

Université Lille Nord de France – École doctorale SPI – ED072
Université d'Artois – Laboratoire Systèmes Électrotechniques et Environnement (LSEE)

THÈSE

Présentée en vue d'obtenir le grade de
Docteur de l'Université d'Artois

par

Modobozi AMAH TCHIOU

Discipline : Génie Électrique

Évaluation des performances énergétiques d'une nouvelle génération d'éolienne off- shore

Rapporteurs : G. BARAKAT Professeur, GREAH – Université Le Havre
H. HENAO Professeur, LTI – Université de Picardie Jules Verne/IUT d'Amiens

Examineurs : J-
N.
J-F BRUDNY Professeur, LSEE – Université d'Artois, Directeur de thèse
J-Ph LECOINTE Professeur, LSEE – Université d'Artois, Co-directeur de thèse

Remerciements

Table de matières

Remerciements	3
Table de matières	5
Glossaire	9
Introduction générale	13
Partie 1: État de l'art et présentation du système étudié	17
Chapitre 1 : Contexte de la thèse	19
1. Énergie éolienne	19
2. Topologies d'éoliennes.....	20
2.1 Éoliennes à vitesse variable	21
2.2 Machine synchrone à aimants permanents (MASP)	22
3. Différentes topologies de MSAP polyphasées.....	24
3.1 Structures statoriques.....	24
3.1.1 Bobinage distribué.....	24
3.1.2 Bobinage sur plots	24
3.2 Structures rotoriques	26
3.2.1 Rotor à aimants en surface (SPM).....	27
3.2.2 Rotor à aimants enterrés (IPM)	27
4. Bobinage à pas fractionnaire	27
4.1 Définition.....	27
4.2 Classification et terminologie	28
4.3 Paramètres structurels	28
5. Pertes rotoriques et harmoniques spatiaux de fmm	29
Chapitre 2 : Description de la structure de Nénuphar	31
1. Technologie des pâles et structure du pylône	31
2. Description de l'alternateur.....	32
2.1 Bobinage.....	33
2.2 Description de la structure du rotor.....	37
Partie 2: Modélisation analytique et étude des phénomènes électromagnétiques	39
Chapitre 1 : Étude de la perméance d'entrefer	41
1. Armatures de la machine NPH	42
2. Modélisation des effets du rotor pour la définition d'une perméance Λ^r associée.....	42
2.1 Hypothèses d'étude.....	42
2.2 Simplification de la géométrie	43
2.3 Expression de la perméance d'entrefer.....	46
2.3.1 Inverse de l'épaisseur d'entrefer.....	46
2.3.2 Autre formulation	49
2.3.3 Expression analytique de la perméance d'entrefer.....	51
2.3.4 Tracé sous matlab	52
3. Modélisation des effets du stator pour la définition d'une perméance Λ^s associée	54
3.1 Hypothèses d'étude.....	54
3.2 Caractérisation de la pièce métallique intermédiaire	55
3.3 Considérations sur les autres éléments du rotor	56
3.4 Définition de la loi d'évolution de l'épaisseur d'entrefer équivalent.....	57
3.5 Tracé sous matlab	59
4. Conclusion.....	59

Chapitre 2 : Étude des forces magnétomotrices.....	61
1. Onde de fmm rectangulaire d'entrefer générée par un enroulement statorique.....	61
1.1 Onde de fmm générée par une bobine	61
1.1.1 Raisonnement sur $2\pi_{el}$	61
1.1.2 Généralisation à toute la machine (2π)	64
1.2 Expression analytique de la fmm générée par les 2 premières dents de l'enroulement 1	65
1.3 Expression analytique de la fmm générée par les deux autres dents.....	65
1.4 Expression analytique de la fmm générée par l'enroulement 1	66
2. Onde de fmm trapézoïdale d'entrefer générée par l'enroulement 1.....	67
3. Analyse des deux évolutions	69
4. Configuration de Nénuphar (Conf.1).....	71
4.1 Expression analytique de la fmm générée par le premier système triphasé	72
4.2 Expression analytique de la fmm générée par le deuxième système triphasé.....	76
4.3 Fmm totale dans l'entrefer	78
5. Étude de la deuxième configuration (Conf.2).....	79
5.1 Fmm d'entrefer générée par une phase	79
5.2 Expression analytique de la fmm totale dans l'entrefer	80
5.3 Effet de la configuration série sur le huitième de machine	82
6. Analyse des deux configurations	84
7. Fmm générée par le rotor.....	85
7.1 Géométrie du rotor.....	85
7.2 Calcul de la fmm générée par les aimants.....	85
7.2.1 Circuit magnétique équivalent.....	85
7.2.2 Expression de la droite de charge	86
7.2.3 Caractéristique principale de l'aimant.....	86
7.2.4 Point de fonctionnement.....	86
7.3 Force magnétomotrice créée par le rotor	87
7.3.1 Expression analytique.....	87
7.3.2 Résultats de la programmation sous matlab et analyse.....	88
Chapitre 3 : Caractérisation de l'induction d'entrefer	89
1. Induction générée par le stator.....	89
1.1 Onde d'induction générée par le premier système triphasé	89
1.2 Onde d'induction générée par le deuxième système triphasé	90
1.3 Onde d'induction totale générée par le stator dans l'entrefer de la machine	90
2. Expression de l'onde d'induction générée par le rotor	91
3. Onde d'induction résultante dans l'entrefer de la machine.....	92
4. Tracé des formes d'onde et analyse.....	92
5. Étude du contenu harmonique d'induction.....	93
5.1 Contenu harmonique d'induction généré par le premier système triphasé	93
5.2 Contenu harmonique d'induction généré par le second système triphasé.....	95
5.3 Contenu harmonique d'induction généré par le stator	95
5.4 Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le rotor.....	96
Partie 3: Caractérisation des inductances de la machine.....	97
Chapitre 1 : Caractérisation des inductances propres et mutuelles de la machine	99
1. Calcul des flux embrassés par les différents enroulements statoriques	99
1.1 Premier système triphasé d'enroulements	100
1.2 Deuxième système triphasé d'enroulements.....	102
2. Calcul des différentes inductances.....	104
2.1 Expressions analytiques	104
2.1.1 Inductance mutuelle entre phases statoriques	104
2.1.2 Inductances propres des phases statoriques	104
2.1.3 Inductances mutuelles dues aux effets du rotor sur les phases du stator	105
2.2 Calage du modèle.....	105
2.3 Applications numériques	106
Chapitre 2 : Détermination du schéma monophasé équivalent.....	107
1. Caractérisation de l'onde fondamentale du champ tournant.....	107
2. Caractérisation de l'enroulement fictif équivalent.....	108
3. Perméance d'entrefer	109

4.	Expression des inductances cycliques	113
4.1	Expression analytique	113
4.2	Applications numériques et analyse des résultats	115
5.	Inductance cyclique en considérant les 2π géométriques	115
6.	Étude de la f.e.m induite due au rotor.....	117
6.1	Flux embrassé par une phase du premier système triphasé.....	118
6.2	F.e.m induite dans une phase du premier système triphasé.....	119
6.3	Tracés sous matlab.....	120
6.4	Vérification avec le bobinage fictif.....	121
6.4.1	Flux embrassé par une phase du premier système triphasé	121
6.4.2	F.e.m induite dans une phase du premier système triphasé	121
7.	Schéma monophasé équivalent de la machine NPH.....	122
Partie 4: Étude du fonctionnement back to back.....		125
Chapitre 1 : Étude du back to back sur la machine NPH.....		127
1.	Structure simulée	127
2.	Stratégie de contrôle	128
3.	Étude d'un fonctionnement BTB	129
3.1	Étude du schéma monophasé équivalent pour le BTB.....	129
3.2	Résultats de simulation	130
4.	Fonctionnement en frein de parking.....	131
4.1	Étude du schéma monophasé équivalent associé au fonctionnement en frein de parking	132
4.2	Résultats de simulation et comparaison avec l'étude du schéma monophasé équivalent	133
Chapitre 2 : Étude et modélisation analytique du fonctionnement back to back d'une machine synchrone classique.....		137
1.	Description de la machine expérimentale.....	137
2.	Considérations générales	138
2.1	Convention de signe.....	139
2.2	Présentation du schéma monophasé équivalent	139
2.3	Fonctionnement conventionnel de la machine.....	140
2.4	Fonctionnement back to back	141
3.	Étude des effets magnétiques.....	142
3.1	Effet d'une phase d'un enroulement	142
3.2	Effets des phases q des enroulements G et M	143
4.	Étude du schéma monophasé équivalent du fonctionnement back to back	145
Chapitre 3 : Expérimentation.....		147
1.	Banc expérimental	147
1.1	Montage	147
1.2	Principe du contrôle sous simulink	148
2.	Étude des fem	148
3.	Différentes mesures du fonctionnement BTB.....	149
4.	Mesure des différents angles du diagramme vectoriel associé au fonctionnement BTB.....	151
5.	Validation avec les paramètres du schéma monophasé équivalent.....	152
Conclusion générale et perspectives		155
Annexes.....		159
Annexe A : Paramètres de la machine NPH		160
Annexe B : Études des phénomènes magnétiques du rotor		161
Annexe C : Perméance d'entrefer par unité de surface.....		169
1.	Calculs aboutissant à l'expression (2-15)	169
2.	Calculs aboutissant à l'expression (2-19)	173
Annexe D : Annexe associé à l'étude de la fmm.....		178
1.	Loi d'évolution de la fmm générée par une bobine	178
Annexe E : Épaisseur d'entrefer équivalent- expression simplifiée pour l'étude du schéma monophasé équivalent.....		181

1. Définition de la loi d'évolution de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent	181
2. Développements théoriques.....	183
2.1. Quantité tributaire du stator	183
2.2. Quantité tributaire du rotor	184
Annexe F : Inductances cycliques fondamentales- raisonnement sur 2π géométrique.....	185
Annexe G : Étude du schéma monophasé équivalent associé à la machine NPH.....	189
Annexe H : Étude théorique BTB avec prise en compte de la résistance.....	192
1. Calcul des courants générateurs.....	192
2. Calcul des courants moteur	194
<i>Table d'illustrations</i>	197
Liste des figures	199
Liste des tableaux	201
<i>Bibliographie</i>	203

Glossaire

<i>Symboles et notations</i>	<i>Description</i>
α^r	Position d'un point dans l'entrefer par rapport à l'axe rotorique
α^s	Position d'un point dans l'entrefer par rapport à l'axe statorique
B_a	Induction de l'aimant
B_r	Induction rémanente de l'aimant
b^η	Induction résultante de la machine
$b^{r\eta}$	Induction d'entrefer rotorique
$b^{s\eta}$	Induction d'entrefer statorique
$b_{I,q}^{s\eta}$	Induction d'entrefer statorique générée par une phase du premier système triphasé d'enroulements
$b_{II,q}^{s\eta}$	Induction d'entrefer statorique générée par une phase du deuxième système triphasé d'enroulements
Γ_{eG}	Couple électromagnétique générateur
Γ_{eM}	Couple électromagnétique Moteur
C_R	Coefficient de frottement sec
C^r	Coefficient de Carter associé à l'armature rotorique
C^s	Coefficient de Carter associé à l'armature statorique
D^r	Axe de référence rotorique
D_{ext}^r	Diamètre extérieur du rotor
D^s	Axe de référence statorique
D_{ext}^s	Diamètre extérieur du stator
D_{int}^s	Diamètre intérieur du stator
δ	Angle interne
e_a	Épaisseur d'entrefer équivalent introduit par les orifices contenant les aimants
e_m	Épaisseur de l'entrefer face à la dent rotorique large
e_M	Épaisseur de l'entrefer face à dent rotorique étroite
e_{pi}	Épaisseur d'entrefer équivalent introduit par la pièce intermédiaire
$e_q^{r\eta}$	Fem induite dans une phase statorique
E_J^s	Valeur efficace de la fem des différents enroulements statoriques
\mathcal{E}_a	Amplitude de la force magnétomotrice générée par le rotor
\mathcal{E}^r	Force magnétomotrice rotorique
\mathcal{E}_a^r	Potentiel magnétique d'un aimant
$\mathcal{E}_q^{s\eta(I)}$	Force magnétomotrice générée par une phase alimenté du premier système triphasé d'enroulements
$\mathcal{E}_q^{s\eta(II)}$	Force magnétomotrice générée par une phase alimenté du deuxième système triphasé d'enroulements
$\mathcal{E}_I^{s\eta}$	Force magnétomotrice générée par le premier système triphasé d'enroulements alimenté
$\mathcal{E}_{II}^{s\eta}$	Force magnétomotrice générée par le deuxième système triphasé d'enroulements alimenté

\mathcal{E}^{s_η}	<i>Force magnétomotrice statorique</i>
\overline{E}_G	<i>Complexe force électromotrice du générateur</i>
\overline{E}_M	<i>Complexe force électromotrice du moteur</i>
$\phi_{I,qq'}^{s_\eta}$	<i>Flux créé par une phase quelconque q à travers une autre phase q' du premier système triphasé d'enroulements</i>
$\phi_{II,qq'}^{s_\eta}$	<i>Flux créé par une phase quelconque q à travers une autre phase q' du deuxième système triphasé d'enroulements</i>
$\phi_{r,I_q}^r, \phi_{r,II_q}^r$	<i>Flux créé par le rotor à travers une autre phase q du premier et du deuxième système triphasé d'enroulements</i>
f	<i>Fréquence électrique aux bornes de la machine</i>
f_r	<i>Coefficient de frottement visqueux</i>
H_a	<i>Champ magnétique de l'aimant</i>
H_e	<i>Champs magnétique dans l'entrefer</i>
i_q^s	<i>Courant d'alimentation de la phase q</i>
I^s	<i>Courant efficace de phase statorique</i>
I_{cc}^s	<i>Courant de court-circuit entre phases statoriques</i>
\overline{I}_G^s	<i>Complexe courant dans l'enroulement générateur statorique</i>
\overline{I}_M^s	<i>Complexe courant dans l'enroulement moteur statorique</i>
J	<i>Moment d'inertie</i>
l_a	<i>Épaisseur des aimants</i>
l_a^r	<i>Largeur d'encoche équivalente contenant les aimants</i>
l_d^s	<i>Largeur d'une dent statorique</i>
l_e^s	<i>Largeur d'une encoche statorique</i>
l_{dm}^r	<i>Largeur de la dent rotorique étroite</i>
l_{dM}^r	<i>Largeur de la dent rotorique large</i>
l_v	<i>Hauteur du vide sous les aimants</i>
L	<i>Longueur active du circuit magnétique</i>
L_a	<i>Longueur des aimants</i>
L_v	<i>Largeur du vide sous les aimants</i>
L_d	<i>Inductance cyclique statorique suivant l'axe d</i>
L_q	<i>Inductance cyclique statorique suivant l'axe q</i>
$L_{I,q}^{s_\eta}$	<i>Inductance propre d'une phase statorique du premier système triphasé d'enroulements</i>
$L_{II,q}^{s_\eta}$	<i>Inductance propre d'une phase statorique du deuxième système triphasé d'enroulements</i>
m^s	<i>Nombre d'encoches par pôle et par phase</i>
$M_{I,qq'}^{s_\eta}$	<i>Mutuelle entre phases statoriques du premier système triphasé d'enroulements</i>
$M_{II,qq'}^{s_\eta}$	<i>Mutuelle entre phases statoriques du premier système triphasé d'enroulements</i>
$M_{I_q,II_{q'}}^{s_\eta}, M_{II_q,I_{q'}}^{s_\eta}$	<i>Mutuelles entre phases statoriques du premier système triphasé et du deuxième système triphasé d'enroulements</i>
M_{r,I_q}^r	<i>Mutuelles d'inductance entre l'enroulement rotorique et l'une des phases statoriques du premier système triphasé</i>
M_{r,II_q}^r	<i>Mutuelles d'inductance entre l'enroulement rotorique et l'une des phases statoriques du deuxième système triphasé</i>
μ_a	<i>Perméabilité de l'aimant</i>

μ_0	<i>Perméabilité du vide</i>
μ_{ra}	<i>Perméabilité relative de l'aimant</i>
n^r	<i>Nombre de spires de l'enroulement rotorique</i>
n_a^r	<i>Nombre de tours effectifs des enroulements amortisseurs</i>
n_f^r	<i>Nombre de tours effectifs du bobinage rotorique</i>
n^s	<i>Nombre de spires d'un enroulement statorique</i>
n^{s*}	<i>Nombre de spires fictifs statoriques</i>
n_e^s	<i>Nombre de tours effectifs de bobines statoriques</i>
N	<i>Vitesse nominale de la machine</i>
N_{ph}	<i>Nombre de phases totales statoriques</i>
N^r	<i>Nombre total d'encoches rotoriques</i>
N^s	<i>Nombre total d'encoches statoriques</i>
N_η^r	<i>Nombre réduit d'encoches rotoriques sur $1/\eta$ de machine</i>
N_η^s	<i>Nombre réduit d'encoches statoriques sur $1/\eta$ de machine</i>
N_d^s	<i>Nombre de dents occupées par un enroulement élémentaire</i>
Ω	<i>Vitesse mécanique</i>
P	<i>Nombre total de paires de pôles</i>
p_j	<i>Pertes joules</i>
p_η	<i>Nombre de paires de pôles sur $1/\eta$ de machine</i>
p^r	<i>Profondeur réelle d'une encoche rotorique</i>
p^s	<i>Profondeur réelle d'une encoche statorique</i>
p_d^r	<i>Pas dentaire rotorique</i>
p_d^s	<i>Pas dentaire statorique</i>
Λ	<i>Perméance d'entrefer</i>
Λ^r	<i>Perméance d'entrefer modélisant les effets du rotor</i>
Λ^s	<i>Perméance d'entrefer modélisant les effets du stator</i>
q, q'	<i>Ordre des phases statoriques</i>
$r_a^r = l_a^r / p_d^r$	<i>Rapport de denture relative aux aimants</i>
$r_{dm}^r = l_{dm}^r / p_d^r$	<i>Rapport de denture étroite rotorique</i>
$r_{dM}^r = l_{dM}^r / p_d^r$	<i>Rapport de denture large rotorique</i>
$\bar{r}_{dM}^r = 1 - r_{dM}^r$	
r^s	<i>Résistance de phase statorique</i>
$r_d^s = l_d^s / p_d^s$	<i>Rapport de denture statorique</i>
$\bar{r}_d^s = 1 - r_d^s$	
R	<i>Rayon moyen d'entrefer</i>
\mathfrak{R}_a^r	<i>Impédance interne de l'aimant</i>
\mathfrak{R}_e	<i>Réductance associée à l'entrefer</i>
\mathfrak{R}_{eq}	<i>Réductance équivalente</i>
θ	<i>Position du rotor par rapport au stator</i>
T_a	<i>Température maximale de l'aimant</i>

Glossaire

t_s	<i>Période spatiale de la combinaison nombre d'encoches / nombre de pôles</i>
U_{dc}	<i>Tension du bus continu</i>
V^s	<i>Tension simple nominale statorique</i>
V_G^s	<i>Tension simple statorique de la partie fonctionnant en générateur</i>
V_M^s	<i>Tension simple statorique de la partie fonctionnant en en moteur</i>
ω	<i>Pulsation des courants statoriques</i>
$\omega_r = \omega / \eta p_\eta$	<i>Vitesse synchrone</i>

Introduction générale

Pour des raisons environnementales et dans le souci de trouver une alternative aux ressources fossiles, les énergies renouvelables (eau, vent, soleil) sont de plus en plus utilisées dans la production de l'électricité. Parmi les ressources renouvelables dénombrées, l'énergie éolienne connaît, depuis quelques années, un développement considérable. La conversion de l'énergie du vent en énergie électrique est assurée par des centrales éoliennes. Des pâles, de formes relativement différentes, sont utilisées pour capter la force du vent. L'énergie mécanique obtenue au niveau du rotor de l'hélice est transformée en énergie électrique par l'intermédiaire d'un convertisseur électromécanique.

L'énergie que peut récupérer une éolienne dépend de nombreux paramètres. Ces paramètres sont d'ordre technique et propres à l'éolienne : dimension des pâles, puissance et rendement de l'alternateur, etc. Par ailleurs, en mer, de fortes limites technico-économiques apparaissent. En l'occurrence, la distance des fermes off-shore par rapport à la côte ou la profondeur des fonds marins en font prioritairement partie. De plus, concernant la profondeur du sous-sol marin, des études ont montré que les possibilités d'implantation dans les eaux peu profondes sont relativement limitées si bien que les espaces côtiers susceptibles d'accueillir des éoliennes off-shore sont peu nombreux. Par ailleurs, l'implantation en eau profonde nécessite des investissements lourds, aussi bien pour le déplacement de l'éolienne depuis la terre que pour son implantation dans le sous sol marin. Ceci rend les zones marines profondes incompatibles au développement de l'éolien en mer.

Dans ce contexte, l'éolienne que développe la société NÉNUPHAR (NPH) revêt de multiples intérêts. A axe vertical et montée sur flotteurs, elle peut être assemblée sur terre et tractée par bateau jusqu'à son lieu d'exploitation. C'est dans ce cadre que se situe mon sujet de thèse, intitulé « évaluation des performances énergétiques d'une nouvelle génération d'éolienne offshore ».

Cette thèse s'intègre dans le pôle MEDEE (Maîtrise Énergétique Des Entraînements Électriques). Les travaux se déroulent au Laboratoire Systèmes Électrotechniques et Environnement (LSEE) de Béthune et au sein de l'entreprise NPH. Ce mémoire de thèse a pour but de présenter le travail effectué tout au long de cette thèse, travail qui s'articule autour de l'alternateur et des convertisseurs électroniques de puissance auxquels il est connecté. Trois axes des travaux à entreprendre se dégagent :

- i. Il s'agit d'abord de modéliser l'alternateur de manière analytique. À partir de la géométrie de la machine, des caractéristiques du bobinage et des aimants, nous déterminons les paramètres électromagnétiques tels que les inductances de la machine. L'un des verrous à lever concerne la modélisation de la denture de la machine qui est peu conventionnelle.
- ii. Ces paramètres définis analytiquement permettent de simuler la chaîne complète {machine et convertisseurs électronique de puissance} sous Matlab/Simulink. Il est alors possible de prédéterminer le comportement de l'alternateur pour divers types de fonctionnement : en marche normale mais également en mode de défauts ou en fonctionnement back to back.
- iii. Enfin, le modèle analytique permet d'effectuer une caractérisation de l'onde d'induction d'entrefer de la machine, permettant par la suite l'étude du schéma monophasé équivalent associé à cette machine particulière. Il offre aussi la possibilité d'estimer les pertes énergétiques dans l'alternateur.

Les travaux de cette thèse ne se cantonnent pas à une étude théorique. Des essais sur prototype à échelle 1 étaient prévus au cours de la thèse. Suite à des problèmes rencontrés sur le prototype, la partie expérimentale effectuée sur le prototype s'est limitée à des mesures d'inductances et de résistances des différentes phases de la machine et à des tests d'isolation. Pour alimenter la thèse en expérimentations, un des essais préparés pour le prototype a été adapté à une machine du laboratoire : il s'agit du fonctionnement back to back.

Ce mémoire est organisé en quatre parties. La première partie est consacrée au contexte de la thèse, en mettant l'accent sur les différentes topologies de machines synchrones polyphasées bobinées sur plot, à pas fractionnaire. Cette partie est constituée de deux chapitres. Le premier chapitre situe le sujet dans son contexte tout en précisant ce qui est fait jusqu'alors. Le deuxième chapitre met l'accent sur la description du système étudié.

La deuxième partie de ce mémoire a pour but de développer un modèle analytique permettant d'évaluer les performances de la machine étudiée. Ce modèle, basé sur des développements en séries de Fourier, permet de modéliser l'évolution de la perméance d'entrefer au premier chapitre et l'étude de la force magnétomotrice et de son contenu harmonique au deuxième chapitre. Le troisième chapitre de cette partie est consacré à l'étude de l'induction d'entrefer et de son contenu harmonique.

La troisième partie de ce mémoire exploite les développements effectués dans la partie précédente pour analyser les performances de la machine NPH. Cette analyse passe par la détermination des coefficients d'inductances et du calage du modèle au chapitre 1. Le chapitre 2 présente la détermination des inductances L_d et L_q de la machine et l'étude du schéma équivalent associé à la machine NPH.

La quatrième partie concerne différents types de fonctionnements. Il s'agit en effet, du fonctionnement du prototype NPH et d'une machine synchrone conventionnelle du laboratoire. Des résultats de simulations sont présentés au chapitre 1 de cette partie : ils concernent le fonctionnement du prototype NPH. Le deuxième chapitre présente le fonctionnement back to back avec l'étude électromagnétique de ce fonctionnement associé à la machine expérimentale du laboratoire et l'étude du schéma monophasé équivalent de ce fonctionnement. Le chapitre 3 présente les résultats expérimentaux, dont l'analyse est effectuée en tenant compte de l'étude analytique faite au chapitre 2 de cette partie.

Partie 1: État de l'art et présentation du système étudié

Cette première partie du mémoire situe le travail de thèse dans son contexte tout en donnant les détails des choix technologiques de la société Nénuphar et les orientations de la thèse. Elle présente un aperçu des différentes topologies d'éoliennes et de machines synchrones polyphasées ainsi que leur classification. L'accent est ensuite mis sur la description de la structure étudiée.

Le but de cette partie est de mettre en relief la pertinence de la thèse, et de décrire de la manière la plus précise le système étudié.

Le Chapitre 1 de cette partie est consacré au contexte de la thèse et à l'état de l'art, le Chapitre 2 décrit le système étudié.

Chapitre 1 : Contexte de la thèse

Les préoccupations environnementales et la volatilité croissante des prix de l'énergie amènent à une prise de conscience de beaucoup de gouvernements dont l'attention se tourne vers les énergies renouvelables, spécialement l'énergie éolienne qui s'est considérablement développée ces dernières années [1].

L'histoire des éoliennes remonte à des milliers d'années déjà. Jusqu'au dix-neuvième siècle, l'énergie du vent était essentiellement utilisée pour produire de la puissance mécanique servant à pomper l'eau ou à moudre [2]. Il faudra attendre les années 90 pour voir l'énergie du vent émerger comme une des importantes sources d'énergie durable. Depuis quelques années, la transition énergétique s'opère et selon les estimations, les énergies renouvelables représentent environ 20% de l'énergie mondiale consommées à la fin de l'année 2012 [3], [4]. Parmi ces 20%, la production hydroélectrique et la biomasse occupent une part importante. Toutefois, la filière éolienne ne cesse de croître. Vu les objectifs en matière de développement durable sur les 20 prochaines années, que ce sont fixés les États, la filière éolienne est appelée à jouer un rôle important.

Les ressources énergétiques qu'on peut tirer du vent sont énormes, particulièrement en mer [5]. L'énergie annuelle récupérable est fonction de plusieurs paramètres comme la nature du vent, la densité des machines implantées... La production éolienne off-shore, quant à elle, est en plus influencée par les limites technico-économiques comme la distance des fermes éoliennes de la côte, la profondeur des fonds marins... Toutefois, l'éolienne off-shore est en plein essor même si l'éolienne terrestre reste très majoritaire. Parmi toutes les sources de production d'énergie, la filière éolienne va croissant ces dernières années. Cet essor est dû à la fois à une volonté politique et au coût de production qui devient de plus en plus compétitif.

Avant d'aborder les aspects plus techniques de la technologie éolienne, une brève introduction sur l'énergie éolienne, traitant d'abord du développement de l'éolien ainsi que des questions relatives à l'économie et à la conception des éoliennes, est proposée. Ensuite, nous nous intéressons dans le deuxième paragraphe aux questions technologiques et scientifiques relatives aux éoliennes de grande puissance qui font l'objet de nos travaux. Pour des raisons technico - économiques, l'architecture des éoliennes à attaque directe est un des aspects importants dans la conception des éoliennes de grande puissance. Ces raisons poussent à simplifier autant que possible les structures du système éolien pour offrir un compromis coût - fiabilité - performance optimale. L'étude des convertisseurs électromécaniques souvent utilisés est abordée dans ce même paragraphe.

L'accent est mis dans le troisième paragraphe sur l'alternateur utilisé dans la structure éolienne étudiée. Enfin, le quatrième paragraphe développe le type de bobinage spécifique à l'alternateur étudié alors que le cinquième paragraphe fait l'ébauche de l'étude des pertes que peut générer le type de machine étudié.

1. Énergie éolienne

L'énergie éolienne représente une part croissante de l'énergie fournie au réseau public d'électricité [6]. En moyenne, depuis 1997, la capacité de production éolienne installée en Europe croît de 30% par an. Dans une certaine mesure, ce fort taux de croissance est dû aux politiques environnementales et aux incitations fiscales des différents gouvernements. Toutefois, un autre facteur déterminant est la baisse du coût de production des aérogénérateurs due à leur industrialisation massive.

L'énergie éolienne devient désormais compétitive comme d'autres sources d'énergie électrique plus traditionnelles, comme le charbon, le gaz et la production nucléaire. La Figure 1.1a montre que la puissance éolienne installée dans le monde a plus que doublé en 2012 par rapport celle installée en

2008 et atteint en 2013 près de 318 GW [7]. En considérant chaque pays, la Figure 1.1b illustre la croissance de la puissance installée entre deux années consécutives (2012 et 2013).

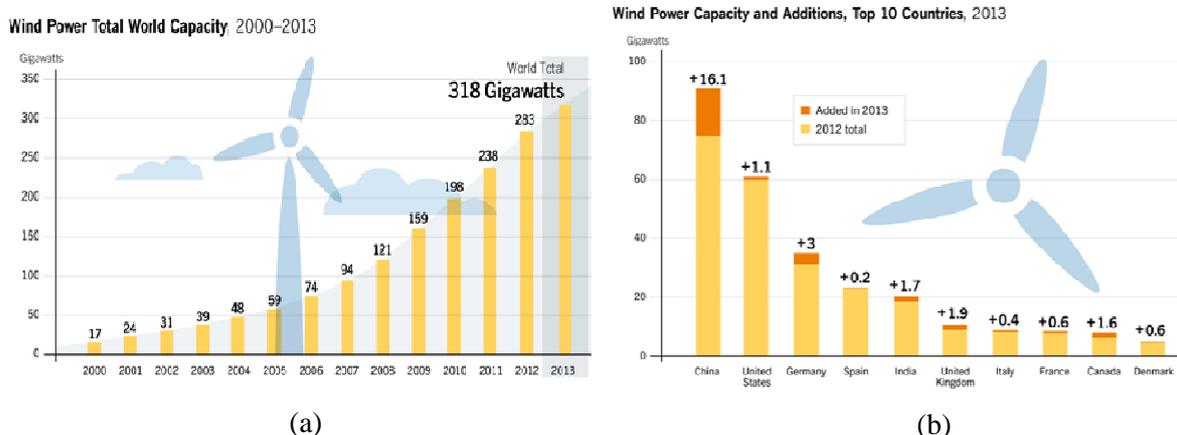


Figure 1.1 : Développement de l'énergie éolienne dans le monde [7]

La Chine a récemment pris la première place devant les États Unis en termes de puissance installée et elle demeure, en 2014, le marché le plus dynamique. La France est un des pays en forte croissance avec 0.6% de croissance entre 2012 et 2013. Elle s'est fixée comme objectif de passer, en termes d'énergie renouvelable, de 9.6% de production énergétique en 2005 à 23% en 2020.

Cependant, l'exploitation efficace de l'énergie du vent est une tâche difficile. Comme pour toutes les sources d'énergie, la problématique du rendement d'exploitation est toujours mise en jeu, même si cette question s'avère spécifique dans le cas des énergies renouvelables dont le gisement est « gratuit » et durable contrairement aux sources d'énergie fossile. En dehors des catalyseurs politique et macroéconomique, les technologies et les techniques d'exploitation de l'énergie du vent par des machines et une électronique de puissance de plus en plus efficaces sont des facteurs très importants dans l'essor de la filière éolienne. Il existe plusieurs topologies d'éoliennes de plus en plus performantes, dont un bref aperçu est présenté dans le prochain paragraphe.

2. Topologies d'éoliennes

Une turbine éolienne est la partie du système éolien qui réalise la conversion de l'énergie du vent en énergie mécanique. Il existe deux grandes familles de turbines [8] :

- à axe horizontal : multi-pâles, tripale ou bipale,
- à axe vertical : type Savonius ou type Darrieus.

Les éoliennes à axe horizontal sont prépondérantes. Toutefois, de plus en plus d'éoliennes à axe vertical se développent, surtout pour des applications off-shore.

Quelque soit le type d'éolienne, leur chaîne de conversion de l'énergie utilise un système de conversion électromécanique. Les machines utilisées dans la production d'énergie éolienne peuvent être asynchrones ou synchrones [9]. Les architectures d'éoliennes peuvent aussi être classées selon le type de couplage entre la turbine et le convertisseur électromécanique. Cependant, suivant le type de variation de la vitesse, il existe deux topologies de systèmes d'éoliennes :

- les systèmes à vitesse fixe, avec multiplicateur de vitesse : le choix du rapport de multiplication (vitesse de rotation générateur/vitesse de rotation turbine) favorise la capture d'énergie. Dans tous les cas, une quantité « d'énergie potentielle » non négligeable est perdue en raison de l'impossibilité d'optimiser le régime de charge de l'éolienne. Ces systèmes sont directement couplés au réseau électrique.
- les systèmes à vitesse variable : ils ne sont pas directement couplés au réseau électrique. La gamme de variation peut être soit complète, soit plus ou moins réduite selon la classe de vent et le taux de turbulence. Leur connexion au réseau se fait via un ou plusieurs convertisseurs de puissance.

Nous nous intéressons à l'éolienne à vitesse variable. Le retour sur expérience situe le gain offert en vitesse variable entre 10 et 25 % [10]. Cependant, l'argument majeur en faveur de la vitesse variable est aujourd'hui lié à la diminution du stress mécanique [2] et des variations rapides de puissance.

2.1 Éoliennes à vitesse variable

On identifie trois topologies d'éoliennes à vitesse variable : celles qui utilisent la Machine Synchrone (MS) ou Asynchrone (MAS) avec un multiplicateur et des convertisseurs dimensionnés pour la pleine puissance (Figure 1.2), la Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA) (Figure 1.3) et la Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP) sans multiplicateur. Cette dernière peut être à grands nombre de pôles permettant de supprimer le multiplicateur (Figure 1.4).

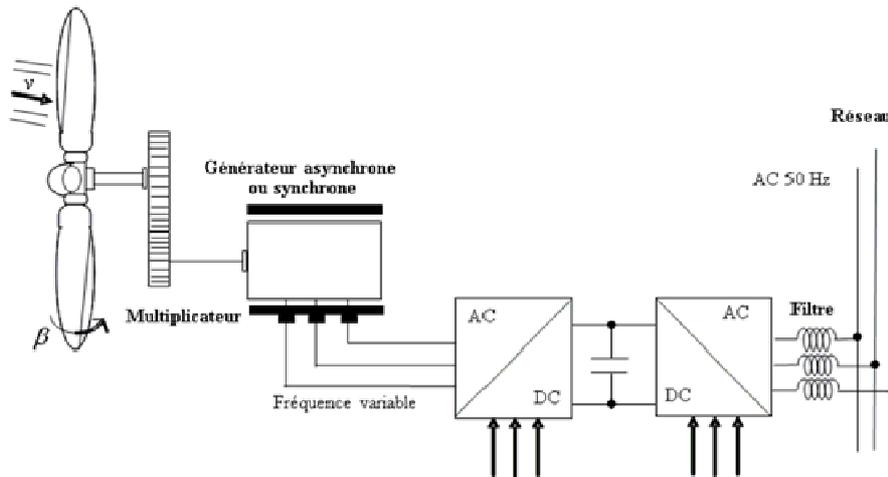


Figure 1.2 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MS ou MAS et multiplicateur [5]

La structure éolienne avec la MADA est assez utilisée. Son stator est connecté au réseau, à tension et fréquence fixes alors que son rotor est commandé à travers un convertisseur de fréquence connecté au réseau. La puissance électrique maximale qui transite par le rotor ne représente qu'un quart de la puissance mécanique totale. Les machines utilisées sont nécessairement à rotor bobiné et nécessitent un rotor sensiblement plus complexe que les machines à cage d'écureuil, ainsi qu'un système triphasé de bagues et balais pour connecter les enroulements rotoriques au convertisseur : les problèmes d'usure sont alors importants. De plus, le multiplicateur de la MADA est un système cher qui induit des coûts significatifs de maintenance surtout pour les projets off-shore situés en milieu salin.

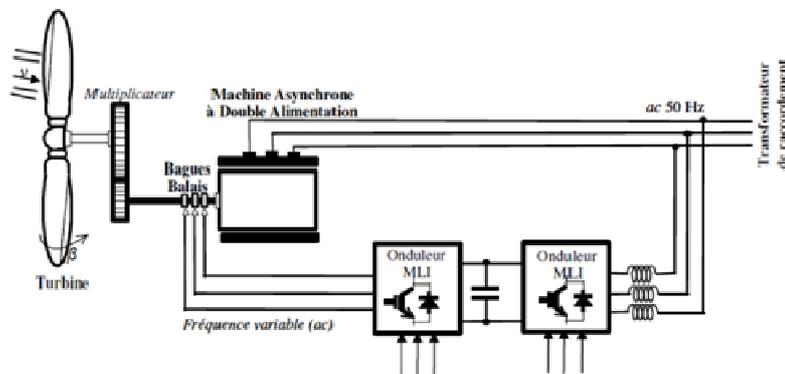


Figure 1.3 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MADA [5]

Les topologies d'éoliennes basées sur des MS à grand nombre de pôles (Figure 1.4), de plus en plus utilisées, sont couplées directement à la turbine, évitant ainsi l'utilisation d'un multiplicateur comme dans le cas d'une MS avec un nombre de paires de pôles peu élevé (Figure 1.2). L'inconvénient de cette structure sans multiplicateur est qu'elle nécessite, pour sa connexion au réseau, des convertisseurs de puissance dimensionnés pour la puissance nominale de la génératrice. Cet inconvénient est cependant un avantage du point de vue du contrôle de l'éolienne. En effet, le couplage avec le réseau peut être entièrement contrôlé à travers un convertisseur connecté à ce réseau, tandis que le convertisseur connecté à la génératrice permet de contrôler la puissance générée par celle-ci en limitant le contrôle du pitch à une fonction de sécurité par grand vent.

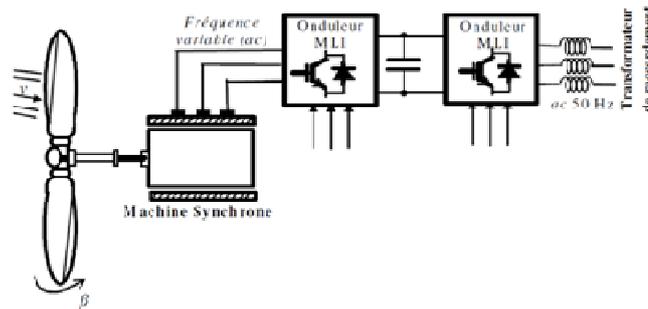


Figure 1.4 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MSAP et sans multiplicateur [5]

En règle générale, l'utilisation des aimants permanents permet d'obtenir de meilleurs rendements. Les pertes les plus élevées se situent au niveau des multiplicateurs [11], [12], puis des convertisseurs électronique de puissances. La comparaison au niveau des coûts donne la technologie hybride (aimants permanents et multiplicateur) comme étant la moins chère [13]. Cependant, le coût de la génératrice ne représente que 10 à 15 % du coût total de l'éolienne. Les MSAP à attaque directe permettent d'obtenir une meilleure fiabilité que les MADA du fait de la suppression de la boîte de vitesse, diminuant ainsi les coûts de maintenance. Les MSAP permettent d'obtenir un gain en puissance massique de 17% comparé aux machines asynchrones selon [14] et un gain de 25% comparé au MS à rotor bobiné, à vitesses identiques [15]. Cependant, dans le cas éolien, les nacelles des MADA sont moins lourdes à puissances identiques que celles des MSAP. Le convertisseur électronique de puissance est un autre inconvénient de la MSAP. En effet, il est dimensionné pour 100% de la puissance contre 30% pour les MADA.

Le système le plus compétitif n'est pas clairement identifié : la solution asynchrone à double alimentation avec multiplicateur offre un excellent compromis coût/masse/efficacité/fiabilité mais les développements technologiques et les diminutions des coûts (interrupteurs de fortes puissance : IGBT, IGCT, aimants permanents, ...) font davantage évoluer les systèmes à générateurs synchrones à attaque directe. Nous mettons l'accent, dans la suite, sur la MSAP puisque c'est elle qui fait l'objet de cette thèse.

2.2 Machine synchrone à aimants permanents (MASP)

Parmi la diversité de configurations de chaînes de production éolienne, un certain nombre utilise des MSAP pour la conversion de l'énergie du vent en électricité, ce qui est le cas de la structure éolienne de Nénuphar. Ces dernières années, les technologies éoliennes à attaque directe, sans réducteurs, avec l'utilisation des MSAP de grand diamètre et basse vitesse, se sont beaucoup développées. Le principal avantage de ces technologies est la simplification de la chaîne de transmission et l'amélioration du rendement du système de conversion. Ces technologies sont de plus en plus développées à cause des évolutions importantes dans les domaines de matériaux, de l'électronique de puissance, de système de commande... Ce type de machine est utilisé dans plusieurs domaines, tel que celui de la propulsion navale, des éoliennes à grande puissance... Certaines de ces machines sont directement couplées au réseau électrique, d'autres sont associées à des convertisseurs statiques, dans le but d'assurer un découplage entre la vitesse de rotation de la machine et la fréquence

du réseau électrique. Parmi celles qui sont associées aux convertisseurs statiques, un certain nombre sont polyphasées. Les convertisseurs statiques, jouant le rôle d'interfaces qui découplent le réseau triphasé de la machine, permettent de lever le verrou du nombre de phases d'une machine qui n'est plus limité à trois.

Le concept de machines polyphasées, à vitesse variable, date des années 1960, période où les onduleurs triphasés étaient à leur début de développement. À cette époque, le problème que rencontraient les concepteurs était la faible fréquence de commutation des composants électronique de puissance, qui est à l'origine des ondulations de couple. De plus, dans les applications à puissance élevée, avec un nombre réduit de phases, on est confronté à un déficit : les interrupteurs doivent être en mesure de commuter des tensions et des courants élevés. Ceci a pour conséquence l'augmentation des perturbations électromagnétiques. Une solution serait l'utilisation des convertisseurs multi-niveaux, au prix d'une plus grande complexité de mise en œuvre et un coût plus important. Ces dernières années, les choix portent plus sur les convertisseurs basse tension. Pour les utiliser dans des applications à grande puissance, on opte pour des machines polyphasées. Il existe plusieurs topologies de ce type de machines. Nous nous intéressons au cas de MSAP polyphasées multi-unités. Ces machines ont leurs enroulements statoriques organisés en plusieurs unités, et ces unités sont constituées d'enroulement élémentaires indépendants qui sont regroupés en systèmes triphasés [16], [17]. Cette configuration permet de répartir le courant statorique dans les différents enroulements. Ainsi, elles peuvent être branchées à des convertisseurs souvent utilisés dans les applications de moyenne puissance. Chaque unité de la machine possède alors son propre convertisseur moyenne tension.

La différence particulière qui existe entre une MSAP conventionnelle et la MSAP multi-unités est l'augmentation du nombre de phases.

- D'abord, cette augmentation du nombre de phases permet d'avoir certaines caractéristiques que ne présente pas une machine triphasée conventionnelle, à savoir la réduction des amplitudes et l'augmentation de la fréquence des ondulations de couple [18]. Les autres principales raisons du développement des machines polyphasées sont la meilleure tolérance aux défauts et la possibilité de répartir la puissance du moteur (courant) à travers un grand nombre de phases, réduisant ainsi la valeur du courant dans les convertisseurs. Il faudra attendre les années 90 pour voir les machines polyphasées faire l'objet de diverses applications. Ainsi, ce type de machine obtient un regain d'intérêt, aboutissant à un nombre considérable de recherches et de publications au cours ces dernières années [19].
- Ensuite, à cause de sa grande densité de puissance et de son rendement, la MSAP polyphasée bobinée sur plot à pas fractionnaire est de plus en plus prisée dans les applications sensibles aux défauts et où la continuité du service est un critère de conception. Dans le but de minimiser les effets des phases en défaut sur les autres phases saines, les MSAP polyphasées bobinées sur plot sont conçues de manière à avoir de très faibles mutuelles d'inductances entre phases [20]. Néanmoins, les MSAP polyphasées, bobinées sur plot à pas fractionnaire ont l'inconvénient d'être riche en harmoniques, pouvant conduire à la démagnétisation des aimants. Enfin, l'augmentation du nombre de phases pourrait finalement rendre la totalité du système moins fiable structurellement (augmentation de la probabilité d'une panne) du fait d'une complexité accrue mais plus tolérante aux pannes (meilleure fiabilité fonctionnelle).
- L'utilisation d'un grand nombre de pôles permet de travailler à petite vitesse, ce qui permet de les utiliser sur des systèmes éoliens à attaque directe, sans système de réduction de vitesse.
- Enfin l'utilisation des machines multi-unités permet, dans des applications à grande puissance, d'utiliser les convertisseurs de moyenne puissance qui sont beaucoup plus accessibles, surtout en termes de prix. En effet, les phases sont organisées en systèmes triphasés d'enroulements, formant des unités et chaque unité de système triphasé d'enroulements est connectée à des convertisseurs indépendants. Dans ces conditions, la machine peut continuer à fonctionner même si certaines phases sont en défaut. Elles augmentent la tolérance aux défauts car, en cas de défaut d'une des phases d'une unité, c'est cette dernière seule qui est mise hors service, les autres unités peuvent continuer à fonctionner [21]–[25].

Ainsi, dans le cadre de cette thèse, les travaux s'articulent essentiellement autour d'une MS à aimants enterrés, à grand nombre de pôles, bobinée sur plots, polyphasée et multi-unités.

3. Différentes topologies de MSAP polyphasées

Les types de machines synchrones polyphasées sont globalement les mêmes que leurs homologues triphasés. Dans ce paragraphe, différentes catégories structurelles des MSAP polyphasées sont étudiées et comparées. Les structures étudiées concernent à la fois le rotor et le stator.

3.1 Structures statoriques

Nous nous intéressons ici essentiellement au type de bobinage utilisé au stator. Le bobinage d'une machine électrique est un facteur déterminant dans les performances de la dite machine. Quelque soit la méthode de bobinage utilisée, on identifie globalement deux grands types de bobinage : bobinage distribué et bobinage concentrique ou sur plot.

3.1.1 Bobinage distribué

Le bobinage distribué est utilisé dans des applications à grande vitesse, où le nombre de paires de pôles est réduit. Dans ce type de bobinage, on distingue plusieurs topologies :

- Bobinage distribué à pas diamétral (Figure 1.5a et Figure 1.5b) : c'est la topologie la plus simple et souvent utilisée dans les documents pédagogiques. Par contre, l'évolution de sa force magnétomotrice (fmm) est loin d'être sinusoïdale. Pour avoir une évolution qui tende plus vers un sinus, on raccourci le pas du bobinage.
- Bobinage distribué à pas raccourci (Figure 1.5c) : cette topologie est certes plus complexe mais elle permet d'améliorer les performances de la machine, en rendant la forme d'onde de la fmm plus sinusoïdale. Plus le nombre d'encoches par pôle et par phase m^s est important, plus on diminue les ondulations de couple, par contre le bobinage sera plus complexe à réaliser. Le raccourcissement du pas est préféré dès lors que nous avons un minimum de trois encoches par pôle et par phase.

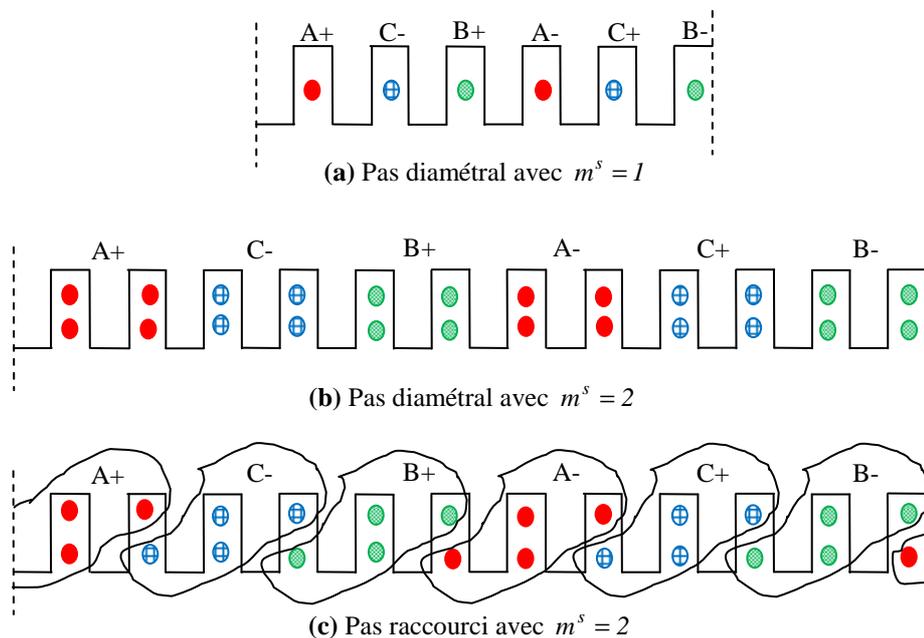


Figure 1.5: Bobinage distribué pour une paire de pôles

3.1.2 Bobinage sur plots

Le bobinage sur plots est souvent utilisé dans des applications à grande puissance, avec un grand nombre de paires de pôles. Dans ce type de bobinage, les bobines sont installées entre deux encoches adjacentes, ce qui mène à une topologie simple sans croisement. Les nombreux avantages qu'offre ce

type de bobinage ont fait de lui l'objet de beaucoup d'intérêt au cours de ces dernières années [26]–[28]. Un des avantages le plus remarquable du bobinage sur plots est le fait que les têtes de bobines sont courtes, comme le montre la Figure 1.6.



Figure 1.6 : Exemple d'un bobinage sur plot [83]

Ce type de bobinage permet aux machines d'avoir :

- ✓ un couple volumique plus élevé, grâce à une structure plus compacte,
- ✓ un rendement plus élevé lié aux pertes Joules moins importantes dans les têtes de bobines,
- ✓ un coût de fabrication moins élevé, à cause de la suppression d'une quantité inutile de cuivre et une aptitude à la réparation et au recyclage plus élevée.

Cependant, malgré ces avantages, ce type de machine ne s'est pas beaucoup développé. En effet, des machines triphasés équipées de cet type bobinage et qui sont directement couplées au réseau électrique présentent de nombreux inconvénients tels que le bruit, les vibrations, le déséquilibre magnétique. C'est l'utilisation de ces machines en vitesse/couple variable avec une alimentation et un contrôle par des dispositifs électronique de puissance qui permet leur développement. Ce type de machine a un contenu harmonique riche [29]–[31]. Pour mettre à profit les nombreux avantages qu'offre le bobinage sur plots, il faut donc faire un choix adéquat. Il est important de choisir la combinaison nombre d'encoches/nombre de pôles le plus intéressant, ayant un impact réduit en termes de parasites. Dans le cas du bobinage sur plots, il existe deux cas de figures :

- ✓ bobinage à simple couche : lorsqu'une seule bobine se trouve dans une encoche, autrement dit lorsqu'une dent sur deux est bobinée, comme le montre la Figure 1.7a,
- ✓ bobinage à double couche : lorsque deux bobines différentes se trouvent dans la même encoche. Dans ce cas de figure, toutes les dents sont bobinées, comme le montre la Figure 1.7b.

Des comparaisons structurelles et fonctionnelles ont été faites entre ces deux configurations de bobinage sur plots. Le bobinage à simple couche est préférable d'un point de vue fabrication et fonctionnalité mais, lorsqu'on veut un contenu harmonique moins riche, le bobinage double couche est préférable [29]–[34]. C'est pour cette raison que l'arrangement à double couche attire plus d'attention. Toutefois, la séparation physique entre phase dans l'arrangement à simple couche peut être un point fort pour des applications où la tolérance aux pannes d'origine thermique est importante.

Pour choisir une topologie de bobinages d'une MSAP bobinée sur plots, la première étape consiste à choisir une combinaison nombre d'encoches/nombre de pôles. Du choix de cette combinaison découlera la valeur du pas minimal de déphasage, duquel dépendront les facteurs de bobinage pour les différents harmoniques. Ces facteurs ne déterminent pas seulement la valeur moyenne du couple mais aussi la qualité de ce dernier ainsi que l'importance des effets parasites générés. Les effets de ces parasites varient : certains peuvent devenir critiques comme les pertes dans les aimants lorsque la vitesse devient élevée [35]–[39]. D'autres, comme les vibrations mécaniques [36] et le couple de détente, peuvent induire une baisse de qualité. L'impact des harmoniques de denture ainsi que celui du nombre de phases sur les pertes rotoriques dans une MSAP bobinée sur plots sont étudiés dans [40]. À cause de la répartition irrégulière de la fmm, les MSAP à pas fractionnaire bobinées sur plots

introduisent des forces radiales asymétriques, ceci causant des vibrations et du bruit. Les harmoniques de force radiale et l'étude de vibrations dans les MSAP à pas fractionnaire bobinées sur plots sont présentés dans [41]–[44].

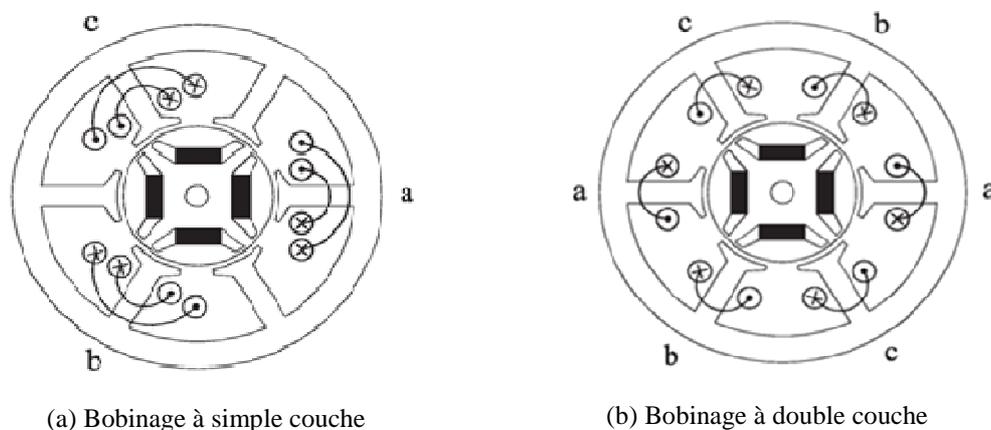


Figure 1.7 : Configurations principales du bobinage sur plot [52]

Pour augmenter les performances de la machine, la réduction, dans une certaine mesure, des harmoniques de fmm de faible rang reste une solution. Plusieurs techniques ont été développées dans le but de réduire ou supprimer certains rangs d'harmonique faible. En décalant certains enroulements spécifiques d'un certain nombre d'encoches, il est possible de réduire des sous-harmoniques, mais on réduit aussi l'amplitude de l'harmonique fondamental, ce qui est gênant. De plus, on peut réduire simultanément les amplitudes de tous les harmoniques si on double le nombre d'encoches statoriques et augmente le bobinage [45]. Le bobinage sur plots à nombre de tours de bobine non uniforme est aussi utilisé [35], [46].

3.2 Structures rotoriques

Il existe globalement deux types de rotor de machines synchrones : le rotor bobiné et le rotor à aimants permanents, ce dernier faisant l'objet de notre étude. Il existe de nombreuses configurations pour l'installation des aimants sur ou dans le rotor comme le montre la Figure 1.8. Ces configurations peuvent être divisées en deux topologies principales : rotor à aimants en surfaces et rotor à aimants enterrés.

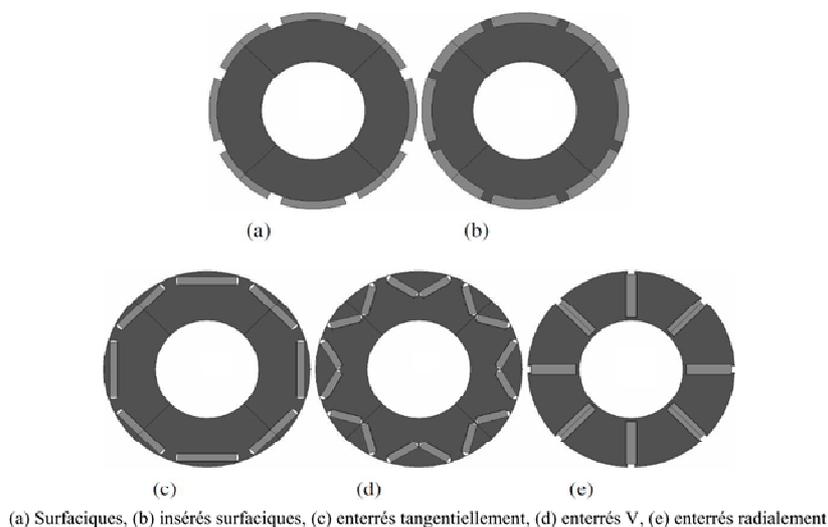


Figure 1.8 : Topologies de rotors à aimants permanents dans les machines électriques [83]

3.2.1 Rotor à aimants en surface (SPM)

En comparaison avec les autres topologies, le rotor à aimants en surface est largement utilisé du fait de sa structure simple, facile à fabriquer, et des méthodologies de conception rapides et bien maîtrisées [47]. De plus, l'absence de saillances magnétiques et l'effet réduit des dents minimisent l'oscillation de couple et facilite grandement la commande. L'inconvénient principal de cette topologie est sa structure magnétique inadéquate pour faire un défluxage efficace. Autrement dit, la région de fonctionnement de la machine en puissance constante est largement limitée avec une topologie à aimants surfaciques [47], [48]. En outre, en grande vitesse, certains dangers liés au fait que les aimants soient fixés sur la surface de rotor (habituellement avec une colle) se produisent, comme une faible robustesse mécanique de la machine et un risque élevé de démagnétiser les aimants en cas d'une grande exigence de défluxage.

3.2.2 Rotor à aimants enterrés (IPM)

Dans ce cas, si les aimants sont complètement enterrés dans le rotor, ils sont bien protégés mécaniquement et magnétiquement [49], [50]. Le fait de placer les aimants à l'intérieur du rotor permet d'utiliser des aimants de forme rectangulaire simple, au lieu de la forme courbée qui est difficile et coûteuse à fabriquer. En outre, certaines configurations d'aimants enterrés (radialement et V) permettent de renforcer le champ magnétique dans l'entrefer en profitant de l'effet de concentration du flux. Cela augmente le couple volumique de la machine du fait d'un effet de concentration de flux, sans que les dimensions du rotor ne soient augmentées.

4. Bobinage à pas fractionnaire

Généralement, la fonction classique d'un bobinage de machine triphasée est la création d'un champ tournant de forme sinusoïdale et d'amplitude élevée. Les bobines bien distribuées dans les encoches sont habituellement la solution pour obtenir une force magnétomotrice sinusoïdale afin de réduire les effets parasites comme des pertes, dus à la présence d'harmoniques d'espace. De plus, cette distribution permet de générer une force électromotrice sinusoïdale permettant d'assurer la qualité de couple dans le cadre d'une alimentation sinusoïdale en courant. Pour conserver un facteur de bobinage élevé, ce type de bobines distribuées est en général réalisé avec un pas égal ou proche du pas diamétral pour lequel, on le rappelle, l'ouverture de chaque enroulement est égale à l'ouverture d'un pôle. Dans le cas du bobinage à pas fractionnaire, il apparaît que les angles d'ouverture d'un enroulement et d'un pôle ne sont plus égaux. Ce degré de liberté supplémentaire par rapport aux distributions classiques des bobines permet d'augmenter la sélectivité du bobinage pour améliorer la qualité de couple et de force électromotrice.

Malheureusement, les différentes ouvertures entraînent également une diminution du facteur de bobinage associé au fondamental. L'effet est une réduction du couple moyen à courant donné par comparaison au cas d'une distribution classique. Par ailleurs, cet avantage obtenu au niveau de la force électromotrice et de la qualité de couple, peut devenir un inconvénient pour les pertes au niveau de la force magnétomotrice qui n'est plus sinusoïdale. Du point de vue des fabricants, les structures avec bobinage concentré autour des dents sont suffisamment efficaces et attrayantes concernant notamment les procédés de fabrication pour être à l'origine de nombreuses recherches concernant le choix de topologies où les phénomènes parasites seront réduits.

4.1 Définition

Si le nombre d'encoches par pôle et par phase m^s d'une machine n'est pas entier, il s'agit d'un bobinage à pas fractionnaire.

$$m^s = N^s / 2 p N_{ph} \quad (1-1)$$

Avec N^s le nombre d'encoches au stator, N_{ph} le nombre de phases statoriques et p le nombre de paires de pôles.

Dans les machines classiques bobinées à pas diamétral, plus les bobines sont distribuées, plus les harmoniques parasites dans les fmm sont supprimés, ce qui impose une valeur entière élevée de m^s et

donc au final un nombre élevé d'encoches. Cette condition (m^s valeur entière) n'est pas nécessaire dans le cas du bobinage à pas fractionnaire. Par conséquent, si le nombre d'encoches est prédéterminé (pour des raisons techniques), la plage de choix de nombre de pôles est plus large dans le cas de bobinage à pas fractionnaire.

4.2 Classification et terminologie

Les bobinages peuvent être classifiés suivant le critère du nombre d'encoche par pôle et par phase m^s .

- Pour les bobinages distribués : chaque bobine est installée dans deux encoches non-adjacentes. Il est donc aisé d'allonger le pas de bobine et donc possible de travailler avec m^s entier.
- Pour les bobinages sur plots : chaque bobine est alors installée dans deux encoches adjacentes, ce qui réduit radicalement le pas de bobine. Ainsi, un arrangement efficace de bobinage sur plots impose une structure à pas fractionnaire avec $m^s < 1$. Le bobinage sur plots est donc un bobinage à pas fractionnaire.

4.3 Paramètres structurels

Une structure de bobinage à pas fractionnaire peut être caractérisée par quelques paramètres essentiels. Contrairement au bobinage à pas entier, la périodicité spatiale t_s de la combinaison nombre d'encoches/nombre de pôles dans le cas du bobinage à pas fractionnaire, n'est pas toujours égale au nombre de paires de pôles p . La Figure 1.9a montre comment, pour le bobinage à pas entier, chaque pôle rotorique voit exactement le même motif d'encoches statoriques, ce qui n'est pas le cas dans le bobinage à pas fractionnaire où il faut traverser une distance correspondant à un certain nombre de pôles avant de revenir sur la même position relative entre les encoches et le champ magnétique créé par le rotor. Cette périodicité spatiale t_s , différente de p dans les machines bobinées à pas fractionnaire, peut être calculée en utilisant l'équation suivante [51], [52] :

$$t_s = PGCD(N^s, p) \quad (1-2)$$

A cette périodicité spatiale, on peut associer un autre paramètre structurel plus concret, intéressant pour la construction du bobinage : le nombre réduit d'encoches N_η^s qui est le nombre d'encoches qu'il faut parcourir avant de revenir à la même situation spatiale relative encoche-pôle [20], [53].

$$N_\eta^s = N^s / t_s \quad (1-3)$$

La mise en évidence de deux périodes spatiales t_s et p au lieu d'une seule permet de comprendre que, pour un bobinage à pas fractionnaire, la connaissance de la configuration spatiale du bobinage sous une paire de pôles ne suffit pas à en déduire les tensions induites aux bornes d'une phase. L'étude d'un bobinage à pas fractionnaire est donc complexe. Tout au long de nos développements, des représentations graphiques seront faites dans le but d'avoir une vue beaucoup plus synthétique de notre raisonnement. L'utilisation d'un bobinage à pas fractionnaire a élargi l'étendue du choix de combinaisons encoches/pôles, en enlevant la contrainte de valeur entière du pas. Mais, parmi les combinaisons à pas fractionnaire, seulement certaines configurations sont faisables. En effet, il faut que le bobinage de cette combinaison soit faisable et contienne des bobines symétriques pour créer un champ magnétique tournant en utilisant l'alimentation classique par des courants identiques déphasés régulièrement entre eux. La faisabilité d'un bobinage impose que chaque phase soit composée d'un nombre entier de bobines où 2 encoches sont nécessaires pour installer chaque bobine (en cas de double couche de bobinage seulement une simple encoche est nécessaire car chaque encoche est partagée par deux bobines).

Malgré les avantages que peuvent offrir les MSAP bobinées sur plots à pas fractionnaire, celles-ci contiennent beaucoup d'harmoniques de fmm dont les amplitudes dépendent de la combinaison nombre d'encoches/nombre de pôles. Les auteurs de [54] font une étude des effets de la combinaison nombre d'encoches/pôles ($N^s / 2p$) sur la fmm et sur les pertes au rotor. Ils font l'étude de machines 30/4, 30/16 et 30/32. Il n'existe pas de sous-harmoniques de fmm dans les configurations où le nombre de paires de pôles est égal à la période spatiale $p = t_s$ [55], ce qui est le cas de la configuration 30/4. Les deux autres configurations contiennent des sous-harmoniques. Ils ont aussi montré que la

combinaison 30/32 génèrait plus de pertes au rotor que les autres configurations. C'est l'une des raisons pour lesquelles les configurations $N^s > 2p$ sont plus courantes que celles avec $N^s < 2p$. L'utilisation des configurations $N^s < 2p$ nécessite une attention particulière au niveau du rotor, qui doit être dimensionné pour supporter le supplément de pertes.

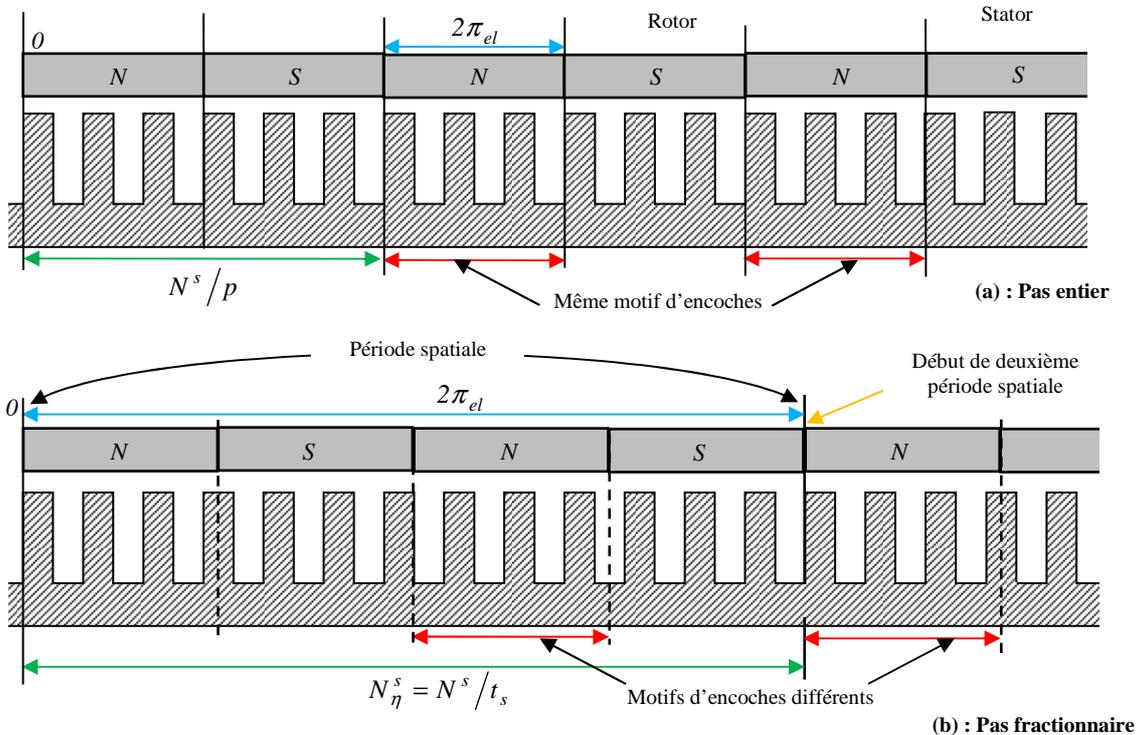


Figure 1.9 : Différence structurelle des encoches et des pôles entre les bobinages à pas fractionnaire et à pas entier

5. Pertes rotoriques et harmoniques spatiaux de fmm

Dans les machines électriques tournantes, il est important de quantifier et d'analyser les pertes rotoriques dans le fer et les aimants. Si le système de refroidissement n'est pas adapté, il est difficile d'évacuer la chaleur du rotor. Cela peut engendrer l'augmentation de la température de la machine et conduire à la démagnétisation partielle ou totale des aimants et donc à une défaillance de la machine [56].

Dans une machine synchrone, les pertes rotoriques sont dues à la variation d'induction magnétique dans le rotor. Selon leur origine, ces pertes peuvent être classifiées en deux catégories principales :

- pertes par l'effet de la denture, liées à la variation du flux rotorique dans le rotor à cause de la perméabilité variable de l'entrefer. Ce genre de pertes dépend principalement de la forme de circuit magnétique du stator et du rotor avec par exemple, la forme des dents et la configuration des aimants dans le rotor (enterrés ou surfaciques). Ainsi, des points de vue différents sont présentés dans la littérature concernant ces pertes : certains auteurs les estiment négligeables, d'autres considèrent qu'elles devraient être prises en compte [40], [57], [58].
- pertes induites par le bobinage statorique. Elles dépendent de la topologie de bobinage et des harmoniques du courant d'alimentation.

Dans les machines synchrones, le fondamental du champ magnétique tournant évolue dans l'entrefer à la même vitesse que le rotor. Donc, si ce champ statorique contient uniquement ce fondamental, il n'y aura pas des pertes induites dans le rotor suite à l'absence du mouvement relatif

entre le champ statorique et le rotor. En pratique, la fmm comprend, en plus du fondamental, d'autres harmoniques asynchrones avec le rotor qui produisent des pertes. Ne contribuant pas au couple, ces harmoniques qu'on qualifiera de parasites, peuvent être classifiés en deux groupes :

- harmoniques de temps, associés aux harmoniques du courant d'alimentation qui résultent d'harmoniques parasites résultants de la commande en MLI. En choisissant une fréquence de commutation MLI élevée par rapport à la fréquence maximale du courant, ces harmoniques seront mieux filtrés. En pratique, on met souvent un filtre à l'entrée de la machine.
- Harmoniques d'espace, liés à la topologie de bobinage, car les encoches du stator imposent des positions angulaires non-continues pour le placement des enroulements. Par conséquent, la fmm prend une forme d'escalier qui contient des harmoniques parasites asynchrones avec le rotor.

Dans le cadre d'un modèle simple de fonctionnement d'une machine synchrone, le rotor, tournant à la vitesse de synchronisme, est soumis uniquement à un champ magnétique constant et peut donc être massif contrairement au stator dont la partie ferromagnétique est feuilletée. Ce modèle est acceptable tant que les effets des harmoniques du champ magnétique sont négligeables. Ces effets sont en premier lieu une augmentation des pertes et donc une diminution du rendement. L'augmentation des pertes peut également induire une augmentation des températures, notamment celles du rotor. Pour que les effets des pertes rotoriques soient acceptables, il faut d'une part que les constituants du rotor supportent les températures atteintes et, d'autre part, que les dégradations des performances en couple de la machine soient acceptables. Dans le cas de machine à rotor bobiné, il faut veiller à rester en dessous des températures maximales que supportent les isolants (240°C sont possible actuellement) du bobinage rotorique. Il faut également, par un réglage du courant d'excitation, maintenir le niveau de champ magnétique souhaité. Par conséquent, le dimensionnement thermique, défini au courant nominal, doit pouvoir être suffisant. On notera néanmoins que le processus de pertes de fonctionnalité de l'isolant d'un bobinage électrique peut être progressif et surtout réversible (pouvoir auto-cicatrisant) lorsque la température retrouve des niveaux plus habituels pour la machine. Dans le cas d'une machine à aimants permanents au rotor, les impacts d'une augmentation de la température des aimants peuvent être plus critiques car menant à des processus irréversibles d'aimantation même si les durées de fonctionnement à températures élevées sont courtes [56]. La sensibilité des aimants à la température varie selon le type de matériau (Néodyme, Cobalt...). Mais, dans tous les cas, la variation des caractéristiques magnétiques due à la température croissante va dans le même sens : celui d'une dégradation.

L'objectif de NPH est de développer une éolienne efficace, performante, abordable avec un impact significatif sur les émissions de CO₂. C'est la raison pour laquelle NPH a opté pour une architecture en lacet, sans variation de pas d'hélice et sans boîte de vitesse. Pour atteindre ces objectifs, NPH passe aussi par l'utilisation d'une machine synchrone assez spécifique de par sa construction. L'objectif de ce travail est de caractériser cette machine et d'en étudier certains modes de fonctionnement.

Chapitre 2 : Description de la structure de Nénuphar

Le système éolien de NPH présenté à la Figure 1.10 est un prototype de 2 MW à axe vertical, conçu pour être installé en mer sur flotteurs. C'est un système en lacets, sans variation de pas d'hélice et sans boîte de vitesse. Le prototype éolien, terrestre dans un premier temps, est équipé d'un alternateur synchrone à aimants permanents et à prise directe. Ce dernier dispose d'un circuit magnétique qui comprend 96 dents statoriques et 104 pôles rotoriques.

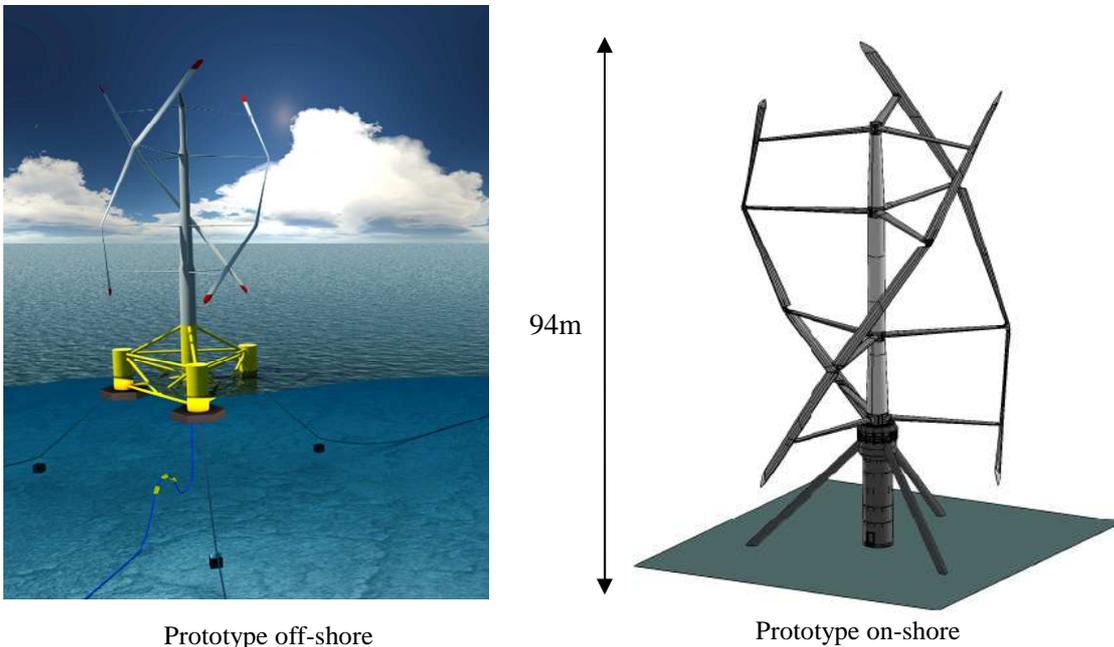


Figure 1.10 : Prototypes éoliens offshore et on-shore de NPH

En prenant en compte les flotteurs, le système a une hauteur de 100m. Équipé d'un système d'ancrage au sous sol marin, il est conçu pour être installé en eau profonde, jusqu'à 100 m, là où les éoliennes offshore sur pieds scellés dans le sous sol marin sont limitées à des profondeurs de 30 mètres.

1. Technologie des pâles et structure du pylône

Le système est constitué de trois pâles qui sont quasi-hélicoïdales, avec une seule partie en rotation (le mat). Chaque pale est constituée de trois sections droites inclinées ; chacune d'elle est fixée sur les entretoises qui les relient au mat, comme le montre la Figure 1.11a.

Le pylône est présenté à la Figure 1.12. Il est constitué de trois parties : le piédestal, la partie intermédiaire et la base.

- Le piédestal est essentiellement constitué de l'alternateur à prise directe, d'un disque de frein et d'un système de verrouillage du rotor. Il a été conçu pour être assemblé en atelier avant d'être monté sur le pylône.
- La partie intermédiaire contient les convertisseurs, les systèmes de sécurités, le système de ventilation...
- La base sert essentiellement d'accès aux autres parties du pylône.

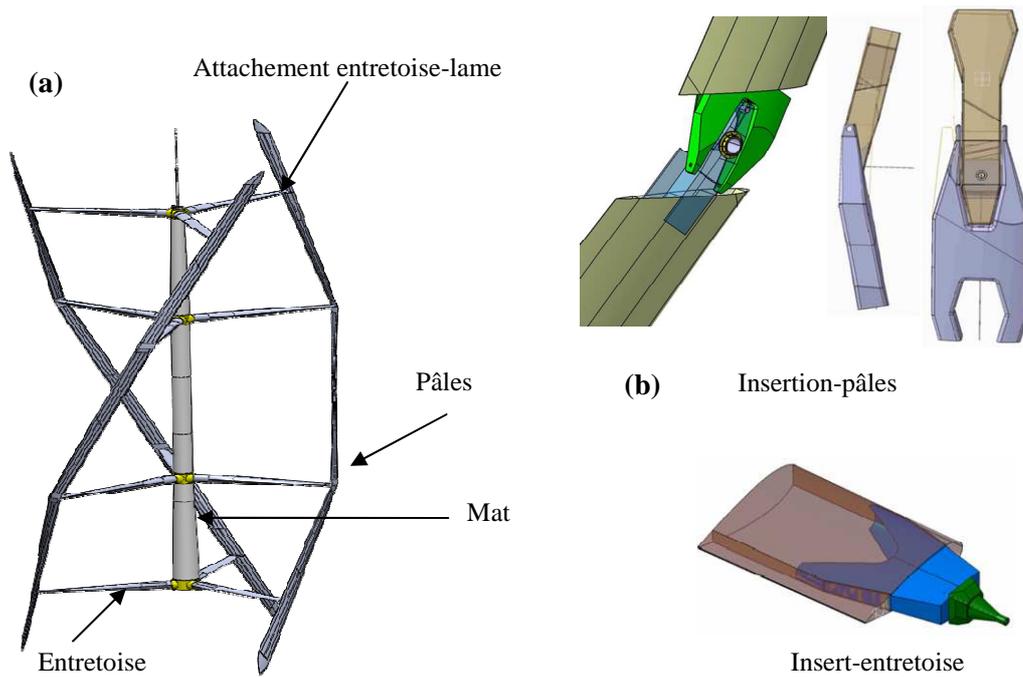


Figure 1.11 : Système de pâles de NPH

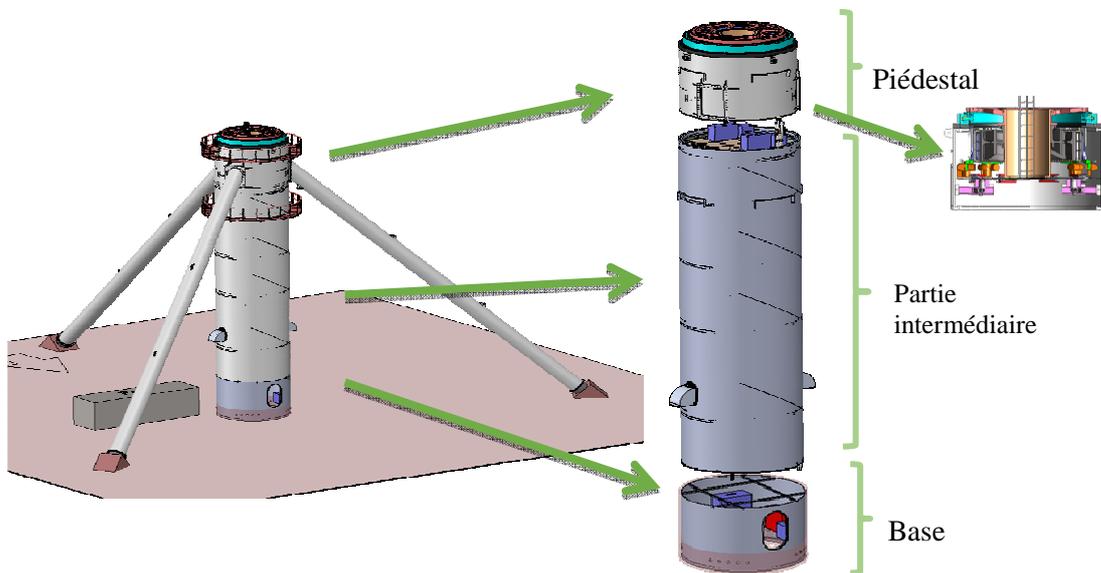


Figure 1.12 : Pylône du prototype one-shore NPH

La partie qui retient le plus notre attention est l'alternateur, dont la description est faite dans le paragraphe suivant.

2. Description de l'alternateur

L'alternateur NPH est une machine synchrone à aimants permanents à prise directe. La Figure 1.13 montre la mise en œuvre de l'alternateur dans le pylône. Les principaux composants sont le stator, une structure d'accompagnement, le palier, l'arbre du générateur et la roue du rotor de l'alternateur.

