

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université des Frères Mentouri Constantine**  
**Faculté des Sciences de la Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**



جامعة الأخوة منتوري قسنطينة  
UNIVERSITÉ DES FRÈRES  
MENTOURI CONSTANTINE



N° d'ordre : .....

Série : .....

## **THESE DE COTUTELLE**

**Présentée en Vue de l'Obtention d'un Double Diplôme de doctorat en :**

**Spécialité : Construction Mécanique à l'Université des Frères Mentouri  
Constantine (Algérie)**

**Spécialité : Biomécanique à Aix Marseille Université (France)**

---

### **CONTRIBUTION A L'AMELIORATION DE LA QUALITE DES ETATS DE SURFACES DES PROTHESES ORTHOPEDIQUES**

---

Par

**Noureddine AZZAM**

Soutenue publiquement le **19 Octobre 2015** à l'Université des Frères Mentouri Constantine

#### **JURY DE SOUTENANCE**

Président	<b>Pr. Abdelouahab ZAATRI</b>	Université des Frères Mentouri Constantine
Rapporteur	<b>Pr. Salim BOUKEBBAB</b> <b>Pr. Jean-Marc LINARES</b>	Université des Frères Mentouri Constantine Aix-Marseille Université
Examineur	<b>Pr. Abdelaziz AMIRAT</b> <b>Pr. Henri PARIS</b> <b>Pr. Benoît FURET</b>	Université Badji Mokhtar de Annaba Université Joseph Fourier Grenoble 1 Université de Nantes
Membre invité	<b>Dr. Julien CHAVES-JACOB</b>	Aix-Marseille Université



## **Thèse de cotutelle**

**Présentée en Vue de l'Obtention d'un Double Diplôme de doctorat en :**

**Spécialité : Construction Mécanique à l'Université des Frères Mentouri  
Constantine (Algérie)**

**Spécialité : Biomécanique à Aix Marseille Université (France)**

---

### **CONTRIBUTION A L'AMELIORATION DE LA QUALITE DES ETATS DE SURFACES DES PROTHESES ORTHOPEDIQUES**

---

Par

**Noureddine AZZAM**

- (1) Laboratoire Ingénierie des Transports et Environnement, Faculté des Sciences et Technologie  
Université des frères Mentouri Constantine, Campus Zarzar  
25000 Constantine, Algérie
- (2) Aix-Marseille Université, CNRS, ISM UMR 7287  
13288, Marseille cedex 09, France
- (3) Département de Génie Mécanique  
Université des Frères Mentouri Constantine, Compus Chaab Erssas
- (4) Département de Génie du Transport,  
Faculté des Sciences de la Technologie  
Université des Frères Mentouri Constantine, Campus Zarzar  
25000 Constantine, Algérie

Courrier : [noureddine\\_azzam@yahoo.fr](mailto:noureddine_azzam@yahoo.fr)  
[noureddine.azzam@etu.univ-amu.fr](mailto:noureddine.azzam@etu.univ-amu.fr)  
Téléphone : (+213) (0)552693274

# **REMERCIEMENTS**

*Merci à dieu de nous avoir donnés de la volonté,  
et de la patience pour réaliser ce travail*

## REMERCIEMENTS

---

Ce travail se présente dans le cadre d'une thèse de cotutelle entre le Département de Génie Mécanique de l'Université des Frères Mentouri Constantine du côté Algérien et l'Ecole doctorale des Sciences du Mouvement Humain de l'Université d'Aix-Marseille du côté Français.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mes directeurs de thèse Monsieur **Salim BOUKEBBAB**, Professeur au Département de Génie du Transport à l'Université des Frères Mentouri Constantine et Monsieur **Jean-Marc LINARES**, Professeur des Universités à l'IUT d'Aix-Marseille Université pour m'avoir suivi avec patience et intérêt, et pour la confiance qu'ils ont placé en moi tout au long de ce travail. Leurs conseils précieux et leurs encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je tiens à exprimer mes remerciements à Monsieur **Julien CHAVES-JACOB**, Maître de Conférences, à Aix-Marseille Université, pour ses conseils, ses encouragements et ses précieuses aides dans la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier évidemment, Monsieur **Abdelouahab ZAATRI**, Professeur au Département de Génie Mécanique à l'Université des Frères Mentouri Constantine, pour avoir accepté la présidence de ce jury.

Mes remerciements à Monsieur **Henri PARIS**, Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble 1 et Monsieur **Abdelaziz AMIRAT**, Professeur à

l'Université Badji Mokhtar de Annaba, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Je tiens aussi à remercier, Monsieur **Benoît FURET**, Professeur à l'Université et IUT de Nantes, pour l'examen de mes travaux de thèse.

Mes remerciements s'adressent à Monsieur **Hichem BOUCHNITFA**, Maître de conférences au Département de Science et Technologie du Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf de Mila, pour son aide considérable dans ce travail.

Je tiens à remercier mes parents, pour leur soutien et leur encouragement illimité durant ces longues années d'étude. Je voudrais leur témoigner ma profonde reconnaissance.

Je tiens également, à remercier toutes les personnes dont la présence et l'aide m'ont été précieuses. Que ceux que je n'ai pas cités trouvent leur place, ici.

Je désire finalement exprimer toute ma reconnaissance à mes collègues, et mes amis pour leur soutien et leur inconditionnelle bonne humeur.

*Nouredine AZZAM*

A mes chers parents,

A mes chers frères,

A mes chères sœurs,

A tous ceux que j'aime

# TABLE DES MATIERES

---

REMERCIEMENTS .....	IV
TABLE DES MATIERES.....	VII
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES TABLEAUX .....	XV
ABREVIATIONS.....	XVI
NOMENCLATURE .....	XVIII

INTRODUCTION .....	1
--------------------	---

## CHAPITRE I : BIBLIOGRAPHIE SUR L'USINAGE DES PROTHESES DE GENOU

<b>I.1 Biomécanique et prothèse du genou .....</b>	<b>6</b>
I.1.1 L'articulation du genou .....	7
I.1.1.1 Anatomie du genou .....	7
I.1.1.1.1 <i>Le fémur</i> .....	7
I.1.1.1.2 <i>Le tibia</i> .....	8
I.1.1.1.3 <i>La rotule</i> .....	8
I.1.1.2 Ligaments du genou .....	8
I.1.1.3 Biomécanique du genou.....	9
I.1.1.3.1 <i>Mouvement de extension flexion</i> .....	10
I.1.1.3.2 <i>Mouvement de rotation axiale</i> .....	10
I.1.2 Causes de dégradation du genou .....	10
I.1.2.1 L'arthrose du genou .....	11
I.1.3 Prothèse du genou.....	12
I.1.3.1 Types de prothèses du genou .....	12
I.1.3.1.1 <i>Prothèse uni-compartmentale de genou</i> .....	13
I.1.3.1.2 <i>Prothèses totales de genou</i> .....	14
I.1.3.1.3 <i>Prothèses contraintes (prothèses charnières)</i> .....	16
I.1.3.2 Durée de vie d'une prothèse du genou.....	17
<b>I.2 Fabrication des prothèses du genou.....</b>	<b>18</b>
I.2.1 Matériaux utilisés pour la fabrication des prothèses .....	18
I.2.2 Géométrie de la composante fémorale d'une prothèse du genou.....	18
I.2.3 Planification simplifiée de processus de fabrication des prothèses du genou .....	19
I.2.4 Les procédés d'obtention.....	20
I.2.4.1 Procédé de fonderie.....	20
I.2.4.2 Procédé d'usinage .....	20
I.2.4.3 Autres technologies.....	21
<b>I.3 Principe d'une machine-outil à commande numérique .....</b>	<b>21</b>

I.3.1	Définition des repères d'usinage .....	22
I.3.1.1	Repère machine.....	23
I.3.1.2	Repère programme .....	24
I.3.1.3	Passage du repère programme au repère machine : Chaîne vectorielle .....	24
<b>I.4</b>	<b>Trajectoire d'usinage en fraisage : Cas de forme complexe.....</b>	<b>26</b>
I.4.1	Chaîne numérique.....	26
I.4.2	Calcul des trajectoires d'usinage .....	27
I.4.2.1	Détermination des $P_{CCi}$ et $P_{CLi}$ lors du fraisage en bout.....	29
I.4.2.2	Orientation de la fraise à bout .....	30
I.4.2.3	Collision entre l'outil et la surface à usiner.....	31
I.4.2.4	Stratégies de fraisage de surfaces complexes.....	32
I.4.2.4.1	<i>Stratégie d'usinage en plans parallèles</i> .....	32
I.4.2.4.2	<i>Stratégie d'usinage iso-paramétrique</i> .....	32
I.4.2.5	Etapas de calcul d'une trajectoire .....	33
I.4.3	Formats d'interpolation et de description de la trajectoire .....	34
I.4.3.1	Format d'interpolation linéaire .....	34
I.4.3.2	Format d'interpolation circulaire .....	35
I.4.3.3	Format d'interpolation polynomiale.....	35
I.4.4	Outils de lissage avancées .....	37
I.4.4.1	Lissage local des discontinuités en tangence .....	37
I.4.4.2	Lissage global d'une trajectoire d'usinage.....	39
I.4.4.2.1	<i>Fonctions de compactage</i> .....	39
I.4.4.2.2	<i>Fonctions de lissage de type « Spline »</i> .....	39
<b>I.5</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>42</b>

## CHAPITRE II : DESCRIPTION ET MESURE DES SURFACES GAUCHES

<b>II.1</b>	<b>Description de surfaces gauches.....</b>	<b>45</b>
II.1.1	Modèle mathématique de lignes ou de surfaces .....	45
II.1.1.1	Modèle de Bézier .....	45
II.1.1.2	Modèle B-Spline .....	48
II.1.1.3	Modèles NURBS.....	51
II.1.2	Format de stockage : Standard (format) d'échanges de données .....	54
II.1.2.1	Format IGES .....	55
II.1.2.2	Format STEP.....	58
II.1.2.3	Format STL.....	60
<b>II.2</b>	<b>Mesure d'une surface gauche .....</b>	<b>64</b>
II.2.1	Mesure par contact.....	64
II.2.1.1	Machine à mesure tridimensionnelle .....	65
II.2.1.2	Bras de mesure .....	66
II.2.2	Mesure sans contact.....	66
II.2.2.1	Photogrammétrie.....	66
II.2.2.2	Mesure par triangulation laser.....	67
II.2.2.3	Mesure confocale .....	68
II.2.2.4	Mesure par caméras et franges de Moiré (GOM) .....	69
<b>II.3</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>72</b>

## CHAPITRE III : ADAPTATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE 5 AXES A UN CHANGEMENT DE CIBLE GEOMETRIQUE

<b>III.1</b>	<b>Prise en compte des déformations du brut dans l'ébauche des prothèses de genou de faible épaisseur.....</b>	<b>74</b>
<b>III.2</b>	<b>Méthodologie proposée pour traiter cette problématique .....</b>	<b>76</b>
<b>III.3</b>	<b>Adaptation des trajectoires outils .....</b>	<b>78</b>
III.3.1	Association d'un nuage de points à une surface par l'algorithme ICP.....	79
III.3.1.1	Variantes de l'algorithme ICP.....	80
III.3.1.1.1	Sélection des points.....	80
III.3.1.1.2	Vitesse de convergence de l'algorithme.....	81
III.3.1.1.3	Méthode d'initialisation.....	82
III.3.1.1.4	Techniques de minimisation.....	82
III.3.1.1.5	Méthode de calcul de l'erreur globale.....	84
III.3.2	Méthodes de déformation de la trajectoire des outils.....	85
<b>III.4</b>	<b>Approche théorique.....</b>	<b>87</b>
III.4.1	Alignement de la trajectoire outil par rapport au modèle STL de la surface brute mesurée	88
III.4.1.1	Calcul la rotation.....	92
III.4.1.2	Calcul la translation.....	95
III.4.2	Déformation de la trajectoire d'outil.....	95
III.4.2.1	Appartenance d'un point à un triangle.....	96
III.4.2.2	Détermination d'une projection unique.....	97
III.4.3	Décalage de la trajectoire d'outil pour enlever une épaisseur constante.....	98
<b>III.5</b>	<b>Implémentation logicielle .....</b>	<b>100</b>
III.5.1	Algorithme d'alignement de trajectoire.....	101
III.5.2	Algorithme de déformation de trajectoire .....	102
III.5.3	Algorithme de décalage de trajectoire .....	103
<b>III.6</b>	<b>Application aux prothèses uni-compartmentales .....</b>	<b>104</b>
III.6.1	Environnement expérimental.....	105
III.6.2	Résultats et discussion de la méthode d'adaptation des trajectoires .....	108
<b>III.7</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>109</b>

## CHAPITRE IV : LISSAGE DES TRAJECTOIRES D'OUTILS ADAPTEES

<b>IV.1</b>	<b>Problématique.....</b>	<b>112</b>
<b>IV.2</b>	<b>Utilisation de la normale de la surface nominale pour améliorer l'adaptation de la trajectoire .....</b>	<b>114</b>
<b>IV.3</b>	<b>Méthodes de lissage de trajectoires outils.....</b>	<b>116</b>
<b>IV.4</b>	<b>Approches théoriques de lissage.....</b>	<b>118</b>
IV.4.1	Lissage polynomiale .....	118
IV.4.2	Lissage par une courbe de Bézier .....	121
<b>IV.5</b>	<b>Implémentation logicielle .....</b>	<b>123</b>
IV.5.1	Algorithme de lissage polynomial.....	124
IV.5.2	Algorithme de lissage par courbe de Bézier .....	125
<b>IV.6</b>	<b>Processus itératif d'adaptation.....</b>	<b>126</b>

**IV.7 Validation expérimentale : applications aux prothèses de genou uni-**  
**compartimentales ..... 129**

    IV.7.1 Validation de la trajectoire lissée..... 129

        IV.7.1.1 Comparaison entre le lissage sur un seul axe et sur trois axes ..... 129

        IV.7.1.2 Impact du raffinement du maillage STL sur la qualité de surface usinée ..... 130

        IV.7.1.3 Comparaison des méthodes de lissage ..... 133

    IV.7.2 Discussion sur la méthode de lissage des trajectoires ..... 135

**IV.8 Conclusion ..... 136**

**CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....138**

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....142**

# LISTE DES FIGURES

---

## CHAPITRE I : BIBLIOGRAPHIE SUR L'USINAGE DES PROTHESES DE GENOU

Figure I- 1 : L'articulation du genou (HALL, 2012).....	7
Figure I- 2 : Nomenclature des plans et constitution du fémur (SUDHOFF, 2007) .....	8
Figure I- 3 : Ligaments du genou (NODE-LANGLOIS, 2003) .....	9
Figure I- 4 : Description des mouvements de l'articulation du genou (KOMDEUR, et al., 2002).....	9
Figure I- 5 : Mouvements d'extension flexion du genou (KAPANDJI, 1994).....	10
Figure I- 6 : Amplitude de rotation (KAPANDJI, 1994) .....	10
Figure I- 7 : L'arthrose du genou (MATHYS, 2008).....	11
Figure I- 8 : Les causes de dégradations.....	12
Figure I- 9 : Prothèse du genou (GACON, et al., 2006).....	13
Figure I- 10 : Prothèse uni-compartimentale (PRIGENT, 2009) .....	13
Figure I- 11 : Prothèse de genou uni-compartimentale (GACON, et al., 2006).....	14
Figure I- 12 : Plans de coupe lors d'une PTG .....	14
Figure I- 13 : Prothèse totale de genou (PRIGENT, 2009) .....	15
Figure I- 14 : Prothèse à plateau fixe (GACON, et al., 2006).....	16
Figure I- 15 : Prothèse à plateau mobile (GACON, et al., 2006) .....	16
Figure I- 16 : Prothèse charnières (SCUDERI, et al., 2002) .....	17
Figure I- 17 : Composantes d'une prothèse du genou .....	18
Figure I- 18 : Planification de processus de fabrication d'une composante fémorale de prothèse de genou .....	19
Figure I- 19 : Composante fémorale obtenir par procédé de fonderie.....	20
Figure I- 20 : Génération d'une trajectoire d'usinage (LEE, et al., 2009).....	20
Figure I- 21 : Génération multiaxe de trajectoire d'usinage.....	21
Figure I- 22 : Chaîne vectorielle pour un DCN de marque NUM.....	22
Figure I- 23 : Directeur Commande Numérique SIEMENS .....	23
Figure I- 24 : Exemple portique d'une MOCN .....	23
Figure I- 25 : Direction d'un repère machine .....	24
Figure I- 26 : Définition des différents repères d'usinage.....	24
Figure I- 27 : Les matrices de rotation .....	25
Figure I- 28 : Représentation des angles d'Euler .....	26
Figure I- 29 : Représentation d'une trajectoire d'usinage .....	26
Figure I- 30 : Chaîne numérique pour l'usinage d'une pièce sur MOCN .....	27
Figure I- 31 : Exemple de trajectoires 3 axes en format APT .....	28
Figure I- 32 : Exemple de trajectoires 5 axes en format APT .....	28
Figure I- 33 : Différentes formes d'outils en bout.....	29
Figure I- 34 : Représentation d'une trajectoire d'outil .....	30

Figure I- 35 : Orientation des outils en 5 axes (LAVERNHE, 2006) .....	30
Figure I- 36 : Interférences en usinage multiaxes (JUN, et al., 2003).....	31
Figure I- 37 : Stratégie d’usinage par plans parallèles .....	32
Figure I- 38 : Stratégie d’usinage par iso-paramétrique .....	33
Figure I- 39 : Etapes de calcul d’une trajectoire.....	33
Figure I- 40 : L’erreur de corde .....	34
Figure I- 41 : Format de description linéaire .....	34
Figure I- 42 : Format de description en interpolation circulaire .....	35
Figure I- 43 : Interpolation polynomial .....	36
Figure I- 44 : Exemple de discontinuité .....	37
Figure I- 45 : La fonction G641.....	38
Figure I- 46 : La fonction G642.....	38
Figure I- 47 : Courbes de type Spline (SIEMENS, 2002).....	40
Figure I- 48 : Courbe de B-Spline et polygone de contrôle.....	41
Figure I- 49 : Interpolation B-Spline .....	41

## CHAPITRE II

### DESCRIPTION ET MESURE DES SURFACES GAUCHES

Figure II- 1 : Une Courbe de Bézier et son polygone de contrôle.....	46
Figure II- 2 : Surface Bézier générée par la CAO .....	47
Figure II- 3 : Cas d’usinage surface Bézier sur CN 3 axes.....	48
Figure II- 4 : Cas d’usinage surface Bézier sur CN 5 axes.....	48
Figure II- 5 : Surface B-Spline générée par la CAO .....	49
Figure II- 6 : Cas d’usinage surface B-Spline sur CN 3 axes.....	50
Figure II- 7 : Cas d’usinage surface B-Spline sur CN 5 axes.....	51
Figure II- 8 : Une courbe de NURBS et son polygone de contrôle.....	52
Figure II- 9 : L’effet de poids sur une surface NURBS.....	53
Figure II- 10 : Cas d’usinage surface NURBS sur CN 3 axes.....	54
Figure II- 11 : Cas d’usinage surface NURBS sur CN 5 axes.....	54
Figure II- 12 : Exemple d’un format IGES.....	55
Figure II- 13 : Un fichier IGES d’un cylindre .....	57
Figure II- 14 : Exemple d’un format STEP .....	58
Figure II- 15 : Exemple de lecteur d’un cylindre .....	59
Figure II- 16 : Format STP pour une surface complexe .....	60
Figure II- 17 : Exemple de lecteur d’une surface complexe.....	60
Figure II- 18 : Exemple d’un modèle STL .....	61
Figure II- 19 : Erreur d’approximation STL.....	61
Figure II- 20 : Influence de pas et l’erreur de corde sur la géométrie STL obtenue .....	62
Figure II- 21 : Nombre de triangles en fonction des paramètres de génération du maillage STL .....	63
Figure II- 22 : Modèle STL avec des défauts .....	63
Figure II- 23 : Systèmes de mesure 3D .....	64
Figure II- 24 : Différentes structures de MMT.....	65
Figure II- 25 : Bras de mesure (LORIOT, 2009).....	66

Figure II- 26 : Principe de la photogrammétrie .....	67
Figure II- 27 : Principe de calcul des distances de mesure (BOUCHENITFA, 2010).....	68
Figure II- 28 : Mesure par Micromesure 2 STIL CHR.....	68
Figure II- 29 : Capteur confocal (COHEN-SABBAN, 1999) .....	69
Figure II- 30 : Exemple de mesure par caméra, Scanner ATOS III 400 de GOM .....	70
Figure II- 31 : Système de mesure GOM .....	70
Figure II- 32 : Cibles de positionnement .....	71

### CHAPITRE III

## ADAPTATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE 5 AXES A UN CHANGEMENT DE CIBLE GEOMETRIQUE

Figure III- 1 : Processus de déformation d'un condyle .....	75
Figure III- 2 : Opération de polissage (MARLE, 2014) .....	76
Figure III- 3 : Etapes pour l'adaptation de trajectoire d'outil.....	77
Figure III- 4 : Génération d'une trajectoire d'outil.....	77
Figure III- 5 : Mesure de la géométrie de surface brute .....	78
Figure III- 6 : Association d'un nuage de points à une surface .....	79
Figure III- 7 : Triangulation de Delaunay (AZZAM, 2010).....	81
Figure III- 8 : Méthodes de calcul de l'erreur .....	84
Figure III- 9 : Cas d'usinage de pièce faible épaisseur « déformation » (SMITH, et al., 2007) .....	86
Figure III- 10 : Principe de déformation de la trajectoire outil (GUIASSA, 2012) .....	87
Figure III- 11 : Etape d'alignement par l'algorithme ICP .....	88
Figure III- 12 : Etape de déformation de la trajectoire d'outil .....	88
Figure III- 13 : Génération de la trajectoire d'usinage sur Condyle.....	89
Figure III- 14 : Recalage par l'algorithme ICP .....	89
Figure III- 15 : Calcul de la transformation rigide .....	90
Figure III- 16 : Application de la transformation rigide .....	90
Figure III- 17 : Déformation de la trajectoire nominale d'outil .....	96
Figure III- 18 : Vérification de l'appartenance de la projection.....	96
Figure III- 19 : Projection des points sur le modèle STL .....	97
Figure III- 20 : Décalage de la trajectoire déformée .....	98
Figure III- 21 : Positionnement de l'outil .....	99
Figure III- 22 : Conversion de la trajectoire d'outil .....	100
Figure III- 23 : Structure de l'algorithme d'adaptation .....	100
Figure III- 24 : Organigramme de l'algorithme d'alignement .....	101
Figure III- 25 : Structure de l'algorithme de déformation.....	103
Figure III- 26 : Structure de l'algorithme de décalage .....	104
Figure III- 27 : Etape d'alignement .....	105
Figure III- 28 : Centre d'usinage 5 axes avec assistance ultrasonore.....	106
Figure III- 29 : Simulation des opérations d'ébauche et demi-finition .....	106
Figure III- 30 : Ecart entre les surfaces nominale et brute .....	107
Figure III- 31 : Usinage sur une machine à CNC cinq-axes.....	107

Figure III- 32 : Étape de mesure .....	108
Figure III- 33 : Comparaison des formes de condyle .....	108
Figure III- 34 : Etat de surface de la trajectoire adaptée .....	109

## CHAPITRE IV

### LISSAGE DES TRAJECTOIRES D'OUTILS ADAPTEES

Figure IV- 1 : Discontinuités de la trajectoire d'outil déformée .....	113
Figure IV- 2 : Simulation de la trajectoire adaptée .....	113
Figure IV- 3 : Conversion de la trajectoire d'outil par $n$ et $n_{CC}$ .....	115
Figure IV- 4 : Comparaison d'état de surface .....	116
Figure IV- 5 : Interpolation d'une trajectoire d'outil .....	117
Figure IV- 6 : Interpolation par courbe NURBS en 5 axes (LANGERON, et al., 2004).....	117
Figure IV- 7 : Polynôme de degré 5 au sens moindre carré .....	119
Figure IV- 8 : Conditions de méthode de lissage .....	121
Figure IV- 9 : Courbe de Bézier .....	122
Figure IV- 10 : Structure de l'algorithme de lissage .....	123
Figure IV- 11 : Algorithme de lissage polynomial.....	124
Figure IV- 12 : Algorithme de lissage par une courbe de Bézier .....	125
Figure IV- 13 : Processus itératif d'adaptation de trajectoire lisse .....	127
Figure IV- 14 : Effet de tolérance sur la trajectoire lissée.....	128
Figure IV- 15 : Evolution de la fluidité de trajectoire .....	129
Figure IV- 16 : Lissage en $X_p Y_p Z_p$ et $X_p$ .....	130
Figure IV- 17 : Les modèles STL 1 et 2 .....	131
Figure IV- 18 : Evolution de l'erreur globale.....	132
Figure IV- 19 : Effets de la stratégie de lissage et du raffinement du modèle STL .....	132
Figure IV- 20 : Pièces usinées suivant les deux méthodes de lissage .....	133
Figure IV- 21 : Mesure l'état de surface des pièces usinées .....	134
Figure IV- 22 : Comparaison des différentes méthodes de lissage .....	134
Figure IV- 23 : Etat de surface des différentes méthodes de lissage.....	135

## **LISTE DES TABLEAUX**

---

Tableau II- 1 : Description d'une entité arc circulaire sous format IGES .....	57
Tableau III- 1 : Conditions de coupe pour le fraisage 2 tailles d'une surface de frottement de la partie fémorale .....	105
Tableau IV- 1 : Deux stratégies d'usinage .....	133

# ABBREVIATIONS

---

ONU : Organisation des Nations Unies.

LCA : Ligament Croisé Antérieur.

LCP : Ligament Croisé Postérieur.

LLE : Ligament Latéral Externe.

LLI : Ligament Latéral Interne.

PUC : Prothèse Uni-Compartimentale.

PTG : Prothèse Totale du Genou.

CAO : Conception Assistée par Ordinateur.

NF : Norme Française.

ISO : the International Organization for Standardization.

DCN: Directeur de Commande Numérique.

FAO : Fabrication Assistée par Ordinateur.

CNC: Commande Numérique par Calculateur.

APT: Automatically Programmed Tools.

CN : Commande Numérique.

NURBS : Non Uniform Rational B-Spline.

IGES : Initial Graphics Exchange Standard.

ANSI : American National Standards Institute.

ICAM : Integrated Computer Aided Manufacturing.

STEP: Standard for Exchange of Product model data.

STL: STéréoLithographie.

CATIA : Computer Aided Three dimensional Interactive Applications.

2D : Bidimensionnel.

3D : Tridimensionnel.

MMT : Machine à Mesurer Tridimensionnelle.

CCD: Charge-Coupled Device.

Laser: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.

ICP : Iterative Closest Point.

K-D tree : K-Dimensional tree (arbre-K-D structure de donnés).

SVD : Singular Value Decomposition (Décomposition en Valeurs Singulières).

SPIF : Single Point Incremental Forming (formage incrémental à point unique).

ULTRASONIC : Ultrasonique.

IT : Intervalle de Tolérance de lissage.

# NOMENCLATURE

---

$a_0, \dots, a_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $X_p$ .

$b_0, \dots, b_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $Y_p$ .

$c_0, \dots, c_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $Z_p$ .

A, B et C : rotations respectivement autour des axes  $X_m$ ,  $Y_m$  et  $Z_m$ .

$B_{n,i}(u)$  et  $K_{m,j}(v)$  : polynômes de Bernstein.

CEi : centre de l'outil torique.

$C_{\text{fluidité}}$  : critère de fluidité.

$C_h$  : centre de l'outil hémisphérique.

$C^1$  : continuité d'ordre 1.

$C^2$  : continuité d'ordre 2.

$D$  : diamètre de l'outil.

DEC : décalage, vecteur entre origine programme et l'origine porte pièce.

$d_i$  : distance entre  $P_{CCi}$  et  $P_{CCi-def}$ .

DOi : décalage d'origine, vecteur entre l'origine porte pièce et l'origine machine.

$e([R], \{t\})$  : fonction de coût.

$E_i$  : vecteur écarts entre le point de lissage et le point de la trajectoire à lisser.

$E_{\text{Liss-}i}$  : norme de vecteur écart entre le point lissé et le point du polynôme.

$ex_i$ ,  $ey_i$  et  $ez_i$  : écarts entre les points pilotés de la trajectoire adaptée et les points du polynôme sur les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ , respectivement.

$f$  : vecteur d'avance.

F : erreur de corde de modèle STL.

I : matrice identique.

IT : intervalle de tolérance de lissage.

k : nombre d'itération.

K : matrice de covariance (matrice de corrélation).

$L_{Ti}$  : longueur des arêtes des triangles.

N : vitesse de rotation.

- $N$  : nombre de points de la trajectoire d'outil.
- $N_i(x_i, y_i, z_i)$  : sommets des facettes triangulaires.
- $n(n_x, n_y, n_z)$  : normale du modèle STL.
- $n_{CC}$  : normale de point de contact de la surface nominale.
- $N_{i,k}(u)$  et  $M_{j,l}(v)$  : fonctions de base de B-Spline.
- $O_m$  : origine machine.
- $O_p$  : origine programme.
- $O_{pp}$  : origine porte pièce.
- $[P]$  : matrice de passage.
- $\bar{P}$  et  $\bar{P}'$  : centres de gravité des deux modèles de points  $P_{CCi}$  et  $P'_{CCi}$  respectivement.
- $P_{CCi}^*$  et  $P'_{CCi}^*$  : points centrés des deux modèles de points  $P_{CCi}$  et  $P'_{CCi}$ .
- $P_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire d'outil.
- $P_{CLi}$  : points pilotés de la trajectoire l'outil.
- $P'_{CCi}$  : points de contact projeté sur le modèle STL.
- $P_{CCi-def}$  : points de contact de la trajectoire déformée.
- $P_{CCi-def-dec}$  : points de contact de la trajectoire adaptée (déformée + décalée).
- $P_{CLi-def-dec}$  : points pilotés de la trajectoire adaptée.
- $P_{CLi-def-dec-liss}$  : points pilotés de la trajectoire adaptée et lissée.
- $P_L(t)$  : polynôme d'approximation.
- POLY* : interpolation polynomiale.
- PREF : position de référence.
- $P_{XLi}$ ,  $P_{YLi}$  et  $P_{ZLi}$  : points de polynôme suivant les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  respectivement.
- $q(q_0, q_1, q_2, q_3)$  : quaternion unitaire.
- $R$  : rayon principal de l'outil torique.
- $r$  : rayon principal de l'outil hémisphérique.
- $r_{XLi}$ ,  $r_{YLi}$  et  $r_{ZLi}$  : points de la courbe de Bézier suivant les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  respectivement.
- $[R]$  : matrice de rotation.
- $[R1]$ ,  $[R2]$  et  $[R3]$  : matrices de rotation suivant les axes  $Z_m$ ,  $Y_m$  et  $X_m$  respectivement.
- $R_{i,k}(u)$  : polynômes de fonction de base B-Spline rationnel.
- SF : profondeur de passe (surépaisseur de fondrière).
- $\{t\} = (t_x, t_y, t_z)$  : vecteur de translations.
- $t$  : vecteur tangent à la surface.
- $[T_0]$  : matrice de transformation rigide initiale.

$[\mathbf{T}_t]$  : matrice de transformation rigide.

$[\mathbf{T}_t]^{-1}$  : matrice de transformation rigide inverse.

$u, v$  et  $t$  : directions paramètres variant de 0 à 1.

$u(I, J, K)$  : direction des axes d'outil.

$V_f$  : vitesse d'avance.

$w_i$ , et  $w_{i,j}$  : coefficients de pondération des points de contrôle.

$X_m, Y_m$  et  $Z_m$  : axes de repère machine.

$X_p, Y_p$ , et  $Z_p$  : axes de repère programme.

$\alpha$  : angle de détalonnage.

$\alpha_i$ , et  $\gamma_j$  : séquences nodales.

$\theta_t$  et  $\beta$  : angle d'inclinaison.

$\theta_n$  : angle de pivotement.

$\Psi, \theta$  et  $\phi$  : angles de rotation autour de l'axe  $Z_m, X'_m$  et  $Y''_m$  respectivement.

$\tau$  : seuil de convergence.

# **INTRODUCTION**

# INTRODUCTION

---

L'Organisation des Nations Unies (ONU) a déclaré, « le vieillissement rapide de la population mondiale est l'un des plus grands triomphes de l'humanité. C'est aussi l'un de nos plus grands défis pour l'avenir. Le vieillissement mondial de la population entraînera de nouvelles exigences économiques et sociales dans tous les pays. En même temps, les personnes âgées sont un bien précieux, souvent ignoré et une ressource qui apporte une contribution importante au tissu social de nos sociétés ».

L'étude des Nations Unies a montré que le nombre de personnes âgées au plan mondial passant les 841 millions en 2013. Elle prévoit que le nombre sera plus 2 milliards en 2050. Pour les personnes âgées, l'ostéo-arthrite (arthrose) est un problème commun. L'arthrose est une usure du cartilage pouvant atteindre les surfaces osseuses de l'articulation. Cette maladie entraîne des douleurs plus ou moins sévères avec une réduction de la capacité fonctionnelle de l'articulation. Pour augmenter la capacité fonctionnelle, le chirurgien peut proposer de remplacer l'articulation biologique par une prothèse. Chaque année, plus de deux millions opérations chirurgicales ont été réalisées pour poser une prothèse de genou à travers le monde. Cependant, en ce qui concerne les prothèses de genou, leur durée de vie et leur coût sont considérés comme non satisfaisant par les systèmes de santé.

Aujourd'hui, la durée de vie moyenne d'une prothèse de genou est estimée de dix ans. A cet effet, les travaux de recherche développés de nos jours visent à augmenter cette durée de vie à quinze ans en réduisant son coût de fabrication.

Les prothèses de genou sont, généralement, composées de trois éléments mécaniques essentiels. Deux pièces en métal fixées respectivement sur le fémur et sur le tibia et une troisième partie dite intercalaire constituée d'un plastique de haute performance, généralement du polyéthylène à haute densité. La partie la plus complexe à réaliser est la composante fémorale qui est généralement, en alliage cobalt chrome, de géométrie mince et de faible

épaisseur. Cette réduction de l'épaisseur permet de diminuer le volume d'os retiré lors de l'opération chirurgicale. Par ailleurs, celle-ci est soumise à des contraintes élevées.

Les alliages en cobalt chrome d'une part sont choisis car ils sont biocompatibles avec les tissus ligamentaires ... etc. afin d'éviter les effets toxiques ou préjudiciable sur les fonctions biologiques. Ils ont de bonnes propriétés tribologiques et des propriétés mécaniques proches de celle de l'os fémoral et ils présentent une bonne résistance à la corrosion. D'autre part, ces alliages présentent une bonne coulabilité mais une faible usinabilité. Ainsi, la composante fémorale métallique est produite en trois phase à savoir : en premier temps moulage à cire perdue qui permet d'obtenir un très bon état de surface (rugosité 3.2 Ra); en deuxième temps améliorer ce dernier par usinage à grande vitesse sur machines-outils à commande numérique à 5axes (rugosité 1.6 Ra) ; et à la fin un polissage (super finition 0,1 à 0,025 Ra) pour améliorer encore l'état de surface et donner une bonne aspect esthétique à la pièce.

Les fabricants de prothèses cherchent à ébaucher le plus près possible la géométrie de composante fémorale. Les faibles épaisseurs de cette pièce induisent des variations géométriques des bruts causés par les variations du gradient thermique et à la transformation structurelle du matériau lors du refroidissement (procédé de fonderie). Ensuite, des opérations d'ébauche, de demi-finition et de polissage sont effectuées. En fin de la gamme de fabrication, la composante fémorale subit plusieurs étapes de nettoyage et de stérilisation.

La forme géométrique de la composante fémorale n'a pas besoin d'une grande précision car la pièce intercalaire en polyéthylène va se déformer pour compenser la géométrie globale de la partie fémorale. Par contre, les discontinuités de surface et l'état de surface ont une influence prépondérante sur la durée de vie suite au frottement d'où usure des surfaces fonctionnelles. Cette contrainte tribologique peut entraîner la génération de débris qui sont néfastes à la tenue en service des prothèses.

Par conséquent, les fabricants choisissent dans l'étape de fabrication de respecter l'épaisseur nominale (modèle CAO) de la prothèse en enlevant une surépaisseur constante par le procédé de polissage sur la pièce brute. De nos jours, les opérations de polissage sont réalisées par des opérateurs qualifiés à la main. Car l'être humain arrive à adapter automatiquement les trajectoires d'usinage produites par ses mains pour enlever une épaisseur quasi constante sur la prothèse.

Dans ce cadre, l'objectif de ce travail de recherche est d'adapter la trajectoire d'usinage calculée sur un modèle nominal pour enlever une épaisseur constante sur une surface gauche ayant subi des déformations du brute par moulage. Cette méthode d'adaptation

est composée de trois étapes. La première étape commence par l'alignement de la surface brute mesurée sur la trajectoire d'usinage grâce à l'utilisation de l'algorithme d'ICP (Iterative Closest Point). Cet algorithme permet de calculer la transformation rigide pour l'alignement de la surface brute mesurée sur la trajectoire d'outil nominale. Ensuite, une étape de déformation de la trajectoire d'outil est effectuée. La dernière étape est de décaler la trajectoire d'outil à l'intérieur de la matière. Ce décalage permet d'enlever une épaisseur constante pour obtenir la géométrie désirée. Le cas d'application privilégié est l'ébauche des composantes fémorales des prothèses de genou.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'articulent en quatre chapitres.

Le premier chapitre, présente une description générale sur la biomécanique et les prothèses de genou. Ensuite, les différents procédés de fabrication des prothèses seront discutés. Par ailleurs, nous présenterons plus en détail, le procédé d'usinage par machine à commande numérique ainsi que la chaîne numérique. Dans cette partie seront détaillés le calcul de trajectoire d'usinage, les formats d'interpolation et les outils avancés de lissage des trajectoires présents par les directeurs de commande numérique.

Le second chapitre est consacré de la description mathématique des surfaces gauches en abordant les différents modèles de courbes et de surfaces qui sont au cœur de la chaîne numérique. Ces modèles sont couramment, utilisés par les modélisateurs géométriques pour représenter la géométrie de la partie fémorale des prothèses de genou. Ces dernières sont complexes et ne peuvent pas être définies par des modèles mathématiques simples (plan, cylindre, sphère, ...). Les modèles mathématiques utilisés sont : Bézier, B-Spline et NURBS. Une fois la conception géométrique d'une pièce terminée, le système FAO la prend en charge pour préparer la fabrication. Malheureusement, la communication entre les domaines de la conception et de la fabrication d'une pièce se heurte souvent à des problèmes de compatibilité logicielle qui demande des formats d'interface pour réaliser ce transfert. Les différents formats de stockage les plus répandus, dans la modélisation géométrique seront exposés à savoir : format IGES, format STEP et format STL. De même, les méthodes de mesure des surfaces gauches seront développées dans ce chapitre.

La problématique liée à la fabrication des prothèses de genou de faible épaisseur sera présentée dans le chapitre trois. Une méthodologie est proposée pour traiter cette problématique. Celle-ci est basée sur le procédé d'alignement par l'algorithme d'ICP. Cet algorithme permet de trouver la transformation rigide optimale entre deux modèles. La transformation est calculée pour déterminer le déplacement rigide que devrait subir la

trajectoire d'outil pour venir sur la surface brute mesurée. Ensuite, il est nécessaire de déformer la trajectoire pour obtenir la géométrie désirée. A la fin, une validation expérimentale sur une machine cinq axes sera réalisée. Dans le cas de l'utilisation de modèles discrétisés tel que le STL, la trajectoire obtenue est par nature discontinue en tangence et porte en elle le motif du modèle. Ce phénomène génère des oscillations de la trajectoire adaptée, ainsi que des ralentissements de la machine-outil d'où un état de surface de moins bonne qualité.

Le dernier chapitre met en évidence le problème de discontinuité de la trajectoire adaptée en utilisant un modèle STL. Pour atténuer cette problématique, des approches de lissage sont proposées. Ces méthodes proposent le traitement des parcours outils en déplaçant très légèrement les points de la trajectoire dans une tolérance donnée. Elles permettent de réduire les oscillations de la trajectoire et d'améliorer la qualité d'état de surface des pièces usinées. La première méthode de lissage proposée est basée sur l'utilisation d'un polynôme du 5<sup>ème</sup> degré. La deuxième méthode quant à elle utilise une courbe de Bézier. Ces approches permettent d'associer des courbes au sens des moindres carrés à la trajectoire initiale pour effectuer un lissage réparateur. Le lissage de la trajectoire adaptée est appliqué soit sur l'un des trois axes de la trajectoire, soit sur les trois en même temps. Ensuite, l'influence du raffinement du modèle STL sur la qualité de la trajectoire adaptée a été étudiée. Une comparaison de ces méthodes de lissage a été effectuée selon des critères d'état de surface et de fluidité du trajet. Finalement, des validations expérimentales ont été réalisées sur la composante fémorale d'une prothèse uni-compartmentale de genou.

Une conclusion et des perspectives issues de ce travail de recherche seront présentées à la fin du manuscrit.

# CHAPITRE I

# CHAPITRE I

## BIBLIOGRAPHIE SUR L'USINAGE DES PROTHESES DE GENOU

---

Dans ce chapitre est réalisé, dans un premier temps, une description générale de la biomécanique du genou ainsi qu'une représentation de la prothèse de genou via son modèle géométrique et ses technologies de fabrication. Ceci permettra de poser le contexte général de l'étude traitée dans ce mémoire de recherche. Les prothèses de genou sont utilisées pour remplacer les surfaces fonctionnelles d'un genou dégradé. Pour cela, nous proposons de nous focaliser sur les causes de dégradation du genou biologique. Dans la suite du chapitre, les différents procédés de fabrication des prothèses seront présentés. A partir de là, le procédé de fabrication par enlèvement de matière est détaillé en présentant, tout d'abord, les machines-outils à commande numérique ainsi que leur chaîne numérique. Ensuite, le calcul de la trajectoire d'usinage, les formats d'interpolation et les outils avancés de lissage des directeurs à commande numérique seront illustrés.

### I.1 BIOMECHANIQUE ET PROTHESE DU GENOU

Le genou est une articulation du corps humain très complexe du point de vue cinématique. Le bon fonctionnement du genou est nécessaire pour exercer un ensemble d'activités quotidiennes tel que : se lever, se reposer, marcher, courir, prendre les escaliers et conduire des véhicules. Les mouvements du genou ne se limitent pas à une simple extension-flexion mais est aussi composée de rotations qui combinées permettent d'exercer les activités physiques habituelles de la vie courante.

### I.1.1 L'articulation du genou

La liaison du genou est la jonction articulaire entre le tibia et le fémur, voir figure I-1. Il s'agit d'une articulation composée de trois parties qui, grâce à leurs formes, permet des mouvements d'extension et de flexion en première estimation.

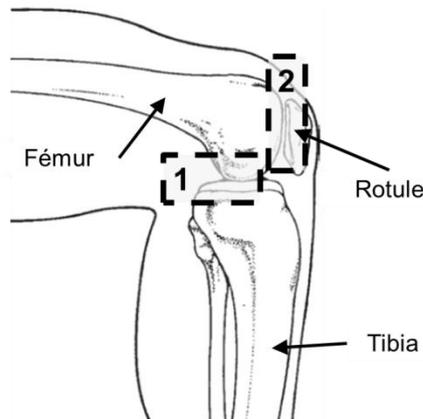


Figure I- 1 : L'articulation du genou (HALL, 2012)

Le genou est une articulation qui lie trois os : le fémur, le tibia et la rotule (voir figure I-1). La rotule assure la jonction entre le ligament rotulien et le quadriceps. Nous distinguons deux types d'articulation dans le genou :

- l'articulation fémoro-tibiale, entre le fémur et le tibia (1),
- l'articulation fémoro-rotulienne, entre le fémur et la rotule (2).

#### I.1.1.1 Anatomie du genou

Naturellement, l'anatomie de l'articulation du genou est composée de trois parties :

- les condyles : l'extrémité inférieure du fémur,
- le plateau tibial : l'extrémité supérieure du tibia,
- la rotule : petit os, situé en avant de la base du fémur.

##### I.1.1.1.1 Le fémur

Le fémur représente l'os de la cuisse. Il est l'os le plus long, le plus fort et le plus lourd du squelette humain. Il se prolonge de la hanche jusqu'au genou. Dans notre travail nous intéressons à l'extrémité inférieure du fémur figure I-2(c) qui est en contact avec le tibia, compose une partie de l'articulation principale du genou. Cette dernière est formée par une surface cartilagineuse avec deux condyles (CHAIBI, 2010).

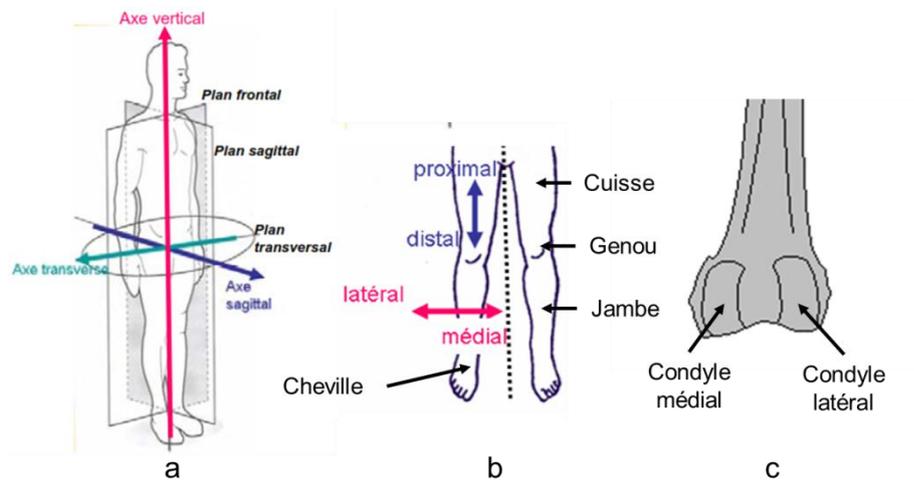


Figure I- 2 : Nomenclature des plans et constitution du fémur (SUDHOFF, 2007)

#### ***1.1.1.1.2 Le tibia***

Le tibia est l'os le plus gros de la jambe. Il transmet les forces depuis la cheville jusqu'au genou. Il s'articule à son extrémité supérieure avec le fémur et à son extrémité inférieure avec le talon de la cheville (PITKIN, 2010) (voir figure I-1). Il est en liaison avec le péroné.

#### ***1.1.1.1.3 La rotule***

La rotule est connue comme étant le chapeau du genou. Elle est un petit os triangulaire situé devant l'articulation du genou (voir figure I-1). Le rôle de la rotule est très important car elle permet d'augmenter l'effet de levier du tendon et de le maintenir l'articulation en place si le genou est plié (fléchi) (PITKIN, 2010).

#### **1.1.1.2 Ligaments du genou**

Un système ligamentaire assure la liaison mécanique entre le fémur et le tibia. Il est complété par un système musculaire qui assure la stabilisation statique et dynamique du genou (voir figure I-3).

Il y a quatre ligaments principaux dans le genou :

- le ligament croisé postérieur (LCP),
- le ligament croisé antérieur (LCA),
- le ligament latéral interne (LLI),
- le ligament latéral externe (LLE).

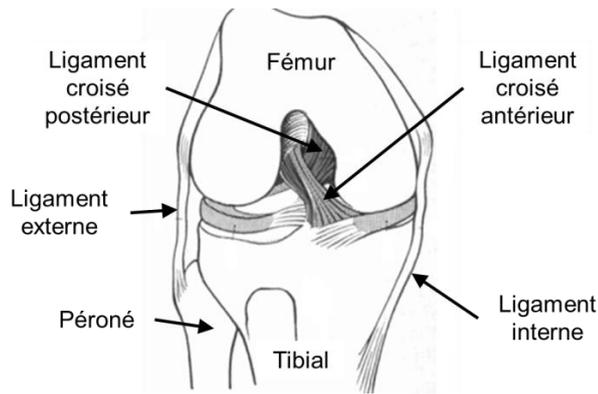


Figure I- 3 : Ligaments du genou (NODE-LANGLOIS, 2003)

### I.1.1.3 Biomécanique du genou

Dans (KAPANDJI, 1994), la cinématique articulaire du genou est assimilée à une articulation avec un seul degré de liberté (liaison pivot) réalisant extension-flexion au niveau du plan sagittal. Une rotation autour d'un axe longitudinal situé au niveau du compartiment médial montre un deuxième degré de liberté (rotation interne/externe), qui peut être réalisé lorsque le genou est fléchi (90° figure I-4).

Les modèles biomécanique du genou, les plus anciens, considèrent la jambe comme un pendule simple dont le mouvement traduit l'extension-flexion du genou sur le plan sagittal (BULL, et al., 1998). Abdel-rahman et al. (ABDEL-RAHMAN, et al., 1993) ont proposés de nouveaux modèles bidimensionnels puis tridimensionnels (MANAMANNI, et al., 2005), pour tenir en compte d'une manière plus fine des caractéristiques de l'articulation du genou. De nouvelles études ont montré que, du côté anatomique, la cinématique des mouvements de l'articulation du genou comportait six degrés de liberté (KOMDEUR, et al., 2002). Ils sont illustrés dans la figure I-4.

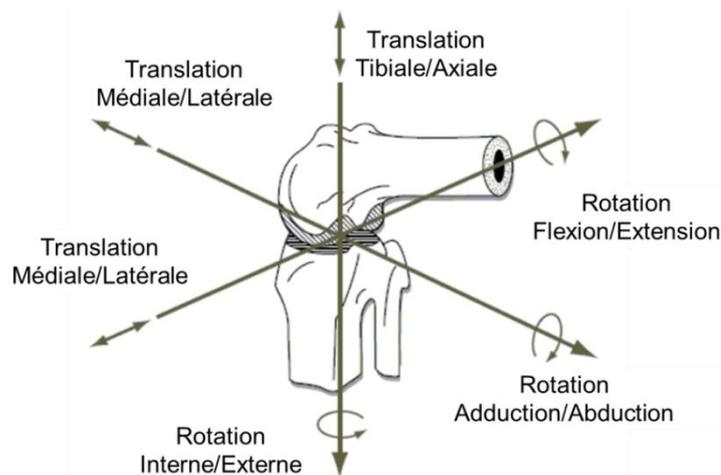


Figure I- 4 : Description des mouvements de l'articulation du genou (KOMDEUR, et al., 2002).

### I.1.1.3.1 Mouvement de extension flexion

Les amplitudes du mouvement d'extension-flexion du genou varient entre  $0^\circ$  en hyper-extension et  $140^\circ$  en hyper-flexion. La figure I-5 montre que la flexion du genou peut atteindre  $160^\circ$  quand le sujet est en position accroupie (KAPANDJI, 1994).

