

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

Discipline ou spécialité :

Micro-ondes, Électromagnétisme et Optoélectronique

Présentée et soutenue par :

M. BILEL HAMDI

le vendredi 6 novembre 2015

Titre :

MODELISATION DES CIRCUITS PERIODIQUES ET QUASI-PERIODIQUES ALIMENTES PAR DES SOURCES ARBITRAIRES

Ecole doctorale :

Génie Electrique, Electronique, Télécommunications (GEET)

Unité de recherche :

Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE)

Directeur(s) de Thèse :

M. JUNWU TAO

M. TOUFIK AGUILI

Rapporteurs :

M. DIDIER VINCENT, UNIVERSITE DE SAINT-ETIENNE

M. SMAIL TEDJENI, INP DE GRENOBLE

Membre(s) du jury :

Mme HOURIA REZIG, ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS, Président

M. HENRI BAUDRAND, INP TOULOUSE, Invité

M. JUNWU TAO, INP TOULOUSE, Membre

M. TOUFIK AGUILI, ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS, Membre

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique Université Tunis El Manar
École Nationale d'Ingénieurs de Tunis
Année Universitaire 2015-2016

THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TUNIS EL MANAR ET DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par
École Nationale d'Ingénieurs de Tunis en cotutelle internationale avec l'Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline
Télécommunications

Présentée et soutenue par

HAMDI Bilel

Le 6 Novembre 2015

Modélisation des circuits périodiques et quasi-périodiques alimentés par des sources arbitraires

---

Jury

Présidente	**Mme Houria REZIG**	Professeur à l'ENIT
Rapporteurs	**Mr Ammar BOUALLEGUE**	Professeur émérite à l'ENIT
	Mr Smaïl TEDJINI	Professeur à INP-Grenoble
Examinateur	**Mr Henri BAUDRAND**	Professeur émérite à INP-Toulouse
Directeurs	**Mr Taoufik AGUILI**	Professeur à l'ENIT
	Mr Junwu TAO	Professeur à INP-Toulouse

Écoles Doctorales
Sciences et Techniques de l'Ingénieur (EDSTI-ENIT)
GEET (Toulouse)

Laboratoires de Recherche
Laboratoire Systèmes de Communications
Laboratoire LAPLACE

B.P. 37 le Belvédère 1002 Tunis Tunisie — ص ب 37 البلفدار 1002 تونس
Tél. : 216 71 874 700 /71 875 475 الهاتف : — Fax : 216 71 872 729 الفاكس :
Email : Enit@ enit.rnu.tn البريد الإلكتوني:

N°d'ordre : ..... Année 2015

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Tunis El Manar

المدرسة الوطنية للمهندسين بتونس
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis

Département Technologies de L'Information et de la Communication

THÈSE

présentée par

HAMDI BILEL

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR EN TÉLÉCOMMUNICATIONS

de **l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis**
en co-tutelle internationale avec **INP de Toulouse**

Modélisation des circuits périodiques et quasi-périodiques alimentés par des sources arbitraires

réalisée au sein du

Laboratoire systèmes de communications

soutenue le –06/11/2015– devant le Jury composé de :

Président(e)	Pr. Houria REZIG, ENIT-Tunis
Rapporteur	Pr. Smaïl TEDJINI, Grenoble INP - Esisar
Rapporteur	Pr. Ammar BOUALLEGUE, ENIT-Tunis
Examinateur	Pr. Henri BAUDRAND, Toulouse INP-ENSEEIHT
Directeur(s)	Pr.Taoufik AGUILI , ENIT-Tunis
	Pr.Junwu TAO, Toulouse INP-ENSEEIHT

Résumé

Les réseaux d'antennes planaires sont réputés par une grande directivité et une facilité de mise en oeuvre offrant la possibilité de commander le diagramme de rayonnement. Ce pendant l'étude globale tenant compte des différents couplages EM nécessite un espacement et un temps de calcul considérable.
Pour surmonter à ces inconvénients, nous proposons d'introduire une nouvelle approche basée sur le théorème de Floquet qui fait réduire le calcul EM au niveau d'une seule cellule élémentaire . Nous allons focaliser notre étude à la détermination des termes de couplage dans une configuration répartie dans une trame presque-périodique et en particulier pour les circuits périodiques et quasi-périodiques (apériodiques) alimentés par des sources arbitraires .
Dans ce cas, nous utiliserons les décompositions en modes de Floquet (adaptées aux structures périodiques) pour extraire la matrice de couplage [S]. Ces décompositions sont des concepts établis de longue date et a priori démontrés de supports théoriques solides.
Par conséquent, cette analyse modale permet de simplifier la résolution du problème considéré surtout quand les plaques sont fortement couplées.
Une seule méthode numérique est adoptée afin de modéliser la structure proposée : la méthode des moments combinée avec le circuit équivalent généralisé MoM-GEC. la validation de cette dernière sera réalisée par comparaison avec d'autres méthodes numériques exactes.

Mots clés : Analyse de Floquet, Murs périodiques, Méthode des moments, Circuits équivalents généralisés, Couplage mutuel, Paramètres [S], Uni-dimentionnelle, Bi-dimentionnelle, Fini, Infini,presque-périodiques,quasi-périodiques.

Abstract

A phased array antenna is composed of lots of radiating elements each with a phase shifter. Beams are formed by shifting the phase of the signal emitted from each radiating element that provide a high directivity as consequence to offer the ability to command radiation pattern so as to steer the beams in the desired direction , then the beam direction will be electronically scanned.
However, the global study,which take into account the EM coupling effects, require significant gain in the running time and memory used. To overcome this limitation, we suggest to introduce a new approach based on the Floquet's theorem that reduce EM calculation on one unit cell (basic cell).
We focus our study to calculate the mutual coupling parameters between the antenna elements in an almost periodic array environment especially for periodic and aperiodic configurations that excited by arbitrary located sources.
In this work, the employed modal analysis which use the decomposition in the spectral domain (applied to periodic structures) allow to extract the [S] parameters.This latter Floquet modal decomposition is established by an old concepts that show a solid theoretical devellopement.
In consequence, This modal analysis permit to simplify the problem resolution consedering in particular the case when motifs are strongly coupled. One numerical method is used for modeling the proposed structures : the moment method combined with Generalized Equivalent Circuit (MoM-GEC).To validate this work, results are compared with those given by others exact numerical methods.

Key words : Floquet analysis , Periodic walls, Moment Method, Generalized equivalent circuit , Mutual coupling , [S] Parametres, Uni-dimentionnal, Bi-dimentionnal, Finite, Infinite,Almost periodic,Quasi-periodic.

Dédicace

Je dédie chaleuresement cette thèse.
À mes trés chers parents Lakhdar et Naima pour leur amour, patience et leurs sacrifices.
À mes deux adorables fleurs Emna et Houda.
À mes bien aimès fréres Abbes , Sofien et Jamel Eddine.
À mes chers Mohammed Yassine,Mohammed Ayoub,Mohammed Aziz et Yahya
Ritej,Lina,Ranim et Rimes.
À tout mes cousins et cousines grands et petits,
À tous mes amis fidèles : Mohamed,Mourad et Houssem qui n'ont pas mesuré leurs affectueux encouragements.
À tout mes collègues sans exception.
≪ Et dit : "Ô mon Seigneur, accroît mes connaissances !"≫ (Coran,Surah 20. Tâhâ(Ta-ha), Ayah 114.

Remerciement

Ce présent travail, a été effectué au sein du laboratoire systèmes de communications de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, en collaboration avec le laboratoire Laplace de l'École Nationale Supérieure d'Electricité, d'Electronique, d'Hydrolique, d'Informatique et de Télécommunication, Institut National polytechnique de Toulouse INP dans le Groupe de Recherche en Électromagnétisme(GRE), dirigé par le professeur Taoufik AGUILI et le professeur Junwu TAO.
Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à monsieur Taoufik AGUILI professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (ENIT) et directeur du laboratoire systèmes de communications (Sys'Com). Je lui témoigne ma grande reconnaissance pour tout son dynamisme et ses compétences scientifiques qui m'ont permis de mener à bien cette étude.
J'exprime ma profonde gratitude à mon directeur Pr.Junwu TAO , professeur à l'ENSSEEIHT, pour m'avoir accueillir au sein de son équipe et pour avoir dirigé ce travail de thèse avec autant de dévouement.
Je le remercie très sincèrement pour la qualité de ces conseils , sa patience sa disponibilité et son aide tout au long de ce mémoire.
Je suis tout particulièrement reconnaissant à monsieur Henri BAUDRAND, professeur émérite à l'ENSSEEIHT, pour l'aide qu'il m'a apporté, pour la confiance qu'il m'a témoigné, pour ses précieux critiques, conseils. Toujours porteur de nouvelles idées, il a su donner à ce mémoire de thèse les bonnes orientations. Je voudrais également souligner son encouragement, son soutien constant et sa gentillesse incontestable, qu'il veuille trouver dans ce mémoire ma profonde gratitude et mon grand respect.
Mes vifs remerciements à madame Houria REZIG, professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (ENIT), pour avoir accepté de présider mon jury et je le remercie pour son aide et ces encouragements.
J'adresse mes plus sincères remerciements à monsieur Ammar BOUALLEGUE,

professeur émérite à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (ENIT), qui ma fait l'honneur de participer au jury et rapporter et examiner ce travail.
Que monsieur Smaïl TEDJINI, professeur à l' Esisar et chercheur au LCIS de l' Institut National polytechnique de Gronable INP, trouve ici mes vifs remerciements pour avoir voulu examiner ce travail.
Je tous remercier particulièrement tout le personne du laboratoire Laplace pour leur gentillesse et leur disponibilité.
Mes remerciements vont également à tous les enseignants et les responsables de notre école qui ont veuillent sur notre formation.
Papa et Maman , je me souviens de vos sacrifices sans fin en mon égard, merci. Je tiens à remercier mes frères et sœurs pour leur présence qui m'a été d'un grand réconfort. Ma reconnaissance à tous les menbres de ma fammille pour leur assistance multiforme. Merci à tous mes camarades et amis.

Enfin, j'exprime mon remerciement à tous ceux qui ont contribué de prés ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Table des figures

I.1 Équivalence entre le demi éspace et un circuit dipôle. 5
I.2 Équivalence entre la discontinuité du champ magnétique sur (S) et la loi des noeuds pour les courants 5
I.3 Sources virtuelles. 9
I.4 Grandeur d'essai du type densité de courant. 10
I.5 Grandeur d'essai du type champ électrique. 10
I.6 Equivalence entre source planaire de champ électrique et une source de tension ajustable. 12
I.7 Équivalence entre source planaire de champ électrique et une source de courant ajustable. 12
I.8 Exemple d'un circuit équivalent. 14

II.1 Animation de la déviation du faisceau 23
II.2 exemple d'un diagramme de rayonnement de deux éléments ont une phase différente (cas antenne réseau à commande de phase). . 24
II.3 Diagramme simulé d'émission à plusieurs sources déphasées. . . . 24
II.4 Schéma d'un réseau linéaire régulier. 26
II.5 Schéma de principe d'un reflectarray. 27
II.6 Réseau d'un reflectarray des Cellules canoniques reconfigurables. . 27
II.7 Géométrie des FSSs typiques. 28
II.8 Des FSSs indectuves et capacitives. 29
II.9 Antennes (1D) à ondes lentes périodiquement chargées. 30
II.10 Exemples de structures à ondes de fuite. 31
II.11 Structure d'un réseau unidimensionnel, infini et périodique des lignes micro-strips alimentées par des sources de tension identiques. 35

II.12 Structure d'un réseau bidimensionnel, fini et périodique des antennes patch alimentées par des sondes de tension identiques. . . 40
II.13 Structure d'un réseau unidimensionnel, fini et périodique des lignes micro-strips alimentées par des sources de tension identiques. . . 42
II.14 Représentation électrique du couplage dans le circuit de distribution. 46
II.15 Système de coordonnées sphériques. 50

III.1 Réseau périodique planaire. 56
III.2 Cellule de base. 57
III.3 Plan de discontinuité. 59
III.4 Circuit équivalent d'une seule cellule de base. 59
III.5 Circuit Équivalent de la structure compléte. 65
III.6 Variation de $||Zin||$ en fonction du nombre des fonctions de base pour des différents nombre des fonctions test à une $f = 5.4$ Ghz et $\alpha_0 = 0radm^{-1}$. 69
III.7 Convergence numérique de la partie réelle de l'impédance d'entrée calculée par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12]Ghz, pour des différents nombre des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 70
III.8 Convergence numérique de la partie imaginaire de l'impédance d'entrée calculée par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12]Ghz, pour des différents nombre des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 71
III.9 Impédance d'entrée calculée à la convergence par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquence :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 71
III.10 Convergence numérique de la densité de courant calculée par la méthode MoM-GEC en fonction du nombre des modes (cas d'un guide d'onde EPEP en utilisant la fonction test pulse) :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 72
III.11 Convergence numérique de la densité de courant calculée par la méthode MoM-GEC en fonction du nombre des modes (cas d'un guide d'onde EPEP en utilisant la fonction test pulse pondérée) :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 73

III.12 Les parties réelles et imaginaires de l'impédance d'entrée à la convergence calculées par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12] Ghzen utilisant deux types des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 74
III.13 Le $||Zin, \alpha = 0||$ calculée par la méthode MoM sur une bande de fréquences à la convergence utilisant deux différents champs sources comparée a celle donnée par l'outil de simulation HFSS :$\alpha_0 =$ 0 rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx$ $54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 74
III.14 Module de l'impédance d'entée $Z_{in,\alpha}$ ($||Z_{in,\alpha} = 0||$ (Ω)) calculée par la méthode MoM sur une bande de fréquences [0 12] Ghz, pour des différents états de Floquet : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 75
III.15 2-D Distrubtion de courant de la ligne planaire (structure unitaire) décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 77
III.16 2-D Distrubtion de courant de la ligne planaire (structure unitaire) décrite surles modes du guide utilisé (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air). 77
III.17 2-D Distrubtion de courant d'un réseau de 5 éléments des lignes micro-rubans (structure globale) décrite sur les fonctions test à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, a = 270\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air). 78
III.18 2-D Distrubtion de courant d'un réseau de 5 éléments des lignes micro-rubans (structure globale) décrite sur les modes du guide utilisé (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx$ $54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, a = 270\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air). 78
III.19 Coût de calcul en fonction du nombre d'inconnue. 81

IV.1 Configuartion d'un réseau périodique des motifs quelconques . . 88
IV.2 Circuit équivalent de la structure de base. 91
IV.3 Circuit équivalent de la structure globale. 94

IV.4 Configuartion d'un réseau périodique des dîpoles planaires 97
IV.5 Variation du $||Z_{in}||$ en fonction du nombre des modes pour des différents fonction test pour $f = 7Ghz$ - Les autres paramétres de simulation de la structure unitaire sont choisis parmi :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 98
IV.6 Convergence numérique de$||Z_{in}, (\alpha = 0, \beta = 0)||$ calculée par la méthode MoM en fonction de la fréquence pour des différents fonction test pour $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 99
IV.7 Les parties imaginaire et réelle de l'impédance d'entrée calculées à la convergence par la méthode MoM-GEC en fonction de la fréquence et comparées avec celles données par HFSS (cellule unitaire) : $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 100
IV.8 Module de l'impédance d'entrée calculé numériquement par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquence pour des différents états de Floquet : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 101
IV.9 Coût de calcul en fonction du nombre d'inconnue. 105
IV.10 Distrubtion de courant d'un dîpole planaire demi-onde décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz, ($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 107
IV.11 Distrubtion de courant d'un dîpole planaire demi-onde décrite sur les fonctions de base à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 107
IV.12 Distrubtion de courant d'un dîpole planaire à longueur d'onde λ décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 108

IV.13 Distrubtion de courant d'un dîpole planaire à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 108

IV.14 Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 109

IV.15 Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 109

IV.16 Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 110

IV.17 Distrubtion de courant d'un réseau (5x1) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 110

IV.18 Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz , $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 111

IV.19 Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 111

IV.20 Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 112

IV.21 Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 112
IV.22 Distrubtion de courant d'un réseau (5x1) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 113
IV.23 Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz,$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 113

Liste des tableaux

II.1 Principe de la superposition des états de Floquet (Cas 1D). . . . 38

III.1 Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air). 76

III.2 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation modale pour f =5.4 Ghz (avec la représentation basée sur les modes de Floquet) pour f =5.4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon r = 1$ (air). 76

III.3 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}$,a =$20mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon r = 1$ (air). 79

III.4 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant HFSS pour f =5.4 Ghz (structure de réference) at f =4 Ghz. 79

III.5 Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air). 79

III.6 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation modale pour f =5.4 Ghz (avec la représentation basée sur les modes de Floquet) pour f =4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h =$ 1.25mm ,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon r = 1$ (air). 79

III.7 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}$,a =$20mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon r = 1$ (air). . 80

III.8 Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant HFSS pour f =4 Ghz (structure de réference) at f =4 Ghz. 80

IV.1 Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (2\text{x}2)$ elements, $h =$ 1.25mm et $\epsilon_r = 1$ (air). 102

IV.2 Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h =$ 1.25mm et $\epsilon_r = 1$ (air). 102

IV.3 Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre différents éléments du réseau en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}$,a =$216mm$,$b =$ 216 mm ,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (2\text{x}2)$ elements, $h =$ 1.25mm,$Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 103

IV.4 Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre différents éléments du réseau en utilisant la formulation spéctrale pour f =5.4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h =$ 1.25mm ,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon_r = 1$ (air). 103

IV.5 Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}$,a =$324mm$,$b = 324$ mm ,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) =$ (3x3) elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon_r = 1$ (air). 103

IV.6 Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spéctrale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx$ 108mm,a =324mm,$b = 324\ mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) =$ (3x3) elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon_r = 1$ (air). 104

Liste des acronymes

MGEC Generalized Equivalent Circuit Method
MoM Moment Method
HFSS High Frequency Simulator Structures
ASM Array Scanning Method
RA Reflect-Array
FSSs Frequency Selective Surfaces
LWsA Leaky-Waves Antennas
FSSs Frequency Selective Surfaces
TF Fourier Transform
1-D Uni-dimensional Structures
2-D Bi-dimensional Structures
EM Electromagnetic waves
[**S**]scattering parameters
TE,TM Guide's Modes

Introduction générale

Récemment, il est souvent connu que la technologie des réseaux des antennes actives permet de concevoir des structures rayonnantes performantes qui ouvrent de nouveaux horizons applicatifs dans les systèmes aéroportés modernes civils et militaires. La mise en œuvre des très nombreuses fonctions telles que la détection, la guerre électronique, les communications et la navigation se traduit par une nécessité d'implanter de grands réseaux presque-périodiques d'antennes.
Afin d'augmenter leurs performances électroniques, le chercheur d'aujourd'hui a conforté plusieurs contraintes de plus en plus complexes.
On notera que contrairement aux solutions classiques, tous les pavés rayonnants constituant le réseau d'antenne sont reliés les uns aux autres et ne peuvent donc être considérés isolés. Et, lorsque la complexité augmente à cause de l'infinité du réseau en présence des interactions électromagnétiques entre les éléments rayonnants qui se manifestent par la modification des répartitions des courants de surface. Ceci engendre une modification du comportement électromagnétique de l'antenne et du réseau : déformation du diagramme de rayonnement, désadaptation de l'impédance d'entrée, gain,etc.
Généralement, les méthodes de modélisations utilisées pour déterminer le caractère d'onde des réseaux des sources à motif périodique souffrent de plusieurs contraintes de plus en plus complexes, prenant à titre d'exemple, la méthode des moments (MoM) qui présente une grande consommation de calcul électromagnétique, en particulier pour tenir compte le couplage entre les éléments du réseau.
Pour surmonter ces difficultés des nouvelles approches sont proposées dans des méthodes numériques fiables et qui offrent à la fois des caractéristiques radioélectroniques exactes et un temps de calcul très réduit. Par exemple, une nouvelle approche modale basée sur les modes de Floquet actuellement développée a été proposée pour faire apparaitre les effets de couplage lors de l'étude d'un réseau des sources arbitraires dans le cas infini et qui se ramène par la suite à un réseau

largement fini.
L'objectif de cette thèse vise à étudier la réduction du calcul électromagnétique d'une structure globale formée essentiellement d'un réseau périodique infini des sources d'excitations et en particulier les répartitions d'un réseau fini . Le problème principale consiste à faire ramener ce calcul juste au niveau d'une seule cellule unitaire délimitée par des murs périodiques en se basant sur le théorème de Floquet qui permet de tenir compte de tous les effets de couplage et assure ainsi une grande précision de calcul des caractéristiques des structures périodiques et surtout les apériodiques et quasi -périodiques. Le présent travail est divisé en quatre chapitres.
Le premier chapitre présente une introduction de la méthode des circuits équivalents généralisés (MGEC). Les concepts et le formalisme de la méthode adoptée permettent de convertir un problème électromagnétique en un problème de circuit équivalent plus simple à manipuler. Notre étude s'intéressera à l'intégration de la procédure de Galerkin avec la méthode MGEC.
Le second chapitre décrit la méthode modale basée sur la décomposition en modes de Floquet permettant d'étudier les réseaux d'antennes comportant un grand nombre d'éléments. L'analyse globale est néanmoins incapable de prendre en compte les couplages qui s'établissent entre les antennes. Une solution réside à exploiter la symétrie périodique de la structure pour limiter l'étude à une seule maille du réseau infini et périodique d'élément tous identiques, l'interaction avec les autres mailles étant prise en compte par la définition de conditions aux limites périodiques aux frontières de la cellule de base (théorème de Floquet). En conclusion, l'étude des réseaux de dimensions finies part du même principe que le cas infini mais avec quelques particularités.
Le troisième chapitre consiste à valider le cas d'une application 1-D des circuits presque-périodiques. Une étude détaillée est donnée pour montrer les couplages mutuels et leurs effets dans une configuration d'un réseau unidimensionnel (1D) des lignes microrubans. Par ailleurs, la souplesse et l'efficacité de la formulation modale est démontrée en terme de temps de calcul et espace mémoire. D'autre part, une comparaison avec les résultats obtenus par le logiciel de simulation HFSS est élaborée.
Dans le quatriéme chapitre, une contribution à généraliser notre étude au cas bidimentionnel des dipoles planaires. Nous essayons également de mettre l'accent sur des termes de couplage calculés par la métohode modale. Plusieurs résultats sont obtenus et comparés avec d'autre méthode classique directe où bien avec le logiciel de simulation HFSS. Finalement, nous démontrons pourquoi nous favorisons cette analyse modale en temps de calcul et ressource mémoire.
En conclusion, les travaux présentés dans ce mémoire sont résumés et sont abordées les axes possibles sur lesquels devraient poursuivre ces travaux.

Chapitre I

Méthode des Circuits Équivalents Généralisés(MGEC)

1 Introduction

La théorie de base des structures planaires presque-périodiques présente un intérêt croissant aucours de ces dernières décades. Surtout quand les antennes fonctionnant selon ce principe fait l'objet de plusieurs travaux de recherches[4, 14].
En effet, beaucoup des chercheurs ont proposé d'élaborer plusieurs méthodes et outils d'analyse de telles structures[6, 9, 11].
Si les logiciels de modélisations et de simulations conçues par certains de ces chercheurs sont d'une contribution assez considérable que pour des structures typiquement utilisées où à d'autre se ramenant à des cas connus, il n'en démeure pas mois vrai que les études électromagnétiques restent le choix par exellence pour analyser présicement et rigouresement dans le cas le plus complexes, comportant, par exemple, des composants actifs ou à rayonnement important, ce qui pourrait induire des problémes de couplage non négligeables. Ces problémes pourraient ne pas être pris en compte par plusieurs méthodes cités ci dessus.
Les méthodes analytiques et numériques le plus souvent utilisées pour la résolution de problémes rencontrés en électromagnétisme sont données selon [3, 5, 12] :

- Les méthodes différentielles : qui sont essentiellement basées sur la déscritisation des équations de Maxwell dans l'éspace \ temps. Ce pendant , elles necessitent une place mémoire et des temps de calcul trés importants.

- Les méthodes itératives : dont le principe consite à la résolution d'équations obtenues par différentes formulations de type integrale , sans avoir recours à la recherche de bases de décomposition **o**ù de fonction test, mais la résolution est construite par procédé iteratif accéléré et convergent.

– Les méthodes intégrales : elles ramènent la résolution d'un probléme en trois dimensions (volume) à celui d'un probléme en deux dimensions (surface) et celui en surface à un probléme de contour (une dimension)et ce par application des équations aux limites. Précisement, elles permettent d'obtenir les solutions d'un probléme de propagation ou de discontinuités à partir de la determination des distrubtions de courants ou de champs sur une surface particuliére. L'avantage des méthodes intégrales est qu'elles demandent moins de ressources mémoires et moins de temps de calcul que les autres méthodes différentielles qui, toutes fois, sont plus adaptées pour les structures complexes . Ce pendant le probléme ne peut être réssolu que si le cas étudié n'est pas trop complexe, de geometries simples, milieux pas trop hétérogénes ,....ect

C'est dans le cadre de méthodes de type intégralle nous adoptons notre cas d'étude. Nous nous intéressons à une antenne actif planaire (avec des éléments localisés) composé de plusieurs domaines métalliques rectangulaires [10, 14]. Parmi les méthodes integrales, nous choisissons la méthode des cicuits équivalents généralisés (MGEC)[1, 3, 4, 9, 10].

2 Principe de la méthode

2.1 Présentation

La méthode (MGEC) fut proposée par BAUDRAND dans le but de représenter les équations intégrales par des circuits équivalents simplifiés [2, 5, 12]. Cette méthode représente une extension des méthodes intégrales basée sur une transposition des problémes de champs en problémes de circuits électriques plus simples à étudier [2, 7, 15]. L'idée de cette dernière découle d'une analogie entre les équations décrivant les conditions aux limites d'un état électromagnétique (courant et champ) sur une interface de discontinuité d'une part, et celle mettant en evidence la tension et l'intensité dans un circuit d'autre part.
Cette modélisation permet d'étendre les lois de Kirchhoff généralement employées avec le concept (V,I) au formalisme de Maxwell (E,H). Afin de montrer une relation entre le champ électrique transverse $E_t(x, y)$ et le champ magnétique $H_t(x, y)$, il est préférable de définir dans le plan transverse une densité de courant : densité de courant associé à une surface (S). Conséderons (S) est une surface fermée où les limites s'appuient sur la surface (C) qui borne le domaine de définition du champ électromagnétique. Supposons que (S) posséde un sens d'orientation bien définit tel que $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal (Figure. I.1).
Notons que :

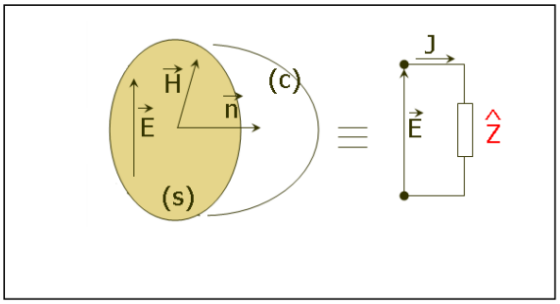


Figure I.1 – Équivalence entre le demi éspace et un circuit dipôle.

$$\vec{J} = \vec{H} \wedge \vec{n} \tag{I.1}$$

Le vecteur $\vec{J}$ est de même nature que le champ magnétique. Il est orienté comme le vecteur $\vec{n}$. Par conséquent, il a été noté que la conservation de la tension entre 2 connections liant les fermetures gauches et droites d'un circuit représente la composante tangentielle du champ électrique $E_t(x, y)$. On peut dire alors qu'une surface (s) quelconque peut être représentée par deux connections dans le circuit équivalent, où le champ électrique tangentiel $E_t(x, y)$ est remplacé par la tension appliquée(V).
Il est possible d'établir une deuxiéme équivalence entre le champ magnétique $H_t(x, y)$ et le courant électrique dans un circuit (I). Supposons qu'il existe sur

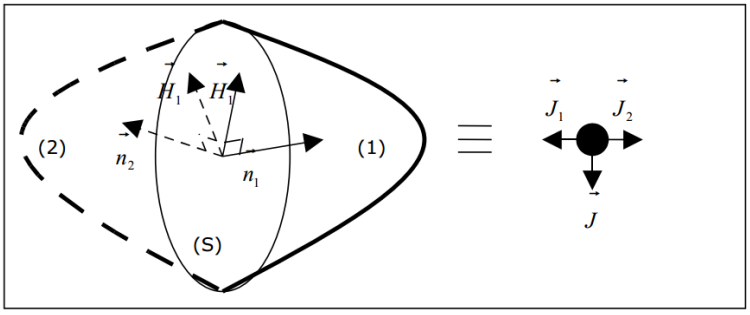


Figure I.2 – Équivalence entre la discontinuité du champ magnétique sur (S) et la loi des noeuds pour les courants

(S) des courant de surface $J = J_s$. Soit (S) sépare maintenat le domaine en deux regions (1) et (2)(Figure. I.2).
La relation de discontinuité du champ magnétique, s'écrit alors :

$$\vec{J_s} \wedge \vec{n_1} = \vec{H_{1t}} \wedge \vec{H_{2t}} \tag{I.2}$$

D'ou :

$$\begin{aligned} \vec{J_s} &= \vec{H_{1t}} \wedge \vec{n_1} - \vec{H_{2t}} \wedge \vec{n_1} \\ &= (\vec{H_{1t}} \wedge \vec{n_1}) + (\vec{H_{2t}} \wedge \vec{n_2}) \end{aligned} \tag{I.3}$$

Ceci conduit à :

$$\vec{J_s} = \vec{J_1} + \vec{J_2} \tag{I.4}$$

$\vec{J_1}$ et $\vec{J_2}$ étant les courants équivalents définis par$\vec{H_{it}} \wedge \vec{n_i}$.
Nous trouvons ainsi une relation identique à la $2^{éme}$ loi de kirchoff, la loi des noeuds [2, 3, 11].
Dans la suite ce type de shéma équivalent sera utile.

2.2 Dévellopement de la méthode par le formalisme des opérateurs

Nous allons adopter à la méthode le formalisme mathématique introduit par Dirac dans le cadre de la mécanique quantique [2–4, 13].

2.2.1 Formalisme Mathématique adopté

Dans un systéme physique, chaque état est défini par le vecteur v appellé ket (noté par le symbole $|v\rangle$).
Il est décrit dans une base $|f_i\rangle$ de l'espace $L^2(\Omega)$ par l'ensemble des composantes :

$$|v\rangle = \sum_i a_i |f_i\rangle \tag{I.5}$$

$|f_i\rangle$ appartiennent à l'espace des fonctions de carré sommable. À chaque vecteur ket ($|v\rangle$), on associe un vecteur bra $\langle v|$ représentant le vecteur transposé conjugué. À tout couple (bra-ket) $\langle u|$ et $|v\rangle$ appartiennent à l'espace $L^2(\omega)$, le produit scalaire sera noté : $\forall u, v \in L^2(\Omega)$

$$\begin{aligned} (u, v) &= (\langle u|, |v\rangle) \\ &= \langle u|v\rangle \\ &= \int\int_\Omega u^*(r) v(r)\, dr^2 \end{aligned} \tag{I.6}$$

Également, cette formalisme reste utile pour définir la représentation matricielle d'un opérateur.
Par exemple, toute grandeur physique mésurable est décrite par un opérateur $\hat{L}$ agissant dans l'éspace $L^2(\Omega)$.

L'action de ce dernier operateur à tout élément $|v\rangle$ fait produire un autre état $|u\rangle$, d'oú :

$$\hat{L}|v\rangle = |u\rangle \tag{I.7}$$

Cette relation reste toujours linéaire. Si nous introduissons une base propre $\{|f_i\rangle\}$, nous pouvons représenter cet opérateur par une matrice $(\hat{L})$de terme général :

$$\hat{L_{i,j}} = \langle f_i|\hat{L}|f_j\rangle \tag{I.8}$$

2.2.2 Opérateur admittance \ Opérateur impédance

Généralement l'opérateur impédance (ou admittance) permet de décrire l'environnement électromagnétique de la structure étudiée [9, 11, 16].
Supposons que la surface (S) est decomposée en 2 surfaces (S_1) et (S_2), caracterisée par leurs orientations selon$(\vec{n_1})$ et $(\vec{n_2})$, les champs électromagnétiques qui définissent les conditions aux limites sont représentés respectivement de part et d'autre par un dîpole.
Par définition, identiquement à la loi d'hom, les relations établies entre le champ E_i et J_i sur chacune de surface (S_1) et (S_2) s'écrit sous la forme suivante :

$$E_i = \hat{Z}_i J_i \tag{I.9}$$

et

$$\begin{aligned} J_i &= \hat{Y}_i E_i \\ i &= 1, 2 \end{aligned} \tag{I.10}$$

L'opérateur $\hat{Y}_i$ représente le grandeur dual de l'opérateur $\hat{Z}_i$.
Dans la continuité du champ, nous pouvons conclure une écriture équivalente à l'écriture précedente (I.11) reliant le champ et le courant sur n'importe quelle surface (S), s'écrit sous cette forme :

$$E = \hat{Z} J \tag{I.11}$$

et

$$J = \hat{Y} E \tag{I.12}$$

(I.13)

Les opérateurs $\hat{Z}$ oú $\hat{Y}$ sont uniques suite à l'unicité des solutions (E,H) et (E,J) sur la surface (S).
Cette relation générale reste valide que si nous considérons le cas oú (S) s'appuie sur un contour fermé (C), orientée par la normale d'ou nous dirons que l'opérateur

admittance est un dîpole .
Dans le cas oú elle est constituée de plusieurs parties(S_1, S_2, S_3....,), nous parlerons de type multipôle.
Seulement le cas de l'abscence d'un contour fermé le courant de surface (J_s) depend de la valeur du champ en d'autre points de l'espace exterieur du domaine de définiton(S).
Dans la littérature , nous remarquons que l'expression de l'opérateur admittance ou celui d'impédance est souvent déduit directement de la fonction de Green G.
Ainsi, pour l'exemple d'une cavité à parois magnétiques, nous montrons que :

$$G(r, r') = \sum_n (\frac{1}{\lambda_n}) f_n(\vec{r}) \otimes f_n(\vec{r'}) \tag{I.14}$$

Avec $\lambda_n = \omega_n^2 \epsilon\mu - \omega^2 \epsilon\mu$ oú ω_n désignant la pulsation de résonance correspendante au $n^{iéme}$ mode propre de la cavité décrit par $\vec{f_n}$, $\otimes$ est le produit dyadique.
En écrivant la définition de l'opérateur de Green :

$$E = -j\omega\mu \hat{G} J \tag{I.15}$$

Nous déduisons l'opérateur impédance :

$$\hat{Z} = \sum_n (\frac{1}{\lambda_n}) f_n(\vec{r}) \otimes f_n(\vec{r'}) \tag{I.16}$$

Dans la suite du document, nous utiliserons la notation suivante pour les produits diadique :

$$\hat{Z} = \sum_n (\frac{j\omega\mu}{\lambda_n}) |f_n(\vec{r})\rangle\langle f_n(\vec{r'})| \tag{I.17}$$

Nous avons remplacé le produit dyadique par la forme respectant le formalisme mathématique (bra-ket).
d'où :

$$\hat{Z} = \sum_n |\vec{f_n}\rangle \frac{j\omega\mu}{\lambda_n} \langle \vec{f_n}| \tag{I.18}$$

2.2.3 Fonctions d'essai généralisées

Dans la pluspart des cas des circuits planaires, il est important de définir le champ électrique (Respectivement le courant électrique) sur toute la surface (S)(surface de discontinuité)[9, 10, 12].
En effet, sur une surface composée d'une partie métallique et d'une partie isolante, par exemple, les conditions aux limites imposent un champ $\vec{J}$ nul sur l'isolant et non nul ailleurs (métal) et vice versa pour le champ électrique (son dual).
En outre, Supposons que le grandeur électrique à étudier reste nul sur un sous do-



(a) Source virtuelle en courant (b) Source virtuelle en champ

Figure I.3 – Sources virtuelles.

maine (S_1)), par contre étant défini dans son sous domaine complémentaire(S_2)(dans (S)), nous identifions alors de grandeur transverse appellée aussi fonction d'essai généralisée définie sur (D_2) là où la grandeur est non nulle)(Figure. I.4,II.10).
Selon les circuits équivalents identifiant les conditions limites sur tout le domaine (S), les fonctions d'essai généralisées sont traduites par des sources virtuelles ajustables . Pour représenter l'état électromagétique dans les sous domaines (S_1)et (S_2), ces sources se comportent comme des interrupteurs à deux états (Figure . I.3) :

1. Une source de courant est ajustable de sorte à annuler la grandeur duale (la tension équivalente appliquée aux bornes de la source).
2. Une source de tension est ajustable de sorte à annuler la grandeur duale (le courant traversant la source)

Généralement, les fonctions d'essai forment une base pour décrire un grandeur d'essai (un champ électrique oú une densité de courant) dans un sous-domaine(D_e).
Une régle générale permet de définir les expressions des fonctions tests.

- Les fonctions d′essai sont les champs électriques des modes TE et TM du guide de section droite D_e. La section droite D_e est limitée par un mur électrique ou magnétique selon les conditions aux limites vérifiées par la grandeur d′essai.
- Si la grandeur d′essai est un courant, D_e est alors métallique et le courant normal aux bords est nul . La frontière du domaine doit être un mur magnétique, le champ normal y est nul.
- Si la grandeur d′essai est un champ électrique, D_e est alors magnétique et le champ tangentiel E_t est nul . Nous prendrons aux frontières un mur électrique

2.2.4 Sources électromagnétiques

Dans notre étude précedente, nous avons considéré un cas oú la structure est non excitée.

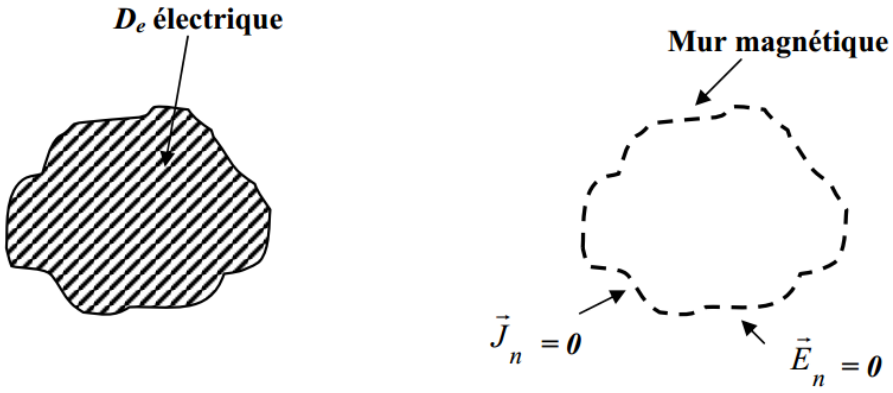


Figure I.4 – Grandeur d'essai du type densité de courant.

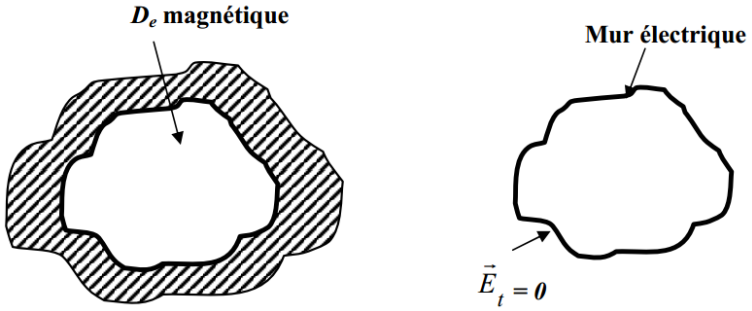


Figure I.5 – Grandeur d'essai du type champ électrique.

le fait de penser d'employer des sources réelles dans un milieu linéaire, les équations électromagnétiques sont régis par :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{E}) = -j\mu\omega\overrightarrow{H} - \overrightarrow{M} \tag{I.19}$$

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{H}) = j\epsilon\omega\overrightarrow{E} + \overrightarrow{J} \tag{I.20}$$

$\overrightarrow{J}$ et $\overrightarrow{M}$ sont exprimés en fonction du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{H}$, identifiant les sources dans le milieu à etudié. Par conséquent, plusieurs façons permettent d'expliquer $\overrightarrow{J}$ et $\overrightarrow{M}$ selon le probléme. $\overrightarrow{J}$ peut avoir la forme d'un courant de conduction, ou un courant de polarisation électrique....etc. Contrairement, $\overrightarrow{M}$ peut être exprimer comme étant un courant magnétique, ou un courant de polarisation magnétique ....etc.
Dans cette paragraphe, nous distinguons deux natures de sources électromagnétiques [1, 3, 14] :

- Les sources étendues : qui sont associées à des sources modales de type champ électrique ou courant relatif au guide d'amené. Ces sources sont utilisé gé-

néralement dans des problémes de diffraction, par exemple, pour étudier des discontinuités placées dans des guides d'ondes homogénes et inhomogénes. Selon le type du guide, une base modale est peut être décomposée en deux familles : les modes d'odre inferieurs (connues par les modes actifs :modes d'excitations) et les modes d'ordre superieurs (modes évanescents) qui permettent de décrire l'état électromagnétique sur l'interface de discontinuité(inconnue de probléme).

– Les sources localisées : sont des sources de taille infiniment petit par rapport à la longueur d'onde c'est à dire sont définies sur une surface (S) de faible dimension et sont caractérisées par une tension oú un courant quasiment statique (vu les dimensions néglégeable). Ces sources sont associées identiquement à des structures rayonnantes tout en permettant de décrire l'inconnue du probléme sur les discontinuités par les modes des guides utilisés (conditions aux limites).

En resumé, nous nous s'interessons d'introduire dans notre travail seulemnt les sources localisées (ou bien les éléments localisés planaires) (Figure I.6,I.7).
Alors, si E désigne le champ électrique source défini sur un domaine D_s selon une répartition f(x,y) (dans d'autre cas s'appelle fonction de mise en forme) et une amplitude V_0 (tension appliquée aux bornes de cette dérniére), nous écrivons :

$$E(x,y) = V_0 f(x,y) \tag{I.21}$$

le potentiel appliquée vérifie l'indépendance du contour s'appuyant sur la surface (S) du domaine source (D_s), nous retrouvons enfin l'expression suivante :

$$\oint_C \vec{E}\vec{dl} = V_0 \tag{I.22}$$

nous pourrons alors modéliser cette source par une soursse ajustable de tension non nulle sur le domaine de définition de la source, nulle ailleurs.

Également, nous pouvons représenter une source planaire de courant ($\oint_C \vec{H}\vec{dl} = I$) par une source de courant ajustable.

Une anolagie entre la source de tension et la source de courant a été montrée par AGUILI dont les deux types de sources sont équivalents dés que la source de tension est égale au fondamental de la tension de la source de tension(identiquement la source de courant).
Cette étude est trés importante, car elle nous permet de géneraliser plus de dégré de liberté pour choisir, selon le probléme à étudier, l'une ou l'autre type de sources dans notre modéle [16].

