

THÈSE

Présentée et soutenue publiquement par

Michele GENTILI

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE

Spécialité : Énergie, Rayonnement et Plasma

École Doctorale 352 : Physique et Sciences de la Matière

***Aspects Neutroniques Associés à des Réseaux Irréguliers
d'Assemblages dans un Cœur de RNR-Na***

Soutenue le 15/09/2015 devant le jury composé par:

Daniel HEUER	CNRS-Grenoble	Rapporteur
Andrei RINEISKI	Karlsruher Institut für Technologie	Rapporteur
Joël ROSATO	CNRS-Université d'Aix-Marseille	Examineur
Marco SUMINI	Università di Bologna	Président de Jury
Gérald RIMPAULT	CEA-Cadarache	Directeur de Thèse
Bruno FONTAINE	CEA-Cadarache	Invité

*Alla mia famiglia..
Grazie di tutto*

Résumé

Les cœurs de réacteur à neutrons rapides refroidi au sodium (RNR-Na) sont constitués d'assemblages combustibles disposés selon un réseau hexagonal régulier qui est compact en régime de fonctionnement nominal.

Sous l'effet de l'irradiation et de la température, les assemblages sont amenés à se déformer axialement et radialement en raison des phénomènes de gonflement et d'arcure subis. Ces déformations induisent des déplacements relatifs irréguliers entre les assemblages et génèrent des effets en réactivité qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de pcm.

Les objectifs de cette thèse sont la compréhension des phénomènes neutroniques intervenant lors d'une telle déformation du cœur, l'impact sur la conception ainsi que la mise au point de schémas de calcul neutroniques innovants aptes à en évaluer l'amplitude. Les schémas proposés sont déterministes en raison des nombreux avantages que ceux-ci comportent pour la phase de conception et d'études de cœurs innovants (notamment des besoins limités en ressources informatiques).

La première partie de ces travaux est dédiée au développement d'une modélisation analytique des causes de variations de réactivité lors de la déformation du cœur. A l'aide de la théorie des perturbations (au premier ordre et exacte) une relation permettant l'évaluation de l'impact d'une déformation du cœur sur la réactivité du cœur a été proposée, tant pour l'équation de transport de Boltzmann que pour l'approximation de la diffusion. Cette analyse a permis d'identifier à la fois les causes de ces variations de réactivité et l'impact du déplacement des assemblages en fonction de leurs directions et de leurs positions dans le cœur.

Un premier schéma neutronique basé sur la méthode de projection de maillage a été conçu et développé à l'aide des codes ERANOS (BISTRO, H3D et VARIANT) (pour la résolution en géométrie 2D-RZ et hexagonal 2D/3D de l'équation de diffusion et du transport P_N et SP_N) et du solveur SNATCH (transport S_N). Plusieurs types de déformations peuvent ainsi être traités et analysés (flexions, arcures et translations des assemblages).

Les résultats obtenus pour des déformations test (représentation de déformation pour le réacteur PHENIX) ont été comparés à ceux issus de calculs de référence de type Monte Carlo (TRIPOLI4) sur la base de géométries déformées et sont apparus très satisfaisants.

Les modules de calcul de perturbations des codes ERANOS et SNATCH ont permis de valider la compréhension des causes de la variation de réactivité et l'impact de la position de l'assemblage déplacé sur une telle variation.

Le deuxième schéma conçu se base sur la transformation géométrique du maillage de calcul : le maillage est modifié en fonction du champ des déformations des assemblages. Cette fonctionnalité a été implémentée pour le solveur S_N SNATCH, initialement prévu pour la résolution de l'équation de Boltzmann pour de mailles régulières. De manière plus spécifique, la possibilité de résoudre l'équation de Boltzmann avec la méthode des éléments discontinus de Galerkin (DGFM) pour des mailles déformées a été introduite.

De manière analogue à la méthode précédente, plusieurs types de déformations du cœur de PHENIX peuvent être modélisées et les résultats des déformations test ont été comparés avec succès d'abord à ceux du code de Monte Carlo TRIPOLI4 puis à ceux obtenus par la méthode de projection de maillage.

Des applications de ces méthodes sont aussi présentées. En particulier, un modèle itératif basé sur la méthode de projection de maillage a été mis en place afin de déterminer les champs de déformations les plus réactifs en fonction de l'énergie mécanique fournie au cœur dans sa configuration nominale.

Au final, ce travail aura permis des avancées importantes dans la compréhension des aspects neutroniques induits par la déformation des réseaux d'assemblages d'un cœur de RNR-Na. Ce travail est une pierre à la conception des cœurs des RNR-Na et devra être associé à des études mécaniques pour obtenir des résultats susceptibles d'être confrontés aux expériences.

Mots clés : RNR-Na – PHENIX – Réactivité des Cœurs Déformés – Méthodes Déterministes – Réseaux Irréguliers d'Assemblages – Gerbage du Cœur – ERANOS – SNATCH.

Abstract

The fuel assemblies of SFR cores (sodium fast reactor) are normally arranged in hexagonal regular lattices, whose compactness is ensured in nominal operating conditions by thermal expansion of assemblies pads disposed on the six assembly wrapper faces.

During the reactor operations, thermal expansion phenomena as much as thermal and irradiation creep phenomena occur and they cause the fuel assemblies to bow and to deform both radially and axially. As a consequence of these deformations, the regular lattice structure is perturbed and such a perturbation involves a positive (or negative) reactivity insertion which may cause the core to become prompt-critical.

The main goal of this PhD is the understanding of the neutronic aspects and phenomena occurring in case of core and lattice deformations, as much as the design and implementation of neutronic calculation schemes and methods in order to evaluate the consequences for the core design activities and the safety analysis.

The calculation schemes proposed in this work are based on deterministic methods and codes, as a consequence of the several advantages concerning their use in safety analysis and core design activities (among them the reduction of computation runtime and resources needs).

The first part of this work is focused on the development of an analytical model with the purpose to identify the neutronic phenomena that are the main contributors to the reactivity changes induced by lattice and core deformations.

Such an analysis has been fulfilled by using the perturbation theory, both for the Boltzmann neutron transport equation and for the diffusion approximation.

Furthermore, such an analysis allowed identifying the impact of a single assembly displacement into the core as a function of its position in the reactor lattice, its isotopic composition and as a function of the displacement direction.

A first scheme based on the spatial mesh projection method has been conceived and implemented for the ERANOS codes (BISTRO, H3D and VARIANT) (in order to solve the diffusion equation for 2D-RZ and hexagonal 2D/3D geometries and transport P_N and SP_N) and to the SNATCH solver (transport S_N). Different assemblies and core deformation scenarios can be taken into account and analyzed (core expansion and compaction, assemblies bending and bowing).

The method has been used to evaluate the impact of the lattice deformation of the PHENIX reactor core and the results achieved have been compared to a Monte Carlo calculation (TRIPOLI4) for a deformed geometry and have been found very satisfactory.

Moreover, the ERANOS and SNATCH perturbation calculation tools granted the validation of both the analysis of neutronics phenomena occurring in case of core deformation and the impact of assembly isotopic content and position to the reactivity changes.

The second calculation scheme proposed is based on mesh deformation: the computing mesh is deformed as a function of the assembly displacement field.

This methodology has been implemented for the S_N solver SNATCH, which normally allows the Boltzmann equation to be solved for a regular mesh.

In particular the solver has been modified in order to solve the Boltzmann equation on a deformed mesh by using the Discontinuous Galerkin Finite Elements method (DGFM).

Again, many deformation scenarios can be analyzed and the results achieved in case of PHENIX core deformation have been compared to Monte Carlo calculations and to those achieved by using the spatial mesh projection method.

Some Applications of the spatial mesh projection method are proposed too. An iterative method has been developed in order to fulfill an *a-priori* estimation of the maximal reactivity insertion as a function of the postulated mechanical energy provided to the core, as much as the deformation causing it.

To conclude, this work grants an improved understanding of the neutronic aspects induced by lattice deformations for a SFR core. Furthermore this work may lead to further improvements in SFR core design and safety analysis methodologies.

Key words: *SFR – PHENIX – Deformed Core Reactivity Evaluation – Deterministic Methods – Irregular Assemblies Lattice – Core Flowering – ERANOS – SNATCH.*

Remerciements

Je voudrais commencer par remercier Bruno Fontaine pour son encadrement au quotidien et avoir su orienter ce travail et me guider tout au long de ces trois années.

Il a toujours été d'excellents conseils et nos discussions furent essentielles pour le développement et l'évolution de ce projet de thèse. Ses remarques sur le manuscrit ont été fondamentales pour le rendre plus compréhensible et plus « français ».

Merci à Gérald Rimpault pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour m'avoir motivé constamment pendant ces trois longues années. Merci donc pour avoir toujours eu confiance en mes capacités et en la bonne réussite de cette thèse, surtout dans les moments où parfois, j'en doutais moi-même.

Je remercie Daniel Heuer et Andrei Rineiski d'avoir accepté la lourde tâche de relire ce manuscrit. Merci aussi à Joel Rosato et Marco Sumini pour avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse.

Merci à Fred Varaine pour m'avoir accueilli au sein du SPRC où j'ai fait la connaissance de personnes merveilleuses avec lesquelles ça a été toujours un plaisir de discuter et passer des bons moments autour d'un café.

Je voudrais remercier tous les collègues qui ont eu la patience de répondre à toutes mes questions (nombreuses..) et d'avoir donc aidé un pauvre thésard à progresser !

Merci donc à Pascal Archier et Vincent Pascal pour le soutien et les intéressantes discussions autour de PARIS (malheureusement il ne s'agit pas de la ville lumière) et d'un russe nommé Galerkin.

Merci à Pierre Sciora pour tous ses conseils et ses fichiers xml et merci à Laurent Buiron pour son aide quotidien, sa bonne humeur et ses buironades. Je voudrais aussi remercier Géraud Prulhière pour avoir été toujours présent et disponible (même après sa trahison et son passage aux réacteurs à eau), pour m'avoir appris ERANOS mais aussi pour nos discussions très constructives sur la figure de Topper Harley et de Hot Shots... ah et merci aussi pour m'avoir appris la maîtrise du gerbage.

Merci à Matteo D'Onorio, qui grâce à ses travaux de stage m'a aidé à mieux comprendre certains aspects de ma thèse que je n'ai malheureusement pas eu le temps de traiter dans les détails.

Merci à Julien Politello pour les bons moments vécus ensemble lorsqu'on partageait le même bureau et dans les rares moments où on se croisait à la colocation ! Grâce à toi maintenant j'aime les poneys. Merci pour tout ton soutien et ton amitié.

Il faudrait aussi remercier les « stagiaires » Florent et Nicholas pour avoir comblé mes lacunes sur la culture trash française et globale.

Merci aussi à David Freynet nouveau collègue de bureau pour avoir changé ma vie en m'introduisant deux petites règles concernant la maîtrise des accents dans la langue française !

Merci aux amis italiens qui depuis mon arrivée ont été comme une deuxième famille.

Merci donc à Daniele (il maniscalco di Areva) pour tous les bons moments passés ensemble lorsqu'on se retrouve sur Paris.

Merci à Damiano (è il suo vero nome !) pour son amitié sincère (même si parfois il est trop occupé sur instagram pour le montrer...), Salvatore pour son esprit toujours heureux et souriant et Nicholas pour les matches serrés à Sarabanda pendant notre voyage à Nice.

Merci surtout à Francesco (un gran compagno di merende), pour ses conseils, son soutien, sa patience et sa disponibilité, pour être un véritable ami, le meilleur.

Enfin merci à mon ange Stéphanie, pour avoir été toujours à mes côtés, pour son soutien quotidien et sa patience. Tu es la meilleure des compagnes. Je t'aime.

There is a light that never goes out...

Table des Matières

<u>Résumé</u>	5
<u>Abstract</u>	7
<u>Remerciements</u>	9
Table des Matières	13
Introduction	17
Chapitre 1	21
Les Réacteurs Rapides au Sodium	21
1.1 La Reprise de l'Énergie Nucléaire	22
1.2. L'intérêt des Réacteurs Nucléaires à Neutrons Rapides	24
1.3. La Technologie RNR-Na	26
1.3.1. Pourquoi le Sodium ?	27
1.3.2. Les RNR-Na en France et dans le Monde	28
1.4. Principes de Conception et Sûreté des Cœurs RNR-Na	30
1.4.1. Comportement Naturel du Cœur dans le cas de Transitoires Accidentels	31
1.4.2. Les Transitoires Conséquents aux Défauts de Refroidissement du Cœur	32
1.4.3. Les Transitoires Conséquents à l'Insertion de Réactivité	33
1.5. Conclusions	37
Chapitre 2	39
Les Déformations du Cœur :	39
Modélisation Neutronique	39
2.1 Les Cœurs des Réacteurs à Neutrons Rapides	40
2.2 Évaluation des Déformations du Cœur lors de la Conception	42
2.3 Mécanismes de Déformation du Cœur et des Assemblages	43
2.4 Les Outils de Calcul Existants	47
2.4.1 Évaluation en Deux Étapes	48
2.4.2 Évaluation Directe de la Réactivité des Cœurs Déformés	50
2.5 Modèles Neutronique Déterministes et Stochastiques	54
2.6 Conclusions	58
Chapitre 3	59
Impact des Déformations	59
sur la Physique du Cœur	59
3.1 Le Transport des Neutrons : L'Équation de Boltzmann	60
3.2 L'Approximation de Diffusion	62
3.3 Évaluation de l'Impact d'une Déformation Locale	63
3.3.1 Approximation de Diffusion et Perturbations au Premier Ordre	64
3.3.2 Équation du Transport et Perturbations au Premier Ordre	72
3.3.3 Méthode de Perturbations Exactes	74
3.4 Conclusions	78
Chapitre 4	79
La Méthode de Projection du Maillage	79
4.1 Principes de la Méthode	80

4.2 Codes et Solveurs Utilisés	80
4.2.1 Le Code de Cellule <i>ECCO</i>	81
4.2.2 Les Solveurs Cœur	83
4.3 Modélisation 2D-RZ des Déformations du Cœur	85
4.3.1 Modélisation 2D-RZ du Cœur de PHENIX	85
4.3.2 Modélisation des Déformations (Géométrie 2D-RZ)	86
4.3.3 Évolution des Sections efficaces Macroscopiques	88
4.3.4 Évaluation de la Réactivité du Cœur Déformé	89
4.4 Modélisation H3D des Déformations du Cœur	93
4.4.1 Modélisation H3D du Cœur de PHENIX	93
4.4.2 Modélisation des Déformations (Géométrie H3D)	94
4.4.3 Déformation Locale du Réseau : Déplacement d'un seul Assemblage	98
4.5 Validation de la Méthode de Projection du Maillage	100
4.5.1 Déplacement des Deux Premières Couronnes	101
4.5.2 Gerbage Central du Cœur	102
4.5.3 Amélioration de la Méthode et Réduction des biais	104
4.6 Conclusions	107
Chapitre 5	109
La Méthode de Transformation Géométrique du Maillage	109
5.1 Principes de la Méthode	110
5.2 Le Solveur SNATCH	110
5.2.1 Discrétisation de la Variable Énergie	110
5.2.2 Discrétisation de la Variable Angulaire	111
5.2.3 Discrétisation de la Variable Spatiale	112
5.3 Démarche du Développement de la Méthode	115
5.4 Développement de la Méthode : Géométrie 2D	115
5.4.1 Déformation du Maillage	115
5.4.2 Modification des Concentrations Isotopiques	118
5.4.3 Modification du Solveur Spatial	120
5.4.4 Analyse des Résultats : Gerbage Central du Cœur	123
5.5 Développement de la Méthode : Géométrie 3D	124
5.5.1 Déformation du Maillage	125
5.5.2 Modification des Concentrations Isotopiques	126
5.5.3 Modification du Solveur Spatial	127
5.6 Validation de la Méthode	129
5.6.1 Gerbage Central du Cœur	129
5.6.2 : Flexion des Assemblages	131
5.7 Conclusions	133
Chapitre 6	135
Applications à la Phase de Conception du Cœur des RNR-Na	135

6.1 L'impact des Déformations en Phase de Conception	136
6.2 Développement de la Méthode <i>a priori</i>	137
6.2.1 Paramètres de l'Analyse	142
6.2.2 Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité	143
6.2.3 Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité Négative	148
6.2.4 Perspectives d'Amélioration de la Méthode	149
6.3 Évaluation de l'Impact des Déformations sur le Cœur d'ASTRID	150
6.3.1 Le Concept du Cœur CFV	150
6.3.2 Gerbage Homogène du Cœur CFV	152
6.4 Conclusions	154
Conclusions et Perspectives	155
Références	159
ANNEXE A : Rappels sur la Théorie des Perturbations	165
ANNEXE B : Le cœur de PHENIX	167
ANNEXE C : Compléments aux Calculs des Sections Efficaces	171
ANNEXE D : Compléments aux Calculs des Perturbations en Diffusion et en Transport	179
ANNEXE E : Gerbage Périphérique du Cœur de PHENIX	185

Introduction

Le cœur des réacteurs à neutrons rapides au caloporteur sodium (RNR-Na) est constitué d'assemblages combustibles disposés normalement en un réseau hexagonal régulier compact en fonctionnement nominal.

Sous l'effet de l'irradiation et de la température les assemblages sont amenés à se déformer axialement et radialement en raison des phénomènes de gonflement et d'arcure subis par les structures. Ces phénomènes résultent des modifications de la structure cristalline des différents matériaux suite à leur interaction avec les neutrons à haute énergie présents dans le cœur.

Par ailleurs, des dispositifs d'écartement des assemblages en cas d'augmentation de la température sont actuellement à l'étude pour améliorer le comportement du cœur dans le cas d'une éventuelle situation accidentelle.

Ces déformations peuvent induire des déplacements relatifs irréguliers entre les assemblages du réseau qui peuvent amener à une expansion du cœur ou à sa compaction. En particulier une compaction du cœur pourrait générer des effets en réactivité qui peuvent potentiellement amener le cœur à la prompte-criticité.

La démonstration de sûreté des RNR-Na repose donc en partie sur la garantie que l'on puisse évaluer de manière fiable la réactivité consécutive à un réarrangement des assemblages du cœur, qu'il soit spontané (déblocage incidentel), naturel (dilatations thermiques, gonflement sous irradiation) ou induit par un chargement extérieur comme le séisme.

Une des difficultés de cette évaluation est liée au fait que les modèles neutroniques déterministes actuels utilisés dans les phases de conception de cœur, reposent sur une représentation géométrique du cœur en réseau régulier et ne sont donc pas forcément bien adaptés à traiter des cœurs à arrangements irréguliers.

Les codes stochastiques (normalement basés sur la méthode Monte Carlo) pourraient traiter ce type de problèmes mais ils demeurent aujourd'hui encore trop coûteux en temps de calcul pour des cœurs de taille industrielle. De plus, pour des petites déformations, la variation de réactivité calculée peut être du même ordre de grandeur que les incertitudes associées à la méthode Monte Carlo, ce qui ferait perdre de l'intérêt à une méthode supposée de référence.

Bien que la compréhension des effets en réactivité résultant d'une déformation du cœur ait été investiguée dès la conception des premiers RNR-Na, l'intérêt de disposer d'un outil de calcul de la réactivité quelle que soit la déformation (naturelle ou incidentelle) est apparu dès les années 80 dès les ressources informatiques disponibles.

L'objectif principal était surtout d'évaluer les conséquences de différents phénomènes, tels que la déformation induite par l'arcure thermique et d'irradiation des assemblages ainsi que par un séisme, sur la neutronique et la stabilité du cœur.

Ces outils ont été conçus principalement sur un chainage entre un code de mécanique (statique et/ou dynamique) et un code de neutronique afin d'évaluer le flux de neutrons ainsi que la réactivité et les autres grandeurs neutroniques du cœur.

Différentes méthodes ont été implémentées et développées pour l'évaluation neutronique. La plupart d'entre elles est basée sur l'évaluation de la réactivité des cœurs déformés à l'aide de la théorie des perturbations au premier ordre

Cependant, les ressources informatiques disponibles au moment du développement de ces outils n'ont permis que l'implémentation des méthodes pour la résolution de l'équation de diffusion pour des géométries simples (représentation bidimensionnelle RZ-2D) ou plus complexes (représentation tridimensionnelle 3D-XYZ) pour des cœurs de petite taille.

Les analyses et les études menées à l'aide de ces outils ont mis en évidence la nécessité de disposer des outils et des méthodes de calcul permettant de calculer la réactivité d'un cœur déformé en géométrie complète 3D.

Une description bidimensionnelle du cœur en fait ne permettrait pas une description précise et fiable des hétérogénéités axiales (en termes des compositions des assemblages) qui de plus en plus caractérisent les concepts actuels et futurs des cœurs des RNR-Na. Enfin une description 3D garantirait la prise en compte des scénarios de déformations plus complexes et caractérisés par l'éventuelle arcure ou flexion des assemblages.

Compte tenu des forts gradients du flux neutronique induits par les nombreuses hétérogénéités des réacteurs en conception (par exemple le concept CFV pour ASTRID), l'utilisation des méthodes des perturbations exactes pour la compréhension de la neutronique des cœurs déformés devient donc une exigence et des calculs des perturbations au premier ordre peuvent manquer de précision.

Cette thèse se propose d'apporter des améliorations significatives dans la compréhension de la physique du réacteur et dans la modélisation neutronique des cœurs de RNR-Na sujets à de telles déformations.

Plus en détails, deux aspects principaux ont été explorés et analysés :

- l'analyse et l'évaluation des phénomènes physiques mis en jeu lors d'une modification du réseau d'assemblages et de la taille du cœur suite aux déformations ;
- la conception, l'implémentation et la validation des méthodes déterministes adaptées à l'évaluation de la réactivité et du flux neutronique des cœurs déformés, et capables de surpasser les limitations rencontrées dans le passé et mentionnées précédemment dans cet introduction.

Les deux premiers chapitres de ce manuscrit proposent une brève description de la technologie RNR-Na et des aspects principaux pris en compte par les concepteurs lors du design du cœur (et du réacteur même) afin d'en garantir la sûreté et l'exploitation. En particulier le deuxième chapitre a pour objectif

la présentation de certains des outils proposés dans le passé pour l'évaluation de la réactivité des cœurs déformés.

Le troisième chapitre est dédié au développement d'une modélisation analytique des causes de variations de réactivité lors de la déformation du cœur. A l'aide de la théorie des perturbations au premier ordre et exactes, on cherche à trouver une relation pour l'évaluation de l'impact d'une déformation du cœur sur la réactivité du cœur, tant pour l'équation de transport de Boltzmann que pour l'approximation de la diffusion.

L'objectif de cette modélisation est l'identification à la fois des causes des variations de réactivité et l'impact du déplacement des assemblages en fonction de leurs directions et de leurs positions dans le cœur.

La conception des méthodes déterministes pour l'analyse des paramètres neutroniques lors d'une déformation du cœur fera l'objet du quatrième et du cinquième chapitre.

Dans le chapitre 4, un schéma de calcul neutronique basé sur la méthode de projection de maillage sera proposé afin d'évaluer l'impact de plusieurs types de déformations (flexions, arcures et translations des assemblages) sur la neutronique.

Le schéma proposé s'appuie sur les codes ERANOS (BISTRO, H3D et VARIANT) (pour la résolution en géométrie 2D-RZ et hexagonal 2D/3D de l'équation de diffusion et du transport P_N et SP_N) et sur le solveur SNATCH (transport S_N).

Les résultats issus de l'analyse d'une déformation de type gerbage du cœur seront aussi comparés avec ceux obtenus à l'aide du code Monte Carlo TRIPOLI4.

Les modules de calcul de perturbations exactes de ERANOS seront utilisés à la fois pour la validation la modélisation analytique des causes de la variation de réactivité, et de l'impact de la position de l'assemblage déplacé sur une telle variation.

Un deuxième schéma basé sur la transformation géométrique du maillage de calcul, fera l'objet du chapitre 5.

Ce schéma a été implémenté pour le solveur S_N SNATCH, initialement prévu pour la résolution de l'équation de Boltzmann pour des mailles régulières. En particulier, la possibilité de résoudre l'équation de Boltzmann avec la méthode des éléments discontinus de Galerkin pour des mailles déformées a été introduite dans le cadre de cette thèse.

De manière analogue à la méthode précédente, les résultats des déformations test ont été comparés avec succès soit aux résultats TRIPOLI4 soit à ceux obtenus par la méthode de projection de maillage.

Finalement, dans le sixième chapitre une méthodologie innovante pour l'analyse de l'impact des déformations en phase de conception des cœurs des RNR-Na sera proposée.

Chapitre 1

Les Réacteurs Rapides au Sodium

Ce bref chapitre a comme objectif premier une rapide présentation du contexte dans lequel cette thèse et ce manuscrit s'inscrivent : *les réacteurs rapides refroidis au sodium*.

Les principales exigences relatives au fonctionnement et à la sûreté des réacteurs nucléaires de nouvelle génération sont décrites.

Ensuite on détaillera comment les concepteurs des cœurs des RNR-Na déclinent ces exigences en objectifs de conception sur la base du retour d'expérience sur l'exploitation des précédents prototypes de cette filière.

Parmi ces objectifs de conception, on montrera que l'évaluation de l'impact des déformations du cœur sur sa stabilité retient particulièrement l'attention, ce sera aussi l'objectif des présents travaux de thèse.

Chapitre 1: Les Réacteurs Rapides Au Sodium	21
1.1. La Reprise de l'Énergie Nucléaire	22
1.2. L'intérêt des Réacteurs Nucléaires à Neutrons Rapides	24
1.3. Technologie RNR-Na	26
1.3.1. Pourquoi le Sodium	27
1.3.2. Les RNR-Na en France et dans le Monde	28
1.4. Principes de Conception et Sûreté des Cœurs RNR-Na	30
1.4.1. Comportement Naturel du Cœur dans le cas de Transitoires Accidentels	31
1.4.2. Les Transitoires Consécutifs aux Défauts de Refroidissement du Cœur	32
1.4.3. Les Transitoires Consécutifs à une insertion de Réactivité	33
1.5. Conclusions	37

1.1 La Reprise de l'Énergie Nucléaire

Si l'énergie nucléaire a été caractérisée par un départ fulgurant dans l'immédiat après-guerre, avec l'espoir de représenter une source d'énergie durable et compétitive nécessaire à la reprise économique des pays ayant participé au conflit, elle a aussi connu un brutal coup d'arrêt dans les années 80 et 90 suite au fort impact des accidents de Three Miles Island (1979) et de Tchernobyl (1986) puis de Fukushima (2011) sur l'opinion publique.

La récente prise de conscience collective concernant le couplage inévitable entre la nécessité de réponse aux besoins énergétiques de notre génération, et celle du respect et de la préservation de l'environnement a mis désormais en évidence l'exigence d'exploitation de sources d'énergie *propres* caractérisées par des émissions réduites (ou inexistantes) de gaz à effet de serre.

En conséquence de sa compétitivité et de l'absence d'émissions carbonées dérivant de son exploitation, l'énergie nucléaire a été donc revalorisée et son intérêt rétabli.

Cette relance du nucléaire se traduit en une consommation accrue d'uranium, ce qui amène la plupart des pays à s'intéresser à des systèmes de nouvelle génération dans une perspective de développement durable et à long terme [1]. En particulier la capacité, offerte par ces systèmes, à valoriser les stocks de plutonium produits par le parc à eau pressurisée devrait permettre le développement de cette filière à moyen terme.

En 2001, afin d'instaurer une coopération internationale dans le cadre du développement des systèmes nucléaires de nouvelle génération le *Forum International Génération IV (Generation IV International Forum-GIF)* a été institué [2] [3]. En Fig. 1 sont reportées les principales étapes de l'histoire des réacteurs nucléaires à fission et les concepts de réacteur qui les caractérisent.

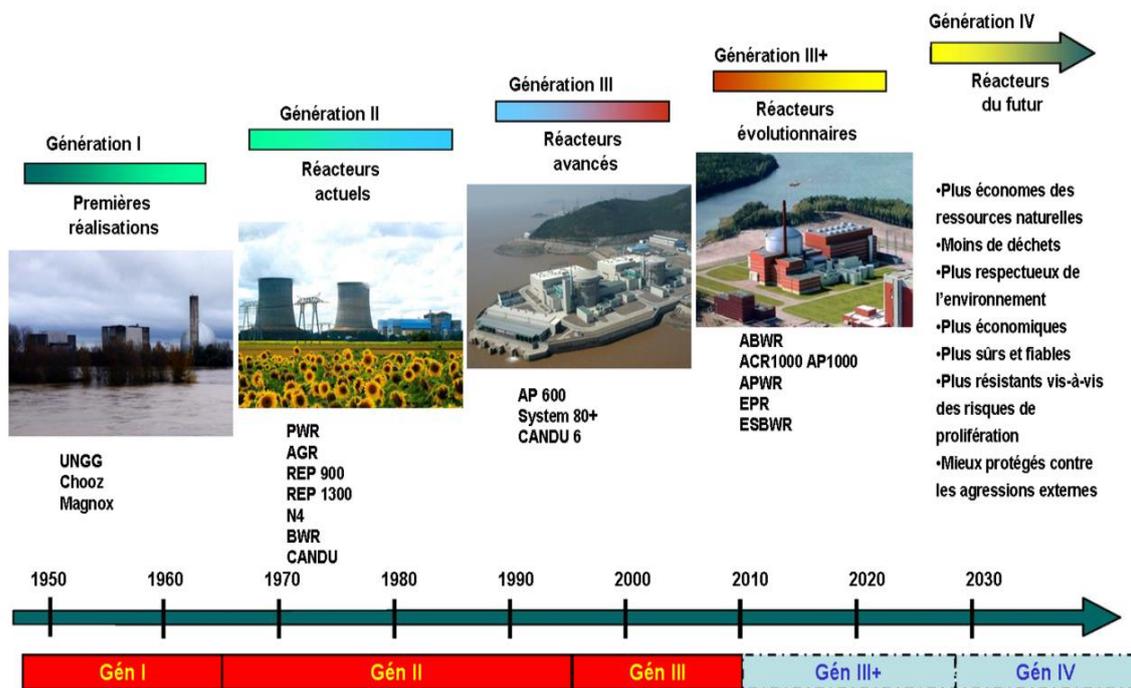


Figure 1: Les étapes du développement de l'énergie nucléaire.

Ce forum propose une coopération internationale de R&D afin de mettre en commun les efforts des douze pays participants avec l'objectif de développer une nouvelle génération de systèmes nucléaires.

Plus en détail, la mission que ce forum propose concerne donc la sélection et le développement des futures systèmes de production nucléaire à l'horizon 2030-2035, en intégrant les critères du développement durable, et de nouvelles exigences avec notamment :

- amélioration de la sûreté du réacteur par rapport aux technologies précédentes;
- meilleure résistance à la prolifération;
- optimisation des déchets nucléaires;
- optimisation de l'exploitation des ressources naturelles;
- réduction des coûts de construction et d'exploitation des réacteurs;

ainsi que d'identifier les technologies et les concepts de réacteurs retenus les plus prometteurs dans le cadre de la satisfaction de ces critères. Six concepts ont finalement été retenus pour la phase de recherche et développement, en conséquence de leur aptitude à respecter les critères établis et en fonction des activités spécifiques qui peuvent être envisagé par leur exploitation.

Table 1: Concepts de réacteurs développés dans le cadre du GIF.

<i>Acronyme</i>	<i>Concept de Réacteur</i>	<i>Spectre Énergétique des Neutrons</i>
VHTR	Réacteur à Très Haute Température	Thermique
RSF	Réacteur à Sels Fondus	Rapide
RNR-Pb	Réacteur à Neutron Rapides à caloporteur Plomb	Rapide
RNR-Na	Réacteur à Neutron Rapides à caloporteur Sodium	Rapide
RNR-gaz	Réacteur à Neutron Rapides à caloporteur gaz	Rapide
RESC	Réacteur à Eau Supercritique	Thermique

Parmi les différents concepts proposés, la France a fait le choix de développer un réacteur à neutrons rapides à caloporteur sodium forte de l'expérience de la filière RNR-Na acquise (§1.3.2) [4] et du retour d'expérience de la dizaine de RNR-Na ayant fonctionné ou étant en service dans le monde.

Dans le détail, le gouvernement français prévoit une première phase de R&D avec pour objectif l'identification des possibles innovations et améliorations de concepts exploités dans le passé, afin d'atteindre la mise en service d'un prototype industriel de RNR-Na, à l'horizon 2040 (§1.3.2).

1.2. L'intérêt des Réacteurs Nucléaires à Neutrons Rapides

Le fonctionnement des réacteurs nucléaires se base sur l'entretien et le contrôle de la réaction de fission en chaîne. La fission est la propriété qui caractérise les noyaux des éléments de la famille des actinides (notamment de l'Uranium et du Plutonium) de se scinder en noyaux plus légers (*appelés produits de fission –PF*) après interaction avec un neutron (Fig. 2).

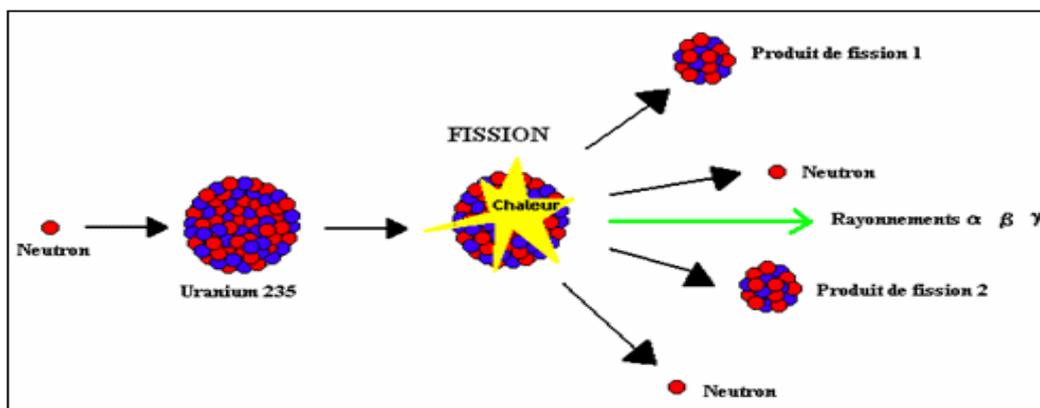


Figure 2: Réaction de fission nucléaire.

On parle de *réacteurs nucléaires à neutrons rapides* (RNR) si la réaction en chaîne est entretenue par les fissions induites par des neutrons qui sont peu ralentis et qui ont une énergie moyenne encore de l'ordre du MeV, contrairement aux *réacteurs nucléaires à neutrons thermiques* (RNT) où les neutrons sont ralentis par collisions avec les atomes du modérateur jusqu'à l'atteinte de l'énergie thermique (0,02 eV) (Fig. 3).

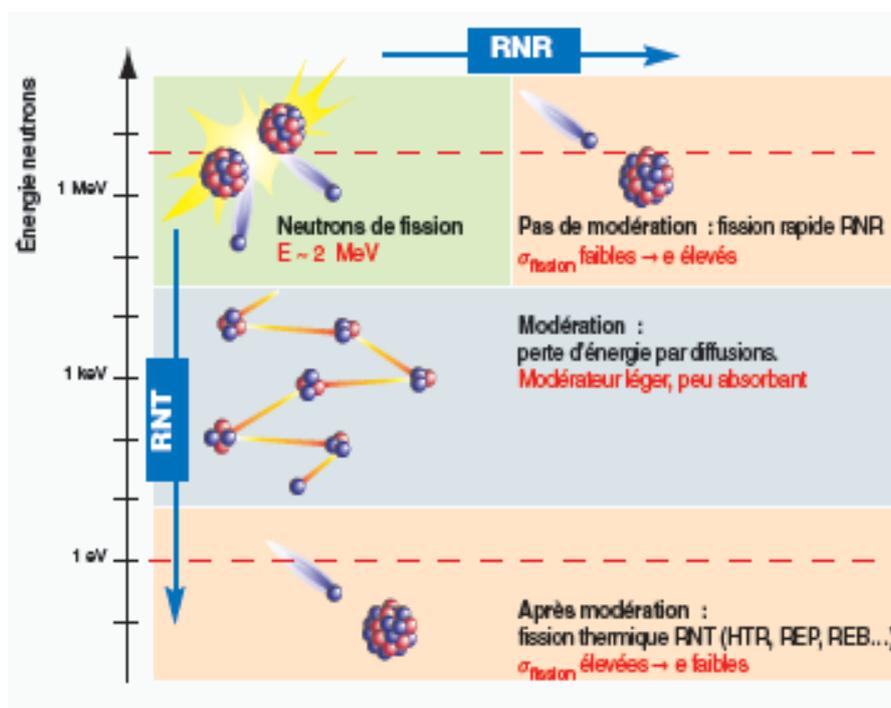
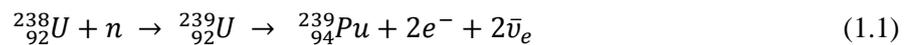


Figure 3: Principes de fonctionnement des filières RNR et RNT.

Parmi les avantages des RNR, deux sont particulièrement intéressants et prometteurs :

- ***Le recyclage du plutonium et l'utilisation de l'uranium***

La technologie RNR permet à la fois l'exploitation des ressources d'uranium, y compris l'uranium appauvri mais également le Plutonium issu du processus de retraitement du combustible *brulé* dans le parc nucléaire actuel. En France, le déploiement de la filière rapide permettrait le recyclage des stocks d'uranium appauvri ainsi que des ressources plutonifères [4] [5] issus du parc actuel (*filière de réacteur à eau légère REL*) en permettant la production d'énergie pendant de longues périodes sans l'utilisation d'uranium naturel.



En fait, si la transformation d'Uranium-238 (fertile) en Plutonium-239 (fissile) par capture neutronique (1.1) est bien possible dans toutes les régions du spectre énergétique des neutrons, et notamment dans la filière des *réacteurs à eau sous pression (REP)*, les isotopes du plutonium fissionnent plus efficacement sous l'irradiation de neutrons rapides, en assurant un bilan neutronique très excédentaire et en permettant à la fois d'entretenir la réaction en chaîne et de convertir la matière fertile en matière fissile [6] [7].

L'efficacité d'un réacteur nucléaire à utiliser l'uranium fertile afin de produire de la matière fissile est formulée en termes de taux de conversion T , rapport entre la masse de matière fertile transformée et celle de matière fissile consommée.

On déduit le gain de régénération G (production nette d'atomes fissiles) comme la différence entre le taux de conversion et T .

En fonction de la valeur de G on peut définir deux catégories de réacteurs nucléaires.

Quand la quantité de matière fissile consommée correspond la quantité de matière fissile produite ($G = 0$), on parle de réacteur *iso-générateur*.

Au contraire un réacteur *surgénérateur* est caractérisé par un excès de masse fissile produite ($G > 0$) et donc théoriquement le concept de surgénération pourrait être exploité afin de produire une quantité de matière fissile suffisante pour garantir la mise en service d'un nouveau réacteur suite au retraitement des combustibles et des couvertures fertiles.

La capacité des RNR à consommer la totalité des ressources en uranium et surtout à valoriser le plutonium ainsi que les possibilités de transmutation d'une part déterminante des déchets ultimes offre ainsi des perspectives industrielles pour cette filière dans un contexte où il est indispensable d'une part d'avoir une assurance vis-à-vis du risque de pénurie des ressources conventionnelles en uranium connues à ce jour et d'autre part de disposer de possibilités technologiques pour le retraitement des déchets nucléaires [8] [9].

Un scénario caractérisé par un progressif remplacement du parc REL (caractérisé par un gain de régénération négatif et un nombre limité de recyclages), en faveur du déploiement de la filière RNR assurerait l'optimisation de l'exploitation des ressources naturelles et donc la réduction des coûts du combustible et du cycle.

- ***L'optimisation des déchets***

Une fois irradiés, les combustibles de type dioxyde d'uranium (UOX) utilisés dans la filière REL contiennent l'uranium non consommé, les PF et le plutonium produit sous irradiation, mais aussi du

neptunium, de l'américium et du curium. En particulier, ces derniers sont dits actinides mineurs (AM) et constituent des déchets nucléaires à haute activité et à vie longue (HAVL).

En France, après retraitement du combustible irradié, qui consiste en la séparation des isotopes fissiles et fertiles des PF et des AM, ces deux derniers sont conditionnés dans des colis de verres. Une stratégie de séparation et recyclage des AM permettrait une réduction très significative de la radiotoxicité des déchets, en permettant d'atteindre le niveau de radiotoxicité de l'uranium naturel après 300 ans.

Le recyclage des actinides mineurs en réacteur, autrement dit *transmutation*, devient en fait possible dans les réacteurs à neutrons rapides. Comme cela est montré en Fig. 4 les rapports de probabilité (en termes de section efficace) de fission sur capture des principaux isotopes des AM, sont considérablement plus favorables en spectre rapide qu'en spectre thermique, et permettraient de recycler ces isotopes en les fissionnant [8] [9].

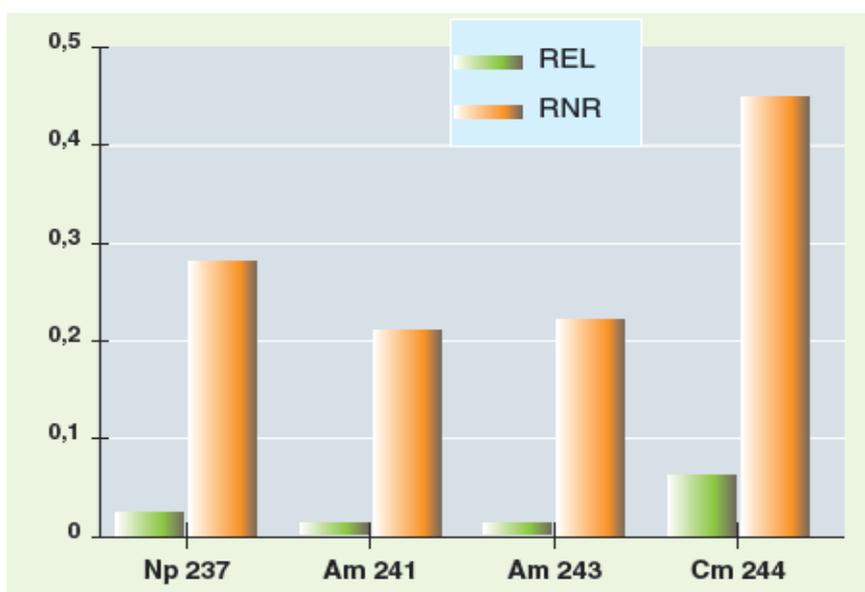


Figure 4: Rapports entre les sections efficaces de fission et capture des AM.

Les réacteurs rapides représentent donc le complément idéal au parc réacteur actuel, capable à la fois d'optimiser le cycle du combustible et d'assurer un nucléaire durable.

1.3. La Technologie RNR-Na

Le choix du caloporteur est structurant lors de la conception des réacteurs. Celui-ci est issu d'un compromis en regard de ces avantages et inconvénients en phase de conception.

Notamment le caloporteur choisi doit assurer l'extraction de la chaleur produite dans le cœur, le transfert de cette chaleur vers le système de conversion d'énergie ou vers un système qui puisse l'exploiter directement (cycle thermodynamique direct), tout en assurant la sûreté du cœur en garantissant une bonne inertie thermique ainsi qu'une faible détérioration des matériaux de structure.

Pour les RNR, ces objectifs doivent être respectés afin que le phénomène du ralentissement des neutrons soit limité afin de garantir un spectre rapide. Pour ces raisons, depuis les premières expériences de conceptions de réacteurs à neutrons rapides, les métaux liquides se sont avérés être les candidats les plus prometteurs.

En particulier :

- Le plomb liquide (*Pb*) et l'eutectique plomb-bismuth (*Pb-Bi*) ;
- Le sodium liquide (*Na*).

1.3.1. Pourquoi le Sodium ?

Le choix du sodium parmi les réfrigérants éventuels pour les réacteurs rapides, présente des avantages considérables, soit d'un point de vue de la sûreté du réacteur soit par rapport aux performances qu'il peut garantir.

- Il s'agit en fait d'un très bon conducteur thermique dont les propriétés hydrauliques se rapprochent considérablement de celle de l'eau^a. Sa nature non modératrice le rend compatible avec l'exigence d'un spectre neutronique rapide tout en permettant une densité de puissance élevée ;
- il se maintient à l'état liquide à la pression atmosphérique entre 98° C et 900° C en permettant de garantir de larges marges en fonctionnement avant l'ébullition ($\cong 350^\circ C$). Le sodium entre dans le cœur à 400°C et sort à 550°C [4].
- il s'agit d'un matériau très répandu et relativement peu onéreux qui à son état pur n'interagit pas les aciers inoxydables^b.
- La possibilité de concepts de réacteurs type piscine (*pool-type* en opposition au concept à boucle *loop-type*) permet une évolution lente des températures garantie par la grande inertie thermique de la masse totale de sodium et par les effets bénéfiques des contre-réactions thermiques.

Malheureusement, l'emploi du sodium présente également certains désavantages [4] :

- il réagit fortement avec l'air, l'eau ou le béton et produit lors de ces réactions des dégagements d'hydrogène qui au contact avec l'air peuvent exploser;
- il interagit chimiquement avec le combustible de type oxyde aggravant les conséquences d'une rupture des gaines (confinement primaire);
- les équipements sont difficilement exploitables en raison de l'opacité du sodium et de sa température de gel élevée entraînant l'obligation d'un maintien en température (180°C) et des manutentions en aveugle.

^a Le plomb liquide (*Pb*) et l'eutectique plomb-bismuth (*Pb-Bi*) présentent une densité très élevée qui rend la possibilité de réaliser des cœurs de puissance significative problématique.

^b Cet aspect rend le sodium particulièrement attractif par rapport au plomb liquide qui peut corroder et éroder les structures métalliques dont les gaines. Pour les RNR-Pb, afin de prévenir la corrosion des structures métalliques (dont les gaines), des techniques de protection sophistiquées dont le contrôle de la teneur d'hydrogène et d'oxygène en dilution sont nécessaires. Cette corrosion limite le temps de séjour des éléments combustibles et dont impacte sérieusement la performance des RNR-Pb.

1.3.2. Les RNR-Na en France et dans le Monde

L'histoire des réacteurs au sodium commence en Idaho aux États-Unis, où en 1951 le réacteur EBR-1 a été le premier réacteur nucléaire à produire de l'électricité. Il s'agissait d'un réacteur refroidi par un alliage de sodium et potassium (NaK) liquide à pression atmosphérique et à température ambiante, et caractérisé par une neutronique robuste issue de l'expérience acquise à Los Alamos suite à l'exploitation de CLEMENTINE, réacteur rapide de recherche refroidi au mercure [4].

En raison des capacités de surgénération de cette filière et des retours positifs des expériences américaines, d'autres pays se sont dotés très tôt d'un programme de RNR-Na, où l'alliage sodium-potassium a été très tôt remplacé par du sodium liquide.

Dans les deux décades suivantes, avant que la filière REL devienne très compétitive, des concepts de RNR-Na ont été proposés en Russie (BR 5 / BR 10 en 1958 et BOR 60 en 1968), au Royaume-Uni (DFR en 1961) en France et au Japon (JOYO en 1977) [4] [10].

Le développement de la filière suit la même démarche dans tous les pays qui ont choisi de concrètement considérer l'option RNR-Na au sein de leur parc nucléaire. En particulier cette démarche s'articule en trois étapes qui concernent la construction de :

1. un réacteur expérimental de recherche ;
2. un réacteur démonstrateur, représentatif des caractéristiques et des systèmes d'exploitation du prototype industriel envisagé ;
3. un réacteur industriel finalisé pour la production d'électricité.

Avec la Russie (BN-600 et BN-800) [11], la France est jusqu'à maintenant le seul pays où un prototype industriel de RNR-Na (SUPERPHÉNIX) a été construit, grâce aux compétences acquises par l'exploitation du réacteur expérimental RAPSODIE et du réacteur démonstrateur PHÉNIX.

1. RAPSODIE

RAPSODIE est une pile d'une puissance de 20 MWth (ensuite 40MWth) conçue à Cadarache en 1957 par le département des études de pile du CEA. Son fonctionnement va de 1967 jusqu'à avril 1983. Le réacteur était bâti sur le principe du concept à boucle et sans générateur de vapeur. L'objet principal de cette pile concernait principalement le comportement du cœur et l'exploitation du combustible oxyde.

2. PHÉNIX



PHÉNIX a été le démonstrateur français nucléaire de la filière nucléaire à neutrons rapides et à caloporteur sodium, conçu pour générer une puissance électrique de 250 MWe et situé sur le site nucléaire de Marcoule. Phénix a été construit en 1968 et a divergé le 31 août 1973.

Le retour d'expérience accumulé suite aux 36 ans d'exploitation conjointe de la centrale par le CEA et EDF a permis le développement des compétences dans la technologie RNR-Na ainsi que des premiers travaux de recherche sur la transmutation des actinides mineurs.

3. SUPERPHENIX (SPX)

Démarré en 1985, SUPERPHENIX est un concept RNR-Na intégré d'une puissance de 1200 MWe définitivement arrêté en 1998 suite à quelques difficultés techniques et administratives qui ont entraîné un certain nombre de périodes d'arrêt pour le réacteur.

L'arrêt de SUPERPHENIX s'inscrit dans une logique d'abord économique mais surtout politique, qui a été prise indépendamment de l'avis des autorités de sûreté (Autorité de Sûreté Nucléaire - ASN) favorable sur la poursuite de son fonctionnement.

Néanmoins, malgré l'arrêt prématuré de la centrale, un important retour expérimental a pu être capitalisé sur la physique des grands cœurs et a permis de démontrer la viabilité de la filière.



Dans le cadre du développement des systèmes nucléaires de nouvelle génération (GIF), forte de l'expérience RNR-Na acquise avec les réacteurs susmentionnés et du retour d'expérience des réacteurs refroidis au sodium ayant fonctionnés dans le monde, la France a fait le choix de développer cette technologie. De même que pour le développement des RNR-Na dans le passé, la stratégie française de conception des réacteurs de nouvelle génération prévoit d'abord une première phase de R&D sur cette technologie afin d'en améliorer les performances et les paramètres de sûreté, suivi par la construction d'un prototype industriel.

4. ASTRID (*Advanced Sodium Technological Reactor for Industrial Demonstration*)

La conception et la construction du prototype nommé ASTRID (Fig. 5), a comme objectif essentiel la démonstration à l'échelle industrielle des avancées technologiques qui qualifient les options innovantes retenues dans les domaines de progrès identifiés par le GIF pour les RNR-Na de nouvelle génération.

Parmi eux, en phase de R&D et préconception, l'attention sera portée principalement sur :

- le renforcement des systèmes de sûreté par rapport aux réacteurs au sodium précédemment exploités, soit par prévention des accidents graves soit au titre de la défense en profondeur (defence-in-depth approach) ;
- la réduction des risques liés aux fuites de caloporteur (interactions eau-sodium et sodium-oxygène) ;
- l'amélioration des capacités de transmutation des actinides mineurs dans le cadre de la gestion des déchets radioactifs.
- la conception de cœur innovant afin d'obtenir un meilleur comportement naturel du cœur lors de situations accidentelles (*CFV-Cœur à Faible effet de Vide sodium*) [12] [13].

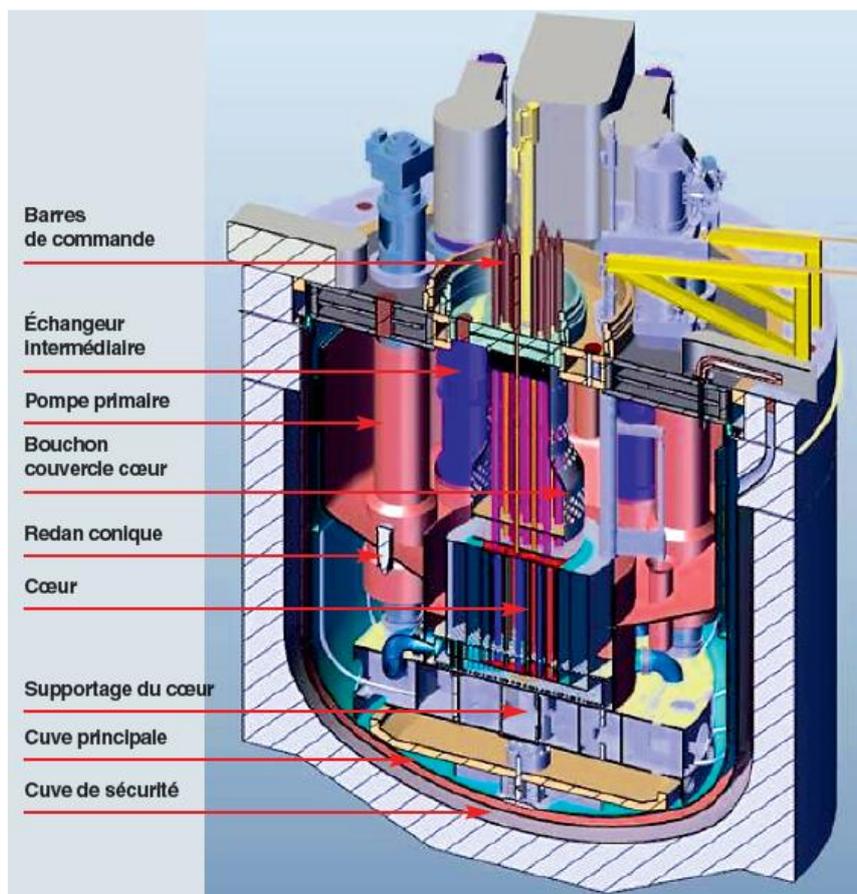


Figure 5: Schéma du réacteur ASTRID.

Enfin, afin d'être suffisamment représentatif des enjeux industriels, que ce soit au niveau du cœur ou de la chaudière, la puissance prévue pour le cœur est d'au moins 1500 MW_{Th} (soit 600 MW_e). Une description détaillée du concept CFV et de son comportement neutronique sera proposée dans le chapitre 6.

1.4. Principes de Conception et Sûreté des Cœurs RNR-Na

Bien qu'en termes environnementaux, le fonctionnement des réacteurs à neutrons rapides à caloporteur sodium a montré plusieurs avantages par rapport aux réacteurs à eau actuels, un certain nombre de techniques spécifiques ont dû être développées afin de comprendre et prévenir les incidents potentiels. Suite à l'expérience acquise au cours du fonctionnement et de l'exploitation des RNR-Na opérés dans le passé, certains choix de conception présentent un quasi-consensus et constituent désormais une sorte de référence sur laquelle les activités de R&D s'appuient en vue du futur développement de la filière. En particulier, l'analyse des possibles scénarios incidentels ont amené à l'identification des options de conceptions les plus favorables au respect des exigences de sûreté pour l'exploitation du réacteur. La phase de conception de designs de cœurs RNR-Na de caractère évolutif ou plus innovant vis-à-vis des cœurs étudiés par le passé est essentielle pour atteindre l'objectif d'une amélioration significative des performances et de la sûreté des RNR-Na.

Plusieurs aspects doivent être pris en compte en phase de conception :

- *fiabilité des systèmes de sécurité actifs* ;
- *la sûreté intrinsèque du réacteur* : le concept doit favoriser le comportement naturel du réacteur en cas de transitoires de réactivité (accidentels ou induits par les transitoires de puissance), de perte de débit primaire et de perte de source froide ;
- *maîtrise des transitoires et du comportement du réacteur en cas d'accident grave*, lors de défaillances et de mauvais fonctionnements des systèmes précédemment cités.

Plusieurs options relatives au niveau de puissance, à la nature du combustible, à la géométrie, aux composants du circuit primaire sont envisagées avec l'objectif de satisfaire ces exigences.

L'activité de conception consiste à étudier différentes configurations de cœurs susceptibles de satisfaire les objectifs définis pour le réacteur et d'en analyser les performances (ainsi que celles plus globales du réacteur) [14] [15] [16] [17] [18].

En particulier chaque concept du cœur est le résultat d'un compromis entre l'optimisation de performances et les exigences de sûreté requises au niveau du projet.

Par exemple, dans le cas du combustible de type MOX^c, le durcissement du spectre neutronique en cas de vidange du sodium (§1.4.3) se traduit par une augmentation de la réactivité qui peut être maîtrisée par un design approprié du cœur.

De même, le choix d'un cœur surgénérateur ou iso-générateur (§1.2) conditionne fortement le design des systèmes de contrôle de la réactivité afin de garantir l'exploitation du réacteur en toute sûreté.

En effet pour un cœur iso-générateur l'efficacité des moyens de contrôles peut être réduite en raison de la faible perte de réactivité au cours du cycle, ce qui est favorable en cas de remontée intempestive de barres.

1.4.1. Comportement Naturel du Cœur dans le cas de Transitoires Accidentels

L'état du cœur peut être modifié suite à un ou plusieurs événements prévus ou imprévus (événements initiateurs), et passer d'un régime stable (régime nominal de fonctionnement) à un régime transitoire de puissance et de température défini par une séquence accidentelle.

L'analyse de l'ensemble de ces transitoires accidentels pendant les phases de conception de cœur passe par l'étude de transitoires enveloppes dont on cherche à limiter les conséquences.

L'objectif de sûreté est de favoriser autant que faire se peut le comportement naturel du concept pendant les transitoires. Par comportement naturel du cœur, on entend le déroulement des transitoires accidentels sans intervention de systèmes de détection et de protection actifs (par exemple détection du dépassement d'un seuil de température déclenchant l'Arrêt d'Urgence par chute gravitaire des barres de commande). En cas d'échec, certains transitoires peuvent conduire à des dégagements énergétiques et radioactifs importants, suite à la dégradation de la structure du cœur, via la fusion des matériaux combustibles. Ces accidents, dénommés graves, peuvent être classés en deux grandes catégories :

- ***les accidents de défaut de refroidissement du cœur***

1. accidents par perte du débit d'alimentation en sodium primaire du cœur, comme l'accident d'arrêt des pompes primaires, l'accident par rupture de la liaison Pompe-sommier ou

^c MOX: Oxyde Mixte Uranium-Plutonium. Ce type de combustible est celui actuellement retenu en France comme référence pour la conception des RNR-Na.

l'accident de perte de la source froide (perte du débit secondaire). Ces accidents concernent l'ensemble du cœur ;

2. accidents locaux qui touchent un à quelques assemblages. Le plus pénalisant mais aussi le moins réaliste est l'accident postulé dit de Bouchage Total Instantané (BTI) d'un assemblage.

- **les accidents d'insertion de réactivité**

En particulier trois causes d'apport de réactivité sont étudiées :

1. *remontée intempestive d'une ou plusieurs barres de commande*; ceci peut être occasionné par un défaut du système contrôle commande, une défaillance humaine ou une malveillance ou encore un défaut de supportage du cœur ;
2. *vidange du sodium du cœur* : ce transitoire accidentel peut être associé à une ébullition du sodium résultante d'un défaut de refroidissement du cœur, ou être consécutif au passage d'un certain volume de gaz dans le cœur. Ce phénomène est particulièrement important pour les cœurs homogènes de grande taille (taille industrielle) qui présentent des coefficients de vidange positifs sur de grands volumes [12] ;
3. *déformations et compaction du cœur* : suite à une modification des jeux entre les assemblages. La compaction, en comblant tout ou partie des jeux inter-assemblages, conduit à un apport potentiel de réactivité important [19][20].

1.4.2. Les Transitoires Conséquents aux Défauts de Refroidissement du Cœur

On présente ici trois transitoires induits par des défauts des systèmes assurant le refroidissement du cœur, concernant respectivement le circuit primaire de refroidissement, les échangeurs de chaleur intermédiaires et les générateurs de vapeur, et les systèmes électriques nécessaires au bon fonctionnement des pompes des circuits primaires et secondaires.

Unprotected Loss Of Flow: ULOF

Suite à une perte du débit primaire la température du sodium augmente et par conséquent se dilate. La perte du débit peut être due à la perte de pompe primaire ou à une rupture du circuit primaire entre les pompes et le sommet du cœur.

Selon le design du cœur, la conséquente variation du niveau de puissance du cœur est fonction des phénomènes de contre-réactions de dilatation du sodium intervenant qui font alors varier la réactivité du cœur.

La variation de puissance engendre, d'une part, une variation de la température du combustible avec pour conséquence un effet Doppler immédiat et, d'autre part, une variation de la température des différents constituants du cœur et donc un changement des effets de dilatations.

Si la somme des contributions des contre-réactions ne provoque pas une baisse de la puissance dans le cœur et si le débit primaire n'est pas rétabli à un niveau suffisant (régime forcé ou en convection naturelle), le sodium peut atteindre sa température d'ébullition.

Si l'ébullition intervient dans des zones où l'effet de vidange est négatif sur le niveau de réactivité (périphérie du cœur généralement), la puissance du cœur est amenée à se stabiliser.

Dans le cas d'ébullition dans des zones à vidange positive, le cœur peut fondre suite à l'augmentation du niveau de puissance ce qui pourrait entraîner une phase de criticité prompte.

Unprotected Loss Of Heat Sink: ULOHS

La perte de débit secondaire, résultant par exemple d'une perte de pompe secondaire, d'une rupture du circuit, ou de la perte de source froide, induit une augmentation de la température du sodium en entrée du cœur et par conséquent une augmentation des températures des structures et du combustible.

La variation étant assez lente, les contre-réactions associées aux effets de dilatations avec des constantes de temps différentes pourront alors intervenir. La contre-réaction la plus favorable étant celle due à la dilatation du sommier.

Ces effets auront pour conséquences une diminution de la réactivité et de la puissance du cœur entraînant une baisse de la température du combustible. La diminution de la température du combustible engendre un effet Doppler positif qui a tendance à augmenter la réactivité du cœur.

La somme des différentes contributions des contre-réactions a pour effet de diminuer la réactivité jusqu'à ramener la génération de puissance à celle de la puissance résiduelle et le cœur en régime isotherme à la température d'étouffement neutronique.

Toutefois, l'ébullition du sodium peut être atteinte dans le cas de défaillance des systèmes d'extraction de puissance résiduelle du cœur.

Unprotected Loss Of Supply Station Power: ULOSSP

Une perte des systèmes électriques et l'indisponibilité des diesels de secours entraînent à la fois la perte du débit primaire et du secondaire.

Dans un premier temps, il se produit une perte rapide du circuit primaire avec un scénario de type ULOF.

Ensuite, la perte du circuit secondaire entraîne une augmentation de la température du sodium et un scénario de type ULOHS. Le niveau de puissance diminue jusqu'à la puissance résiduelle et la température du sodium augmente jusqu'à atteindre l'ébullition.

1.4.3. Les Transitoires Conséquents à l'Insertion de Réactivité

En cas de remontée intempestive de barres de contrôle, de passage de gaz dans le cœur ou de déformation du cœur, la variation de réactivité associée peut amener à une augmentation de la puissance produite dans le cœur (*Unprotected Transient Over Power: UTOP*).

La rapidité d'insertion de réactivité dépend du scénario pris en compte et joue en rôle important dans la définition et la compréhension des transitoires qui s'en suivent. En particulier elle dépendra de temps caractéristiques des contre-réactions liées aux phénomènes en jeu.

Insertion Rapide de Réactivité

En cas d'insertion rapide de réactivité, la puissance du cœur augmente significativement et entraîne une augmentation de la température du combustible.

Par conséquent l'effet Doppler^d associé aura tendance à diminuer la réactivité du cœur quasi-instantanément et donc contribuera à réduire l'augmentation de puissance initiale.

Dans le cas où le niveau de puissance locale pendant le transitoire augmente suffisamment, la température de fusion du combustible peut être atteinte ce qui peut entraîner une dégradation importante du cœur.

^d Une variation de température du combustible implique une modification de l'agitation thermique des atomes de la matière. Lors de l'interaction neutron-noyau, la vitesse du noyau cible due à l'agitation thermique est prise en compte dans la vitesse relative du neutron par rapport au noyau. Une variation de température du combustible entraîne donc une modification de la section efficace. Cet effet est de plus en plus important pour les sections d'absorption qui présentent des variations rapides de section efficace en fonction de l'énergie (par exemple l'Uranium-238).

Insertion Lente de Réactivité

Dans le cas où l'insertion de réactivité est assez lente, l'augmentation de température du cœur qui en résulte met en jeu un effet Doppler immédiat, et une variation du volume des milieux combustibles et structures par la dilatation thermique des matériaux du cœur.

Les contre-réactions associées à ces dilatations thermiques auront alors tendance à diminuer globalement la réactivité du cœur et à compenser l'insertion de réactivité alors que l'effet de la dilatation du sodium dépendra du design du cœur.

Pour limiter ces insertions de réactivité, la maîtrise des effets de vidange sodium et des déformations du cœur sur la neutronique, brièvement décrits ci-dessous, représente aujourd'hui un enjeu important pour la sûreté des cœurs RNR-Na [21] [22] [23].

