux $co_{\{1,2,3,4\}}$ décrits sur la figure3.25 sont utilisés. Les fonctions d'auto et d'intercorrélation des deux premiers codes sont montrées sur la figure3.26. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.27. Les fonctions d'auto et d'intercorrélations détaillées sont décrites sur la figure3.28.



a) $SCM(C_1(13), co_1(4))$, $SCM(C_1(13), co_2(4))$ b) $SCM(C_1(13), co_1(4))$ c) $SCM(C_1(13), co_2(4))$

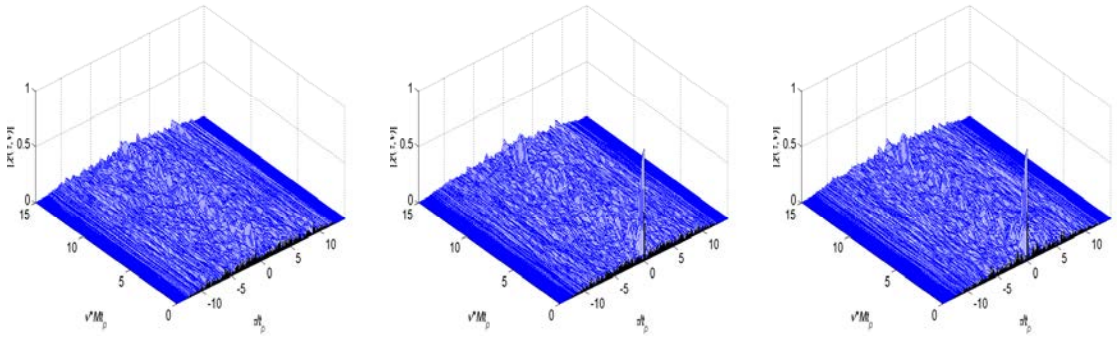
FIGURE 3.26 : Paire de signaux Costas doublement codés : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.

3.4 Discussions et comparaison des performances

L'approche présentée précédemment permet de synthétiser des familles de formes d'ondes ayant un minimum d'inter-ambiguïté dans une zone Doppler restreinte et ce, en utilisant un seul code de Costas et une famille de formes d'ondes orthogonales. Les performances dépendent de la nature des formes d'ondes utilisées. Dans ce qui suit, on se focalisera sur le niveau des lobes d'inter-ambiguïté et de la taille des familles générées.

3.4.1 Niveau des lobes d'inter-ambiguïté

Nous proposons de comparer les niveaux des lobes d'inter-ambiguïté par rapport au maximum de l'auto-ambiguïté (Peak to Sidelobe Ratio) PSLR. Le calcul se fait sur toutes les fonctions



a) $SCM(C_1(13), co_1(4))$, $SCM(C_1(13), co_2(4))$ b) $SCM(C_1(13), co_1(4))$ c) $SCM(C_1(13), co_2(4))$

FIGURE 3.27 : Paire de signaux Costas doublement codés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté.

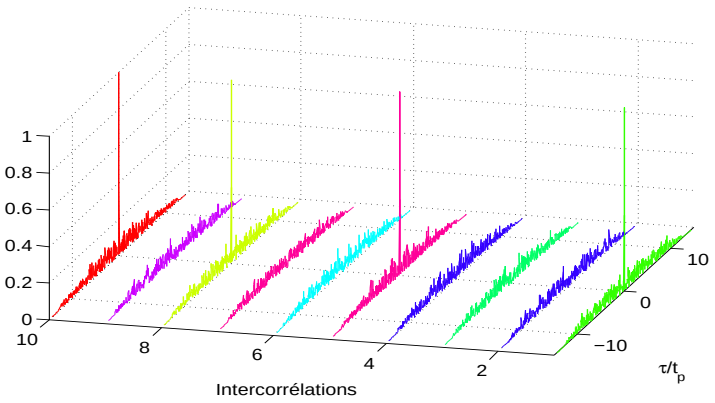


FIGURE 3.28 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_1(13), co_{\{1:4\}}(16))$.

d'inter-ambiguïté possibles dans chaque famille dans la zone Doppler optimisée. Ces résultats peuvent être utilisés pour comparer les diverses familles étant donné que le produit BT est sensiblement constant ($BT \approx 368$). Les résultats sont présentés en table 3.2.

TABLE 3.2 : PSLR min , max et moyen des fonctions d'inter-ambiguïté pour $BT \approx 368$.

	Costas modifiés						Costas standards avec minimum de coïncidences
Famille d'impulsions	LFM	Golay	P_4	Hadamard	Slepian	Costas	
PSLR min dB	x	11.46	9.37	10.03	7.69	10.32	x
PSLR max dB	15.79	14.65	13.41	14.83	14.04	14.16	14.31
PSLR moyen dB	x	12.79	11.00	12.31	11.02	11.67	x
Nombre de signaux générés	2	8	8	8	8	4	2

Les formes d'ondes proposées offrent un PSLR qui varie de 11dB à 12 dB en moyenne avec des valeurs maximales de plus de 14 dB pour quelques combinaisons performantes. Cette valeur est très proche de celle pour les codes de Costas avec minimum de coïncidences. Cependant, des combinaisons moins performantes au sein de la même famille peuvent atteindre un PSLR relativement faible notamment dans le cas d'impulsions Slepian, du fait de leurs propriétés

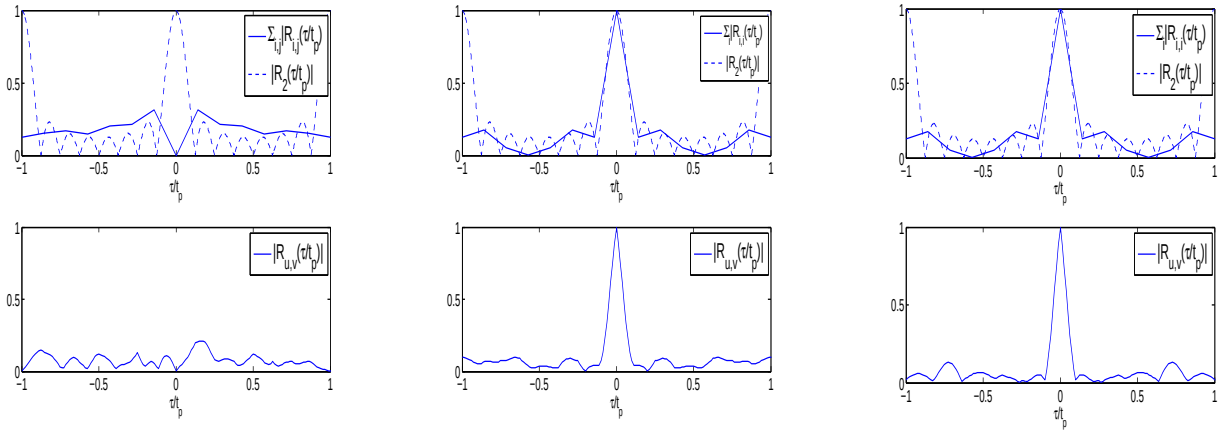
d'intercorrélation médiocres autour du lobe principal. Par ailleurs, les codes de Costas ayant un minimum de coïncidences et les signaux de Costas-LFM conduisent à des valeurs de PSLR les plus élevées mais le test est peu significatif car il n'est obtenu que pour une seule paire de signaux. En contre partie, le nombre de formes d'ondes générées pour les autres signaux proposés est ici égal à la taille de la famille d'impulsions utilisée et est largement amélioré par rapport au nombre de codes de Costas avec minimum de coïncidences pour le même produit BT. Ainsi, malgré des performances variables au sein de la même famille, les signaux proposés offrent un bon compromis entre PSLR et nombre de formes d'ondes générées.

3.4.2 Taille des familles générées

On a vu que les formes d'ondes proposées offrent un bon compromis entre PSLR et nombre de formes d'ondes disponibles, en exploitant la diversité d'impulsions. La taille des familles de formes d'ondes générées dépend du produit BT de l'impulsion. Pour des signaux de Costas codés en phase, elle dépend de la longueur L du code de phase utilisé. Plus L est grand, plus la taille de la famille de codes de phases orthogonaux est grande (au plus égale à L). Théoriquement, il suffit d'augmenter L pour agrandir la famille de formes d'ondes multi-utilisateurs. De même, le nombre de séquences de Slepian dépend du produit t_pB_p et augmenter ce produit permet d'avoir plus de choix en termes de séquences. Ce raisonnement peut aussi être adopté pour les codes de Costas secondaires orthogonaux dont le nombre dépend de leur taille N (on peut obtenir N codes orthogonaux pour N pair). En pratique, il faut également augmenter la taille M du code de Costas principal pour éviter les mauvaises combinaisons comme celle décrite sur la figure3.5. L'augmentation simultanée de M et du produit t_pB_p permet donc d'augmenter la taille de la famille de formes d'ondes synthétisées mais aussi une réduction du niveau des lobes secondaires sous certaines conditions. Cependant, cela impose l'augmentation du produit BT global de ces signaux.

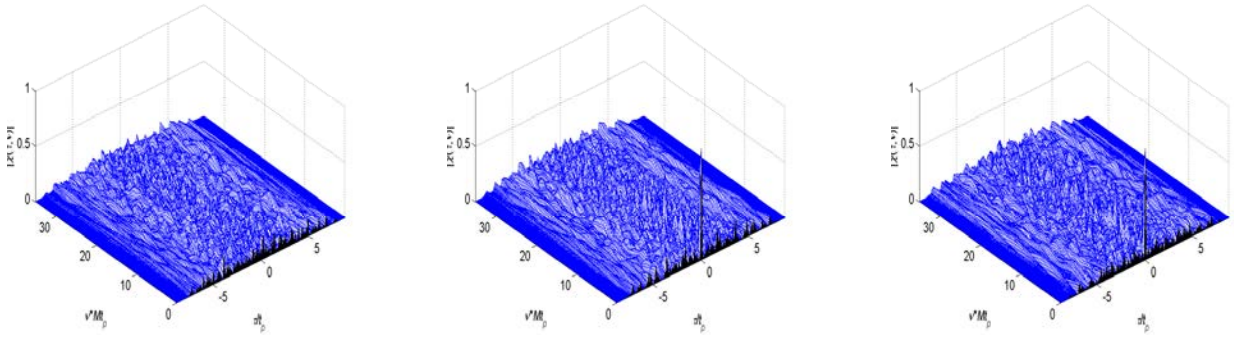
Une solution pour élargir la taille des familles de formes d'ondes sans modifier le BT global consisterait en l'utilisation d'impulsions différentes au sein du même signal de Costas. Ainsi, M impulsions différentes sont utilisées dans un signal de Costas de taille M. Pour l'optimisation de l'autocorrélation autour du lobe principal, nous ne considérerons pas la fonction d'autocorrélation d'une seule impulsion mais la somme des amplitudes des fonctions d'autocorrélation individuelles. Pour adapter ces signaux à un contexte multi-utilisateur, on modifiera l'ordre des impulsions dans le signal de Costas. Ainsi, l'intercorrélation $R_{1,2}$ dépendra de la somme des fonctions d'intercorrélation individuelles à l'ordre considéré. Une paire de signaux sera différenciée par les permutations dans le signal : $SCM(C(M), A_{1:M}(t_pB_p), perm_1)$ et $SCM(C(M), A_{1:M}(t_pB_p), perm_2)$. Un exemple avec les permutations $perm_1$ =[5,3, 2, 6, 7, 4, 8, 1] et $perm_2$ =[2, 4, 1, 7, 5, 6, 3, 8] est décrit sur la figure3.29 pour un signal Costas-P_4. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figure3.30. La recherche de permutations conduisant à des intercorrélations $R_{1,2}$ faibles pourrait engendrer une charge calculatoire importante mais améliorera les performances et le nombre de forme d'ondes, par rapport au cas d'utilisation d'impulsions identiques dans le signal de Costas.

Nous proposons, dans la section suivante, d'explorer un autre moyen pour augmenter la taille des familles de formes d'ondes sans augmenter le produit BT global. L'approche consiste en l'exploitation de plusieurs codes de Costas principaux pour agrandir la taille des formes d'ondes générées.



a) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_1)$, $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_2)$ b) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_1)$ c) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_2)$

FIGURE 3.29 : Paire de signaux Costas-P_4 avec impulsions permutées dans le code de Costas : a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_1)$, $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_2)$ b) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_1)$ c) $SCM(C_1(8), P4_{1:8}, perm_2)$

FIGURE 3.30 : Paire de signaux Costas-Slepian équilibrés : a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïtés.

3.5 Exploitation de la diversité des codes de Costas

3.5.1 Principe

Les formes d'ondes proposées précédemment se basent sur la fixation d'un code de Costas et de l'utilisation de plusieurs impulsions orthogonales. Dans cette partie, nous proposons d'élargir la famille en utilisant plusieurs codes de Costas principaux combinés à une famille d'impulsions orthogonales. Le principe est décrit sur la figure3.31.

La taille globale des familles de formes d'ondes synthétisées dépend de la taille des codes de Costas principaux et de la famille d'impulsions orthogonales. En utilisant Z Costas principaux avec K formes d'ondes orthogonales, $Z \times K$ signaux de Costas modifiés SCMs peuvent être générés.

Dans cette nouvelle configuration, la sélection des codes de Costas principaux ne peut se faire aléatoirement. En effet, au sein d'une sous-famille utilisant le même code de Costas, les fonctions d'inter-ambiguïté sont optimisées comme décrit dans la section précédente. Cependant, les fonctions d'inter-ambiguïté entre formes d'ondes de deux sous-familles différentes ne sont

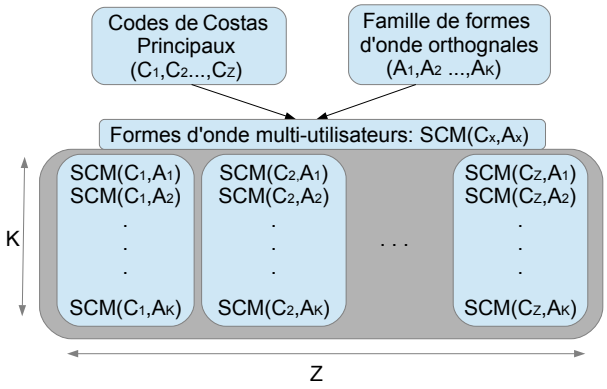


FIGURE 3.31 : Schéma de principe d'une famille élargie de signaux de Costas modifiés SCMs utilisant plusieurs codes de Costas principaux.

pas optimisées et peuvent ne pas être satisfaisantes. Plus spécifiquement, les pires cas sont obtenus pour les paires de signaux utilisant deux codes de Costas principaux différents et la même impulsion A : $SCM(C_1, A)$ et $SCM(C_2, A)$. Pour chaque coïncidence dans la matrice d'inter-ambiguïté des codes C_1 et C_2, la fonction d'inter-ambiguïté va alors reproduire l'auto-ambiguïté de l'impulsion A. Si le nombre de coïncidences dans la matrice est important, des lobes secondaires importants pourront apparaître. On évalue ceci en se plaçant dans un des cas défavorables pour une paire de codes de Costas $C_1 = [1, 3, 8, 5, 4, 10, 14, 7, 15, 6, 2, 12, 13, 16, 11, 9]$ et $C_2 = [1, 3, 9, 5, 14, 6, 4, 12, 15, 16, 13, 8, 2, 7, 11, 10]$ codés tous les deux par le même code P_4 de taille $L = 8$. La ligne centrale ($\nu = 0$) de la matrice d'inter-ambiguïté est donnée par : [0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 2 0 0 0 **5** 2 0 0 0 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0]. Il y a 5 coïncidences en (0,0) ce qui engendre un lobe d'intercorrélation très élevé comme décrit sur la figure3.32.

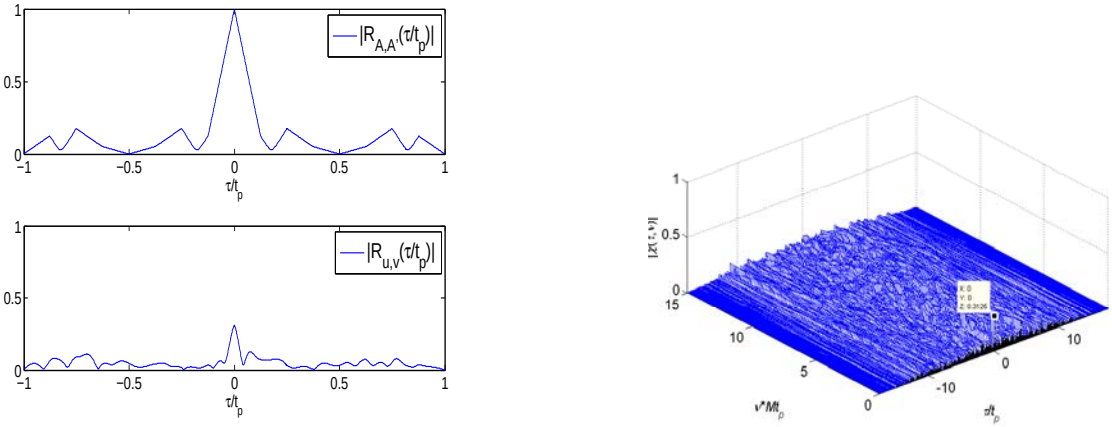


FIGURE 3.32 : Fonction d'intercorrélation et d'inter-ambiguïté d'une pair de signaux $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ et $SCM(C_2(16), P4_1(8))$.

En utilisant une paire de codes de Costas présentant un minimum de coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté, nous limiterons l'importance de ces lobes. On peut illustrer ceci en utilisant le même code P_4 de taille $L = 8$ mais cette fois-ci pour coder deux codes de Costas ayant un minimum de coïncidences : $C_1 = [3, 5, 9, 16, 14, 1, 11, 8, 7, 2, 10, 6, 12, 15, 4, 13]$ et $C_2 = [3, 12, 1, 4, 10, 6, 14, 9, 8, 5, 15, 2, 16, 7, 11, 13]$. Les résultats sont montrés sur la figure3.33 où on peut constater que la limitation du nombre de coïncidences a permis de limiter l'importance des lobes secondaires d'inter-ambiguïté et ceci malgré que la même impulsion (code P_4) est

utilisée pour coder les deux codes de Costas. Dans ce cas, l'orthogonalité entre les formes d'ondes n'est plus conservée ($R_{u,v}(0) \neq 0$) car l'orthogonalité des impulsions ne l'est plus aussi (même impulsion utilisée). Néanmoins, on peut la conserver si les codes de Costas ayant un minimum de coïncidences sont également orthogonaux (c.f. définition 2).

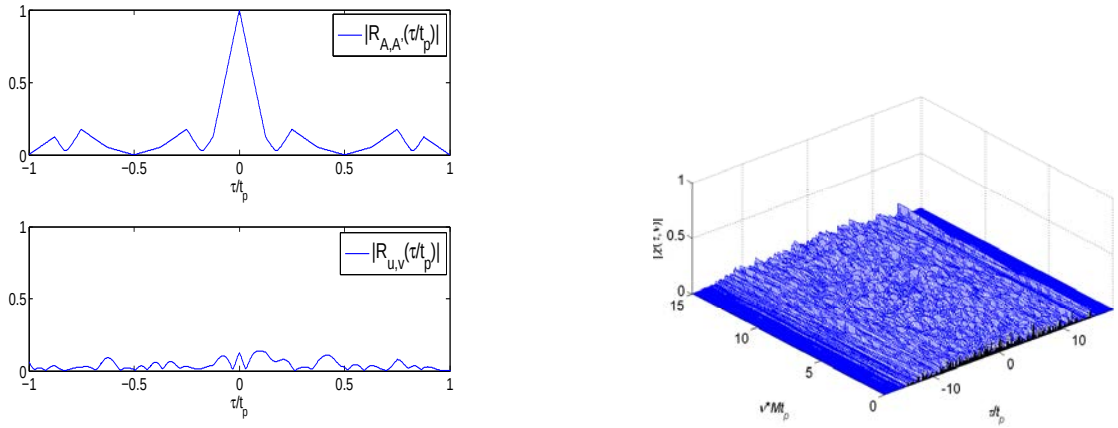


FIGURE 3.33 : Fonction d'intercorrélation et d'inter-ambiguïté d'une pair de signaux $SCM(C_1(16), P4_1(8))$ et $SCM(C_2(16), P4_1(8))$, , C_1 et C_2 avec minimum de coïncidences.

Nous généralisons l'approche pour une famille de quatre codes de Costas de taille $M = 16$ présentant un minimum de coïncidences, combinés avec une famille de $P_4(8)$, ce qui permet de générer 32 formes d'ondes différentes. Étant donné le nombre important de combinaisons, nous ne pouvons présenter l'ensemble des cas possibles. On n'illustre ici que les cas les plus critiques c'est à dire les paires de signaux Costas modifiés utilisant deux codes de Costas principaux différents et la même impulsion (code P_4 ici). On observe sur la figure3.34 que malgré l'utilisation de la même impulsion, l'utilisation de codes de Costas principaux présentant un minimum de coïncidences permet de réduire le niveau des lobes d'inter-corrélation et permet d'atteindre un PSLR dans l'espace d'inter-ambiguïté de plus de 15 dB en moyenne.

On réitère cette étude pour les autres types d'impulsion : Codes de Golay , codes de Hadamard équilibrés, séquences de Slepian et les codes de Costas orthogonaux. Les résultats sont montrés sur les figures 3.35 à 3.38. Les valeurs du PSLR sont très proches de celles obtenues avec des codes de Costas ayant un minimum de coïncidences sans codage d'impulsion (c.f. table 3.2, colonne 8) et peuvent même les améliorer comme dans le cas des codes de Golay. L'utilisation des séquences de Slepian conduit, comme précédemment constaté, aux performances les moins favorables. Ainsi, en exploitant la diversité du code de Costas principal, nous avons pu élargir la famille des formes d'ondes proposées sans altérer (sauf pour les séquences de Slepian) le niveau des lobes secondaires. Dans ce qui suit, nous discuterons du nombre de Costas principaux pouvant être générés pour quantifier le nombre global de formes d'ondes que l'on peut proposer.

3.5.2 Génération des codes de Costas ayant un minimum de coïncidences

La recherche des codes de Costas présentant un minimum de coïncidences a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches. Les méthodes de génération sont appliquées pour les signaux générés algébriquement en se basant sur les racines primitives réciproques des corps de Galois [60], [61],[62]. Dans notre cas, on effectue une recherche exhaustive des codes. Toutes les paires possibles sont testées puis regroupées en familles de codes présentant au maximum deux

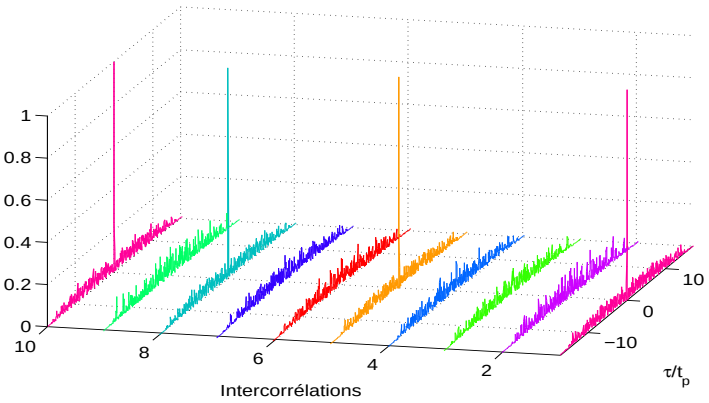


FIGURE 3.34 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), P4_1(8))$, PSLR min= 14.04 dB, PSLR max= 16.66 dB, PSLR moyen = 15.74 dB.

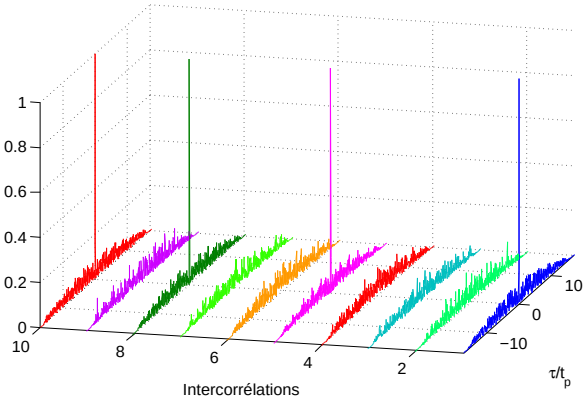


FIGURE 3.35 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Golay_1(8))$, PSLR min= 14.72 dB, PSLR max= 16.62 dB, PSLR moyen = 15.80 dB.

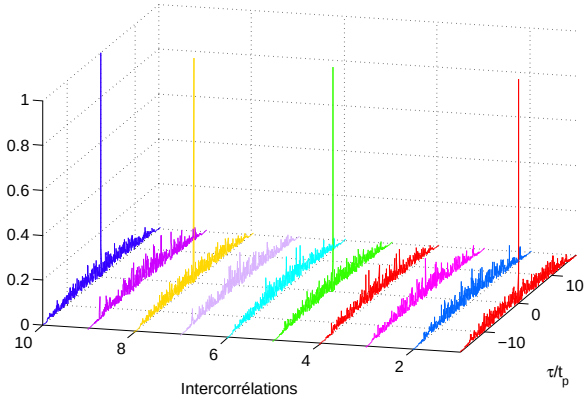


FIGURE 3.36 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Hequi_1(8))$, PSLR min= 13.67 dB, PSLR max= 14.05 dB, PSLR moyen = 13.90 dB.

coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté. Cette méthode est certes coûteuse en calcul important mais efficace.

Le nombre de codes obéissant à cette condition dépend de la taille du code de Costas comme illustré sur la figure3.39. On remarque une baisse du nombre de codes compatibles quand la taille du code augmente car il devient moins évident de trouver des codes longs avec peu de coïncidences. Une solution pour augmenter la taille des familles de codes serait d'alléger la contrainte de deux coïncidences au maximum et de tolérer plus de coïncidences tout en s'assurant que le rapport entre ce maximum et la taille du code reste acceptable. On peut fixer une valeur maximale à ne pas dépasser pour ce rapport. Ainsi, à titre d'exemple, pour un Costas de taille $M = 8$, tolérer deux coïncidences au plus correspond à un rapport de $\frac{1}{4}$. Pour atteindre le même rapport pour un code de Costas de taille $M = 16$, quatre coïncidences peuvent être tolérées et le nombre de codes obéissant à cette condition s'améliore.

Par ailleurs, en raison de la présence de lobes Doppler récurrents pour quelques signaux, l'optimisation des signaux a été effectuée sur une zone Doppler restreinte ($|\nu| < \Delta f$). Nous proposons donc de rechercher des codes de Costas ayant un minimum de coïncidences dans cette zone exclusivement (les 3 lignes centrales de la matrice d'inter-ambiguïté). Dans ce cas, le

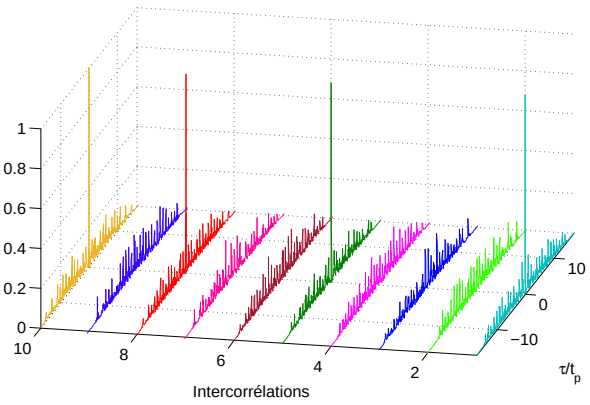


FIGURE 3.37 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(16), Slepian_1(8))$, PSLR min= 8.73 dB, PSLR max= 11.3 dB, PSLR moyen = 10.1 dB.

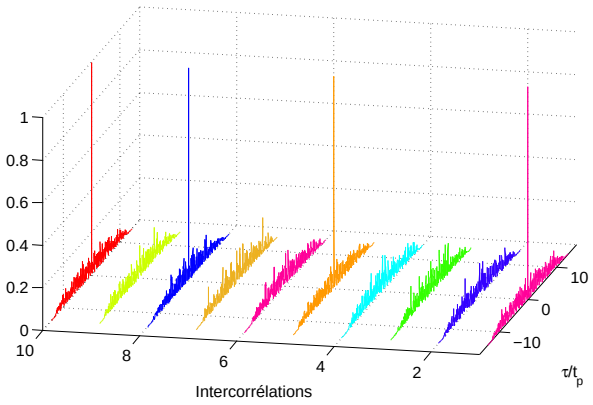


FIGURE 3.38 : Fonctions d'auto et d'intercorrélation des signaux $SCM(C_{1:4}(13), co_1(16))$, PSLR min= 13.2 dB, PSLR max= 14.44 dB, PSLR moyen = 13.97 dB.

nombre de codes obtenus est plus élevé en particulier pour les tailles $M = p - 1$ ou p est un nombre premier comme décrit sur la figure3.39. Dans ce cas précis, le nombre de codes obtenus est égal à la taille du code de Costas (droite $y = x$), sauf pour $M = 6$, et on peut atteindre jusqu'à 28 codes pour la taille $M = 28$. Ceci peut être exploité si un grand nombre de formes d'ondes doit être synthétisé moyennant un produit BT plus grand.

Ainsi, pour les signaux proposés, pour $M = 16$, il existe 16 codes de Costas principaux ayant un maximum de deux coïncidences dans une zone Doppler restreinte. En les combinant avec une famille d'impulsions orthogonales de taille 8, le nombre de formes d'ondes peut aller jusqu'à $8 \times 16 =$ **128** formes d'ondes différentes moyennant un produit **BT = 368**.

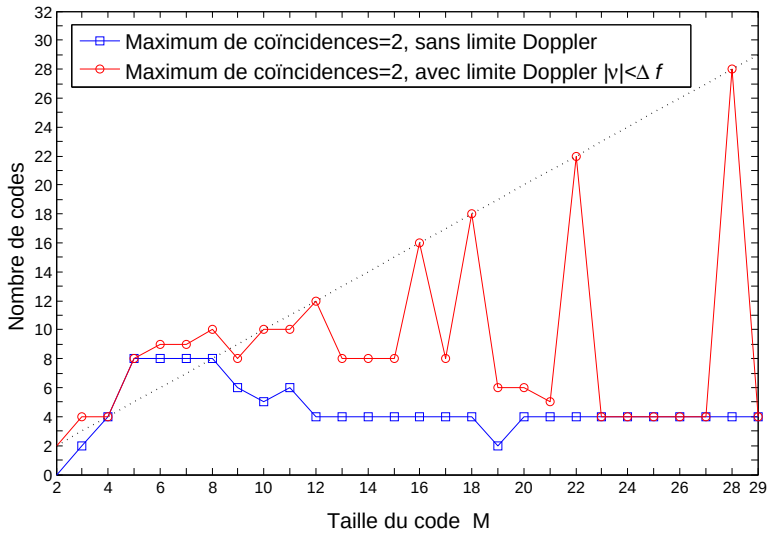


FIGURE 3.39 : Évolution du nombre de codes de Costas ayant un minimum de coïncidences.

Les approches explicitées dans ce chapitre avaient pour hypothèse un $t_p \Delta f = 1$. L'adaptation des signaux de Costas modifiés dans le cas $t_p \Delta f > 1$ est traitée en Annexe G. Dans ce dernier

cas, la difficulté réside dans la nécessité de l'élimination des lobes récurrents dans l'espace d'auto et d'inter-ambiguïté à la fois. Nous avons démontré qu'en utilisant des impulsions présentant un minimum d'intercorrélation, les lobes récurrents ont été réduits au prix d'un produit BT élevé et d'un nombre de formes d'ondes restreint.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité la problématique des formes d'ondes radars multi-utilisateurs et les contraintes liées à leur synthèse à bases de signaux de Costas modifiés. Les codes de Costas ayant un minimum de coïncidences existent dans la littérature mais leur nombre est parfois insuffisant. L'augmentation de leur nombre nécessite parfois le choix de codes de taille plus grande et donc avec produit BT plus grand. Pour ces raisons, nous avons orienté les recherches vers la synthèse de nouvelles formes d'ondes multi-utilisateurs qui se basent sur les signaux proposés dans le chapitre précédent. En premier lieu, nous avons proposé une adaptation de ces signaux pour atteindre de bonnes propriétés d'intercorrélation tout en garantissant de bonnes propriétés d'autocorrélation et ce en utilisant un même code de Costas. L'utilisation d'impulsions orthogonales en particulier a permis de réaliser cette tâche et de minimiser les lobes d'inter-ambiguïté dans une zone Doppler restreinte $\nu < \Delta f$. L'exploitation de la diversité d'impulsions a permis de créer des familles de formes d'ondes multi-utilisateurs tout en maintenant les lobes secondaires à un niveau au moins égal à 8dB. Le nombre de formes d'ondes a été amélioré au prix d'un PSLR plus bas pour quelques combinaisons au sein d'une même famille. Nous avons exploité, en deuxième lieu, la diversité du code de Costas principal. Ainsi, en choisissant des codes de Costas ayant des propriétés particulières, nous avons pu conserver de bonnes propriétés d'inter-ambiguïté surtout pour les cas les plus critiques, c'est à dire, quand une paire de code de Costas est codée avec la même impulsion. Le critère de sélection ici se base sur la recherche de codes présentant un minimum de coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté, et ce dans une zone Doppler limitée. Le nombre global de formes d'ondes synthétisées est donc amélioré d'un facteur égal à la taille de la famille d'impulsions orthogonales utilisée.

Chapitre 4

Techniques de traitement adaptées aux nouvelles formes d'ondes proposées

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons envisager le problème de traitement du signal radar en réception, notamment dans un milieu bruité et/ou multi-cibles. Plus précisément, nous discuterons des performances en estimation des paramètres des cibles en présence de bruit. Dans notre cas, le caractère complexe des signaux étudiés ne permet pas d'appliquer directement les approches existantes en littérature (c.f. 1.3) qui se basent principalement sur le calcul de fréquences de battements et/ou de la différence de phase entre les signaux de battements. Les contraintes principales sont liées à :

Durée limitée des signaux proposées : On illustre ceci par l'exemple qui suit. Pour synthétiser un signal radar d'une largeur de bande égale à $B = 500MHz$ (résolution en distance de $30cm$) et d'une durée égale à $T = 1ms$ (résolution en vitesse de $1.9m/s$ à $f_0 = 79GHz$), un produit $\mathbf{BT = 5 \times 10^5}$ est nécessaire. Ce produit BT peut être atteint avec quelques rampes de fréquences dans un système FMCW où la génération des rampes n'est pas contrainte. Dans le cas des signaux de Costas et de leurs versions modifiées, le produit BT dépend de plusieurs paramètres de sorte que $BT = M((M-1)t_p\Delta f + t_pB_p)$ (le cas d'un signal de Costas standard est donné pour $t_p\Delta f = t_pB_p = 1$). Atteindre une grande valeur du produit BT impose donc de grandes valeurs de M, $t_p\Delta f$ et de t_pB_p. Le recours à des architectures en train d'impulsions identiques ou à onde continue est nécessaire pour atteindre la durée requise.

Critère d'optimisation des formes d'ondes : Étant donné que nous avons optimisé les fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation apériodiques des signaux, le train d'impulsions est plus adapté pour tirer profit de ces performances. Les traitements doivent donc s'adapter à ce format de signal tout en exploitant les propriétés précédemment optimisées.

Nous avons donc opté pour des méthodes radars plus générales. Nous envisagerons deux algorithmes en particulier. En premier lieu, l'estimation par filtrage adapté est considérée, dans le cas d'une seule impulsion, pour montrer les limites de ce cas de figure. L'amélioration apportée dans le cas d'un train d'impulsions est par la suite soulignée. Dans ce dernier cas, nous proposons d'appliquer la méthode du traitement Doppler pour pallier à la complexité algorithmique due au calcul de la fonction d'inter-ambiguïté pour un train d'impulsions. Dans un second temps, nous explorerons la faisabilité d'un traitement basé sur la technique dite de "Compressed Sensing". Cette approche présente l'avantage de limiter considérablement les nuisances occasionnées par la puissance des lobes secondaires présents dans l'espace retard-Doppler. Nous démontrerons que le critère d'optimisation des formes d'ondes, dans ce cas, a un lien étroit avec le critère que

nous avons adopté dans les chapitres précédents. Les performances des deux algorithmes étudiés sont par la suite discutées et comparées.

4.2 Filtrage adapté dans le cas d'une seule impulsion

Dans ce qui suit, nous évaluons les limites de l'estimation par filtrage adapté dans le cas d'une seule impulsion. Notons que l'étape d'estimation suppose une détection préalable du signal provenant de la cible selon un seuil prédéfini. Dans notre travail, on suppose que ce seuil de détection est fixé. Notre étude se concentre plutôt sur les algorithmes permettant l'estimation de la distance et de la vitesse. Un rappel de la théorie de la détection est néanmoins proposé en annexe H.

