

THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ DE LYON

Délivrée par l'Ecole Centrale de Lyon

Spécialité

**Acoustique**

Ecole doctorale Mécanique Energétique Génie Civil Acoustique (MEGA)

Numéro d'ordre : 2015-19

Présentée par

**Fabien DALZIN**

Ingénieur diplômé de l'Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique de Lyon

---

**ORIGINE TRIBOLOGIQUE DU CRISSEMENT D'UN  
CONTACT VERRE-ELASTOMÈRE**  
APPLICATION AUX SYSTÈMES AUTOMOBILES D'ESSUYAGE

---

Confidentiel

Préparée au

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes

soutenue le 31/08/2015

devant le jury composé de :

Dr. Frédéric BRETAGNOL	Membre invité	Valeo Système d'essuyage, Issoire
Pr. Antoine CHATEAUMINOIS	Rapporteur	E.S.P.C.I., Paris
Dr. Sergio CILIBERTO	Président	E.N.S., Lyon
Pr. Bruno COCHELIN	Examinateur	L.M.A., Marseille
Dr. Alain LE BOT	Directeur de thèse	L.T.D.S., Lyon
Pr. Denis MAZUYER	Co-directeur de thèse	L.T.D.S., Lyon
Pr. Charles PEZERAT	Rapporteur	L.A.U.M., Le Mans

---

---

*à Juliette  
à mes parents*

---

# Remerciements

CETTE thèse Cifre a été réalisée au Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes de l'Ecole Centrale de Lyon en collaboration avec Valeo Système d'essuyage.

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury et plus particulièrement le Professeur Sergio CILIBERTO pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Merci également aux Professeurs Charles PEZERAT et Antoine CHATEAUMINOIS d'avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux.

Je tiens également à remercier Alain LE BOT pour son encadrement, sa pédagogie, et sa passion, communicative, pour la science. Nos nombreuses discussions (que ce soit au sein du laboratoire... ou dans les transports!) m'ont permis d'acquérir une nouvelle vision de la vibro-acoustique. Je souhaite également remercier Denis MAZUYER qui a su, patiemment et avec passion et rigueur, me guider (avec bienveillance et jeux de mots) dans ce vaste pays de la tribologie qui m'était inconnu.

Je remercie l'entreprise Valeo qui m'a fait confiance durant ces trois années, et plus particulièrement Frédéric BRETAGNOL pour son suivi, son optimisme sans faille, et sa disponibilité. Merci à Gilles PETITET et Christophe ERKIET qui ont accompagné ce projet.

Je tiens à remercier Joël PERRET-LIAUDET qui m'a présenté le monde fascinant du non-linéaire. Sa culture et son recul m'ont toujours impressionné.

Merci également à tous mes co-bureau : Thibault LAFONT, qui a fait vibré des plaques sur du Mylène Farmer pendant que je m'occupais du "couic-couic" des essuie-glaces, Alexandre CARBONELLI pour son amitié et nos discussions sans fin (...qui ont débuté par un désaccord sur la musique électro!), Gaylord GUILLONNEAU (imitateur hors-pair) et Davy DALMAS.

Je souhaite également remercier Juliette CAYER-BARRIOZ pour tous nos échanges et les ateliers, André ERNESTO (roi du futsal avec qui j'ai aimé rire et travailler), Gilles AUREGAN (son regard décalé sur beaucoup de choses de la vie et son analyse des musiques sont remarquables), Julien BONAVENTURE (et son goût très prononcé pour la physique et le jazz), Simon GATIGNOL (mister poly-V), Coralie THIEULIN, Josselyn REBUFA, THIBAUT SOUILLART, Eloi KEWES, Nasario MORGADO et Didier ROUX. Merci également à tous les autres doctorants, les footex ainsi que l'ensemble du personnel du LTDS : l'ambiance et les soirées entre doctorants vont me manquer.

Merci également à tous mes amis : Adrien LAROUZEE (moitié d'Apolline d'Ash), Marc MAUBLANC (futur Jon Hopkins), Romain MIROUSE (le globetrotter), et la bande de Lyon (Momo, Calou, Mathys et Erwan).

Un immense merci à ma famille, et plus particulièrement à mes parents, Serge DALZIN et Jeanne DALZIN : votre amour, votre soutien et vos encouragements depuis le début m'ont

---

permis d'avancer, et de trouver la meilleure voie à suivre en me sachant soutenu dans chacun de mes choix. Merci pour tout.

Merci à ma sœur, Hélène BILLOD-LAILLET (et toute sa nombreuse famille !) pour tous nos échanges, et nos discussions de gamins jusqu'à maintenant.

Enfin, comment finir sans remercier ma bien-aimée, Juliette JAMART. Merci pour ton amour inconditionnel, ta patience et ton soutien lors de mes moments de doute. Durant ces 3 années de recherche, tu as été ma plus belle découverte.

Compiègne, le 10 novembre 2015.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Bruits de frottement et instabilités</b>	<b>7</b>
1.1 Stabilité et bifurcations	8
1.1.1 Stabilité locale	8
1.1.1.1 Équations différentielles autonomes d'ordre 1	8
1.1.1.2 Stabilité des systèmes linéaires	9
1.1.1.3 Stabilité des systèmes non-linéaires	10
1.1.2 Bifurcations locales en co-dimension 1	11
1.1.2.1 Définition	11
1.1.2.2 Bifurcation nœud-col	11
1.1.2.3 Bifurcation transcritique	13
1.1.2.4 Bifurcation de Hopf	14
1.2 Modèles générateurs de bruits par frottement	16
1.2.1 Stick-slip	16
1.2.2 Sprag-slip	19
1.2.3 Couplage de mode (Mode coupling)	20
1.3 Bruits générés par des contacts élastomères, application aux systèmes automobiles	23
1.3.1 Bruits de contact pneumatique/chaussée	23
1.3.1.1 Excitation par le revêtement routier	24
1.3.1.2 Excitation par la sculpture du pneu	25
1.3.1.3 Effet Horn	26
1.3.2 Bruits des courroies	27
1.3.3 Bruits des lécheurs de vitres	28
1.3.4 Bruits des essuie-glaces	29
1.3.4.1 Bruit de retournement ("reversal noise")	29
1.3.4.2 Bruit de broutement ("chatter noise")	32
1.3.4.3 Bruit de crissement ("squeal noise")	35
1.3.4.4 Bilan sur les bruits des essuie-glaces	37
1.4 Conclusion	37
<b>2 Rayonnement acoustique</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction	41
2.2 Système d'étude	41

2.3	Analyse modale . . . . .	42
2.3.1	Échantillon d'élastomère . . . . .	42
2.3.1.1	Propriétés des élastomères . . . . .	42
2.3.1.2	Propriétés de l'échantillon étudié . . . . .	44
2.3.1.3	Échantillon cylindrique . . . . .	45
2.3.1.4	Essuie-glace . . . . .	46
2.3.2	Disque en verre . . . . .	47
2.4	Facteur de rayonnement . . . . .	47
2.4.1	Éléments théoriques . . . . .	47
2.4.1.1	Puissance acoustique . . . . .	47
2.4.1.2	Niveau de puissance acoustique . . . . .	48
2.4.1.3	Puissance acoustique d'un piston bafflé . . . . .	48
2.4.1.4	Facteur de rayonnement . . . . .	50
2.4.1.5	Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'une plaque infinie	50
2.4.1.6	Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'un solide fini .	51
2.4.2	Calcul des pressions pariétales par la méthode de collocation . . . . .	51
2.4.2.1	Objectifs . . . . .	51
2.4.2.2	Détermination de la pression acoustique pariétale d'un objet rayonnant . . . . .	52
2.4.2.3	Résolution numérique par méthode de collocation . . . . .	53
2.4.2.4	Discussion : Prise en compte de l'effet Horn . . . . .	55
2.4.3	Application numérique . . . . .	55
2.4.3.1	Plaque rectangulaire bafflée . . . . .	55
2.4.3.2	Échantillon d'élastomère cylindrique . . . . .	58
2.4.3.3	Échantillon d'essuie-glace . . . . .	58
2.4.3.4	Influence d'une modification de la fréquence propre sur le rayon- nement . . . . .	59
2.5	Source du crissement . . . . .	59
2.5.1	Disque en verre . . . . .	59
2.5.1.1	Mode sollicité . . . . .	59
2.5.1.2	Déformée statique . . . . .	60
2.5.1.3	Oscillation de corps rigide . . . . .	60
2.5.2	Échantillon d'élastomère . . . . .	61
2.6	Conclusion . . . . .	61
<b>3</b>	<b>Comportement vibratoire et instabilité de frottement</b>	<b>63</b>
3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Dispositif expérimental : le tribomètre LUG . . . . .	65
3.2.1	Besoins techniques . . . . .	65
3.2.2	Principe et fonctionnement . . . . .	65
3.2.3	Système d'observation optique . . . . .	67
3.2.4	Modules de mesures d'efforts . . . . .	67
3.2.4.1	La cloche . . . . .	67

3.2.4.2	L'hexapode . . . . .	68
3.2.5	Mesures vibratoires . . . . .	68
3.3	Étude expérimentale . . . . .	69
3.3.1	Protocole expérimental . . . . .	69
3.3.2	Analyse du bruit de crissement . . . . .	69
3.3.2.1	Évolution temporelle . . . . .	69
3.3.2.2	Portrait de phase . . . . .	70
3.3.2.3	Densité spectrale de puissance . . . . .	70
3.3.3	Rôle de la vitesse de glissement . . . . .	71
3.4	Modélisation de l'instabilité de frottement . . . . .	73
3.4.1	Système dynamique . . . . .	73
3.4.2	Équation sans dimension . . . . .	73
3.4.2.1	Analyse dimensionnelle : théorème de Vaschy-Buckingham . . . . .	73
3.4.2.2	Adimensionnement du système . . . . .	74
3.4.3	Étude de la stabilité . . . . .	74
3.4.3.1	Matrice jacobienne . . . . .	74
3.4.3.2	Type d'instabilité . . . . .	75
3.4.3.3	Critère de stabilité . . . . .	76
3.4.4	Application du modèle . . . . .	76
3.4.4.1	Plage d'instabilité . . . . .	76
3.4.4.2	Amplitude de la vibration . . . . .	77
3.4.4.3	Commentaires . . . . .	78
3.5	Instabilité et comportement tribologique . . . . .	78
3.5.1	Observation du contact . . . . .	78
3.5.1.1	Objectif . . . . .	78
3.5.1.2	Analyse de l'aire de contact . . . . .	78
3.5.1.3	Spots de contact . . . . .	79
3.5.2	Instabilité et taux de portance . . . . .	80
3.6	Conclusion . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Du contact multi-aspérités à l'instabilité de frottement</b>	<b>83</b>
4.1	Introduction . . . . .	85
4.2	Friction du contact verre/élastomère . . . . .	85
4.2.1	Échantillon analysé . . . . .	85
4.2.2	Comportement tribologique du contact sec . . . . .	85
4.2.3	Comportement tribologique du contact lubrifié . . . . .	86
4.2.3.1	Courbe de Stribeck . . . . .	86
4.2.3.2	Séchante . . . . .	87
4.2.4	Comportement vibro-acoustique . . . . .	88
4.2.5	Aire réelle de contact . . . . .	88
4.3	Hypothèse d'un contact constitué de deux familles de spots . . . . .	90
4.3.1	Objectifs . . . . .	90
4.3.2	Analyse de l'aire de contact . . . . .	90

4.3.2.1	Détermination des spots secs . . . . .	90
4.3.2.2	Décomposition du contact en deux familles de spots . . . . .	90
4.3.2.3	Évolution de l'aire sèche avec la vitesse de glissement . . . . .	91
4.3.3	Loi de frottement . . . . .	93
4.3.3.1	Objectifs . . . . .	93
4.3.3.2	Composante hydrodynamique : $T_{lub}$ . . . . .	93
4.3.3.3	Composante sèche : $T_{sec}$ . . . . .	94
4.3.3.4	Détermination de la loi de frottement . . . . .	95
4.3.3.5	Discussion . . . . .	95
4.4	Hypothèse d'un contact constitué de trois familles de spots . . . . .	96
4.4.1	Analyse de l'aire de contact . . . . .	96
4.4.1.1	Détermination de la zone lubrifiée . . . . .	96
4.4.1.2	Détermination de la zone intermédiaire . . . . .	97
4.4.2	Décomposition du contact en trois familles de spot . . . . .	98
4.4.3	Origine de la contribution de la "zone intermédiaire" au frottement . . . . .	99
4.4.3.1	Influence de la pression de vapeur saturante et de la tension superficielle . . . . .	99
4.4.3.2	Scénario de frottement . . . . .	104
4.5	Proposition d'une loi additive de frottement . . . . .	106
4.5.1	Application à la prédiction de la courbe de Stribeck . . . . .	107
4.5.2	Application à la prédiction de la force de frottement en séchante . . . . .	108
4.6	Distribution d'épaisseur . . . . .	110
4.6.1	Objectifs . . . . .	110
4.6.2	Mesure de la distribution d'épaisseur du film d'eau . . . . .	110
4.7	Cinétique de formation/décollement des spots . . . . .	112
4.7.1	Cinétique de formation des spots : expérience de séchante . . . . .	112
4.7.2	Cinétique de décollement des spots : expérience de frottement / vitesse . . . . .	115
4.8	Conclusion . . . . .	117
<b>5</b>	<b>Vers le contrôle du bruit de crissement</b>	<b>119</b>
	<b>Conclusion générale</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>La machine DMA de l'École Centrale de Lyon</b>	<b>123</b>
A.1	Présentation . . . . .	123
A.2	Principe . . . . .	124
A.2.1	Mesure de $\tan \delta$ . . . . .	124
A.2.2	Mesure de $E'$ . . . . .	124
A.2.3	Mesure de $E''$ . . . . .	124
<b>B</b>	<b>Caractérisation de l'instabilité</b>	<b>125</b>

<b>C</b>	<b>Quantification de l'épaisseur du film d'eau dans un contact élastomère/verre</b>	<b>129</b>
C.1	Calibration . . . . .	129
C.1.1	Théorie . . . . .	129
C.1.2	Méthode de calibration . . . . .	130
C.2	Distribution d'épaisseur du film d'eau . . . . .	131



# Introduction générale

La limite réglementaire du niveau de bruit à l'intérieur des véhicules légers et lourds selon la norme ISO 362 n'a fait que décroître durant ces 40 dernières années comme le montre la figure 1. Sont ainsi apparus des bruits préalablement couverts par les bruits environnants (mo-

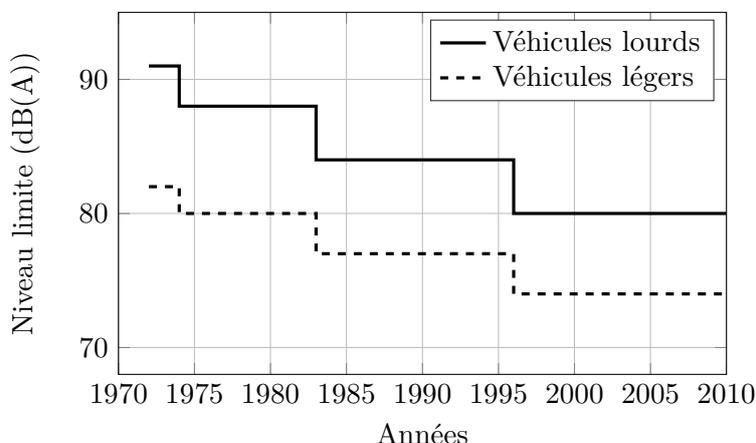


FIGURE 1 – Historique de la limite réglementaire du niveau de bruit pour les passagers pour l'homologation des véhicules selon la norme ISO 362 [1]

teur, roues,...). Parmi eux, les bruits des essuie-glaces sont particulièrement gênants pour les passagers [2, 3]. Ces bruits peuvent être divisés en trois catégories : les bruits de retournement, de broutement et de crissement. Chacun possède une signature sonore et une origine qui lui sont propres. Le bruit de retournement est caractérisé par un impact bref se produisant lorsque l'essuie-glace se retourne. Le bruit de broutement est un bruit situé autour de quelques centaines de Hertz. Il se produit à basses vitesses de balayage et peut être accompagné de stries sur le pare-brise. Le bruit de crissement apparaît pour les hautes vitesses de balayage. Il est particulièrement dérangeant pour de multiples raisons. Tout d'abord, il s'agit d'un bruit caractérisé par une bande fréquentielle étroite (autour de 1000 Hz), ce qui le rend très désagréable [4]. Ensuite, ce bruit répétitif peut, à terme, fatiguer le conducteur et le rendre moins concentré sur sa conduite [5].

D'un point de vue industriel, produire des essuie-glaces susceptibles de crisser est préjudiciable pour deux raisons principales :

- Les passagers associent le crissement à un indice de mauvaise qualité, et de mauvais fonctionnement des essuie-glaces (bien que l'essuyage, qui est leur fonction première, puisse être assuré), ce qui touche directement l'image de marque.
- Sur un plan économique, le bruit de crissement est une cause de retour client, ce qui

implique une perte d'argent conséquente.

Pour l'entreprise, il devient alors impératif d'identifier les moyens d'action permettant d'éliminer ce bruit. Pour cela, il est nécessaire de distinguer les trois principales étapes produites successivement qui mènent à la perception du bruit de crissement d'un essuie-glace. Elles sont résumées sur la figure 2. Tout d'abord, le frottement au niveau du contact élastomère/verre lubrifié gé-

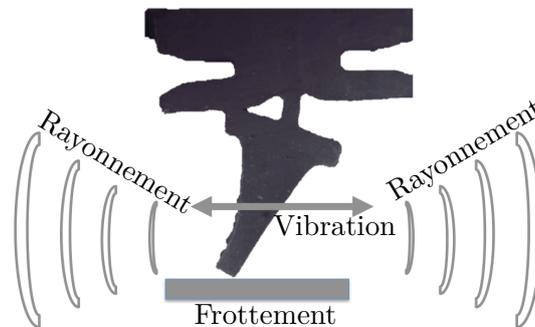


FIGURE 2 – Phénomènes mis en jeu lors d'un bruit de crissement

nère une instabilité [2]. Ensuite, cette instabilité produit une vibration de la lame. Finalement, la vibration rayonne jusqu'à l'oreille des passagers. Ainsi, pour traiter le bruit de crissement des essuie-glaces, trois stratégies sont envisageables :

- *Diminuer le rayonnement acoustique.* La géométrie du balai est alors à repenser de manière à ce qu'il rayonne le moins possible.
- *Diminuer la vibration.* Cela revient à augmenter le facteur d'amortissement interne de l'élastomère, le problème acoustique est alors résolu par l'étude des matériaux composant l'essuie-glace.
- *Éliminer l'instabilité à la source.* La problématique initialement acoustique nécessite une étude à la fois mécanique et tribologique pour comprendre les phénomènes provoquant l'instabilité du système.

Dans ce contexte, nous nous proposons d'apporter des réponses sur les comportements acoustique, dynamique et tribologique du contact élastomère/verre lubrifié. En particulier, différentes questions se posent : quelle est la principale source de bruit entre l'élastomère et le verre ? Quels sont les mécanismes initiateurs de l'instabilité ? Quels sont les paramètres physiques qui pilotent le frottement ?

Cette étude se divise en cinq chapitres, dont un confidentiel. Dans le premier chapitre, nous définissons la stabilité d'un système, nous présentons les mécanismes à l'origine des différents types d'instabilité (stick slip, sprag slip et couplage de mode) ainsi que les principaux bruits de frottement générés par des contact élastomères dans les systèmes automobiles. Le deuxième chapitre est consacré à l'étude acoustique du système élastomère/verre étudié : des analyses modales sont réalisées pour chaque solide, et leur facteur de rayonnement est déterminé. Ce chapitre a pour objectifs de déterminer la principale source sonore puis de discuter la stratégie consistant à diminuer le facteur de rayonnement. Dans le troisième chapitre, nous cherchons à déterminer l'origine tribologique du bruit de crissement. Le contact est modélisé comme un

système dynamique amorti à un degré de liberté pour définir un critère d'apparition et de disparition de l'instabilité. Celui-ci est vérifié expérimentalement, grâce à des essais tribologiques permettant de mesurer simultanément l'aire réelle de contact et la force de frottement, notamment en fonction de la vitesse de glissement. Enfin, le quatrième chapitre est dédié à l'analyse tribologique multi-échelle du contact élastomère/verre lubrifié, sous-alimenté ou non. Nous montrons, en particulier, que la réponse en frottement dépend de la vie et de la nature des spots de contact.



# Chapitre 1

## Bruits de frottement et instabilités

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Stabilité et bifurcations</b>	<b>8</b>
1.1.1	Stabilité locale	8
1.1.1.1	Équations différentielles autonomes d'ordre 1	8
1.1.1.2	Stabilité des systèmes linéaires	9
1.1.1.3	Stabilité des systèmes non-linéaires	10
1.1.2	Bifurcations locales en co-dimension 1	11
1.1.2.1	Définition	11
1.1.2.2	Bifurcation nœud-col	11
1.1.2.3	Bifurcation transcritique	13
1.1.2.4	Bifurcation de Hopf	14
<b>1.2</b>	<b>Modèles générateurs de bruits par frottement</b>	<b>16</b>
1.2.1	Stick-slip	16
1.2.2	Sprag-slip	19
1.2.3	Couplage de mode (Mode coupling)	20
<b>1.3</b>	<b>Bruits générés par des contacts élastomères, application aux systèmes automobiles</b>	<b>23</b>
1.3.1	Bruits de contact pneumatique/chaussée	23
1.3.1.1	Excitation par le revêtement routier	24
1.3.1.2	Excitation par la sculpture du pneu	25
1.3.1.3	Effet Horn	26
1.3.2	Bruits des courroies	27
1.3.3	Bruits des lécheurs de vitres	28
1.3.4	Bruits des essuie-glaces	29
1.3.4.1	Bruit de retournement ("reversal noise")	29
1.3.4.2	Bruit de broutement ("chatter noise")	32
1.3.4.3	Bruit de crissement ("squeal noise")	35
1.3.4.4	Bilan sur les bruits des essuie-glaces	37
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>

---

## 1.1 Stabilité et bifurcations

Ce chapitre introductif présente tout d'abord quelques pré-requis mathématiques permettant de répondre à la problématique des bruits de crissements générés par des instabilités dans un contact verre/élastomère en régime lubrifié. Il convient en premier lieu de définir la stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires, puis d'étudier quelques bifurcations usuelles. Dans la deuxième partie, des modèles générateurs de bruits par frottement sont détaillés. Enfin, dans la dernière partie, les principaux bruits générés par des contacts élastomères dans des systèmes automobiles sont présentés.

Nous nous intéressons ici à la stabilité des systèmes linéaires et non linéaires. Puis, lorsque ceux-ci deviennent instables, ils *bifurquent* de leur état d'équilibre stable. Nous réalisons alors une étude des bifurcations locales en co-dimension 1.

### 1.1.1 Stabilité locale

Dans cette partie, l'ouvrage de Le Bot [6] fait office de référence.

#### 1.1.1.1 Équations différentielles autonomes d'ordre 1

Soit une équation différentielle d'ordre 1 autonome (*i. e.* qui ne dépend pas explicitement du temps), de la forme :

$$\dot{Y} = f(Y) \quad (1.1)$$

où  $f : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  est une fonction continument différentiable définie sur un ensemble ouvert  $U$ . Une solution  $Y : I \rightarrow U$  est une fonction différentiable sur un intervalle  $I \subset \mathbb{R}$  qui vérifie l'équation 1.1 sur  $I$ . Une solution maximale est une solution définie sur le plus grand intervalle possible.

#### **Théorème 1.1.1 : Théorème de Cauchy-Lipschitz**

*Pour toute condition initiale  $Y(0) = Y_0 \in U$ , l'équation 1.1 admet une unique solution maximale.*

#### **a) Solution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1**

Dans le cas d'un système linéaire, de la forme :

$$\dot{Y} = [\mathbf{A}]Y \quad (1.2)$$

avec  $[\mathbf{A}] \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  (*i.e.*  $[\mathbf{A}]$  est une matrice), l'unique solution est,

$$Y(t) = e^{t[\mathbf{A}]}Y_0 \quad (1.3)$$

où

$$e^{t[\mathbf{A}]} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{t^k}{k!} [\mathbf{A}]^k \quad (1.4)$$

#### **b) Lien entre valeurs propres de $[\mathbf{A}]$ et solution de l'équation différentielle $\dot{Y} = [\mathbf{A}]Y$**

Si  $[\mathbf{A}]$  est diagonalisable, elle peut s'écrire :

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1} \quad (1.5)$$

Avec :

-  $[\mathbf{P}]$  : Matrice inversible contenant les vecteurs propres associés aux valeurs propres  $\lambda_k$ ,  $k=1\dots n$ , de  $A$ .

-  $[\mathbf{D}]$  : Matrice diagonale contenant toutes les valeurs propres de  $[\mathbf{A}]$ ,

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Ainsi :

$$[\mathbf{A}]^n = [\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1}[\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1}\dots[\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1}[\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1} = [\mathbf{P}][\mathbf{D}]^n[\mathbf{P}]^{-1} \quad (1.6)$$

En utilisant cette dernière relation dans l'expression de la décomposition de la fonction exponentielle en séries entières, il vient :

$$e^{t[\mathbf{A}]} = [\mathbf{P}] \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{t^k}{k!} [\mathbf{D}]^k \right) [\mathbf{P}]^{-1} = [\mathbf{P}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} [\mathbf{P}]^{-1} \quad (1.7)$$

On note qu'il existe ici un lien étroit entre le comportement asymptotique de la solution de l'équation 1.2, et la nature des valeurs propres associées à la matrice  $[A]$ .

### 1.1.1.2 Stabilité des systèmes linéaires

#### a) Définition d'un équilibre $Y^*$

Soit l'équation différentielle :

$$\dot{Y} = f(Y)$$

$Y^*$  est un équilibre s'il vérifie :

$$f(Y^*) = 0 \quad (1.8)$$

#### b) Stabilité d'un équilibre $Y^*$ : stabilité de Lyapunov

Lyapunov (1857- 1918) définit en 1892 la stabilité des solutions des équations différentielles autonomes d'ordre 1.

##### Définition 1.1.1.1 : Stabilité de Lyapunov d'un équilibre $Y^*$

Un équilibre  $Y^*$  est stable si pour tout  $\epsilon > 0$  il existe  $\delta > 0$  tel que,

$$\text{Si } \|Y(0) - Y^*\| < \delta \text{ alors } \forall t \geq 0, \|Y(t) - Y^*\| < \epsilon \quad (1.9)$$

La stabilité signifie que toute solution au voisinage d'un équilibre reste indéfiniment au voisinage de cet équilibre.

**Définition 1.1.1.2 : Stabilité asymptotique d'un équilibre  $Y^*$**

Un équilibre  $Y^*$  est dit asymptotiquement stable si la condition de stabilité décrite précédemment est vérifiée, et s'il existe  $\delta > 0$  tel que,

$$\text{Si } \left\| Y(0) - Y^* \right\| < \delta \text{ alors } \lim_{t \rightarrow +\infty} Y(t) = Y^* \quad (1.10)$$

La stabilité asymptotique signifie que toute solution au voisinage d'un équilibre reste arbitrairement proche de cet équilibre à partir d'un certain temps.

**c) Stabilité des systèmes linéaires**

Nous reprenons à présent le système linéaire précédemment étudié dans l'équation 1.2 et étudions sa stabilité. Dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ ,  $[\mathbf{A}]$  admet  $n$  valeurs propres  $\lambda_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) dont les sous-espaces propres sont notés  $E\lambda_i$ .

**Théorème 1.1.2**

La stabilité d'un système peut être déterminée à partir des parties réelles de ses valeurs propres :

- Si  $\Re(\lambda_i) \leq 0 \forall i$  et si  $\dim(E\lambda_i) = \text{ordre de } \lambda_i$  dans le polynôme caractéristique lorsque  $\Re(\lambda_i) = 0$ , alors l'équilibre est stable.
- Si  $\Re(\lambda_i) < 0 \forall i$ , alors l'équilibre est asymptotiquement stable.
- S'il existe  $i$  tel que  $\Re(\lambda_i) > 0$ , alors l'équilibre est instable.

Ceci est aisément compréhensible une fois que l'on a étudié le lien entre valeurs propres et comportement de l'exponentielle.

**1.1.1.3 Stabilité des systèmes non-linéaires**

La stabilité des systèmes non-linéaires autonomes peut être étudiée grâce aux première et deuxième méthodes de Lyapunov. Nous énonçons dans cette partie ces deux méthodes.

**a) Première méthode de Lyapunov**

Soit l'équation différentielle non-linéaire,

$$\dot{Y} = f(Y) \quad (1.11)$$

où  $f$  est une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ . Il faut dans un premier temps linéariser l'équation différentielle 1.11 autour d'un équilibre  $Y^*$ . Dans la pratique, cette linéarisation s'opère en réalisant un développement limité de  $f$  autour du point d'équilibre  $Y^*$ . On obtient alors,

$$\dot{Y} = [\mathbf{A}]Y \quad (1.12)$$

où  $[\mathbf{A}]$  est la matrice jacobienne de  $f$  au point  $Y^*$  (point d'équilibre), définie par,

$$\forall (i, j) \quad A_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (1.13)$$

On note toujours  $\lambda_i$  les valeurs propres de  $[\mathbf{A}]$ .

Ainsi :

- Si  $\Re(\lambda_i) < 0 \forall i$  alors  $f$  est asymptotiquement stable au point d'équilibre.
- S'il existe  $i$  tel que  $\Re(\lambda_i) > 0$  alors  $f$  est instable au point d'équilibre.

### b) Deuxième méthode de Lyapunov

Soit  $V$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  définie sur un voisinage de l'équilibre  $Y^*$ . Si,

- $V$  est définie positive, c'est à dire  $V(Y^*) = 0$  et  $V(Y) > 0$  si  $Y \neq Y^*$ ,
- Et, pour toute solution de 1.11,  $\frac{d}{dt}(V[Y(t)]) = \vec{\nabla}V(Y) \cdot f(Y) \leq 0$ ,  
alors  $f$  est stable en  $Y^*$ .

Si l'inégalité précédente est une inégalité stricte (i.e.  $\dot{V}(Y) = \vec{\nabla}V(Y) \cdot f(Y) < 0$ ), alors  $f$  est asymptotiquement stable.

Toute la difficulté consiste donc à exhiber une fonction de Lyapunov  $V$ . En général, on choisit la fonction énergie.

## 1.1.2 Bifurcations locales en co-dimension 1

Pour cette partie, les ouvrages de Manneville [7], de Kuznetsov [8] ainsi que les cours proposés par Croquette [9] et Fielding [10] font office de références.

### 1.1.2.1 Définition

D'une manière générale, une bifurcation peut être définie comme étant le passage d'un système d'un état à un autre sous l'action d'un paramètre, appelé *paramètre de contrôle*. Par exemple, lorsque l'on fait chauffer de l'eau, la température (paramètre de contrôle) permet de la faire passer de l'état liquide à l'état gazeux. Dans le cas des systèmes non-linéaires, une bifurcation locale en co-dimension 1 est un changement de comportement du système (stable ou instable) piloté par un seul paramètre de contrôle noté  $a$ . Plusieurs types de bifurcations existent, toutes ne sont pas présentées dans ce rapport : dans le cas des systèmes à évolution temporelle continue, nous avons choisi de présenter les bifurcations de type "nœud-col", les bifurcations de type "transcritique", et les bifurcations de Hopf, à titre d'exemple.

### 1.1.2.2 Bifurcation nœud-col

Soit l'équation,

$$\dot{x} = x^2 - a \tag{1.14}$$

avec  $a \in \mathbb{R}$ , où  $a$  est le paramètre de contrôle. Les portraits de phases en fonction du paramètre  $a$  sont représentés sur la figure 1.1.

On cherche à présent à déterminer la stabilité d'un point d'équilibre  $x_e$ . Par définition, il vérifie,

$$\dot{x}_e = \frac{dx_e}{dt} = 0 \tag{1.15}$$

Par lecture graphique des portraits de phase représentés figure 1.1, il est clair que pour  $a < 0$ , il n'y a aucun point d'équilibre. Lorsque  $a = 0$ , il n'y a qu'un seul point d'équilibre. Pour  $a > 0$  il existe deux points d'équilibres dont on cherche à déterminer la stabilité. Cette dernière peut

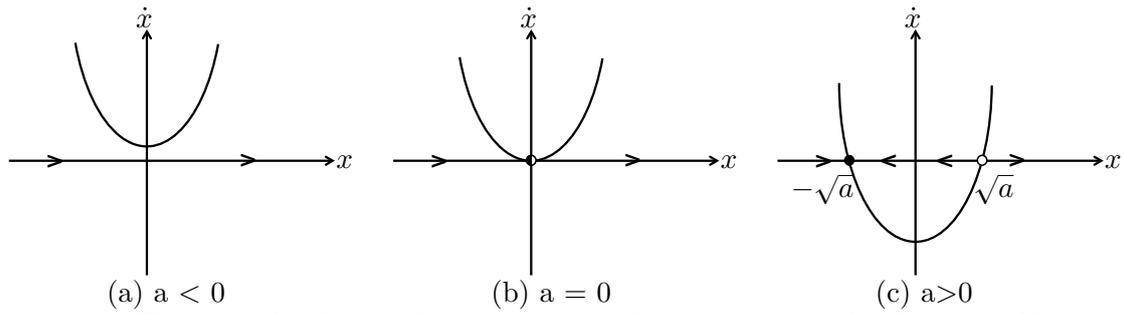


FIGURE 1.1 – Portraits de phases obtenus pour une bifurcation nœud-col.  $\bullet$  : équilibre stable,  $\circ$  : équilibre instable,  $\langle \rangle$  : sens du flot

être définie graphiquement, ou par calculs. En effet, en injectant l'équation 1.15 dans l'équation 1.14, on trouve :

$$x_e = \pm\sqrt{a} \tag{1.16}$$

On introduit ensuite une petite perturbation  $\tilde{x}$  autour du point d'équilibre pour  $a > 0$  :

$$x = x_e + \tilde{x} \tag{1.17}$$

et on obtient au premier ordre :

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} \simeq 2x_e\tilde{x} \tag{1.18}$$

dont la solution est :

$$\tilde{x}(t) = Ae^{2x_et} \tag{1.19}$$

Finalement, il vient :

$$\begin{cases} \text{Si } x_e > 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} +\infty \text{ (équilibre instable)} \\ \text{Si } x_e < 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0 \text{ (équilibre asymptotiquement stable)} \end{cases} \tag{1.20}$$

On obtient finalement le diagramme de bifurcation représenté figure 1.2. Ainsi, avant la bifurca-

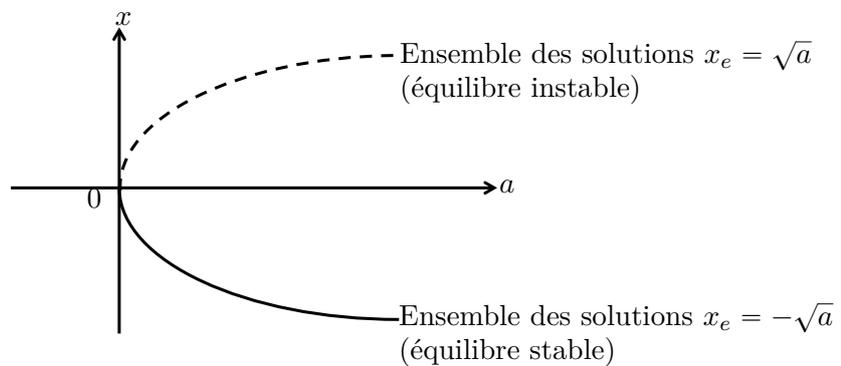


FIGURE 1.2 – Diagramme d'une bifurcation de type nœud-col où  $a$  est le paramètre de contrôle

tion pour  $a < 0$ , aucun équilibre n'existe. Au moment de la bifurcation,  $a = 0$ , un seul équilibre existe, et après la bifurcation pour  $a > 0$ , deux états d'équilibre sont présents : l'un est stable, l'autre instable. Ce comportement est caractéristique des bifurcations de type "nœud-col".

### 1.1.2.3 Bifurcation transcritique

Soit l'équation,

$$\dot{x} = ax - x^2 \quad (1.21)$$

avec  $a \in \mathbb{R}$  et  $x \in \mathbb{R}$ , où  $a$  est le paramètre de contrôle. Les portraits de phase en fonction du paramètre  $a$  sont représentés sur la figure 1.3.

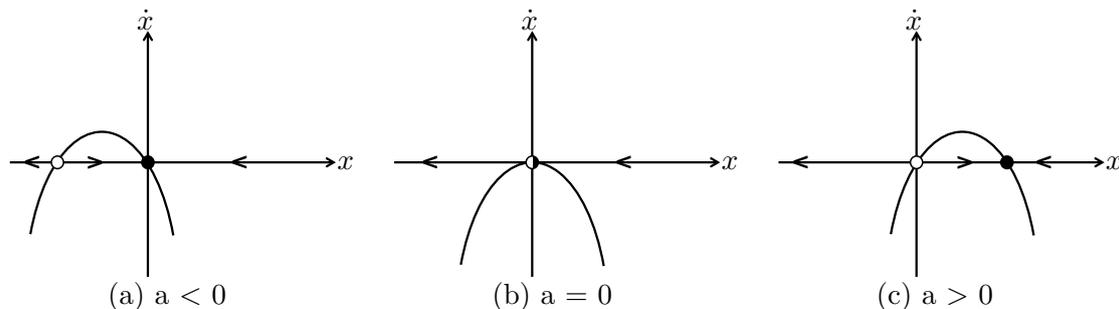


FIGURE 1.3 – Portraits de phases obtenus pour une bifurcation transcritique.  $\bullet$  : équilibre stable,  $\circ$  : équilibre instable,  $\langle \rangle$  : sens du flot

L'équation 1.21 possède deux points d'équilibre. Le premier, trivial, est,

$$x_{E,1} = 0 \quad (1.22)$$

L'autre est :

$$x_{E,2} = a \quad (1.23)$$

On se propose d'étudier analytiquement la stabilité de chacun de ces deux points d'équilibre.

#### Stabilité de $x_{E,1} = 0$

En introduisant une petite perturbation  $\tilde{x}$  autour du point d'équilibre  $x_{E,1} = 0$ , l'équation 1.21 devient au premier ordre,

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} \simeq a\tilde{x} \quad (1.24)$$

dont la solution est :

$$\tilde{x}(t) = Ae^{at} \quad (1.25)$$

Finalement, il vient :

$$\begin{cases} \text{Si } a < 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0 \text{ (équilibre stable)} \\ \text{Si } a > 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} +\infty \text{ (équilibre instable)} \end{cases} \quad (1.26)$$

#### Stabilité de $x_{E,2} = a$

En introduisant également une petite perturbation  $\tilde{x}$  autour du point d'équilibre  $x_{E,2} = a$ , l'équation 1.21 devient au premier ordre,

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} \simeq -a\tilde{x} \quad (1.27)$$

dont la solution est :

$$\tilde{x}(t) = Ae^{-at} \quad (1.28)$$

Finalement, il vient :

$$\begin{cases} \text{Si } a < 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} +\infty \text{ (équilibre instable)} \\ \text{Si } a > 0 \longrightarrow \tilde{x}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0 \text{ (équilibre stable)} \end{cases} \quad (1.29)$$

Ainsi, on obtient le diagramme de bifurcation représenté figure 1.4. Finalement, pour  $a = 0$ , il se

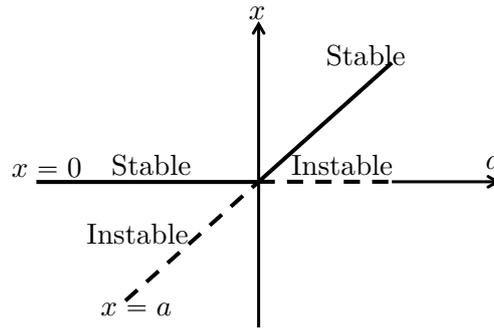


FIGURE 1.4 – Diagramme d’une bifurcation transcritique avec  $a$  comme paramètre de contrôle

produit un échange de stabilité entre les deux points d’équilibre. Ceci est caractéristique d’une bifurcation de type transcritique.

#### 1.1.2.4 Bifurcation de Hopf

Une bifurcation de Hopf est une bifurcation locale d’un système dynamique caractérisée par la présence de deux valeurs propres complexes conjuguées lors de la linéarisation autour du point fixe. Pour l’étudier, on considère le système dynamique ayant pour équation :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y + (a - x^2 - y^2)x \\ \frac{dy}{dt} = x + (a - x^2 - y^2)y \end{cases} \quad (1.30)$$

avec  $(a, x, y) \in \mathbb{R}^3$  et où  $a$  est le paramètre de contrôle. Ce système possède comme solution triviale à l’équilibre :

$$\begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = 0 \end{cases} \quad (1.31)$$

Comme pour l’étude des bifurcations précédemment décrites, l’idée est d’introduire des petites variations  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  autour du point d’équilibre  $(x_E, y_E) = (0, 0)$  et d’étudier ainsi sa stabilité :

$$\begin{cases} x = x_E + \tilde{x} = 0 + \tilde{x} \\ y = y_E + \tilde{y} = 0 + \tilde{y} \end{cases} \quad (1.32)$$

Le système 1.30 devient alors autour du point d'équilibre :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{dx_E}{dt} + \frac{d\tilde{x}}{dt} = \frac{d\tilde{x}}{dt} = -\tilde{y} + (a - \tilde{x}^2 - \tilde{y}^2)\tilde{x} \simeq -\tilde{y} + a\tilde{x} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{dy_E}{dt} + \frac{d\tilde{y}}{dt} = \frac{d\tilde{y}}{dt} = \tilde{x} + (a - \tilde{x}^2 - \tilde{y}^2)\tilde{y} \simeq \tilde{x} + a\tilde{y} \end{cases} \quad (1.33)$$

En posant,  $X = \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$ , l'équation 1.33 peut s'écrire :

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} X = [\mathbf{J}]X \quad (1.34)$$

où  $[\mathbf{J}]$  représente la matrice Jacobienne du système. D'après la première méthode de Lyapunov énoncée dans la section 1.1.1, l'analyse de la stabilité se fait en étudiant les valeurs propres  $\lambda$  de  $[\mathbf{J}]$  :

$$\det([\mathbf{J}] - \lambda[\mathbf{I}_2]) = \begin{vmatrix} a - \lambda & -1 \\ 1 & a - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (a - \lambda)^2 + 1 = 0 \quad (1.35)$$

Ce qui mène à :

$$\lambda_{1,2} = a \pm i \quad (1.36)$$

Ainsi :

- Si  $a > 0$  alors l'équilibre est instable,
- Si  $a < 0$  alors l'équilibre est stable.

Les solutions sont donc de la forme :

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{1,2} \\ \beta_{1,2} \end{pmatrix} e^{\lambda_{1,2}t} \quad (1.37)$$

où  $\begin{pmatrix} \alpha_{1,2} \\ \beta_{1,2} \end{pmatrix}$  sont les vecteurs propres associés aux valeurs propres  $\lambda_{1,2}$ .

Les valeurs propres  $\lambda_{1,2}$  étant complexes, des oscillations temporelles (partie imaginaire de  $\lambda$ ) vont apparaître et se manifestent sur le portrait de phase par des ellipses, pouvant mener à un "cycle limite". Pour un  $a$  fixé, on obtient donc le portrait de phase représenté en figure 1.5. Finalement, nous obtenons comme solution générale à l'équilibre :

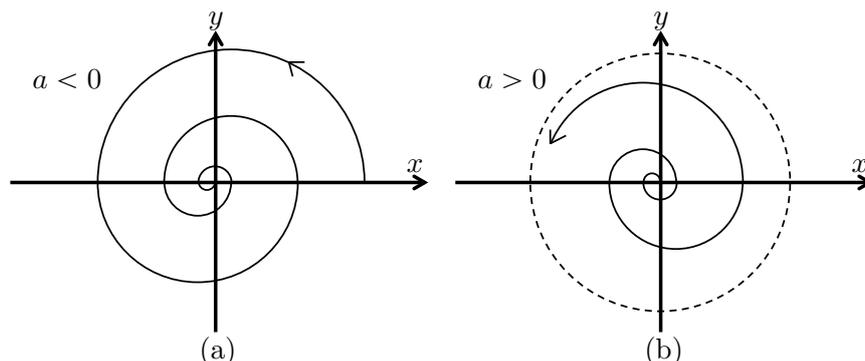


FIGURE 1.5 – Portrait de phase obtenu pour une bifurcation de Hopf

$$\begin{cases} x_E = \sqrt{a} \cos(t + \phi) \\ y_E = \sqrt{a} \sin(t + \phi) \end{cases} \quad (1.38)$$

Le diagramme de bifurcation correspondant à ces solutions est représenté figure 1.6. Ainsi, alors

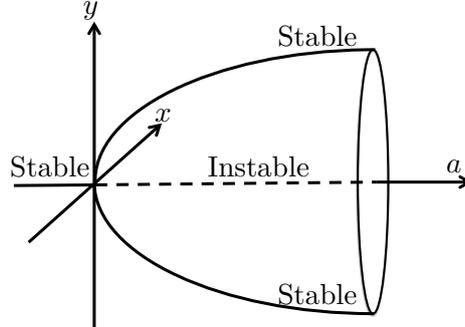


FIGURE 1.6 – Diagramme d’une bifurcation de Hopf avec  $a$  comme paramètre de contrôle

que les bifurcations analysées précédemment étaient stationnaires, la bifurcation de Hopf génère des oscillations périodiques.

## 1.2 Modèles générateurs de bruits par frottement

Trois principaux mécanismes d’instabilité permettent d’expliquer les bruits induits par frottement : le stick-slip, le sprag-slip, et le couplage de mode. Dans cette partie, nous les définissons afin de déterminer, le scénario permettant d’expliquer le bruit de crissement étudié.

### 1.2.1 Stick-slip

En s’intéressant aux conditions d’apparition des instabilités dans un contact sec, générant les bruits de crissement des freins, Sinclair et Mainville [11] ont proposé en 1955 un modèle mathématique mettant en avant le phénomène de stick-slip. Cette instabilité, d’origine tribologique, est causée par la variation du coefficient de frottement  $\mu$  entre les phases collées (stick) et glissées (slip). Elle est à l’origine de nombreux bruits de crissement mais également de sons plus agréables, comme celui émis par le violon [12, 13] ou encore le chant des verres [14]. Pour modéliser ce phénomène, on considère le système représenté figure 1.7 où une masse  $m$  placée à la position  $x$  sur un tapis roulant se déplace à la vitesse  $V_g$ . La masse est fixée à un ressort de raideur  $k$ , lui-même relié au bâti. En notant  $\dot{x}$  la vitesse de la masse, la vitesse relative  $V_r$  du patin par rapport au tapis est  $V_r = V_g - \dot{x}$ . Initialement, le ressort est détendu avec sa longueur

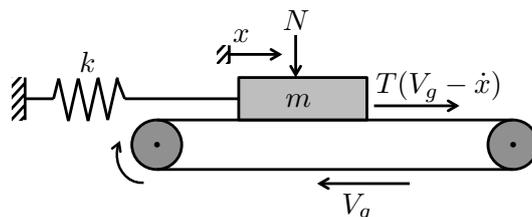


FIGURE 1.7 – Modèle classique d’un système générant du stick-slip

à vide  $l_0$  si bien que  $x_0 = l_0$ , où  $x_0$  est la position initiale. À  $t_0 = 0$ , le tapis se déplace, la masse reste collée ( $V_r = 0$  m/s) et suit l'équation de mouvement :

$$\begin{cases} x(t) = l_0 + V_g \times t \\ \dot{x}(t) = V_g \end{cases} \quad (1.39)$$

La force de rappel du ressort,  $F_R(t) = k[x(t) - l_0]$ , croît alors linéairement avec le temps. Tant que  $F_R(t) < T(0) = \mu_s N$  où  $\mu_s$  est le coefficient de frottement statique, la masse reste collée. En revanche, lorsque  $F_R(t) = T(0) = \mu_s N$ , la masse ne se déplace plus avec le tapis et commence à glisser. Le ressort exerce sur la masse  $m$  une force de rappel supérieure à  $T(0)$ . Ceci se produit à la position  $x_1$  et au temps  $t_1$  définis par,

$$x_1 = l_0 + \frac{\mu_s N}{k} \quad (1.40)$$

$$t_1 = \frac{\mu_s N}{k V_g} \quad (1.41)$$

À partir de ce moment, la loi de frottement considérée devient importante. Nous étudions deux cas particuliers : le premier où le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$  ne dépend pas de la vitesse relative  $V_r$ , le second où il décroît linéairement avec elle.

### Coefficient de frottement dynamique $\mu_d$ indépendant de $V_r$

On considère ici que le coefficient de frottement défini par,

$$\mu(V_r) = \frac{T(V_r)}{N} \quad (1.42)$$

suit la loi de frottement discontinue représentée figure 1.8 :

$$\begin{cases} \mu(V_r = 0^+) = \mu_s \\ \mu(V_r = 0^-) = -\mu_s \\ \mu(V_r > 0) = \mu_d \\ \mu(V_r < 0) = -\mu_d \end{cases} \quad (1.43)$$

avec  $\mu_s > \mu_d$  où  $\mu_s$  est le coefficient de frottement statique et  $\mu_d$  le coefficient de frottement dynamique. Ainsi, lorsque la masse se met en mouvement, on a,

$$T(V_r) = \text{sgn}(V_r) \mu_d N \quad (1.44)$$

En posant  $\omega = \sqrt{k/m}$ , et  $x_1$  et  $\dot{x}_1$  la position et la vitesse à  $t_1$ , on obtient l'équation de mouvement en glissement :

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = \frac{k l_0 + \mu_d N}{m} \\ x_1 = l_0 + \frac{\mu_s N}{k} \\ \dot{x}_1 = V_g \end{cases} \quad (1.45)$$

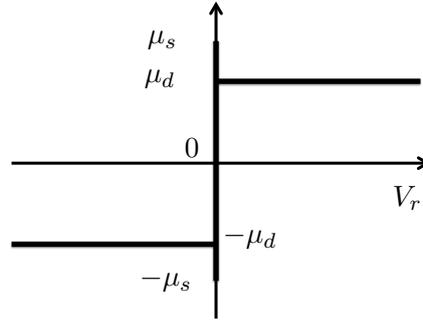


FIGURE 1.8 – Loi de frottement discontinue suivie par  $\mu$

La solution s'écrit, en fonction des conditions initiales,

$$x(t) = (\mu_s - \mu_d) \frac{N}{k} \cos(\omega(t - t_1)) + \frac{V_g}{\omega} \sin(\omega(t - t_1)) + l_0 + \mu_d \frac{N}{k} \quad (1.46)$$

Cette solution est celle d'un cercle dans le plan de phase  $(x, \dot{x})$  centré autour de la position d'équilibre stationnaire  $(x_E, \dot{x}_E) = (l_0 + \mu_d \frac{N}{k}, 0)$ . Ainsi, si la masse est placée initialement à la position  $x_E$ , aucune oscillation ne se produit. En revanche, si elle est écartée de cette position d'équilibre, elle va osciller autour de cette dernière. Si la vitesse de la masse reste inférieure à celle du tapis, un cycle limite sans collage apparaît (voir la courbe en pointillés sur la figure 1.9). En revanche, lorsque la vitesse de la masse devient égale à celle du tapis alors qu'elle est en

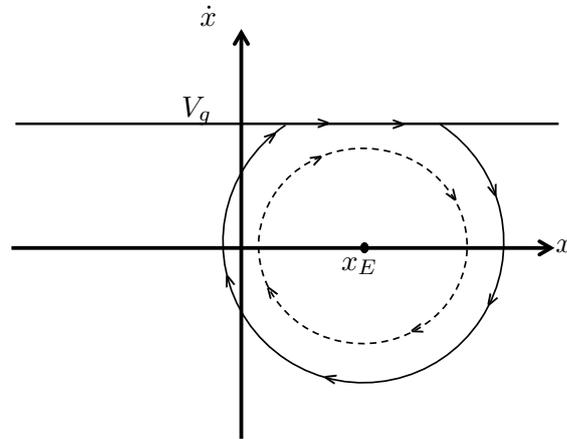


FIGURE 1.9 – Portrait du phase du système avec  $\mu_d$  constant

train d'osciller, elle se déplace avec le tapis, et une nouvelle phase collée commence (courbe en trait plein sur la figure 1.9). Le mouvement est alors une succession de phases collées et glissées, comme le montre la figure 1.10.