L'effet de vidange sodium

La vidange d'une partie du sodium du cœur associé au passage d'une bulle de gaz ou à la possible ébullition locale du caloporteur entraîne une variation de réactivité, dont l'amplitude et le signe (insertion de réactivité positive ou négative) est la somme entre plusieurs composantes antagonistes :

1. la diminution de l'absorption neutronique : contrairement aux réacteurs thermiques, où la réduction de la densité du modérateur entraîne un durcissement du spectre et une diminution des fissions de l' ^{235}U et donc une réduction de la réactivité, pour les RNR la baisse des captures par le sodium comporte un effet défavorable en matière de sûreté;
2. la baisse des phénomènes de diffusions élastiques et inélastiques: le durcissement du spectre conséquence de la diminution des diffusions élastiques et inélastiques, et donc du ralentissement des neutrons entraîne une augmentation de la réactivité du cœur car à haute énergie plus de fissions sont produites relatives aux captures (pour les combustibles mixtes UPuO_2);
3. l'augmentation des fuites à la périphérie du cœur: le durcissement du spectre et l'absence du sodium augmente le libre parcours moyen des neutrons ce qui accroît la probabilité qu'ils fuient du cœur, en induisant une réduction de la réactivité.

Globalement négatif pour les cœurs de petite taille, l'effet vidange devient positif pour des cœurs de dimensions plus importantes en raison de la réduction des fuites neutroniques dans les régions périphériques.

Pour pallier cette difficulté sur les grands cœurs, plusieurs solutions peuvent être envisagées en jouant sur leur géométrie avec en particulier l'utilisation de concepts hétérogènes.

Dans le cadre du projet *ASTRID*, l'objectif de réduction de l'effet de vidange a été atteint grâce au concept *CFV* proposé par le CEA, AREVA et EDF en combinant des dispositions géométriques qui permettent une augmentation de la composante de fuite (Fig. 6).

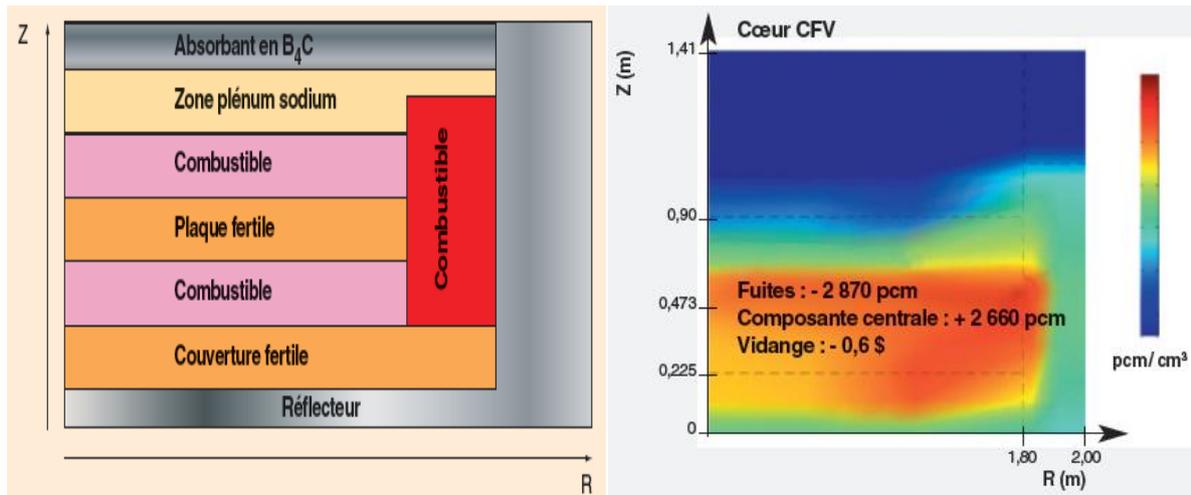


Figure 6: Représentation RZ d'un cœur de type CFV envisagé pour le réacteur ASTRID et répartition spatiale de l'effet vidange (régions combustibles et plénum sodium).

Les effets de déformation du cœur

Plusieurs causes peuvent entraîner une modification de la géométrie du cœur, avec des conséquences potentielles sur la réactivité. Lors des changements d'état de fonctionnement du réacteur, des dilatations différentielles s'opèrent entre les constituants du cœur (principalement les assemblages combustibles) d'une part et la structure porteuse qu'est le sommier d'autre part (effet sommier). A cet effet s'ajoute des dilatations radiales des tubes hexagonaux des assemblages qui peuvent varier axialement en raison de l'échauffement du caloporteur, et modifier les conditions de contact entre assemblages. Si celles-ci conduisent à exercer des efforts significatifs sur les assemblages, alors les assemblages peuvent se déformer et modifier localement ou globalement la géométrie du cœur comme montré sur la Fig.7 (effet plaquette).

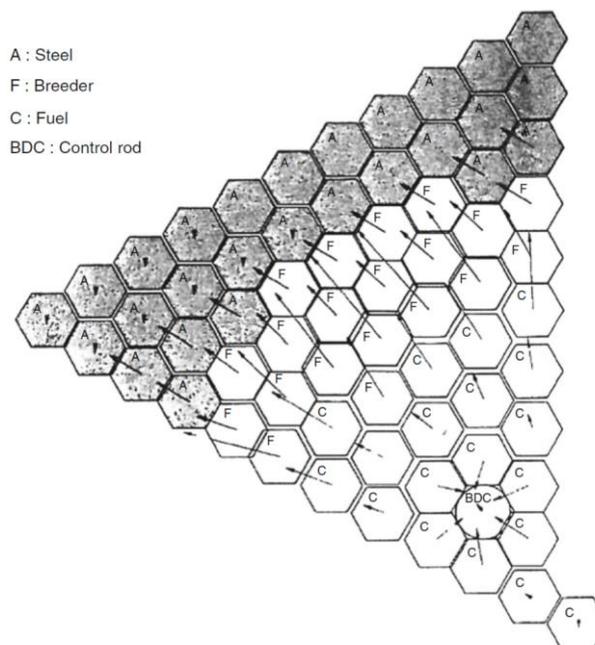


Figure 7: Exemple de modification locale du réseau d'assemblages pour un cœur de RNR-Na.

Des phénomènes plus lents, induits par l'irradiation (gonflement, fluage thermique et d'irradiation), peuvent aussi modifier la géométrie des assemblages et affecter celle du cœur dans son ensemble.

Il existe aussi des causes d'agression externe susceptibles de changer la compacité du cœur : on peut bien sûr citer le cas d'un séisme où les mouvements des assemblages peuvent être significatifs sur une période de plusieurs dizaines de secondes et générer des variations importantes de réactivités. Mais c'est aussi le cas de réarrangement spontané d'assemblages du cœur dans le cas où de l'énergie mécanique serait stockée dans des efforts de contacts et serait ensuite libérée par une modification de l'état thermique du cœur ou d'une sollicitation mécanique externe. Enfin on ne peut pas non plus exclure des scénarios hypothétiques d'agression externe comme le passage d'une onde de pression dans le cœur d'origine diverse (réaction chimique, libération d'un volume de gaz sous pression, changements de phases brutaux ...).

La description de la phénoménologie mécanique des déformations des assemblages et du cœur, ainsi que de leur impact sur les activités de conception du cœur, sera présentée dans le chapitre suivant.

L'analyse, la compréhension et la modélisation des phénomènes neutroniques induits par une déformation du cœur des RNR-Na sont donc des points clés dans l'analyse de sûreté et figurent parmi les objectifs de ces travaux de thèse. Ils seront traités en détail dans les prochains chapitres de ce manuscrit.

1.5. Conclusions

Un bref aperçu de la technologie RNR et en particulier des réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium a été présenté.

Les principaux avantages liés de la filière RNR par rapport à ceux des réacteurs thermiques ont été présentés, avec une attention particulière pour ce qui concerne les objectifs proposés au sein du GIF pour le développement futur du nucléaire civil.

Entre les différents concepts des réacteurs à neutrons à spectre rapide, les réacteurs à caloporteur sodium présentent le meilleur niveau de maturité acquis depuis les premiers concepts dans les années 60 et permettront de répondre aux principales exigences de sûreté nécessaires au développement des futurs réacteurs de cette filière.

Parmi ces exigences, l'évaluation précise de l'impact d'éventuelles déformations du cœur et des assemblages sur la réactivité fait partie des défis que les ingénieurs doivent relever en phase de conception du cœur.

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans l'élaboration et l'évaluation de schémas de calcul neutroniques déterministes permettant l'étude des cœurs déformés.

Pour ce faire les thématiques suivantes seront abordées dans les prochaines sections de ce manuscrit :

- un état de l'art des schémas de calcul neutronique dédiés à l'évaluation de l'impact des déformations du cœur (chapitre 2);
- la proposition d'un modèle analytique afin d'identifier les phénomènes neutroniques concourant aux variations de réactivité lors d'une déformation du cœur (chapitre 3);
- le développement et la validation des schémas de calculs basés sur la méthode projection du maillage (chapitre 4) et sur la méthode de transformation géométrique du maillage (chapitre 5);
- la comparaison des performances des méthodes proposées et leur application à des cas tests de déformations de cœurs (chapitre 6).

Chapitre 2

Les Déformations du Cœur : Modélisation Neutronique

Il a été montré précédemment que l'évaluation de l'impact d'une déformation quelconque du cœur sur la neutronique et sur la sûreté du cœur est nécessaire lors de la phase de conception.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les mécanismes de déformations auxquelles le cœur et les assemblages sont soumis, ainsi que les principaux schémas de calcul neutroniques utilisés pour en décrire le comportement neutronique.

Après avoir brièvement mentionné les principaux mécanismes concourant à la mécanique d'un cœur de RNR-Na, l'attention sera portée sur les hypothèses et les limitations qui sont utilisées aujourd'hui dans l'analyse neutronique des cœurs déformés.

En particulier les avantages et les inconvénients liés à l'usage de méthodes déterministes ou stochastiques pour la résolution de cette tâche seront présentés.

Pour conclure, une description des éléments d'innovation que ce travail de thèse se propose d'apporter aux schémas déterministes dédiés à la simulation des cœurs déformés est proposée.

Chapitre 2: Les Déformations du Cœur : Modélisation Neutronique	39
2.1. Les Cœurs des Réacteurs à Neutrons Rapides	40
2.2. Évaluation des Déformations du Cœur lors de la Conception	42
2.3. Mécanismes de Déformation du Cœur et des Assemblages	43
2.4. Les Outils de Calcul Existants	47
2.4.1. Évaluation en Deux Étapes	48
2.4.2. Évaluation Directe de la Réactivité des Cœurs Déformés	50
2.4. Modèles Neutronique Déterministes et Stochastiques	54
2.5. Conclusions	58

2.1 Les Cœurs des Réacteurs à Neutrons Rapides

Parmi les objectifs proposés par le GIF (§1.1), les requis et les contraintes de sûreté, l'optimisation des déchets nucléaires, de l'exploitation des ressources et des coûts du combustible jouent un rôle très important dans le cadre du développement des réacteurs nucléaires de nouvelle génération en phase de conception de leurs cœurs.

Afin d'obtenir une densité de puissance de matière fissile aussi grande que possible, les cœurs de RNR-Na adoptent une géométrie d'assemblage constituée d'un tube hexagonal dans lequel est inséré le faisceau de crayons, avec un arrangement en réseau triangulaire (Fig. 8). En raison de leur diamètre (largement inférieur au diamètre des crayons de crayons REP), pour les RNR-Na on parle d'*aiguilles* [4].

Par rapport au réseau carré normalement utilisé pour les assemblages REP, le réseau triangulaire garantit en fait une fraction volumique de combustible plus importante dans le cœur, ce qui permet d'obtenir un meilleur taux de conversion ($^{238}\text{U} \rightarrow ^{239}\text{Pu}$ ou gain de régénération) ainsi que de bonnes propriétés neutroniques. Tout cela n'est possible qu'à cause des bonnes propriétés de transfert de chaleur du sodium.

Suite à la nécessité de pouvoir manipuler le combustible malgré les déformations thermiques et d'irradiation conséquentes au fonctionnement du réacteur, les jeux entre les assemblages est assurée et garantie par la présence de plaquettes qui permettent d'accommoder les déformations tout en garantissant une géométrie compacte en fonctionnement nominal.

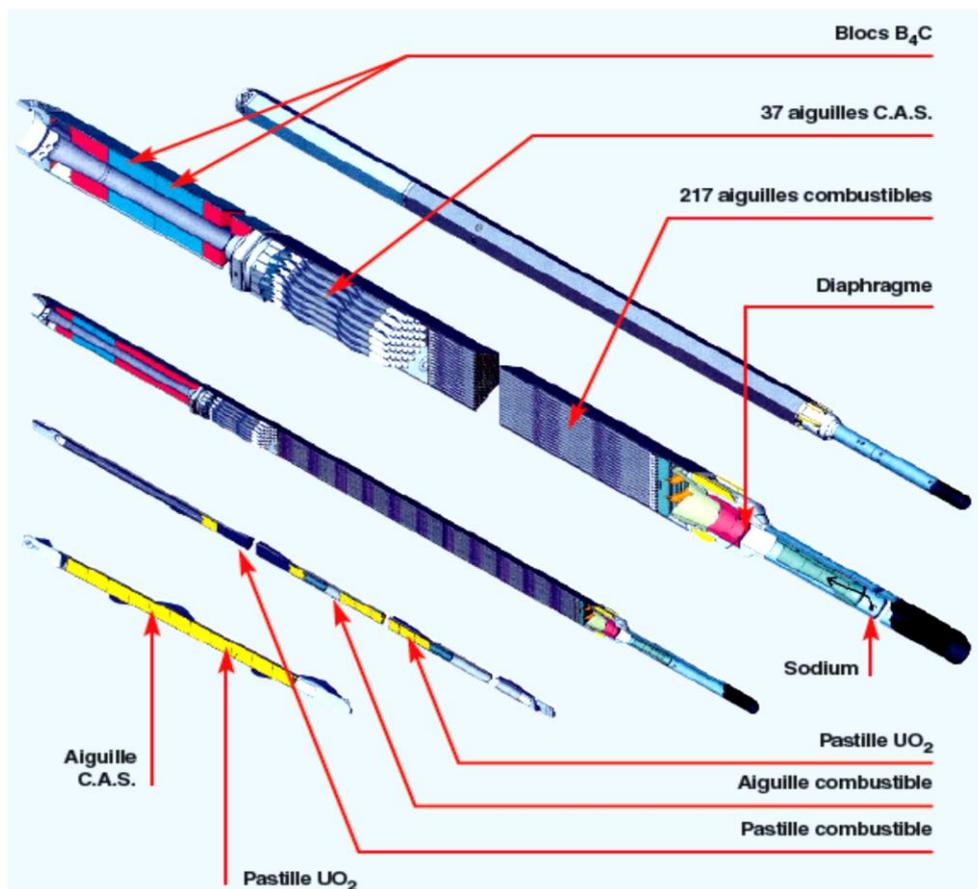


Figure 8 : Vue d'ensemble d'un assemblage combustible pour un RNR-Na (PHENIX).

Vis-à-vis de ces objectifs, afin de maximiser le taux de conversion et donc le gain de régénération (§1.2), l'architecture des cœurs des RNR-Na (et des RNR en général) prévoit la présence des assemblages pour lesquels les crayons de combustible fissile sont remplacés par des crayons *fertiles*. Ces assemblages *fertiles* peuvent être positionnés dans les couronnes du réseau plus externes à celles normalement occupés par le fissile (on parle de *couverture fertile radiale /radial blanket*, par exemple le cœur de PHENIX), ou *in-core* entre les assemblages fissiles (ASTRID-CFV) [24].

En plus, pour certains réacteurs chaque assemblage combustible est caractérisé par de fortes hétérogénéités axiales liés à la disposition de crayons fissiles entre les régions de crayons fertiles, normalement dénommées *couverture axiale supérieure/inférieure (CAS/CAI)*.

Les empilements de pastilles combustibles (oxyde mixte d'uranium et de plutonium MOX dans la conception française) et fertiles sont enfermés dans des aiguilles étanches en acier, chacune est entourée par un fil hélicoïdal (Fig. 9) qui permet d'améliorer le refroidissement par le sodium et donc d'augmenter les échanges thermiques, ainsi que d'éviter les points chauds par contact entre aiguilles. Les aiguilles sont ensuite placées dans un tube hexagonal (TH) en acier, permettant de canaliser le sodium autour des aiguilles et d'éviter des écoulements transverses entre assemblages.

Le TH est soudé sur un pied d'alimentation qui est lui-même fixé à une structure du réacteur appelée « sommier » qui permet à la fois le support du réseau assemblages et l'alimentation en sodium des assemblages.

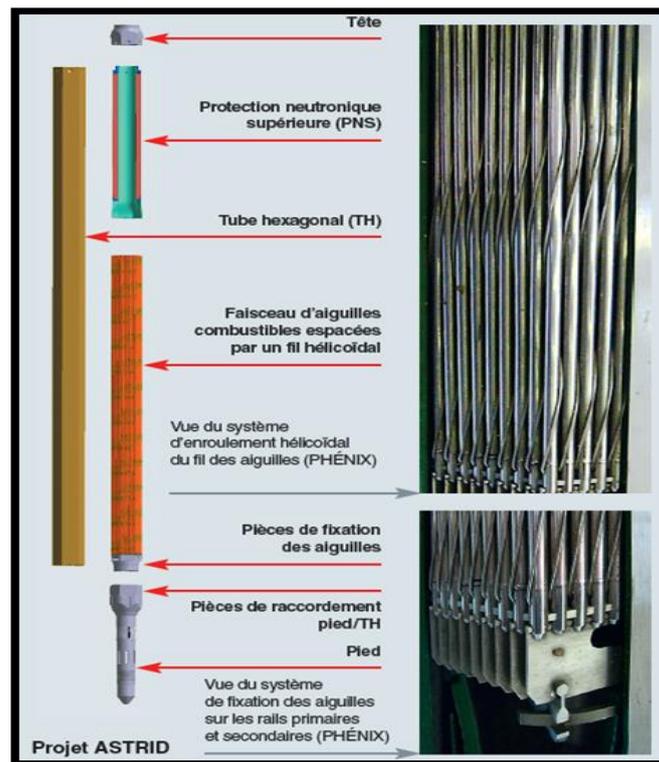


Figure 9 : Structure d'un assemblage combustible pour un RNR-Na.

En effet, au niveau du pied, chaque assemblage est doté d'un diaphragme qui contrôle la perte de charge de chaque assemblage et est nécessaire à l'homogénéisation de la nappe d'échauffement du sodium en sortie du cœur.

La tête de l'assemblage est généralement composée d'une protection neutronique supérieure (PNS) en matériaux neutrophages pour protéger les structures supérieures de la cuve de l'irradiation neutronique, et prévenir de l'activation des matériaux ou dégâts structuraux importants.

Chaque face du tube hexagonal est dotée de plaquettes en acier qui garantissent un écartement minimum entre assemblages et limitent la compaction du réseau en fonctionnement nominal.

En phase d'arrêt (conditions à froid), en raison des dilatations thermiques différentielles entre TH et sommier, un jeu plus important est présent entre les plaquettes des assemblages voisins, ce qui permet de manœuvrer les assemblages sans effort important.

Ce type de conception permet d'avoir un réseau d'assemblage relativement compact en régime de fonctionnement nominal.

2.2 Évaluation des Déformations du Cœur lors de la Conception

La démonstration de sûreté des RNR-Na repose en partie sur la garantie que l'on puisse évaluer de manière fiable la réactivité consécutive à un réarrangement des assemblages du cœur qu'il soit naturel (dilatations thermiques, déformation sous irradiation), spontané (blocage/déblocage incidentel entre assemblages), ou induit par un chargement extérieur comme un séisme.

En particulier, lors d'un séisme ou en cas d'autres événements dynamiques, la géométrie du réseau d'assemblages peut être modifiée suite aux déplacements relatifs des assemblages, avec des conséquences sur la réactivité du cœur [4] [19] [24].

Pour limiter ces effets, la conception du cœur peut conduire à évaluer l'utilisation de dispositifs anti-compaction et de maintien du cœur, ainsi que le choix des matériaux particuliers pour les tubes hexagonaux. Ces choix peuvent modifier sensiblement les effets qu'une déformation du cœur induirait sur la réactivité [19][24].

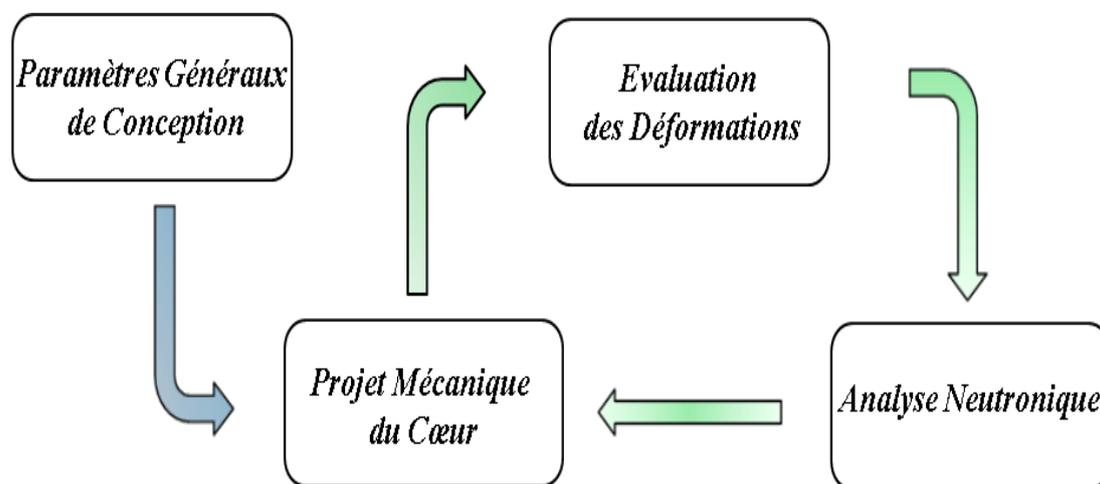


Figure 10: Schéma d'évaluation des déformations en phase de conception du cœur.

En fait, comme il est montré en Fig. 10, les possibles situations conduisant aux déformations du cœur dépendent du design du cœur et de son environnement. Ce design est issu de l'évaluation de l'impact de ces déformations sur la physique du réacteur pour en déterminer le caractère acceptable du point de vue de la sûreté.

Il s'ensuit qu'une modélisation précise de la neutronique des cœurs déformés, en parallèle à celles issues d'autres physiques (thermo-hydraulique, matériaux...), est nécessaire dès la conception.

2.3 Mécanismes de Déformation du Cœur et des Assemblages

Une brève description de types de déformations auxquels les assemblages et le cœur sont soumis, ainsi que leurs causes est ici présentée de manière succincte.

Conditions Nominales de Fonctionnement (Régime Stationnaire et Transitoires)

Sous l'effet de l'irradiation et de forts gradients de température, la structure cristalline des matériaux structuraux et du combustible est sujette à de fortes modifications qui conditionnent leur résistance mécanique et leur réponse aux sollicitations. En fonction du profil spatial du flux neutronique et du champ de températures, on peut identifier trois régions du cœur [24]:

1. Au centre, où le flux neutronique est presque constant, les tubes hexagonaux des assemblages sont sujets à distorsions et variations de taille induites par les phénomènes de gonflement (*swelling*) et par les dilatations thermiques de l'acier.
2. Les assemblages fissiles positionnés sur les couronnes plus externes (en particulier dans la région d'interface fissile/fertile) sont soumis à des champs thermiques et à un profil spatial du flux fortement variables. En plus du gonflement, les assemblages ont tendance à se courber vers l'extérieure du cœur (Fig. 11).
3. Les assemblages fertiles et ceux dont le rôle consiste en assurer la réflexion des neutrons vers les régions fissiles et fertiles (réflecteur), sont soumis à des champs thermiques et à des flux d'intensité réduits et donc à des déformations et des déplacements moins importants. En particulier ces assemblages se comportent de manière analogue à un système de cerclage naturel en limitant le déplacement et l'arcure des assemblages plus internes, grâce à la nature élastique des plaquettes.

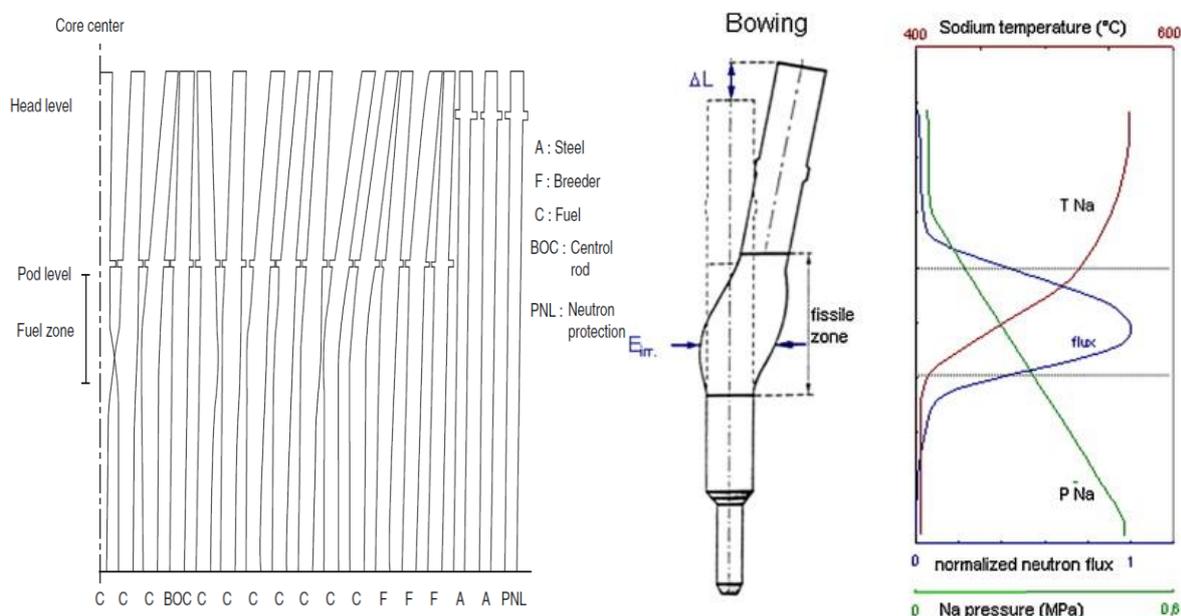


Figure 11 : Représentation des possibles mécanismes de déformations des assemblages.

Les phénomènes d'arcure en particulier peuvent être soit permanents, soit temporaires en fonction des transitoires de puissance et du régime de fonctionnement du réacteur :

- *déformations permanentes* : ce sont les résultats des efforts mécaniques dus aux phénomènes de fluage inélastique et de gonflement induits par l'irradiation neutronique des structures. Ces déformations dépendent fortement de l'intensité et du temps d'irradiation (et donc de la fluence en neutrons) ;
- *déformations liées aux transitoires* : les arcures temporaires sont le résultat des efforts thermiques élastiques, dont l'intensité est fonction du profil de puissance générée dans le cœur. Ces déformations se produisent lorsque les conditions de fonctionnement du réacteur changent et dépendent fortement du type de transitoire associé à ces variations.

Les assemblages interagissent entre eux grâce à la présence des plaquettes qui permettent d'accommoder les déformations tout en garantissant une géométrie compacte en fonctionnement nominal.

En plus, les dilatations des matériaux structuraux du sommier contribuent au déplacement des assemblages du cœur. La compacité du cœur aura donc tendance à augmenter ou diminuer lors de transitoires de puissance pendant l'exploitation du réacteur.

Agressions externes

Outre les transitoires attendus de puissance et de l'effet de l'irradiation, des sollicitations externes au cœur peuvent générer des mouvements parmi les assemblages du cœur. On peut compter parmi celles-ci le cas d'un séisme, le passage d'une onde de pression dans le cœur, l'interaction du cœur avec un corps migrant ...

Sous l'effet d'un séisme, les assemblages du cœur se voient imposer une accélération d'ensemble (principalement horizontale), induisant des déplacements par rapport au sommier de l'ordre de quelques centimètres.

Compte tenu de la variabilité des caractéristiques mécaniques (par exemple la masse et la raideur du tube hexagonal) entre les différents types d'assemblages, ces déplacements induisent des variations du volume du cœur générant des modifications de la réactivité [4][19][20][24] .

On peut aussi postuler certains scénarios accidentels pour évaluer la sensibilité d'un cœur à une sollicitation mécanique majorante.

C'est le cas du *gerbage* du cœur qui consiste en des mouvements centrifuges postulés d'assemblages suite à des événements hypothétiques (tels que le passage d'une onde de pression dans le cœur). En fonction de la présence d'un cerclage (actif ou naturel) ou du comportement élastique des assemblages, ce gergage peut être suivi d'un retour centripète des assemblages et d'une recompaction du cœur (*gerbage centripète*).

Pour gérer la compacité du cœur, il existe trois catégories de maintien de cœur (Fig. 12), chacune caractérisée par un certain nombre d'avantages et d'inconvénients:

- cerclage actif (*active restraint*).
- maintien libre (*free standing core*) ;
- cerclage passif (*passive restraint*);

Cerclage actif

Les premiers prototypes de dispositifs de blocage du cœur consistaient en une *armature* constituée de jonctions des structures dévolues initialement au rôle de protection neutronique, et encerclant les assemblages combustibles.

On peut faire une distinction entre des dispositifs de blocage à *activation thermique* et à *activation mécanique*.

Dans le premier cas, la conception de ces systèmes permet d'utiliser des dilatations thermiques différentielles de grande amplitude, par exemple en utilisant différents matériaux pour les tubes hexagonaux des assemblages internes et externes. Au contraire, les systèmes à activation mécanique utilisent des viroles et/ou des tendeurs positionnés à l'intérieur de la cuve afin de limiter l'expansion du cœur.

Les difficultés rencontrées lors des opérations de manutention de ces dispositifs (par exemple à cause de la présence dans la cuve de mécanismes pour le contrôle des forces latérales au niveau du cerclage) ont amené les ingénieurs à envisager des solutions dites *passives*, présentées ci-après.

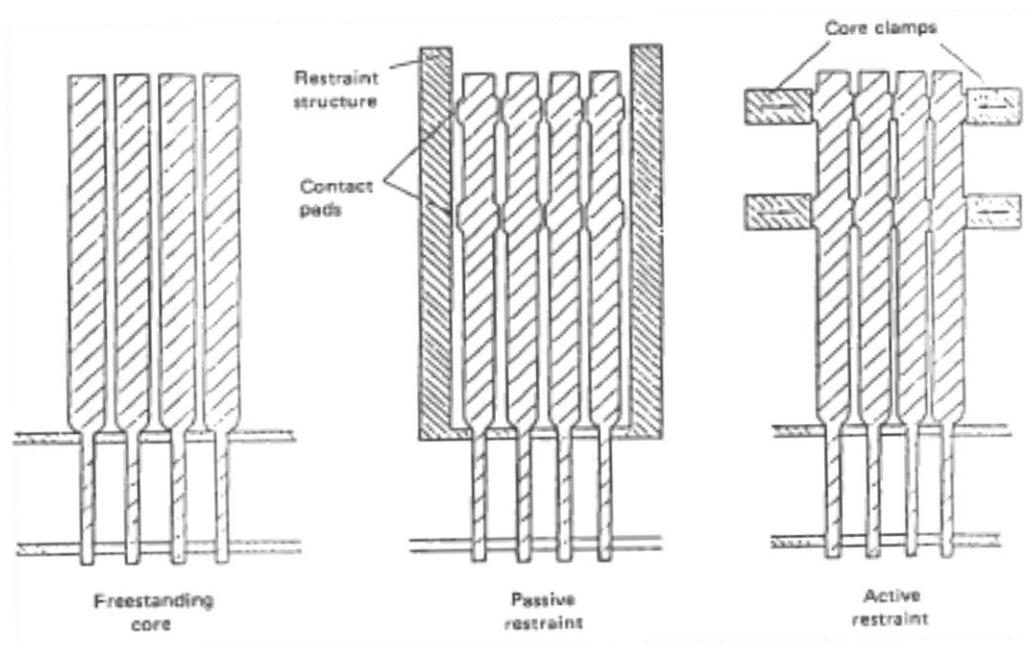


Figure 12: Catégorie de maintien de cœurs RNR-Na.

Maintien libre

En absence d'un cerclage ou d'un dispositif spécifique de blocage du cœur, la présence de plaquettes sur chaque face des tubes hexagonaux permet de garantir la cohérence mécanique du réseau et la stabilité en cas de transitoires de fonctionnement.

Situés dans le même plan, ces plaquettes permettent en même temps de garantir en régime de fonctionnement nominal la compacité du réseau d'assemblages fissiles et d'assurer l'expansion radiale du cœur en cas de variation de la température du sodium dans le cœur suite aux transitoires de puissances ainsi qu'aux situations accidentelles (*ULOF*, *ULOHS*..).

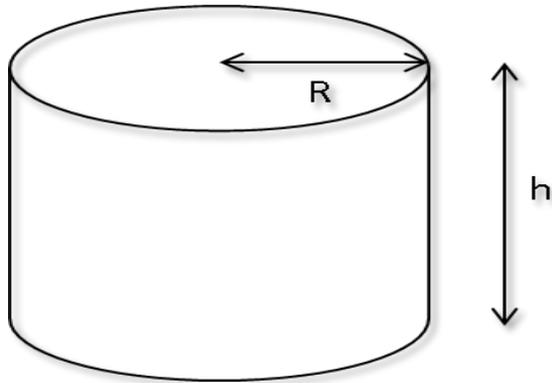
Cette solution a été le choix des designs français depuis PHENIX, et reste aujourd'hui la solution de référence pour les futurs cœurs de RNR-Na (projet ASTRID).

Cerclage passif

Contrairement à la France qui dans le passé a opté pour le maintien libre, certains pays comme le Royaume-Uni ont choisi des solutions de dispositifs passifs de maintien tout en cherchant à limiter les déformations des assemblages sous irradiation.

Si la présence d'un dispositif de cerclage autour du cœur permet de limiter l'arcure des assemblages en exerçant une contrainte latérale et empêchant donc leur déformation *libre*, en cas de grands déplacements, l'adoption de ce type de cerclage peut entraîner une recompaction du cœur suite au comportement élastique des plaquettes.

La variation de réactivité associée à une modification de la taille du cœur, peut être estimée à l'aide



d'une simple analyse qui lie (de manière générale) la géométrie du cœur à ses propriétés neutroniques. Une variation de la taille du cœur en fait est due à une variation de la quantité de caloporteur entre les assemblages, qu'il s'agisse d'une insertion de sodium (expansion du cœur) ou de son expulsion (compaction du cœur) [25]. L'augmentation (réduction) de sa taille permet d'assimiler cette déformation à un effet de dilution des concentrations des noyaux constituant le cœur

Figure 13 : Modèle cylindrique d'un cœur homogène

nu.

Afin de pouvoir estimer la variation de réactivité associée à une variation du rayon du cœur de volume V , on considère d'abord une géométrie cylindrique simple (Fig. 13) dont le cœur est composé par un seul bloc de milieu homogène et nu.

Le facteur de multiplication effectif du système k_{eff} dépend de sa composition isotopique et de géométrie :

$$k_{eff} = \frac{k_{\infty}}{1+M^2B^2} \quad (2.1)$$

où M^2 et B^2 représentent respectivement l'aire de migration des neutrons (fonctions du bilan matière et des sections macroscopiques des différents isotopes dans le cœur) et le laplacien géométrique [7].

Le terme k_{∞} représente le facteur de multiplication du milieu pour un système de taille infinie. Si on dérive l'équation du bilan ci-dessus par rapport au rayon du cœur R afin de lier dk_{eff} à dR , on obtient :

$$dk_{eff} = \frac{dk_{\infty}}{1+M^2B^2} - \frac{k_{\infty}(B^2dM^2+M^2dB^2)}{(1+M^2B^2)^2} \quad (2.2)$$

En négligeant au premier ordre l'impact de la déformation sur le spectre du flux neutronique ($dk_{\infty} = 0$) et en utilisant l'approximation simpliste $M^2 \propto V^2$, on peut exprimer la variation de l'aire de migration des neutrons en fonction du rayon du cœur $dM^2 = 4M^2dR/R$.

Pour $dk_{\infty} = 0$ on trouve donc :

$$dk_{eff} = -\frac{2M^2}{k_{\infty}}(2B_z^2 + B_r^2)\frac{dR}{R} \quad (2.3)$$

Soit, en notant $\alpha = \frac{2M^2}{k_\infty} (2B_z^2 + B_r^2) > 0$

$$dk_{eff} = -\alpha \frac{dR}{R}$$

où $B_z^2 = \left(\frac{\pi}{h}\right)^2$ et $B_r^2 = \left(\frac{2.4048}{R}\right)^2$ se réfèrent respectivement aux composantes axiale et radiale du laplacien géométrique [26].

Il s'ensuit que la variation de réactivité est bien négative dans le cas d'une augmentation du volume du cœur. Pour des données représentatives d'un cœur de RNR-Na ($M^2 = 250 \text{ cm}^2$ et $k_\infty = 1.8$) [7] et pour des dimensions correspondantes à celles de la région fissile du cœur de PHENIX ($B_z^2 = 1.2E - 3 \text{ cm}^{-2}$ et $B_r^2 = 1.1E - 3 \text{ cm}^{-2}$) on obtient la courbe de la Fig. 14 :

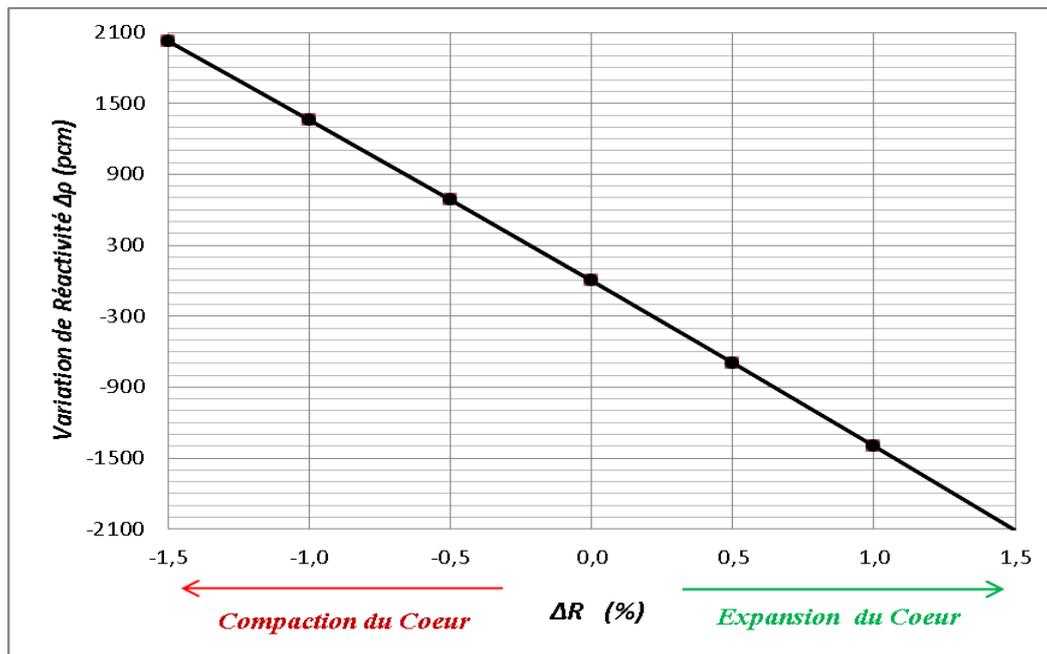


Figure 14 : Variation de la réactivité en fonction de la variation de la taille du cœur.

Pour le cœur de PHENIX, on estime ainsi qu'une insertion de presque $\pm 75 \text{ pcm}$ est obtenue par une réduction/augmentation de 1 mm du rayon de la région fissile du cœur ($\alpha \cong \pm 5 \cdot 10^4$).

Bien que l'équation (2.3) permette de conclure qu'une l'expansion (resp. compaction) du cœur implique l'insertion de réactivité négative (resp. positive) dans le cœur (et a donc un effet stabilisant vis-à-vis de transitoires induisant une augmentation de la température moyenne du cœur), elle ne permet pas d'en identifier précisément les causes en termes de phénomènes neutroniques.

Une analyse détaillée des effets en réactivité induits pas le réarrangement d'un ou plusieurs assemblages sera présenté dans le chapitre suivant (§3).

2.4 Les Outils de Calcul Existants

L'intérêt de disposer d'un outil de calcul de la réactivité induite par une déformation naturelle ou accidentelle du cœur dans un RNR-Na est apparu dans les années 80.

Il s'agissait essentiellement de traiter différents phénomènes tels que la déformation induite par l'arcure thermique et d'irradiation des assemblages, les transitoires thermiques et les séismes. Comme mentionné précédemment, ces outils s'appuient sur un chainage entre un code de mécanique (statique ou dynamique) et un code de neutronique. Les différents schémas de calcul neutroniques utilisés présentent en général d'importantes similitudes:

- utilisation de *modèles déterministes*;
- représentation géométrique du cœur en réseau régulier (2D-RZ et 3D-XYZ);
- calcul du flux neutronique (direct et adjoint) en approximation de *diffusion*;
- utilisation de la méthode de *perturbation au premier ordre* [27].

En particulier, on distingue ces outils en deux catégories : ceux qui garantissent l'évaluation directe de la réactivité du cœur déformé et ceux pour lesquels cette réactivité est évaluée en deux étapes.

2.4.1 Évaluation en Deux Étapes

En raison des ressources informatiques limitées lors de leur développement, certains outils ont été conçus de manière à estimer la variation de réactivité du cœur déformé, à l'aide des coefficients en réactivité individuels des assemblages calculés dans une étape préliminaire. Dans cette section on propose une brève description de deux outils appartenant à cette catégorie : NUBOW-3D, développé par DOE-ANL (*Department of Energy-Argonne National Laboratory*), et ATLAS proposé par TOSHIBA.

NUBOW-3D

Le code NUBOW-3D a été conçu et développé afin d'évaluer les forces de contact entre assemblages et leurs déformations en conditions incidentelles (ULOF) ainsi qu'en régime nominal de fonctionnement [28].

Ces grandeurs sont calculées pour un sixième de cœur, en supposant que les paramètres et les conditions de fonctionnement sont identiques dans les secteurs restants.

Pour chaque assemblage, les valeurs du coefficient d'élasticité, de la raideur des assemblages et les forces de contact sont calculées par rapport aux conditions de fonctionnement du réacteur (température).

L'évaluation des déformations prend en compte soit le comportement inélastique induit par les phénomènes de *fluage* et de *gonflement* soit le caractère élastique, pour lequel l'arcure des assemblages est calculée en résolvant l'équation de Bernoulli-Euler [28].

Afin de prendre en compte l'effet de l'irradiation sur les paramètres mécaniques, le code prend en entrée la valeur du flux neutronique pour chaque nœud. Le flux est calculé pour la géométrie non perturbée avec une approximation de diffusion.

Une fois évaluée les forces de contact et les déformations, la variation de réactivité du cœur déformé est calculée sur la base d'une combinaison d'effets de réactivité individuels (DRW)^a, représentés par les termes wx_{ij} et wy_{ij} :

^a De l'anglais *Displacement Reactivity Worth* [pcm/in^2]

$$\Delta\rho = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (wx_{ij}u_{ij} + wy_{ij}v_{ij})\Delta z_j \quad (2.4)$$

où les indices i et j indiquent respectivement l'assemblage et le nœud considérés, u_{ij} et v_{ij} le déplacements en 2D plan et Δz_j la hauteur de la maille axiale correspondant au nœud j .

La valeur moyenne du DRW de chaque assemblage est calculée à l'aide d'un calcul des perturbations au premier ordre en partant des grandeurs neutroniques obtenues en considérant que seuls les nœuds correspondants à cet assemblage sont déplacés de leur position d'origine.

Afin de tenir compte du profil axial du flux neutronique, les DRWs sont supposés avoir une distribution de type cosinus selon la direction z , avec le maximum en correspondance du plan moyen du cœur :

$$DRW(z_j) = DRW_{Max} \cos\left(\frac{\pi z_j}{H_e}\right) \quad (2.5)$$

où H_e est la hauteur extrapolée du cœur.

Ce code a été complété avec un outil basé sur MC²-II/SDX [29] permettant de faire le calcul des DRW avec une méthode de perturbation au premier ordre.

Plusieurs études sur le comportement des cœurs déformés [30] ont montré l'intérêt de disposer d'une *méthode de perturbation exacte* [27] (et non au premier ordre) afin d'évaluer précisément l'effet de la perturbation dans des zones où le flux neutronique est perturbé localement ou bien dans des zones où de forts gradients de flux existent.

ATLAS

Cet outil s'appuie sur le code américain CITATION [31] pour la résolution de l'équation de diffusion neutronique en géométrie 3D.

Le code de système ATLAS proposé par TOSHIBA est composé de quatre parties, chacune liée à l'analyse des différents phénomènes physiques en jeu lors d'une déformation du cœur [32]:

1. calcul du flux neutronique en diffusion (CITATION) ;
2. calcul des profils de température du TH des assemblages à l'aide du code thermo-hydraulique ATHENA ;
3. modélisation des déformations des assemblages avec le code mécanique ARKAS basé sur la méthode des éléments finis (FEM) 3D ;
4. calcul de la réactivité du cœur perturbé avec le code VEGA, en partant d'une carte 3D des poids en réactivité individuels (DRWs).

Le code ARKAS [31] permet la résolution des systèmes d'équations non-linéaire par une méthode de Newton-Raphson afin d'évaluer la déformation du cœur qui sera en termes du vecteur déplacement $\vec{r} = \sum_N \vec{r}_n$, où N représente le nombre d'assemblages.

De même que NUBOW-3D, VEGA s'appuie sur la méthode de perturbation au premier ordre afin d'évaluer la contribution de chaque assemblage (ou portion d'assemblage) à la variation de réactivité

induite par sa déformation ou déplacement. Contrairement au code américain, pour lequel $\Delta\rho$ est obtenue par une combinaison linéaire des valeurs des DRWs et des déformations en correspondance de chaque nœud du maillage, VEGA calcule la variation de réactivité en intégrant sur tout le volume du cœur le produit scalaire entre le vecteur \vec{r} et le gradient des DRWs en fonction de la position de l'assemblage dans le cœur.

En termes de coefficient de multiplication k

$$\frac{\Delta k}{k} = \int_{V_C} \frac{\partial W}{\partial R} \vec{r} dV_C + \int_{V_f} \omega_{Na} \frac{\Delta V_{Na}}{V_{Na}} dV_{Na} \quad (2.6)$$

La formule (2.6) prend en compte les deux principales contributions à $\Delta\rho$ (§3.3), à savoir le déplacement du milieu combustible indiqué avec l'index C et la variation locale du sodium Na dans le cœur.

Les termes R et $\Delta V_{Na}/V_{Na}$ représentent respectivement la position de l'assemblage et la variation relative du volume du sodium inter-assemblage, tandis que ω_{Na} indique la distribution du coefficient de réactivité du sodium.

2.4.2 Évaluation Directe de la Réactivité des Cœurs Déformés

D'autres outils développés pour la neutronique des cœurs déformés permettent d'estimer la perte (ou le gain) en réactivité sans passer par une étape intermédiaire d'évaluation des contributions locales des assemblages. Ils résolvent directement l'équation du transport (avec ou sans approximation de la diffusion) sur une géométrie et une structure du cœur représentatives de la déformation. Parmi eux on peut citer l'outil SIRAP développé par HITACHI et le schéma proposé par le CEA et basé sur les codes ECCO et ERANOS.

SIRAP

Le code ARKAS est utilisé aussi dans le schéma de calcul proposé par Yokoo et Otha [33] basé sur le code SIRAP développé par HITACHI. Celui-ci est utilisé pour l'analyse des transitoires induisant des modifications de la taille du cœur et des déformations du réseau d'assemblages.

Le schéma est présenté en Fig. 15.

Le profil de température du combustible, du caloporteur et des structures du cœur est calculé grâce au couplage entre le code système TREFOIL [31] (qui permet entre autre le calcul de la puissance du cœur en partant des équations de la cinétique ponctuelle) et les contre-réactions de déformation issues de SIRAP.

Une fois évalués les forces de contact entre les assemblages et leur nouvelles positions par ARKAS, les valeurs des déplacements et des déformations sont fournis à SIRAP.

Ce dernier est aussi basé sur le code américain CITATION et permet le calcul de flux neutronique pour des géométries 3D hexagonales en approximation de la diffusion.

Différemment de VEGA et NUBOW-3D, la perturbation du réseau du cœur suite au déplacement d'un ou plusieurs assemblages est modélisée par la modification des sections efficaces macroscopiques et du coefficient de diffusion. De façon plus détaillée, ceux-ci sont modifiés grâce au changement de coordonnées qui permet la résolution de l'équation de diffusion pour le cœur déformé à l'aide du maillage normalement utilisé pour le cœur non déformé.

Puisque certains aspects de cette modélisation seront repris dans ce manuscrit, on fournit dans ce chapitre une brève description de cette modélisation qui se base sur deux hypothèses principales :

1. le spectre énergétique des neutrons n'est pas modifié suite à la déformation du cœur ;
2. utilisation de l'approximation de diffusion

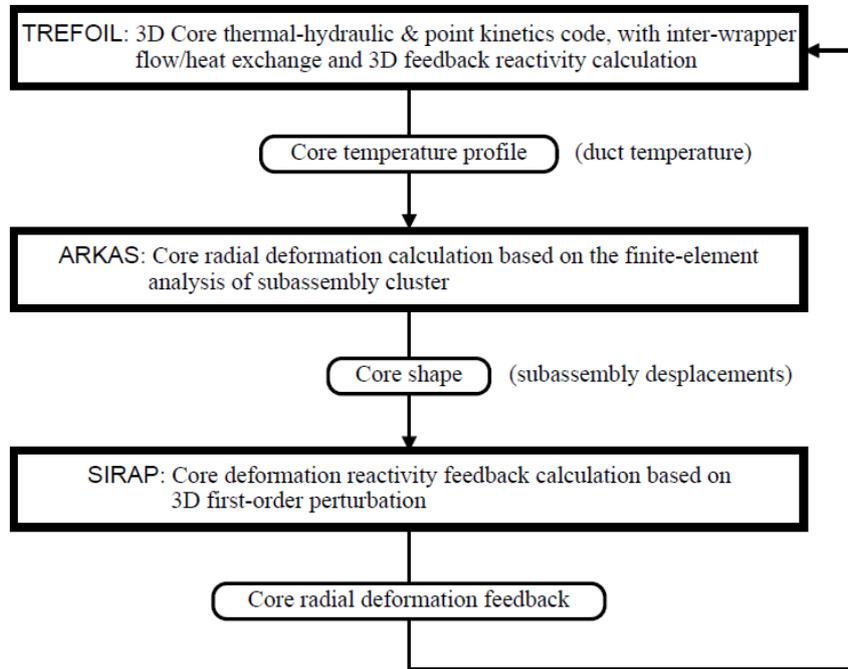


Figure 15: Schéma de calcul propose par Yokoo et Otha.

En accord avec l'hypothèse (2), le flux neutronique ϕ pour un cœur non déformé satisfait l'équation de diffusion des neutrons, ci-dessous reportée dans sa forme monocinétique :

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + \frac{v\Sigma_f\phi}{k_{eff}} = 0 \quad (2.7)$$

où D , Σ_a et Σ_f sont respectivement le coefficient de diffusion et les sections macroscopiques d'absorption et de fission, alors que v et k_{eff} indiquent le nombre de neutrons issus d'une fission et le facteur de multiplication des neutrons.

Lors d'une déformation du cœur, le flux neutronique, ainsi que les sections efficaces et le coefficient de diffusion résultant sont modifiés ; une description détaillée de la nature de ces modifications sera présentée dans le chapitre suivant.

Le flux correspondant au cœur déformé sera donc solution de :

$$\tilde{D}\nabla^2\tilde{\phi} - \tilde{\Sigma}_a\tilde{\phi} + \frac{v\tilde{\Sigma}_f\tilde{\phi}}{\tilde{k}_{eff}} = 0 \quad (2.8)$$

où l'accent *tilde* indique les grandeurs perturbés.

Azekura et Hzyzse utilisent un changement de coordonnées $(x, y, z) \rightarrow (\varepsilon, \eta, z)$ afin de pouvoir résoudre (2.8) en utilisant le maillage régulier normalement prévu pour la géométrie du cœur non déformé [34]. Ce changement de coordonnées est nécessaire lorsqu'on cherche à résoudre (2.8) avec les

méthodes de différences finies conventionnelles. Il convient de noter que la méthode ne considère pas une transformation des mailles axiales.

Dans le nouveau système de coordonnées, l'équation de diffusion pour un cœur déformé devient :

$$\frac{1}{J} \cdot \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\alpha}{J} \tilde{D} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \varepsilon} - \frac{\beta}{J} \tilde{D} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\gamma}{J} \tilde{D} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \eta} - \frac{\beta}{J} \tilde{D} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \varepsilon} \right) + \tilde{D} \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial \eta^2} - \tilde{\Sigma}_a \tilde{\phi} + \frac{v \tilde{\Sigma}_f \tilde{\phi}}{\tilde{k}_{eff}} = 0 \quad (2.9)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \\ \beta &= \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \gamma &= \left(\frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \right)^2 \end{aligned}$$

et $J = \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta}$ est le Jacobien de la transformation.

Pour de petites déformations les termes α, γ et J peuvent être considérés constants à l'échelle locale.

L'équation (2.8) devient :

$$\tilde{D} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \right)^{-2} \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^{-2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \tilde{\phi} - \tilde{\Sigma}_a \tilde{\phi} + \frac{v \tilde{\Sigma}_f \tilde{\phi}}{\tilde{k}_{eff}} = 0 \quad (2.10)$$

Pour un cœur soumis à de petites déformations, l'équation de diffusion peut donc être résolue sur un maillage régulier non déformé en introduisant un facteur correctif pour chaque direction dans le coefficient de diffusion.

Ce dernier, ainsi que les sections macroscopiques, est calculé pour chaque nœud en prenant en compte les changements du volume du sodium entre les assemblages. Les sections macroscopiques pour la réaction x sont donc diluées en fonction de la variation du volume de la maille déformée et donc par l'arrivée du sodium Na :

$$\Sigma_x = \frac{\Sigma_x V + \Sigma_x^{Na} \delta V}{V + \delta V} \quad (2.11)$$

SIRAP a été aussi complété par un code co-développé avec JAERI et basé sur une méthode de perturbation au premier ordre pour des géométries 2D-RZ ou 3D cartésiennes. La variation de réactivité est calculée en partant de la valeur du flux direct et du flux adjoint correspondants au cœur non déformé et des valeurs perturbées du coefficient de diffusion et des sections efficaces.

Schéma de calcul ECCO/ERANOS

Dans le cadre de la campagne d'essais ultimes du cœur dé Phénix [35], plusieurs méthodes ont été envisagées au sein du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) pour décrire le comportement dynamique et statique du réacteur lors de sa déformation.

La modélisation du cœur déformé a fait l'objet de nombreuses simulations dans le but de reproduire les résultats issus des essais de gerbage du cœur pour l'analyse des AU/RN (Arrêt d'Urgence par Réactivité Négative) de PHENIX ayant eu lieu dans les années 89-90.

Dans le cadre de ces essais, un dispositif écarteur a été positionné au centre puis à la périphérie du cœur afin de produire mécaniquement un écartement des assemblages, dans le but d'évaluer son impact sur la neutronique.

Un premier schéma a été conçu et développé en soutien de l'interprétation des essais de gerbage statique de PHENIX [20][35].

Comme pour la plupart des schémas jusqu'à maintenant analysés, les simulations numériques sont réalisées par :

1. un calcul mécanique mené avant l'essai qui permet l'évaluation des déplacements et l'arcure des assemblages à l'état d'équilibre ;
2. l'application des déformations obtenues à un modèle neutronique pour l'estimation de la variation de réactivité ;

Les valeurs de déplacements d'assemblages en fonction de l'écartement du dispositif sont issues de calculs mécaniques avec le code HARMONIE [20].

Les calculs neutroniques ont été réalisés à l'aide du système de codes déterministes ECCO/ERANOS [36] [37]. Puisque les deux codes sont à la base d'une partie des méthodes et des analyses proposés dans ce travail de thèse, ils seront décrits en détail plus avant dans ce manuscrit (§ 4.2).

Cependant les principaux aspects de cette modélisation sont présentés ci-dessous.

Dans une première étape ECCO permet l'évaluation des sections efficaces homogénéisées en espace et énergie en correspondance des différentes régions du cœur. En particulier la géométrie des cellules des régions fissiles et fertiles est décrite de manière hétérogène, en tenant compte de la présence du tube hexagonal, des aiguilles de combustible et du sodium inter-assemblage.

La deuxième étape a comme objectif le calcul des paramètres intégraux au niveau cœur (en l'occurrence la réactivité) à partir des résultats de l'homogénéisation effectuée à la première étape.

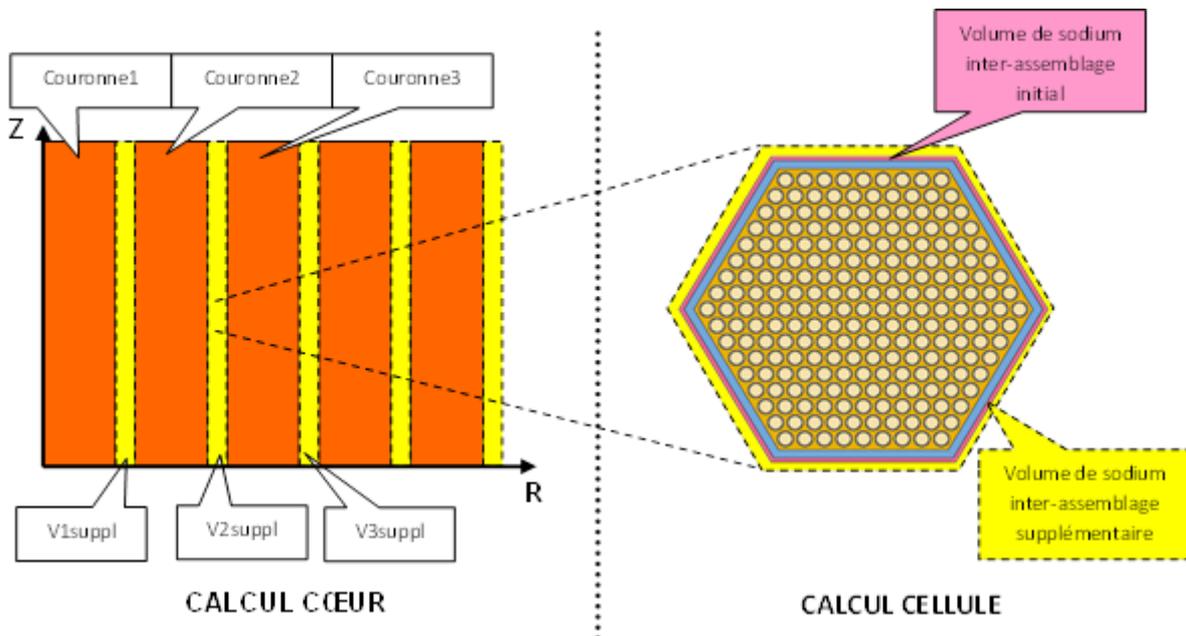


Figure 16: Modélisation des déformations: aspect cœur et cellule.

Malheureusement, ERANOS ne permet pas l'évaluation du flux neutronique pour un maillage d'assemblages irrégulièrement disposés dans le cœur.

Le schéma proposé se base donc sur une description bidimensionnelle 2D-RZ respectivement du rayon du cœur et de sa hauteur. En particulier le calcul du flux a été mené à l'aide du module BISTRO [38] qui permet la résolution de l'équation du transport S_N en 33 groupes d'énergie.

La déformation du cœur est prise en compte tant au niveau cellule qu'au niveau cœur (Fig. 16).

- **aspect cœur** : le cœur est modélisé de manière cylindrique et les assemblages ayant des compositions voisines sont représentés sous forme de couronnes cylindriques. Le rayon équivalent des couronnes (rayon externe de chaque couronne qui la délimite de la suivante) est modifié en fonction des déplacements des assemblages fournis par HARMONIE.
- **aspect cellule** : les variations volumiques des couronnes sont reportées sur les volumes de sodium inter-assemblages décrits dans chaque cellule. Ainsi, les variations de volumes locales n'impactent que le sodium inter-assemblage, les proportions, masses et volumes des autres matériaux (noyaux lourds, structures, sodium interne au TH) restant constants. Pour chaque couronne d'assemblage, le volume du sodium inter-assemblage modifié est calculé partant de la variation de volume de la couronne n et du nombre des assemblages dont elle est constituée:

$$\delta V_{cell}(n) = \frac{\delta V_{cœur}(n)}{N_{Ass}(n)} \quad (2.12)$$

Contrairement aux schémas décrits dans les sections précédentes, le flux neutronique est calculé avec la théorie du transport et le traitement angulaire est donc bien pris en compte. La variation de réactivité issue de la déformation est estimée par calcul direct à partir du facteur de multiplication effectif du cœur dans son état de référence et perturbé.

Toutefois cette modélisation RZ ne permet que de décrire des modifications du réseau dont l'origine est placée au centre du cœur, ce qui en limite la portée. La conception et le développement de cœurs innovants caractérisés par de fortes hétérogénéités spatiales confirment l'intérêt de disposer d'un schéma neutronique permettant de calculer la réactivité d'un cœur déformé en *géométrie complète tridimensionnelle*, afin de pouvoir traiter tout type de déformation du cœur. De plus, l'application de la *méthode de perturbations exacte* pour une géométrie perturbée permettrait une identification précise des phénomènes neutroniques qui participent lors d'une modification de la structure du cœur.

2.5 Modèles Neutronique Déterministes et Stochastiques

Les outils et les schémas décrits dans la section précédente (§ 2.4) s'appuient tous sur des modèles neutroniques déterministes qui reposent sur une représentation géométrique du cœur en réseau régulier (approche double niveau cellule/cœur).

L'approche déterministe pour la résolution de l'équation de Boltzmann en régime stationnaire repose sur une discrétisation de l'espace des phases, à savoir l'espace, l'énergie et la direction des neutrons [4]. Pour une même variable, plusieurs types de discrétisation et d'approximations peuvent être introduites et utilisées, et toutes débouchent sur la mise au point de méthodes numériques pour la résolution de l'équation du transport neutronique (Fig. 17), chacune caractérisée par ses avantages et inconvénients.

La puissance actuelle des ordinateurs ne permet pas une analyse neutronique issue d'une description fine des variables énergétiques, spatiales et angulaires.

L'introduction des simplifications et des découpages entre les différentes variables est donc indispensable. Ce processus est donc traité en deux étapes : le calcul fin des assemblages et le calcul à l'échelle du cœur^b.

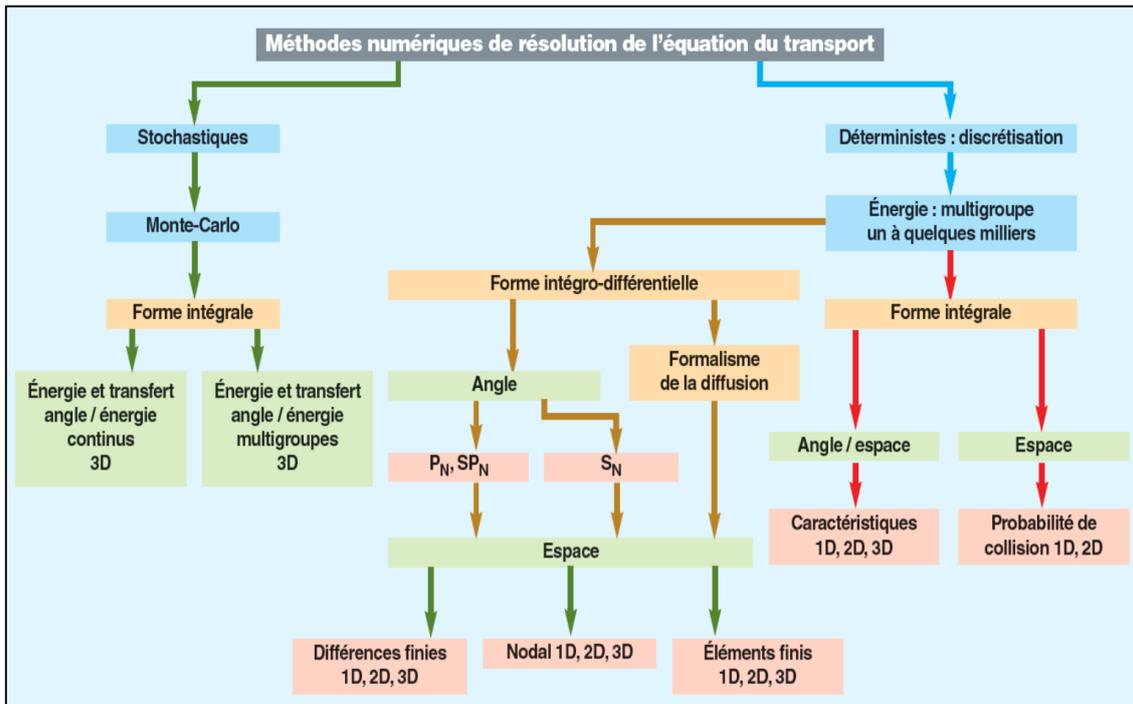


Figure 17: Classification des méthodes de résolution de l'équation du transport neutronique.

