UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Hydrologie

École Doctorale 398 Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement présentée par

Pierre-Stéphane GSELL

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Apports et voies d'amélioration de la représentation des glaciers et de leur évolution au sein d'un modèle hydrologique

devant le jury composé de :

Mme	Bettina SCHAEFLI	Rapportrice
M.	Christophe CUDENNEC	Rapporteur
M.	Jean-Louis DUFRESNE	Examinateur
M.	Roger MOUSSA	Examinateur
M.	Fabien GILLET-CHAULET	Examinateur
M.	Frédéric HENDRICKX	Examinateur
M.	Nicolas LE MOINE	Encadrant de thèse
M.	Pierre RIBSTEIN	Directeur de thèse

Résumé

Les environnements montagneux sont un lieu privilégié d'échange d'eau et d'énergie. Les rivières de montagne alimentent en eau 40% de la population mondiale et sont sujettes à une pression démographique et climatique important. Dans ce contexte, la compréhension des processus météorologiques, hydrologiques et hydrogéologiques est fondamentale pour la gestion globale de la ressource en eau. L'étude, présentée dans ce manuscrit de thèse, se positionne au sein des environnements montagneux où l'hydrologie est influencée par le couvert neigeux saisonnier et par les glaciers, et propose une approche de modélisation interdisciplinaire afin d'améliorer la compréhension des processus en jeu.

Aujourd'hui, si les modèles sont capables de simuler le débit sur les rivières de montagnes jaugées sous influence nivale et glaciaire, un certain nombre d'incertitudes persistent quant à l'utilisation de tels modèles hors de leur conditions de validation (en réponse à un climat différent ou sur un domaine non-jaugé). La principale source d'incertitude est liée au manque de connaissance des précipitations en montagne, dont la mesure est rare et incertaine. C'est pourtant la principale composante du bilan hydrologique. A cet égard, nous proposons d'exploiter l'information fournie par la géométrie du couvert neigeux et des glaciers, en tant que « pluviomètres géants » à l'échelle de ces réservoirs, dans un modèle hydrologique à réservoirs conceptuels reposant sur la notion de bassin versant.

L'information, hydrologique, nivale et glaciaire est évaluée dans un cadre de calibration multi-objectifs. Les résultats montrent que, dans cette configuration, la validation conjointe du modèle hydrologique par le débit journalier, le bilan de masse glaciaire annuel et la hauteur de neige locale journalier permet de réduire fortement l'incertitude sur le forçage météorologique journalier et d'améliorer la robusetsse du modèle. Ce résultat préliminaire nous a permis de reconstruire, en conséquence, le bilan de masse local annuel à l'échelle des glaciers.

Par ailleurs, la représentation des glaciers au sein d'un modèle hydrologique pose un certain nombre de défis, surtout dans la perspective de simuler les processus hydrologiques à l'échelle pluri-annuelle. En particulier, la prise en compte de l'évolution de la géométrie des glaciers au sein d'un modèle hydrologique est balbutiante. A cet égard, nous proposons, dans cette étude, des axes d'amélioration de la représentation des glaciers au sein d'un modèle hydrologique par un angle d'investigation géomorphologique. Cette approche a permis d'élaborer un modèle probabiliste permettant de décrire les surfaces englacées au sein d'un bassin versant selon une courbe de niveau.

Table des matières

Liste des figures vii

Liste des tableaux xi

I. Contexte hydrologique d'un environnement montagneux 9

1. Hydrologie des environnements montagneux 13

1.1. Réservoirs à l'échelle d'une montagne 13

1.2. L'importance hydrologique des environnements montagneux 16

2. Régime pluvial, nival et glaciaire 21

II. Modélisation hydrologique des bassins versants de montagne sous influence nivale et glaciaire 27

3. Vers un choix de modélisation : contraintes et objectifs 31

4. Spatialisation du champ de précipitations et de températures 41

4.1. Description du champ de température 41

4.2. Description du champ de précipitation 42

4.3. Spatialisation des précipitations 43

4.4. Méthodes de validation 45

5. Description des processus nivaux 53

5.1. Bilan de masse 53

5.2. Bilan d'énergie 55

5.2.1. Bilan radiatif : 56

5.2.2. Flux turbulents 58

5.2.3. Autres Flux 59

5.2.4. Bilan d'énergie en surface et global 60

5.3. Loi de déformation 62

6. Représentation du manteau neigeux dans les modèles hydrologiques 65
6.1. Module d'accumulation de neige . . . 66
6.2. Modules de fonte nivale . . . 67
6.3. Discrétisation et Validation . . . 69
6.3.1. Discrétisation spatiale . . . 69
6.3.2. Validation . . . 69

7. Description des processus glaciaires 73
7.1. Bilan de masse . . . 73
7.2. Bilan d'énergie . . . 75
7.3. Loi de déformation . . . 76
7.3.1. Loi à base physique . . . 77
7.3.2. Lois géométriques . . . 78

8. Représentation des glaciers dans les modèles hydrologiques 81
8.1. Modules de fonte glaciaire . . . 81
8.2. Discrétisation et Validation . . . 83
8.2.1. Discrétisation spatiale . . . 83
8.2.2. Validation . . . 83
8.3. Lois d'évolution de la géométrie des glaciers vues par les hydrologues . . . 85
8.4. Lois d'évolution de la géométrie des glaciers vues par les glaciologues . . . 89

III. Spatialisation « hydrologiquement assistée » du bilan de masse local 95

9. Présentation du modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes 99
9.1. Structure générale . . . 99
9.2. Discrétisation spatiale . . . 101
9.2.1. Discrétisation par sous-bassins versants . . . 101
9.2.2. Discrétisation par bandes d'altitude . . . 101
9.3. Modèle de spatialisation météorologique et d'ETP . . . 104
9.3.1. Spatialisation des précipitations (voir Annexe A) . . . 104
9.3.2. Spatialisation de la température (voir Annexe A) . . . 105
9.3.3. Agrégation à l'échelle du sous-bassin versant puis désagrégation par bandes d'altitude . . . 105
9.3.4. Simulation de l'ETP . . . 106
9.3.5. Synthèse des paramètres et des variables . . . 106
9.4. Modèle hydrologique . . . 107
9.4.1. Module de neige-glace . . . 107
9.4.2. Synthèse des paramètres et des variables . . . 117

9.4.3. Fonction de production (voir Annexe B) . . . 118
9.4.4. Fonction de transfert . . . 118
9.4.5. Synthèse paramètres et variables . . . 120

10. Méthodes **123**
10.1. Calibration multi-objectifs . . . 123
10.2. Fonctions objectifs/Critères d'évaluation . . . 126
10.2.1. Fonction objectif des chroniques temporelles . . . 126
10.2.2. Fonction objectif glaciaire . . . 127
10.3. Split-sample test (SST) . . . 128

11. Un cas d'étude : trois bassins versants des Alpes Bernoises **131**
11.1. Présentation des bassins versants . . . 131
11.2. Discrétisation spatiale . . . 134
11.2.1. Discrétisation par sous-bassins versants . . . 134
11.2.2. Inventaire glaciaire . . . 134
11.2.3. Discrétisation par bandes d'altitude . . . 137
11.3. Données de forçage . . . 137
11.4. Données de validation . . . 139
11.4.1. Stations de jaugeage . . . 140
11.4.2. Neige . . . 140

12. Résultats **145**
12.1. Evaluation de l'information glaciaire pour la calibration et la robustesse du modèle hydro-météorologique . . . 145
12.1.1. Calibration multi-objectifs à deux objectifs . . . 146
12.1.2. Calibration multi-objectifs-SST à 3 paramètres . . . 151
12.2. Simulation de bilans de masse locaux . . . 158

13. Insuffisances de l'approche « stock stationnaire » des glaciers dans le modèle **165**

IV. Approche géomorphologique appliquée à la représentation des glaciers à l'échelle d'un bassin versant **171**

14. Comportement d'un glacier à l'échelle d'un bassin versant **175**
14.1. Segmentation des glaciers dans un bassin versant . . . 175
14.2. Etude d'une loi géométrique de transfert glaciaire . . . 178

15. Modèle probabiliste des réseaux hydrographiques **187**
15.1. Introduction . . . 188
15.2. Domaine d'étude . . . 190

15.3. Un modèle probabiliste de la distribution des aires drainées conditionnée par l'altitude . . . 191
15.3.1. Stratégie d'échantillonnage . . . 192
15.3.2. Formulation du modèle . . . 199
15.3.3. Identification du paramètre par "data collapse" . . . 201
15.3.4. Application du modèle probabiliste au bassin versant de l'Eagle River dans le Colorado . . . 203
15.4. Application du modèle sur un échantillon de 70 bassins versants des Rocheuses du Sud . . . 203
15.4.1. Calibration du modèle probabiliste par le biais d'un critère "goodness-of-collapse" . . . 203
15.4.2. Anaylse bassin par bassin versus calibration régionale . . . 206
15.5. Application à la distribution du stock glaciaire . . . 209
15.5.1. Distribution des aires d'accumulation à l'échelle d'un bassin versant . . . 209
15.5.2. Extension du réseau hydrographique au réseau hydrographique sous-glaciaire - Voir Annexe C . . . 211

Table des figures

1.1. Photo d'un environnement montagneux 14
1.2. Importance hydrologique des environnements montagneux 17

2.1. Régime hydrologique pluvial, nival et glaciaire 22
2.2. Temps de résidence de l'eau dans le couvert neigeux et les glaciers 24

3.1. Approche mécaniste en modélisation hydrologiqe 32
3.2. Approche globale en modélisation hydrologique 33
3.3. Chaîne de modélisation hydrologique 34
3.4. Structure d'un modèle hydrologique à réservoirs conceptuels 35

4.1. Effet de foehn 42
4.2. Structure d'un modèle de spatialisation 44
4.3. Procédure de validation météorologique en deux temps 47
4.4. Procédure de validation conjointe hydro-météorologique 49

5.1. Composantes du bilan de masse du couvert neigeux 54
5.2. Composantes du bilan d'énergie du couvert neigeux 56

6.1. Modèle degrés-jour nival . . . 69
6.2. Structure d'un module de neige . . . 70

7.1. Composantes du bilan de masse pour un glacier . . . 74
7.2. Composantes du bilan d'énergie pour un glacier . . . 76

8.1. Discrétisation par bandes d'altitude . . . 84
8.2. Structure d'un module de glace . . . 85
8.3. Projection pluri-annuelle de la fonte glaciaire . . . 86

9.1. Structure du modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes . . . 100
9.2. Construction du maillage topographique . . . 102
9.3. Construction des bandes d'altitude . . . 103
9.4. Structure du modèle hydrologique CEQUEAU . . . 108
9.5. Fraction des précipitations solides . . . 109
9.6. Structure du module de neige . . . 111
9.7. Loi de vieillissement de l'albédo . . . 113
9.8. Loi d'évolution de la viscosité de la neige . . . 114
9.9. Principe du stock infini . . . 116
9.10. Structure du modèle hydrologique CEQUEAU . . . 119

10.1. Front de Pareto. Dominance et optimalité . . . 125
10.2. Split-sample test . . . 129

11.1. MNT de la zone d'étude . . . 132
11.2. Occupation du sol et géologie de la zone d'étude . . . 133
11.3. Discrétisation de la zone d'étude . . . 135
11.4. Glaciers de la zone d'étude . . . 136
11.5. Cartographie des données de forçage et de validation . . . 138
11.6. Distribution altitudinale des pluviomètres . . . 139
11.7. Distribution altitudinale des données . . . 141
11.8. Images MODIS . . . 142

12.1. Front de Pareto Q-SCF . . . 146
12.2. SST Q-SCF . . . 148
12.3. Front de Pareto Q-B . . . 149
12.4. SST Q-B . . . 150
12.5. H et Γ Q-B . . . 151
12.6. SST Q-SCF-B . . . 152
12.7. SST Q-HTN-B . . . 155
12.8. Distribution des paramètres météorologiques H et Γ . . . 157
12.9. Bilan de masse moyen par massif et KGE aux 9 stations de jaugeage . . . 159

12.10. Bilan de masse local moyen, hydrogrammes, et hauteurs de neige 160
12.11. Spatialisation du bilan de masse local 162
12.12. Simulation de la ligne d'équilibre ELA régionale. 163

13.1. Simulation du bilan de masse moyen régional cumulée pour la période 1961-2004. 166

14.1. Organisation spatiale d'un glacier à l'échelle d'un bassin versant 177
14.2. Evolution de l'hypsométrie en zone d'accumulation 182
14.3. Evolution de l'hypsométrie en zone d'ablation 184

15.1. MNT des Montagnes Rocheuses du Sud 191
15.2. Différentes stratégies d'échantillonnage des aires drainées 193
15.3. Représentation 3D d'un réseau hydrographique 194
15.4. Distributions des aires drainées pour différentes stratégies d'échantillonnage . . 195
15.5. Construction de la fonction aire, fonction largeur, fonction de concentration des drains, courbe hypsométrique chenalisée 196
15.6. Représentation de la fonction aire, fonction largeur, fonction de concentration des drains, courbe hypsométrique chenalisée 197
15.7. Stratégie d'échantillonnage des aires drainées le lond d'une courbe de niveau . 198
15.8. Concept de data collapse pour un ensemble de distributions 204
15.9. Illustration du critère de qualité du data collapse 207
15.10. Sensibilité du critère de qualité en fonction du paramètre 208
15.11. Boîtes à moustaches des critères de qualité 209

Liste des tableaux

8.1. Liste des modèles hydrologiques utilisant un module de glace 87

9.1. Paramètres du module de spatialisation et d'ETP 107
9.2. Variables diagnostiques du module de neige-glace 118
9.3. Paramètres du module de neige-glace 121
9.4. Paramètres du modèle hydrologique 122

11.1. Nom, coordonnées (CH1903) et pluie annuelle des 35 postes pluviométriques. . . 143
11.2. Nom et coordonnées (CH1903) des 8 stations thermométriques 144
11.3. Nom et coordonneés (CH1903) des stations de jaugeage. 144
11.4. Nom, coordonnées (CH1903) et disponibilité des chroniques des perches à neige. 144

12.1. Moyenne et écart-type des paramètres du module de neige-glace issus de l'optimisation selon Q-HTN-B 156

Introduction générale

Contexte général

Les environnements montagneux, parfois appelés « châteaux d'eau » (*Liniger et al.*, 1998), sont un lieu d'échange privilégié d'eau et d'énergie et jouent donc un rôle essentiel dans les ressources en eau locales et en aval des bassins montagneux (irrigation, hydro-électrique, industrie, usage domestique, tourisme, ...). Les rivières de montagnes alimentent 40% de la population mondiale en eau et l'intensification de la pression anthropique s'accompagne d'un besoin grandissant de la ressource. La compréhension des processus hydrologiques en montagne est donc fondamentale pour la gestion globale de la ressource en eau, en particulier en contexte d'expansion démographique et de changement climatique (*Beniston*, 2003), susceptible de modifier les composantes du cycle de l'eau. C'est à ce niveau que l'hydrologie, la science de l'eau continentale, intervient et que les hydrologues apportent leur expertise scientifique du fonctionnement passé, présent et futur des processus hydrologiques.

Alors qu'un quart des continents se compose de terrains montagneux, que les massifs montagneux contrôlent fortement la variabilité de l'humidité atmosphérique, et par conséquence la distribution des sources, l'hydrologie de montagne a paradoxalement tardé à se développer (*Klemeš*, 1990). Car « *dans la recherche hydrologique, comme ailleurs, l'attention a davantage porté sur les choses simples que complexes* ». Pourtant, la démarche scientifique est sensiblement la même : il convient d'identifier les différentes composantes du cycle de l'eau, puis d'établir des relations entre ces composantes, afin de comprendre les processus hydrologiques et d'en décrire l'évolution spatio-temporelle.

Halstead (1967) est l'un des premiers hydrologues de montagne et a mené une étude sur deux bassins montagneux étudiés pour lesquels il trouve en aval du bassin un débit annuel presque deux fois supérieur à la moyenne des précipitations observées sur la même période, sans pouvoir en expliquer la cause. Ce paradoxe interroge sur la nature et la pertinence des informations du bilan hydrologique à receuillir et sur les outils à utiliser en environnement montagneux. Car il ne s'agit pas de transposer directement les concepts hydrologiques de plaine aux environnements montagneux. L'hydrologue de montagne se heurte à de nouveaux phénomènes dont la source fondamentale est l'apparition d'une dimension d'espace supplémentaire : la dimension verticale. Cette dimension, matérialisée par le relief et mesurée par l'altitude, complexifie la géométrie du terrain, modifie les stocks et les flux du bilan hydrologique et fait même apparaître de nouveaux réservoirs. En effet, si les précipitations, l'infiltration et l'évapo-transpiration demeurent des composantes du bilan hydrologique en environnements montagneux, l'hydrologue de montagne doit dorénavant composer avec la forte variabilité météorologique, avec le stock de neige saisonnier ainsi qu'avec la présence de glaciers, à très haute altitude. Le support des processus hydrologiques est également fortement affecté puisque la variabilité des pentes, de la nature

des sols et de la nature des aquifères est importante. Qu'en est-il alors de l'hydrologie d'un tel environnement ?

Pour identifier les différents processus hydrologiques, encore faut-il pouvoir les observer et les mesurer. *Klemeš* (1990) énonce les trois principaux obstacles auxquels sont confrontés les hydrologues de montagne en termes d'observations, à savoir : l'accessibilité, la précision et la représentativité spatiale de la mesure. Car les environnements montagneux sont par nature des milieux à risques, et peu accessibles. L'information météorologique, mesurée « au point », par le biais des stations météorologiques, est rare, incertaine, et peu représentative spatialement, et l'estimation du champ de précipitations demeure la principale source d'incertitude du bilan hydrologique en montagne. Seul le débit réunit les trois propriétés précédentes. Au-delà de sa nature à conditionner le régime hydrologique en aval, ce flux hydrologique possède également la propriété intégratrice d'être représentative des processus hydrologiques amonts, eux-mêmes représentatifs des processus météorologiques. Des chroniques de débit sont, de surcroît, régulièrement disponibles et relativement précises (à l'exception des événements de crues éclairs). Toutefois, la seule mesure du débit ne suffit pas à connaître la variabilité météorologique. A haute et très haute altitude, la géométrie du couvert neigeux et d'un glacier renseignent sur les processus nivaux et glaciaires, et intègrent à la fois les processus météorologiques et climatiques. Sous cet angle, le couvert neigeux et les glaciers jouent le rôle de « pluviomètres géants » à l'échelle de ces réservoirs. Le débit peut ainsi s'appuyer sur l'information nivale et glaciaire, afin de réduire l'incertitude sur l'information météorologique. Comment mettre alors en relation des informations dont l'échelle et la représentativité spatiale de mesure sont différentes ?

Un modèle hydrologique a pour objectif de reproduire le régime hydrologique de l'endroit donné d'une rivière en transformant un forçage météorologique en une chronique de débit. La structure du modèle et ses paramètres renseignent sur le fonctionnement hydrologique du domaine modélisé. En environnement montagneux, l'information la plus connue est donc la sortie du modèle et sa simulation est issue d'un forçage météorologique peu connu et dont l'incertitude se transfère le long du modèle hydrologique.

Très vite, la représentation du couvert neigeux, par l'intermédiaire d'un module de neige, est apparue au sein des modèles hydrologiques (e.g. *USACE*, 1948) dans le but de simuler la fonte nivale afin de simuler correctement le débit. A la différence du couvert neigeux, la représentation des glaciers en modélisation hydrologique est encore balbutiante et l'information glaciaire peu valorisée. Une grande majorité des modèles hydrologiques ajoute un module de glace rudimentaire, afin de pallier certaines lacunes du module de neige, et toujours dans le but de simuler correctement le débit. Aujourd'hui, les modèles hydrologiques, sur lesquels un module de neige et de glace ont été greffés, savent simuler le débit en environnements montagneux (*Frenierre et Mark*, 2014). Toutefois, simuler correctement le débit ne garantit pas que les processus météorologiques et hydrologiques soient bien représentés. Surtout, cela ne garantit pas une simulation

correcte, dans des conditions où le débit n'est pas connu (en réponse à un climat différent ou sur un domaine non-jaugé). Il apparaît un certain nombre d'enjeux, dont nous en identifions deux principaux :

- Un premier enjeu majeur, auquel nous souhaitons apporter des réponses, réside toujours dans l'incertitude sur le forçage météorologique. A cet égard, au cours de cette étude, un des objectifs sera d'orienter l'information nivale et glaciaire au service conjoint de l'hydrologie, et de l'estimation du champ de précipitations et de températures. La validation du forçage météorologique « à base nivale et glaciaire » motivera la reconstruction de l'information climatique pour les glaciers. En particulier, nous verrons en quoi l'information conjointe hydrologique, nivale et glaciaire au sein d'un modèle hydrologique permet de reconstituer le bilan de masse glaciaire, une variable climatique d'intérêt pour l'étude des glaciers.
- Un deuxième enjeu majeur d'intérêt réside dans la simulation durable du débit sur plusieurs années et dans un contexte climatique différent, en particulier pour les prévisions hydrologiques futures. Car une simulation correcte du débit aujourd'hui ne garantit pas la simulation correcte du débit dans 10, 20 ou 30 ans. Si l'une des incertitudes provient à nouveau des projections climatiques, une autre réside dans le fait que la représentation géométrique des glaciers au sein des modèles hydrologiques est prescrite et n'évolue pas. A cet égard, nous proposons dans cette étude des voies d'amélioration de la représentation des glaciers par l'intermédiaire d'une approche géomorphologique.

Au cours de cette thèse, je me positionne dans ces deux efforts de recherche et tenterai d'apporter différents éléments de réponse. Etant donné la nature et la diversité des processus en jeu, j'invoquerai au fil de l'étude d'autres disciplines que l'hydrologie.

Vers une approche interdisciplinaire

Face au premier enjeu, il conviendra dans un premier temps de décrire et de comprendre les processus météorologiques, nivaux et glaciaires liées à l'hydrologie afin d'identifier les mécanismes et les variables d'intérêt. Précisons alors les échelles. Dans cette thèse, nous nous interresserons à la simulation pluri-annuelle des processus hydrologiques journaliers à l'échelle du bassin versant. Dans ce cadre, il conviendra de réfléchir à un modèle adapté et de répondre à plusieurs aspects : quelle représentation du couvert neigeux et des glaciers adopter ? Quelles variables d'intérêt associer ? Comment mettre en relation des variables associées à des échelles d'espace de temps différentes ? Enfin, comment l'information apportée par ces variables se transfère-t-elle le long du modèle ?

Face au second enjeu identifié, nous invoquerons des concepts géomorphologiques.

Aujourd'hui, nous savons que les glaciers s'écoulent, de manière gravitaire, par déformation viscoplastique, et sous l'influence de la climatologie régionale (*Rémy et Testut*, 2006). Les glaciologues ont orienté leurs efforts vers la détermination de lois mécaniques d'écoulement de plus en plus réalistes afin de modéliser l'évolution géométrique des glaciers mais sont toujours confrontés, au même titre que les hydrologues, à l'incertitude associée au forçage climatique. Bien qu'ils aient un objet d'étude en commun, les hydrologues de montagne et les glaciologues collaborent trop rarement ensemble. La faute notamment aux différences de systèmes étudiés, aux différentes échelles de temps et d'espace considérées, aux différences de grandeurs observées et de précision souhaitées, voire à l'absence de dialogue entre les communautés. L'angle d'approche que nous proposons est géomorphologique et nous verrons, qu'à l'échelle du bassin versant, des considérations géomorphologiques permettent de décrire le stock glaciaire et son évolution.

Ainsi, l'objectif principal de cette thèse est d'aplanir les difficultés liées aux environnements montagneux au sein des modèles hydrologiques, avec une mise en relief particulière du rôle de la neige et des glaciers, afin d'améliorer notre connaissance de la ressource en eau en environnements montagneux. L'itinéraire de recherche propose une approche interdisciplinaire, au cours de laquelle nous nous autoriserons des incursions en météorologie, nivologie, glaciologie et géomorphologie, où nous glanerons différents concepts scientifiques que nous ajusterons au service d'une problématique hydrologique et glaciologique.

Achitecture du manuscrit

Le présent manuscrit s'articule autour de quatre grandes parties. La première partie présente le contexte hydrologique des environnements montagneux : les principaux réservoir et flux hydrologiques. La deuxième partie présente le contexte de modélisation et met en avant les principales problématiques de recherche. A la fin de cette partie, un itinéraire de recherche sera proposé, que nous tenterons de mettre en oeuvre dans les deux dernières parties. La troisième partie ciblera l'apport de l'information nivale et glaciaire dans un modèle hydrologique conceptuel d'une part et pour la simulation d'une variable d'intérêt glaciologique d'autre part. Les simulations porteront sur trois bassins versants des Alpes bernoises, en Suisse. Dans la quatrième et dernière partie, nous proposerons des voies d'amélioration de la représentation des glaciers au sein des modèles hydrologiques par une approche géomorphologique.


hydrologique
montagneux
versant
bassin
représentation
environnements
météorologique
glaciers
processus
débit
eau
glaciaire
simulation
neige
information
hydrologie
incertitude
étude
modèle
hydrologues
climatique
forçage
précipitations
contexte
nature
couvert
géomorphologiques
modélisation
simuler
nivale
montagne
composantes
recherche
neigeux
deux
approche
glace
climatiques
identifier
modèles
amélioration
différentes
bilan
particulier
intérêt
décrire
partie
variabilité
dimension
évolution
espace
cycle
ressource
bassins
principaux
module
glaciologique
variables
échelle
sein
différents
temps
enjeu
comprendre
rôle
concepts
haute
aval
thèse
flux
cours
présente
échelles
correcte
toujours
altitude
estimation
spatiale
champ
Comment
itinéraire
relief
scientifique
interdisciplinaire
mesure
étudiés
Face
nouveaux
service
informations
domaine
source
présent
relation
apporter
verrons
confrontés
observées
environnement
mesurée
précision
égard
fortement
géométrie
différences
proposons
variable
intermédiaire
géométrique
stock
pouvoir
connu
objectif
correctement
glaciologues
glaciaires

I

Contexte hydrologique d'un environnement montagneux

Introduction

Bien que des classifications du relief existent (*Meybeck et al.*, 2001), aucune définition universelle de la montagne ne prédomine. Nous considérerons dans cette étude, ce qui est parfois cité dans la littérature comme étant des « environnements naturels qui s'élèvent de manière plus ou moins abrupte à la surface de la Terre, et qui atteignent des altitudes significatives » (*Gerrard*, 1990).

Cette partie présente les spécificités principales de l'hydrologie de montagne, ce en quoi les environnements montagneux diffèrent des autres environnements.

1

Hydrologie des environnements montagneux

Identifiions les réservoirs et les processus hydrologiques propres à ces environnements.

1.1. Réservoirs à l'échelle d'une montagne

Observons un échantillon représentatif d'un environnement montagneux. Plutôt qu'un schéma, je propose d'apprécier cet environnement sur la photo suivante (figure 1.1), dont nous faisons trois observations :



FIGURE 1.1. – Portrait estival d'un versant du massif du Mont-Blanc et d'un bout de la Mer de Glace depuis un versant de la Flégère à environ 1700 m d'altitude.(www.photo-paysage.com)

- Première observation : la morphologie et le climat. Contrairement aux environnements de plaine relativement plats, la topographie du relief fait apparaître localement une dimension spatiale verticale de même ordre de grandeur que la dimension horizontale, et dont la morphologie est complexe (la géométrie du relief est souvent décrite dans la littérature comme étant fractale (*Mandelbrot*, 1975). Le régime des pentes est variable et le profil observé d'un versant de montagne présente une forme concave. L'effet de l'altitude sur les précipitations et la température est connu et se traduit par une forte variabilité spatiale de ces deux champs en domaine montagneux. Remarquons d'ailleurs la présence de nuages exclusivement au niveau des crêtes. On comprend également en voyant cette photo que l'environnement ne facilite pas la mise en place d'un réseau de mesure, en particulier à très haute altitude.

- Deuxième observation : les réservoirs. La photo permet d'apprécier l'organisation spatiale du couvert neigeux et d'un glacier en été. On observe que le glacier (la Mer de Glace) se situe en fond de vallée à une altitude étonnament plus basse que le couvert neigeux restant, perché sur le haut des versants. En hiver, la neige recouvre l'ensemble du domaine. Les lacs, quant à eux, occupent les cuvettes topographiques locales le long des cours d'eau. La mesure de débit, en aval d'un tel environnement, enregistre notamment une information conjointe de l'évolution des précipitations et de l'évolution de ces réservoirs de surface.

- Troisième observation : Sols et géologie. L'occupation des sols est également très variable. On observe que l'occupation des sols évoluent progressivement de la présence de conifères à plus basse altitude, à un couvert végétal composé d'herbes et d'arbustes à la roche même. Cette organisation spatiale est le reflet du régime de pentes, des conditions météorologiques et hydrologiques. Les chaînes de montagnes étant issus de collision entre deux plaques tectoniques, c'est un milieu où l'on trouve généralement un assortiments de plusieurs types de roches, du sédimentaire au cristallin, représentatives de différents types d'aquifères. En l'occurrence, la Mer de Glace et le versant de la Flégère reposent sur une formation géologique de différentes sortes de gneiss tandis que l'essentiel du massif du Mont-Blanc est composé de granites.

Ainsi, l'hydrologue de montagne a pour mission d'étudier le cycle de l'eau dans un environnement complexe sujet à des processus météorologiques très variables et doté d'un réservoir de neige et de glaciers.

1.2. L'importance hydrologique des environnements montagneux

L'importance hydrologique des montagnes peut être définie comme étant la part de débit de rivière provenant d'un environnement montagneux. Elle a été mise en évidence (*Viviroli et al.*, 2003; *Viviroli et Weingartner*, 2004) et est illustrée en figure 1.2.

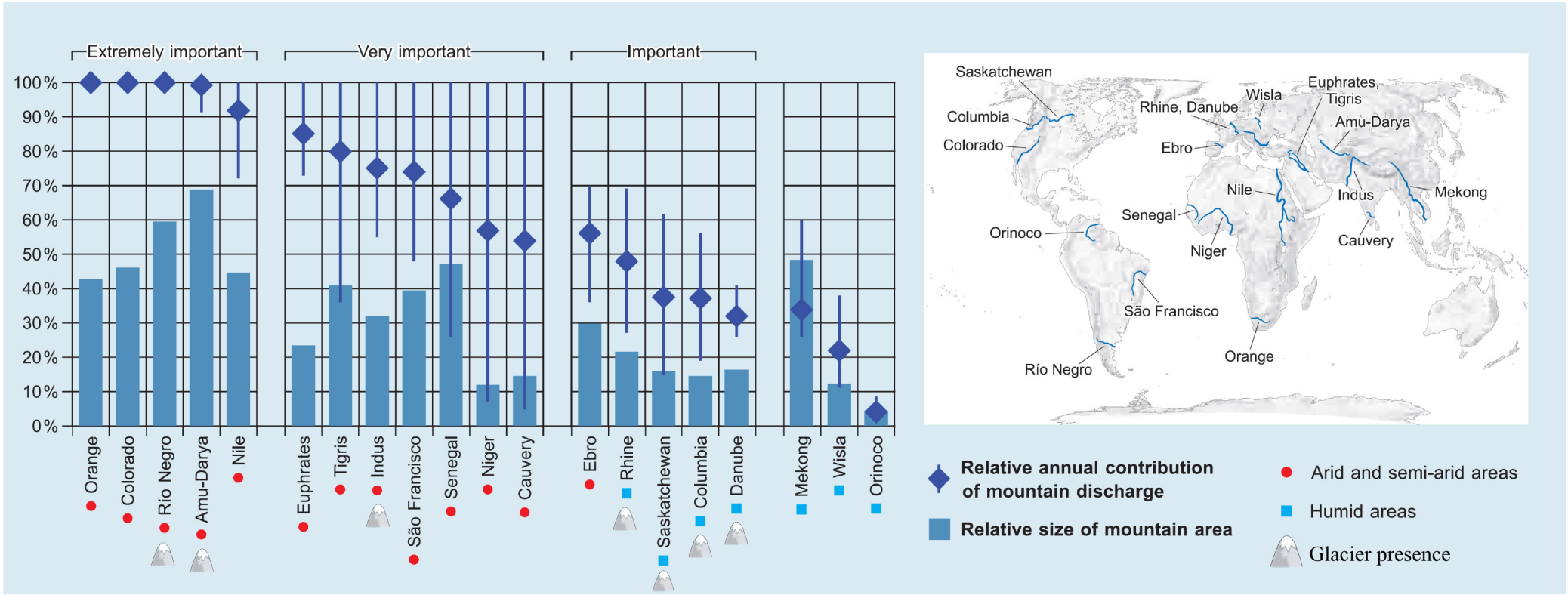


FIGURE 1.2. – Importance hydrologique des montagnes pour différents climats. Les contributions annuelles relatives sont obtenus en comparant, pour le même fleuve, un débit en sortie de montagne à un débit en plaine. La présence de neige n'y figure pas car sa présence est majoritairement intra-annuelle, et donc sa contribution serait perceptible à l'échelle saisonnière. Adapté de Viviroli et al., 2007.

Etant donné le caractère saisonnier de la neige, son rôle hydrologique ne peut être mis en évidence à l'échelle annuelle. Discutons brièvement trois aspects :

- Le premier aspect est que l'importance hydrologique des montagnes, mesurée par la contribution relative des débits montagneux, est significative pour différents types de climats. En particulier, cette affirmation est vraie pour les régions à climat aride et semi-aride. Pour tous les fleuves étudiés en climat sec, on observe que plus de la moitié des débits provient des montagnes, que le bassin soit très montagneux (comme pour l'Amu Darya) ou faiblement montagneux (comme pour l'Euphrate). L'exemple de l'Euphrate est flagrant puisque la quasi-totalité du débit est formé par des débits de montagne bien que le bassin comporte presque 80% de plaine. Cette tendance est valable pour les régions tempérées, puisque par exemple, d'après la figure 1.2, le débit du Rhin (échantillonné à Karlsruhe dans l'étude ; 21% du bassin est montagneux) est composé en moyenne d'environ 50% de débits de montagne. Enfin pour les climats humides, l'influence des montagnes est également perceptible.

- Le second aspect est que la présence des glaciers en montagne n'est pas systématique mais accompagne les rivières issues de climats secs à tempérés pour lesquels la contribution relative des débits de montagne est parmi les plus fortes. La contribution des glaciers aux débits a depuis longtemps été mise en évidence (*Henshaw*, 1933; *Meier*, 1961), mais leur contribution relativement à celle du ruissellement direct et de la fonte des neiges varie très fortement d'un domaine à l'autre, selon l'importance de la couverture glaciaire dans le bassin, l'intensité des précipitations, ou encore la durée de la période de fonte. Par exemple, en Himalaya, sur les 5 grands bassins versants, une étude récente montre (*Immerzeel et al.*, 2010) que seuls les régimes hydrologiques du bassin de l'Indus et du Brahmapoutre sont fortement dépendants de l'eau de fonte (surtout pour l'Indus où l'eau de fonte représente 151% des débits générés en aval), et en particulier de l'eau de fonte glaciaire. En revanche, les autres grands bassins himalayens possédant une couverture glaciaire similaire, sont gouvernés majoritairement par le ruissellement direct associé à la mousson. Autre exemple : *Huss*, 2011 a observé que durant l'été très chaud de 2003, la contribution glaciaire à l'écoulement à l'embouchure du Danube en Mer Noire était de 9%, alors qu'à cet endroit, la couverture glaciaire du bassin atteint à peine 0.06%. Cette observation met, par ailleurs, bien en évidence la variabilité des échelles de temps et d'espace associées aux interactions entre la cryosphère de montagne et l'hydrologie.

Etant donné leur importance hydrologique, les environnements montagneux jouent un rôle important pour la ressource en eau et constituent des « chateaux d'eau » (*Liniger et al.*, 1998; *Kreutzmann*, 2000) pour les 40% de la population mondiale vivant dans des environnements dont les rivières prennent leur source en montagne. Les montagnes sont aussi des lieux privilégiés pour la production d'énergie : le parc hydro-électrique suisse représente plus de 60% du mix

énergétique du pays (**?**). Néanmoins, ces chateaux d'eau sont vulnérables, d'une part à la pression anthropique grandissante associée aux changements socio-économiques (*Alcamo et al.*, 2007), et d'autre part au changement climatique (*Beniston*, 2003; *Messerli et al.*, 2004). Parmi les impacts du changement climatique en montagne, on observe une intensification du cycle de l'eau entre les glaciers et les autres réservoirs (*Dyurgerov*, 2003; *Huntington*, 2006; *Xu et al.*, 2008), une diminution de la couverture neigeuse (*Solomon*, 2007), et une diminution de la masse des glaciers[1] observée dans plusieurs régions de la planète (*Dyurgerov et Meier*, 2000; *Bolch*, 2007; *Haeberli et Beniston*, 1998; *Kaser et al.*, 2004; *Xu et al.*, 2009; *Winiger et al.*, 2005). Une récente étude montre que les glaciers (hors calottes polaires) ont perdu sur la période 2003-2009 en moyenne 215±26 Gt (*Gardner et al.*, 2013). Cette même étude montre que la perte de la masse glaciaire semble se transférer sur la montée du niveau des océans de 0.71±0.08mm entre 2003 et 2009, soit 29%±13% de la montée globale du niveau des océans.

Au délà des impacts eustatiques, des impacts hydrologiques existent. Pour le bassin de l'Indus, par exemple, la diminution de la masse glaciaire implique aux horizons 2046-2065 une diminution de l'importance hydrologique de la partie montagneuse, à l'échelle annuelle, de 8.4% (*Immerzeel et al.*, 2010) selon un modèle de prévision climatique, alors même que les précipitations augmenteraient sur ce bassin, menaçant les besoins en eau et en alimentation de la partie aval du bassin. Un constat hydrologique similaire est dressé pour les rivières issues des Alpes (*Huss*, 2011).

Si, à l'échelle annuelle, la contribution des glaciers à la ressource en eau est perceptible, c'est surtout pendant la période de fonte que cette contribution est la plus significative. Observons alors comment la saisonnalité de la fonte se traduit sur le régime hydrologique.

1. Des événements singuliers d'expansion de glaciers existent néanmoins (*Hewitt*, 2005).

2

Régime pluvial, nival et glaciaire

Le régime hydrologique renseigne sur les variations de débit au cours du temps. Afin de décomposer l'influence de la pluie, de la neige et des glaciers sur le régime hydrologique, analysons l'évolution du débit dans trois bassins versants français, de taille équivalente (environ 200 km^2) et d'environnements différents, en fonction de l'évolution des précipitations (figure 2.1).

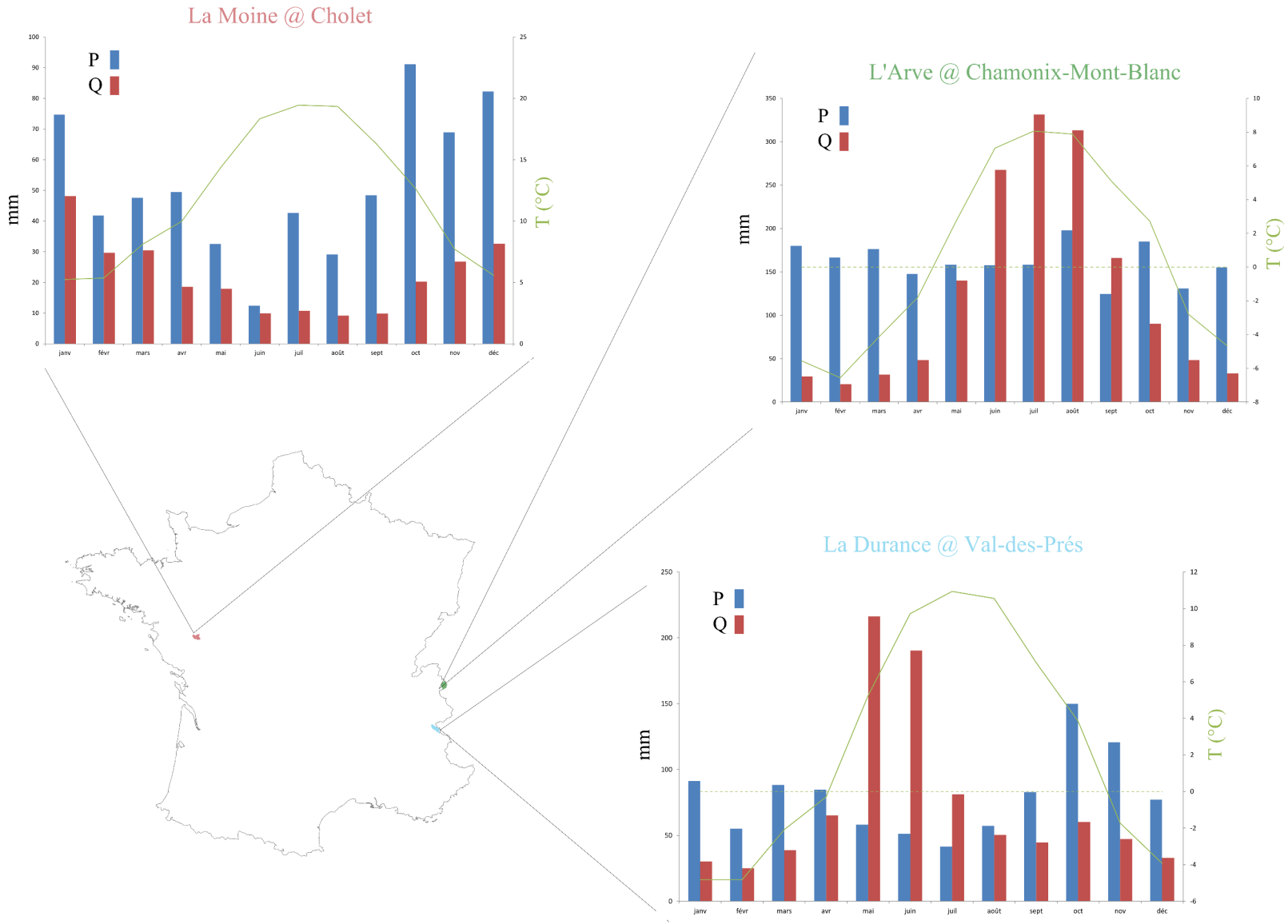


FIGURE 2.1. – Régime pluvial (la Moine à Cholet), nival (la Durance à Val-des-Prés) et glaciaire (l'Arve à Chamonix-Mont-Blanc). La pluie de bassin et la température de bassin sont issues de réanalyses météorologiques SAFRAN.

- La Moine à Cholet est une rivière provenant d'un environnement à faible relief dont le comportement hydrologique est classique. Son régime de précipitations indique de fortes pluies durant l'hiver, sans présence de chutes de neige (températures positives), suivi d'une saison sèche durant l'été. Cela se traduit par un régime hydrologique de type pluvial avec des crues hivernales et une période d'étiage en été, concomitant avec le régime des pluies. La différence entre la pluie et le débit est une mesure de l'évapotranspiration et de la variation des nappes.

- La Durance à Val-des-Prés (en amont de Briançon) est une rivière provenant d'un environnement montagneux sans glacier. Son régime de température indique la présence de neige (températures négatives) de novembre à avril. Cela se traduit par un régime hydrologique de type nival, avec des crues au printemps-début d'été coïncidant avec la période intense de fonte des neiges pendant laquelle la température atmosphérique du bassin versant redevient largement positive. Pendant cette période, la lame d'eau écoulée en rivière est bien plus importante que la lame d'eau précipitée. Cela illustre bien que l'eau est stockée dans le couvert neigeux à l'échelle saisonnière avant d'être restituée à l'écoulement.

- L'Arve à Chamonix-Mont-Blanc est une rivière provenant d'un environnement montagneux avec présence de glaciers. La température de bassin au cours de l'année est comparable à celle du bassin de la Durance, et la présence de neige en hiver se traduit également par des crues en mai-juin. Néanmoins, alors que le manteau neigeux a fondu (à l'exception de quelques patchs de névé), ces crues se prolongent tout l'été, période pendant laquelle la fonte des glaciers soutient le régime hydrologique, et la lame d'eau écoulée en rivière demeure plus importante que la lame d'eau précipitée : on parle alors de régime glaciaire ou nivo-glaciaire, selon l'importance de la contribution glaciaire.

Ainsi, on constate que les grandeurs météorologiques de précipitation et de température gouvernent au premier ordre l'hydrologie de montagne. Par ailleurs, la présence d'un couvert neigeux et de glaciers modifie le régime hydrologique intra-annuel et induit un décalage temporel sur l'hydrologie. Le déphasage induit est fortement conditionné par la température et est caractéristique du temps de résidence [1] de l'eau dans ces réservoirs, présenté en figure 2.2 (*Jansson et al.*, 2003).

En couplant l'information de la figure 2.1 et de la figure 2.2, on se rend compte qu'une partie du débit issu du régime glaciaire correspond à de l'eau précipité sur le bassin il y a plusieurs

1. Le temps de résidence de l'eau au sein d'un réservoir à l'équilibre est défini comme le rapport entre le stock et le flux (entrant ou sortant) et correspond à l'échelle de temps moyenne de séjour d'une molécule d'eau dans un réservoir donné.

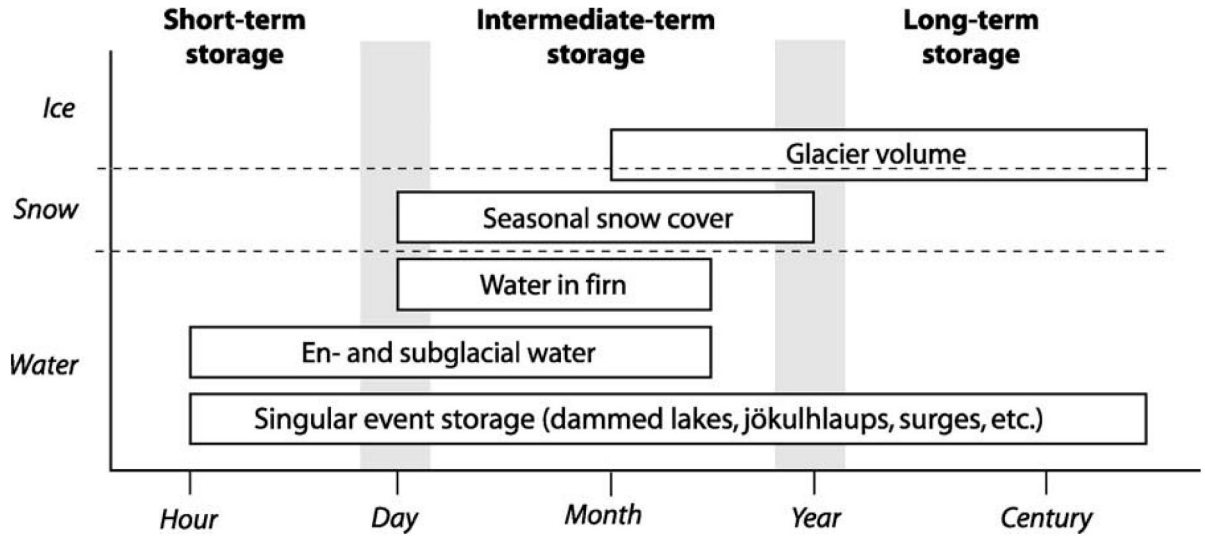


FIGURE 2.2. – Temps de résidence de l'eau dans les différents réservoirs de neige, de névé (état intermédiaire entre neige et glace) et de glacier. La couverture neigeuse est saisonnière tandis que les glaciers emmagasinent de l'eau sur plusieurs années. D'après Jannsson et al., 2003.

années. Dans la perspective d'étudier l'hydrologie d'un tel bassin sur plusieurs années à plusieurs dizaines d'années, la compréhension de la composante hydrologique basse-fréquence associée est un enjeu majeur pour la ressource en eau à l'échelle de bassins versants, en particulier en période de changement climatique. Cela suggère de comprendre le lien entre le débit, les processus de fonte glaciaire et d'alimentation des glaciers.

Les bilans hydrologiques présentés ci-avant reposent sur les notions de pluie de bassin et de température de bassin, estimées à partir de réanalyses météorologiques SAFRAN (*Durand et al.*, 1993), issues d'un modèle de circulation atmosphérique, lui-même validé au niveau des mesures locales météorologiques. Etant donné la forte variabilité météorologique en montagne, quelle valeur donner à une telle estimation du champ de précipitations et températures ? D'autant que, presqu'aucun pluviomètre n'est déployé à plus de 2000 mètres d'altitude dans les Alpes françaises (*Gottardi*, 2009). Pourtant, le champ de précipitations gouverne au premier ordre le bilan hydrologique et l'estimation d'un tel champ fortement variable et intermittent comme les précipitations génère une incertitude très forte sur l'estimation des autres composantes du bilan hydrologique. Sa connaissance est un enjeu particulièrement majeur en hydrologie de montagne. A cet égard, nous aurons recours à la modélisation pour mieux comprendre le lien entre les processus météorologiques et hydrologiques en jeu et d'évaluer quel rôle peut jouer le couvert neigeux et les glaciers.

Synthèse

Le cycle de l'eau en montagne (*Blanchard*, 1909) concentre une majeure partie de l'eau douce de surface disponible comme ressource. Leur importance hydrologique est significative, en particulier dans les régions sèches à tempérés, pour lesquelles plus de la moitié des débits provient des montagnes. La présence du relief, génère un contrôle altitudinal fort de l'ensemble des processus hydrologiques et météorologiques en jeu.