### Coefficient de frottement dynamique $\mu$ dépendant linéairement de $V_r$

On considère à présent un coefficient de frottement dynamique dépendant de  $V_r$ , de la forme,

$$\mu = \mu_d + \Theta |\dot{x}| \quad (1.47)$$

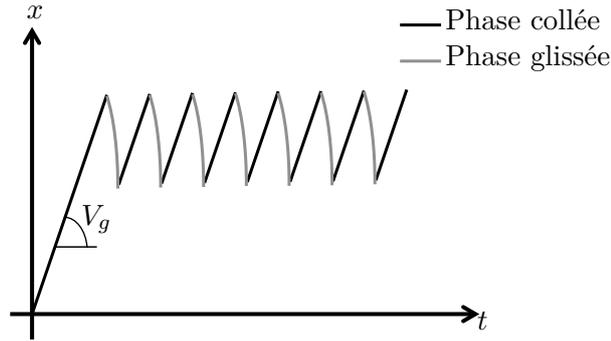
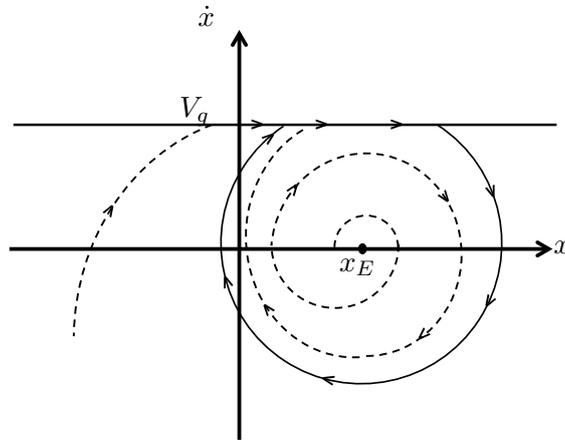


FIGURE 1.10 – Mouvement de stick-slip

On obtient alors, dans le cas où  $\dot{x} > 0$  l'équation de mouvement,

$$\begin{cases} \ddot{x} - \frac{\Theta N}{m} \dot{x} + \omega^2 x = \frac{kl_0 + \mu_d N}{m} \\ x_1 = l_0 + \frac{\mu_s N}{k} \\ \dot{x}_1 = V_g \end{cases} \quad (1.48)$$

Ainsi, si le frottement diminue fortement avec la vitesse,  $\Theta < 0$ , le système est instable et la masse oscille avec des amplitudes croissantes. Les oscillations sont alors auto-entretenues par le mouvement. On obtient alors le portrait de phase représenté figure 1.11.


 FIGURE 1.11 – Portrait du phase du système avec  $\mu_d$  dépendant de la vitesse  $V_r$ .

Pour que le phénomène de stick-slip se produise, il est nécessaire que le coefficient de frottement évolue avec la vitesse  $V_r$ . Nous avons présenté ici deux lois classiques. Lorsque le coefficient de frottement ne dépend pas de la vitesse, le système ne peut pas devenir instable. On a alors un point d'équilibre stable. En revanche, lorsque le coefficient de frottement diminue avec la vitesse relative, le système devient instable. D'autres lois de frottement plus complexes, comme celle utilisée par le Rouzic [15], permettent aussi de générer ce type d'instabilité.

### 1.2.2 Sprag-slip

En 1961 et alors qu'il s'intéressait aux crissement des freins, Spurr [16] introduisit le phénomène de "sprag-slip" et proposa un premier modèle. Contrairement au phénomène de stick-slip,

celui-ci peut se produire à coefficient de frottement constant. L'origine de l'instabilité est purement géométrique, puisqu'elle est produite par une variation des forces normales générant l'"arc-boutement des structures en contact" [17]. En s'appuyant sur les travaux de Spurr, Kang *et al.* [18] proposent un modèle simple, repris par Elmaian [19] et représenté figure 1.12. Le système

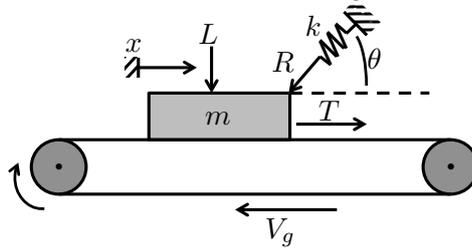


FIGURE 1.12 – Modèle classique d'un système générant du sprag-slip

est composé d'une masse  $m$  placée à la position  $x$  sur un tapis roulant. Ce dernier se déplace à la vitesse  $V_g$ . La masse est reliée au bâti par un ressort de raideur  $k$  faisant un angle  $\theta$  avec la direction de glissement. La force résultante appliquée sur ce ressort est notée  $R$ . La masse est préchargée avec la force  $L$ . Ainsi, en appliquant la deuxième loi de Newton à la masse, on obtient à l'équilibre :

$$\begin{cases} T = R \cos \theta \\ N = R \sin \theta + L \end{cases} \quad (1.49)$$

où  $N$  est la force normale appliquée sur le contact. La force tangentielle générée par le frottement  $T$  vaut donc  $\mu N$ . D'après l'équation, 1.49, on obtient :

$$T = \frac{\mu L}{1 - \mu \tan \theta} \quad (1.50)$$

D'après l'équation 1.50, si  $\mu$  tend vers  $1/(\tan \theta)$  ou si  $\theta$  tend vers  $\arctan(1/\mu)$ , la force  $T$  tend vers l'infini. Physiquement, cela se traduit par un blocage du système suivi d'un arc-boutement. Le mouvement de la masse est alors une succession de phases glissées (*slip*) et bloquées (arc-boutement, *sprag*).

### 1.2.3 Couplage de mode (Mode coupling)

Le phénomène de couplage de mode (ou *mode coupling*) a pour la première fois été évoqué par Jarvis *et al.* [20] qui étudiaient alors, expérimentalement et numériquement, le contact entre une petite poutre et un disque tournant, représenté figure 1.13. Ils ont montré que, dans leur cas, la variation du coefficient de frottement avec la vitesse relative n'était pas suffisante pour expliquer l'origine de l'instabilité. Cette dernière était en réalité reliée au type de couplage existant entre les deux corps en contact, et en particulier à l'angle entre l'axe de la poutre et la normale au disque. Comme le sprag-slip, il s'agit donc d'une instabilité de type géométrique pouvant se produire à coefficient de frottement constant. Elle est bien décrite par le modèle de Hoffmann *et al.* [21] (figure 1.14) qui est une généralisation en deux dimensions du modèle classique utilisé pour expliquer le phénomène de stick-slip. La principale différence est que la masse peut à présent se déplacer dans une direction perpendiculaire à la surface en frottement.

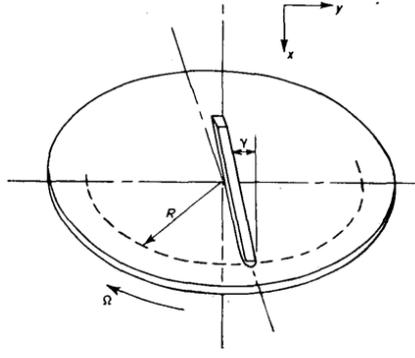
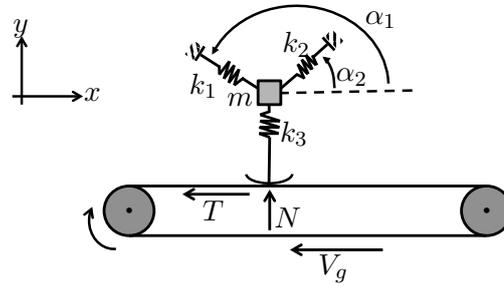

 FIGURE 1.13 – Système étudié par Jarvis *et al.* [20]


FIGURE 1.14 – Modèle générant un couplage de mode [21]

Les équations de mouvement s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T \\ N \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

où les coefficients de la matrice de raideur sont obtenus en projetant les résultantes de chaque raideur sur les axes  $x$  et  $y$ , soit :

$$\begin{cases} k_{11} = k_1 \cos^2 \alpha_1 + k_2 \cos^2 \alpha_2 \\ k_{21} = k_{12} = k_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + k_2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \\ k_{22} = k_1 \sin^2 \alpha_1 + k_2 \sin^2 \alpha_2 + k_3 \end{cases} \quad (1.52)$$

On introduit alors une petite perturbation autour de l'état d'équilibre stable, et on étudie le comportement du système. En considérant que la force de frottement peut s'écrire  $T = \mu k_3 y$  avec  $\mu = T/N$ , l'équation 1.51 devient,

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} - \mu k_3 \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \quad (1.53)$$

Ce système peut s'écrire sous la forme,

$$\dot{Y} = [\mathbf{A}]Y \quad (1.54)$$

avec,

$$Y = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

et,

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ -M^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

où,

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

et,

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} - \mu k_3 \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

Les valeurs propres  $\lambda$  de  $[\mathbf{A}]$  vérifient,

$$\det(\lambda^2 I_2 + M^{-1}K) = 0 \quad (1.59)$$

soit, avec le jeu de paramètres suivant :  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $\alpha_1 = 150^\circ$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$ ,  $k_1 = \frac{2}{3}(2 - \sqrt{3}) \simeq 0.18 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = \frac{2}{3}(2 + \sqrt{3}) \simeq 2.49 \text{ N/m}$ ,  $k_3 = \frac{4}{3} \simeq 1.33 \text{ N/m}$  et en notant  $\Delta = \mu k_3$  :

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + 2 & 1 - \Delta \\ 1 & \lambda^2 + 2 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.60)$$

Cela revient à résoudre l'équation,

$$\lambda^4 + 4\lambda^2 + 3 + \Delta = 0 \quad (1.61)$$

Nous obtenons 4 valeurs propres pour  $[\mathbf{A}]$ . Ces valeurs propres sont deux à deux opposées et deux à deux conjuguées,

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm[-2 \pm \sqrt{1 - \Delta}]^{1/2} \quad (1.62)$$

Deux cas se présentent alors :

- $0 \leq \Delta < 1$  : Les valeurs propres sont toutes imaginaires pures, comme le montre la figure 1.15(a). D'après le théorème 1.1.2, le système est stable.
- $\Delta > 1$  : Deux valeurs propres ont leur partie réelle négative, et deux valeurs propres ont leur partie réelle positive, comme le montre la figure 1.15(b). D'après le théorème 1.1.2, comme au moins une valeur propre a sa partie réelle positive, le système est instable.

Deux valeurs propres opposées de  $[\mathbf{A}]$  sont associées à la même valeur propre de la matrice  $[\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}]$  : c'est le même mode. Ainsi, lorsque  $\Delta < 1$ , il existe deux modes distincts avec des fréquences différentes ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ). Ensuite, lorsque  $\Delta$  tend vers 1, les fréquences coalescent et le système devient instable : c'est une bifurcation de Hopf. Pour  $\Delta > 1$ , les parties réelles de  $\lambda_{1,2}$  deviennent non nulles et opposées, et deux modes sont présents : l'un est stable, l'autre instable.

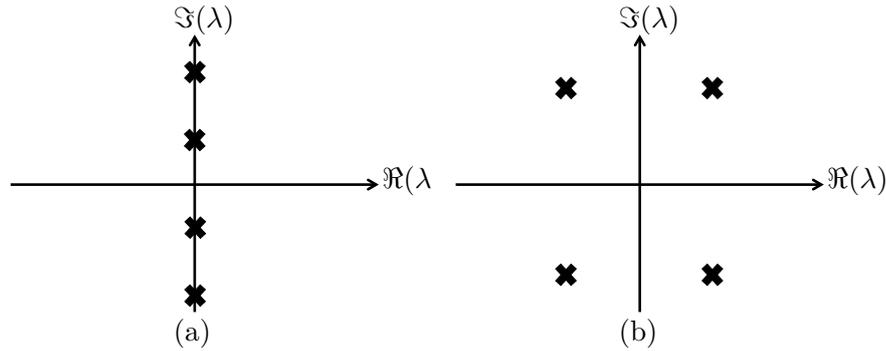


FIGURE 1.15 – Représentation des 4 valeurs propres dans le plan complexe : (a) Cas où  $0 \leq \Delta < 1$ , (b) Cas où  $\Delta > 1$

L'évolution des valeurs propres en fonction du paramètre de contrôle  $\mu = \Delta/k_3$  est représentée figure 1.16.

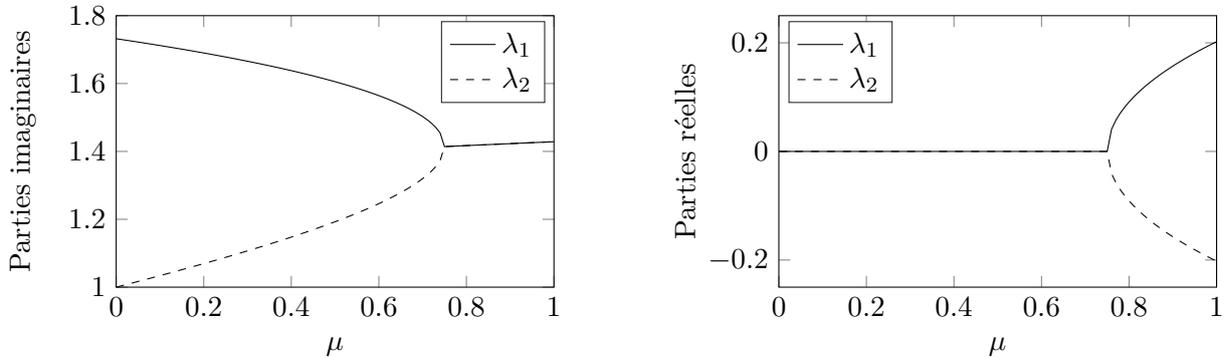


FIGURE 1.16 – Évolution des parties réelles et imaginaires des valeurs propres en fonction du paramètre de contrôle  $\mu$  [21]

## 1.3 Bruits générés par des contacts élastomères, application aux systèmes automobiles

### 1.3.1 Bruits de contact pneumatique/chaussée

En milieu urbain et péri-urbain, la circulation automobile est la principale source de nuisances sonores. En particulier, le bruit du moteur et ceux générés par le contact du pneumatique avec la chaussée sont les deux principaux bruits d'un véhicule en déplacement. Alors que le niveau sonore du bruit généré par le moteur peut être considéré comme étant indépendant de la vitesse, celui de ceux produits par le contact pneumatique/chaussée croît de manière logarithmique avec celle-ci. Ainsi, à partir de 40 km/h, le bruit du moteur devient négligeable par rapport à ceux générés par le contact pneumatique/chaussée [22–25] comme le montre la figure 1.17. Le bruit de moteur devenant de plus en plus faible avec les nouveaux véhicules hybrides [26], il devient alors nécessaire, pour répondre aux nouvelles normes, de comprendre puis d'atténuer les bruits générés par le contact pneumatique/chaussée. Deux principaux types d'excitations peuvent être à l'origine de ces bruits : l'excitation par le revêtement routier, et l'excitation par la sculpture du pneu. De plus, ces bruits sont amplifiés par un phénomène, appelé *effet Horn* qui sera expliqué

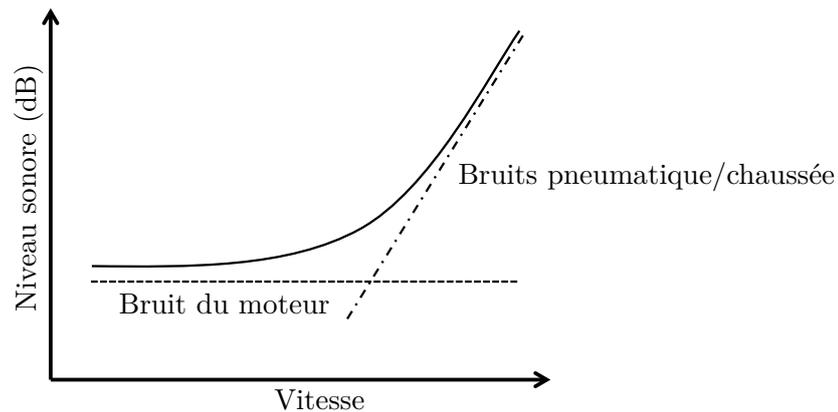


FIGURE 1.17 – Niveau sonore d'un véhicule : contribution du bruit du moteur (- -) et des bruits générés par le contact pneumatique/chaussée (-.-) en fonction de la vitesse [22]

plus loin.

### 1.3.1.1 Excitation par le revêtement routier

Différentes anomalies de la route (routes bosselées, obstacles, rugosité ...) peuvent exciter le pneumatique. Deux principaux bruits naissent alors : le bruit de rugosité, et le bruit d'impact. Pour les décrire, le document de Michelin [27] fait office de référence.

#### Bruit de rugosité

Lorsqu'un véhicule se déplace, l'échelle de rugosité millimétrique de la route excite le pneumatique sur une très large bande fréquentielle. Cette sollicitation peut être comparée à un bruit blanc. L'ensemble des modes du pneumatique sont alors sollicités. Deux modes du pneumatique (un mode transversal et un mode radial) sont représentés sur la figure 1.18.



FIGURE 1.18 – Exemples de modes d'un pneumatique [27] : (a) Mode transversal (1,5), (b) Mode radial (2,0)

#### Bruit d'impact

Lorsqu'un pneumatique rencontre un obstacle isolé (bouche d'égout, nid de poule, ...), différentes étapes, représentées figures 1.19 et 1.20, se produisent. En effet, au passage de l'obstacle, il y a tout d'abord une réponse forcée : l'obstacle déforme le pneumatique. Juste après le passage du solide, le pneumatique est excité sur l'ensemble de ses modes (transverses et radiaux) : c'est la réponse libre. Les vibrations se propagent alors via les suspensions (propagation solidienne) jusqu'à l'habitacle.

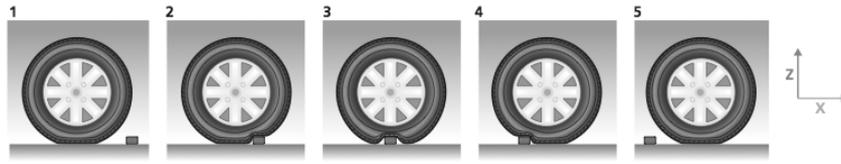


FIGURE 1.19 – Passage d'un obstacle par un pneumatique [27]

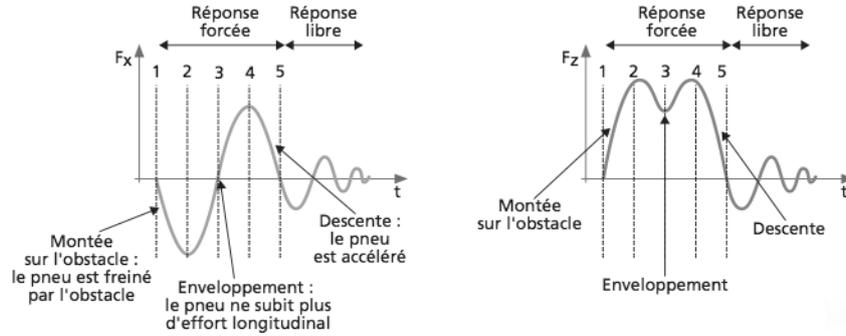


FIGURE 1.20 – Excitation du pneumatique au passage d'un obstacle [27]

### 1.3.1.2 Excitation par la sculpture du pneu

Les pneumatiques possèdent une sculpture dont la fonction première est d'assurer l'adhérence et une forte capacité de freinage. Néanmoins, la présence de cette sculpture est à l'origine de bruits très localisés. Parmi ceux-ci, un sirènement autour de 1000 Hz apparaît avec la sculpture monopas. Par exemple, pour un pneumatique de 180 cm de périmètre et une sculpture comportant uniquement des motifs de 2.4 cm, le nombre de motifs  $N_m$  vaut :

$$N_m = \frac{180}{2.4} = 75 \quad (1.63)$$

Pour une vitesse de 28 m/s (100 km/h), le nombre de tours de roue par seconde  $N_r$  vaut,

$$N_r = \frac{28}{1.8} = 15.5 \quad (1.64)$$

On obtient alors une fréquence de sirènement  $f = N_m \times N_r = 1162$  Hz [27]. Ce bruit provient du martellement des pains du pneumatique sur le sol. Pour diminuer ce sirènement, une première solution repose sur l'utilisation de plusieurs motifs de pas variables. Une autre, couramment utilisée, consiste à déphaser les entailles côte à côte (voir figure 1.21). Cette dernière solution



FIGURE 1.21 – Déphasage des sculpture pour limiter le sirènement [27] : (a) sans déphasage, (b) avec un déphasage de  $45^\circ$

permet de diminuer de 9 dB le niveau de puissance acoustique à 110 km/h. Il est également possible de varier l'angle des entailles. Un angle de  $45^\circ$  permet de diminuer le niveau de puissance acoustique de 4.8 dB par rapport à un angle de  $0^\circ$ .

La présence de la sculpture est aussi responsable d'un autre phénomène générateur de bruit : le pompage d'air. En effet, lorsque le pneumatique roule, de l'air est emprisonné dans les creux de la sculpture. Ensuite, lorsque cet air se situe au milieu du contact, il est comprimé sous l'effet de la charge et donc de la déformation de la sculpture. Il est finalement libéré subitement en sortie de l'aire de contact. Cette succession de compressions et détentes de l'air compris entre

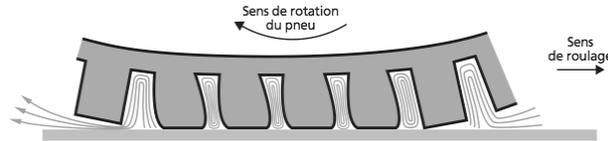


FIGURE 1.22 – Phénomène de pompage d'air [27]

les pains de la sculpture, représenté figure 1.22, crée un chuintement. Ce bruit est caractérisé par des fréquences comprises entre 800 Hz et 4000 Hz.

Finalement, un phénomène de stick-slip peut se produire et provoquer également un chuintement. En effet, le pain se pose initialement sur le sol, se déforme et emmagasine de l'énergie avec le déplacement de la roue. Lorsque la force de rappel exercé par le pneu sur le pain devient supérieure à la force de frottement statique, le pain se décolle puis se recolle sur le sol, et ainsi de suite. Le phénomène est représenté figure 1.23.

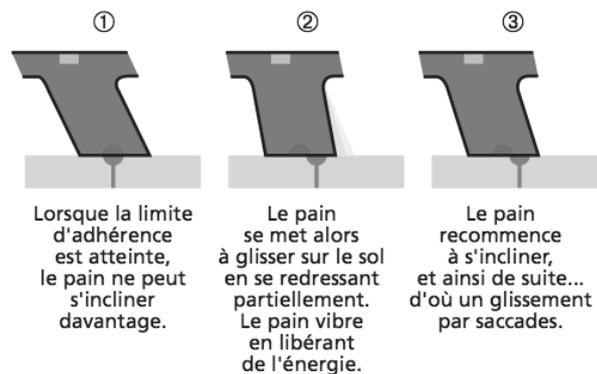


FIGURE 1.23 – Phénomène de stick-slip [27]

### 1.3.1.3 Effet Horn

En raison de la courbure du pneumatique par rapport à la route, les bruits générés au sein du contact pneu/chaussée sont amplifiés : ce phénomène est appelé "*effet Horn*". Le niveau d'amplification dépend de la fréquence des bruits : il tend vers 0 dB lorsque la fréquence tend vers 0 Hz, puis augmente jusqu'à la fréquence de 2 kHz où il se stabilise autour de 22 dB [28, 29]. Ceci explique pourquoi on perçoit les bruits provenant de la surface du pneumatique, alors que leur énergie est initialement très faible. Des solutions ont donc été proposées pour atténuer cet effet. L'une d'entre elles consiste à modifier la surface de la route afin d'amortir les ondes acoustiques [30, 31]. En effet, en diminuant le coefficient d'absorption  $\alpha_0$  de la route (voir figure 1.24), il est possible d'abaisser l'effet Horn de 12 dB comme le montre la figure 1.25, où  $H(f)$  représente la fonction de transfert du contact entre le pneumatique et la chaussée.

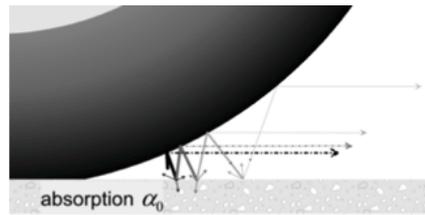


FIGURE 1.24 – Effet Horn dans le cas du pneumatique [30]

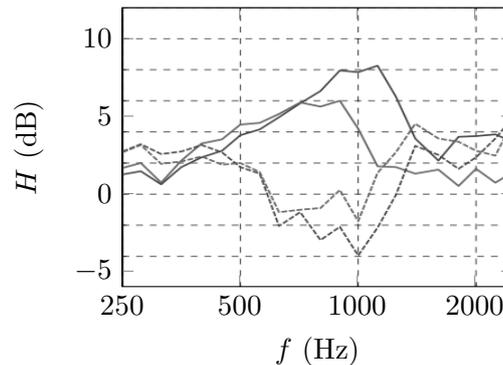


FIGURE 1.25 – Effet de l'absorption sur la diminution de l'effet Horn [30] : route avec une faible absorption (-), route avec une forte absorption (- -)

### 1.3.2 Bruits des courroies

Les bruits de courroies sont provoqués par le contact lubrifié entre une courroie (en élastomère) et la poulie (métallique). Alors que l'origine tribologique de ces bruits a fait l'objet de recherches par Swift dès 1928 [32], Sack [33] et Miranker [34] ont commencé à s'intéresser à leurs aspects dynamiques dans les années 1950. Actuellement, ces bruits sont largement étudiés, notamment par Sheng [35–40].

Ainsi, en 2004, Sheng *et al.* [35] proposent un critère d'instabilité : la courroie devient instable dès lors que,

$$\frac{c}{F_N} + \frac{\partial \mu(v - \dot{x})}{\partial v} < 0 \quad (1.65)$$

où  $c$  est l'amortissement interne de la courroie,  $F_N$  la charge normale,  $\mu$  le coefficient de frottement,  $v$  la vitesse de la courroie et  $\dot{x}$  la vitesse relative entre la courroie et la poulie. Ce critère a été vérifié expérimentalement sur le dispositif représenté figure 1.26 : le bruit apparaît dès que



FIGURE 1.26 – Dispositif permettant d'étudier le bruit de courroie [35]

le coefficient de frottement chute fortement en fonction de la vitesse. Néanmoins, Sheng *et al.* se

sont aperçus par la suite que le système pouvait devenir instable sans décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse [36, 38]. En effet, comme la courroie présente plusieurs degrés de liberté, une instabilité de type "couplage de mode" apparaît. Finalement, différents scénarios peuvent se produire pour expliquer l'origine des bruits de courroies :

- Apparition d'une vibration longitudinale de la courroie pouvant exciter son mode transverse.
- Résonance de la courroie produisant un couplage entre le mode longitudinal et le mode transversal.

### 1.3.3 Bruits des lécheurs de vitres

Le lèche-vitre correspond au joint situé à la base de la vitre avec laquelle il est toujours en contact. Lors de l'ouverture ou de la fermeture de la vitre, un bruit peut apparaître. Vola *et al.* [41] ont réalisé une étude numérique permettant d'en identifier l'origine. Pour cela, le joint est dessiné avec un logiciel de CAO (pour Conception Assistée par Ordinateur), puis maillé en 649 nœuds (voir le maillage gris figure 1.27(a)). Une charge lui a ensuite été appliquée (voir le

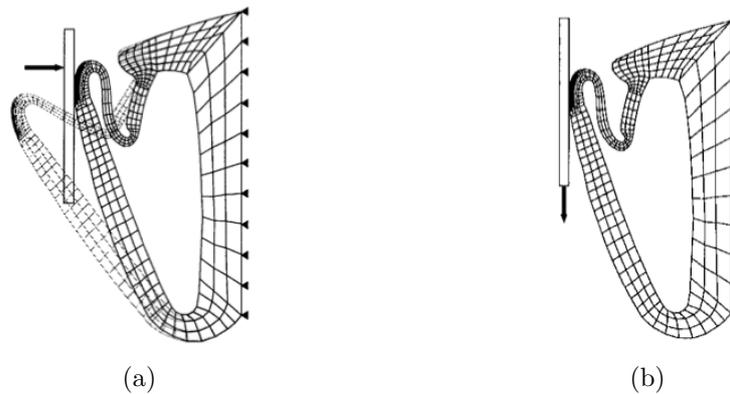


FIGURE 1.27 – Modélisation du lèche de vitres [41] : (a) Chargement initial du joint, (b) Frottement de la vitre avec  $\mu = 0.4$

maillage noir représenté figure 1.27(a)), puis la vitre est mise en mouvement à 80 mm/s pour différents coefficients de frottement  $\mu$  variant de 0.1 à 0.8 par pas de 0.05. Ces valeurs ont été obtenues expérimentalement pour différentes conditions d'utilisation (avec ou sans eau) et différents matériaux (avec ou sans vernis). La déformée obtenue pour  $\mu = 0.4$  est représentée figure 1.27(b). Les seuls paramètres d'entrée considérés dans le calcul sont la géométrie, le chargement, les propriétés des matériaux et le coefficient de frottement, supposé constant, indépendant de la vitesse. Ainsi, on note que si le système devient instable, le phénomène mis en jeu ne peut pas être du stick-slip. Pour déterminer la stabilité du système, une analyse des valeurs propres est réalisée en fonction du coefficient de frottement  $\mu$ . La première valeur propre complexe apparaît pour  $\mu = 0.2$ . Puis deux valeurs propres complexes conjuguées coalescent à  $\mu = 0.285$  (voir figure 1.28(a)). L'instabilité qui se produit alors à une fréquence proche de 3250 Hz (voir figure 1.28(b)) est donc de type couplage de modes.

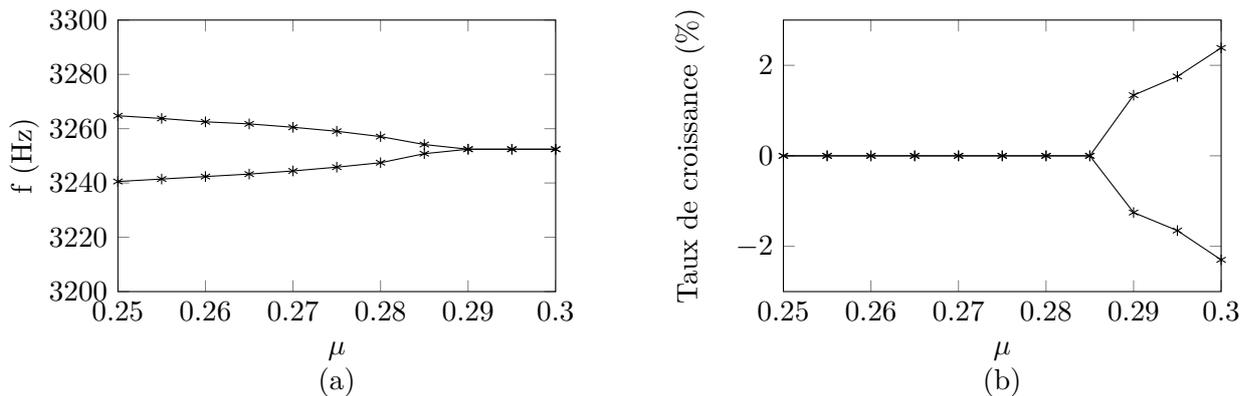


FIGURE 1.28 – Évolution des parties réelles et imaginaires des valeurs propres en fonction du paramètre de contrôle  $\mu$  [41]

### 1.3.4 Bruits des essuie-glaces

Le terme "bruit des essuie-glaces" recouvre en réalité de multiples bruits, de signatures sonores et d'origines très différentes, qui peuvent être regroupés en 3 catégories : le bruit de retournement ("*reversal noise*"), le bruit de broutement ("*chatter noise*") et le bruit de crissement ("*squeal noise*"). Pour la caractérisation d'un bruit, entrent en compte des aspects sensoriels faisant appel à la psychoacoustique. C'est pourquoi, il est très difficile de donner une définition exacte et objective de chaque bruit. Par exemple, pour le bruit de crissement, on trouve plusieurs définitions dans la littérature. Ibrahim le définit qualitativement, en considérant qu'il s'agit d'un "bruit haute fréquence" [42, 43]. Certains le situent autour de 1000 Hz [44]. Enfin, d'autres auteurs proposent un critère basé sur la fréquence et le volume sonore du bruit. En effet, selon Chen *et al.*, le bruit de crissement est caractérisé par une fréquence comprise entre 500 Hz et 20 kHz avec un niveau de bruit supérieur de 5 ou 6 dB au niveau de bruit ambiant [45]. Pour notre étude, nous considérons que ce bruit se situe sur une bande fréquentielle étroite autour de 1000 Hz, ce qui le rend particulièrement gênant.

#### 1.3.4.1 Bruit de retournement ("*reversal noise*")

En fin de course, l'essuie-glace se retourne pour commencer un nouveau cycle de balayage (voir figure 1.29). Cette transition peut être marquée par la présence d'un bruit d'impact aux

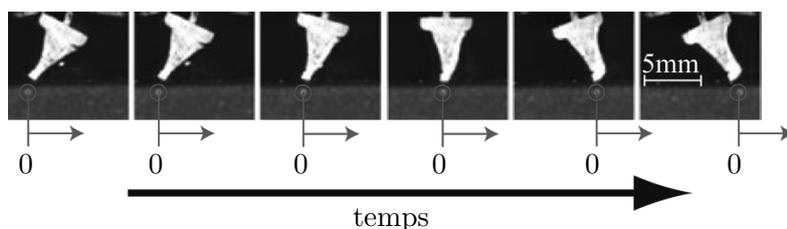


FIGURE 1.29 – Phénomène de retournement d'une lame d'essuie-glace [46]

environs de 500 Hz. Ce bruit, peu étudié dans la littérature, est appelé *bruit de retournement*.

Afin de comprendre l'origine de ce bruit, Sugita *et al.* [46] proposent un modèle à 1 degré de liberté représenté figure 1.30. Une masse  $M$  est maintenue au bâti par un ressort de raideur  $k_1$  ayant une longueur à vide  $l_0$ . La lame d'essuie-glace est modélisée par une barre rigide de

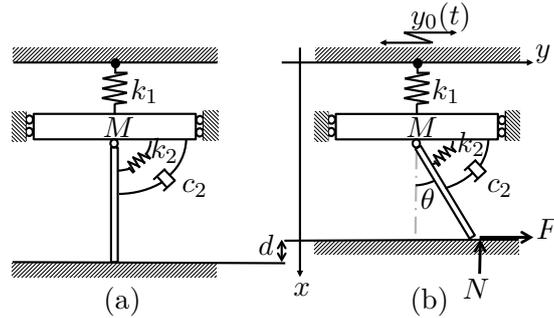


FIGURE 1.30 – Modélisation de l'essuie-glace en phase de retournement [46] : (a) Essuie-glace sans force de compression initiale, (b) Essuie-glace avec une force de compression initiale

longueur  $l$  reliée à la masse par un ressort de raideur  $k_2$  et un amortisseur de coefficient  $c_2$ . L'angle barre rigide/bâti et le déplacement de la barre à son extrémité sont notés respectivement  $\theta$  et  $d$ . L'essuie-glace est soumis à un mouvement alternatif  $y_0(t)$  tel que,

$$y_0 = A \sin \omega t \quad (1.66)$$

où  $A$  est l'amplitude de la vibration et  $\omega$  sa pulsation. On définit  $y_1 = y_0 + \sin \theta$ . Finalement, la surface exerce au contact sur la barre rigide une force normale  $N$  et de frottement  $F$ . Après calculs, l'expression de la force  $F(t)$  est déterminée par l'équation suivante :

$$F(t) = \frac{1}{l \cos \theta} \left[ \frac{1}{3} M l^3 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c_2 \frac{d\theta}{dt} + k_2 \theta - \left\{ \frac{1}{2} M l^2 \left( \frac{d^2 \theta}{dt^2} \sin \theta + \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \cos \theta \right) \right\} - k_1 (l - l \cos \theta - d) l \sin \theta \right] \quad (1.67)$$

La figure 1.31 représente l'évolution de  $F$  en fonction de  $dy_1/dt$  mesurée expérimentalement. Pour les basses vitesses, la force  $F$  est constante. Or, comme le bruit de retournement se produit

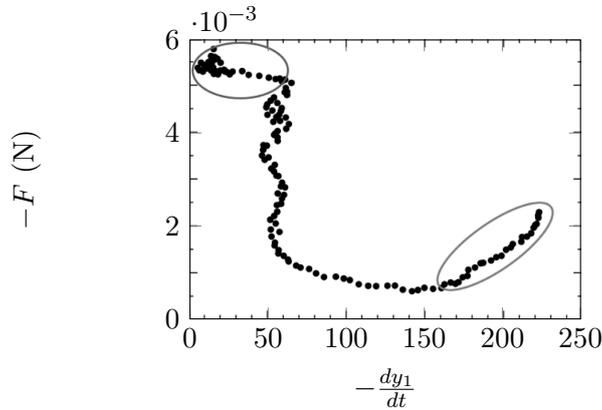


FIGURE 1.31 –  $F$  en fonction de  $dy_1/dt$  [46]

à vitesse nulle, le coefficient de frottement peut être considéré comme indépendant de la vitesse tout au long du phénomène. Le mécanisme mis en jeu n'est donc pas du stick-slip.

L'effet d'un changement de signe de l'angle  $\theta$  sur la stabilité du système est analysé en

introduisant les variables sans dimension  $\mu$ ,  $\alpha$  et  $\delta$  :

$$\mu = \frac{F}{N} \quad (1.68)$$

$$\alpha = \frac{k_1 l^2}{k_2} \quad (1.69)$$

$$\delta = \frac{d}{l} \quad (1.70)$$

Finalement, le système reste stable tant que,

$$|\theta| < \frac{-\mu\alpha\delta}{|1 - \alpha\delta|} \quad (1.71)$$

Le diagramme de bifurcation obtenu à partir de l'équation 1.71 est représenté figure 1.32, où l'axe des ordonnées représente l'angle de l'essuie-glace  $\theta$  et l'axe des abscisses le déplacement de

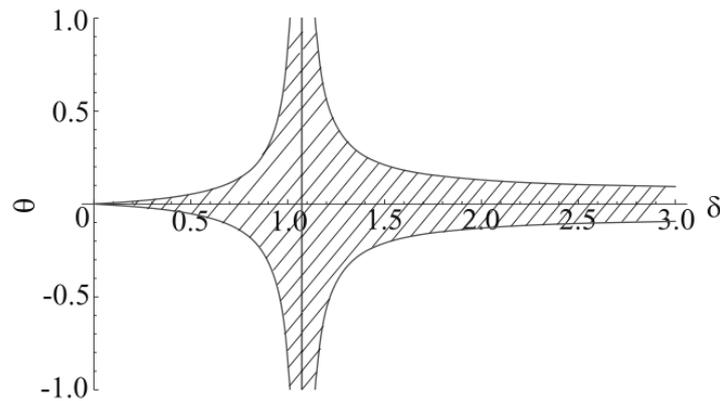


FIGURE 1.32 – Diagramme de bifurcation [46] : la partie hachurée correspond aux solutions d'équilibre

la lame. La partie hachurée correspond aux solutions d'équilibre. En particulier, lorsque  $\delta$  tend vers 0, même si la force de frottement est faible, la région contenant les solutions d'équilibre stable est grande puisque le numérateur de  $\theta$  tend vers 0 (voir l'équation 1.71). Ainsi, lors du retournement, l'angle  $\theta$  varie de manière continue d'une valeur négative à une valeur positive. L'instabilité n'est donc pas créée par une variation de l'angle  $\theta$ . En revanche, au début du retournement, à partir de  $\theta = 0$ , la force normale et l'angle  $\theta$  varient peu. Puis celui-ci augmente soudainement et la force normale  $N$  décroît. Cela crée une soudaine force de réaction qui agit sur la surface en mouvement, générant un bruit d'impact. Le bruit de retournement est dû à une variation de la force normale.

Afin de mieux caractériser la gêne occasionnée par ce bruit, Sanon *et al.* [47] ont mené une étude psychoacoustique. En faisant écouter des bruits de retournement à un panel de personnes, un critère de gêne, basé sur le niveau sonore maximum du bruit, a pu être extrait. Pour atténuer le niveau sonore de ce bruit, Salim *et al.* [48] utilisent une méthode, nommée "input shaping technique", détaillée dans [49]. Elle consiste à modifier la commande de vitesse envoyée aux essuie-glaces par le moteur (voir figure 1.33(a)). Comme le montre la figure 1.33(b), en utilisant cette technique, l'amplitude du bruit de retournement initial (ligne pleine) est diminuée de 30%

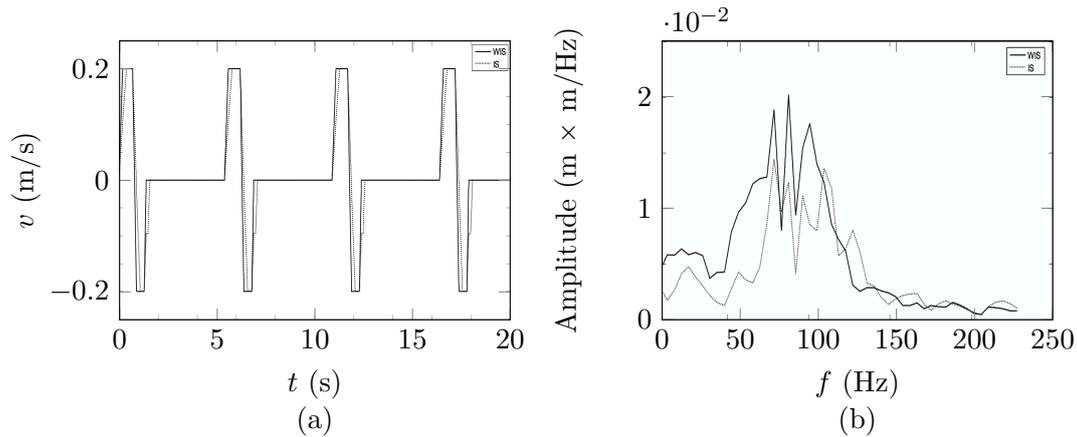


FIGURE 1.33 – Influence de la technique "input shaping" sur le bruit de retournement [48] : (a) Entrée du système, (b) Analyse du bruit dans le domaine fréquentiel. Sans "input shaping technique" (-), avec "input shaping technique" (.)

(pointillés).

#### 1.3.4.2 Bruit de broutement ("chatter noise")

Le *bruit de broutement* est caractérisé par une vibration à basse fréquence (inférieure à 100 Hz). Il se produit après le retournement, et n'existe plus au-delà d'une certaine vitesse. Il est souvent accompagné d'un défaut d'essuyage marqué par l'apparition de stries sur le pare-brise (voir figure 1.34).

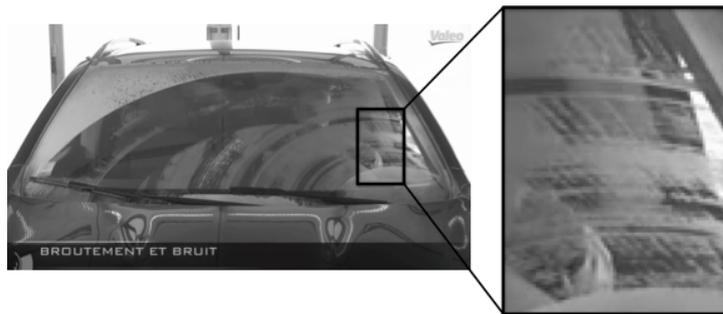


FIGURE 1.34 – Bruits de broutement et défauts d'essuyage associés [Document Valeo]

Grenouillat *et al.* [50] ont montré que l'origine de l'instabilité était purement géométrique en modélisant l'essuie-glace par un système à 4 degrés de liberté représenté au repos figure 1.35(a). Les paramètres utilisés dans ce modèle sont : les raideurs  $K$ ,  $K_1$ ,  $k_1$  et  $k_2$ , les masses  $m_1$  et  $m_2$ , les inerties  $I_1$  et  $I_2$  et les angles  $\theta$  et  $\phi$ . Lorsque l'on applique une force normale  $N$  et un mouvement dans la direction  $y$ , une force de frottement  $F$  est générée au niveau du contact entre l'essuie-glace et le pare-brise (voir figure 1.35(b)). Cette force vaut  $F = \mu N$ , où  $\mu$  est le coefficient de frottement, constant et donc indépendant de la vitesse. Ainsi, il ne s'agit pas d'un phénomène de stick-slip, tel qu'il est décrit dans la section 1.2.1. Le mouvement du système

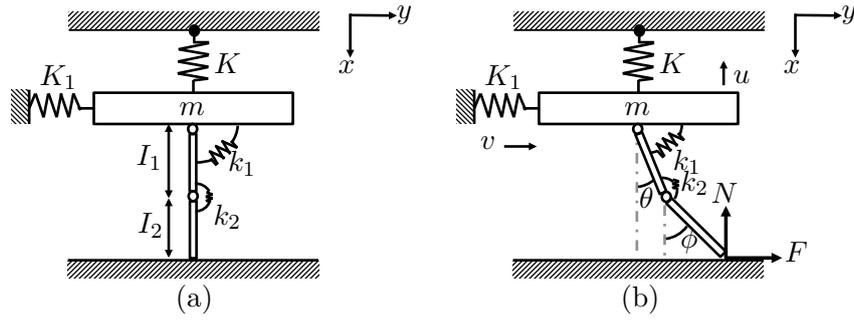


FIGURE 1.35 – Système générant des bruits de broutement [50] : a) Système au repos, b) Système en frottement

(essuie-glace) peut être caractérisée à partir du vecteur  $q(t)$  défini par,

$$q(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ \theta(t) \\ \psi(t) \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

La modélisation du système se divise en trois étapes :

- Dans un premier temps, l'état d'équilibre est déterminé pour une force normale  $N$  et une force de frottement  $F$  données. Ceci permet d'obtenir le vecteur  ${}^tq_0 = [u_0(t), v_0(t), \theta_0(t), \psi_0(t)]$  dont les coordonnées vérifient,

$$\begin{cases} -N - Ku_0 = 0 \\ fN - K_1v_0 = 0 \\ NI_1 \sin \theta_0 + fNI_1 \cos \theta_0 - k_1\theta_0 - k_2(\theta_0 - \psi_0) = 0 \\ NI_2 \sin \psi_0 + fNI_2 \cos \psi_0 + k_2(\theta_0 - \psi_0) = 0 \end{cases} \quad (1.73)$$

- Ensuite, comme le système n'est pas parfait, des petites oscillations sont présentes et produisent un nouvel état d'équilibre,  $q(t)$ , autour de l'état d'équilibre stable. Une condition supplémentaire est introduite pour assurer le contact entre l'essuie-glace et le pare-brise.
- Finalement, une variation de la charge normale autour de celle obtenue à l'équilibre est introduite. Cette variation  $q_1(t)$  est considérée comme petite, permettant ainsi de linéariser le système autour de la position d'équilibre. On obtient alors :

$${}^tq(t) = {}^tq_1(t) + {}^tq_0(t) = {}^tq_1(t) + [u_0(t), v_0(t), \theta_0(t), \psi_0(t)] \quad (1.74)$$

En introduisant le vecteur réduit  $q_r(t)$  défini par,

$${}^tq_r(t) = [u_1(t), v_1(t), \theta_1(t), \psi_1(t)] \quad (1.75)$$

les équations de mouvement peuvent s'écrire,

$$[\mathbf{M}]\ddot{q}_r(t) + [\mathbf{K}]q_r(t) = [0] \quad (1.76)$$

où  $[\mathbf{M}]$  et  $[\mathbf{K}]$  sont respectivement la matrice de masse et de raideur. En supposant que la solution est de la forme  ${}^t q_r(t) = {}^t Q e^{\lambda t}$  l'équation 1.76 donne,

$$|K + \lambda^2 M| = 0 \quad (1.77)$$

et l'équation vérifiée par les valeurs propres est,

$$a_0 \lambda^6 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^2 + a_3 = 0 \quad (1.78)$$

Les coefficients  $a_i$  dépendent de la géométrie du système, de la matrice de raideur, de la charge et du coefficient de frottement. Le système peut donc devenir instable sans que le coefficient de frottement  $\mu$  ne varie. Les conditions de stabilité d'un tel système sont énoncées par Earles [51] : le système reste stable tant que,

- tous les coefficients  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont strictement positifs, et
- les termes  $V$ ,  $W$  et  $Y$  définis par,

$$V = \frac{4(a_1^2 - 3a_0 a_2)}{a_1} \quad (1.79)$$

$$W = \frac{a_1^2 a_2 - 4a_0 a_2^2 + 3a_0 a_1 a_3}{2(a_1^2 - 3a_0 a_2)} \quad (1.80)$$

$$Y = \frac{2(a_1^2 a_2^2 - 4a_0 a_2^3 + 18a_0 a_1 a_2 a_3 - 27a_0^2 a_3^2 - 4a_1^3 a_3)}{a_1^2 a_2 - 4a_0 a_2^2 + 3a_0 a_1 a_3} \quad (1.81)$$

sont strictement positifs.

Le phénomène générant l'instabilité est alors de type sprag-slip (décrit section 1.2.2). En effet, Earles [51] et Grenouillat *et al.* [50] soulignent l'importance de l'angle d'attaque sur la génération de l'instabilité. Une étude de la stabilité en fonction de l'angle d'attaque, des raideurs  $k_1$  et  $k_2$  est réalisée dans [50] et reportée figure 1.36. Pour un angle d'attaque  $\alpha = 10^\circ$ , l'instabilité apparaît dès que  $k_1 > 3 \times 10^{-5}$  et  $k_2 > 4 \times 10^{-5}$ . Pour  $\alpha = 8^\circ$ , elle apparaît dès que  $k_1 > 4.25 \times 10^{-5}$  et  $k_2 > 4.75 \times 10^{-5}$ . Pour  $\alpha = 6^\circ$ , elle apparaît dès que  $k_1 > 6 \times 10^{-5}$  et  $k_2 > 3.5 \times 10^{-5}$ . Afin d'éliminer cette instabilité, Ahmad *et al.* [52] utilisent également la technique "input shaping", définie section 1.3.4.1. En appliquant le signal d'entrée (signal de commande envoyé aux essuie-glaces) représenté figure 1.37(a), le niveau vibratoire mesuré au niveau de la lame peut être réduit jusqu'à 30% (figure 1.37(b)). Afin de comprendre les conditions d'apparition du bruit de broutement, une simulation par éléments finis basée sur l'analyse des valeurs propres complexes a également été réalisée par Awang *et al.* [44]. La fréquence du bruit mesurée expérimentalement à 10.99 Hz a été corrélée avec celle du système bras-balais déterminée par éléments finis à 11.55 Hz. Des modifications structurales, portant sur la géométrie du profil du balai de l'essuie-glace, sont alors proposées.