4.2.1 Principe et estimation dans un cas mono-cible

Quand un signal radar $x(t)$ est transmis, le signal reçu sera la somme des échos provenant de plusieurs cibles affectées par un bruit additif :

$$y(t) = \sum_{i=1}^{K} \alpha_i x(t-\tau_i) e^{j2\pi\nu_i t} + n(t), \tag{4.1}$$

où $n(t)$ est le bruit et $(\alpha_i, \tau_i, \nu_i)$ sont les paramètres de la $i^{éme}$ cible. L'estimation consiste en l'extraction des paramètres de la cible à partir du signal observé $y(t)$ et en présence de bruit. En l'absence de l'effet Doppler, l'estimation par filtrage adapté consiste en l'intercorrélation entre le signal reçu $y(t)$ et le signal de référence $x(t)$ (cf. section 1.2.3) et la détection des maxima de la fonction d'intercorrélation qui correspondent aux retards de propagation.

$$R_{x,y}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) x^*(t-\tau) dt. \tag{4.2}$$

De même, en présence de l'effet Doppler, on détecte les maxima de la fonction d'inter-ambiguïté entre les deux signaux :

$$\chi_{x,y}(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) x^*(t-\tau) e^{j2\pi\nu t} dt. \tag{4.3}$$

Dans le cas multi-cibles, la fonction d'inter-ambiguïté sera constituée de la somme des fonctions d'inter-ambiguïté individuelles centrées en (τ_i, ν_i) :

$$\chi_{x,y}(\tau,\nu) = \sum_{i=1}^{K} \alpha_i e^{-j2\pi\tau_i(\nu+\nu_i)} \chi_x(\tau-\tau_i, \nu+\nu_i) + \mu(t). \tag{4.4}$$

où $\mu(t)$ est le bruit en sortie de la fonction d'inter-ambiguïté. La détection est réalisée en fixant un seuil et en considérant les signaux dépassant ce seuil comme étant des cibles potentielles. La mise en pratique d'une détection par calcul de la fonction d'inter-ambiguïté se fait en utilisant un banc de filtres adaptés à plusieurs fréquences Dopplers.

Dans ce qui suit, nous analyserons les performances d'inter-ambiguïté pour les signaux décrits en table 2.9, avec $B = 500MHz$ et $T \approx 900ns$ dans un cas mono-cible et multi-cibles. La résolution en vitesse est insuffisante car une seule impulsion est considérée et donc une durée totale réduite comme décrit en table 4.1.

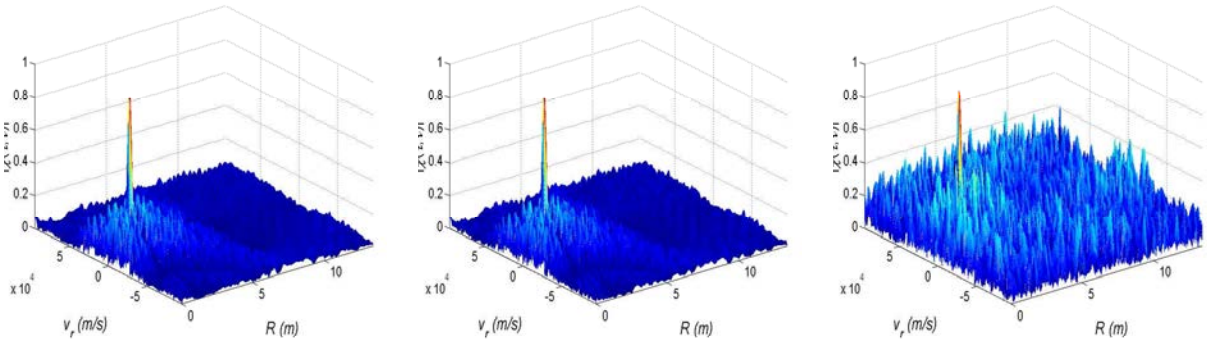
On analyse le comportement de la fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible à une distance $R = 1.5m$ et une vitesse $v_r = 19\ m/s$ pour 3 cas : Sans bruit, $SNR = 0$ dB et $SNR = -20$dB. On note qu'ici les signaux reçus ont la même puissance S et le SNR correspond au rapport entre cette puissance est celle du bruit N i.e. $SNR = 10\log\frac{S}{N}$. Dans le cas de

TABLE 4.1 : Paramètres du signal et résolutions dans le cas d'une seule impulsion.

$B(MHz)$	$\Delta R(m)$	$T(ns)$	$\Delta v_r(m/s)$
500	0.3	900	≈2e3

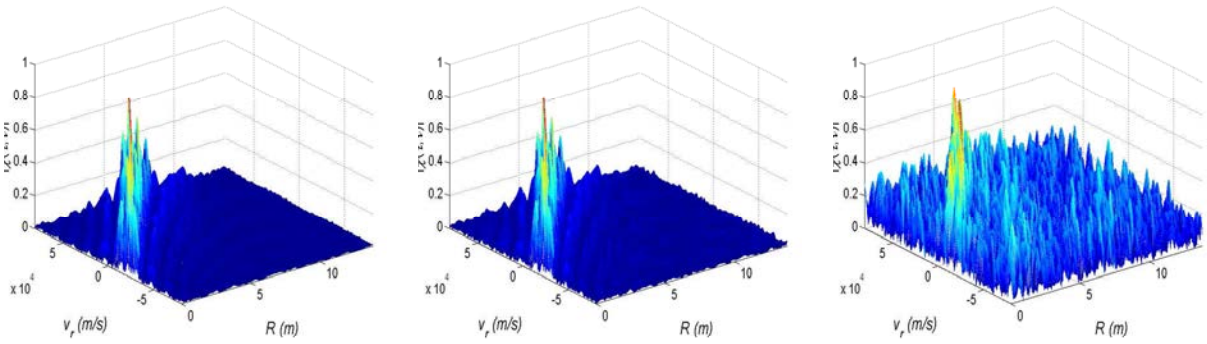
plusieurs cibles de puissances égales, il correspond à $SNR = 10\log\frac{K\times S}{N}$ où K est le nombre de cibles. Les résultats pour tous les signaux sont montrés de la figure4.1 à la figure4.5. On remarque principalement une robustesse de l'algorithme au bruit tel que prédit par la théorie. De part l'effet du bruit, on s'intéresse au comportement des lobes secondaires dans l'espace d'inter-ambiguïté qui peuvent causer d'éventuelles fausses alarmes. Leur comportement dépend ici de la nature de l'impulsion de Costas comme décrit précédemment en section 2.4.5.

Il apparaît que dans le cas de signaux de Costas modifiés, une détection par maximum d'inter-ambiguïté est altérée par le niveau important des lobes secondaires notamment dans le cas d'impulsions de type LFM et P_4 (volume centré dans les diagonales). Les performances se détériorent d'avantage pour de très faibles SNR. Ceci est d'autant amplifié en présence de cibles multiples comme sera décrit dans la section suivante.



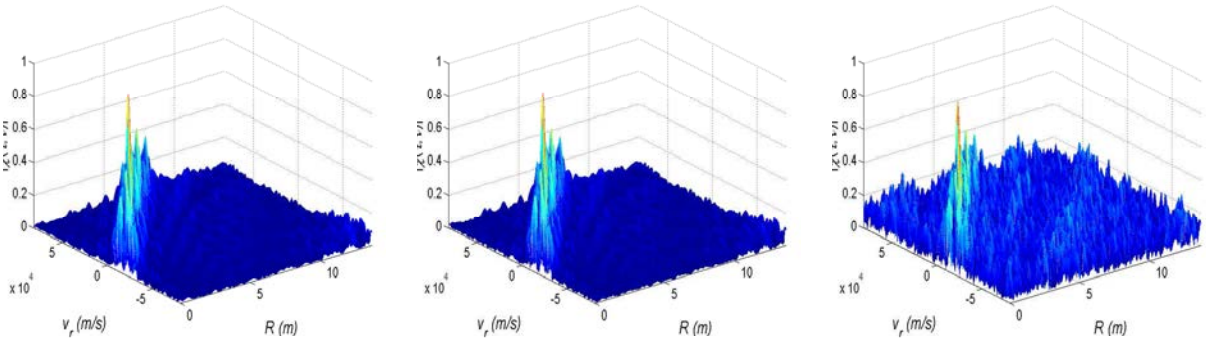
a) sans bruit b) $SNR = 0$ dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.1 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas $M = 21$.



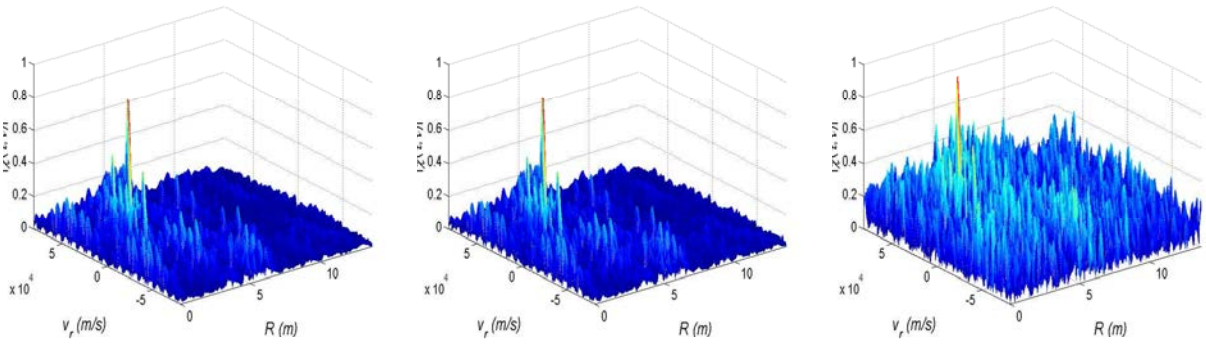
a) sans bruit b) $SNR = 0$ dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.2 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.5)$.



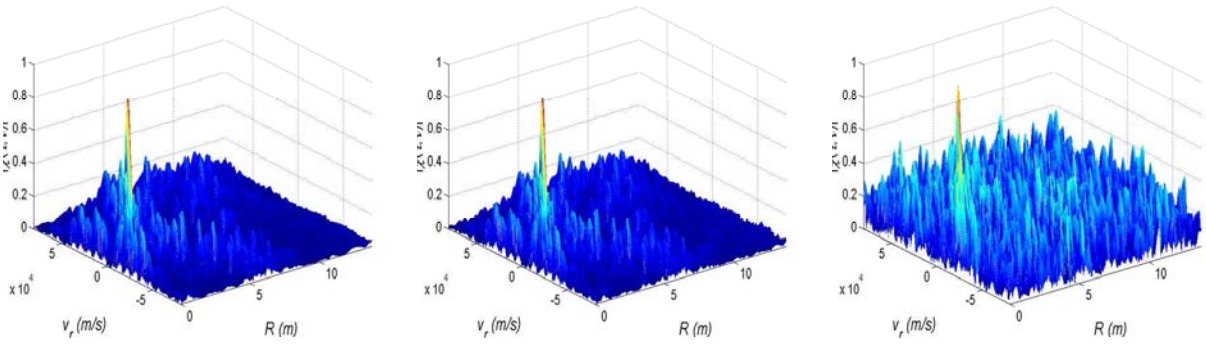
a) sans bruit b) $SNR = 0$ dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.3 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, L = 14)$.



a) sans bruit b) $SNR = 0$ dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.4 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$.



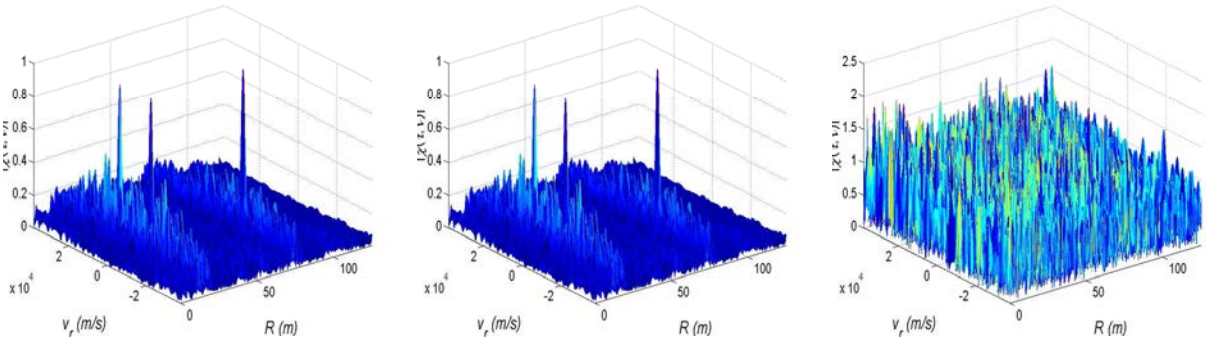
a) sans bruit b) $SNR = 0$ dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.5 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible, signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.4)$.

4.2.2 Estimation dans un cas multi-cibles

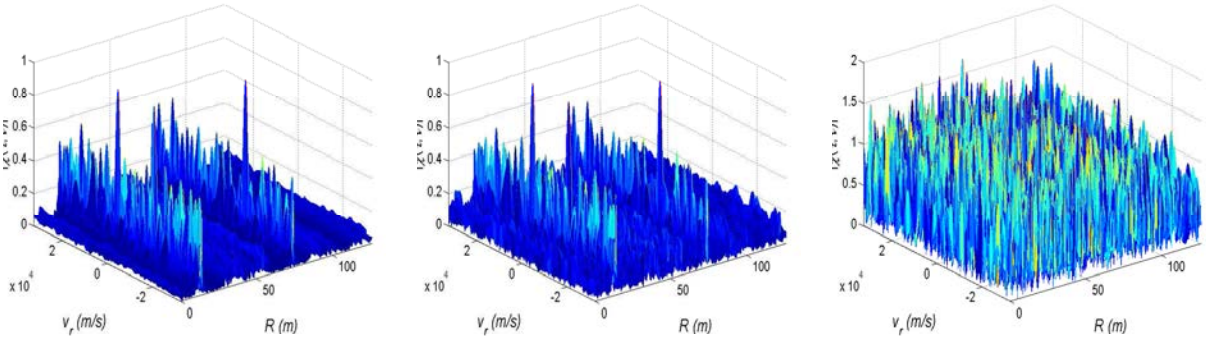
Dans ce qui suit, nous considérons un scénario multi-cibles parfaitement résolu dans l'espace distance-vitesse $R_1 = 15\ m, R_2 = 15\ m, R_3 = 75\ m$ et $v_{r1} = -10.66e3\ m/s, v_{r2} = 5.33e3\ m/s, v_{r3} = -10.66e3\ m/s$. Ici on considère le cas d'une seule impulsion dont la durée est insuffisante pour estimer correctement les vitesses (c.f. section 2.5.3) mais aussi pour la

résolution des cibles en vitesse(c.f. table 4.1). De ce fait, les vitesses illustrées ne correspondent pas aux valeurs de vitesses rencontrées dans le cas d'un système automobile. Néanmoins, cela permettra d'analyser les limites d'un tel algorithme dans un cas multi-cibles et donnera une base de comparaison. Les résultats sont montrés sur les figures 4.6 à figure4.10. On remarque que l'effet additif de la fonction d'inter-ambiguïté en présence de cibles multiples (c.f. équation 4.4) dégrade encore le niveau des lobes secondaires pour les signaux de Costas modifiés. De ce fait, les cibles utiles sont parfois masquées par de nouveaux lobes qui causent d'éventuelles fausses alarmes.



a) sans bruit b) $SNR = 0$dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.6 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas $M = 21$.



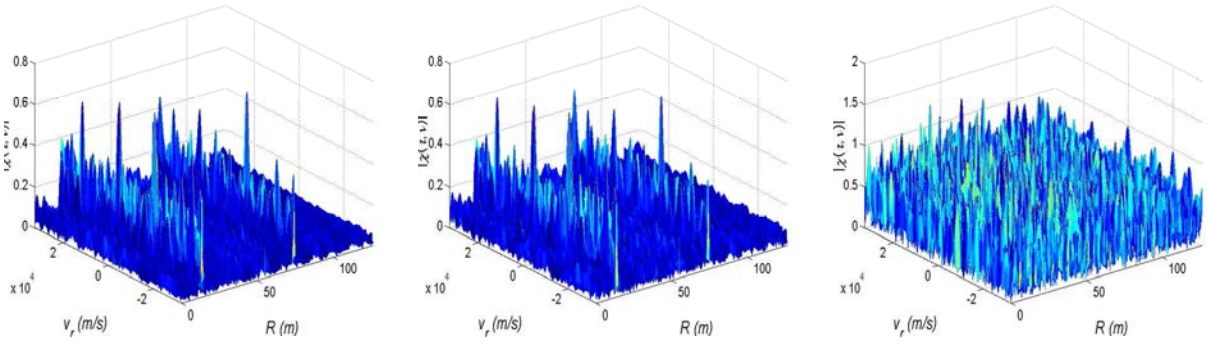
a) sans bruit b) $SNR = 0$dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.7 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.5)$.

En conclusion, l'analyse d'une détection par filtrage adapté à partir d'une seule impulsion montre des faiblesses en termes de :

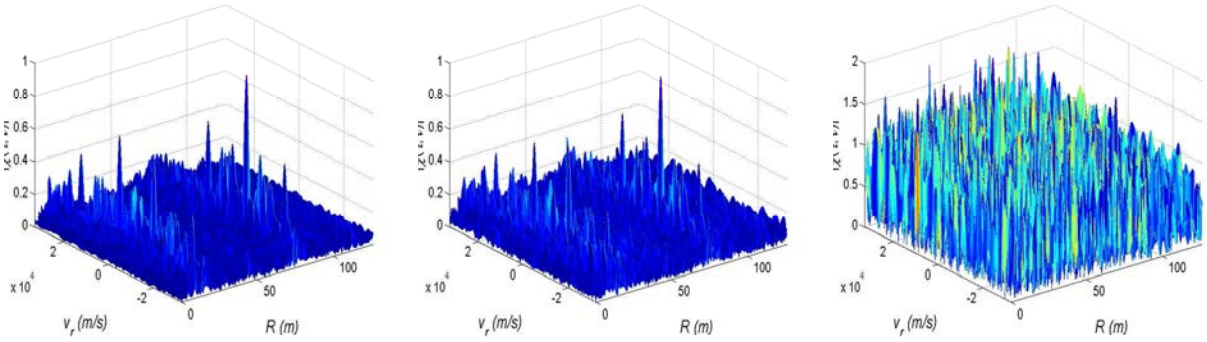
- Résolution Doppler et donc celle en vitesse qui est insuffisante. Cela est due à la durée insuffisante d'une seule impulsion (c.f. table 4.1).
- Niveau de lobes secondaires important notamment dans le cas multi-cibles.

Pour améliorer la résolution Doppler, on s'intéressera donc à une détection par filtrage adapté dans le cas d'un train d'impulsions. Cela conduit à une meilleure résolution Doppler (signal plus long) mais aussi à des erreurs d'estimation de la vitesse plus faibles (c.f. section 2.5.4). Le signal émis s'écrit : $x_{Train}(t) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} x(t - kT_r)$ et sa fonction d'ambiguïté est donnée par (c.f. Annexe E) :



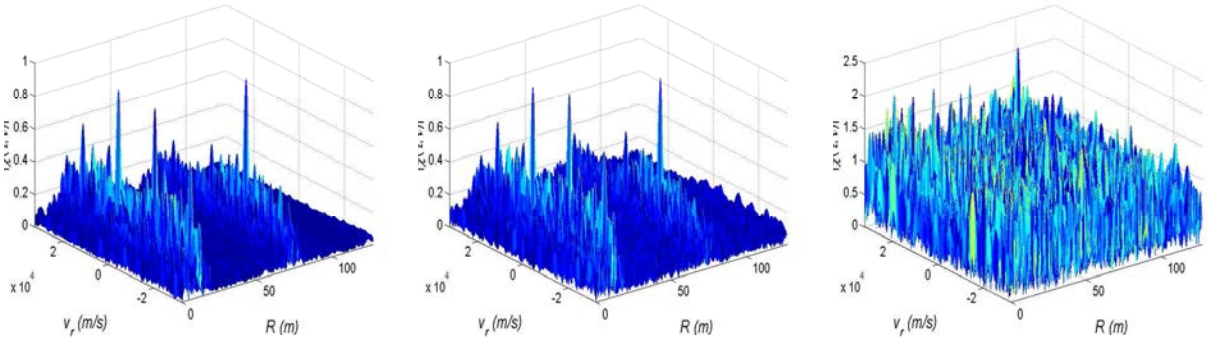
a) sans bruit b) $SNR = -20$dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.8 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$.



a) sans bruit b) $SNR = 0$dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.9 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14)$.



a) sans bruit b) $SNR = 0$dB c) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.10 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence de 3 cibles, signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f = 6, t_pB_p = 14.4)$.

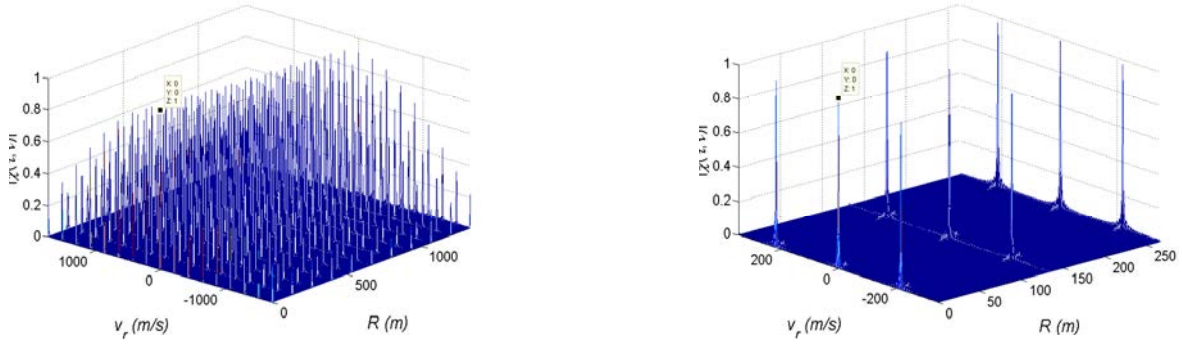
$$\chi_{xTrain}(\tau,\nu) = \frac{1}{K}\sum_{p=-(K-1)}^{p=K-1}\chi(\tau - pT_r,\nu)\frac{\sin(\pi\nu(K-|p|)T_r)}{\sin(\pi\nu T_r)}e^{j\pi\nu(K-1+p)T_r} \tag{4.5}$$

où $\chi(\tau,\nu)$ est la fonction d'ambiguïté d'une seule impulsion du train. Un exemple d'un train d'impulsions, avec les paramètres décrits en table 4.2, est donné sur la figure4.11 . Le lobe

principal est plus fin qu'avec une seule impulsion, et offre donc une meilleure résolution en vitesse. En contre-partie, plusieurs lobes récurrents apparaissent dans l'espace d'inter-ambiguïté. La détection doit donc considérer la zone sans lobes récurrents du lobe principale c'est à dire $\tau < T_r$ et $|\nu| < \frac{1}{T_r}$. Cette méthode permet d'améliorer la résolution des cibles en vitesse mais impose une charge de calcul plus importante due à l'évaluation de la fonction d'inter-ambiguïté d'un train d'impulsions au lieu d'une seule impulsion. On se propose d'appliquer un filtrage adapté à un train d'impulsions en effectuant un traitement impulsion par impulsion, nommé traitement Doppler.

TABLE 4.2 : Paramètres du signal et Résolutions dans le cas d'un train d'impulsion identiques.

$B(MHz)$	$\Delta R(m)$	$T(ns)$	$(K, \frac{Tr}{T})$	$T_{train}(ms)$	$\Delta v_r(m/s)$
500	0.3	900	(100,10)	0.9	2



a) b)

FIGURE 4.11 : Fonction d'inter-ambiguïté en présence d'une seule cible , train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, a) Fonction partielle , b) zoom sur le lobe principal.

4.3 Traitement Doppler d'un train d'impulsions cohérent

4.3.1 Principe et estimation dans un cas mono-cible

Le traitement Doppler consiste à l'analyse de l'écho issu d'une même distance mais sur la durée de plusieurs impulsions. On évite un traitement de la fonction d'inter-ambiguïté du train d'impulsions en traitant les impulsions séparément et en les combinant par la suite. On exploite pour ceci la différence de phase entre impulsions successives du train. D'impulsion en impulsion, l'effet Doppler se traduit par une variation linéaire de la phase égale à $\Delta\phi = 2\pi f_D T_r$ [65]. Cela traduit le fait que la cible s'est déplacée entre deux impulsions consécutives comme décrit sur la figure4.12.

En effet, quand un signal sinusoïdal est émis, le signal de la $k^{ième}$ impulsion du train est donné par :

$$x(t) = e^{j2\pi f_0(t-kT_r)} \tag{4.6}$$

Le signal reçu de la $k^{ième}$ impulsion est donné par :

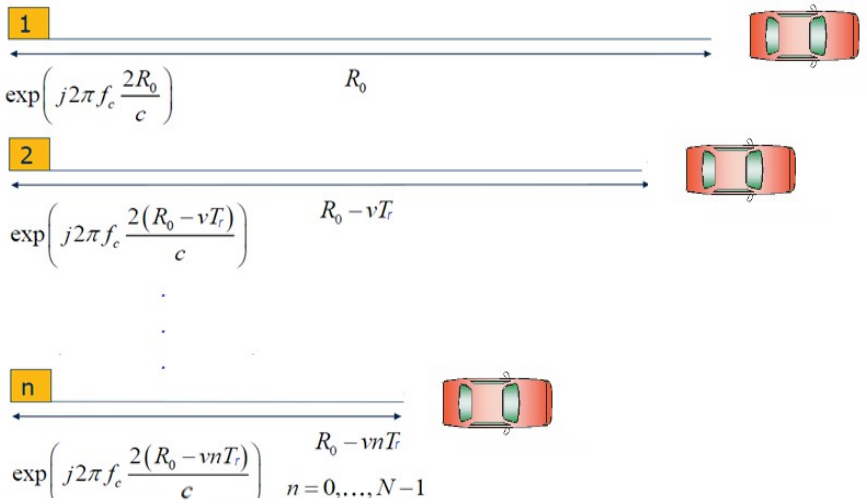


FIGURE 4.12 : Schéma de principe du déphasage introduit par le déplacement de la cible.

$$y(t) = e^{j2\pi f_0(t - kT_r - \frac{2}{c}(R_0 - v_r t))} \tag{4.7}$$

Aux instants $t = kT_r$, le signal est donné par :

$$y[k] = e^{j2\pi f_0(\frac{2}{c}(R_0 - v_r kT_r))} = e^{(j2\pi f_D kT_r + j\phi_0)} \tag{4.8}$$

Ainsi, lorsque la phase des impulsions envoyées est maîtrisée (train d'impulsion cohérent), le train d'impulsions réalise un échantillonnage, à la période T_r d'une sinusoïde dont la fréquence correspond à la fréquence Doppler f_D. Il suffit donc de retrouver cette fréquence Doppler pour déterminer la vitesse de la cible ce qui peut être réalisé en effectuant une transformée de Fourier sur le signal $y[k]$.

4.3.1.1 Limites retard-Doppler

Étant donné que le pas d'échantillonnage du signal $y[k]$ est égale à T_r. Pour respecter le théorème de l'échantillonnage, la fréquence Doppler maximale doit être inférieure à $|f_{Dmax}| = \frac{1}{2T_r}$. D'autre part, pour éviter les ambiguïtés en distance dans un train d'impulsions, le retard maximum du signal ne doit pas dépasser le temps de répétition $\tau_{max} = T_r$. Ainsi, on aura $f_{Dmax} \times \tau_{max} = \frac{1}{2}$. Cette équation résume le compromis à trouver entre le retard max estimable (et donc la distance max détectable) et la fréquence Doppler max estimable (et donc la vitesse radiale max détectable) : Un grand τ_{max} nécessite un petit f_{Dmax} et vice versa.

4.3.1.2 Filtrage adapté impulsion par impulsion

Pour augmenter le rapport signal à bruit SNR, on considère un filtre adapté pour chaque impulsion du train avant d'extraire la fréquence Doppler. En effet, le filtre adapté conserve l'information de phase contenant la fréquence Doppler tout en améliorant la résolution en distance du signal [16]. Le schéma de traitement global est décrit sur la figure4.13. Ce traitement s'apparente à un banc de filtres Dopplers espacés d'un pas égal à la résolution Doppler. Cette dernière est égale à l'inverse de la durée du train d'impulsions $\Delta\nu = \frac{1}{KT_r}$. Les techniques telles que le "zéro padding" permettent d'améliorer la résolution de la transformée de Fourrier discrète (TFD) sans pour autant améliorer celle du radar. Le SNR global est amélioré par un facteur égal au nombre d'impulsions K.

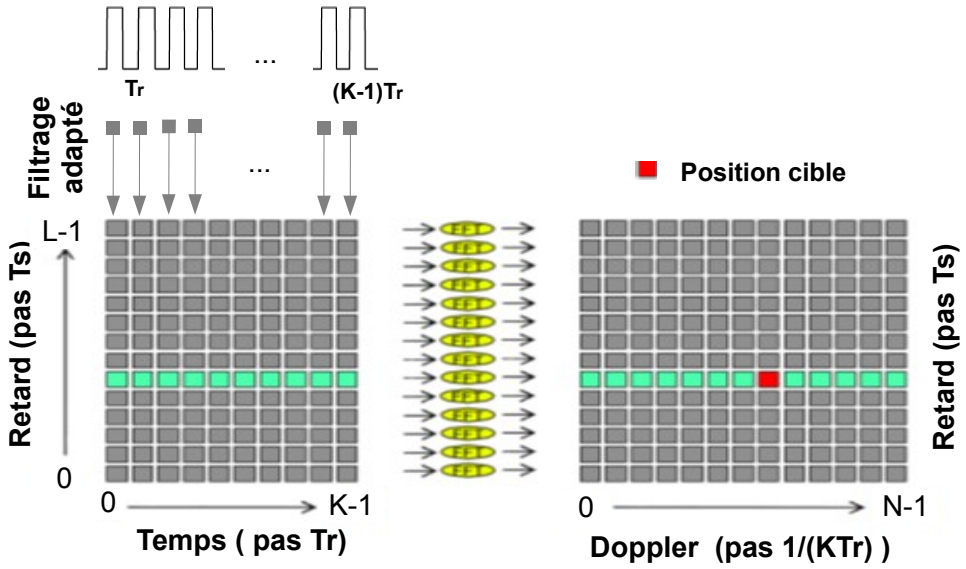


FIGURE 4.13 : Schéma de principe du traitement Doppler appliqué à un train d'impulsions .

4.3.1.3 Coupes du lobe principal après traitement Doppler

La coupe du lobe principal dans le sens du retard correspond à la sortie du filtre adapté et donc de l'intercorrélation de l'impulsion de base considérée comme décrit sur la figure4.14-b). La coupe dans le sens du Doppler représente quant à elle la transformée de fourrier discrète du signal $y[k] = e^{j2\pi f_D k T_r} = Ce^{j2\pi \frac{n_D k}{K}}$ pour une fréquence Doppler $f_D = \frac{n_D}{KT_r}$. Sa transformée de Fourrier est donnée par :

$$Y[n] = TF(y[k]) = \sum_{k=0}^{K-1} y[k] e^{-j2\pi \frac{nk}{K}} = \sum_{k=0}^{K-1} e^{j2\pi \frac{n_D k}{K}} e^{-j2\pi \frac{nk}{K}} = \sum_{k=0}^{K-1} e^{-j2\pi \frac{k(n-n_D)}{K}} \tag{4.9}$$

En exploitant $\sum_{m=0}^{M-1} e^{j\alpha m} = \frac{\sin(\frac{M\alpha}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} e^{j(M-1)\frac{\alpha}{2}}$, on obtient :

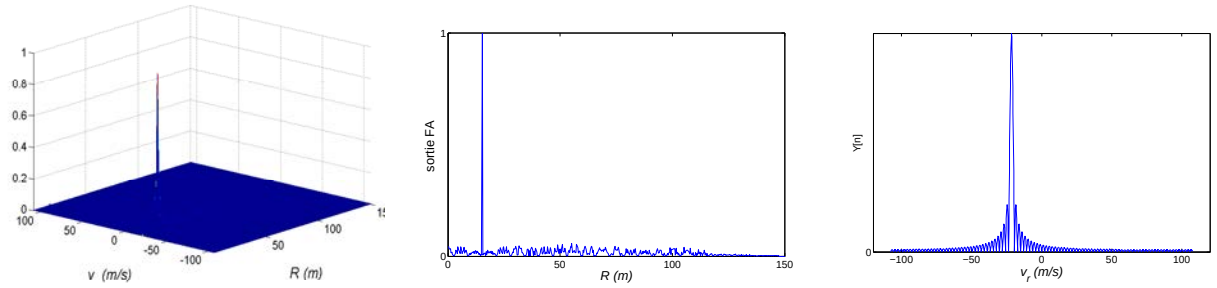
$$Y[n] = \frac{\sin(\pi(n-n_D))}{\sin(\pi\frac{(n-n_D)}{K})} e^{j\pi(n-n_D)\frac{K-1}{K}} \tag{4.10}$$

$Y[n]$ est donc la fonction *asinc* centrée autour de la fréquence Doppler du signal comme décrit sur la figure4.14-c).

4.3.2 Estimation dans un cas multi-cibles

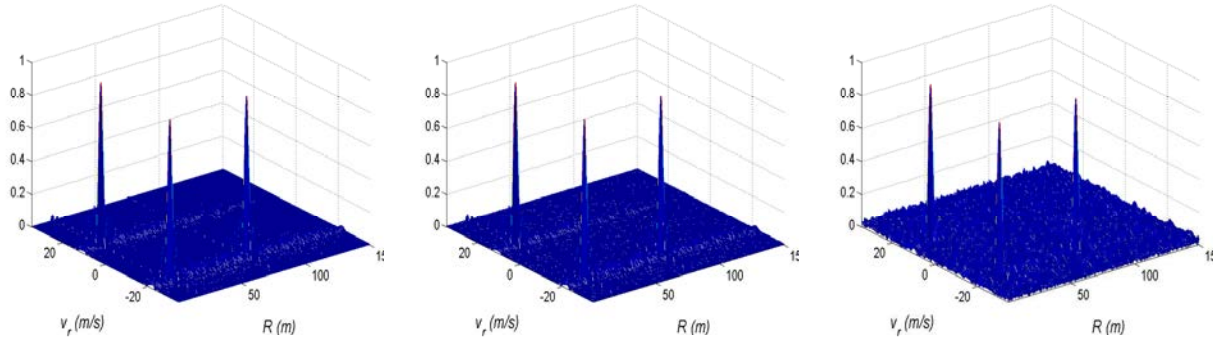
On considère dans ce qui suit une détection utilisant le traitement Doppler pour plusieurs signaux et ce pour différents SNR. Un scénario multi-cibles parfaitement résolu est considéré : $R_1 = 15\ m, R_2 = 15\ m, R_3 = 75\ m$ et $v_{r1} = -21.04\ m/s, v_{r2} = 10.52\ m/s, v_{r3} = -21.04\ m/s$.