En plus de la voie déterministe utilisée pour l'évaluation des grandeurs neutroniques issues de la résolution numérique des équations de la physique du réacteur (Boltzmann et Bateman), une approche stochastique (aussi appelée Monte Carlo) peut être aussi utilisée.

Cette dernière consiste en l'évaluation du flux neutronique et des paramètres dérivés à partir d'une simulation d'un nombre important d'histoires de neutrons pour lesquels les parcours dans le cœur sont suivis et analysés.

S'appuyant sur une géométrie non simplifiée, les codes Monte Carlo permettent une analyse des grandeurs et des paramètres neutroniques précis même pour des géométries irrégulières, représentatives donc des cœurs déformés.

Toutefois, si les codes stochastiques peuvent être utilisés ponctuellement pour l'analyse de certaines images de cœurs déformés, leur utilisation est largement pénalisée par les ressources informatiques nécessaires pour simuler le comportement des cœurs de taille industrielle.

^b La dérivation de l'équation de Boltzmann et les principales méthodes numériques déterministes utilisées pour sa résolution seront présentés dans le manuscrit au fur et à mesure que les schémas de calcul proposés dans cette thèse seront pris en compte.

Par ailleurs la nécessité de devoir évaluer de nombreuses options de design de cœur en phase de conception, ajouté aux innombrables étapes de déformations intervenant lors d'un séisme, le recours à de telles méthodes devient vite rédhibitoire.

Les deux méthodes peuvent donc être comparées en rapport aux différents aspects et principes :

Principal Intérêt de la Méthode :

- *Schémas déterministes*: utilisation en routine moyennant un bon compromis entre précision et temps de calcul ;
- *Schémas stochastiques*: description exacte des géométries des cœurs.

Principales Contraintes:

- *Schémas déterministes*: modèles approchés et simplifications inhérentes à la résolution numérique. Limitation a priori aux géométries régulières ;
- *Schémas stochastiques*: temps de calcul et ressources informatiques importantes nécessaires.

Performances :

- *Schémas déterministes*: ils garantissent la résolution complète de l'équation du transport et/ou diffusion sur le maillage de calcul. Calcul des perturbations possibles.
- *Schémas stochastiques*: évaluation fiable des grandeurs physiques moyennes et de leurs incertitudes.

Grâce à leur rapidité et moyennant la mise au point de schéma de calcul précis, les méthodes déterministes trouvent un usage massif en physique des cœurs au niveau industriel et dans les activités de conception.

Les codes Monte Carlo sont plutôt utilisés comme étalon pour les activités de validation des schémas déterministes.

Le code Monte-Carlo TRIPOLI4 sera utilisé comme étalon pour la validation des schémas déterministes proposés dans ce chapitre et dans le reste du manuscrit.

A la différence des solveurs de flux disponibles dans les codes déterministes utilisés dans cette thèse, le code TRIPOLI4 n'est pas astreint à l'utilisation d'un maillage de calcul régulier.

Le couplage du code TRIPOLI-4 (version 9) à la plateforme ROOT (version 5.30), développé au CERN, permet la génération de géométries plus paramétrables qu'avec les géométries natives de TRIPOLI-4 comme illustré sur la Fig. 18.

En particulier, au sein de la plateforme ROOT, la géométrie est réalisée à partir des informations de maillage du cas de référence extraites d'ERANOS.

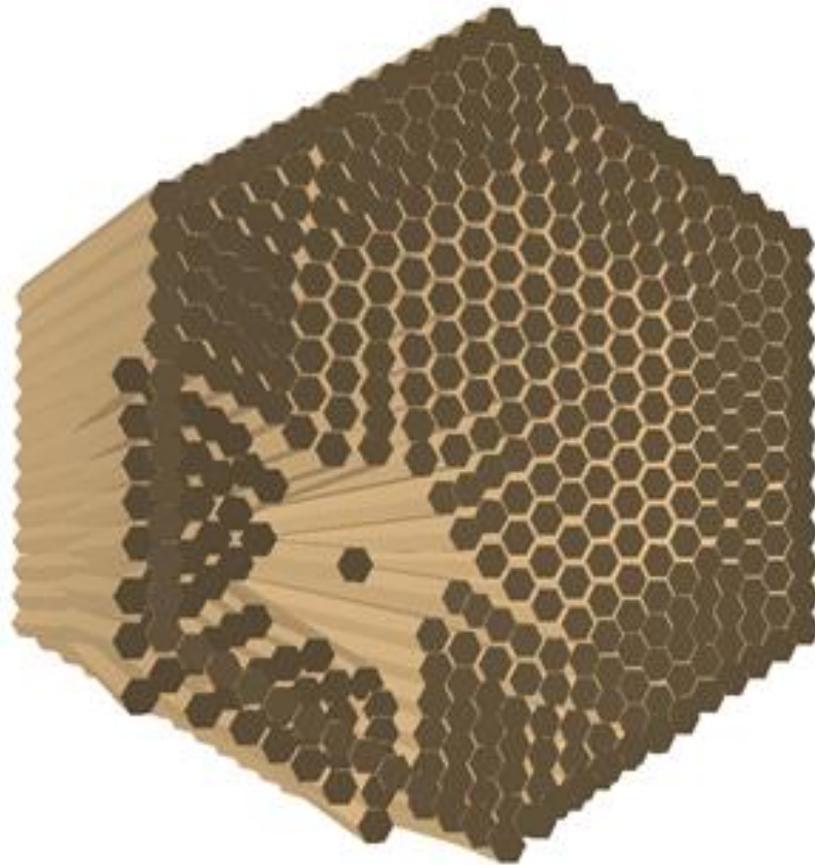


Figure 18 : Exemple de géométrie TRIPOLI-4, correspondant à un mouvement quelconque du cœur.

2.6 Conclusions

L'analyse du comportement neutronique du cœur soumis à des déformations potentielles est un enjeu important en termes de conception et en analyse de sûreté que les neutroniciens doivent pouvoir relever de manières fiables et efficaces.

Compte tenu des restrictions imposées par l'usage de méthodes stochastiques, il s'avère que seule la voie déterministe pour résoudre ce type de problème est accessible en phase de conception à ce jour.

S'il existe d'ores et déjà des schémas déterministes précédemment décrits permettant une analyse des phénomènes d'expansion et compaction du cœur (§ 2.2), les hypothèses considérées jusqu'à présent et les limitations rencontrées lors de leur implémentation peuvent être limitant au regard de nouveaux concept RNR-Na en projet :

- pour décrire précisément les hétérogénéités axiales et radiales des futurs cœurs de RNR-Na en conception, une modélisation 2D-RZ ne permet pas de décrire d'éventuelles déformations locales et asymétriques du cœur. Seule une modélisation 3D complète permettrait d'estimer l'impact du déplacement de chaque assemblage dans le cœur. Si pour NUBOW et VEGA une description tridimensionnelle est utilisée, celle-ci reste limitée à une description partielle du cœur (secteur de 30°) et donc forcément assujettie à des contraintes de symétrie.
- La résolution de l'équation de Boltzmann en approximation de diffusion n'est pas a priori la solution la plus adaptée à traiter des cœurs présentant de fortes hétérogénéités axiales et radiales, et présentant de forts gradients de flux aux interfaces entre milieux.
- La plupart de méthodes présentées estiment la variation de réactivité à partir de la théorie de perturbations au premier ordre. Cette démarche est basée sur l'hypothèse que le flux neutronique du cœur déformé diffère faiblement du flux de référence, et que la variation de réactivité peut être estimée à partir de ce dernier. Si d'importantes modifications du réseau d'assemblages et donc du flux sont en jeu, il semble plus opportun d'utiliser la théorie des perturbations exactes pour évaluer les effets locaux en réactivité.

Ce travail de thèse se propose d'apporter des éléments permettant d'établir des schémas déterministes pour traiter la neutronique de cœurs déformés, en se basant sur une analyse détaillée :

1. l'identification des phénomènes principaux qui conduisent à une variation de réactivité lors d'une modification de la géométrie du cœur ;
2. l'évaluation de la contribution de chaque assemblage à $\Delta\rho$ en fonction de son déplacement, de sa nature et de sa position dans le cœur ;
3. la mise au point et la validation de schémas de calcul adaptés à la résolution de l'équation du transport pour des géométries 3D et avec la possibilité de réaliser des calculs des perturbations exactes;

Chapitre 3

Impact des Déformations sur la Physique du Cœur

Dans ce chapitre, on se propose d'étudier la phénoménologie neutronique en jeu lors d'une déformation du réseau d'assemblages pour un cœur de RNR-Na sur la base de modélisations simplifiées.

La contribution du déplacement d'un assemblage dans le cœur à la variation de réactivité est étudiée à l'aide de la théorie des perturbations au premier ordre et des perturbations exactes.

Cette analyse permet d'évaluer les variations des taux de fissions et captures neutroniques et de vérifier qu'ils sont la cause principale de la variation de réactivité du cœur engendrée par la perturbation.

De plus, pour de petites déformations (hypothèse de petits déplacements), une relation reliant la variation de réactivité, la position de chaque assemblage dans le cœur et la direction de son déplacement a pu être établie.

Cette relation sera vérifiée sur la base d'un champ d'hypothèses plus complètes à l'aide d'une méthodologie et d'un schéma de calcul neutronique qui seront présentés dans le chapitre suivant.

Pour ce faire, il a été retenu plusieurs hypothèses de travail qui ont été et progressivement supprimées, afin d'identifier les gains apportés par une modélisation plus détaillée.

<i>Chapitre 3: Impact des Déformations sur la Physique du Réacteur</i>	59
3.1. Le Transport des Neutrons : L'Équation de Boltzmann	60
3.2. L'Approximation de Diffusion	62
3.3. Évaluation de l'Impact d'une Déformation Locale	63
3.3.1. Approximation de Diffusion et Perturbations au Premier Ordre	64
3.3.2. Équation du Transport et Perturbations au Premier Ordre	72
3.3.3. Méthode des Perturbations Exactes	74
3.4. Conclusions	78

3.1 Le Transport des Neutrons : L'Équation de Boltzmann

La propagation des neutrons dans un milieu donné peut être bien modélisée d'une manière analogue à d'autres phénomènes physiques caractérisés par le transport et la propagation de la matière dans l'espace^a.

L'équation du transport des neutrons est en fait un cas particulier de l'équation de Boltzmann pour laquelle la population des neutrons peut être traitée comme un gaz parfait qui se propage dans un milieu constitué de nucléides, milieu considéré lui-même comme un gaz.

La population des neutrons est décrite en faisant appel à la notion de *densité neutronique* (le nombre moyen des neutrons par unité de volume de l'espace des phases) et donc à la notion de *flux angulaire*, autrement dit flux en phase.

La densité neutronique en particulier ne dépend pas que de la position des neutrons \vec{r} mais aussi de leur vitesse (et donc de leur énergie E), de leur direction de propagation $\vec{\Omega}$ et du temps t . Cette densité est notée $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ et on appelle *espace des phases* l'espace à sept dimensions (3 variables d'espace, 2 de direction, l'énergie et le temps).

Souvent les neutroniciens préfèrent la notion de flux angulaire ψ qui représente le nombre des neutrons d'énergie E qui traversent à l'instant t , au point \vec{r} , la surface unitaire perpendiculaire à leur direction de propagation $\vec{\Omega}$.

$$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = vn(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (3.1)$$

où v représente le module de la vitesse des neutrons.

L'établissement de l'équation de Boltzmann en physique des réacteurs s'appuie sur différentes hypothèses et simplifications :

1. la densité de neutrons est faible comparée à celle du milieu de propagation (rapport de l'ordre de 10^{-15}), et les interactions neutrons-neutrons peuvent donc être négligées vis-à-vis des interactions neutrons-matières. Cette hypothèse conduit à une formulation linéaire de l'équation de Boltzmann pour les neutrons ;
2. les effets relativistes liés au mouvement des neutrons dans le cœur sont négligés ;
3. le temps de vie d'un neutron en réacteur (intervalle du temps entre la production d'un neutron par fission et son absorption) est largement inférieur au temps de sa transformation en proton par décroissance radioactive β ($\cong 10.2$ minutes).

On considère un volume élémentaire de l'espace des phases $dV = d\vec{r}dEd\vec{\Omega}$ autour du point $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ et on évalue le bilan de neutrons dans ce volume dans l'intervalle de temps dt , autour de l'instant t .

En particulier, on identifie cinq contributions au bilan neutronique :

Le bilan des neutrons sortant et entrant à travers les surfaces qui délimitent le volume élémentaire dans l'intervalle dt :

^a Cette typologie des phénomènes rassemble entre autres la dynamique des gaz, la propagation de la lumière ainsi que des processus macroscopiques tels que le trafic autoroutier.

$$-\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} dt$$

Les neutrons qui par absorption ou diffusion disparaissent de dV :

$$-\sum_i N_i(\vec{r}, t) \sigma_{i,Tot}(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} dt$$

Où $N_i(\vec{r}, t)$ indique la concentration de l'isotope i au point \vec{r} et à l'instant t , et $\sigma_{i,Tot}(E)$ représente la section efficace microscopique totale du nucléide i en fonction de l'énergie du neutron.

L'arrivée dans le volume dV suite à la diffusion des neutrons initialement d'énergie E' et qui se déplaçaient en direction $\vec{\Omega}'$ dans l'intervalle dt :

$$\sum_i N_i(\vec{r}, t) \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} dt$$

Le terme $\sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})^b$ représente la section microscopique de transfert de l'énergie E' à l'énergie E et de la direction $\vec{\Omega}'$ à la direction $\vec{\Omega}$ lors d'une diffusion du neutron sur le nucléide i .

Le nombre de neutrons prompts émis à l'énergie E et en direction $\vec{\Omega}$ dans le volume dV et dans l'intervalle dt suite aux fissions induites par un neutron E' qui se propage dans une direction quelconque:

$$\frac{1}{4\pi} \sum_i N_i(\vec{r}, t) \int_0^\infty dE' v_i(E') \sigma_{i,f}(E') \chi_i(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} dt$$

Où $\sigma_{i,f}(E')$ et $v_i(E')$ indiquent respectivement la section microscopique de fission du nucléide i et le nombre moyen de neutrons produite par fission pour un neutron incident d'énergie E' , et $\chi_i(E' \rightarrow E)$ représente le spectre énergétique des neutrons émis de manière isotrope à la suite d'une fission du noyau i .

Le terme ϕ identifie le flux neutronique scalaire, obtenu en intégrant le flux angulaire sur toutes les directions d'incidence des neutrons :

$$\phi(\vec{r}, E', t) = \int_0^{4\pi} \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\vec{\Omega}'$$

(3.2)

^b La nature isotrope des matériaux vis-à-vis des neutrons implique que pour un angle de déviation donné les directions des neutrons après collision sont équiprobables dans le référentiel du centre de masse. La section microscopique de transfert pourrait donc être réécrite comme $\sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$

Enfin, les sources de neutrons externes :

$$S_{eff}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} dt$$

Afin de prendre en compte la présence d'une source des neutrons due à l'émission de neutrons retardés (provenant de produit de fissions promptes) on considère une source externe *efficace* $S_{eff}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$. La variation de la densité neutronique dans le temps en fonction du flux en phase sera donc :

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} &= -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \sum_i N_i(\vec{r}, t) \sigma_{i,Tot}(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\ &+ \sum_i N_i(\vec{r}, t) \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \\ &+ \frac{1}{4\pi} \sum_i N_i(\vec{r}, t) \int_0^\infty dE' v_i(E') \sigma_{i,f}(E') \chi_i(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) + S_{eff}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'équation (3.3) représente l'équation intégral-différentielle de Boltzmann [6] [7] pour le transport des neutrons. Formellement les sections efficaces ne sont pas constantes en fonction du temps et cette variation est fonction des changements de température des différents nucléides présents dans le cœur lors des transitoires de puissance et des conditions de fonctionnement. Toutefois cet aspect est omis dans cette présentation. Dans l'analyse poursuivie dans ce chapitre on considère l'équation de Boltzmann dans son état stationnaire et on négligera la présence de sources de neutrons externes (les neutrons retardés seront supposés émis simultanément aux neutrons prompts) et:

$$\begin{aligned} -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \sum_i N_i(\vec{r}) \sigma_{i,Tot}(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ + \sum_i N_i(\vec{r}) \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_i N_i(\vec{r}) \int_0^\infty dE' v_i(E') \sigma_{i,f}(E') \chi_i(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E') = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.2 L'Approximation de Diffusion

L'équation du transport des neutrons peut être simplifiée et réécrite en termes du flux scalaire grâce à l'approximation de diffusion.

Cette approximation consiste à tronquer au premier ordre le développement de la dépendance angulaire du flux en phase, sur la base des harmoniques sphériques [7] [39]:

$$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \cong \phi(\vec{r}, E) + \vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E) \quad (3.5)$$

où $\vec{J}(\vec{r}, E)$ prend le nom de courant de neutrons.

En particulier on peut définir le flux scalaire comme :

$$\Phi(\vec{r}, E) = \int_{\vec{\Omega}} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} \quad (3.6)$$

En introduisant ces approximations dans (3.4), l'équation de Boltzmann devient :

$$-D(\vec{r}, E)\vec{\nabla}\Phi(\vec{r}, E) + \Sigma_a(\vec{r}, E)\Phi(\vec{r}, E) - \nu \Sigma_f(\vec{r}, E)\Phi(\vec{r}, E) = 0 \quad (3.7)$$

qui prend le nom d'équation de diffusion des neutrons.

En fait grâce à la loi de Fick [7] on peut réécrire le courant de neutrons en termes du gradient du flux scalaire :

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi(\vec{r}) \quad (3.8)$$

où $D = 1/3 \Sigma_{Tot}$ est le coefficient de diffusion, fonction de la section efficace macroscopique totale Σ_{Tot} et Σ_a représente la section efficace macroscopique de disparition.

La section macroscopique pour une certaine réaction représente la probabilité (en termes du chemin de neutrons dans le milieu considéré) que le neutron disparaisse à cause de telle réaction:

$$\Sigma(\vec{r}, E) = N(\vec{r})\sigma(\vec{r}, E) \quad (3.9)$$

L'approximation de diffusion permet en premier lieu de passer d'un espace des phases à six dimensions^c $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ à un espace à quatre dimensions (\vec{r}, E) en assurant une réduction importante des degrés de liberté lors de sa résolution numérique.

En plus, il s'agit d'une équation aux dérivées partielles parmi les plus connues par les mathématiciens et bénéficie de méthodes numériques de résolution bien connues et très performantes.

La diffusion s'applique bien aux systèmes et milieux peu absorbants, caractérisés donc par une probabilité de collision élastique largement supérieure à celle d'absorption ($\Sigma_s \gg \Sigma_a$).

En pratique, la diffusion est applicable aux régions du cœur presque homogènes et de grandes dimensions (par rapport libre parcours moyen des neutrons), à l'image donc des réacteurs de puissance décrits en termes d'assemblages homogénéisés.

Bien que il s'agisse d'une approximation robuste, en cas de fortes hétérogénéités spatiales, et donc de gradients importantes du flux neutronique, elle peut toutefois mener à des résultats peu satisfaisants.

3.3 Évaluation de l'Impact d'une Déformation Locale

Dans le chapitre précédent (§2.3) on a mis en évidence que la variation de réactivité, suite à une augmentation/réduction de la taille du cœur, dépend, au premier ordre, linéairement de la variation de son rayon.

^c En régime stationnaire.

En modélisant le cœur comme un mélange isotopique homogène, le changement de géométrie implique une variation globale des concentrations isotopiques [25], et la variation de réactivité qui en découle est strictement liée aux phénomènes de fuites.

En particulier, en cas d'expansion du cœur la dilution des concentrations induit :

- l'augmentation du libre parcours moyen des neutrons et donc des fuites ;
- l'augmentation du rayon du cœur et du Laplacien géométrique et donc des fuites ;

Toutefois une telle modélisation, seule, ne permet pas une description correcte et précise des aspects neutroniques issus d'une perturbation locale du réseau. De plus, l'impact de la variation du flux et de son spectre sur les grandeurs neutronique du système n'est pas pris en compte.

Pour pallier ces limitations, une modélisation permettant la représentation de perturbations locales du réseau, induites par le déplacement ou la déformation d'un ou plusieurs assemblages a été mise en place.

La variation de réactivité consécutive au déplacement d'un seul assemblage a donc été estimée en partant de la théorie des perturbations au premier ordre puis en utilisant la théorie des perturbations exactes, sur la base du traitement du transport des neutrons en diffusion et enfin en utilisant la théorie du transport.

Afin de simplifier l'analyse, deux hypothèses principales ont été posées :

1. *approximation 2D* : le réseau d'assemblages est représenté en géométrie hexagonale bidimensionnelle. Le cœur est donc considéré comme axialement homogène ;
2. *discrétisation à un seul groupe énergétique pour le flux neutronique et les sections efficaces* : pour de petites perturbations du réseau, l'impact des variations locales de la concentration du sodium sur le spectre énergétique du flux est considéré comme négligeable.

3.3.1 Approximation de Diffusion et Perturbations au Premier Ordre

Pour cette première étape d'analyse on fait appel à deux approximations supplémentaires :

3. l'approximation de *diffusion* ;
4. l'utilisation de la *théorie des perturbations au premier ordre*.

Comme évoqué précédemment (§3.2), la diffusion permet en fait une analyse simplifiée tout en assurant (dans son domaine de validité) une bonne modélisation de la phénoménologie neutronique du système considéré [40] loin des interfaces du système.

De plus pour de petites déformations^d du réseau, le profil spatial du flux neutronique peut être considéré comme non perturbé par rapport au cas de référence, ce qui justifie l'utilisation des méthodes perturbatives au premier ordre [6] [7] [27], pour lesquelles :

$$\Phi_{Pert} \approx \Phi_{Ref} = \Phi \quad (3.10)$$

^d Par exemple pour des déformations liées au déplacement d'un seul assemblage, et des déplacements inférieurs à la taille de l'assemblage.

Où les indices *Pert* et *Ref* indiquent respectivement le cas perturbé et le cas de référence correspondant au réseau régulier.

Dérivant des hypothèses (2) et (4), selon lesquelles ni le spectre énergétique ni le profil spatial du flux neutronique sont impactés par la perturbation, on rajoute l'hypothèse suivante :

5. *les sections microscopiques ne sont pas affectées par la perturbation.*

On considère alors un réseau hexagonal régulier d'assemblages que l'on perturbe en déplaçant un de ceux-ci comme représenté en Fig. 19. On appelle \vec{d} le vecteur déplacement relatif à l'assemblage déformé. On pose ensuite que :

6. *Chaque assemblage peut être considéré comme une région hexagonale homogène entourée par du sodium.*

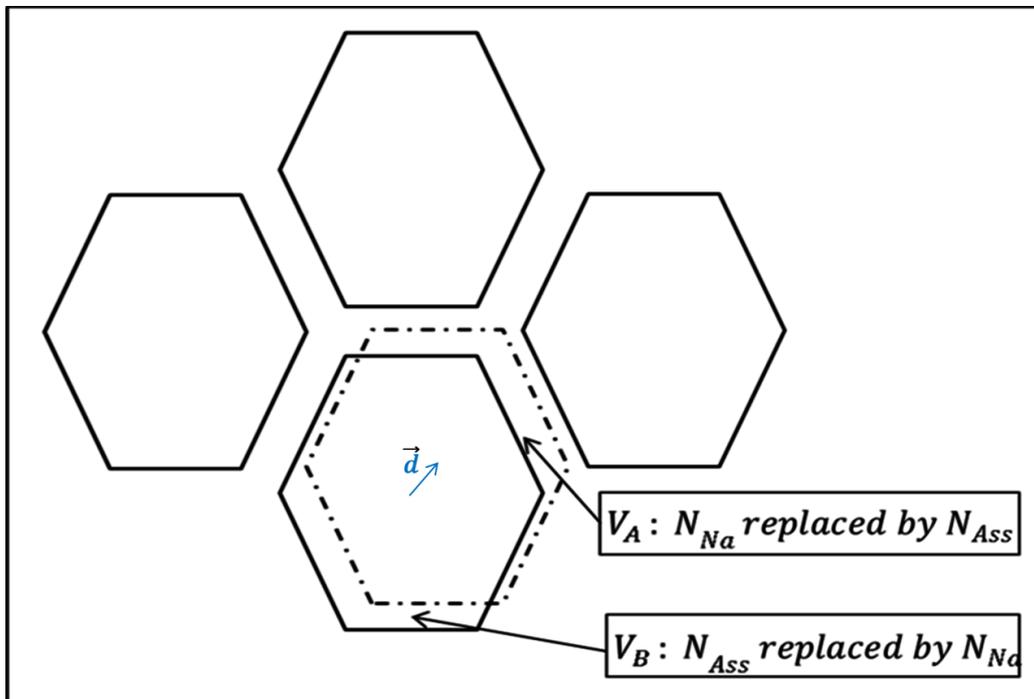


Figure 19: Représentation de la perturbation du réseau d'assemblages. Les termes N_{Ass} and N_{Na} se réfèrent aux concentrations isotopiques de l'assemblage et du sodium, en bleu le vecteur déplacement.

Sur la base des hypothèses ci-dessus, puisque chaque assemblage est traité comme une région homogène, on déduit que la perturbation concernera seulement la région V_A (initialement occupée par du sodium, remplacé ensuite par l'assemblage), et de manière opposée la région V_B (Fig. 19). Pour chaque volume considéré, la variation de concentration du sodium δN_{Na} aura le signe opposé à la variation des concentrations pour l'assemblage δN_{Ass} .

En se référant à (3.9), la déformation du réseau génère une modification locale des sections efficaces macroscopiques (pour l'isotope i et la réaction j) qui dépend des variations de concentration de l'isotope i dans la région concernée par la perturbation :

$$\delta \Sigma_{i,j} = \delta N_i \sigma_{i,j} \quad (3.11)$$

En accord avec la théorie des perturbations au premier ordre, la variation de réactivité induite par une perturbation quelconque du cœur est :

$$\Delta\rho = - \frac{\langle \Phi^* | \left(\delta A - \frac{\delta F}{k_0} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^* | F' \Phi \rangle} \quad (3.12)$$

où ϕ et ϕ^* représentent le flux neutronique direct et adjoint, k_0 est le facteur de multiplication des neutrons relatif au cœur non perturbé.

Pout tout opérateur Γ dont le domaine correspond à l'espace des phases du système $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, on définit [41] l'intégrale suivante:

$$\langle \Phi^* | \Gamma \Phi \rangle = \int_V \int_0^\infty \int_0^{4\pi} \Phi^*(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \Gamma(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} \quad (3.13)$$

En particulier, d'après les hypothèses (2) et (4) l'intégration concerne la seule variable spatiale, et la relation (3.13) devient donc :

$$\langle \Phi^* | \Gamma \Phi \rangle = \int_V \Phi^*(\vec{r}) \Gamma(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) d\vec{r} \quad (3.14)$$

En approximation de la diffusion (éq. 3.9), l'opérateur A (opérateur de disparition des neutrons) représente les fuites des neutrons du système et leur absorption :

$$A(\vec{r}) = -D(\vec{r})\nabla^2(\cdot) + \Sigma_a(\vec{r}) \quad (3.15)$$

alors que F représente l'opérateur de fission :

$$F = \bar{\nu}\Sigma_f(\vec{r}), \quad (3.16)$$

D'après l'hypothèse (5) et en accord avec (éq. 3.11) on peut récrire la variation des opérateurs A et F comme :

$$\delta A(\vec{r}) = -\delta D(\vec{r})\nabla^2(\cdot) + \sigma_a \delta N(\vec{r}) \quad \delta F(\vec{r}) = \bar{\nu}\sigma_f \delta N(\vec{r}) \quad (3.17)$$

où, en se référant à la définition de coefficient de diffusion (§3.2) :

$$\delta D(\vec{r}) = - \frac{\delta N(\vec{r})}{3\sigma_{Tr}(N(\vec{r}))^2} \quad (3.18)$$

où σ_{Tr} représente la section microscopique du transport qui sera introduite plus loin dans ce manuscrit (§3.2). Pour simplicité on écrira $\delta D = D^* \delta N(\vec{r})$ où $D^* = 1/3\sigma_{Tr}(N(\vec{r}))^2$

Enfin, l'opérateur F' , défini sur tout le domaine V représente la totalité des fissions du cœur dans son état perturbé :

$$F' = F + \delta F \quad (3.18)$$

Afin de pouvoir prendre en compte plus tard d'éventuelles hétérogénéités axiales concernant soit la nature des assemblages soit leur déformation (et donc de relaxer l'hypothèse (1)), on discrétise axialement le volume du cœur en H mailles :

$$V = \sum_h^H V_h \quad (3.19)$$

Puisque la perturbation concerne seulement les régions V_A et V_B , on réécrit l'équation (3.12)

$$\Delta\rho = - \left(\frac{\langle \Phi^* | \delta A \Phi \rangle_{V_{A,h}} + \langle \Phi^* | \delta A \Phi \rangle_{V_{B,h}} - \langle \Phi^* | \delta F \Phi \rangle_{V_{A,h}} - \langle \Phi^* | \delta F \Phi \rangle_{V_{B,h}}}{\langle \Phi^* | F \Phi \rangle_{V_h} + \langle \Phi^* | \delta F \Phi \rangle_{V_h}} \right) \quad (3.20)$$

où pour l'isotope i , les intégrales de perturbation dans le volume V_h sont définies comme :

$$\langle \Phi^* | \delta A \Phi \rangle_{V_h} = (\delta N_{Ass,i,h} - \delta N_{Na,h}) \left(\sigma_{a,i,h} \int_{V_h} \Phi^* \Phi dV - D_{V,i,h}^* \int_{V_h} \Phi^* \nabla^2(\Phi) dV \right) \quad (3.21)$$

et

$$\langle \Phi^* | \delta F \Phi \rangle_{V_h} = (\delta N_{Ass,i,h} - \delta N_{Na,h}) \left(\frac{\bar{\nu}\sigma_{f,i,h}}{k_0} \int_{V_h} \Phi^* \Phi dV \right) \quad (3.22)$$

Pour chaque maille axiale h , la déformation élémentaire prise en compte est une translation horizontale de l'assemblage, laquelle implique que la variation de concentration du sodium δN_{Na} dans le volume V_A sera égale et de signe opposé à celle dans le volume V_B . De manière analogue, les variations des concentrations isotopiques du milieu combustible δN_{Ass} sont de signes opposés dans les deux régions.

Cela implique :

$$(\delta N_{Ass,i,h} - \delta N_{Na,h})_{V_{A,h}} = -(\delta N_{Ass,i,h} - \delta N_{Na,h})_{V_{B,h}} \quad (3.23)$$

Puisque la dépendance des concentrations de \vec{r} concerne seulement la nature et la composition de l'assemblage unique pris en compte dans la perturbation étudiée, afin de simplifier la notation on pose $\delta N(\vec{r}) = \delta N$.

En combinant ces quatre dernières équations, on peut exprimer la variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage dont l'origine est localisée en $P = (x, y)$ comme:

$$\Delta\rho_P = - \sum_h \sum_i \xi_{i,h} \frac{B_{i,h} \left(Z_{A,P,h}(\Phi) - Z_{B,P,h}(\Phi) \right) - \left(D_{A,P,i,h}^* Z_{A,P,h}(\nabla^2 \Phi) - D_{B,P,i,h}^* Z_{B,P,h}(\nabla^2 \Phi) \right)}{\bar{v}\sigma_{f,i,h} (N_{Ass,i,h} + N_{Na,i,h} + \xi_{i,h} (Z_{A,P,h}(\Phi) - Z_{B,P,h}(\Phi)))} \quad (3.24)$$

Par souci de clarté on définit :

$$\begin{cases} Z_{A,P,h}(\Phi) = \int_{V_{A,h}} \Phi^* (\vec{P}) \Phi(\vec{P}) dV \\ Z_{A,P,h}(\nabla^2 \Phi) = \int_{V_{A,h}} \Phi^* (\vec{P}) \nabla^2 \Phi(\vec{P}) dV \end{cases} \quad (3.25)$$

la même notation s'appliquant à $V_{B,h}$.

On voit apparaitre que la variation de réactivité est fonction du profil spatial du flux neutronique direct et du flux adjoint, du rapport des sections microscopiques de fission et absorption $B_{i,h}$ et de la variation locale des concentrations isotopiques :

$$\xi_{i,h} = \delta N_{Ass,i,h} - \delta N_{Na,i,h} \quad , \quad B_{i,h} = \left(\sigma_{a,i,h} - \frac{\bar{v}\sigma_{f,i,h}}{k_0} \right) \quad (3.26)$$

Contrairement à $\xi_{i,h}$, le terme $B_{i,h}$ ne dépend que des sections efficaces microscopiques de fission et d'absorption non perturbées et par conséquent n'est pas fonction du déplacement \vec{d} .

Cherchons maintenant à identifier les phénomènes qui contribuent à $\Delta\rho_P$ en analysant chacun des termes de l'équation (3.24).

Le premier terme prend en compte la variation du rapport des taux de réactions de fission et captures entre les volumes $V_{A,h}$ et $V_{B,h}$:

$$\delta P r_{P,i,h} = - \left(\sigma_{a,i,h} - \frac{\bar{v}\sigma_{f,i,h}}{k_0} \right)_P \left(Z_{A,P,h}(\Phi) - Z_{B,P,h}(\Phi) \right) \xi_{i,h} \quad (3.27)$$

En intégrant par partie l'opérateur $Z(\nabla^2 \Phi)$, on constate que le deuxième terme de l'équation représente la variation des fuites des neutrons dans la région perturbée :

$$\delta L_{P,ih} = \delta L_{A,P,i,h} - \delta L_{B,P,i,h} \quad (3.28)$$

Où la variation dans le volume $V_{A,h}$ (et de la même façon dans $V_{B,h}$) est:

$$\delta L_{A,P,i,h} = \left(- \int_{V_{A,h}} \nabla \Phi^* \nabla \Phi dV + |\Phi^* \nabla \Phi|_h^{h+1} \right) D_{A,P,i,h}^* \xi_{i,h} \quad (3.29)$$

Le deuxième terme de (3.29) représente la différence du produit $\Phi^* \nabla \Phi$ évalué aux bornes de la maille considérée :

$$|\Phi^* \nabla \Phi|_h^{h+1} = [\Phi^* \nabla \Phi]_{\delta V_{h+1}} - [\Phi^* \nabla \Phi]_{\delta V_h} \quad (3.30)$$

En particulier ce terme est nul si on considère une seule maille axiale pour la description du cœur, en raison des conditions limites de Neumann et Dirichlet pour les flux neutronique direct et adjoint :

$$\begin{cases} \Phi(\delta V) = 0 \\ \nabla \Phi(\delta V) = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

On peut donc réécrire l'équation (3.24) en se référant aux différentes contributions qu'on a mises en évidence :

$$\Delta \rho_P = \sum_h \sum_i \frac{(\delta Pr_{P,i,h} - \delta L_{P,i,h})}{F'_{P,i,h} + \delta F_{P,i,h}} \quad (3.32)$$

La variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage est donc liée aux contributions de la variation locale des phénomènes de fission et capture (changement local de matériau), et de la variation locale des fuites des neutrons suite aux collisions avec les noyaux de la région considérée. L'ordre de grandeur de ces contributions appliqué à un cœur de RNR-Na, ainsi que la démonstration de la validité de la modélisation proposée dans cette section seront traités dans le chapitre suivant (§4.4.3).

Approximation de Petites Déformations

On a vu que, dans le cadre d'hypothèses assez restrictives, l'impact de la déformation du réseau sur $\Delta \rho_P$ pouvait être considéré comme uniquement lié aux variations de concentrations isotopiques, lesquelles dépendent strictement de la taille de la déformation et de sa direction, en termes du module $\|\vec{d}\|$ et direction \vec{u}_d du vecteur déplacement \vec{d} .

De plus, puisque $\Delta \rho_P$ est fonction du flux direct et du flux adjoint, la position de l'assemblage dans le cœur influence l'effet de la déformation.

Afin de déterminer l'effet de la direction du déplacement de l'assemblage sur $\Delta \rho_P$, on introduit une hypothèse supplémentaire :

1. les variations locales de masse générées par le déplacement de l'assemblage sont négligeables ($N_{i,h} \gg \delta N_{i,h}$) et localisée en $P_A(x_{A,h}, y_{A,h}) \in V_{A,h}$ et $P_B(x_{B,h}, y_{B,h}) \in V_{B,h}$;

Avec un abus de notation, on définit :

$$\delta N_{i,h}(P) = \delta N_{i,h,A} \delta(P - P_{A,h}) + \delta N_{i,h,B} \delta(P - P_{B,h}) \quad (3.33)$$

Où la variation de concentration de l'isotope i est modélisée comme une distribution de Dirac δ réduite au point où la perturbation est localisée.

En particulier en se référant à l'équation (3.23) :

$$\delta N_{i,h}(P) = \delta N_{i,h}[\delta(P - P_{A,h}) - \delta(P - P_{B,h})] \quad (3.34)$$

Par ailleurs, les propriétés de la distribution de Dirac impliquent :

$$\int_V \delta N_{i,h}(P) \Phi(P) \Phi^*(P) = \delta N_{i,h}[\Phi(P_{A,h}) \Phi^*(P_{A,h}) - \Phi(P_{B,h}) \Phi^*(P_{B,h})] \quad (3.35)$$

En considérant une approximation au premier ordre pour le flux direct et le flux adjoint, le flux en P_A et P_B peut s'écrire :

$$\begin{cases} \Phi(P_{A,h}) = \Phi(P_{0,h}) + \|P_{A,h} - P_{0,h}\| \nabla \Phi(P_{0,h}) \cdot \vec{u}_{d,h} \\ \Phi(P_{B,h}) = \Phi(P_{0,h}) - \|P_{B,h} - P_{0,h}\| \nabla \Phi(P_{0,h}) \cdot \vec{u}_{d,h} \end{cases} \quad (3.36)$$

où $P_0(x_{0,h}, y_{0,h})$ représente le centre de l'assemblage à sa position initiale dans la maille axiale h . Cette relation nous permet de réécrire :

$$Z_{A,P,h}(\Phi) - Z_{B,P,h}(\Phi) = s \vec{u}_{d,h} (\phi^*(P_h) \nabla \phi(P_h) + \phi(P_h) \nabla \phi^*(P_h)) \quad (3.37)$$

Le terme $\vec{u}_{d,h}$ représente la direction du déplacement et $s = \|P_{A,h} - P_{B,h}\|$ l'amplitude du déplacement entre le point $P_{A,h}$ et $P_{B,h}$.

En négligeant les termes du second ordre, $Z_{A,P,h}(\nabla^2 \Phi)$ et $Z_{B,P,h}(\nabla^2 \Phi)$, et en combinant les équations (3.24), (3.35) et (3.37) on obtient :

$$\Delta \rho_P = - \sum_h \sum_i \xi_{i,r} B_{i,r} s \frac{\vec{u}_{d,h} \nabla(\phi \phi^*)_{P_h}}{\bar{v} \sigma_{f,i,h} (N_{Ass,ih} + N_{Na,h})} \quad (3.38)$$

où :

$$\nabla(\phi \phi^*)_P = (\phi^*(P) \nabla \phi(P) + \phi(P) \nabla \phi^*(P)) \quad (3.39)$$

En approximation de diffusion, le terme $\nabla(\phi \phi^*)_P$ représente la dérivée du produit du flux et du flux adjoint au point $P_h(x_h, y_h)$ selon la direction radiale $\vec{u}_P = \frac{P_h - P_C,h}{\|P_h - P_C,h\|}$, où P_C indique le centre du cœur.

On peut donc réécrire l'équation (3.38) comme [41][42]:

$$\Delta \rho_P = \sum_h K_{P,h} s \nabla(\phi \phi^*)_P \cdot \vec{u}_{d,h} = \sum_h K_{P,h} s \|\nabla(\phi \phi^*)_P\| \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle \quad (3.40)$$

Où le terme $K_{P,h}$:

$$K_{P,h} = - \sum_i \frac{\xi_{i,h} B_{i,h}}{\bar{v} \sigma_{f,i,h} (N_{Ass,ih} + N_{Na,h})} \quad (3.41)$$

prend en compte les concentrations et les sections efficaces des différents isotopes i dans la région axiale h .

La variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage est donc fonction de sa nature (en termes de concentrations et des sections efficaces microscopiques), de sa position dans le cœur (en termes de profil spatial du flux direct et du flux adjoint) et de la direction du déplacement. Une estimation préliminaire de la relation (3.41) permet de conclure que pour des milieux fissiles, pour lesquels

$$\sum_i \left(\sigma_{a,i,h} - \frac{\bar{v}\sigma_{f,i,h}}{k_0} \right) < 0, \quad (3.42)$$

le terme $K_{P,h}$ est positif.

Inversement, pour des régions caractéristiques des milieux absorbants, le terme $K_{P,h}$ est négatif.

Afin d'évaluer l'importance de la direction du déplacement, on considère le terme $\langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle$ qui représente la composante radiale $\vec{u}_{d,h}$ du déplacement au point P . De par les propriétés du produit scalaire on aura :

$$-1 \leq \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle \leq 1 \quad (3.43)$$

Ce qui implique :

$$\begin{aligned} \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle_0 = 0 &\leftrightarrow \vec{u}_{d,h} \perp \vec{u}_P \\ \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle_{Max} = 1 &\leftrightarrow \vec{u}_{d,h} = \vec{u}_P \\ \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle_{Min} = -1 &\leftrightarrow \vec{u}_{d,h} = -\vec{u}_P \end{aligned}$$

(3.44)

il s'en suit que :

$$\begin{aligned} \|\nabla(\phi\phi^*)_{P,h}\| \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle > 0 &\leftrightarrow \vec{u}_{d,h} = -\vec{u}_P \\ \|\nabla(\phi\phi^*)_{P,h}\| \langle \vec{u}_P | \vec{u}_{d,h} \rangle < 0 &\leftrightarrow \vec{u}_{d,h} = \vec{u}_P \end{aligned}$$

(3.45)

Pour un assemblage fissile donc, un déplacement vers l'extérieur du cœur induit une diminution de la réactivité du système, alors qu'un déplacement centripète (vers l'intérieur du cœur) induit une insertion positive de réactivité, et réciproquement pour des assemblages absorbants.

En particulier pour le cas de cœurs constitués uniquement d'assemblages fissiles identiques (et donc par de mêmes concentrations isotopiques), la variation de réactivité $\Delta\rho$ due au déplacement individuel de chaque assemblage, pour un déplacement donné \vec{d} , sera fonction du profil spatiale du flux (et flux adjoint) et donc de la position de l'assemblage dans le cœur (Fig. 18).

Dans la Fig. 20 ci-dessous, les valeurs des contributions individuelles à la réactivité pour un déplacement unitaire (DRW) ont été calculées à l'aide du solveur PARIS/SNATCH avec la méthode de projection spatiale du maillage, qui sera décrite au chapitre suivant. On constate que les contributions calculées reflètent bien la distribution spatiale du terme $\nabla(\phi\phi^*) \cdot \vec{u}_d$, dont l'évaluation a été implémentée au cours de cette thèse.

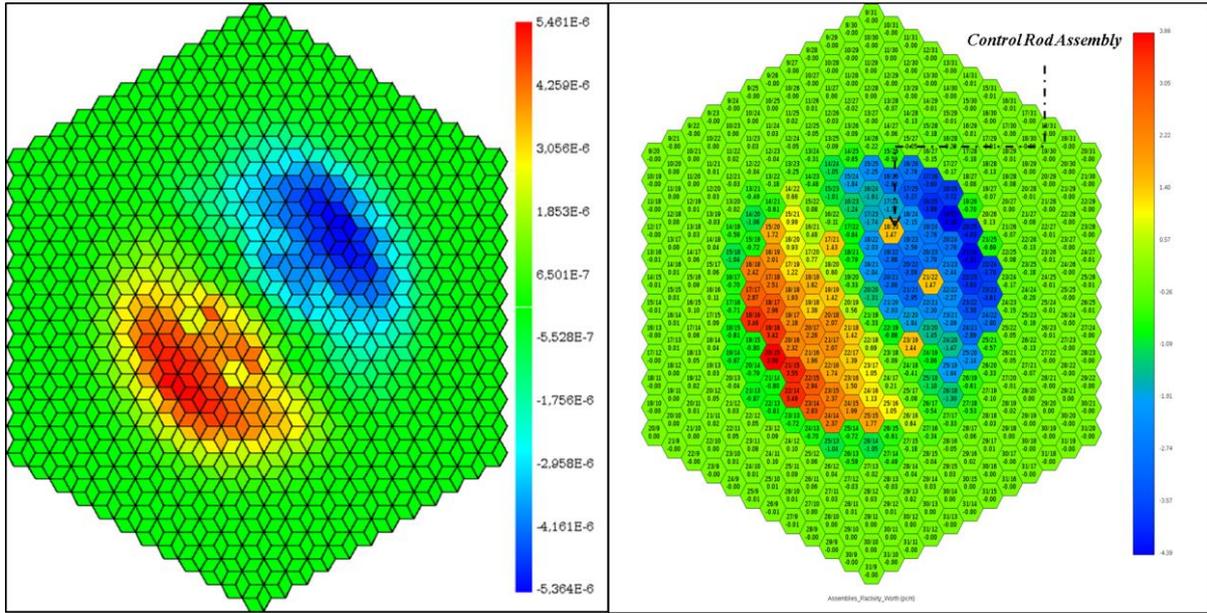


Figure 20 : Profil spatial du terme $\nabla(\phi\phi^*) \cdot \vec{u}_d$ (gauche) et contributions individuelles (droite) pour un déplacement imposé $\vec{u}_d = [\frac{\sqrt{3}}{2}; 1]$.

En particulier, on remarque que les contributions individuelles deviennent négligeables dans trois zones :

- loin du centre du cœur, où le flux et le flux adjoint deviennent faibles (zone de faible importance neutronique pour les milieux déplacés),
- au centre du cœur où le gradient de flux est nul,
- sur une ligne orthogonale au champ de déplacement, passant par le centre du cœur.

Toutefois, cette analyse marque ces limites s'il existe dans le cœur des hétérogénéités telles que la présence de barres de commande ou un milieu réflecteur en périphérie du cœur. Dans ce cas le gradient radial du flux peut être positif et par conséquent l'impact de la direction du déplacement sur la variation de réactivité peut différer par rapport à celui prévu en (3.45).

Par ailleurs l'approximation de diffusion perd de sa validité dans les régions absorbantes et de forts gradients (§3.2), ce qui nécessite de traiter le problème à l'aide de l'équation du transport.

3.3.2 Équation du Transport et Perturbations au Premier Ordre

On relaxe maintenant les hypothèses (2) et (3), afin de prendre en compte respectivement les effets liés au spectre énergétique des neutrons et celles concernant leur direction.

En se référant aux équations (3.4) et (3.12) les opérateurs de disparition A et de fission F deviennent :

$$A = \vec{\Omega} \cdot \nabla() + \sum_i N_i(\vec{r}) \sigma_{i,Tot}(E) - \sum_i N_i(\vec{r}) \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \quad (3.46)$$

$$F = \frac{1}{4\pi} \sum_i N_i(\vec{r}) \int_0^\infty dE' v_i(E') \sigma_{i,f}(E') \chi_i(E' \rightarrow E) \quad (3.47)$$

Afin de prendre en compte l'anisotropie concernant les effets de diffusion, on considère la relation (3.4) et on développe la section efficace différentielle de scattering selon une base de polynômes de Legendre $P_l(\mu)$, où $\mu = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$ est le cosinus de l'angle de diffusion :

$$\sigma_s(E' \rightarrow E, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \sigma_{s,l}(E' \rightarrow E) P_l(\mu) \quad (3.48)$$

où :

$$\sigma_{s,l}(E' \rightarrow E) = 2\pi \int_{-1}^1 \sigma_s(E' \rightarrow E, \mu) P_l(\mu) d\mu \quad \text{et} \quad \int_{-1}^1 P_l(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{2}{2l+1} \delta_{lm} \quad (3.49)$$

Le même développement (développement aux harmoniques sphériques) est possible pour le flux neutronique. Le terme de scattering deviendra :

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}') \\ &= \int_0^\infty dE' \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \sigma_{s,l}(E' \rightarrow E) \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\vec{\Omega}) \phi_l^m(\vec{r}, E') \end{aligned} \quad (3.50)$$

où $Y_l^m(\vec{\Omega})$ représente le développement du flux en harmonique sphérique et :

$$\phi_l^m(\vec{r}, E') = \int_{4\pi} Y_l^m(\vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} \quad (3.51)$$

Pour l'opérateur de fission en particulier $\phi(\vec{r}, E') = \phi_0^0(\vec{r}, E')$.

Si on néglige tous les termes d'ordre $l > 1$ (approximation P_1) on peut réécrire:

$$A\psi = -\vec{\nabla} \cdot [D(\vec{r}, E) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E)] + \sum_i N_i(\vec{r}) \sigma_{i,Tot}(E) \phi(\vec{r}, E) - \sum_i N_i(\vec{r}) \int_0^\infty \sigma_{i,s,0}(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E) dE' \quad (3.52)$$

Où :

$$D(\vec{r}, E) = \frac{1}{3\Sigma_{Tr}(\vec{r}, E)} = \frac{1}{3[\Sigma_{Tot}(\vec{r}, E) - \Sigma_{s1}(\vec{r}, E)]} \quad (3.53)$$

et :

$$\Sigma_{s1}(\vec{r}, E) = \int_0^{4\pi} dE' \int_{-1}^1 \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu) P_l(\mu) d\mu = \bar{\mu}\Sigma_s(\vec{r}, E) \quad (3.54)$$

En se référant aux équations (3.46) et (3.47), suite à l'hypothèse (4) la variation des opérateurs de fission et de disparition induite par le déplacement d'un assemblage peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \delta A\psi &= \sum_i \delta N_i(\vec{r}) \left[\sigma_{i,Tot}(E)\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \sigma_{i,s}(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}') \right] \\ \delta F\psi &= \frac{1}{4\pi} \sum_i \delta N_i(\vec{r}) \int_0^\infty dE' v_i(E') \sigma_{i,f}(E') \chi_i(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E') \end{aligned} \quad (3.55)$$

Avec une approximation P_1 , en sachant que $\Sigma_a = \Sigma_{Tot} - \Sigma_{s0}$, et que pour des régions telles que les sections efficaces sont constantes en espace $-\vec{\nabla} \cdot [D\vec{\nabla}\phi] = -D\nabla^2\phi$, la variation de réactivité consécutive à la déformation peut être évaluée à partir de l'équation (3.24), obtenue à l'aide de l'équation de diffusion.

Une bonne partie de l'erreur commise par l'approximation de la diffusion concerne l'hypothèse d'isotropie des phénomènes de diffusion.

La correction de transport, qui consiste à remplacer dans le coefficient de diffusion (3.8) la section efficace totale par la section de transport (3.53), permet de remédier à l'essentiel de cette approximation.

L'analyse qualitative de l'impact des différents phénomènes neutroniques suite à une déformation du réseau d'assemblage peut être donc menée à l'aide de l'équation de diffusion, en prenant en compte la correction de transport.

Pour une description plus fine des effets de collision une approximation aux polynômes de Legendre d'ordres supérieurs peut être prise en compte, même si cela n'apporterait pas d'avantages significatifs à l'analyse de la variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage.

Au contraire pour une analyse quantitative de $\Delta\rho_p$, une approximation aux ordres supérieurs est envisageable et permettrait de remédier aux erreurs importantes que l'approximation de diffusion apporte dans l'évaluation du flux neutronique en régions d'interface ou fortement absorbantes.

3.3.3 Méthode de Perturbations Exactes

Afin de prendre en compte les effets liés à la variation du flux neutronique induite par la déformation, on relaxe l'hypothèse (4) et on se sert de la théorie des perturbations exactes [6][7][27].

L'équation (3.12) peut donc être réécrite en fonction du flux adjoint Φ^* (correspondant au cœur non perturbé) et du flux direct perturbé Φ' :

$$\Delta\rho = -\frac{\langle \psi^* | \left(\delta A - \frac{\delta F}{k_0} \right) \psi' \rangle}{\langle \psi^* | F' \psi' \rangle} \quad (3.56)$$

Puisque dans cette analyse, on prend en compte une déformation induite par le déplacement d'un seul assemblage, la variation du flux neutronique sera localisée en toute proximité de la déformation même, et on appellera cette région V_{Def} .

On pourra donc écrire le flux perturbé comme :

$$\psi'(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) = \psi_0(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) + \delta\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) \quad (3.57)$$

où $[\delta\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) = 0]_{V \neq V_{Def}}$.

Suite à l'hypothèse (6), à l'aide de la figure 19 on peut décomposer la région perturbée en trois sous-domaines tels que $V_{Def} = V_A + V_B + V_C$, chacun caractérisé par un « type » différent de perturbation.

Plus en détail :

- la perturbation dans les régions V_A et V_B implique des variations de concentrations et de flux neutronique ;
- suite à l'hypothèse (6) la région V_C n'implique qu'une perturbation du flux.

Comme pour l'équation (3.20) on peut écrire l'intégrale de perturbation en se référant aux régions composant V_{Def} .

Pour chaque région, on utilise l'équation (3.57) pour le flux perturbé dans le calcul des intégrales de perturbations. En conséquence de la linéarité des opérateurs on pourra réécrire le numérateur de l'équation (3.56) comme :

$$\langle \psi^* | \left(\delta A - \frac{\delta F}{k_0} \right) \psi' \rangle = \langle \psi^* | (\delta A) \psi_0 \rangle + \langle \psi^* | (\delta A) \delta\psi \rangle - \langle \psi^* | \left(\frac{\delta F}{k_0} \right) \psi_0 \rangle - \langle \psi^* | \left(\frac{\delta F}{k_0} \right) \delta\psi \rangle \quad (3.58)$$

En particulier δA et δF seront nuls dans V_C , conséquence de l'absence de variation de concentration dans cette région. En fait, puisque pour cette analyse on considère une description continue en énergie, la variation du flux neutronique n'influence pas les valeurs de sections efficaces microscopiques.

Dans le cas d'une modélisation multigroupe, la variation des sections microscopiques ne peut plus être négligée, et donc devra être pris en compte dans le cas de résolution de l'équation du transport ou de diffusion à l'aide des codes déterministes^e [37][46].

On propose donc de continuer l'analyse d'abord avec une modélisation à énergie continue et on conclura en prenant en compte l'impact d'une discrétisation multigroupe sur l'évaluation de $\Delta\rho_P$.

^e L'évaluation des phénomènes d'autoprotection et des sections efficaces autotrotégées est indispensable pour la résolution du flux neutronique par les codes de transport multigroupe. Pour ces codes, cette modélisation peut être vue comme la dernière étape du traitement des sections efficaces.

Description Ponctuelle en Énergie

Suite aux considérations faites en conclusion de la section précédente, on considère une approximation P_1 pour l'équation de Boltzmann.

La perturbation de déplacement de matière sera globalement nulle pour V_C , puisque la variation de concentrations est égal et opposée dans V_A et V_B (équation (3.23)).

En se référant à l'analyse menée précédemment (§3.3.1), la variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage, dont la projection de son centre de masse est localisée en $P = (x, y)$, sera :

$$\Delta\rho_P = \Delta\rho_P^{F0}(\delta N, \Phi_0) + \Upsilon_P(\delta N, \delta\Phi) \quad (3.59)$$

où $\Delta\rho_P^{F0}$ est la variation de réactivité issue du calcul de perturbations au premier ordre, et Υ prend en compte les effets liés aux variations du flux neutronique dans les volumes V_A et V_B :

$$\begin{aligned} & \Upsilon_P \\ = & - \sum_h \sum_i \xi_{i,h} \frac{B_{i,h}(Z_{A,P,h}(\delta\Phi) - Z_{B,P,h}(\delta\Phi)) - (D_{A,P,i,h}^* Z_{A,P,h}(\nabla^2(\delta\Phi)) - D_{B,P,i,h}^* Z_{B,P,h}(\nabla^2(\delta\Phi)))}{\bar{v}\sigma_{f,i,h}(N_{Ass,i,h} + N_{Na,i,h} + \xi_{i,h}[(Z_{A,P,h}(\Phi) - Z_{B,P,h}(\Phi)) + (Z_{A,P,h}(\delta\Phi) - Z_{B,P,h}(\delta\Phi))])} \end{aligned} \quad (3.60)$$

En particulier, pour $\Delta\rho_P^{F0}$ les termes en $Z(\delta\Phi)$ au dénominateur doivent être aussi pris en compte.

Puisque la variation du flux induite par le déplacement d'un seul assemblage est très faible, on peut négliger les termes du troisième ordre $Z(\nabla^2(\delta\Phi))$.

Cette erreur est due à la modélisation imprécise des phénomènes de fissions et des captures qui ne tiennent pas compte de la variation locale du flux.

Il s'ensuit que plus la déformation devient importante (soit à cause de grands déplacement soit parce que la perturbation concerne plusieurs assemblages) plus l'erreur commise sur $\Delta\rho_P$ augmente.

De manière analogue le fait de négliger les termes en $Z(\nabla^2(\delta\Phi))$ devient illicite lorsqu'on traite des perturbations localisées aux régions d'interface et/ou caractérisées par de forts gradients.

Description Multigroupe en Énergie

On considère maintenant une discrétisation du spectre énergétique en G groupes.

Dans le cas d'une telle discrétisation, les sections microscopiques correspondantes au groupe g sont fonction du flux neutronique.

En fait, ces sections sont définies de façon à ce que pour chaque groupe g le taux de réaction multigroupe (le produit de la section efficace multigroupe par le flux scalaire multigroupe) soit égal à la valeur intégrée sur le groupe g du taux de réaction ponctuel :

$$\sigma^g(\vec{r}) = \frac{\int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g+1}} \phi(\vec{r}, E) dE} \quad (3.61)$$

Une analyse préliminaire similaire à celle menée jusqu'à maintenant n'est donc pas possible en raison de l'impossibilité d'estimer a priori l'impact des variations du flux sur les sections microscopiques. Toutefois des considérations générales sur l'impact de la modélisation multigroupe sur notre analyse peuvent être portées.

Puisqu'on considère maintenant des variations de sections efficaces microscopiques, avec une approximation au premier ordre on peut écrire :

$$\delta \Sigma^g(\vec{r}) = \delta N(\vec{r})\sigma_0^g(\vec{r}) + N(\vec{r})\delta\sigma^g(\vec{r}) \quad (3.62)$$

Où l'indice 0 réfère au cas non perturbé.

De manière analogue aux analyses menées dans les sections précédente on pourra écrire :

$$\Delta\rho_p = \Delta\rho_p^{F0}(\delta N, \Phi_0) + \Upsilon_p(\delta N, \delta\Phi) + \Theta_p(\delta\sigma, \Phi_0) + \Lambda_p(\delta\sigma, \delta\Phi) \quad (3.63)$$

Le terme Θ_p représentent la contribution des variations de sections efficaces microscopiques multigroupes à $\Delta\rho_p$ et Λ_p la contribution de $\delta\sigma^g$ et des variations du flux.

Ces derniers termes sont calculés dans toutes les régions composant le volume concerné par la perturbation c'est-à-dire V_A, V_B et V_C , tandis que de $\Delta\rho_p^{F0}$ et Υ_p ne sont non nuls que en V_A et V_B .

De plus, les termes Θ_p et Λ_p ne peuvent pas être négligés lorsqu'on traite des perturbations localisées aux régions d'interface et caractérisées par de forts gradients, à moins de fortes approximations comme on le verra dans les chapitres suivants.

3.4 Conclusions

Dans ce chapitre, le développement d'un modèle analytique pour étudier les causes de variations de réactivité lors de la déformation d'un cœur est proposé.

A l'aide de la théorie des perturbations (au premier ordre puis exacte) une relation pour évaluer l'impact d'une déformation du cœur sur la réactivité du cœur a été proposée, à partir de l'équation de transport de Boltzmann ainsi que de l'approximation de la diffusion.

Cette analyse a permis de montrer que la contribution du déplacement d'un assemblage est fonction de la nature de son déplacement et de sa position dans le cœur.

La variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage est due à la variation locale des phénomènes de fission et capture, et la variation des fuites des neutrons suite aux collisions avec les noyaux de la région considérée.

Une comparaison entre la modélisation issue de l'approximation de diffusion et celle liée à l'équation du transport montre qu'une approximation aux ordres supérieurs de polynômes de Legendre est envisageable et permettrait de remédier aux erreurs importantes que l'approximation de diffusion apporte dans l'évaluation du flux neutronique en régions d'interface ou à forts gradients.

De même, l'utilisation des méthodes de perturbation exactes met en évidence que la méthode de perturbations au premier ordre sous-estime probablement la variation de réactivité du système. Ce manque de précision est notamment dû à la modélisation insuffisante des phénomènes de fissions et des captures qui ne prennent pas en compte la variation locale du flux autour de la perturbation.

Chapitre 4

La Méthode de Projection du Maillage

Dans ce chapitre on propose un premier schéma de calcul neutronique qui permet d'évaluer les variations du flux neutronique et de la réactivité lors d'une déformation du réseau d'assemblages pour un cœur de RNR-Na.

Ce schéma se base sur une méthode de projection des compositions des différents milieux d'une déformation sur un maillage de référence, et permet l'analyse de la phénoménologie neutronique des cœurs déformés, soit en géométrie bidimensionnelle (2D-RZ ou 2D-HEX) soit tridimensionnelle (3D-HEX), en appliquant une résolution directe des équations du transport neutronique (méthodes P_N , SP_N et S_N), voire en utilisant l'approximation de la diffusion.

Cette analyse a permis de vérifier les résultats de la modélisation analytique menée dans le chapitre précédent, et d'identifier la variation des taux de fissions et captures neutroniques comme la cause principale de la diminution ou l'augmentation de réactivité du cœur générée par la perturbation.

Ce schéma a été validé en comparant les résultats issus d'une déformation postulée (simulant le gerbage d'un cœur) avec ceux issus du code Monte Carlo TRIPOLI4.

Chapitre 4: La Méthode de projection du Maillage	79
4.1. Principes de la Méthode	80
4.2. Codes et Solveurs Utilisés	80
4.2.1. Le Code de Cellule <i>ECCO</i>	81
4.2.2. Les Solveurs Cœur	83
4.3. Modélisation 2D-RZ des Déformations du Cœur	85
4.3.1. Modélisation 2D-RZ du Cœur de PHENIX	85
4.3.2. Modélisation des Déformations (Géométrie 2D-RZ)	86
4.3.3. Evolution des Sections Macroscopiques	88
4.3.4. Evaluation de la Réactivité du Cœur Déformé	89
4.4. Modélisation H3D des Déformations du Cœur	93
4.4.1. Modélisation H3D du Cœur de PHENIX	93
4.4.2. Modélisation des Déformations (Géométrie HD3)	94
4.4.3. Déformation Locale du Réseau : Déplacement d'un seul Assemblage	98
4.5. Validation Numérique de la Méthode de Projection du Maillage	100
4.5.1. Déplacement des Deux Premières Couronnes	101
4.5.2. Gerbage Central du Cœur	102
4.5.3. Amélioration de la Méthode et Réduction des biais	104
4.6. Conclusions	107

4.1 Principes de la Méthode

La méthode de projection du maillage spatiale mise en place, consiste à modifier le bilan matière et donc les concentrations isotopiques dans les différentes régions du cœur concernées par les déplacements d'assemblages.

Ces modifications sont faites de manière à conserver le bon bilan matière (à l'échelle cœur) et reproduire la nouvelle position des assemblages (et donc la configuration du cœur perturbé) sur un maillage régulier du cœur utilisé pour calculer l'état non perturbé, autrement dit de *référence*. Cette méthode a l'avantage de pouvoir permettre d'utiliser les moyens standard de calculs de flux sur une géométrie régulière. En contrepartie, elle s'appuie sur l'utilisation d'hypothèses simplificatrices que nous détaillerons et justifierons.