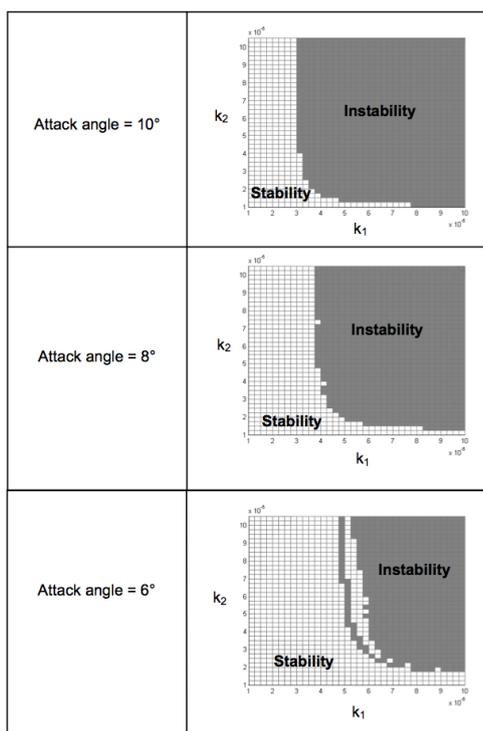


FIGURE 1.36 – Stabilité de l'essuie-glace en fonction de l'angle d'attaque [50]

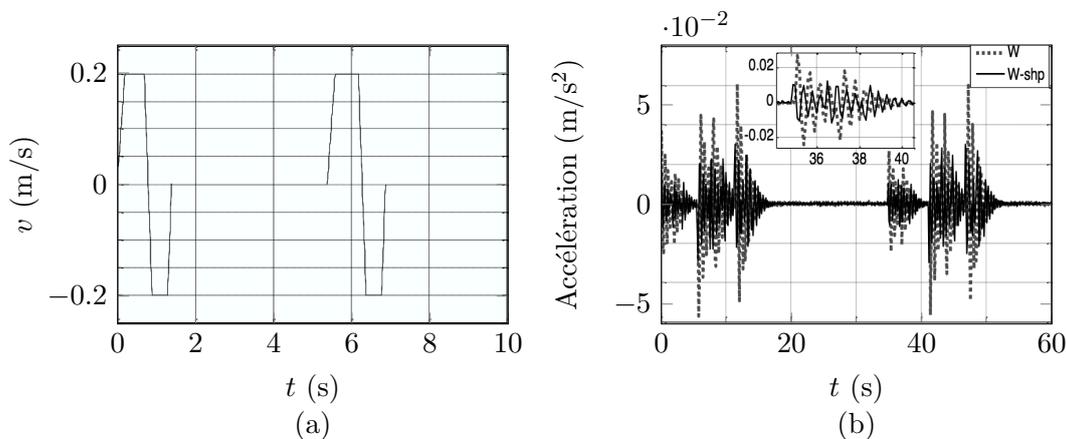


FIGURE 1.37 – Influence de la technique "input shaping" sur le bruit de broutement [52] : (a) Entrée du système, (b) Analyse du bruit dans le domaine temporel. Sans "input shaping technique" (-), avec "input shaping technique" (.)

### 1.3.4.3 Bruit de crissement ("squeal noise")

Le bruit de crissement des essuie-glaces se produit à des fréquences situées autour de 1000 Hz et seulement pour certaines vitesses d'essuyage, supérieures à celles du bruit de broutement. Le bruit de crissement apparaît seulement lorsque le contact entre l'essuie-glace et le pare-brise est lubrifié. Dans ce régime, Koenen *et al.* [53] et Deleau *et al.* [2, 54] montrent l'importance de la vitesse sur la génération du bruit de crissement. En particulier, pour une vitesse de glissement égale à 400 mm/s et une force normale linéique de 100 N/m, le crissement se produit toujours lorsque le contact est lubrifié et ne se produit jamais lorsque le contact est sec. De plus, à partir d'enregistrements synchronisés des signaux acoustiques et de forces de contact, Deleau *et al.*

relient la fréquence du bruit de crissement à celle des efforts normal et tangentiel (voir figure 1.38).

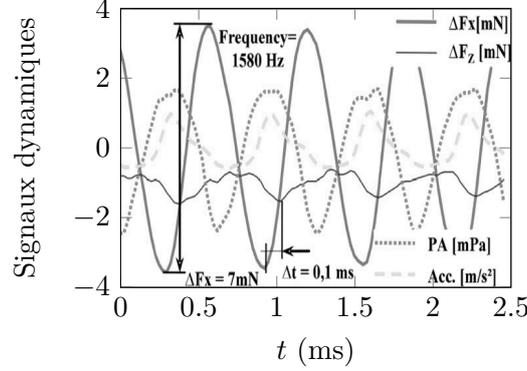


FIGURE 1.38 – Signaux dynamiques durant le crissement [54]

Pour modéliser le phénomène à l'origine des bruits de crissement, Goto *et al.* [55] utilisent un modèle à un degré de liberté représenté figure 1.39(a) que nous nous proposons de détailler. L'essuie-glace est relié au bâti par deux ressorts de raideur  $k_1$  et  $k_2$ .  $P_1$  et  $P_2$  représentent

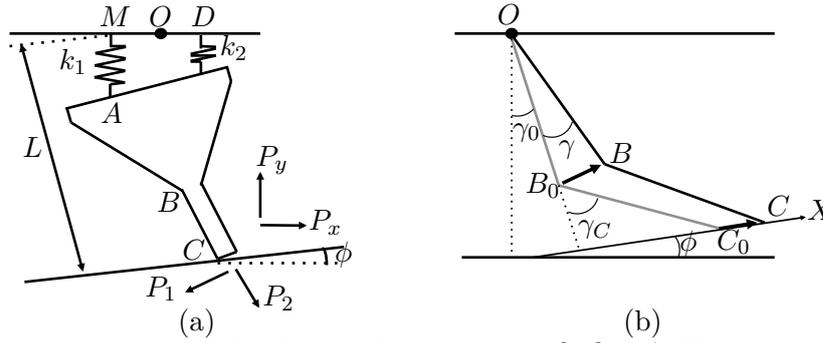


FIGURE 1.39 – Système générant des bruits de crissement [55] : a) Changement de position provoqué par un changement d'angle, b) Équilibre des forces

les forces appliquées par la lame sur la surface du pare-brise. Initialement, le point  $B$  est à la position  $B_0$  et le point  $C$  à la position  $C_0$  (voir la figure 1.39(b)). L'équilibre des forces peut alors se noter dans la direction  $X$ ,

$$P_x = P_1 \cos \gamma_c - P_2 \sin \gamma_c \quad (1.82)$$

et dans la direction  $Y$ ,

$$P_y = P_1 \sin \gamma_c + P_2 \cos \gamma_c \quad (1.83)$$

En développant les équations précédentes, il vient,

$$P_x = -\mu_0 b_1 \sin(\gamma_0 - \phi) \gamma - b_3 \left( \frac{\partial \mu}{\partial v} \right) \dot{\gamma} \quad (1.84)$$

et,

$$P_y = -b_1 \sin(\gamma_0 - \phi) \gamma + b_2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial v} \right) \dot{\gamma} \quad (1.85)$$

où  $\mu_0$  est le coefficient de frottement à l'équilibre,  $v$  la vitesse relative entre la lame et le pare-brise

et  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  des coefficients. Ces valeurs sont ensuite introduites dans l'équation du mouvement à 1 degré de liberté. En notant  $I$  le moment d'inertie autour du point  $O$ ,  $c$  l'amortissement du système et  $k$  la raideur, on obtient,

$$I\ddot{\gamma} + c\dot{\gamma} + k\gamma = P_x L \cos(\gamma_0 - \phi) + P_y L \sin(\gamma_0 - \phi) \quad (1.86)$$

soit,

$$I\ddot{\gamma} + \left[ c + e_1 \frac{\partial \mu}{\partial v} \right] \dot{\gamma} + (k + e_2)\gamma = 0 \quad (1.87)$$

où  $e_1$  et  $e_2$  sont des coefficients. À partir de l'équation 1.87, un critère de stabilité peut être défini :

$$\begin{cases} \text{Si } c + e_1 \frac{\partial \mu}{\partial v} > 0 : \text{ le système est stable} \\ \text{Si } c + e_1 \frac{\partial \mu}{\partial v} < 0 : \text{ le système est instable} \end{cases} \quad (1.88)$$

Lorsque le système est instable, une vibration auto-entretenu se produit. Ainsi, dans le cas du bruit de crissement, et contrairement aux bruits de broutement et de retournement, l'origine de l'instabilité n'est pas géométrique mais tribologique. En effet, il est nécessaire que le coefficient de frottement évolue avec la vitesse pour que l'instabilité se produise. Min *et al.* [56] montrent qu'en plus de l'évolution du coefficient de frottement, la courbure du pare-brise contribue également à la génération du crissement.

Afin de limiter le crissement, Stallaert *et al.* [57] proposent de transmettre au balai d'essuie-glace une vibration de commande (*dither control*) de fréquence supérieure à celle du crissement. La pression acoustique mesurée montre l'effet de la vibration de commande. En effet, avant et après avoir envoyé la vibration de commande, le crissement apparaît. Lorsque la vibration de commande est introduite, le crissement disparaît. Néanmoins, le bruit de crissement est remplacé par un autre bruit dont la fréquence est égale à celle de la vibration de commande (*dither signal*). Les auteurs suggèrent d'exciter l'essuie-glace avec une vibration de commande de fréquence hors du spectre audible (*i. e.*  $> 20$  kHz). Bien qu'efficace, une telle solution serait trop coûteuse et nécessiterait beaucoup d'énergie au niveau des moteurs des essuie-glaces. D'autres solutions sont alors à envisager.

#### 1.3.4.4 Bilan sur les bruits des essuie-glaces

La figure 1.40 présente la répartition des trois principaux bruits des essuie-glaces sur un cycle de balayage de durée  $T$  en fonction de la vitesse de glissement. Sont reportés en abscisse, le temps, et en ordonnées la vitesse de balayage. Cette évolution est décomposée en quatre zones : (A) basses vitesses, (B) vitesses intermédiaires, (C) hautes vitesses, (D) très hautes vitesses. Le tableau 1.1 résume les principales caractéristiques de chaque bruit. D'après ce tableau, on peut dès à présent s'interroger sur l'impact qu'aurait une maîtrise de l'évolution du coefficient de frottement sur la génération du bruit de crissement.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre bibliographique, nous avons présenté les pré-requis mathématiques (stabilité des systèmes linéaires, non-linéaires, et bifurcations) permettant de répondre à notre probléma-

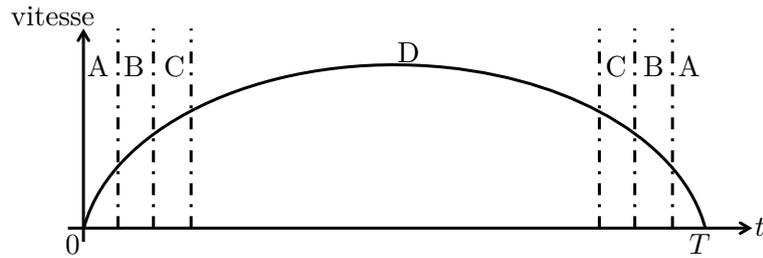


FIGURE 1.40 – Répartition des bruits des essuie-glaces sur un cycle de balayage de durée  $T$  en fonction de la vitesse de glissement : (A) Bruit de retournement, (B) Bruit de broutement, (C) Bruit de crissement, (D) Aucun bruit

BRUIT	VITESSES	ORIGINE
Bruit de retournement	Vitesse nulle (A)	Augmentation soudaine de la force normale
Bruit de broutement	Basses vitesses (B)	Evolution de l'angle d'attaque de la lame (sprag-slip)
Bruit de crissement	Vitesses intermédiaires (C)	Chute du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement

Tableau 1.1 – Synthèse sur les bruits des essuie-glaces

tique. Trois principaux modèles générateurs de bruits par frottement ont ensuite été présentés. Tous reposent sur un couplage entre une masse et un tapis roulant. Le modèle du stick-slip nécessite une variation du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement pour devenir instable, ce qui n'est pas le cas avec les modèles de sprag-slip et de couplage de mode. Nous avons finalement consacré la dernière partie de ce chapitre aux bruits générés par des contacts élastomères dans les systèmes automobiles. En particulier, nous avons introduit les trois principaux bruits des essuie-glaces, à savoir : celui de retournement, de broutement et de crissement. Les origines de ces bruits sont diverses, et chaque bruit se produit pour certaines vitesses de balayage. Des modèles permettant d'expliquer leur génération ont été présentés. En ce qui concerne le bruit de crissement, aucune solution viable permettant de l'éliminer n'est proposée dans la littérature.

## Chapitre 2

# Rayonnement acoustique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>41</b>
<b>2.2</b>	<b>Système d'étude</b>	<b>41</b>
<b>2.3</b>	<b>Analyse modale</b>	<b>42</b>
2.3.1	Échantillon d'élastomère	42
2.3.1.1	Propriétés des élastomères	42
2.3.1.2	Propriétés de l'échantillon étudié	44
2.3.1.3	Échantillon cylindrique	45
2.3.1.4	Essuie-glace	46
2.3.2	Disque en verre	47
<b>2.4</b>	<b>Facteur de rayonnement</b>	<b>47</b>
2.4.1	Éléments théoriques	47
2.4.1.1	Puissance acoustique	47
2.4.1.2	Niveau de puissance acoustique	48
2.4.1.3	Puissance acoustique d'un piston bafflé	48
2.4.1.4	Facteur de rayonnement	50
2.4.1.5	Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'une plaque infinie	50
2.4.1.6	Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'un solide fini	51
2.4.2	Calcul des pressions pariétales par la méthode de collocation	51
2.4.2.1	Objectifs	51
2.4.2.2	Détermination de la pression acoustique pariétale d'un objet rayonnant	52
2.4.2.3	Résolution numérique par méthode de collocation	53
2.4.2.4	Discussion : Prise en compte de l'effet Horn	55
2.4.3	Application numérique	55
2.4.3.1	Plaque rectangulaire bafflée	55
2.4.3.2	Échantillon d'élastomère cylindrique	58
2.4.3.3	Échantillon d'essuie-glace	58

---

2.4.3.4	Influence d'une modification de la fréquence propre sur le rayonnement . . . . .	59
<b>2.5</b>	<b>Source du crissement . . . . .</b>	<b>59</b>
2.5.1	Disque en verre . . . . .	59
2.5.1.1	Mode sollicité . . . . .	59
2.5.1.2	Déformée statique . . . . .	60
2.5.1.3	Oscillation de corps rigide . . . . .	60
2.5.2	Échantillon d'élastomère . . . . .	61
<b>2.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>61</b>

---

## 2.1 Introduction

Ce chapitre porte sur le comportement acoustique du système étudié. En considérant un contact verre/élastomère en crissement, on cherche en premier lieu à déterminer qui, de l'élastomère ou du verre, est la principale source sonore. Le niveau de puissance acoustique doit donc être estimé pour chacun des deux solides. Pour cela, nous réalisons des analyses modales du disque en verre et de l'échantillon d'élastomère. Nous supposons qu'aucun couplage de modes n'est présent. Ensuite, après avoir introduit notre méthode de calcul, nous déterminons le facteur de rayonnement et le niveau de puissance acoustique des modes susceptibles d'être sollicités. Enfin, différents scénarios possibles sont comparés permettant de répondre au problème posé.

## 2.2 Système d'étude

On considère le contact verre/élastomère représenté figure 2.1.

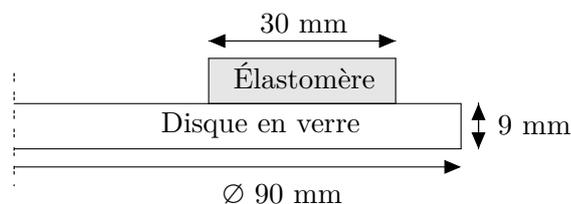


FIGURE 2.1 – Contact verre/élastomère étudié

Un échantillon d'élastomère de longueur 30 mm est en contact avec un disque en verre en rotation de 90 mm de diamètre et 9 mm d'épaisseur. En supposant que le crissement apparaît autour de 1300 Hz, on s'intéresse au comportement acoustique du système étudié. Deux échantillons d'élastomère sont utilisés : un échantillon cylindrique et un essuie-glace disponible dans le commerce. La réponse acoustique dépend fortement du facteur de rayonnement de chaque solide considéré. Les différentes étapes permettant de le déterminer sont résumées figure 2.2.

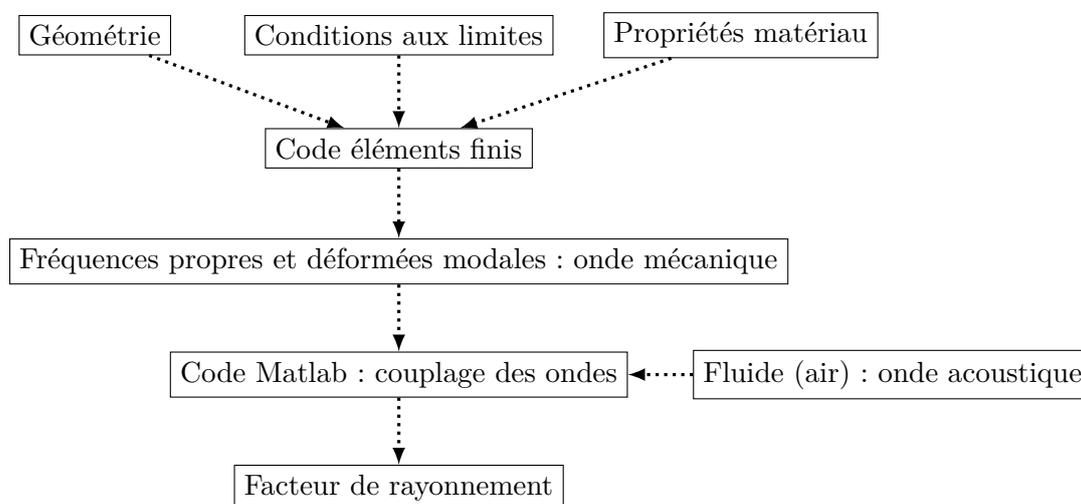


FIGURE 2.2 – Étapes pour la détermination du facteur de rayonnement d'un mode d'un solide

## 2.3 Analyse modale

L'analyse modale d'un solide a pour but de déterminer son comportement dynamique et permet d'obtenir ses modes propres. Pour réaliser l'analyse modale d'un solide sur un solveur, différentes données d'entrées sont nécessaires : ses grandeurs physiques (dimensions, masse volumique, ...), ses propriétés mécaniques (module de Young, coefficient de Poisson, ...) et les conditions aux limites (face libre, encastrée, ...). En effet, comme la vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le matériau dépend de ces propriétés mécaniques, ces dernières influent *in fine* sur les fréquences propres du solide et ses capacités à se déformer.

Pour réaliser l'analyse modale d'un solide par calculs éléments finis, nous utilisons la suite logicielle Salome-Meca<sup>®</sup>. Le solide est tout d'abord dessiné puis maillé avec Salome (logiciel de Conception Assistée par Ordinateur et de maillage). Ensuite, les modes propres sont déterminés avec le logiciel Code Aster (solveur). Ces derniers sont calculés *in vacuo*, c'est à dire que la présence du fluide n'est pas prise en compte lors des calculs. Cette hypothèse, qui peut s'avérer très forte dans certains cas, ne l'est pas pour notre étude, l'air étant considéré comme un fluide léger.

### 2.3.1 Échantillon d'élastomère

On se propose à présent de réaliser les analyses modales des échantillons d'élastomères utilisés, tous constitués du même matériau. Les dimensions et les conditions aux limites des échantillons sont connues. En revanche, les propriétés de leur matériau sont inconnues. En particulier, le module de conservation  $E'$ , présenté dans la section 2.3.1.1 et dont la valeur est nécessaire pour réaliser l'analyse modale, dépend fortement de la fréquence de vibration et de la température. Afin de l'évaluer à température ambiante (23°C) et à la fréquence de crissement ( $\simeq 1300$  Hz), des essais DMTA (Dynamic Mechanical Thermal Analysis) sont réalisés sur la machine DMA (Dynamic Mechanical Analysis) de l'École Centrale de Lyon dont le principe est présenté en annexe A.

#### 2.3.1.1 Propriétés des élastomères

Avant de présenter les résultats des essais DMTA réalisés à Centrale, nous introduisons quelques propriétés générales des élastomères en se référant au livre de Petit et al. [58].

Les élastomères synthétiques sont obtenus à partir de *réactions de polymérisation* durant lesquelles les monomères deviennent des grandes chaînes moléculaires : les polymères. À l'état brut et à température ambiante, les interactions entre les chaînes sont très faibles, et le glissement inter-chaînes est favorisé : la réponse visqueuse domine la réponse élastique. Pour empêcher ce comportement, les polymères sont *vulcanisés*. La vulcanisation est un procédé de *réticulation* permettant de maintenir les chaînes de polymères entre elles par ajout de ponts de soufre ou d'oxygène. Le mouvement est ainsi limité tout en conservant une certaine souplesse. Les polymères réticulés sont appelés élastomères. Ils présentent une structure amorphe (pas d'organisation privilégiée) et possèdent un comportement viscoélastique, donnant lieu à une réponse élastique et une réponse visqueuse.

- *Réponse élastique* : cette réponse se traduit à l'échelle macroscopique par la capacité d'un matériau à retrouver sa forme initiale après avoir subi une déformation une fois que tous les efforts

ont été relâchés. Il s'agit d'un comportement réversible. Pour les élastomères, cette réponse se produit pour les faibles contraintes de déformation et correspond à un simple allongement des chaînes de polymères.

- *Réponse visqueuse* : lors du maintien d'un effort ou d'une déformation, les chaînes de polymères se déroulent progressivement puis glissent les unes par rapport aux autres. Ce comportement, dissipatif et irréversible, traduit la réponse visqueuse des élastomères.

Pour un matériau viscoélastique, on définit alors le module complexe  $E^*$  (MPa) prenant en compte ces deux types de réponses :

$$E^* = E' + \imath E'' \quad (2.1)$$

où  $E'$  (MPa) représente le module de conservation, autrement appelé module de Young (composante élastique) et  $E''$  (MPa) le module de perte (composante amortissante visqueuse). Ces deux entités permettent d'introduire le facteur de perte en traction  $\tan \delta$  et le taux d'amortissement  $\zeta$  définis par

$$\tan \delta = 2\zeta = \frac{E''}{E'} \quad (2.2)$$

qui représentent la faculté du matériau à dissiper l'énergie mécanique en chaleur. Lors d'un essai de traction, l'angle  $\delta$  peut être interprété comme le déphasage entre le déplacement imposé et le signal de force résultant. Le comportement mécanique des élastomères dépend aussi fortement de la température, et plus particulièrement de la température de transition vitreuse  $T_g$ .

### Température de transition vitreuse $T_g$

Aux très faibles températures, aucun glissement n'est possible entre les chaînes de polymères, et l'élastomère a un comportement fragile. C'est l'état vitreux, caractérisé par un module de conservation  $E'$  très élevé et constant. La température de transition vitreuse  $T_g$  correspond à la température à partir de laquelle l'élastomère passe de l'état vitreux à l'état caoutchouteux permettant un mouvement entre les chaînes macro-moléculaires sous l'agitation thermique. Le module de conservation  $E'$  diminue alors sensiblement. Pour des températures plus importantes, l'élastomère est à l'état caoutchouteux, et le module de conservation  $E'$  reste très faible (voir figure 2.3). La température de transition vitreuse est également marquée par une forte augmentation de  $\tan \delta$ , traduisant une importante dissipation de l'énergie mécanique. Pour des essais dynamiques, cette température est définie à une fréquence de sollicitation de 1 Hz.

### Principe d'équivalence temps-température

Le comportement des chaînes de polymères d'un élastomère dépend à la fois de la température et de la fréquence de sollicitation. Pour une contrainte appliquée, cela se traduit à l'échelle macroscopique par une vitesse de déformation directement liée à la température. On peut alors introduire le principe d'équivalence temps-température (ou loi WLF, pour Williams, Landel et Ferry qui l'ont établie), selon lequel les propriétés viscoélastiques de l'élastomère pour une sollicitation à une fréquence  $f$  et à une température  $T$  sont identiques à celles obtenues à la température de référence  $T_{ref}$  et à la fréquence  $f_{ref} = a_{T/T_{ref}} f$  où  $a_{T/T_{ref}}$  représente le facteur de translation. En particulier, en appliquant ce principe sur le module de conservation  $E'$ , on

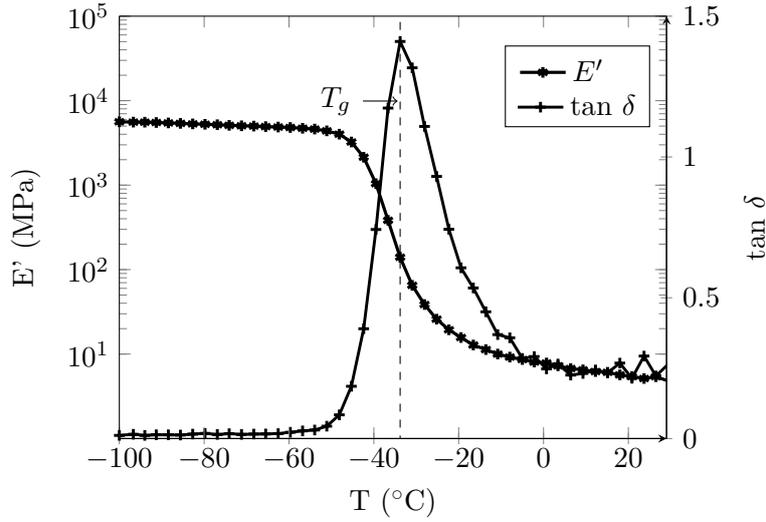


FIGURE 2.3 – Évolution du module de conservation  $E'$  et de  $\tan \delta$  en fonction de la température pour l'élastomère étudié à  $f = 1$  Hz. Essais réalisés sur la machine DMA de l'ECL.

obtient :

$$\forall T, \quad \forall f, \quad E'(f, T) = E'(a_{T/T_{ref}} f, T_{ref}) \quad (2.3)$$

Des essais ont donc été réalisés afin de déterminer la courbe maitresse  $f \mapsto E'(f, T_{ref})$  à  $T_{ref} = 23^\circ\text{C}$  : l'éprouvette d'élastomère a été sollicitée aux fréquences présentées tableau 2.1 pour chaque température résumées tableau 2.2. Ensuite, par simple translation de  $\log a_{T/T_{ref}}$  pour

Fréquence	0.1Hz	0.3Hz	1Hz	3Hz	10Hz	30Hz
-----------	-------	-------	-----	-----	------	------

Tableau 2.1 – Fréquences utilisées lors des essais DMTA

Température	$-30^\circ\text{C}$	$-20^\circ\text{C}$	$-10^\circ\text{C}$	$0^\circ\text{C}$	$10^\circ\text{C}$	$23^\circ\text{C}$
-------------	---------------------	---------------------	---------------------	-------------------	--------------------	--------------------

Tableau 2.2 – Températures utilisées lors des essais DMTA

chaque température, on obtient la courbe maitresse représentée figure 2.4

Les mesures ont été interpolées par la fonction puissance d'ordre 4,  $S$ , d'équation :

$$S(f) = 10^{(0.0003 \log(f)^4 - 0.0024 \log(f)^3 + 0.0037 \log(f)^2 + 0.0507 \log(f) + 6.8)} \quad (2.4)$$

Cette interpolation, purement mathématique, permet d'obtenir le module de conservation pour toutes les fréquences présentes dans la plage de la courbe maitresse.

### 2.3.1.2 Propriétés de l'échantillon étudié

Pour l'échantillon utilisé, le module de conservation  $E'$  à  $23^\circ\text{C}$  et 1.3 kHz vaut 8.9 MPa, d'après l'équation 2.4. La masse volumique  $\rho$  a été mesurée à  $1400 \text{ kg.m}^{-3}$ . Les élastomères étant incompressibles, le coefficient de Poisson est fixé à 0.5. Les différentes grandeurs physiques de l'échantillon d'élastomère nécessaires pour réaliser l'analyse modale sont à présent connues.

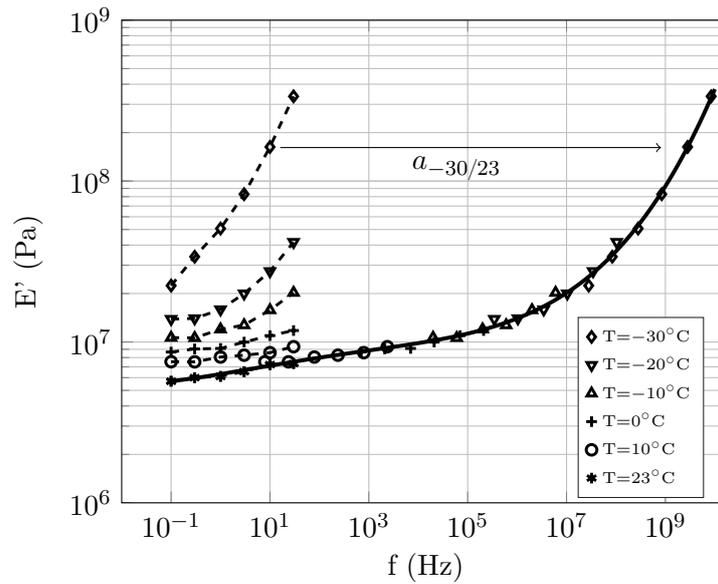


FIGURE 2.4 – Courbes maître de l'élastomère étudié obtenue à  $T = 23^\circ\text{C}$ . Mesures (- -), interpolation (-)

### 2.3.1.3 Échantillon cylindrique

L'échantillon d'élastomère cylindrique est un profil extrudé de 30 mm de long, représenté sur la figure 2.5. La ligne en contact est perpendiculaire à la vitesse de rotation du disque.

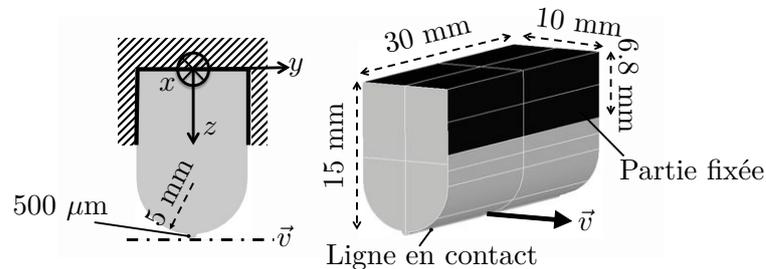


FIGURE 2.5 – Échantillon "cylindrique",  $v$  indique la vitesse de glissement

Le maillage est composé d'environ 15000 tétraèdres de 4 noeuds. Chaque tétraèdre a un comportement élastique linéaire. L'encastrement de l'échantillon est modélisé par un déplacement nul au niveau des noeuds en contact avec le porte-échantillon, et tous les autres noeuds sont libres. La fréquence propre a été calculée sans contact avec le disque. Les 4 premiers modes obtenus sont représentés sur la figure 2.6.

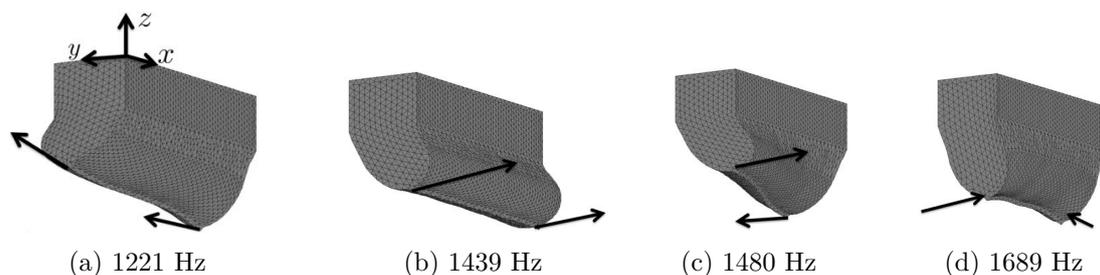


FIGURE 2.6 – 4 premiers modes de l'échantillon cylindrique. Les flèches indiquent la direction de déformation.

Le premier mode (figure 2.6a) correspond à une déformation longitudinale de la base sur la ligne de contact (selon  $x$ ). Cette déformation étant perpendiculaire au sens du mouvement, ce mode ne peut pas être excité. Le mode 2 (figure 2.6b) est une déformation de l'échantillon selon l'axe  $y$ . Comme la vitesse de glissement est également orientée suivant cet axe, ce mode peut être sollicité par le frottement. Le mode 3 (figure 2.6c) est une torsion de l'échantillon autour d'un nœud situé au milieu de la ligne de la contact. Ce mode ne peut pas être sollicité par une force de frottement uniforme le long de la ligne de contact. Le mode 4 (figure 2.6d) présente des déformations dans le plan  $x-z$ .

Ainsi, comme la force de frottement est supposée uniforme dans la direction  $y$ , le seul mode pouvant être sollicité est le mode 2.

### 2.3.1.4 Essuie-glace

L'essuie-glace étudié est représenté sur la figure 2.7. Il s'agit d'un balai nouvelle génération de type Flat Blade 1. Les 4 premiers modes de l'essuie-glace sont représentés sur la figure 2.8.

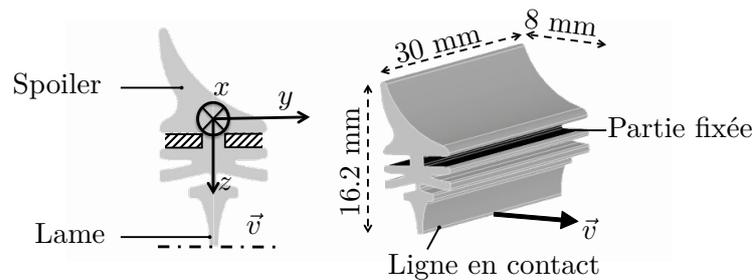


FIGURE 2.7 – Échantillon d'essuie-glace

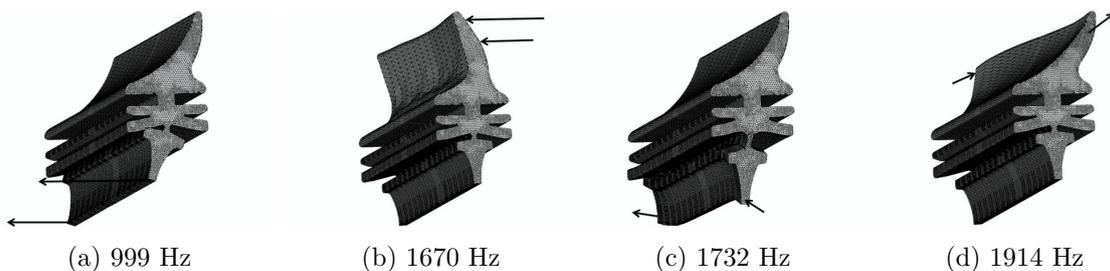


FIGURE 2.8 – 4 premiers modes de l'échantillon d'essuie-glace

Le premier mode correspond à une déformation de la lame d'essuie-glace selon l'axe  $y$ . Ce mode étant dans le sens du frottement et comme le contact se produit au niveau de la lame, il est excité par le frottement. Le mode 2 correspond à une déformation du spoiler de l'essuie-glace selon l'axe  $y$ . Ce mode est dans le sens du frottement. Néanmoins, comme le spoiler n'est pas en contact avec le disque et que la partie fixée (déplacement nul) isole la lame du spoiler, ce mode n'est pas sollicité au premier ordre. Les modes 3 et 4 correspondent à une déformation de la lame et du spoiler selon l'axe  $x$ . Ces déformations étant perpendiculaires au sens de glissement de l'échantillon, ces modes ne peuvent pas être sollicités. Ainsi, la force de frottement étant supposée uniforme selon  $y$ , le seul mode pouvant être sollicité est le mode 1. Le facteur de rayonnement doit donc être calculé pour ce mode.

### 2.3.2 Disque en verre

La modélisation du disque en verre présenté section 2.2 est représentée figure 2.9.

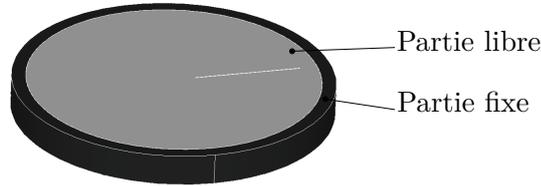


FIGURE 2.9 – Disque étudié

Pour l'analyse modale, les propriétés matériau utilisées sont les suivantes : masse volumique  $\rho_{\text{verre}} = 2540 \text{ kg m}^{-3}$ , coefficient de Poisson  $\nu_{\text{verre}} = 0.24$  et module de Young  $E_{\text{verre}} = 69 \text{ GPa}$ . Les modes obtenus sont représentés figure 2.10.

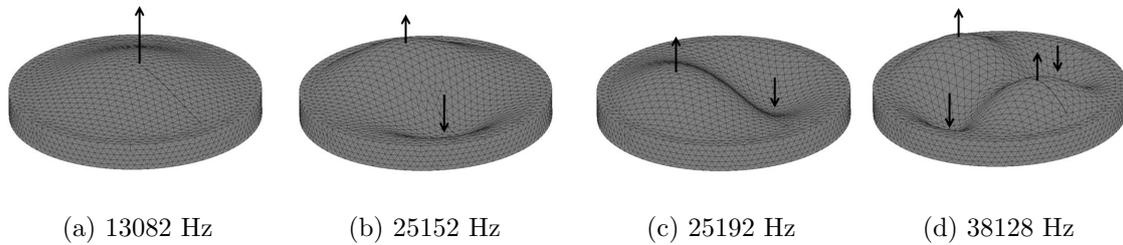


FIGURE 2.10 – Analyse modale du disque : (a) Mode 1 ; (b) Mode 2 ; (c) Mode 3 ; (d) Mode 4

Les fréquences propres du disque sont largement supérieures à la fréquence de crissement étudiée. Ce résultat permet d'exclure le scénario selon lequel le crissement résulterait d'une excitation du disque sur l'un de ses modes.

## 2.4 Facteur de rayonnement

Les analyses modales des échantillons d'élastomère et du disque en verre étant effectuées, on cherche à déterminer le facteur de rayonnement de chaque mode susceptible d'être sollicité.

### 2.4.1 Éléments théoriques

Cette partie introductive présente les concepts acoustiques (puissance acoustique, niveau de puissance acoustique, facteur de rayonnement, ...) nécessaires à la compréhension de ce chapitre en s'appuyant sur certaines approches que l'on peut trouver dans la littérature [6, 59–62].

#### 2.4.1.1 Puissance acoustique

Soit un objet rayonnant de surface  $\Gamma$  ( $\text{m}^2$ ). Par définition [61], la puissance acoustique  $\Pi$  à travers  $\Gamma$  est la puissance moyenne (sur une période) transmise par l'onde à travers  $\Gamma$ , soit :

$$\Pi = \int_{\Gamma} \langle pv \rangle d\Gamma \quad (2.5)$$

où  $p = \mathbf{p} \sin(\omega t)$  (Pa) est la pression pariétale (*i. e.* située sur  $\Gamma$ ),  $v = \mathbf{v} \sin(\omega t + \phi)$  (m.s<sup>-1</sup>) la vitesse vibratoire sur  $\Gamma$  et  $\langle \rangle$  représente la moyenne temporelle sur une période,  $T$  :

$$\langle a \rangle = \frac{1}{T} \int_T a(t) dt \quad (2.6)$$

La puissance est déterminée à une fréquence  $f$  donnée. En notant  $\Re \underline{a}$  la partie réelle du nombre complexe  $\underline{a}$ , on a dans nos conditions [63] :

$$\langle pv \rangle = \frac{1}{2} \Re(\underline{p} \underline{v}^*) \quad (2.7)$$

avec  $\underline{p} = \mathbf{p} e^{i\omega t}$  et  $\underline{v}^* = \mathbf{v} e^{-i\omega t + \phi}$ . Il vient :

$$\Pi = \frac{1}{2} \Re \int_{\Gamma} \underline{p} \underline{v}^* d\Gamma \quad (2.8)$$

### 2.4.1.2 Niveau de puissance acoustique

Le niveau de puissance acoustique d'une source  $Lw(\Pi)$  (dB) est défini par :

$$Lw(\Pi) = 10 \log_{10} \left( \frac{\Pi}{\Pi_0} \right) \quad (2.9)$$

où  $\Pi$  est la puissance acoustique de la source d'émission et  $\Pi_0 = 10^{-12}$  W la puissance acoustique de référence correspondant au seuil d'audibilité de l'oreille humaine à 1000 Hz. Cette relation permet de relier facilement le niveau de puissance acoustique perçue par le récepteur à la puissance acoustique réelle de la source. Par exemple, diminuer le niveau de puissance acoustique de 3 dB revient à diviser par 2 la puissance acoustique  $\Pi$  de la source.

Néanmoins, l'oreille humaine n'a pas une sensibilité identique à toutes les fréquences présentes sur sa bande passante [20 Hz-20 kHz]. Par exemple, bien qu'ils aient le même niveau sonore, un son pur à 100 Hz ne sera pas perçu aussi fort qu'un son pur à 1000 Hz (voir la courbe de sonie de la figure 2.11). Pour prendre en compte cette sensibilité, le niveau de puissance acoustique peut être pondéré. La pondération A, représentée figure 2.11, est principalement utilisée. Le niveau de puissance acoustique s'exprime alors en dBA. La référence, 0 dBA, est prise à 1 kHz. Pour notre étude, il est important de noter que le crissement étudié apparaît dans la gamme fréquentielle pour laquelle la sensibilité de l'oreille humaine est maximale, ce qui le rend encore plus gênant.

### 2.4.1.3 Puissance acoustique d'un piston bafflé

On considère le piston bafflé indéformable de rayon  $a$  représenté figure 2.12.

La puissance acoustique  $\Pi_{\text{piston}}$  du piston indéformable à une fréquence  $f$  vaut :

$$\Pi_{\text{piston}} = \pi a^2 p_{rms} v_{rms} \quad (2.10)$$

où  $p_{rms}$  (Pa) est la pression quadratique moyenne d'un point situé dans l'espace et  $v_{rms}$  (m.s<sup>-1</sup>) la vitesse quadratique moyenne à ce même point. Pour un piston indéformable, la vitesse vibratoire  $v$  est identique en tout point de la surface rayonnante. En notant  $\rho_0 = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$  la masse

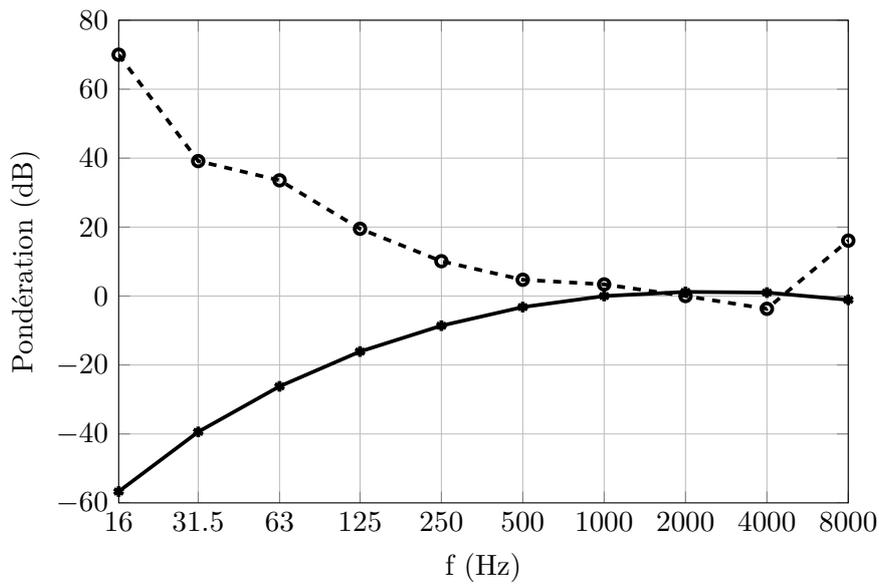


FIGURE 2.11 – Pondération A en fonction de la fréquence (-), Courbe d'isotonie (- -) [64]

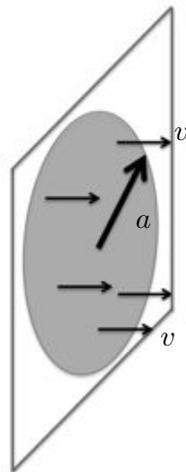


FIGURE 2.12 – Rayonnement acoustique d'une piston bafflé indéformable

volumique de l'air et  $c_0 = 343 \text{ m s}^{-1}$  la vitesse du son dans l'air, elle est égale sur un point situé sur le piston à :

$$v_{rms} = \frac{p_{rms}}{\rho_0 c_0} \quad (2.11)$$

avec

$$p_{rms} = \sqrt{\langle p(x, t)^2 \rangle} \quad (2.12)$$

et

$$v_{rms}^2 = \langle v(x, t)^2 \rangle \quad (2.13)$$

où  $\langle \rangle$  représente la moyenne temporelle et  $\bar{\phantom{x}}$  la moyenne spatiale. La puissance acoustique d'un piston bafflé obtenue vaut donc :

$$\Pi_{\text{piston}} = \rho_0 c_0 S v_{rms}^2 \quad (2.14)$$

où  $S = \pi a^2$  ( $\text{m}^2$ ) est la surface du piston.

### 2.4.1.4 Facteur de rayonnement

Le facteur de rayonnement  $\sigma$  exprime la capacité d'une structure à rayonner de l'énergie acoustique comparée à celle du piston de même aire et de même vitesse quadratique moyenne. Il est donc défini comme étant le rapport entre la puissance de l'objet rayonnant  $\Pi$  et la puissance du piston circulaire bafflé de même aire et de vitesse quadratique moyenne identique à celle de l'objet rayonnant  $\Pi_{\text{piston}}$  :

$$\sigma = \frac{\Pi}{\Pi_{\text{piston}}} = \frac{\Pi}{\rho_0 c S \langle v^2 \rangle} \quad (2.15)$$

Le facteur de rayonnement peut être interprété comme l'efficacité du solide à convertir une énergie mécanique de fréquence  $f$  en une énergie acoustique de même fréquence. Dans le cas où  $\sigma \ll 1$ , le rayonnement acoustique est faible. En revanche, lorsque  $\sigma \simeq 1$  le solide rayonne autant qu'un piston. Le facteur de rayonnement dépend de la fréquence de vibration.

### 2.4.1.5 Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'une plaque infinie

Pour illustrer le concept de facteur de rayonnement, on s'intéresse au cas simple de la plaque infinie. On considère une plaque infinie dans laquelle une onde mécanique et harmonique se déplace à la pulsation  $\omega = 2\pi f$ . L'onde de flexion (perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde) est dispersive : sa célérité  $c_M$  dépend de la fréquence. On note  $\lambda_M = c_M/f$  sa longueur d'onde. La surface de la plaque est alors le siège d'un couplage entre l'onde mécanique et l'onde acoustique se déplaçant dans le fluide (l'air) (voir figure 2.13).

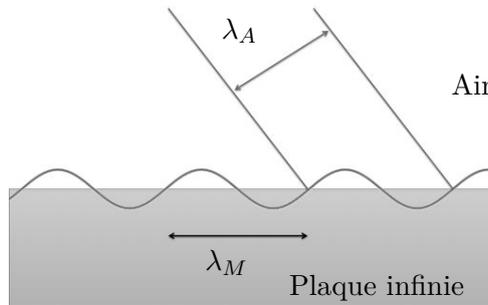


FIGURE 2.13 – Rayonnement acoustique d'une plaque infinie [60]

Pour une fréquence fixée  $f$ , la longueur d'onde de l'onde acoustique vaut  $\lambda_A = c_0/f$ . On peut alors définir le rapport

$$E_R = \frac{\lambda_M}{\lambda_A} = \frac{c_M}{c} \quad (2.16)$$

introduisant la notion d'*efficacité* de rayonnement. En particulier, la fréquence pour laquelle  $E_R = 1$  est appelée *fréquence de coïncidence* (ou *fréquence critique*). Elle est notée  $f_c$ . Elle correspond à la fréquence pour laquelle il y a égalité des vitesses des ondes mécanique et acoustique. On retrouve cette fréquence dans l'expression du facteur de rayonnement d'une plaque infinie  $\sigma_{\text{Plaque}}$  qui vaut :

$$\begin{cases} \sigma_{\text{Plaque}} = 0 & \text{si } f < f_c, \\ \sigma_{\text{Plaque}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_c}{f}}} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.17)$$

L'évolution du facteur de rayonnement  $\sigma_{\text{Plaque}}$  en fonction du rapport  $f/f_c$  est présentée figure 2.14. Ainsi, pour une plaque infinie, trois cas se présentent :

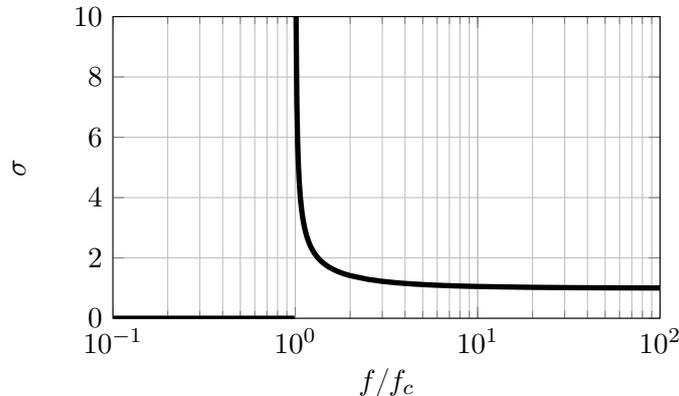


FIGURE 2.14 – Évolution du facteur de rayonnement en fonction de  $f/f_c$  pour une plaque infinie

- $f < f_c$  : Les ondes de flexion sont subsoniques, leur célérité  $c_M$  est inférieure à la vitesse du son dans l'air  $c_0$ . D'après l'équation 2.17, le rayonnement acoustique est nul.
- $f = f_c$  : il y a égalité des célérités (mécanique et acoustique) et le facteur de rayonnement tend vers l'infini.
- $f > f_c$  : Les ondes de flexion sont supersoniques et le facteur de rayonnement tend vers 1 (même efficacité qu'un piston) lorsque la fréquence tend vers l'infini.

#### 2.4.1.6 Rayonnement et fréquence de coïncidence : cas d'un solide fini

Pour n'importe quel solide fini qui rayonne, certaines analogies avec le cas d'une plaque infinie peuvent être effectuées. Par exemple, la fréquence de coïncidence correspond toujours à la fréquence pour laquelle le facteur de rayonnement est maximal, avec égalité des célérités des ondes mécanique et acoustique. De plus, le facteur de rayonnement tend vers 1 au delà de cette fréquence. Néanmoins, le facteur de rayonnement n'est pas nul en deçà de la fréquence critique : le solide rayonne mais très faiblement.

### 2.4.2 Calcul des pressions pariétales par la méthode de collocation

#### 2.4.2.1 Objectifs

Nous avons réalisé un programme sous Matlab<sup>®</sup> permettant de déterminer la puissance acoustique et le facteur de rayonnement des solides considérés (échantillons d'élastomères et disque) à partir de leurs déformées modales et des fréquences propres des modes qui sont susceptibles d'être excités. Pour rappel, la puissance acoustique  $\Pi$  à une fréquence fixée  $f$  d'un solide de surface  $\Gamma$  ( $\text{m}^2$ ) a pour expression

$$\Pi = \frac{1}{2} \Re \int_{\Gamma} p v^* d\Gamma$$

où  $p$  (Pa) est la pression pariétale et  $v$  (m.s<sup>-1</sup>) la vitesse sur  $\Gamma$ . À partir des déformées modales  $u$  obtenues précédemment, la vitesse vibratoire  $v$  pariétale s'obtient aisément à partir de la relation

$$v = \omega u \quad (2.18)$$

avec  $\omega = 2\pi f$ . Il reste donc maintenant à déterminer la pression pariétale à partir des déformées obtenues par éléments finis.

### 2.4.2.2 Détermination de la pression acoustique pariétale d'un objet rayonnant

Pour cette étude, la convention choisie est :  $e^{i\omega t}$ .

Soit un objet rayonnant de surface  $\Gamma$  dont la vitesse vibratoire à une fréquence  $f$  donnée est connue en tout point de sa surface et un domaine  $\Omega$  entourant l'objet rayonnant, figure 2.15.