L'analyse du régime hydrologique d'un tel environnement a permis de souligner le rôle prépondérant des précipitations et de la température. Le contrôle altitudinale sur ces grandeurs se traduit par une forte variabilité spatio-temporelle du champ de précipitations et de températures. Le très faible réseau de mesures météorologiques pose des difficultés importantes dans l'estimation présente et future de la lame d'eau précipitée et écoulée. Le problème de l'hydrologue de montagne est donc avant tout un problème météorologique.

A haute et très haute altitude, les conditions climatiques autorisent la survie du manteau neigeux et des glaciers, dont l'évolution est fortement conditionnée par les précipitations et la température. A cet effet, un des objectifs de la thèse, sera mettre au service l'information fournie

par le couvert neigeux et les glaciers, au service de l'estimation des différentes composantes du bilan hydrologique.

De plus, les glaciers affectent significativement l'hydrologie des environnements montagneux sur une échelle de temps allant de l'année à plusieurs dizaines d'années. La compréhension de cette composante hydrologique pluri-annuelle peu connue est un enjeu majeur pour la ressource en eau à l'échelle de bassins versants, en particulier en période de changement climatique.

Pour saisir ces deux problématiques, le recours à la modélisation est inévitable.

II

Modélisation hydrologique des bassins versants de montagne sous influence nivale et glaciaire

Introduction

Depuis un peu plus d'une décennie, suite aux encouragements du GIEC [2] à étudier les impacts du changement climatique, dont les glaciers sont des témoins privilégiés, les scientifiques ont montré un regain d'intérêt quant à la modélisation hydrologique des bassins versants sous influence glaciaire.

En montagne, les interactions entre la cryosphère et l'hydrologie sont complexes et existent sur des échelles de temps et d'espace très variables. C'est pourquoi il est important de comprendre les différents processus en jeu et ce qui contrôle leurs variations spatio-temporelles.

Par exemple, nous avons vu précédemment que la distribution temporelle des débits au cours de l'année est affectée de manière saisonnière par la présence ou non de neige et de glaciers. Un modèle hydrologique doit être capable de reproduire ce déphasage saisonnier. C'est le cas, aujourd'hui, de nombreux modèles. Toutefois, l'enjeu de recherche actuel en modélisation hydrologique des environnement montagneux ne se limite pas à reproduire le régime hydrologique sur l'année.

2. Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat. IPCC en anglais.

3

Vers un choix de modélisation : contraintes et objectifs

La fonction principale d'un modèle hydrologique est de transformer des séries de précipitations d'un domaine (le forçage) en une série de débits à un endroit donné et son objectif très général est de reproduire le fonctionnement du domaine modélisé afin de pouvoir en prédire le comportement (*Beven*, 1989). La structure générale du modèle fait successivement intervenir des lois de comportement entre des variables d'entrées, des variables d'état du système, des paramètres, puis des variables de sortie. Il existe deux approches principales de modélisation : une approche mécaniste (ou réductionniste) et une approche globale (*Le Moine*, 2008).

L'approche mécaniste repose sur la prescription *a priori*, dans un modèle maillé, de lois de comportement et de relations entre des variables d'intérêt (niveau piézométrique, humidité du sol, hauteur de neige, ...) à l'échelle locale. Elle nécessite l'estimation de propriétés locales (perméabilité, hauteur de sol, ...) et de forçages locaux (pluie, évapotranspiration, ...), et permet de déterminer les variables de sortie (Débit, ...) en tout point du domaine décrit. L'approche mécaniste est présentée en figure 3.1.

Cette approche nécessite toutefois une quantité d'informations élevée (dont la détermination d'un forçage local en chacune des mailles) et plusieurs hypothèses sur les conditions aux limites du domaine.

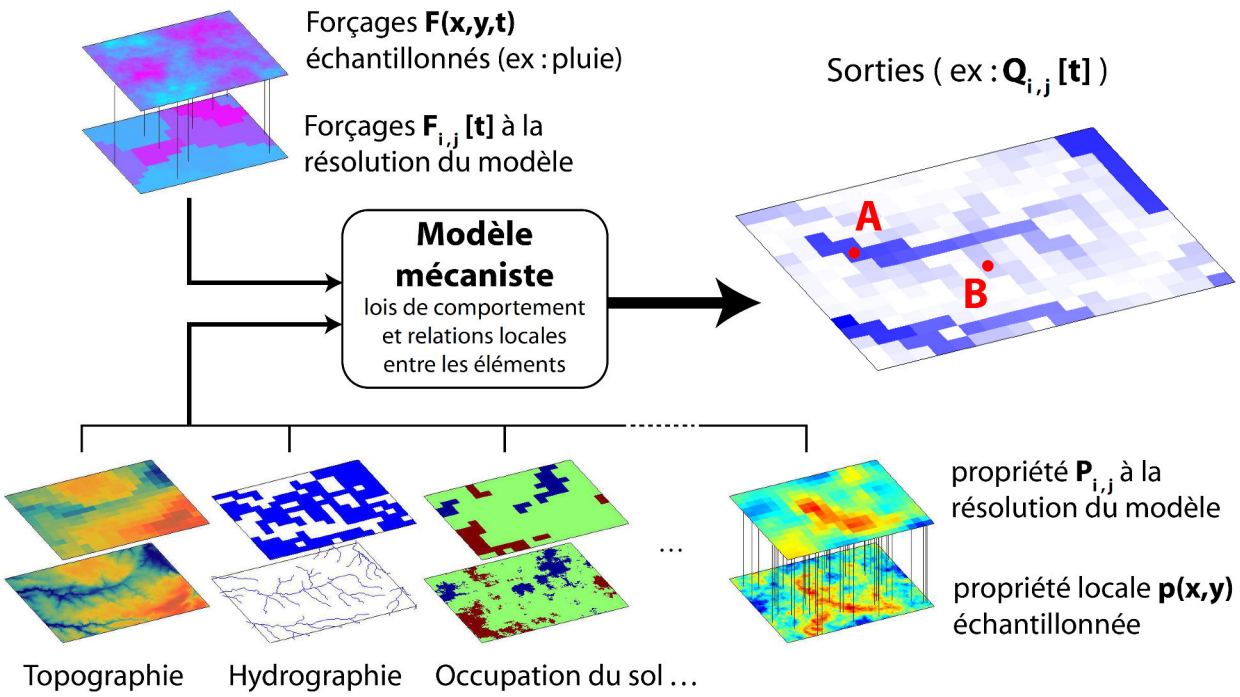


FIGURE 3.1. – Principe de l'approche mécaniste (ou réductionniste) en hydrologie. Cette approche repose sur la prescription a priori, dans un modèle maillé, de lois de comportement et de relations à l'échelle locale. D'après Le Moine, 2008.

L'approche globale repose sur le concept de bassin versant, en tant qu'entité hydrologique de calcul, que nous pouvons définir comme étant l'ensemble des points de la surface topographique qui convergent vers l'exutoire en suivant la ligne de plus grande pente (ou ligne de crêtes) (figure 3.2). Dans cette configuration, le forçage principal est la pluie de bassin construite à partir de plusieurs points d'observations pluviométriques.

Du point de vue de l'écoulement, l'approche par bassin versant suppose l'hypothèse simplificatrice de flux nul au niveau des lignes de crêtes. En conséquence, un bassin versant peut être vu comme un gigantesque entonnoir dans lequel toute l'eau entrant dans le bassin par précipitation (moins l'évapotranspiration) s'écourt automatiquement au bout d'un certain temps par l'exutoire. Cette approche consiste à établir une relation fonctionnelle (Eq. 3.1) entre les entrées (Précipitations P, Evapotranspiration ET), et la sortie - le débit Q - du système :

$$Q = f\left(P, ET, \theta_{hydro}\right) \tag{3.1}$$

Où θ_{hydro} est le jeu de paramètres du modèle hydrologique. Etant donné l'échelle et l'hétérogénéité du système, les jeu de paramètres θ_{hydro} n'est pas issu d'une mesure de la réalité physique et ne peut être défini *a priori*, mais nécéssite d'être calibré *a posteriori* (*Michel et al.*, 2006). Par construction, l'approche « bassin versant » confère alors un caractère conceptuel à l'ensemble des processus hydrologiques représentés.

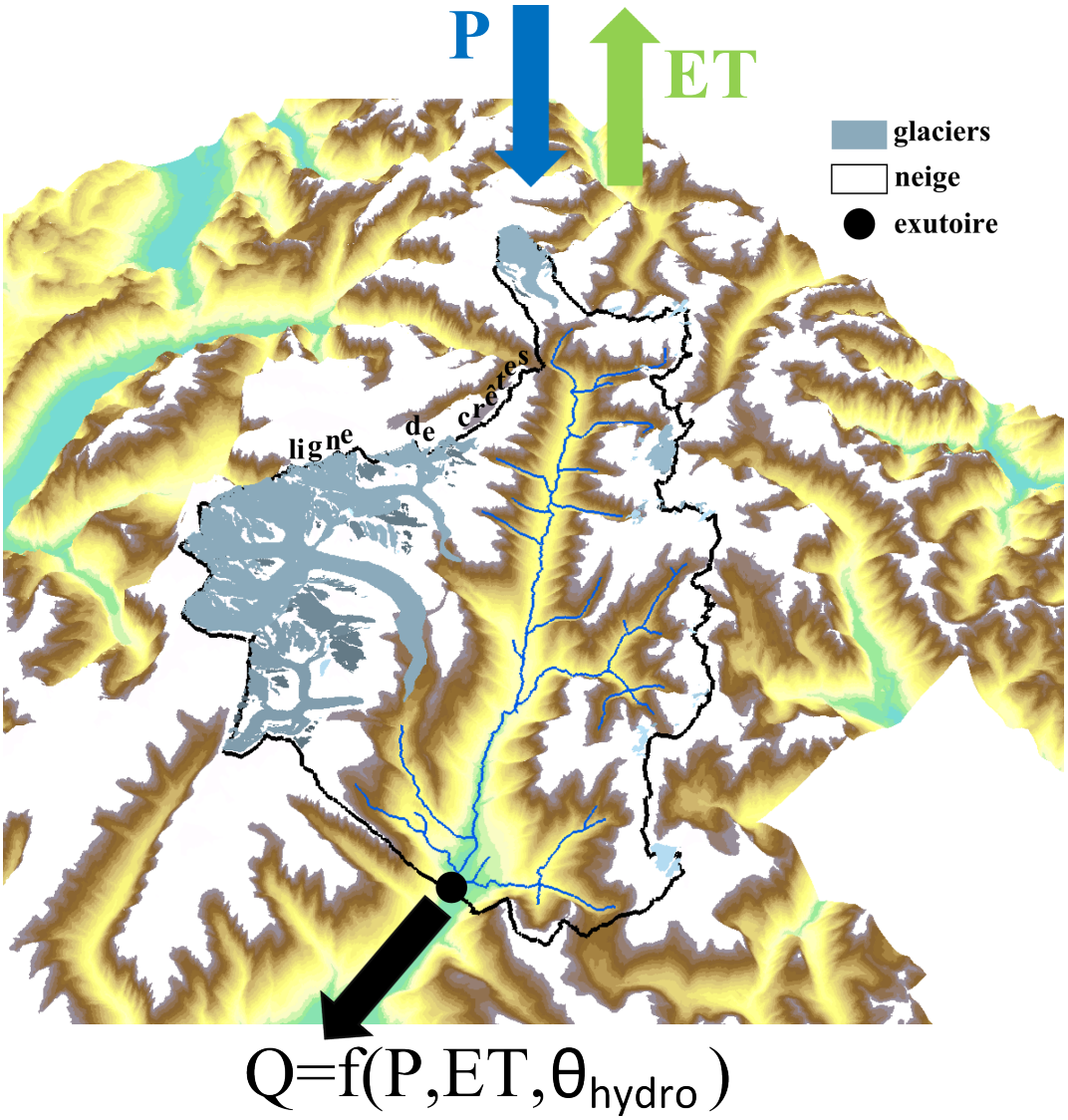


FIGURE 3.2. – Principe de l'approche globale en hydrologie. L'approche repose sur le concept de bassin versant défini à partir d'un exutoire et des lignes de crêtes topographiques. Cette approche est conceptuelle et nécessite la calibration d'un jeu de paramètres θ_{hydro}.

Il est possible de distribuer un modèle global en plusieurs sous-bassins (tant que la topographie le permet, il est toujours possible de construire des sous-bassins versants) auquel cas on parlera d'approche semi-globale (ou semi-distribuée).

De manière générale, la chaîne de modélisation est composée d'un modèle de spatialisation des précipitations et d'un modèle hydrologique (figure 3.3) et le modèle hydrologique s'accompagne d'incertitudes provenant de quatre principales sources (*Refsgaard et Storm*, 1996) :

- l'incertitude liée aux données d'entrées
- l'incertitude liée aux données de sortie
- l'incertitude intrinsèque à la structure du modèle lié à l'écart de représentation d'une loi physique à la réalité

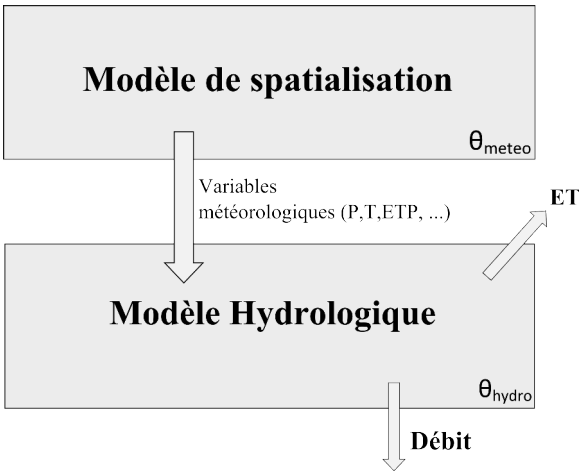


FIGURE 3.3. – Chaîne de modélisation très générale en modélisation hydrologique. La structure fait invervenir successivement un modèle de spatialisation des précipitations, puis un modèle hydrologique associé avec leurs paramètres respectifs θ_{meteo} et θ_{hydro}. On appelle modèle de spatialisation un modèle permettant de construire par simulation les données de forçage du modèle hydrologique et de les adapter à l'échelle de l'entité de calcul hydrologique.

- l'incertitude sur les paramètres prescrits et sur la méthode d'estimation des paramètres calibrés

Quel que soit l'approche de modélisation et les incertitudes spécifiques associées, les modèles hydrologiques savent simuler le débit sous influence nivale et glaciaire, par ces deux types d'approches (*Frenierre et Mark*, 2014). Pour répondre aux enjeux qui apparaîtrons au fur et à mesure de cette partie, nous devons, à ce stade, faire un choix de modélisation.

Les environnements montagneux imposent un certain nombre de contraintes de modélisation. La forte variabilité des processus, le faible réseau de mesures et le fait que ces environnements soient souvent sujets à des études d'impact climatiques (auquel cas le forçage du modèle hydrologique est contraint par les variables de sortie d'un modèle de climat) encouragent fortement à évoluer dans un cadre parcimonieux, favorisant le développement de modèles conceptuels. De plus, les modèles hydrologique conceptuels, une fois calibrés, sont capables de bonnes estimations du débit même si le forçage météorologique est peu connu (*Schaefli et al.*, 2005).

Nous nous positionnons dorénavant dans une approche globale et semi-globale et raisonnerons en termes de bassin versant. En particulier, la base de données de la géométrie des glaciers, que nous verrons par la suite, est construite sur la base de contraintes topographiques (*Kienholz et al.*, 2013) dont les lignes de crêtes sont des frontières et par cette construction, tout glacier est inclus dans un bassin versant.

La perspective d'analyser l'information nivale et glaciaire nous encourage à compartimenter l'information. A cet égard, nous utiliserons la représentation de réservoirs conceptuels, couramment utilisée, et qui repose sur les notions de fonction de production et fonction de transfert.

Par cette approche, la chaîne de modélisation est précisée en figure 3.4. On distingue :

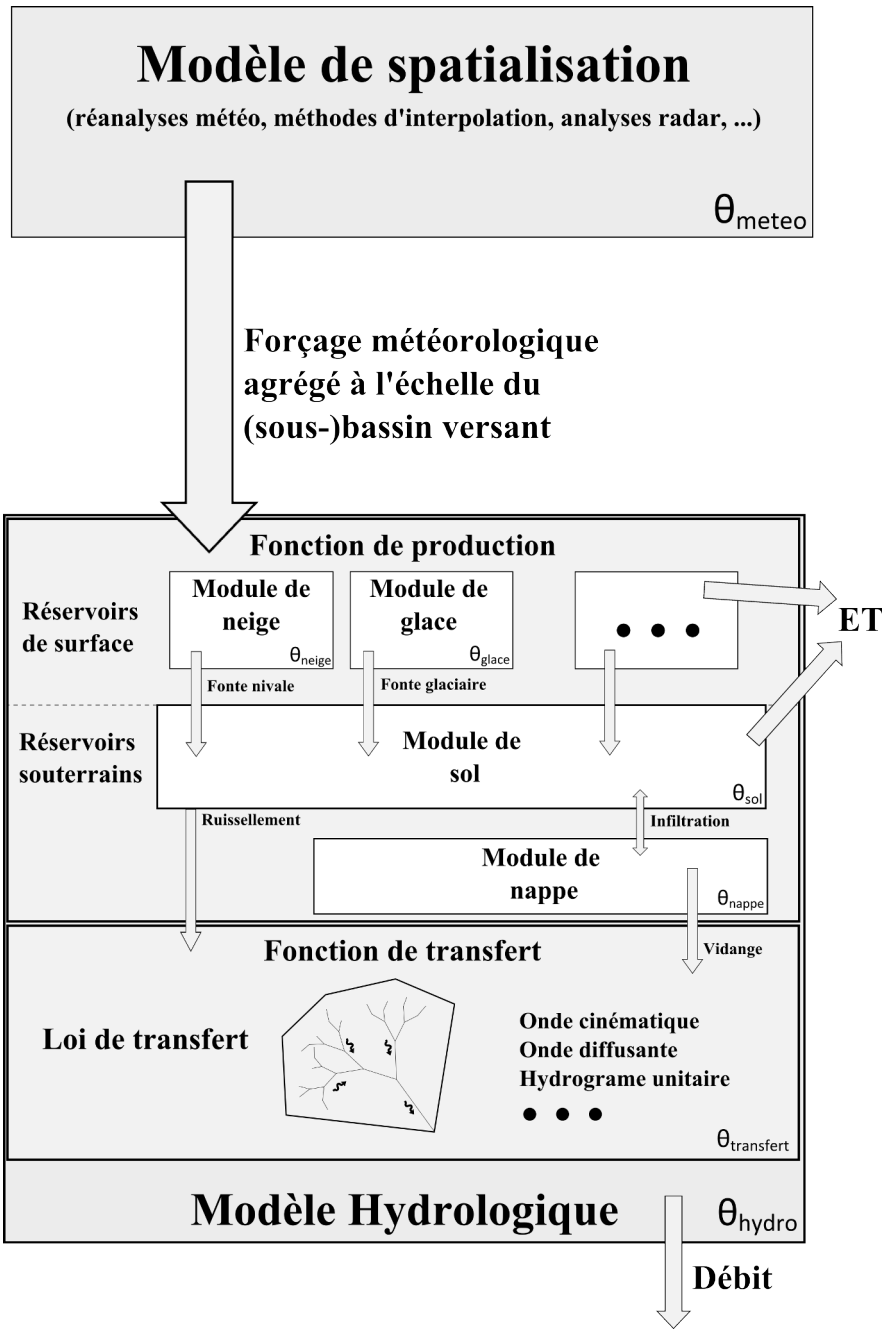


FIGURE 3.4. – Chaîne de modélisation dans le cas d'un modèle hydrologique global (ou semi-global) à réservoirs conceptuels. Le modèle hydrologique se décline en une fonction de production et une fonction de transfert. La fonction de production se compose de plusieurs modules décrivant l'évolution des différents réservoirs et leurs interactions entre eux. La fonction de transfert décrit l'ensemble des processus de transfert de l'eau des réservoirs à l'exutoire du bassin versant.

. Un forçage météorologique spatialement interpolé, puis agrégé à l'échelle du bassin versant. Etant donné la très forte variabilité sous-bassin (ou sous-maille) du champ de précipitation, cette étape est complexe et nécessite un modèle de spatialisation distribué à part entière, dont θ_{meteo} est le jeu de paramètres. Le modèle hydrologique à réservoirs

conceptuels, quant à lui, se décline classiquement en une fonction de production et une fonction de transfert.

- La fonction de production du modèle hydrologique décrit l'évolution de l'ensemble des réservoirs hydrologiques du bassin (sol, nappe, manteau neigeux, glacier, ...) et de leurs interactions entre eux. Chaque réservoir est associé à un module dont la fonction est de calculer le bilan hydrologique du réservoir. Chaque module est décrit par des variables d'états (hauteur de neige, hauteur de nappe, ...) et des paramètres ($\theta_{neige}, \theta_{glace}, \theta_{sol}, \theta_{nappe}, ...$). Pour chaque réservoir, l'excédent du bilan hydrologique se traduit sous la forme d'un flux qui alimente, soit un autre réservoir, soit directement la fonction de transfert. Par exemple, pour la neige et les glaciers, le flux sortant du réservoir correspond à la composante de fonte nivale et glaciaire, qui alimentent le réservoir de sol. L'évolution du bilan hydrologique d'un réservoir est déterminée par calibration du jeu de paramètres associé.
- La fonction de transfert du modèle hydrologique, quant à elle, détermine la manière dont l'excédent du bilan hydrologique des réservoirs est transféré à l'exutoire par le biais d'une loi de transfert. Cette loi de transfert décrit l'ensemble des processus de transfert à l'exutoire (réseau hydrographique, processus de versant, interaction nappe-rivières, etc) à l'échelle du bassin versant et est paramétrisée par le jeu de paramètres $\theta_{transfert}$.

La chaîne de modélisation met en évidence que le modèle hydrologique est susceptible d'être calibré par un certain nombre de paramètres du jeu θ_{hydro}. La simulation correcte du débit suggère d'introduire une procédure d'optimisation des paramètres du modèle, dans laquelle, une fonction objectif, mesurant un écart de performance entre le débit observé et simulé, est optimisée.

Si la modélisation hydrologique des bassins versants de montagne requiert généralement des modèles plus conceptuels et plus distribués (approche semi-globale) que les modèles pour la plaine, pour arriver à un niveau de précision similaire (*Klemeš*, 1990), les modèles conceptuels s'accompagnent de sources d'incertitudes singulières et importantes liés à la procédure d'optimisation des paramètres. Nous en identifions deux principales :

- Au-delà de l'incertitude liée à la méthode d'estimation des paramètres (*Vrugt et al.*, 2003), l'identification d'un jeu de paramètres jugé optimal durant la calibration d'un modèle n'est pas une garantie qu'il permette une reproduction fidèle des processus hydrologiques sous d'autres conditions (*Andréassian et Perrin*, 2012). L'expérience d'optimisation des paramètres en modélisation hydrologique a favorisé l'idée selon laquelle l'équation fonctionnelle Eq.3.1 ne présente pas une unique solution, mais un ensemble de solutions acceptables. Cette idée se réfère dans la litérrature sous le nom d'**équifinalité** (*Beven*, 1993; *Beven et Freer*, 2001; *Wagener*, 2003) et se révèle être un problème important dans la procédure de calibration car des solutions très différentes peuvent être jugées satisfaisantes. Le nombre de solutions jugés satisfaisantes de l'Eq. 3.1 augmente d'ailleurs en fonction du nombre de paramètres de calibration introduits. Or, la modélisation en montagne est un contexte propice à l'introduction de nouveaux paramètres,

car elle nécessite l'introduction de nouveaux modules (module de neige et de glace par exemple) pour satisfaire la simulation du débit, mais également parce que la structure d'un module peut nécessiter l'emploi de nouveaux paramètres afin de décrire la variabilité sous-maille (du sol, de la géologie, etc). L'équifinalité apparaît en raison du décalage entre la sur-paramétrisation du modèle et le manque d'information prescrite au système (*Freer et al.*, 1996), issue de préférence d'observations. Afin de réduire le nombre de solutions, l'introduction de nouveaux paramètres doit s'accompagner de l'introduction de nouvelles observations.

- Une seconde incertitude significative est liée à celle des données d'entrée simulées, et se transférant le long de la chaîne de modélisation. La validation du modèle de spatialisation est réalisée à partir d'observations météorologiques ponctuelles. On comprend, qu'en montagne, cette validation ne suffit pas à garantir un forçage météorologique correct. Un forçage météorologique incorrect n'empêchera pourtant pas le modèle hydrologique de générer des solutions optimales, satisfaisant le débit, par un **jeu de compensations**. Par exemple, si le forçage météorologique est sous-estimée, le modèle hydrologique peut artificiellement compenser le manque d'eau par de la fonte glaciaire additionnelle générée par le module de glace, qui n'a en réalité pas lieu d'être.

Si l'équifinalité et les compensations n'empêchent pas le modèle hydrologique de simuler correctement le débit à un endroit et à un instant donné, cela pose un problème lorsqu'il s'agit d'éprouver le modèle sous d'autres conditions (sur un bassin versant différent, sous un contexte climatique différent, ...). Comprenons, par exemple, que si, la calibration du modèle configure le module de glace de manière à générer un excédent de fonte glaciaire. Il y a de fortes chances que le modèle génère également un excédent de fonte « indésirable » sous d'autres conditions. De la même manière, des solutions très différentes peuvent générer une simulation différente du débit sous d'autres conditions. La performance d'un modèle conceptuel calibré, testé sous d'autres conditions, permet d'évaluer la **robustesse** (*Bárdossy et Singh*, 2008; *Coron*, 2013) du modèle, que l'on peut définir comme étant la capacité du modèle conceptuel à conserver sa qualité de simulation obtenue en phase de calibration, lorsqu'il est confronté à d'autres conditions (contexte climatique ou bassin versant différent).

Idéalement, il faudrait calibrer un modèle hydrologique en réponse à un forçage météorologique connu de manière exacte et avec autant d'observations que de paramètres à calibrer. A défaut d'en arriver là, des axes d'amélioration existent. Plusieurs études (une bonne partie des études est revue par *Efstratiadis et Koutsoyiannis*, 2010) ont révélé l'utilité de conditionner l'optimisation d'un modèle hydrologique selon plusieurs fonctions objectifs afin d'améliorer la détermination des solutions. Une question récurrente de ce type d'étude est : est-il satisfaisant de contraindre le modèle avec une fonction objectif supplémentaire au prix de perdre de la performance sur la simulation du débit ? (En d'autres termes, la levée d'équifinalité justifie-t-elle la perte de performance en débit ?) La perte de performance du débit au profit de la bonne simulation d'une variable additionnelle conforte d'ailleurs le fait qu'il n'existe pas d'unique

solution.

Dans un tel cadre multi-objectifs, on distingue trois types de calibration (*Madsen*, 2003) :

- multi-variables : l'optimisation des paramètres est effectuée en fonction de critères portant sur plusieurs variables. ex : le débit et le niveau piézométrique.
- multi-sites : l'optimisation des paramètres est effectuée en fonction de critères portant sur une même variable à différents endroits. ex : le débit à plusieurs stations de jaugeage.
- multi-réponses : l'optimisation des paramètres est effectuée en fonction de critères portant sur une même variable, déclinée en différentes réponses. ex : le débit journalier et le module (débit moyen dans l'année).

Dans ce cadre, l'incorporation et la mise en relation de variables à la représentativité spatiale et temporelle différente est un enjeu important en modélisation hydrologique (*Konz et al.*, 2007). Comprenons que l'optimisation d'un modèle hydrologique par une fonction objectif portant sur le débit horaire, journalier ou saisonnier est susceptible de donner des résultats différents. La même remarque s'applique pour des variables différentes : l'optimisation selon une fonction objectif portant sur le débit et sur sur une hauteur de neige locale est susceptible de donner des résultats différents que l'optimisation selon une fonction objectif portant sur le débit et sur la fraction du couvert neigeux, car l'information portée par la hauteur de neige est ponctuelle et représentative du bilan hydrologique local, tandis que l'information portée par l'étendue du couvert neigeux est certes spatialisée, mais ne contient pas l'information du bilan hydrologique.

En modélisation hydrologique, la calibration multi-objectifs a été appliquée durant la dernière décennie à l'information nivale et glaciaire. Ce qui est le plus fréquemment étudié est d'analyser si, en plus de la fonction objectif sur le débit, l'ajout d'une fonction objectif sur une variable représentative de la neige ou des glaciers est favorable à l'identification des solutions de paramètres.

La calibration multi-objectifs a notamment été appliquée à l'information nivale (*Dunn et Colohan*, 1999), et tout particulièrement à la fraction du couvert neigeux dans un bassin versant dérivée des observations satellites (*Parajka et al.*, 2007; *Duethmann et al.*, 2014; *Magand et al.*, 2014; *Le Moine et al.*, 2014). Ces études ont permis de mettre en évidence le bénéfice de l'optimisation à la fois selon le débit et la fraction du couvert neigeux sur la levée d'équifinalité des solutions. Par exemple, *Duethmann et al.* (2014) montrent que l'optimisation mono-objectif selon le débit ne garantit pas la bonne simulation du couvert neigeux tandis que l'optimisation conjointe garantit la bonne simulation des deux variables à la fois, réduisant ainsi le nombre de « bonnes » solutions.

De même, la calibration multi-objectifs a été apliquée à l'information glaciaire (*Schaefli et al.*, 2005; *Stahl et al.*, 2008; *Konz et Seibert*, 2010; *Schaefli et Huss*, 2011; *Mayr et al.*, 2013). *Konz*

et Seibert (2010) suggèrent que la variable glaciaire du bilan de masse annuel (défini plus tard) contient une information capable de contraindre le modèle hydrologique, et qu'en particulier la calibration d'un modèle hydrologique selon l'optimisation conjointe de fonctions objectifs portant sur le bilan de masse annuel et le débit permet de réduire significativement l'incertitude sur l'estimation des paramètres. *Finger et al.* (2011) proposent une calibration multi-objectifs à la fois de l'information hydrologique, nivale et glaciaire par le biais de l'optimisation conjointe de fonctions objectifs portant sur le débit horaire, la fraction du couvert neigeux journalière et le bilan de masse glaciaire biannuel. Comme *Duethmann et al.* (2013), les résultats de l'étude montrent que l'optimisation conjonte selon le débit et le couvert neigeux permet de simuler à la fois correctement le débit horaire, le couvert neigeux et le bilan de masse glaciaire biannuel, pour une faible perte de performance en débit et en bilan de masse mais que l'ajout du bilan de masse glaciaire biannuel dans la procédure d'optimisation n'apporte rien de significatif quant à la simulation de ces trois variables. Cela veut-il pour autant dire que l'optimisation conjointe selon l'information hydrologique, nivale et glaciaire n'apporte rien ?

Il convient alors de s'interroger sur la valeur d'une information et sur la valorisation de sa combinaison avec une information à la représentative spatiale différente (*Konz et Seibert*, 2010).

Le bilan de ces études montre que, ajoutée à la validation par le débit, l'information nivale et l'information glaciaire, améliorent chacune la détermination des paramètres (lèvent de l'équifinalité) et réduisent les incertitudes d'un modèle hydrologique. Si la performance des modèles est analysée dans toutes ces études en réponse à l'ajout de l'information nivale ou glaciaire, remarquons que :

- l'influence de l'information nivale et glaciaire sur la robustesse du modèle est peu étudiée
- l'influence de l'information nivale et glaciaire sur la spatialisation du forçage météorologique, source significative d'incertitudes, est également peu étudiée

Un des axes que nous proposons dans cette thèse est d'**analyser conjointement l'information hydrologique, nivale et glaciaire** dans un cadre multi-objectifs afin d'apporter des éléments de réponse à ces deux points.

Synthèse

La modélisation des environnements montagneux incite à la parcimonie quant au choix du modèle hydrologique. Un choix a été porté sur les modèles conceptuels, basés sur l'approche bassin versant comme entité de calcul hydrologique. Le bassin versant peut être vu comme un gigantesque domaine-entonnoir dans lequel toutes les précipitations tombées s'écoulent au bout d'un certain temps à l'exutoire.

Afin de compartimenter l'injection d'information nivale et glaciaire, nous adoptons le modèle de réservoirs conceptuels. Le modèle hydrologique se décline alors en une fonction de production, calculant le bilan hydrologique dans chacun des réservoirs, et une fonction de transfert, décrivant le transfert des flux sortants des réservoirs à l'exutoire du bassin versant.

Un tel modèle hydrologique a pour vocation de modéliser la réponse hydrologique d'un bassin versant à un forçage météorologique, ce qui consiste en pratique à calibrer un certain nombre de paramètres conceptuels de manière à optimiser une ou plusieurs fonctions objectifs, mesurant l'écart entre une variable observée et simulée. Si, aujourd'hui, la plupart des modèles hydrologiques conceptuels (et à bases physiques) savent reproduire le débit journalier sous influence nivale et glaciaire durant l'année, la question de leur robustesse persiste et présente deux sources d'incertitudes majeurs, particulièrement accrues en environnement montagneux :

- L'équifinalité due à la sur-paramétrisation des paramètres calibrés relativement au manque d'observations.
- L'incertitude du forçage météorologique qui génère de la sur-(sous-)compensation des différents réservoirs du modèle hydrologique. Quelle valeur donner à la calibration du modèle si le forçage lui-même est incorrect ?

Une réponse conjointe à ces deux enjeux très généraux que nous souhaitons apporter dans cette thèse est de contraindre davantage toute la chaîne de modélisation en exploitant davantage l'information nivale et glaciaire.

4

Spatialisation du champ de précipitations et de températures

Ce chapitre n'a pas pour objectif de rentrer dans une description précise des processus météorologiques mais de comprendre les principaux contrôles de la variabilité de ces processus.

En montagne, le forçage météorologique est généralement décrit par un champ de précipitation et de température.

4.1. Description du champ de température

Il est généralement admis que la température décroît linéairement avec l'altitude selon le gradient adiabatique Γ. La gamme de décroissance s'étale typiquement entre 10 K/km (gradient adiabatique sec) et 3 K/km (gradient adiabatique humide) avec une valeur standard de Γ =6.5 K/km (*Barry*, 2013).

A partir du jeu de valeurs observées T_{obs} et du gradient adiabatique des températures Γ, il est possible de décrire le champ de températures. Mais l'enjeu réside surtout dans la détermination

du champ de précipitation, en raison de sa plus forte variabilité, de sa discontinuité et de son intermittence.

4.2. Description du champ de précipitation

En montagne, le mécanisme principal de formation des précipitations est de type stratiforme (i.e. associée à des nuages de type « stratus »), lié à l'orographie. Les masses d'air chargées d'humidité sont lentement soulevées par le relief et se condensent au niveau du versant au vent puis redescendent le long du versant sous le vent, telle que l'illustre la figure 4.1.

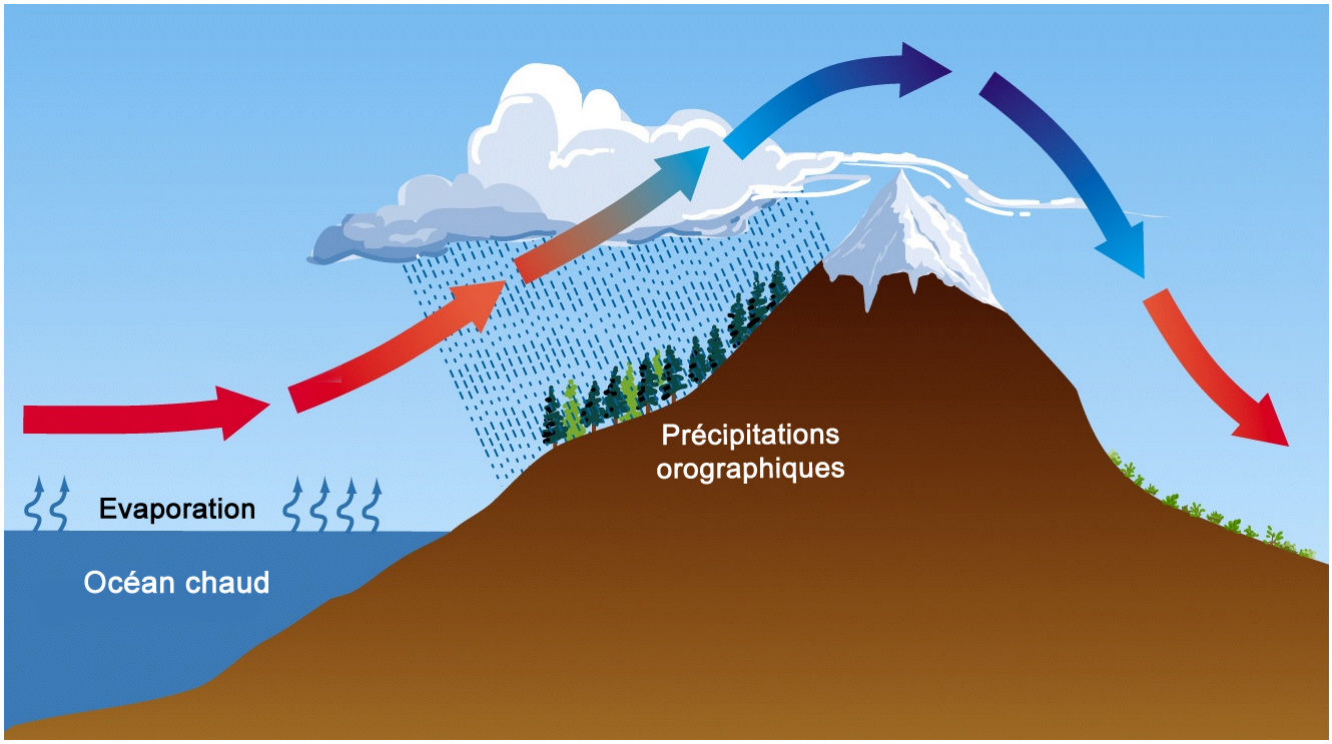


FIGURE 4.1. – Mécanisme principal de formation des précipitations en environnements montagneux. Les masses d'air sont soulevées par le relief et condensent au niveau du versant au vent puis redescendent et se réchauffent le long du versant sous le vent, où le climat est plus chaud et plus sec. On parle alors d'effet de foehn.

De l'autre côté de la crête, la masse d'air froide redescend, est soumise à de l'évaporation et se réchauffe. Le climat y est alors plus chaud et plus sec et l'on parle d'effet de foehn. Cette distinction du versant au vent/sous le vent met en évidence, qu'en plus du contrôle altitudinal, il existe un contrôle topographique important. Les observations montrent que le maximum de précipitations peut être observé à mi-versant sur une échelle caractéristique de 2 à 4 km (*Roe*, 2005).

La description de ces processus et leur occurrence ont fait admettre que le champ de précipitation est corrélé avec l'altitude et cela a mené au concept de gradient orographique des

précipitations utilisé depuis presque un siècle pour décrire ce champ de précipitations (*Alter*, 1919; *Henry*, 1919) et est toujours utilisé (*Smith et al.*, 2003; *Roe*, 2005; *Rotunno et Houze*, 2007). Des études statistiques (*Schermerhorn*, 1967; *Johansson et Chen*, 2004) ont montré par ailleurs que le champ de précipitations peut être décrit par d'autres « prédicteurs » importants comme la pente, la direction du vent, l'orientation du versant, la distance à la côte, etc.

Dans cette étude, nous décrirons simplement l'augmentation croissante des précipitations avec l'altitude par le concept de gradient orographique des précipitations.

Comme pour les températures, l'estimation du champ de précipitation nécessite d'interpoler l'information pluviométrique à partir des observations ponctuelles que fournissent les pluviomètres. Nous partons donc avec un handicap flagrant, puisqu'en montagne, le réseau est peu dense, et est associé à un certain nombre d'incertitudes (*Sevruk*, 1982, 1997) : la sous-captation de la pluie à cause du vent ou de l'emplacement abrité ou la mesure d'un phénomène météorologique très local comme l'inversion de température en fond de vallée. De plus, rares sont les stations météorologiques à très haute altitude, en particulier. Dans cette configuration, spatialiser l'information pluviométrique revient à choisir un (ou plusieurs) prédicteur(s) adapté(s) et à interpoler spatialement et à extrapoler altitudinalement.

4.3. Spatialisation des précipitations

Il existe plusieurs sources de données météorologiques.

Tout d'abord, il existe des réanalyses météorologiques issues de modèles de circulation atmosphérique (SAFRAN, NCEP [1]-NCAR, ECMWF [2]-ERA-40, GSFC [3]-GLDAS, ...) validées localement aux stations météorologiques. Ces réanalyses sont très largement utilisement comme forçage des modèles de surfaces, dont les modèles hydrologiques. Toutefois, en montagne, ces réanalyses ont leur limites : ces réanalyses ont souvent une résolution assez faible devant les échelles de variabilité du terrain en montagne, et qu'elles sont souvent biaisées en altitude, notamment du fait de l'absence de données à assimiler en altitude dans la réanalyse. De plus, même à basse altitude, l'ensemble du réseau de postes pluviométriques existant n'est pas utilisé dans la validation des réanalyses.

A titre d'exemple, les réanalyses SAFRAN (*Durand et al.*, 1993), les plus couramment utilisées en France, sont générées sur une grille de 64 km^2 et ne prennent pas en compte les mesures issues du réseau de pluviomètres EDF [4], pourtant nombreuses en montagne. Sur le bassin de

1. National Centers for Environmental Prediction
2. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
3. Goddard Space Flight Center
4. Electricité de France

la Durance en France, *Magand* (2014) montre que la simulation du débit issue des réanalyses SAFRAN sous-estime jusqu'à 25% le débit, en particulier à l'amont du bassin où la composante nivale est importante. Cette sous-estimation significative a motivé le développement de réanalyses construites directement à partir des mesures de précipitations et de températures et d'un jeu de prédicteurs (*Gottardi et al.*, 2012), dont le principe générale de construction est présenté en figure 4.2.

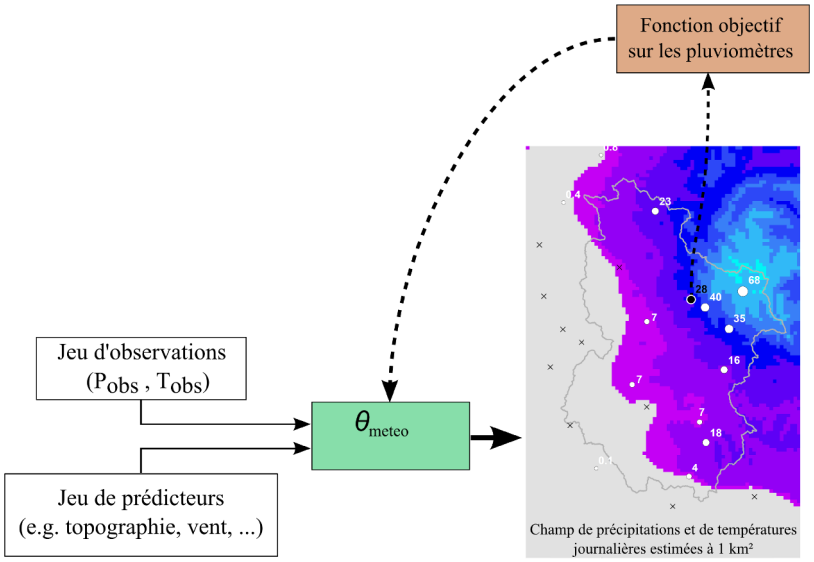


FIGURE 4.2. – Procédure de construction d'une grille de forçage météorologique validé. Exemple sur le bassin versant de la Durance à Espinasses. Le modèle de spatialisation transforme un jeu d'observations pluviométriques P_{obs} et thermométriques T_{obs}) en une grille de précipitations et de températures par calibration du jeu de paramètres θ_{meteo} selon l'optimisation d'une fonction objectif sur les pluviomètres. Le bassin versant présenté est celui de la Durance à Espinasses en France. D'après Le Moine et al., 2014.

La spatialisation des précipitations est un modèle à part entière. Il s'agit d'interpoler des observations ponctuelles de précipitations et de températures sur une grille de forçage (typiquement de l'ordre du km²) qu'on agrège par la suite à la résolution de la maille hydrologique. Le jeu de paramètres θ_{meteo} associé est soit prescrit, soit calibré par optimisation du modèle selon une fonction objectif. Comprenons alors que, si le champ de température est continu, le champ de précipitation, lui ne l'est pas, et est même souvent localement nul, ce qui pose un problème supplémentaire d'interpolation à proximité des points d'observation n'enregistrant aucune précipitation.

Il existe de nombreuses méthodes d'interpolation (une classification des méthodes est proposée

par *Daly* (2006)). Parmi elles, les approches géostatistiques ont l'avatange de tenir compte de la variabilité générée par le prédicteur du champ de précipitation. Ces approches dépendent toutefois fortement du réseau d'observations pluviométriques. Pour un tel réseau peu dense, la technique de krigeage permet une meilleure estimation spatiale des variables hydro-météorologiques (*Borga et Vizzaccaro*, 1997; *Dirks et al.*, 1998).

Nous nous orientons donc vers une reconstruction du forçage météorologique par sur une méthode d'interpolation à partir des mesures météorologiques observées et d'un jeu de prédicteurs.

Notons par ailleurs qu'il existe des produits de précipitations spatialisées, moins répandus, par le biais de radars de précipitation au sol (e.g. *Gabella et al.*, 2005) ou satellitaires (*Iguchi et al.*, 2000). Néanmoins, ces produits sont de grande échelle (résolution de 1 à plusieurs km^2) et leur base de données est récente (courtes chroniques) et très peu dense et peu précise en montagne. *Taschner et al.*, 2001 estime par exemple la précision des radars à 15 à 36% pour un bassin versant des Alpes Suisses.

4.4. Méthodes de validation

Quelle que soit la méthode d'interpolation, il est important de valider la méthode et d'en évaluer l'incertitude. A cet égard, il existe des méthodes de validation croisée comme la méthode jackknife[5] (*Phillips et al.*, 1992) qui consiste à ôter l'information d'un pluviomètre dans la construction du modèle de spatialisation (celui-ci ne figure donc pas en entrée mais en sortie du modèle) et d'en évaluer l'erreur en sortie à l'aide d'une fonction objectif mesurant l'écart après simulation. Dans ce cas les pluviomètres jouent alternativement le rôle de données d'entrée puis de données de validation.

Toutefois, du point de vue du modèle de spatialisation, la validation au point dépend d'une information dont la représentativité spatiale ne dépasse pas le point de mesure. A défaut de disposer d'un pluviomètre en chaque point de la grille, il est donc important de chercher de l'information complémentaire qui soit représentative de l'ensemble de la grille de forçage et qui puisse valider le forçage à l'échelle globale.

L'information spatialisée de la pluie se retrouve notamment dans le bilan hydrologique. A cet égard, à des échelles de temps suffisament grandes, l'équation fonctionnelle Eq.3.1 se réduit au bilan hydrologique classique. Dans ce cas, la pluie de bassin peut être estimée à partir de l'évapotranspiration, du débit et de la variation des réservoirs hydrogéologiques et de sols, dont l'information peut être par exemple renseignée par le satellite GRACE[6](*Swenson et al.*,

5. couteau-suisse en français
6. Gravity Recovery And Climate Experiment

2003; *Fischer et Michel*, 2013). Néanmoins, devant l'échelle de variabilité des précipitations en montagne, cette méthode n'est pas adaptée.

Sur la base du bilan hydrologique, il existe une méthode de validation (*Hagemann et Gates*, 2003; *Duethmann et al.*, 2013; *Bastola et Misra*, 2014) « à base hydrologique » des précipitations journalières. Le principe est d'utiliser l'information hydrologique journalière et d'exploiter la notion de bassin versant, en tant qu'entonnoir géant, et ce, quelle que soit la méthode de spatialisation choisie. L'idée étant que le forçage simulé dans un premier temps est jugé satisfaisant si, en particulier, la réponse hydrologique du bassin versant simulée par le modèle est satisfaisante. A cette échelle de temps, le recours à un modèle hydrologique est nécessaire afin de décrire le transfert de l'eau des réservoirs à l'exutoire. L'information hydrologique s'ajoute alors à l'information pluviométrique en tant que critère d'évaluation. Le débit se révèle alors être une donnée de validation pertinente puisque sa mesure (qui existe généralement !) est relativement précise et accessible, et intègre, selon le concept de bassin versant, l'évolution du champ pluviométrique au sein du bassin. Dans ce cas, la validation est double : locale (aux pluviomètres) puis globale (à l'échelle du bassin versant) et aussi « semi-globale » si on incorpore plusieurs stations de jaugeage dans le critère d'évaluation hydrologique. Cette procédure encourage d'ailleurs fortement l'approche semi-distribuée puisqu'elle sollicite toutes les stations de jaugeage dont le bassin versant intersecte le domaine de forçage. Le principe de cette double validation du forçage météorologique est présenté en figure 4.3.

