

UNIVERSITÉ DE TOULON

THÈSE DE DOCTORAT

Diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses en incidence rasante : application à la surface de la mer

Auteur :
David MIRET

Directeur de thèse :
Prof. Marc SAILLARD

Equipe Océanographie Physique, Littorale et Côtière (OPLC)
Institut Méditerranéen d'Océanologie

*Thèse soumise pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université de Toulon*

10 décembre 2013

Table des matières

Table des matières	i
Liste des Figures	iii
Liste des tableaux	vi
Notations mathématiques	vii
1 Formalisme intégral de frontière	4
1.1 Calculs analytiques	4
1.1.1 Hypothèses, équations de Maxwell	4
1.1.2 Théorème de Green vectoriel	5
1.1.3 Equation intégrale	6
1.1.4 Traitement de la singularité et passage à un volume infini	8
1.1.5 Plan localement déformé pour l'incidence rasante : géométrie	10
1.1.6 Modification des équations intégrales pour le plan localement déformé	12
1.1.7 Cas infiniment conducteur	13
1.1.8 Cas fortement conducteur	13
1.1.9 Amplitude du champ diffracté	14
1.2 Implémentation numérique	16
1.2.1 Méthode des moments : principe	16
1.2.2 Expression de l'opérateur Z	17
1.2.3 Discrétisation	19
1.2.4 Tests de précision numérique	21
1.2.5 Importance de la prise en compte de la conductivité	23
1.2.6 Précision du calcul en polarisation HH	24
1.2.7 Sur le temps de calcul	26
1.3 Etude de l'opérateur hyper-singulier	27
1.3.1 Cas 2D, surfaces infiniment conductrices en polarisation H	28
1.3.2 Traitement de l'opérateur \mathcal{T}_0	30
1.3.3 Comparaison des résultats sur différentes surfaces	32
1.3.4 Reformulation de l'opérateur hypersingulier dans le cas 3D	37
1.3.5 Implémentation de l'équation à deux dérivations reportées et comparaison avec le cas 2D	39
1.3.6 Conclusion	41
2 Section efficace radar de l'océan	43
2.1 Quelques considérations sur les données expérimentales et modèles empiriques répandus	43

2.1.1	Données expérimentales de référence : étude de Nathanson	44
2.1.2	Modèle du Georgia Institute of Technology (GIT)	45
2.1.3	Modèle du Naval Research Laboratory (NRL)	46
2.1.4	Comparaisons et discussion des différents modèles	49
2.2	Etude des conditions de validité de certaines méthodes approchées	50
2.2.1	Modélisation linéaire de la mer	50
2.2.2	Approximation de Kirchhoff et limite hautes fréquences, optique physique, optique géométrique	52
2.2.3	Méthode perturbative : Small Perturbation Method (SPM)	53
2.2.4	Approximation des faibles pentes (SSA)	55
2.2.5	Conclusion sur les méthodes approchées	56
2.3	Un modèle approché efficace : GOSSA	58
2.3.1	Présentation de la méthode	59
2.3.2	Comportement aux faibles angles rasants	60
2.3.3	Comparaisons entre GOSSA et les données de Nathanson	63
2.3.4	Comparaison avec des données expérimentales : collaboration avec l'ONERA	64
2.3.5	Conclusion sur l'utilisation de GOSSA pour la diffraction sur la surface de la mer	66
2.4	Estimation avec GOSSA de l'écho de mer global	67
2.4.1	Description du problème, géométrie	67
2.4.2	Equation du radar	68
2.4.3	Exemples de diagramme d'antenne, de répartition de l'énergie incidente et rétrodiffusée	68
2.4.4	Influence de la hauteur du récepteur, de la fréquence et de la vitesse du vent	70
3	Spectres Doppler océaniques en microondes	74
3.1	Modélisation faiblement non linéaire de la surface océanique	74
3.1.1	Modèle Creamer	75
3.1.2	Modèle Choppy	75
3.1.3	Modèle Choppy amélioré	76
3.1.4	Comparaison des différents modèles de surface	77
3.1.5	Etude numérique 2D	78
3.1.6	Simulations numériques de spectres Doppler en incidence rasante	81
3.2	Interprétation et importance du modèle de surface	85
A	GOSSA en incidence rasante : étude systématique	92
A.1	Comparaison en polarisation VV avec les données de Nathanson et SPM	92
A.2	Comparaison en polarisation HH avec les données de Nathanson et SPM	97

Table des figures

1.1	Configuration géométrique pour détermination d'une équation intégrale.	5
1.2	Géométrie du problème de diffraction par le plan localement déformé.	11
1.3	Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24°. Polarisation HH.	21
1.4	Diagramme bistatique de section efficace (NRCS) en polarisations VV, HH, HV et VH à une incidence de 89° pour une surface rugueuse à spectre en loi de puissance tronqué entre $K_0/15$ et $4K_0$. La permittivité est $\epsilon_r = 73.5 + 61i$. Deux niveaux de discrétisation sont considérés, à 10 et 15 points par longueur d'onde électromagnétique dans le vide.	22
1.5	Diagramme monostatique de section efficace (NRCS) en polarisations VV, HH, HV et VH pour une surface rugueuse à spectre en loi de puissance (coupures $K_0/15$ et $4K_0$) et permittivité $\epsilon_r = 73.5 + 61i$	23
1.6	Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24°. Polarisation HH et VV.	23
1.7	Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24°. Polarisation croisées.	24
1.8	Diagramme monostatique des sections efficaces normalisées pour une surface rugueuse 2D à spectre en loi de puissance. Comparaison entre les cas parfaitement conducteur et approximation d'impédance avec permittivité $\epsilon_r = 73.5 + 61i$	25
1.9	Test de la précision numérique en polarisation HH : champ diffracté par une surface océanique à différentes incidences. Spectre Elfouhaily 3 m/s, fréquence 1.25 GHz.	26
1.10	Test de la précision numérique en polarisation HH : champ diffracté par une surface océanique pour différentes fréquences de coupures spatiales. Spectre Elfouhaily 3 m/s, fréquence 1.25 GHz, incidence 80°.	26
1.11	Test de l'interface fantôme, surface gaussienne et incidence modérée (45°)	33
1.12	Conservation de l'énergie, surface gaussienne en incidence modérée (45°)	33
1.13	Champs diffractés par une surface gaussienne infiniment conductrice en incidence modérée (45°)	34
1.14	Conservation de l'énergie, surface gaussienne en incidence rasante	34
1.15	Champs diffractés par une surface gaussienne infiniment conductrice en incidence rasante	35
1.16	Test de l'interface fantôme, surface océanique en incidence modérée (45°)	35
1.17	Conservation de l'énergie, surface océanique infiniment conductrice en incidence modérée (45°)	36
1.18	Champs diffractés par une surface océanique infiniment conductrice en incidence modérée (45°)	36

1.19	Conservation de l'énergie, surface océanique infiniment conductrice en incidence rasante	36
1.20	Champs diffractés par une surface océanique en incidence rasante	37
1.21	Influence de la reformulation de l'opérateur \mathcal{P}_0 en polarisation H, surface fortement conductrice	40
1.22	Influence de la reformulation de l'opérateur \mathcal{P}_0 en polarisation V, surface fortement conductrice	40
1.23	Comparaison des codes 2D et 3D : équations avec une dérivation reportée sur le champ incident.	41
1.24	Comparaisons des champs diffractés 2D et 3D pour la même surface.	41
1.25	Comparaison des formulations 2D et 3D : équations avec deux dérivations reportées sur le champ incident.	42
2.1	Correspondance entre états de mer et vitesse de vent.	45
2.2	Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues expérimentalement par Nathanson et prédites par le modèle GIT en bande L (1.25 GHz)	47
2.3	Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation HH à 1.25 GHz (bande L)	48
2.4	Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation VV à 1.25 GHz (bande L)	48
2.5	Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation HH à 0.5 GHz (UHF)	48
2.6	Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation VV à 0.5 GHz (UHF)	49
2.7	Section efficace normalisée obtenue par la méthode des moments (MoM), l'optique géométrique (GO) et l'optique physique (PO). Bande L (1.25 GHz), polarisation HH, vent de 3 m/s.	53
2.8	Section efficace normalisée obtenue par la méthode des moments (MoM), l'optique géométrique (GO) et l'optique physique (PO). Bande L (1.25 GHz), polarisation VV, vent de 3 m/s.	53
2.9	SPM et Méthode des Moments. Bande L (1.25 GHz), vent de 3 m/s, polarisation HH	54
2.10	SPM et Méthode des Moments. Bande L (1.25 GHz), vent de 3 m/s, polarisation VV	54
2.11	Comparaisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/16$	56
2.12	Comparaisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/32$	57
2.13	Comparaisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/64$	57
2.14	Basses et hautes fréquences spatiales pour GOSSA	59
2.15	GOSSA et Méthode des Moments, bande L (1.25 GHz), vitesse de vent 3 m/s	60
2.16	Fréquences spatiales de la surface de la mer et ombrage géométrique	62
2.17	Modification du tirage des basses fréquences de la surface de la mer pour éviter l'ombrage géométrique et retrouver la limite SSA en incidence rasante.	62
2.18	Comparaison de GOSSA avec et sans prise en compte de l'écume, avec et sans modification du comportement en rasant. Polarisation HH, bande L (1.25 GHz)	63
2.19	Comparaison de GOSSA avec et sans prise en compte de l'écume, avec et sans modification du comportement en rasant. Polarisation VV, bande L (1.25 GHz)	63
2.20	Meilleure version de GOSSA en polarisation VV : avec ou sans modification du comportement en rasant. Indication de précision.	65
2.21	Meilleure version de GOSSA en polarisation HH : avec ou sans diffuseur isotrope de Kudryavtsev. Indication de précision.	65

2.22	Comparaison de la section efficace prédite par GOSSA et des mesures expérimentales de l'ONERA. Bande X (9.5 GHz), état de mer 3.	66
2.23	Configuration géométrique.	67
2.24	Gain de l'antenne et NRCS en fonction des angles α et θ	69
2.25	Energie incidente sur la surface (dB).	69
2.26	Intensité rétrodiffusée cumulée	70
2.27	Intensité reçue cumulée, depuis le bateau jusqu'à un certain angle d'incidence	70
2.28	Configuration géométrique précisée.	71
2.29	Influence de la hauteur du récepteur sur l'intensité reçue cumulée (émetteur à 30m)	72
2.30	Intensité cumulée au niveau du récepteur	72
3.1	Différences des modèles de surfaces : hauteurs. Spectre d'Elfouhaily, vitesse de vent 5 m/s, discrétisation de 20 points par mètre.	77
3.2	Spectres Doppler en microondes (bande L) à une vitesse de vent de 3 m/s et un angle d'incidence de 89° , pour différents modèles de surface.	83
3.3	Décalage Doppler moyen simulé en bande L, en fonction de l'angle d'incidence et en utilisant le modèle de surface Creamer. Sont indiquées les valeurs de référence de l'étude par Toporkov et Brown (TB) [1]	84
3.4	Décalage Doppler moyen en bande L, calculé par la méthode des moments, en fonction de l'angle d'incidence pour différents modèles de surface (la vitesse de vent est fixée à 3 m/s).	84
3.5	Décalage Doppler moyen en bande L (1.25 GHz, spectre d'Elfouhaily, vitesse de vent 5 m/s). Influence de la non linéarité de la surface et du modèle de diffraction.	85
3.6	Module du courant de surface normalisé, en incidence faible et rasante, tracé avec le profil de surface. Aux grands angles d'incidence ($\geq 80^\circ$), le courant de surface est exalté sur les crêtes et atténué sur les creux, mais n'évolue plus lorsque l'incidence devient rasante. Le radar est en bande L.	86
3.7	Décalage Doppler moyen saturé en bande L en fonction de la vitesse du vent pour différents angles d'incidence et modèles hydrodynamiques.	87
3.8	Décalage Doppler moyen saturé en bande L, en fonction de la hauteur de vague significative pour différents angles d'incidence et modèles hydrodynamiques.	88
3.9	Répartition statistique de la section efficace et comparaison à une distribution exponentielle de même écart-type.	89
A.1	Etude Polarisation VV Bande L	93
A.2	Etude Polarisation VV Bande S	94
A.3	Etude Polarisation VV Bande C	95
A.4	Etude Polarisation VV Bande X	96
A.5	Etude Polarisation HH Bande L	98
A.6	Etude Polarisation HH Bande S	99
A.7	Etude Polarisation HH Bande C	100
A.8	Etude Polarisation HH Bande X	101

Liste des tableaux

1.1	Temps de calcul et nombre de calculs parallèles possibles en 3D	27
1.2	Longueur d'onde de pic (spectre d'Elfouhaily) et nombre de points minimum d'une simulation électromagnétique si $f = 1.2$ GHz, en fonction de la vitesse du vent.	27
A.1	Correspondance retenue entre état de mer et vitesse de vent.	97

Notations mathématiques

Symbole mathématique	Signification
∇_R	Dérivation en coordonnées cartésiennes, par rapport à \mathbf{R}
\mathbf{a}	Vecteur unitaire de direction arbitraire
\mathbf{r}	Point courant d'observation
\mathbf{r}'	Point courant d'intégration sur la surface S
$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r + \mathbf{E}^d$	Vecteur Champ électrique total
\mathbf{E}^i	Vecteur Champ électrique incident
\mathbf{E}^r	Vecteur Champ électrique spéculairement réfléchi
\mathbf{E}^d	Vecteur Champ électrique diffracté
$\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r + \mathbf{H}^d$	Vecteur Champ magnétique total
\mathbf{H}^i	Vecteur Champ magnétique incident
\mathbf{H}^r	Vecteur Champ magnétique spéculairement réfléchi
\mathbf{H}^d	Vecteur Champ magnétique diffracté
r_H, r_V	Coefficients de Fresnel en polarisations H et V
\mathbf{J}	Densité volumique de courant électrique
\mathbf{J}^*	Densité volumique de courant magnétique
$\hat{\mathbf{n}}$	vecteur normal unitaire à la surface
$\mathbf{n} = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2} \hat{\mathbf{n}}$	Vecteur normal à la surface
$\mathbf{t} = \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial h}{\partial x} \hat{\mathbf{z}}$	Vecteur tangent à la surface dans la direction x
$\phi = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2}$	
$\mathbf{m} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^d$	Courant électrique de surface
$\mathbf{m}^{i+r} = \mathbf{m}^i + \mathbf{m}^r$	Courants électriques incident et réfléchi
$= \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i + \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r$	
$\mathbf{j} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d$	Courant magnétique de surface
$\mathbf{j}^{i+r} = \mathbf{j}^i + \mathbf{j}^r$	Courants électriques incident et réfléchi
$= \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i + \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^r$	
ω	Pulsation électromagnétique
λ	Longueur d'onde électromagnétique

μ_0	Perméabilité du vide
μ	Perméabilité d'un milieu isotrope
ϵ_0	Permittivité du vide
$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$	Permittivité d'un milieu isotrope
ϵ_r	Permittivité relative d'un matériau
$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$	Impédance du vide
ρ	Densité volumique de charge électrique d'un milieu isotrope
ρ^*	Densité volumique de charge magnétique d'un milieu isotrope
$z = h(x, y)$	Hauteur de la surface
J	Courbure moyenne de la surface h
$\mathbf{K}_0 = \mathbf{k}_0 - q_0 \hat{\mathbf{z}}$	Vecteur d'onde incident dans le vide
K_0	Nombre d'onde dans le vide
$\mathbf{K} = \mathbf{k} + q \hat{\mathbf{z}}$	Vecteur d'onde diffracté dans le vide
$K = K_0 \epsilon_r$	Nombre d'onde dans le milieu diffractant
θ_0	Angle d'incidence
θ	Direction du champ diffracté
$\mathbf{u}_H = \hat{\mathbf{z}} \wedge \frac{\mathbf{k}_0}{ \mathbf{k}_0 }$	Vecteur unitaire base de la polarisation H
$\mathbf{u}_V = \frac{\mathbf{K}_0}{ \mathbf{K}_0 } \wedge \mathbf{u}_H$	Vecteur unitaire, base de la polarisation V
G_0	Fonction de Green, solution de $(\Delta + K_0^2)G_0 = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ vérifiant une condition
$\mathcal{M}_0, \mathcal{P}_0$	Opérateurs intégraux 3D dans le vide
\mathcal{M}, \mathcal{P}	Opérateurs intégraux 3D dans un milieu isotrope
Z	Opérateur approximation d'impédance 3D
$\mathcal{S}_0, \mathcal{K}_0, \mathcal{K}'_0, \mathcal{T}_0, \mathcal{T}_a, \mathcal{T}_b, \mathcal{T}'_b$	Opérateurs intégraux 2D dans le vide
Ψ	Inconnue scalaire du problème de diffraction 2D
H_0^1, H_1^1	Fonctions de Hankel de première espèce
N	Nombre de mailles du problème de diffraction

Introduction

L'environnement marin est de plus en plus largement exploité pour ses ressources, et utilisé pour le transport, mais reste paradoxalement mal compris. La description statistique précise de la surface de mer est un sujet de recherche hydrodynamique encore largement ouvert [2]. Les modèles existants peinent à reproduire la complexité des mécanismes à l'œuvre dans la génération des vaguelettes par le vent, sans même parler de phénomènes comme les vagues scélérates, qui constituent de réels dangers pour les navires et les infrastructures (plateformes).

Les ondes électromagnétiques, à diverses gammes de fréquences, sont irremplaçables pour l'étude à distance de la surface marine. Elles permettent en particulier de détecter certaines cibles (radars), et de recueillir à distance nombre d'informations sur l'état de la mer ou de l'atmosphère (vitesses de vent, hauteurs de vagues, salinité, courants). Pour cela, par manque de modèle physique, on se base en général sur des modèles empiriques qui montrent pourtant leurs limites devant le grand nombre de paramètres à prendre en compte.

La compréhension des interactions entre les ondes électromagnétiques et la surface de la mer est donc un enjeu économique, militaire et scientifique. Une difficulté particulière est rencontrée dans le cas des radars côtiers ou embarqués sur des navires de surface : l'incidence rasante. La propagation presque parallèle à la surface de la mer favorise des phénomènes complexes comme le conduit (ducting) [3], l'ombrage ou la diffusion multiple qui rendent les modèles simples de diffraction caducs. Le faible niveau de rétrodiffusion conduit fréquemment à des erreurs d'estimation de plusieurs ordres de grandeur, et donc par exemple des hypothèses trop optimistes au moment de la conception d'antennes radar [4].

Un bon exemple d'interaction complexe en incidence rasante ayant des conséquences pratiques potentiellement importantes est l'apparition intermittente de forts échos radar, appelés généralement sea spikes. Ce phénomène a lieu essentiellement en polarisation horizontale et pour une incidence de plus de 85° , et se manifeste par de brefs pics radars pouvant dépasser la moyenne de plus de 20 dB, et ne durant que quelques secondes. Ces caractéristiques les rendent difficilement distinguables d'échos radar liés à des objets artificiels [5].

Ces pics font l'objet d'une recherche importante depuis les années 1950 [6], [7], mais leur explication reste encore largement au stade des hypothèses [8], [9], [10]. On lie généralement leur présence à l'écume et au déferlement, mais leur présence a été rapportée même dans le cas de mers très calmes. La difficulté de maîtriser les conditions expérimentales pour des études de terrain renforce l'intérêt des simulations numériques.

Une autre gamme de difficultés est la complexité de la surface de la mer, en particulier son caractère multi-échelles qui oblige à prendre en compte les vagues dont la longueur d'onde est au moins de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde électromagnétique. En fonction de la fréquence radar, les vagues de capillarité peuvent être importantes ou non. De ce fait, beaucoup de méthodes approchées ne traitent de façon satisfaisante qu'une partie du spectre de rugosités, et ne sont donc pas globalement satisfaisantes.

Cette étude s'inscrit dans le domaine de la modélisation de la diffraction électromagnétique par la surface océanique aux fréquences microondes, lesquelles sont très utilisées en télédétection notamment. Elle vise à améliorer la connaissance de l'influence de l'incidence rasante sur la diffraction, en achevant une méthode de diffraction rigoureuse, étudiant des modèles approchés adaptés, ainsi que le comportement des spectres Doppler aux angles rasants.

Le présent manuscrit en rend compte, et se compose de trois parties. Une méthode de calcul rigoureux de la diffraction d'ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses comme la surface océanique est tout d'abord présentée. Elle s'appuie sur une résolution numérique d'équations intégrales de frontière représentant le problème de diffraction. Elle n'est pas limitée dans le choix de l'angle d'incidence, et est capable de prendre en compte la conductivité finie de la surface. Les calculs théoriques sont détaillés, et les problématiques numériques exposées. Dans le cadre de la méthode des moments, on étudie différentes méthodes pour le calcul d'un opérateur intégral hyper-singulier appliqué aux composantes tangentielles du champ électromagnétique sur la surface.

L'algorithme de calcul du champ diffracté est ensuite validé en le comparant à la méthode perturbative dans des situations où cette dernière est valide. Il est également utilisé pour mieux déterminer les conditions d'application de certaines méthodes approchées de diffusion simple aux angles rasants. Il permet ensuite d'envisager une amélioration de la méthode à deux échelles GOSSA, en corrigeant son comportement en incidence rasante. On obtient ainsi un algorithme de calcul de section efficace du champ diffracté rapide et précis, sur une large gamme de fréquences et de vitesses de vent. Le degré de précision de la méthode est évalué en fonction des configurations : état de mer, angle d'incidence, fréquence électromagnétique.

On s'intéresse dans la dernière partie à la simulation des spectres Doppler fréquemment mesurés en mer, qui sont une signature du mouvement des vagues. On étudie la forme de ces spectres lorsque l'incidence est rasante. On montre en particulier que ces spectres sont fortement liés aux détails de la forme de la surface de mer, le choix du modèle de surface dans les simulations est donc crucial.

Les contributions respectives de l'électromagnétisme et de l'hydrodynamique aux spectres Doppler sont discutées.

Chapitre 1

Formalisme intégral de frontière

Dans cette étude, on utilise un formalisme intégral de frontière pour résoudre le problème de diffraction, c'est-à-dire que l'on résout un système d'équations intégrales bidimensionnelles liées à l'interface de deux milieux homogènes. Ceci a notamment pour avantage de réduire le nombre de dimensions du problème, puisqu'il n'est plus nécessaire de considérer le volume. Les différents points de la frontière entre les deux milieux sont reliés par la fonction de Green, solution élémentaire de l'équation de Helmholtz pour le vide vérifiant une condition d'ondes sortantes. Nous faisons ici le choix de développer les calculs menant à ces équations intégrales, pour permettre au lecteur non familier de ce formalisme d'en comprendre l'origine. Il en résulte par contre quelques pages de calculs un peu fastidieux, que le lecteur non intéressé pourra aisément ignorer.

1.1 Calculs analytiques

1.1.1 Hypothèses, équations de Maxwell

On commence par décrire les notations qui seront utilisées dans tout le document. ∇ est le vecteur habituel des dérivées partielles en coordonnées cartésiennes $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$. On notera ∇_R quand la dérivation se fera par rapport aux coordonnées du point d'intégration \mathbf{x} , et $\nabla_{R'}$ lorsque la dérivée sera par rapport au point d'observation \mathbf{x}' . On se place en régime harmonique, avec une dépendance temporelle en $e^{-i\omega t}$.

On considère que le milieu est linéaire, homogène et isotrope : la permittivité ϵ et la perméabilité μ sont scalaires. Il peut exister des densités de charge magnétique ρ^* et de courant magnétique \mathbf{J}^* .

Dans ces conditions, les équations de Maxwell s'écrivent comme suit, pour un champ électromagnétique (\mathbf{E}, \mathbf{H}) [11] :

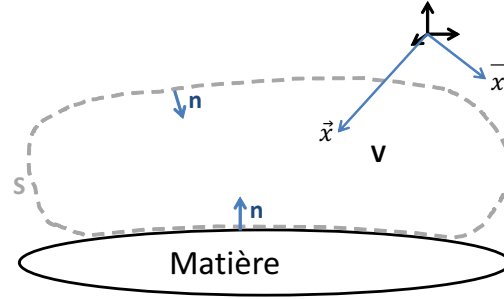


FIGURE 1.1: Configuration géométrique pour détermination d'une équation intégrale.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{H} = \frac{\rho^*}{\mu}$$

$$\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{J}^*$$

$$\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{H} = -i\omega\epsilon\mathbf{E} + \mathbf{J}$$

Notons la dualité de ces équations, invariantes par la transformation

$$\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H}, \quad \epsilon \leftrightarrow -\mu, \quad \mathbf{J} \leftrightarrow -\mathbf{J}^*, \quad \rho \leftrightarrow -\rho^*$$

propriété que l'on pourra utiliser par la suite.

Mentionnons également les relations de continuité $\nabla_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{J} = i\omega\rho$ et $\nabla_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{J}^* = i\omega\rho^*$.

On obtient dès lors les égalités suivantes, classiques :

$$\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{E} - K^2\mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{J} - \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{J}^*$$

$$\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{H} - K^2\mathbf{H} = \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{J} + i\omega\epsilon\mathbf{J}^*$$

1.1.2 Théorème de Green vectoriel

On se place dans la configuration de la figure 1.1. Pour un volume fermé V entouré par une surface S , et une fonction vectorielle \mathbf{A} , le théorème de la divergence nous indique que $\int_V \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{A} dv = -\int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} ds$, \mathbf{n} étant orientée vers l'intérieur.

On applique ce résultat à la fonction vectorielle $\mathbf{P} \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{Q}$, \mathbf{P} et \mathbf{Q} étant deux fonctions vectorielles de classe C^2 :

$$\int_V \nabla_{\mathbf{R}} \cdot (\mathbf{P} \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{Q}) dv = -\int_S (\mathbf{P} \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{n} ds$$

On développe la divergence dans le membre de gauche :

$$\int_V (\nabla_R \wedge \mathbf{P} \cdot (\nabla_R \wedge \mathbf{Q}) - \mathbf{P} \cdot \nabla_R \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{Q}) dv = - \int_S (\mathbf{P} \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{n} ds \quad (1.1.1)$$

On peut intervertir \mathbf{P} et \mathbf{Q} :

$$\int_V (\nabla_R \wedge \mathbf{Q} \cdot (\nabla_R \wedge \mathbf{P}) - \mathbf{Q} \cdot \nabla_R \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{P}) dv = - \int_S (\mathbf{Q} \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n} ds$$

Puis effectuer la différence des deux dernières égalités :

$$\int_V (\mathbf{Q} \cdot \nabla_R \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{P} - \mathbf{P} \cdot \nabla_R \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{Q}) dv = - \int_S (\mathbf{P} \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n} ds \quad (1.1.2)$$

Ce résultat est une des formes du *théorème de Green vectoriel* [12]. Notons que si l'on choisit $\mathbf{P} = \mathbf{Q} = \mathbf{E}$ dans l'équation 1.1.1 on retrouve exactement le théorème de Poynting.

1.1.3 Equation intégrale

Nous allons partir du résultat précédent, général, pour obtenir les équations intégrales que nous utiliserons pour le calcul du champ diffracté. Il est fait le choix de détailler les calculs y menant, dans le but de permettre au lecteur non familier des équations intégrales de se faire une idée de la démarche. L'alternative est d'admettre le résultat menant aux équations 1.1.6 et 1.1.7, ou encore de prendre le temps de parcourir les ouvrages de référence sur le sujet. Je donne pour cela quelques références importantes : [13] pour l'article de référence, datant de 1939, [14] et [15] pour deux excellents ouvrages du domaine, ou encore [16].

Ici, on choisit de se placer dans les conditions du vide ($K = K_0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$), et on pose $\mathbf{P} = \mathbf{E}$ et $\mathbf{Q} = G_0 \mathbf{a} = \frac{e^{iK_0 r}}{4\pi r} \mathbf{a}$, où \mathbf{a} est un vecteur unité de direction arbitraire. G_0 est la fonction de Green du vide, r est la distance entre un point d'observation \mathbf{x}' et le point courant sur la surface ou le volume \mathbf{x} , c'est à dire que l'on doit supposer pour le moment que \mathbf{x}' est en dehors de V pour éviter la singularité. On obtient directement les relations suivantes :

$$\nabla_R \wedge \mathbf{Q} = \nabla_R G_0 \wedge \mathbf{a}$$

(\mathbf{a} constant implique $\nabla_R \wedge \mathbf{a} = 0$)

$$\nabla_R \wedge \nabla_R \wedge \mathbf{E} = K_0^2 \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \mathbf{J} - \nabla \wedge \mathbf{J}^*$$

On veut désormais prouver $\nabla_R \wedge (\nabla_R \wedge \mathbf{Q}) = K_0^2 G_0 \mathbf{a} + \nabla_R (\mathbf{a} \cdot \nabla_R G_0)$.

On calcule

$$\nabla_R \wedge (\nabla_R \wedge \mathbf{Q}) = (\nabla_R \cdot \mathbf{a}) \nabla_R G_0 - (\nabla_R \cdot (\nabla_R G_0)) \mathbf{a} + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{grad}) \nabla_R G_0 - (\nabla_R G_0 \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{a}$$

On peut d'autre part calculer

$$K_0^2 G_0 \mathbf{a} + \nabla_R (\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) = K_0^2 G_0 \mathbf{a} + \mathbf{a} \wedge (\nabla_R \wedge \nabla_R G_0) + \nabla_R G_0 \wedge (\nabla_R \wedge \mathbf{a}) + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{grad}) \nabla_R G_0 + (\nabla_R G_0 \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{a}$$

On conclut $\nabla_R \wedge (\nabla_R \wedge \mathbf{Q}) = K_0^2 G_0 \mathbf{a} + \nabla_R (\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0)$ en comparant les deux expressions et en remarquant que :

$$\nabla_R (\nabla_R G_0) = \Delta G_0 = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{e^{iK_0 r}}{r} \right) \right) = -K_0^2 G_0$$

On injecte ces relations dans 1.1.2 :

$$\begin{aligned} \int_V \left(G_0 \mathbf{a} \cdot (K_0^2 \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \mathbf{J} - \nabla_R \wedge \mathbf{J}^*) - \mathbf{E} \cdot (K_0^2 G_0 \mathbf{a} + \nabla_R (\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0)) \right) dv = \\ - \int_S \left(\mathbf{E} \wedge (\nabla_R \mathbf{G}_0 \wedge \mathbf{a}) - \mathbf{G}_0 \mathbf{a} \wedge (i\omega\mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{J}^*) \right) \cdot \mathbf{n} ds \end{aligned}$$

Les termes en $K_0^2 G_0 \mathbf{a} \cdot \mathbf{E}$ se simplifient, et on utilise la relation $\nabla_R (f\mathbf{a}) = \mathbf{a} \cdot \nabla_R f + f \nabla_R \mathbf{a}$, pour trouver :

$$\begin{aligned} \int_V \left(i\omega\mu_0 G_0 \mathbf{a} \cdot \mathbf{J} - G_0 \mathbf{a} \cdot (\nabla_R \wedge \mathbf{J}^*) - \nabla_R \cdot [(\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) \mathbf{E}] + (\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) \nabla_R \cdot \mathbf{E} \right) dv = \\ - \int_S \left(\mathbf{E} \wedge (\nabla_R \mathbf{G}_0 \wedge \mathbf{a}) - \mathbf{G}_0 \mathbf{a} \wedge (i\omega\mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{J}^*) \right) \cdot \mathbf{n} ds \end{aligned}$$

Nous allons transformer plusieurs des termes de l'équation ci-dessus séparément :

1) Le théorème de la divergence permet d'écrire :

$$\int_V (-\nabla_R [(\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) \mathbf{E}]) dv = \int_S (\mathbf{a} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) ds$$

2) On traite à présent le terme $(\mathbf{E} \wedge (\nabla_R G_0 \wedge \mathbf{a})) \cdot \mathbf{n}$:

$$(\mathbf{E} \wedge (\nabla_R G_0 \wedge \mathbf{a})) \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{a}) (\nabla_R \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{E} \cdot \nabla_R \mathbf{G}_0) (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n})$$

Or,

$$((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_R \mathbf{G}_0) \cdot \mathbf{a} = -(\nabla_R \mathbf{G}_0 \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E})) \cdot \mathbf{a} = -(\nabla_R \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{E}) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}) + (\nabla_R \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{n}) (\mathbf{E} \cdot \mathbf{a})$$

Donc

$$(\mathbf{E} \wedge (\nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{G}_0 \wedge \mathbf{a})) \cdot \mathbf{n} = ((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{G}_0) \cdot \mathbf{a}$$

$$3) -i\omega\mu_0 G_0 [\mathbf{a} \wedge \mathbf{H}] \cdot \mathbf{n} = i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) \cdot \mathbf{a} \quad (\text{produit mixte})$$

$$4) G_0 (\mathbf{a} \wedge \mathbf{J}^*) \cdot \mathbf{n} = -G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}^*) \cdot \mathbf{a} \quad (\text{idem})$$

On obtient finalement :

$$\begin{aligned} \int_V \left(i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{J}) + (\mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} G_0) \frac{\rho}{\epsilon_0} - G_0 (\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{J}^*) \cdot \mathbf{a} \right) dv = \\ \int_S \left(\mathbf{a} \cdot ((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_{\mathbf{R}} G_0) + i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) \cdot \mathbf{a} + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) (\nabla_{\mathbf{R}} G_0 \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}^*) G_0 \right) ds \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

Le vecteur \mathbf{a} est commun à tous les termes et de direction arbitraire, on peut donc en déduire :

$$\begin{aligned} \int_V \left(i\omega\mu_0 G_0 \mathbf{J} + \frac{\rho}{\epsilon_0} \nabla_{\mathbf{R}} G_0 - G_0 (\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{J}^*) \right) dv = \\ - \int_S \left((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_{\mathbf{R}} G_0 + i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \nabla_{\mathbf{R}} G_0 - G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}^*) \right) ds \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

1.1.4 Traitement de la singularité et passage à un volume infini

On rappelle que à ce stade, du fait de la singularité dans la fonction G_0 , le point d'observation \mathbf{r}' est nécessairement en dehors du volume V et de sa surface S . Pour obtenir une équation intégrale de surface, il faudrait cependant que le point d'observation rejoigne la surface. Cette opération est délicate, le lecteur se référera utilement à un ouvrage classique [12].

Le cas $\mathbf{x}' \in S$ se traite en décomposant la surface S en plusieurs parties : on retranche tout d'abord une petite sphère de rayon r_0 autour de \mathbf{r}' et on la traite à part. Faisant tendre ce rayon r_0 vers 0, on obtient une contribution de $\frac{1}{2}\mathbf{E}(\mathbf{x}')$ pour $\mathbf{x}' \in S$ et S régulière.

Donc

$$\begin{aligned} \int_V \left(i\omega\mu_0 G_0 \mathbf{J} + \frac{\rho}{\epsilon_0} \nabla_{\mathbf{R}} G_0 - G_0 (\nabla_{\mathbf{R}} \wedge \mathbf{J}^*) \right) dv = \\ - \int_S \left((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_{\mathbf{R}} G_0 + i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \nabla_{\mathbf{R}} G_0 - G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}^*) \right) ds + \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{x}') \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

On peut faire tendre la part de la surface qui n'est pas en contact avec la matière vers l'infini. L'intégrale sur cette surface, pour peu que l'on étudie un objet borné, va correspondre en fait exactement au champ incident (la partie correspondant au champ diffracté disparaît lorsque l'on fait tendre cette surface vers l'infini, de par la condition d'ondes sortantes). On trouve une équation

appelée Electric Field Integral Equation (EFIE), où l'on a renommé la surface restante S :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\mathbf{E}(\mathbf{x}') &= \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{x}') + \int_V \left(i\omega\mu_0 G_0 \mathbf{J} + \frac{\rho}{\epsilon_0} \nabla_R G_0 + G_0 (\nabla_R \wedge \mathbf{J}^*) \right) dv \\ &\quad - \int_S \left((\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \nabla_R G_0 + i\omega\mu_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \nabla_R G_0 - G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}^*) \right) ds \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

De par la dualité des équations de Maxwell, on peut obtenir la même équation en champ magnétique, ou Magnetic Field Integral Equation (MFIE) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\mathbf{H}(\mathbf{x}') &= \mathbf{H}_{inc}(\mathbf{x}') + \int_V \left(i\omega\epsilon_0 G_0 \mathbf{J}^* + \frac{\rho^*}{\mu_0} \nabla_R G_0 - G_0 (\nabla_R \wedge \mathbf{J}) \right) dv \\ &\quad - \int_S \left((\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) \wedge \nabla_R G_0 - i\omega\epsilon_0 G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) + (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}) \nabla_R G_0 + G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{J}) \right) ds \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

Des études importantes sur l'EFIE et la MFIE peuvent être trouvées dans [12] et [17].

Dans toute la suite, on considère que la surface S est entourée de vide, et donc que les termes volumiques sont nuls. De plus les densités de charge magnétique ρ^* et de courant magnétique \mathbf{J}^* sont négligées.

Pour diminuer le nombre d'inconnues, il est de plus commode de supprimer les composantes normales des champs dans les équations ci-dessus. Ceci est possible en prenant le rotationnel des deux équations, puisque les termes comportant les composantes normales sont proportionnels au gradient de la fonction de Green. On obtient :

$$\frac{1}{2}\mathbf{H}(\mathbf{x}') = \mathbf{H}_{inc}(\mathbf{x}') + \int_S \left(\nabla_R \wedge [G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H})] \right) ds - \frac{i}{\omega\mu_0} \int_S \left(\nabla_R \wedge \nabla_R \wedge [G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E})] \right) ds \quad (1.1.8)$$

où l'on a notamment utilisé l'égalité $\nabla_R G_0 \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) = \nabla_R \wedge [G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E})]$. L'autre équation est obtenue de même.

$$\frac{1}{2}\mathbf{E}(\mathbf{x}') = \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{x}') + \int_S \left(\nabla_R \wedge [G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E})] \right) ds - \frac{i}{\omega\epsilon_0} \int_S \left(\nabla_R \wedge \nabla_R \wedge [G_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H})] \right) ds \quad (1.1.9)$$

Pour exprimer ces équations de manière compacte, on utilisera les opérateurs intégraux introduits par Martin et Ola dans [17] :

$$\mathcal{M}_0 \mathbf{c}_r = \mathbf{n}_r \wedge \left(\nabla_R \wedge \int_S G_0 (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{c}_{r'} dS \right) \quad (1.1.10)$$

$$\mathcal{P}_0 \mathbf{c}_r = \mathbf{n}_r \wedge \left(\nabla_R \wedge (\nabla_R \wedge \int_S G_0 (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{c}_{r'} dS) \right) \quad (1.1.11)$$

où \mathbf{c}_r est une densité surfacique. On utilisera également une autre forme de \mathcal{P}_0 :

$$\mathcal{P}_0 \mathbf{c}_r = \mathbf{n}_r \int_S \left(K_0^2 G_0 (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{c}_{r'} + \nabla_R G_0 (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \text{Div } \mathbf{c}_{r'} \right) dS \quad (1.1.12)$$

où Div représente la divergence de surface. Elle s'applique sur un vecteur $\mathbf{c}(x, y)$ défini sur la surface $z = h(x, y)$ et est définie de la façon suivante : si \mathbf{c} est la composante tangentielle d'un champ vectoriel \mathbf{A} , on a [18] :

$$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{A}(x, y, h(x, y)) \quad \text{Div } \mathbf{c} = -\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial(\phi c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi c_y)}{\partial y} \right) \quad (1.1.13)$$

Les équations précédentes, après multiplication à gauche par le vecteur normal \mathbf{n} , prennent la forme simple

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0 \right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_{\text{inc}} \quad (1.1.14)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0 \right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) - \frac{i}{\omega \mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}_{\text{inc}} \quad (1.1.15)$$

1.1.5 Plan localement déformé pour l'incidence rasante : géométrie

Les problèmes de diffraction, pour pouvoir être résolus numériquement, doivent être de taille finie. Cela impose a priori que l'empreinte du champ incident sur la surface soit bornée, de telle sorte que les bords ne soient pas éclairés. Sous cette hypothèse, on peut utiliser une des deux équations (1.1.14) et (1.1.15) (pas les deux, elles sont théoriquement équivalentes). Par exemple, si la surface est infiniment conductrice, la composante tangentielle du champ électrique $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}$ est nulle et donc l'équation

$$\left(\frac{1}{2} + M_0 \right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i$$

permet tout à fait de résoudre le problème de diffraction. Elle est très utilisée en raison de sa simplicité et de la faible singularité du noyau de l'opérateur M_0 .

Classiquement, le champ incident est modélisé par un faisceau gaussien [19], ce qui impose pourtant une condition limitante : en conséquence du principe d'incertitude d'Heisenberg, le faisceau ne peut pas être arbitrairement fin. Cela exclut l'incidence rasante puisque l'aire A de l'empreinte du faisceau deviendrait infinie lorsque l'angle d'incidence moyen du faisceau se rapprocherait de 90° (comportement $A \sim \theta_g^{-3}$, où θ_g est l'angle rasant, complémentaire de l'angle d'incidence). Il est donc nécessaire de changer de formalisme, celui qui est utilisé ici s'appelle le plan localement déformé, et a été publié pour la première fois en 2008 par Spiga *et al* [20].

La géométrie du problème est indiquée en figure 1.2. La surface est supposée représentable par une équation cartésienne $z = h(x, y)$, où h est deux fois continument dérivable et l'axe z est dirigé vers le haut. Les rugosités sont concentrées dans une déformation locale du plan, on a donc $h(x, y) = 0$ à l'extérieur de cette partie rugueuse. La zone de transition entre la rugosité et la partie plane est créée par la multiplication de la hauteur $h(x, y)$ par une fonction de Hanning tendant rapidement vers zéro, ce qui assure le lissage [20].

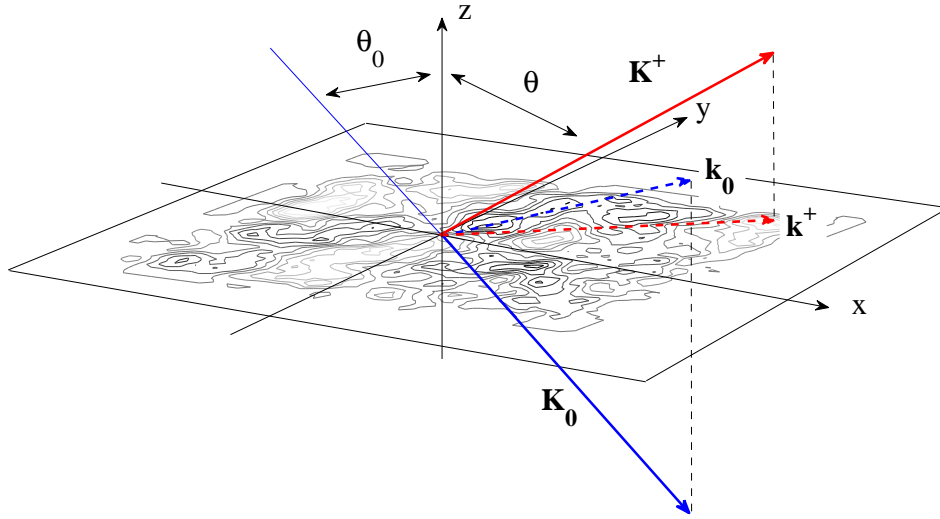


FIGURE 1.2: Géométrie du problème de diffraction par le plan localement déformé.