La déformation globale ou locale du cœur est donc traitée comme une correction locale d'inventaire de matière (fissile, fertile, absorbante, caloporteur..) au niveau de chaque maille concernée dans le maillage support au calcul du cœur de référence.

Malgré les particularités qui caractérisent le choix d'une représentation d'un cœur (bidimensionnelle, tridimensionnelle, X-Y, hexagonal ...), la méthode peut être appliquée à différents types de géométrie et de maillage à condition d'utiliser les bonnes fonctions de passage d'une géométrie perturbée à une géométrie de référence.

Par exemple l'application de la méthode à une représentation 2D-RZ permet une analyse efficace de perturbations induisant de grandes déformations (à caractère symétrique) qui peuvent être décrites en termes de déplacements moyens des couronnes d'assemblages, ou régions, dont le cœur est composé.

Au contraire une modélisation tridimensionnelle hexagonale permettrait une description précise et détaillée des déformations qui concernent un nombre réduit d'assemblages, et donc une meilleure compréhension des enjeux neutroniques liés à des perturbations locales du réseau.

Pour ce faire, on propose d'établir un schéma en deux étapes, comme pour le calcul déterministe de la situation de référence, en traitant successivement les aspects réseau puis cœur. Dans une première étape, les sections efficaces microscopiques autoprotégées à nombre réduit de groupes sont calculées à l'aide du code de cellule ECCO. Dans une deuxième étape la résolution de l'équation du transport de Boltzmann ou de la diffusion est appliquée à l'échelle du cœur sur la base des sections efficaces macroscopiques locales reconstituées.

Dans la résolution de la partie cœur, on a utilisé le solveur en théorie de la diffusion d'ERANOS et son solveur BISTRO [38] pour la résolution de l'équation du transport dans le cas d'une modélisation 2D-RZ du cœur. Dans le cas d'une représentation du cœur en géométrie hexagonale et tridimensionnelle l'équation en théorie de la diffusion a été résolue avec le solveur de diffusion H3D d'ERANOS, alors que l'équation en théorie du transport l'a été avec les solveurs VARIANT [43] (formulation P_N et SP_N) et SNATCH [44] (formulation S_N).

4.2 Codes et Solveurs Utilisés

Comme décrit précédemment (chapitre 2), les méthodes déterministes pour la résolution de l'équation de Boltzmann reposent sur la discrétisation de toutes les variables de l'espace des phases.

Pour chacune d'entre elles, plusieurs types de discrétisation, plusieurs modèles et par conséquent plusieurs méthodes numériques associées à leur évaluation sont disponibles et sont utilisés pour résoudre l'équation du transport.

Cette discrétisation est complexe notamment à cause des variations des sections efficaces de réactions avec l'énergie et de leur dépendance en espace et en angle. Afin de traiter ce problème, l'approche

déterministe consiste tout d'abord à évaluer des sections efficaces multigroupes autoprotégées pour les différentes régions composant le cœur (*calcul cellule*).

Une fois ces sections efficaces évaluées, il est alors possible de résoudre l'équation en théorie du transport ou de diffusion et de calculer le flux neutronique sur le cœur complet (*calcul cœur*), ainsi que la réactivité du système.

4.2.1 Le Code de Cellule ECCO

L'évaluation des sections efficaces auto-protégées en espace et en énergie est réalisée à l'aide du code de cellule ECCO, pour une modélisation 2D représentative de l'assemblage considéré [45] [46].

Le code utilise la méthode des sous-groupes combinée à un calcul transport avec une méthode approchée des probabilités de collision P_{ij} afin de traiter les phénomènes de ralentissement et d'autoprotection.

Les jeux de sections efficaces ECCO sont générés à partir de bibliothèques de données nucléaires multi-groupes (ERALIB-1, JEFF-3.1, JENDL-4.0 ou ENDF/B-VII.1) [47][48][49], lesquelles contiennent les sections efficaces anisotropes de transfert (à l'ordre 1 de Legendre) ainsi que des tables de probabilité pour certains noyaux afin de prendre en compte les effets d'autoprotection par la méthode de sous-groupes.

Bien que la possibilité d'utiliser différents découpages énergétiques est envisagée, pour les régions fissiles et fertiles un découpage à 1968 groupes est normalement pris en compte. Ce découpage fin permet en fait de traiter au mieux les phénomènes de ralentissement des neutrons dû aux noyaux lourds (noyaux fissiles et fertiles).

L'autoprotection spatiale est prise en compte pour différents types de géométries (cylindrique, cartésienne, hexagonale), et finalement les sections efficaces sont généralement condensées à 33 groupes et homogénéisés spatialement pour chaque cellule.

En fonction de la composition, on peut identifier différents types de cellule, chacun traité suivant des étapes différentes.

Cellules Combustibles et Fertiles

Les cellules représentatives des assemblages fissiles et fertiles sont décrites en géométrie hétérogène hexagonale bidimensionnelle. La présence du tube hexagonal est prise en compte ainsi que la distribution spatiale des aiguilles de combustible.

Les sections efficaces sont calculées en utilisant des probabilités de collision simplifiées (méthode de Roth avec distinction des faces pour le réseau d'aiguilles, méthode à *deux steps* pour la prise en compte de l'effet d'hétérogénéité dû au tube de structure).

Afin de représenter de manière simplifiée à la fois l'anisotropie du choc (Legendre P1) et les fuites des neutrons on considère que les équations pour le flux et le courant des neutrons sont couplées (mode *PI Consistent*) [36] [46]. Chaque aiguille cylindrique du réseau comporte trois cylindres emboîtés représentant la pastille combustible, le jeu pastille-gaine et le gainage (auquel la quantité d'acier correspondant au fil espaceur a été ajoutée), entourés de sodium.

Quatre étapes sont normalement prises en compte pour les calculs des cellules :

1. *une étape d'initialisation* : géométrie hétérogène en groupes larges (33 groupes d'énergie), on recherche le terme de fuites (en terme du laplacien) qui rend critique le système;
2. *une étape en groupes fins* : géométrie hétérogène en 1968 groupes d'énergie. Le laplacien considéré est celui issu de l'étape précédente. Les sections efficaces sont ensuite condensées

en groupes larges (33 groupes d'énergie), avec prise en compte de tous les noyaux disponibles dans la bibliothèque en groupes fins ;

3. une étape en groupes larges : géométrie hétérogène avec recherche du laplacien critique ;
4. une étape d'homogénéisation : cette étape produit les sections efficaces homogénéisées en espace et en groupes.

Les cellules fertiles sont traitées de manière similaire, avec une étape en groupes fins, à ceci près qu'étant nettement sous-critiques, elles sont alimentées par une source externe de neutrons en groupes larges provenant du calcul des cellules combustibles voisines.

En particulier afin d'évaluer les sections efficaces des zones fertiles on considère comme source la cellule combustible au centre du cœur. Le laplacien semi-empirique préconisé pour les cellules fertiles est utilisé [46].

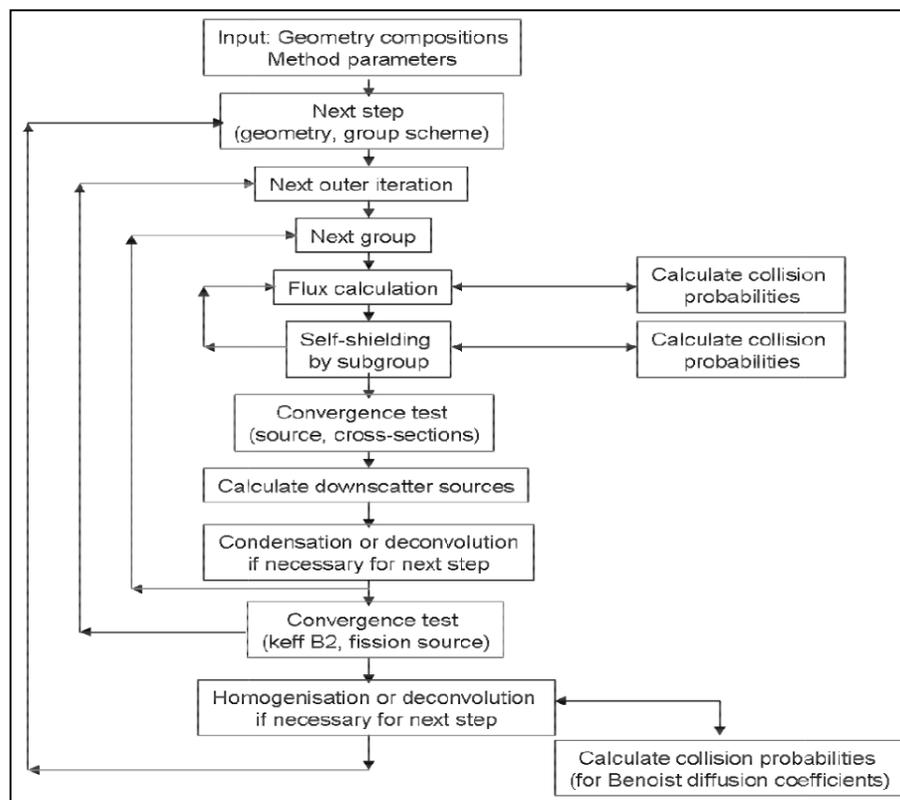


Figure 21: Schéma de Calcul ECCO [50].

Cellules Non Multiplicatrices et Absorbantes

Ces cellules représentent les structures situées autour du cœur, telles que les protections, les assemblages de type réflecteur mais aussi les assemblages relatifs aux barres de commande (suiveur et parties absorbantes).

Dans le cadre des travaux de cette thèse, les cellules des milieux inertes ont été modélisées en géométrie homogène, en une seule étape à 33 groupes et avec un laplacien nul. On a utilisé une source externe à 33 groupes issue du milieu combustible interne [51].

Normalement les cellules associés aux régions absorbantes nécessitent d'être traitées avec une procédure spécifique (*méthode d'homogénéisation par équivalence en réactivité*) [52].

En effet, le fort pouvoir absorbant des aiguilles B₄C crée une dépression de flux à l'intérieur du faisceau par autoprotection spatiale. Il en résulte une hétérogénéité importante de la distribution en espace, énergie et angle du flux neutronique au niveau de l'assemblage, ce qui nécessite d'effectuer les calculs en géométrie hétérogène et d'utiliser une méthode adaptée [52][53][54].

Cependant, puisque cette procédure est applicable seulement en cas d'absence des noyaux fissiles ou fertiles dans la cellule [52], elle n'est pas adaptée au traitement de méthode de projection de maillage dans ces régions, ce qui constitue, on le verra, une limite à la méthode de projection décrite. En conséquence la procédure de traitement spécifique des régions absorbantes n'a pas été prise en compte dans les études présentées dans ce manuscrit.

4.2.2 Les Solveurs Cœur

Une fois évaluées les sections efficaces autoprotégées à l'étape réseau, différentes méthodes de résolution de l'équation de Boltzmann et de diffusion peuvent être appliquées à l'étape cœur.

Ci-dessous sont présentés brièvement les solveurs utilisés pour les études présentées dans cette section.

Le Solveur en Diffusion H3D d'ERANOS

L'approximation de la diffusion présente comme principal avantage la réduction du nombre de variables du calcul et par conséquent, la simplification de la résolution numérique et donc du temps de calcul (§3.2).

La résolution de l'équation de diffusion multigroupe (homogène ou inhomogène) pour une géométrie hexagonale 2D ou 3D est faite à l'aide du solveur H3D d'ERANOS [36].

Le flux est calculé par la méthode des différences finies et peut être utilisé pour mener des calculs des perturbations avec les outils disponibles dans ERANOS.

Le Solveur en Transport de Type S_N : BISTRO et SNATCH

La méthode S_N consiste à réduire l'équation de Boltzmann à un système d'équations différentielles couplés qui sera ensuite traité à l'aide des différentes méthodes de résolution numériques (méthodes nodales, différences finies, éléments finis, volumes finis..).

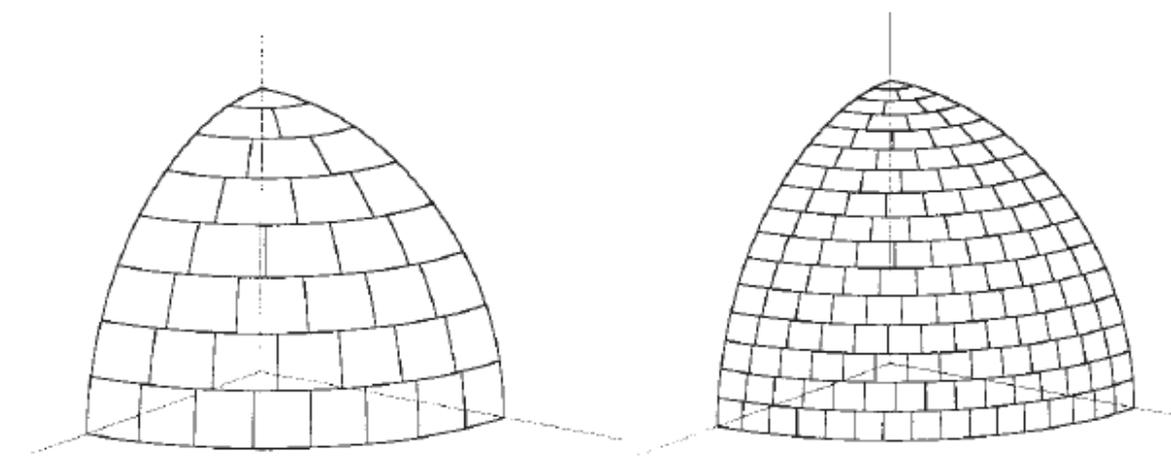


Figure 22 : Représentation des maillages S₁₆ et S₃₂ sur un huitième de sphère.

En particulier la réduction du système d'équations est faite en limitant les possibles valeurs de la variable angulaire à un ensemble discret de valeurs et en traitant l'opérateur de collision par une formule de quadrature pour ces directions.

Le choix des directions est fait sur la base d'une discrétisation de la surface d'une sphère unité. Plusieurs variantes de discrétisation sont possibles et toutes se basent sur deux principes (Fig. 22) :

1. la surface de cette sphère est découpée en N tranches parallèles allant du pôle nord au pôle sud ;
2. ces tranches sont elles-mêmes découpées par des arcs de méridien, la première en 4 mailles, la seconde en 8, la troisième en 12, et ainsi de suite jusqu'à l'équateur. Un découpage symétrique est fait pour l'autre hémisphère

A chaque région de la sphère découpée correspond une direction discrétisée.

Le solveur BISTRO [38] permet la résolution de l'équation de Boltzmann discrétisée avec la méthode des différences finies, pour des géométries monodimensionnelles ou 2D-RZ.

Le solveur SNATCH [55][56][57][58], grâce à la méthode des ordonnées discrètes (DGM *Discontinuous Galerkin Method*) et une méthode basée sur les éléments finis, permet la résolution de l'équation du transport pour des géométries hexagonales et cartésiennes. Pour une géométrie hexagonale, l'élément de base du maillage consiste en un losange représentant un tiers d'hexagone. La structure du solveur SNATCH sera présentée en détail dans le chapitre suivant (§5.2).

Le Solveur en Transport de Type P_N et SP_N : VARIANT

VARIANT permet la résolution des équations de diffusion et du transport à l'aide d'une méthode nodale variationnelle (associée à la méthode P_N) qui se base sur le développement du flux neutronique angulaire Ψ selon des bases de polynômes de Legendre pour sa composant spatiale et selon des harmoniques sphériques en angle [7][8][26]:

$$\Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_l^m \Psi(\vec{r}) Y_m^l(\vec{\Omega}) \quad (4.1)$$

Le solveur permet l'évaluation du flux pour des géométries 2D et 3D (géométries cartésienne et hexagonale) [59][60].

Trois ordres des polynômes définissent la partie spatiale. Le premier concerne l'ordre du développement polynomial du flux scalaire dans la maille. Le deuxième est lié au développement polynomial du courant sur les interfaces entre mailles et le troisième est l'ordre de développement polynomial de la source neutronique dans la maille considérée.

Il est possible de mener des calculs SP_N (*simplified P_N*), méthode qui permet une réduction du temps de calcul grâce à la suppression de certains termes croisés du développement P_N [7][39].

En l'état actuel du code ERANOS, les calculs des perturbations ne peuvent être mises en œuvre qu'en partant d'une structure du flux issue de calculs BISTRO, H3D et SNATCH. Le solveur VARIANT (version 9) ne le permet pas aujourd'hui, bien que des utilitaires de perturbations et sensibilités aient été mis en œuvre dans des versions ultérieures (*DOE-ANL*)[61]. Un calcul des perturbations est possible pour le module en cinétique KIN3D de VARIANT [71].

4.3 Modélisation 2D-RZ des Déformations du Cœur

Comme montré précédemment (§2.4.2), l'effet d'une déformation globale de dilatation ou de compaction sur la neutronique du cœur peut être estimé à l'aide du solveur diffusion d'ERANOS et BISTRO, avec une représentation bidimensionnelle axiale-symétrique (2D-RZ).

Une telle modélisation est sujette à deux limitations principales :

1. la possibilité de représenter seulement des *déformations axiales-symétriques* (et donc de la représentation de phénomènes de type gerbage depuis le centre du cœur) ;
2. possibilité de mener des calculs de perturbations (et donc d'identifier les contributions à la variation de réactivité) seulement pour des systèmes qui ne diffèrent pas en géométrie (en terme de taille du cœur et de ses régions).

Bien que cette modélisation ne permette pas d'évaluer l'impact des déformations complexes du cœur (aspects 3D), elle permet de conduire des analyses physiques globales et de premières estimations de variations de réactivité $\Delta\rho$.

Dans un premier temps on proposera d'appliquer la méthode de projection de maillage sur la base d'un schéma de calcul 2D-RZ du cœur du réacteur PHENIX qui permettra l'identification des contributions à $\Delta\rho$ à l'aide d'un calcul des perturbations pour une géométrie déformée. Ensuite (§4.4) la modélisation 2D-RZ sera laissée au profit d'une modélisation 3D afin de pouvoir prendre en compte des déformations plus complexes et non symétriques.

4.3.1 Modélisation 2D-RZ du Cœur de PHENIX

Cette modélisation prévoit une description du réseau d'assemblages couronne par couronne, en fonction de leur rayon équivalent R_{eq} , calculé en partant de la surface correspondant à la cellule représentative de chaque assemblage A et du nombre des assemblages composants chaque couronne N_i :

$$R_{eq,i} = \frac{\sqrt{\sum_{j=0}^{j \leq i} N_j A}}{\pi} \quad (4.2)$$

C'est évident qu'une telle modélisation ne permet pas une représentation précise et détaillée des hétérogénéités qui concernent chaque couronne, due par exemple à la présence d'assemblages fissiles caractérisés par différents enrichissements, par la présence locale d'assemblages du type réflecteur ou diluant et par la présence des barres de commande. En fait, par rapport à la description du cœur en géométrie hexagonale (qui sera représentée dans les prochaines sections, Fig. 30, les 6 barres de commande sont décrites comme une région située entre deux couronnes de type fissiles (Fig. 23 gauche). Néanmoins la modélisation permet une représentation détaillée des hétérogénéités axiales pour chaque type de régions du cœur.

Les assemblages combustible sont constitués par une région fissile centrale, une couverture fertile inférieure et supérieure (CAI , CAS) et une structure de transition constituée d'acier et de vide (ZTR) intégrant les vases d'expansion des aiguilles ainsi que différentes structures internes à l'assemblage. Les structures de soutien du cœur, les pieds des assemblages et les structures au niveau du sommet du cœur sont modélisées comme un milieu homogène composé par du sodium et de l'acier (SPN).

La région du cœur représentant les barres de commande se compose axialement de deux zones. La première (BDC) représente le milieu absorbant caractérisé par la présence du B_4C et d'autres noyaux

absorbants, la deuxième représente le suiveur des barres de commande et consiste donc en une structure en acier remplie de sodium jusqu'au niveau d'insertion de la région absorbante. Dans la réalité chaque assemblage du cœur à une composition différente en fonction de son enrichissement initial et de son historique d'irradiation. Afin de simplifier l'analyse on considèrera un plan de chargement moyen mais représentatif, dont on distingue seulement deux régions de type fissile (voir Tab. 2), la première représentative des couronnes 1 à 4 du cœur réel, et la deuxième avec un enrichissement en plutonium plus élevé représentative des couronnes 5 à 6.

Table 2 : Type et nombre d'assemblage du cœur de PHENIX.

Type d'Assemblage	Nombre d'Assemblages
Région Fissile Interne	55
Région Barres de Commande	6
Région Fissile Externe	55
Région Fertile Radiale	101
Région Réflecteur	252

4.3.2 Modélisation des Déformations (Géométrie 2D-RZ)

Le schéma de calcul proposé se base sur un découpage de maillage fin tant axialement que radialement (Fig. 23 droite) afin de permettre une description sur un maillage commun du cœur de référence et celui issu d'une augmentation de rayon moyen de chaque région du cœur, induite par une expansion postulée du cœur.

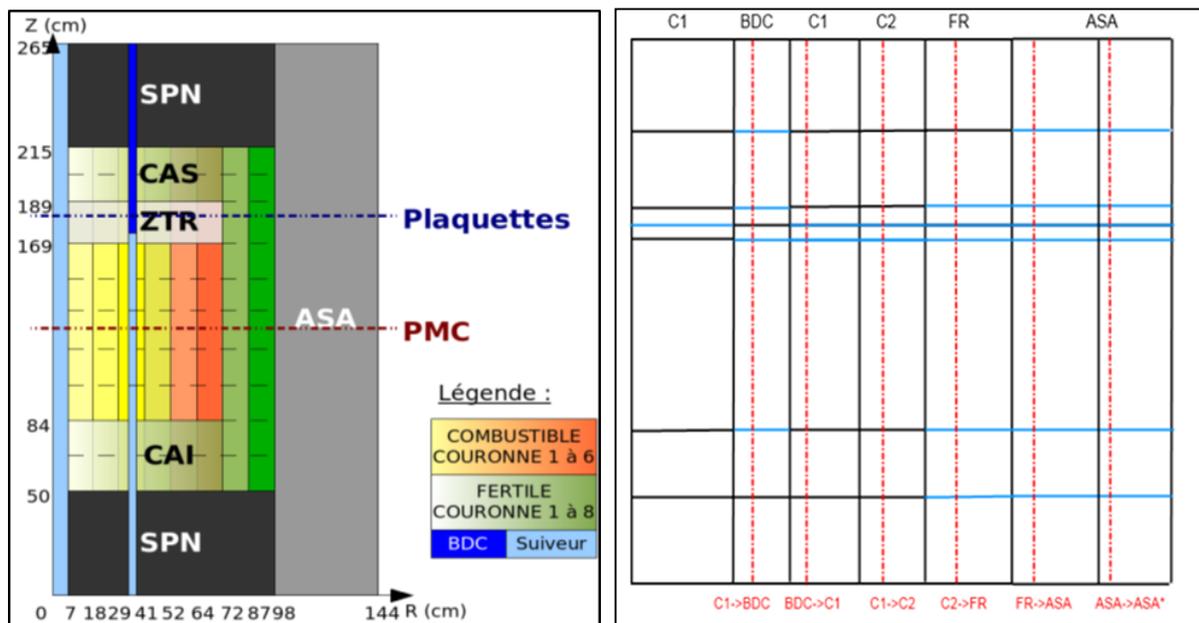


Figure 23 : Représentation 2D-RZ du cœur de PHENIX (gauche) et exemple de maillage utilisé pour le calcul du cœur (droite) : en noir la géométrie de référence et en rouge la géométrie du cœur déformée.

On considère en effet des déformations de type *gerbage homogène depuis le centre du cœur*, qui correspond au déplacement (translation) des assemblages en direction radiale vers l'extérieur du cœur (Fig. 24).

Cela correspond à un déplacement centrifuge de même amplitude de chaque assemblage depuis sa position d'origine dans le réseau.

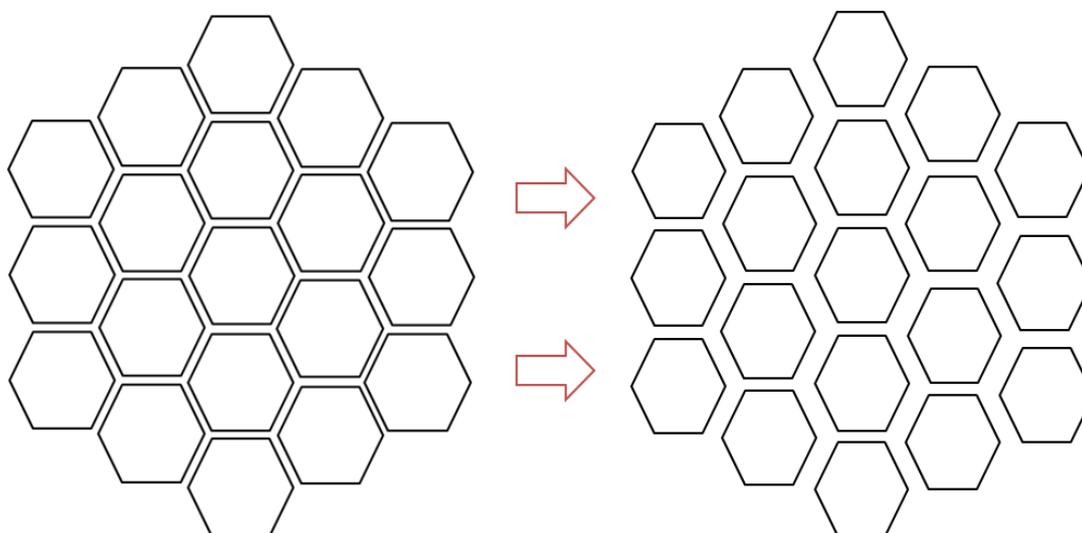


Figure 24 : Représentation d'une déformation de type gerbage homogène.

Une telle déformation est modélisée au niveau cellule par l'augmentation des dimensions de la région du sodium inter-assemblage, et au niveau cœur par l'augmentation du rayon équivalent de chaque région du cœur.

Les valeurs des dimensions de chaque cellule (entreplat de chaque cellule hexagonale) et des rayons équivalents des couronnes du cœur correspondant aux déformations prises en compte dans cette analyse sont reportées dans le tableau ci-dessous (Tab. 3)

Table 3 : Déformation du cœur en termes de dimensions (en centimètres) de la cellule de calcul et du rayon équivalent de chaque région. En vert les dimensions de référence.

<u>Valeur</u>	<u>C1</u>	<u>BDC1</u>	<u>C1</u>	<u>C2</u>	<u>FERTRAD</u>	<u>ASA</u>
12.72	33.39	37.18	52.16	71.92	98.38	144.73
12.87	33.78	37.53	52.71	72.73	98.96	145.03
13.12	34.44	38.12	53.64	74.07	99.60	145.71
13.37	35.09	38.72	54.56	75.41	100.25	146.39
13.62	35.75	39.31	55.49	76.76	100.90	147.09
13.87	36.41	39.91	56.42	78.10	101.55	147.80
14.12	37.06	40.51	57.36	79.45	102.20	148.51

4.3.3 Évolution des Sections efficaces Macroscopiques

La déformation postulée prise en compte dans cette section étant uniforme sur tout le cœur, on peut appliquer pour le calcul des sections efficaces microscopiques au niveau réseau la même méthodologie que pour le cas de référence (calcul en réseau infini). On va donc pouvoir évaluer les sections efficaces microscopiques multigroupe autoprotégées en géométrie hétérogène, et donc prendre en compte tous les effets liés aux variations de l'épaisseur de la lame de sodium entre les assemblages, suite à leur déplacement.

Une fois évaluées les sections efficaces microscopiques pour chaque isotope de chaque région qui composent la cellule déformée, on génère les sections efficaces macroscopiques homogénéisées en espace et en groupes.

La différence relative des sections efficaces microscopiques condensées à 1 groupe d'énergies entre la cellule déformée et la cellule de référence est reportée ci-dessous (Fig. 25). Pour un souci de clarté la figure représente seulement les variations des sections efficaces de fission et de capture pour le Plutonium-239 et l'Uranium-238.

Pour les deux isotopes, on observe une augmentation des sections efficaces de capture et de fission avec la taille de la cellule sauf pour la section efficaces de fission de l'Uranium-238 qui diminue. Ces évolutions traduisent un adoucissement du spectre du flux neutronique dans la cellule induit par l'augmentation de l'épaisseur de la lame de sodium inter-assemblage (effet modérateur du sodium).

Si on observe groupe par groupe, on constate bien une augmentation des sections efficaces de fission et de capture pour les neutrons de hautes énergies et des variations négatives pour ceux de basses énergies (Fig. 26).

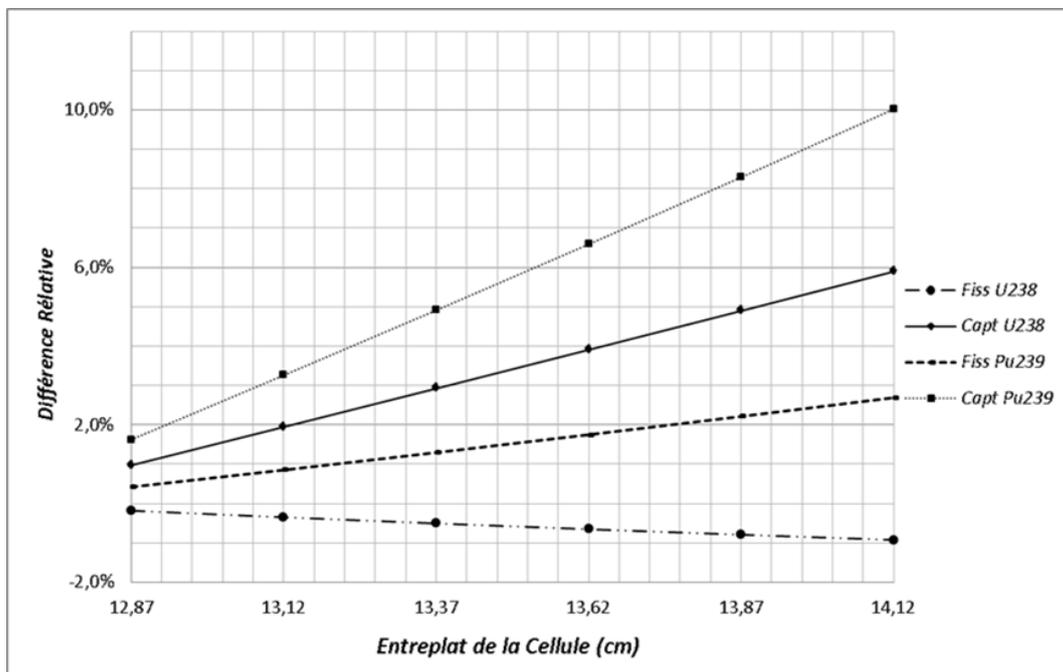


Figure 25 : Différence relative entre les sections efficaces microscopiques de l' $^{238}_{92}\text{U}$ et du $^{239}_{94}\text{Pu}$ de la cellule déformée et la cellule de référence.

Étant donné que le flux rapide à basses énergies est négligeable, en conséquence de l'équation (3.61) (dont le numérateur pour chaque groupe est reporté en Fig. 26 droite) les sections efficaces microscopiques condensées à un groupe d'énergie relatives à la cellule déformée sont supérieures à celles de référence.

Même pour de grandes déformations (non représentatives des déformations réelles), la variation des sections efficaces et des taux de réaction reste inférieure à 10%.

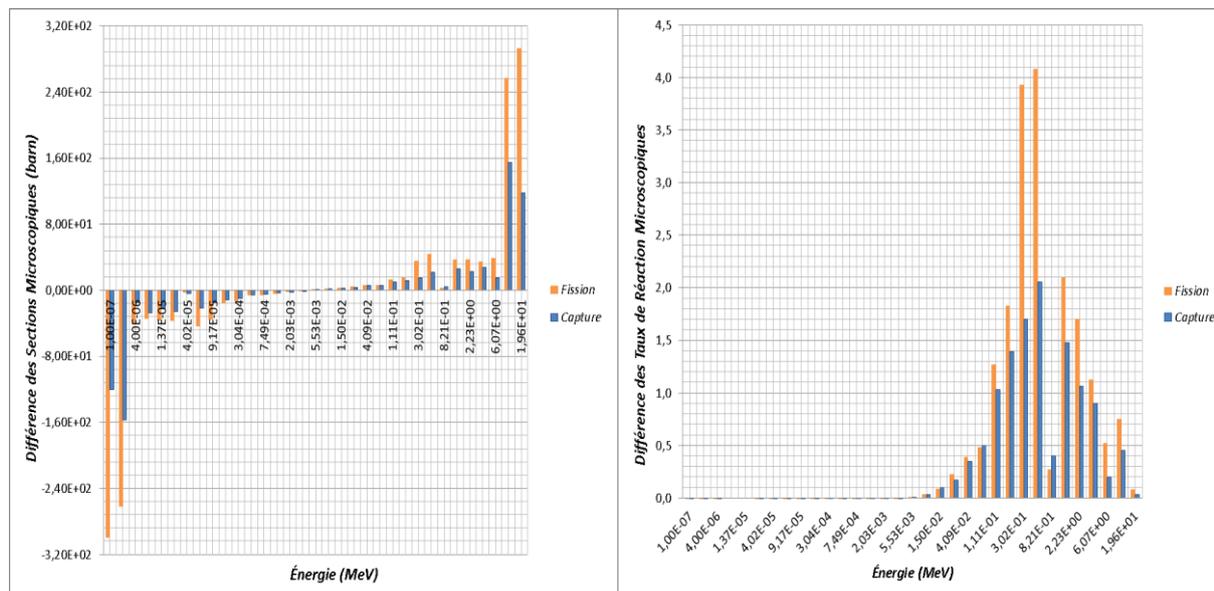


Figure 26 : Différence entre les sections efficaces de fission et capture du $^{239}_{94}\text{Pu}$ de la cellule déformée et la cellule de référence. A droite les taux de réaction microscopiques.

Les sections efficaces microscopiques ayant été évaluées, on peut alors passer au calcul des sections efficaces macroscopiques de la cellule déformée de deux façons :

1. de façon *exacte*, à partir des sections efficaces microscopiques et des concentrations isotopiques de la cellule déformée;
2. de façon *approchée*, à partir des sections efficaces microscopiques de la cellule non déformée et des concentrations isotopiques issues du bilan matière de la cellule déformée. On suppose alors que l'impact de la déformation du cœur est négligeable sur les sections efficaces microscopiques.

Pour estimer l'erreur commise par la méthode approchée, on a évalué l'impact de cette approximation sur le calcul de la réactivité des cœurs déformés. S'il s'avérait que l'impact était faible, l'utilisation de cette approximation permettrait une réduction significative du temps de calcul du flux et de la réactivité du cœur grâce à l'utilisation des sections efficaces microscopiques de référence calculées une fois pour toute, sans avoir à les réévaluer par ECCO pour chaque nouvelle déformation du cœur.

4.3.4 Évaluation de la Réactivité du Cœur Déformé

Dans cette section, on présente les résultats des calculs du cœur déformés, menés à l'aide du solveur de diffusion et du solveur SN BISTRO.

L'indice *Pert* utilisé fera référence aux résultats obtenus en calculant de façon exacte les sections efficaces macroscopiques (§4.3.3). Les résultats des calculs menés à l'aide des sections efficaces macroscopiques évaluées de façon approchées à partir des sections efficaces microscopiques de référence seront indiqués par l'indice *Ref*.

Table 4 : Comparaison des valeurs de $\Delta\rho$ (pcm) obtenus avec des calculs de cœur à l'aide des sections efficaces microscopiques de référence ou représentative des cellules déformées.

<i>Entreplat</i> <i>(cm)</i>	<i>Perturbation Exactes</i> <i>(Diffusion)</i>		<i>Perturbation Exactes</i> <i>(Transport)</i>		<i>Erreur Relative</i> $(\Delta\rho_{Pert} - \Delta\rho_{Ref}) / \Delta\rho_{Ref}$	
	$\Delta\rho_{Ref}$	$\Delta\rho_{Pert}$	$\Delta\rho_{Ref}$	$\Delta\rho_{Pert}$	<i>Diffusion</i>	<i>Transport</i>
12,87	-593.2	-590.5	-582.3	-581	-0.44%	-0.27%
13,12	-1585.9	-158.4	-1558.8	-1566	0.16%	0.46%
13,37	-2579.7	-2597.3	-2542.0	-2568	0.68%	1.01%
13,62	-3570.7	-3611.0	-3531.4	-3582	1.12%	1.42%
13,87	-4555.7	-4624.6	-4526.1	-4606	1.49%	1.72%
14,12	-5525.8	-5634.5	-5525.8	-5635	1.80%	1.94%

Comme indiqué précédemment, l'application de la méthode de projection de maillage permet le calcul des variations de $\Delta\rho$ généré par la déformation du cœur à l'aide des méthodes des perturbations exactes disponibles avec ERANOS. Les flux direct et adjoint sont calculés soit avec la théorie de diffusion soit avec une approximation S_8 pour BISTRO, avec une convergence sur le calcul du facteur de multiplication effectif k_{eff} de l'ordre de 10^{-7} .

En accord avec le modèle analytique présenté au § (2.3), la réactivité diminue quasi linéairement avec l'amplitude du gerbage quelle que soit la méthode utilisée (exacte, approchée) ou le type de solveur (diffusion, transport).

De manière analogue aux sections efficaces microscopiques, l'erreur concernant le calcul des variations de réactivité (soit en approximation de diffusion, soit en transport) à l'aide des sections efficaces macroscopiques calculées de manière indirecte, augmente avec les dimensions des cellules et donc avec les déformations (Tab. 4).

Comme mis en évidence dans la section précédente (Fig. 26), l'écart est surtout lié à la mauvaise évaluation des phénomènes de fission et de capture lors d'un calcul indirect des sections efficaces macroscopiques (ANNEXE D).

Encore, un calcul de type indirect ne permet pas de prendre en compte correctement les phénomènes de fuites et de diffusion consécutifs à la variation de taille de la cellule.

Cependant cet écart reste inférieur à 2% même pour des déformations importantes (Fig. 27), en permettant donc une correcte modélisation de l'effet des déformations du cœur tout en garantissant une réduction significative du temps de calcul en prenant en compte les sections efficaces macroscopiques calculées de manière indirecte.

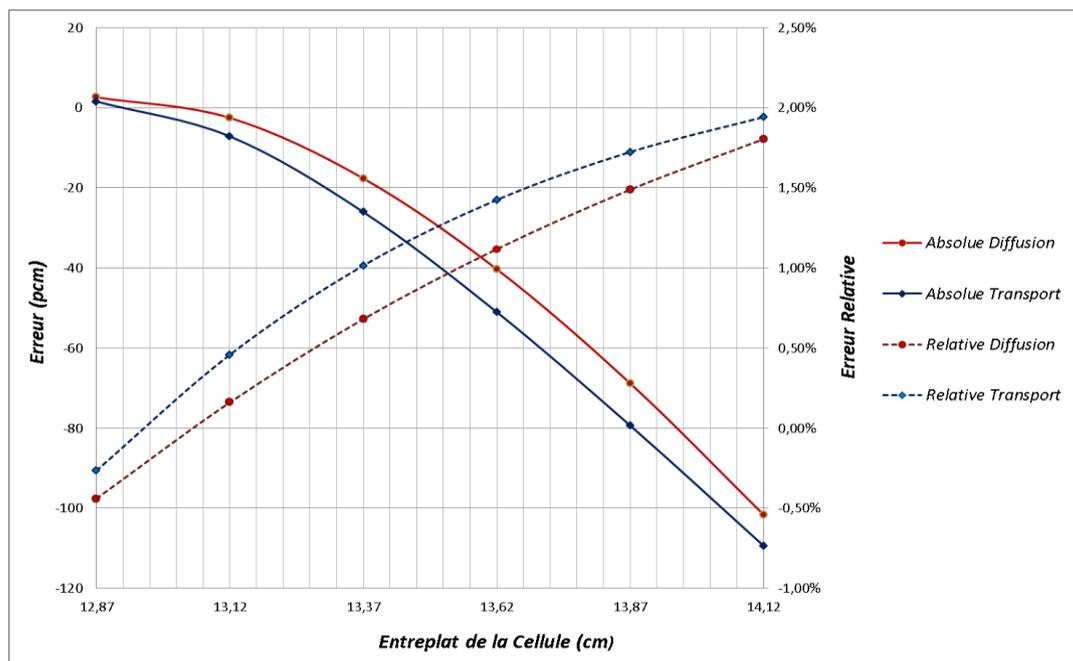


Figure 27 : Erreur absolue et relative conséquent à l'utilisation d'un calcul de type indirecte pour le calcul des sections efficaces macroscopiques.

À l'aide des méthodes de perturbations on peut identifier les contributions des différents phénomènes aux variations de réactivité, au niveau global du cœur ainsi qu'au niveau de chaque région du cœur. On constate alors que l'insertion de réactivité négative causée par l'expansion du cœur est liée principalement à la contribution de trois phénomènes parfois antagonistes (Fig. 28):

- la réduction des fissions induite par le déplacement d'isotopes fissiles vers des régions à importance plus faible et, dans le cas du combustible de type MOX^a par la réduction des sections efficaces de fission due à l'adoucissement du spectre (insertion de réactivité négative);
- la réduction des captures, suite au déplacement d'isotopes capturant vers l'extérieur du cœur, aussi que par les variations des sections efficaces microscopiques de captures (insertion de réactivité positive);
- l'augmentation des phénomènes de transport des neutrons (fuites) due à l'augmentation du libre parcours moyen des neutrons, conséquence du phénomène de dilution du combustible [25] induit par l'introduction du sodium dans le cœur en expansion (insertion de réactivité négative).

Les résultats obtenus permettent de confirmer les tendances issues de la modélisation analytique proposée en § (3.32).

^a Cette tendance n'est pas observée dans le cas du combustible de type UOX (Dioxyde d'Uranium) du fait de la forme différente en fonction de l'énergie de la fonction importance, elle-même liée au rapport fission sur capture en fonction de l'énergie.

On voit en particulier que la contribution des fuites est largement inférieure aux contributions des fissions et des captures (respectivement d'un facteur 5 et d'un facteur 3), ces dernières étant donc les principaux moteurs de la variation de réactivité liée à une déformation du cœur.

La tendance observée pour les différentes contributions ne diffère pas significativement selon que l'on considère des calculs en approximation de diffusion ou des calculs en transport (ANNEXE D).

Une comparaison des deux méthodes transport/diffusion est reportée en Fig. 28 (droite) sur la base d'une utilisation des sections efficaces macroscopiques calculées de façon exacte.

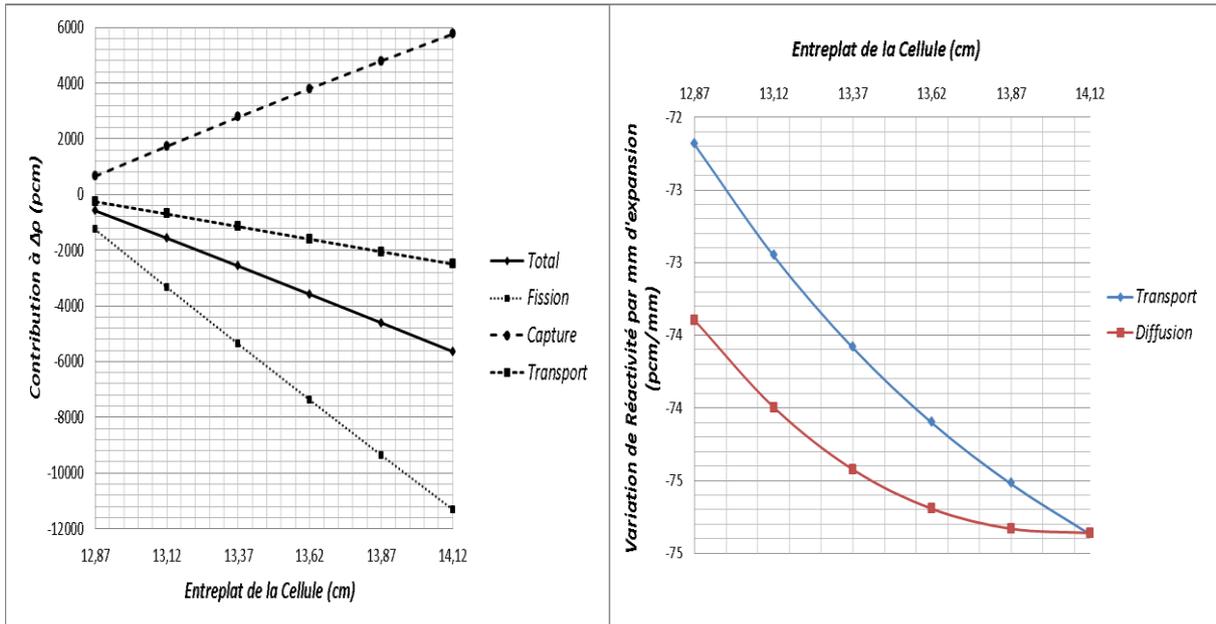


Figure 28 : Contributions à la variation de réactivité du cœur déformé (gauche) et valeurs de $\Delta\rho$ par mm d'augmentation du rayon moyen du cœur (droite).

Dans le cas du cœur de PHENIX modélisé dans cette section on observe l'insertion d'environ -75 pcm par millimètre de variation du rayon équivalent du cœur.

En se référant au modèle analytique du § (2.3) on peut en déduire la relation :

$$\Delta\rho = -\gamma \frac{dR}{R} \quad (4.3)$$

où $\gamma \cong 530 \text{ pcm}$ pour une variation de 1% du rayon du cœur.

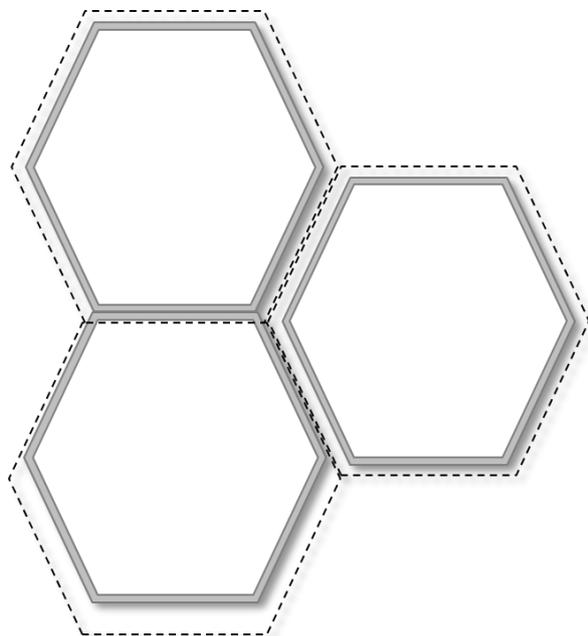
L'application de la méthode de projection du maillage appliquée à une modélisation 2D-RZ du cœur a permis l'identification des contributions à $\Delta\rho$ à l'aide de la méthode des perturbations exacte.

Toutefois, une telle modélisation est limitée car elle permet de représenter seulement des *déformations axiales-symétriques* et ne permet pas de prendre en compte les effets liés aux déformations locales du réseau à niveau cœur : en effet chaque déformation est moyennée sur l'ensemble des assemblages composant les différentes couronnes modélisées.

Afin de pouvoir évaluer l'impact d'une déformation locale du réseau ou des déformations plus complexes, il est donc nécessaire d'utiliser une modélisation 3D du réseau hexagonal d'assemblages.

4.4 Modélisation H3D des Déformations du Cœur

Contrairement au cas d'un gerbage homogène, pour lequel une modélisation correcte de la déformation au niveau cellule était possible, pour des déformations plus complexes et *non isotropes*, une évaluation des sections efficaces microscopiques ne peut être menée que de manière plus approchée.



ECCO ne permet pas en effet la représentation de cellules hexagonales irrégulières [37][38], représentatives de la déformation locale du réseau suite au déplacement d'un assemblage (ou plusieurs) selon une direction quelconque (Fig. 29).

Par ailleurs il devient discutable d'appliquer les hypothèses habituelles de réseau infini dès lors que le réseau du cœur est supposé perturbé.

Figure 29 : Rapprochement des assemblages.

Toutefois, puisque l'on a montré précédemment que l'impact d'un calcul de type approché des sections efficaces macroscopiques (sur la base des sections efficaces microscopiques de référence) sur l'évaluation de la réactivité du cœur est négligeable même pour des déformations très importantes, on pourra utiliser cette méthode approchée pour l'évaluation des sections efficaces (§4.3.3).

Au niveau cœur, il n'est plus réaliste de construire sur un modèle Hex-Z, comme pour le cas 2D-RZ précédent, un maillage qui puisse à la fois supporter le cœur de référence et la configuration déformée. Pour une géométrie hexagonale tridimensionnelle les déplacements des assemblages seront modélisés seulement par des variations locales des concentrations isotopiques et donc des sections efficaces macroscopiques.

4.4.1 Modélisation H3D du Cœur de PHENIX

Le cœur est modélisé à l'aide des sections efficaces macroscopiques homogénéisées calculées précédemment (calcul ECCO), en garantissant la prise en compte des hétérogénéités qui caractérisent le réseau d'assemblage (assemblages voisins de nature différente).

La description des hétérogénéités axiales pour chaque assemblage reprend celle prise en compte pour une géométrie du type 2D-RZ.

Différemment du cas bidimensionnel par contre, les barres de commande ne sont pas représentées comme une région radiale distincte, chaque barre a été modélisée tout en considérant la typologie et la composition des assemblages voisins.

De la même façon la présence des assemblages en acier dans la région fertile latérale et ayant le rôle de réflecteur (assemblages de type ARA) est prise en compte.

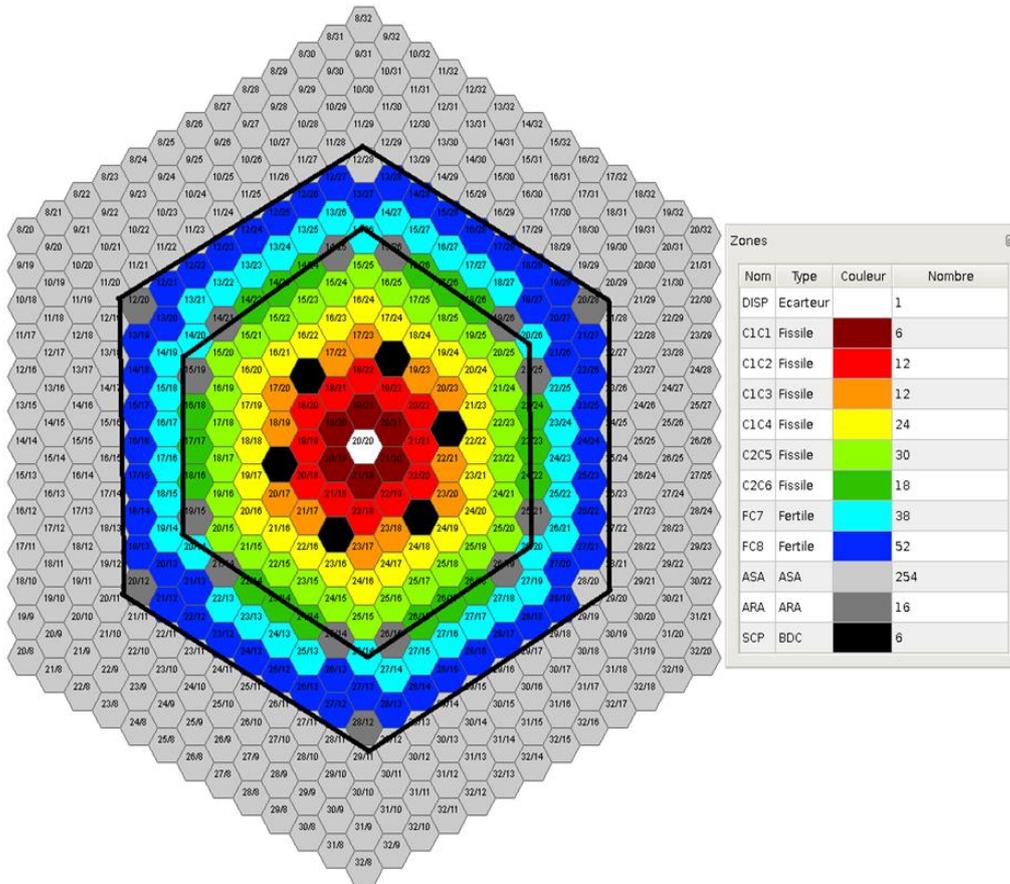


Figure 30 : Modélisation géométrique H3D du cœur de Phénix.

Cette modélisation permet donc de traiter chaque assemblage individuellement (Fig. 30).

4.4.2 Modélisation des Déformations (Géométrie H3D)

Pour une représentation hexagonale tridimensionnelle, l'application de la méthode de projection du maillage consiste à modifier les concentrations isotopiques de chaque maille du maillage pour respecter le bilan de matière locale consécutif au déplacement de matière (fissile, structures, sodium) induit par la déformation du réseau.

Les concentrations isotopiques du cœur perturbé sont obtenues en *projetant* la géométrie du cœur déformé sur le maillage de calcul représentatif du cœur dans son état non perturbé (Fig. 31 gauche). Dans un premier temps, on expose la méthode appliquée à une représentation hexagonale plan du cœur.

Le traitement de la coordonnée z sera explicité plus loin.

En fonction du déplacement et de la déformation à modéliser, la nouvelle position de chaque assemblage est calculée au niveau de chaque maille axiale du maillage.

Le vecteur déplacement \vec{d} d'un assemblage peut être exprimé en coordonnées cartésiennes $\vec{d}(\vec{x}, \vec{y})$ ou polaires $\vec{d}(\|\vec{d}\|, \vartheta)$.

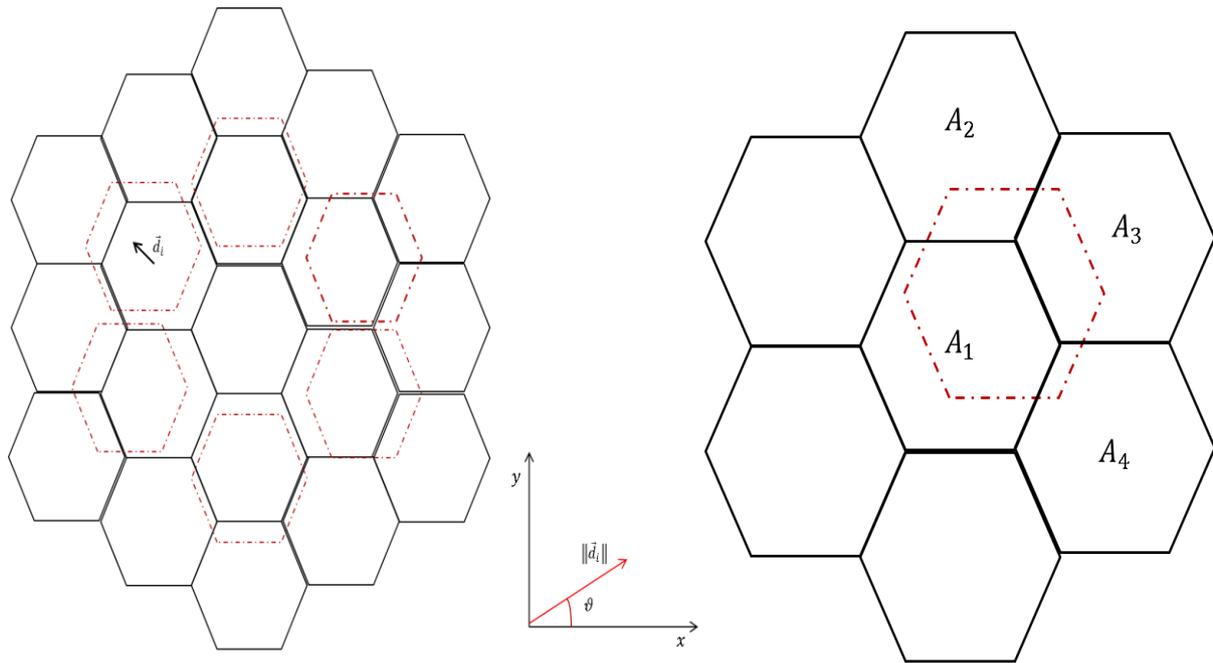


Figure 31 : Projection de la déformation sur le maillage de référence (gauche) et exemple d'application de la méthode pour le déplacement d'un seul assemblage (droite).

Pour chaque assemblage, on calcule le nombre d'atomes de l'assemblage qui, suite au déplacement, se sont déplacés vers les mailles représentatives des assemblages voisins. On suppose dans une représentation homogène de l'assemblage que le nombre d'atomes déplacés est proportionnel au volume projeté sur les mailles voisines.

Pour un déplacement de module d et direction ϑ , le volume de l'assemblage A_1 qui sera projeté sur les mailles 2, 3 et 4 sera donc (Fig. 31 droite):

$$\begin{aligned}
 A_{1 \rightarrow 2} &= d \sin \vartheta \left[l - d \left(\cos \vartheta - \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{3}} \right) \right] h \\
 A_{1 \rightarrow 3} &= \left[d^2 \left[\cos \vartheta - \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{3}} \right] \sin \vartheta + ld \sin \frac{\pi}{3} \right] h \\
 A_{1 \rightarrow 4} &= d \sin \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta \right) \left[l - 2d \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{3}} \right] h
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

où h est la hauteur axiale de chaque maille, l le coté de l'hexagone, et $A_{1 \rightarrow 1} = A_1 - \sum_k A_{1 \rightarrow k}$ correspond à la fraction d'assemblage qui, suite à son déplacement, se trouve toujours à l'intérieur de la maille représentative de l'assemblage dans son état de référence.

La variation du nombre d'atomes (et donc des concentrations isotopiques) dans chaque cellule est donc fonction du vecteur déplacement (en fonction des variables d et ϑ) et des dimensions du maillage (en termes du coté l de chaque hexagone et de la hauteur h).

Dans le cas de déformations du réseau qui impliquent plusieurs assemblages, la concentration $N_{i,j}$ de l'isotope i (pour $i \neq Na$) dans la maille représentant l'assemblage A_j dépendra aussi du déplacement des assemblages A_k voisins ainsi que de leurs concentrations initiales :

$$N_{i,j} = N_{i,j,ref} \left(1 - \sum_{k \neq j} \frac{A_{j \rightarrow k}}{A_0} \right) + \sum_{k \neq j} N_{i,k,ref} \frac{A_{k \rightarrow j}}{A_0} \quad (4.5)$$

et pour le traitement du sodium ($i = Na$) :

$$N_{i,j} = N_{i,j,ref} \left(1 - \sum_{k \neq j} \frac{A_{j \rightarrow k}}{A_0} \right) + \sum_{k \neq j} N_{i,k,ref} \frac{A_{k \rightarrow j}}{A_0} + \sum_{k \neq j} N_{i,j,ref} \left(\zeta_j \frac{A_{j \rightarrow k}}{A_0} - \zeta_k \frac{A_{k \rightarrow j}}{A_0} \right) \quad (4.6)$$

où A_0 représente le volume total de la cellule considérée, $A_{j \rightarrow k}$ indique le volume de l'assemblage j projeté sur la cellule représentative de l'assemblage k (de manière analogue, on définit $A_{k \rightarrow j}$) et les termes ζ_j et ζ_k sont les fractions volumiques des matériaux autres que le caloporteur sodium dans les assemblages j et k . On montre que la méthode permet de garantir la conservation de la masse des différents isotopes (autre que le sodium) au niveau global cœur.

Dans le cas du sodium (4.6), on considère que le volume perdu par le déplacement des matériaux non-sodium (de la maille j) est remplacé par un volume équivalent de sodium.

Puisque les équations (4.5) et (4.6) ne dépendent que des concentrations de référence ($N_{i,j,ref}$ et $N_{i,k,ref}$) et des termes géométriques (les termes $A_{k \rightarrow j}$ et $A_{j \rightarrow k}$ sont fonctions du vecteur déplacement), les concentrations des milieux perturbés en chaque maille peuvent être calculées indépendamment des autres sans faire appel à des méthodes itératives.

En combinant les équations (4.4) et (4.5), pour le déplacement d'un seul assemblage (les termes $A_{k \rightarrow j}$ sont nuls) la variation des concentrations isotopiques est proportionnelle au module du vecteur déplacement :

$$\sum_{k \neq j} \frac{A_{j \rightarrow k}}{A_0} = d \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin(\vartheta) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \vartheta\right) \right) l - \frac{2}{\sqrt{3}} d \sin(\vartheta) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \vartheta\right) \right] \quad (4.7)$$

Si on suppose de petits déplacements en regard de l'entreplat de l'assemblage $l \gg d$, on peut conclure que $N_{ij} \cong d + o(d^2)$ et donc que $\Delta\rho_p$ est proportionnel au premier ordre au module du déplacement de l'assemblage.

Les déformations telles que l'arcure, la flexion ou la torsion de l'assemblage sont prises en compte en considérant des valeurs différentes du vecteur déplacement pour chaque maille axiale. Dans le cas d'une translation de l'assemblage, le vecteur déplacement sera le même pour toutes les mailles axiales des assemblages.

Le traitement des déformations différentes du cas de la simple translation sera présenté plus tard dans le manuscrit (§5.6) lors de la comparaison entre la méthode de projection du maillage et la méthode de transformation géométrique qui sera traitée dans le prochain chapitre.

Afin d'évaluer les variations des concentrations isotopiques, un outil spécifique a été conçu et mis en place par le doctorant avec pour objectif d'estimer la réactivité du cœur déformé, tout en partant de sa géométrie et structure (en termes du plan de chargement et concentrations isotopiques) et du champ des déplacements des assemblages composant le cœur.

L'outil, développé en langage JAVA a été conçu pour être couplé avec les codes neutroniques ERANOS/VARIANT ainsi que la plateforme PARIS et le solveur S_N SNATCH.

En fonction du code et solveur choisi, l'outil demande un certain nombre d'informations qui doivent être fourni directement par l'utilisateur ou sous formes de fichier format *xml* ou *txt*.

Un résumé du fonctionnement de l'outil par rapport aux codes neutroniques pris en compte est reporté ci-dessous.

ERANOS/VARIANT

L'utilisateur fournit la structure du cœur sous analyse, en termes de :

1. nombre des couronnes d'assemblages;
2. dimensions de chaque assemblages et typologie d'assemblage ;
3. composition de chaque assemblage en termes des concentrations isotopiques ;
4. le jeu des sections efficaces microscopiques multigroupe représentatif du cœur non déformé (évaluées précédemment par ECCO);

ainsi que le champs des déformations en termes du déplacement des assemblage en direction^b x et y .

L'outil génère les jeux de données ECCO nécessaires au calcul des sections efficaces macroscopiques (de façon indirecte) et le jeu des données ERANOS ou VARIANT pour le calcul du flux et de la réactivité du cœur déformé, en approximation de diffusion ou en transport. Le calcul du flux en particulier est mené sur un maillage 3D régulier hexagonal.

Des calculs des perturbations sont aussi possibles à l'aide des modules des méthodes des perturbations disponible dans ERANOS.

PARIS/SNATCH

L'outil a été aussi intégré dans la plateforme PARIS afin de garantir la possibilité de mener de calcul en transport S_N .

La structure du cœur, les concentrations isotopiques et les sections microscopiques de référence sont fournis à la plateforme sous formes de *fichiers xml* générées à l'aide des codes ECCO (jeu de sections efficaces microscopiques) et ERANOS (géométrie et concentrations) , alors que la déformation du cœur est fournis par l'utilisateur soit sous forme d'un *fichier txt* (normalement généré par un code de mécanique du cœur) soit en indiquant directement pour chaque assemblages le déplacement et le type de la déformation (translation, flexion, etc.).

Les concentrations isotopiques du cœur perturbé sont calculées à l'aide des équations (4.5) et (4.6) ainsi que des sections efficaces macroscopiques.

Le maillage de calcul 3D consiste en un empilement de mailles hexagonales 3D (pour chaque région axiale de chaque assemblage), chacune définie par 3 tétraèdres réguliers.

^b Il est aussi possible de fournir le vecteur déplacement de chaque assemblage sous forme de coordonnées polaires, qui seront successivement converties en repère cartésien.

Le calcul des concentrations perturbées peut être faite soit sur l'ensemble des 3 tétraèdres (de la même façon que pour ERANOS et VARIANT), soit au niveau de chaque tétraèdre.

En particulier, cette deuxième solution permet de décrire de manière plus précise la distribution spatiale des concentrations isotopiques suite à la déformation.

La possibilité de mener le calcul pour une géométrie hexagonale en deux dimensions a été prise en compte, ainsi que la possibilité de mener des calculs des perturbations.