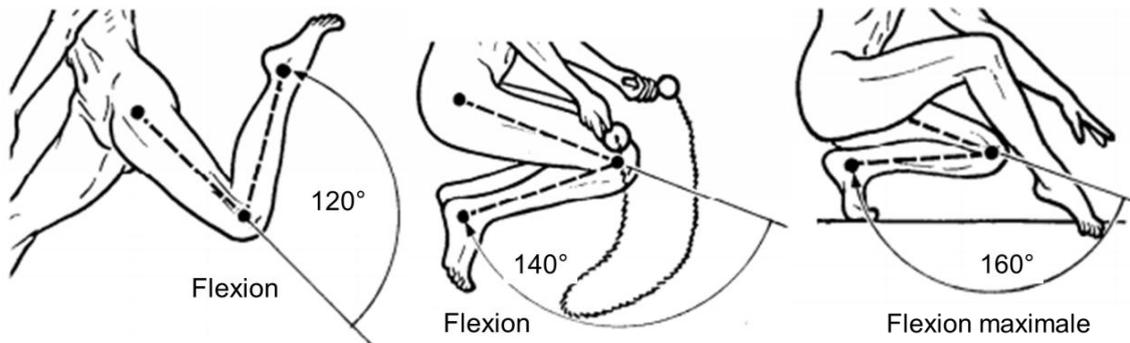


Figure I- 5 : Mouvements d'extension flexion du genou (KAPANDJI, 1994)

### I.1.1.3.2 Mouvement de rotation axiale

La rotation active de la jambe autour de son axe longitudinal peut être réalisée uniquement quand le genou est fléchi. A partir de la position de référence (figure I-6) avec une flexion de  $90^\circ$ , la rotation externe de genou peut atteindre  $40^\circ$  et dans l'autre sens, en rotation interne  $30^\circ$ .

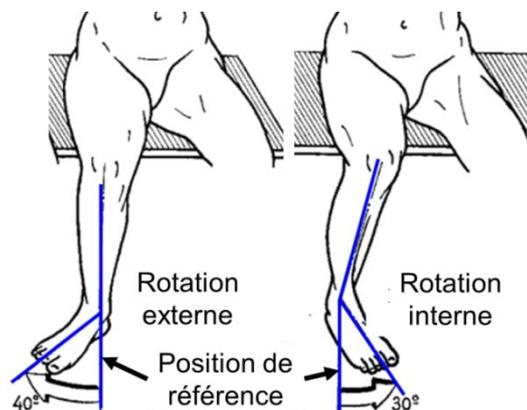


Figure I- 6 : Amplitude de rotation (KAPANDJI, 1994)

## I.1.2 Causes de dégradation du genou

Il y a beaucoup de maladies et de types de dommages qui peuvent affecter le genou. Durant l'année 2011, environ 46 millions de consultations ont eu lieu pour des problèmes du genou (NHAMCS, 2011) dans le monde. Certaines maladies peuvent toucher le genou tel

que : arthrose, ostéo-arthrite, rhumatisme articulaire, .... De plus, les blessures au genou sont fréquentes et sont un facteur traumatique important : lésion méniscale, rupture du ligament, fracture articulaire, .... De plus, l'avancement dans l'âge provoque des lésions progressives au niveau du genou, comme l'arthrose, par exemple.

### I.1.2.1 L'arthrose du genou

L'arthrose du genou (gonarthrose) est une usure du cartilage pouvant atteindre les surfaces osseuses de l'articulation figure I-7. Cette usure articulaire irréversible et anormale entraîne des douleurs plus ou moins sévères avec une perte de la mobilité et parfois une déformation du genou. Contrairement à d'autres types de tissu du corps humain (par exemple, la peau), le cartilage articulaire n'est pas capable de se régénérer, ce qui implique qu'il va s'user et disparaître. Cette perte de la couche superficielle de l'articulation conduit rapidement à une restriction fonctionnelle douloureuse. L'ensemble de ces symptômes entraîne une dégradation de la fonction marche, ainsi que les activités physiques et sportives quotidiennes en général (MATHYS, 2008).

Les formes les plus fréquentes de l'arthrose sont Ostéo-Arthrite (OA) et rhumatisme articulaire (RA) (ARNOLD, et al., 2014). La maladie évolue lentement, sur plusieurs années.

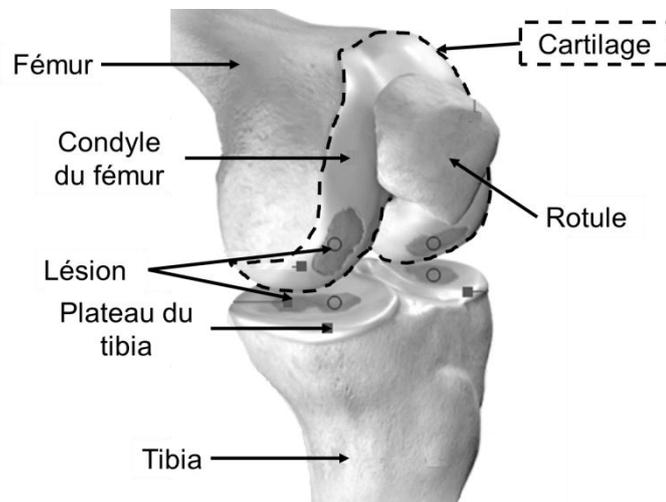
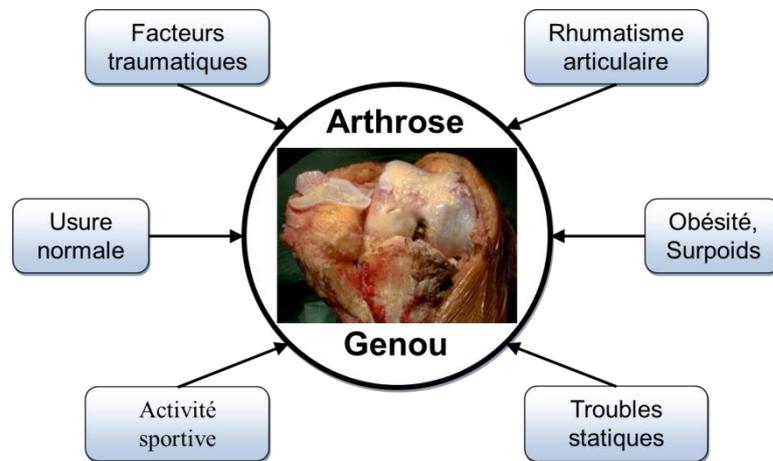


Figure I- 7 : L'arthrose du genou (MATHYS, 2008)

Les principales causes de dégradation intervenant dans la genèse de l'arthrose sont figure I-8 :

- rhumatisme articulaire,
- l'obésité,
- les facteurs traumatiques : lésion d'un ménisque, rupture du ligament croisé antérieur fracture articulaire (du fémur, du tibia, de la rotule),

- l'activité sportive, le surmenage professionnel,
- les troubles statiques : déviation axiale, ...



**Figure I- 8 : Les causes de dégradations**

Pour chacune des causes, on attribue un traitement. Si ce dernier ne soulage pas les douleurs et n'améliore pas le fonctionnement du genou, alors l'orthopédiste s'oriente vers la mise en place d'une prothèse de genou. Nous pouvons noter qu'environ 1/4 des personnes ayant consulté pour un problème grave de genou sont orientées vers la méthode chirurgicale (AAOS, 2014).

### **I.1.3 Prothèse du genou**

Une prothèse du genou est un système mécanique articulaire interne qui remplace les surfaces défaillantes du genou, dans le but de permettre un nouvel appui stable, une extension et flexion optimales. La pose d'une prothèse permet de récupérer les fonctions nécessaires à la marche, courir, prendre les escaliers, conduire des véhicules, se lever et se reposer.

#### **I.1.3.1 Types de prothèses du genou**

Généralement, les prothèses de genou sont composées de trois éléments mécaniques, comme présenté sur la figure I-9. Deux pièces en métal sont fixées respectivement sur le fémur et sur le tibia. Une troisième partie dite intercalaire est constituée d'un plastique très performant et résistant : le polyéthylène haute densité. Ce dernier permet d'améliorer le glissement de la prothèse.

Le type de prothèse de genou dépend l'étendue de la dégradation des différents compartiments du genou biologique.

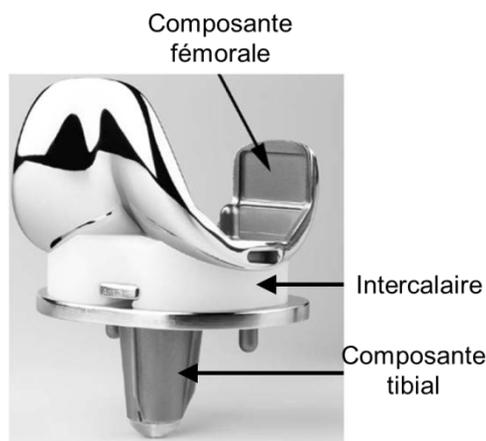


Figure I- 9 : Prothèse du genou (GACON, et al., 2006)

Il existe actuellement, trois grands groupes de prothèses du genou permettant le remplacement de compartiments usés ou détruits :

- la prothèse uni-compartimentales (PUC) (partielles ou demi-prothèses),
- la prothèse totale du genou (PTG),
- la prothèse contrainte.

#### *1.1.3.1.1 Prothèse uni-compartimentale de genou*

La prothèse uni-compartimentale (PUC) est une prothèse partielle voir la figure I-10. Elle remplace le cartilage usé d'un seul côté du genou sans toucher à l'autre compartiment fémoro-tibiale ou à la rotule. La prothèse uni-compartimentale permet de reproduire tous les mouvements naturels du genou. Son fonctionnement permet le glissement fémoro-tibial.

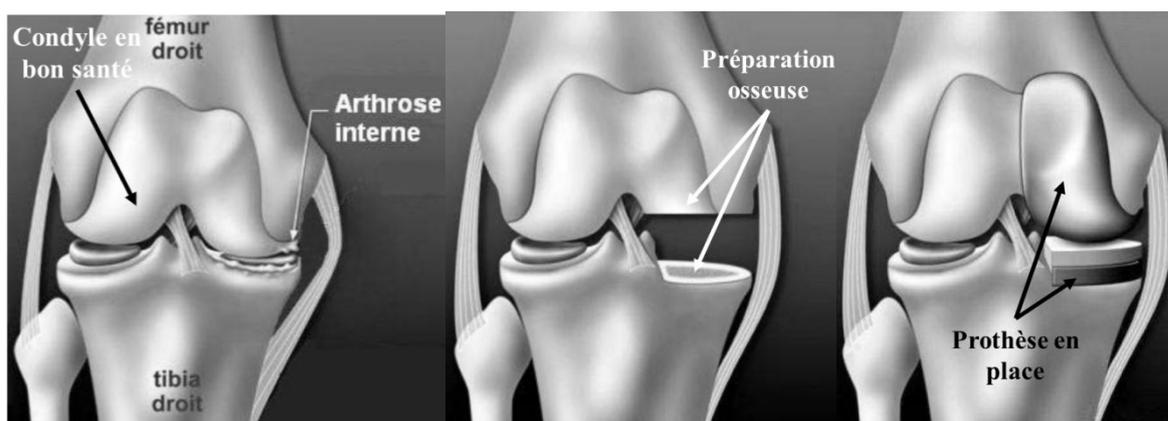


Figure I- 10 : Prothèse uni-compartimentale (PRIGENT, 2009)

Un ensemble des critères doit être impérativement respecté sous peine de subir des contraintes trop grandes et de voir apparaître un risque de décèlement. Ces critères sont :

- l'usure articulaire touche un seul compartiment fémoro-tibial,
- le genou doit être stable : le ligament croisé antérieur est intact,
- pas de forte surcharge pondérale ou d'ostéoporose.

La prothèse uni-compartimentale se compose de deux parties figure I-11 :

- une composante tibiale composée d'un plateau métallique couvert d'une semelle en polyéthylène.
- une composante fémorale métallique qui se pose, sans résection, sur le condyle correspondant.

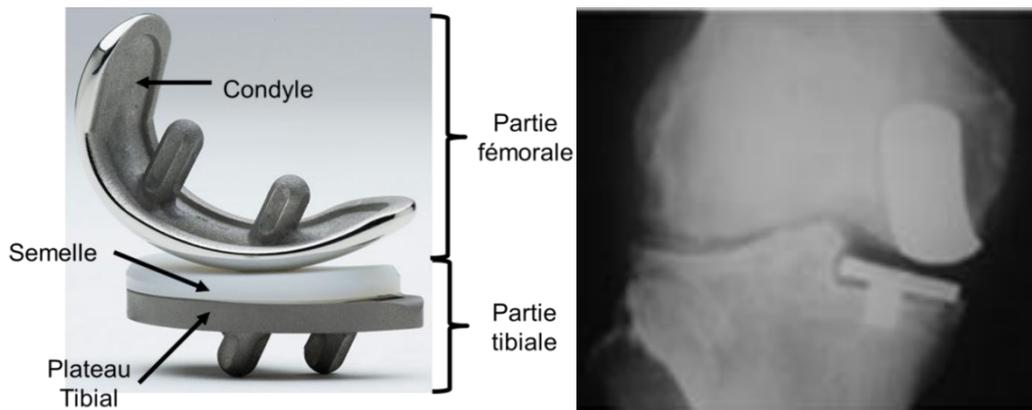


Figure I- 11 : Prothèse de genou uni-compartimentale (GACON, et al., 2006)

### *1.1.3.1.2 Prothèses totales de genou*

La prothèse totale de genou (PTG) remplace toutes les parties du cartilage usé. Celle-ci imite les mouvements naturels du genou dans les trois plans de l'espace. La mise en place s'effectue après une coupe osseuse enlevant dans le même temps, le cartilage articulaire usé ainsi qu'une fine couche d'os qui est égale à l'épaisseur de la prothèse. La figure I-12 met en relief (MOUNASAMY, et al., 2006), les plans de coupe pour la pose d'une prothèse totale de genou.

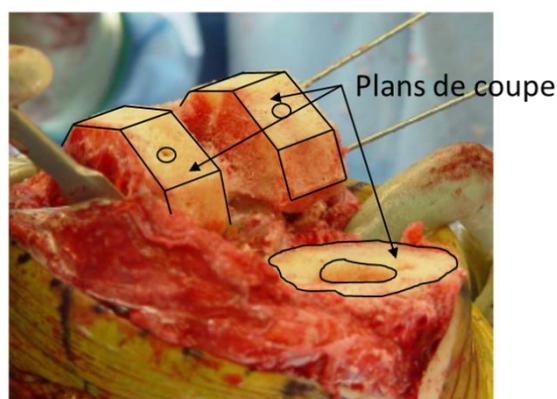


Figure I- 12 : Plans de coupe lors d'une PTG

Le fonctionnement d'une prothèse totale de genou (PTG) se fait par glissement. Sa pose nécessite la conservation des ligaments latéraux. Cette prothèse se compose de trois parties (figure I-13) :

- une composante fémorale métallique qui s'adapte sur l'extrémité inférieure du fémur,
- une composante tibiale qui se pose sur le plateau de tibia. Cette partie se compose, généralement, d'une base métallique sur laquelle est montée une semelle en polyéthylène,
- une composante rotulien polyéthylène y est ajouté si nécessaire.

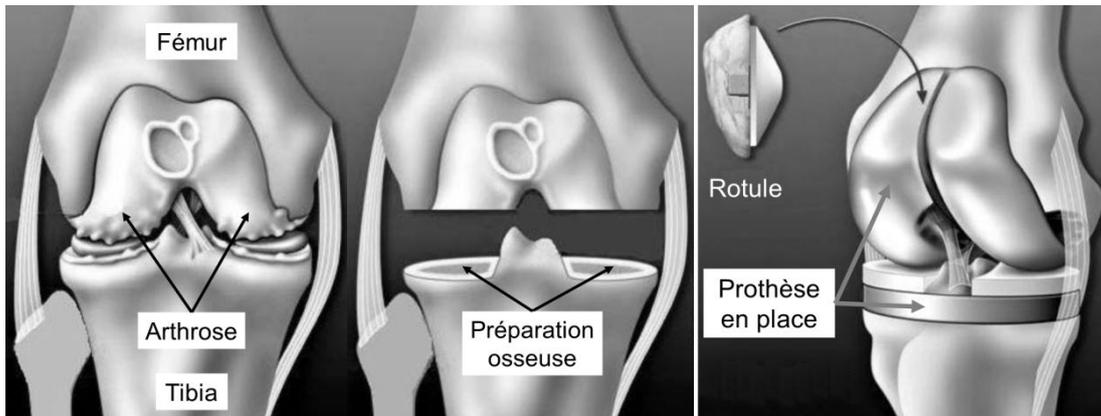


Figure I- 13 : Prothèse totale de genou (PRIGENT, 2009)

Le développement permanent de l'industrie mécanique ainsi que l'automatisation des procédés d'usinage a permis la création de deux principaux types de prothèse totale du genou à savoir :

- les prothèses à plateau fixe,
- les prothèses à plateau mobile.

#### a) Prothèses à plateau fixe

La composante en polyéthylène est fixée au plateau du tibial et est articulée avec la composante fémorale figure I-14. Plusieurs conceptions sont proposées selon la conservation des différents ligaments.

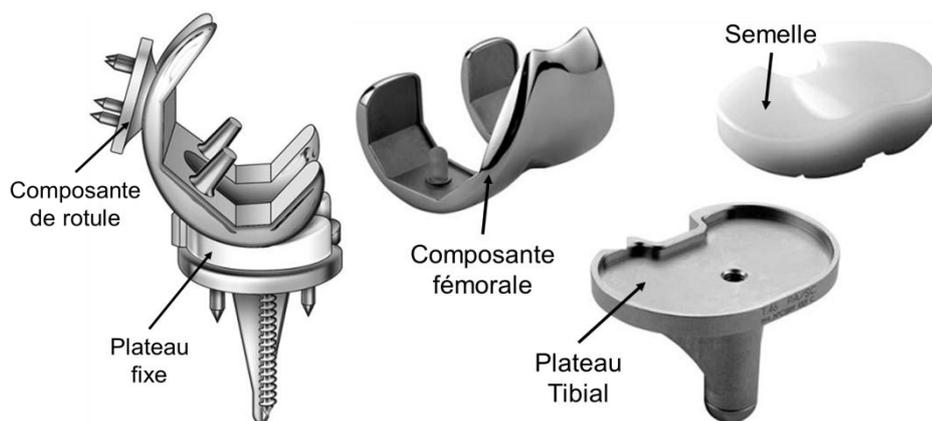


Figure I- 14 : Prothèse à plateau fixe (GACON, et al., 2006)

### b) Prothèses à plateau mobile

Les prothèses de genou à plateau mobile ont été créées pour permettre une bonne mobilité articulaire et réduire les forces de friction (figure I-15). Elles sont équipées d'un plateau en polyéthylène mobile par rapport au plateau tibiale métallique (GACON, et al., 2006).

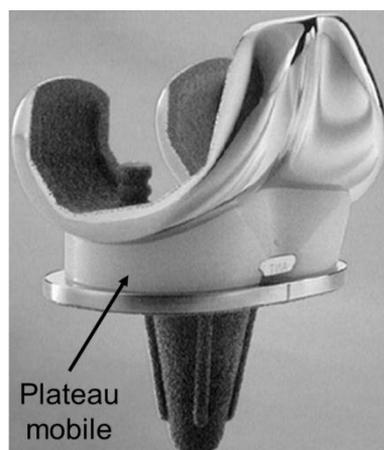


Figure I- 15 : Prothèse à plateau mobile (GACON, et al., 2006)

#### 1.1.3.1.3 Prothèses contraintes (prothèses charnières)

Les prothèses charnières sont constituées de deux composantes, tibiale et fémorale, toutes les deux, munis d'une longue tige de fixation qui s'insère dans les os (figure I-16). Les deux composantes de la prothèse sont reliées entre elles par une charnière qui permet uniquement les mouvements d'extension et de flexion du genou.

Le fémur et le tibia sont étroitement reliés l'un à l'autre par cette prothèse de genou. Plus contraignante que les précédentes, elle présente l'avantage d'éviter tout mouvement latéral.

Une amélioration a été réalisée par les prothèses charnières rotatoires : elles sont pourvues d'un dispositif mécanique qui permet une rotation supplémentaire entre le fémur et le tibia.



Figure I- 16 : Prothèse charnières (SCUDERI, et al., 2002)

### I.1.3.2 Durée de vie d'une prothèse du genou

La durée de vie d'une prothèse de genou est difficile à prévoir mais les dernières statistiques exposent qu'après dix ans, 80% à 90% des prothèses posées sont toujours en place (nous pouvons considérer que la durée de vie moyenne d'une prothèse est d'une dizaine d'années) (GACON, et al., 2006).

Les facteurs principaux qui influencent la durée de vie sont :

- la qualité et le degré de finition des surfaces des prothèses,
- la bonne position et la fixation initiale des composantes,
- la qualité de l'os,
- la surcharge pondérale exercée sur la prothèse,
- l'activité du genou opéré (chocs violents ou répétés),
- le type d'utilisation de la prothèse et le type de prothèse posée,
- l'âge avancé.

## I.2 FABRICATION DES PROTHESES DU GENOU

### I.2.1 Matériaux utilisés pour la fabrication des prothèses

Les matériaux utilisés pour la fabrication d'une prothèse doivent être biocompatibles, résistants à la corrosion et à la fatigue. Trois familles de matériau sont employées : les métaux, les céramiques et les polymères.

Dans le cas de la prothèse de genou, la composante fémorale est généralement en alliage cobalt chrome après que les alliages de titane aient été abandonnés. Les composantes tibiales métalliques sont proposées soit d'alliage cobalt chrome, soit d'alliage de titane.

### I.2.2 Géométrie de la composante fémorale d'une prothèse du genou

Comme précisé plus haut, une prothèse de genou est composée de trois parties voir figure I-17. La composante fémorale est amincie afin de réduire le volume d'os retiré. Par ailleurs, celle-ci est soumise à un niveau d'effort supportable. En conséquence, le contrôle de l'épaisseur de cette composante est l'un des principaux enjeux de ces travaux de thèse.

D'autre part, la forme de la géométrie de ce type de composante n'a pas besoin d'une grande précision. Comme illustré sur la figure I-17, le contact entre la composante fémorale et l'intercalaire de polyéthylène est non conforme. Cette propriété induit la stabilité de contact pour les petites variations géométriques. En conséquence, la contrainte géométrique principale sur une prothèse fémorale est d'assurer une épaisseur constante sur toute sa longueur (enlever une épaisseur constante sur la pièce brute réelle).

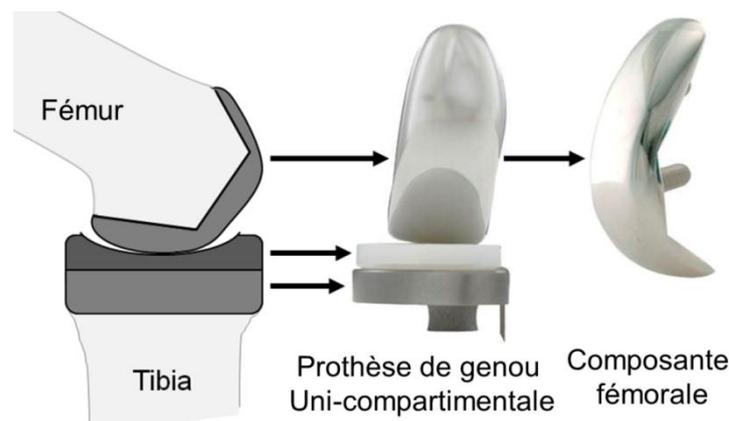


Figure I- 17 : Composantes d'une prothèse du genou

En conséquence, la forme de la surface n'est pas critique. De plus, l'amplitude du mouvement entre ses deux composantes peut induire un risque d'usure. Pour limiter ce risque, une rugosité faible est exigée c'est-à-dire un bon état de surface (exemple 0.05 Ra). En

résumé, les deux principales caractéristiques fonctionnelles de la composante fémorale d'une prothèse du genou sont respecter une épaisseur nominale (modèle CAO) et une rugosité faible.

### 1.2.3 Planification simplifiée de processus de fabrication des prothèses du genou

Les bruts des composantes fémorales des prothèses genoux sont obtenus en moulage à la cire perdue. Généralement, elles sont réalisées en alliages à base de cobalt car il présente une bonne coulabilité de formes complexes, une bonne résistance à la corrosion, de bonnes propriétés tribologiques et des propriétés mécaniques élevées.

Le processus de fabrication de la composante fémorale est représenté sur la figure I-18. Cette composante est, généralement, fabriquée en alliage de cobalt chrome qui présente une faible usinabilité.

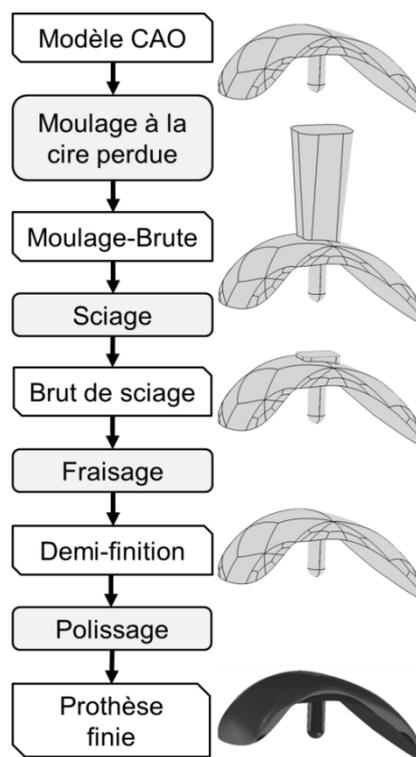


Figure I- 18 : Planification de processus de fabrication d'une composante fémorale de prothèse de genou

Le modèle CAO spécifie la géométrie nominale qui répond aux contraintes cinématiques et fonctionnelles de la prothèse. Avant de commencer l'étape de polissage, des opérations d'ébauche et de demi-finition d'usinage sont effectuées sur une machine-outil. L'étape de polissage est réalisée avec une succession d'outils abrasifs. Par la suite, la prothèse subit de nombreuses étapes de nettoyage et de stérilisation.

Pendant le processus de moulage à la cire perdue, la géométrie de la pièce brute est affectée par des déformations en raison de la relaxation des contraintes résiduelles de moulage générées par les variations du gradient de température à l'intérieur de la pièce lors de sa coulée. Ainsi, des déformations de la géométrie globale des prothèses sont généralement observées lors de l'usinage. Ces déformations constituent une contrainte majeure dans l'étape de fabrication des prothèses.

## I.2.4 Les procédés d'obtention

La technologie de fabrication des prothèses est liée à diverses technologies telles que le prototypage rapide et l'usinage multiaxes. Il existe plusieurs technologies de fabrication des prothèses. Les plus utilisées sont :

### I.2.4.1 Procédé de fonderie

La fonderie c'est un procédé de fabrication utilisé pour obtenir des pièces complexes avec des matériaux difficiles à usiner tel que la composante fémorale figure I-19.



Figure I- 19 : Composante fémorale obtenir par procédé de fonderie

### I.2.4.2 Procédé d'usinage

L'usinage des composantes fémorales d'une prothèse est difficile à réaliser, à cause de leurs géométries complexes (figure I-20). Pour cela, il est nécessaire d'utiliser des machines-outils à commande numérique multiaxes.

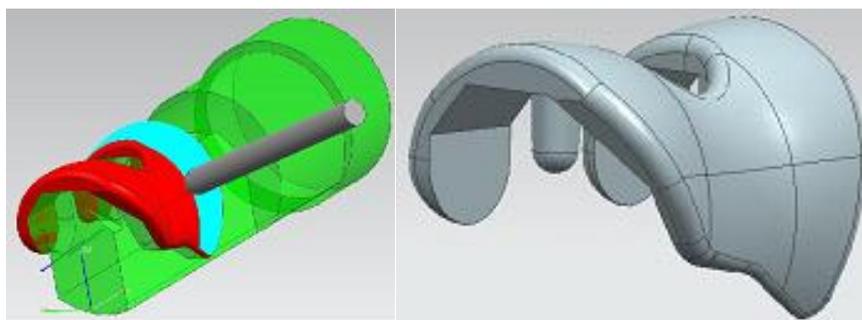


Figure I- 20 : Génération d'une trajectoire d'usinage (LEE, et al., 2009)

### I.2.4.3 Autres technologies

- La forge (composantes soumises à de fortes contraintes en fatigue, composantes de grandes dimensions, composantes des formes ou matériaux difficiles à usiner).
- Le frittage (composantes en céramique, composantes métalliques de petite dimension).
- Le polissage (pour améliorer les propriétés tribologiques et esthétique).
- La projection thermique (garantir la fixation biologique).
- Le nettoyage (garantir la décontamination physique et biologique, bains de lessive, solvants, séchage à l'air chaud).
- La stérilisation (protéger la stérilité de prothèse).
- ...

## I.3 PRINCIPE D'UNE MACHINE-OUTIL A COMMANDE NUMERIQUE

Les fabricants des prothèses médicales font appel à des fraiseuses à commande numérique multiaxes (figure I-21). Ce procédé est habituellement adapté pour fabriquer des pièces de géométrie complexe qui nécessitent une grande précision géométrique et un état de surface de qualité afin de réduire le coût des opérations de polissage.

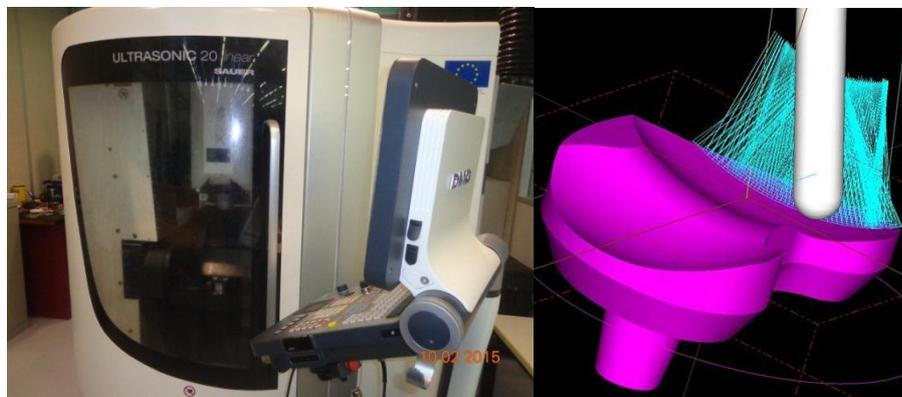


Figure I- 21 : Génération multiaxe de trajectoire d'usinage

Selon la géométrie des pièces, la fabrication de celles-ci peut être envisagée soit en usinage 3 axes, soit en usinage 5 axes. Dans le premier cas, l'outil ne se déplace que suivant les 3 axes cartésiens de la machine. Ce type d'usinage limite l'accès aux différentes faces de la pièce imposant l'utilisation de plusieurs phases dans la gamme de fabrication. Par contre, dans l'usinage 5 axes en plus des trois translations, deux degrés de liberté (deux rotations) supplémentaires permettent d'orienter l'axe de la broche. Ces degrés de liberté donnent à l'outil une grande accessibilité pour être en mesure d'usiner des pièces de formes complexes

sans avoir recourt au démontage de la pièce de son porte pièce. Cela permet de supprimer les erreurs de repositionnement entre les différentes phases de la fabrication.

### I.3.1 Définition des repères d'usinage

Les repères sur machines à commande numérique sont définis par la norme NF ISO 841 (ISO 841, 2001). Cette norme a pour but de décrire une nomenclature des axes et des mouvements afin de faciliter l'interchangeabilité des données de programmation.

Selon le type de Directeur de Commande Numérique (DCN) la chaîne vectorielle est légèrement différente. La chaîne vectorielle est utilisée pour positionner le repère programme par rapport au repère machine. La position relative de ces deux repères est transmise au DCN. Par exemple, pour un DCN de marque NUM celui-ci est défini par la somme de deux vecteurs nommés PREF et DEC (figure I-22).

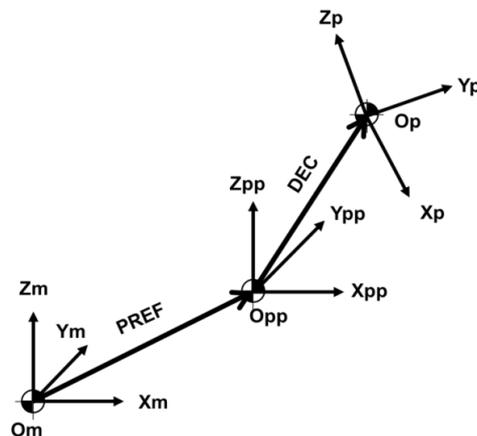


Figure I- 22 : Chaîne vectorielle pour un DCN de marque NUM

Où :

Om : Origine machine, point de référence fixé sur la machine,

Opp : Origine porte pièce, point de référence entre la machine et le porte pièce,

Op : Origine programme, point de référence fixé sur la pièce,

PREF : Position de référence, vecteur entre l'origine machine et l'origine porte pièce,

DEC : Décalage, vecteur entre origine programme et l'origine porte pièce.

Pour un DCN de marque SIEMENS cette position est fournie par un unique vecteur nommé décalage d'origine, DOi sur la figure I-23.

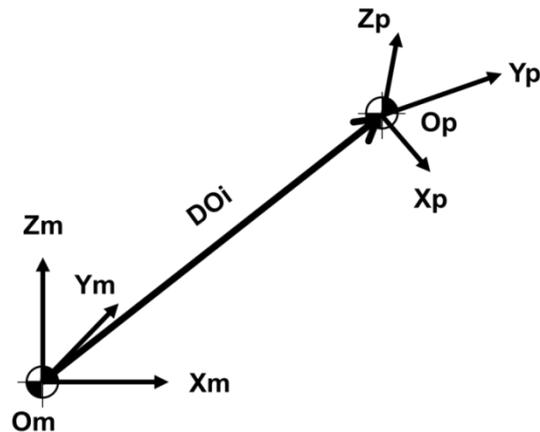


Figure I- 23 : Directeur Commande Numérique SIEMENS

Où :

DOi : Décalage d'origine, vecteur entre l'origine programme et l'origine machine.

### I.3.1.1 Repère machine

Le repère machine est un repère orthonormal ( $O_m$ ,  $X_m$ ,  $Y_m$ ,  $Z_m$ ) qui est fixé à la structure de la machine-outil à commande numérique. Les axes de ce repère sont parallèles aux portiques X, Y, Z de la machine figure I-24.

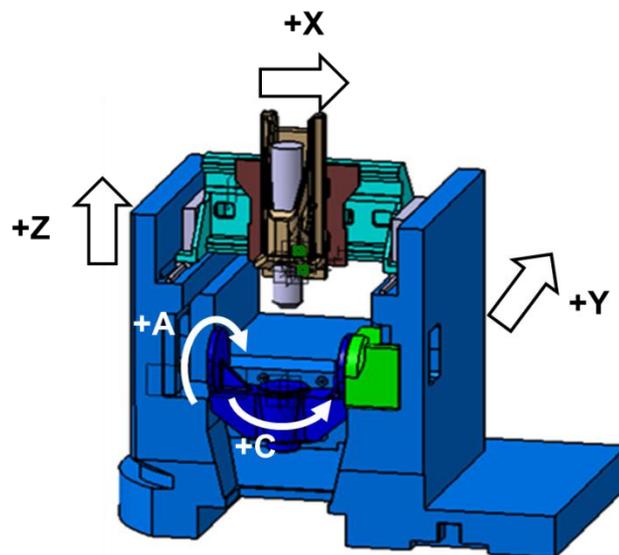


Figure I- 24 : Exemple portique d'une MOCN

L'axe  $Z_m$  est parallèle à l'axe de la broche, le sens positif des deux axes  $Z_m$  et  $X_m$  correspond à l'augmentation de la distance entre la pièce et l'outil. Le produit vectoriel  $Z_m \wedge X_m$ , nous donne le sens et la direction de l'axe  $Y_m$ . En ce qui concerne les axes rotatifs

la norme définit A, B et C comme des rotations respectivement autour des axes  $X_m$ ,  $Y_m$  et  $Z_m$ . Le sens positif est défini de manière directe, figure I-25.

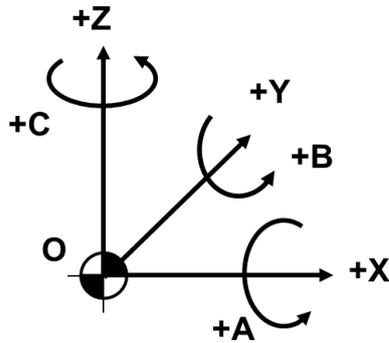


Figure I- 25 : Direction d'un repère machine

### I.3.1.2 Repère programme

Le repère programme ( $O_p$ ,  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ) est fixé sur la pièce, c'est un repère employé pour le calcul des trajectoires d'usinage (figure I-26).

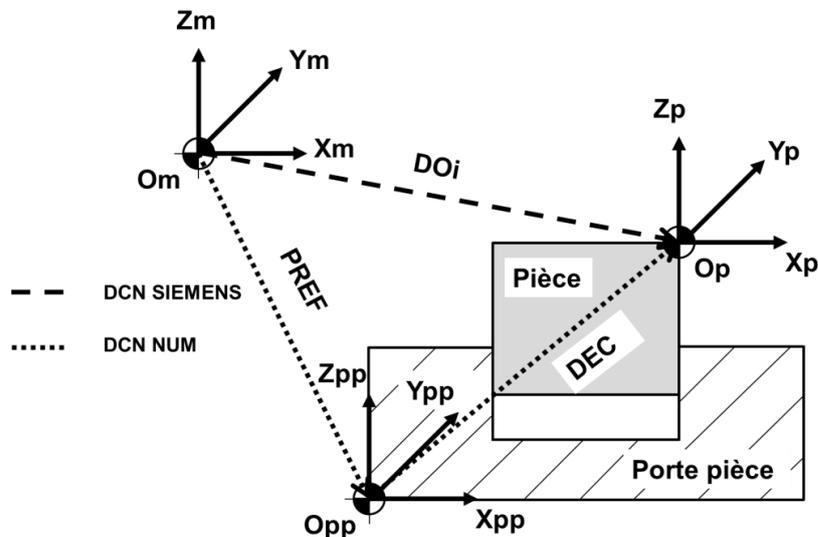


Figure I- 26 : Définition des différents repères d'usinage

### I.3.1.3 Passage du repère programme au repère machine : Chaîne vectorielle

Connaissant la position d'un point  $M_i$  appartenant à l'outil dans le repère programme ( $O_p$ ,  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ) nous pouvons alors l'écrire dans le repère machine ( $O_m$ ,  $X_m$ ,  $Y_m$ ,  $Z_m$ ) par un changement de repère et de base. Le changement d'origine des points  $M_i$  s'effectue par translation en utilisant l'équation I-1.

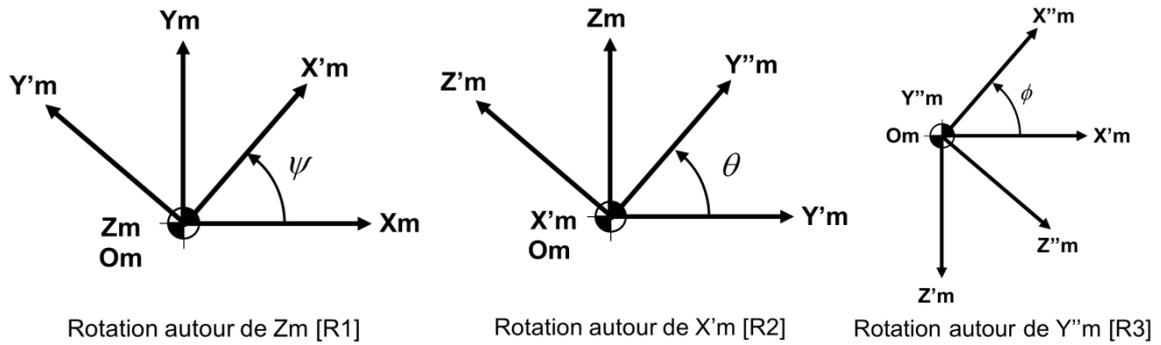
$$M_{i(Om, X_m, Y_m, Z_m)} = [T] \times M_{i(O_p, X_p, Y_p, Z_p)} \quad \text{où} \quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 & -y \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{I-1}$$

Par l'utilisation d'un changement de base suivant la matrice passage [P] (par exemple faire une rotation [R1] puis [R2] et [R3] sur les axes Z<sub>m</sub>, X<sub>m</sub> et Y<sub>m</sub> respectivement), nous pouvons calculer les coordonnées du point M<sub>i</sub> dans la base programme dans la nouvelle base (X<sub>m</sub>, Y<sub>m</sub>, Z<sub>m</sub>) par l'équation I-2.

$$M_{i(Om, X_m, Y_m, Z_m)} = [P] \times M_{i(O_p, X_p, Y_p, Z_p)} \quad \text{I-2}$$

Avec :

$$[P] = [R1] \times [R2] \times [R3]$$



$$[R1] = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [R2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad [R3] = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Figure I- 27 : Les matrices de rotation

On obtient :

$$\begin{Bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{Bmatrix}_{(X_m, Y_m, Z_m)} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \phi - \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi - \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ -\cos \theta \sin \phi & \sin \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}_{(X_p, Y_p, Z_p)} \quad \text{I-3}$$

Avec :

$\psi$  : angle de rotation autour de l'axe Z<sub>m</sub>,

$\theta$  : angle de rotation autour de l'axe X'<sub>m</sub>,

$\phi$  : angle de rotation autour de l'axe Y''<sub>m</sub>.

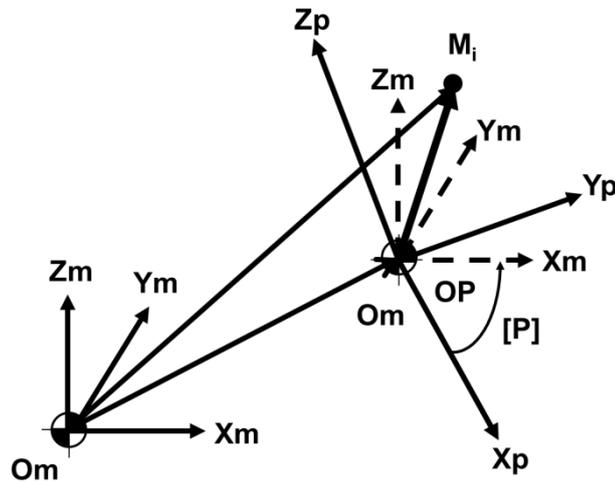


Figure I- 28 : Représentation des angles d'Euler

## I.4 TRAJECTOIRE D'USINAGE EN FRAISAGE : CAS DE FORME COMPLEXE

La trajectoire d'usinage est définie par l'ensemble des positions successives de l'outil dans le repère programme afin de réaliser une opération d'usinage. Dans le cas de l'usinage 3 axes, chaque position est définie par trois coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$ . Dans le cas de l'usinage 5 axes cette position est définie par les trois coordonnées d'un point ainsi que les trois projections (I, J, K) du vecteur directeur de l'axe outil  $u(I, J, K)$  dans le repère programme (figure I-29).

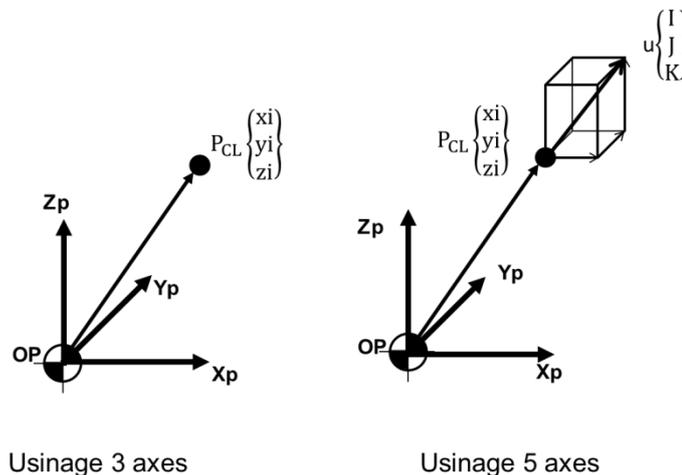


Figure I- 29 : Représentation d'une trajectoire d'usinage

### I.4.1 Chaîne numérique

La géométrie des pièces à usiner est spécifiée à l'aide de logiciels de Conception Assistée par Ordinateur (CAO), par la suite cette information est transmise aux logiciels de

Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO). Celui-ci a pour fonction principale d'aider l'opérateur à calculer et à simuler les trajectoires d'usinage. Une fois les trajectoires d'usinage simulées et validées, la FAO génère les programmes d'usinage contenant les trajectoires outils. Ces derniers sont traduits dans un langage exploitable par le DCN de la machine (Figure I-30).

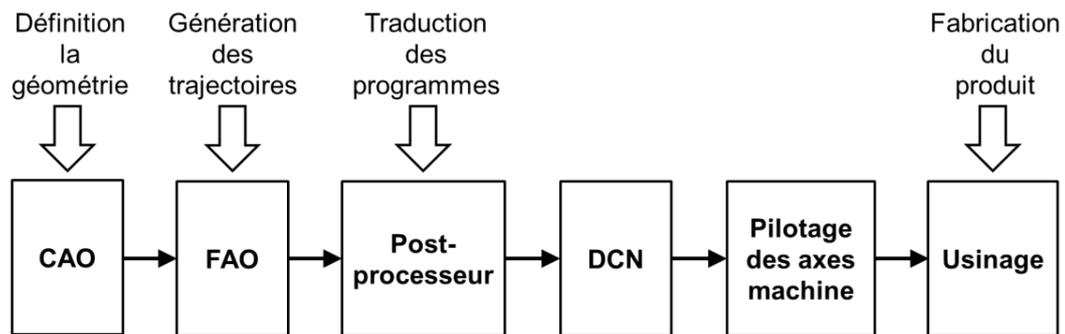


Figure I- 30 : Chaîne numérique pour l'usinage d'une pièce sur MOCN

Le calcul de la trajectoire de l'outil est une étape importante dans le processus de fabrication ; cette trajectoire exprime les mouvements d'avance linéaire et angulaire qui sont traduits par la commande numérique. Cette traduction est réalisée grâce au post processeur qui doit interpréter les formats de stockage des données numérique (LAVERNHE, 2006). Il existe plusieurs paramètres influençant la génération des trajectoires d'usinage. Afin de déterminer ces derniers, il est nécessaire de connaître les différentes méthodes utilisées pour la définition et le calcul des trajectoires.

#### I.4.2 Calcul des trajectoires d'usinage

Pour calculer une trajectoire d'usinage, il est nécessaire de fournir à la FAO les informations suivantes :

- CAO de la pièce finie
- CAO du brut de fonderie,
- type de machine (2, 3, 5 axes),
- Op : Origine programme,
- obstacle (bridage : positionnement de la pièce et fixation),
- stratégies d'usinage,
- macros d'entrée et de sortie de l'outil,
- posage outil,
- outil (types, formes),

- paramètres de coupe.

La trajectoire est calculée en moyens des outils de calcul d'un système FAO. Elle permet d'obtenir les coordonnées des points pilotés  $P_{CLi}$  mais aussi, dans certains cas, le point contact  $P_{CCi}$  (figure I-31). Dans le cas d'usinage 5 axes (figure I-32) en plus de ces points sont fournis les axes d'outils u(I, J, K). La surface à usiner est traduite en trajectoire grâce aux outils de calcul d'un système de FAO qui les traduit en format APT (Automatically Programmed Tools) figures I-31 et I-32 (ISO 3592, 2000).

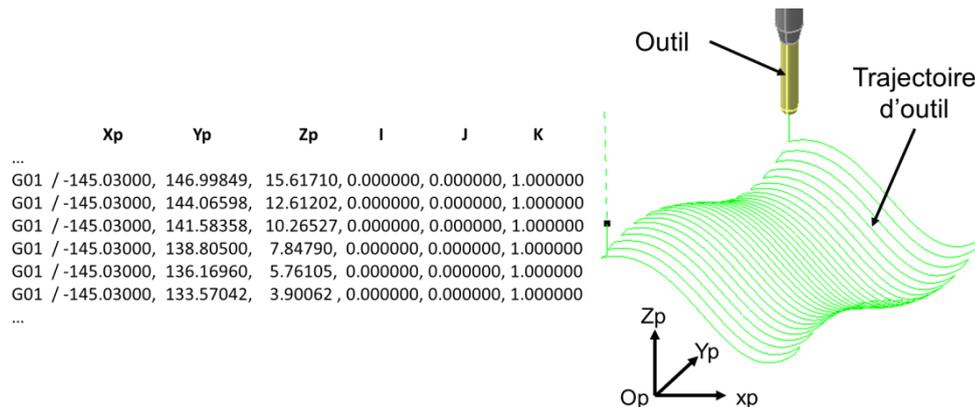


Figure I- 31 : Exemple de trajectoires 3 axes en format APT

La figure I-31 montre, un exemple de trajectoires 3 axes, la trajectoire est définie par un déplacement en Zig-Zag suivant l'axe Yp et un déplacement de mouvements combinés dans le plan Xp-Zp selon les axes Xp et Zp.

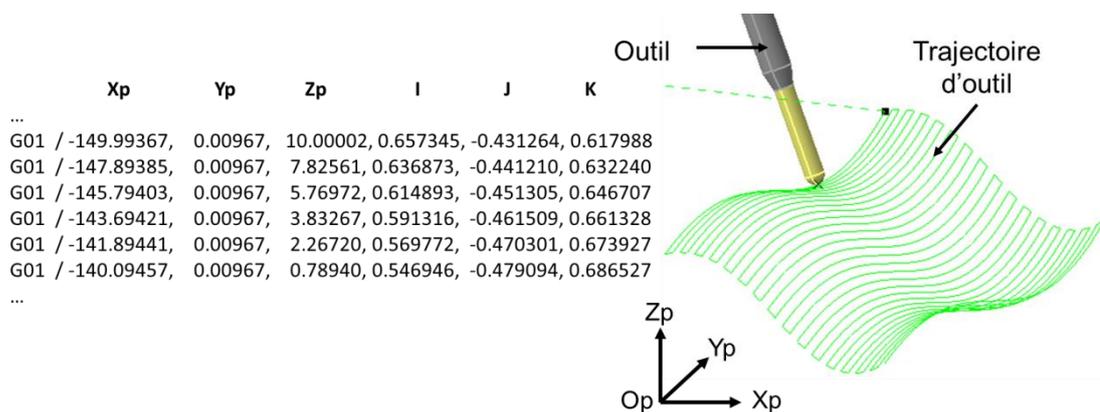


Figure I- 32 : Exemple de trajectoires 5 axes en format APT

La figure I-32 montre, un exemple de trajectoires 5 axes, la trajectoire est définie par un déplacement en Zig-Zag suivant l'axe Xp la combinaison des autres mouvements déplacements en Yp et Zp et la rotation de l'outil traduit la trajectoire complexe de l'outil.

#### I.4.2.1 Détermination des $P_{CCi}$ et $P_{CLi}$ lors du fraisage en bout

Le positionnement de l'outil doit être contrôlé pour garantir une bonne qualité de la coupe tout le long de l'usinage. La génération d'une trajectoire consiste à déterminer les points pilotés  $P_{CLi}$  de l'outil et les axes d'outil  $u(I, J, K)$  pour chaque point de contact outil surface usinée  $P_{CCi}$  le long de la trajectoire d'usinage (DUC, 1998) (RAO, et al., 2000).

La relation vectorielle entre les points de contact  $P_{CCi}$  et les points pilotés  $P_{CLi}$  de l'outil est différent en fonction de la géométrie de l'outil (TOURNIER, 2001) (CAN, et al., 2010). Comme le présente Tournier (TOURNIER, 2001) pour chaque point de contact  $P_{CCi}$  de l'outil est construit un repère local  $(P_{CCi}, f, n, t)$  avec  $f$  le vecteur d'avance,  $n$  la normale à la surface et  $t$  le vecteur tangent à la surface tel que :  $t = f \wedge n$ . La figure I-33 présente la construction du point piloté grâce au point de contact suivant la géométrie de l'outil par rapport au repère programme. Les outils utilisés sont des fraises de 2 tailles en bout 4 dents : hémisphérique, plat et torique.