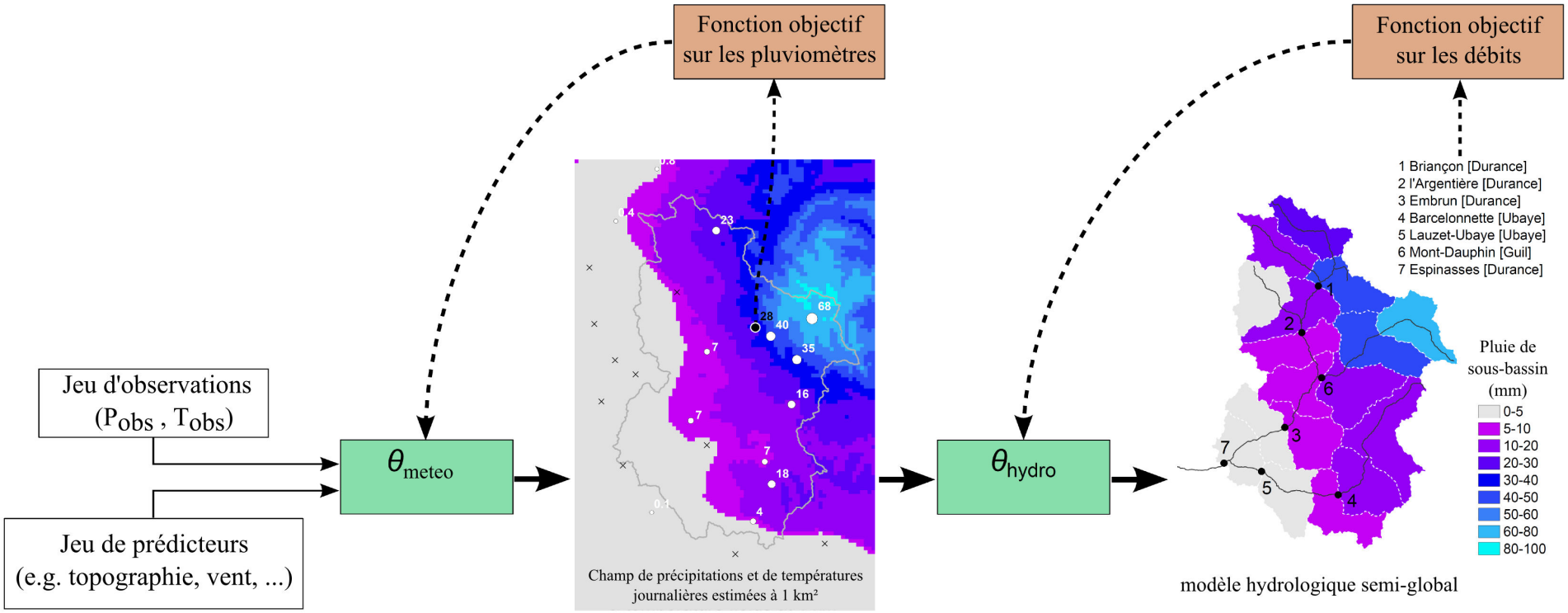


FIGURE 4.3. – Procédure de validation du champ météorologique en deux temps. On retrouve la structure classique présentée en section précédente. La première étape est similaire à la précédente figure. La deuxième étape de validation consiste à confronter le forçage météorologique simulé à un modèle hydrologique systémique (ici semi-distribué) et de valider une seconde fois le forçage par un critère d'évaluation hydrologique. Un critère d'évaluation portant sur les débits permet en particulier de valider le forçage météorologique à l'échelle du bassin versant. La procédure de validation consiste à calibrer le jeu de paramètres du modèle hydrologique θ_{hydro} afin d'optimiser un critère d'évaluation arbitraire. L'approche semi-distribuée permet d'optimiser un critère d'évaluation sur l'ensemble des débits pour lesquels on dispose de mesures. L'Ubaye et le Guil sont des affluents de la Durance. D'après Le Moine et al., 2014.

Afin de « diagnostiquer » davantage l'information météorologique, une information autre que le débit peut être utilisée, si tant est qu'elle soit validable (et liée naturellement à l'information météorologique). A cet effet, en remarquant que le couvert neigeux intègre notamment, dans sa géométrie, l'évolution des processus météorologiques, une méthode de validation « à base nivale » a été employée (*Gottardi*, 2009), par le biais des mesures de hauteurs de neige par les perches à neige et d'équivalent en eau du manteau neigeux par les nivomètres à rayonnement cosmiques. De même, *Immerzeel et al.* (2012a) ont utilisé l'information glaciaire, dont l'évolution de la géométrie est également représentative de l'information météorologique, comme contrainte des précipitations régionales d'un domaine du massif himalayen. Sous cet angle de validation, on peut considérer le couvert neigeux et les glaciers comme un pluviomètre géant à l'échelle de ces réservoirs.

Néanmoins, même avec une validation supplémentaire, il faut se résoudre à ne pouvoir simuler parfaitement le forçage réel, en particulier en montagne. Dans cette optique, et également face au manque de souplesse de l'approche séquentielle ci-avant, une procédure d'interpolation fusionnant structurellement le modèle de spatialisation et le modèle hydrologique, a été développée (*Le Moine et al.*, 2014) en élargissant le concept de bassin versant à la simulation du forçage des précipitations. Dans cette configuration, on quitte l'étude de la réponse d'un bassin versant à un forçage météorologique pour la perspective d'étudier la réponse « hydro-météorologique » d'un bassin versant, dont le principe est présenté en figure 4.4.

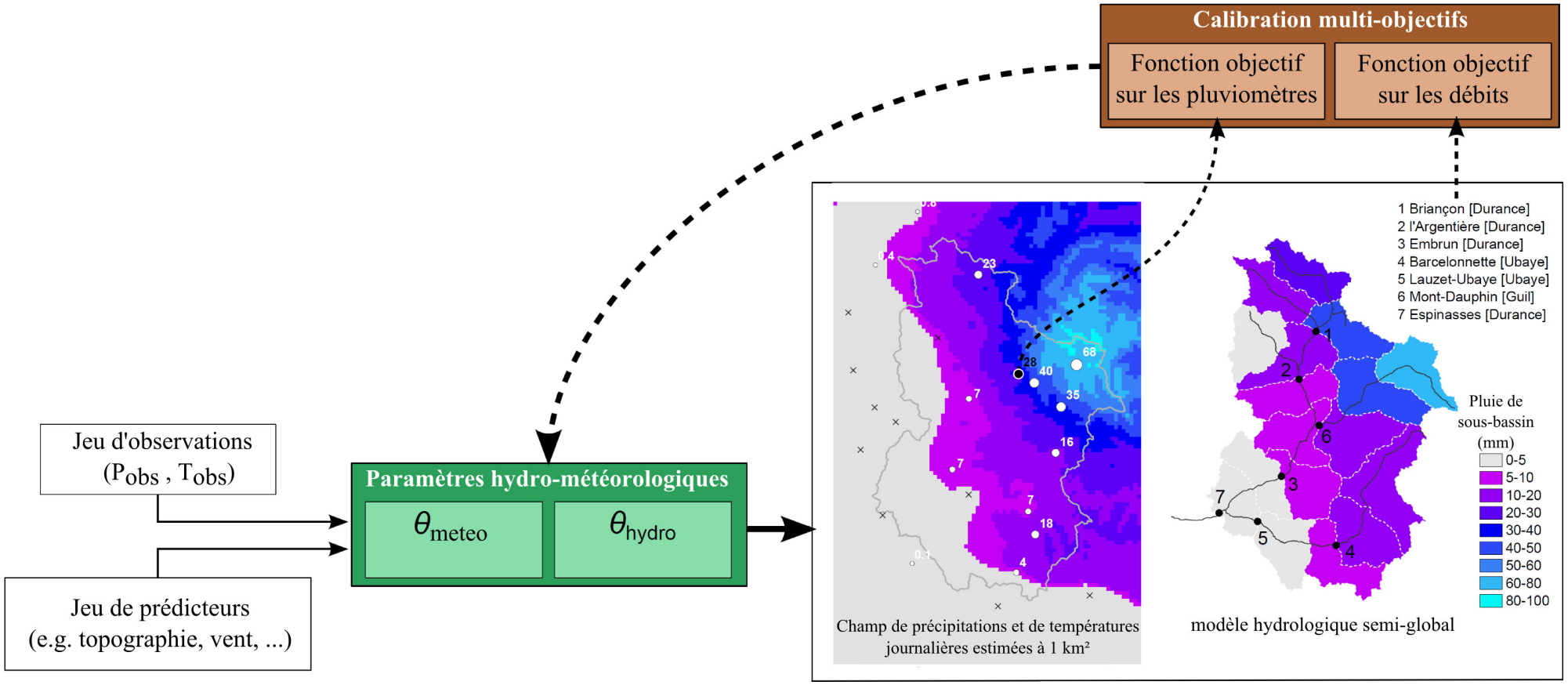


FIGURE 4.4. – Procédure de validation et de contrainte direct du champ météorologique par calibration des paramètres météorologiques θ_{meteo} et hydrologiques θ_{hydro} selon l'optimisation conjointe d'un critère d'évaluation météorologique et hydrologique. L'optimisation conjointe de deux critères fait appel à un algorithme de calibration multi-objectifs que nous décrirons en deuxième partie. Cette formulation revient à étudier la réponse hydro-météorologique d'un bassin versant à partir d'un forçage d'observations ponctuelles (P_{obs}, T_{obs}). D'après Le Moine et al., 2014.

Selon cette procédure, l'équation fonctionnelle Eq. 3.1 devient alors :

$$Q = f\left(P_{obs}, T_{obs}, \theta_{meteo}, \theta_{hydro}\right) \tag{4.1}$$

Le modèle hydro-météorologique est directement forcé par le réseau d'observations météorologiques ponctuelles (P_{obs}, T_{obs}). Le jeu de paramètres du modèle de spatialisation θ_{meteo} s'ajoute au jeu de paramètres du modèle hydrologique θ_{hydro} pour constituer l'ensemble du jeu de paramètres hydro-météorologiques. Dans cette configuration, la calibration des paramètres θ_{meteo} et θ_{hydro} est conjointe, auquel cas, on ajuste directement le forçage météorologique par de l'information hydrologique au sein du modèle hydro-météorologique.

Cette restructuration est une manière de transférér l'incertitude liée aux données d'entrées vers l'incertitude liée à l'estimation de l'ensemble des paramètres. L'introduction de plus de paramètres à calibrer doit s'accompagner de plus de données de validation. Il convient alors de conserver la procédure de validation croisée, auquel cas une procédure d'optimisation conjointe de deux fonctions objectifs est nécessaire.

A titre d'exemple, prenons une approche de spatialisation courante décrite par un gradient orographique (pour les précipitations) et un gradient adiabatique (pour la température). Par une approche séquentielle, ces deux gradients s'ajustent selon les observations météorologiques. Par l'approche conjointe et la formulation multi-objectifs, ces deux gradients sont estimés par compromis en fonction des points d'observations météorologiques, mais également de manière à satisfaire la simulation du débit. Dans ce cas, le champ de précipitation est en partie reconstruit par le bassin versant. Comprenons alors que l'approche séquentielle et l'approche par calibration conjointe sont susceptibles d'extraire différement l'information et de produire des résultats différents.

L'utilisation d'un modèle hydro-météorologique, telle que décrite par la structure conjointe du modèle de spatialisation et du modèle hydrologique, peut être employée, pour deux applications principales :

- Etudier la réponse hydro-météorologique d'un bassin versant montagneux, i.e. étudier la transformation d'un forçage d'observations météorologiques en une série de débit. Notons qu'en prescrivant les paramètres de spatialisation, on retombe alors dans l'approche classique d'étudier la réponse hydrologique du bassin versant à un forçage de précipitations.
- Reconstruire un champ de précipitations et de températures journalières par la calibration des paramètres météorologiques selon l'information hydrologique fournie par le bassin versant. Dans cette perspective et dans un cadre multi-objectifs, nous envisageons d'exploiter conjointement l'information hydrologique, nivale et glaciaire dans le but d'estimer les paramètres météorologiques : une interpolation « à base hydrologique, nivale et glacaire » donc.

Dans cette étude, nous ajoutons alors l'objectif de **mobiliser davantage l'information nivale et glaciaire, en complément de l'information purement hydrologique au service de la spatialisation du forçage météorologique** en se basant sur l'**approche hydro-météorologique** décrite en figure 4.4.

Pour cela, il faudra réfléchir à la structure du module de neige et de glace adapté et s'interroger notamment sur : quelles variables d'entrée, d'état et de sorties ? Quels paramètres (calibrés ou prescrits (il n'est pas interdit d'apporter une base physique à un modèle globalement conceptuel)) ? Quelle discrétisation spatiale adopter ? Enfin, quelles données de validation ?

Pour répondre à ces questions, il convient de comprendre au préalable la description des processus nivaux et glaciaire et de passer en revue les structures de modules existants dans la littérature. Commençons par la description des processus nivaux.

Synthèse

Plusieurs approches de spatialisation du forçage météorologique existent. Etant donné l'échelle de variabilité des précipitations en montagne, nous nous sommes orientés vers une méthode de reconstruction du forçage par interpolation du champ de précipitations et de températures à partir d'observations locales. Les observations sont rares en montagne et l'incertitude liée au forçage est alors difficile à mesurer. Partant de ce constat, et afin « d'absorber » l'incertitude des données d'entrée dans la structure conceptuelle du modèle, l'approche de bassin versant peut être élargie à la spatialisation des précipitations.

Dans cette configuration, il s'agit de modéliser la réponse « hydro-météorologique » du bassin versant à un forçage d'observations météorologiques locales. Cette restructuration transfère les paramètres météorologiques au sein d'un nouveau modèle « hydro-météorologique » dans lequel le champ de précipitations et de températures peut être reconstruit par l'optimisation du modèle selon une ou plusieurs fonctions objectifs associées à des variables météorologiques et/ou hydrologiques.

Afin de contraindre davantage un tel ensemble, portons un regard particulier sur ce que peut nous apporter l'information nivale et glaciaire.

5

Description des processus nivaux

Ce chapitre a pour objectif de comprendre les principaux processus nivaux qui ont lieu, au niveau de ce qu'on appellera désormais le manteau neigeux, et ce qui contrôle leur variabilité. Il ne s'agit pas toutefois de décrire et d'approfondir tous les processus connus car le contexte de l'étude suggère la parcimonie.

L'évolution de la géométrie du manteau neigeux dépend des échanges de masse et d'énergie avec l'environnement. L'approche thermodynamique du manteau neigeux n'est pas nouvelle (*USACE*, 1948; *Anderson*, 1967, 1968) et se décline en un bilan de masse et un bilan d'énergie. A minima, pour un module de neige mono-couche, cette approche nécessite donc une variable d'état de masse et une variable d'état d'énergie.

5.1. Bilan de masse

Les principales composantes du bilan de masse du manteau neigeux sont présentées en figure 5.1 :

Le manteau neigeux est principalement constitué de neige et d'eau liquide. Son bilan de masse est décrit par deux processus principaux :

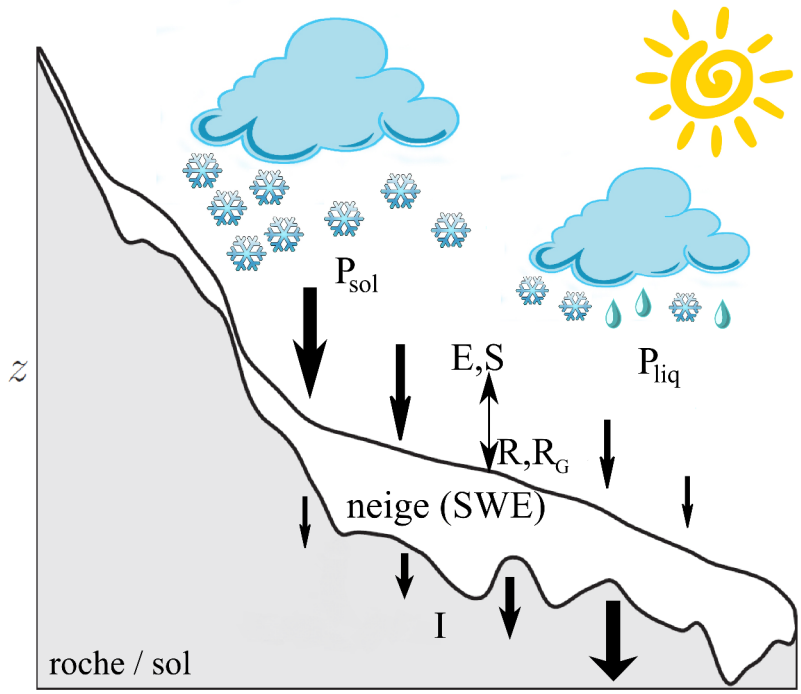


FIGURE 5.1. – Schéma des principales composantes du bilan de masse pour le manteau neigeux sur un profil montagneux concave. La variation d'équivalent en eau SWE du manteau est conditionnée par les précipitations solides P_{sol}, liquides P_{liq}, par l'évaporation E, par la sublimation S est par l'infiltration I générée par la fonte au sein du manteau.

- l'accumulation : les précipitations (qu'elles soient liquides P_{liq} ou solides P_{sol}) se déposent à la surface du manteau et constituent le flux de masse entrant. Une fraction est évaporée (E) ou sublimée (S). S'il neige, la couche se dépose en surface et s'accumule en surface. Il existe un intervalle de température pour lequel les deux phases, pluie et neige, coexistent. Cet intervalle a été mis en évidence depuis les premières études (*USACE*, 1948) et est typiquement de l'ordre de -1°C à 3°C. L'analyse de la sensbilité des variables météorologiques sur la phase liquide et solide des précipitations a fait l'objet d'études récentes (*L'hôte et al.*, 2005; *Froidurot et al.*, 2014). D'un point de vue hydrodynamique (e.g. *DeWalle et Rango*, 2008), le manteau neigeux est un milieu poreux et perméable, ce qui lui confère un comportement similaire à un sol par exemple vis-à-vis de l'eau liquide. Ainsi, en présence de pluie, la fraction liquide s'infiltre dans le manteau neigeux. Comme pour le sol, le manteau neigeux a la capacité de retenir de l'eau liquide au sein des pores par capillarité. Mais, le manteau neigeux, lui, est sujet à de la compaction aux échelles de temps considérées et nous verrons que ce processus de compaction influe sur l'évolution de la géométrie du manteau neigeux. A l'échelle plus locale, il arrive que la neige soit redistribuée par le vent ou sous forme d'avalanches, mais nous négligerons ces processus dans cette étude.

- l'infiltration I : L'infiltration résulte de l'excédent d'eau liquide au sein du manteau. Cet excédent peut provenir de l'infiltration de la pluie P_{liq} dans le manteau ou par fonte du manteau. La fonte est un processus énergétique impliquant un changement de phase et est déterminé par la résolution du bilan d'énergie. Par suite, l'infiltration nivale sera parfois directement assimilée à la composante de fonte nivale.

Les phénomènes de rosée R, de givre R_g ayant lieu à la surface du manteau ne font pas état d'une contribution significative au bilan de masse (*Loewe*, 1938; *Strasser et al.*, 2008), mais aucun consensus n'apparaît réellement dans la littérature.

La variable d'état du manteau neigeux associée au bilan de masse est le SWE - ou l'équivalent en eau du manteau neigeux, dont l'unité de mesure est le mwe - ou mètres d'équivalent en eau. Cette variable caractérise la quantité de manteau neigeux à un endroit et un instant donné. C'est une mesure pratique permettant de comparer directement la quantité d'eau équivalente présente dans le manteau neigeux à la lame d'eau précipitée ou infiltrée et se mesure par exemple à l'aide de perches à neige (et de la masse volumique de la neige) ou de nivomètres à rayonnement cosmique.

La conservation de la masse détermine le bilan hydrologique suivant, valable à l'échelle locale comme à l'échelle du réservoir :

$$\frac{dSWE}{dt} = P_{liq} + P_{sol} - E - I \tag{5.1}$$

Le bilan de masse traduit directement le bilan hydrologique du manteau neigeux. Notons d'ores et déjà que la variabilité spatiale de l'accumulation du manteau neigeux est contrôlée par la variabilité des précipitations, ce qui se traduit en montagne, par un fort contrôle altitudinal. L'infiltration nivale I, quant à elle, dépend notamment de la quantité de fonte produite au sein du manteau et qui implique un changement de phase de l'eau. Regardons à présent le bilan d'énergie afin de comprendre les mécanismes du processus de fonte.

5.2. Bilan d'énergie

Le bilan de masse du manteau neigeux est intimement lié à son bilan d'énergie, dont les composantes sont présentées en figure 5.2 :

On peut décomposer ce bilan d'énergie global en deux séquences : un bilan radiatif et un bilan énergétique :

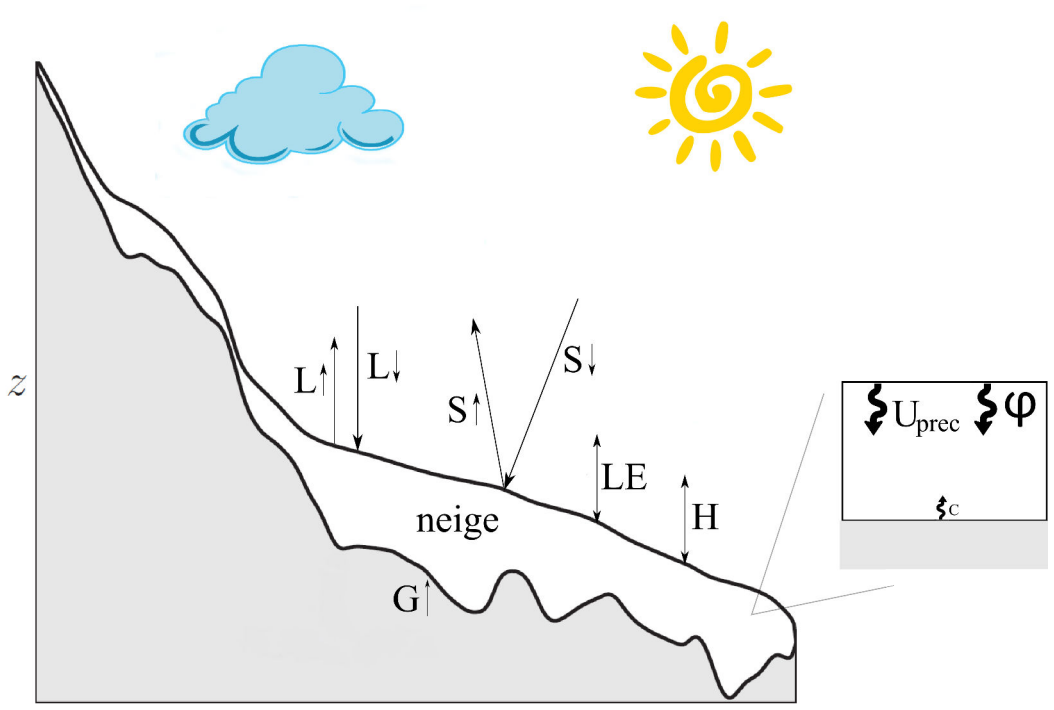


FIGURE 5.2. – Schéma des principales composantes du bilan d'énergie du manteau neigeux. L'énergie interne U

5.2.1. Bilan radiatif :

Le rayonnement solaire de courtes longueurs d'ondes incident $S\downarrow$

Le rayonnement solaire incident $S\downarrow$[W/m²] dont la majorité du spectre électro-magnétique est composée de courtes longueurs d'onde. Des 1368 W/m² (constante solaire) arrivant en moyenne au sommet de l'atmosphère, il n'en arrive en réalité qu'une portion à la surface du manteau neigeux, et ce, pour deux raisons. La première est purement géométrique : en moyenne il arrive 342 W/m² au sommet de l'atmosphère résultant de l'intersection entre le « cylindre » de rayonnement solaire et la demi-sphère terrestre. La deuxième est liée à la réflexion et à l'absorption des ondes électromagnétiques. Une partie du rayonnement est réfléchie par l'atmosphère ou est absorbée au sein de l'atmosphère entre autres par les molécules d'O3, d'O2, de CO2 et de vapeur d'eau. Cela met en évidence que la quantité de rayonnement solaire arrivant au sol est notamment contrôlée par la présence ou non de nuages. Enfin, à la surface du manteau neigeux, la fraction de rayonnement restant arrivant en surface dépend de l'angle d'incidence i_{incid} du rayonnement : un rayonnement solaire direct sur un versant orienté face au soleil est plus important qu'un rayonnement rasant sur un versant orienté face opposée. Tout comme les précipitations, le bilan radiatif est ainsi contrôlé par la topographie.

Le rayonnement de courtes longueurs d'ondes réfléchi $S\uparrow$

Le rayonnement de courtes longueurs d'ondes réfléchi $S\uparrow$[W/m^2] est la part du rayonnement solaire incident réfléchi à la surface. L'albédo α_{neige} [-] du manteau neigeux est une mesure de sa capacité à réfléchir le rayonnement incident. Par exemple, pour de la neige fraîche, l'albédo est d'environ 0.9, ce qui signifie que 90% du rayonnement solaire incident est renvoyé. Le rayonnement solaire net S_n à la surface du manteau neigeux est la différence entre les deux composantes $S\downarrow - S\uparrow$.

Le rayonnement de grandes longueurs d'ondes neigeux $L\uparrow$

Le rayonnement de grandes longueurs d'ondes émis par la surface du manteau neigeux $L\uparrow$ [W/m^2] est issu de la loi de Stefan-Boltzmann et est exprimée par la relation :

$$L\uparrow = \epsilon_{neige,s}\sigma T^4_{neige,s} \tag{5.2}$$

Où $\sigma = 5.67 * 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$est la constante de Stefan-Boltzmann, $\epsilon_{neige,s}$ [-] l'émissivité de la neige de surface, et $T_{neige,s}$ est la température de surface du manteau neigeux. Cette expression met en évidence la très forte dépendance de $L\uparrow$ à la température de la neige en surface. L'émissivité de la neige étant très proche de 1, nous omettrons volontairement ce terme par la suite.

Le rayonnement de grandes longueurs d'ondes atmosphérique $L\downarrow$

Le rayonnement de grandes longueurs d'ondes émis par l'atmosphère $L\downarrow$ [W/m^2] :

$$L\downarrow = \epsilon_a \sigma T^4_a \tag{5.3}$$

On note ε_a l'émissivité de l'air. De la même manière, cette composante est fortement dépendante de la température de l'air T_a. Etant donné le profil décroissant de T_a dans l'atmosphère, cette composante décrit principalement le rayonnement émis par les basses couches de l'atmosphère. Dans des conditions sans nuages, 60% de l'émission atmosphérique provient des premiers 100 mètres d'atmosphère et 90% provient du premier kilomètre d' atmosphere ou de la distance avec les nuages, si nuages il y a (*Ohmura*, 2001). Le rayonnement de grandes longueurs d'ondes net L_n émis par l'atmosphère en direction du manteau neigeux est la différence des deux composantes $-L\uparrow + L\downarrow = \sigma(\varepsilon_a T^4_a - T^4_{neige,s})$. Le bilan radiatif net R_n à la surface du manteau neigeux s'écrit alors :

$$R_n = S_n\left(\alpha_{neige}, i_{incid}, ...\right) + L_n\left(\varepsilon_a, T_a, T_{neige,s}\right) \tag{5.4}$$

Il est important de rappeler que nous envisageons de travailler à l'échelle journalière. A cette échelle de temps, les conditions atmosphériques et l'angle d'incidence varient fortement, tout comme la température de l'air et de la surface de la neige. Par ailleurs, l'albédo de la neige n'est pas le même pour de la neige fraîche et poudreuse que pour de la neige tassée, mais varie d'environ 0.9 pour de la neige fraîche à environ 0.2 pour une « vieille » neige tassée, par changement de structure cristalline des flocons de neige (*Wiscombe et Warren*, 1980) et par mélange avec des aérosols (*Warren et Wiscombe*, 1980). Passons à présent au bilan énergétique. Il se compose des flux turbulents, conductif et géothermique.

5.2.2. Flux turbulents

Le flux de chaleur latente LE

Le flux de chaleur latente LE [W/m²] (e.g. *Dadic et al.*, 2013) est le seul flux d'énergie associé à un transfert de masse (il couple les deux bilans) et rend compte de l'énergie employée lors des changements de phase de l'eau par l'évaporation, par la sublimation et par la formation de givre en surface. Si, la sublimation et la formation de givre (condensation solide) en surface sont jugées négligeables dans les bilans de masse, l'énergie associée à leurs changements de phase est toutefois prise en compte dans le calcul de ce flux car la chaleur latente de sublimation/condensation solide est environ huit fois plus grande que la chaleur latente de fusion. En particulier, lors de la formation de givre, le flux de chaleur est orienté vers le manteau. La chaleur latente est contrôlée par la vitesse du vent U_{vent} à proximité du manteau et par la différence de pression partielle de vapeur d'eau entre la surface du manteau $e_{neige,s}$ et les basses couches e_a de l'atmosphère. A la surface du manteau, ce flux s'exprime par la relation suivante :

$$LE = \frac{\rho_a L_{sub}}{r_{aero}(U_{vent})} (e_{neige,s} - e_a) \tag{5.5}$$

Où L_{sub} est la chaleur latente de sublimation ($L_{sub} = 2.834.10^6 J.kg^{-1}$) et $\rho_a[kg/m^3]$ est la masse volumique de l'air, et où r_{aero} est la résistance aérodynamique du manteau fonction notamment de la vitesse du vent. Ce flux peut jouer un rôle important dès lors que le climat est très sec (e.g. *Wagnon et al.*, 1999).

Le flux de chaleur sensible H

Le flux de chaleur sensible H [W/m²] (e.g. *Dadic et al.*, 2013) rend compte de l'énergie gagnée ou perdue par le manteau par convection et conduction turbulente dans l'air. C'est un flux qui dépend de la résistance aérodynamique du manteau r_{aero} et qui est essentiellement contrôlé par

la vitesse du vent U et la différence de température entre la température de surface $T_{neige,s}$ et la température des basses couches de l'atmosphère T_a. A la surface du manteau, ce flux s'exprime par la relation suivante :

$$H = \frac{\rho_a c_a}{r_{aero}(U_{vent})} (T_{neige,s} - T_a) \tag{5.6}$$

Où c_a[J/kg/K] est la capacité thermique massique de l'air.

La température de surface de la neige est le plus souvent inférieure à celle de l'air et les échanges turbulents de chaleur sensible contribuent généralement à réchauffer le manteau neigeux.

5.2.3. Autres Flux

Flux géothermique G

A l'interface avec la roche ou avec le sol, le manteau neigeux est soumis au flux géothermique G [W/m^2]. Etant donné la faible quantité d'énergie apportée par ce flux (le flux moyen à la surface des continents est de 65 mW/m^2), nous négligerons par la suite cet apport d'énergie, bien qu'il a été montré que la fonte sous-glaciaire, et notamment la formation d'une nappe dans un aquifère sous le glacier, peut contribuer à augmenter ce flux (*Clarke et al.*, 1984).

Flux conductif φ

Le bilan d'énergie global en surface se traduit par un flux de chaleur se propageant en profondeur par conduction thermique φ [W/m^2] dans le manteau neigeux. La conduction thermique est régie par la loi de Fourier (*Fourier*, 1822) qui stipule que ce flux de chaleur est proportionnel et s'oppose au gradient de température généré entre la température de surface $T_{neige,s}$ et la température moyenne du manteau T_{neige} :

$$\varphi = -k_{neige} \frac{dT_{neige}}{dz} \tag{5.7}$$

Où k_{neige} est la conductivité thermique de la neige. Tout comme pour l'albédo, la conductivité thermique k_{neige} de la neige n'est pas la même pour de la neige fraîche et poudreuse que pour de la neige tassée. On comprend bien qu'une neige compacte, remplie d'eau de surcroît, est plus conductrice thermiquement que de la neige fraîche remplie d'air, plus isolante. Cette variation est sensible puisqu'il a été observé une relation entre la conductivité de la neige k_{neige} et le carré de sa masse volumique ρ_{neige} (*Yen*, 1962). A l'échelle journalière, ce flux intègre la variation périodique diurne de la température de surface et se propage sur une épaisseur caractéristique z_{actmax}, appelée l'épaisseur thermiquement active maximale pour laquelle la variation diurne se

propage. Les observations montrent que les oscillations journalières de la température de surface se propagent typiquement sur une épaisseur thermiquement active de 7 à 15 cm (*Gerdel*, 1948).

Apport d'énergie contenu dans les précipitations U_{prec}

Le flux d'énergie U_{prec} [J/m^2] traduit le transfert de chaleur apportée par convection par les précipitations liquides et solides entrant dans le manteau ainsi que le regel de la pluie au sein du manteau et s'exprime par :

$$U_{prec} = T_a \left(c_{sol} P_{sol} + c_{liq} P_{liq}\right) + L_f P_{liq} \tag{5.8}$$

Où L_f est la chaleur latente de fusion ($L_f = 0.334.10^6 J.kg^{-1}$ à 273.15 K) et où c_{sol} et c_{liq} sont respectivement la capacité thermique massique de la glace et de l'eau liquide ($2.11.10^3$ et $4.18.10^3$ $J.kg^{-1}.K^{-1}$).

5.2.4. Bilan d'énergie en surface et global

Avant de passer au bilan d'énergie global, il est nécessaire de déterminer la température de surface du manteau $T_{neige,s}$ afin de savoir si un changement de phase supplémentaire s'opère par la fonte ou non. Le bilan d'énergie à la surface du manteau neigeux s'écrit :

$$R_n = \varphi + H + LE \tag{5.9}$$

Si on connaît tous les termes, ce bilan permet de résoudre la température de surface $T_{neige,s}$ du manteau neigeux. La résolution de la température de surface conditionne alors l'apport d'énergie au sein du manteau neigeux. La fonction d'état du manteau associée au bilan d'énergie global est l'énergie interne U exprimé en $J.m^{-2}$. Cette variable d'état extensive caractérise l'énergie du manteau à un endroit et à un instant donné. Deux cas de figures se présentent alors.

Si la température de surface $T_{neige,s}$ est inférieure à la température de fonte (273.15 K), l'évolution de l'énergie interne est le flux de chaleur conducto-convectif entrant et le bilan d'énergie global du manteau neigeux est :

$$dU = \varphi dt + U_{prec} \tag{5.10}$$

Si la température de surface $T_{neige,s}$ égale la température de fonte, le flux conductif disparaît et le bilan d'énergie global du manteau neigeux devient :

$$dU = R_n dt - H dt - LE dt + U_{prec} \tag{5.11}$$

auquel cas l'énergie ΔU apportée en excès est transférée par percolation au sein du manteau, ce qui génère de la fonte F [mm] par la relation suivante :

$$F = \frac{\Delta U}{L_f \rho_{eau}} \tag{5.12}$$

Où ρ_{eau} est la masse volumique de l'eau liquide. La quantité de fonte F renseigne alors l'infiltration I dès lors que le manteau arrive à saturation en eau liquide. La percolation peut jouer un rôle dans le bilan d'énergie par des cycles successifs de fonte/regel au sein du manteau (e.g.*Morris et al.*, 2010), mais ces cycles seront négligés par la suite. D'après l'Eq. 5.12 la composante de fonte nivale est contrôlé au travers des différentes composantes du bilan d'énergie global par l'albédo, les conditions atmosphériques et topographiques, et surtout par la température de l'air à la puissance 4. Justement, au premier ordre, le contrôle le plus important de la fonte est le rayonnement de grandes longueurs d'ondes émis par l'atmosphère, suivi par le contrôle de l'ensemble du bilan radiatif (*Ohmura*, 2001). Etant donné la décroissance du profil de température avec l'altitude, l'effet de l'altitude va alors se traduire sur la variabilité spatiale du manteau neigeux à l'échelle d'un versant de montagne par plus de précipitations neigeuses à très haute altitude et par plus de fonte à très basse altitude. Comme pour le champ de précipitation, le deuxième contrôle majeur de l'organisation spatiale du manteau est d'ordre topographique (pente, exposition du versant, couvert végétal, ...) (*Adams*, 1976; *Lauriol et al.*, 1986).

De manière générale, la géométrie du manteau neigeux à l'échelle du bassin versant va dépendre de la distribution spatiale des différentes composantes du bilan de masse et d'énergie que nous venons de mettre en évidence. Examinons maintenant ce qui contrôle l'évolution de la géométrie du manteau neigeux (la variabilité temporelle).

Au-delà de l'évolution des conditions météorologiques et climatiques, nous avons évoqué deux propriétés du manteau susceptibles d'évoluer significativement à l'échelle journalière :

- l'albédo α_{neige}, dont nous avons dit qu'il évoluait par déformation cristalline des flocons de neige en surface, puis par la présence progressive d'aérosols.
- la conductivité thermique k_{neige} dépendant fortement de la masse volumique ρ_{neige} du manteau neigeux, une grandeur qui évolue également au cours du temps. On comprend bien que de la poudreuse n'a pas la même masse volumique que de la neige de printemps.

L'évolution de ces deux grandeurs se répercute sur la quantité de fonte générée en particulier, et sur le bilan de masse en général. Si ces propriétés évoluent, c'est parce que le manteau neigeux se déforme sur toute la colonne de neige, ainsi qu'en surface.

5.3. Loi de déformation

Le manteau neigeux est un « matériau » qui se déforme. *Gray et Morland* (1995) identifient les deux principaux processus de déformation :

- une phase initiale de métamorphisme
- une phase mécanique associée au métamorphisme

La phase initiale de métamorphisme a lieu dans la foulée du dépôt de neige fraîche à faible densité en surface et correspond à la rupture des branches des flocons de neige au sein du manteau. Ce processus est catalysée essentiellement par la température (*Anderson*, 1976; *Jordan*, 1991).

La deuxième composante de la compaction est mécanique et métamorphique et se traduit à l'échelle microscopique par la réduction irréversible des pores au sein du manteau soumis au poids de la colonne de neige sus-jacente. A l'échelle macroscopique, cela traduit la propriété compressible du matériau. Sur le long terme (typiquement d'ordre annuel), ce processus correspond à la réorganisation progressive de la structure cristalline de la neige vers la glace.

Il a été observé que, suite à une charge d'accumulation de neige en surface, le profil de masse volumique de la neige évolue à des vitesses différentes selon la profondeur (*Sorge*, 1935, 1938). Cette observation suggère la nature visqueuse (la nature irréversible du processus exclut une réponse purement élastique) de la neige et traduit le fait que le poids de la colonne de neige est accomodée par des forces visqueuses. *Mellor* (1975) observe par ailleurs que la neige se déforme sous l'effet d'une contrainte sans observer de relaxation (pas de retour vers l'état initiale). Ce type de réponse est caractéristique d'un matériau viscoélastique.

D'après ces remarques préliminaires sur la déformation conjointe mécanique par compaction et métamorphique du manteau, *Kojima* (1967) propose d'appliquer le modèle de matériau visqueux à la neige :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_{neige}}{\eta} \tag{5.13}$$

Où $\dot{\varepsilon}$ $[.s^{-1}]$ est le taux de déformation du manteau soumis à une contrainte σ_{neige} [Pa] et où η [Pa.s] ($\eta = 8.48$ MPa.s à 0°C) est la viscosité compressive de la neige. Cette formulation traduit le caractère visqueux de la neige. Les propriétés élastiques du matériau sont négligées par cette loi car elles n'interviennent qu'en réponse directe à une accumulation, sur une courte échelle de

temps. Etant donné la neige est un matériau compressible, elle se déforme sous le poids de la colonne de neige sus-jacente. La contrainte moyenne sur la colonne de manteau est :

$$\sigma_{neige} = \frac{1}{2}\left(gSWE\right) \tag{5.14}$$

Où g est la constante d'accélération de la pesanteur (g=9.81 m/s²). Le facteur $\frac{1}{2}$ provient du fait que la réaction du sol est similairement opposée. La déformation moyenne de la colonne due à la compression est :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\rho_{neige}} \frac{d\rho_{neige}}{dt} \tag{5.15}$$

Combinant Eq. 5.13, Eq. 5.14 et Eq. 5.15, on obtient la loi de déformation suivante :

$$\frac{d\rho_{neige}}{dt} = \rho_{neige} \frac{gSWE}{2\eta} \tag{5.16}$$

Cependant, la viscosité de la neige n'est pas constante mais évolue en fonction de la température (comme pour tout fluide) et en fonction de la contrainte appliquée (on parle alors de fluide non-newtonien). *Kojima* (1967) propose alors un modèle de viscosité de la neige η à l'échelle de la colonne en fonction de sa masse volumique ρ_{neige} et de sa température T_{neige} :

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{\rho_{neige}}{\rho_0} + T_0\left(\frac{1}{T_{neige}} - \frac{1}{T_{fonte}}\right)\right) \tag{5.17}$$

Où η_0 [Pa.s] (estimée entre 5 et 14 MPa.s) est la viscosité de la neige fraîche et ρ_0 $[kg.m^{-3}]$ (estimée à environ 50 $kg.m^{-3}$) est une masse volumique caractéristique de l'augmentation de la viscosité avec la masse volumique de la neige tel que $\rho_0 = \frac{\Delta\rho_{neige}}{\Delta \ln(\eta)}$. T_0 [K] (estimée à 2600-4600 K) est la pente caractéristique de la variation de la viscosité de la neige avec l'inverse de la température moyenne du manteau neigeux tel que $T_0 = \frac{\Delta \ln(\eta)}{\Delta\left(\frac{1}{T_{neige}}\right)}$. Selon cette formulation, la viscosité de la neige augmente en fonction du poids de la colonne de neige.

A très haute altitude, où les températures sont favorables à la survie du manteau et où les contraintes dues à la hauteur de la colonne de neige sont importantes, la structure cristalline de la neige se déforme jusqu'à devenir progressivement des cristaux de glace. Macroscopiquement, on passe alors d'un matériau compressible à incompressible, ce qui accompagne un changement de comportement mécanique.

Cette loi de déformation est intéressante pour la détermination de la hauteur de la colonne de neige $HTN = \frac{SWE}{\rho_{neige}}$, dont la mesure est souvent disponible par un réseau de perches à neige.

Regardons à présent, à la lumière de cette description thermodynamique de l'évolution du manteau neigeux et des premiers objectifs énoncés, comment est représenté le manteau neigeux dans les modules de neige de modèles hydrologiques.

6

Représentation du manteau neigeux dans les modèles hydrologiques

Depuis les premières études du Corps des Ingénieurs de l'Armée Américaine dans les années 50 (*USACE*, 1948) sur le manteau neigeux, de nombreux modules de neige ont été développés et les principaux obstacles de modélisation ont été identifiés. Il ne s'agit pas dans cette partie de faire une review des modules de neige mais de saisir quels sont les variables, les paramètres et la discrétisation spatiale d'intérêt à notre cadre d'étude de manière à aboutir à une structure parcimonieuse d'un module de neige pour l'étude d'un bassin versant.

Des modèles multi-couches ont été développés (*Boone et Etchevers*, 2001; *Loth et Graf*, 1998; *Lynch-Stieglitz*, 1994) mais nous nous cantonnerons à l'approche mono-couche plus parcimonieuse.

Dans la section précédente, nous avons identifié trois processus majeurs, que sont l'accumulation, la compaction et la fonte et une variable d'état caractérisant la géométrie du manteau : le SWE. Chacune de ces composantes a déjà été longuement explorée dans la littérature et il convient d'en glaner les concepts qui nous intéressent pour cette étude.

6.1. Module d'accumulation de neige

Un module d'accumulation neigeuse est forcé par un champ météorologique spatialisé à l'échelle du bassin versant. La composante d'accumulation nivale est générée directement à partir de l'information pluviométrique (on néglige les redistributions locales par effet de vent et d'avalanches) conditionnée par l'information thermométrique et peut être modélisée par :

- L'utilisation d'une unique température seuil. Au-dessus de cette température, les précipitations sont liquides ; en-dessous elles sont solides. Ce seuil peut etre fixé ou calibré pour chaque bassin (*Anderson*, 1973). Certains auteurs ont même introduit une variation saisonnière du seuil pour rendre compte des conditions climatiques (*Martinec et al.*, 1998; *Kienzle*, 2008).
- La détermination d'un intervalle de température, basé sur les observations (*USACE*, 1948) et pour lequel un mélange pluie-neige est possible. Auquel cas, il est nécessaire de prescrire la manière dont la fraction neigeuse évolue avec la température. Les bornes de l'intervalle peuvent elles aussi être sujets à prescription (typiquement [-1,3]°C) ou bien laissés libres.

La détermination de l'accumulation du manteau neigeux est donc intimement liée au problème de spatialisation des précipitations décrit plus tôt. Dans ce contexte, l'information pluviométrique peut directement être relayée dans le modèle de spatialisation par de l'accumulation neigeuse mesurée (en mwe) par des nivomètres. Néanmoins, la mesure de l'accumulation neigeuse s'accompagne de nombreuses incertitudes. Parmi ces incertitudes, la plus évoquée est sans doute celle liée à la sous-captation de la mesure, liée à l'emplacement de l'instrument et aux effets de vent. Ce phénomène, déjà connu des pluviomètres, est encore plus perceptible pour la neige et diverses corrections sont apportées aux mesures afin de prendre en compte cet effet, par le biais de mesures complémentaires au sol (*Sevruk*, 1982, 1992; *Gottardi*, 2009), ou par l'introduction d'un facteur correctif lié au vent (*Yang et al.*, 1998). En plus de l'incertitude liée à la mesure s'ajoute l'incertitude liée au choix même de l'instrument de mesure, qui est d'autant plus grande pour les appareils de mesure de la neige (*Burt*, 2010). De la même manière, le module d'accumulation va dépendre de la qualité du réseau d'observations thermométriques, pour lequel certaines précautions sont à prendre comme le fait que les capteurs ne doivent pas être exposés au soleil pour ne pas être sujets au rayonnement et doivent être localisés dans des sites dégagés.

En pratique, l'information de température couplée à l'information pluviométrique permet de spatialiser les précipitations pluvieuses et neigeuses à l'échelle du bassin. A l'issue de cette étape, la partition P_{sol} et P_{liq} est ainsi réalisée à l'échelle du bassin. Reste à modéliser la composante de fonte pour décrire le bilan de masse à l'échelle du bassin.

6.2. Modules de fonte nivale

La seule sortie du bilan de masse que nous souhaitons représenter est la composante de fonte nivale (correspondant à I en figure 5.1). Dans la littérature, on distingue deux types de représentation de cette composante dans les modules de neige (*Hock*, 2005) :

- les modèles à base physique basés sur le bilan d'énergie du manteau neigeux présenté au chapitre précédent.
- les modèles degrés-jour, plus parcimonieux et calibré par un unique paramètre.

La première approche cherche à être fidèle au schéma de description présenté en section précédente. Le nombre de variables et de paramètres en jeu nécessite un réseau de mesures adapté permettant de déterminer chaque composante du bilan d'énergie. Certaines études bien instrumentées ont permis de résoudre le bilan d'énergie appliqué à la fonte des neiges (*Ohmura*, 1982; *Braithwaite et Olesen*, 1990), mais dans la grande majorité des bassins, les mesures des flux radiatifs ou des flux turbulents sont indisponibles. C'est la raison pour laquelle, beaucoup d'études se sont tournées vers une alternative plus accessible et moins complexes d'emploi : les modèles degrés-jour.

Les modèles degrés-jour découlent de l'hypothèse de linéarité entre la température de l'air T_a et la fonte journalière des neiges I_j, dès lors que la température de l'air est positive (il n'y a pas de fonte autrement). Cette linéarité a été empiriquement observée au Groenland (*Braithwaite et Olesen*, 1989) selon :

$$\begin{cases} I_j = DDF_{neige} T_a, & T_a > 0 \\ I_j = 0, & T_a \leq 0 \end{cases} \tag{6.1}$$

Où DDF_{neige} est le facteur degrés-jour de la neige (DDF_{neige} varie de 2.5 à 11.6 mm/j/K (*Hock*, 2003)). Cette observation est cohérente avec le fait que l'émission de grandes longueurs d'ondes de l'atmosphère soit le contrôle majeur de la fonte à un instant donné, dans beaucoup d'environnements différents. Une base théorique de cette proportionnalité a d'ailleurs été proposée par *Ohmura* (2001). Par cette hypothèse, on suppose également que la variabilité de la composante de fonte, est ainsi contrôlée par la variabilité de la température de l'air.

En pratique, le modèle degrés-jour est employé préférentiellement, notamment pour les modèles hydrologiques opérationnels, et ce pour deux raisons principales : il ne nécessite que la température journalière en données d'entrée, dont la spatialisation est jugée fiable, la prescription (ou la calibration) d'un seul paramètre (appelé le facteur degrés-jour) et il est simple d'utilisation (*Hock*, 2003). Néanmoins, le modèle degrés-jour se heurte rapidement à certaines réalités physiques :

- Une première insuffisance est que le manteau neigeux peut fondre même lorsque les températures sont négatives. C'est le cas notamment dans les Andes (*Wagnon et al.*, 1999).
- Une seconde insuffisance est que la variabilité de la fonte n'est pas nécessairement contrôlée par la variabilité de la température de l'air. Pour illustrer cela, une étude (*Sicart et al.*, 2008) a comparé l'énergie disponible à la fonte journalière, tel que décrit dans le bilan d'énergie global, ainsi que les différentes composantes du bilan d'énergie à la température journalière de l'air, pour trois glaciers (nous verrons que la composante de fonte glaciaire présente les mêmes mécanismes que pour la neige) d'environnements différents : un glacier andin à 5050 m, un glacier alpin à 2760 et un glacier suédois à 1370 m. L'étude montre que la variabilité de la fonte est contrôlée par la variabilité des flux turbulents H et LE pour le glacier suédois, eux-mêmes corrélés à la température de l'air, auquel cas, le modèle degrés-jour peut convenir. Pour les glaciers alpins et andins, en revanche, l'étude montre que la variabilité de la fonte est contrôlée par la variabilité du rayonnement de courtes longueurs d'ondes, qui n'est pas corrélé avec la température de l'air, auquel cas le modèle degrés-jour n'est pas utilisable. La corrélation avec la température de l'air est déterminée pour le glacier français mais par un effet indirecte (par apport diurne d'air chaud depuis la vallée) ce qui n'est pas nécessairement le cas des autres glaciers alpins. La tendance semble montrer qu'à très haute altitude, c'est surtout la variabilité courtes-ondes S_n qui contrôle la fonte. Il faut donc être prudent quant à l'utilisation du modèle degrés-jours hors de son cadre de validation.
- Une troisième insuffisance est que les trajectoires de calibration offrent des résultats très différents, ce qui potentiellement risque de peser sur la robustesse du modèle. Illustrons cela avec la figure 6.1 :Supposons qu'il fasse 5°C en moyenne sur trois mois de printemps à un endroit donné. Sans information nivale, la gamme de facteurs degrés-jour génère une gamme de fonte entre environ 10 mm/j et 60 mm/j, ce qui sur trois mois s'étend de 900 mm à 5400 mm, ce qui est une différence considérable. Toutefois, l'Eq.6.1 est une loi linéaire par morceaux, et pour une telle loi, une seule observation nivale est suffisante pour calibrer une droite de fonte (par exemple à 7 mm/j/K sur la figure) et l'ensemble du module de neige (si les paramètres d'accumulation sont prescrits), mais la question de la spatialisation de la fonte se pose alors, notamment à très haute altitude où les mécanismes de fonte sont différents.