On remarque une robustesse de la détection au bruit pour de faibles SNR. De plus, le niveau des lobes secondaires est nettement amélioré dans l'espace distance-vitesse comparé au cas de la fonction d'inter-ambiguïté pour une seule impulsion. Le volume de la fonction en sortie du détecteur est quant à lui concentré sur les coupes dans le sens retard et Doppler respectivement. La coupe dans le sens retard étant la fonction d'autocorrélation du signal, elle est optimisée pour



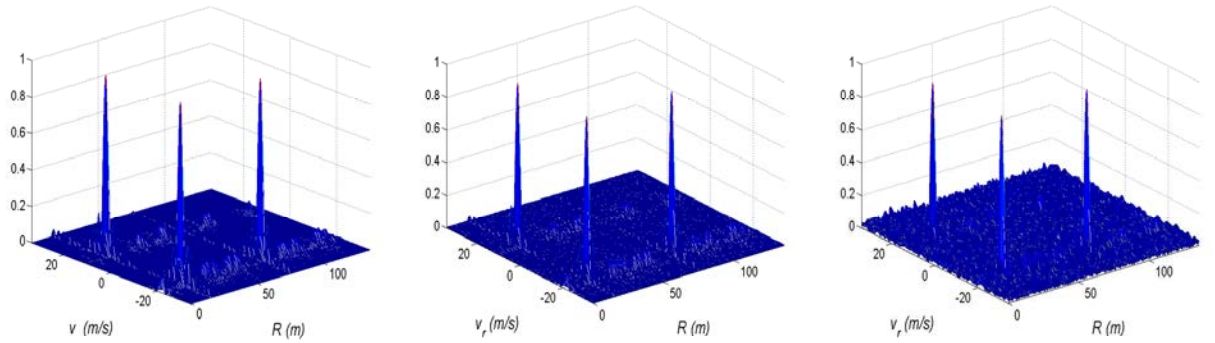
a) Fonction retard-Doppler b) Coupe dans le sens retard c) Coupe dans le sens Doppler

FIGURE 4.14 : Traitement Doppler en présence d'une seule cible $R = 15m, v_r = -21.04m/s$, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, coupes du lobe principal.



a) Sans bruit b) $SNR = 0$dB b) $SNR = -20$dB

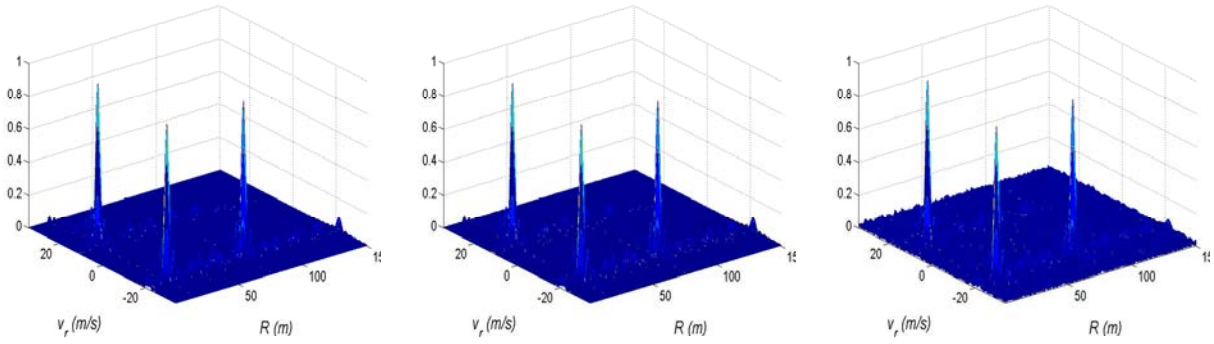
FIGURE 4.15 : Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$



a) Sans bruit b) $SNR = 0$dB b) $SNR = -20$dB

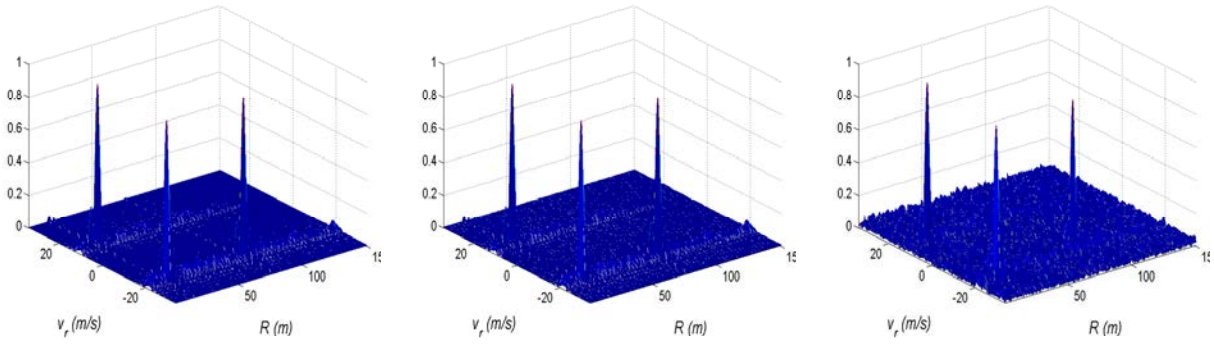
FIGURE 4.16 : Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14.5)$

les signaux de Costas et de leurs versions modifiées comme effectué précédemment. La coupe en zéro retard est la fonction *asinc* quel que soit la nature du signal utilisé et montre un PSLR de 13.7 dB. Ceci pose parfois problème pour la détection de cibles mobiles à faible écho en présence d'une cible à fort écho. Le signal de la cible à faible écho est noyé dans le lobe secondaire de la cible à fort écho comme décrit sur la figure4.20 pour des cibles à $v_{r1} = -21.53\ m/s$ et $v_{r2} = -23.68\ m/s$. La deuxième cibles est 20 dB plus faible que la première. On remarque que le



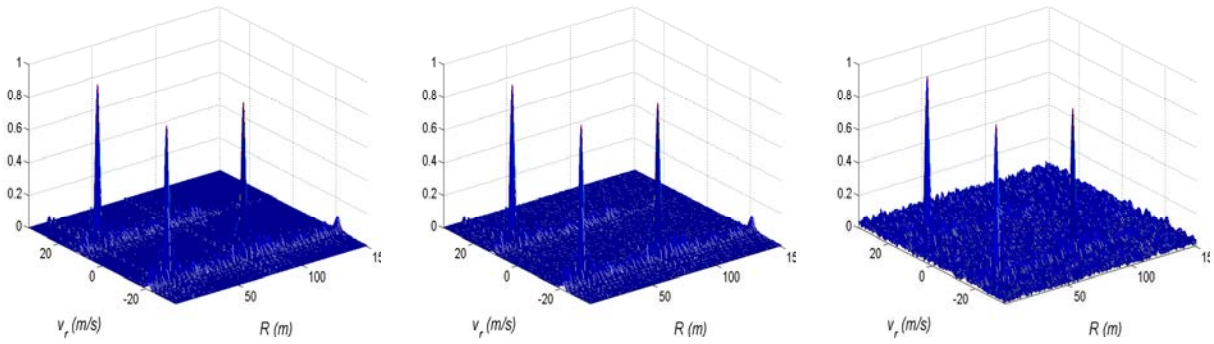
a) Sans bruit b) $SNR = 0$dB b) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.17 : Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$



a) Sans bruit b) $SNR = 0$dB b) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.18 : Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$



a) Sans bruit b) $SNR = 0$dB b) $SNR = -20$dB

FIGURE 4.19 : Traitement Doppler en présence de 3 cibles, train d'impulsions $(K, \frac{T_r}{T}) = (100, 10)$, avec impulsion de base signal de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14.4)$

signal de la deuxième cible est noyé dans celui de la première et cause des erreurs d'estimation. Les performances peuvent être améliorées par l'utilisation de techniques de fenêtrage pour réduire le niveau des lobes secondaires moyennant une perte de SNR.

Nous proposons d'étudier une méthode dite de "Compressed sensing" (CS) qui pallie au problème des lobes secondaires dans l'espace distance-vitesse. Elle se base sur une estimation

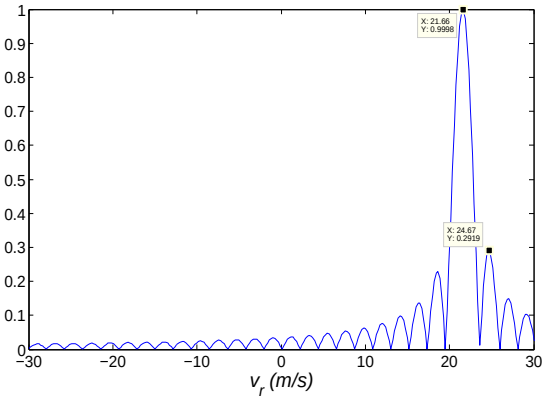


FIGURE 4.20 : Coupe dans le sens Doppler en sortie du détecteur par traitement Doppler en présence de deux cibles $R_1 = R_2 = 0m$ et $v_{r1} = -21.53m/s$, $v_{r2} = -23.68m/s$, avec $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 20$ dB.

de positions de points dans une grille retard Doppler au lieu de considérer une détection par filtrage adapté.

4.4 Compressed sensing

4.4.1 Principe et fondements mathématiques

Le Compressed sensing (CS) ou l'acquisition comprimée a été introduite ces dernières années pour reconstruire les signaux parcimonieux [66]. Un signal est dit parcimonieux si le nombre de ses éléments non nuls, dans une certaine base, est faible par rapport à la taille du signal. Un exemple est celui d'un signal sinusoïdal qui peut être représenté par un faible nombre de coefficients dans le domaine de Fourier. La théorie de l'échantillonnage impose un échantillonnage à la cadence de Nyquist pour garantir une reconstruction sans recouvrement d'un signal quelconque. Quand le signal est parcimonieux, cette cadence minimale fournit un nombre inutilement élevé d'échantillons. Cependant, un sous-échantillonnage du signal pourrait conduire à une perte de l'information utile, surtout quand le signal est parcimonieux. Le Compressed sensing offre une alternative à la reconstruction des signaux parcimonieux à partir d'un nombre de mesures linéaires limité. La théorie se base sur la résolution de l'équation suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Psi x} \tag{4.11}$$

où $\mathbf{x}$ est le vecteur de taille $N \times 1$ à reconstruire dont le degré de parcimonie est K (K éléments non nuls et $K << N$), $\mathbf{y}$ le vecteur de mesures de taille $M \times 1$ et $\mathbf{\Psi}$ est une matrice de taille $M \times N$ telle que $M << N$. Cette matrice permet d'extraire M mesures de $\mathbf{x}$ via la projection linéaire opérée par $\mathbf{\Psi}$. Le principe est décrit sur la figure4.21 : En se basant sur un nombre d'observations M très inférieur à la taille du signal à retrouver ie. $M << N$, on peut, sous certaines conditions, retrouver le signal parcimonieux. Les conditions pour que cela soit possible sont liées principalement à deux critères : La parcimonie du signal et l'incohérence de la matrice d'acquisition.

4.4.1.1 Parcimonie

Un signal parcimonieux peut être représenté dans une base appropriée par un nombre de coefficients non nuls limité par rapport à sa taille. Cette propriété est exploitée dans les codages

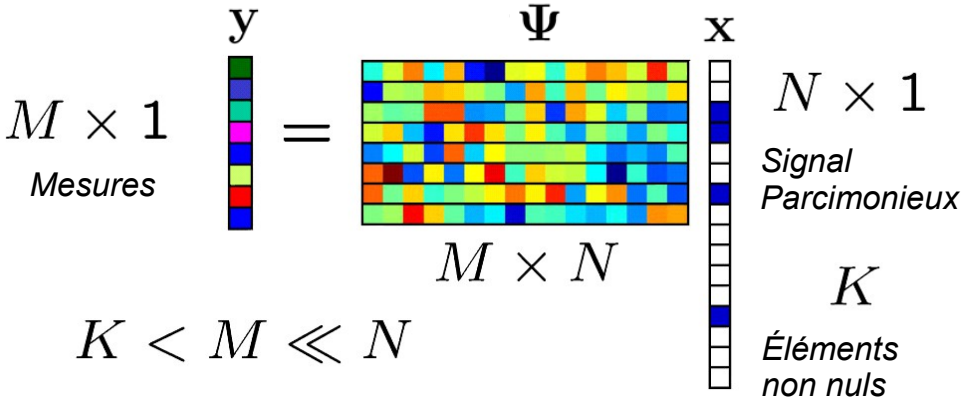


FIGURE 4.21 : Principe du Compressive sensing.

par transformée où le signal original est représenté par les coefficients de la transformée les plus significatifs. Un exemple connu est la compression JPEG pour laquelle les coefficients les plus significatifs de la transformée par ondelettes sont stockés. Quand le signal n'est pas directement parcimonieux, la matrice de modèle du signal ou le dictionnaire $\mathbf{\Phi}$ permet le passage à la base dans laquelle le signal est parcimonieux comme décrit sur la figure4.22 . Le modèle mathématique CS devient comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Psi s} = \mathbf{\Psi \Phi x} = \mathbf{\Theta x} \tag{4.12}$$

où $\mathbf{\Theta} = \mathbf{\Psi \Phi}$ est une matrice $M \times N$ qui dépend de la matrice de mesures choisie et du dictionnaire du signal.

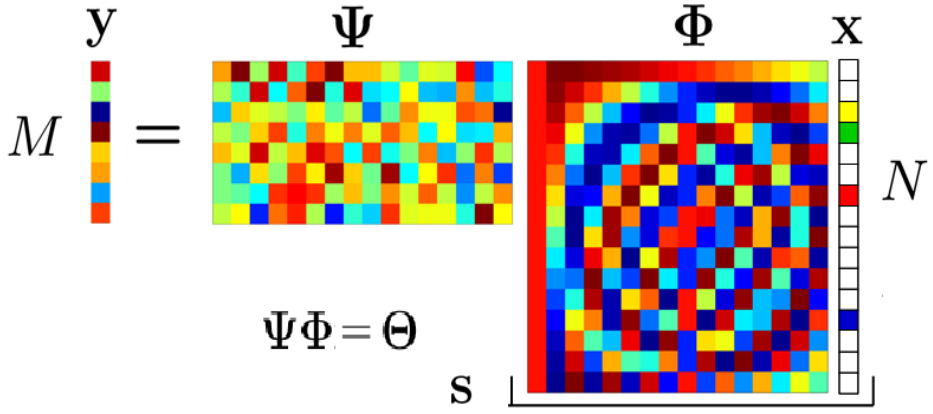


FIGURE 4.22 : Principe du Compressive sensing avec dictionnaire du signal $\mathbf{\Phi}$.

4.4.1.2 Incohérence

Le système présenté dans l'équation 4.12 est sous déterminé : M équations avec N inconnues et peut donner lieu à une infinité de solutions. Il a été démontré que sous contrainte d'incohérence de la matrice $\mathbf{\Theta}$, le signal $\mathbf{x}$ peut être reconstruit efficacement à partir des mesures $\mathbf{y}$ [67]. L'incohérente impose que $\mathbf{\Theta}$ ait des colonnes décorrélées. Cela se justifie par le fait, que si deux colonnes sont fortement corrélées, il est difficile de distinguer la provenance exacte du signal parmi les deux. Ainsi, la matrice $\mathbf{\Theta}$ doit satisfaire un critère d'incohérence tel que le critère RIP (Restricted Isometry Property).

Critère RIP : Le critère évaluant l'incohérence est le critère RIP défini par :

Definition 3. [67] Une matrice $\mathbf{\Theta}$ satisfait le critère RIP d'ordre K si il existe $\delta_K \in (0,1)$ tel que :

$$(1-\delta_K) \leq \frac{||\mathbf{\Theta z}||_2^2}{||\mathbf{z}||_2^2} \leq (1+\delta_K) \tag{4.13}$$

est satisfaite pour n'importe quel vecteur $\mathbf{z}$ parcimonieux d'ordre K.

Ce critère garantit que tout sous ensemble de K colonnes de $\mathbf{\Theta}$ contient des vecteurs presque orthogonaux. La vérification qu'une matrice satisfait ou non à ce critère impose une charge calculatoire importante car il faut tester toutes les combinaisons possibles de K colonnes de la matrice $\mathbf{\Theta}$. Les recherches en CS proposent d'utiliser des matrices $\mathbf{\Psi}$ aléatoires qui sont généralement incohérentes avec les différents dictionnaires $\mathbf{\Phi}$ connus (Fourier, Ondelettes, Gabor ...) [68]. Une matrice dont les éléments sont indépendants et distribués selon les lois Gaussienne ou de Bernoulli peut être utilisée et le nombre de mesures minimum nécessaire dans ce cas peut être établi [69]. Il existe aussi d'autres matrices déterministes $\mathbf{\Psi}$ comme les matrices à décimation qui sélectionnent des lignes avec un pas donné. Avec ces matrices de mesures, l'incohérence de $\mathbf{\Theta}$ va donc dépendre exclusivement de celle du dictionnaire $\mathbf{\Phi}$.

Cohérence mutuelle : Une autre façon plus simple pour évaluer l'incohérence d'une matrice est la cohérence mutuelle $\mu(\mathbf{\Theta})$. Elle évalue le produit scalaire entre les colonnes normalisées de la matrice $\mathbf{\Theta}$:

$$\mu(\mathbf{\Theta}) = \max_{i \neq j} | < \theta_i, \theta_j > | \tag{4.14}$$

Elle traduit la plus grande corrélation entre les colonnes de $\mathbf{\Theta}$. Si elle se rapproche de zéro, cela veut dire que les colonnes sont presque orthogonales. $\mu(\mathbf{\Theta})$ doit rester minimale pour garantir les bonnes performances de l'algorithme de reconstruction. De plus, elle définit le nombre de mesures M nécessaires pour reconstruire un vecteur de taille N contenant K éléments non nuls [69]. Ces bornes dépendent de la taille N du vecteur à reconstruire et le nombre de mesures M, et traduisent le fait que plus la cohérence est faible plus le nombre de mesures nécessaires est réduit.

$$\sqrt{\frac{N-M}{M(N-1)}} \leq \mu(\Theta) \leq 1 \tag{4.15}$$

4.4.1.3 Algorithmes d'optimisation

Connaissant $\mathbf{y}$ et $\mathbf{\Theta}$, il est nécessaire d'employer un algorithme de reconstruction pour retrouver le signal parcimonieux $\mathbf{x}$. Des algorithmes d'optimisation non linéaire permettent de résoudre le système d'équation sous-déterminé donné par l'équation 4.12 sous contrainte que $\mathbf{x}$ soit parcimonieux.

On définit la norme l_p d'un vecteur $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^N$ comme étant :

Definition 4. [70] $||\mathbf{z}||_p := \left(\sum_{i=1}^{N} |z_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$ pour $1 \leq p < \infty$, $||\mathbf{z}||_0 := \sum_{i=0}^{N} 1\,(z_i \neq 0)$ pour $p = 0$ et $||\mathbf{z}||_\infty := \max(|z_1|, |z_2|, ..., |z_N|)$.

Pour renforcer l'information a priori sur la parcimonie du signal, chercher une solution qui minimise la norme l_0, qui n'est autre que le nombre d'éléments non nuls dans un vecteur, revient à chercher la solution $\hat{\mathbf{x}}$ la plus parcimonieuse. Cependant, la minimisation de la norme l_0 est un problème connu pour sa complexité combinatoire. On utilise plutôt la norme l_1, qui est la somme des valeurs absolues des éléments non nuls d'un vecteur, et qui conduit à un problème convexe.

Plusieurs techniques existent pour résoudre ces problèmes. On distingue principalement les algorithmes connus d'optimisation convexe et les algorithmes gloutons, ou "Greedy algorithms" [71].

Optimisation convexe : Dans le cas d'absence de bruit, le problème d'optimisation peut être écrit comme suit :

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} ||\mathbf{x}||_1 \quad s.t. \quad \mathbf{\Theta x} = \mathbf{y} \tag{4.16}$$

où $||\mathbf{x}||_1 = \sum_{i=1}^{N} |x_i|$. Dans la pratique les mesures sont corrompus par le bruit, et le système à résoudre devient : $\mathbf{y} = \mathbf{\Theta x} + \mathbf{n}$ où n est un vecteur de bruit. Dans ce cas, le problème d'optimisation convexe devient [66] :

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} ||\mathbf{x}||_1 \quad s.t. \quad ||\mathbf{\Theta x} - \mathbf{y}||_2^2 \leq \epsilon \tag{4.17}$$

où ϵ est un seuil proportionnel à la variance du bruit. Alternativement, on peut résoudre le critère LASSO (Least Absolute Shrinkage and Operator) [72] ou BPDN (Basis Poursuit Denoising) [73] donné par :

$$\hat{\mathbf{x}} = \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} ||\mathbf{\Theta x} - \mathbf{y}||_2^2 + \lambda ||\mathbf{x}||_1 \tag{4.18}$$

où λ est un paramètre de régularisation qui contrôle le compromis entre la parcimonie de la solution et la norme l_2 de l'erreur. Comme la fonction de coût est connue, ces problèmes peuvent être résolus avec les méthodes standards telles que la méthode du gradient et les méthodes de points intérieurs [74] .

Algorithmes gloutons ou Greedy algorithms : Ces algorithmes se rapprochent de façon itérative de la solution parcimonieuse. Les approches itératives les plus connues sont l'Orthogonal Matching Poursuit OMP [75] qui est la version améliorée du Matching poursuit MP [76], et ses variantes : Compressive Sampling Matching Poursuit CoSaMP [77], regularized OMP [78] et Stagewise OMP [79]... . L'OMP se base sur la sélection de la colonne de $\mathbf{\Theta}$ la plus corrélée avec le vecteur de mesures y à chaque itération. La contribution de cette colonne est par la suite déduite et l'opération est reconduite jusqu'à trouver l'ensemble de colonnes adéquat c'est à dire le vecteur parcimonieux recherché. D'autres méthodes se basent sur un seuillage itératif tel que le Iterative Hard Thresholding IHT [80]. Ce dernier utilise un opérateur non linéaire pour réduire la norme l_0 à chaque itération.

Choix d'un algorithme parmi d'autres : Le choix d'une méthode parmi d'autres se base sur plusieurs critères : Nombre de mesures requis, la vitesse de l'algorithme et optimalité de la solution. Le nombre de mesures requis pour une configuration donnée peut varier selon l'algorithme considéré. Des tests numériques doivent être menés pour trouver les méthodes qui nécessitent le moins de mesures pour la reconstruction du signal parcimonieux. En général, les méthodes basées sur l'optimisation convexe nécessitent moins de mesures mais peuvent engendrer une complexité calculatoire importante. Leur vitesse de calcul dépend de l'algorithme adopté pour minimiser la fonction de coût choisie et la solution proposée est optimale. Les algorithmes gloutons sont plus rapides que les algorithmes d'optimisation quand la parcimonie du signal K est faible et la solution proposée est sous optimale. L'OMP à titre d'exemple est très rapide quand K est faible car la vitesse de calcul dépend du nombre d'itérations qui est typiquement égal à la parcimonie du signal. Cependant, quand la parcimonie est grande comparé à la taille du vecteur à estimer, l'algorithme nécessite un temps de calcul plus important. Les algorithmes gloutons ont aussi l'avantage de pouvoir inclure plusieurs contraintes supplémentaires ce qui n'est pas évident avec une optimisation convexe.

4.4.1.4 CS appliqué au radar

Dans le cas du radar, le signal à estimer est le vecteur des amplitudes des cibles présentes dans le plan retard-Doppler échantillonné selon une grille de taille $N_\tau \times N_\nu$ [81]. La nature parcimonieuse des signaux se traduit par un nombre de cibles limité dans cette grille. En l'absence de bruit, la transformation H qui transforme le signal émis en signal reçu s'exprime comme suit :

$$\mathbf{H} = \sum_{(k,l)\in N_\tau \times N_\nu} x_{k,l}\mathbf{T}_k\mathbf{M}_l \tag{4.19}$$

où $(\mathbf{T}_k\mathbf{z})_i = z_{i-k}$ est l'opérateur de retard et $(\mathbf{M}_l\mathbf{z})_i = \omega^{l\times i}z_i$ où $\omega = e^{j2\pi\frac{1}{N}}$ celui de modulation. Dans ce cas , les translations sont assimilées au retard et les modulations à l'effet Doppler. Le vecteur $\mathbf{x} = (x_{k,l\in N_\tau\times N_\nu})$ caractérise la grille retard-Doppler et contient les amplitudes des échos de cibles dont le retard est k et le Doppler est l respectivement. Pour retrouver $\mathbf{x}$, le radar émet une forme d'onde $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^L$. Le signal reçu $\mathbf{y}$ est donc donné par :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{f} = \sum_{(k,l)\in N_\tau N_\nu} x_{k,l}\mathbf{T}_k\mathbf{M}_l\mathbf{f} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x} = \sum_{i=0}^{N_\tau N_\nu - 1} x_i\phi_{\mathbf{i}} \tag{4.20}$$

où $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{C}^{N\times N_\tau N_\nu}$ est le dictionnaire dont les colonnes $\phi_{\mathbf{i}}$ sont données par $\mathbf{T}_k\mathbf{M}_l\mathbf{f}$, $(k,l) \in N_\tau N_\nu$. Ici, le dictionnaire $\mathbf{\Phi}$ est appelé "Gabor Frame" et contient la séquence $\mathbf{f}$ retardée et Dopplérisée pour chaque colonne différente :

$\mathbf{\Phi} =$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|cccc}
f_0 & 0 & ... & 0 & ... & \omega^{0(N_\nu-1)}f_0 & 0 & ... & 0 \\
f_1 & f_0 & ... & 0 & ... & \omega^{1(N_\nu-1)}f_1 & \omega^{2(N_\nu-1)}f_0 & ... & 0 \\
f_2 & f_1 & ... & 0 & ... & \omega^{2(N_\nu-1)}f_2 & \omega^{3(N_\nu-1)}f_1 & ... & 0 \\
f_3 & f_2 & ... & 0 & ... & \omega^{3(N_\nu-1)}f_3 & \omega^{4(N_\nu-1)}f_2 & ... & 0 \\
. & f_3 & ... & 0 & ... & . & \omega^{4(N_\nu-1)}f_3 & ... & 0 \\
. & . & ... & 0 & ... & . & . & ... & 0 \\
. & . & ... & 0 & ... & . & . & ... & 0 \\
f_{L-1} & . & ... & 0 & ... & \omega^{(L-1)(N_\nu-1)}f_{L-1} & . & ... & 0 \\
0 & f_{L-1} & ... & 0 & ... & 0 & \omega^{L(N_\nu-1)}f_{L-1} & ... & 0 \\
0 & 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 & ... & 0 \\
0 & 0 & ... & f_0 & ... & 0 & 0 & ... & \omega^{(N_\tau-1)(N_\nu-1)}f_0 \\
0 & 0 & ... & f_1 & ... & 0 & 0 & ... & \omega^{N_\tau(N_\nu-1)}f_1 \\
0 & 0 & ... & f_2 & ... & 0 & 0 & ... & \omega^{(N_\tau+1)(N_\nu-1)}f_2 \\
0 & 0 & ... & f_3 & ... & 0 & 0 & ... & \omega^{(N_\tau+2)(N_\nu-1)}f_3 \\
0 & 0 & ... & . & ... & 0 & 0 & ... & . \\
0 & 0 & ... & . & ... & 0 & 0 & ... & . \\
0 & 0 & ... & . & ... & 0 & 0 & ... & . \\
0 & 0 & ... & f_{L-1} & ... & 0 & 0 & ... & \omega^{(N_\tau+N-2)(N_\nu-1)}f_{L-1} \\
\hline
\tau=0 & \tau=1 & ... & \tau=N_\tau-1 & ... & \tau=0 & \tau=1 & ... & \tau=N_\tau-1 \\
 & & \nu=0 & & ... & & & \nu=N_\nu-1 &
\end{array}\right)$$

Le système construit est similaire à celui décrit dans l'équation 4.12 avec $\mathbf{\Theta} = \mathbf{\Phi}$: Aucune matrice de mesures n'est considérée jusque là. On désire donc estimer un vecteur d'amplitudes $\mathbf{x}$ de taille $N_\tau N_\nu$, dont la parcimonie K dépend du nombre de cibles, à partir de $N = L + N_\tau$ mesures issues du signal reçu par le radar $\mathbf{y}$ en utilisant le dictionnaire $\mathbf{\Phi}$. On peut encore introduire une matrice de mesures $\mathbf{\Psi}$ pour réduire le nombre de mesures à M où $M << N$. On note que la solution par filtrage adapté à un tel système est donné par $\mathbf{x_{FA}} = \mathbf{\Phi^H}\mathbf{y}$ où $\mathbf{\Phi^H}$ désigne la matrice adjointe de $\mathbf{\Phi}$.

Le choix de la séquence $\mathbf{f}$ doit permettre de minimiser l'incohérence de la matrice $\mathbf{\Phi}$ pour garantir une bonne reconstruction du signal $\mathbf{x}$. Une séquence d'Alltop a été utilisée dans le cas du travail cité en [81] et a montré de bonnes propriétés d'incohérence en raison du faible

produit scalaire entre les colonnes du dictionnaire formé par cette séquence. L'utilisation de signaux OFDM a aussi montré des performances meilleures que celles des signaux LFM [82]. De plus, dans le cas d'une estimation de retard simple, un lien a été établi entre l'incohérence du dictionnaire et la fonction d'autocorrélation de la séquence choisie [83]. La cohérence est dans ce cas de figure égale à l'amplitude du lobe secondaire le plus important de la fonction d'autocorrélation. D'une façon similaire, nous démontrons dans ce qui suit que pour l'estimation de retard et Doppler conjointe, l'incohérence est liée aux propriétés d'auto-ambiguïté de la forme d'onde choisie.

Incohérence et fonction d'ambiguïté : La fonction d'auto-ambiguïté discrète de la forme d'onde $\mathbf{f}$ peut s'écrire sous la forme

$$\chi_d(k,l) = \sum_n f[n] f^*[n-k] e^{j2\pi \frac{nl}{N}} = \sum_n f[n] f^*[n-k] \omega^{nl}. \tag{4.21}$$

Ici l'espacement entre deux retards k, k' est égal au pas d'échantillonnage T_s et celui entre deux fréquences Doppler l, l' est égale à $\frac{1}{NT_s}$. D'autre part, la cohérence mutuelle est définie par le maximum de tous les produits scalaires possibles entre les colonnes du dictionnaire $\mathbf{\Phi}$:

$$\begin{aligned}
\mu(\mathbf{\Phi}) &= \max_{i \neq j} |< \phi_i, \phi_j >| \\
&= \max_{(k,l)\neq(k',l')} \left| \sum_n f[n-k] \omega^{nl} \times f^*[n-k'] \omega^{-nl'} \right| \\
&= \max_{(k,l)\neq(k',l')} \left| \sum_{n'} f[n'] f^*[n'-(k'-k)] \omega^{n'(l-l')} \omega^{k(l-l')} \right| \\
&= \max_{(k,l)\neq(k',l')} \left| \omega^{k(l-l')} \sum_{n'} f[n'] f^*[n'-(k'-k)] \omega^{n'(l-l')} \right| \\
&= \max_{(k,l)\neq(k',l')} |\chi_d(k'-k, l-l')| \qquad (4.22) \\
&= \max_{(k,l)\neq(0,0)} |\chi_d(k,l)| . \qquad (4.23)
\end{aligned}$$

Si l'échantillonnage temporel et fréquentiel de la fonction d'ambiguïté est égale à celui adopté pour la construction de la Gabor frame, on peut dire que la cohérence correspond au point le plus haut de la fonction d'ambiguïté discrète en dehors de l'origine $(0,0)$. Cela permet de conclure que la cohérence du dictionnaire dépend de la fonction d'auto-ambiguïté de la forme d'onde $\mathbf{f}$ et du pas d'échantillonnage considéré. On se propose de comparer les valeurs de la cohérence mutuelle des dictionnaires construits à partir de signaux à produit $BT = 64$ et avec un échantillonnage à la cadence de Nyquist $F_s = B$. Le nombre d'échantillons L pour chaque signal est fixé comme suit :

- Une impulsion LFM à $BT = 64$: Pour que $F_s = \frac{L}{T} = B$, un nombre d'échantillons $L = BT = 64$ est requis.

- Un signal de Costas standard à $BT = M^2 = 64$: Chaque impulsion de Costas de durée t_p contient m échantillons ce qui correspond à un $F_s = \frac{m}{t_p} = B = M\Delta f$, un nombre d'échantillons par impulsion de Costas $m = M \times t_p \Delta f$ et un nombre d'échantillons global $L = m \times M$. Pour $M = 8$, $t_p \Delta f = 1$, on a $m = 8$ et $L = 64$.

- Un signal de Costas modifié à $BT = 64$: Chaque impulsion de Costas de durée t_p contient m échantillons ce qui correspond à un $F_s = \frac{m}{t_p} = B = (M-1)\Delta f + B_p$, un

nombre d'échantillons par impulsion de Costas $m = (M-1)t_p\Delta f + t_pB_p$ et un nombre d'échantillons global $L = m \times M$. Pour $(M, t_p\Delta f, t_pB_p) = (4, 4, 4)$, on a $m = 16$ et $L = 64$.

Les résultats sont montrés en table 4.3. Les valeurs de cohérence les plus faibles sont atteintes pour les signaux de Costas doublement codés et ceux de Costas standard en raison de leurs bonnes propriétés d'auto-ambiguïté. Elle est plus élevée pour les signaux de Costas-LFM et Costas-P_4 en raison du comportement de la fonction d'auto-ambiguïté qui répartit le volume dans la diagonale. Pour les signaux de Costas-Slepian aussi on remarque une plus grande cohérence mutuelle due aux importants lobes récurrents Doppler. Néanmoins, les valeurs de la cohérence restent meilleures que celles d'une forme d'onde LFM du fait d'un niveau de lobes important sur la diagonale de l'espace d'auto-ambiguïté.

TABLE 4.3 : Valeurs de la cohérence mutuelle $\mu(\mathbf{\Phi})$ pour différents Signaux à $BT = L = 64$ (à $F_s = B$) et $N_\tau = N_\nu = 64$.

Forme d'onde	LFM	Costas	Costas - LFM	Costas - P_4	Costas - Slepian	Costas - Costas
$\mu(\mathbf{\Phi})$	0.9688	0.5174	0.8125	0.6765	0.7647	0.5000

Le pas d'échantillonnage impacte aussi la cohérence du dictionnaire. En effet, un échantillonnage très fin rapproche le maximum de l'équation 4.23 vers l'origine $(0, 0)$ dont l'amplitude est égale à 1 et conduit donc à une cohérence mutuelle importante. Inversement, un échantillonnage plus grand éloigne ce maximum de l'origine $(0, 0)$ et conduit à une cohérence mutuelle plus faible. La table 4.4 confirme l'effet du facteur de sur-échantillonnage $Q = \frac{F_s}{B}$ sur la cohérence du dictionnaire $\mathbf{\Phi}$. Pour de très grandes valeurs de Q, la cohérence mutuelle tend vers la valeur maximale 1. La cohérence minimale donnée par l'équation 4.15 est ici égale à : $\mu(\mathbf{\Phi})_{min} = \sqrt{\frac{N_\tau N_\nu - N}{N(N_\tau N_\nu - 1)}}$.

TABLE 4.4 : Valeurs de la cohérence mutuelle $\mu(\mathbf{\Phi})$ pour différents signaux à $BT = 64$ et avec un facteur de sur-échantillonnage Q, $N_\tau = N_\nu = 64$.

	$\mu(\mathbf{\Phi})$			
Forme d'onde	Q=1	Q=2	Q=4	Q=8
LFM	0.9688	0.9844	0.9844	0.9844
Costas	0.5174	0.6407	0.9018	0.9749
Costas-LFM	0.8125	0.8125	0.9003	0.9745
Costas-P_4	0.6765	0.6869	0.8495	0.9456
Costas-Slepian	0.7647	0.7647	0.8771	0.9595
Costas-Costas	0.5000	0.6376	0.9007	0.9746

Limites et résolutions retard-Doppler : Avec une approche CS, les résolutions sont liées à l'échantillonnage de la grille retard-Doppler à estimer. En diminuant la période d'échantillonnage T_s, on améliore la résolution temporelle par rapport à celle du filtre adapté. Cependant, l'amélioration obtenue en diminuant T_s est limitée par les propriétés de cohérence du dictionnaire $\mathbf{\Phi}$, qui se détériore quand le facteur de sur-échantillonnage augmente, et dépend aussi de l'algorithme de reconstruction utilisé.

La résolution fréquentielle dépend quant à elle du pas d'échantillonnage fréquentiel utilisé pour construire le facteur de modulation : $e^{j2\pi f_D t} = e^{j2\pi(\frac{l}{T})(iT_s)} = e^{j2\pi\frac{li}{N}} = \omega^{li}$. L'amélioration par rapport au filtre adapté est liée au zéro padding opéré par l'ajout de N_τ zéros à la séquence de référence. A titre d'exemple, si $N_\tau = L$ à titre d'exemple, la résolution pourrait être amélioré

d'un facteur de 2 par rapport à celle du filtre adapté. La encore l'amélioration est contrainte par les propriétés de cohérence du dictionnaire et de l'algorithme de reconstruction utilisé.

4.4.2 Estimation dans le cas d'une seule impulsion

On étudie ici une détection par CS pour les signaux de Costas et leur versions modifiées. La parcimonie est liée au nombre de cibles dans l'espace distance-vitesse qui reste relativement faible par rapport à la taille de la grille retard-Doppler à estimer. Nous choisissons l'algorithme de reconstruction OMP pour sa rapidité en présence de signaux faiblement parcimonieux, en comparaison aux algorithmes d'optimisation convexe [1]. L'algorithme est donné comme suit :

***Algorithme* : Orthogonal Matching Poursuit OMP**
Entrées : signal observé y, dictionnaire Θ , seuil δ
Initialisation : $r^{[0]} = y, \hat{x}^{[0]} = \mathbf{0}, T^{[0]} = \emptyset, i = 0$
tant que : $\max(\Theta^H r) > \delta$ **(δ : seuil fixé)**
i=i+1
$g^{[i]} = \Theta^T r^{[i-1]}$
$j^{[i]} = \text{argmax}_j \, |g_j^{[i]}|/||\Theta_j||_2$
$T^{[i]} = T^{[i-1]} \cup j^{[i]}$
$\hat{x}^{[i]}_{T[i]} = \Theta^H_{T[i]} y$
$r^{[i]} = y - \Theta \hat{x}^{[i]}$
tant que
Sorties : $r^{[i]}$ **et** $\hat{x}^{[i]}$

Ici le seuil de bruit est fixé à $\delta = 10^{-5}$ pour garantir la détection de signaux faibles. La configuration utilisée est décrite dans la table 4.5, où on adopte les mêmes résolutions que pour le filtre adapté dans le cas d'une seule impulsion. On considère un scénario multi-cibles parfaitement résolu : $R_1 = 15\ m, R_2 = 15\ m, R_3 = 75\ m$ et $v_{r1} = -10.66e3\ m/s, v_{r2} = 5.33e3\ m/s, v_{r3} = -10.66e3\ m/s$ et ce pour différents SNR. On se place dans les mêmes conditions que la détection par filtrage adapté décrite en section 4.2.2 pour bien mener la comparaison entre les deux approches. La résolution en vitesse par CS est deux fois supérieure à celle par filtrage adapté en raison de la taille du signal observé N plus grande. Les résultats sont montrés sur les figures 4.23 à 4.27.

TABLE 4.5 : Paramètres CS et résolutions dans le cas d'une seule impulsion.

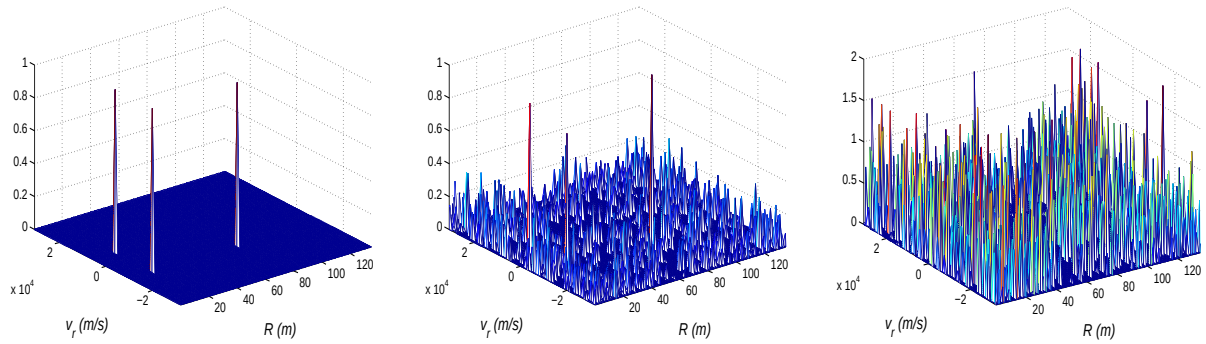
$(B, Fs)(MHz)$	L	ΔR (m)	R_{max} (m)	N_τ	T (ns)	$N = L + N_\tau$	Δv_r (m/s)
$(500, 500)$	441(448)	0.3	150	450	900	981 (989)	1.06e3

On remarque que la détection par CS est moins robuste au bruit comparé au filtre adapté. Cependant, dans le cas ou le SNR est fort, la détection est "parfaite". De plus, l'estimation de points dans une grille pallie le problème des lobes secondaires que l'on peut rencontrer dans une détection par filtrage adapté (cf. figures de la section 4.2.2) où des lobes importants se trouvent dans l'espace d'inter-ambiguïté.