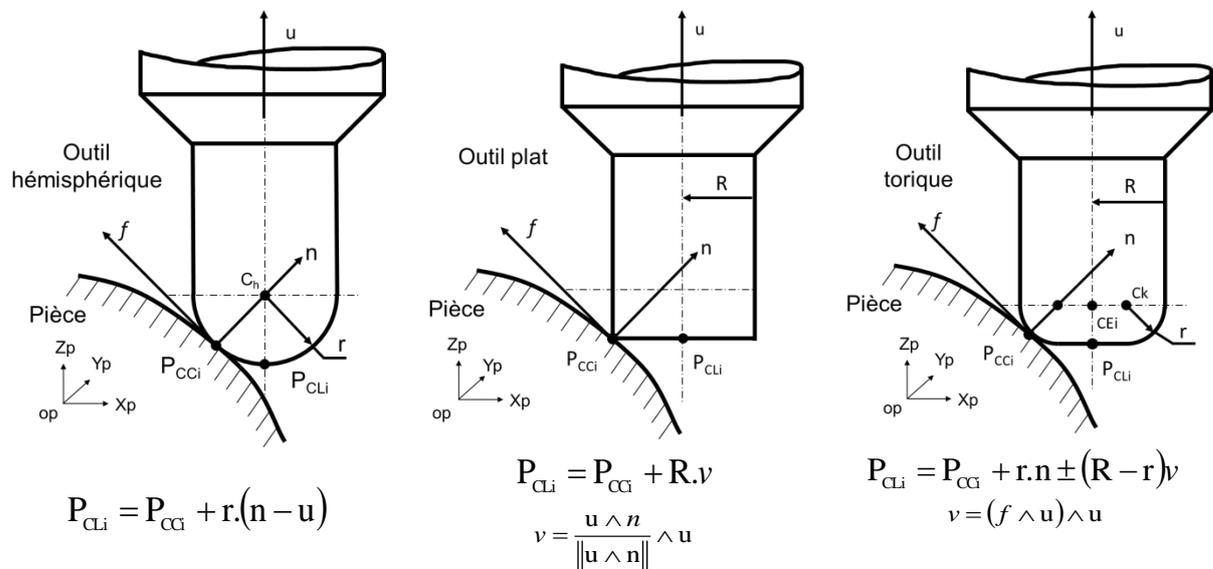


Figure I- 33 : Différentes formes d'outils en bout

$P_{CCi}$  : points de contact entre l'outil et la surface usinée (Cutter Contact point).

$P_{CLi}$  : points pilotés de l'outil (Cutter Location point) par le DCN.

$CEi$  : centre de l'outil torique.

$C_h$  : centre de l'outil hémisphérique.

$R$  : rayon principal de l'outil.

$r$  : rayon de coin.

$n$  : la normale à la surface.

La figure I-34 montre les deux courbes de génération des trajectoires d'outils. Ces trajectoires correspondent aux points de contact  $P_{CCi}$  et aux points pilotés  $P_{CLi}$  avec une fraise hémisphérique.

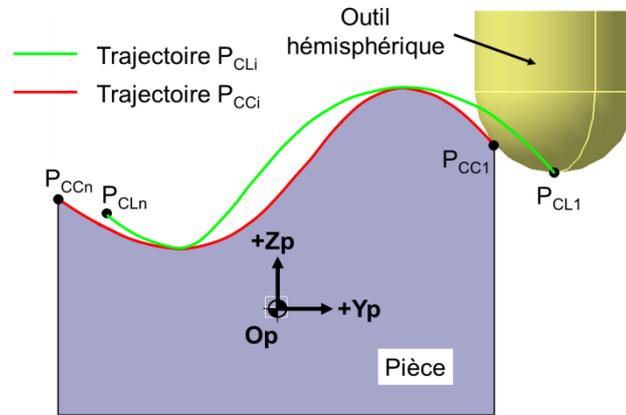


Figure I- 34 : Représentation d'une trajectoire d'outil

#### I.4.2.2 Orientation de la fraise à bout

Initialement dans le calcul d'une trajectoire 5 axes, le bout l'outil est positionné pour que son axe  $u$  soit colinéaire à la normale à la surface usinée  $n$ . Ensuite, deux rotations  $\theta_t$  et  $\theta_n$ , respectivement autour de  $t$  et de  $n$ , sont appliquées. La figure I-35 montre les deux méthodes couramment utilisées pour définir l'orientation de l'axe de l'outil (LAUWERS, et al., 2003). La première rotation (figure I-35(b)) est obtenue par l'inclinaison de l'outil autour de  $t$  ( $\theta_t$ ) puis un pivotement de l'outil autour de  $n$  ( $\theta_n$ ) (TOURNIER, 2001). La deuxième solution (figure I-35(a)) consiste à prendre la première rotation  $\alpha$  autour de  $t$  (l'angle de détalonnage), puis une seconde rotation  $\beta$  autour de la direction d'avance  $f$  (l'angle d'inclinaison) (RUBIO, et al., 1998).

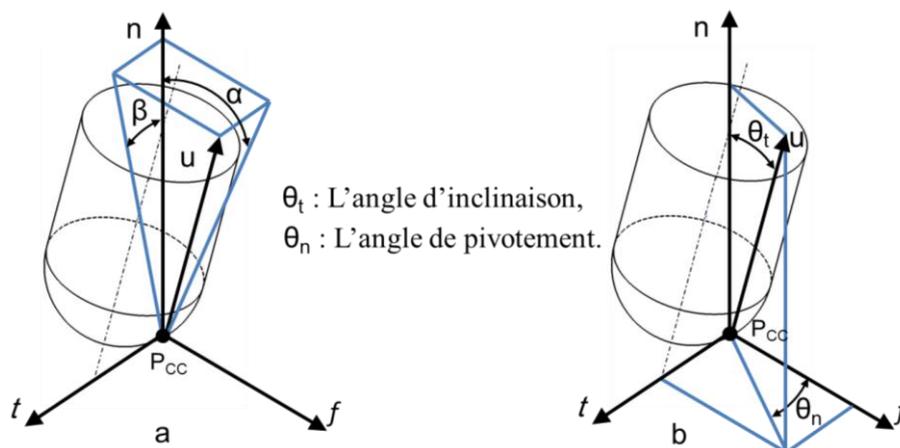


Figure I- 35 : Orientation des outils en 5 axes (LAVERNHE, 2006)

### I.4.2.3 Collision entre l'outil et la surface à usiner

Les interférences entre l'outil et la surface sont le problème principal dans l'usinage de surfaces à géométrie complexe (CHIOU, et al., 2002). Selon le procédé de positionnement de l'outil utilisé et en fonction de la combinaison géométrique de la surface avec les caractéristiques de l'outil (diamètre, longueur), des interférences de nature différentes peuvent apparaître (figure I-36) :

- les interférences locales (ou erreurs d'usinage), correspondent à enlèvement de la matière par la partie active de l'outil sur la surface à usiner figure I-36(a),
- les interférences vers l'arrière de l'outil dans la direction de l'avance sont des pénétrations de l'arrière de l'outil dans la surface à usiner figure I-36(b),
- les interférences globales (ou collisions), toutes les collisions de la partie d'outil ou porte outil et la surface de la pièce figure I-36(c).

Dans la génération des trajectoires d'usinage, il est nécessaire de maîtriser les interférences entre l'outil et la surface usinée. Les interférences conduisent à des défauts géométriques et des collisions qui conduisent à la rupture de l'outil et au rebut de la pièce. En terme géométrique, ces conditions sont nécessaires pour assurer la conformité de la pièce usinée. La figure I-36 montre les différents cas de collisions possibles dans l'usinage 5 axes (JUN, et al., 2003).

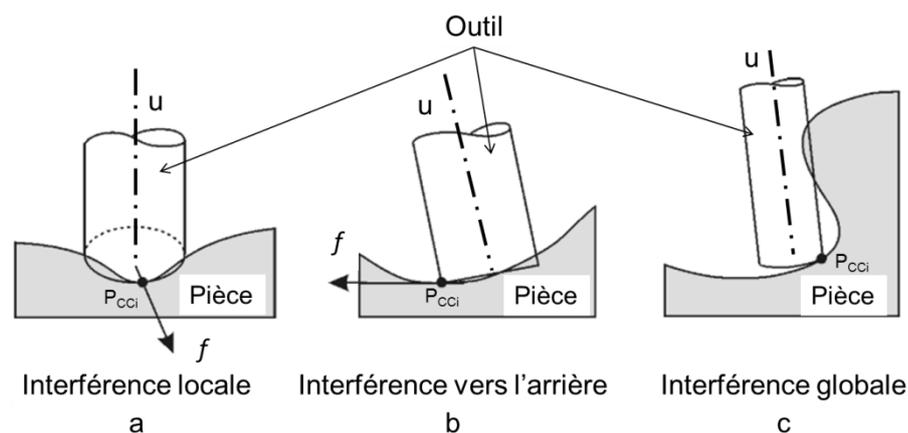


Figure I- 36 : Interférences en usinage multiaxes (JUN, et al., 2003)

Il existe plusieurs méthodes de détection des zones d'interférence entre l'outil et la pièce (HO, et al., 2001). Elles permettent la correction soit en position (LI, et al., 1994) soit en orientation (RAO, et al., 2000) (FAN, et al., 2008) du point piloté de l'outil.

#### I.4.2.4 Stratégies de fraisage de surfaces complexes

Les deux principales stratégies d'usines associées en fraisage de surfaces complexes sont l'usinage en plans parallèles et iso-paramétriques.

##### I.4.2.4.1 Stratégie d'usinage en plans parallèles

La génération de trajectoires d'outil par la stratégie d'usinage plans parallèles a été utilisée pendant plusieurs décennies dans l'usinage de Commande Numérique (CN) des surfaces gauches. C'est la méthode la plus utilisée dans les systèmes FAO. Cette méthode d'usinage est basée sur le balayage de la pièce selon des courbes définies à partir de l'intersection de plans parallèles  $P_i$  (figure I-37) contenant l'axe de l'outil et de la surface à usiner. Cette intersection fournit la trajectoire des points du contact  $P_{CCi}$  (PARK, et al., 2000), (TAM, et al., 2002) (DING, et al., 2003).

Dans ce cas, la variation entre deux positions successives dépend des paramètres de discrétisation. La distance entre deux plans  $\Delta P$  est, généralement, constante sur toute la trajectoire d'usinage.

Ainsi si la direction choisie pour ces plans parallèles est la direction  $Z_m$ , cette stratégie de génération des trajectoires est nommée « Z-level ».

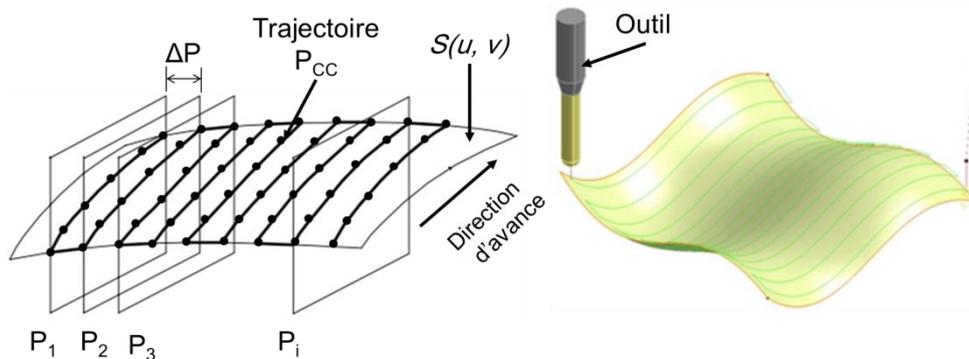


Figure I- 37 : Stratégie d'usinage par plans parallèles

##### I.4.2.4.2 Stratégie d'usinage iso-paramétrique

La génération de trajectoires d'outil par la stratégie d'usinage iso-paramétrique consiste à balayer la surface  $S(u, v)$  en fonction d'une succession de courbes iso-paramétriques  $P(v)$  obtenues en fixant l'un des paramètres  $u$  ou  $v$  de la surface (figure I-38) (LAVERNHE, 2006). Ainsi dans ce cas, les paramètres de discrétisation de trajectoire suivant les deux directions sont des variations  $\Delta u$  et  $\Delta v$ .

En effet, dans le cas général la distance entre deux courbes iso-paramétriques n'est pas constante.

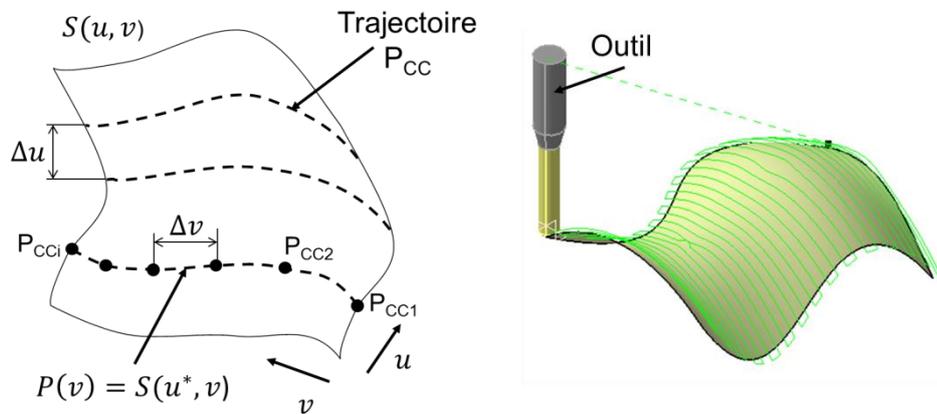


Figure I- 38 : Stratégie d'usinage par iso-paramétrique

#### I.4.2.5 Etapes de calcul d'une trajectoire

Le calcul d'une trajectoire d'usinage est, généralement, composée par plusieurs étapes figure I-39 :

- calcul des courbes de  $P_{CC}$ ,
- discrétisation des courbes de  $P_{CC}$  pour obtenir les points  $P_{CCi}$ ,
- calcul des points  $P_{CLi}$ ,
- calcul de macro d'entrée et de sorite d'outil dans la matière lors de l'usinage des pièces.

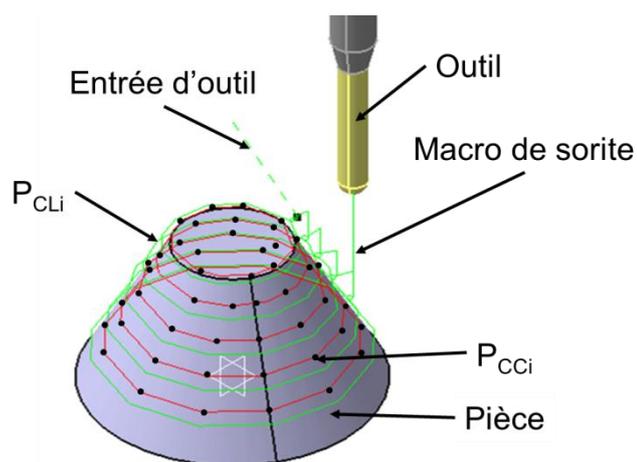


Figure I- 39 : Etapes de calcul d'une trajectoire

A cet effet, les valeurs de la discrétisation des courbes de  $P_{CC}$  doivent respecter l'erreur de corde. Elle représente la tolérance d'usinage maximale entre la trajectoire d'outil générée et la surface à usiner le long d'une passe (TOURNIER, 2009) figure I-40.

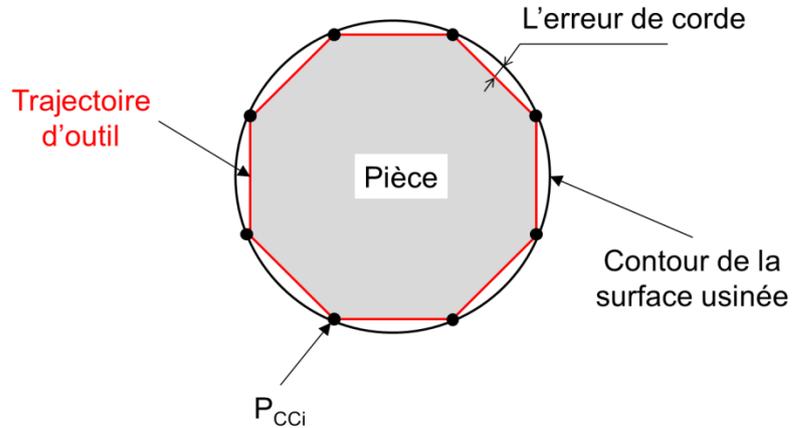


Figure I- 40 : L'erreur de corde

### I.4.3 Formats d'interpolation et de description de la trajectoire

La trajectoire calculée peut être définie avec plusieurs types de format de description en fonction du format pris en charge par le DCN. Dans la génération des trajectoires d'usinage, il existe plusieurs types de formats d'interpolation : linéaire, circulaire et polynômial.

#### I.4.3.1 Format d'interpolation linéaire

Le format linéaire est une interpolation linéaire (G01) très simple et, couramment, utilisée dans l'industrie. Les déplacements de l'outil se font en segment de droite entre deux points successifs, voir figure I-41. Dans cette illustration, une tolérance d'usinage égale 3mm (erreur de corde) a été choisie pour mettre en évidence les erreurs de corde. Cette illustration présente aussi une partie du programme d'usinage écrit en ISO.

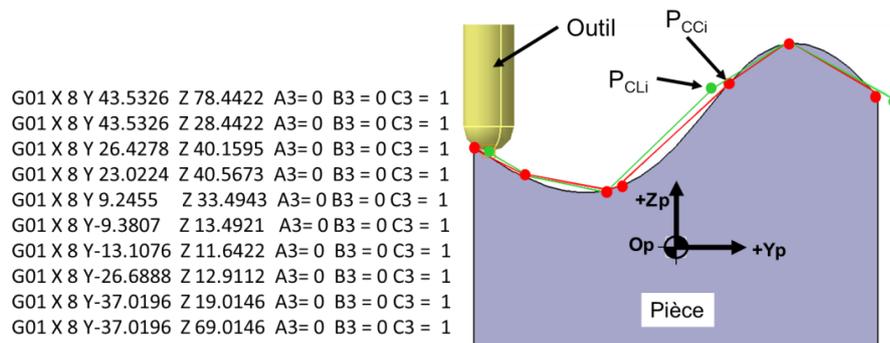


Figure I- 41 : Format de description linéaire

Il est à noter que la distance entre les points  $P_{CCi}$  (pas longitudinal) est donnée par la tolérance d'usinage combinée avec la géométrie à usiner. Pour diminuer l'erreur de corde, il faut diminuer la tolérance d'usinage, cela implique un plus grand nombre de points (LARTIGUE, et al., 1999) (QUINSAT, et al., 2008).

De plus, ce format d'interpolation présente intrinsèquement des discontinuités en tangence et en courbure. Additivement, un nombre important de points peut générer un ralentissement de la vitesse d'avance (PATELOUP, 2005) ce qui détériore significativement l'état de surface.

#### I.4.3.2 Format d'interpolation circulaire

Dans ce format, la trajectoire d'outil est représentée par un ensemble d'arcs de cercle (G02 et G03) figure I-42. Ce mode d'interpolation est présent dans quasiment tous les DCN. Intrinsèquement, ce format d'interpolation ne peut qu'assurer une continuité en position et tangence d'ordre 1 ( $C^1$ ) au passage de chaque bloc l'interpolation circulaire.

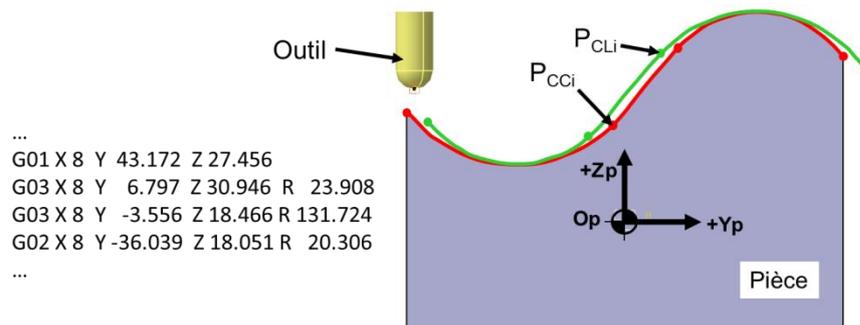


Figure I- 42 : Format de description en interpolation circulaire

D'autre part des DCN de haut niveau proposent des formats d'interpolation permettant de garantir une meilleure continuité géométrique des trajectoires outils. Par exemple, le DCN SIEMENS 840D propose en autres une interpolation polynomiale.

#### I.4.3.3 Format d'interpolation polynomiale

Dans ce cas, la trajectoire d'usinage se présente sous forme d'un ensemble de blocs polynômiaux (CHAVES-JACOB, et al., 2011). Ces derniers sont utilisés pour assurer la continuité géométrique en tangence et en courbure de la trajectoire de l'outil (BOUCHENITFA, et al., 2014). La définition mathématique d'un polynôme de degrés cinq en usinage trois axes est présenté par l'équation I-4.

$$P_{Li}(t) = \begin{cases} a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \\ b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5 \\ c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5 \end{cases} \quad \text{I-4}$$

$a_0, \dots, a_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe X,

$b_0, \dots, b_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe Y,

$c_0, \dots, c_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe Z.

Suivant ce format, le code CNC est généré pour être envoyé à la machine-outil à commande numérique. La majorité des machines-outils 5 axes disposent de DCN de haut niveau capable d'interpréter des formats d'interpolations polynomiales. Pour le SIEMENS 840D, un exemple de ligne de programme en interpolation polynomiale est présenté par l'équation I-5.

$$POLY X = PO(X_{Mi+1}, a_2, a_3, a_4, a_5) Y = PO(Y_{Mi+1}, b_2, b_3, b_4, b_5) Z = PO(Z_{Mi+1}, c_3, c_4, c_5) PL = n \quad \text{I-5}$$

Où :

*POLY* : activation de l'interpolation polynomiale,

X, Y, Z : axes de la machine Xm, Ym, et Zm,

$X_{Mi+1}, Y_{Mi+1}, Z_{Mi+1}$  : coordonnées des points d'arrivée pour les trois axes,

$a_2, b_2, c_2$  : coefficients au carré du polynôme,

$a_3, b_3, c_3$  : coefficients cubiques du polynôme,

$a_4, a_5, b_4, b_5, c_4, c_5$  : coefficients puissance 4 et 5 du polynôme,

$n$  : plage maximale de variation du paramètre t, t appartient à  $[0, n]$ .

La figure I-43 montre une trajectoire polynomiale ainsi que les lignes de programmation associées.

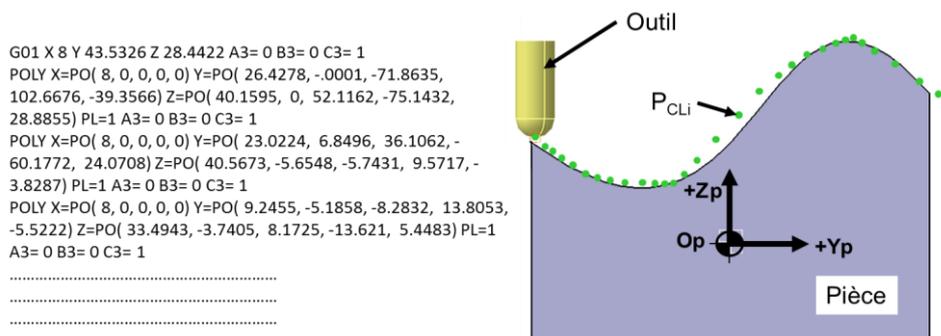


Figure I- 43 : Interpolation polynomiale

## I.4.4 Outils de lissage avancés

L'utilisation de l'interpolation linéaire implique des discontinuités en tangence. Elles se traduisent par des variations de vitesse au raccordement entre les segments de droite. Pour réduire ce problème, les fabricants de DCN proposent des fonctions de lissage utilisables directement sur la machine. Ces fonctions ne sont intéressantes que pour les interpolations présentant des discontinuités soit en tangence soit en courbure. Ainsi, les interpolations de haut niveau comme l'interpolation polynomiale n'en ont pas besoin car elles sont intrinsèquement continues  $C^2$ . La continuité en courbe et tangence entre les polynômes doit être assurée.

Les fonctions de lissage ont pour but d'assurer des déplacements d'outils plus continus en vitesse et en accélération. Deux approches sont proposées dans la littérature. La première approche consiste à supprimer localement les discontinuités géométriques en travaillant sur l'intersection des segments de droite. La seconde approche traite le problème de façon globale en recalculant un trajet continu qui s'appuie sur les points de base de la trajectoire.

### I.4.4.1 Lissage local des discontinuités en tangence

La trajectoire décrite par des interpolations linéaires est composée de segments. Dans ce cas, la machine est ralentie au niveau des discontinuités en tangence entre deux segments. Par exemple, si nous considérons une trajectoire d'usinage linéaire composée de trois points  $P_{CL1}$ ,  $P_{CL2}$  et  $P_{CL3}$ , elle présente une discontinuité en tangence en  $P_{CL2}$  (figure I-44).

Nous souhaitons conserver une vitesse d'avance  $V_f$  constante le long de la trajectoire. Pour cela, au passage du point  $P_{CL2}$ , il faudrait avoir une diminution instantanée de la vitesse sur l'axe  $Y_m$  induisant une décélération infinie. De même, il faudrait une accélération infinie sur l'axe  $Z_m$ .

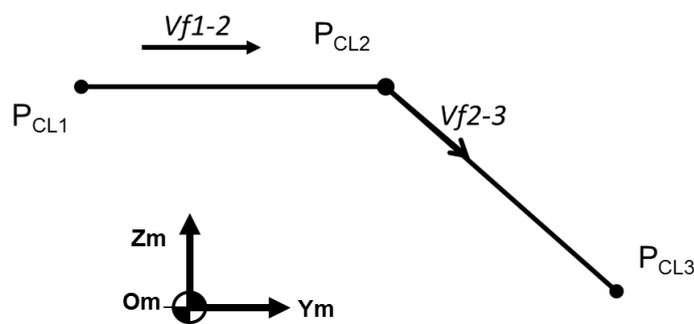


Figure I- 44 : Exemple de discontinuité

Toutefois, dans le cas réel de telles accélérations n'existent pas sur les machines à commande numérique car les paramètres de vitesse et accélération sont bornées par la technologie qui y est implantée. En conséquent, la machine par le biais de ses variateurs engendre des ralentissements de la vitesse d'avance  $V_f$ . A cet effet, plusieurs approches sont proposées pour réduire ces discontinuités en tangence telles que les fonctions G641 et G642 proposées par le DCN SIEMENS.

La fonction G641 est une fonction de lissage local. Cette fonction est utilisée pour la discontinuité en tangence entre deux segments de droite. Elle est basée sur l'insertion d'un arc de cercle au niveau de la discontinuité ( $P_{CL2}$ ) voir figure I-45. L'opérateur fournit à la machine seulement les points pilotés de la trajectoire d'usinage  $P_{CL1}$ ,  $P_{CL2}$  et  $P_{CL3}$  avec l'activation de la fonction G641, le DCN a créé un arc de cercle entre les deux segments.

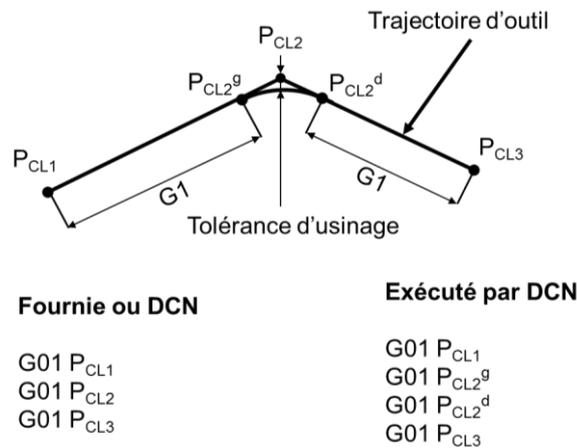


Figure I- 45 : La fonction G641

La fonction G642 est une méthode de lissage local. Cette fonction, à appliquer au passage d'une discontinuité en tangence, est basée sur l'insertion d'un polynôme au niveau de la discontinuité (figure I-46).

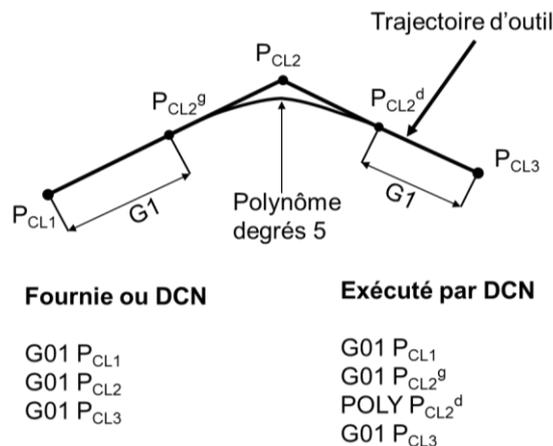


Figure I- 46 : La fonction G642

Lorsque de l'activation de la fonction G642 dans la phase de programmation seul les points pilotés de la trajectoire d'usinage  $P_{CL1}$ ,  $P_{CL2}$ ,  $P_{CL3}$  sont fournis au DCN. Ensuite, le DCN crée un polynôme de degrés 5 entre les points  $P_{CL2}^g$ ,  $P_{CL2}^d$ .

#### **I.4.4.2 Lissage global d'une trajectoire d'usinage**

Les DCN de haut niveau proposent directement des fonctions de lissage global de la trajectoire. Par exemple, le DCN SIEMENS 840D fournit plusieurs solutions de lissage global d'une trajectoire : fonctions de compactage et fonctions de lissage de type « Spline ». Ces fonctions présentent l'inconvénient majeur, par rapport à l'interpolation polynomiale de soustraiter le calcul de l'interpolation au DCN. Ceci a pour conséquence de charger le DCN en calcul ce qui peut amener un ralentissement de la machine car le rôle premier d'un DCN est de piloter les axes de la machine.

##### ***I.4.4.2.1 Fonctions de compactage***

Il existe plusieurs approches de compactage pour réduire les discontinuités en tangence tel que les fonctions COMCON, COMPCURV et COMPCAD proposées par le DCN SIEMENS. Ces fonctions s'utilisent avec un ensemble de blocs programmés en interpolation linéaire.

La fonction COMCON ou COMPCURV est utilisée pour lisser les blocs du programme. Ces fonctions traitent au maximum un ensemble ne dépassant dix blocs. L'approximation de la trajectoire d'outil est réalisée par un polynôme de degré trois (COMCON) ou de degré cinq (COMPCURV). La fonction COMCON permet d'assurer seulement, une vitesse continue aux transitions entre les blocs du programme. La fonction COMPCURV permet d'assurer la continuité en vitesse et en accélération aux transitions entre les blocs du programme. La fonction de compactage COMPCAD est aussi une fonction de lissage. Cette fonction est utilisée pour réduire le nombre de blocs du programme. Elle réalise une approximation de la trajectoire d'outil par un polynôme de degré trois. Elle utilise également, une tolérance programmée pour respecter une qualité d'usinage. Cette fonction permet d'assurer une vitesse continue et d'optimiser l'état de surface (SIEMENS, 2002).

##### ***I.4.4.2.2 Fonctions de lissage de type « Spline »***

Comme déjà précisé au paragraphe I-4.3.1, l'interpolation linéaire donne des échelons d'accélération pour les axes de la machine aux transitions entre les blocs du programme. Ce phénomène peut générer une résonance (sous l'effet des ralentissements et des changements

de direction brusques) dans les organes de la machine, ce qui se manifeste notamment, par une détérioration de l'état de surface. A cet effet, plusieurs fonctions d'interpolations sont proposées par le DCN SIEMENS telles que : A-Spline, B-Spline et C-Spline figure I-47.

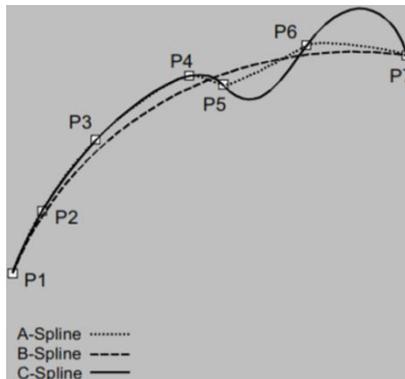


Figure I- 47 : Courbes de type Spline (SIEMENS, 2002)

L'A-Spline (Spline Akima) est une fonction de lissage global. Cette fonction calcule un polynôme de degré trois. Ce dernier passe exactement par tous les points de la trajectoire d'outil programmée. Elle permet d'assurer seulement, la continuité en tangence au niveau des blocs. L'avantage de cette interpolation est qu'elle ne génère peu d'oscillations.

B-Spline (Basis Spline) est une fonction de lissage global. Cette fonction réalise une courbe B-Spline de degré trois. Cette dernière ne passe pas par les points intermédiaires programmés. Elle permet d'assurer la continuité en tangence et en courbure. L'avantage de cette approximation est qu'elle ne génère pas d'oscillation. A cet effet, elle est la plus utilisée pour les formats de description de trajectoires d'usinage sur des surfaces complexes.

C-Spline (Spline Cubique) est une fonction de lissage global. Cette fonction réalise un polynôme de degré trois comme la A-Spline. La différence de la C-Spline est qu'elle permet d'assurer la continuité en tangente et en courbure. Elle ne génère pas d'oscillation indésirable.

A titre d'exemple, Langeron et al. proposent une méthode d'interpolation basée sur les formulations B-Spline de trajectoires d'usinage (LANGERON, et al., 2004).

Mathématiquement l'équation d'une courbe B-Spline de degré ( $d$ ) ( $d$ 'ordre  $k = d + 1$ ) est fournie par l'équation I-6 (ROGERS, 2001).

$$r(u) = \sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(u) P_i \quad 2 \leq k \leq n + 1 \quad \text{I- 6}$$

Où :

$n+1$  : nombre des points de contrôle,

$P_i$  : points de contrôle,

$u$  : paramètre qui fait évoluer la courbe.

$N_{i,k}(u)$  : sont des polynômes définis par l'équation I-7.

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - \alpha_i)N_{i,k-1}(u)}{\alpha_{i+k-1} - \alpha_i} + \frac{(\alpha_{i+k} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{\alpha_{i+k} - \alpha_{i+1}} \quad \text{et} \quad N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha_i \leq u < \alpha_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{I-7}$$

Avec :  $H = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+k+1}\}$  séquences nodales ( $\alpha_i \leq \alpha_{i+1}$ ),

Lorsque l'intervalle entre deux nœuds successifs est constant la courbe B-Spline est dite uniforme sinon elle est non uniforme.

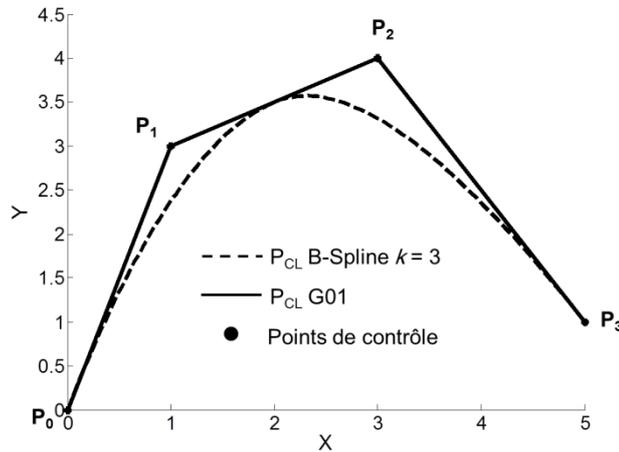


Figure I- 48 : Courbe de B-Spline et polygone de contrôle

Les courbes B-Spline sont utilisées pour interpoler des trajectoires d'usinage. Langeron et al. proposent d'utiliser une B-Spline de degré 3 pour générer des trajectoires d'usinage (LANGERON, et al., 2004). Par ces travaux, les auteurs montrent le gain significatif sur la qualité de surface obtenu par l'interpolation B-Spline par rapport à l'interpolation linéaire. La figure I-49 présente une trajectoire B-Spline ainsi que des lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5.

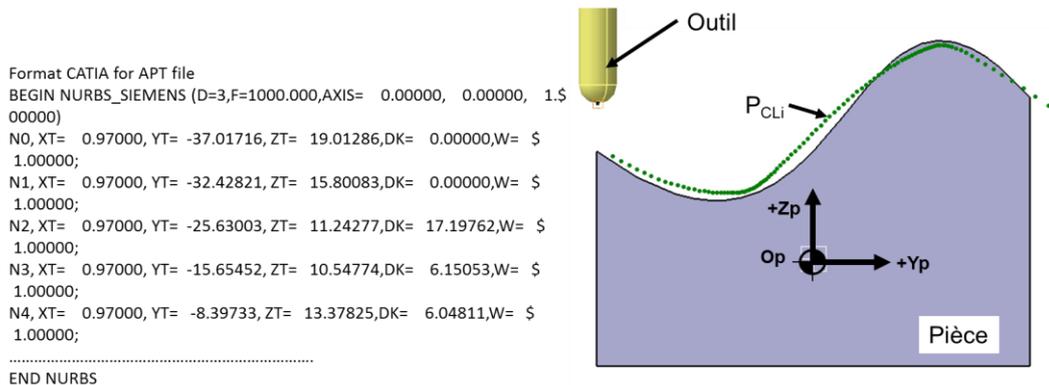


Figure I- 49 : Interpolation B-Spline

## **I.5 CONCLUSION**

Nous avons présenté dans ce chapitre une bibliographie sur l'usinage des prothèses de genou. Ceci, nous a permis de poser le contexte du cas d'application étudié dans ce mémoire de thèse. Son objectif est d'étudier la fabrication de la partie fémorale de prothèses de genou. Ces dernières sont utilisées pour remplacer les surfaces fonctionnelles d'un genou dégradé. A cet effet, les causes de dégradation du genou et les différents types des prothèses de genou ont été présentés. Dans le même contexte, nous avons exposé les différents procédés d'obtention des prothèses. Par la suite, le procédé de fabrication par usinage a été détaillé en présentant les machines-outils à commande numérique ainsi que la chaîne numérique, le calcul de trajectoire d'usinage, les formats d'interpolation et les outils avancés de lissage des directeurs à commande numérique.

Dans la suite du mémoire, nous allons nous intéresser aux formats d'interpolation surfaciques sous ces différentes formes ainsi que les formats de sauvegarde exploitables sur une machine 5 axes.

## **CHAPITRE II**

## CHAPITRE II

# DESCRIPTION ET MESURE DES SURFACES GAUCHES

---

Dans la fabrication d'une prothèse orthopédique les modèles CAO sont au cœur de la chaîne numérique et plus particulièrement la spécification géométrique de surfaces gauches. Ils sont aussi bien utilisés pour modéliser la géométrie des surfaces à usiner que pour le calcul des trajectoires des outils sur machine à commande numérique. Les surfaces des prothèses de genou sont complexes et ne peuvent pas être définies par des modèles mathématiques simples (plan, cylindre, cône, sphère, ...). Ainsi, des modèles mathématiques plus complexes ont été développés pour spécifier cette géométrie particulière.

Ce chapitre présente les modèles de description de surfaces gauches en abordant les différents outils mathématiques permettant de décrire des lignes et des surfaces. Les modèles présentés sont : Bézier, B-Spline et NURBS. Ensuite, les différents formats de stockage de la modélisation géométrique (CAO) seront exposés à savoir : format IGES, format STEP et format STL. Ces formats sont, couramment, utilisés pour transférer des modèles CAO dans la chaîne numérique de fabrication des pièces.

Il est important de noter, ici, que la conception et la fabrication des surfaces de géométrie complexe sont devenues une pratique courante en milieu industriel. Ces surfaces peuvent être conçues par deux méthodes distinctes : soit par une méthode directe qui consiste à utiliser un logiciel de CAO pour générer la spécification numérique de l'objet, soit par une méthode indirecte basée sur la mesure d'un prototype physique permettant de reconstruire son modèle numérique CAO. Dans l'industrie, beaucoup d'objets ou de pièces sont créés avant leurs modèles numériques. Par exemple lorsque les designers réalisent la maquette physique d'une voiture ou d'un nouvel objet. En se basant sur la mesure de ces prototypes, le

concepteur construit le modèle numérique de l'objet. Ceci rend plus facile et plus rapide : la sauvegarde, la modification, la fabrication, l'inspection automatique, la vérification des prototypes et l'analyse.

La complexité de la géométrie des pièces et la réduction de leur coût de production imposent l'utilisation d'outils de contrôle plus performants. Il y a deux types de technologie pour mesurer des surfaces gauches. Le premier est la mesure par contact sur machines à mesurer tridimensionnelle ou bras de mesure. Le deuxième type de technologie, est la mesure sans contact tels que la photogrammétrie, la mesure par triangulation laser, la mesure confocal et la mesure par cameras et franges de Moiré.

## **II.1 DESCRIPTION DE SURFACES GAUCHES**

La description des surfaces gauches joue un rôle essentiel dans la conception et la fabrication des produits comme : les carrosseries d'automobile, les prothèses, les turbines, les hélices, les ventilateurs,... La géométrie de la surface est importante pour la conception pour des raisons soient fonctionnelles ou soient esthétiques. Pour être définie, une surface complexe à besoin d'un modèle mathématique d'une part et d'autre part de formats de stockage.

Dans la partie suivante, les différents modèles mathématiques des surfaces complexes et des formats de stockage sont présentés.

### **II.1.1 Modèle mathématique de lignes ou de surfaces**

Pour créer des modèles géométriques, il est nécessaire de choisir un modèle mathématique à utiliser tels que des courbes ou des surfaces. Il existe une famille de modèles mathématiques employés en modélisation géométrique telle que Bézier, B-Spline et B-Spline rationnelles non uniformes (NURBS en anglais)... Ces modèles se différencient par l'expression mathématique utilisée pour interpoler des points de contrôle.

#### **II.1.1.1 Modèle de Bézier**

Les courbes de Bézier sont des courbes polynomiales paramétriques qui ont été utilisées pour la première fois en 1962 pour la conception de pièces de carrosserie automobile par ordinateur. Elles sont souvent utilisées en recherche et en développement car elles présentent une facilité de mise en œuvre pour obtenir un résultat satisfaisant. Tout le génie de son créateur, Pierre Bézier, a été de déformer un polygone de contrôle pour piloter la forme géométrique de la courbe ou de la surface voir figure II-1.

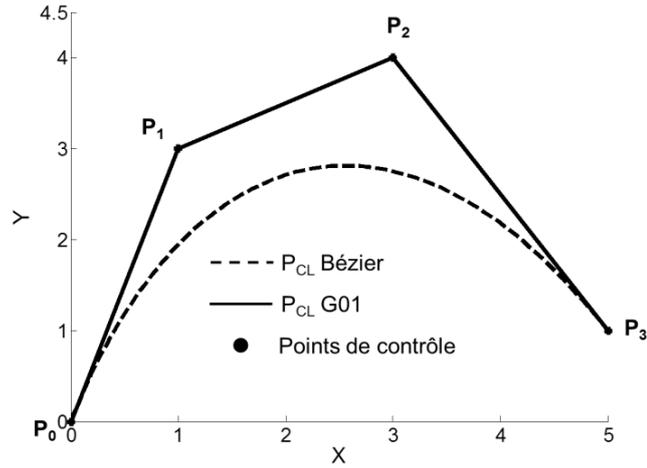


Figure II- 1 : Une Courbe de Bézier et son polygone de contrôle

La figure II-1 montre la courbe de Bézier définie par ses 4 points du polygone de contrôle  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ . Les courbes de Bézier offrent l'avantage de palier au problème de discontinuité aux raccords puisqu'elle se base sur des polynômes. Le degré du polynôme de Bernstein dépend au nombre de points de contrôle.

Mathématiquement, une courbe de Bézier, est représentée par l'équation II-1 (ROGERS, 2001) :

$$r(u) = \sum_{i=0}^n B_{n,i}(u)P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad \text{II- 1}$$

Avec  $B_{n,i}(u)$  : polynômes de Bernstein, ils sont les fonctions de base calculées par l'équation II-2.

$$B_{n,i}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad \text{II- 2}$$

Où :

$n$  : nombre des points de contrôle,

$P_i$  : points de contrôle,

$u$  : paramètre variant de 0 à 1.

Un carreau de Bézier est défini par un réseau de points de contrôle dans les deux directions  $u$  et  $v$  (figure II-2). L'équation d'un carreau de Bézier est donnée par l'équation II-3 (ROGERS, 2001).

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{n,i}(u) K_{m,j}(v) P_{i,j} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} 0 \leq u \leq 1 \\ 0 \leq v \leq 1 \end{cases} \quad \text{II-3}$$

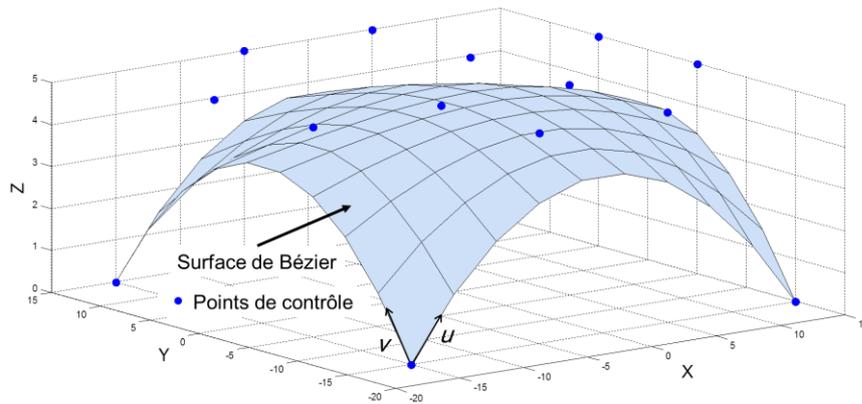
Où :

$B_{n,i}(u)$  et  $K_{m,j}(v)$  : polynômes de Bernstein dans les deux directions paramétriques  $u$  et  $v$  donnés par l'équation II-4.

$P_{i,j}$  : points de contrôle de la surface.

$$B_{n,i}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}$$

$$K_{m,j}(v) = \frac{m!}{j!(m-j)!} v^j (1-v)^{m-j} \quad \text{II-4}$$



**Figure II- 2 : Surface Bézier générée par la CAO**

A partir de cet instant, la FAO sera utilisée pour usiner cette surface. La figure II-3 montre une trajectoire d'usinage 3 axes calculée sur une surface de Bézier ainsi que les lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5. Dans cette illustration, la trajectoire d'usinage est définie par une interpolation linéaire qui permet d'obtenir les coordonnées des points pilotés  $P_{CLi}$ . La stratégie d'usinage est réalisée par plans parallèles en aller-retour (Zig-Zag) avec un outil hémisphérique de diamètre  $D = 5\text{mm}$ .

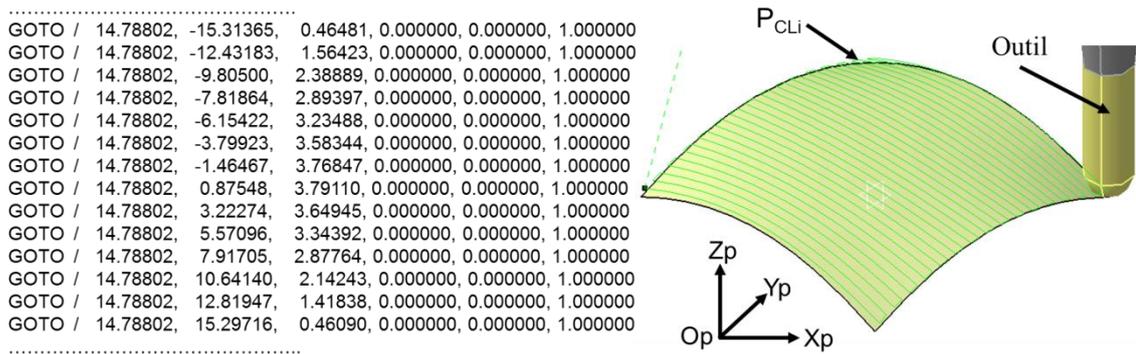


Figure II- 3 : Cas d'usinage surface Bézier sur CN 3 axes

La figure II-4 présente un cas d'usinage d'une surface Bézier sur commande numérique 5 axes ainsi que des lignes de programmation associées et calculées par le logiciel CATIA V5. La trajectoire d'usinage est calculée en interpolation linéaire. Elle permet d'obtenir les coordonnées des points pilotés  $P_{CLi}$ . L'usinage 5 axes est réalisé par la stratégie iso-paramétrique aller-retour (Zig-Zag) avec un outil hémisphérique de diamètre  $D = 5\text{mm}$ . L'axe outil est orienté avec un angle d'inclinaison de  $5^\circ$  et un angle de pivotement nul.

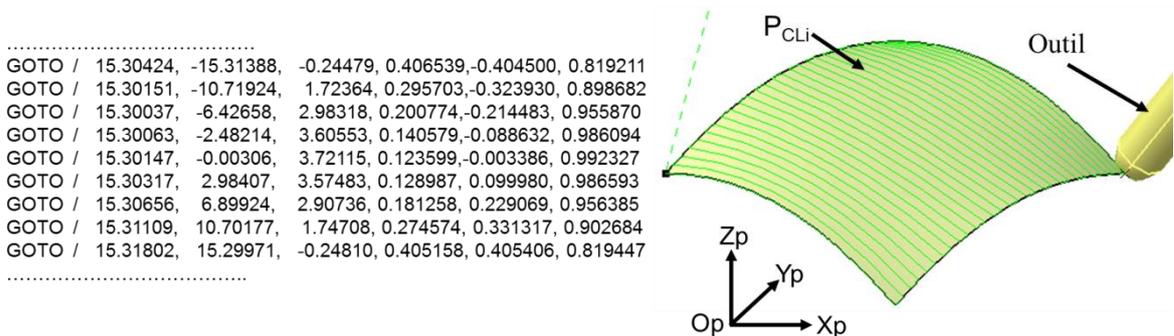


Figure II- 4 : Cas d'usinage surface Bézier sur CN 5 axes

La représentation de modèle de Bézier est facile. Le degré du polynôme Bernstein est lié au nombre de points de contrôle. Par exemple une courbe de degré trois doit être définie par 4 points de contrôle. A cet effet, lorsque le nombre de points est grand, le calcul des polygones de Bézier devient lourd et difficile à manipuler. Ainsi, le déplacement d'un point de contrôle entraîne un changement total de la courbe de Bézier, pour palier à ce problème des modèles mathématiques tel que les B-Splines ont été inventés.

### II.1.1.2 Modèle B-Spline

Les courbes B-Spline ont été présentées précédemment dans le chapitre I, (paragraphe I-4.4.2.2). Dans cette partie les surfaces B-Spline seront abordées.

Une surface de B-Spline est définie par : un réseau de points de contrôle, deux séquences nodales et de degré ( $d, h$ ) dans les deux directions  $u$  et  $v$ . Mathématiquement, la formulation d'une surface B-Spline (figure II-5) est fournie par l'équation II-5 (ROGERS, 2001).

$$r(u, v) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v) P_{i,j} \quad \text{II-5}$$

Où :  $N_{i,k}(u)$  et  $M_{j,l}(v)$  : fonctions de base de B-Spline dans les deux directions paramétriques  $u$  et  $v$  respectivement (voir l'équation II-6).