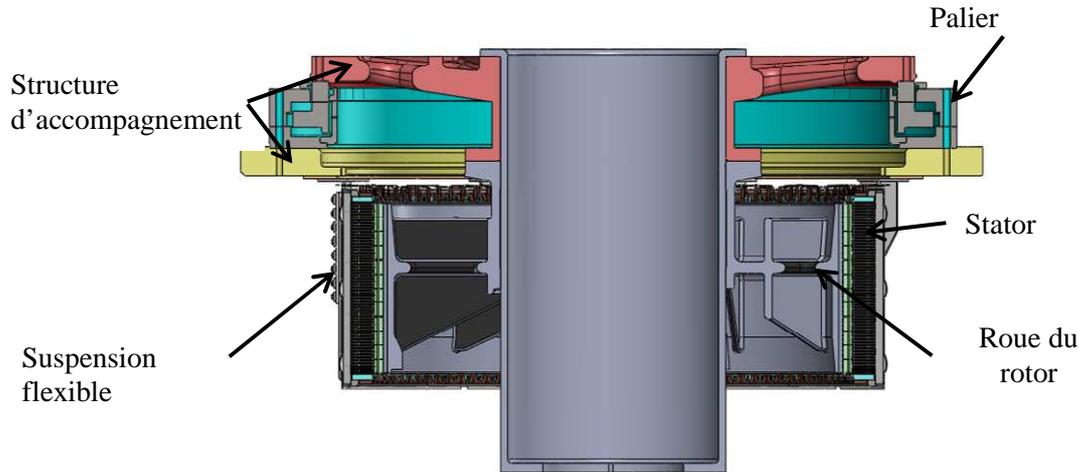


Figure 1.13 : Principaux composants de l'alternateur NPH

Les principales dimensions et caractéristiques de l'alternateur sont présentées dans le Tableau 1.1.

Tableau 1.1

Paramètres	Symboles	Unités	Dimensions
Longueur active du circuit magnétique	L	m	1.2
Rayon moyen d'entrefer	R	m	1.6995
Diamètre extérieur statorique	D_{ext}^s	m	3.724
Diamètre extérieur rotorique	D_{ext}^r	m	3.396
Nombre total d'encoches statoriques	N^s		96
Nombre total de pôles rotoriques	N^r		104
Nombre de tours par bobine	n^s		17
Nombre de phases totales statoriques	N_{ph}		24
Vitesse nominale	N	tr/min	14

2.1 Bobinage

Le stator de la machine est constitué de 24 enroulements élémentaires bobinés sur plots et régulièrement répartis. À la base, on dispose de groupes (groupe A et B) de deux bobines comme le montre la Figure 1.14. Un enroulement élémentaire est constitué de quatre bobines de n^s tours chacune, montées sur quatre dents adjacentes. Les quatre bobines d'un enroulement sont obtenues par la mise en série d'un groupe A et B de bobines, comme le présente la Figure 1.15a. La Figure 1.15b montre un enroulement avec ses bornes d'entrée et de sortie.

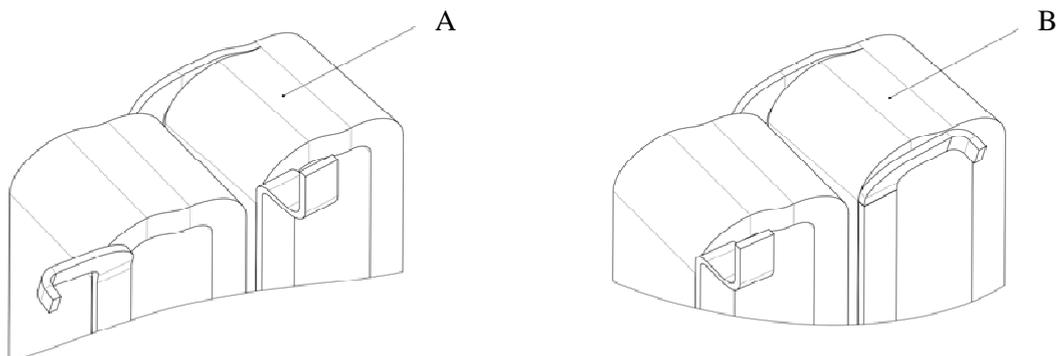


Figure 1.14

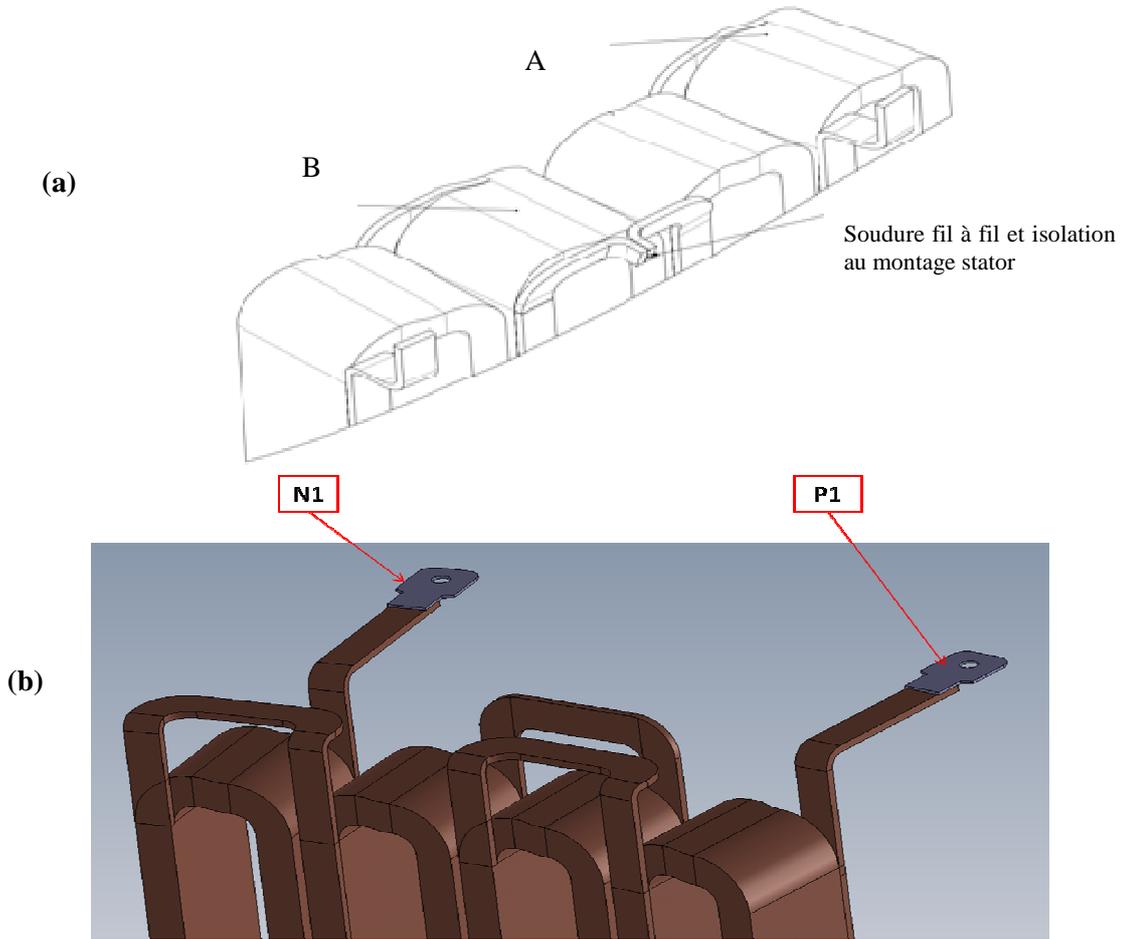


Figure 1.15 : Quatre bobines adjacentes d'un enroulement élémentaire

Les bobines d'un enroulement élémentaire sont connectées en série avec une inversion du sens de bobinage. Cette inversion a une double fonction :

- d'abord, elle permet de créer un champ tournant à une fréquence fondamentale choisie,
- ensuite, elle offre des facilités de réalisation de deux bobines simultanément.

Cet enroulement élémentaire est repéré par les étiquettes N et P comme le montre la Figure 1.15; ces lettres désignent respectivement la connexion du neutre et l'entrée de la phase. L'indice 1 fait référence au premier enroulement élémentaire. L'association de trois enroulements consécutifs permet de constituer sur 12 encoches un premier système triphasé d'enroulements. Les 24 encoches qu'occupent un quart de la machine contiennent donc deux bobinages triphasés d'enroulements dont nous étudierons les possibilités de connexion.

Ce choix du nombre d'encoches statoriques s'explique par le nombre de pôles rotoriques. En effet, avec 104 pôles rotoriques, le quart du rotor comporte 13 paires de pôles. En référence aux définitions du précédent chapitre, la relation (1-2) permet de calculer la période spatiale associée à cette machine. Il vient $t_s = PGCD(96,104) = 4$. Ainsi en se référant à l'expression (1-3), le nombre réduit d'encoches statoriques vaut $N_\eta^s = N^s / t_s = 24$ et le nombre réduit de pôles rotoriques vaut $2p_\eta = 26$. En conséquence, le quart de machine s'identifie à $2\pi_{el} = 24p_d^s = 26p_d^r$ où p_d^s et p_d^r représentent respectivement un pas dentaire statorique et un pas polaire rotorique. En conséquence, sur un motif, qui correspond au quart de machine, les six enroulements élémentaires sont physiquement disposés

comme le montre la Figure 1.16. Ces six enroulements peuvent être connectés de différentes manières, de façon à produire un champ tournant dans l'entrefer.

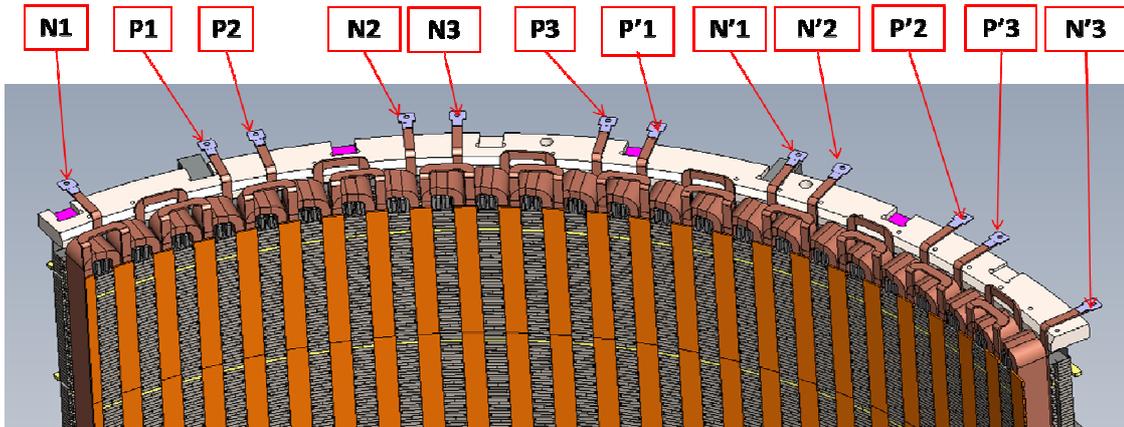


Figure 1.16 : Détails des positions des bornes sur un quart de l'alternateur

L'ensemble des 24 enroulements est réparti en groupes de systèmes triphasés d'enroulements de manière à les raccorder aux convertisseurs comme le montre la Figure 1.17 où, CVT1 et CVT2 sont constitués de deux convertisseurs chacun. Le système électronique de puissance est donc constitué de quatre convertisseurs : chaque convertisseur est connecté à deux systèmes triphasés d'enroulements de la machine.

L'analyse sera réalisée sur $2\pi_{el}$, donc sur le quart de machine, en supposant que ce qui se produit, d'un point de vue électrique et magnétique, sur les 3 autres motifs se répète à l'identique à ce qui va être défini sur le premier. Le développement des expressions généralisées facilitera le passage d'un motif à l'autre d'une part et, d'autre part la prise en compte de la machine complète. Avec une telle machine, dotée de ce type de bobinage sur plots, plusieurs associations des différents enroulements élémentaires sont possibles :

1) la première configuration (Conf.1) consiste à considérer deux systèmes triphasés d'enroulements pouvant être mis en parallèle ou en série. L'ordre des phases (1, 3, 2) ne suit pas la position physique des enroulements élémentaires, comme le montrent le Tableau 1.2 et la Figure 1.18. Dans ce tableau, le signe "-" indique une inversion des bornes N et P par rapport au premier enroulement. NPH a opté pour cette configuration avec la mise en parallèle des phases 1 et 1', 2 et 2', 3 et 3' des deux systèmes triphasés d'enroulements. Cette configuration NPH est celle que nous notons Conf.1.

2) la seconde configuration (Conf.2) est presque identique à la précédente : seules les connexions changent. En effet, les phases sont considérées dans le même ordre que leur placement physique (Figure 1.19).

3) La troisième configuration (Conf.3) est une configuration hexaphasée. Il s'agit de considérer chaque enroulement comme une phase afin de former un système équilibré à six phases sur le quart de machine. Ceci est illustré sur la Figure 1.20.

Dans la suite, nous analyserons l'impact des deux premières configurations sur le comportement magnétique de la machine. L'étude de la Conf.3 revient à celle de la Conf.2. En effet, dans la Conf.3 on a : $i_1^s = i_4^s$, $i_2^s = i_5^s$ et $i_3^s = i_6^s$. L'unique différence qui existe entre la Conf.2 et 3 est la mise en série des enroulements dans la Conf.2.

Tableau 1.2 : Considération des phases électriques

Enroulements physiques	Phases électriques	Systèmes triphasés
1	1	Premier système triphasé
2	-3	
3	2	
4	-1	Deuxième système triphasé

Description de la structure de Nénuphar

5	3	
6	-2	

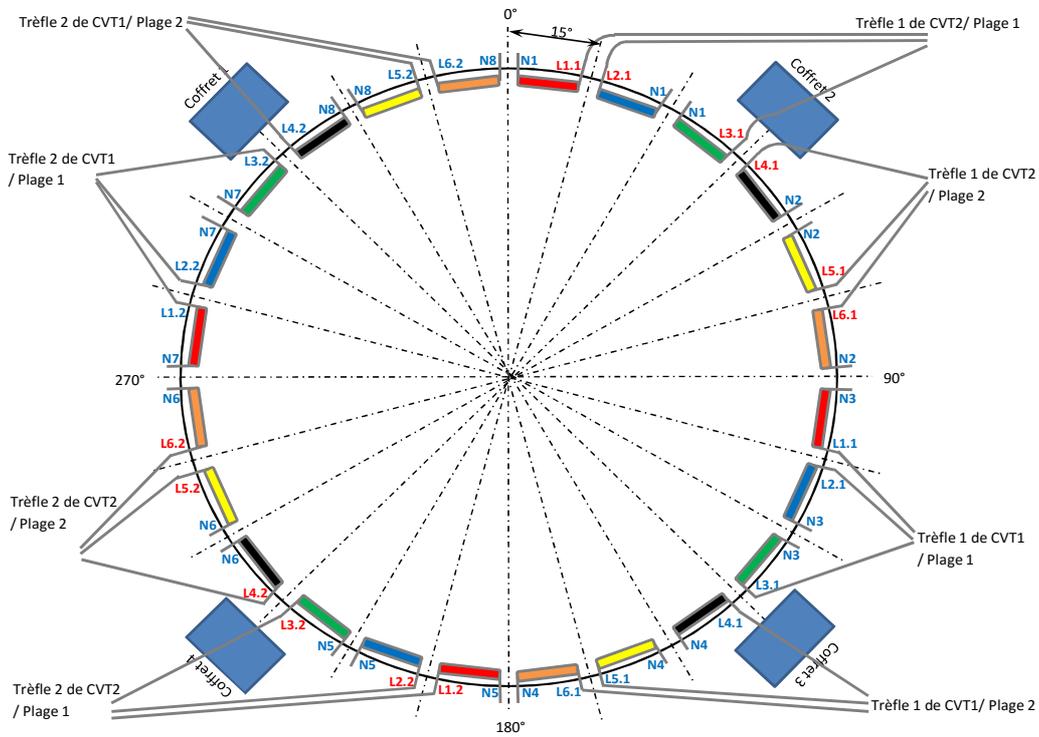


Figure 1.17 : Raccordement Alternateur convertisseurs

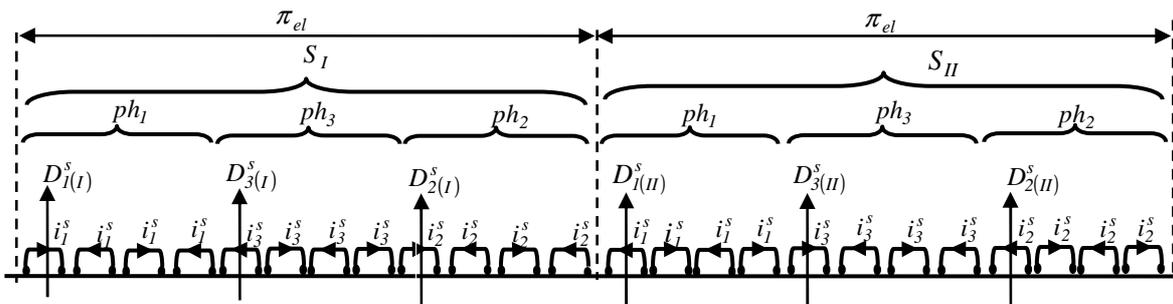


Figure 1.18 : Configuration NPH (Conf.1)

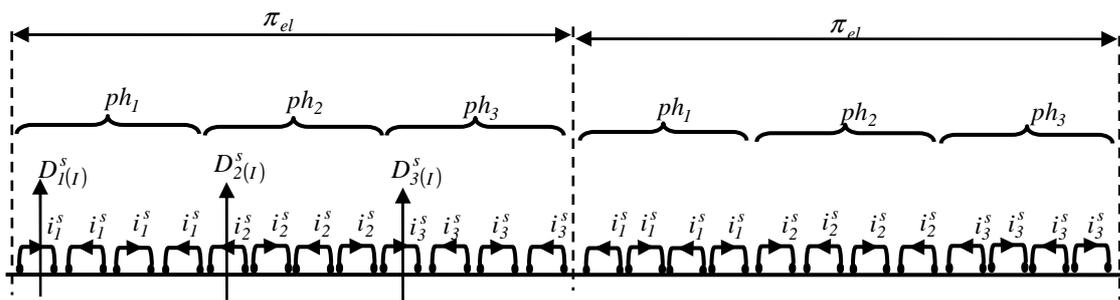


Figure 1.19 : Configuration 2

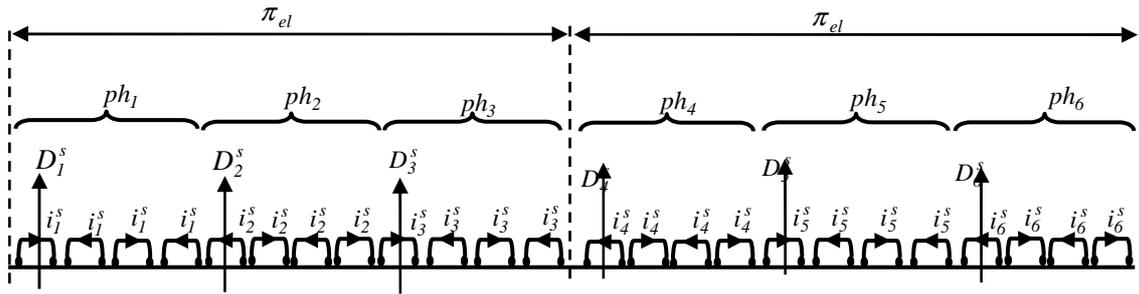


Figure 1.20 : Bobinage de la configuration 3

2.2 Description de la structure du rotor

Le rotor de la machine est à aimants permanents ; ils sont assemblés sur une pièce polaire. Les aimants, de type Néodyme-Fer-Bore (NdFeB), sont de forme parallélépipédique, comme le montre la Figure 1.21. L'utilisation du NdFeB est préférée dans les grandes machines où la performance et la densité de puissance sont des caractéristiques très importantes [59], ce qui est le cas de la machine étudiée.

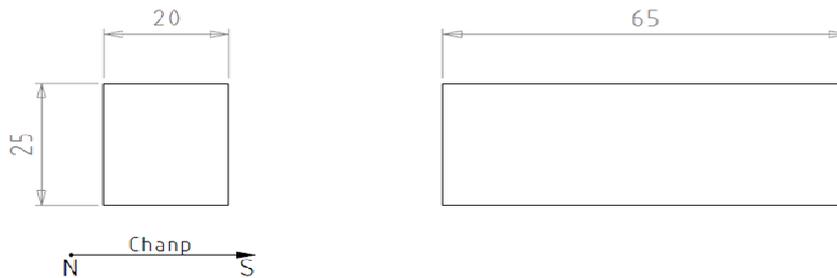


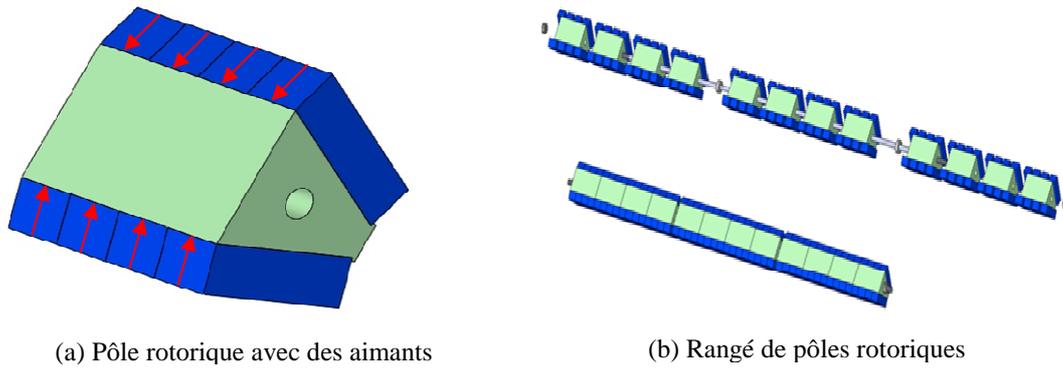
Figure 1.21 : Forme des aimants

Le Tableau 1.3 présente les caractéristiques des aimants.

Tableau 1.3 : Caractéristiques des aimants

Matériel		NdFeB
Grade		38-H/S
Température maximale	T_a	120°C (conception faite pour $T_a < 80^\circ\text{C}$)
Hauteur	h_a	25 mm (perpendiculaire à l'aimantation)
Longueur	L_a	65 mm (perpendiculaire à l'aimantation)
Épaisseur	l_a	20 mm (parallèle à l'aimantation)

Les aimants sont protégés contre la corrosion par une couche de protection époxy et ils sont magnétisés avant d'être collés sur les pièces polaires. Un pôle (Figure 1.22a) est constitué d'une pièce polaire sur laquelle sont collés les aimants avec, en rouge, le sens de l'aimantation. Les pôles sont regroupés en rangées par le biais d'une barre comme le montre la Figure 1.22b. La Figure 1.23 montre la roue polaire avec les rangées d'aimants insérées dans les encoches rotoriques. La caractéristique $B(H)$ des aimants utilisés est présentée à la Figure 1.24. Les aimants de la machine NPH sont dimensionnés pour fonctionner à une température strictement inférieure à 80°C (Tableau 1.3). En considérant une température de 60°C et en se référant à la Figure 1.24, l'induction rémanente associée vaut $B_r = 1.22\text{T}$. L'étude des phénomènes électromagnétiques générés par le rotor, présentée dans la deuxième partie de ce mémoire, est faite sur la base de cette caractéristique.



(a) Pôle rotorique avec des aimants

(b) Rangé de pôles rotoriques

Figure 1.22

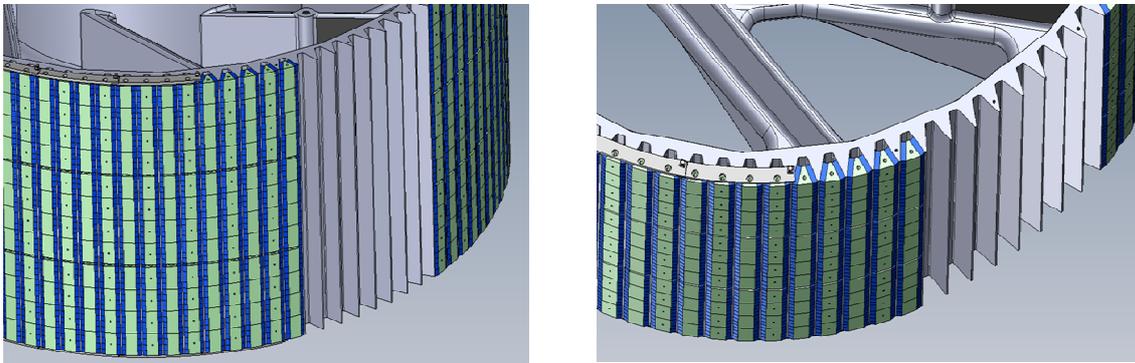


Figure 1.23 : Armature rotorique avec les rangées d'aimants

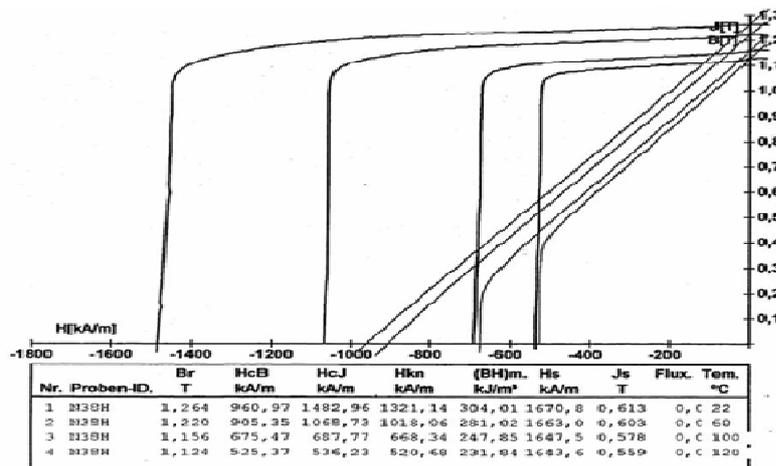


Figure 1.24: Courbes B(H) des aimants de la machine NPH [84]

La partie suivante se consacre à la modélisation analytique de la machine NPH. Elle présente l'étude des phénomènes électromagnétiques, aboutissant à la modélisation de l'induction d'entrefer. Cette expression d'induction d'entrefer permet par la suite, la caractérisation des différents paramètres importants de la machine.

**Partie 2: Modélisation analytique et étude des phénomènes
électromagnétiques**

Il existe plusieurs méthodes de modélisation des machines électriques. Toutes ces méthodes peuvent être regroupées en deux grandes familles : la modélisation analytique et la modélisation numérique [60], [61]. La modélisation analytique nécessite de poser certaines hypothèses de travail qui conduisent à des résultats pouvant être moins précis. Toutefois, elle permet de mettre en évidence les origines et les propriétés de certains phénomènes. La modélisation par éléments finis nécessite moins d'hypothèses et permet de considérer un modèle plus fin, plus proche de la géométrie réelle et en considérant certaines propriétés des matériaux comme les non linéarités. Les résultats sont plus précis, mais il est plus difficile de déterminer les causes des phénomènes. D'autre part, la résolution des problèmes nécessite des temps de calcul qui peuvent vite devenir assez conséquents.

Les phénomènes magnétiques qui se produisent dans l'entrefer ont une influence prépondérante sur les caractéristiques des machines. Le but de cette partie est de présenter la démarche conduisant aux expressions analytiques de l'induction d'entrefer de la machine étudiée. La méthode utilisée est celle proposée par J.F. Brudny dans son mémoire intitulé « Étude quantitative des harmoniques du couple du moteur asynchrone triphasé d'induction » [62]. Nous étendons cette méthode dédiée aux machines asynchrones pour l'adapter à la machine NPH. L'étude de l'induction d'entrefer passe par celles de la perméance d'entrefer et de la fmm. La principale difficulté de ces calculs se situe au niveau de la détermination de l'expression analytique de la perméance d'entrefer qui repose essentiellement sur la géométrie des encoches de la machine en prenant en compte la position du rotor par rapport au stator.

Dans une machine électrique saine, le contenu harmonique de l'onde d'induction est dû à des perturbations extérieures engendrées par l'alimentation et à la machine elle-même. Cette dernière cause est essentiellement due à la distribution des conducteurs, aux effets de dentures, à la saturation du circuit magnétique... En ne considérant que les harmoniques causés par la technologie de conception de la machine, ceux-ci peuvent influencer la machine d'une manière considérable en termes de vibrations, de bruit, de pertes fer.

Le travail présenté dans cette partie est essentiellement analytique : nous y détaillons les formulations analytiques permettant de déterminer les caractéristiques électromagnétiques de la machine NPH. Le chapitre 1 présente, d'une manière détaillée, la modélisation de la perméance d'entrefer de l'alternateur NPH. L'étude des fmm ainsi que leurs contenus harmoniques d'espace sont développés dans le deuxième chapitre. Le chapitre 3 se consacre à l'étude de l'induction d'entrefer de la machine.

Chapitre 1 : Étude de la perméance d'entrefer

La connaissance détaillée de la distribution du champ dans l'entrefer est très importante dans l'étude des machines électriques, notamment pour déterminer les forces électromotrices, le couple... Même s'il est possible de déterminer de manière précise le champ d'entrefer par la méthode élément finis [63], les calculs numériques sont généralement chronophages. La méthode analytique permet de répondre à ce problème [61].

Les modélisations analytiques se basent sur deux grandeurs dont le produit conduit à l'expression de l'induction d'entrefer : la force magnétomotrice (fmm) et la perméance d'entrefer par unité de surface. En effet, exprimer directement l'induction dans l'entrefer est trop complexe pour des entrefers dont la géométrie présente des saillances ou lorsque les phénomènes plus fins, liés à la denture par exemple, sont à prendre en considération. Modéliser finement l'entrefer en tenant compte des dents et des encoches a ainsi permis de mettre en exergue certains phénomènes autrefois qualifiés de « secondaires » et qui aujourd'hui sont des préoccupations importantes, comme les pertes, les vibrations d'origine magnétique et le bruit acoustique qu'elles engendrent. Ce fut particulièrement le cas en 1992 avec les travaux de J-F Brudny dont la modélisation analytique de la perméance d'entrefer des circuits magnétiques à petites dents a permis de mettre en lumière la résonance de denture [62], [64].

De nombreuses études ont, par la suite, exploité cette relation au sein du Laboratoire Systèmes Électrotechniques et Environnement (LSEE) [65], [66], mais aussi en dehors, comme l'élaboration du logiciel DIVA au L2EP [67], [68].

L'objectif de ce chapitre est de présenter l'étude de l'évolution de la perméance d'entrefer de la machine NPH. Le cas de l'alternateur NPH est particulier car la géométrie de la machine rend difficilement exploitable la relation établie pour les machines dont la denture peut être considérée à profil rectangulaire, voire trapézoïdal.

Même si les effets de répartition de champs dans les machines synchrones à aimants enterrés (IPM) sont connus, beaucoup de références continuent d'utiliser l'expression de perméance d'entrefer établie et utilisée dans le cas de l'étude des machines classiques [51]. Il s'agit de l'expression

$$A(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\alpha),$$
 où A_k est l'inverse de l'épaisseur d'entrefer. La structure très particulière du rotor de la machine étudiée, avec une structure des aimants en "V", rend particulièrement complexe l'établissement d'une expression générale de perméance d'entrefer, contrairement à ce qui était fait pour les machines traditionnelles. Nous verrons que deux modèles de perméances seront établis selon que l'on considère les effets magnétiques produits par le stator ou ceux engendrés par le rotor.

L'étude est faite en négligeant la saturation et en supposant les lignes de champs radiales dans l'entrefer. La perméabilité du fer étant supposée infinie, la perméance d'entrefer est fonction de l'inverse de l'épaisseur d'entrefer. Par ailleurs, les lignes de champ n'atteignant pas le fond des encoches et comme nous considérons les lignes de champs radiales, il est nécessaire de considérer des profondeurs d'encoches fictives. Sur les machines traditionnelles, elles sont égales au cinquième de leur ouverture. Cette valeur résulte de travaux réalisés par F.W.Carter [69] en 1901 et repris par la suite par J.Sumec [70]. Étant en présence d'une machine particulière, nous travaillerons dans un premier temps avec les profondeurs réelles et c'est en exploitant les résultats expérimentaux que nous définirons les valeurs fictives associées à considérer.

1. Armatures de la machine NPH

Les armatures statorique et rotorique réelles de la machine NPH sont représentées à la Figure 2.1a. Toutes les dimensions de la machine sont présentées dans le Tableau A.1 de l'Annexe A. La particularité de cette machine repose sur la disposition des aimants, sur des pièces intermédiaires et

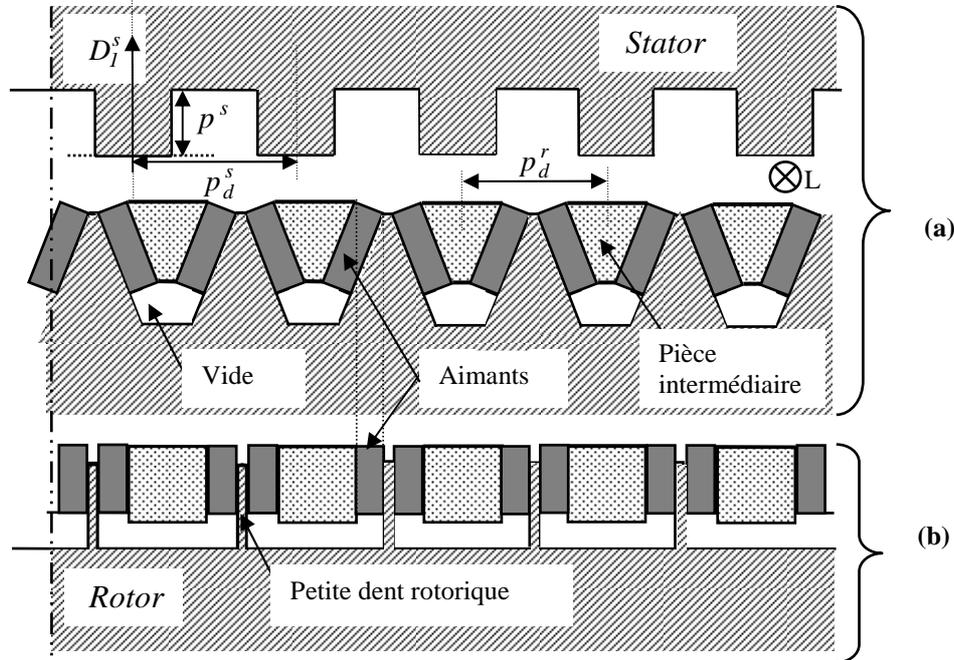


Figure 2.1 : Schéma des armatures de la machines NPH

des zones d'air sous ces pièces intermédiaires. Ce vide sous les pièces intermédiaires permet notamment d'assurer le refroidissement du circuit magnétique de la machine. Ces particularités rendent considérablement complexe la modélisation de la machine. Il s'agit donc de déterminer comment modéliser analytiquement la perméance d'entrefer associée à ce circuit magnétique.

Les périodicités apparaissant au niveau des dents primaires et secondaires conduisent à introduire des échelles d'angles statorique et rotorique p_d^s et p_d^r définies à la page 34 et telles que $p_d^r \equiv 2\pi(r) = 2\pi e_l / 26$ et $p_d^s \equiv 2\pi(s) = 2\pi e_l / 24$.

La géométrie de la machine rend la modélisation des phénomènes magnétiques dans l'entrefer de la machine particulièrement complexe. L'approche que l'on va développer consiste à considérer séparément les effets du stator et du rotor qui donneront lieu à l'établissement de deux modèles de perméance d'entrefer. Le premier concerne la modélisation des effets du rotor seul, le deuxième ceux du stator seul, mais à chaque fois, en prenant en compte la particularité de la géométrie. Les dimensions, ainsi que les valeurs des différents paramètres associés à l'étude effectuée dans cette thèse, sont présentés dans le Tableau A.1 de l'Annexe A.

2. Modélisation des effets du rotor pour la définition d'une perméance Λ^r associée

Le circuit magnétique réel de la machine de NPH est représenté de manière développée à la Figure 2.1a. En effet, les encoches du stator ont un profil rectangulaire et celles du rotor ont un profil trapézoïdal. La denture rotorique n'étant pas conventionnelle et donc complexe à modéliser, des hypothèses sont émises.

2.1 Hypothèses d'étude

Pour cette modélisation des effets du rotor, nous supposons que :

- le stator est non alimenté,

• les aimants sont placés verticalement en ouvrant le "v" par le bas (Figure 2.1b). Cette hypothèse se justifie par le fait que les plots étroits sont légèrement enterrés. En considérant donc le plan développé du rotor de la Figure 2.1b, on peut représenter à la Figure 2.2a les positions de deux aimants localisés autour de la petite dent rotorique ainsi que leurs polarités, le stator étant considéré lisse pour cette représentation.

• La Figure 2.2b présente la schématisation de cette structure en considérant que l'excitation équivalente est produite par deux bobines fictives parcourues par des courants dont les sens de circulation sont précisés sur cette figure.

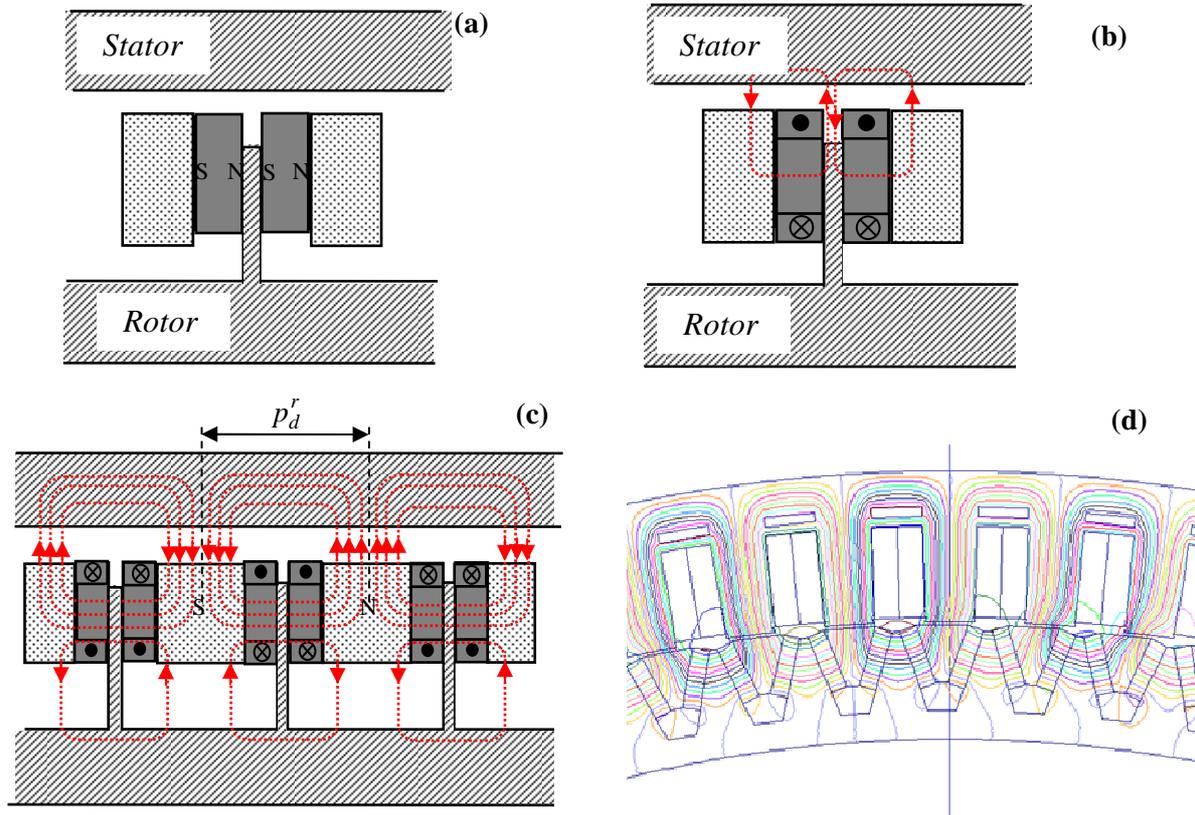


Figure 2.2 : Répartition des lignes de champ

2.2 Simplification de la géométrie

Telle qu'on l'a considéré à la Figure 2.1, le circuit magnétique conduit à une circulation du flux à travers les pièces intermédiaires, les petites dents, la culasse, les entrefers, le vide sous les pièces intermédiaires. La Figure 2.2d, obtenue par simulation éléments finis, en ne tenant compte que des effets des aimants, vient confirmer une telle répartition.

Si la réductance équivalente du circuit extérieur vue par chacune des bobines équivalentes est la même, le flux résultant dans la petite dent (voir Figure 2.2b) est nul. Cela conduit au tracé des lignes de champ présentées à la Figure 2.2c qui met en relief le principe de la concentration de flux et aussi reflète le résultat obtenu par éléments finis donné à la Figure 2.2d. On voit sur la Figure 2.2d que le flux ne s'établit pas dans l'entrefer en face de la petite dent rotorique. Ceci n'est pas évident car la carte proposée présente le cas des pièces intermédiaires presque toutes alignées avec les dents statoriques. En réalité, en certaines positions, les dents statoriques se trouvent, totalement ou partiellement, en face des petites dents rotoriques qui, même si elles sont légèrement enterrées, peuvent véhiculer une partie du champ. Ainsi, si on prend en compte la denture statorique, le modèle devient plus complexe. Il est nécessaire de considérer le réseau de réductances présenté à la Figure 2.3 où le flux généré par les aimants rencontre deux trajets principaux pour sa circulation :

- passer par l'entrefer pour atteindre le fer statorique. Ici le flux créé par chaque aimant passe par la partie représentant la pièce intermédiaire et par la petite dent rotorique pour traverser l'entrefer de la machine.
- ou se refermer par les orifices (le vide) situés sous les pièces intermédiaires (réductances \mathfrak{R}'_v et \mathfrak{R}''_v).

Sur cette figure, l'aimant est modélisé par son schéma équivalent constitué d'un générateur de fmm \mathcal{E}_a^r associé à son impédance interne \mathfrak{R}_a^r . Il est donc nécessaire de considérer deux réductances \mathfrak{R}'_e et \mathfrak{R}''_e pour prendre en considération la denture statorique. Si ces deux réductances sont différentes, la

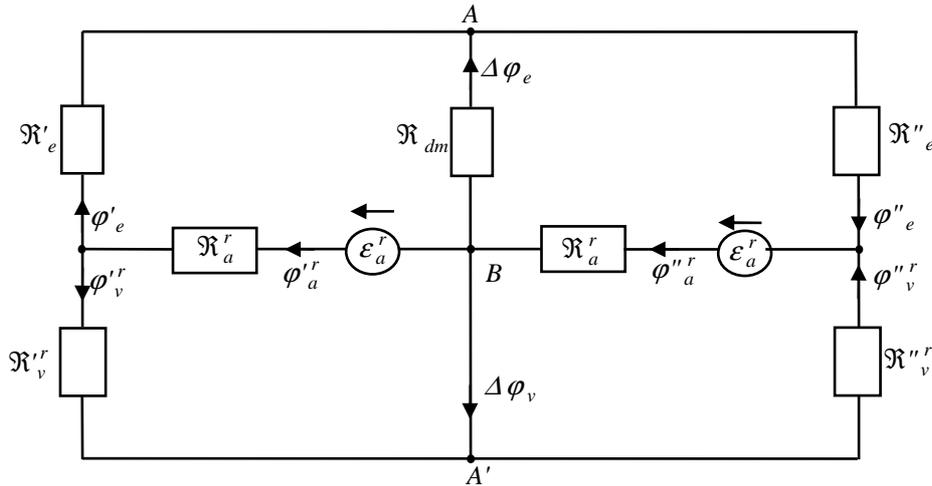


Figure 2.3 : Réseau de réductances vu du rotor

résultante des flux des deux aimants passant par la petite dent n'est plus nulle. Ainsi, le flux résultant pouvant se refermer par la petite dent rotorique, s'il est considérable, générerait un déséquilibre magnétique lié à la différence de réductance présentée par le circuit magnétique extérieur ; déséquilibre qu'il faut considérer si la proportion du flux passant dans la petite dent est grande. La variation du flux dans la petite dent rotorique peut s'étudier en faisant varier la position des dents statoriques par rapport aux dents rotoriques. On limite l'étude à un pas dentaire statorique car les mêmes cas de figure se répèteront sur les autres pas dentaires statoriques. On fait donc varier la position du rotor sur un pas dentaire statorique afin de voir l'évolution des différents flux. Le détail de cette étude est présenté en Annexe B. La Figure 2.4 montre les résultats fondamentaux issus de cette étude : elle présente l'évolution des flux $\Delta\phi_e$, ϕ'_e , ϕ''_e et ϕ'^r_v sur un pas dentaire statorique.

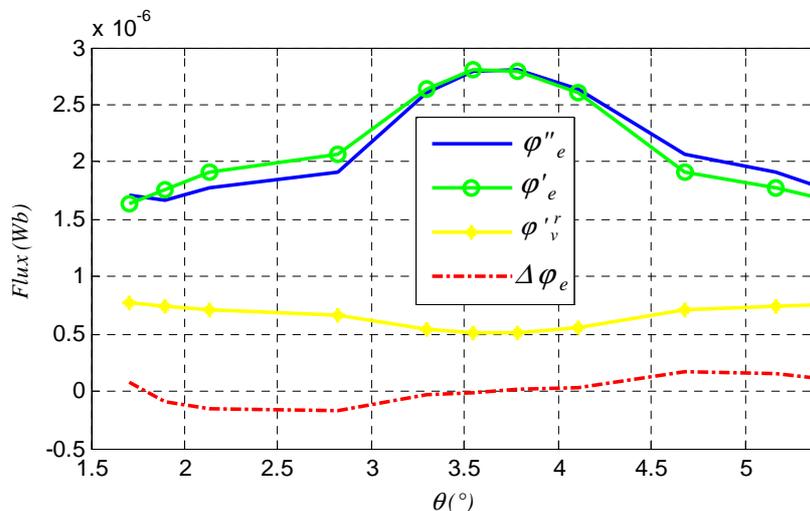


Figure 2.4 : Évolution des différents flux sur un pas dentaire statorique

En prenant comme référence au stator l'axe de la dent statorique et au rotor l'axe du pôle Nord rotorique considéré, le tableau suivant présente, pour différentes positions θ du rotor par rapport au stator, les pourcentages des différents flux par rapport au flux d'entrefer créé par un des aimants.

Tableau 2.1 : pourcentages des différents flux par rapport au flux d'entrefer créé par un des aimants

θ (°)	$\theta_1 = 1.7$	$\theta_2 = 1.9$	$\theta_3 = 2.14$	$\theta_4 = 2.82$	$\theta_5 = 3.3$	$\theta_6 = 3.54$	$\theta_7 = 3.78$	$\theta_8 = 4.12$	$\theta_9 = 4.68$	$\theta_{10} = 5.16$	$\theta_{11} = 5.45$
$\left \frac{\Delta\phi_e}{\phi'_e} \right $ (%)	4.7886	5.3019	7.8013	7.9449	1.3287	0.52973	0.53255	1.3465	8.6306	8.4615	5.5987
$\left \frac{\phi'_v{}^r}{\phi'_e} \right $ (%)	47.0902	42.3223	36.7982	32.3390	20.757	18.2974	18.5111	21.3306	37.0149	41.7598	45.9145

L'analyse de ces résultats montre que :

- le flux $\phi'_v{}^r$ passant par le vide sous les pièces polaires est assez important, jusqu'à 47,1% du flux d'entrefer ϕ'_e dans certaines positions. Dans une machine électrique, le flux principal, encore appelé flux d'entrefer, permet la conversion électromécanique. Ainsi $\phi'_v{}^r$ peut être considéré comme étant des flux de fuite.
- la proportion du flux passant par la petite dent rotorique ($\left| \Delta\phi_e / \phi'_e \right|$), quelque soit la position du rotor, est négligeable. En effet, en considérant le flux ϕ'_e comme référence, pour toute position, $\left| \Delta\phi_e \right| < 9\% \left| \phi'_e \right|$. Ceci revient donc à considérer que le flux généré dans l'entrefer de la machine par le rotor, ne passe que par les pièces intermédiaires que l'on considère comme étant les grandes dents rotoriques. En supposant que la perméabilité des aimants est unitaire, les parties qu'ils occupent sont donc remplacées par du vide. Ainsi, l'armature rotorique retenue est celle de la Figure 2.5. Les aimants du rotor peuvent donc être remplacés par des bobines fictives, enroulées autour des grandes dents que l'on qualifiera de « larges ». Nous noterons N_η^s et N_η^r respectivement le nombre d'encoches stator et rotor sur le quart de machine. η vaut 1 si on travaille sur le quart de machine, 2 sur la moitié, 3 sur le trois quart et 4 sur toute la machine.

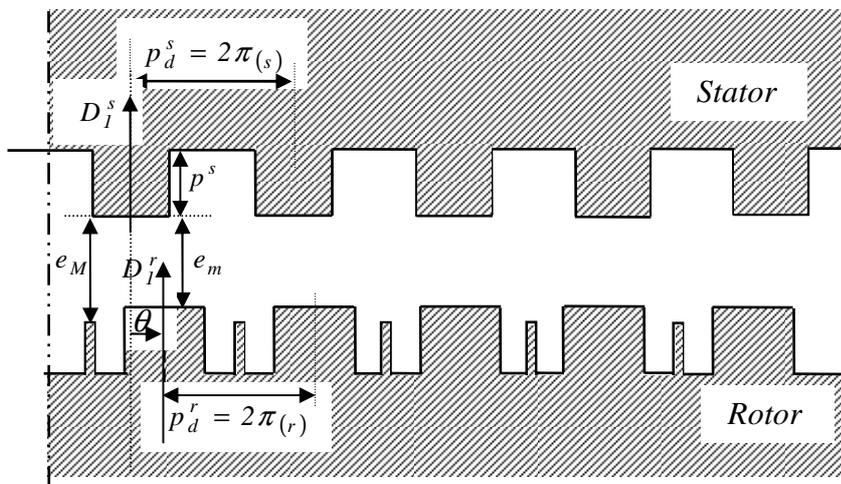


Figure 2.5 : Modèle final de la machine NPH

2.3 Expression de la perméance d'entrefer

2.3.1 Inverse de l'épaisseur d'entrefer

L'épaisseur de l'entrefer en un point distant de α^s par rapport à D_j^s est fonction de la position relative du rotor par rapport au stator, notée θ . Nous noterons $e_{eq}^r(\alpha^s, \theta)$ cette quantité. Pour établir l'expression analytique de son inverse $e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta)$, nous décomposons l'entrefer de sorte que $e_{eq}^r(\alpha^s, \theta)$ soit donnée par la somme de deux termes notés respectivement $e_s^r(\alpha^s)$ (Figure 2.6b) et $e_r^r(\alpha^r)$ (Figure 2.6c) :

- $e_s^r(\alpha^s)$ caractérise l'épaisseur de l'entrefer d'une machine à rotor lisse dont la valeur minimale de l'entrefer vaut $e_m + p^r$. Cette quantité est indépendante de θ .
- $e_r^r(\alpha^r)$ définit l'épaisseur de l'entrefer lorsque le stator est supposé lisse, avec une valeur minimale de l'entrefer nulle. Cette quantité dépend de θ .

Dans ces conditions, il vient :

$$\begin{aligned} e_{eq}^r(\alpha^s, \theta) &= e_s^r(\alpha^s) - e_r^r(\alpha^r) \\ e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) &= \frac{1}{e_s^r(\alpha^s) - e_r^r(\alpha^r)} = \frac{1}{e_s^r(\alpha^s) \left[1 - \frac{e_r^r(\alpha^r)}{e_s^r(\alpha^s)} \right]} \end{aligned} \quad (2-1)$$

En posant : $x = e_r^r(\alpha^r) / e_s^r(\alpha^s)$, il vient : $e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \frac{1}{e_s^r(\alpha^s) [1-x]}$. La quantité $e_s^r(\alpha^s)$ est toujours supérieure à $e_r^r(\alpha^r)$, x est donc inférieur à l'unité. Ainsi, il est possible de remplacer la quantité $1/[1-x]$ par son développement en série. On obtient donc :

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = e_s^{r-1}(\alpha^s) \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right) \quad (2-2)$$

Les fonctions inverses e_s^{r-1} et $[e_s^{r-1}]^n$ sont respectivement présentées aux Figures 2.6f et 2.6g. Les fonctions $e_s^{r-1}(\alpha^s)$ et $e_r^r(\alpha^r)$ sont périodiques de périodes respectives $2\pi(s)$ et $2\pi(r)$.

- Au stator, en adoptant comme référence l'axe D_j^s , le développement en série de Fourier de $[e_s^{r-1}]^n$ s'écrit :

$$\begin{cases} [e_s^{r-1}(\alpha^s)]^n = E_{so(n)}^r + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_{k_s(n)}^r \cos(k_s \alpha^s) \\ E_{so(n)}^r = \frac{r_d^s}{(p^r + e_m)^n} + \frac{[1 - r_d^s]}{(p^r + e_m + p^s)^n} \\ A_{k_s(n)}^r = \frac{2}{k_s \pi(s)} \left[\frac{1}{(p^r + e_m)^n} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)^n} \right] \sin(k_s r_d^s \pi(s)) \end{cases} \quad (2-3)$$

- Au rotor, pour caractériser e_r^{r-1} , nous allons considérer que cette quantité résulte de la somme de deux termes comme présenté aux Figures 2.6i et 2.6j. L'axe de référence est l'axe D_j^r . Dans ces conditions, il vient :

$$[e_r^r(\alpha^r)]^n = [e_r^{rr}(\alpha^r)]^n + [e_r^{rr}(\alpha^r)] \quad (2-4)$$

Où :

$$\begin{cases} [e_r^r(\alpha^r)]^n = E_{ro(n)}^r + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{k_r(n)}^r \cos(k_r \alpha^r) \\ E_{ro(n)}^r = p^{r^n} r_{dM}^r, A_{k_r(n)}^r = \frac{2}{k_r \pi(r)} p^{r^n} \sin(k_r r_{dM}^r \pi(r)) \end{cases} \quad (2-5)$$

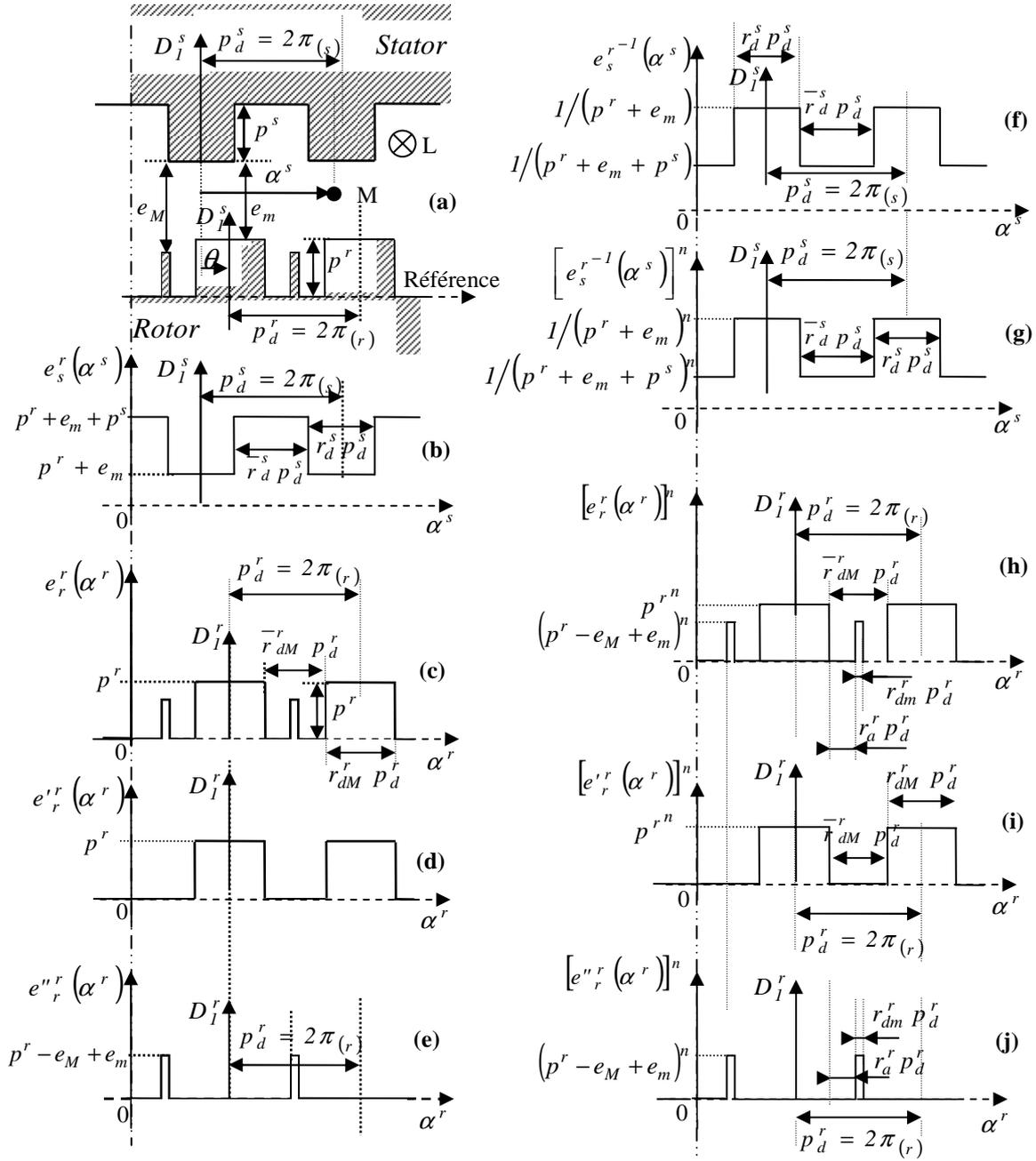


Figure 2.6 : Schéma de l'étude de perméance d'entrefer due aux effets du rotor

$$\begin{cases} \left[e''_r(\alpha^r) \right]^n = E''_{ro(n)} + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A''_{k_r(n)} \cos(k_r \alpha^r) \\ E''_{ro(n)} = (p^r - e_M + e_m)^n (1 - r_{dM}^r - 2r_a^r) \\ A''_{k_r(n)} = -\frac{2}{k_r \pi(r)} (p^r - e_M + e_m)^n \sin[k_r (r_{dM}^r \pi(r) + 2r_a^r \pi(r))] \end{cases} \quad (2-6)$$

Le développement en série de Fourier de e_r^n s'écrit :

$$\begin{cases} \left[e_r(\alpha^r) \right]^n = E_{ro(n)} + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{k_r(n)} \cos(k_r \alpha^r) \\ E_{ro(n)} = E'_{ro(n)} + E''_{ro(n)}, A_{k_r(n)} = A'_{k_r(n)} + A''_{k_r(n)} \end{cases} \quad (2-7)$$

Or $\alpha^s = \alpha^r + \theta$. Ainsi l'équation (2-7) devient :

$$\left[e_r(\alpha^s, \theta) \right]^n = E_{ro(n)} + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{k_r(n)} \cos k_r (\alpha^s - \theta) \quad (2-8)$$

En considérant les $2\pi_{el}$, il vient :

$$\begin{cases} \left[e_s^{-1}(\alpha^s) \right]^n = E_{so(n)} + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_{k_s(n)} \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) \\ \left[e_r(\alpha^s, \theta) \right]^n = E_{ro(n)} + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{k_r(n)} \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] \end{cases} \quad (2-9)$$

En introduisant les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} f_s^r(\alpha^s) = r_d^s + \frac{2}{\pi(s)} \sum_{k_s=1}^{+\infty} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi(s)) \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) \\ f_r^r(\alpha^s, \theta) = r_{dM}^r + \frac{2}{\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_{dM}^r \pi(r)) \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] \\ f_r''(\alpha^s, \theta) = (1 - r_{dM}^r - 2r_a^r) - \frac{2}{\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} \frac{1}{k_r} \sin[k_r (r_{dM}^r \pi(r) + 2r_a^r \pi(r))] \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] \end{cases} \quad (2-10)$$

Les expressions (2-9) deviennent :

$$\begin{cases} \left[e_s^{-1}(\alpha^s) \right]^n = \frac{1}{(p^r + e_m)^n} f_s^r(\alpha^s) + \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)^n} [1 - f_s^r(\alpha^s)] \\ \left[e_r(\alpha^s, \theta) \right]^n = p^{r^n} f_r^r(\alpha^s, \theta) + (p^r - e_M + e_m)^n f_r''(\alpha^s, \theta) \end{cases} \quad (2-11)$$

D'où :

$$x^n = \left\{ \begin{aligned} & \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r^r(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ & \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r''(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

En remarquant que :

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^r}{(p^r + e_m)^n} &= \frac{p^r}{e_m} \\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)^n} &= \frac{p^r}{e_m + p^s} \\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} &= \frac{p^r - e_M + e_m}{e_M} \\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} &= \frac{p^r - e_M + e_m}{p^s + e_M} \end{aligned} \right. \quad (2-13)$$

La quantité $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n$ s'écrit :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{p^r}{e_m} f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{p^r}{e_m + p^s} f_r^r(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ &\frac{p^r - e_M + e_m}{e_M} f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{p^r - e_M + e_m}{p^s + e_M} f_r^r(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

Comme $e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = e_s^{r-1}(\alpha^s) \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right)$, il vient, après calcul et regroupement de termes :

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \left[\frac{1}{(p^r + e_m)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) + \\ &\left[\frac{p^r}{(p^r + e_m) e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m) (e_m + p^s)} + \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) (e_m + p^s)} \right] f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^{r^2}(\alpha^s) + \\ &\left[\frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) e_m} + \frac{p^r}{(p^r + e_m) (e_m + p^s)} - 2 \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) (e_m + p^s)} \right] f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \\ &\frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) (e_m + p^s)} f_r^r(\alpha^s, \theta) + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) (p^s + e_M)} f_r^r(\alpha^s, \theta) + \\ &\left[\frac{(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m) e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m) (p^s + e_M)} + \right. \\ &\left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) (p^s + e_M)} \right] f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^{r^2}(\alpha^s) + \\ &\left[\frac{(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s) e_M} + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m) (p^s + e_M)} - 2 \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) (p^s + e_M)} \right] f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

Les détails de calculs aboutissant à cette expression sont présentés en Annexe C.

2.3.2 Autre formulation

Il est possible de simplifier l'expression (2-15) en formulant différemment la quantité $f_s^{r^2}(\alpha^s)$. Pour cela, il suffit de remarquer que le développement de $e_r^r(\alpha^s, \theta)$, pour $\theta = 0$, que nous noterons $e_r^r(\alpha^s)$ est donné par : $e_r^r(\alpha^s) = p^r f_r^r(\alpha^s) + (p^r - e_M + e_m) f_r^r(\alpha^s)$.

Les fonctions $f_r^r(\alpha^s)$ et $f_r^{rr}(\alpha^s)$ déduites de l'expression (2-10) sont en effet des développements en série de Fourier de signaux en créneaux, d'amplitude l'unité, définis comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_r^r(\alpha^s) = 1 \text{ pour } \begin{cases} 0 \leq \alpha^s \leq r_{dM}^r \pi(r) \\ \pi(r)(1 + \bar{r}_{dM}^r) \leq \alpha^s \leq 2\pi(r) \end{cases} \\ f_r^r(\alpha^s) = 0 \text{ pour } r_{dM}^r \pi(r) \leq \alpha^s \leq \pi(r)(1 + \bar{r}_{dM}^r) \\ f_r^{rr}(\alpha^s) = 0 \text{ pour } \begin{cases} 0 \leq \alpha^s \leq (r_{dM}^r + 2r_a^r) \pi(r) \\ \pi(r)(1 + r_{dm}^r) \leq \alpha^s \leq 2\pi(r) \end{cases} \\ f_r^{rr}(\alpha^s) = 1 \text{ pour } (r_{dM}^r + 2r_a^r) \pi(r) \leq \alpha^s \leq \pi(r)(1 + r_{dm}^r) \end{array} \right.$$

On peut de la même façon définir la fonction $f_s^r(\alpha^s)$ par :

- $f_s^r(\alpha^s) = 1$ pour $\begin{cases} 0 \leq \alpha^s \leq r_d^s \pi(s) \\ \pi(s)(1 + \bar{r}_d^s) \leq \alpha^s \leq 2\pi(s) \end{cases}$
- $f_s^r(\alpha^s) = 0$ pour $r_d^s \pi(s) \leq \alpha^s \leq \pi(s)(1 + \bar{r}_d^s)$

de sorte que :

$$f_s^{r^2}(\alpha^s) = f_s^r(\alpha^s) \quad (2-16)$$

D'où :

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \left[\frac{1}{(p^r + e_m)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) + \\ \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m) e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) (e_m + p^s)} \right] f_r^r(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \\ \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) (e_m + p^s)} f_r^{rr}(\alpha^s, \theta) + \\ \left[\frac{(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m) e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) (p^s + e_M)} \right] f_r^{rr}(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \\ \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) (p^s + e_M)} f_r^{rr}(\alpha^s, \theta) \end{array} \right. \quad (2-17)$$

En remplaçant dans l'équation (2-17), $f_s^r(\alpha^s)$, $f_r^r(\alpha^s, \theta)$, $f_r^{rr}(\alpha^s, \theta)$ par leurs expressions, en posant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{k_s} = \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi(s)) \\ e'_{k_r} = \frac{1}{k_r} \sin k_r r_{dM}^r \pi(r) \\ e''_{k_r} = \frac{1}{k_r} \sin k_r (r_{dM}^r \pi(r) + 2r_a^r \pi(r)) \end{array} \right. \quad (2-18)$$

et en notant :

$$\left. \begin{aligned}
 E_0^r &= \left\{ \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{r_d^s}{(p^r + e_m)} - \frac{r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{p^r r_{dM}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{p^r r_{dM}^r r_d^s}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r r_{dM}^r r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)r_d^s}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right\} \\
 E_s^r &= \left\{ \frac{2}{(p^r + e_m)\pi_{(s)}} - \frac{2}{(p^r + e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m)e_m \pi_{(s)}} - \frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{2(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(s)}} - \frac{2(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(s)}} \right\} \\
 E_r^r &= \left\{ \frac{2p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}} + \frac{2r_d^s p^r}{(p^r + e_m)e_m \pi_{(r)}} - \frac{2r_d^s p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}} \right\} \\
 E_r^{r'} &= \left\{ -\frac{2(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}} - \frac{2r_d^s(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(r)}} + \frac{2r_d^s(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}} \right\} \\
 E_{sr}^r &= \left\{ \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right\} \\
 E_{sr}^{r'} &= \left\{ -\frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m)e_M} + \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right\}
 \end{aligned} \right. \quad (2-19)$$

Les détails de calculs aboutissant à l'expression (2-19) sont présentés en Annexe C. L'expression de l'inverse de l'épaisseur d'entrefer s'écrit :

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned}
 &E_0^r + E_s^r \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s \eta N_\eta^s \alpha^s + E_r^r \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta) + \\
 &E_{sr}^r \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta) \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s \eta N_\eta^s \alpha^s + \\
 &E_r^{r'} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta) + E_{sr}^{r'} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta) \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s \eta N_\eta^s \alpha^s
 \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

2.3.3 Expression analytique de la perméance d'entrefer

Pour passer de l'expression de $e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta)$ à celle qui donne la perméance par unité d'angle $\Lambda^r(\alpha^s, \theta)$, il suffit de multiplier tous les coefficients de (2-19) par $K = \mu_0 RL$. En convenant de noter :

$$\begin{cases} A_0^r = KE_0^r \\ A_s^r = KE_s^r e_{k_s} \\ A_r^r = KE_r^r e'_{k_r} \\ A_r^{r'} = KE_r^{r'} e''_{k_r} \\ A_{sr}^r = KE_{sr}^r e_{k_s} e'_{k_r} \\ A_{sr}^{r'} = KE_{sr}^{r'} e_{k_s} e''_{k_r} \end{cases} \quad (2-21)$$

Il vient :

$$A^r(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & A_0^r + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_s^r \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_r^r \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_r^{r'} \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \\ & \sum_{k_s=1}^{+\infty} \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{sr}^r \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \sum_{k_s=1}^{+\infty} \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{sr}^{r'} \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] \end{aligned} \right\} \quad (2-22)$$

Posons :

$$\begin{cases} A_r^r = A_r^r + A_r^{r'} \\ A_{sr}^r = A_{sr}^r + A_{sr}^{r'} \end{cases} \quad (2-23)$$

Alors :

$$A^r(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & A_0^r + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_s^r \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_r^r \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \\ & \frac{1}{2} \sum_{k_s=1}^{+\infty} \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{sr}^r \left\{ \begin{aligned} & \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \\ & \cos[(k_s \eta N_\eta^s - k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

On retrouve donc la forme générale de l'expression de perméance d'entrefer développée par J.F Brudny. Cette expression peut être mise sous forme condensée.

- Si on convient de faire tendre k_r vers $-\infty$ et de donner à A_s^r et à A_{sr}^r respectivement les valeurs de A_0^r et A_r^r lorsque k_s vaut 0, nous obtenons :

$$A^r(\alpha^s, \theta) = \left\{ \sum_{k_s=0}^{+\infty} A_s^r \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) + \frac{1}{2} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{\substack{k_r=0 \\ k_r \neq 0}}^{+\infty} A_{sr}^r \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \right\}$$

- Si on convient de donner à A_{sr}^r la valeur de $2A_s^r$ lorsque k_r vaut 0, alors nous obtenons :

$$A^r(\alpha^s, \theta) = \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \right\}. \text{ D'où, finalement :}$$

$$A^r(\alpha^s, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \quad (2-25)$$

2.3.4 Tracé sous matlab

La Figure 2.7 présente l'évolution de la perméance d'entrefer sur le quart de la machine, pour $\theta = 0^\circ$ et les 200 premiers harmoniques de denture statorique et rotorique ($k_{smax} = k_{rmax} = 200$) et en considérant les profondeurs réelles d'encoches pour une meilleure vérification des résultats. La Figure 2.7a présente l'évolution de la perméance sur toute la période électrique. La Figure 2.7b présente un zoom sur les 60 premiers degrés électriques.

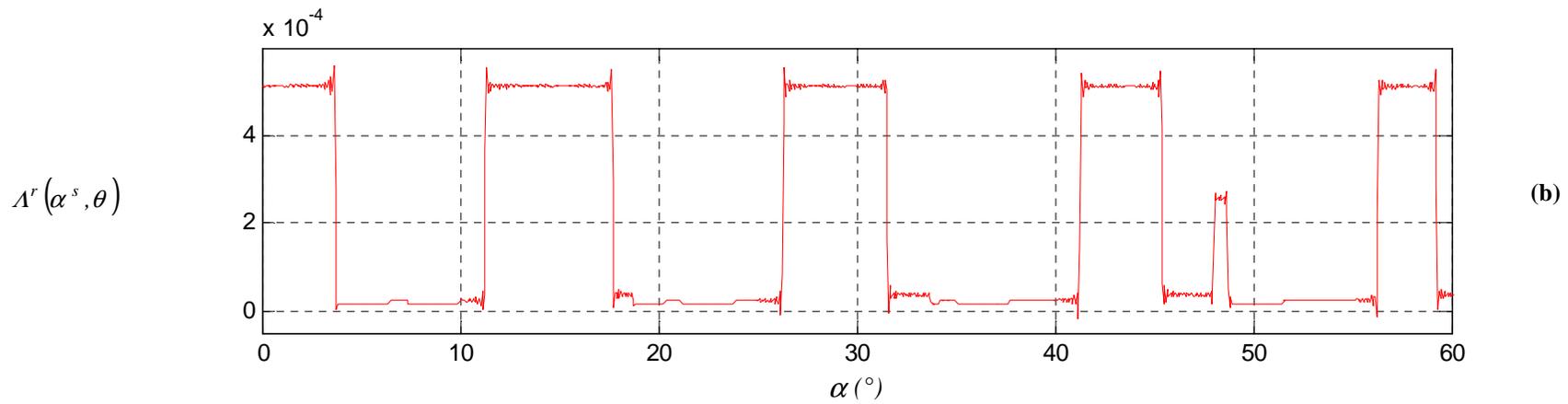
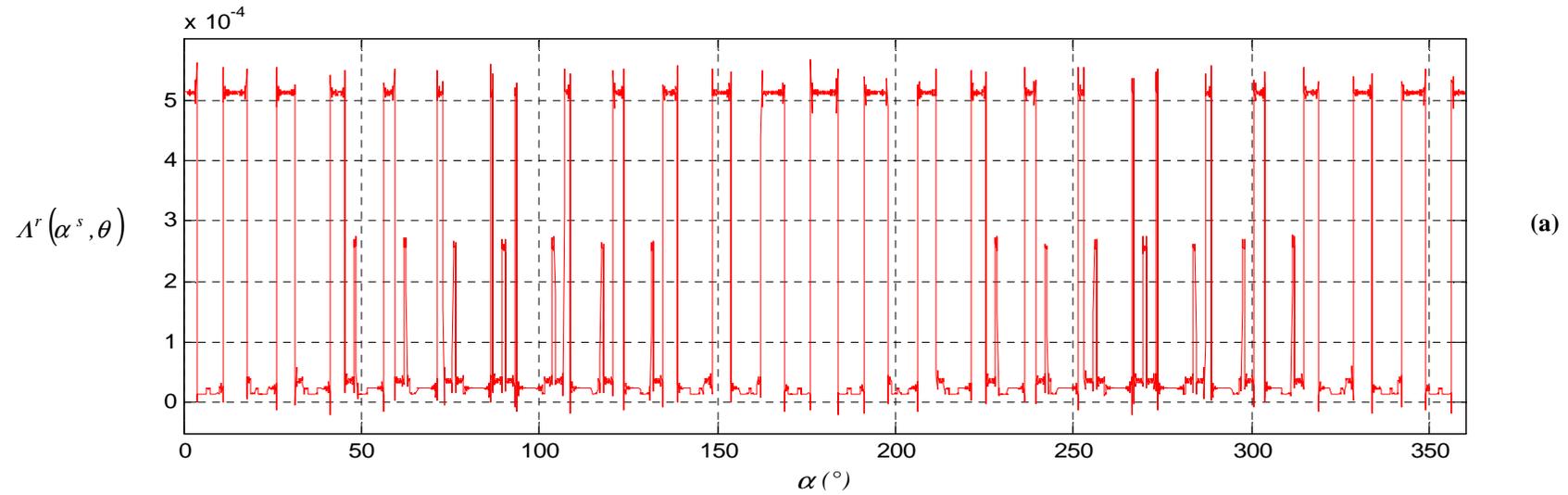


Figure 2.7 : Perméance d'entrefer associée aux effets du rotor sur le quart de machine

3. Modélisation des effets du stator pour la définition d'une perméance Λ^s associée

L'entrefer de la machine traversée par les lignes de champs issus du stator est constitué d'un entrefer naturel e_m et de l'entrefer introduit par les pièces intermédiaires, le vide sous les pièces intermédiaires et les aimants rotoriques, comme le montre la Figure 2.1a. Compte tenu de la particularité de la machine, nous allons définir un entrefer fictif équivalent qui tient compte du passage du flux dans les différents entrefers. Nous le plaçons au niveau de l'entrefer qui sépare le stator du rotor.

3.1 Hypothèses d'étude

Dans cette partie, nous supposons que l'excitation magnétique n'est produite que par les enroulements statoriques. Les notations précédentes restent valables. La Figure 2.8 présente schématiquement le trajet des lignes de champs (lignes en trait interrompu) générées par le stator. En gras, dans les encoches, est indiqué le sens de circulation des courants dans les conducteurs. On note que certaines lignes de champ traversent radialement l'entrefer pour atteindre le fer rotorique alors que d'autres empruntent un trajet qui se reboucle par les cotés des dents. Pour prendre en compte ce phénomène, il convient, si l'on suppose radiales les lignes de champ dans l'entrefer, de considérer des profondeurs fictives d'encoche.

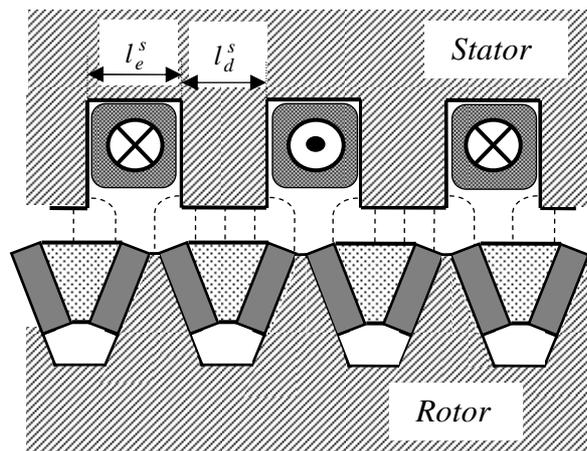


Figure 2.8 : Schématisation de l'entrefer

La Figure 2.9 présente la partie relative au rotor en considérant un stator lisse.

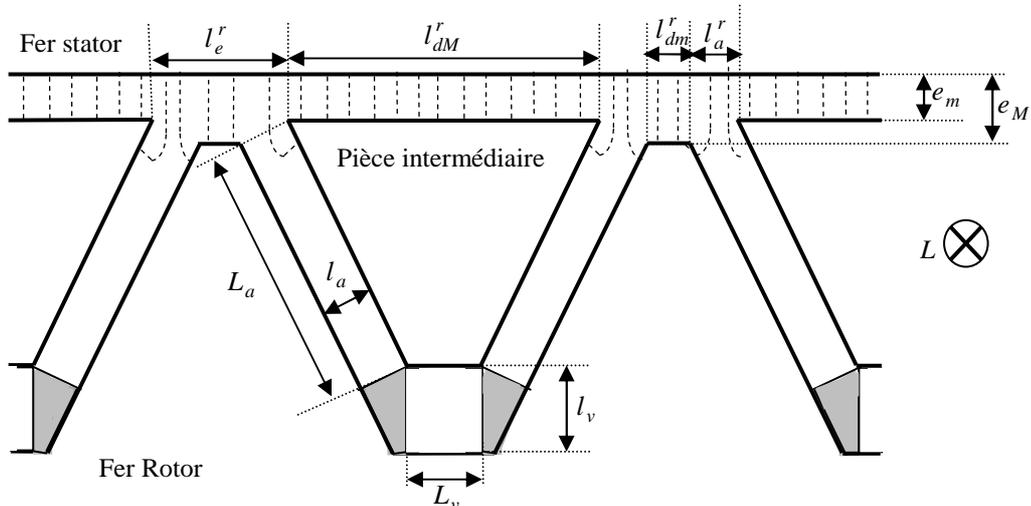


Figure 2.9: Circuit magnétique rotorique

Sur cette figure apparaissent également les principales notations utilisées pour caractériser l'entrefer ainsi que le rotor. La principale difficulté porte sur la façon de caractériser la pièce métallique intermédiaire rotorique. L'épaisseur de l'entrefer face au stator lisse change en fonction de la dent considérée : il passe de e_m (dent d'ouverture l_{dM}^r) à e_M (dent d'ouverture l_{dm}^r) avec $e_M > e_m$, en transitant par des intervalles où l'épaisseur de l'entrefer reste à définir. Compte tenu de nos hypothèses (lignes de champ radiales), les zones grisées sur la Figure 2.9 ne sont parcourues par aucun flux.

3.2 Caractérisation de la pièce métallique intermédiaire

Le tube de flux de largeur dl_{dM}^r qui arrive sur la dent rotorique la plus large (Figure 2.10a) a trois possibilités pour atteindre le fer rotorique :

- Passer par l'espace qui contient l'aimant situé à gauche et de largeur dL_a ,
- Passer par l'espace qui contient l'aimant situé à droite et de largeur dL_a ,
- Passer par le vide sous les aimants sur une largeur dL_v .