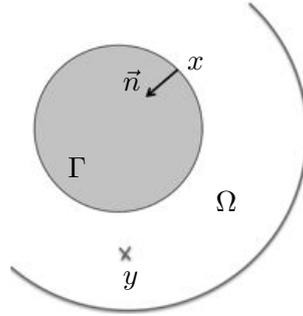


FIGURE 2.15 – Système étudié

L'objectif est de déterminer la pression acoustique en chaque point de sa surface. Soit un point  $y$  appartenant au domaine  $\Omega$ , la pression  $p(y)$  vérifie l'équation de Helmholtz-Kirchhoff :

$$p(y) = \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial p}{\partial n}(x)g(y, x) - p(x)\frac{\partial g}{\partial n}(y, x) \right) d\Gamma_x \quad (2.19)$$

où  $x$  est un point situé sur la surface  $\Gamma$ ,  $n$  la normale à  $\Gamma$  intérieure à l'objet (*i. e.* extérieure au domaine acoustique) en  $x$  et  $g(y, x)$  une fonction de Green de l'équation de Helmholtz vérifiant (2.20). Par convention, lorsque l'on écrit  $g(y, x)$ ,  $x$  est la source et  $y$  le récepteur.

$$\Delta_y g(y, x) + k^2 g(y, x) = -\delta(y - x) \quad (2.20)$$

où  $k = \sqrt{\omega^2/c_0^2}$  est le nombre d'onde et  $\delta$  la fonction de Dirac. On choisit :

$$g(y, x) = \frac{e^{-ik|x-y|}}{4\pi|x-y|} \quad (2.21)$$

où  $|x - y|$  représente la distance entre les points  $y \in \Omega$  et  $x \in \Omega$ . Par définition, la forme locale de la seconde loi de Newton pour  $x \in \Gamma$  s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x) = -i\rho\omega v(x) \quad (2.22)$$

où  $v$  est la vitesse vibratoire normale sur la surface  $\Gamma$  comptée positivement dans le sens du

vecteur normal  $n$ . Ainsi, l'équation (2.19) devient pour  $y \in \Omega$  :

$$p(y) = \int_{\Gamma} \left( -\imath\rho\omega v(x)g(y, x) - p(x)\frac{\partial g}{\partial n}(y, x) \right) d\Gamma_x \quad (2.23)$$

L'expression de la pression dans le domaine  $\Omega$  est connue dès lors que  $v$  et  $p$  sont déterminées sur la surface  $\Gamma$ . On peut montrer que lorsque  $y$  tend vers un point de  $\Gamma$ , on obtient la pression pariétale :

$$\frac{1}{2}p(y) = \int_{\Gamma} \left( -\imath\rho\omega v(x)g(y, x) - p(x)\frac{\partial g}{\partial n}(y, x) \right) d\Gamma_x \quad (2.24)$$

L'équation (2.24) est une équation intégrale sur  $p$  du type Fredholm de seconde espèce.

Le problème théorique est maintenant posé, reste à le résoudre de manière numérique par une méthode de collocation.

### 2.4.2.3 Résolution numérique par méthode de collocation

#### Système général sur les pressions

On suppose maintenant que la surface  $\Gamma$  peut être décomposée en  $N$  surfaces élémentaires  $S_i$  sur lesquelles la pression et la vitesse vibratoire sont supposées constantes :  $\Gamma = \bigcup_{i=1}^N S_i$  et  $\forall i \forall y \in S_i$   $p(y) = p_i$  et  $v(y) = v_i$ . Ainsi, en choisissant un point de collocation  $y_i$  dans chaque  $S_i$ ,

$$p_i = 2 \sum_{j=1}^N \int_{S_j} \left( -\imath\rho\omega v(x)g(y_i, x) - p(x)\frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x) \right) dS_x \quad (2.25)$$

où  $n$  est la normale par rapport à l'élément de surface. Comme  $p$  et  $v$  sont supposées constantes sur  $S_j$ , l'équation 2.25 devient :

$$p_i + 2 \sum_{j=1}^N p_j \int_{S_j} \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x) dS_x = -2\imath\rho\omega \sum_{j=1}^N v_j \int_{S_j} g(y_i, x) dS_x \quad (2.26)$$

En prenant :

$$A_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x) dS_x \quad (2.27)$$

$$B_i = -\imath\rho\omega \sum_{j=1}^N v_j \int_{S_j} g(y_i, x) dS_x \quad (2.28)$$

L'équation 2.26 se met sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} A_{11} + \frac{1}{2} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} + \frac{1}{2} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & A_{NN} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Les termes  $B_i$  sont facilement calculés. En revanche, pour déterminer  $A_{ij}$ , il est nécessaire d'estimer  $\partial g/\partial n$ .

**Calcul de  $A_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x) dS_x$**

- Cas  $i \neq j$

Soit  $y_i \in S_i$  et  $x \in S_j$ . On suppose que  $x \mapsto \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x)$  est constant sur l'élément de surface  $S_j$ . On a alors :

$$\int_{S_j} \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, x) dS_x = \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, y_j) S_j \quad (2.30)$$

avec :

$$\frac{\partial g}{\partial n}(y_i, y_j) = \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-\imath k |y_j - y_i|}}{4\pi |y_j - y_i|} \right) \quad (2.31)$$

On pose  $y_j = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  et  $y_i = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$  où  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2$  et  $y_3$  représentent les coordonnées de  $y_j$  et  $y_i$  dans le repère étudié. Soit  $R$  défini par :

$$R = |y_j - y_i| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \quad (2.32)$$

On a :

$$\frac{\partial g}{\partial n}(y_i, y_j) = \underbrace{\frac{\partial g(y_i, y_j)}{\partial R}}_{\textcircled{1}} \underbrace{\frac{\partial R}{\partial n}}_{\textcircled{2}} \quad (2.33)$$

avec :

$$\textcircled{1} = \frac{\partial g(y_i, y_j)}{\partial R} = \left( -\imath k - \frac{1}{R} \right) \frac{e^{-\imath k R}}{4\pi R} = \left( -\imath k - \frac{1}{R} \right) g(y_i, y_j) \quad (2.34)$$

et

$$\textcircled{2} = \frac{\partial R}{\partial n} = \vec{n} \cdot \vec{\nabla} R = \vec{n} \cdot \frac{\vec{R}}{R} = \vec{n} \cdot \frac{y_i - y_j}{|y_j - y_i|} = \frac{\vec{n} \cdot (\overrightarrow{y_j y_i})}{|y_j - y_i|} \quad (2.35)$$

On obtient finalement :

$$A_{ij} = \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, y_j) S_j = \left( -\imath k - \frac{1}{|y_j - y_i|} \right) g(y_i, y_j) \frac{\vec{n} \cdot (\overrightarrow{y_j y_i})}{|y_j - y_i|} S_j \quad (2.36)$$

- Cas  $i = j$  On suppose maintenant que  $i = j$ , c'est à dire que  $y_j$  et  $y_i$  appartiennent au même plan  $S_i$ .  $\vec{n}$  étant la normale du plan  $S_i$ , figure 2.16, on a en tout point  $y_j \in S_i$ ,  $\vec{n} \cdot (\overrightarrow{y_j y_i}) = 0$ . Donc  $\frac{\vec{n} \cdot (\overrightarrow{y_j y_i})}{|y_j - y_i|} = 0$  vaut 0 (sauf en  $y_i$ ). Ainsi :

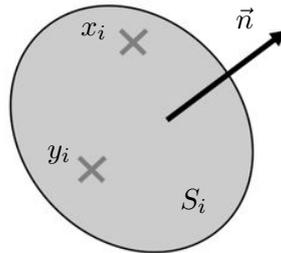


FIGURE 2.16 – Cas  $i = j$

$$A_{ij} = \int_{S_i} \frac{\partial g}{\partial n}(y_i, y_j) S_j = \left( -\imath k - \frac{1}{|y_j - y_i|} \right) g(y_i, y_j) \frac{\vec{n} \cdot (\overrightarrow{y_j y_i})}{|y_j - y_i|} = 0 \quad (2.37)$$

Maintenant que  $A_{ij}$  et  $B_i$  sont connus, les pressions en tous points peuvent être déterminées par la résolution du système de  $N$  équations à  $N$  inconnues présenté équation 2.29. Cela donne directement accès à la puissance et au facteur de rayonnement.

#### 2.4.2.4 Discussion : Prise en compte de l'effet Horn

Dans la pratique, le disque en verre en contact avec l'échantillon d'élastomère réfléchit les ondes acoustiques. La courbure de la partie de l'échantillon d'élastomère en contact peut ensuite amplifier significativement le niveau acoustique, c'est l'effet Horn (figure 2.17). Pour modéliser

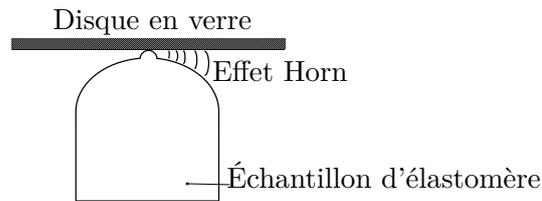


FIGURE 2.17 – Effet horn

cet effet, il faudrait prendre en compte une source image  $x'$ , figure 2.18.

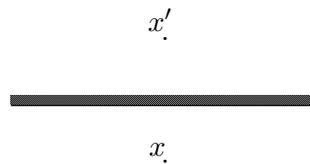


FIGURE 2.18 – Source  $x$  et source image  $x'$

La fonction de Green à choisir serait alors :

$$g(y, x) = \frac{e^{-ik|x-y|}}{4\pi|x-y|} + \frac{e^{-ik|x'-y|}}{4\pi|x'-y|} \quad (2.38)$$

À partir de cette nouvelle fonction de Green, il faudrait ensuite résoudre de nouveau l'équation de Helmholtz Kirchhoff. Dans notre étude, la fonction de Green décrite équation 2.21 a été utilisée.

### 2.4.3 Application numérique

#### 2.4.3.1 Plaque rectangulaire bafflée

Pour valider le code implémenté sous Matlab, la méthode proposée par Ducret [65] est utilisée. Elle consiste à confronter, dans le cas d'une plaque bafflée (déplacement nul sur les arêtes), le facteur de rayonnement déterminé numériquement à celui proposé analytiquement par les formules de Maidanik [66]. En 1962, Maidanik propose des formules analytiques rapportées tableau 2.3 permettant, pour une plaque bafflée de longueur  $a$  et de largeur  $b$ , d'approcher simplement l'évolution du facteur de rayonnement  $\sigma_{mn}$  en fonction du nombre d'onde  $k = \omega/c$

## 2.4. FACTEUR DE RAYONNEMENT

à partir du nombre d'onde  $k_{mn}$  associé au mode  $(m, n)$  défini par

$$k_{mn} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (2.39)$$

Ces formules sont une bonne approximation du facteur de rayonnement dans le cas d'un couplage avec un fluide léger (comme l'air). Pour une plaque encastrée, la déformée modale  $D_{mn}(x, y)$

Si $k > k_{mn}$ : $\sigma_{mn} = \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_{mn}^2}}$	Si $k < k_{mn}$ et $k_y < k < k_x$ : $\sigma_{mn} = \frac{k(k_x^2 + k_{mn}^2 - k^2)}{a.k_x(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}}$
Si $k = k_{mn}$ : $\sigma_{mn} = \frac{k}{3\pi} \left( \frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{\sqrt{n}} \right)$	Si $k < k_{mn}$ et $k_x < k < k_y$ : $\sigma_{mn} = \frac{k(k_y^2 + k_{mn}^2 - k^2)}{a.k_y(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}}$
Si $k < k_{mn}$ et $k < k_x$ et $k < k_y$ :	
$\sigma_{mn} = \frac{8k^2}{ab\pi k_x^2 k_y^2} \left[ 1 - (-1)^m \text{sinc}(ak) - (-1)^n \text{sinc}(bk) + (-1)^{m+n} \text{sinc}(k\sqrt{a^2 + b^2}) \right]$	
Si $k < k_{mn}$ et $k > k_x$ et $k > k_y$ : $\sigma_{mn} = k \left[ \frac{k_x^2 + k_{mn}^2 - k^2}{a.k_x(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}} + \frac{(k_y^2 + k_{mn}^2 - k^2)}{a.k_y(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}} \right]$	

Tableau 2.3 – Facteur du rayonnement modal  $\sigma_{mn}$  d'une plaque rectangulaire bafflée [66]

du mode  $(m, n)$  au nœud de coordonnées  $(x, y)$  vaut :

$$D_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.40)$$

La fréquence propre  $f_{mn}$  associée à cette déformée est :

$$f_{mn} = \frac{c k_{mn}}{2\pi} = \frac{c \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}{2\pi} \quad (2.41)$$

où  $c$  est la célérité de l'onde mécanique, pour les calculs on prend  $c = 343$  m/s afin d'avoir un rayonnement maximal à la fréquence propre  $f_p = f_c$ . Notre code de calcul du facteur de rayonnement a donc été utilisé sur une plaque rectangulaire bafflée de longueur  $a = 420$  mm et de largeur  $b = 270$  mm composée de 620 nœuds (voir figure 2.19), afin de comparer les résultats obtenus avec les formules de Maidanik et ceux obtenus par Ducret (plaque de mêmes dimensions).

La figure 2.20(a) représente la déformée du mode  $(2, 1)$  de fréquence propre associée  $f_{21} = 1035$  Hz.

À partir du déplacement connu en chaque nœud et du code développé, on obtient l'évolution du facteur de rayonnement en fonction de la fréquence représentée figure 2.20(b). En basses fréquences ( $f < 1035$  Hz), l'onde mécanique se déplace à une vitesse inférieure à la vitesse du son dans l'air. C'est une onde subsonique et le facteur de rayonnement est faible. Le facteur de rayonnement est maximal autour de  $f \simeq 1035$  Hz =  $f_c$ . Après  $f_c$ , le facteur de rayonnement tend vers 1. On remarque que les résultats obtenus sont en parfaite adéquation avec ceux de Ducret. Les formules de Maidanik ne donnent pas exactement la même tendance, notamment autour de la fréquence de coïncidence. Ce saut peut s'expliquer par le passage d'un cas ( $k < k_{mn}$  et  $k > k_y$  et  $k < k_x$ ) à un autre ( $k < k_{mn}$  et  $k > k_x$  et  $k > k_y$ ).

La même analyse a été réalisée sur le mode  $(5, 1)$  représenté figure 2.21(a), et l'évolution du

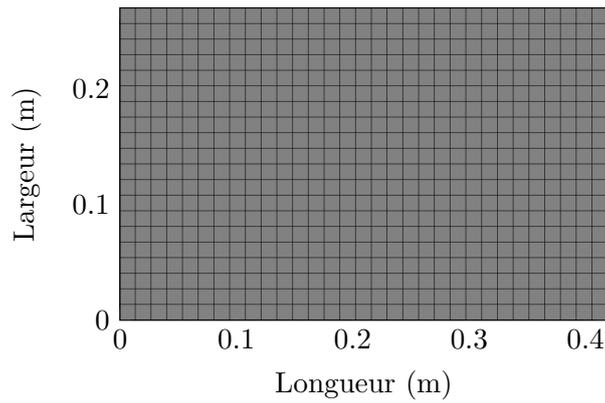


FIGURE 2.19 – Plaque rectangulaire bafflée

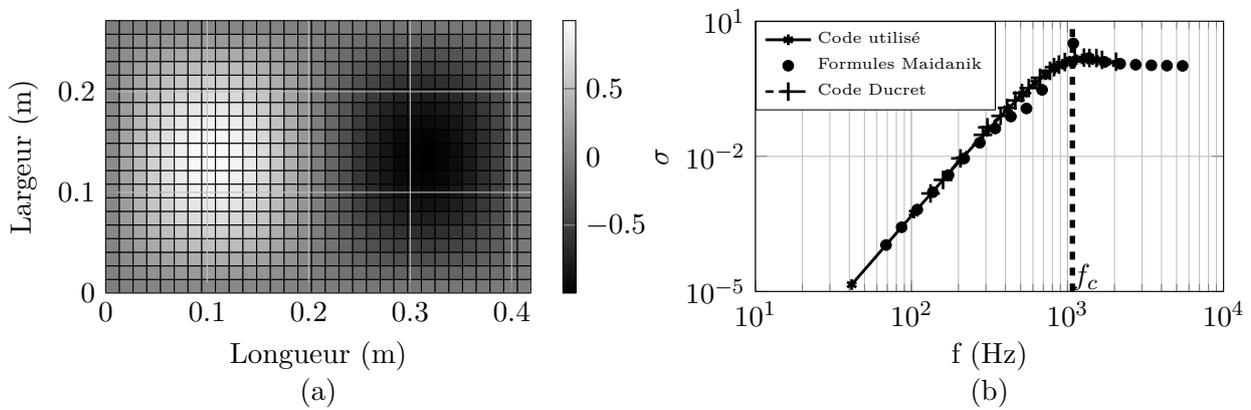


FIGURE 2.20 – Mode (2, 1) : Déformée modale (a) et évolution du facteur de rayonnement (b)

facteur de rayonnement calculé numériquement est en adéquation avec les résultats trouvés par Ducret.

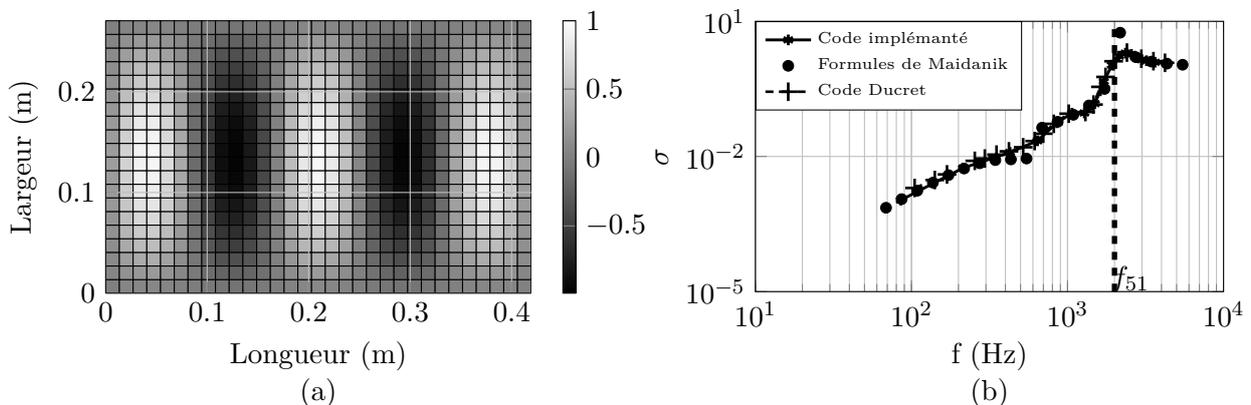


FIGURE 2.21 – Mode (5, 1) : Déformée modale (a) et évolution du facteur de rayonnement (b)

Le code implémenté a pu être validé sur un cas simple et connu : la plaque finie, encastée et bafflée. Il reste maintenant à l'utiliser pour déterminer le facteur de rayonnement des échantillons d'élastomères utilisés.

### 2.4.3.2 Échantillon d'élastomère cylindrique

À partir des déformées modales de l'échantillon cylindrique obtenues sous Code Aster présentées dans la section 2.3.1.3, on se propose à présent de déterminer le rayonnement acoustique du second mode situé à la fréquence  $f_{2_{\text{cyl}}} = 1439 \text{ Hz}$  et qui est susceptible d'être excité durant la vibration (voir figure 2.5). Le déplacement de chacun des 3620 nœuds présents sur les parois de l'échantillon est connu. La pression pariétale est déterminée à partir du code développé. Après calculs, on obtient l'évolution du facteur de rayonnement représentée figure 2.22.

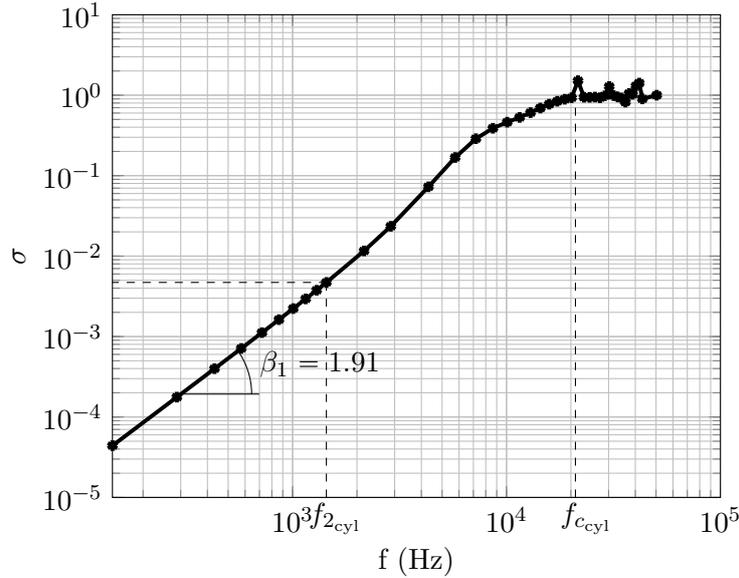


FIGURE 2.22 – Évolution du facteur de rayonnement en fonction de la fréquence pour le deuxième mode de l'échantillon cylindrique

La fréquence de coïncidence  $f_{c_{\text{cyl}}}$  est située autour de 20 kHz. La fréquence propre de ce mode est  $f_{2_{\text{cyl}}} = 1439 \text{ Hz}$  (voir figure 2.8). Ainsi, comme  $f_{2_{\text{cyl}}} < f_{c_{\text{cyl}}}$ , le facteur de rayonnement est faible :  $\sigma(f_{2_{\text{cyl}}}) = 0.004$ . Le second mode de l'échantillon d'élastomère rayonne peu. Autour de cette fréquence propre, l'évolution de  $\log(\sigma)$  en fonction de  $\log(f)$  est considérée comme linéaire autour de  $f_{2_{\text{cyl}}}$ , soit :

$$\Delta \log(\sigma) = \beta_1 \Delta \log(f) \quad (2.42)$$

avec  $f \in [150 \text{ Hz} - 2000 \text{ Hz}]$  et  $\beta_1 = 1.91$ .

### 2.4.3.3 Échantillon d'essuie-glace

Dans le cas du profil d'essuie-glace utilisé dans le commerce, le mode sollicité est le premier (voir figure 2.7). Le facteur de rayonnement a été calculé pour ce premier mode et on obtient l'évolution représentée figure 2.23. Comme pour l'échantillon cylindrique, la fréquence de vibration du mode sollicité  $f_{1_{\text{eg}}}$  est inférieure à la fréquence de coïncidence : l'échantillon rayonne peu et on obtient  $\sigma(f_{1_{\text{eg}}}) = 0.02$ .

Comme pour l'échantillon cylindrique, l'évolution de  $\log(\sigma)$  en fonction de  $\log(f)$  est linéaire autour de cette fréquence propre :

$$\Delta \log(\sigma) = \beta_2 \Delta \log(f) \quad (2.43)$$

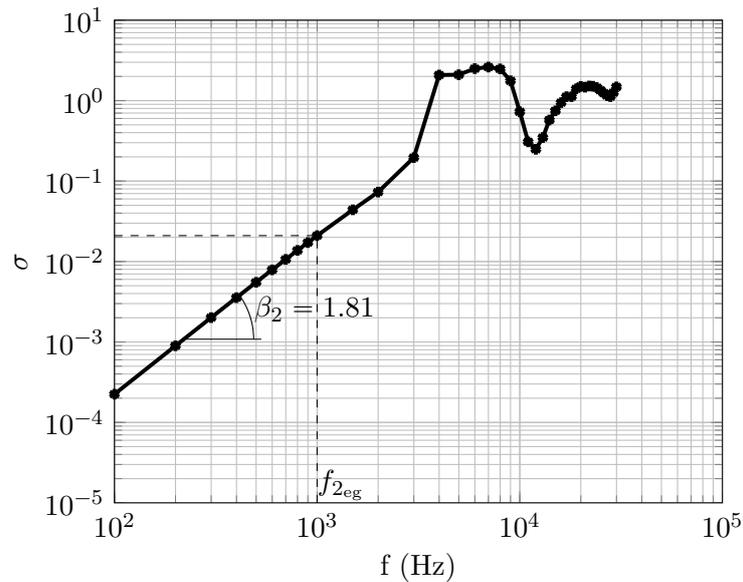


FIGURE 2.23 – Évolution du facteur de rayonnement en fonction de la fréquence pour le premier mode de l'échantillon d'essuie-glace

avec  $f \in [100 \text{ Hz} - 2000 \text{ Hz}]$  et  $\beta_2 = 1.81$ .

On note que l'échantillon cylindrique, pour le mode considéré, possède le même comportement acoustique à un facteur d'échelle près que l'échantillon d'essuie-glace, permettant ainsi de valider le choix de l'échantillon cylindrique pour l'étude à venir.

#### 2.4.3.4 Influence d'une modification de la fréquence propre sur le rayonnement

L'évolution du facteur de rayonnement pour un mode donné en fonction de la fréquence permet d'obtenir des indications sur la stratégie à adopter pour limiter le rayonnement. Dans le cas de l'échantillon d'essuie-glace, nous pouvons par exemple affirmer qu'une diminution (resp. augmentation) de 5% de la fréquence propre revient à diminuer (resp. augmenter) son facteur de rayonnement de 9%. Ainsi, pour diminuer le rayonnement, une solution serait de diminuer la fréquence propre du mode sollicité.

## 2.5 Source du crissement

On s'intéresse maintenant à déterminer la source du crissement dans le cas d'un contact disque/échantillon cylindrique. Comme seulement deux solides sont en contact, il suffit de déterminer lequel des deux produit le niveau maximal de puissance acoustique.

### 2.5.1 Disque en verre

#### 2.5.1.1 Mode sollicité

D'après les calculs modaux réalisés section 2.3.2, le premier mode du disque en verre est situé autour de 13 kHz. Cette fréquence étant largement supérieure à celle du crissement, ce mode n'est pas sollicité durant le crissement.

### 2.5.1.2 Déformée statique

Aucun mode du disque n'est sollicité durant le crissement. Si l'on tronque la série des modes sollicités à aucun mode, les termes de flexibilité résiduelle (*i. e.* l'ensemble des contributions statiques de chaque mode) se résument à la déformée statique, provoquée par le contact avec l'échantillon. Sur les véhicules, la charge linéique appliquée aux essuie-glaces se situe autour de 30 N/m. Ainsi, une analyse numérique a été réalisée calculant la déformée obtenue lorsque l'on applique sur le disque une charge totale de 1 N uniformément répartie sur une surface rectangulaire de dimensions 30 mm × 0.140 μm. Cette surface représente l'aire apparente de contact, discutée dans le prochain chapitre. On obtient la déformée représentée figure 2.24. À partir de cette déformée, on calcule à 1439 Hz le rayonnement acoustique. Ce dernier vaut

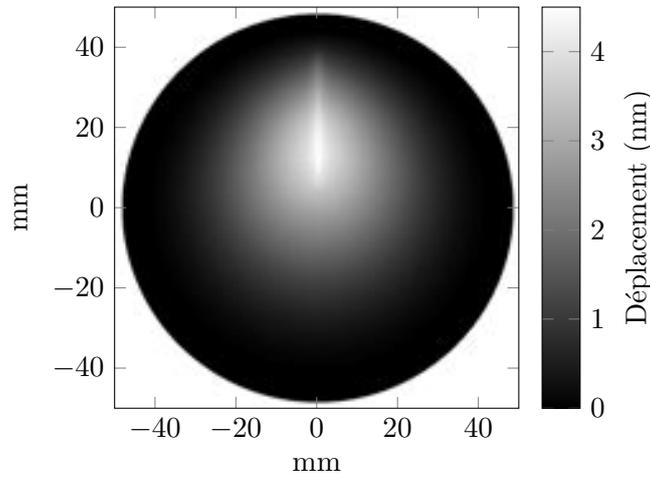


FIGURE 2.24 – Déformée statique du disque avec un contact linéique de 1 N

$\sigma_{def} = 0.09$ . La déformée du disque maximale  $D_{max}$  est de 4.6 nm. En considérant, à la fréquence de vibration, que le déplacement en tous points de la zone de contact est égal à  $D_{max}$ , la vitesse moyenne  $\langle \overline{v_{def}^2} \rangle$  vaut  $8.6 \times 10^{-10}$  m.s<sup>-1</sup>. On note  $\Pi_{def}$  la puissance acoustique induite par la déformée statique à 1439 Hz. L'équation 2.15 pouvant s'écrire

$$\Pi_{def} = \sigma_{def} \rho_0 c_0 S_{disque} \langle \overline{v_{def}^2} \rangle \quad (2.44)$$

on trouve avec  $S_{disque} = \pi \times 0.045^2 \simeq 6.4 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup> :  $\Pi_{def} \simeq 2 \times 10^{-10}$  W. Ainsi, en prenant cette dernière valeur, le niveau de puissance acoustique correspondant  $Lw_{def}$  est égal à :

$$Lw_{def} = 10 \log_{10} \left( \frac{\Pi_{def}}{10^{-12}} \right) = 23 \text{ dB} \quad (2.45)$$

Ce niveau de puissance acoustique étant très faible, la déformée statique du disque ne peut pas être la source principale de bruit.

### 2.5.1.3 Oscillation de corps rigide

On note la présence d'un mode oscillant qui se caractérise par un déplacement vertical de corps rigide du disque sur sa base élastique (joint torique). Afin de savoir si ce mode est sollicité et responsable du bruit entendu, la vitesse de vibration du disque a été mesurée sur le banc

LUG, présenté section 3.2, lorsque l'échantillon crisse. La vitesse quadratique moyenne mesurée est très inférieure à  $50 \mu\text{m/s}$  (niveau du bruit de fond lors de la mesure). En prenant  $\sigma = 1$  et une vitesse quadratique moyenne égale à  $50 \mu\text{m/s}$ , le niveau de puissance acoustique  $Lw_{CR}$  se situe autour de 37 dB. Ce niveau étant à nouveau très faible, la vibration selon le mode de corps rigide du disque n'est pas responsable du crissement entendu.

### 2.5.2 Échantillon d'élastomère

On suppose maintenant que l'échantillon d'élastomère cylindrique vibre sur l'un de ces modes. Comme nous l'avons vu précédemment, le second mode, susceptible d'être excité, est situé à 1439 Hz. Le facteur de rayonnement correspondant vaut  $\sigma(f_{2_{cyl}}) = 0.004$ . Avec une vitesse de vibration quadratique moyenne  $\langle v_{ech}^2 \rangle = 450 \mu\text{m/s}$ , on trouve une puissance acoustique  $\Pi_{ech}$  égale à  $4.9 \times 10^{-8}$  W, soit un niveau de puissance acoustique  $Lw_{ech}$  égal à 49 dB. Ce niveau de puissance acoustique estimé est très proche de celui mesuré dans notre étude sur le banc LUG et par Fabrice Deleau lors de sa thèse [2].

## 2.6 Conclusion

Dans un contact verre/élastomère en crissement, l'objectif de cette partie était de déterminer qui, de l'élastomère ou du verre, était la principale source sonore. Ainsi, nous avons réalisé, à partir d'un code éléments finis, une analyse modale des différents solides (échantillons d'élastomère et disque en verre) utilisés dans cette étude. Pour cela, il était au préalable nécessaire de quantifier les propriétés matériaux de chaque solide. Nous avons ensuite déterminé, à partir d'un code implémenté sous Matlab, le facteur de rayonnement des modes pouvant être excités durant le crissement. Nous avons alors montré que le crissement entendu provient de la vibration de l'échantillon d'élastomère. En effet, en prenant une vibration représentative de ce qu'il se passe sur le système réel, le niveau de puissance acoustique obtenu  $Lw_{ech} = 49$  dB, est significatif. De plus, le disque ne rayonne pas : ses modes propres sont trop élevés, et la vibration autour de la déformée statique est trop faible pour produire le niveau de bruit produit lors du crissement, tout comme l'oscillation de corps rigide. Pour les échantillons cylindrique et d'essuie-glace, le facteur de rayonnement du mode excité à la fréquence de crissement est faible. L'onde mécanique est subsonique. Ainsi, pour ces géométries, plus la fréquence de vibration sera faible plus le facteur de rayonnement sera également faible.

2.6. CONCLUSION

---

## Chapitre 3

# Comportement vibratoire et instabilité de frottement

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>3.2</b>	<b>Dispositif expérimental : le tribomètre LUG</b>	<b>65</b>
3.2.1	Besoins techniques	65
3.2.2	Principe et fonctionnement	65
3.2.3	Système d'observation optique	67
3.2.4	Modules de mesures d'efforts	67
3.2.4.1	La cloche	67
3.2.4.2	L'hexapode	68
3.2.5	Mesures vibratoires	68
<b>3.3</b>	<b>Étude expérimentale</b>	<b>69</b>
3.3.1	Protocole expérimental	69
3.3.2	Analyse du bruit de crissement	69
3.3.2.1	Évolution temporelle	69
3.3.2.2	Portrait de phase	70
3.3.2.3	Densité spectrale de puissance	70
3.3.3	Rôle de la vitesse de glissement	71
<b>3.4</b>	<b>Modélisation de l'instabilité de frottement</b>	<b>73</b>
3.4.1	Système dynamique	73
3.4.2	Équation sans dimension	73
3.4.2.1	Analyse dimensionnelle : théorème de Vaschy-Buckingham	73
3.4.2.2	Adimensionnement du système	74
3.4.3	Étude de la stabilité	74
3.4.3.1	Matrice jacobienne	74
3.4.3.2	Type d'instabilité	75
3.4.3.3	Critère de stabilité	76
3.4.4	Application du modèle	76

---

3.4.4.1	Plage d'instabilité . . . . .	76
3.4.4.2	Amplitude de la vibration . . . . .	77
3.4.4.3	Commentaires . . . . .	78
<b>3.5</b>	<b>Instabilité et comportement tribologique . . . . .</b>	<b>78</b>
3.5.1	Observation du contact . . . . .	78
3.5.1.1	Objectif . . . . .	78
3.5.1.2	Analyse de l'aire de contact . . . . .	78
3.5.1.3	Spots de contact . . . . .	79
3.5.2	Instabilité et taux de portance . . . . .	80
<b>3.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>81</b>

---

### 3.1 Introduction

Afin de maîtriser le phénomène de crissement, il est nécessaire de comprendre les conditions de son apparition et de qualifier le type d'instabilité qui l'initie. C'est l'objectif de ce chapitre.

Pour cela, une étude expérimentale est réalisée sur des échantillons d'élastomère brut (sans traitement de surface). Le dispositif utilisé est dans un premier temps présenté. Ensuite, des essais sont réalisés et le comportement vibratoire de l'élastomère est analysé. Pour comprendre les conditions d'apparitions de l'instabilité, le système élastomère-verre est ensuite modélisé par un système masse-ressort-amortisseur sur un tapis roulant, et un critère de stabilité est défini. Finalement, une relation entre stabilité du système et comportement tribologique du contact élastomère-verre est définie.

### 3.2 Dispositif expérimental : le tribomètre LUG

#### 3.2.1 Besoins techniques

Un tribomètre spécifique a été conçu et développé au LTDS, afin de répondre aux besoins de Valeo. Ce tribomètre réalise des mesures multi-physiques (frottements, vibration, bruit, imagerie, ...) et multi-échelles (observation du contact de l'échelle macroscopique à microscopique et de son évolution de la seconde à la micro seconde). De plus, il permet également d'étudier le frottement des régimes transitoires et permanent de vitesses.

#### 3.2.2 Principe et fonctionnement

Le principe du tribomètre est représenté figure 3.1. Un échantillon d'élastomère est pressé

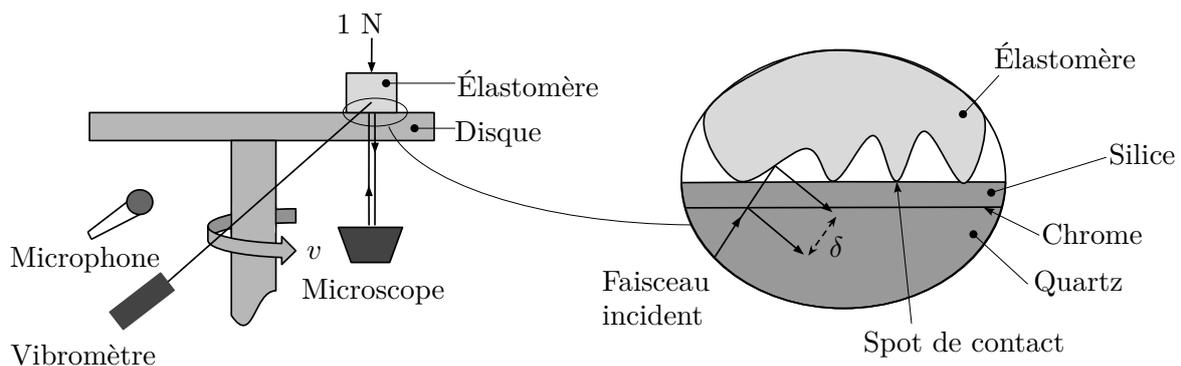


FIGURE 3.1 – Principe du tribomètre

contre le disque en verre avec une charge normale fixe. Le contact peut être sec ou lubrifié. Le disque a un rayon de 45 mm, et la distance entre le centre du disque et le milieu de l'échantillon est de 22.5 mm. Le contact est observé à travers le disque par un microscope optique et une lumière blanche sous incidence normale. La vitesse de rotation du disque est imposée par un moteur brushless synchrone. Elle est réglée grâce à un encodeur mesurant la vitesse instantanée à 1 kHz ce qui permet d'obtenir une précision supérieure à 1% pour toutes les vitesses. Les mesures d'efforts sont réalisées avec un des deux modules disponibles (cloche ou hexapode), qui seront détaillés dans le paragraphe 3.2.4. Le tribomètre LUG est modulable : il

### 3.2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL : LE TRIBOMÈTRE LUG

est possible d'ajouter d'autres appareils de mesures (microphone, vibromètre...), et d'enregistrer avec une carte d'acquisition analogique/numérique tous les signaux de manière synchronisée à une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz. Un programme développé sur LabView<sup>®</sup> permet de piloter le tribomètre (mise en rotation du disque à vitesse contrôlée, application de la charge avec l'hexapode,...) et d'enregistrer les signaux souhaités (forces normale et tangentielle, vitesse vibratoire, pression acoustique,...). L'ensemble est monté sur un bloc en béton de 600 kg dont le plan est montré figure 3.2a. La déformée modale du premier mode de ce bloc, situé à 123 Hz, est représentée figure 3.2b. Le disque en verre (partie circulaire de la table) est placé hors du ventre de vibration et la cloche est placée sur une ligne nodale afin d'éviter la sollicitation de ce mode. De plus, le rapport des masses entre les modules (cloche ou hexapode)  $m_{\text{module}}$  et le bloc  $m_{\text{bloc}}$ , est telle que  $m_{\text{bloc}} \gg m_{\text{module}}$ . Ainsi, si un mode de vibration du bloc était sollicité, l'amplitude de vibration résultante serait négligeable. Le tribomètre n'est donc pas intrusif.

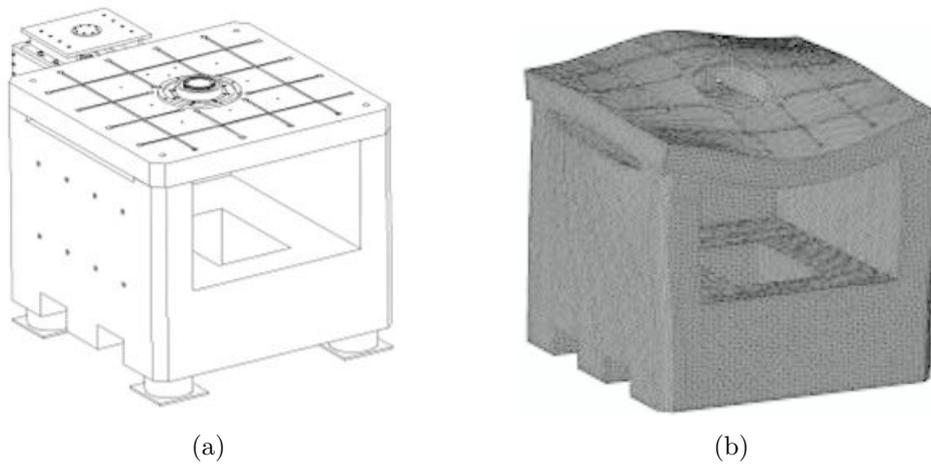


FIGURE 3.2 – Bloc en béton du tribomètre LUG [67] : (a) Plan, (b) Déformée modale du premier mode à 123 Hz

Le système complet est représenté figure 3.3.



FIGURE 3.3 – Le tribomètre LUG

### 3.2.3 Système d'observation optique

Un système permettant de visualiser et de mesurer les aires réelles de contact en fonction des conditions tribologiques est développé. En effet, dans le but d'obtenir des images interférométriques du contact, le disque est composé de quartz avec une couche de chrome de 6 nm d'épaisseur et de facteur de réflexion égal à 0.3, elle-même revêtue d'une couche de silice d'épaisseur 200 nm (voir figure 3.1). L'échantillon d'élastomère est donc en contact avec de la silice. Le faisceau de lumière blanche se divise en deux faisceaux : l'un est réfléchi par la couche de chrome, l'autre par l'élastomère. La différence de marche  $\delta_m$  correspondant à la différence de chemins optiques parcourus par ces deux faisceaux produit une image interférométrique où la couleur de chaque pixel donne une information sur l'épaisseur qui sépare l'élastomère de la couche de chrome. Une caméra Kappa<sup>®</sup> de résolution  $2448 \times 2050$  pixels est équipée d'un zoom ajustable permettant d'obtenir des images allant de  $7 \text{ mm} \times 5.9 \text{ mm}$  à  $0.95 \text{ mm} \times 0.8 \text{ mm}$ . Il est possible de mesurer des épaisseurs de film situées entre  $0 \mu\text{m}$  et  $1 \mu\text{m}$ . Les vidéos sont enregistrées à 9 images/s.

### 3.2.4 Modules de mesures d'efforts

Deux modules peuvent être utilisés pour mesurer les efforts normal et tangential : la cloche et l'hexapode. Chacun d'eux a été conçu pour répondre à des besoins différents.

#### 3.2.4.1 La cloche

Ce module, en forme de demie cloche et représenté figure 3.4(a), est dédié aux mesures dynamiques de frottement. Les efforts normaux sont mesurés avec un capteur à jauge de contrainte de résolution 0.01 N et les efforts tangentiels sont mesurés avec un capteur piézo-électrique.

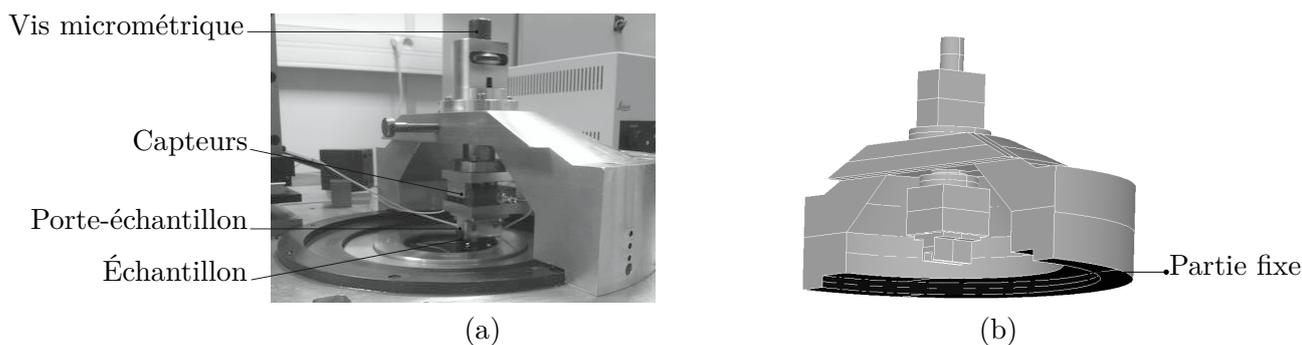


FIGURE 3.4 – Module de la cloche : (a) Photographie ; (b) Modélisation par éléments finis

La cloche a été modélisée sous Code Aster (voir figure 3.4(b)), afin de réaliser une analyse modale. Les propriétés matériau (aluminium) utilisées pour le calcul sont les suivants :  $\rho_{alu} = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\nu_{alu} = 0.35$ ,  $E_{alu} = 69 \text{ GPa}$ . Les résultats sont présentés figure 3.5. La première fréquence propre se situe à 2190 Hz, et les fréquences propres susceptibles d'être sollicitées sont la seconde à 2340 Hz et la quatrième à 4317 Hz. La fréquence du crissement étudié étant inférieure à 2 kHz, ce module n'est pas intrusif lorsque le système est instable.

La charge normale pouvant aller de 0 N à 100 N est appliquée manuellement via une vis micrométrique. Du fait de l'application manuelle de la charge, il n'est pas possible d'asservir précisément une certaine charge. Pour cela, nous utilisons l'hexapode.

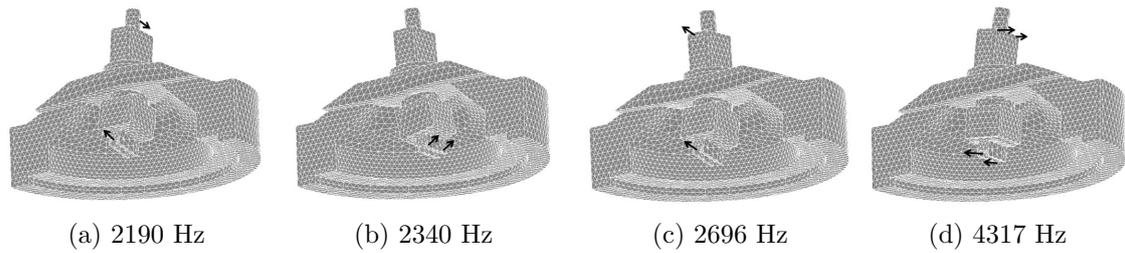


FIGURE 3.5 – Analyse modale de la cloche : (a) Mode 1 ; (b) Mode 2 ; (c) Mode 3 ; (d) Mode 4

#### 3.2.4.2 L'hexapode

Ce module est dédié aux mesures d'efforts en régime statique ou stationnaire. Initialement conçu pour étudier les contacts sphère/plan, il est également utilisable pour analyser le contact élastomère/verre en statique, en utilisant un porte échantillon adapté. Il est représenté figure 3.6 dans le cas d'un contact bille/plan. Un moteur asservi permet d'appliquer la charge demandée dans la gamme [0 N-30 N] sous Labview avec une précision de 0.01 N : l'ensemble capteurs/porte-échantillon/échantillon se déplace alors verticalement. La mesure d'efforts est réalisée grâce à six capteurs à jauge de contrainte.

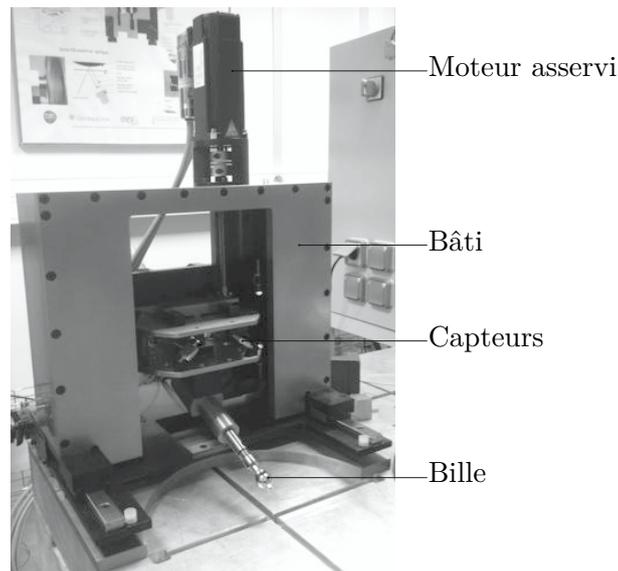


FIGURE 3.6 – Module hexapode pour un contact bille/plan

#### 3.2.5 Mesures vibratoires

Les mesures vibratoires sont réalisées avec un vibromètre laser Polytech OFV-505. La vibration de l'échantillon est mesurée sur un point situé au centre d'un des flancs de l'échantillon.

Le même signal optique est traité par deux décodeurs présents sur le vibromètre. Le premier décodeur DD500 délivre le déplacement avec une résolution de 15 pm. Le second décodeur VD06 fonctionne par effet Doppler et permet d'obtenir la vitesse vibratoire avec une résolution de  $0.05 \mu\text{m s}^{-1}$ .

### 3.3 Étude expérimentale

#### 3.3.1 Protocole expérimental

Avant chaque essai, le disque en verre est nettoyé à l'isopropanol dans un bain à ultrason. En utilisant la cloche, l'échantillon d'élastomère brut (sans revêtement) est pressé avec une charge linéique de 30 N/m contre le disque en verre immobile. Une photographie du contact non lubrifié est prise. Ensuite, 10 ml d'eau distillée est introduite au plus près du contact avec une pipette. Après avoir attendu que l'eau pénètre dans le contact pendant quelques dizaines de secondes, une photographie du contact lubrifié est prise. Cette première expérience permet de définir la couleur des spots de contact sec. Ensuite, le disque est mis en rotation pendant 2 minutes à la vitesse  $V_g = 800 \mu\text{m/s}$  pour stabiliser le contact puis l'expérience tribologique commence. La vitesse de glissement augmente selon une progression logarithmique répartie sur 101 paliers partant de  $800 \mu\text{m/s}$  jusqu'à 2.2 m/s. Durant chaque palier, la vitesse de glissement, représentée figure 3.7, est maintenue constante pendant 2 secondes. Une vidéo enregistre en continu l'évolution du contact à une fréquence de 9 images/seconde. Ainsi 1818 photographies du contact sont obtenues pour chaque essai. A la fin de l'expérience, le disque est stoppé, et l'échantillon d'élastomère est enlevé. L'essai est reproduit avec quatre échantillons du même élastomère, à température ambiante.

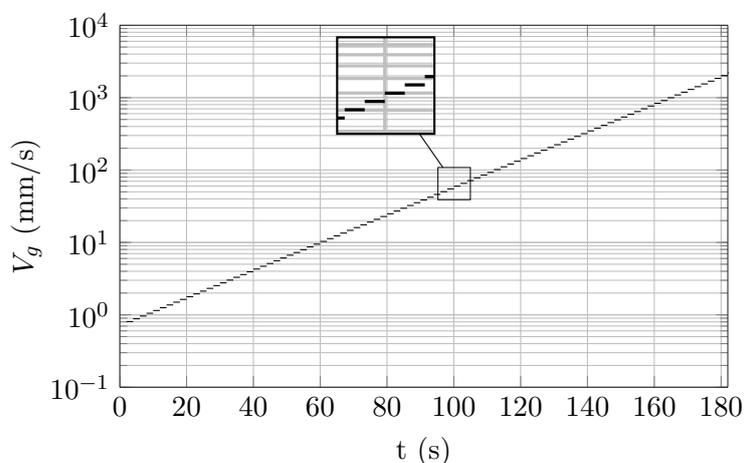


FIGURE 3.7 – Évolution de la vitesse de glissement

#### 3.3.2 Analyse du bruit de crissement

##### 3.3.2.1 Évolution temporelle

La figure 3.8 présente l'évolution temporelle de la vitesse vibratoire  $\dot{x}$  au niveau de la ligne en contact de l'échantillon cylindrique selon l'axe  $y$  (sens de glissement). La vibration peut être considérée comme étant une pure sinusoïde. L'amplitude crête-crête, égale à  $46 \text{ mm.s}^{-1}$ , est inférieure à la vitesse de glissement du disque  $V_g = 105 \text{ mm.s}^{-1}$ .

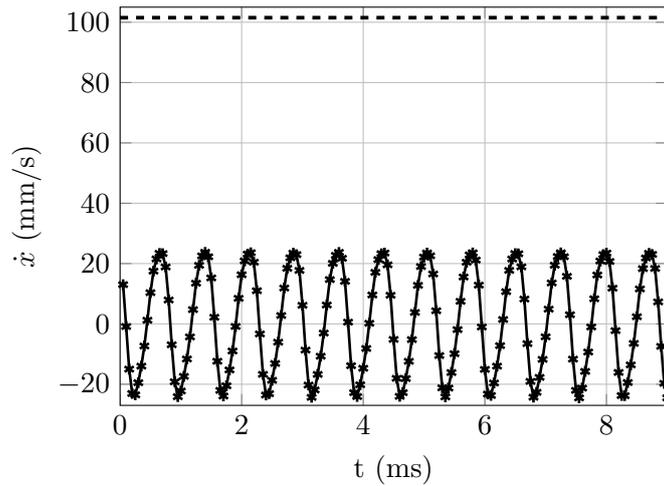


FIGURE 3.8 – Évolution temporelle de la vibration à la vitesse de glissement  $v = 105 \text{ m.s}^{-1}$  : (-) Vibration de la lame, (- -) Vitesse de glissement  $V_g$

### 3.3.2.2 Portrait de phase

Le portrait de phase représenté figure 3.9a est tracé à partir des signaux de déplacement  $x$  et de vitesse vibratoire  $\dot{x}$ . Le déplacement correspondant à la position d'équilibre statique de la lame  $\bar{x}$  a été retranché. La trajectoire est un cycle limite proche d'une ellipse centrée à l'origine. S'il y avait du stick-slip, nous observerions une ellipse écrasée, à l'instar du portrait de phase obtenu pour le modèle du contact "corde/archet" développé par Leine [68] et faisant apparaître du stick-slip. En effet, lorsqu'il y a du stick-slip, la vitesse vibratoire devient égale à la vitesse de glissement [68–70], voir section 1.2.1. Ce n'est pas le cas dans notre étude. Ainsi, il n'y a pas de phase collée (stick) dans la réponse vibratoire de l'instabilité étudiée.