$P_{i,j}$  : points de contrôle de la surface.

$$\begin{aligned} N_{i,k}(u) &= \frac{(u - \alpha_i)N_{i,k-1}(u)}{\alpha_{i+k-1} - \alpha_i} + \frac{(\alpha_{i+k} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{\alpha_{i+k} - \alpha_{i+1}} & \text{et } N_{i,1}(u) &= \begin{cases} 1 & \text{if } \alpha_i \leq u < \alpha_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ M_{j,l}(v) &= \frac{(v - \gamma_j)M_{j,l-1}(v)}{\gamma_{j+l-1} - \gamma_j} + \frac{(\gamma_{j+l} - v)M_{j+1,l-1}(v)}{\gamma_{j+l} - \gamma_{j+1}} & \text{et } M_{j,1}(v) &= \begin{cases} 1 & \text{if } \gamma_j \leq v < \gamma_{j+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad \text{II-6}$$

Avec :

$\alpha_i$ , et  $\gamma_j$  : séquences nodales dans les directions  $u$  et  $v$  paramétriques respectivement ( $\alpha_i \leq \alpha_{i+1}$ ) et ( $\gamma_j \leq \gamma_{j+1}$ ),

$n+1$  et  $m+1$  : nombre de points de contrôle dans chaque direction paramétrique  $u$  et  $v$ , respectivement,

$k, l$  : sont l'ordre de la surface dans chaque direction  $u$  et  $v$  ( $k = d + 1, l = h + 1$ ).

La figure II-5 montre une surface B-Spline d'ordre 4 et les points de contrôle  $P_{i,j}$  suivant les deux directions paramétriques  $u$  et  $v$ .

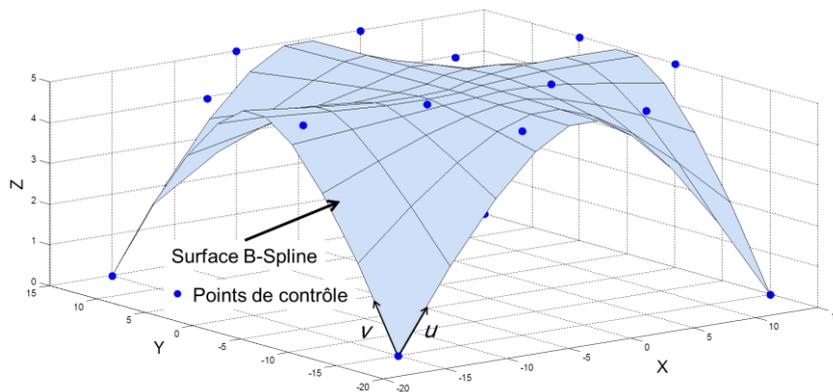


Figure II- 5 : Surface B-Spline générée par la CAO

La surface B-Spline a plusieurs propriétés tels que :

- l'ordre ( $k$  ou  $l$ ) maximal possible dans la surface B-Spline suivant chaque direction paramétrique est égal au nombre des polynômes de contrôle dans cette direction équation II-7.

$$\begin{aligned} k &\leq n+1 && \text{suivant la direction } u \\ l &\leq m+1 && \text{suivant la direction } v \end{aligned} \quad \text{II- 7}$$

- une surface B-Spline a un degré de continuité géométrique qui est égal à son ordre moins deux respectivement dans chaque une des deux directions, équation II-8.

$$\begin{aligned} C^{k-2} &\text{ suivant la direction } u \\ C^{l-2} &\text{ suivant la direction } v \end{aligned} \quad \text{II- 8}$$

La figure II-6 illustre un cas d'usinage de surface B-Spline d'ordre 4, ainsi que des lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5. Dans ce cas, la trajectoire du point  $P_{CLi}$  est générée par interpolation linéaire dans le repère programme. Cette surface à usiner par commande numérique 3 axes avec une stratégie plans parallèles aller-retour (Zig-Zag) et outil hémisphérique de diamètre 5mm.

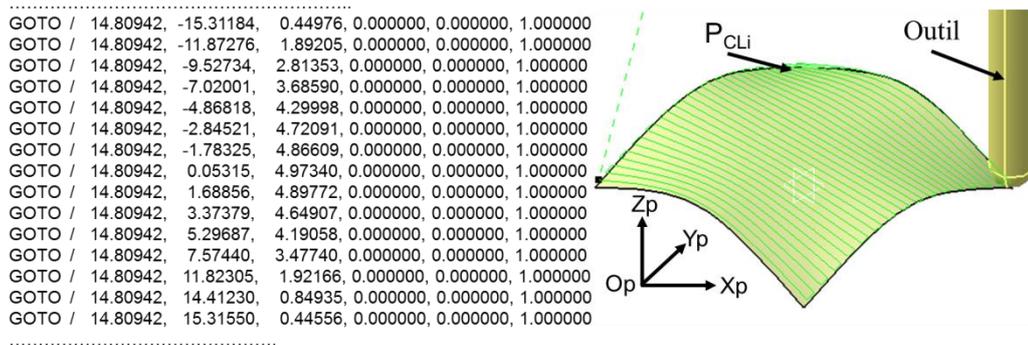


Figure II- 6 : Cas d'usinage surface B-Spline sur CN 3 axes

L'exemple présenté dans la figure II-7 consiste à usiner une surface de B-Spline d'ordre 4 sur CN 5 axes, ainsi que des lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5. La trajectoire du point piloté  $P_{CLi}$  est une interpolation linéaire. La stratégie d'usinage iso-paramétrique (Zig-Zag) a été utilisée avec outil hémisphérique de diamètre  $D = 5\text{mm}$ , l'angle d'inclinaison  $5^\circ$  et l'angle de pivotement nul.

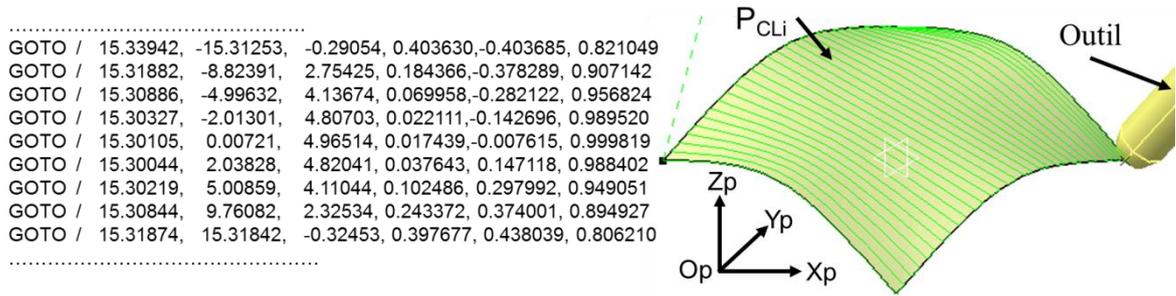


Figure II- 7 : Cas d'usinage surface B-Spline sur CN 5 axes

Le modèle B-Spline est plus utilisé dans la modélisation géométrique. Il présente des courbes ou des surfaces polynomiales de degré élevé. Il est indépendant du nombre de points de contrôle. L'inconvénient, le plus important de ce modèle, est sa complexité. Il est impossible de générer exactement des cercles de B-Spline. Le modèle B-Spline rationnelle non uniforme (NURBS) permet de résoudre ce problème.

### II.1.1.3 Modèles NURBS

Les NURBS peuvent représenter des formes simples, des courbes polynomiales et des surfaces complexes. Ces courbes et surfaces donnent une grande capacité de description géométrique de l'objet étudié d'une manière exacte. Pour cela, la plupart des logiciels de CAO, FAO utilisent ce modèle de représentation.

Selon le nombre de points de contrôle et le poids affectés à chaque point, les NURBS permettent de générer et de représenter des courbes ou des surfaces d'ordre supérieur à 3 ou 5. Mathématiquement, une courbe NURBS est représentée par l'équation II-9 (ROGERS, 2001) :

$$r(u) = \sum_{i=1}^{n+1} R_{i,k}(u) P_i \quad 2 \leq k \leq n+1 \quad \text{II- 9}$$

Où :

$n+1$  : nombre des points de contrôle,

$P_i$  : points de contrôle,

$u$  : paramètres qui font évoluer la courbe.

$R_{i,k}(u)$  : polynômes de fonction de base B-Spline rationnelle définis par l'équation II-10.

$$R_{i,k}(u) = \frac{w_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=1}^{n+1} w_i N_{i,k}(u)} \quad \text{II- 10}$$

Où  $N_{i,k}(u)$  la fonction de base de B-Spline (voir l'équation II-6),

$w_i$  : sont les coefficients de pondération des points de contrôle ( $w_i \geq 0$ ).

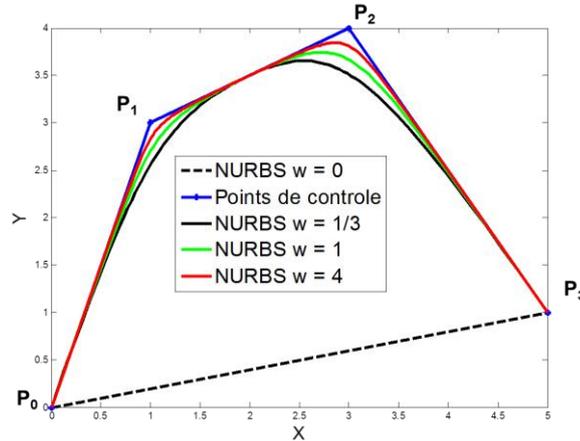


Figure II- 8 : Une courbe de NURBS et son polygone de contrôle

La figure II-8 montre une courbe de NURBS définie par quatre points de contrôle  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  et le polynôme de contrôle. Le premier et le dernier points sont les extrémités de la courbe, tandis que la mise en place d'un point de contrôle interne permet de déterminer la forme de la courbe. Les coefficients de pondérations ( $w_i$  : poids) des premiers et derniers points de contrôle sont 1.

La variation du coefficient de pondération  $w_i$  est visible par rapport aux points  $P_1$  et  $P_2$ . Lorsque le coefficient de pondération est nul, les points  $P_1$  et  $P_2$  n'ont aucune influence sur la courbe. Un coefficient de pondération inférieur à 1 ( $w_i < 1$ ), pour les points de contrôle interne, génère une ellipse. Toutefois, un coefficient de pondération égal à 1 ( $w_i = 1$ ) génère une parabole et un coefficient de pondération supérieur à 1 ( $w_i > 1$ ) génère une hyperbole.

Une surface NURBS est définie par un réseau de points de contrôle avec leur poids, deux séquences nodales dans les directions paramétrique  $u$  et  $v$  et les degrés dans les deux directions  $u$  et  $v$ . Mathématiquement, l'équation d'une surface NURBS (figure II-9) est fournie par l'équation II-11 (ROGERS, 2001).

$$r(u, v) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} S_{i,j}(u, v) P_{i,j} \quad \text{II- 11}$$

Où :

$S_{i,j}(u, v)$  : fonctions de base de B-Spline rationnel définies par l'équation II-12.

$P_{i,j}$  : points de contrôle de la surface,

$n+1$  et  $m+1$  : nombre de points de contrôle dans chaque direction paramétrique  $u$  et  $v$ , respectivement.

$$S_{i,j}(u, v) = \frac{w_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v)}{\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} w_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v)} \quad \text{II- 12}$$

Où :

$N_{i,k}(u)$  et  $M_{j,l}(v)$  : fonctions de base de B-Spline dans les deux directions paramétriques  $u$  et  $v$  respectivement (voir l'équation II-6),

$w_{i,j}$  : coefficients de pondération correspondant des points de contrôle ( $w_{i,j} \geq 0$ ).

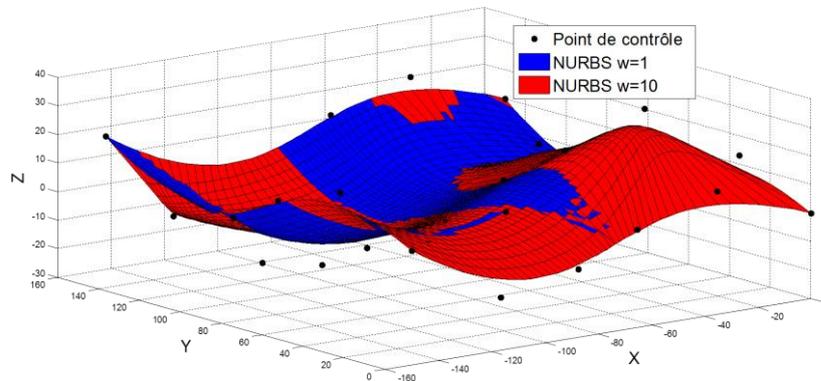


Figure II- 9 : L'effet de poids sur une surface NURBS

La figure II-9 montre l'influence du coefficient de pondération sur une surface NURBS définie par un réseau de points de contrôle  $P_{i,j}$ . A chaque points  $P_{i,j}$ , il y a une variation du coefficient de pondération  $w_{i,j}$ . Nous remarquons que lorsque le coefficient de pondération ( $w_{i,j}$ ) augmente, la surface NURBS est beaucoup plus proche des points de contrôle.

La figure II-10 présente une trajectoire d'usinage 3 axes générée sur une surface de NURBS ainsi que des lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5. Dans cette illustration, la trajectoire d'usinage est calculée par l'interpolation

linéaire. La stratégie d'usinage est réalisée par des plans parallèles en aller-retour (usinage Zig-Zag) avec un outil hémisphérique de diamètre  $D = 5\text{mm}$ .

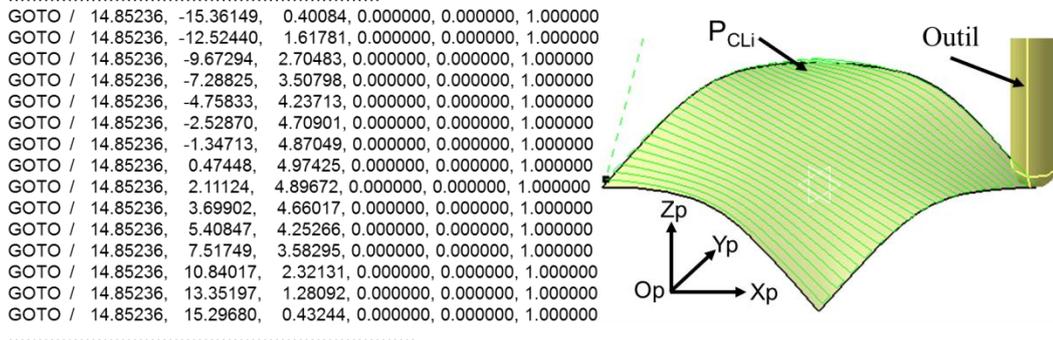


Figure II- 10 : Cas d'usinage surface NURBS sur CN 3 axes

La figure II-11 présente un exemple d'usinage d'une surface NURBS par commande numérique 5 axes, ainsi que des lignes de programmation associées et générées par le logiciel CATIA V5. Le calcul de la trajectoire est effectué par l'interpolation linéaire. L'usinage 5 axes est réalisé par une stratégie iso-paramétrique aller-retour (Zig-Zag), avec outil hémisphérique de diamètre 5mm, un angle d'inclinaison  $5^\circ$  et un angle pivotement nul.

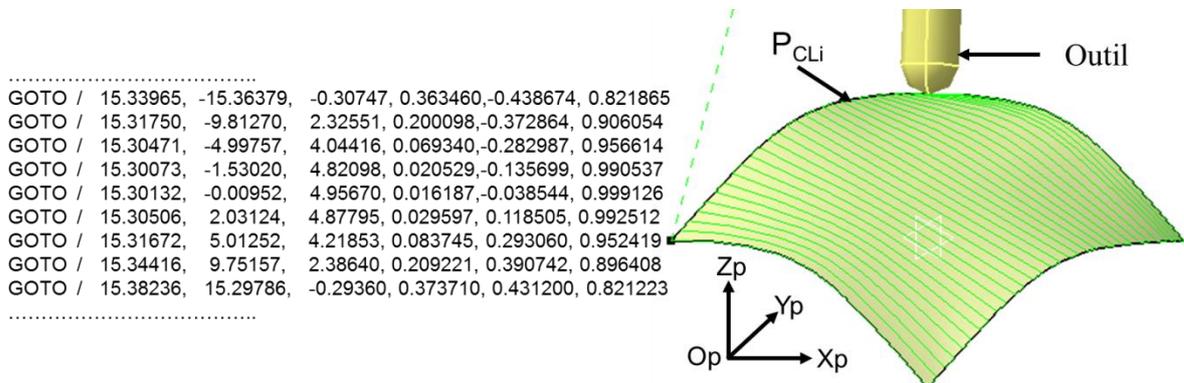


Figure II- 11 : Cas d'usinage surface NURBS sur CN 5 axes

Pour obtenir une bonne qualité de l'état de surface, nous devons prendre en considération la forme de la surface à usiner. Les surfaces de Bézier, B-Spline et NURBS avec un degré élevé permettent d'obtenir une meilleure continuité en tangente.

## II.1.2 Format de stockage : Standard (format) d'échanges de données

Une fois que la conception géométrique d'une surface est terminée, le système FAO la prend en charge pour définir les trajectoires outils. Malheureusement, la communication entre les différents systèmes de conception et de fabrication d'une pièce se heurte souvent à des

problèmes de compatibilité logicielle. Pour résoudre ce problème, il existe deux méthodes qui permettent d'effectuer ce passage. La première est utilisée par les logiciels qui permettent de travailler en natif. Ces systèmes possèdent un module de CAO et un module de FAO qui pointent sur la même base de données géométriques (par exemple CATIA V5). La deuxième méthode est l'utilisation de formats d'échange de données. Différents types de format ont émergé (IGES, STEP, ...) durant les quarante dernières années. Le choix du format dépend de la géométrie et des techniques utilisées pour définir le support de la surface. Les trois principaux types de format d'échange dans la modélisation géométrique des surfaces sont : le format IGES, le format STEP ainsi que le format STL.

### II.1.2.1 Format IGES

Les initiales IGES signifient : Initial Graphics Exchange Standard. La normalisation de ce type de stockage a été fixée par la norme ANSI Y14.26M (American National Standards Institute) (ANSI, 1981). Elle a été développée, en 1980, à l'ICAM (US Air Force Integrated Computer Aided Manufacturing). L'IGES fournit un format standard de transfert des données de conception d'un logiciel CAO à un autre système (IGES, 1996).

Dans le domaine de la conception géométrique, le format IGES est très utilisé. Il permet d'exporter des données graphiques en 2D et 3D. En plus, des objets graphiques usuels comme des lignes ou des cercles. Ce format est utilisé pour représenter des formes géométriques complexes. L'IGES ne permet pas de représenter du volume, il représente qu'une modélisation surfacique de la pièce (figure II-12).

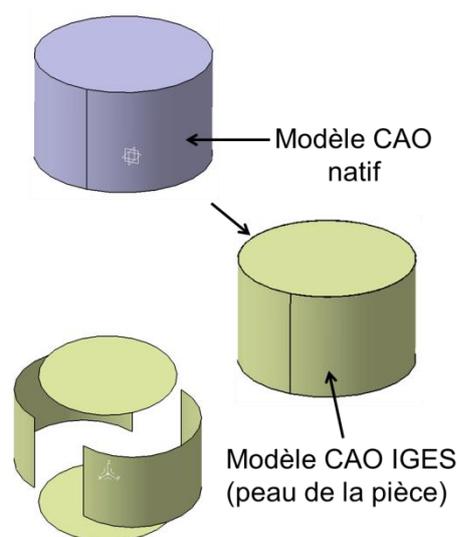


Figure II- 12 : Exemple d'un format IGES

Divers éléments peuvent être représentés dans un fichier IGES, ces derniers s'appellent des entités (ou structures). Elles sont très nombreuses et contiennent des informations pour répondre aux besoins de la plupart des logiciels de CAO/FAO. Les entités peuvent être classées en deux types : entités géométriques et des entités non géométriques. Les entités géométriques représentent la définition de la forme telles que des points, des lignes, des surfaces de la peau des solides. Les entités non géométriques symbolisent les vues, les dimensions et le texte (IGES, 1996) voir figure II-13.

A titre d'exemple, nous prenons un cylindre de diamètre  $D = 40\text{mm}$  et de hauteur  $H = 25\text{mm}$  défini en CAO. Par la suite, ce solide est enregistré sous le format IGES. Pour ouvrir ou lire ce type fichier (IGES), nous pouvons utiliser un éditeur de texte (Bloc-notes, WordPad, ...). Le format IGES du cylindre est construit avec une en-tête et deux sections. L'en-tête contient l'identification du produit pour le système émetteur, nom de fichier, la version et la date et l'heure de création ou de modification du modèle.

La première section comporte une liste des entités avec des paramètres spéciaux (type de ligne, épaisseur de ligne, vue, ...) qui est utilisée dans la deuxième section avec plus de détail voir figure II-13. La deuxième section représente toutes les entités avec leurs caractéristiques (coordonnées, ...) délimitées par des virgules. Le premier numéro dans les deux sections est défini par le code du type d'entité.

Ainsi, le format IGES a écrit toutes les entités géométriques par rapport à un repère propre. La transformation permettant de passer de ce repère propre au repère du système de CAO est représentée par une entité matrice de transformation.

Dans cet exemple, les entités définissent les éléments suivants :

- 100 : entité d'arc circulaire,
- 108 : entité plan,
- 110 : entité ligne,
- 120 : entité surface de révolution,
- 124 : entité matrice de transformation.

```

START RECORD GO HERE.
.....
110 3 0 0 0 0 0 0 001010001D 5
110 0 0 1 0 0 0 0 0D 6
120 4 0 0 0 0 0 0 001010001D 7
120 0 0 1 0 0 0 0 0D 8
124 5 0 0 0 0 0 0 001020201D 9
124 0 0 1 0 0 0 0 0D 10
100 6 0 0 0 0 0 9 001010001D 11
100 0 0 1 0 0 0 0 0D 12
108 26 0 0 0 0 0 0 001010001D 51
108 0 0 1 0 0 0 0 0D 52
.....
406,1,15HCorps principal,0,0; 1P 1
110,20,0,0,0,0,0,20,0,0,0,25,0,0,0; 5P 3
120,3,5,0,0,6,283185307,0,0; 7P 4
124,1,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1,0,25,0,0,0; 9P 5
100,0,0,0,0,0,0,20,0,0,0,-20,0,0,0,0,0; 11P 6
108,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0; 51P 26
.....
S 1G 4D 82P 41 T 1

```

En-tête

Section 1

Section 2

**Figure II- 13 : Un fichier IGES d'un cylindre**

La figure II-13 illustre le contenu d'un fichier IGES d'un cylindre. Cette figure montre seulement une entité ligne, une surface de révolution, une matrice de transformation, un arc circulaire et un plan. Pour définir, par exemple, un arc circulaire nous avons besoin des coordonnées du centre ( $x_c$ ,  $y_c$ ,  $z_c$ ), des coordonnées du point de départ ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ) et du point d'arrivée ( $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ ). Le format IGES définit cet arc dans son repère propre avec sa matrice de transformation comme le montre le tableau II-1. Sachant que l'ordre du point de départ et d'arrivée est important pour déterminer la direction de l'arc.

100, 0.0, 0.0, 0.0, 20.0, 0.0; 11P 6

II- 13

N°	Code	Description
1	100	Entité arc circulaire
2	0.0	Profondeur en z du plan x-y
3	0.0	Centre de l'arc en x ( $x_c$ )
4	0.0	Centre de l'arc en y ( $y_c$ )
5	20.0	Coordonnées de départ en x ( $x_1$ )
6	0.0	Les coordonnées de départ en y ( $y_1$ )
7	-20.0	Les coordonnées d'arrivée en x ( $x_2$ )
8	0.0	Les coordonnées d'arrivée en y ( $y_2$ )
9	11P	La référence dans la section 1
10	6	La référence dans la section 2

**Tableau II- 1 : Description d'une entité arc circulaire sous format IGES**

### II.1.2.2 Format STEP

Ce format est défini par la norme ISO 10303. Les initiales STEP signifient « STandard for the Exchange of Product model data ». C'est un format standard pour l'échange et le partage de données de produit (pièces, assemblages, mécanismes, etc) entre les différents systèmes CAO et environnements d'application (mécanique, électronique, ingénierie, etc) (ISO 10303, 2014).

Ainsi, le format STEP permet de présenter toutes les phases du cycle de vie des produits (conception, analyse, fabrication, ...). En plus, ce format est utilisé pour représenter des objets géométriques tels que des lignes, des courbes ou des formes géométriques comme des surfaces et des solides. Le format STEP est utilisé dans plusieurs domaines tels que l'aéronautique, l'automobile et le naval.

Le fichier STEP peut être contenir divers éléments s'appelés des entités. Ces dernières sont très nombreuses et contiennent des informations pour répondre aux besoins de la plupart des logiciels CAO/FAO. Ces entités peuvent être classées en deux types : entités intégrées génériques et des entités intégrées d'application. L'entité générique représente des éléments géométriques (courbes, surfaces, solides), les matières, la représentation visuelle, les tolérances, etc. L'entité d'application intégrée représente la cinématique, la modélisation par éléments finis (maillage), etc.

```
ISO-10303-21;
HEADER;
FILE_DESCRIPTION(('CATIA V5 STEP Exchange'),2,1);
FILE_NAME('fichier.stp','2015-02-20T12:37:53+00:00','CATIA V5
..... STEP AP203');
FILE_SCHEMA(('CONFIG_CONTROL_DESIGN'));
ENDSEC
.....
#52=CARTESIAN_POINT('Axis2P3D Location',(0.,0.,12.5));
#53=DIRECTION('Axis2P3D Direction',(0.,0.,1.));
#54=DIRECTION('Axis2P3D XDirection',(-1.,0.,0.));
#55=AXIS2_PLACEMENT_3D('Cylinder Axis2P3D',#52,#53,#54);
#56=CYLINDRICAL_SURFACE('generated cylinder',#55,20.);
#51=CLOSED_SHELL('Closed Shell',(91,#108,#118,#128));
#91=ADVANCED_FACE('Corps principal',(90),#56.,T.);
#90=FACE_OUTER_BOUND('',#85.,T.);
#108=ADVANCED_FACE('Corps principal',(#107),#56.,T.);
#118=ADVANCED_FACE('Corps principal',(#117),#113.,F.);
#128=ADVANCED_FACE('Corps principal',(#127),#123.,T.);
#129=MANIFOLD_SOLID_BREP('Corps principal',#51);
.....
END-ISO-10303-21;
```

En-tête

Format physique des entités

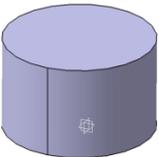


Figure II- 14 : Exemple d'un format STEP

Par exemple (figure II-14), nous nous proposons de définir un cylindre de diamètre  $D = 40\text{mm}$  et d'une hauteur  $H = 25\text{mm}$  défini en CAO et de l'enregistrer sous le format STEP. Pour la lecture de ce type de fichier STEP, nous utiliserons un éditeur de texte (Bloc-notes, WordPad, etc). Il est constitué par une en-tête et des entités en format physique.

L'en-tête contient l'identification du produit pour le système émetteur, le nom de fichier, la version STEP la date et l'heure de création ou de modification du modèle.

La figure II-15 présente un exemple de lecture d'un fichier STEP qui définit un demi-cylindre solide. Dans la figure II-15, l'entité solide est représentée par « #129 = MANIFOLD\_SOLID\_BREP('Corps principal', #51 ». Les attributs de cette entité définissent le numéro de l'entité, le type de solide et les autres entités qui sont en lien avec cette entité (#51). Le corps solide est défini par une coquille fermée (#51). Ce dernier est identifié par un ensemble de faces (#91, #108, #118, #128). Par exemple, la face (#91) est définie par le contour topologique de la surface (#90) et un demi-cylindre (#56). Pour générer un demi-cylindre, il faut définir le rayon de cylindre (20mm) et son axe (#55). Cet axe est défini par un point (#52) avec leurs coordonnées (0, 0, 12.5) et sa direction suivant les axes z et x.

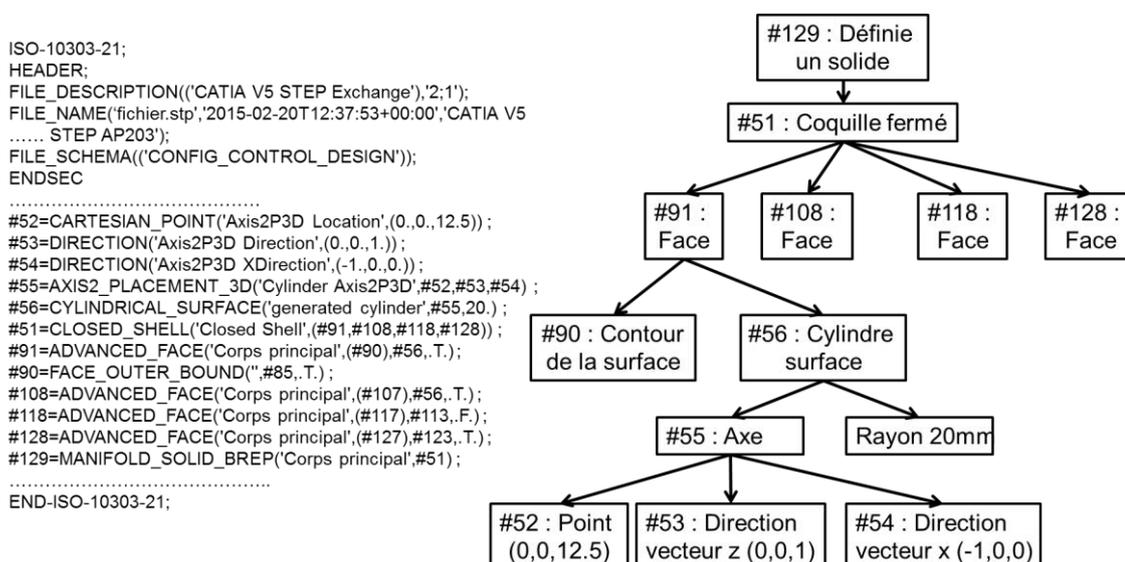


Figure II- 15 : Exemple de lecteur d'un cylindre

La figure II-16 présente un exemple de lecture d'un fichier STEP pour un carreau de surface complexe (NURBS) défini par des points de contrôle, voir figure II-16. Une surface NURBS est une surface B-Spline non rationnelle non uniforme déjà présentée précédemment (paragraphe II-1.1.3). La surface est définie par ses degrés, ses séquences nodales dans les deux directions paramétriques, ainsi que ses points de contrôle.

```

ISO-10303-21;
.....
#54=CARTESIAN_POINT('Control Point',(15.32,-15.35,0.59));
.....
.....
#89=CARTESIAN_POINT('Control Point',(-15.306,15.349,0.582));
#53=B_SPLINE_SURFACE_WITH_KNOTS("3,3,((#54,[...],#59),
(#60,[...],#65),(#66,[...],#71),(#72,[...],#77),(#78,[...],#83),
(#84,[...],#89)),UNSPECIFIED,..F.,F.,U.,(4,1,1,4),(4,1,1,4),
(-15.23,-4.07,7.45,15.43),(-15.64,-6.01,7.37,15.04),UNSPECIFIED.);
#130=EDGE_LOOP("(#131,#132,#133,#134));
#135=FACE_OUTER_BOUND(",#130,.T.);
#136=ADVANCED_FACE('Surface.14',(#135),#53,.T.);
.....
ENDSEC;
END-ISO-10303-21;

```

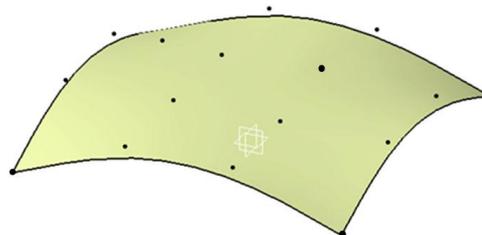


Figure II- 16 : Format STP pour une surface complexe

La figure II-17 montre un exemple de lecture de fichier STEP d'une surface complexe. La surface est représentée par l'entité «# 136 = ADVANCED\_FACE('Surface.14', (#135), #53,.T.) ». Les attributs de cette entité définissent le numéro de l'entité et les autres entités qui sont en lien avec cette entité (#135, #53). L'attribut (#135) fournit le contour topologique de la surface. Par conséquent, l'attribut (#53) définit une surface B-Spline. Cette surface est générée par des degrés (3, 3), les points de contrôle [(#54) ... (#89)] et les séquences nodales (-15.23, -4.07, 7.45, 15.43), (-15.64, -6.01, 7.37, 15.04) dans chaque direction paramétrique  $u$  et  $v$  respectivement.

```

ISO-10303-21;
.....
#54=CARTESIAN_POINT('Control Point',(15.32,-15.35,0.59));
.....
.....
#89=CARTESIAN_POINT('Control Point',(-15.306,15.349,0.582));
#53=B_SPLINE_SURFACE_WITH_KNOTS("3,3,((#54,[...],#59),
(#60,[...],#65),(#66,[...],#71),(#72,[...],#77),(#78,[...],#83),
(#84,[...],#89)),UNSPECIFIED,..F.,F.,U.,(4,1,1,4),(4,1,1,4),
(-15.23,-4.07,7.45,15.43),(-15.64,-6.01,7.37,15.04),UNSPECIFIED.);
#130=EDGE_LOOP("(#131,#132,#133,#134));
#135=FACE_OUTER_BOUND(",#130,.T.);
#136=ADVANCED_FACE('Surface.14',(#135),#53,.T.);
.....
ENDSEC;
END-ISO-10303-21;

```

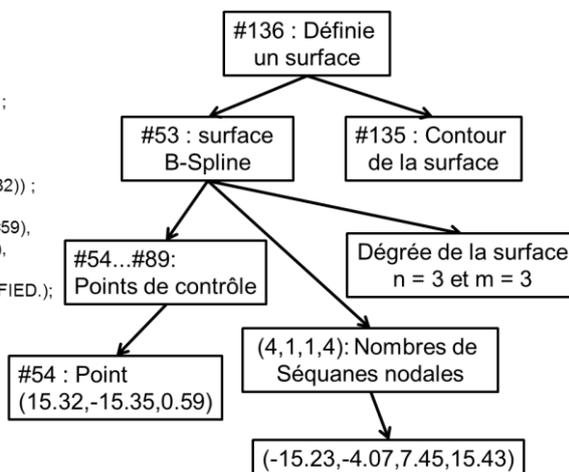


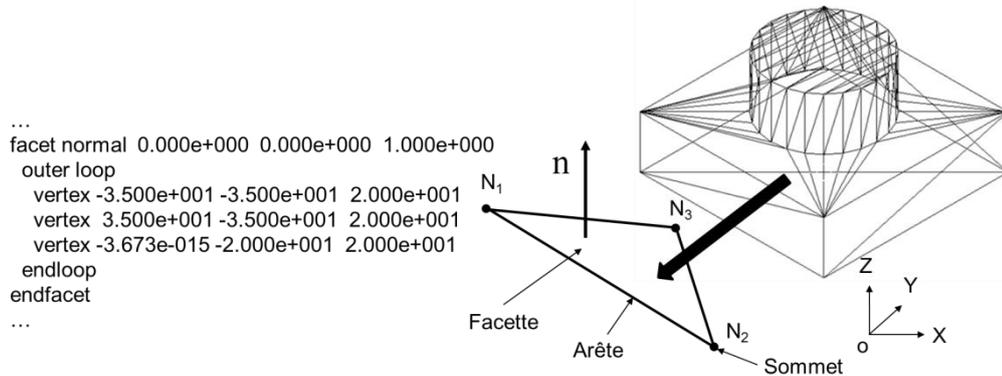
Figure II- 17 : Exemple de lecteur d'une surface complexe

### II.1.2.3 Format STL

C'est une norme de représentation des données couramment utilisées pour le prototypage rapide (STéréoLithographie) (CHEN, et al., 2001). Ce format a été introduit par la société 3D Systems en 1987 au format STL. Ce format est une représentation de la géométrie par des triangles. Il définit un objet en trois dimensions par une série de facettes

triangulaires. Ce format ne donne pas de définition mathématique de chacune des faces du solide mais une approximation facettisée de la peau de la pièce (FISCHER, et al., 2005).

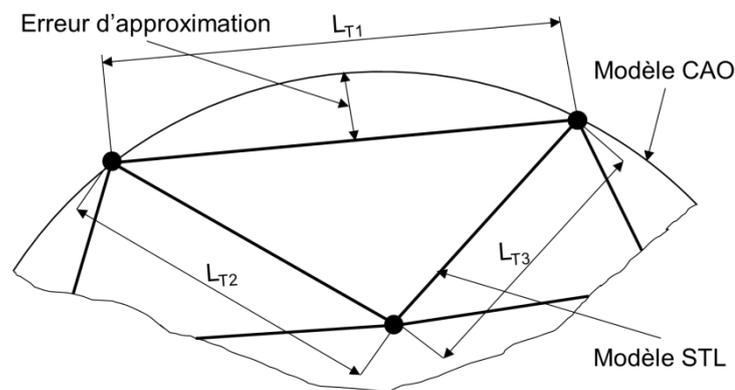
Chaque facette triangulaire est définie par les coordonnées  $N_i(x_i, y_i, z_i)$  des trois sommets (« vertex » en anglais) et la normale (« facet normal » en anglais) à cette facette  $n(n_x, n_y, n_z)$  orientée vers l'extérieur de la matière, voir figure II-18.



**Figure II- 18 : Exemple d'un modèle STL**

Après la conception du modèle géométrique de l'objet physique dans un logiciel de CAO, le dessin sera enregistré dans un fichier STL. Le maillage STL est généré en définissant deux paramètres : le pas et l'erreur de corde. Un maillage STL doit respecter ces deux conditions. Dans la première, toutes les arêtes des triangles ( $L_{Ti}$ ) doivent être inférieures au pas. Dans la deuxième, l'erreur maximale d'approximation doit être inférieure à l'erreur de corde.

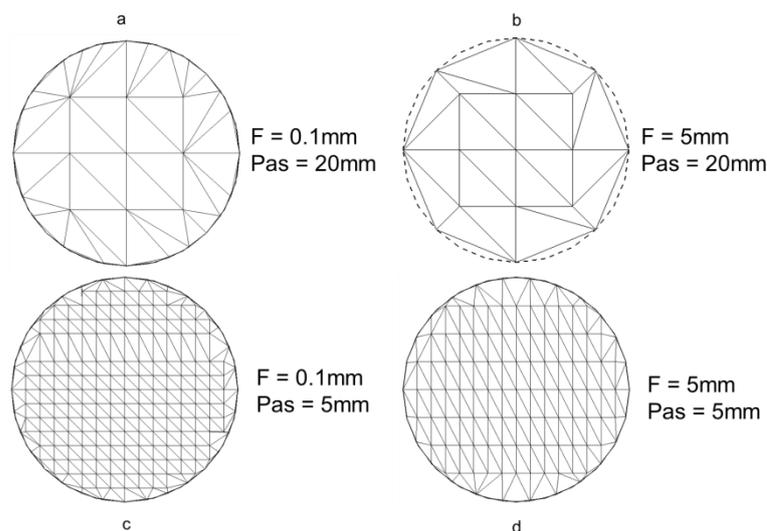
La longueur du triangle est la distance entre deux sommets et l'erreur d'approximation est la distance entre la surface extérieure du modèle CAO et la facette triangulaire de modèle STL, voir figure II-19. Ces deux paramètres permettent de régler la précision du maillage du modèle STL. En conséquence, lorsque la valeur de l'erreur de corde est très petite, le fichier STL sera plus fin et l'approximation au modèle CAO meilleure.



**Figure II- 19 : Erreur d'approximation STL**

A titre d'exemple, nous prenons un disque de diamètre  $D = 40\text{mm}$  défini en CAO. Après, nous réalisons plusieurs maillages STL avec différents paramètres pour la génération de ce maillage (pas, erreur de corde). Nous obtenons les modèles STL présentés dans la figure II-20 avec un nombre et une géométrie de triangles différents selon les paramètres utilisés pour la génération du STL.

L'influence de la finesse du maillage STL est définie en fonction de l'erreur de corde et le pas. Premièrement, pour mettre en évidence l'effet de l'erreur de corde sur le maillage de modèle STL. Nous nous proposons de fixer le pas de  $20\text{mm}$  et de faire varier les erreurs de corde en prenant les valeurs  $F = 5\text{mm}$  et  $F = 0.1\text{mm}$  voir les maillages réalisés sur les figures II-20(a) et II-20(b). Deuxièmement, pour visualiser l'effet du pas sur le maillage du modèle STL. Nous nous proposons de fixer l'erreur de corde à  $0.1\text{mm}$  et de faire varier le pas en prenant les valeurs  $P = 20\text{mm}$ ,  $P = 5\text{mm}$ . Les maillages obtenus sont présentés dans les figures II-20(a) et II-20(c).



**Figure II- 20 : Influence de pas et l'erreur de corde sur la géométrie STL obtenue**

Si nous comparons les quatre maillages de modèles STL obtenus et présentés dans la figure II-20. Nous remarquons que pour le maillage avec un pas de  $5\text{mm}$  et d'une erreur de corde de  $0.1\text{mm}$ , le maillage est beaucoup plus fin. Ainsi, nous notons également que le nombre de triangles et leurs répartitions sont fonction de la courbure de la surface initiale (modèle CAO) et de l'erreur de corde tolérée (BOUKEBBAB, et al., 2007). Il convient de noter que, plus l'erreur de corde est petite plus le nombre de triangles dans le modèle STL est plus grand, voir figure II-21.

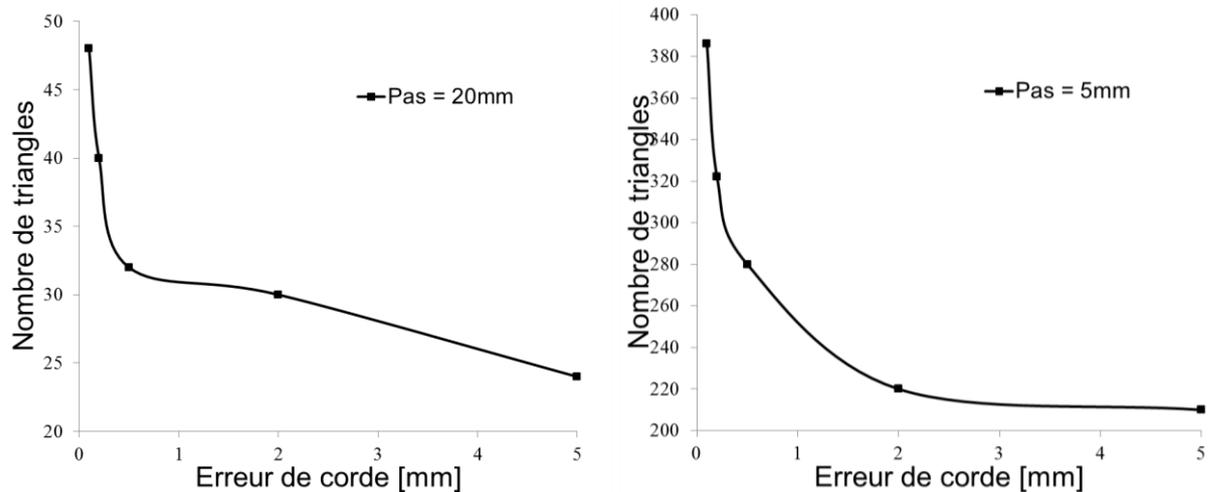


Figure II- 21 : Nombre de triangles en fonction des paramètres de génération du maillage STL

Cependant, dans le modèle STL nous pouvons trouver des erreurs de type « modèle STL incorrect ». Dans ce cas, il contient : des trous, des pertes de triangles (figure II-22(a)), des triangles sont recoupés de manière incorrecte (plus de deux triangles partagent la même arête voir figure II-22(b)) ou des triangles peuvent se superposer. En général, les logiciels qui créent des fichiers STL n'informent pas que le modèle STL généré est incorrect (MORON, 1996).

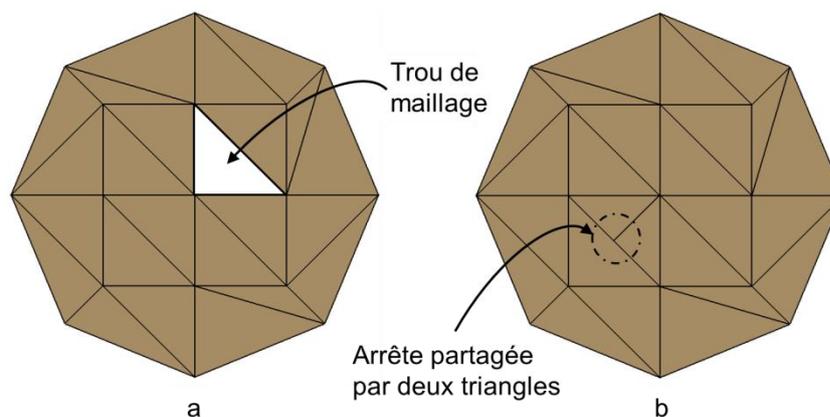


Figure II- 22 : Modèle STL avec des défauts

Un modèle STL de qualité doit être fermé et orienté. Il sera de mauvaise qualité lorsque ces deux conditions ne sont pas remplies. Par contre, dans la modélisation volumique, le modèle STL crée la géométrie d'un objet comme des surfaces en trois dimensions. En conséquence, le modèle STL ne peut enregistrer que la peau de la pièce. De plus, le format STL ne comporte pas d'information concernant la couleur, la matière, le mécanisme ou d'autres paramètres du modèle CAO.

Ce format de stockage (STL) est simple, léger, facile et permet une lecture et une visualisation très rapides de fichier en 3D. Il permet, aussi, une approximation des surfaces d'une forme complexe.

## II.2 MESURE D'UNE SURFACE GAUCHE

La mesure tridimensionnelle (3D) permet d'enregistrer les données nécessaires pour définir une surface gauche ou une surface 3D, la reconstruire, en cas de besoin, et la contrôler après fabrication. Le principe de fonctionnement des systèmes de mesure est basé sur la prise de points issus de la surface de la pièce à mesurer. Dans le cas de rétro-conception, ces ensembles de points sont traités par des logiciels de reconstruction pour déterminer la surface de la pièce par des entités mathématiques (Bézier, B-Spline, NURBS, ...) puis exportées vers la CAO ou la FAO.

En fonction de la diversité des applications de mesure, il existe, actuellement, plusieurs technologies qui peuvent être classées en deux grandes familles : mesure par contact et mesure sans contact, voir figure II-23.

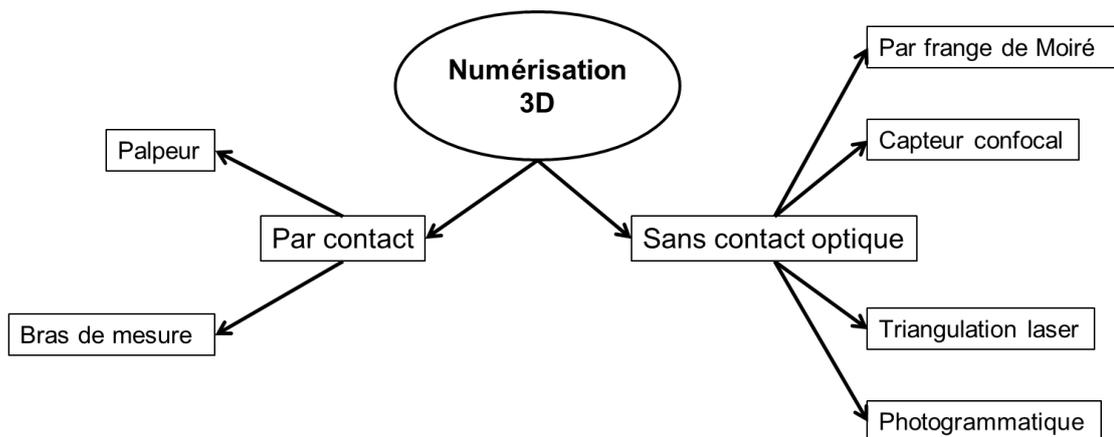


Figure II- 23 : Systèmes de mesure 3D

### II.2.1 Mesure par contact

Dans ce type de mesure, le capteur est un palpeur mécanique, généralement, monté sur une Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT) ou un bras de mesure. Il permet d'obtenir la localisation du contact ponctuel entre la bille et la pièce. Ainsi, il garantit un contact direct avec un effort suffisant pour éviter la déformation de la pièce. Ce type de mesure est très précis mais le temps de prise de mesure peut être relativement long. Les différentes techniques de mesure par contact seront présentées dans cette partie.

### II.2.1.1 Machine à mesure tridimensionnelle

Une Machine à Mesure Tridimensionnelle (MMT) est un système de mesure tridimensionnel précis. Elle permet de vérifier la conformité des pièces de forme complexe avec leur dessin de définition. Une MMT est structurée par trois axes orthogonaux (X, Y, Z) de translation permettant de positionner la tête du capteur dans l'espace. L'ensemble des trois axes permet de connaître la position du contact dans le référentiel de la MMT. Le capteur est généralement une bille en rubis montée sur une tige (stylet). La pièce à mesurer est posée sur une table appelée marbre (BOURDET, 1999) voir figure II-24. Plusieurs types des MMTs existent. Elles diffèrent en terme de volume de mesure. Il peut varier de 0.5 à 120m<sup>3</sup> environ. Les MMT les plus précises permettent l'acquisition d'un point à  $\pm (1,5+L/200)\mu\text{m}$  avec L : longueur mesurée en mm. Parmi les principales structures de MMT, nous trouvons :

- les machines à portique, voir figure II-24(a),
- les machines à bras horizontal, voir figure II-24(b),
- les machines ponts, voir figure II-24(c).

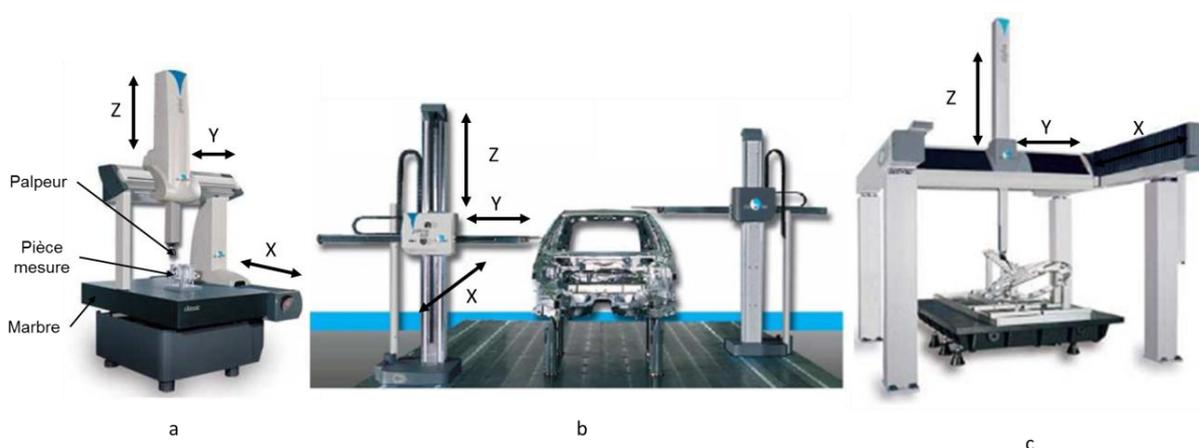


Figure II- 24 : Différentes structures de MMT

Le principe de fonctionnement des systèmes de mesure est basé sur le palpement. Le palpement de la surface est réalisé par le déplacement du palpeur dans l'espace de la machine, sur les trois axes X, Y et Z pour rentrer en contact avec la surface de la pièce à mesurer. Le palpeur touche successivement les différents points de la surface mesurée. A l'aide de règles graduées, la MMT relève les différentes coordonnées sur les repères optiques des axes. La position de points palpés sont exprimés directement dans le repère machine. Ensuite, un logiciel informatique traite les résultats de mesures obtenus.