Pour ces trois limitations, nous nous orientons vers la représentation explicite des composantes du bilan de masse et d'énergie. Comme le suggère le bilan d'énergie, la fonte nivale est dépendante des propriétés de la neige. Or, certaines de ses propriétés, comme l'albédo ou la conductivité thermique, évoluent vers des propriétés proches de la glace. Afin de simuler l'évolution des propriétés de la neige vers celles de la glace, et donc l'évolution de la composante de fonte, une loi de compaction est envisagée, pour laquelle la masse volumique autorise le couplage avec le bilan d'énergie. De même, une loi dévriant l'évolution de l'albédo est envisagée.

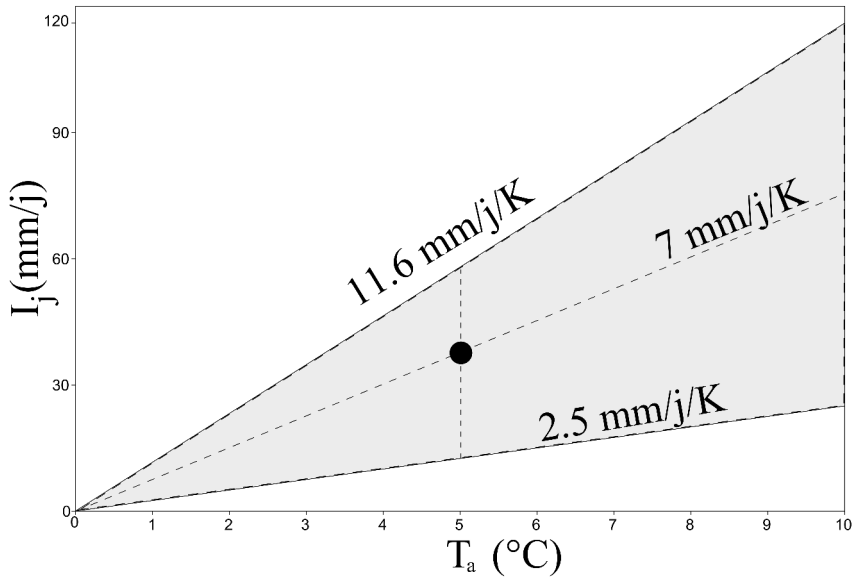


FIGURE 6.1. – Intervalle de fonte nivale contraint par la gamme de facteur degrés-jour. Une unique information nivale permet de calibrer une trajectoire de fonte.

6.3. Discrétisation et Validation

6.3.1. Discrétisation spatiale

Afin de prendre en compte, la variabilité sous-maille de l'accumulation et de la composante de fonte, il est alors nécessaire de discrétiser, une étape qui nécessite par ailleurs de désagréger le forçage.

On pourrait alors songer à discrétiser complètement le module de neige à l'intérieur de la maille, à la manière du modèle de spatialisation, à y calculer les lames de fonte, puis à réagréger les lames d'eau à l'échelle du bassin. Cette approche est toutefois très coûteuse en calcul. Etant donné le contrôle altitudinal, une discrétisation appropriée consiste à discrétiser le module par bandes d'altitudes, en tant qu'entité de calcul du module.

6.3.2. Validation

Quel que soit le module d'accumulation et de fonte choisi, un nouveau jeu de paramètres θ_{neige} est introduit. S'il n'est pas prescrit, il convient de mobiliser de l'information nivale. A cet effet, à défaut de pouvoir mesurer la fonte directement, il est important de simuler, par le biais du bilan de masse, l'information relative à l'évolution du manteau neigeux, matérialisé par la variable d'état SWE, car c'est une variable mesurable (à l'aide de perches à neige (indirectement)

ou de nivomètres à rayonnement cosmique) et peut servir à valider le module de neige dans son ensemble. Comme pour la mesure fournie par un nivomètre, cette information est ponctuelle, ce qui nécessite de valider le module neige au point. Par ailleurs, il existe une base de données de fraction du couvert neigeux (SCF), dont l'information peut être extraite à partir des données du radiomètre spectral embarqué MODIS (e.g. *Magand et al.*, 2014). Cette base de données se démarque des informations au point puisqu'elle permettrait de valider une information spatialisée, au travers de la fraction de couvert neigeux à l'échelle du bassin, une donnée également simulable par un module de neige.

En complément du module d'accumulation et de fonte, il est possible d'ajouter une loi d'évolution des propriétés du manteau, du type de la loi de compaction, qui n'interagit pas directement avec les données d'entrée ou de sortie. Cela nécessite l'introduction de variables d'état supplémentaires (la masse volumique pour la loi de compaction par exemple) et de nouveaux paramètres. Dans la perspective d'exploiter l'information glaciaire, cela semble d'autant plus pertinent de considérer une telle loi. Finalement, la structure globale d'un module de neige est la suivante figure 6.2 :

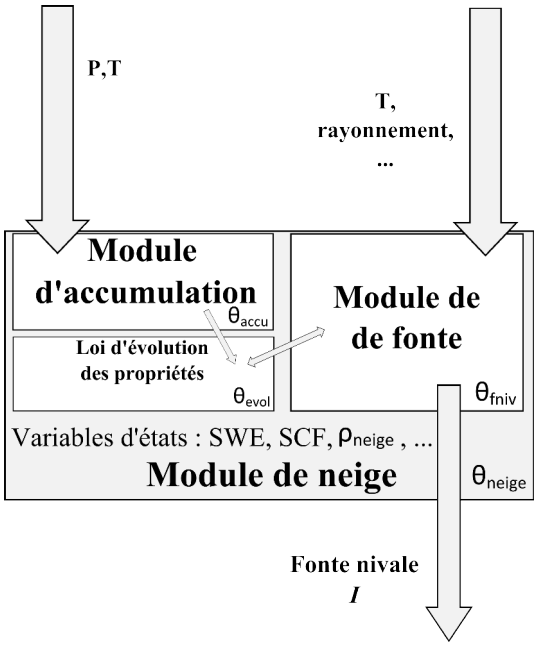


FIGURE 6.2. – Schéma de fonctionnement global d'un module de neige. La structure globale fait invervenir successivement un module d'accumulation forcé par les précipitations-températures, puis un module de fonte forcé par des données météorologiques et de rayonnement. En complément, il est possible de modéliser l'évolution des variables d'état rendant compte de l'évolution des propriétés du manteau neigeux. Chaque compartiment est associé avec un jeu de paramètres associé : θ_{accu}, θ_{fniv} et θ_{evol}.

D'après ce schéma, on comprend alors que l'information nivale a pu permettre de contraindre l'information pluviométrique, en remarquant le fait que le manteau neigeux peut se comparer à un nivomètre géant. Elle est d'autant intéressante que c'est une mesure représentative des deux

champs de forçage à la fois. A cet effet, l'information ponctuelle d'équivalent en eau du manteau neigeux et l'information spatialisée de fraction du couvert neigeux peuvent être utilisées, chacun apportant une information différente. La fraction du couvert neigeux délimite en particulier la limite avale du manteau, ce qui est équivalent à une rangée fictive de postes d'observations à l'endroit où le bilan de masse nival s'annule. A titre d'exemple, reprenons les deux gradients orographiques et adiabatiques, cette fois associés à une évaluation conjointe d'un critère portant sur les observations poncuelles de pluie et un critère portant sur les observations ponctuelles d'équivalent en eau du manteau neigeux. Dans ce cas, ces deux gradients vont s'ajuster par compromis de manière à satisfaire, et les points d'observations pluviométriques, et les mesures d'équivalent en eau. Il est difficile de savoir quelle information est la plus pertinente. Si d'un côté, les données MODIS valident un contour, cette validation est toutefois restreinte à basse altitude, tandis que des mesures d'équivalent en eau bien répartie en altitude sont susceptibles de contraindre la variabilité altitudinale.

Dans la perspective d'étudier la réponse hydro-météorologique d'un bassin versant, cette information nivale est également importante en vue de contraindre le jeu global de paramètres hydrométéorologiques et peut constituer un substitut intéressant à la validation-croisée des précipitations, localisée uniquement sur le nombre de pluviomètres de validation (souvent restreint) et n'intégrant pas l'information de température.

le choix de la variable d'évaluation est important car le support spatial dont elle est représentative n'intègre pas la même information. En effet, pour la neige, optimiser un modèle par une fonction objectif portant sur la hauteur de neige au point, n'apporte par la même contrainte que selon l'optimisation d'une fonction objectif portant sur le couvert neigeux. De la même manière, vaut-il mieux calibrer un modèle en fonction d'une information de bilan de masse local représentative du point, ou globale représentative du massif glaciaire ?

Dans l'ensemble, les modules de neige souffrent de deux insuffisances majeures :

- une insuffisance liée à la non-considération de la transformation progressive de la neige en glace (ou du moins sa considération est rare)
- une insuffisance pour la simulation des débits journaliers à long terme (sur plusieurs années). A très haute altitude, où les températures sont basses tout au long de l'année, la neige ne fait que s'accumuler générant un stock d'équivalent en eau susceptible de ne jamais atteindre l'exutoire du bassin versant.

Face à cette deuxième insuffisance notamment, l'apparition de modules de glace a commencé à voir le jour. Avant de présenter les modules de glace existant, comprenons les processus glaciaires d'intérêt pour l'hydrologie.

7

Description des processus glaciaires

Toujours en quête de parcimonie, ce chapitre a pour objectif de comprendre les principaux processus glaciaires existant au niveau d'un glacier, et ce qui contrôle leur variabilité.

L'approche thermodynamique du glacier a succédé à celle de la neige (*Streten et Wendler*, 1968; *Wendler et Streten*, 1969; *Kuhn*, 1979; *Föhn*, 1973), et s'est approfondie sur plusieurs décennies (*Hay et Columbia*, 1988; *Oerlemans*, 1992; *Wagnon et al.*, 1999; *Wheler et Flowers*, 2011; *Giesen et al.*, 2014). Tout comme pour le manteau neigeux, l'approche thermodynamique se décline également en un bilan de masse et un bilan d'énergie. Si le bilan d'énergie est similaire, le bilan de masse est décrit par une nouvelle variable, cohérente avec l'échelle de temps associée à l'évolution d'un glacier.

7.1. Bilan de masse

Les principales composantes du bilan de masse du glacier sont présentées en figure 7.1 :

Le bilan de masse du glacier est gouvernée par deux processus principaux :

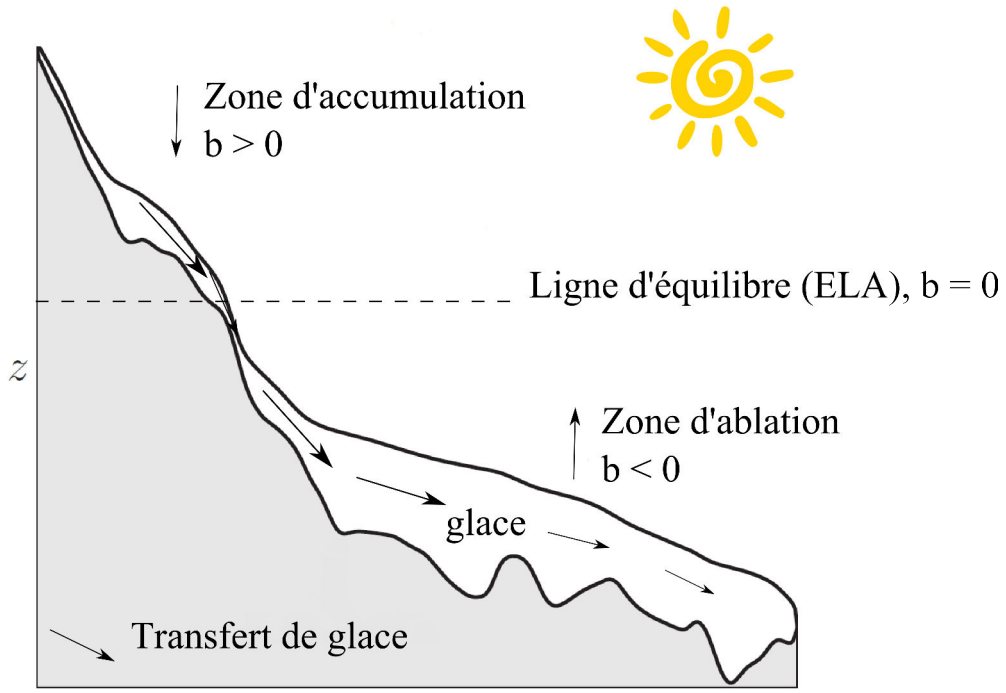


FIGURE 7.1. – Schéma des principales composantes du bilan de masse pour un glacier sur un profil montagneux.

- L'accumulation : ce processus de surface constitue un lien avec le manteau neigeux et traduit la continuité entre le manteau neigeux et le glacier. On parle d'accumulation lorsque des précipitations neigeuses P_{sol} tombent sur un glacier (même si la neige tombée n'a pas encore les propriétés mécaniques globales du glacier). Un glacier n'est donc pas constitué exclusivement de glace, mais comprend de la neige et ses états intermédiaires métamorphiques (comme le firn) en proche surface. Ce processus rend ainsi compte de l'information météorologique des précipitations solides.
- L'ablation : ce processus est similaire à la fonte du manteau neigeux, à la différence que le glacier est imperméable et qu'il fond préférentiellement en surface. D'un point de vue hydrodynamique, *Fountain et Walder* (1998) et *Ribstein et al.* (1995) présentent les principaux mécanismes de « l'hydrologie glaciaire », à savoir les mécanismes de transfert de l'eau au sein du glacier. *Fountain et al.* (2005) suggèrent que le réseau de fractures (le glacier peut avoir un comportement mécanique cassant) est le principal support principal de l'écoulement d'eau au sein du glacier tempéré.

La variable du glacier utilisée par les glaciologues est le bilan de masse local (ou net) b [mw.e.] du glacier, exprimé en mwe, et calculé par :

$$b = Accumulation - Ablation \tag{7.1}$$

Cette fonction caractérise l'excédent d'équivalent en eau accumulée (>0) ou fondue (<0) sur une période donnée et à un endroit donné du glacier. La zone d'un glacier où le bilan de masse annuel est positif est appelée la zone d'accumulation et la zone où le bilan de masse annuel est négatif est la zone d'ablation. Ces deux zones sont délimitées par la ligne d'équilibre du glacier (ELA) où le bilan est donc nul en moyenne.

Intégré à la surface S_{gl} du glacier, le bilan de masse global B $[m^3]$ fournit le bilan hydrologique à l'échelle du glacier, en tant que réservoir hydrologique, et s'écrit :

$$B = \int_{S_{gl}} b dS_{gl} \tag{7.2}$$

Une variable souvent utilisée par les glaciologues est le bilan de masse moyen $\bar{B}$ [mw.e.] défini comme étant le bilan de masse global moyenné sur l'ensemble de la surface glaciaire :

$$\bar{B} = \frac{B}{S_{gl}}$$

Comme énoncé en première partie, le glacier possède un temps de résidence annuel à pluri-annuel pour l'eau et l'évolution de son stock est percetible également sur cette échelle de temps. Défini à l'échelle de l'année, on parle de bilan de masse (local ou global) annuel (la capacité de mesure du bilan de masse a permis d'estimer un bilan de masse saisonnier, également défini dans la littérature (*Dyurgerov et al.*, 2002; *Huss et al.*, 2008a)). Etant donné que les glaciers sont très généralement étudiés en tant que témoins des variations climatiques annuelles à pluri-annuelles, c'est cette grandeur qui est le plus souvent utilisée.

Comme pour le manteau neigeux, le processus d'ablation (ou de fonte glaciaire) est contrôlé par le bilan d'énergie.

7.2. Bilan d'énergie

Les composantes du bilan d'énergie sont les mêmes que pour le manteau neigeux et sont présentées en figure 7.2 :

Notons deux différences principales provenant des propriétés de la glace :

- L'albédo de la glace α_{glace} est moins élevé que celle de la neige fraîche.
- La conductivité thermique k_{glace} est sensiblement plus importante que pour le manteau neigeux.

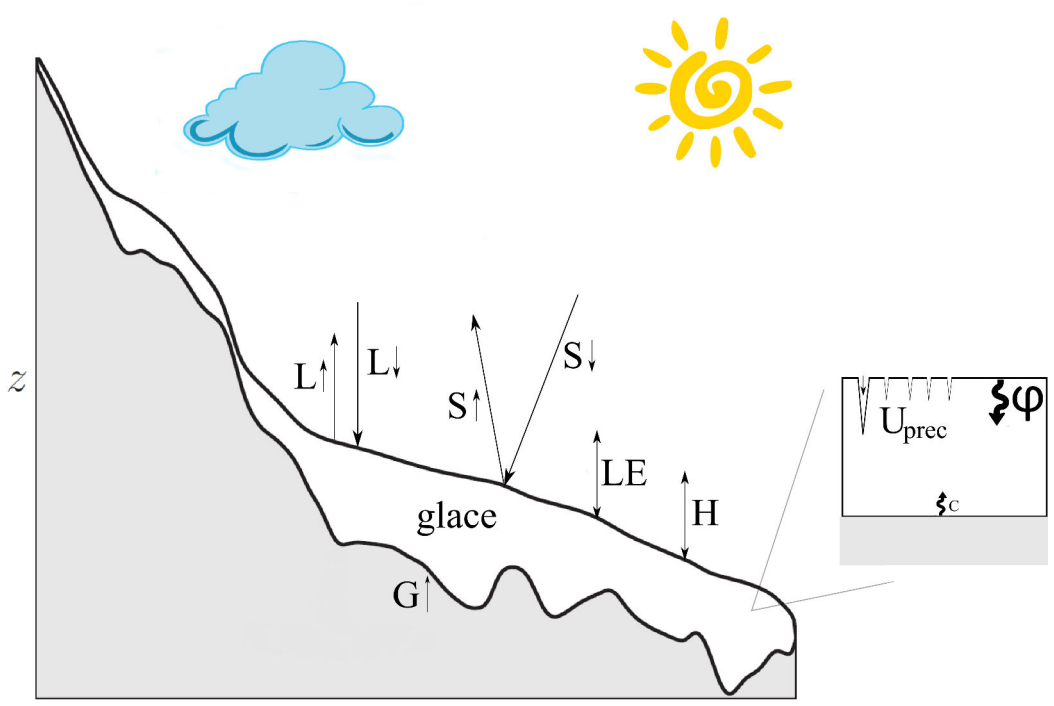


FIGURE 7.2. – Schéma des principales composantes du bilan de masse pour un glacier sur un profil montagneux.

En conséquence, l'énergie arrivant en surface du glacier découvert de neige est plus importante que pour le manteau neigeux. En contrepartie, la conductivité thermique permet au glacier de mieux répartir la chaleur à l'intérieur. Dans l'ensemble, pour des conditions climatiques similaires, la glace fond plus que la neige (*Hock*, 2003).

Comme pour le manteau neigeux, l'accumulation et l'ablation sont principalement contrôlées par l'altitude z. En conséquence, le bilan de masse local l'est également. La grande différence avec le manteau neigeux réside dans l'échelle de temps associée à la restitution sous forme de fonte de l'ensemble du stock accumulée. Si d'ailleurs cette restitution existe, c'est parce que ce stock glaciaire ne reste pas à très haute altitude, mais qu'il se déplace au sein du bassin versant.

7.3. Loi de déformation

A la différence du manteau neigeux qui disparaît s'il y a plus de fonte que d'accumulation, le glacier, lui, survit. La présence du glacier en zone d'ablation est rendue possible par le fait que le glacier se déplace, ou plutôt, selon l'échelle de temps considérée, s'écoule. Depuis le début de la glaciologie, plusieurs théories ont porté sur la dynamique des glaciers (*Rémy et Testut*,

2006), et aujourd'hui nous savons qu'un glacier s'écoule par déformation interne comme un fluide viscoplastique non-newtonien (viscosité dépend de la hauteur de glace) sous l'effet de son propre poids. En d'autres termes il flue. La déformation microscopique des critaux de glace se traduit alors par un écoulement à l'échelle du glacier. En conséquence, le glacier tend à s'écouler préférentiellement le long des plus grandes pentes des versants, ce qui met en évidence un second contrôle important, d'ordre topographique. Etant donné le profil concave des versants de montagne, on peut s'attendre à un fort contrôle topographique à très haute altitude, puis de plus en plus faible au fur et à mesure que le glacier s'écoule en aval.

7.3.1. Loi à base physique

La loi la plus utilisée décrivant ce transfert est la loi de Glen (*Glen*, 1955), reliant en tout point du glacier le taux de déformation local $\dot{\varepsilon}_{ij}$ à la contrainte locale σ_{ij} dans toutes les directions locales de l'espace :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A\tau_{dev}^{n-1}\sigma_{ij} \tag{7.3}$$

Où $n \sim 3$ est le paramètre de Glen, A est un facteur dépendant de la température (de type loi d'Arrhénius) et τ_{dev} est le second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques (la glace est considérée comme un matériau incompressible, et de fait, seules les contraintes déviatoriques (écart à la pression isotrope) génèrent de la déformation à la différence du manteau neigeux par compression). La description de l'écoulement nécessite alors la résolution de L'Eq. 7.3 en tout point du glacier. Par comparaison avec l'Eq. 5.13, il est possible d'écrire cette loi sous la forme d'un matériau visqueux :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2\eta_{gl}}\sigma_{ij} \tag{7.4}$$

Où $\eta_{gl} = \frac{1}{2A\tau^{n-1}}$ [Pa.s] peut être interprété comme la viscosité de la glace, qui cette fois diminue lorsque la contrainte augmente, à la différence du manteau neigeux. Cette relation constitutive locale est difficile à étendre à l'échelle de la colonne de glace. L'hypothèse la plus simplificatrice utilisée dans la littérature (connue sous le nom de Shallow Ice Approximation (SIA) (e.g. *Blatter*, 1995) est de considérer que la glace se déforme uniquement dans le sens principal de l'écoulement à un déplacement u et par cisaillement vertical de la colonne de glace. Par ailleurs, le SIA suppose que les contraintes imposées par les frottements latéraux avec les versants n'ont pas d'influence sur l'écoulement, auquel cas la contrainte de cisaillement vertical se réduit à (le développement est en réalité plus complexe) :

$$\sigma_{cis} = -\rho_{gl} g \left(h_{gl} - z\right) \frac{\partial h_{gl}}{\partial x} \tag{7.5}$$

Où h_{gl} est l'altitude de la surface de la glace et ρ_{gl} est la masse volumique de la glace. Dans ce cas, la loi de Glen se réduit à :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial u(x)}{\partial z} = 2A\sigma_{cis}^{n} \tag{7.6}$$

Où $u(x)$ est le déplacement de la glace le long de la ligne d'écoulement. La vitesse d'écoulement d'une colonne de glace U_{gl} s'obtient alors par intégration du déplacement sur l'ensemble de la colonne d'épaisseur H_{gl}. Dans le cas où on ne considère aucun glissement à la base et pour $n = 3$, la vitesse d'une colonne de glace dans le sens de l'écoulement est alors :

$$U_{gl} = \int_{0}^{H_{gl}} \frac{\partial u}{\partial z} dz = -\frac{A}{2} \left(\rho_{gl} g\right)^{3} \left(\frac{\partial h_{gl}}{\partial x}\right)^{2} \frac{\partial h_{gl}}{\partial x} H_{gl}^{4} \tag{7.7}$$

Cette équation est la loi de transfert locale la plus simplifiée possible pour décrire l'écoulement d'un glacier. On comprend tout de suite qu'à l'échelle d'un bassin versant, s'il est possible de faire évoluer une fraction neigeuse verticalement par l'intermédiaire de sa variable d'état SWE, ce transfert-ci est beaucoup plus délicat puisqu'il est latéral et nécessite de connaître la variabilité spatio-temporelle sous-maille de l'épaisseur de glace (et celle de sa pente). Par ailleurs, la question de l'initialisation de l'épaisseur du glacier se pose également. L'hypothèse SIA permet d'ailleurs de décrire l'évolution de l'épaisseur de glace H_{gl}, à partir de la loi de Glen, et qui obéit à une équation de diffusion :

$$\frac{\partial H_{gl}}{\partial t} = b + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(D_{gl} \frac{\partial h_{gl}}{\partial x}\right)\right] \tag{7.8}$$

où la diffusitvité D_{gl} dépend elle-même de l'épaisseur de glace :

$$D_{gl} = -\frac{2A}{5} \left(\rho_{gl} g\right)^{3} \left(\frac{\partial h_{gl}}{\partial x}\right) \left|\frac{\partial h_{gl}}{\partial x}\right| H_{gl}^{5} \tag{7.9}$$

En parallèle de cette description dynamique, des relations empiriques entre des grandeurs géométriques du glacier ont émergé.

7.3.2. Lois géométriques

Des lois empiriques basées sur les propriétés géométriques globales des glaciers ont également été utilisées. Parmi elles, la plus répandue est la loi d'échelle (*Chen et Ohmura*, 1990; *Bahr*

et al., 1997) reliant le volume du glacier V_{gl} à son aire S_{gl} :

$$V_{gl} = \alpha_b S_{gl}^{\gamma_b} \tag{7.10}$$

Où α_b et γ_b sont des coefficients à estimer à partir d'un échantillon de glaciers.

De même, la propriété géométrique de l'Accumulation-Area ratio (AAR (*Meier et Post*, 1962)) est souvent utilisée où l'on considère que le rapport entre l'aire d'accumulation du glacier S_{acc} et l'aire totale du glacier S_{gl} est constant pour une région de glaciers donnée :

$$AAR = \frac{S_{acc}}{S_{gl}} \tag{7.11}$$

Plus récemment, *Oerlemans* (2008) propose également un certain nombre de lois empiriques reliant des grandeurs géométriques du glacier.

Si de nombreuses similarités existent entre le comportement du manteau neigeux et des glaciers, la représentation des glaciers au sein des modèles hydrologiques est bien plus balbutiante.

8

Représentation des glaciers dans les modèles hydrologiques

A l'origine, ce sont d'abord des modèles de fonte glaciaire indépendants qui ont été développés. Puis, des modules de glace sont apparus afin de combler certaines insuffisances du module de neige. Par la suite, un regain d'intérêt s'est manifesté parmi les scientifiques sous la forme d'études d'impact du changement climatique (*Braun et al.*, 2000; *Willis et Bonvin*, 1995; *Singh et Kumar*, 1997) dans un contexte où les montagnes commencent à être prises en compte dans les GCM et où l'IPCC suggère que la moitié des glaciers de montagne est amenée à disparaître d'ici 2100 (*Watson et al.*, 1996). Jusqu'à présent, les modules de glace sont principalement utilisés afin de reproduire le régime hydrologique glaciaire.

8.1. Modules de fonte glaciaire

Rappelons que notre objectif est de simuler des débits journaliers à l'échelle d'un bassin versant, et ce, sur plusieurs années. Bien qu'il existe des « fonctions de transfert » conceptuelles de l'eau au sein du glacier (*Quick et Pipes*, 1977; *Gottlieb*, 1980; *Tangborn*, 1984; *Moore*, 1993; *Escher-Vetter*, 2000; *Hannah et Gurnell*, 2001) et même, certaines à base physique (prenant en compte l'organisation du réseau de fractures (*Röthlisberger*, 1972; *Shreve*, 1972; **?**; *Fountain*

et al., 2005; *Pimentel et Flowers*, 2011), nous considérerons que cette eau est évacuée à l'échelle journalière et que le processus dominant est la quantité de fonte générée tel que décrit par le bilan de masse, le bilan d'énergie et idéalement par une loi d'évolution du glacier. *Hock et Jansson* (2006) récapitulent les grandes familles de modèles de fonte. On distingue les modèles stochastiques, de type degrés-jour, et à bases physiques :

- Les modèles stochastiques : les tout premiers modèles développés sont stochastiques et proposent des régressions multiples entre le débit et les variables observées (*Lang*, 1967; *Jensen et Lang*, 1973; *Unesco et al.*, 1973). Il est montré que les variables les plus prédictrices de la fonte sont la température de l'air, l'humidité de l'air et le vent. Paradoxalement, les études de régression ont montré que le flux radiatif contribue faiblement au débit de fonte. Toutefois, la régression n'est adaptée qu'à un type de bassin pour une période donnée et les résultats s'avèrent invalides dès lors qu'on sort du cadre d'étude.

- les modèles degrés-jour : comme pour la fonte nivale, c'est la catégorie de modèles la plus employée car la plus pratique à utiliser en termes de complexité et de quantité de données. Ces modèles degrés-jour sont basés sur la même hypothèse de linéarité (*Braithwaite et Olesen*, 1989) et calibrés par le facteur degrés-jour, qui est toutefois plus élevé pour le glacier que pour la neige (*Hock*, 2005). C'est au travers du facteur degrés-jour d'ailleurs que la plupart des modèles hydrologiques distinguent la neige de la glace (un degrés-jour nival est logiquement associé à un degrés-jour glaciaire). Comme pour la fonte dans le module de neige, il faut être prudent sur l'utilisation du modèle degrés-jour hors de son cadre de validation.

- les modèles à bases physiques (e.g. *Klok et Oerlemans*, 2002) : comme pour la fonte nivale, cette catégorie cherche à simuler la fonte telle que décrite par le schéma énergétique. L'élaboration de tels modèles est plus complexe car ils nécessitent de connaître le forçage des composantes énergétiques, pas toujours accessible. Si la conductivité thermique de la glace et son albédo sont beaucoup moins variables que pour la neige, d'autres facteurs énergétiques sont à prendre en compte comme par exemple la présence de vents catabatiques à la surface des glaciers (*Van den Broeke*, 1997). Si cette approche est utilisée pour la neige, il est alors souhaitable de l'utiliser également pour le glacier étant donné la similarité et les paramètres en commun.

En pratique, le modèle degrés-jour est employé préférentiellement car, tout comme pour la représentation de la fonte nivale, il ne nécessite que la température journalière en données d'entrée, dont la spatialisation est jugée fiable, la prescription (ou la calibration) d'un seul paramètre (le facteur degrés-jour) et il est simple d'utilisation (*Hock*, 2003). Le schéma classique de modélisation consiste d'ailleurs à utiliser le modèle degrés-jour pour la neige et pour la glace. Ces deux réservoirs sont alors distingués par un facteur degrés-jour différent.

De même, ce modèle se heurte au fait que de la fonte glaciaire peut être générée pour des températures négatives (*Wagnon et al.*, 1999), que la variabilité de la fonte n'est pas nécessairement contrôlée par la variabilité de la température de l'air (*Sicart et al.*, 2008). De plus, la gamme empirique de valeurs pour le facteur degrés-jour est relativement large (de 6.6 à 20 mm/j/K (*Hock*, 2003)), ce qui autorise un large spectre de fonte glaciaire journalier, parfois peu réalistes. Par cohérence avec le choix porté sur la neige, nous nous orienterons vers une représentation décrivant explicitement le bilan de masse-bilan d'énergie, d'autant que par cette description conjointe, le « forçage » énergétique de la fonte est similaire.

8.2. Discrétisation et Validation

8.2.1. Discrétisation spatiale

Tout comme pour le manteau neigeux, le profil décroissant de la température avec l'altitude encourage une discrétisation de type bandes d'altitudes (voire même totalement distribué sur la base de la grille de spatialisation pour certains objectifs de modélisation (*Schaefli et Huss*, 2010)), en tant qu'entité de calcul du module. Du point de vue du module, il s'agit alors d'un stock glaciaire spatialisée à l'échelle de la bande d'altitude, qui peut prendre en compte un ou plusieurs glaciers, un « manteau glacé » en quelque sorte (figure 8.2). Le choix de la discrétisation est important puisque les lois géométriques glaciaires décrites précédemment sont valables pour un glacier et non pour un stock glaciaire.

8.2.2. Validation

A nouveau se pose le problème de la validation. Car si l'ajout d'un jeu de paramètre supplémentaire est satisfaisant pour reproduire le régime hydrologique glaciaire, encore faut-il valider l'ensemble du module. Des mesures de bilan de masse existent mais ne sont pas aussi répandues que les nivomètres, et encore moins que les pluviomètres, et n'ont pas la même profondeur temporelle non plus. Dans la grande majorité des cas, les modules de glace ne sont d'ailleurs pas validés (à cet égard, l'approche degrés-jour pour la glace a fait l'objet de plusieurs études de robustesse (*Carenzo et al.*, 2009; *MacDougall et al.*, 2011; *MacDougall et Flowers*, 2011; *Gurgiser et al.*, 2013)). *Konz et Seibert* (2010) soulignent notamment l'importance de l'information du bilan de masse global annuel dans la calibration d'un modèle hydrologique.

Certaines études proposent d'évaluer de manière séquentielle la simulation du bilan de masse globale en complément de l'évaluation par le débit (*Braun et Renner*, 1992; *Koboltschnig et al.*,

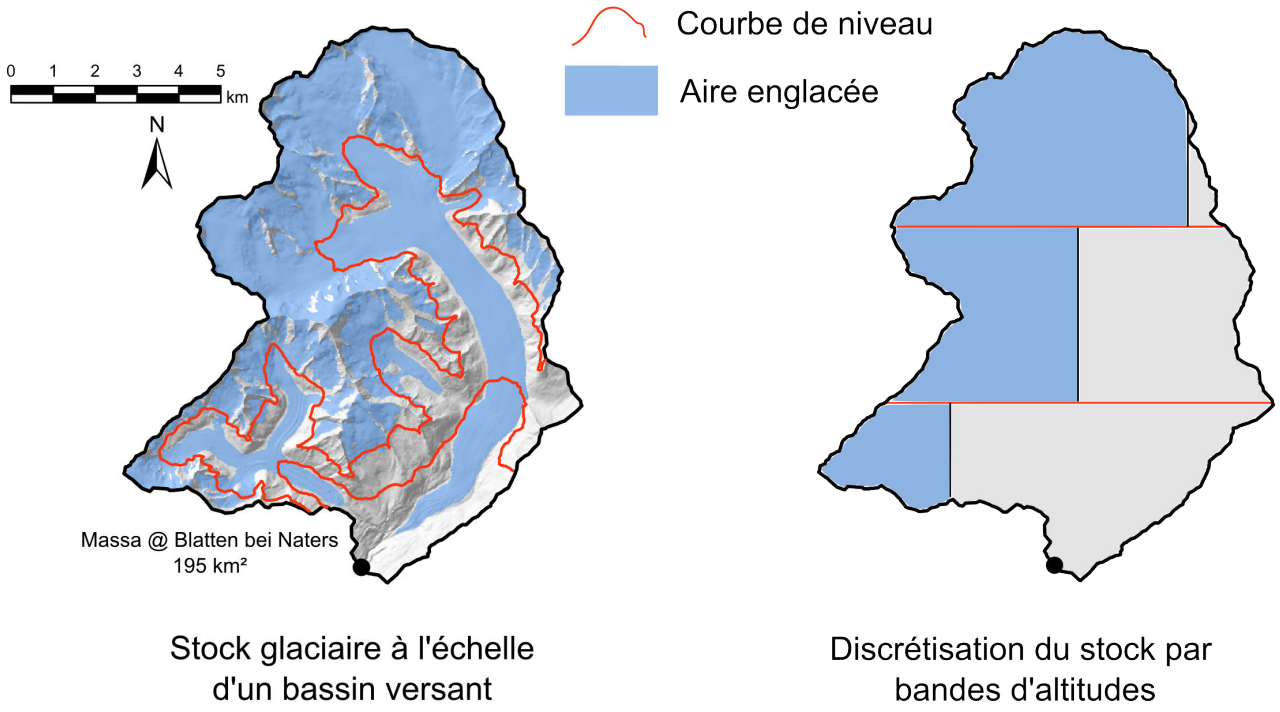


FIGURE 8.1. – Discrétisation sous-maille par 3 bandes d'altitude appliquée aux glaciers. La discrétisation regroupe la surface englacée présente dans la bande en un stock glaciaire. Ce type de discrétisation est limité lorsque l'on souhaite faire évoluer la géométrie glaciaire.

2007; *Konz et al.*, 2007). *Schaefli et al.* (2005) , quant à eux, proposent une procédure multi-objectifs permettant de valider conjointement le bilan de masse global annuel et le débit, auquel cas le facteur degrés-jour (un modèle degrés-jour est utilisé) s'ajuste alors par compromis de manière à satisfaire à la fois la mesure de bilan de masse et la mesure de débit. *Schaefli et Huss* (2011) ont réitéré cette procédure avec un jeu de données de bilan de masse local et saisonnier.

La distinction du bilan de masse local et global, annuel et saisonnier comme donnée de validation est importante car chaque type de bilan de masse apporte une contrainte au modèle selon l'information qu'elle comporte.

La structure de la quasi-totalité des modules de glace (figure 8.2) est extrêmement rudimentaire et se résume à un module de fonte disjoint d'un module d'accumulation glaciaire (qui correspond simplement à l'équivalent en eau du manteau neigeux).

D'après la figure 8.2, on comprend que l'information glaciaire peut contraindre l'information météorologique, en remarquant le fait qu'un glacier, tout comme le manteau neigeux, est un nivomètre géant, puis le bilan de masse local du glacier en retour, par calcul de l'accumulation et de la fonte locale. Cette idée d'utiliser l'information glaciaire comme proxy des précipitations régionales a notamment été exploitée par *Immerzeel et al.* (2012a), pour une étude dans laquelle

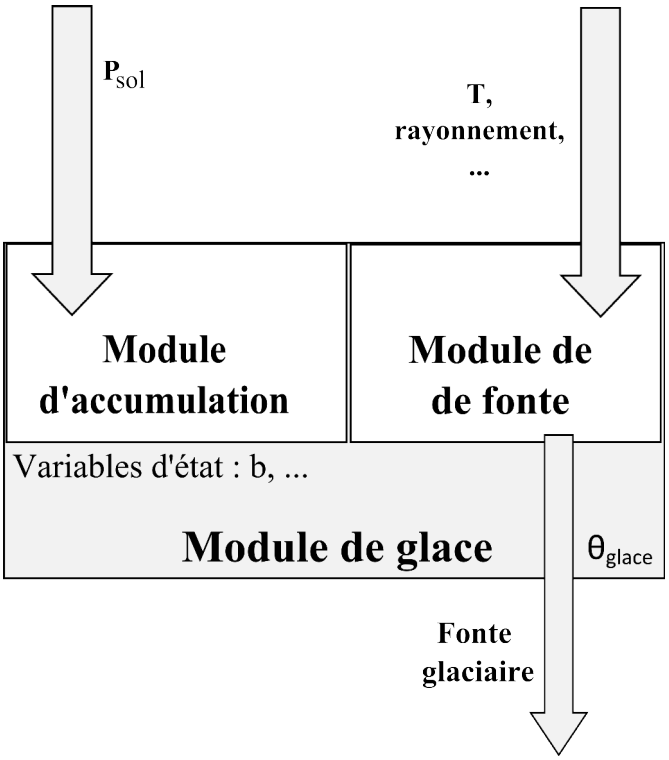


FIGURE 8.2. – Schéma de fonctionnement d'un module de glace. Seule la fonte glaciaire, associée au jeu de paramètres θ_{glace} est simulée.

les gradients de précipitation et de température régionaux moyens annuels sont calibrés par un module de glace imposant un bilan de masse annuel nul par stock glaciaire.

A titre d'exemple, reprenons les deux gradients orographiques et adiabatiques, cette fois associés à une validation conjointe portant sur les observations de neige par un critère portant sur les observations ponctuelles d'équivalent en eau du manteau neigeux, et par un critère portant sur le bilan de masse glaciaire annuel global. Dans ce cas, les deux gradients vont s'ajuster par compromis de manière à satisfaire les points d'observations de l'équivalent en eau du manteau neigeux, mesurés au cours de l'année et à satisfaire le bilan de masse global annuel du glacier, i.e. que ces gradients vont s'ajuster de manière notamment à ce que la fonte et l'accumulation glaciaire satisfassent le bilan de masse global annuel.

8.3. Lois d'évolution de la géométrie des glaciers vues par les hydrologues

Nous l'avons dit, les modules de glace ont été crées dans un premier temps afin de pouvoir pallier les lacunes du module de neige sur la simulation du débit. Pourtant, dans une perspective de modélisation pluri-annuelle, un modèle hydrologique ne doit pas juste reproduire les débits observés mais aussi reproduire la dynamique de fonte et l'évolution du stock glaciaire (*Konz et*

Seibert, 2010). Avec les retraits enregistrés par les glaciers, la contribution glaciaire à la fonte est susceptible d'évoluer d'une année à l'autre et il est possible qu'un comportement de fonte comme celui illustrée enfigure 8.3 apparaisse.

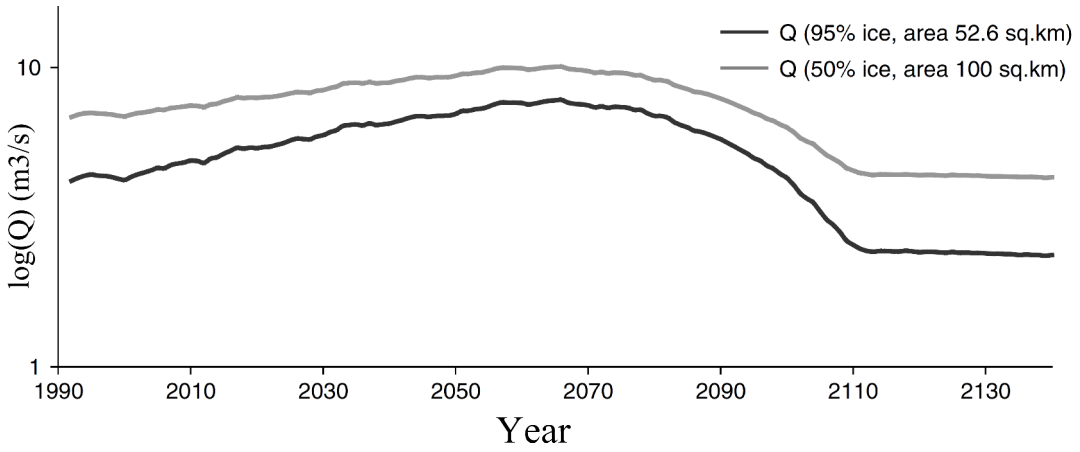


FIGURE 8.3. – Projection de la quantité de fonte d'un glacier. D'après Rees and Collins, 2006.

Ce comportement basse-fréquence de la dynamique de fonte est une signature du fait qu'un glacier n'est pas en équilibre avec le climat et traduit le fait que la zone d'ablation du glacier, i.e. la surface d'exposition préférentielle à la fonte, augmente plus vite que le retrait du glacier.

De plus, en contexte de modélisation pluri-annuelle du débit, un problème structurel du module de neige apparaît : à très haute altitude, le module de neige génère un excès d'accumulation. En conséquence, une partie du stock nival généré n'est jamais remobilisé à l'écoulement hydrologique.

Afin de pallier l'excédent d'accumulation à très haute altitude généré par le module de neige, et dans la perspective de reproduire la dynamique de fonte estivale pluri-annuelle, une dynamique de recherche s'est orienté vers une représentation plus « dynamique » des glaciers dans les modèles hydrologiques. L'évolution de la géométrie des glaciers n'a été prise en compte que récemment par certaines études. Ces études figurent dans le tableau 8.1 répertoriant tous les modèles hydrologiques utilisant conjointement un module de glace :

TABLEAU 8.1. – Liste des modèles hydrologiques utilisant un module de glace

Nom du modèle	Publications	Echelle d'espace	Echelle de temps	Evolution de la géométrie des glaciers	Module de fonte
FEST-WB	*Boscarello et al.*, 2014	Mécaniste (500 m)	Horaire	non	degrés-jour
HBV	*Hagg et al.*, 2007 *Akhtar et al.*, 2008 *Stahl et al.*, 2008 *Shahgedanova et al.*, 2009 *Hagg et al.*, 2011 *Gao et al.*, 2012 *Jost et al.*, 2012	Systémique	Journalier	oui	degrés-jour
GERM	*Huss et al.*, 2008b *Huss et al.*, 2010 *Farinotti et al.*, 2012 *Gabbi et al.*, 2012 *Huss et al.*, 2014	Mécaniste (25 m)	Journalier	oui	degrés-jour
GSM-SOCONT	*Schaefli et al.*, 2007	Systémique	Journalier	oui	degrés-jour
ITGG-2.0	*Juen et al.*, 2007	Systémique	Mensuel	non	bilan d'énergie
J-2000	*Nepal et al.*, 2014	Systémique	Journalier	non	degrés-jour
PREVAH	*Koboltschnig et al.*, 2007 *Koboltschnig et al.*, 2008	Systémique	Horaire	non	bilan d'énergie
PROMET	*Prasch et al.*, 2013	Mécaniste (1 km)	Horaire	non	degrés-jour
SNOWMOD	*Singh et al.*, 2006	Systémique	Journalier	non	degrés-jour
TOPKAPI	*Finger et al.*, 2012 *Pellicciotti et al.*, 2012	Mécaniste (250 m)	Journalier	non	bilan d'énergie
SRM	*Immerzeel et al.*, 2010 *Nolin et al.*, 2010	Systémique	Journalier	non	degrés-jour
TAC	*Konz et al.*, 2007	Mécaniste (200 m)	Journalier	non	degrés-jour
UBC Watershed	*Loukas et Vasiliades*, 2014	Systémique	Horaire	non	degrés-jour
WASIM-ETH	*Klok et al.*, 2001 *Verbunt et al.*, 2003	Mécaniste (100 m)	Horaire	non	bilan d'énergie
WATFLOOD	*Comeau et al.*, 2009	Systémique	Journalier	non	degrés-jour
?	*Rees et Collins*, 2006	Systémique	Annuel	oui	degrés-jour
?	*Immerzeel et al.*, 2012b	Systémique	Journalier	oui	degrés-jour

L'objectif de modélisation diffère d'un modèle hydrologique à l'autre et a conditionné la configuration spatio-temporelle des modèles hydrologiques du tableau et de leur module de glace en particulier. Par exemple, on comprend que la structure d'un module de glace pour la production hydro-électrique va différer d'un module de glace pour la prédiction des crues éclairs de printemps par exemple (notons la popularité du modèle degrés-jour !). Mais dès lors que l'utilisation du modèle se veut durable (typiquement pour évaluer l'impact climatique), l'évolution de la géométrie du glacier doit être prise en compte. C'est le cas du module de glace des modèles GERM, GSM-SOCONT et de deux modules expérimentaux, que nous décrivons très brièvement ci-après.

Rees et Collins (2006) proposent d'intégrer l'évolution de la géométrie du stock glaciaire en découpant le glacier en bandes d'altitude dont la quantité de glace par bande est prescrite et sur laquelle un modèle de fonte degrés-jour est appliquée. La fonction de transfert correspond à la redistribution de l'accumulation neigeuse (simulée par un module de neige) uniformément sur les différentes bandes glaciaires à la fin de chaque année. Cette formulation est intéressante car elle permet de simuler le comportement illustré en figure 8.3.

Huss et al. (2010) proposent un modèle degrés-jour couplé à une paramétrisation de l'évolution du profil d'un glacier selon une loi polynomiale empirique. Les paramètres empiriques de la loi sont calibrés sur l'évolution mesurée de certaines épaisseurs de la ligne d'écoulement principal et sur la position du front. Le bilan de masse découle ensuite des variations de l'évolution du profil intégré à l'échelle du glacier. A chaque pas de temps annuel, la géométrie du glacier se réactualise alors en fonction de cette loi. Cette approche est intéressante puisqu'elle rend possible la validation du module de glace sur une variable autre que le bilan de masse local et surtout beaucoup plus disponible en chroniques temporelles et par glacier : la longueur de front. Les profils de glaciers en revanche le sont moins.

Schaefli et al. (2007) proposent un modèle degrés-jour par bandes d'altitudes, couplé à une contrainte géométrique étant que l'accumulation-area ratio (AAR) (Eq. 7.11, *Meier et Post*, 1962) du glacier est constant. Cette contrainte sert de loi de transfert et consiste alors à redistribuer l'accumulation en excès de telle manière à ce que l'AAR soit conservé. De la même manière, les lois géométriques telles que la relation surface-volume (Eq. 7.10, *Bahr et al.*, 1997), ont été utilisées à ces fins (*Stahl et al.*, 2008).