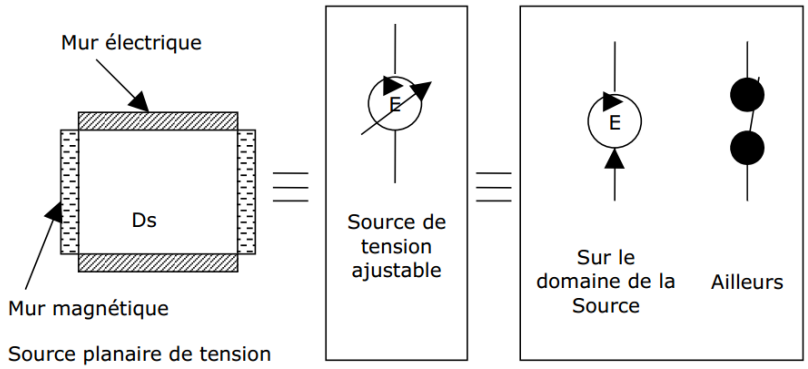


Figure I.6 – Equivalence entre source planaire de champ électrique et une source de tension ajustable.

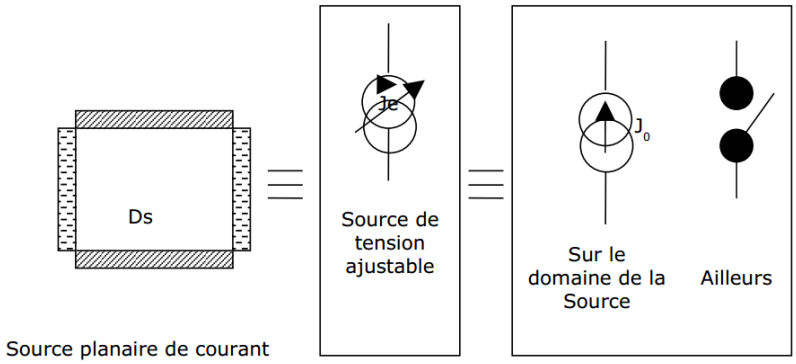


Figure I.7 – Équivalence entre source planaire de champ électrique et une source de courant ajustable.

2.2.5 Décomposition de E,J et H sur leurs bases appropriées

Dans chaque partie de la figure (I.2)(surtout le cas d'un guide d'onde), le champs électrique transverse ($|E_t\rangle$) est décomposé sur une base choisie d'une façon adéquate notée ($|f_{mn}\rangle$)[3, 4, 12, 14].Cette base doit vérifier les conditions suivantes :

– être compléte

– vérifier les conditions aux limites

Le champ électrique transverse peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$|E_t\rangle = \sum_{mn} z_{mn} i_{mn} |f_{mn}\rangle \tag{I.23}$$

i_{mn} sont les pondérations (amplitudes) de courant qui correspondent aux modes du guide.

z_{mn} sont les impédances modales.
De la même maniére, l'expression du champ magnétique transverse $|H_t\rangle$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$|H_t\rangle = \sum_{mn} i_{mn}|h_{mn}\rangle \tag{I.24}$$

Ainsi, nous pouvons déduire la décomposition modale de la densité de courant $|J\rangle$ à partir de :

$$|J\rangle = \sum_{mn} i_{mn}|f_{mn}\rangle \tag{I.25}$$

Cas du Guide d'Ondes (Région) Homogène :
Dans ce cas, les éléments de la base de la décomposition du champ électrique $\{|f_{mn}\rangle\}$ sont colinéaires avec les vecteurs de base du champ magnétique $\{|j_{mn}\rangle\}$. Nous avons par conséquent, la relation suivante :

$$|f_{mn}\rangle = z_{mn}|j_{mn}\rangle \tag{I.26}$$

z_{mn} représentent les impédances des modes en couple (m, n) du guide d'ondes court-circuité à une longueur l.
En substituant (I.26) dans (I.23), nous obtenons :

$$|E\rangle = \sum_{mn} z_{mn} i_{mn}|f_{mn}\rangle \tag{I.27}$$

Deux cas sont possibles :

a) **La Base $\{|f_{mn}\rangle\}$ est Orthonormée** $\langle f_{mn,\alpha}|f_{m',n',\alpha}\rangle = \delta_{m,n}^{m',n'}$ **où** $\delta_{m,n}^{m',n'}$ est le delta de **Kronecker**.
En appliquant l'opération de projection sur les modes (m, n), le projecteur $\hat{P_{mn}}$ est défini par :

$$\hat{P_{mn}} = |f_{mn}\rangle\langle f_{mn}| \tag{I.28}$$

Avec $\hat{Z}$ opérateur impédance défini par :

$$\hat{Z} = \sum_{mn} z_{mn}\hat{P_{mn}} = \sum_{mn} |f_{mn}\rangle z_{mn}\langle f_{mn}| \tag{I.29}$$

b) **La Base $\{|f_{mn}\rangle\}$ n'est pas Orthogonale** $\langle f_{mn}|f_{m'n'}\rangle \neq \delta_{m,n}^{m',n'}$
L'opérateur impédance ne peut plus s'écrire sous la forme(I.29). Pour pouvoir le définir, il suffit de déterminer la base duale $\{|f_{mn}\rangle\}$ telle que :

$$\langle f_{mn}|f'_{mn}\rangle = N'\delta_{m,n} \tag{I.30}$$

Oú $N^{'}$ est une constante de normalisation.
Dans ces conditions, il est défini par :

$$\hat{Z} = \sum_{mn} \frac{|f_{mn}\rangle z_{mn} \langle f'_{mn}|}{|f_{mn}\rangle \langle f'_{mn}|} \tag{I.31}$$

$\hat{Z}$ est un opérateur auto-adjoint.

2.2.6 Exemple d'une formulation d'un probléme aux limites

D'après le principe de la méthode (MGEC), lorsque les équations intégrales, qui décrivent le probléme posé, sont traduit à un simple circuit équivalent, nous pourrons appliquer dans la suite les lois kirchhoff généralisées (en termes de courant et de tension) et la loi équivalente à la loi d'Ohm tout en introduisant la notion d'opérateur (impédance \ admittance) aux circuits obtenus [9, 11, 16].
En effet, nous pouvons extraire une représentation formelle entre les sources (virtuelles et réelles) et leurs grandeurs duales sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \text{grandeurs duales} \\ \text{des sources réelles} \\ \text{et virtuelles} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{H} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{des sources réelles} \\ \text{et virtuelles} \\ \end{pmatrix} \tag{I.32}$$

Par exemple, pour déterminer une équation fonctionelle du circuit présenté ci-dessous(IV.17), nous fessons appel à la relation formelle entre les sources et leurs grandeurs duales. À partir de cette schéma équivalente de la figure(I.8), nous pou-

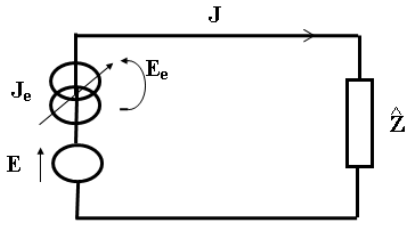


Figure I.8 – Exemple d'un circuit équivalent.

vons appliquer la loi de Kirchhoff et la loi d'Ohm, d'où nous obtenons le systéme :

$$\begin{cases} J = J_e \\ E_e = -E + \hat{Z} J_e \end{cases} \tag{I.33}$$

Ceci (I.33) se traduit sous la forme de l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} J \\ \\ E_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \\ -1 & \hat{Z_{pq,st}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ \\ J_e \end{pmatrix} \tag{I.34}$$

Généralement, cette dernière relation n'admet pas de solutions analytiques connues. Les expressions des inconnues E_e et J_e du problème ne peuvent pas être résolues directement.
Pour résoudre les équation fonctionnelles, nous utiliserons le plus souvent la méthode de Galerkin due à la simplicité de sa formulation et la généralisation de son application [5, 12].

2.2.6.1 Principe de la méthode de Galerkin

La méthode des moments est une méthode de résolution numérique de problèmes linéaires avec des conditions aux limites [17]. La méthode consiste à ramener le problème à un problème matriciel de la forme $Ax = B$. où A est une matrice, x un vecteur inconnu dont on recherche les solutions et B un vecteur connu. Lorsque c'est possible, l'inversion de la matrice A permet de déterminer les solutions recherchées.
Cette méthode permet de résoudre aisement les équations inhomogènes du type :

$$L(f) = g \tag{I.35}$$

où L est un opérateur linéaire, f et g deux fonctions. Généralement, on nomme la fonction g le terme excitation ou source, et f le terme de courant ou la réponse, l'inconnu que l'on cherche à déterminer.
La fonction f peut être décomposée sur une base de fonctions (f_i) :

$$f = \sum_{i=1,n} \alpha_i f_i \tag{I.36}$$

Nous définissons également un produit scalaire dans l'espace des fonctions (généralement un espace de Hilbert) ainsi que des fonctions tests w_j dans le domaine de l'opérateur L. En prenant le produit scalaire de l'équation précédente avec chaque w_j, nous obtenons :

$$f = \sum_{i=1,n} \alpha_i \langle w_j, L(f_i) \rangle = \langle w_i, f \rangle \tag{I.37}$$

Cette série d'équations peut se récrire sous forme matricielle :

$$[l][\alpha] = [g] \tag{I.38}$$

où :

$$[l] = \begin{pmatrix} \langle w_1, L(f_1)\rangle & \langle w_1, L(f_2)\rangle & . & . & \langle w_1, L(f_n)\rangle \\ \langle w_2, L(f_1)\rangle & \langle w_2, L(f_2)\rangle & . & . & \langle w_2, L(f_n)\rangle \\ . & . & . & . & . \\ \langle w_n, L(f_1)\rangle & \langle w_n, L(f_2)\rangle & . & . & \langle w_n, L(f_n)\rangle \end{pmatrix}$$

$$[\alpha] = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ . \\ . \end{pmatrix}, [g] = \begin{pmatrix} \langle w_1, f\rangle \\ \langle w_2, f\rangle \\ . \\ \langle w_n, f\rangle \end{pmatrix}$$

Si la matrice [l] est inversible, alors les coefficients α_i peuvent être calculés par :

$$[\alpha] = [l]^{-1}[g] \tag{I.39}$$

Cas particulier : méthode de Galerkin
Lorsque les fonctions tests w_i sont choisies telles que $w_i = f_i$, cette méthode est connue sous le nom de méthode de Galerkin, du nom du mathématicien Russe Boris Grigoryevich Galerkin [3, 17].

2.2.6.2 Application de la méthode de Galerkin pour la résolution d'un problème aux limites

Si nous considérons le cas du circuit équivalent cité dans la figure(I.8) qui correspond à la structure ayant un plan de masse placé à la hauteur ($z = -h$ par rapport à la surface de discontinuité qui se trouve dans la section ($z = 0$) d'un guide d'onde d'une part et infini dans le sens ($z > 0$) d'autre part. Notons $|f_{mn}\langle$ sont les modes du guide qui identifient les conditions aux limite [6, 8, 13].
Nous considérons le cas d'une excitation localisée dont l'expression du champ correspond au mode fondamental de guide d'onde représentant le domaine de définition de la source, qui s'écrit sous forme :

$$E_0 = V_0 f(x, y) \tag{I.40}$$

Par définition, les modes d'ordre superieurs représentants l'état électromagnétique de la discontinuité sont généralement décrit par l'operateur impédance $\hat{Z}$ dont

l'expression :

$$\hat{Z} = \sum_{mn} |f_{mn}\rangle z_{mn} \langle f_{mn} \tag{I.41}$$

Seulement, dans notre cas nous considérons un opérateur impédance équivalent $\hat{Z_{eq}}$ qui regroupe les deux cas de fermetures tout en raménant respectivement, le plan de masse et l'infini (circuit ouvert) au niveau du l'inteface de discontinuité.
J_e représente une source virtuelle définie sur les domaines métalliques de la surface de discontinuité. Soit J_e est l'inconnue du probléme décomposé sur une base de fonctions d'essai $\{g_{e,p}; p = 1, ..., N_e\}$ multipliées par des coefficients de $\{x_{e,p}; p = 1, ..., N_e\}$ pondérations inconnus comme suit :

$$J_e = \sum_{p} x_{e,p} |g_{e,p}\rangle \tag{I.42}$$

Notre but est de déterminer les coefficients de pondération afin de calculer, réspectivement, la distribution du courant et le champ Je et E_e définis sur la surface de discontinuité.
L'application des lois de Kirchhoff et d'Ohm au circuit équivalent permet de déduire :

$$\begin{cases} J = J_e \\ E_e = -E + \hat{Z} J_e \end{cases} \tag{I.43}$$

Le courant s'exprime sous la forme d'une somme de fonctions de la base modale $\{|f_{mn}\rangle\}$ pondérées par des coefficients inconnus$\{I_{mn}\}$ [8]. En appliquant la procedure de Galerkin pour résoudre le probléme électromgnétique décrit par le systéme d'équation (I.43) ,il suffit de projetter le mode fondamental d'excitation f_0 sur la premiére équation du systéme, nous obtenons :

$$J = J_e \Rightarrow \langle f_0, J\rangle = \langle f_0, J_e\rangle \Rightarrow \langle f_0, \sum_{n,m} I_{nm} f_{nm}\rangle = \langle f_0, \sum_{p} x_{e,p} g_{e,p}\rangle \tag{I.44}$$

D'aprés l'étude précedente , la base des $\{|f_{mn}\rangle\}$ choisies constitue une base orthonormée et compléte , tout en permettant d'identifier le terme I_0 de l'équation (I.44)de la façon suivante :

$$I_0 = \sum_{p} x_p \langle f_0, g_{e,p}\rangle \tag{I.45}$$

De la même maniére, quand nous projettons la deuxiéme équation de (I.43) sur les fonctions test $\{g_{e,p}; p = 1, ..., N_e\}$: $\forall s \in \{1, ..., N_e\}$, ona :

$$E_e = E + \hat{Z} J_e \Rightarrow \langle g_s, E_e\rangle = \langle g_s, E + \hat{Z} J_e\rangle = \langle g_s, E\rangle + \langle g_s, \hat{Z} J_e\rangle \tag{I.46}$$

En connaissant que les fonctions test de type courant et le champ dual sont définis sur des domaines complementaires alors $\langle g_s, g_e \rangle = 0$. Évidement, l'équation (I.46) sera notée :

$$0 = \langle g_s, V_0 f \rangle + \langle g_s, \hat{Z} \sum_p x_{e,p} | g_{e,p} \rangle \tag{I.47}$$

Par conséquent, nous pouvons déduire l'expression suivante :

$$0 = \langle g_s, V_0 f \rangle + \sum_p x_{e,p} \langle g_s, \hat{Z} | g_{e,p} \rangle \tag{I.48}$$

Par la suite, nous proposons d'utiliser les équations (I.47)et(I.48) afin de traduire le systéme d'équation (I.43) à une écriture matricielle notée comme suit :

$$\left(\begin{array}{c} I_0 \\ \hline 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|cccc} 0 & -\langle f, g_1 \rangle & -\langle f, g_2 \rangle & . \; . \; . \; . & -\langle f, g_{Ne} \rangle \\ \hline \langle g_1, f \rangle & \langle g_1, \hat{Z} | g_1 \rangle & \langle g_1, \hat{Z} | g_2 \rangle & . \; . \; . \; . & \langle g_1, \hat{Z} | g_{N_e} \rangle \\ . & \langle g_2, \hat{Z} | g_1 \rangle & \langle g_2, \hat{Z} | g_2 \rangle & . \; . \; . \; . & \langle g_2, \hat{Z} | g_{N_e} \rangle \\ . & . & . \quad . & . \; . \; . \; 1. & . \\ \langle g_{Ne}, f \rangle & \langle g_{Ne}, \hat{Z} | g_1 \rangle & \langle g_{Ne}, \hat{Z} | g_2 \rangle & . \; . \; . \; . & \langle g_{Ne}, \hat{Z} | g_{N_e} \rangle \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} V_0 \\ \hline x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_{Ne} \end{array}\right) \tag{I.49}$$

D'une façon plus simple, nous établissons une nouvelle écriture plus adéquate décrite sous la forme suivante [1, 3, 13] :

$$\left(\begin{array}{c} I_0 \\ \hline [0] \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & [\mathrm{A}] \\ \hline [\mathrm{A}] & [\mathrm{B}] \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} V_0 \\ \hline [\mathrm{X}] \end{array}\right) \tag{I.50}$$

Finalment, nous deduisons le systéme d'équation ci-dessus :

$$\begin{cases} I_0 = [A][X] \\ 0 = [A]V_0 + [B][X] \end{cases} \tag{I.51}$$

La résolution de ce systéme nous permettera de déterminer [3, 13] :

- L'impédance d'entrée $Zin = \frac{V_0}{I_0}$ vue par la source d'éxcitation.
- Les valeurs des coefficients de pondérations x_p qui identifient l'inconnue du probléme.
- les distrubtions du courant de surface et du champ ,définis au niveau de la surface de dicontinuité, sont décrit avec les modes du guide utilisé.

3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré les concepts de modélisation par la méthode des circuits équivalents généralisés afin de simplifier la résolution des problémes électromagnétiques, tout en changeant le probléme de champ en un probléme de circuit. Par conséquent , l'application de la méthode de Galerkin permet de ressoudre aisément le probléme formulé ainsi que le systéme d'équation qui décrit le phénoméne électromagnétique .
Dans la suite de notre travail, cette méthode de formulation peut être presentée pour modéliser et ressoudre tous les problémes électromagnétiques posés et en particulier qui utilisent les méthodes modales (spéctrales)pour étudier des configurations preques-périodiques .
Eventuellement, la théorie des circuits équivalents généralisée permet de rendre l'étude des structures périodiques plus simple et facile à les traiter et particuliérement les structures presques-periodiques complexes .

Bibliographie

[1] T. AGUILI,Thèse, *Modélisation des composantes SFH planaires par la méthode des circuits équivalents généralisés* , École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunisie, mai 2000. 4, 10, 18

[2] M. Damien Voyer,Thèse, *Modélisation électromagnétique par changement d'échelle appliquée aux structures fractales planaires* , l'institut national polytechnique de toulouse ,2005. 4, 6

[3] S. Mili,Thèse, *Approche des Circuits Equivalents Generalises Multi-Echelles Combinees a la Theorie de Groupe de Renormalisation pour la Modelisation Electromagnetique des Structures Fractales Passives et Actives* , École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunisie, 2011. 3, 4, 6, 10, 12, 16, 18

[4] Z. Mekkioui,Thèse, *Contribution à l'analyse d'antennes diélectriques microruban à ondes de fuite unidimentionelle et bidimentionelle à motif métallique quelconque* , Faculté des sciences Université Abou Bekr Belkaidde Tlemcen , Algerie, 2004. 3, 4, 6, 12

[5] N. Raveu and O. Pigaglio , Résolution de problèmes hautes fréquences par les schémas équivalents, Éditions Cépaduès, Mai 2012. 3, 4, 15

[6] Mohammed El Amine El Gouzi and M. Boussouis, " hybrid method for analyse discontinuities in shielded microstrip ,"International Journal of Engineering Science and Technology , Vol. 2(7), 2010. 3, 16

[7] Baudrand. H, Aubert. H, Bajon. D and Bouzidi. F ," Equivalent network representation of boundary conditions involving generalized trial quantities," ann.tèlècommun.,52, $n°$ 5-6, 1997. 4

[8] M. L. Riabi, M. Ahmadpanah, H. Benzina, H. Baudrand and V. Fouad Hanna,“ Performance of the LSBRM using efficient weighting functions for planar structures," IEEE Trans. Antennas Propagat,August 1995. 16, 17

[9] N. Oueslati, and T. Aguili,“ multi-resolution moment method based on the impedance operator for the analysis of planar microstrip structures.," International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST), Vol. 3- No. 3 ,March 2011 . 3, 4, 7, 8, 14

[10] T. BenSalah, C. L. Aguili, and T. Aguili, “Renormalization Group Application to Multi-port Model for Studying Fractal-shaped Structures'Diffraction ," Progress In Electromagnetics Research Symposium, Beijing, China, March 23-27, 2009. 4, 8

[11] S. Mili, C. Larbi Aguili and T. Aguili,“ Study of fractal-shaped structures with pin diodes using the multi-scale method combined to the generalized equivalent circuit modeling ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2011. 3, 6, 7, 14

[12] H. Baudrand, Circuits Passifs en Hyperfréquences, Editions Cépaduès, Janvier 2001. 3, 4, 8, 12, 15

[13] Étienne PERRET ,Thèse, *Application de l'approche par changements d'échelle aux circuits planaires hyperfréquences* , l'institut national polytechnique de toulouse ,2005. 6, 16, 18

[14] Z. Mekkioui and H. Baudrand, “ : A full-wave analysis of uniform microstrip leaky-wave antenna with arbitrary metallic strips" Electromagnetics. Vol. 28, No.4, pp. 296-314, 2008. 3, 4, 10, 12

[15] George V. Eleftheriades, J. R. Mosig , “ On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments,"IEEE Transaction on microwave theory and technoques, Vol. 44,No.3, March1996. 4

[16] T. BenSalah, C. L. Aguili, and T. Aguili, “Renormalization Group Application to Multi-port Model for Studying Fractal-shaped Structures'Diffraction ," Progress In Electromagnetics Research Symposium, Beijing, China, March 23-27, 2009. 7, 11, 14

[17] *La méthode des moments*, accessible avec `http://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_des_moments`. 15, 16

Chapitre II

Analyse modale des structures présque-périodiques

1 Introduction

Récement, plusieurs applications des réseaux presques périodiques présentent un intérêt croissant des chercheurs d'aujourd'hui [1, 2, 5]. Surtout, quand les réseaux de taille assez infini comportant un grand nombre d'élément peut rapidement être limitée par le temps de calcul nécessaire et les résources informatiques à mettre en oeuvre. L'analyse globale est néamoins nécessaire pour tenir compte du couplage établit entre les motifs [4, 6, 7].
Pour étudier des structures de grand taille, une solution réside dans l'utilisation de l'analyse modale, basée sur le théoreme de Floquet, dans un réseau infini et périodique tout en limitant au calcul effectif du grandeur physique, champ ou courant, sur une seule période par l'introduction des conditions aux limites adéquates. Le passage à l'analyse des réseaux de dimensions finies part de même principe sauf ce cas exige à déscritiser les états de Floquet (états propres) selon une loi de déphasage liée au nombre des éléments , la position au sein du réseau et aux bords limitant la structure (grande période)[6, 10, 11].
Lors de cette analyse de Floquet, l'interaction de la cellule de base avec les autres mailles ètant prise en compte par la définition des conditions aux frontiéres périodiques. Grâce au théorème de Floquet, le champ dans une structure de symétrie périodique avec des conditions aux limites peut être exprimé comme une somme infinie d'ondes planes incidentes. Cette représentation sous forme de coefficients de Fourier, contiendra toutes les lois de diffraction du réseau éclairé par une illumination extérieure (quelle que soit l'incidence et la polarisation) mais aussi le rayonnement de ce réseau et sa matrice [S][11, 15]. Tout le comportement du réseau, quelle que soit sa taille devrait se réduire à l'utilisation des coefficients de Fourier associés aux modes de Floquet d'une seule cellule. Nous désirons utiliser ces expansions en modes de Floquet (adaptées aux structures périodiques) pour

extraire la matrice [S] des antennes dans le réseau périodique. Ces décompositions sont des concepts établis de longue date et à priori jalonnés de supports théoriques solides. Encore, cette approche reste utile pour étudier une structure ≪ presque-périodique ≫ donnée constituée par des cellules toutes incluses dans une trame périodique. Ces cellules différentes les unes des autres doivent pouvoir être représentées par des cellules identiques sauf en quelques endroits de petites dimensions devant celle de la cellule élémentaire. Forcément, le fait de le rendre selon un arrangement qui comporte des cellules toutes identiques dans une répartition périodique uniforme et réguliére permet de ramener cette structure initiale ≪ presque-périodique ≫ à notre cas d'étude [2, 3, 16].
Dans la suite, nous rappelons que la superpostion des états de Floquet suite à une transformation inverse de Fourier permet de re-construire un état spatial de la configuration globale de système périodique tout en permettant de déduire n'importe quelle solution électromagnétique (champ ou courant) de chaque cellule couplée avec d'autre éléments . De cette façon , nous pouvons prévoir établir et commander le rayonnement dans la direction désirée dans le précense d'un ensemble des cellules fortement couplées ayant chacun un déphaseur (Figure. II.2). L'onde émise par chacun des éléments entre en interférence avec celle des autres. Le faisceau est produit par la somme des interférences constructives et peut être orienté vers une direction spécifique en variant la phase entre les éléments ainsi que les amplitudes des sources d'excitation (amplitudes arbitraires) (Figure. II.1).
C'est dans ce chapitre, nous mettrons en évidence le modéle mathématique ne-

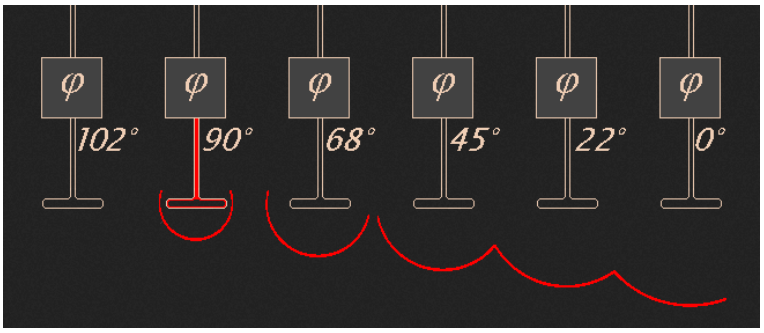


Figure II.1 – Animation de la déviation du faisceau

céssaire afin de décrire le phénoméne physique associé à la structure presque-périodique [15]. Tout en se basant sur cette nouvelle approche modale qui obéisse essentiellemnt au théoreme de Floquet et qui assure une rigorisité au niveau de phénoméne d'onde lié à cette structure.
Par ailleurs, nous montrerons d'autres avantages qui caractérisent cette dernière analyse de Floquet pour simplifier à réssoudre les problémes électromagnétiques décrits sur des supports périodiques [2, 3].

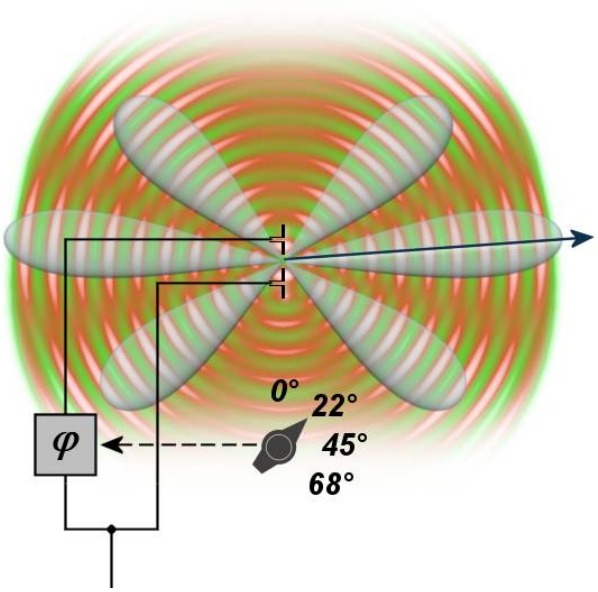


Figure II.2 – exemple d'un diagramme de rayonnement de deux éléments ont une phase différente (cas antenne réseau à commande de phase).

2 Principales Principes des antennes réseaux

2.1 Principe du balayage électronique("Array Scanning Method")

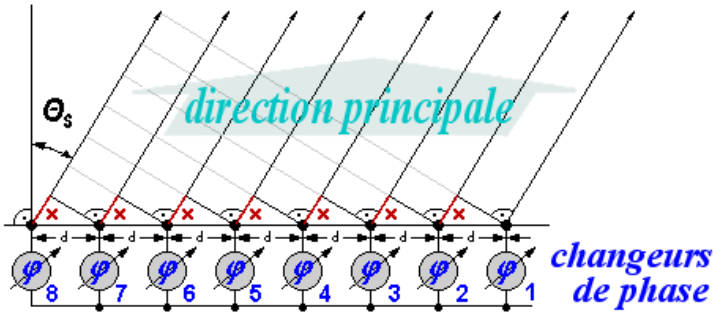


Figure II.3 – Diagramme simulé d'émission à plusieurs sources déphasées.

Considérons un réseau à commande de phase (phased array antenna en anglais) composé par un ensemble d'antennes élémentaires alimentées avec des signaux d'amplitudes arbitraires dont la phase est ajustée de façon à obtenir le diagramme de rayonnement voulu (Figure. II.3)[7].

L'onde électromagnétique émise par ce réseau est cohérente (comme la lumière d'un laser), ce qui implique que la direction du rayonnement est celle pour laquelle toutes les vibrations émanant de l'antenne sont en phase.
Ainsi, si l'on veut que l'antenne rayonne vers un observateur B, il suffit de modifier les phases relatives des vibrations électromagnétiques émises par les différents points de l'antenne, de façon qu'elles soient en phase lorsqu'elles arrivent en B. Pour cela, nous tapissons l'antenne de dispositifs modificateurs de phase, dits déphaseurs, dont on peut commander à volonté le déphasage qu'ils introduisent, pour modifier instantanément la direction du rayonnement de l'antenne.
Considérons une ligne de sources pouvant être déphasées entre elles d'une valeur $\triangle\phi$, et équidistants d'un pas de réseau d, et une direction de propagation particuliére (Figure. II.4).
Afin de commander le rayonnement dans une direction particuliére θ_0, nous penons que chaque élément posséde un diagramme de rayonnement élémentaire isotrope . Notons,ainsi, que l'ensemble des éléments du réseau sont excités avec les mêmes amplitudes tout en tenant compte d'un gradient de phase progressive et de commande définit par $\triangle\phi$. La superposition constructive des rayonnements misent en phases permet d'avoir un champ total orienté vers la direction désirée.
Généralemnt l'expression du champ rayonné des éléments isotropes sera notée :

$$E_0(\theta,\phi) = \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \tag{II.1}$$

En tout point M de l'espace situé dans la zone de rayonnement lointaine, le champ total est exprimé comme une somme des champs élémentaires : Le champ total en module s'écrit alors :

$$|E_{tot}| = \frac{E_0 I_0}{r} \frac{sin(\frac{N\psi}{2})}{\frac{\psi}{2}} \tag{II.2}$$

Avec :

$$\psi = kdcos(\theta) + \triangle\phi \tag{II.3}$$

Facteur du réseau :

$$\frac{1}{N} \frac{sin(\frac{N\psi}{2})}{\frac{\psi}{2}} \tag{II.4}$$

Ce facteur (appelé facteur d'alignement dans certains ouvrages) est indépendant de la source élémentaire composant le réseau. Il y a plusieurs cas possibles :

1. si toutes les sources sont excitées en phases, le champ rayonné est maximum dans le plan normal au réseau.
2. si les sources sont excitées avec un gradient de phase non nul, le maximum de rayonnement apparaît pour $\psi = 2m\pi$. Les solutions sont périodiques et font apparaître sur le même diagramme de rayonnement des lobes de réseaux pour des valeurs de m $\neq 0$.

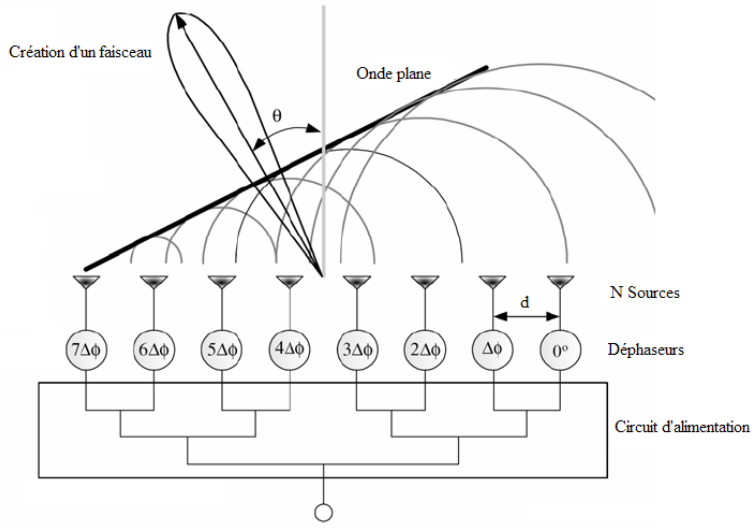


Figure II.4 – Schéma d'un réseau linéaire régulier.

Le faisceau s'incline toujours du côté où les phases retardent. Une variation de $\triangle\phi$ entraine celle de θ_0 : c'est le principe des antennes à balayage électronique. En un mot, la variation du gradient de phase du réseau détermine celle du pointage. C'est à partir de ces remarques que les répartiteurs de faisceaux sont élaborés. Dans une configuration réseau trois parties qui peuvent être optimisées séparément : les éléments rayonnants, le système d'alimentation, et enfin le circuit de contrôle afin de commander le faiseau de rayonnement[1] :

- les éléments rayonnants : qui peut être formée d'un réseau planaire, de cornets où de brins rayonnants,etc...,
- le système d'alimentation ou répartiteur : ce système permet de pondérer les éléments rayonnants en amplitude et phase. Il utilise autant de déphaseurs et d'atténuateurs qu'il y a d'éléments rayonnants,
- le circuit de contrôle : Il évalue les amplitudes et les phases en fonction de la tâche désirée et commande le circuit de formation de faisceaux.

2.2 Principe des antennes à réseau réflecteur "reflectarray (RA)"

Les antennes à réseau réflecteur, ou reflectarray (RA), en technologie planaires font l'objet de la recherche actuelle [7, 17]. Plusieurs applications avec des conceptions passives ou reconfigurables ont été présentées afin d'étudier les effets du couplage et leurs conséquences et à comprendre en détails quels peuvent être les procédures pouvant être utilisés pour optimiser leurs performances. Dans ce cadre, nous cherchons à analyser des cellules rayonnantes et déphaseuses dans le réseau

réflecteur tout en permettant de traiter indépendamment et en détailles des caractéristiques EM de l'antenne est menée, en caractérisant précisément les couplages mutuels entre les cellules[16]. Cette étape a permis de mettre en évidence l'existence de réseaux réflecteurs commandables en phase. Grâce à plusieurs procédés de

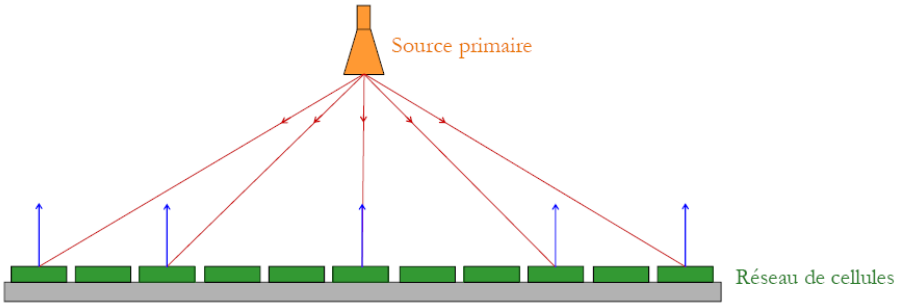


Figure II.5 – Schéma de principe d'un reflectarray.

synthèse modale, nous avons démontré que le couplage mutuel influence à la fois sur les phases et les amplitudes des excitations des cellules du RA, tandis que l'hypothèse classique suppose que leurs amplitudes sont uniquement proportionnelles à l'éclairement de la source primaire (Figure. II.5). Cette source unique alimente le

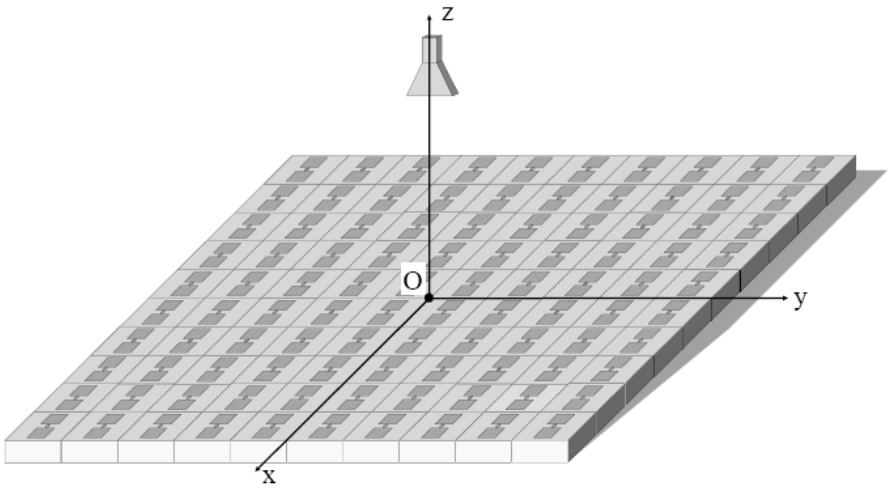


Figure II.6 – Réseau d'un reflectarray des Cellules canoniques reconfigurables.

réseau et évite la mise en place d'un circuit de distribution complexe et dissipatif propre aux antennes réseaux.
Les outils actuels de simulation des reflectarrays à balayage électronique négligent ou approximent les couplages mutuels entre cellules pouvant conduire à des erreurs sur le diagramme de rayonnement [5, 6]. L'enjeu de la modélisation basée sur le

principe de Floquet est donc de réduire les temps de calcul en conservant un haut degré de précision dans l'optique d'optimiser les performances en rayonnement et les délais de conception. Cette étude a montré que la méthode modale réponds à des objectifs industriels et scientifiques en termes de précision dans l'estimation des performances et de temps de calcul accessibles [16].

2.3 Principe des Surfaces Sélectives en Fréquence ("FSSs")

Les surfaces sélectives en fréquence, mieux connus par le terme anglais FSS (Frequency Selective Surface). Les FSS sont des surfaces périodiques constituées d'un arrangement périodique dans un plan d'éléments passifs électriquement conducteurs [2]. Lorsque cet arrangement d'éléments est soumis à une onde plane incidente, celle-ci est en parti transmise et en parti réfléchie. Sous certaines conditions de résonnance, l'amplitude de l'onde transmise est égale à 0, l'énergie étant réfléchie où diffusée du côté de l'onde incidente. Ce type de surface se comporte comme un filtre passe-bande. Ainsi, il est possible de filtrer certaines fréquences choisies tout en laissant les autres. Son caractère selectif non seulement en fréquence, mais aussi en incidence ou en polarisation a permis de trouver un grand nombre d'application (reflécteur dichroique, radomes, polariseur) de nombreux travaux sur la modélisation de FSS ont considéré la surface comme infinie (Figure. II.7).
Les techniques actuelles de modélisation électromagnétique de FSS ont recours à

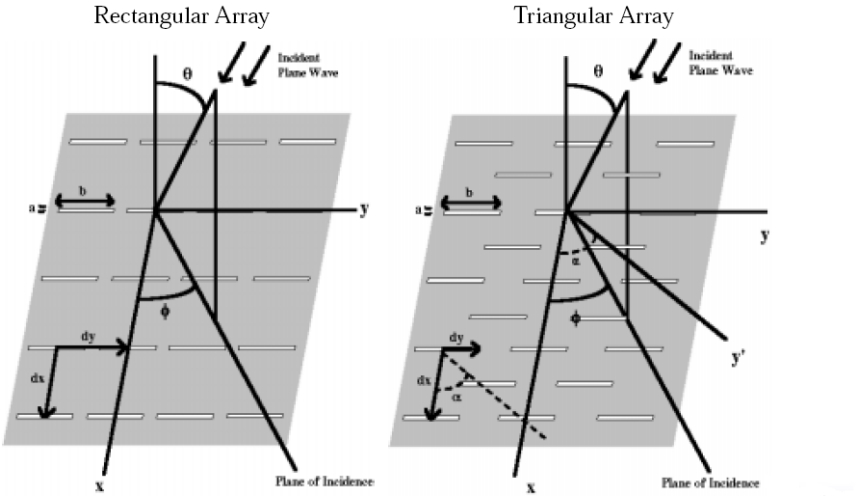


Figure II.7 – Géométrie des FSSs typiques.

des hypothèses de périodicité[5, 19]. L'évaluation des performances des FSSs sont généralement étudiées en faisant l'hypothèse d'une FSS de dimension infinie et périodique en utilisant les modes de Floquet, le temps de calcul étant alors réduit quasiment à celui de la cellule élémentaire [10].

Dans le contexte des grands réseaux des FSSs, les méthodes spatiales restent des méthodes classiques ne sont plus adaptées, car le temps de calcul et l'exigence en mémoire deviennent trop grands. Donc, une autre approche est utilisée, celle basée sur la décomposition spéctrale en onde plane. Elle permet de considérer un réseau fini comme un réseau périodique infini, illuminé partiellement par une onde plane. Avec cette approche, des FSSs de grande taille sont simulées, mais elle ne permet pas dans la plupart des cas, de prendre en compte les couplages qui existent entre les différentes cellules du réseau, les effets du bord non plus. Cette technique permet aussi bien l'analyse rigoureuse des ecrans capacitifs (plaques) que celle des ecrans inductifs (ouvertures), pourvu que les arêtes des conducteurs soient orientées suivant les axes de coordonnées cartesiennes (Figure. II.8). elle permet également la prise en compte sur ces deux types de structures des pertes métalliques.

Les FSS ont été très largement étudiées par Ben A. Munk [19]. Jusqu'à présent,

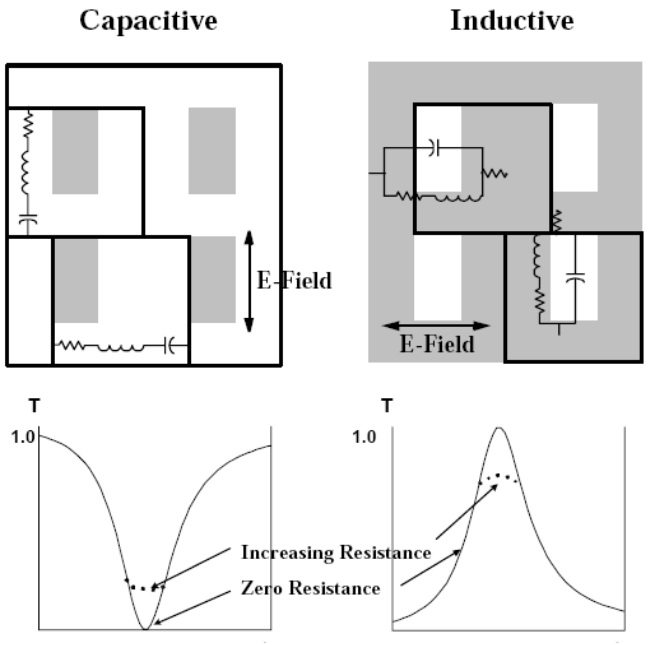


Figure II.8 – Des FSSs indectuves et capacitives.

les FSS les plus éfficaces qui ont été utilisées sont constituées d'empilements de réseaux de feuillets plans parfaitement conducteurs séparés par des couches de matériaux diélectriques.