### II.2.1.2 Bras de mesure

Le bras de mesure est une machine à mesurer tridimensionnelle transportable, généralement, utilisée dans le contrôle de la qualité des pièces industrielles, de la numérisation d'objets, etc. Ce bras mécanique à plusieurs axes : six ou sept équipés de codeurs angulaires permettant de localiser la position du capteur dans l'espace. Le bras est simple à utiliser et à transporter par rapport à une MMT. Le capteur est un palpeur mécanique monté sur le bras (figure II-25). Il permet d'effectuer des mesures sur la pièce. Lors du palpé, l'opérateur doit positionner manuellement la bille du palpeur sur la surface de la pièce à mesurer pour la prise de mesure. Le volume de mesure varie de 1 à 5m<sup>3</sup>. La précision est de l'ordre de quelques centièmes de millimètre. Ainsi, la position du capteur par rapport au repère machine peut être déterminée.



Figure II- 25 : Bras de mesure (LORIENT, 2009)

## II.2.2 Mesure sans contact

Dans ce type de mesure, aucun élément mécanique ne vient toucher la pièce. Ainsi, cette méthode permet de mesurer des pièces flexibles (paroi mince) ou en plastique sans déformation de la pièce mesurée autre que celle induite par la gravité. Le temps de prise de points est très rapide (jusqu'à 4 millions de points dans chaque mesure) mais au détriment de la précision (0.02mm à 0.13mm).

Dans cette partie, les différentes techniques de mesure sans contact seront présentées.

### II.2.2.1 Photogrammétrie

Cette technique de mesure est utilisée pour contrôler les pièces. Elle permet de effectuer des mesures de surface gauche en trois dimensions à partir de photographies. Le

principe de la technique est basé sur la triangulation. La distance entre le point P et l'appareil photo est appelé « ligne de vue » voir figure II-26. Par la technique de triangulation, l'intersection des lignes de vue permet de définir la position du point (P) photographié. Les données enregistrées automatiquement peuvent être transformées en images.

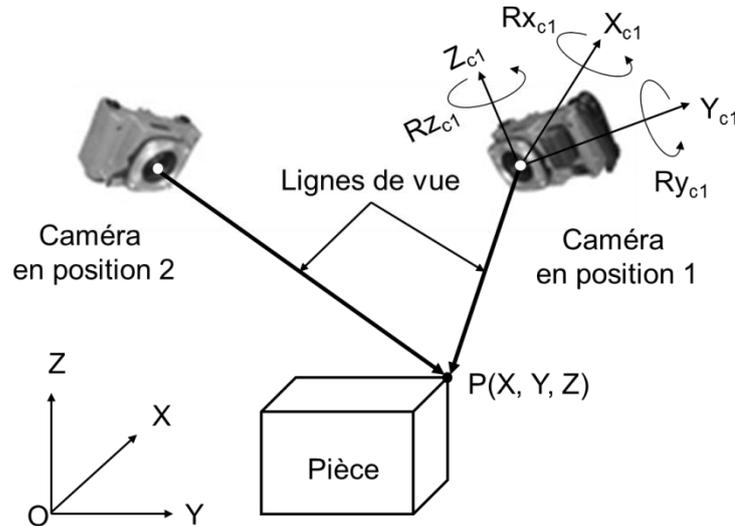


Figure II- 26 : Principe de la photogrammétrie

La photogrammétrie est basée sur le principe de recalage entre les deux images. Il s'agit d'un calcul global qui permet d'établir simultanément les positions et les orientations de la caméra pendant les prises de vue et la position des points mesurés.

### II.2.2.2 Mesure par triangulation laser

La technique par triangulation laser mesure des objets sans contact. Elle est basée sur les propriétés géométriques du triangle. Elle est très rapide, elle permet de mesurer des milliers de points par seconde avec une précision du dixième de micron (PRIETO, 1999).

Le système de mesure par triangulation laser se compose d'un capteur laser (émetteur) et d'une caméra (récepteur). Le capteur utilise comme source, un laser qui est projeté sur la surface à mesurer. Le récepteur est, généralement, une caméra CCD (Charge-Coupled Device) qui capture et mesure la position de l'image du point lumineux projeté sur la surface voir figure II-27. Ainsi le logiciel de traitement calcule les positions réelles des points par rapport à un repère de mesure.

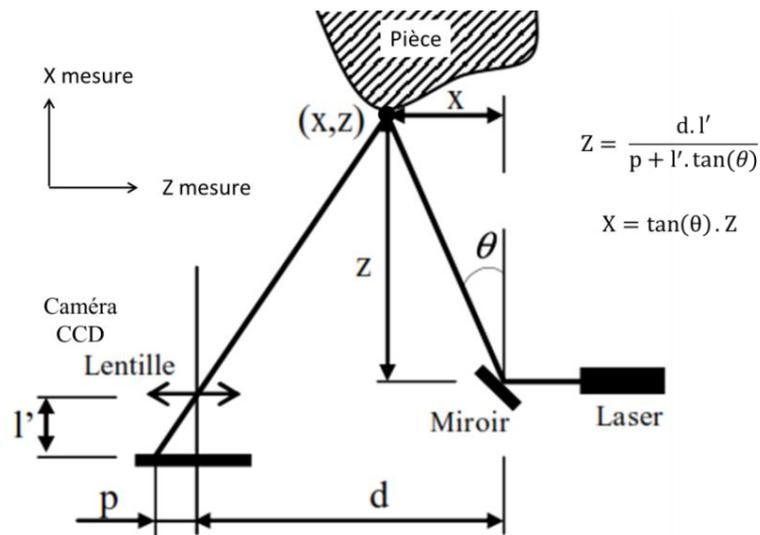


Figure II- 27 : Principe de calcul des distances de mesure (BOUCHENITFA, 2010)

### II.2.2.3 Mesure confocale

Cette technique de mesure utilisée dans la partie expérimentale de travail de recherche consiste à mesurer par capteur confocal (Micromesure 2 STIL CHR) voir figure II-28. Elle permet de mesurer des profils ou des surfaces de pièces, ainsi que les épaisseurs des pièces en matériaux transparents (les matériaux utilisés : résine usinable PROLAB 65 et l'aluminium). Ce système de mesure est équipé d'un capteur optique avec une lentille qui a une aberration chromatique. La lumière blanche est diffractée par la lentille en un continuum de longueurs d'onde. La longueur d'onde réfléchiée par la surface mesurée est, ensuite, traitée par un récepteur.

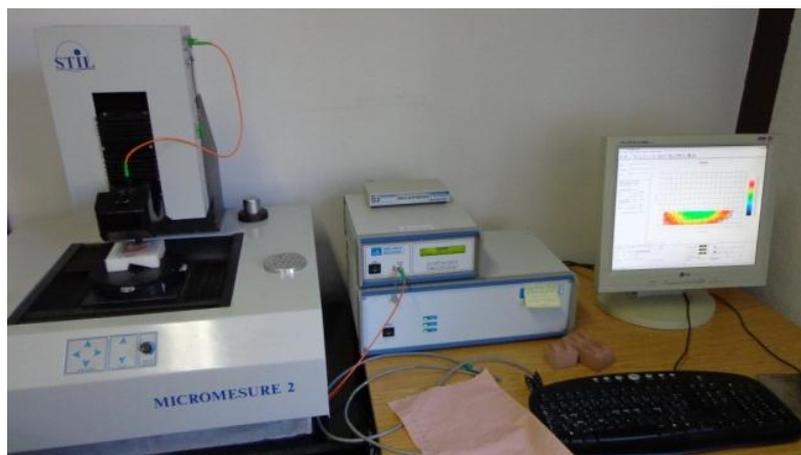


Figure II- 28 : Mesure par Micromesure 2 STIL CHR

Le récepteur est un dispositif appelé spectromètre qui sélectionne la longueur d'onde et qui détermine la plus forte intensité réfléchiée voir figure II-29. La connaissance du lien

entre la longueur d'onde et la distance du point focal permet de calculer les altitudes de la surface à mesurer (COHEN-SABBAN, 1999).

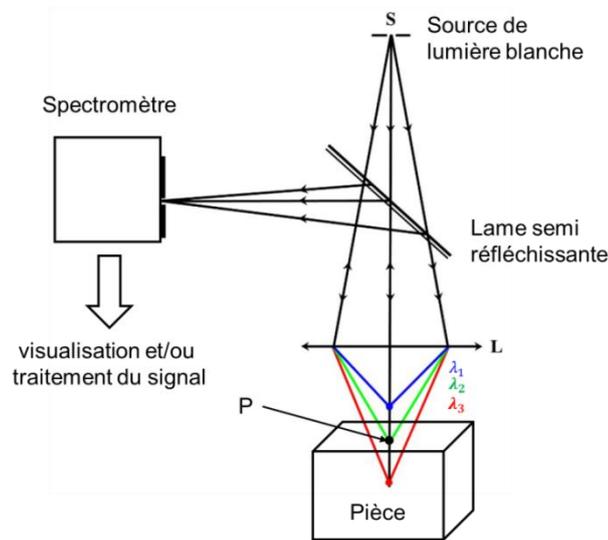


Figure II- 29 : Capteur confocal (COHEN-SABBAN, 1999)

Le système de mesure est placé sur un système de translation 3 axes qui déplace la pièce posée sur une table. Ensuite, les résultats des mesures obtenus sont traités par un logiciel informatique. Ce moyen de mesure a une profondeur de champ limité. Il est plutôt utilisé pour la mesure d'état de surface.

#### II.2.2.4 Mesure par caméras et franges de Moiré (GOM)

Cette technique de mesure utilisée dans la partie expérimentale de travail de recherche consiste à mesurer par caméras et franges de Moiré. Cette méthode de mesure est basée sur la technologie de projection de lumière structurée (franges de Moiré) voir figure II-30. Généralement, ce système de mesure est monté sur un trépied. Il est composé d'une source émettrice de lumière et deux caméras CCD intégrées. Elles capturent les niveaux de frange qui sont projetés sur la pièce à mesurer. La deuxième caméra permet d'améliorer la qualité de mesure et aussi de compenser l'influence des variations des propriétés optiques de la surface mesurée (CHARRON, 2004).

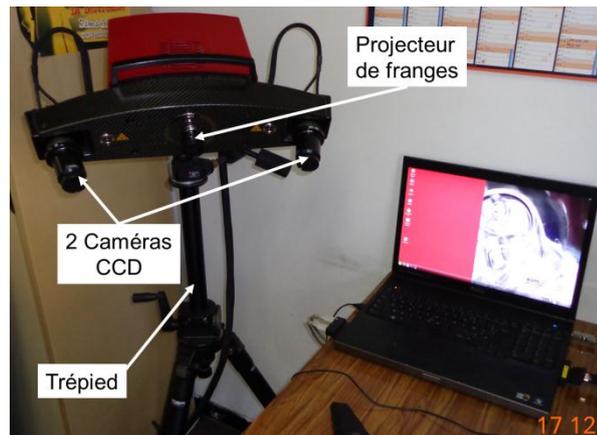


Figure II- 30 : Exemple de mesure par caméra, Scanner ATOS III 400 de GOM

La distance  $D$  et l'angle  $\theta$  entre les deux caméras dépendent de la taille de la pièce à mesurer voir figure II-31. Ainsi le système est connecté à un ordinateur qui est équipé un logiciel de traitement d'image. Il permet de calculer les coordonnées des points de la pièce à mesurer.

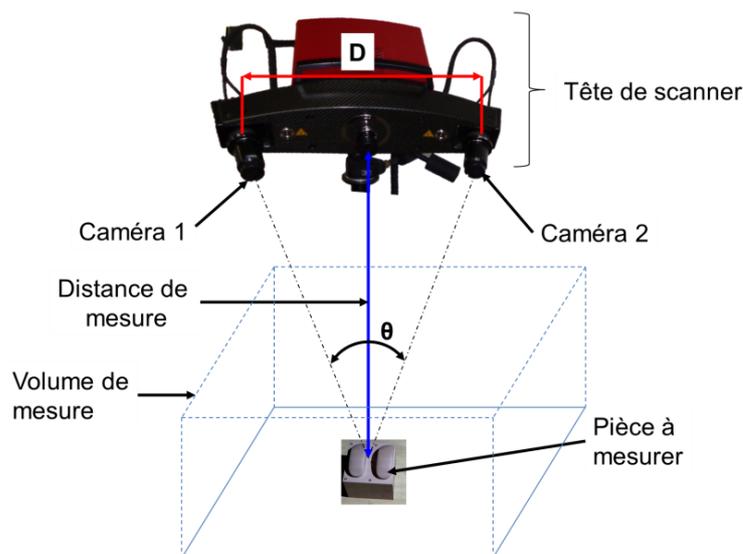
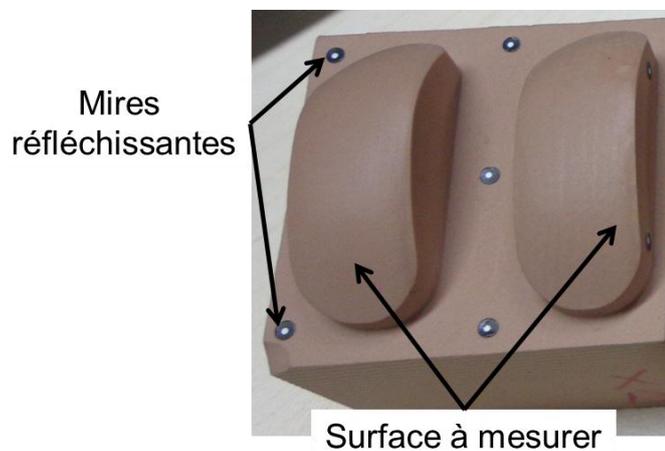


Figure II- 31 : Système de mesure GOM

L'ATOS III 400 de GOM est un scanner optique sans contact qui fournit des mesures en trois dimensions rapidement et précisément. Cet appareil transmet des données de mesure en trois dimensions et permet d'analyser différents types de pièces : des tôles, des prothèses, des turbines, des prototypes et des pièces moulées ... D'autre part, le scanner GOM ne mesure pas des points isolés comme avec un laser, mais au contraire, il capture la géométrie intégrale d'un objet et de ses primitives avec une grande précision dans un nuage de points de densité importante.

Le volume de mesure peut varier de  $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$  à  $1500 \times 1500 \times 1500 \text{ mm}^3$ . Pour la première configuration, l'ordre de grandeur de la précision de mesure de cet appareil optique est de  $0.05 \text{ mm}$  avec résolution de 4 millions de points dans chaque mesure.

Le principe de mesure permet de positionner le scanner devant la pièce à mesurer ou poser la pièce devant le scanner. Des mires réfléchissantes (cibles de positionnement) doivent être disposées sur et/ou autour de la surface à mesurer pour faciliter le recalage des différentes prises de vues voir figure II-32. Pour que le recalage soit réalisé, il faut qu'au minimum quatre cibles de positionnement soient capturées par les caméras (ZUQUETE GUARATO, 2013). Les deux caméras intégrées capturent une première vue. Ensuite, l'opérateur change la position de la pièce ou le scanner pour réaliser une nouvelle acquisition. Le recalage entre les deux prises de vue est automatisé.



**Figure II- 32 : Cibles de positionnement**

Le nombre de prises de vue est fonction de l'expérience de l'opérateur et de la complexité géométrique de la pièce à mesurer. Dans chaque vue, le scanner positionne un repère via les cibles de positionnement (référence). Ensuite, un système automatique de recalage est utilisé pour traiter les différentes acquisitions de mesure. Les données de mesure ne peuvent pas être utilisées directement, une étape de traitement est appliquée par un logiciel qui traite les données de mesure (nettoyage, segmentation, ... etc). Enfin par la technique de triangulation, le logiciel fournit une exportation complète de données en format STL par exemple.

Le scanner GOM est généralement utilisé dans plusieurs domaines d'application. Il est capable de mesurer différents types de surface :

- mesure en trois dimensions avec une grande précision,

- scanning avec une grande résolution,
- prise de mesure très rapide,
- fonctions d'inspection avancée,
- analyse de toutes les dimensions,
- création des modèles polygonalisés.

## II.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents modèles mathématiques de modélisation géométrique (Bézier, B-Spline et NURBS) de surface gauches. Le modèle NURBS est le modèle qui donne la meilleure description des formes complexes. A cet effet, le modèle NURBS est le plus exploité dans l'usinage des surfaces complexes. Ensuite, les différents formats de stockage dans la modélisation géométrique (CAO) sont exposés : format IGES, format STEP et format STL. Ces formats sont couramment utilisés pour transférer des modèles CAO dans la chaîne numérique pour la fabrication de pièces.

L'IGES et l'STL définissent uniquement la géométrie et ne peuvent pas représenter des solides ou les propriétés des pièces (matériaux, ...). Par conséquent, ces deux formats (IGES, STL) ne sont pas très pratiques pour les applications qui utilisent d'autres types de données que la géométrie (matériaux, ...). Le STEP reste le format le plus performant pour l'échange et la représentation des modèles de données de produit. Il permet de présenter toutes les phases du cycle de vie de produits (conception, analyse, fabrication, ...). En plus, ce format est utilisé pour représenter des formes géométriques telles que les lignes, les courbes, les surfaces ou les solides.

Les systèmes de mesure soit par contact ou sans contact ont des avantages et des inconvénients selon le type de pièce à mesurer (forme, matériau, ...), les opérations de prises de mesures (prise de côtes, déviation, ...), la visualisation et la précision de système. L'objectif de ces systèmes de mesure est d'enregistrer les données nécessaires pour définir une surface gauche et de la reconstruire.

Dans le chapitre suivant sera présentée une méthode permettant d'enlever une épaisseur constante sur des pièces déformées. La méthode sera testée sur la composante fémorale d'une prothèse de genou. Ce type de pièce mince a été choisi car il présente une déformabilité élevée. Cette dernière perturbe l'épaisseur finale de la prothèse qui est une caractéristique fonctionnelle.

# **CHAPITRE III**

## **CHAPITRE III**

# **ADAPTATION DE TRAJECTOIRES D'USINAGE 5 AXES A UN CHANGEMENT DE CIBLE GEOMETRIQUE**

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter la problématique liée à la fabrication des prothèses de genou de faible épaisseur dont le brut a subi des déformations lors de son processus de fabrication. Une méthodologie est proposée pour traiter cette problématique. Cette méthode adapte une trajectoire d'usinage calculée sur un modèle nominal à une géométrie déformée afin de n'enlever qu'une épaisseur constante sur une surface déformée. Cette méthode comporte un processus d'alignement utilisant un l'algorithme ICP (Iterative Closest Point). Cet algorithme est utilisé pour calculer le déplacement en corps rigide que doit subir la surface brute mesurée pour venir se recalcr sur la trajectoire nominale de l'outil. Ensuite, il est nécessaire de déformer la trajectoire d'outil pour obtenir la géométrie désirée. Cette trajectoire déformée est obtenue par une technique de projection et de décalage selon la normale du modèle STL à la surface brute. Elle permet d'obtenir une trajectoire qui enlève une épaisseur constante sur la surface brute déformée.

En fin de ce chapitre, une validation expérimentale est réalisée sur une machine cinq axes pour ébaucher de la partie fémorale d'une prothèse uni-compartimentale de genou.

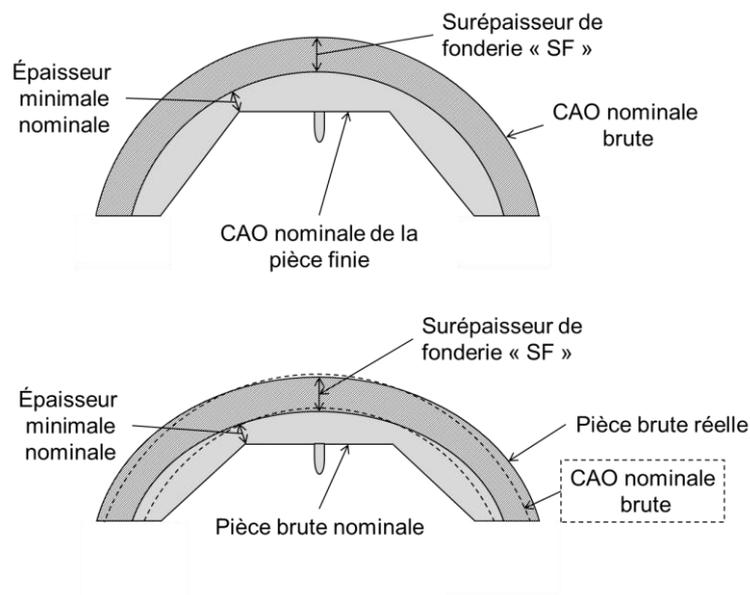
### **III.1 PRISE EN COMPTE DES DEFORMATIONS DU BRUT DANS L'EBAUCHE DES PROTHESES DE GENOU DE FAIBLE EPAISSEUR**

Le chapitre I a montré (paragraphe I-2.2) les raisons fonctionnelles de la réduction de l'épaisseur des prothèses de genou. Cette réduction d'épaisseur entraîne des déformations élastiques lors de l'obtention de leurs géométries brutes en fonderie. Cette réduction de

l'épaisseur permet de diminuer le volume d'os retiré lors de l'opération chirurgicale. Ainsi, l'épaisseur de la prothèse réelle doit être le plus proche possible de l'épaisseur nominale (épaisseur CAO nominale de la pièce finie) pour qu'elle résiste aux sollicitations complexes auxquelles elle sera soumise.

D'autre part, le contact entre la partie fémorale et la partie tibiale d'une prothèse de genou n'est pas conforme. Cette dernière propriété donne une souplesse quant au respect de la géométrie nominale. Ainsi, si de petites variations des rayons de courbure sont présentes sur ce type de prothèse, leurs fonctions techniques seront toujours respectées. Ainsi, la courbure a une influence faible sur la durée de vie de la prothèse car la pièce intercalaire en polyéthylène va se déformer pour compenser la géométrie globale de la partie fémorale qui est en cobalt chrome.

Par contre, les discontinuités de la surface et l'état de surface (rugosité et ondulation) ont une influence prépondérante sur la durée de vie. En effet, les surfaces fonctionnelles de ces prothèses sont soumises à des frottements importants. Cette contrainte tribologique peut entraîner la génération de débris qui sont néfastes à la tenue en service des prothèses. Ce qui implique que les contraintes majeures sur la partie fémorale d'une prothèse de genou sont d'avoir un bon état de surface tout en respectant l'épaisseur de la prothèse.



**Figure III- 1 : Processus de déformation d'un condyle**

La figure III-1 illustre la déformation d'une pièce brute (condyle) suite à son processus de moulage. Comme montré précédemment (voir paragraphe I-2.2), la géométrie d'une prothèse n'est pas critique pour la fonctionnalité de celle-ci. Par conséquent, les fabricants

choisissent dans l'étape de fabrication de respecter l'épaisseur nominale (Modèle CAO) de la prothèse en enlevant une surépaisseur constante par le procédé de polissage sur la pièce brute. Actuellement, les opérations de polissage sont effectuées par des opérateurs manuellement, car l'être humain arrive à adapter automatiquement les trajectoires d'usinage pour enlever une épaisseur quasi constante. De plus, l'opérateur adapte instinctivement la trajectoire de l'outil de polissage pour assurer une force de pression suffisante à l'enlèvement de matière (figure III-2). De plus, les machines à commande numérique sont asservies en position et non en effort par le directeur de commande numérique (voir paragraphe I-3). Ceci impose l'adaptation géométrique de la trajectoire d'outil d'usinage à chaque pièce brute.



**Figure III- 2 : Opération de polissage (MARLE, 2014)**

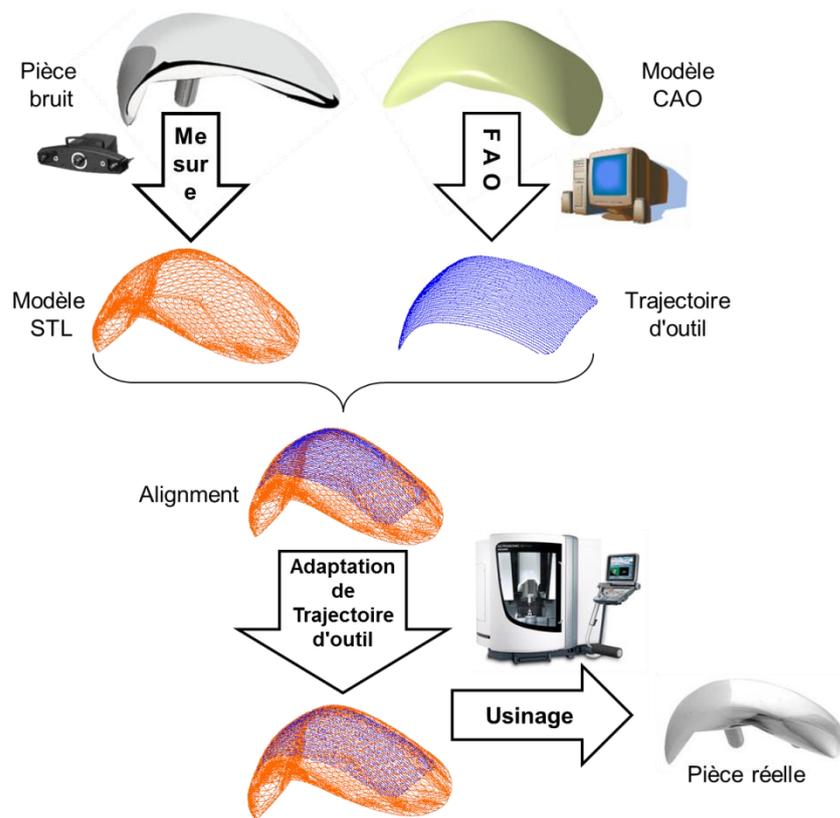
Une étape de déformation de la trajectoire de l'outil doit être appliquée à chaque opération d'une nouvelle prothèse :

- fraisage d'ébauche,
- fraisage de demi-finition,
- polissage, dans le cas où une machine à commande numérique est utilisée pour effectuer cette étape. De nombreux travaux cherchent à automatiser ces opérations de polissage (HUISOON, et al., 2002) (LIAO, et al., 2008) (PESSOLES, et al., 2009) (CHAVES-JACOB, et al., 2013).

## **III.2 METHODOLOGIE PROPOSEE POUR TRAITER CETTE PROBLEMATIQUE**

Dans cette partie, une nouvelle méthode d'adaptation des trajectoires d'usinage aux variations géométriques des bruts est proposée (figure III-3). Dans le cas étudié, la variation géométrique des bruts est causée par les variations du gradient thermique et à la transformation structurales dans la pièce lors du refroidissement. L'objectif de nos travaux est d'enlever une épaisseur constante par rapport à la surface brute mesurée. Comme va dans le

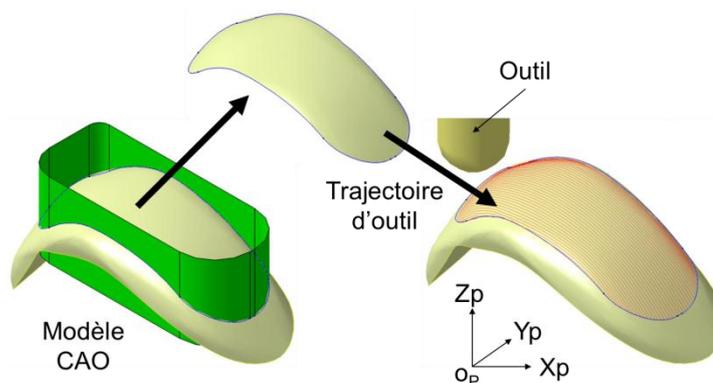
chapitre I, ce cas est présent dans le processus de fabrication de la composante fémorale des prothèses de genou (voir paragraphe I-2.3).



**Figure III- 3 : Etapes pour l'adaptation de trajectoire d'outil**

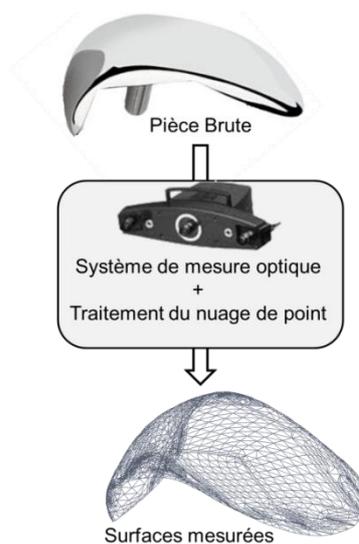
La figure III-3 montre la méthode d'adaptation de la trajectoire d'outil pour la fabrication d'une prothèse de genou sur une machine-outil à commande numérique.

Premièrement, une trajectoire d'outil basée sur la surface nominale (modèle CAO) est générée par un logiciel de FAO (dans nos travaux le logiciel CATIA V5 a été utilisé). Cette génération est effectuée seulement sur la partie supérieure de condyles d'une prothèse de genou figure III-4.



**Figure III- 4 : Génération d'une trajectoire d'outil**

De la même manière que l'être humain qui a besoin de ses yeux pour adapter ses trajectoires, la machine-outil a besoin de connaître la géométrie de la pièce brute. Pour cela, lors de la réception des pièces brutes, nous procédons à la mesure de leurs topographies afin de connaître la déformation de la surface à usiner. A partir des mesures réalisées, un modèle STL de la prothèse est généré. Il est utilisé pour faciliter l'implémentation de l'algorithme ICP (voir paragraphe III-3.1.1.2). En fonction de la diversité des applications de mesure, il existe, actuellement, plusieurs technologies de numérisation (voir paragraphe II-2). Nous avons utilisé la technique de mesure sans contact par caméras et franges de Moiré. La démarche de numérisation que nous avons utilisée est présente à la figure III-5.



**Figure III- 5 : Mesure de la géométrie de surface brute**

La figure III-5 illustre le processus de mesure sur une machine à mesure optique (matériel utilisé pour nos essais : ATOS III 400 GOM) pour effectuer la mesure de la surface brute.

### **III.3 ADAPTATION DES TRAJECTOIRES OUTILS**

Le but des travaux de cette thèse est d'adapter une trajectoire à une cible géométrique (par exemple enlever une épaisseur constante par rapport à une surface brute mesurée). Pour mener à bien cet objectif, nous proposons de suivre les étapes suivantes :

- alignement de la surface brute mesurée sur la trajectoire d'usinage par l'utilisation de l'algorithme d'ICP (Iterative Closest Point algorithm),
- adaptation de la trajectoire d'outil par projection et décalage par rapport au modèle STL.

Par la suite, un état de l'art de chacune de ces deux étapes sera présenté.

### III.3.1 Association d'un nuage de points à une surface par l'algorithme ICP

L'algorithme ICP (Iterative Closest Point) introduit la première fois par Besl en 1992 dans (BESL, et al., 1992) est une méthode pour recalibrer plusieurs types de données géométriques telles que des nuages de points, des maillages triangulaires et des surfaces.

L'algorithme ICP est une méthode bien connue pour l'association de l'ensemble de points 3D à un modèle (BOUKEBBAB, et al., 2007). Cet algorithme est basé sur la minimisation de la somme des carrés des distances entre l'ensemble des points et leurs correspondants appartenant au modèle (BESL, et al., 1992). Son but est de trouver la transformation rigide optimale qui va faire correspondre au mieux le nuage de points (P) à un modèle géométrique (M) figure III-6.

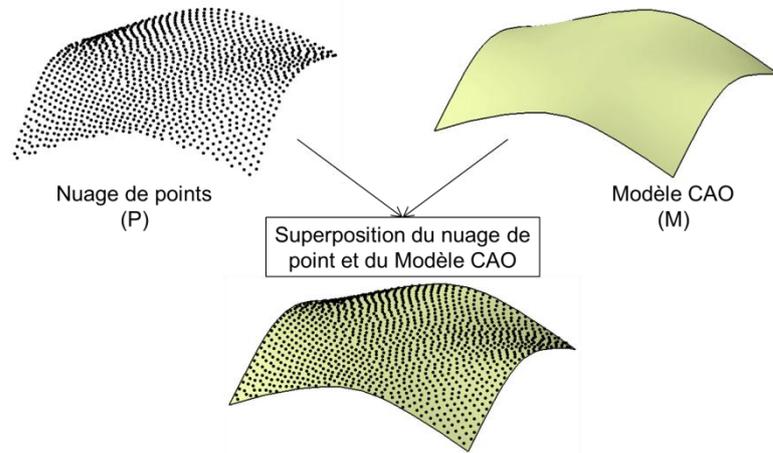


Figure III- 6 : Association d'un nuage de points à une surface

Les paramètres de la transformation rigide doivent minimiser la fonction de coût formulée par l'équation III-1. Cette fonction coût est définie entre les points  $P_i$  du nuage de point (P) et les points  $M_i$  appartenant à la surface (M).

$$e([\mathbf{R}], \{t\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|M_i - ([\mathbf{R}]P_i + \{t\})\|^2 \quad \text{III- 1}$$

Où :

N : nombre de points dans le nuage de points,

$P_i$  : points du nuage de points,

$M_i$  : points de modèle CAO,

$[\mathbf{R}]$  : matrice de rotation,

$\{t\}$  : vecteur de translation.

Les étapes de l'algorithme ICP peuvent être résumées comme suit :

1. choisir une transformation initiale  $[T_{i0}]$ , pour initialiser l'algorithme,
2. sélection des points utilisés. En effet, seule une partie de l'ensemble des points (P) et (M) peut être considérée dans l'ICP,
3. pour chaque point  $P_i$  de (P), recherche du point le plus proche  $M_i$  dans (M),
4. calculer et appliquer la transformation rigide pour rapprocher (P) de (M),
5. minimiser l'erreur globale entre les deux ensembles par minimisation du résultat de l'équation III-1 au sens des moindres carrés,
6. Répéter les étapes 2 à 5 jusqu'au respect du critère de convergence.

Des modifications affectant une ou plusieurs étapes de l'algorithme original ont été définies pour essayer d'augmenter la performance de l'ICP. Les indicateurs de performance sont quantifiés essentiellement, par la précision finale et la vitesse de convergence.

### **III.3.1.1 Variantes de l'algorithme ICP**

Depuis la présentation de l'algorithme ICP par Besl et al. (BESL, et al., 1992) en 1992, de nombreuses variantes ont été introduites dans le but d'améliorer la performance et d'accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme ICP. (EZRA, et al., 2008) (ZHU, et al., 2007). Les auteurs dans (RUSINKIEWICZ, et al., 2001) et (SALVI, et al., 2007) proposent une classification et une comparaison expérimentale de ces différentes solutions. Nous pouvons classer ces variantes selon la modification apportée sur les étapes suivantes :

- sélection des points dans le jeu de données,
- vitesse de convergence de l'algorithme,
- méthode d'initialisation pour calculer la transformation initiale,
- techniques de minimisation,
- méthodes de calcul de l'erreur globale.

#### ***III.3.1.1.1 Sélection des points***

Plusieurs techniques ont été proposées pour sélectionner des points. Dans (BESL, et al., 1992), l'algorithme original tous les points disponibles sont utilisés dans l'étape d'appariement. La sélection de points peut soit être réalisée de façon aléatoire soit de façon uniforme. Ainsi, Boukebbab et al. (BOUKEBBAB, et al., 2007) proposent une méthode d'association de surfaces gauches à un nuage de point qui utilise le principe d'algorithme ICP pour l'approximation et la mise en correspondance. Dans cette étude, les auteurs présentent

une technique pour sélectionner les points dans les ensembles. Il est basé sur un tirage aléatoire permettant d'utiliser des ensembles différents de points à chaque itération. Le nombre de points est déterminé selon une approche probabiliste. Elle permet d'assurer l'obtention d'un sous-ensemble de paires de points qui contient que des points en correspondance.

### III.3.1.1.2 Vitesse de convergence de l'algorithme

Pour accélérer l'algorithme traditionnel d'ICP, de nombreuses méthodes ont été utilisées. Fitzgibbon (FITZGIBBON, 2003) a proposé l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour accélérer l'ICP. D'autres techniques sont proposées pour réduire la complexité de l'algorithme de l'ICP. Un K-D tree<sup>1</sup> (arbre-K-D structure de données) représente des bisections successives d'un espace à k-dimensions. Il est parfois mis en œuvre pour accélérer la recherche des points les plus proches (ZHANG, 1994) (NUCHTER, et al., 2007). La méthode de triangulation de Delaunay est utilisée par Du et al. (DU, et al., 2010) pour permettre de passer d'un nuage de points à un modèle STL, figure III-7. Elle permet de réduire le nombre d'éléments (une face triangulaire représente plusieurs points du nuage). De plus, l'utilisation de cette méthode améliore la précision géométrique.

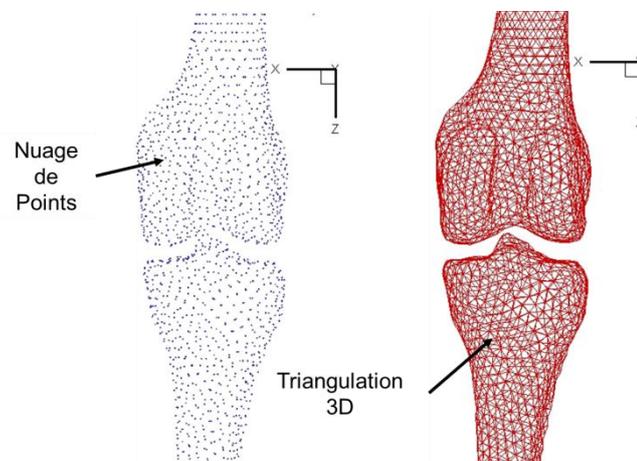


Figure III- 7 : Triangulation de Delaunay (AZZAM, 2010)

Zhu et al. proposent une méthode d'alignement appliquée pour l'inspection des surfaces gauches. Les auteurs étudient les diverses techniques qui accélèrent le processus de recalage et améliorent l'efficacité de la méthode ICP. L'efficacité d'alignement peut

<sup>1</sup> K-Dimensional tree

également, être augmentée par la réduction et la suppression du bruit amené par les valeurs aberrantes (ZHU, et al., 2007).

#### ***III.3.1.1.3 Méthode d'initialisation***

La structure du processus d'association tridimensionnel demande un recalage sur plusieurs vues. Pour recaler toutes les vues dans un même repère, nous pouvons utiliser soit un recalage local soit un recalage global. Il permet de recaler les différentes vues deux par deux. L'inconvénient de ce recalage est qu'il ne prend pas en compte toutes interactions entre les différentes surfaces du modèle. D'autre part, le recalage global prend en compte toutes les vues en même temps. Il permet de donner une meilleure répartition des erreurs entre les deux modèles (BENJEMAA, et al., 1999).

L'algorithme ICP est sensible à l'initialisation de la transformation rigide initiale  $[T_{t0}]$  entre les deux modèles. La vitesse de calcul et la précision dépendent de la façon dont cette estimation initiale est choisie (Ma, et al., 2003). Les auteurs montrent qu'en utilisant un critère de distance de type « moindre carré », l'algorithme converge toujours de manière monotone vers le minimum local « recalage local » le plus proche. Pour atteindre le minimum global (recalage global), il faut initialiser correctement la matrice de transformation.

Dans la majorité des méthodes, la transformation initiale est supposée proche de la transformation recherchée (MORON, 1996). Les différentes méthodes présentées pour choisir la meilleure transformation initiale sont :

- prendre la matrice identité comme transformation initiale (BESL, et al., 1992),
- faire estimation d'une translation et d'une rotation de l'objet dans chaque vue à partir des axes principaux,
- alignement interactif grossier,
- utiliser les matrices de covariances pour éviter de converger vers un minimum local (YING, et al., 2009).

#### ***III.3.1.1.4 Techniques de minimisation***

Dans l'algorithme de minimisation, les six degrés de liberté sont définis par trois rotations et trois translations. Alors que, le vecteur de translation est composé de trois paramètres  $\{t\} = (t_x, t_y, t_z)$ , toutefois la matrice de rotation  $[R]$  est composé de neuf éléments qui doivent vérifier six conditions d'orthogonalité (KANEKO, et al., 2003).

Par conséquent, l'ICP amélioré utilise les quaternions unitaires ou des quaternions duaux pour représenter les paramètres de la rotation tridimensionnels afin de réduire ce problème (BEAREE, et al., 2011).

Le quaternion unitaire  $q$  est généralement défini par un vecteur à quatre dimensions  $q(q_0, q_1, q_2, q_3)$  et est employé pour calculer une rotation avec un angle unique  $\theta(-\pi \leq \theta \leq +\pi)$  autour d'un axe de vecteur unitaire  $n(n_x, n_y, n_z)$  :

$$\begin{cases} q_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_1 = n_x \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_2 = n_y \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_3 = n_z \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad \text{III- 2}$$

Les quaternions satisfont l'équation III-3.

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad \text{III- 3}$$

Dans ce cas, la matrice de rotation [R] est calculée par l'équation III-4.

$$[R] = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad \text{III- 4}$$

Ainsi, le recalage des deux ensembles des données consiste à estimer la transformation rigide optimale dans un seul repère. Le calcul de la meilleure estimation de la transformation revient à minimiser un critère de distance. Plusieurs méthodes de minimisation ont été développées, telles que :

- la décomposition en valeur singulières appelée « SVD », proposée par Arun et al. (ARUN, et al., 1987),
- le quaternion unitaire, méthode proposée par Horn (HORN, 1987),
- le quaternion dual proposé par Walker et al. (WALKER, et al., 1991).

Eggert et al. (EGGERT, et al., 1997) ont comparé ces techniques selon les critères suivants : précision, stabilité et temps de calcul de l'algorithme. Cette comparaison montre qu'aucune de ces techniques ne satisfait tous les critères. Cependant la méthode SVD est la

meilleure en termes de précision et de stabilité tandis que la méthode quaternion est la plus rapide en termes d'exécution dans le cas de fichiers de grande taille.

### III.3.1.1.5 Méthode de calcul de l'erreur globale

Il existe d'autres méthodes d'amélioration de l'algorithme ICP (BESL, et al., 1992). Cette technique est basée sur la précision de la méthode d'alignement. La précision de la méthode de recalage est fonction du critère de convergence (équation III-5) de l'algorithme ICP, c'est-à-dire qu'un seuil d'arrêt global  $\tau$  est fixé.

$$Abs(e_k - e_{k+1}) < \tau \quad \text{III- 5}$$

Où :

$e$  : erreur globale,

$k$  : nombre d'itération,

$\tau$  : seuil.

Ainsi, lorsqu'il existe beaucoup de bruit dans les deux ensembles cela introduit un grand nombre d'itérations et la converge vers un minimum local. Plusieurs méthodes ont été mises en œuvre pour traiter ces inconvénients, comme remplacer la distance calculée entre deux points figure III-8(a) par la distance calculée entre point et plan (PARK, et al., 2003) figure III-8(b).

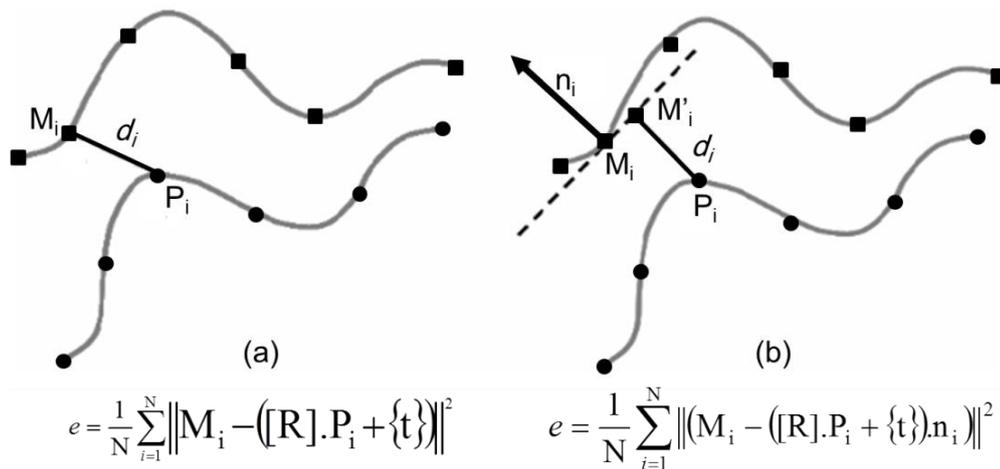


Figure III- 8 : Méthodes de calcul de l'erreur

La figure III-8 montre les deux techniques du calcul l'erreur globale. La première basée sur le calcul de distance entre deux points (point / point). Cette technique est la plus

courante. Dans un nuage de points  $P_i$ , l'algorithme ICP recherche les points,  $M_i$ , les plus proches dans la surface (M). La figure III-8(a) montre le principe de calcul de la distance par l'algorithme ICP de base. Une distance  $d_i$  entre deux points  $P_i$  et  $M_i$ . La figure III-8(b) montre une autre technique basée sur le calcul d'une distance entre un point et un plan (point / plan). Le point  $M'_i$  est la projection de point  $P_i$  sur le plan tangent au point  $M_i$ . Ce plan est perpendiculaire à la normale à la surface (M).

### III.3.2 Méthodes de déformation de la trajectoire des outils

La déformation de la trajectoire d'outil est effectuée pour adapter automatiquement la géométrie de la surface usinée à une cible géométrique choisie.

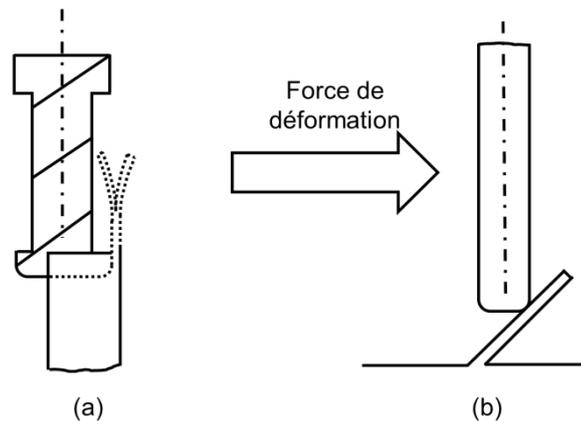
Smith et al. (SMITH, et al., 2007) proposent un nouveau processus de fabrication hybride qui mélange deux procédés de fabrication : l'usinage de structures à parois minces et le formage incrémental à point unique (SPIF<sup>2</sup>). Ce procédé hybride permet la création de tôles qui ont des géométries qui seraient difficiles ou impossibles à créer par d'autres processus. Les auteurs modifient volontairement la trajectoire de l'outil pour déformer plastiquement la paroi mince afin d'obtenir la géométrie désirée.

L'idée de cette étude n'est pas vraiment d'adapter la trajectoire de l'outil mais de déformer la pièce. Premièrement, la trajectoire d'outil est générée à partir d'une paroi mince (surface initiale) par un logiciel de FAO pour calculer le positionnement de l'outil. L'usinage s'effectue progressivement en prise de passe du haut vers le bas où la paroi usinée aura sa dimension finie, à chaque étape. De cette façon, la rigidité de la paroi est maintenue tandis que l'usinage se produit figure III-9(a).

Ensuite l'outil de fraisage est remplacé par un outil de formage du type torique ou hémisphérique. Une force de déformation est appliquée perpendiculairement à l'axe de l'outil, et la paroi est déformée plastiquement figure III-9(b). A l'aide de cette stratégie, il est possible de réaliser une paroi inclinée sur une machine-outil à 3 axes.

---

<sup>2</sup> SPIF : Single Point Incremental forming



**Figure III- 9 : Cas d'usinage de pièce faible épaisseur « déformation » (SMITH, et al., 2007)**

D'autres travaux, tels que ceux présentés par Redonnet et al. (REDONNET, et al., 1998) ou Menzel et al. (MENZEL, et al., 2004) proposent d'adapter la trajectoire de l'outil pour optimiser l'usinage des surfaces réglées non développables. Cette méthode optimise le point de tangence de l'outil ainsi que l'orientation de l'axe de l'outil. Elle positionne l'outil tangent aux deux directrices et à la génératrice, ce positionnement permet quasiment d'annuler l'interférence entre l'outil et la surface.

Belchior et al. (BELCHIOR, et al., 2013) proposent une méthode pour adapter la trajectoire de l'outil d'un robot manipulateur industriel en prenant en compte sa déformation. En effet, les robots industriels sont plus souples et flexibles que les machines-outils. Dans cette étude, l'auteur propose une prévision analytique et expérimentale de la déformation des robots et adapte la trajectoire de l'outil pour obtenir la géométrie désirée.

Biermann et al. (BIERMANN, et al., 2012) présentent une méthode d'adaptation de la trajectoire d'outil pour compenser la flexion d'outil en micro-fraisage de matériaux durs. La compensation des erreurs de forme générées est basée sur le déplacement de l'outil grâce à la mesure de la pièce usinée. Les trajectoires outils dans le programme CN sont compensées itérativement pour réduire les écarts de forme. Les auteurs ont testé leur méthode lors du fraisage de poches dans une pièce en acier trempé. Les résultats montrent une réduction significative de la déviation de l'outil après l'optimisation des trajectoires. D'ailleurs (BIERMANN, et al., 2010) proposent d'utiliser les points de contrôle de courbes B-Spline pour adapter la trajectoire d'outil afin d'équilibrer la flexion de l'outil.

Guiassa (GUIASSA, 2012) propose une technique pour adapter la trajectoire de l'outil sur des pièces à paroi mince. La méthode est basée sur le principe du miroir. La trajectoire d'outil est déformée pour compenser des défauts dus à la flexion de la pièce lors de l'usinage.

Les défauts de la fabrication sont calculés entre la trajectoire nominale et la trajectoire de la surface usinée. La compensation est réalisée par un décalage symétrique de la trajectoire approximée issue d'un mesurage, par rapport à la trajectoire nominale afin d'obtenir la trajectoire déformée (figure III-10). Cette méthode est utilisée pour améliorer la précision d'usinage.

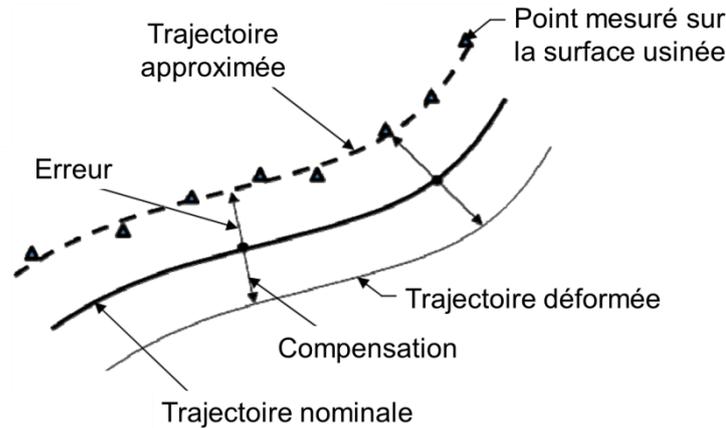


Figure III- 10 : Principe de déformation de la trajectoire outil (GUIASSA, 2012)

Toutes ces études proposent d'adapter la trajectoire d'outil pour compenser les erreurs d'environnement mais la cible est toujours la géométrie nominale. Nos travaux ont pour objectif d'adapter la trajectoire pour viser une nouvelle cible géométrique autre que le nominal.