On sépare ensuite le champ réfléchi par la surface en deux termes. Le premier terme est le champ spéculairement réfléchi par le plan moyen $z = 0$, une onde plane connue analytiquement à l'aide des coefficients de Fresnel. Si \mathbf{E} est le champ total, \mathbf{E}^i l'onde plane incidente et \mathbf{E}^r l'onde plane réfléchie par le plan moyen, le dernier terme est $\mathbf{E}^d = \mathbf{E} - \mathbf{E}^i - \mathbf{E}^r$ qui est la contribution de la partie rugueuse. \mathbf{E}^d est l'inconnue de notre problème numérique : on voit que la configuration géométrique du plan localement déformé a permis de borner le problème tout en utilisant une onde plane incidente, puisque \mathbf{E}^d est la contribution d'une surface finie et que les effets de bord ont été évités grâce au choix de cette nouvelle inconnue.

Les coefficients de réflexion sont dans le cas infiniment conducteur $r_H = -1$ et $r_V = +1$ (coefficients de Fresnel), et dans le cas fortement conducteur (approximation d'impédance définie plus loin) $r_H = \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_r}}{\cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_r}}$ et $r_V = \frac{\epsilon_r \cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_r}}{\epsilon_r \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_r}}$. Les champs incident et réfléchi dans les deux cas de polarisation s'écrivent comme suit :

Polarisation H

Polarisation V

$$\mathbf{E}_{\mathbf{H}}^i = E_0 \exp[i(\mathbf{k}_0 - q_0 \hat{\mathbf{z}}) \cdot \mathbf{r}] \mathbf{u}_{\mathbf{H}} \quad \mathbf{E}_{\mathbf{V}}^i = E_0 \exp[i(\mathbf{k}_0 - q_0 \hat{\mathbf{z}}) \cdot \mathbf{r}] \mathbf{u}_{\mathbf{V}}$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{H}}^r = E_0 r_H \exp[i(\mathbf{k}_0 + q_0 \hat{\mathbf{z}}) \cdot \mathbf{r}] \mathbf{u}_{\mathbf{H}} \quad \mathbf{E}_{\mathbf{V}}^r = E_0 r_V \exp[i(\mathbf{k}_0 + q_0 \hat{\mathbf{z}}) \cdot \mathbf{r}] \mathbf{u}_{\mathbf{V}}$$

où $\mathbf{u}_{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{z}} \wedge \frac{\mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|}$ et $\mathbf{u}_{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{K}_0}{|\mathbf{K}_0|} \wedge \mathbf{u}_{\mathbf{H}}$ ($\mathbf{u}_{\mathbf{H}}$, $\mathbf{u}_{\mathbf{V}}$ et $\frac{1}{K_0} \mathbf{K}_0$ forment une base orthonormée).

1.1.6 Modification des équations intégrales pour le plan localement déformé

Dans le cadre du plan localement déformé, les inconnues de surface sont $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^d = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E} - \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i - \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r$, et $\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H} - \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i - \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^r$. Il est dès lors nécessaire de dériver de nouvelles équations intégrales. On rappelle les équations en champ total obtenues précédemment :

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i \quad (1.1.16)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) - \frac{i}{\omega \mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i \quad (1.1.17)$$

Ces équations sont également valables dans le cas particulier de l'*interface fantôme*, où les deux milieux sont identiques. L'interface n'en est alors pas réellement une. Le champ total est dans ce cas égal au champ incident, d'où les nouvelles équations :

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i \quad (1.1.18)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i) - \frac{i}{\omega \mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^i \quad (1.1.19)$$

On peut de même considérer une onde plane incidente montante, égale au champ \mathbf{E}^r qui serait réfléchi par le plan moyen dans le cas précédent. Celui-ci vérifie quant à lui les mêmes équations mais sans second membre :

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^r) = 0 \quad (1.1.20)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^r) - \frac{i}{\omega \mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r) = 0 \quad (1.1.21)$$

La comparaison des équations 1.1.18 et 1.1.19 d'une part, et 1.1.20 et 1.1.21 d'autre part, peut a priori choquer, en raison de l'apparente dissymétrie. En réalité la symétrie entre les deux cas est bien présente : l'onde plane du champ réfléchi se propage vers le haut, ce qui devrait imposer de considérer la normale opposée à celle précédemment définie, $-\mathbf{n}$. Puisqu'on a gardé \mathbf{n} , un signe $-$ est apparu dans tous les termes de l'équation, ainsi que dans l'expression des opérateurs, et le second membre $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r$ est venu se combiner avec le premier pour changer le signe $-$ dans le $-\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0$ que l'on aurait du écrire. D'où l'absence de second membre dans les équations en champ réfléchi.

On soustrait ensuite les deux dernières paires d'équations à la première pour obtenir deux nouvelles équations dont les inconnues sont les composantes tangentielles du champ diffracté qui nous intéresse, $\mathbf{E} - \mathbf{E}^i - \mathbf{E}^r = \mathbf{E}^d$ et $\mathbf{H} - \mathbf{H}^i - \mathbf{H}^r = \mathbf{H}^d$:

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^d) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d) = 0 \quad (1.1.22)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d) - \frac{i}{\omega \mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^d) = 0 \quad (1.1.23)$$

A noter toutefois que ces équations sont équivalentes, on ne peut pas résoudre ce système à deux fonctions inconnues en l'état sans une équation supplémentaire, qui n'est autre que la condition aux limites sur la surface.

On notera désormais les courants surfaciques inconnus $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^d = \mathbf{m}$ et $\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d = \mathbf{j}$.

1.1.7 Cas infiniment conducteur

Dans le cas infiniment conducteur, on a sur la surface $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = 0$, d'où $\mathbf{m} = -\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^i - \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^r$ qui n'est donc plus inconnue. On utilise l'équation

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d) = -\frac{i}{\omega\mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)) \quad (1.1.24)$$

pour que l'opérateur \mathcal{P}_0 , fortement singulier, porte sur un champ analytiquement connu. Cela va nous permettre de traiter la singularité de façon analytique pour la plus grande part, pour améliorer la précision du calcul numérique.

1.1.8 Cas fortement conducteur

Si la conductivité n'est pas infinie, l'expression de \mathbf{m} n'est plus connue puisque $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}$ n'est pas nulle. En modélisant le milieu inférieur comme un diélectrique semi-infini de permittivité (complexe) relative ϵ_r à la fréquence ω , les composantes tangentielles des champs, $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}$ et $\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}$, satisfont également les équations intégrales suivantes :

$$\left(\frac{1}{2} - \mathcal{M}\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) - \frac{i}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} \mathcal{P} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) = 0 \quad (1.1.25)$$

$$\left(\frac{1}{2} - \mathcal{M}\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) + \frac{i}{\omega\mu_0} \mathcal{P} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) = 0 \quad (1.1.26)$$

Les opérateurs \mathcal{M} et \mathcal{P} ont la même expression que \mathcal{M}_0 (1.1.10) et \mathcal{P}_0 (1.1.11), si ce n'est que la permittivité du vide ϵ_0 est remplacée par la permittivité $\epsilon_0\epsilon_r$, et que le nombre d'onde K_0 doit être remplacé par $K_0\sqrt{\epsilon_r}$ notamment dans l'expression de la fonction de Green. Le changement de signe provient du fait que par rapport au volume considéré, ici le volume conducteur, la normale \mathbf{n} est orientée dans le sens opposé au précédent. On peut alors résoudre le système en exprimant $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}$ en fonction de $\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}$:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = Z \mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad Z = \frac{i}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{2} - \mathcal{M}\right)^{-1} \mathcal{P} \quad (1.1.27)$$

où l'on a introduit un nouvel opérateur Z , étudié dans [21] ou [22]. L'inconnue \mathbf{m} est devenue une fonction de \mathbf{j} .

Si l'on note $\mathbf{m}^{i+r} = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ et $\mathbf{j}^{i+r} = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r)$, on peut simplement utiliser $\mathbf{m} = \mathbf{n} \times \mathbf{E} - \mathbf{m}^{i+r}$ et $\mathbf{j} = \mathbf{n} \times \mathbf{H} - \mathbf{j}^{i+r}$ dans (1.1.26) et (1.1.27). En utilisant les propriétés des opérateurs intégraux démontrées dans [23]

$$\mathcal{M}\mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{M} = 0 \qquad \frac{1}{4} - \mathcal{M}^2 = \frac{\mathcal{P}^2}{k^2} \qquad (1.1.28)$$

il devient possible de combiner ces dernières équations avec (1.1.23) pour aboutir à une équation intégrale non singulière

$$\left(1 + \mathcal{M}_0 - \mathcal{M} + \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}}{i\omega\mu_0} Z\right) \mathbf{j} = \frac{-i\mathcal{P}_0}{\omega\mu_0} (\mathbf{m}^{i+r} - Z\mathbf{j}^{i+r}) \qquad (1.1.29)$$

qui devra être résolue numériquement par la méthode des moments.

Dans toute la suite, nous utiliserons l'équation (1.1.29) pour la résolution rigoureuse du problème de diffraction, puisqu'elle permet de prendre en compte la conductivité de la surface et de traiter les deux cas de polarisation principaux (polarisations H et V). Elle est adaptée à la surface de la mer, très conductrice en microondes.

1.1.9 Amplitude du champ diffracté

Définitions

De façon générale, pour une onde plane incidente de vecteur d'onde $\mathbf{K}_0 = \mathbf{k}_0 - q_0\mathbf{z}$, on peut représenter le champ diffracté au-dessus de la surface ($z > \max h(x, y)$) par une superposition d'ondes planes sortantes (développement de Rayleigh) :

$$\mathbf{E}^d(\mathbf{r}) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{d\mathbf{k}}{2\pi q} \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + iqz} \mathbf{E}_0 \qquad (1.1.30)$$

où $\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ est le tenseur dyadique de diffraction, et \mathbf{E}_0 est le vecteur amplitude du champ incident. Si l'on décompose le champ diffracté sur la base des polarisations horizontale et verticale, il s'agit en fait d'une matrice $S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$:

$$S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \begin{bmatrix} S_{VV}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) & S_{VH}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \\ S_{HV}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) & S_{HH}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \end{bmatrix} \qquad (1.1.31)$$

où le premier indice correspond au champ diffracté, et le second au champ incident. Quelle que soit la méthode de résolution du problème de diffraction utilisée, son objectif est de calculer les coefficients de la matrice de polarisation, qui sont la façon habituelle de caractériser la valeur du champ diffracté. En particulier, on est généralement intéressé par le champ lointain ($R = |\mathbf{R}|$ tend vers $+\infty$). Dans ce cas, le champ a une structure locale d'onde sphérique, et les coefficients de la matrice de diffraction

pour une direction donnée donnent directement l'amplitude du champ :

$$\mathbf{E}^d(R\hat{\mathbf{K}}) = \frac{e^{iKR}}{iR} \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_0 \quad (1.1.32)$$

Cette expression inclut la variation spatiale du champ. En pratique, on préfère en télédétection s'en affranchir en utilisant la notion de surface équivalente radar normalisée, ou NRCS ("Normalized Radar Cross Section"). Son expression est

$$\sigma_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \lim_{A \rightarrow +\infty} \lim_{R \rightarrow +\infty} \frac{4\pi R^2 \langle |\mathbf{E}^d(R\hat{\mathbf{K}}) \cdot \hat{\mathbf{u}}_\beta(\mathbf{k})|^2 \rangle}{A |\mathbf{E}_0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_\alpha(\mathbf{k}_0)|^2} \quad (1.1.33)$$

α et β correspondent à H (polarisation horizontale) ou V (polarisation verticale), dans l'ordre défini juste au-dessus. A est l'aire de la surface rugueuse éclairée, et $\langle \rangle$ une moyenne d'ensemble. Cette section efficace est dite totale puisqu'elle comprend le champ cohérent et incohérent. Si l'on est intéressé par la partie incohérente, il faut par définition retrancher au champ \mathbf{E}^d sa valeur moyenne $\langle \mathbf{E}^d \rangle$ dans le calcul. La différence est concentrée dans le pic spéculaire, où le champ cohérent a un grand rôle. On peut donc tout à fait prendre l'une ou l'autre formule lorsque l'on s'intéresse à la section efficace rétrodiffusée, qui plus est en incidence rasante. La NRCS s'écrit plus simplement en fonction des coefficients de la matrice de diffraction :

$$\sigma_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{4\pi \langle |S_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 \rangle}{A} \quad (1.1.34)$$

Des simulations numériques ne permettent évidemment pas de faire tendre l'aire de la surface éclairée vers l'infini, les surfaces simulées numériquement sont nécessairement assez petites. La solution est de générer un grand nombre de ces surfaces, et de moyenner sur ces surfaces (simulation de Monte-Carlo). L'étude sur l'équivalence de ces deux approches au regard du calcul de la NRCS a été faite notamment dans un article de Sentenac et Saillard [24].

Calcul de la section efficace

Une fois les courants de surface connus, par le biais de l'équation intégrale, le champ diffracté peut être calculé en utilisant la formule dite de Weyl ([25],[26]) :

$$S_{\alpha\beta}^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(-\mathbf{K}^\pm \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}')) + \frac{1}{\omega \epsilon_0} \mathbf{K}^\pm \wedge (\mathbf{K}^\pm \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}'))) \right) \exp(-i\mathbf{K}^\pm \cdot \mathbf{r}') dS' \quad (1.1.35)$$

où $\mathbf{K}^\pm = \mathbf{k} \pm q\hat{\mathbf{z}}$ est le vecteur d'onde de l'onde diffractée, le $+$ indiquant que l'onde se propage dans le sens des z positifs et le $-$ vers les z négatifs. Notons que dès lors que la surface est infiniment ou fortement conductrice, le champ est théoriquement nul pour $z < h(x, y)$ ce qui impose $S_{\alpha\beta}^-(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = 0$. Cette égalité est appelée théorème d'extinction [14] et sera beaucoup utilisée par la suite pour évaluer la précision des résultats numériques.

1.2 Implémentation numérique

Les calculs analytiques de la première partie de ce chapitre ont permis d'aboutir à des équations intégrales, qui ne peuvent cependant être résolues de manière purement analytique. Pour pouvoir effectivement calculer le champ diffracté dans une direction donnée, il est nécessaire de discrétiser les fonctions continues et de transformer l'équation en un langage traitable par un ordinateur, généralement une équation matricielle. Il existe plusieurs techniques pour cela, citons notamment la Méthode Multipolaire Rapide [27] (FMM pour Fast Multipole Method), la méthode C ou Curvilinear Coordinate Method ([28], [29], [30]) ou bien sûr la méthode des éléments finis [31]. Une revue de différentes méthodes numériques s'appliquant à la diffraction des ondes électromagnétiques se trouve par exemple ici [32].

Les résultats numériques de cet ouvrage ont été quant à eux obtenus par la méthode des moments. Dans le cas 3D, la matrice ne pouvant être inversée directement (ni même stockée en mémoire vive), on utilise un algorithme itératif de résolution du système linéaire pour l'obtention rapide de la solution. Nous allons passer en revue les détails de l'implémentation. Les précisions concernant la génération des échantillons de surface seront données au chapitre 2, ce qui nous permet dans cette partie de se concentrer sur l'algorithme de diffraction proprement dit. Ainsi, le concept de spectre de surface n'est expliqué qu'au chapitre 2, alors que des surfaces de mer sont utilisées pour le test de l'implémentation numérique au chapitre 1. Cette organisation m'a semblé préférable en ce qu'elle évitait de mélanger des considérations trop différentes.

1.2.1 Méthode des moments : principe

La méthode des moments est la technique nous permettant de transformer l'équation intégrale en une équation matricielle manipulable par ordinateur. Le lecteur intéressé par la théorie en détail pourra se reporter par exemple au livre de Harrington [33], à un article de Poggio et Miller [12] ou encore à un ouvrage de Tsang fournissant un guide pas à pas pour l'implémentation de la méthode des moments pour les problèmes 2D [16].

Les équations obtenues précédemment sont de la forme

$$F(\mathbf{x}) = \int_S K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')G(\mathbf{x}')dS' \quad (1.2.36)$$

où $G(\mathbf{x}')$ est l'inconnue du problème que l'on cherche à déterminer, pour nous le courant électrique sur la surface de la mer. $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est le noyau de l'équation. Les variables \mathbf{x} et \mathbf{x}' sont liées à la surface S , elle-même décomposée en $N = N_x N_y$ éléments de surface. L'équation 1.2.37 s'écrit donc sur les N surfaces S_j :

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')G(\mathbf{x}')dS' \quad (1.2.37)$$

On développe ensuite la fonction inconnue sur une base de fonctions appelées *fonctions de base*, ici les fonctions constantes par morceaux valant 1 sur une des mailles et 0 ailleurs :

$$G(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j G_j(\mathbf{x}) \quad (1.2.38)$$

Il faut enfin utiliser des *fonctions test* pour obtenir le système linéaire recherché. Nous utilisons ici les distributions de Dirac aux centres des mailles, aboutissant à l'égalité suivante :

$$F(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^N \left(\int_{S_j} K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}') G_j(\mathbf{x}') dS' \right) \lambda_j \quad (1.2.39)$$

Cette dernière égalité est strictement à l'équation matricielle $AX = B$, où B est le vecteur des N valeurs de F aux points \mathbf{x}_i , X celui des valeurs de G aux points \mathbf{x}_j , et où A est une matrice dont les coefficients valent $A_{ij} = \int_{S_j} K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}') G_j(\mathbf{x}') dS'$.

Il faut ensuite résoudre le système, pour obtenir les valeurs de X qui sont l'objet du problème. Le problème ici est la taille de ce système : N est typiquement de l'ordre du million, ce qui exclut toute inversion directe de la matrice A (de taille $N \times N$). Il n'est souvent même pas possible de la stocker entièrement en mémoire. Des algorithmes numériques adaptés sont donc nécessaires. Nous utilisons pour les calculs numériques présentés dans cette thèse l'algorithme SMFSIA - CAG 3D, dans sa version Multilevel [34].

1.2.2 Expression de l'opérateur Z

Si la conductivité est forte (surface de la mer ou sols très humides pour des microondes, métaux en optique...), il est possible de faire une approximation simplificatrice. L'épaisseur de peau étant beaucoup plus faible que la longueur d'onde électromagnétique dans l'air $\lambda = 2\pi/K_0$, on peut considérer que les interactions dans le milieu conducteur sont restreintes à de très courtes distances. Il est alors légitime d'assimiler les opérateurs dans le milieu conducteur à des opérateurs locaux, ce qui simplifiera nettement les calculs numériques puisque les matrices correspondantes seront diagonales plutôt que pleines. C'est le cas en particulier de l'opérateur impédance, Z .

Ce dernier a fait l'objet de plusieurs études [21], [22]. Les opérateurs intégraux de surface, comme \mathcal{M}_0 , \mathcal{P}_0 , Z ... s'appliquent sur des vecteurs tangents à la surface, résultant en d'autres vecteurs tangents. Or, un vecteur \mathbf{c} tangent à la surface vérifie $\mathbf{n} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{0}$ où $\phi \mathbf{n} = -\frac{\partial h}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} - \frac{\partial h}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}$ et $\phi = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2}$, ses composantes cartésiennes sont donc liées par la relation $c_z = \frac{\partial h}{\partial x} c_x + \frac{\partial h}{\partial y} c_y$. Ceci signifie que nous pouvons représenter ces opérateurs par des matrices 2×2 , et donc écrire la

condition aux limites de frontière $\mathbf{n} \wedge \mathbf{E} = Z\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}$ sous la forme

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \\ \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) \\ \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}) \end{bmatrix} \quad (1.2.40)$$

dans laquelle l'expression de l'impédance de surface a été décrite dans [22] :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{\eta_0}{\phi\sqrt{\epsilon_r}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \left(1 - \frac{iJ}{2K_0\sqrt{\epsilon_r}} \right) \begin{bmatrix} 1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 & \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} & 1 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \end{bmatrix} + \frac{i}{K_0\sqrt{\epsilon_r}} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{bmatrix} \right\} \quad (1.2.41)$$

J est la courbure moyenne :

$$J = \frac{1}{\phi^3} \left\{ \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right\} \quad (1.2.42)$$

Cette condition aux limites détermine l'expression des coefficients de réflexion, qui diffèrent significativement des coefficients de Fresnel :

$$r_H = \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_r}}{\cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_r}} \quad r_V = \frac{\epsilon_r \cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_r}}{\epsilon_r \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.2.43)$$

De ces coefficients découle directement l'amplitude du champ réfléchi ($\mathbf{E}^r, \mathbf{H}^r$). Ils ont de plus la valeur permettant d'assurer la nullité du second membre de l'équation intégrale, via le terme $\mathbf{m}^{i+r} - Z\mathbf{j}^{i+r}$, hors de la partie rugueuse de la surface. On peut le vérifier simplement en effectuant le calcul dans le cas d'une onde plane incidente, polarisée horizontalement dans le plan (xOz) arrivant en un point où la surface est plane ($h = 0$). L'expression de l'impédance de surface (1.2.41) se simplifie pour un plan horizontal

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{z}} \wedge \mathbf{E} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \hat{\mathbf{z}} \wedge (\hat{\mathbf{z}} \wedge \mathbf{H}) \quad (1.2.44)$$

on obtient la condition aux limites dite de Leontovich décrite dans le livre de Landau de 1960 [35]. Les courants incident et réfléchi se déduisent facilement des équations de Maxwell :

$$\mathbf{m}^{i+r} = -E_0 e^{iK_0 \sin \theta_0 x} (1 + r_H) \hat{\mathbf{x}} \quad (1.2.45)$$

$$\mathbf{j}^{i+r} = \frac{-E_0 K_0}{\omega \mu_0} \cos \theta_0 (1 - r_H) e^{iK_0 \sin \theta_0 x} \hat{\mathbf{y}} \quad (1.2.46)$$

$$Z\mathbf{j}^{i+r} = -E_0 e^{iK_0 \sin \theta_0 x} \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} (1 - r_H) \hat{\mathbf{x}} \quad (1.2.47)$$

Finalement, l'équation $\mathbf{m}^{i+r} = Z\mathbf{j}^{i+r}$ est équivalente à $\sqrt{\epsilon_r}(1 + r_H) = \cos \theta_0(1 - r_H)$ qui est vraie étant donnée l'expression des coefficients de réflexion (1.2.43).

Une étude de l'approximation d'impédance décrite ici peut être trouvée dans le livre de Senior de 1995 [36].

1.2.3 Discrétisation

Nous résolvons donc l'équation (1.1.29) par la méthode des moments [37]. La composante $j_z = \frac{\partial h}{\partial x} j_x + \frac{\partial h}{\partial y} j_y$ sera déduite de j_x et j_y après résolution, ces dernières seront donc les seules inconnues numériques. On projette l'équation vectorielle sur les directions $\hat{\mathbf{x}}$ and $\hat{\mathbf{y}}$, ce qui aboutit à un système de deux équations scalaires couplées. Les coordonnées x et y sont utilisées pour paramétriser la surface rugueuse. La surface élémentaire s'écrivant $dS = \phi dx dy$, les intégrales de surface se réduisent à des doubles intégrales, limitées à une portion rectangulaire de \mathbb{R}^2 qui comprend la partie rugueuse et une partie plane autour, configuration géométrique de la figure (1.2). Le but étant de permettre la décroissance des courants de surface pour éviter les effets de bord indésirables.

Ce domaine numérique est maintenant découpé en une grille régulière, on utilise pour cela des éléments carrés. Puisque cela rend le calcul numérique plus simple, les inconnues numériques seront les fonctions ϕj_x et ϕj_y , plutôt que j_x et j_y , (comme dans d'autres travaux, par exemple [16, p.281]). On choisit des fonctions de base d'ordre 1, c'est à dire que l'on fait l'hypothèse que ces fonctions inconnues, ϕj_x et ϕj_y , sont correctement représentées par des constantes sur chacun des éléments carrés de surface. Les fonctions test seront quant à elles d'ordre zéro (distributions de Dirac), ce qui correspond à utiliser la valeur des termes excitateurs au centre de chaque élément de surface seulement. On obtient un système linéaire $AX = B$, où la matrice A est pleine. Si N est le nombre d'éléments, le système est d'ordre $N_{inc} = 2N$, et peut être résolu avec un coût en $O(N^2)$, tant en espace mémoire requis qu'en temps de calcul. Pour nos surfaces bidimensionnelles, N varie généralement entre 250 000 et 4 000 000 ce qui est considérable pour une formulation à matrices pleines. Des techniques d'accélération numérique sont absolument nécessaires, nous utilisons la méthode SMFSIA-CAG 3D dont les détails se trouvent dans [34]. Cela aboutit à un temps de calcul en $O(N \log N)$ et un espace mémoire nécessaire en $O(N)$. Pour les détails de l'implémentation, je renvoie à [38].

Les opérateurs \mathcal{M}_0 , \mathcal{M} , et $\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}$ du membre de gauche de l'équation (1.1.29) étant faiblement singuliers, le choix de fonctions de base et de fonctions test mentionné, bien que relativement rudimentaire, ne pose pas de problème. Par contre, l'opérateur \mathcal{P}_0 est hyper-singulier, avec une intégrale de la divergence de surface du courant électrique à prendre au sens de la valeur principale de Cauchy ([39]). Le calcul du second membre de (1.1.29) n'est donc pas évident. Nous donnons ici la formule utilisée dans l'algorithme, mais cet opérateur hyper-singulier sera étudié de manière beaucoup plus détaillée dans la partie suivante.

On rappelle la formule de la divergence de surface d'un vecteur $\mathbf{c}(x, y)$:

$$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{n} \wedge \mathbf{A}(x, y, h(x, y)) \quad \text{Div } \mathbf{c} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial(\phi c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi c_y)}{\partial y} \right) \quad (1.2.48)$$

où \mathbf{c} est la composante tangentielle issue du champ vectoriel \mathbf{A} . Cela nous permet de développer :

$$\text{Div}(\mathbf{m}^{i+r} - Z\mathbf{j}^{i+r}) = \text{Div} \mathbf{m}^{i+r} - \text{Div}(Z\mathbf{j}^{i+r}) \quad (1.2.49)$$

$$\text{Div} \mathbf{m}^{i+r} = -\mathbf{n} \cdot \text{rot} (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r) = -i\omega\mu_0\mathbf{n} \cdot (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r) = -i\omega\mu_0 H_n^e \quad (1.2.50)$$

$$\text{Div}(Z\mathbf{j}^{i+r}) = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial}{\partial x} [Z_{11}\phi j_x^{i+r} + Z_{12}\phi j_y^{i+r}] + \frac{\partial}{\partial y} [Z_{21}\phi j_x^{i+r} + Z_{22}\phi j_y^{i+r}] \right) \quad (1.2.51)$$

$$\simeq \frac{1}{\phi} \left(Z_{11} \frac{\partial \phi j_x^{i+r}}{\partial x} + Z_{12} \frac{\partial \phi j_y^{i+r}}{\partial x} + Z_{21} \frac{\partial \phi j_x^{i+r}}{\partial y} + Z_{22} \frac{\partial \phi j_y^{i+r}}{\partial y} \right) \quad (1.2.52)$$

Une étude numérique nous a permis de constater que l'influence des dérivées spatiales des composantes de Z était négligeable, cela nous a permis de ne pas en tenir compte dans l'évaluation de (1.2.51), d'où l'expression simplifiée (1.2.52).

Pour l'évaluation du second membre, $\frac{-i}{\omega\mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{m}^{i+r} - Z\mathbf{j}^{i+r})$, H_n^e , j_x^{i+r} , j_y^{i+r} et leurs dérivées spatiales sont évaluées analytiquement pour une onde plane avec une polarisation et un angle d'incidence donnés, puis exprimées comme des constantes sur chaque élément de surface. L'évaluation du vecteur B du système linéaire peut dès lors être obtenue après deux produits matrice-vecteur, ce qui devrait demander $O(N^2)$ opérations, mais la technique Multilevel Canonical Grid permet de réduire cela à un coût mémoire en $O(N)$ et un nombre d'opérations en $O(N \log N)$.

Une fois que les inconnues du problème, les courants équivalents \mathbf{m} et \mathbf{j} , ont été déterminés par résolution itérative du système linéaire pour une rugosité et un champ incident donnés, l'étape suivante est le calcul du champ diffracté. La quantité théorique à calculer est $S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k})$. Cependant, le théorème d'extinction établit que $S_{\beta\alpha}^-(\mathbf{k}) = 0$ quelle que soit la direction et la polarisation, ce qui nous permet d'utiliser en réalité pour les calculs numériques la combinaison dite de Tatarskii [40], introduite pour la polarisation HH et surface infiniment conductrice dans [20] : $S_{\beta\alpha}^{dif}(\mathbf{k}) = S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}) - S_{\beta\alpha}^-(\mathbf{k})$. L'amplitude du champ diffracté s'écrit dès lors :

$$S_{V\alpha}^{dif}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int \left\{ i \sin(qh(\mathbf{r})) (k\hat{\mathbf{z}} \cdot \eta_0 \mathbf{j}_R - K_0 \hat{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{m}_R) + q \cos(qh(\mathbf{r})) \hat{\mathbf{k}} \cdot \eta_0 \mathbf{j}_R \right\} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \quad (1.2.53)$$

$$S_{H\alpha}^{dif}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int \left\{ i \sin(qh(\mathbf{r})) (k\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{m}_R + K_0 \hat{\mathbf{h}} \cdot \eta_0 \mathbf{j}_R) + q \cos(qh(\mathbf{r})) \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{m}_R \right\} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \quad (1.2.54)$$

Ces deux expressions sont théoriquement tout à fait équivalentes au résultat que l'on obtiendrait en calculant seulement $S_{\alpha\beta}^+(\mathbf{k})$ par l'équation 1.1.35, tout en ayant de plus l'avantage d'améliorer la précision numérique des résultats, en forçant le comportement du champ et de la section efficace aux directions rasantes de diffraction ([41]).

Anticipant la partie sur l'implémentation numérique, je mets ici dans la figure 1.3 un exemple montrant l'influence des différentes formulations. Il s'agit d'un diagramme bistatique généré par une

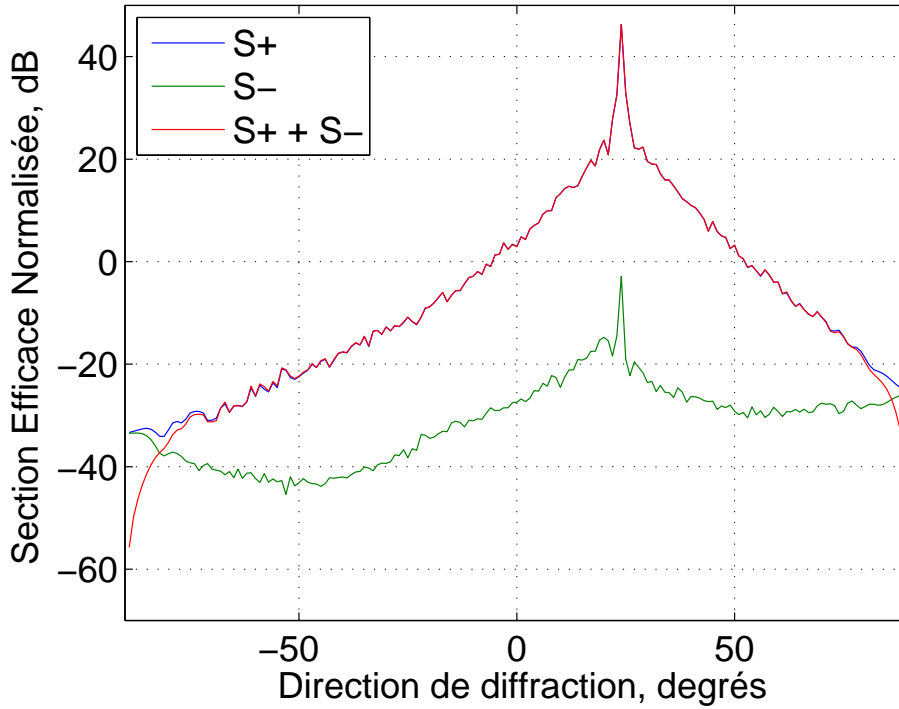


FIGURE 1.3: Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24° . Polarisation HH.

onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant à une incidence de 24° une surface de mer générée à l'aide d'un spectre d'Elfouhaily à 3 m/s, dans le cas de la polarisation HH. On voit une bonne séparation des courbes S^+ et S^- , signe d'un calcul numérique précis, et également que la courbe correspondant à la formulation $S^{dif} = S^+ - S^-$ tend vers zéro sur les bords du diagramme bistatique. Ce comportement peut être obtenu également avec la formulation S^+ à la limite lorsque la taille de la surface et le nombre d'inconnues par longueur d'onde tendent vers l'infini, d'où l'avantage numérique de la formulation de Tatarskii $S^+ - S^-$.

1.2.4 Tests de précision numérique

Nous donnons ici les résultats de tests de précision numérique, pour valider l'algorithme de méthode des moments. Nous fournissons un test de convergence en nombre de points par longueur d'onde, vérifions l'égalité des polarisations croisées, HV et VH, en rétrodiffusion, et vérifions le théorème d'extinction, qui prévoit la nullité de $S_{\beta\alpha}^-(\mathbf{k})$.

La première surface considérée est générée à l'aide d'un spectre en loi de puissance : la densité spectrale est $\psi(\mathbf{k}_s) = 4 \cdot 10^{-3} k_s^{-4}$, où le nombre d'onde k_s varie entre $K_0/15$ et $4K_0$. Les échelles beaucoup plus petites que la longueur d'onde sont donc négligées, étant donné qu'elles n'ont pas d'impact sur le champ diffracté. La permittivité complexe est de $\epsilon_r = 73.5 + 61i$, une valeur typique pour l'eau de mer en bande L (1.25 GHz) obtenue avec le modèle [42] en choisissant comme paramètres 15°C de

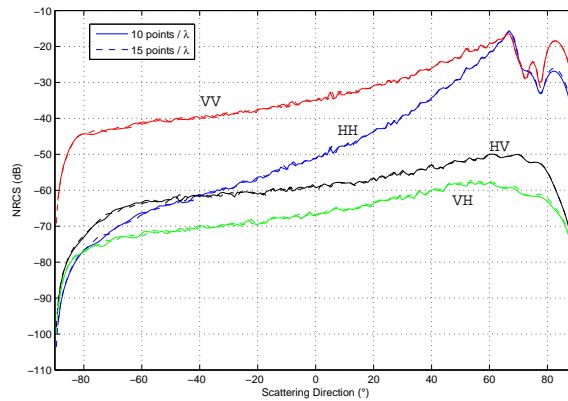


FIGURE 1.4: Diagramme bistatique de section efficace (NRCS) en polarisations VV, HH, HV et VH à une incidence de 89° pour une surface rugueuse à spectre en loi de puissance tronqué entre $K_0/15$ et $4K_0$. La permittivité est $\epsilon_r = 73.5 + 61i$. Deux niveaux de discrétisation sont considérés, à 10 et 15 points par longueur d'onde électromagnétique dans le vide.

température de surface et une salinité de 35 psu. La surface est un carré de côté 50λ , où $\lambda = 24$ cm est la longueur d'onde du radar. Du fait du modèle du plan localement déformé, la surface réellement rugueuse est plus petite, ici un carré de 45λ de côté comprenant une bande correspondant à la zone de transition de 3.75λ . Ici comme dans la suite de la thèse, les calculs de champ diffracté et de section efficace sont des simulations Monte-Carlo réalisées avec 96 échantillons.

Nous commençons par vérifier le niveau de discrétisation nécessaire en incidence rasante, en se plaçant pour cela à 89° d'incidence. La figure 1.4 montre le diagramme bistatique dans les quatre polarisations, pour une discrétisation de 10 et 15 points par longueur d'onde. Ce résultat montre que même à une incidence très rasante, 10 points par longueur d'onde sont suffisants pour représenter correctement la surface de la mer. Ceci est vrai même lorsque le niveau du champ est faible, c'est à dire en HH pour les angles proches de la rétrodiffusion et en polarisation croisée. Le niveau de discrétisation ainsi que la fréquence de coupure haute fréquence à $4K_0$ ont été conservées pour tous les calculs de champs diffractés par la méthode des moments sur surface 2D.

Nous présentons ensuite un diagramme monostatique réalisé avec la même surface. Le pas angulaire est de 5° entre 0° (incidence normale) et 80° , puis de 1° jusqu'à 89° , et le dernier degré est encore discrétisé avec dix points. Les résultats sont en figure 1.5 et montrent en particulier que le théorème de réciprocité est respecté. Celui-ci requiert l'égalité des polarisations croisées en rétrodiffusion [43], et n'est pas automatiquement vérifié par la méthode des moments : c'est donc un bon test numérique vu le faible niveau du champ diffracté, en particulier en incidence rasante.

Un autre test de performance numérique très utilisé utilise le théorème d'extinction. On peut comparer les champs bistatiques générés avec les formulations S^+ et S^- présentées au paragraphe précédent. Plus l'écart entre les deux courbes est grand, plus la précision du calcul numérique est grande. Les figures 1.6 et 1.7 montrent les résultats de ce test sur une surface de mer (spectre Elfouhaily, 3 m/s)

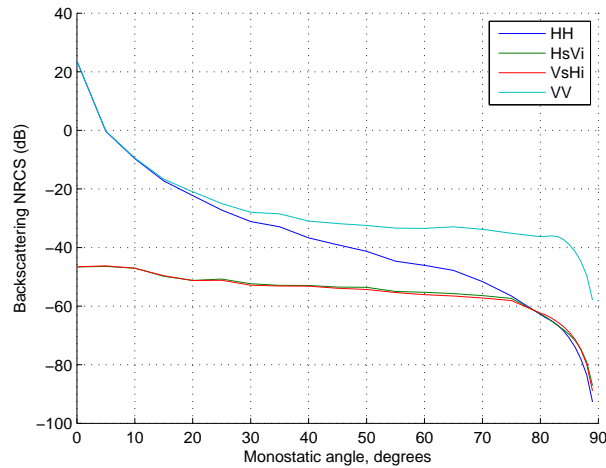


FIGURE 1.5: Diagramme monostatique de section efficace (NRCS) en polarisations VV, HH, HV et VH pour une surface rugueuse à spectre en loi de puissance (coupures $K_0/15$ et $4K_0$) et permittivité $\epsilon_r = 73.5 + 61i$.

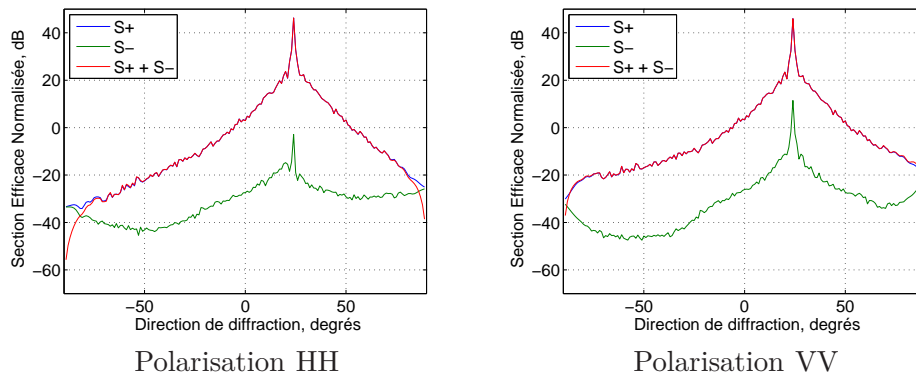


FIGURE 1.6: Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24° . Polarisations HH et VV.

éclairé avec une incidence de 24° par une onde plane de fréquence 1.25 GHz. On voit que dans les quatre cas de polarisation, l'écart entre les courbes S^+ et S^- est grand, ce qui montre que la bonne précision du calcul numérique.

L'expérience acquise au fil des calculs numériques nous conduit à penser que le théorème d'extinction et donc l'écart entre les courbes S^+ et S^- est un bon critère de précision pour les calculs numériques. Nous l'avons donc largement utilisé dans la suite.

1.2.5 Importance de la prise en compte de la conductivité

Les nouveaux développements sur l'algorithme de méthode des moments effectués lors de cette thèse permettent en particulier de prendre en compte la conductivité finie de la surface. Cette conductivité est prise en compte par une approximation d'impédance, les calculs ont été détaillés

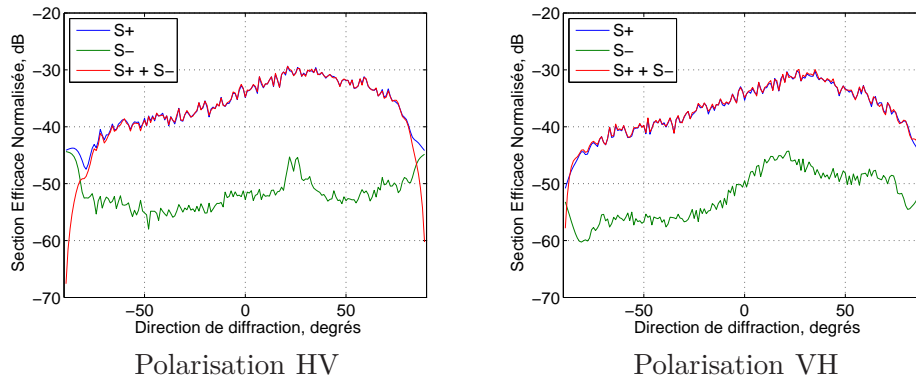


FIGURE 1.7: Champ bistatique généré par une onde plane de fréquence 1.25 GHz éclairant une surface de mer (spectre d'Elfouhaily, 3 m/s) à un angle d'incidence de 24° . Polarisations croisées.

notamment au début de la partie traitant de l'implémentation de l'algorithme. Ceci est absolument fondamental en polarisation VV, dans la mesure où l'approximation de surface infiniment conductrice n'est absolument pas valable en incidence rasante. Pour s'en convaincre, comparons dans la figure 1.8 les courbes monostatiques dans les cas infiniment conducteur et approximation d'impédance, en utilisant toujours la même surface à spectre en loi de puissance.