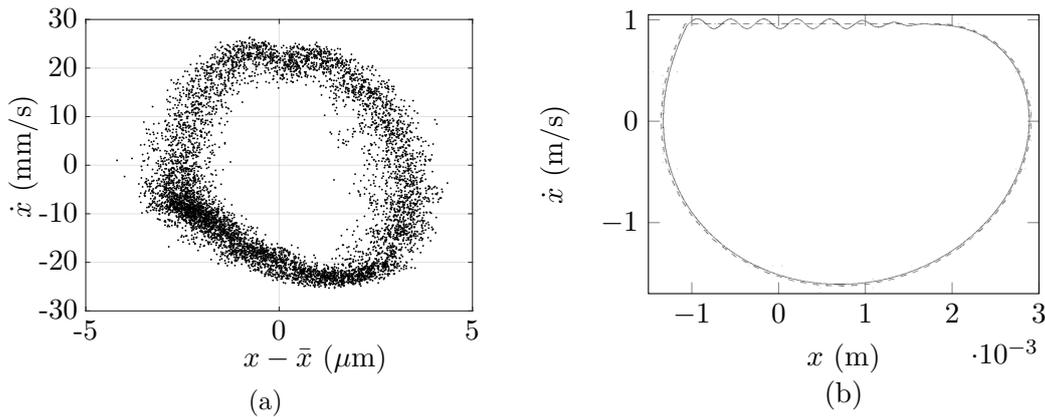


FIGURE 3.9 – Comparaison de deux portraits de phase : (a) Portrait de phase de l'instabilité, (b) Portrait de phase d'une corde de violon [68]

### 3.3.2.3 Densité spectrale de puissance

Afin de connaître le contenu fréquentiel de vibration, la densité spectrale de puissance (DSP) de la vibration est représentée figure 3.10.

La fréquence fondamentale est située à  $f_0 = 1387 \text{ Hz}$ . La seconde et la troisième harmoniques

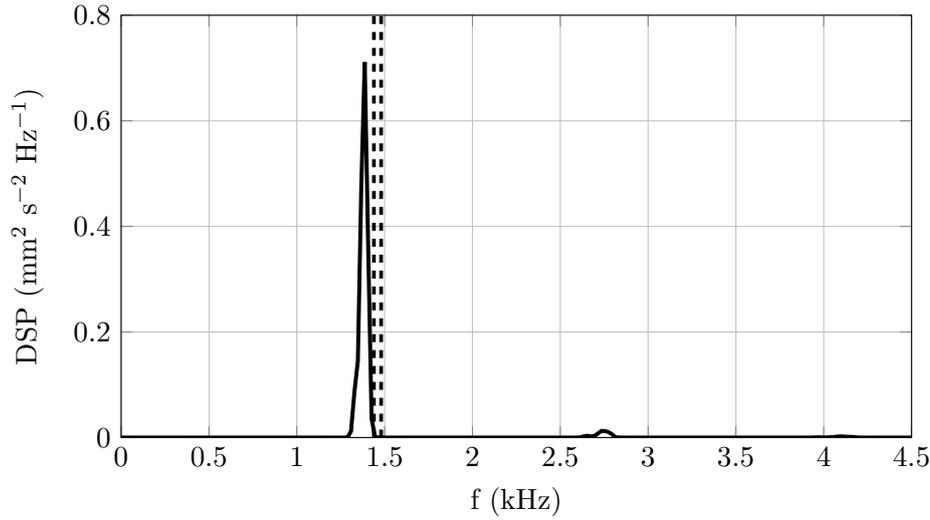


FIGURE 3.10 – Densité spectrale de puissance (DSP) de la vitesse vibratoire en fonction de la fréquence

sont négligeables. Le deuxième et le troisième mode de l'échantillon calculés dans la partie 2.3.1.3 sont rapportés en pointillés. La DSP présente un seul pic proche du deuxième et du troisième mode calculés, le pas fréquentiel ne permettant pas de les distinguer.

### 3.3.3 Rôle de la vitesse de glissement

L'instabilité étant caractérisée d'un point de vue vibroacoustique, nous en étudions la relation avec l'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  en fonction de la vitesse de glissement.

La figure 3.11(a) représente l'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  en fonction de la vitesse de glissement. Cette courbe de frottement/vitesse est appelée dans la suite de ce mémoire "courbe de Stribeck". A faibles vitesses ( $V_g < 5.4 \text{ mm s}^{-1}$ ), le coefficient de frottement  $\mu$  est indépendant de la vitesse de glissement. Il est élevé et avec une valeur identique à celle obtenue à sec. Cette période peut être assimilée à un régime de lubrification limite. Pour les vitesses intermédiaires ( $5.4 \text{ mm s}^{-1} < V_g < 1 \text{ m s}^{-1}$ ), le coefficient de frottement  $\mu$  décroît fortement, ce qui correspond à un régime mixte dans lequel coexistent des spots de contact secs et des spots de contact lubrifiés. Pour les vitesses de glissement plus élevées ( $V_g > 1 \text{ m s}^{-1}$ ) le coefficient de frottement  $\mu$  reste faible et constant.

L'évolution du coefficient de frottement  $\mu = f(V_g)$  en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$  est approchée en utilisant la fonction proposée par Bongaerts *et al.* [71],

$$f(V_g) = c(V_g\eta)^q + \frac{1}{1 + (\frac{V_g\eta}{b})^p} [a(V_g\eta)^n - c(V_g\eta)^q] \quad (3.1)$$

où  $\eta = 1.002 \text{ mPa.s}$  est la viscosité de l'eau. Cette expression, qui n'a pas de fondement physique, contient six paramètres. La valeur de  $b$  fixe la vitesse de transition à partir de laquelle le coefficient de frottement  $\mu$  décroît. La pente de la décroissance est gouvernée par l'exposant  $p$ . Les coefficients  $a$  et  $n$  régissent le comportement à basses vitesses tandis que  $c$  et  $q$  pilotent le comportement asymptotique à hautes vitesses. À partir de la figure 3.11(a), les coefficients ont été identifiés par la méthode des moindres carrés et sont :  $a = 2.26 \times 10^{-3} (\text{Pa m})^{-n}$ ,  $b = 6.6 \times 10^{-6}$

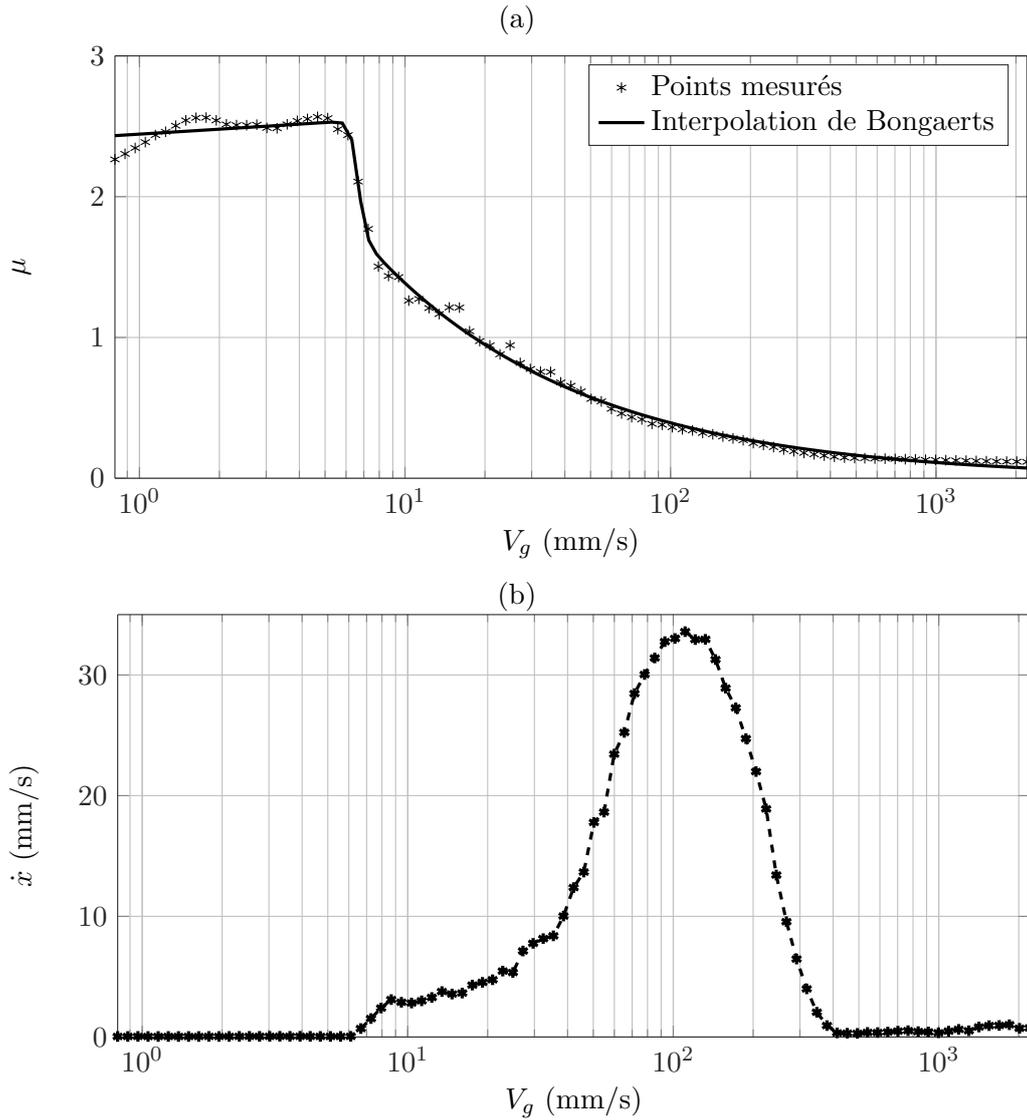


FIGURE 3.11 – Évolution du coefficient de frottement et de la vitesse vibratoire avec la vitesse de glissement : (a),  $\mu$  en fonction de  $V_g$  ; (b),  $\beta$  en fonction de  $V_g$

Pa m,  $c = 2.5408$  (Pa m) $^{-q}$ ,  $p = -32.972$ ,  $q = 0$  et  $n = -0.5467$ . La fonction d'interpolation  $f$  est représentée sur la figure 3.11(a) en ligne pleine.

La figure 3.11(b) montre l'évolution de l'amplitude de la vitesse de vibration en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$ . Pour des vitesses de glissement croissantes, la vibration apparaît à  $V_g = 5.4$  mm/s au moment où la force de frottement commence à décroître et disparaît après  $V_g = 414$  mm/s. La même plage d'instabilité a été observée lorsque la vitesse de glissement décroît. Le maximum de la vitesse de vibration est atteint à  $V_g = 110$  mm/s avec une amplitude égale à 33.6 mm/s. La vitesse vibratoire reste toujours inférieure à la vitesse de glissement, confirmant qu'aucune phase collée n'existe dans l'instabilité étudiée. Il reste maintenant à comprendre pourquoi le crissement ne se produit que pour certaines vitesses de glissement. Pour cela, un modèle détaillé dans le paragraphe suivant est développé.

### 3.4 Modélisation de l'instabilité de frottement

Dans cette partie, le modèle d'instabilité du contact verre-élastomère utilisé par Le Rouzic [3] est présenté.

#### 3.4.1 Système dynamique

La vibration étant purement harmonique, le modèle oscillateur masse-ressort-amortisseur à un degré de liberté utilisé par Le Rouzic *et al.* [3, 15, 72] est suffisant pour décrire le comportement du système. Le contact élastomère-verre est alors modélisé par un oscillateur masse-ressort-amortisseur représenté sur la figure 3.12 : une masse  $m$ , placée à la position  $x$  sur un tapis roulant, est fixée au bâti par un ressort de raideur  $k$  et un amortisseur d'amortissement  $c$ . Le tapis roulant se déplace à la vitesse  $V_g$  et la masse à la vitesse  $\dot{x}$ .

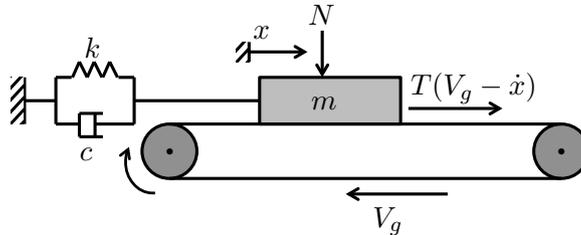


FIGURE 3.12 – Modèle classique d'un système oscillant frottant sur une surface

Lorsque le système masse-tapis n'est pas en phase collée ( $\dot{x} \neq V_g$ ), les deux corps glissent l'un sur l'autre avec une force de frottement résultante qui dépend de la vitesse relative,  $V_R = V_g - \dot{x}$ . Elle peut s'écrire  $T(V_R) = \mu(V_R)N \operatorname{sgn}(V_R)$  où  $\mu(V_R)$  est le coefficient de frottement dynamique,  $N$  la charge normale et  $\operatorname{sgn}(V_R)$  le signe de la vitesse relative  $V_R$ . En supposant que la vitesse du tapis est toujours supérieure à celle de la masse ( $\operatorname{sgn}(V_R) = 1$ ), l'équation du mouvement obtenue est de la forme :

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \mu(V_R)N & \text{si } \dot{x} \neq V_g, \text{ condition de glissement (slip),} \\ \dot{x} = V_g & \text{si } |kx| < T(0), \text{ condition de collage (stick).} \end{cases} \quad (3.2)$$

Après avoir adimensionné ce système d'équations, la stabilité du système peut être étudiée.

#### 3.4.2 Équation sans dimension

##### 3.4.2.1 Analyse dimensionnelle : théorème de Vaschy-Buckingham

Le théorème de Vaschy-Buckingham (1914) permet d'estimer le nombre minimal de variables sans dimension nécessaires pour adimensionner un système d'équations physiques : lorsque un système possède  $n$  variables et  $m$  unités fondamentales, alors le système d'équations peut être ramené à un système contenant  $(n - m)$  variables sans dimension.

Dans le cas du modèle étudié, le tableau 3.1 présente les variables utilisées avec leurs unités fondamentales. Le modèle comportant 6 variables et 3 unités fondamentales, l'équation 3.2 peut être réécrite avec 3 variables sans dimension.

NOM	VARIABLE	UNITÉ
Masse	$m$	[M]
Amortissement	$c$	[M.T <sup>-1</sup> ]
Raideur	$k$	[M.T <sup>-2</sup> ]
Force tangentielle	$T$	[M.L.T <sup>-2</sup> ]
Force normale	$N$	[M.L.T <sup>-2</sup> ]
Vitesse	$V_g$	[L.T <sup>-1</sup> ]

Tableau 3.1 – Variables utilisées et unités fondamentales

### 3.4.2.2 Adimensionnement du système

On cherche maintenant à adimensionner l'équation gouvernant le système. En phase de glissement, l'équation Eq. 3.2 peut s'écrire :

$$\frac{m}{k}\ddot{x} + \frac{c}{k}\dot{x} + x = \mu(V_g - \dot{x})\frac{N}{k} \quad (3.3)$$

En introduisant la pulsation  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , on obtient :

$$\frac{\ddot{x}}{\omega^2} + \frac{c}{m\omega^2}\dot{x} + x = \mu(V_g - \dot{x})\frac{N}{k} \quad (3.4)$$

On définit ensuite le temps sans dimension  $\tau = \omega t$ , et prime (') la dérivée par rapport à  $\tau$  :

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \quad (3.5)$$

L'équation 3.4 devient :

$$x'' + \frac{c}{m\omega}x' + x = \mu(V_g - \omega x') \times \frac{N}{k} \quad (3.6)$$

Soit  $\zeta$  l'amortissement interne défini par  $2\zeta = \frac{c}{m\omega}$ , et  $q$  le déplacement sans dimension déterminé par  $q = \frac{x}{x_0}$  où  $x_0 = \frac{N}{k}$  représente le déplacement statique. On a alors :

$$q'' + 2\zeta q' + q = \mu(V_g - \omega x_0 q') \quad (3.7)$$

En définissant la vitesse relative sans dimension  $v_r = v_g - q'$  avec  $v_g = \frac{V_g}{\omega x_0}$ , on obtient finalement :

$$q'' + 2\zeta q' + q = \mu(\omega x_0 v_r) \quad (3.8)$$

### 3.4.3 Étude de la stabilité

#### 3.4.3.1 Matrice jacobienne

Le point d'équilibre (stable ou instable) correspond à un glissement stationnaire du tapis sous la masse  $m$  restant immobile à sa position d'équilibre  $q_E$ , soit :

$$\begin{cases} q'_E = 0 \\ q_E = \mu(v_g) \end{cases} \quad (3.9)$$

Cet état d'équilibre peut être stable ou instable. L'étude de stabilité est réalisée en utilisant la première méthode de Lyapunov. En introduisant la vitesse adimensionnée  $p = q'$ , et en considérant le problème dans l'espace des phases  $(p, q)$ , l'équation 3.8 devient :

$$\begin{pmatrix} q' \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mu(\omega x_0 v_r) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

En insérant une petite perturbation autour du point d'équilibre  $(q_E, p_E)$ , on obtient :

$$\begin{cases} q = q_E + \Delta q \\ p = p_E + \Delta p \end{cases} \quad (3.11)$$

En considérant que,

$$\mu(\omega x_0 v_r) = \mu(v_g - p) \simeq \frac{\partial \mu}{\partial v_r}(v_g - p) \frac{\partial v_r}{\partial p} \Delta p = -\frac{\partial \mu}{\partial v_r}(v_g - p) \Delta p \quad (3.12)$$

En linéarisant l'équation 3.10 autour du point d'équilibre  $p = p_E = 0$ , on obtient :

$$\begin{pmatrix} \Delta q' \\ \Delta p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta - \frac{\partial \mu}{\partial v_r}(v_g) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta q \\ \Delta p \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

La matrice Jacobienne évaluée à  $(q_E, p_E)$  est alors :

$$[\mathbf{J}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\zeta - \frac{d\mu}{dv_r}(v_g) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

La stabilité du système dépend des valeurs propres de  $[\mathbf{J}]$ .

### 3.4.3.2 Type d'instabilité

D'après le premier théorème de Lyapunov étudié dans la section 1.1.1, la stabilité est assurée lorsque toutes les valeurs propres de la matrice  $[\mathbf{J}]$  restent dans le demi-plan complexe  $\Re(z) < 0$ . Le système devient instable dès lors qu'au moins une valeur propre appartient au demi-plan  $\Re(z) > 0$ . Les valeurs propres  $\lambda_i$ ,  $i=1,2$ , de la matrice jacobienne  $[\mathbf{J}]$  sont :

$$\begin{cases} \lambda_i = -(\zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r}(v_g)) \pm \nu \sqrt{1 - (\zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r}(v_g))^2} & \text{si } \left| \zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r} \right| \leq 1, \\ \lambda_i = -(\zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r}(v_g)) \pm \sqrt{(\zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r}(v_g))^2 - 1} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.15)$$

Si  $2\zeta + \frac{d\mu}{dv_r} > 0$  alors  $\Re(\lambda_i) < 0$  pour  $i=1,2$ , et le système est stable. En revanche, lorsque  $2\zeta + \frac{d\mu}{dv_r} < 0$  alors  $\Re(\lambda_i) > 0$  pour  $i=1,2$ , le système devient instable. De plus, d'après le diagramme de bifurcation, construit en annexe B et représenté figure 3.13, on note que le passage du demi-plan gauche  $\Re(\lambda_i) < 0$  au demi-plan droit  $\Re(\lambda_i) > 0$  s'opère par un passage simultané de l'axe imaginaire  $\Re(\lambda_i) = 0$  par les deux valeurs propres complexes conjuguées : c'est une bifurcation de Hopf.

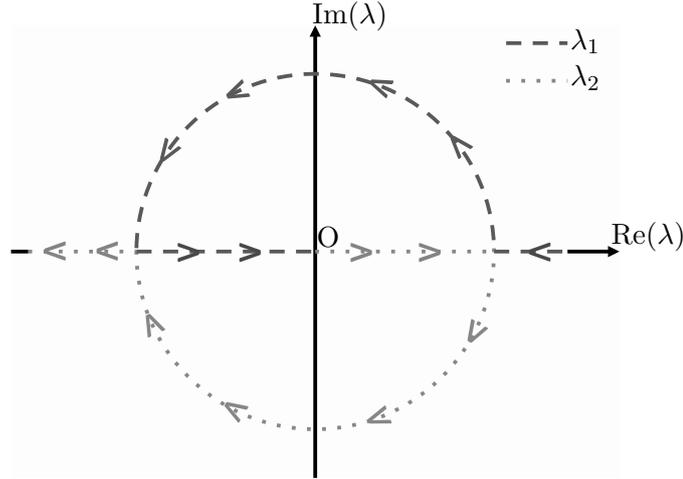


FIGURE 3.13 – Diagramme de bifurcation de l'instabilité

### 3.4.3.3 Critère de stabilité

En conclusion, si

$$\frac{d\mu}{dv_r}(v_g) > -2\zeta \quad (3.16)$$

le système reste stable. Si,

$$\frac{d\mu}{dv_r}(v_g) < -2\zeta \quad (3.17)$$

l'état d'équilibre est instable et mène à une solution périodique ou cycle limite (Théorème de Poincaré-Bendixson).

Lorsque le système est stable ( $q' = q'_E = 0$ ), la vitesse relative sans dimension  $v_r$  ne dépend que de la vitesse de glissement (vitesse du disque) sans dimension  $v_g$ . Lorsque  $v_g$  croît, le coefficient de frottement  $\mu$  diminue. Le système devient instable dès lors que le coefficient d'amortissement équivalent  $\zeta$  n'est pas suffisant pour dissiper l'énergie liée au frottement  $\mu(v_r)$ . On se propose à présent de vérifier ce critère d'instabilité expérimentalement.

## 3.4.4 Application du modèle

### 3.4.4.1 Plage d'instabilité

La figure 3.11 montre que la plage d'instabilité correspond à la phase où le coefficient de frottement  $\mu$  diminue fortement avec la vitesse de glissement. La dérivée  $d\mu/dv$  est calculée à partir de l'équation 3.1 en utilisant les valeurs numériques des paramètres précédemment identifiés. Une estimation de la dérivée à  $V_g = 5.4$  mm/s donne  $-4.7$  s/m  $< d\mu/dV_g < -1 \times 10^{-1}$  s/m et  $-3 \times 10^{-1}$  s/m  $< d\mu/dV_g < -1.6 \times 10^{-1}$  s/m à 414 mm/s.

Au regard de la grande variation de la pente  $-6$  s/m  $< d\mu/dV_g < 6.2 \times 10^{-2}$  s/m sur l'ensemble de la gamme de vitesses explorées, ces deux valeurs peuvent être considérées comme proches. On constate que la pente d'apparition de l'instabilité est la même que celle de sa disparition. L'échantillon d'élastomère est instable dès que  $d\mu/dV_g < -c$  avec  $c = 2.5 \times 10^{-1}$  s/m, confirmant ainsi le modèle développé par Le Rouzic.

## 3.4.4.2 Amplitude de la vibration

L'amplitude de vibration  $A$  (m) est définie par :

$$A = a x_0 \quad (3.18)$$

où  $a$  représente l'amplitude de vibration sans dimension et  $x_0$  (m) est le déplacement statique précédemment défini. Il reste donc à déterminer l'amplitude de vibration sans dimension  $a$ . Dans le cas d'une vibration de faible amplitude, il est possible d'obtenir une expression analytique de l'amplitude de vibration par la méthode de Krylov–Bogoliubov (méthode de la moyenne), on obtient alors :

$$a^2 = -8 \left( \frac{2\zeta + \frac{\partial\mu}{\partial v_r}(v_g)}{\frac{\partial^3\mu}{\partial v_r^3}(v_g)} \right) \quad (3.19)$$

L'amplitude de vibration  $a$  dépend de l'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  avec la vitesse de glissement  $v$  et du coefficient d'amortissement équivalent  $\zeta$ .

Dans certains cas, une amplitude de vibration importante peut mener à  $\frac{\partial^3\mu}{\partial v_r^3}(v_g) < 0$ , soit  $a^2 < 0$ . Pour obtenir un ordre de grandeur de l'amplitude de vibration  $a$  et de son évolution en fonction de la vitesse de glissement, il faut alors utiliser la méthode de Runge-Kutta classique d'ordre quatre. Il ne s'agit pas là de la valeur exacte car on considère l'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  dans un cas stationnaire, et non dynamique.

À partir de l'interpolation de Bongaerts appliquée à la courbe de frottement obtenue expérimentalement et en prenant les paramètres suivants :  $N = 1 \text{ N}$ ,  $\omega = 2\pi f_0 = 8714 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $\zeta = \frac{\omega CN}{2k}$  avec  $C = 2.5 \cdot 10^{-1} \text{ s m}^{-1}$ , on obtient l'amplitude de vibration modélisée à partir de l'équation 3.19 et représentée figure 3.14. Comme attendu, la plage d'instabilité est retrouvée. Néanmoins,

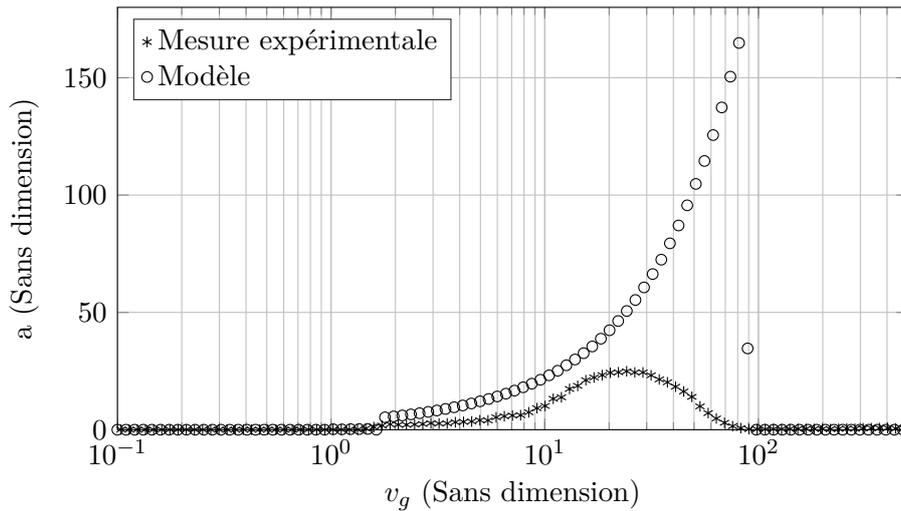


FIGURE 3.14 – Évolution de l'amplitude de vibration (adimensionnée) en fonction de la vitesse de glissement (adimensionnée) : Amplitude mesurée (\*), amplitude modélisée (o)

l'amplitude de la vibration modélisée est bien supérieure à l'amplitude mesurée. Cette erreur résulte directement de la loi de frottement  $\mu(v)$  qui ne fonctionne qu'en régime stationnaire et non dynamique. En effet, lorsque le système crisse à la vitesse  $\dot{x}$ , on suppose que pour chaque vitesse relative  $V_R = V_g - \dot{x}$  le coefficient de frottement  $\mu$  est égal à sa valeur quasi-statique à

cette vitesse,  $\mu = \mu(V_R)$ , ce qui n'est pas le cas. Pour prédire l'amplitude de vibration, une loi de frottement décrivant le comportement du système en régime dynamique devrait être utilisée.

### 3.4.4.3 Commentaires

Une analyse à la fois expérimentale et numérique permet d'affirmer que le bruit de crissement étudié est provoqué par une forte décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement. Ainsi, un problème initialement acoustique devient un problème tribologique. Pour comprendre l'origine tribologique de l'instabilité, l'ensemble du problème revient donc à identifier les paramètres physiques responsables de l'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  avec la vitesse de glissement  $V_g$ , notamment à l'échelle microscopique. Dans ce contexte, une analyse fine des spots de contact est menée dans la suite du chapitre.

## 3.5 Instabilité et comportement tribologique

### 3.5.1 Observation du contact

#### 3.5.1.1 Objectif

Pour un traitement spécifique des images du contact enregistrées durant les expériences tribologiques, on se propose à présent d'analyser l'évolution des spots de contact en fonction de la vitesse de glissement afin de trouver une éventuelle corrélation entre coefficient de frottement et aire réelle de contact.

#### 3.5.1.2 Analyse de l'aire de contact

L'aire apparente de la zone observée au microscope est égale à 1.79 mm×1.5 mm. La taille d'un pixel est 750 nm × 600 nm. L'image typique d'un contact lubrifié à vitesse nulle et pour une charge de 1 N est montrée figure 3.15(a). La zone bleue à gauche et à droite du contact ne fait pas partie de la zone de contact. La zone brillante et rectangulaire correspond à l'aire apparente de contact produite par l'écrasement du cylindre de diamètre 1 mm sur le disque en verre. La largeur de l'aire apparente mesurée vaut  $D_{mes}$  vaut 140 μm. La largeur de l'aire apparente théorique  $D_{theo}$  obtenue par le modèle de Hertz pour un contact élastique non-adhésif est définie par :

$$D_{theo} = 2\sqrt{\frac{4F_N R^*}{\pi l E^*}} \quad (3.20)$$

où  $F_N = 1$  N est la force normale,  $R^* = 0.50$  mm le rayon de courbure réduit,  $l = 30$  mm la longueur du contact et  $E^*$  le module de Young réduit à 23 °C et 1 Hz défini par

$$\frac{1}{E^*} = \left[ \frac{1 - \nu_{elast}^2}{E_{elast}} + \frac{1 - \nu_{verre}^2}{E_{verre}} \right] \quad (3.21)$$

avec  $\nu_{elast} = 0.5$ ,  $\nu_{verre} = 0.2$ ,  $E_{elast} = 9.3$  MPa (valeur obtenue avec les essais DMTA présentés section 2.3.1.1, à la fréquence  $f = 1$  Hz et à 23 °C), et  $E_{verre} = 69$  GPa. On obtient numériquement  $D_{theo} = 83$  μm. La largeur apparente calculée  $D_{theo}$  est inférieure à la largeur apparente mesurée  $D_{mes}$ , mettant en évidence l'effet de l'adhésion

### 3.5.1.3 Spots de contact

Le contact est hétérogène et constitué de spots de taille micrométrique. Un spot est défini comme un ensemble de pixels contigus de même couleur appartenant à l'aire apparente de contact. La couleur de chaque spot est liée à une différence de marche  $\delta$  représentée sur la figure 3.1. Dans un premier temps, deux familles de spots sont définies : les spots pour lesquels le chemin optique atteint sa valeur minimale mesurable et dont la distance au disque est donc minimale. Ils sont considérés comme étant des spots de contact. Les autres spots ne sont donc pas en contact avec le verre et peuvent présenter différentes couleurs correspondant chacun à une distance non nulle entre l'élastomère et le verre. Ainsi, il existe seulement une couleur correspondant aux spots en contact et plusieurs couleurs correspondant aux autres spots, séparés de la surface du disque par une épaisseur seuil du film d'eau.

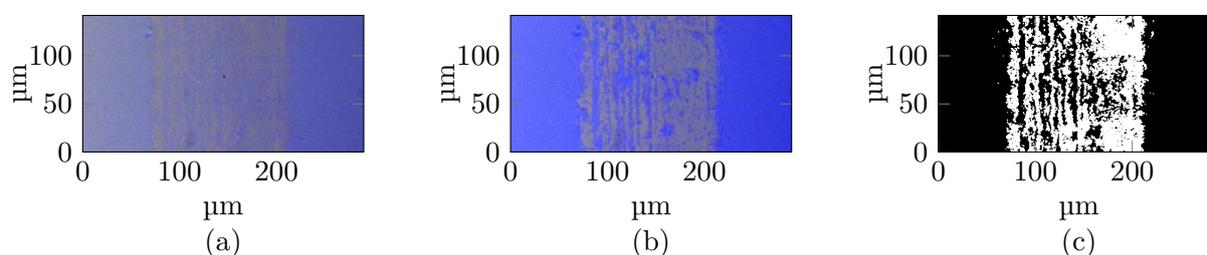


FIGURE 3.15 – Exemple de contact élastomère/verre avec la vitesse de glissement  $v$  : (a) Image d'un contact lubrifié, (b) Image d'un contact non lubrifié, (c) Extraction des spots de contact sec (pixels blancs)

Dans le but d'identifier les spots de contact, une première expérience est réalisée. Un contact statique (vitesse de glissement nulle) sous une force normale de 1 N est réalisé sans eau. Une première photographie du contact est prise, représentée figure 3.15(b). L'eau est ensuite injectée dans le contact. Lorsque l'eau est entrée entièrement dans le contact, une seconde photographie est prise, représentée figure 3.15(a). Après imprégnation du contact, certains pixels de la zone apparente de contact changent de couleur et d'autres non. Or le chemin optique de la lumière pénétrant le contact est proportionnel à l'indice de réfraction du milieu qu'elle traverse. Celui de l'air vaut 1 et celui de l'eau 1.33. Le changement de couleur d'un pixel est donc caractéristique d'une modification de l'indice liée à l'imprégnation par l'eau de la zone à laquelle il appartient. On peut donc en déduire que les pixels dont la couleur reste inchangée après le passage de l'eau appartiennent aux spots de contacts. Cette méthode permet d'identifier précisément l'aire réelle de contact dans tous les régimes de frottement.

La couleur des spots de contact étant définie sans ambiguïté, un algorithme de traitement d'image est développé sous Matlab<sup>®</sup> pour les extraire de l'aire apparente et aussi déterminer leur proportion ainsi que leur distribution. Cet algorithme permet, entre autres, de calculer le taux de portance  $\beta$  défini dans la section suivante.

La caméra délivre des images dans l'espace RGB (Red Green Blue) où chaque couleur est codée sur 3 vecteurs : rouge, vert et bleu. Or, l'objectif est d'extraire les pixels dont la couleur est celle identifiée selon la procédure précédemment décrite. Il est alors préférable de réaliser cette extraction dans un espace pour lequel la teinte de la couleur n'est représentée que par un vecteur. Ainsi, l'image brute est convertie dans l'espace de couleur HSV (Hue Saturation Value)

où le vecteur "Hue" indique la teinte. Les pixels appartenant aux spots de contact sont ensuite extraits à partir de cette seule valeur. Ensuite, un filtre passe-bas gaussien est appliqué pour supprimer le bruit. Un exemple d'image binaire obtenue est représenté figure 3.15(c), les pixels blancs représentant des spots de contact.

### 3.5.2 Instabilité et taux de portance

En utilisant l'algorithme développé, il est possible de calculer le taux de portance  $\beta$  défini par,

$$\beta = \frac{A_r}{A_a} \simeq \frac{N_C}{N_T} \quad (3.22)$$

où  $A_r$  est l'aire de contact réelle,  $A_a$  est l'aire de surface apparente,  $N_C$  est le nombre de pixels en contact et  $N_T$  le nombre total de pixels appartenant à l'aire de contact apparente.

À partir de la vidéo enregistrée lors de l'essai, le taux de portance est calculé pour chaque vitesse de glissement  $V_g$  en réalisant une moyenne des 18 images obtenues. La figure 3.16 montre l'évolution du taux de portance  $\beta$  en fonction de la vitesse de glissement  $v$ . Les figures 3.16 et 3.11 sont obtenues pour la même expérience.

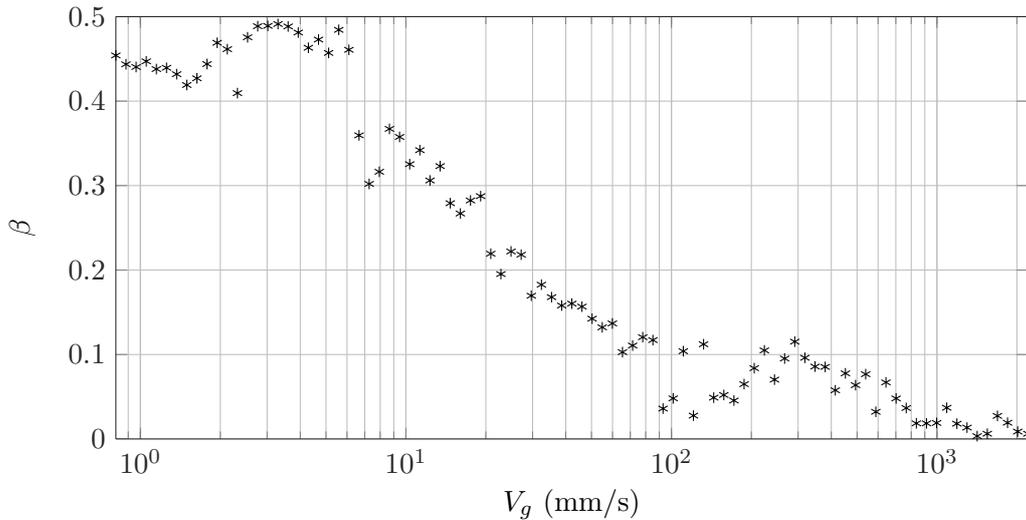


FIGURE 3.16 – Taux de portance  $\beta$  en fonction de la vitesse de glissement  $v_g$

L'évolution du taux de portance  $\beta$  en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$  est identique à celle de  $\mu$  représentée sur la figure 3.11(a). Pour les faibles vitesses ( $V_g < 5.4$  mm/s), le taux de portance est stable autour de 45%. Ensuite, pour les vitesses intermédiaires ( $5.4$  mm/s  $< V_g < 414$  m/s), le taux de portance décroît fortement jusqu'à 8%. Au delà de 414 m/s, le taux de portance se situe entre 8% et 0.2% pour les plus hautes vitesses. Des exemples d'images de contact obtenues dans les trois régimes sont présentées figure 3.17. Cette décroissance simultanée du nombre de spots de contact et de la force de frottement lorsque la vitesse de glissement augmente a été observée par Deleau *et al.* [54] et Wu-Bavouzet *et al.* [73].

Dans le but de vérifier la corrélation observée entre  $\mu$  et  $\beta$ , l'expérience précédente est reproduite quatre fois sur quatre échantillons du même élastomère brut. Pour chaque essai, les fonctions  $\mu(v)$  et  $\beta(v)$  sont représentées dans une seule fonction  $\mu(\beta)$  et résumées figure 3.18.

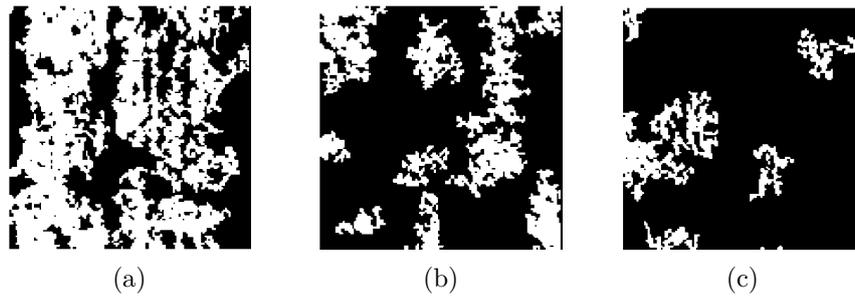


FIGURE 3.17 – Évolution du contact dans les trois régimes : a) Faible vitesse  $V_g = 1$  mm/s et  $\beta = 45\%$ , b) Vitesse intermédiaire  $V_g = 11.5$  mm/s et  $\beta = 34\%$ , c) Haute vitesse  $V_g = 701.6$  mm/s et  $\beta = 7\%$

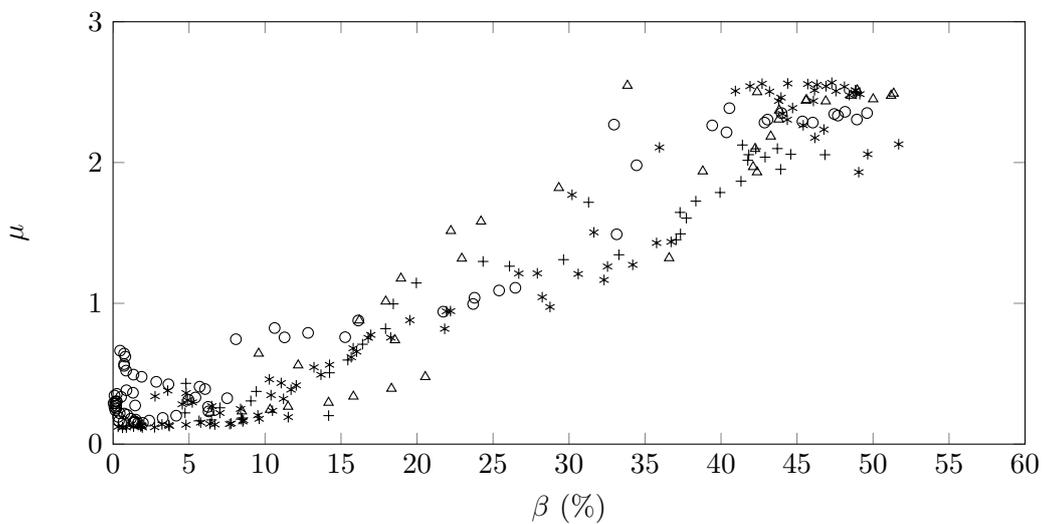


FIGURE 3.18 – Évolution du coefficient de frottement  $\mu$  en fonction du taux de portance  $\beta$  pour quatre échantillons.

Le coefficient de corrélation entre  $\mu$  et  $\beta$  est égal à  $r = 0.96$ . Cette forte corrélation permet de confirmer que chaque spot de contact est responsable d'un frottement local, et que le frottement global résulte de la combinaison de tous ces frottement locaux. Néanmoins, les phénomènes d'adhésion observés semblent suggérer que les spots de contact ne sont pas, à eux seuls, responsables du frottement.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les caractéristiques physiques du crissement du contact élastomère-verre ont été étudiées. La vibration qui lui est associée est purement harmonique et le bruit résulte d'une vibration auto-entretenu induite par le frottement de la lame pour certaines vitesses de glissement. Une simulation numérique de la réponse modale de l'échantillon par code éléments finis permet de conclure que la vibration sollicite le deuxième mode de l'échantillon.

La vitesse de vibration est toujours inférieure à la vitesse de glissement : il n'y a pas de phase collée de la lame sur le disque. Les mécanismes de stick-slip classiques (se produisant par exemple lors du frottement de l'archet sur les cordes d'un violon, ou lorsque l'on fait chanter un verre de cristal) ne peuvent donc pas expliquer le crissement.

### 3.6. CONCLUSION

---

À partir d'un modèle et d'expériences réalisées pour des vitesses croissantes et décroissantes, il est possible de conclure que la bifurcation responsable de l'instabilité est de type Hopf. Elle se produit dès que le coefficient de frottement statique chute fortement en fonction de la vitesse de glissement, plus précisément lorsque l'amortissement interne de l'élastomère ne suffit pas à dissiper l'énergie de frottement. Un critère de stabilité a été établi et validé, en considérant le contact comme un oscillateur harmonique à un degré de liberté constitué d'une masse qui glisse selon une loi de frottement dépendant de la vitesse sur un plan animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

La mesure de l'aire réelle de contact par un traitement d'images développé dans ce travail et permettant d'identifier les spots de contact a montré que l'évolution du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement est fortement corrélée à celle du taux de portance. Néanmoins, les phénomènes adhésifs mis en évidence sous chargements normaux par l'écart entre l'aire apparente de contact et l'aire déduite de la théorie de Hertz peuvent se produire en glissement. Ceci suggère que la force de frottement ne résulte sans doute pas du seul cisaillement des jonctions formées par les spots de contact secs. La contribution de ces effets d'adhésion sera analysée dans le prochain chapitre.

# Chapitre 4

## Du contact multi-aspérités à l'instabilité de frottement

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>85</b>
<b>4.2</b>	<b>Friction du contact verre/élastomère</b>	<b>85</b>
4.2.1	Échantillon analysé	85
4.2.2	Comportement tribologique du contact sec	85
4.2.3	Comportement tribologique du contact lubrifié	86
4.2.3.1	Courbe de Stribeck	86
4.2.3.2	Séchante	87
4.2.4	Comportement vibro-acoustique	88
4.2.5	Aire réelle de contact	88
<b>4.3</b>	<b>Hypothèse d'un contact constitué de deux familles de spots</b>	<b>90</b>
4.3.1	Objectifs	90
4.3.2	Analyse de l'aire de contact	90
4.3.2.1	Détermination des spots secs	90
4.3.2.2	Décomposition du contact en deux familles de spots	90
4.3.2.3	Évolution de l'aire sèche avec la vitesse de glissement	91
4.3.3	Loi de frottement	93
4.3.3.1	Objectifs	93
4.3.3.2	Composante hydrodynamique : $T_{lub}$	93
4.3.3.3	Composante sèche : $T_{sec}$	94
4.3.3.4	Détermination de la loi de frottement	95
4.3.3.5	Discussion	95
<b>4.4</b>	<b>Hypothèse d'un contact constitué de trois familles de spots</b>	<b>96</b>
4.4.1	Analyse de l'aire de contact	96
4.4.1.1	Détermination de la zone lubrifiée	96
4.4.1.2	Détermination de la zone intermédiaire	97
4.4.2	Décomposition du contact en trois familles de spot	98

---

4.4.3	Origine de la contribution de la "zone intermédiaire" au frottement . . .	99
4.4.3.1	Influence de la pression de vapeur saturante et de la tension superficielle . . . . .	99
4.4.3.2	Scénario de frottement . . . . .	104
<b>4.5</b>	<b>Proposition d'une loi additive de frottement . . . . .</b>	<b>106</b>
4.5.1	Application à la prédiction de la courbe de Stribeck . . . . .	107
4.5.2	Application à la prédiction de la force de frottement en séchante . . . .	108
<b>4.6</b>	<b>Distribution d'épaisseur . . . . .</b>	<b>110</b>
4.6.1	Objectifs . . . . .	110
4.6.2	Mesure de la distribution d'épaisseur du film d'eau . . . . .	110
<b>4.7</b>	<b>Cinétique de formation/décollement des spots . . . . .</b>	<b>112</b>
4.7.1	Cinétique de formation des spots : expérience de séchante . . . . .	112
4.7.2	Cinétique de décollement des spots : expérience de frottement / vitesse	115
<b>4.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>117</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans le système étudié, l'instabilité se produit aux vitesses pour lesquelles le coefficient de frottement diminue fortement. Ainsi, pour empêcher le crissement, il convient *in fine* d'identifier les paramètres physiques qui pilotent l'évolution du coefficient de frottement. Pour cela, une étude est menée avec des échantillons ayant reçu le traitement de surface habituellement appliqué aux essuie-glaces. Il est alors possible de réaliser une analyse du contact plus approfondie car les images de contact obtenues permettent de distinguer les différentes zones du contact verre/élastomère et de quantifier leur évolution au cours du frottement.

## 4.2 Friction du contact verre/élastomère

### 4.2.1 Échantillon analysé

On considère un échantillon d'élastomère cylindrique de 3 cm de long dont le profil et le matériau sont identiques à ceux de l'échantillon cylindrique utilisé dans le chapitre précédent. Néanmoins, un traitement est maintenant appliqué sur sa surface. L'échantillon est alors qualifié de *revêtu*. Dans ce chapitre, nous étudions un seul traitement de surface, appelé "**Revêtement Peinture Graphité**" (RPG) [74]. Il a été pulvérisé de manière uniforme sur toute la surface de l'échantillon. Nous cherchons à présent à déterminer le comportement tribologique de cet échantillon en contact sur du verre sans lubrifiant (régime sec) puis avec lubrifiant (régime lubrifié).

### 4.2.2 Comportement tribologique du contact sec

Nous réalisons une expérience tribologique afin d'obtenir la courbe de Stribeck de l'échantillon RPG en régime sec.

#### Protocole expérimental

L'échantillon est fixé sur le module "cloche" (présenté section 3.2.4.1) lui-même implanté sur le tribomètre LUG (voir section 3.2) puis pressé contre le disque avec une charge normale de 0.7 N, en utilisant la vis micrométrique. Cette charge correspond à une pression de Hertz  $P_{Hertz} = 0.4$  MPa. Le disque est alors mis en rotation pendant 1 minute à la vitesse  $V_g = 24$  mm/s pour roder le contact. La vitesse de glissement croît de manière logarithmique pendant 14 paliers allant de 24 mm/s jusqu'à 955 mm/s. Durant chaque palier, la vitesse de glissement est maintenue constante pendant 3 secondes. Au cours de l'essai, les signaux vibratoires, acoustique et de forces sont enregistrés simultanément à la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 20$  kHz. Les images de contact, de dimension  $856 \mu\text{m} \times 250 \mu\text{m}$ , sont enregistrées à 9 images/seconde. L'évolution de la force de frottement en fonction de la vitesse de glissement permet d'établir la courbe de Stribeck.

#### Résultats

Durant l'essai, aucune instabilité n'est observée. L'évolution du frottement avec la vitesse de glissement est présentée figure 4.1. Le coefficient de frottement ne dépend pas de la vitesse de glissement pour la gamme de vitesses étudiées et se situe autour de 1.

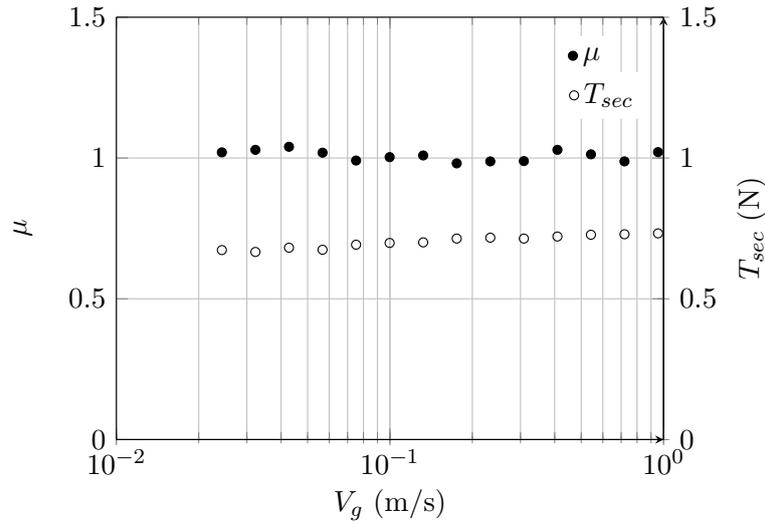


FIGURE 4.1 – Courbe de frottement-vitesse obtenue avec un échantillon RPG en régime sec sous une charge normale de 23 N/m

### 4.2.3 Comportement tribologique du contact lubrifié

On étudie à présent les comportements tribologique et vibro-acoustique de notre échantillon en régime lubrifié. Pour cela, on trace tout d'abord la courbe de Stribeck puis on s'intéresse au comportement de l'échantillon en *séchante*. Le phénomène de séchante correspond à un assèchement du contact pour une vitesse de glissement donnée. Il est caractérisé par l'évolution temporelle de la force de frottement.

#### 4.2.3.1 Courbe de Stribeck

La courbe de Stribeck de l'échantillon revêtu en régime lubrifié est issue d'une expérience tribologique du même type que celle décrite section 4.2.2 et réalisée avec le tribomètre LUG, présenté section 3.2. Les mesures vibratoires sont faites à l'aide du vibromètre laser, en plaçant une pastille réfléchissante au centre d'un des flancs de l'échantillon. Le protocole et les résultats sont présentés ci-après.

#### Protocole expérimental

L'échantillon est fixé sur le module "cloche" (présenté section 3.2.4.1) lui-même implanté sur le tribomètre LUG (voir section 3.2) puis est pressé contre le disque avec une charge normale de 2.5 N, en utilisant la vis micrométrique. Cette charge correspond à une pression de Hertz  $P_{Hertz} = 0.63$  MPa. On introduit ensuite 10 mL d'eau distillée avec une pipette au plus près du contact. Le disque est mis en rotation pendant 1 minute à la vitesse  $V_g = 360 \mu\text{m/s}$  pour roder le contact. Ensuite, la mesure commence. La vitesse de glissement croît de manière logarithmique pendant 49 paliers allant de  $360 \mu\text{m/s}$  jusqu'à 2.4 m/s. Durant chaque palier, la vitesse de glissement est maintenue constante pendant 3 secondes. Au cours l'essai, la caméra filme le contact à 9 images/s, et les signaux de forces et de vibration sont enregistrés simultanément à la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 20$  kHz.