### III.4 APPROCHE THEORIQUE

Dans cette partie, nous proposons l'approche théorique pour adapter la trajectoire d'usinage aux variations géométriques des bruts de fonderie dans le but d'enlever une épaisseur désirée sur la surface brute mesurée. La méthode proposée est réalisée en trois temps :

- alignement de la trajectoire d'outil et du modèle STL par l'utilisation de l'algorithme d'ICP (figure III-11),
- déformation de la trajectoire d'outil (figure III-12),
- décalage de la trajectoire d'outil d'une épaisseur constante (SF) (figure III-12).

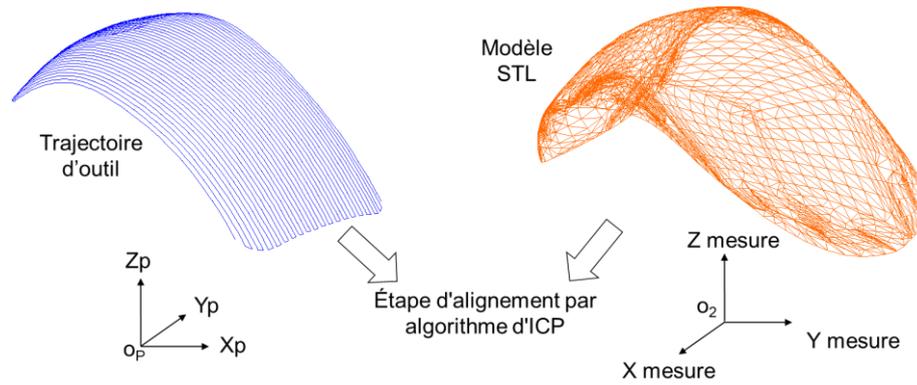


Figure III- 11 : Etape d'alignement par l'algorithme ICP

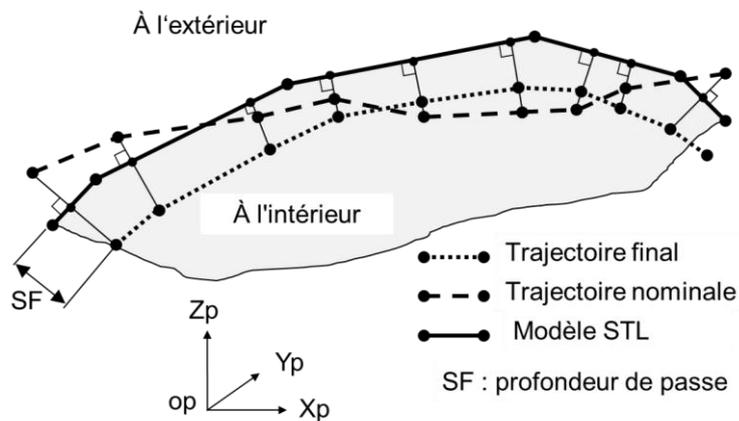


Figure III- 12 : Etape de déformation de la trajectoire d'outil

### III.4.1 Alignement de la trajectoire outil par rapport au modèle STL de la surface brute mesurée

Tout d'abord, la surface brute mesurée doit être alignée sur la trajectoire nominale de l'outil, figure III-14. La trajectoire de l'outil se compose classiquement des coordonnées des positions successives du point piloté  $P_{CLi}$  de l'outil exprimé dans le repère programme (voir paragraphe I-4.2). Dans notre cas, nous avons besoin des points sur la surface. Ainsi, la méthode de déformation proposée utilise les points de contact qui se trouvent sur la surface (voir paragraphe I-4.2.1). Couramment les logiciels de FAO proposent l'expression de la trajectoire de l'outil par les points de contact, (figure III-13). Par la suite, ces coordonnées sont notées  $P_{CCi}$  et la direction de l'axe d'outil,  $u$ .

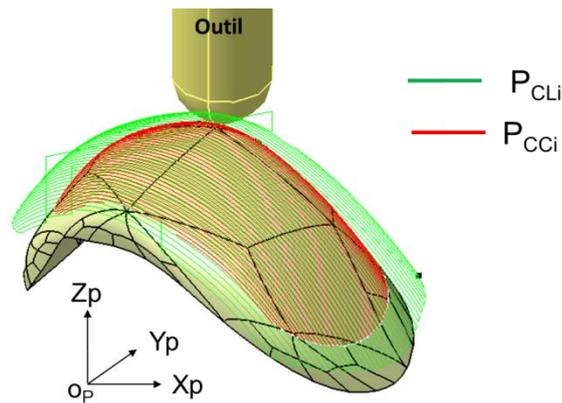


Figure III- 13 : Génération de la trajectoire d'usinage sur Condyle

L'algorithme ICP travaille avec la projection d'un point sur une surface suivant la normale. L'application analytique de cette technique sur des surfaces complexes (NURBS) est très difficile. Pour cela, nous avons choisi le format STL pour définir la géométrie de la surface brute mesurée. Ainsi, le calcul de la distance entre un point et les plans du STL sera plus simple et plus rapide. Comme déjà présenté dans chapitre II (paragraphe II-1.2.3) un modèle STL est défini par des plans qui permettent de calculer les vecteurs normaux. Ces derniers seront directement utilisés dans la méthode de déformation de la trajectoire d'outil.

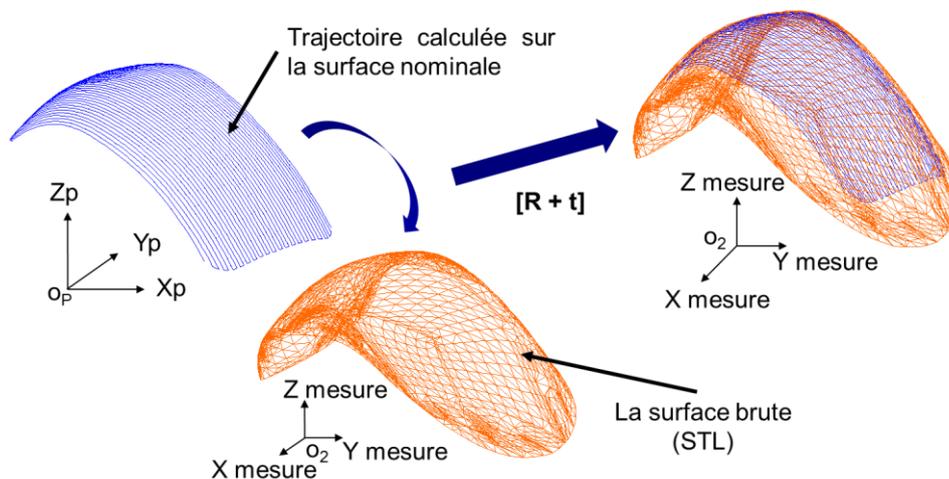


Figure III- 14 : Recalage par l'algorithme ICP

L'algorithme ICP a été utilisé pour l'alignement de la surface brute mesurée sur la trajectoire d'outil nominale.

La transformation  $[T_t]$  est calculée pour déterminer le déplacement rigide que devrait subir la trajectoire d'outil pour venir sur la surface mesurée (figure III-15). Pour des raisons de fabrication (voir paragraphe I-3.1), la trajectoire nominale ne doit pas être déplacée par

rapport au repère programme. Ainsi, la transformation inverse  $[\mathbf{T}_t]^{-1}$  est appliquée à la surface mesurée afin de la ramener sur la trajectoire nominale (figure III-16). Dans ces travaux, il a été choisi de calculer la transformation  $[\mathbf{T}_t]$  au lieu de  $[\mathbf{T}_t]^{-1}$  pour diminuer le temps de calcul. En effet, le nombre de points de la trajectoire est significativement, inférieur à celui du maillage STL ce qui diminue le nombre d'éléments à sommer dans l'équation III-6. Cette opération permet de conserver la trajectoire de l'outil dans le repère programme.

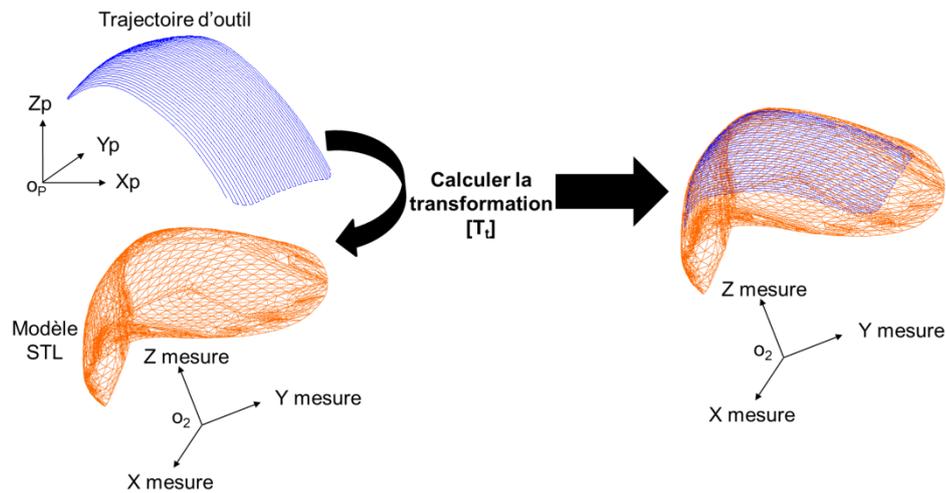


Figure III- 15 : Calcul de la transformation rigide

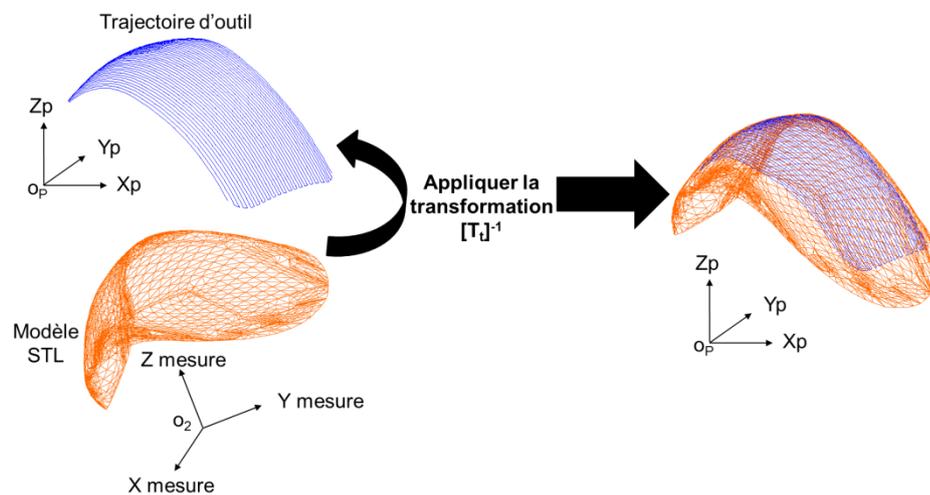


Figure III- 16 : Application de la transformation rigide

L'algorithme ICP minimise la somme des distances au sens des moindres carrés entre les points de la trajectoire nominale ( $P_{CCi}$ ) et les points projetés sur les facettes d'un modèle STL ( $P'_{CCi}$ ). Le critère à minimiser est défini par l'équation III-6. Pour cela, il faut calculer cette transformation  $\mathbf{T}_t([\mathbf{R}], \{t\})$ .

$$e([\mathbf{R}], \{t\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{P}'_{CCi} - ([\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi} + \{t\})\|^2 \quad \text{III- 6}$$

Où

$\mathbf{P}_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire d'outil nominale,

$\mathbf{P}'_{CCi}$  : points de contact projeté sur le modèle STL,

$N$  : nombre de points dans la trajectoire d'outil  $\mathbf{P}_{CCi}$ ,

$[\mathbf{R}] \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  : matrice de rotation,

$\{t\} \in \mathfrak{R}^3$  : vecteur de translation.

Comme présenté dans l'équation III-7, cette transformation rigide peut être décomposée en une composante de rotation  $[\mathbf{R}]$  et une composante de translation  $\{t\}$ .

$$\mathbf{P}'_{CCi} = [\mathbf{R}] \times \mathbf{P}_{CCi} + \{t\} \quad \text{III- 7}$$

Comme déjà mentionné précédemment (voir paragraphe III-3.1.1.4), il y a plusieurs méthodes pour calculer la transformation rigide optimale entre les deux modèles. Dans notre cas, nous avons utilisé la méthode SVD. Le but de la méthode est de séparer la rotation et la translation. La translation optimale est caractérisée par le fait que le terme à minimiser est toujours positif donc pour le minimiser cela revient à le rendre nul, voir équation III-8.

$$\min \left( \sum_{i=1}^N \left\| ([\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi} + \{t\}) - \mathbf{P}'_{CCi} \right\|^2 \right) \Rightarrow ([\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi} + \{t\}) - \mathbf{P}'_{CCi} = \vec{0} \quad \text{III- 8}$$

Ce qui donne en sommant sur les  $N$  points, l'équation III-9 :

$$\text{d'où : } \sum_{i=1}^N \{t\} = \sum_{i=1}^N \mathbf{P}'_{CCi} - [\mathbf{R}] \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{CCi} \Rightarrow \{t\} = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \mathbf{P}'_{CCi} - [\mathbf{R}] \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{CCi} \right) \quad \text{III- 9}$$

Les barycentres des deux modèles de points ( $\mathbf{P}_{CCi}$ ,  $\mathbf{P}'_{CCi}$ ) sont données par les équations III-10 et III-11.

$$\bar{\mathbf{P}}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}'_{CCi} \quad \text{III- 10}$$

$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{\text{CCi}} \quad \text{III- 11}$$

Nous obtenons la translation par l'équation III-12 :

$$\{\mathbf{t}\} = \bar{\mathbf{P}}' - [\mathbf{R}] \bar{\mathbf{P}} \quad \text{III- 12}$$

Nous déterminons les points centrés les moyennes de chaque ensemble par les équations III-13 et III-14.

$$\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* = (\mathbf{P}_{\text{CCi}} - \bar{\mathbf{P}}) \quad \text{III- 13}$$

$$\mathbf{P}_{\text{CCi}}^{*'} = (\mathbf{P}'_{\text{CCi}} - \bar{\mathbf{P}}') \quad \text{III- 14}$$

L'équation III-6 peut être réduite en utilisant les équations III-13 et III-14 :

$$\begin{aligned} e([\mathbf{R}], \{\mathbf{t}\}) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| (\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* + \bar{\mathbf{P}}') - ([\mathbf{R}](\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* + \bar{\mathbf{P}}) + \{\mathbf{t}\}) \right\|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{P}_{\text{CCi}}^* + \bar{\mathbf{P}}' - [\mathbf{R}](\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* + \bar{\mathbf{P}}) - \{\mathbf{t}\} \right\|^2 \\ e([\mathbf{R}], \{\mathbf{t}\}) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| d_i - [\mathbf{R}]m_i + \bar{\mathbf{P}}' - [\mathbf{R}]\bar{\mathbf{P}} - \{\mathbf{t}\} \right\|^2 \end{aligned} \quad \text{III- 15}$$

D'après l'équation III-12, nous pouvons formuler l'équation III-15 en fonction de  $[\mathbf{R}]$  uniquement.

$$\begin{aligned} e([\mathbf{R}]) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{P}_{\text{CCi}}^* - [\mathbf{R}]\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* + \underbrace{\bar{\mathbf{P}}' - [\mathbf{R}]\bar{\mathbf{P}}}_{\{\mathbf{t}\}} - \{\mathbf{t}\} \right\|^2 \\ e([\mathbf{R}]) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{P}_{\text{CCi}}^* - [\mathbf{R}]\mathbf{P}_{\text{CCi}}^* \right\|^2 \end{aligned} \quad \text{III- 16}$$

#### III.4.1.1 Calcul la rotation

En simplifiant l'équation III-16, nous pouvons calculer la rotation.

$$\begin{aligned}
 e([\mathbf{R}]) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{P}_{CCi}^* - [\mathbf{R}]\mathbf{P}_{CCi}^*\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{P}_{CCi}^* - [\mathbf{R}]\mathbf{P}_{CCi}^*)^T (\mathbf{P}_{CCi}^* - [\mathbf{R}]\mathbf{P}_{CCi}^*) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* - \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* - \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}]^T \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* + \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \underbrace{[\mathbf{R}]^T \cdot [\mathbf{R}]}_I \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* \right) \quad \text{III-17}
 \end{aligned}$$

Par définition une matrice de rotation  $[\mathbf{R}]$  est une matrice orthogonale donc  $[\mathbf{R}]^T[\mathbf{R}] = I$ .

$$e([\mathbf{R}]) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* + \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* - \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* - \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}]^T \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* \right) \quad \text{III-18}$$

En utilisant les propriétés de la transposition et le fait que chacune des 3 équations de III-19 est égale à un réel (scalaire), nous trouvons :

$$\mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}]^T \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* = \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}]^T \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* \right)^T = \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* = \text{scalaire} \quad \text{III-19}$$

Alors la fonction d'erreur sera :

$$e([\mathbf{R}]) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* + \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot \mathbf{P}_{CCi}^* - 2 \cdot \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* \right) \quad \text{III-20}$$

Dans l'équation III-20 à minimiser, il faut maximiser le dernier terme, voir équation III-21.

$$\begin{aligned}
 W([\mathbf{R}]) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* \right) \quad \text{III-21} \\
 &= \text{trace} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \cdot [\mathbf{R}] \mathbf{P}_{CCi}^* \right) \right) \\
 &= \text{trace} \left( [\mathbf{R}] \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{CCi}^* \cdot \mathbf{P}_{CCi}^{*T} \right) \\
 &= \text{trace} ([\mathbf{R}] \cdot K)
 \end{aligned}$$

Avec  $K$ , la matrice de covariance croisée (la matrice de corrélation) pour les deux ensembles  $\mathbf{P}'_{CCi}$ ,  $\mathbf{P}_{CCi}$  est donnée par l'équation III-22.

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{cc_i}^* \cdot P_{cc_i}^{*T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_{cc_i} - \bar{P})(P_{cc_i} - \bar{P})^T \quad \text{III- 22}$$

Par la méthode SVD, la décomposition de la matrice  $K$  en valeurs singulière donne l'équation III-23.

$$K = UAV^T \quad \text{III- 23}$$

Les matrices  $U$  et  $V$  sont orthogonales et  $A$  une matrice diagonale positive contenant les valeurs propres (ou singulière).

**Lemme :** Soit  $M$  est une matrice définie symétrique et positive et  $B$  matrice orthogonale.

Nous aurons :

$$\text{Trace}(M) \geq \text{Trace}(B.M)$$

Si  $B = [R]$  et  $M = K$  nous aurons :

$$\text{Trace}([R].K) = \text{Trace}([R].U.A.V^T) = \text{Trace}((V^T.[R].U).A)$$

Trace  $([R].K)$  sera maximum si  $V^T.[R].U = I$

- Multiplions  $(V^T.[R].U = I)$  par  $V$  :

$$V.V^T.[R].U = V.I$$

$$[R].U = V.I$$

- Multiplions  $([R].U = V.I)$  par  $U^T$  :

$$[R].U.U^T = V.I.U^T$$

$$[R] = V.I.U^T = V.U^T$$

Alors, le calcul de la rotation est donné par l'équation III-24.

$$[R] = V.U^T \quad \text{III- 24}$$

Quand le déterminant de la matrice  $[R]$  est négatif, nous obtenons une réflexion au lieu d'une rotation. Cela est souvent dû à une grande quantité de bruit ou à deux modèles pris de avec deux vues particulièrement éloignées l'une de l'autre.

Nous pouvons calculer la rotation  $[R]$  par deux approches : la première en utilisant la matrice  $V' = [V_1, V_2, -V_3]$  qui est créée avec les vecteurs colonnes de  $V$  et  $V_3$  est la colonne dont la valeur singulière pour la matrice  $K$  est zéro.

$$[R] = V'U^T \quad \text{III- 25}$$

La deuxième est une autre approche donnée par Umeyama (UMEYAMA, 1991) et Kanatani (KANATANI, 1994) utilisant :

$$[R] = V \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(UV^T) \end{bmatrix} U^T \quad \text{III- 26}$$

#### III.4.1.2 Calcul la translation

La superposition des deux centres de gravité, lors d'alignement de  $P_{CCi}$  avec  $P'_{CCi}$ , est utilisée pour calculer le vecteur de translation par l'équation III-27 :

$$\{t\} = \bar{P}' - [R]\bar{P} \quad \text{III- 27}$$

L'itération de l'algorithme converge lorsque l'erreur entre la trajectoire d'outil et le modèle STL est inférieure à un certain seuil. Les étapes de calcul de la transformation rigide sont appliquées à chaque itération de l'algorithme d'alignement. La transformation rigide optimale est calculée pour recalibrer la trajectoire de l'outil sur la surface mesurée. Ensuite, nous avons appliqué la transformation rigide inverse pour recalibrer la surface mesurée sur la trajectoire nominale. Après le recalibrage de la surface brute mesurée sur la trajectoire d'usinage par la méthode d'ICP, nous utiliserons une méthode de déformation de la trajectoire outil. Dans le paragraphe suivant cette méthode sera explicitée.

### III.4.2 Déformation de la trajectoire d'outil

Le paragraphe précédent (III-4.1) a illustré une méthode pour recalibrer la surface de la pièce brute mesurée qui est définie par un modèle STL, sur la trajectoire nominale représentée

par ses points de contact  $P_{CCi}$ . Une fois cette opération réalisée, il est nécessaire de déformer la trajectoire pour qu'elle soit confondue avec la surface.

Pour cela, la déformation de la trajectoire d'outil débute par une étape de projection des points  $P_{CCi}$  de la trajectoire d'outil sur les triangles du modèle STL figure III-17. Cette projection utilise une procédure de vérification qui examine l'appartenance des points projetés aux éléments triangulaires du modèle STL.

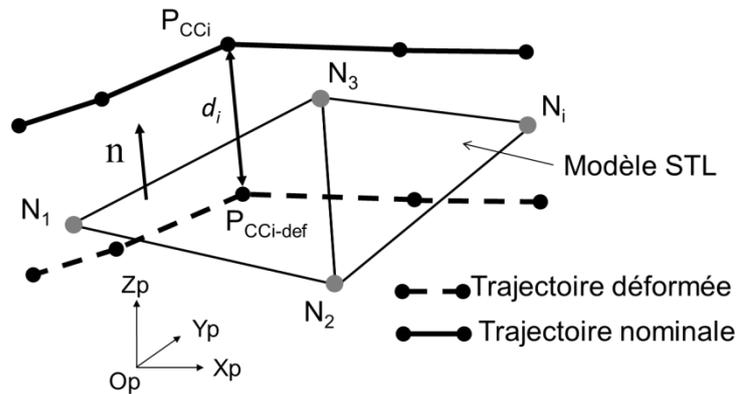


Figure III- 17 : Déformation de la trajectoire nominale d'outil

#### III.4.2.1 Appartenance d'un point à un triangle

Il existe plusieurs méthodes de vérification de l'appartenance de la projection d'un point à un triangle. Pour notre cas, ce test est basé sur un calcul des aires de triangles voir figure III-18.

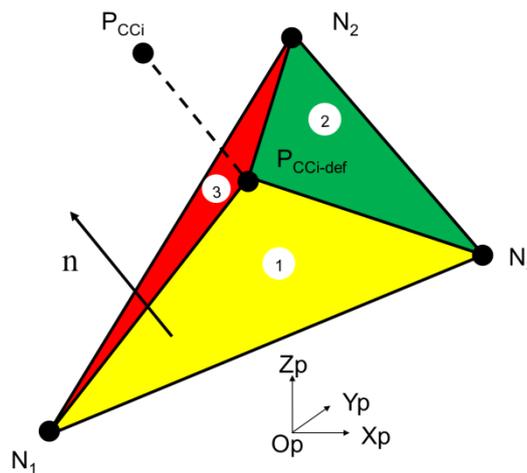


Figure III- 18 : Vérification de l'appartenance de la projection

Soit l'élément triangulaire (figure III-18) défini par les sommets  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$ , et le vecteur normal  $n$  et soit  $P_{CCi}$  un point et  $P_{CCi-def}$  sa projection sur le plan. L'aire du triangle

peut être calculée par l'équation III-28. Cette équation est donnée par la demi norme du produit vectoriel des deux vecteurs  $\overrightarrow{N_1 \cdot N_2}$  et  $\overrightarrow{N_2 \cdot N_3}$ .

$$Aire_{Triangle} = \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{N_1 \cdot N_2} \wedge \overrightarrow{N_2 \cdot N_3} \right\| \quad \text{III- 28}$$

Dans ce cas, le point  $P_{CCi-def}$  est à l'intérieur du triangle seulement si l'aire totale de grand triangle  $N_1N_2N_3$  (équation III-29) est égale à la somme des aires de trois triangles (1, 2 et 3) figure III-18 :

$$Aire_{Triangle}(N_1N_2N_3) = Aire(P_{CCi-def}N_1N_3) + Aire(P_{CCi-def}N_3N_2) + Aire(P_{CCi-def}N_2N_1) \quad \text{III- 29}$$

### III.4.2.2 Détermination d'une projection unique

Une fois les tests d'appartenance réalisés (voir paragraphe III-4.2.1) trois situations peuvent se présenter (figure III-19) :

- si  $P_{CCi}$  se projette à l'intérieur d'un seul triangle alors sa projection est notée  $P_{CCi-def}$ ,
- si  $P_{CCi}$  ne se projette sur aucun triangle alors le point n'est pas déformé et les coordonnées de  $P_{CCi}$  sont placées dans celle de  $P_{CCi-def}$ ,
- si  $P_{CCi}$  se projette sur plusieurs triangles seul le point ayant la distance minimale avec  $P_{CCi}$  est conservé et devient  $P_{CCi-def}$ .

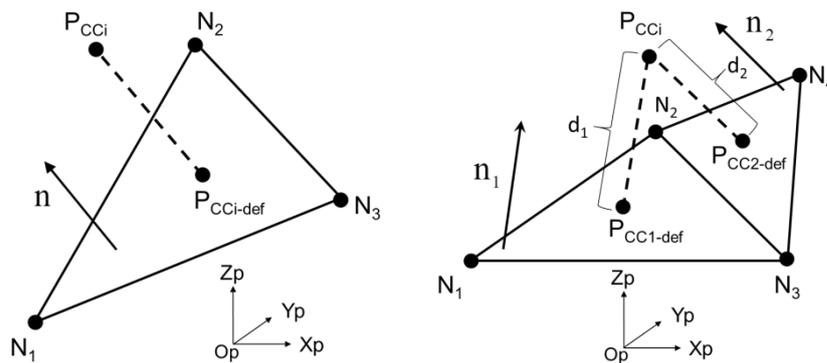


Figure III- 19 : Projection des points sur le modèle STL

Le calcul de distance entre  $P_{CCi}$  et l'élément triangulaire du modèle STL est réalisé avec l'équation III-30. L'équation III-31 est utilisée pour calculée le point  $P_{CCi-def}$ .

$$d_i = P_{CCi} N_i \cdot n \quad \text{III- 30}$$

$$P_{CCi-def} = P_{CCi} + d_i \cdot n \quad \text{III- 31}$$

Où :

$d_i$  : distance entre  $P_{CCi}$  et  $P_{CCi-def}$ ,

$n$  : vecteur unitaire de la normale au triangle donné par le modèle STL,

$P_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire d'outil,

$P_{CCi-def}$  : points de contact déformés de la trajectoire d'outil.

### III.4.3 Décalage de la trajectoire d'outil pour enlever une épaisseur constante

Dans le cas présenté de cette étude, la contrainte géométrie cible est d'enlever une épaisseur constante (notée SF sur la figure III-20) par rapport à la surface brute mesurée. Naturellement, le procédé peut être appliqué à n'importe quelles autres cibles géométriques. Dans cette étape, nous avons appliqué le décalage des points projetés selon la normale  $n$  de chaque élément triangulaire appartenant au modèle STL de manière à enlever une épaisseur constante sur la surface brute mesurée figure III-20.

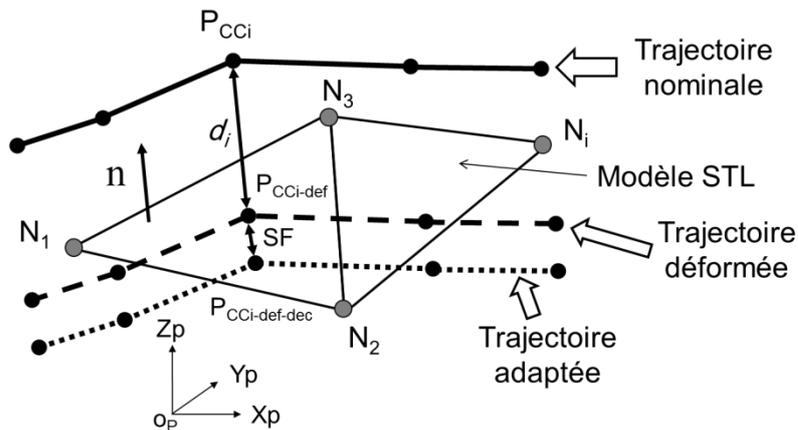


Figure III- 20 : Décalage de la trajectoire déformée

L'objectif de ce travail de recherche est d'enlever une épaisseur de matière constante sur la face extérieure de la partie fémorale d'une prothèse de genou. Pour cela, la trajectoire projetée sur la surface (points  $P_{CCi-def}$ ) est décalée à l'intérieur de la matière d'une quantité « SF : profondeur de passe », pour obtenir les points  $P_{CCi-def-dec}$ . L'équation III-32 est utilisée pour réaliser ce calcul.

$$P_{CCi-def-dec} = P_{CCi-def} - SF.n$$

III- 32

Où :

$n$  : vecteurs unitaires des normales aux facettes,

$SF$  : profondeur de passe,

$P_{CCi-def}$  : points de contact de la trajectoire déformée,

$P_{CCi-def-dec}$  : points de contact de la trajectoire décalée (adaptée).

Les points adaptés  $P_{CCi-def-dec}$  sont des points de contact entre l'outil et la surface. Ils doivent être convertis en points pilotés  $P_{CLi-def-dec}$  pour être transmis au Directeur de Commande Numérique (voir paragraphe I.3). La figure III-21 présente la construction du point piloté grâce au point de contact, à la normale à la surface et à l'axe outil. Comme présenté précédemment, dans le chapitre I paragraphe I-4.2.1 la relation vectorielle entre les points de contact  $P_{CCi-def-dec}$  et les points pilotés  $P_{CLi-def-dec}$  diffère selon la géométrie de l'outil. Dans le cas présenté, l'outil utilisé est hémisphérique en bout (2 tailles, 4 dents), l'équation III-33 permet de réaliser ce calcul.

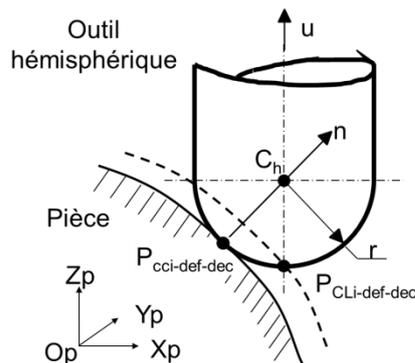


Figure III- 21 : Positionnement de l'outil

$$P_{CLi-def-dec} = P_{CCi-def-dec} + r.(n - u)$$

III- 33

Où :

$r$  : rayon principal de l'outil,

$n$  : vecteurs unitaires des normales aux facettes,

$u$  : vecteurs unitaires associés à la direction de l'axe de l'outil,

$P_{CCi-def-dec}$  : points de contact de la trajectoire adaptée,

$P_{CLi-def-dec}$  : points pilotés de la trajectoire adaptée.

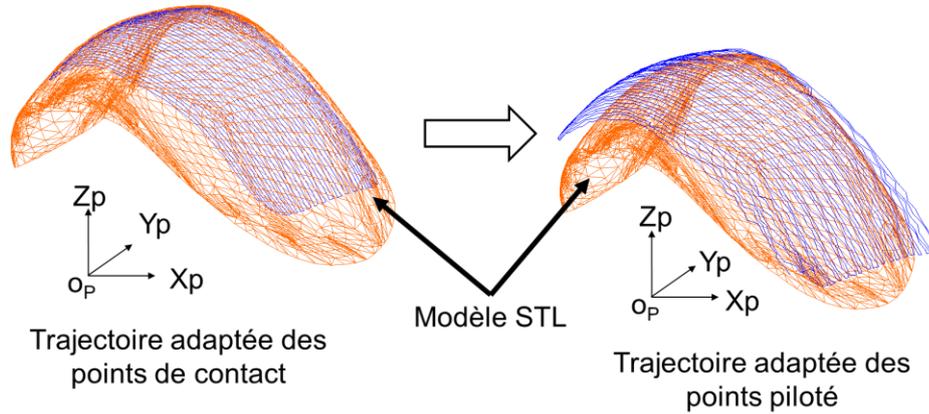


Figure III- 22 : Conversion de la trajectoire d'outil

La figure III-22 montre la conversion de la trajectoire adaptée des points de contact  $P_{CCi-def-dec}$  à la trajectoire adaptée des points pilotés  $P_{CLi-def-dec}$  utilisée pour la génération du programme CN.

### III.5 IMPLEMENTATION LOGICIELLE

Nous avons utilisé pour la réalisation du programme le logiciel Matlab®. L'algorithme d'adaptation de la trajectoire des outils est composée de trois parties voir figure III-23 :

- l'algorithme d'alignement de trajectoire (ICP),
- l'algorithme de déformation de trajectoire,
- l'algorithme de décalage de trajectoire.

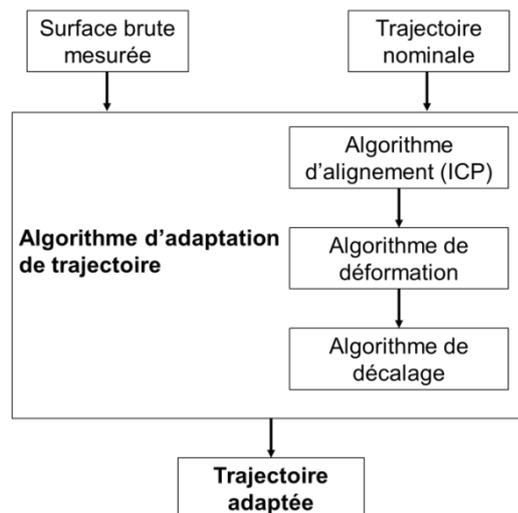


Figure III- 23 : Structure de l'algorithme d'adaptation

### III.5.1 Algorithme d'alignement de trajectoire

La méthode d'alignement basée sur l'algorithme ICP peut être résumée comme suit figure III-24 :

- lire la trajectoire d'usinage  $P_{CCI}$  et le modèle brute STL,
- calculer la projection des points (trajectoire d'usinage calculée sur la surface nominale), sur la surface brute mesurée en STL (calcul de  $P_{CCI-def}$ ),
- calculer la transformation rigide optimale  $[T_t]$ , pour associer  $P_{CCI}$  à  $P_{CCI-def}$ , cette étape est effectuée en utilisant une méthode de décomposition en valeurs singulières SVD,
- appliquer la transformation  $[T_t]^{-1}$  sur le modèle brute STL,
- recalculer l'erreur globale aux moindres carrés par l'équation III-6,
- si l'erreur globale est inférieure à un certain seuil donné par l'équation III-5 ou si le nombre maximum des itérations est atteint, alors arrêter l'itération, sinon continuer.

La figure III-24 présente l'organigramme de l'algorithme d'alignement réalisé dans l'étape de recalage du modèle STL sur la trajectoire outil nominale.

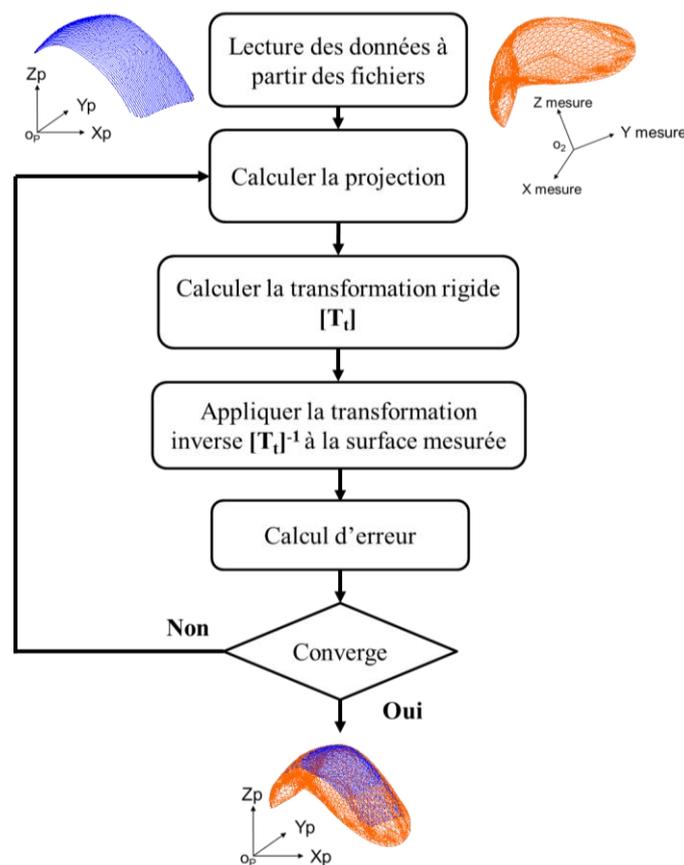


Figure III- 24 : Organigramme de l'algorithme d'alignement

- Entrées :
  - $P_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire outil nominale,
  - $N_i$  : sommets de modèle STL,
  - $n$  : vecteurs unitaires des normales aux facettes.
- Traitement :
  - $d_i = P_{CCi} \cdot N_i \cdot n$
  - $P'_{CCi} = P_{CCi} + d_i \cdot n$
  - $\bar{P}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P'_{CCi}$  et  $\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{CCi}$
  - $K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_{CCi} - \bar{P})(P'_{CCi} - \bar{P}')^T$
  - Par la méthode SVD :  $K = UAV^T$
  - $[R] = V \cdot U^T$
  - $\{t\} = \bar{P}' - [R] \cdot \bar{P}$
  - $P_{CCi} = [R] \times P'_{CCi} + \{t\}$
- Sorties :
  - La surface brute recalée sur la trajectoire nominale  $P_{CCi}$ .

### III.5.2 Algorithme de déformation de trajectoire

Après le recalage de la surface brute (Modèle STL) sur la trajectoire d'outil nominale (non déformée) par l'algorithme ICP, nous procédons à la déformation de la trajectoire. L'algorithme de déformation de la trajectoire qui peut être résumé comme suit :

- projection des points de la trajectoire  $P_{CCi}$ ,
- vérification de l'appartenance de la projection.

La structure de l'algorithme de déformation est simple, il est composé d'un programme principal qui contient une boucle pour effectuer les itérations. Dans cette boucle, nous trouvons des appels de deux fonctions : une fonction qui calcule la projection des points  $P_{CCi}$  de la trajectoire nominale sur le modèle STL de la surface brute recalée et une fonction utile à la vérification de l'appartenance des points projetés  $P_{CCi-def}$  à une des faces du modèle STL figure III-25.

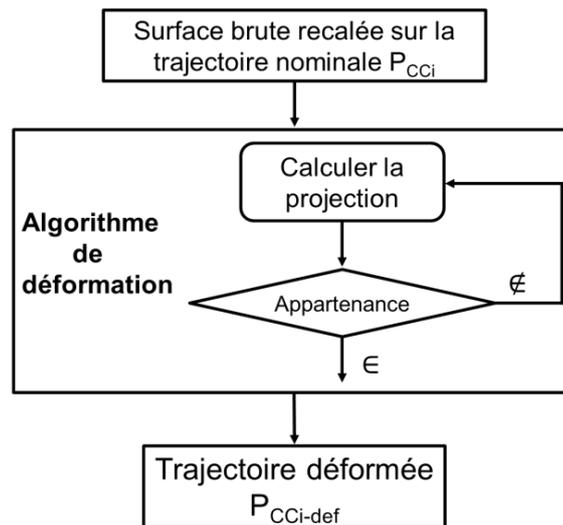


Figure III- 25 : Structure de l'algorithme de déformation

- Entrées :
  - $P_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire outil nominale,
  - $N_i$  : sommets de modèle STL,
  - $n$  : vecteurs unitaires des normales aux facettes.
- Traitement :
  - $d_i = P_{CCi} N_i \cdot n$
  - $P_{CCi-def} = P_{CCi} + d_i \cdot n$
- Sorties :
  - $P_{CCi-def}$  : points de contact déformés de la trajectoire outil.

### III.5.3 Algorithme de décalage de trajectoire

Pour enlever une épaisseur constante sur la face extérieure de la prothèse du genou. Nous allons décaler à l'intérieur de la matière les points projetés sur le modèle STL d'une quantité « SF : profondeur de passe », par l'algorithme suivant figure III-26 :

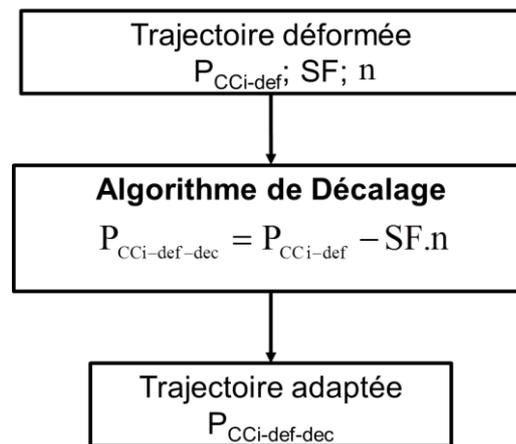


Figure III- 26 : Structure de l'algorithme de décalage

- Entrées :
  - $P_{CCi-def}$  : points de contact déformés de la trajectoire outil,
  - $n$  : vecteurs unitaires des normales aux facettes,
  - $SF$  : profondeur de passe.
- Traitement :
  - $P_{CCi-def-dec} = P_{CCi-def} - SF.n$
- Sorties
  - $P_{CCi-def-dec}$  : points de contact adaptés de la trajectoire outil.

### III.6 APPLICATION AUX PROTHESES UNI-COMPARTIMENTALES

Dans le cas d'application utilisé est l'ébauche d'une composante fémorale d'une prothèse de genou. Ce type de prothèse a été choisi car elle présente une épaisseur fine et sa géométrie finale de la prothèse n'a pas besoin d'être exactement conforme à sa géométrie nominale.

La figure III-27 montre le résultat du recalage avec l'algorithme d'alignement. Dans cette figure, une analyse de l'écart après l'étape d'alignement de la trajectoire de l'outil et le modèle STL, montre que le défaut de forme varie de -0.2017mm à 0.4166mm. Cet écart montre la déformation de la surface brute par rapport au normal lors des opérations de fonderie. A partir de cet instant, nous allons procéder à la déformation de la trajectoire d'outil de départ pour qu'elle vienne épouser parfaitement la morphologie du modèle STL avec une marge d'erreur maîtrisable.

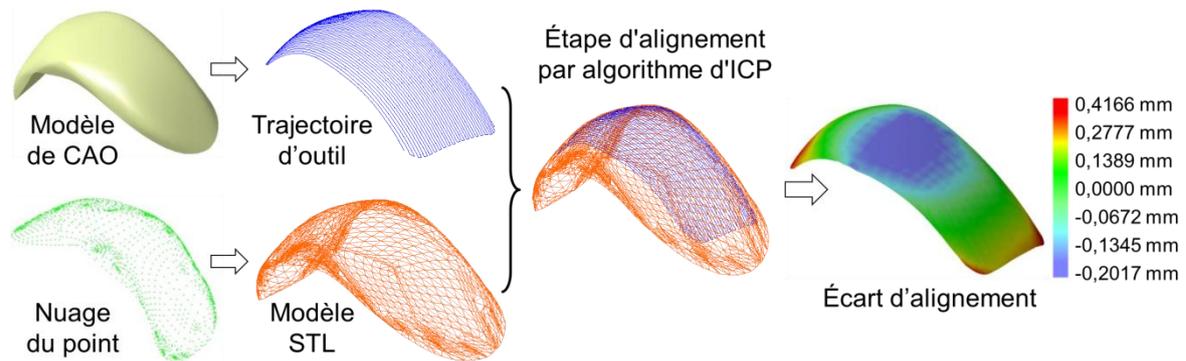


Figure III- 27 : Etape d'alignement

### III.6.1 Environnement expérimental

Les essais sont réalisés sur la surface de frottement de la partie fémorale d'une prothèse de genou uni-compartmentale. La géométrie de cette pièce est complexe, nécessitant ainsi l'utilisation de machines multi-axes. Ainsi, un centre d'usinage 5 axes ULTRASONIC 20 linéaire, équipée d'une commande numérique SIEMENS 840D, voir figure III-28, a été utilisé pour réaliser ces essais. Les essais ont utilisé les conditions de coupe suivantes (tableau III-1).

Paramètre	Ebauche	Finition
Usinage avec lubrification	Non	Oui
Outil d'usinage	Fraise 2 tailles en carbure de diamètre : $D = 10 \text{ mm}$ , 4 dents	Hémisphérique en carbure de diamètre : $D = 10 \text{ mm}$ , 4 dents
Vitesse de rotation	$N = 15000 \text{tr/min}$	
Vitesse d'avance	$V_f = 1000 \text{mm/min}$	$V_f = 3000 \text{mm/min}$
Profondeur de passe	1mm	SF = 0.2mm (1passe)
Stratégie d'usinage	Z-level	Plans parallèles
Taille du brut	50x50x24mm	
Type d'usinage	3 axes	

Tableau III- 1 : Conditions de coupe pour le fraisage 2 tailles d'une surface de frottement de la partie fémorale



Figure III- 28 : Centre d'usinage 5 axes avec assistance ultrasonore

Le processus d'usinage de la pièce test est divisé en trois opérations : ébauche, demi-finition et finition. L'opération d'ébauche utilise une fraise 2 tailles ( $D = 10\text{mm}$ ) pour enlever la matière le plus rapidement possible sur la surface brute. La demi-finition quant à elle laisse une surépaisseur de matière qui sera usinée dans l'opération de finition voir figure III-29. A la fin de l'étape de demi-finition, la géométrie obtenue sur la pièce test simulera une surface brute de fonderie déformée.

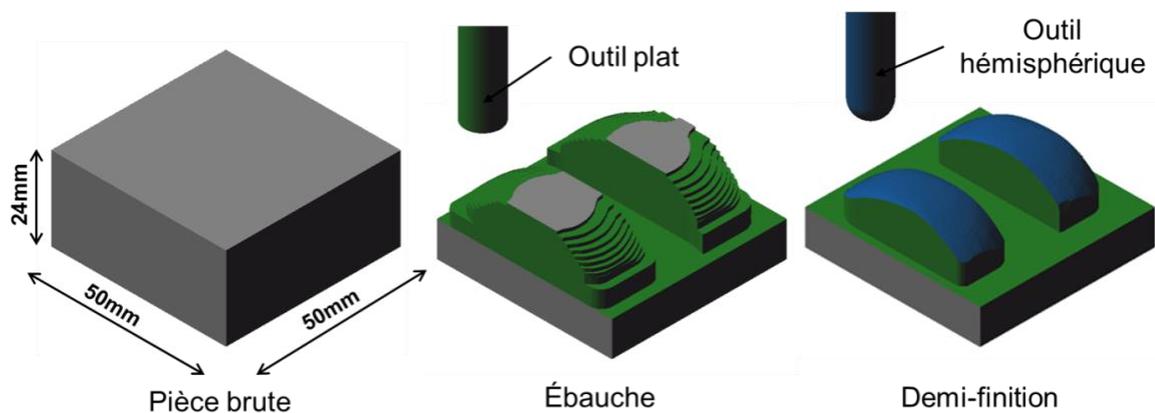


Figure III- 29 : Simulation des opérations d'ébauche et demi-finition

Les procédures de déformation de la trajectoire d'outil sont uniquement appliquées à l'opération de finition. La trajectoire d'usinage initial (non déformée) a été générée par le logiciel CATIA V5®. La stratégie d'usinage utilisée était celle des plans parallèles (voir paragraphe I-4.2.4.1) dans le module Advanced Machining de CATIA V5®. La tolérance de calcul de trajectoire d'outil dans l'opération de finition était de 0.03mm.

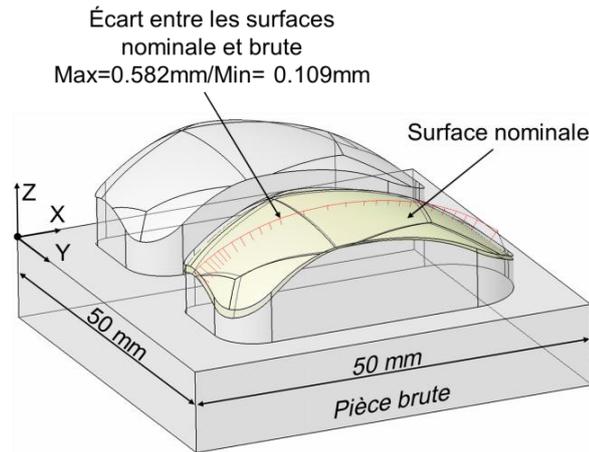


Figure III- 30 : Ecart entre les surfaces nominale et brute

La figure III-30 montre la pièce après les étapes d'ébauche et de demi-finition. En outre, cette figure présente la position de la surface nominale (employée pour calculer la trajectoire initiale d'outil) par rapport à la surface qui simule la pièce brute. De plus, cette figure présente les écarts entre la surface nominale et la surface brute. Ils sont représentés par une ligne rouge dans l'espace. Les valeurs maximum et minimum des écarts sont 0.582mm et 0.109mm entre la surface brute et la surface nominale.

L'usinage met en œuvre deux trajectoires : la trajectoire nominale non déformée et une trajectoire adaptée pour enlever une épaisseur constante à la surface brute simulée ( $SF = 0.2\text{mm}$ ). Aucune méthode de lissage n'a été utilisée dans cette expérience. La figure III-31 présente la pièce test réalisée en résine usinable, PROLAB 65.

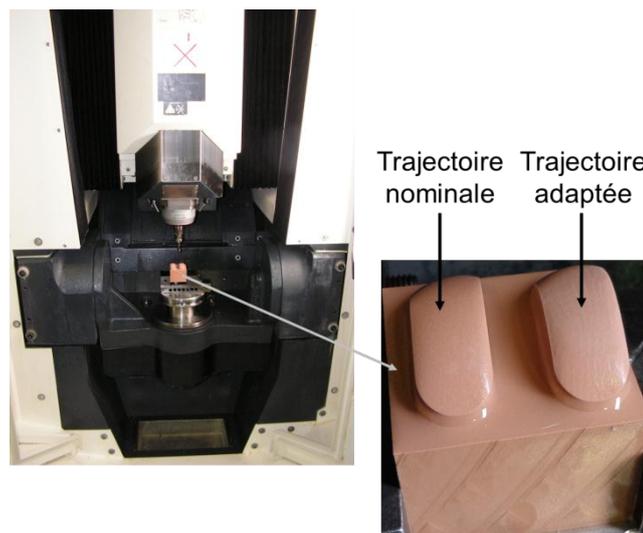


Figure III- 31 : Usinage sur une machine à CNC cinq-axes

Il est intéressant de noter que la surface obtenue en demi-finition a été mesurée grâce à un système de mesure optique (ATOS III 400 GOM) pour obtenir le modèle STL modélisant la surface brute de fonderie. Suite à l'opération de finition, les surfaces usinées sont mesurées avec la même machine pour comparer les géométries obtenues avec les deux trajectoires (nominale et adaptée), voir figure III-32.