Ces courbes confirment que l'influence de la conductivité sur la section efficace en polarisation HH est négligeable. La différence entre les deux courbes, de 1.5 dB en incidence normale, diminue jusqu'à moins d'un dixième de dB pour une incidence supérieure à 80° . On observe un comportement très différent en polarisation VV, où la différence entre les deux courbes augmente avec l'incidence. Elle est faible proche de l'incidence normale (1.5 dB), mais augmente sensiblement à partir de 60° , vaut 5 dB à 80° et augmente ensuite énormément dans les derniers degrés, puisque la courbe tend vers une limite finie dans le cas infiniment conducteur, au lieu d'un comportement en $O(q_0^4)$ qui devrait être observé ([44],[41]). Ce mauvais comportement est dû à la non prise en compte de l'angle de Brewster dans le cas infiniment conducteur. Mathématiquement, on peut dire que les limites de l'amplitude rétrodiffusée lorsque la conductivité devient infinie et lorsque l'angle d'incidence devient rasant ne commutent pas. Appliquer d'abord la limite infiniment conductrice empêche donc de retrouver la limite prévue par la théorie physique lorsque l'angle d'incidence tend vers 90° .

On s'aperçoit également en regardant les deux graphiques que le modèle infiniment conducteur n'est pas approprié pour le calcul des polarisations croisées HV et VH : l'erreur est toujours d'au moins 2 dB et la section efficace ne tend pas vers zéro assez vite.

1.2.6 Précision du calcul en polarisation HH

Le code de calcul de diffraction tridimensionnelle rencontre des problèmes de précision en polarisation HH, contrairement à la polarisation VV. Nous allons préciser ici les difficultés rencontrées, avant d'étudier en détail l'opérateur \mathcal{P} , dans la partie suivante, à la recherche d'une solution.

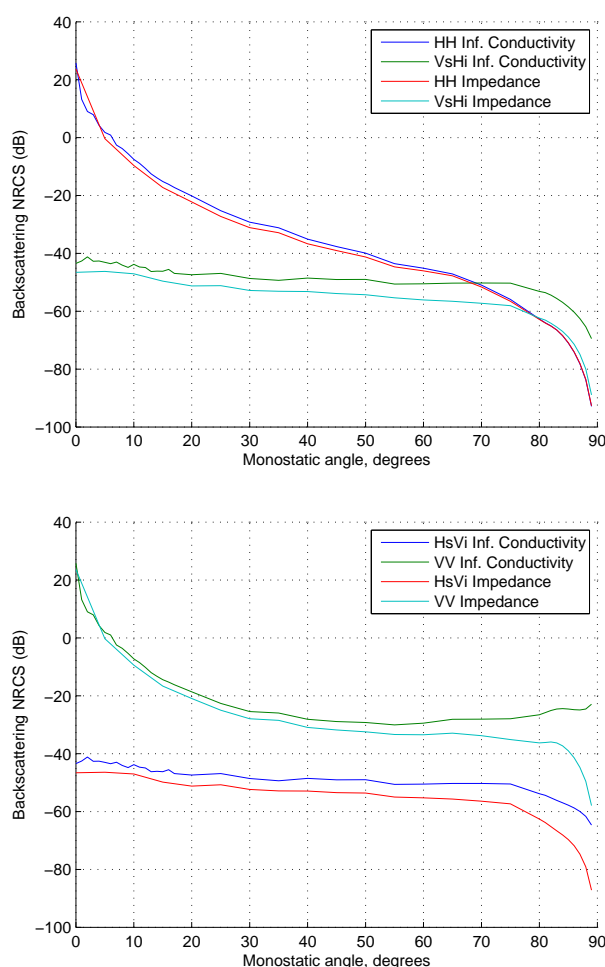


FIGURE 1.8: Diagramme monostatique des sections efficaces normalisées pour une surface rugueuse 2D à spectre en loi de puissance. Comparaison entre les cas parfaitement conducteur et approximation d'impédance avec permittivité $\epsilon_r = 73.5 + 61i$.

Comme précédemment indiqué, on utilise pour les calculs de champs lointain la combinaison de Tatarskii, c'est-à-dire que l'on calcule la quantité $S^+ - S^-$ définie dans l'équation 1.3 en lieu et place de S^+ puisque S^- est théoriquement nul. Nous pouvons utiliser cela pour vérifier la précision des calculs numériques, en traçant sur le même graphe S^+ et S^- . Plus la différence entre les deux courbes est grande, meilleur est le calcul. Inversement, observer deux courbes très proches l'une de l'autre est un signe que le résultat du calcul n'est pas fiable.

Pour une surface complexe, le calcul est précis à faible incidence, mais à partir d'une incidence modérée, de l'ordre de 60° , le théorème d'extinction n'est plus respecté numériquement et la précision du calcul devient mauvaise. La figure 1.9 montre cela pour le cas d'un échantillon de surface océanique.

Il s'avère que le paramètre déterminant pour la précision du calcul est la présence ou non de grandes longueurs d'onde spatiales (par rapport à la longueur d'onde électromagnétique) dans l'échantillon

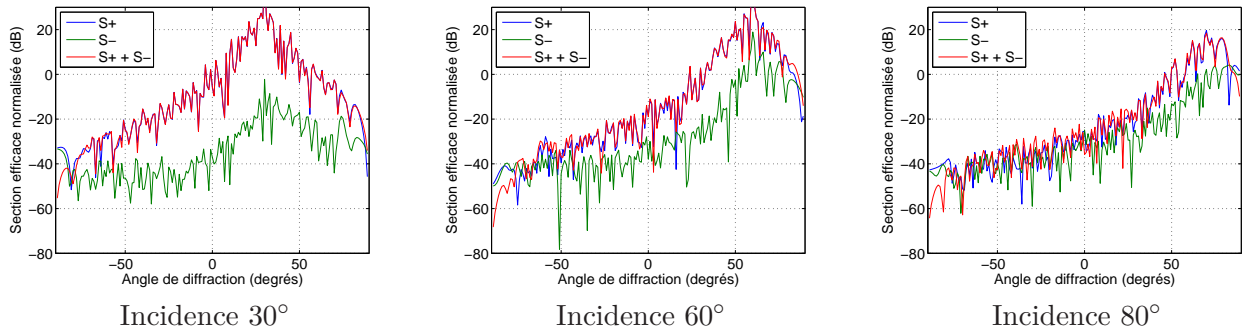


FIGURE 1.9: Test de la précision numérique en polarisation HH : champ diffracté par une surface océanique à différentes incidences. Spectre Elfouhaily 3 m/s, fréquence 1.25 GHz.

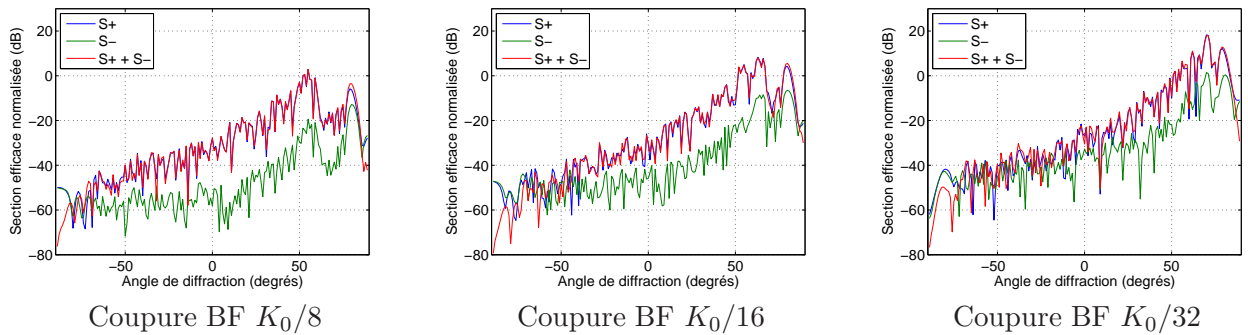


FIGURE 1.10: Test de la précision numérique en polarisation HH : champ diffracté par une surface océanique pour différentes fréquences de coupures spatiales. Spectre Elfouhaily 3 m/s, fréquence 1.25 GHz, incidence 80° .

de surface. Pour montrer cela, nous considérons une surface dont le spectre est coupé au niveau des basses fréquences. Cela limite donc la longueur d'onde de la plus grande vague. On s'aperçoit (figure 1.10) que la limite se trouve autour de $K_0/16$: nous avons constaté que l'implémentation de notre méthode rigoureuse n'est précise en polarisation HH qu'à condition que la surface n'ait pas de longueur d'onde supérieure ou égale à 16 longueurs d'onde électromagnétique. Une tentative de résolution de ce problème numérique sera proposée dans la prochaine partie.

1.2.7 Sur le temps de calcul

Les calculs numériques tridimensionnels présentés dans ce document ont été réalisés à l'aide d'un serveur de calcul disposant de 64 noeuds et de 1 000 Go de mémoire vive (RAM). Le tableau 1.1 donne le temps de calcul nécessaire pour un échantillon ainsi que le nombre de surfaces qu'il est possible de calculer en parallèle, ce dernier nombre étant limité par la mémoire vive disponible plutôt que le nombre de processeur. Comme l'inconnue (le courant électrique) a deux composantes, si N_{inc} est le nombre d'inconnues du calcul électromagnétique, le nombre de mailles de la surface carrée est $N_{inc}/2$. Le côté du carré est de ce fait constitué de $\sqrt{N_{inc}/2}$ points, valeur indiquée dans le tableau. Le temps de calcul d'un graphe monostatique dépend ensuite du nombre d'échantillons

$\sqrt{N_{inc}/2}$	Tps calcul	Parallélisme
256	170 s	64
512	750 s	64
768	1930 s	32
1024	3670 s	16
1280	5720 s	8

TABLE 1.1: Temps de calcul et nombre de calculs parallèles possibles en 3D

Vent (m/s)	Vague de pic (m)	N_{min}
3	8.2	656
4	14.5	1160
5	22.7	1816
6	32.7	2616
7	44.5	3560

TABLE 1.2: Longueur d'onde de pic (spectre d'Elfouhaily) et nombre de points minimum d'une simulation électromagnétique si $f = 1.2$ GHz, en fonction de la vitesse du vent.

(généralement 96) et de la discrétisation angulaire (de l'ordre de 20 points). On aboutit ainsi à un ordre de grandeur de 10 jours de calcul pour un graphe monostatique correspondant à une surface carrée d'une centaine de longueurs d'onde de côté.

Dans le cas de la surface de la mer, il est nécessaire que la surface numérique soit suffisamment grande pour correctement représenter les grandes échelles de surface. Le critère que nous avons retenu est de générer des surfaces au moins 2.5 fois plus grandes que la longueur d'onde de pic (correspondant au maximum du spectre de mer). Si l'on considère ensuite que la discrétisation ne doit pas descendre en dessous de 8 points par longueur d'onde, et que l'on choisit $\lambda = 0.25m$ (fréquence de 1.2 GHz), on peut déterminer une taille minimum de surface en fonction de la vitesse du vent, taille indiquée dans le tableau 1.2.

Dans la pratique, on choisira comme nombre de points la puissance de 2 supérieure. On voit que les temps de calcul malgré la puissance du serveur de calcul restent grands, une façon d'améliorer cet état de fait pourrait être l'utilisation de processeurs GPU pour des calculs massivement parallèles. Certains auteurs font état d'une accélération d'un facteur 10 [45].

1.3 Etude de l'opérateur hyper-singulier

L'opérateur \mathcal{P}_0 comporte deux dérivations, ce qui le rend fortement singulier puisque la dérivée seconde de la fonction de Green a un comportement en $O(1/R^3)$ au voisinage de la singularité. La section précédente a montré les problèmes de précision que cela posait en polarisation H, problèmes que l'on ne parvient pas à résoudre par un traitement numérique. On s'applique donc à reformuler

l'expression analytique de l'opérateur, et reporter autant que possible les dérivations sur les champs \mathbf{E}^i et \mathbf{E}^r . L'étude est menée en deux temps : d'abord dans une configuration 2D, plus facile à évaluer. Les résultats seront ensuite appliqués au problème 3D.

1.3.1 Cas 2D, surfaces infiniment conductrices en polarisation H

En 2D, le problème de diffraction est scalaire, on se place en polarisation H puisque c'est elle qui pose problème dans le cas 3D. On a vu que la conductivité n'avait pas de véritable influence en polarisation H, les surfaces seront donc parfaitement conductrices pour simplifier. Ψ^d représente le champ électrique diffracté, connu sur la surface puisque le champ total Ψ y est nul. L'inconnue du calcul numérique est la dérivée normale du champ électrique, $\frac{\partial \Psi^d}{\partial n}$.

On définit les opérateurs suivants, équivalents à ceux rencontrés en 3D. En particulier, T_0 est l'équivalent de l'opérateur hyper-singulier \mathcal{P}_0 , c'est lui que l'on va essayer d'exprimer sous une forme plus adaptée aux calculs numériques.

$$\mathcal{S}_0 \Psi(\mathbf{r}) = \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

$$\mathcal{K}_0 \Psi(\mathbf{r}) = \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}) \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

$$\mathcal{K}'_0 \Psi(\mathbf{r}) = \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}') \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

$$\mathcal{T}_0 \Psi(\mathbf{r}) = \int (\mathbf{n} \cdot \mathbf{grad} \mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}') \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

La dernière intégrale est à comprendre au sens de la partie finie d'Hadamard [39]. On dispose en 2D des équations intégrales suivantes pour le modèle du plan localement différent :

$$\mathcal{S}_0 \frac{\partial \Psi^d}{\partial n'} = (\mathcal{K}'_0 + \frac{1}{2})(\Psi^i + \Psi^r) \quad (1.3.55)$$

$$(\mathcal{K}_0 + \frac{1}{2}) \frac{\partial \Psi^d}{\partial n'} = \mathcal{T}_0(\Psi^i + \Psi^r) \quad (1.3.56)$$

$(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}') = \frac{\partial \Psi^d}{\partial n'}$ n'est autre que la dérivée normale du champ diffracté, c'est à dire notre inconnue.

La fonction de Green s'exprime en 2D $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = +\frac{i}{4}H_0^1(K_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$, H_0^1 étant la fonction de Hankel [46] du premier type à l'ordre 0. G_0 est solution de l'équation $(\Delta_{2D} + K_0^2)G_0 = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ vérifiant une condition d'ondes sortantes. Son comportement lorsque \mathbf{r} tend vers \mathbf{r}' est donné par l'équivalence $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sim -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{2}$, la fonction est donc intégrable au voisinage de la singularité. Tout opérateur dont le noyau est proportionnel à G_0 , comme dans le membre de gauche de l'EFIE, ne pose donc aucun problème de calcul.

Les termes $(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}')$ et $(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n})$, noyaux respectifs de \mathcal{K}'_0 et \mathcal{K}_0 que l'on rencontre dans les deux équations, paraissent plus problématiques au voisinage de la singularité. Il n'en est en réalité rien, puisque la singularité de $\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ est compensée par le produit scalaire avec la normale. On note R la distance entre le point source et le point observation :

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (h(x) - h(x'))^2} \sim \sqrt{1 + h'(x)^2}|x - x'|$$

Le calcul donne

$$(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}') = -\frac{iK_0}{4} H_1^1(K_0 R) \frac{(x - x')(-h'(x')) + h(x) - h(x')}{R} \sim \frac{-iK_0}{8R} H_1^1(K_0 R) h''(x)(x - x')^2$$

La dernière égalité provient d'un développement de Taylor de la surface à l'ordre 2, il est donc nécessaire que la surface soit suffisamment régulière. La fonction de Hankel à l'ordre 1 a pour équivalent $H_1^1(K_0 R) \sim -\frac{2i}{\pi K_0 R}$ autour de 0. On en tire l'équivalent final, pour constater que la singularité n'apparaît plus :

$$(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}') \sim -\frac{1}{4\pi} \frac{h''(x)}{1 + h'(x)^2}$$

Rappelons que le terme diagonal de la matrice, en plus de cette expression multipliée par la longueur Δx de la maille, comprend aussi une partie principale valant $\frac{1}{2}$ et correspondant à la discontinuité au passage de la surface. Une expression similaire est obtenue pour $(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n})$. On s'aperçoit donc que l'EFIE et le membre de gauche de la MFIE ne contiennent qu'une singularité logarithmique dans le pire des cas.

Ce n'est pas le cas du second membre de la MFIE, du fait du noyau de l'opérateur \mathcal{T}_0 . Son comportement est en $O(\frac{1}{R^2})$ autour de la singularité, le terme diagonal doit donc être traité avec grande précaution, en intégrant au sens de la partie finie de Hadamard. Il se pose également le problème des termes proches de la diagonale, où l'approximation habituelle à l'ordre 1 peut ne plus suffire. Le traitement numérique direct est complexe et ne fournit pas de résultats satisfaisants. Heureusement, un pré-traitement analytique de l'équation est possible afin de reformuler l'équation en une version compatible avec les calculs numériques.

1.3.2 Traitement de l'opérateur \mathcal{T}_0

Le but est ici de reporter les dérivations de la fonction de Green, causes de calculs difficiles, sur les champs incident et réfléchi que l'on connaît analytiquement. Le développement analytique était déjà fait par Nédélec [47] mais n'avait pas été utilisé pour des simulations numériques. On repart de l'équation (1.3.56), valable au sens de la partie finie :

$$\frac{1}{2}(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}) + \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n})(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}') dx' = \int (\mathbf{n} \cdot \mathbf{grad} \mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}')(\Psi^i + \Psi^r) dx'$$

La première reformulation de la MFIE est obtenue en développant le double gradient et en utilisant l'équation définissant la fonction de Green. On parvient après calcul à une formulation où une des deux dérivations a été reportée sur les champs connus :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}) + \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n})(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}') dx' = \\ k^2 \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')(\Psi^i + \Psi^r) dx' + \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{t}) \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx' \quad (1.3.57) \end{aligned}$$

Il s'agit bien d'une reformulation de l'opérateur \mathcal{T}_0 . Définissons trois nouveaux opérateurs :

$$\mathcal{T}_a \Psi(\mathbf{r}) = k^2 \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

$$\mathcal{T}_b \Psi(\mathbf{r}) = \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{t}) \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

$$\mathcal{T}'_b \Psi(\mathbf{r}) = \int (\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{t}') \Psi(\mathbf{r}') dx'$$

L'opérateur \mathcal{T}_0 s'écrit maintenant $\mathcal{T}_0 \Psi = \mathcal{T}_a \Psi + \mathcal{T}_b \frac{\partial \Psi}{\partial t}$. On voit l'intérêt d'une telle formulation. Le terme $k^2 G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')$, noyau de \mathcal{T}_a , n'a qu'une singularité logarithmique, il ne pose aucun problème de calcul. Le terme restant a vu sa singularité diminuer, il n'est plus qu'en $O(\frac{1}{R})$ et correspond à une intégrale calculable au sens de la valeur principale de Cauchy. On verra que cette formulation permet aux calculs numériques de converger même si la précision de la solution est encore à améliorer, ce que l'on se propose de faire ci-dessous.

Définissons les fonctions γ et g

$$\gamma(x, x') = G_0((x, h(x)), (x', h(x'))) = g(R)$$

On vérifie aisément que

$$(\mathbf{grad} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{t}) = \frac{\partial}{\partial x} \gamma(x, x')$$

Il n'est pas possible, malgré cela, d'intégrer directement par parties le terme $\int \frac{\partial}{\partial x} \gamma(x, x') \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx'$, puisque la dérivation de la fonction de Green est par rapport à la variable x et non x' . Cependant, montrons que la somme des dérivées de γ par rapport à x et x' a des propriétés de régularité intéressantes. On utilise la formule de dérivation des fonctions composées :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \gamma}{\partial x'} = g'(R) \frac{(x - x') + h'(x)(h(x) - h(x'))}{R} + g'(R) \frac{(x' - x) + h'(x')(h(x') - h(x))}{R}$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \gamma}{\partial x'} = g'(R) \frac{(h'(x) - h'(x'))(h(x) - h(x'))}{R}$$

Sachant que l'expression de $g'(R)$ est donnée par

$$g'(R) = -\frac{iK_0}{4} H_1^1(K_0 R) = O\left(\frac{1}{R}\right)$$

Après développement de Taylor de la surface à l'ordre 2, on trouve que la somme des dérivées tend vers la valeur finie $\frac{h''(x)h'(x)}{2\pi(1+h'(x)^2)}$ et qu'elle ne comporte donc pas de singularité.

On reprend dès lors le traitement du terme problématique :

$$\int \frac{\partial}{\partial x} \gamma(x, x') \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx' = \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \gamma(x, x') + \frac{\partial}{\partial x'} \gamma(x, x') \right] \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx' - \int \frac{\partial}{\partial x'} \gamma(x, x') \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx'$$

On peut cette fois intégrer par parties :

$$\int \frac{\partial}{\partial x'} \gamma(x, x') \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx' = \left[\gamma \frac{d}{dx} [\Psi^i + \Psi^r] \right] - \int \gamma(x, x') \frac{d^2}{dx'^2} [\Psi^i + \Psi^r] dx'$$

Le terme entre crochets est nul puisque la perturbation de la surface est comprise entre deux valeurs finies de x , et que $\Psi^i + \Psi^r$ est nul pour une hauteur nulle. On arrive enfin à la formulation finale de la MFIE :

$$\begin{aligned} & \int (\mathbf{grad} G_0 \cdot \mathbf{n})(\mathbf{grad} \Psi^d \cdot \mathbf{n}') dx' = \\ & K_0^2 \int G_0(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') (\Psi^i + \Psi^r) dx' + \int (\mathbf{grad} G_0 \cdot (\mathbf{t} + \mathbf{t}')) \frac{d}{dx'} [\Psi^i + \Psi^r] dx' + \int G_0 \frac{d^2}{dx'^2} [\Psi^i + \Psi^r] dx' \end{aligned} \quad (1.3.58)$$

On peut l'écrire en termes d'opérateurs

$$\left(K_0 + \frac{1}{2} \right) \frac{\partial \Psi^d}{\partial n} = \mathcal{T}_0(\Psi^i + \Psi^r) = \mathcal{T}_a(\Psi^i + \Psi^r) + (\mathcal{T}_b + \mathcal{T}_b') \frac{d(\Psi^i + \Psi^r)}{dx} + \mathcal{S}_0 \frac{d^2(\Psi^i + \Psi^r)}{dx^2} \quad (1.3.59)$$

On voit avec ce qui précède que cette équation ne comprend aucune singularité non intégrable, l'opérateur \mathcal{T}_0 a bien été décomposé en plusieurs opérateurs dont les singularités sont logarithmiques dans le pire des cas. On s'attend donc à ce qu'elle permette des calculs numériques aisés et précis, ce que nous allons vérifier dans la partie suivante.

1.3.3 Comparaison des résultats sur différentes surfaces

Sur différentes surfaces, on compare les résultats en fonction de l'équation intégrale utilisée. On effectue les tests d'interface fantôme, de conservation de l'énergie, et on compare le champ diffracté obtenu avec les différentes équations. Nous utilisons comme référence les calculs effectués à partir de l'EFIE (équation 1.3.55), puisque cette technique a été validée depuis des années et peut servir de référence. Les singularités y sont faibles et la précision bonne. Les deux équations véritablement testées sont la première reformulation de la MFIE (équation (1.3.57)), qui comprend des singularités d'ordre 1 dans le pire des cas, et la deuxième (équation (1.3.58)) où les singularités sont au plus logarithmiques.

Le test de l'interface fantôme consiste à considérer que le milieu au-dessous de la surface a les mêmes propriétés qu'au-dessus, les champs incident et réfléchi ne sont donc pas perturbés, comme si la surface n'existait pas. D'où le terme "d'interface fantôme". Le champ diffracté est alors nul, et on obtient des équations comportant les matrices calculées, le champ incident et ses dérivées.

Les équations que l'on obtient pour le test de l'interface fantôme sont les suivantes, correspondant respectivement à l'EFIE, la première reformulation de la MFIE, et la seconde :

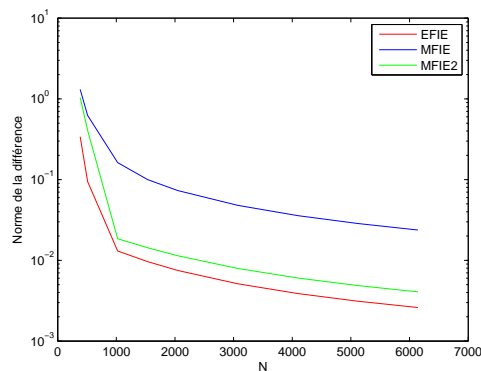
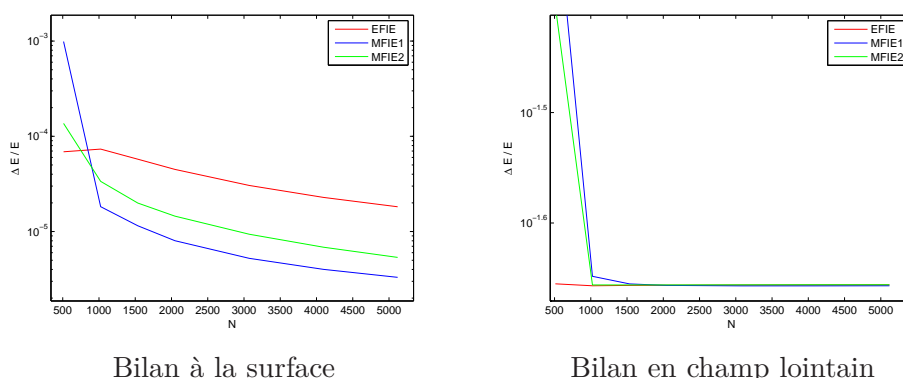
$$\Psi^i = (\mathcal{K}'_0 + \frac{1}{2})\Psi^i + \mathcal{S}_0 \frac{\partial \Psi^i}{\partial n} \quad (1.3.60)$$

$$\frac{\partial \Psi^i}{\partial n} = (\mathcal{K}_0 + \frac{1}{2}) \frac{\partial \Psi^i}{\partial n} - \mathcal{T}_a \Psi^i - \mathcal{T}_b \frac{\partial \Psi^i}{\partial t} \quad (1.3.61)$$

$$\frac{\partial \Psi^i}{\partial n} = (\mathcal{K}_0 + \frac{1}{2}) \frac{\partial \Psi^i}{\partial n} - \mathcal{T}_a \Psi^i - (\mathcal{T}_b + \mathcal{T}'_b) \frac{\partial \Psi^i}{\partial t} - \mathcal{S}_0 \frac{\partial^2 \Psi^i}{\partial t^2} \quad (1.3.62)$$

Le test se fait en calculant la norme de la différence des vecteurs correspondant aux deux membres de chaque équation. Plus le résultat est petit, meilleure est la précision de l'équation, et donc la représentation de l'opérateur \mathcal{T}_0 .

La surface et le milieu inférieur sont infiniment conducteurs pour les tests suivants. On vérifie systématiquement la conservation de l'énergie en calculant le flux à travers la surface de l'onde incidente et de l'ensemble onde réfléchi et onde diffractée. Compte tenu de la non linéarité de l'énergie, il n'est pas possible de calculer séparément la contribution de l'onde diffractée. Le bilan

FIGURE 1.11: Test de l'interface fantôme, surface gaussienne et incidence modérée (45°)FIGURE 1.12: Conservation de l'énergie, surface gaussienne en incidence modérée (45°)

énergétique se fait en comparant l'énergie de l'onde incidente d'une part et de la somme de l'onde réfléchiée par le plan moyen et de l'onde diffractée par les rugosités d'autre part.

On donne également le calcul de l'intensité effectué en champ lointain, en intégrant sur la direction d'observation. Ce dernier résultat est cependant moins significatif, puisque le palier que l'on observe est probablement dû au fait que le nombre de directions considérées n'augmente pas avec N (1 direction par degré angulaire, donc 180).

Surface gaussienne fortement rugueuse en incidence modérée

On commence par une rugosité plus simple que celle de la surface océanique. Il s'agit d'une surface monoéchelle dont le spectre de rugosités est une gaussienne. Les paramètres sont les suivants : 2048 points pour 128 longueurs d'onde, incidence modérée (45°), hauteur quadratique moyenne de 0.25λ pour une longueur de corrélation de 0.5λ . Les résultats, sur les figures 1.11, 1.12 et 1.13, montrent un bilan énergétique légèrement meilleur pour la formulation moins singulière, mais aucune différence notable dans les champs diffractés. A ce stade, les trois équations semblent être tout autant fiables pour le calcul du champ diffracté.

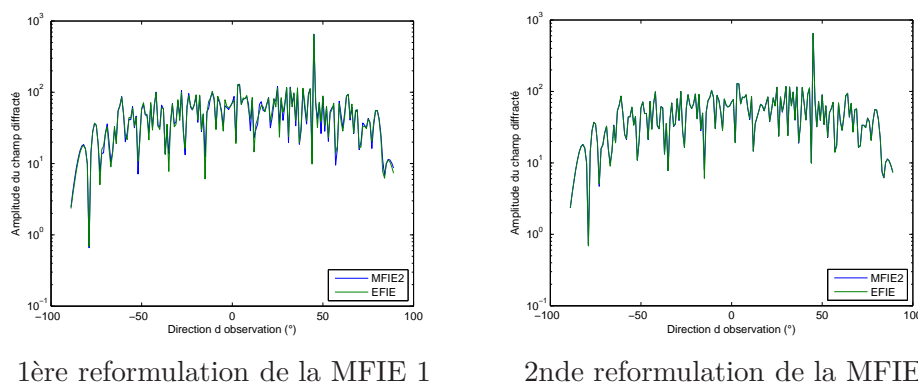


FIGURE 1.13: Champs diffractés par une surface gaussienne infiniment conductrice en incidence modérée (45°)

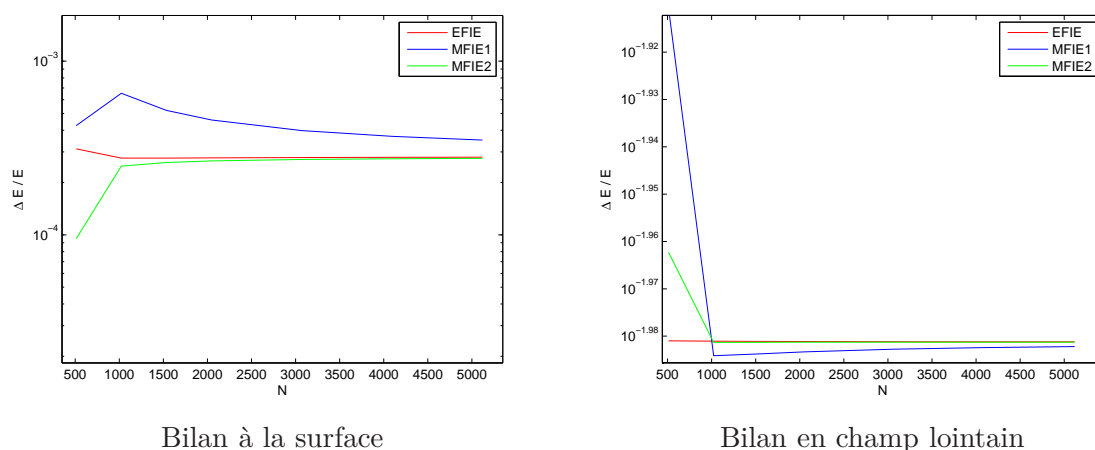


FIGURE 1.14: Conservation de l'énergie, surface gaussienne en incidence rasante

Surface gaussienne fortement rugueuse en incidence rasante

Il s'agit ici de la même surface, mais on se place cette fois en incidence rasante (89°).

Les résultats en incidence rasant, figures 1.14 et 1.15, montrent cette fois une différence dans la valeur du champ diffracté, l'équation plus singulière (MFIE 1) s'éloignant des deux autres. Cette différence est légère pour la plupart des directions de diffraction, mais très significative en rétrodiffusion (plusieurs dB), qui est évidemment le cas le plus fréquent. On voit ici l'intérêt de la formulation moins singulière, qui permet d'obtenir la section efficace prédite par l'équation de référence. Il reste à vérifier que ce résultat s'étend aux cas de surfaces océaniques, plus complexes.

Surface océanique en incidence modérée

La surface adoptée est ici issue d'un modèle linéaire relativement simple de surface océanique (spectre d'Elfouhaily [40] à 5 m/s). L'incidence est modérée (45°), et la surface est de 256 longueurs d'onde.

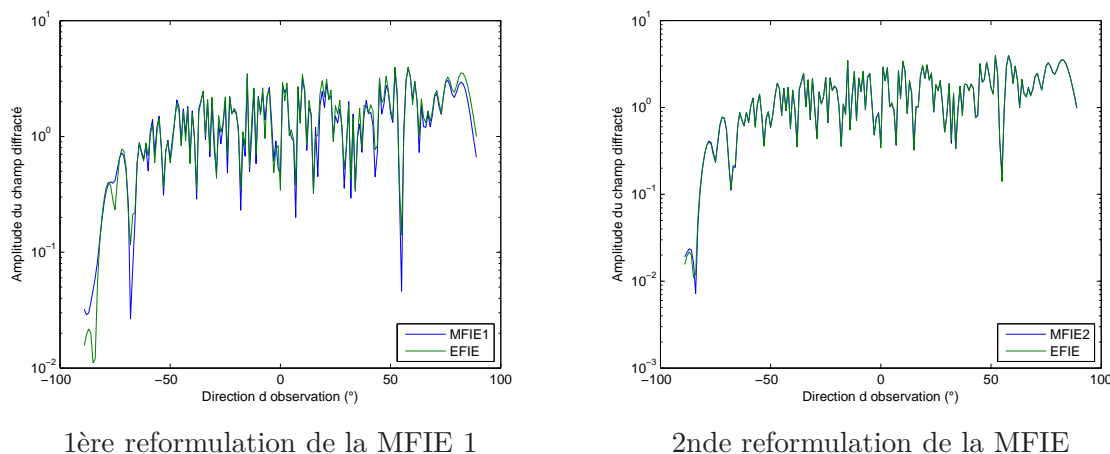


FIGURE 1.15: Champs diffractés par une surface gaussienne infiniment conductrice en incidence rasante

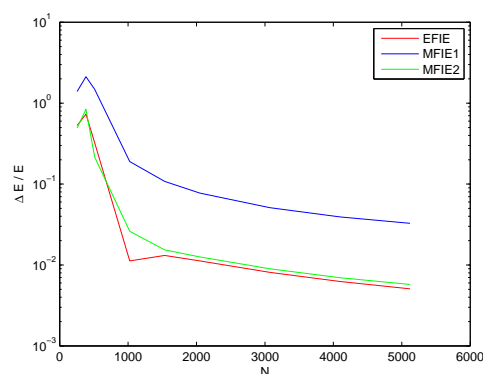


FIGURE 1.16: Test de l'interface fantôme, surface océanique en incidence modérée (45°)

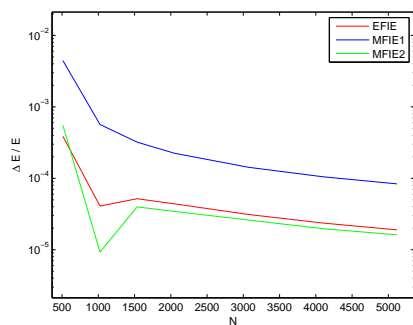
Les paramètres de rugosité sont une hauteur quadratique moyenne de 0.31λ et une pente quadratique moyenne de 0.12. Pour les calculs de champs diffractés, le nombre de points utilisé est 2048.

Les résultats, en figure 1.16, 1.17 et 1.18, montrent que la formulation faiblement singulière a toujours l'avantage pour ce qui est du bilan énergétique et de la précision numérique, mais que les champs diffractés sont sensiblement identiques.

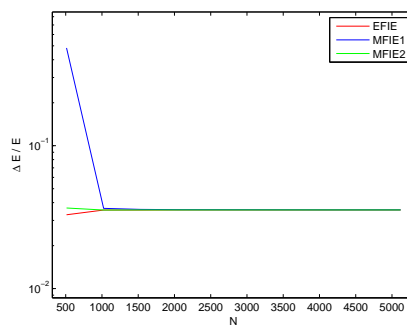
Surface océanique en incidence rasante

Il s'agit de la même surface, seule l'incidence a changé, pour passer à 89° .

Les résultats, figures 1.19 et 1.20, montrent la grande différence entre les deux formulations de la MFIE pour le calcul du champ diffracté. Cette divergence est complètement rédhibitoire pour des calculs de champ rétrodiffusé, tandis que la MFIE avec deux dérivations reportées donne entière satisfaction en permettant de retrouver le champ diffracté exact de l'EFIE.

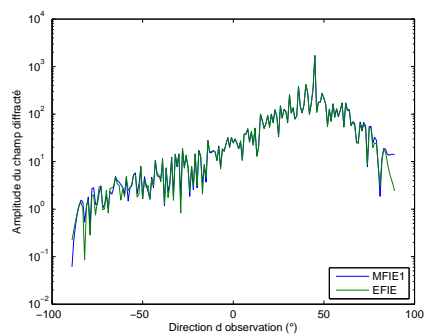


Bilan à la surface

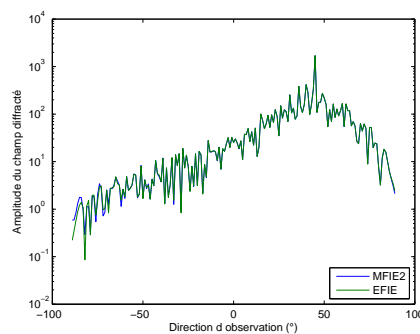


Bilan en champ lointain

FIGURE 1.17: Conservation de l'énergie, surface océanique infiniment conductrice en incidence modérée (45°)

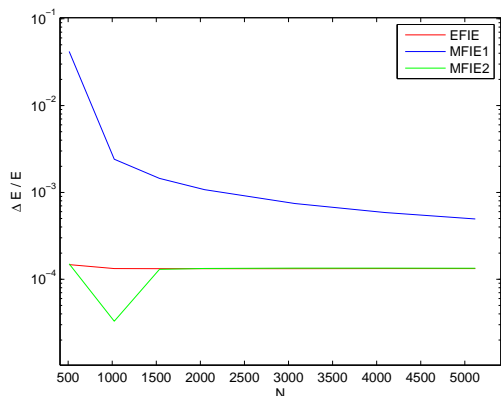


1ère reformulation de la MFIE 1

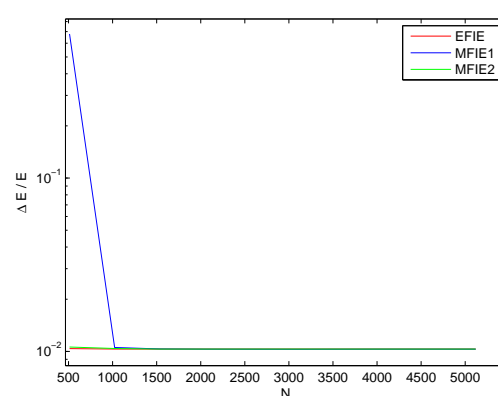


2nde reformulation de la MFIE

FIGURE 1.18: Champs diffractés par une surface océanique infiniment conductrice en incidence modérée (45°)

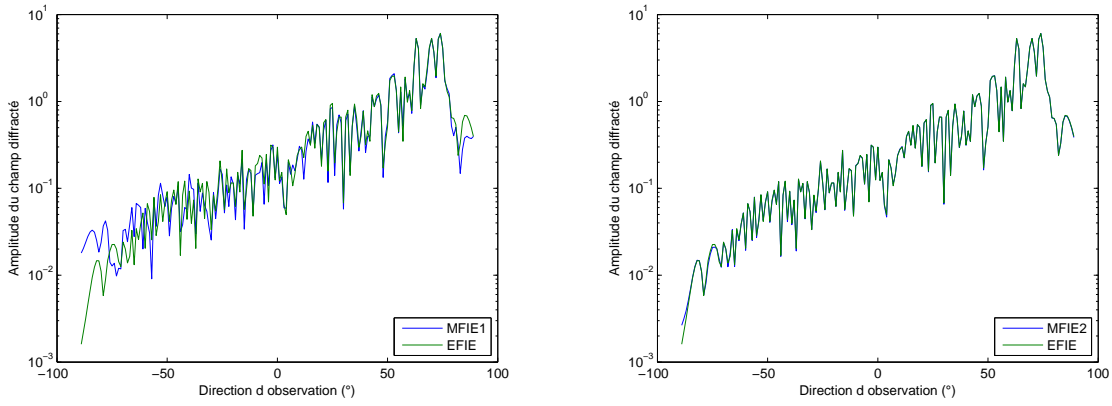


Bilan à la surface



Bilan en champ lointain

FIGURE 1.19: Conservation de l'énergie, surface océanique infiniment conductrice en incidence rasant



1ère reformulation de la MFIE 1

2nde reformulation de la MFIE

FIGURE 1.20: Champs diffractés par une surface océanique en incidence rasante

Au vu de cette étude 2D, la pertinence du report analytique des dérivations sur les champs incident et réfléchi est claire, cela permet réellement de résoudre le problème de précision de la MFIE en 2D. Voyons maintenant ce qu'il en est pour le problème tridimensionnel.

1.3.4 Reformulation de l'opérateur hypersingulier dans le cas 3D

Nous commençons par le cas infiniment conducteur, et repartons donc de l'équation (1.1.24) :

$$\left(\frac{1}{2} + \mathcal{M}_0\right) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^d) = -\frac{i}{\omega\mu_0} \mathcal{P}_0 (\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)) \quad (1.3.63)$$

et de l'expression de l'opérateur \mathcal{P}_0 (1.1.12) :

$$\mathcal{P}_0 \mathbf{c}_r = \mathbf{n}_r \wedge \int_S (k_0^2 G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{c}_{r'} + \nabla_R G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \text{Div} \mathbf{c}_{r'}) dS \quad (1.3.64)$$

Nous allons reformuler cet opérateur de la même façon que dans le cas 2D. Il se sépare naturellement comme l'on voit en deux opérateurs distincts que l'on peut expliciter :

$$\mathcal{P}_0 \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^{i+r} = \mathcal{P}_0^1 \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^{i+r} + \mathcal{P}_0^2 \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^{i+r} \quad (1.3.65)$$

où les opérateurs \mathcal{P}_0^1 et \mathcal{P}_0^2 s'écrivent simplement

$$\mathcal{P}_0^1 \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}^{i+r}(\mathbf{r}) = K_0^2 \mathbf{n} \wedge \int_S G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{n}' \wedge \mathbf{E}^{i+r}(\mathbf{r}') dS' \quad (1.3.66)$$

$$\mathcal{P}_0^2 \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}^{i+r}(\mathbf{r}) = -iK_0 \eta \mathbf{n} \wedge \nabla_R \int_S G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}^{i+r}(\mathbf{r}') dS' \quad (1.3.67)$$

Il s'agit donc de traiter l'opérateur \mathcal{P}_0^2 , qui est encore trop singulier. Définissons les deux grandeurs

$$\mathbf{m}^{i+r} = \phi \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{ref}) \quad \ell^{i+r} = \phi \mathbf{n} \cdot (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{ref}) \quad (1.3.68)$$

\mathbf{m} est un vecteur tangent et ℓ un scalaire. On rappelle que $\phi = \sqrt{1 + p^2 + q^2}$ avec $p = \frac{\partial h}{\partial x}$ et $q = \frac{\partial h}{\partial y}$. La distance entre le point courant et le point d'observation peut être notée $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Les deux parties de l'opérateur sont redéfinies pour porter sur m_x , m_y et ℓ :

$$\mathcal{P}_0^1 \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} (x, y) = K_0^2 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \iint_{\mathbb{R}^2} G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \begin{bmatrix} 1 + pp' & pq' \\ qp' & 1 + qq' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} (x', y') dx' dy' \quad (1.3.69)$$

$$\mathcal{P}_0^2 \ell(x, y) = -i\omega\mu_0 \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{iK_0 R - 1}{R^2} G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \begin{bmatrix} -(y - y') - q(z - z') \\ +(x - x') + p(z - z') \end{bmatrix} \ell(x', y') dx' dy' \quad (1.3.70)$$

On reformule l'opérateur \mathcal{P}_0^2 à l'aide du théorème de STOKES sur une surface S :

$$\int_S \mathbf{n} \wedge \nabla_R A dS = \oint_{\partial S} A d\ell \quad (1.3.71)$$

Ce théorème est valable pour A un champ scalaire, mais aussi pour une densité surfacique ; le gradient est alors à prendre au sens du gradient de surface.