Notons N_{tubes} le nombre de tubes de flux de largeur identique dl_{dM}^r qui arrivent à la surface de la dent rotorique large. On a donc : $N_{tubes} = l_{dM}^r / dl_{dM}^r$. Ce nombre de tubes se conserve lors de la traversée de la pièce intermédiaire de sorte que l'on a la relation :

$$\frac{l_{dM}^r}{dl_{dM}^r} = \frac{L_a}{dL_a} = \frac{L_v}{dL_v} = N_{tubes} \quad (2-26)$$

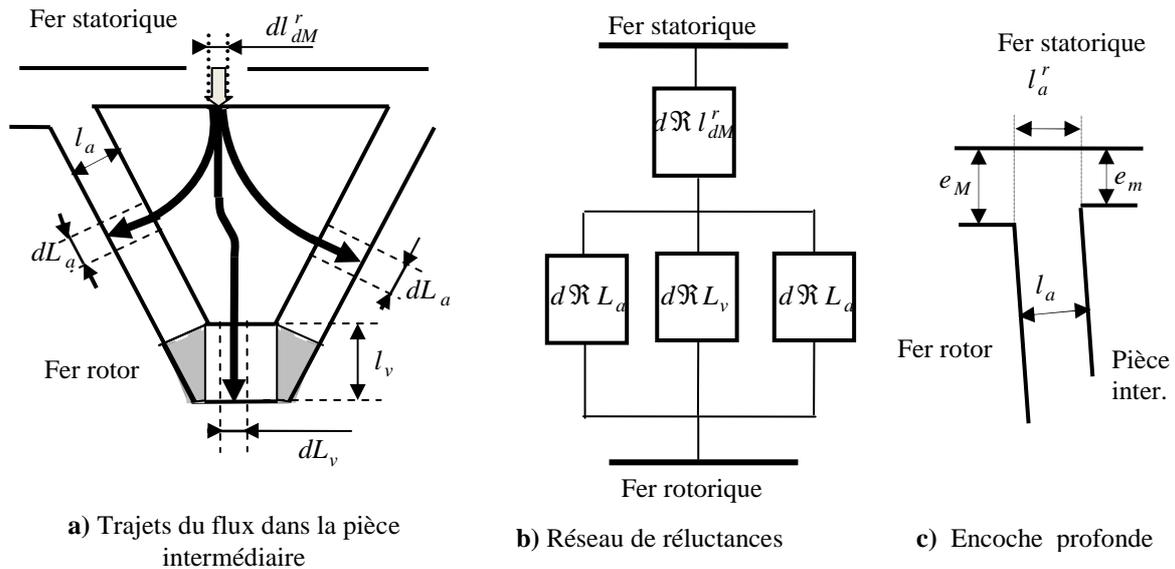


Figure 2.10 : Caractérisation des éléments du circuit magnétique rotorique

Cela signifie que l'élément de réluctance $dR_{l_{dM}^r}$, qui correspond à la traversée de l'entrefer d'épaisseur e_m , doit être connecté en série avec trois éléments de réluctance associés en parallèle et caractérisés par dR_{L_v} et deux éléments dR_{L_a} comme présenté à la Figure 2.10b. Ces différents éléments de réluctance, en notant L la longueur du circuit magnétique, s'expriment par :

$$\left\{ \begin{aligned} dR_{l_{dM}^r} &= \frac{e_m}{\mu_0 L dl_{dM}^r}, & dR_{L_a} &= \frac{l_a}{\mu_0 L dL_a}, & dR_{L_v} &= \frac{l_v}{\mu_0 L dL_v} \end{aligned} \right. \quad (2-27)$$

La perméance équivalente dP_{eq} associée à ces trois éléments connectés en parallèle est donnée par $dP_{eq} = \mu_0 L [2(dL_a/l_a) + (dL_v/l_v)]$, soit $dP_{eq} = [\mu_0 L (2l_v dL_a + l_a dL_v)] / l_a l_v$.

Compte tenu de (2-26), dL_a et dL_v peuvent s'exprimer en fonction de dl_{dM}^r . Il vient :

$$dP_{eq} = \frac{\mu_0 L dl_{dM}^r}{l_a l_v l_{dM}^r} [2l_v L_a + l_a L_v] \quad (2-28)$$

En notant e_{pi} l'épaisseur de l'entrefer équivalent introduit par cette pièce intermédiaire qui vient accroître e_m , on obtient par identification :

$$e_{pi} = l_a l_v l_{dM}^r / (2l_v L_a + l_a L_v) \quad (2-29)$$

L'épaisseur de l'entrefer qui sépare le fer statorique du fer rotorique sur l_{dM}^r est donc égal à : $e_m + e_{pi}$.

3.3 Considérations sur les autres éléments du rotor

Considérons un tube de flux qui arrive sur la dent de largeur l_{dm}^r . Celui-ci traverse un entrefer d'épaisseur e_M pour atteindre le fer rotorique. Concernant les zones du stator en face des orifices qui contiennent les aimants, en assimilant ces orifices à des encoches profondes comme précisé à la Figure 2.10c, nous admettrons, conformément à la définition donnée par CARTER, que l'épaisseur varie linéairement de $e_m + l_a^r / C^r$ à $e_m + l_a^r / C^r$, avec $C^r = 5$. Cette approche permet de prendre en compte l'épanouissement des lignes de champ qui correspondent aux effets de bord. La Figure 2.11b présente le rotor équivalent sur une fraction de la denture rotorique en supposant le stator lisse, avec l'épaisseur d'air ramenée au niveau de l'espace qui sépare le stator du rotor.

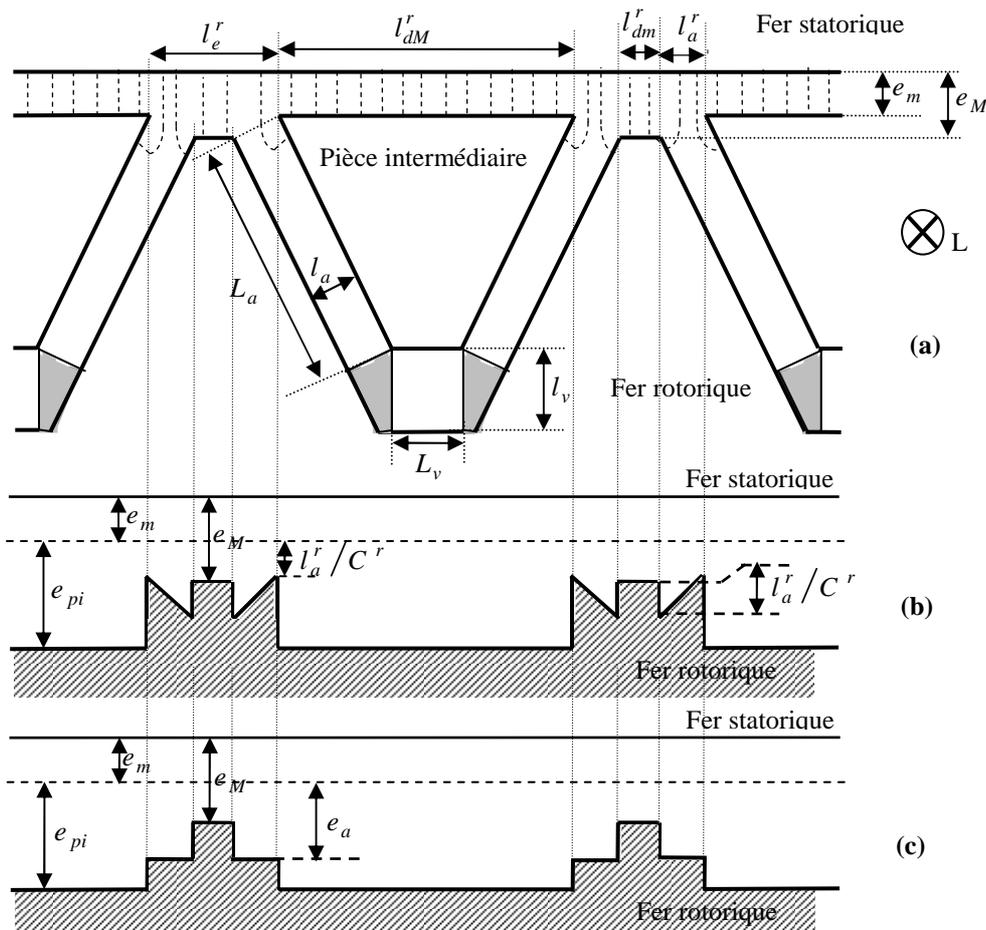


Figure 2.11 : Épaisseur équivalente de l'entrefer due aux effets du rotor

Pour simplifier les développements, nous allons considérer une épaisseur moyenne e'_a sur l'intervalle l'_a face aux orifices qui contiennent les aimants. Cette épaisseur moyenne, si l'on considère la Figure 2.11a, est supposée égale à :

$$e'_a = ((e_M + e_m)/2) + (l'_a/C^r) \quad (2-30)$$

L'accroissement e_a de l'épaisseur de l'entrefer dans ces zones, relativement à e_m , s'identifie à :

$$e_a = e'_a - e_m = ((e_M - e_m)/2) + (l'_a/C^r) \quad (2-31)$$

Ceci conduit à la représentation de la Figure 2.11c.

3.4 Définition de la loi d'évolution de l'épaisseur d'entrefer équivalent

Nous noterons $e_{eq}^s(\alpha^s, \theta)$ l'épaisseur d'entrefer équivalent, vu du stator, en un point distant α^s de l'origine.

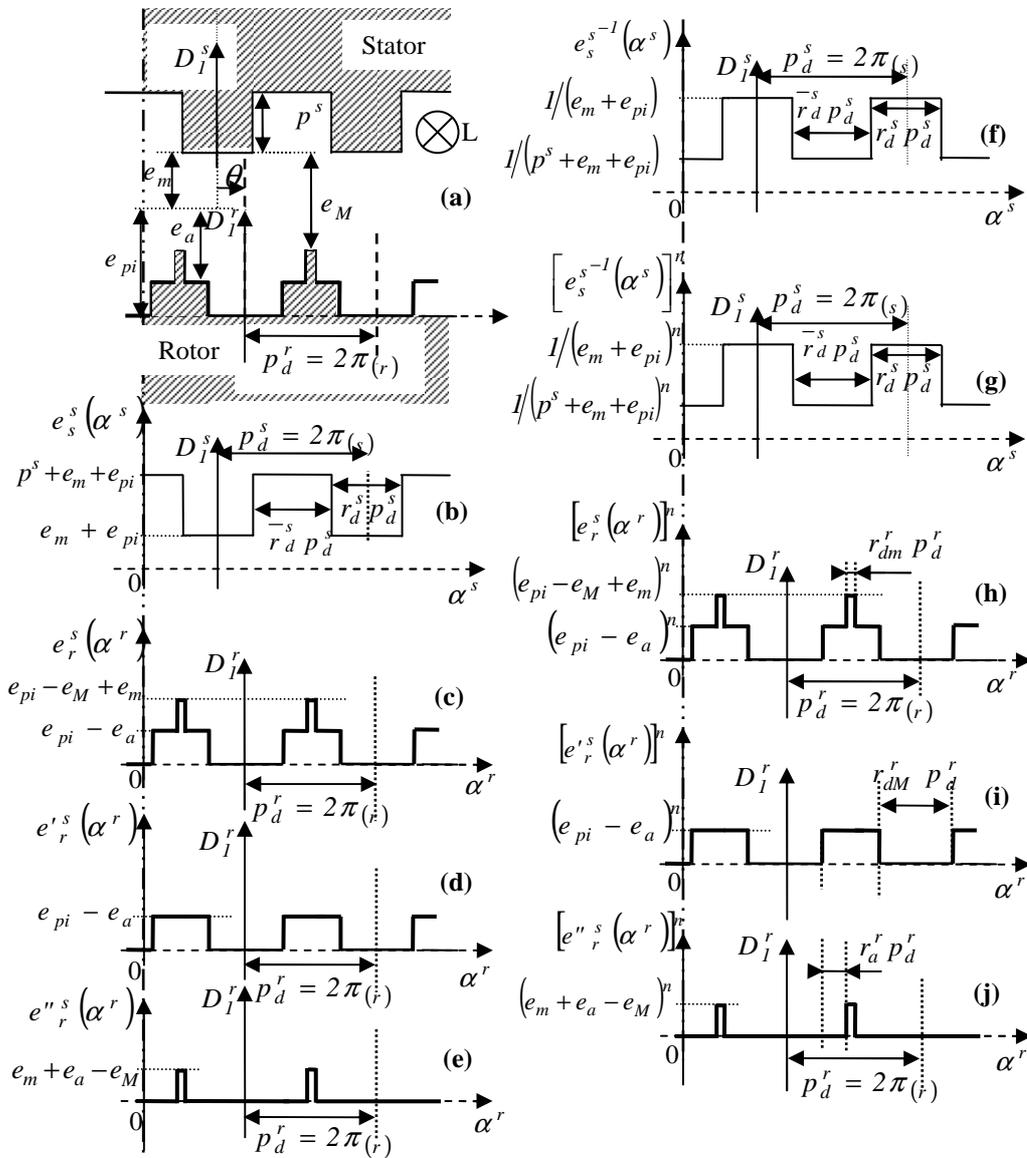


Figure 2.12 : Schéma d'étude de perméance d'entrefer due aux effets du stator

Pour établir l'expression analytique de son inverse $e_{eq}^{s-l}(\alpha^s, \theta)$, nous décomposons l'entrefer de sorte que $e_{eq}^s(\alpha^s, \theta)$ soit donnée par la somme de deux termes notés respectivement $e_s^s(\alpha^s)$ (Figure 2.12b) et $e_r^s(\alpha^r)$ (Figure 2.12c) :

- $e_s^s(\alpha^s)$ caractérise l'épaisseur de l'entrefer d'une machine à rotor lisse dont la valeur minimale de l'entrefer vaut $e_m + e_{pi}$. Cette quantité est indépendante de θ .
- $e_r^s(\alpha^r)$ définit l'épaisseur de l'entrefer lorsque le stator est supposé lisse, avec une valeur minimale de l'entrefer nulle.

Dans ces conditions, il vient :

$$e_{eq}^s(\alpha^s, \theta) = e_s^s(\alpha^s) - e_r^s(\alpha^r) \quad (2-32)$$

La conduite des calculs est la même que celle développée précédemment. Elle mène à une expression de $A^s = Ke_{eq}^{s-l}(\alpha^s, \theta)$ de la forme :

$$A^s(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & A_0^s + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_s^s \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_r^s \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \\ & \frac{1}{2} \sum_{k_s=1}^{+\infty} \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{sr}^s \left\{ \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \cos[(k_s \eta N_\eta^s - k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-33)$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} E_0^s &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{(p^s + e_m + e_{pi})} + \frac{r_d^s}{(e_m + e_{pi})} - \frac{r_d^s}{(p^s + e_m + e_{pi})} + \frac{(e_{pi} - e_a) r_{dM}^r r_d^s}{(e_m + e_{pi})(e_m + e_a)} - \frac{(e_{pi} - e_a) r_{dM}^r r_d^s}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} + \\ & \frac{(e_m + e_a - e_M) r_d^s (1 - r_{dM}^r - 2r_a^r)}{(e_m + e_{pi})(e_{pi} - e_a + e_M)} - \frac{(e_m + e_a - e_M) r_d^s (1 - r_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} + \frac{(e_{pi} - e_a) r_{dM}^r}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} + \\ & \frac{(e_m + e_a - e_M)(1 - r_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} \end{aligned} \right\} \\ E_s^s &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{2}{\pi(s)} \frac{1}{(e_m + e_{pi})} - \frac{2}{\pi(s)} \frac{1}{(p^s + e_m + e_{pi})} + \frac{2\bar{r}_{dM}^{-r}}{\pi(s)} \frac{(e_{pi} - e_a)}{(e_m + e_{pi})(e_m + e_a)} - \frac{2\bar{r}_{dM}^{-r}}{\pi(s)} \frac{e_{pi} - e_a}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} + \\ & \frac{2(1 - r_{dM}^r - 2r_a^r)}{\pi(s)} \frac{e_m + e_a - e_M}{(e_m + e_{pi})(e_{pi} - e_a + e_M)} - \frac{2(1 - r_{dM}^r - 2r_a^r)}{\pi(s)} \frac{e_m + e_a - e_M}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} \end{aligned} \right\} \\ E_r^s &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{2r_d^s}{\pi(r)} \frac{(e_{pi} - e_a)}{(e_m + e_{pi})(e_m + e_a)} + \frac{2r_d^s}{\pi(r)} \frac{e_{pi} - e_a}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} - \frac{2}{\pi(r)} \frac{e_{pi} - e_a}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} \end{aligned} \right\} \\ E_r^{rs} &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{2r_d^s}{\pi(r)} \frac{e_m + e_a - e_M}{(e_m + e_{pi})(e_{pi} - e_a + e_M)} + \frac{2r_d^s(e_m + e_a - e_M)}{\pi(r)(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} - \frac{2(e_m + e_a - e_M)}{\pi(r)(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} \end{aligned} \right\} \\ E_{sr}^s &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \frac{(e_{pi} - e_a)}{(e_m + e_{pi})(e_m + e_a)} + \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \frac{e_{pi} - e_a}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_m + e_a)} \end{aligned} \right\} \\ E_{sr}^{rs} &= \left\{ \begin{aligned} & \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \frac{e_m + e_a - e_M}{(e_m + e_{pi})(e_{pi} - e_a + e_M)} + \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \frac{e_m + e_a - e_M}{(p^s + e_m + e_{pi})(p^s + e_{pi} - e_a + e_M)} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

Et :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0^s = KE_0^s \\ A_s^s = KE_s^s e_{k_s} \\ A_r^s = KE_r^s e'_{k_r} \\ A_r''^s = KE_r''^s e''_{k_r} \\ A_{sr}^s = KE_{sr}^s e_{k_s} e'_{k_r} \\ A_{sr}''^s = KE_{sr}''^s e_{k_s} e''_{k_r} \end{array} \right. \quad (2-35)$$

Il vient :

$$A^s(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{array}{l} A_0^s + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_s^s \cos(k_s \eta N_\eta^s \alpha^s) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_r^s \cos[k_r \eta N_\eta^r (\alpha^s - \theta)] + \\ \frac{1}{2} \sum_{k_s=1}^{+\infty} \sum_{k_r=1}^{+\infty} A_{sr}^s \{ \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \cos[(k_s \eta N_\eta^s - k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta] \} \end{array} \right\} \quad (2-36)$$

De même que précédemment, cette expression peut être condensée :

$$A^s(\alpha^s, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \quad (2-37)$$

3.5 Tracé sous matlab

La programmation de cette expression analytique, sur $2\pi_{el}$ (le quart de machine), avec $\theta = 0^\circ$ est présentée à la Figure 2.13. La simulation est faite pour $k_{smax} = k_{rmax} = 200$ et, en considérant les profondeurs réelles d'encoche, $e_{pi} = 8.2316 \text{ mm}$, $e_a = 6.38 \text{ mm}$.

4. Conclusion

Dans le but de calculer l'induction d'entrefer, nous avons défini deux expressions différentes de perméance d'entrefer. Celle due aux effets du stator sera utilisée pour la caractérisation l'induction générée par le stator et celle modélisée en considérant les effets du rotor permettra la caractérisation de l'induction générée par le rotor.

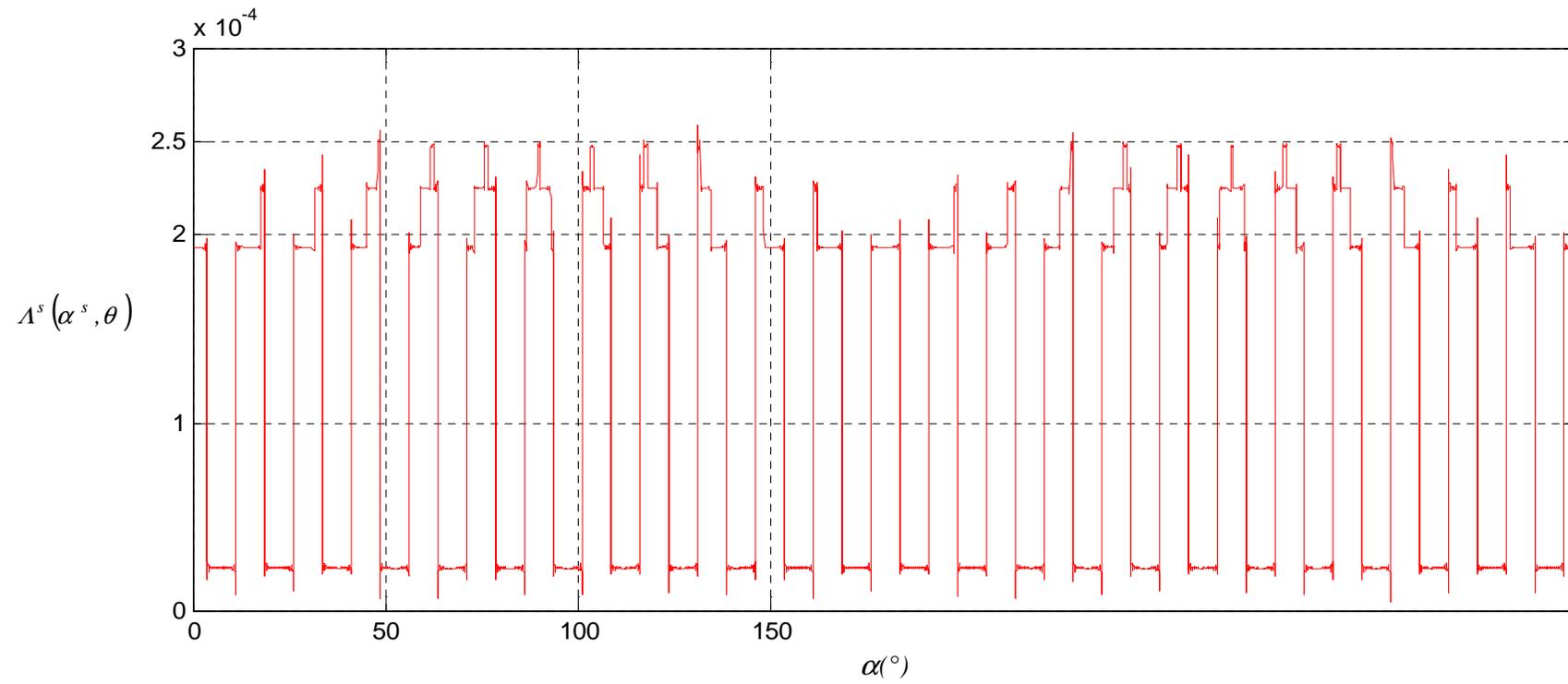


Figure 2.13 : Perméance d'entrefer associée aux effets du stator sur le quart de machine

Chapitre 2 : Étude des forces magnétomotrices

La force magnétomotrice (fmm) est la somme des ampères tours créés par un bobinage le long de l'entrefer. Cette notion de fmm permet de matérialiser l'effet que crée un bobinage dans l'entrefer, sans avoir à tenir compte des variations géométriques de l'entrefer. Seule la distribution discrète des conducteurs dans les encoches est prise en considération ; elle se traduit par des harmoniques d'espace. L'étude de la fmm étant liée à la configuration du bobinage, nous proposons l'étude de la configuration NPH et la Conf.2 présentées dans la première partie de ce rapport. Nous nous intéressons aux cas de fmm à évolutions trapézoïdale et rectangulaire.

1. Onde de fmm rectangulaire d'entrefer générée par un enroulement statorique

1.1 Onde de fmm générée par une bobine

1.1.1 Raisonnement sur $2\pi_{el}$

La Figure 2.14a présente, de manière schématique, les connexions entre les bobines de l'enroulement élémentaire 1. La Figure 2.14b montre le sens de circulation du courant dans ces différentes bobines. La borne marquée d'un astérisque correspond à l'entrée d'une bobine. La Figure 2.16a présente, sur $2\pi_{el}$, les 4 dents statoriques portant l'enroulement élémentaire 1 de la machine parcouru par le courant i_l^s . L'analyse est réalisée en considérant les encoches complètement remplies : deux cotés de bobines occupent $\bar{r}_d^s p_d^s / 2$ chacun.

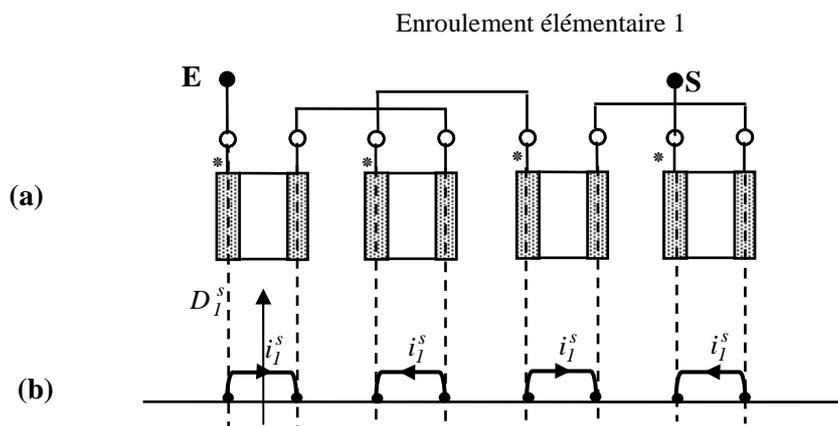


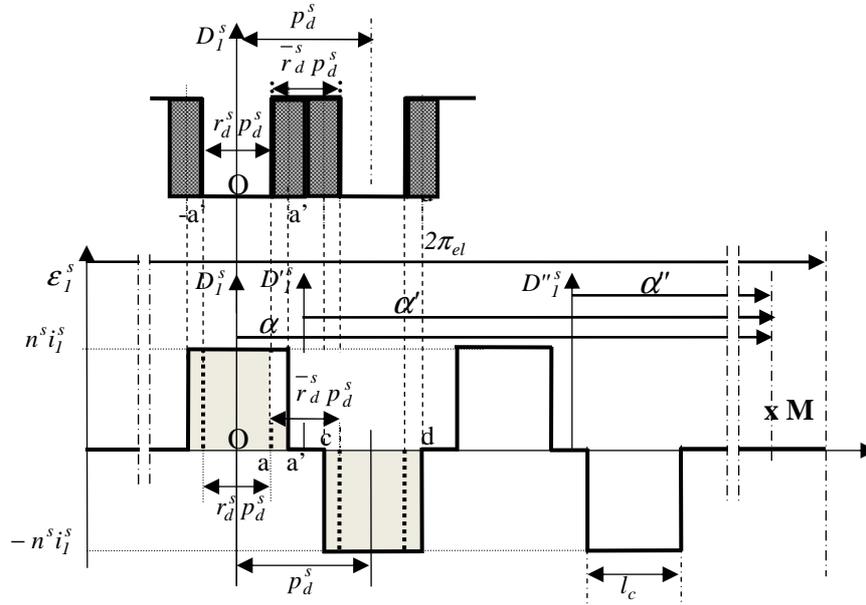
Figure 2.14 : (a) Connexion, (b) Bobines de l'enroulement élémentaire 1

Considérons la bobine portée par la dent statorique d_l^s . Celle-ci génère une fmm égale à $n^s i_l^s$. Le problème est de savoir comment se répartit cette fmm aux bornes de l'entrefer. Les développements réalisés dans l'Annexe D à la page 180 (3^{ème} approximation) montrent qu'il est possible d'admettre, en introduisant un coefficient k_l inférieur à l'unité, que la fmm prend :

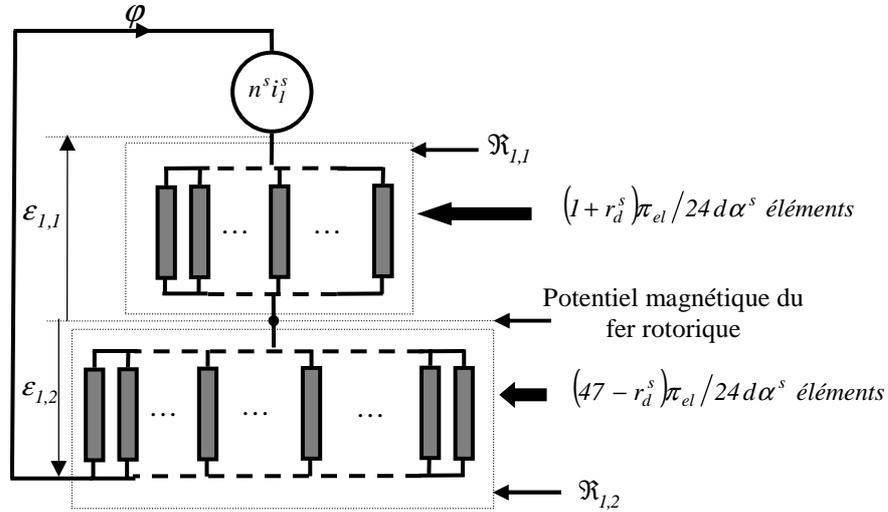
- une valeur positive $k_1 n^s i_1^s$ sur un intervalle dont l'ouverture est égale à la largeur d'une dent plus 2 demi-épaisseurs de côtés de bobine, soit $(r_d^s + \bar{r}_d^s/2) p_d^s$,

- une valeur négative égale à $-(1-k_1) n^s i_1^s$ à l'extérieur de l'intervalle précédent, soit sur $\bar{r}_d^s p_d^s/2$

Pour exprimer le coefficient k_1 , nous allons introduire les quantités définies à la Figure 2.15a.



(a) Ondes de fmm générées par les bobines de l'enroulement 1



(b) Schéma électrique équivalent vu de la bobine portée par la dent d_1^s

Figure 2.15

On en déduit que l'épaisseur d'un côté de bobine vaut $\bar{r}_d^s p_d^s/2$. On a donc : $Oa = r_d^s p_d^s/2$, $aa' = \bar{r}_d^s p_d^s/4$ de sorte que : $Oa' = (1+r_d^s) p_d^s/4$. La largeur du créneau positif, défini précédemment, vaut donc $(1+r_d^s) p_d^s/2$. Comme $p_d^s = 2\pi_{el}/24$ sur $2\pi_{el}$, on en déduit que la largeur angulaire du créneau positif est égale à $(1+r_d^s) \pi_{el}/24$.

Décomposons les $2\pi_{el}$ en κ petits éléments identiques de largeur $d\alpha^s$ ($d\alpha^s = 2\pi_{el}/\kappa$). La réluctance d'un petit élément vaut : $\mathfrak{R}_{(d\alpha^s)} = e_{eq}^s / \mu_0 LR d\alpha^s$ où R représente le rayon moyen d'entrefer et L la longueur utile du circuit magnétique. e_{eq}^s représente l'épaisseur de l'entrefer équivalent vue du stator (cf. étude de la perméance d'entrefer) en un point d'abscisse angulaire α^s compris dans $d\alpha^s$.

Le schéma électrique associé à ce circuit magnétique excité par la bobine portée par la dent α^s est représenté à la Figure 2.15b où :

- un éléments de réluctance (tributaire de α^s et de θ) est représentée par un rectangle grisé,
- $(1+r_d^s)\pi_{el}/24d\alpha^s$ éléments de réluctance connectés en parallèle servent à véhiculer le flux φ de la dent statorique vers le fer rotorique,
- $(47-r_d^s)\pi_{el}/24d\alpha^s$ éléments de réluctances connectés en parallèle permettent au flux φ de revenir du fer rotorique vers le fer statorique.

En prenant comme référence de potentiel magnétique le fer rotorique, le problème se résume à déterminer les quantités des différences de potentiels magnétiques $\mathcal{E}_{1,1}$ et $\mathcal{E}_{1,2}$ qui apparaissent aux bornes des blocs réluctants supérieur et inférieur notés respectivement $\mathfrak{R}_{1,1}$ et $\mathfrak{R}_{1,2}$. Ce problème traité de façon générale (Cf calcul de perméance pour le calcul du bruit d'origine magnétique) est assez complexe. Cependant, il se simplifie si on passe par les perméances $P_{1,1}$ et $P_{1,2}$. En faisant tendre κ vers l'infini, en supposant que l'expression de $e_{eq}^s{}^{-1}$ est définie relativement à l'axe D_1^s , il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{1,1} = \mu_0 LR \int_{-\frac{l_c}{2}}^{\frac{l_c}{2}} e_{eq}^s{}^{-1} d\alpha^s = \mu_0 LR \int_{-(1+r_d^s)\pi_{el}/48}^{(1+r_d^s)\pi_{el}/48} e_{eq}^s{}^{-1} d\alpha^s \\ P_{1,2} = \mu_0 LR \int_{\frac{l_c}{2}}^{2\pi - \frac{l_c}{2}} e_{eq}^s{}^{-1} d\alpha^s = \mu_0 LR \int_{(1+r_d^s)\pi_{el}/48}^{(95-r_d^s)\pi_{el}/48} e_{eq}^s{}^{-1} d\alpha^s \end{array} \right. \quad (2-38)$$

où l_c est la largeur du créneau positif. Ces expressions permettent de déterminer la quantité k_1 :

$$k_1 = P_{1,2} / (P_{1,1} + P_{1,2}) \quad (2-39)$$

La loi de répartition de $\mathcal{E}_{1,1}^s$ est présentée à la Figure 2.16b en supposant $i_1^s > 0$.

Un calcul similaire permet de déterminer la loi de répartition de la fmm $\mathcal{E}_{1,2}^s$ générée par la bobine portée par la dent d_2^s . Cette dernière, définie en mettant en œuvre un coefficient k_2 , déterminé de manière similaire à ce qui vient d'être exposé concernant k_1 , est présentée à la Figure 2.16c, en prenant en compte le fait que les connexions au niveau de la seconde bobine sont inversées, ce qui revient à considérer que le courant qui traverse cette bobine vaut $-i_1^s$.

La composante négative de $\mathcal{E}_{1,1}^s$ présente une amplitude très faible comparativement au créneau positif qui caractérise cette onde de fmm. Cette remarque est également applicable concernant la composante positive de $\mathcal{E}_{1,2}^s$.

A ce stade de l'étude, nous exploitons le fait que les deux dents considérées d_1^s et d_2^s **sont contiguës**. Comme les nombres de dents N^s et N^r sont différents mais cependant très proches, il est possible d'admettre que le profil d'entrefer vu de la dent d_1^s est pratiquement similaire à celui vu de la dent d_2^s . Dans ces conditions, il est possible de formuler l'égalité : $k_1 = k_2$ de sorte que la répartition de la fmm générée par les bobines portées par ces deux dents, notée $\mathcal{E}_{1,1+2}^s$, est celle présentée à la Figure 2.16d. En considérant les bobines portées par les dents d_3^s et d_4^s , les lois d'évolution des fmm

feront intervenir des coefficients k_3 et k_4 . Comme précédemment, en prenant en compte la contiguïté des dents d_3^s et d_4^s , il est possible de supposer que k_3 et k_4 sont pratiquement égaux de sorte que la fmm $\mathcal{E}_{1,3+4}^s$ résultant des effets des bobines portées par ces deux dents contigües s'identifie, au décalage spatial près, à ce que créent les bobines portées par les dents d_1^s et d_2^s . Il en résulte que la répartition de la fmm \mathcal{E}_1^s aux bornes de l'entrefer équivalent vu du stator, générée par l'enroulement élémentaire 1 du stator est donnée à la Figure 2.16e.

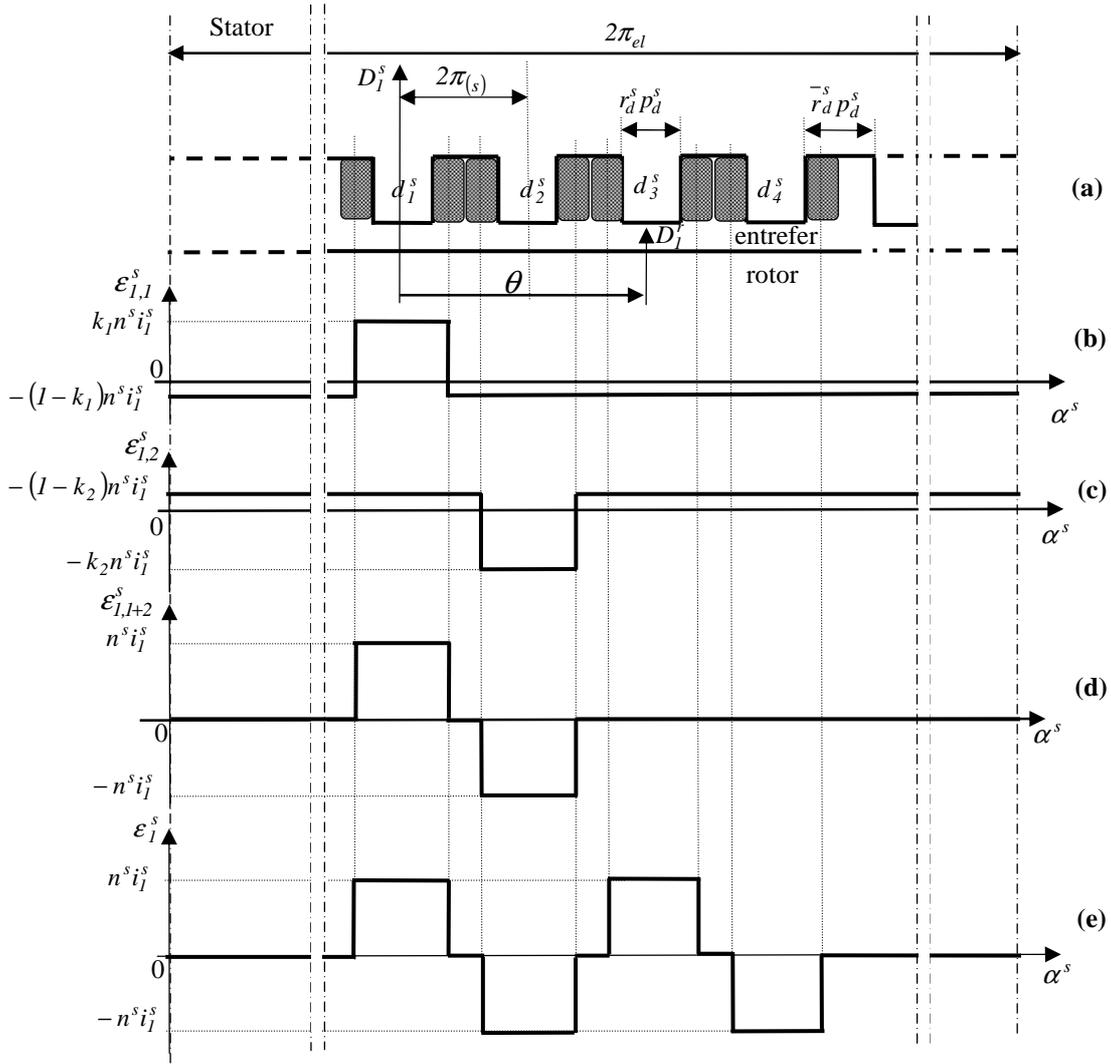


Figure 2.16 : Ondes de fmm rectangulaires générées par les bobines de l'enroulement

1.1.2 Généralisation à toute la machine (2π)

Reprenons l'étude faite sur $2\pi_{el}$, en l'étendant à toute la machine, donc sur 2π géométriques. Considérons de nouveau la bobine portée par la dent statorique d_1^s , bobine qui est traversée par i_1^s et qui crée une fmm égale à $n^s i_1^s$. Appliquer à toute la machine la démarche précédente qui consiste à diviser l'entrefer en petits éléments conduit à considérer $(1+r_d^s)\pi_{el}/24\eta d\alpha^s$ réluctances élémentaires pour matérialiser le trajet du flux de la dent considérée vers le fer rotorique et $(48\eta-1-r_d^s)\pi_{el}/24\eta d\alpha^s$ réluctances pour le passage retour du flux. η représente le nombre de motifs

considérés ; il vaut 4 si on considère toute la machine. Dans ce cas, les quantités $P_{1,1}$ et $P_{1,2}$ qui conduisent à k_1 et k_2 s'écrivent :

$$\begin{cases} P_{1,1} = \mu_0 LR \int_{-(1+r_d^s)\pi/48\eta}^{(1+r_d^s)\pi/48\eta} e_{eq}^{s-1} d\alpha^s \\ P_{1,2} = \mu_0 LR \int_{(1+r_d^s)\pi/48\eta}^{(96\eta-1-r_d^s)\pi/48\eta} e_{eq}^{s-1} d\alpha^s \end{cases} \quad (2-40)$$

1.2 Expression analytique de la fmm générée par les 2 premières dents de l'enroulement 1

✚ Raisonnement sur $2\pi_{el}$

Considérons la fmm $\varepsilon_{1,1+2}^s$ générée par les bobines portées par les dents d_1^s et d_2^s et le repère défini par l'axe D_1^s (Figure 2.15a) situé au milieu de l'encoche commune à d_1^s et d_2^s . Dans ce repère, α^s caractérise point M de l'entrefer. Dans ces conditions, le développement en série de Fourier de $\varepsilon_{1,1+2}^s$ s'écrit :

$$\varepsilon_{1,1+2}^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^s \sin(h^s \alpha^s) \quad (2-41)$$

où :

$$\beta_{h^s}^s = \frac{2n^s i_1^s}{\pi_{el} h^s} \left\{ \cos \left[h^s (3+r_d^s) \pi_{el} / 48 \right] - \cos \left[h^s (1-r_d^s) \pi_{el} / 48 \right] \right\} \quad (2-42)$$

✚ Généralisation

La généralisation de l'expression (2-41) s'écrit :

$$\varepsilon_{1,1+2}^{s,\eta} = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s,\eta} \sin(h^s \alpha^s) \quad (2-43)$$

Avec :

$$\beta_{h^s}^{s,\eta} = \frac{2n^s i_1^s}{\pi h^s} \left\{ \cos \left[h^s \frac{(3+r_d^s)\pi}{48\eta} \right] - \cos \left[h^s \frac{(1-r_d^s)\pi}{48\eta} \right] \right\} \quad (2-44)$$

Suivant la valeur donnée à η , on travaillera sur le quart ($\eta=1$), la moitié ($\eta=2$), les trois quart ($\eta=3$) ou toute la machine ($\eta=4$).

1.3 Expression analytique de la fmm générée par les deux autres dents

✚ Raisonnement sur $2\pi_{el}$

Le développement en série de Fourier de la fmm créée par les bobines portées par les dents d_3^s et d_4^s , dans le référentiel lié à $D_1''^s$ s'écrit :

$$\varepsilon_{1,3+4}^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^s \sin(h^s \alpha''^s) \quad (2-45)$$

Comme $D_1''^s$ est décalé de 2 pas dentaires statoriques soit $\pi_{el}/6$ radians par rapport à D_1^s , il vient : $\alpha^s = \alpha''^s + \pi_{el}/6$. Il en résulte que $\varepsilon_{1,3+4}^s$ s'exprime, dans le référentiel lié à D_1^s par :

$$\varepsilon_{1,3+4}^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^s \sin \left[h^s (\alpha^s - \pi_{el}/6) \right] \quad (2-46)$$

✚ Généralisation

En raisonnant sur toute la machine, l'expression (2-45) devient :

$$\mathcal{E}_{1,3+4}^{s\eta} = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s\eta} \sin(h^s \alpha'^s) \quad (2-47)$$

avec $\alpha'^s = \alpha''^s + \frac{\pi}{6\eta}$. Ainsi, dans le référentiel lié à D_1^s , $\mathcal{E}_{1,3+4}^{s\eta}$ s'exprime comme suit :

$$\mathcal{E}_{1,3+4}^{s\eta} = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s\eta} \sin[h^s(\alpha'^s - \pi/6\eta)] \quad (2-48)$$

1.4 Expression analytique de la fmm générée par l'enroulement 1

✚ Raisonnement sur $2\pi_{el}$

L'onde de fmm générée par l'enroulement 1 est la résultante des effets des quatre dents.

$$\mathcal{E}_1^s = \mathcal{E}_{1,1+2}^s + \mathcal{E}_{1,3+4}^s \quad (2-49)$$

$$\mathcal{E}_1^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s\eta} \sin(h^s \alpha'^s) + \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s\eta} \sin[h^s(\alpha'^s - \pi_{el}/6)] = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \beta_{h^s}^{s\eta} \left\{ \sin(h^s \alpha'^s) + \sin[h^s(\alpha'^s - \pi_{el}/6)] \right\}$$

Soit, après développement et simplification :

$$\mathcal{E}_1^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} 2\beta_{h^s}^{s\eta} \cos(h^s \pi_{el}/12) \sin(h^s \alpha'^s - h^s \pi_{el}/12). \text{ D'où :}$$

$$\mathcal{E}_1^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \hat{\mathcal{E}}_{1,h^s}^s \sin\left(h^s \alpha'^s - h^s \frac{\pi_{el}}{12}\right) \quad (2-50)$$

Avec :

$$\hat{\mathcal{E}}_{1,h^s}^s = 2\beta_{h^s}^{s\eta} \cos\left(h^s \frac{\pi_{el}}{12}\right) \quad (2-51)$$

Dans le référentiel lié à D_1^s , les harmoniques de rang h^s de $\mathcal{E}_{1,1+2}^s$ et $\mathcal{E}_{1,3+4}^s$ sont déphasés de $h^s \pi_{el}/6$.

La Figure 2.17 présente la composante de fmm résultante traduisant les effets de l'enroulement 1 dans ce référentiel. Compte tenu de (2-42), en faisant apparaître les Ampères-tours au niveau de l'amplitude de ces composantes, il vient :

$$\mathcal{E}_1^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} n^s i_1^s K_{h^s}^s \sin\left(h^s \alpha'^s - h^s \frac{\pi_{el}}{12}\right) \quad (2-52)$$

avec :

$$K_{h^s}^s = \frac{4}{\pi_{el} h^s} \left\{ \cos\left[h^s \frac{(3+r_d^s)\pi_{el}}{48}\right] - \cos\left[h^s \frac{(1-r_d^s)\pi_{el}}{48}\right] \right\} \cos\left(h^s \frac{\pi_{el}}{12}\right) \quad (2-53)$$

Comme D_1^s et D_2^s sont distants de $p_d^s/2$, il vient : $\alpha^s = \alpha'^s + \pi_{el}/24$. Il en résulte que \mathcal{E}_1^s , dans le référentiel lié à D_1^s , s'exprime par :

$$\mathcal{E}_1^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} n^s i_1^s K_{h^s}^s \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi_{el}}{8}\right) \quad (2-54)$$

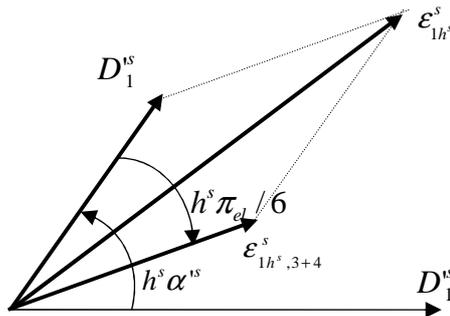


Figure 2.17 : Composantes de l'onde de fmm de l'enroulement 1

🚧 Généralisation

Dans le référentiel lié à D_l^s , les harmoniques de rang h^s de $\varepsilon_{1,l+2}^{s\eta}$ et $\varepsilon_{1,3+4}^{s\eta}$ sont déphasés de $h^s \pi/6\eta$. L'onde de fmm résultante traduisant les effets de l'enroulement élémentaire 1 dans ce référentiel s'exprime par :

$$\varepsilon_l^{s\eta} = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \hat{\varepsilon}_{1,h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{12\eta}\right) \quad (2-55)$$

$\hat{\varepsilon}_{1,h^s}^{s\eta}$ s'identifie à $2\beta_{h^s}^{s\eta} \cos(h^s \pi/12\eta)$. Compte tenu de l'équation (2-44), en faisant apparaître le courant au niveau de l'amplitude de ces composantes, il vient :

$$\begin{cases} \varepsilon_l^{s\eta} = \sum_{h^s=1}^{+\infty} n^s i_l^s K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \pi/12\eta\right) \\ K_{h^s}^{s\eta} = \frac{4}{\pi h^s} \left\{ \cos\left[h^s \frac{(3+r_d^s)\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s \frac{(1-r_d^s)\pi}{48\eta}\right] \right\} \cos\left(h^s \frac{\pi}{12\eta}\right) \end{cases} \quad (2-56)$$

Comme D_l^s et D_l^s sont distants $p_d^s/2$, il vient : $\alpha^s = \alpha^s + \pi/24\eta$. Il en résulte que $\varepsilon_l^{s\eta}$ dans le référentiel lié à D_l^s s'exprime par :

$$\varepsilon_l^{s\eta} = n^s i_l^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-57)$$

En posant $i_l^s = I^s \sqrt{2} \cos \omega t$, il vient : $\varepsilon_l^{s\eta} = n^s I^s \sqrt{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \pi/8\eta\right) \cos \omega t$, soit :

$$\varepsilon_l^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \sin\left(\omega t + h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - \sin\left(\omega t - h^s \alpha^s + h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \right\} \quad (2-58)$$

🚧 La fmm d'un enroulement élémentaire q de la machine s'exprime donc, relativement à D_l^s comme suit :

$$\varepsilon_q^{s\eta} = n^s i_q^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \beta_q^\eta - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-59)$$

Avec:

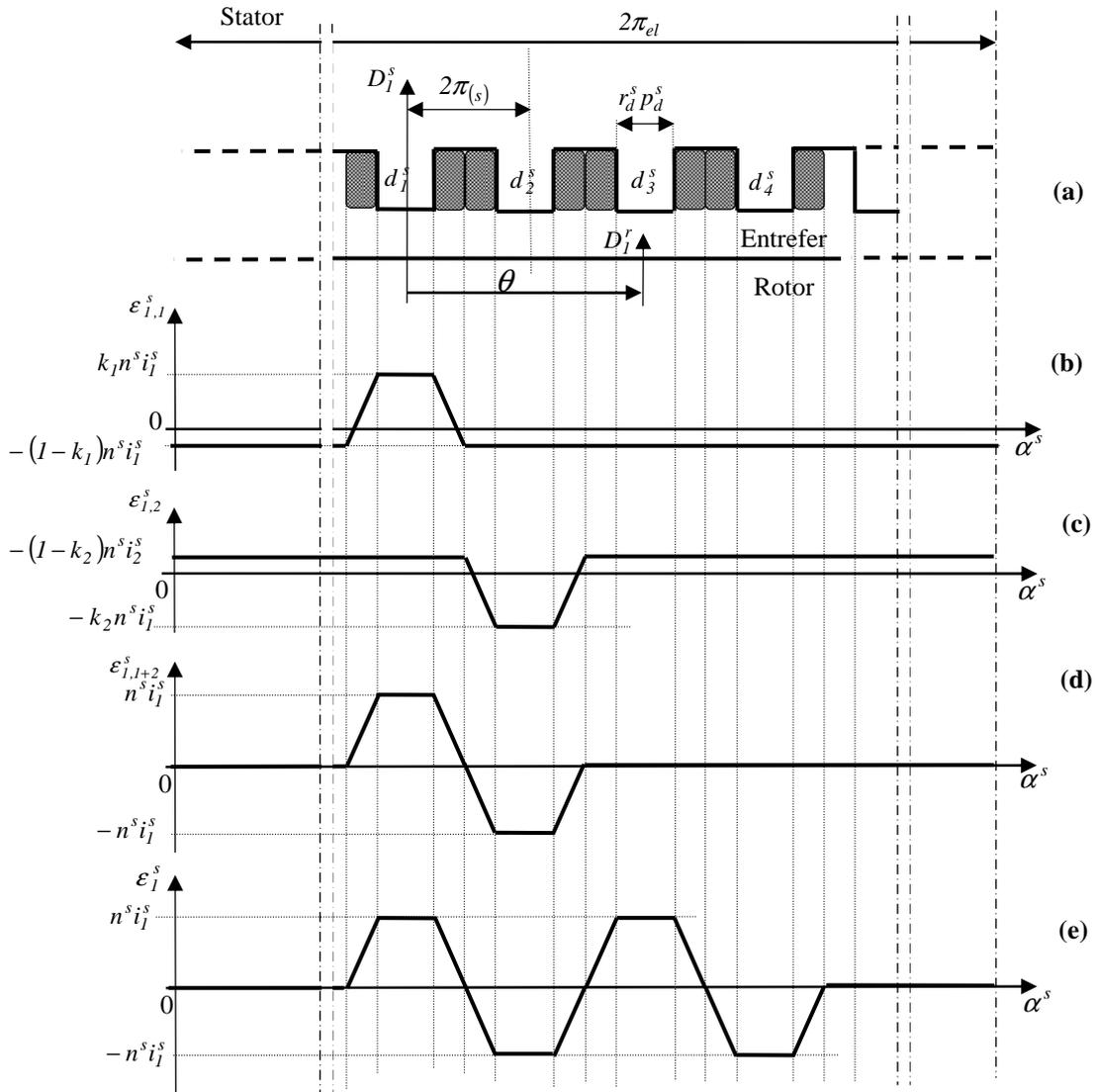
$$\beta_q^\eta = (q-1) \frac{2\pi}{6\eta} = (q-1) \frac{\pi}{3\eta} \quad (2-60)$$

q varie de 1 à 6, de 1 à 12, de 1 à 18 ou de 1 à 24 lorsque $\eta = 1, 2, 3$ ou 4.

2. Onde de fmm trapézoïdale d'entrefer générée par l'enroulement 1

En réalité, la fmm n'évolue pas de manière aussi brutale comme on l'a montré en Annexe D. Une évolution trapézoïdale est plus juste dans la mesure où considérer que le remplissage de l'encoche est optimal conduit à une onde évoluant depuis le milieu de l'encoche. Considérer que cette évolution est linéaire permet de tracer la Figure 2.18e, il correspond à celui de la Figure D.2c de l'Annexe D.

Toutes les expressions établies dans l'étude de la fmm rectangulaire restent valables à l'exception des expressions de $\beta_{h^s}^s$, $\beta_{h^s}^{s\eta}$, $K_{h^s}^s$ et $K_{h^s}^{s\eta}$ qui correspondent respectivement aux expressions (2-42), (2-44), (2-53) et (2-56). Considérons l'onde de fmm générée par les dents d_1^s et d_2^s qui correspond à la partie grise de la Figure 2.19. Pour effectuer la décomposition en série de Fourier de cette onde, nous considérons l'axe D_l^s situé au milieu au milieu de [aa'] (cf Figure 2.19).


 Figure 2.18 : Ondes s de fmm trapézoïdales générées par l'enroulement él. mentaire 1

Toutes les expressions développées dans la configuration rectangulaire en considérant $2\pi_{el}$ restent valables, sauf les expressions de $\beta_{h^s}^s$ et de $K_{h^s}^s$ qui s'écrivent, après calcul :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{h^s}^s = \frac{2n^s i_l^s}{h^s \pi_{el}} \frac{24}{r_d^s \pi_{el}} \left\{ -\frac{\sin\left(h^s r_d^s \pi_{el}/24\right)}{h^s} + \frac{\sin\left(h^s \pi_{el}/12\right)}{h^s} - \frac{\sin\left(h^s r_d^s \pi_{el}/24 + h^s r_d^s \pi_{el}/12\right)}{h^s} \right\} \\ K_{h^s}^s = \frac{4}{h^s \pi_{el}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{24}{r_d^s \pi_{el}} \frac{\sin\left(h^s r_d^s \pi_{el}/24\right)}{h^s} + \frac{24}{r_d^s \pi_{el}} \frac{\sin\left(h^s \pi_{el}/12\right)}{h^s} \\ \frac{24}{r_d^s \pi_{el}} \frac{\sin\left(h^s r_d^s \pi_{el}/24 + h^s r_d^s \pi_{el}/12\right)}{h^s} \end{array} \right\} \cos\left(h^s \frac{\pi_{el}}{12}\right) \end{array} \right. \quad (2-61)$$

En généralisant cette étude, il vient :

$$\left. \begin{aligned} \beta_{h^s}^{s_\eta} &= \frac{2n^s i_l^s}{h^s \pi} \left\{ \begin{aligned} &-\frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \bar{r}_d^s \pi / 24\eta\right)}{h^s} + \frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \pi / 12\eta\right)}{h^s} \\ &\frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \bar{r}_d^s \pi / 24\eta + h^s r_d^s \pi / 12\eta\right)}{h^s} \end{aligned} \right\} \\ K_{h^s}^{s_\eta} &= \frac{4}{h^s \pi} \left\{ \begin{aligned} &-\frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \bar{r}_d^s \pi / 24\eta\right)}{h^s} + \frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \pi / 12\eta\right)}{h^s} \\ &\frac{24\eta}{r_d^s \pi} \frac{\sin\left(h^s \bar{r}_d^s \pi / 24\eta + h^s r_d^s \pi / 12\eta\right)}{h^s} \end{aligned} \right\} \cos\left(h^s \frac{\pi}{12\eta}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2-62)$$

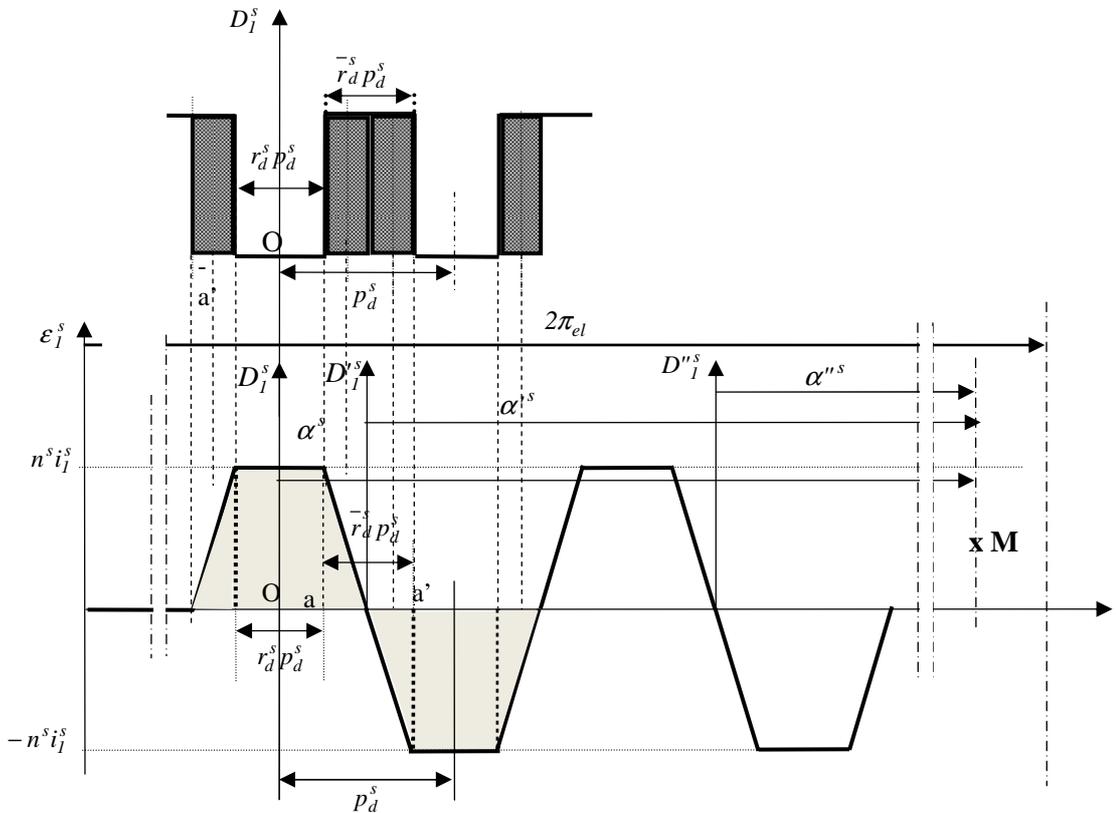
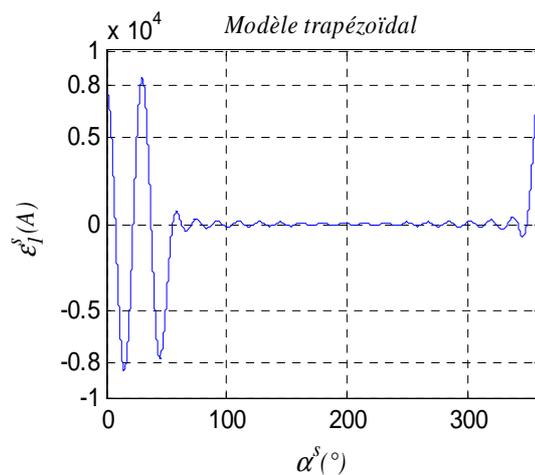
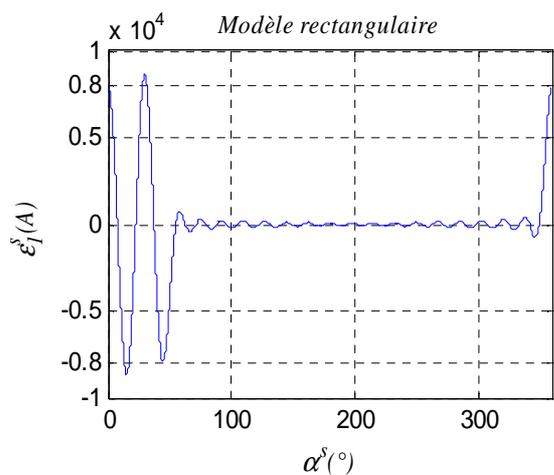


Figure 2.19 : Ondes de fmm générées par les bobines d'un enroulement de la phase 1

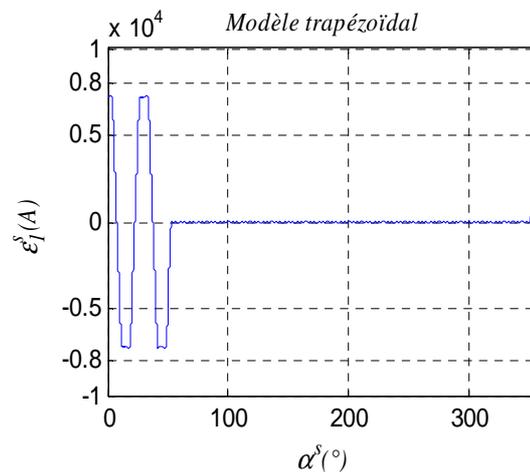
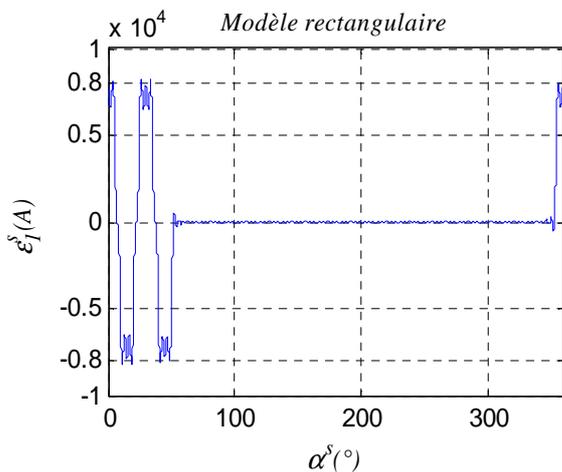
3. Analyse des deux évolutions

Les expressions analytiques établies permettent de tracer l'évolution de la fmm générée par l'enroulement 1 le long de l'entrefer. Comme l'expression analytique de la fmm résulte de la somme d'une infinité de termes, il convient de déterminer combien d'harmoniques sont nécessaires à la reconstitution des signaux rectangulaire et trapézoïdal. Les résultats, présentés à la Figure 2.20, correspondent à des simulations effectuées sur $2\pi el$. h_{max} est le nombre maximal d'harmoniques pris en considération pour reconstruire les deux ondes.

$h_{max}=20$



$h_{max}=100$



$h_{max}=200$

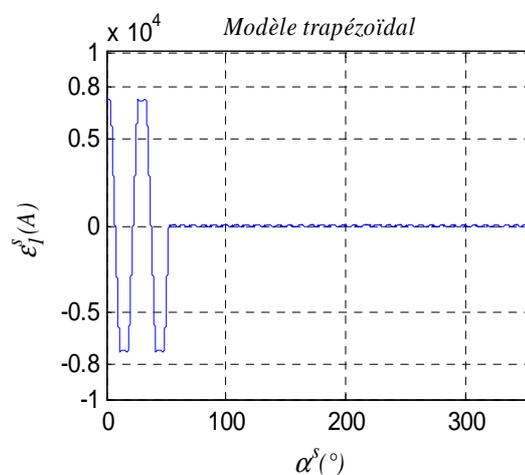
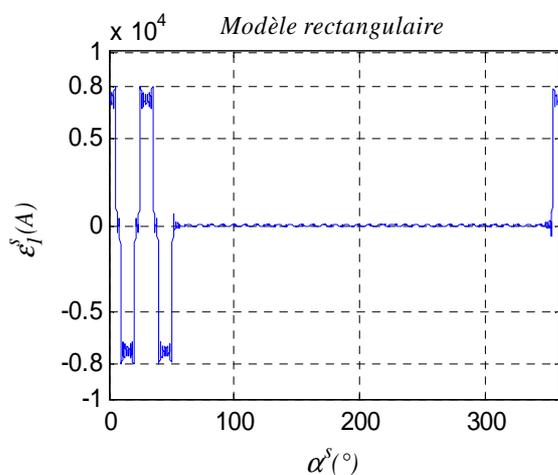


Figure 2.20: Évolution des fmm en fonction du nombre d'harmoniques

La reconstitution du modèle trapézoïdal est plus fine que celle du modèle rectangulaire à nombre égal d'harmoniques. Compte tenu des tracés précédents, nous considérons $h_{max} = 200$ pour la reconstitution des signaux. Cette valeur rend les simulations moins chronophages et avec une reconstitution optimale du signal. En considérant toujours $2\pi_{el}$, le contenu harmonique des ondes rectangulaire et trapézoïdale de fmm générée par l'enroulement élémentaire 1 est présenté à la Figure 2.21. Afin de faciliter les comparaisons, nous avons représenté le spectre des valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante de rang 13. Ce dernier correspond au nombre de paires de pôles rotoriques. Deux constats peuvent être formulés :

i) Le modèle rectangulaire a, logiquement, des harmoniques d'amplitudes plus élevées que celles du modèle trapézoïdal.

ii) Les harmoniques de rang 11 et 12 et l'harmonique de rang 10 pour le modèle rectangulaire présentent une amplitude supérieure à celle de l'harmonique de rang 13 qui est le fondamental sur le quart de machine. La valeur la plus élevée est celle de l'harmonique de rang 12.

On peut donc noter un taux d'harmoniques très important. L'harmonique prépondérant devrait être de rang 13, pour correspondre à la polarité rotorique.

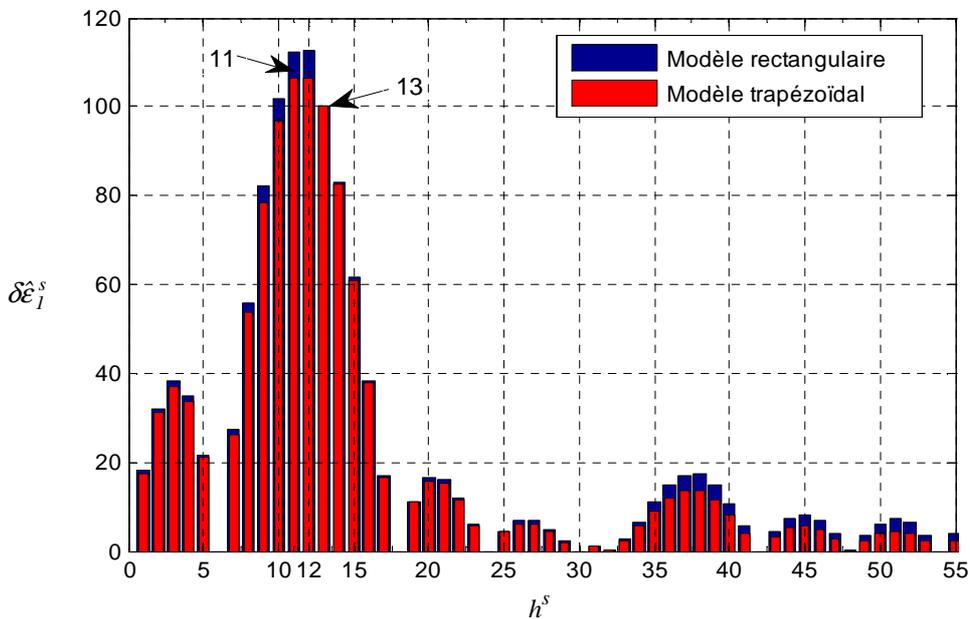


Figure 2.21 : Analyse spectrale des ondes rectangulaire et trapézoïdale de fmm générée par l'enroulement

En somme, la considération d'une évolution rectangulaire ou trapézoïdale n'influencera que l'amplitude des différents harmoniques. De part le raisonnement effectué, l'évolution trapézoïdale est plus proche du modèle réel et donc plus représentative en termes d'études harmoniques d'induction et des phénomènes vibratoire de la machine. Dans la suite, sauf indication contraire, l'analyse des formes d'ondes et de leur contenu harmonique suppose une évolution trapézoïdale. Toutefois, les développements analytiques s'appliquent aux deux évolutions.

La suite des développements tiendra compte de la manière dont les systèmes triphasés sont formés. Deux cas de figure vont être étudiés :

- i) la configuration de Nénuphar présentée à la Figure 1.18 qui présente schématiquement cette configuration.
- ii) la configuration 2, présentée à la Figure 1.19 montre bien cette configuration.

4. Configuration de Nénuphar (Conf.1)

Dans la configuration de Nénuphar, un enroulement élémentaire constitue une phase. Au total, le système comprend 24 phases physiques qui sont organisées et disposées de manière à constituer des systèmes triphasés équilibrés. La Figure 1.18 présente l'arrangement des trois premières phases électriques de la configuration de Nénuphar formant le premier système triphasé. Le deuxième

système triphasé, présenté à la Figure 1.18 est décalé de π_{el} du premier et ses phases sont inversées par rapport à celles du premier système triphasé. Pour distinguer les deux systèmes triphasés, nous conviendrons d'introduire les indices I et II relatifs sur le quart de machine.

Nous introduisons trois références spatiales.

- La première, $\alpha_{1(I)}^s$, permet de caractériser l'abscisse angulaire d'un point quelconque M de l'entrefer relativement à l'axe $D_{1(I)}^s$ (Figure 1.18) correspondant à l'enroulement de la phase 1 compris sur le premier intervalle.

- $\alpha_{2(I)}^s$ et $\alpha_{3(I)}^s$ sont les axes relatifs aux enroulements de la phase 2 et de la phase 3, distants respectivement de $2\pi_{el}/3$ et de $\pi_{el}/3$ (où d'une manière plus générale distant respectivement de $2\pi/3\eta$ et de $\pi/3\eta$).

4.1 Expression analytique de la fmm générée par le premier système triphasé

Compte tenu des conventions adoptées, la fmm générée par la phase 1 du premier système triphasé, relativement à $D_{1(I)}^s$, s'exprime comme suit : $\varepsilon_{1(I)}^{s\eta} = n^s i_1^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \pi/8\eta)$

- Relativement à $D_{2(I)}^s$, la phase 2 du premier système triphasé, parcourue par le courant i_2^s conduit à $\varepsilon_{2(I)}^{s\eta} = n^s i_2^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin(h^s \alpha_{2(I)}^s - h^s \pi/8\eta)$. Comme $\alpha_{1(I)}^s = \alpha_{2(I)}^s + 2\pi/3\eta$, il vient :

$$\varepsilon_{2(I)}^{s\eta} = n^s i_2^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-63)$$

- De même, pour $D_{3(I)}^s$, la phase 3 du premier système triphasé, parcourue par le courant i_3^s génère une fmm qui s'exprime comme suit : $\varepsilon_{3(I)}^{s\eta} = -n^s i_3^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin(h^s \alpha_{3(I)}^s - h^s \pi/8\eta)$, en tenant compte de l'inversion du sens de circulation du courant dans l'enroulement. Comme $\alpha_{1(I)}^s = \alpha_{3(I)}^s + \pi/3\eta$ relativement à $D_{1(I)}^s$, il vient :

$$\varepsilon_{3(I)}^{s\eta} = -n^s i_3^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-64)$$

Soit le paramètre p_q tel que $p_1=0$, $p_2=2$ et $p_3=1$. La fmm générée par une phase quelconque du premier système triphasé, s'exprime comme suit :

$$\varepsilon_{q(I)}^{s\eta} = (-1)^{p_q} n^s i_q^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{q(I)}^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-65)$$

On en déduit que l'expression de la fmm générée par le premier système triphasé $\varepsilon_{(I)}^{s\eta}$ qui apparaît aux bornes de l'entrefer s'écrit :

$$\varepsilon_{(I)}^{s\eta} = \sum_{q=1}^3 \varepsilon_{q(I)}^{s\eta} = n^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} i_1^s \sin\left(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) + i_2^s \sin\left(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - \\ i_3^s \sin\left(h^s \alpha_{1(I)}^s - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{array} \right\} \quad (2-66)$$

Supposons que les courants i_q^s forment un système triphasé équilibré direct de courants sinusoïdaux d'expression: $I^s \sqrt{2} \cos\left[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right]$. En notant tout simplement α^s la quantité $\alpha_{1(I)}^s$, il vient :

$$\varepsilon_{(i)}^{s\eta} = n^s I^s \sqrt{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega t) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - \\ \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{array} \right\} \quad (2-67)$$

Posons $C(h^s) = h^s \alpha^s - h^s \pi/8\eta$. Après transformation, on obtient :

$$\varepsilon_{(i)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + C(h^s) - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] - \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s) + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] - \\ \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + C(h^s) - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] + \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} - C(h^s) + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] \end{array} \right\} \quad (2-68)$$

- Cas de la composante fondamentale : $h^s = 13\eta$

Avec $h^s = 13\eta$, (2-68) s'exprime par :

$$\varepsilon_{(i)(13\eta)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + C(h^s) - 13\eta \frac{2\pi}{3\eta}\right] - \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s) + 13\eta \frac{2\pi}{3\eta}\right] - \\ \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + C(h^s) - 13\eta \frac{\pi}{3\eta}\right] + \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} - C(h^s) + 13\eta \frac{\pi}{3\eta}\right] \end{array} \right\} \quad (2-69)$$

Dans la mesure où les fonctions trigonométriques sont définies modulo 2π , il vient :

$$\varepsilon_{(i)(13\eta)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin\left[\omega t + C(h^s) - \frac{4\pi}{3}\right] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin\left[\omega t + C(h^s) - \frac{2\pi}{3}\right] - \sin[\omega t - C(h^s)] \end{array} \right\} \quad (2-70)$$

On voit apparaître la somme de trois grandeurs qui forment un système triphasé équilibré de sorte que l'expression de $\varepsilon_{(i)(13\eta)}^{s\eta}$ se simplifie et s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{(i)(13\eta)}^{s\eta} = \frac{-3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s\eta} \sin[\omega t - C(h^s)] \\ \text{avec } C(13\eta) = 13\eta \alpha^s - 13\pi/8 \end{array} \right\} \text{. D'où :}$$

$$\boxed{\varepsilon_{(i)(13\eta)}^{s\eta} = -\frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s\eta} \sin\left[\omega t - 13\eta \alpha^s + 13 \frac{\pi}{8}\right]} \quad (2-71)$$

On a bien donc un champ tournant qui évolue dans le sens trigonométrique à la vitesse $\omega/13\eta$.

- Cas des composantes harmoniques de rang $h^s = 11\eta$

Dans ce cas, l'expression (2-68) conduit à :

$$\varepsilon_{(i)(11\eta)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{11\eta}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin\left[\omega t - C(h^s) - \frac{4\pi}{3}\right] + \\ \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin\left[\omega t - C(h^s) - \frac{2\pi}{3}\right] \end{array} \right\} \quad (2-72)$$

Il en résulte que : $\varepsilon_{(I)(11\eta)}^{s\eta} = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{11\eta}^{s\eta} \sin[\omega t + C(h^s)]$ avec $C(11\eta) = 11\eta\alpha^s - 11\pi/8$, d'où :

$$\varepsilon_{(I)(11\eta)}^{s\eta} = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{11\eta}^{s\eta} \sin\left[\omega t + 11\eta\alpha^s - 11\frac{\pi}{8}\right] \quad (2-73)$$

On a donc un champ tournant qui évolue dans le sens inverse du sens trigonométrique à la vitesse $\omega/11\eta$.

- Cas des composantes de rang impair multiple de 3 : $h^s = 3\xi$ avec $\xi \in \mathbb{N}^*$

Ici, on a $h^s \frac{\pi}{3\eta} = \pi$ et $h^s \frac{2\pi}{3\eta} = 2\pi$. Il vient :

$$\varepsilon_{(I)(h^s=3\xi)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + C(h^s) - 2\pi\right] - \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s) + 2\pi\right] - \\ \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + C(h^s) - \pi\right] + \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} - C(h^s) + \pi\right] \end{array} \right\}$$

$$\varepsilon_{(I)(h^s=3\xi)}^{s\eta} = 0 \quad (2-74)$$

On obtient un résultat classique, avec le champ tournant fondamental statorique tournant dans le même sens de rotation que la machine.

Modifier l'expression (2-68) via des transformations trigonométriques conduit à :

$$\varepsilon_{(I)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \right] - \\ \sin[\omega t - C(h^s)] \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{3} - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \right] + \\ \cos[\omega t + C(h^s)] \left[-\sin\left(\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \right] - \\ \cos[\omega t - C(h^s)] \left[-\sin\left(\frac{2\pi}{3} - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3} - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \right] \end{array} \right\}$$

En étendant le domaine de variation de h^s à $-\infty$, on peut écrire que :

$$\varepsilon_{(I)}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} \left\{ a_1^s \sin[\omega t + C(h^s)] + a_2^s \cos[\omega t + C(h^s)] \right\} \quad (2-75)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^s = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \\ a_2^s = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) \end{array} \right\} \quad (2-76)$$

Ces expressions sont valables aussi bien pour la fmm rectangulaire que trapézoïdale, il suffit d'adapter les valeurs de $K_{h^s}^{s\eta}$ et $K_{|h^s|}^{s\eta}$.

Nous optons pour une évolution trapézoïdale. En exploitant les expressions (2-75) et (2-76), l'évolution de la fmm générée par le premier système triphasé, à l'instant $t=0$, sur le quart de la machine, est présentée à la Figure 2.22. Cette évolution est obtenue pour $h_{max} = 200$.

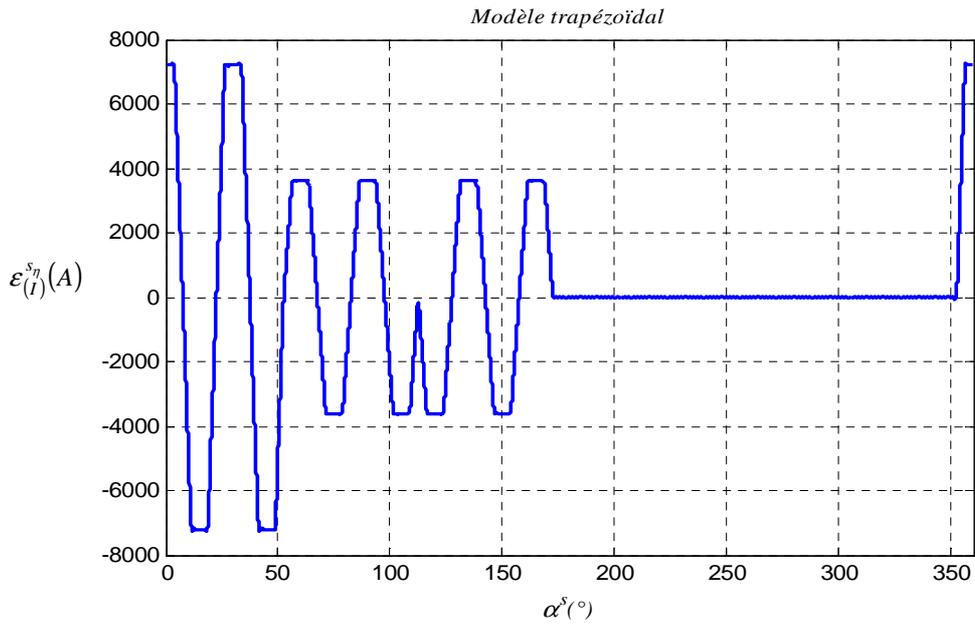


Figure 2.22 : Onde de fmm du premier système triphasé sur un quart de machine

Le spectre de la Figure 2.23 présente les valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante fondamentale de rang 13. L'expression (2-77) caractérise cette valeur relative $\delta\tilde{\varepsilon}_{(I,|h^s|)}^s$ en %.

$$\begin{cases} \delta\tilde{\varepsilon}_{(I,|h^s|)}^s = 100 \frac{|AK_{|h^s|}^{s_{\eta}}|}{|AK_{|13|}^{s_{\eta}}|} \\ AK_{|h^s|}^{s_{\eta}} = \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s_{\eta}} \sqrt{(a_1^{s^2} + a_2^{s^2})} \end{cases} \quad (2-77)$$

On note l'existence d'harmoniques de rangs pairs. L'harmonique prépondérant est de rang 11.

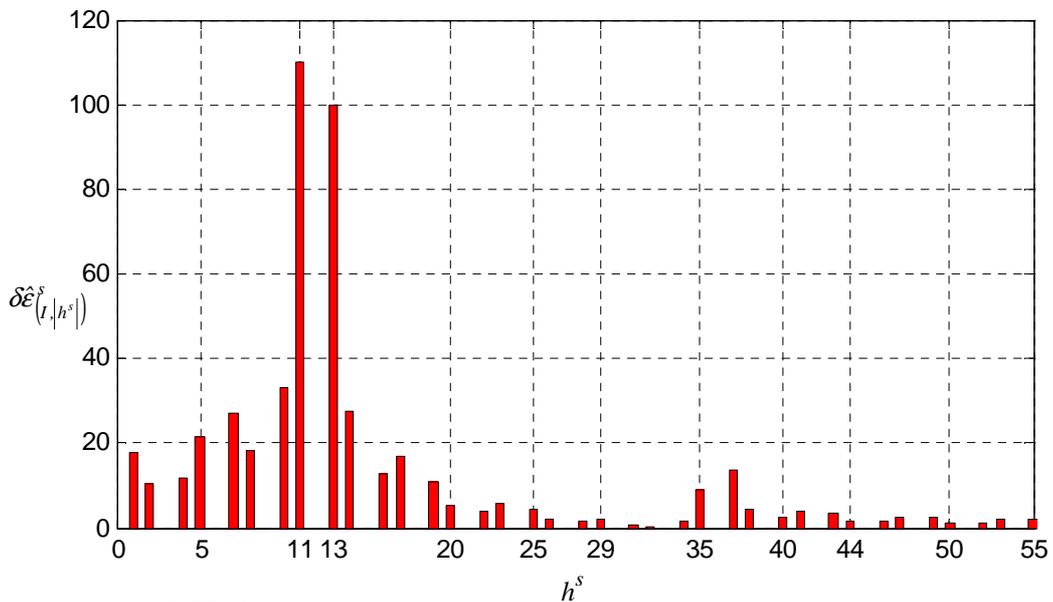


Figure 2.23 : Spectre de la fmm du premier système triphasé sur le quart de machine

4.2 Expression analytique de la fmm générée par le deuxième système triphasé

En prenant en considération l'inversion du sens de circulation des différents courants dans les phases du deuxième système triphasé par rapport à ceux du premier, les fmm générées par les différentes phases du deuxième système triphasé s'expriment, relativement à D_{II}^s , comme suit :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{I(II)}^{s\eta} = -n^s i_1^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{I(II)}^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \mathcal{E}_{2(II)}^{s\eta} = -n^s i_2^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{I(II)}^s - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \mathcal{E}_{3(II)}^{s\eta} = n^s i_3^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha_{I(II)}^s - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{cases} \quad (2-78)$$

En raisonnant comme précédemment, l'expression générale des fmm des différentes phases du deuxième système triphasé s'écrit :

$$\mathcal{E}_{q(II)}^{s\eta} = (-1)^{p_q+1} n^s i_q^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (2-79)$$

En gardant le même système triphasé de courant que précédemment, il vient :

$$\mathcal{E}_{(II)}^{s\eta} = n^s I^s \sqrt{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \begin{cases} -\cos(\omega t) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{cases} \quad (2-80)$$

- Cas de la composante fondamentale : $h^s = 13\eta$

Avec $h^s = 13\eta$, l'expression (2-80) conduit à :

$$\mathcal{E}_{(II)(h^s=13\eta)}^{s\eta} = -\frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{13\eta}^{s\eta} \sin[\omega t - 13\eta \alpha^s + 13\pi/8] \quad (2-81)$$

Comme dans le cas du premier système triphasé, on a bien un champ tournant qui évolue dans le sens trigonométrique à la vitesse $\omega/13\eta$.