Figure III- 32 : Étape de mesure

### III.6.2 Résultats et discussion de la méthode d'adaptation des trajectoires

La figure III-33 présente les résultats de cette mesure. Cette figure illustre la cartographie des écarts entre la surface cible (surface de demi-finition décalée à l'intérieur de la matière de 0.2mm) et les surfaces usinées. Cette figure fait ressortir que les écarts de forme de la surface usinée avec la trajectoire nominale sont compris entre -0.5 et 0.1mm, d'une part, et que ceux de la trajectoire adaptée sont compris entre -0.1 et 0.02mm.

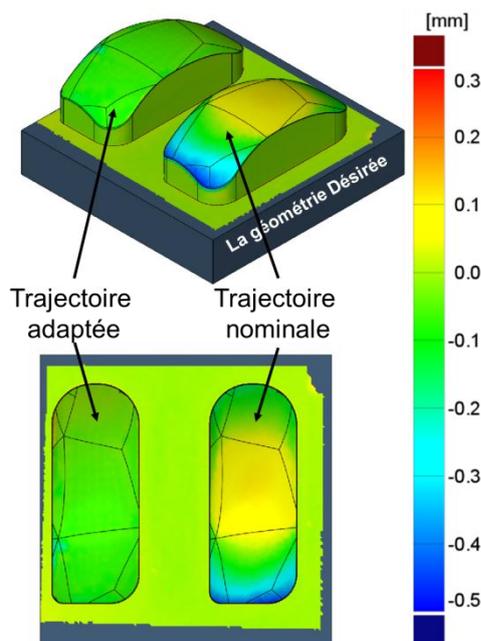


Figure III- 33 : Comparaison des formes de condyle

Il est à noter, ici, que les couleurs froides (vers le bleu) représentent les écarts négatifs alors que les couleurs chaudes (vers le rouge) représentent les écarts positifs. De ce fait, nous remarquons une réduction importante des écarts avec l'utilisation de la trajectoire adaptée comparativement à celui obtenu par la trajectoire nominale.

Cet essai nous permet de montrer le bon fonctionnement de la méthode d'adaptation de trajectoires proposée dans ce travail de recherche.

La trajectoire adaptée permet de répondre aux exigences géométriques demandées (enlever une épaisseur constante sur la surface brute de la pièce réelle). Par contre, si nous diminuons l'échelle de tolérance par exemple  $[-0.04\text{mm}; 0.04\text{mm}]$ . Nous remarquons des défauts liés au motif du modèle STL voir la figure III-34. Ce qui implique une oscillation de la trajectoire outil qui engendra automatiquement une discontinuité de surface usinée d'où un état de surface amoindri.

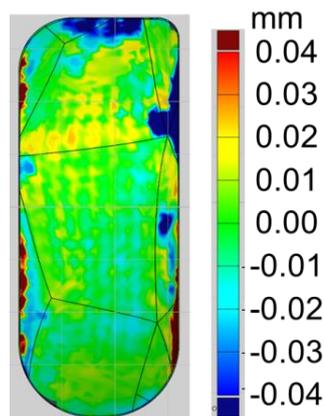


Figure III- 34 : Etat de surface de la trajectoire adaptée

### III.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons répondu à la problématique liée à la fabrication des prothèses du genou de faible épaisseur dont le brut a subi des déformations lors de la fonderie. La méthode présentée adapte la trajectoire d'usinage pour enlever une épaisseur constante sur une surface déformée. Celle-ci comporte un procédé d'alignement basé sur l'algorithme ICP. Le but de cet algorithme est de trouver la transformation rigide optimale entre deux ensembles de données (par exemple, un nuage de point et un modèle STL). Cet algorithme d'alignement permet de recalibrer la surface brute mesurée sur la trajectoire d'outil. Ensuite, il est nécessaire de déformer la trajectoire suivant la normale de la surface brute pour obtenir la géométrie désirée. La méthode proposée pour adapter la trajectoire d'usinage calculée sur le modèle nominal est une méthode générale qui permet d'usiner tous types de pièces déformées de

forme complexe. Pour conclure, nous présentons une validation expérimentale sur une machine cinq axes pour la composante fémorale d'une prothèse de genou uni-compartimentale. Cette méthode d'adaptation de la trajectoire d'usinage est efficace. Elle permet de répondre aux exigences géométriques demandées (enlever une épaisseur constante sur la surface brute de la pièce réelle). Cependant, nous avons remarqué que le motif du STL venait générer des oscillations qui perturbent la qualité de l'état de surface de la surface usinée. Pour l'améliorer, une méthode de lissage sera présentée dans le chapitre suivant.

# **CHAPITRE IV**

## CHAPITRE IV

# LISSAGE DES TRAJECTOIRES D'OUTILS ADAPTEES

---

Dans le chapitre III, nous avons vu que la trajectoire adaptée obtenue était, par nature, discontinue en tangence et qu'elle porte en elle le motif du modèle STL utilisé pour la déformer. Pour atténuer ces motifs, deux méthodes de lissage sont proposées dans ce chapitre. Elles permettent de réduire les oscillations de la trajectoire et d'améliorer la qualité d'état de surface des pièces usinées. La première méthode est basée sur l'utilisation d'un polynôme de degré cinq. La deuxième méthode quant à elle utilise une courbe de Bézier. Ces approximations permettent d'associer ces courbes au sens des moindres carrées à la trajectoire initiale pour effectuer le lissage de la trajectoire adaptée. Il est appliqué soit sur l'un des trois axes ( $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ ) de la trajectoire d'une façon indépendante, soit sur les trois au même temps. Ces traitements permettent de réduire les discontinuités en tangence et en courbure de la trajectoire outil. Par la suite, l'influence du raffinement du modèle STL sur la qualité de la trajectoire adaptée est étudiée. Pour finir, une validation expérimentale est réalisée sur une machine cinq axes pour ébaucher la composante fémorale d'une prothèse uni-compartimentale de genou.

### IV.1 PROBLEMATIQUE

La trajectoire d'outil obtenue avec la méthode d'adaptation présentée au chapitre III permet de répondre aux exigences géométriques souhaitées : enlever une épaisseur constante sur toute une surface brute déformée. Pour adapter la trajectoire, nous avons utilisé un modèle STL. Ce format de stockage, présenté au paragraphe II-1.2.3, est composé de plusieurs triangles avec naturellement des normales différentes pour chacun de ces éléments plan, comme présenté à la figure IV-1. Cette figure met en évidence le problème d'oscillation

rencontré sur la trajectoire d'outil adaptée. Ce problème vient principalement du fait que la normale locale utilisée pour adapter la trajectoire est soumise à des variations discontinues le long du parcours outil. Cette normale est employée pendant l'étape d'adaptation (ICP, déformation et décalage équations III-30 à III-32) ainsi que lors du calcul de la trajectoire des points pilotés (équations III-33). Ceci induit naturellement des oscillations sur la trajectoire d'outil adaptée qui sont nuisibles à la qualité de l'état de surface obtenue.

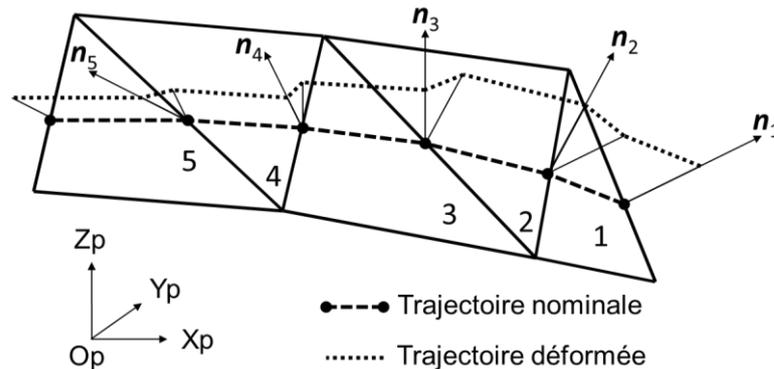


Figure IV- 1 : Discontinuités de la trajectoire d'outil déformée

La figure IV-2 illustre un exemple de trajectoire adaptée utilisant la normale du modèle STL. Cette figure montre clairement ce problème. Nous remarquons sur la figure IV-2 des oscillations sur les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  de la trajectoire. Lors des essais réalisés au paragraphe III-6.2 ces oscillations ont induit des ralentissements de la vitesse d'avance de la machine-outil. Comme cité précédemment, dans le chapitre I, paragraphe I-4.4, ce phénomène peut générer une résonance sous l'effet des ralentissements et changements de direction brusque dans les organes de la machine. Ceci se manifeste, notamment, sur la surface de la pièce par une détérioration de l'état de surface.

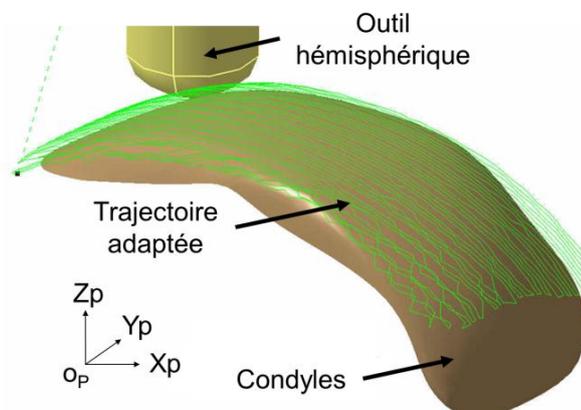


Figure IV- 2 : Simulation de la trajectoire adaptée

## IV.2 UTILISATION DE LA NORMALE DE LA SURFACE NOMINALE POUR AMELIORER L'ADAPTATION DE LA TRAJECTOIRE

L'utilisation de la normale de modèle STL ( $n$ ) pour la projection, la déformation et le choix des points pilotés engendrent des oscillations sur la trajectoire adaptée. Afin d'atténuer cet effet, nous proposons dans un premier temps d'utiliser une normale moins oscillante que celle du modèle STL. Ainsi, nous proposons d'utiliser la normale ( $n_{CC}$ ) des points de contact de l'outil à la surface nominale qui est donnée par le logiciel FAO. La surface nominale étant généralement définie par des modèles CAO, elle garantit la continuité en tangence et en courbure (voir paragraphe II-1.1). Ainsi, cette nouvelle normale continue sera utilisée pour le calcul de distance entre  $P_{CCi}$  et le modèle STL dans l'équation III-30 (voir chapitre III paragraphe III-4.2.2). Cette nouvelle équation utilisant la normale de points de contact  $n_{CC}$  de la surface nominale est donnée par l'équation IV-1.

$$d_i = P_{CCi} N_i \cdot n_{CC} \quad \text{IV-1}$$

Où :

$d_i$  : distances entre  $P_{CCi}$  et  $P_{CCi-def}$ ,

$n_{CC}$  : normales de points de contact à la surface donnée par le logiciel FAO,

$P_{CCi}$  : points de contact de la trajectoire d'outil nominale,

$N_i$  : sommets des facettes triangulaires.

Ainsi, le calcul des points déformés  $P_{CCi-def}$  de la trajectoire outil présentée dans l'équation III-31 (voir chapitre III paragraphe III-4.2.2) sera calculé par l'équation IV-2.

$$P_{CCi-def} = P_{CCi} + d_i \cdot n_{CC} \quad \text{IV-2}$$

Où :

$P_{CCi-def}$  : points de contact déformés de la trajectoire d'outil.

De même, cette nouvelle normale a été utilisée dans l'étape de décalage de la trajectoire, pour obtenir les points  $P_{CCi-def-dec}$ . Ainsi, l'équation III-32 (voir chapitre III paragraphe III-4.3) devient l'équation IV-3.

$$P_{CCi-def-dec} = P_{CCi-def} - SF \cdot n_{CC} \quad \text{IV-3}$$

Où :

$n_{CC}$  : normales de points de contact de la surface nominale,

SF : profondeur de passe,

$P_{CCi-def-dec}$  : points de contact de la trajectoire adaptée,

$P_{CCi-def}$  : points de contact de la trajectoire déformée.

De même, la relation vectorielle entre les points de contact  $P_{CCi-def-dec}$  et les points pilotés  $P_{CLi-def-dec}$  est calculée par l'équation IV-4.

$$P_{CLi-def-dec} = P_{CCi-def-dec} + r.(n_{CC} - u) \quad \text{IV-4}$$

Où :

$r$  : rayon principal de l'outil hémisphérique,

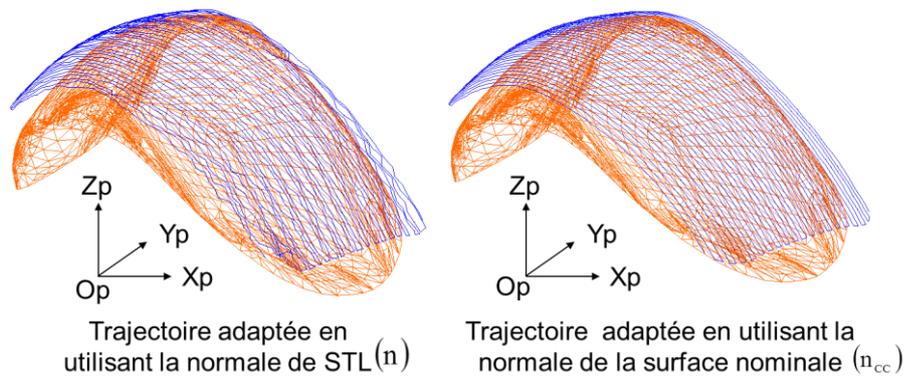
$n_{CC}$  : normales de point de contact de surface nominale,

$u$  : vecteurs unitaires associés à la direction d'axe d'outil,

$P_{CLi-def-dec}$  : points pilotés de la trajectoire adaptée,

$P_{CCi-def-dec}$  : points de contact de la trajectoire adaptée.

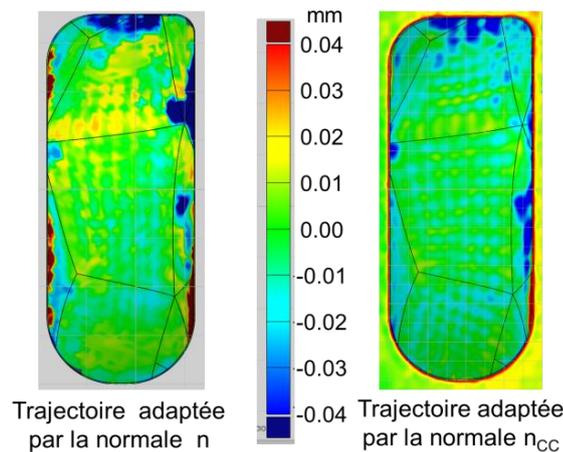
La figure IV-3 montre les trajectoires adaptées des points pilotés qui utilisent la normale du modèle STL ( $n$ ) et la normale ( $n_{CC}$ ) des points de contact de la surface nominale donnée par la FAO. Nous remarquons dans cette figure que la trajectoire adaptée, basée sur la normale ( $n_{CC}$ ) des points de contact de la surface est significativement moins oscillante que celle qui utilise la normale du modèle STL ( $n$ ).



**Figure IV- 3 : Conversion de la trajectoire d'outil par  $n$  et  $n_{CC}$**

La figure IV-4 montre les résultats de la mesure d'état de surface réalisée en utilisant ATOS III 400 GOM, voir chapitre II, paragraphe II-2.2.4. Cette figure présente les écarts de

la surface usinée avec la géométrie cible. Elle fait ressortir que l'écart de la surface usinée avec des trajectoires adaptées avec la normale du modèle STL est compris entre -0.03 et 0.03mm et -0.02 et 0.02mm lorsque la normale de la surface nominale est utilisée. De plus, la qualité de l'état de surface s'est, nettement améliorée tout en restant insuffisante car des motifs restent présents sur la surface. Ils impliqueront un temps de polissage plus long pour être éliminés.



**Figure IV- 4 : Comparaison d'état de surface**

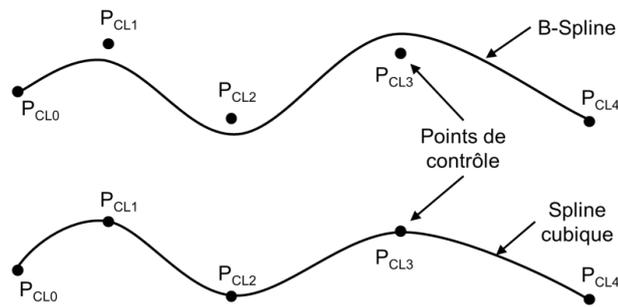
Afin de résoudre ce problème et d'améliorer le suivi de trajectoire, il est proposé de procéder à un lissage de la trajectoire, en l'utilisation d'un modèle STL plus dense afin d'améliorer la qualité de la surface obtenue.

### IV.3 METHODES DE LISSAGE DE TRAJECTOIRES OUTILS

De nombreuses méthodes de lissage de trajectoires d'usinage ont été développées dans la littérature. Des auteurs proposent des méthodes d'interpolation par des courbes B-Spline (LARTIGUE, et al., 2001), NURBS de degré 3 ou 5 (LANGERON, et al., 2004) et polynôme de degré 5 (CHAVES-JACOB, et al., 2011), pour lisser la trajectoire d'usinage entre les points de la trajectoire d'outil fournis en interpolation linéaire.

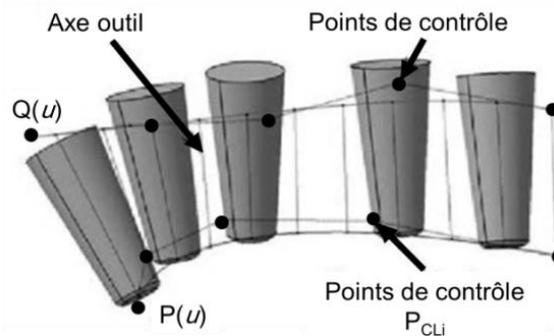
Lartigue et al. (LARTIGUE, et al., 2001) ont proposé une méthode de lissage de trajectoire d'usinage pour l'usinage de surfaces de forme complexe. Cette méthode utilise des courbes B-Spline cubique (de degré trois) pour lisser la trajectoire d'outil. Cette solution démontre, expérimentalement, l'utilité de cette méthode pour diminuer la discontinuité de la trajectoire. Ce type d'interpolation permet d'éviter les discontinuités en tangence et en courbure dans les parcours d'usinage contrairement à ceux générés avec des formats d'interpolation linéaires ou circulaires (voir paragraphe I-4.3).

La figure II-5 montre l'interpolation d'une trajectoire d'outil, la courbe B-Spline et Spline cubique décrivent la trajectoire des points pilotés de l'outil.



**Figure IV- 5 : Interpolation d'une trajectoire d'outil**

Ainsi, Langeron et al. (LANGERON, et al., 2004) proposent une méthode de lissage basée sur des courbes NURBS en 5 axes comme format d'interpolation. Selon ce formalisme il est nécessaire de donner au programme CN les paramètres de la courbe tels que les pôles, les poids, les séquences nodales et le degré de la courbe NURBS. Cette méthode est une solution pour diminuer les oscillations et pour donner une meilleure qualité d'état de surface figure II-6.



**Figure IV- 6 : Interpolation par courbe NURBS en 5 axes (LANGERON, et al., 2004)**

La figure IV-6 montre deux courbes NURBS de degré trois utilisant la même paramétrisation. La première courbe  $P(u)$  représente la trajectoire d'outil du point piloté  $P_{CLi}$ . La deuxième courbe  $Q(u)$  montre la trajectoire de la position d'un point appartenant à l'axe de l'outil avec une distance à  $P_{CLi}$ . Ces deux courbes synchronisées permettent de définir le positionnement de l'outil le long de la trajectoire d'usinage en 5 axes.

Une autre interpolation est développée, par Chaves-Jacob et al. (CHAVES-JACOB, et al., 2011). Ils proposent une méthode d'interpolation polynomiale qui utilise un polynôme de degré cinq pour lisser les discontinuités de la trajectoire d'outil. Cette interpolation permet d'assurer la continuité en tangente et en courbure sur la trajectoire d'outil. La méthode

proposée peut être utilisée avec des DCN de haut niveau, couramment, utilisés sur machines-outils 5 axes. Le but de cette méthode est d'améliorer la qualité de la surface usinée. Cette méthode permet d'atténuer les défauts présents sur les modèles CAO ainsi que sur les trajectoires d'usinage associées.

Ces méthodes sont efficaces pour le lissage de la trajectoire d'outil calculé sur un modèle relativement lisse mais ne sont pas assez efficaces lorsque la trajectoire d'outil initiale est trop bruitée. Nos travaux ont pour objectif de lisser une trajectoire d'outil adaptée avant d'utiliser l'une de ces interpolations, afin d'améliorer la qualité d'état de surface.

#### **IV.4 APPROCHES THEORIQUES DE LISSAGE**

L'adaptation d'une trajectoire d'outil proposée au chapitre III utilise un modèle STL composé de triangles discontinus en tangence les uns aux autres. La trajectoire adaptée ainsi obtenue est par nature discontinue en tangence et porte en elle le motif du modèle STL. Pour atténuer ces motifs, il est proposé dans cette partie des méthodes de lissage de la trajectoire d'usinage. L'utilisation d'un modèle STL plus dense sera testée pour résoudre le problème d'oscillation sur les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ . Afin de respecter au mieux ces contraintes, nous proposons, deux méthodes de lissage permettant d'améliorer la qualité de l'état de surface :

- lissage polynomiale (polynôme de 5 degrés),
- lissage par courbe de Bézier.

Ces méthodes sont détaillées ci-dessous. Les lissages proposés sont basés sur l'utilisation d'une courbe polynomiale et de Bézier associée au sens des moindres carrés.

##### **IV.4.1 Lissage polynomiale**

Nous proposons dans cette partie une méthode de lissage de la trajectoire d'outil tout en assurant le respect d'un intervalle de tolérance, « IT », maîtrisé entre la trajectoire initiale et la trajectoire lissée. La procédure proposée se base sur un lissage axe par axe avec une condition géométrique en trois dimensions. Aussi, cette procédure peut être appliquée aux trois axes ( $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ ) de la trajectoire d'outil adaptée ou seulement sur un seul axe ( $X_p$  ou  $Y_p$  ou  $Z_p$ ).

Tout d'abord sur chacun des axes, nous associons à chaque passe de la trajectoire (voir paragraphe I-4.2.4.1) un polynôme de faible degré ( $< 6$ ) au sens des moindres carrés. Dans notre exemple, un polynôme ( $P_L(t)$ ) de degré 5 est utilisé. L'équation IV-5 présente la forme de ce polynôme.

$$P_L(t) = \begin{cases} P_{XL}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \\ P_{YL}(t) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5 \\ P_{ZL}(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5 \end{cases} \quad \text{IV-5}$$

Où :

$a_0, \dots, a_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $X_p$ ,

$b_0, \dots, b_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $Y_p$ ,

$c_0, \dots, c_5$  : coefficients du polynôme suivant l'axe  $Z_p$ .

$t$  : paramètre qui fait évoluer la courbe,  $t$  appartient à  $[0, 1]$ .

Par la suite, les coordonnées des points du polynôme sont définies par les notations de l'équation IV-6.

$$P_{Li} = \begin{cases} P_{XLi} = P_{XL}\left(t = \frac{i}{N-1}\right) \\ P_{YLi} = P_{YL}\left(t = \frac{i}{N-1}\right) \\ P_{ZLi} = P_{ZL}\left(t = \frac{i}{N-1}\right) \end{cases} \quad \text{IV-6}$$

Où :

$N$  : nombre de points.

Par la suite, grâce aux équations IV-7 et IV-8, l'écart en trois dimensions «  $E_i$  » est calculé entre le point du polynôme de lissage et le point de la trajectoire à lisser, voir figure IV-7.

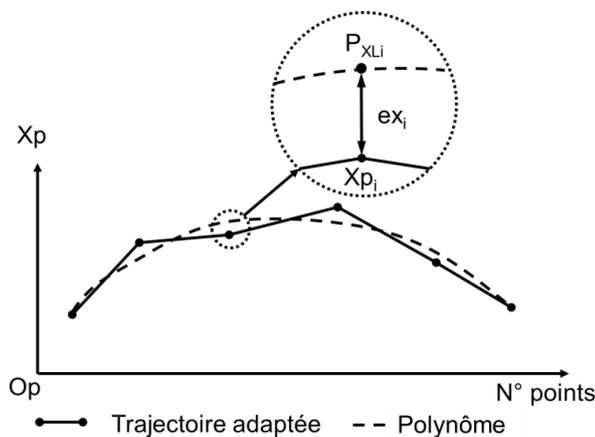


Figure IV- 7 : Polynôme de degré 5 au sens moindré carré

$$e_i = \begin{cases} ex_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot X_p - P_{\text{XLi}} \\ ey_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot Y_p - P_{\text{YLi}} \\ ez_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot Z_p - P_{\text{ZLi}} \end{cases} \quad \text{IV-7}$$

Où :

$P_{\text{XLi}}$ ,  $P_{\text{YLi}}$  et  $P_{\text{ZLi}}$  : points du polynôme suivant les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ , respectivement,  
 $ex_i$ ,  $ey_i$  et  $ez_i$  : écarts entre les points pilotés de la trajectoire adaptée ( $P_{\text{CLi-def-dec}}$ ) et les points du polynôme sur les axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$ , respectivement.

$$E_i = \sqrt{ex_i^2 + ey_i^2 + ez_i^2} \quad \text{IV-8}$$

La figure IV-8 et l'équation IV-9 présentent les deux cas du lissage envisageables :

- **Cas 1 :  $E_i < IT$**  ; le point de la trajectoire adaptée,  $P_{\text{CCi-def-dec}}$  est remplacé par le point de la courbe polynômiale (point lissé),  $P_{\text{Li}}$ ,
- **Cas 2 :  $E_i \geq IT$**  ; le point de la trajectoire adaptée  $P_{\text{CCi-def-dec}}$  est remplacé par un point distant de valeur «  $IT$  » dans la direction du point de lissage.

$$\begin{cases} \text{Cas 1, } E_i < IT : P_{\text{CLi-def-dec-liss}} \leftarrow P_{\text{Li}} \\ \text{Cas 2, } E_i \geq IT : P_{\text{CLi-def-dec-liss}} \leftarrow P_{\text{CLi-def-dec}} + IT \cdot \frac{P_{\text{CLi-def-dec}} - P_{\text{Li}}}{\|P_{\text{CLi-def-dec}} - P_{\text{Li}}\|} \end{cases} \quad \text{IV-9}$$

Où :

$E_i$  : vecteur écart entre le point de lissage et le point de la trajectoire à lisser,

$IT$  : intervalle de tolérance de lissage,

$P_{\text{Li}}$  : points du polynôme,

$P_{\text{CLi-def-dec-liss}}$  : points pilotés de la trajectoire d'outil adaptée et lissée,

$P_{\text{CLi-def-dec}}$  : points pilotés de la trajectoire d'outil adaptée.

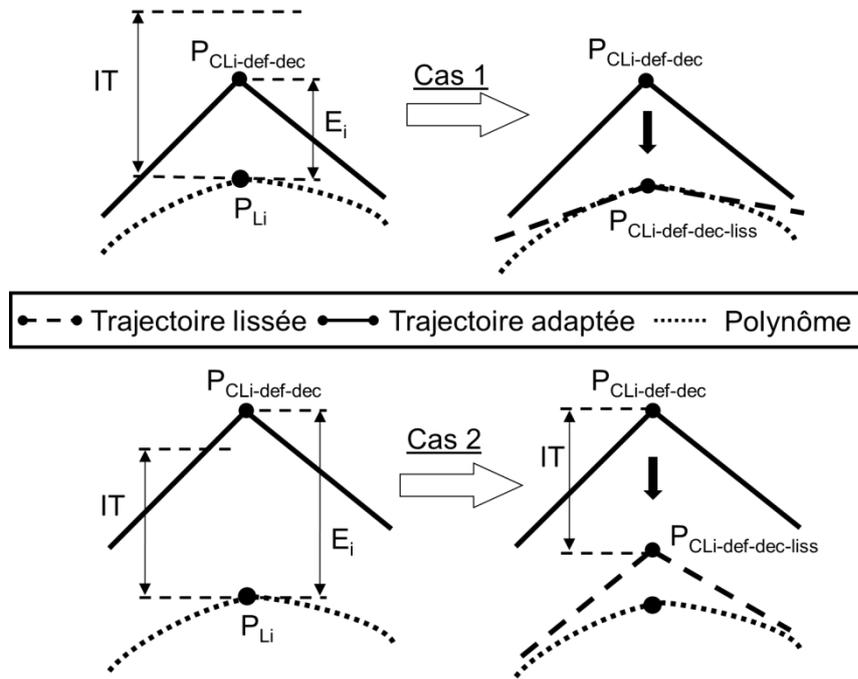


Figure IV- 8 : Conditions de méthode de lissage

#### IV.4.2 Lissage par une courbe de Bézier

La deuxième méthode de lissage consiste à lisser la trajectoire d'outil adaptée par une courbe de Bézier. Dans cette méthode, le lissage est réalisé avec les mêmes procédures de calcul et les mêmes conditions de lissage que précédemment. Comme déjà monté dans le chapitre II paragraphe II-1.1.1, la courbe de Bézier est définie de la manière suivante par l'équation IV-10.

$$r_L(u) = \sum_{i=0}^N B_{N,i}(u) P_{\text{CLI-def-dec}} \quad \text{IV- 10}$$

Avec :

$P_{\text{CLI-def-dec}}$  : points pilotés de la trajectoire d'outil adaptée,

$N$  : nombre de points pilotés,

$u$  : paramètre varie de 0 à 1.

$B_{N,i}$  : polynômes de Bernstein.

Par la suite les coordonnées des points de la courbe de Bézier sont définies par les notations de l'équation IV-11.

$$r_{Li} = \begin{cases} r_{XLi} = r_{XL} \left( u = \frac{i}{N-1} \right) \\ r_{YLi} = r_{YL} \left( u = \frac{i}{N-1} \right) \\ r_{ZLi} = r_{ZL} \left( u = \frac{i}{N-1} \right) \end{cases} \quad \text{IV- 11}$$

L'écart en trois dimensions «  $E_i$  » est calculé entre le point de lissage et le point de la trajectoire adaptée par les équations IV-12 et IV-13 (figure IV-9).

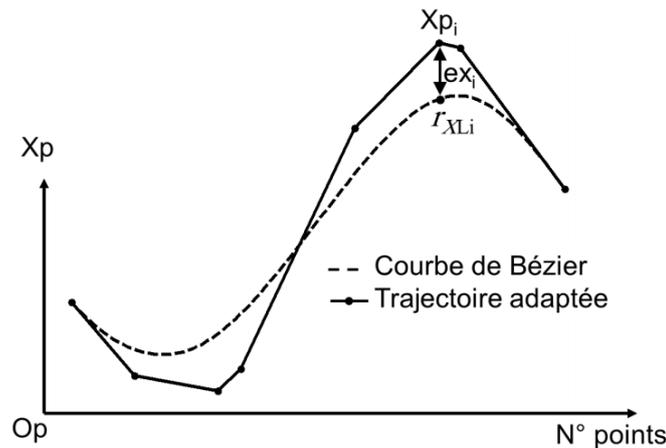


Figure IV- 9 : Courbe de Bézier

$$e_i = \begin{cases} ex_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Xp - r_{XLi} \\ ey_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Yp - r_{YLi} \\ ez_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Zp - r_{ZLi} \end{cases} \quad \text{IV- 12}$$

Où :

$r_{XLi}$ ,  $r_{YLi}$  et  $r_{ZLi}$  : points de la courbe de Bézier suivant les axes Xp, Yp et Zp, respectivement,  
 $ex_i$ ,  $ey_i$  et  $ez_i$  : écarts entre les points pilotés de la trajectoire adaptée ( $P_{CLi-def-dec}$ ) et les points de courbe de Bézier sur les axes Xp, Yp et Zp, respectivement.

$$E_i = \sqrt{ex_i^2 + ey_i^2 + ez_i^2} \quad \text{IV- 13}$$

Les deux conditions du lissage envisageable sont présentées par l'équation IV-14 :

- **Cas 1 :  $E_i < IT$**  : le point de la trajectoire adaptée,  $P_{CCI-def-dec}$  est remplacé par le point du courbe Bézier (point lissé),  $r_{Li}$ ,

- **Cas 2 :  $E_i \geq IT$**  : le point de la trajectoire adaptée  $P_{\text{CCi-def-dec}}$  est remplacé par un point distant de valeur «  $IT$  » dans la direction du point de lissage.

$$\begin{cases} \text{Cas 1, } E_i < IT : P_{\text{CLi-def-dec-liss}} \leftarrow r_{\text{Li}} \\ \text{Cas 2, } E_i \geq IT : P_{\text{CLi-def-dec-liss}} \leftarrow P_{\text{CLi-def-dec}} + IT \cdot \frac{P_{\text{CLi-def-dec}} r_{\text{Li}}}{\|P_{\text{CLi-def-dec}} r_{\text{Li}}\|} \end{cases} \quad \text{IV- 14}$$

Où :

$E_i$  : vecteur écart entre le point de lissage et le point de la trajectoire à lisser,

$IT$  : intervalle de tolérance de lissage,

$r_{\text{Li}}$  : points de la courbe de Bézier,

$P_{\text{CLi-def-dec-liss}}$  : points pilotés de la trajectoire d'outil adaptée et lissée.

$P_{\text{CLi-def-dec}}$  : points pilotés de la trajectoire d'outil adaptée.

## IV.5 IMPLEMENTATION LOGICIELLE

Nous avons utilisé pour la réalisation du programme le logiciel Matlab®. Pour l'implémentation de la méthode de lissage de la trajectoire d'usinage, nous proposons deux algorithmes de lissage, figure IV-10 :

- algorithme de lissage polynomial,
- algorithme de lissage par une courbe de Bézier.

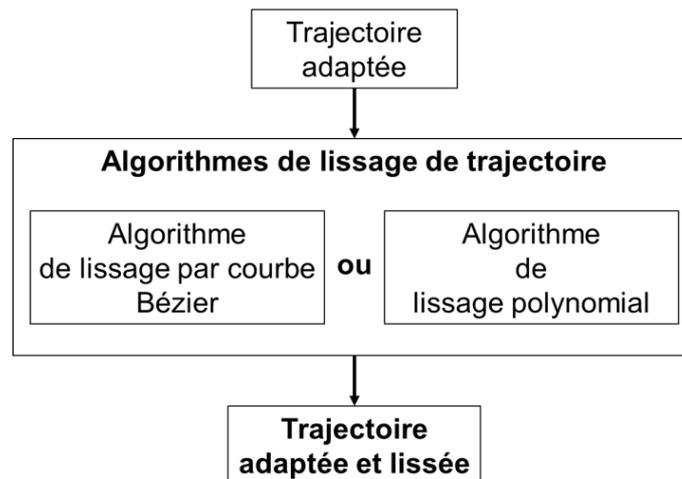


Figure IV- 10 : Structure de l'algorithme de lissage

### IV.5.1 Algorithme de lissage polynomial

Après l'adaptation de la trajectoire d'usinage sur la surface brute mesurée (modèle STL) par l'algorithme d'adaptation (chapitre III), nous la traitons par des méthodes de lissage. Tout d'abord l'algorithme de lissage polynomial de la trajectoire d'usinage est défini comme suit voir figure IV-11 :

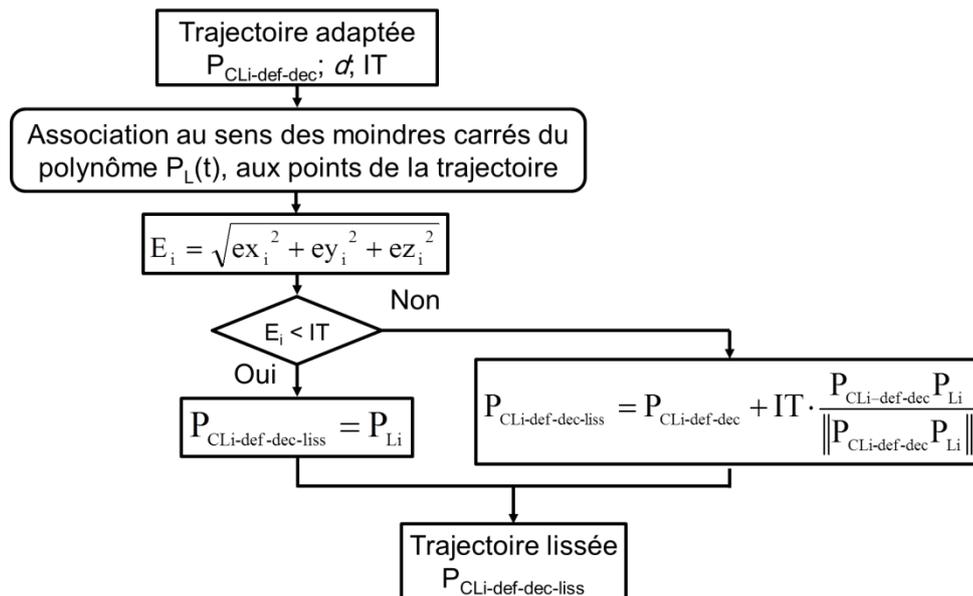


Figure IV- 11 : Algorithme de lissage polynomial

- Entrées :
  - $P_{CLi-def-dec}$  : points pilotés de la trajectoire outil adaptée,
  - $d$  : degré de polynôme,
  - $IT$  : intervalle de tolérance de lissage,
- Traitement :
  - Association au sens des moindres carrés du polynôme  $P_L(t)$  aux points de la trajectoire.
  - $e_i = \begin{cases} ex_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Xp - P_{XLi} \\ ey_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Yp - P_{YLi} \\ ez_i = P_{CLi-def-dec} \cdot Zp - P_{ZLi} \end{cases}$
  - $E_i = \sqrt{ex_i^2 + ey_i^2 + ez_i^2}$
  - Si  $E_i < IT$ 
    - $P_{CLi-def-dec-liss} = P_{Li}$

- Sinon

$$\blacksquare P_{\text{CLi-def-dec-liss}} = P_{\text{CLi-def-dec}} + IT \cdot \frac{P_{\text{CLi-def-dec}} P_{\text{Li}}}{\|P_{\text{CLi-def-dec}} P_{\text{Li}}\|}$$

- Sorties :

- $P_{\text{CLi-def-dec-liss}}$  : points pilotés de la trajectoire outil lissée.

#### IV.5.2 Algorithme de lissage par courbe de Bézier

Le deuxième algorithme de lissage de la trajectoire d'usinage adaptée par la courbe de Bézier est comme suit figure IV-12 :

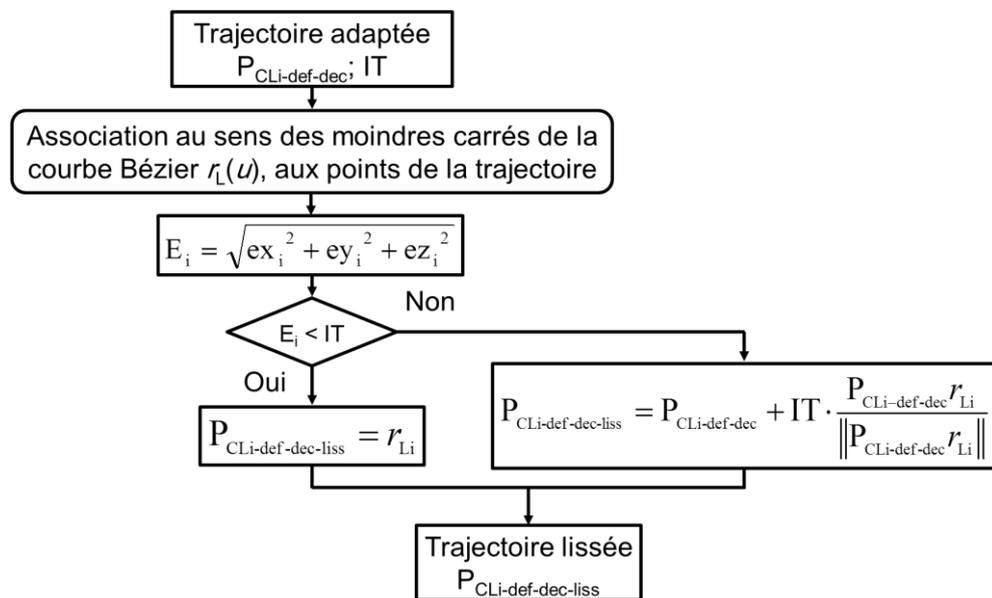


Figure IV- 12 : Algorithme de lissage par une courbe de Bézier

- Entrées :

- $P_{\text{CLi-def-dec}}$  : points pilotés de la trajectoire outil adaptée,
- IT : intervalle de tolérance de lissage,

- Traitement :

- Association au sens des moindres carrés de la courbe de Bézier  $r_L(u)$  aux points de la trajectoire,

$$\circ e_i = \begin{cases} ex_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot Xp - r_{XLi} \\ ey_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot Yp - r_{YLi} \\ ez_i = P_{\text{CLi-def-dec}} \cdot Zp - r_{ZLi} \end{cases}$$

- $E_i = \sqrt{ex_i^2 + ey_i^2 + ez_i^2}$
- Si  $E_i < IT$ 
  - $P_{\text{CLi-def-dec-liss}} = r_{Li}$
- Sinon
  - $P_{\text{CLi-def-dec-liss}} = P_{\text{CLi-def-dec}} + IT \cdot \frac{P_{\text{CLi-def-dec}} r_{Li}}{\|P_{\text{CLi-def-dec}} r_{Li}\|}$
- Sorties :
  - $P_{\text{CLi-def-dec-liss}}$  : points pilotés de la trajectoire outil lissée.

## IV.6 PROCESSUS ITERATIF D'ADAPTATION

L'utilisation de la méthode de lissage (polynomiale paragraphe IV-4.1 et Bézier paragraphe IV-4.2) garantit un lissage tout en respectant une tolérance par rapport à la trajectoire adaptée. Par la suite, ce lissage est utilisé de façon itérative afin d'obtenir une trajectoire qui respecte à la fois la cible géométrique choisie et qui soit lisse, voir figure IV-13.

La première itération commence par l'adaptation de la trajectoire nominale (recalée, déformée et décalée). Cette adaptation va induire de nombreuses oscillations car la trajectoire initiale est « loin » de la surface cible (surface brute mesurée), ainsi les déformations sont importantes. Par la suite, un lissage avec une tolérance assez large (IT1) est utilisé afin de lisser la trajectoire. Ce lissage va être efficace mais va écarter la trajectoire de la surface cible géométrique.

Ainsi, la deuxième itération commence par re-déformer la trajectoire d'outil pour la recoller à la géométrie cible. Les déplacements générés à cette itération sont plus petits que ceux effectués à la première itération car la trajectoire est plus proche de la cible. Par la suite, un nouveau lissage est réalisé avec une tolérance plus petite ( $IT2 < IT1$ ) et ainsi de suite jusqu'à la troisième itération.

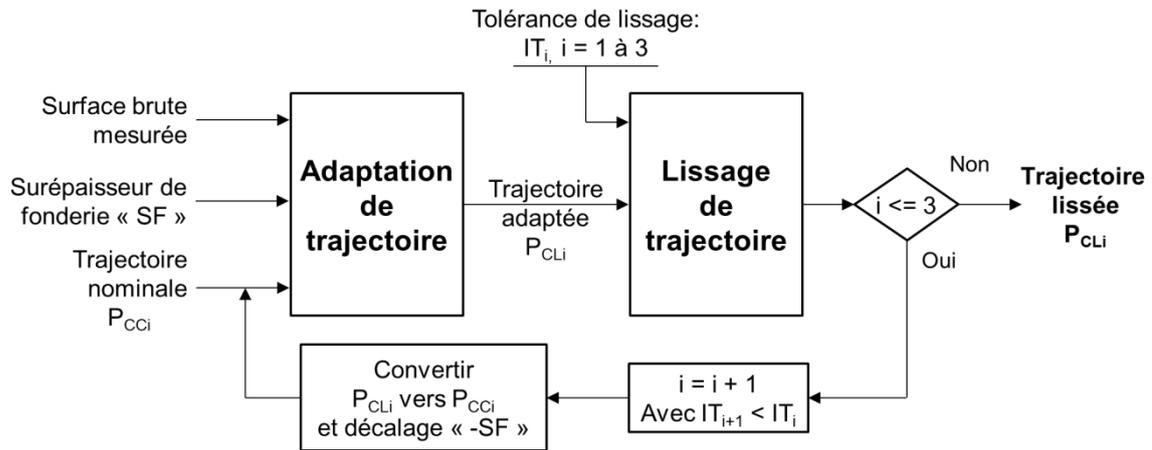


Figure IV- 13 : Processus itératif d'adaptation de trajectoire lisse

Lors des itérations, la tolérance de lissage est diminuée. Cette tolérance a un effet sur l'efficacité du lissage étudié. La qualité de la trajectoire lissée peut être évaluée par un critère de fluidité ( $C_{\text{fluidité}}$ ). Ce critère est calculé par l'équation IV-15. Il est défini par la moyenne des écarts en trois dimensions entre un polynôme de 5 degrés et les points lissés. Ces écarts ( $E_{\text{Liss-i}}$ ) sont calculés après le lissage de la trajectoire adaptée.

$$C_{\text{fluidité}} = \frac{\sum_{i=1}^N E_{\text{Liss-i}}}{N} \quad \text{IV- 15}$$

avec :  $E_{\text{Liss-i}} = \sqrt{ex_i^2 + ey_i^2 + ez_i^2}$

Où :

$E_{\text{Liss-i}}$  : norme de vecteur écart entre le point lissé et le point du polynôme,

$N$  : nombre de points.

A titre d'exemple, nous prenons une passe sur une trajectoire d'outil adaptée, voir figure IV-14. Après, nous réalisons plusieurs lissages avec différentes tolérances. Le lissage est effectué par la méthode polynomiale (voir paragraphe IV-4.1). Nous obtenons les écarts entre les trajectoires lissées et celles du polynôme suivant chaque axe.

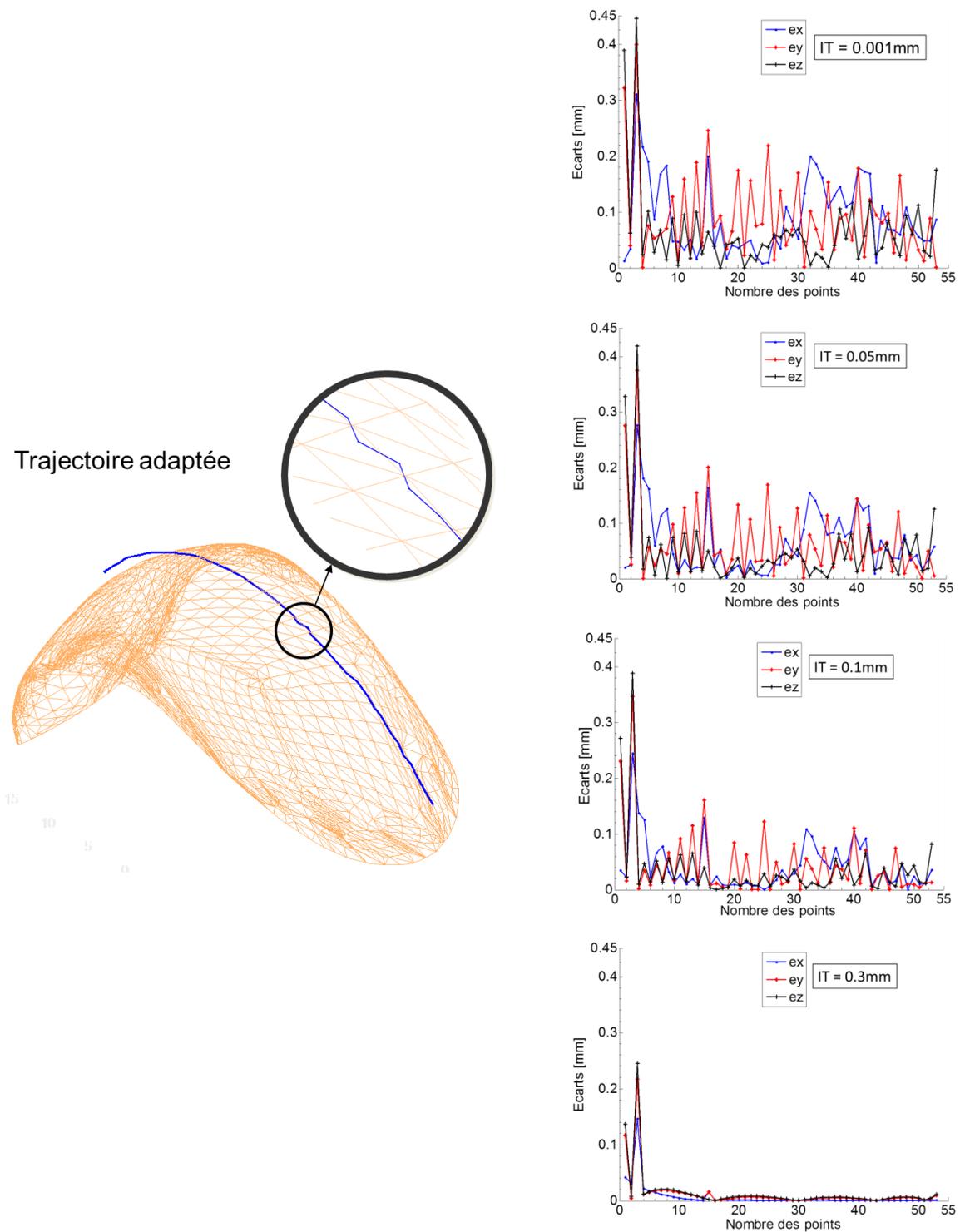


Figure IV- 14 : Effet de tolérance sur la trajectoire lissée

Pour mettre en évidence l'effet de la tolérance sur l'efficacité du lissage, nous prenons une passe sur la trajectoire adaptée et nous faisons varier la tolérance de lissage en prenant les valeurs suivantes (0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5mm). Après lissage, nous calculons la valeur de l'indicateur de fluidité. Les résultats sont présentés sur la figure IV-15.

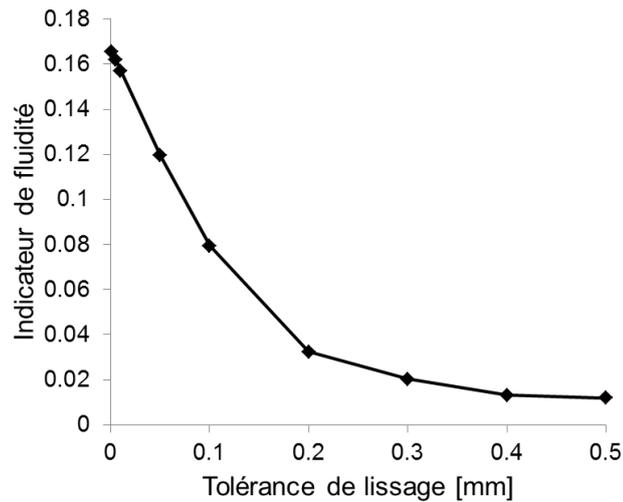


Figure IV- 15 : Evolution de la fluidité de trajectoire

Plus le critère est faible, plus la trajectoire d'outil est lisse. Si la valeur de la tolérance de lissage est petite, nous remarquons qu'elle n'a pas d'effet sur la fluidité de la trajectoire (par exemple  $IT = 0.001\text{mm}$  et  $IT = 0.005\text{mm}$ ). Ainsi, lors de l'augmentation de la tolérance de lissage, la trajectoire devient plus fluide. Après un certain seuil de tolérance de lissage dans notre exemple  $IT = 0.3\text{mm}$ , la fluidité de la trajectoire reste presque inchangée même si nous augmentons la tolérance de lissage.