2.4 Principe des antennes à ondes de fuite("Leaky-Waves Antennas")

Les antennes à ondes de fuite sont généralemnt des structures de type périodiques , connues par des caractéréstiques de rayonnement prédéterminées où le faiseau principal est balayé par modification de phases et de fréquences[18]. Une structure guidante contenant ces ondes(de fuites) peut remplacer le support de la structure proposée, et rayonne de l'energie dans l'espace le long du sens de son chemin de propagation. Souvent, ces dernières sont formées par une perturbation liée au départ à un mode piégé dans une structure guidante. Le rayonnement provoqué induit des courants, lesquels rayonnent à leur tour tout en pértubant leurs voisins :le diagramme de rayonnement global dépend alors de la forme et des dimensions de la surface sur laquelle les éléments rayonnants sont plaqués [10]. Les modes guidés sont par conséquent identifiés par une constante de propagation de propagation complexe. Dans ce cas, nous en citons deux types particuliéres :

- Les structures périodiquement chargées(Figure. II.10)
- Les structures à ondes de fuites (Figure. II.9)

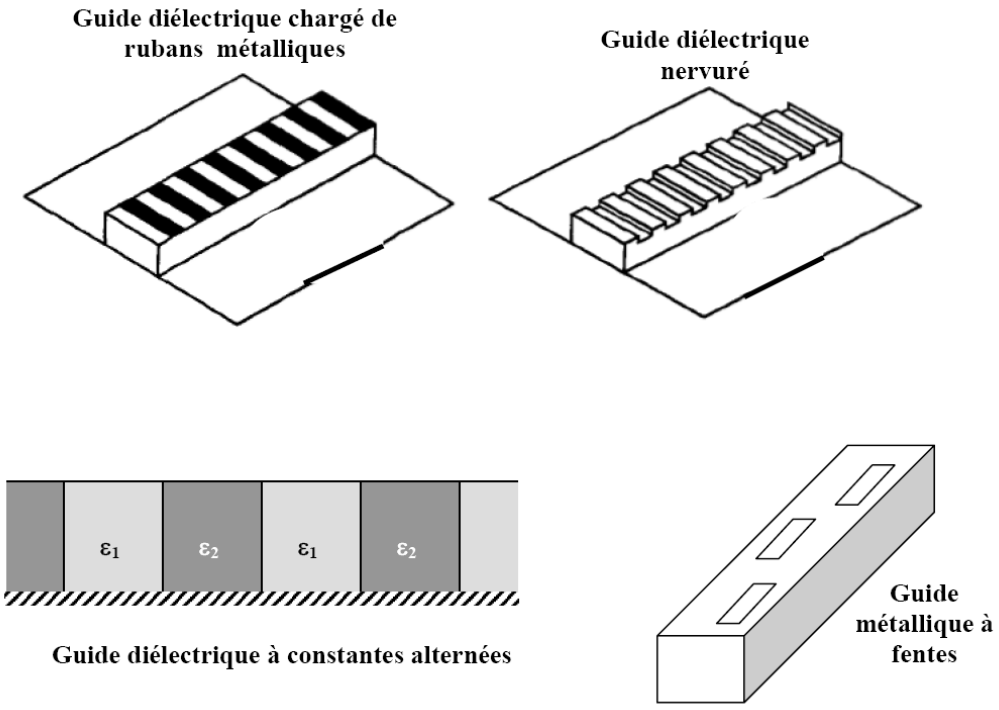


Figure II.9 – Antennes (1D) à ondes lentes périodiquement chargées.

Généralement, nous pouvons distinguer deux cas sont à considérer :

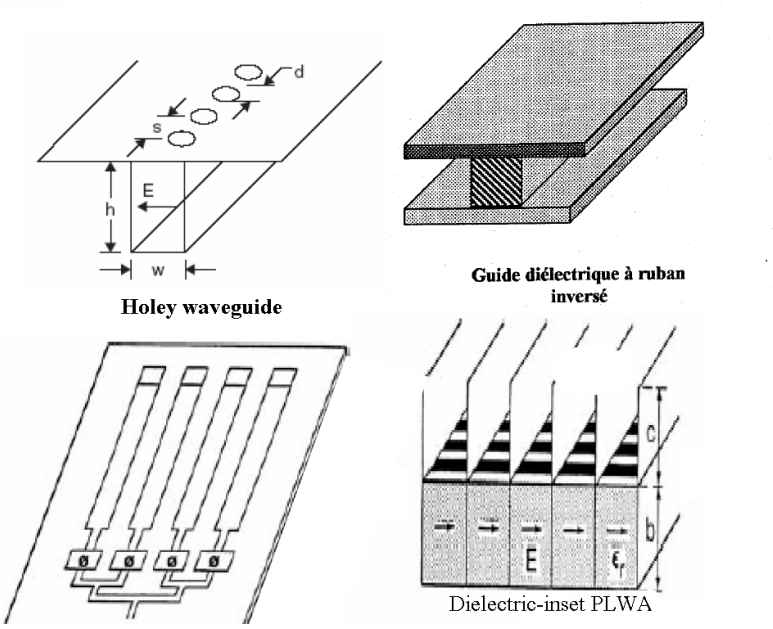


Figure II.10 – Exemples de structures à ondes de fuite.

- Les structures guide une onde de surface lente, c'est à dire dont la vitesse de phase est inférieur à la célérité de la lumiére.
- Les structures guide une onde rapide, c'est à dire dont la vitesse de phase est supérieur à la célérité de la lumiére.

L'existence des ondes de fuites "Leaky waves" sont dues aux perte d'énergie par rayonnement au fur et à mesure qu'elles se propagent [5]. Considérons un système de coordonnées cartisien (Ox,Oy,Oz), dans lequel le plan (xOy) constitue la surface de séparation entre deux milieux d'indices différents. Si nous décomposons l'onde guidée suivant les 3 axes, dans un milieu où le nombre d'onde, dans le cas d'une propagation libre d'onde plane, est k_0. Nous pouvons prouver que l'on doit avoir :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \tag{II.5}$$

où (k_x, k_y, k_z) sont les constantes de propagation selon les trois directions respectives (Ox,Oy, Oz).$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ est le nombre et λ_0 est la longueur de l'onde en espace libre. Si la structure est infinie selon (Ox) alors $k_x = 0$ et supposons que la propagation se fait selon (Oy), nous pouvons alors assumer que :

$$k_y = \beta_y - i\alpha_y \tag{II.6}$$
$$k_z = \beta_z - i\alpha_z \tag{II.7}$$

Les constantes de propagations suivant ces axes comprennent un terme d'atténuation α.

Le calcul détaillé permet de tracer les lignes équi-amplitudes et les lignes équi-phases qui sont orthogonales et inclinées par rapport à l'axe de propagation suivant un angle θ. Enfin, l'angle d'émergence θ est donc :

$$sin(\theta) = \frac{\lambda_0}{\lambda_x} \tag{II.8}$$

Trois cas sont envisagés pour déterminer la nature de rayonnement, quand [20, 21] :

- $Sin(\theta) = -1$: le rayonnement est dirigé vers l'excitation (Backfire).
- $Sin(\theta) = +1$:le rayonnement est dirigé vers l'extrémité de l'antenne (End-fire).
- $Sin(\theta) = 0$:le rayonnement est transversal.

3 Analyse modale : (théoreme de Floquet)

Dans cette section , nous avons suggéré d'étudier , en premier lieu, des structures de réseau périodique infini à motif quelconque alimentées arbitrairement par des sources des tensions ou des courants (une antenne réseau active)[5, 7, 18]. De même nous pouvons prendre le cas d'une excitation par des ondes électromagnétiques sont toutes connues dans un domaine spatial (une antenne réseau passive)[21].
L'arrangement où la répartition des différentes sources selon la structure d'un réseau régulier et périodique, en fessant intervenir les effets d'interactions entre eux, nécessite une nouvelle approche qui décompose chaque source d'excitation en plusieurs sources modales dans l'espace spéctrale afin de déterminer des distributions de courant spéctrales qui apparaissent sur les structures rayonnantes (domaines métalliques) avec n'importe quelle incidence caractérisant les modes α (sans besoin de la formulation classique en utilisant la représentation spéctrale de Green) [5].
L'infinité avec le caractère périodique du réseau permet de rendre le problème plus compliqué, c'est le raison de penser à enlever ceci à travers une réduction de l'étude à une seule cellule unitaire avec des conditions de frontières périodiques adéquates [5, 6, 16]. Ainsi, nous ramenons le calcul à un seul élément de base (théorème de Floquet) en respectant les effets des autres éléments qui contribuent par l'apparition d'une distribution de courant ajoutée sur celle donnée par la source d'alimentation présentant de même quelques discontinuités , ceci rends le total du courant sera inconnu sur la structure métal, d'où les effets d'interaction augmentent surtout que pour des éléments sont voisins et distants de $d << \lambda$ [18, 21].
Après avoir montrer les relations à utiliser suite à ce théorème de Floquet pour un cas de réseau infini des sources d'excitation, nous avons besoin de chercher la solution pour un réseau largement fini car la réalité physique ne comporte pas une

infinité des éléments, c'est ce qui nous a permis de suivre un même démarche pour ces sources périodiques de nombre fini mais avec quelques particularités [6, 16]. L'inconnue du problème ne sera résolu qu'à partir d'une formulation théorique se base essentiellement sur la détermination d'une équation intégrale résolue dans la méthode des moments.
Dés que nous arrive à définir cette inconnue en présence de ces équations basées sur le théorème de Floquet [14], toutes les autres caractéristiques radioélectriques de ce réseau seront déduites facilement [16, 17].

3.1 Propriétés des structures périodiques

3.1.1 Existence d'harmoniques d'espace

Dans le cas d'une structure périodiquement chargée avec une périodicité spatiale d , si (Ox) est la direction de propagation de l'onde guidée, la configuration physique des champs en un point (x, y, z) sera la même que celle qui existera au point $(x + d, y, z)$. Par ailleurs, le théorème de Floquet établit que les champs en deux points homologues ne diffèrent que par une constante complexe qui provoque le retard temporel d'un point à un autre [6, 8, 10].
Nous pouvons donc écrire :

$$E(x + d, y, z) = e^{jk_x d} E(x, y, z) \tag{II.9}$$

Dans ce cas, le champ périodique est décomposé en série de Fourier, donnant ainsi naissance à un terme fondamental (n=0) et à des harmoniques d'espace ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, etc...$) donnés par[8] :

$$E(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n(y, z) e^{jk_{x,n} d} \tag{II.10}$$

où

$$a_n(y, z) = \frac{1}{d} \int_0^d E(x, y, z) e^{jk_{x,n} d}\, dx \tag{II.11}$$

et

$$k_{x,n} = \frac{2n\pi}{d} + k_x \tag{II.12}$$

Le coefficient a_n de l'harmonique d'espace considéré décroît en général avec le rang n de l'harmonique et la série converge rapidement de telle manière Ã n'en retenir que le terme fondamental ($n = 0$).

3.1.2 Condition de Rayonnement

La connaissance de $k_{x,n}$ et en particulier sa partie réelle permet de déterminer si le nous avons affaire à une onde propagative ou à une onde evanescente.
Par exemple, si nous considérons la solution modale de l'équation de propagation peut prendre la forme suivante :

$$E_{pq}(x, y, z) = e^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{-j\beta z} \tag{II.13}$$

avec :

$$k_x = k_x(p), k_y = k_y(q), \beta = \beta_{pq} \tag{II.14}$$

- Si $k_0^2 \geq k_x^2 + k_y^2$ et β_{pq} est réel positif $\Rightarrow$(onde lente) l'angle correspondant à la direction de rayonnement est situé dans la région dite invisible : il n'y a pas de rayonnement.
- Si $k_0^2 < k_x^2 + k_y^2$ et β_{pq} est imaginaire et négatif $\Rightarrow$ (onde rapide) l'angle indique la direction du rayonnement qui varie selon chaque harmonique d'espace considéré (diagrammes à lobes multiples).

La représentation graphique de cette situation s'effectue particulièrement à l'aide du diagramme de Brillouin(où bien autrement avec le diagramme de Pozar) [18]. Le nombre des harmoniques d'espace non rayonnants est infini. Par contre le nombre des harmoniques d'espace rayonnants dépend de d et de ce fait, il est toujours fini. Si d est grand, plusieurs harmoniques d'espace sont du type propagatif et l'antenne va rayonner dans plusieurs directions. Par contre, dans d'autre cas oú il ya des directions le rayonnement donnent naissance à des lobes d'ambiguité tel que les harmoniques de Floquet représentent des modes évanescents : il ne peut donc pas y avoir rayonnement dans les directions de propagation et ces directions sont appellées angles d'aveglement [21].

3.2 Réseau d'antenne périodique infini :(Application aux sources arbitraires)

3.2.1 Réseau d'antenne périodique infini unidimensionnel

3.2.1.1 Déscription de la structure

Dans ce cas, nous prenons la configuration d'une répartition linéaire unidirectionnelle, selon x, d'un réseau périodique infini des antennes (imprimées) dont chacune est chargée d'un motif métallique quelconque et d'une source d'excitation arbitraire (élément localisé) , l'ensemble est mis sur un même substrat de permittivité ϵ_r et de hauteur h (Figure. II.11).
Ces éléments du réseau globale seront délimités par des murs périodiques de période d_x selon la direction x et de directions infinies selon les deux autres axes y et z (positif), chaque élément rayonnant est excité dans le domaine spatial par son

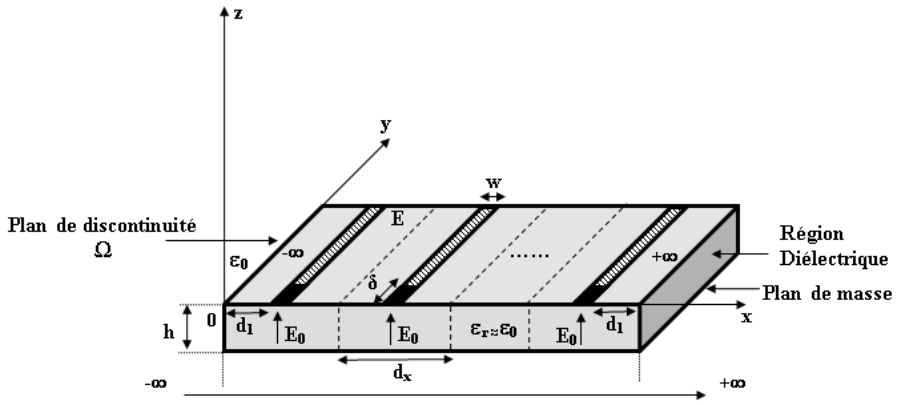


Figure II.11 – Structure d'un réseau unidimensionnel, infini et périodique des lignes micro-strips alimentées par des sources de tension identiques.

propre mode fondamental de tension . Ces excitations sont regroupées dans un vecteur d'intensité ,noté , E_0 .
Dans la suite de notre travail, l'étude de la structure périodique se réduit à l'analyse d'une seule période puisque le champ électrique total est décomposé en harmoniques d'éspaces selon le théorème de Floquet [6, 16].
Les effets de couplage seront démontré par le changement des distributions de courant qui apparaissent sur les parties métalliques d'un élément à un autre [1, 21].

3.2.1.2 Décomposition modale d'une source d'excitation centrale ou unitaire dans le domaine spéctrale

Pour une structure unidimensionnelle (1-D) composée de N cellules identiques répartis périodiquement et uniformement tout au long de l'axe x. Selon cette même direction, nous associons N sources localisées alimentées arbitrairement et se reproduisent de la même façon que l'arrangement périodique des motifs décrits dans la figure ci- contre (Figure. II.11) :

Nous remarquons que seule l'amplitude de ces sources varie d'une structure (cellule) à une autre [6].
L'étude se fait sur une seule cellule périodique avec un déphasage $e^{j\alpha d_x}$ telle que $-\pi \leq \alpha \leq \pi$, ce qui entraîne une dépendance en mode α [7, 8].
Nous proposons ,alors, une fonction ou un état propre $\tilde{f}_\alpha(x)$ comme une solution d'équation de propagation(équation de Helmoltz), qui peut avoir la forme d'un grandeur de champ électrique ou une distribution de courant,tout restraint dans le domaine d'une seule cellule de base d'un réseau périodique [5, 16].

Nous pouvons exprimer $\tilde{f}_\alpha(x)$, comme :

$$\tilde{f}_\alpha(x) = e^{j\alpha x} \sum_m \tilde{f}_{m,\alpha}\, e^{j\frac{2m\pi}{d}x} \tag{II.15}$$

Et par conséquent :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_\alpha(x+d) &= e^{j\alpha(x+d)} \sum_m \tilde{f}_{m,\alpha}\, e^{j\frac{2m\pi}{d}(x+d)} \\ &= \tilde{f}_\alpha(x) \end{aligned} \tag{II.16}$$

Avec m et α correspondent respectivement aux modes unidimensionnels de Floquet et aux modes du domaine spéctral.
La sommation est une décomposition en mode de Floquet dans l'éspace des harmoniques spéctrale.
Posons :

$$\tilde{g}(x) = \sum_m \tilde{f}_m e^{j\frac{2m\pi}{L}x} \tag{II.17}$$

$\tilde{g}(x)$ est une fonction (ou une solution) périodique qui se reproduit selon le caractère de la structure à étudiée est évidement décomposable en une série de Fourier dans l'espace des harmoniques de Floquet. (de la même manière, nous pouvons définir$\tilde{f}_\alpha(x)$ comme si une décomposition en série de Fourier dans l'espace de Floquet).
$e^{j\alpha x}$ est un terme de déphasage expliquant le retard temporel que fait le phénomène de propagation d'un point à un autre au sein de la structure périodique.
Nous remarquons qu'impossible d'avoir une même solution sur chaque point de cette structure car le caractère d'onde se modifie tout au long de la propagation.
Nous pouvons prouver facilement que chaque solution de l'expression précédente est determinée afin de reconstruire (reproduire) chaque excitation unitaire de la configuration globale [6, 10, 14, 18].
Il suffit d'indiquer l'élément centrale par le coordonné $i = x_0 = 0$, et noter $\tilde{f}_\alpha(i=0) = e^{j\alpha x_0}\tilde{g}_\alpha(x_0)$ est une solution de l'équation de Helmholtz (équation de propagation), si nous veuillons chercher la solution en tout point $(x(i) = i)$ de la structure périodique, nous trouvons :

$$\tilde{f}_\alpha(x_0+i) = e^{j\alpha(x_0+i)}\tilde{g}((x_0+i)) \tag{II.18}$$

Or :

$$\begin{gathered} \tilde{g}((x_0+i)) = \tilde{g}((x_0)) \\ \text{(Fonction périodique)} \end{gathered} \tag{II.19}$$

D'où :

$$\tilde{f}_\alpha(x_0+i) = e^{j\alpha(x_0)}\tilde{g}((x_0)) \tag{II.20}$$

Ce qui,donne :

$$\tilde{f}_\alpha(x_0+i) = e^{j\alpha i)}\tilde{f}_\alpha(x_0=0) \tag{II.21}$$

Pour cette structure infinie, nous pouvons trouver α compris dans le domaine de Brillouin ou l'espace des états propres de Floquet, ce qui vient de noter :

$$\alpha \in [-\frac{\pi}{d}, \frac{\pi}{d}] \tag{II.22}$$

Tel que :

$$d\alpha = \frac{2\pi}{L} \tag{II.23}$$

Avec :

$$L = N_x d \tag{II.24}$$

N indique le Nombre des éléments qu'on peut tendre vers l'infini.
Alors :

$$\frac{1}{N_x} = \frac{d}{2\pi} d\alpha \tag{II.25}$$

Nous pouvons toujours poser, d'après le théorème de superposition des états propres en modes α :

$$f(x) = \frac{d}{2\pi}\int_{\frac{-\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} \tilde{f}_\alpha(x)\, d\alpha \tag{II.26}$$

$f(x)$ représente une solution d'équation de propagation, indépendante des modes α, car elle rassemble en combinaison linéaire toutes les autres solutions possibles dans l'espace spéctrale (des contributions modales venant d'autres sources qui agissent les unes sur les autres par l'intermédiaire des effets de couplage). Cette dérniére permet de décrire le phénoméne électromagnétique de l'état spatial associé à la configuration globale [16].
Contrairement à ces solutions modales, n'importe quelle configuration d'excitation du réseau globale doit être définit selon la représentation de $f(x)$ dans le domaine spatial. Alors, nous pouvons étudier des structures définies avec des différentes amplitudes d'excitation ,en particulier le cas d'une configuration apériodique.
Prenons, maintenant, le cas d'une structure avec plusieurs sources alimentées par des distributions de courant spatiales connues par $J(i)$, nous pouvons noter , integralement à l' équation précédente [10] :

$$J(id) = \frac{d}{2\pi}\int_{\frac{-\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} \tilde{J}_\alpha(id)\, d\alpha \tag{II.27}$$

D'où :

$$J(id) = \frac{d}{2\pi} \int_{\frac{-\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} \tilde{J}_\alpha(0) e^{-j\alpha(id)}\, d\alpha \tag{II.28}$$

Les (id) représentent les positions des éléments dans un espace discret.
$J(id)$ corresponds à une alimentation connue de l'élément (id), ou autrement c'est une solution d'équilibre qui fait intervenir les contributions de toutes les autres éléments voisins déphasés avec un $e^{j\alpha(id)}$.
De même, nous attribuons à chaque source modale une distribution de courant inconnue $\tilde{J}_\alpha(id)$ dans l'espace spéctral et qui va suivre un loi de déphasage $e^{j\alpha(id)}$ par rapport à l'élément centrale [12, 14] :

$$\tilde{J}_\alpha(id) = \tilde{J}_\alpha(0) e^{-j\alpha(id)} \tag{II.29}$$

D'où, nous réduisons l'inconnue de problème à $\tilde{J}_\alpha(0)$ assigné à un élément placé à l'origine [21].
Remarquons, aussi que l'expression $J(id) = \frac{d}{2\pi} \int_{\frac{-\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} \tilde{J}_\alpha(0) e^{-j\alpha(id)}\, d\alpha$ donne l'impression d'une transformée de Fourier (TF) dont les coéfficients $\tilde{J}_\alpha(0)$ sont inconnues. Alors, ces dernières principales inconnues du problème seront déduite à partir d'une transformée de Fourier inverse (TF^{-1}) :

$$\tilde{J}_\alpha(id) = \frac{d}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_x} J(id) e^{-j\alpha(id)} \tag{II.30}$$

Pour plus d'explication, nous pouvons prendre un cas particulier de trois états de Floquet [6] :

	-1	0	$+1$
$\alpha = \frac{-\pi}{d}$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$
$\alpha = 0$	$\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$\tilde{J}_\alpha(0)$
$\alpha = \frac{\pi}{d}$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$
superposition	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$-\tilde{J}_\alpha(0)$	$\tilde{J}_\alpha(0)$

Tableau II.1 – Principe de la superposition des états de Floquet (Cas 1D).

Également, Ces excitations peuvent être des sources de champ électrique $E(i)$, dont nous écrivons [16] :

$$E(id) = \frac{d}{2\pi} \int_{\frac{-\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} \tilde{E}_\alpha(0) e^{-j\alpha(id)}\, d\alpha \tag{II.31}$$

$$\tilde{E}_\alpha(id) = \frac{d}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_x} E(id) e^{-j\alpha(id)} \tag{II.32}$$

Identiquement, à celui étudié pour les sources d'excitation de courant, nous pouvons définir pour chaque dipôle de la configuration globale une excitation en champ électrique définit dans le domaine spatiale par le mode fondamental $E(id) = V(id)f_0$.
Suite à une opération de Transformé de Fourier inverse, nous pouvons noter leurs expressions dans l'espace des modes propres de Floquet par $\tilde{E}_\alpha(id)$ [16, 17].

En se basant sur le théorème de Floquet et la loi de déphasage établit entre les sources, qui se reproduisent succesivement dans une configuration d'un réseau périodique, nous pouvons ramener l'inconnue de problème juste au niveau du l'élément centrale (élément de base) avec des conditions limites périodiques favorables [22].
Pour fixer les idées, si nous proposons d'exciter un réseau périodique par un systéme des champs électriques fondamentales definit par $E(id) = \{E_1, E_2, ..., E_N\}$, si nous associons à ces dernières champs des répartitions de courant duales inconnues qu'il faut en déduire.
Pour ce faire nous décomposons chaque distribution de cette base des champs électriques $E(id) = \{E_1, E_2, ..., E_N\}$ sur un ensemble d'état dont la distribution donne solution aisément accessible.
Et suite à l'expression $\tilde{E}_\alpha(id) = \frac{d}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_x} E(id)e^{-j\alpha(id)}$, nous prouvons que chaque cellule unitaire appartient au réseau globale posséde plusieurs excitations possibles avec des valeurs continues en des modes α. Dans ce cas, nous allons approximer l'intégrale par une somme dont sa convergence (théorème de superposition)tend vers une un point de saturation vérifiant toujours la solution dans le cadre d'un réseau infini ($N \longrightarrow \infty$). En utilisant la procédure de Galerkin [22, 23], la connaissance de ces tensions dans l'espace spéctrale, nous a conduit à calculer les différents coefficients des distributions du courants qui apparaissent sur chaque élément du réseau à n'importe quel état propre de Floquet, dont une expression s'écrit par :

$$\tilde{E}_\alpha = \hat{\tilde{Z}}_\alpha \tilde{J}_\alpha \tag{II.33}$$

Ceci facilite la transpotion des grandeurs physiques établis dans l'espace des ondes vers l'espace réel de la configuartion totale suite à des transformations de Fourier directe et inverse.

3.2.2 Réseau d'antenne périodique infini bidimensionnel

Aprés avoir étudié le cas unidimensionnel, la généralisation à 2 dimensions est sans difficulté.

3.2.2.1 Déscription de la structure

Dans ce cas, nous considérons la structure de (N_x, N_y) cellules identiques représen-

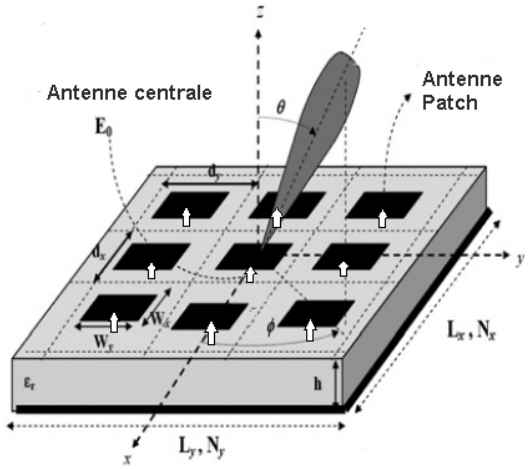


Figure II.12 – Structure d'un réseau bidimensionnel, fini et périodique des antennes patch alimentées par des sondes de tension identiques.

tée à la figure ci-dessous (Figure. II.12) : Chaque maille (id_x, jd_y) du réseau périodique infini peut comporter un élément rayonnant ainsi que leur propre excitation arbitraire. Cette excitation présente un déphasage linéaire entre deux cellules adjacentes. L'amplitude de chaque excitation peut être variable d'une cellule à l'autre sauf dans le cas d'un réseau de dimensions infinies, où l'amplitude de l'excitation est uniforme [5, 17]. Généralement, le passage entre une cellule et une autre se fait à travers deux déphasages bien définis dans les deux directions [6, 21]. Ceci va conduire à l'existence de deux modes arbitraires (α, β) dans l'espace spéctral respectivement aux deux directions (ox) et (oy) [3, 4].

3.2.2.2 Décomposition modale d'une source d'excitation centrale ou unitaire dans le domaine spéctral

De la même façon que pour le cas unidimensionnel [10], nous définissons une cellule unitaire (centrale) qui peut contenir une ou plusieurs sources d'excitation conditionnée par des frontières périodiques à déphasage (de type Floquet). Due aux dimensions infinies de la structure à étudiée, le passage d'une cellule à l'autre se fait à travers un déphasage (α, β) quelconques (Figure. II.12) :

L'amplitude totale de la source associée à la structure de base d'une configuration globale, quelque soit de courant ou de tension, peut s'exprimer par une décomposition intégrale relatif au domaine de Brillouin [6, 16].

$$J(id_x, kd_y) = \frac{(d_x d_y)}{4\pi^2} \int_{\frac{-\pi}{d_x}}^{\frac{\pi}{d_x}} \int_{\frac{-\pi}{d_y}}^{\frac{\pi}{d_y}} \tilde{J}_{\alpha\beta}(id_x, kd_y)\, d\alpha\ d\beta \tag{II.34}$$

$$E(id_x, kd_y) = \frac{(d_x d_y)}{4\pi^2} \int_{\frac{-\pi}{d_x}}^{\frac{\pi}{d_x}} \int_{\frac{-\pi}{d_y}}^{\frac{\pi}{d_y}} \tilde{E}_{\alpha\beta}(id_x, kd_y)\, d\alpha\ d\beta \tag{II.35}$$

L'analogie au problème unidimensionnel [16], nous a permis de décrie l'inconnue par une (TF inverse) :

$$\tilde{J}_{\alpha\beta}(0,0) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p,q} J(id_x, kd_y) exp(-j(\alpha i + \beta k)) \tag{II.36}$$

$$\tilde{E}_{\alpha\beta}(0,0) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p,q} E(id_x, kd_y) exp(-j(\alpha i + \beta k)) \tag{II.37}$$

Le terme $e^{(-j(\alpha i+\beta k))}$ indique le déphasage établit entre les dictincts cellules associées à n'importe quel mode (α, β) du réseau périodique définit selon les deux directions(ox) et (oy) [5, 6].
En se bassant sur la méthode des moments employée dans le chapitre précédent [13, 22], nous pouvons déduire les densités spéctrales du courant que leurs champs duals , tout en variant les déphasages introduits dans les murs périodiques de la structure unitaire.
Ces déphasages sont relatives au passage d'une seule cellule à une autre (loi de déphasage).
C'est pourquoi , nous avons pensé à restraindre le calcul électromagnétique siége d'une seule cellule centrale .
L'analyse de Fourier basée sur les états de Floquet permet de définir un état électromagnétique spatial afin de décrire le caractère d'onde associé à la configuration globale et en particulier les structures de dimension infinie [21].

3.3 Réseau d'antenne périodique fini :(Application aux sources arbitraires)

Il s'agit dans ce paragraphe que nous étudions le caractère physique réel obtenu dans un grand nombre fini des motifs périodiques ,soit proche du cas infini, car la réalité physique des applicatios utilisés ne peut pas comporter un nombre infini d'élément. À partir d'un certain grand nombre d'élément le caratére électromagnétique reste inchangé et converge vers une solution unique [6, 11, 20, 21].
Nous étudions maintenant une geometrie d'une dimensions finies composée essentiellement d'un nombre bien définit des cellules identiques tel que chaque motif est formé d'une partie métal quelconque avec une source d'excitation arbitraire, tous ces éléments forment une configuration finie de N_x éléments qui se répetent périodiquement avec une période inter-cellulaire (interne) d_x, l'ensemble de ces mailles

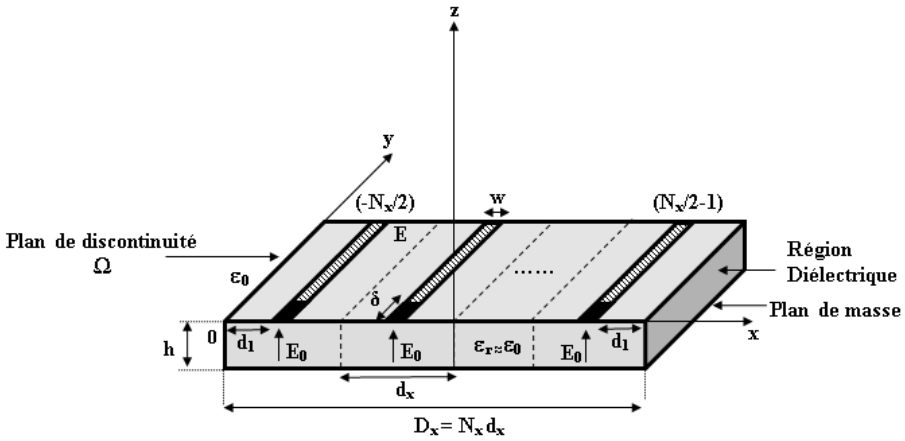


Figure II.13 – Structure d'un réseau unidimensionnel, fini et périodique des lignes microstrips alimentées par des sources de tension identiques.

sont compris dans une grande période d'un grand guide notée L_x. Les circuits imprimés des motifs sont mis sur un même substrat de permittivité et et de hauteur sont illustrés à la figure ci-dessous (Figure. II.13) :
La cellule de base se situe au centre du réseau si celui-ci comporte un nombre impair d'élément. Les caractérestiques radio-éctroniques seront différentes pour chaque cellule, et tous les dévellopements seront faits pour une cellule quelconque, notée N_x, la loi de variation de l'amplitude de l'excitation reste quelconque.
La solution de l'équation de propagation dans chaque période (de petit guide) est proportionnelle à $e^{\frac{j2m\pi}{dx}}$ [16].
Intégralement, le grand guide impose une solution de la forme d'un $e^{\frac{j2p\pi}{L_x}}$. D'ou la solution genérale de l'équation de propagation s'écrit comme un produit des solutions (un produit des exponentielles).
Selon la nature des murs des bords fermant le grande guide , nous pouvons trouver 3 formes des solutions :

- Avec les murs périodiques , nous avons : $K_\alpha e^{\frac{j2m\pi x}{d_x}} e^{\frac{j2p\pi x}{L_x}}$

De même :

- Avec les murs électriques , nous avons : $K_\alpha e^{\frac{j2m\pi x}{d_x}} sin(\frac{n\pi x}{L_x})$
- Avec les murs magnétiques , nous avons : $K_\alpha e^{\frac{j2m\pi x}{d_x}} cos(\frac{n\pi x}{L_x})$

la relation en produit des exponentielles peut s'écrire :

$$K_\alpha e^{(\frac{j2m\pi x}{d_x})} e^{(\frac{j2p\pi x}{L_x})} \tag{II.38}$$

$$K_\alpha e^{(\frac{j2m\pi x}{d_x} + \frac{j2p\pi x}{L_x})} \tag{II.39}$$

$$K_\alpha e^{j(\frac{2m\pi x}{d_x} + \alpha_p)} \tag{II.40}$$

Avec K_α est une contante de normalisation de la base utilisée. D'ou , les harmoniques de Floquet pour une structure finie (avec des valeurs discrets de α_p) peut s'écrire sous la forme :

$$K_{x,\alpha_p} = \frac{2m\pi}{d_x} + \alpha_p \tag{II.41}$$

Nous remarquons que le produit des solutions peut s'expliquer par analogie à un phenoméne de modulation. Une autre façon permet de déscritiser les modes de Floquet tout en fessant appel à une relation de correspondence entre le domaine des phases et l'espace des positions des motifs dans un réseau fini [21],ce qui permet de produire l'expression suivante :

$$L_x \to 2\pi \tag{II.42}$$

$$(pd_x) \to \alpha_p(?) \tag{II.43}$$

D'ou :

$$\alpha_p = \frac{2\pi p}{L_x} \tag{II.44}$$

Avec

$$-\frac{N_x}{2} \leq p \leq \frac{N_x}{2} - 1 \tag{II.45}$$

$$L_x = N_x d \tag{II.46}$$

Comme nous avons vue dans le cas du réseau infini, d'après le théorème de Floquet, l'étude unidimensionnelle d'un réseau fini se base sur la réduction du calcul à une cellule centrale ou unitaire délimitée par des conditions aux limites périodiques avec l'introduction des déphasages arbitraires [5, 6, 16].
Mais la seule différence pour étudier cette structure finie, c'est la discrétisation du domaine de α qui sera noté par l'équation (II.44).

α_p Correspond à une valeur discréte d'un mode d'excitation pour une structure périodique dans le domaine spéctral.
D'aprés l'application du théorème de superposition, à un système des fonctions $f_\alpha(x)$ pour des différents valeurs discrets deα ,nous pouvons écrire [6, 16] :

$$f(x) = \sum_p \tilde{f}_{\alpha_p}(x) \tag{II.47}$$

Alors, il est naturel de poser également au cas infini, des excitations spatiales de type courant comme une superposition des distributions du courant spéctrales associées à des déphasées particuliéres avec des valeurs discrets, d'où nous définissons :

$$J(id) = \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{p=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} \tilde{J}_{\alpha_p} e^{j\alpha_p(id)} \tag{II.48}$$

Et suite à une TF inverse, nous déterminons la distribution de courant spéctrale définit sur la partie métal de l'élément centrale [10], nous avons :

$$\tilde{J}_{\alpha_p}(0) = \tilde{J}_{\alpha_p} = \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{i=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} J(id) e^{-j\alpha_p(id)} \tag{II.49}$$

De la même façon , nous pouvons prendre ces dernières transformations pour exprimer des sources de champs électriques :

$$E(id) = \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{p=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} \tilde{E}_{\alpha_p} e^{j\alpha_p(id)} \tag{II.50}$$

La TF inverse s'écrit :

$$\tilde{J}_{\alpha_p}(0) = \tilde{J}_{\alpha_p} = \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{i=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1} J(id) e^{-j\alpha_p(id)} \tag{II.51}$$

D'une maniére équivalent à ceux du cas infini unidimensionnel , nous cherchons aussi d'étudier la convergence de cette approche qui s'applique en cas fini unidimensionnel, ceci va le rendre plus prohibitif qu'à partir de l'étude d'un cas infini . Il est assez simple de décrire un réseau périodique bidimensionnel comportant un nombre fini des dipôles planaires surtout après l'étude du cas unidimensionnel.
La structure de la figure (II.12) est une généralisation au cas précédent, l'ajout de la deuxiéme direction fait apparaitre les deux modes (α_p, β_q) dans l'espace spéctral, où chaque élément est entouré par des murs périodiques convenables qui sont définis par les périodes et selon ces deux directions (ox)et (oy) pour parcourir toute la structure globale.
Intégralement au cas unidimensionnel, la source d'excitation centrale dans un réseau d'antenne bidimensionnel fini est une décomposition discréte en modes spéctraux des quantités de courant où de champ électrique[5]. D'oú, nous avons :

$$J(x,y) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p,q} \tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q}(0) \tag{II.52}$$

$$E(x,y) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p,q} \tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q}(0) \tag{II.53}$$

Les couples (i,j) représentent les indices (numéros) indiquant la position dans l'espace discret [17]. La TF inverse de ces expressions permet de conclure les valeurs modales ramenés à un élément centrale oú unitaire (théoréme de Floquet) pris comme référence de déphasage établit entre les autres éléments du réseau [5, 16]. Cette représentation modale sera notée par :

$$\tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q}(0) = \tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q} = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{i=-\frac{N_x}{2},s=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} J(id_x, sd_y) e^{-j\alpha_p(id_x)} e^{-j\beta_q(sd_y)} \tag{II.54}$$

$$\tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q}(0) = \tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q} = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{i=-\frac{N_x}{2},s=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} E(id_x, sd_y) e^{-j\alpha_p(id_x)} e^{-j\beta_q(sd_y)} \tag{II.55}$$

Par exemple, quand nous veuillons chercher à déterminer cette solution sur les autres éléments (i,j), il suffit de multiplier par le terme de phase $e^{-j\alpha_p(id_x)} e^{-j\beta_q(sd_y)}$. D'oú nous pouvons noter [5] :

$$\tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q} = \tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q}(0) e^{-j\alpha_p(id_x)} e^{-j\beta_q(sd_y)} \tag{II.56}$$

$$\tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q} = \tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q}(0) e^{-j\alpha_p(id_x)} e^{-j\beta_q(sd_y)} \tag{II.57}$$

4 Étude du couplage-diagrammes de rayonnement

Dans les configurations des réseaux d'antennes périodiques, les couplages intercelullaires changent les caractéristiques radioélectriques de l'antenne. Ceci est dû à l'interaction entre les éléments rayonnants qui dépendent d'une part de leurs propres caractéristiques et d'autre part de l'espacement entre ces éléments. La conception des réseaux d'antennes nécessite donc la connaissance préalable du couplage mutuel entre les distincts éléments rayonnants.
En effet, une source excitée engendre par couplage une certaine stimulation des autres sources voisines qui recueillent une partie de son énergie émise puis rayonnent à leur tour ce qui provoque une déformation du diagramme de rayonnement et réfléchissent une partie de l'énergie vers l'entrée de chaque élément. Une augmentation

du pas du réseau d'antennes y remédie, mais cette solution n'est pas toujours applicable à cause de l'encombrement de l'antenne et des lobes de réseau qui apparaissent au delà de la demi-longueur d'onde d'espacement entre deux éléments contigus[1, 21].
C'est pourquoi le couplage mutuel représente un critère important qu'il faut donc considérer lors du calcul électromagnétique des caractéristiques des réseaux[6].
En effet, plusieurs méthodes analytiques et numériques sont proposées pour cal-

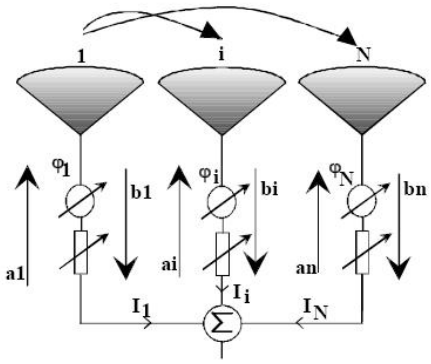


Figure II.14 – Représentation électrique du couplage dans le circuit de distribution.

culer le couplage établit entre les éléments constitutifs du réseau. La plupart de ces dérniéres méthodes restent des méthodes de modélisations traditionnelles qui n'est pas envisageable pour les réseaux d'antennes où un grand nombre d'éléments rayonnants se trouvent car elles s'avèrent fréquemment incapables de générer un model global susceptible pour tenir compte des grandes précisions sur le comportement électromagnétique du réseau tels que le diagramme derayonnement élémentaire , l'impédance d'entrée, la directivité et le gain ect...[9]
Pour surmonter ces difficultés, nous utiliserons les décompositions en modes de Floquet (adaptées aux structures périodiques) pour extraire la matrice [S] des antennes dans le réseau périodique. Ces décompositions sont des concepts établis de longue date et a priori démontrés de supports théoriques solides. Généralement, la détermination des termes de couplage ne se fait que dans le domaine spatial toute en étudiant une configuration complète [17].
Mais grâce à cette analyse modale réduit à une cellule élémentaire et appliquée au niveau des sources de courant et de champ, tout en respectant convenablement leurs représentations modales et spatiales, conduit à prévoir aisément les interactions mutuelles établis entre les différents éléments.
Cette nouvelle représentation sous forme de coefficients de Fourier, contiendra toutes les informations sur le rayonnement de ce réseau et sa matrice de couplage. Tout le comportement du réseau, quelle que soit sa taille devrait se réduire à l'utilisation des coefficients de Fourier associés aux modes de Floquet d'une seule cellule