Par ailleurs, à résolutions égales, la séparation des cibles en distance est meilleure pour des cibles très proches (cf. figure4.28-a)) tandis que les cibles ne sont résolues, pour le filtre adapté, que si leur espacement est égal à au moins deux fois la résolution en CS (cf. figure4.28-b)).

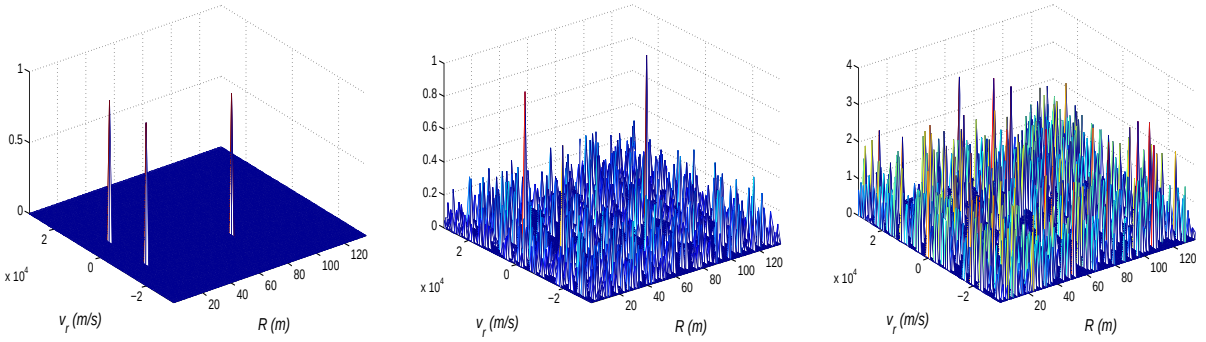
La détection par CS permet également de dépasser la résolution du filtre adapté en distance comme montré sur la figure4.29 où des améliorations d'un facteur de $Q = 2; 4$ et 8 sont montrées.

1. `http://cvxr.com/cvx/`.



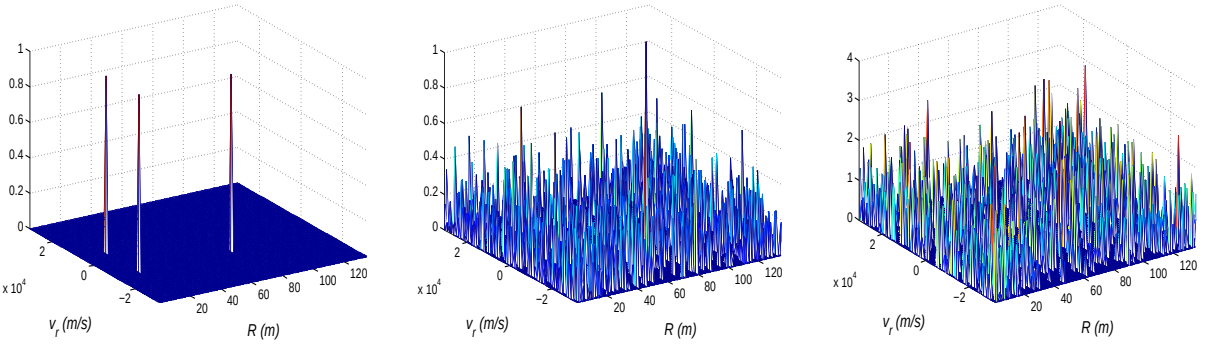
a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.23 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas $M = 21$.



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.24 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$

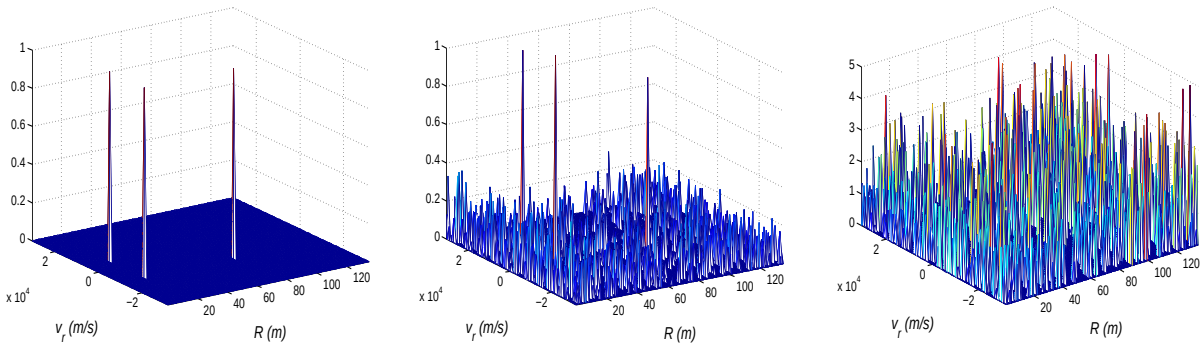


a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.25 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$

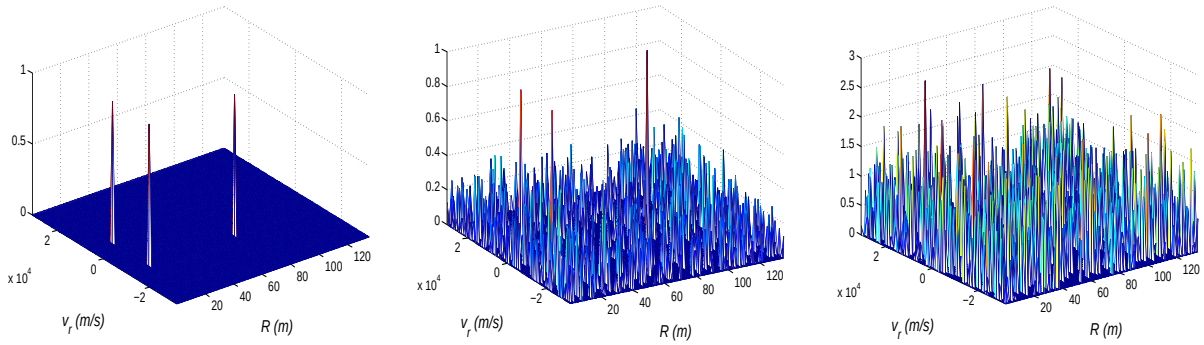
Ce résultat est très important puisque il permet d'augmenter la résolution en distance sans pour autant augmenter la bande passante du signal. Par contre, il impose une charge calculatoire plus importante car la taille de la grille en distance augmente pour une distance maximale à estimer fixe.

Dans le cas de cibles proches en vitesse, l'espacement entre points de la grille est réduit par rapport à la résolution du filtre adapté en raison du zéro padding opéré à l'impulsion de



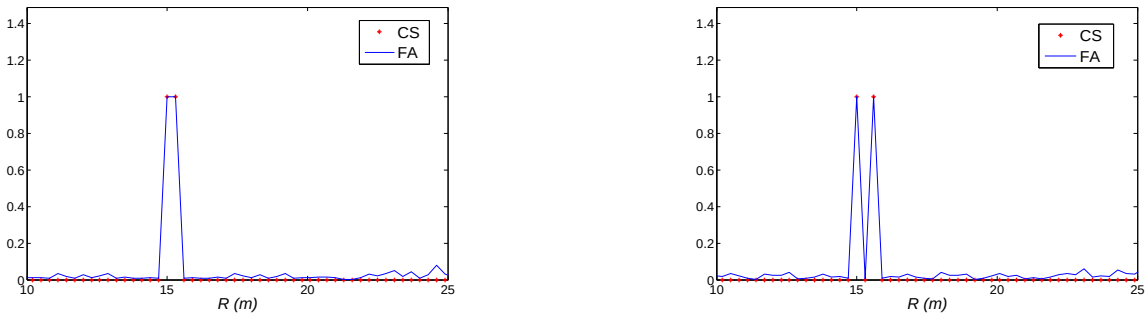
a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.26 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$.



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.27 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, de Costas doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$.

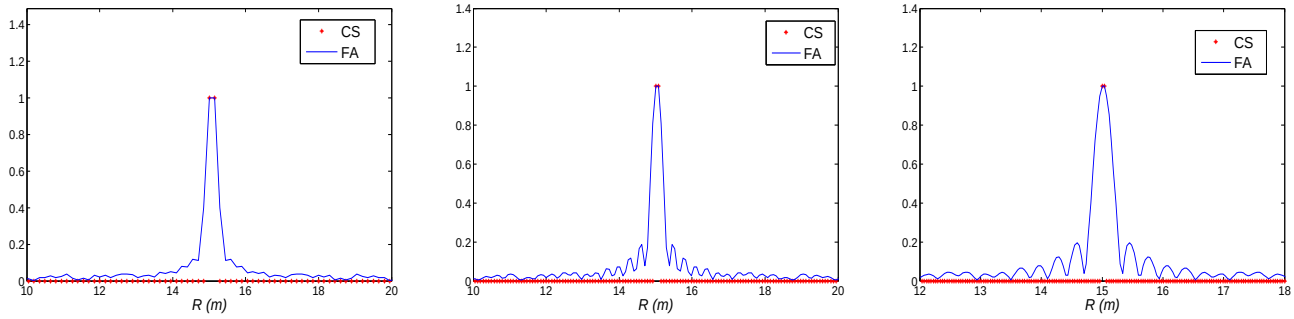


a) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.3\ m$ b) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.6\ m$

FIGURE 4.28 : Détection par CS de 2 cibles proches $v_{r1} = v_{r2} = 0\ m/s$, $\Delta R_{CS} = \Delta R_{FA} = 30\ cm$.

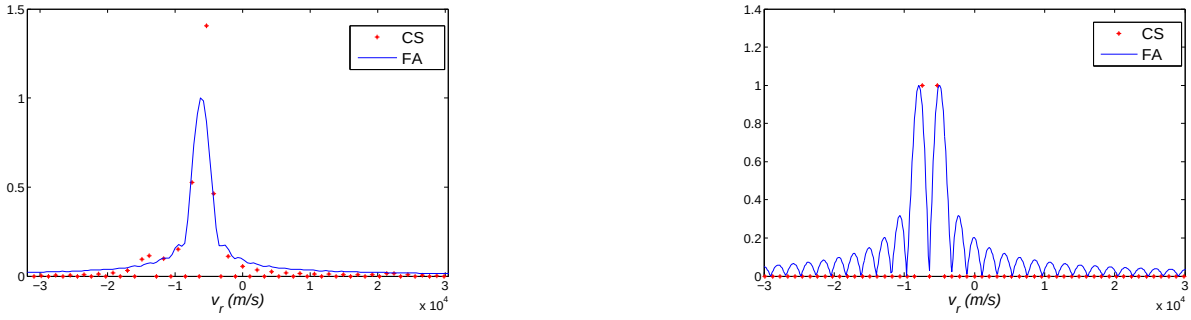
référence. Ceci conduit à une mauvaise détection par CS de points voisins en vitesse tel que décrit sur la figure4.30-a). Ce problème est réglé en respectant un espacement au moins égal à la résolution par filtrage adapté tel que décrit en figure4.30-b).

De la même façon, en diminuant l'espacement entre les points de la grille par un facteur β par changement du facteur de modulation en $e^{j2\pi\frac{li}{\beta N}} = \omega'^{li}$ tel que $\omega' = e^{j2\pi\frac{1}{\beta N}}$, on remarque que la résolution ne peut dépasser celle du filtre adapté comme décrit sur la figure4.31 pour un $\beta = 2$ où les cibles ne sont résolues que quand l'espacement est au moins égal à la résolution



a) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.15\ m$ b) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.075\ m$ c) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.0375\ m$

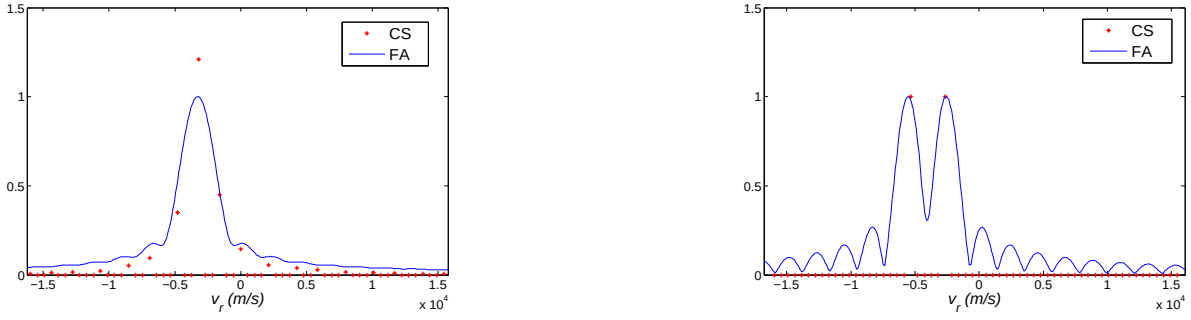
FIGURE 4.29 : Détection par CS de 2 cibles proches $v_{r1} = v_{r2} = 0\ m/s$, $\Delta R_{FA} = 30\ cm$, $\Delta R_{CS} = \frac{\Delta R_{FA}}{Q}$, a) $Q = 2$ b) $Q = 4$ c) $Q = 8$.



a) $v_{r1} = 5.33e3\ m/s$, $v_{r2} = 6.39e3\ m/s$ b) $v_{r1} = 5.36e3\ m/s$, $v_{r2} = 7.46e3\ m/s$

FIGURE 4.30 : Détection par CS de 2 cibles proches,$R_1 = R_2 = 0\ m$ et $\Delta v_{rCS} = 1.06e3\ m/s, \Delta v_{rFA} = 2.15e3\ m/s$.

par filtre adapté.



a) $v_{r1} = 2.66e3\ m/s$, $v_{r2} = 3.73e3\ m/s$ b) $v_{r1} = 2.66e3\ m/s$, $v_{r2} = 5.33e3\ m/s$

FIGURE 4.31 : Détection par CS de 2 cibles proches et $R_1 = R_2 = 0\ m$ pour $\beta = 2$, $\Delta v_{rCS} = 1.06e3\ m/s, \Delta v_{rFA} = 2.15e3\ m/s$.

Ainsi, contrairement à la résolution en distance, la résolution en vitesse ne peut dépasser celle du filtre adapté et une bonne reconstruction de l'espace distance-vitesse est contrainte par un espacement fréquentiel des points de la grille au moins égal à la résolution par filtrage adapté. Cependant, comme pour le filtre adapté, la résolution en vitesse provenant d'une seule impulsion est insuffisante pour l'application visée et on se propose d'adopter un train d'impulsions en émission pour atteindre la résolution en vitesse souhaitée par filtrage adapté et par CS.

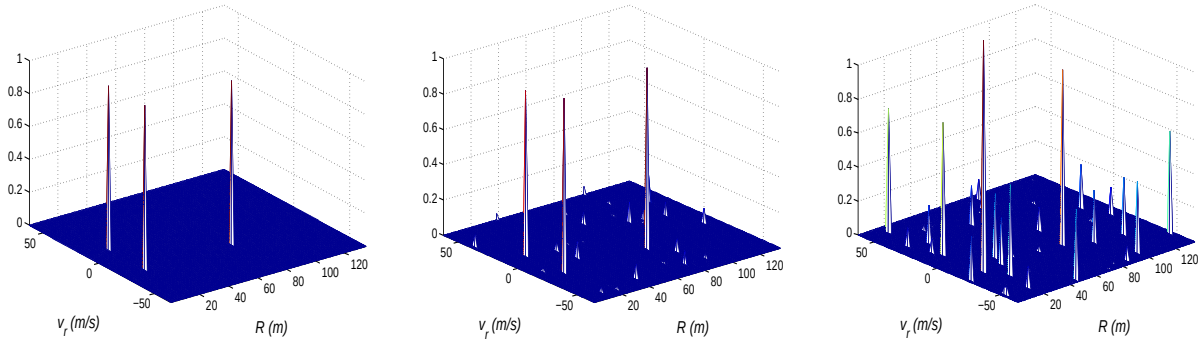
4.4.3 Estimation dans le cas d'un train impulsions

Le dictionnaire doit être construit sachant que $\mathbf{f}$ est maintenant constitué d'un train d'impulsions. Cette configuration est décrite en table 4.6 où la résolution en vitesse est égale à celle du filtre adapté dans le cas d'un train d'impulsions.

TABLE 4.6 : Paramètres CS et résolutions dans le cas d'un train d'impulsions.

$(B, F_s)(MHz)$	ΔR (m)	R_{max} (m)	N_τ	$(K, \frac{T_r}{T})$	T_{train}(ms)	Δv_r (m/s)	N_ν	N
$(500, 500)$	0.3	150	450	(100,10)	0.9	2	60	$441(448)e3$

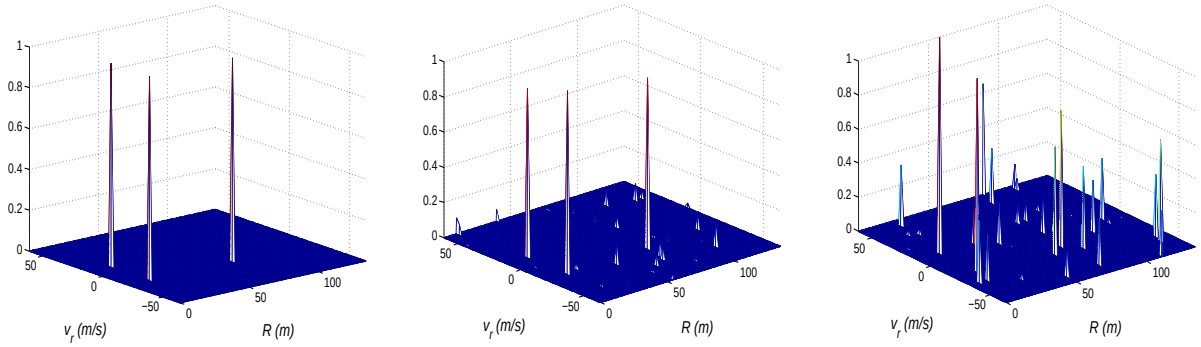
On doit résoudre un système surdéterminé car le signal reçu est un train d'impulsions de taille N et celui à reconstruire est de taille $N_\tau \times N_\nu$ avec $N >> N_\tau \times N_\nu$. Une compression des mesures doit donc être opérée pour garantir une charge calculatoire supportable. On introduit une matrice de mesures $\mathbf{\Psi}$ de taille $M \times N$ qui sélectionne M projections linéaires du signal reçu telle que $M << N$. Dans le cas où l'algorithme de reconstruction utilisé est l'OMP, il est démontré que M peut être choisi de l'ordre de $K\log(N)$ où K est la parcimonie du signal [84]. Ainsi, en fixant $K = 5$ cibles présentes simultanément dans la grille retard-Doppler, le nombre de mesures nécessaire est $M \approx 50 << N$. On note qu'il est possible d'utiliser une matrice déterministe pour sélectionner M lignes parmi les N lignes de $\mathbf{\Phi}$ avec un pas Δm linéaire ou non linéaire. Le risque est que les mesures ne soient pas significatives (zéro du train d'impulsions par exemple). L'utilisation d'une matrice aléatoire offre de meilleures performances car le nombre de mesures requis est très faible. On montre les résultats obtenus pour 3 cibles en fixant $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15\ m$, $R_3 = \ 75m$ et $v_{r1} = -21.53\ m/s$, $v_{r2} = 10.76\ m/s$, $v_{r3} = -21.53\ m/s$. Les résultats sont décrits de la figure4.32 à la figure4.36.



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

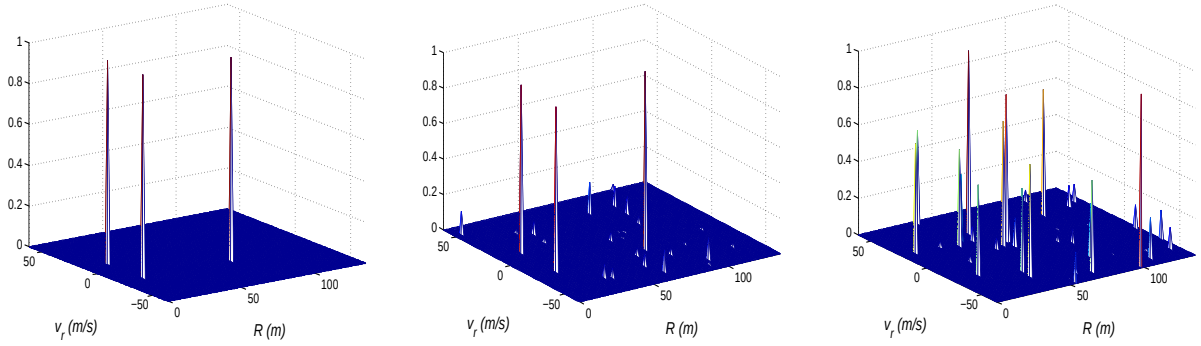
FIGURE 4.32 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas $M = 21$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$.

On remarque que le signal est reconstruit parfaitement dans le cas sans bruit. De plus, la robustesse au bruit est améliorée par rapport au cas d'une seule impulsion et sans matrice de mesures. En effet, le vecteur de mesures après projection sur la matrice gaussienne contribue à l'amélioration de la robustesse du système au bruit. En effet, une quantité plus importante d'informations est offerte au système car chaque mesure est une combinaison linéaire de plusieurs échantillons du signal reçu. On peut le vérifier en considérant le cas d'une seule impulsion mais avec projections des mesures, cette fois-ci, pour un signal de Costas standard. Le résultat est décrit sur la figure4.37 et est parfaitement amélioré par rapport à celui précédemment obtenu sans projection de mesures sur la figure4.23. Elle engendre en contre-partie une complexité algorithmique supplémentaire due aux multiplications matricielles en réception.



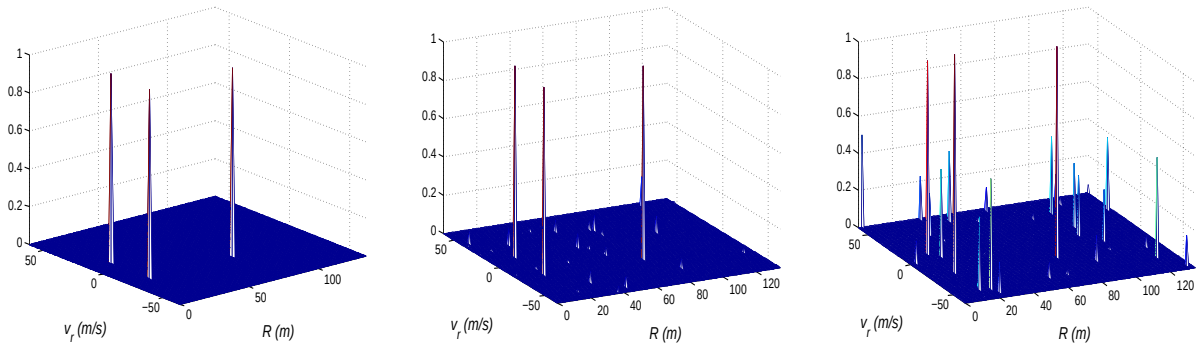
a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.33 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas-LFM Costas-LFM $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

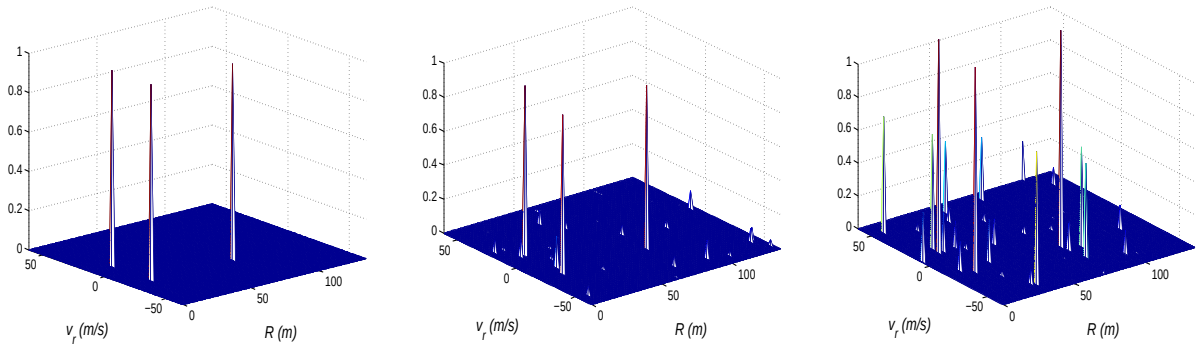
FIGURE 4.34 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$avec impulsion de base signal de Costas-P_4 $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

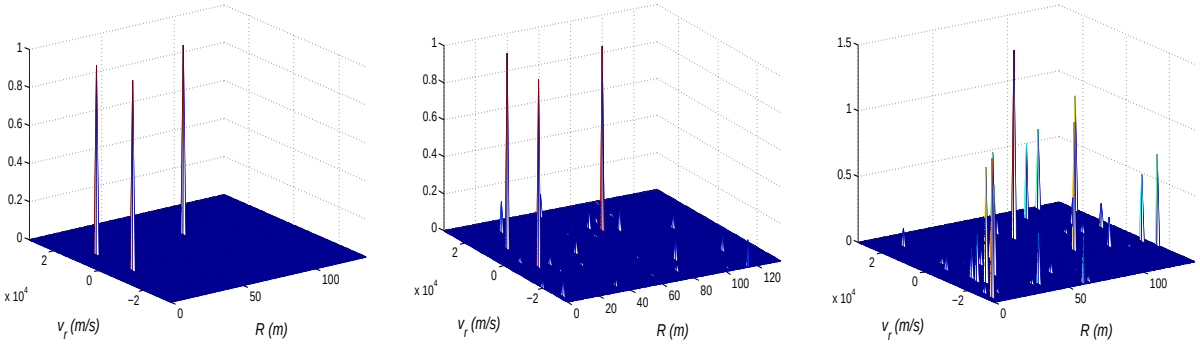
FIGURE 4.35 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsion avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas-Slepian $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$

On vérifie sur la figure4.38 que les cibles sont bien résolues en distance et en vitesse avec les résolutions souhaitées dans le cas d'un train d'impulsions.



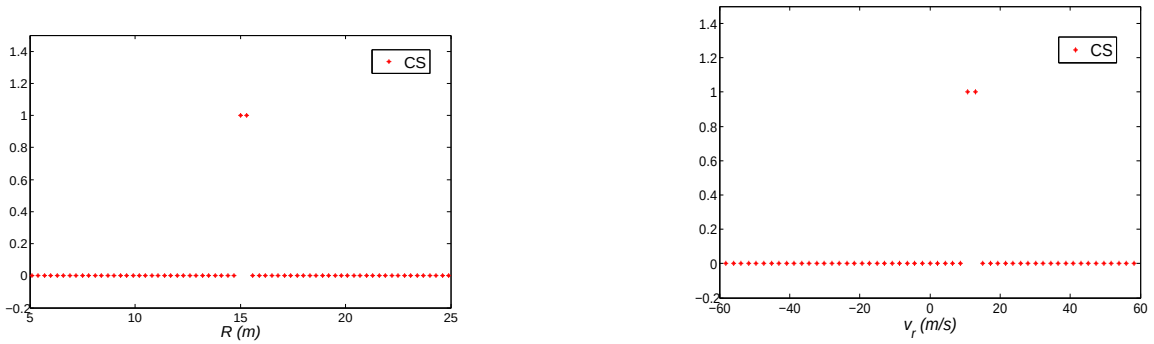
a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.36 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, train d'impulsions avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$ avec impulsion de base signal de Costas Doublement codé $M = 8$ et $(t_p\Delta f, t_pB_p) = (6, 14)$, Matrice de mesures gaussienne $\mathbf{\Psi}$.



a) Sans bruit b) $SNR = 15$dB b) $SNR = 0$dB

FIGURE 4.37 : Compressed sensing en présence de 3 cibles, une seule impulsion, signal de Costas $M = 21$, robustesse au bruit grâce à la projection de mesures.

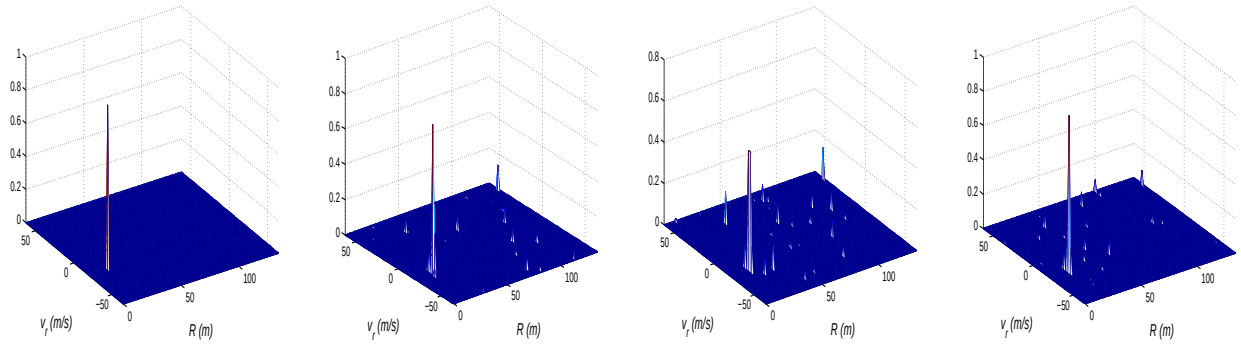


a) $R_1 = 15\ m$, $R_2 = 15.3\ m$ b) $v_{r1} = 10.76\ m/s$, $v_{r2} = 12.92\ m/s$

FIGURE 4.38 : Résolution de cibles proches par CS dans le cas d'un train d'impulsions, avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$.

Problème des points en dehors de la grille et des cibles étendues : Dans ce qui précède, on a considéré des cibles exactement positionnées sur la grille à détecter. En effet, ce genre d'approches de détection de points dans une grille ont l'inconvénient que les performances se dégradent quand les cibles à détecter sont en dehors de la grille spécifiée. Le problème est

connu sous le nom "Off Grid Points". On illustre le cas le moins favorable où la cibles est positionné à distances égales des points de la grille l'avoisinant sur la figure4.39-c). Dans ce cas, le système détectera la présence de plusieurs cibles au lieu d'une seule. Cependant, des méthodes sont proposées en littérature pour renforcer la détection des points hors de la grille [85].



a) Cible sur la grille b) décalage : $\frac{1}{2}\Delta v_{rCS}$ c) décalage : $\frac{1}{4}\Delta v_{rCS}$ d) décalage : $\frac{3}{4}\Delta v_{rCS}$

FIGURE 4.39 : Compressed sensing en présence d'une seule cible, train d'impulsions avec $(K, \frac{Tr}{T}) = (100, 10)$, effet de la position sur la grille.

Par ailleurs, la détection par CS suppose la détection d'une cible ponctuelle ce qui doit être vérifié dans le cas du radar automobile selon les dimensions de la cible : Voiture, camion, vélo ou piéton par rapport aux dimensions de la grille. En effet, en présence de cibles étendues, une série de pics apparaît dans la grille distance-vitesse ce qui impacte la parcimonie du système et ses performances. Ceci a été traité dans le cas de la détection de signaux LFM par Compressed sensing dans un radar automobile [86]. Les auteurs utilisent une matrice d'intégration pour pallier à ce problème.

4.5 Synthèse et discussions

On a présenté deux approches d'estimation de distance et de vitesse. La première, classique, se base sur l'exploitation du traitement Doppler dans un train d'impulsions. La deuxième exploite le concept du Compressed Sensing. Le choix d'une méthode ou d'une autre dépend de l'efficacité en estimation et des facilités de mise en œuvre. Dans ce qui suit, on se propose de comparer les deux approches en termes d'erreurs d'estimation dans un cas mono cible. Les erreurs quadratiques moyennes pour une série de 500 mesures sont présentées en table 4.7. On remarque que les deux algorithmes offrent de bonnes performances d'estimation dans les zones de SNR typique pour le radar ($SNR \geq 15$ dB). De plus, la meilleure robustesse du traitement Doppler comparé au CS est vérifiée. Ce dernier atteint de bonnes performances à partir d'un SNR au moins égal à 5dB tandis que le traitement Doppler est plus performant pour les SNRs très faibles. On compare aussi les algorithmes sur d'autres aspects décrits sur la table 4.8. En particulier, le traitement Doppler permet de retrouver efficacement la position des cibles mais moyennant des lobes Dopplers relativement hauts. Le CS présente l'avantage d'éliminer ces lobes et permettre une bonne détection pour des SNR d'au moins 5 dB. De plus, il permet de réduire la bande passante nécessaire pour atteindre la résolution en distance requise. Ceci est déterminant pour le choix de cette approche qui permet de réduire considérablement la bande passante du signal à traiter en réception sans pour autant affecter sa résolution.

Par ailleurs, quelques considérations sont à prendre en compte pour la détection dans le cas des signaux multi-utilisateurs précédemment synthétisés. En effet, le traitement Doppler garantit de bonnes performances dans ce cas car les fonctions d'intercorrélations des signaux

TABLE 4.7 : Erreurs d'estimation en distance et en vitesse, pour le traitement Doppler et le Compressed sensing.

SNR en dB	-40	-20	-10	-5	0	5	10	15	20
σ_R TD en m	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_R CS en m	39,42	39,72	40,41	40,16	34,86	4,48	0	0	0
σ_{v_r} TD en m/s	0.1359	0,0482	0,0283	0,0263	0,0263	0,0263	0,0263	0,0263	0,0263
σ_{v_r} CS en m/s	36,62	37,77	37,50	36,81	32,11	6,59	0	0	0

sont d'ores et déjà optimisées. Ainsi, lors de la première étape du traitement Doppler, qui est le filtrage adapté impulsion par impulsion, la sortie aura des lobes secondaires très faibles. Dans le cas du CS, la condition serait plutôt que la cohérence mutuelle entre les matrices $\mu(\mathbf{\Phi_1}, \mathbf{\Phi_2}) = \max | < \phi_{\mathbf{1}i}, \phi_{\mathbf{2}j} > |$ reste faible. On peut vérifier que cette dernière que cette dernière est liée au lobe le plus important de la fonction d'inter-ambiguïté entre les deux signaux. Ceci fait qu'une possibilité de détection par CS des signaux multi-utilisateurs, dont la fonction d'inter-ambiguïté partielle a été précédemment optimisée, est facilement envisageable.

TABLE 4.8 : Comparaison entre la détection par traitement Doppler et par Compressed Sensing.

	Traitement Doppler	Compressed sensing
Bande passante B requise pour une réso-lution en Distance ΔR	$\frac{c}{2\Delta R}$	$\frac{c}{2Q\Delta R}$ Q : Facteur de sur-échantillonnage
Durée T_{train} requise pour une résolution en vitesse Δv_r	$\frac{c}{2f_0}\Delta v_r$	$\frac{c}{2f_0}\Delta v_r$
Robustesse au bruit	Même pour SNRs très faibles	$SNR \geq 5$dB
Lobes retard-Doppler	Lobes secondaires Doppler : recours à des techniques de fenêtrages (perte de SNR)	Non (sous condition de points dans la grille) En dehors de la grille : recours à des algorithmes spécifiques
Complexité	Calcul de K corrélations (K le nombre d'impulsions) Calcul de FFTs pour chaque vitesse considérée	Projection de mesures en réception (calcul matriciel) Résolution d'un algorithme itératif

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux méthodes d'estimation de la distance et de la vitesse radiale. Les deux méthodes permettent la résolution de cibles en plus de bonnes performances d'estimation.

La première, beaucoup plus traditionnelle, se base sur le traitement Doppler dans un train d'impulsions cohérent. Elle nous a permis de retrouver la vitesse radiale par intégration de la fréquence Doppler sur toutes les impulsions du train. La distance est quant à elle déterminée par filtrage adapté intra-impulsion. Cette méthode est très robuste au bruit mais présente quelques lobes secondaires dans l'espace distance-vitesse. La deuxième méthode nous a permis de surmonter ce problème en proposant une détection de points dans une grille distance-vitesse par la méthode de Compressed sensing. Elle est très performante en termes de niveau des lobes secondaire mais moins robuste au bruit. Nous avons en premier lieu prouvé l'adaptabilité des

signaux proposés pour une telle approche en établissant un lien entre la cohérence mutuelle du dictionnaire du signal et la fonction d'ambiguïté. Par la suite, nous avons proposé une adaptation de cette méthode au cas d'un train d'impulsions en réception pour atteindre une résolution en vitesse égale à celle du filtre adapté. Cependant, la résolution en distance est largement améliorée ce qui constitue un des points forts de cette approche.

Peu de travaux se sont intéressés à l'application du Compressed Sensing pour des applications radar automobile mais l'intérêt pour ce genre d'approches est de plus en plus croissant. Cette méthode mérite donc d'être explorée encore plus en profondeur pour prendre en compte les autres contraintes du système (SER des différentes cibles, amélioration des performances à faible SNR, détection de cibles en dehors de la grille, cibles étendues ...).

Chapitre 5

Tests et résultats expérimentaux de détection d'obstacles en milieu confiné

5.1 Introduction

Après avoir présenté dans les chapitres précédents, la conception de nouvelles formes d'ondes mono et multi-utilisateurs et la proposition d'algorithmes d'estimation adaptés à ces formes d'ondes, nous développons dans ce chapitre, la partie expérimentale de notre travail. Cette partie a pour principaux objectifs :

Les tests de validation expérimentale des formes d'ondes proposées : Pour ce faire, nous proposons d'effectuer des mesures expérimentales en milieu confiné et de confronter les résultats pratiques à ceux théoriques. Nous nous basons sur la comparaison des fonctions de corrélation en évaluant à chaque fois le niveau des lobes secondaires par rapport au lobe principal (PSLR). Le but est de vérifier la validité des signaux dans un contexte réel et de mettre en exergue les phénomènes qui peuvent déformer les signaux proposées en pratique, notamment les effets d'antennes.