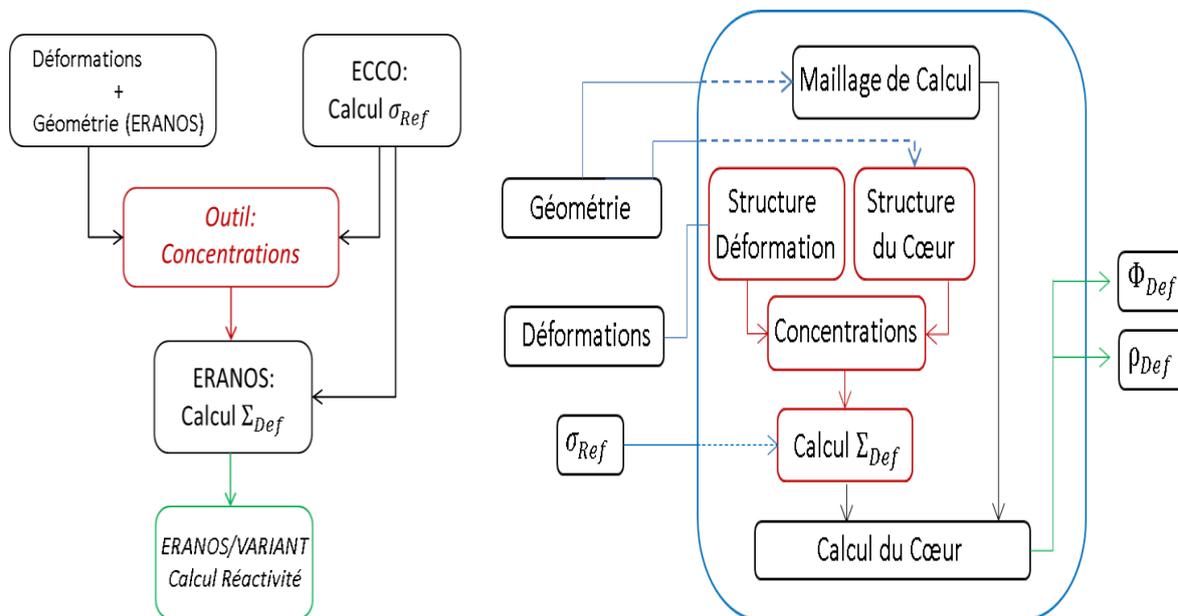


Figure 32 : Schéma de fonctionnement de l'outil : couplage avec les codes ECCO/ERANOS et VARIANT (gauche), et intégration dans la plateforme PARIS (droite).

La figure 32 montre le schéma de fonctionnement de l'outil de projection de maillage pour des calculs ERANOS/VARIANT et pour des calculs en transport S_N à l'aide de PARIS/SNATCH.

Dans le premier cas, l'outil agit en interface entre le code de cellule ECCO et les solveurs en diffusion d'ERANOS et VARIANT, ainsi que tous les codes de mécanique du cœur qui fournissent une description de la déformation du cœur en termes de déplacements des assemblages.

L'outil a été aussi intégré dans la plateforme PARIS sous forme de classes et méthodes qui permettent l'évaluation des concentrations et des sections efficaces macroscopiques perturbées (en rouge).

Différemment du premier cas, l'outil ne génère pas les jeux de données nécessaires à l'évaluation du flux et de la réactivité, mais ces grandeurs sont calculées directement par le solveur SNATCH une fois les sections efficaces perturbées évaluées (en bleu représentation de la plateforme PARIS).

Néanmoins, la résolution de l'équation du transport à l'aide du solveur SNATCH requiert un temps de calcul beaucoup plus élevé que via l'utilisation du solveur en diffusion d'ERANOS et VARIANT.

4.4.3 Déformation Locale du Réseau : Déplacement d'un seul Assemblage

La description hexagonale tridimensionnelle permet l'identification (au niveau de chaque assemblage) des phénomènes neutroniques en jeu lors d'une déformation du cœur.

En se reportant aux résultats issus de la modélisation analytique proposée précédemment dans ce manuscrit, on s'intéresse d'abord à deux aspects :

- vérifier le lien entre $\Delta\rho_p$, le gradient du flux et la direction du déplacement (3.40).
- vérifier que les principaux phénomènes contribuent à $\Delta\rho_p$ sont bien ceux figurant dans la relation (3.32) ainsi qu'évaluer l'impact de chaque contribution identifiée ;

Pour ce faire, on calcule la variation de réactivité induite par le déplacement d'un seul assemblage en plusieurs directions à l'aide du module des perturbations exactes d'ERANOS.

Les calculs sont effectués pour un déplacement forfaitaire de 3.5 mm (correspondant à la distance entre les faces des TH des assemblages en absence de plaquettes) d'un assemblage situé sur les trois premières couronnes fissiles. Plusieurs directions \vec{u}_d du vecteur déplacement ont été considérées.

La figure ci-dessous représente la valeur de $\Delta\rho_p$ des différents assemblages pris en compte, en fonction du produit scalaire entre la direction radiale \vec{u}_p (§3.3.1) et \vec{u}_d .

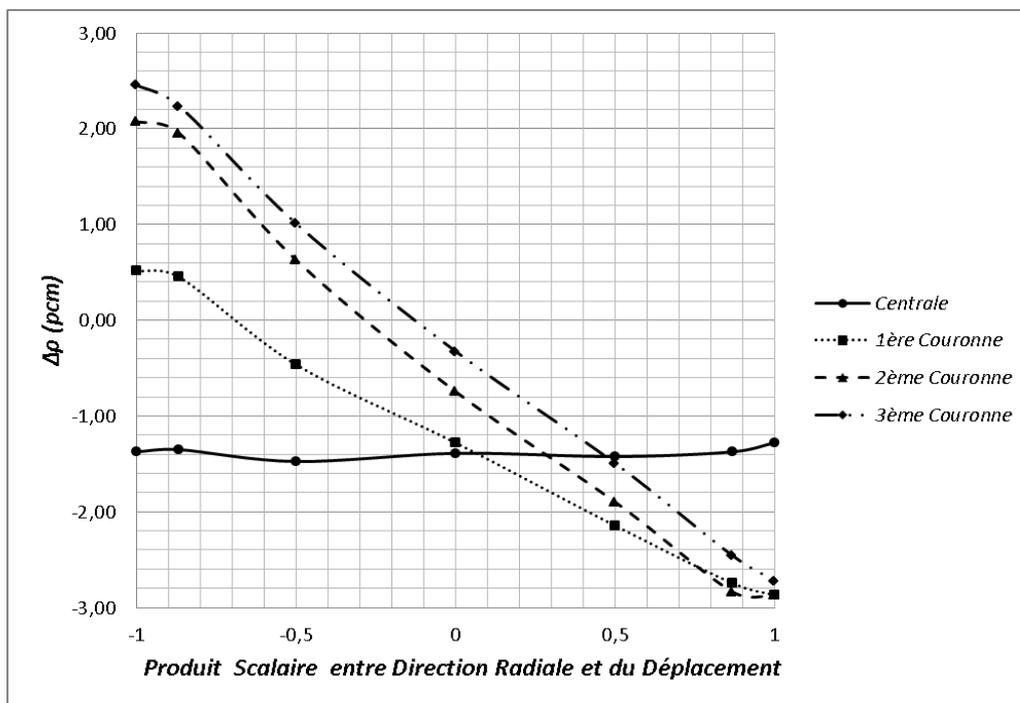


Figure 33 : Variation de réactivité en fonction du terme $\langle \vec{u}_p | \vec{u}_{d,h} \rangle$.

Les résultats (Fig. 33) confirment les tendances données par la modélisation analytique proposée au § 3.3.1.

L'insertion maximale de réactivité positive (respectivement négative) est atteinte pour un déplacement dans la direction radiale vers le centre (respectivement périphérie) du cœur, en accord avec les équations (3.41), (3.43), (3.44) et (3.45).

La valeur de $\Delta\rho_p$ devient plus faible lorsque l'assemblage considéré appartient à une couronne proche du centre du cœur. Cet aspect est directement lié au profil spatial du gradient du flux et du flux adjoint. En fait, dans le cœur de PHENIX utilisé dans cette analyse, le terme $\nabla(\phi\phi^*)$ présente un extremum vers la quatrième couronne d'assemblage (Fig. 20).

On peut constater que le schéma conduit à une asymétrie de comportement : l'effet en valeur absolue d'un déplacement dans une direction donnée sera différent selon le sens de ce déplacement. Ce résultat, non physique, est dû à la méthode de projection qui conduit à projeter les masses déplacées

sur deux mailles différentes selon le sens du déplacement. Comme le terme $\phi\phi^*$ n'est pas symétrique autour de l'assemblage déplacé (sauf pour l'assemblage central), un biais est généré d'autant plus important que le terme $\nabla(\phi\phi^*)$ est important.

Le déplacement de l'assemblage central conduit au transfert de matière vers les assemblages de la première couronne, ce qui conduit forcément à une variation négative de réactivité indépendante de \bar{u}_d puisque ces assemblages sont caractérisés par la même valeur du flux neutronique et de son gradient.

Les résultats issus des calculs des perturbations exactes confirment que la variation de réactivité est due principalement aux variations des phénomènes de capture et de fission des neutrons (Fig. 34), en confirmant donc la validité de la modélisation analytique et de l'analyse faite au niveau global cœur.

Un déplacement d'un assemblage vers la périphérie du cœur conduit à une réduction du taux de fissions (effet négatif en réactivité) et de captures (effet positif) puisqu'on a un déplacement des concentrations isotopiques vers des régions d'importance neutronique moindre.

Au contraire les phénomènes de transport neutronique contribuent très peu à $\Delta\rho_p$. Le déplacement d'un seul assemblage ne concerne qu'une région limitée du cœur et le taux des fuites du cœur demeure peu impacté.

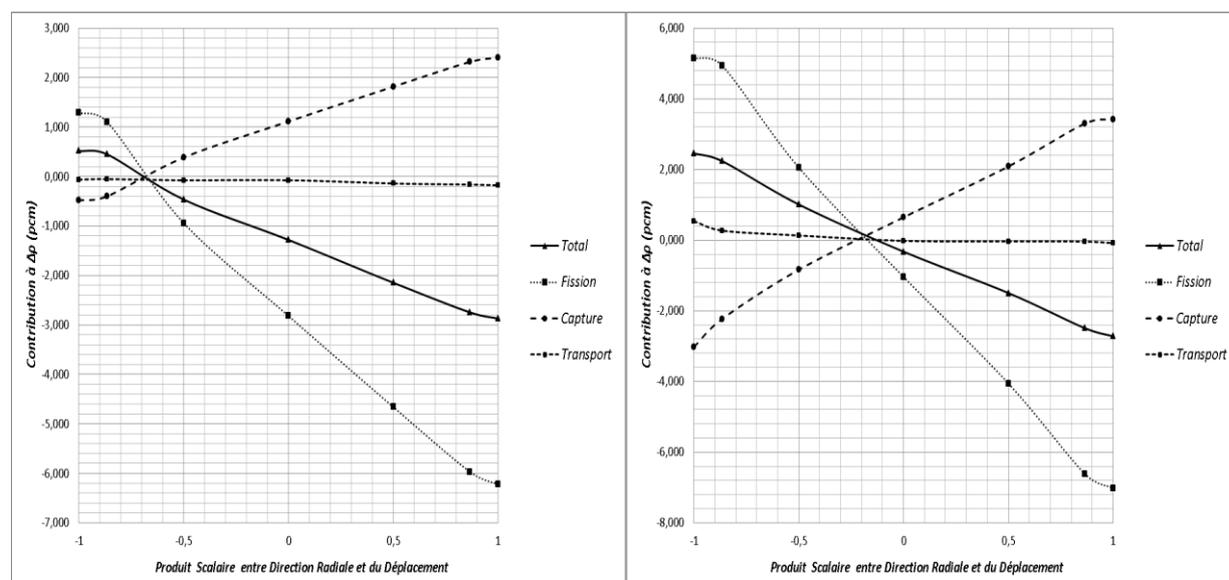


Figure 34 : Contributions à la variation de réactivité suite au déplacement d'un assemblage de la première couronne (gauche) et de la troisième (droite).

L'asymétrie de comportement observée en Fig. 34 pour les assemblages proche du centre impacte aussi la variation de taux de réaction et donc l'analyse des contributions à $\Delta\rho_p$. De la même façon on observe une tendance plus symétrique pour des assemblages situés dans des régions du cœur où le terme $\nabla(\phi\phi^*)$ atteint sa valeur minimale.

4.5 Validation de la Méthode de Projection du Maillage

Les valeurs de $\Delta\rho$ obtenues par calcul de perturbations avec ERANOS en approximation de diffusion ont été comparées avec celles obtenues par VARIANT (soit en approximation P_N soit en approximation SP_N), puis avec celles obtenues par le solveur S_N SNATCH disponible dans PARIS et enfin avec celles déterminées à l'aide du code stochastique TRIPOLI-4.

Afin de valider la méthode de projection de maillage sur un mouvement complet du cœur, une première analyse du cœur a été menée en prenant en compte les déplacements de plusieurs assemblages appartenant aux deux premières couronnes. Une déformation de type gerbage central du cœur sera évaluée dans un second temps.

Pour ce faire, les simulations stochastiques ont été effectuées sur 100 000 batches de 10 000 neutrons ce qui a permis de réduire les incertitudes statistiques σ sur $\Delta\rho$ à environ ± 4 pcm.

4.5.1 Déplacement des Deux Premières Couronnes

La déformation maximale du cœur pris en analyse de cette première phase de validation consiste en une translation radiale de la première couronne jusqu'au contact avec les assemblages de la deuxième couronne.

La présence des plaquettes en acier entre assemblages n'a pas été prise en compte et la déformation concerne seulement les deux couronnes étudiées.

En figure 35 sont comparées les variations de réactivités issues de la méthode de projection avec SNATCH, VARIANT et DIF3D (Solveur diffusion HexZ d'ERANOS) avec les résultats TRIPOLI-4. Les écarts maximaux entre les résultats de calculs déterministes et les valeurs de $\Delta\rho$ obtenues par TRIPOLI-4 sont de l'ordre de l'incertitude statistique ($\leq 3\sigma$) ; pour les petits déplacements inférieurs à 3mm (ligne rouge) il apparaît toutefois que les schémas déterministes ont tendance à surestimer l'effet en réactivité par rapport aux calculs stochastiques. Le résultats VARIANT (à l'ordre P_2) et les résultats DIF3D (Solveur diffusion HexZ d'ERANOS) sont similaires au pcm près, et les deux courbes qui en résultent sont superposées en Figure 35.

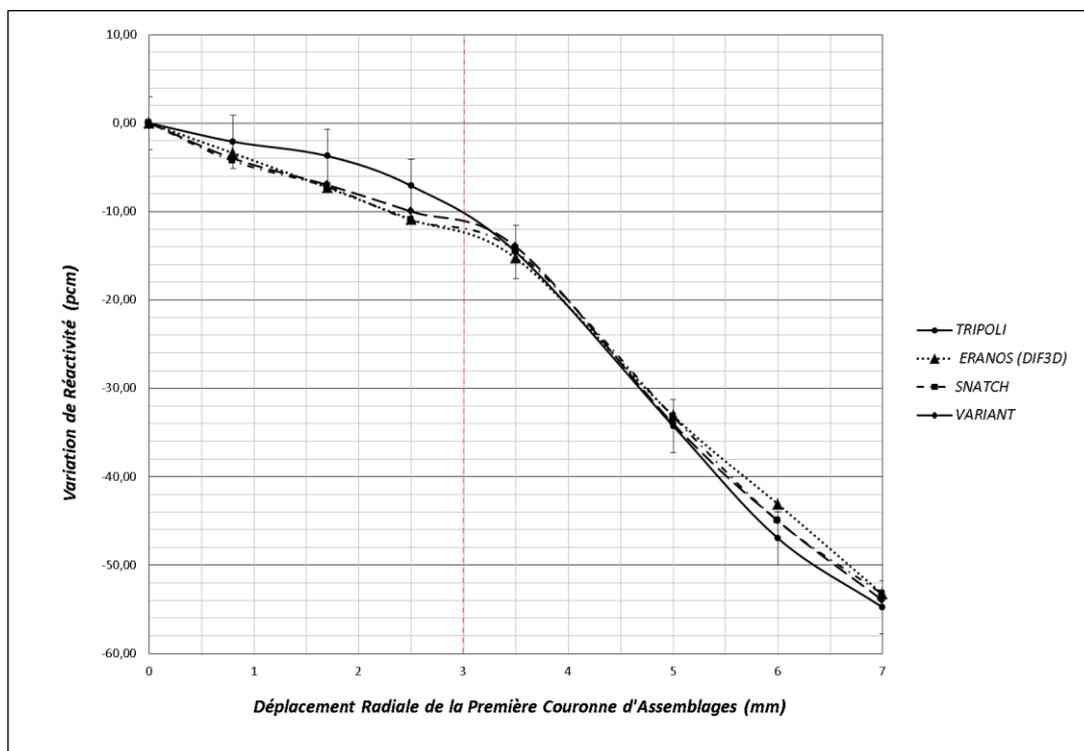


Figure 35 : Comparaison entre valeurs de $\Delta\rho$ obtenue à l'aide d'ERANOS (DIF3D), du solveur SNATCH, de VARIANT et deTRIPOLI-4.

Ce constat correspond aux déformations pour lesquelles l'assemblage réel se déplace au sein de sa cellule propre, alors que la méthode de projection projette déjà les masses de la cellule déplacée dans les cellules voisines.

Pour les déplacements considérés, les valeurs obtenues en diffusion sont aussi bonnes que les valeurs obtenues avec SNATCH, ce qui s'explique en partie par le fait que les mouvements considérés concernent une région proche du centre du cœur, où les gradients de flux restent faibles.

4.5.2 Gerbage Central du Cœur

La validation de la méthode a ensuite été menée sur des déformations représentatives d'un phénomène de gerbage complet du cœur, toujours appliqué à PHENIX.

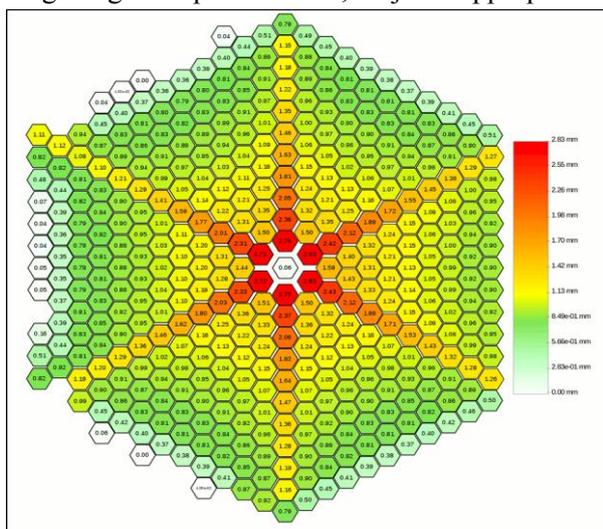


Figure 36 : Carte des déplacements des assemblages du cœur de PHENIX pour un mouvement de gerbage central postulé.

La présence de plaquettes entre les assemblages a cette fois été prise en compte dans la cinématique de déplacement des assemblages.

En Fig. 36 est représentée la carte du champ de déplacement : les valeurs représentent les modules des vecteurs déplacements. On constate qu'il existe un mouvement préférentiel le long des 6 grands rayons de l'hexagone représentatif du cœur.

En tableau 5 sont présentés les résultats des calculs de réactivité obtenus avec ERANOS (DIF3D), VARIANT, SNATCH et TRIPOLI-4 pour différents niveaux de déplacement correspondant au mouvement de la première

Aussi bien le calcul en approximation de diffusion que les calculs en transport (VARIANT et SNATCH) permettent d'évaluer de manière fiable la perte de réactivité induite par une déformation importante du réseau.

Table 5 : Variation de réactivité résultant d'un gerbage centrale induit par un déplacement des assemblages de la première couronne. Valeurs en pcm.

Déplacement (mm)	ERANOS (DIF3D)	VARIANT	SNATCH	TRIPOLI
0	0	0	0	0
2	-51	-51	-53	-45 ± 4
4	-123	-124	-131	-128 ± 4
6	-188	-190	-202	-189 ± 4

On constate que les calculs en approximation de diffusion et les calculs en transport (VARIANT et SNATCH) permettent d'évaluer de manière fiable la variation de réactivité induite, notamment pour une déformation importante du réseau.

Une décomposition par la méthode des perturbations de $\Delta\rho$ assemblage par assemblage a été réalisée (Fig. 37) pour un déplacement de la première couronne de 6 mm.

La région centrale du cœur, composée d’assemblages de nature fissile est la contributrice principale à l’insertion de réactivité négative, en raison du déplacement de matière fissile vers l’extérieur du cœur.

Les cellules représentatives des barres de commande voient une contribution positive par l’arrivée des noyaux fissiles suite aux déplacements des assemblages voisins, et par le transfert de matière absorbante vers les autres mailles.

Certaines régions fissiles ont aussi une contribution positive : cet effet vient du fait que la variation locale des concentrations en noyaux fissiles est positive, car la matière déplacée vers ces régions est supérieure à celle sortant vers les cellules voisines.

Enfin les assemblages de couverture fertile radiale contribuent aussi à une insertion de réactivité positive : la couronne fertile la plus interne voit l’arrivée de matière fissile suite au déplacement centrifuge des assemblages fissiles voisins.

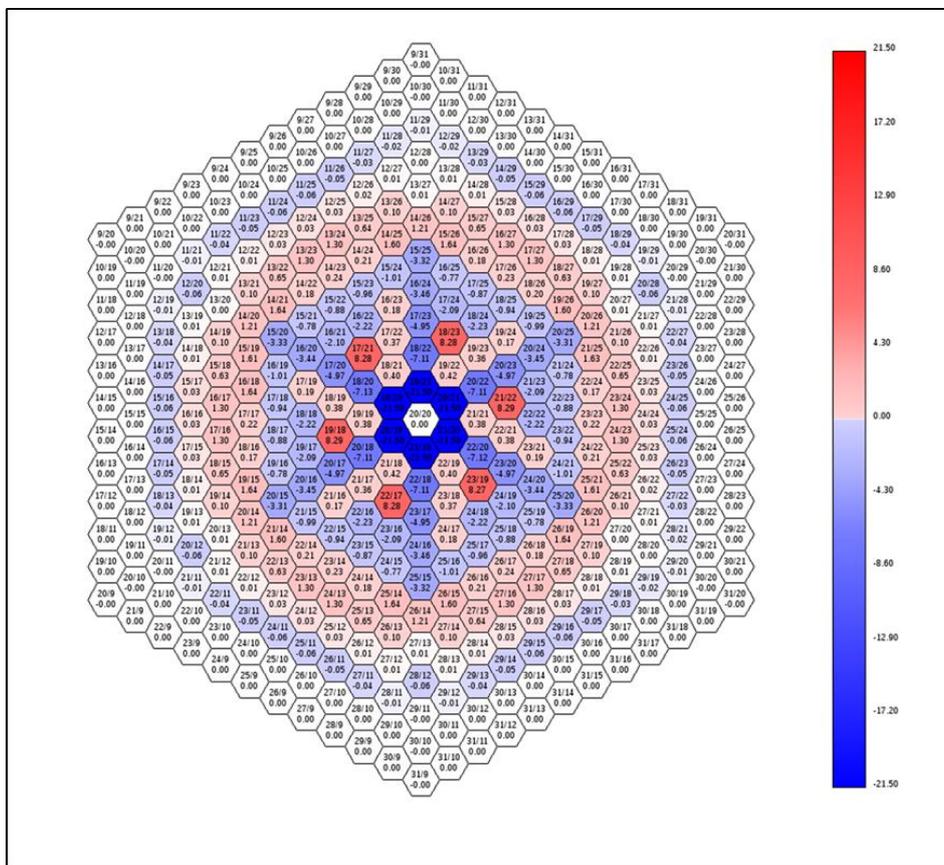


Figure 37 : Contributions à $\Delta\rho$ par régions, pour un gerbage central du cœur (6 mm).

Les écarts des résultats issus des différents solveurs déterministes vis-à-vis des résultats TRIPOLI-4 restent globalement couverts par l’incertitude statistique ($\leq 3\sigma$).

Au-delà des aspects liés aux méthodes numériques prises en compte par les différents solveurs utilisés, on peut identifier deux sources de biais pour la méthode de projection du maillage :

1. la première, de *nature spectrale*, concerne l’évaluation des sections efficaces microscopiques locales. Aux interfaces entre différents types d’assemblages, la méthode de projection de

maillage implique le transfert de matière entre régions qui diffèrent significativement en termes de spectre des neutrons. La perturbation associée à ce transfert de masse devrait en toute rigueur conduire à réévaluer localement les sections efficaces microscopiques autoprotégées en prenant en compte ces nouveaux noyaux.

2. la seconde est de *nature spatiale* et concerne le profil spatial des concentrations perturbées dans les régions d'interface. En effet, on a considéré jusqu'à présent que chaque cellule était homogène.

4.5.3 Amélioration de la Méthode et Réduction des biais

Afin de réduire les biais identifiés ci-dessus, on recourt aux possibilités offertes par le maillage de calcul de SNATCH et à une gestion fine des sections efficaces macroscopiques au moment de la projection de maillage dans la plateforme PARIS.

Stratégie A : réduction des biais de nature spectrale

Cette stratégie consiste à réévaluer les sections efficaces microscopiques (avant qu'elles soient utilisées pour l'évaluation des sections efficaces macroscopiques) afin de prendre en compte l'effet d'autoprotection des noyaux lourds arrivant dans les cellules absorbantes (barres de commande, fertile).

Dans les cellules sous critiques les sections efficaces microscopiques des noyaux lourds sont remplacées par celles évaluées pour le même isotope au niveau de la cellule (fissile ou fertile) et représentative de l'assemblage voisin.

Stratégie B : réduction des biais de nature spatiale

Jusqu'à présent dans les calculs SNATCH les variations des concentrations isotopiques ont été calculées sur l'ensemble des trois hexaèdres composant l'hexagone représentatif de chaque assemblage, afin d'obtenir une représentation analogue à celle d'ERANOS et VARIANT.

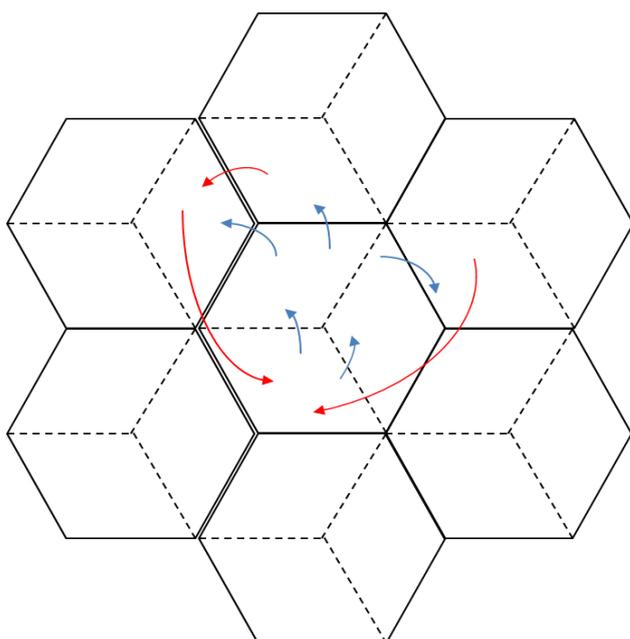


Figure 38 : Représentation de transfert de matière dans chaque maille k suite au déplacement de l'assemblage central en direction y du repère cartésien.

En particulier pour l'hexagone A , constitué de trois hexaèdres k , la variation de concentration de l'isotope i était la même pour chaque maille $k \in A$. Dans l'objectif de prendre en compte un gradient spatial des concentrations (et donc des sections efficaces macroscopiques) pour les régions d'interface, les concentrations isotopiques de chaque hexaèdre sont calculées en fonction du déplacement des assemblages voisins

La Fig. 38 montre l'exemple des transferts de matière consécutifs à l'application de la méthode de projection du maillage dans le cas du déplacement de l'assemblage central du réseau dans la direction y du repère cartésien.

En particulier les flèches bleues concernent le transfert des concentrations de tous les isotopes, sauf celui du sodium, représenté en rouge.

Dans le cas des déformations plus complexes, concernant par exemple le déplacement de plusieurs assemblages, une modélisation précise des transferts du sodium ne peut pas être faite et la valeur de δN pour le caloporteur sera répartie de manière homogène sur les 3 hexaèdres.

La Tab. 6 présente les résultats des calculs SNATCH issus de l'analyse précédente (§ 4.5.2) ainsi que ceux obtenus suite à l'application des améliorations proposées dans cette section (stratégies A et B).

Les deux stratégies ont été appliquées séparément puis on a évalué l'impact de leur cumul sur l'analyse de $\Delta\rho$.

Ces modélisations conduisent globalement à réduire les valeurs de variation de réactivité par rapport à celles issues des calculs SNATCH à concentrations homogénéisées (§ 4.5.2), et par conséquent à des résultats plus proches des résultats issus de TRIPOLI-4 comme attendu.

Table 6 : Comparaison des résultats des calculs SNATCH (stratégies A et B) et ceux issus des calculs TRIPOLI-4 dans le cas du gerbage central du cœur.

<i>Déplacement (mm)</i>	<i>TRIPOLI</i>	<i>SNATCH Cellule homogénéisée</i>	<i>SNATCH Avec recalcul des sections efficaces microscopique (stratégie A)</i>	<i>SNATCH Avec calculs fins des déplacements de matière (Stratégie B)</i>	<i>SNATCH A+B</i>
0	0	0	0	0	0
2	-45 ± 4	-53	-48	-53	-46
4	-128 ± 4	-131	-118	-127	-113
6	-189 ± 4	-202	-181	-196	-174

Le fait de prendre en compte des sections efficaces microscopiques corrigées (stratégie A) amène à une description plus précise des variations de réactivité induites par de petits déplacements et déformations.

Cependant, dans le cas de déformations caractérisées par de grandes valeurs de \vec{d} , cette modélisation conduit à sous-estimer la valeur de $\Delta\rho$.

Pour le calcul cellule, le spectre énergétique de la source des neutrons utilisée pour le calcul des sections efficaces microscopiques des régions fissiles représente bien celui des régions absorbantes des barres de commande qui diffère seulement en partie basse du spectre, en garantissant une évaluation plus précise de l'impact des déformations sur les barres de commande.

Au contraire, le spectre des assemblages réflecteur diffère de façon importante de celui des régions fertiles en raison de sa nature diffuse, et par conséquent on perd en précision lorsqu'on cherche à modéliser des déformations plus importantes qui concernent les couronnes du réflecteur.

Une description spatialement hétérogène des perturbations des concentrations n'apporte pas d'amélioration à la modélisation des petites déformations mais, au contraire, dans le cas de grandes déformations qui impliquent une perturbation des régions fertiles et réflecteur, l'écart aux résultats TRIPOLI-4 est largement réduit.

Cette modélisation est en fait particulièrement efficace pour des déformations qui concernent les régions d'interface caractérisées par de forts gradients du flux et de concentrations isotopiques.

Cependant, cette stratégie ne permet pas de réduire les biais spectraux ce qui s'explique par la présence de phénomènes de compensation.

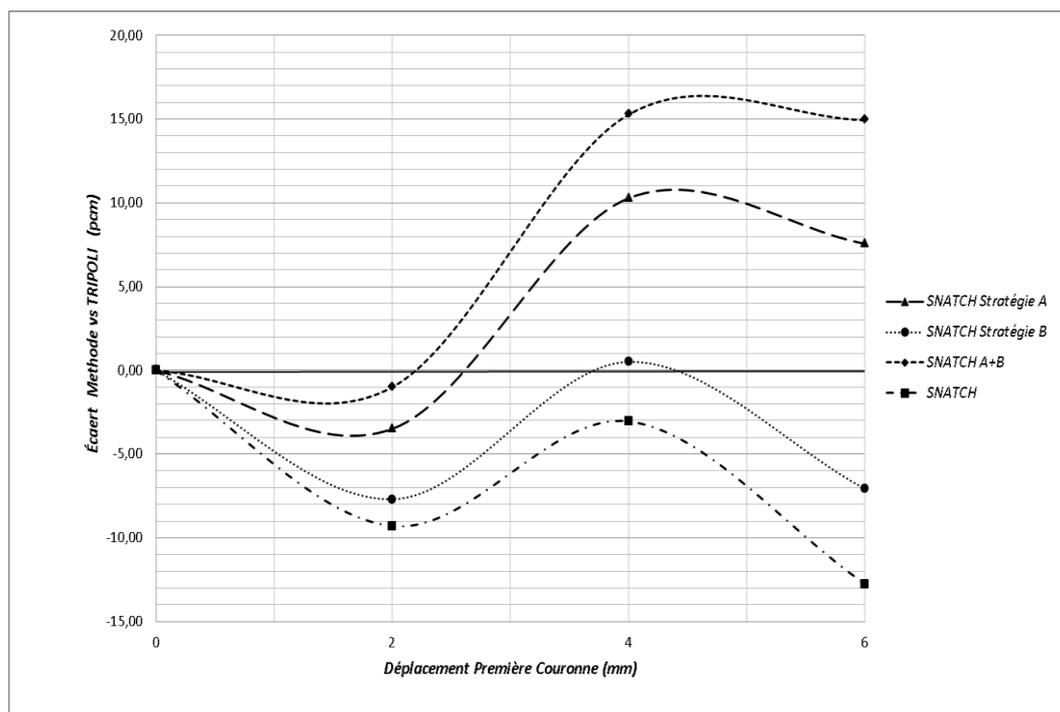


Figure 39 : Écart entre les résultats de calculs SNATCH (avec et sans corrections) et TRIPOLI-4

Finalement, l'application simultanée des stratégies A et B amène à une augmentation significative de la précision de l'évaluation de $\Delta\rho$ pour de petites déformations, alors qu'on perd en précision en modélisant des perturbations plus importantes, telles que les déformations qui impactent l'interface fertile/réflecteur.

Cette stratégie en fait, a été conçue afin de réduire à la fois les biais de nature spectrale et spatiale rencontrés par la méthode de projection du maillage.

Ces écarts sont dus principalement à l'imprécise évaluation des sections efficaces microscopiques menée avec ECCO pour une cellule régulière et donc non représentative de la déformation du réseau d'assemblage dû au déplacement des assemblages.

Le choix de prendre en compte des sections microscopiques pour une cellule régulière est liée au fait que ECCO ne permet pas d'évaluer les sections efficaces microscopiques pour une cellule de géométrie déformée ou irrégulière, et donc ne permet pas d'évaluer l'impact du rapprochement des assemblages sur les phénomènes d'autoprotection des noyaux lourds.

4.6 Conclusions

Dans ce chapitre un schéma de calcul neutronique déterministe basé sur la méthode de projection spatiale du maillage a été proposé, sur la base de plusieurs solveurs de flux au niveau cœur.

Ce schéma avait comme objectif de permettre une évaluation précise de l'impact des déformations du cœur sur la réactivité du cœur.

La méthode proposée consiste à modifier le bilan matière et donc les concentrations isotopiques dans les régions du cœur concernées par des déformations.

Ces modifications sont faites de manière à reproduire la nouvelle position des assemblages (et donc la nouvelle configuration du cœur perturbé) sur un maillage régulier représentatif du cœur dans son état non perturbé, autrement dit de *référence*.

Cette méthode a été d'abord mise en place sur la base d'une modélisation 2D-RZ du cœur en utilisant le solveur diffusion du code ERANOS, et le solveur transport BISTRO. La modélisation proposée a permis l'exploitation des modules des méthodes des perturbations exactes afin d'identifier les principaux phénomènes contribuant à la variation de réactivité.

La méthode a ensuite été appliquée au cas d'une modélisation tridimensionnelle (H3D) afin d'évaluer la réactivité du cœur induite par des déformations plus complexes et dans l'objectif d'une analyse des perturbations au niveau de chaque assemblage. La méthode a été appliquée en utilisant les solveurs en diffusion et transport d'ERANOS et avec le solveur SN3D PARIS/SNATCH.

Dans un premier temps, l'analyse des effets du déplacement d'un seul assemblage a permis de confirmer les résultats issus de notre modèle analytique simplifié. On a pu ainsi confirmer que la variation locale des taux de fissions et de captures était la cause principale des variations de réactivité. Par ailleurs, on a mise en évidence la dépendance de $\Delta\rho$ avec la direction du déplacement et du gradient du flux neutronique.

Les schémas ont été validés en comparant leurs résultats lors d'un gerbage central du cœur, avec ceux issus des calculs Monte Carlo. Les résultats sont globalement satisfaisants même si certains biais de la méthode ont été identifiés.

La réserve principale associée à cette méthode concerne l'existence d'un biais qui dépend de l'amplitude des déformations, dès lors que la perturbation du cœur vient affecter des régions d'interfaces entre différents milieux, telles que l'interface fertile/réflacteur. Ce biais provient du fait que le spectre des assemblages réflecteurs diffère de façon importante de celui des régions fertiles voisines, et que le transfert de matière entre ces milieux nécessite une gestion particulière des sections efficaces microscopiques, voire de les recalculer à l'étape réseau.

Pour s'affranchir de cette difficulté, une méthode alternative qui n'est pas sujette à cette typologie de biais sera présentée au chapitre suivant.

Chapitre 5

La Méthode de Transformation Géométrique du Maillage

Dans ce chapitre un schéma de calcul déterministe basée sur la méthode de transformation géométrique du maillage est proposé afin d'éliminer les biais de nature spatiale et spectrale qui caractérisaient la méthode de projection du maillage proposée précédemment.

Le maillage, initialement composé par des mailles régulières est modifié en fonction du champ de déplacements des assemblages composant les cœurs afin de prendre en compte de manière précise le déplacement des assemblages. Le solveur S_N SNATCH, initialement conçu pour la résolution de l'équation du transport sur un maillage régulier a été donc modifié afin de prendre en compte la déformation du maillage. La modélisation proposée est exempte des biais spectraux et spatiaux qui caractérisait la méthode de projection du maillage et les écarts des valeurs obtenus par des calculs Monte Carlo restent de l'ordre des incertitudes statistiques. La réserve principale associée à cette méthode concerne le temps de calcul de l'évaluation du flux dans les mailles déformées.

Chapitre 5: La Méthode de Transformation Géométrique du Maillage	109
5.1. Principes de la Méthode	110
5.2. Le Solveur SNATCH	110
5.2.1. Discrétisation de la Variable Énergie	110
5.2.2. Discrétisation de la Variable Angulaire	111
5.2.3. Discrétisation de la Variable Spatiale	112
5.3. Démarche du Développement de la Méthode	115
5.4. Développement de la Méthode : Géométrie 2D	115
5.4.1. Déformation du Maillage	115
5.4.2. Modification des Concentrations Isotopiques	118
5.4.3. Modification du Solveur Spatial	120
5.4.4. Analyse des Résultats : Gerbage Central du Cœur	123
5.5. Développement de la Méthode : Géométrie 3D	124
5.5.1. Déformation du Maillage	125
5.5.2. Modification des Concentrations Isotopiques	126
5.5.3. Modification du Solveur Spatial	127
5.6. Validation de la Méthode	129
5.6.1. gerbage central du Coeur	129
5.6.2. Flexion des Assemblages	131
5.7. Conclusions	133

5.1 Principes de la Méthode

La méthode de transformation géométrique du maillage spatiale mise en place, consiste à modifier le maillage de calcul en fonction des champs de déplacements des assemblages du réseau, ainsi que le bilan matière de chaque groupe des mailles qui composent l'hexagone représentatif d'un assemblage.

La modification du maillage et des concentrations isotopiques sont faites de manière à reproduire la nouvelle position des assemblages à l'aide d'un maillage irrégulier représentatif de l'état du cœur dans son état perturbé.

Contrairement à la méthode de projection du maillage (cf. chapitre 4), le transfert de matière ne concerne pas plusieurs assemblages, mais seulement le groupe de mailles représentatif de l'assemblage déplacé.

L'évaluation des sections efficaces macroscopiques n'est donc pas sujette aux biais liés au mélange des noyaux provenant de cellules représentatives d'assemblages de natures différentes (§4.5.3)

De manière analogue à la méthode de projection du maillage, le schéma prévoit une première étape, dans laquelle les sections efficaces microscopiques multigroupes sont calculées à l'aide du code de cellule ECCO, suivie par une deuxième étape caractérisée par la résolution de l'équation du transport de Boltzmann. Le maillage de calcul est modifié en partant du maillage représentatif du cœur dans son état non perturbé et les sections efficaces macroscopiques sont calculées suite à l'évaluation des variations des concentrations pour chaque maille.

Dans ce travail la méthode a été mise en place à l'aide du solveur en transport (formulation S_N SNATCH), pour des géométries hexagonales bidimensionnelles et tridimensionnelles.

Des modifications du système de balayage du maillage ainsi que du solveur S_N ont été apportées afin de pouvoir résoudre l'équation de Boltzmann sur un maillage non régulier.

5.2 Le Solveur SNATCH

La résolution déterministe de l'équation du transport par le solveur SNATCH repose sur la discrétisation successive des 3 variables de l'espace des phases : l'énergie des neutrons E , leur direction $\vec{\Omega}$ et l'espace \vec{r} dans lequel ils se propagent.

La variable énergétique est discrétisée par une approche multigroupe, la variable angulaire par la méthode des ordonnées discrètes S_N et la variable spatiale est décrite par l'espace des éléments finis discontinus de Galerkin (DGFEM) [57][62].

Puisque la méthode de transformation du maillage proposée dans ce chapitre ne concerne que la résolution de la composante spatiale de l'équation du transport, les approches de discrétisation des variables énergétique et angulaire seront brièvement présentées, alors que la méthode DGFEM fera objet d'une description plus détaillée.

5.2.1 Discrétisation de la Variable Énergie

De manière analogue aux autres codes déterministes (entre autres ERANOS et VARIANT) le traitement de la variable énergie repose sur une approche multigroupe.

Le domaine énergétique est discrétisé afin de former un maillage composé par G mailles qu'on appelle groupe.

Les sections efficaces sont supposées être constantes dans chaque groupe et sont déterminées de manière à conserver le taux de réaction par rapport à une évaluation à énergie continue :

$$\sigma^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE}{\int_{E_g}^{E_{g+1}} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE} \quad (5.1)$$

où l'intégrale du flux dans le groupe g est la variable qu'on cherche à estimer :

$$\phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g+1}} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE \quad (5.2)$$

L'approximation multigroupe de l'équation de Boltzmann sera donc :

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{Tot}^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \int_{4\pi} \phi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' \\ &+ \frac{1}{4\pi} \chi^g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G \nu^{g'}(\vec{r}) \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \int_{4\pi} \phi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' \end{aligned} \quad (5.3)$$

où la présence d'une source externe a été négligée.

Puisque la valeur du flux n'est pas connue *a priori*, les sections efficaces sont calculées avec une étape d'homogénéisation sur un maillage énergétique, et le flux est remplacé par une fonction de pondération représentative de son profil spatial et énergétique.

Les variations spatiales des sections efficaces sont prises en compte lors d'un calcul du réseau à l'aide du code de cellule ECCO (§ 2.4.2 et § 4.2.1). Les sections efficaces macroscopiques homogénéisées en espace sont fournies au solveur afin d'évaluer le flux et la réactivité du cœur.

5.2.2 Discrétisation de la Variable Angulaire

La méthode des ordonnées discrètes consiste à estimer le flux scalaire (le flux intégré sur la variable angulaire) en sommant les flux angulaires au niveau de n directions $\vec{\Omega}_n$ à l'aide d'une formule de quadrature :

$$\int_{\Omega} \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\vec{\Omega} = \sum_n w_n \phi_n^g(\vec{r}) \quad (5.4)$$

Où le terme w_n représente le poids de la quadrature dans la direction $\vec{\Omega}_n$

On peut donc récrire l'équation (5.3) comme suit:

$$\begin{aligned}
 & \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_n^g(\vec{r}) + \Sigma_{Tot}^g(\vec{r}) \phi_n^g(\vec{r}) \\
 &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \sum_{n'=1}^N \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) w_{n'} \phi_{n'}^{g'}(\vec{r}) \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \chi^g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G v^{g'}(\vec{r}) \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \sum_{n'=1}^N w_{n'} \phi_{n'}^{g'}(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Cette équation est résolue par itérations imbriquées. On fait converger les termes de fission au niveau le plus externe et on résout l'équation :

$$\begin{aligned}
 & \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_n^{g,(l+1)}(\vec{r}) + \Sigma_{Tot}^g(\vec{r}) \phi_n^{g,(l+1)}(\vec{r}) \\
 &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \sum_{n'=1}^N \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) w_{n'} \phi_{n'}^{g',(l+1)}(\vec{r}) \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \chi^g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G v^{g'}(\vec{r}) \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \sum_{n'=1}^N w_{n'} \phi_{n'}^{g',(l)}(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Et ensuite les termes de diffusion des neutrons du groupe g' dans g :

$$\begin{aligned}
 & \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_n^{g,(l+1),(m+1)}(\vec{r}) + \Sigma_{Tot}^g(\vec{r}) \phi_n^{g,(l+1),(m+1)}(\vec{r}) \\
 &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \sum_{n'=1}^N \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) w_{n'} \phi_{n'}^{g',(l+1),(m+1)}(\vec{r}) \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \chi^g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G v^{g'}(\vec{r}) \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \sum_{n'=1}^N w_{n'} \phi_{n'}^{g',(l+1),(m)}(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

où les indices l et m concernent respectivement l'itération externe et interne prise en compte.

La principale source d'incertitude liée à la méthode des ordonnées discrètes concerne l'effet de raie, puisque suite à la discrétisation de la variable $\vec{\Omega}$, certaines régions spatiales ne seront pas intéressées par le transport des neutrons [7][63]. Afin de réduire cet effet, des méthodes de raffinement sur la variable angulaire peuvent être utilisées.

5.2.3 Discrétisation de la Variable Spatiale

Pour le solveur SNATCH, la composante spatiale de l'équation de Boltzmann est résolue à l'aide de la méthode des éléments discontinus de Galerkin.

On considère le domaine spatial $D \in \mathbb{R}^d$ ($d = 2$ ou 3) découpé en k mailles qui forment une partition de D et on appelle Γ la partition de l'espace telle que $\cup_{k \in \Gamma} k = \bar{D}$.

Dans SNATCH, chaque maille k est un parallélogramme régulier ($d = 2$) ou un parallélépipède régulier ($d = 3$), on peut donc définir l'espace de Sobolev :

$$H^1(D, \Gamma) = \{u \in L^2(D) \quad t. q. \forall K \in \Gamma, \quad u_k \in H^1(K)\} \quad (5.8)$$

et l'espace de Hilbert V_h^p :

$$V_h^p = \{v \in L^2(D) \quad t. q. \forall K \in \Gamma, \quad v \in Q^{p_k}\} \subset H^1(D, \Gamma) \quad (5.9)$$

où $L(D^2)$ est l'espace des fonctions carrées intégrables sur le domaine D , $p_k \leq p$ et Q^p l'ensemble des polynômes dans chaque direction de degré égal ou inférieur à p .

Au contraire des méthodes traditionnelles des éléments finis de Galerkin, la méthode DGFEM se base sur l'hypothèse qu'aucune continuité n'est imposée entre les cellules. Cet aspect a permis de mettre en place des méthodes de raffinement en espace [57][58].

Dans le cadre de cette thèse, cette hypothèse a permis la mise en place de méthodes d'accélération pour la résolution de l'équation de Boltzmann pour un maillage irrégulier.

La méthode de Galerkin discontinue intègre par parties l'équation (5.5) sur l'élément k puis la multiplie par une fonction test φ_h^p appartenant à l'espace V_h^p .

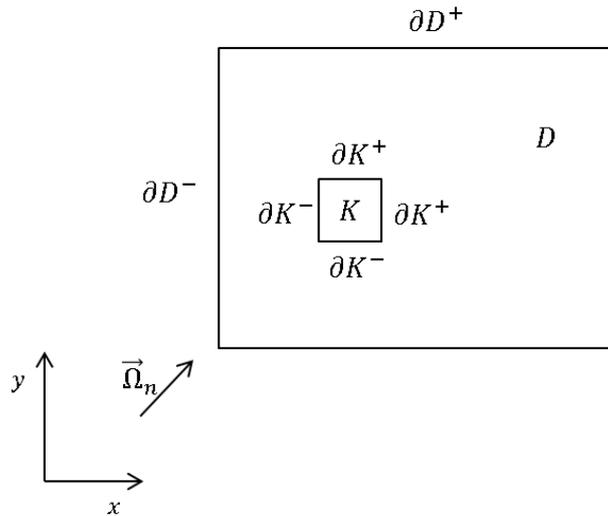


Figure 40 : Notation utilisée pour la description du domaine spatial [45].

On note n la normale sortante et on définit le bord entrant $\partial D^- = \{r \in (D) \quad t. q. \Omega(r) \cdot n(r) < 0\}$, le bord sortant $\partial D^+ = \{r \in (D) \quad t. q. \Omega(r) \cdot n(r) > 0\}$ et de manière analogue les bords de chaque maille k (Fig. 40). Puisque par hypothèse le flux peut être discontinu entre mailles, on considère la trace entrante ϕ^- et la trace sortante ϕ^+ définies respectivement comme :

$$\phi^\pm(r \in \partial K^-) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^\pm} \phi(r + \epsilon \Omega) \quad (5.10)$$

L'équation (5.5) peut donc être réécrite pour chaque maille k :

$$\int_K (-\phi_h^p \Omega \cdot \nabla \phi_h^p + \Sigma_{Tot} \phi_h^p \phi_h^p) dV + \int_{\partial K} (n \cdot F(\Omega, \phi_h^p)) \phi_h^{p,+} ds = \int_K Q_h \phi_h^p dV \quad (5.11)$$

Pour un souci de clarté, les indices g et n (direction) ont été omis, ainsi que tous les indices vectoriels, et Q_h représente le terme de sources (fissions et éventuelle source externe).

Le terme F indique le flux numérique défini à l'aide d'un flux upwind :

$$F(\Omega, \phi_h^p) = \begin{cases} \Omega \phi_h^{p,BC} & \text{sur } \partial K^- \cap \partial D \\ \Omega \phi_h^{p,-} & \text{sur } \partial K \setminus \partial D \cup \partial K^+ \cap \partial D \end{cases} \quad (5.12)$$

où $\phi_h^{p,BC}$ représente la valeur du flux à la frontière du domaine D (condition limite).

En sommant sur tous les éléments, on peut définir la formulation globale et trouver $\phi_h^p \in V_h^p$ telle que $\forall \varphi_h^p \in V_h^p$ afin que :

$$B(\phi_h^p, \varphi_h^p) = L(\varphi_h^p) \quad (5.13)$$

avec :

$$L(\varphi_h^p) = \sum_{K \in \mathcal{T}} \left(\int_K Q_h \varphi_h^p dV + \int_{\partial K^- \cap \partial D} |n \cdot \Omega| \phi_h^{p,BC} \varphi_h^{p,+} ds \right) \quad (5.14)$$

Avec une intégration par parties, on peut écrire le terme B comme :

$$B(\phi_h^p, \varphi_h^p) = \sum_{K \in \mathcal{T}} \left(\int_K \phi_h^p \Omega \cdot \nabla \varphi_h^p + \Sigma_{Tot} \phi_h^p \varphi_h^p dV + \int_{\partial K^- \cap \partial D} |n \cdot \Omega| (\phi_h^{p,+} - \phi_h^{p,-}) \varphi_h^{p,+} ds + \int_{\partial K^- \cap \partial D} |n \cdot \Omega| \phi_h^{p,+} \varphi_h^{p,+} ds \right) \quad (5.15)$$

Puisque le maillage SNATCH est constitué de parallélogrammes et parallélépipèdes (respectivement pour une géométrie 2D et 3D), on peut résoudre l'équation (5.15) sur l'élément de référence $\hat{K} = [-1, 1]^d$ via une transformation affine.

On peut donc réécrire l'équation (5.15) pour l'élément \hat{K} :

$$\begin{aligned}
 B(\hat{\phi}_h^p, \hat{\phi}_h^p) = & \sum_{K \in \Gamma} \left(|J| \int_{\hat{K}} (\hat{\phi}_h^{p,+} \Omega J^{-1} \cdot \nabla \hat{\phi}_h^p + \Sigma_{Tot} \hat{\phi}_h^p \hat{\phi}_h^p d\hat{V}) + |J_{\partial K}| \int_{\partial \hat{K} \setminus \partial D} |n \cdot \Omega| (\hat{\phi}_h^{p,+} - \hat{\phi}_h^{p,-}) \hat{\phi}_h^{p,+} d\hat{s} \right. \\
 & \left. + |J_{\partial K}| \int_{\partial \hat{K} \cap \partial D} |n \cdot \Omega| \hat{\phi}_h^{p,+} \hat{\phi}_h^{p,+} d\hat{s} \right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

où la notation chapeau a été utilisée pour les grandeurs définies sur l'élément de référence et J désigne la matrice jacobienne de la transformation affine qui permet de passer de la maille k à la maille de référence \hat{K} . De manière analogue, on a défini le terme $J_{\partial K}$.

Les modifications du solveur SNATCH nécessaires à la correcte mise en place de la méthode de transformation géométrique du maillage concernent principalement l'évaluation de la matrice jacobienne de chaque cellule en fonction de sa déformation. Cet aspect sera donc traité en détail dans les prochaines sections (§5.4.3 et §5.5.3).

5.3 Démarche du Développement de la Méthode

Que ce soit pour une géométrie hexagonale bidimensionnelle ou pour une géométrie hexagonale tridimensionnelle, la démarche du développement de la méthode est la même et se compose de trois étapes:

1. déformation du maillage: le maillage régulier est déformé en fonction du champ des déformations du réseau. Les cellules représentatives de chaque assemblage sont déformées à partir du déplacement de l'assemblage même et de ses six premiers voisins ;
2. modification des concentrations isotopiques: les concentrations isotopiques de chaque maille sont modifiées à partir de la nouvelle position de l'assemblage et des mailles déformées représentative de l'assemblage (§5.4.2 et §5.5.2) ;
3. modification du solveur spatial: évaluation de la matrice jacobienne de la transformation affine pour passer de la maille déformée \mathbf{K}_{Def} à la maille de référence \mathbf{K} .

5.4 Développement de la Méthode : Géométrie 2D

Afin de faciliter la présentation de la démarche, on traite d'abord le cas bidimensionnel. La démarche sera généralisée pour la résolution de l'équation du transport en géométrie tridimensionnelle.

Le solveur SNATCH a été développé en langage JAVA et la mise en œuvre du maillage déformé, ainsi que la résolution de l'équation de Boltzmann sur ce nouveau maillage, a requis l'implémentation d'un nombre considérable de *classes* et *méthodes* (presque vingt mille lignes de code), concepts fondamentaux des langages à objets. Cependant, la description détaillée des aspects informatiques liés à l'implémentation de cette méthodologie ne fera pas objet de ce manuscrit.

5.4.1 Déformation du Maillage

Le maillage de calcul régulier est normalement créé à partir des valeurs du *pitch* (distance entre les centres de deux assemblages voisins) et du nombre de couronnes d'assemblages composant le cœur.

Ces grandeurs peuvent être fournies directement par l'utilisateur ou à l'aide d'un *fichier xml* issu d'un calcul ERANOS.

Le maillage créé est constitué des parallélogrammes réguliers qui forment une maille hexagonale représentative de chaque assemblage. Le maillage de calcul (en rouge) est généré à partir des dimensions et de la position des assemblages physiques (noir) ainsi que de leur entreplat. En se référant à la Fig. 41 (droite) qui représente un cas particulier de maillage de calcul, on peut remarquer que le nœud o est équidistant des points a , b , et c .

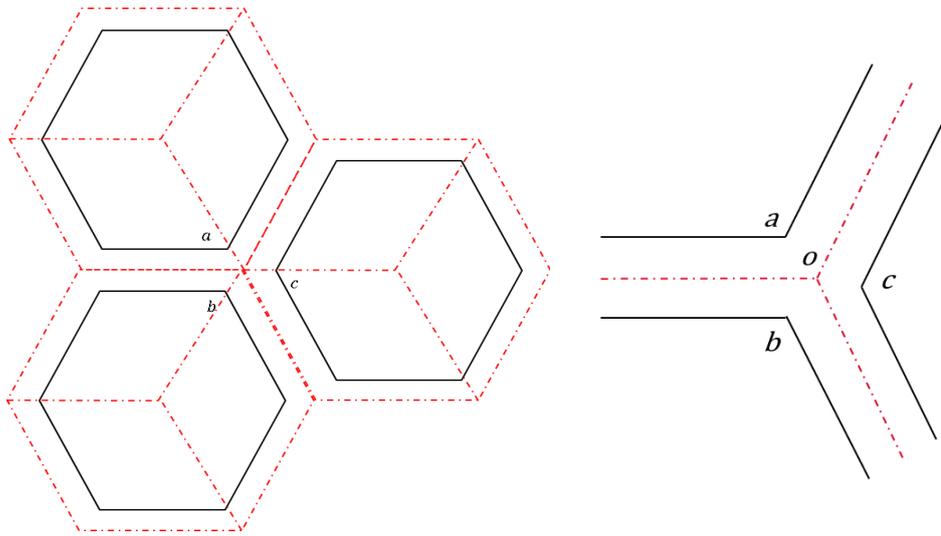


Figure 41 : Représentation du maillage de calcul (rouge) et des assemblages physiques (noir).

On peut donc conclure que le nœud o , ainsi que les nœuds constituant la maille hexagonale qui regroupe les 3 parallélogrammes, représente le centre du cercle circonscrit au triangle abc .

On notera \vec{d}_a le déplacement de l'assemblage auquel appartient le point a et x_a et y_a les coordonnées du point a ; la même notation s'applique aux points b et c

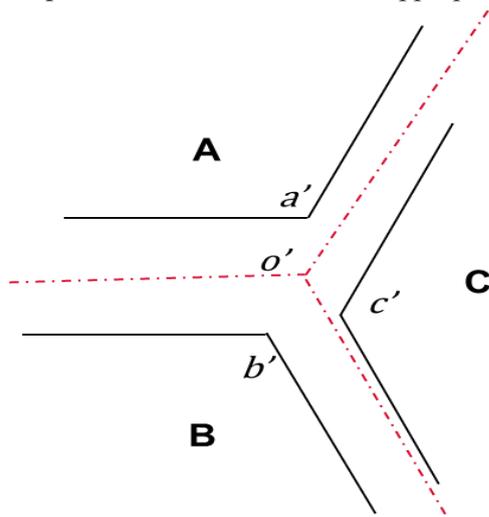


Figure 42 : Déformation du maillage en partant de la nouvelle position des points a , b , et c .

Suite à la déformation, on aura donc $\tilde{x}_a = x_a + d_{a,x}$ et $\tilde{y}_a = y_a + d_{a,y}$, où \tilde{x}_a est la coordonnée du point a suite à la déformation et $d_{a,x}$ et $d_{a,y}$ représentent respectivement les composantes x et y du vecteur déplacement \vec{d}_a .

Le nœud \tilde{o} du maillage déformé sera donc identifié comme le centre du cercle circonscrit au triangle $\tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}$.

La position des nœuds de la maille hexagonale suite à la déformation du réseau est donc évaluée à partir du déplacement de l'assemblage considéré et de ses voisins, exception faite du nœud central de la maille hexagonale et donc de la nouvelle position qui coïncide avec la position du centre de l'assemblage suite au déplacement. Pour le nœud \tilde{o} on aura :

$$\tilde{x}_o = \frac{(\tilde{x}_a^2 - \tilde{x}_c^2 + \tilde{y}_a^2 - \tilde{y}_c^2)(\tilde{y}_c - \tilde{y}_b) + (\tilde{x}_c^2 - \tilde{x}_b^2 + \tilde{y}_c^2 - \tilde{y}_b^2)(\tilde{y}_c - \tilde{y}_a)}{2((\tilde{x}_a - \tilde{x}_c)(\tilde{y}_c - \tilde{y}_b) + (\tilde{x}_b - \tilde{x}_c)(\tilde{y}_a - \tilde{y}_c))} \quad (5.17)$$

$$\tilde{y}_o = \frac{(\tilde{x}_a^2 - \tilde{x}_c^2 + \tilde{y}_a^2 - \tilde{y}_c^2)(\tilde{x}_b - \tilde{x}_c) + (\tilde{x}_c^2 - \tilde{x}_b^2 + \tilde{y}_c^2 - \tilde{y}_b^2)(\tilde{x}_a - \tilde{x}_c)}{2((\tilde{x}_a - \tilde{x}_c)(\tilde{y}_c - \tilde{y}_b) + (\tilde{x}_b - \tilde{x}_c)(\tilde{y}_a - \tilde{y}_c))} \quad (5.18)$$

Afin de pouvoir évaluer les coordonnées des nœuds \tilde{a} , le champ des déformations doit être tel que les côtés des assemblages physiques ne soient pas en contact. Pour un couple d'assemblages i et j , on aura donc :

$$\|\vec{P}_{ij}\|_{Def} > l \quad (5.19)$$

où l représente l'entreplat des assemblages physiques et $\|\vec{P}_{ij}\|_{Def}$ la distance entre les centres des assemblages suite à la déformation.

La condition (5.19) ne constitue pas une véritable limitation à la modélisation des cœurs déformés. La présence des plaquettes sur les six faces du tube hexagonal des assemblages garantit en fait toujours le respect de (5.19) et donc la cohérence du réseau déformé.

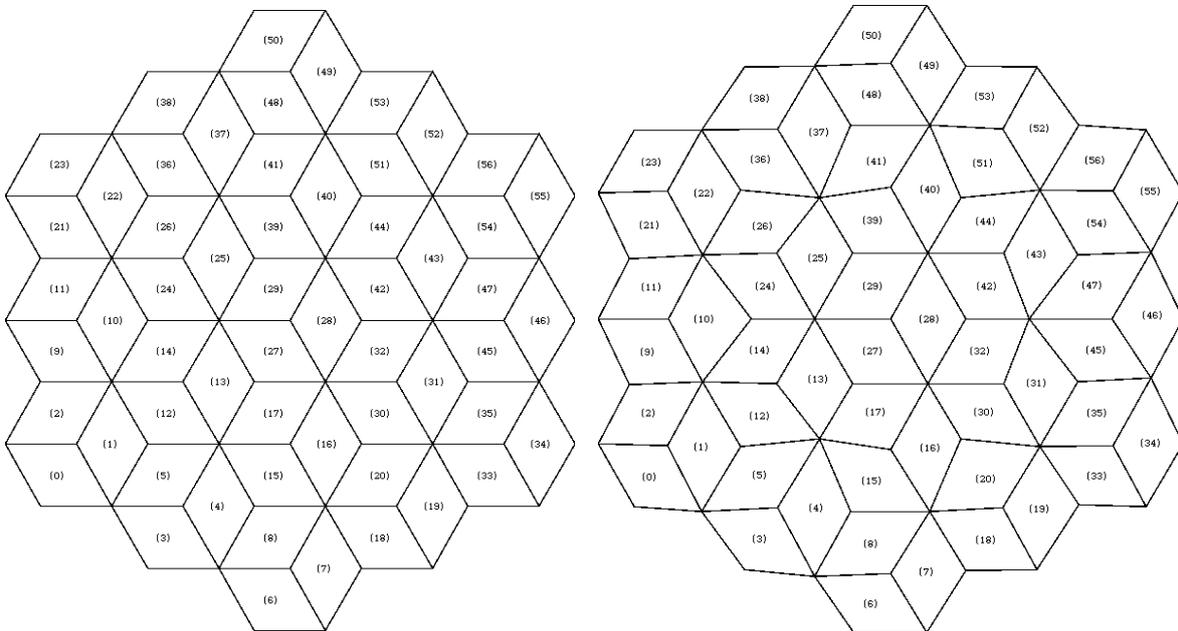


Figure 44 : Exemple de transformation du maillage pour une déformation postulée de type gerbage.

Le développement d'un nombre considérable de *classes* et *méthodes* a été nécessaire afin de déterminer pour chaque nœud o :

- la maille (parallélogramme) auquel le nœud appartient et l'assemblage qu'il représente ;

- les points a , b , et c et les vecteurs \vec{d}_a , \vec{d}_b et \vec{d}_c issus du champ des déplacements ;
- les nouveaux points \tilde{a} , \tilde{b} , et \tilde{c} ;
- le respect de la condition (5.19) ;
- la position du nœud \tilde{o} du maillage irrégulier et la création du maillage final ;
- l'identification de ∂D^- et de ∂D^+ (Fig. 40) pour les bords de chaque maille déformée.

Bien que d'autres méthodes de transformation du maillage pourraient être utilisées afin de prendre en compte la condition $\|\vec{P}_{ij}\|_{Def} > l$, pour ces transformations, la nouvelle position de l'assemblage physique impliquerait la nécessité de projeter les concentrations isotopiques sur les mailles hexagonales voisines déformées et par voie de conséquence d'introduire des biais (§4.5.3). C'est pour ces raisons que dans ce manuscrit, on prend en compte uniquement la méthodologie de transformation du maillage présentée ci-dessus.