[5].
Pour éviter d'utiliser le domaine spatial pour expliquer les intéractions qui se produisent entre les éléments du réseau , nous proposons une élegante relation ,basée sur les principes de Fourier (FFT) associés aux modes de Floquet, pour extraire les termes de couplages par une simple Transformation [16].
Afin de définir une méthode systématique pour définir une nouvelle représentation de couplage , nous pouvons étendre les expressions des Transformées de Fourier basées aux modes de Floquet à une notation matricielle (une écriture en matrice-vecteur),d'où nous obtenons :

$$[\tilde{E}_{\alpha_p}] = TF[E(id)] \tag{II.58}$$

Réspectivement :

$$[\tilde{J}_{\alpha_p}] = TF[J(id)] \tag{II.59}$$

Les éléments de la matrice TF s'écrivent :

$$TF = w^{ip} \tag{II.60}$$

Avec : w représentent les racines nèmes principales de l'unité.

$$w = e^{-j\frac{2\pi d}{L_x}} = e^{-j\frac{2\pi}{N_x}} \tag{II.61}$$

Comme la transformée de Fourier est inversible, Nous pourrons noter que F^H, est transposé conjugué des valeurs complexes de F et qui satisfait à la relation suivante :

$$TF^H TF = N_x I \tag{II.62}$$

D'où :

$$TF^{-1} = \frac{1}{N_x} TF^H \tag{II.63}$$

Ce qui permet d'inverser les relations (II.58) et (II.59),nous écrivons :

$$[E(id)] = \frac{1}{N_x} TF^H [\tilde{E}_{\alpha_p}] \tag{II.64}$$

Réspectivement :

$$[J(id)] = \frac{1}{N_x} TF^H [\tilde{J}_{\alpha_p}] \tag{II.65}$$

Le facteur de normalisation $\frac{1}{N_x}$ peut être remplacer dans d'autre cas par $\frac{1}{\sqrt{N_x}}$.
Posons maintenant la relation modale suivante :

$$[\tilde{E}_{\alpha_p}] = [\tilde{z}_{\alpha_p}][\tilde{J}_{\alpha_p}] \tag{II.66}$$

Or nous connaissons que dans le domaine spatial la matice impédance peut relier les densités de courant et les champs électriques comme suit :

$$[E_{id}] = [Z_{ij}][J_{jd}] \tag{II.67}$$

Ceci va conduire à :

$$TF^{-1}[\tilde{E}_{\alpha_p}] = [Z_{ij}]TF^{-1}[\tilde{J}_{\alpha_p}] \tag{II.68}$$

Nous obtenons, alors :

$$[\tilde{E}_{\alpha_p}] = TF[Z_{ij}]TF^{-1}[\tilde{J}_{\alpha_p}] \tag{II.69}$$

Finalement, nous comparons (II.69)à (II.66)pour déduire :

$$[Z_{i,j}] = TF^{-1}[\tilde{z}_{\alpha_p}]TF \tag{II.70}$$

Avec $\tilde{z}_{\alpha_p}$ est un operateur diagonale contennant toutes les valeurs des impédances modales correspond à chaque modes propre de Floquet.
Selon la même procédure , nous obtenons les nouvelles expressions des admittances mutuelles et des parametres $[S]$.

$$[Y_{i,j}] = TF^{-1}[\tilde{y}_{\alpha_p}]TF \tag{II.71}$$

$$[S_{i,j}] = TF^{-1}[\tilde{s}_{\alpha_p}]TF \tag{II.72}$$

Une autre façon permet de garantir l'expression des termes des parametres $[S]$, nous pouvons utiliser l'expression la plus usuelle pour compter ces termes.

$$[S_{i,j}] = [\frac{Z_{i,j}}{Z_c} - I][\frac{Z_{i,j}}{Z_c} + I]^{-1} \tag{II.73}$$

Tel que $[Z_{i,j}]$ est la matrice impédénce mutuelle determinée entre les éléments qui se situent dans les positions $x(i) = id$ et $x(j) = jd$, Z_c designe l'impédance caractéristique généralement choisie pour une valeur de 50 Ω et I représente la matrice identité.
En procédant la même technique et en gardant les mêmes notations en matrice-vecteur nous pouvons mettre en evidence la nouvelle formule de couplage qui suit une répartition périodique bidimentionnelle. Alors, nous avons besoin de reconstruire une représentation de la matrice de Fourier correspond aux deux directions de périodicités selon (ox) et (oy). Sachant que cette dernière représentation vérifie les mêmes propriétés que le cas périodique unidimentionnel.
Finalement, nous obtenons :

$$[Z_{i,j}] = TF^{-1}[\tilde{z}_{\alpha_p,,\beta_q}]TF \tag{II.74}$$

De la même façon, $\tilde{z}_{\alpha_p,\beta_q}$ est un opérateur diagonale contennant toutes les valeurs des impédances modales correspond à chaque modes propre de Floquet dans le cas d'une configuration bidimentionnelle.
Intégralement, les relations de couplage en terme d'admittance et de paramétres $[S]$ s'écrivent :

$$[Y_{i,s}] = TF^{-1}[\tilde{y}_{\alpha_p,\beta_q}]TF \tag{II.75}$$

$$[S_{i,s}] = TF^{-1}[\tilde{s}_{\alpha_p,\beta_q}]TF \tag{II.76}$$

Ces couplages permettent de modifier le comportement des sources rayonnantes tout en affectant leur impédance d'entrée comme leur diagramme de rayonnement. Le comportement de couplage mutuel entre les éléments rayonnants est l'un des principaux problèmes qui peut altérer le diagramme de rayonnement, surtout lorsqu'il s'agit des réseaux à faisceaux dépointés [3].
les phénomènes de couplage ne doivent pas être négligés. En effet, les diagrammes des sources dans un réseau, ne sont généralement plus comparables aux diagrammes de l'élément isolé. En plus, le couplage mutuel affecte les caractéristiques d'adaptation de l'antenne, une partie de l'énergie rayonnée par chacun des accès est captée par les accès à proximité. Cette interaction modifie l'adaptation des sources du circuit de distribution (Figure. II.14).
Pour determiner le diagramme de rayonnement en utilisant l'analyse modale de Floquet, nous devons calculer les composantes de champ totale décrit sur le plan de discontinuité [5].

$$\tilde{E_{e,\alpha}}(x,y) = \sum_{mn} I_{mn,\alpha} z_{mn,\alpha} |f_{mn,\alpha}(x,y)\rangle \tag{II.77}$$

Sur une période de l'ouverture rayonnante, le champ électrique est exprimé dans la base $\{|f_{mn,\alpha}\rangle\}$ (respectivement dans le cas bidimentionel $\{|f_{mn,\alpha,\beta}\rangle\}$)du guide vide [2].
D'ou dans le cas bidimentionel $\tilde{E_{e,\alpha,\beta}}$ s'écrit :

$$\tilde{E_{e,\alpha,\beta}}(x,y) = \sum_{mn} I_{mn,\alpha,\beta} z_{mn,\alpha,\beta} |f_{mn,\alpha,\beta}(x,y)\rangle \tag{II.78}$$

Grâce au théoreme superposition , nous pouvons exprimer le champ totale décrit sur l'interface de discontinuité de la structure compléte [5, 6], ceci permet d'obtenir l'expression suivante :

$$E_e(x,y) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p=-\frac{N_x}{2},q=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} \tilde{E}_{\alpha_p,\beta_q}(x,y) e^{-j\alpha_p(xd_x)} e^{-j\beta_q(yd_y)} \tag{II.79}$$

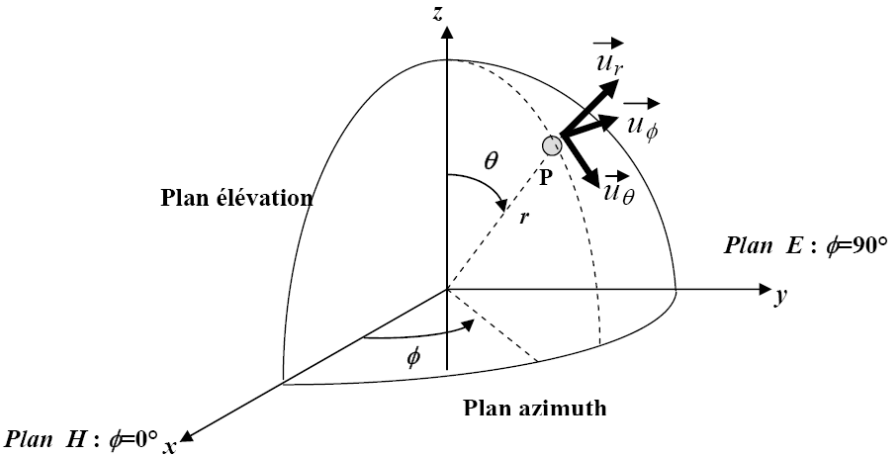


Figure II.15 – Système de coordonnées sphériques.

Considérons le système de coordonnées sphériques représenté sur la figure(II.15). Le champ rayonné total $\overrightarrow{E}(\theta,\phi)$ en zone lointaine, est donné par :

$$\overrightarrow{E}(\theta,\phi) = E_\theta(\theta,\phi)\overrightarrow{u_\theta} + E_\phi(\theta,\phi)\overrightarrow{u_\phi} \tag{II.80}$$

$(\overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\phi})$:sont des vecteurs unitaires sphériques.
Les composantes des champs lointains (E_θ, E_ϕ) sont déterminées par la méthode classique de la phase stationnaire. Alors, nous pouvons noter :

$$E_\theta(\theta,\phi) \propto \tilde{E}_x(\theta,\phi)cos(\phi) + \tilde{E}_y(\theta,\phi)sin(\phi) \tag{II.81}$$

et

$$E_\theta(\theta,\phi) \propto (-\tilde{E}_x(\theta,\phi)sin(\phi) + \tilde{E}_y(\theta,\phi)cos(\phi))cos(\theta) \tag{II.82}$$

avec $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_y)$ transformées de Fourier des composantes des champs proches sur l'ouverture délimitant les dimensions de l'antenne représentée sur la figure(III.1). Elles sont données par :

$$\tilde{E}_{x,y}(\theta,\phi) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p=-\frac{N_x}{2},q=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} \tilde{E}_e(x_p,y_q)e^{-jK_0cos(\phi)sin(\theta)x_p}e^{-jK_0sin(\phi)sin(\theta)y_q} \tag{II.83}$$

Sachant que les expressions des champs lointains $E_\theta(\theta,\phi)$ et $E_\phi(\theta,\phi)$ sont expliquées en détaille dans [7, 18]. L'étude des caractéristiques de rayonnement des antennes tel que la polarisation, le niveau des lobes secondaires, le gain, la direction du faisceau et sa largeur, le rendement de rayonnement, doivent respecter certaines spécifications.

5 Conclusion

Contrairement, aux anciennes approches qui négligent les effets de couplages dans un réseau d'antenne périodique, il est très difficile, voir même impossible de générer des résultats bien précis qui s'approchent à la réalité surtout au niveau des phénomènes électromagnétiques qui caractérisent cette structure.
Le véritable challenge c'est de chercher à introduire des nouvelles approches dans des méthodes numériques fiables et qui offrent à la fois des caractéristiques exactes et un temps de calcul réduit.
Dans notre travail, nous avons besoin de prouver l'efficacité de l'approche que nous avons adopté pour préciser le comportement électromagnétique associé à ce réseau. Cette approche est basée sur le théorème de Floquet qui fait restreindre le calcul au niveau d'une seule cellule unitaire délimitée par des murs périodiques dans un réseau d'antenne périodique infini qui se ramène par la suite à un réseau périodique fini.
Par exemple, l'analyse modale basée sur la décomposition en modes de Floquet permet de gagner plusieurs avantages parmi les quelles nous pouvons citer la réduction du temps de calcul et les ressources informatiques , l'augmentation de la précision sur des phénoménes électromagnétiques pour des systèmes en réseau périodique :

- On fait restreindre le phénomène d'onde associé à une structure globale à une seule cellule unitaire.
- Une simplicité avec une grande précision pour calculer les termes de couplage associés à une structure dont les éléments sont faiblement ou fortement couplés.
- Selon cette formulation modale, la réduction du nombre d'inconnues dans la structure élémentaire évite la grande consommation des ressources mémoires et du temps d'exécution.

Le plus important que cette méthode modale reste valide pour étudier des structures avec des configurations presque périodique presentant des défauts dans quelques cellules qui peuvent être représenté en remplaçant leurs sources par des impédances de surfaces afin de rendre la structure globale ayant un caractère périodique dont tous les cellules sont identiques et uniformes. De cette façon l'approche modale basée sur le principe de la transformée de Fourier avec la décomposition en modes de Floquet est toujours applicable.
En conséquence, cette nouvelle approche modale , faisant appel à quelques hypothèses simplificatrices, permet d'etudier les réseaux preque-périodiques avec des configurations particuliéres tel que les antennes lacunaires ou apériodiques dont la distribution des éléments rayonnants sur une grille non périodique sont obeit selon une loi d'alimentation spécifique (phase et/ou amplitude) est associée.

Bibliographie

[1] Ahmad ELSAYED AHMAD ,Thèse, *Conception d'antennes réseaux aux performances optimisées par la prise en compte des couplages interéléments. Application à la formation de faisceau et à la polarisation circulaire* , Faculte des sciences et techniques de l'université de limoges, France, décembre 2010. 22, 26, 35, 46

[2] Euloge Budet TCHIKAYA,Thèse, *Modélisation électromagnétique des Surfaces Sélectives en Fréquence finies uniformes et non-uniformes par la Technique de Changement d'Echelle (SCT)* , Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), France, octobre 2010. 22, 23, 28, 49

[3] Z. Mekkioui and H. Baudrand, *Analyse rigoureuse d'antenne diÃ©lectrique microruban uniforme Ã ondes de fuite* , Annales des Télécommunications. Vol. 57, N° 5-6, pp.540-560. 2002. 23, 40, 49

[4] A. Ishimaru, R. J. Coe, G. E. Miller, and W. P. Green, "Finite periodic structure approach to large scanning array problems ," IEEE Trans. Antennas Propagat, 1985. 22, 40

[5] Z. Mekkioui and H. Baudrand, "2-D bi-periodic centered-fed microstrip leaky-wave antenna(LWA) analysis by a source modal decomposition in spectral domain,"IET, 2009. 22, 27, 28, 31, 32, 35, 40, 41, 43, 44, 45, 47, 49

[6] H. Baudrand ,M. Titaouine, N. Raveu and G. Fontgland, "Electromagnetic Modeling of Planar Almost Periodic Structures," SBMOI/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference, 2009. 22, 27, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 43, 46, 49

[7] Clément Yann,Thèse, *Modélisation électromagnétique de cellules actives environnées - Application à l'analyse et la synthèse d'une antenne reflect-array à balayage électronique*,INSA Rennes,France,décembre 2012. 22, 24, 26, 32, 35, 50

[8] Samuel Nosal ,Thèse, *Modélisation électromagnétique de structures périodiques et matériaux artificiels Application à la conception d'un radôme passe-bande*,École Centrale Paris,France,Septembre 2009. 33, 35

[9] George V. Eleftheriades, J. R. Mosig , " On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments,"IEEE Transaction on microwave theory and technoques, Vol. 44,No.3, March1996. 46

[10] G. Valerio, P. Baccarelli,P. Burghignoli,A. Galli,R. RodrÃ½Â´guez-Berral, and F. Mesa, "Analysis of periodic shielded microstrip lines excited by nonperiodic sources through the array scanning method," RADIO SCIENCE, VOL. 43, 2008. 22, 28, 30, 33, 36, 37, 40, 44

[11] K. A. Bhattacharyya, " Floquet modal based Analysis of Finite and Infinite Phased Array Antennas," Macquarie University and IEEE Joint Lecture, November 2012 . 22, 41

[12] K. Watanabe ,and K. Yasumoto, "Two-Dimensional electromagnetic scattering of non-plane incident waves by periodic strctures ," Progress In Electromagnetics Research B, 2007. 38

[13] N. Raveu and O. Pigaglio , Résolution de problèmes hautes fréquences par les schémas équivalents, Éditions Cépaduès, Mai 2012. 41

[14] K. Watanabe ,and K. Yasumoto, "Two-Dimensional electromagnetic scattering of non-plane incident waves by periodic strctures ," Progress In Electromagnetics Research B, 2007. 33, 36, 38

[15] K. Y. Sze and L. Shafai," Reflection properties of infinite periodic arrays of rectangular conducting patches,"CAN. J. ELECT. COMPUT. ENG., VOL. 24, NO.1 ,JANUARY 1999. 22, 23

[16] B. Hamdi,T. Aguili ,N. Raveu and H. Baudrand, "Calculation of the Mutual Coupling Parameters and Their Effects in 1-D Planar Almost Periodic Structures ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2014. 23, 27, 28, 32, 33, 35, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 45, 47

[17] Yasser. Abdallah,Cyrille. Menudier, Marc. Thevenot, and Thierry. Monediere,“ Investigations of the Effects of Mutual Coupling in Reflectarray Antennas"IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 55, No. 2, April 2013. 26, 33, 39, 40, 45, 46

[18] Z. Mekkioui,Thèse, *Contribution à l'analyse d'antennes diélectriques microruban à ondes de fuite unidimentionelle et bidimentionelle Ã motif mÃ©tallique quelconque* , Faculté des sciences Université Abou Bekr Belkaidde Tlemcen , Algerie, 2004. 30, 32, 34, 36, 50

[19] Ben A. Munk, Finite Antenna Arrays and FSS,July 2003, Wiley-IEEE Press,392 pages. 28, 29

[20] Z. Mekkioui and H. Baudrand, “A full-wave analysis of uniform microstrip leaky-wave antenna with arbitrary metallic strips" Electromagnetics. Vol. 28, No.4, pp. 296-314, 2008. 32, 41

[21] A SKRlVERVlK,Thèse, *Réseaux périodiques d'antennes microruban* , École polytechnique fédérale de Lausanne, 1992. 32, 34, 35, 38, 40, 41, 43, 46

[22] S. Mili,Thèse, *Approche des Circuits Equivalents Generalises Multi-Echelles Combinees a la Theorie de Groupe de Renormalisation pour la Modelisation Electromagnetique des Structures Fractales Passives et Actives* , École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunisie, 2011. 39, 41

[23] S. Mili, C. Larbi Aguili and T. Aguili,“ Study of fractal-shaped structures with pin diodes using the multi-scale method combined to the generalized equivalent circuit modeling ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2011. 39

Chapitre III

Application 1-D des circuits preque-périodiques

1 Introduction

Dans ce chapitre 3, nous présentons l'analyse d'un système 1-D preque périodique d'antenne diélectrique microruban uniforme [1]. Notre étude se focalise sur la détermination des termes de couplage dans une configuration des éléments répartis dans une trame presque-périodique et en particulier périodique et quasi-périodique (apériodique)[3, 7, 9]. L'utilisation de l'analyse de Floquet permet de simplifier la résolution du problème considéré surtout quand les plaques sont fortement couplées [10, 14].
Grâce à cette approche modale basée sur le théorème de Floquet [17], la structure posée est formulée par une équation du type intégrale reposant sur le formalisme de l'opérateur impédance (respectivement admittance). Par établissement du modèle du guide d'ondes à murs électriques et périodiques et par application de la méthode des moments combinée avec le circuit équivalent généralisé MoM-GEC, un schéma équivalent simple permet de poser systématiquement les équations de continuité [12, 18].
Ainsi, l'approche développée nous permet d'implémenter un outil numérique qui permet d'étudier l'influence des paramètres géométriques et la fréquence de travail sur les caractéristiques radio-électriques associées à telles antennes [4, 14].

2 Stucture :étude de cas des circuits preque-périodiques uni-dimentionnels

2.1 Structure

Soit la configuration globale à une structure planaire presentée à la figure (III.1). Elle est constituée par un nombre fini (où infini) des lignes micro-rubans

avec leurs propres excitations, l'ensemble est mis dans un guide diélectrique de permittivité ϵ_r, de largeur L, de hauteur h et de longueur a ,dont les murs latéraux , selon la direction y, sont fixés à des conditions aux limites électriques et les murs longitidinales , selon la direction x, sont choisis parmi les cas suivants[3, 4, 6] :

- des murs électriques
- des murs magnétiques
- des murs périodiques avec des déphasages nuls

Par ailleurs, le tout est monté sur un plan de masse parfaitement conducteur.
En utilisant l'analyse modale, la symetrie périodique de la structure à réseau cou-

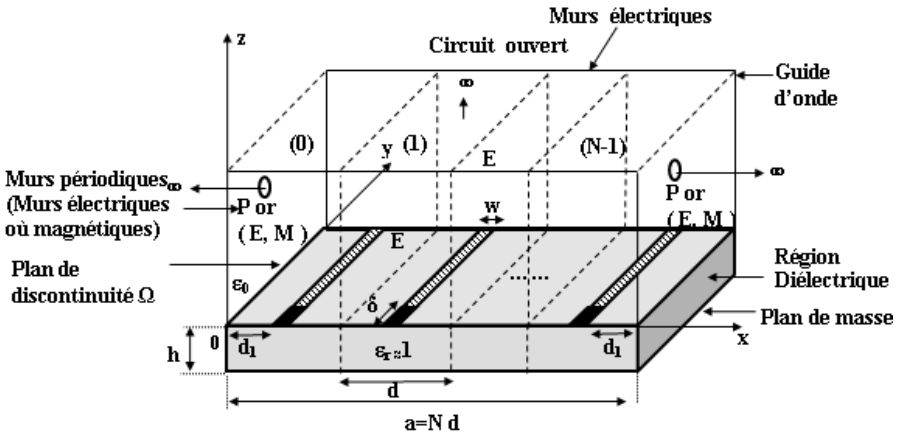


Figure III.1 – Réseau périodique planaire.

plé limite l'étude à une seule maille du réseau , l'interaction avec les autres mailles étant prise en compte par la définition aux limites périodiques aux frontiéres de la cellule de base (théorème de Floquet) [2, 7, 9, 11]. C'est pourquoi, nous définissons la structure de base montrée à la figure (III.2). Elle contient un élément rayonnant que leur systéme d'excitation (une lame métallique excitée localement par une source planaire localisée) emboitée dans un guide dont les parois latéraux des murs électriques - périodiques, les côtés supérieur et inférieur sont respectivement un circuit ouvert et un court-circuit. Également cette lame est entourée par l'air ($\epsilon_r = 1$) de deux cotés (z négatifs et z positifs) (par rapport au plan de discontinuité Ω) [1]. Le couplage mutuel inter-cellulaire établit d'un élément à un autre est pris en compte à l'aide de l'analyse de Fourier. Généralement, leurs effets interviennent par le changement de distribution de courant qui apparait sur la partie métal. Une fois que cette densité de courant est connue, nous obtenons aisément le diagramme de rayonnement du réseau et l'impédance modale associé à une seule cellule de base [2, 4, 7, 10].

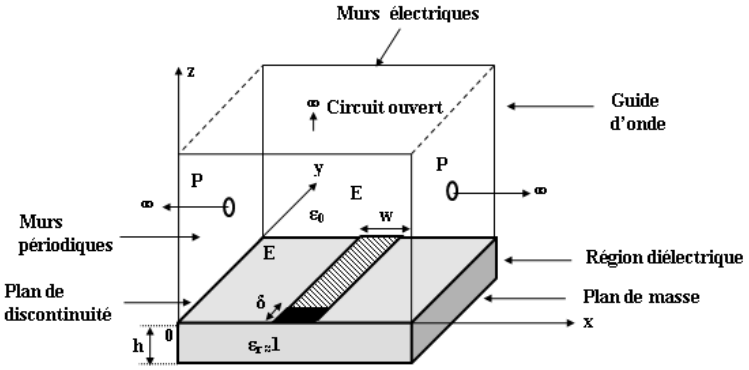


Figure III.2 – Cellule de base.

2.2 Application de la méthode de moment à l'étude du couplage mutuel

Comme il a été indiqué au chapitre 1, les méthodes fréquemment utilisées sont classées en deux types : les méthodes différentielles qui se basent sur la discrétisation dans l'espace de l'équation de propagation et aboutissent à la résolution de systèmes d'équations linéaires. Elles provoquent par suite, l'utilisation d'une très grande place mémoire et des temps de calculs très considérable [19, 20, 26]. D'autre part, les méthodes intégrales permettent d'obtenir la solution d'un problème de propagation ou à discontinuités à partir de la détermination des distributions de courants et de champs sur une surface particulière. Ces méthodes sont bien choisies à la programmation sur micro-ordinateur et nécessitent de faible temps de calcul [15]. Notre choix s'est fixé sur la méthode des moments combinée le circuit équivalent, et en particulier celle de Galerkin [5, 12].
Une application générale de cette méthode modale relatif à une seule cellule de base et par l'introduction du formalisme de l'opérateur impédance (réspectivement admittance) et par suite l'élaboration d'un schéma équivalent systématique et simple reposant sur le concept des fonctions d'essai , a été appliquée avec succès à n'importe quelle structure présentant des discontinuités planaires [18, 19].
Ceci va aboutir à généraliser cette étude à une structure réseau de la configuration compléte , tout en transposant le probléme posé à un circuit équivalent simplifié. D'où, la nécessité de résoudre le problème de calcul électromagnétique direct en se basant sur la procédure de la méthode des moments (voir formulation théorique)[26].

2.2.1 Formulation théorique du problème : mise en équation intégrale (relatif à une seule cellule unitaire)

La structure périodique rayonnante est le siège d'établir des termes d'interaction selon une seule direction(Ox) . La méthode de moment combinée avec le circuit équivalent est appliquée après l'introduction du formalisme des opérateurs (en notation de Dirac) [1, 3, 4]. Par conséquent, nous pouvons traduire les conditions de continuité imposées par l'ajout du métal au sein du plan de discontinuité (plan $z = 0$). Ainsi, le champ électrique transverse $\overrightarrow{E}$ doit s'annuler sur la partie métallique. A l'inverse, la densité de courant totale $\overrightarrow{J}$ liée au champ magnétique doit s'annuler sur l'isolant [5, 12].
Nous définissons par ailleurs, une ligne de transmission équivalente en identifiant le plan (xOy) au plan transverse et l'axe (Oz) à l'axe longitudinal. Par conséquent, la structure est traitée comme la discontinuité entre une ligne de transmission infinie à milieu homogène ($z > 0$) (région 1) et une ligne de transmission court-circuitée (z<0) (région 2) (Cf. Figure). Pour cela, nous devons d'abord établir un schéma équivalent de la discontinuité (Cf.Figure). La fonction d'essai est du type densité de courant électrique $|J\rangle$ définie sur l'ouverture.
Le domaine D (voir chapitre 1) peut être le grand guide d'ondes à parois électriques et périodiques et le domaine D_e est le guide d'ondes à parois électriques et magnétiques dont la section droite est le ruban métallique rectangulaire.
La structure se décompose donc (Figure. III.2), en trois régions :

- Région (1) représente un guide vide (ϵ_0) rectangulaire infini.
- Région (2) représente une portion du guide rectangulaire de hauteur a rempli de diélectrique (ϵ_r)(substrat diélectrique).
- Région (3) représente le plan transverse contenant la discontinuité métallique. Ceci correspond à une coupe transverse du petit guide d'ondes rectangulaire à murs électriques et magnétiques. Généralement, il peut être de forme quelconque.

Pour étudier cette structure, il faut caractériser les discontinuités présentes. Ce sont :

- La discontinuité entre les régions (1) et (3).
- La discontinuité entre les régions (2) et (3).

Mise en équation du problème : circuit équivalent

Le problème que nous avons proposé précédemment est analysé à travers une équation intégrale résolue dans la méthode des moments combinée avec des conditions aux limites périodiques [3, 4, 23].
Cette équation intégrale est établit pour décrire l'inconnue (distribution du courant modale) dans une seule cellule unitaire placée à l'origine et délimité par des frontières périodiques, l'expression de celle-ci sera déduite à partir d'un circuit équivalent qui fait introduire une source virtuelle qui ne fournit pas de puissance

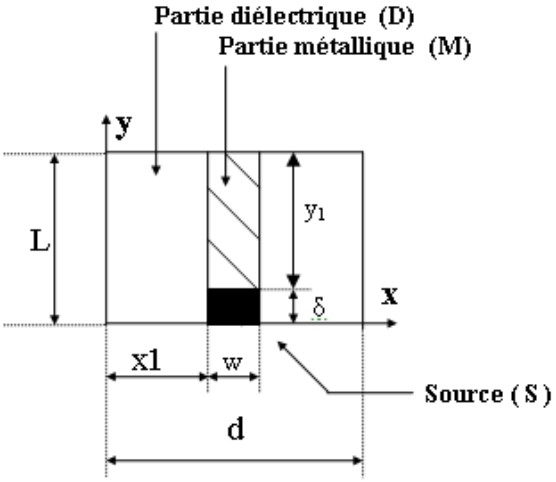


Figure III.3 – Plan de discontinuité.

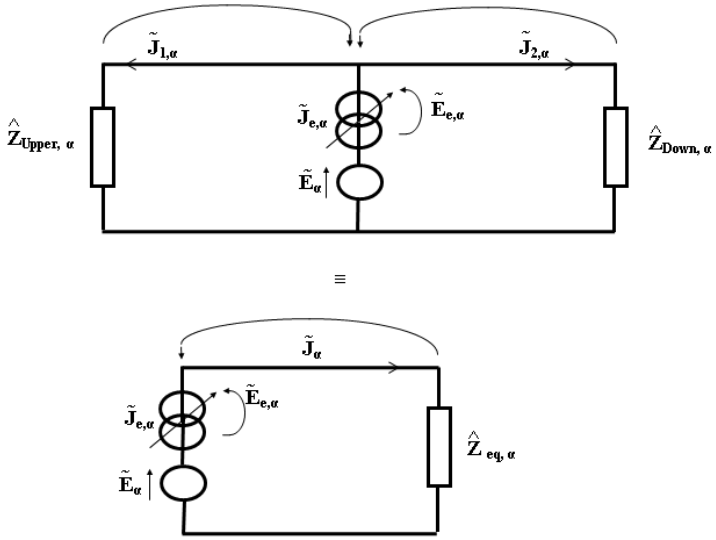


Figure III.4 – Circuit équivalent d'une seule cellule de base.

afin de décrire à cette inconnue [29].
A l'aide du schéma équivalent de la discontinuité de la figure (III.4), nous établissons les équations relatives à la structure où nous définisons les opérateurs admittances qui sont décrit la contribution des modes localisées (modes évanescents) [24, 26], suivant :

- $\hat{Y_{1,\infty,\alpha}}$ et $\hat{Y_{2,\infty,\alpha}}$: est l'opérateur d'admittance du vide ramené à la surface rempli de diélectrique (ϵ_r).
- $\hat{Y_{2,\alpha}}$: est l'opérateur d'admittance du court-circuit ramené à la surface du

diélectrique (ϵ_r).
- $\overrightarrow{J_\alpha}$: Densité de courant non nulle sur la partie métallique.
- $\overrightarrow{E_{t,\alpha}}$: Champ électrique défini sur la plaque métallique.

Sur le schéma de la figure (III.3), $\overrightarrow{E_{s,\alpha}}$ est le champ électrique introduit par la source et qui imposé un seul mode d'exciation (un mode d'un élément localisé) [28], tel que :

$$\overrightarrow{E_{s,\alpha}} = V_{s,\alpha}\overrightarrow{f_{s,\alpha}} \tag{III.1}$$

Avec :$V_{s,\alpha}$: est une tension spéctrale ou modale appliquée au niveau de la source.
$\overrightarrow{f_{s,\alpha}} = \begin{cases} f_{xs,\alpha} = 0 \\ f_{ys,\alpha} = \frac{1}{\delta} \end{cases}$ est la fonction de mise en forme de l'élément localisé.
Nous utilisons le formalisme des opérateurs pour écrire formellement les équations de la structure. Le champ électrique$\overrightarrow{E_\alpha}$ et son grandeur dual la densité de courant $\overrightarrow{J_\alpha}$ sont reliés à l'opérateur impédance par :

$$\overrightarrow{J_\alpha} = \hat{Z}_\alpha\overrightarrow{E_\alpha} \tag{III.2}$$

Généralement, Les conditions de continuité des composantes tangentielles doivent assurer les relations suivantes :

$$\overrightarrow{E_\alpha} = 0$$

Sur le métal

(III.3)

$$\overrightarrow{J_\alpha} = 0$$

Sur le diélectrique

(III.4)

À partir de schéma équivalent , nous pouvons d'écrire les relations ci-dessous :

$$\overrightarrow{J_\alpha} = \overrightarrow{J_{1,\alpha}} + \overrightarrow{J_{2,\alpha}} \tag{III.5}$$

$\overrightarrow{J_{1,\alpha}}$ et $\overrightarrow{J_{2,\alpha}}$ sont les densités de courant de même nature que le champ magnétique $\overrightarrow{H_\alpha}$ (obtenues par une rotation du champ magnétique transverse de $\frac{\pi}{2}$).
En étudiant le circuit équivalent (Figure. III.4) et en respectant la notation de Dirac, nous pouvons conclure que :

$$|J_\alpha\rangle = |J_{1,\alpha}\rangle + |J_{2,\alpha}\rangle \tag{III.6}$$

avec :

$$|J_{1,\alpha}\rangle = \hat{Y_{1,\infty,\alpha}}|E_\alpha\rangle \tag{III.7}$$

et

$$|J_{2,\alpha}\rangle = \hat{Y_{2,\alpha}}|E_\alpha\rangle \tag{III.8}$$

Nous obtenons alors :

$$|J_\alpha\rangle = (\hat{Y_{1,\alpha,\infty}} + \hat{Y_{2,\alpha}})|E_\alpha\rangle \tag{III.9}$$

Puisque les opérateurs $\hat{Y_{1,\alpha,\infty}}$ et $\hat{Y_{2,\alpha}}$ décrivent les modes évanescents localisés définis dans le domaine entier de la structure d'antenne définie comme sur la figure (III.2),la somme $(\hat{Y_{1,\alpha,\infty}} + \hat{Y_{2,\alpha}})$ reste inversible. nous écrivons par suite :

$$\hat{Z_\alpha} = (\hat{Y_{1,\alpha,\infty}} + \hat{Y_{2,\alpha}})^{-1} \tag{III.10}$$

D'où :

$$|E_\alpha\rangle = \hat{Z_\alpha}|J_\alpha\rangle \tag{III.11}$$

Les relations (III.3) et (III.5) aboutissent à la relation de continuité du champ magnétique qui se traduit en appliquant la loi des mailles et la loi des noeuds dans le circuit de la figure (III.4).
En remplaçant les expressions des fonctions complémentaire définies par domaine sur l'interface de discontinuité et la relation finale , nous obtenons l'équation représentative de notre problème :

$$\hat{H_M}(|E\rangle) = 0 \Rightarrow \hat{H_M}((\hat{Y_{1,\infty}} + \hat{Y_2})^{-1}|J\rangle) = 0 \tag{III.12}$$

$$\Rightarrow \hat{H_M}(\hat{Z}|J\rangle) = 0 \tag{III.13}$$

Avec

$$\hat{H_M} = \begin{cases} 0 \text{ Sur le diélectrique} \\ 1 \text{ Sur le métal} \end{cases} \tag{III.14}$$

Inversement

$$\hat{H_I} = \begin{cases} 1 \text{ Sur le diélectrique} \\ 0 \text{ Sur le métal} \end{cases} \tag{III.15}$$

La resolution de cette dernière équation exige une décomposition des opérateurs admittances $\hat{Y_{1,\infty,\alpha}}$ et $\hat{Y_{2,\alpha}}$ ainsi que la densité de courant $|J_\alpha\rangle$ (respectivement le champ $|E_\alpha\rangle$)sur des bases des modes du guide appropriées [29].
Étant que Les régions separées par le plan de discontinuité sont des parties de guides rectangulaires (conditions aux limites), nous pouvons utiliser la même base pour décrire les opérateurs admittances. Nous choisissons comme base, le champ électrique associé à chaque type de guide presentant des murs périodiques et qui sont détaillés dans l'annexe(A). Les fonctions de base $\{|f_{mn,\alpha}\rangle\}$ utilisées dans ce

travail pour décomposer l'opérateur impédance sont dérivées à partir de la réssoltions des équations de Maxwell [30].
L'opérateur impédance résultant s'écrit alors sous la forme :

$$\hat{Z}_\alpha = \sum_{m,n} |f_{mn,\alpha}\rangle \frac{z_{mn,\alpha}}{|f_{mn,\alpha}\rangle\langle f_{mn,\alpha}|} \langle f_{mn,\alpha}| \tag{III.16}$$

avec :

$$\tilde{z}^{TE}_{mn,\alpha,co} = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn})} \tag{III.17}$$

$$\tilde{z}^{TM}_{mn,\alpha,co} = \frac{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn})}{j\omega\epsilon_0} \tag{III.18}$$

$$\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn}) = k^2_{xm,\alpha} + k^2_{yn} - k^2 \tag{III.19}$$

et

$$\tilde{z}^{TE}_{mn,\alpha,cc} = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn})} \tanh(\gamma(k_{xm,\alpha}, k_{yn})h) \tag{III.20}$$

$$\tilde{z}^{TM}_{mn,\alpha,cc} = \frac{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn})}{j\omega\epsilon_r\epsilon_0} \tanh(\gamma(k_{xm,\alpha}, k_{yn})h) \tag{III.21}$$

$$\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn}) = k^2_{xm,\alpha} + k^2_{yn} - \epsilon_r k^2 \tag{III.22}$$

$$K = 2\pi f\sqrt{\epsilon_r\epsilon_0\mu_0} \tag{III.23}$$

où $\omega = 2\pi f$, f et μ sont répsectivement la fréquence de travail et la peméabilité du vide.
Dans le cas d'une source tension, soit l'impédance d'entrée est donnée par la formule :

$$\tilde{Z_{in,\alpha}} = ({}^t[\tilde{A}_\alpha]([\hat{Z}^{down}_{pq,st,\alpha}]^{-1} + [\hat{Z}^{upper}_{pq,st,\alpha}]^{-1})[\tilde{A}_\alpha])^{-1} \tag{III.24}$$

avec

$$[\tilde{A}_\alpha] = [\langle f|g_{pq,\alpha}\rangle] = [\langle\frac{1}{\delta}|g_{pq,\alpha}\rangle] \tag{III.25}$$

De plus, en appliquant la loi des mailles et la loi des noeuds, on aboutit à :

$$\tilde{J}_\alpha = \tilde{J}_{e,\alpha} \tag{III.26}$$

$$\tilde{E}_{e,\alpha} = -\tilde{E}_\alpha + \hat{Z}_\alpha\tilde{J}_{e,\alpha} \tag{III.27}$$

Nous utilisons alors la méthode de Galerkin pour résoudre numériquement cette équation [18, 19, 24, 26].

2.2.2 Les fonctions d'essai

Nous prenons également une deuxième base de fonctions (fonctions d'essai) $g_{q,\alpha}$ sur la partie métallique de la plaque, sur laquelle sera projetée l'inconnue J. Cette base permettra de réduire la dimension du problème [12].
Nous pourrons alors écrire [23, 26, 29] :

$$J_\alpha = \sum_q x_{q,\alpha} g_{q,\alpha} \tag{III.28}$$

- q est le couple des indices (p,q) et $X_{q,\alpha}$ désigne l'amplitude de la densité de courant dans la base $\{g_{q,\alpha}\}$.
- Nfes est l'ordre de troncature de la série. Au-delà de ce nombre, le problème converge.Dans ce cas, la solution obtenue s'approche de la solution exacte. Par ailleurs, une étude de convergence en fonction du nombre de couples (m,n) et du nombre Nfes de fonctions de test est nécessaire.

La base d'essai $\{g_{q,\alpha}\}$ est choisie par domaine, dans la littérature, nous en trouvons plusieurs expressions analytiques pour représenter la densité de courant telle qu'une variation en fonction de (x, y) qui tient compte des effets de bords, ou obtenue numériquement en calculant les modes perturbés dans un guide coaxial dont la section transverse est le ruban métallique , ou du type Roof-Top , etc.
Ici, nous choisissons la base des fonctions d'essai orthonormée, que nous noterons $\{g_{q,\alpha}\}$ de type sinusoïdales étendues dépend de quelques critères physiques relatifs à la forme du courant réel. En effet, le courant étant de même polarisation verticale que l'excitation, nous s'intéressons uniquement à la composante,$J_{ey,\alpha}$. Généralement, nous choisissons comme base $\{g_{q,\alpha}\}$, les champs électriques TE et TM du petit guide d'ondes rectangulaire à murs magnétiques. En particulier, les conditions qu'on doit respecter dans le choix des fonctions d'essai sinusoïdales étendues (champ ou courant) sont les suivantes [12] :

- Dans le cas des fonctions d'essai courant, les conditions aux limites sur une arête métallique sont les mêmes que celles sur un mur magnétique.
- Dans le cas des fonctions d'essai champ, les conditions aux limites sur une arête métallique sont les mêmes que celles sur un mur électrique.
- Sur un mur électrique :
  - ✓ le courant dirigé selon sa normale est maximal alors que le courant tangentiel est nul.
  - ✓ Le champ tangentiel est nul alors que le champ dirigé selon la normale est maximal.
- Sur un mur magnétique :
  - ✓ Le courant dirigé selon la normale est nul alors que le courant tangentiel est maximal.
  - ✓ Le champ tangentiel est maximal alors que le champ dirigé selon la normale est nul.

Par conséquent, en respectant les conditions aux limites imposées par l'allure réelle du courant, les fonctions d'essai sur le domaine métallique de notre cas s'exprime par la relation suivante [30] :

$$g_{q,\alpha}(x,y) = \begin{cases} g_{q,y,\alpha}(x,y) = \frac{1}{||g_{q,\alpha}||} 1 \times e^{(i\alpha x)} cos(\frac{(q-1)\pi y}{L}) \text{ sur le métal} \\ g_{q,x,\alpha}(x,y) = 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \tag{III.29}$$

avec :

$$||g_q(x,y)||^2 = \int_{x_{min}}^{x_{max}} e^{(i\alpha x)}\, dx \int_0^L cos(\frac{(q-1)\pi y}{L})^2\, dy \tag{III.30}$$

Due au dimension néglegeable de l'élément localié, nous remarquons que la dépendance en x est réduite à une fonction échellon. Sa formulation mathématique et informatique simple lui confère l'avantage de la rapidité dans les calculs notamment des produits scalaires décrits dans la méthode de Galerkin [5, 19, 23].