Ce théorème est appliqué sur le champ $A(\mathbf{r}') = G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\phi' \mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}')$, supposé nul sur le bord ∂S de la surface, pour obtenir l'expression :

$$\mathcal{P}_0^2 \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -i\omega\mu_0 \int_S \left(\mathbf{n} - \frac{\phi'}{\phi} \mathbf{n}' \right) \wedge \nabla_R G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}') dS' \quad (1.3.72)$$

$$-i\omega\mu_0 \frac{1}{\phi} \int_S G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{n}' \wedge \nabla_{R'} (\phi' \mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}')) dS' \quad (1.3.73)$$

Ainsi \mathcal{P}_0^2 peut à son tour être décomposé en deux parties $\mathcal{P}_0^2 = \mathcal{P}_0^3 + \mathcal{P}_0^4$. Si ces parties sont bien faiblement singulières, elles ne sont plus tangentes à la surface au point d'observation \mathbf{r} . Après

projection sur ce plan,

$$\mathcal{P}_0^2 \ell(x, y) = \mathcal{P}_0^3 \ell(x, y) + \mathcal{P}_0^4 \begin{bmatrix} \partial_x \ell \\ \partial_y \ell \end{bmatrix} (x, y) \quad (1.3.74)$$

$$\mathcal{P}_0^3 \ell(x, y) = -i\omega\mu_0 \frac{1}{\phi^2} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{ikR - 1}{R^2} G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \left\{ \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} ((q - q')(x - x') - (p - p')(y - y')) \right. \quad (1.3.75)$$

$$\left. + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + p^2 & pq \\ pq & 1 + q^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p - p' \\ q - q' \end{bmatrix} z - z' \right\} \ell(x', y') dx' dy' \quad (1.3.76)$$

$$\mathcal{P}_0^4 \begin{bmatrix} \partial_x \ell \\ \partial_y \ell \end{bmatrix} (x, y) = -i\omega\mu_0 \iint_{\mathbb{R}^2} G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\phi^2} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(q - q') & (p - p') \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \partial_x \ell \\ \partial_y \ell \end{bmatrix} (x', y') \quad (1.3.77)$$

Le cas fortement conducteur se traite de la même façon, à la seule différence que l'opérateur \mathcal{P} , s'applique à une quantité légèrement plus compliquée, puisque l'équation est la suivante :

$$\left\{ (1 + \mathcal{M}_0 - \mathcal{M}) - i \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}}{K_0 \eta_0} Z \right\} \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}^{dif} = \frac{-i}{K_0 \eta_0} \mathcal{P}_0 \{ \mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{ref}) - Z \mathbf{n} \wedge (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{ref}) \} \quad (1.3.78)$$

Il faut donc remplacer les dérivées de $\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{ref})$ par les quantités équivalentes issues du second membre de l'équation ci-dessus.

Rappelons que les opérateurs $\mathcal{M}_0 - \mathcal{M}$ et $\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}$ que l'on voit dans le membre de gauche de l'équation n'ont qu'une faible singularité (les singularités des différents opérateurs se compensent lorsqu'on fait la différence).

1.3.5 Implémentation de l'équation à deux dérivations reportées et comparaison avec le cas 2D

L'équation a été implémentée dans le code tridimensionnel, avec décomposition de l'opérateur \mathcal{P}_0 en \mathcal{P}_0^1 , \mathcal{P}_0^3 et \mathcal{P}_0^4 . Nous nous plaçons dans le cas de la surface océanique étudiée en 2D, à 89° d'incidence, et allons déterminer si la reformulation a amélioré la précision du calcul. Le théorème d'extinction, donc la séparation entre les courbes correspondant à S^+ et S^- , va nous servir de principal indicateur pour cela. Les résultats sont dans la figure 1.21 pour la polarisation HH, et en figure 1.22 pour la polarisation VV.

Les courbes en polarisation V, avec une bonne extinction dans le cas de la formulation à 3 termes, montrent que l'implémentation est réussie. Nous voyons par contre que, malheureusement, le problème en polarisation H n'a pas disparu, la séparation étant même encore plus mauvaise.

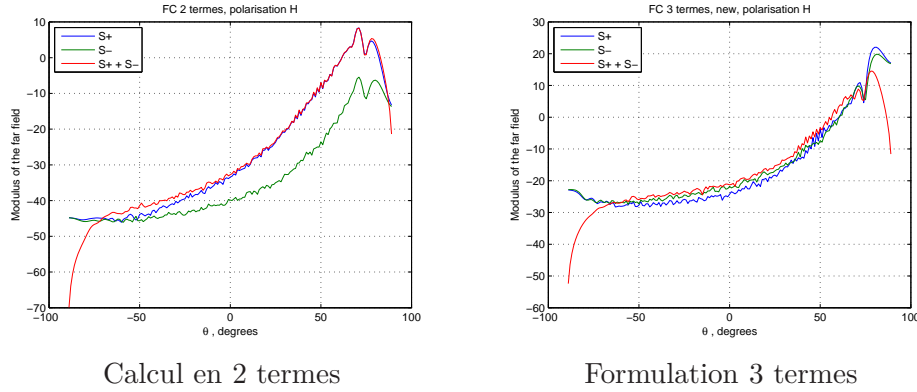


FIGURE 1.21: Influence de la reformulation de l'opérateur \mathcal{P}_0 en polarisation H, surface fortement conductrice

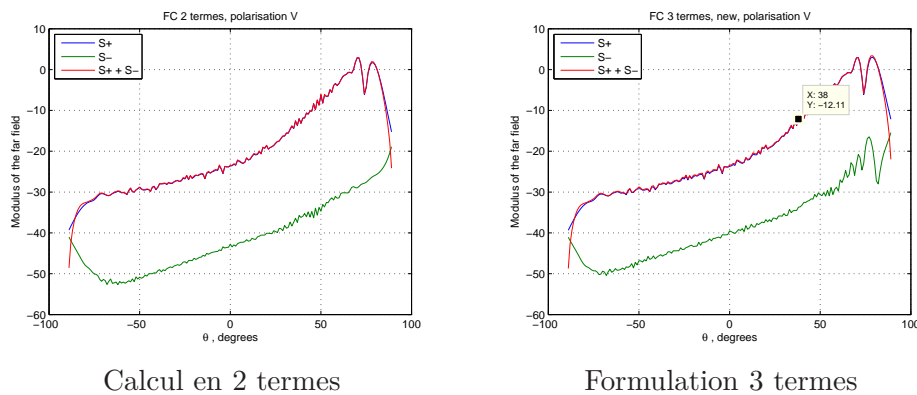


FIGURE 1.22: Influence de la reformulation de l'opérateur \mathcal{P}_0 en polarisation V, surface fortement conductrice

On se souvient que la formulation à 3 termes dans le cas 2D avait pourtant permis d'obtenir une excellente implémentation de la MFIE. Pour comprendre cela, on rend une surface invariante selon l'axe (Oy), on effectue le calcul de diffraction 3D, et on fait le calcul 2D sur la même surface. Les résultats sont ci-dessous, on compare tout d'abord la formulation 3D à 2 termes (opérateur \mathcal{P}_0 défini par l'équation 1.3.64) avec la MFIE 2D avec 1 seule dérivée reportée (équation 1.3.57). La comparaison se fait ensuite entre la formulation 3D à 3 termes (opérateur \mathcal{P}_0 défini par l'équation 1.3.74) avec la MFIE 2D à 2 dérivées reportées (équation 1.3.59).

On voit (figure 1.23) que la situation est très similaire : les champs diffractés (S^+) se ressemblent beaucoup, et le théorème d'extinction est respecté de façon assez semblable, c'est à dire mal. Les champs diffractés dans les cas 2D et 3D sont sensiblement identiques, comme le montre la figure 1.24.

Nous vérifions donc qu'il s'agit bel et bien du même calcul électromagnétique.

Dans les deux cas, on reporte maintenant deux dérivées sur les champs incident et réfléchi, ce qui donne la figure 1.25. Le verdict est clair, dans le cas 2D le report de la seconde dérivée sur les

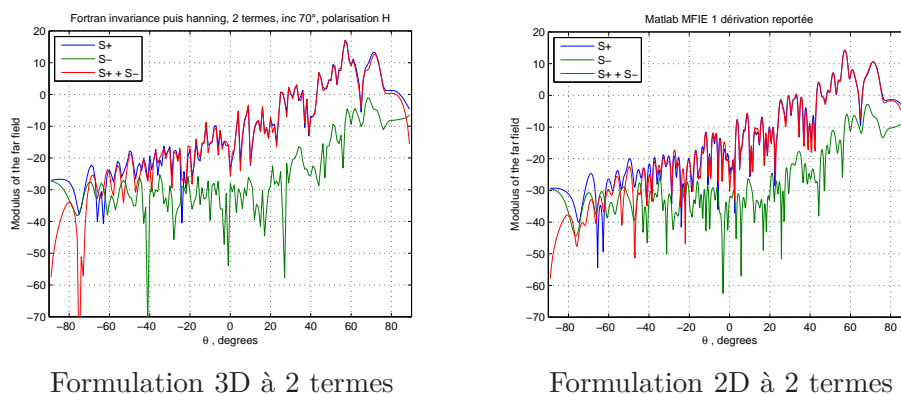


FIGURE 1.23: Comparaison des codes 2D et 3D : équations avec une dérivation reportée sur le champ incident.

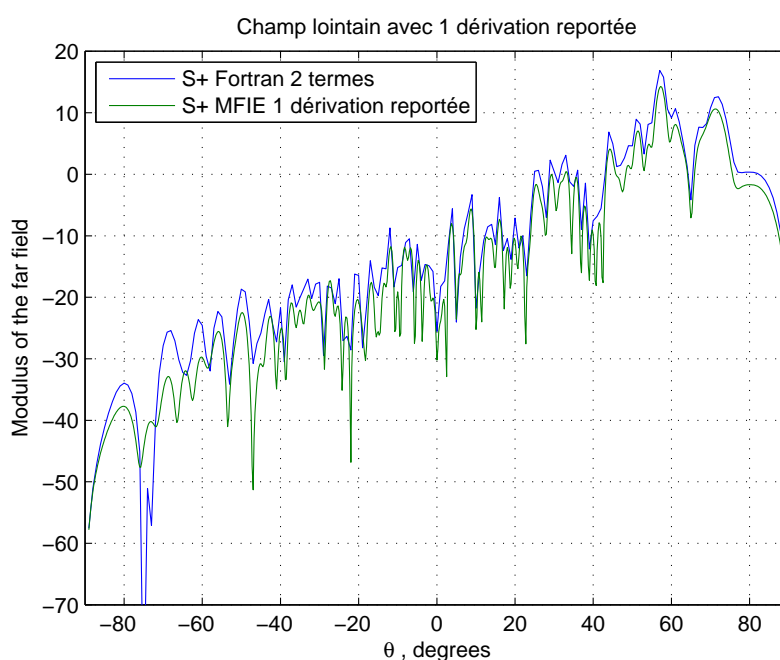


FIGURE 1.24: Comparaisons des champs diffractés 2D et 3D pour la même surface.

champs incident et réfléchi permet de respecter le théorème d'extinction, ce qui n'est pas du tout le cas pour l'équation 3D.

1.3.6 Conclusion

L'approche du plan localement déformé a été appliquée au cas de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses bidimensionnelles de forte conductivité. Dans le cas de la polarisation incidente verticale et en incidence rasante, la prise en compte de la conductivité finie est indispensable et les tests numériques prouvent la précision des calculs avec la méthode des moments en co-polarisation et polarisation croisée. Cette dernière polarisation croisée est intéressante même aux

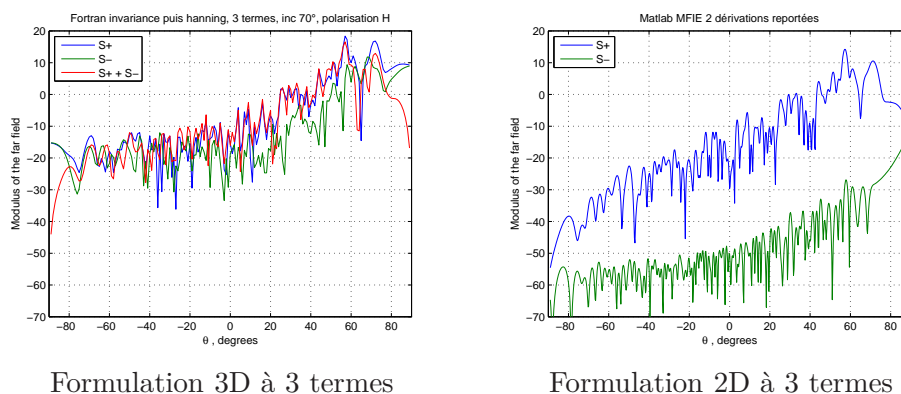


FIGURE 1.25: Comparaison des formulations 2D et 3D : équations avec deux dérivations reportées sur le champ incident.

plus faibles incidences car elle est calculée pour un champ incident qui est une onde plane plutôt qu'un faisceau.

L'approche du plan localement déformé implique nécessairement la discrétisation d'un opérateur hyper singulier. Pour cet opérateur, plusieurs formulations ont été testées. Dans le cas de la polarisation H, quelle que soit la formulation, le calcul n'est pas satisfaisant dès lors que l'incidence est supérieure à 60° et que de grandes échelles de surface (longueur d'onde supérieure à 15 fois la longueur d'onde électromagnétique) sont présentes. Ce défaut est associé au calcul tridimensionnel et n'est pas présent dans les simulations bidimensionnelles.

Du point de vue de la diffraction microondes par la surface océanique, l'algorithme présenté ici est également limité en taille de surface par la charge numérique. Les hautes fréquences (bande X à 10 GHz et au-delà) tout autant que les états de mer importants semblent inaccessibles en l'état. Le simulateur peut toutefois être appliqué sur la partie hautes fréquences du spectre pour y tester les performances des modèles approchés. Les modèles empiriques ne peuvent toutefois être étudiés de cette façon.

Dans la partie suivante, nous allons appliquer cet algorithme à l'évaluation de la section efficace de la mer en microondes, dans le cas d'une fréquence électromagnétique modérée et d'un faible état de mer pour éviter la surcharge numérique. Dans cette configuration, il est possible d'étudier certaines méthodes approchées et modèles empiriques fréquemment utilisés dans la communauté. Une méthode approchée en particulier, nommée GOSSA, est étudiée et choisie pour des applications pratiques comme l'estimation de l'écho radar généré par un radar avec prise en compte du diagramme d'antenne entier.

Chapitre 2

Section efficace radar de l'océan

Un radar mesure une puissance rétrodiffusée par la cible (dans le cas général d'une configuration monostatique). Cette mesure n'est cependant pas pratique à utiliser : elle ne caractérise pas la cible puisqu'elle dépend directement de la distance à celle-ci. De ce fait, la quantité pertinente pour la télédétection est la section efficace normalisée σ^0 . Elle est reliée à la puissance élémentaire rétrodiffusée par l'équation du radar [4] :

$$dPr(x, y) = \frac{P_e A_e G_a(\alpha) \sigma^0(\theta)}{(4\pi)^2 R^4} dx dy \quad (2.0.1)$$

où :

- R est la distance entre l'émetteur et la cible
- P_e est la puissance globale émise par le radar
- A_e est l'aire efficace du récepteur
- $G_a(\alpha)$ est le gain de l'antenne dans la direction α par rapport à un rayonnement isotrope, α étant mesuré entre la direction de l'antenne et la cible
- $\sigma^0(\theta)$ est la section efficace rétrodiffusée normalisée sous une incidence θ .

Notons toutefois que, si la NRCS ne dépend pas de la distance à la cible, elle dépend cependant de l'angle sous lequel celle-ci est vue (et de l'angle vers le récepteur s'il est différent de l'émetteur).

2.1 Quelques considérations sur les données expérimentales et modèles empiriques répandus

Pour la conception d'une antenne, ou son intégration dans un système complet dont il faut prévoir les performances, il est nécessaire d'estimer l'intensité du rayonnement radar dont l'environnement marin sera responsable. Dans la pratique, les industriels utilisent pour cela des modèles empiriques

fondés sur d'anciennes études expérimentales. J'ai moi-même pu le constater pour des organismes comme DCNS, Thales, ou encore l'Onera, qui n'utilisent généralement pas de méthodes de calcul de clutter de mer dans les études de conception de systèmes radar.

Les études expérimentales sont préférées aux modèles numériques pour des raisons de simplicité, même si les limites et erreurs de ces modèles empiriques ne sont pas bien connues. Nous allons présenter les principaux modèles empiriques utilisés et préciser certaines de ces limites.

2.1.1 Données expérimentales de référence : étude de Nathanson

Il existe bon nombre d'études expérimentales partielles, limitées en général à une ou quelques configurations particulières. Parmi ces études, une sort nettement du lot de par le nombre de conditions expérimentales couvertes, et la contribution de nombreux chercheurs du domaine sur plusieurs décennies. Ces données ont été rassemblées par Nathanson depuis les années 60, et ont été publiées notamment dans les différentes éditions de son livre *Radar Design Principles* [4] (p. 274 et suivantes), des ajouts et des corrections étant faits à chaque étape.

Description de la mer

Une étude radar sur la mer doit préciser les conditions de cette dernière, qui influencent fortement les résultats. De façon générale, plus le vent est fort, plus la mer est agitée et plus l'écho radar sera grand. La relation entre le vent et la hauteur des vagues n'est pas simple, puisque cela dépend notamment du temps pendant lequel le vent a soufflé. De plus, la présence éventuelle de houle, c'est-à-dire d'une agitation qui a été créée ailleurs puis s'est propagée, ajoute une élévation qui n'a pas de rapport avec les conditions instantanées de vent.

Ceci étant, en mettant de côté la possibilité d'une houle venant de l'extérieur de la zone considérée, il est possible de caractériser le lien entre les conditions de vent et l'état de la mer. Nathanson inclut dans son livre [4] p.270 une table complète de correspondances, reprise du numéro de mai 1964 de la revue *Undersea Technology*. Le concept le plus utilisé et qui nous intéressera est celui d'*état de mer* (Sea State, abrégé SS, en anglais), un entier de 0 à 8 caractérisant les types de mer entre mer d'huile (état de mer 0) et forte tempête (état de mer 8). Les différents états de mer, en supposant que le vent souffle depuis longtemps à une vitesse constante, peuvent être reliés à cette vitesse par la correspondance de la figure 2.1.

Données de Nathanson

Elles couvrent les états de mer 0 à 6, donc un spectre allant de la mer d'huile à un début de tempête. Les valeurs de section efficace normalisée (NRCS) sont fournies pour les polarisation HH et VV,

Etat de mer	Vitesse v du vent (m/s)
0	$v < 1$
1	$1 < v < 3$
2	$3 < v < 6$
3	$6 < v < 8$
4	$8 < v < 10$
5	$10 < v < 12$
6	$12 < v < 15$
7	$15 < v < 21$
8	$v > 22$

FIGURE 2.1: Correspondance entre états de mer et vitesse de vent.

pour les bandes de fréquence UHF (0.5 GHz), L (1.25 GHz), S (3 GHz), C (5.6 GHz), X (9.3 GHz), Ku (17 GHz) et Ka (35 GHz). Les angles d'incidence disponibles sont 30° , 60° , 80° , 87° , 89° , 89.7° et 89.9° . Un seul chiffre est donné pour chaque condition expérimentale : il s'agit d'une moyenne sur toutes les directions de vent.

Cette base de données est remarquable et sans équivalent, tout en souffrant d'un certain nombre de défauts. Peu d'angles d'incidence et de fréquences sont disponibles, et encore la valeur de la NRCS pour nombre des conditions expérimentales listées ci-dessus manque. Pour comparer le résultat d'une expérience à cette base de données, il faut donc en général faire une extrapolation forcément hasardeuse. De plus, l'incertitude sur les valeurs de NRCS renseignées est loin d'être négligeable : Nathanson indique pour certains cas que des erreurs jusqu'à 8 dB sont loin d'être improbables.

De ce fait, ces données servent plutôt de point de référence pour tester un modèle, elles donnent l'allure de la courbe et une indication de l'ordre de grandeur attendu plutôt qu'elles ne permettent une comparaison précise avec un autre résultat expérimental.

2.1.2 Modèle du Georgia Institute of Technology (GIT)

Aucune expérience, même les dizaines de campagnes de mesures récoltées par Nathanson, ne peut prétendre à l'exhaustivité. D'un point de vue pratique, un modèle empirique est nécessaire, qui réponde à la plus grande gamme possible de conditions expérimentales. Ceci a été essayé dès les années 1950, par des chercheurs de l'Institut Technologique de Recherche de Géorgie, aux Etats-Unis [48].

L'objectif du programme était de déterminer l'écho de mer moyen aux faibles angles rasants en fonction de la fréquence du radar, la polarisation, la résolution en distance du système, et les conditions de mer et de vent. On peut trouver une confirmation que le sujet est difficile dans le compte-rendu qu'en donne Long, un des participants, dans son livre [5] : *"It soon became obvious that there were*

more variables than could be handled systematically, because one rarely (or never) could duplicate the same operating conditions”.

De fait, la pertinence de la notion même de moyenne (NRCS) peut être discutée : les points de mesure à une condition expérimentale fixée s'étalent fréquemment sur plus de 40 dB [49], figure reproduite dans le livre de Long [5, p. 400].

L'expression de la section efficace finalement retenue est proposée pour une fréquence entre 1 et 10 GHz (bande L à bande X) et un angle rasant θ entre 0 et 10°. L'expression de σ_{HH}^0 est la suivante :

$$\sigma_{HH}^0 = 10 \log[3.9 \times 10^{-6} \lambda \theta^{0.4} A_i A_u A_w] \quad (2.1.2)$$

où λ est la longueur d'onde électromagnétique en mètres, θ l'angle rasant en radians, $A_i = \sigma_\phi^4 / (1 + \sigma_\phi^4)$, $\sigma_\phi = (14.4\lambda + 5.5)\theta h_{av} / \lambda$, h_{av} est la hauteur moyenne des vagues en mètres, $A_u = \exp[0.2 \cos \phi (1 - 2.8\theta)(\lambda + 0.015)^{-0.4}]$, ϕ l'angle en radians entre la direction d'antenne et la direction du vent, $A_w = [1.94V_w / (1 + V_w/15.4)]^{q_w}$, $q_w = 1.1 / (\lambda + 0.015)^{0.4}$.

On considère souvent (et ce sera le cas dans nos simulations) que la mer est totalement développée, c'est à dire que le vent a soufflé depuis assez longtemps pour amener la composition des vagues à un état d'équilibre. Dans ce cas, $V_w = 8.67h_{av}^{0.4}$, où V_w est en m/s et h_{av} en mètres. Nous utilisons cette relation dans les simulations présentées utilisant le modèle GIT.

En polarisation VV, la formule entre 1 et 3 GHz est

$$\sigma_{VV}^0 = \sigma_{HH}^0 - 1.73 \ln(h_{av} + 0.015) + 3.76 \ln(\lambda) + 2.46 \ln(\theta + 0.0001) + 22.2 \quad (2.1.3)$$

tandis qu'entre 3 et 10 GHz,

$$\sigma_{VV}^0 = \sigma_{HH}^0 - 1.05 \ln(h_{av} + 0.015) + 1.09 \ln(\lambda) + 1.27 \ln(\theta + 0.0001) + 9.7 \quad (2.1.4)$$

Il est à noter que le modèle du GIT et les données de Nathanson sont très utilisés, mais ne s'accordent pas systématiquement. L'accord est bon pour de forts états de mer et de hautes fréquences, mais l'écart grandit au fur et à mesure que l'état de mer et la fréquence diminuent. L'écart atteint ainsi plus de 30 dB en bande L et en état de mer 2, comme le montre la figure 2.2. Plus de comparaisons sont faites dans [50].

Le modèle GIT a été étendu plus tard pour des fréquences jusqu'à 100 GHz [48].

2.1.3 Modèle du Naval Research Laboratory (NRL)

Comme on a vu, le désaccord entre les données de Nathanson et le modèle du GIT est parfois grand, notamment à des fréquences et états de mer faibles. Or, le modèle du GIT est empirique

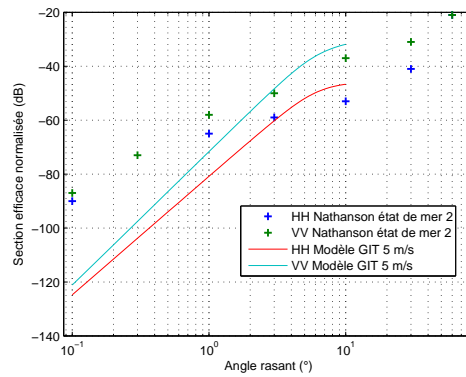


FIGURE 2.2: Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues expérimentalement par Nathanson et prédites par le modèle GIT en bande L (1.25 GHz)

et ne tire sa légitimité que des mesures expérimentales, et les données de Nathanson sont toujours considérées comme la base de données de référence. Des interrogations sont soulevées, et Nathanson reconnaît lui-même que ces mesures sont très approchées, mais cette synthèse de plusieurs dizaines de campagnes de mesures s'étalant sur deux décennies n'a pas d'équivalent. Il est donc logique de vouloir proposer un modèle empirique plus proche des données.

C'est ce qu'ont fait les chercheurs du Naval Research Laboratory (NRL) à Washington DC, dans une publication récente (2012) [50]. Le parti pris est différent de celui du GIT : une formule générale de la NRCS σ est proposée, et 5 paramètres c_i pour chacun des deux cas de polarisation sont déterminés par la minimisation de l'écart aux données de Nathanson.

La formule empirique qu'ils ont proposée est la suivante :

$$\sigma_{H,V} = c_1 + c_2 \log_{10} \sin \alpha + \frac{(27.5 + c_3 \alpha) \log_{10} f}{1 + 0.95 \alpha} + c_4 (1 + SS)^{\frac{1}{2+0.085\alpha+0.033SS}} + c_5 \alpha^2 \quad (2.1.5)$$

où α est l'angle rasant, complémentaire de l'angle d'incidence, f la fréquence, SS l'état de mer entre 0 et 6.

La publication ne précise cependant pas la façon dont cette formule a été obtenue, ainsi que les coefficients 0.085, 0.033 etc, qui résultent vraisemblablement d'une autre optimisation.

Cette formulation, par construction, colle bien aux données de Nathanson, bien mieux que le modèle du GIT. On peut donc la voir comme une extrapolation de ces données, qui a l'avantage de fournir une fonction continue des différentes variables (incidence, fréquence) pour tout état de mer et cas de polarisation.

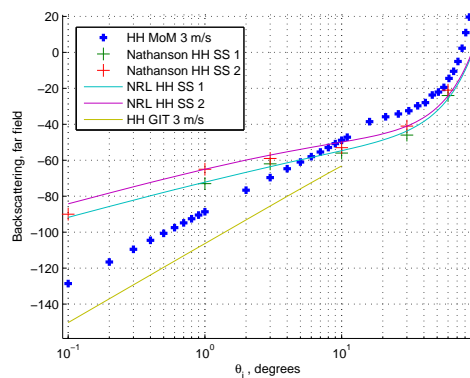


FIGURE 2.3: Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation HH à 1.25 GHz (bande L)

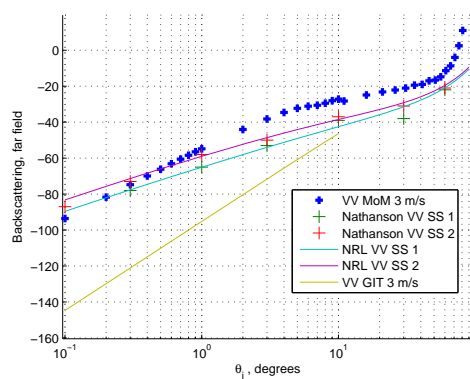


FIGURE 2.4: Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation VV à 1.25 GHz (bande L)

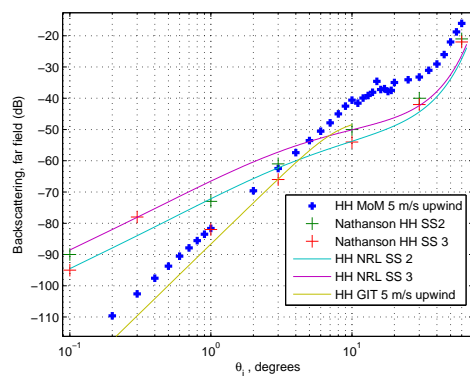


FIGURE 2.5: Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation HH à 0.5 GHz (UHF)

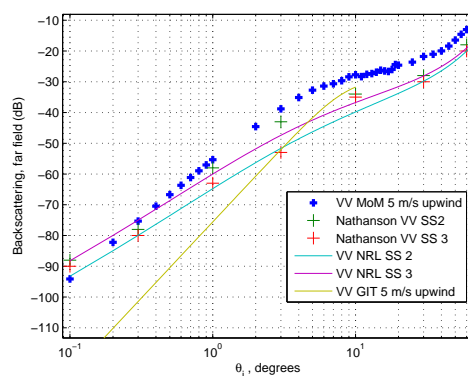


FIGURE 2.6: Comparaisons des valeurs de sections efficaces obtenues par la méthode des moments et les modèles empiriques en polarisation VV à 0.5 GHz (UHF)

2.1.4 Comparaisons et discussion des différents modèles

Les deux modèles empiriques, ainsi que les données de Nathanson, ont été comparés avec nos calculs de méthode des moments dans deux configurations où le calcul rigoureux était possible : bande L (24 cm de longueur d'onde) et mer agitée par un vent de 3 m/s en figures 2.3 et 2.4, et ondes UHF (60 cm de longueur d'onde) avec un vent de 5 m/s en figures 2.5 et 2.6. A noter que dans le cas du modèle GIT, la fréquence 0.5 GHz est a priori en dehors du domaine de validité indiqué (1-10 GHz), la courbe correspondante est donc à considérer avec précaution.

L'échelle des abscisses choisie est logarithmique pour mettre en avant les grands angles d'incidence, ou faibles angles rasants. Des vents de 3 et 5 m/s correspondent à des états de mer 1 et 2 respectivement, les états de mer 2 et 3 ont été également indiqués puisque la définition des états de mer recouvre tout une gamme de conditions de mer différentes.

Comme ces configurations correspondent à un vent faible et des fréquences peu élevées, le modèle GIT sous-estime grandement la section efficace pour les angles rasants. Ce résultat a déjà été mentionné [50], nos calculs le confirment clairement. Si l'on prend comme référence les données de Nathanson, et donc le modèle NRL qui les suit, on voit que, en polarisation VV, nos calculs de méthode des moments reproduisent le bon comportement. L'accord avec les données expérimentales en polarisation HH est nettement moins clair pour les grands angles d'incidence (notamment la plage 80-90°).

Les comparaisons montrent que notre méthode des moments a tendance à surestimer la section efficace par rapport aux mesures expérimentales. Ceci est notamment dû au fait que les mesures de Nathanson sont des moyennes sur toutes les directions de vent, tandis que nos simulations sont faites en configuration upwind où le retour radar est plus fort. Ceci explique un décalage de plusieurs dB.

2.2 Etude des conditions de validité de certaines méthodes approchées

Le problème de diffraction par la surface de la mer est difficile à résoudre de façon rigoureuse, c'est-à-dire en résolvant les équations de Maxwell. Les équations intégrales détaillées dans la première partie de ce manuscrit en sont un exemple, dont on voit le principal défaut : la (très) lourde charge numérique des calculs qui les utilisent. Une autre approche consiste en l'utilisation d'hypothèses simplificatrices, permettant d'obtenir une expression plus explicite de la section efficace. Il est alors nécessaire de vérifier et valider la pertinence de ces hypothèses, sans quoi la précision des résultats n'est pas garantie, mais ces méthodes dites approchées permettent généralement de gagner plusieurs ordres de grandeur sur le temps de calcul et la mémoire requise.

Il existe de nombreuses méthodes approchées, aucune ne pouvant prétendre s'appliquer dans toutes les conditions. En fait, leurs domaines de validité sont très différents, et leur complexité à implémenter et utiliser est variable. Une étude assez exhaustive de ces méthodes approchées est faite dans un article de Elfouhaily et Guérin de 2004 [51]. Dans cette partie, nous allons étudier certaines des méthodes approchées les plus utilisées, dans les conditions particulières de l'incidence rasante, point assez peu connu.

L'incidence rasante pose des problèmes spécifiques, en augmentant l'influence des phénomènes complexes comme la diffusion multiple. Une approche populaire pour prendre cela en compte est l'utilisation de fonctions d'ombrage, approche développée depuis les années 1960 [52], [53]. La validité des techniques à base de fonctions d'ombrage dans le cas des surfaces rugueuses est discutée [54], [55]. L'étude de Spiga [44] avait montré la difficulté de corriger les modèles à deux échelles à l'aide de fonctions d'ombrage. De ce fait, je m'attacherai à d'autres techniques et n'étudierai donc pas les fonctions d'ombrage en détail.

2.2.1 Modélisation linéaire de la mer

Une simulation numérique de l'écho radar de la mer est un problème double : il faut modéliser, caractériser la surface de la mer, tout autant que le problème de diffraction. Nous nous intéressons tout d'abord à la modélisation de la mer, les différentes méthodes de calcul du champ diffracté seront détaillées dans les paragraphes suivants.

Une surface de mer est classiquement représentée par une superposition de sinusoides qui évoluent dans le temps suivant une relation de dispersion $\omega(k)$, et dont les amplitudes sont aléatoires et régies par un spectre de mer $\Gamma(\mathbf{k})$. La hauteur de la surface $\eta_t(\mathbf{r}) = \eta_t(x, y)$ à un instant donné et dans un

système orthonormal de coordonnées (x, y, z) s'écrit de la façon suivante :

$$\eta_t(\mathbf{r}) = \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} A_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (2.2.6)$$

Les amplitudes dans l'espace de Fourier ne sont pas corrélées. Cela correspond à un modèle linéaire, dans lequel les vagues n'interagissent pas les unes avec les autres, et se propagent de manière indépendante. D'où la formule :

$$\langle A_t(\mathbf{k}) A_t(\mathbf{k}') \rangle = \Gamma(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (2.2.7)$$

D'un point de vue numérique, de telles surfaces peuvent être générées en utilisant la formule suivante :

$$\eta_t(\mathbf{r}) = \text{Re} \sum_{\mathbf{k}} A_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad A_t(\mathbf{k}) = \gamma(\mathbf{k}) \sqrt{2\Gamma(\mathbf{k}) \delta k_x \delta k_y} e^{-i\omega(\mathbf{k})t} \quad (2.2.8)$$

Les variables aléatoires gaussiennes complexes circulaires $\gamma(\mathbf{k})$ sont indépendantes et les pas de discrétisation $\delta k_x = 2\pi/L_x$ et $\delta k_y = 2\pi/L_y$ sont reliés aux dimensions L_x et L_y de la surface. La somme (2.2.8) est calculée de manière efficace par algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT) : $\eta_t = \text{Re} \mathcal{F}^I[A_t]$. Ceci permet de générer une surface linéaire de $N = N_x N_y$ points avec une complexité raisonnable en $O(N \log N)$ ([56], [34], [16]).

Dans une direction donnée, les vagues se propageant en avant et en arrière ont généralement des amplitudes différentes : le spectre océanique $\Gamma_{NS}(\mathbf{k})$ n'est pas centro-symétrique. Cette asymétrie des vagues est une propriété importante à prendre en compte pour l'étude des spectres Doppler, notamment la différenciation des configurations dans le sens du vent ou contre le vent (upwind / downwind). Un spectre "symétrisé", où les nombres d'onde suivent une distribution $\Gamma(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(\Gamma_{NS}(\mathbf{k}) + \Gamma_{NS}(-\mathbf{k}))$ est par contre utilisé fréquemment pour des calculs de section efficace [57], ce que nous allons faire dans ce chapitre.

Pour les surfaces océaniques présentées dans la suite, nous utiliserons essentiellement le spectre dit d'Elfouhaily [57]. Il en existe d'autres, on peut citer notamment celui de Kudryavtsev s'attachant particulièrement aux vagues de capillarité[58], et celui publié récemment par Bringer et Guérin [59].

Comme indiqué le modèle de surface à ce stade est linéaire, ce qui ne correspond pas à la complexité de la surface réelle. Pour les calculs de section efficace et donc le présent chapitre, nous choisissons cependant de nous en contenter, puisque nous comparons essentiellement des ordres de grandeur de sections efficaces prédites par les différents modèles. Nous aborderons les effets non linéaires dans le chapitre 3, dans la mesure où ils sont absolument incontournables pour une simulation réaliste d'effet Doppler.

2.2.2 Approximation de Kirchhoff et limite hautes fréquences, optique physique, optique géométrique

Lorsque l'on s'intéresse à une simplification physique du problème de diffraction, une idée émerge assez naturellement, celle de considérer que si la surface est suffisamment lisse, chaque point va réfléchir le champ comme le ferait le plan tangent. Cela correspond à faire l'hypothèse que la courbure de la surface, de facto négligée dans cette approximation, est faible.

L'amplitude diffractée dans l'approximation de Kirchhoff s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{q + q_0} \int \mathbb{K}(\mathbf{k}_0, \nabla h) e^{-i(q+q_0)h(r)} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0)\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (2.2.9)$$

où \mathbb{K} est la dyade de Fresnel dans le repère local du plan tangent. Cette méthode est adaptée aux surfaces dont les ondulations sont relativement faibles : plus le changement de pente est brusque, moins bonne sera l'approximation. Du point de vue de l'incidence rasante, l'approximation de Kirchhoff ou du plan tangent n'est cependant pas correcte.

L'approximation de Kirchhoff en elle-même est une méthode puissante mais généralement difficile à mettre en oeuvre, l'intégrale de l'équation 2.2.9 est oscillante et délicate à évaluer numériquement. La dyade \mathbb{K} est souvent réduite dans le cas d'une approximation hautes fréquences par une matrice qui ne dépend plus du gradient de la surface :

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} (K^2 + qq_0)\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}_0 - kk_0 & K(q + q_0)(\hat{\mathbf{k}}_0 \wedge \hat{\mathbf{k}}) \cdot \hat{\mathbf{z}} \\ K(q + q_0)(\hat{\mathbf{k}}_0 \wedge \hat{\mathbf{k}}) \cdot \hat{\mathbf{z}} & -[(K^2 + qq_0)\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}_0 + kk_0] \end{bmatrix} \quad (2.2.10)$$

On rappelle que les quatre coefficients des matrices \mathbb{S} comme \mathbb{K} correspondent aux quatre cas de polarisations incidente et diffractée. Une telle matrice s'applique sur le champ incident décomposé sur la base des vecteurs de polarisations incidente et réfléchi.

On obtient la méthode dite de l'optique physique, parfois dénommée Approximation de Kirchhoff Hautes Fréquences (KA-HF pour *high-frequency Kirchhoff Approximation*). L'expression de l'amplitude de diffraction est alors :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{\mathbb{K}(\mathbf{k}_0)}{q + q_0} \int e^{-i(q+q_0)h(r)} e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0)\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (2.2.11)$$

L'optique géométrique est une version encore plus simplifiée, qui correspond physiquement aux rayons lumineux et aux règles de réflexion de Snell-Descartes. On peut ainsi obtenir une expression directe pour la section efficace, qui dépend fort logiquement de la fonction P de densité de probabilité des pentes de la surface :

$$\sigma^0 = \left| \frac{K(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)}{(q + q_0)^2} \right| P\left(-\frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}_0}{q + q_0}\right) \quad (2.2.12)$$

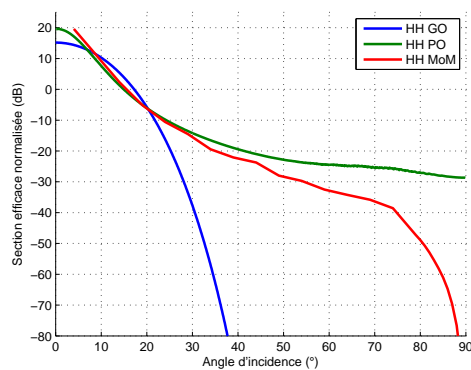


FIGURE 2.7: Section efficace normalisée obtenue par la méthode des moments (MoM), l'optique géométrique (GO) et l'optique physique (PO). Bande L (1.25 GHz), polarisation HH, vent de 3 m/s.

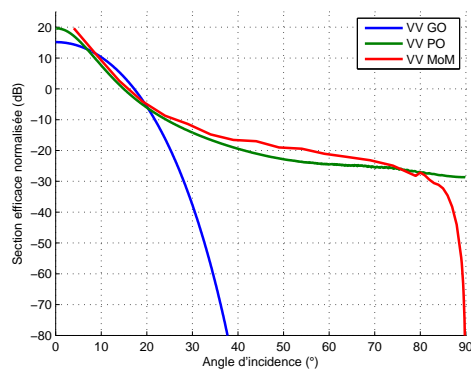


FIGURE 2.8: Section efficace normalisée obtenue par la méthode des moments (MoM), l'optique géométrique (GO) et l'optique physique (PO). Bande L (1.25 GHz), polarisation VV, vent de 3 m/s.

L'optique physique permet de calculer une bonne approximation de la section efficace de la mer, mais seulement pour des incidences faibles. Elle ne permet pas de rendre compte de la brusque diminution de la section efficace aux faibles angles rasants. Quant à l'optique géométrique, l'approximation est passable jusqu'à 20° environ, puis cette méthode devient totalement incapable de fournir un angle de grandeur correct de la section efficace. Ces résultats sont illustrés par les figures 2.7 et 2.8, où l'on voit les résultats de calculs en bande L avec un vent de 3 m/s. Dans ce cas particulier, l'approximation de Kirchhoff semble correcte jusqu'à une incidence de 80° , notamment en polarisation VV. En général, l'erreur avec cette méthode est systématique à partir d'une incidence de 50 ou 60° .