- Cas des composantes harmoniques de rang $h^s = 11\eta$

Avec $h^s = 11\eta$, le développement de l'expression (2-80) conduit à l'expression (2-73) et donc au même résultat que dans le cas du premier système triphasé..

- Cas des composantes de rang impair multiple de 3 : $h^s = 3\xi$ avec $\xi \in \mathbb{N}^*$.

Les calculs mènent au même résultat, à savoir $\mathcal{E}_{(II)(h^s=3\xi)}^{s\eta} = 0$

Finalement, les calculs conduisent à l'expression (2-82).

$$\mathcal{E}_{(II)}^{s\eta} = \frac{-n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} \left\{ c_1^s \sin[\omega t + C(h^s)] + c_2^s \cos[\omega t + C(h^s)] \right\} \quad (2-82)$$

Avec :

$$\begin{cases} c_1^s = \cos\left(h^s \frac{\pi}{\eta}\right) + \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - h^s \frac{5\pi}{3\eta}\right) - \cos\left(-\frac{4\pi}{3} - h^s \frac{4\pi}{3\eta}\right) \\ c_2^s = -\sin\left(h^s \frac{\pi}{\eta}\right) + \sin\left(-\frac{2\pi}{3} - h^s \frac{5\pi}{3\eta}\right) - \sin\left(-\frac{4\pi}{3} - h^s \frac{4\pi}{3\eta}\right) \end{cases} \quad (2-83)$$

L'exploitation de l'expression (2-82) et la considération de la configuration trapézoïdale conduisent, pour $t=0$ et $h_{max} = 200$, au tracé de l'évolution de la fmm générée par le deuxième système triphasé sur le quart de machine, présenté à la Figure 2.24.

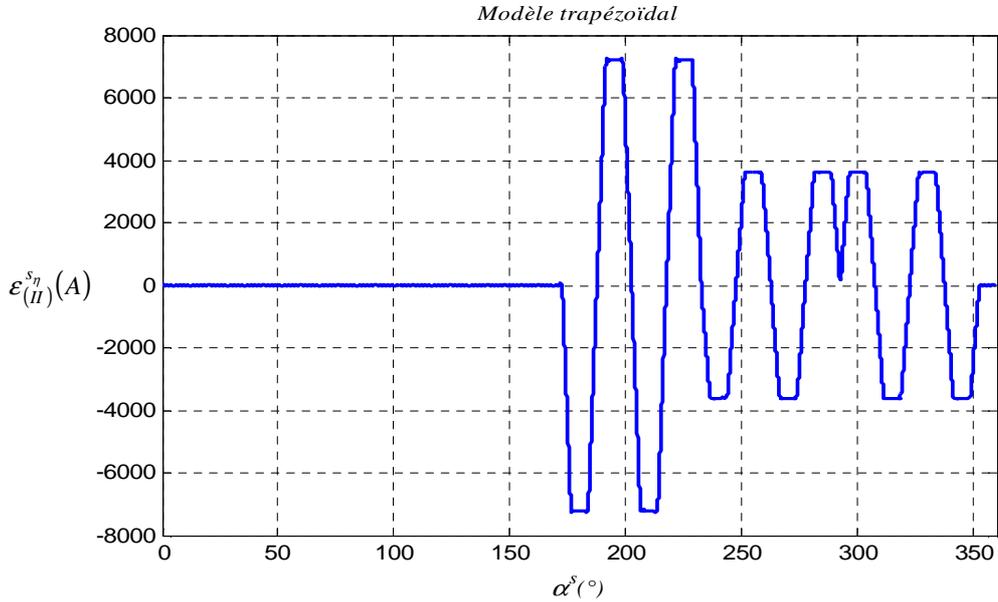


Figure 2.24 : Onde de fmm du deuxième système triphasé sur un quart de machine

Le spectre de la Figure 2.25 présente les valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante fondamentale de rang 13. L'expression (2-84) caractérise cette valeur relative $\delta\hat{\varepsilon}_{(II,|h^s|)}^s$ en %.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\hat{\varepsilon}_{(II,|h^s|)}^s = 100 \frac{|AK_{|h^s|}^{s\eta}|}{|AK_{13}^{s\eta}|} \\ AK_{|h^s|}^{s\eta} = \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} \sqrt{(c_1^{s^2} + c_2^{s^2})} \end{array} \right. \quad (2-84)$$

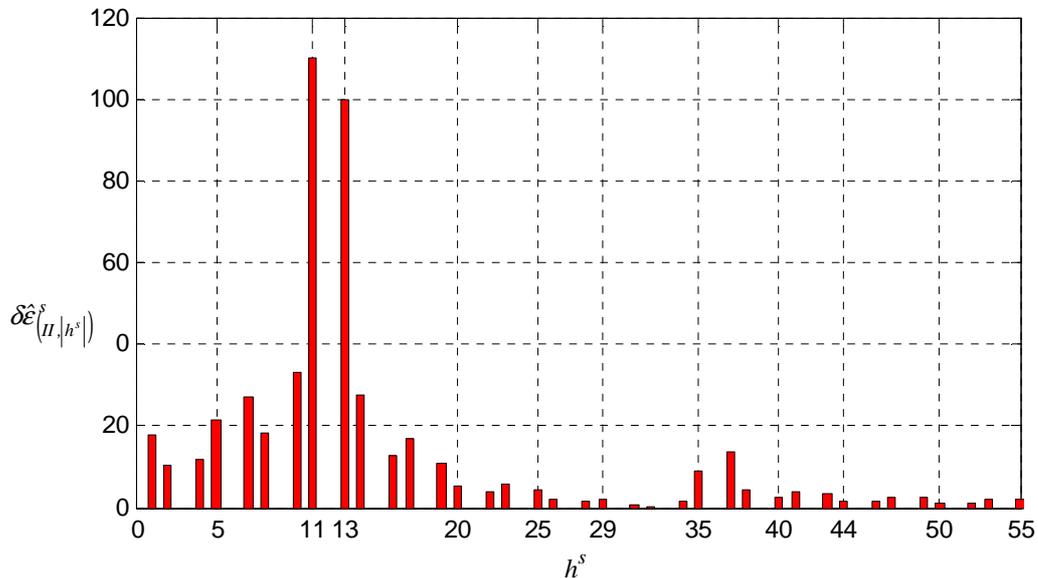


Figure 2.25 : Spectre de la fmm du deuxième système triphasé sur le quart de machine

La fmm du deuxième système triphasé contient aussi les harmoniques de rangs pairs. C'est toujours l'harmonique de rang 11 qui est prépondérant.

4.3 Fmm totale dans l'entrefer

La fmm totale dans l'entrefer de la machine, sur le quart de la machine, est la résultante de ce que créent les deux systèmes triphasés.

$$\mathcal{E}^{s\eta} = \mathcal{E}_{(I)}^{s\eta} + \mathcal{E}_{(II)}^{s\eta} \quad (2-85)$$

En considérant les harmonique de rangs pair, il ressort, après développement que $\mathcal{E}_{(h^s=2\xi\eta)}^{s\eta} = 0$, avec $\xi \in \mathbb{N}$. La fmm totale résultante, ne contient donc pas d'harmoniques de rang pair.

En considérant l'expression (2-85), il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0 \\ h^s \text{ impair}}}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} \{A_1^s \sin[\omega t + C(h^s)] + A_2^s \cos[\omega t + C(h^s)]\} \\ \text{avec} \\ A_1^s = a_1^s - c_1^s \\ A_2^s = a_2^s - c_2^s \end{array} \right. \quad (2-86)$$

En optant pour une évolution trapézoïdale, la fmm totale d'entrefer générée sur le quart de machine par la configuration NPH est présentée à la Figure 2.26, pour $t=0$ et $h_{max} = 200$. La Figure 2.27 présente les valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante fondamentale de rang 13.

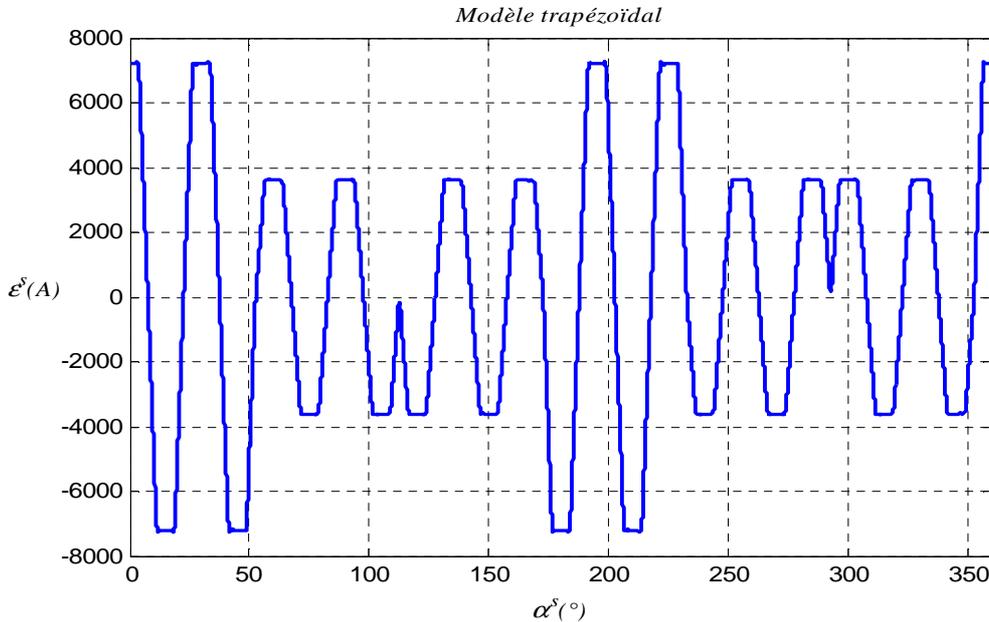


Figure 2.26 : Forme d'onde de fmm totale d'entrefer sur un quart de machine générée par la configuration NPH

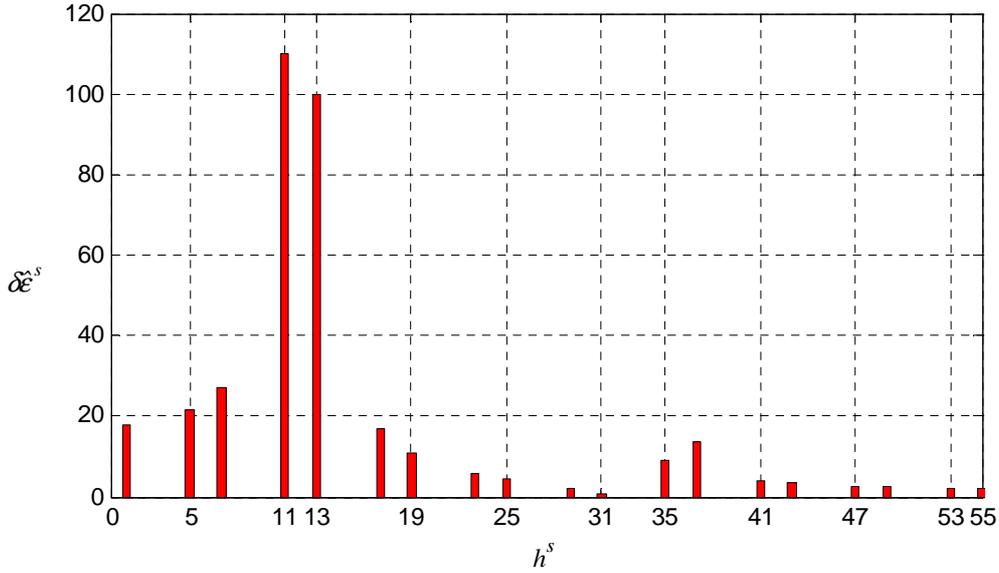


Figure 2.27 : Spectre de fmm totale d'entrefer sur un quart de machine générée par la configuration NPH

L'harmonique prépondérant est de rang 11. On note aussi que les harmoniques pairs qui existent en considérant indépendamment les deux systèmes triphasés, disparaissent. Le contenu harmonique de la fmm totale, en considérant les deux systèmes triphasés, contient des sous-harmoniques dont les amplitudes sont importantes.

5. Étude de la deuxième configuration (Conf.2)

A la différence de la configuration de NPH, le stator porte cette fois un bobinage triphasé constitué, pour une phase, de 2 enroulements élémentaires distincts. Sur $2\pi_{el}$, les 2 enroulements constituant une phase sont distants de π_{el} . Chaque enroulement élémentaire est constitué de quatre bobines montées chacune sur une dent. Le schéma illustrant cette configuration est présenté à la Figure 1.19 où la considération de l'ordre des phases est illustrée. Pour cette configuration, nous notons f_q^s la fmm d'une phase qui est constituée de deux enroulements élémentaires et F^s la fmm totale en considérant les trois phases.

5.1 Fmm d'entrefer générée par une phase

La fmm générée par le premier enroulement de la phase 1 est donnée par l'expression générale (2-57). Le second enroulement élémentaire de la phase 1 sur l'intervalle considéré est distant de π/η de l'enroulement élémentaire initialement considéré. Pour distinguer ces deux enroulements, nous convenons d'introduire les indices I et II . Relativement à $D_{I(I)}^s$, les fmm de $\varepsilon_{I,h^s(I)}^s$ et $\varepsilon_{I,h^s(II)}^s$

s'expriment par $\varepsilon_{I,h^s(I)}^s = \hat{\varepsilon}_{I,h^s}^s \sin\left(h^s \alpha_{I(I)}^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right)$ et $\varepsilon_{I,h^s(II)}^s = -\hat{\varepsilon}_{I,h^s}^s \sin\left(h^s \alpha_{I(I)}^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right)$.

L'harmonique résultant s'obtient en sommant ces deux quantités exprimées dans le référentiel lié à $D_{I(I)}^s$. Ainsi, la fmm d'entrefer générée par les deux enroulements s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} f_I^s = \sum_{h^s=1}^{+\infty} \hat{f}_{I,h^s}^s \cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \hat{f}_{I,h^s}^s = 2\hat{\varepsilon}_{I,h^s}^s \sin\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) = 2i_1^s n^s K_{h^s}^s \sin\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) \end{cases} \quad (2-87)$$

L'évolution de cette onde de fmm sur le quart de machine est présentée à la Figure 2.28 pour $h_{max} = 200$. La Figure 2.29 présente les valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante fondamentale de rang 13.

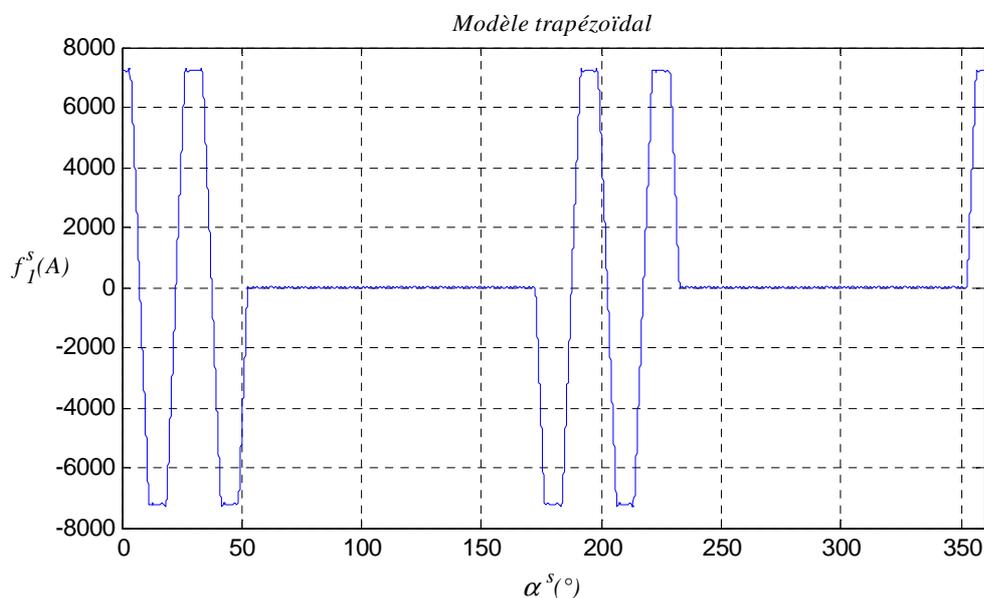


Figure 2.28 : Onde de fmm de l'enroulement de la phase 1 sur le quart de machine

La différence notable avec le contenu spectral de la phase 1 de la configuration NPH résulte de la disparition des harmoniques de rangs pairs. L'harmonique qui présente l'amplitude la plus élevée est à présent de rang 11.

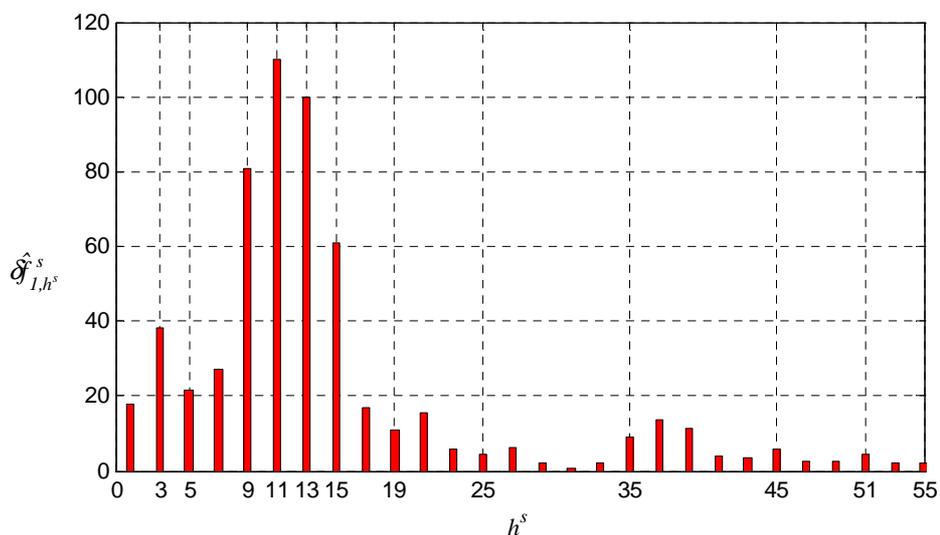


Figure 2.29 : Analyse spectrale de la fmm de l'enroulement de la phase 1 sur le quart de machine

5.2 Expression analytique de la fmm totale dans l'entrefer

L'expression de la fmm totale " F^s " qui apparaît aux bornes de l'entrefer, en tenant compte de l'inversion du sens du courant dans la phase 2 (Figure 1.16), s'écrit :

$$F^s = 2n^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) \left\{ \begin{array}{l} i_1^s \cos\left(h^s \alpha_1^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - i_2^s \cos\left(h^s \alpha_2^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) + \\ i_3^s \cos\left(h^s \alpha_3^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{array} \right\} \quad (2-88)$$

Supposons que les courants i_q^s forment un système triphasé équilibré de courants sinusoïdaux d'expression : $I^s \sqrt{2} \cos\left[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right]$. Comme : $\alpha_1^s = \alpha_2^s + \pi/3\eta$ et $\alpha_1^s = \alpha_3^s + 2\pi/3\eta$, on en déduit que l'expression de F^s , définie relativement à D_1^s , en notant tout simplement α^s la quantité α_1^s , s'exprime par :

$$F^s = 2n^s I^s \sqrt{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega t) \cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - \\ \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right) + \\ \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{2\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right) \end{array} \right\}$$

Ce qui conduit, après calculs, à :

$$F^s = n^s I^s \sqrt{2} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} K_{|h^s|}^{s\eta} \sin\left(|h^s| \frac{\pi}{2\eta}\right) \left\{ s_1 \cos[\omega t + C(h^s)] + s_2 \sin[\omega t + C(h^s)] \right\}$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} s_1 = \left\{ \cos\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{6\eta} h^s\right) + \cos\left(-\frac{4\pi}{3} - \frac{7\pi}{6\eta} h^s\right) \right\} \\ s_2 = \left\{ \sin\left(h^s \frac{\pi}{2\eta}\right) + \sin\left(-\frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{6\eta} h^s\right) - \sin\left(-\frac{4\pi}{3} - \frac{7\pi}{6\eta} h^s\right) \right\} \end{array} \right\} \quad (2-89)$$

$$C(h^s) = h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}$$

En considérant l'évolution trapézoïdale, la Figure 2.30 montre l'évolution de la fmm totale d'entrefer, sur le quart de machine, avec $t = 0$, $h_{max}^s = 200$. La Figure 2.31 présente les valeurs relatives en % des différents harmoniques, en prenant comme référence l'amplitude de la composante fondamentale de rang 13.

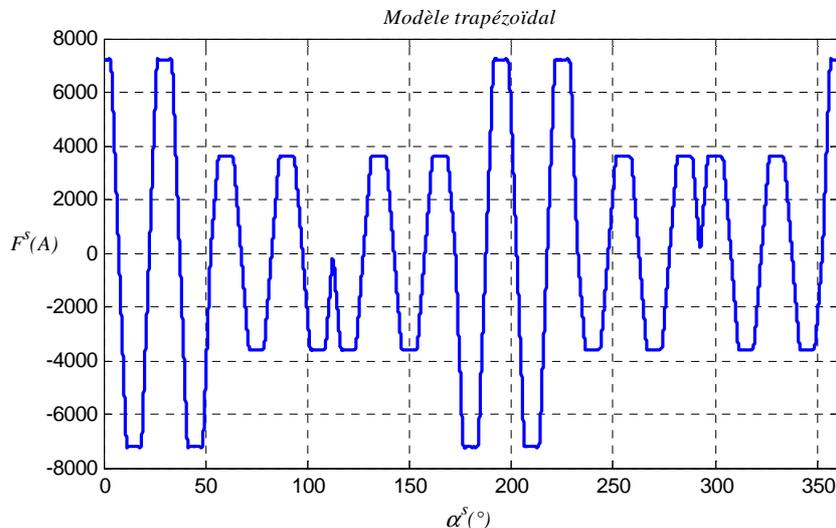


Figure 2.30 : Onde de fmm totale d'entrefer sur le quart de machine

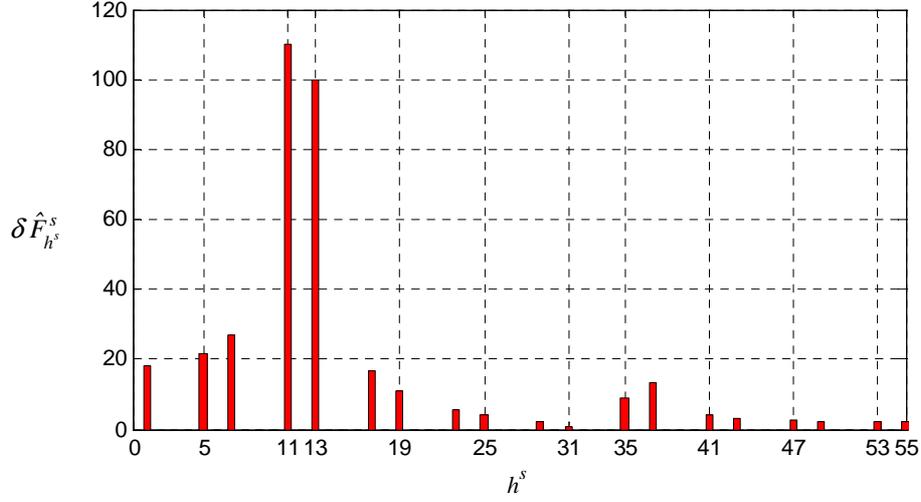


Figure 2.31 : Spectre de l'onde de fmm totale d'entrefer de la configuration série sur le quart de machine

5.3 Effet de la configuration série sur le huitième de machine

Le but de cette partie est d'observer les phénomènes électromagnétiques en alimentant un enroulement élémentaire de chacune des trois phases de la Conf.2. Ceci a pour finalité la comparaison avec la configuration NPH. Considérons les effets de la Conf.2 sur le quart de machine, en alimentant que les premiers enroulements élémentaires de chaque phase. En se référant aux expressions (2-59) et (2-60), la fmm totale d'entrefer générée par les trois phases, en alimentant uniquement leurs premiers enroulements, s'exprime comme suit :

$$F^s = n^s \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} i_1^s \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) - i_2^s \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) + \\ i_3^s \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{2\pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \end{array} \right\}$$

En posant $i_q^s = I^s \sqrt{2} \cos\left[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right]$, il vient :

$$F^s = n^s I^s \sqrt{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega t) \sin[C(h^s)] - \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left[C(h^s) - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] + \\ \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left[C(h^s) - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] \end{array} \right\}$$

$$F^s = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] - \\ \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + C(h^s) - h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] + \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s) + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] + \\ \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + C(h^s) - h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] - \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} - C(h^s) + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] \end{array} \right\} \quad (2-90)$$

- Cas de la composante fondamentale : $h^s = 13\eta$

L'expression (2-90) s'exprime, après calculs, par :

$$F_{(13\eta)}^s = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s_\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] + \\ \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin\left[\omega t - C(h^s) - \frac{4\pi}{3}\right] + \\ \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s)\right] \end{array} \right\}$$

On voit apparaître la somme de trois grandeurs qui forment un système triphasé équilibré de sorte que l'expression de $F_{\eta,(13\eta)}^s$ devient :

$$F_{\eta,(13\eta)}^s = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13\eta}^{s_\eta} \sin\left[\omega t + 13\eta\alpha^s - 13\frac{\pi}{8}\right] \quad (2-91)$$

On a un champ tournant qui évolue dans le sens inverse du sens trigonométrique à la vitesse $\omega/13\eta$.

- Cas des composants harmoniques de rang $h^s = 11\eta$

L'expression (2-90) s'exprime, après calculs, par :

$$F_{\eta,(11\eta)}^s = -\frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{11\eta}^{s_\eta} \sin\left[\omega t - 11\eta\alpha^s + 11\frac{\pi}{8}\right] \quad (2-92)$$

On a donc un champ tournant qui évolue dans le sens trigonométrique à la vitesse $\omega/11\eta$.

- Cas des composantes de rang impair multiple de 3 : $h^s = 3\xi$ avec $\xi \in \mathbb{N}^*$

$$F_{\eta,(h^s=3\xi)}^s = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{h^s, h^s=3\xi}^{s_\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s)] - \sin[\omega t - C(h^s)] - \\ \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} + C(h^s) - \pi\right] + \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{3} - C(h^s) + \pi\right] + \\ \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} + C(h^s) - 2\pi\right] - \sin\left[\omega t - \frac{4\pi}{3} - C(h^s) + 2\pi\right] \end{array} \right\}$$

$$F_{\eta,(h^s=3\xi)}^s = 0 \quad (2-93)$$

On obtient donc un champ tournant statorique tournant dans le même sens de rotation que la machine.

Modifier l'expression (2-90) via des transformations trigonométriques conduit à :

$$F_\eta^s = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{2} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s_\eta} \left\{ s_1^\eta \sin[\omega t + C(h^s)] + s_2^\eta \cos[\omega t + C(h^s)] \right\}$$

$$\begin{cases} s_1^\eta = 1 - \cos\left[\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] + \cos\left[\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] \\ s_2^\eta = \sin\left[\frac{2\pi}{3} + h^s \frac{\pi}{3\eta}\right] - \sin\left[\frac{4\pi}{3} + h^s \frac{2\pi}{3\eta}\right] \end{cases} \quad (2-94)$$

La forme d'onde de cette expression est présentée à la Figure 2.32. Le tracé sous matlab est fait, pour une évolution trapézoïdale, avec $h_{max} = 200$ et $t = 0$. Le contenu spectral, relativement à l'amplitude du fondamental, est présenté à la Figure 2.33.

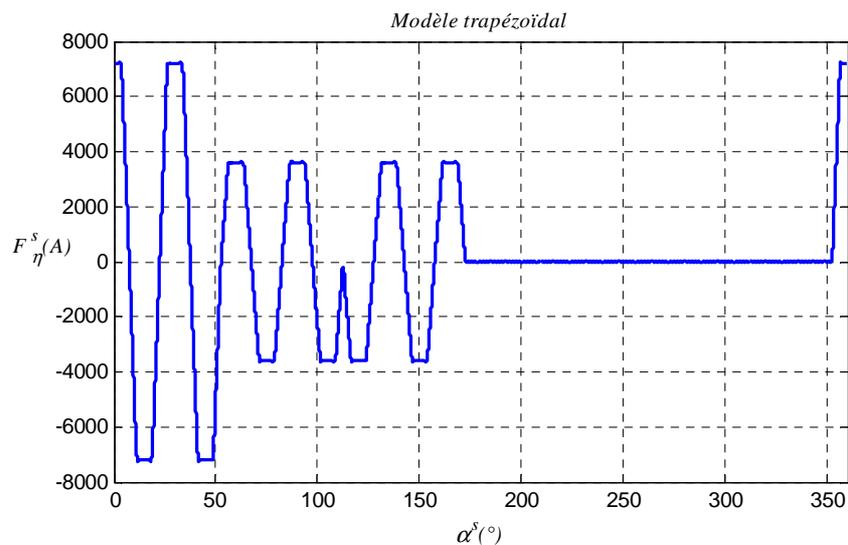


Figure 2.32 : Forme d'onde de la fmm avec la Conf.2, en alimentant que les premiers enroulements élémentaires

Évidemment, la fmm est nulle sur la deuxième moitié du quart de machine, c'est ce qui la différencie de l'évolution de la fmm totale si on alimentait tous les enroulements des phases. Par rapport à la configuration de Nénuphar, cette forme d'onde est la même que celle du premier système triphasé de la machine, dont l'évolution est présentée à la Figure 2.22.

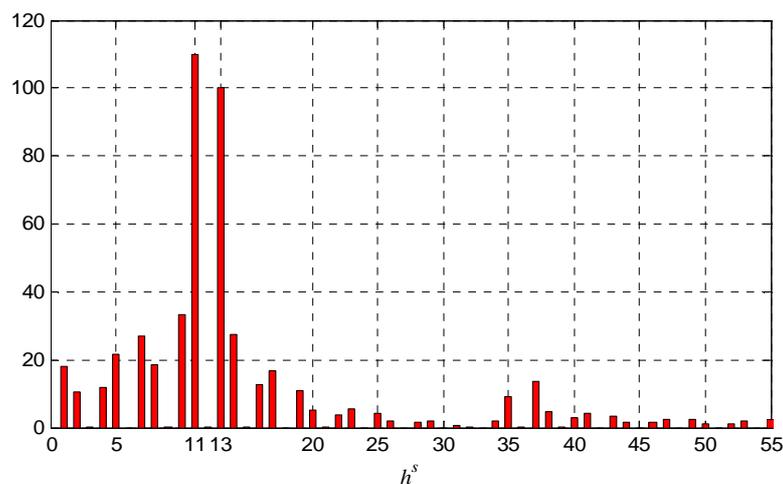


Figure 2.33 : Spectre de la fmm de la Conf.2, en alimentant que les premiers enroulements élémentaires

6. Analyse des deux configurations

- Le spectre de fmm de la phase 1 de la configuration NPH contient des harmoniques pairs et c'est l'harmonique 12 qui est prépondérant,
- Le spectre de la fmm de la phase 1 de la Conf.2 n'est constitué que d'harmoniques de rangs impairs, et c'est l'harmonique 11 qui est prépondérant,
- L'ordre des phases considéré dans la configuration NPH génère, pour les deux systèmes triphasés, un champ tournant qui évolue dans le sens trigonométrique (qui correspond au sens du champ rotorique) ; alors que celui de utilisé dans la Conf.2 génère un champ tournant dans le sens inverse au sens trigonométrique.

- Au final, les deux configurations donnent la même évolution de fmm d'entrefer totale sur le quart de machine,
- Le contenu spectral des fmm totales des deux configurations présente un harmonique de rang 11 prépondérant qui est supérieur à l'harmonique de rang 13 qui est le fondamental.

7. Fmm générée par le rotor

7.1 Géométrie du rotor

Comme nous l'avons signalé dans la description générale de la machine, le rotor est équipé d'aimants permanents. Les aimants, de forme parallépipédique sont disposés en "V", de manière à former 104 pôles via une pièce polaire intermédiaire. La Figure 2.9 de la page 54 montre la vue développée d'une partie du rotor, ainsi que les notations qui seront utilisées dans la suite.

7.2 Calcul de la fmm générée par les aimants

7.2.1 Circuit magnétique équivalent

Le rotor étant équipé d'aimants, nous déterminons la fmm équivalente que produiraient des bobines enroulées sur chaque dent et parcourues par un courant continu, créant une succession de pôles Nord et Sud. Considérons les hypothèses de l'étude de la perméance d'entrefer faite en considérant que les effets du rotor qui conduisent à un rotor à profil rectangulaire comme le montre la Figure 2.5. Considérons deux dents statoriques alignées avec deux dents larges rotoriques. On considère l'effet simultané des deux aimants qui entourent la petite dent rotorique. Le trajet suivi par le flux est matérialisé par la ligne rouge fléchée. On ne considère que la partie du rotor constituée de deux demi-pôles et la partie du stator correspondant à deux demi-dents. Il a été montré dans l'Annexe B que, quelque soit la position du rotor, le flux pouvant passer à travers la petite dent rotorique est négligeable. Ceci conduit au schéma de la Figure 2.34.

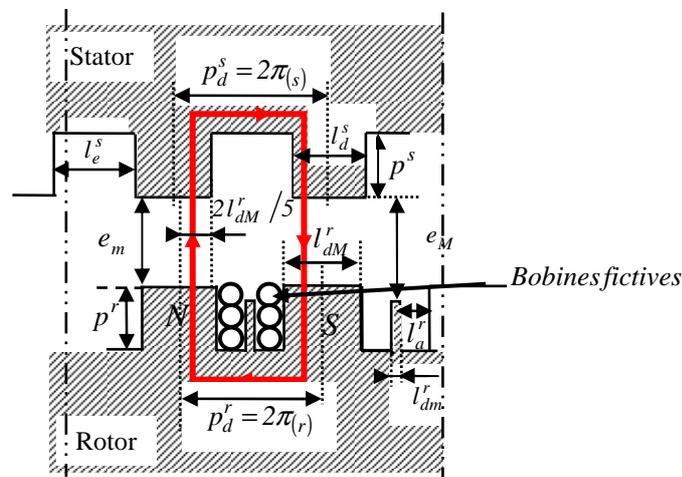


Figure 2.34 : Trajet du flux rotorique

Dans ces conditions et en faisant abstraction des fuites et des autres trajets que pourrait emprunter le flux, le circuit magnétique équivalent est donné à la Figure 2.35a où ε_a^r est le potentiel magnétique de chaque aimant figurant dans le circuit magnétique. \mathfrak{R}_a^r représente l'impédance interne de chaque aimant et $\mathfrak{R}_e = e_m/\mu_0 S_e$ la reluctance associée à l'entrefer, S_e étant la section de l'entrefer traversée par le flux. En posant $\varepsilon_a = 2\varepsilon_a^r$ et $\mathfrak{R}_{eq} = 2\mathfrak{R}_e + 2\mathfrak{R}_a^r$, le schéma se réduit à celui de la Figure 2.35b. En considérant la surface des dents statorique et rotorique en regard, il vient : $S_e = 2l_{dM}^r L/5$ et

$\mathfrak{R}_e = 5e_m / 2\mu_0 l_{dM}^r L$. Les expressions de \mathfrak{R}_e et de \mathfrak{R}_a^r conduisent à : $\mathfrak{R}_{eq} = \frac{5e_m}{\mu_0 l_{dM}^r L} + \frac{2l_a}{\mu_a L L_a}$ avec $\mu_a = \mu_0 \mu_{ra}$. $\varepsilon_a = \mathfrak{R}_{eq} \varphi_a$ où $\varphi_a = B_a S_a$ est le flux généré par les aimants. Il vient alors :

$$\varepsilon_a = \left(\frac{5e_m}{\mu_0 l_{dM}^r L} + \frac{2l_a}{\mu_a L L_a} \right) B_a S_a \quad (2-95)$$

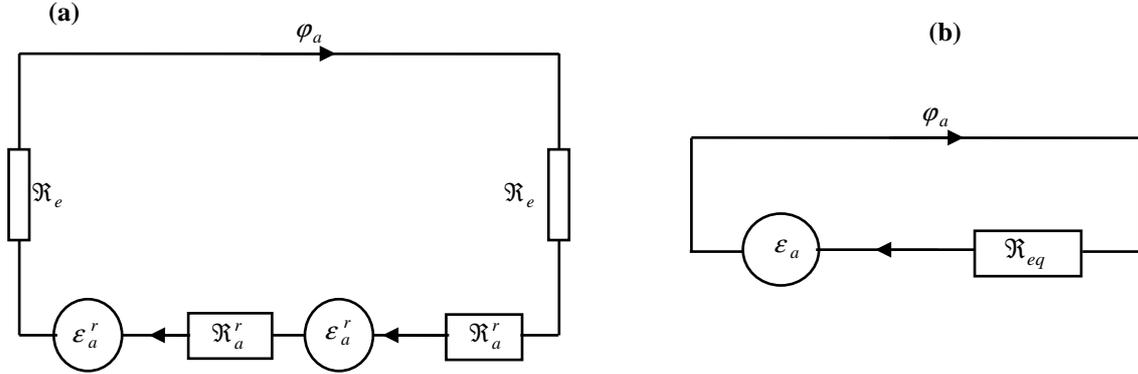


Figure 2.35: Circuit magnétique équivalent

7.2.2 Expression de la droite de charge

L'utilisation du théorème d'Ampère appliqué au circuit magnétique équivalent donne :

$2H_a l_a + 2H_e e_m = 0$ donc $H_e = -\frac{H_a l_a}{e_m}$. La loi de la conservation de la composante normale du flux

conduit à écrire : $B_a S_a = B_e S_e = \mu_0 H_e S_e$ donc $B_a S_a = -\mu_0 \frac{H_a l_a}{e_m} S_e$. Soit :

$$B_a = -\mu_0 \frac{l_a S_e}{e_m S_a} H_a \quad (2-96)$$

7.2.3 Caractéristique principale de l'aimant

Les aimants utilisés sont des NdFeB qui font partie des aimants modernes dit durs. Ils présentent une caractéristique principale qu'on peut considérer comme étant linéaire [49], [71], c'est le cas des aimants utilisés dans la machine NPH, dont les courbes B(H) sont présentées à la Figure 1.24. Cette caractéristique principale, considérée linéaire, est alors confondue avec l'ensemble des droites de retour et peut donc être modélisée par l'équation suivante [72] :

$$B_a = B_r + \mu_a H_a \quad (2-97)$$

Avec $\mu_a = \mu_0 \mu_{ra}$. Ceci facilite leur modélisation. En effet, quelque soit le point de fonctionnement, la droite de recul est confondue avec cette caractéristique principale.

7.2.4 Point de fonctionnement

Le point de fonctionnement est le point d'intersection entre la droite de charge et la droite caractéristique. En égalant les expressions (2-96) et (2-97), il vient : $H_a = -\frac{e_m S_a}{\mu_0 l_a S_e + e_m S_a \mu_a} B_r$

L'expression (2-96) devient : $B_a = \frac{l_a S_e}{l_a S_e + e_m S_a \mu_{ra}} B_r$

Ainsi $\varepsilon_a = \left(\frac{5e_m}{\mu_0 l_{dM}^r L} + \frac{2l_a}{\mu_a L L_a} \right) \frac{l_a S_e}{l_a S_e + e_m S_a \mu_{ra}} B_r S_a$. puisque $S_e = 2l_{dM}^r L/5$ et $S_a = l_a L$, les calculs conduisent à :

$$\varepsilon_a = \left(\frac{5e_m}{\mu_0 l_{dM}^r} + \frac{2l_a}{\mu_a L_a} \right) \frac{2l_{dM}^r}{2l_{dM}^r + 5e_m \mu_{ra}} B_r l_a \quad (2-98)$$

Les caractéristiques constructeur indiquent que la température maximale supportée par l'aimant est de 120° . Pour cette température, nous avons $B_r = 1.22 T$.

7.3 Force magnétomotrice créée par le rotor

7.3.1 Expression analytique

Considérons que la fmm se concentre non seulement sous les dents et évolue depuis l'encoche, comme le montre la Figure 2.36. Le choix de cette évolution depuis l'encoche se justifie en Annexe D, pour le cas de la Figure D.2c. Puisque $\varepsilon^r(\alpha + \pi) = -\varepsilon^r(\alpha)$, la série de Fourier associée à ε^r , en prenant comme référence l'axe D_l^r , est donnée par :

$$\varepsilon^{r\eta}(\alpha^{r'}) = \sum_{h^r=1}^{+\infty} s_h^r \sin(h^r \eta p_\eta \alpha^{r'}) \quad (2-99)$$

$$\text{avec : } \left\{ s_h^r = \frac{2}{\pi} \begin{cases} \left(\frac{r_{dm}^r + 2r_a^r + r_{dM}^r}{2} \right) p_d^r & \text{si } h^r \text{ est pair} \\ \int \varepsilon^r \sin(h^r \eta p_\eta \alpha^{r'}) d\alpha^{r'} & \text{si } h^r \text{ est impair} \end{cases} \right. , p_d^s = 2\pi/24\eta, p_d^r = 2\pi/26\eta \text{ et } p_\eta = 13$$

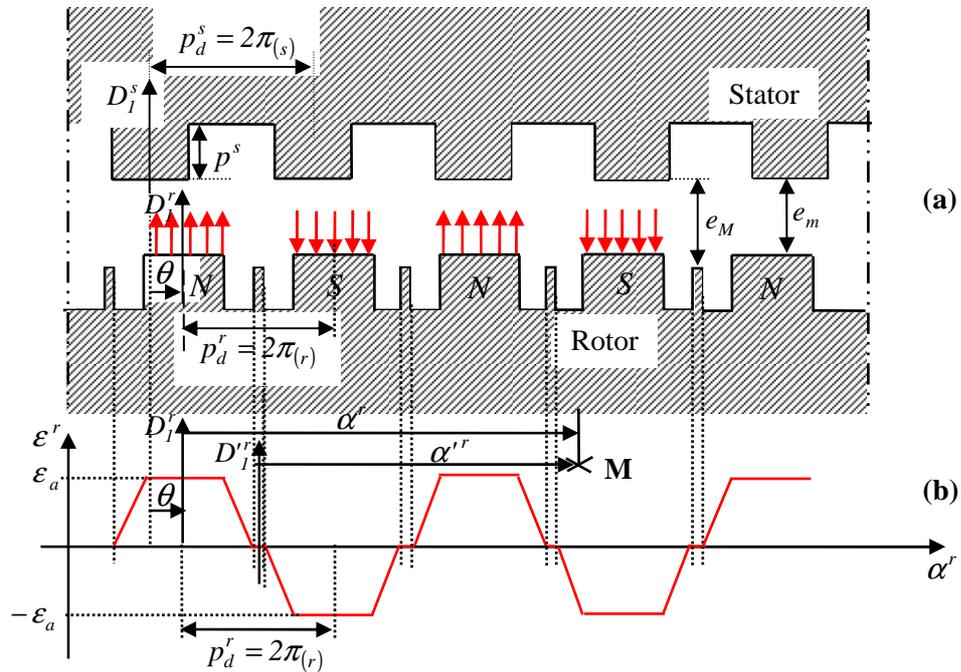


Figure 2.36 : Évolution de fmm rotorique aux bornes de l'entrefer

Il vient :

$$\varepsilon^{r\eta}(\alpha^{r'}) = \frac{2\varepsilon_a}{\pi} \sum_{\substack{h^r=1 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} s_h^r \sin(h^r \eta p_\eta \alpha^{r'}) \quad (2-100)$$

Avec $s_h^r = \frac{2\varepsilon_a}{\pi} s_h^{r'}$ et :

$$s_h^{r'} = 2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r_a^r p_d^r} \frac{\sin\left(h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r\right) p_d^r\right)}{(h^r \eta p_\eta)^2} + \frac{1}{r_a^r p_d^r} \frac{\sin\left(h^r \eta p_\eta \frac{r_{dm}^r p_d^r}{2}\right)}{(h^r \eta p_\eta)^2} + \\ \frac{\cos\left(h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r\right)}{(h^r \eta p_\eta)} \end{array} \right\} \quad (2-101)$$

D_l^r est déphasé de $\left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r$ par rapport à $D_l^{r'}$. $\alpha^r = \alpha^{r'} + \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r$. Et comme

$\alpha^r = \alpha^s - \theta$, la fmm due au rotor, exprimé dans le référentiel statorique, s'exprime par :

$$\varepsilon^{r\eta}(\alpha^s, \theta) = \frac{2\varepsilon_a}{\pi} \sum_{\substack{h^r=1 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} s_h^{r'} \sin\left[h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r - \theta\right)\right] \quad (2-102)$$

Cette expression peut encore s'écrire :

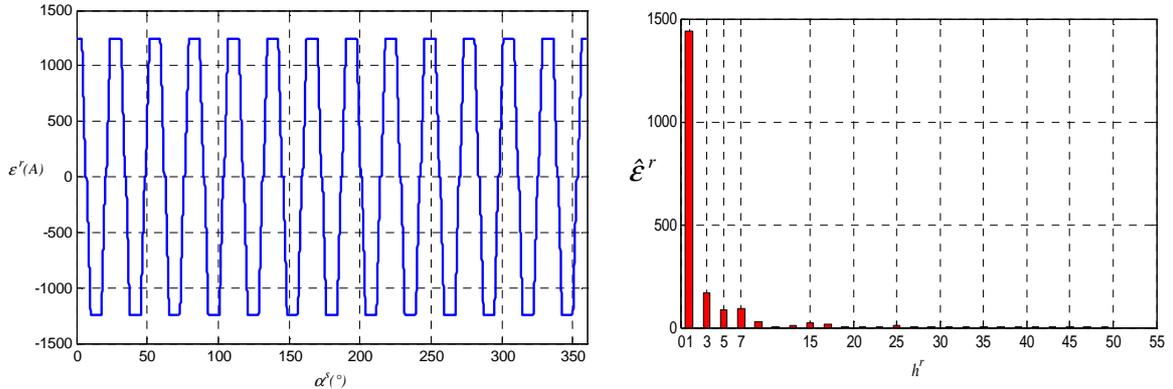
$$\varepsilon^{r\eta}(\alpha^s, \theta) = \frac{2\varepsilon_a}{\pi} \sum_{\substack{h^r=1 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} s_h^{r'} \cos\left[h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r - \theta\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

En étendant le domaine de variation de h^r à $-\infty$, on peut écrire :

$$\varepsilon^{r\eta}(\alpha^s, \theta) = \frac{\varepsilon_a}{\pi} \sum_{\substack{h^r=-\infty \\ h^r \neq 0 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} s_{|h^r|}^{r'} \cos\left[h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2}\right) p_d^r - \theta\right) - \frac{h^r}{|h^r|} \frac{\pi}{2}\right] \quad (2-103)$$

7.3.2 Résultats de la programmation sous matlab et analyse

En raisonnant toujours sur le quart de machine, la simulation est faite pour $h_{max}^r = 200$ et $\theta = 0$. La Figure 2.37a montre l'évolution de la fmm rotorique. Le contenu spectral est présenté à la Figure 2.37b.



(a) : Évolution spatiale de la Fmm rotorique sur un quart de machine

(b) : Contenu harmonique de l'onde de fmm du rotor

Figure 2.37 : Fmm rotorique

Chapitre 3 : Caractérisation de l'induction d'entrefer

L'induction d'entrefer est l'un des paramètres les plus importants de l'étude des machines électriques [49]. Ce chapitre se consacre à l'étude de l'évolution de l'induction d'entrefer de la machine NPH ainsi qu'à son contenu harmonique, en prenant en compte les effets d'encoche et d'harmoniques d'espaces. Nous travaillerons avec la configuration NPH.

1. Induction générée par le stator

1.1 Onde d'induction générée par le premier système triphasé

On utilise les expressions (2-37) et (2-65) correspondant respectivement à la perméance d'entrefer associée aux effets du stator et à la fmm d'une phase quelconque du premier système triphasé pour exprimer l'induction générée par une phase.

➤ L'onde d'induction générée par une phase du premier système triphasé s'exprime comme suit :

$$b_{l,q}^{s\eta} = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} \cos\left[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \sin\left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right]$$

$$b_{l,q}^{s\eta} = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \sin\left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] + \\ \sin\left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \end{array} \right\}$$

En étendant le domaine de variation de k_s à $-\infty$, il vient :

$$b_{l,q}^{s\eta} = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} \left\{ \sin\left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \right\} \quad (2-104)$$

➤ L'onde d'induction générée par tout le premier système triphasé s'exprime comme suit :

$$b_l^{s\eta} = A^s(\alpha^s, \theta) \varepsilon_{(l)}^{s\eta}(\alpha^s) \quad (2-105)$$

Avec $A^s(\alpha^s, \theta)$ la perméance d'entrefer associée aux effets du stator et $\varepsilon_{(l)}^{s\eta}(\alpha^s)$ la force magnétomotrice du premier système triphasé, correspondant à l'expression (2-75). Il vient :

$$b_l^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{4} \sum_{h^s \neq 0}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \cos\left[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \left[a_1^s \sin[\omega t + C(h^s)] + a_2^s \cos[\omega t + C(h^s)] \right]$$

$$b_l^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \sum_{h^s \neq 0}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \left\{ \begin{array}{l} a_1^s \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega t + C(h^s) + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \\ \sin[\omega t + C(h^s) - (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta] \end{array} \right\} + \\ a_2^s \left\{ \begin{array}{l} \cos[\omega t + C(h^s) + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \\ \cos[\omega t + C(h^s) - (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s + k_r \eta N_\eta^r \theta] \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

En étendant le domaine de variation de k_s à $-\infty$, on peut écrire :

$$b_I^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \left\{ a_1^s \sin[\omega t + C(h^s) + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] + \right. \\ \left. a_2^s \cos[\omega t + C(h^s) + (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \right\}$$

Sachant que $\theta = \omega_r t + \theta_0$ et $\omega = \eta p_\eta \omega_r$, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_I^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \left\{ a_1^s \sin(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s - \gamma^s) + \right. \\ \left. a_2^s \cos(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s - \gamma^s) \right\} \\ K_{\omega_r}^s = (\eta p_\eta - k_r \eta N_\eta^r), M^s = -(h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r), \gamma^s = h^s \frac{\pi}{8\eta} + k_r \eta N_\eta^r \theta_0 \end{array} \right. \quad (2-106)$$

Cette expression s'écrit encore :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_I^{s\eta} = \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{I,kskrh}^{s\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \phi_I^s] \\ b_{I,kskrh}^{s\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \hat{A}_I^s \text{ avec } \hat{A}_I^s = \sqrt{a_1^{s2} + a_2^{s2}} \\ W^s = K_{\omega_r}^s \omega_r \\ \phi_I^s = \gamma^s + \zeta_I^s \text{ avec } \zeta_I^s = \arctan \frac{a_1^s}{a_2^s} \text{ ou } \zeta_I^s = \arctan \frac{a_1^s}{a_2^s} + \pi \end{array} \right. \quad (2-107)$$

1.2 Onde d'induction générée par le deuxième système triphasé

L'onde d'induction générée par le deuxième système triphasé s'exprime comme suit :

$$b_{II}^{s\eta} = A^s(\alpha^s, \theta) \varepsilon_{(II)}^{s\eta}(\alpha^s) \quad (2-108)$$

$\varepsilon_{(II)}^{s\eta}(\alpha^s)$ est la force magnétomotrice du deuxième système triphasé, correspondant à l'expression (2-82). Il vient, après des développements et regroupements similaires à ceux effectués précédemment :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{II}^{s\eta} = \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{II,kskrh}^{s\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \phi_{II}^s] \\ b_{II,kskrh}^{s\eta} = -\frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s\eta} A_{sr}^s \hat{A}_{II}^s \text{ avec } \hat{A}_{II}^s = \sqrt{c_1^{s2} + c_2^{s2}} \\ W^s = K_{\omega_r}^s \omega_r, \quad \phi_{II}^s = \gamma^s + \zeta_{II}^s \text{ avec } \zeta_{II}^s = \arctan \frac{c_1^s}{c_2^s} \text{ ou } \zeta_{II}^s = \arctan \frac{c_1^s}{c_2^s} + \pi \end{array} \right. \quad (2-109)$$

1.3 Onde d'induction totale générée par le stator dans l'entrefer de la machine

L'onde d'induction totale générée par le stator s'exprime comme suit :

$$b^{s\eta} = A^s(\alpha^s, \theta) \varepsilon^{s\eta}(\alpha^s) \quad (2-110)$$

$\varepsilon^{s\eta}(\alpha^s)$ est la fmm totale statorique, correspondant à l'expression (2-86), où l'expression de fmm ne contient que des harmoniques de d'espaces impair. Il vient :

$$b^{s_\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{4} \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0 \\ h^s \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = 0}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s_\eta} A_{sr}^s \cos\left[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \left\{ A_1^s \sin[\omega t + C(h^s)] + A_2^s \cos[\omega t + C(h^s)] \right\}$$

Soit, après calculs :

$$b^{s_\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0 \\ h^s \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s_\eta} A_{sr}^s \left\{ \begin{array}{l} A_1^s \sin \left[\begin{array}{l} (\eta p_\eta - k_r \eta N_\eta^r) \omega_r t + (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{8\eta} - k_r \eta N_\eta^r \theta_0 \end{array} \right] + \\ A_2^s \cos \left[\begin{array}{l} (\eta p_\eta - k_r \eta N_\eta^r) \omega_r t + (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{8\eta} - k_r \eta N_\eta^r \theta_0 \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

Cette expression s'écrit encore :

$$\left\{ \begin{array}{l} b^{s_\eta} = \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0 \\ h^s \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{s_\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \varphi^s] \\ b_{k_s k_r h}^{s_\eta} = \frac{n^s I^s \sqrt{2}}{8} \frac{h^s}{|h^s|} K_{|h^s|}^{s_\eta} A_{sr}^s \hat{A}^s \text{ avec } \hat{A}^s = \sqrt{A_1^{s^2} + A_2^{s^2}} \\ W^s = K_{\omega_r}^s \omega_r \\ \varphi^s = \gamma^s + \zeta^s \text{ avec } \zeta^s = \arctan \frac{A_1^s}{A_2^s} \text{ ou } \zeta^s = \arctan \frac{A_1^s}{A_2^s} + \pi \end{array} \right. \quad (2-111)$$

2. Expression de l'onde d'induction générée par le rotor

L'expression analytique de l'induction générée par le rotor est le produit de la fmm rotorique correspondant à l'expression (2-103) et de la perméance d'entrefer associée aux effets du rotor, qui correspond à l'expression (2-25). L'induction générée par le rotor s'exprime comme suit :

$$b^{r_\eta} = A^r(\alpha^s, \theta) \varepsilon^{r_\eta}(\alpha^s, \theta) \quad (2-112)$$

$$b^{r_\eta} = \frac{\varepsilon_a}{2\pi} \sum_{\substack{h^r = -\infty \\ h^r \neq 0 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = 0}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} A_{sr}^r s_{|h^r|}^r \cos\left[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta\right] \cos\left[h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) - \frac{h^r}{|h^r|} \frac{\pi}{2}\right]$$

Les calculs se mènent exactement comme pour le stator. Il vient, après développements :

$$\left\{ \begin{array}{l} b^{r_\eta} = \sum_{\substack{h^r = -\infty \\ h^r \neq 0 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{r_\eta} \cos[W^r t - M^r \alpha^s - \varphi^r] \\ b_{k_s k_r h}^{r_\eta} = \frac{\varepsilon_a}{4\pi} A_{sr}^r s_{|h^r|}^r, \quad W^r = K_{\omega_r}^r \omega_r, \quad K_{\omega_r}^r = -(h^r \eta p_\eta + k_r \eta N_\eta^r) \\ M^r = -(h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \\ \varphi^r = h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dm}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dM}^r}{2} \right) p_d^r + h^r \eta p_\eta \theta_0 + k_r \eta N_\eta^r \theta_0 + \frac{h^r}{|h^r|} \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (2-113)$$

3. Onde d'induction résultante dans l'entrefer de la machine

L'onde d'induction totale d'entrefer est la résultante de l'onde d'induction statorique et rotorique. L'onde d'induction totale d'entrefer s'exprime comme suit : $b^\eta = b^{s\eta} + b^{r\eta}$

$$b^\eta = \sum_{\substack{h^s=-\infty \\ h^s \neq 0 \\ h^s \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{s\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \varphi^s] + \sum_{\substack{h^r=-\infty \\ h^r \neq 0 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{r\eta} \cos[W^r t - M^r \alpha^s - \varphi^r]$$

En posant $h = h^s = h^r$, il vient :

$$b^\eta = \sum_{\substack{h=-\infty \\ h \neq 0 \\ h \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{s\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \varphi^s] + \sum_{\substack{h=-\infty \\ h \neq 0 \\ h \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{r\eta} \cos[W^r t - M^r \alpha^s - \varphi^r]$$

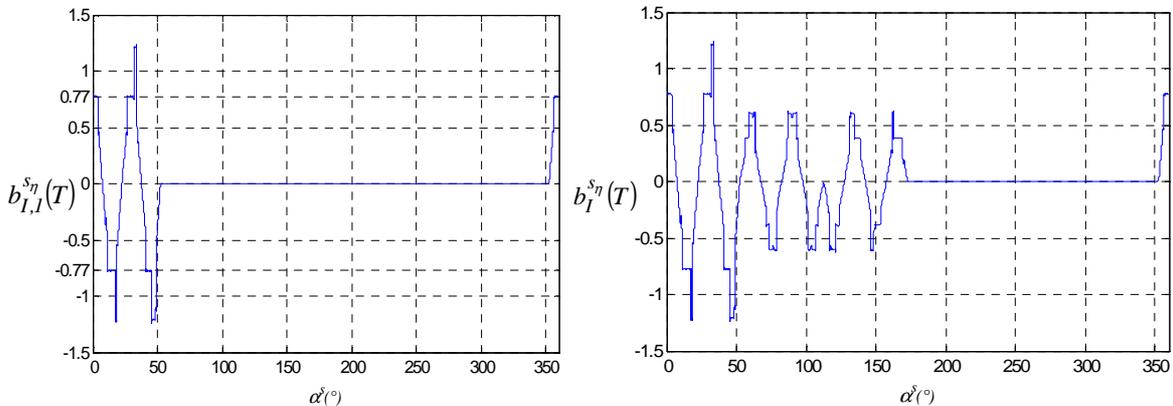
Soit :

$$b^\eta = \sum_{\substack{h=-\infty \\ h \neq 0 \\ h \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} \left\{ b_{k_s k_r h}^{s\eta} \cos[W^s t - M^s \alpha^s - \varphi^s] + b_{k_s k_r h}^{r\eta} \cos[W^r t - M^r \alpha^s - \varphi^r] \right\} \quad (2-114)$$

4. Tracé des formes d'onde et analyse

Les programmes des différentes expressions d'induction d'entrefer, effectués pour $t=0$ $h_{max} = 200$ $k_{smax} = k_{rmax} = 200$ et $\theta = 0^\circ$, permettent de voir l'évolution spatiale des différentes inductions d'entrefer en fonction de α^s .

- En travaillant avec une évolution trapézoïdale de la fmm, la Figure 2.38a montre l'évolution de l'induction créée par la phase 1 du premier système triphasé sur $2\pi_{el}$. L'amplitude maximale de l'induction statorique est de 0.77T.
- La Figure 2.38b présente l'évolution de l'induction générée par le premier système triphasé de la machine NPH, toujours avec une fmm à évolution spatiale trapézoïdale.
- L'onde d'induction totale générée par le stator sur le quart de machine est présentée à la Figure 2.39a.
- La Figure 2.39b présente, quant à elle, l'évolution de l'onde d'induction générée par le rotor sur $2\pi_{el}$.
- L'induction totale d'entrefer, résultant des effets simultanés du stator et du rotor, est présentée à la Figure 2.40.



(a) : Évolution de l'onde d'induction générée par la phase 1

(b) : Évolution de l'onde d'induction générée par le premier système triphasé

Figure 2.38

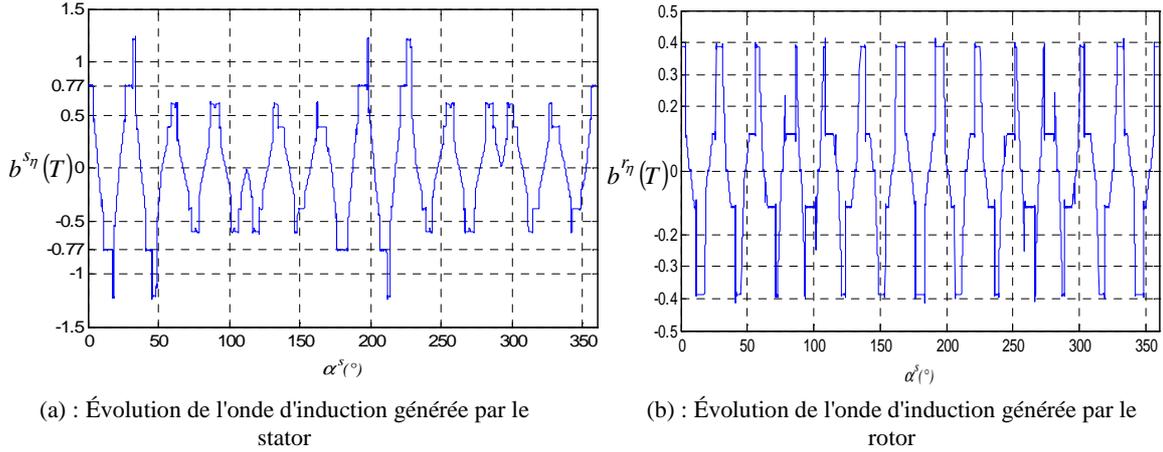


Figure 2.39

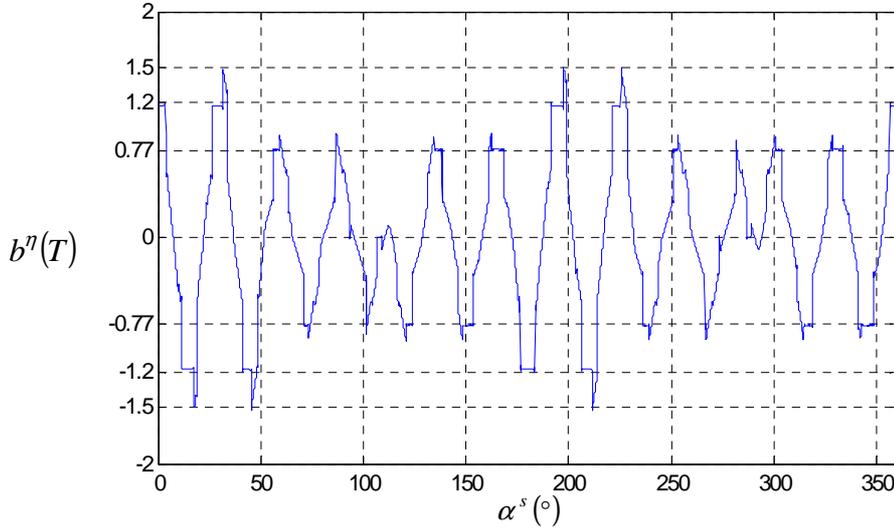


Figure 2.40 : Évolution de l'onde d'induction totale dans l'entrefer de la machine

5. Étude du contenu harmonique d'induction

Ce paragraphe se consacre à l'étude du contenu harmonique d'induction avec la détermination de l'amplitude et la fréquence des harmoniques d'induction. Les différents tracés sont effectués pour $h_{max} = 200$, $k_{smax} = k_{rmax} = 200$.

5.1 Contenu harmonique d'induction généré par le premier système triphasé

Considérons l'expression (2-107). Il vient :
$$b_l^{s\eta} = \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} b_{l,k_s,k_r,h}^{s\eta} \cos[K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s - \phi_l^s]$$

Compte tenu du domaine de variation des indices, les paramètres $K_{\omega_r}^s$, M^s et ϕ_l^s vont présenter des valeurs positives et négatives. Dans le but d'avoir des résultats cohérents et physiquement identifiables, nous travaillons avec un nombre de mode uniquement positif. Les signes de la pulsation et du déphasage sont alors ajustés en conséquence, sans affecter le signe global de l'harmonique, car

ce dernier est une fonction "cosinus". Par ailleurs, toutes les composantes de même nombre de mode et de même pulsation sont additionnées vectoriellement et leur déphasage doit être pris en compte. Pour cela, on décompose chaque composante d'induction de la manière suivante :

$$b_I^{s\eta} = \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} \left\{ b_{I, k_s, k_r, h}^{s\eta} \cos \varphi_I^s \cos \left(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s \right) + b_{I, k_s, k_r, h}^{s\eta} \sin \varphi_I^s \sin \left(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s \right) \right\} \quad (2-115)$$

Posons : $b_{I \cos, k_s, k_r, h}^{s\eta} = b_{I, k_s, k_r, h}^{s\eta} \cos \varphi_I^s$ et $b_{I \sin, k_s, k_r, h}^{s\eta} = b_{I, k_s, k_r, h}^{s\eta} \sin \varphi_I^s$. Il vient :

$$b_I^{s\eta} = \sum_{\substack{h^s = -\infty \\ h^s \neq 0}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} \left\{ b_{I \cos, k_s, k_r, h}^{s\eta} \cos \left(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s \right) + b_{I \sin, k_s, k_r, h}^{s\eta} \sin \left(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s \right) \right\}$$

L'amplitude $\hat{b}_I^{s\eta}$ et la phase ϑ_I^s de l'induction résultant de la somme des harmoniques de même nombre de mode M^s et de même coefficient de pulsation $K_{\omega_r}^s$ sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_I^{s\eta} = \hat{b}_I^{s\eta} \cos \left(K_{\omega_r}^s \omega_r t - M^s \alpha^s - \vartheta_I^s \right) \\ \hat{b}_I^{s\eta} = \sqrt{b_{I \cos}^{s\eta 2} + b_{I \sin}^{s\eta 2}}, \vartheta_I^s = \arctan \frac{b_{I \sin}^{s\eta}}{b_{I \cos}^{s\eta}} \quad \text{ou} \quad \vartheta_I^s = \arctan \frac{b_{I \sin}^{s\eta}}{b_{I \cos}^{s\eta}} + \pi \\ \text{avec} \dots \left\{ \begin{array}{l} b_{I \cos}^{s\eta} = \sum_i b_{I \cos, k_s, k_r, h}^{s\eta}, b_{I \sin}^{s\eta} = \sum_i b_{I \sin, k_s, k_r, h}^{s\eta} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2-116)$$

Le contenu harmonique de cette induction est présenté à la Figure 2.41. Nous traçons l'amplitude de l'induction, en fonction de ses modes et de ses fréquences. L'harmonique prépondérant est le rang 11 qui tourne à $-13\omega_r/11$, avec une amplitude de 0.2417 T. le fondamental (le rang 13) tourne à la pulsation ω_r et a une amplitude de 0.209 T. Il y a existence d'harmonique de rang pair, l'harmonique d'induction de rang 12 par exemple.

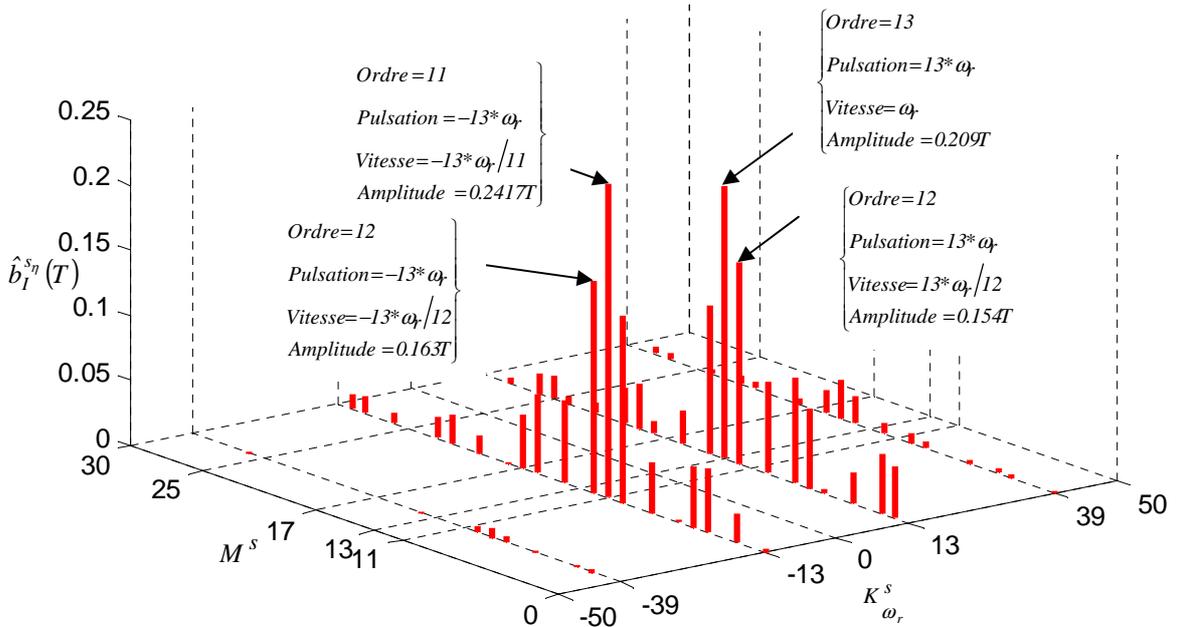


Figure 2.41: Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le premier système triphasé statorique en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants

5.2 Contenu harmonique d'induction généré par le second système triphasé

De la même manière que précédemment, on calcule le contenu harmonique de l'induction dans l'entrefer du second système triphasé et en regroupant les harmoniques de même nombre de mode et de même pulsation (Figure 2.42). Des harmoniques pairs sont aussi présents et la composante prépondérante est le rang 11. Nous retrouvons bien évidemment le même contenu harmonique que pour le premier système triphasé.

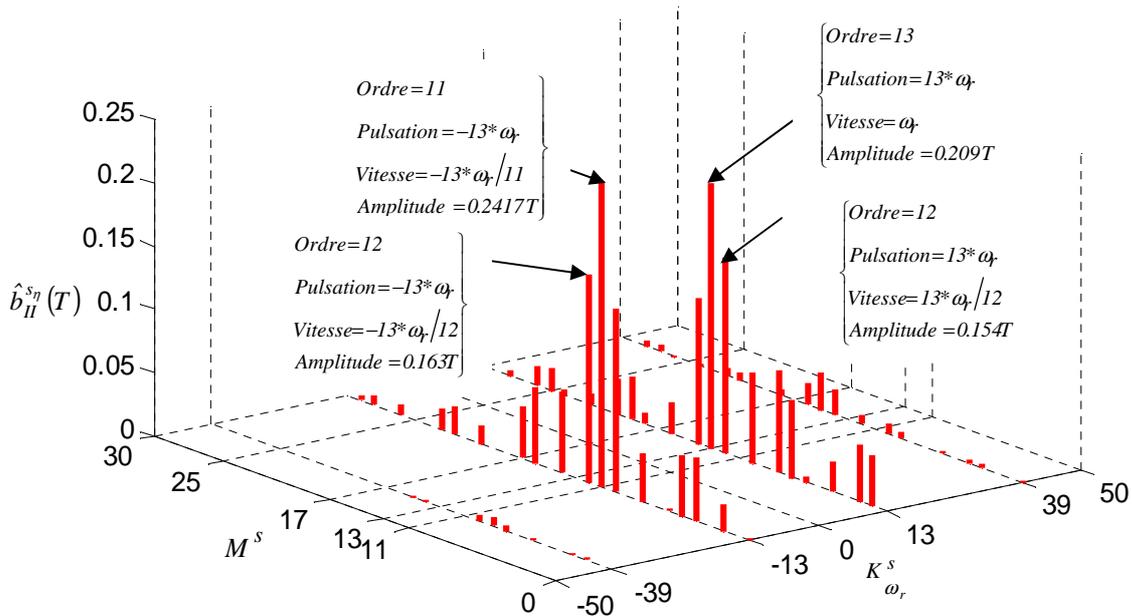


Figure 2.42 : Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le deuxième système triphasé stator en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants

5.3 Contenu harmonique d'induction généré par le stator

En adoptant la même démarche calculatoire que précédemment, on obtient la Figure 2.43 qui présente le contenu harmonique d'induction générée par le stator.

- Les harmoniques pairs disparaissent.
- L'harmonique d'induction de rang 11 reste la composante prépondérante, qui tourne à $-13\omega_r/11$ et d'amplitude $0.4835T$

Ceci nous conduit à conclure sur l'effet qu'ont les harmoniques de fmm sur ceux de l'induction. En effet, les mêmes résultats, en termes de rang d'harmoniques prépondérants ont été trouvés lors de l'étude des fmm.

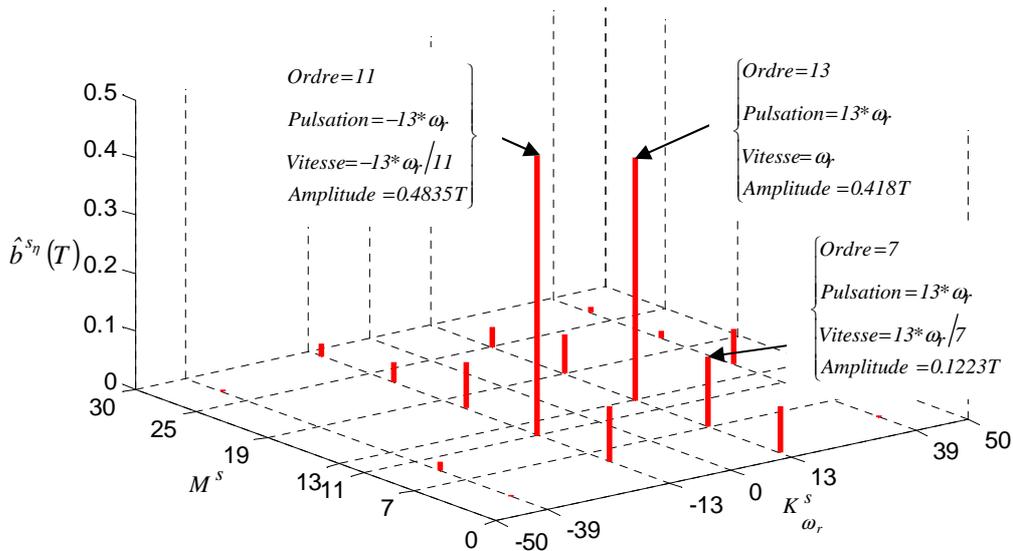


Figure 2.43 : Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le stator en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants

5.4 Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le rotor

Considérons l'expression (2-113). De la même manière que pour le contenu harmonique du stator, le regroupement des composantes de même mode et de même fréquence conduit à la Figure 2.44, pour $\theta_0 = 0$. L'harmonique de rang 13 est prépondérant et tourne à ω_r .

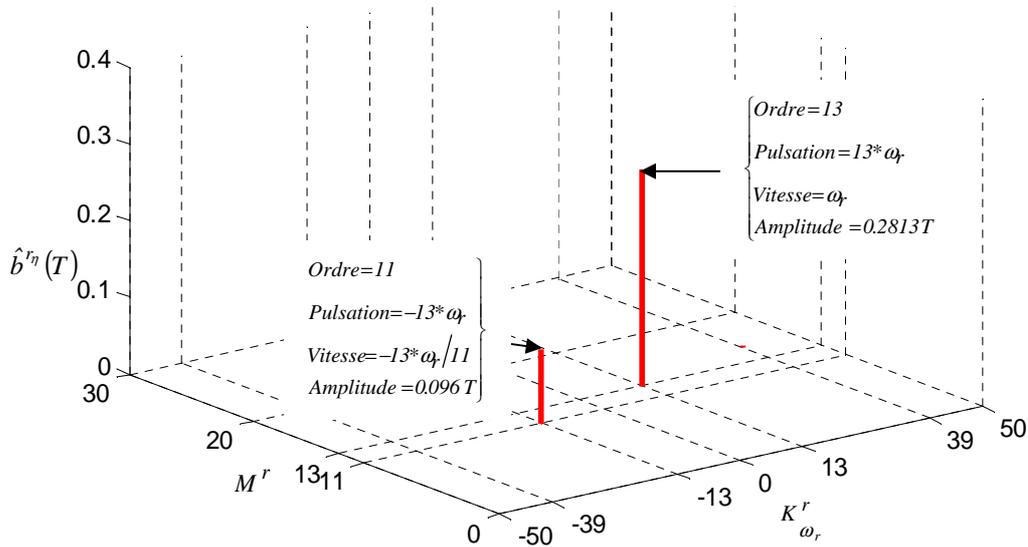


Figure 2.44 : Contenu harmonique d'induction générée par le rotor en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants

L'induction totale d'entrefer de la machine est la résultante des inductions statorique et rotorique. Le contenu harmonique de l'onde d'induction totale d'entrefer calculée ici est une somme vectorielle qui nécessite de connaître θ_0 la position du rotor par rapport au stator. Ne connaissant pas la valeur exacte de θ_0 , nous nous contentons pour le moment de l'estimation séparée des contenus harmoniques des inductions statorique et rotorique.

Partie 3: Caractérisation des inductances de la machine

Cette partie présente la caractérisation des différentes inductances de la machine. Le chapitre 1 est caractérisé par la détermination des différentes inductances propres et mutuelles de la machine. Les mesures d'inductances propres effectuées sur le prototype permettent de caler le modèle. Ce calage consiste à déterminer les coefficients de Carter associés à la profondeur fictive d'encoche statorique et rotorique.

Le chapitre 2 de cette partie est consacré à la détermination des inductances cycliques, à l'étude de la force électromotrice (fem), en prenant en compte les effets du champ tournant harmonique, notamment celui de rang 11. Cette étude aboutit à la définition du schéma monophasé équivalent associé à la machine NPH.

Chapitre 1 : Caractérisation des inductances propres et mutuelles de la machine

L'objectif de cette partie est de déterminer les différentes inductances de la machine. Les effets des harmoniques d'espaces ainsi que la variation de l'épaisseur de l'entrefer ont une influence significative sur la détermination des coefficients d'inductance. Vu l'importance de ces dernières pour l'étude des performances d'une machine, il est primordial de les déterminer d'une manière rigoureuse. Il existe différentes méthodes de détermination des inductances d'une machine : on distingue les méthodes des éléments finis, les méthodes analytiques...[73]. Le flux total dans une phase se compose du flux principal et de fuites. C'est le flux principal encore appelé flux d'entrefer qui permet la conversion électromécanique. Les flux de fuites, quant à eux, ne participent pas aux processus de conversion d'énergie. Nous ne prendrons pas en considération ces flux de fuites dans la caractérisation des inductances présentée dans ce chapitre.

La méthode utilisée pour calculer ces coefficients d'inductance est analytique et se présente comme suit :

- on suppose un enroulement constituant une phase (Conf.1), seul alimenté et parcouru par un courant sinusoïdal,
- on détermine la répartition de la fmm \mathcal{E}_q de cette phase en fonction de α^s qui situe les différents points de l'entrefer par rapport à l'axe de référence statorique. Ceci a fait l'objet du chapitre précédent,
- on définit une unité de surface à laquelle correspond une unité d'angle fonction des dimensions de la machine,
- la saturation du circuit magnétique est négligée et on calcule l'induction b_q , produit par une phase q quelconque.

Notre étude de perméance d'entrefer aboutissant à deux expressions, celle obtenue en considérant les effets du stator est utilisée pour le calcul des flux induits par les phases statoriques et la perméance d'entrefer obtenue en considérant les effets du rotor est utilisée pour le calcul du flux induit par le rotor; tout en vérifiant le principe de réciprocité des mutuelles.

- Par intégration, on détermine le flux ϕ embrassé par chaque enroulement.

Les flux embrassés par les divers enroulements sont fonctions de la fmm créée par l'enroulement alimenté. Les expressions analytiques de celles-ci, et par conséquent des flux, dépendent de la façon dont est réalisé le bobinage. Cette étude est faite en considérant la configuration NPH, soit 24 enroulements constituant chacun une phase au stator. Les expressions établies sont valables pour les évolutions rectangulaire et trapézoïdale, en adaptant les expressions de $K_{hs}^{s\eta}$.

Nous verrons enfin comment nous utilisons les mesures effectuées sur le prototype à l'arrêt pour caler notre modèle analytique.

1. Calcul des flux embrassés par les différents enroulements statoriques

Sur chaque quart de la machine, il y a deux systèmes triphasés d'enroulements. Le raisonnement est fait en considérant cette répartition. Notons que les expressions de flux établies ici serviront par la suite pour le calcul des inductances.