5.4.2 Modification des Concentrations Isotopiques

Suite à la déformation, la transformation du maillage implique la variation de la surface de chaque maille, et par conséquent les concentrations des noyaux de la maille.

De plus, le déplacement de l'assemblage physique a été simulé par un transfert de matière entre les mailles K (parallélogrammes) qui composent la maille hexagonale H représentative de l'assemblage.

Au niveau de chaque maille H , le nombre d'atomes de chaque isotope i (différent du sodium) restera donc inchangé entre le cas de référence et le cas perturbé.

Au contraire, la variation du nombre d'atomes du caloporteur dans la maille K dépendra de la position de l'assemblage physique dans H et des variations de surface de la maille H , conséquence du déplacement de l'assemblage et de ses voisins.

On considère donc la transformation d'une maille suite au déplacement de l'assemblage et de ses voisins.

On notera en lettres minuscules les nœuds de l'hexagone représentant l'assemblage physique (noir) et en lettres majuscules les nœuds du maillage déformé (rouge).

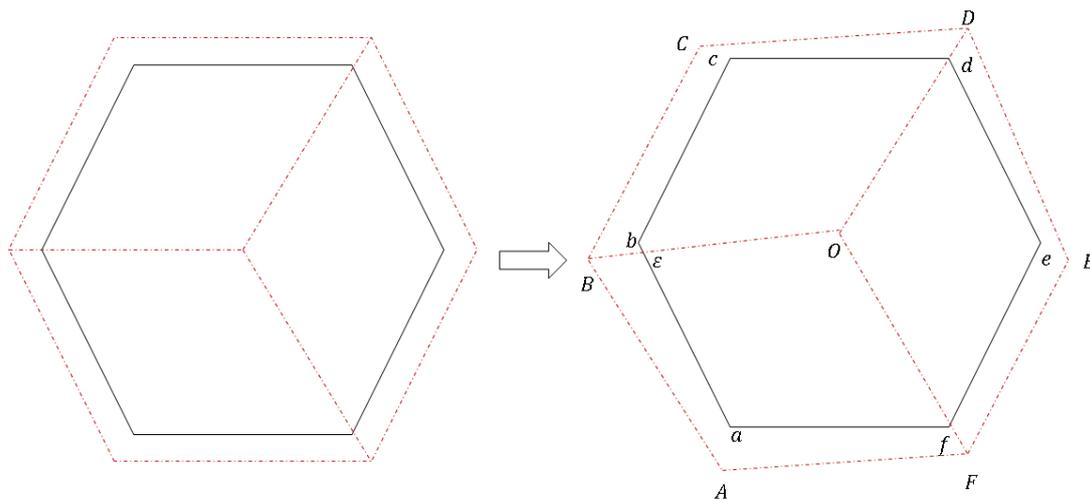


Figure 45 : Déformation de la maille H et déplacement de l'assemblage physique.

Suite à la déformation, la valeur de $V_{A,K}$ (volume de l'assemblage A dans la maille K) dépendra de la position des nœuds de l'assemblage ainsi que de la position des nœuds du maillage déformé.

Pour chaque maille hexagonale H sujette à déformation, le nombre de nœuds de l'assemblage situé dans chaque maille $K \in H$ est calculé afin de pouvoir déterminer $V_{A,K}$.

À titre d'exemple pour la maille des nœuds BCDO $V_{A,K}$ est calculé à partir de la surface des triangles $b\epsilon O$, bcO et cOD , où ϵ représente l'intersection des segments \overline{BO} et \overline{ba} .

Suite à la transformation du maillage, on aura donc :

$$N_{i,K} = N_{i,K,ref} \frac{V_{K,ref}}{V_{A,K,ref}} \frac{V_{A,K}}{V_K} \quad \forall i \neq Na \quad (5.20)$$

où $N_{i,K}$ représentent la concentration isotopique du volume de la maille K déformée et l'indice ref concerne le maillage régulier de référence.

Pour le sodium on aura :

$$N_{i,K} = N_{i,K,ref} \frac{V_{K,ref}}{V_{A,K,ref}} \frac{(V_K - V_{A,K}(1 - \chi_{Na,K}))}{(V_{K,ref} - V_{A,K,ref}(1 - \chi_{Na,K}))} \quad (5.21)$$

où $\chi_{Na,K}$ représente la fraction volumique du sodium dans la maille K non perturbée.

Au contraire de la méthode de projection du maillage, l'évaluation de $N_{i,K}$ ne concerne pas la prise en compte du transfert d'isotopes provenant de mailles hexagonales différentes.

On peut donc écrire

$$\forall K \in H \quad \Delta N_{i,K \rightarrow K'} = \delta_{k' H} \Delta N_{i,K \rightarrow K'} \quad (5.22)$$

où (avec un abus de notation) le terme $\delta_{k' H}$ représente la fonction delta de Kronecker définie comme :

$$\begin{cases} 1 & K' \in H \\ 0 & K' \notin H \end{cases} \quad (5.23)$$

À titre d'exemple, la figure 46 montre la variation des concentrations du caloporteur et du Plutonium-239 suite à une déformation de gerbage centrifuge du cœur de PHENIX (représentation hexagonale 2D) induite par un déplacement de 6 mm des assemblages de la première couronne selon la direction radiale (Fig. 45).

On peut remarquer que la déformation comporte l'injection du sodium au centre du cœur (suite au déplacement des assemblages de la première couronne) qui diminue progressivement alors qu'on considère les couronnes les plus externes.

La variation de concentration du Plutonium-239 est négative au centre du cœur et diminue (en valeur absolue) progressivement au niveau des assemblages plus externes selon les directions génératrices de la déformation.

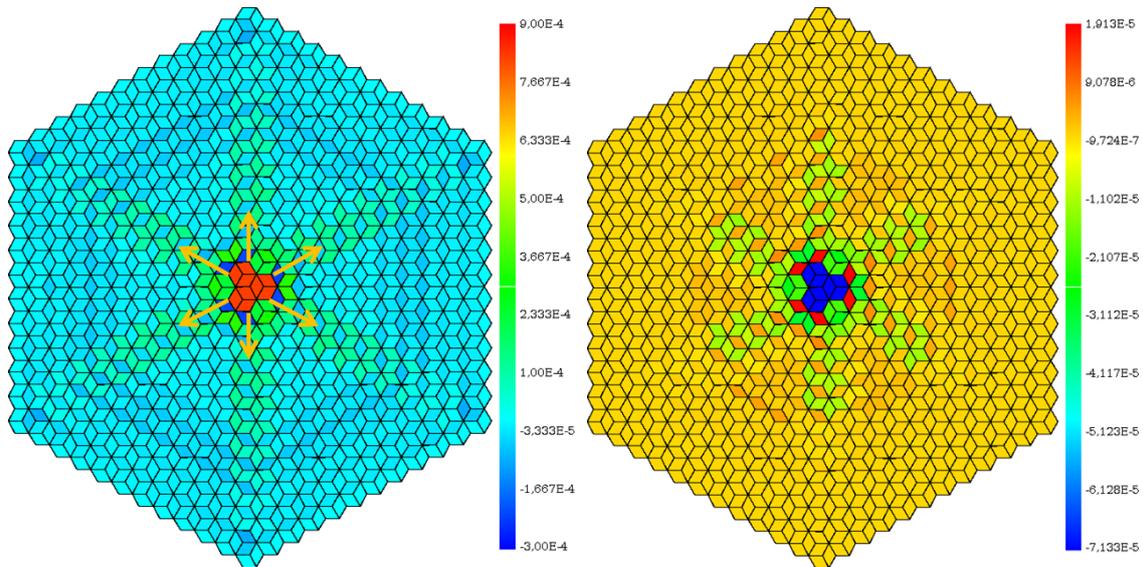


Figure 46 : Variation des concentrations du sodium (gauche) et du Plutonium-239 (droite) consécutive d'une déformation de gerbage centrifuge.

En se référant à la Fig. 46, qui représente une déformation de type gerbage centrifuge, on peut conclure que l'augmentation de concentration du Plutonium-239 au niveau des assemblages du cœur situés dans les régions entre deux directions génératrices de la déformation, représente bien la compaction de ces assemblages consécutive à la déformation selon ces directions.

De manière analogue à la méthode de projection du maillage les sections efficaces macroscopiques sont ensuite calculées en partant des sections efficaces microscopiques non perturbées calculées avec ECCO: $\Sigma_{i,K} = \sigma_{i,K,ref} N_{i,K}$.

5.4.3 Modification du Solveur Spatial

La résolution du problème de Galerkin discontinu pour les équations implique l'expansion de ϕ_h^p pour chaque maille sur une base des fonctions définies sur l'élément de référence $\hat{K} = [-1, 1]^d$:

$$\phi_{n,h}|_K(\vec{r}) = \underline{f}_K^T(\vec{r}) \underline{\phi}_{n,K} \quad (5.24)$$

où l'indice n représente l'ordonnée discrète prise en compte lors du calcul angulaire (pour un souci de clarté l'indice a été omis dans les équations (5.13, 5.15 et 5.16)), $\underline{f}_K^T(\vec{r})$ le vecteur qui contient les fonction polynomiales (d'ordre inférieur ou égal à p) de base de l'élément K et $\underline{\phi}_{n,K}$ les coefficients de cette expansion [45][64].

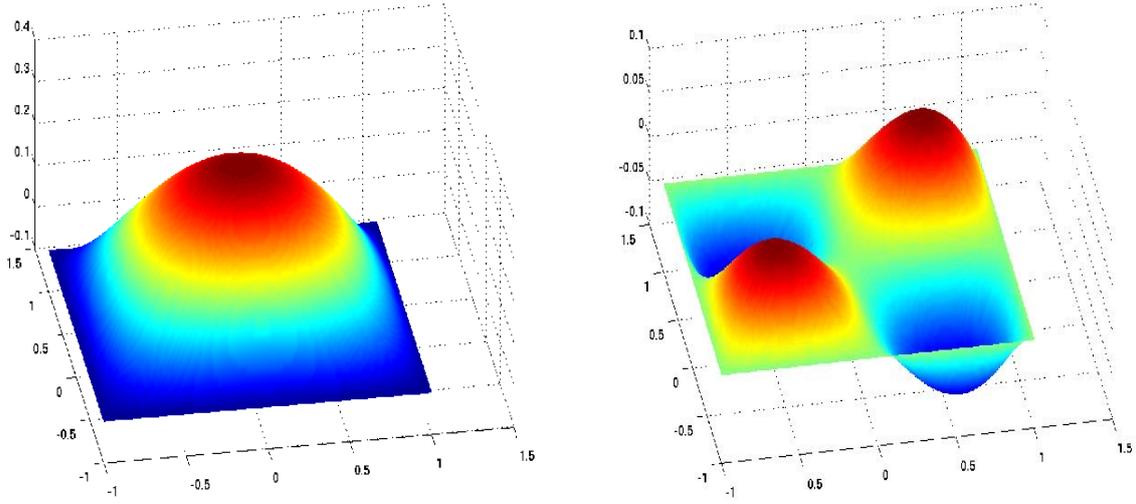


Figure 47 : Bases de fonction à l'ordre deux (gauche) et trois (droite).

En choisissant la fonction test φ_h^p égale aux éléments du vecteur \underline{f}_K , pour chaque élément K l'équation (5.13) devient :

$$\begin{aligned} & \left(\int_K (\vec{\Omega}_n \cdot \underline{f}_K \vec{\nabla} \underline{f}_K^T + \Sigma_{Tot} \underline{f}_K \underline{f}_K^T) dV \right) \underline{\phi}_{n,K} - \sum_{b \in \partial K^-} \left(\int_b (\vec{n}_b \cdot \vec{\Omega}_n) \underline{f}_K \underline{f}_K^T dS \right) \underline{\phi}_{n,K} \\ & = \left(\int_b \underline{f}_K \underline{f}_K^T dV \right) \underline{Q}_{n,K} - \sum_{b \in \partial K^-} \left(\int_b (\vec{n}_b \cdot \vec{\Omega}_n) \underline{f}_K \underline{f}_{K^{b,-}}^T dS \right) \underline{\phi}_{n,K^{b,-}} \end{aligned} \quad (5.25)$$

où $K^{b,-}$ indique l'élément voisin qui partage le bord b avec la maille K .

Compte-tenu de la transformation affine pour passer de la maille K à l'élément de référence \hat{K} , l'équation (5.25) peut être réécrite comme suit:

$$\begin{aligned} & \left(|J_K| \sum_i \Omega_n^i \sum_j \int_{\hat{K}} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \underline{f}_K \frac{\partial \underline{f}_K^T}{\partial \xi_j} d\hat{V} + \Sigma_{Tot} |J_K| \int_{\hat{K}} \underline{f}_K \underline{f}_K^T d\hat{V} - \sum_{b \in \partial K^-} |J_{K,b}| \sum_i \Omega_n^i \int_{\hat{b}} n_b^i \underline{f}_K \underline{f}_K^T d\hat{s} \right) \underline{\phi}_{n,K} \\ & = \underline{\phi}_{n,K} |J_K| \int_{\hat{K}} \underline{f}_K \underline{f}_K^T d\hat{V} - \sum_{b \in \partial K^-} |J_{K,b}| \sum_i \Omega_n^i \int_{\hat{b}} n_b^i \underline{f}_K \underline{f}_{K^{b,-}}^T d\hat{s} \end{aligned} \quad (5.26)$$

où x_i et ξ_j (i, j $1 \div d$) représentent respectivement les coordonnées des espaces cartésiens et de référence de dimension d .

Le terme $|J_K|$ est le déterminant de la matrice jacobienne $J_K = \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right)_{i,j}$ associée à la transformation $K \rightarrow \hat{K}$ et de manière analogue, $|J_{K,b}|$ est le jacobien de la transformation $\in \partial K^- \rightarrow \hat{b} \in \partial \hat{K}^-$.

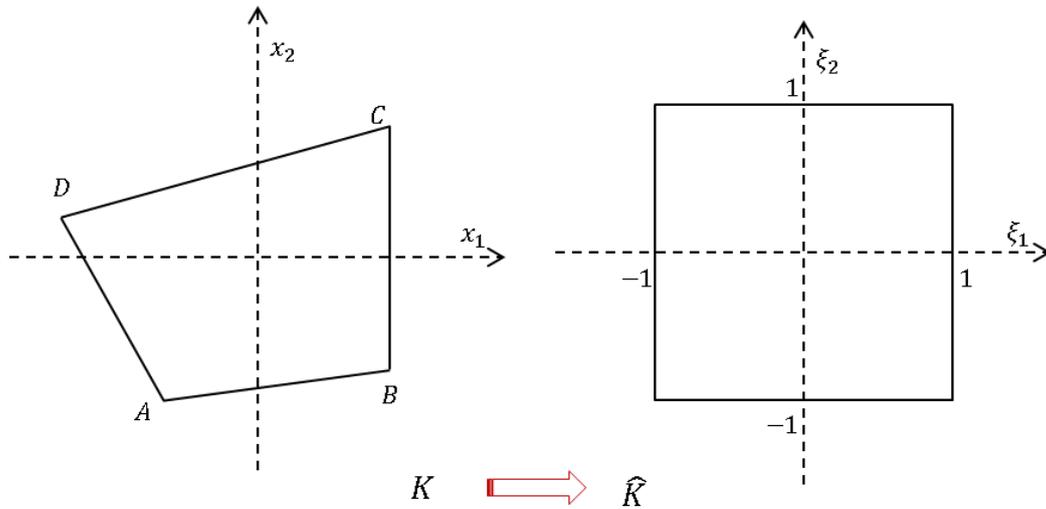


Figure 48 : Transformation affine de la maille K à la maille de référence \hat{K} .

On considère la transformation reportée en Fig. 48.

Chaque point de l'espace cartésienne peut être écrit en fonction des coordonnées ξ_j et des coordonnées des nœuds de la maille K :

$$x_i = \frac{1}{V_{\hat{K}}} [(x_{i,C} - x_{i,D} + x_{i,B} - x_{i,A})\xi_1\xi_2 + (x_{i,C} - x_{i,D} - x_{i,B} + x_{i,A})\xi_1 + (x_{i,C} + x_{i,D} - x_{i,B} - x_{i,A})\xi_2 + (x_{i,C} + x_{i,D} + x_{i,B} + x_{i,A})] \quad (5.27)$$

où $V_{\hat{K}}$ est le volume de l'élément de référence.

Afin de simplifier la notation on réécrit l'équation (5.27) comme :

$$x_i = \frac{1}{V_{\hat{K}}} [\Gamma_i \xi_1 \xi_2 + \Lambda_i \xi_1 + \Upsilon_i \xi_2 + \Pi_i] \quad (5.28)$$

La démonstration de l'équation (5.27) peut facilement être retrouvée dans la littérature spécialisée traitant de la méthode aux éléments finis [65] [66] [67].

La matrice jacobienne associée à la transformation sera donc :

$$J_K = \frac{1}{V_{\hat{K}}} \begin{bmatrix} (\Gamma_1 \xi_2 + \Lambda_1) & (\Gamma_2 \xi_2 + \Lambda_2) \\ (\Gamma_1 \xi_1 + \Upsilon_1) & (\Gamma_2 \xi_1 + \Upsilon_2) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

De plus, dans l'équation (5.26) les termes $\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i}$ représentent les coefficients de la matrice J_K^{-1} :

$$J_K^{-1} = \frac{1}{|J_K|} J_K^* \quad (5.30)$$

où J_K^* est la matrice des cofacteurs (*comatrice*).

En particulier pour le cas bidimensionnel sous analyse :

$$J_K = \frac{1}{v_R} \begin{bmatrix} (\Gamma_2 \xi_1 + Y_2) & -(\Gamma_1 \xi_1 + Y_1) \\ -(\Gamma_2 \xi_2 + \Lambda_2) & (\Gamma_1 \xi_2 + \Lambda_1) \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Pour une maille bidimensionnelle K de géométrie régulière (maillage à parallélogrammes utilisées par SNATCH), les bords opposés de chaque maille (par exemple \overline{DC} et \overline{AB}) sont égaux et parallèles, et par conséquent les termes Γ_1 et Γ_2 sont nuls.

Dans ce cas la matrice jacobienne sera à termes constants ce qui implique que le terme $|J_K|$ ne dépend pas des ξ_j et sera constant pour tous les points de la maille.

La résolution de l'équation (5.26) par le solveur SNATCH (pour un réseau régulier) ne prévoit donc pas le recalcul de la matrice jacobienne pour chaque point $(x_1, x_2) \in K$.

Au contraire, dans le cas d'une maille irrégulière, la matrice jacobienne ne sera pas à termes constants ce qui implique que le terme $|J_K|$ sera fonction des points de la maille K considérée et devra être pris en compte à l'intérieur des termes intégraux de l'équation (5.16).

Différentes *classes* et *méthodes* ont été développées afin de permettre l'évaluation de la matrice jacobienne et son intégration.

La résolution des intégrales sur chaque maille a été faite à l'aide des méthodes de quadratures utilisées par SNATCH lors de la résolution de l'équation du transport spatial dans le cas du maillage régulier (quadrature de Gauss-Legendre).

5.4.4 Analyse des Résultats : Gerbage Central du Cœur

Afin de vérifier la correcte mise en place des méthodes d'évaluation de $|J_K|$, ainsi que de son intégration, le nouveau solveur a été utilisé pour calculer la réactivité du cœur dans son état de référence.

La valeur obtenue coïncide avec celle obtenue avec l'utilisation du solveur de référence.

Néanmoins on observe une augmentation du temps de calcul conséquent liée au calcul réitérée de la matrice jacobienne pour chaque point de la maille K pris en compte.

La méthode a été ensuite utilisée pour évaluer (dans le cas d'une géométrie hexagonale bidimensionnelle) l'insertion de réactivité négative conséquente à un gerbage central du cœur de PHENIX.

Tous les résultats présentés dans ce chapitre (y compris les résultats en géométrie 3D) ont été obtenus en utilisant des bases de fonctions polynomiales à l'ordre trois pour la résolution du problème spatial à l'aide de DGFEM. L'utilisation de bases de fonctions d'ordre supérieur (et où inférieur) n'a pas affecté considérablement l'évaluation de la réactivité du cœur (≈ 0.5 pcm).

Les résultats ont ensuite été comparés à ceux obtenus à l'aide de la méthode de projection du maillage (calcul SNATCH stratégie A, B and A+B) (Table 7).

La différence entre les résultats obtenus est négligeable pour des grandes déformations alors que dans le cas de déplacements d'ampleur réduite, l'écart entre les deux méthodes est de l'ordre du 10% pour toutes les stratégies considérées.

Dans ce dernier cas, la valeur de $\Delta\rho$ estimée par la méthode de transformation du maillage est plus grande (en valeur absolue) que celle de projection du maillage, alors que cette tendance est inversée lorsqu'on considère des déformations plus importantes.

Néanmoins, on constate que les résultats se rapprochent de ceux issus de la réduction simultanée des biais spatiaux et spectraux de la méthode de projection du maillage (stratégie A+B).

Table 7 : Comparaison des méthodes de projection du maillage et de transformation géométrique de la maille (Gerbage central du cœur). Valeurs en pcm.

Déplacement (mm)	Transformation Géométrique du Maillage	Projection du Maillage Stratégie A	Projection du Maillage Stratégie B	Projection du Maillage Stratégie A+B
0	0	0	0	0
2	-29	-24	-26	-25
4	-66	-65	-65	-66
6	-99	-101	-101	-100

La tendance observée pour de grandes déformations du cœur (qui intéressent l'interface fertile/réflacteur) est confirmée par l'analyse d'une déformation de type gerbage périphérique.

L'origine du mouvement d'expansion des assemblages a été choisie au niveau de la couronne fertile la plus externe.

Puisque le mouvement de gerbage a pour origine une position à proximité des couronnes du réflecteur, les assemblages situés à proximité de l'interface fertile/réflacteur seront intéressés par des déformations considérablement plus importantes.

Table 8 : Comparaison des méthodes de projection du maillage et de transformation géométrique du maillage (Gerbage périphérique du cœur). Valeurs en pcm.

Déplacement (mm)	Transformation Géométrique du Maillage	Projection du Maillage Stratégie A	Projection du Maillage Stratégie B	Projection du Maillage Stratégie A+B
0	0	0	0	0
2	-6	-5	-6	-5
4	-16	-17	-21	-16
6	-27	-30	-37	-27

Comme pour le cas du gerbage homogène, les résultats se rapprochent de ceux issus de la réduction simultanée des biais spatiaux et spectraux (stratégie A+B) (Table 8).

En fait, ces biais qui caractérisaient la méthode de projection du maillage, ne concernent pas la méthode de transformation du maillage proposée, puisque le transfert des noyaux lourds appartenant à des cellules de nature différente n'a pas eu lieu.

Une analyse plus détaillée des similitudes entre la méthode de transformation géométrique et celle de projection (stratégie A+B) est proposée plus loin.

5.5 Développement de la Méthode : Géométrie 3D

De manière analogue au cas d'une représentation hexagonale bidimensionnelle du cœur, on propose ci-dessous une description de la démarche suivie lors de l'implémentation de la méthode de transformation du maillage pour une géométrie tridimensionnelle.

La méthode mise en place permet de décrire à la fois des déformations du cœur induites par la *translation* des assemblages et des déformations plus complexes telles que leur flexion.

5.5.1 Déformation du Maillage

Pour une géométrie hexagonale tridimensionnelle régulière, chaque maille K consiste en un hexaèdre régulier dont le volume dépend strictement de la discrétisation choisie pour la description de la hauteur du cœur.

Maillage Régulier

Dans le cas d'un maillage régulier, celui-ci est généré par extrusion à partir du maillage hexagonal régulier 2D choisi pour représenter chaque côte axiale du maillage.

Chaque maille consiste donc en un prisme régulier droit, dont l'orientation de chaque face est perpendiculaire à la direction z .

Enfin, la surface des bords supérieur et inférieur est la même pour chaque maille, ainsi que la surface de chaque bord vertical des mailles définies par les mêmes côtes axiales.

Maillage Irrégulier : Déformation du Cœur par Translation des Assemblages

Dans le cas d'une déformation par translation, le champ de déplacements pris en compte est le même pour chaque côte axiale dont le maillage tridimensionnel se compose.

Suite à la déformation du maillage 2D au niveau de chaque côte, chaque maille sera donc un prisme droit, dont les bords supérieur et inférieur consistent en deux parallélogrammes déformés ayant la même surface.

Le volume de chaque maille est donc évaluée une fois déterminée la surface des bords supérieur et inférieur déformés :

$$V_K = \frac{V_{\partial K,z}}{V_{\partial K,z,ref}} V_{K,ref} \quad (5.32)$$

où $V_{\partial K,z}$ représente le volume de la surface déformée du bord supérieur (ou inférieur). De la même façon que pour les analyses précédentes l'indice ref indique la condition non déformée.

Maillage Irrégulier : Déformation du Cœur par Flexion/Arcure des Assemblages

On modélise la flexion et l'arcure d'un assemblage par des valeurs du module du vecteur déplacement qui diffèrent pour chaque côte axiale du maillage.

Pour chaque maille déformée donc, les bords inférieur et supérieur seront des quadrilatères irréguliers caractérisés par la même géométrie mais de surfaces différentes.

Afin de garantir la cohérence du maillage, on ne considère pas un changement d'orientation des surfaces des bords supérieurs et inférieurs, le vecteur normal à chaque bord vertical de la maille est recalculé.

Le volume de chaque maille peut donc être évalué à partir de la surface des bords inférieurs et supérieurs et de la hauteur de chaque maille déformée (qui sera une pyramide tronquée irrégulière) :

$$V_K = \frac{h}{3} (V_{\partial K,z^+} + V_{\partial K,z^-} + \sqrt{(V_{\partial K,z^+} + V_{\partial K,z^-})}) \quad (5.33)$$

Pour une déformation de type translation, l'équation (5.33) coïncide avec l'équation (5.32). Dans les prochaines sections, la translation des assemblages sera donc traitée comme un cas particulier d'une déformation de type flexion.

Ci-dessous (Fig. 49) une représentation de possibles types de déformations de la maille est reportée.

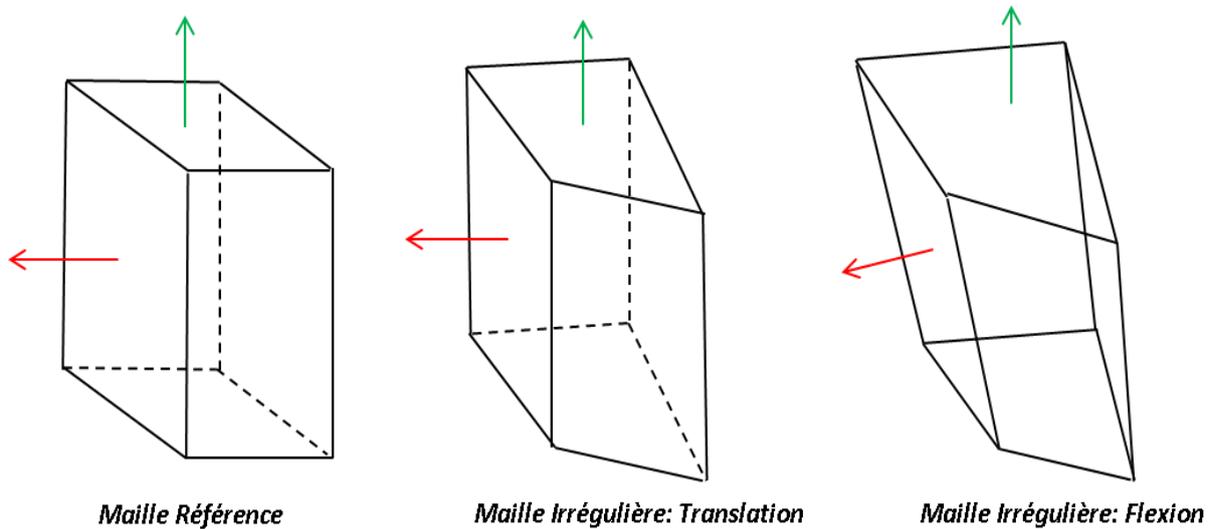


Figure 49 : Possibles types de déformations auxquelles la maille de calcul est sujette lors d'une déformation du maillage.

5.5.2 Modification des Concentrations Isotopiques

De la même façon que pour le cas 2D, les concentrations isotopiques pour la maille déformée sont calculées en accord avec les équations (5.20) et (5.21), à partir des valeurs de V_K et $V_{K,ref}$ ainsi que de la portion d'assemblage physique $V_{A,K}$ dans la maille K suite la déformation.

La valeur de $V_{A,K}$ dépend de la position des nœuds de l'assemblage physique ainsi que de la position des nœuds de la maille K au niveau de chaque côte du maillage déformé et son évaluation demande donc un nombre importante d'itérations.

Pour une déformation de type translation, pour chaque maille K représentative de l'assemblage A , le terme $V_{A,K}$ peut être calculé à partir de la portion de la surface d'assemblage physique dans chaque maille représentative de l'assemblage $S_{A,K}$:

$$V_{A,K} = S_{A,K} h_{A,K}^z \quad (5.34)$$

ou $h_{A,K}^z$ représente la hauteur de la maille et l'indice z indique la côte axiale considérée.

Pour une déformation par translation, le nombre d'itérations nécessaires à l'évaluation des concentrations isotopiques modifiées est réduit d'un facteur $6 * Z * T$, où Z est le nombre de côtes axiales du maillage et T le nombre d'assemblages composant le cœur.

Le facteur 6 est le produit du nombre de mailles $K \in A$ pour chaque côte axiale (3) et du nombre de bords pour lesquels l'évaluation de $S_{A,K}$ aura été nécessaire pour une déformation quelconque (2).

Les sections efficaces macroscopiques perturbées sont ensuite calculées à partir des sections efficaces microscopiques représentatives du cœur non déformé et des concentrations isotopiques modifiées.

5.5.3 Modification du Solveur Spatial

Comme pour le cas bidimensionnel, la résolution du problème de Galerkin discontinu pour une géométrie 3D implique l'expansion de ϕ_h^p pour chaque maille sur une base des fonctions définies sur l'élément fini cubique de référence $\hat{K} = [-1, 1]^3$

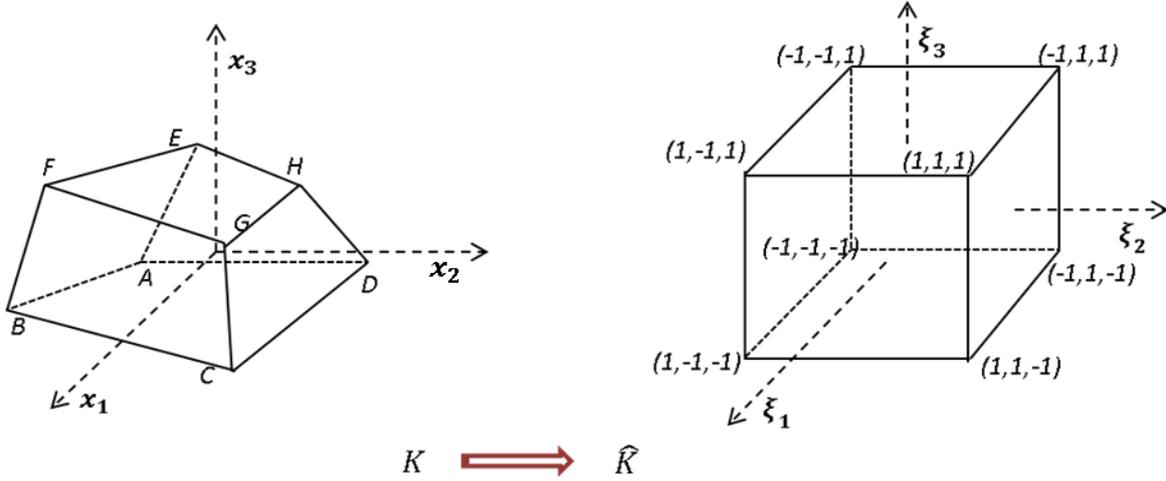


Figure 50 : Transformation affine de la maille tridimensionnelle K à la maille de référence \hat{K} .

Afin de déterminer la matrice jacobienne de la transformation $K \rightarrow \hat{K}$, on considère l'hexaèdre irrégulier représenté en Fig. 50.

Pour chaque composante i de l'espace cartésien tridimensionnelle on définit :

$$\begin{aligned}
 a_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (-x_{i,A} + x_{i,D} + x_{i,H} - x_{i,E} - x_{i,B} + x_{i,C} + x_{i,G} - x_{i,F}) \\
 b_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (-x_{i,A} - x_{i,D} + x_{i,H} + x_{i,E} - x_{i,B} - x_{i,C} + x_{i,G} + x_{i,F}) \\
 c_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (-x_{i,A} - x_{i,D} - x_{i,H} - x_{i,E} + x_{i,B} + x_{i,C} + x_{i,G} + x_{i,F}) \\
 d_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (x_{i,A} - x_{i,D} + x_{i,H} - x_{i,E} + x_{i,B} - x_{i,C} + x_{i,G} - x_{i,F}) \\
 e_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (x_{i,A} - x_{i,D} - x_{i,H} + x_{i,E} + x_{i,B} - x_{i,C} - x_{i,G} + x_{i,F}) \\
 f_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (x_{i,A} + x_{i,D} - x_{i,H} - x_{i,E} - x_{i,B} - x_{i,C} + x_{i,G} + x_{i,F}) \\
 g_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (-x_{i,A} + x_{i,D} - x_{i,H} + x_{i,E} + x_{i,B} - x_{i,C} + x_{i,G} - x_{i,F}) \\
 h_i &= \frac{1}{V_{\hat{K}}} (x_{i,A} + x_{i,D} + x_{i,H} + x_{i,E} + x_{i,B} + x_{i,C} + x_{i,G} + x_{i,F})
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Chaque point de l'espace cartésien peut être écrit en fonction des coordonnées ξ_j et des coordonnées des nœuds de la maille K :

$$x_i = a_i \xi_1 + b_i \xi_2 + c_i \xi_3 + d_i \xi_1 \xi_2 + e_i \xi_1 \xi_3 + f_i \xi_2 \xi_3 + g_i \xi_1 \xi_2 \xi_3 + h_i \quad (5.36)$$

À l'aide des équations (5.35) et (5.36), on obtient les coefficients $(J_K)_{i,j}$ de la matrice jacobienne J_K de la transformation $K \rightarrow \widehat{K}$ pour une maille tridimensionnelle

$$\begin{aligned} (J_K)_{1,j} &= a_j + d_j \xi_2 + e_j \xi_3 + g_j \xi_2 \xi_3 \\ (J_K)_{2,j} &= b_j + d_j \xi_1 + f_j \xi_3 + g_j \xi_1 \xi_3 \\ (J_K)_{3,j} &= c_j + e_j \xi_1 + f_j \xi_2 + g_j \xi_1 \xi_2 \end{aligned} \quad (5.37)$$

Ensuite la valeur du jacobien et les coefficients de la matrice inverse sont évalués. Pour ne pas alourdir l'exposé, la démarche du calcul J_K^{-1} n'est pas reportée mais peut être facilement retrouvée dans la littérature spécifique [65][66][57].

On démontre facilement que pour un prisme droit régulier la matrice J_K^{-1} est diagonale par blocs à coefficients constants :

$$J_{K,ref}^{-1} = \begin{bmatrix} (J_{k,b})_{1,1} & (J_{k,b})_{1,2} & 0 \\ (J_{k,b})_{2,1} & (J_{k,b})_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

où $J_{k,b}$ représente la matrice jacobienne associée à la transformation des parallélogrammes qui constituent les bords inférieur et supérieur b de la maille K , et le terme ω dépend de la hauteur de la maille.

De plus, la matrice $J_{K,ref}^{-1}$ est la même pour chaque point $P(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ pris en compte lors de la résolution des termes d'intégrales par la méthode de quadrature choisie.

Dans le cas du maillage de référence, le solveur SNATCH résout le problème de Galerkin à l'aide de l'équation (5.38).

Pour une déformation quelconque, la matrice J_K^{-1} n'est plus à coefficients constants, ce qui implique que $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$.

Afin de pouvoir résoudre l'équation du transport sur le maillage déformé, un nombre considérable de *classes* et de *méthodes* a été donc développées pour garantir la correcte évaluation de la J_K^{-1} dans chaque point (ξ_1, ξ_2, ξ_3) .

Puisque l'évaluation de la matrice jacobienne (et donc de la matrice inverse) pour une déformation quelconque implique une augmentation considérable du temps de calcul, l'évaluation de J_K^{-1} est faite à l'aide de l'équation (5.37) ou de l'équation (5.38) en fonction du type de déformation de la maille K considérée.

Plus en détail, pour un maillage déformé^a générique:

^a Suite à la déformation, le maillage peut être constitué de mailles régulières ou irrégulières.

- *pour une maille non déformée*: la matrice jacobienne est évaluée à l'aide des méthodes utilisées pour le maillage régulier: $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = J_{K,ref}^{-1}$.
- *pour une maille déformée (prisme droit irrégulier, translation)* : la matrice est calculée à partir de la valeur de la matrice de transformation $J_{k,b}(\xi_1, \xi_2)$ des bords b déformés. Puisque la matrice dépendra donc seulement des variables ξ_1 et ξ_2 , le nombre d'itérations nécessaires à l'évaluation de $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2)$ sera réduit d'un facteur n_3 par rapport à l'évaluation de $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, où n_3 correspond au nombre de côtes axiales prise en compte par la méthode de quadrature choisie ;
- *maille déformée (déformation quelconque)* : la matrice est calculée de manière générique en accord avec l'équation (5.37).

L'utilisation des différentes méthodes pour l'évaluation de $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ pour chaque cellule du maillage en fonction de sa déformation est en fait cohérente à la méthode avec l'hypothèse d'absence de continuité imposée entre les mailles sur laquelle la méthode DGFEM est basée.

La validité de cette hypothèse a été testée en comparant les résultats obtenus avec ceux issus d'un calcul pour lequel $J_K^{-1}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ a été calculée à l'aide de l'équation (5.37) pour chaque maille du maillage.

5.6 Validation de la Méthode

Comme pour la méthode de projection du maillage le code Monte Carlo TRIPOLI-4 sera utilisé comme référence pour la validation du schéma déterministe proposé dans ce chapitre, pour une déformation de type gerbage central du cœur (translation des assemblages) prise en compte dans le chapitre précédent.

5.6.1 Gerbage Central du Cœur

Comme pour le cas bidimensionnel les résultats obtenus ont aussi été comparés à ceux obtenus par des calculs SNATCH à l'aide de la méthode de projection du maillage (table 9).

Table 9 : Variation de réactivité résultant d'un gerbage centrale induit par une translation des assemblages de la première couronne.

<i>Déplacement (mm)</i>	<i>TRIPOLI</i>	<i>Transformation Maillage</i>	<i>Projection Maillage (stratégie A)</i>	<i>Projection Maillage (Stratégie B)</i>	<i>Projection Maillage A+B</i>
0	0	0	0	0	0
2	-45 ± 4	-47	-48	-53	-46
4	-128 ± 4	-115	-118	-127	-113
6	-189 ± 4	-174	-181	-196	-174

La méthode de transformation du maillage garantit une évaluation fiable de $\Delta\rho$ pour de petites déformations, alors qu'on perd en précision en modélisant des perturbations plus importantes, telles que les déformations qui impactent l'interface fertile/réflecteur.

De plus, les écarts des résultats obtenus vis à vis des résultats TRIPOLI-4 restent globalement couverts par l'incertitude statistique ($\leq 3\sigma$).

On observe que les résultats obtenus diffèrent d'environ 1 pcm de ceux issus d'un calcul de projection du maillage raffiné en espace avec modification des sections efficaces microscopiques pour les cellules sous-critiques (stratégie A+B).

Cette stratégie en fait, a été conçue pour réduire à la fois les biais de nature spectrale et spatiale rencontrés pour la méthode de projection du maillage et qui ne concernent pas la méthode de transformation géométrique du maillage.

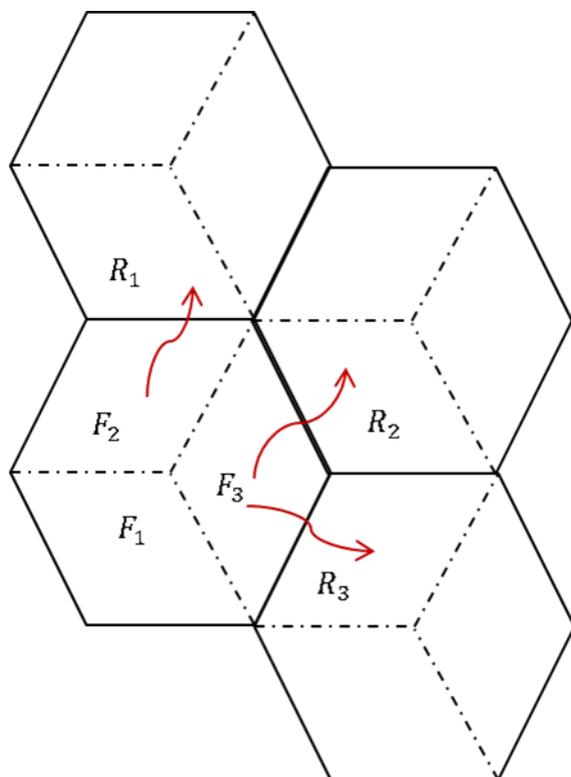


Figure 51 : Modélisation du transfert des noyaux entre un assemblage de nature fertile et ses voisins réflecteur suite à l'application de la méthode de projection du maillage.

Afin de mettre en évidence la similarité des méthodes dans le cas d'une stratégie A+B, on considère un assemblage fertile (noté par F) et ses voisins de type réflecteur (notés par R). Dans le cas d'application A+B de la méthode de projection du maillage, les isotopes fertiles sont déplacés dans les mailles R_1 , R_2 et R_3 .

Puisque les sections efficaces microscopiques des noyaux lourds transférés vers ces régions (en rouge) ont été modifiées (on considère maintenant les sections efficaces calculées en condition hétérogène pour une cellule fertile), pour ces isotopes la valeur de σ_i sera la même pour les régions de type R et F . Le biais de type spectral est donc éliminé.

Pour la méthode de transformation du maillage, la variation de concentrations d'isotopes fertiles concerne seulement les cellules de type F .

En particulier, le déplacement pris en compte implique un transfert des noyaux de la maille F_1 , vers les mailles F_2 et F_3 . Suite à la déformation du maillage, le volume de ces deux mailles diminue et par conséquent, les concentrations isotopiques dans ces mailles seront supérieures à celles issues d'un calcul de projection du maillage.

On peut donc conclure que pour les deux modèles, la variation des taux de réactions dans la région considérée ne diffère pas considérablement.

Avec un abus de notation, pour le noyau fertile i et la réaction j on peut formuler cet aspect de la manière suivante :

$$\sum_{u=F_1, F_2, F_3} \sigma_{i,j} \phi_u \delta N_{i,u} \approx \sum_{y=R, F} \sigma_{i,j} \phi_y \delta N_{i,y} \quad (5.39)$$

L'analyse proposée ne concerne pas seulement les assemblages de l'interface fertile/réflécteur mais aussi l'interface fissile/barres de commande et toutes les autres interfaces pour lesquelles la stratégie A+B implique le recalcul des sections efficaces microscopiques pour les régions sous-critiques.

Bien que la méthode de transformation du maillage ne soit pas affectée par les biais de nature spectrale décrits dans le chapitre précédent (§4.5.3), de manière analogue à la méthode de projection du maillage les sections efficaces microscopiques prises en compte sont représentatives du cœur en son état non perturbé ; les effets locaux des variations des phénomènes d'autoprotection induites par le rapprochement (éloignement) des assemblages voisins ne sont donc pas pris en compte.

La Tab. 9 montre que les écarts des calculs Monte Carlo augmentent avec la taille de la déformation. Pour des déformations de petite taille, les assemblages de type réflecteur ne seront pas impactés, alors que pour un champ de déplacements plus importants, ils se rapprocheront des assemblages fertiles qui sont déplacés vers l'extérieur du cœur par le mouvement de gerbage.

Afin de mettre en évidence cela, dans le cas d'un calcul multigruppe, une correcte de modélisation de la perturbation induite par déformation du réseau implique à la fois une perturbation des concentrations et une variation des sections efficaces microscopiques (3.62) :

$$\delta \Sigma(\vec{r}) = \delta N(\vec{r}) \sigma_0(\vec{r}) + N(\vec{r}) \delta \sigma(\vec{r})$$

En accord avec l'équation (5.39), la variation du taux de réaction sera :

$$\delta R_{i,j,u} = \sigma_{i,j} \phi_u \delta N_{i,u} + N_{i,u} \phi_u \delta \sigma_{i,j} \quad (5.40)$$

Pour la méthode de transformation du maillage, mais aussi pour la méthode de projection $\delta \sigma_{i,j} = 0$ ceci permet d'identifier l'imprécision de l'évaluation des sections efficaces microscopiques pour le cas perturbé comme source de biais commune aux deux méthodes.

5.6.2 : Flexion des Assemblages

Les deux méthodes ont été comparées aussi dans le cas d'un gerbage du cœur dont les assemblages sont sujets à une déformation de type flexion.

On considère fixe la position des pieds de chaque assemblage et on associe à chaque assemblage un champ de déplacements qui varie en fonction de chaque côte axiale du maillage. Plus en détail on associe à la côte axiale qui correspond au plan moyen du cœur le champ de déplacement pris en compte lors de la modélisation du gerbage par translation.

Le module du vecteur déplacement au niveau de chaque maille axiale de chaque assemblage est ensuite déduit à partir d'une droite passant par le centre de l'assemblage i au plan moyen du cœur (PMC) et par ses pieds :

$$\vec{d}_{i,z}(\|\vec{d}_{i,z}\|, \vartheta_{i,PMC}) = \vec{d}_{i,PMC}(\|\vec{d}_{i,PMC}\|, \vartheta_{i,PMC}) \frac{z}{PMC} \quad (5.41)$$

où z représente la côte axiale considérée.

Des déformations plus complexes telles que l'arcure des assemblages peuvent être modélisées en associant à chaque côte des valeurs de $\|\vec{d}_{i,z}\|$ appropriées. De plus, une éventuelle distorsion des assemblages peut être décrite en première approximation en considérant des valeurs différentes de ϑ pour chaque valeur de z .

Néanmoins l'analyse des déformations de ces types ne sera pas reportée dans ce manuscrit.

De manière analogue à une déformation par translation, les résultats obtenus pour la flexion des assemblages ont été comparés à ceux obtenus par des calculs SNATCH à l'aide de la méthode de projection du maillage (Table 10).

Table 10 : Variation de réactivité résultant d'un gerbage centrale induit par la flexion des assemblages de la première couronne. Valeurs en pcm.

Déplacement (mm)	Transformation Maillage	Projection Maillage (stratégie A)	Projection Maillage (Stratégie B)	Projection Maillage A+B
0	0	0	0	0
2	-46	-46	-45	-45
4	-111	-115	-124	-109
6	-168	-175	-192	-167

Les résultats obtenus ne diffèrent pas considérablement des valeurs obtenues pour une déformation de translation, ce qui permet de conclure qu'en première approximation la prise en compte de phénomènes de flexion des assemblages peut être modélisée par une translation des assemblages qui correspondent au déplacement au niveau du plan moyen du cœur :

$$\vec{d}_{Transl} \cong \vec{d}_{i,PMC}(\|\vec{d}_{i,PMC}\|, \vartheta_{i,PMC}) \quad (5.42)$$

En particulier, les résultats montrent que pour une flexion des assemblages de PHENIX la valeur de $\Delta\rho$ est inférieure au cas d'une simple translation. Les calculs TRIPOLI-4 menés pour une déformation de ce type confirment la tendance issue des calculs déterministes [20].

Le plan de chargement du cœur de PHENIX pris en compte dans cet analyse présente un structure assez symétrique par rapport au plan moyen du cœur (Fig. 23 à gauche) ce qui permet d'expliquer les petites variations de $\Delta\rho$ entre le calcul en flexion et translation.

Néanmoins, même pour des cœurs fortement hétérogènes l'équation (5.42) peut être considérée valide à cause des faibles valeurs de l'angle de flexion des assemblages (pour un gerbage central de 6 mm, l'angle maximal de flexion par rapport à l'axe du cœur est de l'ordre de 0.2 °).

5.7 Conclusions

Dans ce chapitre, un schéma de calcul déterministe basé sur la méthode de transformation géométrique du maillage a été conçu et implémenté afin d'éliminer les biais de nature spatiale et spectrale qui caractérisaient l'évaluation de la réactivité des cœurs déformés à l'aide de la méthode de projection du maillage proposée précédemment (chapitre 4).

La méthode a été développée afin de permettre la résolution de l'équation de Boltzmann en géométrie hexagonale 2D ou 3D à l'aide du solveur en transport S_N SNATCH.

Le maillage, initialement composé par des mailles régulières est modifié en fonction du champ de déplacements des assemblages composants les cœurs afin de prendre en compte de manière précise la distribution spatiale de matière fissile dans le cœur suite à la déformation.

Le solveur, initialement conçu pour la résolution de l'équation du transport sur un maillage régulier a été donc modifié afin de prendre en compte les possibles transformations des mailles nécessaires à la modélisation des déformations du cœur.

La modélisation proposée est exempte des biais spectraux et spatiaux qui caractérisait la méthode de projection du maillage. Cet aspect est confirmé par une comparaison avec les résultats issus de la méthode de projection du maillage pour laquelle une stratégie de réduction des biais a été mise en place (stratégie A+B).

Les écarts des valeurs obtenues par des calculs Monte Carlo restent de l'ordre des incertitudes statistiques de ceux-ci.

La méthode de transformation du maillage sous-estime la perte en réactivité consécutive à un gerbage du cœur. Ces écarts sont dus principalement à l'évaluation imprécise des sections efficaces microscopiques qui, dans le schéma actuel, ne sont pas réévaluées par le code de cellule ECCO pour une cellule de géométrie déformée ou irrégulière.

La réserve principale associée à cette méthode concerne le temps de calcul dans l'évaluation du flux des mailles déformées.

Bien que des méthodes aient été conçues pour réduire le temps de calcul, la méthode de transformation géométrique du maillage nécessite des temps de calcul plus importants d'un facteur environ 1.5 par rapport à la méthode de projection.

Néanmoins, la méthode de transformation est caractérisée par des temps de calcul inférieurs à ceux des calculs TRIPOLI pris en compte dans cette analyse comme calculs étalons, d'un facteur d'environ 5.

Chapitre 6

Applications à la Phase de Conception du Cœur des RNR-Na

En s'appuyant sur la base théorique développée précédemment (chapitre 3) et sur la méthode de projection spatiale du maillage mise en place, on propose dans ce chapitre une méthodologie innovante qui permet l'estimation de l'insertion maximale de réactivité suite une déformation du réseau d'assemblage tout en partant des coefficients en réactivité liés au déplacement de chaque assemblage. Une telle méthodologie s'appuie sur la nécessité de pouvoir évaluer avec précision la déformation du réseau (et donc l'insertion de réactivité associée) qui pourrait amener à la sur-criticité du cœur. On effectue aussi une première évaluation de l'impact des déformations sur le cœur innovant d'un RNR-Na en projet (le cœur CFV-ASTRID) est proposée).

Chapitre 6: Applications à la Phase de Conception du Cœur des RNR-Na	134
6.1. L'impact des Déformations en Phase de Conception	136
6.2. Développement de la Méthode <i>a priori</i>	137
6.2.1. Paramètres de l'Analyse	142
6.2.2. Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité	143
6.2.3. Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité Négative	148
6.2.4. Perspectives d'Amélioration de la Méthode	149
6.3. Évaluation de l'Impact des Déformations sur les Cœurs d'ASTRID	150
6.3.1. Le Concept du Cœur CFV	150
6.3.2. Gerbage Homogène du Cœur CFV	152
6.4. Conclusions	154

6.1 L'impact des Déformations en Phase de Conception

La sûreté des réacteurs nucléaires doit être assurée à tout moment pour garantir leur maximale exploitation en tant que systèmes électrogènes, tout en garantissant la minimisation des risques pour la population civile.

En particulier, la sûreté du réacteur n'est pas seulement garantie pendant son fonctionnement grâce aux systèmes automatisés du contrôle du réacteur, mais aussi par la minimisation du risque d'accidents pris en compte dès de la phase de conception du réacteur (*safety by design*).

Cet aspect concerne donc la totalité des composants du réacteur, de la conception du cœur et de la chaudière jusqu'au design des systèmes de conversion de l'énergie produite dans le cœur. En phase de conception, il est donc important d'identifier le scénario accidentel le plus critique pour le système pris en compte afin de pouvoir réduire au maximum la probabilité que celui-ci se produise et/ou de minimiser les conséquences en terme de sûreté et du fonctionnement du réacteur (*defence in depth : prevention and mitigation*). L'évaluation de toutes les sources de perturbation des conditions de fonctionnement nominal des réacteurs rapides en projet est donc une activité prioritaire pour les ingénieurs concepteurs.

Pour ce qui concerne les cœurs des RNR-Na par exemple, la minimisation de l'effet de vidange (couplée aux objectifs de l'exploitation maximale du combustible et de l'amélioration de la transmutation des Actinides Mineurs) a amené au développement de solutions innovantes telle que la conception du cœur CFV du prototype ASTRID en projet [4][12][13].

Entre autres possibles sources de perturbations qui puissent amener le cœur à la sur-criticité, une attention particulière a été prêtée à l'évaluation de l'impact d'une déformation du cœur et du réseau sur la réactivité du système.

Comme il a été mis en évidence dans les premiers chapitres de ce manuscrit, au contraire des réacteurs à eau légère où les assemblages sont fixés aux deux extrémités, dans les cas des RNR-Na ceux-ci sont fixés par leur extrémité inférieure sur un support en acier.

Dans le cas des REL, les déformations locales des assemblages induites par leur courbure où distorsion suite à l'irradiation impliquent une modification locale du rapport de modération qui, vis-à-vis du libre parcours moyen réduit des neutrons amène à des variations locales de la nappe de puissance du cœur.

Contrairement aux REL, dans le cas d'un RNR-Na, une déformation des assemblages peut amener à une modification locale du réseau et donc de la géométrie du cœur, qui en conséquence de l'important libre parcours moyen des neutrons amène à des effets en réactivité qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de pcm [7].

En phase de conception des cœurs des RNR-Na, on cherche donc à évaluer l'impact qu'une déformation du cœur aurait sur la réactivité. De manière plus spécifique, deux scénarios de déformation sont normalement pris en compte pour cette analyse :

- une *expansion homogène* du cœur afin d'évaluer l'insertion négative de réactivité en fonction de la variation de la taille du cœur suite à son expansion ;
- une *compaction homogène* avec l'objectif d'évaluer la réactivité maximale que le cœur peut atteindre.

On a montré précédemment (§3.2) que pour chaque assemblage la variation de réactivité induite par son déplacement est minimisée ou maximisée pour un déplacement radial par rapport au centre du cœur, ce qui implique que les scénarios de déformation homogène normalement pris en compte peuvent être retenus, en première approximation, comme représentatifs des déformations qui affectent le plus la sûreté du cœur et du réacteur.

Dans le cas d'un phénomène tel qu'un séisme, pour lequel une certaine quantité d'énergie mécanique est « fournie » au cœur et répartie entre les assemblages, le réseau peut être amené à se déformer selon des scénarios qui diffèrent des deux postulés. Ceux-ci s'appuient en fait sur l'hypothèse d'une répartition homogène (par assemblage ou par couronne) de l'énergie mécanique fournie au cœur.

En plus, puisque le DRW (Displacement Reactivity Worth §2.2) de chaque assemblage est aussi fonction de sa position dans le cœur et de sa nature (fissile, fertile, absorbant ou réflecteur) (§3.2), il s'en suit qu'une déformation de type inhomogène pourrait induire des effets en réactivité plus importants que ceux normalement pris en compte.

Dans les prochaines sections de ce chapitre, on proposera donc une méthodologie innovante basée sur la méthode de projection du maillage, pour l'évaluation *a priori* de la déformation du réseau (en terme de champ des déplacements des assemblages) qui maximise ou minimise l'insertion de réactivité pour une énergie mécanique postulée.

Cette énergie peut être en fait représentative d'un phénomène tel qu'un séisme ou un phénomène quelconque qui puisse amener à un réarrangement des assemblages du réseau.

6.2 Développement de la Méthode *a priori*

Dans le troisième chapitre de ce manuscrit, on a mis en évidence comme dans le cas de petites déformations, que la variation du flux neutronique consécutive au déplacement d'un seul assemblage peut être considérée comme négligeable.

En première approximation, on peut donc estimer la variation de réactivité issue d'une déformation du réseau à partir des contributions en réactivité de chaque assemblage pris de manière isolée [41][42]:

$$\Delta\rho \cong \sum_{n=1}^N \Delta\rho_n \tag{6.1}$$

où N représente le nombre d'assemblage du réseau sujets à déformation.

En particulier l'utilisation de l'équation (6.1) amène à une surestimation (en valeur absolue) de la valeur de $\Delta\rho$. On considère par exemple une déformation du réseau qui implique le déplacement des assemblages centraux, déplacés vers le centre du cœur.

Le déplacement de ces assemblages vers le centre du cœur implique l'augmentation de concentration de matière fissile dans les régions centrales du cœur. La diminution en masse et en volume du sodium dans ces régions (consécutif à l'arrivée des assemblages) implique une augmentation locale du flux neutronique induite à la fois par l'augmentation de concentration de noyaux fissiles, la réduction d'absorptions et diffusions du caloporteur et par conséquent de l'augmentation des fissions suite au durcissement du spectre. Cette variation du flux induit une diminution locale du gradient du flux.

Puisque la variation de réactivité, conséquence du déplacement d'un assemblage, dépend du profil spatial du flux neutronique (3.40), le fait de ne pas prendre en compte les variations locales du flux implique une surestimation de la valeur de $\nabla\phi$ et par conséquent de $\Delta\rho_n$.

La même analyse est valable aussi pour une déformation qui concerne le déplacement des assemblages vers la périphérie du cœur. L'estimation *a priori* de $\Delta\rho$ en partant des coefficients en réactivité de chaque assemblage amène donc à une surestimation de la variation de réactivité du cœur déformé :

$$\Delta\rho \leq \sum_{n=1}^N \Delta\rho_n \quad (6.2)$$

La figure 52 montre une comparaison entre les valeurs de variation de réactivité issues des calculs directs à l'aide d'ERANOS et SNATCH ainsi que d'une estimation à l'aide de l'équation (6.1). L'estimation *a priori* surestime la perte de réactivité suite au déplacement vers l'extérieur des assemblages de la première couronne.

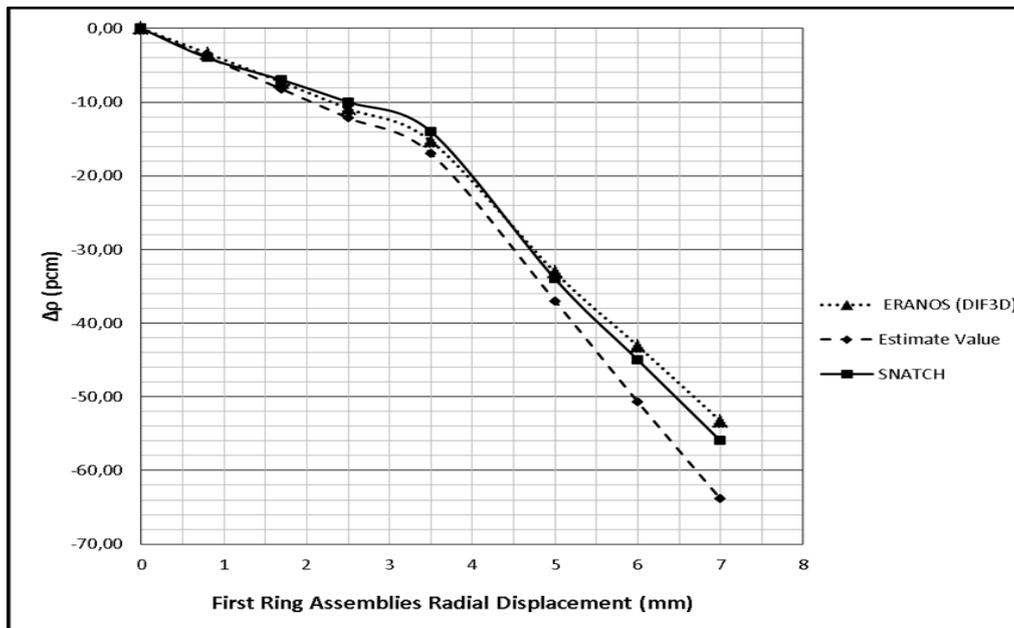


Figure 52 : Comparaison des valeurs des variations de réactivité issues du déplacement radial des assemblages de la première couronne.

On cherche donc à estimer l'insertion maximale de réactivité du cœur déformé en fonction de l'énergie Mécanique E fournie au cœur, tout en partant de l'évaluation du champ des déplacements des assemblages (et donc des valeurs de $\Delta\rho_n$) :

$$\Delta\rho_{max} = \max_E \sum_{n=1}^N \Delta\rho_n(E) \quad (6.3)$$

et de la même manière la valeur de $\Delta\rho_{min}$.

En particulier les valeurs de $\Delta\rho_n$ considérées concernent la variation de réactivité consécutive au déplacement du seul assemblage n , fonction de l'énergie mécanique E prise en compte.

Pour chaque valeur d'énergie considérée, le calcul des $\Delta\rho_n$ pour chaque assemblage et pour chaque valeur du vecteur déplacement $\vec{u}_{d,n}$ pris en compte impliquerait la nécessité de mener $N*I$ calculs de perturbations où N représente le nombre d'assemblages du cœur et I le nombre d'itérations nécessaires à déterminer la déformation qui maximise (minimise) $\Delta\rho$.

On a montré précédemment (§4.4.2) que si on suppose de petits déplacements en regard de l'entreplat de l'assemblage, $l \gg \|\vec{u}_{d,n}\|$, on peut conclure que $\Delta\rho_n$ est proportionnel au premier ordre au module du déplacement de l'assemblage :

$$\Delta\rho_n \propto \|\vec{u}_{d,n}\| + o(\|\vec{u}_{d,n}\|^2) \quad (6.4)$$

L'équation (6.4) nous permet donc de calculer les valeurs de $\Delta\rho_n(\vec{u}_{d,n})$ en partant d'une base de valeurs $\Delta\rho_{n,b}$:

$$\Delta\rho_n(\vec{u}_{d,n}) \cong \|\vec{u}_{d,n}\| \Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n}) \quad (6.5)$$

où $\Delta\rho_{n,b}$ consiste en la variation de réactivité de chaque assemblage induite par un déplacement d' l mm pour différentes valeurs de l'angle du vecteur $\vec{u}_{d,n}$ (Fig 53).

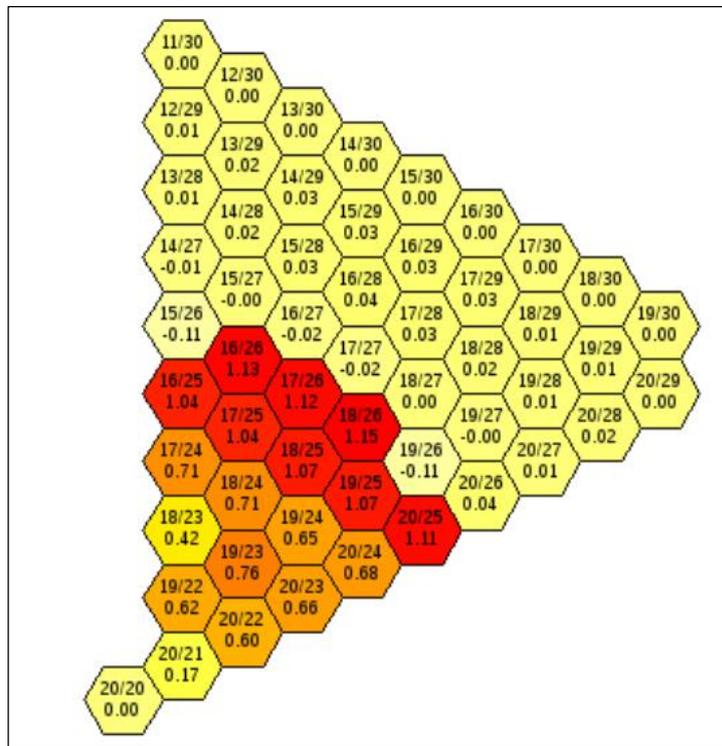


Figure 53 : Valeurs de $\Delta\rho_{n,b}$ de chaque assemblage selon la direction qui correspond à leur valeur maximal (particulier pour un sixième du cœur).