L'évaluation des performances des traitements associés dans un contexte réel : Nous proposons d'évaluer les erreurs d'estimation par filtrage adapté et par la technique de Compressed sensing et de comparer leurs performances.

Pour ce faire, nous décrivons d'abord le dispositif expérimental utilisé, les environnements de mesures et les paramètres des signaux utilisés. Par la suite, nous comparons les PSLR des signaux dans deux environnements distincts, nous analysons les distorsions introduites et nous proposons des solutions pour pallier ce problème. Finalement, nous procédons à des estimations en utilisant les deux algorithmes étudiés.

5.2 Configurations de mesures

Dans ce qui suit, nous présenterons le banc de test utilisé ainsi que les configurations de mesures utilisées.

5.2.1 Description du dispositif expérimental

Pour effectuer des mesures des formes d'ondes radars proposées, nous avons utilisé un dispositif expérimental composé d'un générateur de signaux arbitraires, d'une cible et d'un oscilloscope. La commande du générateur, l'acquisition et le traitement des signaux de l'oscilloscope sont

effectués sur PC à travers un Switch Ethernet. Un schéma descriptif du système est illustré sur la figure5.1.

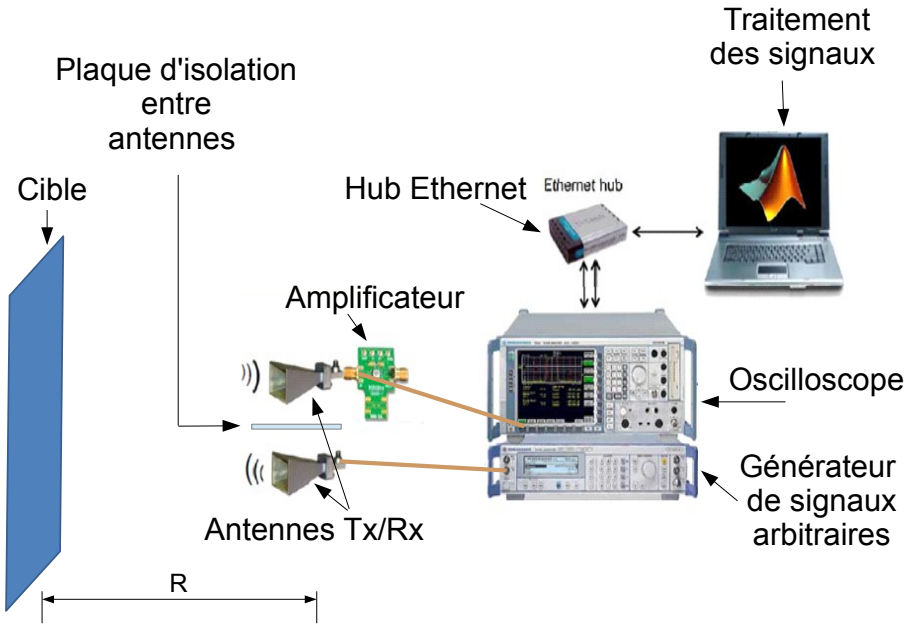


FIGURE 5.1 : Banc de test considéré.

5.2.1.1 Générateur de signaux

Un générateur de formes d'ondes arbitraires de type Tektronix AWG 7102C est utilisé. Ce générateur possède deux sorties à une fréquence d'échantillonnage pouvant aller jusqu'à 10 GS/s. Une des sorties peut être configurée en mode ¨interleaved¨ pour doubler la fréquence d'échantillonnage et atteindre ainsi les 20 GS/s. Différentes formes d'ondes peuvent être générées avec une largeur de bande pouvant atteindre les 5.8 GHz sur une gamme de fréquences s'étalant sur 9.6 GHz. On adopte dans notre cas des signaux d'une largeur de bande de 100 MHz et 500 MHz avec une fréquence d'échantillonnage de 10 GS/s.

5.2.1.2 Antennes utilisées

Les antennes utilisées sont des antennes de type cornet double crête, le modèle SAS-571. La bande passante de ces antennes s'étale de 700 MHz à 18 GHz. Ces antennes offrent une grande directivité (Gain moyen = 12 dBi). Les antennes étant utilisées côte à côte, une isolation à l'aide d'une plaque métallique est effectuée pour minimiser le phénomène de couplage entre les deux antennes.

5.2.1.3 Amplificateur faible bruit utilisé

Un amplificateur faible bruit est utilisé en réception entre l'antenne Rx et l'oscilloscope pour amplifier le signal reçu. Ce dernier est très faible en raison de l'atténuation lelong de son trajet de propagation (dans le cas d'un trajet direct, sans obstacle, ni diffraction, la puissance de l'onde décroit en $\frac{1}{R^4}$ où R est la distance parcourue par l'onde) et du fait qu'aucun amplificateur de puissance n'est utilisé en émission. Le gain de cet amplificateur est supérieur à 15 dB et sa bande passante est comprise entre 9kHz et 4 GHz.

5.2.1.4 Nature de la cible utilisée

Une plaque métallique de surface de $1m^2$ est utilisée comme cible pour les expérimentations. Cette cible est statique placée à différents endroits. Ainsi, seule l'estimation de la distance est considérée.

5.2.1.5 Oscilloscope utilisé

L'oscilloscope de type Tektronix TDS6124C est utilisé pour l'acquisition des signaux. Sa bande passante est de 12 GHz et la fréquence d'échantillonnage peut atteindre 40 GS/s sur 2 canaux ou 20 GS/s sur les 4 canaux. Une durée maximale de $100\mu s$, à la fréquence d'échantillonnage maximale, peut être enregistrée. Dans notre cas, le signal de référence émis par le générateur est aussi récupéré au niveau de l'oscilloscope par la sortie inversée du générateur. Ainsi, le signal de référence et le signal réfléchi par la cible sont tous les deux acquis à la même fréquence d'échantillonnage.

5.2.1.6 Connecteurs utilisés

Des câbles coaxiaux sont utilisés afin d'assurer les liaisons entre le générateur et l'antenne Tx d'un coté et entre l'amplificateur et l'oscilloscope de l'autre. Ces câbles introduisent un retard temporel proportionnel à leurs longueurs L et inversement proportionnel à la vitesse propagation v :

$$\tau_{câble} = \frac{L}{v} \tag{5.1}$$

où v est de l'ordre de grandeur $v = \frac{c}{1.5}$ pour un câble coaxial, $v = \frac{c}{1.7}$ pour une ligne bifilaire. Ce retard peut donc être estimé selon la nature du câble utilisé. Étant donné que le signal de référence est également acquis à travers l'oscilloscope, on propose de neutraliser les retards de propagation dans les câbles, sans avoir à les estimer, en utilisant des câbles de même nature et de même longueur.

$$\tau_{onde\ émise} = \tau_{câble\ générateur-antenneTx} + \tau_{câble\ antenneRx-oscilloscope} + \tau_{add} + 2\tau_{cible}$$

$$\tau_{onde\ référence} = \tau_{câble\ générateur-oscilloscope} = \tau_{câble\ générateur-antenneTx} + \tau_{câble\ antenneRx-oscilloscope}$$

$$\Delta\tau = 2\tau_{cible} + \tau_{add} \tag{5.2}$$

où τ_{add} est du aux retards introduits par la propagation dans l'amplificateur, les connexions et les antennes. Il est difficile à estimer. Ainsi, pour les mesures de distances, nous adoptons une mesure différentielle par rapport à un référentiel fixé au début de l'expérience, afin d'éliminer l'erreur de distance introduite par τ_{add} .

5.2.2 Environnements considérés

Nous avons considéré deux types d'environnement : Un environnement à l'intérieur d'un bâtiment (de type laboratoire) et un environnement fermé sans réflexions (de type chambre anéchoïque). L'environnement laboratoire considéré est le hall du premier étage de l'équipe télécommunication du laboratoire IEMN/DOAE décrit sur la figure5.2. La chambre anéchoïque utilisée est celle du laboratoire IEMN-TELICE (Télécommunication, Interférences et Compatibilité Électromagnétique) de l'Université de Lille 1. Cette chambre est de dimension $7 \times 7 \times 3m$ et elle est opérationnelle dans la gamme de fréquences allant de 100 MHz à 10 GHz grâce aux revêtements absorbants de formes conique comme décrit sur la figure5.3.



FIGURE 5.2 : Banc de test considéré, en environnement laboratoire.



FIGURE 5.3 : Banc de test considéré, en chambre anéchoïque.

5.2.3 Signaux utilisés

Les signaux utilisés ont une la largeur de bande $B = 500MHz$ et un produit $BT \approx 448$. Pour mieux quantifier l'effet de la largeur de bande considérée, on propose d'utiliser les mêmes signaux (même M, $t_p\Delta f$ et t_pB_p et donc même produit BT) mais avec une largeur de bande inférieure i.e. $B = 100MHz$. Dans ce cas les signaux seront plus longs. Le récapitulatif des signaux avec les paramètres correspondants est décrit en table 5.1. Nous attribuons des noms ou références aux signaux qui seront utilisés pour la suite dans différentes figures.

Les signaux considérés sont à valeurs complexes, une modulation des signaux est donc nécessaire pour l'émission de la partie réelle et imaginaire du signal. De plus, la bande passante des antennes s'étale de 700MHz à 18 GHz et une émission en bande de base n'est pas possible avec ces antennes. On fixe une fréquence porteuse de $f_0 = 2GHz$ pour permettre à la fois un bon échantillonnage du signal à une fréquence $F_s = 10GHz$ (la fréquence maximale du signal modulé étant $f_{max} = 2.25GHz$) et aussi de pallier aux effets indésirables de l'émission en bande

TABLE 5.1 : Signaux utilisés pour $BT \approx 448$, avec $B = 500MHz$ ou $B = 100MHz$.

Paramétres		$B = 500MHz$			$B = 100MHz$		
$(t_p\Delta f, t_pB_p)$	M	nom du signal	$t_p(ns)$	$T(ns)$	nom du signal	$t_p(ns)$	$T(ns)$
(1,0)	21	Costas standard 1	42	882	Costas standard 2	210	4.41
(6,14.5)	8	Costas-LFM 1	113	904	Costas-LFM 2	565	4.52
(6,12)	8	Costas-Slepian 1	108	864	Costas-Slepian 2	540	4.32
(6.14)	8	Costas-P_4 1	112	896	Costas-P_4 2	560	4.48
(6,14.4)	8	Costas-Costas 1	112.8	902.4	Costas-Costas 2	564	4.51

de fréquences inférieure à 700 MHz. Un rappel sur la modulation
démodulation IQ est rappelé en Annexe I.

5.3 Comparaison PSLR théorique et pratique

Dans cette partie, nous comparons les fonctions d'autocorrélation théoriques et les intercorrélations pratiques. Pour ce faire, on considère un cas de figure avec SNR élevé pour isoler l'effet du bruit. Le décalage (retard de propagation) est réduit à zéro pour comparer le niveau des lobes secondaires PSLR dans chaque cas. Les mesures sont effectuées dans deux environnements distincts.

5.3.1 Mesures en environnement laboratoire

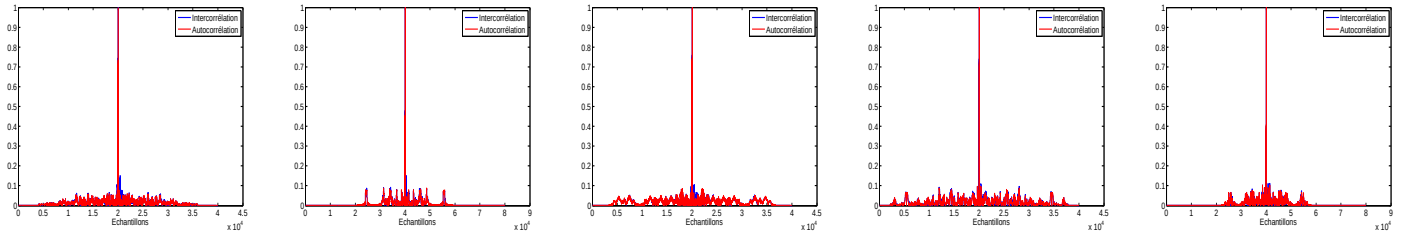
Dans un premier lieu, on considère des mesures dans un environnement type laboratoire sujet à différentes sources de bruit. La cible est positionnée à une distance de 2m et le bruit est moyenné sur 2000 mesures consécutives. Des exemples de fonctions d'intercorrélation et d'autocorrélation sont décrits en figure5.4 pour les signaux à $B = 500MHz$ et sur la figure5.5 pour les signaux à $B = 100MHz$. On remarque très peu de de variations des intercorrélations pratiques comparées à celles théoriques. Néanmoins, les plus grandes distorsions sont observées au voisinage du lobe principal et plus précisément sur les premiers lobes secondaires. On peut vérifier ceci en relevant le niveau de PSLR dans chaque cas et son écartement par rapport à la théorie. Pour ce faire, deux PSLRs sont donc considérés : Le PSLR sans et avec prise en compte du premier lobe secondaire.

La table 5.2 relève les valeurs de PSLR pour les signaux précédents, sans prendre en considération le premier lobe secondaire.

TABLE 5.2 : PSLR théorique et pratique sans premier lobe secondaire, en environnement laboratoire.

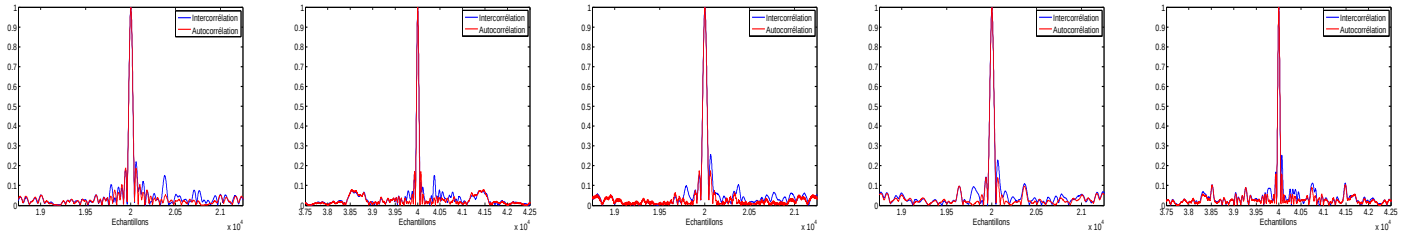
	B=500MHz			B=100MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart	Théorie	Pratique	écart
Costas standard	19.5926	16.5834	3.0092	19.1491	17.1985	1.9506
Costas-LFM	21.1962	16.4749	4.7213	19.2273	17.8217	1.4057
Costas-Slepian	21.2175	19.6227	1.5948	20.2764	18.1584	2.1180
Costas-P_4	20.3482	19.0908	1.2574	21.1536	20.7489	0.4047
Costas-Costas	19.7685	18.9757	0.7928	19.7889	19.5575	0.2315
Moyenne	20.4246	18.1495	2.2751	19.9191	18.6970	1.2221

On peut remarquer que :



Costas standard 1 Costas-LFM 1 Costas-Slepian 1 Costas-P_4 1 Costas-Costas 1

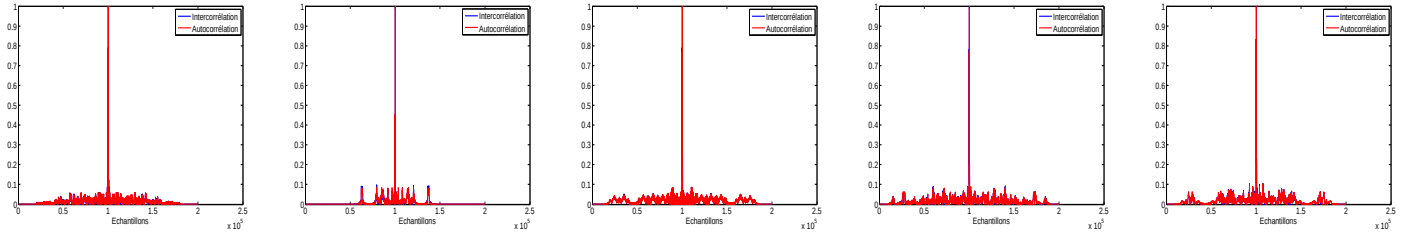
a) Fonctions globales



Costas standard 1 Costas-LFM 1 Costas-Slepian 1 Costas-P_4 1 Costas-Costas 1

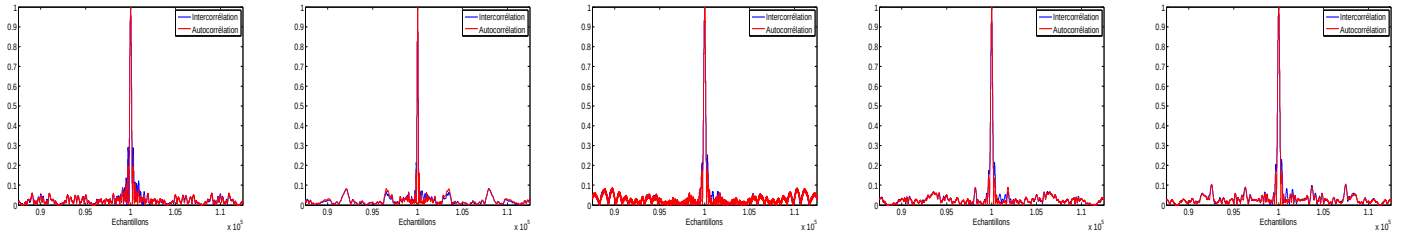
b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.4 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, en environnement laboratoire



Costas standard 2 Costas-LFM 2 Costas-Slepian 2 Costas-P_4 2 Costas-Costas 2

a) Fonctions globales



Costas standard 2 Costas-LFM 2 Costas-Slepian 2 Costas-P_4 2 Costas-Costas 2

b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.5 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux à $B = 100MHz$, en environnement laboratoire

La forme d'onde de référence, est récupérée du générateur à travers l'oscilloscope. C'est pour cela que l'on remarque de petites variations (de 1 dB au max) sur les valeurs du PSLR théoriques pour un même signal, quand la bande passante B change. Cela est dû aux bruits introduits par les appareils de mesure (bruit de quantification à titre d'exemple), mais aussi à leurs comportements qui changent quand B change.

Les signaux utilisés, ayant approximativement le même produit BT, atteignent des valeurs de PSLR théorique relativement proches. Cependant, en pratique, une dégradation du PSLR

est introduite selon la nature du signal qui, en moyenne, est plus marquée pour les signaux à $B = 500MHz$ que pour ceux qui sont à $B = 100MHz$. Dans ce cas expérimental, le couplage entre les antennes est certes limitée par l'isolation utilisée mais n'est pas complètement éliminée. Elle se manifeste comme une deuxième cible et produit un pic d'intercorrélation faible de position fixe, comme décrit sur la figure5.6, et contribue à modifier légèrement le PSLR.

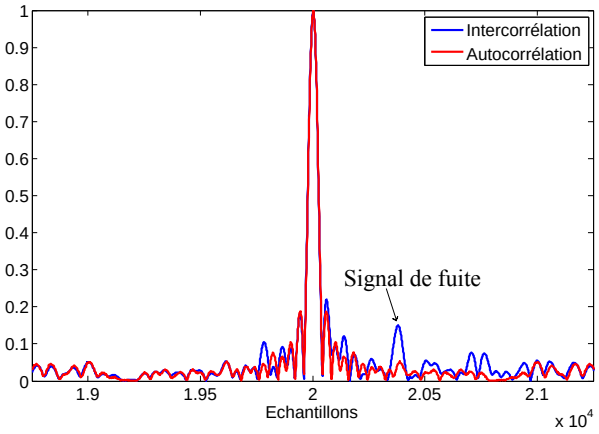


FIGURE 5.6 : Intercorrélation et autocorrélation pour le signal de Costas standard 1, illustration du signal de couplage.

Les résultats de PSLR avec prise en considération du premier lobe secondaire (lobe le plus important dans ce cas) sont décrits en table 5.3. Les table s 5.2 et 5.3 sont reprises en figure5.7.

TABLE 5.3 : PSLR théorique et pratique avec premier lobe secondaire, en environnement laboratoire.

	B=500MHz			B=100MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart	Théorie	Pratique	écart
Costas standard	14.4616	13.1734	1.2882	14.3004	10.7065	3.5939
Costas-LFM	16.0200	15.4372	0.5828	15.3030	12.9577	2.34535
Costas-Slepian	15.1268	11.7844	3.3424	14.5285	11.9517	2.5767
Costas-P_4	17.7618	13.1327	4.6291	17.1960	13.2699	3.9260
Costas-Costas	16.0414	11.9831	4.0582	15.9980	12.7266	3.2714
Moyenne	15.7658	13.2187	2.5471	15.4652	12.3225	3.1427

On peut remarquer :

Le PSLR théorique, en considérant le premier lobe secondaire, est quasiment élevé pour tous les signaux comparé à celui sans prise en considération le premier lobe secondaire comme prédit par la théorie (c.f. section 2.3.7).

L'écart est de plus en plus grand entre la théorie et la pratique, en prenant en considération le premier lobe secondaire. En effet, la distorsion du signal est plus présente sur le premier lobe secondaire. La figure5.8 montre un exemple de la dégradation du niveau des premiers lobes secondaires dans le cas d'un signal de type Costas doublement codé.

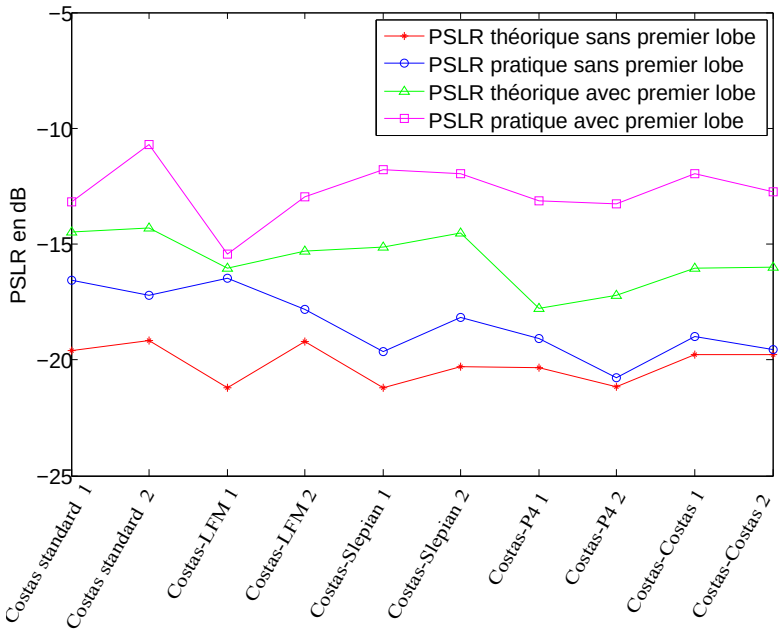


FIGURE 5.7 : Comparaison des PSLR théoriques et pratiques en considérant ou pas le premier lobe secondaire, en environnement laboratoire.

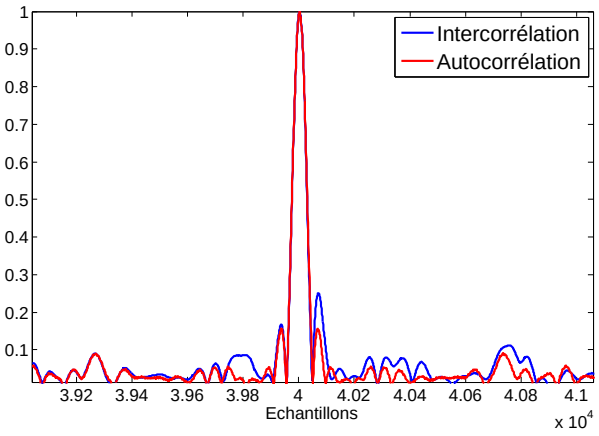


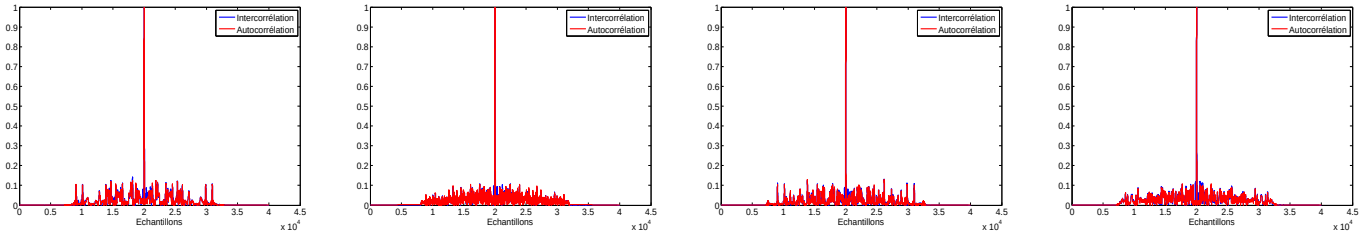
FIGURE 5.8 : Intercorrélation et autocorrélation pour le signal de Costas-Costas 1 , illustration de la distorsion du premier lobe secondaire

Une solution serait de proposer des formes d'ondes, qui ont un premier lobe secondaire très faible en théorie et de ce fait présenteront une certaine robustesse pratique. Ceci est possible avec les signaux de Costas modifiés que nous avons présentés dans la section 2.3.7. Un exemple de signaux obéissant à cette propriété est présenté dans la table 5.4 dans le cas $B = 500MHz$. Les fonctions d'intercorrélation obtenues en utilisant ces signaux sont montrées sur la figure5.9 et les valeurs de PSLR correspondantes en table 5.5. Un seul PSLR est considéré celui avec prise en considération du premier lobe secondaire.

On remarque que le PSLR théorique est nettement amélioré comparé aux valeurs de PSLR théorique avec premier lobe secondaires des signaux précédemment utilisés. Ceci confère une robustesse pratique aux distorsions du premier lobe secondaire. Malgré sa distorsion, son niveau est maintenu à un niveau plus ou moins égal à celui des autres lobes secondaires. Un exemple est donné sur la figure5.10 pour un signal de Costas doublement codé. Néanmoins, il convient d'identifier la source des distorsions pour les neutraliser pratiquement sans avoir recours a

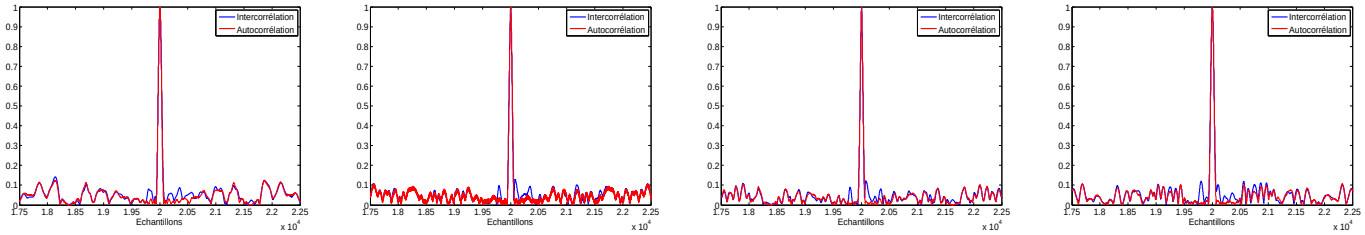
TABLE 5.4 : Signaux utilisés pour une bande passante $B \approx 500MHz$, premier lobe secondaire réduit.

Nom du signal	$B(MHz)$	$(t_p\Delta f, t_pB_p)$	M	$t_p(ns)$	$T(ns)$
Costas-LFM 3	500	(3,17.5)	8	77	616
Costas-Slepian 3	500	(3,18)	8	78	624
Costas-P_4 3	500	(3,20)	8	82	656
Costas-Costas 3	500	(3,19)	8	80	640



Costas-LFM 3 Costas-Slepian 3 Costas-P_4 3 Costas-Costas 3

a) Fonctions globales



Costas-LFM 3 Costas-Slepian 3 Costas-P_4 3 Costas-Costas 3

b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.9 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, premier lobe secondaire réduit, en environnement laboratoire

réadapter les signaux émis.

TABLE 5.5 : PSLR théorique et pratique, nouveaux signaux, premier lobe secondaire réduit.

	B=500MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart
Costas-LFM 3	18.0831	16.9138	1.1693
Costas-Slepian 3	19.5505	17.9716	1.5789
Costas-P_4 3	17.8467	17.5907	0.2560
Costas-Costas 3	19.4271	18.3738	1.0533
Moyenne	18.7269	17.7125	1.0143

5.3.2 Mesures en chambre anéchoïque

Pour mieux cerner les sources de distorsions qui conduisent à une dégradation du niveau des premiers lobes secondaires, on adopte les mêmes tests expérimentaux que précédemment, dans une chambre anéchoïque. C'est un environnement où le bruit est nettement réduit et les antennes sont placées face à face pour isoler l'effet de la réflexion sur la cible. Les intercorrélations et autocorrélations sont illustrées sur la figure5.11 et figure5.12. On remarque un niveau de

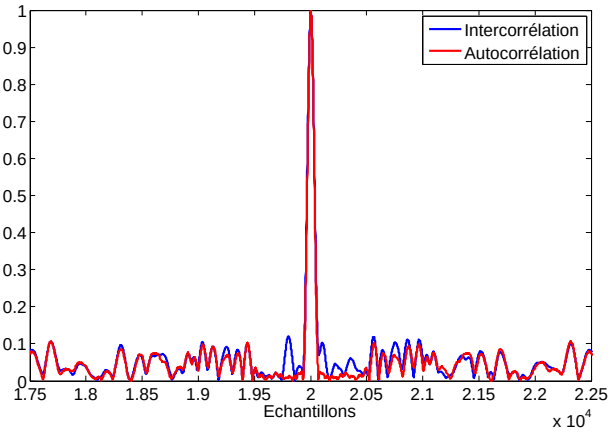
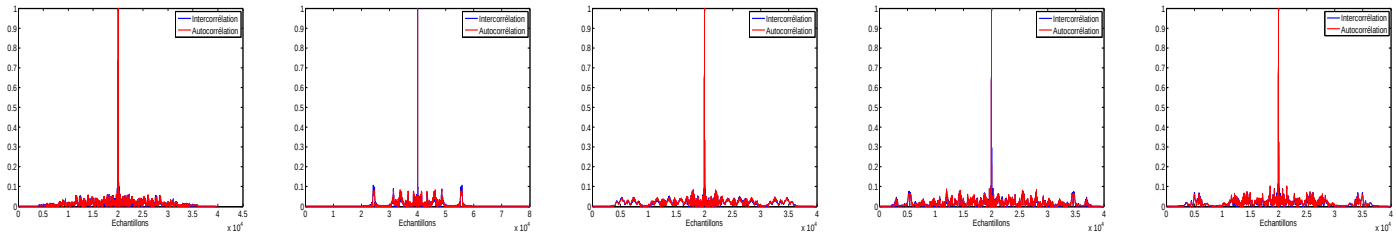


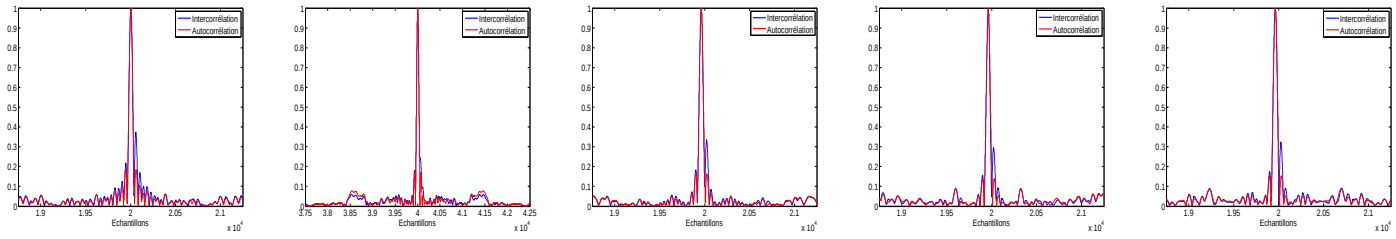
FIGURE 5.10 : Intercorrélation et autocorrélation pour le nouveau signal de Costas-Costas 3, illustration de la distorsion amoindrie du premier lobe secondaire.

distorsion important sur le premier lobe secondaire pour les signaux à $B = 500MHz$. On peut vérifier ceci par les calculs de PSLR.



Costas standard 1 | Costas-LFM 1 | Costas-Slepian 1 | Costas-P_4 1 | Costas-Costas 1

a) Fonctions globales



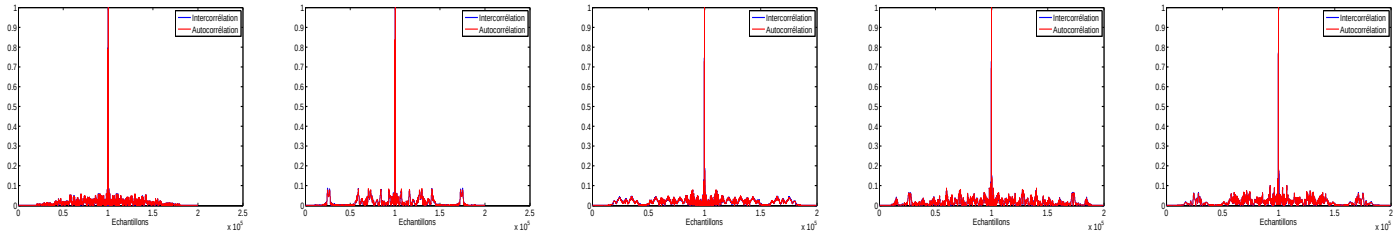
Costas standard 1 | Costas-LFM 1 | Costas-Slepian 1 | Costas-P_4 1 | Costas-Costas 1

b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.11 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, en chambre anéchoïque.

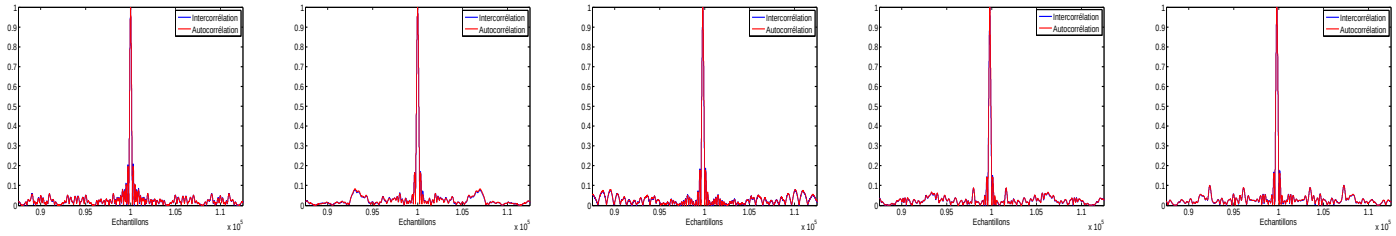
Les résultats du PSLR dans la chambre anéchoïque sans prise en considération du premier lobe secondaire sont montrés en table 5.6. Après avoir isolé l'effet du bruit et de la réflexion sur la cible, on remarque principalement qu'il y a moins de fluctuations entre PSLR théorique et pratique notamment pour les signaux à $B = 100MHz$. Cependant, une dégradation importante est constatée pour les signaux de Costas standard pour lesquels les lobes autour du lobe principal sont les plus distordus.

Les résultats de PSLR en prenant en considération le premier lobe secondaire sont décrits en table 5.7. On remarque que sur tous les signaux à $B = 500MHz$, le premier lobe secondaire subit une très grande dégradation (plus de 5 dB en moyenne). Cette dégradation est presque nulle pour les signaux à $B = 100MHz$. Les résultats table s 5.6 et 5.7 sont reprises en figure5.13.



Costas standard 2 Costas-LFM 2 Costas-Slepian 2 Costas-P_4 2 Costas-Costas 2

a) Fonctions globales



Costas standard 2 Costas-LFM 2 Costas-Slepian 2 Costas-P_4 2 Costas-Costas 2

b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.12 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 100MHz$, en chambre anéchoïque.

TABLE 5.6 : PSLR théorique et pratique sans premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque.

	B=500 MHz			B=100 MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart	Théorie	Pratique	écart
Costas standard	19.6218	15.3997	4.2221	19.4910	18.9585	0.5352
Costas-LFM	21.3483	19.3136	2.0347	21.4022	21.1883	0.2139
Costas-P_4	21.1401	20.7416	0.3985	21.2279	21.2108	0.0171
Costas-Slepian	21.5808	21.5129	0.0679	22.0210	22.1922	0.1712
Costas-Costas	22.0539	21.6669	0.387	19.8623	19.9506	0.0883
Moyenne	21.149	19.721	1.4281	20.8009	20.7001	0.1008

TABLE 5.7 : PSLR théotique et pratique avec premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque.

	B=500 MHz			B=100 MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart	Théorie	Pratique	écart
Costas standard	14.6305	8.5270	6.1035	14.1506	13.6072	0.5434
Costas-LFM	15.2676	12.3300	2.9376	15.7285	15.4009	0.3276
Costas-P_4	17.2512	10.5595	6.6917	16.9444	16.3762	0.5682
Costas-Slepian	15.6957	9.5153	6.1804	15.0592	14.4904	0.5688
Costas-Costas	15.4515	9.7781	5.6734	15.7790	15.1704	0.6086
Moyenne	15.6593	-10.1420	5.5173	-15.5323	15.0090	0.5233

On refait les mêmes mesures pour les signaux avec premier lobe secondaire réduit. Les intercorrélations et autocorrélations sont décrites sur la figure5.14. Les valeurs de PSLR correspondantes sont décrites en table 5.5. On remarque qu'une amélioration est apportée et les valeurs du PSLR, premier lobe inclus, sont améliorées de 3 dB en moyenne. Cependant, cette situation conduit à l'apparition d'un nouveau lobe adjacent au lobe principal (cas Costas-P_4 et Costas-Slepian) ou à l'élargissement du lobe principal (cas Costas-LFM et Costas-Costas). Ainsi, la distorsion est certes présente sous une autre forme mais avec moins d'effets pénalisants.