1.1 Premier système triphasé d'enroulements

a. Flux embrassé par les phases statoriques

Le flux créé par une phase quelconque q à travers une autre phase q' du premier système triphasé d'enroulement s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \phi_{l,qq'}^{s_\eta}(\theta) = n^s RL \int_{\alpha^s} b_{l,q}^{s_\eta} d\alpha^s \\ b_{l,q}^{s_\eta} = A^s(\alpha^s, \theta) \varepsilon_{q(l)}^{s_\eta}(\alpha^s) \end{cases} \quad (3-1)$$

On utilise donc, pour calculer l'induction créée par une phase quelconque du premier système triphasé d'enroulements, les expressions (2-37) et (2-65) correspondant respectivement à la perméance d'entrefer due aux effets du stator et à la fmm d'une phase quelconque du premier système triphasé d'enroulements.

$$b_{l,q}^{s_\eta} = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s}{2} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} \cos[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta] \sin \left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} \right]$$

avec $\beta_{t_s} = \frac{2\pi}{\eta}(t_{s\eta} - 1)$ et $t_{s\eta}$ le motif de la machine considéré. $t_{s\eta}$ vaut 1 pour les phases du premier motif, 2 pour les phases du deuxième motif, 3 pour les phases du troisième motif et 4 pour le dernier motif de la machine. On peut écrire, après calculs :

$$b_{l,q}^{s_\eta} = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} \left\{ \sin \left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} + \right. \right. \\ \left. \left. (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \right] \right\} \quad (3-2)$$

Le flux $\phi_{l,qq'}^{s_\eta}(\theta)$ s'écrit alors :

$$\phi_{l,qq'}^{s_\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q} n^s i_q^s RL}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} \int_{\alpha^s} \left\{ \sin \left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} + \right. \right. \\ \left. \left. (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \right] \right\} d\alpha^s$$

Posons :

$$B_l = \int_{\alpha^s} \left\{ \sin \left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} + \right. \right. \\ \left. \left. (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \right] \right\} d\alpha^s = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{k_{1,l}}^{k_{2,l}} \left\{ \sin \left[h^s \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} + \right. \right. \\ \left. \left. (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \right] \right\} d\alpha^s$$

Avec :

$$\begin{cases} k_{1,l} = \left(m - \frac{3}{2} \right) \frac{(1 + r_d^s)}{2} p_d^s + (m-1) \frac{\bar{r}_d^s p_d^s}{2} + \beta_{t_s} + \beta_{qq'} \\ k_{2,l} = \left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{(1 + r_d^s)}{2} p_d^s + (m-1) \frac{\bar{r}_d^s p_d^s}{2} + \beta_{t_s} + \beta_{qq'} \end{cases} \quad (3-3)$$

Où N_d^s est le nombre de dents par phase, et $\beta_{qq'}$ le déphasage qu'il y a entre D_l^s et l'axe de la phase q' considérée.

$$B_l = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{k_{1,l}}^{k_{2,l}} \left\{ \sin \left[h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r \right] \alpha^s - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \right\} d\alpha^s$$

Il vient donc :

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{l,q}^{s\eta}(\theta) &= \frac{(-1)^{p_q} n^{s^2} RL i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} B_l \\ B_l &= \frac{1}{(h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{aligned} & -\cos \left[\begin{aligned} & (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{2,l} - \\ & h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] + \\ & \cos \left[\begin{aligned} & (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{1,l} - \\ & h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \quad (3-4)$$

b. Flux créé par le rotor dans les phases du premier système triphasé d'enroulements

L'expression de fmm rotorique correspondant à l'expression (2-102) et celle de la perméance vu du rotor (2-25) sont utilisées. Le flux induit par le rotor dans l'une des phases du premier système triphasé d'enroulement s'exprime comme suit :

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{r,l}^r(\theta) &= n^s RL \int_{\alpha^s} b^{r\eta} d\alpha^s \\ b^{r\eta} &= A^r(\alpha^s, \theta) \varepsilon^{r\eta}(\alpha^s, \theta) \end{aligned} \right. \quad (3-5)$$

Or :

$$b^{r\eta} = \frac{\varepsilon_a}{\pi} \sum_{h^r=1}^{+\infty} \sum_{k_s=0}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_h^{r\eta} \cos \left[(k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \right] \sin \left[h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) \right], \text{ qui}$$

s'écrit encore :

$$b^{r\eta} = \frac{\varepsilon_a}{2\pi} \sum_{h^r=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_h^{r\eta} \sin \left[\begin{aligned} & h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) + \\ & (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] \quad (3-6)$$

Il vient alors :

$$\phi_{r,l}^r(\theta) = \frac{n^s \varepsilon_a RL}{2\pi} \sum_{h^r=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_h^{r\eta} \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{aligned} & h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) + \\ & (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] d\alpha^s$$

$$\text{Posons } B_{rl} = \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{aligned} & h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) + \\ & (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] d\alpha^s .$$

Comme précédemment, l'intégration se fait alors au niveau de chaque dent statorique.

$$B_{rl} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{k_{1,l}}^{k_{2,l}} \sin \left[\begin{aligned} & h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r \alpha^s - h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{aligned} \right] d\alpha^s .$$

Il vient donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{r,l}^r(\theta) = \frac{n^s \varepsilon_a RL}{2\pi} \sum_{h^r=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_{h^r}^r B_{rl} \\ B_{rl} = \frac{1}{(h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} -\cos \left[\begin{array}{l} (h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{2,l} - \\ h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] + \\ \cos \left[\begin{array}{l} (h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{1,l} - \\ h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (3-7)$$

Les expressions de $k_{1,l}$ et $k_{2,l}$ sont celles de (3-3).

1.2 Deuxième système triphasé d'enroulements

a. Entre phases statoriques

En considérant le déphasage qu'il y a entre le premier et le second système triphasé en termes de répartition d'enroulements, le flux induit par une phase q à travers une autre phase q' du deuxième système triphasé s'exprime comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ll,qq'}^{s\eta}(\theta) = n^s RL \int_{\alpha^s} b_{ll,qq'}^{s\eta} d\alpha^s \\ b_{ll,qq'}^{s\eta} = A^s(\alpha^s, \theta) \varepsilon_{q(H)}^{s\eta}(\alpha^s) \end{array} \right. \quad (3-8)$$

Avec $\varepsilon_{q(H)}^{s\eta}(\alpha^s)$ correspondant à l'expression (2-79).

$$\begin{aligned} b_{ll,qq'}^{s\eta} &= \frac{(-1)^{p_q+1} n^s i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} \sin \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{ts} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \\ \phi_{ll,qq'}^{s\eta}(\theta) &= \frac{(-1)^{p_q+1} n^s RL i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{ts} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s \\ \text{Posons : } B_{ll} &= \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{ts} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s \end{aligned} \quad (3-9)$$

Relativement à D_j^s , il vient :

$$B_{ll} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{k_{1,l}}^{k_{2,l}} \sin \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{ts} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1,II} = \left(m - \frac{3}{2} \right) \frac{(1 + r_d^s)}{2} p_d^s + (m-1) \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \beta_{ts} + \frac{\pi}{\eta} + \beta_{qq'} \\ k_{2,II} = \left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{(1 + r_d^s)}{2} p_d^s + (m-1) \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \beta_{ts} + \frac{\pi}{\eta} + \beta_{qq'} \end{array} \right. \quad (3-10)$$

$$B_{II} = - \frac{1}{(h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[\cos \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \right]_{k_{1,II}}^{k_{2,II}}$$

Il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{II,q}^{s\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q+1} n^s RL i_q^s}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} B_{II} \\ B_{II} = \frac{1}{(h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} -\cos \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{2,II} - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] + \\ \cos \left[\begin{array}{l} (h^s + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{1,II} - \\ h^s \frac{\pi}{\eta} - h^s \frac{p_q \pi}{3\eta} - h^s \frac{\pi}{8\eta} - h^s \beta_{t_s} - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (3-11)$$

b. Flux induit par le rotor dans les phases du second système triphasé d'enroulements

Le flux induit par le rotor dans l'une des phases du deuxième système triphasé d'enroulements s'exprime comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{r,II_q}^r(\theta) = n^s RL \int_{\alpha^s} b^{r\eta} d\alpha^s \\ b^{r\eta} = A^r(\alpha^s, \theta) \epsilon^{r\eta}(\alpha^s, \theta) \end{array} \right. \quad (3-12)$$

$$\phi_{r,II_q}^r(\theta) = \frac{n^s RL \mathcal{E}_a}{2\pi} \sum_{h^r=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_h^{r\eta} \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{array}{l} h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) + \\ (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s$$

$$\text{Posons } B_{rII} = \int_{\alpha^s} \sin \left[\begin{array}{l} h^r \eta p_\eta \left(\alpha^s - \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - \theta \right) + \\ (k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s$$

En considérant que le flux se concentre sous les dents, l'intégration se fait alors au niveau de chaque dent.

$$B_{rII} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{k_{1,II}}^{k_{2,II}} \sin \left[\begin{array}{l} h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r \alpha^s - h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] d\alpha^s$$

$$B_{rII} = - \frac{1}{(h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[\cos \left[\begin{array}{l} (h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) \alpha^s - \\ h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \right]_{k_{1,II}}^{k_{2,II}}$$

Il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{r,II_q}^r(\theta) = \frac{n^s RL \mathcal{E}_a}{2\pi} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_h^r B_{rII} \\ B_{rII} = \frac{I}{(h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r)} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} -\cos \left[\begin{array}{l} (h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{2,II} - \\ h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] + \\ \cos \left[\begin{array}{l} (h^r \eta p_\eta + k_s \eta N_\eta^s + k_r \eta N_\eta^r) k_{1,II} - \\ h^r \eta p_\eta \left(\frac{r_{dM}^r}{2} + r_a^r + \frac{r_{dm}^r}{2} \right) p_d^r - h^r \eta p_\eta \theta - k_r \eta N_\eta^r \theta \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (3-13)$$

Les expressions de $k_{1,II}$ et $k_{2,II}$ sont celles de (3-10).

2. Calcul des différentes inductances

2.1 Expressions analytiques

Les inductances permettent de déterminer les performances d'une machine électrique. Nous calculons successivement : les inductances mutuelles entre phases du stator, l'inductance propre des phases statoriques, les inductances mutuelles entre une phase quelconque du stator et le rotor, les inductances mutuelles entre le rotor et une phase quelconque du stator, l'inductance propre du rotor. Les expressions de ces différentes inductances sont déterminées, en divisant le flux correspondant par le courant associé, en tenant compte des cas où le sens du courant est inversé.

2.1.1 Inductance mutuelle entre phases statoriques

Les inductances mutuelles entre phases du premier système triphasé d'enroulements $M_{I,qq'}^{s_\eta}$ et entre phases du deuxième système triphasé d'enroulements $M_{II,qq'}^{s_\eta}$ s'expriment par : $M_{I,qq'}^{s_\eta}(\theta) = \frac{\phi_{I,qq'}^{s_\eta}(\theta)}{i_q^s}$ et

$M_{II,qq'}^{s_\eta}(\theta) = \frac{\phi_{II,qq'}^{s_\eta}(\theta)}{i_q^s}$. Il vient, en utilisant l'expression (3-4) et (3-11) :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{I,qq'}^{s_\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q} n^s RL}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} B_I \\ M_{II,qq'}^{s_\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q+1} n^s RL}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} B_{II} \end{array} \right. \quad (3-14)$$

Avec $q \neq q'$.

2.1.2 Inductances propres des phases statoriques

En remplaçant dans les expressions des mutuelles q' par q , nous obtenons les expressions des inductances propres des phases du premier et du deuxième systèmes triphasés:

$$L_{I,q}^{s_\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q} n^s RL}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s_\eta} B_I \quad (3-15)$$

$$L_{II,q}^{s\eta}(\theta) = \frac{(-1)^{p_q+1} n^{s^2} RL}{4} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^s K_{h^s}^{s\eta} B_{II} \quad (3-16)$$

2.1.3 Inductances mutuelles dues aux effets du rotor sur les phases du stator

Les mutuelles dues à l'effet du rotor sur les phases du premier et du second système triphasé stator s'expriment à partir des expressions (3-7) et (3-13). En supposant $n^r i^r = \varepsilon_a$, $n^r = 1$ et donc $i^r = \varepsilon_a$ il vient :

$$M_{r,I_q}^r(\theta) = \frac{n^s RL}{2\pi} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_{h^s}^{r'} B_{rI} \quad (3-17)$$

$$M_{r,II_q}^r(\theta) = \frac{n^s RL}{2\pi} \sum_{h^s=1}^{+\infty} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} A_{sr}^r S_{h^s}^{r'} B_{rII} \quad (3-18)$$

2.2 Calage du modèle

Pour le tracé de la perméance d'entrefer précédemment présenté à la Figure 2.13, les profondeurs réelles ont été utilisées, dans le but de valider les développements analytiques. F.W. Carter a montré que les lignes de champ n'atteignent pas forcément par le fond de l'encoche. Pour une modélisation plus fine, il a défini la profondeur fictive d'encoche égale au cinquième de l'ouverture d'encoche, dans le cas des machines traditionnelles. Nous exploitons les mesures expérimentales pour fixer ce paramètre à considérer pour notre machine. Nous avons introduit les coefficients C^s et C^r tels que $p^s = l_e^s / C^s$ et $p^r = l_a^r / C^r$. Il s'agit donc, dans cette partie, de fixer les bonnes valeurs des paramètres C^s et C^r , en tenant compte des mesures basiques effectuées sur site pour une position du rotor θ .

Pour déterminer ces valeurs, nous nous sommes basés sur quelques mesures de courant et de tension relevées en alimentant chaque phase de la machine à 50 Hz en régime sinusoïdal, pour une position du rotor. Ces mesures nous ont permis de calculer les inductances propres. Ensuite, en considérant la machine complète, nous avons effectué, en fixant $k_{smax} = k_{rmax} = 200$ et $h_{max}^s = 200\eta$, des simulations à répétition pour faire tendre les résultats des calculs d'inductances théoriques vers les valeurs expérimentales. Nous avons déduit que $C^s = 5$, $C^r = 1.55$ et $\theta = 1.59^\circ$. Ces résultats montrent que les valeurs de Carter s'appliquent pour le stator mais pas pour le rotor de notre machine. On pourrait attribuer cette différence par le fait que le rotor ne présente pas une denture conventionnelle. Une des perspectives de ce travail consisterait à caractériser les valeurs de C^s et C^r en fonction des géométries du stator et du rotor. La Figure 3.1 présente les valeurs d'inductances propres expérimentale et théorique statoriques, pour ces valeurs de C^s , C^r et θ ; et pour $k_{smax} = k_{rmax} = 200$ et $h_{max}^s = 200\eta$.

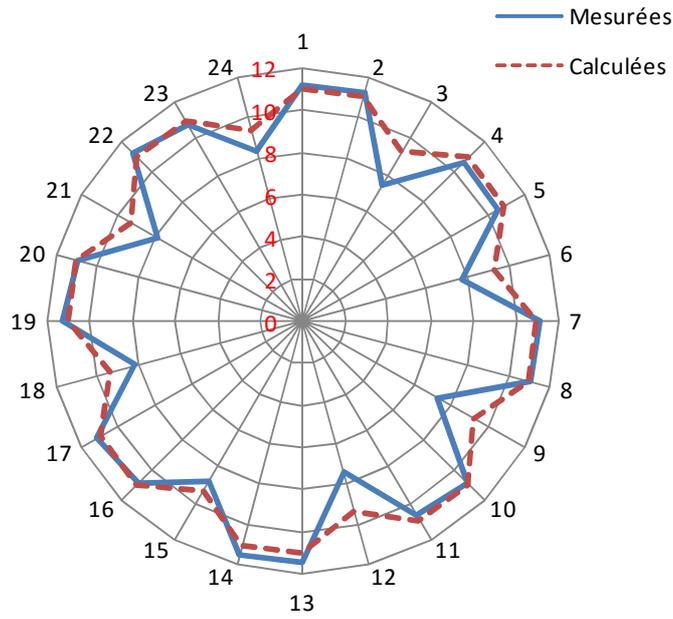


Figure 3.1 : Valeurs d'inductances théoriques et expérimentales

2.3 Applications numériques

Les applications numériques des différentes expressions d'inductances propres et mutuelles, sur le quart de machine, conduisent aux résultats présentés dans le Tableau 3.1. ces résultats sont obtenus pour $C^s = 5$, $C^r = 1.55$, $\theta = 1.59^\circ$, $k_{smax} = k_{rmax} = 200$ et $h_{max}^s = 200$.

Tableau 3.1: Valeurs des différentes inductances

$L_{I,1}^{s_\eta}$	$L_{I,2}^{s_\eta}$	$L_{I,3}^{s_\eta}$	$L_{II,1}^{s_\eta}$	$L_{II,2}^{s_\eta}$	$L_{II,3}^{s_\eta}$
10.987 mH	10.961 mH	9.292 mH	10.987 mH	10.961 mH	9.292 mH
$M_{I,12}^{s_\eta} = M_{I,21}^{s_\eta}$	$M_{I,13}^{s_\eta} = M_{I,31}^{s_\eta}$	$M_{II,12}^{s_\eta} = M_{II,21}^{s_\eta}$	$M_{II,13}^{s_\eta} = M_{II,31}^{s_\eta}$	M_{r,I_1}^r	M_{r,I_2}^r
86.432 nH	68.757 nH	86.432 nH	68.757 nH	13.626 μ H	13.712 μ H
M_{r,I_3}^r	M_{r,II_1}^r	M_{r,II_2}^r	M_{r,II_3}^r		
23.991 μ H	11.086 μ H	11.289 μ H	29.729 μ H		

Les inductances mutuelles sont négligeables, ce qui était prévisible au vue de l'évolution de la fmm.

Chapitre 2 : Détermination du schéma monophasé équivalent

Le but de ce chapitre est de présenter l'étude aboutissant au schéma monophasé équivalent associé à la machine NPH. Cette étude passe par la caractérisation des inductances cycliques L_d et L_q de la machine NPH, en ne prenant en compte que le champ tournant fondamental. Le calcul de ces inductances est nécessaire pour toute étude en régime établi. Pour se faire, nous allons nous inspirer de la méthode traditionnelle de calcul des inductances L_d et L_q des machines tournantes. La configuration de la machine nous amène à considérer au stator des bobines fictives pour la détermination de ces inductances cycliques. L'étude est faite en ne prenant en compte que les effets des enroulements statoriques. Cela suppose que les aimants rotoriques ne produisent aucun effet, donc qu'ils ont été retirés de leurs orifices.

Les cinq premiers paragraphes de ce chapitre sont consacrés à la détermination des inductances cycliques. Le sixième paragraphe présente l'étude harmonique de la fem induite dans les enroulements statoriques. Quant au septième paragraphe, il est consacré aux schémas monophasés équivalents fondamental et harmonique associés à la machine NPH. Les applications numériques prennent en considération les valeurs de profondeurs fictives déterminées au chapitre précédent.

1. Caractérisation de l'onde fondamentale du champ tournant

L'étude du champ tournant associé au premier système triphasé d'enroulements a été développée au chapitre 2 de la deuxième partie. Les effets secondaires liés aux harmoniques d'espace sont ignorés. Il est donc supposé que l'onde fondamentale tournante de fmm donnée par l'expression (2-71) apparaît seule aux bornes de l'entrefer. En raisonnant sur $2\pi_{el}$, il vient :

$$\mathcal{E}_{(t)(13)}^s = -\frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13}^s \sin\left[\omega t - 13\alpha^s + 13\frac{\pi_{el}}{8}\right] \quad (3-19)$$

Cette onde est périodique et sa période qui est égale à $2\pi_{el}/13$ correspond à celle d'une paire de pôles rotoriques. En considérant l'expression du fondamental du champ tournant, on en déduit qu'à $t = 0$, cette onde s'annule en $\pi_{el}/8$. Comme le pas dentaire statorique vaut $2\pi_{el}/24$, ce passage par zéro se trouve à : $\frac{2\pi_{el}}{16} \frac{24}{2\pi_{el}} = \frac{3}{2}$, soit à 1.5 pas dentaire statorique de D_j^s . Ce passage par zéro se trouve donc

au centre de l'encoche qui est comprise entre les dents d_2^s et d_3^s (Figure 3.2). Une alternance de cette onde de fmm couvre donc $\pi_{el}/13$ soit les $12/13$ ème d'un pas dentaire statorique. L'axe du pôle Nord, en considérant celui qui est le plus proche de D_j^s , se situe à $\frac{\pi_{el}}{8} - \frac{\pi_{el}}{13} - \frac{\pi_{el}}{26} = \frac{\pi_{el}}{104}$. Ainsi, l'axe direct d^s correspondant à l'axe du pôle Nord se situe à $\pi_{el}/104$ de l'axe D_j^s du stator. Le champ tournant exprimé par (3-19), relativement à D_j^s , peut encore s'écrire :

$$\mathcal{E}_{(t)(13)}^s = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{13}^s \cos\left[\omega t - 13\alpha^s + \frac{\pi_{el}}{8}\right] \quad (3-20)$$

Il est possible de vérifier qu'à $t = 0$, l'axe du pôle Nord se situe en $\alpha^s = \pi_{el}/104$.

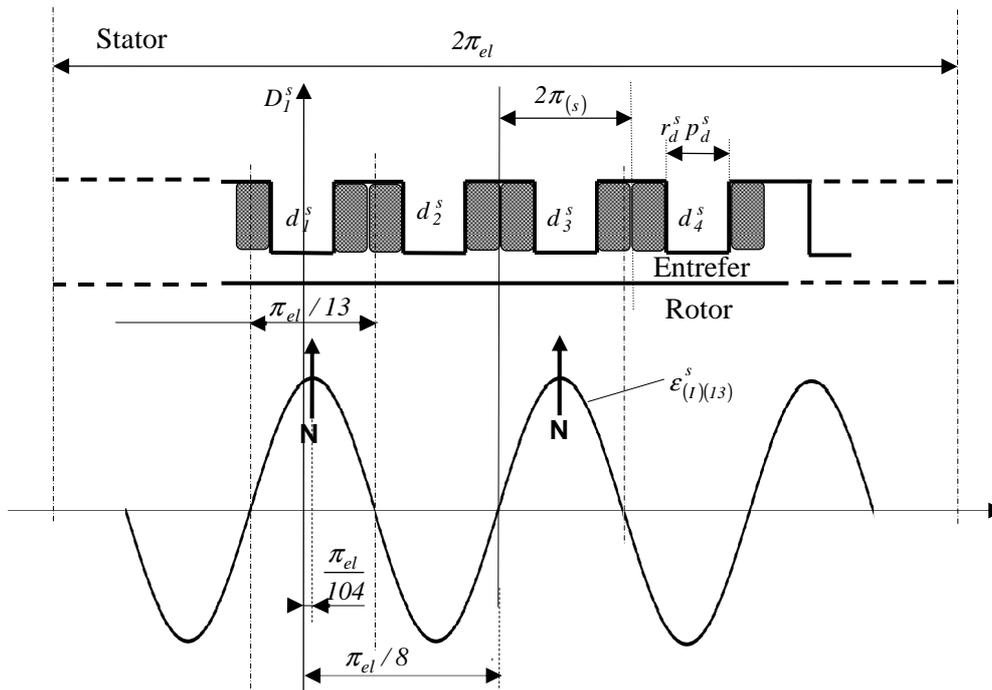


Figure 3.2 : Onde fondamentale du champ tournant (rang 13) à l'instant $t=0$

2. Caractérisation de l'enroulement fictif équivalent

On calcule le flux embrassé par une phase qui s'obtient en considérant l'onde d'induction d'entrefer. Cette dernière est le produit du fondamental de l'onde de fmm tournante par la perméance d'entrefer par unité de surface. Traditionnellement, comme cette onde d'induction se reproduit identiquement à elle même sur chaque intervalle correspondant à une paire de pôles de la machine, on effectue le calcul sur une seule et unique paire de pôles prise au hasard de la machine. On calcule alors le flux embrassé, par exemple par l'enroulement de la phase 1 de la machine sur cette paire de pôle. Ainsi, cela revient à intégrer, sur l'ouverture de l'enroulement considéré, l'onde d'induction d'entrefer et de multiplier le résultat obtenu par le nombre de tours de l'enroulement. Cette façon de procéder se résume à associer p machines élémentaires identiques à la machine initiale. Cependant, dans notre cas, un problème se pose. En effet, en examinant l'onde de fmm de la Figure 3.2, on ne sait pas exactement à quoi correspond l'enroulement à considérer, ce qui se traduit par un problème pour définir son nombre de tours (qui peut être variable avec l'enroulement considéré car une alternance ne coïncide pas avec l'ouverture d'une bobine). De plus, si face aux premiers Nord situés après D_1^s on a bien des bobines qui appartiennent à la phase 1, ce n'est plus le cas pour certains pôles Nord qui suivent.

Pour s'affranchir de cette contrainte, nous allons faire appel à un principe qui est souvent utilisé en électrotechnique : définir un enroulement fictif équivalent qui produirait les mêmes effets en termes d'effets magnétiques et plus particulièrement de fmm. En considérant un entrefer qui présente une symétrie sur l'intervalle correspondant à une paire de pôles (ce qui est également le cas d'un entrefer d'épaisseur constante), il est possible de supposer que l'onde de fmm générée par l'enroulement de la phase 1 de la machine considérée est produite par des bobines fictives d'ouvertures diamétrales logées chacune dans deux encoches comme précisé sur la Figure 3.3, ces bobines étant parcourues par le courant i_1^s .

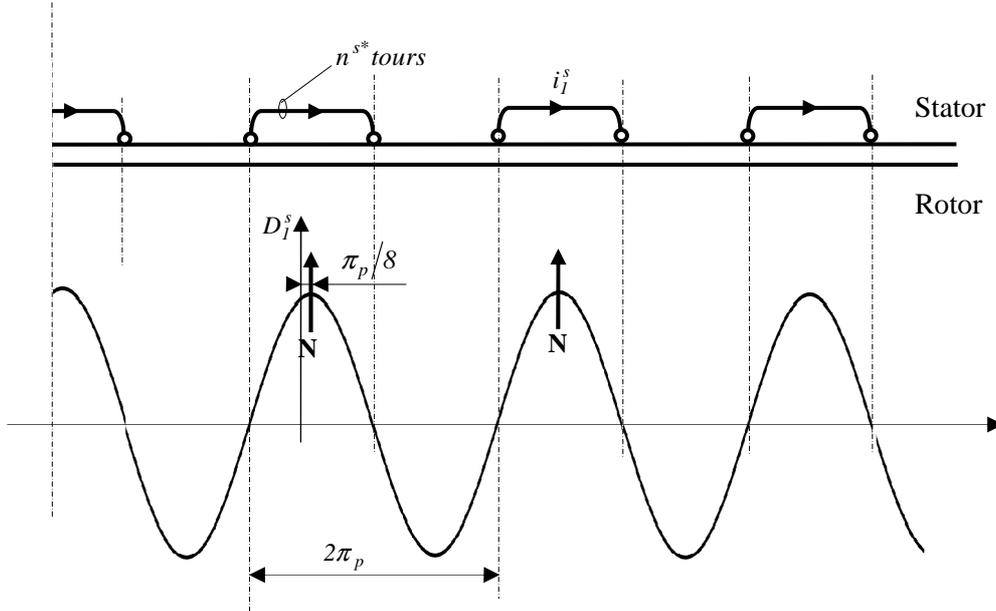


Figure 3.3 : Enroulement fictif équivalent produisant le fondamental de l'onde du champ tournant

En considérant la relation (2-59) qui donne la fmm créée par la phase 1, il vient :

$$\mathcal{E}_{1,(13)}^s = n^s i_l^s K_{(13)}^s \sin\left(13\alpha^s - 13\frac{\pi_{el}}{8}\right) \quad (3-21)$$

De nouveau, on constate que ce fondamental à 13 paires de pôles s'annule en : $\alpha^s = \pi_{el}/8$. Compte tenu de l'étude précédente, il est possible de caractériser cette onde par :

$$\mathcal{E}_{1,(13)}^s = n^s i_l^s K_{(13)}^s \cos\left(13\alpha^s - \frac{\pi_{el}}{8}\right) \quad (3-22)$$

Cette onde définie à l'échelle de $2\pi_{el}$, peut être caractérisée à l'échelle $2\pi_p$ correspondant à une paire de pôles ($2\pi_{el} = 13 \times 2\pi_p$). Elle s'écrit :

$$\mathcal{E}_{1,(13)}^s = n^s i_l^s K_{(13)}^s \cos\left(\alpha^s - \frac{\pi_p}{8}\right) \quad (3-23)$$

Il est possible de considérer que l'expression (3-23) n'est autre que le fondamental de l'onde de fmm en créneaux générée par cet enroulement fictif que nous supposons constitué de n^{s*} tours. Il en résulte, en considérant la phase 1 de l'enroulement fictif, que l'on doit satisfaire l'égalité :

$$\frac{4}{\pi} \frac{n^{s*} i_l^s}{2} = i_l^s n^s K_{(13)}^s \quad (3-24)$$

On en déduit par conséquent que :

$$n^{s*} = \frac{\pi n^s K_{13}^s}{2} \quad (3-25)$$

3. Perméance d'entrefer

On utilise ici l'expression de l'entrefer fictif équivalent qui sépare le fer statorique du fer rotorique, par opposition à celle développée au Chapitre 1 de la partie 2 qui a pour but l'étude du contenu harmonique d'induction et qui repose sur l'expression analytique de l'inverse de l'épaisseur de l'entrefer équivalent.

Nous rencontrons un problème lié au fait que l'épaisseur e_{eq} de l'entrefer fictif équivalent, à θ donné, diffère sur la période $2\pi_p$ considérée. Si ce motif avait été identique sur les treize périodes correspondant au quart de la machine, il aurait été possible de considérer que la machine initiale est composée de 13 machines élémentaires, identiques, chacune d'elle étant bipolaire. Dans ce cas, cette différence au niveau de l'épaisseur nécessite de considérer 13 machines élémentaires bipolaires différentes. On détermine alors les performances (probablement différentes) de chacune de ces machines. Cependant, d'un point de vue extérieur, concernant le couple électromagnétique par exemple, ce dernier s'identifiera à la somme des couples élémentaires ou encore à 13 fois le couple moyen développé par l'une des machines élémentaires, si ce couple moyen est le même. Ces considérations nous invitent à déterminer les caractéristiques moyennes identiques pour chacune des machines. La Figure E.3 de l'Annexe E présente le profil de l'entrefer fictif équivalent. Ce tracé est réalisé en considérant que l'épaisseur de cet entrefer résulte de la somme de deux termes :

$$e_{eq} = e_s + e_r \quad (3-26)$$

e_s représente l'entrefer du coté statorique en prenant comme référence le diamètre extérieur du rotor et e_r celle de l'entrefer coté rotorique. Les références spatiales au stator et au rotor sont celles définies précédemment. Dans le référentiel lié à D_I^s , les développements en série de Fourier de e_s et de e_r , conduisent à l'expression suivante de e_{eq} (expression (E-11) de l'Annexe E) :

$$e_{eq} = E_0 + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_{k_s} \cos k_s N_\eta^s \alpha^s + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A'_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A''_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) \quad (3-27)$$

Les différentes quantités qui interviennent dans cette expression sont données par :

$$\begin{cases} E_0 = E_{s0} + E'_{r0} + E''_{r0} \\ E_{s0} = e_m + p^s \bar{r}_d^s \\ E'_{r0} = e_a + (e_{pi} - e_a) r_{dM}^r \\ E''_{r0} = (e_M - e_m - e_a) r_{dm}^r \end{cases} \quad (3-28)$$

$$\begin{cases} A_{k_s} = -\frac{2}{k_s \pi_{(s)}} p^s \sin k_s r_d^s \pi_{(s)} \\ A'_{k_r} = \frac{2}{k_r \pi_{(r)}} (e_{pi} - e_a) \sin k_r r_{dM}^r \pi_{(r)} \\ A''_{k_r} = \frac{2}{k_r \pi_{(r)}} (-1)^{k_r} (e_M - e_m - e_a) \sin(k_r^r r_{dm}^r \pi_{(r)}) \end{cases} \quad (3-29)$$

Pour satisfaire les contraintes que nous nous sommes fixées précédemment, à savoir la recherche de caractéristiques moyennes identiques pour chacune des machines, il convient de rechercher dans l'expression (3-27) le motif qui se reproduit identiquement à lui même sur les intervalles qui correspondent aux différentes paires de pôles ($2\pi_p$). En fait, il apparaît immédiatement, compte tenu de la dissymétrie introduite par le nombre de dents, qu'il s'agit du motif caractérisé par l'expression :

$$e'_{eq} = E_0 + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A'_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A''_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) \quad (3-30)$$

En ramenant cette expression sur $2\pi_p$, il vient :

$$e'_{eq} = E_0 + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A'_{k_r} \cos 2k_r (\alpha^s - \theta) + \sum_{k_r=1}^{+\infty} A''_{k_r} \cos 2k_r (\alpha^s - \theta) \quad (3-31)$$

Pour nous conformer à ce qui est pratiqué sur une machine traditionnelle pour aboutir au schéma monophasé équivalent, nous allons considérer le terme moyen (E_0) ainsi que le fondamental de cette onde obtenu pour $k_r = 1$. Il vient :

$$e'_{eq1} = E_0 + (A'_1 + A''_1) \cos 2(\alpha^s - \theta) \quad (3-32)$$

Il en résulte que la perméance par unité de surface A_l s'exprime par :

$$A_l = \mu_0 (e'_{eq1})^{-1} \quad (3-33)$$

Nous avons procédé à une application numérique qui conduit à la loi d'évolution de $(e'_{eq1})^{-1}$ pour θ valant successivement $\pi_p/8$ (D_l^r face à l'axe de pôle Nord créé par le stator) et $\pi_p/8 + \pi_p/2$ (D_l^r en quadrature de l'axe du Nord statorique). La Figure 3.4 présente à $t=0$:

- l'onde du fondamental de la fmm tournante donnée par l'expression (3-20) qui, à l'échelle de $2\pi_p$, s'exprime par :

$$\varepsilon_{(l)(13)}^s = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{l3}^s \cos\left(\omega t - \alpha^s + \frac{\pi_p}{8}\right) \quad (3-34)$$

- les lois d'évolution sur ce même intervalle de e'_{eq1} et de $(e'_{eq1})^{-1}$ pour les deux valeurs précédemment précisées de θ . Les unités sont respectivement le m et le m^{-1} .

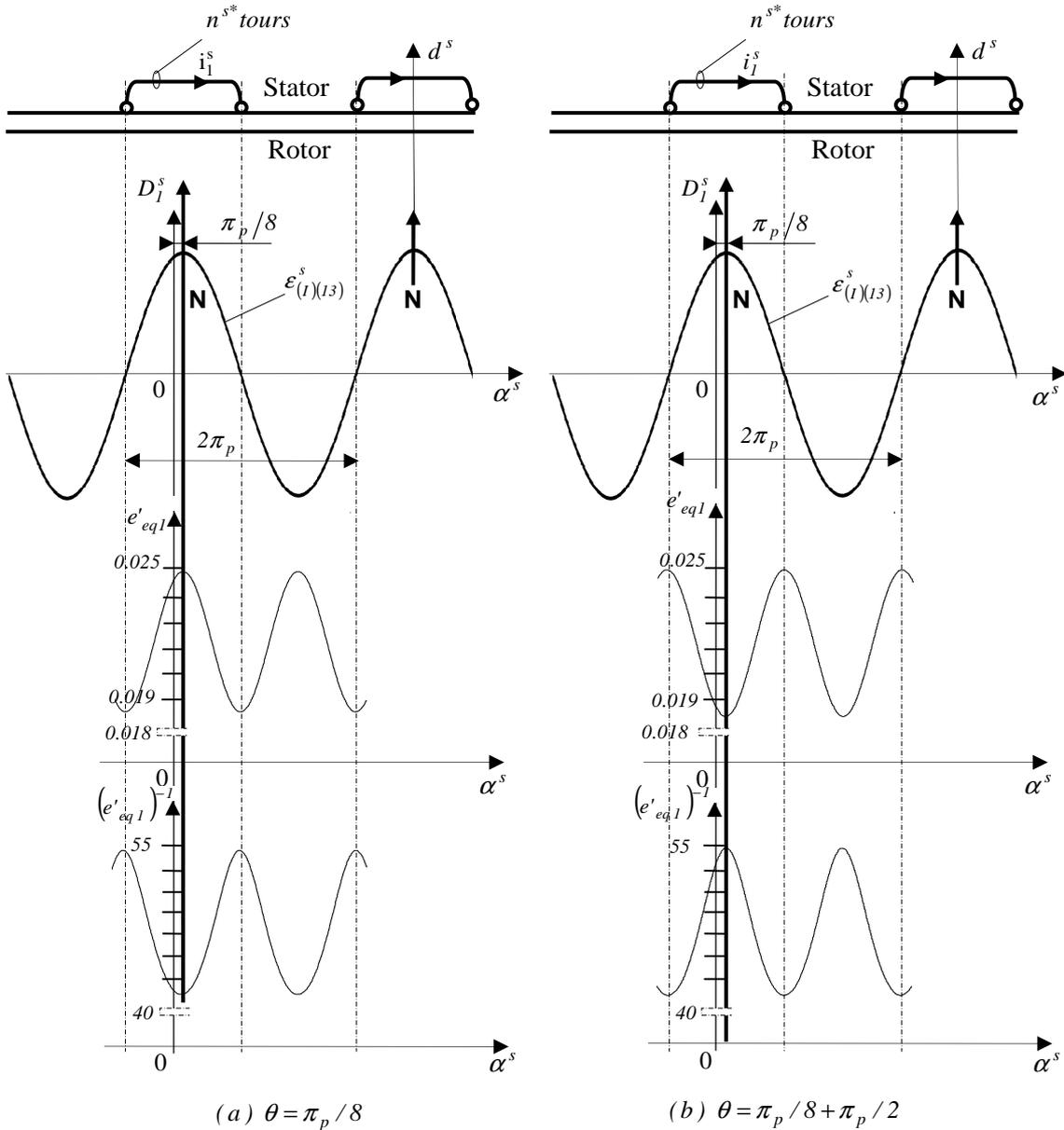
Le maximum de l'onde de fmm à $t=0$, relativement à D_l^s , apparaît en $\alpha^s = \pi_p/8 = 22.5^\circ$. Nous allons calculer analytiquement pour quelle valeur de α^s apparaît le premier maximum de e'_{eq1} . Pour ce faire, nous allons considérer l'expression (3-32).

Le terme en cosinus passe par un maximum pour : $\alpha^s = \theta = \pi_p/8$. Ce calcul ainsi que les développements réalisés permettent de formuler les remarques qui suivent :

- 1) Pour $\theta = \pi_p/8$ et à $t=0$, les maxima de e'_{eq1} coïncident avec les axes des pôles Nord et Sud.
- 2) Pour $\theta = \pi_p/8$ et à $t=0$, face à ces pôles Nord et Sud apparaîtra un entrefer d'épaisseur importante comparativement à celui que l'on obtient pour $\pi_p/8 + \pi_p/2$ pour ces mêmes abscisses spatiales. Cela signifie que la réluctance de l'entrefer fictif prend des valeurs importantes dans l'axe des pôles. Implicitement cela conduit à une perméance faible et un flux généré "faible" dans l'axe des pôles. Le flux embrassé par une phase sera plus faible pour $\theta = \pi_p/8$ que pour $\pi_p/8 + \pi_p/2$. Cela se manifeste par l'inégalité $L_d < L_q$. Un calcul plus précis sera réalisé par la suite mais, dès à présent, il est possible de conclure que cette machine est à saillances inversées, ce qui est typique des machines à concentration de flux.
- 3) En fait, nous avons ramené un bobinage sur dents à un bobinage fictif traditionnel. Pour les développements qui vont suivre, il est plus simple avec ce modèle de considérer une référence spatiale d^s qui coïncide avec l'axe de la phase 1 de l'enroulement classique (fictif) associé. Il n'est pas nécessaire de préciser sur quelle fraction de la machine (correspondant à un intervalle $2\pi_p$) vont être effectués les calculs dans la mesure où ces derniers se répéteront à l'identique sur les autres périodes.
- 4) En adoptant comme référence spatiale d^s , il convient au niveau des remarques 1) et 2) de substituer $\theta=0$ à $\theta = \pi_p/8$. En outre, dans ces conditions, la relation (3-34) s'écrit :

$$\varepsilon_{(l)(13)}^s = \frac{3n^s I^s \sqrt{2}}{2} K_{l3}^s \cos(\omega t - \alpha^s) \quad (3-35)$$

- 5) Afin d'homogénéiser les notations, nous conviendront de noter d^r la référence spatiale rotorique confondue avec D_l^r .


 Figure 3.4 : Position relative de l'onde de perméance par rapport à l'onde de fmm à $t=0$

6) La quantité $(e'_{eq1})^{-1}$ présentée à la Figure 3.4 est obtenue en inversant numériquement les valeurs e'_{eq1} déduites de l'expression (3-32). Comme l'inverse d'une fonction sinusoïdale n'est pas une fonction sinusoïdale (bien que cela semble être le cas sur le tracé de la Figure 3.4), nous allons caractériser cette fonction inverse par ses extremums qui valent : 41.32m^{-1} et 54.78m^{-1} . En faisant passer les extremums d'une sinusoïde par ces points, compte tenu de (3-33), il vient :

$$\Lambda_I = \Lambda_{I0} - \Lambda_{I2} \cos[2(\alpha^s - \theta)] \quad (3-36)$$

Avec :

$$\begin{cases} \Lambda_{I0} = \mu_0 [(e'_{eq1})_{max}^{-1} + (e'_{eq1})_{min}^{-1}] / 2 = 48.046 \mu_0 \\ \Lambda_{I2} = \mu_0 [(e'_{eq1})_{max}^{-1} - (e'_{eq1})_{min}^{-1}] / 2 = 6.73 \mu_0 \end{cases} \quad (3-37)$$

Les coefficients numériques 48.046 et 6.73 sont définis en m^{-1} . Comme $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$, il en résulte que A_{l0} et A_{l2} s'exprime en H/m^2 .

Ces valeurs, valables pour $p^s = l_s^e / C^s = 11.21mm$, permettent d'estimer l'écart relatif qui caractérise les variations A_l par rapport à sa valeur moyenne. Exprimées en % ces variations δA_l sont définies par : $\delta A_l = 100 \frac{2A_{l2}}{A_{l0}}$, ce qui donne : 28.02%. Par cette méthode, on lie L_d et L_q aux extremums de $(e'_{eq1})^{-1}$. Ceci est une hypothèse forte.

4. Expression des inductances cycliques

4.1 Expression analytique

La loi d'évolution de l'onde d'induction d'entrefer résulte du produit : $A_l \mathcal{E}_{(l)(l3)}^s$, en adoptant pour caractériser $\mathcal{E}_{(l)(l3)}^s$ l'expression (3-35) et en utilisant pour définir A_l la relation (3-36). Les fondamentaux b_{l3}^s (suivant qu'on considère $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = \pi/2$) caractériseront le phénomène de réaction magnétique du stator lorsque la machine fonctionne en moteur ou en génératrice. Cette réaction magnétique est donc tributaire, en régime stationnaire, de la position de d^r relativement à l'axe du champ tournant statorique. C'est donc pour prendre en compte les effets variables de cette réaction magnétique suivant l'état de charge de la machine qu'à été défini le schéma à deux inductances synchrones communément appelées L_d et L_q . Pour la détermination de ces inductances cycliques, la méthode consiste à calculer le flux embrassé par la phase 1 de l'enroulement fictif du stator. Les calculs sont réalisés sur un intervalle correspondant à $2\pi_p$ que nous noterons tout simplement 2π . Comme nous nous intéressons qu'au fondamental, il vient :

$$b_{l3}^s = A_l \mathcal{E}_{(l)(l3)}^s \quad (3-38)$$

$$b_{l3}^s = \left[\frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{2} A_{l0} \cos(\omega t - \alpha^s) - \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{2} A_{l2} \cos[2(\alpha^s - \theta)] \cos(\omega t - \alpha^s) \right]$$

$$b_{l3}^s = \left\{ \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{2} A_{l0} \cos(\omega t - \alpha^s) - \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{4} A_{l2} \cos(\omega t + \alpha^s - 2\theta) - \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{4} A_{l2} \cos(\omega t - 3\alpha^s + 2\theta) \right\}$$

Comme en régime établi on a $\theta = \omega t + \theta_0$, il vient :

$$b_{l3}^s = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{2} A_{l0} \cos(\omega t - \alpha^s) - \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{4} A_{l2} \cos(-\omega t + \alpha^s - 2\theta_0) - \\ \frac{3n^s I^s \sqrt{2} K_{l3}^s}{4} A_{l2} \cos(3\omega t - 3\alpha^s + 2\theta_0) \end{array} \right\} \quad (3-39)$$

Le flux embrassé par la phase 1 de l'enroulement fictif du stator s'exprime comme suit :

$$\psi_{(1)l3}^s = n^{s*} RL \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b_{l3}^s d\alpha^s \quad (3-40)$$

$$\psi_{(1)l3}^s = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{l3}^s RL \left\{ \begin{array}{l} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{A_{l0}}{2} \cos(\omega t - \alpha^s) d\alpha^s - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{A_{l2}}{4} \cos(-\omega t + \alpha^s - 2\theta_0) d\alpha^s - \\ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{A_{l2}}{4} \cos(3\omega t - 3\alpha^s + 2\theta_0) d\alpha^s \end{array} \right\}$$

Les calculs conduisent à :

$$\psi_{(1)13}^s = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{13}^s RL \left\{ A_{10} \cos(\omega t) - \frac{A_{12}}{2} \cos(-\omega t - 2\theta_0) + \frac{A_{12}}{6} \cos(3\omega t + 2\theta_0) \right\} \quad (3-41)$$

Ce sont les termes de pulsation ω qui sont à considérer pour caractériser ce flux embrassé. L'expression précédente devient donc :

$$\psi_{(1)13}^s = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{13}^s RL \left\{ A_{10} \cos(\omega t) - \frac{A_{12}}{2} \cos(\omega t + 2\theta_0) \right\} \quad (3-42)$$

Cette expression de flux présente deux valeurs distinctes suivant la valeur considérée de θ_0 .

- Pour $\theta_0 = 0$

L'expression du flux devient :

$$\psi_{(1)13}^s = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{13}^s RL \left[A_{10} - \frac{A_{12}}{2} \right] \cos(\omega t)$$

Dans la mesure où : $i_l^s = I^s \sqrt{2} \cos \omega t$ et en considérant que l'inductance cyclique s'identifie à L_d pour cette valeur de θ_0 , on peut écrire :

$$\psi_{(1)13}^s = L_d i_l^s = 3n^s n^{s*} K_{13}^s RL \left[A_{10} - \frac{A_{12}}{2} \right] I^s \sqrt{2} \cos(\omega t)$$

On en déduit par identification que :

$$L_d = 3n^{s*} n^s RL K_{13}^s \left[A_{10} - \frac{A_{12}}{2} \right]$$

Compte tenu de la relation (3-25) qui donne $n^{s*} = \frac{\pi n^s K_{13}^s}{2}$, il vient :

$$L_d = \frac{3}{2} \pi RL n^{s^2} K_{13}^{s^2} \left[A_{10} - \frac{A_{12}}{2} \right]$$

- Pour $\theta_0 = \pi/2$

L'expression du flux devient :

$$\psi_{(1)13}^s = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{13}^s RL \left\{ A_{10} \cos(\omega t) - \frac{A_{12}}{2} \cos(\omega t + \pi) \right\} = 3n^s n^{s*} I^s \sqrt{2} K_{13}^s RL \left\{ A_{10} \cos(\omega t) + \frac{A_{12}}{2} \cos(\omega t) \right\}$$

L'inductance cyclique pour cette valeur de θ_0 s'identifie à L_q et on en déduit :

$$L_q = 3n^{s*} RL n^s K_{13}^s \left[A_{10} + \frac{A_{12}}{2} \right]$$

En remplaçant n^{s*} par son expression, il vient :

$$L_q = \frac{3}{2} \pi RL n^{s^2} K_{13}^{s^2} \left[A_{10} + \frac{A_{12}}{2} \right]$$

On a alors :

$$\begin{cases} L_d = \frac{3}{2} \pi RL n^{s^2} K_{13}^{s^2} \left[A_{10} - \frac{A_{12}}{2} \right] \\ L_q = \frac{3}{2} \pi RL n^{s^2} K_{13}^{s^2} \left[A_{10} + \frac{A_{12}}{2} \right] \end{cases} \quad (3-43)$$

Avec, pour une configuration trapézoïdale :

$$K_{13}^s = \frac{4}{13\pi} \left\{ \frac{24}{\bar{r}_d \pi} \frac{\sin\left(13\bar{r}_d \pi / 24\right)}{13} + \frac{24}{\bar{r}_d \pi} \frac{\sin\left(13\pi / 12\right)}{13} \right\} \cos\left(13 \frac{\pi}{12}\right) \quad (3-44)$$

4.2 Applications numériques et analyse des résultats

Les applications numériques sont effectuée pour $C^s = 5$, $C^r = 1.55$ et en utilisant les valeurs des paramètres machines, figurant dans le Tableau A.1. Le calcul de L_d et L_q en utilisant l'expression (3-43) donne : $L_d = 4.72mH$ et $L_q = 5.43mH$

Le rapport $\frac{L_d}{L_q} = 0.869$ valide le fait que la machine soit de la saillance inversée. Pratiquement, pour l'exploitation du diagramme à deux réactances synchrones, les valeurs qui viennent d'être déterminées suffisent. C'est également vrai pour la simulation de régimes transitoires en présence ou non d'harmoniques dans le système d'alimentation.

L'étude faite jusqu'alors considère $2\pi_{el}$. Dans la suite, nous allons, par un autre calcul, déterminer par exemple la valeur de l'inductance L_d en raisonnant sur $2\pi_{el}$ et montrer qu'à partir des valeurs obtenues par un raisonnement sur $2\pi_{el}$ on peut déterminer celles qu'on trouverait en raisonnant sur toute la machine, c'est-à-dire lorsqu'on considère 2π géométrique. Les inductances obtenues par le raisonnement sur $2\pi_{el}$ sont égales à celles qu'on obtiendrait en raisonnant sur 2π géométrique, à une constante près.

5. Inductance cyclique en considérant les 2π géométriques

Il s'agit ici de remonter aux valeurs s des inductances cycliques qu'on obtiendrait en raisonnant sur 2π géométrique. Expérimentalement, les mesures sont effectuées de telle sorte qu'à chaque fois, c'est un enroulement élémentaire seul qui est considéré comme étant une phase. Les phénomènes électromagnétiques dus à l'alimentation d'un enroulement élémentaire ont lieu sur toute la machine, soit 2π géométrique. Considérons la phase 1 du premier système triphasé. En raisonnant sur toute la machine et en considérant un harmonique h^s , l'expression (2-59) s'écrit :

$$\mathcal{E}_{1,h^s}^{s\eta} = n^s i_1^s K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (3-45)$$

On suppose que l'entrefer est lisse. Ceci revient à calculer l'inductance cyclique moyenne correspondant au paragraphe précédent. En effet, en supposant l'entrefer lisse, on a $L_d = L_q$. Il vient

donc dans ce cas, à considérer $\frac{L_d + L_q}{2} = 5.074 mH$.

Dans ce paragraphe, en considérant un entrefer lisse, l'induction due à l'harmonique h^s de la fmm générée par la phase 1 s'exprime comme suit :

$$b_{1,h^s}^{s\eta} = A_{10} \mathcal{E}_{1,h^s}^{s\eta} \quad (3-46)$$

Il vient :

$$\begin{cases} b_{1,h^s}^{s\eta} = \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} = A_{10} n^s i_1^s K_{h^s}^{s\eta} \end{cases} \quad (3-47)$$

Le flux induit par la phase 1 à travers une autre phase q' s'exprime par :

$$\begin{cases} \phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = n^s \iint_S b_{1,h^s}^{s\eta} dS \\ dS = RL d\alpha^s \end{cases} \quad (3-48)$$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = n^s RL \int_{\alpha^s} b_{1,h^s}^{s\eta} d\alpha^s = n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} \int_{\alpha^s} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s$$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} \left\{ \begin{array}{l} \int_{(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s - \int_{(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s + \\ \int_{(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s - \int_{(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(17+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s \end{array} \right\}$$

$\beta_{qq'}$ est le déphasage qu'il y a entre D_j^s et l'axe de la phase q' . Les développements conduisent, en posant $v = h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}$, à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = \frac{n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta}}{h^s} \{A_{\cos} \cos(v) + A_{\sin} \sin(v)\} \\ A_{\cos} = \left\{ \begin{array}{l} \cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ \cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \\ A_{\sin} = \left\{ \begin{array}{l} 2 \sin\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \sin\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ \sin\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ \sin\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (3-49)$$

Posons : $\hat{A} = \sqrt{A_{\cos}^2 + A_{\sin}^2}$ et $\tau = \arctan \frac{A_{\sin}}{A_{\cos}}$ ou $\tau = \arctan \frac{A_{\sin}}{A_{\cos}} + \pi$

Il vient :

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = \frac{n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau) \quad (3-50)$$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = \frac{n^s RL A_{10} n^s i_1^s K_{h^s}^{s\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau)$$

$$M_{1,h^s,1q'}^{s\eta} = \frac{n^{s^2} RL A_{10} K_{h^s}^{s\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau) \quad (3-51)$$

En raisonnant sur toute la machine, le fondamental est $h^s = 52$ et $\eta = 4$. Il vient :

$$L_{1,52,1}^{s\eta} = \frac{n^{s^2} RL A_{10} K_{52}^{s\eta}}{52} \hat{A} \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right)$$

$$M_{1,52,12}^{s\eta} = \frac{n^{s^2} RL A_{10} K_{52}^{s\eta}}{52} \hat{A} \cos\left(\frac{26\pi}{3} - \frac{13\pi}{8} - \tau\right)$$

$L_{d,52} = L_{1,52,1}^{s\eta} - M_{1,52,12}^{s\eta}$, car ayant supposé l'entrefer lisse.

$$L_{d,52} = \frac{n^{s^2} RL A_{10} K_{52}^{s\eta}}{52} \hat{A} \left\{ \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right) - \cos\left(\frac{26\pi}{3} - \frac{13\pi}{8} - \tau\right) \right\} \quad (3-52)$$

En raisonnant sur le quart de machine, comme on l'a fait au paragraphe précédent, l'harmonique fondamental est $h^s = 13$ et $\eta = 1$. Il vient :

$$L_{l,13,1}^{s\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s\eta}}{13} \hat{A} \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right)$$

$$M_{l,13,12}^{s\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s\eta}}{13} \hat{A} \cos\left(\frac{26\pi}{3} - 13\frac{\pi}{8} - \tau\right)$$

$$L_{d,13} = L_{l,13,1}^{s\eta} - M_{l,13,12}^{s\eta}$$

$$L_{d,13} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s\eta}}{13} \hat{A} \left\{ \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right) - \cos\left(\frac{26\pi}{3} - 13\frac{\pi}{8} - \tau\right) \right\} \quad (3-53)$$

$$\frac{L_{d,13}}{L_{d,52}} = \frac{4K_{13}^{s\eta}}{K_{52}^{s\eta}} \text{ or } \frac{K_{(13)}^s}{K_{(52)}^s} = 4 \text{ donc :}$$

$$\frac{L_{d,13}}{L_{d,52}} = 16 \quad (3-54)$$

Ce rapport 16 vient :

- du rapport 4 qu'il y a entre le fondamental sur $2\pi_{el}$ qui vaut $h^s = 13$ et le fondamental sur 2π géométrique qui vaut $h^s = 52$
- du fait que $2\pi = 4 \times 2\pi_{el}$

Ce rapport est multiplié par 4 dans le cas de la configuration présentée dans [74] où les enroulements élémentaires sont mis en série. Ce rapport 4 vient du fait que le nombre d'enroulements est multiplié par 2 et élevé au carré.

🔧 Applications numériques

Au paragraphe 4 de ce chapitre, les valeurs de L_d et L_q ont été calculées. Comme dans ce paragraphe, on suppose l'entrefer lisse, il vient à considérer que l'inductance cyclique directe et quadratique sont égales et valent $\frac{L_d + L_q}{2} = 5.074 \text{ mH}$. Cette valeur sera comparée à celle obtenue par la méthode développée dans ce paragraphe, à savoir $L_{d,13}$.

Inductances	Valeurs
$L_{d,13}$	5.232 mH
$L_{d,52}$	0.327 mH
$L_{d,13} / L_{d,52}$	16

Les valeurs calculées montrent bien le rapport qu'il y a entre les valeurs trouvées en raisonnant soit sur $2\pi_{el}$ soit sur 2π géométrique. De plus, en supposant l'entrefer lisse, la valeur d'inductance L_d trouvée à partir du calcul exposé dans ce dernier paragraphe (hypothèse d'un entrefer lisse) est proche de celle obtenue en faisant la moyenne des inductances cycliques L_d et L_q obtenues au paragraphe 4 (3.11% de différence).

6. Étude de la f.e.m induite due au rotor

Ce paragraphe a pour but de présenter l'étude de la fem induite au stator par le rotor. Pour ce faire, considérons l'expression (2-113) de l'induction d'entrefer générée par le rotor. Il vient :

$$b^{r\eta} = \sum_{\substack{h^r = -\infty \\ h^r \neq 0 \\ h^r \text{ impair}}}^{+\infty} \sum_{k_s = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} b_{k_s k_r h}^{r\eta} \cos\left[K_{\omega_r}^r \omega_r t - M^r \alpha^s - \varphi^r\right]$$

Le contenu harmonique de cette induction rotorique, en prenant en compte les paramètres de calage du modèle ($C^s = 5$, $C^r = 1.55$ et $\theta = 1.59^\circ$), est présenté à la Figure 3.5, où trois composantes sont identifiables.

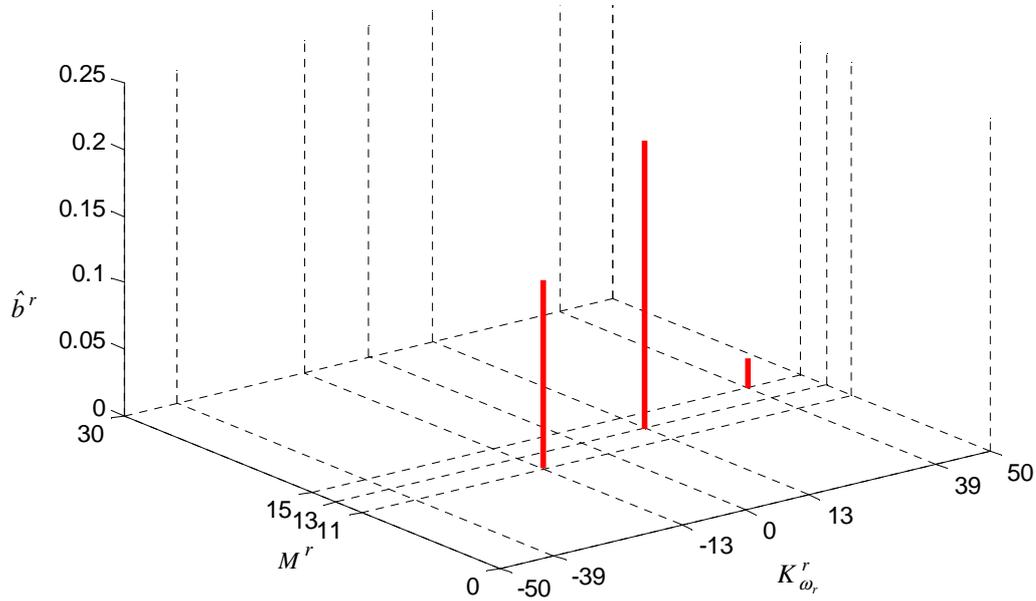


Figure 3.5 : Contenu harmonique d'induction rotorique

Ces trois composantes peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} b_{13}^{r\eta} = \hat{b}_{13}^{r\eta} \cos(13\omega_r t - 13\alpha^s - \varphi_{13}^r) \\ \hat{b}_{13}^{r\eta} = 0.216 T \\ \vartheta_{13}^r = 4,463 \text{ rd} \end{cases} \quad (3-55)$$

$$\begin{cases} b_{11}^{r\eta} = \hat{b}_{11}^{r\eta} \cos(13\omega_r t + 11\alpha^s + \varphi_{11}^r) \\ \hat{b}_{11}^{r\eta} = 0.141 T \\ \vartheta_{11}^r = 1,82 \text{ rd} \end{cases} \quad (3-56)$$

$$\begin{cases} b_{15}^{r\eta} = \hat{b}_{15}^{r\eta} \cos(39\omega_r t - 15\alpha^s - \varphi_{15}^r) \\ \hat{b}_{15}^{r\eta} = 0.0214 T \\ \vartheta_{15}^r = 0,822 \text{ rd} \end{cases} \quad (3-57)$$

Il s'agit en suite de calculer la f.e.m. induite par ces principales composantes d'induction rotorique dans une phase statorique.

6.1 Flux embrassé par une phase du premier système triphasé

Les expressions (3-55), (3-56) et (3-57) conduisent aux expressions des flux induits :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{(13),q}^{r_\eta} = n^s RL \int_{\alpha^s} \hat{b}_{13}^{r_\eta} \cos(13\omega_r t - 13\alpha^s - \varphi_{13}^r) d\alpha^s \\ \phi_{(11),q}^{r_\eta} = n^s RL \int_{\alpha^s} \hat{b}_{11}^{r_\eta} \cos(13\omega_r t + 11\alpha^s + \varphi_{11}^r) d\alpha^s \\ \phi_{(15),q}^{r_\eta} = n^s RL \int_{\alpha^s} \hat{b}_{15}^{r_\eta} \cos(39\omega_r t - 15\alpha^s - \varphi_{15}^r) d\alpha^s \end{array} \right. \quad (3-58)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{(13),q}^{r_\eta} = \hat{b}_{13}^{r_\eta} n^s RL \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{\xi_{1,1}}^{\xi_{2,1}} \cos(13\omega_r t - 13\alpha^s - \varphi_{13}^r) d\alpha^s \\ \phi_{(11),q}^{r_\eta} = \hat{b}_{11}^{r_\eta} n^s RL \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{\xi_{1,1}}^{\xi_{2,1}} \cos(13\omega_r t + 11\alpha^s + \varphi_{11}^r) d\alpha^s \\ \phi_{(15),q}^{r_\eta} = \hat{b}_{15}^{r_\eta} n^s RL \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \int_{\xi_{1,1}}^{\xi_{2,1}} \cos(39\omega_r t - 15\alpha^s - \varphi_{15}^r) d\alpha^s \end{array} \right.$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{1,1} = \left(m - \frac{3}{2}\right) \frac{(l + r_d^s) p_d^s}{2} + (m-1) \frac{\bar{r}_d^s p_d^s}{2} + \beta_q \\ \xi_{2,1} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{(l + r_d^s) p_d^s}{2} + (m-1) \frac{\bar{r}_d^s p_d^s}{2} + \beta_q \end{array} \right. \quad (3-59)$$

Où N_d^s est le nombre de dents par phase, et β_q le déphasage qu'il y a entre la référence D_l^s et l'axe de la phase q considérée. Il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{(13),q}^{r_\eta} = \frac{\hat{b}_{13}^{r_\eta} n^s RL}{13} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ -\sin(13\omega_r t - 13\xi_{2,1} - \varphi_{13}^r) + \sin(13\omega_r t - 13\xi_{1,1} - \varphi_{13}^r) \right\} \\ \phi_{(11),q}^{r_\eta} = \frac{\hat{b}_{11}^{r_\eta} n^s RL}{11} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \sin(13\omega_r t + 11\xi_{2,1} + \varphi_{11}^r) - \sin(13\omega_r t + 11\xi_{1,1} + \varphi_{11}^r) \right\} \\ \phi_{(15),q}^{r_\eta} = \frac{\hat{b}_{15}^{r_\eta} n^s RL}{15} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ -\sin(39\omega_r t - 15\xi_{2,1} - \varphi_{15}^r) + \sin(39\omega_r t - 15\xi_{1,1} - \varphi_{15}^r) \right\} \end{array} \right. \quad (3-60)$$

6.2 F.e.m induite dans une phase du premier système triphasé

Les différentes f.e.m induites par le rotor s'expriment comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{(13),q}^{r_\eta} = \frac{13\omega_r \hat{b}_{13}^{r_\eta} n^s RL}{13} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ -\cos(13\omega_r t - 13\xi_{2,1} - \varphi_{13}^r) + \cos(13\omega_r t - 13\xi_{1,1} - \varphi_{13}^r) \right\} \\ e_{(11),q}^{r_\eta} = \frac{13\omega_r \hat{b}_{11}^{r_\eta} n^s RL}{11} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \cos(13\omega_r t + 11\xi_{2,1} + \varphi_{11}^r) - \cos(13\omega_r t + 11\xi_{1,1} + \varphi_{11}^r) \right\} \\ e_{(15),q}^{r_\eta} = \frac{39\omega_r \hat{b}_{15}^{r_\eta} n^s RL}{15} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ -\cos(39\omega_r t - 15\xi_{2,1} - \varphi_{15}^r) + \cos(39\omega_r t - 15\xi_{1,1} - \varphi_{15}^r) \right\} \end{array} \right. \quad (3-61)$$

$$\begin{cases} e_{(13),q}^{r_\eta} = \hat{K}_{13}^{r_\eta} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} -\cos(13\omega_r t) \cos(13\xi_{2,I} + \varphi_{13}^r) - \sin(13\omega_r t) \sin(13\xi_{2,I} + \varphi_{13}^r) + \\ \cos(13\omega_r t) \cos(13\xi_{1,I} + \varphi_{13}^r) + \sin(13\omega_r t) \sin(13\xi_{1,I} + \varphi_{13}^r) \end{array} \right\} \\ e_{(11),q}^{r_\eta} = \hat{K}_{11}^{r_\eta} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} \cos(13\omega_r t) \cos(11\xi_{2,I} + \varphi_{11}^r) - \sin(13\omega_r t) \sin(11\xi_{2,I} + \varphi_{11}^r) - \\ \cos(13\omega_r t) \cos(11\xi_{1,I} + \varphi_{11}^r) + \sin(13\omega_r t) \sin(11\xi_{1,I} + \varphi_{11}^r) \end{array} \right\} \\ e_{(15),q}^{r_\eta} = \hat{K}_{15}^{r_\eta} \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left\{ \begin{array}{l} -\cos(39\omega_r t) \cos(15\xi_{2,I} + \varphi_{15}^r) - \sin(39\omega_r t) \sin(15\xi_{2,I} + \varphi_{15}^r) + \\ \cos(39\omega_r t) \cos(15\xi_{1,I} + \varphi_{15}^r) + \sin(39\omega_r t) \sin(15\xi_{1,I} + \varphi_{15}^r) \end{array} \right\} \end{cases}$$

La f.e.m. totale induite dans une des phases du stator est la somme vectorielle des trois composantes de f.e.m exprimées précédemment.

$$e_q^{r_\eta} = e_{(11),q}^{r_\eta} + e_{(13),q}^{r_\eta} + e_{(15),q}^{r_\eta} \quad (3-62)$$

Les calculs conduisent à :

$$e_q^{r_\eta} = \left\{ C_{(13),\cos} \cos(13\omega_r t) + C_{(13),\sin} \sin(13\omega_r t) + C_{(39),\cos} \cos(39\omega_r t) + C_{(39),\sin} \sin(39\omega_r t) \right\}$$

Avec :

$$C_{(13),\cos} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[-\hat{K}_{13}^{r_\eta} \cos(13\xi_{2,I} + \varphi_{13}^r) + \hat{K}_{13}^{r_\eta} \cos(13\xi_{1,I} + \varphi_{13}^r) + \hat{K}_{11}^{r_\eta} \cos(11\xi_{2,I} + \varphi_{11}^r) - \hat{K}_{11}^{r_\eta} \cos(11\xi_{1,I} + \varphi_{11}^r) \right]$$

$$C_{(13),\sin} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[-\hat{K}_{13}^{r_\eta} \sin(13\xi_{2,I} + \varphi_{13}^r) + \hat{K}_{13}^{r_\eta} \sin(13\xi_{1,I} + \varphi_{13}^r) - \hat{K}_{11}^{r_\eta} \sin(11\xi_{2,I} + \varphi_{11}^r) + \hat{K}_{11}^{r_\eta} \sin(11\xi_{1,I} + \varphi_{11}^r) \right]$$

$$C_{(39),\cos} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[-\hat{K}_{15}^{r_\eta} \cos(15\xi_{2,I} + \varphi_{15}^r) + \hat{K}_{15}^{r_\eta} \cos(15\xi_{1,I} + \varphi_{15}^r) \right]$$

$$C_{(39),\sin} = \sum_{m=1}^{N_d^s} (-1)^{(m+1)} \left[-\hat{K}_{15}^{r_\eta} \sin(15\xi_{2,I} + \varphi_{15}^r) + \hat{K}_{15}^{r_\eta} \sin(15\xi_{1,I} + \varphi_{15}^r) \right]$$

Il vient :

$$\begin{cases} e_q^{r_\eta} = \left[\hat{e}_{(13),q}^{r_\eta} \cos(13\omega_r t - \varphi_{(13),fem}^r) + \hat{e}_{(39),q}^{r_\eta} \cos(39\omega_r t - \varphi_{(39),fem}^r) \right] \\ \hat{e}_{(13),q}^{r_\eta} = \sqrt{C_{(13),\cos}^2 + C_{(13),\sin}^2}, \quad \hat{e}_{(39),q}^{r_\eta} = \sqrt{C_{(39),\cos}^2 + C_{(39),\sin}^2} \\ \varphi_{(13),fem}^r = \arctan \frac{C_{(13),\sin}}{C_{(13),\cos}} \quad \text{ou} \quad \varphi_{(13),fem}^r = \arctan \frac{C_{(13),\sin}}{C_{(13),\cos}} + \pi \\ \varphi_{(39),fem}^r = \arctan \frac{C_{(39),\sin}}{C_{(39),\cos}} \quad \text{ou} \quad \varphi_{(39),fem}^r = \arctan \frac{C_{(39),\sin}}{C_{(39),\cos}} + \pi \end{cases} \quad (3-63)$$

6.3 Tracés sous matlab

En considérant l'expression (3-63), le tracé du contenu harmonique de f.e.m. induit dans la phase 1 du stator est présenté à la Figure 3.6. L'analyse de ce tracé montre des harmoniques de rang 13 et 39, d'amplitude respective 590V et 63V et de pulsations respectives de $13\omega_r$ et $39\omega_r$. L'analyse de la Figure 3.6 montre que la composante à $39\omega_r$ a une amplitude 9 fois plus petite que celle du $13\omega_r$. On peut donc négliger ses effets. Ainsi, on suppose que la f.e.m. induite par le rotor comporte une seule composante, celle correspondant au fondamental.

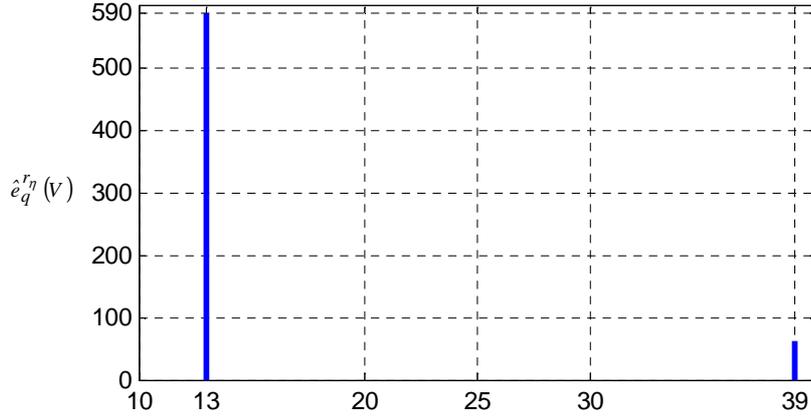


Figure 3.6 : Contenu harmonique de f.e.m de la phase 1 du premier système triphasé

6.4 Vérification avec le bobinage fictif

Il s'agit ici de valider la méthode de calcul de f.e.m. du paragraphe 1, en la comparant à celle basée sur le raisonnement utilisant l'enroulement fictif. Le bobinage fictif a été calculé sur la base du raisonnement n'utilisant que le fondamental (harmonique de rang 13). Nous comparons donc la f.e.m. fondamentale $\hat{e}_{(13),1}^r$ d'amplitude 344.7 V à celle obtenue en utilisant l'enroulement fictif.

6.4.1 Flux embrassé par une phase du premier système triphasé

Le flux induit par l'induction fondamentale rotorique dans l'enroulement fictif d'ouverture diamétrale, est exprimé par (3-64) à partir de (3-55), où n^{s*} représente le nombre de tours des bobines fictives.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{(13),f}^r = \hat{b}_{13}^r n^{s*} RL \int_{\xi_{e1}^*}^{\xi_{e2}^*} \cos(13\omega_r t - 13\alpha^s - \phi_{13}^r) d\alpha^s \\ \text{avec } \xi_{e1}^* = -\frac{\pi}{26}, \xi_{e2}^* = \frac{\pi}{26} \end{array} \right. \quad (3-64)$$

Il vient : $\phi_{(13),f}^r = \hat{b}_{13}^r n^{s*} RL \left\{ -\sin\left(13\omega_r t - 13\frac{\pi}{26} - \phi_{13}^r\right) + \sin\left(13\omega_r t + 13\frac{\pi}{26} - \phi_{13}^r\right) \right\}$ qui conduit à :

$$\phi_{(13),f}^r = 2\hat{b}_{13}^r n^{s*} RL \cos(13\omega_r t - \phi_{13}^r) \quad (3-65)$$

6.4.2 F.e.m induite dans une phase du premier système triphasé

La fem induite dans l'enroulement fictif par le rotor s'exprime par : $e_f^r = \pm d\phi_f^r / dt$. Il vient, en exploitant l'expression (3-65) :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{(13),f}^r = \hat{e}_{(13),f}^r \sin(13\omega_r t - \phi_{13}^r) \\ \hat{e}_{(13),f}^r = 26\omega_r \hat{b}_{13}^r n^{s*} RL \end{array} \right. \quad (3-66)$$

L'application numérique donne $\hat{e}_{(13),f}^r = 344.70V$, ce qui correspond exactement à la valeur trouvée avec la méthode présentée au paragraphe 1.

Dans la suite de l'étude, on considère que la f.e.m. induite par le rotor comporte une seule composante, celle correspondant au fondamental à 13 paires de pôles. De part cette hypothèse et la

vérification faite plus haut, la f.e.m. induite par le rotor dans une phase statorique peut s'exprimer comme suit :

$$e^r = 26\omega_r \hat{b}_{13}^r n^{s*} RL \sin(13\omega_r t - \phi_{13}^r) \quad (3-67)$$

7. Schéma monophasé équivalent de la machine NPH

Nous négligeons les pertes fer. La composition du flux à vide (ϕ_j) et du flux de réaction magnétique du stator dû aux effets du fondamental du champ tournant statorique conduit à tracer, sur le schéma monophasé équivalent de la Figure 3.7, la partie en traits continus. Cette dernière correspond à la modélisation des effets de la composante fondamentale. Or, l'alimentation de la machine NPH avec un système triphasé de courants sinusoïdaux crée dans l'entrefer de la machine, en plus du champ tournant fondamental de pulsation $13\omega_r$ à 13 paires de pôles tournant à la même vitesse que le rotor, le champ tournant harmonique de pulsation $13\omega_r$ à 11 paires de pôles, d'amplitude prépondérante et tournant à contre sens. Ce champ tournant engendre un fonctionnement asynchrone à contre courant de glissement $g = \frac{\omega_r + 13\omega_r / 11}{\omega_r} = 2.18$, modélisé par la partie en traits

discontinus sur le schéma monophasé équivalent. À partir de l'étude faite sur le calcul des inductances cycliques, et au vu des résultats obtenus (saillance faible), on peut supposer que l'inductance cyclique de la machine s'apparente à une constante $L^s = (L_d^s + L_q^s) / 2 = 5.074 \text{ mH}$. x'^r correspond à la réactance de fuite rotorique, qu'on suppose de manière classique égale à $5\%X^s$ et r'^r correspond à la résistance d'un bobinage équivalent, matérialisant la circulation de courants de Foucault dans le fer rotorique.

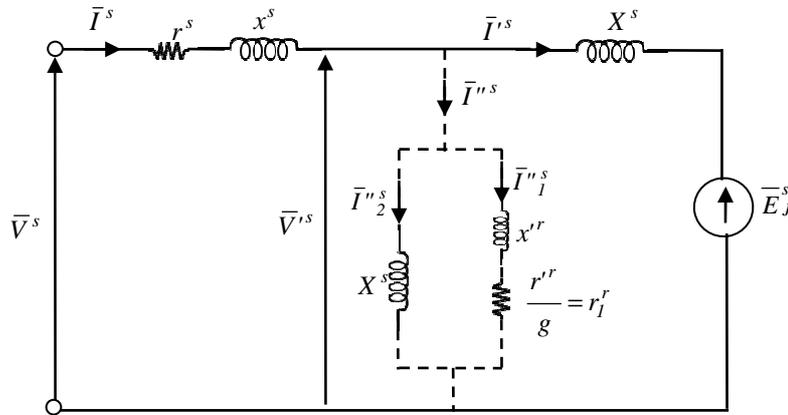


Figure 3.7 : Schémas monophasés équivalent de la machine NPH

En considérant la Figure 3.7, les développements effectués en Annexe G, permettent de déterminer les différentes grandeurs électriques du schéma monophasé équivalent. La vitesse nominale de la machine NPH vaut 14 tr/min, ce qui correspond à une fréquence des grandeurs électriques $f = 12.13 \text{ Hz}$. Dans ce cas, $X^s = 2\pi f L^s = 0.387 \Omega$. La résistance de l'enroulement d'une phase $r^s = 0.03 \Omega$. On considère une tension simple nominale $V^s = 400 \text{ V}$, et de manière classique des fuites statoriques et rotoriques estimées à $x^s = 5\%X^s$, $x'^r = 5\%X^s$. On peut considérer que r_l^r correspond à la résistance d'un bobinage équivalent matérialisant la circulation des courants de Foucault dans le fer rotorique. Cette valeur n'est pas évidente à déterminer. Aussi, pour mesurer quel est son impact, nous allons analyser l'évolution des différents paramètres du schéma monophasé équivalent, ainsi que la variation des

pertes joules rotoriques, pour différentes valeurs de r_1^r , allant de 0 à 3Ω . Les calculs sont effectués en prenant la tension \bar{V}^s comme référence de phase et en considérant par exemple un déphasage de 20° entre la tension et la fem. La Figure 3.8 montre l'évolution de la tension V'^s en fonction de r_1^r .

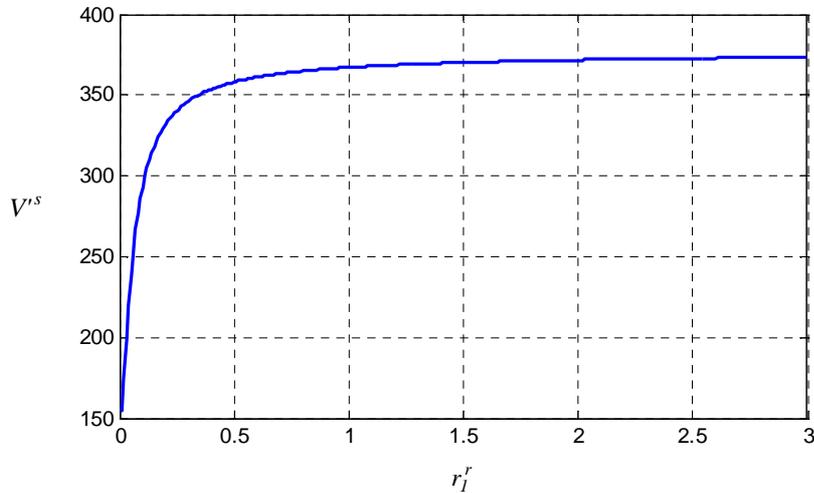


Figure 3.8 : Variation de la tension V'^s en fonction r_1^r

La Figure 3.9 présente l'évolution des courants I^s , I''^s , I''_1^s . Ces trois courants ont une évolution globalement similaire. Plus la résistance r_1^r est grande, moins le courant I''_1^s et donc les courants I^s et I''^s , jusqu'à une zone de stabilité.

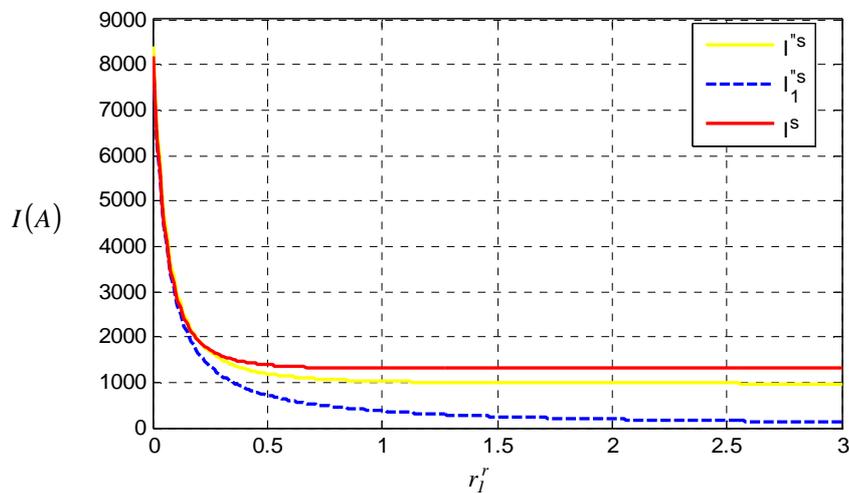


Figure 3.9 : Évolution des courants I''^s , I''_1^s et I^s en fonction de la résistance r_1^r

La Figure 3.10 montre que le courant I''_2^s croît avec la résistance r_1^r . Les 300 A de valeur nominale du courant I^s sont obtenus pour $r_1^r = 0.1282\Omega$. Cependant, le courant I^s est très élevé. Ceci amène à conclure qu'avec cet effet de fonctionnement en asynchrone, le courant absorbé par la machine est beaucoup plus élevé que celui estimé à la construction. Ce dernier valant 300 A, celui correspondant ici au courant I^s .