On peut donc réécrire l'équation (6.3) comme :

$$\Delta\rho_{max}(E) = \max_E \sum_{n=1}^N [\|\vec{u}_{d,n}\|(E)] \Delta\rho_{n,b} \quad (6.6)$$

Contrairement à l'équation (6.3) qui nécessitait de $N*I$ calculs de perturbations pour chaque valeur d'énergie E analysée, la résolution de l'équation (6.6) requiert $N*\omega$ calculs de perturbations pour la construction de la base $\Delta\rho_{n,b}$ qui peut être utilisée à tout moment pour évaluer soit $\Delta\rho_{max}$ soit $\Delta\rho_{min}$ (ω nombre des valeurs de $\vartheta_{d,n}$ considérées).

Afin de déterminer la déformation du cœur qui maximise (ou minimise) $\Delta\rho$, on fait appel à trois hypothèses qui nous permettront de simplifier l'analyse du point vue mécanique [42]:

- l'absence de phénomène de friction entre les assemblages ;
- le sodium qui circule dans le cœur ne fournit aucune résistance mécanique au déplacement des assemblages ;
- on considère que tous les assemblages sont caractérisés par les mêmes propriétés mécaniques.

Grâce à ces hypothèses, on peut assumer que l'énergie mécanique totale fournie au cœur est entièrement répartie entre les assemblages et concerne entièrement leur déplacement. Les phénomènes dissipatifs tels que la friction entre les assemblages ou la déformation plastique des plaquettes ne sont pas pris en compte par cette simple analyse.

On pourra donc écrire :

$$E = \frac{1}{2} k \sum_{n=1}^N \|\vec{u}_{d,n}\|^2 \quad (6.7)$$

où la constante $K [N/mm]$ prend en compte les propriétés mécaniques des assemblages et représente la résistance du réseau à la déformation.

Pour chaque valeur d'énergie considérée la valeur de $\Delta\rho_{max}(E)$ est calculée à l'aide d'un outil mise en place qui permet de manière itérative de déterminer la déformation nécessaire à atteindre $\Delta\rho_{max}$ tout en garantissant la cohérence physique du réseau.

Pour chaque itération on vérifie en fait que pour chaque couple d'assemblages voisins i et j on aura $\|\vec{P}_{ij}\|_{Def} \geq l$ où l représente l'entreplat des assemblages et $\|\vec{P}_{ij}\|_{Def}$ la distance entre les centres des assemblages suite à la déformation.

Afin d'accélérer la convergence des itérations à $\Delta\rho_{max}$, on impose une direction de déplacement initiale qui correspond à la valeur de $\vartheta_{d,n}$ qui maximise (ou minimise) la valeur de $\Delta\rho_n$ pour chaque

assemblage. Cette opération a permis de réduire considérablement le nombre d'itérations nécessaires à la détermination de la déformation du cœur la plus « critique » pour la valeur d'énergie prise en compte. Les déformations qui induisent l'insertion de la valeur maximale de réactivité positive et négative résultent d'un champ des déplacements des assemblages directement proportionnel aux valeurs maximales et minimales de la base $\Delta\rho_{n,b}$:

$$\|\vec{u}_{d,n}\|_{max}(E) = \gamma(E)\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{max}$$

$$\|\vec{u}_{d,n}\|_{min}(E) = \eta(E)\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{min}$$

(6.8)

ce qui amène à réécrire :

$$\Delta\rho_{max}(E) = \gamma(E) \sum_{n=1}^N [\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{max}]^2$$

$$\Delta\rho_{min}(E) = \eta(E) \sum_{n=1}^N [\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{min}]^2$$

(6.9)

où les constantes γ et η [mm^2/pcm] sont fonctions de l'énergie mécanique considérée et des propriétés mécaniques du réseau (en fonction de la constante K)

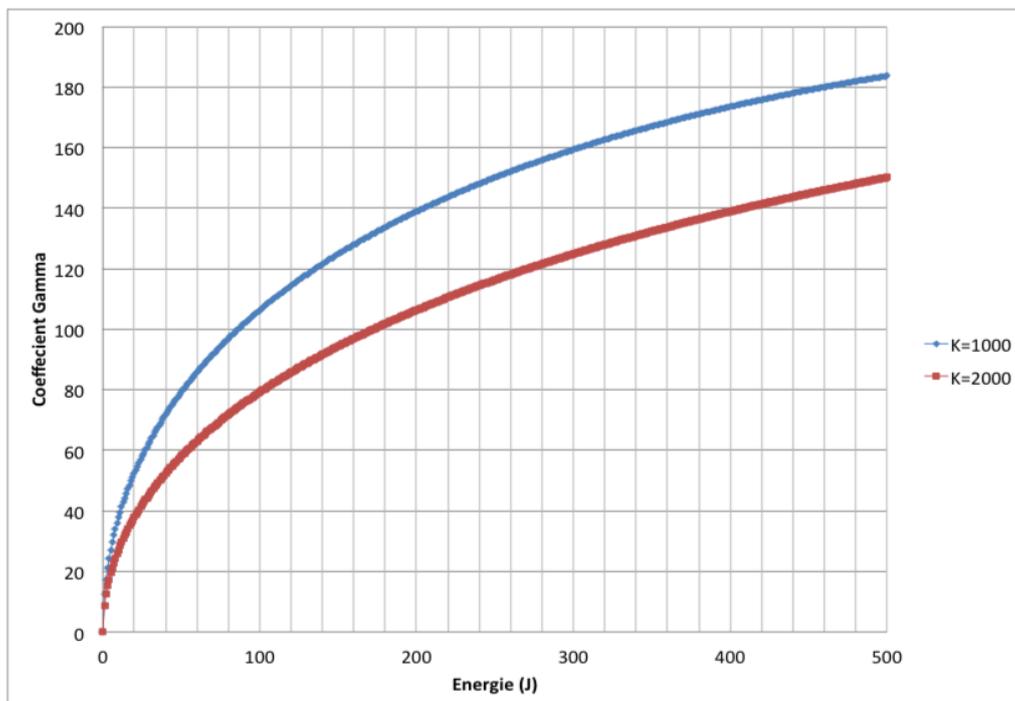


Figure 54 : Constant γ en fonction de l'énergie et de la valeur de la constant k

En combinant l'équation (6.7) et l'équation (6.8) on obtient une expression pour les constantes γ et η :

$$\gamma(E) = \sqrt{\frac{2E}{k \sum_{n=1}^N |\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{max}|}}$$

$$\eta(E) = \sqrt{\frac{2E}{k \sum_{n=1}^N |\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{min}|}}$$

(6.10)

6.2.1 Paramètres de l'Analyse

Deux paramètres principaux ont été pris en compte lors de l'estimation de $\Delta\rho_{max}$ et $\Delta\rho_{min}$ du cœur de PHENIX :

- la présence ou l'absence des plaquettes sur les faces du TH des assemblages ;
- l'impact des propriétés mécaniques (en termes de raideur du réseau).

La présence et la taille des plaquettes ont été modélisées en considérant différentes valeurs de l'épaisseur de la lame de sodium entre les assemblages, et donc en prenant en compte différentes valeurs de l'entreplat des assemblages lorsqu'on vérifie la cohérence du réseau déformé.

De manière plus spécifique, on appelle g_{ref} l'épaisseur de la lame de sodium entre deux assemblages en l'absence de plaquettes, et g les valeurs de l'épaisseur de cette même lame de sodium en présence de plaquettes^a.

L'épaisseur des plaquettes pourrait être donc déduit en fonction de g :

$$e_{plaq}(g) = \frac{(g_{ref} - g)}{2}$$

(6.11)

où pour PHENIX $g_{ref} = 3.5 \text{ mm}$.

Puisqu'on considère un modèle mécanique simplifié, les variations de g_{ref} induites par les phénomènes de dilatation thermique ne sont pas pris en compte.

L'impact des propriétés mécanique a été analysé en prenant en compte différentes valeurs de la constante k , qui a été considérée comme égale à 1000 [N/mm] , cette valeur étant représentative du cœur de PHENIX [24][35].

Les valeurs $\Delta\rho_{max}$ et $\Delta\rho_{min}$ correspondant aux déformations obtenues (et qu'on identifiera avec le terme *Most Reactive*) seront aussi comparées avec celles obtenues en postulant différents scénarios de déformations pour la même valeur d'énergie E .

Entre autres, pour $\Delta\rho_{max}$:

^a En présence des plaquettes l'épaisseur de la lame de sodium g est prise en compte au niveau des plaquettes.

- compaction du cœur induite par le progressif déplacement des assemblages de la première couronne jusqu'aux assemblages périphériques du cœur (*inner*);
- compaction du cœur induite par le progressif déplacement des assemblages de la dernière couronne d'assemblages fissiles jusqu'aux assemblages centraux du cœur (*outer*);
- compaction *homogène* du cœur initié par le déplacement radial des assemblages de la couronne fissile la plus externe (*homogeneous*)

Pour l'évaluation de $\Delta\rho_{min}$, le champ des déplacements *Most Reactive* a été comparé à ce qui correspond à:

- une expansion du cœur induite par le progressif déplacement des assemblages de la première couronne jusqu'aux assemblages périphérique du cœur ;
- une expansion du cœur induite par le progressif déplacement des assemblages de la dernière couronne d'assemblages fissiles couronne suivie par une expansion des assemblages centraux du cœur ;
- une expansion *homogène* du cœur initiée par le déplacement radial des assemblages de la première couronne fissile.

Comme mis en évidence précédemment, les scénarios de compaction et expansion homogène sont les scénarios de *référence* pris en compte par les ingénieurs en phase de conception du cœur.

Il faut quand même spécifier que le terme *homogène* est utilisé de manière impropre.

Le module du vecteur déplacement des assemblages pris en compte est en fait fonction de la couronne à laquelle les assemblages appartiennent ainsi que de la valeur du module du déplacement des assemblages qui appartient à la couronne depuis laquelle a eu lieu la déformation (de compaction ou d'expansion).

Par exemple, si on appelle j la couronne dans laquelle est situé l'assemblage, dans le cas d'une expansion depuis la couronne i le module du vecteur déplacement des assemblages de la couronne j sera donc :

$$\|\vec{u}_{d,j}\| = \frac{|N_C - j|}{|N_C - i|} \|\vec{u}_{d,i}\| \quad (6.12)$$

et la direction correspondra à $\vartheta_{d,max}$ ou $\vartheta_{d,min}$ respectivement en cas de compaction ou d'expansion.

Le terme N_C représente le nombre de couronnes des assemblages du cœur.

Dans les prochaines sections, les valeurs de $\Delta\rho$ issues de ces scénarios seront aussi calculées à l'aide de l'équation (6.1).

6.2.2 Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité

On considère tout d'abord le cas où les assemblages ne sont pas caractérisés par la présence des plaquettes (à l'état initial $g = g_{ref}$).

Pour un souci de simplicité, la valeur de $\Delta\rho_{max}$ a été estimée pour des valeurs d'énergie telles que $\Delta\rho_{max} \leq 1\$$ (350 pcm pour le cœur de PHENIX sous analyse).

En Fig. 55 la valeur de $\Delta\rho_{max}(E)$ (*Most Reactive*) est comparée aux valeurs de $\Delta\rho$ issues des autres scénarios de déformations pour la même valeur d'énergie mécanique E fournie au cœur.

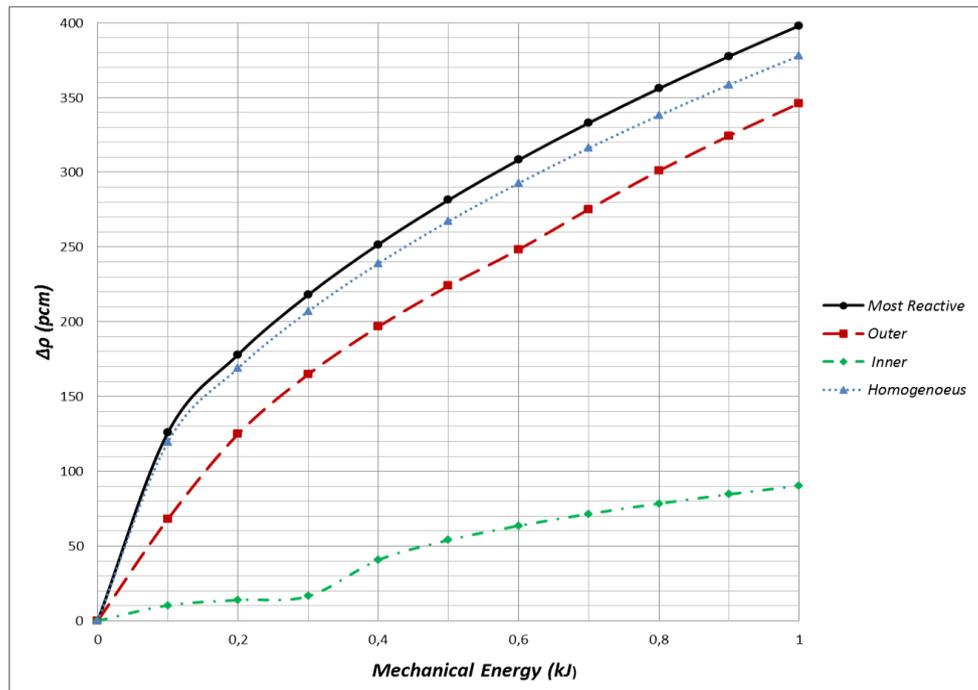


Figure 55 : Comparaison des valeurs de $\Delta\rho$ issues des différents scénarios de déformation sous analyse.

Le scénario pour laquelle la déformation concerne initialement les assemblages centraux (*inner*) est celui caractérisé par des basses valeurs de $\Delta\rho$.

L'énergie est initialement répartie entre les assemblages de la première couronne et une fois au contact avec l'assemblage central, l'énergie sera répartie entre les assemblages de la deuxième couronne et de manière progressive vers les couronnes les plus externes. Pour de petites valeurs d'énergie, la déformation concerne seulement les assemblages centraux et les premières couronnes, caractérisées par des basse valeurs de $\Delta\rho_{n,b}$.

Pour le scénario *Outer* l'énergie est répartie de manière analogue au scénario *inner* mais initialement pour les assemblages fissiles les plus externes, caractérisées par des hautes valeurs de $\Delta\rho_{n,b}$, ce qui explique des valeurs plus importantes pour $\Delta\rho$.

Le scénario de déformation *homogeneous* représente mieux la perturbation du réseau qui maximise l'insertion de réactivité pour une énergie mécanique postulée. L'énergie est répartie en fait entre tous les assemblages même pour de petites valeurs d'énergie.

Contrairement au scénario le plus réactif, pour lequel le déplacement de chaque assemblage est proportionnel à $\Delta\rho_{n,b}$, dans le cas du scénario homogène, le déplacement des assemblages est fonction de la couronne du réseau dans laquelle l'assemblage même est situé.

Dans le cas d'une compaction du cœur puisque les assemblages concernés par les valeurs de $\Delta\rho_{n,b}$ les plus élevés sont situés dans les dernières couronnes fissiles, et diminuent progressivement vers le centre du cœur, les scénarios *homogeneous* et *Most Reactive* sont caractérisés par des champs de déplacements similaires.

Les valeurs de variations de réactivité pour le scénario *homogeneous* (qu'on a dit être le scénario de déformation de *référence* pour la phase de compaction) ne représentent pas l'insertion de réactivité maximale pour les valeurs d'énergie prises en compte (*Most Reactive*) qui résultent être plus importantes (de l'ordre du 10%).

En particulier, puisqu'on considère l'insertion d'1\$ comme limite maximale qui peut être atteinte dans le cas d'une déformation du cœur, on définit $\delta\rho$ comme l'écart entre les valeurs de $\Delta\rho$ des scénarios *Most Reactive* et *homogeneous*, pour l'énergie nécessaire à atteindre 1\$ en scénario *Most Reactive* :

$$\delta\rho = \Delta\rho_{max}(E_{1\$,MR}) - \Delta\rho_{Hom}(E_{1\$,MR}) \quad (6.13)$$

Pour cette analyse (cœur de PHENIX et absence des plaquettes), on obtient $\delta\rho = 18 \text{ pcm}$ ($\cong 28\%$). De plus, pour le scénario issu de la modélisation proposée dans ce chapitre, la limite de 1\$ est atteinte à des valeurs inférieures d'énergie mécanique fournies au cœur ($\cong 0.1 \text{ kJ inférieur}$) [42].

L'insertion de réactivité $\Delta\rho_{max}$ (calculée à l'aide de l'équation (6.1) a été comparé à celle issue d'un calcul direct ERANOS (DIF3D) tout en partant du même champ de déplacements (Fig. 56).

Comme il a été mis en évidence précédemment (eq. 6.2), l'estimation de $\Delta\rho$ en partant des contributions de chaque assemblage pris individuellement surestime la valeur obtenue par un calcul direct, même si, dans la plage des valeurs d'énergie considérées, l'écart des calculs directs reste inférieur à 15 %.

La méthode qu'on propose donc sous-estime $E_{1\$,MR}$ en garantissant une analyse *conservative* en phase de conception.

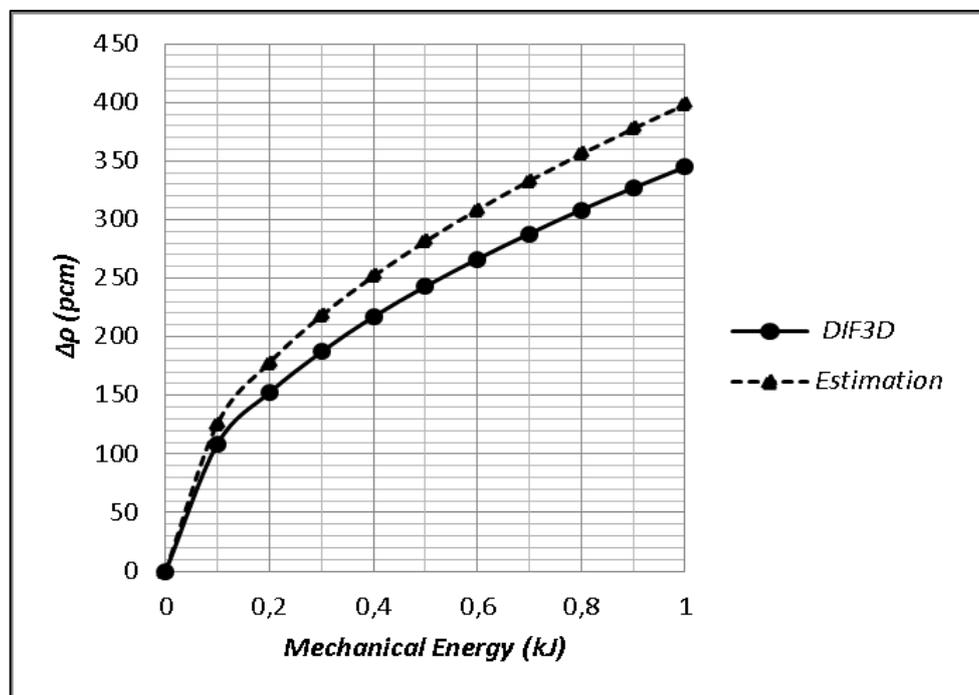


Figure 56 : Comparaison des valeurs de $\Delta\rho_{max}$ estimées avec ceux issues d'un calcul direct.

Une analyse des possibles améliorations envisageables pour la réduction de ces écarts sera donnée plus loin dans ce chapitre.

Finalement, tous les scénarios convergent sur la même valeur de $\Delta\rho = 3.73\%$ dans le cas d'une complète compaction du cœur ($g \rightarrow 0\text{ mm}$), atteinte pour $E = 12.225\text{ kJ}$.

Présence des Plaquettes

On considère maintenant la présence des plaquettes sur chaque face des tubes hexagonaux des assemblages. Comme établi précédemment, on modélise leur taille en prenant en compte différentes valeurs de g , l'épaisseur de la lame du sodium entre les assemblages pour le cœur dans son état initial non perturbé.

Le déplacement maximal de chaque assemblage, avant qu'il soit en contact avec son voisin, est donc réduit, ce qui implique la réduction de l'énergie mécanique nécessaire pour atteindre la complète compaction ($g \rightarrow 0\text{ mm}$) ainsi que la variation de réactivité associée à cette déformation.

En particulier pour des valeurs d'énergie inférieures à celle de la compaction maximale, les courbes représentatives des profils de $\Delta\rho_{max}(E)$ et $\Delta\rho(E)$ diffèrent de manière négligeable de celles issues de l'analyse en absence des plaquettes. La table 11 résume l'impact des plaquettes en termes d'énergie maximale et de $E_{1\$,MR}$.

Table 11: Impact de la présence des plaquettes sur l'analyse.

Gap de Sodium g Initial (mm)	Épaisseur des Plaquettes (mm)	$E_{1\$,MR}$ (kJ)	$E_{g \rightarrow 0}$ (kJ)	$\Delta\rho_{g \rightarrow 0}$ (pcm)
0.5	1.5	-	0.25	186.5
1.5	1.0	0.8	2.25	569.3
2.5	0.5	0.77	6.25	941.5
3.5	0	0.75	12.23	1300.8

Comme mis en évidence précédemment, en se référant au Tab. 11 on observe que l'énergie nécessaire à une complète compaction du cœur (condition de contact pour chaque couple ij d'assemblages) diminue avec l'augmentation de la taille des plaquettes et c'est aussi le cas pour $\Delta\rho_{g \rightarrow 0}$.

Au contraire l'énergie nécessaire à la déformation qui amène à une insertion d'1\$ ($E_{1\$,MR}$) augmente légèrement avec l'épaisseur des plaquettes. En particulier, pour un plan de chargement de PHENIX et les paramètres mécaniques pris en compte pour cet analyse, la *prompte-criticité* (insertion d'1\$) ne sera jamais atteinte (suite aux déformations du cœur) pour des valeurs initiales de $g < 0.91\text{ mm}$, et donc pour des plaquettes d'épaisseur supérieure à 1.295 mm .

De plus, la valeur de $\delta\rho$ ne diffère pas de la valeur obtenue dans le cas d'absence des plaquettes.

La méthode proposée confirme la réduction des risques de prompte-criticité en cas de compaction du cœur, même si pour une évaluation précise et minutieuse des dimensions des plaquettes et des valeurs de $E_{1\$,MR}$ une modélisation mécanique détaillée et complète des déformations est nécessaire.

Néanmoins l'analyse détaillée des aspects mécaniques du cœur n'est pas l'objet de cette thèse et ne sera donc pas traité dans ce manuscrit.

On peut quand même conclure que le modèle proposé sous-estime le terme $E_{1\$MR}$ (les phénomènes dissipatifs de friction entre les assemblages, la résistance du sodium et l'énergie de déformation des plaquettes ne sont pas pris en compte), ce qui en accentue le caractère conservatif.

Impact des Propriétés Mécaniques

L'impact des propriétés mécaniques des assemblages (en termes de résistance du réseau aux déformations) a été investigué en prenant en compte différentes valeurs pour la constante k . Bien qu'une telle analyse ne soit pas directement représentative d'une modélisation mécanique précise et détaillée, elle permet une estimation qualitative du profil de $\Delta\rho_{max}(E)$ en fonction de la raideur du réseau d'assemblages.

Pour un souci de simplicité on reporte sur la Fig. 57 les valeurs $\Delta\rho_{max}(E)$ (donc obtenues pour le scénario *Most Reactive*) pour $k = 1000$ [N/mm] (valeur de référence pour cette analyse) comparées à celles issues d'un calcul qui prend en compte la constante k multipliée et divisée par un facteur 2.

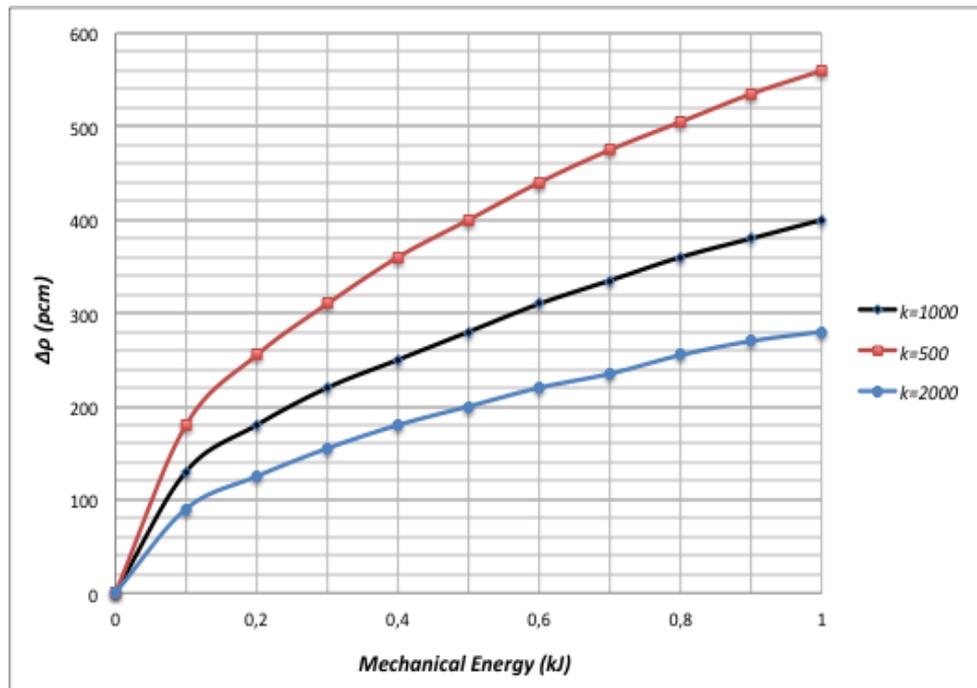


Figure 57 : Comparaison des valeurs de $\Delta\rho_{max}$ issues pour différentes valeurs de la constant K .

Pour chaque valeur d'énergie, $\Delta\rho_{max}(E)$ diminue avec l'augmentation de la constante k , en conséquence des champs des déplacements faibles qui caractérisent les configurations du cœur suivant un réseau d'assemblages plus rigide. En accord avec les équations (6.9) et (6.10), on peut en fait écrire :

$$\Delta\rho_{max}(E, k) = \sqrt{\frac{2E}{k \sum_{n=1}^N |\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{max}|}} \sum_{n=1}^N [\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{max}]^2 \quad (6.14)$$

ce qui confirme la tendance observée en Fig. 57. L'équation (6.14) peut être facilement généralisée pour $\Delta\rho_{min}(E, k)$. Dans la table 12, les valeurs de $E_{1\$,MR}$ et $E_{g\rightarrow 0}$ sont reportées pour différentes valeurs de K . En particulier on observe que la prompt-criticité est atteinte à des valeurs d'énergie plus élevées dans le cas des réseaux plus rigides.

Table 12: Impact de la raideur du réseau d'assemblages sur l'analyse.

K (N/mm)	$E_{1\$,MR}$ (kJ)	$E_{g\rightarrow 0}$ (kJ)
500	0.39	6.05
1000	0.77	12.23
2000	1.55	24.45

Finalement, la valeur de $\delta\rho$ n'est pas fonction de la constante k .

6.2.3 Estimation de l'Insertion Maximale de Réactivité Négative

De manière analogue au cas de compaction du cœur, la méthode développée a été utilisée afin d'estimer l'insertion maximale de réactivité négative $\Delta\rho_{min}$ en fonction de l'énergie mécanique fournie au cœur. Dans l'objectif de ne pas alourdir l'exposé, les résultats obtenus seront comparés avec ceux issus d'une expansion homogène (*homogeneous*), qui représente normalement le scénario de référence pour l'évaluation de $\Delta\rho_{min}$ (Fig. 58).

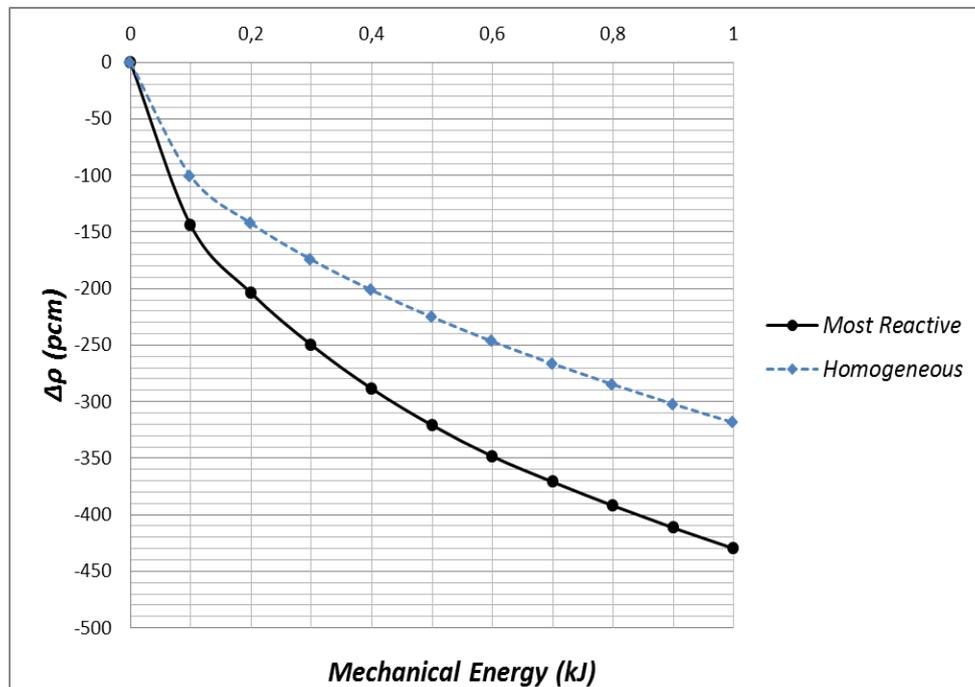


Figure 58 : Comparaison des valeurs de $\Delta\rho$ issues des deux scénarios de déformation sous analyse (absence des plaquettes).

Au contraire du cas d'une compaction du cœur, le scénario *homogeneous* sous-estime l'insertion maximale de réactivité négative, fonction de l'énergie mécanique fournie au réseau d'assemblages.

Dans le cas d'une expansion homogène, la déformation est induite par le déplacement des assemblages centraux du cœur (caractérisés par de basses valeurs de $\Delta\rho_{n,b}(\vartheta_{d,n})_{min}$) et par des valeurs inférieures de $\|\vec{u}_{d,n}\|$ pour les assemblages périphériques obtenus en se référant à l'équation (6.12).

En accord avec l'équation (6.9), le scénario est caractérisé par des valeurs $\|\vec{u}_{d,n}\|$ qui augmentent progressivement lorsqu'on considère les couronnes des assemblages fissiles les plus externes.

L'écart entre les valeurs de $\Delta\rho$ issues des deux scénarios est encore évalué en termes de $\delta\rho$ qui dans le cas d'une expansion du cœur est égal à 98 pcm ($\cong 28\%$).

En particulier, dans le cas du scénario *Most Reactive* l'insertion d'1\$ de réactivité négative est atteinte pour des valeurs d'énergie largement inférieures par rapport au scénario *homogeneous* ($\cong 0.6$ kJ inférieur).

Finalement, l'impact de l'éventuelle présence des plaquettes et des propriétés mécaniques du réseau est comparable (qualitativement) au cas d'une compaction du cœur.

6.2.4 Perspectives d'Amélioration de la Méthode

La méthode proposée et décrite dans cette section (§6.2) permet l'estimation *a priori* du scénario de déformation qui implique l'insertion maximale de réactivité (positive ou négative) pour une énergie mécanique postulée fournie au cœur, tout en partant des coefficients en réactivité liés au déplacement de chaque assemblage.

Au contraire de la méthodologie normalement utilisée pour les cœurs de RNR-NA (pour lesquels l'évaluation de l'impact des déformations sur la réactivité devient de plus en plus importante dans la phase de conception du cœur), l'approche *a priori* prise en compte ne postule pas un scénario de déformation sur lequel se base l'analyse de sûreté en phase de conception, mais permet de le déterminer, ainsi que la réactivité insérée dans le cœur suite à la déformation.

La méthode proposée surestime par rapport à un calcul direct les effets en réactivité (6.2) et sous-estime donc l'énergie mécanique qui peut amener le cœur à la prompte-criticité, ce qui met en évidence le caractère conservatif de l'approche qui est proposée.

Les écarts du calcul direct de la réactivité associée au scénario identifié peuvent être réduits en prenant en compte les termes de deuxième ordre dans l'évaluation §4.5.3 de $\Delta\rho_n$ (6.4).

Bien que l'adoption d'un modèle mécanique simplifié, comme celui pris en compte dans notre analyse, permette une analyse qualitative représentative de $\Delta\rho_{max}$ et $\Delta\rho_{min}$ en fonction de l'énergie insérée, l'adoption d'un modèle mécanique plus complexe et détaillé permettrait en fait de relaxer les hypothèses prises en compte au tout début de cette analyse et de mener une analyse quantitative minutieuse de $\Delta\rho_{max}(E)$.

Pour aborder plus en détail cette analyse, il faut:

- la prise en compte des phénomènes mécaniques de deuxième ordre, telles que la friction entre assemblages et d'éventuels phénomènes de torsion ;
- le fait de considérer la résidence du sodium au déplacement des assemblages ;

- l'utilisation d'un modèle élasto-plastique afin de prendre en compte la déformation des plaquettes ;
- prendre en compte les différentes propriétés mécaniques des assemblages compte tenu des phénomènes d'irradiation et de fragilisation des structures ;

De plus, une analyse des valeurs de $\Delta\rho_{n,b}$ pour maille axiale prise en compte pour chaque assemblage permettrait de mener l'estimation de $\Delta\rho_{max}(E)$ même pour des déformations plus complexes telles que la flexion et l'arcure des assemblages.

Il faut quand même spécifier qu'une déformation par flexion induit une insertion de réactivité comparable à celle de la déformation par translation correspondante (pour PHENIX §5.6.2).

Finalement, la méthode proposée peut être utilisée pour la phase de conception d'autres cœurs de RNR-Na et pas seulement pour l'analyse de PHENIX. La méthode est en fait générale et dépendra du cœur à analyser seulement en termes de la base $\Delta\rho_{n,b}$ considérée.

6.3 Évaluation de l'Impact des Déformations sur le Cœur d'ASTRID

Dans cette section on propose une première analyse de l'impact des déformations sur la neutronique du concept CFV (*Cœur à Faible Vidange*) [13], le concept retenu pour le cœur d'ASTRID (§1.3.2).

Les scénarios de déformations pris en compte pour cette analyse concernent l'expansion et la compaction *homogène* (§6.2) dont l'impact sur la réactivité du cœur a été évalué à l'aide de la méthode de projection du maillage. Le choix d'utilisation de cette méthodologie a été faite en raison du bon compromis entre précision et temps de calcul réduits qui la caractérisent, ce qui rend cette méthode très attractive pour une analyse préliminaire comme celle proposée dans cette section.

6.3.1 Le Concept du Cœur CFV

Le renforcement de la sûreté et l'amélioration des performances ont été l'objet de plusieurs études afin de répondre aux objectifs fixés par le GIF concernant la conception et le design des futurs cœurs RNR-Na [68][69].

Deux aspects particuliers ont été étudiés avec attention par les concepteurs: la nécessité d'une faible réserve de réactivité en cœur en début de cycle ainsi qu'un faible effet de vidange en fin de cycle [70]. Le concept du cœur RNR-Na de quatrième génération SFR V2b [70] a été tout d'abord défini suite aux études d'optimisation (au niveau des aiguilles, des assemblages et du cœur entier) qui lui ont permis à la fois l'amélioration des performances et d'améliorer la sûreté. Toutefois ce concept est caractérisé par un coefficient de vidange du sodium largement positif (4.8\$ en fin de cycle à l'équilibre).

Des études d'investigation [13] ont été réalisées auprès du CEA afin d'identifier un nouveau concept de cœur RNR-Na (CFV *cœur à faible vidange*) caractérisé par un effet de réactivité nul voire négatif en situation de vidange totale sodium avec pour objectif un comportement naturel plus favorable pendant

les transitoires mais aussi en garantissant des caractéristiques en terme de performances similaires à celles du cœur SFR V2b.

Afin de rester sur une image de cœur industrialisable à moyens termes, les innovations proposées concernent surtout l'augmentation des fuites de neutrons, dans l'objectif de garantir un coefficient de vidange négatif.

En particulier, une hauteur du plenum suffisamment grande et la limitation de l'effet réflecteur dans la partie haute du plenum par l'ajout d'un matériau absorbant au-dessus du plenum, permettent une augmentation significative des fuites de neutrons dans le cas du cœur vidangé.

En situation nominale, le plenum sodium joue un très bon rôle de réflecteur en situation vidangée, et la couche absorbante évite à un maximum de neutrons de revenir dans le cœur. Ainsi, une épaisseur de plenum de l'ordre de 30 cm permet d'aboutir à un bon effet plenum et à une pénalité faible de la couche absorbante sur le cœur en fonctionnement.

De plus, l'effet plenum est amplifié en augmentant l'importance du flux à proximité du plenum grâce à l'ajout d'une plaque fertile centrale. Cette astuce permet en fait, en condition vidangée, de réduire fortement le flux à proximité du plenum, et par conséquent la réactivité.

La hauteur de cette plaque fertile a été optimisée afin de garantir à la fois une efficace réduction de l'effet de vidange ainsi que la conservation du couplage neutronique des différentes régions du cœur.

L'optimisation de la composante de fuites dans l'objectif d'une forte réduction de l'effet de vidange est donc le résultat de plusieurs solutions indépendantes qui s'amplifient. Il y a donc entre autres :

- la présence d'un plenum de sodium positionné en partie haute du cœur (où le sodium est plus chaud) avec des propriétés de réflecteur de neutrons en conditions nominales et qui permet en cas d'ébullition du sodium d'augmenter les fuites de neutrons;
- l'insertion d'une protection neutronique au-dessus du plenum composée d'un matériau absorbant de neutrons (neutrophage) qui garantit la réduction des phénomènes de réflexion de neutrons dans le cœur en cas de vidange du plenum;
- l'ajout d'une plaque fertile au centre du cœur qui entraîne une augmentation du flux neutronique en périphérie du cœur et donc l'augmentation des fuites;
- une hauteur fissile plus grande dans le cœur externe qui augmente la surface entre partie fissile et plenum et donc les fuites de neutrons. Cette astuce garantit l'amélioration de la puissance dégagée par les assemblages en périphérie du cœur, l'aplatissement de la nappe de puissance et donc du profil de température de sortie du sodium.

L'ensemble de ces solutions rend le design de cœur très hétérogène axialement (cf. Figure 58) et implique alors l'utilisation d'outils de simulation les plus précis et robustes possibles.

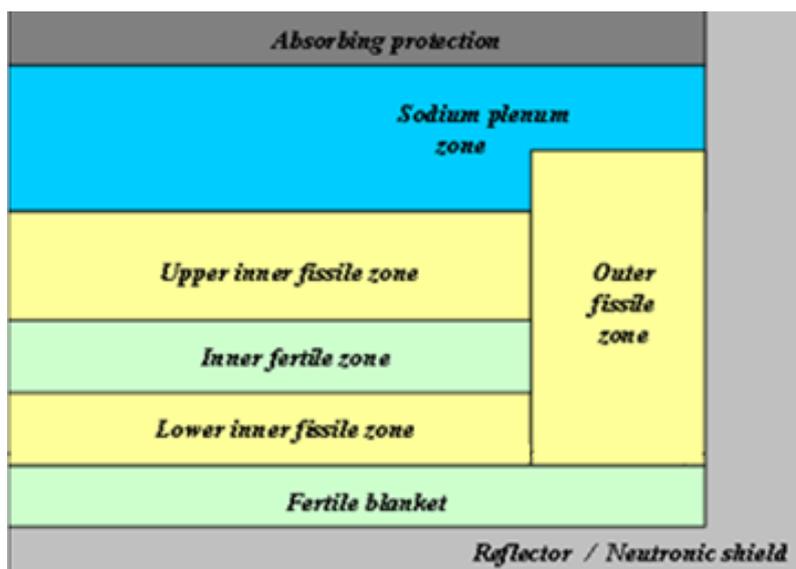


Figure 58: Schéma RZ-2D du concept CFV-V1.

6.3.2 Gerbage Homogène du Cœur CFV

On propose ici une première analyse de l'impact d'une déformation du cœur CFV à l'aide du schéma déterministe basé sur la méthode de projection de maillage.

Pour cette analyse, la méthode de projection de maillage a été préférée à celle de transformation géométrique du maillage à cause des performances strictement liées au temps de calcul.

En se référant à l'équation (6.12), l'insertion négative de réactivité du cœur a été évaluée pour une déformation de type expansion homogène du cœur (de la même manière que pour le cœur de PHENIX §6.2.1).

De plus, pour cette analyse les barres de commande ont été considérées extraites du cœur.

La table 13 reporte la variation de réactivité en fonction de l'écartement de la première couronne d'assemblages du cœur.

Table 13 : Variation de réactivité du cœur CFV suite une expansion homogène.

<i>Déplacement (mm)</i>	$\Delta\rho$ (pcm)
0	0
3	-44
6	-93
9	-138

L'impact d'une déformation de ce genre sur la réactivité du cœur est inférieur à ce qui a été observé pour le cœur de PHENIX.

Bien que les valeurs reportées dans la Tab. 13 ne soient que des résultats préliminaires obtenus pour une déformation imposée, une première comparaison avec le cœur de PHENIX est possible.

La taille du cœur CFV est en fait plus grande que celle du cœur de PHENIX. Bien que les hauteurs des deux cœurs soient comparables, le rayon du cœur CFV (160 cm) est presque double de celui de PHENIX.

Si on considère l'équation (2.3), on remarque facilement que en première approximation (pour un cœur nu et homogène) la variation de réactivité dépend du laplacien géométrique du cœur et donc de l'inverse au carré du rayon du cœur.

Dans le cas du CFV, on observe une insertion d'environ $-45 pcm$ par millimètre de variation du rayon du cœur (contre $-75 pcm$ pour PHENIX).

Cependant, différents facteurs liés aux hétérogénéités géométriques et au plan de chargement des assemblages jouent un rôle très important dans l'impact des déformations sur la réactivité, et ne peuvent pas être décrit à l'aide d'une simple analyse du cœur homogène.

Afin de mieux comprendre l'impact des hétérogénéités qui caractérisent ce concept lorsque le cœur est sujet à une déformation, une analyse complète à l'aide des méthodes des perturbations et des sensibilités est envisageable.

Comme mis en évidence précédemment, le schéma de calcul proposé garantit la possibilité de mener des calculs des perturbations exactes en transport pour des géométries 3D complètes, ce qui permettrait aux concepteurs une évaluation plus précise et complète de la réactivité du cœur sujet à une déformation. Ces travaux sont mis en perspective.

6.4 Conclusions

Grâce à la modélisation analytique proposée précédemment (chapitre 3), la possibilité d'estimer la direction du déplacement qui maximise l'insertion de réactivité, ainsi que la possibilité offerte par la méthode de projection du maillage d'obtenir des résultats à la fois précis et rapides, ont été exploitées avec l'objectif de concevoir une méthodologie innovante qui permet l'estimation *a priori* des champs de déformations les plus réactifs en fonction de l'énergie mécanique fournie au cœur.

L'insertion maximale de réactivité dans le cœur suite à l'insertion dans le cœur d'une énergie mécanique postulée, est déterminé à l'aide d'une méthode itérative efficace, à partir des valeurs maximales des coefficients en réactivité associés aux déplacements de chaque assemblage du cœur pris individuellement.

La méthode proposée permet l'estimation de la configuration du cœur la plus réactive sans qu'aucun scénario de déformations ne soit imposé, contrairement aux méthodologies traditionnellement utilisées en phase de conception qui se basent sur des analyses pour lesquelles le scénario de compaction et d'expansion est postulé.

L'approche *a priori* proposée se base sur une modélisation mécanique simplifiée qui ne permet pas toutefois une évaluation quantitative précise de la relation entre l'énergie mécanique et la déformation conséquente.

Pour aller plus loin, une modélisation mécanique plus détaillée serait nécessaire (qui prendrait en compte les déformations élastiques et plastiques des plaquettes et des pieds des assemblages, ainsi que des déformations en flexion des assemblages). Celle-ci pourrait alors apporter des contributions significatives aux études menées en phase de conception des cœurs RNR-Na ainsi qu'aux analyses de sûreté.

Une analyse préliminaire de l'impact d'une déformation du cœur sur le concept CFV a aussi été faite. En particulier, on a considéré une expansion du cœur de type homogène induite par l'écartement des assemblages de la première couronne.

La variation de réactivité observée est inférieure à celle obtenus pour le cœur de PHENIX, en raison principalement du rapport des dimensions géométriques.

Afin de mieux comprendre l'effet des déformations en phase de conception du CFV, des études basées sur les méthodes des perturbations en géométrie 3D sont nécessaires et d'ores et déjà envisagées dans un cadre en dehors de cette thèse.

Ces analyses seront toutefois possibles grâce aux méthodes mises en place dans le cadre de ces travaux de thèse.

Conclusions et Perspectives

Conclusions

Entre les six prototypes de réacteurs proposés par le GIF, les RNR-Na présentent le meilleur niveau de maturité acquis depuis les premiers concepts dans les années 60 et permettront de répondre aux principales exigences de sûreté nécessaires au développement des futurs réacteurs de cette filière.

Parmi ces exigences, l'évaluation précise de l'impact d'éventuelles déformations du cœur et des assemblages sur la réactivité fait partie des défis que les ingénieurs doivent relever en phase de conception du cœur.

Les travaux réalisés dans cette thèse se proposaient d'apporter des améliorations significatives à la compréhension et à la modélisation des phénomènes neutroniques en jeu lors d'une déformation du cœur d'un réacteur à neutrons rapides à caloporteur sodium (RNR-Na).

L'analyse de la neutronique du cœur soumis à des déformations potentielles est en fait un enjeu important en termes de conception et d'analyse de sûreté des cœurs de RNR-Na, que les ingénieurs doivent pouvoir relever de manière précise et efficace.

Après une brève description de la technologie RNR-Na et un état de l'art des méthodes existantes pour l'analyse neutronique des cœurs sujets à une déformation, l'attention a été portée sur le développement d'un modèle analytique qui permet l'identification des causes des variations de réactivité lors de la déformation du réseau d'assemblages du cœur.

A partir de l'équation de transport de Boltzmann ainsi que de l'approximation de la diffusion, une relation qui permet l'évaluation de la nature de l'impact d'une déformation du réseau sur la réactivité du cœur, a été déterminée à l'aide de la théorie des perturbations (au premier ordre puis exacte).

Cette analyse a mis en évidence que:

- la variation de réactivité induite par le déplacement d'un assemblage est due à la variation locale des phénomènes de fission et capture, et dans la moindre mesure de la variation des fuites des neutrons suite aux collisions avec les noyaux de la région considérée ;
- la contribution du déplacement d'un assemblage à la variation de réactivité du cœur est fonction de la nature de son déplacement (direction et module du vecteur déplacement) et de sa position dans le cœur.

Une comparaison entre la modélisation issue de l'approximation de diffusion et celle liée à l'équation du transport montre qu'une approximation aux ordres supérieurs de polynômes de Legendre est envisageable et permettrait de remédier aux erreurs importantes que l'approximation de diffusion apporte dans l'évaluation du flux neutronique aux régions d'interface ou à forts gradients.

De même, l'utilisation des méthodes de perturbation exactes met en évidence que la méthode de perturbations au premier ordre sous-estime la variation de réactivité du système. Ce manque de

précision est notamment dû à la modélisation insuffisante des phénomènes de fissions et de captures qui ne prennent pas en compte la variation locale du flux autour de la perturbation.

Le deuxième aspect pris en compte dans ces travaux a été la conception, l'implémentation et la validation des méthodes déterministes adaptées à l'évaluation de la réactivité et du flux neutronique des cœurs déformés.

Compte tenu des restrictions imposées par l'usage de méthodes stochastiques, il s'avère que seule la voie déterministe pour résoudre ce type de problème est accessible en phase de conception à ce jour.

S'il existe d'ores et déjà des schémas déterministes qui permettent une analyse des phénomènes d'expansion et de compaction du cœur, les hypothèses considérées jusqu'à présent (géométrie 2D ou de petite taille et approximation de diffusion) et les limitations rencontrées lors de leur implémentation peuvent être insuffisantes au regard de nouveaux concepts RNR-Na en projet :

- pour décrire précisément les hétérogénéités axiales et radiales des futurs cœurs de RNR-Na en conception, une modélisation 2D-RZ ne permet pas de décrire d'éventuelles déformations locales et asymétriques du cœur. Seule une modélisation 3D complète permettrait d'estimer l'impact du déplacement de chaque assemblage dans le cœur ;
- la résolution de l'équation de Boltzmann en approximation de diffusion n'est pas a priori la solution la plus adaptée à traiter des cœurs présentant de fortes hétérogénéités axiales et radiales, et présentant de forts gradients de flux aux interfaces entre milieux ;
- La plupart de méthodes présentées estiment la variation de réactivité à partir de la théorie de perturbations au premier ordre. Cette démarche est basée sur l'hypothèse que le flux neutronique du cœur déformé diffère faiblement du flux de référence. La théorie des perturbations exactes permettrait l'évaluation des effets locaux en réactivité même dans le cas d'importantes modifications du réseau d'assemblages et donc du flux.

Deux schémas de calcul ont été conçus et développés.

Le premier est basé sur la méthode de projection spatiale du maillage qui consiste à modifier le bilan matière et donc les concentrations isotopiques dans les régions du cœur concernées par des déformations.

Ces modifications sont faites de manière à reproduire la nouvelle position des assemblages sur un maillage régulier représentatif du cœur dans son état de référence.

D'abord, la méthode a été mise en place sur la base d'une modélisation 2D-RZ du cœur en utilisant le solveur diffusion du code ERANOS puis le solveur transport BISTRO ce qui permet l'exploitation des méthodes des perturbations exactes afin d'identifier les principaux phénomènes contribuant à la variation de réactivité.

Ensuite, la méthode a été appliquée au cas d'une modélisation tridimensionnelle (H3D) en utilisant les solveurs en diffusion et en transport d'ERANOS et avec le solveur SN3D PARIS/SNATCH, avec pour objectif l'évaluation de la réactivité du cœur induite par des déformations plus complexes et l'étude des perturbations au niveau de chaque assemblage. L'analyse des effets du déplacement d'un seul assemblage a permis de confirmer les résultats issus de notre modèle analytique simplifié et a pu ainsi confirmer que la variation locale des taux de fissions et de captures était la cause principale des variations de réactivité.

De plus, on a mis en évidence la dépendance de $\Delta\rho$ avec la direction du déplacement et du gradient du flux neutronique.

Les schémas ont été validés en comparant leurs résultats lors d'un gerbage central du cœur, avec ceux issus de calculs Monte Carlo.

Les résultats sont globalement satisfaisants même si la réserve principale associée à cette méthode concerne l'existence d'un biais qui dépend de l'amplitude des déformations, dès lors que la perturbation du cœur vient affecter des régions d'interfaces entre différents milieux, telles que l'interface fertile/réflécteur.

En particulier, le biais provient du fait que le spectre des assemblages réflecteurs diffère de façon importante de celui des régions fertiles située à proximité, et que le transfert de matière entre ces milieux nécessiterait de recalculer les sections efficaces microscopiques de ces régions à l'étape réseau.

Une deuxième méthode a donc été développée dans l'objectif de s'affranchir de ce type de biais.

Ce deuxième schéma se base sur la méthode de transformation géométrique du maillage et permet la résolution de l'équation de Boltzmann en géométrie hexagonale 2D ou 3D à l'aide des solveurs SN2D et SN3D de PARIS/SNATCH.

Le maillage (constitué des mailles régulières dans le cas d'un cœur non déformé) est modifié en fonction du champ de déplacements des assemblages du cœur, afin de prendre en compte de manière précise la distribution spatiale de matières fissiles dans le cœur suite à la déformation.

L'équation de Boltzmann est résolue à l'aide de la méthode des éléments finis discontinus de Galerkin. Une nouvelle fonctionnalité a été introduite pour le solveur SNATCH, qui permet la résolution de l'équation du transport pour des mailles de géométries irrégulières.

Le solveur, initialement conçu pour la résolution de l'équation du transport sur un maillage régulier a été donc modifié afin de prendre en compte les possibles transformations des mailles nécessaires à la modélisation des déformations du cœur.

La méthode de transformation du maillage sous-estime la perte en réactivité consécutive à un gerbage du cœur, même si les écarts des valeurs obtenus à ceux de Monte Carlo restent de l'ordre de grandeur des incertitudes statistiques.

La méthode proposée est exempte des biais spectraux et spatiaux qui caractérisaient la méthode de projection du maillage, mais cette méthode génère des temps de calcul pour l'évaluation du flux dans les mailles déformées assez élevés même si largement inférieurs (d'un facteur 5) à ceux des calculs stochastiques.

La possibilité offerte par la méthode de projection du maillage d'obtenir des résultats à la fois précis et rapides, a pu être exploitée pour concevoir une méthodologie innovante qui permet l'estimation *a priori* des champs de déformations les plus réactifs en fonction de l'énergie mécanique fournie au cœur dans sa configuration nominale.

Le champ des déformations le plus réactif (et l'insertion de réactivité dans le cœur associée) est déterminé à l'aide d'une méthode itérative, tout en partant des valeurs maximales des coefficients en réactivité associés aux déplacements de chaque assemblage du cœur pris individuellement.

Au contraire des méthodologies normalement utilisées en phase de conception (pour lesquelles un scénario de compaction ou d'expansion est considéré), la méthode proposée garantit l'estimation de la configuration du cœur la plus réactive sans qu'aucun scénario de déformations ne soit imposé.

Perspectives

Au cours de cette thèse, des développements ont été réalisés au sein de la plateforme PARIS pour permettre la résolution de l'équation du transport (à l'aide des solveurs SNATCH basés sur des méthodes Sn-3D) dans le cas des déformations du cœur, qu'elles soient modélisées à l'aide de la méthode de projection du maillage ou par une réelle déformation du maillage de calcul.

Les résultats ont mis en avant l'apport de ces méthodes pour le calcul des paramètres neutroniques concernant les cœurs déformés.

Afin de conserver ces améliorations méthodologiques, il apparaît important que ces méthodes soient implémentés et adaptées au solveur *MINARET* disponible au sein de la future plateforme de calcul de neutronique *APOLLO3* (en cours de développement au sein du CEA).

Par ailleurs, les biais sur le calcul des sections efficaces sont encore importants, notamment dans le cas de la méthode de projection du maillage en ce qui concerne les régions d'interfaces entre différents milieux, telles que l'interface fertile/réacteur.

Même si la mise en place du schéma basée sur la méthode de transformation du maillage a permis une consistante réduction de ce biais, le code de cellule ECCO (basé sur la méthode P_{ij} – probabilités de collision approchées pour des géométries hexagonales) ne garantit pas la correcte évaluation des phénomènes d'autoprotection pour des réseaux irréguliers.

Il serait donc intéressant d'effectuer des calculs avec la méthode des P_{ij} exactes ou des calculs *TDT-MOC* sur des géométries 3D (bientôt disponible dans *APOLLO3*) afin de réduire ces biais.

Finalement, l'approche *a priori* proposée a mis en évidence que l'insertion maximale de réactivité peut être déduite des effets locaux des assemblages du réseau, sans imposer aucun scénario de déformation. Cependant, à présent, cette méthodologie se base sur une modélisation mécanique simplifiée qui ne permet pas une évaluation quantitative précise de la relation entre l'énergie mécanique fournie au cœur et la déformation générée.

Cette approche, à l'aide d'une modélisation mécanique plus détaillée (qui prend en compte les déformations élastiques et plastiques des plaquettes et des pieds des assemblages, ainsi que des déformations de flexion des assemblages), pourrait apporter des contributions significatives aux études menées en phase de conception des cœurs RNR-Na ainsi qu'aux analyses de sûreté.

Références

- [1] World Outlook 2013 International Energy Agency OECD/IEA, 2013.
- [2] J. BOUCHARD, « GEN IV International Forum Annual Report », 2009.
- [3] GIF R&D Outlook for Generation IV Nuclear Energy Systems, issues by GIF, 2009.
- [4] CEA/COMMISSARIAT À L'ÉNERGIE ATOMIQUE, « Les Réacteurs Nucléaires à Caloporteur Sodium », Paris, 2014.
- [5] OECD/NUCLEAR ENERGY AGENCY, INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, « Uranium 2007: Resources, Production and Demand », Paris, 2008.
- [6] R. BARJON, « Physique des réacteurs nucléaires, Imprimerie Lienhart », 1993.
- [7] J. BUSSAC, P. REUSS, « Traité de neutronique », 1985.
- [8] ANDRA, « Inventaire national des déchets radioactifs et des matières valorisables », 2004.
- [9] L. BUIRON, et al., « Minor actinides transmutation in SFR depleted uranium radial blanket, neutronic and thermal-hydraulic evaluation », Proc. Int. Conf. Global, paper 176393, 2007.
- [10] T. SOGA, et al., In-pile testing and instrumentation for development of generation-IV fuels and materials. » Proceedings of a technical meeting held in Halden, Norway, 21–24 August 2012. - IAEA, 2013. - P. 107-122
- [11] IAEA, « BN-600 Hybrid Core Benchmark Analyses Results from a Coordinated Research Project on "Updated Codes and Methods to Reduce the Calculational Uncertainties of the LMFRRactivity Effects" », 2010
- [12] A.N. CHEBESKOV, « Evaluation of Sodium Void Reactivity on the BN-800 Fast Reactor Design », Physor 1996, Vol2, C-49, 1996.
- [13] P. SCIORA et al, « Low void effect core design applied on 2400 MWth SFR reactor », Proc. Int. Conf. ICAPP, paper 11048, Nice, France, 2011.
- [14] N. BUYANG CHAN, « Etude de conception neutronique des cœurs de RNR visant à améliorer leur potentiel de sûreté », Thèse de doctorat, Université de Provence Aix-Marseille, 1996.
- [15] S. MASSARA, « Etude et amélioration du comportement cinétique de cœurs rapides dédiés à la transmutation de déchets à vie longues », Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 2002.
- [16] JM. SEILER, D. JUHEL, P. DUFOUR « Sodium boiling stabilisation in a fast breeder subassembly, Pages 3329-3335, during an unprotected loss of flow accident » Nuclear Engineering and Design, Volume 240, November, 2010.

- [17] N.E. STAUFF, « Etude conceptuelle d'un cœur de quatrième génération, refroidi au sodium, à combustible de type carbure », Thèse de doctorat, Université d'Orsay Paris XI, 2011.
- [18] N.E. STAUFF, L. BUIRON, B. FONTAINE, G. RIMPAULT, « Methodology for Designing a Sodium-cooled Fast Reactor with Inherent Safety», Nuclear Technology, 181, February, 2013.
- [19] T.J MORAN, « Core Restraint Contribution to Radial Expansion Reactivity», ASME/ANS Nuclear Power Conference, Philadelphia, USA, 1986.
- [20] B. FONTAINE et al., « Description and preliminary results of PHENIX core flowering test», Nuclear Engineering and Design, *volume (241)*, pp. 4143– 4151.
- [21] G. MIGNOT et al, « Studies on French SFR advanced core designs », Proc. Int. Conf. ICAPP'08, Paper 8136, Anaheim, CA USA, June 8-12, 2008.
- [22] G. RIMPAULT et al, « Towards GEN IV SFR designs. Promising ideas for large advanced SFR core designs », Proceedings of Physor, Interlaken, Switzerland, 2008.
- [23] B. FONTAINE, et al., «Sodium-Cooled Fast Reactors: the ASTRID Plant Project», Paper 432757, Proc. Int. Conf. GLOBAL 2011, Makuhari, Japan, Dec. 11-16-5, 2011.
- [24] J. ROUAULT, et al., «Sodium Fast reactor Design: Fuels, Neutronics, Thermal-Hydraulics, Structural Mechanics and Safety», chapter 21 from Handbook of Nuclear Engineering, pp 2321-2710, Springer, 2010.
- [25] M. REED et al, « The Virtual Density Principle of Neutronics and its Applications to Geometric Perturbation Theory », Transactions of the American Nuclear Society, Vol 107, pp11-15, (2012).
- [26] S. MARGUET, « La physique des réacteurs nucléaires », Lavoisier, Paris, 2011.
- [27] M. L. WILLIAMS, « Perturbation theory for the Nuclear Reactor Analysis », CRC Handbook of Nuclear Reactor Calculations, VOL III, CRC Press Inc., Boca Raton, Florida, 1986.
- [28] T.J MORAN, « Core restraint for inherent safety », Nuclear Power Conference, Myrtle Beach, 1988.
- [29] D.C WADE, « Monte Carlo-based validation of the ENDF/MC²-II/SDX cell homogenization path», ANL-79-5, Chicago, 1979.
- [30] R.W SCHAEFER, « Critical experiments tests of bowing and expansion reactivity calculation for liquid-metal cooled fast reactors», Nuclear Science and Engineering, 103, 196-209, 1989.
- [31] T.B FOWLER, et al., ORNL-TM-2496, Rev. 2, July 1971.
- [32] M. NAKAGAWA, et al., « Development of the core-bowing-reactivity analysis code system ATLAS and its application to a large FBR core», Nuclear Engineering and Design, 157, p 15-26, (1995).
- [33] T. YOKOO, et al., « ULOF and UTOP analysis of a large metal fuel FBR core using a detailed calculation system », Journal of Nuclear Science and Technology, Vol 38, No 6, 57, pp 444-452, (2001).

- [34] K. AZEKURA, et al., « Three-dimensional first-order perturbation calculation method for reactivity changes due to core deformations of fast breeder reactor », *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol 26, No 3, 57, pp 374-378, (1989).
- [35] A. VASILE, et al., « The final Phénix tests », *Proceedings of the ICAPP 2011 Conference*, Nice, France, May 2-5 (2011).
- [36] G. RIMPAULT, et al., « The ERANOS code data system for fast reactor neutronic analyses », *Proceedings of the Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems (PHYSOR 2002)*, Seoul, Korea, (2002).
- [37] G. RIMPAULT « Physics documentation of ERANOS and the ECCO cell code », Technical report, *Rapport Technique RT/SPRC/LEPh 97-001*, 1997.
- [38] G. PALMIOTTI, et al., « Optimized two-dimensional Sn Transport (BISTRO) », *Nuclear Science and Engineering*, 104, 26-33, 1990.
- [39] CEA/COMMISSARIAT À L'ÉNERGIE ATOMIQUE, « La neutronique », Paris, 2014.
- [40] A.E WALTAR et al., « Fast Spectrum Reactors », Springer, 2012.
- [41] M. GENTILI, B. FONTAINE, G. RIMPAULT, « Deformed core reactivity evaluation with a mesh projection based method », *Nuclear Technology NT14-123*, accepted to be published.
- [42] M. GENTILI, B. FONTAINE, G. RIMPAULT, « Evaluation of SFR deformed core reactivity », *Proceedings of ICAPP 2015*, May 03-06 2015, Nice.
- [43] G. PALMIOTTI, et al., « Variant: Variational anisotropic nodal transport for multidimensional cartesian et hexagonal geometry calculations », Technical report, *Technical Report ANL-95/40*, Argonne National Laboratory, 1995.
- [44] R. LE TELLIER, et al., « High-order discrete ordinate transport in hexagonal geometry: A new capability in ERANOS », *Il nuovo cimento*, 33C, pp 121-128, 2010.
- [45] P. JACQUET, « Nouvelles méthodes de modélisation neutronique des réacteurs rapides de 4ème génération », Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- [46] G. RIMPAULT, « Algorithmic Features of the ECCO Cell Code for Treating Heterogeneous Fast Reactor Assemblies », *International Topical Meeting on Reactor Physics and Computation*, May 1-5, 1995, Portland - Oregon, USA, 1995.
- [47] A. SANTAMARINA, and al., « The JEFF3.1.1 nuclear data library. Validation Results from JEF-2.2 to JEFF-3.1.1 », *JEFF Report 22*, OECD 2009, NEA n°6807, 2009.
- [48] A. SANTAMARINA, and al., « Re-estimation of Nuclear Data and JEFF-3.1.1 Uncertainty Calculations », *Proc. Int. Conf. PHYSOR 2012*, Knoxville, Tennessee, USA, April 15 -20, 2012.
- [49] A. KONING, and al., « The JEFF3.1. nuclear data library. », *Nuclear Energy Agency Data bank*, OECD, JEFF report 21, NEA N° 6190, (2006).
- [50] S. RAHLFS, « Validation physique du nouveau code de cellule européen ECCO pour le calcul des coefficients de réactivité des réacteurs REP et RNR », Ph.D, 01/24/1995..