2.2.3 Méthode perturbative : Small Perturbation Method (SPM)

Dans le cas d'une surface dont les rugosités sont faibles, le champ diffracté peut être calculé par une méthode perturbative. C'est la hauteur elle-même de la surface qui est considérée comme un petit paramètre par rapport auquel on va dériver des expressions du champ diffracté à différents ordres

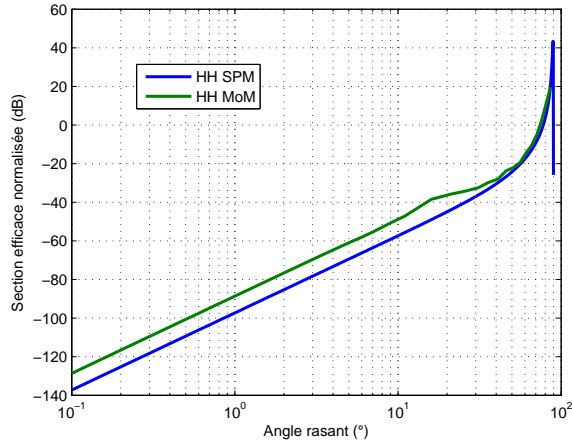


FIGURE 2.9: SPM et Méthode des Moments. Bande L (1.25 GHz), vent de 3 m/s, polarisation HH

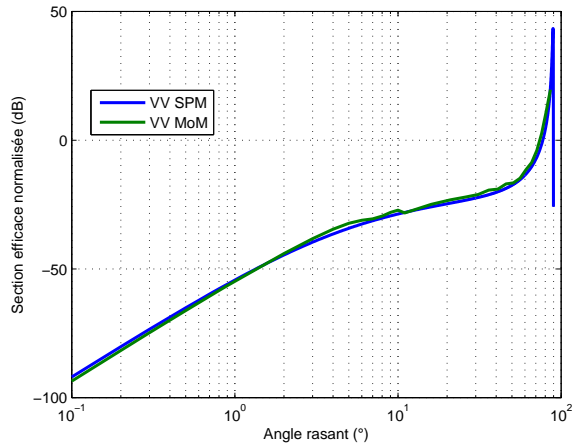


FIGURE 2.10: SPM et Méthode des Moments. Bande L (1.25 GHz), vent de 3 m/s, polarisation VV

d'approximation. Cela donne l'expression suivante [51] :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{q + q_0} \mathbb{B}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) - i \mathbb{B}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) - (q + q_0) \int \mathbb{B}_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \xi) h(\mathbf{k} - \xi) h(\xi - \mathbf{k}_0) d\xi \quad (2.2.13)$$

La méthode peut être ensuite développée à différents ordres, l'ordre 1 étant le plus utilisé. Dans la littérature récente, on peut notamment citer un développement à l'ordre 4 [60].

La condition de validité de SPM est a priori $K_0 h(\mathbf{r}) \ll 1$. Cependant, il n'était pas clair que cette méthode donnerait de résultats satisfaisants dans le domaine des faibles angles rasants. C'est pourtant bien le cas, comme le montrent les figures 2.9 et 2.10, où les angles rasants ont été mis en avant de par l'échelle logarithmique (l'angle rasant en abscisse est le complémentaire de l'angle d'incidence). On voit en particulier que la méthode des moments et SPM 1 s'accordent presque parfaitement en polarisation VV.

SPM et l'approximation de Kirchhoff couvrent des domaines de validité très différents.

SPM est une méthode simple (dans sa version au premier ordre) et très utile, dont la limitation principale est de n'être valable que pour de faibles rapports hauteur quadratique moyenne de la surface sur longueur d'onde électromagnétique. On peut quand même remarquer que cette condition est forcément remplie lorsque la longueur d'onde devient très grande : SPM sert généralement de référence pour d'autres méthodes dans le domaine des basses fréquences.

Notons toutefois que SPM à l'ordre 1 ne prédit aucune polarisation croisée (HV et VH) dans le plan d'incidence, et que les ordres supérieurs nécessitent des calculs autrement plus délicats.

2.2.4 Approximation des faibles pentes (SSA)

Une méthode puissante a été proposée par Voronovich en 1985 [61] [62], avec le but affiché de concilier les points forts de SPM et de l'approximation de Kirchhoff. Contrairement à beaucoup d'autres approximations, l'expression de l'amplitude de diffraction n'est pas obtenue par développement par rapport à un petit paramètre bien déterminé, il s'agit en fait d'une série de fonctions dépendant de la rugosité de la surface. Le nom de cette méthode vient du fait que des arguments dimensionnels ont poussé Voronovich à faire correspondre aux différentes itérations des ordres des pentes de la surface rugueuse, même s'il a été montré plus tard que le développement fonctionnel de SSA ne peut pas être reformulé à l'aide de puissances d'un paramètre particulier [37].

L'expression de l'amplitude diffractée dans l'approximation SSA au second ordre est [51]

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{q + q_0} \int e^{-i(q+q_0)h(\mathbf{r})} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})} (\mathbb{B}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) - i(q + q_0) \int \mathbb{M}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \xi) h(\xi) e^{i\xi \cdot \mathbf{r}} d\xi) d\mathbf{r} \quad (2.2.14)$$

avec

$$\mathbb{M}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \xi) = \frac{1}{2}(\mathbb{B}_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \mathbf{k} - \xi) + \mathbb{B}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \mathbf{k}_0 + \xi) - \mathbb{B}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)) \quad (2.2.15)$$

\mathbb{B} et \mathbb{B}_2 sont respectivement les noyaux aux premier et second ordre de SPM. L'expression 2.2.14 est la formule au second ordre, le premier ordre que nous utilisons beaucoup plus correspond à la première intégrale seule. De façon générale, SSA 1 permet un très bon calcul des co-polarisations, tandis que SSA 2 est précise même pour les polarisations croisées.

Nous avons pu utiliser la méthode des moments pour tester la validité de l'approximation SSA 2 aux faibles angles rasants, approximation qui s'est révélée tout à fait valide même dans les conditions de l'incidence rasante, dans les 4 cas de polarisation. Les calculs avec SSA 2 ont été réalisés par Joel Johnson de la Ohio University, aux Etats-Unis, qui utilise des conditions aux limites de surface périodique [63]. La pertinence de l'approximation SSA 2 est illustrée par la figure 2.11 où l'on voit la parfaite coïncidence des courbes issues des deux méthodes, à une incidence de 89° . On a utilisé pour cette simulation un spectre en loi de puissance $S(K) = 4 \times 10^{-3} K^{-4}$ tronqué entre $K_0/64$ et $2K_0$. La surface est carrée de 1024 points de côté, à 10 points par longueur d'onde, et fortement

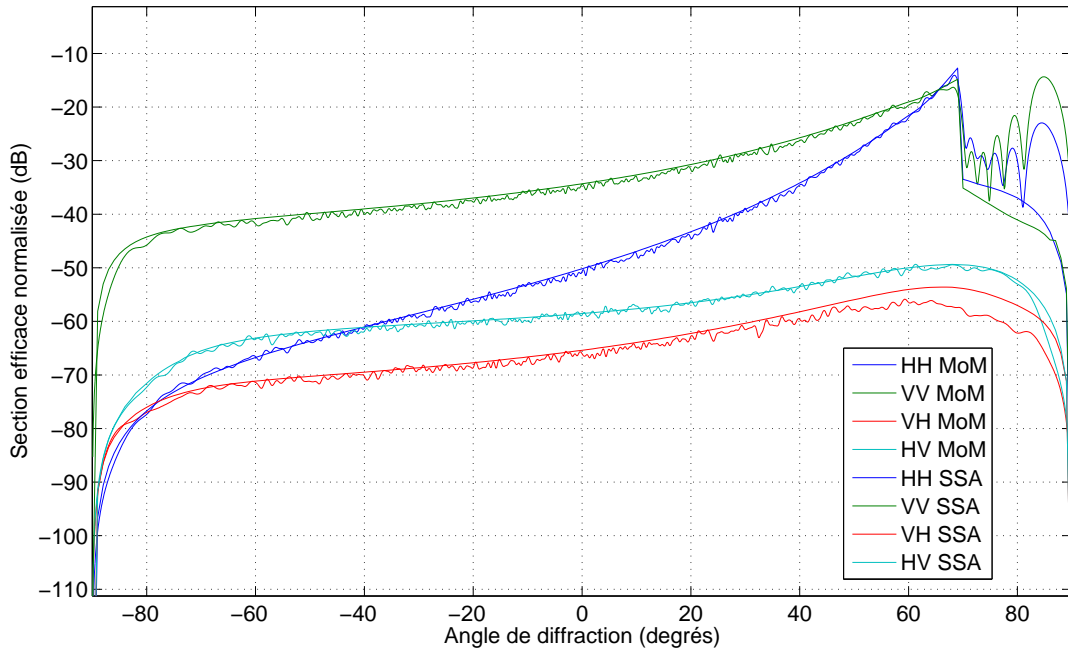


FIGURE 2.11: Comparisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/16$

conductrice avec $\epsilon_r = 39.7 + 40.2i$. Les simulations Monte Carlo sont réalisées en moyennant sur 96 échantillons.

Il est intéressant de constater que les courbes des deux polarisations croisées se séparent nettement. SSA 2 et la méthode des moments font partie des rares méthodes permettant d'obtenir ce résultat, la plupart des méthodes de diffraction ne sont pas capables de les différencier. Rappelons que le théorème de réciprocité ne prédit l'égalité des sections efficaces des deux polarisations croisées que dans le cas de la rétrodiffusion, qui ne représente qu'un point du diagramme bistatique.

Cet accord se généralise à d'autres types de surfaces, même si l'on retrouve les difficultés de la méthode des moments lorsque de grandes échelles apparaissent. On peut le voir sur les figures 2.12 et 2.13 où l'on a divisé par deux puis quatre la fréquence basse de coupure. L'accord en polarisation VV reste très bon, tandis que les courbes en polarisation HH se séparent nettement, les polarisations croisées étant un cas intermédiaire. En fonction de l'incidence et avec une fréquence de coupure à $K_0/64$, le désaccord en polarisation HH apparaît entre 50° et 60° et grandit avec l'incidence.

2.2.5 Conclusion sur les méthodes approchées

Cette partie apporte essentiellement deux résultats nouveaux. Tout d'abord, nous avons vérifié que le critère de validité de SPM (faibles hauteurs) est valable en rétrodiffusion même dans le cas de notre surface de mer en incidence rasante et pour les deux cas de co-polarisations, pour une surface dénuée de grandes échelles. Ceci vient plutôt en contradiction avec les résultats de Spiga pour les

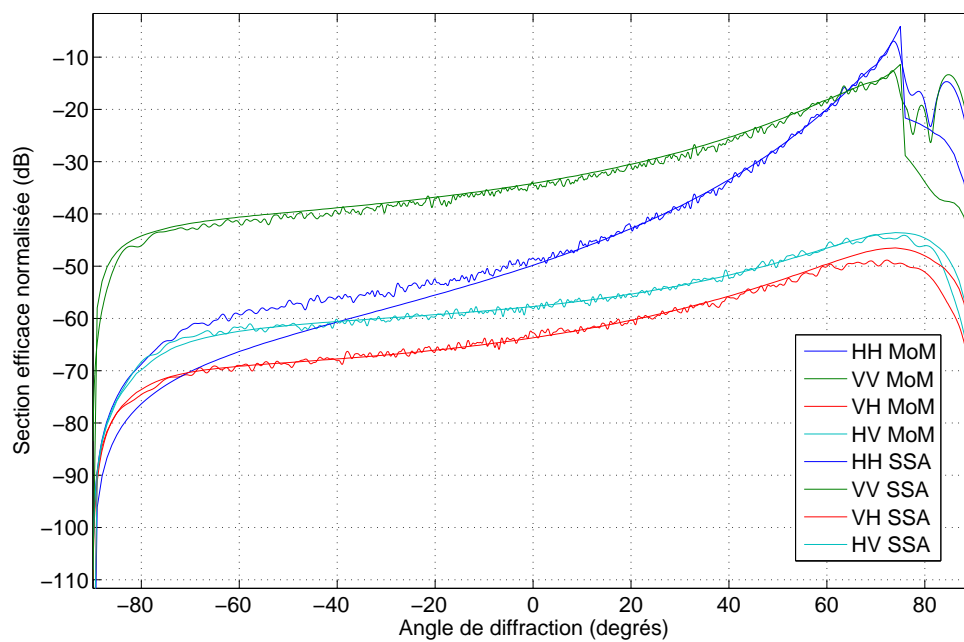


FIGURE 2.12: Comparaisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/32$

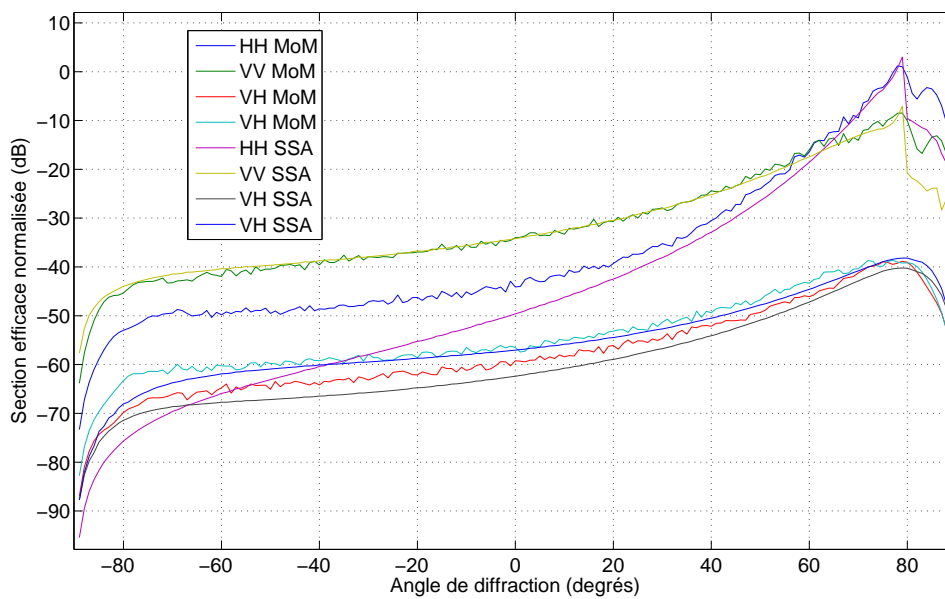


FIGURE 2.13: Comparaisons SSA 2 - MoM incidence 89° coupure basse fréquence $K_0/64$

surfaces gaussiennes [20], et apparaît comme une spécificité de la partie hautes fréquences du spectre océanique.

SPM 1 ne peut cependant pas calculer de polarisations croisées. Celles-ci sont calculées correctement à l'aide du modèle SSA 2, comme l'ont montré les comparaisons avec la méthode des moments en incidence rasante. C'est à notre connaissance la première fois qu'une méthode approchée de diffraction tridimensionnelle est prouvée précise en incidence rasante pour les 4 cas de polarisation. Le défaut notable de SSA 2 paraît être sa relative complexité à développer, et son temps de calcul non négligeable [64].

2.3 Un modèle approché efficace : GOSSA

Une des principales difficultés du problème de diffraction des ondes radar par la surface de la mer aux fréquences microondes est l'éventail des fréquences spatiales représentées dans le spectre des hauteurs. Les basses fréquences (comparées à la fréquence électromagnétique) ont une influence sur l'écho de mer, de même que les hautes fréquences. De ce fait, les approximations basses ou hautes fréquences ne permettent pas un calcul précis. Une idée logique est de traiter différemment les basses et les hautes fréquences, chacune des deux parties recevant un traitement lui étant adapté. Ces techniques ont été appelées modèles à deux échelles [65],[66],[67],[68].

Une question restait cependant délicate : comment choisir la limite entre les basses et les hautes fréquences ? Les différents modèles étaient de ce fait dépendants du choix arbitraire d'une fréquence de coupure, la sensibilité à ce paramètre était généralement grande. D'autres modèles plus avancés ont été proposés plus tard pour traiter la surface océanique à n'importe quelle fréquence. Elles sont passées en revue dans l'article de Guérin et Elfouhaily de 2004 précédemment cité [51], et sont généralement complexes à mettre en oeuvre et exigeantes en temps de calcul.

GOSSA, proposé par Soriano et Guérin en 2008 [69], reprend l'idée de traitements différents des basses et hautes fréquences, mais avec une attention toute particulière portée à l'indépendance à la fréquence de coupure. Cette méthode combine l'optique géométrique (GO) pour traiter les basses fréquences spatiales de la surface de mer et l'approximation faibles pentes (SSA) pour les hautes fréquences. SSA est préférée à SPM (habituellement employée dans les modèles à deux échelles) parce que son domaine de validité est plus grand. Elle présente l'avantage d'être précise jusqu'à une grande incidence (typiquement 85 à 89°), facile à implémenter, et de permettre des calculs rapides. Nous allons étudier ses performances en incidence rasante et voir comment les améliorer.

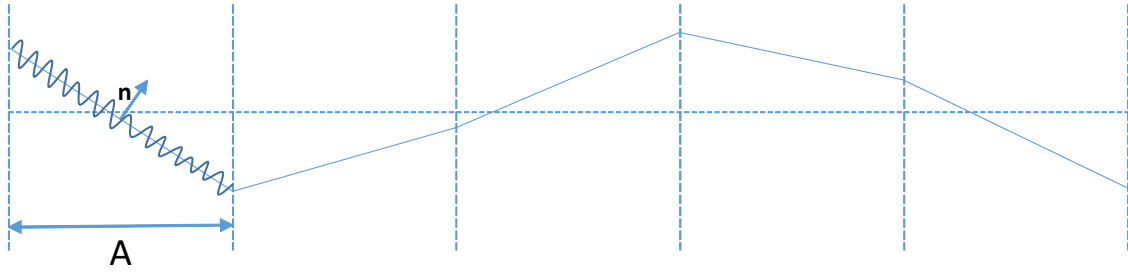


FIGURE 2.14: Basses et hautes fréquences spatiales pour GOSSA

2.3.1 Présentation de la méthode

GOSSA est un modèle à deux échelles, les composantes basses fréquences de la surface de mer reçoivent donc un traitement différent des hautes fréquences. Tout d'abord, les grandes échelles sont générées par un tirage aléatoire de facettes planes adjacentes de même aire projetée sur l'horizontale A . Une hypothèse essentielle est faite ici : les facettes rayonnent de manière cohérente et sans couplage. On suppose également qu'il n'y a pas de couplage entre les rayonnements dûs aux basses fréquences et aux hautes fréquences.

Un écho radar sur les facettes planes est calculé en utilisant la méthode de l'optique géométrique. Les hautes fréquences sont ensuite ajoutées aux facettes dans la direction de la normale \mathbf{n} , c'est à dire que les petites vagues sont véritablement "portées" par les grandes. Voir la figure 2.14 pour une configuration 2D. La contribution de la partie rugueuse est alors calculée avec SSA 1.

La section efficace normalisée incohérente calculée par GOSSA s'écrit de la façon suivante [69] :

$$\sigma(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \langle \sigma_{SSA1}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L + (1 - e^{-((q+q_0)\sigma_L)^2}) \times e^{-Q^2\sigma_s^2} |R(\frac{\mathbf{K} + \mathbf{K}_0}{2}; \hat{\mathbf{Q}})|^2 \frac{Q^4}{4(q+q_0)^4} P(-\mathbf{q}_H/(q+q_0)) \quad (2.3.16)$$

où :

- $\mathbf{Q} = Q\hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0 = (q + q_0)\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$
- $\mathbf{q}_H = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$
- σ_L est la hauteur quadratique moyenne des facettes (partie basses fréquences de la surface)
- σ_s est la hauteur quadratique moyenne de la partie hautes fréquences de la surface
- R est l'opérateur de réflexion spéculaire (incluant les coefficients de Fresnel)
- P est la fonction densité de probabilité des pentes de la surface

Cette formule permet bien de retrouver l'optique géométrique s'il n'y a pas de hautes fréquences ($\sigma_s = 0$) ou encore dans le cas d'un large paramètre de Rayleigh ($(q+q_0)\sigma_L \gg 1$). Inversement, si les basses fréquences disparaissent, on retrouve l'expression de SSA 1, la fonction densité de probabilité des pentes se réduisant à un dirac.

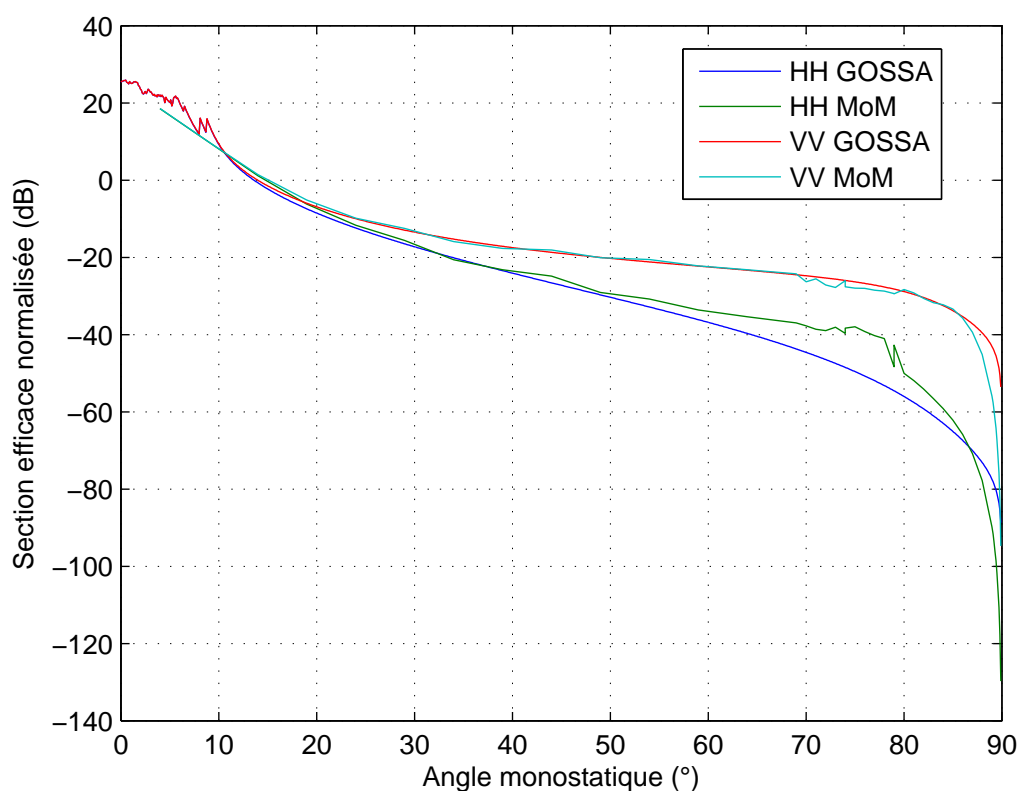


FIGURE 2.15: GOSSA et Méthode des Moments, bande L (1.25 GHz), vitesse de vent 3 m/s

GOSSA donne de bons résultats en polarisation V [70], pour les fréquences testées entre 1 et 10 GHz. En polarisation H, la section efficace prédite était trop faible aux grands angles d'incidence, sans doute par manque de prise en compte d'effets non surfaciques (écume, déferlement...). Un terme correctif prédit par Kudryavtsev ([71], [72]) inspiré de travaux antérieurs ([73], [74]) a de ce fait été ajouté en 2008 [44], menant à des niveaux réalistes.

2.3.2 Comportement aux faibles angles rasants

GOSSA et la méthode des moments sont comparées sur la surface océanique en bande L (1.25 GHz), sur la figure 2.15. On voit que la section efficace calculée avec GOSSA est précise en polarisation VV jusqu'à une incidence de 87° environ, mais ne parvient pas à rendre compte de la brutale diminution en incidence rasante, observée tant par les données expérimentales que les méthodes rigoureuses. En polarisation HH, les courbes correspondant aux deux méthodes divergent au-delà de 50° d'incidence, mais il n'est pas possible d'en tirer de conclusion précise du fait des difficultés numériques de la méthode des moments pour cette polarisation.

Nous allons essayer de modifier l'expression de la section efficace calculée par GOSSA pour améliorer le comportement en incidence rasante. Tout d'abord, il est important de comprendre pourquoi

GOSSA en incidence rasante ne produit pas la diminution brutale de la section efficace pourtant obtenue avec SSA ou SPM.

Le terme dominant en rasant dans l'expression 2.3.16 est $\langle \sigma_{SSA1}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L$. Le comportement de SSA est modifié par la moyenne sur les basses fréquences, en particulier en ce qui concerne l'ombrage géométrique. Les hautes fréquences étant portées par la pente des facettes basses fréquences, l'ombrage local apparaît dès lors que la somme des pentes basses et hautes fréquences dépasse une incidence effective supérieure à 90° . Le critère d'ombrage géométrique local est $\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{n} > 0$, soit en laissant de côté un moment la pente sur l'axe (Oy) $-\cos \theta_i - h'(x) \sin \theta_i > 0$ ou encore $h'(x) < \frac{-1}{\tan \theta_i}$. C'est à dire que les pentes basses fréquences qui contribuent réellement au champ rétrodiffusé vérifient la relation $h'(x) > \frac{-1}{\tan \theta_i}$.

Ceci exclut donc toute pente négative en incidence rasante ($\tan \theta_i$ tend alors vers $+\infty$), causant une surreprésentation des pentes basses fréquences positives, ces dernières générant moins d'ombrage (cf. figure 2.16). Cette situation est la cause de la faible diminution de la section efficace en incidence rasante.

Pour empêcher cela et retrouver le comportement de SSA en incidence rasante, nous allons repasser en 3D et modifier le tirage des basses fréquences utilisé dans le terme $\langle \sigma_{SSA1}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L$. Plus précisément, c'est la loi de probabilité d'un couple de pentes (s_x, s_y) qui va changer, initialement une gaussienne de formule :

$$f^{BF}(s_x, s_y) = \frac{e^{-\frac{1}{2}[(\frac{s_x}{\sigma_{AW}})^2 + (\frac{s_y}{\sigma_{CW}})^2]}}{2\pi\sigma_{AW}\sigma_{CW}} \quad (2.3.17)$$

où σ_{AW} et σ_{CW} sont respectivement les écart-types des pentes basses fréquences dans le sens du vent (along-wind) et perpendiculairement à cette dernière (cross-wind). Notre tirage de pentes basses fréquences ne retient que des valeurs inférieures à 2.5 écart-types en valeur absolue, ce qui aboutit à une répartition des pentes possibles en ellipse centrée sur O dans le plan (s_x, s_y) , comme illustré sur la figure 2.16.

Le critère d'ombrage en 3D, pour un angle ϕ_0 entre le plan d'incidence et la direction du vent, s'écrit $s_x \cos \phi_0 + s_y \sin \phi_0 > -\frac{1}{\tan \theta_i}$. Dans le plan (s_x, s_y) la séparation entre les domaines d'ombrage et de non-ombrage est une droite d'équation $s_y = as_x + b$ avec $a = -1/\tan \phi_0$ et $b = -1/(\sin \phi_0 \tan \theta_0)$, droite que l'on a également représentée sur la figure 2.16.

Pour garder une distribution de pentes symétriques et du coup retrouver la limite de SSA en rasant, nous choisissons de réduire du même facteur les écart-types σ_{AW} et σ_{CW} , pour permettre de garder l'ellipse des pentes potentiellement choisies hors du domaine de l'ombrage géométrique. Cette valeur s'obtient simplement en parcourant l'ellipse et en cherchant le point le plus éloigné de la zone de non-ombrage. Finalement, σ_{AW} et σ_{CW} sont multipliés par le facteur M dont l'expression est donnée ci-dessous :

$$M = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) / \left(\max_{\alpha \in [0, 2\pi]} 2.5\sigma_{AW} \cos \alpha \cos \phi_0 + 2.5\sigma_{CW} \sin \alpha \sin \phi_0 \right) \quad (2.3.18)$$

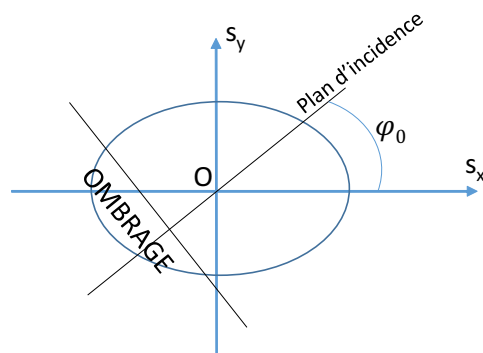


FIGURE 2.16: Fréquences spatiales de la surface de la mer et ombrage géométrique

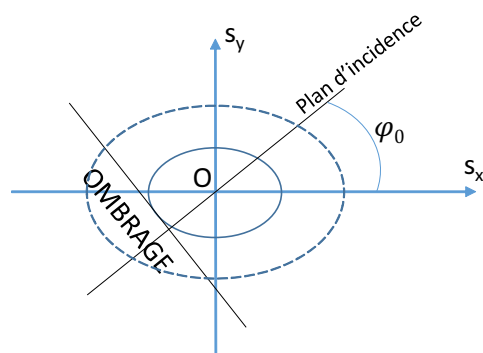


FIGURE 2.17: Modification du tirage des basses fréquences de la surface de la mer pour éviter l'ombrage géométrique et retrouver la limite SSA en incidence rasante.

Ceci est représenté dans la figure 2.17.

À la limite de l'incidence rasante, la fonction de distribution des pentes devient dès lors une distribution de Dirac, et seule la pente nulle intervient dans le calcul du terme mentionné ci-dessus, le ramenant au calcul par SSA 1 de la diffraction sur les hautes fréquences spatiales seules, posées sur un plan horizontal. Cette manipulation est arbitraire, la distribution des pentes utilisée dans la formule ne correspond plus à la réalité de la surface, mais cela a l'avantage de retrouver le comportement de SSA en incidence rasante, avec la brusque diminution de la section efficace qui manquait auparavant.

Les figures 2.18 et 2.19 montrent le changement de comportement, et malgré un décalage d'une dizaine de dB en polarisation HH dans les derniers degrés, la courbe avec le changement de comportement en rasant est infiniment plus proche de la courbe de référence, obtenue avec la méthode des moments. On voit également que l'ajout du terme d'écume de Kudryavtsev empêche la décroissance brutale en rasant, on obtient un palier.

En bande L, la correction apportée au comportement rasant permet donc de retrouver un niveau de section efficace réaliste quel que soit l'angle d'incidence. Nous allons chercher maintenant à étendre cette étude à d'autres fréquences (jusqu'à la bande X, 10 GHz) et d'autres vitesses de vents (jusqu'à

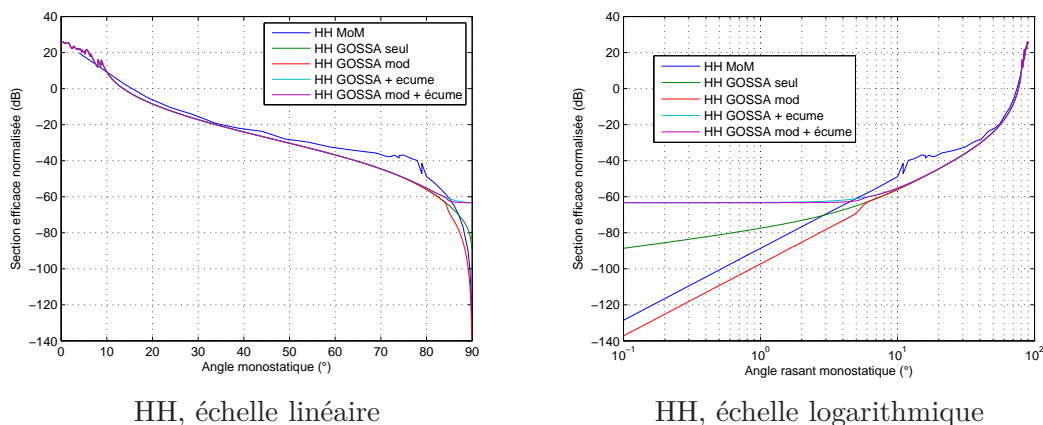


FIGURE 2.18: Comparaison de GOSSA avec et sans prise en compte de l'écume, avec et sans modification du comportement en rasant. Polarisation HH, bande L (1.25 GHz)

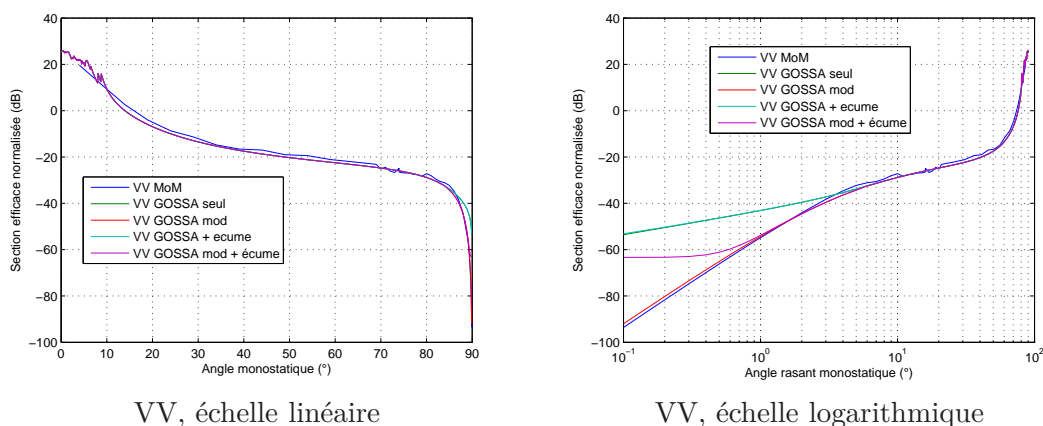


FIGURE 2.19: Comparaison de GOSSA avec et sans prise en compte de l'écume, avec et sans modification du comportement en rasant. Polarisation VV, bande L (1.25 GHz)

14 m/s). La méthode des moments ne pourra plus servir de référence, nous nous contenterons des données de Nathanson et de SPM.

Une autre approche serait de plaquer un modèle purement empirique pour forcer le comportement en rasant. Ainsi, il est possible de noter les angles d'incidence à partir desquels la section efficace plonge [3], ou d'utiliser un facteur multiplicatif ayant le bon comportement en rasant, du type $\theta^4/(1 + \theta^4)$.

2.3.3 Comparaisons entre GOSSA et les données de Nathanson

Une étude systématique a été réalisée, comprenant 4 bandes de fréquences allant de la bande L (1.25 GHz) à la bande X (9.3 GHz), et les états de mer 1 à 6, pour se replacer dans les conditions de Nathanson. Avec deux polarisations, cela correspond à 48 conditions expérimentales différentes, l'intégralité des graphes a été placée en annexes. Nous nous contenterons dans cette partie des résultats généraux que l'on peut tirer de l'étude. Les quatre formulations de GOSSA (avec et sans

terme d'écume de Kudryavtsev, avec et sans modification du comportement en rasant) sont testées. Une remarque importante : GOSSA et SPM sont calculés en configuration upwind, alors que les données de Nathanson sont moyennées sur toutes les directions de vent. Ceci induit un décalage d'environ 3 dB, conduisant GOSSA à surestimer un peu la section efficace.

Au sujet du diffuseur isotrope de Kudryavtsev, celui-ci n'a de sens qu'en polarisation HH. Il impose un niveau de rétrodiffusion qui n'est confirmé par aucune observation expérimentale.

Les performances de GOSSA dépendent beaucoup plus de la fréquence électromagnétique que de la vitesse du vent. Par exemple, GOSSA sans modification donne de très bons résultats en polarisation V et en bande X, quelle que soit la vitesse du vent, mais ces résultats sont beaucoup moins précis pour d'autres bandes de fréquences, pour lesquelles là encore la vitesse de vent influe peu. En polarisation H, la dépendance en fréquence de la formule du diffuseur isotrope de Kudryavtsev paraît mauvaise : à 5 m/s, entre la bande L et la bande X, les données expérimentales augmentent de 30 dB, le niveau du diffuseur isotrope de 10 dB seulement.

La modification de GOSSA en rasant n'est réellement utilisable qu'en polarisation V, elle donne une bonne précision aux simulations en bande L, mais est de moins en moins adaptée quand la fréquence augmente. En bande X, il est nettement préférable de ne pas l'utiliser. En polarisation V, GOSSA sans modification est globalement un majorant de la section efficace mesurée expérimentalement.

Avec le terme de diffusion isotrope de Kudryavtsev en polarisation H, la section efficace tend vers une valeur finie en rasant. Ceci reflète assez bien la tendance des données expérimentales dans la plage 80°-89°, mais n'est plus adapté dans le dernier degré. De façon générale, la section efficace mesurée expérimentalement diminue à nouveau dans ce dernier degré, à tel point que GOSSA seul est souvent un meilleur estimateur de la section efficace à une incidence de 89.9° que la version avec le diffuseur isotrope (surtout en bandes S et C).

On peut dresser un tableau de la meilleure version de GOSSA selon les conditions expérimentales, voir les figures [2.20](#) et [2.21](#).

2.3.4 Comparaison avec des données expérimentales : collaboration avec l'ONERA

Dans le cadre d'une collaboration avec l'ONERA, j'ai pu obtenir quelques mesures expérimentales récentes (2012). Il s'agit de données SAR polarimétriques en bande X acquises par le capteur aéroporté SETHI de l'ONERA, dans le cadre d'une campagne de mesures expérimentales financée par le CNES. Les conditions expérimentales disponibles sont : état de mer 3, incidences 60°, 70°, 80°, polarisations HH, VV et HV, et plusieurs directions radar par rapport à la direction du vent.

On utilise la forme de base de GOSSA (sans modification du comportement en rasant), avec le diffuseur isotrope de Kudryavtsev en polarisation HH puisque l'on a vu que c'était nécessaire pour cette polarisation.

	L (1.25 GHz)	S (3 GHz)	C (5.3 GHz)	X (9.3 GHz)
SS 1	Avec. + 10 dB	Avec. + 10 dB -> 89°, - qqs dB ensuite.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.
SS 2	Avec. + qqs dB	Avec. + 10 dB -> 89°, - qqs dB ensuite.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.
SS 3	Avec. Bonne précision.	Avec. + qqs dB -> 89°, - qqs dB ensuite.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.
SS 4	Avec. Bonne précision.	Avec. + qqs dB -> 89°, - qqs dB ensuite.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.
SS 5	Avec. Bonne précision.	Avec. + qqs dB -> 89°, - qqs dB ensuite.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.
SS 6	Avec. + qqs dB en rasant.	Peu clair.	Indifférent. grande erreur en rasant.	Sans. Bonne précision.

FIGURE 2.20: Meilleure version de GOSSA en polarisation VV : avec ou sans modification du comportement en rasant. Indication de précision.

	L (1.25 GHz)	S (3 GHz)	C (5.3 GHz)	X (9.3 GHz)
SS 1	Pas assez de données.	GOSSA seul. - 10 dB environ.	Diff. Iso. -> 89° grande erreur en rasant.	Diff. Iso. -> 89° + 20-30 dB ensuite.
SS 2	GOSSA seul. Bonne préc.	Diff. Iso. -> 89° puis GOSSA seul.	Diff. Iso. -> 89° GOSSA seul à 89.9°	Diff. Iso. -> 89° + 20 dB ensuite.
SS 3	GOSSA seul, fit correct.	Diff. Iso. -> 89° puis GOSSA seul.	Diff. Iso. -> 89° GOSSA seul à 89.9°	Diff. Iso. -> 89° + 10-20 dB ensuite.
SS 4	GOSSA seul, -10 dB environ.	Diff. Iso. -> 89° puis GOSSA seul.	Diff. Iso. -> 89° GOSSA seul à 89.9°	Diff. Iso. -> 89° + 10-20 dB ensuite.
SS 5	GOSSA seul, -10 dB environ.	Diff. Iso. -> 89° puis GOSSA seul.	Diff. Iso. -> 89° GOSSA seul à 89.9°	Diff. Iso. -> 89° + 10 dB ensuite.
SS 6	Pas assez de données.	Peu clair.	Pas de données.	Diff. Iso. Bonne précision.

FIGURE 2.21: Meilleure version de GOSSA en polarisation HH : avec ou sans diffuseur isotrope de Kudryavtsev. Indication de précision.

Les mesures devraient être encadrées par deux cas extrêmes : une vitesse de vent de 6 m/s et une configuration crosswind devrait donner un minorant de la section efficace mesurée, tandis que la situation d'un vent de 8 m/s en configuration upwind devrait fournir un majorant. Je trace ces deux courbes sur la figure 2.22 en y ajoutant les mesures dans 3 cas : upwind, crosswind, et moyenne sur toutes les directions de vent mesurées.

On voit que les points expérimentaux ne se situent pas tous entre les deux courbes comme ce devrait être le cas idéalement, mais que le niveau est bon à une précision de 3 dB maximum (sauf pour le point VV crosswind 80°, où le décalage est de 5 dB), et que la forme de la courbe correspond.

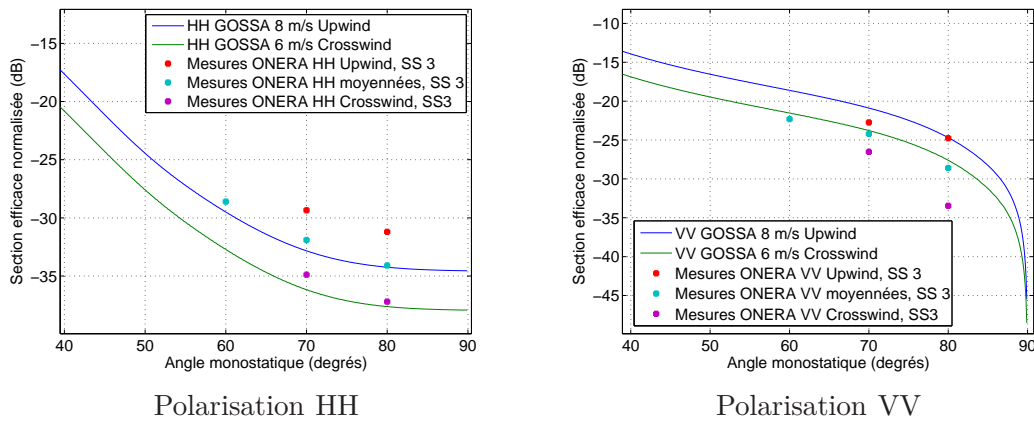


FIGURE 2.22: Comparaison de la section efficace prédite par GOSSA et des mesures expérimentales de l'ONERA. Bande X (9.5 GHz), état de mer 3.

A noter que pour les mêmes conditions expérimentales (bande X, état de mer 3), les mesures rapportées par Nathanson sont proches du minimum des mesures Onera, correspondant à la configuration crosswind alors que les données de Nathanson sont censées être moyennées sur toutes les directions de vent. Ces données indiquent en effet -34 dB en HH / 60° d'incidence, -37 dB en HH/80° d'incidence, et -26 dB en VV / 60°, -32 dB en VV / 80°.