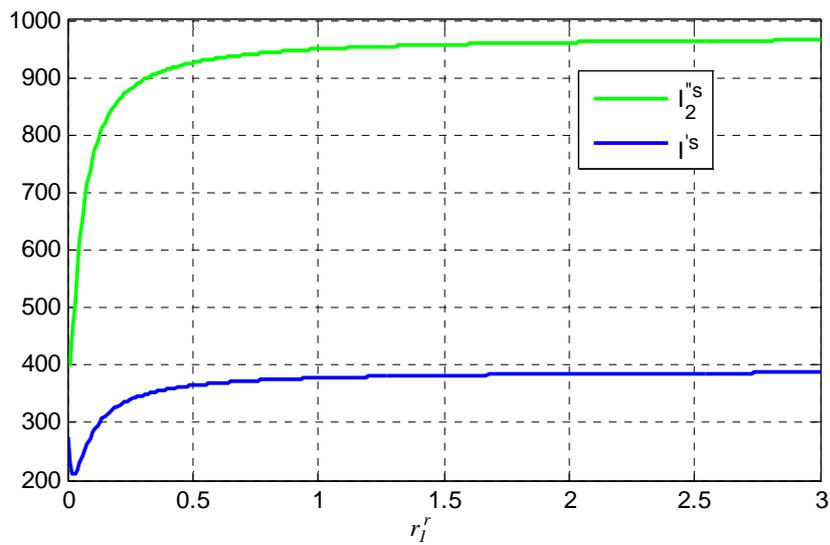


Figure 3.10 : Évolution des courants I_2^s, I^s en fonction de la résistance r_1^r

La variation des pertes joules au rotor, en fonction de la résistance r_1^r , est présentée à la Figure 3.11.

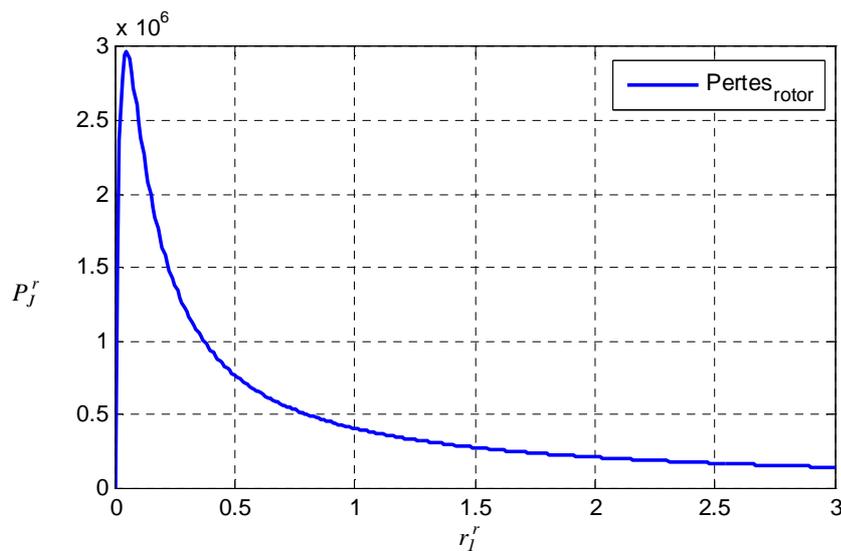


Figure 3.11 : Évolution des pertes rotor en fonction de la résistance r_1^r

Au vu des différents résultats, l'effet de contre courant augmente considérablement les courants au rotor. Cette augmentation se répercute sur le courant statorique I^s . Cette étude nous donne un aperçu sur les pertes rotoriques ainsi que l'échauffement que devrait supporter le rotor, en fonction de la résistance équivalente au rotor. Les précédents résultats montrent que si le rotor de la configuration de la machine NPH est bien dimensionné (rotor à grande résistance), il devra supporter l'effet de contre courant. Une question se pose sur la valeur à attribuer à r_1^r . On peut supposer que l'on soit au dessus de la zone critique à partir de $r_1^r > 1\Omega$ car le matériau au rotor est en l'acier non feuilleté (une pièce de forge et des barres constituent la roue rotorique).

Partie 4: Étude du fonctionnement back to back

L'expression "back to back" n'est pas un terme nouveau. On le rencontre souvent dans la littérature, où il est souvent utilisé en électronique de puissance pour désigner des convertisseurs back to back, [75]–[77]. Ils sont ainsi appelés car ils permettent un transfert bidirectionnel de puissance.

Cette expression est aussi utilisée pour désigner certains tests de machines électriques,[78]–[80]. Ce sont des tests où deux machines indépendantes sont mécaniquement couplées de manière à ce que l'une entraîne l'autre. On rencontre ce genre de tests dans la littérature sous le nom de test d'Hopkinson, réalisé sur les machines à courant continu. Ce test nécessite deux machines identiques de manière à pouvoir faire le bilan de puissance. La puissance produite par la machine fonctionnant en générateur permet d'alimenter celle fonctionnant en moteur. Dans ces conditions, la source externe ne sert qu'à compenser les pertes. L'inconvénient du test d'hopkinson est le fait qu'il nécessite deux machines identiques, ce qui n'est pas toujours possible dans le cas de machine de très grande puissance ou dans le cas où il n'existe qu'un seul prototype. C'est la particularité de faire le même test en utilisant une seule machine qui rend le travail présenté dans cette partie intéressant.

Nous présentons ici l'étude du fonctionnement back to back sur deux types de machines, celle de NPH et celle d'une machine synchrone disponible au laboratoire LSEE, qui a été rebobinée.

Le chapitre 1 présente l'étude du fonctionnement BTB relative à la machine NPH. Différents scénarios de test y sont décrits, avec leurs objectifs. Les résultats de simulation sous matlab/Simulink de certains de ces scénarios de fonctionnement y sont aussi présentés.

Le prototype de la machine n'étant pas finalisé à l'heure de l'écriture de ce mémoire, l'étude du BTB a été effectuée sur une machine synchrone conventionnelle du laboratoire ; cette étude est présentée dans les autres chapitres de cette partie. Le chapitre 2 présente la description de la machine, les différentes considérations ainsi que toute la modélisation analytique et les schémas monophasés équivalents associés à ce fonctionnement. La partie expérimentale est quant à elle présentée dans le chapitre 3. Nous comparons aussi dans ce chapitre, les résultats expérimentaux à ceux issus de la méthode analytique et du formalisme vecteur espace.

Chapitre 1 : Étude du back to back sur la machine NPH

Les trois premières parties de ce mémoire ont présenté l'étude électromagnétique de la machine NPH, aboutissant à la caractérisation des inductances et l'étude du schéma monophasé équivalent. Cette quatrième partie, et particulièrement ce chapitre, présente l'autre volet du travail de thèse, à savoir la préparation des tests du prototype NPH. Plusieurs campagnes d'essais sont prévues pour la validation des équipements électriques et de sécurité du prototype. Parmi les différentes campagnes d'essais, deux sont à faire avant la mise en place des pâles.

- La première campagne d'essais a pour but de valider les modes de démarrage, les différents modes d'arrêts et le fonctionnement en frein de parking. Elle a aussi pour objectif la mesure de la consommation de puissance à différentes vitesses et le test de limites du freinage électrique. Cette campagne est caractérisée par un essai préliminaire en idling mode, un essai de mise en rotation basse vitesse et déclenchement d'un arrêt d'urgence, des essais de démarrage suivis d'arrêts normaux, d'étude de la courbe de consommation électrique sans charge et un essai déterminant les limites de freinage électrique,
- La deuxième campagne d'essais consiste en la validation de l'équipement électrique et de sécurité du prototype éolien de 2 MW, le but étant de caractériser les modes de fonctionnement normaux de l'éolienne, en l'absence des pâles. Cette campagne conditionne l'autorisation de mise en place des pâles et de la mise en exploitation de l'éolienne. Elle ne peut avoir lieu que si la première campagne est validée. Cet essai permet d'établir les limites opérationnelles et la validation de la réponse dynamique du système électrique.

Ces deux campagnes d'essai nécessitent que le montage du pylône soit terminé avec tous les composants internes installés et testés. Le mât et les pâles ne doivent en aucun cas être installés, même partiellement. La configuration d'essai est identique à la configuration finale, sauf l'absence des pales, des bras et du mât. Aucune modification de câblage ou de matériel ne doit intervenir pour la réalisation de ces campagnes. Les seules modifications autorisées concernent les consignes de commande du convertisseur, spécifiques pour ces essais, et le paramétrage de sécurité.

Dans la suite, nous présentons le principe global du contrôle commande mis en place et les résultats de simulations de certains scénarios de fonctionnement.

1. Structure simulée

Le modèle de simulation est présenté à la Figure 4.1, où les 24 enroulements statoriques sont regroupés en huit systèmes triphasés d'enroulements. Le système est fait de quatre convertisseurs en parallèle, regroupés en deux parties (CVT1 et CVT2) et connecté aux huit systèmes triphasés. Deux systèmes triphasés sont connectés en parallèle à un même convertisseur, si bien qu'un observateur placé au niveau des convertisseurs voit la machine comme étant constituée de quatre systèmes triphasés. Ainsi, CVT1-gen et CVT2-gen sont connectés, à travers le bus continu DC, aux deux autres convertisseurs côté réseau (CVT1-réseau et CVT2-réseau). Ici, le réseau joue le rôle d'une source auxiliaire fournissant de la puissance réactive et de la puissance correspondant aux pertes.

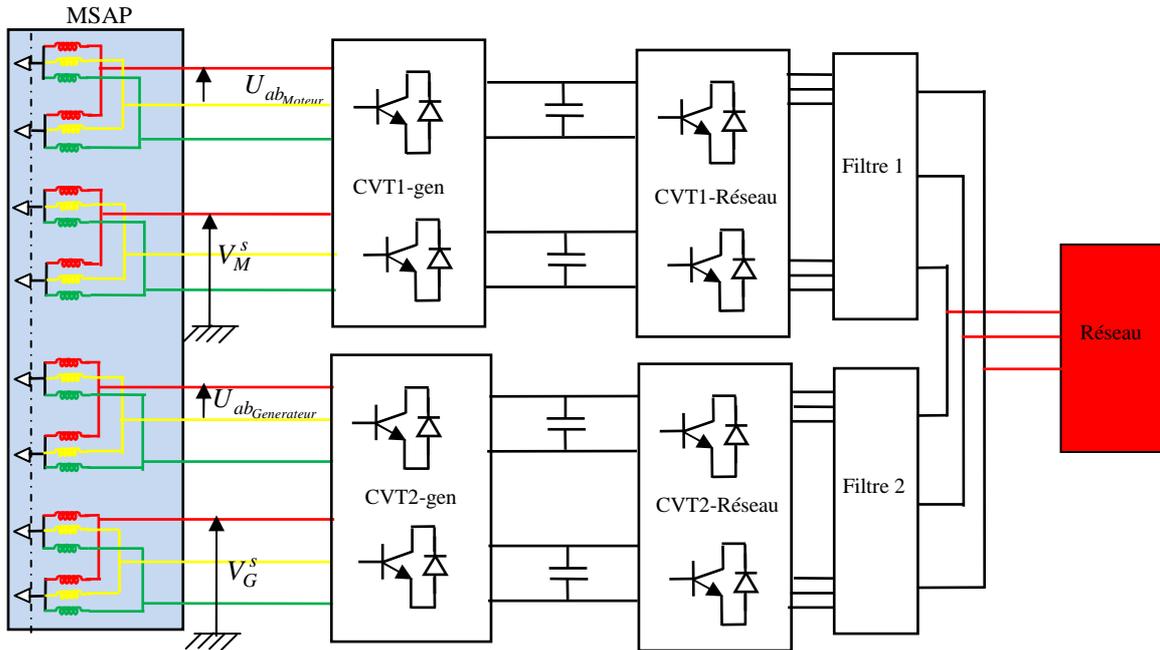


Figure 4.1 : Structure simulée

2. Stratégie de contrôle

Nous présentons le principe global du contrôle mis en place : La Figure 4.2 présente schématiquement cette stratégie de contrôle, où le contrôle côté machine et côté réseau sont bien mis en évidence.

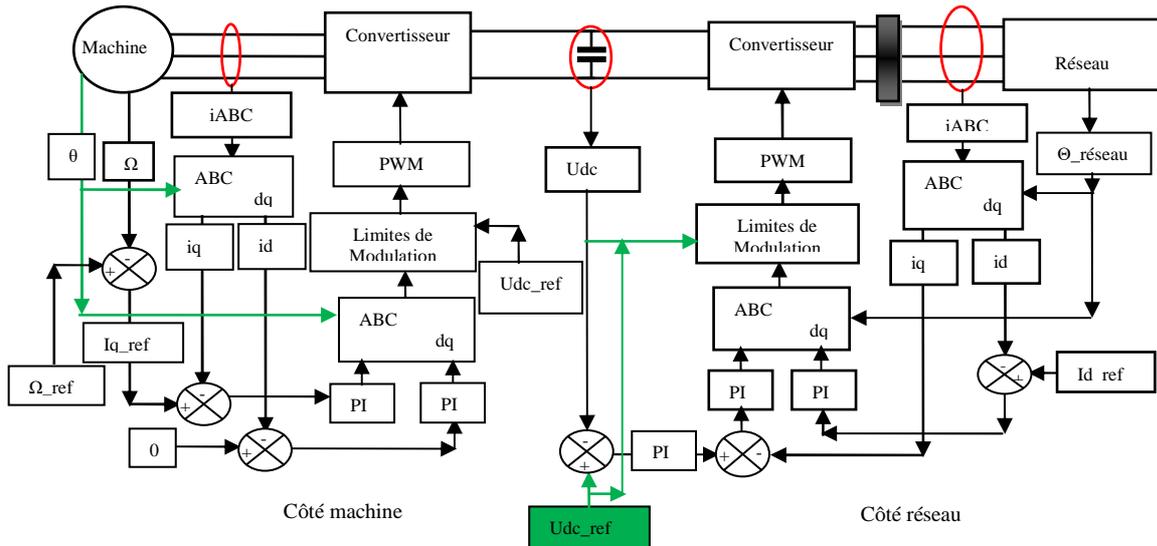


Figure 4.2 : Stratégie de contrôle

3. Étude d'un fonctionnement BTB

Cette partie concerne la simulation sous matlab Simulink d'un fonctionnement BTB. Pour juger de la validité des résultats de simulation, nous comparerons les résultats obtenus par simulation, en régime établi, à ceux de l'étude du schéma monophasé équivalent.

3.1 Étude du schéma monophasé équivalent pour le BTB

Le schéma monophasé équivalent associé au fonctionnement décrit dans ce paragraphe est présenté à la Figure 4.3a, où \bar{I}_G^s et \bar{I}_M^s sont respectivement les courants générateur et moteur. r^s est la résistance de phase et $X^s = L^s \omega$ est la réactance synchrone. En considérant les convertisseurs électroniques de puissance utilisés, même si les deux parties de la machine sont connectées au même réseau, le fait d'utiliser des convertisseurs indépendants entraîne une utilisation de sources indépendantes sur chaque moitié de la machine. L'utilisation de sources indépendantes conduit à deux schémas monophasés équivalents, un pour le fonctionnement générateur et l'autre pour le fonctionnement moteur, comme le montre la Figure 4.3b. Ayant la même vitesse de rotation et les mêmes effets au rotor, les deux parties de la machine ont la même force électromotrice, $\bar{E}_G = \bar{E}_M = \bar{E}$. Il vient donc :

$$\begin{cases} \bar{V}_G^s = \bar{E} - r^s \bar{I}_G^s - jX^s \bar{I}_G^s \\ \bar{V}_M^s = \bar{E} - r^s \bar{I}_M^s - jX^s \bar{I}_M^s \end{cases} \quad (4-1)$$

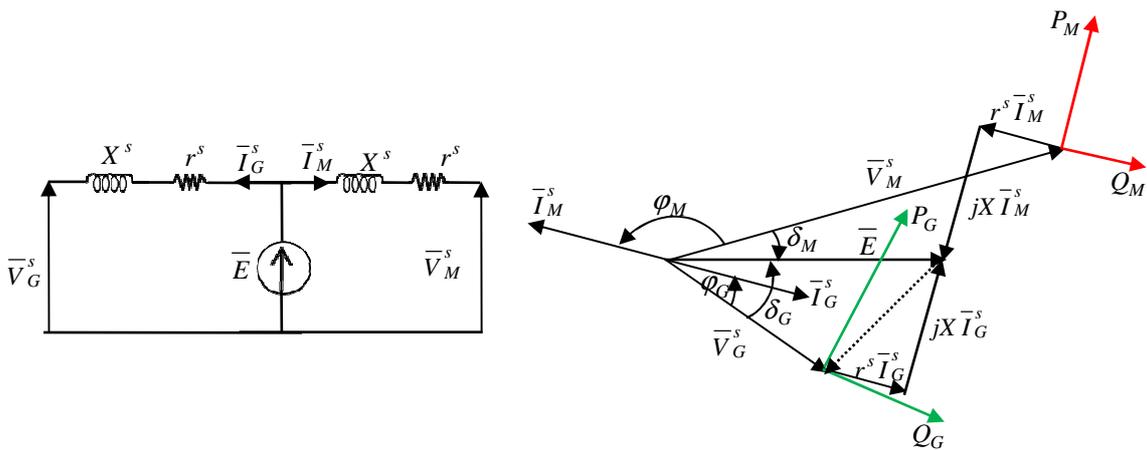
Les puissances actives des deux parties de la machine s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} P_G = 3V_G^s I_G^s \cos \varphi_G \\ P_M = 3V_M^s I_M^s \cos \varphi_M \end{cases} \quad (4-2)$$

La différence entre ces deux puissances actives correspond aux pertes. En négligeant la résistance r^s , la puissance électromagnétique et le couple associée s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} P_{eG} = \Gamma_{eG} \Omega = P_G = 3V_G^s I_G^s \cos \varphi_G \\ P_{eM} = \Gamma_{eM} \Omega = P_M = 3V_M^s I_M^s \cos \varphi_M \end{cases} \quad (4-3)$$

φ_x , δ_x , ψ_x sont respectivement le déphasage entre le courant \bar{I}_x^s et la tension \bar{V}_x^s ; \bar{E} et \bar{V}_x^s ; \bar{I}_x^s et \bar{E} , où x peut être remplacé par G ou M.



(a) Schéma monophasé équivalent du fonctionnement BTB

(b) Diagramme vectoriel du fonctionnement BTB

Figure 4.3 : Schéma monophasé équivalent de la machine connectée en BTB - diagramme vectoriel associé

Le système est contrôlé de manière à ce que le moteur produise le couple qui entraîne le générateur. Ainsi, le couple électromagnétique du moteur Γ_{eM} et celui du générateur Γ_{eG} sont les mêmes, au signe près. Le couple est contrôlé en agissant sur le courant, et donc en modifiant l'angle entre la f.e.m \overline{E} et le courant statorique. Ceci conduit à des courants opposés avec le même module. La Figure 4.3b montre bien le diagramme de ce fonctionnement BTB, où les deux diagrammes de puissance sont différents, du fait que \overline{V}_M^s et \overline{V}_G^s sont différents.

3.2 Résultats de simulation

La simulation est faite avec une accélération et une décélération de 0.05rad/s^2 . Le scénario de fonctionnement présenté ici est le suivant :

- La partie fonctionnant en moteur est démarrée progressivement jusqu'à la vitesse nominale de la machine. Les convertisseurs associés reçoivent donc une consigne de vitesse.
- Au même moment, la partie fonctionnant en générateur reçoit une consigne de couple, valant 393 kNm.
- Après stabilisation du système, un couple de 200 kNm est appliqué au système, à travers les convertisseurs de la partie fonctionnant en générateur, à 55s de simulation. Ce couple est appliqué progressivement en 5s et a pour but de simuler l'effet d'une variation du couple sur le système et la capacité du contrôle à maintenir le système global stable
- On laisse le système fonctionner quelques seconde et on diminue la vitesse jusqu'à l'annuler. Ceci permet de simuler le freinage électrique et de juger de sa validité.

La Figure 4.4a montre l'évolution de la tension du bus continu, dont la valeur en régime établi vaut 1120 V. La Figure 4.4b présente les tensions côté moteur et générateur. La vitesse et les couples électromagnétiques moteur et générateur sont présentés à la Figure 4.5a. Cette figure montre bien le couple appliqué au système de 55s à 60s, pour simuler la perturbation du système. Cette perturbation se fait ressentir sur la vitesse pendant 5s ; le système reste toutefois stable. Les principaux courants du système à savoir courants moteur, générateur et réseau sont présentés à la Figure 4.5b. La différence de fréquence entre ces courants vient du fait que, côté machine, la fréquence des courants (12.13 Hz) est lié au nombre de paires de pôles et de la vitesse, alors que côté réseau, la fréquence des courants est celle du réseau.

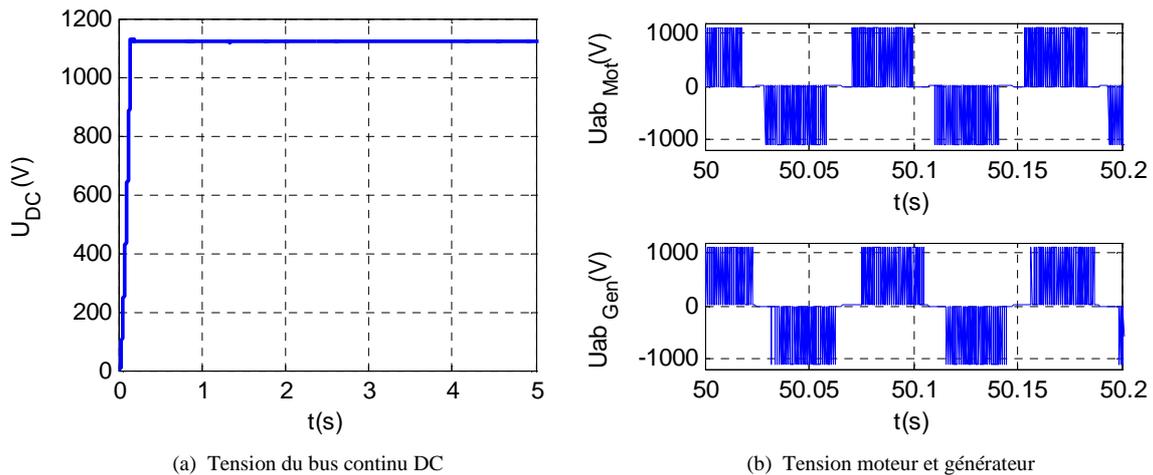


Figure 4.4 : Tension du bus continu, tensions moteur et générateur

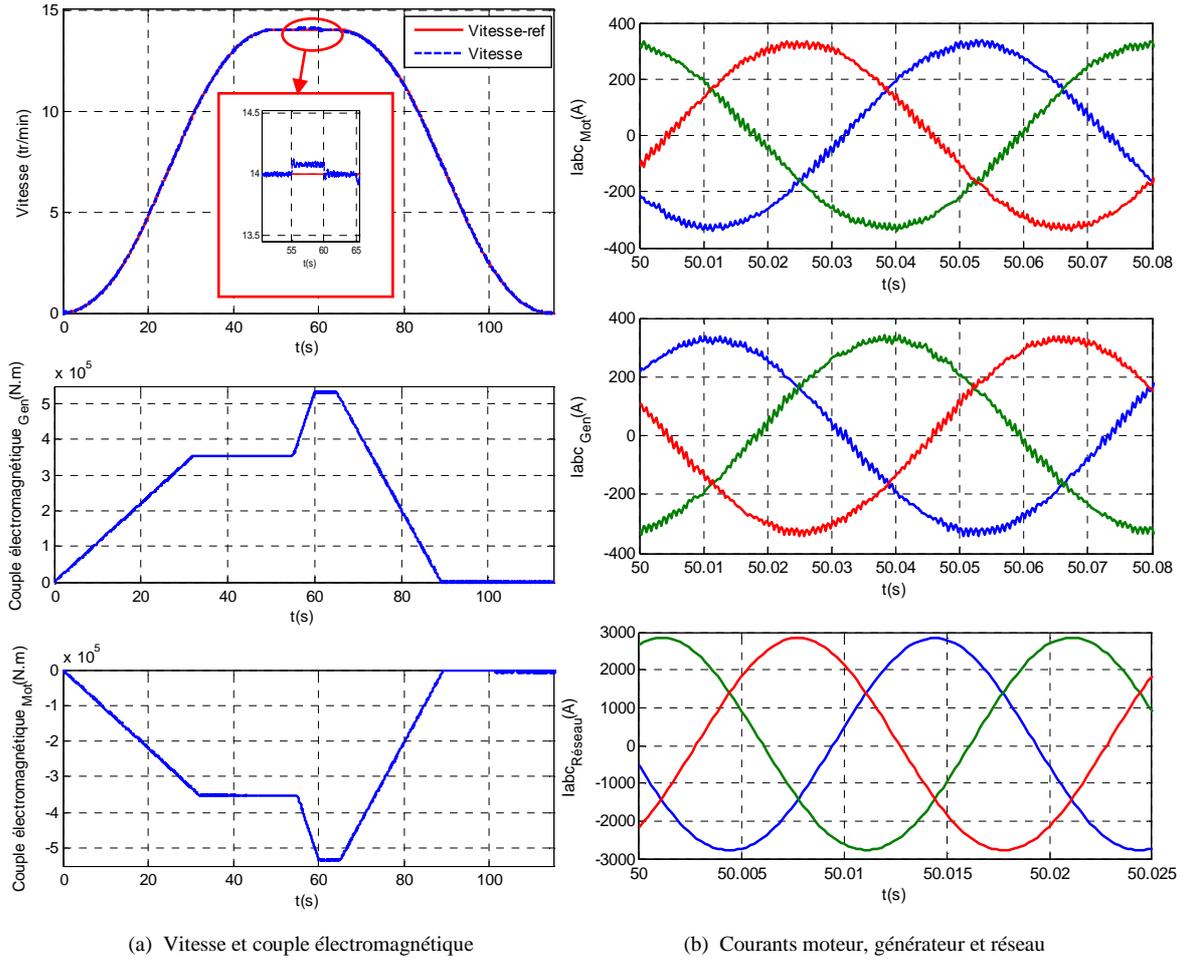


Figure 4.5 : Vitesse, couples électromagnétiques et courants

En régime établi, entre 55s et 60s, la puissance active moteur vaut $P_M = -523 \text{ kW}$ et celle du générateur vaut $P_G = 507 \text{ kW}$. Les deux puissances sont de signe opposé. La différence entre ces deux puissances correspond aux pertes $P_j = 16 \text{ kW}$. Cette valeur correspond bien à celle calculée. En effet, les pertes joules correspondent au total des pertes dans tous les enroulements. Ainsi, puisque $P_j = 4 * 3r^s I^{s^2}$, pour un courant de valeur $300/\sqrt{2} \text{ A}$ et $r^s = 0.03\Omega$, les pertes joules valent $P_j = 16,2 \text{ kW}$. Ce résultat correspond bien à celui de la simulation. Pour ce même intervalle de temps, les différents angles mis en évidence sur le schéma monophasé de la Figure 4.3b sont déterminés en simulation : $\delta_M = -8.93^\circ$, $\delta_G = 9.07^\circ$, $\varphi_M = 188.35^\circ$, $\varphi_G = -9.65^\circ$. L'angle entre \vec{I}_M^s et \vec{I}_G^s vaut 180° . Les couples électromagnétiques, mesurés pendant ce régime valent $\Gamma_{eG} = 353.3 \text{ kNm}$ et $\Gamma_{eM} = -353.3 \text{ kNm}$.

4. Fonctionnement en frein de parking

Mécaniquement, le frein de parking permet de bloquer l'arbre de l'éolienne de toute rotation, jusqu'à une certaine valeur de couple aérodynamique. Ceci s'illustre dans le cas où, connecté au réseau, la turbine de l'éolienne doit être bloquée à cause du vent suffisant. Une façon d'avoir le même fonctionnement sur notre prototype, sans que les pâles ne soient montées, serait d'utiliser la partie de la machine fonctionnant en générateur ainsi que ses convertisseurs associés pour éviter toute rotation entreprise par la partie fonctionnant en moteur. Mais cette méthode est active et produirait un

échauffement conséquent du système. Une meilleure méthode alternative permettant d'éviter la rotation serait de court-circuiter les enroulements de la partie fonctionnant en générateur. Dans ce cas, la machine n'est pas complètement arrêtée, la rotation est limitée à de très basses vitesses. Le court-circuit des phases de la partie fonctionnant en générateur peut se faire en connectant directement les phases comme présenté dans [81], ou en passant par une petite résistance. C'est cette dernière méthode qui est présentée dans ce paragraphe. Le schéma de simulation est présenté à la Figure 4.6a, où le court-circuit est fait à travers une petite résistance, dont la valeur ne dépasse pas la résistance de phase de la machine.

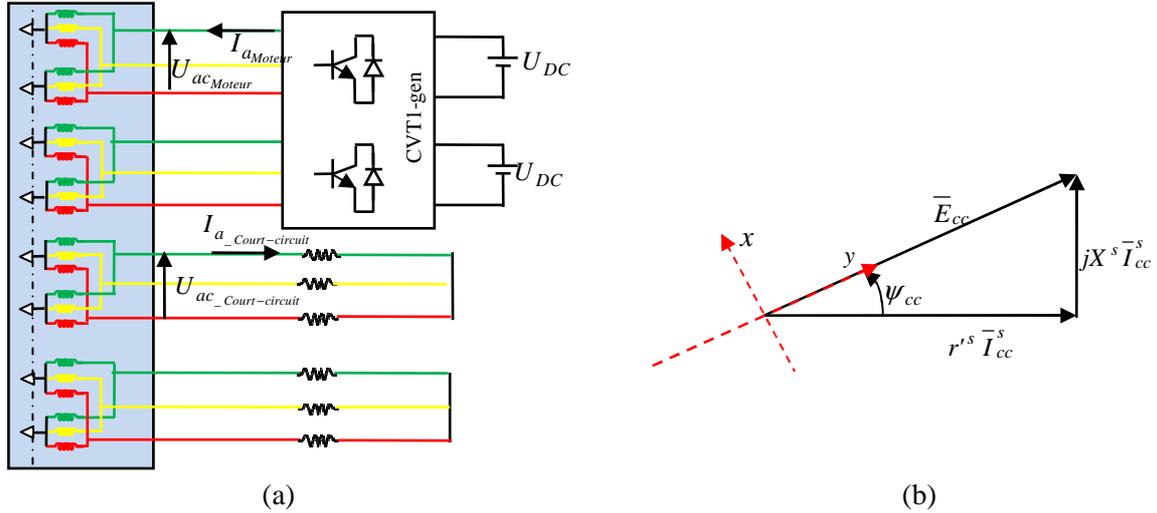


Figure 4.6 : Court-circuit des phases du générateur avec utilisation d'une résistance, pour le fonctionnement en frein de parking

Les résultats de simulation permettront de déterminer le couple en dessous duquel le système peut être maintenu en frein de parking jusqu'à ce que le couple aérodynamique soit suffisant pour commencer le fonctionnement en idling mode.

4.1 Étude du schéma monophasé équivalent associé au fonctionnement en frein de parking

Le schéma monophasé équivalent associé au fonctionnement en frein de parking est présenté à la Figure 4.6b, où r'^s correspond à la somme de la résistance de phase et de la résistance ajoutée avant le court-circuit. Les projections suivant les axes (x,y) conduisent à :

$$\begin{cases} E_{cc} = r'^s I_{cc}^s \cos \psi_{cc} + X^s I_{cc}^s \sin \psi_{cc} \\ 0 = -r'^s I_{cc}^s \sin \psi_{cc} + X^s I_{cc}^s \cos \psi_{cc} \end{cases} \quad (4-4)$$

La puissance électromagnétique totale générée au niveau de la partie court-circuitée est exprimée comme suit : $P_{e_cc} = N_{ph} E_{cc} I_{cc}^s \cos \psi_{cc}$ avec $N_{ph} = 12$ qui correspond à la moitié des phases de la

machine. L'expression (4-4) conduit à : $E_{cc} = I_{cc}^s \cos \psi_{cc} \frac{r'^{s^2} + X^{s^2}}{r'^s}$. Ainsi la puissance électromagnétique est exprimée par (4-5) :

$$P_{e_cc} = N_{ph} \frac{r'^s}{r'^{s^2} + X^{s^2}} E_{cc}^2 \quad (4-5)$$

$E_{cc} = k\Omega$ et $E_0 = k\Omega_0$, avec E_0 et Ω_0 la force électromotrice et la vitesse à vide. Comme $\frac{E_{cc}}{E_0} = \frac{\Omega}{\Omega_0}$,

il vient :

$$P_{e_cc} = N_{ph} \frac{r'^s}{r'^s + X^s} \left(\frac{E_0}{\Omega_0} \right)^2 \Omega^2 \quad (4-6)$$

Ainsi, le couple s'exprime par : $\Gamma = \frac{P_{e_cc}}{\Omega} = N_{ph} \frac{r'^s}{r'^s + X^s} \left(\frac{E_0}{\Omega_0} \right)^2 \Omega$. Notons $k_0 = \frac{E_0}{\Omega_0}$, il vient :

$$\Gamma = \frac{P_{e_cc}}{\Omega} = N_{ph} \frac{r'^s}{r'^s + X^s} k_0^2 \Omega \quad (4-7)$$

Avec $k_0 = 255 \text{ V.s / rad}$.

4.2 Résultats de simulation et comparaison avec l'étude du schéma monophasé équivalent

Comme décrit plus haut, le court-circuit est fait en utilisant une résistance de même valeur que celle de l'enroulement statorique, 0.03Ω . Le fonctionnement en frein de parking dont le résultat est présenté ici est simulé pour une vitesse de 0.1 tr/min. Théoriquement, si l'indice de modulation vaut 1, la tension du bus continu DC et la tension simple moteur sont liées par l'expression (4-8) :

$$V_{Motor} = \frac{U_{dc}}{2\sqrt{2}} \quad (4-8)$$

Le contrôle est fait en maintenant le rapport tension/fréquence constant. Si on utilise les valeurs nominales de la machine (14tr/min pour la vitesse et 400V pour la tension simple), ce rapport vaut 32.967. Avec ce coefficient, et en exploitant l'expression (4-8), la tension du bus DC serait 8.08V pour une vitesse de 0.1 tr/min. L'utilisation de cette valeur de tension de bus continu ne donne pas de bons résultats de simulation. Ainsi, la valeur de la tension du bus continu doit être ajustée. Pour une vitesse de 0.1 tr/min, différentes simulations ont été effectuées dans le but de déterminer la valeur de la tension qui donnerait une valeur optimale de la tension à l'entrée du moteur, tout en maintenant le système stable, sans modification des paramètres de contrôle. Après plusieurs simulations, la tension du bus a été identifiée à 15V. Cette valeur a été obtenue après plusieurs simulations : la tension du bus est variée de 8.08 V jusqu'à la valeur pour laquelle la vitesse du système suit bien sa référence et que les autres paramètres correspondent bien aux valeurs théoriques espérées. Si par la suite, on change la vitesse de rotation, la tension du bus continu doit aussi être modifiée, sur la base de 15 V pour 0.1tr/min.

Le fonctionnement en frein de parking est simulé en considérant une accélération et une décélération de 0.05rad/s^2 . La moitié de la machine est court-circuitée comme le montre la Figure 4.6a. les résultats présentés dans la suite, sont obtenus pour une vitesse de rotation de 0.1 tr/min et pour une tension du bus continu de 15 V. La Figure 4.7a présente l'évolution de la vitesse de rotation par rapport à sa référence. La Figure 4.7b présente l'effet des correcteurs PI sur la régulation de la vitesse, ainsi que l'évolution de l'erreur entre la vitesse de référence et celle mesurée. Les couples électromagnétiques moteur et générateur sont présentés à la Figure 4.8. La Figure 4.9a présente les tensions entre phases et les courants de ligne au niveau du court-circuit, alors que la Figure 4.9b présente la tension entre phase et les courants de lignes côté moteur. La valeur efficace de la tension simple, obtenue en simulation est de 5.273 V. La valeur théorique de cette tension, calculée en utilisant l'expression (4-8), vaut 5.303 V. cette valeur est quasiment égale à celle obtenue par simulation : l'erreur est de 0.56%. La puissance active absorbée par la partie moteur vaut 1864 W et celle de la partie court-circuitée vaut 949 W.

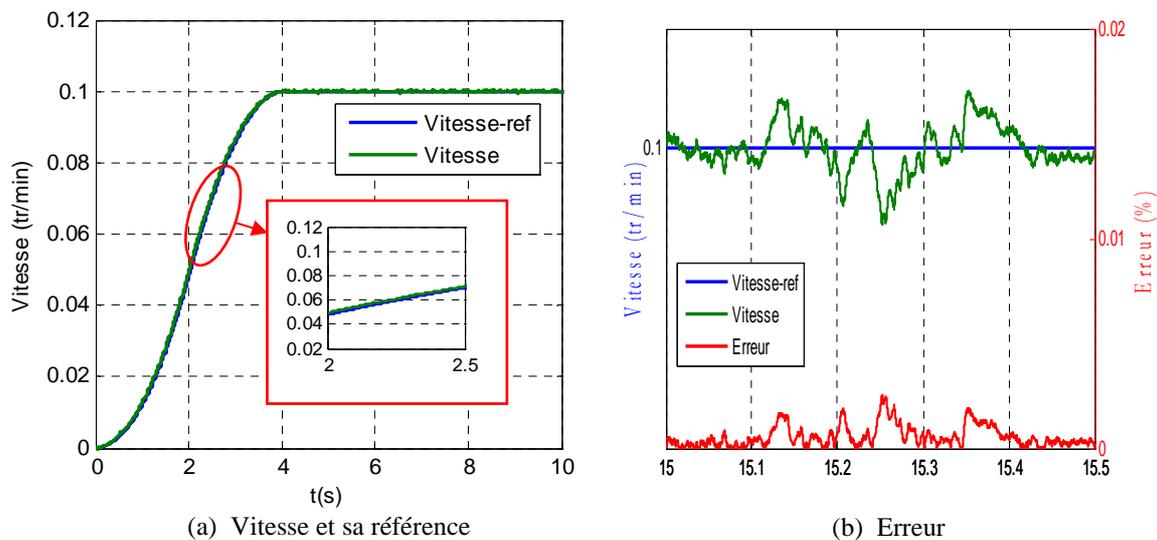


Figure 4.7 : Vitesse de rotation

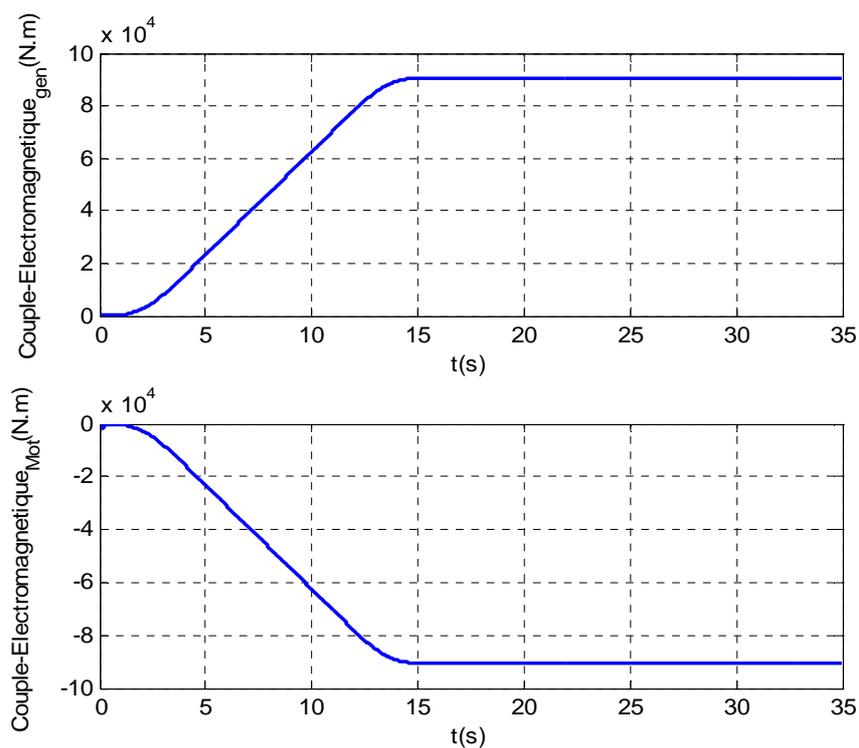


Figure 4.8 : Évolution des couples électromagnétiques moteur et générateur

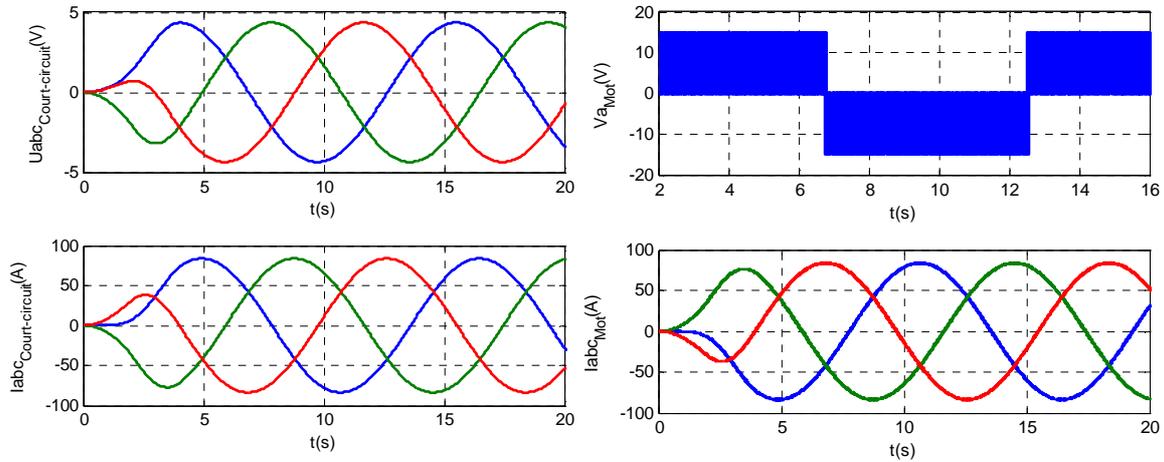


Figure 4.9: Évolution des tensions et des courants

La même simulation a été effectuée pour différentes valeurs de vitesse, allant jusqu'à 4 tr/min. Pour ces différentes valeurs de vitesse, la variation du couple en fonction de la vitesse est présentée à la Figure 4.10. La valeur théorique du couple, calculée en exploitant l'expression (4-7), est aussi présentée sur cette figure. Le couple maximum, 1419.2 kNm, est obtenu pour une vitesse de 3 tr/min. Ceci correspond au couple aérodynamique maximum en dessous duquel la turbine peut être maintenue en frein de parking.

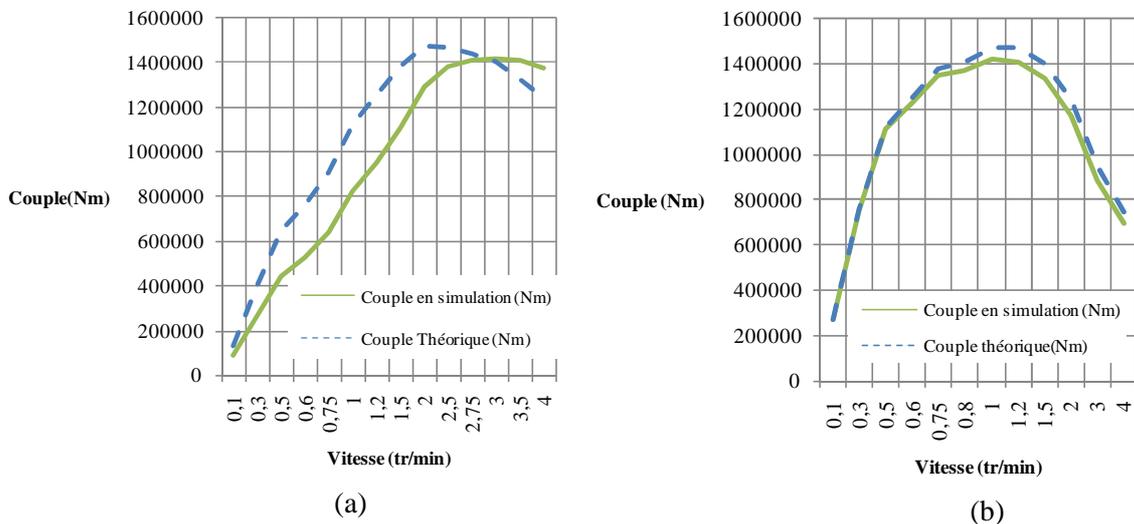


Figure 4.10 : Évolution du couple en fonction de la vitesse

La même étude est faite, pour un court-circuit sans résistance, dans le but de comparer les deux méthodes de simulation du fonctionnement en frein de parking. Le but de cette comparaison est de déterminer l'évolution du couple dans les deux cas. L'évolution du couple dans cette deuxième méthode est présentée à la Figure 4.10b. Pour cette deuxième méthode, le couple maximum est le même que celui de la première méthode, mais obtenu pour une vitesse de 1tr/min.

Les différents résultats obtenus dans ce paragraphe permettent de conclure que :

- L'utilisation d'une résistance externe pour le court-circuit, à laquelle s'ajoute la résistance de phase de la machine, permet d'augmenter la vitesse de rotation pour laquelle le couple maximum est atteint. En effet, on atteint le couple maximum pour une vitesse de rotation plus grande lorsqu'on utilise une résistance externe supplémentaire pour effectuer le court-circuit,
- Le couple maximum ne dépend pas de la valeur de la résistance externe de court-circuit,
- La dissipation de la puissance dans la résistance externe de court-circuit pourrait être un problème pour le refroidissement du pylône.

Dans la suite, nous présentons l'étude BTB effectuée sur une machine synchrone du laboratoire.

Chapitre 2 : Étude et modélisation analytique du fonctionnement back to back d'une machine synchrone classique

Le but de ce chapitre est de présenter l'étude du fonctionnement back to back de la machine synchrone décrite dans le premier paragraphe de ce chapitre. En effet, compte tenu du retard dans la conception du prototype, un certain nombre de tests préparés pour la machine NPH n'a pas pu aboutir à la phase expérimentale. Dans cette partie, nous mettons en œuvre le fonctionnement back to back d'une machine synchrone du laboratoire dont le bobinage permet d'avoir accès à deux bobinages triphasés.

1. Description de la machine expérimentale

La machine faisant l'objet de l'étude (Figure 4.11a) présentée dans ce chapitre est une machine synchrone à deux paires de pôles ($p = 2$), saillante, possédant 36 encoches au stator. La Figure 4.11b présente le stator rebobiné, de sorte que les entrées et les sorties des différentes sections élémentaires statoriques soient extraites de la carcasse et ramenées à un bornier qui est fixé au-dessus de la machine, comme indiqué aux Figure 4.11a et b.

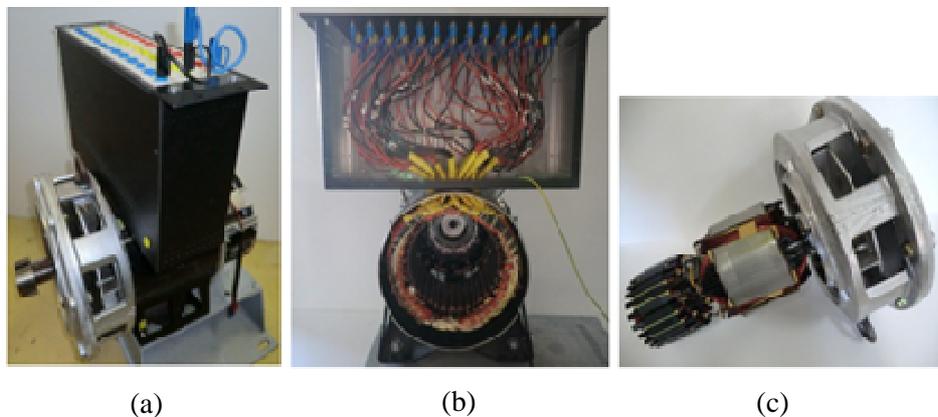


Figure 4.11 : Machine synchrone expérimentale

La Figure 4.12 illustre le bobinage de la machine expérimentale [82].

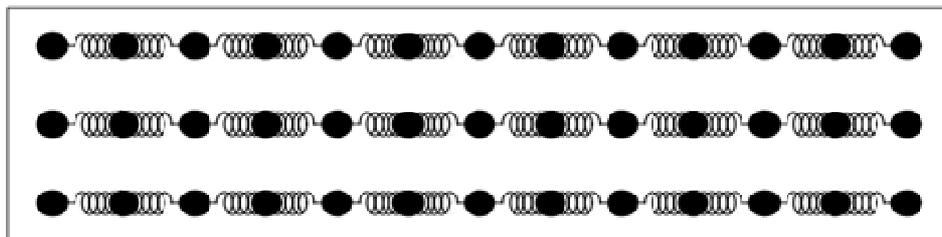


Figure 4.12 : Bobinage de la MS à pôles saillants expérimentale

La Figure 4.11c illustre le rotor de la machine sur laquelle on distingue les pôles saillants inclinés. Une excitatrice inversée permettant d'alimenter l'inducteur est visible sur la gauche de la photographie. L'observation des plans constructeurs a permis d'identifier 24 barres amortisseurs réparties sur les quatre pôles de la machine. Sur chacun des pôles, le pas dentaire relatif aux amortisseurs est régulier et égal à 12° . Le nombre d'encoches au rotor vaut $N_f^r = 30$ [82]. Le Tableau 4.1 présente les indications de la plaque signalétique.

Tableau 4.1 : Indication de la plaque signalétique de la machine expérimentale

Stator	Rotor
220/380 V	En charge : 37 à 40V/2,08 A
10A, 50 Hz, 1500tr/min	À vide : 1 A
7,5KVA, 6kW	

La Figure 4.13a présente la machine synchrone expérimentale, faisant apparaître d'une manière distinctive, les systèmes triphasés pour le fonctionnement back to back. On y voit le bobinage statorique dont les entrées et les sorties sont reliées au bornier (Figure 4.13b).

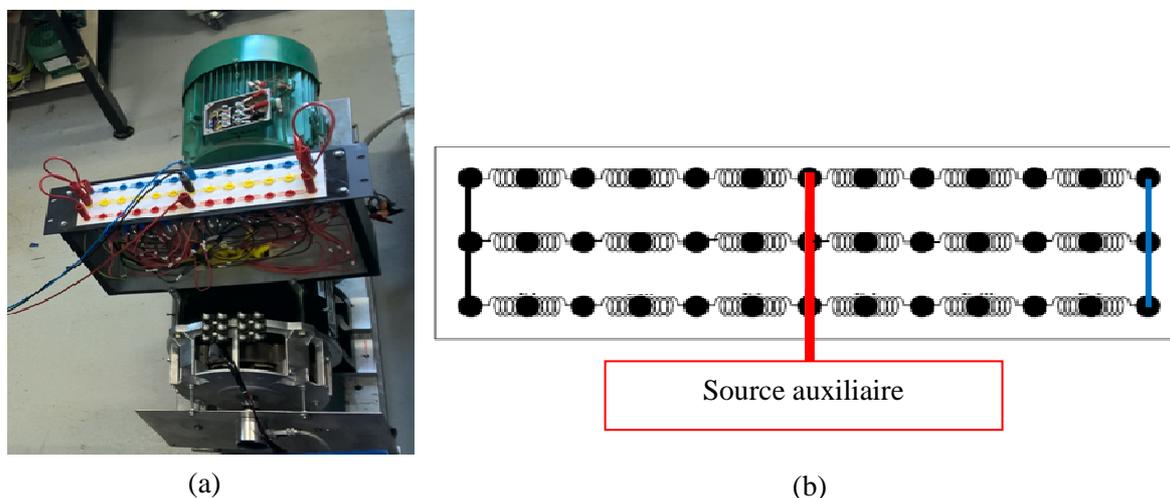


Figure 4.13

La machine expérimentale rebobinée présente l'avantage de pouvoir donner l'accès à chaque bobine et à chaque demi-bobine comme l'illustrent les Figure 4.13a et b. En fixant le point neutre comme l'indiquent les traits noir et bleu de la Figure 4.13b, on obtient six phases formant deux systèmes triphasés dont l'un sera utilisé pour le fonctionnement moteur et l'autre pour le fonctionnement générateur.

2. Considérations générales

Supposons une machine lisse à deux paires de pôles ($p = 2$) dont le schéma de bobinage idéalisé de cette machine est présenté à la Figure 4.14. Chaque bobine, d'ouverture diamétrale, comporte n_e^s tours effectifs. Les 3 bobines qui génèrent la première paire de pôles sont supposées avoir un fonctionnement du type générateur (indice inférieur G). Ce générateur alimente les 3 bobines qui constituent la seconde paire de pôles dont le fonctionnement est supposé du type moteur (indice inférieur M).

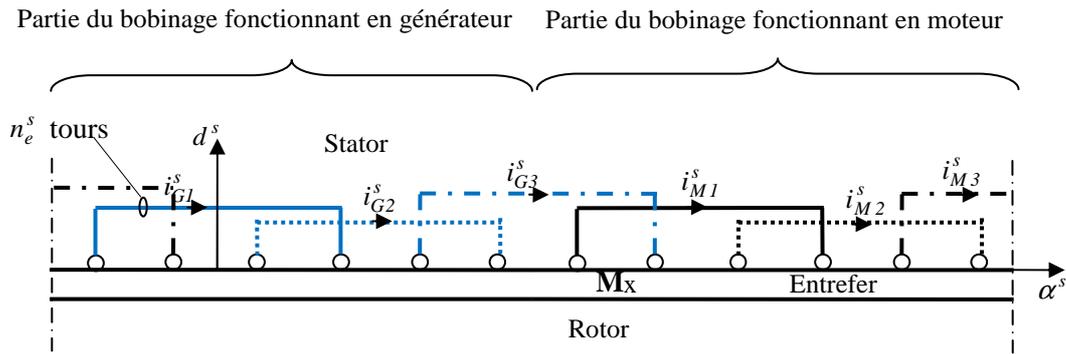


Figure 4.14 : Structure d'un bobinage triphasé à 4 pôles

2.1 Convention de signe

Nous utilisons la convention G (générateur). En considérant le schéma monophasé équivalent à réactance synchrone présenté à la Figure 4.15a, la Figure 4.15b donne les positions possibles du vecteur complexe (Fresnel) courant statorique relativement à \bar{V}^s , pris comme référence de phase, suivant que la machine fonctionne en génératrice (\bar{I}_G^s cadrans 1 et 4) ou en moteur (\bar{I}_M^s cadrans 2 et 3).

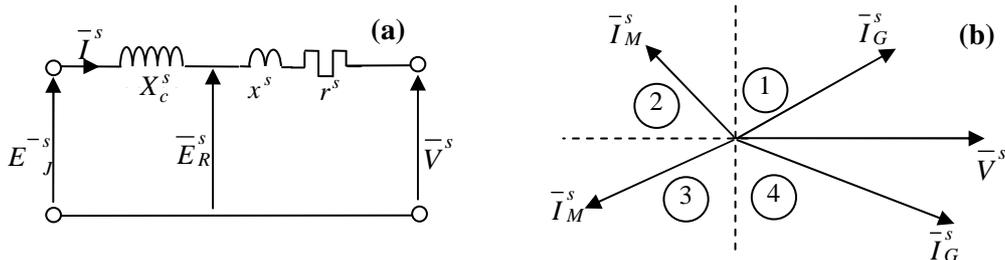


Figure 4.15 : Schéma monophasé équivalent et position du vecteur complexe courant statorique

2.2 Présentation du schéma monophasé équivalent

Rappelons que le schéma équivalent de la Figure 4.15a (ou celui de la Figure 4.16a) est similaire à celui présenté à la Figure 4.16b où : $\bar{E}_{I^s}^s = -jX_c^s \bar{I}^s$, ce qui permet de caractériser la f.e.m résultante engendrée dans les enroulements statoriques par : $\bar{E}_R^s = \bar{E}_J^s + \bar{E}_{I^s}^s$. \bar{E}_J^s représente la f.e.m induite dans les enroulements statoriques engendrée par les effets magnétiques rotoriques alors que $\bar{E}_{I^s}^s$ est celle engendrée par l'onde d'induction d'entrefer produite par les enroulements statoriques (effets de la réaction magnétique).

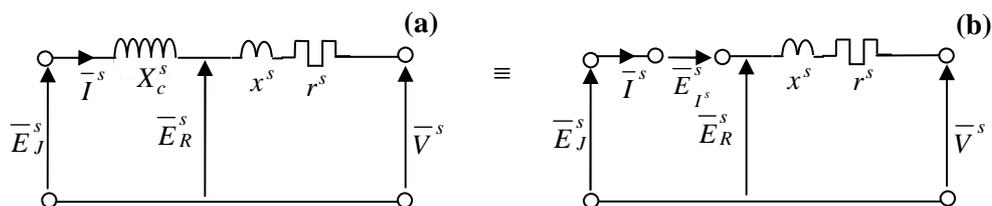


Figure 4.16 : Diverses configurations du schéma monophasé équivalent

2.3 Fonctionnement conventionnel de la machine

En considérant la machine initiale à une voie d'enroulement, les bobines de la phase 1 sous chaque paire de pôles sont connectées en série (conformément à ce qui est présenté à la Figure 4.20a). Dans ce cas, puisque $i_{G1}^s = i_{M1}^s$, les effets magnétiques générés par ces bobines sont, au décalage spatial de π , identiques. On en déduit que les f.e.m induites dans ces bobines, que ce soit par l'onde d'induction à 4 pôles générée par le rotor ou à 4 pôles générée par le stator, sont également les mêmes (f.e.m en phase).

Il est donc possible de considérer que la machine initiale est constituée de 2 machines élémentaires connectées en série, chaque machine élémentaire étant représentée par le schéma monophasé équivalent donné à la Figure 4.17a. Sur cette figure, en supposant que r^s et x^s donnés sur les Figure 4.16a et b correspondent à une machine à une voie d'enroulement (enroulements d'une phase en série), $\bar{z}_{\text{élém}}$ est défini par : $\bar{z}_{\text{élém}} = r^s / 2 + jx^s / 2$. La Figure 4.17b présente la mise en série de ces générateurs qu'il convient de rapprocher du schéma de la Figure 4.16b dans la mesure où $\bar{z} = 2\bar{z}_{\text{élém}}$. Notons que le fonctionnement conventionnel suppose que les machines élémentaires ont toutes deux le même type de fonctionnement (toutes deux en générateurs ou toutes deux en moteurs).

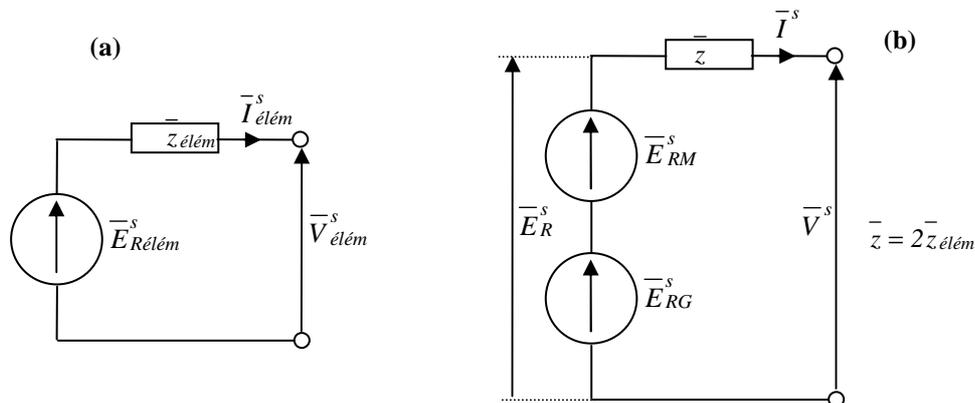


Figure 4.17 : Générateur élémentaire et association en série de ces générateurs

Il est également possible de connecter ces générateurs élémentaires en parallèle, nous avons dans ce cas une machine à deux voies d'enroulement. Cela conduit à la configuration présentée à la Figure 4.18 où : $\bar{E}_R^s = \bar{E}_{RG}^s = \bar{E}_{RM}^s$ et $\bar{I}_G^s = \bar{I}_M^s = \bar{I}^s / 2$ où \bar{I}^s est le courant qui circule dans le récepteur (ou générateur) branché aux bornes de \bar{V}^s . Dans ce cas, le parallèle avec le schéma de la Figure 4.16b nécessite de considérer une impédance égale à $\bar{z}_{\text{élém}} / 2$.

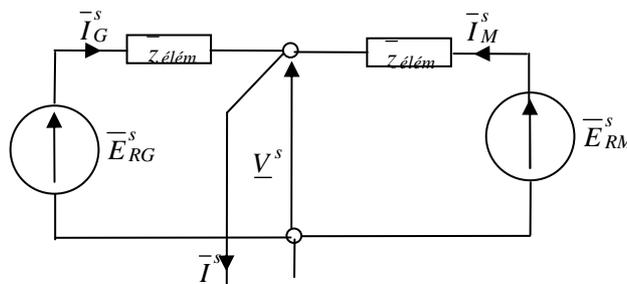


Figure 4.18 : Association en parallèle des générateurs élémentaires

Le schéma monophasé équivalent du fonctionnement BTB est celui de la Figure 4.18 qui conduit, en développant les f.e.m résultantes, au schéma de la Figure 4.19, où X^s est la réactance synchrone de la machine.

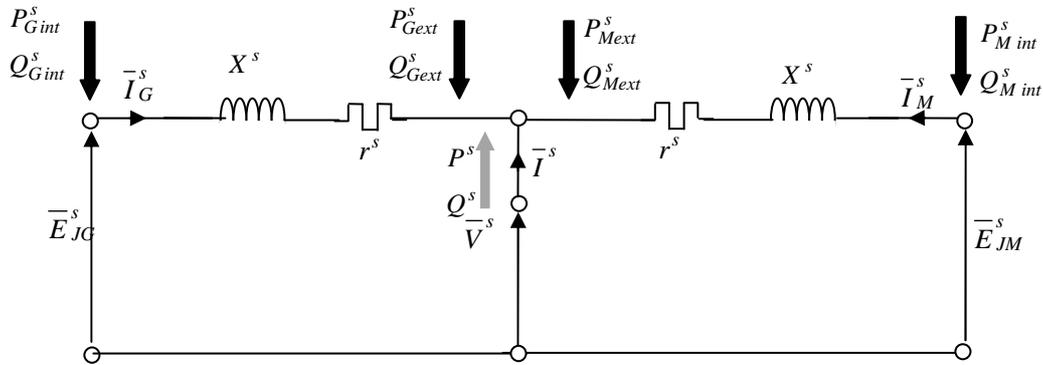


Figure 4.19 : Schéma monophasé équivalent lors d'un fonctionnement back to back

2.4 Fonctionnement back to back

La Figure 4.20a et la Figure 4.21a présentent les connexions des bobines des phases q en considérant respectivement 1 puis 2 voies d'enroulement. Les entrées sont marquées E_{nq} et les sorties S_{oq} . Pour une convention donnée, en supposant qu'aucun générateur auxiliaire n'est connecté à ces enroulements, il est évident que la valeur instantanée du courant dans la phase q de l'enroulement moteur doit être de signe opposé à la valeur instantanée du courant dans la phase q de l'enroulement générateur. Pour satisfaire cette condition, on inverse les connexions au niveau des phases q de l'enroulement moteur comme présenté à la Figure 4.20b et à la Figure 4.21b. Indirectement, cette procédure revient à modifier le sens de bobinage des phases q de l'enroulement moteur. Cette modification au niveau du sens de bobinage :

- n'a pas d'impact au niveau du sens des courants sur les schémas monophasés équivalents,
- présente un impact sur les effets magnétiques générés dans l'entrefer,
- présente un impact sur les flux embrassés qui sont de signes opposés si on inverse le sens de bobinage,
- cet impact se répercute sur les f.e.m qui changent de signe.

Rappelons qu'en convention moteur (M) ces fem " e_j " résultent des flux embrassés " ϕ " en utilisant la relation générale : $e_j = d\phi/dt$ alors qu'en convention G il vient: $e_j = -d\phi/dt$.

Que la machine soit à 1 ou 2 voies d'enroulement, comme il est nécessaire de changer les connexions au niveau de l'association des phases d'un enroulement, nous réaliserons, pratiquement, les connexions présentées à la Figure 4.22 et considèrerons, au niveau de la structure BTB, la mise en parallèle des enroulements G et M avec modifications des connexions au niveau de l'enroulement M . La machine initiale reçoit ou fournit de la puissance électrique alors que lors d'un fonctionnement BTB, l'enroulement moteur reçoit de la puissance de l'enroulement générateur. A priori, si les machines étaient idéales (pertes nulles), il n'est pas nécessaire de fournir une quelconque puissance active à cette association. Cependant, pratiquement, ces machines ont des pertes de sorte qu'il est prévisible qu'il sera nécessaire d'assurer un apport de puissance extérieure. C'est pour cette raison que, pour l'association BTB, nous avons inséré au niveau de la représentation un générateur triphasé auxiliaire.

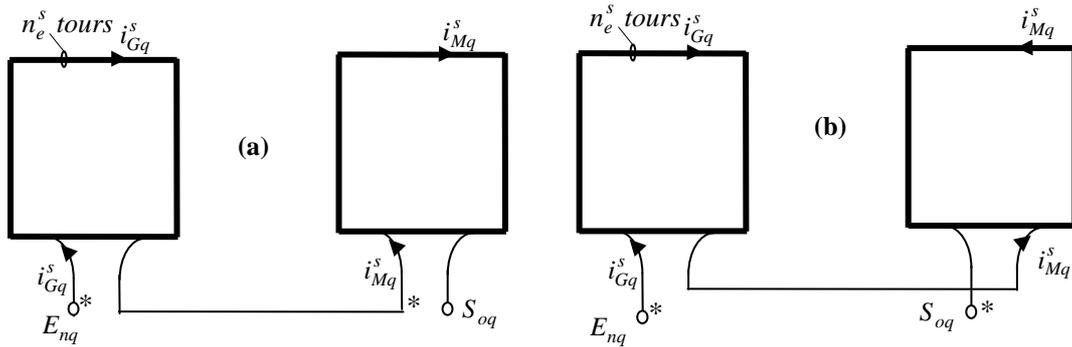


Figure 4.20 : Connexions des deux bobines des phases q des enroulements G et M (1 voie d'enroulement)

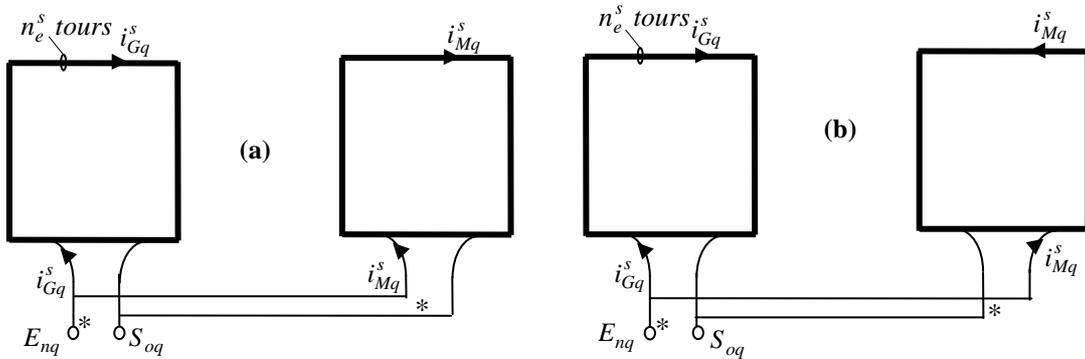


Figure 4.21 : Connexions des deux bobines des phases q des enroulements G et M (2 voies d'enroulement)

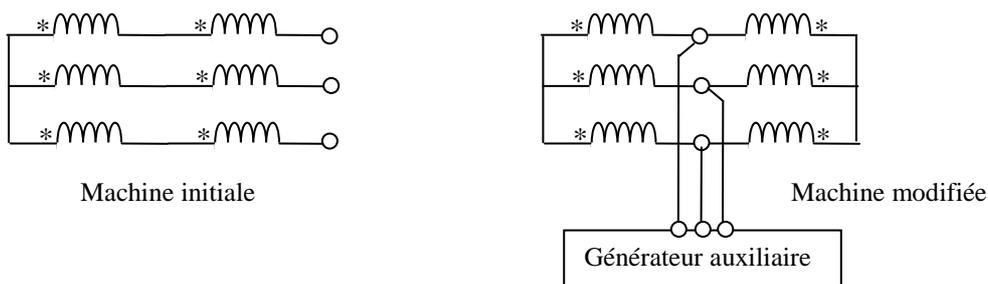


Figure 4.22 : Connexions au niveau de la machine

3. Étude des effets magnétiques

3.1 Effet d'une phase d'un enroulement

Considérons la phase 1 de l'enroulement G seule alimentée. La Figure 4.23 présente la loi de répartition de la fmm \mathcal{E}_{G1}^s générée par cette phase le long de l'entrefer développé.

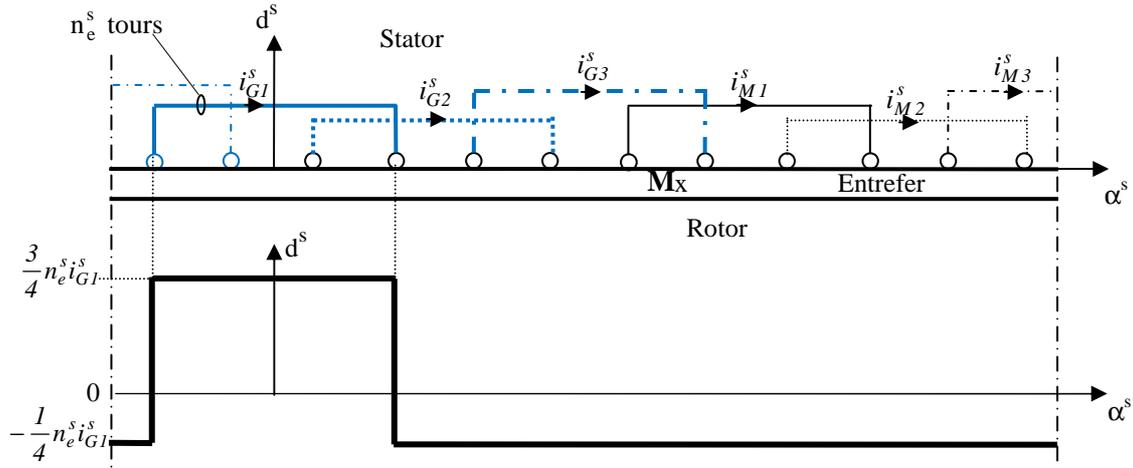


Figure 4.23 : Répartition de la fmm générée par la phase 1 de l'enroulement G

Relativement à d^s , en convenant de repérer l'abscisse spatiale d'un point quelconque de l'entrefer relativement à d^s par la variable α^s , le développement en série de Fourier de \mathcal{E}_{G1}^s s'écrit:

$$\mathcal{E}_{G1}^s = \sum_{h^s=1}^{\infty} \mathcal{E}_{G1(h^s)}^s = \sum_{h^s=1}^{\infty} \hat{\mathcal{E}}_{G1(h^s)}^s \cosh^s \alpha^s \quad (4-9)$$

Avec :

$$\hat{\mathcal{E}}_{G1(h^s)}^s = \frac{2 n_e^s}{\pi} i_{G1}^s \left\{ 3 \int_0^{\pi/4} \cosh^s \alpha^s d\alpha^s - \int_{\pi/4}^{\pi} \cosh^s \alpha^s d\alpha^s \right\} \quad (4-10)$$

de sorte que :

$$\mathcal{E}_{G1(h^s)}^s = \frac{2 n_e^s}{\pi} i_{G1}^s \frac{\sinh^s \pi/4}{h^s} \cosh^s \alpha^s \quad (4-11)$$

Relativement à d^s , la seconde phase de l'enroulement G crée un harmonique de fmm de rang h^s d'expression :

$$\mathcal{E}_{G2(h^s)}^s = \frac{2 n_e^s}{\pi} i_{G2}^s \frac{\sinh^s \pi/4}{h^s} \cosh^s \left(\alpha^s - \frac{\pi}{3} \right) \quad (4-12)$$

Pour la troisième phase de l'enroulement G il vient :

$$\mathcal{E}_{G3(h^s)}^s = \frac{2 n_e^s}{\pi} i_{G3}^s \frac{\sinh^s \pi/4}{h^s} \cosh^s \left(\alpha^s - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (4-13)$$

Avant de poursuivre les calculs, intéressons nous aux effets globaux, harmonique par harmonique, générés par les phases q des enroulements G et M.

3.2 Effets des phases q des enroulements G et M

Pour cette analyse nous allons considérer les phases 1.

- Nous avons représenté à la Figure 4.24a, pour $i_{M1}^s = i_{G1}^s$, les lois d'évolution des composantes $\mathcal{E}_{G1(1)}^s$ et $\mathcal{E}_{M1(1)}^s$ ($h^s = 1$). On s'aperçoit que ces composantes sont en opposition de phase de sorte que la résultante est nulle. La Figure 4.24b donne les lois d'évolution de $\mathcal{E}_{G1(2)}^s$ et $\mathcal{E}_{M1(2)}^s$ ($h^s = 2$) obtenues dans les mêmes conditions. Ces composantes sont en phase conduisant à une onde résultante à quatre pôles d'amplitude double de celle d'une composante. Ce type de

fonctionnement conduit donc à une machine aux caractéristiques de la machine initiale, à savoir à 2 paires de pôles qui exploite l'harmonique d'espace de rang 2.

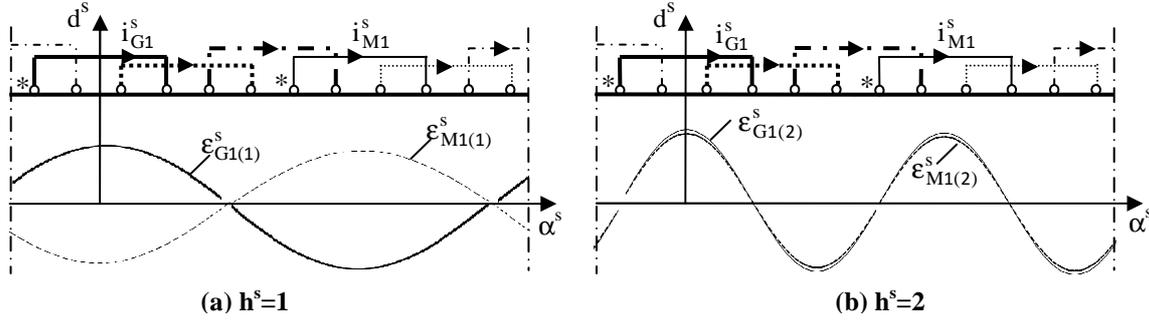


Figure 4.24: Composition des composantes des ondes de fmm pour $i_{M1}^s = i_{G1}^s$

- Lorsqu'on inverse les connexions au niveau de l'enroulement moteur, ce qui conduit à satisfaire la condition: $i_{M1}^s = -i_{G1}^s$, il suffit d'inverser les formes d'ondes de $\epsilon_{M1(1)}^s$ et de $\epsilon_{M1(2)}^s$. Par conséquent les composantes à une paire de pôles s'ajoutent alors que celles à deux paires de pôles s'annulent.

La première réaction consiste à considérer la machine comme étant à une paire de pôles. Cependant, s'il n'y a aucune modification au niveau du rotor, celui-ci reste à deux paires de pôles. On a physiquement une incompatibilité puisque la condition pour obtenir un couple moyen non nul est que les deux ondes d'induction (statorique et rotorique) aient la même polarité.

Il en résulte donc que la machine qu'il convient de considérer présente une onde d'induction à 4 pôles générée par le stator, nulle. Ce qui, à priori, peut paraître surprenant, est parfaitement justifié et compatible avec le fonctionnement BTB considéré. En effet, pour justifier cette particularité, il est nécessaire de considérer la relation générale qui donne le couple électromagnétique qui résulte de l'interaction de deux champs magnétiques. Celle-ci s'écrit :

$$\Gamma_e = K \bar{b}^s \Lambda \bar{b}^r \quad (4-14)$$

où K est une constante liée aux paramètres de la machine, \bar{b}^s le vecteur spatial qui représente l'onde d'induction d'entrefer générée par le stator et \bar{b}^r celui relatif au rotor, ces deux vecteurs étant positionnés par rapport à une référence spatiale statorique d^s fixe donnée.

La Figure 4.25 présente ces quantités en considérant les composantes relatives à h^s valant successivement 1 et 2. Précisons que ces composantes d'induction s'identifient, à une constante près qui est μ_0 / e , aux composantes de f.m.m produites par les trois phases qui correspondent à des ondes tournantes circulaires. $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$, e représente l'épaisseur d'entrefer (dans ce cas supposée constante). Notons $\bar{b}_{(2)}^r$ le vecteur induction tournant d'entrefer généré par les effets principaux du rotor (l'indice inférieur, entre parenthèses, est en relation avec le nombre de paires de pôles ; dans ce cas, comme il s'agit du rotor, cet indice est 2). Soit Ω la vitesse de rotation du rotor. L'onde d'induction d'entrefer $\bar{b}_{(G+M)(1)}^s$ (Figure 4.25a) générée par le stator pour $h^s = 1$, évolue à la vitesse 2Ω (dans le sens trigonométrique ou son inverse). Il en résulte que le couple s'identifie à $|\bar{b}_{(2)}^r| |\bar{b}_{(G+M)(1)}^s| \sin(\gamma_{(1)(2)}^{s,r})$. Le module de ces vecteurs est constant et l'angle qui intervient dans le sinus est continûment variable au cours du temps de sorte que ce couple s'identifie à un couple harmonique à valeur moyenne nulle.

Considérons les composantes de couple pour $h^s = 2$ générée séparément par les enroulements G et M (Figure 4.25b). Les composantes d'induction élémentaires tournent dans le même sens que l'onde rotorique à la vitesse Ω . Il en résulte que les angles de couple sont constants et que : $\gamma_{(2)(2)}^{s,r} = -(\pi - \gamma_{M(2)(2)}^{s,r})$. Les vecteurs présentent des modules constants mais les sinus, égaux en

valeurs absolues, sont de signes opposés. Ces composantes de couples présentent des valeurs moyennes de signe opposé (ce qui est compatible avec le fonctionnement back to back) de sorte que leur somme est nulle. Ce résultat est en accord parfait avec une composante résultante d'entrefer nulle ce qui conduit à un couple nul puisque le module de l'un des vecteurs est nul (celui à 2 paires de pôles généré par les effets résultants du stator). Globalement, la machine ne fournit aucun couple extérieur sur l'arbre de la machine

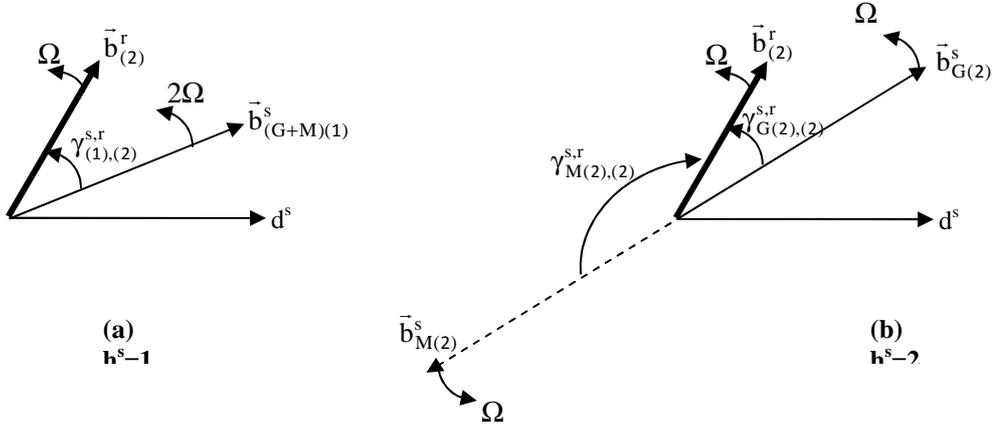


Figure 4.25 : Composition des ondes d'induction

Si l'onde à une paire de pôles ne produit aucun couple moyen, elle perturbe cependant le fonctionnement de la machine en générant un couple harmonique sur l'arbre de la machine ce qui va se manifester par des fluctuations de vitesse et des vibrations de la structure.

4. Étude du schéma monophasé équivalent du fonctionnement back to back

Nous allons tout d'abord considérer une machine idéale, c'est à dire avec des résistances statoriques nulles, des pertes fer et des pertes mécaniques nulles. Le schéma monophasé équivalent est celui de la Figure 4.19. Pour tracer le diagramme des grandeurs complexes (Figure 4.26) :

- on prend comme référence de phase \bar{V}^s , tension délivrée par le générateur auxiliaire et qui est commune aux enroulements G et M ,
- on place ensuite le complexe \bar{I}_G^s déphasé de φ_G^s par rapport à \bar{V}^s ,
- la loi des mailles : $\bar{E}_{JG}^s = \bar{V}^s + jX^s \bar{I}_G^s$, permet de placer \bar{E}_{JG}^s ,
- sachant que : $\bar{E}_{JM}^s = -\bar{E}_{JG}^s$, on place \bar{E}_{JM}^s ,
- la loi des mailles : $\bar{E}_{JM}^s = \bar{V}^s + jX^s \bar{I}_M^s$, permet de placer : $jX^s \bar{I}_M^s$ et donc \bar{I}_M^s ,
- La loi des noeuds : $\bar{I}_G^s + \bar{I}^s + \bar{I}_M^s = 0$ permet de placer \bar{I}^s sachant que : $\bar{I}_M^s = -\bar{I}_G^s - \bar{I}^s$.