Immerzeel et al. (2012b) proposent un modèle degrés-jour distribué couplé à une loi de transfert à base physique, basée sur la loi de glissement basal d'un glacier « plastique parfait » (*Weertman*, 1957). La composante de glissement basal peut parfois s'ajouter à la déformation interne lorsque l'interface entre le glacier et le lit rocheux est lubrifié par un film d'eau. Cette loi nécessite de prescrire l'épaisseur de glace et impose une discrétisation maillée du stock glaciaire. Néanmoins, la loi physique utilisée n'est pas représentative de l'écoulement visco-plastique des glaciers.

Les modules de glace utilisant une loi géométrique de transfert présentent deux limitations principales :

- Les lois géométriques utilisées sont issues de propriétés empiriques établies sur un large échantillon de glaciers à un instant donné et l'incertitude associée est importante. Par exemple, la détermination du volume glaciaire par la loi d'échelle est associée à un écart-type relatif significatif de 12.7% (*Farinotti et al.*, 2009). Surtout, si le comportement des lois n'est pas remis en cause, leur non-stationnarité n'est pas garanti. En d'autres termes, il n'est pas garanti que l'AAR soit le même dans 10, 20 ou 30 ans. *Adhikari et Marshall*, 2012 étudient la non-stationnarité de la loi surface-volume, et trouvent une évolution significative des coefficients de la loi dans un climat différent.

- Aussi, les lois géométriques engendrent un problème de discrétisation du stock glaciaire. Une loi d'évolution glaciaire a été construite sur un glacier et s'applique en conséquence à un glacier, et non à un stock glaciaire. Par exemple, comme le souligne *Jóhannesson* (2009), le volume de la loi d'échelle doit être obtenu en fonction de la distribution des aires glaciaires, et non de l'aire totale du stock glaciaire.

8.4. Lois d'évolution de la géométrie des glaciers vues par les glaciologues

Le décalage est gigantesque entre la représentation des glaciers dans les modèles hydrologiques et les modèles de glaciers, tels que dévelopées par les glaciologues, qui sont des outils numériques capables de modéliser la dynamique d'écoulement des glaciers. On distingue principalement, par degré de complexité décroissant :

- les modèles full-Stokes (e.g. *Gillet-Chaulet et al.*, 2012) : ce sont des modèles qui résolvent explicitement les équations de la mécanique des fluides couplée à la loi d'écoulement de Glen (Eq. 7.3).

- les modèles Shallow Ice Approximation (SIA) (e.g. *Le Meur et al.*, 2004) : ces modèles sont des versions simplifiées du cas précédent et déterminent, en tout point, la résolution de l'Eq. 7.8. Ces modèles atteignent des limites de performance lorsque les glaciers reposent sur des pentes fortes (*Le Meur et al.*, 2004).

Jusqu'à présent, aucun couplage de modèle de glaciers avec un modèle hydrologique existe. Ceci est du à plusieurs raisons dont :

- L'objectif de modélisation de l'hydrologue et le niveau de précision souhaitée. Le niveau de complexité et le temps de calcul (d'une journée à plusieurs semaines pour les Full-Stokes) des modèles de glaciers sont difficilement adaptables aux modèles hydrologiques.

L'hydrologue préfère se rabattre sur des outils parcimonieux et conceptuels étant donnée l'incertitude sur les données de forçage et la complexité des processus hydrologiques au sein du bassin versant.

- La transférabilité du modèle hydrologique. L'hydrologue développe des outils permettant de s'ajuster à plusieurs types de bassins versants, notamment non-jaugés. Les modèles de glaciers sont appliquées sur des glaciers généralement bien instrumentés et dont la géométrie est bien connue.
- Le manque de dialogue entre les différentes communautés de chercheurs. La pluridisciplinarité est rare, l'interdisciplinarité encore plus.

Toutefois, si les modèles d'écoulement glaciaire sont très perfectionnés, le bilan de masse local, quant à lui, est très incertain et très peu connu. Pourtant, la distribution spatiale du bilan de masse contrôle au premier ordre le flux de glace et l'évolution géométrique à grande échelle du glacier (*Le Meur et al.*, 2004). Par analogie avec un modèle hydrologique, on peut dire que la fonction d'un modèle glaciologique est de transformer un forçage de bilan de masse spatialisée en une géométrie de glacier (2D ou 3D). Tout comme le forçage météorologique, la spatialisation du bilan de masse local est un enjeu important en glaciologie (à une échelle de temps différente).

Tout comme pour la spatialisation des précipitations, il existe plusieurs méthodes de spatialisation du bilan de masse. On distingue :

- La méthode glaciologique : le bilan de masse est spatialisé à partir des bilans de masse locaux mesurées, de l'hypsométrie du glacier et une loi de distribution du bilan de masse avec l'altitude (linéaire le plus souvent).
- Les méthodes à base climatique : le bilan de masse local est estimée en tout point par régressions avec des grandeurs climatiques, comme le vent, la température, les précipitations hivernales, etc (*Greuell*, 1992; *Vincent et Vallon*, 1997; *Fettweis*, 2007).
- Par utilisation d'un modèle d'accumulation (spatialisation des précipitations solides) et de fonte (degrés-jour ou à bases physiques) : à titre d'exemple, le modèle de réanalyses des précipitations SAFRAN a été couplé avec le modèle de neige CROCUS, adapté aux propriétés d'un glacier, afin de reconstruire les bilans de masse locaux du glacier (*Gerbaux et al.*, 2005; *Le Meur et al.*, 2007).
- La méthode à base hydrologique : le débit mesuré en aval d'un glacier permet de déterminer le bilan de masse global par l'intermédiaire du bilan hydrologique (e.g. *Kaser et al.*, 2003).
- Les méthodes par télédétection : la photogrammétrie (*Quincey et al.*, 2014), les mesures géodésiques (*Farinotti et al.*, 2014), etc, renseignent également sur le bilan de masse à l'échelle de la résolution de la mesure satellitaire.

Le cadre hydro-météorologique est favorable à la mise en oeuvre l'approche mixte de reconstruction du bilan de masse local par l'utilisation d'un modèle d'accumulation et de fonte couplée à l'utilisation de l'information hydrologique. C'est ce que nous proposerons notamment de mettre en oeuvre dans la prochaine partie.

Synthèse et énoncé des objectifs de recherche

Dans cette partie, nous avons vu que le contexte de modélisation des environnements montagneux encourage fortement à la parcimonie. Nous avons choisi une approche de modèle hydrologique à réservoirs conceptuels, associée au concept de bassin versant et forcé par un champ de précipitations et de températures reconstuit par interpolation d'observations météorologiques. Les incertitudes majeures identifiées sont l'incertitude liée au forçage des précipitations et l'incertitude liée à l'estimation des paramètres calibrés, spécifique du choix de modélisation. Si ces incertitudes n'empêchent pas de simuler correctement le débit par calibration du modèle sur une période donnée, elles sont susceptibles de se répercuter sur la simulation du débit sous d'autres conditions et de générer ainsi un problème de robustesse. Face à ces incertitudes, nous cherchons à exploiter conjointement l'information nivale et glaciaire, en complément de l'information apportée par le débit, au sein d'un modèle hydrologique.

Dans un cadre de calibration multi-objectifs, *Duethmann et al.* (2013); *Le Moine et al.* (2014) et *Schaefli et al.* (2005); *Konz et Seibert* (2010); *Schaefli et Huss* (2011) soulignent respectivement l'importance de l'information nivale et glaciaire pour la modélisation hydrologique.

Face à l'incertitude sur le forçage météorologique et climatique, *Gottardi* (2009) et *Immerzeel et al.* (2012a) ont proposé d'estimer le champ de précipitations respectivement à partir de l'information nivale et glaciaire.

Afin d'analyser l'influence conjointe de l'information nivale et glaciaire sur la modélisation hydrologique d'une part et sur la connaissance du forçage météorologique d'autre part, nous nous sommes orientés vers une approche hydro-météorologique (*Le Moine et al.*, 2014) consistant à étudier la réponse hydro-météorologique d'un bassin versant à un forçage d'observations ponctuelles de précipitations-températures. Dans cette configuration, les paramètres météorologiques peuvent être ajustés conjointement aux paramètres hydrologiques de manière à satisfaire une ou plusieurs fonctions objectifs.

Ce cadre d'analyse nécessite également de faire un choix de modélisation concernant la représentation du manteau neigeux et des glaciers au sein d'un tel modèle hydro-météorologique. A l'issue du tour d'horizon bibliographique proposé, nous avons choisi de nous orienter vers une description de type bilan de masse-bilan d'énergie de la fonte nivale et glaciaire. De plus, nous chercherons à rompre avec la dichotomie neige-glace en proposant une loi de compaction de la neige décrivant l'évolution progressive des propriétés de la neige vers celles de la glace.

Par ailleurs, la perspective de simuler la composante de fonte sur une échelle pluri-annuelle, a fait apparaître plusieurs limitations.

A la différence du manteau neigeux, les glaciers sont soumis à un écoulement visco-plastique, qui a pour effet de redistribuer le stock de glace en aval, vers des zones d'altitudes plus basses, où les conditions climatiques sont favorables à la fonte. La non-considération de cette évolution géométrique porte préjudice à la modélisation durable (pluri-annuelle) du module de glace. A défaut de pouvoir coupler un modèle de glacier perfectionné avec un modèle hydrologique, la prise en compte de l'évolution du stock glaciaire a été proposée par l'application de propriétés géométriques que seules quelques études récentes ont incorporées. Ces lois géométriques ont toutefois deux insuffisances majeures. Elles traduisent un certain équilibre du glacier avec le climat alors que le glacier, lui, est en déséquilibre (*Adhikari et Marshall*). De plus, elles sont associées à une forte incertitude (*Farinotti et al.*, 2009) et ne sont pas applicables en théorie à un stock glaciaire (*Jóhannesson*, 2009), imposée par la discrétisation (typique la bande d'altitude) en hydrologie. A cet égard, une discrétisation par glacier s'impose. C'est l'objet de la quatrième partie.

Ainsi, nous proposons l'itinéraire de recherche suivant s'articulant en 2 parties principales :

D'abord (Partie III), nous évaluerons dans un cadre multi-objectifs l'apport conjoint de l'information hydrologique, nivale et glaciaire, à l'aide d'un modèle hydro-météorologique auquel nous incorporons un module adapté de neige-glace, afin de :

- évaluer la robustesse du modèle hydro-météorologique par l'optimisation conjointe de fonctions objectifs portant sur l'information hydrologique, nivale et glaciaire.
- proposer une reconstruction des bilans de masse glaciaires locaux à l'échelle d'un bassin versant.

La dernière partie (Partie IV) cible la modélisation hydrologique long-terme et l'on se concentrera sur :

- l'élaboration d'une loi de transfert glaciaire
- la construction d'une loi de discrétisation sous-maille par glacier.

A cet effet, une approche géomorphologique sera proposée afin de décrire la structure spatiale des glaciers à l'échelle du bassin versant.

III

Spatialisation « hydrologiquement assistée » du bilan de masse local

Dans la partie précédente, nous avons décrit les différents processus météorologiques, nivaux et glaciaires appliqués à l'hydrologie de montagne à l'échelle du bassin versant.

Dans cette partie, nous nous fixons les trois objectifs de modélisation principaux suivants :

- proposer un module de neige-glace capable de simuler les variables d'état d'intéret de la neige et du glacier au pas de temps journalier, et dans lequel les propriétés de la neige évoluent vers celles de la glace de façon continue. La représentation des glaciers sera considérée comme un stock statique.

- exploiter l'information glaciaire par la formulation d'une fonction objectif glaciaire originale pour l'analyse de la robustesse d'un modèle hydro-météorologique. A cet égard, nous nous positionnerons dans un cadre de calibration multi-objectifs.

- construire une cartographie du bilan de masse local annuel d'un domaine glaciaire à partir de la calibration conjointe des paramètres hydrologiques, nivaux, et météorologiques.

Pour mener à bien ces objectifs, nous disposons du modèle hydrologique conceptuel semi-distribué CEQUEAU, auquel nous avons greffé un module de neige-glace ainsi qu'un module de spatialisation. L'ensemble de cette chaîne de modélisation est appelé par la suite le modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes. Dans cette partie, ce modèle sera appliqué à trois bassins versants des Alpes bernoises en Suisse pour lesquels nous disposons de données journalières de précipitations, température, hauteur de neige et débit.

Cette partie se compose de 4 chapitres principaux présentant successivement l'architecture du modèle hydro-météorologique, les méthodes employées, la zone d'étude et les résultats du modèle.

9

Présentation du modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes

Le modèle hydro-météorologique, que nous présentons dans cette partie, transforme un forçage d'observations ponctuelles journalières de précipitations-températures en une ou plusieurs séries journalières de débit à des points de contrôle hydrologiques. L'ensemble de la chaîne de modélisation se compose du modèle hydrologique CEQUEAU, auquel on greffe un module de neige-glace original, et d'un module de spatialisation météorologique. CEQUEAU est un modèle hydrologique conceptuel semi-distribué qui a beaucoup évolué depuis ses prémisses (*Girard et al.*, 1972), sa conception (*Morin et al.*, 1975, 1981) jusqu'à l'ajout de différents modules (*Girard et al.*, 1973; *Morin et al.*, 1988; *Fortin et al.*, 1983; *Morin et al.*, 1983), et a été utilisé pour diverses applications hydrologiques (*Desconnets et al.*, 1998; *Ayadi et Bargaoui*, 1998, ...). Dans cette étude, nous proposons un module de neige-glace et nous appellerons désormais CEQUEAU-Alpes l'ensemble du modèle hydro-météorologique.

9.1. Structure générale

Nous adopterons le schéma structural suivant (figure 9.1) :

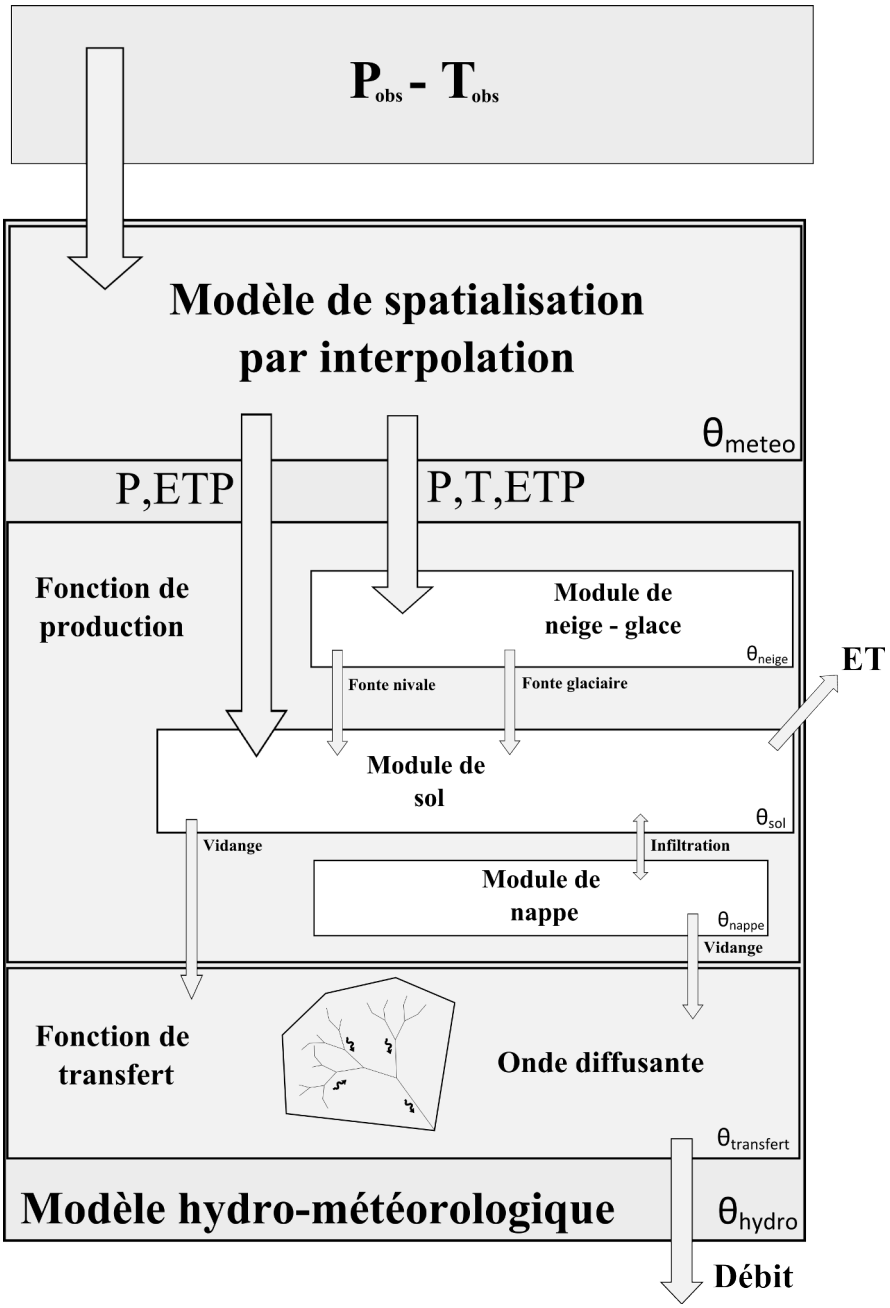


FIGURE 9.1. – Structure du modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes. Le modèle est forcé par un ensemble d'observations ponctuelles de précipitations et de températures. Le module de spatialisation transforme le forçage en un champ météorologique qui vient forcer à son tour un module hydrologique, transformant ce signal en débit. La calibration du modèle ajuste conjointement les paramètres météorologiques θ_{meteo} et hydrologiques θ_{hydro} composé du jeu de paramètres pour chaque module (θ_{neige}, θ_{sol} et θ_{nappe}) et du jeu de paramètres de la fonction de transfert $\theta_{transfert}$.

Pour chaque module, nous présentons les variables (entrée, état, sortie) et les paramètres en jeu, ainsi que les entités spatiales de calcul et les méthodes d'agrégation associées aux différentes variables sur ces entités.

9.2. Discrétisation spatiale

CEQUEAU est un modèle hydrologique conceptuel semi-distribué : son entité de calcul hydrologique est le sous-bassin versant. Chaque entité peut être décrite par un jeu de paramètres θ_{hydro} distinct.

9.2.1. Discrétisation par sous-bassins versants

Le préalable à toute étude hydrologique utilisant un modèle spatialisé est de disposer d'un Modèle Numérique de Terrain (MNT) permettant de délimiter les sous-bassins versants d'intérêt. La création d'un maillage pour le modèle hydro-météorologique CEQUEAU-Alpes nécessite de disposer d'un MNT préconditionné, à savoir dépourvu de « puits » topographiques (dépressions fermées). Le programme de création de maillage du modèle nécessite une grille d'accumulation (grille des surfaces drainées amont par chaque pixel). Cette grille est générée à partir de la grille de direction d'écoulement par une approche D8 (une seule direction d'écoulement par pixel) (*Band*, 1986), elle-même générée à partir du MNT.

Le modèle CEQUEAU est construit de façon à calculer des débits en des noeuds prédéfinis, appelés points de contrôle, sur lesquels s'appuie le maillage topographique (tout point de contrôle est un exutoire de maille, il est impossible d'avoir accès à un débit intra-maille). La construction du maillage nécessite donc de spécifier les points de contrôle souhaités, que l'on positionne préférentiellement au niveau des stations de jaugeage. Le programme génère ainsi des noeuds satisfaisant les conditions suivantes :

- les points de contrainte font partie de cet ensemble de noeuds
- la surface moyenne des sous-bassins définis par ces noeuds est la plus proche possible de la surface cible demandée
- la dispersion de la taille des mailles est minimale

Un exemple de construction de maillage est présenté en figure 9.2 pour le bassin versant du Rhône à Brig.

Il est important de vérifier que l'écart-type de la taille des mailles est faible (i.e. d'avoir une distribution de sous-bassins de taille à peu près homogène) car certains paramètres conceptuels de CEQUEAU peuvent dépendre de l'échelle de modélisation (*Lebecherel*, 2011). Il convient également de vérifier que les noeuds sont situés sur le réseau hydrographique, et que les points de contrôle coincident avec les stations de jaugeage.

9.2.2. Discrétisation par bandes d'altitude

L'entité de calcul choisie pour le module de neige-glace est la bande d'altitude.

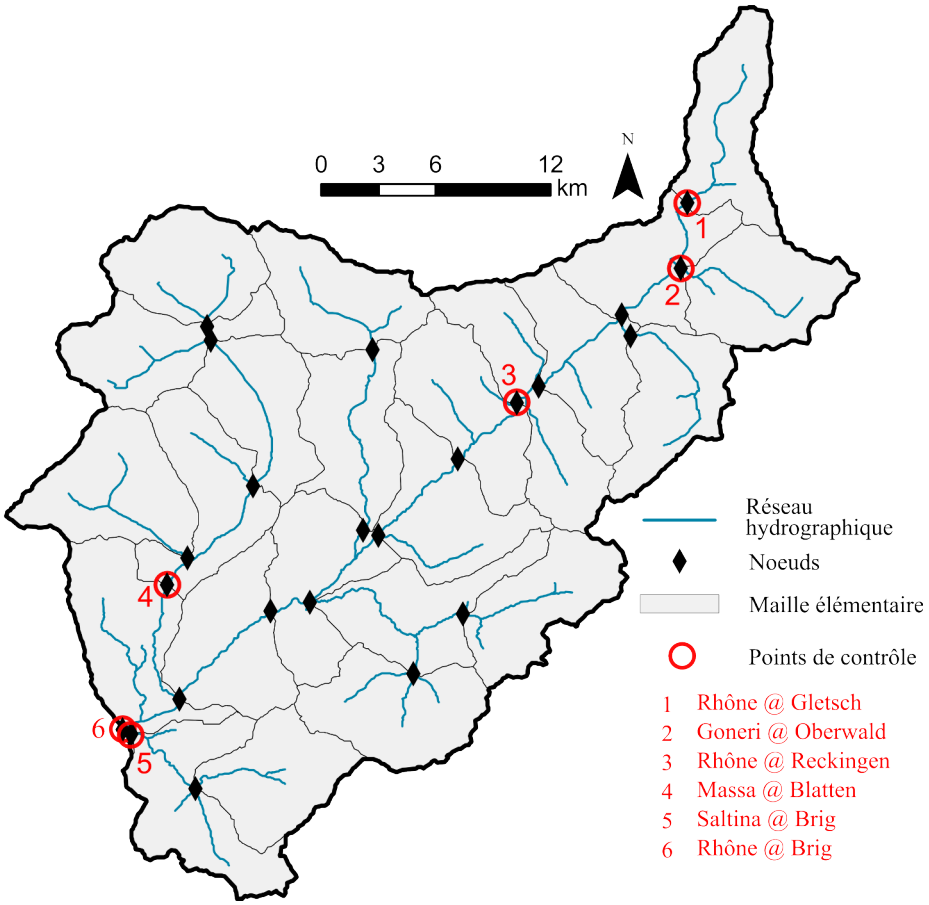


FIGURE 9.2. – Principe de construction du maillage topographique dans CEQUEAU-Alpes. Les noeuds sont générés sur le réseau hydrographique de manière à générer une maille de tailles de sous-bassins versants égales. Les points de contrôle sont les noeuds particuliers sur lesquels est simulé le débit et correspondent préférentiellement avec une station de jaugeage. L'exemple de construction est appliqué sur le bassin versant du Rhône à Brig en Suisse.

A partir du MNT et du contour des sous-bassins, il est possible de calculer la courbe hypsométrique d'un sous-bassin donné de surface S_{SBV} et de définir les bandes d'altitude, construites de manière à avoir des bandes de surfaces égales S_{BA}.

Les mailles incluant un stock glaciaire bénéficient d'une discrétisation particulière. Combinée au MNT, l'information des contours de glacier permet cette fois de calculer la courbe hypsométrique des surfaces en glace et de définir les bandes d'altitude englacées de surfaces égales S_{BAG}. Afin d'optimiser la structure du modèle, nous adaptons le nombre de bandes d'altitude englacées par maille à la fraction englacée GCF de la maille associée. Plus la maille possède une fraction englacée GCF importante, plus la discrétisation en bandes d'altitude englacée est importante. Etant donné que le nombre de bandes par maille est fixé et constant, le nombre de bandes d'altitude non englacé est, dans ce cas, le complémentaire du nombre de bandes englacées. Le principe de construction des bandes d'altitude est présenté en figure 9.3.

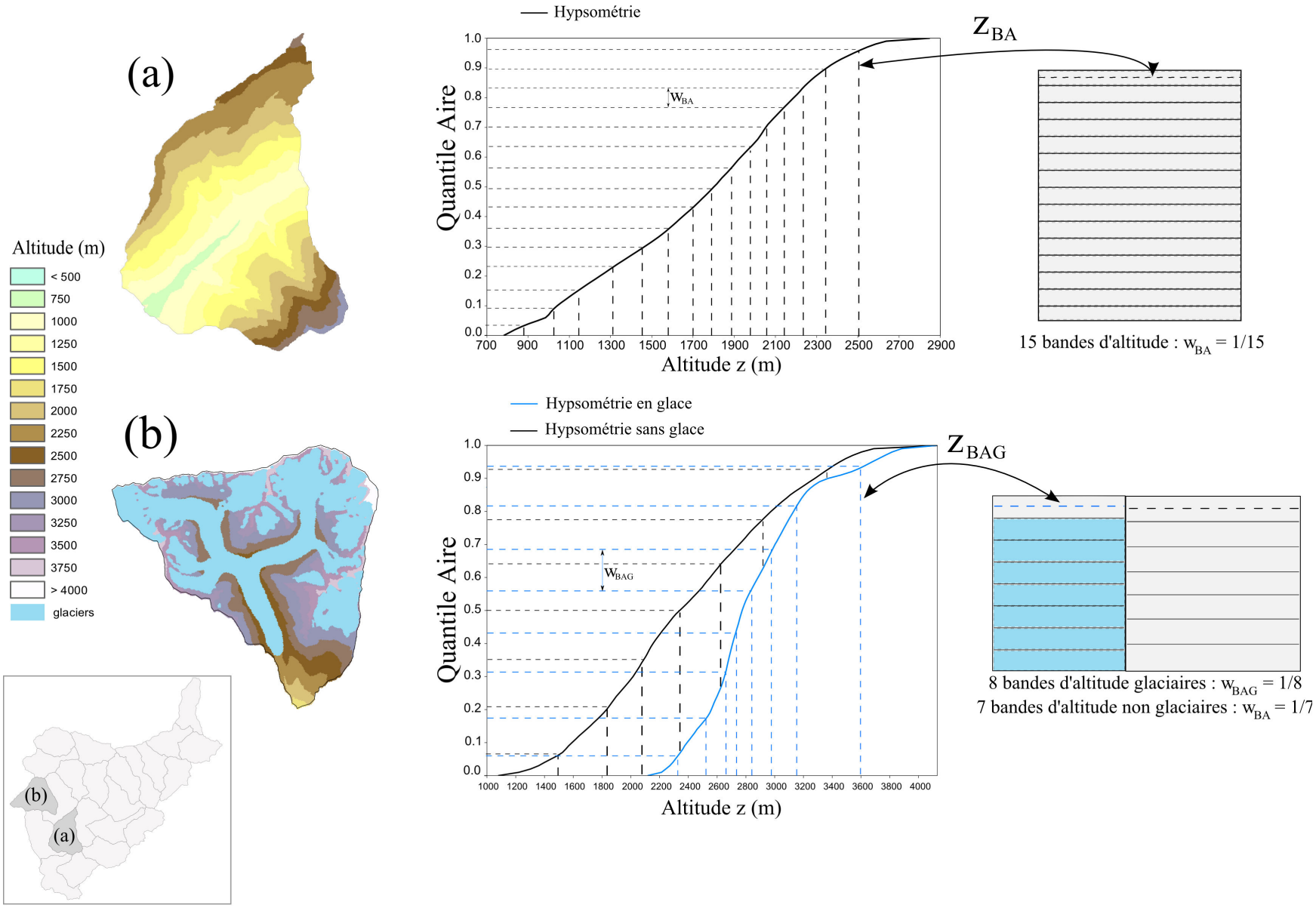


FIGURE 9.3. – Principe de construction des bandes d'altitude glaciaires et non glaciaires. Le principe est présenté pour une construction de 15 bandes d'altitude. Ce découpage est prescrit et constant dans le modèle.

Afin de simuler une représentation moyenne des processus nivaux et glaciaires par bande, chaque bande d'altitude est définie par son altitude médiane z_{BA} et par la fraction d'aire $w_{BA}(=\frac{S_{BA}}{S_{SBV}})$ qu'elle occupe dans le sous-bassin versant. Ainsi, pour un sous-bassin non englacé, chaque fraction d'aire w_{BA} sera la même pour l'ensemble des bandes d'altitude, par construction, tandis que pour un bassin englacé, le découpage d'aire étant proportionnel à la fraction englacée, il conviendra de différencier la fraction d'aire englacée $w_{BAG}(=\frac{S_{BAG}}{S_{SBV}})$ pour les bandes d'altitudes englacées. Par exemple en figure 9.3, le principe de construction est présenté pour 15 bandes d'altitude sur une maille sans glaciers et une sur maille avec présence de glaciers. Pour la maille sans glacier, w_{BA} vaut 1/15e. Pour la maille englacée, la fraction de couvert glaciaire GCF est d'environ 53%, auquel cas, nous prescrivons 8 bandes d'altitude pour la partie englacée (w_{BAG}=1/8) et 7 bandes d'altitude pour la partie non englacée (w_{BA}=1/7).

9.3. Modèle de spatialisation météorologique et d'ETP

Le module de spatialisation météorologique permet de générer un champ météorologique sur une grille de spatialisation, dont la résolution est choisie égale à 1 km.

9.3.1. Spatialisation des précipitations (voir Annexe A)

La spatialisation la plus complexe concerne le champ de précipitations puisque l'enjeu est d'interpoler un champ intermittent avec des valeurs de 0 et d'extrapoler ce champ selon l'altitude. La spatialisation des précipitations journalières est réalisée à partir d'un modèle géostatistique. Pour chaque journée j, et en chaque point de l'espace $\underline{\mathbf{x}} = (x, y)$, le champ de précipitations $P(\underline{\mathbf{x}}, j)$ est décomposé en une ébauche $P^*(\underline{\mathbf{x}})$ par un facteur d'échelle local journalier $\Lambda(\underline{\mathbf{x}}, j)$:

$$P(\underline{\mathbf{x}}, j) = P^*(\underline{\mathbf{x}})\Lambda(\underline{\mathbf{x}}, j) \tag{9.1}$$

L'ébauche réprésente une réalisation moyenne des précipitations contenant le forçage orographique associée à un facteur correctif $r(x)$. Le prédicteur correspond à tout indicateur décrivant au mieux spatialement le champ de précipitations comme l'altitude, l'orientation des versants, l'orientation du vent, etc, ... Le prédicteur que nous choisissons est l'altitude, auquel cas l'ébauche s'écrit :

$$P^*(\underline{\mathbf{x}}) = p^0 \exp\left(\frac{z(\underline{\mathbf{x}})}{H}\right) r(\underline{\mathbf{x}}) \tag{9.2}$$

Où H [m] est une hauteur caractéristique de l'augmentation des précipitations, à calibrer. La méthodologie de construction du facteur correctif, de l'ébauche et du facteur d'échelle local journalier sont présentée en Annexe A.

Si à l'origine, ce modèle de spatialisation a été développé dans une approche « types de temps » atmosphériques (e.g. *Paquet et al.*, 2006), construit pour la France, nous n'utiliserons qu'une seule ébauche (i.e. qu'un seul type de temps) dans cette étude.

9.3.2. Spatialisation de la température (voir Annexe A)

De même, le champ de températures $T(\underline{\mathbf{x}}, j)$ est décomposé en une ébauche $T^0 - \Gamma z(\underline{\mathbf{x}})$ et un résidu journalier $\Theta(\underline{\mathbf{x}}, j)$. Cette fois le modèle est directement additif :

$$T(x, j) = T^0 - \Gamma z(\underline{\mathbf{x}}) + \Theta(\underline{\mathbf{x}}, j) \tag{9.3}$$

Où $\Gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ est le gradient de température dont la gamme de valeurs s'étale entre 10 K/km (gradient adiabatique sec) et 3 K/km (gradient adiabatique humide) avec une valeur standard de 6.5 K/km. La construction du champ de température est également présentée en Annexe A.

Au final, le modèle de spatialisation fait intervenir 2 paramètres de calibration : le paramètre d'ébauche H et le gradient de température Γ.

9.3.3. Agrégation à l'échelle du sous-bassin versant puis désagrégation par bandes d'altitude

Pour des raisons de temps de calcul, l'agrégation des forçages n'est pas effectuée par bandes d'altitude directement, mais en deux temps :

- On agrège la grille à 1 km^2 sur les sous-bassins versants.
- On désagrège cette lame moyenne sur les bandes d'altitude en considérant que l'altitude est la seule chose qui crée de la variabilité sous-maille.

Le calcul de la pluie par bande d'altitude est désagrégé à partir de la pluie de sous-bassin calculée (le calcul à partir d'une grille par bande d'altitude serait extrêmement lourd) tel que :

$$P_{BA}(j) = P(< z >, j) \exp\left(\frac{z_{BA} - < z >}{H}\right) \tag{9.4}$$

Où z_{BA} et $< z >$ sont respectivement l'altitude médiane de la bande d'altitude telle que construite en figure 9.3, et l'altitude moyenne du sous-bassin associé. La pluie de bande d'altitude mesure l'écart à la pluie de sous-bassin tel que décrit par le prédicteur.

La température de la bande d'altitude T_{BA} est obtenue à partir de la température de sous-bassin T_{SBV} :

$$T_{BA}(j) = \Gamma\left(z_{BA} - < z >\right) + T_{SBV}(j) \tag{9.5}$$

Enfin, le champ météorologique peut être calculé au point, en extrayant la valeur du point de grille le plus proche. Cela s'avèrera utile pour la simulation au point du module de neige-glace.

9.3.4. Simulation de l'ETP

Dans le modèle, l'évapotranspiration journalière ETP [mm/j] est calculée selon la formule de Oudin (*Oudin*, 2004) :

$$\begin{cases} ETP(j) = \frac{Re(j)}{L_{vap}\rho_{eau}}\left(\frac{T_a(j)+\theta_1}{\theta_2}\right) & T_a + \theta_1 > 0 \\ ETP(j) = 0 & sinon \end{cases} \tag{9.6}$$

Où $Re(j)$ $[MJ.m^{-2}.j^{-1}]$est le rayonnement extraterrestre journalier dépendant de la latitude et du jour calendaire (*Allen et al.*, 1998), et θ_1 et θ_2, respectivement un facteur de seuil et un facteur d'échelle, sont deux paramètres prescrits. Dans le modèle θ_1 est prescrit à 267.15 K (-5 °C), de manière à pouvoir générer de la transpiration à des températures négatives. De cette manière, l'ETP est simulée quotidiennement par un forçage journalier de température et de rayonnement extraterrestre.

Le calcul de l'ETP par bande d'altitude est forcé par la température de bande d'altitude T_{BA} ; le rayonnement par bande d'altitude est le même pour toute la maille et est calculé au préalable en son centroïde de maille. Le calcul au point, quant à lui, est spécialement effectué à partir du forçage de température local.

9.3.5. Synthèse des paramètres et des variables

Les paramètres de spatialisation H et Γ jouent un rôle prépondérant, puisque H conditionne au premier ordre la quantité d'eau tombée sur le bassin versant (donc l'ensemble de la fonction de production du modèle hydrologique) tandis que Γ contrôle au premier ordre la constitution

et la restitution du stock de neige et de glace (donc l'ensemble du transfert saisonnier du modèle hydrologique). Etant donnée la très forte variabilité des processus météorologiques, ces paramètres sont laissés libres sur une large gamme de valeurs observées. Leurs calibrations rendent alors compte d'un comportement moyen sur l'ensemble de la période de simulation. Un des objectifs de cette partie est de comprendre en quoi l'information hydrologique, nivale et glaciaire permet de contraindre ces deux paramètres.

Au final, le module de spatialisation et de calcul de l'ETP fait intervenir 4 paramètres, dont 2 sont calibrés (Tableau 9.1). Les variables d'intérêt sont les variables de sorties du module - à savoir P_{sol},P_{liq}, ETP pouvant être calculées au point, à l'échelle de la bande d'altitude ou à l'échelle du sous-bassin.

TABLEAU 9.1. – Paramètres du module de spatialisation et d'ETP

Paramètre du module de spatialisation	Valeur si prescrit, Gamme si calibré	Nom
H	1000 ; 12000	Hauteur caractéristique d'augmentation des précipitations [m]
Γ	-0.009 ; -0.003	Gradient de température [K/m]
θ_1	268.15	Facteur de seuil - ETP [K]
θ_2	373.15	Facteur d'échelle - ETP [K]

9.4. Modèle hydrologique

Le modèle hydrologique CEQUEAU de CEQUEAU-Alpes présente classiquement une fonction de production et une fonction de transfert schématiquement représentées en figure 9.4.

Notons que nous nous plaçons dans un cas particulier dans lequel nous n'exploitons pas l'ensemble des transferts possibles prévus originellement par le modèle CEQUEAU (certains paramètres réduits à 0 sont occultés dans le développement).

9.4.1. Module de neige-glace

Nous l'avons dit, un des objectifs de cette thèse est rompre avec la dichotomie neige-glace. Dans cette section, nous proposons un module neige-glace conceptuel dans lequel nous glanerons certaines bases physiques présentées en Partie II, afin de palier les limites des modèle degrés-jour, et dans lequel les paramètres de fonte de la glace sont liés à ceux de la neige par une loi de compaction de la neige.

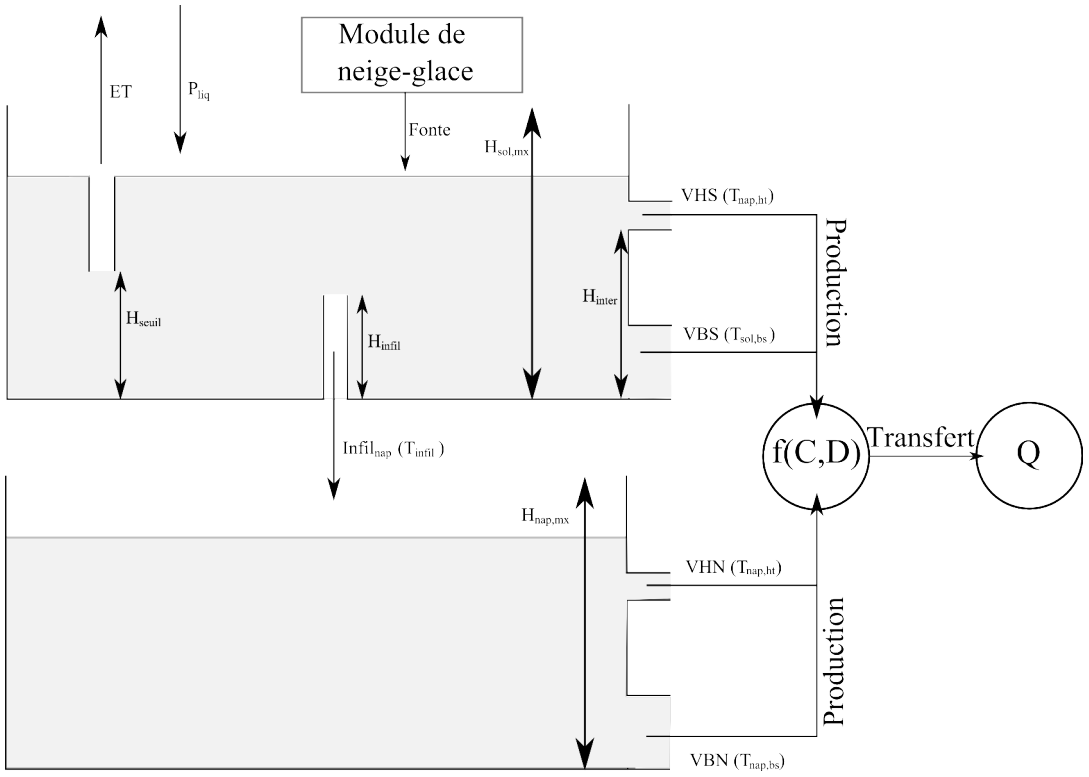


FIGURE 9.4. – Structure du modèle CEQUEAU-Alpes (hors module neige-glace) : La fonction de production calcule le bilan hydrologique des réservoirs hydrologiques de sol et de nappe basée sur le modèle de vidange de réservoirs linéaires tandis que la fonction de transfert calcule la superposition d'ondes diffusantes des mailles de production aux points de contrôle.

Dans le module présenté ci-après, le manteau est représenté par une couche décrite par 4 variables d'état au pas de temps journalier :

- SWE l'équivalent en eau du manteau neigeux en $kg.m^{-2}$ (ou en m w.e.).
- U l'énergie interne du manteau neigeux en $J.m^{-2}$.
- ρ_{neige} la masse volumique de la neige en $kg.m^{-3}$.
- t_{neige} l'âge de la surface de neige en j .

L'évolution de l'équivalent en eau du manteau neigeux SWE et de l'énergie interne du manteau U est déterminée par la résolution du bilan de masse et du bilan d'énergie à la surface du manteau neigeux :

$$\begin{cases} \frac{dSWE}{dt} = P_{liq} + P_{sol} - E - I & (1) \\ S\downarrow - S\uparrow - L\uparrow + L\downarrow = \varphi & (2) \end{cases} \tag{9.7}$$

Où P_{liq}, P_{sol}, E et I sont respectivement les précipitations liquides, solides, l'évaporation, et l'infiltration et $S\downarrow$, $S\uparrow$, $L\uparrow$, $L\downarrow$ et φ sont respectivement le rayonnement de courtes longueurs

d'ondes entrants et sortants, le rayonnements de grandes longueurs d'ondes entrants et sortants et le flux « conductif/convectif » de chaleur.

Ces deux bilans sont les mêmes que ceux présentés en Partie II, hormis le fait qu'on omet les termes de flux turbulents, en raison du manque de données atmosphériques et aérodynamiques particulières associées à la détermination de ces flux. Cette omission ajoutée au fait que l'on représente une moyenne journalière des variables énergétiques (dont la variation intra-journalière est très importante) confèrent aux différents termes un caractère conceptuel, dont on propose de calibrer certains paramètres.

Discrimination pluie-neige

Dans ce modèle, on suppose qu'un mélange pluie-neige persiste dans un intervalle de température de l'air T_a compris entre T_N et T_P. En-dessous de T_N, on considérera qu'il n'y a que de la neige et au-dessus de T_P on considèrera que de la pluie. Dans l'intervalle de température, le mélange est paramétrisé par la fraction maximale d'eau liquide dans les précipitations de neige $f_{liq,max}$, tel que :

- pour $T_a < T_N$, $P_{sol} = P$
- pour $T_a > T_N$ et $T_a < T_P$, $P_{sol} = \left[1 - f_{liq,max} + f_{liq,max}\frac{T_a - T_P}{T_N - T_P}\right] P$
- pour $T_a > T_P$,$P_{sol} = 0$

L'évolution de la fraction des précipitations solides en fonction de la température de l'air T_a est illustrée en figure 9.5.

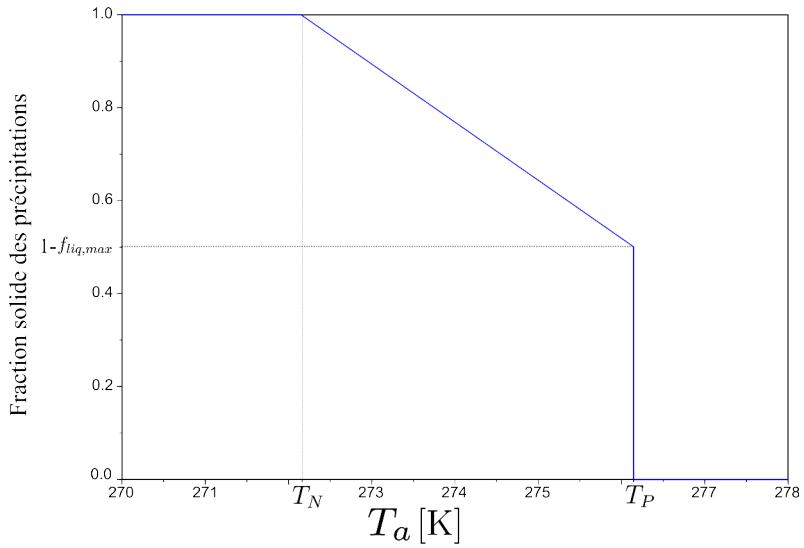


FIGURE 9.5. – Evolution de la fraction des précipitations solides en fonction de la température de l'air T_a pour $f_{liq,max} = 0.5$.

Par ailleurs, comme le suggère *Gottardi* (2009), un coefficient de majoration de la neige C_{neige} est renseigné afin de prendre en compte la sous-captation de la neige par les pluviomètres.

Module de fonte

Rappelons que la détermination de la composante de fonte se fait en deux temps : par la résolution de la température de surface puis par le calcul de l'énergie transférée au sein du manteau.

Détermination de la température de surface du manteau neigeux et du flux conductif

La température de surface est déterminée à partir du bilan d'énergie de surface du manteau décrit par l'Eq.9.7 (2), qui se développe sous la forme :

$$(1-\alpha_{neige})\,\bar{f}Re + \sigma(\epsilon_a T_a^4 - T_{neige,s}^4) = -k_{neige}\frac{dT_{neige}}{dz} \tag{9.8}$$

Où $\bar{f}$ est la fraction moyenne de rayonnement solaire extraterrestre Re arrivant réellement au sol. Ce paramètre, fortement conceptuel, est représentatif des conditions atmosphériques moyennes dues à la présence de nuages, d'aérosols, etc. J'invite le lecteur à se reporter à la sous-section 7.2.1 de la Partie II pour le reste des termes développés.

Afin de résoudre Eq.9.8, nous linéarisons les termes puissances autour de la température de fonte T_{fonte}(273.15 K) et résolvons le système simplifié suivant afin de déterminer la température journalière de surface du manteau $T_{neige,s}(j)$ et le flux conductif rentrant dans le manteau (terme de droite) :

$$\begin{aligned}\bar{f}Re(j) - \alpha_{neige}\bar{f}Re(j) + \sigma\bar{\varepsilon}_a T_{fonte}^4\left(1+4\frac{T_a(j)-T_{fonte}}{T_{fonte}}\right)\dots \\ \dots - \sigma T_{fonte}^4\left(1+4\frac{T_{neige,s}(j)-T_{fonte}}{T_{fonte}}\right) = k_{neige}\left(\frac{T_{neige,s}(j)-T_{neige}(j-1)}{2z_{act}(j-1)}\right)\end{aligned} \tag{9.9}$$

Où $T_{neige}(j-1)$ est la température moyenne du manteau neigeux ($T_{neige}(j-1) = 273.15$ K si le manteau contient de l'eau liquide i.e. si U>0, ou $T_{neige}(j-1) = T_{fonte} + \frac{U(j-1)}{c_{sol}SWE(j-1)}$ si U<0) au jour précédent et $z_{act}(j-1)$ est l'épaisseur thermiquement active moyenne du manteau au jour précédent. Le facteur 1/2 provient du fait que l'on considère une température journalière moyenne du manteau associé à un flux conductif moyen journalier tel que présenté en figure 9.6.

L'épaisseur thermiquement active équivaut à la hauteur du manteau tant que l'épaisseur du manteau neigeux est inférieure à une épaisseur maximale z_{actmax}, qui est l'épaisseur au-delà de laquelle le flux de chaleur ne se propage plus. Cette grandeur est à relier à la période des variations saisonnières de température, et est plus difficile à estimer que son équivalent journalier, puisque la géométrie du manteau n'est pas constante à cette échelle. A chaque pas

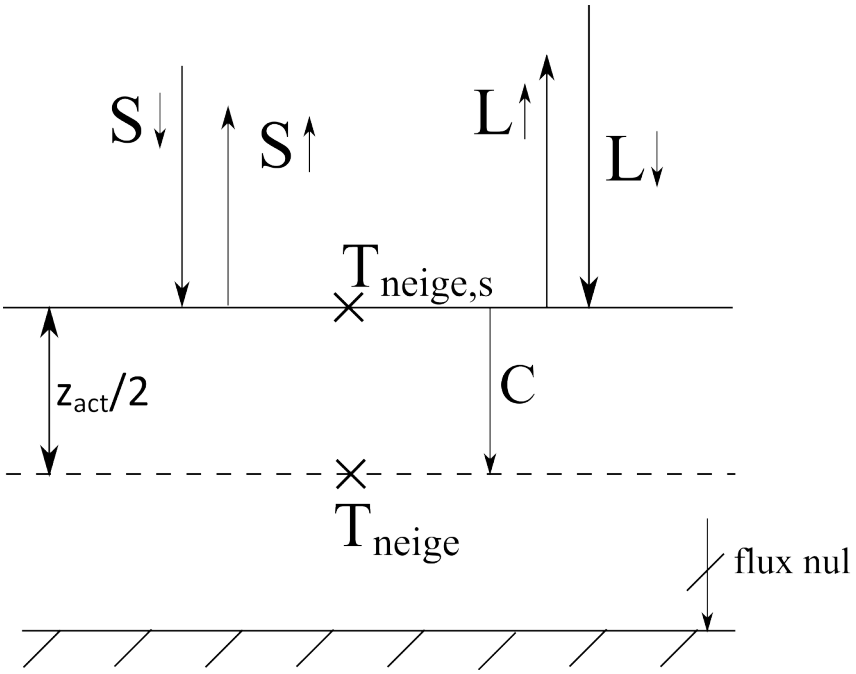


FIGURE 9.6. – Structure du module de neige.

de temps journalier, cette formulation nécessite également la chronique de température de l'air $T_a(j)$, issu du modèle de spatialisation, et de rayonnement extraterrestre $Re(j)$.