### Résultats obtenus

La courbe typique de Stribeck obtenue est représentée figure 4.2. À basses vitesses ( $V_g <$

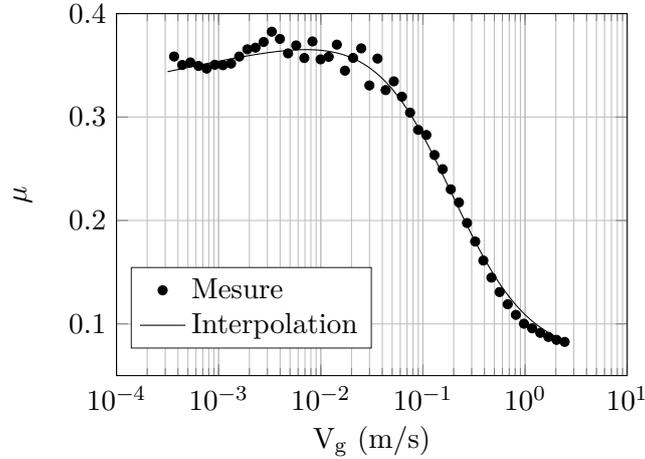


FIGURE 4.2 – Courbe de frottement vitesse obtenue avec un échantillon RPG en régime lubrifié sous une charge normale de 83 N/m. La courbe interpolée est obtenue à partir du modèle de Bongaerts [71]

0.02 m/s), le coefficient de frottement  $\mu$  est considéré comme constant, et se situe autour de 0.38. Cette valeur est inférieure au coefficient de frottement obtenu en régime sec, qui vaut approximativement 1. Lorsque la vitesse de glissement dépasse  $V_g = 0.02$  m/s, le coefficient de frottement  $\mu$  diminue jusqu'à atteindre 0.1 pour  $V_g = 1$  m/s. Finalement, il se stabilise autour de 0.08 entre  $V_g = 1$  m/s et  $V_g = 2.4$  m/s. Les mesures expérimentales ont été interpolées à partir du modèle de Bongaerts introduit équation 3.1.

#### 4.2.3.2 Séchante

Jusqu'à présent, nous avons étudié le cas où le contact élastomère/verre était suralimenté en eau. Pour une vitesse de glissement non nulle, le passage d'un contact suralimenté à un contact sous-alimenté est appelé "séchant". Des essais sont réalisés afin d'observer ce phénomène pour différentes vitesses de glissement.

#### Protocole expérimental

On introduit quelques gouttes d'eau distillée sur le disque. En utilisant le module "cloche", l'échantillon est ensuite pressé avec une force normale de 2.5 N. Le disque est mis en rotation à vitesse constante. Trois vitesses sont étudiées : 0.03 m/s, 0.1 m/s et 1 m/s. Les signaux de frottement sont enregistrés à la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 20$  kHz, et les vidéos à 9 images/s. L'essai est arrêté à l'apparition du phénomène de séchant, c'est-à-dire lorsque l'eau est totalement évacuée du contact.

#### Résultats obtenus

L'évolution de la force tangentielle en fonction du temps pour chaque vitesse de glissement est présentée figure 4.3. Après l'introduction de l'eau dans le contact, le temps pour lequel le phénomène de séchant se produit dépend de la vitesse de glissement  $V_g$  : il est de l'ordre de plusieurs minutes à  $V_g = 0.03$  m/s et de dizaine de secondes à  $V_g = 1$  m/s. Par conséquent, nous

avons extrait la force tangentielle durant les 50 s autour desquelles le phénomène de séchante se produit pour chaque vitesse de glissement. Le coefficient de frottement  $\mu$  est initialement proche

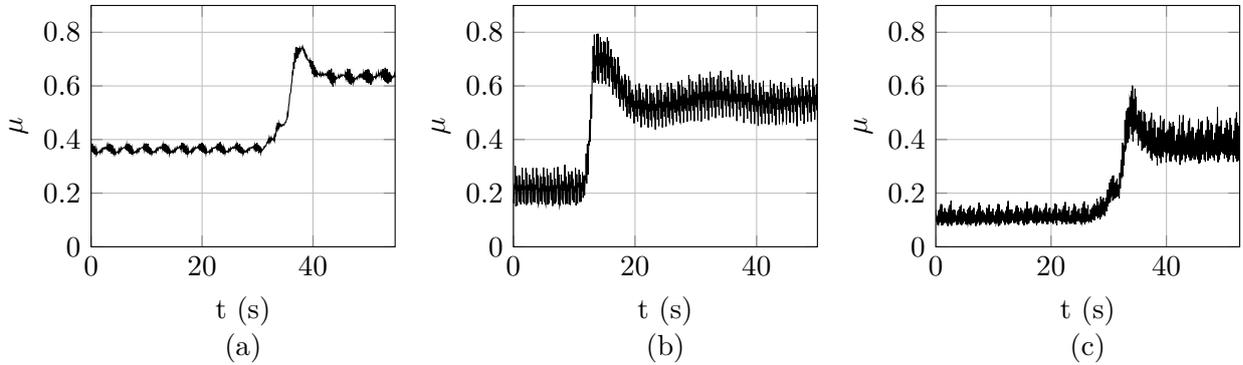


FIGURE 4.3 – Évolution du coefficient de frottement en fonction du temps lors de phénomène de séchante pour 3 vitesses de glissement : (a) 0.03 m/s, (b) 0.10 m/s, (c) 1 m/s

de celui mesuré lors de l'essai frottement/vitesse caractéristique d'un régime suralimenté en eau. Ensuite, on observe une phase transitoire de quelques secondes durant laquelle le coefficient de frottement augmente brutalement jusqu'à atteindre une valeur maximale. Il diminue finalement jusqu'à se stabiliser autour d'une valeur supérieure à celle obtenue en régime suralimenté. Le pic de frottement en séchante a déjà été observée dans la littérature [53, 54, 75]. Deleau *et al.* explique sa présence par une soudaine augmentation de l'aire de contact sec. Pour  $V_g = 0.03$  m/s et  $V_g = 0.10$  m/s, le pic de coefficient de frottement atteint 0.75 et il atteint 0.58 à  $V_g = 1$  m/s. On remarque également que la valeur du coefficient de frottement final (après séchante) dépend de la vitesse de glissement, mais reste toujours inférieure au coefficient de frottement sec  $\mu_{sec} \simeq 1$ . Le contact ne s'assèche sans doute pas complètement et l'eau reste probablement piégée entre les aspérités en contact.

#### 4.2.4 Comportement vibro-acoustique

Nous nous intéressons maintenant au comportement vibro-acoustique de l'échantillon revêtu. Aucune vibration ne se produit durant les essais de frottement/vitesse et de séchante. En effet, contrairement au cas de l'élastomère non revêtu, aucune chute suffisamment brutale du coefficient de frottement  $\mu$  n'est observée lors de l'augmentation de la vitesse de glissement pour cet échantillon, comme le montre la figure 4.4 où l'on note  $C$  le paramètre dépendant de l'amortissement interne du matériau. Cela traduit le fait que le critère de stabilité défini section 3.4.3.3 est toujours vérifié pour le matériau RPG, c'est-à-dire que  $d\mu/dV_g + C$  reste toujours positif. Ainsi, l'apport d'énergie provoqué par le décollement des spots de contact est alors entièrement dissipé dans le matériau.

#### 4.2.5 Aire réelle de contact

On se propose dans cette partie de présenter quelques images du contact obtenues durant l'essai de frottement/vitesse et permettant de visualiser l'aire réelle de contact. Elles ont une dimension de  $1043 \mu\text{m} \times 856 \mu\text{m}$ . Chaque image est tronquée sur une zone d'intérêt autour de l'aire

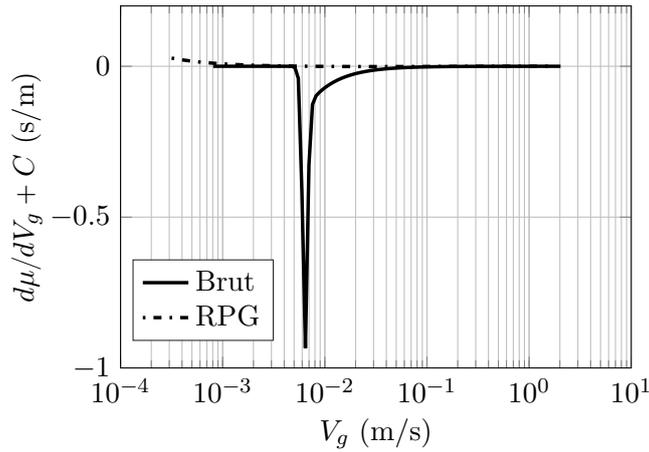


FIGURE 4.4 – Comparaison des courbes  $d\mu/dV_g + C = f(V_g)$  des échantillons brut et revêtu

apparente, et on obtient finalement une image de taille  $293 \mu\text{m} \times 856 \mu\text{m}$ . Des exemples d'images obtenues pour différentes vitesses de glissement sont présentés figure 4.5. La largeur apparente de

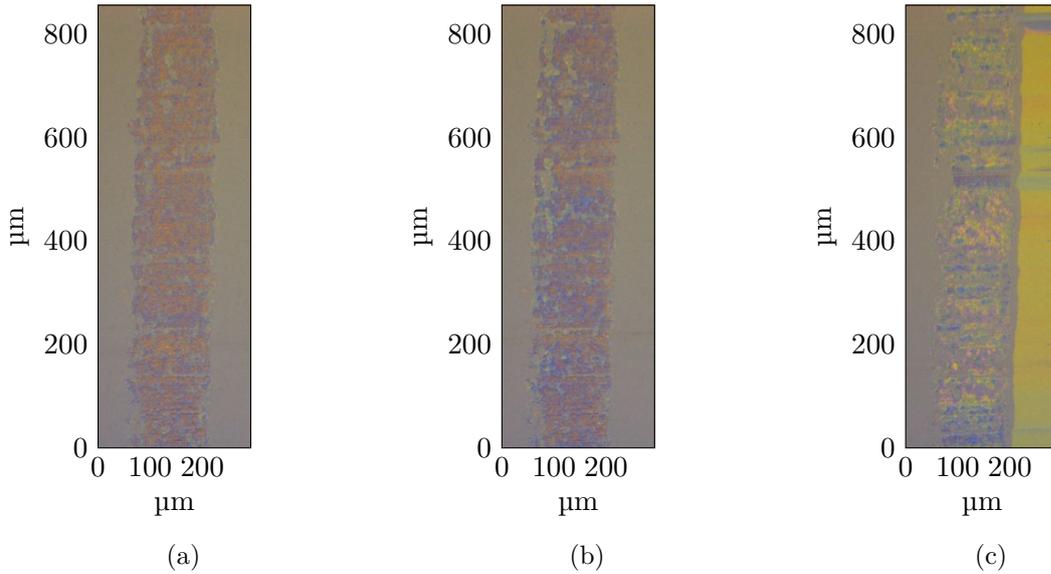


FIGURE 4.5 – Exemple d'images de contact : (a) Basse vitesse (0.064 mm/s), (b) Moyenne vitesse (4.43 mm/s), (c) Haute vitesse (943 mm/s)

contact mesurée  $D_{mes}$  vaut  $230 \mu\text{m}$ . Cette largeur correspond à une pression apparente mesurée  $P_{mes} = 0.36 \text{ MPa}$ . Cette largeur de contact est toujours supérieure à celle que l'on obtient avec la théorie de Hertz  $D_{theo} = 128 \mu\text{m}$ . On note, comme pour l'échantillon d'élastomère brut (sans revêtement), que le contact est hétérogène et que l'aire apparente contient plusieurs spots de taille micrométrique. Les spots n'ont pas la même couleur traduisant le fait qu'un film mince d'eau, d'épaisseur variable, est localement présent entre l'élastomère et le verre. On remarque que la vitesse de glissement a une très forte influence sur les couleurs observées et leur distribution dans le contact, donc sur le niveau et la répartition des épaisseurs du film d'eau dans le contact. Ainsi, afin de définir et d'identifier des familles de spots, on réalise différents types de traitements d'images, détaillés dans la suite de ce chapitre.

## 4.3 Hypothèse d'un contact constitué de deux familles de spots

### 4.3.1 Objectifs

À partir des images décrites précédemment, deux populations de contact schématisées figure 4.6 peuvent être simplement identifiées :

- Zone totalement lubrifiée : elle correspond à une épaisseur du film d'eau non nulle.
- Zone de contact sec : l'élastomère est directement en contact avec le verre, l'épaisseur du film d'eau est donc nulle. La couleur obtenue est celle pour laquelle la différence de chemin optique est minimale.

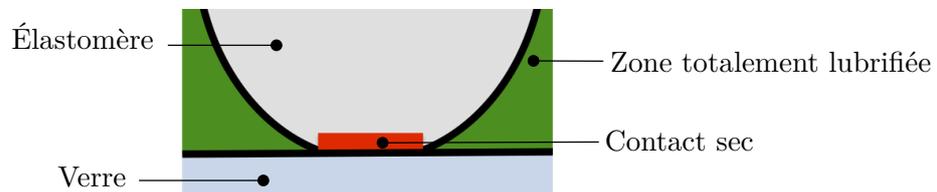


FIGURE 4.6 – Schématisation des deux populations de contact : Contact sec (rouge), contact lubrifié (vert)

Un premier programme de traitement d'image a été développé sous Matlab pour identifier puis d'isoler ces deux zones. Ensuite, des mesures d'aires sont extraites afin de corrélérer l'évolution du contact avec le frottement mesuré en fonction de la vitesse de glissement.

### 4.3.2 Analyse de l'aire de contact

#### 4.3.2.1 Détermination des spots secs

Pour identifier la couleur correspondant au contact sec, la même méthode que celle présentée dans la partie 3.5.1.3 est utilisée : un contact de 2.5 N sans lubrifiant est effectué et une image du contact obtenu est enregistrée (voir figure 4.7(a)). Ensuite, de l'eau est introduite et pénètre dans le contact. Une nouvelle image est enregistrée (voir figure 4.7(b)). L'indice de réfraction de l'eau étant différent de celui de l'air, certains pixels changent de couleur lors de l'introduction l'eau, ce qui indique que l'élastomère et le verre sont séparés. Ainsi, les pixels dont la couleur reste identique appartiennent aux spots de contact secs. La couleur correspondant au contact sec a pu être identifiée : il s'agit d'un jaune orangé. Les étapes nécessaires à l'extraction de l'aire sèche du contact sont résumées dans le tableau 4.1. Un exemple de résultat issu de ce traitement est présenté figure 4.7(c).

#### 4.3.2.2 Décomposition du contact en deux familles de spots

D'après le modèle de contact utilisé dans cette partie (voir figure 4.5), on considère qu'un pixel qui n'est pas sec appartient à la zone totalement lubrifiée. Chaque image de contact peut alors être décomposée en deux zones : la zone totalement lubrifiée est de couleur verte et les spots de contact sont rouges (voir figure 4.8).

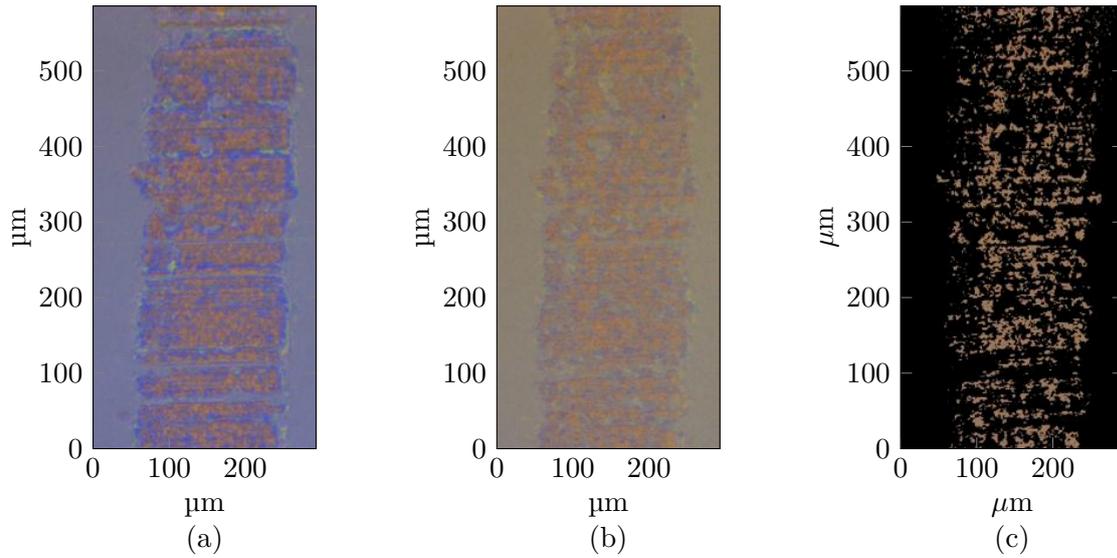


FIGURE 4.7 – Identification des spots secs dans un contact lubrifié : (a) Image du contact non lubrifié, (b) Image du contact lubrifié, (c) Extraction du contact sec (pixels oranges)

**a - Chargement de l'image**

L'image de dimension 1024pixels  $\times$  351pixels est initialement au format ".bmp". Elle est chargée dans une matrice  $[A]$  de dimension  $1024 \times 351 \times 3$ . L'image est codée sur une base de trois vecteurs  $[R, G, B]$ , chacun représentant une couleur ( $R$  :rouge,  $G$  :vert et  $B$  :bleu).

**b - Lissage**

Un filtre gaussien est appliqué sur  $[A]$  afin de diminuer le bruit numérique.

**c - Conversion RGB  $\rightarrow$  HSV**

Afin d'appliquer un filtre sur la seule composante de la couleur, une fonction permet de représenter l'image dans une nouvelle base :  $[H, S, V]$  (pour Hue Saturation Value), où le vecteur  $H$  représente la couleur.

**d - Extraction du contact sec**

Les spots de contact secs sont les spots pour lesquels  $0.085 < H < 0.095$  et  $S > 0.45$ . Un seuillage est donc effectué et on obtient finalement une matrice binaire  $[L]$  de dimension  $1024 \times 351$  où chaque pixel vaut 1 s'il appartient à un spot de contact sec, 0 sinon.

**e - Suppression du bruit numérique**

Pour supprimer un éventuel bruit résiduel, un traitement (érosion puis dilatation) est appliqué sur la matrice binaire  $[L]$ .

Tableau 4.1 – Étapes pour l'extraction du contact sec

**4.3.2.3 Évolution de l'aire sèche avec la vitesse de glissement**

Dans le but d'observer l'évolution du contact sec avec la vitesse de glissement  $V_g$ , l'analyse précédente est réalisée sur toutes les images obtenues. L'analyse d'image est statistique et appliquée sur un grand nombre d'images (1323), rendant ainsi robustes la démarche et la mesure. Pour chaque vitesse de glissement  $V_g$ , l'aire de contact sec  $A_i(V_g)$  ( $m^2$ ) est mesurée sur les images

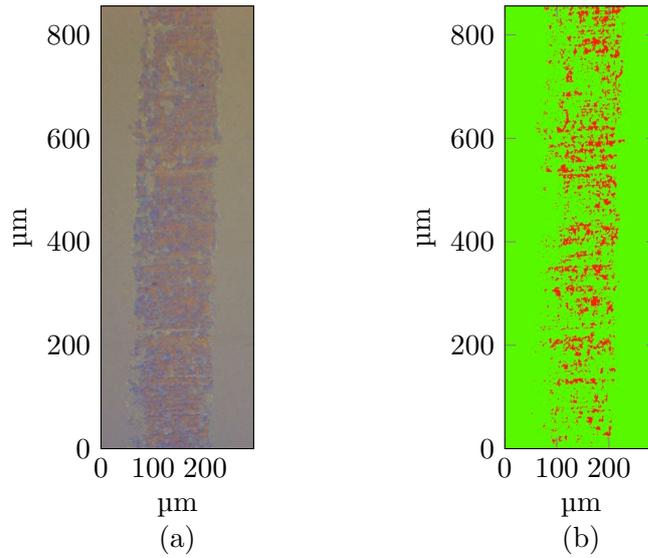


FIGURE 4.8 – Décomposition du contact : (a) Image originale, (b) Contact décomposé en une zone totalement lubrifiée (vert) et une zone sèche (rouge)

$i, i = 1...27$ . L'aire moyenne de contact sec  $A_{moy}(V_g)$  ( $m^2$ ) est ensuite calculée avec la relation,

$$A_{moy}(V_g) = \frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} A_i(V_g) \quad (4.1)$$

L'aire de contact sec extrapolée sur l'ensemble du contact  $A_{sec}(V_g)$  ( $m^2$ ) est finalement déterminée par,

$$A_{sec}(V_g) = \frac{\text{Longueur du contact}}{\text{Longueur observée}} A_{moy}(V_g) = \frac{30}{0.856} A_{moy}(V_g) \quad (4.2)$$

La courbe 4.9 présente les résultats obtenus. À basses vitesses ( $V_g < 20$  mm/s), l'aire de contact

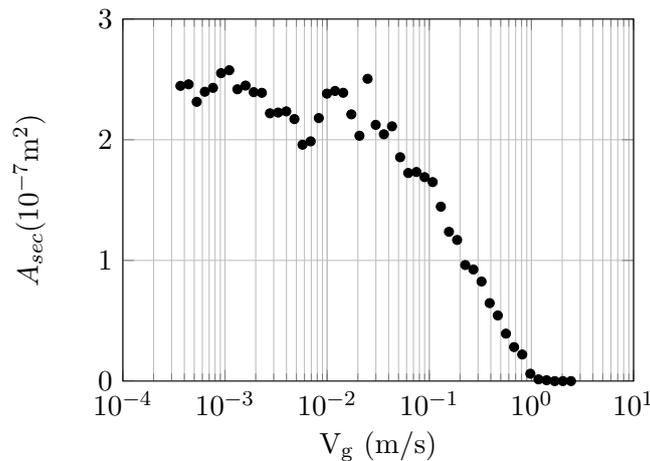


FIGURE 4.9 – Évolution de l'aire de contact sec avec la vitesse de glissement

sec peut être considérée comme constante, elle se situe autour de  $2.5 \times 10^{-7} m^2$ . Elle diminue ensuite à partir de  $V_g = 20$  mm/s jusqu'à devenir nulle à  $V_g = 1$  m/s. On note qu'il existe une forte corrélation entre l'évolution de l'aire de contact sec et celle du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement représentée figure 4.2.

### 4.3.3 Loi de frottement

#### 4.3.3.1 Objectifs

Le contact étant ainsi décomposé en deux zones, on suppose que la force tangentielle totale  $T$  suit une loi additive, somme de deux contributions : une force tangentielle  $T_{sec}$  générée par le cisaillement interfacial des spots de contact sec, l'autre, notée  $T_{lub}$ , produite par le cisaillement d'un film hydrodynamique présent dans la zone lubrifiée du contact. Cela donne l'équation suivante :

$$T = T_{sec} + T_{lub} \quad (4.3)$$

Il reste alors à évaluer ces deux contributions à partir des mesures expérimentales, à confronter cette loi aux mesures de frottement, puis à la discuter.

#### 4.3.3.2 Composante hydrodynamique : $T_{lub}$

Dans un contact lubrifié, la contribution de l'écoulement visqueux du lubrifiant à la force de frottement prédomine dans les régimes de hautes vitesses, où le film lubrifiant sépare complètement les surfaces en mouvement. Pour estimer le niveau de forces hydrodynamiques dans le contact frottant étudié, nous supposons que l'eau est un fluide newtonien incompressible s'écoulant à faible nombre de Reynolds en régime permanent. La composante hydrodynamique  $T_{lub}$  de la force tangentielle peut alors s'écrire simplement :

$$T_{lub} = \frac{A\eta V}{h} \quad (4.4)$$

où  $A$  est l'aire de la zone totalement lubrifiée,  $V$  la vitesse du fluide,  $\eta = 1.002$  mPa s la viscosité de l'eau à 20 °C et  $h$  l'épaisseur du film d'eau. Cette contribution étant plus importante en hautes vitesses, on décide de l'estimer à  $V = 1$  m/s.

L'épaisseur théorique du film d'eau peut être calculée à partir du modèle de contact élasto-hydrodynamique iso-visqueux développé par Venner [76]. Ce comportement asymptotique pour un contact linéique est décrit par l'équation suivante :

$$H = 2.75 \times M^{-1/5} \quad (4.5)$$

avec,

$$H = \frac{h \times R}{b^2} \quad (4.6)$$

où  $h$  est l'épaisseur du film lubrifiant,  $R$  le rayon du cylindre,  $b$  le rayon de Hertz, et avec,

$$M = \left[ \frac{W}{E' \times R} \right] \times \left[ \frac{\eta_0 V_g}{E' \times R} \right]^{1/2} \quad (4.7)$$

où  $W$  est la charge linéique,  $E'$  le module d'élasticité réduit des solides en contact, et  $\eta_0$  est la viscosité du lubrifiant. Dans le cas du contact élastomère/verre, cette épaisseur du film d'eau vaut environ 860 nm pour  $V_g = 1$  m/s.

En faisant l'hypothèse que l'intégralité du contact est totalement lubrifiée, on a  $A = L \times l$  avec  $L = 30$  mm,  $l = 230$  µm. On obtient alors numériquement  $T_{lubMAX} \approx 8$  mN. Or, lors de nos

essais, la force tangentielle reste toujours supérieure à 150 mN. La contribution hydrodynamique peut donc être considérée comme négligeable sur la plage de vitesses explorée.

#### 4.3.3.3 Composante sèche : $T_{sec}$

On cherche maintenant à déterminer la force de frottement générée par le cisaillement interfacial de la zone sèche du contact. Elle s'écrit sous la forme :

$$T_{sec} = A_{sec}\tau_{sec} \quad (4.8)$$

où  $A_{sec}$  ( $m^2$ ) est l'aire de contact sec, et  $\tau_{sec}$  (Pa ou  $N.m^{-2}$ ) est la contrainte de cisaillement interfacial du contact sec. À partir des images du contact obtenues après traitement, l'aire de contact sec est quantifiable et a été mesurée selon la méthode décrite dans la section 4.3.2.3. Il reste alors à déterminer la contrainte de cisaillement du contact sec. Pour cela, on utilise les résultats de frottement sec et les images obtenus dans la section 4.2.2 .

Comme aucun lubrifiant n'est présent, on a :  $T_{lub} = 0N$ . Cet essai permet donc d'isoler la contribution de la composante sèche. Les résultats sont présentés figure 4.10. À partir des images

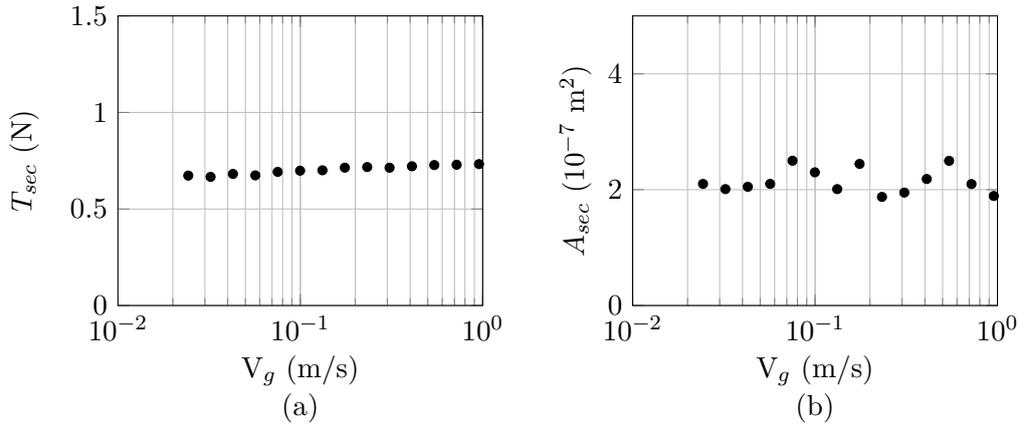


FIGURE 4.10 – Évolution, en fonction de la vitesse de glissement, de la force tangentielle (a) et de l'aire du contact sec (b) pour un contact non lubrifié. Le rapport entre ces deux grandeurs indépendantes de la vitesse de glissement permet d'estimer la contrainte de cisaillement du contact sec.

de contact obtenues, l'aire de contact sec  $A_{moy}$  ( $m^2$ ) est d'abord mesurée sur la zone observée, puis extrapolée sur l'ensemble du contact de longueur 30 mm pour estimer l'aire de contact sec totale  $A_{sec}$  ( $m^2$ ) selon la relation :

$$A_{sec} = \frac{0.856}{30} A_{moy} \quad (4.9)$$

L'évolution de l'aire de contact sec en fonction de la vitesse de glissement pour ce contact non lubrifié est présentée figure 4.10(b). Dans ces conditions, compte tenu de la faible évolution de l'aire de contact pour toutes les vitesses de glissement, elle peut être considérée comme constante sur la plage de vitesses étudiée. De plus, on note que la force de frottement mesurée ne dépend pas de la vitesse de glissement (voir figure 4.10(a)). Ainsi, la contrainte de cisaillement  $\tau_{sec}$  peut

être considérée comme étant indépendante de la vitesse de glissement, et on obtient alors,

$$\tau_{sec} = \frac{T}{A_{sec}} = \frac{0.7}{2.1 \times 10^{-7}} \simeq 3.3 \text{ MPa} \quad (4.10)$$

#### 4.3.3.4 Détermination de la loi de frottement

En introduisant l'équation 4.8 dans l'équation 4.3, et négligeant la composante hydrodynamique, on obtient, avec l'hypothèse d'une aire réelle de contact constituée de deux populations :

$$T = T_{sec} = A_{sec} \tau_{sec} = A_{sec} \times 3.3 \times 10^6 \quad (4.11)$$

L'évolution de l'aire sèche ayant été précédemment mesurée (voir figure 4.9), on peut alors déterminer pour chaque vitesse de glissement la force de frottement  $T$  que l'on obtient en utilisant la relation 4.11. Les résultats obtenus sont présentés figure 4.11.

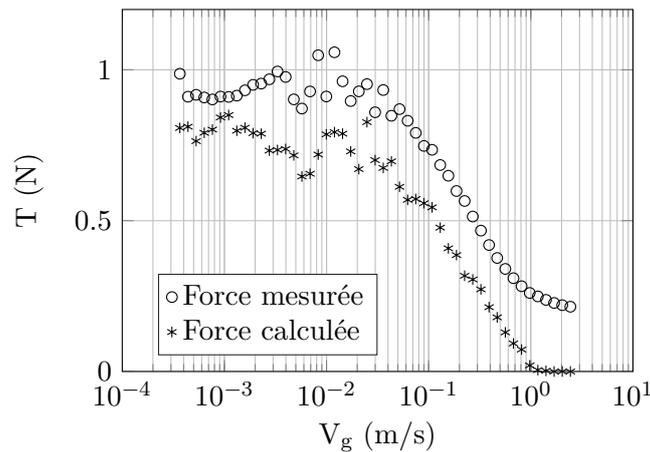


FIGURE 4.11 – Évolution de la force tangentielle avec la vitesse de glissement : les symboles (○) représentent les valeurs mesurées tandis que les symboles (\*) représentent les valeurs issues d'une loi additive intégrant la contribution au frottement des zones sèches et lubrifiées dans le contact

#### 4.3.3.5 Discussion

La loi d'additivité à deux familles de spots permet de retrouver le bon ordre de grandeur de la force de frottement. De plus, l'évolution de cette force avec la vitesse de glissement est en adéquation avec celle mesurée par le capteur de forces. Néanmoins, à basses vitesses, le niveau de frottement n'est pas totalement atteint si l'on considère la seule contribution des spots de contacts secs. Pour les hautes vitesses, la force mesurée est non nulle alors que l'aire de contact sèche est nulle (voir figure 4.9). La force hydrodynamique étant très inférieure à la force de frottement mesurée, il est nécessaire d'introduire une autre contribution dans la loi d'additivité, que nous cherchons à définir dans la prochaine section.

## 4.4 Hypothèse d'un contact constitué de trois familles de spots

### 4.4.1 Analyse de l'aire de contact

On considère à présent un contact à trois familles de spots. Les spots de contact secs restent inchangés, mais la zone considérée dans la section précédente comme étant "lubrifiée" est séparée en deux zones : l'une appelée "zone totalement lubrifiée", et l'autre "zone intermédiaire". Ces trois zones sont définies de la façon suivante :

- la zone totalement lubrifiée : zone où l'épaisseur du film d'eau est supérieure ou égale à 800 nm, soit la valeur théorique de l'épaisseur du film d'eau, à haute vitesse (1 m/s),
- la zone intermédiaire : zone où le film d'eau a une épaisseur comprise entre 0 nm (exclu) et 800 nm,
- la zone de contact sec : l'élastomère est directement en contact avec le verre (épaisseur du film d'eau nulle).

Ces trois zones sont représentées sur la figure 4.12. Les spots de contact sec peuvent être iden-

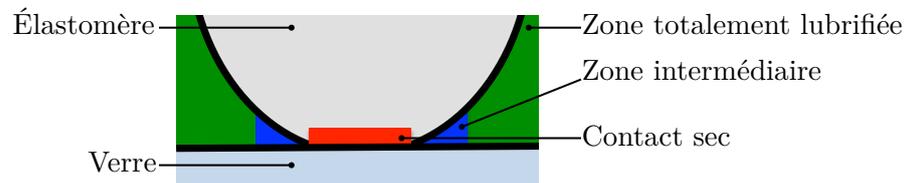


FIGURE 4.12 – Schématisation des trois populations de contact : Contact sec (rouge), contact intermédiaire (bleu) et contact lubrifié (vert)

tifiés en utilisant la méthode décrite dans la section 4.3.2.1. Il reste alors à discriminer la zone totalement lubrifiée et la zone intermédiaire.

#### 4.4.1.1 Détermination de la zone lubrifiée

Pour caractériser la zone lubrifiée, il suffit d'identifier les pixels inchangés lorsque l'on compare deux images : l'une du contact lubrifié, l'autre du film d'eau seul (voir figure 4.13a). Lorsque l'on applique le contact (voir figure 4.13b), la zone totalement lubrifiée est donc la zone de couleur verte située sur les bords latéraux de l'image. Le critère d'identification de cette zone étant établi, on se propose de réaliser un programme Matlab permettant d'extraire et de quantifier cette zone. Les différentes étapes mises en œuvre sont résumées dans le tableau 4.2. Un exemple de traitement réalisé sur une image de contact obtenue à basse vitesse (0.064 mm/s) est représenté sur la figure 4.13. La figure 4.13b montre l'image initiale. Le résultat du filtrage de Prewitt permettant de réaliser une détection de contours sur le vecteur  $H$  correspond à la figure 4.13c. Enfin, la matrice  $[L]$  est multipliée à chaque composante ( $R$ ,  $G$  et  $B$ ) de l'image initiale, pour obtenir l'image de la figure 4.13d.

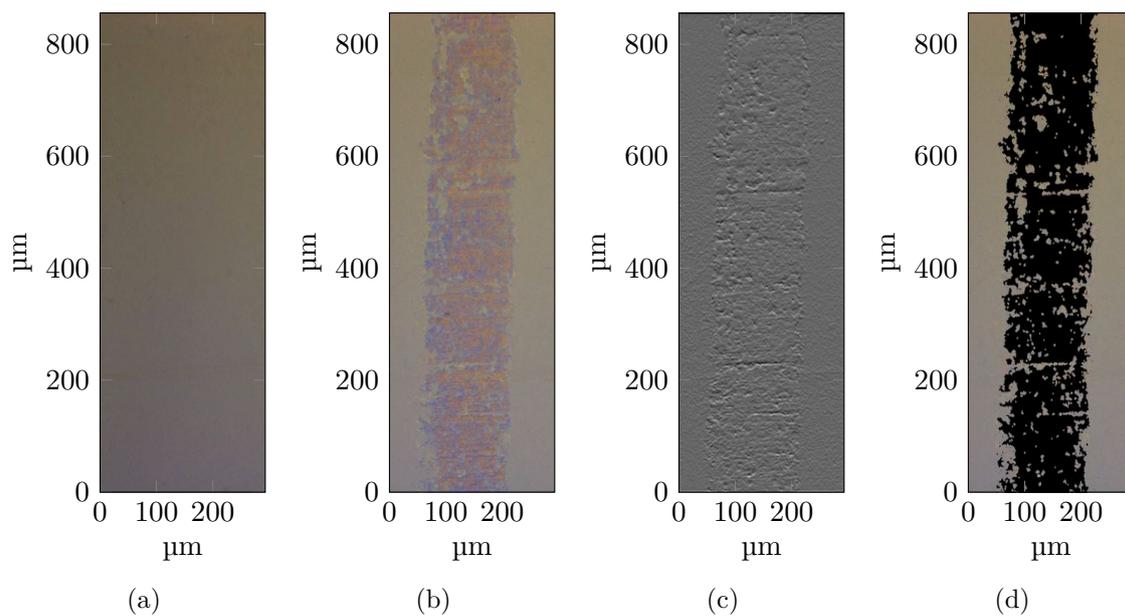


FIGURE 4.13 – Extraction de la zone lubrifiée : (a) Image sans contact (b) Image d'un contact, (c) Image d'un contact après application d'un filtre de Prewitt, (d) Extraction de la zone lubrifiée (pixels colorés)

#### a - Chargement de l'image

L'image de dimension  $1024\text{pixels} \times 351\text{pixels}$  est initialement au format ".bmp". Elle est chargée dans une matrice  $[\mathbf{A}]$  de dimension  $1024 \times 351 \times 3$ . L'image est codée sur une base de trois vecteurs, chacun représentant une couleur ( $R$  :rouge,  $G$  :vert et  $B$  :bleu).

#### b - Lissage

Un filtre gaussien est appliqué sur  $[\mathbf{A}]$  afin de diminuer le bruit numérique.

#### c - Conversion RGB $\rightarrow$ HSV

Comme un filtre sur une couleur doit être appliqué par la suite, une fonction permet de représenter l'image dans une nouvelle base :  $[H, S, V]$  (pour Hue Saturation Value), où le vecteur  $H$  représente la couleur.

#### d - Détection des contours

Afin de vérifier que la couleur de la zone lubrifiée est uniforme, un filtre de type Prewitt est appliqué sur le vecteur "Hue" de l'image. Ce filtre permet de détecter les contours.

#### e - Extraction de la zone lubrifiée

La zone lubrifiée est la zone pour laquelle  $0.17 < H < 0.3$ . Un seuillage est donc effectué et on obtient finalement une matrice binaire  $[\mathbf{L}]$  de dimension  $1024 \times 351$  où chaque pixel vaut 1 s'il appartient à la zone totalement lubrifiée, 0 sinon.

#### f - Suppression du bruit numérique

Pour supprimer un éventuel bruit résiduel, un traitement (érosion puis dilatation) est appliqué sur la matrice binaire  $[\mathbf{L}]$ .

Tableau 4.2 – Étapes pour l'extraction de la zone lubrifiée

#### 4.4.1.2 Détermination de la zone intermédiaire

Le contact intermédiaire est défini comme étant la zone où un fin film d'eau (épaisseur inférieure à 800 nm) est présent entre l'élastomère et le verre. La couleur de la zone de contact

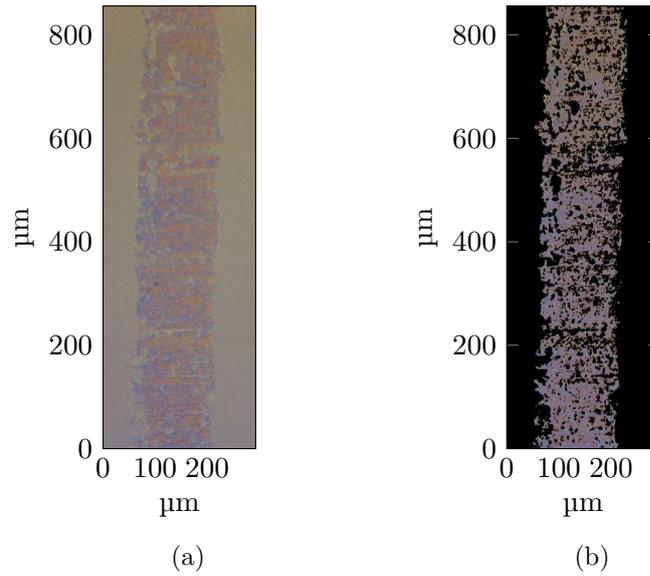


FIGURE 4.14 – Extraction du contact intermédiaire : (a) Image originale, (b) Extraction du contact intermédiaire (pixels colorés)

appartenant à cette zone étant variable, un seuillage sur le vecteur  $H$  de l'image ne peut pas être appliqué. Pour l'extraire, il est donc nécessaire de réaliser préalablement les deux traitements précédents : extraction de la zone totalement lubrifiée et des spots de contact sec. Les pixels appartenant à la zone intermédiaire du contact sont alors les pixels qui n'appartiennent à aucune de ces deux familles. Le résultat obtenu est présenté figure 4.14b.

#### 4.4.2 Décomposition du contact en trois familles de spot

Finalement, le contact peut être décomposé en trois familles de spots (figure 4.15b). La zone totalement lubrifiée est de couleur verte, les spots de contact sont rouges et le contact intermédiaire est bleu. Nous introduisons maintenant une loi de frottement additive où la force

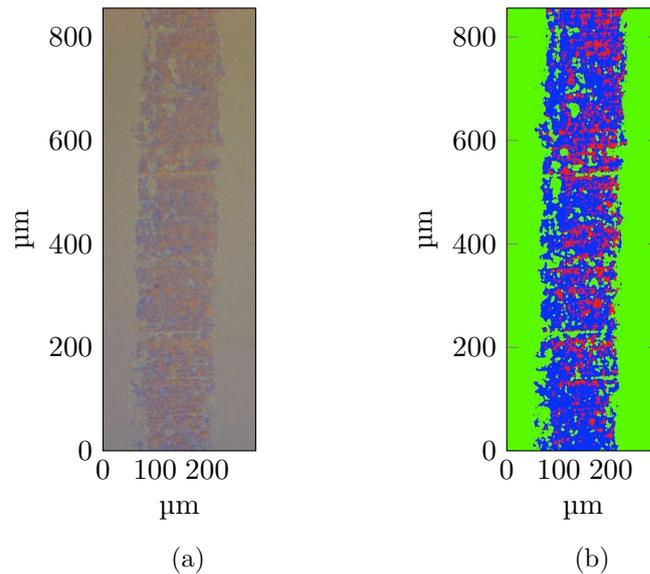


FIGURE 4.15 – Décomposition du contact : (a) Image originale, (b) Contact décomposé : zone totalement lubrifiée (vert), contact sec (rouge), contact intermédiaire (bleu)

tangentielle totale est la somme des contributions de trois familles de contact en frottement (voir figure 4.16). On a alors,

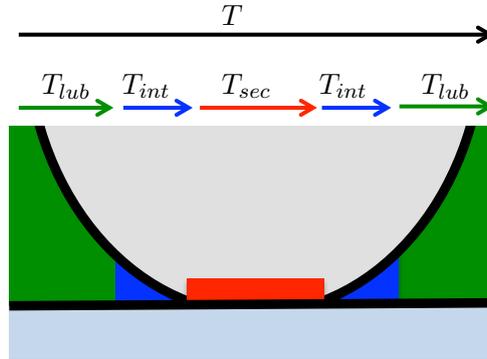


FIGURE 4.16 – Représentation schématique des trois composantes du frottement dans le spot contact étudié

$$T = T_{sec} + T_{int} + T_{lub} \quad (4.12)$$

où  $T$  (N) représente la force tangentielle totale,  $T_{sec}$  (N) la force tangentielle générée par les spots de contact secs,  $T_{int}$  (N) la force tangentielle pilotée par la zone de contacts intermédiaires et  $T_{lub}$  (N) la force hydrodynamique au sein de la zone lubrifiée.

#### 4.4.3 Origine de la contribution de la "zone intermédiaire" au frottement

À partir des résultats obtenus dans la section 4.3.3, la contribution du contact sec est connue, tout comme celle de la zone totalement lubrifiée, négligeable dans notre étude. Il reste donc à présent à déterminer l'origine physique de la force générée au sein de la zone intermédiaire du contact. C'est l'objectif de cette partie. Nous faisons l'hypothèse que les "zones intermédiaires" sont le siège de phénomènes adhésifs liés aux faibles distances de séparation entre l'élastomère et le verre dans ces régimes du contact. Le travail d'adhésion entre l'élastomère (E) et le verre (V) au sein d'un liquide (L) s'écrit :

$$W = \gamma_{EL} + \gamma_{LV} - \gamma_{VE} \quad (4.13)$$

où  $\gamma_{EL}$ ,  $\gamma_{VL}$  et  $\gamma_{VE}$  représentent les énergies interfaciales entre respectivement, l'élastomère et le liquide, le verre et le liquide, le verre et l'élastomère.  $W$  peut être régulé soit en modifiant la surface de l'élastomère, par exemple en ajoutant le revêtement graphité au caoutchouc brut, pour un lubrifiant donné, soit en changeant le milieu interfacial, pour un couple de solides fixé. La première situation a été traitée en comparant le comportement tribologique de l'échantillon RPG à celui de l'élastomère brut. La seconde peut l'être en remplaçant l'eau par un liquide de viscosité identique, pour maintenir la contribution hydrodynamique constante, mais dont les propriétés de mouillage sont différentes.

##### 4.4.3.1 Influence de la pression de vapeur saturante et de la tension superficielle

C'est dans ce but que nous nous proposons de mesurer l'évolution de la force de frottement en fonction de la vitesse de glissement et lors du processus de séchage, en remplaçant l'eau

#### 4.4. HYPOTHÈSE D'UN CONTACT CONSTITUÉ DE TROIS FAMILLES DE SPOTS

par du dodécane dans un contact entre un disque en verre et un échantillon revêtu (RPG) ou non revêtu (brut). Les propriétés de l'eau et du dodécane sont résumées dans le tableau 4.3. On

Propriétés	Eau	Dodécane
Viscosité à 20°C	$\eta_{eau} = 1.002 \text{ mPa.s}$	$\eta_{dod} = 1.324 \text{ mPa.s}$
Pression de vapeur saturante à 20°C	$p_{vap,eau} = 23.4 \text{ mbar}$	$p_{vap,dod} = 0.12 \text{ mbar}$
Température d'ébullition	$T_{eb,eau} = 99.98^\circ\text{C}$	$T_{eb,dod} = 216.32^\circ\text{C}$
Tension superficielle à 20°C	$\gamma_{eau} = 72.8 \text{ mN/m}$	$\gamma_{dod} = 25.3 \text{ mN/m}$

Tableau 4.3 – Propriétés physiques de l'eau et du dodécane

remarque que ces deux lubrifiants possèdent des viscosités proches mais la tension superficielle du dodécane est trois fois plus faible que celle de l'eau. On constate, par ailleurs, que la pression de vapeur saturante du dodécane est 200 fois plus faible que celle de l'eau. Si l'on observe des différences sur les courbes de Stribeck, ces dernières seront donc en grande partie causées par les différences de tension superficielle ou de pression de vapeur saturante. On note également que la mouillabilité de ces deux lubrifiants sur le disque en verre est différente, comme en témoignent les tests de gouttes que nous avons réalisés sur le disque utilisé. Ces tests consistent à déposer  $3 \mu\text{l}$  de lubrifiant sur le disque puis à mesurer l'angle de goutte. Les photographies des gouttes obtenues sont représentées figure 4.17. Avec l'eau, l'angle de goutte vaut  $\beta_{eau} = 78.9^\circ$ . Comme

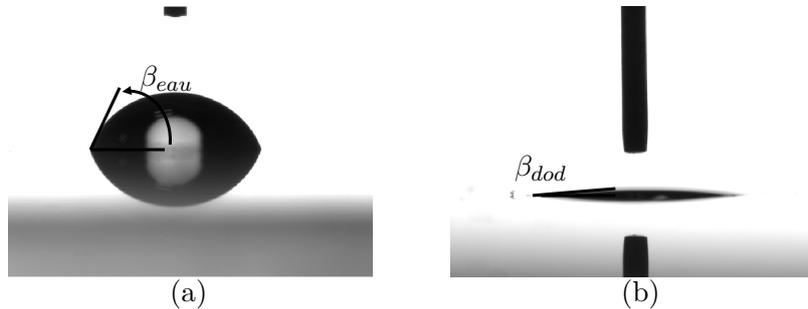


FIGURE 4.17 – Essais de goutte sur le disque en silice en fonction du lubrifiant : (a) eau, (b) dodécane

cet angle est non nul et inférieur à  $90^\circ$ , le disque est hydrophile et mouillé partiellement par l'eau. En utilisant le dodécane, l'angle de goutte  $\beta_{dod}$  est proche de  $0^\circ$ , ce qui correspond à une extrême affinité entre la surface du disque (silice) et le dodécane. On peut considérer que le mouillage du disque par le dodécane est total. Afin de caractériser complètement l'étalement de l'eau et du dodécane sur les différentes surfaces tribologiques de cette étude, les angles de contact que ces liquide forment avec l'élastomère (l'EPDM pour l'élastomère brut), le graphite (pour l'échantillon RPG) et le verre sont récapitulés dans le tableau 4.4. De ces valeurs sont déduites les énergies interfaciales correspondantes par application de la loi de Young, connaissant les énergies de surface de chacun des solides et les tensions superficielles de chacun des liquides.

#### Courbe de Stribeck : contact verre/élastomère brut

On se propose dans un premier temps d'observer l'effet du lubrifiant donc de la pression de vapeur saturante et de la tension superficielle sur les courbes de Stribeck, et l'occurrence du bruit de crissement avec l'élastomère brut.

Solide/Liquide	Angle de contact ( $^{\circ}$ )	Énergie interfaciale liquide/solide ( $\text{mJ}/\text{m}^2$ )
Graphite/dodécane	0	30
Graphite/eau	90-100	$\simeq 55$
Verre/dodécane	0	$\simeq 975$
Verre/eau	50-79	$\simeq 950$
EPDM/dodécane	0	$\simeq 0$
EPDM/eau	84	$\simeq 25$

Tableau 4.4 – Valeurs des angles de contact et des énergies interfaciales de l'eau et du dodécane, avec le graphite, l'EPDM et le verre. Les énergies interfaciales sont calculées avec la loi de Young, à partir de la tension superficielle des liquides et de l'énergie de surface des solides.