A ce niveau, il convient de prendre en compte certaines considérations sur les puissances actives et notamment la relation : $P^s = -(P_{Gext}^s + P_{Mext}^s)$. Comme : $P_{Gext}^s = P_{Gint}^s = O' a_G$ et que : $P_{Mext}^s = P_{Mint}^s = O' a_M$, dans la mesure où : $O' a_G = -O' a_M$, on en déduit que $P^s = 0$ et donc que \bar{I}^s doit être en quadrature relativement à \bar{V}^s . Cela signifie que le générateur auxiliaire ne fournit aucune puissance active à ces "machines". Cela signifie également que la puissance active fournie par G est intégralement consommée par M qui à son tour fournit la puissance mécanique nécessaire à G . Cette particularité n'est satisfaite que pour les machines idéales (sans pertes). Le diagramme vectoriel de la Figure 4.26 prend en compte cette position particulière de \bar{I}^s . Le couple électromagnétique s'exprime de manière générale par : $\Gamma_e = (3V^s E_J \sin \delta) / X^s \Omega$. Comme $\delta_M = \delta_G + \pi$, on en déduit que

$\Gamma_{eM} = -\Gamma_{eG}$ et donc que ces machines délivrent à l'extérieur un couple nul. Les développements réalisés montrent que l'on respecte les diverses considérations formulées sur les puissances actives. Reste à analyser le comportement de cette structure relativement aux puissances réactives.

Il apparaît que le générateur auxiliaire ne véhicule que de la puissance réactive. Cette dernière, pour l'enroulement G est représentée par $O'b_G$ qui est une quantité positive. Pour l'enroulement M cette puissance réactive est représentée par $O'b_M$ et correspond à une quantité négative.

Ce diagramme, tracé dans le cas général en négligeant les pertes, montre que si δ_G est bien compris entre 0 et $\pi/2$, δ_M prend des valeurs comprises entre π et $3\pi/2$. Les considérations élémentaires portant sur la stabilité font apparaître que si le fonctionnement en générateur est stable, celui en moteur ne l'est pas. Il est donc nécessaire d'imposer la valeur de δ_G . En travaillant avec $\delta_M = \pi/2$ et donc $\delta_G = -\pi/2$, avec asservissement de position, on est dans ce cas dans la zone de stabilité.

Lors du fonctionnement à vide, si les pertes sont négligées, il n'y a pas de couple développé. Il en résulte que δ_G est nul et que δ_M vaut π . Outre l'instabilité de fonctionnement précédemment évoquée, viennent s'ajouter les effets du couple harmonique généré par l'onde à 2 pôles conduisant à accroître les problèmes d'instabilité qui imposent un autopilotage de la machine.

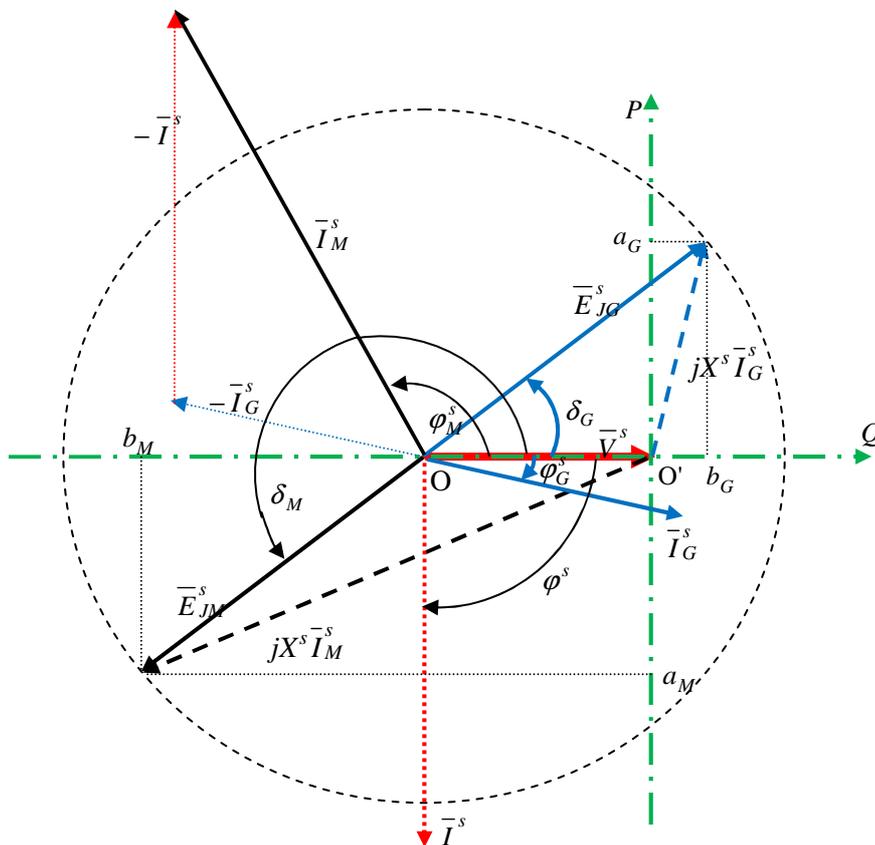


Figure 4.26 : Diagramme des grandeurs complexes lors d'un fonctionnement back to back

Chapitre 3 : Expérimentation

Cette partie a pour but de présenter la partie expérimentale relative au fonctionnement BTB présenté au chapitre précédent. Les différentes mesures ainsi que la validation avec l'étude du schéma monophasé équivalent y sont exposées.

1. Banc expérimental

1.1 Montage

Le montage expérimental est présenté à la Figure 4.27. La source auxiliaire est un convertisseur MLI commandé par un système dSpace. Le système est bouclé via un retour codeur qui permet de faire la mesure la position du rotor θ et donc l'angle interne δ .

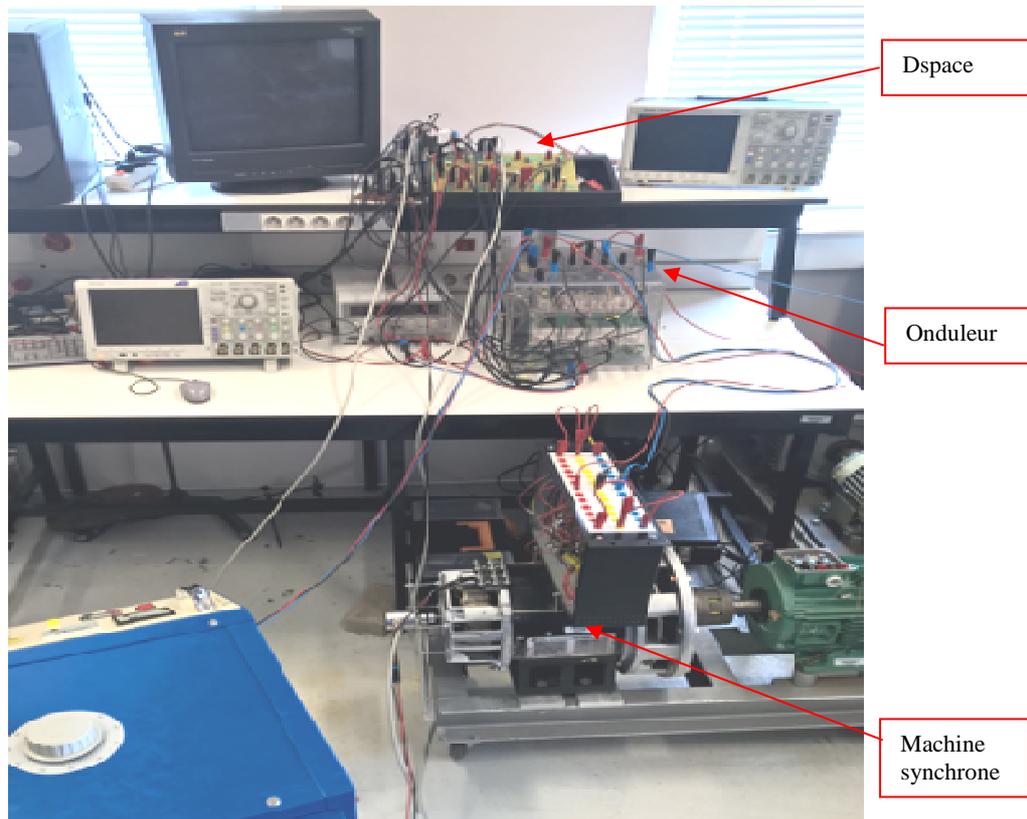


Figure 4.27 : Montage expérimental

La machine synchrone utilisée pour l'essai a été modifiée de manière à pouvoir réaliser ce fonctionnement BTB.

1.2 Principe du contrôle sous simulink

L'utilisation de dspace a pour but de connaître la position du rotor θ afin de pouvoir la faire varier et donc agir sur l'angle interne associé à chacune des parties moteur et générateur. La Figure 4.28 montre le schéma simulink de contrôle de l'onduleur.

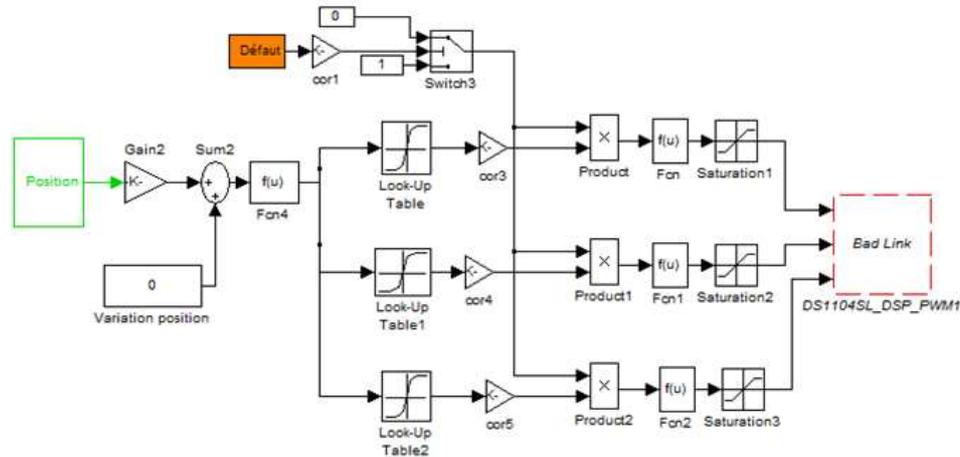


Figure 4.28 : Schéma de contrôle

2. Étude des fem

Nous avons mesuré la f.e.m de chacune des parties fonctionnant en moteur et en générateur, ainsi que celle de la machine initiale :

- la Figure 4.29a montre l'évolution de la f.e.m de la machine initiale ainsi que celle de la position θ : la machine est entraînée par une machine asynchrone et le rotor excité à 0.42A,
- la Figure 4.29b montre l'évolution des f.e.m des deux parties moteur et générateur, ainsi que l'évolution de la position θ : la machine est entraînée et excitée à 0.42A.

La valeur 0.42A a été choisie en fonction de la réaction du système BTB. En effet, nous avons remarqué que pour le fonctionnement BTB, plus on augmentait le courant d'excitation, plus la vitesse de rotation diminuait. Les formes d'ondes de ces trois f.e.m sont présentées à la Figure 4.29, ainsi que l'évolution de la position. En observant ces formes d'onde, on remarque bien le passage par zéro de la position qui coïncide avec le max de l'alternance positive de la f.e.m totale et dans la partie fonctionnant en générateur. Pour ce qui est de la partie fonctionnant en moteur, le passage à zéro de la position coïncide avec le max de l'alternance négative de la f.e.m. Les deux f.e.m moteur (\overline{E}_{JM}^s) et générateur (\overline{E}_{JG}^s) sont donc en opposition de phase

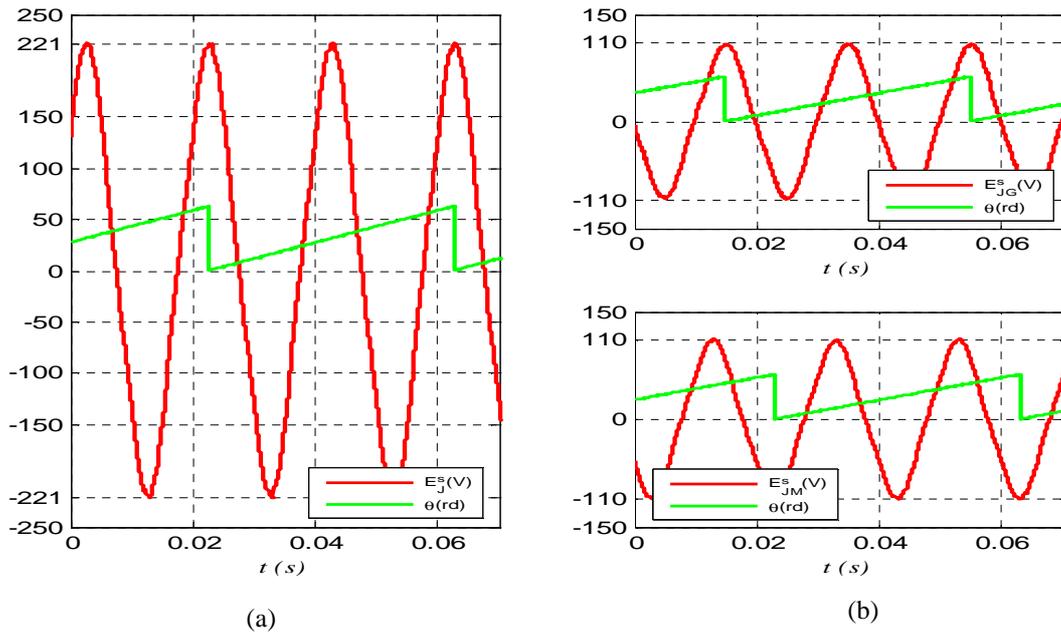
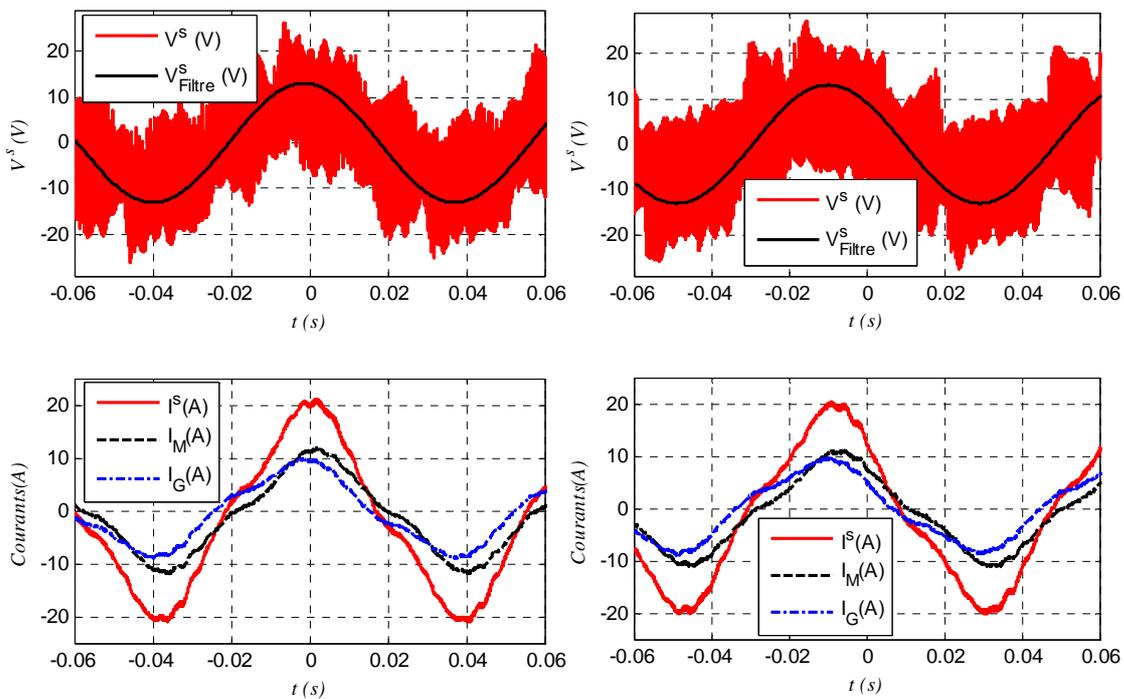


Figure 4.29: F.e.m mesurées

3. Différentes mesures du fonctionnement BTB

Dans cette partie, nous présentons les formes d'ondes de tensions et courants, pour différentes valeurs de θ . La Figure 4.30 et la Figure 4.31 présentent les différentes formes d'ondes, pour différentes variation de θ , à savoir $\theta + 0^\circ$ qui correspond à la position naturelle du rotor ; $\theta + 2.7^\circ$, $\theta + 5.4^\circ$, $\theta + 8.1^\circ$, $\theta + 10.8^\circ$, $\theta + 12.42^\circ$



(a) Tension source et courants pour $\theta + 0^\circ$

(b) Tension source et courants pour $\theta + 2.7^\circ$

Figure 4.30 :

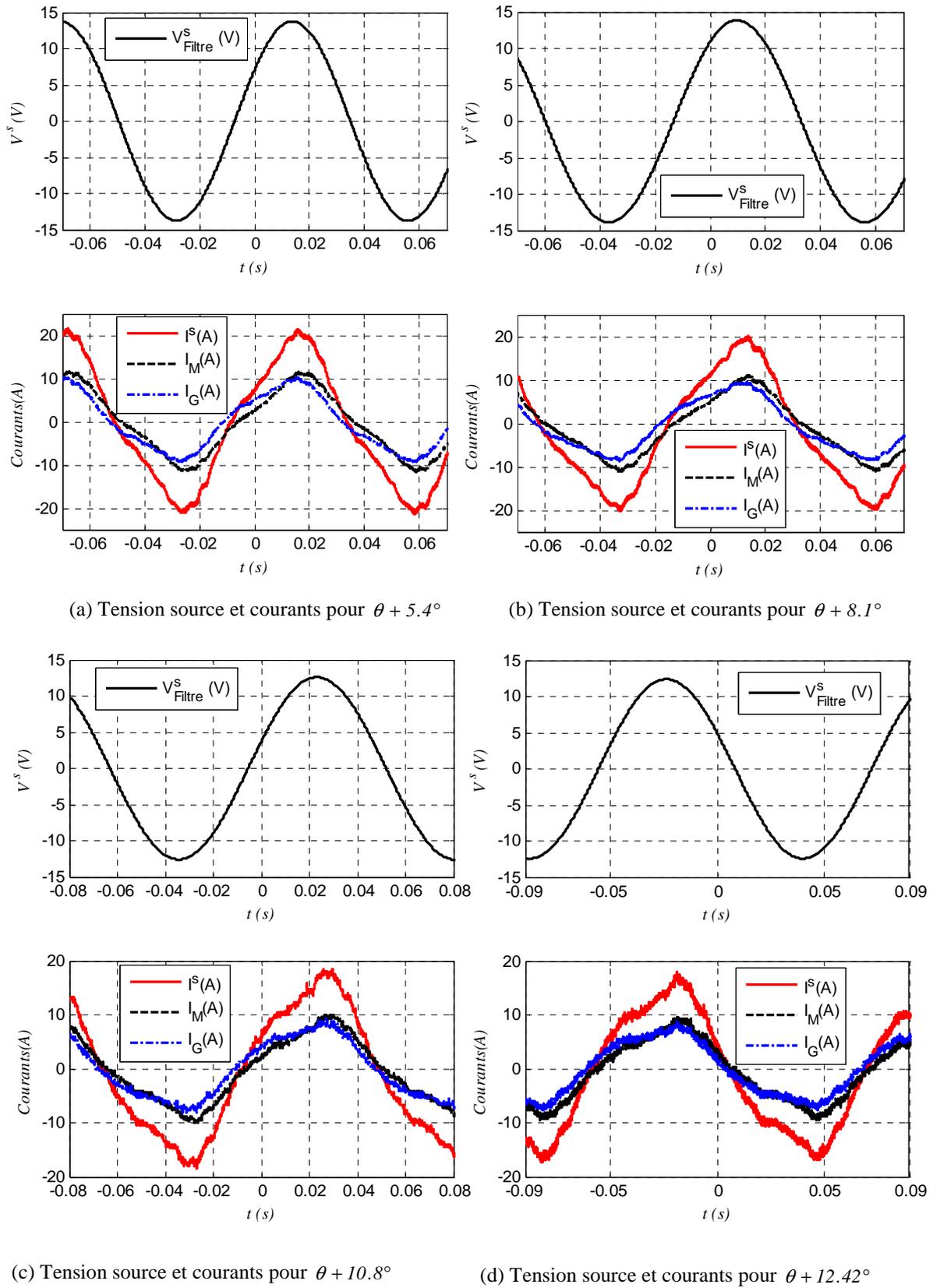


Figure 4.31

L'analyse de ces formes d'onde nous permet de remarquer que :

- l'amplitude des courants diminue avec le décalage de θ ,
- la fréquence, et donc la vitesse de rotation, diminuent avec le décalage de θ ,
- les formes d'onde sont de plus en plus distordues avec le décalage de θ .

4. Mesure des différents angles du diagramme vectoriel associé au fonctionnement BTB

Le but de cette manipulation est de pouvoir avoir l'information position, nous permettant par la suite de faire varier la position. Le Tableau 4.2 suivant présente les différents angles qu'on retrouve sur le diagramme vectoriel, pour différentes variations de la position.

Tableau 4.2 : Mesure des différents angles

Position	$\varphi_G^s (^\circ)$	$\varphi_M^s (^\circ)$	$\delta_G (^\circ)$	$\delta_M (^\circ)$	$\varphi^s (^\circ)$
θ	-9.437	-169.148	13.08	-165.12	2.764
$\theta + 2.7^\circ$	-6.116	-165.299	15.895	-162.305	4.619
$\theta + 5.4^\circ$	-8.718	-170.64	14.697	-163.503	1.151
$\theta + 8.1^\circ$	-8.9853	-171.405	16.473	-161.727	-0.577
$\theta + 10.8^\circ$	-9.098	-174.949	21.544	-156.656	-1.552
$\theta + 12.42^\circ$	-8.744	-176.657	26.141	-152.059	-2.175

Le Tableau 4.3 présente les différentes mesures de puissances actives et réactives, pour les différentes situations de variation de la position.

Tableau 4.3 : Valeurs des différentes puissances

Position	$P^s (W)$	$P_{Mext}^s (W)$	$P_{Gext}^s (W)$	$Q^s (VAR)$	$Q_{Mext}^s (VAR)$	$Q_{Gext}^s (VAR)$
θ	549	286	264	271.93	214.77	58.89
$\theta + 2.7^\circ$	521	265	256	271.93	206.11	65.82
$\theta + 5.4^\circ$	546	272	274	308.31	221.7	86.6
$\theta + 8.1^\circ$	475	233	240	275.4	192.26	79.67
$\theta + 10.8^\circ$	417	209	207	140.3	109.12	29.44
$\theta + 12.42^\circ$	506	260	246	110.85	86.6	17.32

L'évolution de la puissance n'est pas linéaire. En effet, au vu des formes d'ondes qui ne sont pas très sinusoïdales, on comprend bien que les mesures fluctuent.

La machine décroche à $\theta + 13.5^\circ$.

Au vu des valeurs des différents angles, le diagramme vectoriel, pour une valeur de φ^s (déphasage entre la tension source et le courant source) négative par exemple, associé au fonctionnement est présenté à la Figure 4.32.

Le raisonnement sur les amplitudes des différentes mesures reste compliqué. En effet, les mesures fluctuent, et il est difficile de conclure sur l'évolution des différents paramètres. On constate qu'il y a une chute des amplitudes de courants avec la variation de θ . On constate aussi le ralentissement de la machine. Cela rejoint en fait l'analyse préliminaire théorique qui stipule que le BTB sur cette machine conduit à un fonctionnement perturbé par des harmoniques de couple.

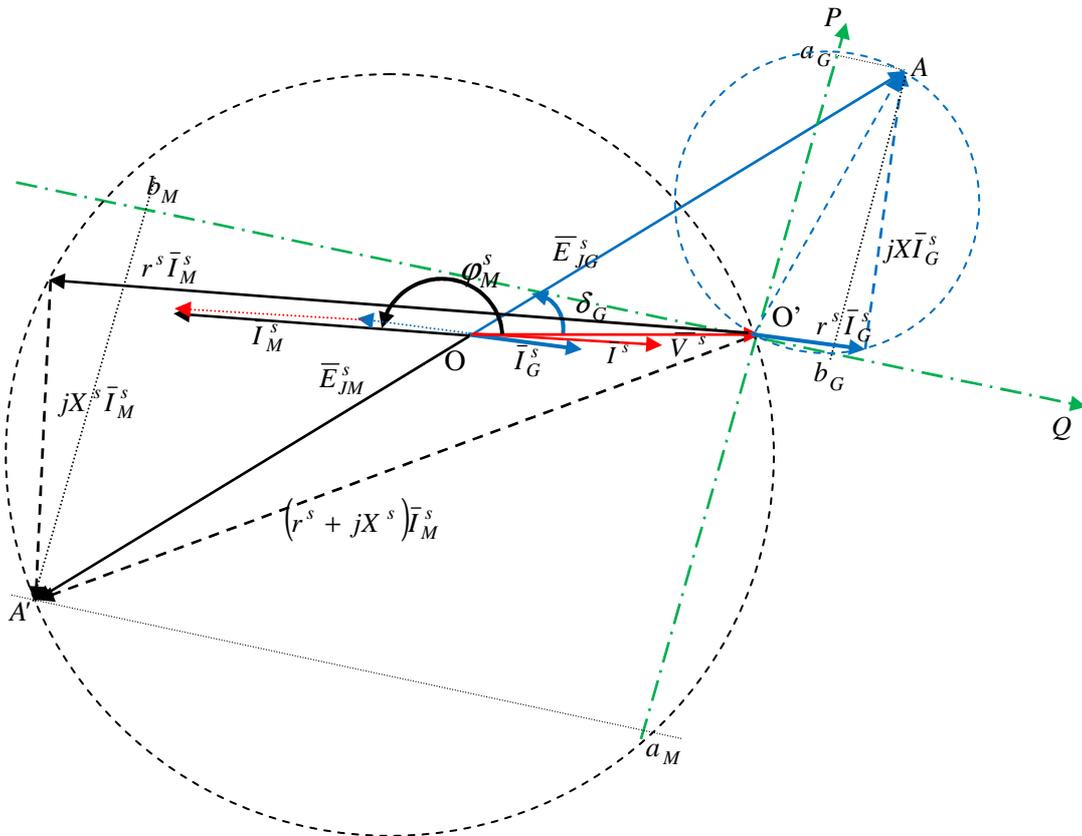


Figure 4.32

5. Validation avec les paramètres du schéma monophasé équivalent

En exploitant les expressions (H-2), (H-3), (H-7), (H-8), (H-10) et (H-11), développées en Annexe H dans le cadre de l'étude théorique du BTB prenant en compte la résistance, nous déterminons les valeurs des courants moteur et générateur, ainsi que les valeurs des différents angles du diagramme vectoriel. Le Tableau 4.4 compare les mesures expérimentales de deux points fonctionnement (réglage θ et $\theta + 10.8^\circ$) aux calculs utilisant les expressions du schéma monophasé équivalent.

Tableau 4.4 :

Paramètres	$I_M^s (A)$	$I_G^s (A)$	$\delta_M (^\circ)$	$\delta_G (^\circ)$
Mesures pour $\theta + 0^\circ$	7.282	5.949	-165.12	13.08
Résultats de calcul	10.811	10.431	-139.75	24.903
Différence par rapport aux valeurs calculées (%)	32.64	42.968	18.15	47.476
Mesures pour $\theta + 10.8^\circ$	5.93	5.32	-156.656	21.544
Résultats de calcul	10.549	10.303	-153.2	17.618
Différence par rapport aux valeurs calculées (%)	43.786	48.364	2.255	22.284

Les différents écarts peuvent avoir plusieurs explications :

- La perturbation rend difficile la comparaison, surtout avec les fluctuations des valeurs,
- Les formes d'ondes des différents paramètres mesurés ne sont pas sinusoïdales, la mesure des différents déphasages s'est faite en passant par l'onde fondamentale,

- N'ayant pas des formes vraiment sinusoïdales, nous commettons une erreur dans la mesure des puissances, utilisée par la suite dans le calcul numérique pour déterminer analytiquement les autres paramètres du schéma monophasé équivalent.

L'expérimentation du BTB sur la machine synchrone du laboratoire a mis en évidence les difficultés de fonctionnement, et notamment le maintien de la vitesse lorsque l'angle interne est modifié. La mise en place d'un contrôle permettrait de mieux réguler le système.

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse a consisté à modéliser et à caractériser le générateur qui équipe l'éolienne à axe vertical conçue par la société Nénuphar. Nous avons opté pour une modélisation analytique, aboutissant à la caractérisation des différents paramètres de la machine, et donc de l'éolienne, pour pouvoir en évaluer les performances. Le choix de ce type de modélisation a été guidé par le souci de mettre en relief l'origine de certains phénomènes.

La première partie de ce mémoire est constituée de deux chapitres qui sont consacrés à l'analyse du contexte scientifique et technologique aussi bien pour le sujet de la thèse que pour le prototype industriel NPH. Dans le premier chapitre, en plus de situer le sujet dans son contexte, nous avons statué sur ce qui se fait déjà dans le domaine. Le deuxième chapitre a décrit et analysé le système étudié tout en soulignant la nécessité de la modélisation électromagnétique en prenant en compte les effets de denture et d'harmoniques d'espace. Ce chapitre a aussi souligné la particularité du bobinage de la machine NPH, ainsi que les différentes configurations qui peuvent lui être associées. En effet, pour une machine bobinée sur plots, avec 24 enroulements élémentaires, il existe plusieurs possibilités d'associer ses systèmes triphasés d'enroulements ; de ces configurations dépendra le contenu harmonique de la fmm.

La deuxième partie, qui regroupe trois chapitres, a été consacrée à la modélisation analytique des phénomènes électromagnétiques de la machine. Au chapitre 1, la modélisation des perméances d'entrefer associées à la machine a été présentée. En effet, la particularité de la machine nous a amené à considérer deux expressions de perméance d'entrefer différentes suivant qu'on considère les effets générés par le stator ou par le rotor. Ces deux expressions de perméance d'entrefer, qui reposent sur les expressions analytiques de l'inverse des épaisseurs d'entrefer, ont permis par la suite l'étude de l'induction d'entrefer. Les différentes configurations du bobinage statorique ont donné lieu à l'étude de fmm générées dans l'entrefer présentée au chapitre 2 de cette partie. Cette étude nous montre bien que le contenu harmonique de fmm n'est pas le même suivant qu'on considère, sur un quart de machine, un seul ou deux systèmes triphasés d'enroulements alimentés. En effet, en n'alimentant qu'un seul système triphasé d'enroulements, l'harmonique prépondérant n'est pas le fondamental qui est le rang 13, mais le rang 11. De plus, il existe des harmoniques de rangs pairs. En considérant les deux systèmes triphasés d'enroulements alimentés, le rang 11 demeure prépondérant, mais les harmoniques de rangs pairs n'existent pas. Cette étude de fmm met en relief un résultat très intéressant qui influencera l'étude du schéma monophasé équivalent associée à la machine. En effet, dans l'entrefer de la machine, en plus de la présence du champ tournant fondamental (rang 13) qui tourne dans le même sens et à la même vitesse que le champ rotorique, il existe le champ tournant harmonique de rang 11 qui tourne dans le sens contraire à celui du rotor. La conséquence de la présence de ce champ tournant harmonique est le fonctionnement asynchrone qui se superpose au fonctionnement global de la machine. À partir de l'étude de perméance d'entrefer, de la fmm et en considérant la configuration NPH (Conf.1) pour le bobinage statorique, l'étude du contenu harmonique d'induction a été faite et présentée au chapitre 3. Cette étude a permis de mettre en relief un contenu harmonique d'induction particulièrement riche.

L'étude faite dans la partie 2 est exploitée dans la partie 3 pour le calcul de différents paramètres entrant dans l'évaluation des performances de la machine. Cette partie est organisée en deux chapitres. Dans le premier chapitre, les inductances propres et mutuelles des différents enroulements sont déterminées. Le modèle analytique a été calé à partir des mesures expérimentales des différentes inductances effectuées sur le prototype. Ce calage de modèle concerne particulièrement le coefficient à considérer pour la profondeur d'encoche fictive et la position du rotor dans laquelle les mesures ont été effectuées. L'étude du schéma monophasé équivalent est présentée au chapitre 2 où, à partir de la considération du bobinage fictif, nous sommes arrivés à calculer les inductances cycliques associées à la machine. L'étude de la force électromotrice y a été aussi présentée. En prenant en compte l'effet du champ tournant harmonique de rang 11, nous présentons dans ce chapitre le schéma monophasé équivalent associé au fonctionnement de la machine NPH. L'étude de ce schéma monophasé équivalent nous donne un aperçu sur l'évolution des pertes joules rotoriques, en fonction de la résistance équivalente rotorique.

La partie 4 est consacrée à l'étude du fonctionnement back to back. Cette partie est constituée de trois chapitres. Dans le chapitre 1, nous avons présenté certains tests envisagés sur le prototype éolien. Ces tests ont été simulés et certaines de ces simulations ainsi que les résultats obtenus y sont présentés. Nous y montrons la possibilité de faire fonctionner la moitié de la machine en moteur et l'autre moitié en générateur afin de ne pas avoir à utiliser de deuxième machine ou des pâles pour entraîner le rotor du prototype. Il permet ainsi de tester la machine ainsi que les différents sous systèmes de la chaîne de conversion, avant que les pâles ne soient montées. Nous y présentons donc la simulation du démarrage jusqu'à la vitesse nominale, la réaction du système face à une perturbation du couple, ainsi que la simulation du freinage électrique. Le fonctionnement en frein de parking qui permet de maintenir le système à l'arrêt tant que la vitesse du vent n'est pas suffisante, est aussi simulé. Par cette simulation, nous déterminons l'équivalent du couple aérodynamique au-delà duquel il est déconseillé de maintenir mécaniquement l'arbre du rotor à l'arrêt.

Suite à des soucis rencontrés sur le prototype qui nous ont empêchés de valider expérimentalement l'étude, nous avons appliqué le principe du fonctionnement back to back sur une machine synchrone du laboratoire qui a été rebobinée de façon à avoir accès à tous les enroulements de la machine. L'étude analytique, présentant les considérations faites ainsi que les phénomènes électromagnétiques associés à ce type de fonctionnement sont présentés au chapitre 2. La partie expérimentale est présentée au chapitre 3. Nous y présentons des résultats de mesures. Les différentes observations de ces mesures montrent bien l'influence de la variation de l'angle interne sur le fonctionnement du système.

De part ce qui précède, il s'avère que les essais sur le prototype de NPH auraient été plus intéressants en ce qui concerne l'objectif de départ de la thèse. Nous n'avons certes pas pu faire la validation expérimentale des différents tests qui ont été préparés et simulés mais, toutefois, l'expérimentation faite sur la machine du laboratoire est riche d'enseignement. Nous ne pouvons pas extrapoler totalement les résultats obtenus sur la machine classique à la machine NPH car les deux machines sont complètement différentes. L'objectif était d'apporter un volet un plus expérimental à la thèse tout en testant un fonctionnement particulier sur une machine classique. L'expérimentation faite sur la machine du laboratoire révèle certes des difficultés mais elle donne des pistes sur les possibilités de mise en place d'un tel fonctionnement sur une machine synchrone classique polyphasée. Les résultats seraient plus fins si l'on mettait en place un contrôle sophistiqué associé au système.

Il serait aussi intéressant, en termes de perspective, d'entreprendre l'étude permettant de trouver la meilleure combinaison nombre d'encoches/ nombre de pôles associée à la machine NPH. De part les résultats obtenus, il s'avère qu'une étude poussée des pertes de la machine conduirait à un bilan énergétique plus fin.

Annexes

Annexe A : Paramètres de la machine NPH

On présente ci-dessous les données relatives aux paramètres de la machine étudiée.

Tableau A.1 : Valeur des paramètres de la machine NPH

Description	Symbole	Valeur
B_r	Induction rémanente	1.22 T
D_{ext}^r	Diamètre extérieur du rotor	3396 mm
D_{ext}^s	Diamètre extérieur du stator	3724 mm
D_{int}^s	Diamètre intérieur du stator	3406 mm
e_m	Épaisseur de l'entrefer face à la dent rotorique large	5 mm
e_M	Épaisseur de l'entrefer face à dent rotorique étroite	10 mm
l_a	Épaisseur des aimants	20 mm
l_a^r	Largeur d'encoche équivalente contenant les aimants	19,4 mm
l_d^s	Largeur d'une dent statorique	55,4 mm
l_e^s	Largeur d'une encoche statorique	56,06 mm
l_{dm}^r	Largeur de la dent rotorique étroite	6,57 mm
l_{dM}^r	Largeur de la dent rotorique large	57,21 mm
l_v	Hauteur du vide sous les aimants	30 mm
L	Longueur active du circuit magnétique	1200 mm
L_a	Longueur des aimants	65 mm
L_v	Largeur du vide sous les aimants	13,5 mm
μ_{ra}	Perméabilité relative de l'aimant	1,05
n^s	Nombre de tours de bobines	17
N	Vitesse nominale	14 tr/min
N_{ph}	Nombre de phases totales statoriques	24
N^r	Nombre total d'encoches rotoriques de la machine	104
N^s	Nombre total d'encoches statoriques de la machine	96
N_η^r	Nombre réduit d'encoches rotoriques sur le quart de machine	26
N_η^s	Nombre réduit d'encoches statoriques sur le quart de machine	24
N_d^s	Nombre de dents occupés par un enroulement élémentaires	4
P	Nombre total de paires de pôles	52
P_η	Nombre de paires de pôles sur le quart de machine	13

p^r	<i>Profondeur réelle d'une encoche rotorique</i>	<i>65 mm</i>
p^s	<i>Profondeur réelle d'une encoche statorique</i>	<i>101 mm</i>
p_d^r	<i>Pas dentaire rotorique</i>	<i>102,58 mm</i>
p_d^s	<i>Pas dentaire statorique</i>	<i>111,46 mm</i>
r_a^r	<i>Rapport de denture relative aux aimants</i>	<i>0,189</i>
r_{dm}^r	<i>Rapport de denture étroite rotorique</i>	<i>0,064</i>
r_{dM}^r	<i>Rapport de denture large rotorique</i>	<i>0,557</i>
\overline{r}_{dM}^r	<i>Complémentaire de r_{dM}^r</i>	<i>0,443</i>
r_d^s	<i>Rapport de denture statorique</i>	<i>0,497</i>
\overline{r}_d^s	<i>Complémentaire de r_d^s</i>	<i>0,503</i>
R	<i>Rayon moyen d'entrefer</i>	<i>1699,5 mm</i>
r^s	<i>Résistance de phases</i>	<i>0.03 Ω</i>
I^s	<i>Courant nominal de phase</i>	<i>300 A</i>
V^s	<i>Tension simple nominale</i>	<i>400 V</i>

Annexe B : Études des phénomènes magnétiques du rotor

Cette annexe est dévolue à l'étude de l'évolution des différents flux, en fonction de la position du rotor, sur un pas dentaire statotrique. Tout particulièrement, il s'agit de voir comment évolue le flux à travers la petite dent rotorique par laquelle une partie du flux peut s'établir.

1. Stratégie d'étude

Considérons les hypothèses de l'étude de la perméance d'entrefer prenant en compte que les effets du rotor qui aboutissent au schéma de la Figure 2.5. La Figure 2.2a présente les positions de deux aimants localisés autour de la petite dent rotorique ainsi que leurs polarités. La Figure 2.2b présente la schématisation de cette structure en considérant que l'excitation est produite par deux bobines parcourues par des courants dont les sens de circulation sont précisés sur cette figure.

Si la réluctance équivalente du circuit extérieur vue par chacune des bobines est la même, le flux résultant dans la petite dent (voir Figure 2.2b) est nul. La variation du flux dans la petite dent rotorique peut s'étudier en faisant varier la position des dents statoriques par rapport aux dents rotoriques. En effet, selon la position des dents, une partie du flux peut se refermer par la petite dent rotorique, générant un déséquilibre magnétique lié à la différence de réluctance présentée par le circuit

magnétique extérieur. Limiter l'étude à un pas dentaire statorique est suffisant car les mêmes cas de figure se répéteront sur les autres pas dentaires statoriques.

2. Schéma de ré reluctances

Il s'agit de faire varier la position du rotor sur un pas dentaire statorique afin de voir l'évolution des différents flux. La Figure B.1 présente un pas polaire rotorique en face d'un pas dentaire statorique. Le trait rouge montre le sens global de circulation du flux.

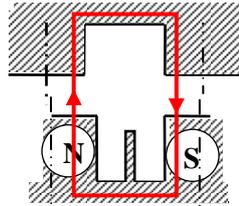


Figure B.1

Nous présentons à la Figure B.2 le schéma de ré reluctances correspondant au schéma de la Figure B.1.

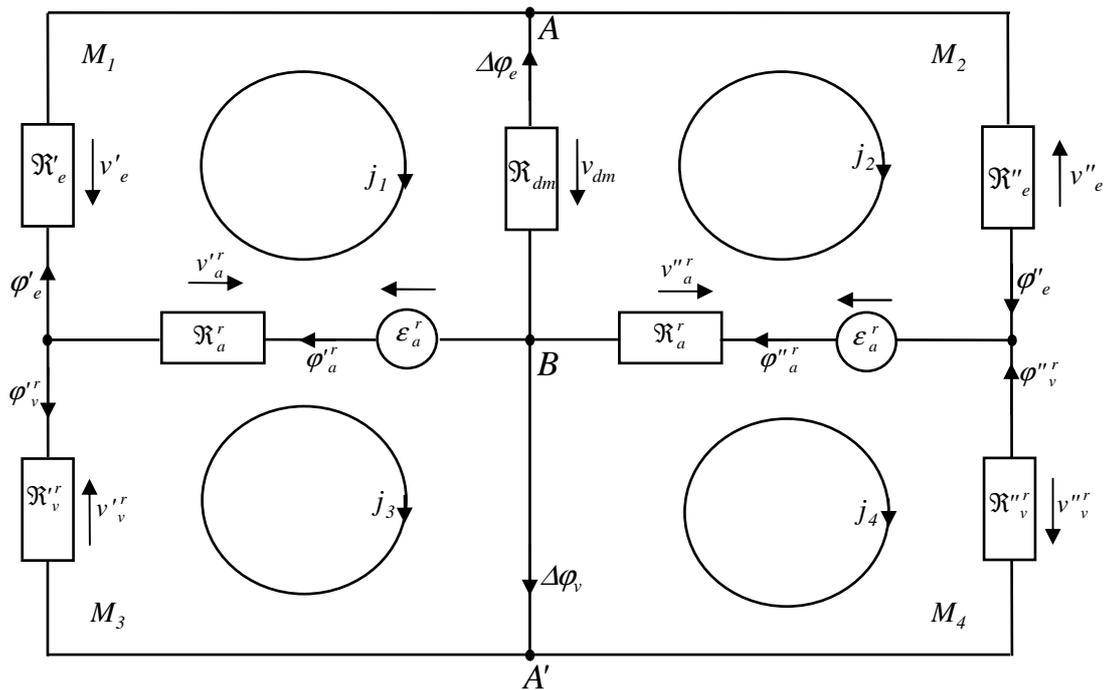


Figure B.2 : Schéma de ré reluctances associé à un pas polaire rotorique

Soient M_1, M_2, M_3, M_4 les quatre mailles du circuit. On imagine quatre flux circulatoires j_1, j_2, j_3, j_4 qui circulent uniquement dans chacune des quatre mailles du circuit. Les flux dans les branches du circuit peuvent être exprimés en fonction des flux circulatoires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi'_e = j_1 \\ \varphi_v^r = -j_3 \\ \Delta\varphi_e = j_2 - j_1 \\ \varphi_a^r = j_1 - j_3 \\ \varphi_a^{''r} = j_2 - j_4 \\ \varphi''_e = j_2 \\ \varphi_v^{''r} = -j_4 \\ \Delta\varphi_v = j_3 - j_4 \end{array} \right. \quad (\text{B-1})$$

Ainsi les quatre flux circulatoires forment un ensemble de flux indépendants en fonction desquels les équations d'équilibre du circuit peuvent être établies. Les inconnues sont les quatre flux circulatoires. Les équations à écrire sont les quatre équations des différences de potentiel (ddp) appliquées aux quatre mailles du circuit.

✚ Equations de différence de potentiel dans les 4 mailles s'écrivent :

Dans la maille M_1

$$v'_e + v_a^r - v_{dm} = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-2})$$

Dans la maille M_2

$$v_{dm} + v_a^{''r} + v''_e = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-3})$$

Dans la maille M_3

$$v_v^r + v_a^r = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-4})$$

Dans la maille M_4

$$v_v^{''r} + v_a^{''r} = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-5})$$

✚ On écrit les expressions de chacune des différences de potentiels :

$$v'_e = \mathfrak{R}'_e \varphi'_e, \quad v_a^r = \mathfrak{R}_a^r \varphi_a^r, \quad v_a^{''r} = \mathfrak{R}_a^{''r} \varphi_a^{''r}, \quad v_{dm} = \mathfrak{R}_{dm} \Delta\varphi_e, \quad v''_e = \mathfrak{R}''_e \varphi''_e, \quad v_v^r = \mathfrak{R}_v^r \varphi_v^r, \quad v_v^{''r} = \mathfrak{R}_v^{''r} \varphi_v^{''r}.$$

✚ On remplace dans les équations précédentes, les ddp par leurs expressions :

$$\mathfrak{R}'_e \varphi'_e + \mathfrak{R}_a^r \varphi_a^r - \mathfrak{R}_{dm} \Delta\varphi_e = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-6})$$

$$\mathfrak{R}_{dm} \Delta\varphi_e + \mathfrak{R}_a^{''r} \varphi_a^{''r} + \mathfrak{R}''_e \varphi''_e = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-7})$$

$$\mathfrak{R}_v^r \varphi_v^r + \mathfrak{R}_a^r \varphi_a^r = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-8})$$

$$\mathfrak{R}_v^{''r} \varphi_v^{''r} + \mathfrak{R}_a^{''r} \varphi_a^{''r} = \varepsilon_a^r \quad (\text{B-9})$$

✚ On remplace les relations (B-1) dans les équations (B-6), (B-7), (B-8) et (B-9) :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}'_e j_1 + \mathfrak{R}_a^r (j_1 - j_3) - \mathfrak{R}_{dm} (j_2 - j_1) &= \varepsilon_a^r \\ (\mathfrak{R}'_e + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_{dm}) j_1 - \mathfrak{R}_a^r j_3 - \mathfrak{R}_{dm} j_2 &= \varepsilon_a^r \\ \mathfrak{R}_{dm} (j_2 - j_1) + \mathfrak{R}_a^r (j_2 - j_4) + \mathfrak{R}''_e j_2 &= \varepsilon_a^r \end{aligned} \quad (\text{B-10})$$

$$\left(\mathfrak{R}_{dm} + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_e''\right)j_2 - \mathfrak{R}_{dm}j_1 - \mathfrak{R}_a^r j_4 = \mathcal{E}_a^r \quad (\text{B-11})$$

$$-\mathfrak{R}_v^r j_3 + \mathfrak{R}_a^r (j_1 - j_3) = \mathcal{E}_a^r$$

$$-\left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right)j_3 + \mathfrak{R}_a^r j_1 = \mathcal{E}_a^r \quad (\text{B-12})$$

$$-\mathfrak{R}_v'' j_4 + \mathfrak{R}_a^r (j_2 - j_4) = \mathcal{E}_a^r$$

$$-\left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right)j_4 + \mathfrak{R}_a^r j_2 = \mathcal{E}_a^r \quad (\text{B-13})$$

Il vient donc à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} \left(\mathfrak{R}_e' + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_{dm}\right)j_1 - \mathfrak{R}_a^r j_3 - \mathfrak{R}_{dm}j_2 = \mathcal{E}_a^r \\ \left(\mathfrak{R}_{dm} + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_e''\right)j_2 - \mathfrak{R}_{dm}j_1 - \mathfrak{R}_a^r j_4 = \mathcal{E}_a^r \\ -\left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right)j_3 + \mathfrak{R}_a^r j_1 = \mathcal{E}_a^r \\ -\left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right)j_4 + \mathfrak{R}_a^r j_2 = \mathcal{E}_a^r \end{cases} \quad (\text{B-14})$$

La résolution du système (B-14) conduit à :

$$\begin{cases} j_1 = \frac{\mathcal{E}_a^r + \left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right)j_3}{\mathfrak{R}_a^r} \\ j_2 = \frac{\mathcal{E}_a^r + \left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right)j_4}{\mathfrak{R}_a^r} \\ j_3 = \frac{-\mathfrak{R}_e' \mathcal{E}_a^r + \mathfrak{R}_{dm} \left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right)j_4}{\left[\left(\mathfrak{R}_e' + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_{dm}\right)\left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right) - \mathfrak{R}_a^{r^2}\right]} \\ j_4 = \frac{c_5}{c_4} \mathcal{E}_a^r \\ \text{avec} \\ c_5 = -\mathfrak{R}_e'' - \frac{\mathfrak{R}_e' c_2}{\left[\left(\mathfrak{R}_e' + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_{dm}\right)\left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right) - \mathfrak{R}_a^{r^2}\right]} \\ c_4 = c_1 - \frac{c_2 \mathfrak{R}_{dm} \left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right)}{\left[\left(\mathfrak{R}_e' + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_{dm}\right)\left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right) - \mathfrak{R}_a^{r^2}\right]} \\ c_2 = \mathfrak{R}_{dm} \left(\mathfrak{R}_v^r + \mathfrak{R}_a^r\right) \\ c_1 = \left[\left(\mathfrak{R}_{dm} + \mathfrak{R}_a^r + \mathfrak{R}_e''\right)\left(\mathfrak{R}_v'' + \mathfrak{R}_a^r\right) - \mathfrak{R}_a^{r^2}\right] \end{cases} \quad (\text{B-15})$$

Les différents flux circulatoires étant calculés, les flux de chaque branche du circuit peuvent être exprimés.

3. Expression des différentes réluctances

L'objectif de ce paragraphe est de calculer les différentes réluctances du circuit extérieur aux aimants pour déterminer l'évolution des différents flux, spécialement celui passant par la petite dent rotorique ($\Delta\phi_e$). Nous faisons varier la position d'un pas polaire rotorique le long un pas dentaire statorique. La Figure B.3 présente onze positions différentes.

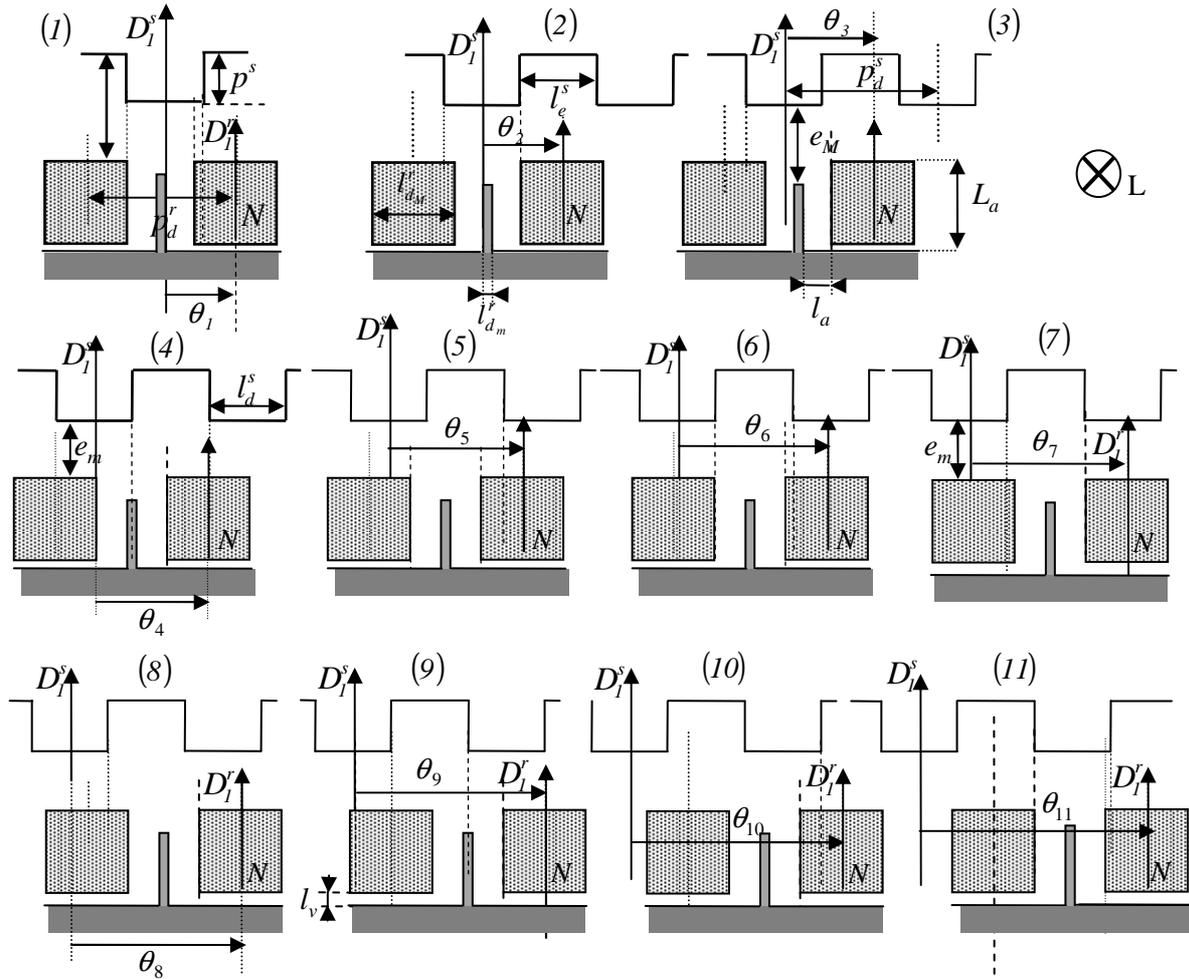


Figure B.3 : Différentes positions du rotor sur un pas dentaire statorique

En raisonnant sur toute la machine, il vient : $p_d^s = 2\pi/96$, $p_d^r = 2\pi/104$.

Quelque soit la position du rotor, il vient :

$$\mathfrak{R}_a^r = l_a / \mu_0 \mu_{ra} L L_a \quad (\text{B-16})$$

$$\mathfrak{R}_v^r = \mathfrak{R}_v^r = 2l_v / \mu_0 L l_{dM}^r \quad (\text{B-17})$$

Les expressions des différentes réluctances qui varient en fonction de la position du rotor sont données, pour les onze différentes positions.

Tableau B.1

Cas	θ_i	\mathfrak{R}'_e	\mathfrak{R}''_e	\mathfrak{R}_{dm}
1	$\theta_1 = \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \frac{2r_{dM}^r p_d^r}{5}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{\mathfrak{R}''_{e1} \mathfrak{R}''_{e2}}{\mathfrak{R}''_{e1} + \mathfrak{R}''_{e2}}$ avec $\begin{cases} \mathfrak{R}''_{e1} = \frac{10e_m}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}''_{e2} = \frac{5(e_m + p^s)}{2\mu_0 L l_{dM}^r} \end{cases}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M}{\mu_0 L l_{dM}^r}$

2	$\theta_2 = \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \frac{r_{dM}^r p_d^r}{2}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{\mathfrak{R}'_{e1} \mathfrak{R}'_{e2}}{\mathfrak{R}'_{e1} + \mathfrak{R}'_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}'_{e1} = \frac{8(e_m + p^s)}{3\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}'_{e2} = \frac{8(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M}{\mu_0 L l_{dM}^r}$
3	$\theta_3 = \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \frac{5r_{dM}^r p_d^r}{8}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{\mathfrak{R}'_{e1} \mathfrak{R}'_{e2}}{\mathfrak{R}'_{e1} + \mathfrak{R}'_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}'_{e1} = \frac{4(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}'_{e2} = \frac{4(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M}{\mu_0 L l_{dM}^r}$
4	$\theta_4 = \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \frac{\bar{r}_d^s p_d^s}{2}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{\mathfrak{R}_{dm1} \mathfrak{R}_{dm2}}{\mathfrak{R}_{dm1} + \mathfrak{R}_{dm2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_{dm1} = \frac{2e_M}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}_{dm2} = \frac{2(e_M + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$
5	$\theta_5 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d^s p_d^s + \\ \frac{r_{dM}^r p_d^r}{4} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{\mathfrak{R}''_{e1} \mathfrak{R}''_{e2}}{\mathfrak{R}''_{e1} + \mathfrak{R}''_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}''_{e1} = \frac{4(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}''_{e2} = \frac{4(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M + p^s}{\mu_0 L l_{dM}^r}$
6	$\theta_6 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d^s p_d^s + \\ \frac{3r_{dM}^r p_d^r}{8} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{\mathfrak{R}''_{e1} \mathfrak{R}''_{e2}}{\mathfrak{R}''_{e1} + \mathfrak{R}''_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}''_{e1} = \frac{8(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}''_{e2} = \frac{8(e_m)}{3\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M + p^s}{\mu_0 L l_{dM}^r}$
7	$\theta_7 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d^s p_d^s + \\ \frac{r_{dM}^r p_d^r}{2} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{\mathfrak{R}'_{e1} \mathfrak{R}'_{e2}}{\mathfrak{R}'_{e1} + \mathfrak{R}'_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}'_{e1} = \frac{8(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}'_{e2} = \frac{8(e_m)}{3\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M + p^s}{\mu_0 L l_{dM}^r}$

8	$\theta_8 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d p_d^s + \\ \frac{r_a^r p_d^r}{2} + \frac{r_{dM}^r p_d^r}{2} \end{array} \right\}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{\mathfrak{R}'_{e1} \mathfrak{R}'_{e2}}{\mathfrak{R}'_{e1} + \mathfrak{R}'_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}'_{e1} = \frac{4(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}'_{e2} = \frac{4(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M + p^s}{\mu_0 L l_{dm}^r}$
9	$\theta_9 = \frac{3r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d p_d^s$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{2(e_m)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{\mathfrak{R}_{dm1} \mathfrak{R}_{dm2}}{\mathfrak{R}_{dm1} + \mathfrak{R}_{dm2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_{dm1} = \frac{2(e_M + p^s)}{\mu_0 L l_{dm}^r} \\ \mathfrak{R}_{dm2} = \frac{2(e_M)}{\mu_0 L l_{dm}^r} \end{array} \right.$
10	$\theta_{10} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d p_d^s + \\ \frac{r_{dM}^r p_d^r}{4} \end{array} \right\}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{\mathfrak{R}''_{e1} \mathfrak{R}''_{e2}}{\mathfrak{R}''_{e1} + \mathfrak{R}''_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}''_{e1} = \frac{4e_m}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}''_{e2} = \frac{4(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M}{\mu_0 L l_{dm}^r}$
11	$\theta_{11} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3r_d^s p_d^s}{2} + \bar{r}_d p_d^s + \\ \frac{2r_{dM}^r p_d^r}{5} \end{array} \right\}$	$\mathfrak{R}'_e = \frac{2(e_m + p^s)}{\mu_0 L l_{dM}^r}$	$\mathfrak{R}''_e = \frac{\mathfrak{R}''_{e1} \mathfrak{R}''_{e2}}{\mathfrak{R}''_{e1} + \mathfrak{R}''_{e2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}''_{e1} = \frac{8e_m}{\mu_0 L l_{dM}^r} \\ \mathfrak{R}''_{e2} = \frac{8(e_m + p^s)}{3\mu_0 L l_{dM}^r} \end{array} \right.$	$\mathfrak{R}_{dm} = \frac{e_M}{\mu_0 L l_{dm}^r}$

4. Applications numériques

Les calculs ont été effectués pour $\varepsilon_a^r = 1A$.

θ (°)	$\theta_1 = 1.7041$	$\theta_2 = 1.8972$	$\theta_3 = 2.1385$	$\theta_4 = 2.8180$	$\theta_5 = 3.3006$	$\theta_6 = 3.5420$
$\left \frac{\Delta\varphi_e}{\varphi'_e} \right $ (‰)	4.7886	5.3019	7.8013	7.9449	1.3287	0.52973
$\left \frac{\varphi_v^{r'}}{\varphi'_e} \right $ (‰)	47.0902	42.3223	36.7982	32.3390	20.757	18.2974

θ (°)	$\theta_7 = 3.7833$	$\theta_8 = 4.1207$	$\theta_9 = 4.6819$	$\theta_{10} = 5.1645$	$\theta_{11} = 5.4541$
$\left \frac{\Delta\varphi_e}{\varphi'_e} \right $ (‰)	0.53255	1.3465	8.6306	8.4615	5.5987

$\left \frac{\varphi'_v}{\varphi'_e} \right (\%)$	18.5111	21.3306	37.0149	41.7598	45.9145
---	---------	---------	---------	---------	---------

La Figure B.4 présente l'évolution des flux $\Delta\varphi_e$, φ'_e , φ''_e et φ'_v , sur un pas dentaire statorique.

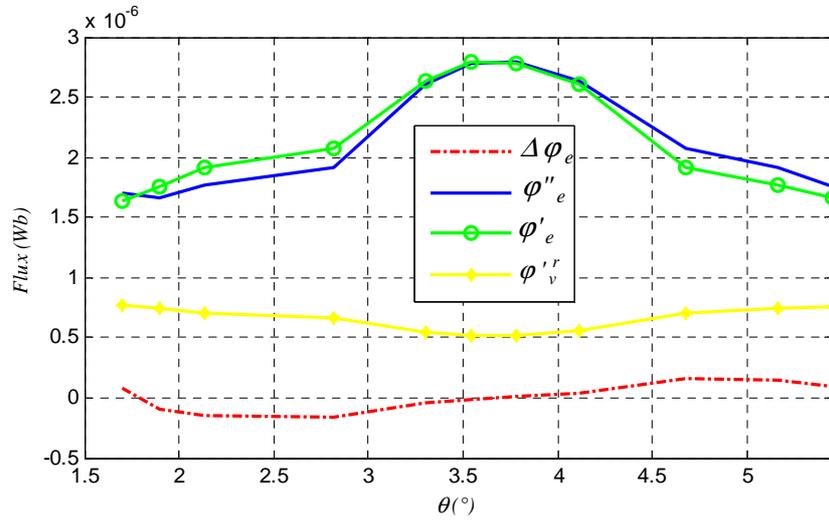


Figure B.4 : Évolution des flux sur un pas dentaire statorique

Notre attention porte sur le flux passant par l'entrefer. Les autres flux seront considérés comme des fuites, ils ne seront donc pas pris en compte. En considérant par exemple le flux φ'_e comme référence, la proportion du flux passant par la petite dent rotorique $\left(\frac{\Delta\varphi_e}{\varphi'_e} \right)$, quelque soit la position du rotor, est négligeable. En effet, pour toute position, $\Delta\varphi_e < 9\% \varphi'_e$. Ceci revient donc à considérer que le flux généré dans l'entrefer de la machine par le rotor, ne passe que par les grandes dents rotoriques. On peut donc se ramener au schéma simplifié de la Figure 2.5.

Annexe C : Perméance d'entrefer par unité de surface

Cette annexe présente les détails de certains calculs aboutissant aux expressions de perméance d'entrefer par unité de surface, développés dans la partie 2 du mémoire.

1. Calculs aboutissant à l'expression (2-15)

$$\begin{aligned}
 x^n &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} f_s^r(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ &\frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{aligned} \right\} \\
 \sum_{n=0}^{+\infty} x^n &= \left\{ \begin{aligned} &1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} f_s^r(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ &\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{aligned} \right\} \\
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{p^r}{p^r + e_m} \right)^n. \text{ Or } \frac{p^r}{p^r + e_m} < 1; \text{ donc :} \\
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} &= \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{p^r}{p^r + e_m} \right)^n - 1 = \frac{1}{1 - \frac{p^r}{p^r + e_m}} - 1 = \frac{1}{\frac{e_m}{p^r + e_m}} - 1 = \frac{p^r + e_m}{e_m} - 1 \\
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m)^n} &= \frac{p^r}{e_m} \tag{C-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{p^r}{p^r + e_m + p^s} \right)^n. \text{ Or } \frac{p^r}{p^r + e_m + p^s} < 1, \text{ donc :} \\
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} &= \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{p^r}{p^r + e_m + p^s} \right)^n - 1 = \frac{1}{1 - \frac{p^r}{p^r + e_m + p^s}} - 1 = \frac{1}{\frac{e_m + p^s}{p^r + e_m + p^s}} - 1 = \frac{p^r + e_m + p^s}{e_m + p^s} - 1 \\
 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^{r^n}}{(p^r + e_m + p^s)^n} &= \frac{p^r}{e_m + p^s} \tag{C-2}
 \end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m} \right)^n. \text{ Or } \frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m} < 1, \text{ donc :}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m} \right)^n - 1 = \frac{1}{1 - \frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m}} - 1 = \frac{p^r + e_m - 1}{e_M}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m)^n} = \frac{p^r - e_M + e_m}{e_M} \quad (C-3)$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m + p^s} \right)^n \cdot \text{Or } \frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m + p^s} < 1, \text{ donc :}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m + p^s} \right)^n - 1 = \frac{1}{1 - \frac{p^r - e_M + e_m}{p^r + e_m + p^s}} - 1 = \frac{1}{\frac{p^s + e_M}{p^r + e_m + p^s}} - 1 = \frac{p^r + e_m + p^s}{p^s + e_M} - 1$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^r - e_M + e_m)^n}{(p^r + e_m + p^s)^n} = \frac{p^r - e_M + e_m}{p^s + e_M} \quad (C-4)$$

$$\text{Il vient : } \sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{p^r}{e_m} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \frac{p^r}{e_m + p^s} f_r''(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ \frac{p^r - e_M + e_m}{e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \frac{p^r - e_M + e_m}{p^s + e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{array} \right\}$$

$$e_s^{r-1}(\alpha^s) = \frac{1}{(p^r + e_m)} f_s^r(\alpha^s) + \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} [1 - f_s^r(\alpha^s)]$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = e_s^{r-1}(\alpha^s) \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right)$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \frac{1}{(p^r + e_m)} f_s^r(\alpha^s) + \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} [1 - f_s^r(\alpha^s)] \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{p^r}{e_m} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \\ \frac{p^r}{e_m + p^s} f_r''(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] + \\ \frac{p^r - e_M + e_m}{e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \\ \frac{p^r - e_M + e_m}{p^s + e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) [1 - f_s^r(\alpha^s)] \end{array} \right\}$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{(p^r + e_m)} f_s^r(\alpha^s) + \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} f_s^r(\alpha^s) + \frac{p^r}{(p^r + e_m) e_m} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r'(\alpha^s, \theta) + \\ & \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) e_m} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s) e_m} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r'(\alpha^s, \theta) + \\ & \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) - \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r'(\alpha^s, \theta) + \\ & \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_r''(\alpha^s, \theta) - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) - \\ & \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \\ & \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m) e_M} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) - \\ & \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s) e_M} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^{r^2}(\alpha^s) + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) - \\ & \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_r''(\alpha^s, \theta) - \\ & \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_r''(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_s^r(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) + \\ & \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r''(\alpha^s, \theta) \end{aligned} \right\}$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \left[\frac{1}{(p^r + e_m)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)e_m} + \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ & \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] f_s^{r^2}(\alpha^s) f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)e_M} + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \right. \\ & \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) \right\}
\end{aligned} \right.$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \left[\frac{1}{(p^r + e_m)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) + \right. \\ \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] f_s^{r2}(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)e_m} + \frac{p^r}{(p^r + e_m)(e_m + p^s)} - \right. \right. \\ \left. \left. 2 \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] f_s^r(\alpha^s) f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] f_s^{r2}(\alpha^s) f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) + \right. \\ \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)e_M} + \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)(p^s + e_M)} - \right. \right. \\ \left. \left. 2 \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) f_s^r(\alpha^s) + \right. \\ \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) \right\} \quad (C-5) \end{array} \right.$$

2. Calculs aboutissant à l'expression (2-19)

Remplaçons dans l'équation (2-17), $f_s^r(\alpha^s)$, $f_r^{r'}(\alpha^s, \theta)$, $f_r^{r''}(\alpha^s, \theta)$ par leurs expressions :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_s^r(\alpha^s) = r_d^s + \frac{2}{\pi_{(s)}} \sum_{k_s=1}^{+\infty} \frac{1}{k_s} \sin k_s r_d^s \pi_{(s)} \cos k_s N^s \alpha^s \\ f_r^{r'}(\alpha^s, \theta) = r_{d_M}^r + \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} \frac{1}{k_r} \sin k_r r_{d_M}^r \pi_{(r)} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \\ f_r^{r''}(\alpha^s, \theta) = (1 - r_{d_M}^r - 2r_a^r) - \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} \frac{1}{k_r} \sin k_r (r_{d_M}^r \pi_{(r)} + 2r_a^r \pi_{(r)}) \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \end{array} \right.$$

Posons :

$$\begin{cases} e_{k_s} = \frac{1}{k_s} \sin k_s r_d^s \pi_{(s)} \\ e'_{k_r} = \frac{1}{k_r} \sin k_r r_{dM}^r \pi_{(r)} \\ e''_{k_r} = \frac{1}{k_r} \sin k_r (r_{dM}^r \pi_{(r)} + 2r_a^r \pi_{(r)}) \end{cases} \quad (\text{C-6})$$

De plus $\bar{r}_{dM}^r = I - r_{dM}^r$

$$\begin{cases} f_s^r(\alpha^s) = r_d^s + \frac{2}{\pi_{(s)}} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \\ f_r^r(\alpha^s, \theta) = r_{dM}^r + \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \\ f_r^{r,r}(\alpha^s, \theta) = (\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r) - \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \end{cases}$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \left[\frac{1}{(p^r + e_m)} - \frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} \right] \left\{ r_d^s + \frac{2}{\pi_{(s)}} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \right\} + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m) e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] \left\{ \left[r_d^s + \frac{2}{\pi_{(s)}} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \left[r_{dM}^r + \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right] \right\} + \right. \\ & \left. \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \left\{ r_{dM}^r + \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m) e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] \left\{ \left[r_d^s + \frac{2}{\pi_{(s)}} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \left[(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r) - \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right] \right\} + \right. \\ & \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \left\{ (\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r) - \frac{2}{\pi_{(r)}} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} \right\} + \end{aligned} \right.$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left[\begin{aligned} & \left[\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{r_d^s}{(p^r + e_m)} - \frac{r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{p^r r_{d_M}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \right. \\ & \left. \frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} + \left[\frac{2}{(p^r + e_m)\pi(s)} - \frac{2}{(p^r + e_m + p^s)\pi(s)} \right] \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s + \right. \\ & \left. \left[\frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] \left\{ r_d^s r_{d_M}^r + \frac{2r_d^s}{\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) + \frac{2r_{d_M}^r}{\pi(s)} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} + \right. \\ & \left. \left[\frac{2p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) + \right. \right. \\ & \left. \left. \left[\frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] \left\{ r_d^s (\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r) - \frac{2r_d^s}{\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{2(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{\pi(s)} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{4}{\pi(s)\pi(r)} \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} + \right. \\ & \left. \left. \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \left\{ -\frac{2}{\pi(r)} \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} \right. \right. \end{aligned} \right]$$

$$e_{eq}^{r-1}(\alpha^s, \theta) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{r_d^s}{(p^r + e_m)} - \frac{r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{p^r r_{dM}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \right. \\ & \frac{(p^r - e_M + e_m) \left(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r \right)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} + \frac{p^r r_d^s r_{dM}^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r r_d^s r_{dM}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \\ & \left. \frac{(p^r - e_M + e_m) r_d^s \left(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r \right)}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{(p^r - e_M + e_m) r_d^s \left(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r \right)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} + \right. \\ & \left[\frac{2}{(p^r + e_m)\pi_{(s)}} - \frac{2}{(p^r + e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(s)}} - \right. \\ & \frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \frac{2(p^r - e_M + e_m) \left(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r \right)}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(s)}} - \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s + \\ & \left. \frac{2(p^r - e_M + e_m) \left(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r \right)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(s)}} \right] \\ & \left[\frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \right. \\ & \left. \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right] \left\{ \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} + \\ & \left[\frac{2p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}} + \frac{2p^r r_d^s}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(r)}} - \right. \\ & \left. \frac{2p^r r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}} \right] \sum_{k_r=1}^{+\infty} e'_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) + \\ & \left[-\frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)e_M} + \right. \\ & \left. \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right] \left\{ \sum_{k_s=1}^{+\infty} e_{k_s} \cos k_s N^s \alpha^s \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \right\} + \\ & \left[-\frac{2(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}} - \frac{2(p^r - e_M + e_m) r_d^s}{(p^r + e_m)e_M \pi_{(r)}} + \right. \\ & \left. \frac{2(p^r - e_M + e_m) r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}} \right] \sum_{k_r=1}^{+\infty} e''_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha^s - \theta) \end{aligned} \right\}$$

Posons :

$$\left. \begin{aligned}
 E_0^r &= \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{r_d^s}{(p^r + e_m)} - \frac{r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)} + \frac{p^r r_{dM}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \\
 &\frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} + \frac{p^r r_d^s r_{dM}^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{p^r r_d^s r_{dM}^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} + \\
 &\frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)r_d^s}{(p^r + e_m)e_M} - \frac{(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)}
 \end{aligned} \right\} \\
 E_s^r &= \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{2}{(p^r + e_m)\pi_{(s)}} - \frac{2}{(p^r + e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m)e_m\pi_{(s)}} - \\
 &\frac{2r_{dM}^r p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(s)}} + \frac{2(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^r + e_m)e_M\pi_{(s)}} \\
 &\frac{2(p^r - e_M + e_m)(\bar{r}_{dM}^r - 2r_a^r)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(s)}}
 \end{aligned} \right\} \\
 E_r^r &= \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{2p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}} + \frac{2p^r r_d^s}{(p^r + e_m)e_m\pi_{(r)}} - \\
 &\frac{2p^r r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)\pi_{(r)}}
 \end{aligned} \right\} \\
 E_r^{r'} &= \left\{ \begin{aligned}
 &-\frac{2(p^r - e_M + e_m)}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}} - \frac{2(p^r - e_M + e_m)r_d^s}{(p^r + e_m)e_M\pi_{(r)}} + \\
 &\frac{2(p^r - e_M + e_m)r_d^s}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)\pi_{(r)}}
 \end{aligned} \right\} \\
 E_{sr}^r &= \left\{ \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m)e_m} - \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r}{(p^r + e_m + p^s)(e_m + p^s)} \right\} \\
 E_{sr}^{r'} &= \left\{ -\frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m)e_M} + \frac{4}{\pi_{(s)}\pi_{(r)}} \frac{p^r - e_M + e_m}{(p^r + e_m + p^s)(p^s + e_M)} \right\}
 \end{aligned} \right. \tag{C-7}$$

Annexe D : Annexe associé à l'étude de la fmm

1. Loi d'évolution de la fmm générée par une bobine

Soit une bobine de n^s tours portée par une dent statorique. On admet que les encoches sont complètement remplies, ce qui signifie que chaque coté de bobine occupe un intervalle égal à $l_e^s/2$. Cette bobine, supposée parcourue par un courant i^s positif, comporte n_{couc} couches, chacune d'elles étant constituée de n_{cond} conducteurs associés verticalement comme indiqué à la Figure D.1a. Sur cette figure, la bobine est caractérisée à l'aide de 4 couches. On a donc $n^s = n_{couc}n_{cond}$.

Considérons la bobine de n_{cond} tours qui est collée sur la dent et qui correspond à la première couche. Elle crée une fmm égale à $n_{cond}i^s$. L'onde de cette fmm se répartit aux bornes de l'entrefer et elle vaut :

- $k_{c1}n_{cond}i^s$ à l'intérieur de la bobine,
- $-(1-k_{c1})n_{cond}i^s$ à l'extérieur.

k_{c1} est une constante inférieure à l'unité qui est définie conformément au réseau de perméances présenté à la Figure 2.15 et des relations (2-38) et (2-39) dont il convient d'adapter les bornes d'intégration. La loi de répartition de cette fmm est représentée à la Figure D.1b.

Concernant la seconde couche, la bobine de n_{cond} à une ouverture plus grande que celle de la bobine de la première couche. Cette ouverture est augmentée de $2d_{cond}$ où d_{cond} représente le diamètre d'un conducteur. Pour avoir la loi de répartition de la fmm aux bornes de l'entrefer générée par cette bobine, on utilise de nouveau les relations (2-38) et (2-39) en adaptant de nouveau les bornes d'intégration. Théoriquement, comme l'ouverture de cette bobine est plus grande que celle relative à la première couche il vient :

- $k_{c2}n_{cond}i^s$ à l'intérieur de la bobine,
- $-(1-k_{c2})n_{cond}i^s$ à l'extérieur,

Avec k_{c2} plus petit que k_{c1} . La loi de répartition correspondante est présentée à la Figure D.1c. On procède de même pour les bobines appartenant aux autres couches (Figure D.1d et Figure D.1e).

Finalement on additionne les fmm élémentaires générées par chacune des bobines de chaque couche pour obtenir l'onde de fmm produite par la bobine de n^s tours. Cela conduit à l'onde de fmm présentée à la Figure D.1f. Son amplitude vaut :

- $k n_{cond}i^s$ à l'intérieur de la bobine,
- $-(1-k)n_{cond}i^s$ à l'extérieur.

k dépend des valeurs de k_{c1}, k_{c2}, \dots

On s'aperçoit que sur les cotés de la dent, l'onde résultante de fmm évolue par paliers dont les amplitudes dépendent de k_{c1}, k_{c2}, \dots . Précisons que les quantités k_{c1}, k_{c2}, \dots sont tributaires de la position de la bobine considérée mais également de la position θ du rotor par rapport au stator. Afin de simplifier les développements, il convient de modéliser de manière plus simple cette loi d'évolution de la fmm résultante sur les deux cotés de la bobine. La Figure D.2 présente 3 modélisations possibles. La Figure D.2a reprend la forme d'onde initiale (Figure D.1f). L'expression mathématique de cette

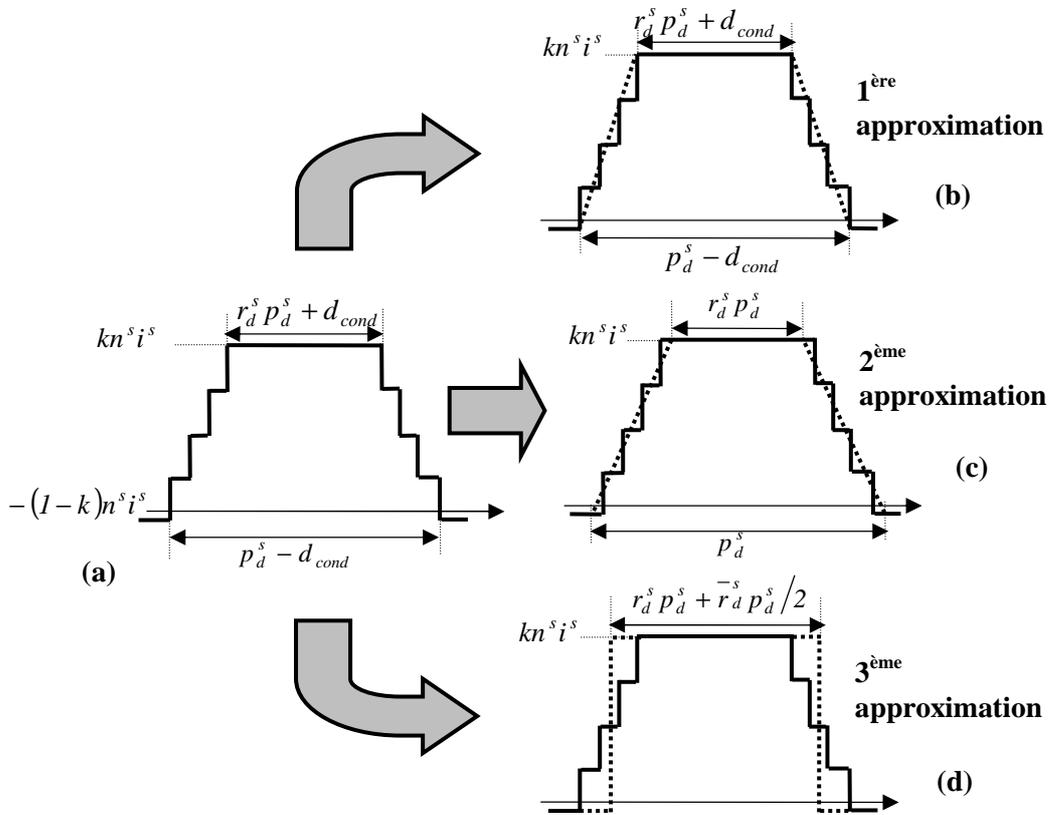


Figure D.2 : Modélisation de la fmm sur les cotés de la bobine

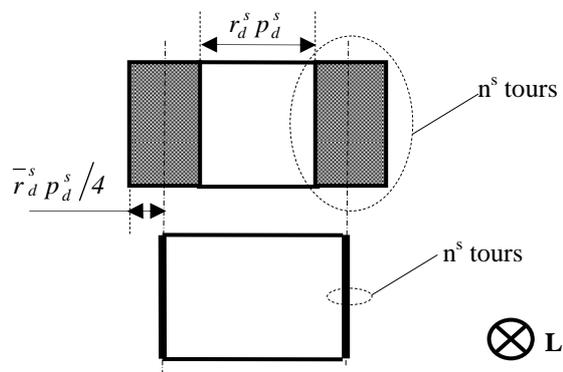


Figure D.3 : Représentation filaire d'une bobine

Annexe E : Épaisseur d'entrefer équivalent- expression simplifiée pour l'étude du schéma monophasé équivalent

Cette expression de perméance simplifiée est basée sur l'expression analytique de l'épaisseur de l'entrefer fictif, par opposition à celle développée au Chapitre 1 de la partie 2 qui a pour but l'étude du contenu harmonique d'induction et qui repose sur l'expression analytique de l'inverse de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent. L'approche utilisée formule les hypothèses suivantes :

- la perméabilité du fer est supposée être infinie,
- les lignes de champs sont radiales dans l'air.