2.2.3 Représentation matricielle : Méthodes des Moments - Application de la procedure de Galerkin

En appliquant la méthode de Galerkin à l'expression (III.27). Nous obtenons alors :

$$\sum_{q=1}^{N_e} x_{q,\alpha} \langle g_{q,\alpha} | \hat{Z}_\alpha g_{q,\alpha} \rangle = \langle g_{q,\alpha} | E_\alpha \rangle + \langle g_{q,\alpha} | E_{e,\alpha} \rangle \tag{III.31}$$

Sachant que le produit scalaire utilisé est défini comme suit : Pour tout u et v, deux vecteurs définis sur le corps des réels IR et ayant chacun deux composantes l'une selon X et l'autre selon Y dans un repère (O, X, Y)[29] :

$$\langle u | v \rangle = \int_{D_s} u^t v\, dS \tag{III.32}$$

Comme le produit scalaire entre le champ électrique et la densité de courant est nulle (vu l'orthogonalité des deux entités), le champ électrique sera également orthogonal aux fonctions d'essai $\{|g_q\rangle\}$ [12]. Ainsi :

$$\langle g_{q,\alpha} | E_{e,\alpha} \rangle = 0 \tag{III.33}$$

L'équation (III.31) devient alors :

$$\sum_{q=1}^{N_e} x_{q,\alpha} \langle g_{q,\alpha} | \hat{Z}_\alpha g_{q,\alpha} \rangle = \langle g_{q,\alpha} | E_\alpha \rangle \tag{III.34}$$

En représentation matricielle, par projection sur les fonctions d'essais $\{|g_{p,\alpha}\rangle\}$ et $\{|g_{q,\alpha}\rangle\}$, nous obtenons le système d'équation homogène suivant :

$$[Z][X] = [V] \tag{III.35}$$

où $[Z]$ est une matrice de terme général :

$$[Z]_{pq,\alpha} = \langle g_{p,\alpha}|\hat{Z}|g_{q,\alpha}\rangle \tag{III.36}$$

L'équation de cette dernière est par conséquent équivalente à :

$$[\hat{Z}^{upper,down}_{p,q,\alpha}] = [\sum_{m,n}\langle g_{p,\alpha}|f_{mn,\alpha}\rangle z^{upper,down}_{mn,\alpha}\langle f_{mn,\alpha}|g_{q,\alpha}\rangle] \tag{III.37}$$

Cette équation sera résolue numériquement par détermination de la matrice impédance [Z], où les séries seront tronquées Ã un certain rang (déterminé par une étude de convergence).
Nous pouvons alors écrire cette équation sous la forme d'un système matriciel homogène $[X] = [Z]^{-1}[V]$. Pour cela, il faut calculer les différents produits scalaires figurant dans l'expression (III.37).

2.2.4 Formulation théorique du problème direct : mise en équation intégrale (relatif à une configuration compléte)

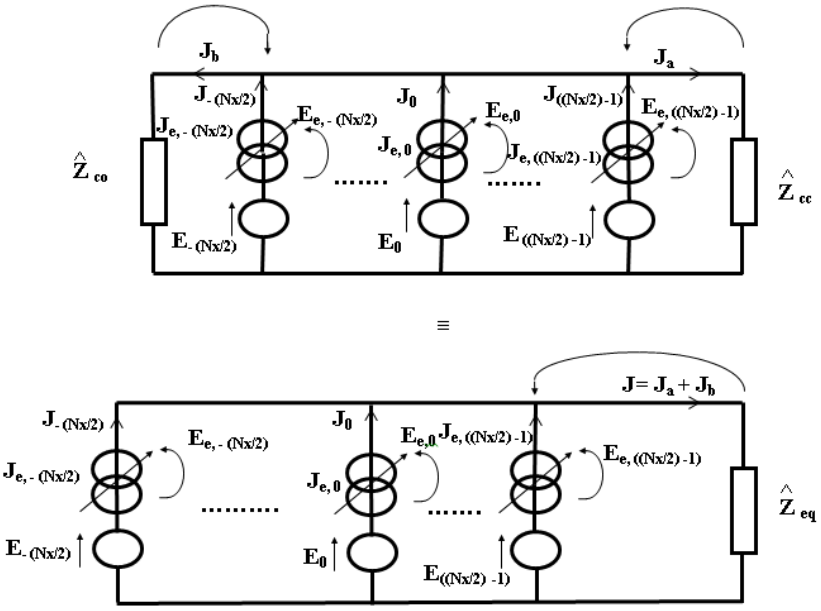


Figure III.5 – Circuit Équivalent de la structure compléte.

Cette formulation représente la méthode direct pour étudier spatialement la configuration compléte de la structure décrite à la figure (III.5)[6, 16].
Nous étendrons la formulation relatif à une seule cellule unitaire sur plusieurs éléments répartis périodiquement dans la structure totale fermée dans un seul guide

d'onde de même nature que les guides indiqués précedement [13, 30]. Cette dernière méthode permet d'employer une formulation spatiale directe pour extraire la matrice de couplage ainsi que de verfier les conditions aux limites utilisées. Cette matrice de couplage sera comparée à celle donnée par la nouvelle analyse de Fourier baséer sur les états propres de Floquet [2, 8, 30].
Comme nous avons vu précedement, nous associons à chaque cellule appartient au réseau périodique son propre excitation est un élément localisé dont les dimensions physiques sont négligeables par rapport à la longueur d'onde utilisée (correspond à la frequence de travail)[21, 22].
De la même façon, l'approche de la MoM-GeC permet de simplifier la représentation des équations de Maxwell et leurs relations de continuitées (grandeurs du champs) en un modéle des circuits équivalents généralisés.
L'étude électromagnétique de la structure presentée à la figure (III.1) est faite en utilisant cette modéle (voir chapitre 1). Vue la symétrie de la structure par rapport au plan de discontinuité, les conditions aux limites peuvent être représentées schématiquement par le circuit équivalent simplifié de la figure(III.5).
Notons que le circuit équivalent de la figure(III.5) tient compte de deux parties du guide situées de part et d'autre de la surface de discontinuité. Grâce à la symétrie par rapport au plan de discontinuité, les deux parties du guide sont dictincts d'un coté court-circuité à une hauteur h rempli de diélectrique (ϵ_r)et de l'autre coté infini respectivement de vide (ϵ_0).

- Soient $|f_{mn}^{TE,TM}\rangle$ identifient les modes d'odre supérieurs du guide fermant la structure à étudier.
- Les champs d'excitations E_i,$i \in [-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2} - 1]$ sont exprimés comme suit $E_i = V_i f_i$ avec $f_i = \frac{1}{\delta}$ représente le mode fondamental d'excitation.
- L'operateur impédance $\hat{Z}$ représente la contribution des modes localisés dans la distribution du champ électromagnétique au niveau de la discontinuité. les impédances modales $z_{mn}^{TE,TM}$ s'expriment en fonction des modes de la base modale locale.
- La source virtuelle $J_e^{S_i}$ est l'inconnue du problème. Elle s'exprime par une somme de fonctions test connues $(g_p^{S_i})_{p\in\{1,....,N_e\}}$(qu'on choisit) pondérées par des coefficients inconnus $(x_p^{S_i})_{p\in\{1,....,N_e\}}$ qu'on calculera.
- Le courant J s'exprime sous la forme d'une somme de fonctions de la base modale pondérées $(f_m)_{m\in\{1,....,M\}}$ par des coefficients inconnus$\{I_m\}$

En appliquant les lois de Kirchhoff et la loi d'ohm généralisées, nous déduisons le système d'équations :

$$\begin{cases} J_i = J_{e,i} \\ E_{e,i} = -E_i + \hat{Z}J \end{cases} \tag{III.38}$$

Avec :

$$J = J_{e,-\frac{N_x}{2}} + J_{e,-\frac{N_x}{2}+1} + ... + J_{e,\frac{N_x}{2}-1} = J_{-\frac{N_x}{2}} + J_{-\frac{N_x}{2}+1} + ... + J_{\frac{N_x}{2}-1} \quad \text{(III.39)}$$

Nous déduisons une relation formelle entre les sources (virtuelles et réelles) et leurs grandeurs duales sous la forme suivante :

$$\left(\begin{array}{c} J_{-\frac{N_x}{2}} \\ . \\ . \\ J_{\frac{N_x}{2}-1} \\ \hline E_{e,-\frac{N_x}{2}} \\ . \\ . \\ E_{e,\frac{N_x}{2}-1} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & . & . & 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 0 & 1 & 0 & . \\ 0 & . & . & 0 & . & 0 & 1 & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 0 & . & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & . & 0 & & & & \\ 0 & -1 & 0 & . & & & & \\ . & 0 & -1 & 0 & & \hat{Z_{pq,st}} & & \\ 0 & . & 0 & -1 & & & & \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} E_{-\frac{N_x}{2}} \\ . \\ . \\ E_{\frac{N_x}{2}-1} \\ \hline J_{e,-\frac{N_x}{2}} \\ . \\ . \\ J_{e,\frac{N_x}{2}-1} \end{array}\right) \quad \text{(III.40)}$$

D'après l'application de la procedure de Galerkin à l'équation (IV.17),nous pouvons écrire la fonction intégrale suivante et par conséquent, l'expression de la matrice impédance de surface de la structure totale (circuits multiports passifs)prend la forme suivante [29] :

$$[Z_{i,j}] = [\frac{V_i}{I_j}] = ({}^t[A]([\hat{Z}^{down}_{pq,st}]^{-1} + [\hat{Z}^{upper}_{pq,st}]^{-1})[A])^{-1} \quad \text{(III.41)}$$

Avec :
$[A] = [\langle f_i | g^i_{pq,st} \rangle]$,$[\hat{Z_{pq,st}}] = [\langle g^i_{pq} | \hat{Z} | g^j_{st} \rangle]$,$(i,j) \in [-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2} - 1][-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2} - 1]$
and $\hat{Z} = \sum_{m,n} |f^{TE,TM}_{mn}\rangle z^{upper,down}_{mn,TE,TM} \langle f^{TE,TM}_{mn}|$.
La matrice impédance de surface $\hat{Z}$ permet de calculer le couplage $[Z_{i,j}]$ entre les différents sources actifs utilisés dans la configuartion compléte du réseau périodique uni-dimentionnel [30]. En effet, cette dernière relation permet de relier les voltages V_i and les courants I_j dans le cas la matrice impédance passive, d'ou x représentation du matrice s'écrit sous la forme :

$$[Z][I] = [V] \quad \text{(III.42)}$$

Identiquement, la matrice admittance ,$[Y_{i,j}]$, est tout simplement est l' inverse de la matrice impédance $[Z_{i,j}]$.

$$[Y_{i,j}] = [Z_{i,j}]^{-1} \tag{III.43}$$

Selon (IV.19),$Z_{i,j}$peut être exprimer de la maniére suivante :

$$Z_{i,j} = \left.\frac{V_i}{I_j}\right|_{I_k=0(fork\neq j)} \tag{III.44}$$

Briévement, (IV.19) indique que $Z_{i,j}$ peut être définit par le port d'accè j parcourue par un courant I_j, les autres ports d'accès de sortie sont ouvertes lorsque $I_k = 0$ (pour $k \neq j$),en mesurant l'intensité de voltage apparu sur les circuits ouverts avec les ports i. Notons que $Z_{i,i}$ est un élément diagonale de cette dernière matrice qui représente l'impédance d'entrée lorsque les autres sources (ports) sont des circuits ouverts, $Z_{i,j}$ est une impédance de transfert entre les sources d'excitations d'ndice i et j quand aux autres sources d'excitations sont des sources ouvertes.
Par analogie,les $Y_{i,j}$ s'expriment :

$$Y_{i,j} = \left.\frac{I_i}{V_j}\right|_{V_k=0(fork\neq j)} \tag{III.45}$$

Tel que $Y_{i,j}$ seront calculer quand le port d'accè j parcourue par un voltage (un potentiel) V_j , les autres ports d'accès de sortie sont court-circuitées lorsque $V_k = 0$ (pour $k \neq j$), en mesurant l'intensité de voltage apparu sur les circuits ouverts avec les ports i. En effet, $Y_{i,i}$ est un élément diagonale de cette dernière matrice, qui représente l'impédance d'entrée lorsque les autres sources (ports) sont des circuits ouverts, $Z_{i,j}$ est une admittance de transfert entre les sources d'excitations d'indice i et j quand aux autres sources d'excitations sont des sources court-circuitées.
Afin de tenir compte de la matrice des paramètres [S] liée à la matrice impédance unique, elle peut être obtenu comme suit [6, 16, 18] :

$$[S_{i,j}] = [\frac{Z_{i,j}}{Z_c} - I][\frac{Z_{i,j}}{Z_c} + I]^{-1} \tag{III.46}$$

où Zc est appelée l'impédance caractéristique desirée sur chaque excitation. Par exemple la matrice impédance réduite avec une préférable constante de normalisation ayant la valeur 50 ohms. D'ou, (Z_c) peut avoir arbitrairement la valeur choisie 50 Ω.
Pour vérifier les conditions aux limites proposées dans notre cas , les relations (IV.15)et (IV.16) permettent de calculer les densités de courant décrites sur chaque partie métallique des cellules du réseau périodique ainsi que leurs champs duals y compris les domaines sources localisées.

À traves cette formulation, il est possible d'étudier les effets de bord selon la direction x tout en changeant ou déplaçant les murs correspondantes à cette direction , ceci permet de mettre en évidence l'apparition des ondes de surfaces et de leurs rôles secondaires en modifiant la distance de séparation entre les éléments, en particulier le cas du couplage fort (ou dans une représentation apériodique tel que un seul élément centrale peut être excité et les autres éléments non excités) [9, 13, 24].

3 Résultats

3.1 Étude et validation

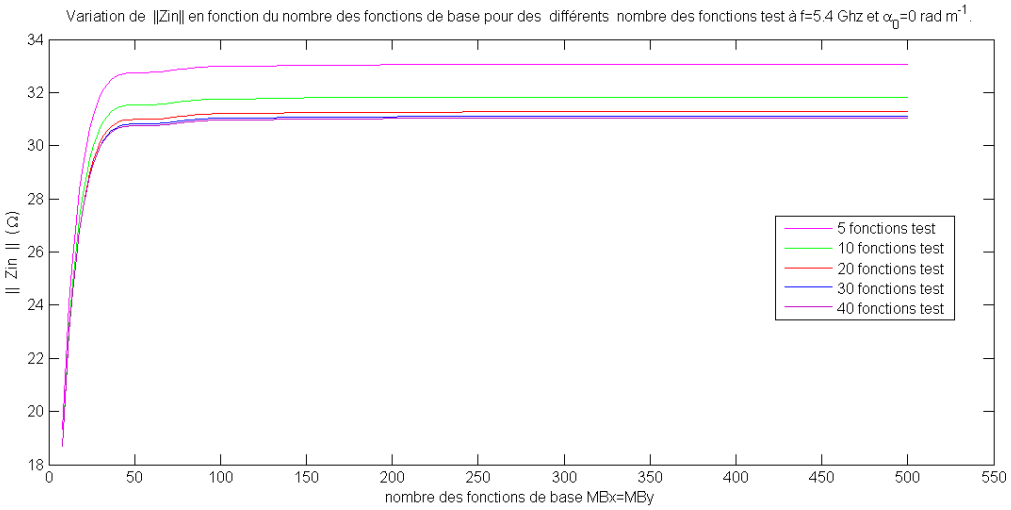


Figure III.6 – Variation de $||Zin||$ en fonction du nombre des fonctions de base pour des différents nombre des fonctions test à une $f = 5.4$ Ghz et $\alpha_0 = 0 radm^{-1}$.

En premier lieu, une étude de convergence est élaborée dans la mésure où elle permet de fixer ultérieurement le nombre des éléments de $\{|f_{mn}\rangle\}$ et le nombre des fonctions de test $\{|g_{pq}\rangle\}$. La variation de $Z_{in,\alpha=0}$ est représentée en fonction du nombre de couples (m,n) pour des différents nombre des fonctions d'essai. L'étude porte sur une antenne fonctionnant à $f = 5.4$ Ghz ($\lambda \sim 54$)mm, de dimensions $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1$mm, $\delta = 0.75$mm($w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0$), $d \approx \lambda_0 \approx 54$mm, $L = \lambda_0 \approx 54$mm, $h = 1.25$mm et $\epsilon r = 1$. Sur les figures (III.7) et (III.8), la convergence numérique des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée, évaluée par la méthode MoM-GEC, sont données en fonction de la fréquence. Nous remarquons que la convergence de l'impédance d'entrée est atteinte rapidement quand le palier

de convergence illustré dans la figure(III.6) reste inchangé en variant le nombre des fonctions de bases ainsi que les fonctions test utilisées pour déscritiser la surface métallique.

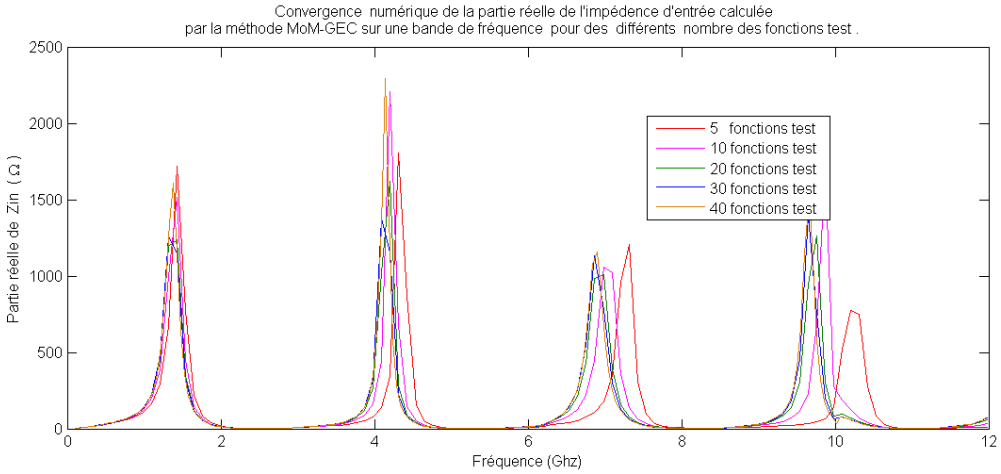


Figure III.7 – Convergence numérique de la partie réelle de l'impédance d'entrée calculée par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12]Ghz, pour des différents nombre des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

Une bonne convergence est pour un nombre de fonctions d'essai supérieure à 40 fonctions pour les parties réelle et imaginaire de $Z_{in,\alpha=0}$. Conçernant le nombre de couples (m, n), une bonne convergence est obtenue pour un nombre supérieur à 9000 (300 x 300) modes.
Sur la figure (III.9), une illustration des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée calculée par la méthode MoM et obtenue à la convergence. Cette dérniére impédance d'entrée vérifie la quantité électromagnétique (III.24) c-à-d le quotient de la tension et du courant d'entrée vue par la source d'excitation.
Considérons par exemple notre cas d'une ligne micro-ruban court-circuitée, tel que $Z_{charge} = 0$ et donc $\Gamma_L = 1$. Le résultat représenté à la figure (III.9) selon une bande de fréquences proportionelle à la longueur de la ligne , le court-circuit apparaît pour la source comme une capacité $(Im(Zin) < 0)$, une inductance $(Im(Zin) > 0)$, ou même un circuit ouvert $(Zin \to \infty)$. Lorsque $\beta L \to 0$ c-à-d lorsque l'on revient au cas quasi-statique, l'impédance d'entrée est inductive, ce qui est aisé à comprendre puisque la ligne est alors équivalente à une simple boucle de courant. Nous remarquons encore que l'impédance d'entrée de cette ligne en court-circuit doit avoir approximativement le comportement suivant :

$$Z_{in} = -jZ_c \tan(\beta l) \tag{III.47}$$

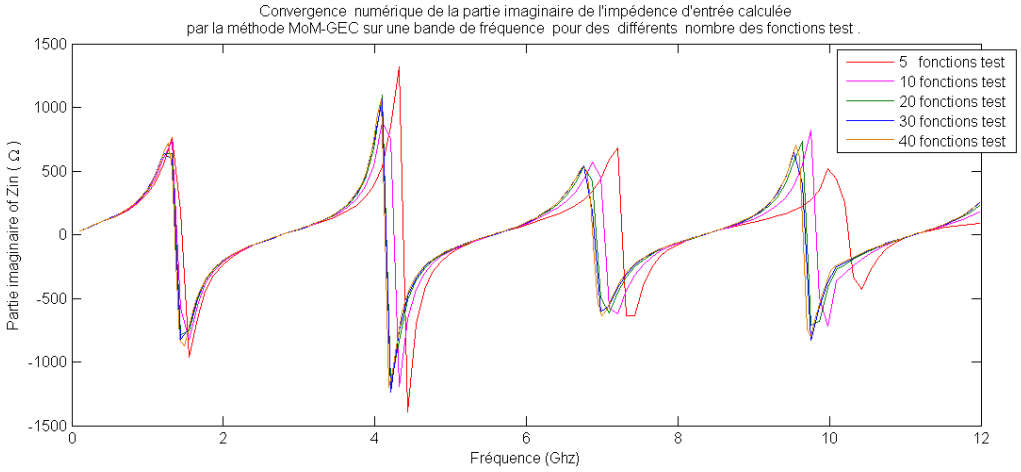


Figure III.8 – Convergence numérique de la partie imaginaire de l'impédance d'entrée calculée par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12]Ghz, pour des différents nombre des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

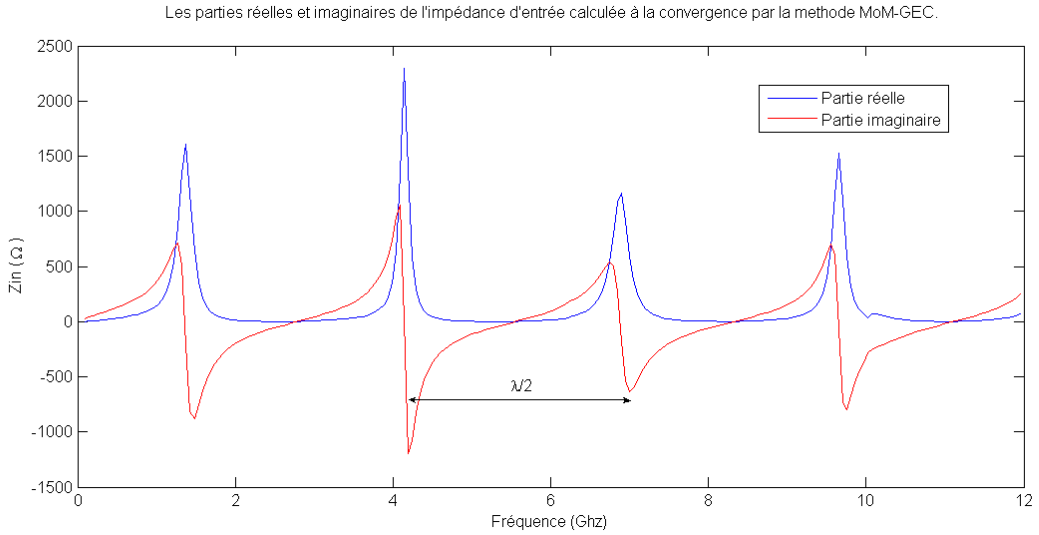


Figure III.9 – Impédance d'entrée calculée à la convergence par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquence :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

L'impédance d'entrée est inductive si :

$$2k\frac{\lambda}{4} < l < (2k+1)\frac{\lambda}{4} \tag{III.48}$$

Elle est capacitive si :

$$(2k+1)\frac{\lambda}{4} < l < (2k+2)\frac{\lambda}{4} \tag{III.49}$$

Comme la ligne en circuit ouvert, l'impédance d'entrée est inductive et capacitive tous les quart de longueur d'onde ,c-à-d, la ligne en circuit ouvert passe d'un comportement capacitif à un comportement inductif tous les quart de longueur d'onde.
Une autre façon permet d'étudier la convergence basée sur le calcul de la densité

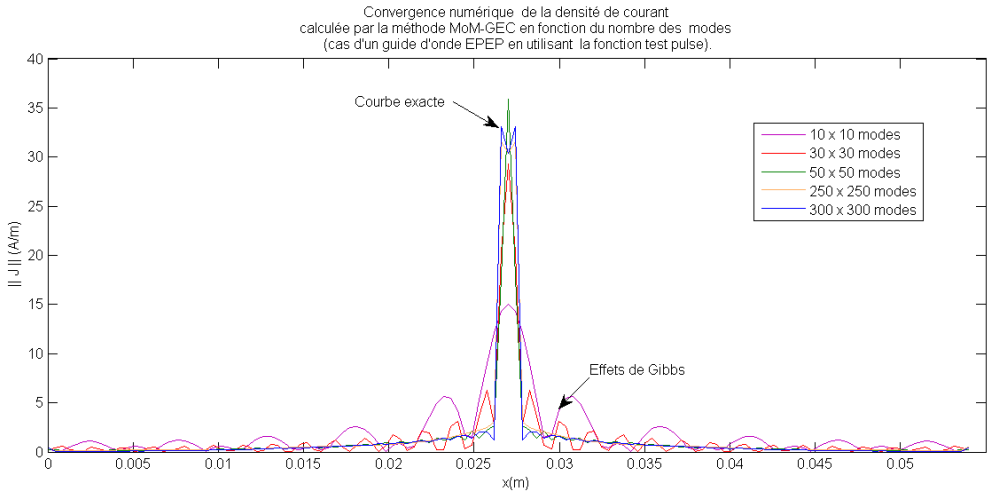


Figure III.10 – Convergence numérique de la densité de courant calculée par la méthode MoM-GEC en fonction du nombre des modes (cas d'un guide d'onde EPEP en utilisant la fonction test pulse) :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

par la méthode MoM-GEC en fonction du nombre des modes. Par exemple, dans la figure (III.10), nous proposons de varier le courant représenté sur les fonctions de base par rapport au nombre total des modes TE et TM du guide d'onde utilisé sachant que la dépendance en x des fonctions test est réduite en une simple fonction pulse. L'allure et la forme de ces derniers varient en présentant l'apparition des ondulations en dehors de la convergence , généralement elles correspendent aux effets de Gibbs, sont dues aux discontinuité entre les bords ou bien les limites de la partie métallique et le diélectrique. La suppression de ces effets augmente quand le nombre des modes atteignent un état stable dont la convergence conforme à celle donnée par l'étude de l'impédance. D'autre part, sur la figure (III.11) nous avons suggéré un autre type des fonctions d'essai, les fonctions en U (ou autrement les fonctions pulse pondéré par $(\sqrt{1-(\frac{2}{w}(x-\frac{d-w}{2}))^2})$)[18, 23, 26], afin d'affaiblir les fluctuations des effets de Gibbs [1, 25]. Également, cette figure (III.11) contient une étude de convergence sur la représentation modale (sur les fonctions de base)

du courant décrit en fonction du nombre totale des modes TE et TM du guide d'onde proposé.

Lorsque nous avons presenté deux types de dépendance des fonctions test selon la

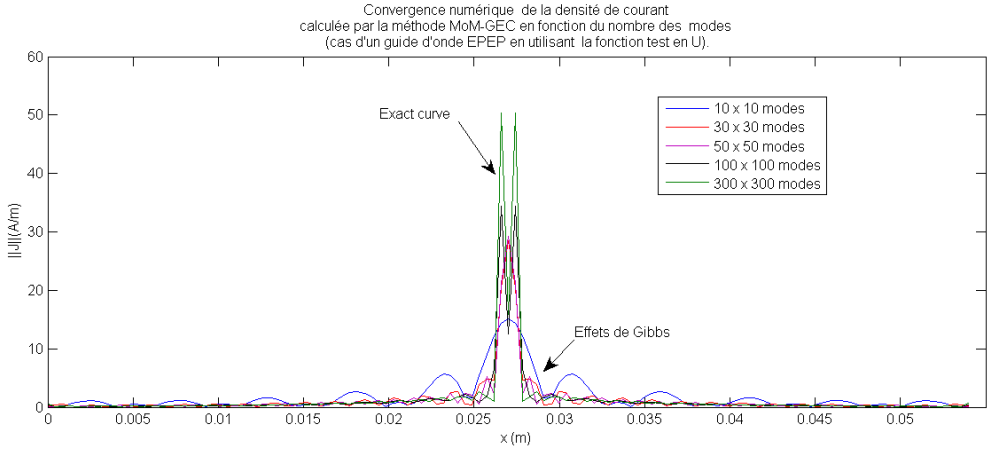


Figure III.11 – Convergence numérique de la densité de courant calculée par la méthode MoM-GEC en fonction du nombre des modes (cas d'un guide d'onde EPEP en utilisant la fonction test pulse pondérée) :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

direction x, nous avons remarqué sur la figure (III.12) une même réponse d'impédance sur la bande de fréquences ($[012]Ghz$) avec laquelle nous travaillons[21, 22]. Nous pouvons aussi remarquer que sur la figure (III.13) nous montre une même réponse d'impédance en terme de module avec des différentes valeurs qui corrependent aux distincts types des sources localisés à champs uniforme et à champs non uniforme dont les expression prennent respectivemment les formes suivantes $\tilde{E}_\alpha = f\tilde{V}_\alpha = \frac{1}{\delta}\tilde{V}_\alpha$ et $\tilde{E}_\alpha = f\tilde{V}_\alpha = \frac{\tilde{V}_\alpha}{\Pi\delta}\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{2}{\delta}(y-\frac{\delta}{2}))^2}}$. Ces résultats sont comparés à celle donnés par HFSS. Cependant, la différence entre eux est expliquée par la mal-adaptation des sources localisés à la structure étudiée car elles sont indépendantes des expressions du champs démontrés précedement.

Sur la figure (III.14) , nous présentons la variation du module de l'impédance d'entrée en fonction de fréquences pour des différents états de Floquet. Ces états sont associés à un système d'un réseau périodique fini composé de quatre éléments. De même, nous montrons que l'impédance de Floquet (l'impédance entrée) respecte les propriétés de symétrie par rapport aux déphasages établis surtout dans notre cas où les courbes correspondantes à $Z_{in,\alpha_{-1}}$ et $Z_{in,\alpha_{+1}}$ sont conforme à [7]. En tenant que les effets de bord sont négligeables.

Les figures (III.15), (III.16), (III.17) et (III.18), illustrent que les courants évalués

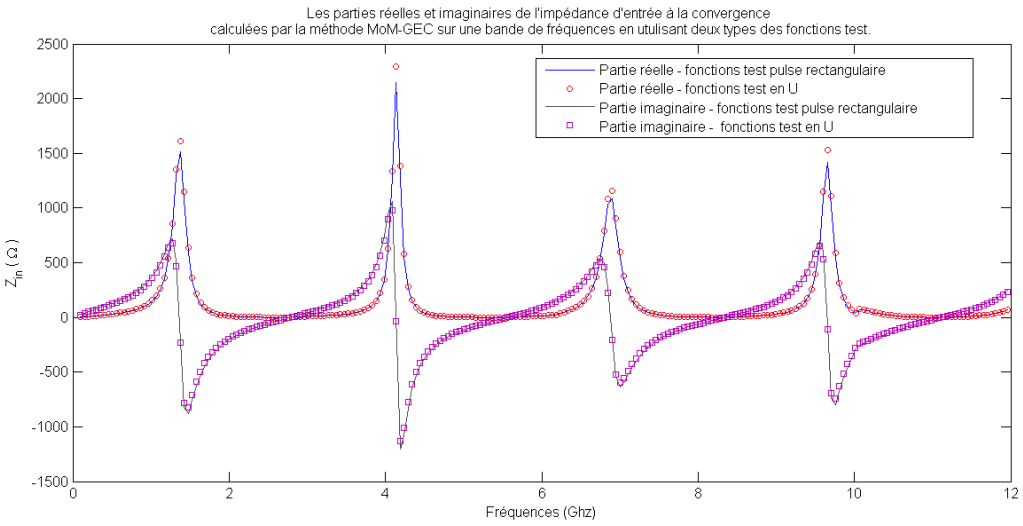


Figure III.12 – Les parties réelles et imaginaires de l'impédance d'entrée à la convergence calculées par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquences [0 12] Ghzen utilisant deux types des fonctions test :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

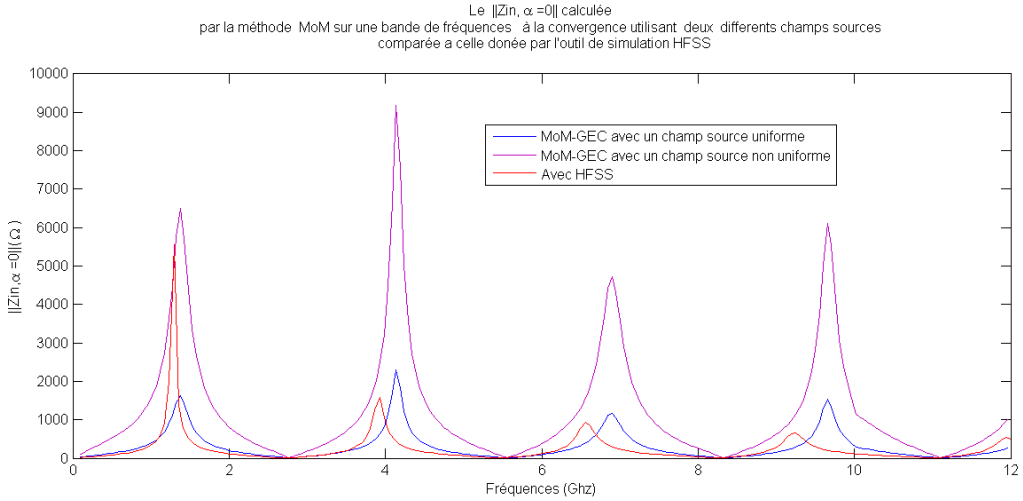


Figure III.13 – Le $||Zin, \alpha = 0||$ calculée par la méthode MoM sur une bande de fréquences à la convergence utilisant deux différents champs sources comparée a celle donnée par l'outil de simulation HFSS :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

par le MoM-GEC et obtenus à la convergence sont conforme à la théorie et vérifient les conditions aux limites proposées .

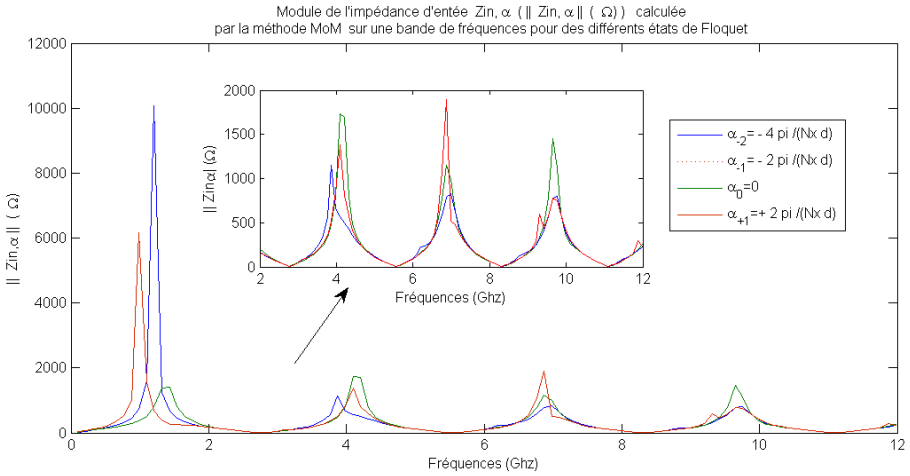


Figure III.14 – Module de l'impédance d'entée $Z_{in,\alpha}$ ($||Z_{in,\alpha} = 0||$ (Ω)) calculée par la méthode MoM sur une bande de fréquences [0 12] Ghz, pour des différents états de Floquet : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

Aussi, le résultat obtenu dans la figure (III.14) montre que les termes de couplage mutuel établis entre les éléments ne présentent un couplage fort qu'au moments des fréquences de résonances qui contiennent des valeurs séparées en terme des impédances modales, alors que sur le reste de la bande de fréquences, il est considéré comme un couplage faible.
Généralement, lorsque la période spatiale ($d \geq \lambda_0$), les cellules identiques sont considérés découplés. Les valeurs de $Z_{in,\alpha}$ sont pratiquement constante et indépendantes de *alpha* car la source de l'élément de base n'est pas sensible à la condition de frontière de cette cellule. Par conséquent, il semble que la matrice$[\tilde{z}_{\alpha_p}]$ est diagonale avec des termes toutes identiques. Mais, dans notre cas, pour tenir compte des effets de couplage et en particulier le couplage fort, nous devrons avoir une période spatiale ($d \ll \lambda_0$), par exemple si ($d \approx \frac{\lambda_0}{4}$) permet à l'impédance d'entrée associée à chaque mode de dépendre appréciablement les modes des états de Floquet.
Cette nouvelle analyse modale basée sur les modes discrets de Floquet exige de définir le tableau (III.1) qui contient toutes les valeurs possibles des impédances spéctrales à f=5.4 Ghz (cas d'une structure finie) :
La connaisance de ce dernier tableau (III.1) permet tout simplement de déduire à travers la représentation modale de l'équation (II.72) les termes de couplage (les paramétres [S]) : les tableaux (III.3) et (III.4) associés respectivement à la méthode spatiale et au logiciel HFSS présentent un bon accord avec les derniers

résultats pour valider les termes de couplage, pratiquement les matrice [S] possédent les mêmes valeurs lorsque les éléments du réseau sont fortement où faiblement couplés. En effet, l'erreur résiduelle maximale entre ces paramètres peut atteindre dans ce cas $3,2364\%$.
Pour confirmer notre résultat, nous choisissons une autre fréquence de de travail, par exemple à la résonance où $f \simeq 4$ Ghz : une bonne correspondance entre les formulation spatiale et spéctrale (modale) est obtenue dont la valeur de l'erreur résiduelle maximale est de l'environ $9,2364\%$.
Pour confirmer notre résultat ,nous illustrons dans les tableaux (III.2), (III.3) et (III.4) (de même dans les tableaux (III.6), (III.7) et (III.8)) les donnés des matrices [S] associées à la structure globale ,dévellopées par les deux formulations et comparées également à l'outils de simulation HFSS.

p	-2	-1	0	+1	+2
$\alpha_p(radm^{-1})$	$\frac{-4\pi}{N_x d}$	$\frac{-2\pi}{N_x d}$	0	$\frac{+2\pi}{N_x d}$	$\frac{+4\pi}{N_x d}$
$Z_{in,\alpha_p}(\Omega)$	-23.9556i	-27.2179i	0.9651-38.7581i	-27.2179i	-23.9556i

Tableau III.1 – Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air).

- 0.1465	- 20.3464	- 25.7783	- 25.7783	- 20.3464
- 20.3464	- 0.1465	- 20.3464	- 25.7783	- 25.7783
- 25.7783	- 20.3464	- 0.1465	- 20.3464	- 25.7783
- 25.7783	- 25.7783	- 20.3464	- 0.1465	- 20.3464
- 20.3464	- 25.7783	- 25.7783	- 20.3464	- 0.1465

Tableau III.2 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation modale pour f =5.4 Ghz (avec la représentation basée sur les modes de Floquet) pour f =5.4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon r = 1$ (air).

D'après les tableaux (III.1) et (III.5), nous considérons las valeurs de $Z_{in,\alpha}$ pour les différentes phases de Floquet possibles selon la formulation modale. Nous observons l'apparition des angles d'aveglement qui expliquent en particulier les harmoniques de Floquet qui sont classées par leurs nature en des modes évanescents ou des modes propagatifs. C'est le raison pour lequel nous expliquons pourquoi quand $\alpha = 0$, le $Z_{in,\alpha=0}$ est un nombre complexe, par contre, quand $\alpha \neq 0$, le $Z_{in,\alpha=0}$ est imaginaire pure.

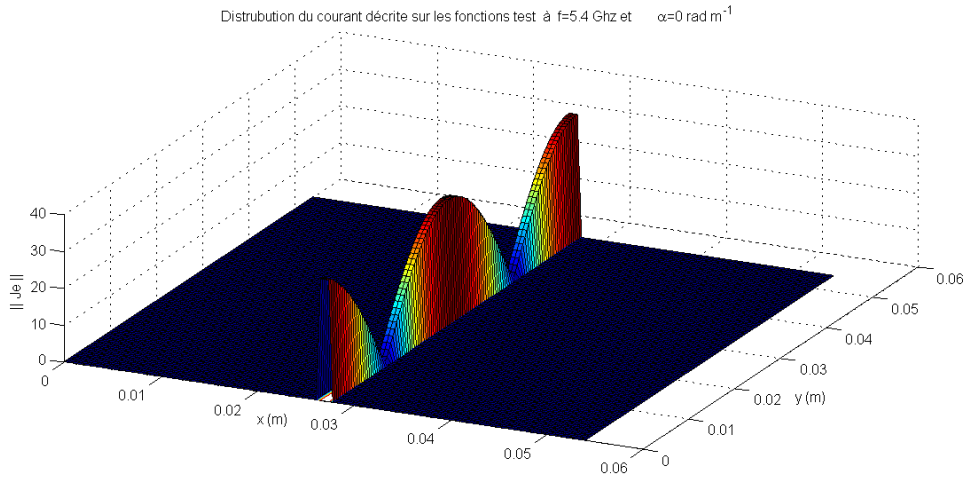


Figure III.15 – 2-D Distrubtion de courant de la ligne planaire (structure unitaire) décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

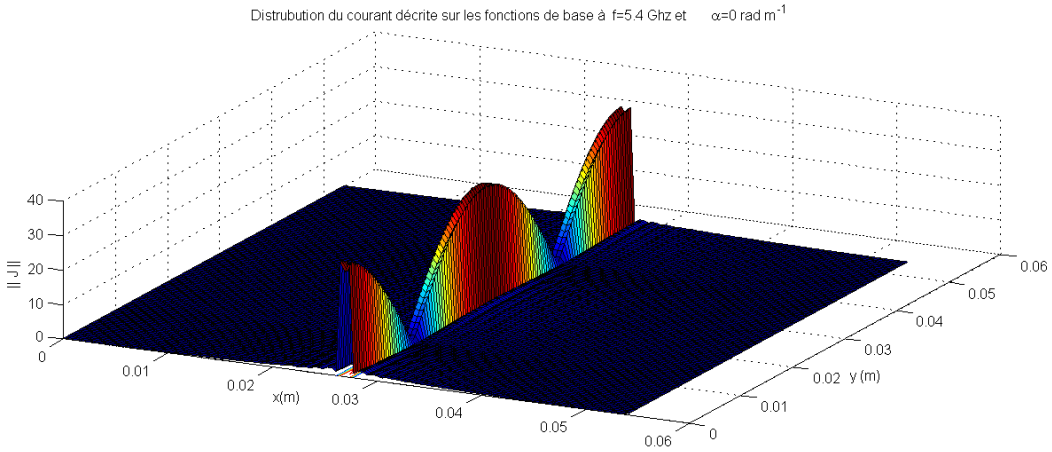


Figure III.16 – 2-D Distrubtion de courant de la ligne planaire (structure unitaire) décrite surles modes du guide utilisé (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon r = 1$ (air).

3.2 Temps de calcul et réssource mémoire

Dans cette section, nous expliquons le principal avantage de la formulation spéctrale par rapport à la formulation spatiale dans le coût de la mémoire de stockage et le temps de calcul [27, 30].