Pour cela, deux courbes de Stribeck, l'une avec de l'eau et l'autre avec du dodécane, sont réalisées successivement sur un même échantillon brut. Le protocole utilisé pour chaque mesure est identique à celui décrit dans la section 4.2.3.1 à la seule différence que les mesures sont, pour cet essai, réalisées sur 36 paliers de vitesses allant de  $64 \mu\text{m}/\text{s}$  à  $516 \text{mm}/\text{s}$ . Entre les deux expériences, de l'air sous pression est appliqué sur l'échantillon d'élastomère afin d'enlever toute trace de lubrifiant. La figure 4.18(a) représente les courbes de Stribeck obtenues pour chaque

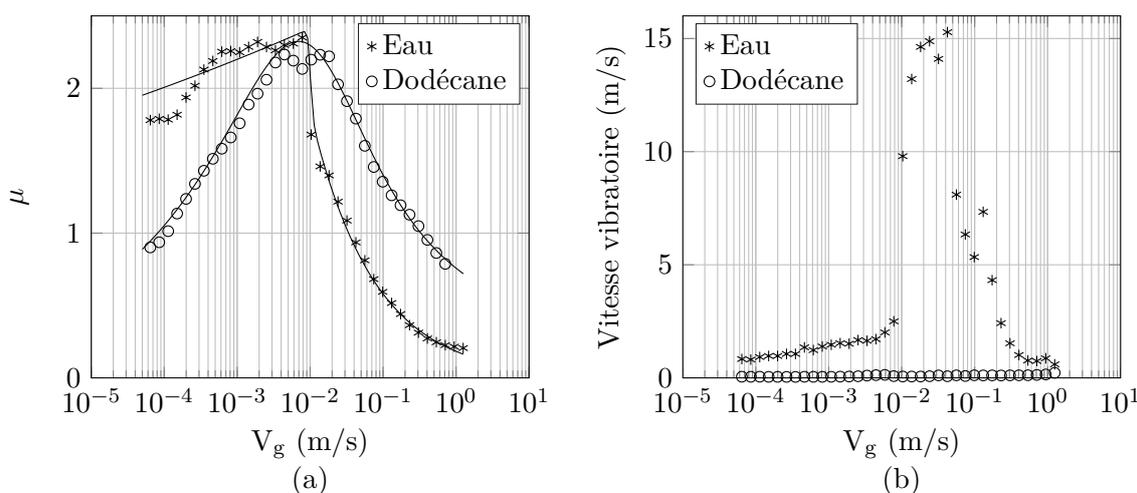


FIGURE 4.18 – Effet de la nature du lubrifiant sur (a) la courbe de Stribeck et (b) la vitesse vibratoire, pour l'échantillon brut

lubrifiant qui font apparaître des différences notables entre l'eau et le dodécane : à basses vitesses, l'eau conduit à un coefficient de frottement relativement constant et situé autour de 2.5. Avec le dodécane, le coefficient de frottement est plus faible et augmente avec la vitesse de glissement. Pour les deux lubrifiants, il existe une vitesse au-delà de laquelle le coefficient de frottement décroît : elle vaut  $7.8 \text{mm}/\text{s}$  avec l'eau, et  $32 \text{mm}/\text{s}$  avec le dodécane. Le comportement vibratoire est également différent : comme nous l'avons déjà vu, en présence d'eau, l'échantillon devient instable lorsque le coefficient de frottement  $\mu$  diminue avec la vitesse de glissement (vitesse vibratoire supérieure à  $5 \text{mm}/\text{s}$ ). En revanche, aucune instabilité n'est mesurée avec le dodécane et la vitesse vibratoire reste identiquement nulle (voir figure 4.18(b)). Pour rendre compte de ces réponses, les courbes de Stribeck sont interpolées à partir du modèle mathématique de Bongaerts décrit section 3.3.3. Cette interpolation permet de calculer  $d\mu/dV_g$  en fonction de la vitesse de

glissement  $V_g$ . Les courbes sont représentées figure 4.19. Avec l'eau,  $d\mu_{eau}/dV_g$  devient négatif à

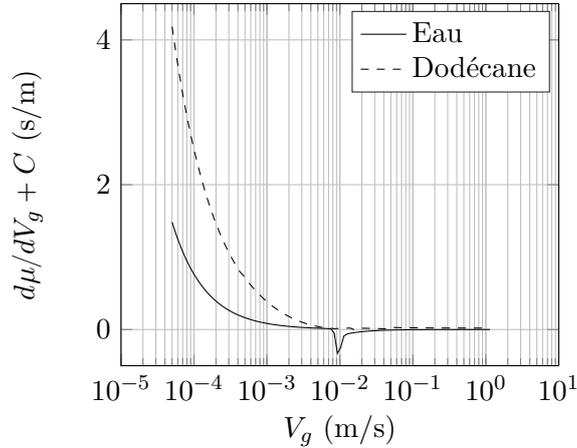


FIGURE 4.19 – Effet de la nature du lubrifiant sur l'évolution de  $d\mu/dV_g$  pour l'élastomère brut

partir de  $V_g = 7.6$  mm/s et atteint sa valeur minimale égale à  $-9.3$  s/m à  $V_g = 9.2$  mm/s. Avec le dodécane,  $d\mu_{dod}/dV_g$  devient négatif à partir de  $V_g = 6.8$  mm/s et atteint sa valeur minimale  $-0.02$  s/m à  $V_g = 14$  mm/s. Entre  $V_g = 8$  mm/s et  $V_g = 20$  mm/s, soit la plage de vitesses pour laquelle l'instabilité se produit lors du glissement entre le verre et l'élastomère brut avec l'eau,  $d\mu_{eau}/dV_g \ll d\mu_{dod}/dV_g$ . Ce résultat permet d'une part de valider le critère de stabilité défini section 3.4.3.3 et d'autre part d'expliquer la différence du comportement vibratoire de l'échantillon en fonction du lubrifiant.

Les essais tribologiques menés sur l'échantillon brut montrent que l'évolution du frottement avec la vitesse de glissement et le bruit de crissement dépendent fortement de la tension superficielle et de la pression de vapeur saturante du lubrifiant. Le rôle joué par les énergie de surface sur l'occurrence de bruit de crissement a également été souligné par Reddyhoff *et al.* [77].

#### Courbe de Stribeck : contact verre/élastomère revêtu

On réalise à présent les deux expériences de frottement précédemment décrites sur l'échantillon de RPG étudié dans cette partie. Les résultats sont représentés figure 4.20. Les évolutions des courbes obtenues avec les deux lubrifiants sont proches et peuvent être décomposées en deux zones : à basses vitesses, le coefficient de frottement est élevé et peu dépendant de la vitesse puis diminue au-delà d'une vitesse de transition. On note cependant des différences entre les deux courbes obtenues :

- Le coefficient de frottement à basse vitesse est plus faible avec le dodécane,  $\mu_{dod} \simeq 0.25$ , qu'avec l'eau,  $\mu_{eau} \simeq 0.34$
- La vitesse de transition se situe autour de 20 mm/s pour l'eau, et 40 mm/s avec le dodécane.

#### Processus de séchant : contact verre/élastomère revêtu

Sur l'échantillon revêtu (RPG), des essais de séchant sont réalisés avec du dodécane pour trois vitesses de glissement : 30 mm/s, 100 mm/s et 1000 mm/s. Le protocole utilisé est identique à celui présenté section 4.2.3.2. Les résultats obtenus sont présentés figure 4.21. On note les

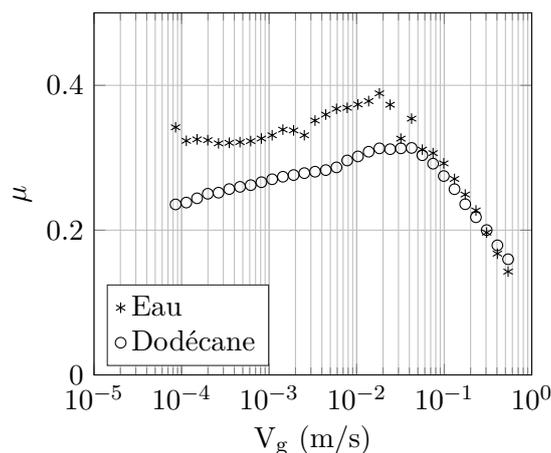


FIGURE 4.20 – Effet de la nature du lubrifiant sur l'évolution du frottement avec la vitesse de glissement pour l'échantillon RPG

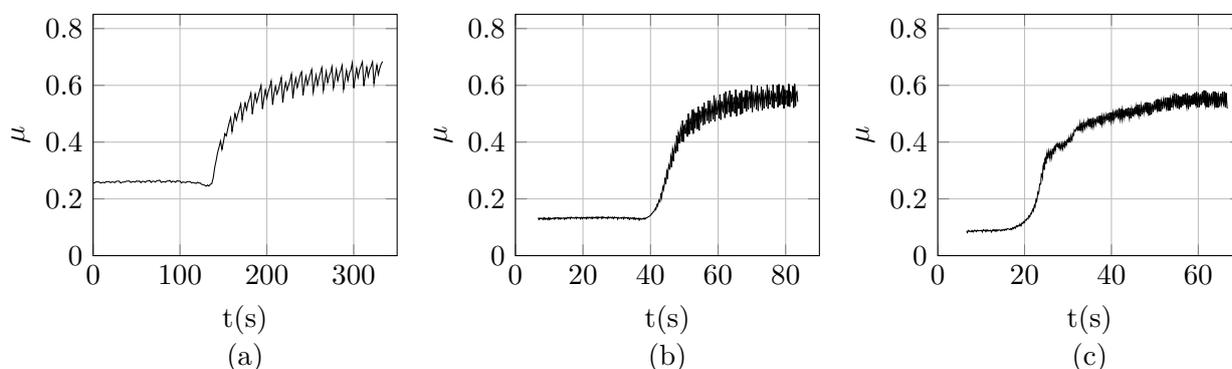


FIGURE 4.21 – Phénomène de séchante sur l'échantillon RPG, en présence de dodécane pour 3 vitesses de glissement : (a) 30 mm/s, (b) 100 mm/s, (c) 1000 mm/s

différences suivantes sur l'évolution temporelle du coefficient de frottement selon que le contact est lubrifié à l'eau ou au dodécane :

- La durée de la séchante (*i.e.* la transition entre l'état sur-alimenté et l'état sous-alimenté) est plus longue avec le dodécane qu'avec l'eau et dépend de la vitesse du disque : plus la vitesse de glissement est élevée, plus la durée de la transition est courte.
- Contrairement à une séchante réalisée avec de l'eau, aucun pic de frottement n'est présent avec le dodécane.

### Discussions

Des essais en frottement ont été réalisés en utilisant comme lubrifiants de l'eau, puis du dodécane. Ce dernier possédant une tension superficielle trois fois plus faible que celle de l'eau, mais aussi une pression de vapeur saturante vingt fois plus petite, nous cherchons à déterminer lequel de ces deux paramètres est à l'origine des différences de comportements tribologique et vibratoire observées. Pour cela, nous calculons le travail d'adhésion du contact entre l'élastomère brut ou revêtu (S), le verre (V), immergé dans l'eau (W) et le dodécane (D). Cette quantité s'écrit,

respectivement pour l'eau et le dodécane :

$$W_{SWV} = \gamma_{SW} + \gamma_{VW} - \gamma_{SV} \quad (4.14)$$

$$W_{SDV} = \gamma_{SD} + \gamma_{VD} - \gamma_{SV} \quad (4.15)$$

Pour comparer, l'effet du liquide interfacial sur ces énergies d'adhésion, il suffit d'en faire la différence qui se réduit à :

$$\Delta W_{DW}(S) = W_{SDV} - W_{SWV} = (\gamma_{SD} + \gamma_{VD}) - (\gamma_{SW} + \gamma_{VW}) \quad (4.16)$$

À partir des valeurs du tableau 4.4, on obtient :

$$\Delta W_{DW}(\text{Elastomère brut}) \simeq \Delta W_{DW}(\text{Elastomère revêtu}) \simeq 0 \quad (4.17)$$

Par conséquent, le travail d'adhésion entre le verre et l'élastomère, que celui-ci soit revêtu ou non, ne dépend pas de la capacité d'étalement du lubrifiant sur les surfaces, et donc pas de sa tension superficielle. Par conséquent, la contribution hydrodynamique restant négligeable, seul l'écart de pression de vapeur saturante entre l'eau et le dodécane peut expliquer l'effet du lubrifiant sur la signature tribologique du contact élastomère/verre.

Les phénomènes de cavitation, qui dépendent directement de la pression de vapeur saturante du lubrifiant, se produisent systématiquement à l'arrière des contacts lubrifiés : ils apparaissent à des vitesses d'autant plus faibles que la pression de vapeur saturante est basse. Ceux-ci génèrent dans le contact, des bulles d'air micrométriques dont la taille et le nombre augmentent avec la vitesse d'entraînement du fluide.

Par conséquent, on peut supposer, comme l'ont montré Shi *et al.* [78] en simulant le contact EHD multi-aspérités entre un joint à lèvres élastomérique et un arbre rigide tournant, que des bulles de cavitation naissent et grandissent au niveau des spots de contacts. Celles-ci donnent naissance à des interfaces air/liquide et donc à des effets adhésifs d'origine capillaire susceptibles de contribuer significativement à la force de frottement. C'est donc dans ce cadre d'hypothèses que nous proposons le mécanisme de frottement développé dans le paragraphe suivant.

#### 4.4.3.2 Scénario de frottement

Le scénario de frottement que nous détaillons ici s'inspire des travaux de Shi *et al.* . Ils relient le coefficient de frottement et la cavitation à une vitesse adimensionnelle  $\Lambda$  qui s'écrit,

$$\Lambda = \frac{6\eta l u}{P_a \times h_0^2} \quad (4.18)$$

où  $\eta$  est la viscosité du lubrifiant,  $P_a$  est la pression à l'intérieur des bulles de cavitation,  $l$  la taille du contact apparent,  $u$  la vitesse de glissement et  $h_0$ , la rugosité quadratique non déformée de l'élastomère.

Ils introduisent un modèle de lubrification prenant en compte la déformation élastique en cisaillement de l'élastomère et les phénomènes de cavitation. Le contact est divisé en trois ré-

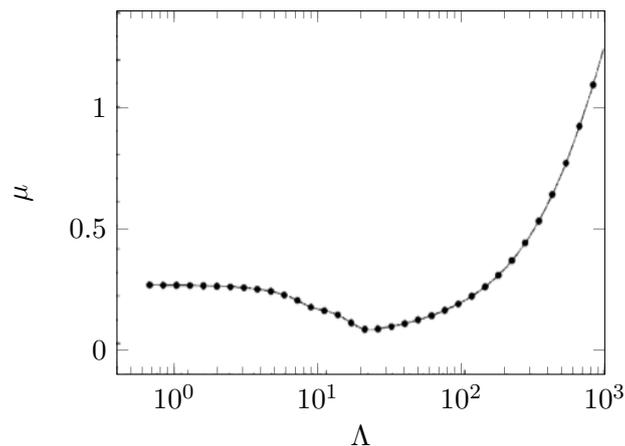


FIGURE 4.22 – Coefficient de frottement en fonction de la vitesse adimensionnelle [78]

gimes :

- Une zone lubrifiée par un film hydrodynamique dont le comportement est régi par l'équation de Reynolds ;
- Une zone de cavitation dont l'évolution est décrite par l'équation de la conservation de la masse ;
- Une zone d'interaction solide/solide décrite par les équations de l'élasticité.

En appliquant cette méthodologie au cas d'un joint élastomérique rugueux glissant sur un arbre lisse lubrifié, ils montrent que :

- Seuls les contacts entre aspérités contribuent au frottement aux basses vitesses puis le joint se soulève progressivement jusqu'à disparition des contacts directs lorsque  $\Lambda = 24$ . Au-delà de cette valeur, ne subsistent que des zones de cavitation et des zones hydrodynamiques (voir figure 4.23(b)). Le coefficient de frottement atteint alors son minimum. Pour le cas du contact élastomère/verre dans l'eau ou le dodécane, cette valeur de  $\Lambda$  correspond à une vitesse de l'ordre de 1 m/s (voir figure 4.22)
- L'aire de la zone de cavitation est non nulle dès que  $\Lambda = 2$ , soit une vitesse d'environ 8 cm/s dans le cas du contact élastomère/verre. Puis elle augmente continument, au détriment de l'aire sèche jusqu'à ce que celle-ci s'annule (voir figure 4.23(a)) indiquant un soulèvement complet du joint. Les poches de cavitation sont alors séparées par des zones en régime de lubrification hydrodynamique.

En extrapolant cette approche au contact élastomère/verre, en présence d'eau ou de dodécane, on constate que les vitesses calculées à partir de  $\Lambda = 2$  et  $\Lambda = 24$  sont cohérentes avec les vitesses mesurées respectivement au début de la décroissance du coefficient de frottement et à la disparition des spots secs. Par ailleurs, l'existence de ces phénomènes de cavitation explique que le dodécane, ayant une pression de vapeur saturante plus faible, provoque une diminution du frottement pour une vitesse plus élevée.

À partir de cette modélisation phénoménologique, il est possible de construire une représentation schématique de la zone de contact en fonction de la vitesse (voir figure 4.24).

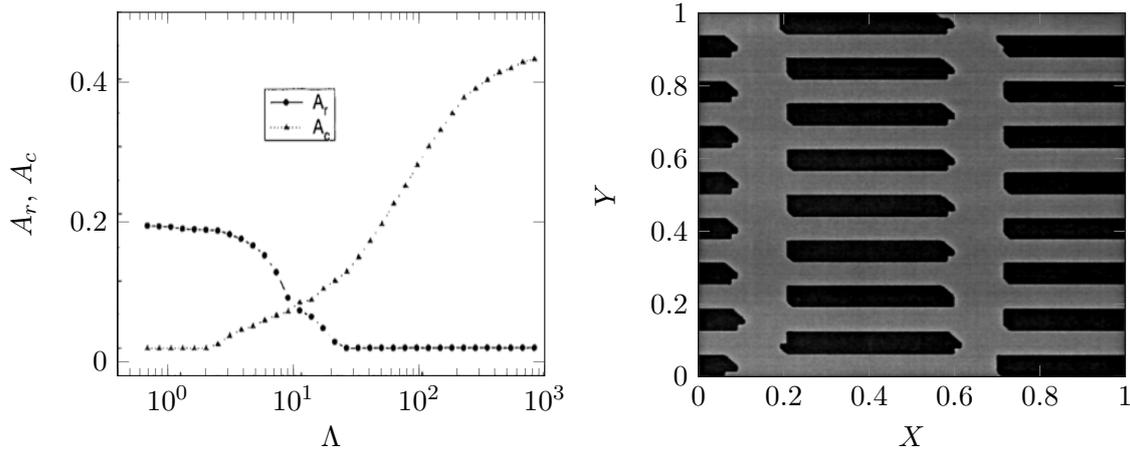


FIGURE 4.23 – Aires de contact et de cavitation [78] : évolution en fonction de la vitesse (a), distribution à  $\Lambda = 90$  (b). Les zones hydrodynamiques sont représentées en gris, et les zones de cavitation en noir

- A très basse vitesse, l'aire apparente du contact est constituée seulement de spots secs séparés par des zones totalement lubrifiées (figure 4.24(a)).
- Dès que la force de frottement commence à décroître ( $V_g \gtrsim 8$  cm/s, associée à  $\Lambda = 2$ ), les premières bulles de cavitation apparaissent à l'arrière des spots secs. Certains d'entre eux se décollent, les réservoirs d'eau laissés entre deux poches d'air contigües forment des ponts capillaires. La "zone intermédiaire" apparaît (figure 4.24(b)).
- Lorsque l'ensemble des spots de contact sont séparés de la surface du disque en verre, soit pour une vitesse de l'ordre de quelques dizaines de cm/s à 1 m/s, des poches de cavitation coexistent seulement avec des zones totalement lubrifiées (figure 4.24(c)). Le frottement résulte alors du cisaillement des ponts capillaires de la zone intermédiaire.

Par conséquent, on peut supposer que l'origine de la force de frottement  $T_{int}$  dans la zone intermédiaire est capillaire. On obtient alors,

$$T_{int} = T_{cap} = P_{cap} \times \gamma_{eau} \quad (4.19)$$

où  $P_{cap}$  représente le périmètre capillaire (périmètre de l'ensemble des bulles d'air) et  $\gamma_{eau}$  la tension superficielle de l'eau. Ainsi, à hautes vitesses, comme aucun contact sec n'est présent, la force capillaire devient prédominante. Ce scénario a également été discuté par Sheng *et al.* [39] dans le cas d'un contact courroie/poulie.

Dans notre étude, on considère, au premier ordre, que le périmètre de la zone intermédiaire est représentatif du périmètre capillaire  $P_{cap}$  de l'ensemble des interfaces eau/air.

## 4.5 Proposition d'une loi additive de frottement

Les résultats obtenus dans les parties 4.3 et 4.4 permettent de mettre en évidence deux contributions majeures dans la force de frottement due au cisaillement des ponts capillaires présents dans la zone intermédiaire. La composante hydrodynamique est, quant à elle, considérée

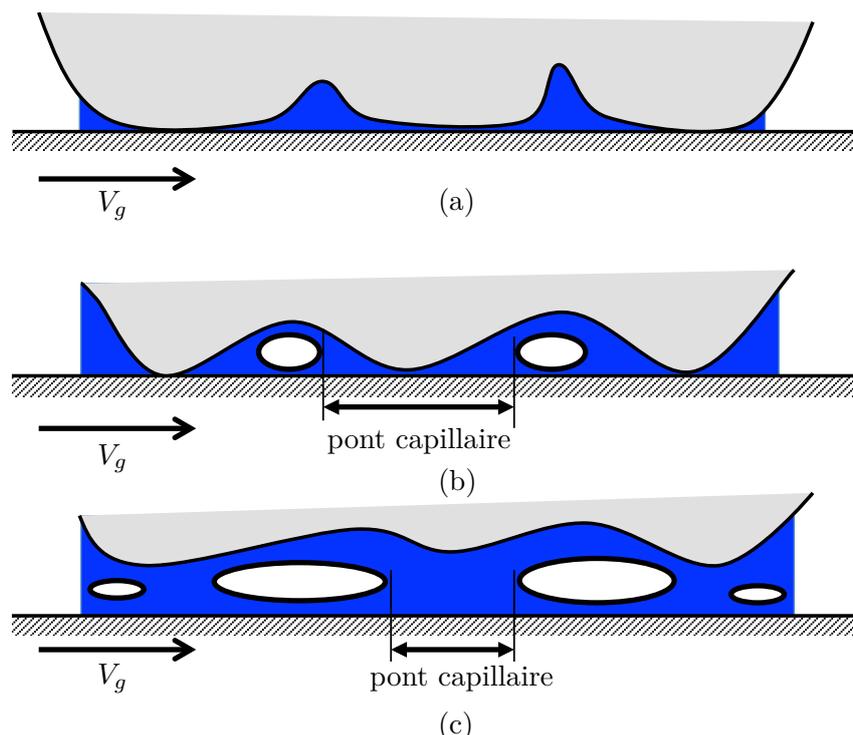


FIGURE 4.24 – Schéma du contact élastomère/verre : (a) basses vitesses, (b) début de la décroissance du frottement avec la vitesse, (c) décollement de l'ensemble des spots secs

comme négligeable pour cette étude. On obtient alors la loi de frottement, ou *loi d'additivité*, suivante :

$$T = T_{sec} + T_{cap} = A_{sec} \times \tau_{sec} + \gamma_{eau} \times P_{cap} \quad (4.20)$$

où  $A_{sec}$  ( $m^2$ ) est l'aire de contact sec,  $\tau_{sec} = 3.3 \text{ MPa}$  est la contrainte de cisaillement du contact sec,  $\gamma_{eau}$  ( $N/m$ ) est la tension superficielle de l'eau et  $P_{cap}$  ( $m$ ) le périmètre capillaire. Il reste maintenant à vérifier la validité de cette loi en la comparant aux mesures expérimentales en courbe de Stribeck et en séchant.

#### 4.5.1 Application à la prédiction de la courbe de Stribeck

Pour chaque image obtenue, la force de frottement générée par le contact sec est déterminée grâce à la méthode décrite dans la section 4.3.3.3. Le périmètre capillaire  $P_{cap}$  a ensuite été déterminé pour chaque image. Pour cela, la longueur du contour de la zone de contact est mesurée. Ensuite, la force correspondante est calculée. La courbe 4.25 présente les résultats obtenus en appliquant la loi d'additivité sur l'essai de frottement/vitesse réalisé sur l'échantillon revêtu. La loi d'additivité, obtenue à partir des mesures des aires de contact sec et des périmètres du contact intermédiaire, permet de retrouver l'évolution de la force tangentielle en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$  ainsi que les niveaux de l'effort tangentiel. À basses vitesses,  $360 \mu\text{m/s} < V_g < 2 \text{ mm/s}$ , le frottement est surestimé : une force autour de  $0.9 \text{ N}$  est mesurée avec les capteurs, et elle est estimée à environ  $1.2 \text{ N}$  avec la loi d'additivité. Ceci est dû au fait que la cavitation apparaît seulement à des vitesses supérieures à quelques  $\text{cm/s}$  et donc pour des vitesses inférieures, la contribution "capillaire" est nulle. Néanmoins, nous obtenons le même ordre de grandeur avec les deux mesures. À partir de  $V_g = 2 \text{ mm/s}$ , l'évolution et le niveau de frottement mesurés avec le capteur d'effort sont retrouvés avec la loi d'additivité. La vitesse de

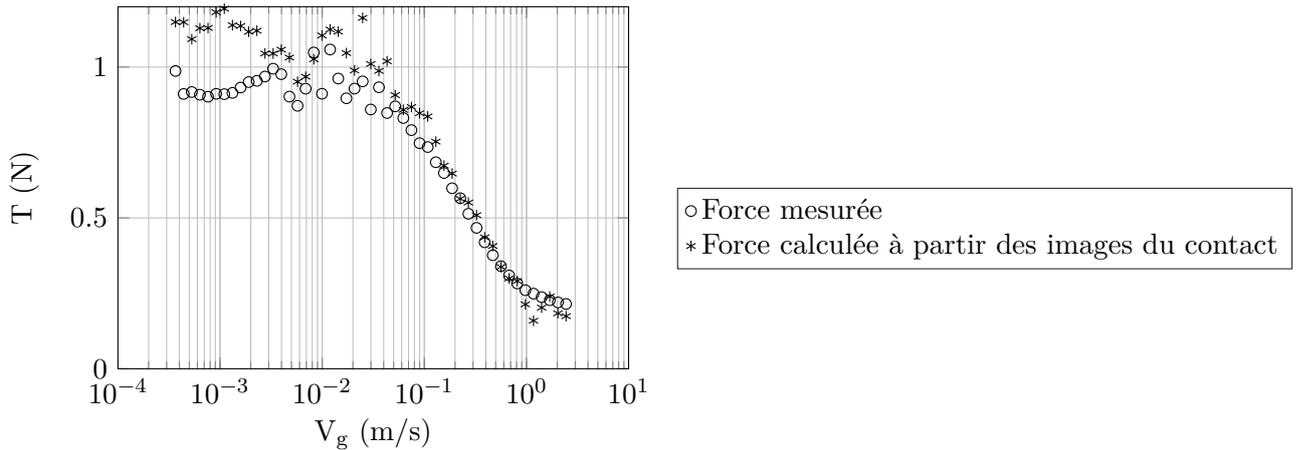


FIGURE 4.25 – Application de la loi d’additivité sur un essai de frottement/vitesse

glissement pour laquelle le frottement diminue, située autour de 20 mm/s, est retrouvée avec la loi d’additivité, tout comme la pente de la décroissance de  $T = f(V_g)$  à partir de cette vitesse. En particulier, pour les hautes vitesses ( $V_g > 1$  m/s), le niveau de frottement calculé est équivalent à la valeur mesurée. Ce n’était pas le cas lorsque l’on considérait seulement la composante

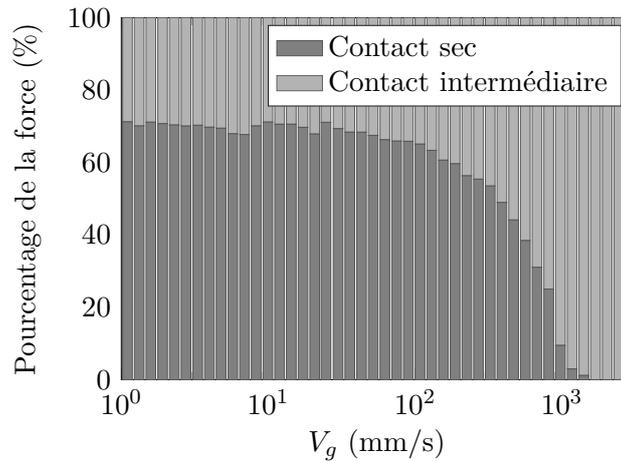


FIGURE 4.26 – Répartition des contributions sèches et adhésives dans la courbe de frottement reconstruite

de frottement sèche. La figure 4.26 représente, en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$ , la contribution de chaque force, sèche et adhésive, par rapport à la force de frottement reconstruite en appliquant la loi d’additivité. Aux basses vitesses, la force générée par le contact sec représente 70% de l’effort total. Il est possible que la contribution de la force adhésive soit surestimée dans cette gamme de vitesses. En revanche, il est clairement visible qu’à hautes vitesses, l’intégralité du frottement est portée par la composante adhésive.

#### 4.5.2 Application à la prédiction de la force de frottement en séchant

La loi de frottement (équation 4.20) a également été appliquée pour modéliser l’essai de séchant à une vitesse de glissement  $V_g = 0.1$  m/s. La composante sèche a été calculée sur l’ensemble des images obtenues, avant et après le phénomène de séchant. Il en est de même

pour la composante capillaire,  $T_{cap} = \gamma_{eau} \times P_{cap}$ . Pour cela, il est nécessaire de faire l'hypothèse que des micro-poches d'eau sont laissées par le processus de désimbibition du contact lors de la séchante. Cette hypothèse peut être validée en remarquant que le coefficient de frottement après séchante reste inférieur à celui mesuré en régime sec (voir sections 4.2.2 et 4.2.3.2). Les résultats sont présentés figure 4.27. La loi d'additivité permet là encore de retrouver les niveaux

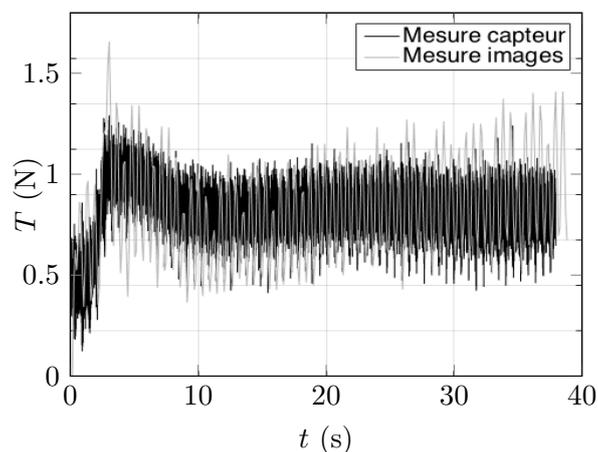


FIGURE 4.27 – Loi d'additivité appliquée à un essai de séchante, pour une vitesse de glissement de 0.1 m/s

de frottement initiaux et finaux ainsi que le pic de frottement. La figure 4.28 représente la contribution de chacune des deux forces principales (contact sec et adhésif) durant l'essai de séchante. En premier lieu, on note que des oscillations sont présentes. Elles sont dues au défaut

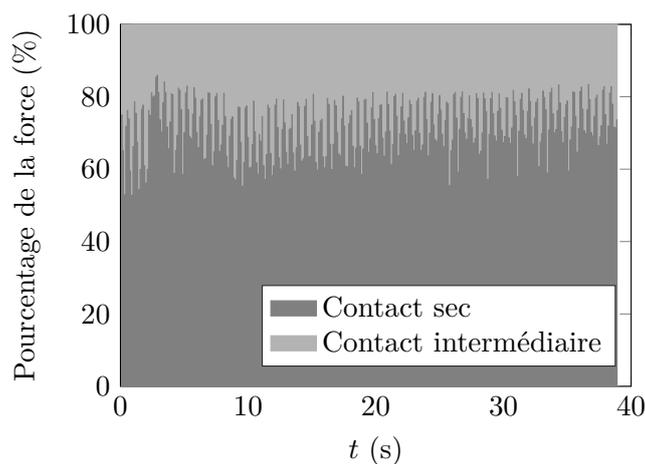


FIGURE 4.28 – Contribution des contacts secs et des ponts capillaires dans la courbe de frottement reconstruite

de planéité du disque (un battement de 1 centième de millimètre a été mesuré). Le pic de séchante est provoqué par une soudaine augmentation de l'aire de contact sec. Néanmoins, l'ensemble du frottement mesuré ne peut être généré seulement par les contacts secs car ceux-ci ne contribuent qu'à environ 75% de la force totale. Ces observations sont en accord avec celles de Deleau [2, 54].

## 4.6 Distribution d'épaisseur

### 4.6.1 Objectifs

Nous avons discrétisé le contact élastomère/verre en trois familles qui dépendent de l'épaisseur du film d'eau (zone lubrifiée, zone intermédiaire et zone de contact sec), discriminées en fonction de la couleur de chaque pixel. Cette discrétisation a été réalisée de manière qualitative puisqu'à part la zone totalement lubrifiée pour laquelle nous savons que l'épaisseur du film d'eau se situe autour de 800 nm et la zone sèche pour laquelle l'épaisseur est considérée comme nulle, nous n'avons pas quantifié précisément l'épaisseur du film d'eau présent dans la zone intermédiaire. L'objectif de cette partie est alors de relier la couleur d'un pixel à l'épaisseur réelle du film d'eau qui lui correspond. Cela permet par exemple de mesurer l'évolution de la distribution d'épaisseur locale du film d'eau dans le contact lorsque la vitesse de glissement augmente, de mesurer la distribution du film d'eau résiduel à hautes vitesses, ou encore d'observer puis suivre la cinétique de décollement d'un spot de contact lorsque la vitesse croît ou la cinétique de formation d'un spot de contact lors d'un essai de séchante.

### 4.6.2 Mesure de la distribution d'épaisseur du film d'eau

Afin d'atteindre les objectifs précédents, la méthode proposée initialement par Kirk [79] puis reprise par Molimard [80] est utilisée : une calibration préalable des couleurs est effectuée sur un contact élastique bille/plan où la distance de séparation entre les deux solides lors du contact est déterminée par la théorie de Hertz, voir la figure 4.29. Il est ainsi possible de relier chaque couleur

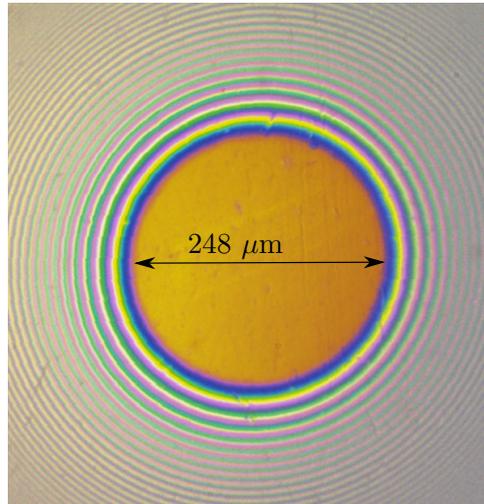


FIGURE 4.29 – Contact élastique sphère/plan réalisé pour calibrer les couleurs

à une épaisseur de film pour n'importe quel interférogramme de contact. La méthode utilisée et le programme développé sont détaillés en annexe C. La figure 4.30 présente des images de contact utilisées pour valider le programme. Des interférogrammes produits à différentes vitesses de glissement ont été testés : 1.90 mm/s, 155 mm/s et 2031 mm/s. La figure 4.31 montre les distributions d'épaisseurs obtenues pour ces images. La figure 4.32 représente une vue 3D d'une image du contact obtenue à la vitesse  $V_g = 1.90$  mm/s. On peut dès à présent noter que l'aire de contact apparente est retrouvée avec ce nouveau traitement, tout comme la zone totalement

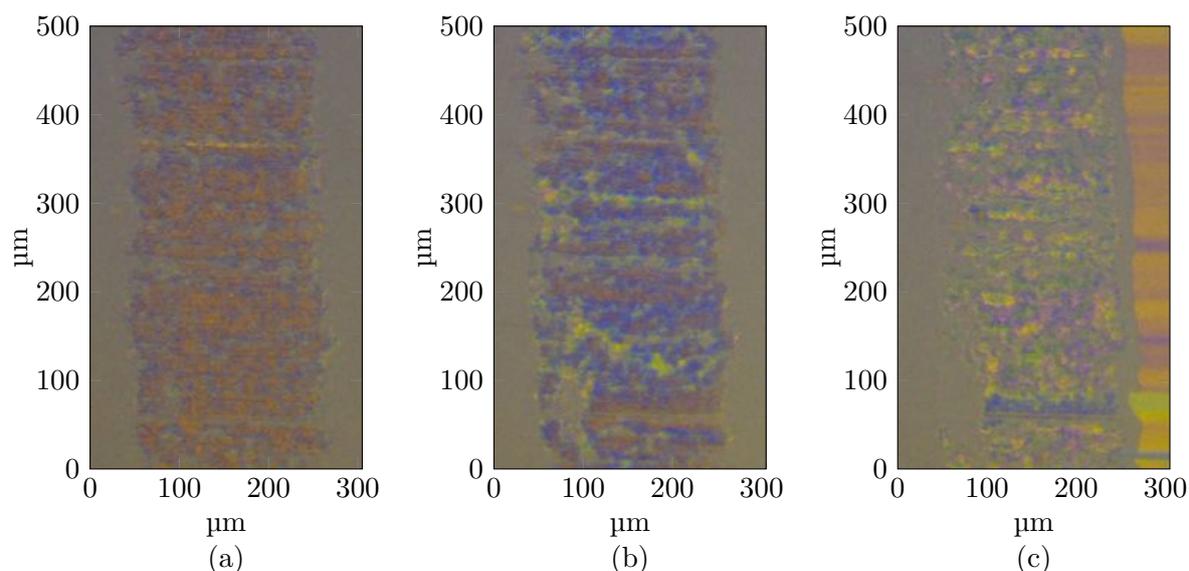


FIGURE 4.30 – Exemple d'images de contact élastomère RPG/verre lubrifié à l'eau obtenues pour différentes vitesses de glissement : (a) 1.90 mm/s, (b) 155 mm/s, (c) 2031 mm/s

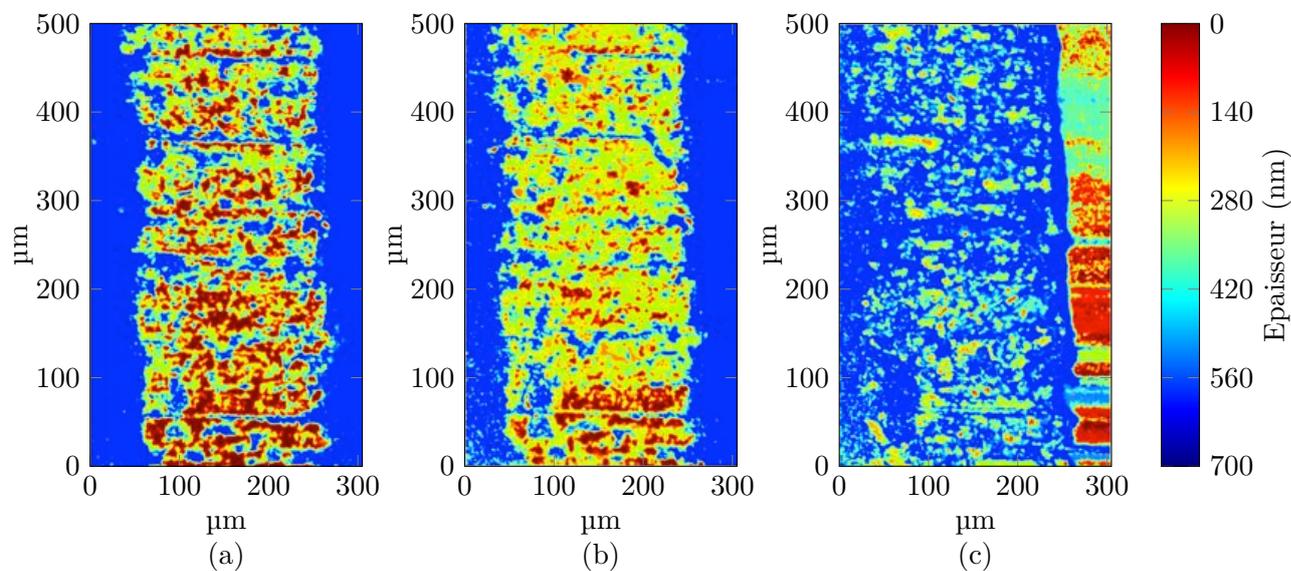


FIGURE 4.31 – Distributions d'épaisseurs pour les images de validation : (a) 1.90 mm/s, (b) 155 mm/s, (c) 2031 mm/s

lubrifiée qui correspond à une épaisseur de fluide supérieure à 800 nm, soit l'ordre de grandeur attendu à partir des calculs de la théorie de Moes et Venner. De surcroît, comme nous l'avons observé précédemment, plus la vitesse de glissement augmente plus la population de contact sec est faible. Elle est nulle à  $V_g = 2031$  mm/s. À hautes vitesses, l'épaisseur du film résiduel présent à l'arrière du contact varie entre 100 nm et 500 nm. Ces fluctuations peuvent s'expliquer par l'hétérogénéité de la topographie de la surface de l'échantillon.

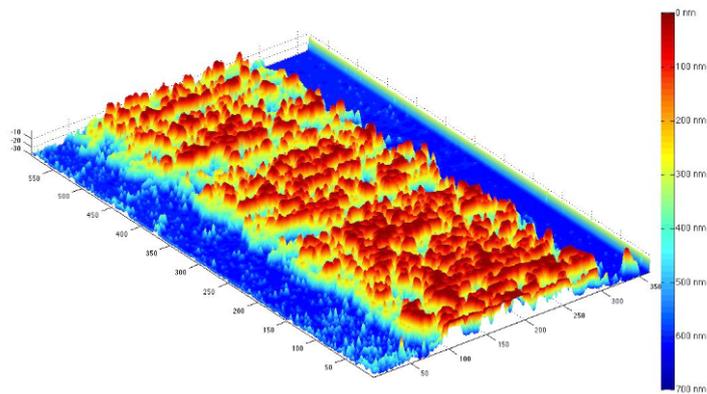


FIGURE 4.32 – Exemple d’image en 3D du contact élastomère RPG/verre lubrifié à l’eau à 1.90 mm/s

## 4.7 Cinétique de formation/décollement des spots

La distribution de l’épaisseur du film d’eau à l’échelle des spots micrométriques de contact étant désormais accessible en fonction de la vitesse de glissement  $V_g$ , on se propose de suivre la cinétique de formation des spots de contacts durant un essai de séchante, puis la cinétique de décollement des spots de contact durant une expérience tribologique à vitesse de glissement.

### 4.7.1 Cinétique de formation des spots : expérience de séchante

Pour des raisons de commodité de traitement des données, la cinétique de formation des spots de contact en séchante est mesurée à partir de l’essai réalisée à la plus faible vitesse de glissement, à savoir  $V_g = 30$  mm/s. L’évolution de la force tangentielle  $T$  en fonction du temps est tracée figure 4.33. Des images du contact capturées durant l’essai sont représentés figure 4.34. Avant la

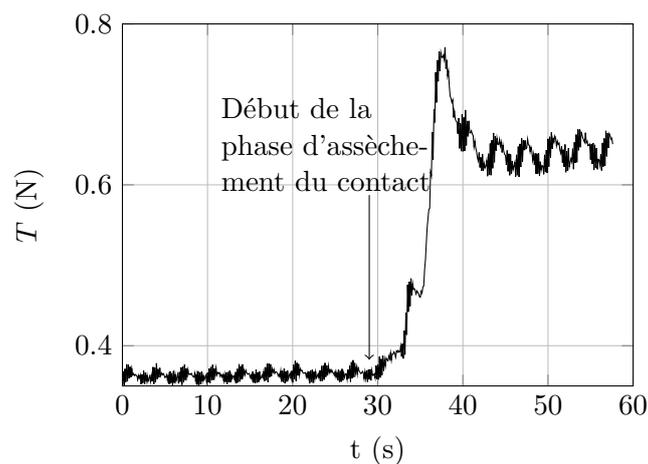


FIGURE 4.33 – Évolution de la force tangentielle en fonction du temps durant un essai de séchante à  $V_g = 10$  mm/s

séchante, un film hydrodynamique d’eau (de couleur verte) est présent sur l’intégralité de l’aire apparente de contact. On note aussi la présence de spots de contact sec (spots orangés). Lors du processus d’assèchement du contact, l’eau s’évacue dans la direction de la vitesse de glissement. À la fin de la séchante, le contact est en grande partie asséché mais une petite quantité d’eau

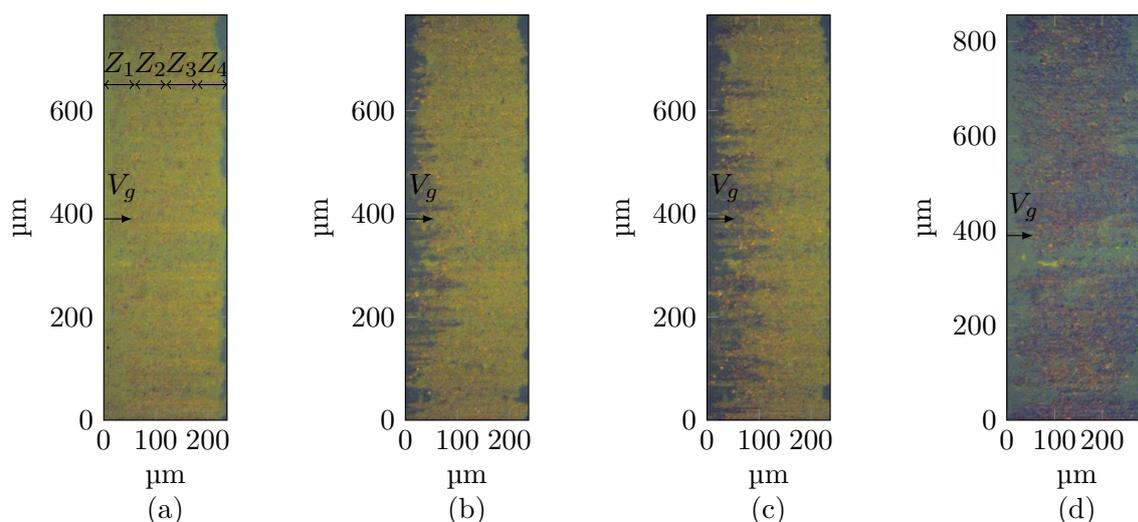


FIGURE 4.34 – Images de contact obtenues durant un essai de séchante : (a)  $t = 30$  s, (b)  $t = 32$  s, (c)  $t = 33$  s, (d)  $t = 41$  s

reste emprisonnée dans le contact, justifiant le fait que le coefficient de frottement mesuré après la séchante ( $\mu \simeq 0.63$ ) reste inférieur à celui mesuré en l'absence de lubrifiant ( $\mu \simeq 1$ , voir section 4.2.2.). Nous avons vu, dans la section 4.5.2, que le pic de séchante est provoqué par une soudaine augmentation de l'aire couverte par les spots de contact sec. La formation de ces derniers est suivie en divisant le contact en 4 zones rectangulaires  $Z_i$  ( $i = 1..4$ ) de dimension  $59 \mu\text{m} \times 785 \mu\text{m}$  représentées figure 4.34(a). La zone 1 et la zone 4 se situent respectivement au début et à la fin de l'aire apparente du contact. On mesure ensuite l'aire du contact sec dans chaque zone  $Z_i$  en fonction du temps de séchante (figure 4.35).

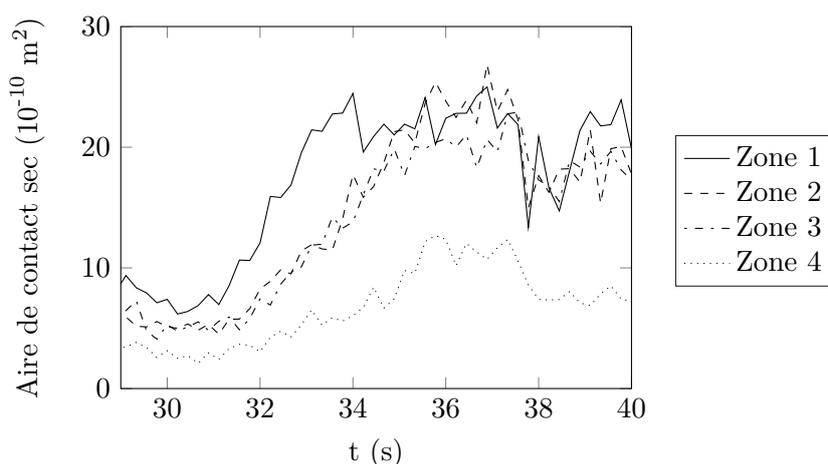


FIGURE 4.35 – Évolution de l'aire de contact sec dans chaque zone en fonction du temps

L'aire de contact sec présente dans chaque région est initialement de l'ordre de  $7 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ . Elle croît ensuite à partir de 31 s jusqu'à atteindre une valeur maximale vers 37 s. Finalement, elle diminue jusqu'à se stabiliser autour d'une valeur finale. Cette évolution de l'aire de contact sec pour chaque zone en fonction du temps suit celle de la force tangentielle représentée figure 4.33. On observe cependant de nombreuses différences entre chaque zone, résumées dans la figure 4.36 :

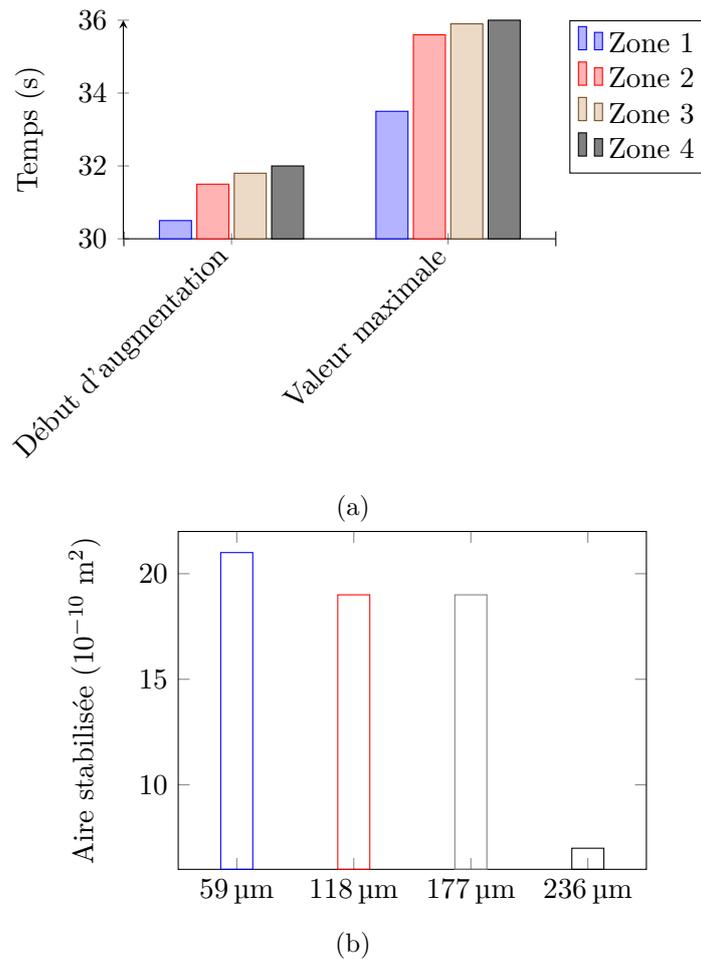


FIGURE 4.36 – Paramètres caractéristiques de l'évolution de l'aire sèche pour chaque zone : (a) Temps pour lesquels l'aire commence à augmenter puis atteint sa valeur maximale, (b) Valeur de l'aire stabilisée en fonction de la distance au convergent (entrée du contact)

- Zone 1 : l'aire de contact sec augmente à partir de  $t = 30.5$  s jusqu'à  $t = 33.5$  s où elle se maintient autour de  $22 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $t = 37$  s puis diminue pour se stabiliser autour de  $21 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>.
- Zone 2 : l'aire de contact sec augmente à partir de  $t = 31.5$  s jusqu'à  $t = 35$  s où elle se maintient autour de  $22 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $t = 37$  s puis diminue pour se stabiliser autour de  $19 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>.
- Zone 3 : l'aire de contact sec augmente à partir de  $t = 31.8$  s jusqu'à  $t = 35$  s où elle se maintient autour de  $22 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $t = 37$  s puis diminue pour se stabiliser autour de  $19 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>.
- Zone 4 : l'aire de contact sec augmente à partir de  $t = 32$  s jusqu'à  $t = 35.5$  s où elle se maintient autour de  $11 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $t = 37$  s puis diminue pour se stabiliser autour de  $7 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>.

Ainsi, entre  $t = 30.5$  s et  $t = 31.5$  s, la population de spots de contact sec augmente seulement dans la zone 1. Elle augmente ensuite dans la zone 2, puis la zone 3, et enfin la zone 4. De plus, la valeur maximale de l'aire sèche dans les différentes zones du contact durant le pic de séchante

est atteinte d'autant plus rapidement que celles-ci sont proches du convergent. Ces observations montrent que la cinétique de formation des spots de contact durant un essai de séchante n'est pas homogène sur l'ensemble de l'aire apparente du contact en raison de l'hétérogénéité de la distribution de l'eau dans le contact : les spots de contact se forment d'abord aux endroits où l'eau s'est évacuée.