Le principe est de définir l'épaisseur équivalente d'air que doivent traverser les lignes de champ pour passer du fer statorique au fer rotorique. Cette épaisseur d'air sera ramenée au niveau de l'espace qui sépare le stator du rotor, qualifiée d'entrefer. Les développements présentés supposent que l'excitation est générée par le stator. Cela signifie que les aimants sont retirés de leurs logements et donc que les orifices qui les reçoivent sont supposés être de l'air. La Figure E.1 présente schématiquement le trajet des lignes de champ générées par le stator. l_d^s et l_e^s représentent les largeurs respectivement d'une dent et d'une encoche statoriques. Les sens de circulation des courants dans les conducteurs sont indiqués en gras dans les encoches. En outre, pour cette représentation, nous avons supposé le rotor lisse. On note que certaines lignes de champ (lignes en trait interrompu) traversent radialement l'entrefer pour atteindre le fer rotorique alors que d'autres empruntent un trajet plus complexe qui se reboucle par les cotés des dents. Pour prendre en compte ce phénomène, il convient, si l'on suppose radiales les lignes de champ dans l'entrefer, de considérer des profondeurs fictives. Ces profondeurs fictives valent $p^s = l_e^s / C^s$ et $p^r = l_a^r / C^r$, où les coefficients C^s et C^r sont ceux obtenus avec le calage du modèle, soit $C^s = 5$ et $C^r = 1.55$

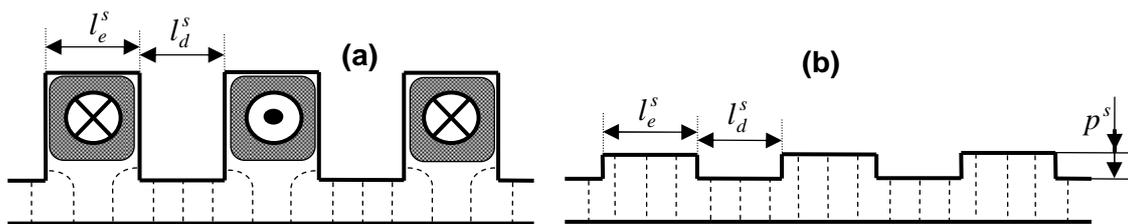


Figure E.1 : Schématisation d'un entrefer

Nous avons représenté à la Figure 2.9 la partie relative au rotor en considérant un stator lisse. La principale difficulté porte sur la façon de caractériser la pièce métallique intermédiaire rotorique qui constitue une transition entre des zones très importantes du fer statorique et du fer rotorique. Cette caractérisation a été faite au paragraphe 3.2 et 3.3 du Chapitre 1 de la partie 2.

1. Définition de la loi d'évolution de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent

L'axe D_j^s de la dent statorique est adopté comme référence spatiale statorique. La référence rotorique D_j^r sera confondue avec l'axe d'une dent large du rotor qui porte un pôle Nord. Nous

noterons α^s l'abscisse angulaire d'un point quelconque de l'entrefer par rapport à D_j^s . Ce point de l'entrefer sera repéré par α^r par rapport à D_j^r . θ représente la position de D_j^r par rapport à D_j^s . La Figure E.2 présente l'épaisseur équivalente de l'entrefer due aux effets du rotor.

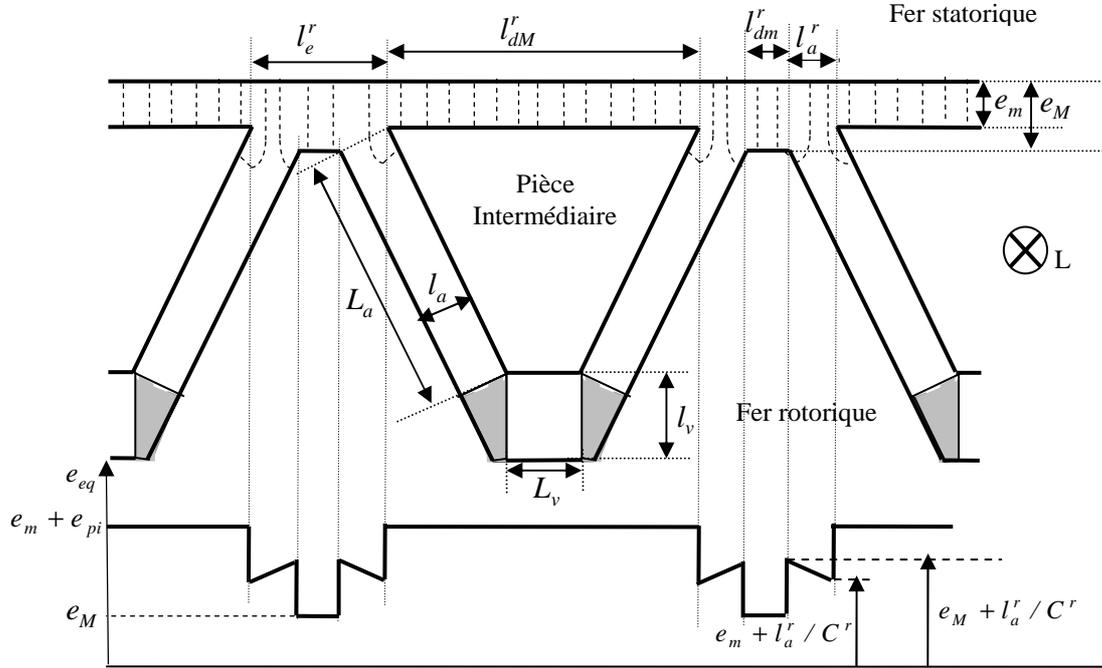


Figure E.2 : Épaisseur équivalente de l'entrefer due aux effets du rotor

Afin de préciser la loi d'évolution de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent, nous allons chiffrer numériquement certaines quantités. Avec les données de la machine du Tableau A.1 de l'annexe A, les résultats du calage de modèle effectué au Chapitre 1 de la partie 3 et l'exploitation des expressions (2-29) et (2-31), on en a déduit que : $p^s = 11.21\text{mm}$, $e_a = 15.02\text{mm}$, $e_{pi} = 8.23\text{mm}$. La Figure E.3, qui ne respecte pas les échelles, détermine cette épaisseur fictive en prenant comme référence le diamètre maximal du rotor. L'épaisseur e_{eq} de l'entrefer fictif équivalent résulte de la somme de deux quantités :

$$e_{eq} = e_s + e_r \quad (\text{E-1})$$

e_s correspond à la contribution du stator (en prenant en compte l'épaisseur minimale e_m d'entrefer) et e_r est celle générée par le rotor. Pour information, les différents niveaux présentent les valeurs suivantes :

$$p^s + e_m + e_a = 31.23\text{mm}$$

$$p^s + e_m + e_{pi} = 24.44\text{mm}$$

$$p^s + e_M = 21.21\text{mm}$$

$$e_m + e_a = 20.02\text{mm}$$

$$e_m + e_{pi} = 13.23\text{mm}$$

$$e_M = 10\text{mm}$$

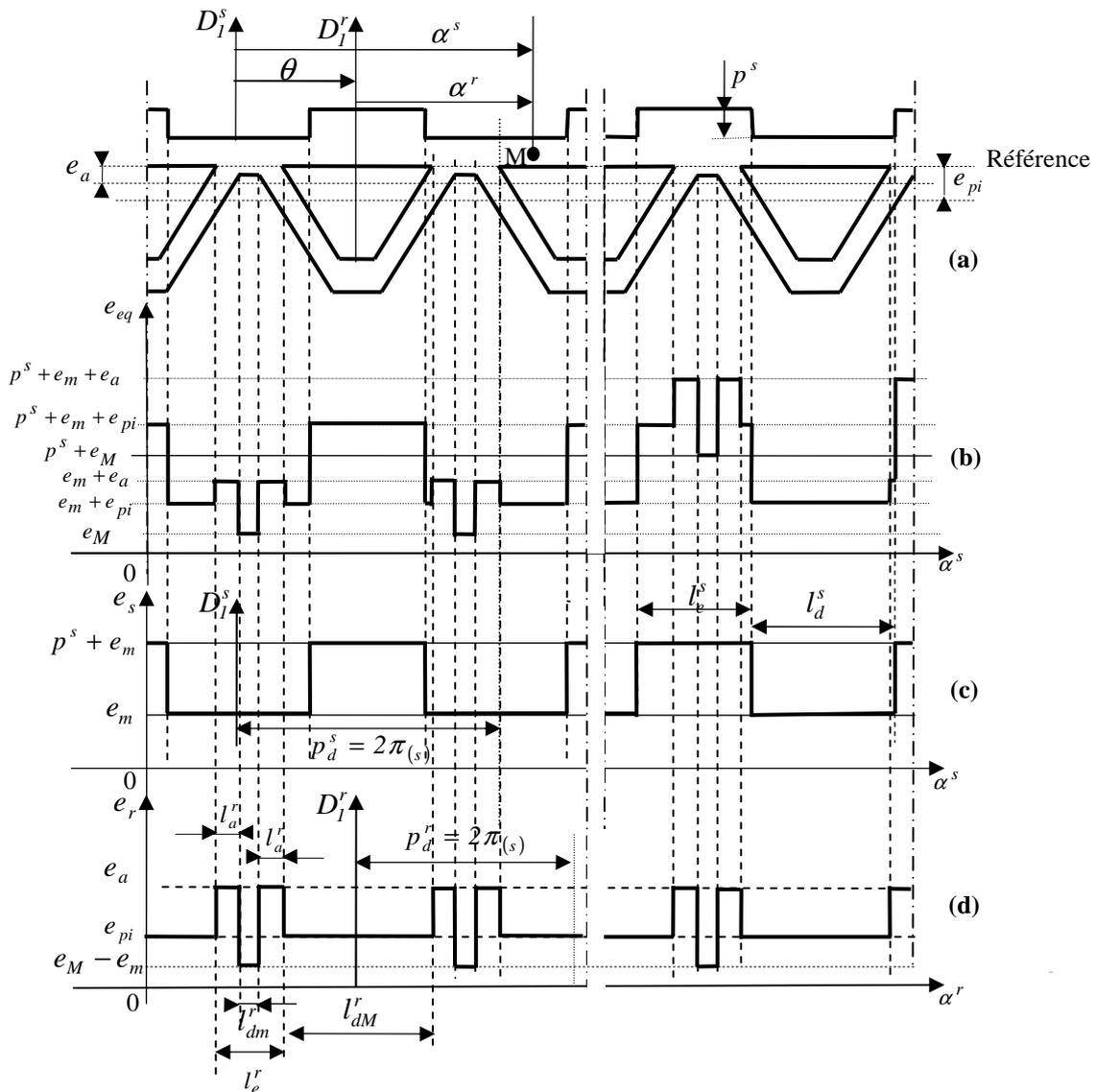


Figure E.3 : Évolution de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent

2. Développements théoriques

2.1. Quantité tributaire du stator

La Figure E.4 reprend le motif statorique qui présente une périodicité de $2\pi_{(s)}$ donné à la Figure E.3c.

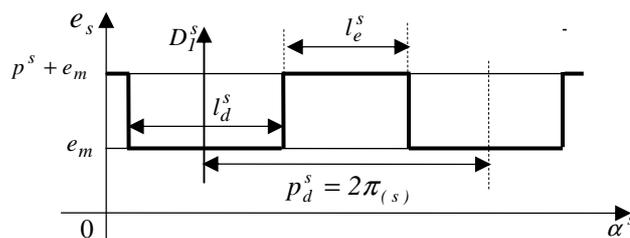


Figure E.4 : Motif statorique

En adoptant comme référence l'axe D_I^s , le développement en série de Fourier de e_s s'écrit :

$$e_s = E_{s0} + \sum_{k_s=1}^{+\infty} A_{k_s} \cos k_s \alpha^s \quad (\text{E-2})$$

Avec :

$$\begin{cases} E_{s0} = e_m + p^s r_d^s \\ A_{k_s} = -\frac{2}{k_s \pi(s)} p^s \sin(k_s r_d^s \pi(s)) \end{cases} \quad (\text{E-3})$$

2.2. Quantité tributaire du rotor

La périodicité de e_r correspond au pas dentaire rotorique p_d^r (cf. Figure E.5a) auquel on associe la quantité $2\pi(r)$. En fait, pour caractériser e_r , nous allons considérer que cette quantité résulte de la somme de deux termes comme présenté à la Figure E.5b. Dans ces conditions, il vient

$$e_r = e'_r + e''_r \quad (\text{E-4})$$

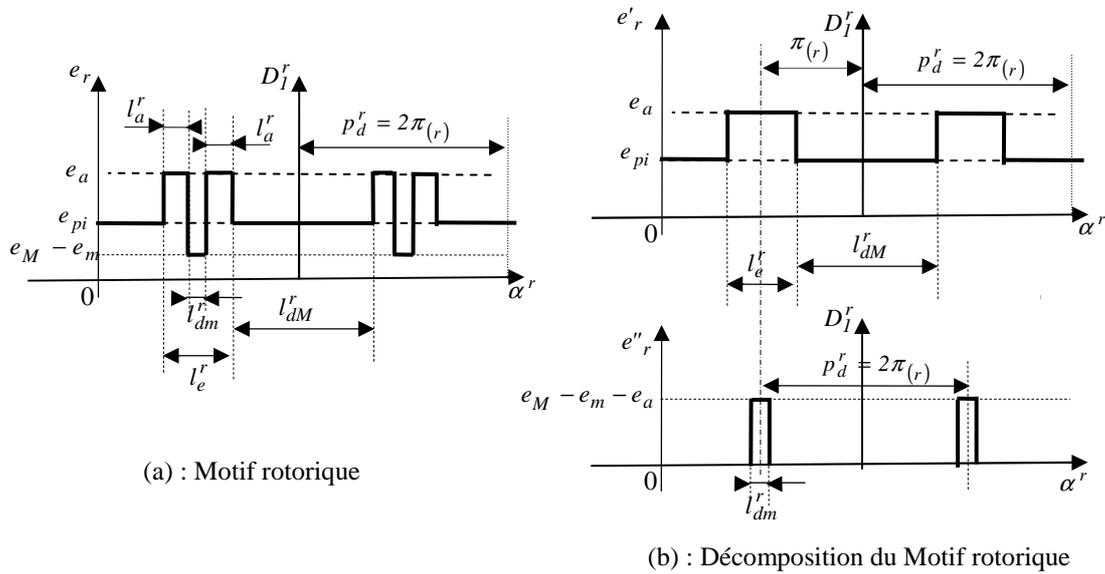


Figure E.5

Concernant e'_r on obtient :

$$e'_r = E'_{r0} + \sum_{k_r=1}^{\infty} A'_{k_r} \cos k_r \alpha^r \quad (\text{E-5})$$

Avec :

$$\begin{cases} E'_{r0} = e_a + (e_{pi} - e_a) r_{dM}^r \\ A'_{k_r} = \frac{2}{k_r \pi(r)} (e_{pi} - e_a) \sin k_r r_{dM}^r \pi(r) \end{cases} \quad (\text{E-6})$$

Pour ce qui est de e''_r , on obtient :

$$e''_r = E''_{r0} + \sum_{k_r=1}^{\infty} A''_{k_r} \cos k_r \alpha^r \quad (\text{E-7})$$

$$\begin{cases} E''_{r0} = (e_M - e_m - e_a) r_{dm}^r \\ A''_{k_r} = \frac{2}{k_r \pi_{(r)}} (-1)^{k_r} (e_M - e_m - e_a) \sin(k^r r_{dm}^r \pi_{(r)}) \end{cases} \quad (\text{E-8})$$

Il en résulte que e_{eq} , sur $2\pi_{el}$, s'exprime par :

$$e_{eq} = E_0 + \sum_{k_s} A_{k_s} \cos k_s N_\eta^s \alpha^s + \sum_{k_r} A'_{k_r} \cos k_r N_\eta^r \alpha^r + \sum_{k_r} A''_{k_r} \cos k_r \alpha^r \quad (\text{E-9})$$

la valeur moyenne étant définie par :

$$E_0 = E_{s0} + E'_{r0} + E''_{r0} \quad (\text{E-10})$$

Comme : $\alpha^s = \alpha^r + \theta$, l'expression de e_{eq} dans le référentiel lié à D_l^s s'écrit:

$$e_{eq} = E_0 + \sum_{k_s} A_{k_s} \cos k_s N_\eta^s \alpha^s + \sum_{k_r} A'_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) + \sum_{k_r} A''_{k_r} \cos k_r N_\eta^r (\alpha^s - \theta) \quad (\text{E-11})$$

Annexe F : Inductances cycliques fondamentales- raisonnement sur 2π géométrique

On présente ici les détails des calculs effectués au paragraphe 5 du chapitre 2 de la partie 3. En raisonnant sur toute la machine et en considérant un harmonique h^s , l'expression (2-59) s'écrit :

$$\mathcal{E}_{1,h^s}^{s\eta} = n^s i_l^s K_{h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \quad (\text{F-1})$$

On suppose que l'entrefer est lisse. Ceci revient à calculer l'inductance cyclique moyenne, en considérant les deux inductances L_d et L_q calculées dans la partie 3. En effet, en supposant l'entrefer

lisse, on a $L_d = L_q$. il vient donc dans ce cas, à considérer $\frac{L_d + L_q}{2} = 5.074 \text{ mH}$.

Dans ce paragraphe, en considérant un entrefer lisse, l'induction due à l'harmonique h^s de la fmm générée par la phase 1 s'exprime comme suit :

$$b_{1,h^s}^{s\eta} = \Lambda_{10} \mathcal{E}_{1,h^s}^{s\eta} \quad (\text{F-2})$$

Il vient :

$$\begin{cases} b_{1,h^s}^{s\eta} = \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \\ \hat{b}_{1,h^s}^{s\eta} = \Lambda_{10} n^s i_l^s K_{h^s}^{s\eta} \end{cases} \quad (\text{F-3})$$

Le flux induit par la phase 1 à travers une autre phase q' s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = n^s \iint_S b_{1,h^s}^{s_\eta} dS \\ dS = RLd\alpha^s \end{cases} \quad (F-4)$$

$$\begin{aligned} \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= n^s RL \int_{\alpha^s} b_{1,h^s}^{s_\eta} d\alpha^s = n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta} \int_{\alpha^s} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s \\ \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta} \left\{ \begin{aligned} &\int_{(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s - \int_{(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s + \\ &\int_{(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s - \int_{(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(15-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \sin\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) d\alpha^s \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$\beta_{qq'}$ est le déphasage qu'il y a entre D_j^s et l'axe de la phase q' .

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{aligned} &-\left[\cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \right]_{(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} + \left[\cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \right]_{(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} - \\ &\left[\cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \right]_{(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} + \left[\cos\left(h^s \alpha^s - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right) \right]_{(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}}^{(15-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + \beta_{qq'}} \end{aligned} \right\}$$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{aligned} &-\cos\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] + \cos\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] + \\ &\cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] - \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] - \\ &\cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] + \cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] + \\ &\cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] - \cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}\right] \end{aligned} \right\}$$

Posons : $v = h^s \beta_{qq'} - h^s \frac{\pi}{8\eta}$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^s RL \hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{aligned} &-\cos\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] + \cos\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] + \\ &\cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] - \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] - \\ &\cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] + \cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] + \\ &\cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] - \cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta} + v\right] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= \frac{n^s R\hat{L}b_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{array}{l} -\cos\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)+\sin\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)+ \\ \cos\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)-\sin\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)+ \\ \cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)-\sin\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)- \\ \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)+\sin\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)- \\ \cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)+\sin\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)+ \\ \cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)-\sin\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)+ \\ \cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)-\sin\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v)- \\ \cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\cos(v)+\sin\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]\sin(v) \end{array} \right\} \\
 \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= \frac{n^s R\hat{L}b_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} -\cos\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\cos\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]- \\ \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+ \\ \cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \cos(v)+ \\ \left. \begin{array}{l} \sin\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[-h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+ \\ \sin\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\sin\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]- \\ \sin\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\sin\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \sin(v) \\
 \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= \frac{n^s R\hat{L}b_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+ \\ \cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \cos(v)+ \\ \left. \begin{array}{l} 2\sin\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+\sin\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+ \\ \sin\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]-\sin\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right]+ \\ \sin\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{array} \right\} \sin(v)
 \end{aligned}$$

Il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} &= \frac{n^s RL\hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \{A_{cos} \cos(v) + A_{sin} \sin(v)\} \\ A_{cos} &= \left\{ \begin{aligned} &\cos\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ &\cos\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \cos\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \cos\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{aligned} \right\} \\ A_{sin} &= \left\{ \begin{aligned} &2\sin\left[h^s(1+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(5+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \sin\left[h^s(3-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ &\sin\left[h^s(9+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(7-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] - \sin\left[h^s(13+r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] + \\ &\sin\left[h^s(11-r_d^s)\frac{\pi}{48\eta}\right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \quad (F-5)$$

Posons : $\hat{A} = \sqrt{A_{cos}^2 + A_{sin}^2}$ et $\tau = \arctan \frac{A_{sin}}{A_{cos}}$ ou $\tau = \arctan \frac{A_{sin}}{A_{cos}} + \pi$

Il vient :

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^s RL\hat{b}_{1,h^s}^{s_\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau) \quad (F-6)$$

$$\phi_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^s RLA_{10} n^s i_1^s K_{h^s}^{s_\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau)$$

$$M_{1,h^s,1q'}^{s_\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{h^s}^{s_\eta}}{h^s} \hat{A} \cos(v - \tau) \quad (F-7)$$

En raisonnant sur toute la machine, l'harmonique fondamental est $h^s = 52$ et $\eta = 4$. Il vient :

$$L_{1,52,1}^{s_\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{52}^{s_\eta}}{52} \hat{A} \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right)$$

$$M_{1,52,12}^{s_\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{52}^{s_\eta}}{52} \hat{A} \cos\left(\frac{26\pi}{3} - \frac{13\pi}{8} - \tau\right)$$

$L_{d,52} = L_{1,52,1}^{s_\eta} - M_{1,52,12}^{s_\eta}$, car ayant supposé l'entrefer lisse.

$$L_{d,52} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{52}^{s_\eta}}{52} \hat{A} \left\{ \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right) - \cos\left(\frac{26\pi}{3} - \frac{13\pi}{8} - \tau\right) \right\} \quad (F-8)$$

En raisonnant sur le quart de machine, comme on l'a fait au paragraphe précédent, l'harmonique fondamental est $h^s = 13$ et $\eta = 1$. Il vient :

$$L_{1,13,1}^{s_\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s_\eta}}{13} \hat{A} \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right) \quad \text{et} \quad M_{1,13,12}^{s_\eta} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s_\eta}}{13} \hat{A} \cos\left(\frac{26\pi}{3} - 13\frac{\pi}{8} - \tau\right)$$

$$L_{d,13} = L_{1,13,1}^{s_\eta} - M_{1,13,12}^{s_\eta}$$

$$L_{d,13} = \frac{n^{s^2} RLA_{10} K_{13}^{s_\eta}}{13} \hat{A} \left\{ \cos\left(-13\frac{\pi}{8} - \tau\right) - \cos\left(\frac{26\pi}{3} - 13\frac{\pi}{8} - \tau\right) \right\} \quad (F-9)$$

$$\frac{L_{d,13}}{L_{d,52}} = \frac{4K_{13}^{s_\eta}}{K_{52}^{s_\eta}} \quad \text{or} \quad \frac{K_{(13)}^s}{K_{(52)}^s} = 4 \quad \text{donc} :$$

$$\frac{L_{d,13}}{L_{d,52}} = 16 \quad (\text{F-10})$$

Annexe G : Étude du schéma monophasé équivalent associé à la machine NPH

En considérant la Figure 3.7, les développements effectués dans la suite, permettent de déterminer les différentes grandeurs électriques du schéma monophasé équivalent.

$$\begin{aligned} \bar{I}^s &= \bar{I}'^s + \bar{I}''^s, \quad \bar{I}''^s = \bar{I}_1''^s + \bar{I}_2''^s, \quad \bar{V}'^s = jX^s \bar{I}'^s + \bar{E}_J^s \\ \bar{V}'^s &= \bar{V}^s - (r^s + jx^s) \bar{I}'^s \end{aligned} \quad (\text{G-1})$$

$$\bar{V}'^s = Z_{eq} \bar{I}''^s, \quad \bar{V}'^s = Z_{eq} (\bar{I}^s - \bar{I}'^s)$$

$$\left\{ \begin{aligned} jX^s \bar{I}'^s + \bar{E}_J^s &= Z_{eq} (\bar{I}^s - \bar{I}'^s) \quad (*) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} Z_{eq} (\bar{I}^s - \bar{I}'^s) &= \bar{V}^s - (r^s + jx^s) \bar{I}'^s \quad (**) \end{aligned} \right.$$

$$(*) \Rightarrow (jX^s + Z_{eq}) \bar{I}'^s = Z_{eq} \bar{I}^s - \bar{E}_J^s$$

$$\bar{I}'^s = \frac{Z_{eq} \bar{I}^s - \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} \quad (\text{G-2})$$

$$(**) \Rightarrow Z_{eq} \bar{I}^s - Z_{eq} \bar{I}'^s = \bar{V}^s - (r^s + jx^s) \bar{I}'^s$$

$$Z_{eq} \bar{I}^s - Z_{eq} \frac{Z_{eq} \bar{I}^s - \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} = \bar{V}^s - (r^s + jx^s) \bar{I}'^s$$

$$\left(Z_{eq} - \frac{Z_{eq}^2}{jX^s + Z_{eq}} + r^s + jx^s \right) \bar{I}'^s = \bar{V}^s - \frac{Z_{eq} \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} \quad (\text{G-3})$$

Déterminons l'expression de Z_{eq} . $Z_{eq} = X^s // (r_1^r + jx_1^r)$

$$Z_{eq} = \frac{jX^s (r_1^r + jx_1^r)}{(r_1^r + jx_1^r) + jX^s} = \frac{jX^s r_1^r - X^s x_1^r}{r_1^r + j(X^s + x_1^r)} = \frac{(-X^s x_1^r + jX^s r_1^r) [r_1^r - j(X^s + x_1^r)]}{r_1^r{}^2 + (X^s + x_1^r)^2}$$

$$Z_{eq} = \frac{-X^s x'^r r'_l + j(X^s + x'^r)X^s x'^r + jX^s r'_l{}^2 + (X^s + x'^r)X^s r'_l}{r'_l{}^2 + (X^s + x'^r)^2}$$

Posons $a = -X^s x'^r r'_l + (X^s + x'^r)X^s r'_l$, $b = (X^s + x'^r)X^s x'^r + X^s r'_l{}^2$ et $c = r'_l{}^2 + (X^s + x'^r)^2$

$$Z_{eq} = \frac{a + jb}{c}, Z_{eq}^2 = \frac{a^2 + j2ab - b^2}{c^2}, d = a^2 - b^2, e = 2ab, Z_{eq}^2 = \frac{d + je}{c^2}$$

En remplaçant dans l'expression (G-3), il vient :

$$\left(\frac{a + jb}{c} - \frac{\frac{d + je}{c^2}}{jX^s + \frac{a + jb}{c}} + r^s + jx^s \right) \bar{I}^s = \bar{V}^s - \frac{\frac{a + jb}{c} \bar{E}_J^s}{jX^s + \frac{a + jb}{c}}$$

$$A = \left(\frac{a + jb}{c} - \frac{\frac{d + je}{c^2}}{jX^s + \frac{a + jb}{c}} + r^s + jx^s \right)$$

$$\frac{\frac{d + je}{c^2}}{jX^s + \frac{a + jb}{c}} = \frac{d + je}{jX^s c^2 + ac + jcb} = \frac{d + je}{ac + j(X^s c^2 + cb)}$$

$$A = \frac{(a + jb)[a + j(X^s c + b)] - d - je + (r^s + jx^s)[ac + j(X^s c^2 + cb)]}{ac + j(X^s c^2 + cb)}$$

$$A = \frac{a^2 + ja(X^s c + b) + jab - b(X^s c + b) - d - je + acr^s + jr^s(X^s c^2 + cb) + jacx^s - x^s(X^s c^2 + cb)}{ac + j(X^s c^2 + cb)}$$

Posons $A_1 = a^2 - b(X^s c + b) - d + acr^s - x^s(X^s c^2 + cb)$, $A_2 = a(X^s c + b) + ab - e + r^s(X^s c^2 + cb) + acx^s$

$$A = \frac{A_1 + jA_2}{ac + j(X^s c^2 + cb)} = \frac{(A_1 + jA_2)[ac - j(X^s c^2 + cb)]}{(ac)^2 + (X^s c^2 + cb)^2} = \frac{A_1 ac - jA_1(X^s c^2 + cb) + jacA_2 + A_2(X^s c^2 + cb)}{(ac)^2 + (X^s c^2 + cb)^2}$$

Posons : $A_3 = A_1 ac + A_2(X^s c^2 + cb)$, $A_4 = -A_1(X^s c^2 + cb) + acA_2$, $A_5 = (ac)^2 + (X^s c^2 + cb)^2$

$A = \frac{A_3 + jA_4}{A_5}$. En exploitant toujours l'expression (G-3), on a :

$$\frac{Z_{eq} \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} = \frac{\left(\frac{a + jb}{c} \right) \bar{E}_J^s}{jX^s + \frac{a + jb}{c}} = \frac{(a + jb) \bar{E}_J^s}{jX^s c + a + jb} = \frac{(a + jb) \bar{E}_J^s}{a + j(X^s c + b)} = \frac{(a + jb)(E_{J \cos}^s + jE_{J \sin}^s)}{a + j(X^s c + b)}$$

$$\frac{Z_{eq} \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} = \frac{aE_{J \cos}^s + jaE_{J \sin}^s + jbE_{J \cos}^s - bE_{J \sin}^s}{a + j(X^s c + b)}. \text{ Posons : } D_1 = aE_{J \cos}^s - bE_{J \sin}^s \text{ et } D_2 = aE_{J \sin}^s + bE_{J \cos}^s$$

$$\frac{Z_{eq} \bar{E}_J^s}{jX^s + Z_{eq}} = \frac{D_1 + jD_2}{a + j(X^s c + b)} = \frac{(D_1 + jD_2)[a - j(X^s c + b)]}{a^2 + (X^s c + b)^2} = \frac{aD_1 - jD_1(X^s c + b) + jaD_2 + D_2(X^s c + b)}{a^2 + (X^s c + b)^2}$$

Posons : $B_1 = aD_1 + D_2(X^s c + b)$, $B_2 = -D_1(X^s c + b) + aD_2$, $B_3 = a^2 + (X^s c + b)^2$. On a donc : $B = \frac{B_1 + jB_2}{B_3}$

$$\bar{A} \bar{I}^s = \bar{V}^s - B \bar{I}^s. \text{ Il vient donc : } \bar{I}^s = \frac{\bar{V}^s - B \bar{I}^s}{A} = \frac{\bar{V}^s - \frac{B_1 + jB_2}{B_3}}{\frac{A_3 + jA_4}{A_5}} = \frac{(B_3 \bar{V}^s - (B_1 + jB_2)) A_5}{B_3 (A_3 + jA_4)}$$

$$\bar{I}^s = \frac{A_5 B_3 \bar{V}^s - A_5 B_1 - j A_5 B_2}{B_3 (A_3 + j A_4)} = \frac{A_5 B_3 V_{cos}^s - A_5 B_1 + j (A_5 B_3 V_{sin}^s - A_5 B_2)}{B_3 (A_3 + j A_4)}. \quad \text{Posons : } K_1 = A_5 B_3 V_{cos}^s - A_5 B_1,$$

$$K_2 = (A_5 B_3 V_{sin}^s - A_5 B_2). \quad \bar{I}^s = \frac{(K_1 + j K_2)(B_3 A_3 - j B_3 A_4)}{(B_3 A_3)^2 + (B_3 A_4)^2} = \frac{K_1 B_3 A_3 - j K_1 B_3 A_4 + j K_2 B_3 A_3 + K_2 B_3 A_4}{(B_3 A_3)^2 + (B_3 A_4)^2}$$

Posons : $K_3 = K_1 B_3 A_3 + K_2 B_3 A_4$, $K_4 = -K_1 B_3 A_4 + K_2 B_3 A_3$ et $K_5 = (B_3 A_3)^2 + (B_3 A_4)^2$

$$\bar{I}^s = \frac{K_3 + j K_4}{K_5} \quad (\text{G-4})$$

En reprenant l'expression (G-1), il vient :

$$\bar{V}'^s = \bar{V}^s - (r^s + j x^s) \left(\frac{K_3 + j K_4}{K_5} \right) = \frac{K_5 V_{cos}^s + j K_5 V_{sin}^s - r^s K_3 - j r^s K_4 - j x^s K_3 + x^s K_4}{K_5}$$

Posons : $C_1 = \frac{K_5 V_{cos}^s - r^s K_3 + x^s K_4}{K_5}$ et $C_2 = \frac{K_5 V_{sin}^s - r^s K_4 - x^s K_3}{K_5}$

$$\bar{V}'^s = C_1 + j C_2 \quad (\text{G-5})$$

On exploite maintenant l'expression (G-2) : $\bar{I}'^s = \frac{\left(\frac{a + jb}{c} \right) \left(\frac{K_3 + j K_4}{K_5} \right) - E_{J cos}^s - j E_{J sin}^s}{j X^s + \left(\frac{a + jb}{c} \right)}$

$$\bar{I}'^s = \frac{(a + jb)(K_3 + j K_4) - c K_5 E_{J cos}^s - j c K_5 E_{J sin}^s}{j c K_5 X^s + a K_5 + j K_5 b} = \frac{a K_3 + j a K_4 + j b K_3 - b K_4 - c K_5 E_{J cos}^s - j c K_5 E_{J sin}^s}{a K_5 + j (K_5 b + c K_5 X^s)}$$

Posons : $D_3 = a K_3 - b K_4 - c K_5 E_{J cos}^s$, $D_4 = a K_4 + b K_3 - c K_5 E_{J sin}^s$ et $D_5 = K_5 b + c K_5 X^s$

$$\bar{I}'^s = \frac{D_3 + j D_4}{a K_5 + j D_5} = \frac{(D_3 + j D_4)(a K_5 - j D_5)}{(a K_5)^2 + D_5^2} = \frac{D_3 a K_5 - j D_3 D_5 + j a K_5 D_4 + D_4 D_5}{(a K_5)^2 + D_5^2}$$

Posons : $D_6 = D_3 a K_5 + D_4 D_5$, $D_7 = -D_3 D_5 + a K_5 D_4$ et $D_8 = (a K_5)^2 + D_5^2$

$$\bar{I}'^s = \frac{D_6 + j D_7}{D_8} \quad (\text{G-6})$$

$$\bar{I}^s = \bar{I}'^s + \bar{I}''^s. \text{ Ainsi : } \bar{I}''^s = \bar{I}^s - \bar{I}'^s = \frac{K_3 + j K_4}{K_5} - \frac{D_6 + j D_7}{D_8} = \frac{K_3 D_8 + j K_4 D_8 - D_6 K_5 - j D_7 K_5}{K_5 D_8}$$

$D_9 = K_3 D_8 - D_6 K_5$, $D_{10} = K_4 D_8 - D_7 K_5$

$$\bar{I}''^s = \frac{D_9 + j D_{10}}{K_5 D_8} \quad (\text{G-7})$$

$$\bar{V}'^s = j X^s \bar{I}''^s. \text{ Il vient : } \bar{I}''^s = \frac{\bar{V}'^s}{j X^s} = \frac{C_1 + j C_2}{j X^s} = \frac{C_2 - j C_1}{X^s}$$

$$\bar{I}''^s = \frac{C_2 - j C_1}{X^s} \quad (\text{G-8})$$

$$\bar{I}''^s = \bar{I}''^s + \bar{I}''^s. \text{ On a donc : } \bar{I}''^s = \bar{I}''^s - \bar{I}''^s = \frac{D_9 + j D_{10}}{K_5 D_8} - \frac{C_2 - j C_1}{X^s} = \frac{D_9 X^s + j D_{10} X^s - K_5 D_8 C_2 + j K_5 D_8 C_1}{K_5 D_8 X^s}$$

Posons : $D_{11} = D_9 X^s - K_5 D_8 C_2$, $D_{12} = D_{10} X^s + K_5 D_8 C_1$

$$\bar{I}''^s = \frac{D_{11} + j D_{12}}{K_5 D_8 X^s} \quad (\text{G-9})$$

Annexe H : Étude théorique BTB avec prise en compte de la résistance

1. Calcul des courants générateurs

En considérant la convention générateur, il vient :

$$\begin{cases} \bar{E}_{JG}^s = \bar{V}^s + r^s \bar{I}_G^s + jX^s \bar{I}_G^s \\ \bar{E}_{JM}^s = \bar{V}^s + r^s \bar{I}_M^s + jX^s \bar{I}_M^s \end{cases} \quad (\text{H-1})$$

Les projections donnent :

$$\begin{cases} E_{JG}^s \cos \delta_G = V^s + r^s I_G^s \cos \varphi_G^s + X^s I_G^s \sin \varphi_G^s \\ E_{JG}^s \sin \delta_G = 0 - r^s I_G^s \sin \varphi_G^s + X^s I_G^s \cos \varphi_G^s \\ -E_{JM}^s \cos(\delta_M - \pi) = V^s - r^s I_M^s \cos(\pi - \varphi_M^s) - X^s I_M^s \sin(\pi - \varphi_M^s) \\ -E_{JM}^s \sin(\delta_M - \pi) = 0 + r^s I_M^s \sin(\pi - \varphi_M^s) - X^s I_M^s \cos(\pi - \varphi_M^s) \end{cases}$$

Il vient :

$$\begin{cases} E_{JG}^s \cos \delta_G = V^s + r^s I_G^s \cos \varphi_G^s + X^s I_G^s \sin \varphi_G^s \\ E_{JG}^s \sin \delta_G = 0 - r^s I_G^s \sin \varphi_G^s + X^s I_G^s \cos \varphi_G^s \end{cases} \quad (\text{H-2})$$

$$\begin{cases} E_{JM}^s \cos \delta_M = V^s + r^s I_M^s \cos \varphi_M^s - X^s I_M^s \sin \varphi_M^s \\ E_{JM}^s \sin \delta_M = 0 + r^s I_M^s \sin \varphi_M^s + X^s I_M^s \cos \varphi_M^s \end{cases} \quad (\text{H-3})$$

$$P^s = -(P_{Gext}^s + P_{Mext}^s) \quad (\text{H-4})$$

$$\begin{cases} P_{Gext}^s = P_{Gint}^s - 3r^s I_G^s{}^2 = \Gamma_{eG} \Omega - 3r^s I_G^s{}^2 = 3V^s I_G^s \cos \varphi_G^s \\ P_{Mext}^s = P_{Mint}^s + 3r^s I_M^s{}^2 = \Gamma_{eM} \Omega + 3r^s I_M^s{}^2 = 3V^s I_M^s \cos \varphi_M^s \end{cases} \quad (\text{H-5})$$

$$\begin{cases} I_M^s \cos \varphi_M^s = P_{Mext}^s / (3V^s) \\ I_G^s \cos \varphi_G^s = P_{Gext}^s / (3V^s) \end{cases} \quad (\text{H-6})$$

$$S_{Gext}^s{}^2 = P_{Gext}^s{}^2 + Q_{Gext}^s{}^2 = (3V^s I_G^s)^2$$

$$Q_{Gext}^s{}^2 = (3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2 = (3V^s I_G^s \sin \varphi_G^s)^2$$

$$I_G^s \sin \varphi_G^s = \sqrt{\frac{(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2}{(3V^s)^2}} \quad (H-7)$$

$$S_{Mext}^s{}^2 = P_{Mext}^s{}^2 + Q_{Mext}^s{}^2 = (3V^s I_M^s)^2$$

$$I_M^s \sin \varphi_M^s = \sqrt{\frac{(3V^s I_M^s)^2 - P_{Mext}^s{}^2}{(3V^s)^2}} \quad (H-8)$$

En exploitant les expressions (H-2) et (H-3), il vient :

$$\begin{cases} \cos \delta_G = (V^s + r^s I_G^s \cos \varphi_G^s + X^s I_G^s \sin \varphi_G^s) / E_{JG}^s \\ \cos \delta_M = (V^s + r^s I_M^s \cos \varphi_G^s - X^s I_M^s \sin \varphi_G^s) / E_{JM}^s \end{cases} \quad (H-9)$$

$$\begin{cases} E_{JG}^s \cos \delta_G = V^s + r^s I_G^s \cos \varphi_G^s + X^s I_G^s \sin \varphi_G^s \\ E_{JG}^s \sin \delta_G = 0 - r^s I_G^s \sin \varphi_G^s + X^s I_G^s \cos \varphi_G^s \end{cases}$$

$$E_J^s{}^2 = [V^s + (r^s \cos \varphi_G^s + X^s \sin \varphi_G^s) I_G^s]^2 + [X^s \cos \varphi_G^s - r^s \sin \varphi_G^s]^2 I_G^s{}^2$$

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s (r^s \cos \varphi_G^s + X^s \sin \varphi_G^s) I_G^s + (r^s \cos \varphi_G^s + X^s \sin \varphi_G^s)^2 I_G^s{}^2 + [X^s \cos \varphi_G^s - r^s \sin \varphi_G^s]^2 I_G^s{}^2$$

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s (r^s \cos \varphi_G^s + X^s \sin \varphi_G^s) I_G^s + \left[r^{s2} \cos^2 \varphi_G^s + X^{s2} \sin^2 \varphi_G^s + 2r^s X^s \sin \varphi_G^s \cos \varphi_G^s + \right. \\ \left. X^{s2} \cos^2 \varphi_G^s + r^{s2} \sin^2 \varphi_G^s - 2X^s r^s \sin \varphi_G^s \cos \varphi_G^s \right] I_G^s{}^2$$

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s (r^s \cos \varphi_G^s + X^s \sin \varphi_G^s) I_G^s + [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2$$

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s r^s I_G^s \cos \varphi_G^s + 2V^s X^s I_G^s \sin \varphi_G^s + [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2$$

On remplace $I_G^s \cos \varphi_G^s$ et $I_G^s \sin \varphi_G^s$ par leur expression établies en (H-6) et (H-7)

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s r^s \frac{P_{Gext}^s}{3V^s} + 2V^s X^s \sqrt{\frac{(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2}{(3V^s)^2}} + [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2$$

$$E_J^s{}^2 = V^s{}^2 + 2V^s r^s \frac{P_{Gext}^s}{3V^s} + \frac{2}{3} X^s \sqrt{(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2} + [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2$$

$$\frac{2}{3} X^s \sqrt{(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2} = E_J^s{}^2 - V^s{}^2 - 2r^s \frac{P_{Gext}^s}{3} - [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2$$

$$\frac{4}{9} X^{s2} [(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2] = \left[E_J^s{}^2 - V^s{}^2 - 2r^s \frac{P_{Gext}^s}{3} - [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2 \right]^2$$

Posons :

$$B = \left[E_J^s{}^2 - V^s{}^2 - 2r^s \frac{P_{Gext}^s}{3} - [r^{s2} + X^{s2}] I_G^s{}^2 \right]^2 \quad \text{et} \quad C = E_J^s{}^2 - V^s{}^2 - 2r^s \frac{P_{Gext}^s}{3}$$

$$B = \left[C - (r^{s2} + X^{s2}) I_G^s{}^2 \right]^2 = C^2 - 2C(r^{s2} + X^{s2}) I_G^s{}^2 + (r^{s2} + X^{s2})^2 I_G^s{}^4$$

$$\frac{4}{9} X^{s2} [(3V^s I_G^s)^2 - P_{Gext}^s{}^2] = C^2 - 2C(r^{s2} + X^{s2}) I_G^s{}^2 + (r^{s2} + X^{s2})^2 I_G^s{}^4$$

$$\left[4X^{s2} V^s{}^2 I_G^s{}^2 - \frac{4}{9} X^{s2} P_{Gext}^s{}^2 \right] = C^2 - 2C(r^{s2} + X^{s2}) I_G^s{}^2 + (r^{s2} + X^{s2})^2 I_G^s{}^4$$

$$\left[-\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 \right] I_G^{s^4} + \left(2Cr^{s^2} + 2CX^{s^2} + 4X^{s^2}V^{s^2}\right) I_G^{s^2} - C^2 - \frac{4}{9}X^{s^2}P_{Gext}^{s^2} = 0$$

Posons $C_{1G} = \left[-\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 \right]$, $C_{2G} = 4X^{s^2}V^{s^2} + 2C\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)$ et $C_{3G} = -C^2 - \frac{4}{9}X^{s^2}P_{Gext}^{s^2}$

$$C_{1G}I_G^{s^4} + C_{2G}I_G^{s^2} + C_{3G} = 0 \quad (H-10)$$

2. Calcul des courants moteur

$$\begin{cases} E_{JM}^s \cos \delta_M = V^s + r^s I_M^s \cos \varphi_M^s - X^s I_M^s \sin \varphi_M^s \\ E_{JM}^s \sin \delta_M = 0 + r^s I_M^s \sin \varphi_M^s + X^s I_M^s \cos \varphi_M^s \end{cases}$$

$$E_J^{s^2} = \left[V^s + \left(r^s \cos \varphi_M^s - X^s \sin \varphi_M^s \right) I_M^s \right]^2 + \left[X^s \cos \varphi_M^s + r^s \sin \varphi_M^s \right]^2 I_M^{s^2}$$

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2V^s \left(r^s \cos \varphi_M^s - X^s \sin \varphi_M^s \right) I_M^s + \left(r^s \cos \varphi_M^s - X^s \sin \varphi_M^s \right)^2 I_M^{s^2} + \left[X^s \cos \varphi_M^s + r^s \sin \varphi_M^s \right]^2 I_M^{s^2}$$

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2V^s \left(r^s \cos \varphi_M^s - X^s \sin \varphi_M^s \right) I_M^s + \left[r^{s^2} \cos^2 \varphi_M^s + X^{s^2} \sin^2 \varphi_M^s - 2r^s X^s \sin \varphi_M^s \cos \varphi_M^s + \left[X^{s^2} \cos^2 \varphi_M^s + r^{s^2} \sin^2 \varphi_M^s + 2r^s X^s \cos \varphi_M^s \sin \varphi_M^s \right] I_M^{s^2} \right]$$

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2V^s \left(r^s \cos \varphi_M^s - X^s \sin \varphi_M^s \right) I_M^s + \left[r^{s^2} + X^{s^2} \right] I_M^{s^2}$$

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2V^s r^s \cos \varphi_M^s I_M^s - 2V^s X^s \sin \varphi_M^s I_M^s + \left[r^{s^2} + X^{s^2} \right] I_M^{s^2}$$

On remplace $I_M^s \cos \varphi_M^s$ et $I_M^s \sin \varphi_M^s$ par leur expression établies en (H-6) et (H-8) :

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2V^s r^s \frac{P_{Mext}^s}{3V^s} - 2V^s X^s \sqrt{\frac{\left(3V^s I_M^s\right)^2 - P_{Mext}^{s^2}}{\left(3V^s\right)^2}} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2}$$

$$E_J^{s^2} = V^{s^2} + 2r^s \frac{P_{Mext}^s}{3} - \frac{2}{3} X^s \sqrt{\left(3V^s I_M^s\right)^2 - P_{Mext}^{s^2}} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2}$$

$$\frac{2}{3} X^s \sqrt{\left(3V^s I_M^s\right)^2 - P_{Mext}^{s^2}} = -E_J^{s^2} + V^{s^2} + 2r^s \frac{P_{Mext}^s}{3} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2}$$

$$\frac{4}{9} X^{s^2} \left[\left(3V^s I_M^s\right)^2 - P_{Mext}^{s^2} \right] = \left[-E_J^{s^2} + V^{s^2} + 2r^s \frac{P_{Mext}^s}{3} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2} \right]^2$$

Posons :

$$B = \left[-E_J^{s^2} + V^{s^2} + 2r^s \frac{P_{Mext}^s}{3} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2} \right]^2$$

$$C = -E_J^{s^2} + V^{s^2} + 2r^s \frac{P_{Mext}^s}{3}$$

$$B = \left[C + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2} \right]^2 = C^2 + 2C\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 I_M^{s^4}$$

$$\frac{4}{9} X^{s^2} \left[\left(3V^s I_M^s\right)^2 - P_{Mext}^{s^2} \right] = C^2 + 2C\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right) I_M^{s^2} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 I_M^{s^4}$$

$$4X^{s^2}V^{s^2}I_M^{s^2} - \frac{4}{9}X^{s^2}P_{Mext}^{s^2} = C^2 + 2C\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)I_M^{s^2} + \left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 I_M^{s^4}$$

$$\left(r^{s^2} + X^{s^2}\right)^2 I_M^{s^4} + \left(2Cr^{s^2} + 2CX^{s^2} - 4X^{s^2}V^{s^2}\right) I_M^{s^2} + \frac{4}{9}X^{s^2}P_{Mext}^{s^2} + C^2 = 0$$

$$C_{1M} = \left(r^{s^2} + X^{s^2} \right)^2, \quad C_{2M} = \left(2Cr^{s^2} + 2CX^{s^2} - 4X^{s^2}V^{s^2} \right), \quad C_{3M} = \frac{4}{9}X^{s^2}P_{Mext}^{s^2} + C^2$$

$$C_{1M}I_M^{s^4} + C_{2M}I_M^{s^2} + C_{3M} = 0 \tag{H-11}$$

Table d'illustrations

Liste des figures

Figure 1.1 : Développement de l'énergie éolienne dans le monde [7]	20
Figure 1.2 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MS ou MAS et multiplicateur [5].....	21
Figure 1.3 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MADA [5].....	21
Figure 1.4 : Topologie de génératrice éolienne à vitesse variable avec MSAP et sans multiplicateur [5].....	22
Figure 1.5: Bobinage distribué pour une paire de pôles.....	24
Figure 1.6 : Exemple d'un bobinage sur plot [83].....	25
Figure 1.7 : Configurations principales du bobinage sur plot [52]	26
Figure 1.8 : Topologies de rotors à aimants permanents dans les machines électriques [83].....	26
Figure 1.9 : Différence structurelle des encoches et des pôles entre les bobinages à pas fractionnaire et à pas entier	29
Figure 1.10 : Prototypes éoliens offshore et on-shore de NPH.....	31
Figure 1.11 : Système de pâles de NPH	32
Figure 1.12 : Pylône du prototype one-shore NPH	32
Figure 1.13 : Principaux composants de l'alternateur NPH.....	33
Figure 1.14	33
Figure 1.15 : Quatre bobines adjacentes d'un enroulement élémentaire.....	34
Figure 1.16 : Détails des positions des bornes sur un quart de l'alternateur	35
Figure 1.17 : Raccordement Alternateur convertisseurs	36
Figure 1.18 : Configuration NPH (Conf.1).....	36
Figure 1.19 : Configuration 2.....	36
Figure 1.20 : Bobinage de la configuration 3	37
Figure 1.21 : Forme des aimants	37
Figure 1.22	38
Figure 1.23 : Armature rotorique avec les rangées d'aimants	38
Figure 1.24: Courbes B(H) des aimants de la machine NPH [84].....	38
Figure 2.1 : Schéma des armatures de la machines NPH	42
Figure 2.2 : Répartition des lignes de champ	43
Figure 2.3 : Réseau de réluctances vu du rotor	44
Figure 2.4 : Évolution des différents flux sur un pas dentaire statorique.....	44
Figure 2.5 : Modèle final de la machine NPH	45
Figure 2.6 : Schéma de l'étude de perméance d'entrefer due aux effets du rotor	47
Figure 2.7 : Perméance d'entrefer associée aux effets du rotor sur le quart de machine	53
Figure 2.8 : Schématisation de l'entrefer	54
Figure 2.9: Circuit magnétique rotorique	54
Figure 2.10 : Caractérisation des éléments du circuit magnétique rotorique	55
Figure 2.11 : Épaisseur équivalente de l'entrefer due aux effets du rotor	56
Figure 2.12 : Schéma d'étude de perméance d'entrefer due aux effets du stator	57
Figure 2.13 : Perméance d'entrefer associée aux effets du stator sur le quart de machine	60
Figure 2.14 : (a) Connexion, (b) Bobines de l'enroulement élémentaire 1	61
Figure 2.15	62
Figure 2.16 : Ondes de fmm rectangulaires générées par les bobines de l'enroulement élémentaire 1.....	64
Figure 2.17 : Composantes de l'onde de fmm de l'enroulement 1.....	66
Figure 2.18 : Ondes de fmm trapézoïdales générées par l'enroulement élémentaire 1	68
Figure 2.19 : Ondes de fmm générées par les bobines d'un enroulement de la phase 1	69
Figure 2.20: Évolution des fmm en fonction du nombre d'harmoniques	70
Figure 2.21 : Analyse spectrale des ondes rectangulaire et trapézoïdale de fmm générée par l'enroulement 1 .	71
Figure 2.22 : Onde de fmm du premier système triphasé sur un quart de machine	75
Figure 2.23 : Spectre de la fmm du premier système triphasé sur le quart de machine	75
Figure 2.24 : Onde de fmm du deuxième système triphasé sur un quart de machine	77
Figure 2.25 : Spectre de la fmm du deuxième système triphasé sur le quart de machine	77
Figure 2.26 : Forme d'onde de fmm totale d'entrefer sur un quart de machine générée par la configuration NPH	78

Figure 2.27 : Spectre de fmm totale d'entrefer sur un quart de machine générée par la configuration NPH.....	79
Figure 2.28 : Onde de fmm de l'enroulement de la phase 1 sur le quart de machine.....	80
Figure 2.29 : Analyse spectrale de la fmm de l'enroulement de la phase 1 sur le quart de machine	80
Figure 2.30 : Onde de fmm totale d'entrefer sur le quart de machine.....	81
Figure 2.31 : Spectre de l'onde de fmm totale d'entrefer de la configuration série sur le quart de machine.....	82
Figure 2.32 : Forme d'onde de la fmm avec la Conf.2, en alimentant que les premiers enroulements élémentaires	84
Figure 2.33 : Spectre de la fmm de la Conf.2, en alimentant que les premiers enroulements élémentaires	84
Figure 2.34 : Trajet du flux rotorique	85
Figure 2.35: Circuit magnétique équivalent.....	86
Figure 2.36 : Évolution de fmm rotorique aux bornes de l'entrefer	87
Figure 2.37 : Fmm rotorique.....	88
Figure 2.38	92
Figure 2.39	93
Figure 2.40 : Évolution de l'onde d'induction totale dans l'entrefer de la machine.....	93
Figure 2.41: Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le premier système triphasé statorique en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants	94
Figure 2.42 : Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le deuxième système triphasé stator en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants	95
Figure 2.43 : Contenu harmonique de l'onde d'induction générée par le stator en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants	96
Figure 2.44 : Contenu harmonique d'induction générée par le rotor en fonction du mode et de la fréquence des harmoniques résultants	96
Figure 3.1 : Valeurs d'inductances théoriques et expérimentales.....	106
Figure 3.2 : Onde fondamentale du champ tournant (rang 13) à l'instant t=0.....	108
Figure 3.3 : Enroulement fictif équivalent produisant le fondamental de l'onde du champ tournant.....	109
Figure 3.4 : Position relative de l'onde de perméance par rapport à l'onde de fmm à t=0.....	112
Figure 3.5 : Contenu harmonique d'induction rotorique.....	118
Figure 3.6 : Contenu harmonique de f.e.m de la phase 1 du premier système triphasé	121
Figure 3.7 : Schémas monophasés équivalent de la machine NPH.....	122
Figure 3.8 : Variation de la tension V_1^s en fonction r_1^r	123
Figure 3.9 : Évolution des courants I_1^{rs} , I_1^s et I^s en fonction de la résistance r_1^r	123
Figure 3.10 : Évolution des courants I_2^{rs} , I^s en fonction de la résistance r_1^r	124
Figure 3.11 : Évolution des pertes rotor en fonction de la résistance r_1^r	124
Figure 4.1 : Structure simulée	128
Figure 4.2 : Stratégie de contrôle.....	128
Figure 4.3 : Schéma monophasé équivalent de la machine connectée en BTB - diagramme vectoriel associé ..	129
Figure 4.4 : Tension du bus continu, tensions moteur et générateur.....	130
Figure 4.5 : Vitesse, couples électromagnétiques et courants	131
Figure 4.6 : Court-circuit des phases du générateur avec utilisation d'une résistance, pour le fonctionnement en frein de parking	132
Figure 4.7 : Vitesse de rotation	134
Figure 4.8 : Évolution des couples électromagnétiques moteur et générateur.....	134
Figure 4.9: Évolution des tensions et des courants	135
Figure 4.10 : Évolution du couple en fonction de la vitesse.....	135
Figure 4.11 : Machine synchrone expérimentale	137
Figure 4.12 : Bobinage de la MS à pôles saillants expérimentale	137
Figure 4.13	138
Figure 4.14 : Structure d'un bobinage triphasé à 4 pôles.....	139
Figure 4.15 : Schéma monophasé équivalent et position du vecteur complexe courant statorique.....	139
Figure 4.16 : Diverses configurations du schéma monophasé équivalent	139
Figure 4.17 : Générateur élémentaire et association en série de ces générateurs	140
Figure 4.18 : Association en parallèle des générateurs élémentaires.....	140

Figure 4.19 : Schéma monophasé équivalent lors d'un fonctionnement back to back	141
Figure 4.20 : Connexions des deux bobines des phases q des enroulements G et M (1 voie d'enroulement)	142
Figure 4.21 : Connexions des deux bobines des phases q des enroulements G et M (2 voies d'enroulement) ...	142
Figure 4.22 : Connexions au niveau de la machine	142
Figure 4.23 : Répartition de la fmm générée par la phase 1 de l'enroulement G	143
Figure 4.24: Composition des composantes des ondes de fmm pour $i_{M1}^s = i_{G1}^s$	144
Figure 4.25 : Composition des ondes d'induction.....	145
Figure 4.26 : Diagramme des grandeurs complexes lors d'un fonctionnement back to back.....	146
Figure 4.27 : Montage expérimental.....	147
Figure 4.28 : Schéma de contrôle	148
Figure 4.29: F.e.m mesurées	149
Figure 4.30 :	149
Figure 4.31	150
Figure 4.32	152
Figure B.1	162
Figure B.2 : Schéma de reluctance associé à un pas polaire rotorique	162
Figure B.3 : Différentes positions du rotor sur un pas dentaire statorique	165
Figure B.4 : Évolution des flux sur un pas dentaire statorique	168
Figure D.1 : Caractérisation de la fmm sur les cotés d'une bobine	179
Figure D.2 : Modélisation de la fmm sur les cotés de la bobine.....	180
Figure D.3 : Représentation filaire d'une bobine.....	180
Figure E.1 : Schématisation d'un entrefer	181
Figure E.2 : Épaisseur équivalente de l'entrefer due aux effets du rotor	182
Figure E.3 : Évolution de l'épaisseur de l'entrefer fictif équivalent	183
Figure E.4 : Motif statorique	183
Figure E.5	184
Liste des tableaux	
Tableau 1.1.....	33
Tableau 1.2 : Considération des phases électriques.....	35
Tableau 1.3 : Caractéristiques des aimants	37
Tableau 2.1 : pourcentages des différents flux par rapport au flux d'entrefer créé par un des aimants.....	45
Tableau 3.1: Valeurs des différentes inductances.....	106
Tableau 4.1 : Indication de la plaque signalétique de la machine expérimentale	138
Tableau 4.2 : Mesure des différents angles.....	151
Tableau 4.3 : Valeurs des différentes puissances.....	151
Tableau 4.4 :	152
Tableau A.1 : Valeur des paramètres de la machine NPH.....	160

Bibliographie

- [1] P. Morand and J. Bastianutti, “Quelle place pour l’énergie éolienne dans la transition énergétique ? Une analyse des enjeux de la filière industrielle de l’éolien en matière d’innovation, de compétitivité et d’emploi,” *fee.asso.fr*, 2013.
- [2] A. Rolan, A. Luna, G. Vazquez, D. Aguilar, and G. Azevedo, “Modeling of a variable speed wind turbine with a Permanent Magnet Synchronous Generator,” in *2009 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2009, no. ISIE, pp. 734–739.
- [3] R. Dixon, M. Eckhart, D. Hales, and G. Thompson, “Rapport mondial 2012 sur les énergies renouvelables 2012,” *REN 21*, 2012.
- [4] G. W. E. C.- Gwec, “Global Wind Report Annual Market Update 2013,” *Gwec*, p. 80, 2014.
- [5] P. Monjean, “Optimisation de l’architecture et des flux énergétiques de centrales à énergies renouvelables offshore et onshore équipées de liaisons en continu, thèse 2012,” *Thèse Dr. l’Ecole Natl. Supérieure d’Arts Métiers, soutenue le 26 Sept. 2012*, pp. 1–213, 2012.
- [6] D. Hoan, “Conception Optimale Intégrée d’une chaîne éolienne ‘passive’: analyse de robustesse, validation expérimentale,” *Thèse Dr. l’Université Toulouse, soutenue le 27 Sept. 2010*, pp. 1–181.
- [7] REN21, “Renewables 2014: Global Status Report - Key Findings,” pp. 1–13, 2014.
- [8] B. MULTON, X. ROBOAM, B. DAKYO, C. NICHITA, O. GERGAUD, and H. BEN AHMED, “Aérogénérateurs électriques,” *Tech. l’ingénieur*, pp. 1–20, 2012.
- [9] J. G. Slootweg, S. W. H. De Haan, H. Polinder, and W. L. Kling, “General model for representing variable speed wind turbines in power system dynamics simulations,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 1, pp. 144–151, 2003.
- [10] R. Hoffmann and P. Mutschler, “The influence of control strategies on the energy capture of wind turbines,” *Conf. Rec. 2000 IEEE Ind. Appl. Conf. Thirty-Fifth IAS Annu. Meet. World Conf. Ind. Appl. Electr. Energy (Cat. No.00CH37129)*, vol. 2, pp. 886–893, 2000.
- [11] E. J. R. Sambatra, G. Barakat, and B. Dakyo, “Analytical modelling and experimental validation of the dynamic behaviour of permanent magnet synchronous machine based wind energy converter,” in *2005 European Conference on Power Electronics and Applications*, 2005, pp. 1–10.
- [12] O. Aglen, “Back-to-back tests of a high-speed generator,” *Electr. Mach. Drives Conf. 2003.*, pp. 1084–1090, 2003.
- [13] D. J. Bang, H. Polinder, G. Shrestha, and J. A. Ferreira, “Promising direct-drive generator

- system for large wind turbines,” *EPE J. (European Power Electron. Drives Journal)*, vol. 18, pp. 7–13, Mar. 2008.
- [14] R. Lateb, N. Takorabet, F. Meibody-Tabar, A. Mirzaian, J. Enon, and A. Sarribouette, “Performances comparison of induction motors and surface mounted PM motor for POD marine propulsion,” in *Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005 Industry Applications Conference, 2005.*, 2005, vol. 2, pp. 1342–1349.
- [15] G. Bywaters, V. John, J. Lynch, P. Mattila, G. Norton, and J. Stowell, “Northern Power Systems WindPACT Drive Train Alternative Design Study Report,” 2005.
- [16] B. Zhang, Y. Liu, G. Feng, and Y. Zhang, “Study on Low Voltage High-power Multi-branch Permanent Magnet Synchronous Motor,” in *2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, 2010*, pp. 1–4.
- [17] M. Amah-Tchiou, J.-P. Lecointe, J.-F. Brudny, and A. Lacaze, “Analytical characterization of a permanent magnet synchronous machine with fractional slot concentrated windings,” in *Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on*, 2014, pp. 1983–1989.
- [18] P. Zhao, G. Yang, and J. Liu, “Multi-unit motor parallel drive system for electric vehicle application,” in *2008 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008*, pp. 1–5.
- [19] L. Drouen and F. SCUILLER, “Modèle Analytique de Pré Dimensionnement de Machines Lentes à Aimants de Grand Diamètre et à Grand Nombre de Pôles,” *Conférence EF 2007*, pp. 1–8, 2007.
- [20] F. Scuiller, E. Semail, and J.-F. Charpentier, “General modeling of the windings for multi-phases AC machines, Application to the analytical estimation of the mutual stator inductances for smooth air gap machines,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 50, no. 3, p. 31102, May 2010.
- [21] X. Kestelyn, Y. Crevits, and E. Semail, “Fault tolerant control of a seven-phase drive by degrees of freedom adaptation,” in *2010 IEEE International Conference on Industrial Technology, 2010*, pp. 1513–1518.
- [22] E. Levi, “Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 5, pp. 1893–1909, May 2008.
- [23] B. Aslan, J. Korecki, T. Vigier, and E. Semail, “Influence of Rotor Structure and Number of Phases on Torque and Flux Weakening Characteristics of V-shape Interior PM Electrical Machine,” *J. Energy Power Eng.*, vol. 6, pp. 1461–1471, 2012.
- [24] X. Kestelyn and E. Semail, “A Vectorial Approach for Generation of Optimal Current References for Multiphase Permanent-Magnet Synchronous Machines in Real Time,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 11, pp. 5057–5065, Nov. 2011.
- [25] D. Zhu, X. Qiu, N. Zhou, and Y. Yan, “A novel five phase fault tolerant doubly salient

- electromagnetic generator for direct driven wind turbine,” in *International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2008, pp. 2418–2422.
- [26] J. Cros and P. Viarouge, “Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 17, no. 2, pp. 248–253, Jun. 2002.
- [27] J. Cros, P. Viarouge, and C. Gelinat, “Design of PM brushless motors using iron-resin composites for automotive applications,” in *Conference Record of 1998 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting (Cat. No.98CH36242)*, vol. 1, pp. 5–11.
- [28] F. Magnussen and C. Sadarangani, “Winding factors and Joule losses of permanent magnet machines with concentrated windings,” *IEEE Int. Electr. Mach. Drives Conf. 2003. IEMDC’03.*, vol. 1, pp. 333–339, 2003.
- [29] F. Magnussen and H. Lendenmann, “Parasitic Effects in PM Machines With Concentrated Windings,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 43, no. 5, pp. 1223–1232, 2007.
- [30] D. Ishak, Z. Q. Zhu, and D. Howe, “Eddy-current loss in the rotor magnets of permanent-magnet brushless machines having a fractional number of slots per pole,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 9, pp. 2462–2469, Sep. 2005.
- [31] A. Cassat, C. Espanet, R. Coleman, L. Burdet, E. Leleu, D. Torregrossa, J. M’Boua, and A. Miraoui, “A Practical Solution to Mitigate Vibrations in Industrial PM Motors Having Concentric Windings,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 5, pp. 1526–1538, Sep. 2012.
- [32] A. M. EL-Refaie, “Fractional-Slot Concentrated-Windings Synchronous Permanent Magnet Machines: Opportunities and Challenges,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 1, pp. 107–121, Jan. 2010.
- [33] B. C. Mecrow, A. G. Jack, D. J. Atkinson, S. R. Green, G. J. Atkinson, A. King, and B. Green, “Design and Testing of a Four-Phase Fault-Tolerant Permanent-Magnet Machine for an Engine Fuel Pump,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 19, no. 4, pp. 671–678, Dec. 2004.
- [34] L. Chong, R. Dutta, and M. F. Rahman, “A comparative study of rotor losses in an IPM with single and double layer concentrated windings,” in *2010 International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2010, pp. 942–946.
- [35] Y. Sui, P. Zheng, F. Wu, B. Yu, P. Wang, and J. Zhang, “Research on a 20-Slot/22-Pole Five-Phase Fault-Tolerant PMSM Used for Four-Wheel-Drive Electric Vehicles,” *Energies*, vol. 7, no. 3, pp. 1265–1287, Mar. 2014.
- [36] B. Aslan, E. Semail, J. Korecki, and J. Legranger, “Slot/pole combinations choice for concentrated multiphase machines dedicated to mild-hybrid applications,” in *IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2011, pp. 3698–3703.

- [37] E. Fornasiero, L. Alberti, N. Bianchi, and S. Bolognani, "Considerations on Selecting Fractional-Slot Nonoverlapped Coil Windings," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 49, no. 3, pp. 1316–1324, May 2013.
- [38] N. Bianchi and E. Fornasiero, "Impact of MMF Space Harmonic on Rotor Losses in Fractional-Slot Permanent-Magnet Machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 2, pp. 323–328, Jun. 2009.
- [39] N. Bianchi and E. Fornasiero, "Index of rotor losses in three-phase fractional-slot permanent magnet machines," *IET Electric Power Applications*, vol. 3, no. 5, p. 381, 01-Sep-2009.
- [40] E. Fornasiero, N. Bianchi, and S. Bolognani, "Slot Harmonic Impact on Rotor Losses in Fractional-Slot Permanent-Magnet Machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 59, no. 6, pp. 2557–2564, Jun. 2012.
- [41] J. Wang, Z. P. Xia, S. A. Long, and D. Howe, "Radial force density and vibration characteristics of modular permanent magnet brushless AC machine," *IEE Proc. - Electr. Power Appl.*, vol. 153, no. 6, p. 793, Nov. 2006.
- [42] J. Wang, Z. Xia, D. Howe, and S. Long, "Vibration Characteristics of Modular Permanent Magnet Brushless AC Machines," in *Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference Forty-First IAS Annual Meeting, 2006*, vol. 3, pp. 1501–1506.
- [43] Z. Q. Zhu, Z. P. Xia, L. J. Wu, and G. W. Jewell, "Analytical Modeling and Finite-Element Computation of Radial Vibration Force in Fractional-Slot Permanent-Magnet Brushless Machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 46, no. 5, pp. 1908–1918, Sep. 2010.
- [44] Z. Q. Zhu, Z. P. Xia, L. J. Wu, and G. W. Jewell, "Influence of slot and pole number combination on radial force and vibration modes in fractional slot PM brushless machines having single- and double-layer windings," in *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2009*, pp. 3443–3450.
- [45] G. Dajaku and D. Gerling, "A Novel 24-Slots/10-Poles Winding Topology for Electric Machines," in *2011 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2011*, pp. 65–70.
- [46] G. Dajaku and D. Gerling, "Eddy current loss minimization in rotor magnets of PM machines using high-efficiency 12-teeth/10-slots winding topology," in *2011 International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS 2011, 2011*, pp. 1–6.
- [47] M. Barcaro, N. Bianchi, and F. Magnussen, "PM motors for hybrid electric vehicles," in *2008 43rd International Universities Power Engineering Conference, 2008*, pp. 1–5.
- [48] A. M. El-Refaie and T. M. Jahns, "Impact of Winding Layer Number and Magnet Type on Synchronous Surface PM Machines Designed for Wide Constant-Power Speed Range Operation," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 23, no. 1, pp. 53–60, Mar. 2008.

- [49] C. Mi, M. Filippa, W. Liu, and R. Ma, "Analytical method for predicting the air-gap flux of interior-type permanent-magnet machines," *Magn. IEEE Trans.*, vol. 40, no. 1, pp. 50–58, Jan. 2004.
- [50] Y. Amara and G. Barakat, "Analytical Modeling of Magnetic Field in Surface Mounted Permanent-Magnet Tubular Linear Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 11, pp. 3870–3884, Nov. 2010.
- [51] R. Dutta, M. F. Rahman, and L. Chong, "Winding Inductances of an Interior Permanent Magnet (IPM) Machine With Fractional Slot Concentrated Winding," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 12, pp. 4842–4849, Dec. 2012.
- [52] N. Bianchi, S. Bolognani, M. D. Pre, and G. Grezzani, "Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 4, pp. 997–1006, Jul. 2006.
- [53] P. Salminen, "Fractional slot permanent magnet synchronous motors for low speed applications," Lappeenranta University of Technolog, 2004.
- [54] E. Fornasiero, N. Bianchi, and S. Bolognani, "Rotor losses in fractional-slot three-phase and five-phase PM machines," in *The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010*, pp. 1–5.
- [55] N. Bianchi, S. Bolognani, and E. Fomasiero, "A General Approach to Determine the Rotor Losses in Three-Phase Fractional-Slot PM Machines," in *2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2007*, vol. 1, pp. 634–641.
- [56] A. Wang, H. Li, and C.-T. Liu, "On the Material and Temperature Impacts of Interior Permanent Magnet Machine for Electric Vehicle Applications," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 11, pp. 4329–4332, Nov. 2008.
- [57] A. Bettayeb, R. Kaczmarek, and J. Vannier, "Analytical Estimation of Rotor Loss Due to Stator Slotting of Synchronous PM Machines," *World Acad. Sci. Eng. Technol.*, pp. 153–159, 2010.
- [58] L. J. Wu, Z. Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "Analytical Model for Predicting Magnet Loss of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Slotting Effect and Load," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 1, pp. 107–117, Jan. 2012.
- [59] I. C. Chabu, V. C. Silva, S. I. Nabeta, M. A. M. Afonso, and J. R. Cardoso, "Axial flux concentration technique applied to the design of permanent magnet motors: theoretical aspects and their numerical and experimental validation," in *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005.*, 2005, pp. 1988–1994.
- [60] A. Ceban, "Méthode globale de diagnostic des machines électriques," *Thèse Dr. la Fac. des*

Sci. Béthune, soutenue le 02 Fevrier 2012.

- [61] D. Žarko, D. Ban, and T. A. Lipo, “Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 7, pp. 1828–1837, 2006.
- [62] J. F. Brudny, “Etude quantitative des harmoniques du couple du moteur asynchrone triphasé d’induction. Mémoire joint au dossier de demande d’habilitation à diriger des recherches en sciences.,” 1991.
- [63] M. Fakam, M. Hecquet, and V. Lanfranchi, “Etude vibro-acoustique de machines synchrones à aimants à bobinage dentaire,” *Électrotechnique du Futur*, pp. 1–10, 2011.
- [64] J. F. BRUDNY, “Modelling of induction machine slotting. Resonance phenomenon,” *Eur. Phys. Journal, Appl. Physic, JP III*, pp. 1009–1023., 1997.
- [65] J. P. Lecointe, R. Romary, J. F. Brudny, and M. McClelland, “Analysis and active reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance motor,” *IEE Proc. - Electr. Power Appl.*, vol. 151, no. 6, p. 725, 2004.
- [66] J. Lecointe, “Etude et réduction active du bruit d’origine magnétique des machines à réluctance variable à double saillance,” *Thèse Dr. la Fac. des Sci. Béthune, soutenue le 03 Juillet 2003.*, vol. 9, 2003.
- [67] A. Ait-Hammouda, “Pré-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatifs et à vitesses variables,” *Thèse Dr. l’Université des Sci. Technol. Lille*, 2005.
- [68] J. L. E. Besnerais, “Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines – low-noise design rules and multi-objective optimisation,” *Thèse Dr. l’Ecole Cent. Lille*, 2008.
- [69] F. W. Carter, “Air-gap induction,” *Electr. world*, p. pp 884–892, 1901.
- [70] J. SUMEC, “Zeitschrift fur Elektrotechnik,” 1905.
- [71] P. Dumas and M. Abdellatif, “Aimants permanents- Fonctionnement des circuits magnétiques,” *Tech. l’Ingénieur*, vol. 33, no. 0, pp. 0–19, 2012.
- [72] M. Jufer, *Traité d’électricité Volume IX électromécanique*. 1998.
- [73] H. Chen, D. Li, R. Qu, Z. Zhu, and J. Li, “An Improved Analytical Model for Inductance Calculation of Interior Permanent Magnet Machines,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 6, pp. 1–8, Jun. 2014.

- [74] M. Amah-Tchiou, J. Lecoïnte, J. Brudny, and A. Lacaze, "Analytical characterization of a Permanent Magnet Synchronous Machine with Fractional Slot Concentrated Windings," *ICEM, Berlin*, pp. 1983–1989, Sep. 2014.
- [75] G. Buticchi, E. Lorenzani, and C. Bianchini, "Optimal system control of a back-to-back power converter for wind grid-connected converter," *2012 IEEE Int. Energy Conf. Exhib. ENERGYCON*, no. 2, pp. 195–200, Sep. 2012.
- [76] M. Djehaf, S. Zidi, M. Khatir, S. Hadjeri, and Y. Djilani Kobibi, "Steady-state and dynamic modeling of asynchronous back-to-back high voltage direct current link with voltage source converters," *2013 5th Int. Conf. Model. Simul. Appl. Optim.*, pp. 1–6, Apr. 2013.
- [77] R. Majumder, A. Ghosh, G. Ledwich, and F. Zare, "Power Management and Power Flow Control With Back-to-Back Converters in a Utility Connected Microgrid," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 821–834, May 2010.
- [78] I. Çolak and G. Bal, "Review of testing methods for full-load temperature rise testing of induction machines," *EPE-European Power*, vol. 6, no. 1, pp. 37–43, 1996.
- [79] J. P. McSharry, P. S. Hamer, D. Morrison, J. Nessa, and J. G. Rigsby, "Design, fabrication, back-to-back test of 14200-hp two-pole cylindrical-rotor synchronous motor for ASD application," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, no. 3, p. , pp 526–533, 1998.
- [80] M. Mojibian and M. Bina, "Modeling and control of an anti rotational back to back dual PMSMs for electric propulsion systems," *Power Electron. Drive Syst. Technol. Conf.*, pp. 136–141, Feb. 2013.
- [81] M. Amah-Tchiou, J.-P. Lecoïnte, A. Lacaze, and L. Solcan, "Back to back tests simulations of an interior permanent magnet machine," in *2014 International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM)*, 2014, pp. 1–8.
- [82] D. Thailly, "Etude du champ de dispersion des machines à courant alternatif : Application au diagnostic," *Thèse Dr. l'Université d'Artois, soutenue le 04 Juillet 2007*, 2007.
- [83] B. Aslan, "Conception de Machines Polyphasées à Aimants et Bobinage Concentré à Pas Fractionnaire avec Large Plage de Vitesse," *Thèse Dr. l'Ecole Natl. Supérieure d'Arts Métiers, soutenue le 29 Octobre 2013*.
- [84] Bomatec, "Entmagnetisierungskurven BMN–38H," p. 8181, 2006.

Évaluation des performances énergétiques d'une nouvelle génération d'éolienne off-shore

Résumé :

L'alternateur étudié dans cette thèse équipe une éolienne flottante à axe vertical. Il s'agit d'une machine synchrone de 2MW, polyphasée, bobinée sur plots, à pas fractionnaire, à aimants et à prise directe. L'objectif majeur de la thèse est la caractérisation de cet alternateur afin d'en évaluer les performances. Une modélisation analytique de la perméance d'entrefer et de la force magnétomotrice ont conduit à l'étude de l'induction d'entrefer dont le contenu harmonique s'est révélé être particulièrement riche. La caractérisation a également porté sur la détermination des inductances propres et mutuelles, avec un calage du modèle effectué en exploitant des mesures expérimentales faites à l'arrêt. La particularité de la machine étudiée nous a amené à considérer un enroulement fictif équivalent dans le but de déterminer les inductances cycliques, nécessaires à l'établissement du schéma monophasé équivalent. De plus, le fonctionnement back to back de la machine a été étudié et simulé. Il permet de faire des tests de la machine elle-même mais aussi des éléments de la chaîne de conversion, sans l'utilisation d'une deuxième machine ou des pâles pour entraîner le rotor du prototype. Il offre en plus la possibilité de tester différents type de fonctionnements et d'évaluer la puissance que peut produire la machine : différents scénario de fonctionnement ont été simulés et les paramètres nécessaires aux essais sur site ont été définis. Le fonctionnement back to back a fait l'objet d'investigation sur une machine synchrone classique. Les difficultés de fonctionnement ont notamment pu être mises en évidence avec une modélisation analytique des phénomènes électromagnétique qui s'y produisent et des essais expérimentaux.

Mots-clés : *Machine Synchrone bobinée sur plot à aimants permanents, bobinage concentré à pas fractionnaire, éolienne, fmm, perméance d'entrefer, induction, inductances, fonctionnement back to back*

Energy performances assessment of a new generation offshore wind turbine

Abstract :

The studied alternator equips a vertical axis offshore wind turbine. It is a 2MW fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous polyphase machine, directly connected to blade turbine. The principal purpose of this thesis consists in characterizing the alternator in order to evaluate its performances. The air gap permeance and the magnemotive force analytical modeling leads to study the air gap flux density and its harmonic content, which is particularly rich. The characterization has also concerned the self and mutual inductance determination, which has required stalling the model by exploiting experimental measurements done at standstill. The particularity of the studied machine leads us to consider an equivalent fictitious winding in order to determine the cyclical inductances, necessary for the single-phase equivalent scheme establishment. Moreover, the machine back to back functioning has been studied and simulated. This functioning allows testing the machine itself and the other conversion chain subsystems, without using a second machine or blades to drive the prototype rotor. It offers the possibility to test different types of operating points and to estimate the power that can produce the studied machine: different operating points scenarios have been simulated and parameters for tests have been defined. The back to back functioning of a classical synchronous machine has been also investigated, with an analytical modeling of the electromagnetic phenomena and experimental tests.

Keywords : *Permanent magnet synchronous machine, Fractional slot concentrated winding, wind turbine, mmf, air gap permeance, air gap flux density, inductances, back to back tests*