2.3.5 Conclusion sur l'utilisation de GOSSA pour la diffraction sur la surface de la mer

GOSSA est un modèle relativement simple à implémenter, permettant des calculs rapides de section efficace dans le cas des co-polarisations. Il a l'avantage pour la communauté de capitaliser sur l'expérience des modèles à deux échelles, très utilisés et appréciés. D'un point de vue numérique, l'intégrale de Kirchhoff n'est à calculer que sur la partie hautes fréquences du spectre, ce qui est beaucoup plus simple que dans le cadre des modèles dits unifiés.

Du fait de cette moindre complexité numérique, GOSSA est un modèle robuste, dans le sens où la section efficace qu'il prédit est généralement un bon ordre de grandeur de la valeur réelle. Avec les ajouts du terme de diffusion isotrope et de la modification du comportement en rasant pour certaines bandes de fréquences, il permet de retrouver les données expérimentales avec une bonne précision. Il peut permettre de calculer une partie des polarisations croisées dans le plan d'incidence, donnant ainsi un minorant de la section efficace à laquelle on peut s'attendre.

Au niveau des améliorations à apporter, il serait bon de prendre en compte le caractère non gaussien de la surface océanique (termes de skewness et kurtosis) pour permettre de distinguer les configurations upwind et downwind [75], [76], [77]. Les comparaisons avec les données de Nathanson font apparaître des niveaux de performance sensibles à la fréquence électromagnétique plutôt qu'à la

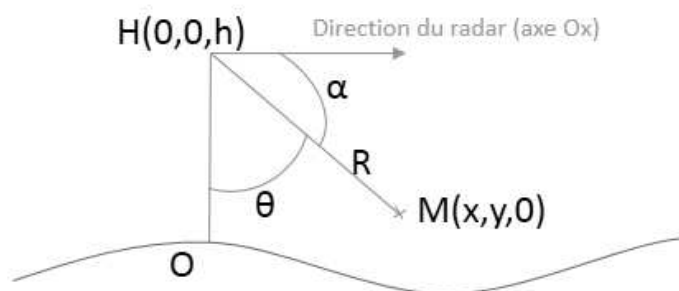


FIGURE 2.23: Configuration géométrique.

vitesse du vent. Pour pallier à ce défaut, la dépendance du terme de diffusion isotrope à la fréquence doit être revue.

2.4 Estimation avec GOSSA de l'écho de mer global

De façon pratique, la quantité qui intéresse directement l'opérateur radar ou le concepteur de radar n'est pas la section efficace de la mer, mais l'intensité de l'écho dû à toute la surface éclairée. Il est donc nécessaire de prendre en compte la forme entière du diagramme d'antenne, pour savoir la façon dont la mer est éclairée, et d'intégrer sur toute la surface. On peut ainsi prévoir la gêne globale du fait de l'interaction entre l'antenne et la mer. C'est ce que l'on se propose de faire dans cette section, en utilisant le modèle GOSSA (la version avec le diffuseur isotrope en HH, pour être sûr de ne pas sous-estimer l'écho radar).

2.4.1 Description du problème, géométrie

Le champ électrique est émis par une antenne ponctuelle placée en un point H supposé fixe, de coordonnées $(0, 0, h)$. Dans cet exemple simplifié, le diagramme d'antenne est supposé invariant par révolution autour de l'axe d'émission de l'antenne, à savoir l'axe (Ox) . On négligera la hauteur des points $M(x, y)$ responsables du rayonnement rétrodiffusé.

Deux angles caractérisent dès lors le problème : l'angle d'incidence θ et l'angle α entre la direction principale d'émission de l'antenne et le point M. La somme des angles θ et α ne vaut $\pi/2$ que si la coordonnée y du point courant est nulle.

Ces angles θ et α s'expriment en fonction des coordonnées du point courant à l'aide des relations suivantes :

$$\cos \alpha = \frac{x}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{h}{R}$$

où $R = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$.

On se place pour cet exemple dans la configuration suivante : le radar est supposé à 30 m du sol ($h = 30$), il est en bande X (8 GHz). La vitesse du vent est prise égale à 14 m/s, et l'on a pris la valeur de la section efficace correspondant à la configuration upwind, pour obtenir un majorant.

2.4.2 Equation du radar

La puissance élémentaire émise par une surface élémentaire autour du point $M(x, y, 0)$ est donnée par l'équation du radar [4] :

$$dPr(x, y) = \frac{P_e A_e G_a(\alpha) \sigma^0(\theta)}{(4\pi)^2 R^4} dx dy$$

où :

- P_e est la puissance globale émise par le radar
- A_e est l'aire efficace du récepteur
- $G_a(\alpha)$ est le gain de l'antenne dans la direction α par rapport à un rayonnement isotrope
- $\sigma^0(\theta)$ est la section efficace rétrodiffusée normalisée sous une incidence θ , supposée indépendante de la direction du vent pour simplifier le problème.

Ici, les quantités P_e et A_e ne nous intéressent pas, puisqu'elles n'interviennent pas dans la propagation. Nous calculons par contre la quantité

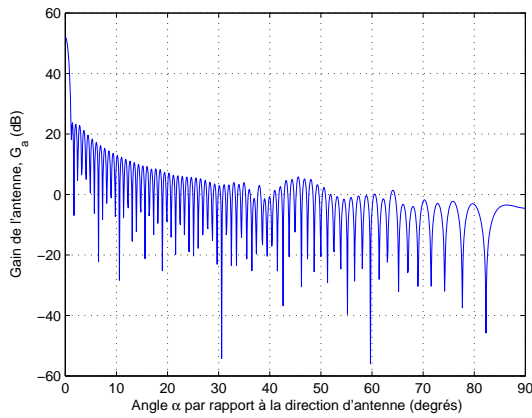
$$I = \int_{x=0}^{+\infty} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{G_a(\alpha) \sigma^0(\theta)}{(4\pi)^2 R^4} dx dy$$

qui mesure la puissance retournant au radar due aux vagues dans le demi plan dans la direction du radar. Les angles α et θ s'exprimant en fonction des coordonnées x et y , on peut procéder à une intégration numérique sous Matlab.

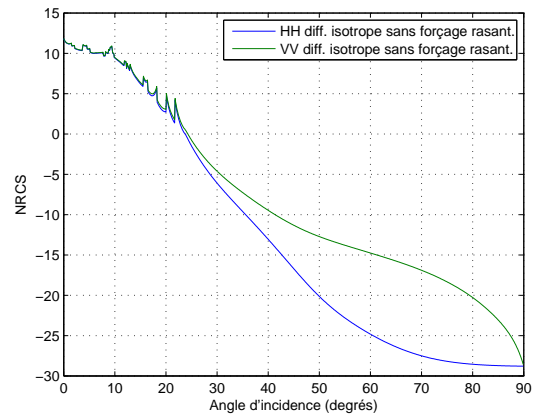
2.4.3 Exemples de diagramme d'antenne, de répartition de l'énergie incidente et rétrodiffusée

On peut tracer la répartition de l'énergie incidente, la quantité $G_a(\alpha)/(4\pi R^2)$ en fonction de x et de y . Le diagramme obtenu, exprimé en dB, est en figure 2.25.

On voit que l'intensité sur l'axe (Ox) augmente plutôt avec la distance, malgré le facteur $1/R^2$: c'est la conséquence de la forme du diagramme d'antenne, qui éclaire vers l'horizon.



Gain de l'antenne par rapport à un rayonnement isotrope.



Section efficace rétrodiffusée normalisée en fonction de l'incidence.

FIGURE 2.24: Gain de l'antenne et NRCS en fonction des angles α et θ

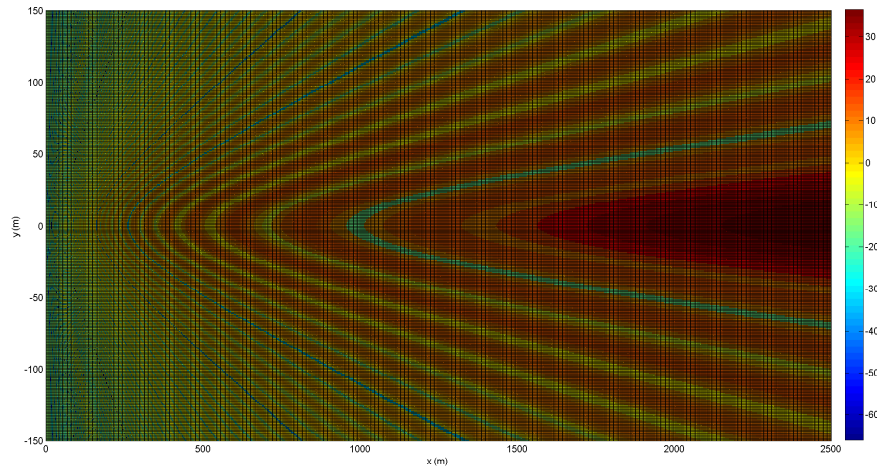


FIGURE 2.25: Energie incidente sur la surface (dB).

Lorsque l'on trace par contre la contribution surfacique au rayonnement reçu par l'antenne après rétrodiffusion, donc la quantité $G_a(\alpha)\sigma^0(\theta)/(4\pi R^2)^2$, on obtient un diagramme sensiblement différent, représenté en figure 2.26.

On voit que c'est la surface proche de l'antenne qui renvoie la part la plus significative de l'énergie émise, ce qui signifie que la plus forte valeur de σ^0 et la plus faible valeur de la distance R l'emportent sur la forte valeur du gain G_a .

Cependant, plus l'angle d'incidence θ est grand, plus l'aire de la surface éclairée sous cette incidence est importante. Pour vérifier l'importance des derniers degrés, on calcule l'intensité rétrodiffusée par la mer jusqu'à un certain angle d'incidence θ_{max} , c'est à dire la quantité :

$$I(\theta_{max}) = 2 \int_{x=0}^{R_{max}} \int_{y=0}^{\sqrt{R_{max}^2 - x^2}} \frac{G_a(\alpha)\sigma^0(\theta)}{(4\pi)^2 R^4} dx dy$$

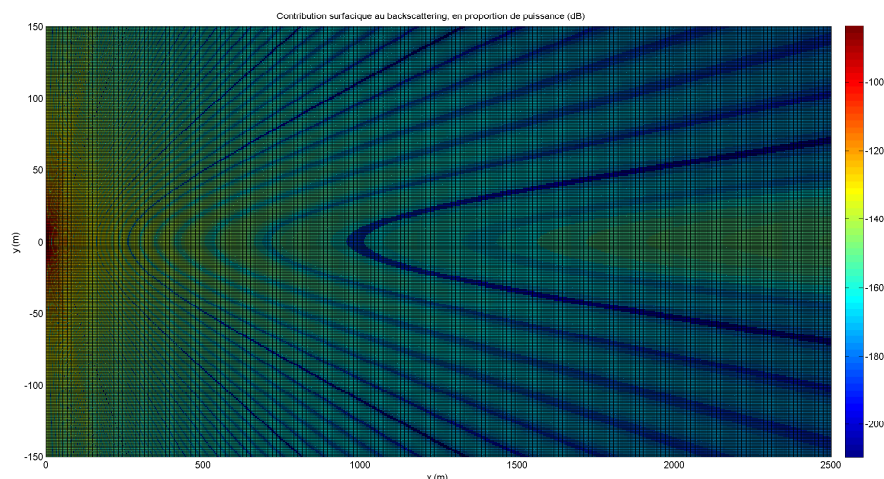


FIGURE 2.26: Intensité rétrodiffusée cumulée

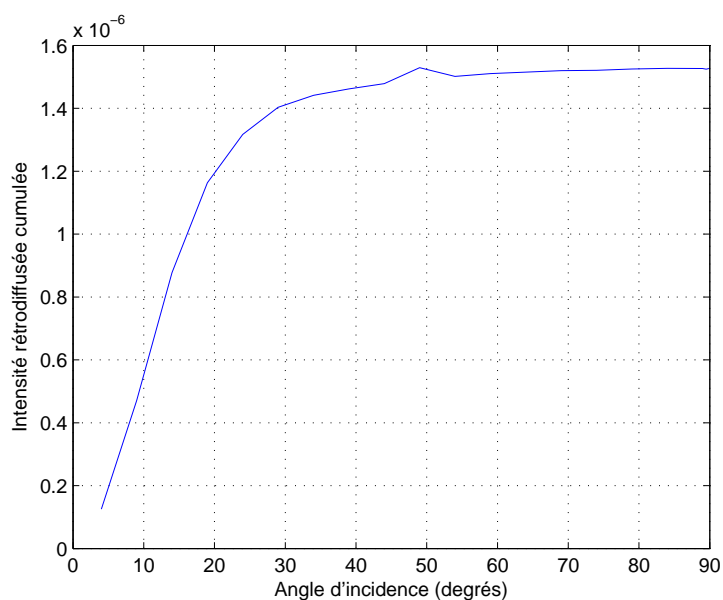


FIGURE 2.27: Intensité reçue cumulée, depuis le bateau jusqu'à un certain angle d'incidence

où R_{max} est le rayon du cercle correspondant à l'incidence θ_{max} , c'est à dire $R_{max} = h \tan(\theta_{max})$. Le résultat est tracé dans la figure 2.27 : on voit que l'intensité rétrodiffusée est due en très grande majorité à la surface proche du radar.

2.4.4 Influence de la hauteur du récepteur, de la fréquence et de la vitesse du vent

On peut maintenant prendre en compte la différence de hauteur entre l'émetteur et le récepteur de l'antenne, situés sur l'axe (Oz) . On n'est plus exactement en rétrodiffusion : si on appelle h_1 et h_2 les hauteurs respectives de l'émetteur et du récepteur, ainsi que θ_1 et θ_2 les angles entre (Oz) et les

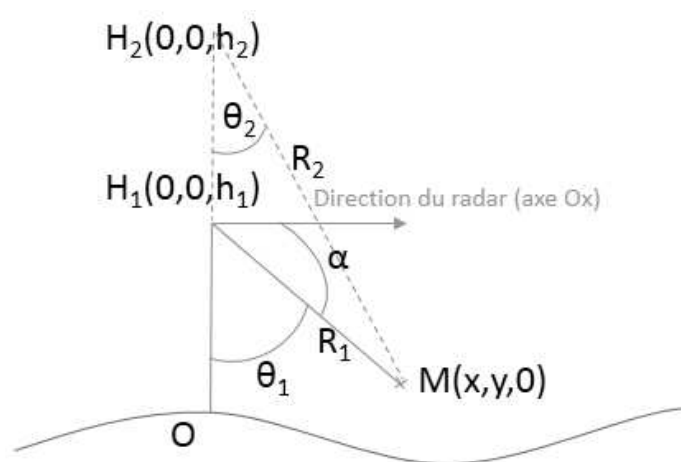


FIGURE 2.28: Configuration géométrique précisée.

droites (H_1M) et (H_2M) respectivement, on obtient la relation suivante :

$$\tan \theta_2 = \frac{h_1}{h_2} \tan \theta_1$$

Cela nous permet de déterminer l'angle de diffraction pertinent.

On peut maintenant tracer la courbe de l'intensité rétrodiffusée cumulée en fonction de la hauteur du récepteur. On obtient le résultat suivant, en figure 2.29 :

Ce résultat est intéressant : il montre que 90 % de la puissance reçue est liée à la surface vue à une incidence de moins de 30° , c'est à dire une distance d'à peine quelques dizaines de mètres du navire. Ce résultat est confirmé par les avis de radaristes que j'ai pu recueillir, pour lesquels il était clair que la mer n'avait une importance que dans le premier kilomètre au maximum.

On peut se poser la question de l'influence de la fréquence de l'onde incidente, ou de la vitesse du vent. Pour cela, on garde le même diagramme d'antenne, et on utilise deux fréquences différentes (1.25 GHz, bande L, et 8 GHz, bande X), avec deux vitesses de vent, 4 et 14 m/s. Les résultats de la figure 2.30 montrent que le comportement observé précédemment se généralise à d'autres fréquences et vitesses de vent. À noter que d'autres calculs plus complets ont été faits, avec des diagrammes d'antenne plus réalistes notamment, mais qui ne peuvent pas être communiqués pour des raisons de confidentialité.

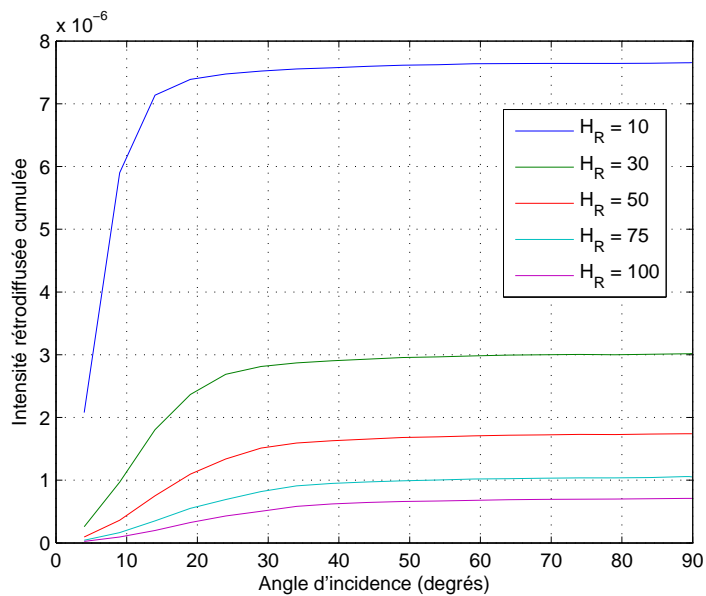


FIGURE 2.29: Influence de la hauteur du récepteur sur l'intensité reçue cumulée (émetteur à 30m)

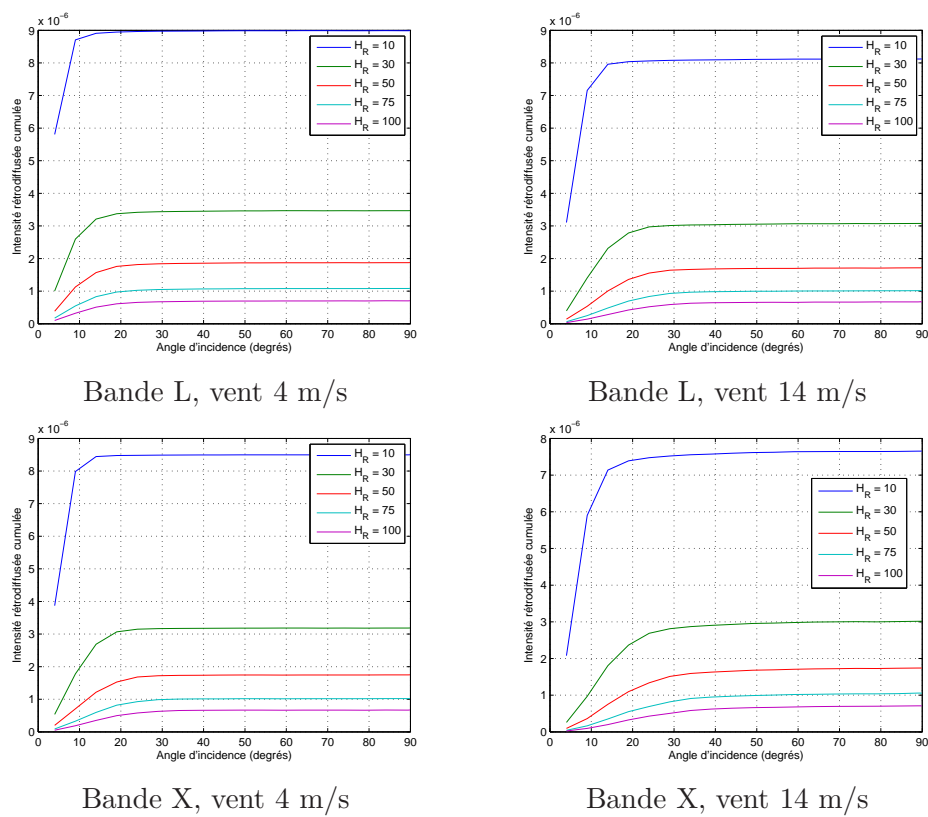


FIGURE 2.30: Intensité cumulée au niveau du récepteur

Conclusion

Une conclusion importante de cette étude est de montrer que la valeur exacte de la section efficace en incidence rasante n'a que très peu d'influence sur le calcul de l'intensité rétrodiffusée du clutter marin, puisque la grande distance de la surface éclairée à l'antenne atténue considérablement le signal. Ces calculs confirment de plus l'intérêt de positionner le récepteur radar le plus haut possible, cela limite le bruit des mesures lié au clutter de mer, en particulier la partie liée à la surface de mer proche du navire. Ces conclusions sont valables tant en bande L qu'en bande X, pour des vents faibles comme des vents plus forts.

Chapitre 3

Spectres Doppler océaniques en microondes

L'intensité rétrodiffusée n'est pas la seule quantité pertinente en télédétection. Du fait du mouvement des vagues, le champ rétrodiffusé n'a pas tout à fait la même fréquence que le champ incident : c'est le bien connu effet Doppler. Les décalages Doppler observés sont typiquement de l'ordre de quelques Hertz par mer calme jusqu'à quelques dizaines de Herz par tempête, dans le cas d'une fréquence de l'onde incidente de 1 à 10 GHz.

Cette quantité pouvant être reliée à la vitesse de la cible, c'est une information extrêmement utile pour étudier les courants marins, ou la vitesse d'un navire ou d'un avion. Nous nous y intéressons par une étude numérique 2D, dans le cadre spécifique de l'incidence rasante.

3.1 Modélisation faiblement non linéaire de la surface océanique

Les spectres de mer et la génération de surfaces linéaires, pour lesquels les vagues de différentes longueurs d'onde n'interfèrent pas, ont été présentés dans le chapitre 2. Il faut maintenant prendre en compte des aspects non linéaires des modèles de vagues, point fondamental pour le calcul d'un effet Doppler réaliste, comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants. Ces caractéristiques non linéaires sont moins fondamentales pour le calcul de la section efficace, puisqu'elles ne modifient sa valeur qu'à la marge (maximum quelques dB). De plus, les modèles dont nous disposons et que nous allons présenter sont faiblement non linéaires et n'ont qu'une influence négligeable sur la valeur de la section efficace, ce qui nous a conduit à ne les introduire que maintenant.

3.1.1 Modèle Creamer

Les vagues interagissent les unes avec les autres, créant entre autres des différences entre les crêtes des vagues, très pentues, et les creux beaucoup plus lisses. Pour cela, le formalisme hamiltonien [78] est un outil fréquemment utilisé, dans sa formulation récente par Creamer et al. [79]. Ce modèle est basé sur une transformation nonlinéaire de la surface linéaire, via une transformée de Riesz (correspondant à une transformée de Hilbert en 1D) :

$$\mathbf{D}_t(\mathbf{r}) = \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} i \frac{\mathbf{k}}{k} A_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (3.1.1)$$

Nous avons repris les notations introduites au paragraphe 2.2.1. La surface nonlinéaire $\tilde{\eta}_t$ s'écrit comme la transformée de Fourier des amplitudes spectrales modifiées :

$$\tilde{\eta}_t(\mathbf{r}) = \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (3.1.2)$$

où

$$\tilde{A}_t(\mathbf{k}) = \int \frac{\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_t(\mathbf{r})) - 1}{k} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (3.1.3)$$

L'équation 2.2.8 est ensuite toujours valable. Cependant, l'expression de l'amplitude des composantes de Fourier (3.1.3) empêche de la calculer par FFT, résultant en une augmentation de la complexité : la génération d'un échantillon de surface nonlinéaire se fait à un coût numérique en $O(N^2)$.

3.1.2 Modèle Choppy

Pour remédier à cette augmentation de la charge numérique, véritablement problématique pour étudier de larges surfaces 2D, un autre modèle faiblement nonlinéaire a été proposé récemment [80], s'inspirant d'un article de Pierson de 1964 [81]. Il a été appelé Choppy Wave Model (CWM) de par les vagues tempétueuses (choppy, en anglais) qu'il génère. Comme pour le modèle Creamer, on part d'une surface linéaire de référence, et on utilise une transformée de Riesz. Cependant, plutôt que modifier la hauteur de la surface, la surface Choppy est obtenue par une transformation des coordonnées horizontales. Etant données une surface linéaire η_t et sa transformée de Riesz \mathbf{D}_t , la surface Choppy $\tilde{\eta}$ est implicitement définie par :

$$\tilde{\eta}_t(\mathbf{r} + \mathbf{D}_t(\mathbf{r})) = \eta_t(\mathbf{r}) \quad (3.1.4)$$

Par construction, la surface Choppy est échantillonnée sur une grille irrégulière, puisque les points $\mathbf{r} + \mathbf{D}_t(\mathbf{r})$ constituent un maillage irrégulier du plan. Par contre, les fonctions η_t et \mathbf{D}_t , et donc la surface $\tilde{\eta}_t$, peuvent être générées efficacement par FFT, avec un coût en $O(N \log N)$. Cette efficacité numérique est très appréciable, notamment pour les surfaces 2D, et rend la simulation de spectres

Doppler 3D avec surfaces nonlinéaires envisageable, une tâche pour laquelle la complexité du modèle Creamer est prohibitive.

Les dérivées successives de la surface Choppy, c'est-à-dire les pentes et les courbures, peuvent être obtenues à partir de leurs équivalents linéaires. Elles satisfont en effet une équation implicite exprimée à l'aide de la surface linéaire de référence η_t et du déplacement \mathbf{D}_t . On peut donner leur expression dans le cas 1D des calculs Doppler de cette partie (les dérivées spatiales sont représentées par une apostrophe) :

$$\tilde{\eta}_t(x + D_t(x)) = \eta_t(x) \quad (3.1.5)$$

$$\tilde{\eta}'_t(x + D_t(x)) = \frac{\eta'_t(x)}{1 + D'_t(x)} \quad (3.1.6)$$

$$\tilde{\eta}''_t(x + D_t(x)) = \frac{\eta''_t(x)(1 + D'_t(x)) - \eta'_t(x)D''_t(x)}{(1 + D'_t(x))^3} \quad (3.1.7)$$

3.1.3 Modèle Choppy amélioré

Le modèle CWM a été obtenu comme on l'a vu par un développement au premier ordre en coordonnées lagrangiennes. La solution monochromatique des équations linéarisées est bien connue : ce sont les vagues de Gerstner [82] qui ont servi de base au modèle. Une expression en coordonnées eulériennes montre que l'on obtient un profil de vagues faiblement non linéaire. Il a été montré que le résultat était cohérent avec le développement perturbatif habituel au second ordre dans le cas de spectres étroits [83].

La situation est différente pour les larges spectres de mer, où des contributions au second ordre manquent dans le modèle CWM. Une amélioration a été récemment proposée en poussant le développement en coordonnées lagrangiennes au second ordre, modèle appelé C2WM et qui sera publié dans un article prochain par Guérin et Nouguier. Ceci permet la cohérence avec le développement eulérien au second ordre, dans un domaine de validité beaucoup plus large, et permet notamment de rendre compte de l'asymétrie avant-arrière des vagues.

Notons que lorsque l'on se restreint au cas unidimensionnel de notre étude, où les surfaces sont modélisées par une somme discrète d'harmoniques libres se déplaçant dans une seule direction, C2WM se réduit en fait au développement lagrangien au second ordre obtenu dès 1961 par Pierson [84] : ce sera un des modèles de surface que nous utiliserons, plus proche de la réalité que CWM seul. Par rapport à ce dernier modèle, la formulation de Pierson introduit un terme de déplacement vertical, du second ordre lorsque l'on repasse en coordonnées eulériennes. Ce terme vertical peut s'écrire, en utilisant les notations introduites précédemment :

$$z_2(x, t) = \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{k' > k} \frac{A_t(k)A_t^*(k')}{g} \omega^2(k) e^{i(k-k')z} dk \quad dk' \quad (3.1.8)$$

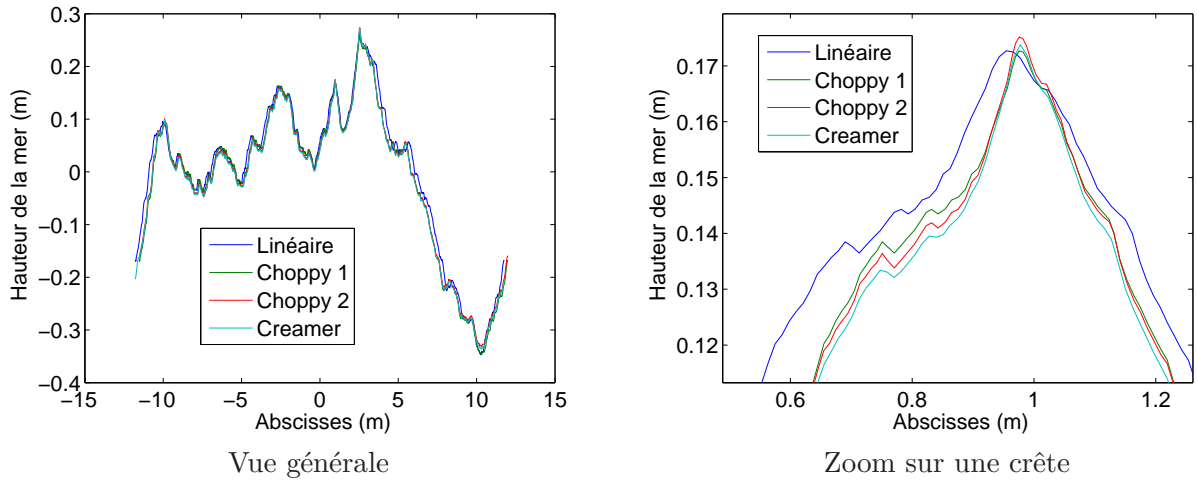


FIGURE 3.1: Différences des modèles de surfaces : hauteurs. Spectre d'Elfouhaily, vitesse de vent 5 m/s, discrétisation de 20 points par mètre.

Le déplacement horizontal est également modifié, par l'ajout du terme connu sous le nom de dérive moyenne de Stokes. Comme le note Pierson, cela correspond à une vitesse dite de Stokes \bar{U} s'écrivant

$$\bar{U} = \int_{-\infty}^{+\infty} \|A_t(k)\|^2 k \omega(k) dk \quad (3.1.9)$$

Ceci correspond à une advection horizontale constante de la surface, qui ne peut pas être ignorée puisqu'elle introduit un terme dans le décalage Doppler, dont l'expression est simplement

$$\Delta f_{Stokes} = \frac{2\bar{U}}{\lambda_{EM}} \sin(\theta_0) \quad (3.1.10)$$

où θ_0 est l'angle d'incidence de l'onde électromagnétique. A noter que ce terme d'advection n'est qu'une partie du déplacement horizontal au second ordre lagrangien prédit par Pierson, mais l'autre partie est négligée puisque négligeable au second ordre en coordonnées eulériennes.

3.1.4 Comparaison des différents modèles de surface

Les différents modèles produisent des profils de hauteurs très proches, comme le montre la figure 3.1 où l'on a représenté les 4 modèles décrits précédemment. Le pic généré par le modèle linéaire est un peu plus large que les autres, l'effet des nonlinéarités est bien d'accentuer les crêtes et au contraire d'aplanir les creux. On voit notamment sur le zoom que les différents modèles non linéaires sont extrêmement proches, et que le modèle Creamer est celui qui produit la crête la plus étroite. La correction du deuxième ordre à Chopyy le rapproche du profil Creamer comme annoncé. Cet exemple montre que le terme dominant dans la correction non linéaire est celui pris en compte par le modèle Chopyy 1 : Chopyy 2 et Creamer n'apportent qu'une faible correction supplémentaire.

Si les profils de surface sont très proches, les différences sont plus marquées au niveau des distributions statistiques des pentes et des courbures. Dans le cas linéaire, celles-ci sont des gaussiennes, avec donc une décroissance en loi exponentielle de la probabilité lorsque la valeur absolue de la pente augmente. La comparaison avec la surface non linéaire est faite en détail dans la thèse de Frédéric Nouguier [85], et montre une nette surreprésentation des pentes extrêmes par rapport à la surface linéaire. La décroissance suit une loi de puissance et non exponentielle.

3.1.5 Etude numérique 2D

Adaptation de la méthode des moments aux surfaces Chopy

Dans sa formulation habituelle, telle que nous l'avons utilisée dans les premières parties, la méthode des moments utilise une grille régulière pour représenter la surface rugueuse. Ceci est tout à fait adapté à la surface linéaire ainsi qu'au modèle Creamer, pour lesquels nous disposons d'une expression explicite de la hauteur pour chaque point de la grille. Ceci n'est plus le cas pour les surfaces Chopy, dont les points d'échantillonnage sont décalés horizontalement, résultant en une grille irrégulière. D'où la nécessité d'une adaptation des équations de la méthode des moments.

Comme précédemment évoqué, les calculs Doppler présentés sont restreints à des surfaces 1D, ce qui correspond à une invariance dans une direction, ici selon l'axe (Oy). La hauteur est $\eta(x)$ et la surface est considérée figée à chaque pas de temps puisque les ondes radio se propagent bien plus rapidement que les vagues [86]. La dépendance au temps de la hauteur et du déplacement horizontal $D(x)$ sera donc négligée dans la suite.

Nous nous plaçons dans la configuration TE (ou polarisation H selon des notations précédentes), le champ électrique est polarisé horizontalement dans la direction d'invariance, donc $\mathbf{E} = E(x, z)\hat{\mathbf{y}}$. Le problème de diffraction est dès lors scalaire, puisque seule une composante du champ est inconnue. L'onde incidente est monochromatique à la fréquence ω_e , avec une dépendance au temps en $e^{-i\omega_e t}$. Nous considérerons que les surfaces sont parfaitement conductrices, ce qui est une bonne approximation en polarisation H pour la surface de la mer fortement conductrice en microondes.

Puisque le domaine rasant nous intéresse particulièrement, le modèle du plan localement déformé est absolument requis. Pour aider le lecteur à appréhender les différences entre le cas des surfaces régulières et des surfaces Chopy, le formalisme est rappelé ici.

Grille régulière (surfaces linéaires et Creamer)

Une onde plane incidente $E^i(x, z) = e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} = e^{i(k_0 x - q_0 z)}$ éclaire depuis le haut une surface rugueuse $z = \eta(x)$ qui sépare l'air et l'eau de mer. On note $K_e = K_0 = \frac{\omega_e}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ le nombre d'onde

électromagnétique et on décompose le vecteur d'onde \mathbf{K}_0 en ses composantes horizontale et verticale $\mathbf{K}_0 = k_0 \hat{\mathbf{x}} - q_0 \hat{\mathbf{z}}$. Celles-ci sont évidemment reliées à l'angle d'incidence θ_0 par les relations $k_0 = K_e \sin \theta_0$ et $q_0 = K_e \cos \theta_0$. Le champ réfléchi par le plan moyen est $E^r(x, z) = -e^{i(k_0 x - q_0 z)}$, tandis que le champ total est $E = E^i + E^r + E^d$, E^d étant la contribution des seules rugosités. La surface étant infiniment conductrice, on a directement la relation

$$-E^d(x, \eta(x)) = E^i(x, \eta(x)) + E^r(x, \eta(x)) = U(x) \quad (3.1.11)$$

L'inconnue est comme toujours le courant électrique de surface $J\hat{\mathbf{y}}$, qui correspond à la discontinuité tangentielle du champ magnétique à la surface. Son amplitude J est proportionnelle à la dérivée normale du champ électrique à la surface, c'est à dire :

$$J(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta'(x)^2}} \frac{i}{\omega_e \mu_0} \left(\frac{\partial E}{\partial z}(x, \eta(x)) - \eta'(x) \frac{\partial E}{\partial x}(x, \eta(x)) \right) \quad (3.1.12)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. Le courant de surface est décomposé de la même façon que le champ électrique, $J = J^i + J^r + J^d$. Il est pratique d'introduire la fonction

$$V(x) = -i\omega_e \mu_0 \sqrt{1 + \eta'(x)^2} J^d(x) = \frac{\partial E}{\partial z}(x, \eta(x)) - \eta'(x) \frac{\partial E^d}{\partial x}(x, \eta(x)) \quad (3.1.13)$$

qui sera notre inconnue numérique. L'équation EFIE s'écrit ([87] [16]) :

$$\frac{i}{4} \int H_0^+(K_e R) V(x') dx' = \frac{1}{2} U(x) + \int \frac{iK_e}{4R} H_1^+(K_e R) [\Delta\eta - \eta'(x)\Delta x] U(x') dx' \quad (3.1.14)$$

où H_0^+ et H_1^+ sont les fonctions de Hankel d'ordre zéro et un respectivement, $R = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta\eta)^2}$ est la distance d'interaction [16] entre deux points séparés par une distance d'abscisse $\Delta x = x - x'$ et une différence de hauteur $\Delta\eta = \eta(x) - \eta(x')$. La fonction $U(x)$ est nulle sur les plateaux, aux bords de la zone rugueuse, ce qui permet de résoudre numériquement l'équation intégrale 3.1.14. Celle-ci est discrétisée sur une grille régulière de pas δx et transformée en un système linéaire $AX = BC$, où les vecteurs X et C sont constitués des valeurs des fonctions respectives V et U aux points de la grille, et A et B sont deux matrices (pleines) aux coefficients complexes suivants :

$$A_{ii} = \frac{i\delta x}{4} \left(1 + i\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma K_e}{4e} \delta x\right) \right) \quad (3.1.15)$$

$$A_{i \neq j} = \frac{i}{4} H_0^+(K_e R_{ij} \delta x) \quad (3.1.16)$$

$$B_{ii} = \frac{1}{2} - \frac{\delta x}{4\pi} \left(\frac{\eta''(x_i)}{1 + \eta'(x_i)^2} \right) \quad (3.1.17)$$

$$B_{i \neq j} = \frac{iK_e \delta x}{4R_{ij}} H_1^+(K_e R_{ij}) [\eta(x_i) - \eta(x_j) - \eta'(x_i)(x_i - x_j)] \quad (3.1.18)$$

On a noté $x_i = (i - N/2)\delta x, i = 1 \dots N$ et $R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (\eta(x_i) - \eta(x_j))^2}$. Les termes diagonaux ont reçu un traitement spécifique pour l'intégration de la singularité, comme détaillé dans [16, p. 158]. Les valeurs de $J^d(x)$ et donc $J(x)$ aux points de la surface sont obtenues après résolution numérique du système linéaire. Le champ diffracté lointain dans la direction θ_s est obtenu par discrétisation de l'intégrale suivante :

$$S(\theta_s) = \frac{1}{4\pi} \int \left(\{V(x) + iK_e U(x) [\sin \theta_s \eta'(x) - \cos \theta_s]\} e^{-iK_e(x \sin \theta_s + \eta(x) \cos \theta_s)} \right) dx \quad (3.1.19)$$

Cette procédure s'applique tant aux surfaces linéaires qu'aux surfaces Creamer, la seule différence étant les valeurs des hauteurs et de leurs dérivées.

Grille irrégulière (surfaces Choppy)

Comme indiqué, les surfaces générées par le modèle CWM sont par construction échantillonnées sur une grille irrégulière. Cela nécessite une adaptation de la méthode des moments (MoM) qui est utilisée habituellement sur des grilles régulières. Il n'est pas possible de simplement calculer les valeurs de hauteurs sur une grille régulière par interpolation, cela introduirait artificiellement des hautes fréquences spatiales dans le spectre des hauteurs.

La difficulté pour l'adaptation de la MoM réside dans le fait que les hauteurs des surfaces Choppy ($\bar{\eta}, \bar{\eta}'$) et leurs dérivées ne sont définies qu'implicitement à travers la transformation géométrique d'une surface linéaire de référence (η, η' , etc). Si l'on disposait de leurs expressions explicites, il ne serait pas de nécessaire de changer l'équation intégrale, ni les coefficients des matrices. Ici, un changement de variables est nécessaire : x devient $x + D(x)$, dans le but d'utiliser les expressions (3.1.5), (3.1.6) et (3.1.7). C'est ce changement de variables qui est la cause du changement de l'équation intégrale et des coefficients des matrices du système linéaire.

Après changement de variables, les densités de surface U et V sont définies par

$$U(x) = E^i(x + D(x), \eta(x)) + E^r(x + D(x), \eta(x)) \quad (3.1.20)$$

$$V(x) = \frac{\partial E^d}{\partial z}(x + D(x), \eta(x)) - \frac{\eta'(x)}{1 + D'(x)} \frac{\partial E^d}{\partial x}(x + D(x), \eta(x)) \quad (3.1.21)$$

et l'équation intégrale EFIE devient :

$$\frac{i}{4} \int H_0^+(k_e R) V(x') (1 + D'(x')) dx' = \frac{1}{2} U(x) + \int \frac{ik_e}{4R} H_1^+(k_0 R) [\Delta \eta - \frac{\eta'(x)}{1 + D'(x)} (\Delta x + \Delta D)] U(x') (1 + D'(x')) dx' \quad (3.1.22)$$

La distance d'interaction s'écrit maintenant $R = \sqrt{(\Delta x + \Delta D)^2 + (\Delta \eta)^2}$, $\Delta D = D(x) - D(x')$ étant la différence entre les déplacements horizontaux des points du modèle Choppy. Il est important

de constater à ce stade que grâce au changement de variable, ce sont maintenant les hauteurs de la surface linéaire, $\eta(x)$, et non leurs équivalents Choppy, qui interviennent dans les expressions (3.1.20), (3.1.21) et (3.1.22). De ce fait, l'équation peut maintenant être discrétisée sur une grille régulière puisque l'on dispose des expressions explicites en tout point des quantités apparaissant maintenant dans l'équation intégrale.

Cela mène aux nouveaux coefficients des matrices A et B :

$$A_{ii} = \frac{i\delta x(1 + D'(x_i))}{4} \left(1 + i\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma K_e}{4e} \delta x_i(1 + D'(x_i))\right)\right) \quad (3.1.23)$$

$$A_{i \neq j} = \frac{i}{4} H_0^+ (K_e R_{ij}) (1 + D'(x_i)) \delta x \quad (3.1.24)$$

$$B_{ii} = \frac{1}{2} - \frac{\delta x}{4\pi} \left(\frac{\eta''(x_i)(1 + D'(x_i)) - \eta'(x_i)D''(x_i)}{(1 + D'(x_i))^2 + \eta'(x_i)^2} \right) \quad (3.1.25)$$

$$B_{i \neq j} = \frac{iK_e \delta x}{4R_{ij}} H_1^+ (K_e R_{ij}) [\eta(x_i) - \eta(x_j) - \frac{\eta'(x_i)}{1 + D'(x_i)}(x_i + D(x_i) - x_j - D(x_j))](1 + D'(x_i)), \quad (3.1.26)$$

où nous avons noté $R_{ij} = \sqrt{(x_i + D(x_i) - x_j - D(x_j))^2 + (\eta(x_i) - \eta(x_j))^2}$. Ces modifications des coefficients A_{ij} et B_{ij} peuvent être vues comme une correction compensant les changements des hauteurs et de leurs dérivées entre le modèle linéaire et Choppy, nous permettant de discrétiser correctement l'EFIE avec le modèle Choppy. En d'autres termes, sous cet angle on utilise toujours la surface linéaire, mais avec des nouveaux termes marquant la transformation de cette surface linéaire dans le modèle Choppy.