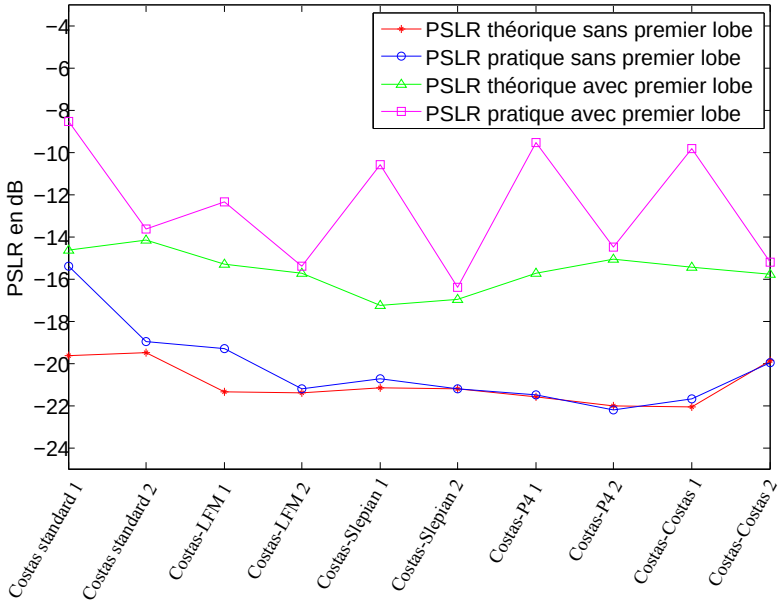
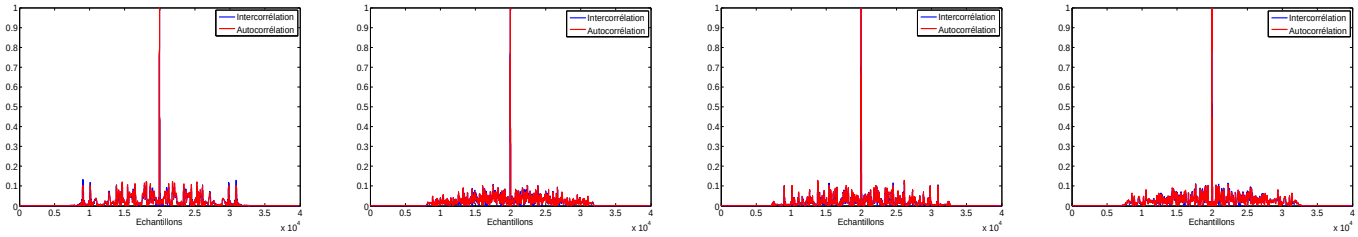
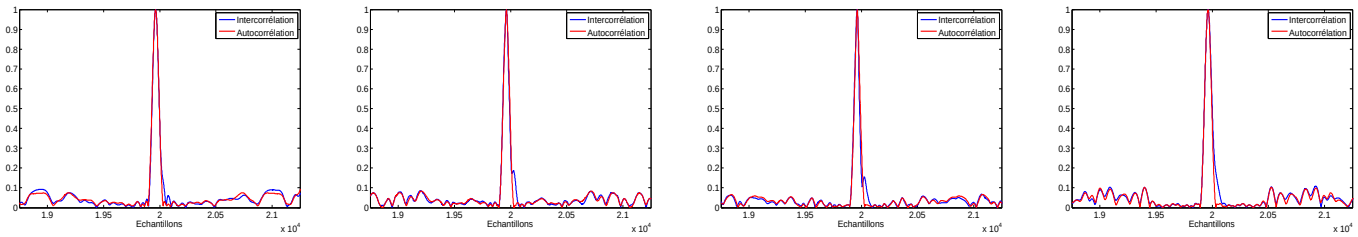


FIGURE 5.13 : Comparaison des PSLR théoriques et pratiques en considérant ou pas le premier lobe secondaire, en chambre anéchoïque.



Costas-LFM 3 Costas-Slepian 3 Costas-P_4 3 Costas-Costas 3

a) Fonctions globales



Costas-LFM 3 Costas-Slepian 3 Costas-P_4 3 Costas-Costas 3

b) Zoom sur le lobe principal

FIGURE 5.14 : Intercorrélations et Autocorrélations des signaux avec $B = 500MHz$, premier lobe secondaire réduit, en chambre anéchoïque.

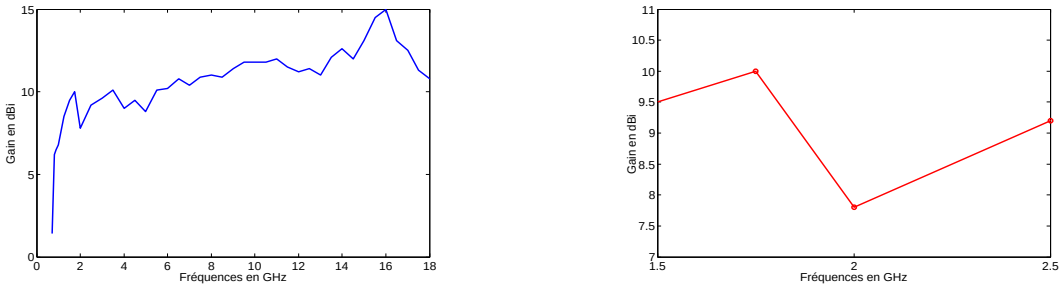
5.3.3 Discussions et interprétations

Les distorsions dépendent beaucoup de la largeur de bande du signal émis. On investigue la réponse fréquentielle des antennes utilisées. En effet, les atténuations sont différentes dans la bande de fréquences considérée comme montré sur la figure5.15. Les signaux à $B = 100MHz$ sont moins distordus par les antennes car le gain varie peu sur cette largeur comparé à la variation sur $B = 500MHz$. On peut vérifier ceci en analysant le signal RF à l'entrée du démodulateur IQ. La figure5.16 montre ce signal dans le cas d'un signal de Costas standard 1, $B = 500MHz$. Les différentes impulsions du signal sont atténuées différemment selon les

TABLE 5.8 : PSLR théorique et pratique, nouveaux signaux, premier lobe secondaire réduit, en chambre anéchoïque.

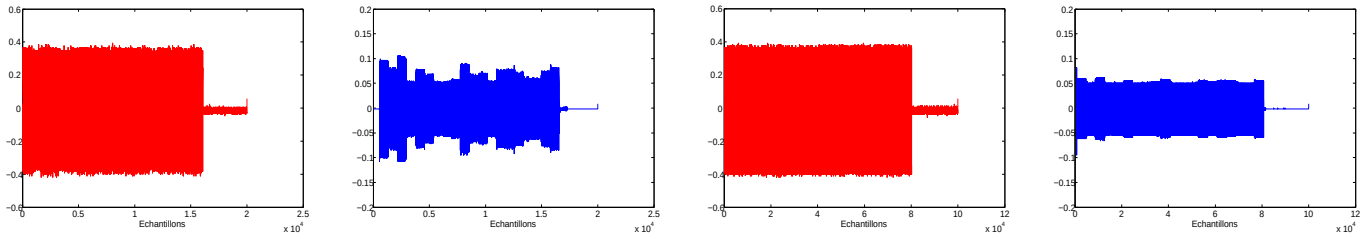
	B=500 MHz		
PSLR (dB)	Théorie	Pratique	écart
Costas-LFM 3	-18.1741	-17.4369	0.7372
Costas-P_4 3	-17.8190	-16.1535	1.6655
Costas-Slepian 3	-19.7523	-14.5385	5.2138
Costas-Costas 3	-19.3955	-18.8391	0.5564
Moyenne	-18.7852	16.7413	2.0432

fréquences qu'elles occupent. Ceci est moins visible pour le même signal Costas standard 2 à $B = 100MHz$.



a) Réponse sur toute la bande fréquentielle b) Zoom autour de $f_0 = 2GHz$

FIGURE 5.15 : Gain de l'antenne utilisée.



Signal théorique Signal pratique Signal théorique Signal pratique

Costas standard 1 $B = 500MHz$ Costas standard 2 $B = 100MHz$

FIGURE 5.16 : Signal RF à l'entrée du démodulateur IQ, cas d'un signal de Costas standard 1 et 2, en chambre anéchoïque

Les signaux, avec premier lobe secondaire réduit, ont permis d'améliorer le PSLR et de limiter les distorsions. Cependant, il convient d'améliorer encore les performances en choisissant une fréquence centrale où la réponse fréquentielle de l'antenne est la plus homogène possible. D'autres part, on peut envisager de corriger l'effet des antennes en compensant leur effet au préalable.

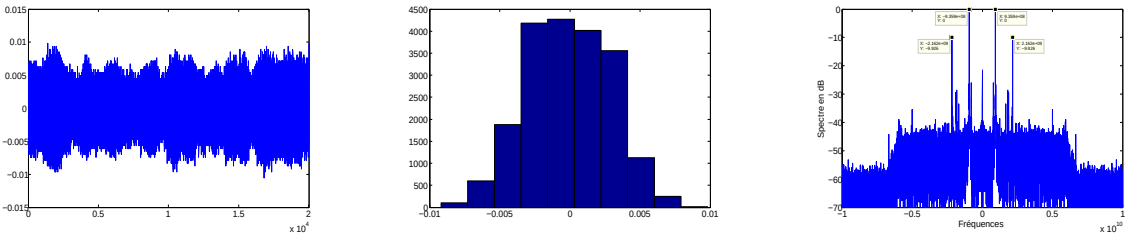
5.4 Performances d'estimation

Dans cette partie, on s'intéresse aux performances d'estimation de la distance séparant la cible de l'antenne. On se focalise sur l'estimation de la distance seule car la cible considérée est

statique. La détection s'effectue par filtrage adapté (maximum d'intercorrélation) en premier lieu et par Compressed sensing par la suite. Les signaux considérées sont les signaux résumé en table 5.4 qui offrent un bon compromis entre PSLR théorique et pratique.

5.4.1 Analyse du bruit

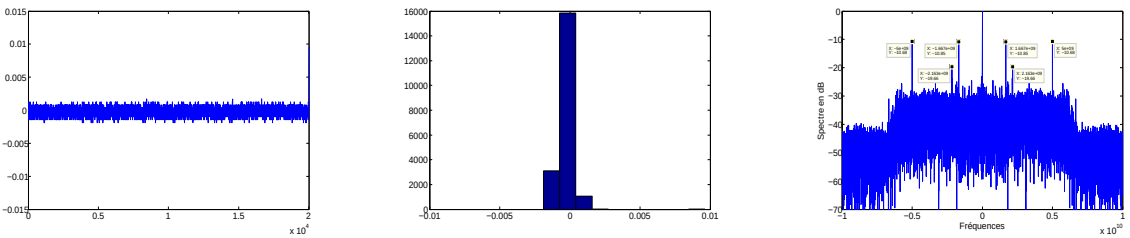
Afin de mieux analyser les environnements considérés, on propose d'analyser la nature du bruit et des interférences externes présentes dans chaque cas. On effectue des acquisitions à vide (aucun signal n'est émis) du signal capté par l'antenne. Le bruit en environnement laboratoire contient un signal modulé comme le démontre la figure5.17-a) avec une distribution gaussienne des amplitudes selon la figure5.17-b). Une analyse spectrale permet de remarquer la présence de signaux de télécommunication (fréquences 2G et 3G) comme illustré sur la figure5.17-c). Ce bruit n'est pas stationnaire et dépend de l'activité de la station de base BTS avoisinant le laboratoire. On peut limiter son effet en utilisant un filtre de bande avant l'amplificateur faible bruit pour éliminer les signaux hors bande. Cependant, les fréquences les plus pénalisantes sont celles présentes dans la bande utile autour de $f_0 = 2GHz$. En particulier, la fréquence 3G égale à $2.1GHz$ qui interfère directement sur nos signaux à $B = 500MHz$ et ne peut être éliminée par filtrage de bande.



a) Signal de bruit reçu b) Distribution des amplitudes c) Spectre correspondant

FIGURE 5.17 : Analyse du signal bruit reçu quand aucun signal n'est émis, en environnement laboratoire.

Dans le cas de la chambre anéchoïque, la variance du bruit est nettement plus faible comme le démontre la figure5.18-a). L'étude spectrale montre la présence d'une composante continue ainsi que d'autres signaux de communications environnants. Ces derniers sont suffisamment faibles ou éloignés de la bande utile considérée.



a) Signal de bruit reçu b) Distribution des amplitudes c) Spectre correspondant

FIGURE 5.18 : Analyse du signal bruit reçu quand aucun signal n'est émis, en chambre anéchoïque.

Estimation SNR : Afin de confronter les résultats pratiques avec ceux théoriques et notamment les performances optimales de la borne de Cramer-Rao BCR, une estimation du SNR à l'entrée de l'algorithme d'estimation est nécessaire. On calcule la puissance du signal utile

pratiquement à partir du signal à fort SNR (un nombre important de moyennes). Cette dernière varie en fonction de la position de la cible. La puissance du bruit est calculée à partir d'une acquisition à vide (aucun signal n'est émis). Cette méthode sera adoptée pour évaluer le SNR dans les prochaines étapes.

5.4.2 Traitement par filtrage adapté

5.4.2.1 Erreurs quadratiques moyennes des estimations, en environnement laboratoire

Dans ce qui suit, nous évaluons les erreurs d'estimation par filtrage adapté pour plusieurs signaux et à plusieurs distances. La configuration considérée au laboratoire est la suivante :

- Cible positionnée à une distance de $R = 2m, 3m$ et $4m$ du point d'excitation des antennes.
- L'erreur quadratique moyenne est calculée sur 100 acquisitions différentes.

Les résultats sont montrés en table 5.9 et reprises sur la figure5.19.

TABLE 5.9 : Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux, en environnement laboratoire, mesures directes par filtre adapté.

Signal	Costas-LFM 3	Costas-P_4 3	Costas-Slepian 3	Costas-Costas 3
Distance R	2m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.2219	0.2275	0.2350	0.2275
Distance R	3m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.2419	0.2100	0.2175	0.2100
Distance R	4m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.2750	0.2200	0.2000	0.1981

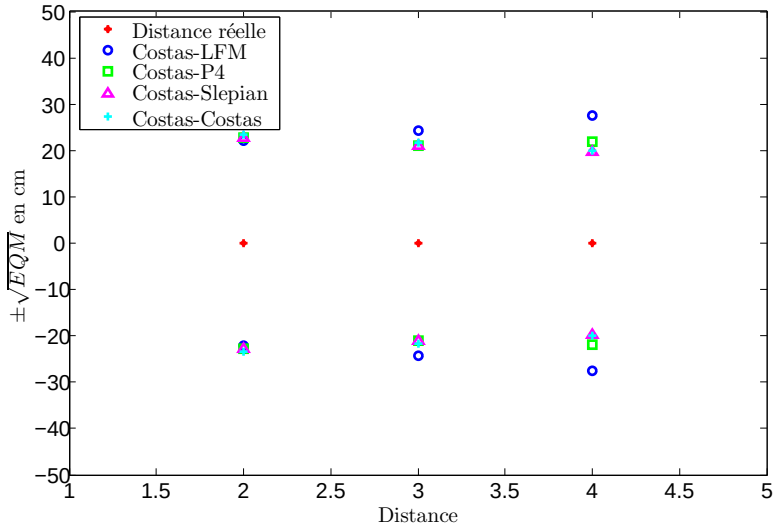


FIGURE 5.19 : EQM en fonction de la distance estimée pour divers signaux, en environnement laboratoire

On remarque la présence d'une erreur systématique de $\Delta R \approx 22cm$ due à la propagation dans les antennes, l'amplificateur et les connecteurs comme prédit par l'équation 5.2. Cette

erreur est grande comparée au pas d'échantillonnage très fin dans ce cas ($F_s = 20GHz$). Ceci nous a orienté à adopter, pour les mesures qui suivent, des mesures différentielles pour isoler ces erreurs. De plus, pour comparer les erreurs d'estimations avec les résultats théoriques de La BCR, la variance des erreurs doit être calculée pour plusieurs distances et donc plusieurs SNR. Le SNR doit être estimé à chaque distance. Dans le cas de de l'environnement laboratoire, en raison de la non-stationnarité du bruit, l'estimation du SNR dépend fortement de l'acquisition de bruit effectuée. Pour pallier à ceci, on considère pour tous les prochains tests des mesures en chambre anéchoïque.

5.4.2.2 Erreurs quadratiques moyennes des estimations, en chambre anéchoïque

On considère la même configuration que précédemment mais cette fois-ci, en chambre anéchoïque et avec mesures différentielles :

- Cible positionnée à une distance de $R = 1m, 2m$ et $3m$ d'un référentiel R_0 (positionné à $1m$ des antennes) dont la position est estimée au début de l'expérience.
- L'erreur quadratique moyenne est calculée sur 100 acquisitions différentes.

Les résultats sont montrés en table 5.10 et repris sur la figure5.20.

TABLE 5.10 : Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux à plusieurs Distances, en chambre anéchoïque, mesures différentielles par filtrage adapté , $F_s = 20GHz$.

Signal	Costas-LFM 3	Costas-P_4 3	Costas-Costas 3	Costas-Slepian 3
Distance $R - R_0$	1m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.0375	0.0360	0.0531	0.0419
Distance $R - R_0$	2m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.0254	0.0184	0.0295	0.0366
Distance $R - R_0$	3m			
$\sqrt{EQM}$ en m	0.0471	0.0661	0.0643	0.0647

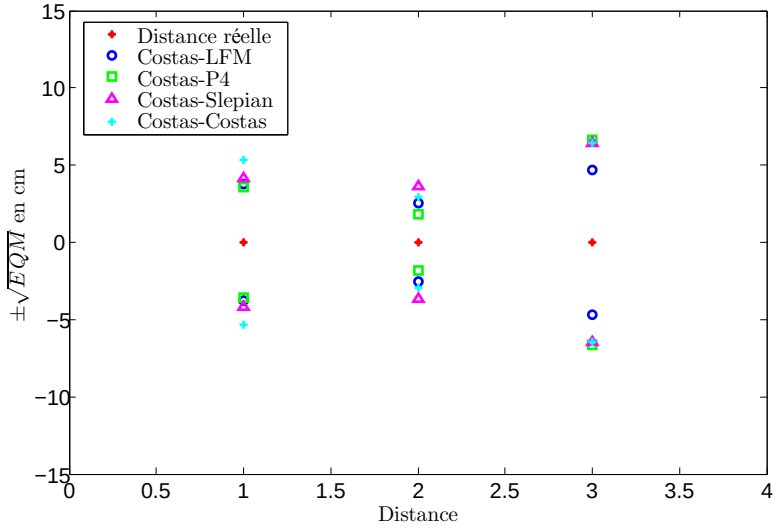


FIGURE 5.20 : EQM en fonction de la distance estimée pour divers signaux, en chambre anéchoïque.

On remarque que la mesure différentielle permet d'éliminer l'erreur systématique très grande constatée au préalable. Les erreurs sont très faibles (de l'ordre du centimètre) pour tous les signaux.

5.4.2.3 Variance des estimations et BCR, en chambre anéchoïque

Pour évaluer les variances des estimations pratiques et les comparer avec celles théoriques données précédemment par la BCR, on se propose de calculer la variance des estimations pour plusieurs distances, en chambre anéchoïque, comme suit :

- Estimation du SNR en réception pour chaque distance (plus la distance est grande, plus le SNR diminue).
- Calcul de la variance des estimations sur 100 acquisitions. Dans ce cas précis, elle est différente de l'erreur quadratique moyenne EQM car l'estimation est biaisée expérimentalement (moyenne des estimation n'est pas exactement égale à la distance théorique).
- Comparaison de la variance avec les valeurs données par la BCR pour ce SNR.

Les résultats en termes d'erreurs d'estimation comparés aux bornes théoriques sont montrés en table 5.11 et repris sur la figure5.21.

TABLE 5.11 : Comparaison des variances des estimations pratiques et ceux de la BCR, en chambre anéchoïque.

Signal	Costas-LFM 3	Costas-P_4 3	Costas-Costas 3	Costas-Slepian 3
Distance $R - R_0$	0m			
SNR estimé	30.72	30.87	30.40	23.04
$\sigma_{estimation}$ en m	0.0224	0.0147	0.0235	0.0159
σ_{BCR} en m	0.0039	0.0030	0.0028	0.0104
Distance $R - R_0$	1m			
SNR estimé	23.93	23.16	24.11	16.12
$\sigma_{estimation}$ en m	0.0200	0.0115	0.0253	0.0242
σ_{BCR} en m	0.0085	0.0073	0.0058	0.0231
Distance $R - R_0$	2m			
SNR estimé	21.38	21.10	21.15	13.15
$\sigma_{estimation}$ en m	0.0236	0.0113	0.0247	0.0366
σ_{BCR} en m	0.0114	0.0093	0.0081	0.0326
Distance $R - R_0$	3m			
SNR estimé	20.01	19.86	19.60	11.81
$\sigma_{estimation}$ en m	0.0218	0.0126	0.0166	0.0485
σ_{BCR} en m	0.0134	0.0107	0.0097	0.0380

Les résultats obtenus montrent que :

Les valeurs de SNR estimés sont très proches pour les signaux à la même énergie et à la même distance, excepté pour les signaux de Costas-Slepian qui n'ont pas la même énergie (la séquence de Slepian individuelle est à énergie normalisée). Ceci consolide l'hypothèse de stabilité de cet environnement comparé à l'environnement laboratoire. Les valeurs de SNR sont relativement grandes en raison du faible bruit présent dans la chambre anéchoïque.

Nous avons adopté une détection par maximum de vraisemblance (filtrage adapté). En l'occurrence, c'est la détection du maximum de l'intercorrélation entre le signal reçu et celui de

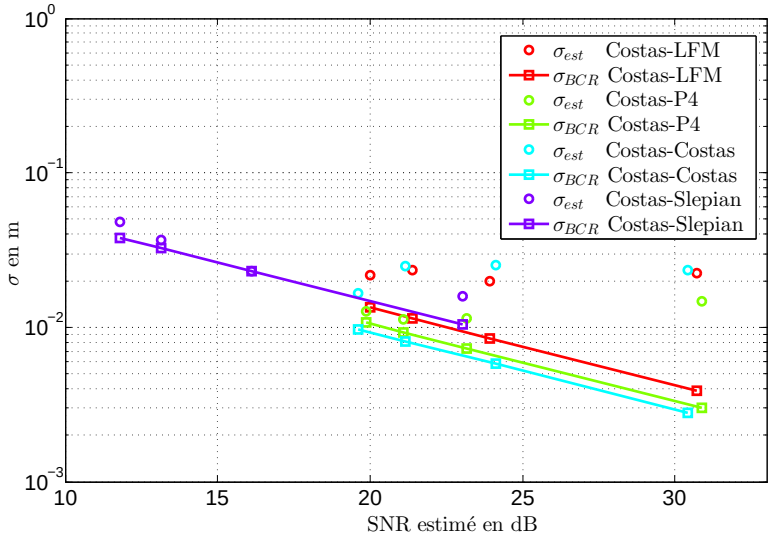


FIGURE 5.21 : Variances des estimations comparées aux variances théoriques BCR pour différents signaux, en chambre anéchoïque

référence. En théorie, les performances d'un tel détecteur tendent vers la BCR à fortes valeurs de SNR. Cependant, la BCR considère une détection dans un cas mono-cible. Pratiquement, le signal de couplage entre les antennes est toujours présent. En mettant la cible utile à une distance proche, le signal de couplage devient négligeable devant l'apport de la cible utile.

La variance des estimations est très faible pour tous les signaux et pour les différentes distances et se rapprochent des valeurs théoriques. En particulier, le premier cas pour la distance $R = R_0 = 1m$ (plus fort SNR) de l'antenne est le plus proche de la théorie, où le couplage est très faible comparé au signal. On y remarque que les valeurs pratiques des estimations se rapprochent de la BCR sans la dépasser, ce qui est conforme au comportement de l'estimateur à maximum de vraisemblance à forts SNRs. Ceci permet de confirmer les bornes de performances théoriques par des tests pratiques.

Ceci est aussi valable pour les distances pou lesquelles le signal de couplage reste négligeable devant le signal utile. En effet, plus la distance augmente, la puissance du signal utile diminue devant le signal de couplage jusqu'à ce que dernier devienne plus important que le signal utile ($R - R_0 = 4m$ dans ce cas). Le SNR estimé correspond donc en réalité à $10 \times \log \frac{(S_{utile}+S_{couplage})}{N}$ et ne correspond au SNR du signal utile $10 \times \log \frac{S_{utile}}{N}$ que si $S_{couplage} << S_{utile}$. Le SNR estimé est donc supérieur au SNR_{utile} et les vraies valeurs de BCRs devraient être légèrement supérieures à celles calculées.

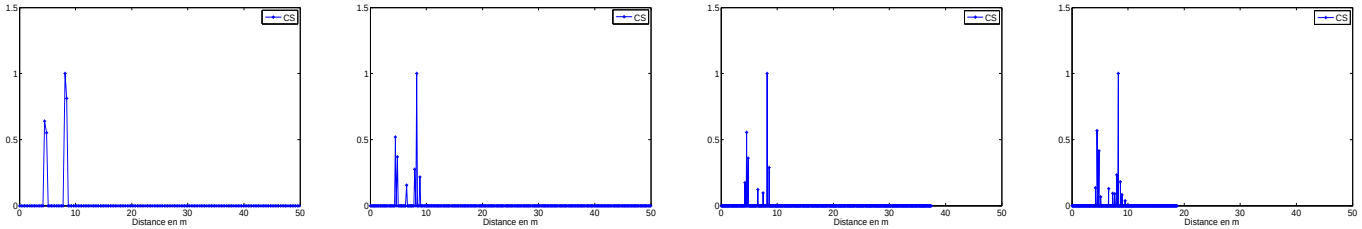
5.4.3 Compressed sensing

Dans cette partie, on s'intéresse à l'estimation de la distance par la technique Compresssed Sensing en utilisant des signaux réels. De ce fait, une seule impulsion est suffisante pour estimer la distance au lieu d'un train d'impulsions (cf. section 4.4.2). De plus, on considère l'estimation d'un seul axe au lieu d'une grille distance-vitesse.

5.4.3.1 Erreur Quadratique moyenne des estimations, en chambre anéchoïque

La configuration expérimentale est similaire à celle pour le filtrage adapté, en chambre anéchoïque. De par le paramétrage expérimental, le paramétrage de l'algorithme basé sur le Compressed Sensing doit être effectué. En raison de la distorsion d'antennes, le signal de référence adopté pour construire la matrice dictionnaire du signal $\mathbf{\Phi}$ est la version distordue par les antennes. Les performances dans ce cas sont meilleures que dans le cas de l'utilisation de la référence idéale. Pour alléger le traitement, on effectue aussi une projection des mesures (le signal reçu) par une matrice aléatoire gaussienne $\mathbf{\Psi}$, avec un nombre de mesures $M = 50$.

Choix de la fréquence d'échantillonnage : La fréquence d'échantillonnage doit être baissée par rapport à celle adoptée pour filtrage adapté auparavant pour garantir, d'une part, un nombre d'échantillons raisonnable à traiter par Compressed Sensing mais aussi, un temps de calcul raisonnable. Comme dans les tests théoriques, on se place à une fréquence qui permet d'atteindre une résolution en distance égale à celle du filtre adapté i.e. $F_s = B = 500MHz$. De plus, plus la fréquence d'échantillonnage augmente, plus les cibles seront étendues sur plusieurs points de la grille comme montré sur la figure5.22. Les deux cibles détectées sont le signal de couplage entre antennes et la cible positionnée à $R - R_0 = 3m$.

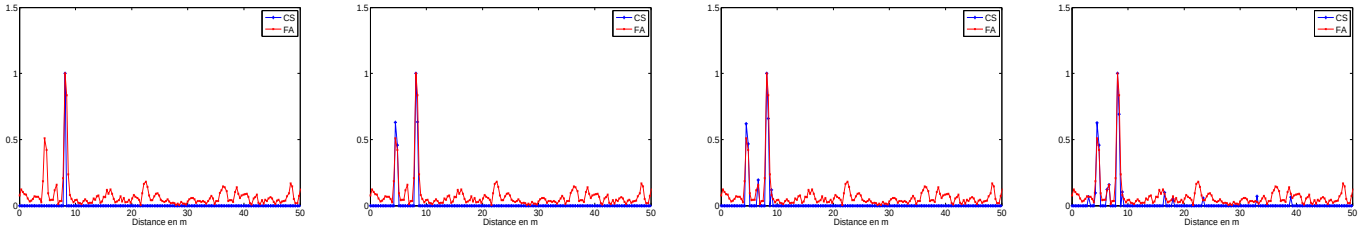


$F_s = 500MHz$ $F_s = 1GHz$ $F_s = 2GHz$ $F_s = 4GHz$

FIGURE 5.22 : Effet de la fréquence d'échantillonnage sur la détection par Compressed Sensing, signal Costas-LFM 3 à une distance $R - R_0 = 3m$.

Choix du seuil de détection pour l'algorithme OMP : La détection doit aussi considérer le seuil de détection pour l'algorithme de reconstruction OMP fixé pour la partie théorique à $\delta = 10^-5$. On illustre l'effet de ce seuil sur la détection de signaux réels sur la figure5.23 pour une distance $R - R_0 = 3m$. On a considéré la distance maximale pour laquelle on reçoit les signaux les plus faibles pour lesquels il faut adapter ce seuil. On remarque que dans le cas d'un seuil grand par rapport à la puissance du signal réfléchi, le cas $\delta = 10^{-2}$ en particulier, la détection du signal réfléchi par la plaque métallique est parfaite mais le phénomène de couplage entre les antennes n'est plus détectée car son signal est plus faible que le seuil fixé. Pour des seuils plus grands, le signal de la plaque et celui de couplage sont tous les deux détectés mais avec d'autres pics résiduels. En effet, l'algorithme de construction continue à chercher des solutions pour des signaux très faibles. Ainsi, un seuil élevé conduit à des erreurs de détections et un seuil bas conduit à beaucoup de fausses alarmes (pics résiduels). On se place dans le cas d'un seuil intermédiaire $\delta = 10^{-3}$. Néanmoins, une étude plus approfondie doit être menée pour déterminer le seuil de détection le mieux adapté selon la dynamique des signaux à détecter et le niveau du bruit.

Les résultats de l'erreur quadratique moyenne, en utilisant les paramètres précédents sont montrés dans la table 5.12. On montre à titre de comparaison les résultats du filtre adapté dans les mêmes conditions ($F_s = 500MHz$). Les résultats sont récapitulés dans la figure5.24.



$\delta = 10^{-2}$ $\delta = 10^{-3}$ $\delta = 10^{-4}$ $\delta = 10^{-5}$

FIGURE 5.23 : Effet du seuil de l'algorithme OMP, sur la détection par Compressed Sensing, signal Costas-LFM 3 à une distance $R - R_0 = 3m$.

TABLE 5.12 : Erreurs quadratiques moyennes EQMs pour divers signaux à plusieurs Distances , en chambre anéchoïque, mesures différentielles par Compressed sensing et par filtre adapté, $F_s = 500MHz$.

Signal	Costas-LFM 3	Costas-P_4 3	Costas-Costas 3	Costas-Slepian 3
Distance $R - R_0$	1m			
$\sqrt{EQM}$ CS en m	0.2000	0.2052	0.4719	0.4958
$\sqrt{EQM}$ FA en m	0.2000	0.2000	0.5000	0.5000
Distance	2m			
$\sqrt{EQM}$ CS en m	0.1	0.1848	0.4597	0.4000
$\sqrt{EQM}$ FA en m	0.1	0.1	0.4	0.4
Distance	3m			
$\sqrt{EQM}$ CS en m	0	0.3	0.3	0.6434
$\sqrt{EQM}$ FA en m	0	0.3	0.3	0.3

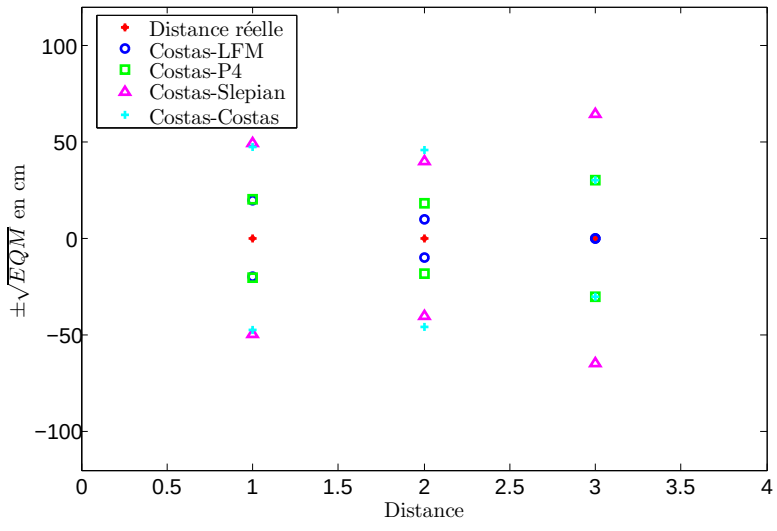


FIGURE 5.24 : Erreurs quadratiques moyennes EQMs en fonction de la distance estimée pour différents signaux, en chambre anéchoïque, mesures différentielles par Compressed sensing.

Les erreurs sont de l'ordre de dizaines de centimètre pour tous les signaux. En effet, les résultats sont pratiquement les mêmes pour le filtre adapté dans les mêmes conditions. Ces erreurs ne sont pas dues aux mauvaises performances des estimateurs (variance des estimations très faible) mais au pas d'échantillonnage relativement grand. De plus, nous avons considéré

des mesures différentielles et ainsi l'erreur sur l'estimation de la différence des distances est propagée : L'erreur sur $R_{est} = R_1 - R_0$ est $\Delta R_{est} = \Delta R_1 + \Delta R_0$. Si $\Delta R_0 = \Delta R_1 = 30cm$ (erreur d'un échantillon dans chaque cas), l'erreur sur la distance estimée ΔR_{est} est égale à 60 cm. Néanmoins, ces erreurs restent raisonnables pour des estimations de distances pouvant aller jusqu'à 150m. On peut améliorer en adoptant un pas d'échantillonnage plus fin à condition de gérer le problème des cibles étendues et des propriétés de cohérence des dictionnaires.

Comparaison entre sorties du filtre adapté et du Compressed sensing, en chambre anéchoïque : Pour mieux comparer les deux approches, en dehors des EQMs (presque égales), on observe les sorties du détecteur dans chacun des cas. Les résultats de comparaison sont présentés sur la figure5.25 pour les 4 signaux étudiés, et ce à plusieurs distances.

On remarque que :

En termes de niveaux des lobes secondaires, la détection par Compressed sensing est optimale. Par contre le Filtre adapté montre plus de stabilité comparé au Compressed sensing dont les résultats varient en fonction de la matrice de mesures gaussienne utilisée, et du seuil de bruit utilisé.

En théorie, les signaux ont les mêmes performances. En pratique, quelques fausses alarmes sont observées notamment pour les signaux de Costas-P_4 et Costas-Slepian.

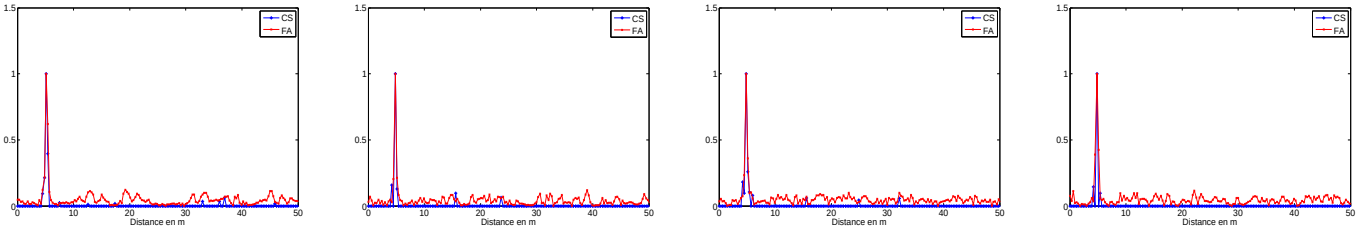
Les cibles détectées ne sont pas forcément positionnées sur les points de la grille et le problème des points en dehors de la grille se pose. L'adoption d'algorithme spécifique doit être effectué pour améliorer les performances.

5.5 Conclusion

Ce dernier chapitre du mémoire a été consacré aux tests expérimentaux des résultats de simulations théoriques. Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre, le dispositif expérimental mis en œuvre, les deux environnements de test considérés (laboratoire, chambre anéchoïque) et les différents signaux testés.