## IV.7 VALIDATION EXPERIMENTALE : APPLICATIONS AUX PROTHESES DE GENOU UNI-COMPARTIMENTALES

Le but de cette étape est de valider l'utilité des approches théoriques de lissage présentées dans le paragraphe IV-4. Les essais sont réalisés dans les mêmes conditions de coupe et avec le même processus d'usinage qu'au chapitre III (voir paragraphe III-6.1).

### IV.7.1 Validation de la trajectoire lissée

#### IV.7.1.1 Comparaison entre le lissage sur un seul axe et sur trois axes

Dans cette partie, nous allons réaliser une comparaison entre un lissage effectué sur les trois axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  par rapport un lissage réalisé uniquement sur l'axe  $X_p$ . Il est à noter que la trajectoire nominale est obtenue avec une stratégie de type « plans parallèles » suivant la direction  $X_p$  (voir paragraphe I-4.2.4.1). Ainsi, cette trajectoire à une valeur constante sur  $X_p$  le long d'une passe. Deux trajectoires d'outil sont utilisées pour cet essai, figure IV-16 :

- une trajectoire adaptée et lissée sur chacun des trois axes ( $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ) du repère (tolérances successives de lissage 0.04, 0.03 et 0.02mm),

- une trajectoire adaptée sur chacun des trois axes du repère mais lissée uniquement dans la direction de la stratégie « plans parallèles » de la trajectoire initiale (tolérances successives de lissage 0.04, 0.03 et 0.02mm).

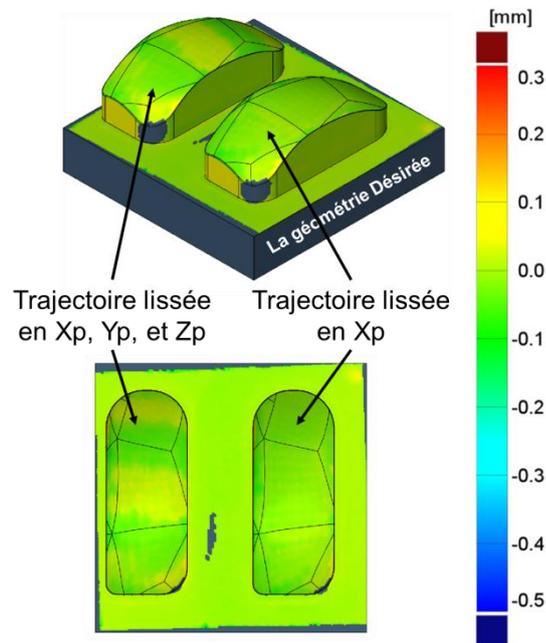


Figure IV- 16 : Lissage en XpYpZp et Xp

La figure IV-16 présente les écarts (ATOS III 400 GOM) entre la surface usinée et la cible géométrique. Cette figure montre un écart légèrement supérieur pour la trajectoire lissée sur les trois axes. Il peut s'expliquer par le lissage dans les deux autres directions de la trajectoire.

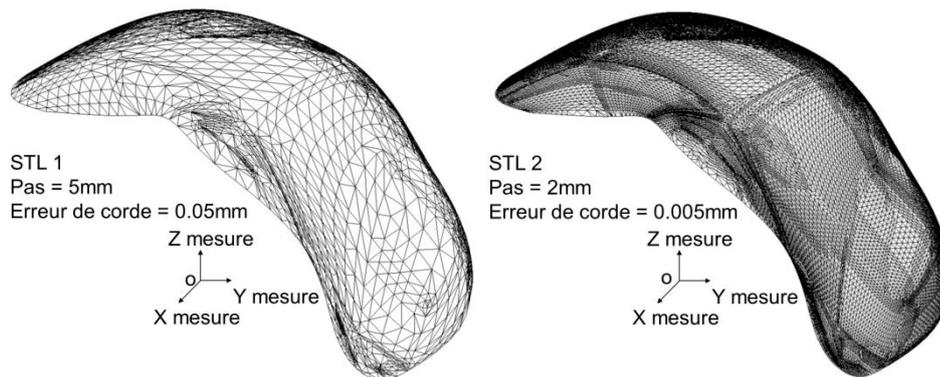
Si nous comparons les résultats obtenus, les écarts de forme de la surface usinée avec la trajectoire adaptée et lissée sont compris entre -0.05 et 0.01mm d'une part et -0.1 et 0.02mm pour une trajectoire non lissée. Nous constatons que ces méthodes de lissage permettent d'améliorer l'état de surface.

Comme mentionné précédemment (paragraphe IV-1), le modèle maillé apparaît toujours mais avec une moins grande intensité visuelle sur la surface usinée avec une trajectoire d'outil adaptée et lissée. Cette situation peut aussi être améliorée par l'optimisation du maillage du model STL.

#### IV.7.1.2 Impact du raffinement du maillage STL sur la qualité de surface usinée

Dans notre cas d'application, un maillage STL est utilisé. Il représente la surface brute mesurée. Le chapitre III paragraphe III-6.2 a montré expérimentalement que la topologie du

modèle STL réapparaît sur l'état de surface de la pièce usinée après adaptation de la trajectoire. Dans cette partie, nous allons tester l'influence de la finesse du maillage STL sur la qualité de l'état de surface. Comme présenté dans le chapitre II (voir paragraphe II-1.2.3) un modèle STL est généré en imposant un pas et une erreur de corde. En conséquence, lorsque la valeur de l'erreur de corde est très petite, l'approximation du modèle CAO est meilleure. Cela se traduit par l'augmentation du nombre d'éléments triangulaires, figure IV-17.



**Figure IV- 17 : Les modèles STL 1 et 2**

La figure IV-17 présente les deux maillages utilisés et notés : STL1 et STL2. STL1 est le maillage utilisé pour réaliser les essais des paragraphes III-6 et IV-7.1.1. Ce maillage à un pas maximal de 5mm et une erreur de corde de 0.05mm. STL2 est un maillage plus fin avec un pas maximal de 2mm et d'une erreur de corde de 0.005mm.

La figure IV-18 présente l'erreur globale d'alignement (voir paragraphe III-3.1) de la surface brute mesurée (modèle STL) et la trajectoire nominale. Cette figure permet de constater que la valeur finale de l'erreur globale après alignement est plus faible qu'avec le modèle STL2 :

- STL1 : erreur globale = 0.3167mm,
- STL2 : erreur globale = 0.02488mm.

L'erreur globale d'alignement est composée de deux types d'erreur : celle donnée par l'itération de l'algorithme et celle résultante du maillage de modèle STL. Après plusieurs itérations, l'erreur causée par l'algorithme tend vers zéro. Il ne reste plus que l'erreur de maillage. Cela explique que le modèle STL2 colle mieux à la trajectoire calculée sur la surface nominale qui est définie par une surface mathématique plus « continue » en courbure.

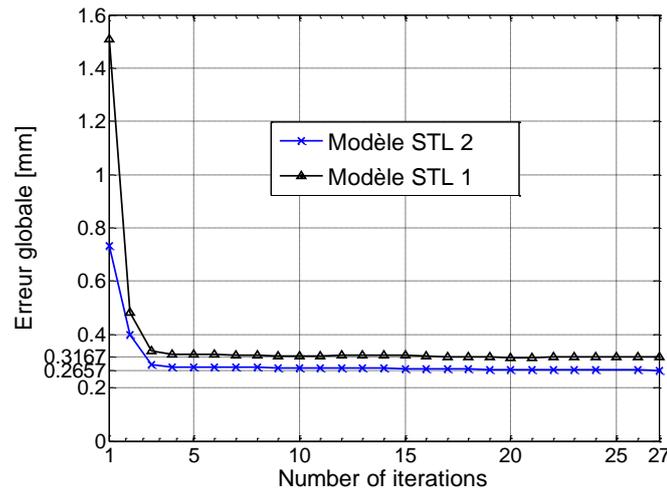


Figure IV- 18 : Evolution de l'erreur globale

La figure IV-19 présente la mesure optique (paragraphe II-2.2.4) des surfaces usinées avec les trois stratégies :

- première stratégie d'adaptation de la trajectoire avec le modèle STL1 puis un lissage de la trajectoire sur les trois axes Xp, Yp et Zp (tolérances successives de lissage 0.04, 0.03 et 0.02mm),
- deuxième stratégie d'adaptation de la trajectoire avec le modèle STL1 puis un lissage de la trajectoire sur l'axe Xp (tolérances successives de lissage 0.04, 0.03 et 0.02mm),
- troisième stratégie d'adaptation de la trajectoire avec le modèle STL2 puis un lissage de la trajectoire sur l'axe Xp (tolérances successives de lissage 0.04, 0.03 et 0.02mm).

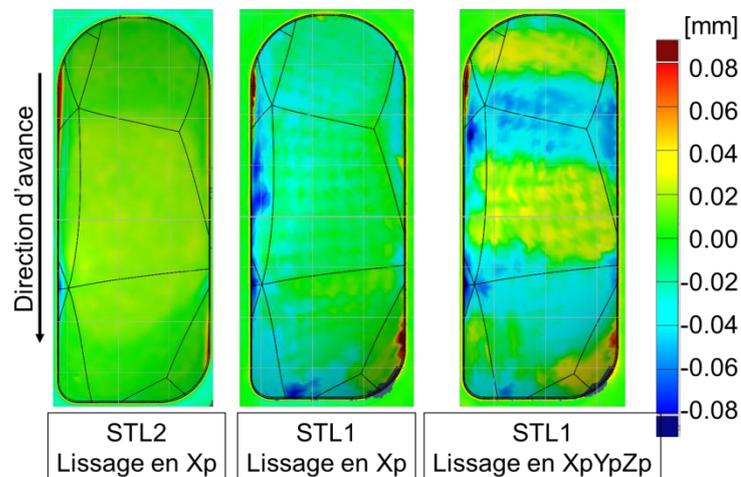


Figure IV- 19 : Effets de la stratégie de lissage et du raffinement du modèle STL

L'échelle de tolérance de la figure IV-19 a été resserrée,  $[-0.08 ; 0.08\text{mm}]$  par rapport à la figure III-31 et IV-16. Ainsi, cette figure permet de bien mettre en relief les défauts liés au motif du modèle STL. Elle met en évidence que le lissage sur les trois axes introduit un défaut de forme plus important que le lissage sur l'axe de la direction d'avance seul ( $X_p$ ). De plus, nous pouvons constater que l'utilisation du STL1 (grossier) laisse un état de surface moins bon que le STL2 (fin).

#### IV.7.1.3 Comparaison des méthodes de lissage

Les essais réalisés aux paragraphes III-6, IV-7.1.1 et IV-7.1.2 ont été réalisées en 3 axes. Dans cette partie, les approches théoriques, présentées précédemment (voir paragraphe IV-4), d'adaptation et de lissage d'interpolation sur une trajectoire d'usinage adaptée en 5 axes sont testées. Les essais sont réalisés avec deux stratégies d'usinage, voir tableau IV-1. Une comparaison de leurs efficacités sur le temps d'usinage, la fluidité de trajectoire et la qualité de l'état de surface est effectuée.

	Essai 1	Essai 2
Trajectoire d'usinage	Adaptée	Adaptée
Modèle STL	STL2	STL2
Fonction de lissage	Lissage polynomiale (paragraphe IV-4.1) 3 fois en $X_p$ IT1 = 0.04mm IT2 = 0.03mm IT3 = 0.02mm	Lissage Bézier (paragraphe IV-4.2) 3 fois en $X_p, Y_p, Z_p$ IT1 = 0.04mm IT2 = 0.03mm IT3 = 0.02mm

Tableau IV- 1 : Deux stratégies d'usinage

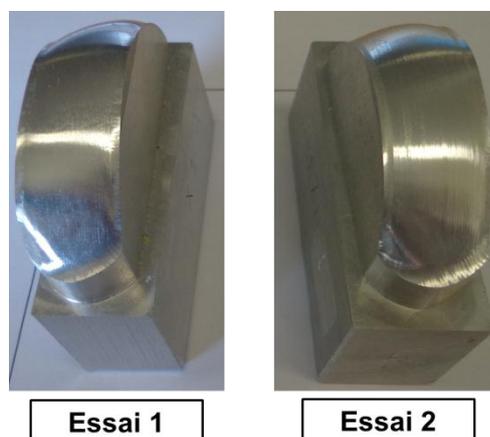


Figure IV- 20 : Pièces usinées suivant les deux méthodes de lissage

La figure IV-20 montre les pièces en aluminium usinées suivant les différentes méthodes de lissage. Les essais sont réalisés avec les mêmes conditions de coupe qu'au chapitre III paragraphe III-6.1 mais le type d'usinage utilisé est un usinage 5 axes continu.

Deux trajectoires d'outil sont utilisées pour ces essais. Ces trajectoires sont définies dans le tableau IV-1. Après usinage, nous procédons à des mesures de rugosité des pièces usinées. Nous avons utilisé la technique de mesure sans contact par capteur confocal (Micromesure 2 STIL CHR) pour effectuer la mesure des pièces usinées, voir figure IV-21. La mesure de l'état de surface obtenu par balayage sur un carré de 2mm avec un pas de  $4\mu\text{m}$  en X et Y permet de mettre en évidence les topographies des surfaces.

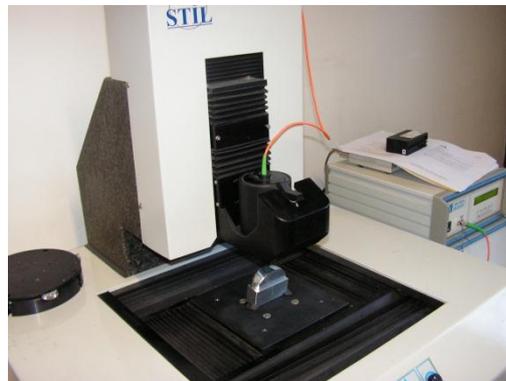


Figure IV- 21 : Mesure l'état de surface des pièces usinées

Ensuite, nous comparons le temps d'usinage et la rugosité surfacique ( $S_a$ ) obtenus par les différentes méthodes de lissage (lissage polynomiale 3 fois suivant l'axe  $X_p$  et lissage par Bézier 3 fois suivant les trois axes), figure IV-22.

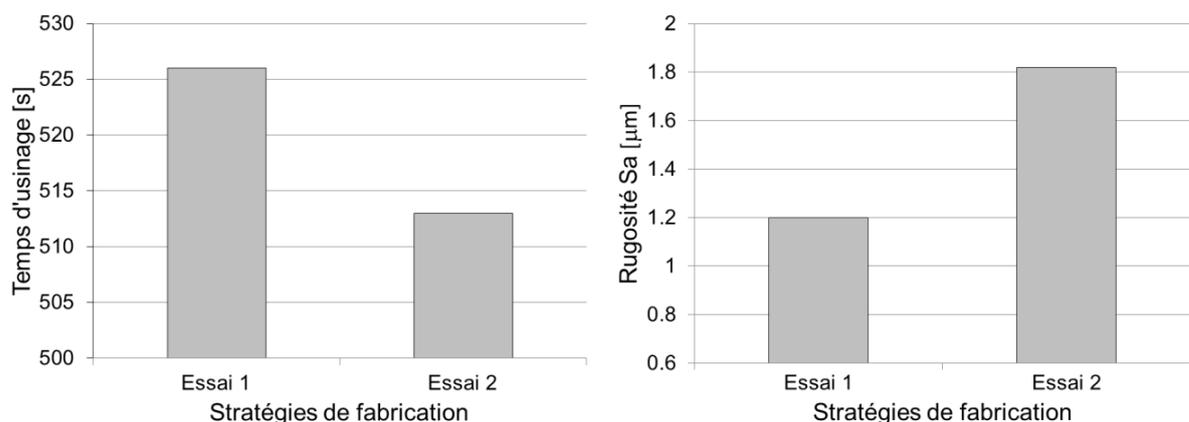


Figure IV- 22 : Comparaison des différentes méthodes de lissage

La figure IV-23 montre les résultats des mesures. Le premier essai montre la pièce usinée par une trajectoire adaptée et lissée, trois fois suivant l'axe  $X_p$  par interpolation

polynomiale présentée dans le paragraphe IV-4.1. L'écart moyen arithmétique de la surface est de  $1.2\mu\text{m}$ . Le deuxième essai montre la trajectoire adaptée et lissée trois fois en axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  par la courbe de Bézier (voir paragraphe IV-4.2). L'écart moyen arithmétique de la surface est de  $1.82\mu\text{m}$ . Nous avons constaté que la mesure d'état de surface montre clairement que le lissage polynomial trois fois sur l'axe  $X_p$ , donne une meilleure qualité d'état de surface, ce qui est confirmé par la valeur de son écart moyen arithmétique.

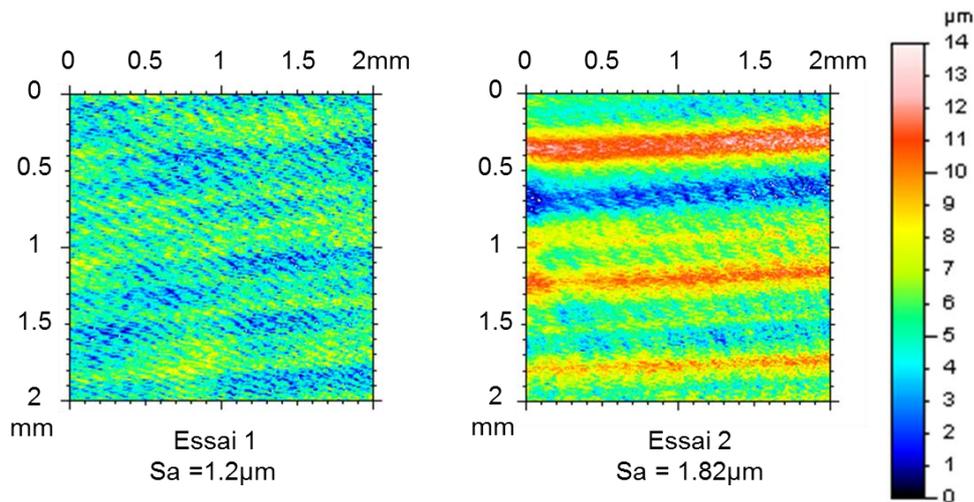


Figure IV- 23 : Etat de surface des différentes méthodes de lissage

#### IV.7.2 Discussion sur la méthode de lissage des trajectoires

L'adaptation de la trajectoire d'usinage à partir d'un modèle STL génère des perturbations de la trajectoire adaptée. Ces phénomènes sont nuisibles à la productivité ainsi qu'à la qualité des surfaces usinées, il est nécessaire de procéder à un lissage de la trajectoire adaptée. Parmi les différentes méthodes de lissage proposées dans le paragraphe IV-4, nous avons constaté que le lissage polynomial trois fois en axe  $X_p$  est le meilleur par rapport au lissage effectué trois fois en axes ( $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ) pour un maillage non optimisé. Pour améliorer encore le résultat final, l'effet de la discrétisation du modèle STL a été étudié. Ainsi un modèle STL plus dense donne de meilleurs résultats. Dans ce cadre, une comparaison des méthodes de lissage proposées dans paragraphe IV-7.1.3 a été réalisée selon les critères suivants : rugosité d'état de surface et productivité d'usinage. Cette comparaison montre qu'aucune de ces méthodes n'était meilleure sur tous les critères. Cependant la méthode de lissage polynomiale trois fois en axes  $X_p$ , est la meilleure en termes de rugosité et d'état de surface (voir figure IV-22(b)) tandis que la méthode de lissage par courbe de Bézier trois fois en axes  $X_p$ ,  $Y_p$  et  $Z_p$  est la plus rapide en termes de productivité et de fluidité (voir figure IV-22(a)).

## IV.8 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons répondu à la problématique générée par la méthode d'adaptation présentée au chapitre III : motifs du STL visibles sur la surface usinée. En effet, cette méthode utilise un modèle STL composé de triangles discontinus en tangence. La trajectoire obtenue est par nature discontinue en tangence et porte en elle le motif du modèle STL. A cet effet, ce phénomène génère des oscillations de la trajectoire adaptée et des ralentissements de la machine-outil.

Par la suite, différentes méthodes de lissage de la trajectoire adaptée ont été proposées. La première utilise un polynôme de degré cinq et la deuxième, une courbe de Bézier. Ces approximations permettent d'associer les courbes au sens des moindres carrées. Les lissages peuvent être appliqués uniquement sur un axe ou les trois axes de la trajectoire avec une tolérance maîtrisée. L'utilisation de ces méthodes apporte une amélioration de la qualité de l'état de surface de la prothèse usinée. Une comparaison de ces méthodes de lissage a été effectuée. Cette comparaison montre que le lissage par courbe de Bézier est le meilleur en termes de productivité et de fluidité de la trajectoire tandis que le lissage polynomial donne une meilleure qualité d'état de surface.

## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

Les travaux de cette thèse sont une contribution pour améliorer l'état de surface en adaptant la trajectoire de l'outil à une surface gauche complexe comme dans le cas d'une composante fémorale afin d'augmenter sa durée de vie. En effet, l'état de surface est une contrainte plus importante que la géométrie des pièces réalisées. La partie la plus complexe à fabriquer est la composante fémorale. Cette composante a une épaisseur fine afin de réduire le volume d'os retiré pendant l'opération chirurgicale.

Les processus de fabrication des composantes fémorales des prothèses de genou sont constitués de plusieurs phases. La première étape est l'obtention des bruts généralement réalisés en moulage à la cire perdue. Ces composantes sont fabriquées en alliage cobalt chrome qui présente une bonne coulabilité, une bonne résistance à la corrosion et des propriétés mécaniques élevées. Ensuite, des opérations d'ébauche et de demi-finition sont effectuées sur une fraiseuse. L'étape de polissage est réalisée par une succession d'outils abrasifs. A la fin du processus de fabrication, la prothèse subit de nombreuses étapes de nettoyage et de stérilisation avant expédition pour une implantation.

Pendant le processus de moulage à la cire perdue, la géométrie de la composante fémorale brute se déforme à cause des contraintes résiduelles générées par le processus de transformation de phase du gradient de température lors du refroidissement de la pièce (rugosité 3.2 Ra). Ces déformations géométriques constituent une contrainte majeure dans l'étape de fabrication de ces prothèses. Actuellement, les opérations de polissage sont effectuées par des opérateurs à la main. La démarche proposée durant ce manuscrit avait pour objectif d'améliorer et d'optimiser les procédures actuelles de fabrication.

Les processus et les méthodes proposés contribuent à adapter une trajectoire outil pour enlever une épaisseur constante par rapport à une surface brute mesurée. Pour atteindre cet objectif, une nouvelle méthode a été développée pour adapter une trajectoire d'outil à une géométrie cible sans recalculer toute la trajectoire d'outil sur un système de FAO.

La méthode proposée commence, d'une part, par la génération de la trajectoire d'outil sur une surface nominale (modèle CAO) par un logiciel FAO. D'autre part, cette méthode a

besoin d'une mesure en trois dimensions de la pièce. A partir des mesures réalisées par une technique de mesure sans contact, un modèle STL de la prothèse est obtenu. L'adaptation de la trajectoire commence par une étape d'alignement. Cette étape est basée sur l'algorithme ICP (Iterative Closest Point). Le but de l'algorithme d'alignement est de recalibrer la surface brute mesurée sur la trajectoire d'outil nominale. Par la suite, la trajectoire est déformée par une étape de projection des points de la trajectoire d'outil sur la surface brute mesurée. Pour enlever l'épaisseur désirée sur la surface brute mesurée, un décalage de la trajectoire est réalisé suivant la normale.

Ensuite, une validation expérimentale sur une machine cinq axes a été proposée. L'usinage a été effectué sur des pièces en résine usinable et en aluminium. Cet essai valide l'adaptation de la trajectoire et l'obtention de la géométrie cible. Il nous a permis de montrer et de valider que la méthode d'adaptation de la trajectoire d'usinage était efficace. De plus, la méthode proposée permet de répondre aux exigences géométriques demandées (enlever une épaisseur constante sur la surface brute de la pièce réelle). Cette méthode permet d'usiner tous types de pièces déformées de forme complexe. De même, elle a permis de mettre en évidence l'impression du modèle STL sur l'état de surface de la pièce. Cette géométrie issue du modèle STL implique une oscillation de la trajectoire outil adaptée qui engendre une discontinuité de la surface usinée. Cela donne un état de surface de qualité médiocre. En outre, cet essai a permis de proposer de nouvelles méthodes de lissage de trajectoire. De même, une étude sur la finesse des éléments du modèle STL a été menée afin d'améliorer l'état de surface.

Les perspectives envisagées autour de ce travail sont les suivantes :

- La méthode d'adaptation de la trajectoire d'usinage est basée sur un modèle STL où les triangles ne sont pas continus en tangence les uns par rapport aux autres. Ainsi, la trajectoire obtenue est par nature discontinue en tangence. Pour réduire ce problème dans le chapitre IV nous avons proposé une méthode pour lisser la trajectoire d'usinage mais ces méthodes ne permettent pas de régler totalement ce problème. Par la suite, de nouveaux travaux pourraient être réalisés en utilisant un autre format pour définir la surface cible. Ainsi, un modèle de type STEP pourrait être envisagé à la place du modèle STL. Ce format utilise une définition analytique de la surface au format B-Spline.
- Notre méthode d'adaptation de la trajectoire est basée sur une technique de projection des points de la trajectoire sur la surface mesurée. Lors de la projection des points, certains d'entre eux sont projetés hors la surface usinée. Pour cette raison, la

génération de la trajectoire d'usinage a été effectuée, seulement, sur une partie fonctionnelle de la composante fémorale d'une prothèse de genou. Pour générer une trajectoire complète d'usinage sur toute la partie fémorale, nous proposons de traiter ce problème de projection.

- La méthode d'alignement utilisée est basée sur l'algorithme ICP. Le calcul de la transformation est réalisé par la méthode SVD. Cette méthode est précise mais demande un temps de calcul plus long quand la taille des données est importante. De nouvelles voies pourraient être explorées pour limiter ce temps de calcul.
- Pour le lissage de la trajectoire, nous avons utilisés un polynôme du 5<sup>ème</sup> degré et une courbe de Bézier, à l'avenir nous pourrions proposer une approche basée sur l'utilisation de courbes de type NURBS. Le but de cette nouvelle approche serait de proposer une méthode de lissage en trajectoire 5 axes simultanés afin d'améliorer la qualité de la surface usinée.

# **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

- AAOS. 2014.** *American Academy of Orthopaedic Surgeons.* <http://orthoinfo.aaos.org>.
- ABDEL-RAHMAN, E et HEFZY, M S. 1993.** *A two-dimensional dynamic anatomical model of the human knee joint.* Journal of Biomechanical Engineering, pp. 357-365. Vol. 115.
- ANSI. 1981.** *Digital representation for communication of product definition data, parts 1, 2, and 3.* ANSI Y14.26M. American National Standards Institute, Permanently out of print.
- ARNOLD, J, MACKINTOSH, S, JONES, S, et THEWLIS, D. 2014.** *Altered dynamic foot kinematics in people with medial knee osteoarthritis during walking: A cross-sectional study.* The International Journal of the Knee, pp. 1101-1106. Vol. 21.
- ARUN, K S, HUANG, T S et BLOSTEIN, S D. 1987.** *Least-squares fitting of two 3-D point sets.* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, pp. 698-700. Vol. 9.
- AZZAM, N. 2010.** Mise en place d'un modèle d'inspection des surfaces à géométries complexes en vue d'une correction process: Application à l'usinage des prothèse par prototypage rapide. Mémoire de Magister Université Mentouri de Constantine.
- BEAREE, R, DIEULOT, JY et RABATE, P. 2011.** *An innovative subdivision-ICP registration method for tool-path correction applied to deformed aircraft parts machining.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 463-471. Vol. 53.
- BELCHIOR, J, GUILLO, M, COURTEILLE, E, MAURINE, P, LEOTING, L, et GUINES, D. 2013.** *Off-line compensation of the tool path deviations on robotic machining: Application to incremental sheet forming.* Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, pp. 58-69. Vol. 29.
- BENJEMAA, R et SCHMITT, F. 1999.** *Fast global registration of 3D sampled surfaces using a multi-z-butter technique.* Image and Vision Computing, pp. 113-123. Vol. 17.
- BESL, P J et MCKAY, N D. 1992.** *A method for registration of 3-D shapes.* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, pp. 239-256. Vol. 14.
- BIERMANN, D, SACHAROW, A, SURMANN, T, et WAGNER, T. 2010.** *Direct free-form deformation of NC programs for surface reconstruction and form-error compensation.* Production Engineering Research and Development, Vol. 4.
- BIERMANN, D, KREBS, E, SACHAROW, A, et KERSTING, P. 2012.** *Using NC-path deformation for compensating tool deflections in micromilling of hardened steel.* Procedia CIRP, pp. 132-137. Vol. 1.
- BOUCHENITFA, H. 2010.** Contribution à la détermination et à l'analyse des sources d'erreurs en vue d'une maîtrise des procédés de fabrication. Thèse de doctorat Université Mentouri de Constantine.

- BOUCHENITFA, H, CHAVES-JACOB, J, LINARES, J M, SPRAUEL, J M, AZZAM, N et BOUKEBBAB, S. 2014.** *Improvement of toolpath quality combining polynomial interpolation with reduction of toolpath points.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 1-9. ISSN 0268-3768, 1433-3015.
- BOUKEBBAB, S, BOUCHENITFA, H, BOUGHOUAS, H, et LINARES, J M. 2007.** *Applied iterative closest point algorithm to automated inspection of gear box tooth.* Computers & Industrial Engineering, pp. 162-173. Vol. 52.
- BOURDET, P. 1999.** *Logiciels des machines à mesurer tridimensionnelles.* Techniques de l'ingénieur, R 1316.
- BULL, A M J et AMIS, A A. 1998.** *Accuracy of an electromagnetic measurement device and application to the measurement and description of knee joint motion.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine, pp. 357-372. Vol. 212.
- CAN, A et ÜNÜVAR, A. 2010.** *Five-axis tool path generation for 3D curves created by projection on B-spline surfaces.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 1047-1057. Vol. 49.
- CHAIBI, Y. 2010.** *Adaptation des méthodes de reconstruction 3D rapides par stéréoradiographie : Modélisation du membre inférieur et calcul des indices cliniques en présence de déformation structurale.* Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris.
- CHARRON, J L. 2004.** *Mesure sans contact: Méthodes optique (partie 1).* Techniques de l'ingénieur, R1332.
- CHAVES-JACOB, J, LINARES, J M et SPRAUEL, J M. 2013.** *Improving tool wear and surface covering in polishing via toolpath optimization.* Journal of Materials Processing Technology, pp. 1661-1668. Vol. 213.
- CHAVES-JACOB, J, LINARES, J M et SPRAUEL, J M. 2011.** *Increasing of quality in friction free-form surfaces of knee prosthesis.* CIRP Annals-Manufacturing Technology, pp. 531-534. Vol. 60.
- CHEN, X, WANG, C, YE, X, XIAO, Y, et HUANG, S. 2001.** *Direct slicing from PowerSHAPE models for rapid prototyping.* s.l. : The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 543-547. Vol. 17.
- CHIOU, C J et LEE, Y S. 2002.** *A machining potential field approach to tool path generation for multi-axis sculptured surface machining.* Computer-Aided Design, pp. 357-371. Vol. 34.
- COHEN-SABBAN, J. 1999.** *L'optique accélère le contrôle d'état de surface-Mesures Physiques.* pp. 85-90. Vol. 719.
- DING, S, MANNAN, M A, POO, A N, YANG, D C H, et HAN, Z. 2003.** *Adaptive iso-planar tool path generation for machining of free-form surfaces.* Computer-Aided Design, pp. 141-153. Vol. 35.
- DU, S, ZHENG N, XIONG, L, YING, S, et XUE, J. 2010.** *Scaling iterative closest point algorithm for registration of m-D point sets.* Journal of Visual Communication and Image Representation, pp. 442-452. Vol. 21.
- DUC, E. 1998.** *Usinage de formes gauches contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage.* Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- EGGERT, D W, LORUSSO, A et FISHER, R B. 1997.** *Estimating 3-D rigid body transformations: a comparison of four major algorithms.* Machine Vision and Applications, pp. 272-290. Vol. 9.

- EZRA, E, SHARIR, M et EFRAT, A. 2008.** *On the performance of the ICP algorithm.* Computational Geometry, pp. 77-93. Vol. 41.
- FAN, J et BALL, A. 2008.** *Quadric method for cutter orientation in five-axis sculptured surface machining.* The International Journal of Machine Tools & Manufacture, pp. 788-801. Vol. 48.
- FISCHER, T, BURRY, M et FRAZER, J. 2005.** *Triangulation of generative form for parametric design and rapid prototyping.* Automation in Construction, pp. 233-240. Vol. 14.
- FITZGIBBON, A W. 2003.** *Robust registration of 2D and 3D point sets.* Image and Vision Computing, pp. 1145-1153. Vol. 21.
- GACON, G et HUMMER, J. 2006.** *Les prothèses tricompartimentaires du genou de première intention. Techniques opératoires problèmes et solutions.* Springer-Verlag, Paris.
- GUIASSA, R. 2012.** *Méthodes de compensation des erreurs d'usinage utilisant la mesure sur machines-outils.* Thèse de doctorat de l'Université de Montréal.
- HALL, S J. 2012.** *Basic biomechanics.* Sixth edition. Mc Graw Hill, ISBN 978-0-07-337644-8.
- HO, S et ADACHI, Y. 2001.** *Real-time interference analysis between a tool and an environment.* Computer-Aided Design, pp. 935-947. Vol. 33.
- HORN, B K P. 1987.** *Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions.* Journal of the Optical Society of America, pp. 629-642. Vol. 4.
- HUISSOON, J P, ISMAIL, F, JAFARI, A, et BEDI, S. 2002.** *Automated polishing of die steel surface.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 285-290. Vol. 19.
- IGES. 1996.** *Initial Graphics Exchange Specification IGES 5.3.* U.S. Product Data Association.
- ISO 10303. 2014.** *Systèmes d'automatisation industrielle et intégration -- Représentation et échange de données de produits -- Partie 242: Protocole d'application : Gestion des modèles 3D d'ingénierie.* ISO 10303-242.
- ISO 3592. 2000.** *Systèmes d'automatisation industrielle--Commande numérique des machines --Informations de sortie des processeurs CN--Structure de fichier et format de langage.* Norme ISO, deuxième édition 2000.
- ISO 841. 2001.** *Systèmes d'automatisation industrielle et intégration--Commande numérique des machines--Systèmes de coordonnées et nomenclature du mouvement.* Equivalent norme AFNOR NF Z 68-020.
- JUN, C S, CHA, K et LEE, Y S. 2003.** *Optimizing tool orientation for 5-axis machining by configuration space search method.* Computer-Aided Design, pp. 549-566. Vol. 35.
- KANATANI, K. 1994.** *Analysis of 3-D rotation fitting.* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, pp. 543-549. Vol. 16.
- KANEKO, S, KONDO, T et MIYAMOTO, A. 2003.** *Robust matching of 3D contours using iterative closest point algorithm improved by M-estimation.* The Journal of the Pattern Recognition Society, pp. 2041-2047. Vol. 36.
- KAPANDJI, I A. 1994.** *Physiologie articulaire. Le membre inférieur.* Maloine, Paris.
- KOMDEUR, P, POLLO, F E et JACKSON, R W. 2002.** *Dynamic knee motion in anterior cruciate impairment: a report and case study.* Proceedings (Baylor University Medical Center), pp. 257-259. Vol. 15.
- LANGERON, J M, DUC, E, LARTIGUE, C et BOURDET, P. 2004.** *A new format for 5-axis tool path computation using Bspline curves.* Computer-Aided Design, pp. 1219-1229. Vol. 36.

- LARTIGUE, C, DUC, E et TOURNIER, C. 1999.** *Machining of free-form surfaces and geometrical specifications.* Journal of the Engineering Manufacture, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp. 21-27. Vol. 213.
- LARTIGUE, C, THIEBAUT, F et MAEKAWA, T. 2001.** *Cnc tool path in terms of b-spline curves.* Computer-Aided Design, pp. 307-319. Vol. 33.
- LAUWERS, B, DEJONGHE, P et KRUTH, J P. 2003.** Optimal and collision free tool posture in five-axes machining through the tight integration of tool path generation and machine simulation. Computer-Aided Design, pp. 421-432. Vol. 35.
- LAVERNHE, S. 2006.** Prise en compte des contraintes associées au couple MO-CN en génération de trajectoires 5 axes UGV. Thèse de doctorat de l'École Normale Supérieure de Cachan.
- LEE, J N, CHEN, H S, LUO, C W, et CHANG, K Y. 2009.** *Rapid prototyping and multi-axis NC machining for the femoral component of knee prosthesis.* ISSN: 1097 – 8135. Journal of the Life Sciences, Vol. 6.
- LI, S et JERARD, R. 1994.** *5-axis machining of sculptured surfaces with flat-end cutter.* Computer-Aided Design, pp. 165-178. Vol. 26.
- LIAO, L, XI, F et LIU, K. 2008.** *Modeling and control of automated polishing/deburring process using a dual-purpose compliant toolhead.* International Journal of Machine Tools & Manufacture, pp. 1454-1463. Vol. 48.
- LORIOT, B. 2009.** *Automatisation de l'acquisition et des post-traitements en numérisation 3D.* Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne, Ecole doctorale Environnement - Santé/STIC, (E2S).
- Ma, B et Ellis, R E. 2003.** Robust registration for computer-integrated orthopedic surgery laboratory validation and clinical experience. Medical Image Analysis, pp. 237-250. Vol. 7.
- MANAMANNI, N, MOUGHAMIR, S, GASMI, M A, et ZAYTOON, J. 2005.** *A dynamic three dimensional tibio femoral modeling.* Conference proceedings: Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, pp. 2989-2992. Vol. 3. ISSN 1557-170X. Shanghai.
- MARLE. 2014.** *Forges de Champagne - Ardenne.* <http://marle.forges-ca.com/>.
- MATHYS. 2008.** *La prothèse du genou. Brochure d'informations pour le patient. Une nouvelle mobilité avec une prothèse du genou.* Mathys European Othopeaedics S.A.S. Suisse.
- MENZEL, C, BEDI, S et MANN, S. 2004.** *Triple tangent flank milling of ruled surfaces.* Computer-Aided Design, pp. 289-296. Vol. 36.
- MORON, V. 1996.** Mise en correspondance de données 3D avec un modèle CAO: Application à l'inspection automatique. Thèse doctorat Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- MOUNASAMY, V, MA, S Y, SCHODERBEK, R J, MIHALKO, W M, SALEH, K J et BROWN, T E. 2006.** Primary total knee arthroplasty with condylar allograft and MCL reconstruction for a comminuted medial condyle fracture in an arthritic knee - a case report. The International Journal of the Knee, pp. 400-403. Vol. 13.
- NHAMCS. 2011.** *National Hospital Ambulatory Medical Care Survey.* Emergency Department Summary Tables.
- NODE-LANGLOIS, L. 2003.** Analyses tridimensionnelles des déviations angulaires des axes du membre inférieur, en pre per et postopérateur. Thèse de doctorat de l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris.

- NUCHTER, A, LINGEMANN, K et HERTZBERG, J. 2007.** *Cached K-d tree search for ICP algorithms.* In: Proceedings of Sixth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, pp. 419-426. ISSN 1550-6185. Montreal.
- PARK, S C et CHOI, B K. 2000.** *Tool-path planning for direction-parallel area milling.* Computer-Aided Design, pp. 17-35. Vol. 32.
- PARK, S Y et SUBBARAO, M. 2003.** *An accurate and fast point-to-plane registration technique.* Pattern Recognition Letters, pp. 2967-6979. Vol. 24.
- PATELOUP, V. 2005.** *Amélioration du comportement cinématique des machines outils UGV.* Thèse de doctorat de l'Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont Ferrand.
- PESSOLES, X et TOURNIER, C. 2009.** *Automatic polishing process of plastic injection molds on a 5-axis milling center.* Journal of Materials Processing Technology, pp. 3665-3673. Vol. 209.
- PITKIN, M R. 2010.** *Biomechanics of lower limb prosthetics.* Berlin : Springer-Verlag, ISBN: 978-3-642-03015-4.
- PRIETO, L. 1999.** *Métrie assistée par ordinateur: Apport des capteurs 3D sans contact.* Thèse de doctorat Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- PRIGENT, F. 2009.** *Arthrose du genou, Quand et Quelle chirurgie.* www.prothese-genou.com.
- QUINSAT, Y, SABOURIN, L et LARTIGUE, C. 2008.** *Surface topography in ball end milling process: description of a 3D surface roughness parameter.* Journal of Materials Processing Technology, pp. 135-143. Vol. 195.
- RAO, A et SARMA, R. 2000.** On local gouging in five-axis sculptured surface machining using flat-end tools. Computer-Aided Design, pp. 409-420. Vol. 32.
- REDONNET, J M, RUBIO, W et DESSEIN, G. 1998.** *Side milling of ruled surfaces: Optimum positioning of the milling cutter and calculation of interference.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 459-465. Vol. 14.
- ROGERS, D F. 2001.** An Introduction to NURBS with Historical Perspective. Academic Press.
- RUBIO, W, LAGARRIGUE, P, DESSEIN, G, et PASTOR, F. 1998.** Calculation of tool path for a torus mill on free-form surfaces five-axis machines with detection and elimination of interference. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 13-20. Vol. 14.
- RUSINKIEWICZ, S et LEVOY, M. 2001.** *Efficient variants of the ICP algorithm.* In: Proceedings of Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, pp. 145-152.
- SALVI, J, MATABOSCH, C, FOFI, D, et FOREST, J. 2007.** *A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation.* Image and Vision Computing, pp. 578-596. Vol. 25.
- SCUDERI, G R et TRIA JR, A J. 2002.** *Surgical Techniques in Total Knee Arthroplasty.* Springer-Verlag, ISBN 0-387-98389-9.
- SIEMENS. 2002.** SINUMERIK 840D/840Di/810D. Manuel de programmation.
- SMITH, S, WOODY, B, ZIEGERT, J, et HUANG, Y. 2007.** *Deformation Machining - A New Hybrid Process.* CIRP Annals - Manufacturing Technology, pp. 281-284. Vol. 56.
- SUDHOFF, I. 2007.** *Modélisation géométrique et mécanique personnalisée de l'appareil locomoteur.* Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris.

- TAM, H Y, XU, H et ZHOU, Z. 2002.** *Iso-planar interpolation for the machining of implicit surfaces.* Computer-Aided Design, pp. 125-136. Vol. 34.
- TOURNIER, C. 2001.** Contribution à la conception des formes complexes: La surface d'usinage en fraisage 5 axes isocrête. Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- TOURNIER, C. 2009.** *Contribution à l'amélioration de la qualité des surfaces fabriquée sur centre d'usinage à 5 axes.* Habilitation à diriger les recherches de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- UMEYAMA, S. 1991.** *Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns.* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, pp. 376-380. Vol. 13.
- WALKER, M W, SHAO, L et VOLZ, R A. 1991.** *Estimating 3-D location parameters using dual number quaternions.* CVGIP: Image Understanding, pp. 358-367. Vol. 54.
- YING, S, PENG, J, DU, S et QIAO, H. 2009.** *A Scale Stretch Method Based on ICP for 3D Data Registration.* IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, pp. 559-656. Vol. 6.
- ZHANG, Z. 1994.** *Iterative Point Matching for Registration of Free Form Curves.* International Journal of Computer Vision, pp. 119-152. Vol. 13. Netherlands.
- ZHU, L, BARHAK, J, SRIVATSAN, V, et KATZ, R. 2007.** *Efficient registration for precision inspection of free-form surfaces.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pp. 505-515. Vol. 32.
- ZUQUETE GUARATO, A. 2013.** Métrologie 3D de pièces de formes complexes par moyens optiques: Une application à l'équilibrage de vilebrequins. Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.

## المساهمة في تحسين نوعية أسطح بدلة العظام

### ملخص:

بدلة الركبة عادة تتكون من قطعتين معدنيتين مثبتة على التوالي في عظم الفخذ و عظم الساق الاكبر اما الثالثة تسمى الفاصل مصنوعة من البلاستيك. الجزء الخاص بالفخذ هو الاكثر تعقيدا للصنع لأن شكله معقد و مصنوع عادة من خليط صعب التشغيل. يتم تقليل السمك الثابت لهذا الجزء من أجل تقليل حجم العظم المقطوع اثناء العملية. هذا التخفيض في السمك يؤدي إلى انخفاض في معامل الأمان وانهيار البدلة مما يتطلب احترام السمك الاسمي. أثناء عمليات التصنيع لهذه الاجزاء تظهر تشوهات على القطعة الخام في مرحلة القولبة. في الحقيقة أن التلامس بين الجزئين الفخذ و الفاصل غير متوافقة، مما يتيح التسامح في الاختلافات الهندسية بين هذه الاجزاء. ايضا فإن المصنعين اختاروا ضمان السمك الاسمي للبدلة عن طريق إزالة سمك ثابت من الخام المقولب. هذه العملية عادة تتم عن طريق الكشط اليدوي من قبل يد عاملة مؤهلة.

الهدف من العمل المقدم في هذه الاطروحة هو المساهمة في برمجة هذه العمليات آليا من خلال اقتراح وسيلة لتكييف مسارات التشغيل مع الاختلافات الهندسية للسطوح. الهدف من هذا البحث هو تكييف مسار التشغيل مع النموذج الاسمي لإزالة سمك ثابت من القطعة الخام المقاسة. تبدأ الطريقة المقترحة بمرحلة محاذاة القطعة المقاسة مع المسار الاسمي باستخدام خوارزمي تكرارية أقرب نقطة (ت.أ.ن). بعد ذلك يتم تغيير المسار الاسمي للأجل إزالة السمك المطلوب من سطح القطعة الخام المقاسة والتي معرفة بواسطة نموذج س.ت.ل. وبطبيعة الحال عدم استمرارية هذه النوع من النماذج يؤثر على المسار المكيف و بذلك على القطعة المصنعة. بعد ذلك من أجل التخفيف من هذه المشكلة و تحسين نوعية الانتاج نقتراح إجراء تمليس لي المسار.

للتحقق من صحة التطورات النظرية لهذا العمل أجريت اختبارات على خام جزء الفخذ من بدلة الركبة أحادية الجزئ في آلة تصنيع ذات خمس محاور.

كلمات المفتاح: بدلة الركبة، الاشكال المعقدة، تكييف مسار، الخوارزمي ت.أ.ن، تصنيع 5 محاور، تمليس مسار.

**Résumé :**

Une prothèse de genou est généralement, composée de deux parties métalliques fixées respectivement sur le fémur et sur le tibia et d'une troisième, dite intercalaire, en matière plastique. La partie fémorale est la plus complexe à réaliser car elle présente des formes complexes et est généralement en alliage à faible usinabilité. L'épaisseur de cette partie est en constante réduction afin de diminuer le volume d'os coupé lors de l'opération. Cette diminution d'épaisseur entraîne une réduction du coefficient de sécurité avant rupture de la prothèse rendant crucial le respect de son épaisseur nominale. Durant le processus de fabrication de ces composants des déformations apparaissent au niveau des bruts de fonderie. Le fait que le contact entre la partie fémorale et la partie intercalaire soit non conforme, permet de tolérer une variation géométrique de la surface finie de ces parties. Ainsi, les fabricants de prothèses choisissent d'assurer l'épaisseur nominale de la prothèse en enlevant une épaisseur constante sur le brut de fonderie. Cette opération est généralement réalisée par abrasion par des opérateurs qualifiés manuellement.

L'objectif de ces travaux de thèse est de contribuer à l'automatisation de ces opérations en proposant une méthode d'adaptation des trajectoires d'usinage aux variations géométriques de la surface cible. L'objectif de ce travail de recherche est d'adapter une trajectoire d'usinage sur un modèle nominal pour enlever une épaisseur constante sur une surface brute de fonderie mesurée. La méthode proposée commence par une étape d'alignement de la surface mesurée sur la trajectoire nominale en utilisant un algorithme d'ICP (Iterative Closest Point). Par la suite, la trajectoire nominale est déformée pour venir enlever l'épaisseur désirée sur la surface brute mesurée. Cette dernière est définie, dans ces travaux, suivant un modèle STL. Naturellement, les discontinuités de ce type de modèle induit une impression des motifs du STL sur la trajectoire adaptée et, donc, sur la pièce usinée. Par la suite, afin de d'atténuer ce problème et d'améliorer la qualité de fabrication, il est proposé de procéder à un lissage de la trajectoire.

Afin de valider les développements théoriques de ces travaux, des essais ont été réalisés sur une machine cinq axes pour l'ébauche de composants fémoraux d'une prothèse uni-compartmentale de genou.

**Mots clés :** Prothèse du genou, Surface gauches, Algorithme ICP, Adaptation de trajectoire, Usinage 5-axes, Lissage de trajectoire.

---

**Contribution to the surface quality improvement of orthopedic prostheses****Abstract:**

Commonly, knee prostheses are composed of two metal parts fixed respectively on femur and tibia, and a third one called intercalary in plastic material. The femoral part is the most complex one to realize due to its complex shape and its material, which is generally difficult to machine. To reduce the volume of bone cut during the operation, the thickness of this part is in constant reduction. This thickness reduction induces a decrease of the safety factor before the prosthesis failure, increasing the importance of the nominal thickness ensuring. During the manufacturing process, of these components distortions appear on roughcast workpiece geometry. The contact between the femoral component and the intercalary is nonconforming; this property allows a geometric variation of the surface finish of these parts without a reduction of the prostheses function. Thus, prosthesis manufacturers choose to ensure the nominal thickness of the prosthesis by removing a constant thickness on the roughcast workpiece. This operation is generally carried out by an abrasive process realized manually by an operator.

The aim of this thesis work is to contribute to the automation of these operations by providing a method to adapt the machining toolpaths at geometrical variations of the target surface. The aim of this research work is to adapt a machining toolpath computed on a nominal model to remove a constant thickness on a roughcast measured surface. The proposed method starts with an alignment step of the measured surface on the nominal toolpath using an ICP algorithm. Subsequently, the nominal toolpath is deformed to remove the desired thickness of the measured rough surface defined in presented case by a STL model. Naturally, discontinuities of this type of model induce the apparition of pattern for the STL on the adapted toolpath and thus on the machined workpiece. Subsequently, to limit this problem and to improve the quality of realized surface, it is proposed a toolpath smoothing method. To validate theoretical developments of this work, tests were carried out on a five-axis machine for roughing of femoral components of a unicompartamental knee prosthesis.

**Key words:** Knee prosthesis, Freeform surfaces, ICP algorithm, Toolpath adaptation, 5 axes machining, Toolpath smoothing.