L'amplitude du champ diffracté lointain est dès lors obtenue en évaluant numériquement (sur une grille régulière) l'intégrale suivante :

$$S(\theta_s) = \frac{1}{4\pi} \int \left(\{V(x) + iK_e U(x) [\sin \theta_s \frac{\eta'(x)}{1 + D'(x)} - \cos \theta_s]\} e^{-iK_e((x+D(x)) \sin \theta_s + \tilde{\eta}(x) \cos \theta_s)} (1 + D'(x)) \right) dx. \quad (3.1.27)$$

Quant au modèle Choppy amélioré, il ne nécessite pas de nouveau changement de variable, car il consiste seulement en l'addition d'un terme du second ordre à la hauteur ($\eta(x)$ devient $\eta(x) + \eta_2(x)$) et ses dérivées. Le terme de Stokes est un ajout direct au décalage Doppler et n'a pas besoin d'entrer en compte dans le calcul de l'équation intégrale.

3.1.6 Simulations numériques de spectres Doppler en incidence rasante

La méthode des moments a été appliquée à chaque modèle de surface (linéaire, Creamer, Choppy, Choppy amélioré) pour calculer le champ diffracté par la surface en mouvement. Comme la surface doit être échantillonnée à 10 points par longueur d'onde électromagnétique, et dans le même temps

être assez longue pour inclure des échelles de longueur au moins aussi longues que la vague de pic, le nombre d'inconnues grandit énormément avec la bande de fréquence et la vitesse du vent.

De ce fait, nous choisissons de nous restreindre au cas de la bande L ($\lambda_{EM} = 23$ cm) et de vents faibles (3 à 7 m/s). Pour faciliter les comparaisons avec des études précédentes [1], nous utilisons le spectre de Pierson-Moskowitz replié :

$$\Gamma(k) = \frac{\alpha}{2k^3} \exp - \frac{\beta g^2}{k^2 U^4}, \quad k > 0 \quad (3.1.28)$$

où U est la vitesse du vent à une hauteur de 19.5 m, $g = 9.81 \text{ms}^{-2}$ est la constante de gravité, $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$ et $\beta = 0.74$ sont des constantes sans dimensions. $\Gamma(k)$ est nul si k est négatif ou nul : ce spectre correspond en fait à une situation fictive où toutes les vagues vont dans la même direction. Connaissant le spectre de mer, la hauteur $\eta(x)$ peut être générée efficacement par FFT (relation 2.2.8).

Dans toutes les simulations présentées, le pas d'échantillonnage est $\delta x_1 = \frac{\lambda_{EM}}{10} = 2.3$ cm. L'évolution dans le temps des échantillons de surface est déterminée en utilisant la relation de dispersion des vagues de gravité-capillarité $\omega(k) = \sqrt{gk(1 + k^2/k_m^2)}$ où k_m est le pic de gravito-capillarité, valant 363.2 rad/m. La surface est échantillonnée sur $N_t = 256$ pas de temps espacés de $\delta t = 25$ ms. Pour chacun des $N_r = 96$ échantillons, une série temporelle des amplitudes diffractées est calculée en considérant la surface gelée à chaque pas de temps, puis un spectre Doppler est calculé en prenant le carré du module de la transformée de Fourier de cette série temporelle. Le résultat final est la moyenne de ces N_r spectres Doppler, opération permettant de lisser les fluctuations.

On présente tout d'abord des calculs dans une configuration particulière : vent de 3 m/s, incidence de 89° . La longueur d'onde de pic (maximum du spectre des fréquences spatiales) correspondante est 8.2 m et les moyennes quadratiques (rms) des hauteurs et des pentes sont respectivement 4.8 cm et 0.137. La longueur de la surface est fixée à 23.6 m, ce qui permet d'inclure au moins deux vagues de pic. La figure 3.2 compare les spectres Doppler $\Psi(f)$ correspondant aux différents modèles de surface. Les spectres ont été normalisés de telle façon que $\int \Psi(f) df = 1$. On retrouve sur la figure les caractéristiques connues des spectres Doppler aux faibles angles rasants, notamment un décalage significatif et un élargissement du pic lorsque les nonlinéarités hydrodynamiques sont prises en compte. Les spectres des différentes surfaces nonlinéaires sont différents mais assez proches les uns des autres : CWM et C2WM produisent des diffuseurs moins rapides que le modèle Creamer, mais C2WM s'en approche beaucoup.

Lorsque les vagues se déplacent dans une seule direction, comme c'est le cas ici, le décalage Doppler moyen f_c peut être défini comme le premier moment de la distribution :

$$f_c = \int f \Psi(f) df$$

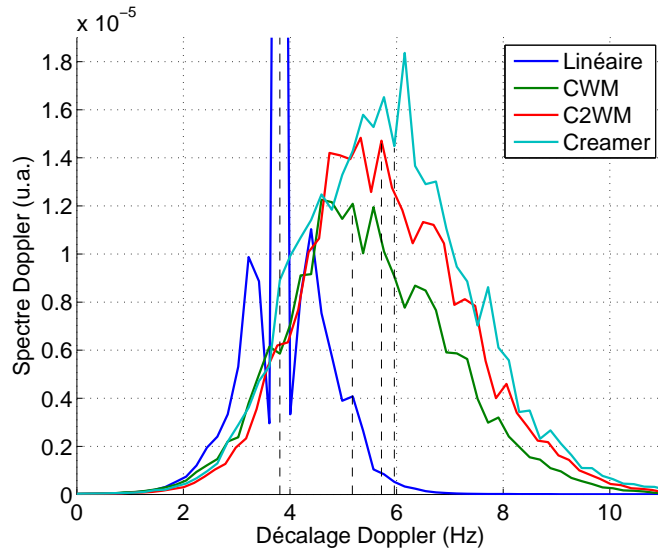


FIGURE 3.2: Spectres Doppler en microondes (bande L) à une vitesse de vent de 3 m/s et un angle d'incidence de 89°, pour différents modèles de surface.

Dans le cas des microondes, cette quantité est connue (cf. [88]) pour avoir une dépendance à l'angle d'incidence θ_i non triviale. f_c est systématiquement plus grande que la quantité $f_B(\theta_i)$ prédite par la théorie de Bragg classique pour les vagues libres,

$$f_B(\theta_i) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{gk_B(\theta_i)(1 + (k_B(\theta_i)/k_m)^2)}$$

où $k_B(\theta_i) = 2k_0 \sin \theta_i$ est le nombre d'onde de Bragg. La figure 3.3 montre le décalage Doppler moyen obtenu dans nos simulations avec le modèle Creamer à différents angles d'incidence et vitesses de vent. On a superposé les valeurs qu'avaient obtenu Toporkov et Brown dans leur étude de référence, on constate un excellent accord sur toute la plage de leurs mesures (0-85 degrés). Le modèle du plan localement déformé nous a permis de prolonger le diagramme jusque dans les derniers degrés d'incidence (85-90) sans augmenter le nombre d'inconnues numériques.

Cette investigation aux angles d'incidence extrêmes montre une évolution caractéristique du décalage Doppler moyen suggérée par des études précédentes, en l'occurrence une montée brusque autour de 83 degrés d'incidence, à des niveaux augmentant avec la vitesse du vent. Une saturation apparaît dans les tout derniers degrés, le décalage Doppler moyen atteint un plateau.

Des simulations équivalentes ont été conduites avec le modèle Choppy. La figure 3.4 montre la dépendance en incidence du décalage Doppler moyen des modèles Creamer et Choppy pour un vent de 3 m/s, qui s'avère très similaire même si dans le cas Choppy les décalages Doppler sont un peu plus faibles.

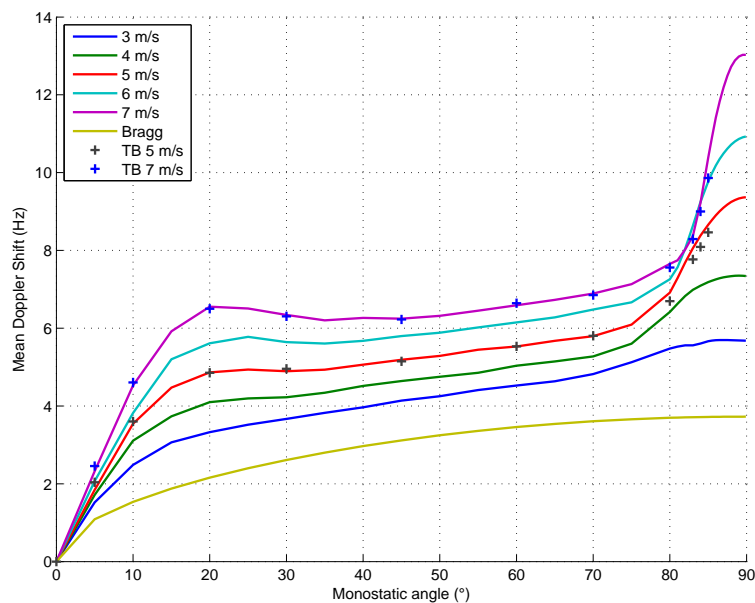


FIGURE 3.3: Décalage Doppler moyen simulé en bande L, en fonction de l'angle d'incidence et en utilisant le modèle de surface Creamer. Sont indiquées les valeurs de référence de l'étude par Toporkov et Brown (TB) [1]

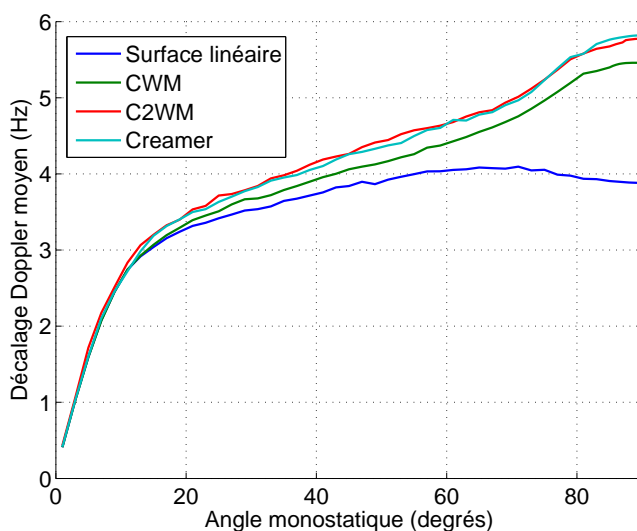


FIGURE 3.4: Décalage Doppler moyen en bande L, calculé par la méthode des moments, en fonction de l'angle d'incidence pour différents modèles de surface (la vitesse de vent est fixée à 3 m/s).

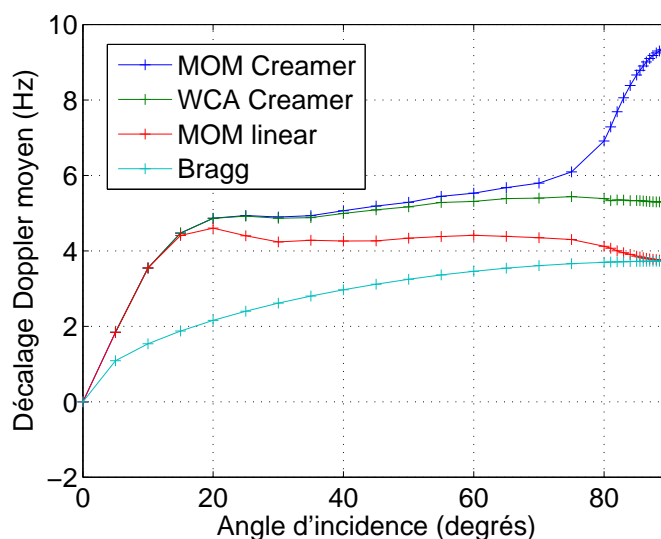


FIGURE 3.5: Décalage Doppler moyen en bande L (1.25 GHz, spectre d'Elfouhaily, vitesse de vent 5 m/s). Influence de la non linéarité de la surface et du modèle de diffraction.

3.2 Interprétation et importance du modèle de surface

Une caractéristique notable des courbes de la figure 3.3 est la présence d'une augmentation très brutale du décalage Doppler moyen dans les derniers degrés d'incidence dès lors qu'un modèle de surface non linéaire et qu'une formulation électromagnétique rigoureuse sont utilisés. La figure 3.5 en témoigne : le fort décalage Doppler (plus de 9 Hz en incidence rasante) n'est obtenu que par la conjonction de l'incidence rasante, de la non linéarité de la surface, et du modèle rigoureux de diffraction. Le modèle de diffraction WCA, pour Weighted Curvature Approximation, est une bonne méthode approchée mais qui ne prend pas en compte la diffusion multiple, laquelle semble nécessaire pour obtenir une valeur de décalage Doppler réaliste. Nous allons tâcher dans la suite de discuter l'importance des différents facteurs que nous venons d'évoquer.

Une publication de Nouguier *et al* [88] avait montré que l'ajout de non linéarités hydrodynamiques dans le modèle de mer influence le décalage Doppler moyen mais aussi, et de façon plus marquée, la largeur du spectre Doppler. Un modèle électromagnétique asymptotique, en l'occurrence le modèle WCA (Weighted Curvature Approximation), a été utilisé, qui néglige les interactions électromagnétiques complexes comme les réflexions multiples. Dans ce cadre, on explique les différences des décalages Doppler par la modulation et l'advection des vagues de Bragg (courtes) par les longues vagues. De la même façon, la méthode des moments utilisée dans la figure 3.4 illustre l'influence grandissante des non linéarités hydrodynamiques lorsque l'incidence devient rasante.

Cependant, comme avaient montré Nouguier et ses coauteurs ([88], figure 7), les non linéarités hydrodynamiques ne sont pas le contributeur principal au décalage Doppler exalté, particulièrement aux

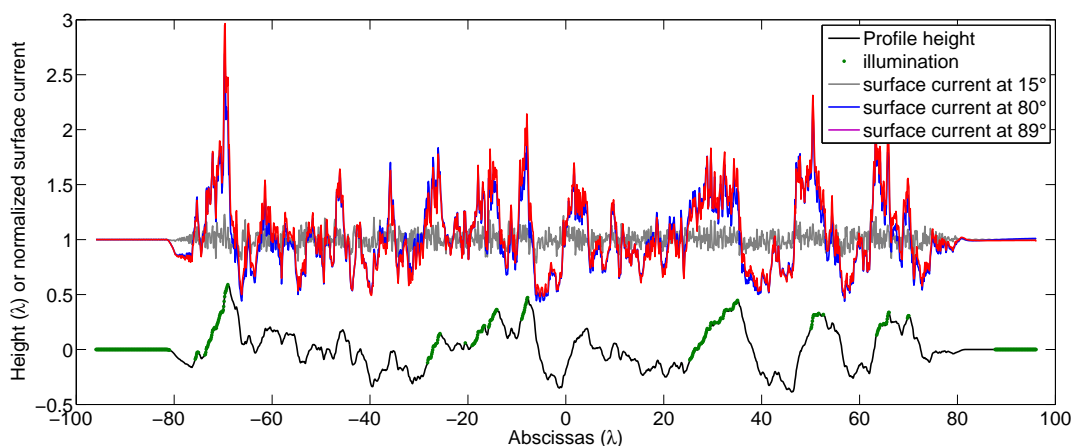


FIGURE 3.6: Module du courant de surface normalisé, en incidence faible et rasante, tracé avec le profil de surface. Aux grands angles d'incidence ($\geq 80^\circ$), le courant de surface est exalté sur les crêtes et atténué sur les creux, mais n'évolue plus lorsque l'incidence devient rasante. Le radar est en bande L.

grands angles d'incidence. En effet, WCA, même en utilisant le modèle de surface nonlinéaire Creamer, n'est pas capable de reproduire l'augmentation brutale dans les dix derniers degrés d'incidence, ce qui montre que des phénomènes électromagnétiques complexes sont en jeu.

A la lumière de ces résultats numériques, il est logique de supposer que les diffuseurs rapides responsables des forts décalages Doppler sont essentiellement dus aux interactions électromagnétiques complexes plutôt qu'à des particules d'eau à grande vitesse horizontale, phénomène qui a été évoqué par de nombreux auteurs comme une conséquence du déferlement. Puisque nos simulations produisent ces grands décalages Doppler tout en ne prenant pas en compte le déferlement, nous sommes inclinés à penser que ce dernier n'est pas une condition nécessaire à l'apparition des diffuseurs rapides.

Nous nous intéressons maintenant à l'influence éventuelle de l'ombrage géométrique, qui a été évoqué dans des études précédentes (par exemple [89]) comme un mécanisme probable de la montée brutale du décalage Doppler aux faibles angles rasants, en réduisant l'influence des vitesses orbitales négatives dans les creux des vagues. Hypothèse a contrario rejetée par des observations récentes ([90]), tendant à montrer que l'ombrage géométrique ne joue aucun rôle dans le rayonnement microonde de la surface de la mer. Nos résultats numériques sont cohérents avec cette dernière hypothèse.

En particulier, la figure 3.6 montre l'évolution du courant de surface avec l'angle d'incidence pour un échantillon de profil de surface figé. On en trace le module, normalisé par la valeur sur les plateaux (partie plane sur les bords) de l'échantillon. Le profil de surface correspondant est donné pour les mêmes abscisses, et sur celui-ci les parties visibles pour une incidence de 89° , au sens de l'optique géométrique, sont marquées de points verts.

Cette figure montre tout d'abord la forte augmentation du courant de surface sur les crêtes aux très grands angles d'incidence, et, ensuite, la stabilisation de ce même courant à partir de 80° . Aucun

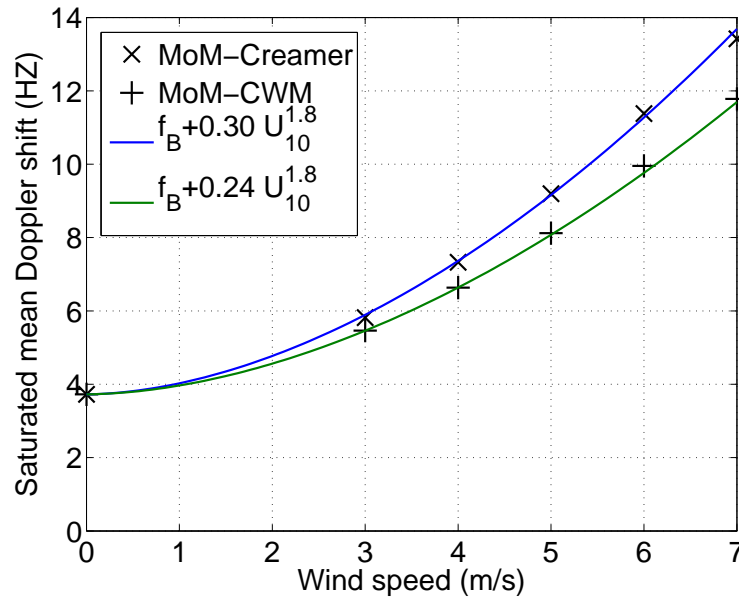


FIGURE 3.7: Décalage Doppler moyen saturé en bande L en fonction de la vitesse du vent pour différents angles d'incidence et modèles hydrodynamiques.

changement ou presque sur la forme du courant de surface n'est observé entre 80° et 89° . Ceci est très différent des prédictions de l'optique géométrique, où l'ombrage direct est presque inexistant à 80° , mais très prononcé à 89° . De plus, cette grande augmentation du courant de surface sur les crêtes semble indépendante de l'ombrage ou non de ces mêmes crêtes.

Notre interprétation est que l'augmentation du décalage Doppler aux faibles angles rasants est le résultat de forts effets de pointe sur les crêtes plutôt que d'ombrage des creux de vagues. Ceci est cohérent avec l'observation que les modèles hydrodynamiques non linéaires, qui produisent des crêtes plus prononcées, produisent des décalages Doppler plus forts que leurs équivalents linéaires. On peut également noter que les parties visibles au sens de l'optique géométrique sont quasiment identiques pour les surfaces linéaires et non linéaires puisque les faibles non linéarités hydrodynamiques ont peu d'impact sur la distribution des hauteurs (mais plus d'influence sur les pentes et les courbures).

A défaut d'une explication quantitative des phénomènes responsables du niveau du décalage Doppler moyen aux faibles angles rasants, j'ai procédé à une étude numérique de sa valeur limite (le plateau atteint à 89.9°). La figure 3.7 montre cette dernière quantité en fonction de la vitesse du vent pour les modèles Creamer et CWM. Le décalage Doppler supplémentaire par rapport à la valeur plancher (correspondant à la diffraction de Bragg) a une dépendance en vent en loi de puissance, avec un exposant de 1.8. Les amplitudes sont légèrement différentes suivant le modèle.

Cette dépendance presque quadratique tend à suggérer une relation linéaire en fonction de la hauteur moyenne des vagues. La figure 3.8 montre cette évolution de la limite du décalage Doppler moyen en fonction de la hauteur significative (définie comme quatre fois la hauteur quadratique moyenne),

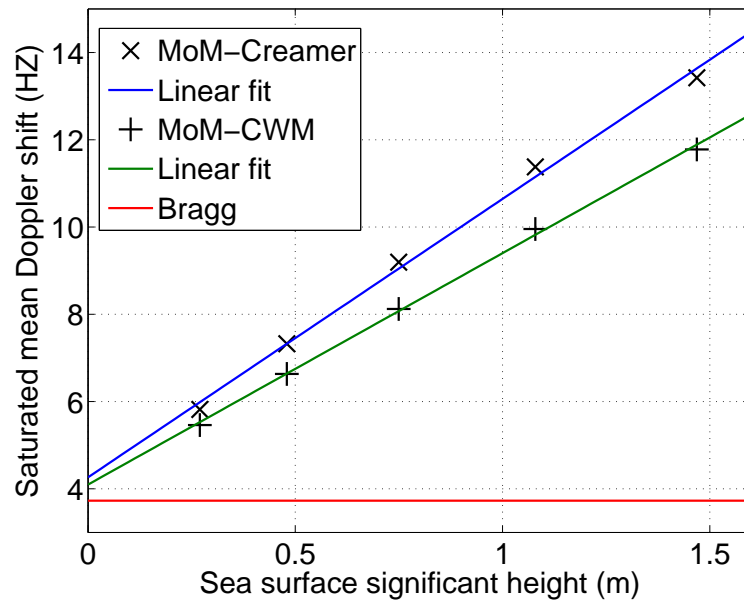


FIGURE 3.8: Décalage Doppler moyen saturé en bande L, en fonction de la hauteur de vague significative pour différents angles d'incidence et modèles hydrodynamiques.

et met en évidence un bon accord avec cette loi linéaire. La valeur constante prédite par la théorie de Bragg est indiquée sur la figure pour référence.

Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les premières simulations de spectres Doppler océaniques microondes, avec un modèle électromagnétique rigoureux et en incidence rasante (supérieure à 85°). Il est possible pour la première fois de calculer la valeur de la saturation du décalage Doppler moyen lorsque l'angle rasant tend vers zéro. La prise en compte du caractère non linéaire de la surface océanique est ici primordiale; nous avons utilisé et comparé plusieurs modèles de mer faiblement non linéaires. Cette valeur de saturation est très supérieure à la fréquence de Bragg, et augmente comme le carré de la vitesse du vent.

L'importance respective des phénomènes hydrodynamiques et électromagnétiques est un sujet complexe toujours ouvert, qui nécessitera des études en 3D lorsque les capacités numériques le permettront. Si la question de la prise en compte d'effets hydrodynamiques d'ordre supérieur peut se poser, nous avons pu montrer avec le modèle électromagnétique rigoureux que le traitement géométrique de l'ombrage ne peut rendre compte du comportement observé dans les derniers degrés d'incidence.

Un autre point qui mériterait une investigation plus poussée est la répartition statistique des valeurs des sections efficaces en incidence rasante. On constate en effet qu'en traçant un histogramme de ces valeurs à différentes incidences, la forme de la distribution, parfaitement exponentielle à incidence

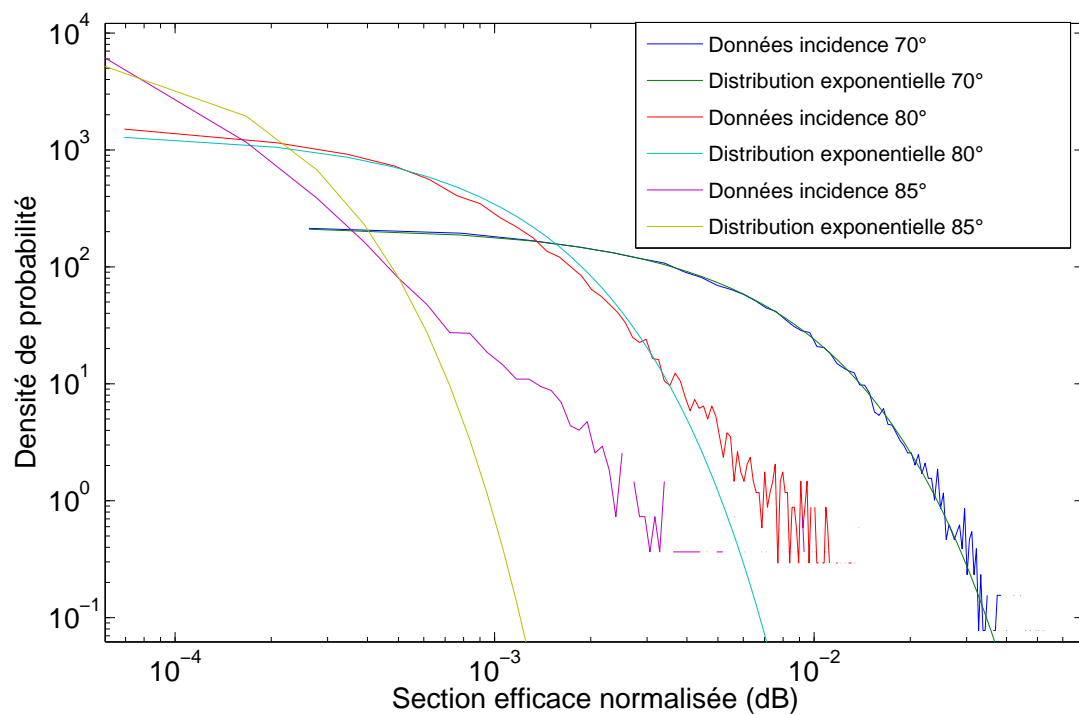


FIGURE 3.9: Répartition statistique de la section efficace et comparaison à une distribution exponentielle de même écart-type.

faible, s'en écarte fortement en incidence rasante. La figure 3.9 le montre, pour laquelle on a utilisé les valeurs de section efficace obtenues pour les calculs Doppler précédents.

Conclusion et perspectives

Le modèle rigoureux de diffraction tridimensionnelle basé sur le plan localement déformé a été étendu aux quatre polarisations fondamentales, et au cas de la conductivité finie par le modèle de l'approximation d'impédance. Il en résulte un outil numérique complet, permettant d'estimer l'écho radar sur une surface de mer réaliste, pour toute polarisation et incidence. L'originalité de la méthode reste la possibilité de choisir un angle d'incidence arbitraire : le problème de l'incidence rasante, généralement trop complexe pour les méthodes existantes, trouve là une solution adaptée.

La limitation principale est la lourdeur de la charge numérique, même si certaines difficultés numériques subsistent en polarisation HH lorsque de grandes échelles spatiales sont présentes dans la surface étudiée. Une reformulation de l'opérateur hyper singulier à l'origine de ces difficultés est étudiée, mais cette technique, fonctionnelle en deux dimensions, ne parvient pas à corriger l'erreur dans le cas du problème tridimensionnel.

Cette méthode de calcul du champ diffracté, en conjonction avec une modélisation numérique de la surface de la mer, a permis de préciser les performances de différents modèles empiriques et méthodes approchées pour estimer la section efficace de la mer aux fréquences microondes. En particulier, la méthode perturbative SPM 1 semble fournir un bon ordre de grandeur dans le cas des co-polarisations, tandis que la validité de l'algorithme SSA 2 est montrée même dans le cas de l'incidence rasante et des polarisations croisées, sur les cas particuliers que la charge numérique nous permet d'étudier. Le modèle à deux échelles GOSSA est adapté à l'incidence rasante par le biais d'une modification des grandes échelles de longueur prises en compte pour l'advection des petites vagues. Si cette modification empirique écorne la justification physique du modèle, elle permet une bien meilleure précision notamment en bande L.

Le comportement des spectres Doppler en incidence rasante a fait l'objet d'une étude numérique conséquente, mettant en évidence une valeur de saturation du décalage Doppler moyen aux angles rasants, valeur qui a été reliée à la vitesse du vent et à la hauteur quadratique moyenne de la surface de mer. Une forte interdépendance des phénomènes hydrodynamiques et électromagnétiques est constatée, sujet générant actuellement un domaine de recherche très actif [90], [91], [92].

Une perspective naturelle serait d'étendre les calculs de spectres Doppler aux surfaces bidimensionnelles. Cela permettrait de confirmer et prolonger l'étude du chapitre 3 tout en utilisant l'outil numérique achevé lors de cette thèse. La charge numérique est lourde, mais cela a déjà été fait au MIO en modélisant le champ incident par un faisceau gaussien [93] et les capacités de calcul augmentent. Le modèle Choppy serait potentiellement d'une grande utilité pour prendre en compte les nécessaires nonlinéarités avec un coût numérique raisonnable.

L'essentiel de la difficulté est en réalité au niveau de l'implémentation : le modèle Choppy génère des grilles de surfaces non régulières, il faudra adapter la méthode des moments comme lors de l'étude 2D. Cela devrait s'avérer nettement plus complexe en 3D, dans la mesure où cela remet en cause les techniques numériques utilisées pour inverser le système linéaire. De plus, la difficulté numérique en configuration HH devra préalablement être résolue, puisque cette polarisation est la plus importante pour les calculs d'effet Doppler.

De ce fait, il n'apparaît pas certain que l'algorithme de diffraction 3D existant puisse servir à court terme pour des calculs de spectres Doppler. Il sera par contre intéressant de l'utiliser pour des calculs de section efficace, notamment sur des spectres de mer tronqués, pour effectuer plus de comparaisons avec des mesures expérimentales et d'autres modèles de diffraction. Une autre possibilité est de modéliser le déferlement [94], actuellement non pris en compte.

Annexe A

GOSSA en incidence rasante : étude systématique

A.1 Comparaison en polarisation VV avec les données de Nathanson et SPM

Quatre bandes de fréquences sont étudiées : bande L (1.25 GHz), bande S (3 GHz), bande C (5.6 GHz), bande X (9.3 GHz). On représente dans des diagrammes monostatiques les sections efficaces calculées par les algorithmes GOSSA et SPM, ainsi que les données de Nathanson, le tout pour les polarisations HH et VV. L'échelle en incidence est logarithmique pour permettre d'étudier précisément le comportement en incidence rasante. Les états de mer 1 à 6 sont représentés, la correspondance retenue est donnée par le tableau [A.1](#) (on fait l'hypothèse d'une mer complètement développée, donc que le vent a soufflé depuis une grande durée).

L'étude sert principalement à étudier le comportement des différentes versions de l'algorithme GOSSA, et d'apprécier l'intérêt de l'ajout du terme de diffusion isotrope de Kudryavtsev ("DiffIso" dans la légende Matlab) et de la modification du comportement en incidence rasante ("forçage" dans la légende Matlab).

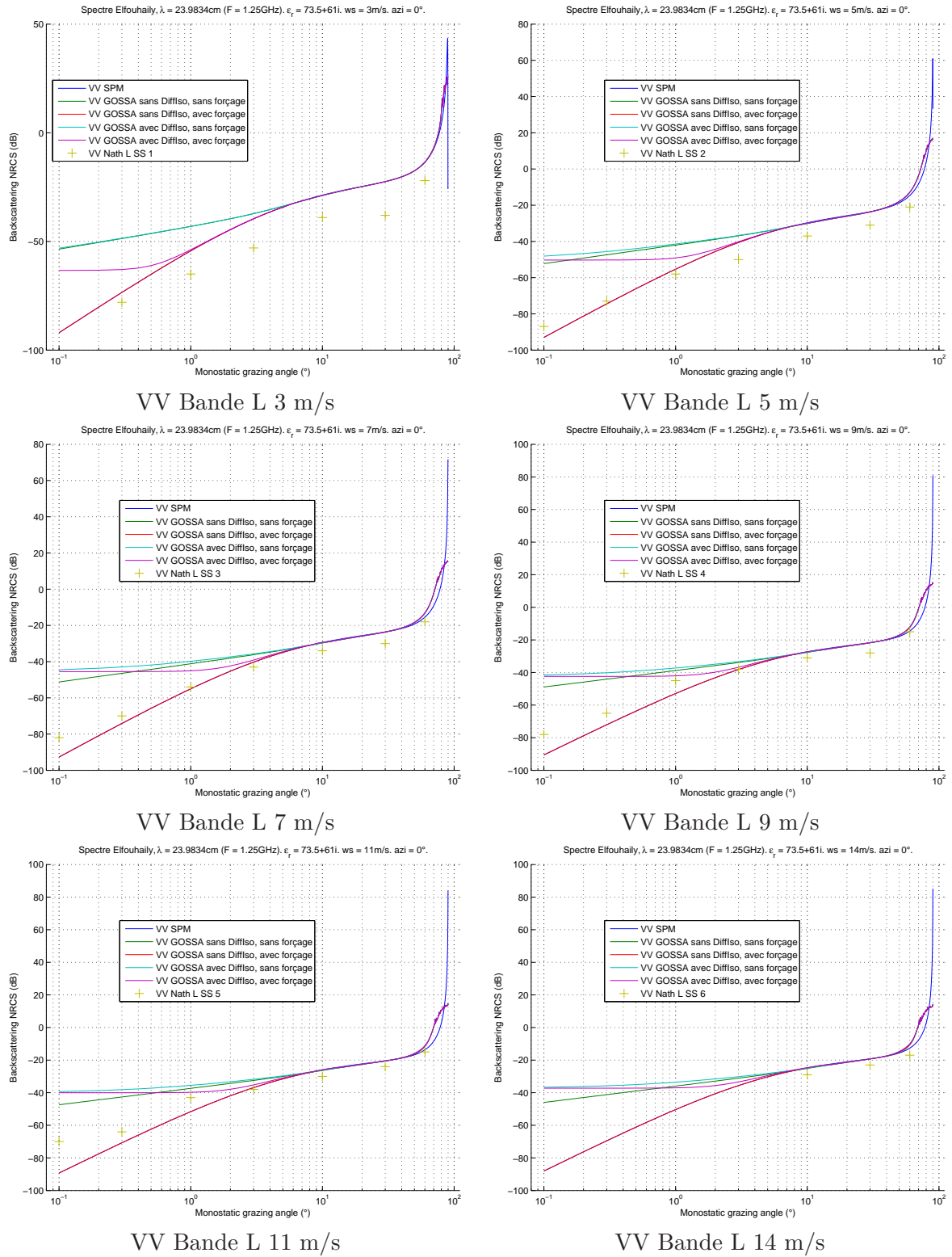
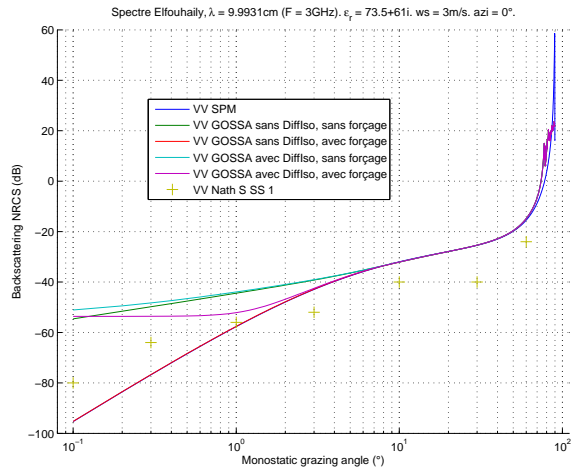
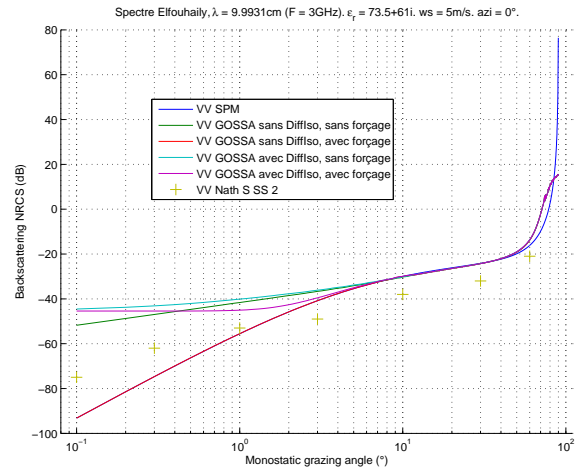


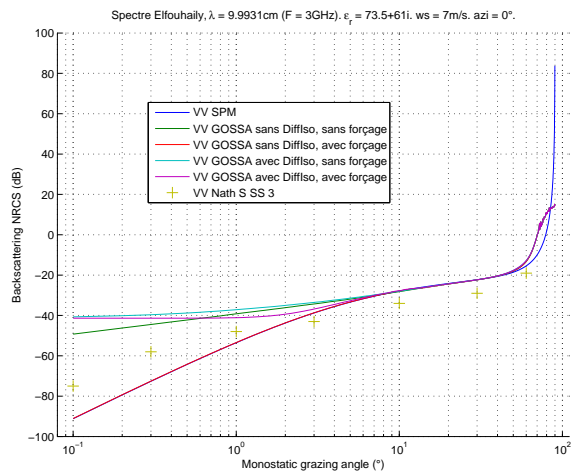
FIGURE A.1: Etude Polarisation VV Bande L



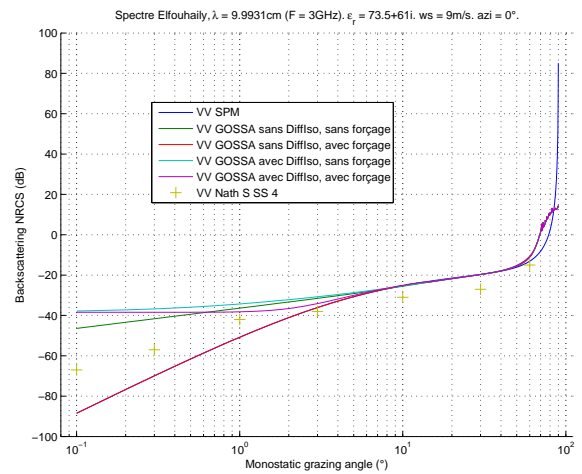
VV Bande S 3 m/s



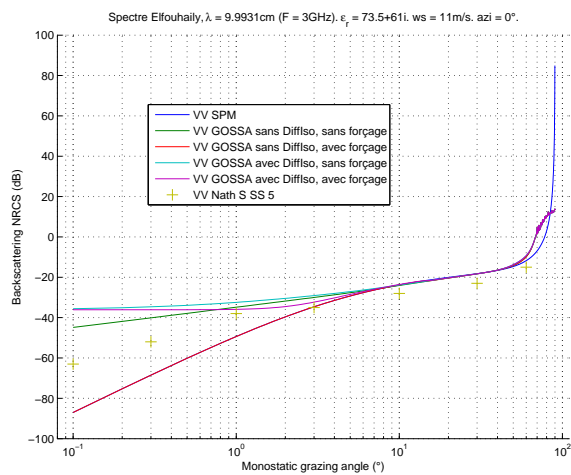
VV Bande S 5 m/s



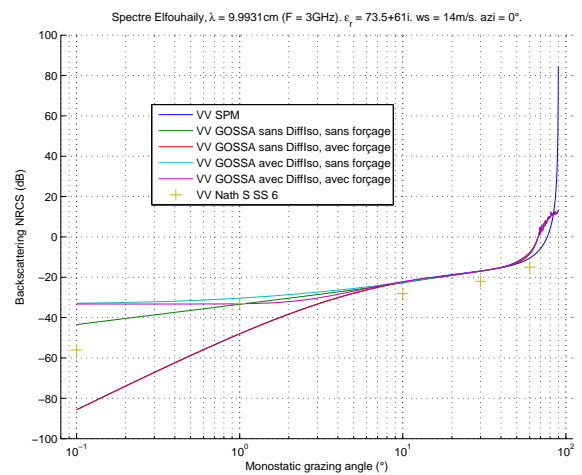
VV Bande S 7 m/s



VV Bande S 9 m/s



VV Bande S 11 m/s



VV Bande S 14 m/s

FIGURE A.2: Etude Polarisation VV Bande S

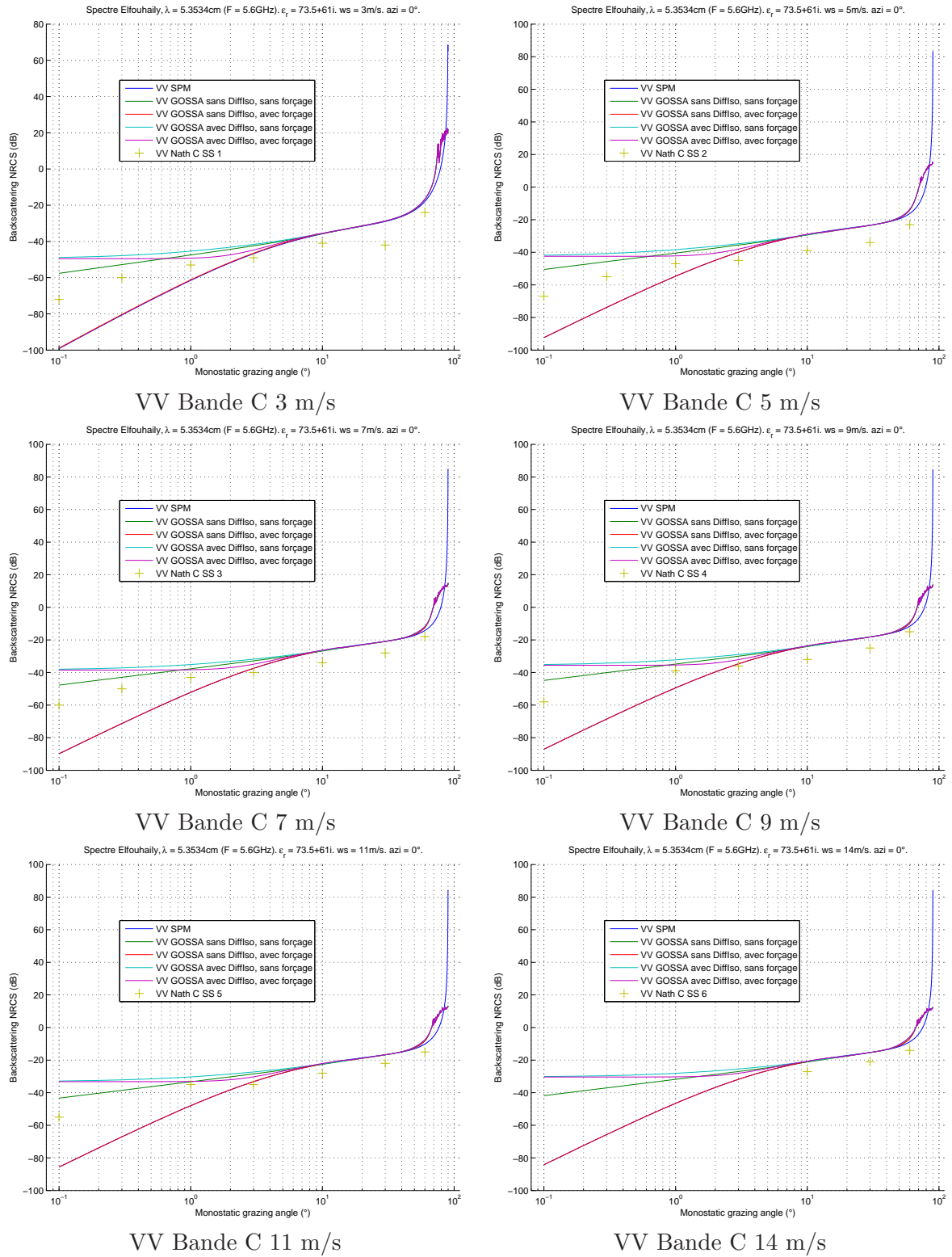
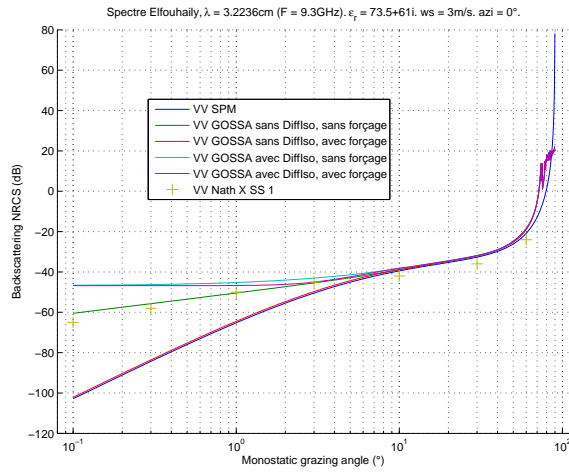
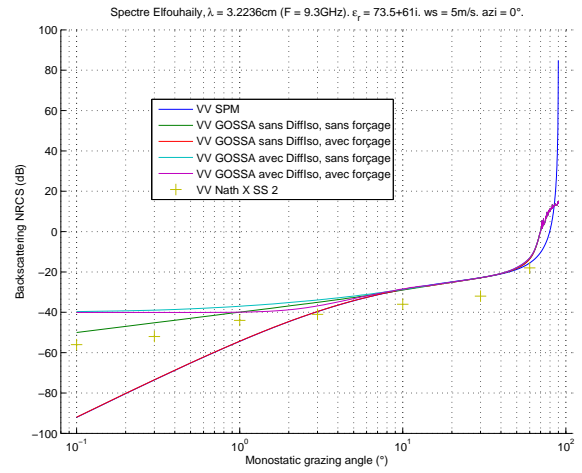