#### 4.7.2 Cinétique de décollement des spots : expérience de frottement / vitesse

On s'intéresse maintenant à la cinétique de décollement des spots en fonction de la vitesse de glissement en analysant les images du contact capturées au cours de ces essais tribologiques (figure 4.37). Pour chacune des quatre images présentées, on note  $l_i$  ( $i = 1...4$ ) la distance

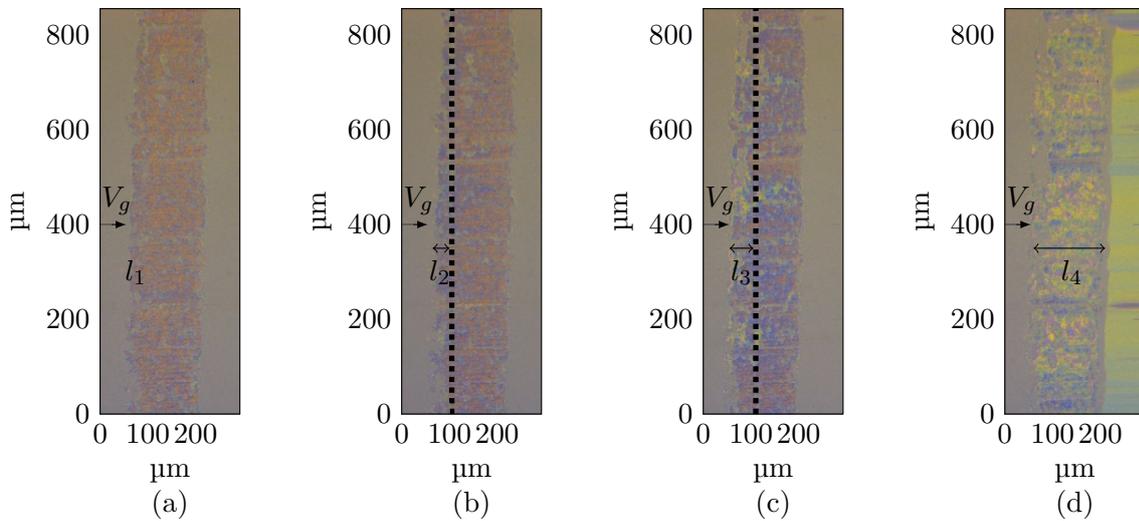


FIGURE 4.37 – Images de contact obtenues durant un essai de frottement/vitesse pour différentes vitesses de glissements : (a) 1.5 mm/s, (b) 62 mm/s, (c) 563 mm/s, (d) 1691 mm/s

entre la position du point d'entrée du lubrifiant dans le contact et la position à partir de laquelle aucun spot de contact sec n'est présent. À basse vitesse,  $V_g = 1.5$  mm/s, le contact sec, de couleur orange (voir section 4.3.2.1) est uniformément réparti sur l'aire apparente de contact :  $l_1 = 0$  µm. Nous avons vu que plus la vitesse de glissement  $V_g$  augmente, plus l'aire du contact sec diminue. À la vitesse de glissement  $V_g = 62$  mm/s, aucun spot de contact sec n'est présent au point d'entrée du lubrifiant dans le contact (à gauche de la largeur apparente) :  $l_2 > 0$  µm. Ensuite, plus la vitesse de glissement augmente, plus la distance  $l$  devient importante :  $l_4 > l_3 > l_2 > l_1$ . Cela traduit une cinétique de décollement des spots en contact non uniforme, se propageant de proche en proche sur l'ensemble de l'aire apparente de contact.

On se propose alors de quantifier l'évolution de l'épaisseur du film d'eau dans les spots initialement en contact lorsque la vitesse de glissement croît pour déterminer un critère de décollement des spots de contact. Pour cela, les images de distribution d'épaisseur présentées dans la section 4.6.2 sont analysées. L'aire apparente dans la région du contact observé est alors subdivisée en  $10 \times 25$  zones carrées de taille unitaire  $19 \mu\text{m} \times 19 \mu\text{m}$ , représentées figure 4.38. On obtient alors 250 zones  $z_{i,j}$  ( $i = 1 : 10, j = 1 : 25$ ). Sur chaque zone  $z_{i,j}$ , on définit l'épaisseur minimale  $h_{i,j}$  comme étant la moyenne des 10% des plus petites épaisseurs mesurées dans cette zone. Il est alors possible, à chaque instant, de connaître l'épaisseur minimale sur chaque zone du

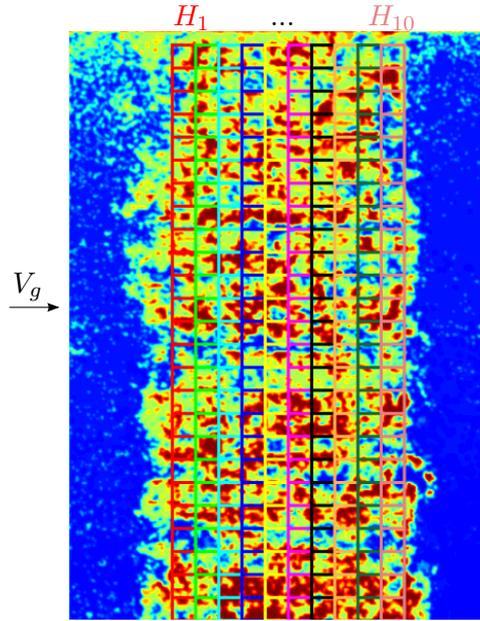
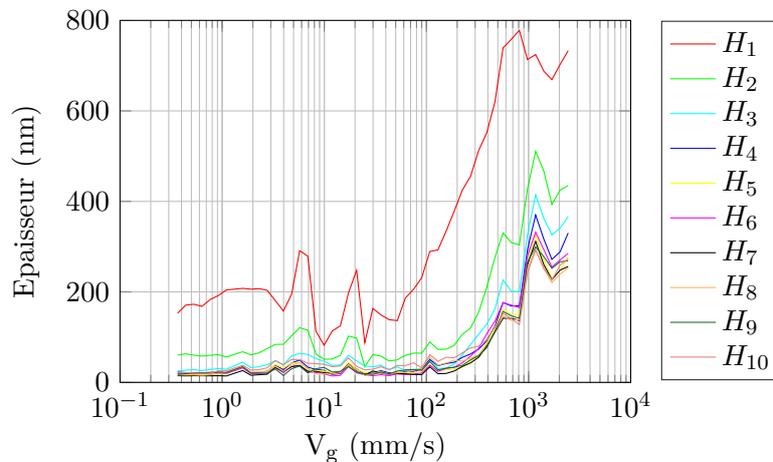


FIGURE 4.38 – Grille mise en place pour le suivi des spots

contact. En particulier, comme on cherche à caractériser la cinétique de décollement des spots de contact en fonction de la vitesse de glissement, selon leur position sur la largeur du contact, on définit l'épaisseur minimale moyenne à la position  $i$  (zones d'iso-couleur sur la figure 4.38)  $H_i$  comme étant,

$$H_i = \frac{1}{25} \sum_{j=1}^{25} h_{i,j} \quad (4.21)$$

pour  $i \in [1, 10]$ . Cette opération a été réalisée pour chacune des images obtenues, puis une moyenne a été faite pour chaque vitesse de glissement. Les résultats obtenus sont représentés figure 4.39. À basses vitesses ( $V_g < 20$  mm/s), on n'observe pas d'évolution des épaisseurs


 FIGURE 4.39 – Épaisseur minimale moyenne dans le contact en fonction de la vitesse de glissement, pour les colonnes  $H_1$  à  $H_{10}$ , allant de l'entrée vers la sortie du contact.

minimales en fonction de la vitesse de glissement. En revanche, les niveaux d'épaisseurs sont différents : aux abords de l'entrée du contact (colonne  $H_1$ ), elle se situe autour de 200 nm alors

qu'elle est d'environ 10 nm à la sortie du contact (colonne  $H_{10}$ ). On note d'une manière générale que plus la zone est proche de l'entrée du contact, plus son épaisseur minimale moyenne initiale est élevée. À  $V_g = 30$  mm/s, l'épaisseur minimale moyenne sur la colonne  $H_1$  augmente sensiblement jusqu'à  $V_g = 700$  mm/s. Les autres épaisseurs augmentent alors à partir de 100 mm/s, vitesse qui correspond au point d'inflexion de la courbe  $\mu = f(V_g)$  dans le régime mixte (voir la figure 4.2). Enfin, l'épaisseur du film d'eau créée entre les spots et le disque est plus importante pour les spots situés à l'avant du contact que pour ceux situés à l'arrière du contact et ce, quelle que soit la vitesse de glissement. Ainsi, tous les spots ne se décolent pas pour la même vitesse de glissement : les spots localisées à l'entrée du contact se décolent avant ceux situés à la sortie du contact.

## 4.8 Conclusion

Le comportement tribologique du contact verre/élastomère lubrifié à l'eau a été étudié expérimentalement. Un traitement d'image, séparant initialement les zones de contact en deux familles (sec ou lubrifié), a montré la nécessité de considérer une troisième famille de spots pour expliquer les évolutions et le frottement mesurés dans les essais tribologiques (séchante et courbe de Stribeck). Pour identifier l'origine de la dissipation due à cette troisième composante, des mesures ont été faites en remplaçant l'eau par le dodécane. Ce lubrifiant possède des propriétés physiques proches de celle de l'eau, mais une tension superficielle et une pression de vapeur saturante respectivement trois fois et 200 fois plus faibles. Les résultats obtenus sur les courbes de Stribeck et en séchante ont révélé l'influence de ces deux derniers paramètres sur la tribologie du contact verre/élastomère en frottement. Nous avons ainsi pu construire un scénario de frottement basé sur l'existence de phénomènes de cavitation donnant naissance à des ponts capillaires à l'origine de la contribution adhésive au frottement. Une loi de frottement, de type additive, a été établie et appliquée pour simuler les courbes de Stribeck et l'évolution du coefficient de frottement en fonction du temps dans le processus de séchante. La prise en compte des effets capillaires permet de retrouver les niveaux de frottement mesurés. La distribution d'épaisseur du film d'eau dans le contact a également été analysée, en associant chaque couleur d'un interférogramme de contact à l'épaisseur du film d'eau, grâce un étalonnage précis. Ceci permet de suivre de manière quantitative l'évolution de l'épaisseur du film d'eau lorsque la vitesse de glissement croît. La cinétique de décollement des spots de contact avec la vitesse de glissement a également pu être suivie, tout comme la cinétique de formation des spots secs en séchante. Dans les deux cas, le comportement d'un spot de contact dépend de sa position dans le contact, en particulier de sa proximité avec l'entrée du contact.

Ainsi, grâce à ces résultats, nous pouvons relier la génération de l'instabilité à la dynamique de formation et de décollement des différents spots de contact en fonction de la vitesse ou du temps de glissement. Cela permettra de proposer des stratégies pouvant être mises en place à l'échelle industrielle pour limiter l'instabilité, ou d'empêcher son initiation.

#### 4.8. CONCLUSION

---

## Chapitre 5

### Vers le contrôle du bruit de crissement

Partie confidentielle



# Conclusion générale

Le bruit de crissement des essuie-glaces est un bruit à bande étroite centré sur 1 kHz. Afin de diminuer ou éliminer ce bruit, il convenait en premier lieu de déterminer qui, de l'essuie-glace ou du pare-brise, était la principale source sonore. Suite à une étude numérique, il a été montré que le bruit entendu provient principalement du rayonnement de l'essuie-glace qui vibre sur l'un de ses modes. En effet, le disque en verre utilisé possède des modes propres de fréquences beaucoup plus élevées que celle de bruit de crissement, alors que certains modes propres de l'élastomère possèdent des fréquences propres proches du bruit étudié. Il n'y a également pas d'oscillation de corps rigide du disque. Pour diminuer le bruit de crissement, une solution serait alors de réduire le rayonnement acoustique de la lame d'essuie-glace. Cependant, l'onde mécanique étant subsonique à la fréquence de 1 kHz, le facteur de rayonnement peut déjà être considéré comme faible.

La stratégie adoptée a été d'empêcher l'initiation de l'instabilité qui mène à la vibration de la lame. La problématique initialement acoustique devient alors tribologique. Une étude expérimentale montre qu'il existe trois régimes de frottement de l'élastomère sur le verre. À basses vitesses, le frottement est constant et élevé malgré la présence d'eau comme lubrifiant : c'est le régime limite. À hautes vitesses, la formation d'un film hydrodynamique assure un frottement faible. Une transition a lieu à des vitesses intermédiaires où le frottement décroît fortement avec la vitesse de glissement : c'est le régime mixte. Le système élastomère/verre devient instable (vibration de l'échantillon) seulement dans ce régime mixte. Comme la vibration peut être considérée comme purement harmonique, suggérant qu'un seul mode de l'échantillon est sollicité, on modélise le contact élastomère/verre par un système masse-ressort-amortisseur à un seul degré de liberté. L'étude de la stabilité de ce système mène à un critère de stabilité permettant de rendre compte de ces observations : le système reste stable tant que,

$$\frac{d\mu}{dV_g} > -2C$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement,  $V_g$  la vitesse de glissement et  $C$  un paramètre dépendant de l'amortissement interne du matériau. Lorsque ce critère n'est pas respecté, le système bifurque de son état d'équilibre stable et le mouvement suit une solution périodique (cycle limite). Il s'agit d'une bifurcation de Hopf. L'instabilité est de type stick-slip. On confirme alors que l'origine de l'instabilité est purement tribologique : le système ne peut pas devenir instable lorsque le coefficient de frottement reste constant.

Ces observations nous ont incité à comprendre quels étaient les paramètres tribologiques pilotant le frottement. L'aire du contact élastomère/verre apparent est en réalité hétérogène et

---

composée d'une multitude de spots de contact. En séparant le contact en deux zones, le "contact sec" et "le contact lubrifié", on observe une forte corrélation entre l'évolution du taux de portance  $\beta$  et celle du coefficient de frottement  $\mu$  avec la vitesse de glissement. Le système devient donc instable lorsque le taux de portance diminue fortement avec la vitesse de glissement. Une analyse plus approfondie des spots de contact est nécessaire afin de mettre en place une loi de frottement de type additive, le but étant d'identifier les principales composantes à l'origine du frottement. En divisant le contact en deux zones, nous avons envisagé une loi de frottement de la forme,

$$T = T_{sec} + T_{lub}$$

où  $T$  représente la force tangentielle totale,  $T_{sec}$  la force de frottement générée par les spots de contact sec et  $T_{lub}$  la force de frottement générée par le contact lubrifié. Cette dernière force a pu être considérée comme négligeable dans notre étude. La force de contact sec  $T_{sec}$  peut s'écrire,

$$T_{sec} = A_{sec} \times \tau_{sec}$$

où  $A_{sec}$  est l'aire de contact sec et  $\tau_{sec}$  la contrainte de cisaillement associée. En appliquant cette loi sur un essai de frottement/vitesse, nous avons vu que le niveau de frottement mesuré avec les capteurs d'efforts n'est pas explicable par la loi d'additivité. En particulier, à hautes vitesses, aucun contact sec n'est observé, alors qu'une force tangentielle, ne pouvant être expliquée par la seule présence du film d'eau, est présente. Une autre composante est donc nécessaire pour expliquer le frottement.

En introduisant, en plus du "contact sec" et du "contact totalement lubrifié", le "contact intermédiaire", on obtient trois familles de spots. La tension superficielle et la pression de vapeur saturante du lubrifiant influençant grandement l'évolution et le niveau de frottement, on fait l'hypothèse que le "contact intermédiaire" génère des forces capillaires et on considère un scénario de frottement où des bulles d'air de taille micrométrique sont présentes entre les spots de contact. Leur présence génère des ponts capillaires, responsables d'une force de frottement capillaire  $T_{cap}$ . La nouvelle loi d'additivité est alors de la forme :

$$T = T_{sec} + T_{cap} = A_{sec} \times \tau_{sec} + P_{cap} \times \gamma_{eau}$$

où  $P_{cap}$  représente le périmètre capillaire et  $\gamma_{eau}$  la tension superficielle de l'eau. Cette loi permet de retrouver le niveau de frottement mesuré lors des essais de frottement/vitesse et de séchante (phénomène d'appauvrissement en eau du contact). Ainsi, le contact sec n'est pas l'unique responsable du frottement mesuré. En particulier, à hautes vitesses, les forces capillaires sont entièrement responsables du frottement mesuré, puisqu'aucun contact sec n'est présent.

Finalement, la cinétique de formation et de décollement des spots de contact a également été observée : un front de décollement des spots de contact apparaît et évolue avec la vitesse de glissement de l'élastomère. Ainsi, le comportement d'un spot de contact dépend de sa position dans le contact, en particulier de sa proximité avec l'entrée du contact.

## Annexe A

# La machine DMA de l'École Centrale de Lyon

### A.1 Présentation

Les essais DMTA sont couramment utilisés pour déterminer les propriétés mécaniques d'un matériau. En particulier, ils permettent de déterminer, pour une température et une fréquence données, le module de conservation  $E'$ , le module de perte  $E''$  et le facteur de perte en traction  $\tan \delta$ . La machine DMA de l'École Centrale de Lyon est le modèle DMA-50 produit par 01db-Metravib (voir figure A.1). La plage de températures s'étend de  $-150^{\circ}\text{C}$  (ajout d'azote liquide) à  $600^{\circ}\text{C}$ , et la fréquence de sollicitation peut aller de  $10^{-5}$  Hz à 200 Hz.



FIGURE A.1 – Machine DMA-50

Pour notre étude, des tests de traction/compression dont le déplacement est imposé ont été réalisés. Les conditions d'essais sont les suivantes :

- Déplacement dynamique imposé :  $1 \mu\text{m}$
- Fréquences : [0.1 Hz ; 0.3 Hz ; 1 Hz ; 3 Hz ; 10 Hz ; 30 Hz]
- Températures : [ $-30^{\circ}\text{C}$  -  $23^{\circ}\text{C}$ ]
- Vitesse de chauffage :  $2^{\circ}\text{C}/\text{min}$
- Vitesse de refroidissement :  $-2^{\circ}\text{C}/\text{min}$

## A.2 Principe

Une éprouvette parallélépipédique de dimensions connues, représentée figure A.2, est placée dans la machine DMA. L'éprouvette subit ensuite des essais de traction dont l'amplitude de vibration  $d = d_0 e^{i\omega t}$  (m) est imposée. La force résultante  $F_r = F_0 e^{i\omega t + \delta}$  (N) est mesurée.

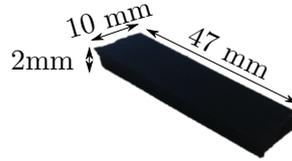


FIGURE A.2 – Éprouvette utilisée pour les essais DMA

### A.2.1 Mesure de $\tan \delta$

Un déphasage, noté  $\delta$ , est présent entre le déplacement imposé et la force résultante (voir figure A.3). Ceci permet d'obtenir directement le facteur de perte en traction  $\tan \delta$ .

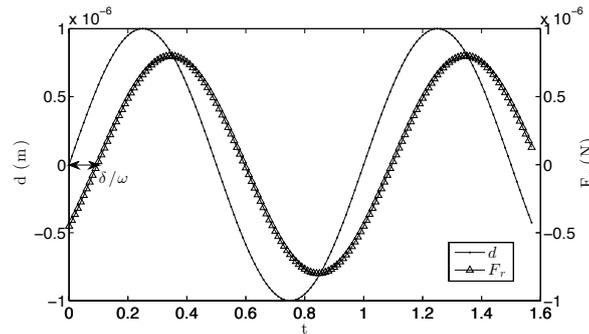


FIGURE A.3 – Déphasage entre déplacement imposé et force résultante

### A.2.2 Mesure de $E'$

En notant  $k_m$  ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ) la raideur du matériau analysé, on a alors,

$$k_m = \frac{F_r}{d} \quad (\text{A.1})$$

Sachant que,

$$k_m = E' \frac{S}{h} \quad (\text{A.2})$$

où  $S$  ( $\text{m}^2$ ) est la surface de l'éprouvette et  $h$  (m) sa hauteur, le module de conservation  $E'$  est estimé.

### A.2.3 Mesure de $E''$

Le module de perte  $E''$  est finalement déterminé avec la relation,

$$E'' = E' \tan \delta \quad (\text{A.3})$$

## Annexe B

# Caractérisation de l'instabilité

On considère le modèle développé dans le chapitre 3. L'équation 3.13 est de la forme :

$$\dot{Y} = [\mathbf{J}] Y \quad (\text{B.1})$$

avec  $Y = \begin{Bmatrix} \Delta q \\ \Delta p \end{Bmatrix}$  et où  $[\mathbf{J}]$  est la matrice jacobienne du système étudié. On rappelle (voir section 1.1), que les solutions de B.1 peuvent s'écrire de la forme :

$$Y(t) = e^{t[\mathbf{P}][\mathbf{D}][\mathbf{P}]^{-1}} Y_0 \quad (\text{B.2})$$

où  $[\mathbf{P}]$  est la matrice inversible contenant les vecteurs propres associés aux valeurs propres  $\lambda_i$ ,  $i=1,2$ , de  $[\mathbf{J}]$  et  $[\mathbf{D}]$  est la matrice diagonale contenant toutes les valeurs propres de  $[\mathbf{J}]$ . D'après le premier théorème de Lyapunov étudié, le système devient instable lorsqu'au moins une valeur propre appartient au demi-plan  $\Re(z) > 0$ . On se propose à présent de déterminer le type de bifurcation qui se produit. En posant,

$$\alpha = \zeta + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dv_r}(v_g) \quad (\text{B.3})$$

l'équation 3.15 devient :

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = -\alpha \pm i\sqrt{1-\alpha^2} & \text{si } |\alpha| \leq 1, \\ \lambda_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2-1} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Il faut ensuite suivre l'évolution de  $\lambda_i$  en fonction du paramètre de contrôle  $\alpha$ .

- $-\infty < \alpha < -1$  :  $\lambda_{1,2} \in \mathbb{R}$

$\alpha \rightarrow -\infty$	$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -\infty} +\infty$ $\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -\infty} 0$
$\alpha \rightarrow -1^-$	$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -1^-} 1$ $\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -1^-} 1$

- $-1 < \alpha < 0 : \lambda_{1,2} \in \mathbb{C}$

$\alpha \rightarrow -1^+$	$\lambda_1 = -\alpha + i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -1^+} 1$
	$\lambda_2 = -\alpha - i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow -1^+} 1$
$\alpha \rightarrow 0^-$	$\lambda_1 = -\alpha + i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0^-} i$
	$\lambda_2 = -\alpha - i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0^-} -i$

- $0 < \alpha < 1 : \lambda_{1,2} \in \mathbb{C}$

$\alpha \rightarrow 0^+$	$\lambda_1 = -\alpha + i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0^+} i$
	$\lambda_2 = -\alpha - i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0^+} -i$
$\alpha \rightarrow 1^-$	$\lambda_1 = -\alpha + i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1^-} -1$
	$\lambda_2 = -\alpha - i\sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1^-} -1$

- $1 < \alpha < +\infty : \lambda_{1,2} \in \mathbb{R}$

$\alpha \rightarrow 1^+$	$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1^+} -1$
	$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1^+} -1$
$\alpha \rightarrow -1^-$	$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow +\infty} 0$
	$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha-1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow +\infty} -\infty$

Ainsi, on obtient le diagramme de bifurcation représenté figure B.1,

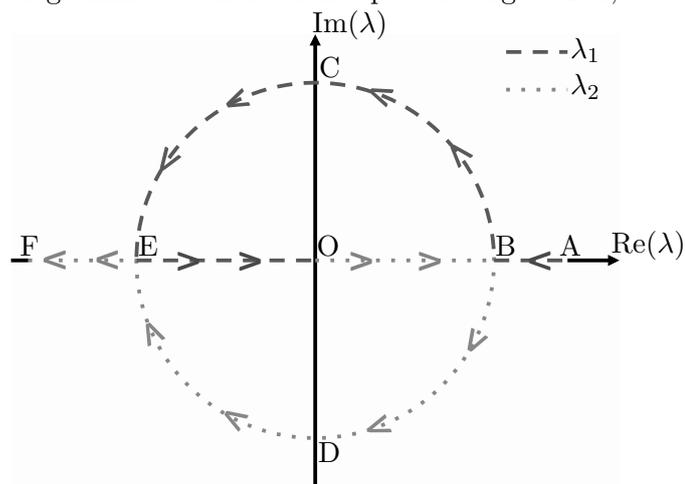


FIGURE B.1 – Diagramme de bifurcation

avec :

- Pour A(+∞,0) et O(0,0) :  $\alpha \rightarrow -\infty$
- Pour B(1,0) :  $\alpha \rightarrow -1$

- 
- Pour  $C(0,i)$  et  $D(0,-i) : \alpha \rightarrow 0$
  - Pour  $E(-1,0) : \alpha \rightarrow 1$
  - Pour  $F(-\infty,0)$  et  $O(0,0) : \alpha \rightarrow +\infty$

On observe que le passage du demi-plan gauche  $\Re(\lambda_i) < 0$  au demi-plan droit  $\Re(\lambda_i) > 0$  s'opère par un passage simultané de l'axe imaginaire  $\Re(\lambda_i) = 0$  par les deux valeurs propres complexes conjuguées. La bifurcation est donc de type Hopf.



## Annexe C

# Quantification de l'épaisseur du film d'eau dans un contact élastomère/verre

### C.1 Calibration

#### C.1.1 Théorie

En utilisant l'hexapode décrit section 3.2.4.2, un contact de Hertz sans lubrifiant est établi entre une bille en acier de rayon  $R_{sphere} = 3/4'' = 9.53 \text{ mm}$  et le disque en verre. La charge appliquée vaut  $F_N = 14 \text{ N}$ . Ensuite, de l'eau distillée est introduite autour du contact avec une pipette. Après avoir attendu quelques secondes que l'eau pénètre autour du contact, une image du contact est enregistrée (voir figure C.1). L'image obtenue par interférométrie est celle d'un contact de Hertz bille/plan acier/verre. En utilisant la méthode de l'interférométrie, des anneaux de Newton concentriques de différentes couleurs apparaissent. Dans le cas d'un contact

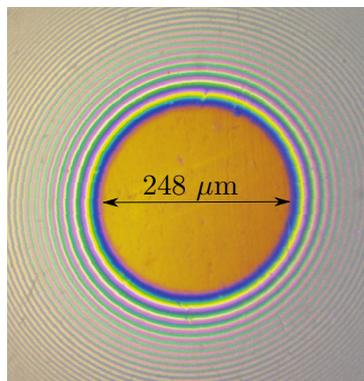


FIGURE C.1 – Contact de Hertz sphère/plan

sphère/plan, le rayon de contact  $a$  est déterminé avec la théorie de Hertz par la relation :

$$a = \left( \frac{3F_N R_{sphere}}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (\text{C.1})$$

## C.1. CALIBRATION

où  $E^*$  est le module de Young réduit déterminé par :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_{acier}^*} + \frac{1}{E_{verre}^*} = \frac{1 - \nu_{acier}^2}{E_{acier}} + \frac{1 - \nu_{verre}^2}{E_{verre}} \quad (C.2)$$

En prenant  $E_{acier} = 210$  GPa,  $E_{verre} = 69$  GPa,  $\nu_{acier} = 0.3$  et  $\nu_{verre} = 0.2$ , on obtient  $a = 122 \mu\text{m}$ . Cette valeur est proche du rayon mesuré  $a_{mes} = 124 \mu\text{m}$ . À partir du rayon de contact  $a$  et du rayon de la bille  $R$ , l'épaisseur du film d'eau  $h_{Hertz}(r)$  à une distance  $r$  du centre du contact peut être déterminée à partir du profil obtenu par la théorie de Hertz :

$$h_{Hertz}(r) = \frac{a^2}{\pi R} \cdot \left[ \sqrt{\frac{r^2}{a^2} - 1} - \left( 2 - \frac{r^2}{a^2} \right) \cos\left(\frac{r}{a}\right) \right] \quad (C.3)$$

L'idée, proposée initialement par Kirk [79] puis reprise par Molimard [80], est alors de réaliser un étalonnage permettant de relier chaque couleur située sur les anneaux de Newton à une épaisseur de film d'eau.

### C.1.2 Méthode de calibration

Un programme de traitement d'images a été développé sous Matlab permettant de relier chaque couleur de l'image à l'épaisseur de film correspondant. La couleur est représentée sur trois vecteurs : Rouge, Vert et Bleu ([R,G,B]). L'épaisseur est obtenue à partir de l'équation C.3. L'interface graphique du programme développé est représenté figure C.2.

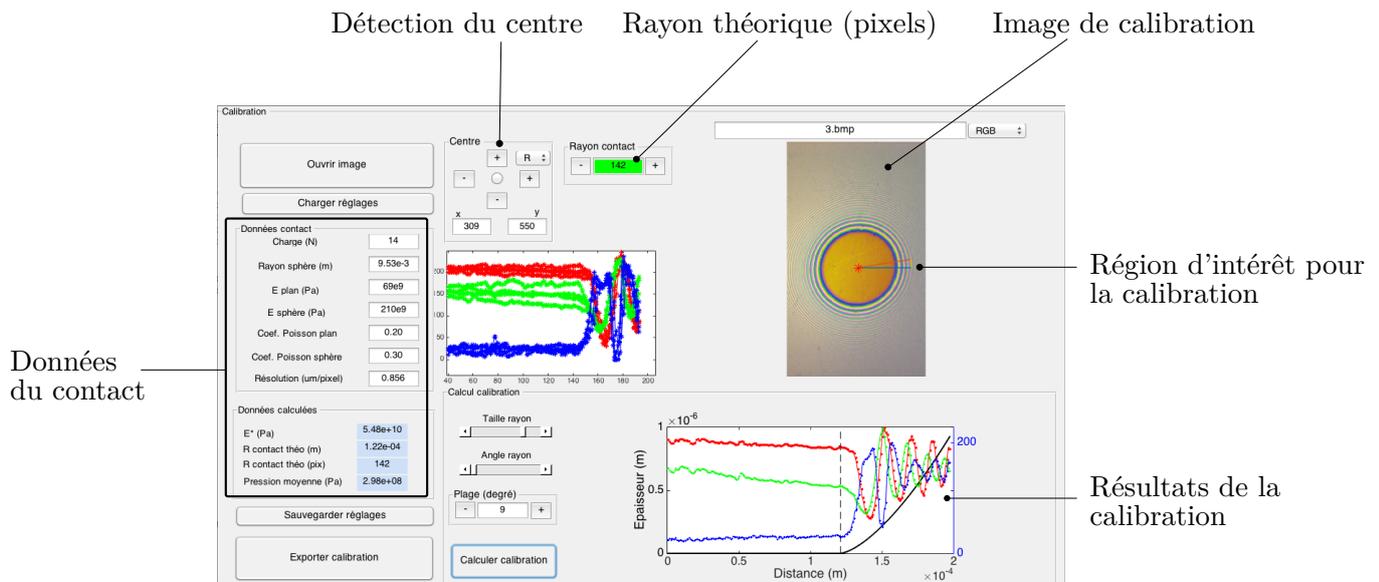


FIGURE C.2 – Interface du programme de calibration développé sous Matlab

La sortie de ce programme est un fichier de calibration (fichier texte) qui contient une matrice associant chaque triplet [R,G,B] à son épaisseur de film d'eau. Une interpolation est réalisée entre chaque point de mesure.

## C.2 Distribution d'épaisseur du film d'eau

Une fois l'étalonnage réalisé, la démarche inverse est adoptée : à partir de la calibration et pour une image interférométrique donnée, la distribution d'épaisseur du film d'eau est déterminée en reliant chaque couleur à une épaisseur. Pour cela, un calcul de minimisation de l'erreur quadratique est effectué : en notant  $[R_p, G_p, B_p]$  le vecteur de couleur associé au pixel dont on cherche à déterminer l'épaisseur et en notant  $[R_i, G_i, B_i]$  le vecteur de couleur associé à l'épaisseur  $i$ , l'erreur quadratique  $\epsilon$  est définie par :

$$\epsilon = \sqrt{(R_p - R_i)^2 + (G_p - G_i)^2 + (B_p - B_i)^2} \quad (\text{C.4})$$

Nous cherchons maintenant à minimiser l'erreur quadratique. Cela revient à trouver l'indice  $j$  vérifiant :

$$j = \min_i \epsilon \quad (\text{C.5})$$

L'épaisseur  $h_p$  du pixel étudiée vaut alors :

$$h_p = h_j \quad (\text{C.6})$$

Un programme a été développé sous Matlab pour calculer l'épaisseur du film d'eau pour chaque pixel d'une image obtenue par interférométrie. L'interface graphique du programme développé est représenté figure C.3.

Ce programme permet de sélectionner une zone d'analyse, de calculer sa distribution d'épaisseur

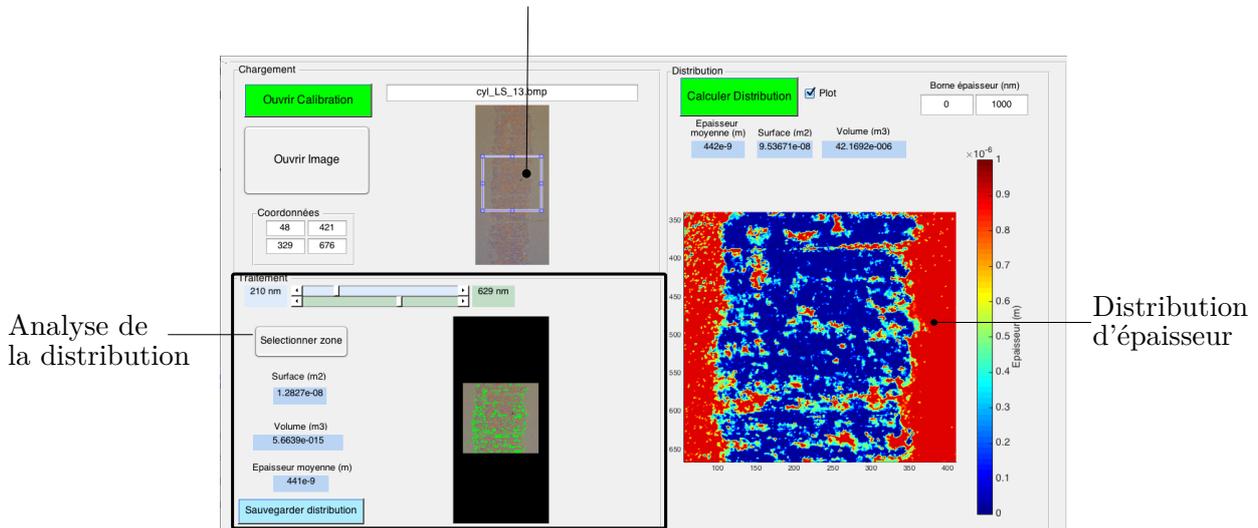


FIGURE C.3 – Interface du programme de distribution développé sous Matlab

et d'analyser les résultats obtenus (épaisseur moyenne, volume du fluide...). Ce programme a été développé dans le cas d'un contact cylindre/plan pour le cas élastomère/verre étudié. Un autre programme a été développé pour analyser des contacts de type bille/plan.



# Bibliographie

- [1] *Le Livre blanc de l'acoustique en France en 2010*. Société Française d'Acoustique, 2010.
- [2] F. Deleau. *Comportement tribologique et vibro acoustique d'un contact élastomère/verre*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2009.
- [3] J. Le Rouzic, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, M. Guibert, A. Rusanov, L. Douminge, F. Bretagnol, and D. Mazuyer. Friction-Induced Vibration by Stribeck's Law : Application to Wiper Blade Squeal Noise. *Tribology Letters*, 49 :563–572, January 2013.
- [4] S. Kumar, K. von Kriegstein, K. Friston, and T. Griffiths. Features versus feelings : dissociable representations of the acoustic features and valence of aversive sounds. *The Journal of neuroscience : the official journal of the Society for Neuroscience*, 32(41) :14184–92, October 2012.
- [5] G. Belojevic, E. Ohrstriim, and R. Rylander. Environmental Health Effects of noise on mental performance with regard to subjective noise sensitivity. *Occupational and Environmental Health*, pages 293–301, 1992.
- [6] A. Le Bot. *Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics*. Oxford University Press, 2015.
- [7] P. Manneville. *Structures dissipatives, chaos et turbulence*. Aléa - Saclay, Commissariat à l'Énergie Atomique, 1991.
- [8] Y. A. Kuznetsov. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Springer, 1998.
- [9] V. Croquette. *Chaos, cours de DEA*. Ecole Normale Supérieure, 2000.
- [10] S. M. Fielding. Hydrodynamic stability.
- [11] D. Sinclair and N.-J. Manville. Frictional vibrations. *Journal of Applied Mechanics*, pages 207–213, 1955.
- [12] R. Pitteroff and J. Woodhouse. Mechanics of the contact area between a violin bow and a string. part iii : Parameter dependence. *Acustica*, pages 929–946, 1998.
- [13] A. Chaigne, J. Kergomard, X. Boutillon, and J.-P. Dalmont. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.
- [14] A.-K. Patitsas. Squeal vibrations, glass sounds, and the stick-slip effect. *Canadian journal of physics*, pages 863–876, 2010.

- [15] J. Le Rouzic, J. Perret Liaudet, A. Carbonelli, A. Le Bot, and D. Mazuyer. Some Experimental and Analytical Results on Self-Excited Vibration of a Dynamic Sliding System in the Case of Stribeck Law for Friction Coefficient. In *ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, volume 4, pages 207–215, 2011.
- [16] R.-T. Spurr. A theory of brake squeal. In *Institution of Mechanical Engineers*, number I, pages 33–52, 1961.
- [17] J.-P. Boudot. *Modélisation des bruits de freinage des véhicules industriels*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1995.
- [18] J. Kang and C.-M. Krousgrill. The onset of friction-induced vibration and spragging. *Journal of Sound and Vibration*, 329(17) :3537–3549, August 2010.
- [19] A. Elmaian. *Méthodologies de simulation des bruits automobiles induits par le frottement*. PhD thesis, Laboratoire d’Acoustique de l’Université du Maine, 2013.
- [20] B. Jarvis, R. P. ans Mills. Vibrations induced by dry friction. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, pages 847–857, 1963.
- [21] N. Hoffmann, M. Fischer, R. Allgaier, and L. Gaul. A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations. *Mechanics Research Communications*, 29 :197–205, July 2002.
- [22] F. Besnard, J.-F. Hamet, J. Lelong, E. Le Duc, V. Guizard, N. Fürst, S. Doisy, and G. Dutilleul. *Road noise prediction - 1 - Calculating sound emissions from road traffic*. Sétra, 2009.
- [23] U. Sandberg. Tyre/road noise—myths and realities (plenary paper). In *Proceedings of the International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, 2001.
- [24] M.-A. Pallas. Localisation et quantification en champ proche de sources mobiles à grande vitesse. In *14-ieme colloque GRETSI*, pages 1179–1182, 1993.
- [25] M.-A. Pallas. The focused vertical array for the description of the noise sources on a moving car. In *Internoise*, number August, pages 2–7, 2000.
- [26] M.-A. Pallas, M. Bérengier, J. Kennedy, P. Morgan, and S. Gasparoni. Noise emission levels for electric and hybrid vehicles — First results of the FOREVER project. *Transport Research Arena*, 33(0), 2014.
- [27] Michelin et cie. *Le pneu : Le confort mécanique et acoustique*. 2001.
- [28] R.a.G. Graf, C.-Y. Kuo, A.P. Dowling, and W.R. Graham. On the Horn Effect of a Tyre/Road Interface, Part I : Experiment and Computation. *Journal of Sound and Vibration*, 256(3) :417–431, September 2002.
- [29] C.-Y. Kuo, R.a.G. Graf, A.P. Dowling, and W.R. Graham. On the Horn Effect of a Tyre/Road Interface, Part II : Asymptotic Theories. *Journal of Sound and Vibration*, 256(3) :433–445, September 2002.

- 
- [30] B. Peeters, I. Ammerlaan, and A. Kuijpers. Noise reduction by absorbing road surfaces : destroying the horn effect. In *International Conference in Noise and Vibration Engineering*, pages 4053–4064, 2010.
- [31] G. Licitra, M. Cerchiai, L. Teti, E. Ascari, and L. Fredianelli. Durability and variability of the acoustical performance of rubberized road surfaces. *Applied Acoustics*, 94 :20–28, July 2015.
- [32] H. W. Swift. Power transmission of belts : an investigation of fundamental,. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 4 :36, 1960.
- [33] R.A. Sack. Transverse oscillations in traveling strings. *British Journal of Applied Physics*, 5 :224, 1954.
- [34] W. L. Miranker. The wave equation in a medium in motion. *IBM Journal of Research and Development*, 2 :659, 1928.
- [35] G. Sheng, K. Liu, and J. Otremba. A model and experimental investigation of belt noise in automotive accessory belt drive system. *Int. J. Vehicle Noise and Vibration*, 1 :68—80, 2004.
- [36] G. Sheng, K. Liu, L. Brown, and J. Otremba. A new mechanism of belt slip dynamic instability and noise in automotive accessory belt drive systems. *Int. J. Vehicle Noise and Vibration*, 2(4) :305—316, 2006.
- [37] G. Sheng. *Friction-induced vibrations and sound, Principles and applications*. CRC Press, 2007.
- [38] G. Sheng, L. Brown, K. Liu, and J. Otremba. Chirp, squeal and dynamic instability of misaligned V-ribbed belts in automotive accessory belt drive systems. *Int. J. Vehicle Noise and Vibration*, 3(1) :88—105, 2007.
- [39] G. Sheng, J. H. Lee, V. Narravula, and D. Song. Experimental characterization and analysis of wet belt friction and the vibro-acoustic behavior. *Tribology International*, 44 :258–265, March 2011.
- [40] G. (Sheng) Chen, J.-H. Lee, V. Narravula, and T. Kitchin. Friction and noise of rubber belt in low temperature condition : The influence of interfacial ice film. *Cold Regions Science and Technology*, 71 :95–101, February 2012.
- [41] D. Vola, M. Raous, and J. A. C. Martins. Friction and Instability of steady sliding : squeal of a rubber/glass contact. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1720 :1699–1720, 1999.
- [42] R. A. Ibrahim. Friction-induced vibration chatter squeal and chaos. Part I : mechanics of contact and friction. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 47 :208–26, 1994.
- [43] R. A. Ibrahim. Friction-induced vibration chatter squeal and chaos. Part II : dynamics and modelling. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 47 :227–253, 1994.

- [44] I.M. Awang, A.-R. AbuBakar, B.-A. Ghani, R.-A. Rahman, and M.-Z. Md Zain. Complex Eigenvalue Analysis of Windscreen Wiper Chatter Noise and its Suppression by Structural Modifications. *International Journal of Vehicle Structures & Systems*, 1(1-3) :24–29, August 2009.
- [45] G.X. Chen, Z.R. Zhou, P. Kapsa, and L. Vincent. Experimental investigation into squeal under reciprocating sliding. *Tribology International*, 36(12) :961–971, December 2003.
- [46] M. Sugita, H. Yabuno, and D. Yanagisawa. Bifurcation phenomena of the reversal behavior of an automobile wiper blade. *Nonlinear Dynamics*, 69(3) :1111–1123, January 2012.
- [47] A. Sanon and C. Granat. Wiper systems reversal noise measurement : validation of a test method based on psychoacoustic criteria Jury evaluation. In *CFA*, pages 21–24, 2006.
- [48] M.-A. Salim, A. Noordin, M.Z. Zain, and A.-R. Bakar. The Analysis of Friction Effect in Automotive Wiper System Using Input Shaping Technique Actual Model of Wiper System Perception of Wiper System Response of Wiper System. In *World Congress on Engineering*, volume II, 2010.
- [49] M.Z.Md abd G.Priyandoko and M.Mailah. Performance Of Hybrid Control Scheme AFC and Input Shaping For A Suspension System. *Faculty of Mechanical University Teknologi Malaysia*, 2002.
- [50] R. Grenouillat and C. Leblanc. Simulation of chatter vibrations for wiper systems. In *Society of Automotive Engineers*, 2002.
- [51] S. W. E. Earles, Dsc Eng, and M. N. M. Badi. Oscillatory instabilities generated in a double-pin and disc undamped system : a mechanism of disc-brake squeal. In *Institution of Mechanical Engineers*, volume 198, pages 4–11, 1984.
- [52] A. Ahmad, M. Z. Md Zain, A. R. Abu-Bakar, B. Abd-Ghani, R. Abd-Rahman, and A. As’arry. Application of input shaping control strategy for reducing chatter noise in the automotive wiper system. *International Symposium on Information Technology*, pages 1–5, 2008.
- [53] A. Koenen and A. Sanon. Tribological and vibroacoustic behavior of a contact between rubber and glass (application to wiper blade). *Tribology International*, 40 :1484–1491, October 2007.
- [54] F. Deleau, D. Mazuyer, and A. Koenen. Sliding friction at elastomer/glass contact : Influence of the wetting conditions and instability analysis. *Tribology International*, 42 :149–159, January 2009.
- [55] S. Goto, H. Takahashi, and T. Oya. Clarification of the mechanism of wiper blade rubber squeal noise generation. *Japan Society of Automotive Engineers*, 22 :57–62, 2001.
- [56] D. Min, S. Jeong, H.-H. Yoo, H. Kang, and J. Park. Experimental investigation of vehicle wiper blade’s squeal noise generation due to windscreen waviness. *Tribology International*, 80 :191–197, December 2014.

- 
- [57] B. Stallaert, F. Doucet, J. Rys, A. Diallo, S. Chaigne, J. Swevers, and P. Sas. Application of dither control for automotive wiper squeal. In *ISMA*, pages 263–272, 2006.
- [58] G. Petitet and M. Barquins. *Matériaux caoutchouteux*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1 st edition, 2008.
- [59] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.
- [60] M. P. Norton and D. G. Karczub. *Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2003.
- [61] M. Rossi. *Audio*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1 st edition, 2007.
- [62] V. Martin. *Éléments d’acoustique générale*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1 edition, 2007.
- [63] A. Le Bot. *Équations énergétiques en mécanique vibratoire, application au domaine des moyennes et hautes fréquences*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 1994.
- [64] ISO. Acoustique – lignes isosoniques normales. ISO 43 226 :2003, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2003.
- [65] P. Ducret. *Prédiction du bruit rayonné par les carters des transmissions à engrenages*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 1997.
- [66] G. Maidanik. Response of ribbed panel to reverberant acoustic field. *Journal of the Acoustical Society of America*, pages 809–826, 1962.
- [67] M. Cortes. Caractérisation vibratoire et acoustique d’un banc de tribologie. Master’s thesis, École Centrale de Lyon, 2009.
- [68] R. I. Leine, D. H. Van Campen, and A. De Kraker. Stick-Slip Vibrations Induced by Alternate Friction Models. *Nonlinear Dynamics*, 16 :41–54, 1998.
- [69] M. Denny. Stick–slip motion : an important example of self-excited oscillation. *European Journal of Physics*, 25 :311–322, March 2004.
- [70] K. Nakano and S. Maegawa. Occurrence limit of stick-slip : dimensionless analysis for fundamental design of robust-stable systems. *Lubrication Science*, 22 :1–18, 2010.
- [71] J.H.H. Bongaerts, K. Fourtouni, and J.R. Stokes. Soft-tribology : Lubrication in a compliant PDMS–PDMS contact. *Tribology International*, 40 :1531–1542, October 2007.
- [72] J. Perret Liaudet, F. Dalzin, A. Le Bot, and D. Mazuyer. Some results about squealing of a lubricated sliding contact with the Stribeck effect. volume R-2013-07-07, page 5, 2013.
- [73] F. Wu-Bavouzet, J. Clain-Burckbuchler, A. Buguin, P.-G. De Gennes†, and F. Brochard-Wyart. Stick-Slip : Wet Versus Dry. *The Journal of Adhesion*, 83 :761–784, September 2007.
- [74] F. Bretagnol, S. Giry, and G. Petitet. Procédé de traitement d’un organe d’essuyage, 2013.

- [75] G. Bóдай. *Material and frictional behavior of rubber sliding on glass surface*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Machine and Product Design, 2012.
- [76] C. H. Venner. *Multilevel solution of the EHL line and point contact problems*. PhD thesis, University of Twente, 1991.
- [77] T. Reddyhoff, O. Dobre, J. Le Rouzic, N.-A. Gotzen, H. Parton, and D. Dini. Friction Induced Vibration in Windscreen Wiper Contacts. *Journal of Vibration and Acoustics*, 137(4) :041009, April 2015.
- [78] H. Shi and R. F. Salant. Elastohydrodynamic Lubrication Model With Interasperity Cavitation and Surface Shear Deformation. *Transactions of the ASME*, 122(January) :308–316, 2000.
- [79] M. T. Kirk. Hydrodynamic lubrication of 'perpex'. *Nature*, 194 :965–966, 1962.
- [80] J. Molimard. *Etude expérimentale du régime de lubrification en film mince - Application aux fluides de laminage*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1999.

## Résumé

### Français

Ce mémoire présente une étude expérimentale et numérique sur le crissement du contact verre/élastomère lubrifié à l'eau, avec pour application le bruit des essuie-glaces.

Le crissement provient d'une vibration auto-entretenu de l'échantillon d'élastomère sur l'un de ses modes. Des expériences menées à vitesse stabilisée montrent qu'il existe trois régimes de frottement. À basses vitesses, le frottement est constant et élevé malgré le lubrifiant : c'est le régime limite. À hautes vitesses, la formation d'un film hydrodynamique assure un frottement faible. La transition a lieu à des vitesses intermédiaires où le frottement décroît fortement avec la vitesse de glissement : c'est le régime mixte. On observe que la vibration auto-entretenu n'apparaît que durant le régime mixte. Un modèle masse-ressort-amortisseur à un degré de liberté permet de rendre compte de ces observations : le système est instable lorsque la pente du coefficient de frottement avec la vitesse est négative et supérieure à un seuil relié à l'amortissement interne de l'élastomère. L'instabilité est de type stick-slip et son apparition est bien prédite quantitativement par ce critère de stabilité. Le mécanisme générant l'instabilité est donc d'origine tribologique et sa compréhension requiert un examen approfondi du contact au cours de la transition.

Les observations directes du contact par microscopie montrent que le contact élastomère/verre lubrifié est hétérogène et composé d'une multitude de spots. On divise le contact en trois familles : les spots de contact sec (sans aucun film d'eau entre l'élastomère et le verre), le contact intermédiaire caractérisé par un mince film d'eau entre l'élastomère et le verre, et une zone totalement lubrifiée. On propose une loi de frottement de type additive prenant en compte la contribution de ces trois familles. La composante de frottement sec est proportionnelle à l'aire des spots secs. Une composante d'origine capillaire, causée par la présence de ponts capillaires dans le contact, est proportionnelle au périmètre du contact intermédiaire. La composante hydrodynamique est toujours négligeable.

## **Anglais**

This thesis presents a study about the squeal noise induced by a lubricated elastomer/glass contact. The industrial application of this work, based on experimental and numerical approaches, is the wiper blade squeal noise.

The hearing squeal noise is caused by a self-induced vibration of the elastomer sampled on one of its mode. Experiments produced for different sliding speeds reveal three regimes of friction. At low speeds, friction coefficient is constant and high : this is the boundary regime. For high speeds, the forming of an hydrodynamic film between the elastomer and the glass induces a low friction coefficient. The transition occurs for intermediate speeds for which the friction strongly decreases with the sliding speed : this is the mixed regime. One observes that the self-induced vibration is present only during the mixed regime. A model, based on a single degree-of-freedom mass-spring-damper oscillator submitted to a velocity-dependent frictional force, allows to understand these observations : the system is unstable when the variation of the friction coefficient according to the sliding velocity is negative and higher than a threshold depending on the elastomer intrinsic material damping. The instability is stick-slip kind, and its occurrence is well predicted using this stability criterion. Thus the origin of the instability is tribological and its full understanding needs the consideration of the contact evolution during the transition.

Direct contact observations by microscope show that the lubricated elastomer/glass contact is heterogenous and composed of a multitude of spots. The contact is divided in three families : dry contact spots (without any lubricated water film between elastomer and glass), the intermediate contact defined by a thin film layer between elastomer and glass, and a totally lubricated zone. Using these three kinds of contact spots, an additive friction law is established. Friction component associated with dry contact depends on dry spots area. Intermediate contact generates capillary force, caused by the presence of capillary bridges in the contact. The associated force depends on the intermediate contact perimeter. The hydrodynamic component is always negligible.