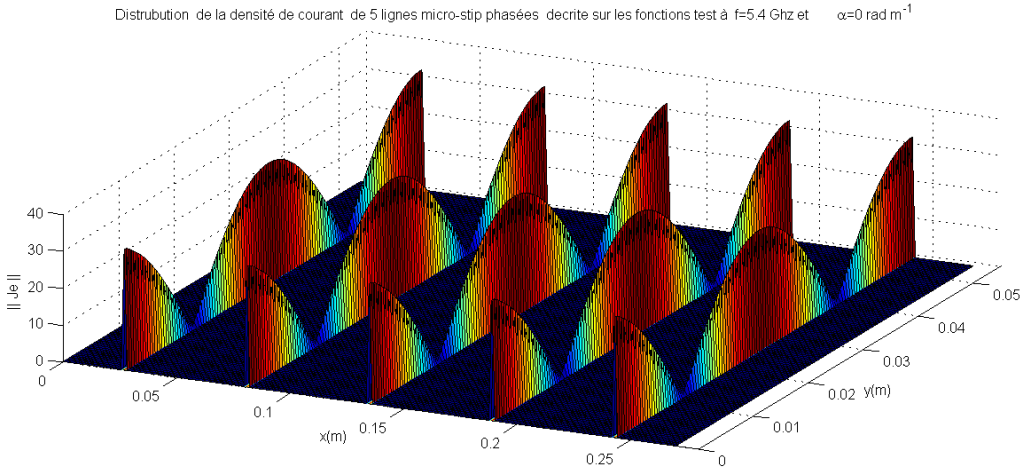


Figure III.17 – 2-D Distrubtion de courant d'un réseau de 5 éléments des lignes micro-rubans (structure globale) décrite sur les fonctions test à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, a = 270\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air).

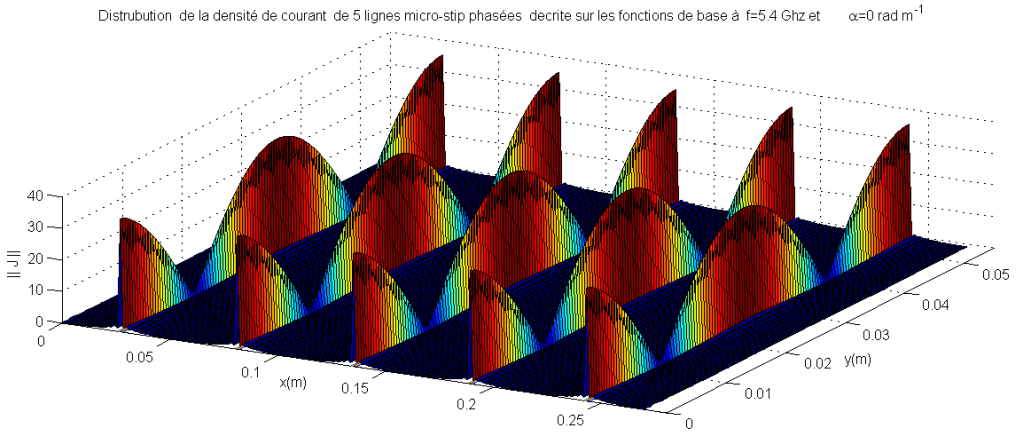


Figure III.18 – 2-D Distrubtion de courant d'un réseau de 5 éléments des lignes micro-rubans (structure globale) décrite sur les modes du guide utilisé (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \lambda_0 \approx 54\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, a = 270\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air).

En général, afin d'obtenir les paramètres de couplage, la méthode MoM nécessite (MxM) inversion matricielle , nous notons que M représente le nombre des fonctions d'essai utilisés (fonctions de discrétisation) pour décrire la partie métallique

- 0.1514	- 20.0143	- 26.1074	- 26.1074	- 20.0143
- 20.0143	- 0.1514	- 20.0143	- 26.1074	- 26.1074
- 26.1074	- 20.0143	- 0.1514	- 20.0143	- 26.1074
- 26.1074	- 26.1074	- 20.0143	- 0.1514	- 20.0143
- 20.0143	- 26.1074	- 26.1074	- 20.0143	- 0.1514

Tableau III.3 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}$,a $=20mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon r = 1$ (air).

-0.1467	-24.1908	-29.8150	-29.8150	-24.1908
-24.1908	-0.1467	-24.1908	-29.8150	-29.8150
-29.8150	-24.1908	- 0.1467	-24.1908	-29.8150
-29.8150	-29.8150	-24.1908	-0.1467	-24.1908
-24.1908	-29.8150	-29.8150	-24.1908	-0.1467

Tableau III.4 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant HFSS pour f =5.4 Ghz (structure de réference) at f =4 Ghz.

p	-2	-1	0	+1	+2
$\alpha_p(radm^{-1})$	$\frac{-4\pi}{N_x d}$	$\frac{-2\pi}{N_x d}$	0	$\frac{+2\pi}{N_x d}$	$\frac{+4\pi}{N_x d}$
$Z_{in,\alpha_p}(\Omega)$	762i	1515.2i	1181.5-457.2i	1515.2i	762i

Tableau III.5 – Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ and $\epsilon r = 1$ (air).

- 0.1387	- 27.7113	- 34.8966	- 34.8983	- 27.7113
- 27.7113	- 0.1387	- 27.7113	- 34.8966	- 34.8966
- 34.8966	- 27.7113	- 0.1387	- 27.7113	- 34.8966
- 34.8966	- 34.8966	- 27.7113	- 0.1387	- 27.7113
- 27.7113	- 34.8966	- 34.8966	- 27.7113	- 0.1387

Tableau III.6 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation modale pour f =5.4 Ghz (avec la représentation basée sur les modes de Floquet) pour f =4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon r = 1$ (air).

de la structure proposée.

$$\begin{aligned} Mémoire &\approx O(M^2) \\ N^\circ opération &\approx O(M^3) \end{aligned} \tag{III.50}$$

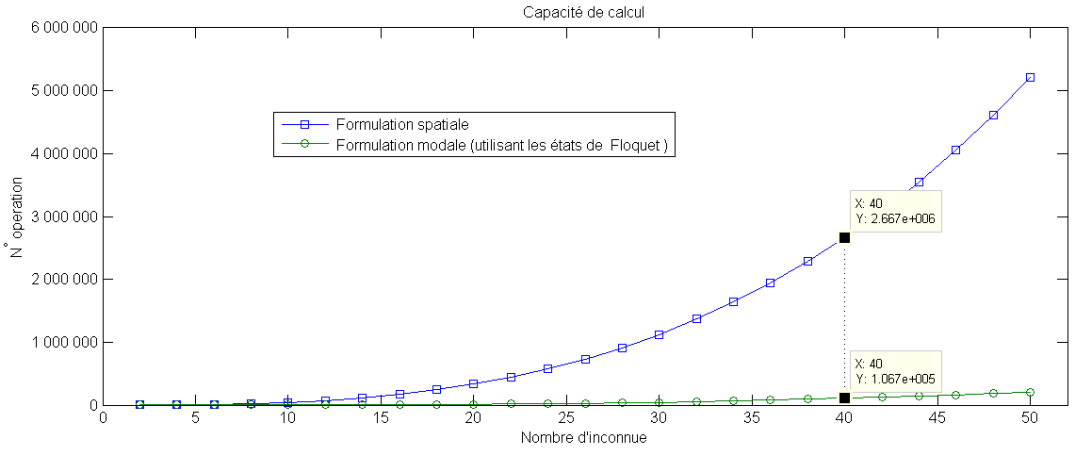
- 0.1424	- 27.5240	- 31.7869	- 31.7869	- 27.5240
- 27.5240	- 0.1424	- 27.5240	- 31.7869	- 31.7869
- 31.7869	- 27.5240	- 0.1424	- 27.5240	- 31.7869
- 31.7869	- 31.7869	- 27.5240	- 0.1424	- 27.5240
- 27.5240	- 26.1074	- 31.7869	- 27.5240	- 0.1424

Tableau III.7 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =4 Ghz et $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1} : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d \approx \frac{\lambda_0}{4} \approx 4\text{mm}$,a =20$mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, N_x = 5$ elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon r = 1$ (air).

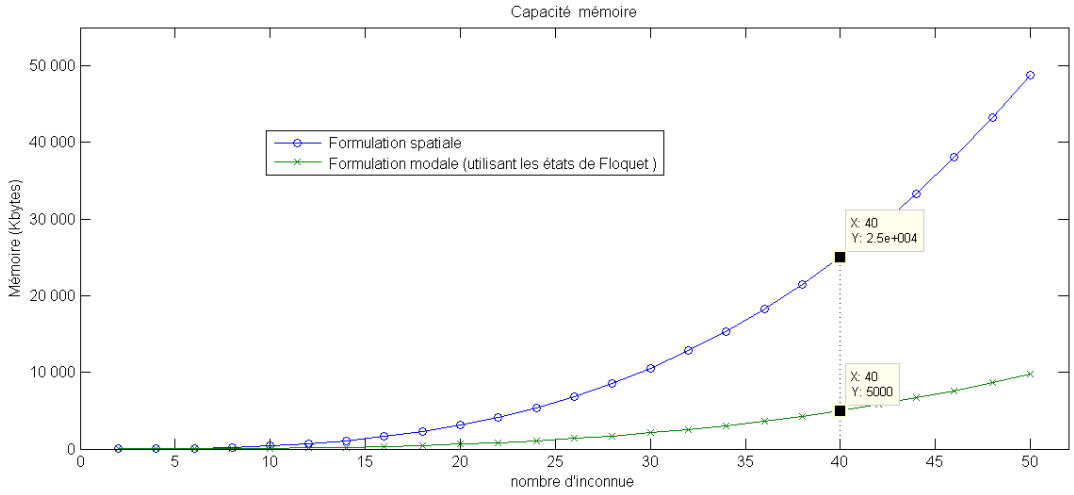
-0.1031	-28.8177	-36.5132	-36.5132	-28.8177
-28.8177	-0.1031	-28.8177	- 34.8966	-36.5132
-36.5132	-28.8177	- 0.1031	-28.8177	-36.5132
-36.5132	-36.5132	-28.8177	-0.1031	-28.8177
-28.8177	-36.5132	-36.5132	-28.8177	-0.1031

Tableau III.8 – Les paramétres de couplage $S_{ij}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant HFSS pour f =4 Ghz (structure de réference) at f =4 Ghz.

Par conséquent, l'utilisation de cette méthode directe reposant sur la méthode des moments exige $(N_x M)^2$ taille d'espacement mémoire avec N_x représente le nombre des éléments du réseau. Dans la formulation modale, le calcul de $[\tilde{z}_{\alpha_p}]$ demande un éspacement mémoire égale à $N_x(M)^2$ avec N_x est le nombre de phases de Floquet possibles $\{\alpha_p\}$ dans une configuration finie. Cependant, la complexité numérique de la méthode proposée reste restrainte à la formulation spéctrale (le calcul de $[\tilde{z}_{\alpha_p}]$) .
En effet, la deuxième opération (d'après les équations (II.74),(II.71) et (II.72)) permet de transformer domaine modale vers un domaine spatial par une simple multiplication matricielle [30].
Finalement, lorsque la taille de la matrice $[Z]$ est réduit , le temps de calcul et le temps de d'inversion matricielle se réduit également .
D'après cette étude, nous appliquons la procédure proposée à un réseau formé de 5 éléments : Sur la figure (III.19), nous présentons la croissance du nombre d'operation par rapport à l'augmentation du nombre d'inconnue tout en utilisant la formulation spatiale. Ce qui fait, la matrice utilisée nécessite une énorme ressource de mémoire quand le nombre d'inconnues augmente. Mais, dans la formulation spéctrale ces ressources mémoire et le nombre d'opération peut être réduit considérablement. C'est pourquoi nous préférons plutôt de choisir l'analyse spéctrale utilisant les modes Floquet pour traiter un réseau largement fini que d'utiliser la formulation spatiale directe.
Eventuellement,un réseau de taille infini contient de même un grand nombre d'in-



(a) Capacité mémoire.



(b) Complexité numérique.

Figure III.19 – Coût de calcul en fonction du nombre d'inconnue.

connues avec un grand nombre d'élément qui doivent être réduits en excerçant cette nouvelle formulation modale [2–4].

4 Conclusion

Ce travail présente une nouvelle originale analyse modale qui introduit une décomposition spéctrale montrant la combinaison linéaire des sources de Floquet. Selon la nature des structures périodiques de taille fini ou infini , cette analyse permet d'éliminer la complexité afin de modéliser et analyser le problème périodique avec des éléments sont fortement où faiblement couplés.
Plusieurs avantages sont présentés pour la modélisation de circuits périodiques, par exemple :
• La réduction de calcul électromagnétique : Au lieu d'étudier la structure d'ensemble, il est possible de réduire le calcul électromagnétique à une seule cellule ce qui permet de réduire les phénomènes d'ondes associées à la structure globle sur une cellule unitaire (cellule centrale).
• La réduction du temps de calcul et l'espacement mémoire pour une grande structure de taille largement fini.
• Cette nouvelle analyse modale utilise l'application directe du théorème de Floquet, en faisant varier tous les modes spéctraux possibles, pour faciliter l'attaque de l'ensemble des éléments de la structure globale. Une simple transformation basée sur le théorème de superposition (dans d'autres cas cités Fourier Transformation) est demandée.

Cette étude reste valable avec un grand succès pour étudier plusieurs géométries des dipôles planaires rayonnants dans diverses configurations périodiques ou quasi-périodiques : C'est pourquoi nous proposons un autre travail pour étudier le couplage mutuel entre les éléments dans une configuration apériodique et de résulter leurs effets tout à l'aide de la formulation spéctrale.
Après avoir étudié le cas unidimensionnel, il est assez facile d'étudier un cas avec plusieurs directions tel que le cas bidimentionnel et en particulier la configuration d'un réseau bidimentionnel de taille fini des dipôles en technologie planaire.

Bibliographie

[1] B. Hamdi , T. Aguili and H. Baudrand, "Uni-dimensional planar almost periodic structures analysis to decompose central arbitrary located source in spectral domain,"IEEE-ANTEM 2012 : 15th International Symposium of ANtenna Technology and applied ElectroMagnetics, Toulouse, France. 55, 56, 58, 72

[2] A. Ishimaru, R. J. Coe, G. E. Miller, and W. P. Green, "Finite periodic structure approach to large scanning array problems ," IEEE Trans. Antennas Propagat, 1985. 56, 66, 81

[3] Z. Mekkioui and H. Baudrand, "2-D bi-periodic centered-fed microstrip leaky-wave antenna(LWA) analysis by a source modal decomposition in spectral domain,"IET, 2009. 55, 56, 58, 81

[4] H. Baudrand ,M. Titaouine, N. Raveu and G. Fontgland, "Electromagnetic Modeling of Planar Almost Periodic Structures," SBMOI/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference, 2009. 55, 56, 58, 81

[5] Mohammed El Amine El Gouzi and M. Boussouis, " hybrid method for analyse discontinuities in shielded microstrip ,"International Journal of Engineering Science and Technology , Vol. 2(7), 2010. 57, 58, 64

[6] George V. Eleftheriades, J. R. Mosig , " On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments,"IEEE Transaction on microwave theory and technoques, Vol. 44,No.3, March1996. 56, 65, 68

[7] K. A. Bhattacharyya,Phased Array Antennas :Floquet Analysis, Synthesis,BFNs, and Active Array Systems, Wiley and Sons , March 2006. 55, 56, 73

[8] Chou. Hsi-Tseng , Kuo. L-Rand Tuan. Shih-Chung, “General analysis of Floquet modes for an one-dimensional,infinite phased array antennas,"IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), Chicago-IL, July 2012. 66

[9] G. Valerio, P. Baccarelli,P. Burghignoli,A. Galli,R. RodrÃ½Â´guez-Berral, and F. Mesa, “Analysis of periodic shielded microstrip lines excited by nonperiodic sources through the array scanning method," RADIO SCIENCE, VOL. 43, 2008. 55, 56, 69

[10] K. A. Bhattacharyya, “ Floquet modal based Analysis of Finite and Infinite Phased Array Antennas," Macquarie University and IEEE Joint Lecture, November 2012 . 55, 56

[11] K. Watanabe ,and K. Yasumoto, “Two-Dimensional electromagnetic scattering of non-plane incident waves by periodic strctures ," Progress In Electromagnetics Research B, 2007. 56

[12] S. Mili, C. Larbi Aguili and T. Aguili,“ Study of fractal-shaped structures with pin diodes using the multi-scale method combined to the generalized equivalent circuit modeling ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2011. 55, 57, 58, 63, 64

[13] Raúl . Rodríguez-Berral, Francisco . Mesa, Paolo . Baccarelli, and Paolo. Burghignoli,“ Excitation of a Periodic Microstrip Line by an Aperiodic Delta-Gap Source ,"IEEE Trans. Antennas Propagat letters, vol. 8,2009. 66, 69

[14] K. Watanabe,“Spectral-domain approach to electromagnetic scattering from imperfectly periodic ,"13th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory,Ukraine,September 2010. 55

[15] K. Y. Sze and L. Shafai,“ Reflection properties of infinite periodic arrays of rectangular conducting patches,"CAN. J. ELECT. COMPUT. ENG., VOL. 24, NO.1 ,JANUARY 1999. 57

[16] K. Skrivervik and L. R. Mosig ,“ Finite phased array of microstrip patch antennas : the infinite array approach ,"IEEE Trans. Antennas Propagat, 1992. 65, 68

[17] C. Craeye, “Expoitation of infinte-array results for accurate solution of finte widebands arrays," EMTS, 2007. 55

[18] H. Baudrand, Circuits Passifs en Hyperfréquences, Editions Cépaduès, Janvier 2001. 55, 57, 62, 68, 72

[19] T. BenSalah, C. L. Aguili, and T. Aguili, “Renormalization Group Application to Multi-port Model for Studying Fractal-shaped Structures'Diffraction ," Progress In Electromagnetics Research Symposium, Beijing, China, March 23-27, 2009. 57, 62, 64

[20] M. Ayari, , T. Aguili ,H. Temimi and H. Baudrand, “An Extended Version of Transverse Wave Approach(TWA) for Full-Wave Investigation of Planar Structures," Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, Vol. 7, No. 2, December 2008. 57

[21] S . Makarov,A . Puzella and V. Iyer , “Scan impedance for an infinite dipole array : Accurate theoretical model compared to numerical software," Antennas and Propagation Magazine, IEEE Vol50 , Dec. 2008 66, 73

[22] Keqian Zhang. Dejie Li, Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics, Springer, Berlin Heidelberg New York, 1998 66, 73

[23] J. C. Vardaxoglou, Frequency Selective Surfaces, Analysis and Design, John Wiley and Sons,. 1997. 58, 63, 64, 72

[24] Z. Mekkioui and H. Baudrand, “ : A full-wave analysis of uniform microstrip leaky-wave antenna with arbitrary metallic strips" Electromagnetics. Vol. 28, No.4, pp. 296-314, 2008. 59, 62, 69

[25] M. L. Riabi, M. Ahmadpanah, H. Benzina, H. Baudrand and V. Fouad Hanna,“ Performance of the LSBRM usi efficient weighting functions for planar structures" IEEE Trans. Antennas Propagat,August 1995. 72

[26] T. Aguili, Modélisation des composants S. H. F planaires par la méthode des circuits équivalents généralisés, Thesis, National Engineering School of Tunis ENIT, May 2000. 57, 59, 62, 63, 72

[27] Kamel S. Sultan, Haythem H. Abdullah and Esmat A. Abdallah “Method of Moments Analysis for Antenna Arrays with Optimum Memory and Time Consumption," Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings, KL, MALAYSIA, March 27-30, 2012. 77

[28] D. Li and C. D. Sarris, “Efficient Finite-Difference Time-Domain Modeling of PeriodicStructures under Non-Periodic Sources," Antennas and Propagation Society International Symposium, 2007. 60

[29] Z. Mekkioui,Thèse, *Contribution à l'analyse d'antennes diélectriques microruban à ondes de fuite unidimentionelle et bidimentionelle à motif métallique quelconque* , Faculté des sciences Université Abou Bekr Belkaidde Tlemcen , Algerie, 2004. 59, 61, 63, 64, 67

[30] B. Hamdi,T. Aguili ,N. Raveu and H. Baudrand, "Calculation of the Mutual Coupling Parameters and Their Effects in 1-D Planar Almost Periodic Structures ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2014. 62, 64, 66, 67, 77, 80

Chapitre IV

Généralisation aux applications 2-D des circuits preque-périodiques

1 Introduction

Dans ce dernier chapitre 4, nous présentons une généralisation à l'application précedente pour analyser les circuits preque-périodiques bi-dimentionnels de plaques planes parfaitement conductrices alimentés par des sources arbitraires [1, 30]. Également, le but de cette étude est de mettre l'accent sur la détermination des termes de couplages en utilisant évidement notre méthode modale basée sur le théoréme de Floquet, tout en permettant de simplifier le probléme à une seule cellule de base [2, 3].
Le problème posé repose sur une formulation modale impliquant le théorème de Floquet. Les équations sont solutionnées avec la méthode de Galerkin. D'ou, une équation du type intégrale basée sur le formalisme de l'opérateur impédance combinée avec des conditions aux limites périodiques bi-dimentionnelles sont introduites [4, 5, 10]. Par ailleurs, l'utilisation du modèle du guide d'ondes à parois périodiques et par l'application de la méthode MoM-GEC un circuit équivalent simple permet de proposer systématiquement des relations fonctionelles établit par les lois de kirchhoff , sont reliées à chaque circuit représentant la structure à étudier. Le choix de la fonction d'essai est dans ce cas du type densité de courant électrique décomposée sur le domaine complet du ruban métallique de l'élément rayonnant sont utilisées à cette fin. L'analyse est menée via une simulation numérique dans laquelle seul le rapport de forme des pièces varie, ce qui permet donc d'étudier l'effet de ce paramètre [1, 18, 19]. Les calculs considérent les variations des impédances modales en fonction de paramètres tels que la fréquence, le nombre de fonctions d'essai, le nombre de fonctions de base et les modes de Floquet...ect [29].

2 Stucture :étude de cas des circuits preque-périodiques bi-dimentionnels

2.1 Structure

Soit la configuration globale à une structure planaire périodique bi-dimentionnelle montrée à la figure (IV.1). Il est constitué d'une maille ou cellule élémentaire contenant une antenne ou un sous réseau de forme quelconque qui est répétée périodiquement dans le plan suivant les deux directions (ox) et (oy). Il est à noter que cette base n'est pas unique comme le montre la figure(IV.1). Nous choisissons ,par définition, pour la base d'un réseau les deux vecteurs donnant lieu à la cellule élémentaire. Trois types de résseaux sont couramment utilisés : les réseaux à maille rectangulaire, triangulaire ou hexagonale [2, 3, 15].
Dans notre travail, nous intéressons particuliérement aux grilles rectangulaires de motif quelconque avec leur système d'excitation (source arbitraire) [16, 17].
La cellule de base peut contenir un ou plusieurs éléments rayonnants, qui peuvent eux mêmes être formés de sous-réseaux. Les éléments rayonnants, qui peuvent être de plusieurs types, selon l'utilisation prévue du réseau [29, 30] :

- des cornets ou des guides d'ondes
- des dîpoles
- des fentes dans un plan de masse
- des antennes patchs microruban
- des antennes imprimées multicouches

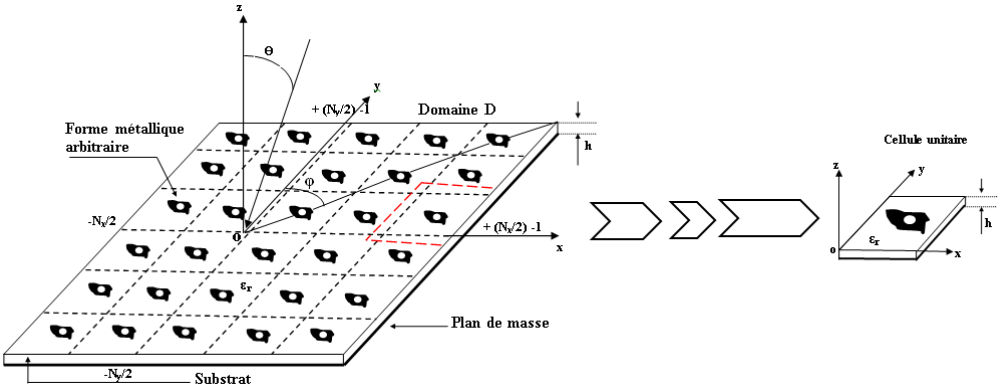


Figure IV.1 – Configuartion d'un réseau périodique des motifs quelconques

Une autre façon est possible pour exciter la plaque contenant la répartition périodique des antennes rayonnants : Par exemple, nous considérons une onde plane incidente (ou un mode fondamental d'un guide d'onde) ou une onde gaussienne $E_{i,\alpha\beta}$ pour alimenter la configuration du réseau (réseau passif) [14, 16, 27]. Dans

notre travail, nous intéressons seulement à la manière active dont les éléments sont alimentés par des sources de tension réelles (avec un champ uniforme) liées à la surface rayonnante de chaque forme métallique [1, 3, 9]. Sachant que ce genre des sources respectent les propriétés des éléments localisés qui doivent être très petits par rapport à la longueur d'onde (dimensions inférieures à $(\frac{\lambda}{10})$) afin d'introduire un déphasage négligeable. Il est possible d'exprimer la source d'excitation par un champ d'excitation non uniforme [10].
En se basant sur les états propres de Floquet, nous pouvons alors déduire les phases propres de l'élément de base couplé avec les autres cellules voisins. Le passage d'un élément à un autre est assurée à travers ces phases. D'ou, la détermination des interactions mutuelles établies entre ces cellules est tenue compte via la définition des conditions aux limites périodiques aux frontiéres de la cellule de base (Théoréme de Floquet) [7, 11, 13].
L'application du théoréme de superposition conduit à prédire les paramètres de couplage mutuel établis entre les différents éléments appartennant à la structure globale (de réference). L'extraction de la matrice $[S]$ adaptées aux structures d'un réseau périodique des antennes est plus complexe en utilisant la méthode spatiale classique (la manière directe). Pour surmonter à ces inconvinients , il est facile d'exprimer ces paramétres à l'aide d'une simple et élégante formule basée à l'utilisation des coefficients de Fourier associés aux modes de Floquet d'une seule cellule. Une bonne précision est satisfaite par cette importante expression pour expliquer le couplage mutuel [1, 3, 15, 17].
Éventuellement, l'analyse modale de Floquet reste utile pour étudier des structures presque-périodiques imposant quelques défauts spatiales. Nous considérons l'exemple d'une structure à caractère périodique presentant des cellules lacunaires reposant sur une rupture dans la régularité de la géometrie des éléments rayonnants. Cependant, chaque défaut d'une cellule infectée peut remplacer chaque source par l'impédance de surface correspendante afin de rendre la symetrie de la géometrie périodique tel que les cellules deviennent identiques, et uniformes [10, 14].
Notons que cette nouvelle étude modale reste valide pour plusieurs type de géométries des structure planaires rayonnantes de motif métallique quelconque , en particulier dans les configurations périodiques ou apériodiques [8, 9, 13].
Comme nous avons vu, cette analyse reste valable pour introduire une nouvelle décomposition modale d'une source d'ecxitation centrale dans les configurations de réseau fini et infini. Alors, elle permet d'éliminer la complexité du problème our modéliser et analyser la structure périodique dont les motifs sont fortement ou faiblement couplée [22, 30].
Pour rendre cette analyse modale plus compehensive, il est possible de rappeller briévement le principe de la Transformé 1D-Fourier des sources d'alimentation.

Elle permet facilement d'expliquer les étendus de la structure de grande taille avec des différentes orientations (directions) et de périodicité arbitraire, en particulier pour les cas réelles de réseau fini à motif quelconque [10, 17, 21].

3 Formulation théorique

Cette section présente deux types de formulations pour analyser appreciablement le développement théorique et implimenter une méthode de resolution numérique de la structure du réseau périodique :

• La formulation modale est restreinte pour modéliser la structure unitaire , elle est designée pour prouver la dépendance des modes de Floquet [1, 3, 4, 30].

• Évidemment, il est important de rappeller, aussi, la formulation classique dans le domaine spatial pour parcourir l'ensemble des éléments de la structure compléte [6, 8, 12, 19].

3.1 Formulation modale

En se basant sur l'approche du circuit équivalent , la représentation intégrale de l'équation fonctionnelle peut être exprimée par le circuit équivalent unitaire, tels que les lois de Kirchhoff sont employés [12, 18, 19].
Un état électromagnétique du plan de discontinuité est géneralement décrit par plusieurs fonctions d'essai, représentés par un simple modéle d'une source virtuelle de type courant, elle est incapable de fournir (de stocker) de l'energie électromagnétique [29]. Les termes d'excitation sont exprimés , au sein de cette approche GEC, en utilisant des sources de type champ éléctrique ou courant électrique (des éléments localisés).
Dans ce cas, nous considérons l'environnement électromagnétique de la cellule de base est exprimé en introduisant la notion de l'opérateur impédance (respectivemment admittance) décrit par toutes les contributions des modes localisés associés au guide d'onde à murs périodiques [3, 30].
Nous devrions garder à l'esprit que l'expression de l'opérateur impédance $\hat{Z}_{\alpha,\beta}$ suivant le formalisme de Dirac est de la forme :

$$[\hat{Z}^{upper,down}_{pq,ht,\alpha\beta}] = [\sum_{m,n} \langle g_{pq,\alpha\beta} | f_{mn,\alpha\beta} \rangle z^{upper,down}_{mn,\alpha\beta} \langle f_{mn,\alpha\beta} | g_{ht,\alpha\beta} \rangle] \tag{IV.1}$$

Le produit d'Inner sera donné par :

$$\langle u|v\rangle = \int\int_D uv^* \, ds \tag{IV.2}$$

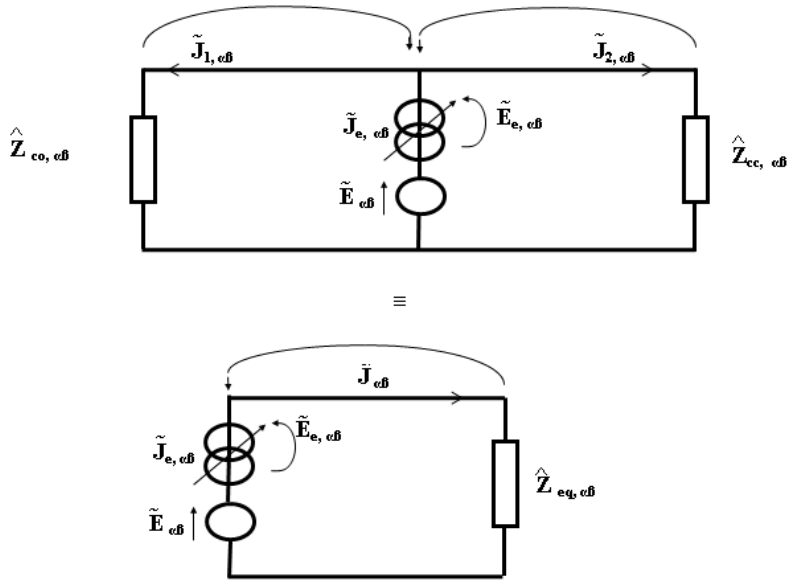


Figure IV.2 – Circuit équivalent de la structure de base.

(* designe le conjugué complexe)
Les $|f_{mn,\alpha\beta}\rangle$ représentent les modes utilisés en $|TE_{mn,\alpha\beta}\rangle$,$|TM_{mn,\alpha\beta}\rangle$.
Dans ce cas, nous définissons une expression qu'on connait $|f^{TE,TM}_{mn,\alpha\beta}\rangle$ des murs périodiques dans une structure 2-D sont détaillées dans l'annexe(A).
Concernant les structures périodiques unidimentionnelles, nous spécifions des nouvelles fonctions de bases qui combinent les murs périodiques avec les murs électriques et magnétique, généralement elles sont éxprimées dans le même annexe(A).
En appliquant les formes locales de Maxwell et en vérifiant le symbole de kronecker $\langle f_{mn,\alpha\beta}|f_{m',n',\alpha\beta}\rangle = \delta^{m',n'}_{m,n}$ nous pouvons être sûrs que ces nouvelles fonctions de base obéissent : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{E}) = -j\mu\omega\overrightarrow{H}$ and $div(\overrightarrow{E}) = -j\beta E_z$
Précisément :
Pour les modes $|TM_{mn,\alpha\beta}\rangle$ on a : $\begin{cases} H_z = 0 \\ E_z \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{rot}(|TM_{mn,\alpha\beta}\rangle) = \overrightarrow{0}$
Pour les modes $|TE_{mn,\alpha\beta}\rangle$on a : $\begin{cases} E_z = 0 \\ H_z \neq 0 \end{cases} \Rightarrow div(|TE_{mn,\alpha\beta}\rangle) = 0$

$\tilde{z}_{mn,\alpha\beta}$ indiquent les impédances modales associées à ces vecteurs de la base à murs périodiques et sont écrites sous la forme suivante :

$$\tilde{z}^{TE}_{mn,\alpha\beta,co} = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})} \tag{IV.3}$$

$$\tilde{z}^{TM}_{mn,\alpha\beta,co} = \frac{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})}{j\omega\epsilon_0} \tag{IV.4}$$

$$\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta}) = k^2_{xm,\alpha} + k^2_{yn,\beta} - k^2 \tag{IV.5}$$

Et

$$\tilde{z}^{TE}_{mn,\alpha\beta,cc} = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})} \tanh(\gamma(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})h) \tag{IV.6}$$

$$\tilde{z}^{TM}_{mn,\alpha\beta,cc} = \frac{\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})}{j\omega\epsilon_r\epsilon_0} \tanh(\gamma(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta})h) \tag{IV.7}$$

$$\gamma^2(k_{xm,\alpha}, k_{yn,\beta}) = k^2_{xm,\alpha} + k^2_{yn,\beta} - \epsilon_r k^2 \tag{IV.8}$$

$$k = 2\pi f\sqrt{\epsilon_r\epsilon_0\mu_0} \tag{IV.9}$$

Un choix particulier des fonctions d'essai décrivant la densité de courant inconnue , définie sur les parties métalliques de la cellule unitaire.
$|g_{pq,\alpha}\rangle$ designent les fonctions test utilisées $I_{pq,\alpha}$ représentent les coefficients de cette fonction à déterminés.
Le plan de discontinuité est constitué d'une surface métallique et une surface diélectrique. Soit $\tilde{J}_{e,\alpha\beta}$ est une source virtuelle inconnue de type courant definie sur la partie métallique et nulle sur la surface diéléctrique. Nous notons $\tilde{E}_{\alpha\beta}$ son grandeur dual.
En se basant sur la méthode GEC [25]et en utilisant la représentation matricielle de l'opérateur impédance, nous pouvons identifier la relation entre le champ électrique et la densité de courant. Ce qui fait, le devellopement théorique conduit à déterminer l'expression de l'impédance modale associée à chaque état de Floquet possible [7, 24].

$$\tilde{Z_{in,\alpha\beta}} = ({}^t[\tilde{A}_{\alpha\beta}]([\hat{Z}^{down}_{pq,ht,\alpha\beta}]^{-1} + [\hat{Z}^{upper}_{pq,ht,\alpha\beta}]^{-1})[\tilde{A}_{\alpha\beta}])^{-1} \tag{IV.10}$$

Avec

$$[\tilde{A}_{\alpha\beta}] = [\langle f|g_{pq,\alpha\beta}\rangle] = [\langle\frac{1}{\delta}|g_{pq,\alpha\beta}\rangle] \tag{IV.11}$$

Prenons l'exemple du circuit représenté sur la figure(IV.2). En appliquant les lois de Kirchhoff (la loi de maille et la loi de noeud), nous déduisons les relations entre les sources réelles et les sources virtuelles avec leurs grandeurs duals, d'ou nous écrivons le système suivant :

$$\begin{cases} \tilde{J}_{\alpha\beta} = \tilde{J}_{e,\alpha\beta} \\ \tilde{E}_{e,\alpha\beta} = -\tilde{E}_{\alpha\beta} + \hat{Z}_{\alpha\beta}\tilde{J}_{e,\alpha\beta} \end{cases} \tag{IV.12}$$

En effet, nous pouvons déterminer la densité de courant se trouvant dans la partie métallique y compris le domaine source. Par conséquent, il est facile de tracer le champ électrique associé à cette densité de courant pour vérifier les conditions aux limites proposées [22].
En outre , l'équation intégrale donnée par la méthode MoM utilisant la procédure de Galerkin est resolue dans le domaine de la cellule centrale. En conclusion, notons que la source d'exitation centrale s'ecrit comme une combinaison linéaire de plusieurs sources périodiques modales selon les phases de Floquet. Aprés avoir appliquer le théoreme de superposition, la densité de courant qui se produit sur chaque ligne micro-ruban du réseau périodique peut être finalement calculée comme :

$$J(x,y) = \frac{(d_x d_y)}{4\pi^2} \int_{\frac{-\pi}{d_x}}^{\frac{\pi}{d_x}} \int_{\frac{-\pi}{d_y}}^{\frac{\pi}{d_y}} \tilde{J}_{\alpha\beta}(x,y)\, d\alpha\; d\beta \tag{IV.13}$$

Dans le cas d'un réseau périodique fini, le théoreme de superposition s'écrit également de la façon suivante [2, 3, 9] :

$$J(x,y) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_{p,q} \tilde{J}_{\alpha_p,\beta_q}(x,y) \tag{IV.14}$$

Pour simplifier l'étude et rendre la structure avec un caractère uni-dimentionnelle, il suffit de réduire la grille doublement périodique sur un seul axe (avec un seul vecteur unitaire de translation) tel que les motifs suivent un arrangement périodique uni-dimentionnel et les dépendances en mode de Floquet sont réduit de même en une seule direction, d'où la deuxiéme phase qui correspond au paramétre β sera supprimée [1, 9, 13].

3.2 Formulation spatiale

En général, une autre façon classique permet d'étudier la structure globale de l' arragement périodique bidimentionnel. Nous adoptons une formulation spatiale directe pour analyser le comportement électromagnétique associée à cette dernière structure [6, 19, 25, 28].
Comme dans le probléme cité précédement dans le contexte de formuler la cas périodique uni-dimentionnel, nous décrivons la manière directe afin d'extraire une équation intégrale et de calculer la matrice impédance qui identifie dans une étape suivante les termes d'impédance mutuelles. Une comparaison s'obtient par rapport à l'équation donnée par l'analyse modale de Fourier [30].
Par ailleurs, nous considérons un sytème des sources localisées identiques et uniformes pour exciter respectivement chaque surface métallique arbitraire appartenant à la configuaration compléte du réseau périodique bidimentionnel.
Ayant trouvé le modéle en circuit équivalent présenté à la figure (IV.3) qui permet

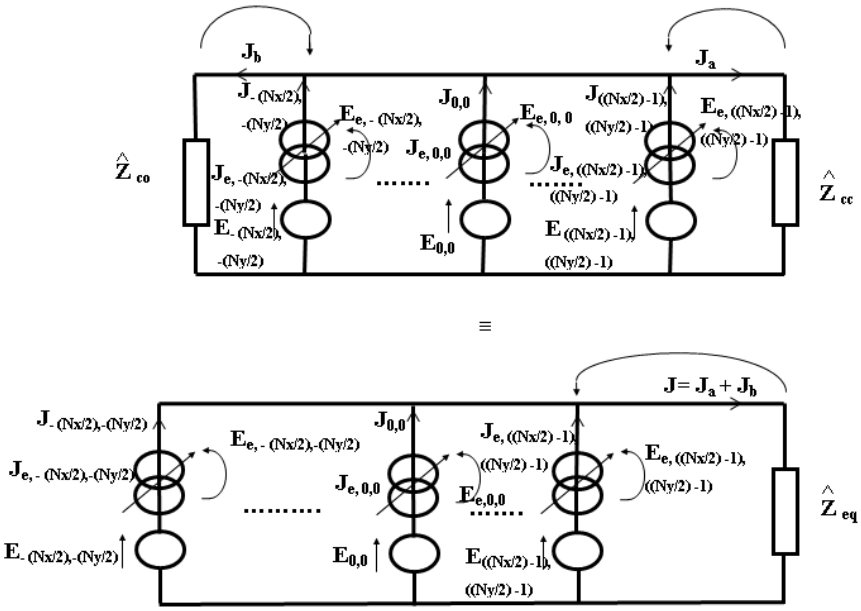


Figure IV.3 – Circuit équivalent de la structure globale.

de simplifier les relations de continuité et les équations de Maxwell utilisées pour décrire l'état électromagnétique de notre structure proposée [12].
Dans ce cas, nous trouverons identiquement à ce qui a précédé de la formulation spatiale dans le réseau unidimentionnel, les contribution des modes localisés $|f_{mn}^{TE,TM}\rangle$ du guide d'onde fermant toute la structure totale.
Notons que les bases modales utilisées sont choisies parmi :(a) murs électriques, (b) murs magnétiques, (c) murs périodiques avec des phases nulles, or (d) une combinaison entre ces murs (voir annexe(A)) [18].
Les champs d'excitations $E_{i,s}$,$(i,s) \in ([-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2}-1], [-\frac{N_y}{2}, \frac{N_y}{2}-1])$ sont exprimés par les formes $E_{i,s} = V_i f_{i,s}$ avec $f_{i,s} = \frac{1}{\delta}$ représente le mode fondamental d'excitation (dans d'autre application il est connu par l'appelation fonction de mise en forme de l'élément localisé) [20].
Notons toutefois, que l'opérateur $\hat{Z}$ s'identifie par les contributions des modes d'ordre supérieurs ainsi que leurs impédances modales $z_{mn}^{TE,TM}$.
L'inconnue du problème $J_e^{i,s}$ est définie comme une source virtuelle décrivant la densité de courant repartie sur la surface métallique. Cette dernière représentation de courant définie l'état électromagnétique sur l'interface de discontinuité. Il convient de représenter la densité de courant $J_e^{i,s} = J_{i,s}$ soit sur les fonctions d'essai, soit sur les fonctions de base [24].
En effet, $J_e^{i,s}$ sont exprimés en serie de plusieurs $g_{pq}^{i,s}$ ponderées par des coéfficients inconnues.