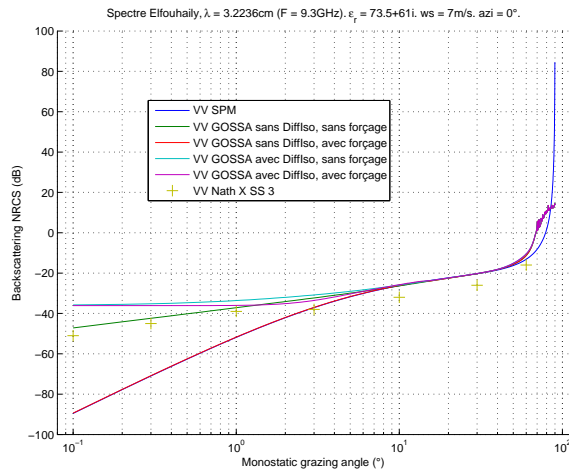
FIGURE A.3: Etude Polarisation VV Bande C



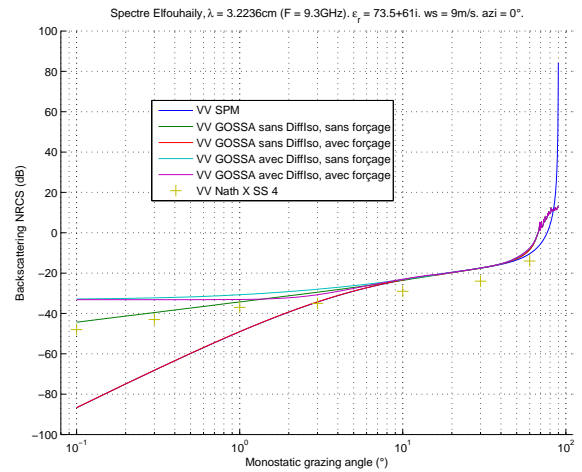
VV Bande X 3 m/s



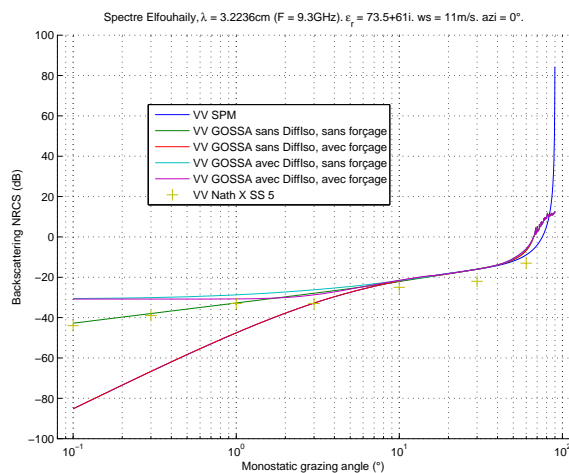
VV Bande X 5 m/s



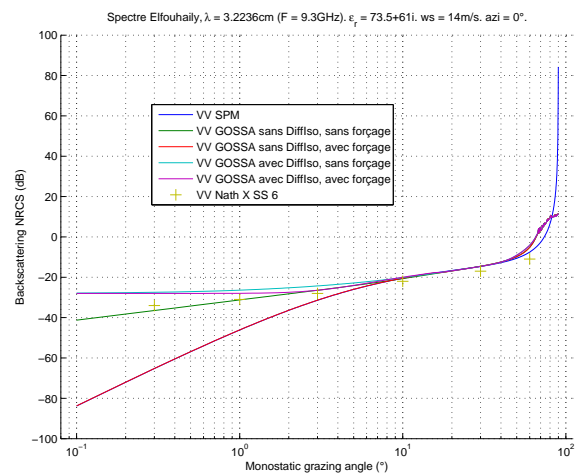
VV Bande X 7 m/s



VV Bande X 9 m/s



VV Bande X 11 m/s



VV Bande X 14 m/s

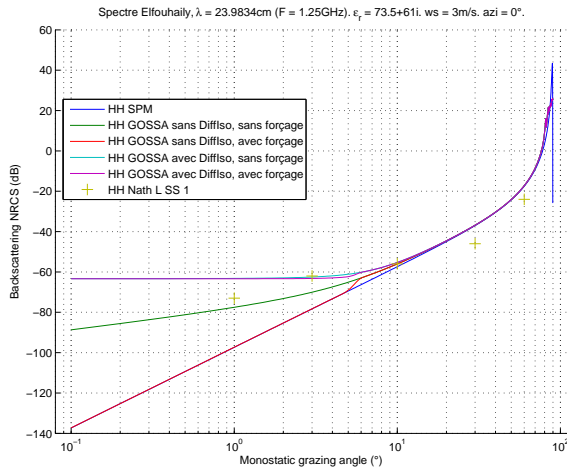
FIGURE A.4: Etude Polarisation VV Bande X

Etat de mer	Vitesse de vent correspondante
1	3 m/s
2	5 m/s
3	7 m/s
4	9 m/s
5	11 m/s
6	14 m/s

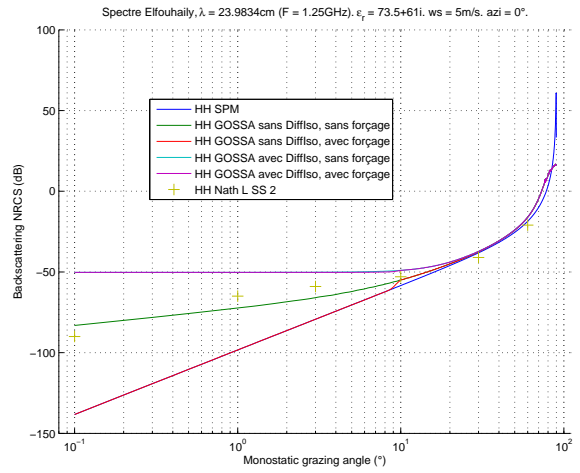
TABLE A.1: Correspondance retenue entre état de mer et vitesse de vent.

A.2 Comparaison en polarisation HH avec les données de Nathanson et SPM

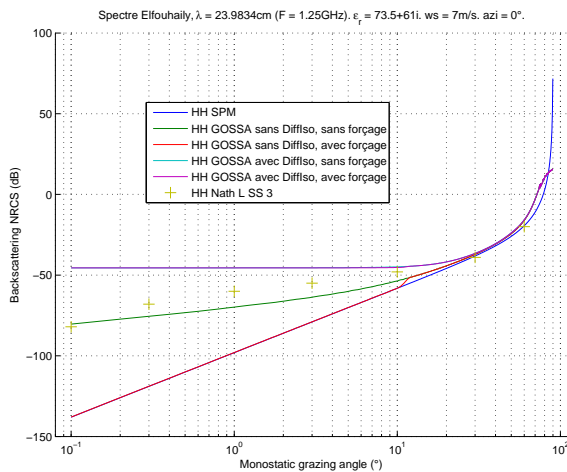
Il s'agit de la même étude, mais en polarisation HH cette fois.



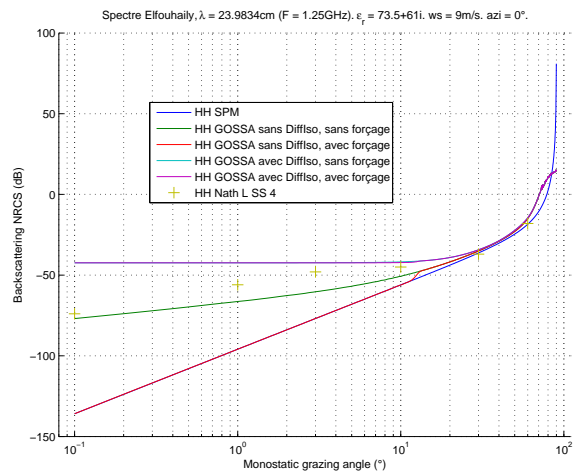
HH Bande L 3 m/s



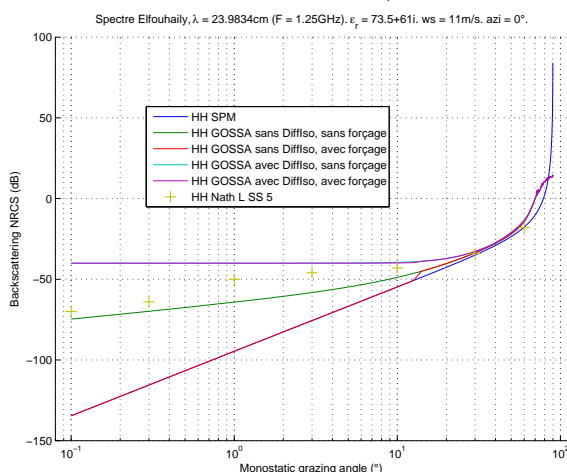
HH Bande L 5 m/s



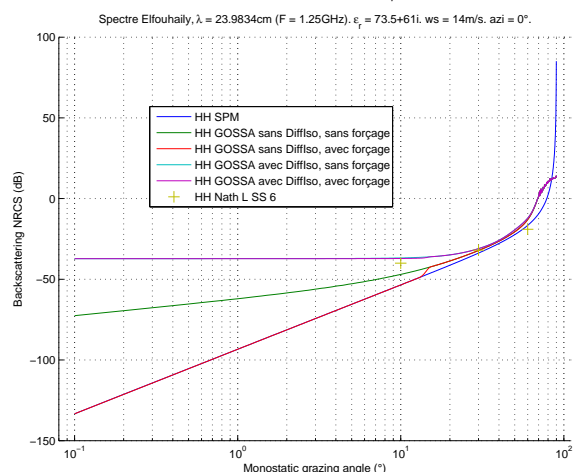
HH Bande L 7 m/s



HH Bande L 9 m/s



HH Bande L 11 m/s



HH Bande L 14 m/s

FIGURE A.5: Etude Polarisation HH Bande L

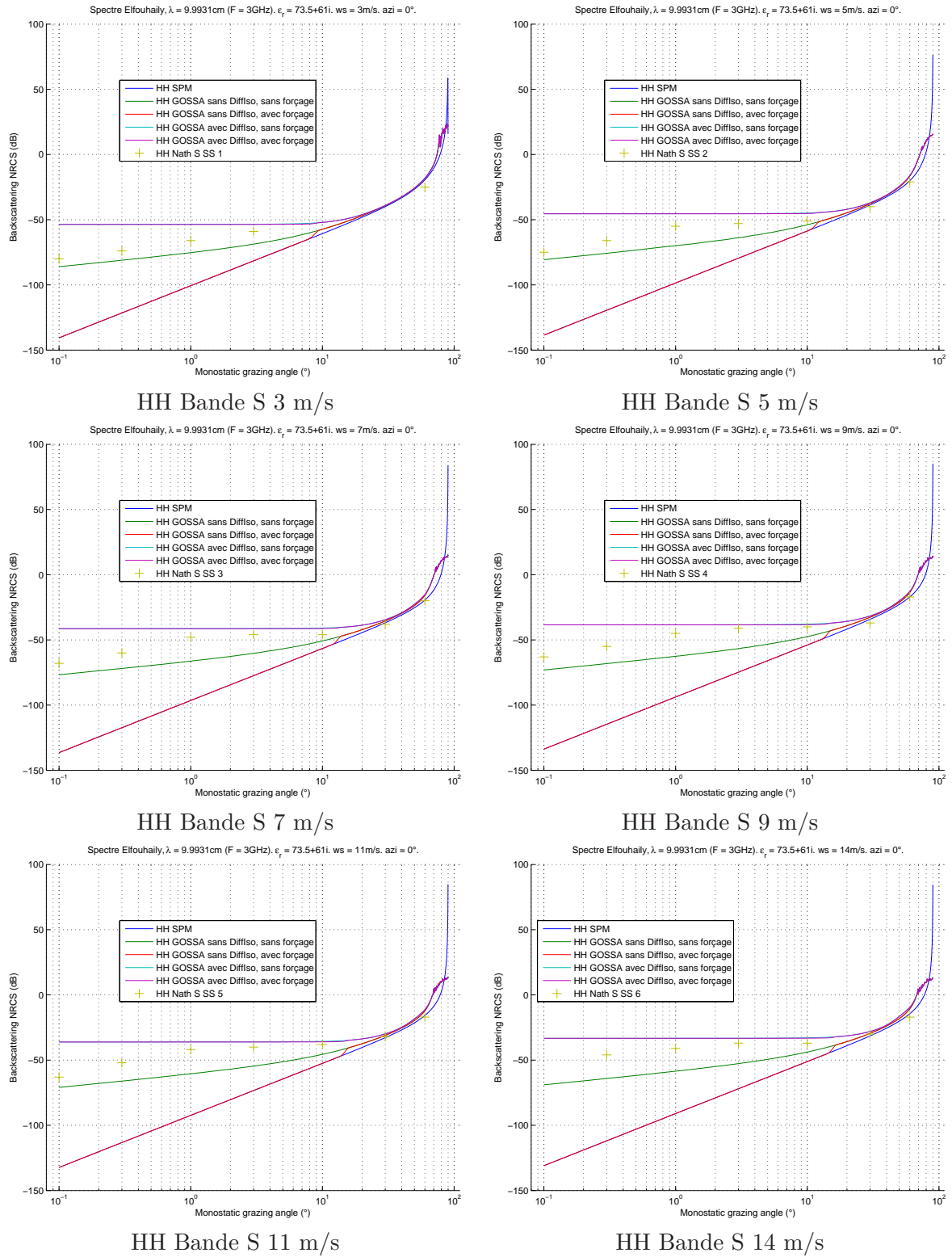
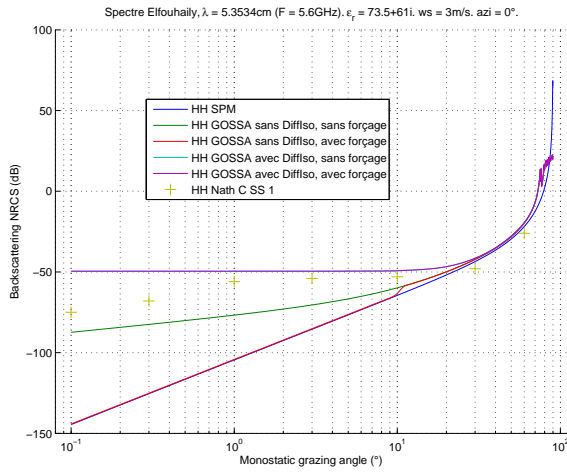
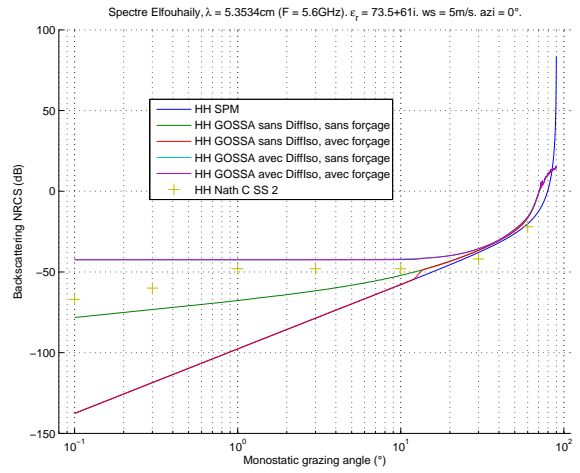


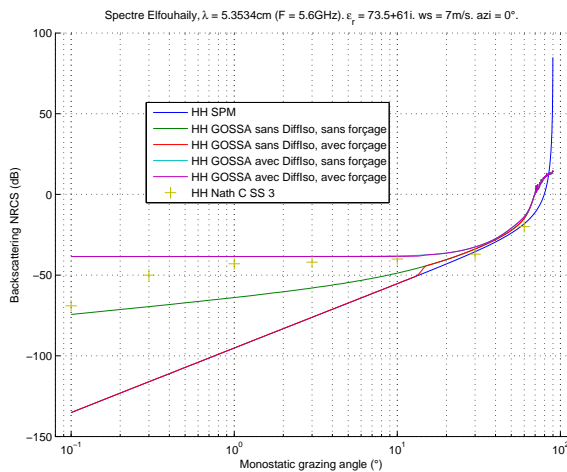
FIGURE A.6: Etude Polarisation HH Bande S



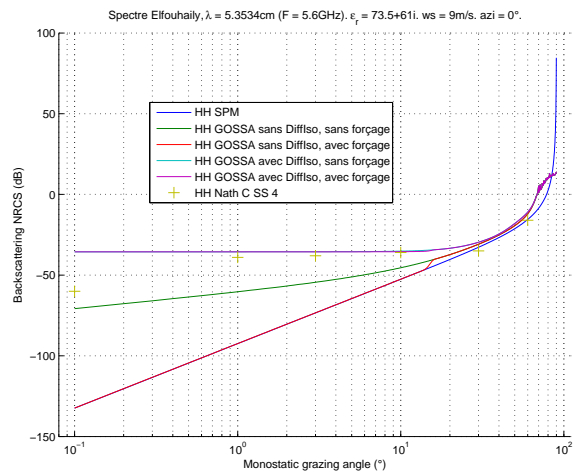
HH Bande C 3 m/s



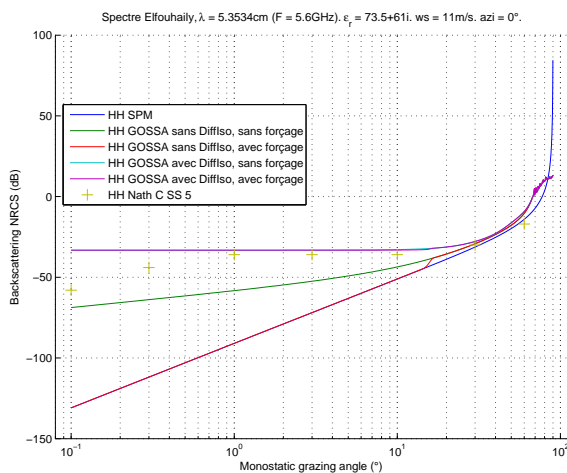
HH Bande C 5 m/s



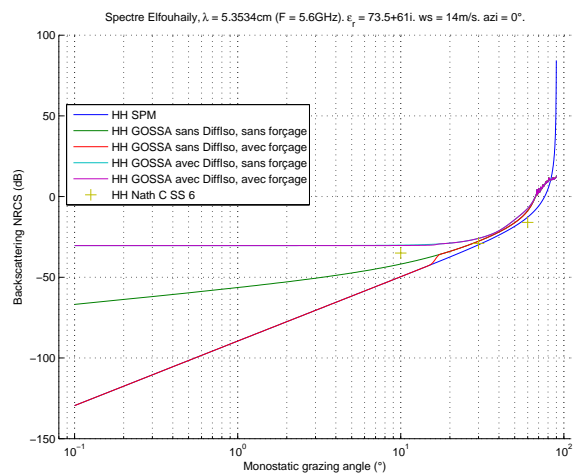
HH Bande C 7 m/s



HH Bande C 9 m/s

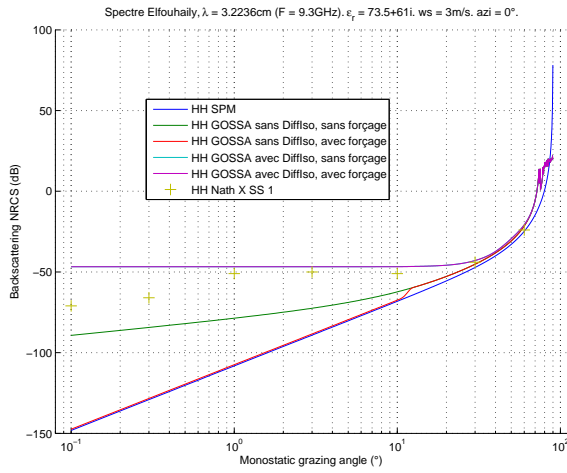


HH Bande C 11 m/s

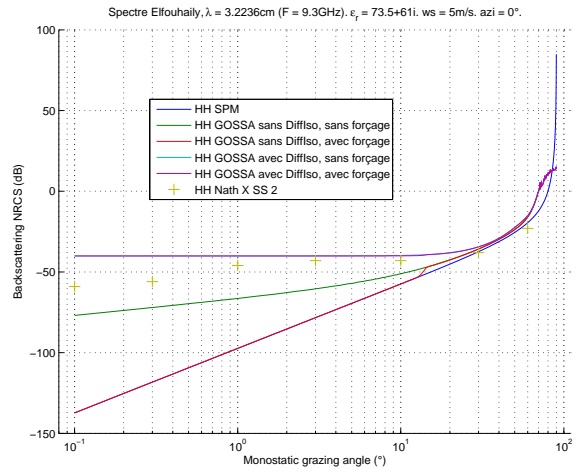


HH Bande C 14 m/s

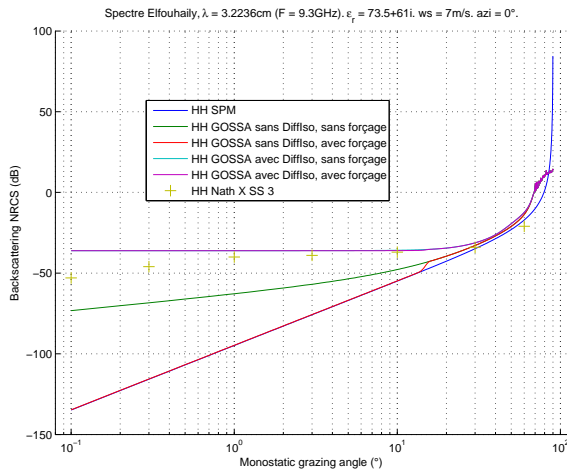
FIGURE A.7: Etude Polarisation HH Bande C



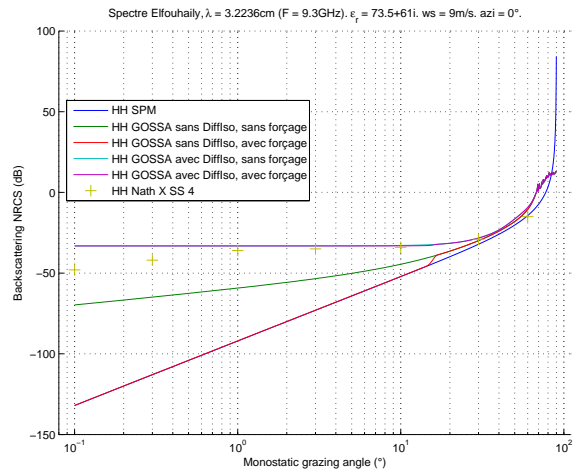
HH Bande X 3 m/s



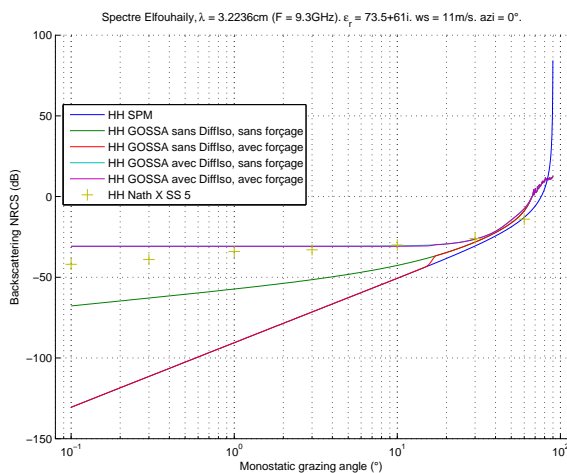
HH Bande X 5 m/s



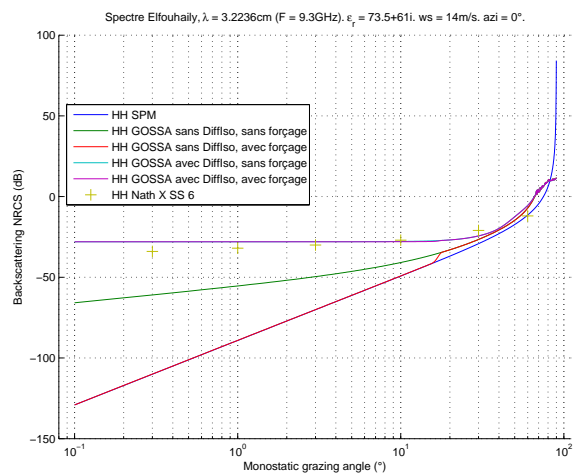
HH Bande X 7 m/s



HH Bande X 9 m/s



HH Bande X 11 m/s



HH Bande X 14 m/s

FIGURE A.8: Etude Polarisation HH Bande X

Bibliographie

- [1] J. V. Toporkov and G. S. Brown. Numerical simulations of scattering from time-varying, randomly rough surfaces. *IEEE Trans. Geophys. Remote Sensing*, 38 :1616–1624, July 2000.
- [2] Chiang C Mei, Michael Stiassnie, and Dick K-P Yue. *Theory and Applications of Ocean Surface Waves [: Nonlinear aspects. Part 2*, volume 23. World Scientific, 2005.
- [3] JP Reilly and GD Dockery. Influence of evaporation ducts on radar sea return. In *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, volume 137, pages 80–88. IET, 1990.
- [4] F.E. Nathanson, J.P. Reilly, and M.N. Cohen. *Radar design principles : signal processing and the environment*. SciTech Publishing, 1999.
- [5] M.W. Long. *Radar Reflectivity of Land and Sea, Third Edition*. Artech House, 2001.
- [6] Yong Liu, Stephen J Frasier, and Robert E McIntosh. Measurement and classification of low-grazing-angle radar sea spikes. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 46(1) :27–40, 1998.
- [7] Ben O Werle. Sea backscatter, spikes and wave group observations at low grazing angles. In *Radar Conference, 1995., Record of the IEEE 1995 International*, pages 187–195. IEEE, 1995.
- [8] DB Trizna, JP Hansen, Paul Hwang, and Jin Wu. Laboratory studies of radar sea spikes at low grazing angles. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 96(C7) :12529–12537, 1991.
- [9] Lewis B Wetzel. A model for sea backscatter intermittency at extreme grazing angles. *Radio Science*, 12(5) :749–756, 1977.
- [10] Paul A Hwang, Mark A Sletten, and Jakov V Toporkov. Analysis of radar sea return for breaking wave investigation. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 113(C2), 2008.
- [11] J.D. Jackson. *Electrodynamique classique*. Dunod, Paris, 2001.

-
- [12] A.J. Poggio and E.K. Miller. Integral Equation Solutions of Three-dimensional Scattering Problems. In R. Mittra, editor, *Computer Techniques for Electromagnetics*. Permagon, Elmsford, NY, 1973.
- [13] J.A. Stratton and L.J. Chu. Diffraction theory of electromagnetic waves. *Physical Review*, 56 : 99–107, 1939.
- [14] W.C. Chew, M.S. Tong, and B. Hu. *Integral Equation Methods for Electromagnetic and Elastic Waves*. Morgan & Claypool, 2008. ISBN 1598291483.
- [15] D. Colton and R. Kress. *Integral Equations in Scattering Theory*. Wiley-Interscience, New York, 1983.
- [16] L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding, and C. O. Ao. *Scattering of electromagnetic waves : numerical simulations*. Wiley series in remote sensing. Wiley-Interscience, 2001.
- [17] P. A. Martin and P. Ola. Boundary integral equations for the scattering of electromagnetic waves by a homogeneous dielectric obstacle. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 123A :185–208, 1993.
- [18] C. Tai. *Generalized vector and dyadic analysis : applied mathematics in field theory*. IEEE/OUP series on electromagnetic wave theory. IEEE Press, 1997.
- [19] E.I. Thorsos. The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum. *J. Acoust. Soc. Am*, 83(1) :78–92, 1988.
- [20] P. Spiga, G. Soriano, and M. Saillard. Scattering of electromagnetic waves from rough surfaces : a boundary integral method for low-grazing angles. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 56 :2043–2050, 2008.
- [21] A. M. Marvin and V. Celli. Relation between the surface impedance and the extinction theorem on a rough surface. *Phys. Rev. B*, 50 :14546–14553, 1994.
- [22] TT Ong, V. Celli, and AM Marvin. General relation between surface impedance and surface curvature. *Journal of the Optical Society of America A*, 11(2) :759–765, 1994. ISSN 1084-7529.
- [23] G.C. Hsiao and R.E. Kleinman. Mathematical foundations for error estimation in numerical solutions of integral equations in electromagnetics. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 45(3) :316–328, 1997.
- [24] M. Saillard and A. Sentenac. Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces. *Waves in Random Media*, 11 :R103–R137, 2001.
- [25] Hermann Weyl. Ausbreitung elektromagnetischer wellen über einem ebenen leiter. *Annalen der Physik*, 365(21) :481–500, 1919.
- [26] Max Born and Emil Wolf. *Principle of Optics*. Pergamon Press, New York, 1980.

- [27] V. Rokhlin. Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions. *J. Comput. Phys.*, 36 :414–439, 1990.
- [28] Lifeng Li and Jean Chandezon. Improvement of the coordinate transformation method for surface-relief gratings with sharp edges. *JOSA A*, 13(11) :2247–2255, 1996.
- [29] Karim Ait Braham, Richard Dusséaux, and Gérard Granet. Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces—study with the curvilinear coordinate method. *Waves in random and complex media*, 18(2) :255–274, 2008.
- [30] C Baudier, R Dusséaux, KS Edee, and G Granet. Scattering of a plane wave by one-dimensional dielectric random rough surfaces-study with the curvilinear coordinate method. *Waves in random media*, 14(1) :61–74, 2004.
- [31] Peng Liu and Ya-Qiu Jin. Numerical simulation of bistatic scattering from a target at low altitude above rough sea surface under an em-wave incidence at low grazing angle by using the finite element method. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 52(5) :1205–1210, 2004.
- [32] K.F. Warnick and W.C. Chew. Numerical simulation methods for rough surface scattering. *Waves in Random Media*, 11(1) :1–30, 2001.
- [33] Roger F. Harrington and Jan L. Harrington. *Field Computation by Moment Methods*. Oxford University Press, 1996. ISBN 0198592175.
- [34] S. Q. Li, C. H. Chan, M. Y. Xia, B. Zhang, and L. Tsang. Multilevel expansion of the sparse-matrix canonical grid method for two-dimensional random rough surfaces. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 47(4) :752–763, april 2001.
- [35] Lev Davidovich Landau, Evgenij Mihajlovič Lifšic, John Bradbury Sykes, John Stewart Bell, MJ Kearsley, and Lev Petrovich Pitaevskii. *Electrodynamics of continuous media*, volume 364. Pergamon press Oxford, 1960.
- [36] T.B.A. Senior and J.L. Volakis. *Approximate boundary conditions in electromagnetics*, volume 41. Iet, 1995.
- [37] G. Soriano and M. Saillard. Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional rough surfaces with impedance approximation. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 18(1) :124–133, 2001.
- [38] G. Soriano and M. Saillard. Modelization of the scattering of electromagnetic waves from the ocean surface. *Progress In Electromagnetics Research*, 10 :101–128, 2003.
- [39] Laurent Schwartz. *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*, volume 3. Hermann, 1961.

- [40] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *Journal of Geophysical Research*, 102(C7) :15781, 1997. ISSN 0148-0227.
- [41] V.I. Tatarskii and M. Charnotskii. Universal behaviour of scattering amplitudes for scattering from a plane in an average rough surface for small grazing angles. *Waves in Random and Complex Media*, 8(1) :29–40, 1998. ISSN 1745-5030.
- [42] L. A. Klein and C. T. Swift. An improved model for the dielectric constant of sea water at microwave frequencies. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 25 :104–111, 1977.
- [43] Slimane ARHAB. Profilométrie optique par méthodes inverses de diffraction électromagnétique. 2012.
- [44] Philippe Spiga. *Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante*. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var, 2008.
- [45] S. Peng and C.F. Wang. Hardware accelerated mom-pfft method using graphics processing units. In *Antennas and Propagation (APSURSI), 2011 IEEE International Symposium on*, pages 3152–3153. IEEE, 2011.
- [46] J. Van Bladel. *Electromagnetic fields*. Mac Graw Hill, New York, 1964.
- [47] J.C. Nédélec. *Acoustic and electromagnetic equations : integral representations for harmonic problems*. Springer Verlag, 2001. ISBN 0387951555.
- [48] M.M. Horst, F.B. Dyer, and M.T. Tuley. Radar sea clutter model. *Proceedings of the IEE Propagation on Antennas and Propagation*, 1978.
- [49] D.B. Trizna. Open ocean radar sea scatter measurements. *Proceedings of the IEEE 1985 International Radar Conference*, pages 135–140, 1985.
- [50] Vilhelm Gregers-Hansen and Rashmi Mital. An improved empirical model for radar sea clutter reflectivity. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 48(4) :3512–3524, 2012.
- [51] T. Elfouhaily and C. A. Guérin. A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random Media*, 14 :R1–R40, 2004.
- [52] RJ Wagner. Shadowing of randomly rough surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 41 :138, 1967.
- [53] Bruce G Smith. Lunar surface roughness : Shadowing and thermal emission. *Journal of Geophysical Research*, 72(16) :4059–4067, 1967.
- [54] Gary S Brown. The validity of shadowing corrections in rough surface scattering. *Radio science*, 19(6) :1461–1468, 1984.

- [55] C Bourlier, J Saillard, and G Berginc. The shadowing function. *Progress in Electromagnetic Research*, 27 :226–287, 2000.
- [56] Leung Tsang, Chi H Chan, Kyung Pak, and Haresh Sangani. Monte-carlo simulations of large-scale problems of random rough surface scattering and applications to grazing incidence with the bmia/canonical grid method. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 43(8) : 851–859, 1995.
- [57] T. Elfouhaily, S. Guignard, and D.R. Thompson. Formal tilt invariance of the local curvature approximation. 2003.
- [58] VN Kudryavtsev, VK Makin, and B Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model : 2. spectrum of short wind waves. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 104 (C4) :7625–7639, 1999.
- [59] Alexandra Bringer. *Description statistique de la surface océanique et mesures conjointes micro-onde : une approche cohérente*. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var, Avenue de l’Université, BP 20132, 83957 La Garde, France, 2012.
- [60] Metin A Demir and Joel T Johnson. Fourth-and higher-order small-perturbation solution for scattering from dielectric rough surfaces. *JOSA A*, 20(12) :2330–2337, 2003.
- [61] AG Voronovich. Small-slope approximation in wave scattering by rough surfaces. *Sov. Phys. JETP*, 62(1) :65–70, 1985.
- [62] A. G. ;. *Wave scattering from rough surfaces*. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [63] Joel T Johnson and Jeffrey D Ouellette. Polarization features in bistatic scattering from rough surfaces. 2013.
- [64] C Bourlier and N Pinel. Numerical implementation of local unified models for backscattering from random rough sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 19(3) :455–479, 2009.
- [65] J. W. Wright. A new model for sea clutter. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 16 :217–223, March 1968.
- [66] G.R. Valenzuela. Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves - a review. *Boundary-Layer Meteorology*, 13(1) :61–85, 1978.
- [67] G. Brown. Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pages 472–482, 1978.
- [68] F.G. Bass and I.M. Fuks. Wave scattering from statistically rough surfaces. *Oxford Pergamon Press International Series on Natural Philosophy*, 93, 1979.

- [69] G. Soriano and C.A. Guérin. A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 5(2) :199–203, 2008.
- [70] C.A. Guérin, G. Soriano, and B. Chapron. The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 20(3) :364–384, 2010.
- [71] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface-1. background model. *Journal Of Geophysical Research Oceans*, 108(C1), 2003.
- [72] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semiempirical model of the normalized radar cross section of the sea surface, 2. radar modulation transfer function. *Journal of Geophysical Research (Oceans)*, 108 :8055, 2003.
- [73] OM Phillips. On radar returns from the sea surface ?bragg scattering and breaking waves. In *Seventeenth Symposium on Naval Hydrodynamics : Wakes, Free Surface Effects, Boundary Layers and Viscous Flows, Two-phase Flow, Propeller/appendage/hull Interaction*, page 5. National Academies, 1989.
- [74] Lewis B Wetzel. Electromagnetic scattering from the sea at low grazing angles. In *Surface waves and fluxes*, pages 109–171. Springer, 1990.
- [75] Alexandra Bringer. *Description statistique de la surface océanique et mesures conjointes micro-ondes : une analyse cohérente*. PhD thesis, Université de Toulon et du Var, 2012.
- [76] Christophe Bourlier. Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-gaussian ocean surface with the first-order ssa model. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 42(11) :2600–2611, 2004.
- [77] Guillemette Caulliez and Charles-Antoine Guérin. Higher-order statistical analysis of short wind wave fields. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 117(C6), 2012.
- [78] V. E. Zakharov. Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *J. Appl. Mech. Tech. Phys. (USSR)*, 51 :269–306, 1968.
- [79] D. B. Creamer, F. Henyey, R. Schult, and J. Wright. Improved linear representation of ocean surface waves. *J. Fluid Mech.*, 205 :135–161, 1989.
- [80] F. Noguier, C.A. Guerin, and B. Chapron. Choppy wave model for nonlinear gravity waves. *Journal of Geophysical Research (JGR)-Oceans*, 114(C09012) :1–16, 2009.
- [81] W.J. Pierson Jr and L. Moskowitz. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of sa kitaigorodskii. *Journal of geophysical research*, 69(24) : 5181–5190, 1964.

- [82] Adrian Constantin. On the deep water wave motion. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 34(7) :1405, 2001.
- [83] Michael S Longuet-Higgins. The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 17(03) :459–480, 1963.
- [84] Willard J Pierson Jr. Models of random seas based on the lagrangian equations of motion. Technical report, DTIC Document, 1961.
- [85] Frédéric Nougui er. *Diffraction  lectromagn tique par la surface océanique : influence des non-lin arit es et de l’ cume*. PhD thesis, Aix-Marseille 3, 2009.
- [86] Charles L Rino, Thomas L Crystal, Alan K Koide, Hoc D Ngo, and Harold Guthart. Numerical simulation of backscatter from linear and nonlinear ocean surface realizations. *Radio science*, 26(1) :51–71, 1991.
- [87] G. Soriano, P. Spiga, and M. Saillard. Low-grazing angles scattering of electromagnetic waves from one-dimensional natural surfaces : Rigorous and approximate theories. *Comptes Rendus Physique*, 11(1) :77–86, 2010. ISSN 1631-0705.
- [88] F. Nougui er, C.A. Gu erin, and G. Soriano. Analytical techniques for the doppler signature of sea surfaces in the microwave regime-ii : Nonlinear surfaces. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 49 :4920–27, 2011.
- [89] PHY Lee, JD Barter, KL Beach, BM Lake, H Rungaldier, HR Thompson, L Wang, and R Yee. What are the mechanisms for non-bragg scattering from water wave surfaces? *Radio Science*, 34(1) :123–138, 1999.
- [90] William J Plant and Gordon Farquharson. Wave shadowing and modulation of microwave backscatter from the ocean. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 117(C8), 2012.
- [91] Joel T Johnson, Robert J Burkholder, Jakov V Toporkov, David R Lyzenga, and William J Plant. A numerical study of the retrieval of sea surface height profiles from low grazing angle radar data. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 47(6) :1641–1650, 2009.
- [92] Rune Gangeskar. An algorithm for estimation of wave height from shadowing in x-band radar sea surface images. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 2013.
- [93] Marc Saillard, Philippe Forget, Gabriel Soriano, Maminirina Joelson, Pierre Broche, and Philip Carrier. Sea surface probing with l-band doppler radar : experiment and theory. *Comptes Rendus Physique*, 6(6) :675–682, 2005.
- [94] Refzul Khairi. *Modélisation de la diffusion électromagnétique par les vagues c ti eres d ferlantes*. PhD thesis, Université de Bretagne occidentale-Brest, 2013.