Si l'Eq.9.9 donne une valeur $T_{neige,s}(j)$ strictement inférieure à T_{fonte}, le flux conductif journalier moyen $\varphi(j)$ est déteminé directement à partir du terme de droite, tel que :

$$\varphi(j) = k_{neige}\left(\frac{T_{neige,s}(j) - T_{neige}(j-1)}{2z_{act}(j-1)}\right) \tag{9.10}$$

Si au contraire la résolution de l'Eq.9.9 donne une valeur $T_{neige,s}(j)$ supérieure à T_{fonte}, ce qui est physiquement impossible, on suppose que $T_{neige,s}(j) = T_{fonte}$ pour la journée et le flux journalier moyen $\varphi(j)$ est déduit des autres termes du bilan d'énergie, tel que :

$$\varphi(j) = \bar{f}Re(j) - \alpha_{neige}\bar{f}Re(j) + \sigma\bar{\varepsilon}_a T_{fonte}^4\left(1 + 4\frac{T_a(j) - T_{fonte}}{T_{fonte}}\right) \tag{9.11}$$

Dans ce cas, le flux $\varphi(j)$ n'est plus conductif mais convectif et rend compte de l'énergie transférée au sein du manteau par percolation.

Pour de la neige fraîche, ou si $\bar{f}$ est faible, Eq.9.11 montre que l'on tend vers une approche degrés-jour dans ces conditions.

Notons que dans le module, ce bilan d'énergie de surface s'applique uniquement dès que l'équivalent en eau du manteau neigeux atteint 15 mw.e. (équivalent à 15 kg de neige par m²) afin de pouvoir calculer le gradient du flux conductif.

Détermination de la fonte Le flux conductif journalier $\varphi(j)$ s'ajoute alors à l'énergie interne $U(j-1)$ du manteau neigeux du jour précédent et à l'apport d'énergie $U_{prec}(j)$ apporté par les précipitations, jouant un rôle important lors des épisodes « pluie sur neige ». L'énergie de changement d'état associée au phénomène de givre à la surface du manteau n'est pas pris en compte mais pourrait jouer un rôle important dans le bilan d'énergie. La référence d'énergie est prise lorsque tout le manteau est à la température T_{fonte} mais sans eau liquide ($T_{neige} = T_{fonte} = 273.15$, $SWE_{liq} = 0$).

$\Delta U = \varphi(j)\Delta t + U_{prec}(j)$ est la quantité d'énergie apportée au manteau chaque jour. Le terme $U' = U(j-1) + \Delta U$ conditionne alors la fonte. Si U' est positif, cela signifie que le manteau contient une quantité d'eau liquide SWE_{liq}, tel que :

$$SWE_{liq} = \frac{U'}{L_f} \tag{9.12}$$

Le manteau neigeux stocke cette quantité d'eau jusqu'à ce que la limite de saturation soit atteinte, auquel cas l'excédent d'eau s'infiltre dans le réservoir sol du modèle hydrologique. La saturation en eau du manteau est caractérisée par le paramètre f_{ret} [kg/kg], tel que l'excédent d'eau $I = SWE_{liq} - f_{ret}SWE(j-1)$ s'infiltre dans le réservoir sol si le niveau de saturation est franchi. De cette manière également, on en déduit la nouvelle quantité d'équivalent en eau du manteau par le bilan de masse, ainsi que la hauteur de neige $HTN = \frac{SWE}{\rho_{neige}}$.

Loi d'évolution du manteau neigeux

Parallèlement à la résolution du bilan de masse et d'énergie, nous introduisons une loi d'évolution du manteau neigeux afin de faire évoluer quotidiennement les propriétés de la neige vers celles de la glace. Au vu de ce qui a été dit en Partie II et sur l'importance de leur rôle dans le bilan d'énergie, les propriétés que nous avons choisies de faire évoluer sont l'albédo de la neige de surface α_{neige} et la masse volumique ρ_{neige}. L'évolution de l'albédo est formulée par une « loi de vieillissement » de la neige tandis que l'évolution de la masse volumique est formulée par une loi de compaction.

Vieillissement de la neige Du fait de l'impact des changements cristallographiques et de l'incorporation d'impuretés (poussières, aérosols, ...) sur la réduction de l'albédo de surface, nous proposons une loi paramétrique de vieillissement pour l'albédo de la neige de surface, comme il en existe beaucoup dans la littérature (e.g. *Legagneux et al.*, 2004; *Flanner et Zender*, 2006) en fonction de l'âge t_{neige} [j] de la surface, défini comme la durée écoulée depuis la dernière chute de précipitation solide.

$$\alpha_{neige}(t_{neige}) = (\alpha_{max} - \alpha_{glace}) \exp\left(-\frac{t_{neige}}{\tau_\alpha}\right) + \alpha_{glace} \tag{9.13}$$

Où α_{max} est l'albédo de la neige fraîche et α_{glace} est l'albédo de la glace, et τ_α[j] est un temps caractéristique de réduction de l'albédo, qui est prescrit. Cette loi fait évoluer l'albédo de la neige vers celle de la glace au bout d'un certain temps (typiquement au bout de $3\tau_\alpha$) et est illustrée en figure 9.7

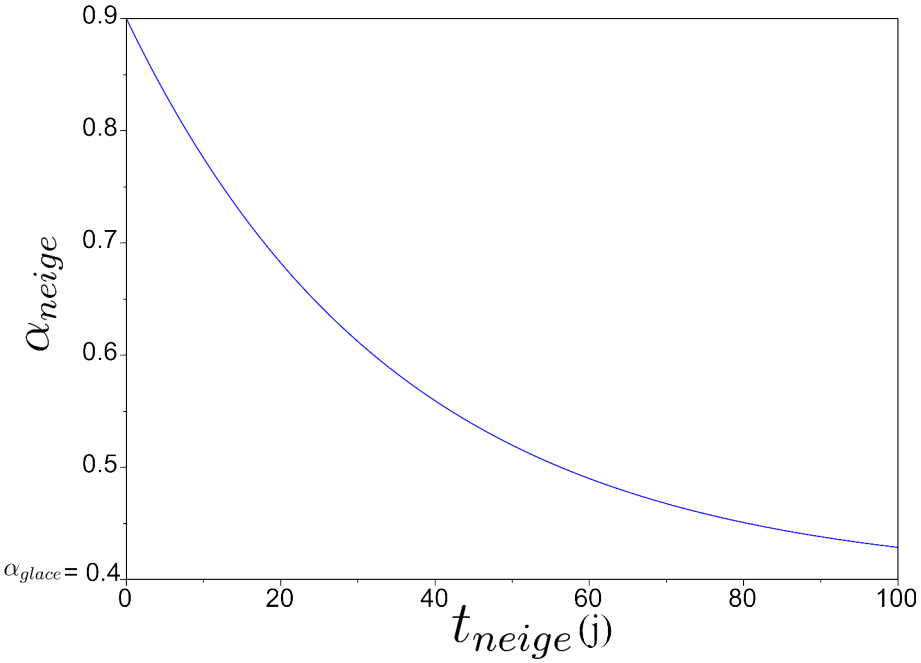


FIGURE 9.7. – Loi de vieillement de l'albédo : évolution de l'albédo de la neige α_{neige} vers l'albédo de la glace α_{glace} en fonction de l'âge de la neige de surface t_{neige} pour $\tau_\alpha = 35j$.

Loi de compaction Afin de décrire l'évolution de la masse volumique de la neige, nous reprenons le modèle de matériau visqueux proposé par *Kojima* (1967) :

$$\frac{d\rho_{neige}}{dt} = \frac{\rho_{neige}(t) g SWE(t)}{2\eta(t)} \tag{9.14}$$

Où la η est la viscosité compressive de la neige. De la même manière, nous nous inspirons de la loi de viscosité décrite en Partie II et proposons la relation suivante :

$$\eta(t) = \eta_0 \exp\left(\frac{\rho_{neige}(t) - \rho_{min}}{\rho_0}\right) \tag{9.15}$$

Où η_0 et ρ_0 sont toujours respectivement la viscosité compressive minimale de la neige fraîche et une masse volumique caractéristique de l'augmentation de la viscosité avec la masse volumique. ρ_{min} est la masse volumique de la neige fraîche.

La loi d'évolution de la viscosité de la neige en fonction de sa masse volumique est illustrée en figure 9.8

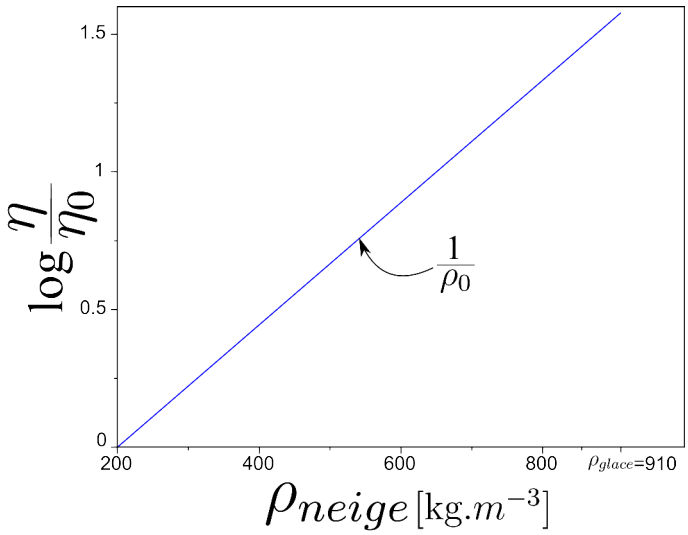


FIGURE 9.8. – Loi d'évolution de la viscosité de la neige η en fonction de sa masse volumique ρ_{neige} pour $\eta_0 = 1.10^{11}\ Pa.s$, $\rho_{min} = 200\ kg.m^3$ et $\rho_0 = 450\ kg.m^3$.

Regroupant Eq. 9.14 et Eq. 9.15, on obtient la loi de compaction suivante :

$$\frac{d\rho_{neige}}{dt} = \frac{\rho_{neige} g SWE \exp(\frac{\rho_{min}-\rho_{neige}}{\rho_0})}{2\eta_0} \tag{9.16}$$

Cette loi de compaction a pour vocation de faire évoluer un autre paramètre important et très variable du bilan d'énergie : la conductivité de la neige k_{neige} intervenant dans le calcul du flux conductif. Nous reprenons la formulation proposée par *Yen* (1962), en supposant qu'elle s'applique également à la glace. Dans ce cas, nous proposons d'écrire.

$$k_{neige} = K_{max} \left(\frac{\rho_{neige}}{\rho_{glace}} \right)^2 \tag{9.17}$$

Où K_{max} est un paramètre représentatif de la conductivité thermique de la glace et du coefficient de proportionnalité de la relation de Yen.

De cette manière, là où elle s'accumule, la neige tend vers un comportement de glacier en termes de fonte.

Lorsque l'accumulation de neige dépasse l'épaisseur thermiquement active maximum (i.e. si $HTN > z_{actmax}$), on passe à un modèle à 2 couches :

- une couche thermiquement active
- une couche thermiquement non active où $T_{neige} = 0$ et $U = 0$

Fonte sur un glacier

Les glaciers ont une géométrie prédéfinie et constante dans le modèle et sont regroupés en stock glaciaire par bande d'altitude selon la discrétisation proposée ci-avant. Le calcul de la fonte glaciaire emprunte le même itinéraire que le calcul de la fonte nivale, à deux particularités près :

- une bande d'altitude glaciaire est nécessairement à 2 couches, avec une épaisseur totale $z = HTN = \frac{SWE}{\rho_{neige}}$, supérieure à l'épaisseur thermiquement active maximale z_{actmax}. Cependant, la couche thermiquement active, qui a donc une épaisseur $z_{act} = z_{actmax}$ se comporte exactement comme une couche de neige, avec des variables d'état $SWE, U, \rho_{neige}, t_{neige}$ qui évoluent dans le temps.
- Si jamais la caractéristique précédente $z > z_{actmax}$ vient à ne plus être vérifiée à un pas de temps donné, comme par exemple après un fort épisode d'ablation sur une bande d'altitude prescrite comme glaciaire mais localisée à faible altitude, on réalimente cette bande d'altitude glaciaire en glace dans la couche non-active. De façon à ce que le problème ne se pose pas à chaque pas de temps, cette réalimentation est effectuée par "paquets" d'épaisseur $2z_{actmax}$, ce qui correspond à la mise à jour suivante des variables d'état du stock total :

$$\begin{cases} SWE' = SWE + 2z_{actmax}\rho_{glace} \\ U' = U + 2z_{actmax}\rho_{glace}f_{ret}L_f \end{cases}$$

La réalimentation en excès des bandes d'altitude glaciaires en ablation traduit un comportement de type « stock infini ». Le principe du modèle de stock infini, tel que nous l'employons, est décrit en figure 9.9 :

Agrégation de la lame de fonte nivale et glaciaire et calcul de la fraction de couvert neigeux

Le module de neige-glace peut être calculé au point, afin d'être validé avec des données ponctuelles (dans notre cas nous utiliserons la hauteur de neige journalière au point HTN), ou par bandes d'altitude afin de servir de données d'entrée (par agrégation) au modèle hydrologique. A la fin du run du module, les lames de fontes nivales et glaciaires I_{SBV} [mm] générées sur les différentes i bandes d'altitude (englacées pour I_{BAG} non-englacées pour I_{BA}) sont agrégées à l'échelle du sous-bassin selon ce schéma d'agrégation :

$$I_{SBV} = \sum_i I_{BAG}(i)w_{BAG}(i) + \sum_i I_{BA}(i)w_{BA}(i) \tag{9.18}$$

Où w_{BA} et w_{BAG} sont respectivement les fractions de surfaces de bandes d'altitude non-englacées et les fractions de surfaces de bande d'altitude englacées par sous-bassin versant

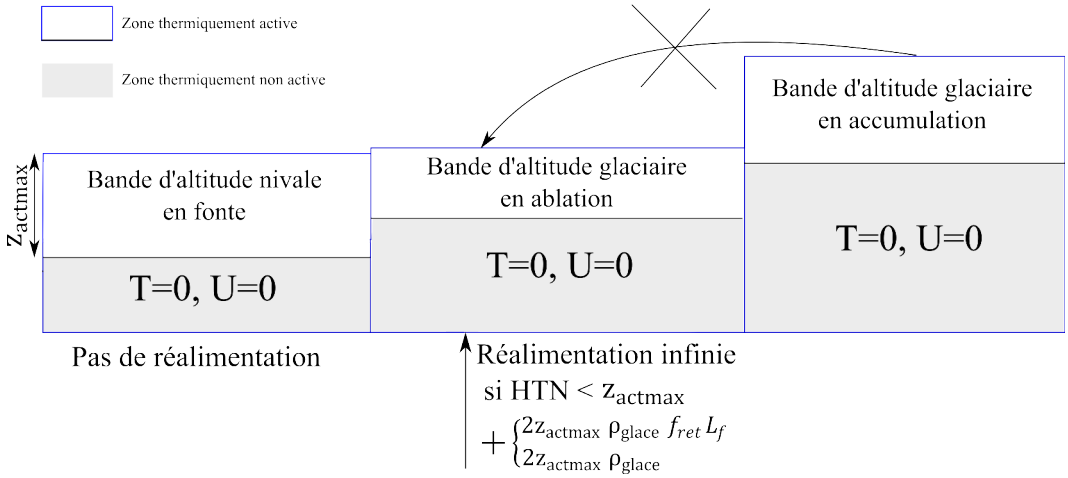


FIGURE 9.9. – Illustration du stock infini. Si une bande d'altitude glaciaire est en condition de fonte (conditionné par la hauteur de neige au-dessus du glacier et par le bilan d'énergie), alors à chaque pas de temps, de la glace en fusion est apportée artificiellement en excès, par le biais de l'apport conjoint en masse et en énergie.

définis plus tôt. Par construction, w_{BA} et w_{BAG} ont une même valeur pour chaque sous-bassin. La lame de fonte ainsi calculée sert d'entrée au module de sol présenté ci-après.

De même, la fraction de couvert neigeux SCF [-] est calculée par agrégation des fractions du manteau neigeux sur les différentes bandes d'altitude SCF_{BA} (=1 si présence de manteau neigeux, et 0 sinon) ajoutée à la fraction glaciaire GCF du sous-bassin :

$$SCF_{SBV} = \sum_i SCF_{BA}(i) w_{BA}(i) + GCF \tag{9.19}$$

La fraction du couvert neigeux SCF est conservée comme variable d'intérêt à l'échelle de la maille.

Détermination du bilan de masse glaciaire

Le calcul du bilan de masse glaciaire est étroitement lié à celui de l'évolution du manteau neigeux. Dans cette étude, nous calculerons exclusivement des bilans de masse annuels. En se basant sur la définition du bilan de masse local, nous pouvons écrire que le bilan de masse local b_{BA} [mmw.e./an] d'une bande d'altitude est la moyenne journalière de la différence entrée-sortie calculée par le module de neige :

$$b_{BA} =< P_{BA} - I_{BA} > *365.25 \tag{9.20}$$

Comprenons alors que c'est le mécanisme de réalimentation en excès du stock infini de glacier qui permettra d'obtenir un bilan de masse négatif l'année car avec la réalimentation en excès, il est possible d'avoir $I_{BAG} > P_{BAG}$. Inversement, il est possible d'avoir un bilan de masse positif sur l'année sur une bande d'altitude nivale (non prescrite comme glaciaire) si, du fait des forçages estimés et de la valeur des paramètres du modèle neige, le stock nival s'avère pérenne et "survit" à la saison de fonte. Ce défaut de masse en sortie sur une bande d'altitude non-explicitement prescrite comme glaciaire doit alors être pris en compte comme terme d'accumulation dans le calcul du bilan de masse glaciaire à l'échelle du massif ou du bassin.

Par agrégation du bilan de masse calculé par bande d'altitude b_{BA} sur les différentes i bandes d'altitude, nous calculons le bilan de masse global B_{SBV} du stock glaciaire à l'échelle des bandes englacées comme étant la somme des bilans de masse globaux sur le domaine glaciaire et non-glaciaire (i.e. sur les bandes où la neige s'est accumulée) tel que :

$$B_{SBV} = S_{SBV} \left(\sum_i b_{BAG}(i) w_{BAG}(i) + \sum_i \max\left(b_{BA}(i), 0\right) w_{BA}(i) \right) \tag{9.21}$$

Le bilan de masse global moyen du stock glaciaire $\bar{B}_{SBV}$ [mw.e./an] est calculé par définition comme étant :

$$\bar{B}_{SBV} = \frac{B_{SBV}}{GCF.S_{SBV} + \sum_i S_{BA,acc}(i)} \tag{9.22}$$

Où $S_{BA,acc}(i)$ est la surface d'une bande d'altitude non englacée i en accumulation.

9.4.2. Synthèse des paramètres et des variables

Au final, le module de neige-glace fait intervenir 15 paramètres (tableau 9.3), dont 7 sont calibrés, et permet de calculer 5 variables « diagnostiques » - à savoir $HTN, SCF, b, B, \bar{B}$, susceptibles d'être confrontées aux données observées (tableau 9.2), car si le modèle de neige-glace est conceptuel, les variables diagnostiques, elles, ont une signification physique. Les paramètres, relatifs au bilan d'énergie et décrivant un processus potentiellement très variable, sont calibrés. En l'occurence, ici, nous laissons libres notamment la fraction du rayonnement solaire arrivant en moyenne au sol $\bar{f}$ et l'émissivité de l'atmosphère ε_a sur une gamme importante. La calibration de ces deux paramètres rend alors compte des conditions atmosphériques moyennes sur l'ensemble de la période de calibration.

La valeur théorique de la conductivité thermique de la glace est de 2,4 W/m/K. Nous prenons un intervalle large pour K_{max} du fait que la loi qui la relie à la masse volumique est très approximative et également du fait que ce paramètre est utilisé à un pas de temps journalier pendant lequel il est sujet à « l'effet de cave » du au forçage période de la température de surface (auquel cas la conductivité thermique de la glace est plus faible).

Tableau 9.2. – Variables diagnostiques du module de neige-glace

Variable	Type	Nom	Entité de calcul
HTN	diagnostique	Hauteur de neige [m]	Point/Bande d'altitude
SCF	diagnostique	Fraction du couvert neigeux par maille [%]	Maille
b	diagnostique	Bilan de masse local [mwe/an]	Point/Bande d'altitude
B	diagnostique	Bilan de masse global $[m^3/an]$	Maille
B	diagnostique	Bilan de masse moyen [mwe/an]	Maille

Nous voyons que si, la représentation du manteau neigeux ajoute de nouveaux paramètres de calibration au modèle, cela permet en contre partie de simuler des variables d'intérêt susceptibles d'être confrontées à des données observées, susceptibles de contraindre l'ensemble du modèle. De plus la représentation des glaciers s'appuie également sur le module de neige, et introduit de nouvelles variables d'état sans pour autant introduire de nouveaux paramètres. Cela permet ainsi de relayer l'information nivale à très haute altitude, et à l'échelle du glacier.

9.4.3. Fonction de production (voir Annexe B)

La fonction de production de CEQUEAU (hors module de neige-glace) calcule le bilan hydrologique du réservoir sol (« rapide ») et du réservoir nappe (« lent ») et dont l'évolution du stock est décrite par des lois de vidanges linéaires. Ces deux réservoirs sont respectivement associés aux variables d'état de hauteur de sol H_{sol} et de hauteur de nappe H_{nap}. L'évolution de ces deux variables est décrite par une équation différentielle linéaire dont la résolution est décrite en Annexe B.

Au final, 10 paramètres θ_{prod} conditionnent l'ensemble des flux sortants de production Q_{prod} qui viennent alimenter la deuxième partie du modèle hydrogique représentée par une fonction de transfert.

9.4.4. Fonction de transfert

La fonction de transfert a pour but de simuler le transport de l'eau des réservoirs vers les différents points de contrôle du bassin versant. Cette propagation des flux sortants de production Q_{prod} issus de la fonction de production est traitée à l'aide des simplifications suivantes :

- Chaque maille i est conceptualisée comme un bief équivalent unique décrit par deux distances (figure 9.10) : la distance hydraulique pK_i séparant l'exutoire de la maille de l'exutoire du bassin versant et la longueur caractéristique de la maille l_i, calculée à partir de la fonction de répartition des distances à l'exutoire de cette maille.
- On suppose que le débit issu de la fonction de production de la maille i au cours d'un pas de temps est apporté uniformément sur toute la longueur caractéristique l_i de la maille.

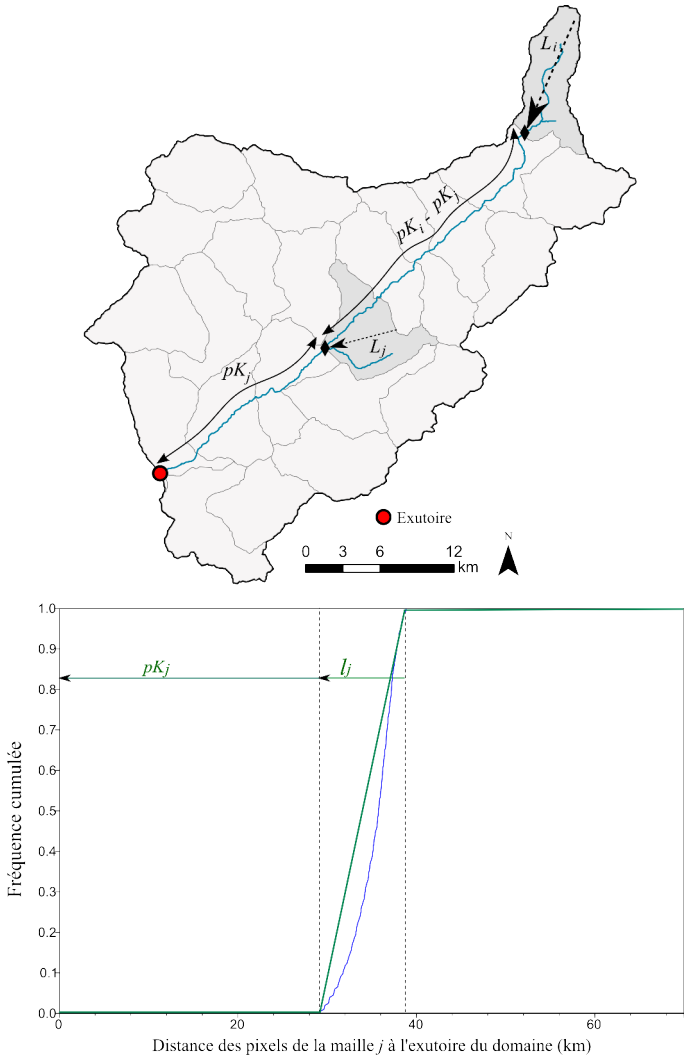


FIGURE 9.10. – Géométrisation du transfert de la production d'une maille. Chaque maille est assimilée à un bief unique dont la longueur l_j est donnée par la courbe de répartition des distances à l'exutoire pour tous les pixels composant cette maille. Les contributions de chaque maille aux différents points de contrôle sont superposées du fait de la linéarité de l'équation de l'onde diffusante.

- La propagation est effectuée à partir de l'équation 1D d'onde diffusante : solution de Hayami à deux paramètres (célérité C et diffusivité D indépendants du débit). La linéarité de la formulation permet d'appliquer le principe de superposition, et de propager indépendamment les contributions de chaque maille vers les différents points de contrôle. La propagation du débit $Q(x,t)$ par apport uniforme de la fonction de production sur un bief de longueur l_i, puis transféré aux points de contrôle, s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} + C\frac{\partial Q}{\partial x} - D\frac{\partial^2 Q}{\partial^2 x} = \frac{Q_{prod}}{l_i} & apport \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + C\frac{\partial Q}{\partial x} - D\frac{\partial^2 Q}{\partial^2 x} = 0 & transfert \end{cases} \tag{9.23}$$

La partie « transfert » est résolue pour toutes les mailles à l'amont d'un point de contrôle et ce pour tous les points de contrôle. Le débit au point de contrôle est ainsi la superposition des

contributions calculées par la solution analytique de Hayami (*Hayami*, 1951).

Au total, ce sont 2 paramètres (célérité et diffusivité) qui sont associés à la fonction de transfert, ce qui porte à 12 le nombre de paramètres du modèle hydrologique.

9.4.5. Synthèse paramètres et variables

Au final, le modèle hydrologique (hors module de neige-glace) fait intervenir 12 paramètres calibrés (tableau 9.4). La variable d'intérêt est la variable de sortie du module - à savoir le débit Q calculé aux différents points de contrôle du maillage.

Les réservoirs de sol et de nappe sont volontairement limités à des quantités pas trop importantes en termes de capacité de stockage afin de favoriser la mise en relief du rôle de l'information nivale et glaciaire.

Au total, 31 paramètres sont employés dans l'ensemble du modèle CEQUEAU-Alpes, dont 21 sont calibrés.

TABLEAU 9.3. – Paramètres du module de neige-glace

Paramètre du module de neige-glace	Valeur si prescrit, Gamme si calibré	Nom
α_{max}	0.9	albédo de la neige fraîche [-]
α_{glace}	0.4	albédo de la glace [-]
τ_α	35	Constante de temps pour la réduction de l'albédo avec l'âge [j]
$\bar{f}$	0.4 ; 0.8	Fraction du rayonnement solaire arrivant en moyenne au sol [-]
K_{max}	0.03 ; 30	Constante pour paramétriser la conductivité thermique de la neige $[W.m^{-1}.K^{-1}]$
ε_a	0.5 ; 1.0	Emissivité moyenne de la basse atmosphère [-]
T_N	272.15	Température à laquelle on a que de la neige [K]
T_P	276.15	Température à laquelle on a que de la pluie [K]
$f_{liq,max}$	0.5	Fraction maximum d'eau liquide dans les précipitations de neige
f_{ret}	0.08	Fraction maximale d'eau liquide dans le manteau [kg/kg]
ρ_{min}	50 ; 300	Masse volumique de la neige fraîche $[\text{kg}.m^{-3}]$
η_0	1e7 ; 1e14	Viscosité compressive minimale de la neige [Pa.s]
ρ_0	100 ; 700	Masse volumique caractéristique d'augmentation de η avec ρ_{neige} $[\text{kg}.m^{-3}]$
z_{actmax}	10	Epaisseur thermiquement active maximum [m]
C_{neige}	1 ; 1.2	Correction de sous-captation de la neige [-]

Tableau 9.4. – Paramètres du modèle hydrologique

Paramètre du modèle hydrologique	Valeur si prescrit, Gamme si calibré	Nom
$H_{sol,mx}$	50 ; 600	Hauteur sol max [mm]
$H_{seuil}/H_{sol,mx}$	0 ; 1	Hauteur seuil évaporatoire / Hauteur sol max
$H_{inter}/H_{sol,mx}$	0 ; 1	Hauteur intermédiaire / Hauteur sol max
$H_{infil}/H_{sol,mx}$	0 ; 1	Hauteur infiltration / Hauteur sol max
$T_{sol,ht}$	1 ; 30	Constante de vidange sol haut [j]
$T_{sol,bs}$	10 ; 1000	Constante de vidange sol bas [j]
T_{infil}	10 ; 100	Constante de temps infiltration [j]
$H_{nap,mx}$	100 ; 500	Hauteur max de la nappe [mm]
$T_{nap,ht}$	1 ; 100	Constante vidange nappe haute [j]
$T_{nap,bs}$	10 ; 10000	Constante vidange nappe basse [j]
C	0.1 ; 10	Célérité [m/s]
D	10 ; 3000	Diffusivité [m²/s]

10

Méthodes

La présentation du modèle hydro-météorologique a révélé la présence d'une trentaine de paramètres, dont 21 nécessitent d'être calibrés. Ce nombre important de paramètres, associée à la large gamme de calibration autorisée pour certains paramètres, engendre un problème d'optimisation du modèle. Car l'identification d'un si grand nombre de paramètres sur la seule observation du débit à l'exutoire d'un domaine est compliquée.

Dans ce contexte, la calibration multi-objectifs permet de générer un ensemble de solutions jugées optimales, appelé le front de Pareto, par optimisation conjointe du modèle selon plusieurs fonctions objectifs. Afin d'exploiter conjointement l'information hydrologique, nivale et glaciaire, nous proposerons une fonction objectif pour chacune des variables diagnostiques choisies.

L'analyse de la robustesse du modèle hydro-météorologique se fera à partir des solutions optimales générées, au moyen d'une validation par le Split-Sample Test.

10.1. Calibration multi-objectifs

La calibration multi-objectifs (*Gupta et al.*, 1998; *Legates et McCabe*, 1999; *Pollacco et al.*, 2013) est un problème d'optimisation qui s'est régulièrement posé en hydrologie et consiste en

un algorithme permettant d'optimiser conjointement un jeu de paramètres θ d'un modèle en fonction de plusieurs critères d'évaluation, appelés fonctions objectifs. Le processus d'optimisation est répété jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit satisfait (e.g. nombre maximum de calibration, convergence des fonctions objectifs, ...).

La calibration multi-objectifs a porté ses fruits en hydrologie à plusieurs reprises et ont permis de réduire l'incertitude sur l'estimation des paramètres et d'améliorer les prédictions des modèles (voir review de la calibration multi-objectifs appliquée à l'hydrologie (*Efstratiadis et Koutsoyiannis*, 2010)). Il est d'ailleurs recommandé de diversifier les critères d'évaluation, plutôt que d'évaluer une unique variable temporelle sur une plus grande période (*McLaughlin et Townley*, 1996).

Pour les modèles de bilan de masse glaciaire, à bases physiques, le besoin d'une telle procédure a d'ailleurs été récemment exprimé par *Rye et al.* (2012), en partant du principe qu'il n'est pas suffisament satisfaisant d'ajuster les paramètres du glacier de manière à ce les simulations soient cohérentes avec les observations, mais que la génération d'un ensemble de solutions est plus pertinente.

Afin d'automatiser la procédure, la calibration multi-objectifs s'appuie sur la notion de dominance et d'optimalité au sens de Pareto (*Yapo et al.*, 1998).

Soit θ un jeu de paramètres et soient $\mathbf{f}(\theta) = (f_1(\theta), ..., f_n(\theta))$ les n fonctions objectifs associées. On dira que $\mathbf{f}(\theta')$ domine $\mathbf{f}(\theta)$ (et par abus de langage que θ' domine θ) si :

$$\begin{cases} \forall i \in [1, n], & f_i(\theta) \leq f_i(\theta') \\ \exists j \in [1, n], & f_j(\theta) < f_j(\theta') \end{cases} \tag{10.1}$$

On dira que la solution $\mathbf{f}(\theta_{\mathbf{opt}})$ associée au jeu de paramètres $\theta_{\mathbf{opt}}$, est optimale au sens de Pareto, si cette fonction objectif n'est pas dominée. En d'autres termes, la solution est optimale s'il n'est pas possible d'améliorer la solution sans déteriorer au moins une des fonctions objectifs. Raisonnons sur un espace à deux fonctions objectifs pour illustrer ces notions (figure 10.1) :

En pratique, en hydrologie, il n'est pas observé d'unique solution non-dominée satisfaisant tous les critères à la fois mais un ensemble de solutions optimales, appelé le front de Pareto. Le but de l'algorithme d'optimisation est alors d'approcher le front de Pareto afin de déterminer l'ensemble de solutions optimales au sens de Pareto. Parmi ces solutions optimales, il convient d'extraire subjectivement un sous-ensemble, appelé compromis. Mais ce compromis est parfois délicat à définir selon la géométrie du front et la perte de performance enregistrée par les critères. Idéalement, plus le front tend vers une solution optimale unique satisfaisant les deux critères, plus le compromis des solutions est réduit et mieux défini. Qualitativement, il convient de raisonner en termes de compromis là où le régime de pente du front varie fortement.

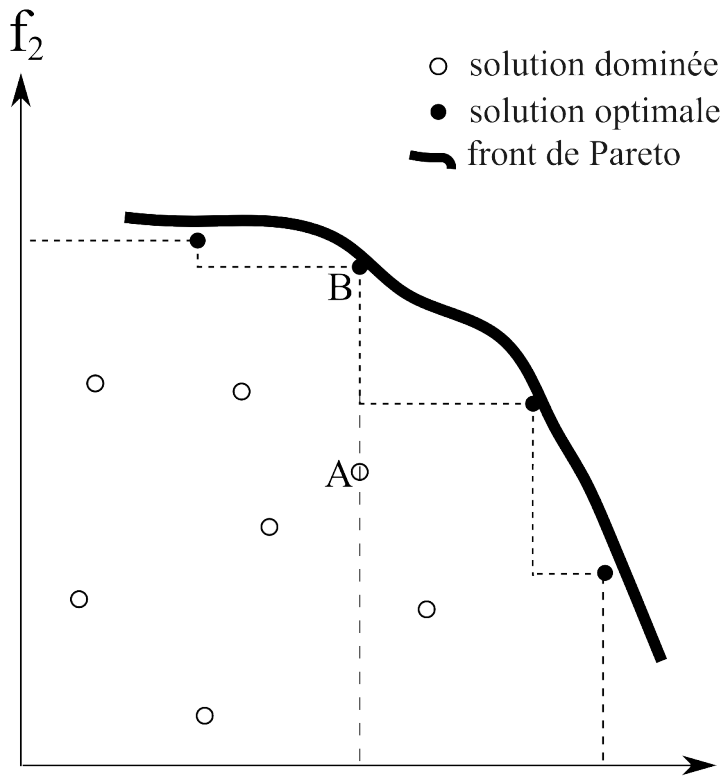


FIGURE 10.1. – Illustration des concepts de dominance et d'optimalité au sens de Pareto. Notons que dans ce cas fictif, l'ajout d'une deuxième fonction objectif a pu lever de l'équifinalité (Le point A et le point B ont la même abscisse).

La construction du front de Pareto par le calibration multi-objectifs permet de lever de l'équifinalité. En figure 10.1, remarquons que le point A et le point B, se trouvant sur le front de Pareto, ont la même abscisse. Le point B domine le point A tel que :

$$\begin{cases} f_1(A) = f_1(B) \\ f_2(A) < f_2(B) \end{cases} ;$$

Ainsi, l'apport de l'optimisation selon la fonction objectif f_2 a permis de lever l'équifinalité par la construction du point B, jugé plus optimal que A.

Dans cette étude, nous utilisons un algorithme d'optimisation génétique développé par *Le Moine* (2009), adapté de deux algorithmes existants : l'algorithme ε- NSGA-II décrit dans *Reed et Devireddy* (2004) et l'algorithme MEAS développé par *Efstratiadis et Koutsoyiannis* (2005). Le point de départ de cet algorithme est un ensemble de solutions initiales, appelé population, que l'on fait évoluer en suivant des règles de génération de nouvelles solutions et en ne conservant que les « meilleures » à chaque génération. Nous conserverons, non pas un compromis, mais l'ensemble des solutions du front de Pareto généré, que nous limiterons à 300 solutions identifiées. Bien que l'optimalité au sens de Pareto ne garantisse pas la transférabilité des solutions (seul un test de robustesse peut le garantir), nous ne conservons que ces solutions pour l'analyse (des solutions supplémentaires ont été prélevées à proximité du front dans un premier temps,

mais elles n'ont pas démontré un gain important en robustesse et seront de ce fait exclues). Par ailleurs, au cours de l'étude, nous considérerons plusieurs critères d'évaluation, mais nous nous limiterons à trois critères par optimisation. Notons d'ailleurs que le critère KGE défini ci-avant est une solution particulière provenant du front de Pareto associé aux fonctions objectifs portant sur la corrélation, le biais et l'écart de variabilité.

10.2. Fonctions objectifs/Critères d'évaluation

10.2.1. Fonction objectif des chroniques temporelles

La qualité (ou performance) des simulations est mesurée par une différence entre l'observé et le simulé, calculée par une fonction objectif (dans un cadre d'optimisation) ou critère d'évaluation (dans un cadre d'évaluation ou de validaton), dont le choix influence les résultats. Dans cette étude, nous utilisons le critère de Kling-Gupta (*Gupta et al.*, 2009) (KGE) comme fonction objectif des séries temporelles. Ce critère est une décomposition « équitable » du critère classique de Nash-Sutcliffe (*Nash et Sutcliffe*, 1970), qui a tendance à sous-estimer la variabilité. Sa formulation est la suivante :

$$KGE = 1 - \sqrt{(r-1)^2 + (B_{ias} - 1)^2 + (R-1)^2} \tag{10.2}$$

Où r est le coefficient de corrélation calculé entre la série temporelle observée X_{obs}, de moyenne temporelle $\bar{X}_{obs}$et d'écart-type σ_{obs}, et la série temporelle simulée X_{sim}, de moyenne temporelle $\bar{X}_{sim}$ et d'écart type σ_{sim} :

$$r = \frac{\sum \left(\left(X_{obs} - \bar{X}_{obs} \right) \left(X_{sim} - \bar{X}_{sim} \right) \right)}{\sigma_{obs} \sigma_{sim}} \tag{10.3}$$

Où B_{ias} est le rapport entre les moyennes :

$$B_{ias} = \frac{\bar{X}_{sim}}{\bar{X}_{obs}} \tag{10.4}$$

Et où R est le rapport entre les écart-types :

$$R = \frac{\sigma_{sim}}{\sigma_{obs}} \tag{10.5}$$

Plus le KGE se rapproche de 1, plus le modèle est jugé performant. Maximiser cette fonction objectif revient à chercher un compromis entre la corrélation, le biais et l'écart de variabilité des deux séries temporelles. Ce critère s'étend de $-\infty$ à 1, et il peut arriver que certaines mesures mal intentionnées « plombent » la performance. A cet effet, une normalisation a été proposée (*Mathevet et al.*, 2005) pour le critère de Nash-Sutcliffe, pour lequel le problème existe aussi, et que nous nous proposons d'appliquer au KGE de manière à normaliser le domaine sur l'intervalle [-1,1]. Nous appelons C_i, le KGE normalisé de la variable d'intérêt i tel que :

$$C_i = \frac{KGE}{2 - KGE} \tag{10.6}$$

dont la réciproque est :

$$KGE = \frac{2C_i}{1 + C_i} \tag{10.7}$$

Ainsi, nous nous proposons d'appliquer le critère C_i aux séries temporelles.

10.2.2. Fonction objectif glaciaire

Immerzeel et al. (2012a) proposent de déterminer les gradients orographiques de précipitations régionaux sous l'hypothèse que le bilan de masse global d'un système glaciaire (un ensemble de massifs glaciaires à l'échelle régionale, eux-même un ensemble de glaciers) est nul sur une période donnée. Cette hypothèse très forte traduit le fait qu'un système glaciaire est en équilibre avec le climat. En conséquence, la composante de fonte s'équilibre régionalement avec la composante d'accumulation.

Dans cette étude, afin d'évaluer l'apport de l'information glaciaire sur l'ensemble de la chaîne de modélisation, nous nous proposons d'appliquer cette hypothèse à l'échelle du glacier, tel que le bilan de masse global moyen annuel d'un glacier $\bar{B}$ $[mw.e./an]$ soit nul :

$$\bar{B} = 0 \tag{10.8}$$

En réalité, les glaciers mondiaux ont enregistré un bilan de masse moyen annuel de -0.14 mwe/an sur la période 1976-1985, de -0.25 mw.e./an sur la période 1986-1995, et de -0.58 mw.e./an sur la période 1996-2005 (*Zemp et al.*, 2009). Cette tendance pluri-annuelle est notamment à attribuer au fait que les surfaces englacées diminuent. Comme par construction, les surface englacées n'évoluent pas dans le modèle, nous ne chercherons pas à modéliser cette composante très basse-fréquence, et nous nous contenterons d'évaluer le signal purement climatique associé au bilan de masse. Cette hypothèse est d'ailleurs cohérente avec cet aspect car, si les surfaces

englacées n'évoluent pas, cela implique qu'a priori, physiquement, le volume englacé ne varie pas, et donc que son bilan de masse global est nul au cours du temps. Il serait toujours possible de calibrer un bilan de masse en fonction de bilans de masse moyens observées, mais cela n'a pas de sens pour la modélisation pluri-annuelle si les surfaces englacées n'évoluent pas dans le modèle.

La fonction objectif de l'Eq.10.8 porte ainsi l'information glaciaire. En termes de calibration, optimiser selon cette fonction objectif revient à compenser artificiellement la quantité de glace fondue par la quantité de glace accumulée. Sous cette angle, la fonction objectif s'apparente à une loi de transfert glaciaire. En particulier, les deux paramètres météorologiques H et Γ vont s'ajuster de manière à vérifier le critère. Selon le couvert glaciaire par maille, cette fonction objectif est susceptible d'avoir plus ou moins d'importance sur la calibration de H et de Γ.

10.3. Split-sample test (SST)

Il est d'usage d'éprouver la robustesse d'un modèle conceptuel calibré avec des données indépendantes de celles utilisées lors de la calibration en évaluant le transfert de l'information apportée par l'optimisation selon une fonction objectif. En pratique, cela consiste à évaluer la transférabilité des jeux de paramètres obtenus lors de la phase de calibration. En modélisation hydrologique, *Klemeš* (1986) a posé les jalons d'une méthodologie adaptée à un tel test.

Le Split-Sample Test (SST) permet d'étudier la sensibilité du modèle à un contexte climatique différent afin d'apprécier ses qualités d'extrapolation. Ce test propose d'évaluer le modèle sur une période climatique différente de celle utilisée pour la calibration. En pratique le modèle est calibré sur une période choisie, appelé période de calibration, où un certain nombre de solutions sont générées. Ces solutions sont ensuite évaluées sur une seconde période distincte, appelé période de contrôle (ou de validation).

Dans la perspective de modéliser durablement la réponse hydro-météorologique du bassin, le SST est un test approprié. Car le fonctionnement du bassin versant est susceptible d'évoluer (évolution des surfaces englacées, évolution du couvert végétal, ...) ou alors la réponse du modèle peut être différente selon le type de forçage climatique. En effet, un jeu de paramètres calibré sur une période plus sèche/chaude, ne garantit pas une performance du modèle semblable sur une période plus humide/froide. Il s'agit d'évaluer alors la transférabilité d'un tel jeu de paramètres. La méthodologie du SST est présentée en figure 10.2.

Combinée à la calibration multi-objectifs, cette procédure permet de confronter l'ensemble des solutions du front de Pareto afin d'évaluer la transférabilité des solutions sur une autre période

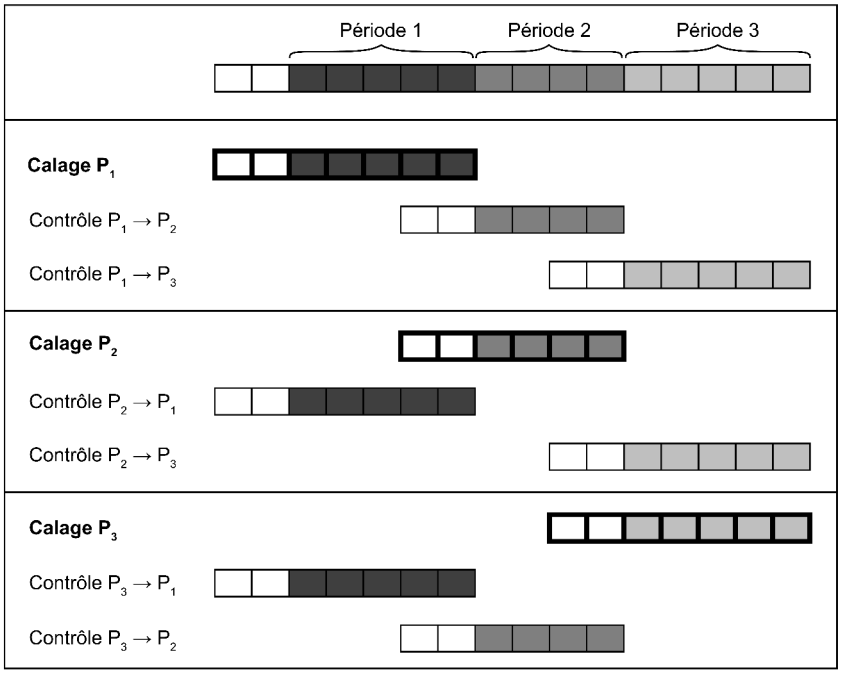


FIGURE 10.2. – Procédure du Split-Sample Test (SST) symétrique sur un bassin versant pour n = 3 périodes, donnant 3 critères de calibration et 6 critères de contrôle. En calage comme en contrôle, le critère n'est calculé que pour les années « colorées », les années « blanches » étant des années d'initialisation où seuls les forçages climatiques sont utilisés.

de simulation. Ainsi, l'approche couplée calibration multi-objectifs/SST permet d'identifier un certain nombre de solutions jugées à la fois optimales et robustes. Dans ce cadre, les fonctions objectifs de la période de calibration peuvent jouer le rôle de critère d'évaluation dans la phase de contrôle.

Bref rappel des objectifs :

Face à l'incertitude sur le forçage météorologique et climatique, *Immerzeel et al.* (2012a) ont proposé de contraindre des paramètres météorologiques à l'échelle d'un massif de glacier à partir d'une hypothèse sur le bilan de masse global. *Le Moine et al.* (2014) ont proposé, quant à eux, une calibration conjointe des paramètres hydro-météorologiques de moyenne montagne basée sur la validation conjointe hydrologique, pluviométrique et nivale. *Schaefli et al.* (2005) et *Konz et al.* (2007) mettent en évidence l'importance de l'information glaciaire pour la modélisation hydrologique, dans un cadre multi-objectifs. *Schaefli et al.* (2005) suggèrent de plus, que l'information du bilan de masse global annuel permet de reproduire des bilans de masse locaux tandis que reconstituer le bilan de masse global à partir de l'information de bilans de masse locaux est plus délicat (*Schaefli et Huss*, 2011). Nous proposons d'évaluer l'information à la fois hydrologique, nivale et glaciaire afin de contraindre conjointement les paramètres hydrologiques et météorologiques. A la suite de quoi, nous proposerons une cartographie du bilan de masse local annuel à partir d'un jeu de paramètres optimisés.