- [51] J.F. VIDAL, et al., « An improved energy-collapsing method for core-reflector modelisation in SFR core calculations using the PARIS platform », Proc. Int. Conf. PHYSOR 2012, Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, 2012.
- [52] J. TOMMASI, « Procédure d'équivalence en réactivité des barres de commande avec description automatisée de leur géométrie hétérogène », Technical report, Note Technique SPRC/LEPh 06-2003,2006.
- [53] D. BLANCHET, B. FONTAINE, « Control Rod Depletion in Sodium-Cooled Fast Reactor: Models and Impact on Reactivity Control », Nuclear Science and Engineering 177, 260-274, 2014
- [54] M. ANDERSSON, et al., « Influence of local spectral variations on control rods homogenization in fast reactor environments », Nuclear Science and Engineering 2015, paper accepted.
- [55] R. LE TELLIER, et al., « High-order discrete ordinate transport in hexagonal geometry: a new capability in ERANOS », 21st International Conference on Transport Theory (ICTT-21), Torino, Italy, 2009.
- [56] L. GASTALDO, R. LE TELLIER, C. SUTEAU, D. FOURNIER, J.M. RUGGIERI, « High-order discrete ordinate transport in non-conforming 2D cartesian meshes », Proc. Int. Conf. M&C 2009, Rio de Janeiro, Brazil, May 8-12, 2009.
- [57] R. LE TELLIER, C. SUTEAU, D. FOURNIER, J.M. RUGGIERI, « High-order discrete ordinate transport in hexagonal geometry: a new capability in ERANOS », Il Nuovo Cimento C 33, 1, 121, 2010
- [58] R. LE TELLIER, D. FOURNIER, C. SUTEAU, « Reactivity perturbation formulation for a discontinuous Galerkin-based transport solver and its use with adaptive mesh refinement », Nuclear Science and Engineering 167, 209-220, 2011.
- [59] C.B. CARRICO, E.E. LEWIS, G. PALMIOTTI, « Three dimensional variational nodal transport methods for Cartesian, triangular and hexagonal criticality calculations », Nuclear Science and Engineering, Vol 111, pp. 168-179, 1992.
- [60] G. PALMIOTTI, C. B. CARRICO, E. E. LEWIS, « Variational nodal transport methods with anisotropic scattering », Nuclear Science and Engineering, Vol. 115..
- [61] M. A. SMITH, W. S. YANG, A. MOHAMED, E. E. LEWIS, « Perturbation and Sensitivity Tool Based on the VARIANT Option of DIF3D », American Nuclear Society Transactions 107, San Diego, CA, November 11-15, 2012.
- [62] P. LESAINTE and P. A. RAVIART, «On a finite element method for solving the neutron transport equation », Mathematical aspects of finite elements in partial differential equations, C.A. deBoor, ed., Academic Press, new York, 1974.
- [63] K. D. LATHROP. «Ray effects in discrete ordinates equation », Nuclear Sciences and Engineering, 32, 357-369, 1998.
- [64] M. SHEPARD et al., «A straightforward structure to construct shape functions for variable p-order meshes. » Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 147, 209-233, 1997.

- [65] O. C. ZIENKIEWICZ, R. L. TAYLOR, J. Z. ZHU, « The finite elements method: Its basis and fundamentals» Butterworth-Heinemann (2005).
- [66] J. CHASKALOVIC, « Finite elements method for engineering sciences», Springer Verlag, (2008).
- [67] A. CURNIER, « Computational methods in solid mechanics », Springer, (1994).
- [68] F. VARAINE, et al., « Comparative review on different fuels for GEN IV Sodium Fast Reactors: merits and drawbacks», Proc. Int. Conf. FR'09, paper 1172, Kyoto, Japan, 2009.
- [69] B. FONTAINE, et al., «Sodium-Cooled Fast Reactors: the ASTRID Plant Project», Paper 432757, Proc. Int. Conf. GLOBAL 2011, Makuhari, Japan, Dec. 11-16-5, 2011.
- [70] P. SCIORA et al., « A break even oxide fuel core for an innovative French sodium-cooled fast reactor: neutronic studies results», Global, Paper 9528, Paris, France 2009.
- [71] A. RINEISKI, « Intra-Nodal Reactivity Calculations Based on the Variational Nodal Method », *M&C 2001*, Salt Lake City, USA (2001).

ANNEXE A : Rappels sur la Théorie des Perturbations

La théorie des perturbations est d'utilisation fréquente dans les différentes branches de la physique puisqu'elle permet de manière précise d'évaluer l'impact qu'une modification du système sur les grandeurs d'intérêt.

En neutronique les grandeurs d'intérêt sont nombreuses et variées. Entre autres, la plus importante est sans doute le facteur de multiplication

Le calcul du flux et du flux adjoint permet d'obtenir l'ensemble des sensibilités ou décompositions d'une perturbation. Le flux adjoint est lié au concept d'importance neutronique, définie par le nombre total de descendants d'un neutron placé initialement en \vec{r} et ayant une certaine énergie E dans le cœur.

Bien qu'une complète description de la théorie des perturbations et ses formulations soit facilement repérable dans la littérature scientifique, on propose ici un bref rappel de son utilisation pour l'évaluation des variations de la réactivité du cœur suite à une perturbation du système.

En particulier on proposera une description de la théorie des perturbations au premier ordre et de sa formulation exacte.

L'équation qui décrit le bilan des neutrons pour un système critique dans un état stationnaire sans source extérieur peut s'écrire de la façon suivante (cf. Chapitre 3):

$$\left(A - \frac{F}{k}\right)\Phi = 0$$

Une variation infinitésimale qui garde le système critique peut être écrite comme :

$$\delta \left[\left(A - \frac{F}{k}\right)\Phi \right] = \left(\delta A - \frac{\delta F}{k}\right)\Phi + \left(A - \frac{F}{k}\right)\delta\Phi + F\Phi \frac{\delta k}{k^2} = 0$$

où δA et δF représentent la variation des termes de l'opérateur de Boltzmann.

En réalisant le produit scalaire de l'équation bilan par le flux adjoint $\Phi^*(\vec{r}, E, \overline{\Omega})$, on obtient :

$$\delta\rho = - \frac{\langle \Phi^* | \left(\delta A - \frac{\delta F}{k}\right)\Phi \rangle + \langle \Phi^* | \left(A - \frac{F}{k}\right)\delta\Phi \rangle}{\langle \Phi^* | F\Phi \rangle}$$

et, grâce aux propriétés de l'opérateur adjoint, on peut calculer la variation de réactivité comme:

$$\delta\rho = - \frac{\langle \Phi^* | \left(\delta A - \frac{\delta F}{k}\right)\Phi \rangle}{\langle \Phi^* | F\Phi \rangle}$$

La formulation au premier ordre se base sur l'hypothèse que la différence entre le flux neutronique du cœur dans son état de référence et dans son état perturbé est négligeable.

Elle n'est donc pas bien adaptée à l'évaluation de $\delta\rho$ en cas de perturbations importantes pour lesquelles la variation du flux ne peut plus être négligée. De plus, elle ne permet pas une correcte évaluation de l'impact d'une modification du système sur le coefficient de multiplication dans le cas où la perturbation est localisée dans des régions du cœur caractérisées par de forts gradients du flux.

La théorie des perturbations exactes au contraire, permet l'évaluation de $\delta\rho$ à partir du calcul de flux direct de la situation perturbée et du flux adjoint de la situation référence :

$$\begin{aligned} \left(A^* - \frac{F^*}{k} \right) \Phi^* &= 0 \\ \left(A' - \frac{F'}{k'} \right) \Phi' &= 0 \end{aligned}$$

Où l'indexe * se réfèrent au flux et aux operateurs adjoints et l'indexe ' au flux direct et aux opérateurs suite à la perturbation. On multiplie la première équation par le flux direct et la deuxième par le flux adjoint, on soustrait les deux équations et on intègre sur l'espace des phases et on obtient :

$$\left\langle \left(A^* - \frac{F^*}{k} \right) \Phi^* \middle| \Phi' \right\rangle - \left\langle \Phi^* \middle| \left(A' - \frac{F'}{k'} \right) \Phi' \right\rangle = 0$$

Que l'on peut réécrire comme :

$$\left\langle \Phi^* \middle| \left(A - A' - \frac{F}{k} + \frac{F'}{k'} \right) \Phi' \right\rangle = 0$$

En sachant que $\delta A = A - A'$, $\delta F = F - F'$, $\delta\rho = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'}$, et en additionnant et soustrayant $\frac{F^*}{k} \Phi'$ on aura:

$$-\langle \Phi^* | \delta A \Phi' \rangle + \frac{1}{k} \langle \Phi^* | \delta F \Phi' \rangle - \delta\rho \langle \Phi^* | F' \Phi' \rangle = 0$$

et donc :

$$\delta\rho = - \frac{\left(\Phi^* \middle| \left(\delta A - \frac{\delta F}{k} \right) \Phi' \right)}{\left(\Phi^* | F' \Phi' \right)}$$

La formulation exacte prend en compte les variations du flux lors d'une modification du système et elle est donc bien adaptée à l'évaluation de l'impact de grandes perturbations même en régions caractérisées par des forts gradients du flux neutronique.

ANNEXE B : Le cœur de PHENIX

Dans cette annexe on reporte la description géométrique des différents types d'assemblages du cœur de PHENIX. Les dimensions et les valeurs des fractions volumiques concernent le cœur dans son état de référence à 20°C.

Assemblages Fissiles et Fertiles

Table 14 : Dimensions des composants des assemblages fissiles et fertiles.

	<i>Région Fissile</i>	<i>CAS</i>	<i>CAI</i>	<i>Fertile Radial</i>
<i>Nombre d'aiguilles</i>	217	37	217	61
<i>Pitch</i>	12.72	12.72	12.72	12.72
<i>Entreplat Externe TH</i>	12.37	12.37	12.37	12.37
<i>Entreplat Interne TH</i>	11.69	11.69	11.69	11.69
<i>Diam. Trou Pastille</i>	-	-	0.15	-
<i>Diam. Pastille</i>	0.542	1.295	0.55	1.215
<i>Diam. Interne Gaine</i>	0.565	1.325	0.565	1.245
<i>Diam. Externe Gaine</i>	0.655	1.425	0.655	1.34
<i>Diam. Fil Épaisseur</i>	0.115	0.386	0.115	0.108
<i>Pitch Fil Épaisseur</i>	15	14.5	15	20
<i>Pitch Aiguilles</i>	0.7773	1.8197	0.7773	1.4572
<i>Hauteur Totale</i>	85	26.20	33.651	164.851
<i>Hauteur Totale Assemblage</i>				264.853

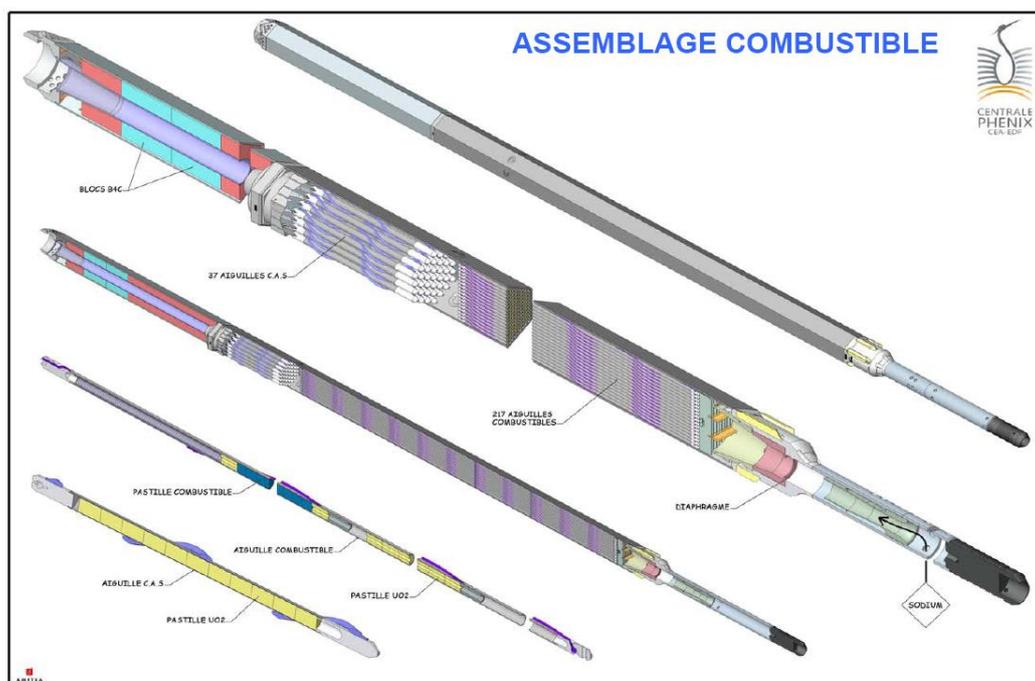


Figure 59 : Assemblage de type combustible du cœur de PHENIX.

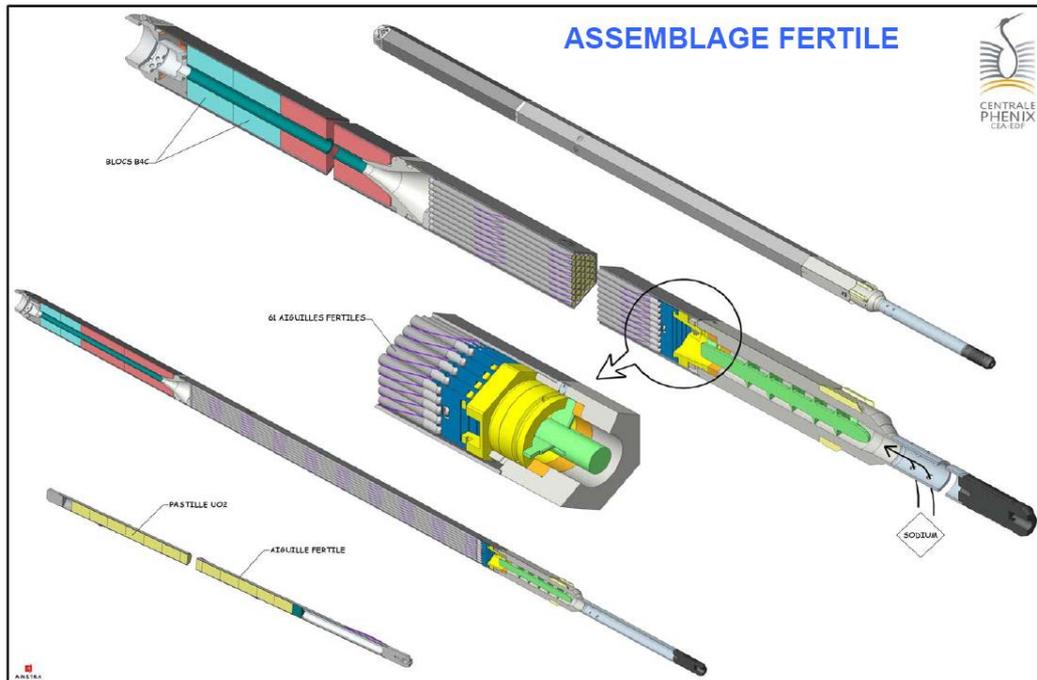


Figure 60 : Assemblage de type fertile radial du cœur de PHENIX.

Barres de Commande

Table 15 : Dimensions des assemblages de type barre de commande.

	Unité de Mesure	Barre de commande
<i>Nombre d'aiguilles</i>	-	7
<i>Pitch (cm)</i>	cm	12.72
<i>Diam. Tube Externe</i>	cm	12.37
<i>Diam. Tube Interne</i>	cm	11.22
<i>Diam. BdC Externe</i>	cm	9.50
<i>Diam. BdC Interne</i>	cm	9.20
<i>Diam. Pastille</i>	cm	2.35
<i>Diam. Interne Gaine</i>	cm	2.60
<i>Diam. Externe Gaine</i>	cm	2.80
<i>Diam. Fil Épaisseur</i>	cm	0.17
<i>Pitch Fil Épaisseur</i>	cm	11.1
<i>Hauteur Absorbante</i>	cm	94.5
<i>Hauteur Totale</i>	cm	264.853

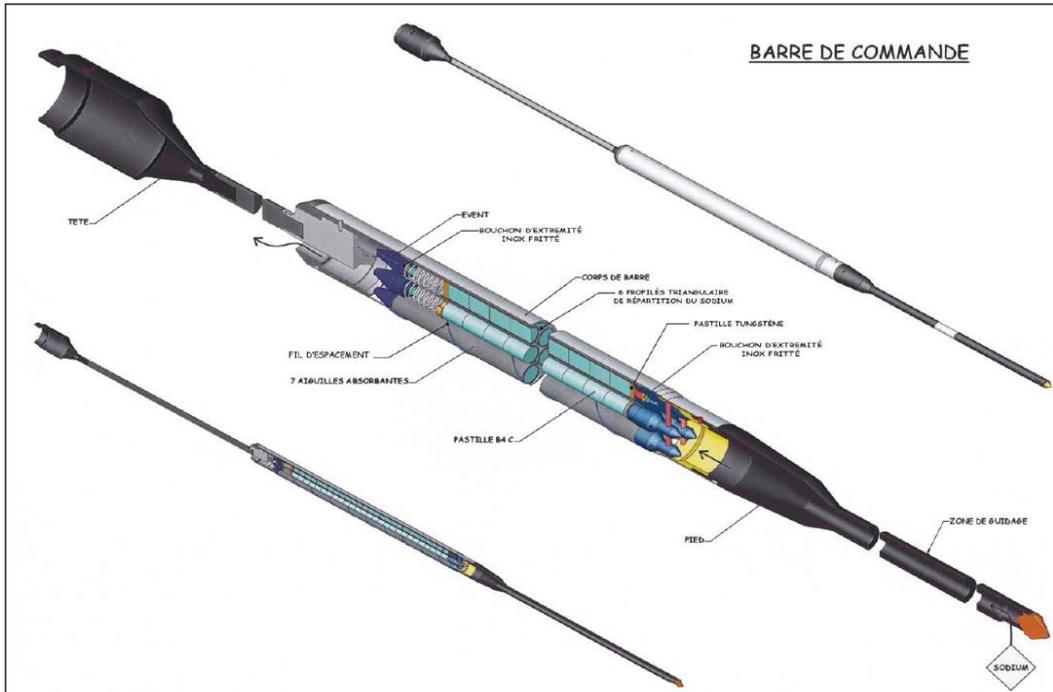


Figure 61 : Assemblage de type barre de commande du cœur de PHENIX.

Assemblages de Type Réflecteur

Table 15 : Dimensions des assemblages de type réflecteur.

	<i>Unité de Mesure</i>	<i>ARA</i>	<i>ASA</i>
<i>Nombre d'aiguilles</i>	-	7	17
<i>Pitch</i>	cm	12.72	12.72
<i>Entreplat Externe TH</i>	cm	12.37	12.37
<i>Entreplat Interne TH</i>	cm	11.69	11.69
<i>Diamètre Pastille</i>	cm	3.80	11.69
<i>Diamètre Fil Épaisseur</i>	cm	0.32	-

Fractions Volumiques par Région**Table 16 : Fractions volumiques des différentes régions du cœur.**

Région	Fraction Volumique (%)				
	Combustible	Acier	Sodium	B₄C	Vide^a
<i>Cœur 1</i>	38.83	25.09	36.08	/	/
<i>Cœur 2</i>	38.83	25.09	36.08	/	/
<i>CAI (Cœur 1)</i>	38.83	25.09	36.08	/	/
<i>CAS (Cœur 1)</i>	36.41	19.05	44.54	/	/
<i>CAI (Cœur 2)</i>	38.83	25.09	36.08	/	/
<i>CAS (Cœur 2)</i>	36.41	19.05	44.54	/	/
<i>Fertile Radiale</i>	53.00	18.91	28.09	/	/
<i>Plenum Fissile/CAS</i>	/	38.31	47.33	/	14,36
<i>Protections Axiales</i>	/	50.00	50.00	/	/
<i>ARA</i>	/	66.20	33.80	/	/
<i>ASA</i>	/	78.70	18.10	/	3,20
<i>Barre de Commande (Absorbant)</i>	/	27.77	50.56	21.67	/
<i>Barre de Commande (Suiveur)</i>	/	21.32	78.68	/	/

^a Ce terme prend en compte la présence du vide entre les pastilles et la gaine des aiguilles du combustible ainsi que le trou central des pastilles.

ANNEXE C : Compléments aux Calculs des Sections Efficaces

Dans ces travaux de thèse, l'évaluation des sections efficaces microscopiques et macroscopiques a été faite à l'aide du code de cellule ECCO.

Pour des cellules à géométrie hexagonale (représentative d'un assemblage de RNR-Na), le flux et les sections efficaces autoprotégées sont normalement obtenus avec des méthodes P_{ij} approchées qui ne permettent pas l'évaluation des sections efficaces pour des géométries qui diffèrent de la géométrie régulière normalement prise en compte.

Les méthodes P_{ij} exactes pourraient garantir une modélisation précise de l'impact d'une irrégularité du réseau sur les sections efficaces et sur les phénomènes d'autoprotection, mais dans ECCO leur utilisation n'est pas possible pour des géométries bidimensionnelles.

On a donc cherché à évaluer l'impact d'une déformation du réseau qui implique le rapprochement (ou éloignement) entre deux assemblages à l'aide d'une modélisation géométrique monodimensionnelle et des méthodes des probabilités de collision exactes.

On considère donc une géométrie qui soit représentative d'une « section transversale » d'un groupe d'assemblages combustibles de PHENIX (Fig. 62 et Fig. 63)

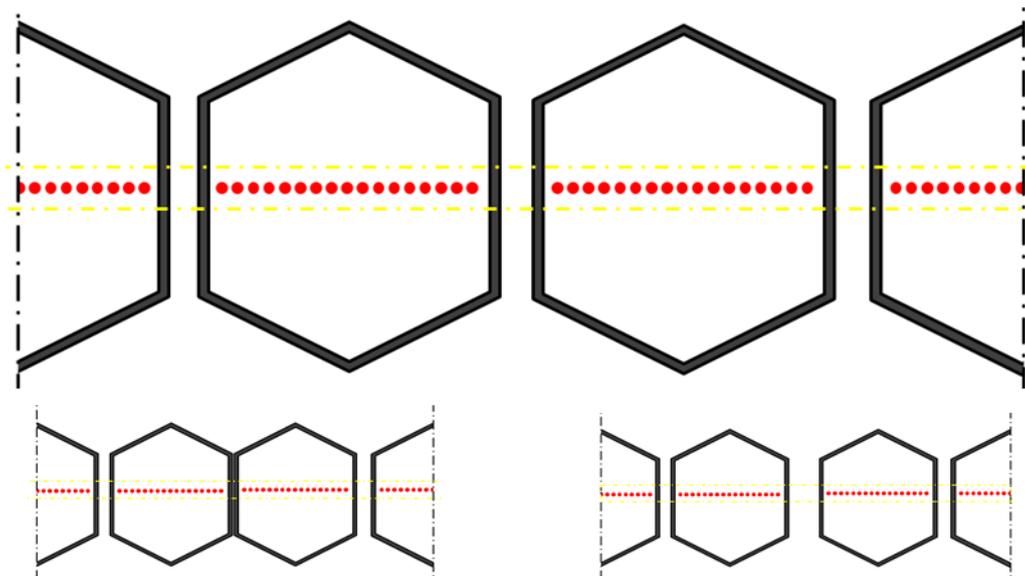


Figure 62 : Représentation bidimensionnelle de la géométrie sous analyse.

Les aiguilles (en rouge en Fig. : 62) sont modélisées comme des régions monodimensionnelles de hauteur infinie et d'épaisseur égale à leur diamètre. Le sodium (S) qui sépare chaque aiguille (F) est pris en compte, ainsi que l'épaisseur du tube hexagonal (indiqué comme W en Fig. 63).

Puisqu'un nombre réduit de régions peut être pris en compte dans le code ECCO, l'épaisseur des gaines des aiguilles a été négligée.



Figure 63 : Particulier de la géométrie 1D prise en compte.

La variation de distance entre deux assemblages a été modélisée en changeant l'épaisseur de la région du sodium entre les régions correspondant aux tubes hexagonaux des assemblages considérés.

Ci-dessous l'évolution du facteur de multiplication de la cellule k_{∞} en fonction de la distance entre les assemblages considérés. En condition nominale (réseau non déformé) la distance entre les tubes hexagonaux des assemblages voisins est de 3.5 mm.

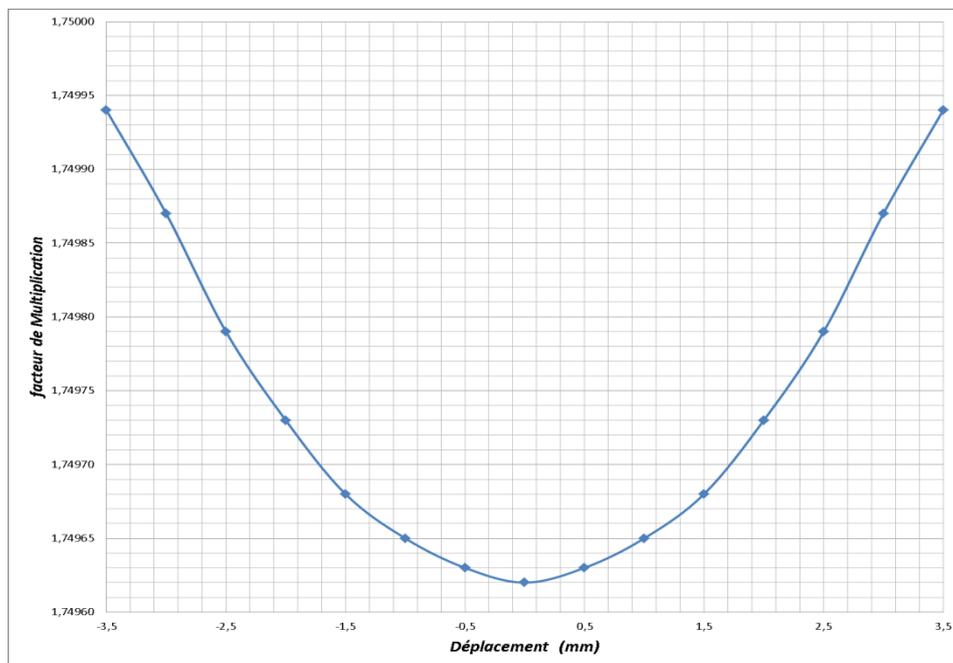


Figure 64 : Évolution du k_{∞} en fonction de la distance entre les assemblages.

La tendance obtenue pour le facteur de multiplication est symétrique puisque les distances de -3.5 mm et 3.5 mm correspondent au contact entre les assemblages voisins.

Le rapprochement entre les assemblages implique une augmentation du facteur de multiplication.

En particulier, bien que la masse de sodium dans la cellule soit conservée, une redistribution asymétrique du sodium entre les assemblages (la réduction de la masse de sodium entre deux assemblages et son augmentation entre l'assemblage considéré et l'autre voisin) entraîne une réduction des phénomènes de capture et donc du k_{∞} .

La variation du k_{∞} est induite principalement par la variation du taux de captures qui (même si les variations restent quand même négligeables) diminue lorsque les assemblages se rapprochent.

Cette tendance est en fait confirmée lorsqu'on considère le terme B_{cell} (3.26) qui montre l'évolution du rapport captures sur fissions (condensé à 1 groupe énergétique) dans la cellule.

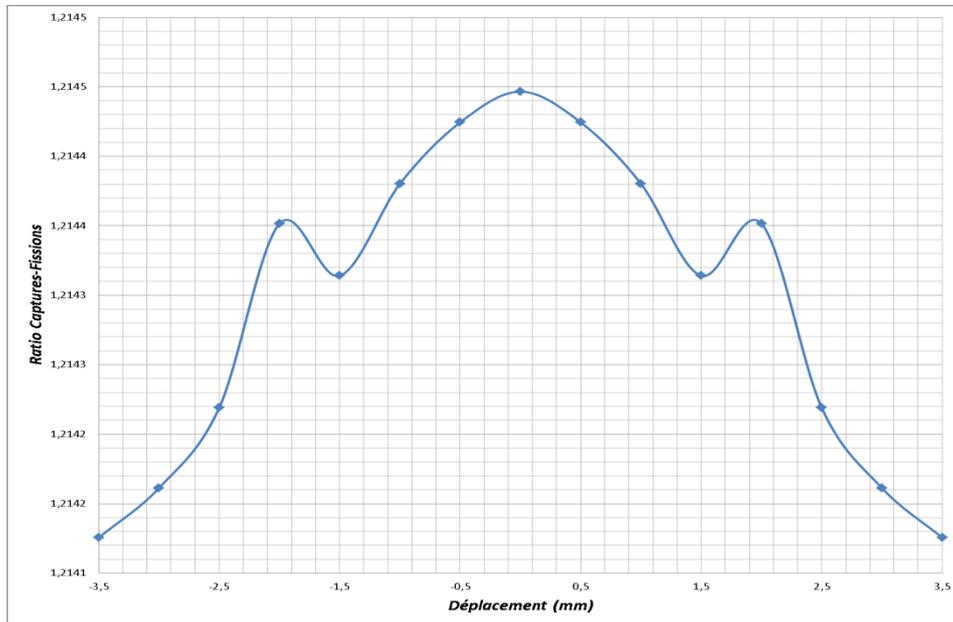


Figure 65 : Évolution du rapport captures-fissions en fonction de la distance entre les assemblages.

Le rapprochement entre les assemblages entraîne en fait un durcissement local du flux neutronique et donc une diminution des captures de l'Uranium-238, qui augmente en fonction du déplacement (et donc augmente lorsque la distance entre les assemblages diminue). La variation de la section efficace de fission du Plutonium-238 est négligeable.

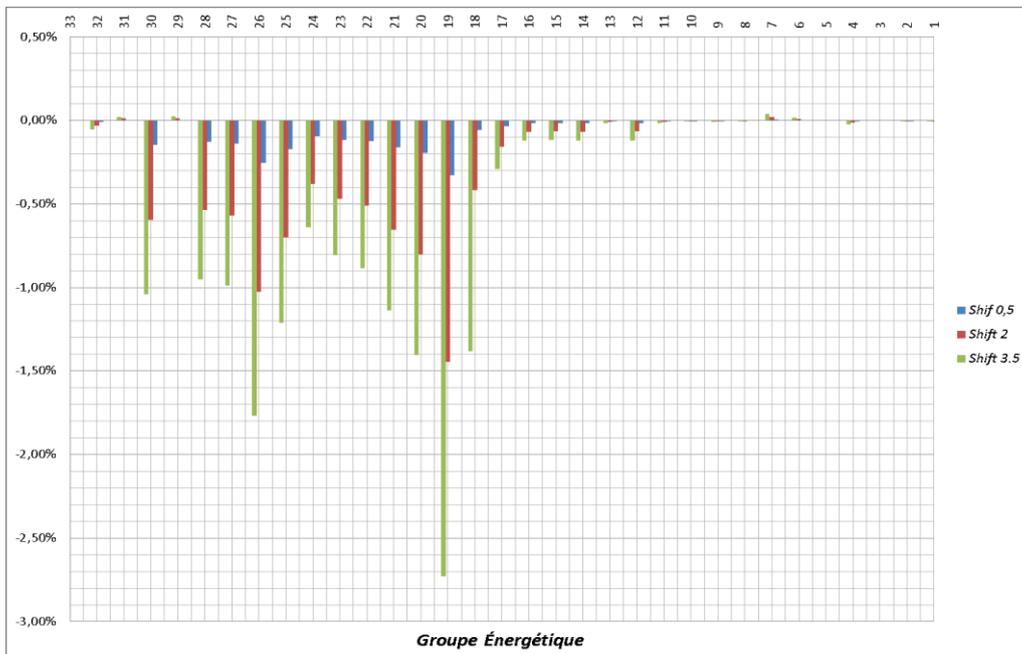


Figure 66 : Écart relatif pour la section efficace de capture de l'Uranium-238 en fonction du déplacement en mm (Shift).

Les figures 67 montrent le profil du flux neutronique pour chaque aiguille de l'assemblage déplacé, soit en condition standard soit pour un déplacement de -3.5 mm (contact avec le voisin de gauche), ainsi que les sections efficaces microscopiques à 1 groupe énergétique de capture de l'Uranium-238 (Fig. 68 gauche) et de fission du Plutonium-239 (Fig. 68 droite).

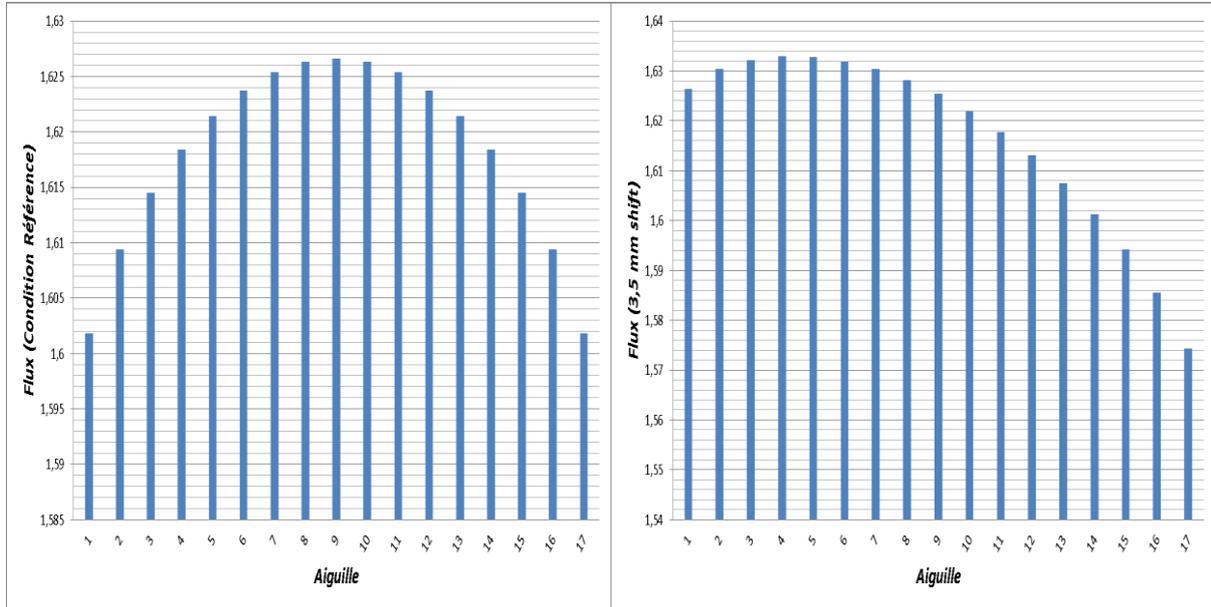


Figure 67 : Flux neutronique pour chaque aiguille en condition de référence (gauche) et perturbée (droite).

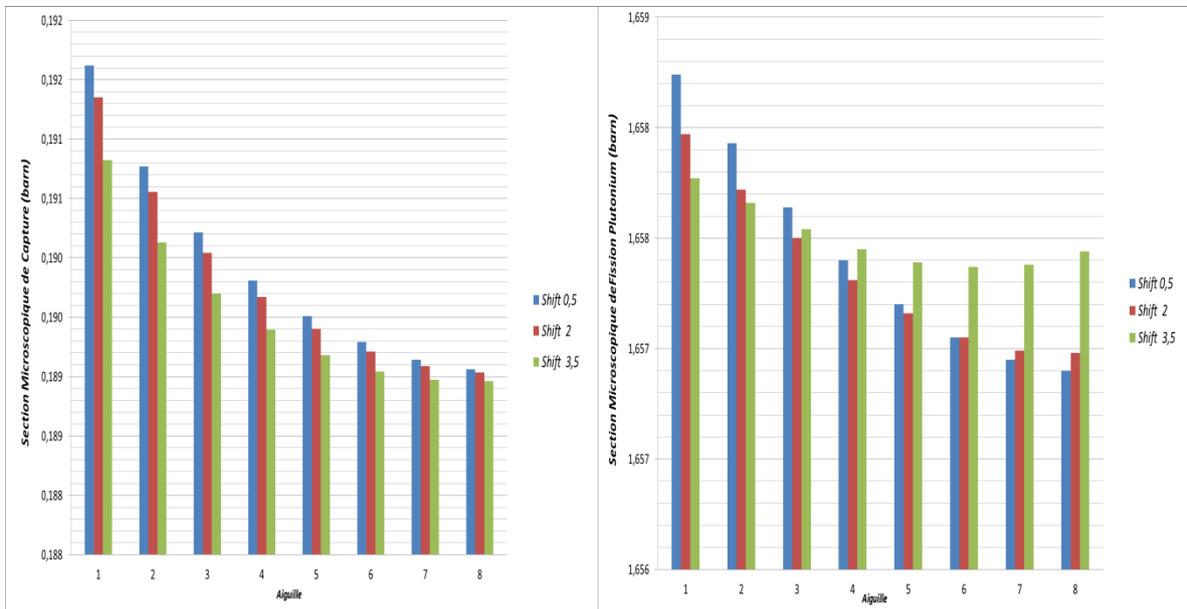


Figure 68 : Sections efficaces microscopiques de capture de l'Uranium-238(gauche) et de fission du Plutonium-239 (droite) au niveau de différentes aiguilles pour différentes valeurs du déplacement.

Le rapprochement des assemblages entraîne une augmentation du flux neutronique au niveau des aiguilles les plus proches de la région d'inter-assemblage concernée par une diminution de l'épaisseur de la lame de sodium.

Les aiguilles les plus externes, soumises à un flux neutronique plus intense sont caractérisées par des sections efficaces de capture (Uranium-238) et de fission (Plutonium-239) plus élevées, qui diminuent lorsqu'on considère les aiguilles plus internes, et donc plus loin de la perturbation.

Ces sections efficaces diminuent aussi lorsqu'on rapproche de plus en plus les assemblages (-> shift 3.5).

Impact des Barres de Commande

De manière analogue au cas du rapprochement de deux assemblages de nature fissile, on analyse maintenant l'impact du déplacement d'un assemblage combustible à proximité d'une barre de commande, et donc d'une région absorbante.

La région absorbante est située à droite de l'assemblage combustible déplacée. Un déplacement de 3.5 mm concerne le contact entre l'assemblage et la barre de commande.

Au contraire un déplacement de -3.5 mm concerne l'éloignement maximal de la barre de commande.

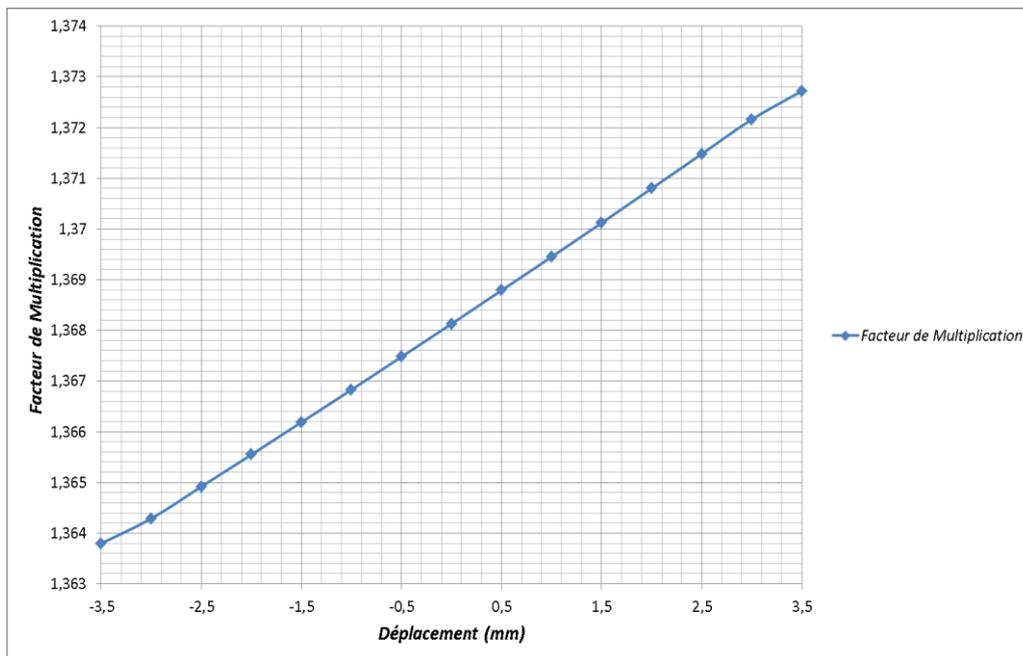


Figure 69 : Évolution du k_{∞} en fonction de la distance entre les assemblages.

Au contraire du cas précédent, le rapprochement du combustible de la région absorbante entraîne une augmentation du k_{∞} , induite par la diminution du taux de captures.

Le rapport entre les captures et les fissions en fait diminue linéairement lorsque l'assemblage se rapproche de la barre de commande.

Le rapprochement du combustible de la barre de commande implique une diminution de l'épaisseur du sodium qui les sépare, ce qui entraîne une diminution des phénomènes de diffusion et de ralentissement des neutrons et donc un durcissement du spectre.

Le durcissement du spectre a pour conséquence une réduction de l'efficacité de la barre de commande induite par la diminution des captures épi-thermiques assurées par le bore.

De manière analogue, le durcissement du spectre entraîne une diminution des captures de l'Uranium-238 et donc une augmentation du facteur de multiplication.

La figure 70 montre l'écart relatif (en échelle logarithmique) entre la section efficace de capture de l'Uranium-238, en condition de référence et dans le cas où il y a contact avec la barre de commande (Shift 3.5) ou avec l'assemblage fissile (Shift -3.5), pour l'aiguille fissile la plus proche de la barre de commande.

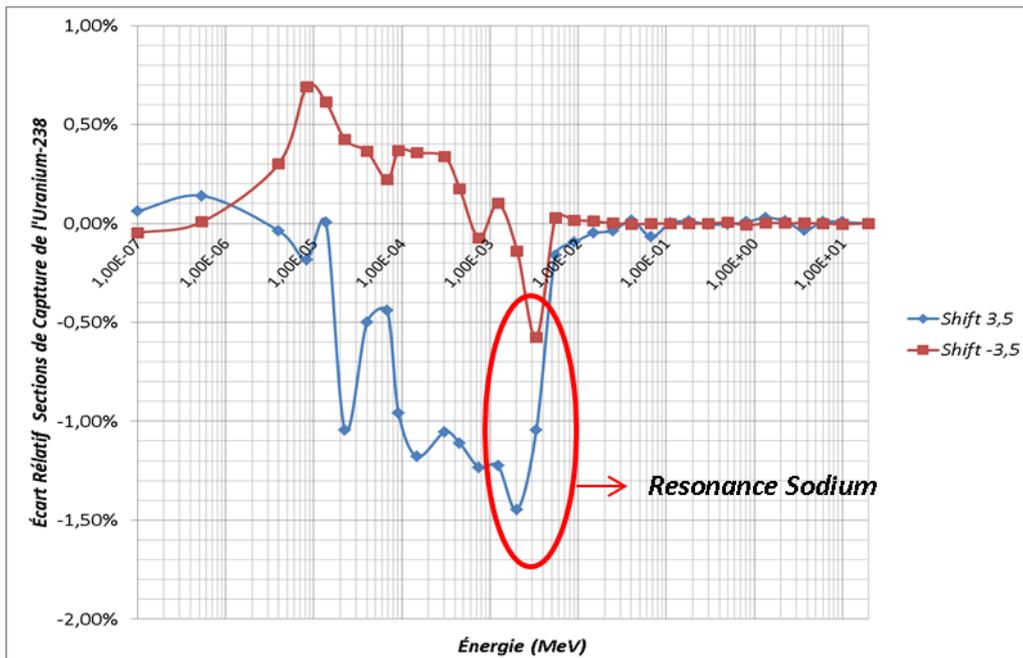


Figure 70 : Écart relatif pour la section efficace de capture de l'Uranium-238.

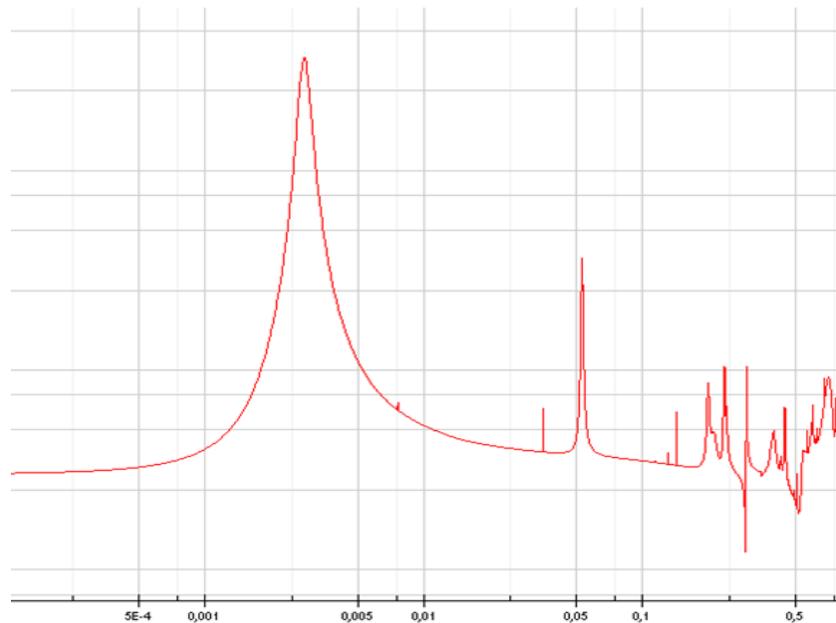


Figure 71 : Section efficace microscopique totale du Sodium-23 (particulier - énergie en MeV).

Dans le cas où l'assemblage combustible se rapproche de la barre de commande (shift 3.5), on aura une diminution des captures de l'Uranium-238 entraînée par l'endurcissement du spectre consécutif à la diminution des diffusions des neutrons dans le sodium.

Par contre, le rapprochement au voisin combustible (shift -3.5) implique une augmentation de l'épaisseur de la lame de sodium entre l'assemblage et la barre de commande et donc une augmentation de la diffusion qui entraîne une augmentation des captures.

Puisque la nature des assemblages voisins à l'assemblage combustible de référence est différente, la variation des sections efficaces n'est pas symétrique comme dans le cas précédent.

La tendance des écarts de la section efficace de capture dans le deux cas (Shift -3.5 et 3.5) s'éloigne de la symétrie surtout pour des énergies inférieures à 3 keV, et donc inférieures à la résonance de la section efficaces de diffusion du sodium (Fig. 71).

ANNEXE D : Compléments aux Calculs des Perturbations en Diffusion et en Transport

Dans le chapitre 4 la méthode de projection du maillage a été d'abord utilisée afin d'évaluer la variation de réactivité consécutive à un gerbage homogène du cœur, celui-ci modélisé en géométrie bidimensionnelle 2D-RZ.

Pour ce faire, le solveur en diffusion d'ERANOS et le solveur en transport S_N (BISTRO) ont été utilisés, ainsi que les outils (associés à ces solveurs) dédiés aux méthodes des perturbations exactes.

Une analyse à l'aide des calculs des perturbations exactes a permis de confirmer ce qui a été prédit par la modélisation analytique proposée précédemment (§3.2), qui identifiait la variation des taux de captures et de fissions comme la cause principale de la variation de réactivité consécutive à une déformation du cœur.

La figure 27 (§4.3.4) reportait la tendance des différentes contributions à $\Delta\rho$ obtenues à l'aide d'un calcul des perturbations exactes en diffusion (Table 17).

La même analyse à l'aide du solveur en transport BISTRO a permis d'identifier la même tendance des différentes contributions à $\Delta\rho$ (Table 18).

Table 17 : Contribution en pcm à $\Delta\rho$ (en diffusion) induit par un gerbage homogène du cœur, en fonction de la taille de chaque cellule hexagonale. En vert les contributions majeures.

<u>Entreplat</u> <u>(cm)</u>	<i>Perturbations Exactes en Diffusion</i>					
	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	-590.5	109.9	-1262.3	169.4	656.2	-261.8
13,12	-1588.4	288.5	-3335.0	444.2	1731.0	-712.4
13,37	-2597.3	461.7	-5370.0	710.4	2780.7	-1172.6
13,62	-3611.0	629.5	-7368.6	968.7	3804.2	-1634.6
13,87	-4624.6	792.0	-9332.8	1219.7	4800.9	-2091.8
14,12	-5634.5	948.8	-11263.8	1464.1	5770.5	-2539.2

Table 18: Contribution en pcm à $\Delta\rho$ (en transport) .En vert les contributions majeures.

	<i>Perturbations Exactes en Transport</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	-580.8	110.5	-1257.4	170.4	655.1	-257.4
13,12	-1566.1	290.4	-3328.3	446.9	1729.2	-699.5
13,37	-2568.1	464.8	-5367.6	714.4	2778.0	-1150.3
13,62	-3582.4	633.4	-7376.1	973.0	3800.0	-1603.0
13,87	-4605.5	796.2	-9355.0	1222.9	4794.5	-2052.1
14,12	-5635.2	952.8	-11306.4	1464.8	5761.5	-2493.8

La Table 19 reporte les écarts en valeur absolue entre les contributions issues des calculs des perturbations en diffusion et en transport.

En conséquence de la nature de l'approximation de diffusion, les écarts majeurs concernent les phénomènes de transport (et donc les fuites). Des effets secondaires concernant la variation des fissions sont aussi observés.

Néanmoins, les écarts restent inférieurs à 2 % (Tab. 20).

Table 19 : Écarts en pcm (en valeur absolue) entre les contributions à $\Delta\rho$ en diffusion et transport.

	<i>Écart Contributions Diffusion-Transport</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	9.7	0.6	4.9	1.0	1.1	4.4
13,12	22.4	1.9	6.6	2.7	1.9	12.9
13,37	29.2	3.1	2.4	4.0	2.7	22.3
13,62	28.6	3.9	7.4	4.3	4.1	31.6
13,87	19.1	4.2	22.2	3.3	6.4	39.7
14,12	0.8	4.1	42.6	0.7	9.0	45.4

Table 20: Écart relatif (en pourcentage) entre les contributions à $\Delta\rho$ en diffusion et transport.

	<i>Écart Relatifs (%) Diffusion-Transport</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	1.68	0.54	0.39	0.58	0.17	1.70
13,12	1.43	0.65	0.20	0.61	0.11	1.85
13,37	1.14	0.67	0.04	0.56	0.10	1.94
13,62	0.80	0.62	0.10	0.44	0.11	1.97
13,87	0.41	0.53	0.24	0.27	0.13	1.93
14,12	0.01	0.43	0.38	0.05	0.16	1.82

L'évaluation de la variation de réactivité du cœur sujet au gerbage (modélisation 2D-RZ) a aussi été comparée à celle obtenue en calculant les sections efficaces macroscopiques de chaque cellule de manière approchée, et donc à partir des sections efficaces microscopiques de la cellule non déformée et des concentrations isotopiques issues du bilan matière de la cellule déformée.

On propose ici une décomposition des effets en réactivité liés aux écarts entre une modélisation à l'aide des sections efficaces macroscopiques calculées de manière exacte et de manière approchée. Les écarts sont d'abord présentés en valeurs absolues (Table 21 en diffusion et Table 22 en transport).

Table 21 : Écarts en pcm (en valeur absolue) entre les contributions à $\Delta\rho$ évaluées en diffusion à l'aide des sections efficaces macroscopiques exactes et approchées.

	<i>Écart Contributions Macro Exactes-Approchées (Diffusion)</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	2.6	9.9	41.0	14.7	13.6	27.7
13,12	2.5	26.0	114.9	40.1	41.1	93.5
13,37	17.7	41.2	191.6	66.3	74.4	178.0
13,62	40.3	55.6	268.2	92.8	113.0	275.4
13,87	68.8	69.1	341.5	119.7	156.6	381.0
14,12	101.6	82.0	409.3	146.7	204.9	490.6

Table 22 : Écart en pcm (en valeur absolue) entre les contributions à $\Delta\rho$ évaluées en transport à l'aide des sections efficaces macroscopiques exactes et approchées.

	<i>Écart Contributions Macro Exactes-Approchées (Transport)</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	1,5	10,1	40.2	14.9	13.4	27.4
13,12	7,2	26,4	109.8	40.6	40.7	91.7
13,37	26,0	41,8	181.1	66.9	73.7	173.9
13,62	51,0	56,2	252.8	93.6	112.2	268.5
13,87	79,4	69,9	323.5	120.7	155.9	371.1
14,12	109,4	82,7	391.3	147.6	204.4	478.2

Table 24 : Écart relatifs (en pourcentage) entre les contributions à $\Delta\rho$ évaluées en diffusion à l'aide des sections efficaces macroscopiques exactes et approchées.

	<i>Écart Relatifs (%) Contributions Macro Exactes-Approchées (Diffusion)</i>					
<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	0.44	1.68	6.94	2.49	2.30	4.69
13,12	0.16	1.64	7.23	2.53	2.59	5.88
13,37	0.68	1.59	7.38	2.55	2.86	6.85
13,62	1.12	1.54	7.43	2.57	3.13	7.63
13,87	1.49	1.50	7.38	2.59	3.39	8.24
14,12	1.80	1.45	7.26	2.60	3.64	8.71

Table 25 : Écarts relatifs (en pourcentage) entre les contributions à $\Delta\rho$ évaluées en transport à l'aide des sections efficaces macroscopiques exactes et approchées.

<i>Entreplat (cm)</i>	<i>Écart Relatifs (%) Contributions Macro Exactes-Approchées (Transport)</i>					
	<i>Totale</i>	<i>Élastique</i>	<i>Fission</i>	<i>Inélastique</i>	<i>Capture</i>	<i>Transport</i>
12,87	0.27	1.75	6.92	2.57	2.31	4.71
13,12	0.46	1.68	7.01	2.59	2.60	5.86
13,37	1.01	1.63	7.05	2.60	2.87	6.77
13,62	1.42	1.57	7.06	2.61	3.13	7.50
13,87	1.72	1.52	7.02	2.62	3.39	8.06
14,12	1.94	1.47	6.94	2.62	3.63	8.49

Les écarts sur les contributions à $\Delta\rho$ induits par l'utilisation des sections efficaces macroscopiques exactes ou approchées sont comparables, lorsqu'on les obtient à l'aide du solveur en diffusion ou en transport.

Si on considère les écarts relatifs (Table 24 et Table 25) on remarque que l'effet le plus fort, lié au fait d'utiliser les sections efficaces macroscopiques approchées, concerne la description des phénomènes de transport, et par conséquent les captures (surtout celles de l'Uranium-238, comme mis en évidence précédemment §4.3.3).

ANNEXE E : Gerbage Périphérique du Cœur de PHENIX

Dans les chapitres 4 et 5, les méthodes de projection spatiale du maillage et de transformation géométrique du maillage ont été utilisées afin d'évaluer la variation de réactivité induite par le gerbage du cœur (une expansion du cœur) depuis son centre.

Grâce aux méthodes proposées dans cette thèse, permettant de mener des calculs de cœur déformé en géométrie 2D et 3D hexagonale, la modélisation des phénomènes de gerbage est possible indépendamment de la position de l'assemblage depuis laquelle ils se produisent^a.

Dans cet annexe on reporte (table 26) des résultats préliminaires obtenus pour le gerbage périphérique du cœur de PHENIX, généré par l'écartement d'un groupe d'assemblages situé à l'interface fertile/réfecteur.

Le cœur analysé est identique à celui pris en compte lors des analyses menées dans les chapitres 4 et 5.

Table 26 : Comparaison des méthodes pour un gerbage périphérique du cœur.

<i>Déplacement (mm)</i>	<i>TRIPOLI</i>	<i>ERANOS</i>	<i>SNATCH Cellule homogénéisée</i>	<i>SNATCH A+B</i>	<i>SNATCH Transformation Maillage</i>
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	-3.8 ± 4	-11.0	-9.0	-6.0	-4.8
4	-21.8 ± 4	-29.0	-32.0	-20.0	-21.9
6	-50.4 ± 4	-55.0	-60.0	-46.9	-47.2

Les résultats Monte Carlo ont été comparés à ceux obtenus à l'aide de la méthode de projection de maillage (calcul ERANOS, SNATCH cellule homogénéisée et stratégie A+B §4.5.3) et de la méthode de transformation géométrique du maillage.

Les résultats de projection du maillage ERANOS et SNATCH homogénéisée sont caractérisés par des écarts importants. Ces modélisations en fait ne prennent en compte ni une distribution raffinée des concentrations dans chaque losange (qui compose la maille hexagonale), ni le recalcul des sections efficaces microscopiques du réflecteur ce qui aurait permis d'éliminer les biais précédemment identifiés (§4.5.3).

Puisque la perturbation est localisée, ces biais deviennent de plus en plus importants à proximité des régions fertiles et du réflecteur.

Au contraire, la méthode de projection de maillage *stratégie A+B* (calculs fins des déplacements de matière + recalcul des sections efficaces microscopiques) et la méthode de transformation géométrique du maillage ne sont pas concernées par ce type de biais et sont donc caractérisées par de faibles écarts avec TRIPOLI-4 (écarts inférieurs à l'incertitude statistique) (Figure 72).

^a Une représentation 2D-RZ permet en fait seulement une représentation du gerbage du cœur depuis son centre.

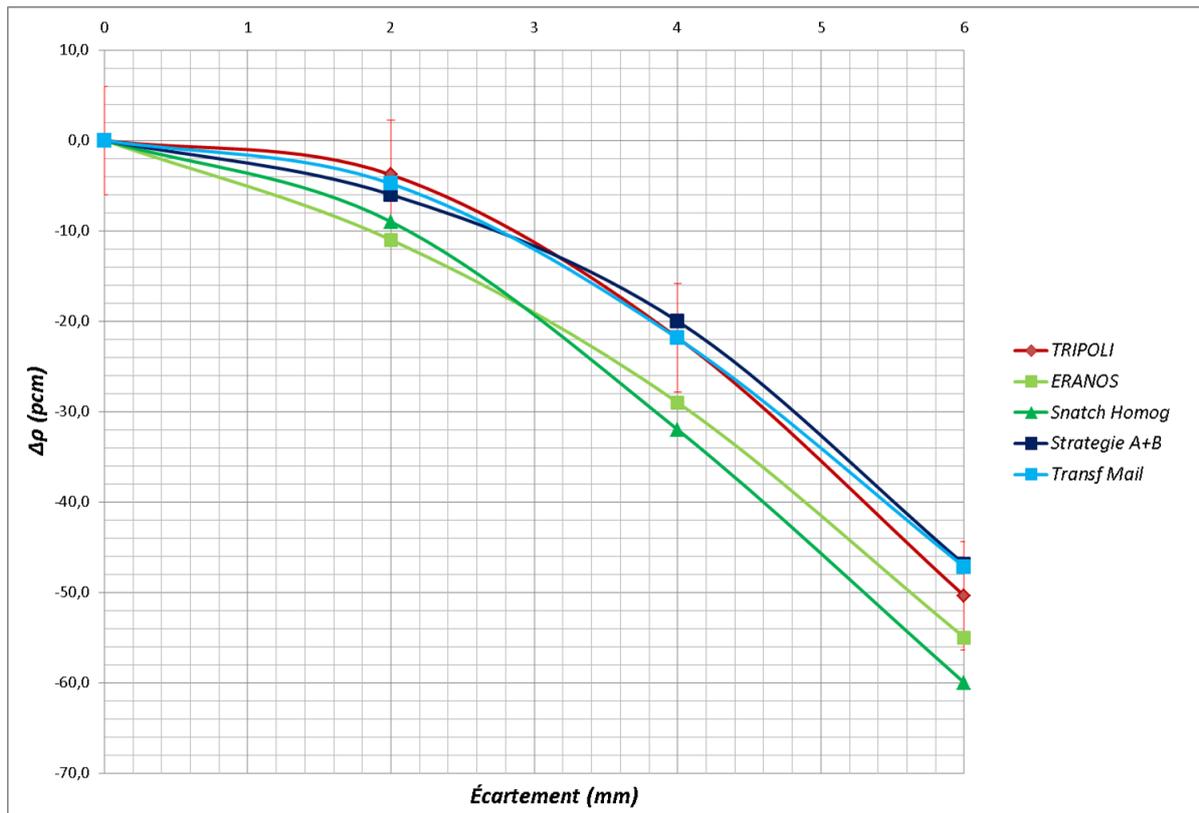


Figure 72 : Variation de réactivité induite par le gerbage périphérique du cœur de PHENIX, comparaisons des méthodes.

La variation de réactivité observée dans le cas du gerbage périphérique du cœur est largement inférieure à celle obtenue lors d'un gerbage de type central.

Au contraire du gerbage central pour lequel la déformation analysée concerne une expansion du cœur, un gerbage périphérique crée une perte de réactivité due au déplacement vers l'extérieur du cœur de régions à proximité de la « source » du gerbage, qui est compensée par l'insertion de réactivité conséquente au déplacement centripète des assemblages centraux.

Ce comportement est mis en évidence par une décomposition par régions des contributions à $\Delta\rho$.

La Fig. 73 représente les contributions à la variation de réactivité des régions fissiles pour chaque assemblage.

De manière analogue dans le cas du gerbage central, les variations de fuites et de captures sont les phénomènes qui contribuent le plus aux variations de réactivité consécutives à la déformation du cœur en périphérie.

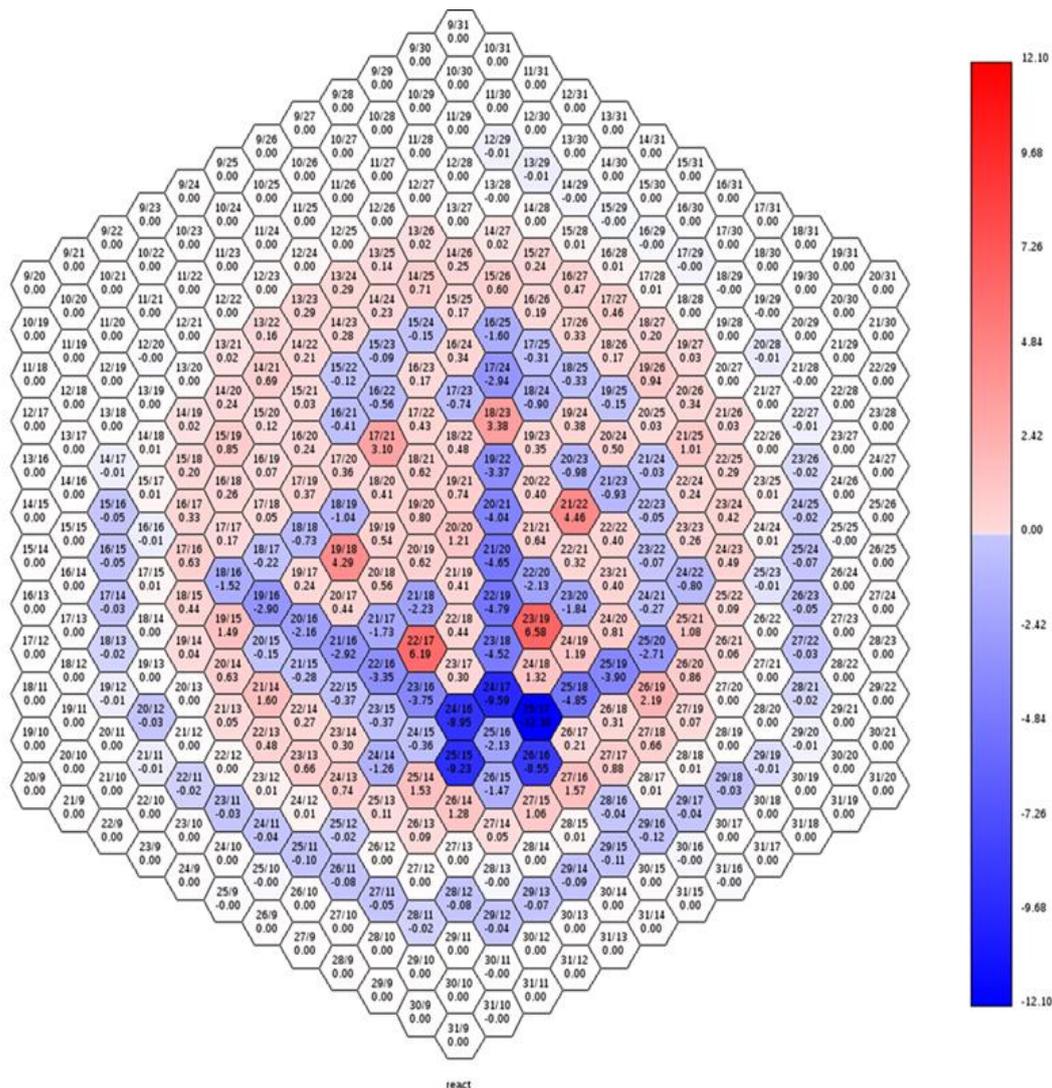


Figure 73 : Contributions à Δp par assemblages (région fissile) pour un gerbage périphérique du cœur (6 mm).