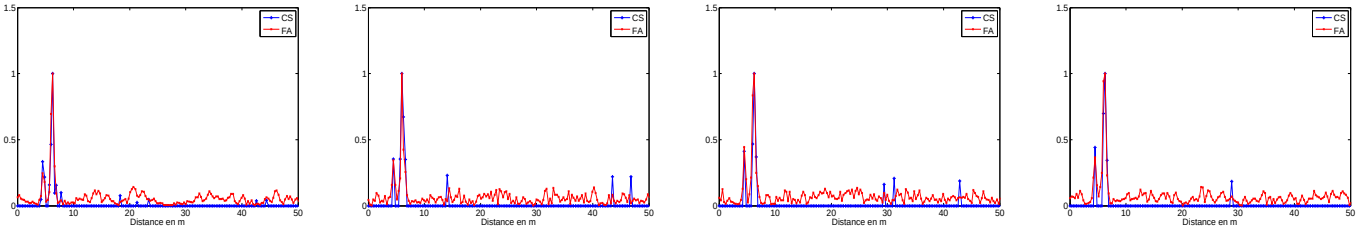
Par la suite, nous avons étudié la robustesse des signaux synthétisés aux différents étages d'expérimentation. En effet, la sortie du filtre adapté en pratique montre des résultats proches de la théorie sauf pour les premiers lobes secondaires qui montrent des distorsions dues à la réponse fréquentielle de l'antenne variable. Nous avons utilisé les signaux de Costas modifiés avec premier lobe secondaire réduit pour limiter ces distorsions et apporté un gain de 1 à 3dB en moyenne.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons procédé à l'évaluation des performances en estimation de la distance d'une cible statique. Les performances par filtrage adapté, en premier lieu, ont montré des erreurs d'estimation très faibles de l'ordre du centimètre. De plus, les variances des estimations s'approchent de celles théoriquement données par la borne de Cramer-Rao. En deuxième lieu, nous avons testé le Compressed Sensing sur les signaux réels. Le performances en estimation sont quasiment égales à celles obtenues en utilisant le filtre adapté dans les mêmes conditions. Les signaux en sortie du filtre adapté ont été, par la suite, comparés à ceux en sortie du détecteur par Compressed sensing. Ce dernier montre de très bonnes performances à fort SNR mais montre quelques fausses alarmes selon la nature des signaux utilisés. Les performances de cet algorithme peuvent encore être améliorées en investiguant plus en profondeur le paramétrage de l'algorithme (fréquence échantillonnage, choix et seuil de l'algorithme de construction, matrice et nombre de mesures). Cela fait l'objet de travaux en perspectives qui peuvent être envisagés.



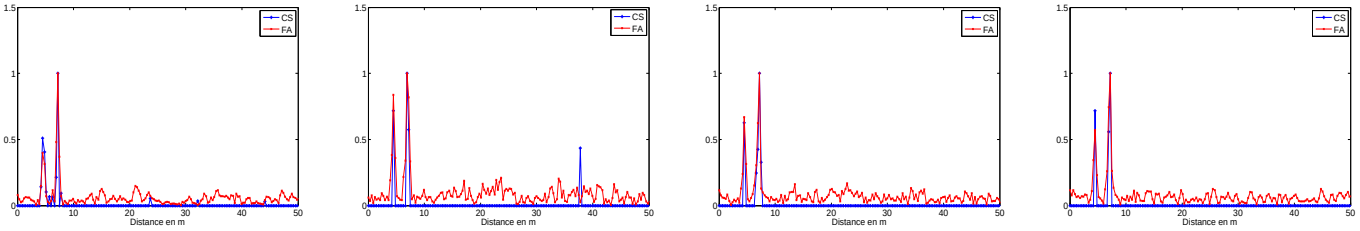
Costas-LFM 3 Costas-P_4 3 Costas-Slepian 3 Costas-Costas 3

a) Distance $R_0 = 1m$



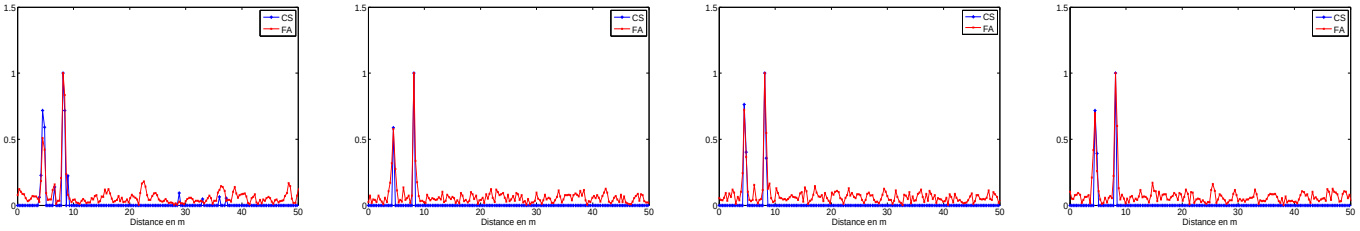
Costas-LFM 3 Costas-P_4 3 Costas-Slepian 3 Costas-Costas 3

b) Distance $R - R_0 = 1m$



Costas-LFM 3 Costas-P_4 3 Costas-Slepian 3 Costas-Costas 3

c) Distance $R - R0 = 2m$



Costas-LFM 3 Costas-P_4 3 Costas-Slepian 3 Costas-Costas 3

d) Distance $R - R_0 = 3m$

FIGURE 5.25 : Comparaison de la détection par filtre adapté et par Compressed Sensing à plusieurs distances.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

Les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit ont pour objectif de proposer un système radar automobile adapté à un contexte multi-utilisateurs. A cet effet, nous avons proposé de nouvelles formes d'ondes radars qui s'adaptent à ce contexte. Ensuite, nous avons identifié et appliqué les traitements en réception qui s'adaptent à ces signaux. Au final, nous avons effectué des tests expérimentaux pour valider les approches proposées.

Pour réaliser notre étude, nous avons présenté, dans le chapitre 1, les technologies radars automobiles existantes. Les contraintes liées à la taille et au coût de ces dispositifs ont orienté les développements vers des technologies simples et efficaces. Cependant, nous avons constaté qu'elles montraient quelques limites notamment en termes d'adaptabilité à un contexte multi-utilisateurs, qui nous intéresse dans ce travail. Dans le but de trouver des formes d'ondes qui peuvent fonctionner simultanément en interférant peu les unes avec les autres, nous avons analysé plus largement les formes d'ondes radars existantes en littérature, ce qui nous a permis d'identifier des techniques de compression d'impulsion offrant plus de diversité de formes d'ondes telles que les codes fréquentiels de Costas et les codes de phases. Pour tirer profit de ces approches, nous avons choisi de les combiner pour synthétiser de nouvelles formes d'ondes radars.

Dans le chapitre 2, nous avons détaillé la conception des nouvelles formes d'ondes, en nous basant sur une approche existante qui consiste à remplacer les impulsions rectangulaires constituant un code de Costas par d'autres impulsions modulées en fréquence (LFM). Notre contribution était d'aller au-delà de l'impulsion LFM, qui n'offre que peu de diversité, et d'explorer des types d'impulsions plus variés. En particulier, nous avons exploité les codes de phase, les familles de séquences codées en amplitude ainsi qu'une approche originale qui consiste à un introduire un second code de Costas dans l'impulsion du code principal. Toutes ces approches ont été validées par simulation notamment pour définir les paramètres qui permettent de pallier le problème des lobes récurrents de la fonction d'autocorrélation. Ces approches ont été, ensuite, analysées et comparées selon plusieurs critères.

Pour compléter l'étude sur ces formes d'ondes, nous avons évalué les bornes de performances associées. Nous avons, en particulier, évalué les Bornes de Cramer-Rao pour chaque forme d'onde, afin d'apprécier les performances optimales d'estimation. Notre développement est basé sur un lien entre la matrice d'information de Fisher et les dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction d'ambiguïté. Ces bornes ont permis de constater que les performances optimales sont quasiment similaires pour des formes d'ondes de même durée et même bande passante et que la précision en estimation de la vitesse est dégradée si une seule impulsion est utilisée. Nous avons surmonté ce dernier problème en considérant des trains d'impulsions et la précision en vitesse a été améliorée par un facteur égal au rapport entre la durée du train d'impulsions et celle d'une seule impulsion.

Nous nous sommes intéressés ensuite, dans le chapitre 3, au cas multi-utilisateurs en adaptant les formes d'ondes proposées à ce contexte par l'exploitation de la diversité des impulsions de base ainsi que celle des codes de Costas. Dans le premier cas, le facteur retenu était l'orthogonalité

des impulsions choisies. Ainsi, nous avons pu, à l'aide d'un même code de Costas et d'une famille d'impulsions orthogonales, synthétiser une famille de formes d'ondes présentant un minimum d'inter-ambiguïté dans une zone Doppler restreinte. Le nombre de formes d'ondes a été amélioré au prix d'un PSLR plus bas de 2 à 3 dB en moyenne par rapport aux signaux de Costas ayant minimum de coïncidences proposés par la littérature.

Dans le second cas, nous avons établi les conditions sur les codes de Costas qui permettent de conserver de bonnes propriétés d'inter-ambiguïté tout en élargissant le nombre de formes d'ondes en exploitant plusieurs codes de Costas. Le critère de sélection de ces codes se base sur la minimisation du nombre de coïncidences dans la matrice d'inter-ambiguïté de chaque paire de codes. Ainsi, nous avons montré que le nombre de formes d'ondes synthétisées est largement amélioré par rapport à l'état de l'art car nous disposons de plus de degrés de liberté. L'amélioration est d'un facteur égal à la taille de la famille d'impulsions orthogonales utilisée.

Après avoir validé la conception des formes d'ondes dans un contexte mono et multi-utilisateurs, nous avons exploré la problématique du traitement du signal en réception dans le chapitre 4. Le but était de proposer des algorithmes d'estimation de la distance et de la vitesse radiale qui s'adaptent aux signaux proposés. Ces algorithmes devaient aussi s'adapter à l'architecture en train d'impulsions que nous avons choisis pour atteindre la durée nécessaire pour la résolution des cibles en vitesse. Nous avons, en premier lieu, montré les limites de la détection par filtrage adapté, dans le cas d'une seule impulsion, en termes de résolution en vitesse et de niveau des lobes secondaires, en plus de la variance d'erreur d'estimation précédemment constatée. Nous nous sommes alors orientés vers deux autres méthodes plus adaptées à une architecture en train d'impulsions.

La première exploite le traitement Doppler dans un train d'impulsions cohérent pour retrouver la vitesse radiale et un filtrage adapté impulsion par impulsion pour déterminer la distance. Cette méthode, connue de la littérature, est très robuste au bruit et permet de tirer profit des propriétés d'ambiguïté des formes d'ondes optimisées auparavant. Cependant, elle génère quelques lobes secondaires dans l'espace distance-vitesse qui nécessitent des techniques de pondération pour les réduire.

Pour pallier ce problème, nous nous sommes intéressés à une deuxième méthode dite de "Compressed sensing" qui consiste à retrouver la grille distance-vitesse en estimant l'amplitude des points la constituant. Cette méthode est très performante en termes de niveau des lobes secondaires mais est moins robuste au bruit. Notre contribution dans cette partie était de démontrer l'adaptabilité des signaux proposés à cette approche en établissant un lien entre la cohérence mutuelle du dictionnaire du signal d'un côté et la fonction d'ambiguïté de l'autre. Malgré une complexité supérieure à celle de la première méthode, la résolution en distance qui dépasse celle du filtre adapté ainsi que la détection optimale pour des valeurs de SNRs suffisamment élevées constituent les points forts de cette approche.

Pour finaliser notre étude, nous avons consacré le chapitre 5 aux tests expérimentaux des résultats précédents. Ces tests avaient pour but d'évaluer les performances des formes d'ondes dans un environnement réel. Nous avons voulu, en premier lieu, vérifier que les propriétés des formes d'ondes sont conservées malgré les distorsions introduites par les différents étages de la chaîne de transmission. Nous avons constaté, à travers une comparaison des niveaux des lobes secondaires, que les résultats pratiques et théoriques sont très proches. Cependant, nous avons remarqué une distorsion importante au niveau des premiers lobes secondaires et nous avons pu confirmer que ces distorsions sont dues à l'effet des antennes d'émission et de réception. Nous avons proposé des signaux de Costas modifiés, plus robustes à ces distorsions, et qui ont permis d'améliorer le PSLR pratique de 1 à 3dB en moyenne.

Nous nous sommes, ensuite, intéressés à l'évaluation pratique des performances d'estimation. Dans le cas du filtre adapté, les erreurs d'estimations sont très faibles et s'approchent de celles données théoriquement par les Bornes de Cramer-Rao. Dans le cas du Compressed Sensing, les

performances dépendent de l'espacement entre les points de la grille et donc de la fréquence d'échantillonnage utilisée. Cette dernière est limitée pour garantir une complexité algorithmique raisonnable. Dans ce cas, les erreurs d'estimation sont pratiquement égales à celles obtenus par filtrage adapté à la même fréquence d'échantillonnage. Nous nous sommes aussi intéressés à l'analyse des signaux en sortie de ces deux détecteurs. Nous avons pu confirmer que, malgré quelques fausses alarmes, le Compressed sensing montre de très bonnes performances en termes de niveau des lobes secondaires comparé au filtre adapté, surtout pour les faibles distances (SNR plus grand).

Ainsi, l'ensemble des travaux menés ont permis de proposer un système radar multi-utilisateurs performant, à la fois par les formes d'ondes innovantes qu'il emploie et par le traitement efficace en réception qui permet d'estimer les paramètres de plusieurs cibles simultanément.

Perspectives

La démarche suivie pour réaliser notre étude ainsi que les différents choix effectués ouvrent des perspectives variées pour de futurs travaux. Nous en proposons quelques unes dans ce qui suit.

Utilisation des formes d'ondes proposées pour des systèmes MIMO : Les formes d'ondes proposées peuvent être d'intérêt aussi bien dans des systèmes radars multi-utilisateurs que dans des systèmes radars type MIMO (Multiple Input Multiple Output) où les formes d'ondes octroyées aux différentes antennes doivent présenter un minimum d'intercorrélation ou minimum d'inter-ambiguïté. Il serait intéressant de vérifier ceci par des calculs de fonctions d'ambiguïté MIMO.

Compressed Sensing : Pour améliorer les performances de l'algorithme de détection par Compressed Sensing, l'étude pourrait être menée plus en profondeur, notamment en ce qui concerne l'algorithme de reconstruction utilisé. On peut également envisager d'y intégrer de nouvelles contraintes qui s'adaptent mieux au type de cibles rencontrées, notamment pour gérer les cibles étendues et les cibles non positionnées sur la grille. De plus, il serait intéressant de revoir la méthode de sélection des mesures en réception de façon à effectuer un sous échantillonnage à la source au lieu d'un échantillonnage à la cadence de Nyquist suivi d'une compression des mesures. L'exploitation de la parcimonie à faible SNR fait l'objet de travaux récents et il serait intéressant d'envisager leur exploitation pour traiter les cas pratiques, compte tenu notamment de la très grande dynamique des puissances des cibles d'intérêt (camions, voitures, vélos ..)

Combinaison des algorithmes étudiés : Il serait aussi intéressant d'explorer la faisabilité d'un traitement qui combine les deux approches étudiées. En effet, le Compressed sensing est performant mais présente des limites à faible SNR. La combinaison avec le filtre adapté peut permettre de tirer profit de la robustesse de ce dernier au bruit.

Complètement des tests expérimentaux : Pour enrichir la partie expérimentale, d'autres tests pourraient être envisagés. En premier lieu, le test des formes d'ondes dans un milieu multi-utilisateurs devrait être considéré pour apprécier les performances selon plusieurs scénarios prenant en compte les positions des divers radars environnants. La deuxième série de mesures devrait s'effectuer sur un véhicule en mouvement dans un scénario réel (autoroute, ville ...) et en considérant la détection de cibles statiques ou en mouvement.

Implémentation matérielle : Une implémentation matérielle peut être envisagée sur des plateformes de type FPGA (Field-Programmable Gate Array), pour valider les approches proposées et évaluer leur complexité réelle. Si l'implémentation du générateur de formes

d'ondes parait assez simple (cf. annexe A), un travail important doit encore être mené pour l'implémentation de l'algorithme Compressed sensing afin d'en optimiser le temps de calcul.

Annexe A

Considérations pratiques de génération

Dans ce qui suit, on discutera des considérations pratiques de génération des signaux proposés. En effet, une architecture matérielle pour générer ce genre de signaux serait similaire à un système de communication FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum), qui se compose principalement d'un générateur de fréquences pures et d'un générateur de données modulées, remplacé ici par un générateur d'impulsions. Le générateur de fréquences implique l'utilisation un synthétiseur de fréquence qui, à partir du code de Costas $c_m, (m = 0 : M - 1)$, génère les sinusoïdes modulées aux fréquences f_m. Cette partie serait la même quelque soit l'impulsion de Costas considérée. La différence réside dans le générateur d'impulsions selon les différentes natures : LFM, code de phase, séquence de Slepian ou code de Costas. Les impulsions en sortie du générateur d'impulsions sont par la suite modulées par le signal en sortie du générateur de fréquences par multiplication directe comme décrit sur la figureA.1.

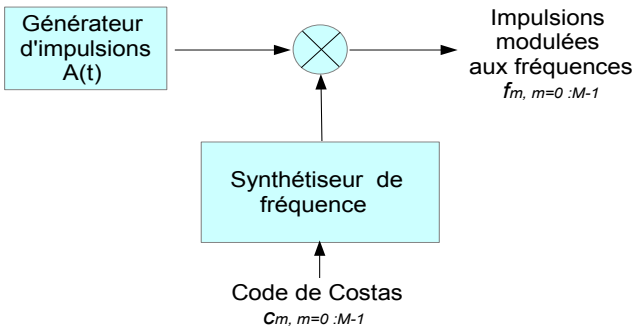


FIGURE A.1 : Architecture matérielle pour la génération des signaux de Costas modifiés.

La génération analogique des signaux modulés en fréquence est la plus simple et peut être réalisée par un VCO (Voltage-Controlled Oscillator) dans lequel l'évolution fréquentielle en sortie varie linéairement en fonction de la tension en entrée. Il suffit ainsi de jouer sur la forme de la tension à l'entrée dans chaque cas pour générer les fréquences pures (f_m) et les impulsions modulées en fréquence (LFM et Costas). Cependant, les approches numériques deviennent de plus en plus attrayante en raison des progrès importants dans la vitesse de calcul et de la taille des unités de mémoire. Ainsi, ces mêmes impulsions peuvent être générées numériquement en utilisant des synthétiseurs numériques DDS (Direct Digital Synthesizers) ou NCO (Numerically Controlled Oscillators) dont l'entrée peut être contrôlée numériquement. Pour les impulsions codées en phase, des versions polyphases de NCO peuvent être utilisées. Pour les séquences de Slepian et les codes de Hadamard équilibrés, le facteur limitant est qu'ils ne sont pas gouvernés par une formule mathématique. Ainsi, la génération peut se faire exclusivement en utilisant des unités de mémoire pour stocker ces séquences et les recharger directement pour l'utilisation.

Annexe B

Dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction d'ambiguïté globale

La fonction d'ambiguïté étant à valeurs complexes, le module au carré s'écrit sous la forme du produit de la fonction d'ambiguïté et de sa conjuguée (on pose $a_1, a_2 \in \{\tau, \nu\}$ les variables de dérivation) :

$$\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2} = \frac{\partial^2}{\partial a_1 \partial a_2}(\chi(\tau,\nu)\chi^*(\tau,\nu)) \tag{B.1}$$

$$= \frac{\partial}{\partial a_2}\left(\frac{\partial \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1}\chi^*(\tau,\nu) + \frac{\partial \chi^*(\tau,\nu)}{\partial a_1}\chi(\tau,\nu)\right) \tag{B.2}$$

$$= \frac{\partial^2 \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\chi^*(\tau,\nu) + \frac{\partial^2 \chi^*(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\chi(\tau,\nu) + \tag{B.3}$$

$$\frac{\partial \chi^*(\tau,\nu)}{\partial a_1}\frac{\partial \chi(\tau,\nu)}{\partial a_2} + \frac{\partial \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1}\frac{\partial \chi^*(\tau,\nu)}{\partial a_2} \tag{B.4}$$

Par ailleurs, la fonction est maximale en $(\tau, \nu) = (0, 0)$ et donc les dérivées partielles du premier ordre sont nulles. De plus, $\chi(0, 0) = 1$. Finalement, on obtient :

$$\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2}|_{\tau=0,\nu=0} = \left.\frac{\partial^2 \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} + \left.\frac{\partial^2 \chi^*(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} \tag{B.5}$$

$$= 2 \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0}\right). \tag{B.6}$$

Par ailleurs on a, $\chi(\tau,\nu) = \frac{1}{Mt_p}\chi_A(\tau,\nu)\chi_M(\tau,\nu)$, où $\chi_A(\tau,\nu)$ dépend de l'impulsion $A(t)$ et $\chi_M(\tau,\nu) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}$ dépend du signal de Costas utilisé. $\chi_A(0,0) = t_p$ et les dérivées partielles du premier ordre en ce point sont nulles $\frac{\partial \chi_A(\tau,\nu)}{\partial a}|_{\tau=0,\nu=0} = 0, a \in \{\tau, \nu\}$. Finalement,

$$\left.\frac{\partial^2 \chi(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{1}{Mt_p}\left[\left.\frac{\partial^2 \chi_A(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0}\chi_M(0,0) + \left.\frac{\partial^2 \chi_M(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0}\chi_A(0,0)\right]. \tag{B.7}$$

De même, on a $\chi_M(0, 0) = M$

$$\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{2}{Mt_p}\left[M \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi_A(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0} + t_p \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi_M(\tau,\nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0}\right]. \tag{B.8}$$

Annexe C

Fonction d'ambiguïté d'un code de phase

On se propose de retrouver la fonction d'ambiguïté d'un code de phase, $A(t) = \sum_{l=0}^{L-1} q_l \text{Rect}(\frac{t-lt_c}{t_c})$:

$$\begin{aligned}
\chi_A(\tau,\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t)A(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \\
\chi_A(\tau,\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{L-1} q_k^* \text{Rect}(t-kt_c) \times \sum_{n=0}^{L-1} q_n \text{Rect}(t-nt_c-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \\
\chi_A(\tau,\nu) &= \sum_{k=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{L-1} q_k^* q_n \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Rect}(t-kt_c) \times \text{Rect}(t-nt_c-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \\
\chi_A(\tau,\nu) &= \sum_{k=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{L-1} q_k^* q_n I(n,k).
\end{aligned} \tag{C.1}$$

où $I(n,k)$ est donné par :

$$\begin{aligned}
I(n,k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Rect}(t-kt_c) \times \text{Rect}(t-nt_c-\tau)e^{j2\pi\nu t}dt \\
I(n,k) &= \begin{cases} \frac{1}{j2\pi\nu}[e^{j2\pi\nu t_c \frac{2k+1}{2}} - e^{j2\pi\nu(\tau+t_c\frac{2n-1}{2})}] \text{ si } (k-n)t_c < \tau < (k-n+1)t_c \\ \frac{1}{j2\pi\nu}[e^{j2\pi\nu(\tau+t_c\frac{2n+1}{2})} - e^{j2\pi\nu t_c \frac{2k-1}{2}}] \text{ si} (k-n-1)t_c < \tau < (k-n)t_c \end{cases} \\
I(n,k) &= \begin{cases} \frac{1}{\pi\nu} sin(\pi\nu(-\tau-(n-k-1)t_c))e^{j\pi\nu(\tau+(n+k)t_c)} \text{ si } (k-n)t_c < \tau < (k-n+1)t_c \\ \frac{1}{\pi\nu}\sin(\pi\nu(\tau+(n-k+1)t_c))e^{j\pi\nu(\tau+(n+k)t_c)} \text{ si } (k-n-1)t_c < \tau < (k-n)t_c \end{cases} \\
I(n,k) &= \frac{1}{\pi\nu}\sin(\pi\nu(t_c-|\tau+(n-k)t_c|))e^{j\pi\nu(\tau+(n+k)t_c)}, |\tau+(n-k)t_c| < t_c.
\end{aligned} \tag{C.2}$$

En remplaçant dans l'équation C.1 , on trouve :

$$\chi_A(\tau,\nu) = \sum_{k=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{L-1} q_k^* q_n [\frac{1}{\pi\nu}\sin(\pi\nu(t_c-|\tau+(n-k)t_c|))e^{j\pi\nu(\tau+(n+k)t_c)} 1_{(|\tau+(n-k)t_c|<t_c)}] \tag{C.3}$$

En particulier pour $|\tau| \leq t_c$, i.e. $n = k$, on aura

$$\chi_A(\tau,\nu) = \frac{\sin(\pi\nu(t_c-|\tau|))}{\pi\nu} e^{j\pi\nu\tau} \sum_{n=0}^{L-1} q_n^* q_n e^{j2\pi\nu n t_c}. \tag{C.4}$$

Pour les codes de phase, $|q_n|^2 = 1$. En exploitant l'expression $\sum_{l=0}^{L-1} e^{j\alpha l} = \frac{\sin(\frac{L\alpha}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} e^{j(L-1)\frac{\alpha}{2}}$, la relation se simplifie en :

$$\chi_A(\tau, \nu) = \frac{\sin(\pi\nu(t_c - |\tau|))}{\pi\nu} \frac{\sin(\pi\nu L t_c)}{\sin(\pi\nu t_c)} e^{j\pi\nu(L-1)t_c} e^{j\pi\nu\tau}. \tag{C.5}$$

Annexe D

Dérivées partielles d'ordre 2 des fonctions d'ambiguïté d'impulsions et résultats finaux

Dans l' équation 2.36, les dérivées partielles d'ordre 2 de $\chi_A(\tau,\nu)$ et $\chi_M(\tau,\nu)$ doivent être calculées. La fonction est donnée par $\chi_M(\tau,\nu) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{+j2\pi(m\nu t_p - f_m\tau)}$. Ses dérivées s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2\chi_M(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2 \\
\left.\frac{\partial^2\chi_M(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi m t_p)^2 \\
\left.\frac{\partial^2\chi_M(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi m t_p) \\
\left.\frac{\partial^2\chi_M(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi m t_p).
\end{aligned} \tag{D.1}$$

Les dérivées partielles d'ordre 2 de $\chi_A(\tau,\nu)$ dépendent de la nature de l'impulsion :

Impulsion rectangulaire :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Bigg|_{\tau=0,\nu=0} &= 0 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Bigg|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{4}{3}\pi^2 t_p^3 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Bigg|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Bigg|_{\tau=0,\nu=0} = 0
\end{aligned} \tag{D.2}$$

Impulsion LFM :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{1}{3}\pi^2 B_p^2 t_p \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{1}{3}\pi^2 t_p^3 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{1}{3}\pi^2 B_p t_p^2
\end{aligned} \tag{D.3}$$

Impulsion codée en phase :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= 0 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{4}{3}\pi^2 t_p^3 - \pi^2 t_p t_c^2 + 2\pi^2 t_p^2 t_c \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} = 0
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Impulsion codée avec une séquence de Slepian :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= 0 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{l=0}^{L-1} q_l^2[(-4\pi^2 l^2 t_c^3) - (\pi^2 t_c^3/3)] \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} = 0
\end{aligned} \tag{D.5}$$

Impulsion codée Costas : On pose $\chi_A(\tau,\nu) = \chi_s(\tau,\nu) \times \chi_{sum}(\tau,\nu)$ ou $\chi_s(\tau,\nu)$ est la fonction d'ambiguïté de l'impulsion du Costas secondaire et $\chi_{sum}(\tau,\nu) = \sum_{l=0}^{L-1} e^{+j2\pi(l\nu t_s - f_s\tau)}$. On aura :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left[L\,\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} + t_s\,\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0}\right] \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left[L\,\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} + t_s\,\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0}\right] \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} \\
&= \mathrm{Re}\left[L\,\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=0,\nu=0} + t_s\,\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=0,\nu=0}\right]
\end{aligned} \tag{D.6}$$

D'après le calcul pour les impulsions rectangulaire décrit dans l'équation D.2, et du fait que les impulsions du Costas secondaire sont rectangulaire, on aura :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= 0 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{4}{3}\pi^2 t_s^3 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_s(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} = 0
\end{aligned}
\tag{D.7}
$$

D'autre part, on a :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{l=0}^{L-1}(-j2\pi f_l)^2 \\
\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \sum_{l=0}^{L-1}(+j2\pi l t_s)^2 \\
\frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{\partial^2\chi_{sum}(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\Big|_{\tau=0,\nu=0} = \sum_{l=0}^{L-1}(-j2\pi f_l)(+j2\pi l t_s)
\end{aligned}
\tag{D.8}
$$

En remplaçant l'équation D.7 et l'équation D.8 dans l'équation D.6, on trouve :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -4\pi^2 t_s\sum_{l=0}^{L-1} f_l^2 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= -\frac{4}{3}\pi^2 L t_s^3 - 4\pi^2 t_s^3\sum_{l=0}^{L-1} l^2 \\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \mathrm{Re}\left(\frac{\partial^2\chi_A(\tau,\nu)}{\partial\nu\partial\tau}\right)\Big|_{\tau=0,\nu=0} = 4\pi^2 t_s^2\sum_{l=0}^{L-1} l f_l
\end{aligned}
\tag{D.9}
$$

En remplaçant toutes les dérivées dans l'équation 2.36, on trouve les dérivées partielles d'ordre 2 de la fonction d'ambiguïté globale pour chaque signal :

Costas standard :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times 0 + t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2] \\
&= -\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{f_m^2} \\
\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(-\frac{4}{3}\pi^2 t_p^3) + t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi m t_p)^2] \\
&= -\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{3}}\mathbf{t_p^2} - \frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p^2}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{m^2} \\
\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\partial\tau}\Big|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{2}{Mt_p}[M\times 0 + t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi m t_p)] \\
&= \frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{mf_m}
\end{aligned}
\tag{D.10}
$$

Costas-LFM :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(\frac{-\pi^2}{3}B_p^2t_p)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2] \\
&= -\frac{\mathbf{2\pi^2}}{\mathbf{3}}\mathbf{B_p^2}-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{f_m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(-\frac{\pi^2}{3}t_p^3)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi mt_p)^2] \\
&= -\frac{\mathbf{2\pi^2}}{\mathbf{3}}\mathbf{t_p^2}-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p^2}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\partial\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\partial\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0}=\frac{2}{Mt_p}[M\times(\frac{\pi^2}{3}B_pt_p^2)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi mt_p)] \\
&= \frac{\mathbf{2\pi^2}}{\mathbf{3}}\mathbf{t_pB_p}+\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{mf_m}
\end{aligned} \tag{D.11}$$

Costas-PSK :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times 0+t_p\times\mathrm{Re}(\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2)] \\
&= -\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{f_m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(-\frac{4}{3}\pi^2t_p^3-\pi^2t_pt_c^2+2\pi^2t_p^2t_c)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi mt_p)^2] \\
&= (-\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}\pi^2\mathbf{t_p^2}-\mathbf{2\pi^2t_c^2}+\mathbf{4\pi^2t_pt_c})-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p^2}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\partial\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\partial\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0}=\frac{2}{Mt_p}[M\times 0+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi mt_p)] \\
&= \frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{mf_m}
\end{aligned} \tag{D.12}$$

Costas-Slepian :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_c}[M\times 0+t_c\times\mathrm{Re}(\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2)] \\
&= -\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{f_m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_c}[M\times(\sum_{l=0}^{L-1}q_l^2[(-4\pi^2l^2t_c^3)-(\pi^2t_c^3/3)])+t_c\times\sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi mt_p)^2] \\
&= \sum_{\mathbf{l=0}}^{\mathbf{L-1}}\mathbf{q_l^2}[-\mathbf{8\pi^2l^2t_c^2}-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\mathbf{\pi^2t_c^2}]-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p^2}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{n^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\partial\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\partial\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0}=\frac{2}{Mt_c}[M\times 0+t_c\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi mt_p)] \\
&= \frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{mf_m}
\end{aligned} \tag{D.13}$$

Costas-Costas :

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(-4\pi^2t_s\sum_{l=0}^{L-1}f_l^2)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)^2] \\
&= -\frac{8\pi^2t_s}{t_p}\sum_{l=0}^{L-1}f_l^2-\frac{8\pi^2}{M}\sum_{m=0}^{M-1}f_m^2 \\
&= -\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{L}}\sum_{\mathbf{l=0}}^{\mathbf{L-1}}\mathbf{f_l^2}-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{f_m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2}{Mt_p}[M\times(-\frac{4}{3}\pi^2Lt_s^3-4\pi^2t_s^3\sum_{l=0}^{L-1}l^2)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(+j2\pi mt_p)^2] \\
&= -\frac{8}{3}\pi^2\frac{Lt_s^3}{t_p}-8\pi^2\frac{t_s^3}{t_p}\sum_{l=0}^{L-1}l^2-\frac{8\pi^2}{M}t_p^2\sum_{m=0}^{M-1}m^2 \\
&= -\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}\pi^\mathbf{2}\mathbf{t_s^2}-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{L}}\mathbf{t_s^2}\sum_{\mathbf{l=0}}^{\mathbf{L-1}}\mathbf{l^2}-\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p^2}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{m^2} \\
\left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\partial\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\partial\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0}=\frac{2}{Mt_p}[M\times(4\pi^2t_s^2\sum_{l=0}^{L-1}lf_l)+t_p\times\sum_{m=0}^{M-1}(-j2\pi f_m)(+j2\pi mt_p)] \\
&= 8\pi^2\frac{t_s^2}{t_p}\sum_{l=0}^{L-1}lf_l+\frac{8\pi^2}{M}t_p\sum_{m=0}^{M-1}mf_m \\
&= \frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{L}}\mathbf{t_s}\sum_{\mathbf{l=0}}^{\mathbf{L-1}}\mathbf{lf_l}+\frac{\mathbf{8\pi^2}}{\mathbf{M}}\mathbf{t_p}\sum_{\mathbf{m=0}}^{\mathbf{M-1}}\mathbf{mf_m}
\end{aligned}
\tag{D.14}
$$

Annexe E

Dérivées partielles d'ordre 2 dans le cas d'un train d'impulsion

L'enveloppe complexe du signal en train est donnée par : $u_{Train}(t) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} u(t - kT_r)$ où $u(t)$ est l'enveloppe complexe de la forme d'onde. La fonction d'ambiguïté est donc donnée par :

$$\chi_{Train}(\tau, \nu) = \frac{1}{K} \sum_{p=-(K-1)}^{p=K-1} \chi(\tau - pT_r, \nu) \frac{\sin(\pi\nu(K - |p|)T_r)}{\sin(\pi\nu T_r)} e^{j\pi\nu(K-1+p)T_r} \tag{E.1}$$

où $\chi(\tau, \nu)$ est la fonction d'ambiguïté d'une seule impulsion du train. En particulier, en considérant la région autour du lobe principal, $|\tau| < T$, la fonction d'ambiguïté se simplifie comme suit :

$$\chi_{Train}(\tau, \nu) = \chi(\tau, \nu) \frac{\sin(\pi\nu K T_r)}{K \sin(\pi\nu T_r)} e^{j\pi\nu(K-1)T_r}, |\tau| < T. \tag{E.2}$$

On pose $\chi_{sin}(\tau, \nu) = \frac{\sin(\pi\nu K T_r)}{K \sin(\pi\nu T_r)} e^{j\pi\nu(K-1)T_r}$. Il revient alors que :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2 |\chi_{Train}(\tau, \nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= 2 \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi_{Train}(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0} \\
\left.\frac{\partial^2 \chi_{Train}(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2 \chi_1(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} \chi_{sin}(0,0) + \left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} \chi_1(0,0) \\
\left.\frac{\partial^2 |\chi_{Train}(\tau, \nu)|^2}{\partial a_1 \partial a_2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= 2 \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi_1(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0} + 2 \times \mathrm{Re}\left(\left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial a_1 \partial a_2}\right)\right|_{\tau=0,\nu=0}.
\end{aligned} \tag{E.3}$$

L'équation E.3 donne les nouvelles dérivées en fonction de celles déjà calculées pour une seule impulsion. Il reste donc à calculer les dérivées partielles d'ordre 2 pour la fonction $\chi_{sin}(\tau, \nu)$. On trouve :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial \tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= 0 \\
\left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial \nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \frac{2\pi^2}{3} T_r^2 (-2K^2 + 3K - 1) \\
\left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial \tau \partial \nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} &= \left.\frac{\partial^2 \chi_{sin}(\tau, \nu)}{\partial \nu \partial \tau}\right|_{\tau=0,\nu=0} = 0
\end{aligned} \tag{E.4}$$

Ces termes sont intégrés à l'équation E.3 pour le calcul des termes du train d'impulsions :

$$\left.\frac{\partial^2|\chi_{Train}(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2} \tag{E.5}$$

$$\left.\frac{\partial^2|\chi_{Train}(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2} + \frac{4\pi^2}{3}T_r^2(-2K^2+3K-1) \tag{E.6}$$

$$\left.\frac{\partial^2|\chi_{Train}(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \left.\frac{\partial^2|\chi_{Train}(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\nu}\right|_{\tau=0,\nu=0} = \left.\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu\tau}\right|_{\tau=0,\nu=0} \tag{E.7}$$

Annexe F

Intercorrélations et inter-ambiguïté détaillées des signaux Costas-Golay

TABLE F.1 : Autocorrélations et intercorrélations des signaux $SCM(C_1(8), Golay_{1:8}(8))$