Nous considérons le circuit équivalent montré à la figure (IV.2) pour appliquer la loi d'Ohm et les lois de kirchhoff qui aboutissent à écrireé cette forme indiqé ci-dessous :

$$\begin{cases} J_{(i,s)} = J_{e,(i,s)} \\ E_{e,(i,s)} = -E_{i,s} + \hat{Z}J \end{cases} \tag{IV.15}$$

Avec :

$$J = J_{e,(-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2})} + J_{e,(-\frac{N_x}{2}+1,-\frac{N_y}{2}+1)} + ... + J_{e,(\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1)} = J_{-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2}} + J_{-\frac{N_x}{2}+1,-\frac{N_y}{2}+1} + ... + J_{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} \tag{IV.16}$$

Aussi, nous intéresserons à la relation formelle entre les sources réelles et virtuelles et ainsi que leurs grandeurs duals presentés dans (IV.15) :

$$\begin{pmatrix} J_{-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2}} \\ . \\ . \\ J_{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1} \\ \hline E_{e,(-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2})} \\ . \\ . \\ E_{e,(\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1)} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & . & . & 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 0 & 1 & 0 & . \\ 0 & . & . & 0 & . & 0 & 1 & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 0 & . & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & . & 0 & & & & \\ 0 & -1 & 0 & . & & & & \\ . & 0 & -1 & 0 & & \hat{Z_{pq,st}} & & \\ 0 & . & 0 & -1 & & & & \end{array}\right) \begin{pmatrix} E_{-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2}} \\ . \\ . \\ E_{\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_x}{2}-1} \\ \hline J_{e,(-\frac{N_x}{2},-\frac{N_y}{2})} \\ . \\ . \\ J_{e,(\frac{N_x}{2}-1,\frac{N_y}{2}-1)} \end{pmatrix} \tag{IV.17}$$

Plus précisément, nous avons pu appliquer de la procédure de Galerkin à cette dernière équation afin de retrouver les relations régissant la matrice impédance $Z_{i,s}$ caractérisant la structure étudiée (un multi-ports passif)[6],Ce qui nous conduit à l'écriture :

$$[Z_{i,s}] = [\frac{V_{i,i}}{I_{s,s}}] = ({}^t[A]([\hat{Z}^{down}_{pq,ht}]^{-1} + [\hat{Z}^{upper}_{pq,ht}]^{-1})[A])^{-1} \tag{IV.18}$$

Avec :
$[A] = [\langle f_{i,s}|g^{i,s}_{pq,ht}\rangle]$,$[\hat{Z_{pq,ht}}] = [\langle g^{i,s}_{pq}|\hat{Z}|g^{i',s'}_{ht}\rangle]$,$(i,s) \in [-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2}-1][-\frac{N_y}{2}, \frac{N_y}{2}-1]$,$(i',s') \in [-\frac{N_x}{2}, \frac{N_x}{2}-1][-\frac{N_y}{2}, \frac{N_y}{2}-1]$ et $\hat{Z} = \sum_{m,n} |f^{TE,TM}_{mn}\rangle z^{co,cc}_{mn,TE,TM} \langle f^{TE,TM}_{mn}|$. Par conséquent, les termes de couplage mutuelles et leurs effets sont exprimés dans la cette distribution matricielle. Dans ce cas, cette dernière équation (IV.18) permet de relier les sources électriques représentées par leurs potentiels $V_{i,i}$ avec d'autre sources

de courant d'amplitude $I_{s,s}$, En conséquence la matrice impédance[Z] associée au couplage sera ramenée dans sa forme passive selon l'expression suivante :

$$[Z][I] = [V] \tag{IV.19}$$

Dans le même raisonnement, la matrice $[Y_{i,s}]$ est tout simplement l'inverse de la matrice $[Z_{i,s}]$. Les paramètres $[S_{i,s}]$ qui correspondent à la matrice unique en impédance s'écrivent sous forme :

$$[S_{i,s}] = [\frac{Z_{i,s}}{Z_c} - I][\frac{Z_{i,s}}{Z_c} + I]^{-1} \tag{IV.20}$$

Avec : Z_c est l'impédance de référence désirée pour chaque élément. Par exemple, si la valeur de (Zc) est fixée à 50 ohms, la normalisation de la matrice réduite en impédance garde la même valeur de cette dernière . Il convient de représenter la densité de courant J se trouvant dans les parties métalliques et leurs champs associés, y compris les domaines sources . Les conditions aux limites proposées seront vérifiées en utilisant les formules (IV.15) et (IV.16),à savoir que le courant est non nul sur le métal, et nul partout ailleurs.
En outre, Cette formulation s'étends pour étudier les circuits quasi-périodiques en conduissant à l'apparition des ondes de fuites et de leurs rôles principales.
Cette dernière méthode offre une précise information sur les effets de couplage, surtout quand l'élément centrale (un élément excité) engendre des faibles distribution de courant sur les autres éléments (des éléments non-excités) [23].
Éventuellement, Cette nouvelle méthode modale contibuera à redéfinir tout le comportement du réseau globale , quelle que soit sa taille devrait se réduire à l'utilisation des coefficients de Fourier liés aux modes de Floquet de la cellule de base. Ces modes de Floquet constitueront une base de données qui permettra de reconstruire , à posteriori et de façon analytique de n'importe quelle configuration du réseau d'antennes dans les deux cas du réseau infini de cellules rayonantes et en particulier dans la figure réelle d'un réseau fini de cellules [1, 3, 10, 15, 17].

4 Résultats

4.1 Application : Réseau périodique bi-dimentionnel des dîpoles planaires

Nous-nous sommes intéressé, pour notre étude, à une structure planaire, en technologie micro-ruban presentée à la figure (IV.4), formée par un réseau bi-périodique des antennes dîpole alimentées par des sources planaires localisée E_0. Le circuit imprimé sur une plaque de diélectrique est juxtaposé à un plan de masse

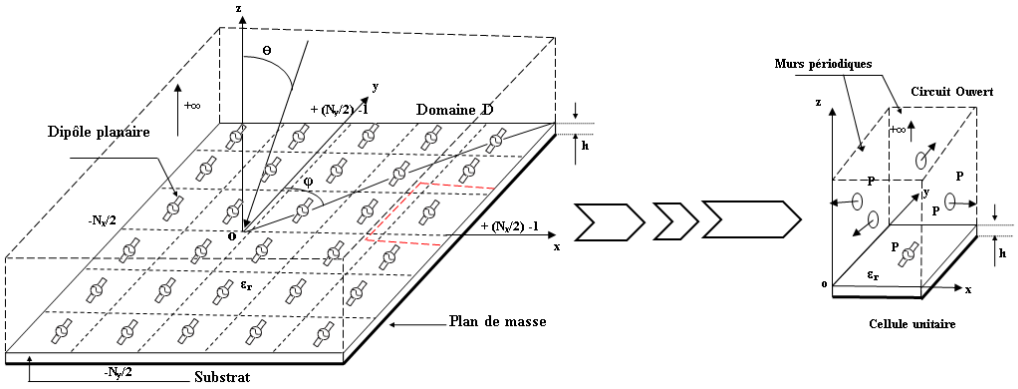


Figure IV.4 – Configuartion d'un réseau périodique des dîpoles planaires

et emboîté dans un boîtier ouvert à l'infini dans la direction perpendiculaire à la plaque. De la même façon les murs de la structure compléte (globale) sont choisis parmi les options suivants : (a) murs électriques, (b) murs magnétiques, (c) murs périodiques avec des phases nulles, or (d) une combinaison entre ces murs(voir annexe(A)). Également, la structure unitaire est composée d'une antenne dîpole excitée par une source localisée. Le circuit imprimé sur une plaque de diélectrique recouvert d'un côté par un plan de masse et sur l'autre côté est un circuit ouvert , elle est entourée par des conditions de type murs périodique. Sachant que ces circuits planaires sont considérés sans perte afin d'éviter toute influence sur les caractéristiques de l'antenne.
Comme toute méthode à base de calcul numérique (non analytique) les résultats que nous obtenons peuvent présenter d'erreurs d'approximations. Dans ce qui suit nous allons indiquer les différents paramètres qui influent sur les résultats et donc sur la convergence des matrices de Galerkin et discuter l'étendue de cette influence en fonction de l'erreur que l'on se permet d'accepter.
Dans la méthode de Galerkin, les deux paramètres les plus importants sont les fonctions de bases et les fonctions d'essai. Dans toute la suite, Nous discuterons également du résultat en fonction du nombre des fonctions de bases et les fonctions d'essai.
Nous intéresserons à la convergence en mode obtenue lorsque nous utilisons un nombre de fonctions de base suffisant pour décrire les modes se propageant dans la structure étudiée. Pour cela l'étude se focalisera sur l'impédance vue au niveau de la source d'exitation. On dira alors qu'il y a convergence de mode lorsque tous les valleurs associés de Z_{in} n'évoluent plus lorsque l'on augmente le nombre de fonctions de modes.
Plus précisément, nous trouvons cette condition est vérifiée à partir d'un certain nombre de fonctions de bases, cette même condition doit satisfaire au nombre de

fonctions d'essais suffisants pour décrire le courant J, et le champ E.
En effet, comme le montre la figure ci-dessous (IV.5), le nombre de modes nécessaire pour décrire la totalité des modes se propageant dans la structure est de l'ordre de 300 x 300 modes. Encore, il faudra un minimum de 40 fonctions d'essai pour atteindre la convergence de l'impédance d'entrée.
Pour confirmer notre résultat, nous proposons dans la figure (IV.6) d'étudier la

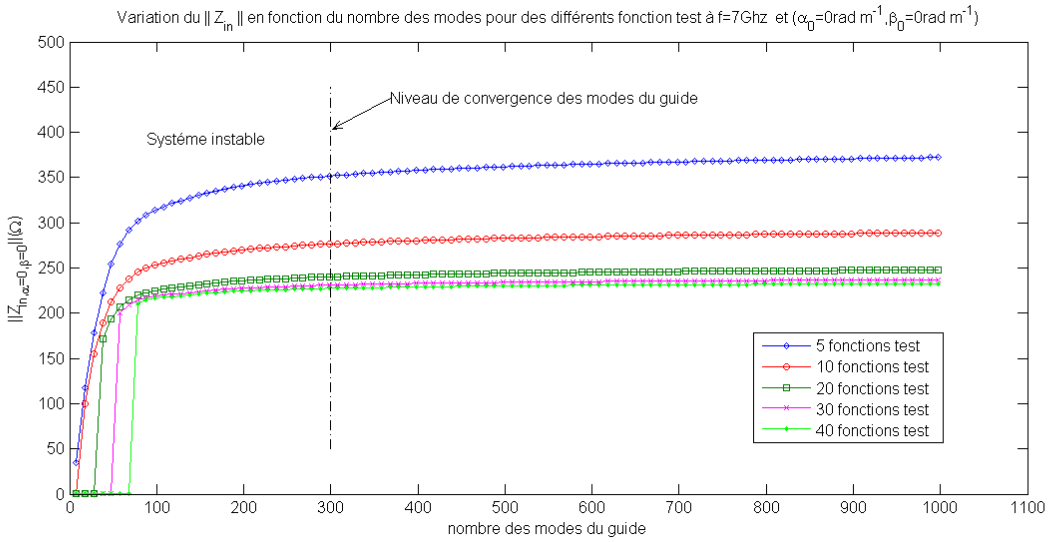


Figure IV.5 – Variation du $||Z_{in}||$ en fonction du nombre des modes pour des différents fonction test pour $f = 7Ghz$ - Les autres paramétres de simulation de la structure unitaire sont choisis parmi :$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

convergence de l'impédance d'entrée sur une bande de fréquence de [0 20] Ghz. Nous atteingnons l'allure exacte de la variation de l'impédance par rapport au nombre des fonctions d'essai que lorsque nous augmentons le nombre de 40 fonctions test. Par conséquent, Ceci reste valide identiquement aux résultats donnés précédemment .
Cette étude de convergence reste extensible à d'autres cas lorsque les phases de Floquet sont $(\alpha_p \neq 0, \beta_q \neq 0)$.
En étudiant la variation de Z_{in} justifiant la quantité électromagnétique de l'équation (IV.10) dans une plage de fréquences de [0 20] Ghz, nous obtenons l'allure montrée à la figure (IV.7). Le comportement de cette impédance d'entrée permet de déterminer les résonances possibles associées à cette structure rayonnante. Ces fréquences de résonances sont en bon accord avec la réponse électromagnétique correspondante à un dipôle filaire classique .
Une bonne comparaison avec le Ansoft HFSS est assurée pour valider nos résultats.

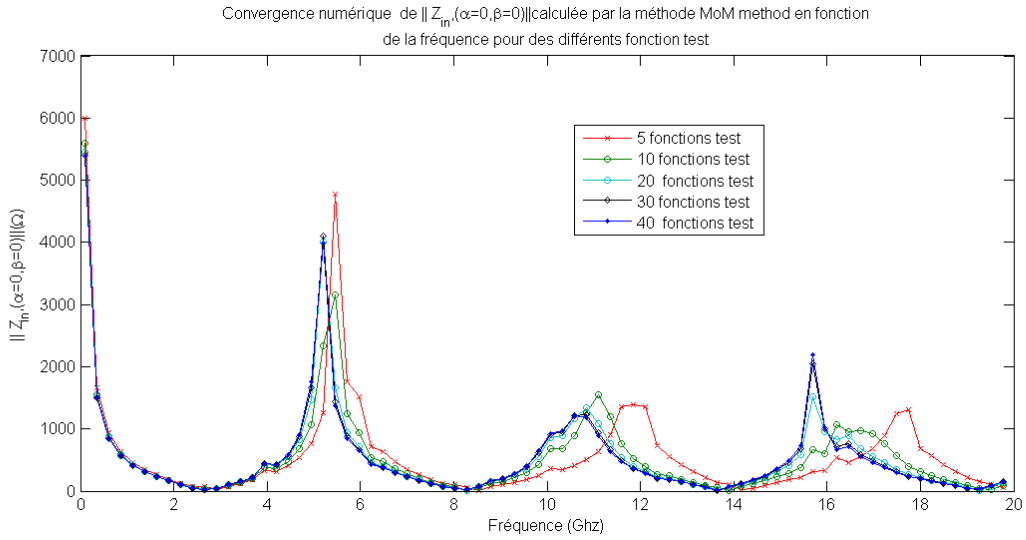


Figure IV.6 – Convergence numérique de$||Z_{in}, (\alpha = 0, \beta = 0)||$ calculée par la méthode MoM en fonction de la fréquence pour des différents fonction test pour $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

D'après la figure(IV.7), nous montrons la précision de notre méthode par rapport à l'Ansoft HFSS tout en tennant compte sur les valeurs d'impédance d'entrée aux fréquences de résonance. Par exemple, à la première fréquence de résonance de $f = 5.1\text{GHz}$, nous trouvons une valeur de précision sur $1,9\%$. Nous remarquons également que la valeur de cette dernière précision devient moins de 1% dans le reste des fréquences (en dehors des fréquences de résonance).
Nous expliquons la différence observée entre les courbes évaluée par la méthode MoM-GEC et celles simulées par l'outil Ansoft HFSS est due au mal adaptation de la source d'excitation ponctuelle définie par HFSS, c'est pourquoi notre méthode adopte une adéquate source planaire.
Aussi, nous avons une autre manière basée sur la représentation de la densité de courant de la structures à étudier, vérifiant les conditions aux limites proposées.
À la convergence (en modes et en fonctions d'essai), nous obtenons une approximation raisonnable de cette densité de courant J totalement déterminé par le vecteur $X = Z^{-1}V$.
D'abord, nous commençons à étudier le motif unitaire (un dîpole planaire) d'une configuration d'un réseau périodique bidimentionnel. En tenant compte des conditions aux limites utilisées, nous obtenons dans les figures (IV.10),(IV.11),(IV.12) et (IV.13) la densité de courant donnée par le méthode MoM-GEC , obtenue à la convergence et conforme à la théorie.

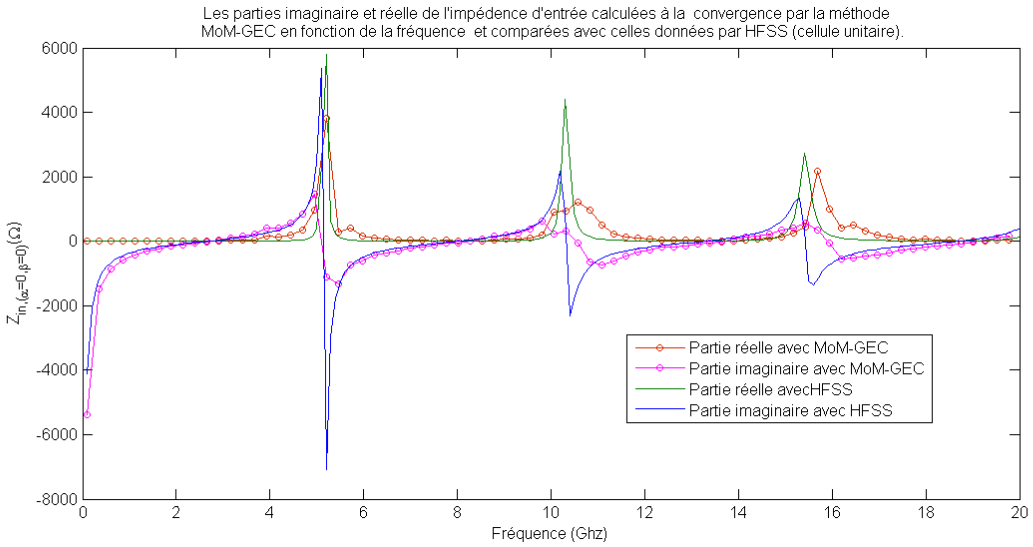


Figure IV.7 – Les parties imaginaire et réelle de l'impédance d'entrée calculées à la convergence par la méthode MoM-GEC en fonction de la fréquence et comparées avec celles données par HFSS (cellule unitaire) : $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

Il est assez simple de généraliser le cas unitaire sur plusieurs éléments périodiques. C'est pourquoi nous déduisons avec la même manière les distributions de courant montrées dans les figures (IV.14),(IV.15),(IV.16),(IV.17),(IV.18),(IV.19),(IV.20), (IV.21),(IV.22) et (IV.23) . Nous notons que ces dernières figures en densité de courant vérifient les conditions aux limites des murs périodiques PPPP (avec des phases nulles) utilisés tout en assurant de fermer la structure globale (de réference). En conclusion, nous associons à chaque configuration proposée (structure),une représentation de densité de courant décrite respectivement sur les fonctions d'essai que sur les fonctions de base (les modes de guide d'onde), sachant que ces dernières sont identiques et ont un même comportement d'onde.
Comme le montre les figure (IV.11),(IV.13),(IV.18),(IV.19),(IV.20), (IV.21),(IV.22) et (IV.23), il est clair d'observer de petites oscillations précédant l'annulation du courant (effet de Gibbs), sont pratiquement supprimées lorsque le niveau de convergence est obtenu. Ces oscillations sont en faite dues aux conditions de discontinuité diélectrique-métal [24, 30].
La figure (IV.8) présente le comportement du module de l'impédance d'entrée sur une bande de fréquences vis à vis des différentes phases discrètes, ces phases de Floquet sont associées un cas d'un réseau périodique fini composé de(2 x 2) éléments. De même cette allure démontre le cas de symetrie de l'impédance de Floquet, sur-

tout quand les tableaux (IV.1) et (IV.2) sont conformes aux propriétés indiquées dans [7] de telle sorte que Z_{in,α_p,β_q} et $Z_{in,\alpha_{-p},\beta_{-q}}$ (ou Z_{in,α_p,β_q} et $Z_{in,\alpha_{-p},\beta_q}$) sont égales.
Cette même figure peut classer les effets de couplage en deux categories : nous trouvons le cas du couplage fort seulement dans les résonances caracterisées par des differents valeur d'impédance modales , par contre dans le reste de la bande de fréquence le couplage est consideré faible.
Géneralement, les cellules identiques d'un réseau périodique ne sont découplés que

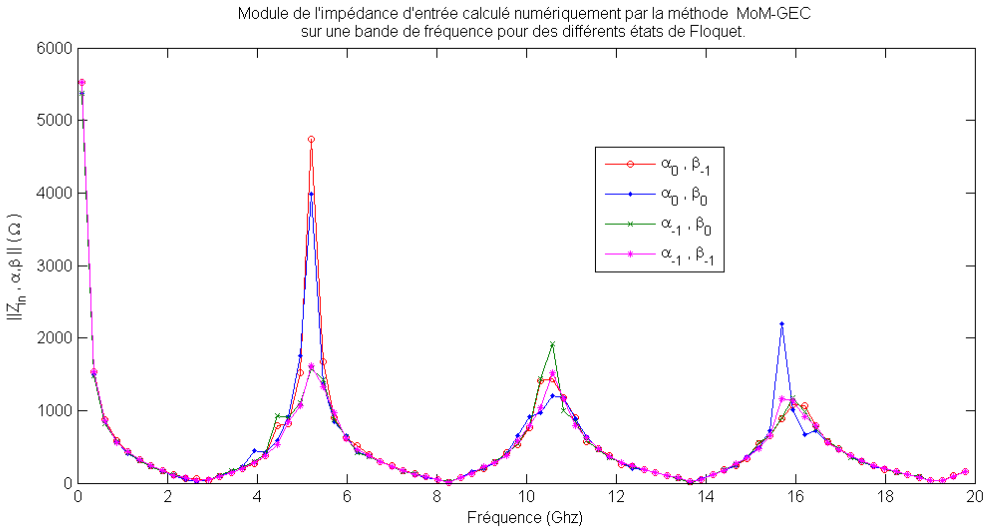


Figure IV.8 – Module de l'impédance d'entrée calculé numériquement par la méthode MoM-GEC sur une bande de fréquence pour des différents états de Floquet : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

lorsque la période spatiale ($d \geq \lambda_0$). Ce qui provoque que les valeurs de $Z_{in,\alpha,\beta}$ sont pratiquement constantes et indépendantes de (α, β), car la source d'alimentation ne détecte pas les effets de la frontière périodique de chaque cellule.
En conséquence, il semble que $[\tilde{z}_{\alpha_p,\beta_q}]$ est une matrice diagonale avec des termes identiques.
Pour évaluer le cas du coulage fort , il est conseillé de vérifier principalemet la condition suivante : ($d_x \leq \lambda_0$ et $d_y \leq \lambda_0$). Ceci permettra aux impédances modales de dépendre appréciablement les phases de Floquet avec des valeurs remarquables.
Suite à cette étude, nous définissons les tableaux (IV.1) et (IV.2) qui contiennent plusieurs valeurs possibles d'impédance de Floquet (par exemple, pour une structure finie formée de (2×2) éléments de fréquence $f = 5.4$ GHz) : Par ailleurs, en décernant le fait que l'utilisation de la représentation modale basée sur les modes

(p,q)	(-1,-1)	(0,-1)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(\frac{-2\pi}{N_x d_x},\frac{-2\pi}{N_y d_y})$	$(\frac{-2\pi}{N_x d_x},0)$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	1588.4056 - 170.6839i	2520.3030 - 2859.3878i
(p,q)	(-1,0)	(0,0)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(0,\frac{-2\pi}{N_y d_y})$	$(0,0)$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	1175.9366 - 590.0394i	609.3503 - 1737.1932i

Tableau IV.1 – Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (2\text{x}2)$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

(p,q)	(-1,-1)	(-1,0)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(\frac{-2\pi}{N_x d_x},\frac{-2\pi}{N_y d_y})$	$(\frac{-2\pi}{N_x d_x},0)$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	1356.2119 - 491.7912i	433.3115 - 758.7562i
(p,q)	(-1,+1)	(0,-1)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(\frac{-2\pi}{N_x d_x},\frac{+2\pi}{N_y d_y})$	$(0,\frac{-2\pi}{N_y d_y})$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	1356.2119 - 491.7912i	1316.3299 - 2393.7796i
(p,q)	(0,+1)	(+1,-1)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(0,\frac{+2\pi}{N_y d_y})$	$(\frac{+2\pi}{N_x d_x},\frac{-2\pi}{N_y d_y})$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	609.3503 - 1737.1932i	1316.3299 - 2393.7796i
(p,q)	(+1,0)	(+1,+1)
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	$(\frac{+2\pi}{N_x d_x},0)$	$(\frac{+2\pi}{N_x d_x},\frac{+2\pi}{N_y d_y})$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	1356.2119 - 491.7912i	433.3115 - 758.7562i
(p,q)	(0,0)	$\varnothing$
$(\alpha_p,\beta_q)(radm^{-1},radm^{-1})$	(0,0)	$\varnothing$
$Z_{in}(\alpha_p,\beta_q)(\Omega)$	609.3503 - 1737.1932i	$\varnothing$

Tableau IV.2 – Les valeurs modales de l'impédance d'entrée pour f =5.4 Ghz (cas fini) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

de Floquet permet de déduire les paramètres de couplage mutuels établis entre les éléments constitutifs du réseau, nous pouvons présenter la méthode de moment classique pour valider ces résultats.
Donc les méthodes modale et spatiale donnent lieu aux termes de couplages mutuels représentés dans les tableaux (IV.3),(IV.4),(IV.5) et (IV.6). Une bonne concordance entre ces deux méthodes en évaluant le module du couplage mutuel. Pratiquement les matrice [S] possédent les mêmes valeurs lorsque les éléments sont fortement ou faiblement couplés.

Les valeurs diagonnales $S_{11}(db)$ des matrices [S] sont considérés toujours des va-

-0.3581	-32.4441	-36.9144	-55.3990
-32.4441	-0.3581	-55.3990	-36.9144
-36.9144	-55.3990	-0.3581	-32.4441
-55.3990	-36.9144	-32.4441	-0.3581

Tableau IV.3 – Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre différents éléments du réseau en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}$,a =$216mm$,$b =$ 216 mm ,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (2\text{x}2)$ elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

-0.2832	-36.1374	-50.9319	-55.8204
-36.1374	-0.2832	-55.8204	-50.9319
-50.9319	-55.8204	-0.2832	-36.1374
-55.8204	-50.9319	-36.1374	-0.2832

Tableau IV.4 – Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre différents éléments du réseau en utilisant la formulation spéctrale pour f =5.4 Ghz :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h =$ 1.25mm ,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon_r = 1$ (air).

-0.4142	-34.8885	-34.8885	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990
-34.8885	-0.4142	-34.8885	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990
-34.8885	-34.8885	-0.4142	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630
-36.5630	-44.5990	-44.5990	-0.4142	-34.8885	-34.8885	-36.5630	-44.5990	-44.5990
-44.5990	-36.5630	-44.5990	-34.8885	-0.4142	-34.8885	-44.5990	-36.5630	-44.5990
-44.5990	-44.5990	-36.5630	-34.8885	-34.8885	-0.4142	-44.5990	-44.5990	-36.5630
-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-0.4142	-34.8885	-34.8885
-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-34.8885	-0.4142	-34.8885
-44.5990	-44.5990	-36.5630	-44.5990	-44.5990	-36.5630	-34.8885	-34.8885	-0.4142

Tableau IV.5 – Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spatiale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}$,a =$324mm$,$b =$ 324 mm ,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h = 1.25\text{mm}, Z_c = 50\Omega$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

leurs faibles à cause de la nature du motif choisi, placé auprés du plan de masse. Nous remarquons que le couplage entre cellules n'est plus fort car ceci provient du fait que la structure rayonnante émet un maximum de puissance avec un faible transfert d'energie inter-cellulaires.

-0.3081	-41.3058	-41.3058	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792
-41.3058	-0.3081	-41.3058	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792
-41.3058	-41.3058	-0.3081	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364
-40.6364	-43.1792	-43.1792	-0.3081	-41.3058	-41.3058	-40.6364	-43.1792	-43.1792
-43.1792	-40.6364	-43.1792	-41.3058	-0.3081	-41.3058	-43.1792	-40.6364	-43.1792
-43.1792	-43.1792	-40.6364	-41.3058	-41.3058	-0.3081	-43.1792	-43.1792	-40.6364
-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-0.3081	-41.3058	-41.3058
-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-41.3058	-0.3081	-41.3058
-43.1792	-43.1792	-40.6364	-43.1792	-43.1792	-40.6364	-41.3058	-41.3058	-0.3081

Tableau IV.6 – Les paramétres de couplage $S_{is}(db)$ calculés entre l'élément centrale avec les autres éléments voisins en utilisant la formulation spéctrale pour f =5.4 Ghz et ($\alpha_0 = 0$ rad m^{-1},$\beta_0 = 0$ rad m^{-1}) : $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}$,a =$324mm$,$b = 324\ mm$,$L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, (N_x\text{x}N_y) = (3\text{x}3)$ elements, $h = 1.25\text{mm}$,$Z_c = 50\Omega$ and $\epsilon_r = 1$ (air).

4.2 Temps de calcul et réssource mémoire

Dans cette section, nous procédons la même maniére que le cas unidimentionnel pour comparer la méthode modale de Floquet et la méthode spatiale en terme de temps de calcul et espace mémoire [1, 26]. En géneral , la méthode de Moment conventionnelle demande(P x P) inversion matricielle pour calculer le couplage entre les éléments du réseau. Avec P représente le nombre des fonctions test utile. En fait, la capacité mémoire de stockage et le nombre d' opération de la méthode de moment classique dépendent de P comme :

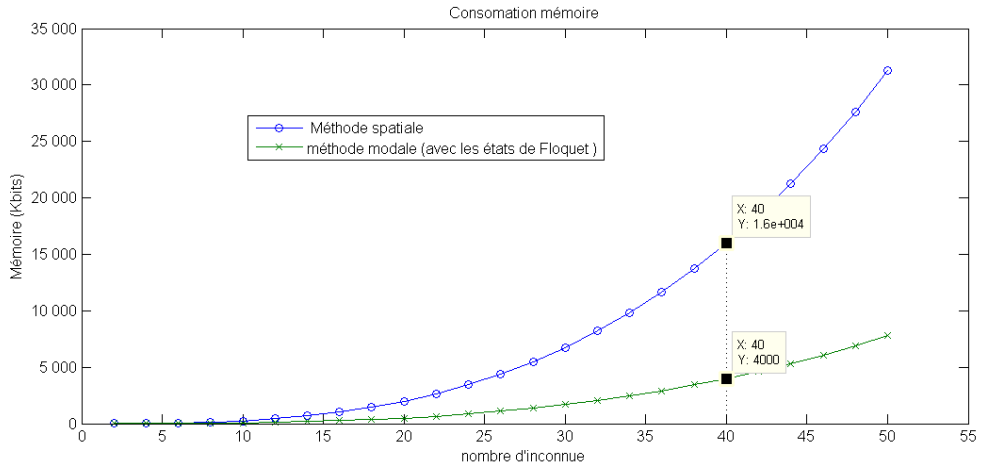
$$\begin{aligned} Mémoire &\approx O(P^2) \\ N°d'opération &\approx O(P^3) \end{aligned} \tag{IV.21}$$

Comme nous avons expliqué dans le chapitre précédant. Nous avons montré comment l'analyse de Floquet est plus important en terme de ressources informatique (temps et espace mémoire). En effet, la réduction du nombre des inconnues peut produire une minimisation des ressources demandées. Cependant, nous notons T_{MoM} est le temps necessaire exigés par la formulation spatiale pour compter la matrice d'impédance (impédance mutuelle)[12] :

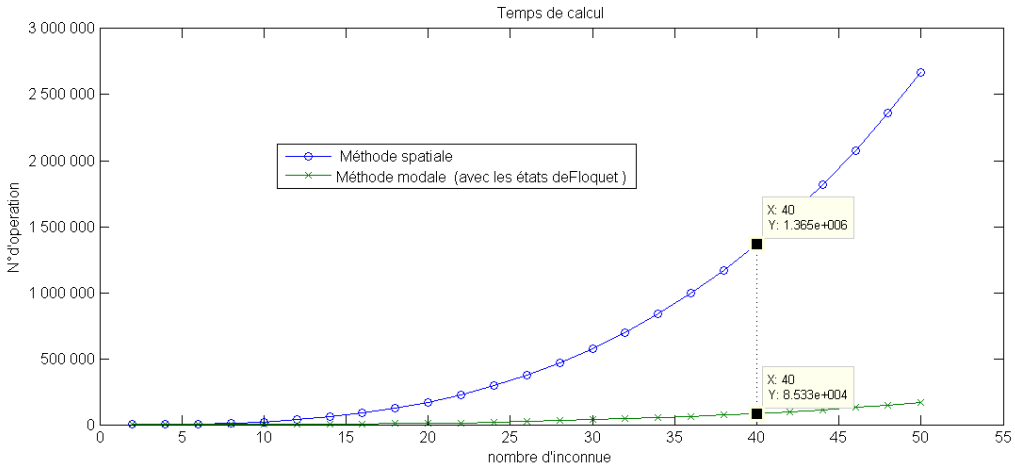
$$T_{MoM} = M((N_xN_y)P)^2(T_s + T_{op}) + \frac{2}{3}((N_xN_y)P)^3T_{op} + \delta \tag{IV.22}$$

- Le terme $M((N_xN_y)P)^2(T_s + T_{op})$ est le temps demandé pour memoriser la matrice impédance.
- Le terme $\frac{2}{3}((N_xN_y)P)^3$ est le temps associé à l'inversion du matrice.

Pour calculer le couplage mutuel en utilisant l'analyse modale de Floquet basée sur les transformations de Fourier, nous obtenons le temps total nécessaire avec la



(a) Capacité mémoire.



(b) Complexité numérique.

Figure IV.9 – Coût de calcul en fonction du nombre d'inconnue.

formulation modale s'écrit :

$$T_{MoM} = M(N_x N_y)(P)^2(T_s + T_{op}) + \frac{2}{3}(N_x N_y)(P)^3 T_{op} + \delta \qquad \text{(IV.23)}$$

Avec M est le nombre total des modes du guide , $(N_x N_y)$ le nombre des éléments du réseau , T_s est le temps nécessaire pour calculer un produit saclaire, T_{op} est le temps nécessaire pour éffectuer une opération élémentaire de multiplication ou

d'addition et δ est un terme residuelle néglegeable inclu dans le calcul de la matrice impédance.
Considérons un exemple d'un réseau formé de (2x2)éléments. D'après la formulation spatiale, nous remarquons que dans la figure (IV.9) l'augmentation du nombre des fonctions test provoque une augmentation du nombre d'opération et de l'espace mémoire de la matrice impédance. Alors que la formulation modale permet de réduire significativement ces ressources informatiques et le temps de calcul.
En conclusion, nous favorisons l'analyse de Floquet avec sa représentation spéctrale pour étudier les configurations de réseau fini avec un grand nombre de motifs. De même cette analyse reste valide pour étudier l'étendu d'un réseau de dimension infini [15].

5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle application de l'approche modale à des structures bidimentionnelles permettant d'extraire toutes les constantes de couplage. La détermination de ces dernières termes provient d'une simple expression qui dépend des transformations de Fourier basées sur les décompostions sur des états de Floquet.
Grâce à ces décompositions modales de Floquet, l'étude des configurations de réseau fini et infini se réduit à une seule cellule tout en permettant d'enlever toute les complexités de calcul électromagnétique.
Par exemple, le fait d'employer le formalisme basé sur l'analyse de Floquet conduit à réduire le calcul électromagnétique des structures périodiques bidimentionnelles à une seule cellule contourée par des conditions aux limites adéquates. Contrairement aux anciennes méthodes classiques directes pour étudier les phénoménes d'ondes associés à une structure compléte.
Nous notons ,alors,une élégante transformation de Fourier avec un simple calcul électromagnétique pour donner précisement tous les éléments de couplage (exemple les paramétre [S]) dans un réseau périodique fini.
L'avantage principale de cette nouvelle analyse modale consiste à minimiser considérablement le temps de calcul et l'espace mémoire.
Ensuite, cette méthode se généralise sur plusieurs configurations périodiques et apériodiques des sources avec des amplitudes arbitraires.
Enfin, nous mettrons l'accent sur l'analyse de Floquet, particulièrement, pour étudier les structures périodiques de dimensions finis partant de même principe des réseaux périodiques de dimensions infinis.

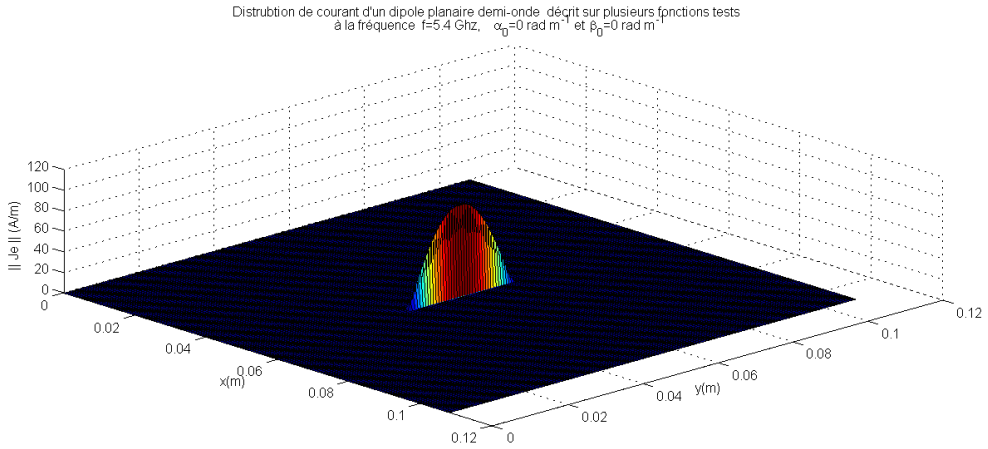


Figure IV.10 – Distrubtion de courant d'un dîpole planaire demi-onde décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz, ($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

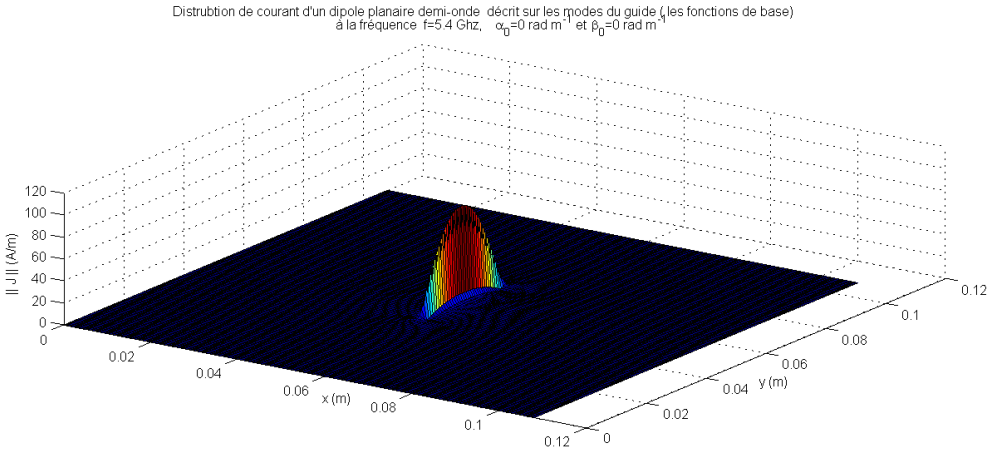


Figure IV.11 – Distrubtion de courant d'un dîpole planaire demi-onde décrite sur les fonctions de base à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

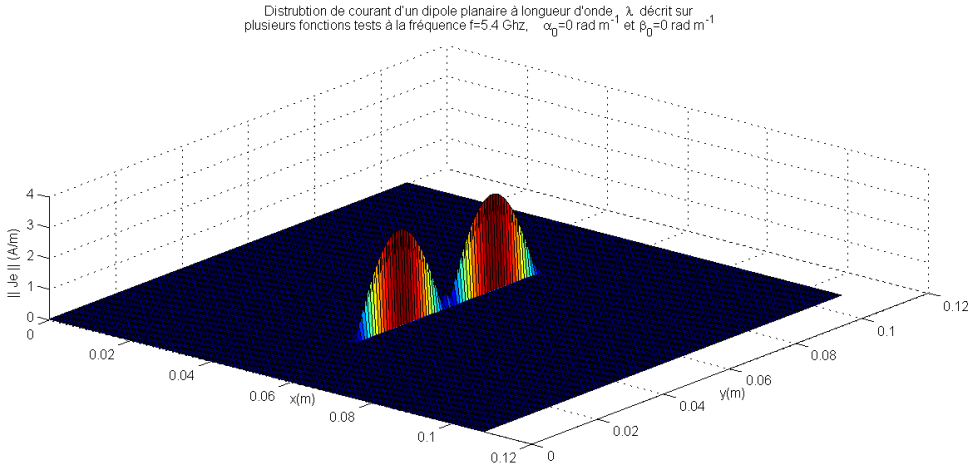


Figure IV.12 – Distrubtion de courant d'un dîpole planaire à longueur d'onde λ décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

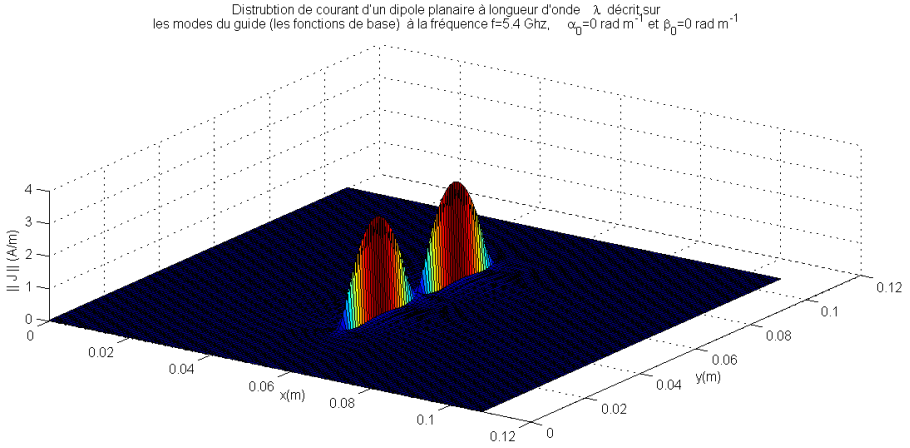


Figure IV.13 – Distrubtion de courant d'un dîpole planaire à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