11

Un cas d'étude : trois bassins versants des Alpes Bernoises

Trois bassins versants des Alpes Bernoises en Suisse ont été sélectionnés afin de réaliser cette étude. La sélection s'est portée vers ces bassins pour deux raisons principales :

- la présence significative d'un stock nival et glaciaire
- la quantité, la qualité et la profondeur des séries temporelles des donneés de forçage et de validation

11.1. Présentation des bassins versants

Les bassins versants sélectionnés pour cette étude sont contigus et ont un exutoire volontairement positionné sur une station hydrométrique. Il s'agit de :

- le Rhône à Brig
- l'Aare à Brienzwiller
- la Lütschine à Gsteig

Ces trois bassins versants sont situés dans le sud-ouest de la Suisse, et englobent une partie des Alpes Bernoises, Valaisannes (ou Pennines) et Uranaises. Le bassin versant du Rhône est inclus dans le canton du Valais tandis que les bassins versants de l'Aare et de la Lütschine sont

inclus dans l'Oberland bernois, lui-même inclus dans le canton de Berne. Le MNT de la région d'étude est présenté en figure 11.1 :

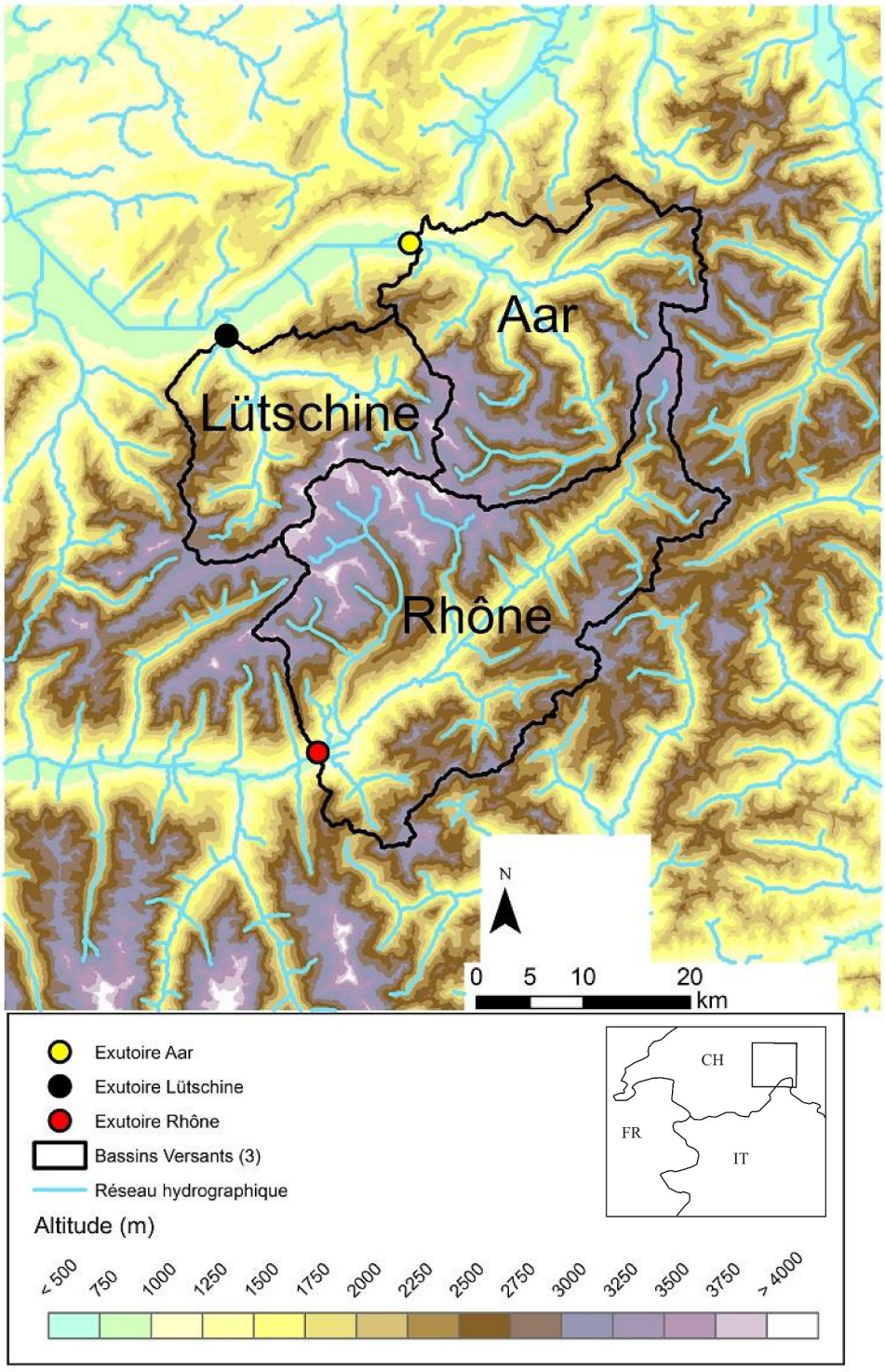
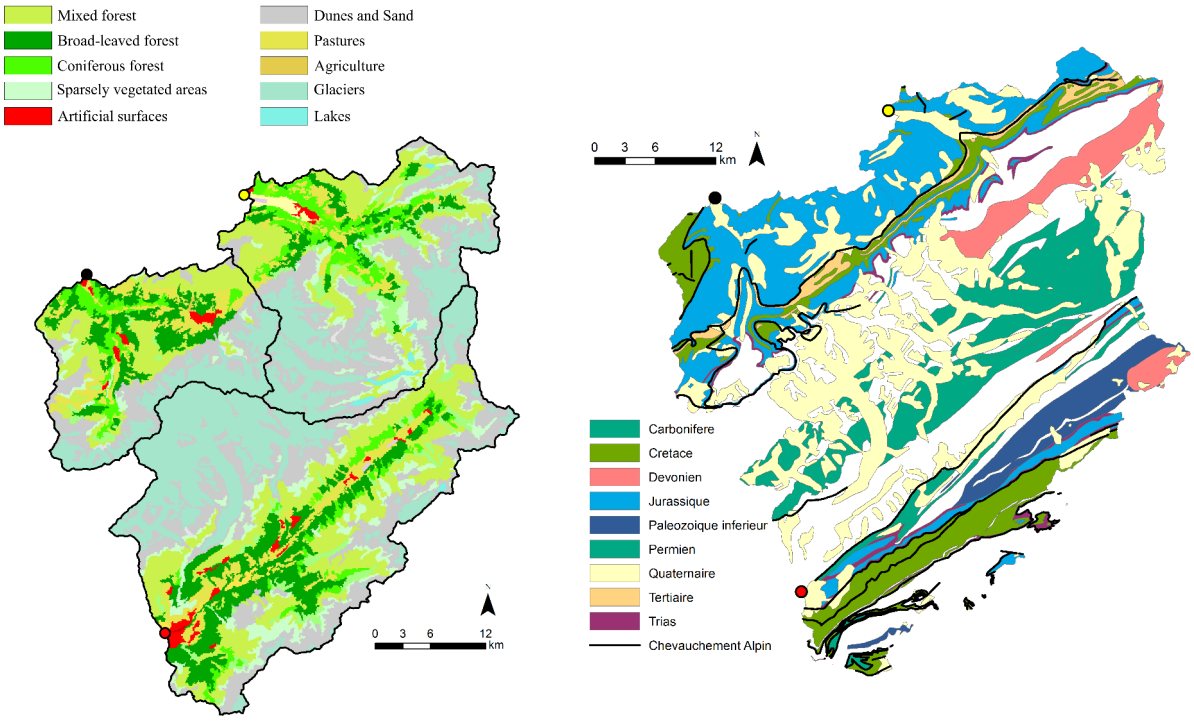


FIGURE 11.1. – Modèle Numérique de Terrain (MNT) de la région d'étude, construction des 3 bassins versants d'étude : le Rhône, l'Aar et la Lütschine, et extraction du réseau hydrographique.

Dans notre étude, le MNT numérisé de la Suisse est utilisé. Il s'agit d'un MNT de résolution 25 mètres construit par l'Office fédéral de Topographie Suisse Swisstopo à partir de la carte nationale aux 1 :25 000. Swisstopo indique que la précision moyenne est d'environ de 3 à 8 mètres dans les Alpes.

Le dénivelé du domaine d'étude est d'environ 3700 mètres entre l'altitude 570 m (exutoire de l'Aar) et le point culminant du Finsteraarhorn à 4274 m. Par analyse spatiale du MNT, nous obtenons des superficies de bassins respectivement de 908 km^2 pour le Rhône, 584 km^2 pour l'Aar, et 381 km^2 pour la Lütschine.

La géologie et l'occupation des sols des trois bassins versants sont présentées en figure 11.2.



(a) Corine Land Cover 2006 (b) Géologie

FIGURE 11.2. – Occupation du sol et géologie des trois bassins versants.

Il apparaît clairement une variation altitudinale à la fois de l'occupation des sols et de la géologie. En particulier, notons que les différents couverts végétaux suivent des courbes de niveaux et que la végétation disparaît à très haute altitude.

11.2. Discrétisation spatiale

Bien que les forçages soient différents pour chacun des sous-bassins versants, nous adoptons une paramétrisation identifque pour l'ensemble des mailles de calcul.

11.2.1. Discrétisation par sous-bassins versants

Etant donnée la superficie des bassins versants et la densité spatiale de pluviomètres (1 pluviomètre par 250 km^2), nous choisissons de construire des mailles de sous-bassins versants de 40 km^2 d'aire. On force le maillage topographique à « passer » par les 9 stations de jaugeage dont nous disposons (présentées par la suite), qui constituent un point de contrôle du maillage. Nous obtenons le maillage de sous-bassins versants suivant (figure 11.3) :

Finalement, le mailleur a généré 45 mailles d'aires de 41.6 km^2 en moyenne avec un écart-type de 3.7 km^2. Ces 45 sous-bassins versants serviront d'entité de calcul à la simulation du débit en chaque point de contrôle associé (les exutoires sont des points de contrôles).

11.2.2. Inventaire glaciaire

Nous traitons de suite l'inventaire glaciaire car sa prescription joue un rôle sur la discrétisation par bandes d'altitude.

La base de données Randolph Glacier Inventory (RGI) est un inventaire numérique répertoriant les contours géospatialisés de glaciers du monde entier crée en février 2012 (*Arendt*, 2012). La version 3.2 de l'inventaire, que nous utilisons dans cette étude, compatibilise environ 198000 glaciers, repertoriés à partir d'images satellites. La distinction entre les différents glaciers juxtaposés a été faite par le biais d'algorithmes basés sur la géométrie des MNT (*Bolch*, 2007; *Kienholz et al.*, 2013), puis a été validée manuellement. L'incertitude totale sur la superficie glaciaire repertoriée est de 5% (*Pfeffer et al.*, 2014), et provient principalement de la couverture neigeuse permanente et des débris à la surface des glaciers.

L'inventaire RGI répertorie 465 glaciers au sein des trois bassins versants (figure 11.4), allant de corps glaciaires de quelques km^2 au glacier d'Aletsch d'une superficie de 82 km^2. Les superficies (et proportions) de glaciers pour chaque bassin valent respectivements 60 km^2 (15%) pour le bassin de la Lütschine, 97 km^2 (17%) pour le bassin de l'Aar et 189 km^2 (21%) pour le bassin du Rhône.

En moyenne les glaciers suisses ont enregistré un bilan de masse net annuel moyen ($\sum BS_{gl} / \sum S_{gl}$) de -0.73 mwe/an sur la période 1985-2010 (*Fischer et al.*, 2014). Mais comme précisé plus tôt,

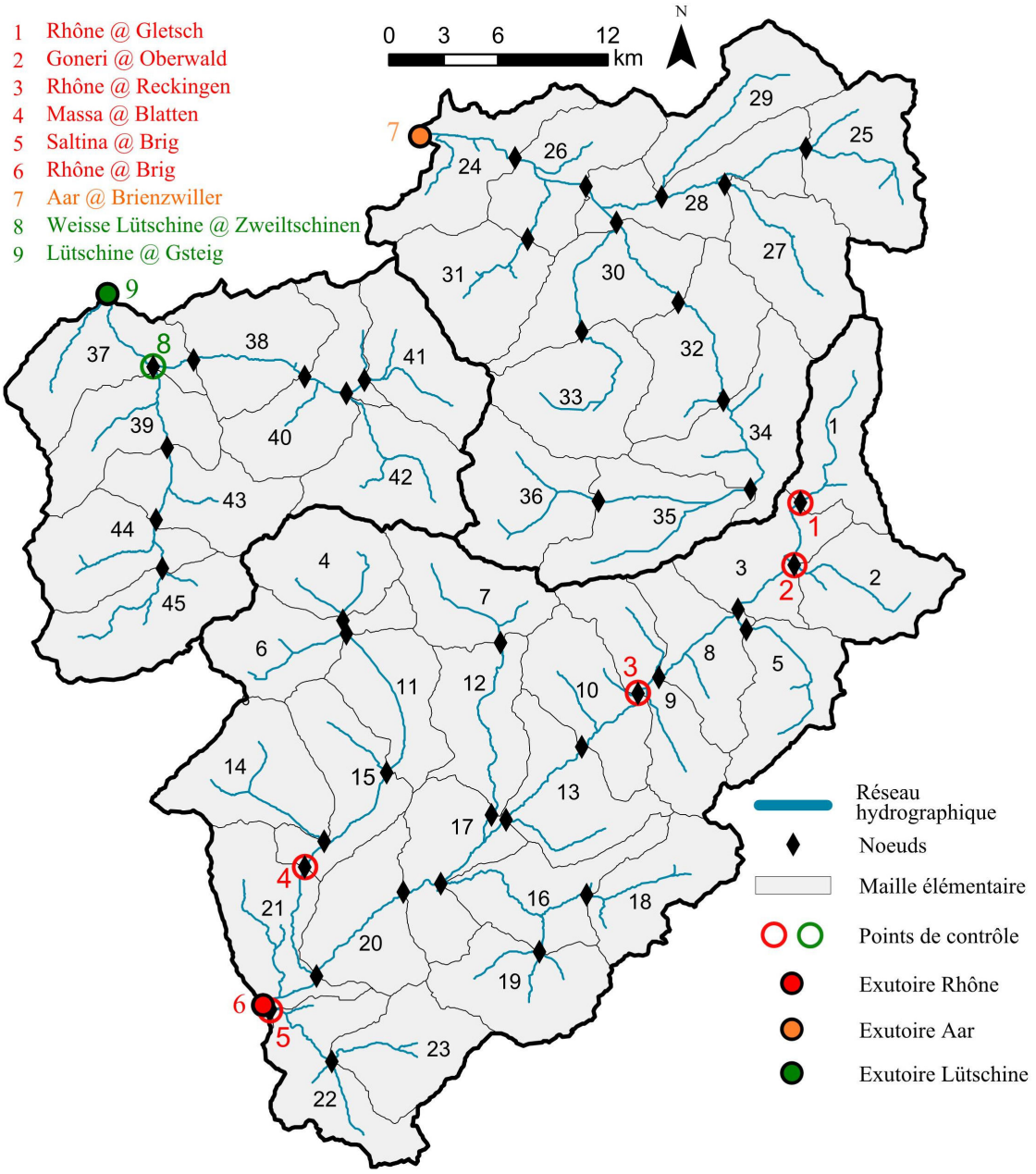


FIGURE 11.3. – Discrétisation du modèle en sous-bassins versants.

la non-considération de l'évolution des surfaces englacées suggère de conserver l'hypothèse de bilan de masse global annuel nul.

Afin d'appliquer la fonction objectif glaciaire, nous identifions les sous-bassins versants incluant un stock glaciaire. Comme certains glaciers sont à cheval sur plusieurs mailles, nous avons décidé de regrouper ces mailles, de manière à appliquer la fonction objectif glaciaire sur l'ensemble du stock glaciaire correspondant, appelé massif. La liste des massifs sélectionnés est également présentée en figure 11.4. Dans ce cas, le schéma d'agrégation des bilans de masse par bande d'altitude est réalisé spécifiquement à l'échelle des massifs de manière à calculer un bilan de masse à l'échelle du massif B_{mas}.

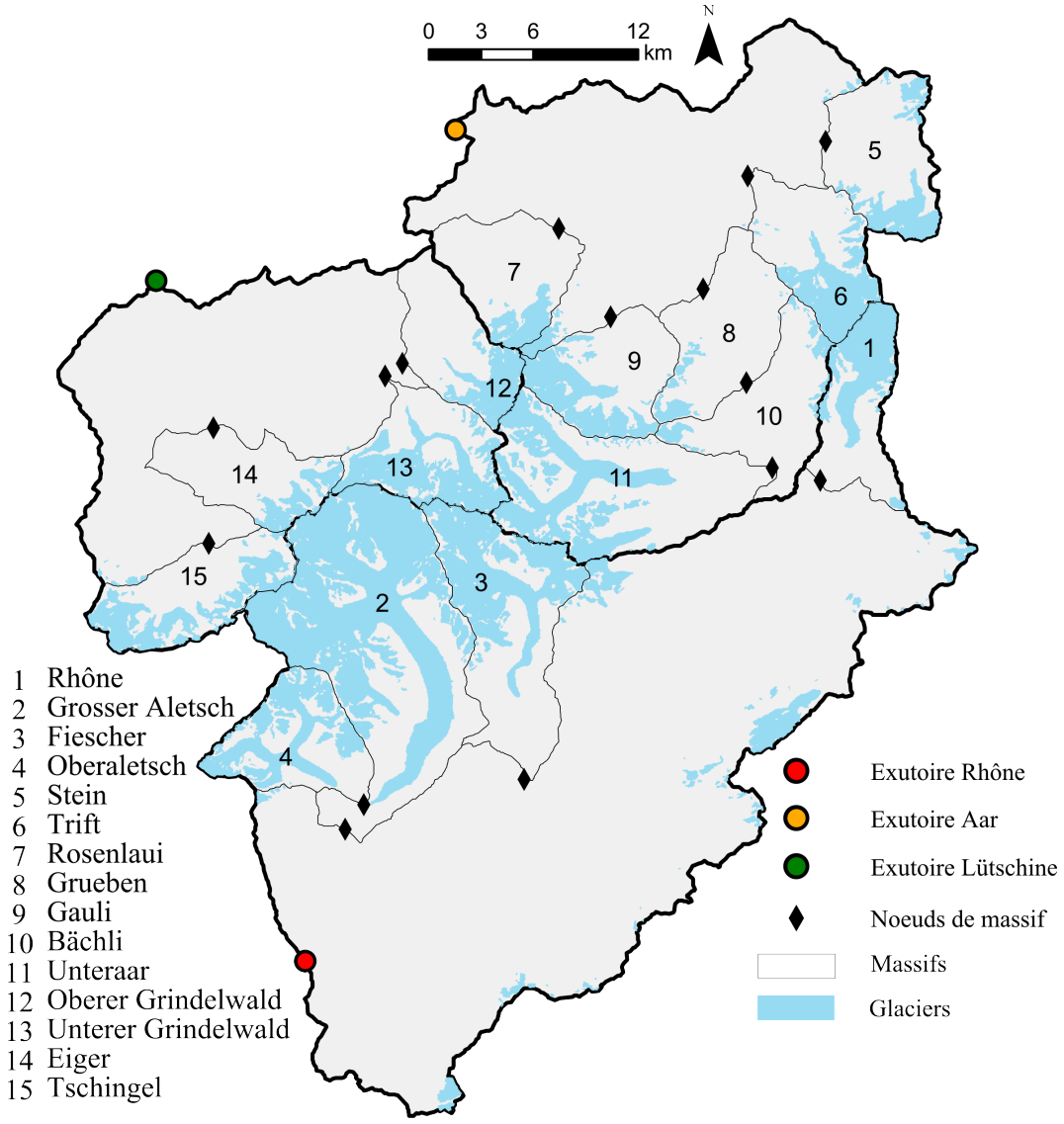


FIGURE 11.4. – Définition des 15 massifs utilisés pour le calcul des bilans de masse moyens. Chaque massif regroupe une ou plusieurs mailles du modèle hydrologique.

Etant donné le regroupement des glaciers par massif, nous adaptons la fonction objectif glaciaire à l'échelle régionale. Afin de donner un poids égal à chaque massif glaciaire inclus par sous-bassin versant, nous proposons d'évaluer la performance liée à l'hypothèse, au sein du modèle hydro-météorologique, par un critère portant sur le bilan de masse net moyen annuel régional $\bar{B}_{reg}$ [mw.e./an] de l'ensemble des stocks glaciaires inclus par massif glaciaire. Le bilan de masse moyen annuel régional $\bar{B}_{reg}$ est lié au bilan de masse annuel d'un massif glaciaire $\bar{B}_{mas}(=\frac{B_{mas}}{S_{mas}})$ [mw.e./an] de surface S_{mas} par :

$$\bar{B}_{reg} = \frac{\sum \left|\bar{B}_{mas}\right| S_{mas}}{\sum S_{mas}} \tag{11.1}$$

Valider l'hypothèse régionalement revient alors à minimiser cette fonction objectif sur l'ensemble de la période de calibration, ce qui revient bien à faire en sorte qu'en moyenne, sur la période de calibration, le bilan de masse annuel B_{mas} des différents massifs glaciaires tende vers 0. Dans

cette étude, comme les surfaces englacées n'évoluent pas dans le modèle, cela équivaut à calibrer le modèle sur une variable représentative de l'échelle du massif glaciaire.

11.2.3. Discrétisation par bandes d'altitude

Le degré de discrétisation des bandes d'altitude peut influencer les résultats de simulation. *Schaefli et al.* (2005) observent un seuil d'une dizaine de bandes à partir duquel une discrétisation supplémentaire n'influence plus la simulation du débit, pour des bassins de taille similaire à nos sous-bassins versants. Nous choisissons un nombre de 15 bandes d'altitude par maille, ce qui correspond à un dénivelé moyen de 150 mètres par bande d'altitude non englacée et de 240 mètres par bande d'altitude englacée.

11.3. Données de forçage

La localisation des données de forçage et validation est présentée sur la carte en figure 11.5.

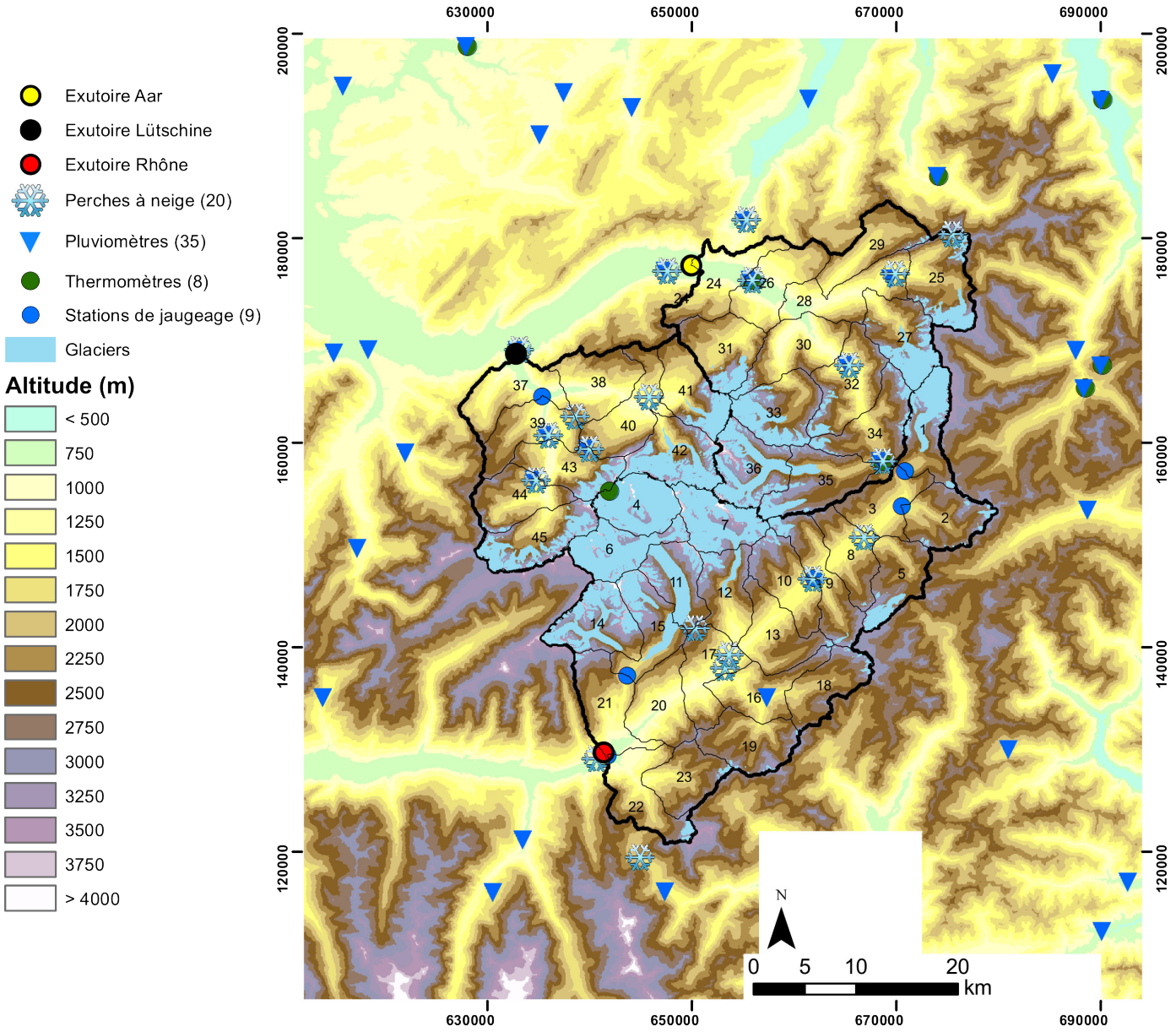


FIGURE 11.5. – Cartographie des données de forçage et de validation. Coordonnées projetées en CH1903.

La procédure de Split-Sample Test (SST) appliquée à la modélisation pluri-annuelle nécessite une profondeur temporelle des chroniques de préférence de plusieurs dizaines d'années. Nous nous sommes fixés 45 ans de données journalières et avons commandé en conséquence, au près de SwissMeteo, les chroniques de postes météorologiques sur le domaine étudié. Etant donné les lacunes dans certaines chroniques de pluviométrie, la période d'étude sélectionnée s'étale **du 1er août 1961 au 31 juillet 2006.** La date du 1er août est choisie de manière à initialiser le modèle lors d'une période dénuée de neige. L'initialisation est d'ailleurs d'un an, i.e. que l'on considère les variables simulées qu'à partir d'un an de simulation. Les chroniques sont issues de 35 pluviomètres et de 8 thermomètres dont la liste est dressée dans les tableaux 11.1 et 11.2.

La figure 11.6 illustre la sous-représentation des pluviomètres à très haute altitude, où les mesures de précipitations sont généralement les plus fortes.

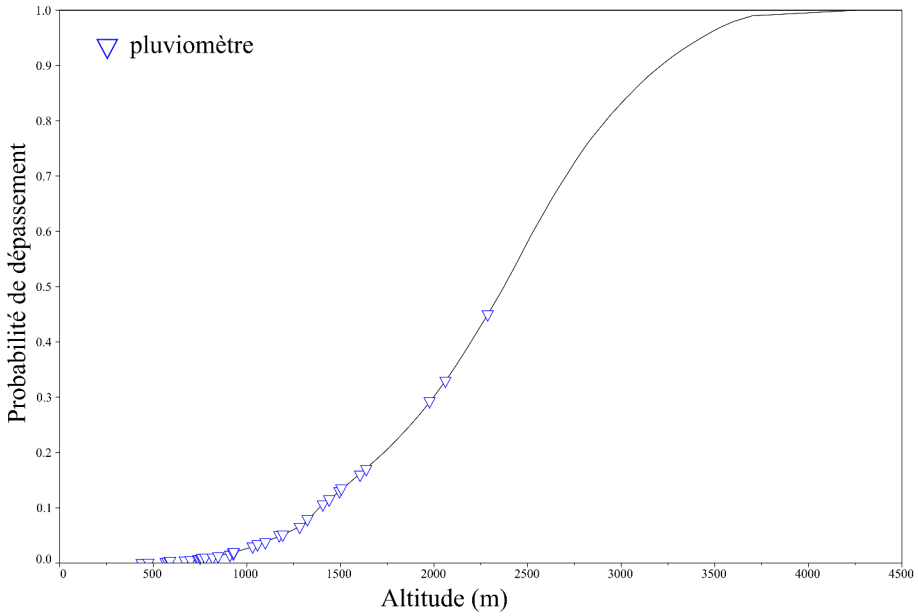


FIGURE 11.6. – Représentation altitudinale des pluviomètres sur la courbe hypsométrique des bassins versants.

11.4. Données de validation

Les données de validation dont nous disposons sont :

- le débit journalier (9 stations de jaugeage)
- la hauteur de neige journalière (20 perches à neige)
- les images MODIS converties en chroniques de fraction de couvert neigeux (SCF) par maille tous les 8 jours.

11.4.1. Stations de jaugeage

Auprès de l'Office Fédéral de l'EnVironnement (OFEV), nous nous sommes procurés les chroniques de débit journalier mesurées par 9 stations de jaugeage, localisée en figure 11.3 au niveau des points de contrôle (dont les exutoires font partie) du maillage. Leur liste est dressée dans le tableau 11.3.

Notons que deux d'entre eux (Rhône à Gletsch et Massa à Blatten) sont situés au pied de glaciers (respectivement du Rhône et d'Aletsch). Depuis leur date de disponibilité, aucune lacune n'entâche leur chronique. Le critère d'évaluation C_Q du débit portera sur l'ensemble de ces stations de jaugeage.

11.4.2. Neige

Nous disposons de deux types de données nivales : des chroniques de hauteurs de neige journalières et de fractions de couvert neigeux par maille tous les 8 jours (images MODIS).

Hauteurs de neige

Auprès de l'OFEV, nous nous sommes procurés des chroniques de hauteurs de neige journalières (HTN) mesurées par 20 perches à neige, dont la liste est dressée dans le tableau 11.4.

Malheureusement, seules 3 perches à neige (Guttannen, Meiringen et Murren) couvrent la totalité de la période sélectionnée et ne sont pas parmi les plus élevées. De plus, la quasi-totalité des chroniques présente des lacunes durant leur période de disponibilité. Nous exploiterons toutefois cette information nivale en validation lorsqu'elle est présente, en calculant le critère C_{HTN}.

Notons, par ailleurs, que, comme pour les pluviomètres, le réseau est peu dense et ne couvre pas toute la dimension altitudinale (Figure 11.7).

Seules les perches localisées au Titlis et à l'Eggishorn sont significativement plus élevés que les pluviomètres, mais leur mise en disponibilité est récente.

Données MODIS

Le deuxième type correspond aux images MODIS que l'on a transformées en une chronique de fraction du couvert neigeux par maille (SCF) et tous les 8 jours. Notons d'ores et déjà que le SCF intègre dans sa mesure la fraction de couvert glaciaire.

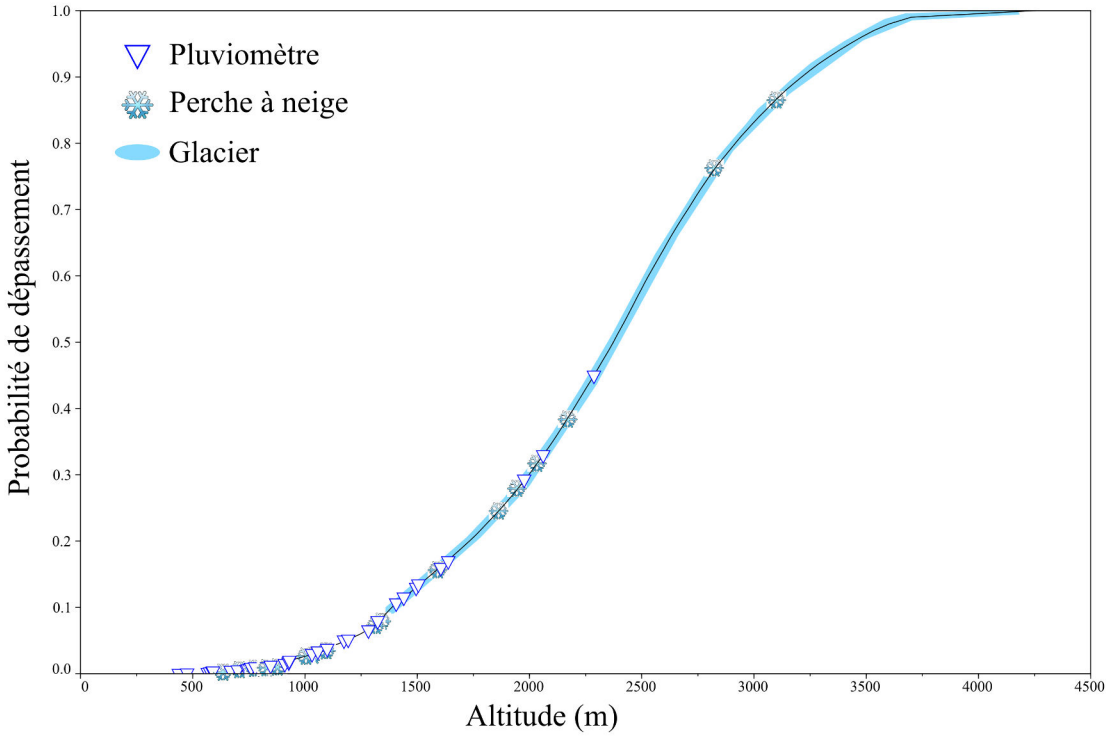
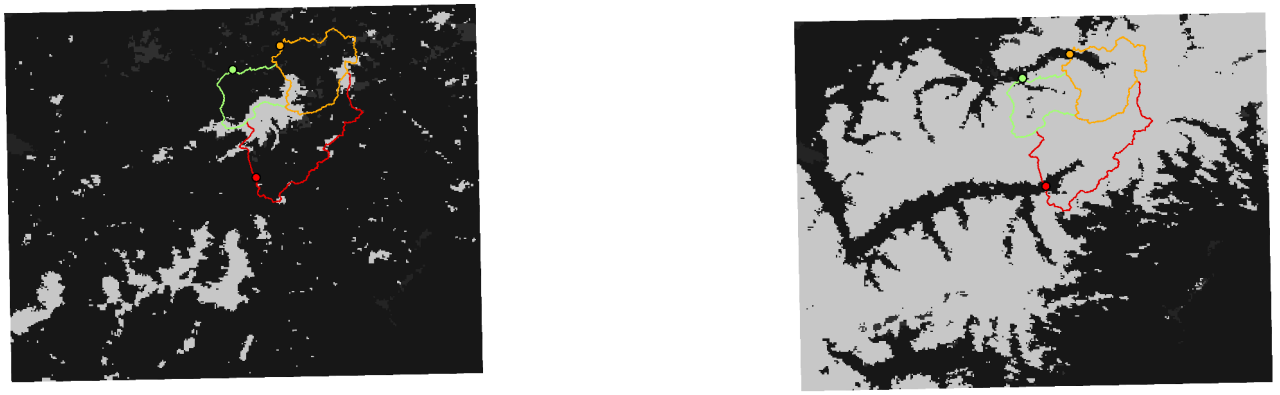


FIGURE 11.7. – Représentation altitudinale des pluviomètres, perches à neige et de l'ensemble des glaciers sur la courbe hypsométrique des bassins versants.

Les SCF ont été calculées à partir des images de 500m de résolution de couvert neigeux générées par le radiomètre spectral embarqué MODIS. Le produit (*Hall et al.*, 2006) spécifiquement utilisé correspond à la dalle MOD10A2, centrée sur la région d'intéret, qui est un produit composite intégré sur 8 jours basé sur un algorithme de cartographie de la neige. Les couverts neigeux et nuageux sont quantifiés sur chaque pixel en tant qu'information binaire, et nous disposons de cette base de données de février 2000 (début de la mission spatiale) à février 2014. Un pixel est considéré comme « neigeux » si la neige a été observée au moins une fois ; un pixel est considéré comme « nuageux » si des nuages ont été observés durant toute la période d'observation (*Riggs et al.*, 2006). La SCF et la fraction de couvert nuageux ont été réechantillonnées à l'échelle des mailles et extraites pour chaque maille. L'information du couvert nuageux renseigne sur la qualité de la mesure du couvert neigeux, c'est pourquoi, et comme le suggèrent *Magand et al.* (2014), nous excluons les SCF par maille où plus de 10% de la maille est couverte de nuages, ce qui correspond à environ 16% du jeu de données. Il existe un jeu de données MODIS journalier mais nous ne l'avons pas considéré car les études montrent qu'à peu près 60% des images sont obscurcies par les nuages dans les Alpes (*Parajka et al.*, 2006; **?**).

Finalement, nous obtenons une base de données de SCF à intervalle de 8 jours du 26/02/2000 au 28/07/2006, avec 16% de lacunes. Un échantillon des images MODIS est présenté en Figure

11.8.



(a) Image MODIS du 28/08/2000

(b) Image MODIS du 13/03/2000

FIGURE 11.8. – Images MODIS en été et en hiver par temps découvert

Ces données nous serviront à valider les SCF simulées par le module de neige par bandes d'altitude puis agrégées à l'échelle de la maille hydrologique au moyen du critère C_{SCF}.

L'ensemble de ces données de validation nous permet de construire les fonctions objectifs $\bar{C}_Q$,$\bar{C}_{SCF}$, et $\bar{C}_{HTN}$ moyennées par site pour chaque variable. Par exemple, on a : $\bar{C}_Q = \frac{1}{9}\sum_1^9 C_Q$. Ainsi un poids égal est donné à chacun des points de mesure pour l'optimisation.

Tableau 11.1. – Nom, coordonnées (CH1903) et pluie annuelle des 35 postes pluviométriques.

Nom	X	Y	Z	Pluie annuelle
Ackersand	633625	121160	700	808
Airolo	688910	153400	1320	959
Altdorf	690174	193558	438	1004
Andermatt	688500	165340	1442	1224
Binn	657530	135075	1410	1173
Bosco-Gurin	681160	130025	1505	997
Brienz	647546	176806	567	1330
Camedo	690296	112207	590	1031
Gadmen	669830	176570	1190	727
Goschenen	687775	169085	1099	679
Graschen	630736	116061	1605	887
Grimsel	669583	158215	1980	718
Groshochstetten	616015	194885	755	908
Gutsch	690140	167590	2287	684
Guttanen	665290	167600	1055	694
Hondrich	618525	169130	760	982
Interlaken	633019	169093	577	942
Isenthal	685460	196110	778	746
Kandersteg	617830	169350	1176	811
Kiental	622150	159020	930	1097
Kleine Scheidegg	639925	159425	2061	1134
Langnau	628005	198792	745	997
Lauterbrunnen	635890	160740	818	679
Leukerbad	614083	135090	1286	887
Meiringen	655843	175920	588	718
Mosogno	692800	117040	760	856
Murren	634670	156380	1638	908
Simplon	647570	116110	1495	982
Wimmis	615110	168800	669	942
Engelberg	674156	186097	1035	746
Lungern	655275	181800	740	811
Sarnen	661570	193640	475	1097
Escholzmatt	638120	195100	910	1134
Fluhli	644280	192860	928	997
Marbach	635290	190170	847	1134

Tableau 11.2. – Nom et coordonnées (CH1903) des 8 stations thermométriques

Nom	X	Y	Z
Altdorf	690174	193558	438
Andermatt	688500	165340	1442
Engelberg	674156	186097	1035
Grimsel	668583	158215	438
Gutsch	690140	167590	2287
Jungfraujoch	641930	155275	3580
Langnau	628005	198792	745
Meiringen	655843	175920	588

Tableau 11.3. – Nom et coordonneés (CH1903) des stations de jaugeage.

Nom	X	Y	Disponibilité (à partir de)
Rhône à Gletsch	670852	157250	01/08/1961
Goneri à Oberwald	670505	153817	01/08/1990
Rhône à Reckingen	661925	146778	01/01/1975
Massa à Blatten	643625	137225	01/01/1965
Saltina à Brig	641747	129424	01/01/1966
Rhône à Brig	641327	129649	01/01/1965
Aar à Brienzwiller	649939	177326	01/08/1961
Weisse Lütschine à Zweiltschinen	164550	635323	01/08/1961
Lütschine à Gsteig	632798	168669	01/08/1961

Tableau 11.4. – Nom, coordonnées (CH1903) et disponibilité des chroniques des perches à neige.

Nom	X	Y	Z	Disponibilité
Brig	640570	129080	666	08/01/1974 - 26/12/1980
Brienz	647546	176806	567	03/01/1969 - 27/12/1980
Eggishorn	650279	141897	2893	21/10/1993 - 31/12/2006
Engeloch Simplon	644875	119420	1795	29/12/1972 - 01/01/1976
Ernen	653160	138025	1000	02/01/1969 - 29/12/1980
Fiesch	653570	139240	1063	02/01/1969 - 31/12/1980
Gadmen	669830	176570	1190	01/08/1961 - 31/12/1980
Grimsel Hospiz	668583	158215	1980	01/01/1964 - 31/12/2006
Guttannen	665290	167600	1055	01/08/1961 - 31/12/2006
Grindelwald	645739	164458	1158	01/11/1965 - 09/03/1989
Interlaken	633019	169093	577	01/08/1961 - 01/02/1997
Kleine Scheidegg	639925	159425	2061	02/11/1968 - 31/05/1980
Lauterbrunnen	635890	160740	818	02/01/1969 - 23/03/2005
Lungern	655275	181800	740	01/12/1965 - 04/02/1980
Männlichen	638480	162550	2230	29/01/1994 - 31/12/2006
Meiringen	655843	175920	588	01/08/1961 - 31/12/2006
Mürren	634670	156380	1638	01/08/1961 - 31/12/2006
Reckingen	661720	146700	1325	01/11/1963 - 30/12/1981
Titlis	675400	180400	3040	20/05/1993 - 31/12/2006
Ulrichen	666740	150760	1345	11/09/1999 - 31/12/2006

12

Résultats

L'ensemble des résultats qui vont suivre est issu de simulations provenant du cadre multi-objectifs. La convergence de l'algorithme d'optimisation est supposée atteinte au bout de 20 000 runs et la précision numérique des critères est de 1e-3.

Etant donné la disponibilité des données MODIS et des données pluviométriques, nous considérons 2 périodes d'optimisation :

- une période MODIS : août 1999 - juillet 2006

- une période HTN : août 1961 - juillet 2005

La première année de simulation n'est pas prise en compte dans l'optimisation et sert uniquement à initialiser le modèle. L'année considérée sera l'année hydrologique (commençant le 1er septembre).

12.1. Evaluation de l'information glaciaire pour la calibration et la robustesse du modèle hydro-météorologique

Avant d'optimiser conjointement le modèle hydro-météorologique selon l'information hydrologique, nivale et glaciaire, analysons dans un premier temps l'optimisation selon l'information

nivale et hydrologique, puis selon l'information glaciaire et hydrologique.

12.1.1. Calibration multi-objectifs à deux objectifs

Calibration multi-objectifs sur Q et SCF

Commençons par analyser la calibration conjointe des paramètres hydro-météorologiques par optimisation du modèle sur les fonctions objectifs $\bar{C}_Q$ et $\bar{C}_{SCF}$. Le front de Pareto calculé sur la période Août 1999 - Juillet 2006 est présenté en Figure 12.1 :

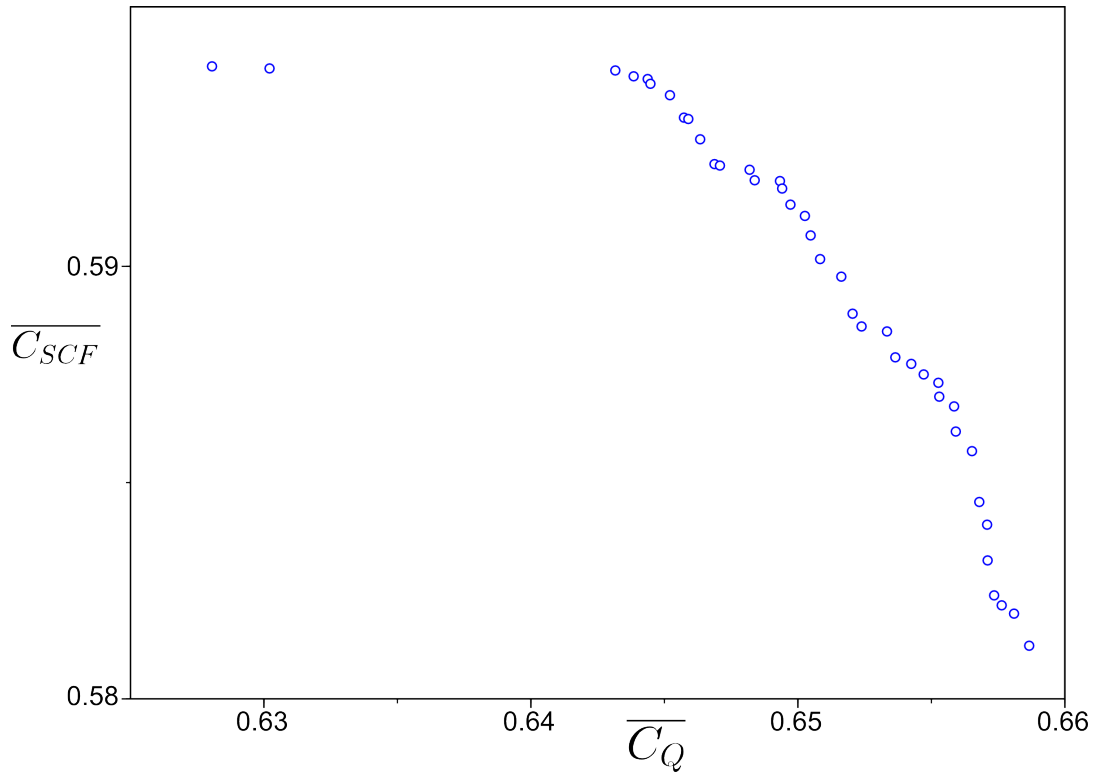


FIGURE 12.1. – Front de Pareto déterminé par l'optimisation conjointe du modèle hydro-météorologique sur les variables Q et SCF.

Rappelons tout d'abord, que par construction du front, l'ajout de l'information du couvert neigeux dans l'optimisation a permis de lever l'équifinalité d'un certain nombre de paramètres dominés, qui n'auraient de toute manière pas satisfait le critère de SCF de manière optimale. Par exemple, la construction du front permet d'exclure les solutions évaluant le débit à un $\bar{C}_Q$ de 0.65 et évaluant le couvert neigeux à un $\bar{C}_{SCF}$ faible voire négatif, jugé mauvais. Pour une précision numérique infinie des critères, on retombe sur l'optimisation mono-objectif pour chacune des variables aux deux extrémités du front, ce qu'on suppose dorénavant avoir atteint pour l'analyse.

On observe que d'une part, le front de Pareto est limité à peu de solutions, et, d'autre part, est extrêmement restreint sur les deux axes d'optimisation. En effet, quelles que soient les

solutions optimisées par le couvert neigeux, la calibration du débit sera bonne (très proche de la valeur mono-objectif), et quelles que soient les solutions optimisées par le débit, la calibration du couvert neigeux sera bonne également. Il est difficile de donner une valeur à une perte de performance de 0.1 sur $\bar{C}_Q$, mais l'expérience de modélisation montre que cette perte est peu signicative sur 6 ans de simulations journalières.

La faible perte de performance d'un critère à l'autre suggère que le couvert neigeux est une bonne variable explicative du débit. Cela peut s'interpréter par deux raisons principales :

- Ces deux variables sont définies sur le même support spatial - à savoir la maille, et donc, par construction, ces variables sont liées.

-$\bar{C}_{SCF}$ intègre le couvert glaciaire dans sa mesure. Or, sa géométrie est prescrite et son évolution n'est pas perceptible à l'échelle des dalles MODIS sur la période considérée. Cette forte composante constante masque en partie le signal de l'évolution de l'étendue du manteau neigeux.

Pour ces deux raisons (support spatial, composante constante du couvert glaciaire), les données MODIS portent une information proche de celle intégrée dans la mesure du débit, mais sa considération permet d'identifier un certain nombre de solutions supplémentaires, satisfaisant à la fois les deux critères.

Etudions à présent le transfert d'information entre l'information portée par l'étendue du couvert neigeux et le débit à l'aide de la procédure du Split-Sample Test (SST).

La procédure du SST suggère de choisir une période de calibration et une période de validation (ou période de contrôle). Dorénavant nous couperons la période entière disponible en deux afin d'effectuer ce test de manière symétrique. En optimisant sur la période Août 1999 - Juillet 2003, on obtient le front de Pareto (Figure 12.4).

Notons la sensibilité des valeurs des critères à la période de calibration. Cette fois, les critères de SCF donnent une performance moindre que sur la période toute entière. Il est difficile encore une fois d'attribuer la perte en performance mais on peut suggérer qu'un événement extrême, tel l'été 2003 anormalement chaud, peut y contribuer. Les jeux de paramètres optimaux générés en phase de calibration sont éprouvés sur la seconde période et évalués par $\bar{C}_Q$, jouant cette fois le rôle de critère d'évaluation.