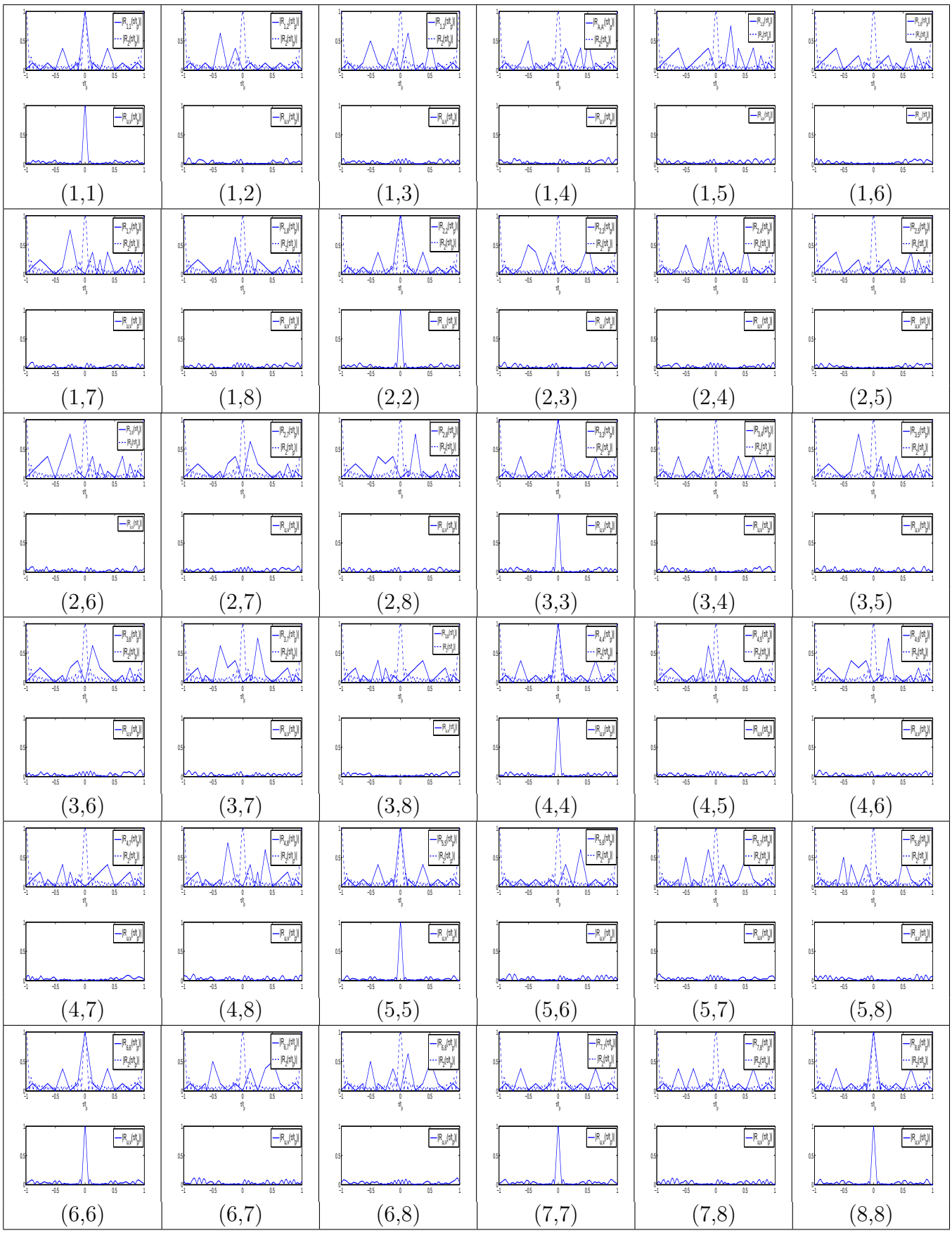
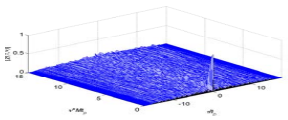
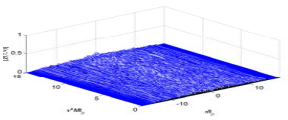
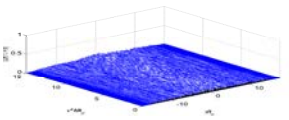
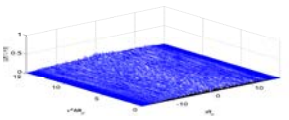
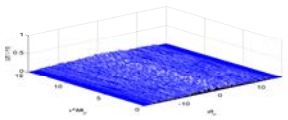
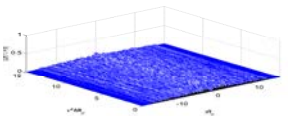
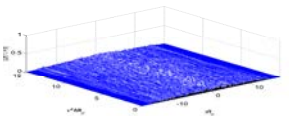
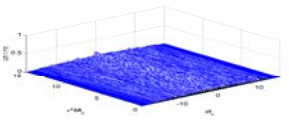
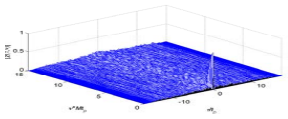
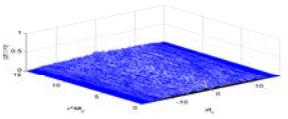
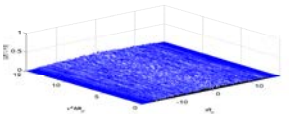
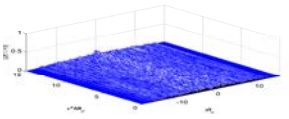
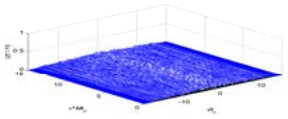
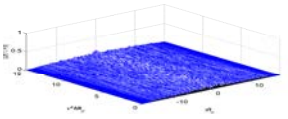
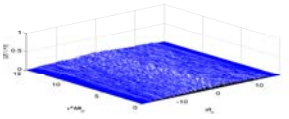
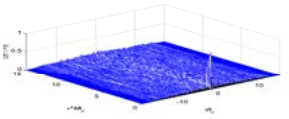
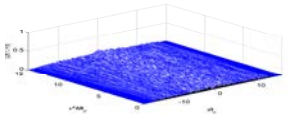
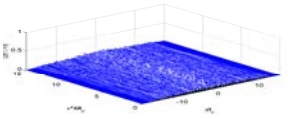
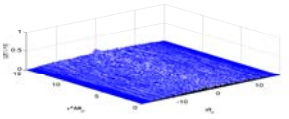
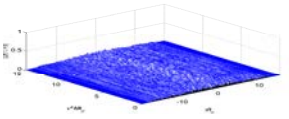
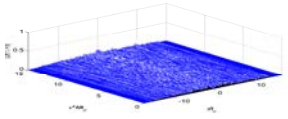
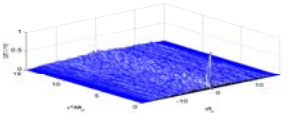
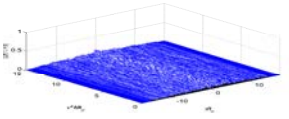
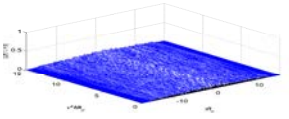
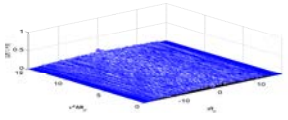
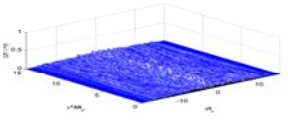
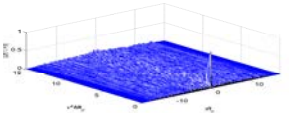
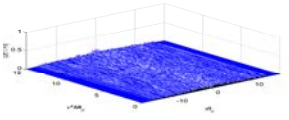
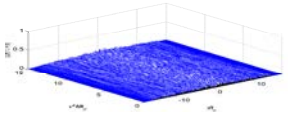
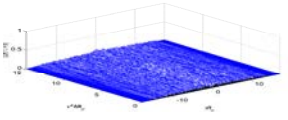
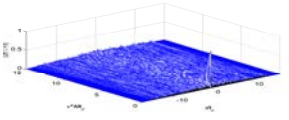
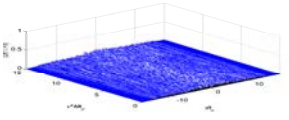
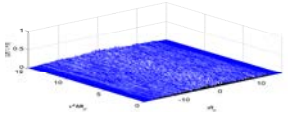
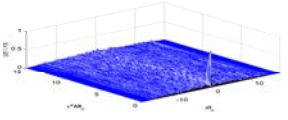
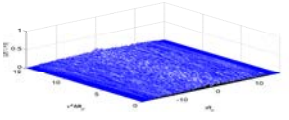
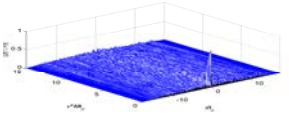


TABLE F.2 : Auto-ambiguïté et inter-ambiguïté des signaux $SCM(C_1(8), Golay_{1:8}(8))$

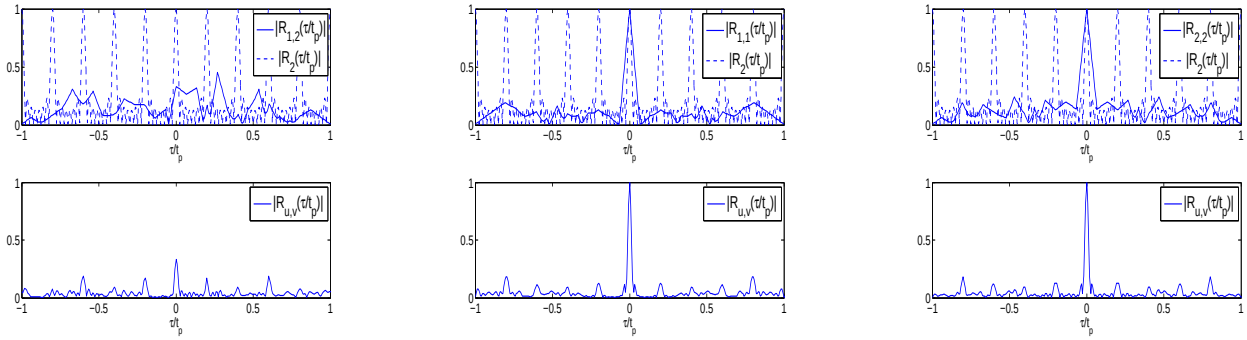
 (1,1)	 (1,2)	 (1,3)	 (1,4)
 (1,5)	 (1,6)	 (1,7)	 (1,8)
 (2,2)	 (2,3)	 (2,4)	 (2,5)
 (2,6)	 (2,7)	 (2,8)	 (3,3)
 (3,4)	 (3,5)	 (3,6)	 (3,7)
 (3,8)	 (4,4)	 (4,5)	 (4,6)
 (4,7)	 (4,8)	 (5,5)	 (5,6)
 (5,7)	 (5,8)	 (6,6)	 (6,7)
 (6,8)	 (7,7)	 (7,8)	 (8,8)

Annexe G

Considérations pour le cas $t_p\Delta f > 1$, dans le cas multi-utilisateurs.

Comme décrit en section 3.3.1, pour adapter les SCMs à un contexte multi-utilisateurs, on s'est placé dans un cas où le $t_p\Delta f$ est égale à un pour éviter le problème des lobes récurrents . Si on considère le cas $t_p\Delta f > 1$, les lobes récurrents de R_2 doivent être réduits en plus du lobe principal. En plus de l'orthogonalité et des bonnes propriétés d'autocorrélation des impulsions, elles doivent présenter de bonnes propriétés d'inter-corrélation. Ce genre de codes est difficile à trouver dans la littérature. Les codes de Kasami [87], Gold [88] et SBPA [58] offrent un bon compromis entre les propriétés d'autocorrélation et d'intercorrélation. Cependant, ces codes ne sont pas orthogonaux et n'existent que pour des longueurs précises $(2^n - 1)$[89].

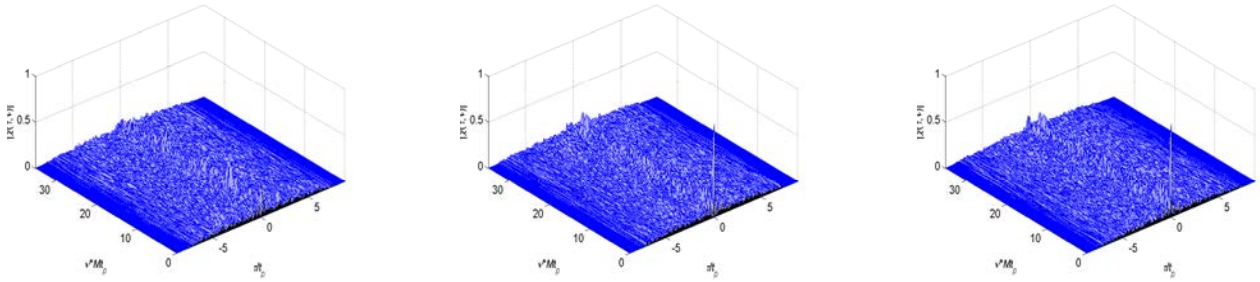
On illustre l'utilisation d'un code de Kasami de longueur $L = 15$ avec un code de Costas de taille $M = 8$ et $t_p\Delta f = 5$, dans les figureG.1. Leurs fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figureG.2. Ici la réduction des lobes récurrents n'est satisfaisante ni pour l'autocorrélation ni pour l'intercorrélation.



a) $SCM(C_1(8), Kasami_1(15))$, $SCM(C_1(8), Kasami_2(15))$ b) $SCM(C_1(8), Kasami_1(15))$ c) $SCM(C_1(8), Kasami_2(15))$

FIGURE G.1 : Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.

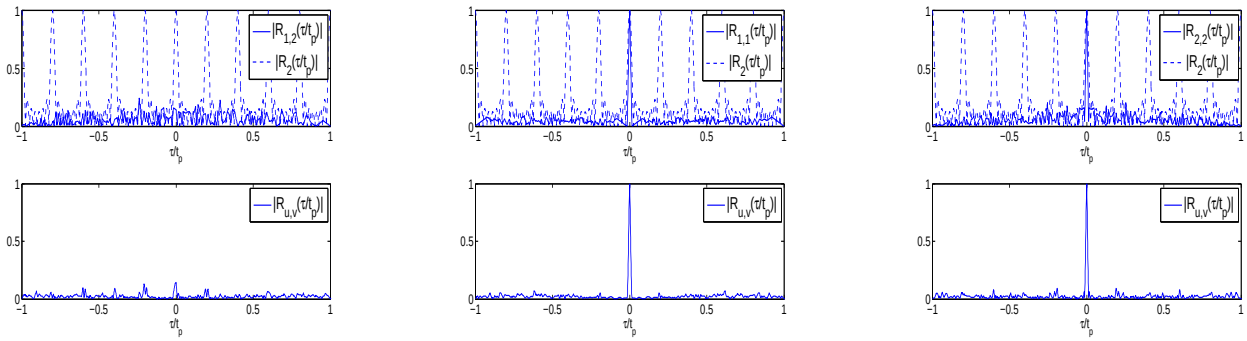
Les performances seront meilleures avec un code de Kasami plus long. Pour un code de longueur $L = 63$, les performances sont décrites sur la figureG.3. Les fonctions d'ambiguïté sont décrites sur la figureG.4. On remarque l'amélioration en termes de niveau des lobes secondaires. Ainsi, pour assurer une bonne réduction des lobes récurrents de R_2 dans le cas $t_p\Delta f > 1$, il faut utiliser des codes de Kasami plus longs et qui présentent donc de meilleurs niveaux d'intercorrélation $R_{1,2}$. Cependant, l'utilisation d'un code plus long conduit à une plus grande valeur du produit BT qui passe ici de la valeur $8(7 \times 5 + 15) = 400$ à la valeur $8(7 \times 5 + 63) = 784$.



a) $SCM(C_1(8), Kasami_1(15))$, $SCM(C_1(8), Kasami_2(15))$ b) $SCM(C_1(8), Kasami_1(15))$ c) $SCM(C_1(8), Kasami_2(15))$

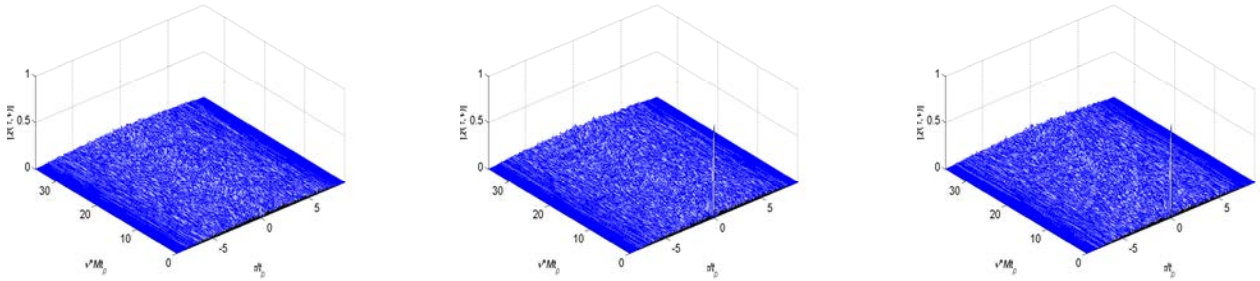
FIGURE G.2 : Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté.

Ce cas de figure est très consommateur en termes de produit BT sans gain considérable en termes de nombre de formes d'ondes synthétisées. En effet, le nombre de codes de Kasami pour une longueur $L = 15$ est de 4 et pour une longueur $L = 63$ est de 8.



a) $SCM(C_1(8), Kasami_1(63))$, $SCM(C_1(8), Kasami_2(63))$ b) $SCM(C_1(8), Kasami_1(63))$ c) $SCM(C_1(8), Kasami_2(63))$

FIGURE G.3 : Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Intercorrélation b),c) Autocorrélations.



a) $SCM(C_1(8), Kasami_1(63))$, $SCM(C_1(8), Kasami_2(63))$ b) $SCM(C_1(8), Kasami_1(63))$ c) $SCM(C_1(8), Kasami_2(63))$

FIGURE G.4 : Paire de signaux Costas-Kasami pour $t_p\Delta f = 5$: a) Inter-ambiguïté b),c) Auto-ambiguïté.

Annexe H

Rappel de la théorie de la détection

L'étape d'estimation des paramètres des cibles suppose leur détection préalable. Ainsi, les pics d'énergie en sortie du détecteur constituent des cibles potentielles et il faudra décider si ce pic d'énergie représente réellement une cible ou juste aux pic de bruit. Cette décision est basée sur les tests statistiques d'hypothèses [54]. Les deux hypothèses sont les suivantes :

$$z(t) = \begin{cases} y(t) + m(t),\ H_1 : \text{le signal observé contient le signal utile plus le bruit} \\ 0 + m(t),\ H_0 : \text{le signal reçu est du bruit} \end{cases} \tag{H.1}$$

où $z(t)$, $y(t)$ et $m(t)$ sont respectivement le signal observé, le signal utile et le bruit. Les tests d'hypothèses se basent sur une décision par rapport à un seuil de détection prédéterminé noté α. Si la statistique de décision $T(y)$ franchit ce seuil l'hypothèse de présence de cible H_1 est retenue sinon l'hypothèse H_0 est retenue [9]. Les performances d'une telle détection sont évaluées selon deux critères : La probabilité de détection P_D et la probabilité de fausse alarme P_{FA}, définies par :

$$P_{FA} = \text{Proba}(choisir H_1/H_0 vraie) = \text{Proba}(T(y) > \alpha/H_0) \tag{H.2}$$

$$P_D = \text{Proba}(choisir H_0/H_1 vraie) = \text{Proba}(T(y) > \alpha/H_1). \tag{H.3}$$

$$\tag{H.4}$$

Le seuil de décision doit concilier une bonne probabilité de détection P_D et une probabilité de fausse alarme minimale P_{FA} comme décrit sur la figureH.1. Les performances dépendent du seuil mais aussi du rapport signal à bruit SNR et s'améliorent quand ce dernier augmente. L'étape de détection est précédée par un traitement, tel que le filtrage adapté qui maximise le SNR, qui fournit la statistique de décision $T(y)$. Des techniques telles que la détection par CFAR (Constant False Alarm Rate) propose des méthodes adaptatives ayant pour but de choisir un seuil qui maintient un taux prédéterminé de fausses alarmes. Ce seuil peut être fixe ou variable selon la stabilité du système. L'étude doit être menée pour chaque algorithme afin de définir le seuil adéquat de détection qui permet d'atteindre un bon compromis entre les probabilités de détection et celles de fausse alarme.

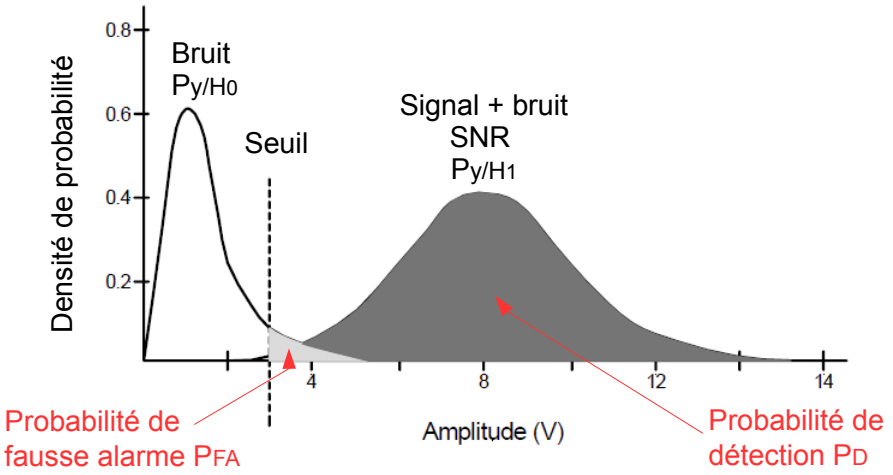


FIGURE H.1 : Probabilité de détection et de fausses alarmes selon le seuil de détection.

Annexe I

Modulation et démodulation IQ

Le signal modulé $x_{mod}(t)$ centré en $\pm f_0$ est donné par :

$$x_{mod}(t) = \mathrm{Re}\left(x(t)e^{j2\pi f_0 t}\right) = u(t)\cos(2\pi f_0 t) - v(t)\sin(2\pi f_0 t) \tag{I.1}$$

où $x(t) = u(t) + jv(t)$ est l'enveloppe complexe du signal émis. En réception, les signaux sont démodulés (démodulation IQ) pour retrouver l'enveloppe complexe du signal reçu. Le signal en entrée du démodulateur IQ est donné par :

$$\begin{aligned} y(t) &= \alpha\ x_{mod}(t - \tau(t)) && \text{(I.2)}\\ &= \alpha\left[u(t-\tau(t))\cos(2\pi f_0(t-\tau(t))) - v(t-\tau(t))\sin(2\pi f_0(t-\tau(t)))\right] && \text{(I.3)}\\ &= \mathrm{Re}\left(\alpha x(t-\tau(t))e^{-j2\pi f_0\tau(t)}e^{j2\pi f_0 t}\right) && \text{(I.4)}\\ & && \text{(I.5)} \end{aligned}$$

La démodulation IQ permet de retrouver l'enveloppe complexe du signal $y(t)$ donnée par :

$$y_{demod} = \alpha x(t-\tau(t))e^{-j2\pi f_0\tau(t)} = u_{demod} + jv_{demod} \tag{I.6}$$
$$\tag{I.7}$$

Elle est opérée par un filtrage passe bas du signal reçu $y(t)$ transposé aux fréquences 0 et $\pm 2f_0$, comme suit :

$$\begin{aligned} u_{demod} &= \mathrm{LPF}\left(2 \times y(t) \times \cos(2\pi f_0 t)\right) && \text{(I.8)}\\ v_{demod} &= \mathrm{LPF}\left(-2 \times y(t) \times \sin(2\pi f_0 t)\right) && \text{(I.9)} \end{aligned}$$

Bibliographie

[1] J. EHRLICH, "Technologies d'assistance à la conduite automobile," *Téchniques de l'Ingénieur*, 2009.

[2] M. Goppelt, H.-L. Blocher, and W. Menzel, "Analytical investigation of mutual interference between automotive fmcw radar sensors," in *Microwave Conference (GeMIC), 2011 German*, March 2011, pp. 1–4.

[3] T. Schipper, S. Prophet, L. Zwirello, M. Harter, L. Reichardt, and T. Zwick, "Simulation framework for the estimation of future interference situations between automotive radars," in *Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), 2013 IEEE*, July 2013, pp. 2103–2104.

[4] T. Schipper, M. Harter, L. Zwirello, T. Mahler, and T. Zwick, "Systematic approach to investigate and counteract interference-effects in automotive radars," in *Radar Conference (EuRAD), 2012 9th European*, Oct 2012, pp. 190–193.

[5] M. Braun, C. Sturm, A. Niethammer, and F. Jondral, "Parametrization of joint ofdm-based radar and communication systems for vehicular applications," in *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2009 IEEE 20th International Symposium on*, Sept 2009, pp. 3020–3024.

[6] C. Sturm, T. Zwick, and W. Wiesbeck, "An ofdm system concept for joint radar and communications operations," in *Vehicular Technology Conference, 2009. VTC Spring 2009. IEEE 69th*, April 2009, pp. 1–5.

[7] Y. Sit and T. Zwick, "Automotive mimo ofdm radar : Subcarrier allocation techniques for multiple-user access and doa estimation," in *European Radar Conference (EuRAD), 2014 11th*, Oct 2014, pp. 153–156.

[8] J. Costas, "A study of a class of detection waveforms having nearly ideal range-doppler ambiguity properties," *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, no. 8, pp. 996–1009, Aug 1984.

[9] M. Skolnik, *Radar Handbook, Third Edition.* McGraw-Hill Education, 2008.

[10] N. Levanon and E. Mozeson, *Radar signals.* John Wiley and Sons, Inc, 2004.

[11] P. M. Woodward, *Probability and information theory : with applications to radar*, ser. Electron. Waves. London : Pergamon, 1953.

[12] R. Abou-Jaoude, "Acc radar sensor technology, test requirements, and test solutions," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 4, no. 3, pp. 115–122, Sept.

[13] J. Wenger, "Automotive radar - status and perspectives," in *Compound Semiconductor Integrated Circuit Symposium, 2005. CSIC '05. IEEE*, Oct.-2 Nov., pp. 4 pp.–.

[14] A. Stove, "Linear fmcw radar techniques," *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, vol. 139, no. 5, pp. 343–350, Oct 1992.

[15] H. Rohling and M.-M. Meinecke, "Waveform design principles for automotive radar systems," in *Radar, 2001 CIE International Conference on, Proceedings*, 2001, pp. 1–4.

[16] M. A.Richards, *fundamentals of Radar signal processing.* Mc-Graw-Hill, 2005.

[17] J. A. Michéle LALANDE, "Radars ultra large bande : Détection électromagnétique courte portée," *Téchniques de l'Ingénieur*, 2013.

[18] L. SAKKILA, "Etude et implémentation d'un radar ultra large bande pour la détection et la reconnaissance d'obstacles en milieu routier," Ph.D. dissertation, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis, 2009.

[19] A. Kajiwara, *Advances in Vehicular Networking Technologies.* CC BY-NC-SA 3.0 license, 2011, ch. Ultra-Wideband Automotive Radar.

[20] T. Fukuda, N. Negoro, S. Ujita, S. Nagai, M. Nishijima, H. Sakai, T. Tanaka, and D. Ueda, "A 26ghz short-range uwb vehicular-radar using 2.5gcps spread spectrum modulation," in *Microwave Symposium, 2007. IEEE/MTT-S International*, June, pp. 1311–1314.

[21] M. Schneider, "Automotive radar : Status and trends," in *In Proceedings of the German Microwave Conference GeMIC 2005*, 2005, pp. 144–147.

[22] R. Nakamura, R. Yokoyama, and A. Kajiwara, "Short range vehicular radar using stepped-fm based uwb-ir," in *Radio and Wireless Symposium (RWS), 2010 IEEE*, 2010, pp. 543–546.

[23] *Technical Description and installation Guide : Model 24 SQ Sensor*, Autoliv, 21 July 2013.

[24] M. Wicks and E. Mokole, *Principles of waveform diversity and design.* Stevenage : The Institution of Engineering and Technology, 2011.

[25] T. Collins and P. Atkins, "Nonlinear frequency modulation chirps for active sonar," *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings* -, vol. 146, no. 6, pp. 312–316, Dec 1999.

[26] J. Bellegarda and E. L. Titlebaum, "Time-frequency hop codes based upon extended quadratic congruences," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 6, pp. 726–742, 1988.

[27] S. Maric and E. L. Titlebaum, "A class of frequency hop codes with nearly ideal characteristics for use in multiple-access spread-spectrum communications and radar and sonar systems," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 9, pp. 1442–1447, 1992.

[28] P. Borwein, E. Kaltofen, and M. J. Mossinghoff, "Irreducible polynomials and barker sequences," *ACM Commun. Comput. Algebra*, vol. 41, no. 4, dec 2007.

[29] M. Friese, "Polyphase barker sequences up to length 36," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 4, pp. 1248–1250, Jul 1996.

[30] R. L. Frank, "Polyphase codes with good nonperiodic correlation properties," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 1, pp. 43–45, Jan 1963.

[31] B. L. Lewis and F. Kretschmer, "A new class of polyphase pulse compression codes and techniques," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. AES-17, no. 3, pp. 364–372, 1981.

[32] S. A. Zadoff, "Phase coded communication system," U.S. Patent 3,099,796, July 30, 1963.

[33] B. Lewis and F. Kretschmer, "Linear frequency modulation derived polyphase pulse compression codes," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. AES-18, no. 5, pp. 637–641, 1982.

[34] T. Felhauer, "Design and analysis of new p(n,k) polyphase pulse compression codes," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 3, pp. 865–874, 1994.

[35] J. Yang and T. K. Sarkar, "A novel doppler-tolerant polyphase codes for pulse compression based on hyperbolic frequency modulation," *Digit. Signal Process.*, vol. 17, no. 6, pp. 1019–1029, Nov. 2007.

[36] R. Calderbank, S. Howard, and B. Moran, "Waveform diversity in radar signal processing," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 26, no. 1, pp. 32–41, Jan 2009.

[37] E. Mozeson and N. Levanon, "Multicarrier radar signals with low peak-to-mean envelope power ratio," *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings* -, vol. 150, no. 2, pp. 71–77, Apr 2003.

[38] "Multicarrier constant envelope OFDM signal design for radar applications," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 64, no. 11, pp. 999 – 1008, 2010.

[39] D. Garmatyuk and J. Schuerger, "Conceptual design of a dual-use radar/communication system based on ofdm," in *Military Communications Conference, 2008. MILCOM 2008. IEEE*, Nov 2008, pp. 1–7.

[40] K. Taylor, S. Rickard, and K. Drakakis, "Costas arrays : Survey, standardization, and matlab toolbox," *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 37, no. 4, pp. 41 :1–41 :31, Feb. 2011.

[41] S. Golomb, "The status of costas array construction," in *Information Sciences and Systems, 2006 40th Annual Conference on*, March 2006, pp. 522–524.

[42] J. Beard, J. Russo, K. Erickson, M. Monteleone, and M. Wright, "Costas array generation and search methodology," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 2, pp. 522–538, 2007.

[43] S. Golomb and H. Taylor, "Constructions and properties of Costas arrays," *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, no. 9, pp. 1143–1163, 1984.

[44] N. Levanon and E. Mozeson, "Modified costas signal," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 3, pp. 946–953, July.2004.

[45] Y. Hongbing, Z. Jianjiang, W. Fei, and Z. Zhenkai, "Design and analysis of costas/psk rf stealth signal waveform," in *Radar (Radar), 2011 IEEE CIE International Conference on*, 2011.

[46] P. Pace and C. Y. Ng, "Costas cw frequency hopping radar waveform : peak sidelobe improvement using golay complementary sequences," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 2, pp. 169–170, 2010.

[47] J. Lemieux and F. Ingels, "Analysis of fsk/psk modulated radar signals using costas arrays and complementary welti codes," in *Radar Conference, 1990., Record of the IEEE 1990 International*, 1990, pp. 589–594.

[48] N. Levanon and E. Mozeson, "Nullifying acf grating lobes in stepped-frequency train of lfm pulses," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 2, pp. 694–703, 2003.

[49] S. L. Chaopingxing, *Coding Theory, A First Course*, N. U. of Singapore, Ed. CAMBRIDGE University Press, 2004.

[50] T. Chonavel, "Orthogonal signals with jointly balanced spectra : Application to cdma transmissions," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2011, no. 1, p. 176, 2011.

[51] S. Blunt, M. Cook, E. Perrins, and J. De Graaf, "Cpm-based radar waveforms for efficiently bandlimiting a transmitted spectrum," in *Radar Conference, 2009 IEEE*, May 2009, pp. 1–6.

[52] F. Hlawatsch and G. Edelson, "The ambiguity function of a linear signal space and its application to maximum-likelihood range/doppler estimation," in *Time-Frequency and Time-Scale Analysis, 1992., Proceedings of the IEEE-SP International Symposium*, Oct 1992, pp. 489–492.

[53] A. Pinkus and J. Tabrikian, "Barankin bound for range and doppler estimation using orthogonal signal transmission," in *Radar, 2006 IEEE Conference on*, April 2006, pp. 6 pp.–.

[54] H. V. Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory, vol. III.* NY : JohnWiley & Sons, 1971.

[55] A. D. M. Fulvio Gini and L. Patton, Eds., *Waveform Design and Diversity for Advanced Radar Systems.* The Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom, 2012.

[56] R. McAulay and E. Hofstetter, "Barankin bounds on parameter estimation," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 6, pp. 669–676, Nov 1971.

[57] J. Tabrikian and J. Krolik, "Barankin bounds for source localization in an uncertain ocean environment," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 47, no. 11, pp. 2917–2927, Nov 1999.

[58] D. Sarwate and M. Pursley, "Cross correlation properties of pseudo random and related sequences," *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, no. 5, pp. 593–619, May 1980.

[59] A. Freedman and N. Levanon, "Any two $N \times N$ costas signals must have at least one common ambiguity sidelobe if $N > 3$ - a proof," *Proceedings of the IEEE*, 1985.

[60] E. Titlebaum and S. Maric, "Multiuser sonar properties for costas array frequency hop coded signals," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990. ICASSP-90., 1990 International Conference on*, 1990, pp. 2727–2730 vol.5.

[61] S. Maric, I. Seskar, and E. Titlebaum, "On cross-ambiguity properties of welch-costas arrays," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 4, pp. 1063–1071, 1994.

[62] K. Drakakis, R. Gow, S. Rickard, J. Sheekey, and K. Taylor, "On the maximal cross-correlation of algebraically constructed costas arrays," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 7, pp. 4612–4621, 2011.

[63] W. Chang and K. Scarbrough, "Costas arrays with small number of cross-coincidences," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 25, no. 1, pp. 109–112, Jan 1989.

[64] Z. Zong, J. Hu, and L. Zhu, "Opcdm-lfm waveforms design for formation-flying satellite radar system," in *Radar (Radar), 2011 IEEE CIE International Conference on*, vol. 1, Oct 2011, pp. 592–595.

[65] R. Cariou, *Le traitement du signal radar : détection et interprétation de l'écho radar*, ser. Collection Technique & ingénierie, Électronique.

[66] D. Donoho, "Compressed sensing," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, April 2006.

[67] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles : exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb 2006.

[68] R. Baraniuk, M. Davenport, R. Devore, and M. Wakin, "A simple proof of the restricted isometry property for random matrices," *Constr. Approx*, vol. 2008, 2007.

[69] H. Rauhut, "Compressive sensing and structured random matrices," in *Theoretical Foundations and Numerical Methods for Sparse Recovery*, ser. Radon Series Comp. Appl. Math., M. Fornasier, Ed. deGruyter, 2010, vol. 9, pp. 1–92.

[70] S. Foucart and H. Rauhut, *A mathematical introduction to compressive sensing.* Birkh&#228 ;user Basel, 2013.

[71] J. Tropp and S. Wright, "Computational methods for sparse solution of linear inverse problems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, June 2010.

[72] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the lasso," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 58, pp. 267–288, 1994.

[73] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM JOURNAL ON SCIENTIFIC COMPUTING*, vol. 20, pp. 33–61, 1998.

[74] E. C and J. Romberg, "l1-magic : Recovery of sparse signals via convex programming," 2005.

[75] Y. Pati, R. Rezaiifar, and P. Krishnaprasad, "Orthogonal matching pursuit : recursive function approximation with applications to wavelet decomposition," in *Signals, Systems and Computers, 1993. 1993 Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on*, Nov 1993, pp. 40–44 vol.1.

[76] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, Dec 1993.

[77] D. Needell and J. Tropp, "Cosamp : Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp. 301 – 321, 2009.

[78] D. Needell and R. Vershynin, "Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit," *Found. Comput. Math.*, vol. 9, no. 3, pp. 317–334, Apr. 2009.

[79] D. L. Donoho, Y. Tsaig, I. Drori, and J. L. Starck, "Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inf. Theor.*, vol. 58, no. 2, pp. 1094–1121, Feb. 2012.

[80] T. Blumensath and M. E. Davies, "Iterative hard thresholding for compressed sensing," *Appl. Comp. Harm. Anal*, vol. abs/0805.0510, 2008.

[81] M. Herman and T. Strohmer, "Compressed sensing radar," in *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on*, March 2008, pp. 1509–1512.

[82] G. Lellouch, R. Pribic, and P. van Genderen, "Merging frequency agile ofdm waveforms and compressive sensing into a novel radar concept," in *Radar Conference, 2009. EuRAD 2009. European*, Sept 2009, pp. 137–140.

[83] L. Zegov, R. Pribic, and G. Leus, "Optimal waveforms for compressive sensing radar," in *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2013 Proceedings of the 21st European*, Sept 2013, pp. 1–5.

[84] J. Tropp and A. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec 2007.

[85] G. Tang, B. Bhaskar, P. Shah, and B. Recht, "Compressed sensing off the grid," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 11, pp. 7465–7490, Nov 2013.

[86] G. Raz and I. Bilik, "Method and apparatus for remote object sensing employing compressive sensing."

[87] M. Pursley and H. Roefs, "Numerical evaluation of correlation parameters for optimal phases of binary shift-register sequences," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 10, pp. 1597–1604, Oct 1979.

[88] R. Gold, "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing (corresp.)," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 13, no. 4, pp. 619–621, October 1967.

[89] Y. E. Hillali, "Etude et réalisation d'un systéme de communication et de localisation, basé sur les techniques d'étalement de spectre, dédié aux transports guidés," Ph.D. dissertation, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis, 2005.