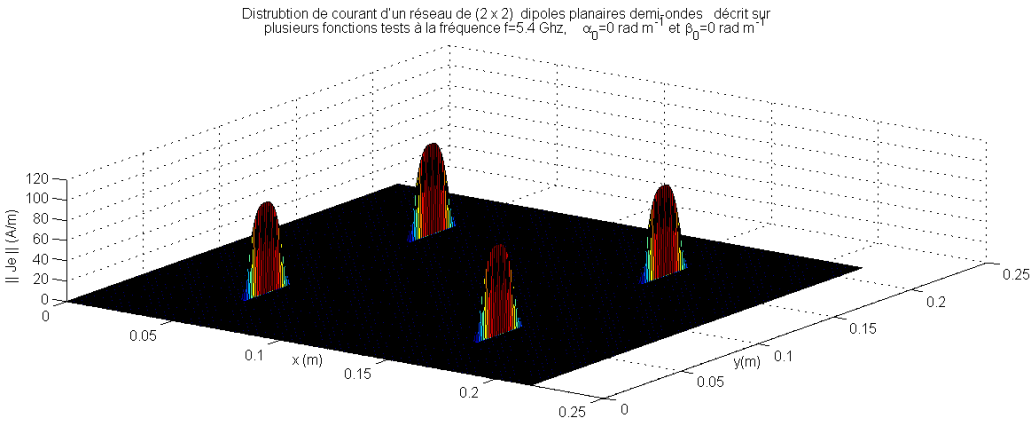


Figure IV.14 – Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

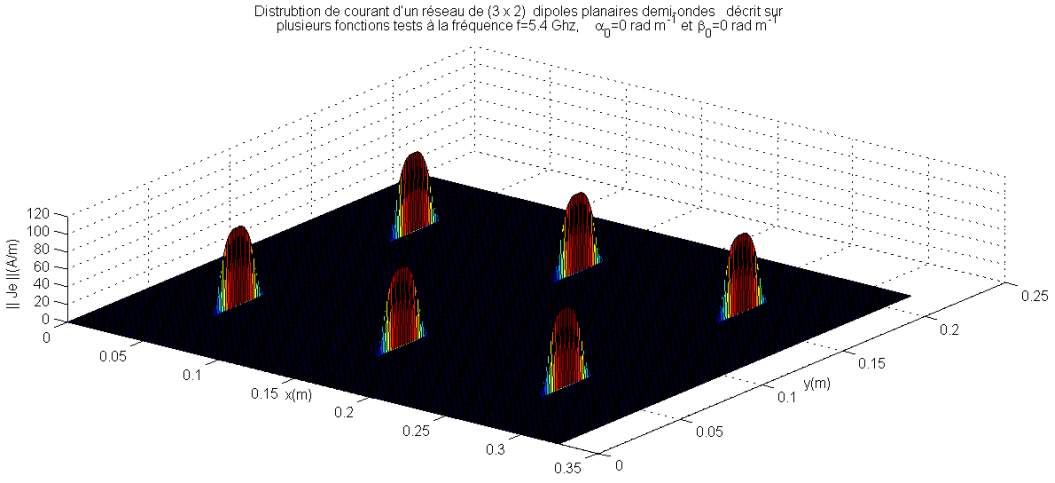


Figure IV.15 – Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

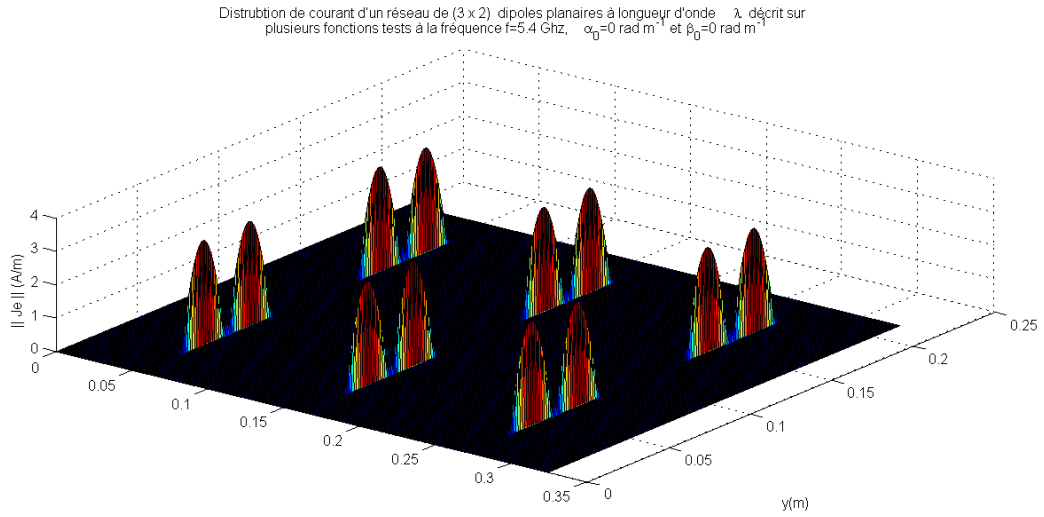


Figure IV.16 – Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

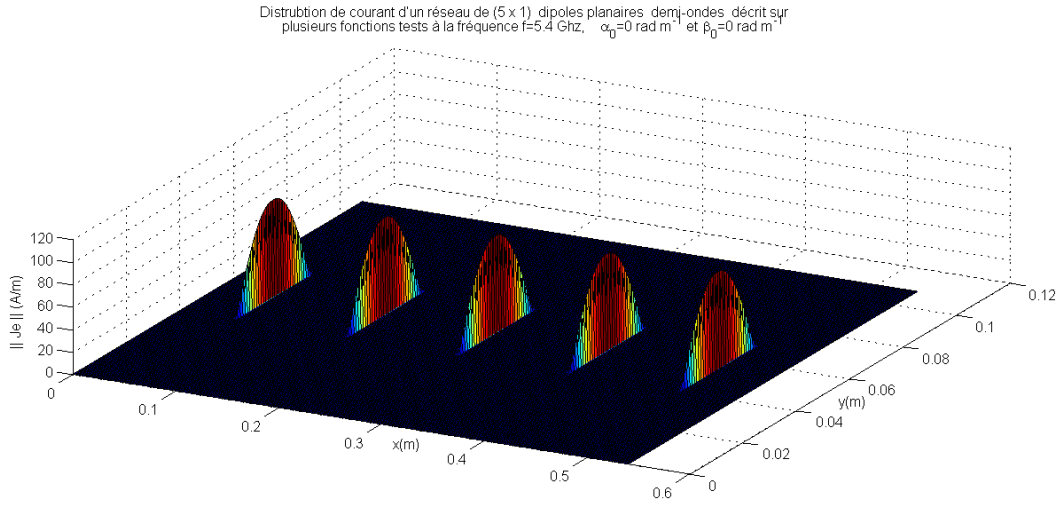


Figure IV.17 – Distrubtion de courant d'un réseau (5x1) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur plusieurs fonctions tests à la fréquence f=5.4 Ghz,($\alpha_0 = 0$ rad $m^{-1}, \beta_0 = 0$ rad m^{-1}) :$w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = d_y \approx 2\lambda_0 \approx 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

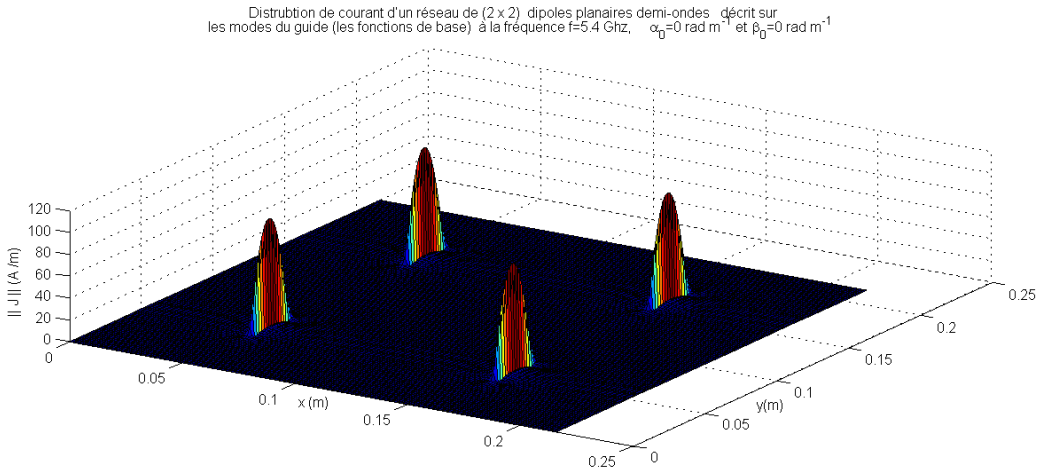


Figure IV.18 – Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz , $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

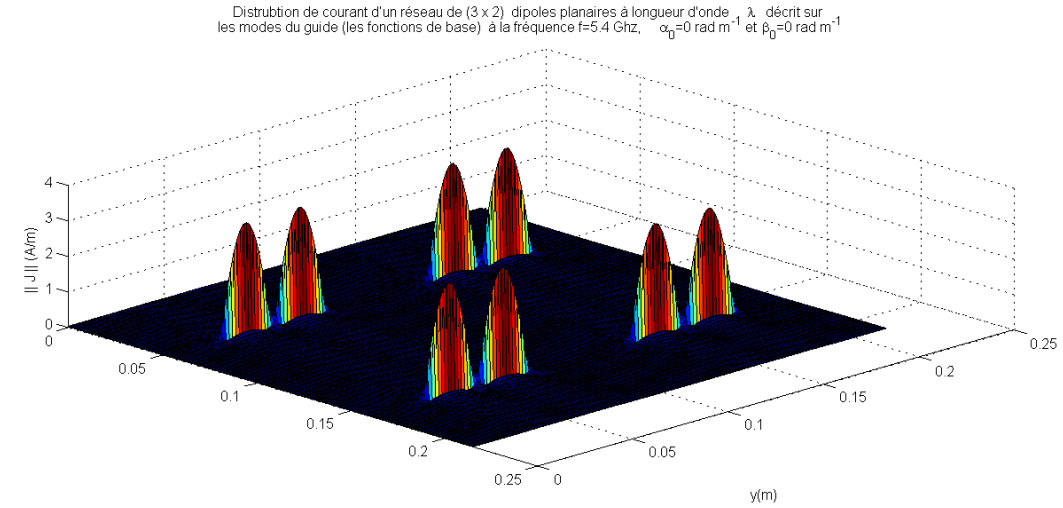


Figure IV.19 – Distrubtion de courant d'un réseau (2x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

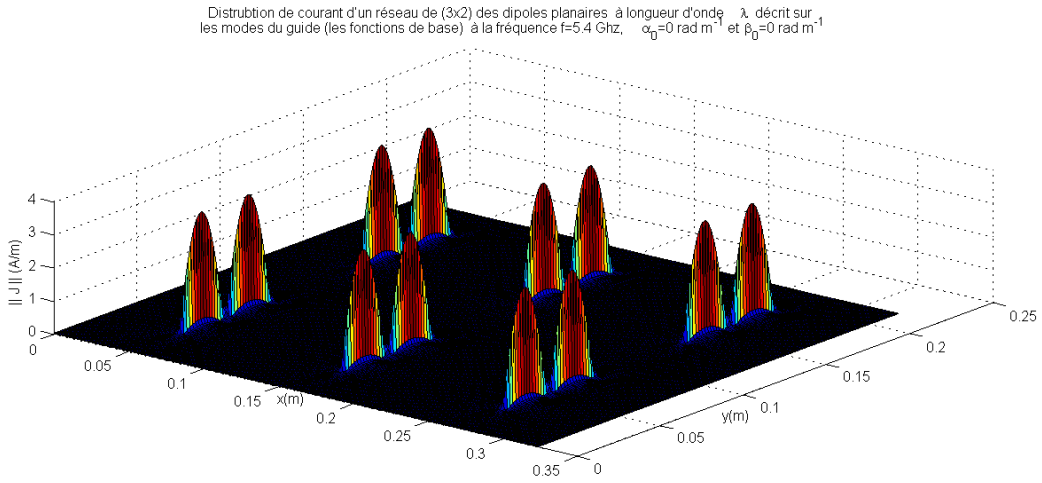


Figure IV.20 – Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

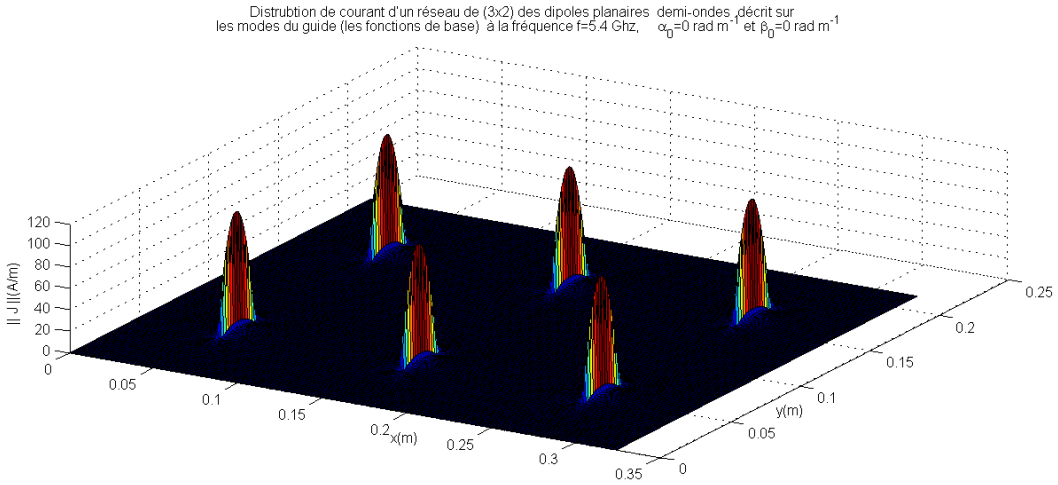


Figure IV.21 – Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

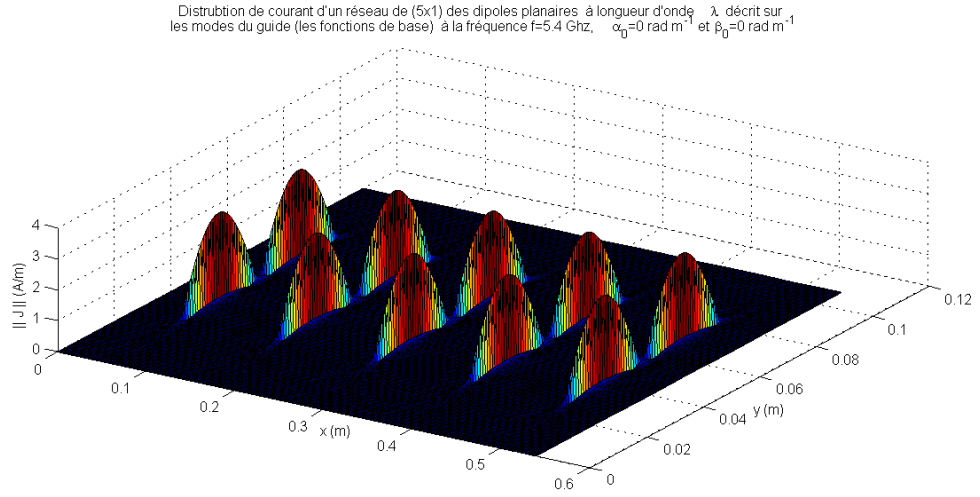


Figure IV.22 – Distrubtion de courant d'un réseau (5x1) des dîpoles planaires à longueur d'onde λ décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz, $\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \lambda_0 \approx 54\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

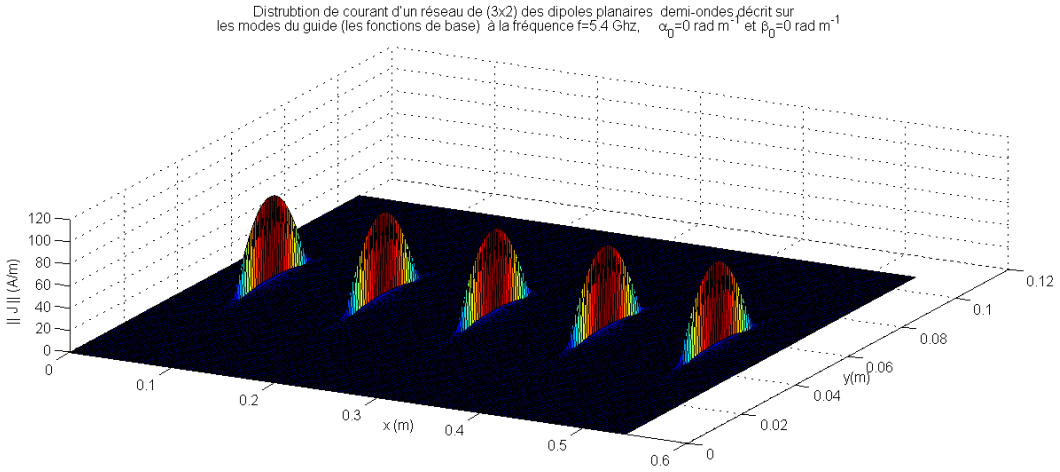


Figure IV.23 – Distrubtion de courant d'un réseau (3x2) des dîpoles planaires demi-ondes décrite sur les modes du guide (les fonctions de base) à la fréquence f=5.4 Ghz,$\alpha_0 = 0$ rad m^{-1}, $\beta_0 = 0$ rad m^{-1}, $w = 1\text{mm}, \delta = 0.75\text{mm}(w \ll \lambda_0, \delta \ll \lambda_0), d_x = 108\text{mm}, d_y = 108\text{mm}, L = \frac{\lambda_0}{2} \approx 27\text{mm}, h = 1.25\text{mm}$ et $\epsilon_r = 1$ (air).

Bibliographie

[1] B. Hamdi,T. Aguili ,N. Raveu and H. Baudrand, "Calculation of the Mutual Coupling Parameters and Their Effects in 1-D Planar Almost Periodic Structures ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2014. 87, 89, 90, 93, 96, 104

[2] A. Ishimaru, R. J. Coe, G. E. Miller, and W. P. Green, "Finite periodic structure approach to large scanning array problems," IEEE Trans. Antennas Propagat, 1985. 87, 88, 93

[3] Z. Mekkioui and H. Baudrand, "2-D bi-periodic centered-fed microstrip leaky-wave antenna(LWA) analysis by a source modal decomposition in spectral domain,"IET, 2009. 87, 88, 89, 90, 93, 96

[4] H. Baudrand ,M. Titaouine, N. Raveu and G. Fontgland, "Electromagnetic Modeling of Planar Almost Periodic Structures," SBMOI/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference, 2009. 87, 90

[5] B. Hamdi , T. Aguili and H. Baudrand, "Uni-dimensional planar almost periodic structures analysis to decompose central arbitrary located source in spectral domain,"IEEE-ANTEM 2012 : 15th International Symposium of ANtenna Technology and applied ElectroMagnetics, Toulouse, France. 87

[6] George V. Eleftheriades, J. R. Mosig , " On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments,"IEEE Transaction on microwave theory and technoques, Vol. 44,No.3, March1996. 90, 93, 95

[7] K. A. Bhattacharyya,Phased Array Antennas :Floquet Analysis, Synthesis,BFNs, and Active Array Systems, Wiley and Sons , March 2006. 89, 92, 101

[8] Y. P. Xi, D. G. Fang, Y. X. Sun and Y. L. Chow, “Mutual coupling in a linear dipole array of finite size," IEEE Proc.-Microw. Antennas Propag., Vol. 152, No. 5, October 2005. 89, 90

[9] G. Valerio, P. Baccarelli,P. Burghignoli,A. Galli,R. Rodrúguez-Berral, and F. Mesa, “Analysis of periodic shielded microstrip lines excited by nonperiodic sources through the array scanning method," RADIO SCIENCE, VOL. 43, 2008. 89, 93

[10] M. K. Azizi,L. Latrach, N. Raveu,A. Gharsallah and H. Baudrand “ a new approach of almost periodic lumped elements circuits by an iterative method using auxiliary sources," American Journal of Applied Sciences 10 (11) : 1457-1472, 2013. 87, 89, 90, 96

[11] K. Watanabe ,and K. Yasumoto, “Two-Dimensional electromagnetic scattering of non-plane incident waves by periodic strctures ," Progress In Electromagnetics Research B, 2007. 89

[12] S. Mili, C. Larbi Aguili and T. Aguili,“ Study of fractal-shaped structures with pin diodes using the multi-scale method combined to the generalized equivalent circuit modeling ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2011. 90, 94, 104

[13] Raúl. Rodríguez-Berral, Francisco. Mesa, Paolo. Baccarelli and Paolo. Burghignoli,“ Excitation of a Periodic Microstrip Line by an Aperiodic Delta-Gap Source ,"IEEE Trans. Antennas Propagat letters, vol. 8,2009. 89, 93

[14] K. Watanabe,“Spectral-domain approach to electromagnetic scattering from imperfectly periodic ,"13th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory,Ukraine,September 2010. 88, 89

[15] Yasser. Abdallah,Cyrille. Menudier, Marc. Thevenot, and Thierry. Monediere,“ Investigations of the Effects of Mutual Coupling in Reflectarray Antennas"IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 55, No. 2, April 2013. 88, 89, 96, 106

[16] K. Skrivervik and L. R. Mosig ,“ Finite phased array of microstrip patch antennas : the infinite array approach ,"IEEE Trans. Antennas Propagat, 1992. 88

[17] C. Craeye and D. ovejero,“A review on array mutual coupling analysis," RADIO SCIENCE, VOL. 46, RS2012, doi :10.1029/2010RS004518, 2011. 88, 89, 90, 96

[18] H. Baudrand, Circuits Passifs en Hyperfréquences, Editions Cépaduès, Janvier 2001. 87, 90, 94

[19] T. BenSalah, C. L. Aguili, and T. Aguili, "Renormalization Group Application to Multi-port Model for Studying Fractal-shaped Structures'Diffraction ," Progress In Electromagnetics Research Symposium, Beijing, China, March 23-27, 2009. 87, 90, 93

[20] S. Makarov,A. Puzella and V. Iyer , "Scan impedance for an infinite dipole array : Accurate theoretical model compared to numerical software," Antennas and Propagation Magazine, IEEE Vol50 , Dec. 2008 . 94

[21] Alessandro. Massaro,Roberto. Cingolani,Adriana. Passaseo,and Massimo. De. Vittorio1 ,"Floquet's Unit Cell Design for Periodic Structures at Optical Frequencies ," International Journal of Microwave Science and Technology Volume 2009, Article ID 160321, 10 pages. 90

[22] J. C. Vardaxoglou, Frequency Selective Surfaces, Analysis and Design, John Wiley and Sons,.1997. 89, 93

[23] Z. Mekkioui and H. Baudrand, "A full-wave analysis of uniform microstrip leaky-wave antenna with arbitrary metallic strips" Electromagnetics. Vol. 28, No.4, pp. 296-314, 2008. 96

[24] M. L. Riabi, M. Ahmadpanah, H. Benzina, H. Baudrand and V. Fouad Hanna," Performance of the LSBRM using efficient weighting functions for planar structures," IEEE Trans. Antennas Propagat,August 1995. 92, 94, 100

[25] T. Aguili, Modélisation des composants S. H. F planaires par la méthode des circuits équivalents généralisés, Thesis, National Engineering School of Tunis ENIT, May 2000. 92, 93

[26] Kamel S. Sultan, Haythem H. Abdullah and Esmat A. Abdallah "Method of Moments Analysis for Antenna Arrays with Optimum Memory and Time Consumption," Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings, KL, MALAYSIA, March 27-30, 2012. 104

[27] D. Li and C. D. Sarris, "Efficient Finite-Difference Time-Domain Modeling of PeriodicStructures under Non-Periodic Sources," Antennas and Propagation Society International Symposium, 2007. 88

[28] N. Raveu and O. Pigaglio , Résolution de problèmes hautes fréquences par les schémas équivalents, Éditions Cépaduès, Mai 2012. 93

[29] Z. Mekkioui,Thèse, *Contribution à l'analyse d'antennes diélectriques micro-ruban à ondes de fuite unidimentionelle et bidimentionelle à motif métallique quelconque* , Faculté des sciences Université Abou Bekr Belkaidde Tlemcen , Algerie, 2004. 87, 88, 90

[30] B. Hamdi,T. Aguili and H. Baudrand, "Floquet Modal Analysis To Modelize And Study 2-D Planar Almost Periodic Structures In Finite And Infinite Extent With Coupled Motifs ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2015. 87, 88, 89, 90, 93, 100

Conclusion générale et perspectives

Contrairement, aux anciennes approches qui négligent les effets de couplages dans un réseau d'antenne périodique, il est très difficile, voir même impossible de générer des résultats bien précis qui s'approchent à la réalité surtout au niveau des phénomènes électromagnétiques qui caractérisent cette structure. Leur étude électromagnétique par les méthodes existantes s'avère très couteuse en termes de temps de calcul et de ressources mémoires.
Le véritable challenge c'est de chercher à introduire des nouvelles approches dans des méthodes numériques fiables et qui offrent à la fois des caractéristiques exactes et un temps de calcul réduit.

Dans notre travail, nous avons besoin de prouver l'efficacité de l'approche que nous avons adopté pour préciser le comportement électromagnétique associé à ce réseau. Cette approche est basée sur le théorème de Floquet qui fait restreindre le calcul au niveau d'une seule cellule unitaire délimitée par des murs périodiques dans un réseau d'antenne périodique infini qui se ramène par la suite à un réseau périodique fini.
Le présent travail est scindé en quatre parties :
Dans un premier temps, la première partie est consacrée au développement de la méthode MoM-GEC. Cette derniére méthode est facile à mettre en oeuvre en transposant le problème électromagnétique en un problème simple de circuit électrique où nous avons pu appliquer les lois des noeuds et des mailles afin retrouver les relations régissant les différentes grandeurs caractérisant la structure étudiée. L'analyse se fait dans une méthode intégrale en utilisant la procédure de Garlekin comme outil de résolution. Le formalisme utilisé conduit alors à résoudre un système linéaire (matriciel).
Dans le deuxième chapitre nous avons exposé les décompositions en modes de Floquet (adaptées aux structures périodiques) pour extraire la matrice [S] des antennes dans le réseau périodique. Tout le comportement du réseau, quelle que soit sa taille devrait se réduire à l'utilisation des coefficients de Fourier associés aux états de Floquet d'une seule cellule. Ces modes de Floquet constitueront une base de données qui permettra la conception, à posteriori et de façon analytique de

n'importe quel réseau d'antennes.
Les contributions rapportées par ce travail sont présentées dans le troisième chapitre et le quatrième chapitre.
Dans le troisième chapitre, nous avons étudié des structures presque périodiques unidimensionnelles. Par exemple dans cette partie nous nous sommes limités aux structures des lignes micro-rubans. Après avoir montrer la convenrgence de la méthode appliquée, nous avons mis en évidence les termes de couplage établis par la méthode modale associée aux états de Floquet. Ainsi que nous avons verifié les conditions aux limites de la stucture proposée. Une bonne comparaison a été faite avec une méthode directe . Les résultats trouvés sont encore validés par le logiciel de simulation HFSS. Finalement, nous avons conclu que l'analyse modale est plus efficace que d'autre méthode convetionnelle classique en terme de temps de calcul et ressources mémoire.
Dans le dernier chapitre, La généralisation du formalisme des structures presque périodiques pour étudier des configuarations bidimensionnelles a été effectuée. Une validation a été faite en traitant le comportement d'onde de la structure bidimensionnelle composée par des dipoles planaires. Nous avons montré également l'étude de la convergence de la méthode ainsi de vérifier les conditions aux limites données. De la même façon, nous avons confirmé que la méthode modale dans les structures périodiques bidimentionelles reduit les ressources informatiques en temps d'exucution et espace mémoire par rapport à d'autre méthodes classiques directe.
Nous présentons comme perspectives d'approfondissement ou d'élargissement du sujet les différents points suivants :

- il sera très intéressant de généraliser le cas sur un réseau périodique tridimentionnel.
- L'étude de structures presque périodiques à base de nouveaux matériaux tels que le graphéne en utilisant la méthode MoM-GEC semble intéressante.
- Nous pouvons étudier le comportement éléctromagnetique des materiaux complexes présentant des arrangements presques-périodiques tels que les cristaux photoniques et les métamatériaux ...ect

Annexes

1 Annexe A :Conditions aux limites avec des murs périodiques

1.1 Exemple du Cas 2-D

Conditions aux limites avec des murs Périodiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} |TE_{mn,\alpha\beta}\rangle \\ m \in Z^* \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} j\frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\exp(+j(k_{yn,\beta}y) \\ -j\frac{k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\exp(+j(k_{yn,\beta}y) \end{array} \right. \tag{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TM_{mn,\alpha\beta}\rangle \\ m \in Z^* \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} j\frac{k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\exp(+j(k_{yn,\beta}y) \\ j\frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\exp(+j(k_{yn,\beta}y) \end{array} \right. \tag{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TEM_{\alpha\beta}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} |TE_{00,\alpha\beta}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} j\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(\alpha x))\exp(+j(\beta y) \\ -j\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(\alpha x))\exp(+j(\beta y) \end{array} \right. \tag{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TEM_{\alpha\beta}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} |TM_{00,\alpha\beta}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} j\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(\alpha x))\exp(+j(\beta y) \\ j\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\sqrt{\frac{1}{d_x d_y}} \\ \exp(+j(\alpha x))\exp(+j(\beta y) \end{array} \right. \tag{4}$$

Avec $k_{xm,\alpha} = \frac{2m\pi}{d_x} + \alpha$ et $k_{yn,\beta} = \frac{2m\pi}{d_y} + \beta$.
Seulement pour l'incidence normal ($\alpha = 0, \beta = 0$), on peut trouver 2 modes TEM qui sont possible dont les expressions sont :
$|TEM\rangle = \sqrt{\frac{1}{d_x d_y}}\overrightarrow{x}$ où $|TEM\rangle = \sqrt{\frac{1}{d_x d_y}}\overrightarrow{y}$

1.2 Exemple du Cas 1-D

Nouvelle bases modales (modes du guide), combinant les murs périodiques avec les murs électriques ou magnétiques, sont utiles pour étudier des structures 1-D :

(i) Conditions aux limites Électrique-Périodique (EPEP) :

$$\left\{ \begin{array}{l} |TE_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \\ j\frac{k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TE_{m0,\alpha}\rangle \\ m \in Z^* \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ j\sqrt{\frac{1}{dL}}\exp(+j(k_{xm,\alpha}x)) \end{array} \right. \tag{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TEM_{\alpha}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} |TE_{00,\alpha}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ j\sqrt{\frac{1}{dL}}\exp(+j(\alpha x)) \end{array} \right. \tag{7}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TM_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \\ j\frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{8}$$

Les modes $|TM_{m0,\alpha}\rangle$ et $|TM_{00,\alpha}\rangle$ ne sont pas définis.
Avec $k_{xm,\alpha} = \frac{2m\pi}{d} + \alpha$ et $k_{yn} = \frac{n\pi}{L}$.

(ii) Conditions aux limites Magnetique-Périodique (MPMP) :

$$\left\{ \begin{array}{l} |TE_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \\ -j\frac{k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{9}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TM_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \\ -j\frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{10}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TM_{m0,\alpha}\rangle \\ m \in Z^* \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -\sqrt{\frac{1}{dL}}\exp(+j(k_{xm,\alpha}x)) \\ 0 \end{array} \right. \tag{11}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TEM_{\alpha}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} |TM_{00,\alpha}\rangle \\ m = 0 \\ n = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -\sqrt{\frac{1}{dL}}\exp(+j(\alpha x)) \\ 0 \end{array} \right. \tag{12}$$

Les modes $|TE_{m0,\alpha}\rangle$ et $|TE_{00,\alpha}\rangle$ ne sont pas définis.
Avec $k_{xm,\alpha} = \frac{2m\pi}{d} + \alpha$ and $k_{yn} = \frac{n\pi}{L}$ are wavenumbers .

(iii) Conditions aux limites Électrique-Périodique-Magnetique-Périodique (EPMP) :

$$\left\{ \begin{array}{l} |TE_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \\ -j\frac{k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{13}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |TM_{mn,\alpha}\rangle \\ m \in Z \\ n \in N \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-k_{xm,\alpha}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\cos(k_{yn}y) \\ -j\frac{k_{yn}}{\sqrt{k_{xm,\alpha}^2+k_{yn}^2}}\sqrt{\frac{2}{dL}} \\ \exp(+j(k_{xm,\alpha}x))\sin(k_{yn}y) \end{array} \right. \tag{14}$$

Avec $k_{xm,\alpha} = \frac{2m\pi}{d} + \alpha$ et $k_{yn} = \frac{(\frac{2n+1}{2})\pi}{L}$.

2 Annexe B : Matrice Transformé de Fourier

Un code matlab expliquant la repersentation matricielle de la Transformé de Fourier selon leur notation Vecteur-Matrice en respectant leurs indices et les propriétés fondamentales de l'analyse de Fourier :

(i) Matrice de Fourier en 1-D :

```
 function FFT_1D = calcul_FFT_1D(N_x)
% 1-D Finite Fourier Matrix
% N_x elements number along x axis
if (rem(N_x,2)==0)%(even case)
omega = exp(-2*pi*i/N_x);% a complex nth root of unity
j =-(N_x/2):1:(N_x/2)-1;% position indices (along x direction)
k = j';% Floquet states
FFT_1D= omega.^(k*j);% Fourier Matrix
else %(odd case)
omega = exp(-2*pi*i/N_x);
j =-((N_x-1)/2):1:((N_x+1)/2)-1;%  position indices (along x direction)
k = j' ;% Floquet states
FFT_1D = omega.^(k*j);% Fourier Matrix
end
```

(ii) Matrice de Fourier en 2-D :

```
function FFT_2D = calcul_FFT_2D(N_x,N_y)
% 2-D Finite Fourier Matrix
% N_x elements number along x axis
% N_y elements number along y axis
if (rem(N_x,2)==0)%(even case)
omega_x = exp(-2*pi*i/N_x);% a complex nth root of unity
j =-(N_x/2):1:(N_x/2)-1;%  position indices (along x direction)
k = j';% Floquet states
FFT_x = omega_x.^(k*j);%Fourier Matrix (x dependance)
else%(odd case)
omega_x = exp(-2*pi*i/N_x);% a complex nth root of unity
j =-((N_x-1)/2):1:((N_x+1)/2)-1;%  position indices (along x direction)
k = j' ;% Floquet states
FFT_x = omega_x.^(k*j) ;%Fourier Matrix (x dependance)
end
if (rem(N_y,2)==0)%(even case)
omega_y = exp(-2*pi*i/N_y);% a complex nth root of unity
s=-(N_y/2):1:(N_y/2)-1;%  position indices (along y direction)
t= j';% Floquet states
FFT_y = omega_y.^(t*s);%Fourier Matrix (y dependance)
else%(odd case)
omega_y = exp(-2*pi*i/N_y);% a complex nth root of unity
```

```
s=-((N_y-1)/2):1:((N_y+1)/2)-1;%  position indices (along y direction)
t= j' ;% Floquet states
FFT_y= omega_y.^(t*s) ;%Fourier Matrix (y dependance)
end
for q=1:N_y
for p=1:N_y
FFT_2D((1+(p-1)*N_x):p*N_x,(1+(q-1)*N_x):q*N_x)=FFT_x*FFT_y(p,q);
% 2-D Fourier Matrix
end
end
```

3 Annexe C :Théorème de Floquet

Généralement, le phénoméne de propagation des ondes EM dans les milieux périodiques permet d'expliquer aisement la loi de déphasage du théorème de Floquet. Évidement , ce théorème sera simplifié quand on se focalise sur des structures dont la répartition est périodiquement uniaxialle (ou unidimentionnelle).
En tenant compte de la solution d'équation de propagaton obtenue avec des coéfficients périodiques, le théorème de Floquet permet d'exprimer les pondérations associées aux déphasages possibles dans le domaine spectrale. Pour cela, les états de Floquet sont liés à l'expression des champs notés par $\psi(x, y, z)$. Dans une symetrie unidimentionnelle et périodique, le caractère d'onde change par une simple multiplication avec une terme complexe le long du passage par translation d'une période à une autre. Par exemple, à une structure axiallement périodique selon la direction x, la solution s'écrit :

$$\psi(x + d_x, y, z) = \exp(\gamma d_x)\psi(x, y, z)) \tag{15}$$

avec d_x est une période spatiale selon l'axe x .
Par conséquent , le champ électromagnétique de chaque point de la cellule de base prends un valeur identique dans un même point de la cellule adjecente déphasé par une constante complexe $\exp(\gamma d_x)$, avec γ représente une constante de propagation. Fréquemment, le champs électromagnétique obtenu représente une solution de l'équation de propagation de Helmholtz dans la forme cartisienne, en appliquant la méthode de separation des variables dans l'éspace libre l'expression de champs

sera décrite par le systéme d'équation suivant :

$$\frac{d^2E_x(x)}{d^2x} + k_xE_x(x) = 0 \tag{16}$$

$$\frac{d^2E_y(y)}{d^2y} + k_yE_y(y) = 0 \tag{17}$$

$$\frac{d^2E_z(z)}{d^2z} + k_zE_z(z) = 0 \tag{18}$$

Dans un milieu périodique , les constantes de propagation (k_x, k_y, k_z) de l'équation d'onde varient encore de la même façon à cause de l'introduction des conditions aux limites périodiques. Considérons, par exemple, un milieu chargé avec deux materiaux dont les constantes diéléctriques sont alternativement périodiques, c'est à dire que la constante de propagation doit suivre le comportement d'une fonction périodique composée respectivement de deux valeurs.
Alors, l'équation de propagation doit vérifier la formule suivante :

$$\frac{d^2\psi(x)}{d^2x} + P(x)\psi(x) = 0 \tag{19}$$

Avec $P(x)$ est une fonction périodique de période d_x.

$$\frac{d^2\psi(x+d_x)}{d^2(x+d_x)} + P(x+d_x)\psi(x+d_x) = 0 \tag{20}$$

En effet,

$$\frac{d^2\psi(x+d_x)}{d^2(x+d_x)} + P(x+d_x)\psi(x+d_x) = \frac{d^2\psi(x+d_x)}{d^2x} + P(x+d_x)\psi(x+d_x) \tag{21}$$

Finalement :

$$\frac{d^2\psi(x+d_x)}{d^2x} + P(x)\psi(x+d_x) = 0 \tag{22}$$

En conséquence , nous pouvons déduire que $\psi(x+d_x)$ est une solution périodique de l'equation de propagation satisfaisant :

$$\psi(x) = \psi(x+nd_x) \tag{23}$$

pour $n \in \mathbb{Z}$. Puisque $\psi(x)$ est une fonction périodique, elle peut être représentée sous la forme d'une série de Fourier :

$$\psi(x) = \exp(\gamma d_x)\sum_{-\infty}^{+\infty} a_n \exp(\frac{i2\pi}{d_x}nx) \tag{24}$$

Substituant cette expression dans la précédente, on obtient :

$$\psi(x) = \exp(\gamma d_x) \sum_{-\infty}^{+\infty} a_n \exp(ik_{x,n}nx) \tag{25}$$

avec $k_{x,n} = \frac{i2\pi}{d_x} + \gamma$. a_n représente les coefficients de Fourier, définis par la formule :

$$a_n = \frac{1}{d} \int \psi(x) \exp(-ik_{x,n}nx)dx \tag{26}$$

Le champ a ainsi été exprimé en fonction d'un nombre infini de composantes d'ondes propagatives, appelées harmoniques d'espace. Les nombres d'onde de la n-ième harmonique est $k_{x,n}$ et est généralement complexe, même lorsque les pertes sont nulles. Il est important de souligner que chacune de ces harmoniques d'espace est une composante de Fourier du champ total et ne peut pas exister indépendamment.

Publications

Revues internationales

- B. Hamdi,T. Aguili and H. Baudrand, "Floquet Modal Analysis to Modelize and Study 2-D Planar Almost Periodic Structures in Finite and Infinite Extent with Coupled Motifs ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2015.
- B. Hamdi,T. Aguili ,N. Raveu and H. Baudrand, "Calculation of the Mutual Coupling Parameters and Their Effects in 1-D Planar Almost Periodic Structures ,"Progress In Electromagnetics Research B, 2014.
- M. Hajji,B. Hamdi and T. Aguili , "A new formulation of multiscale method based on modal integral operators,"Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2015.

Conférences internationales

- B. Hamdi , T. Aguili and H. Baudrand, "Uni-dimensional planar almost periodic structures analysis to decompose central arbitrary located source in spectral domain,"IEEE-ANTEM 2012 : 15th International Symposium of ANtenna Technology and applied ElectroMagnetics, Toulouse, France.
- B. Hamdi and T. Aguili , "New modal analysis to decompose central arbitrary located source in Planar Almost Periodic Structures,"IP-WiS 2012 :International Conference on Information Processing and Wireless Systems (IP-WiS), Sousse, Tunisie.
- B. Hamdi , T. Aguili and H. Baudrand, "Modal Analysis To Study 1D-Dimensional Planar Periodic Structures,"IP-WiS 2013 :International Conference on Information Processing and Wireless Systems (IP-WiS), Djerba, Tunisie.

Conférence nationale

- B. Hamdi , T. Aguili and H. Baudrand, ‘‘Analyse de Floquet pour étudier le couplage dans un réseau presque-périodique de cellules rayonnantes," GEET DAYS 2014 : Journée scientifique de l'école doctorale GEET, Toulouse,France .

Les réseaux d'antennes planaires sont réputés par une grande directivité et une facilité de mise en oeuvre offrant la possibilité de commander le diagramme de rayonnement. Ce pendant l'étude globale tenant compte des différents couplages EM nécessite un espacement et un temps de calcul considérable.
Pour surmonter à ces inconvénients, nous proposons d'introduire une nouvelle approche basée sur le théorème de Floquet qui fait réduire le calcul EM au niveau d'une seule cellule élémentaire . Nous allons focaliser notre étude à la détermination des termes de couplage dans une configuration répartie dans une trame presque-périodique et en particulier pour les circuits périodiques et quasi-périodiques (apériodiques) alimentés par des sources arbitraires .
Dans ce cas, nous utiliserons les décompositions en modes de Floquet (adaptées aux structures périodiques) pour extraire la matrice de couplage [S]. Ces décompositions sont des concepts établis de longue date et a priori démontrés de supports théoriques solides.
Par conséquent, cette analyse modale permet de simplifier la résolution du problème considéré surtout quand les plaques sont fortement couplées.
Une seule méthode numérique est adoptée afin de modéliser la structure proposée : la méthode des moments combinée avec le circuit équivalent généralisé MoM-GEC. la validation de cette dernière sera réalisée par comparaison avec d'autres méthodes numériques exactes.

Mots clés : Analyse de Floquet, Murs périodiques, Méthode des moments, Circuits équivalents généralisés, Couplage mutuel, Paramètres [S], Uni-dimentionnelle, Bi-dimentionnelle, Fini, Infini,presque-périodiques,quasi-périodiques.

A phased array antenna is composed of lots of radiating elements each with a phase shifter. Beams are formed by shifting the phase of the signal emitted from each radiating element that provide a high directivity as consequence to offer the ability to command radiation pattern so as to steer the beams in the desired direction , then the beam direction will be electronically scanned.
However, the global study,which take into account the EM coupling effects, require significant gain in the running time and memory used. To overcome this limitation, we suggest to introduce a new approach based on the Floquet's theorem that reduce EM calculation on one unit cell (basic cell).
We focus our study to calculate the mutual coupling parameters between the antenna elements in an almost periodic array environment especially for periodic and aperiodic configurations that excited by arbitrary located sources.
In this work, the employed modal analysis which use the decomposition in the spectral domain (applied to periodic structures) allow to extract the [S] parameters.This latter Floquet modal decomposition is established by an old concepts that show a solid theoretical devellopement.
In consequence, This modal analysis permit to simplify the problem resolution consedering in particular the case when motifs are strongly coupled. One numerical method is used for modeling the proposed structures : the moment method combined with Generalized Equivalent Circuit (MoM-GEC).To validate this work, results are compared with those given by others exact numerical methods.

Key words : Floquet analysis , Periodic walls, Moment Method, Generalized equivalent circuit, Mutual coupling , [S] Parameters, Uni-dimentional, Bi-dimentional, Finite, Infinite,Almost periodic,Quasi-periodic.