Les couleurs indiquent la performance en contrôle sur le débit (le rouge foncé étant la meilleure performance mais la couleur bleu ne veut pas nécessairement dire mauvais !) sur la période de validation (Août 2003 - Juillet 2006). Les couleurs de la période de contrôle s'agencent en un motif particulier. Les solutions les plus transférables (i.e. donnant le meilleur score en contrôle) sont localisées autour d'un compromis au milieu du front de Pareto. Cela suggère

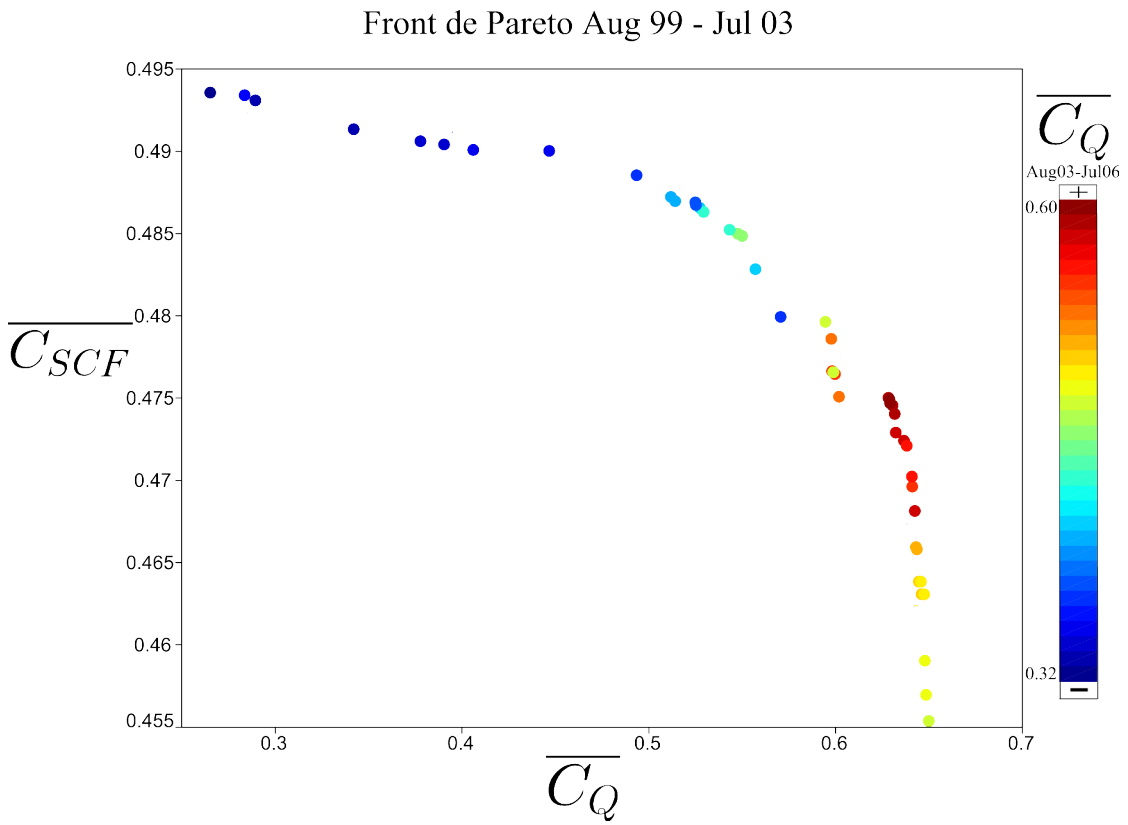


FIGURE 12.2. – Split-Sample Test : calibration Q-SCF Août 1999-Juillet 2003 ; validation Q Août 2003-Juillet 2006. Les couleurs indiquent la performance en validation sur la période de contrôle. Les solutions les plus transférables (en rouge) forment un compromis.

que l'utilisation de l'information SCF en calage permet d'améliorer la robustesse du modèle en simulation sur les débits, par rapport à la simple calibration mono-objectif par le débit. En particulier, la solution qui donnait le meilleur résultat en débit en période de calibration ne figure pas parmi les meilleures en contrôle (en l'occurrence cette solution passe d'un $\bar{C}_Q$ de 0.65 à 0.58 tandis que celles du compromis conservent leur performance). Une explication possible de ce gain de robustesse par l'ajout de l'information nivale peut provenir du fait que le module de neige est moins sujet à l'équifinalité que le modèle hydrologique tout entier (6 paramètres calibrés pour le module neige contre 12 pour le modèle hydrologique).

Bien que les écarts de performance soient faibles en contrôle, l'évaluation sur la période de contrôle met en évidence un gain de robustesse en optimisant le modèle sur les variables $Q - SCF$.

Calibration multi-objectifs sur Q et B

Analysons à présent l'optimisation selon le critère $\bar{C}_Q$ et le critère d'évaluation glaciaire $\bar{B}_{reg}$. Le front de Pareto calculé pour la période Août 1961 - Juillet 2006 est présenté en Figure 12.3 :

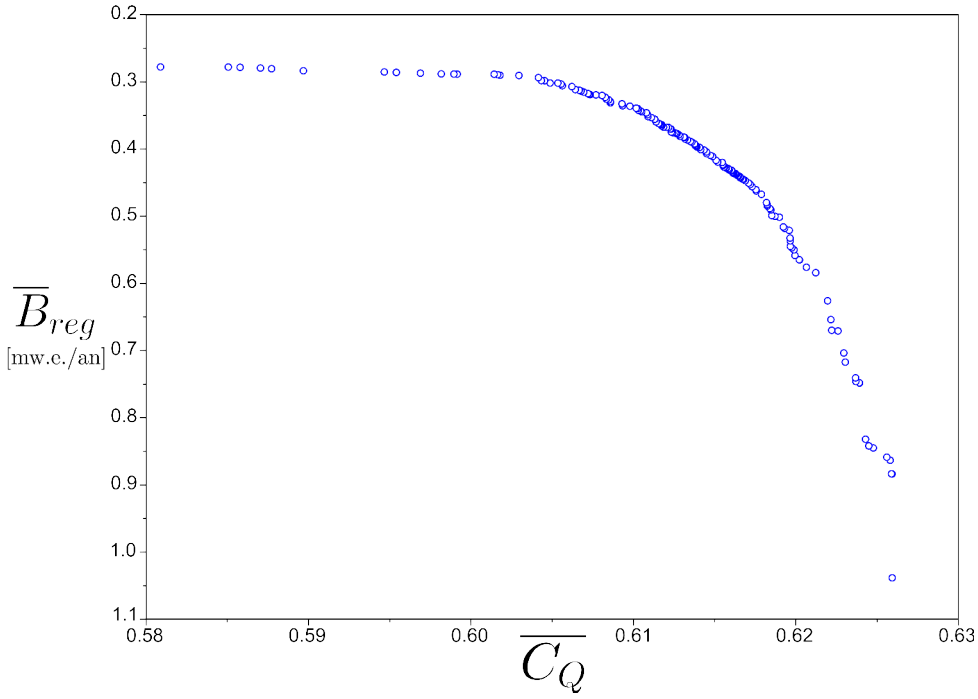


FIGURE 12.3. – Front de Pareto déterminé par l'optimisation conjointe du modèle hydro-météorologique sur les variables Q et $\bar{B}$. On remarque que la simulation optimale du débit nécessite un jeu de paramètres assez éloigné de l'hypothèse d'équilibre d'un glacier.

Cette fois encore, l'apport de l'information glaciaire permet de générér de nouvelles solutions optimales susceptibles de lever de l'équifinalité. Toutefois, on remarque que le nombre de solutions optimales est bien plus importante et surtout que la gamme de performance de $\bar{B}_{reg}$ est large tandis que les performances de $\bar{C}_Q$ restent bonnes. En effet, quelle que soit la valeur du bilan de masse global, le débit sera toujours bien simulé. Cela indique que le bilan de masse global annuel n'est pas une variable suffisante à elle toute seule pour simuler correctement le débit journalier, mais pas insignifiante pour autant. Elle contribue à proposer de nouvelles solutions optimisant à la fois le bilan de masse sans pour autant perdre beaucoup en performance de débit. Cette large distribution de critères glaciaires optimisés permet de relativiser quant à l'hypothèse forte d'équilibre faite pour le glacier. Afin d'obtenir un nombre de solutions plus restreint, il serait pertinent de comparer le débit saisonnier avec un bilan de masse saisonnier ou le débit annuel avec le bilan de masse annuel.

De même, appliquons la procédure de SST au front de Pareto obtenue. Par calibration du modèle sur la période août 1981-juillet 2001 et par validation sur la période août 1961-juillet 1981, nous obtenons le front de Pareto de la Figure 12.5.

La construction du front sur la sous-période 1981-2001 n'a pas particulièrement bouleversé les gammes de critères obtenus. Ce qui est intéressant de voir, c'est la différence de la performance obtenue pour $\bar{C}_Q$ en période de contrôle. Un motif de couleur particulier apparaît et les solutions les plus transférables s'étalent sur un compromis plus important. En remarquant la gamme

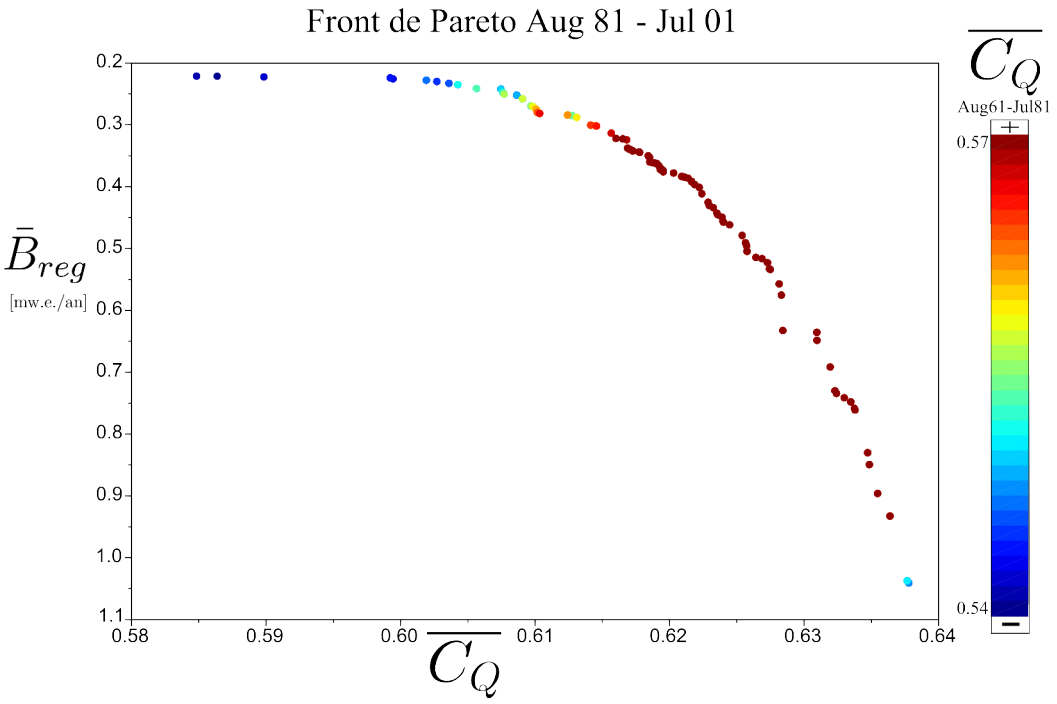


FIGURE 12.4. – Split-Sample Test : calibration Q-B Août 1981-Juillet 2001 ; validation Q Août 1961-Juillet 1981. Les couleurs indiquent la performance de $\bar{C}_Q$ sur la période de validation. Les solutions les plus transférables (en rouge) forment un large compromis.

de couleur de $\bar{C}_Q$ (de 0.54 à 0.57), on s'aperçoit qu'on pourrait d'ailleurs considérer toutes les solutions comme transférables. Comment expliquer le fait que toutes ces solutions soient transférables ?

Le rôle joué par le bilan de masse annuel sur l'ensemble de la chaîne de modélisation est avant tout d'apporter une information à très haute altitude où le champ de précipitations et de températures n'est pas contraint. Ainsi, bien que le bilan de masse global annuel soit représentatif de l'année, contraindre cette grandeur revient à contraindre le champ de précipitations-températures journalier. Regardons alors comment l'apport d'information glaciaire se traduit sur la calibration des paramètres de spatialisation météorologiques H et Γ en Figure 12.5 :

Nous observons qu'un unique mode de distribution émerge pour Γ autour de -0.0048 K/m, mais surtout pour H autour de 4000 m. L'optimisation sur le débit journalier contraignant également les paramètres météorologiques sur l'ensemble du domaine, il est intéressant de remarquer qu'il n'y a pas de conflit entre l'identification des paramètres météorologiques pour la très haute altitude et pour la domaine entier, mais qu'un compromis moyen émerge autour d'un unique mode de distribution. De plus, que $\bar{B}_{reg}$ soit à 0.3 mw.e./an ou à 1 mw.e./an, l'optimisation converge vers une description unique du forçage météorologique. Le fait que les surfaces englacées n'évoluent pas dans le modèle n'empêche donc pas de contraindre le forçage météorologique.

Ainsi, l'ajout de l'information glaciaire au débit permet d'extraire un certain nombre de solu-

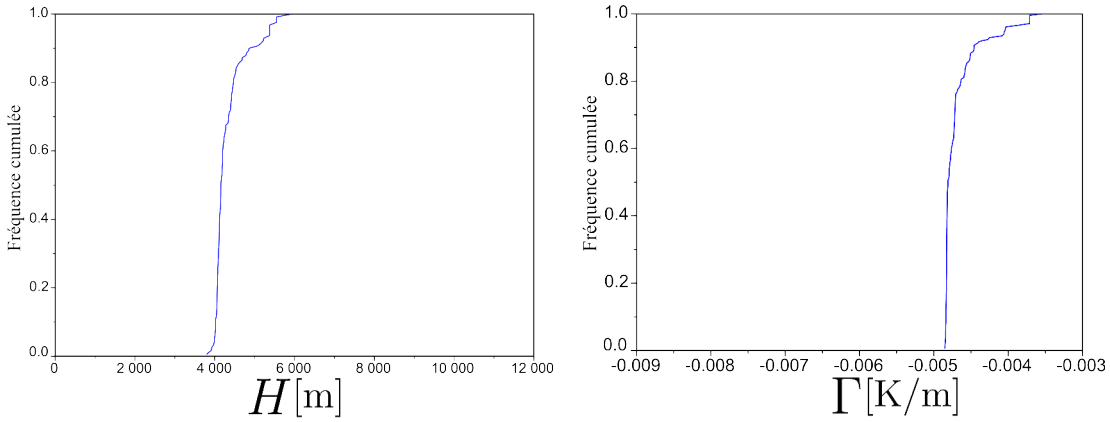


FIGURE 12.5. – Distribution des paramètres météorologiques H et Γ issus du front de Pareto obtenu par calibration conjointe selon $\bar{B}_{reg}$ et $\bar{C}_Q$.

tions associées à un unique mode de distribution des paramètres météorologiques moyens sur la période de calibration tout en garantissant une bonne performance et une bonne robustesse sur le débit.

Le fait que le gain en robustesse est peu perceptible d'un bout à l'autre du front de Pareto suggère également que l'information glaciaire a apporté indirectement une contrainte significative à l'ensemble des paramètres calibrés pour lesquels le modèle est sensible, et pas seulement aux paramètres météorologiques. Par exemple, si on regarde la distribution des paramètres de hauteur maximale de sol et de nappe ($H_{sol,mx}$ et $H_{nap,mx}$), on se rend compte que les valeurs s'étalent sur 50 mm avec un écart-type faible de moins de 10 mm. Cette gamme est faible étant donnée la gamme de calibration autorisée par ces deux paramètres conceptuels (respectivement 550 mm et 400 mm). Le fait que d'un bout à l'autre du front de Pareto, des paramètres « sensibles » soient ainsi contraints montre que l'association débit-bilan de masse permet de lever significativement l'équifinalité. Une telle levée d'équifinalité est de bonne augure quant à la construction d'un jeu de bilan de masse local.

12.1.2. Calibration multi-objectifs-SST à 3 paramètres

Calibration multi-objectifs-SST sur Q, SCF et B

Passons à présent à une optimisation sur 3 fonctions objectifs et analysons le transfert d'information. Par optimisation du modèle sur les fonctions objectifs $\bar{C}_Q$, $\bar{C}_{SCF}$, et $\bar{B}_{reg}$, nous obtenons un front de Pareto à trois dimensions pour chacune des deux sous-périodes associées. Ces fronts et les valeurs associées des critères en SST sont présentés en Figure 12.7.

La position des points correspond à la période de calibration et l'échelle de couleur correspond à la valeur du critère dans la période de validation. Par exemple, le panneau (b) présente le

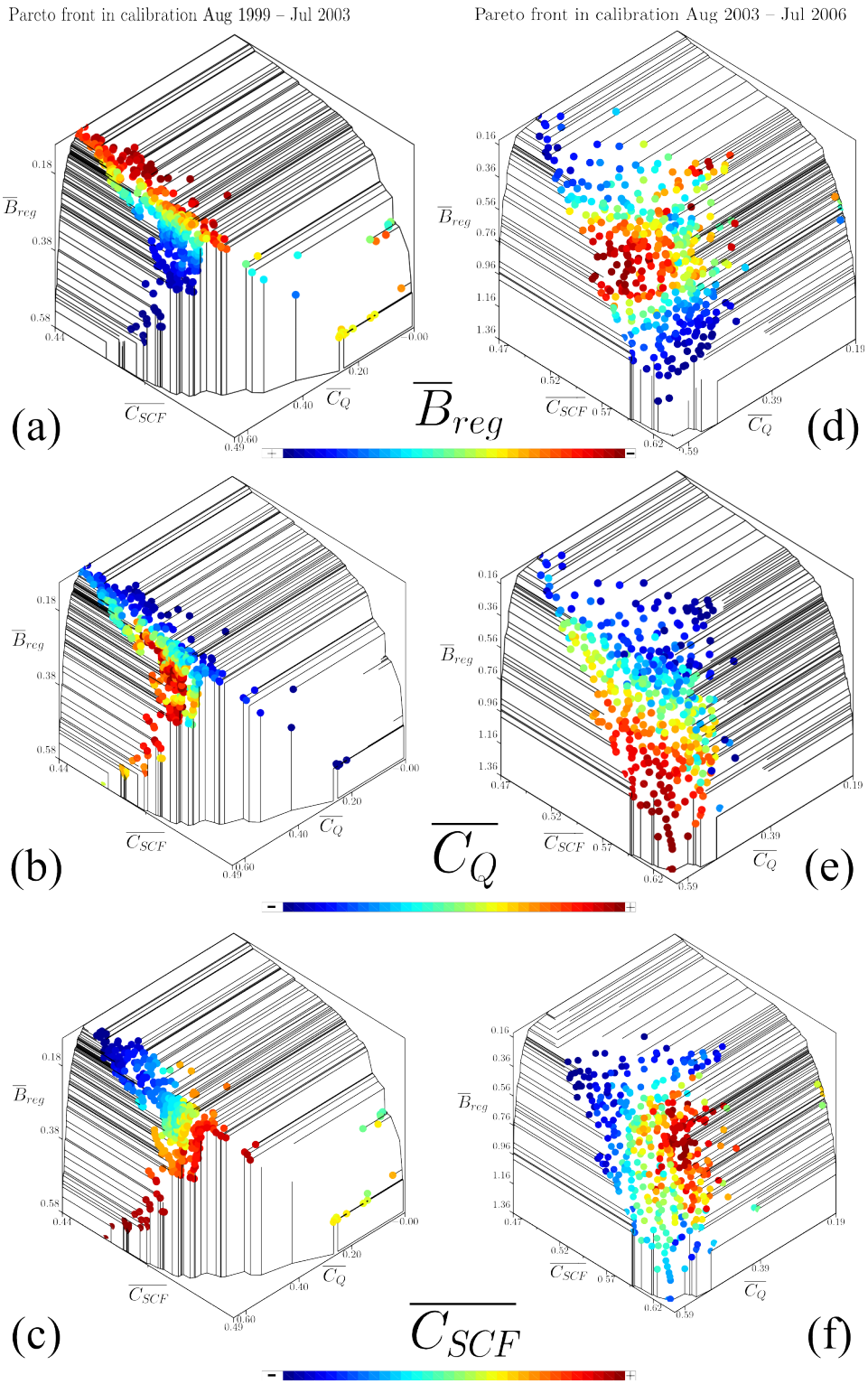


FIGURE 12.6. – Front de Pareto 3D obtenu par l'optimisation conjointe de 3 critères d'évaluation portant sur les chroniques de SCF et Q, et sur le bilan de masse à l'échelle d'un massif glaciaire. Exemple de lecture : le panneau (b) présente le front de Pareto obtenu en calibration sur la période 1999-2003 et la couleur est d'autant plus chaude que le jeu de paramètres (point du nuage) donne un critère $\bar{C}_Q$ élevé dans la période de validation 2003-2006.

front de Pareto obtenu en calibration sur la période 1999-2003 et la couleur est d'autant plus chaude que le jeu de paramètres (point du nuage) donne un critère $\bar{C}_Q$ élevé dans la période de validation 2003-2006.

Calibration période 1 - contrôle période 2 Analysons sous-période par sous-période. Pour la phase de calibration sur la première sous-période (partie gauche), on constate que les gammes de performance du couvert neigeux et du débit ont été très peu sensibles à l'ajout de l'optimisation selon le bilan de masse. Si elle ne pénalise pas beaucoup les autres critères, l'ajout de l'information glaciaire a permis à nouveau de lever davantage d'équifinalité, en ne conservant que les solutions optimales selon la performance de $\bar{B}_{reg}$, et ce, pour une très faible perte de performance sur $\bar{C}_{SCF}$ et $\bar{C}_Q$. Evaluons à présent le transfert d'information à trois dimensions sur la période de contrôle.

La phase de contrôle est cette fois présentée sur les trois critères ayant servi pour l'optimisation. Les performances en contrôle sont représentées par des couleurs sur la figure 12.7. Regardons en premier le contrôle sur le débit (panneau (b)). Il apparaît un motif de couleur précis. Les solutions les plus transférables sont localisées au niveau d'un compromis entre le couvert neigeux et le débit. Là encore la meilleure performance en débit en période calibration (point vert clair en bas à gauche dont $\bar{C}_Q = 0.63$ en calage) est loin de donner le meilleur débit en période de contrôle. Ainsi, le gain de robustesse est préservé par optimisation selon trois objectifs.

L'évaluation sur le couvert neigeux (panneau (c)) montre qu'en période de contrôle, les solutions les plus transférables sont également issues d'un compromis couvert neigeux-débit et qu'en particulier les solutions optimisant le mieux le couvert neigeux en calibration (en bas à droite en vert-jaune-orange) ne figurent pas parmi les meilleures solutions en contrôle.

L'évaluation sur le bilan de masse (panneau (a)) en période de contrôle montre en revanche que les solutions qui ont donné le meilleur bilan de masse en période de calibration demeurent les solutions les plus transférables, tout comme certaines solutions de compromis.

Calibration période 2 - contrôle période 1 La deuxième colonne fait apparaître un autre comportement en termes de géométrie de front et de distribution des couleurs. Si les solutions s'étalent à peu près sur les mêmes échelles pour le couvert neigeux et le débit, de nombreuses solutions supplémentaires apparaissent pour une gamme de bilan de masse plus large.

Cette fois encore, l'évaluation sur le débit (panneau (e)) montre clairement que les solutions les plus transférables en débit sont issues d'un compromis généré par l'optimisation selon le couvert neigeux et le débit. Les solutions les plus transférables en couvert neigeux (panneau (f)) sont

cette fois issues exclusivement des meilleures performances en couvert neigeux lors de la phase de calibration, ce qui met en doute l'influence du débit sur la performance en couvert neigeux comme annoncé précédemment. La performance en bilan de masse (panneau (d)) en période de contrôle montre que ce sont des solutions bien identifiées issues d'un compromis entre les trois variables qui sont les plus transférables. L'interprétation est plus délicate. Au vu de l'hypothèse sur le bilan de masse, est-ce que cela veut vraiment dire qu'il y a un transfert d'information des deux autres variables sur le bilan de masse ? Tout ce qu'on peut dire, c'est que les paramètres issus de ce compromis en phase de calibration donnent des valeurs de bilan de masse régionaux les plus proches de 0 sur la seconde période. La non-prise en compte de l'évolution des surfaces englacées pourrait expliquer cet effet, surtout si l'été 2003 a réduit significativement les surfaces englacées.

Remplaçons l'optimisation selon les données MODIS par l'optimisation selon les données journalières de hauteur de neige HTN fournies localement par les 20 perches à neige et concentrons-nous désormais sur la période Août 1961 - Juillet 2001. Nous changeons donc à la fois de support spatial et temporel pour l'information nivale et de durée de simulation.

Calibration multi-objectifs-SST sur Q, HTN et B

Appliquons à nouveau la procédure couplée multi-objectifs-SST sur cette fois les trois fonctions objectifs $\bar{C}_Q$, $\bar{C}_{HTN}$, et $\bar{B}_{reg}$ et sur les deux demi-périodes (Figure 12.7).

Notons tout d'abord que si les gammes de performance pour $\bar{C}_Q$ et $\bar{B}_{reg}$ sont similaires, le critère $\bar{C}_{HTN}$ s'étale quant à lui sur une très large gamme pour les deux périodes de calibration considérées. Il est donc difficile pour le modèle de reproduire un bon comportement local de hauteur de neige. Le $\bar{C}_{HTN}$ pour la première période est de 0.27 et de 0.47 pour la seconde période. Nous choisissons de ne pas exclure les solutions donnant a priori un mauvais critère de neige car elles demeurent tout de même des solutions optimales.

L'analyse de robustesse fait apparaître plusieurs aspects. Le premier est que les solutions donnant les meilleures hauteurs de neige en période de contrôle proviennent exclusivement des solutions optimisées sur cette même variable. Le deuxième aspect est que nous retrouvons que le même comportement de transfert pour le bilan de masse que lors de l'autre période d'analyse. On retrouve, en effet, le fait que l'optimisation sur les meilleurs bilans de masse génèrent les meilleurs bilans de masse (panneaux (a)) en période de contrôle dans un sens, tandis que dans l'autre sens, les meilleurs bilans de masse en contrôle sont générés à partir d'une certaine gamme de bilans de masse en calibration (panneau (d)). Cela ne semble donc pas être un transfert d'information des autres variables mais plutôt un jeu d'effets compensatoires au sein du modèle. Enfin, les meilleures solutions pour le débit sont générées principalement à partir de solutions ayant donné les meilleurs débit en période de calibration (panneau (b)). Néanmoins,

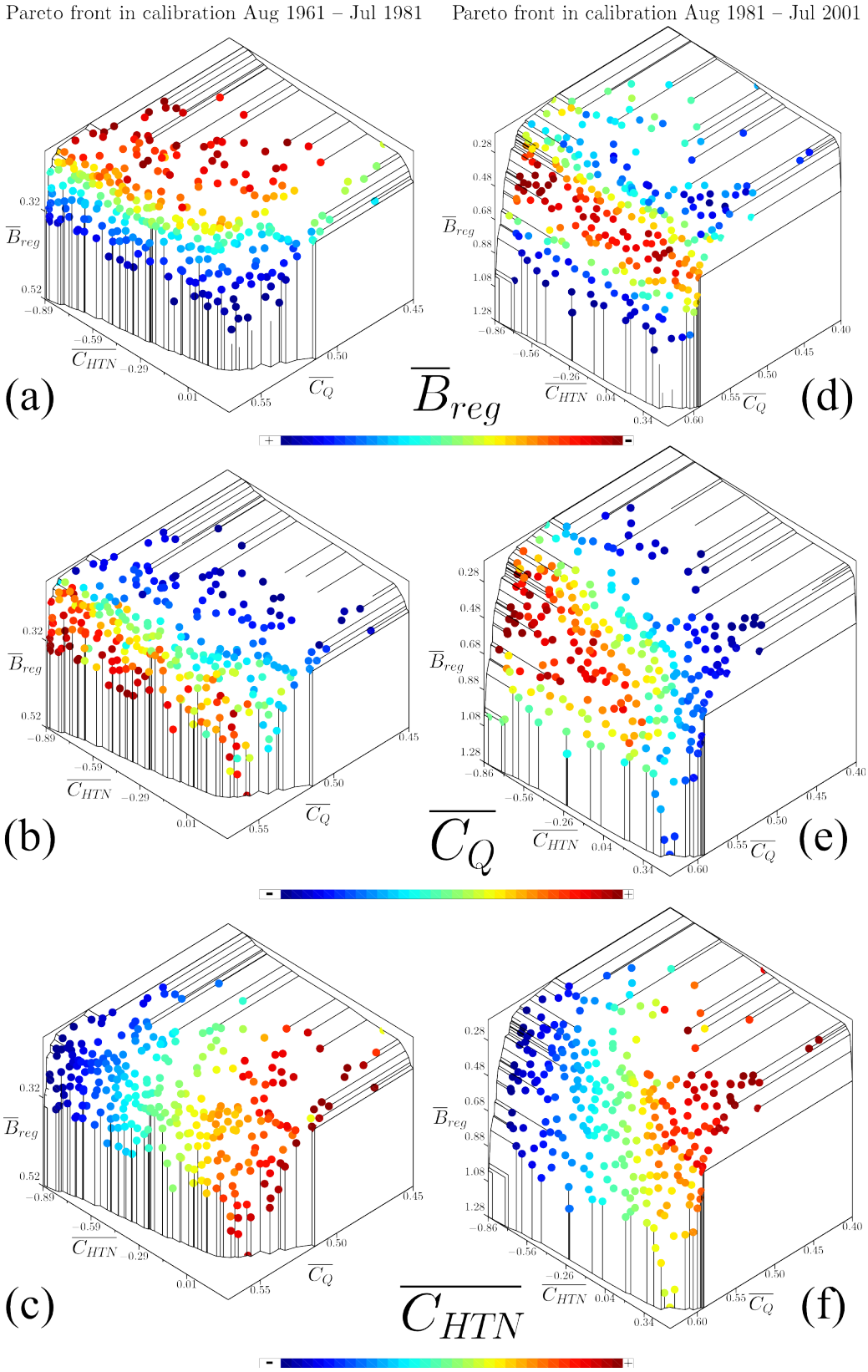


FIGURE 12.7. – Front de Pareto 3D obtenu par l'optimisation conjointe de 3 critères d'évaluation portant sur les chroniques de SCF et Q, et sur le bilan de masse à l'échelle d'un massif glaciaire. La position des points correspond à la période de calibration et l'échelle de couleur correspond à la période de validation.

sur le transfert de la deuxième période à la première (panneau (e)), il semble qu'un compromis avec le bilan de masse génère les meilleures solutions, qu'il est à nouveau délicat d'interpréter. Cet effet provient du fait que pour un $\bar{B}_{reg}$ élevé, les paramètres associés sont éloignés des valeurs moyennes de distribution. Les paramètres météorologiques des meilleures solutions pour le débit sont d'environ 5700 m pour H et de -0.0033 K/m pour Γ, ce qui est loin des paramètres moyens générés par compromis et peut expliquer cette perte particulière en robustesse. La distribution des paramètres météorologiques pour chacun des types d'optimisation est présentée en Figure 12.8.

Si on regarde la distribution des paramètres météorologiques optimisés conjointement selon le débit et le bilan de masse (même figure que précédemment), puis selon le débit et les hauteurs de neige, on s'aperçoit que ces deux informations apportent deux contraintes différentes. L'optimisation selon Q-HTN fait émerger un mode de température très distinct autour de -0.0038 K/m ainsi qu'un mode sur le paramètre H, autour de 5700 m, dont on a pu constater le manque de transférabilité. L'optimisation selon les trois objectifs $\bar{C}_Q$, $\bar{C}_{HTN}$, et $\bar{B}_{reg}$ à la fois fait apparaître un comportement mixte entre les deux comportements précédents.

Dans la perspective de reconstruire des bilans de masse locaux sur la période 1961-2005, faut-il alors prendre en compte les solutions générées par l'optimisation selon les trois objectifs $\bar{C}_Q$, $\bar{C}_{HTN}$, et $\bar{B}_{reg}$ ou uniquement selon l'information portée par le débit et le bilan de masse, qui identifie un mode de distribution plus stable et ne générant pas de perte de robustesse ? Même si les perches à neige font apparaître des modes de distribution représentatifs de moyenne altitude, les forçages météorologiques sont spatialisés à partir de points bas relatifs aux glaciers, et par rapport aux perches. Il semble donc plus raisonnable de construire les bilans de masse locaux à partir de paramètres météorologiques adoptant un comportement moyen sur tout le bassin. De plus, le bilan de masse est généré à partir du module neige-glace, dont les paramètres de fonte seront davantage contraints si l'on considère l'information conjointe nivale et glaciaire. Toutefois, si on regarde la moyenne et l'écart-type des paramètres calibrés du module de neige-glace issus du front de Pareto 3D selon l'optimisation Q-HTN-B, on s'aperçoit que l'écart-type demeure relativement important (12.1), et qu'il persiste donc toujours de l'équifinalité dans le modèle de neige-glace.

Tableau 12.1. – Moyenne et écart-type des paramètres du module de neige-glace issus de l'optimisation selon Q-HTN-B

Paramètre	$\bar{f}$ [-]	$K_{max}[W.m^{-1}.K^{-1}]$	ε_a [-]	ρ_{min} $[kg.m^{-3}]$	η_0 $[Pa.s]$	ρ_0 $[kg.m^{-3}]$
Moyenne	0.796	6.94	0.996	239	5.11e13	154
Ecart-type	0.005	10.9	0.005	77	4.33e13	107

Est-ce un bon choix de construire des bilans de masse à partir de l'information conjointement apportée par le débit, le couvert neigeux et le bilan de masse ? Si l'ajout des données MODIS a pu générer un gain en robustesse considérable pour la simulation du débit, le rôle de cette

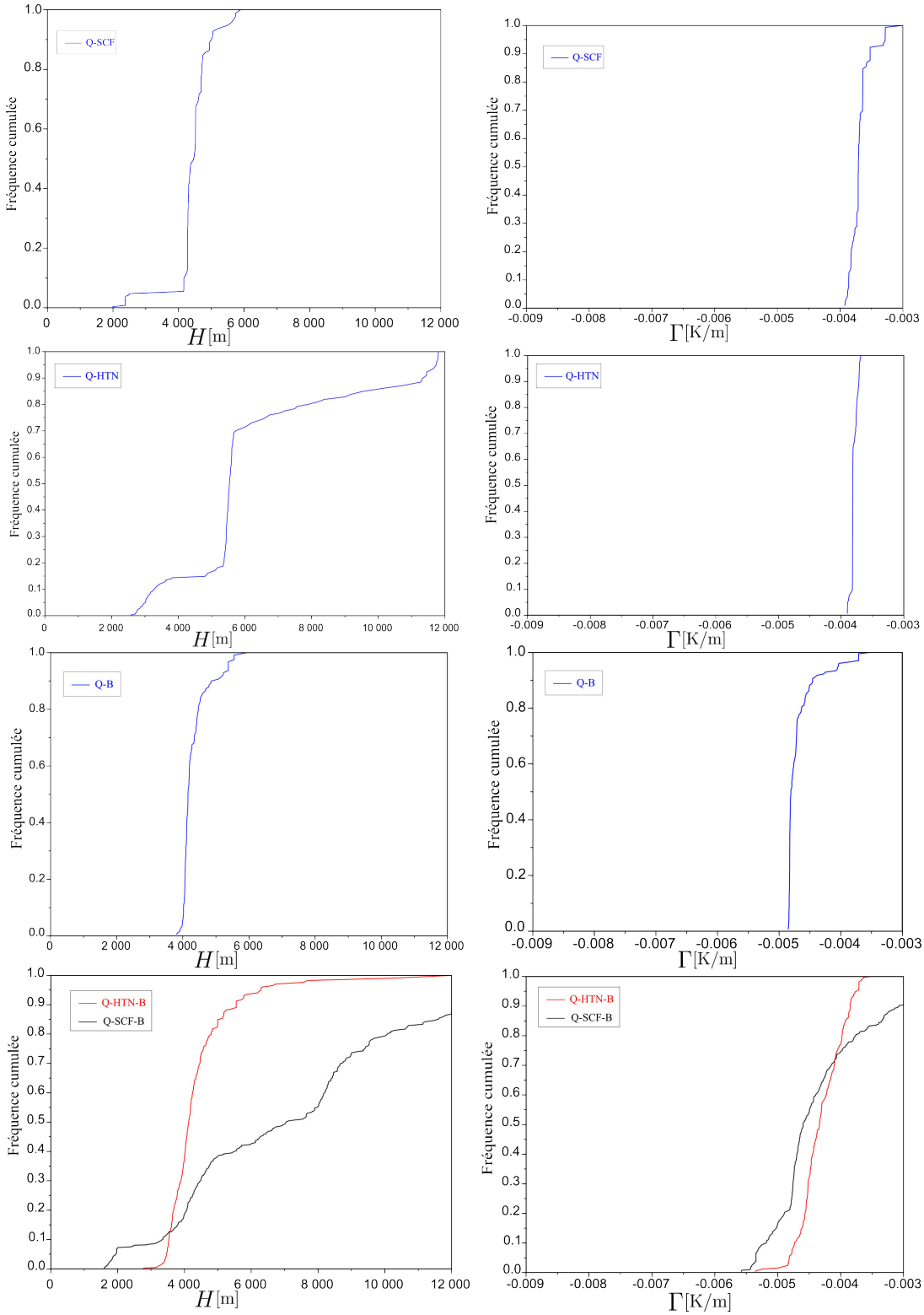


FIGURE 12.8. – Distribution des paramètres météorologiques H et Γ pour différents types d'optimisation.

variable sur le paramètre H n'est pas clair. L'optimisation selon Q-SCF-B génère des solutions pour lesquelles H et Γ sont très dispersés. Il apparaît toutefois deux modes pour H : un autour de 4000 m et un autour de 8000 m. Le premier mode peut venir d'un comportement mixte entre les deux optimisations précédentes. Le deuxième est moins clair, mais pourrait venir du

fait que l'optimisation selon Q-SCF n'a pas totalement convergé vers l'ensemble des solutions optimales.

12.2. Simulation de bilans de masse locaux

Nous construisons une cartographie des bilans de masse locaux à partir des solutions de jeux de paramètres générées par l'optimisation du modèle hydro-météorologique selon Q-HTN-B sur la période 1961-2006. Au sein du front de Pareto, nous sélectionnons un jeu de paramètres par compromis entre les valeurs des critères des fonctions objectifs et les valeurs des paramètres météorologiques. En l'occurrence, nous sélectionnons un jeu pour lequel $H = 4229$ m, $\Gamma = -0.004$ K/m, $\bar{C}_Q = 0.56$, $\bar{C}_{HTN} = 0.22$, et $\bar{B}_{reg} = 0.40$ mw.e./an, et nous générons des bilans de masse locaux par le module de neige-glace appliqué localement à un ensemble de 1000 points de glaciers. Ces 1000 points sont extraits de la courbe hypsométrique de l'ensemble des glaciers de manière à avoir un intervalle régulier entre chacun de ces points, de manière à simuler le bilan de masse local de manière homogène sur le domaine. Les bilans de masse locaux sont ensuite interpolés sur ArcGIS. Les bilans de masse moyen par massif et les critères KGE sur les 9 stations de jaugeage/points de contrôle obtenus sur la période de calibration sont présentés en Figure 12.9. On s'aperçoit que, comme prescrit par la fonction objectifs glaciaire, la plupart des massifs ont un bilan de masse moyen proche de 0 et que les critères KGE enregistrent des valeurs satisfaisantes aux différents points de contrôle. Toutefois, les glaciers du Rhône et de l'Eiger enregistrent une accumulation significative d'après le modèle, ni réaliste, et relativement loin de l'hypothèse formulée par la fonction objectif glaciaire.

La simulation du bilan de masse local moyen sur l'ensemble de la période de calibration août 1961-juillet 2005, ainsi que des simulations choisies du débit et des hauteurs de neige sont présentées en Figure 12.10. La gamme de bilan de masses locaux moyen simulée sur le domaine glaciaire est réaliste, tout en ayant simulé de manière optimale le débit aux 9 points de contrôle, et les hauteurs de neige. Notons que certaines simulations locales de hauteurs de neiges, comme à Gadmen, ne sont pas satisfaisantes (KGE inférieur à -4), et tirent $\bar{C}_{HTN}$ vers le bas. Toutefois, la plupart des simulations aux perches est satisfaisante, en particulier celles simulées à haute altitude, comme au somme du Titlis.

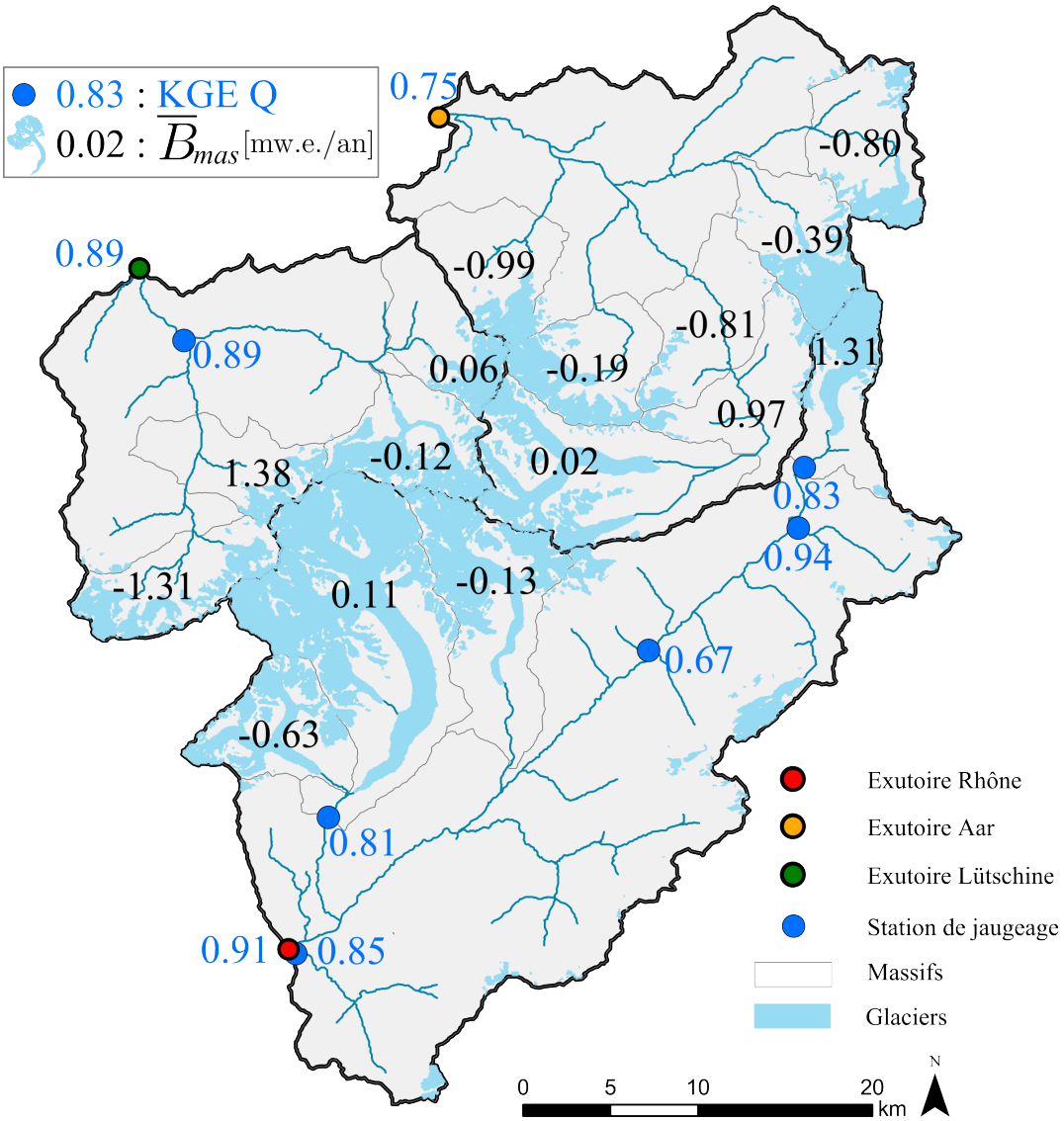


FIGURE 12.9. – Bilan de masse moyen par massif (en mw.e./an) et critères KGE sur les 9 stations de jaugeage sur l'ensemble de la période de calibration août 1961-juillet 2005.

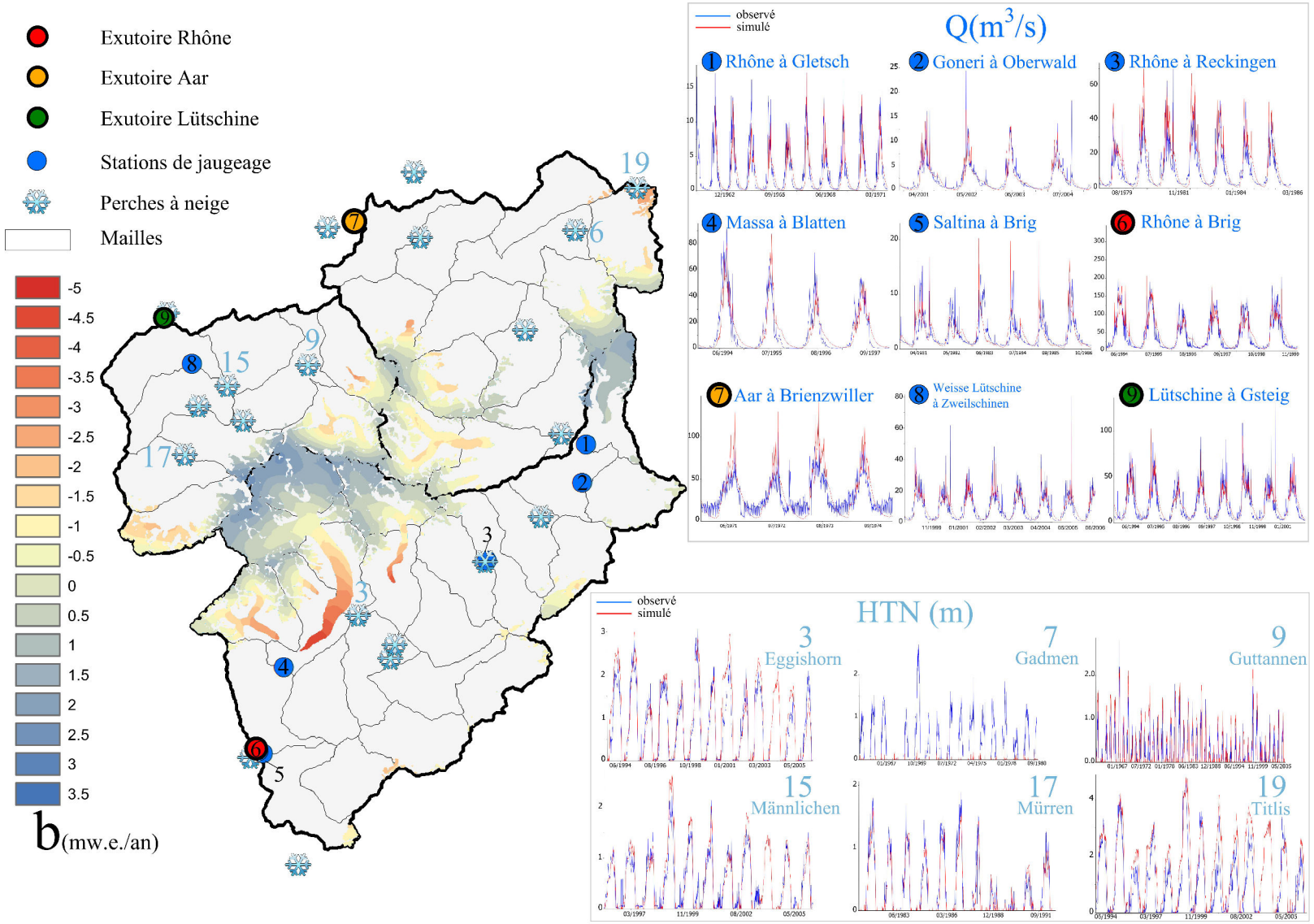


FIGURE 12.10. – Simulation du bilan de local annuel moyen, d' hydrogrammes aux 9 points de contrôle et de 6 chroniques de hauteurs de neige pour la période de calibration août 1961-juillet 2005.

Regardons à présent la variabilité inter-annuelle du bilan de masse. La simulaton du bilan de masse local annuel est présentée pour 4 années en Figure 12.11 et l'évolution de l'altitude de la ligne d'équilibre (ELA) régionale (i.e. l'altitude à laquelle le bilan de masse est nul en moyenne) sur l'ensemble de la période de simulation est présenté en Figure 12.12.

Sur l'ensemble de la période, nous trouvons des valeurs de bilans de masse locaux sur une gamme comprise entre 4.1 mw.e./an en 1974 et -7 mw.e./an pour l'année 2002 (donc dû à l'été 2003). Les années pour lesquelles l'Europe de l'Ouest a connu de fortes canicules (été 1976, 1983 et 2003) se traduisent sur la ligne d'équilibre par une forte remontée. En particulier, comme l'indique la Figure 12.11, l'été 2003 imprime une forte ablation sur l'ensemble du domaine. Ainsi, la simulation du bilan de masse local semble bien intégrer les variations climatiques annuelles.

La tendance spatiale semble également correcte puisque la dépendance du bilan de masse avec l'altitude est reproduite. En revanche, la simulation du glacier du Rhône apparaît incorrect puisque quelle que soit l'année, ce glacier apparaît quasiment tout le temps en constante accumulation, ce qui n'est évidemment pas le cas en réalité. Cette erreur « locale » par rapport au domaine étudié peut provenir de plusieurs sources d'incertitudes. La source principale suspectée est la faiblesse du module de neige-glace et sa formulation simpliste de l'accumulation et de la fonte, pas encore aboutie sur certains aspects. Aussi, la non-considération des types de temps dans le modèle de spatialisation, peut avoir un effet local sur ce glacier auquel cas le régime pluviométrique dans la zone du glacier du Rhône serait différent du reste du domaine. Mais globalement, sur la base d'une simple hypothèse de bilan de masse moyen nul pour l'ensemble des massifs glaciaires, le résultat est réaliste et satisfaisant.

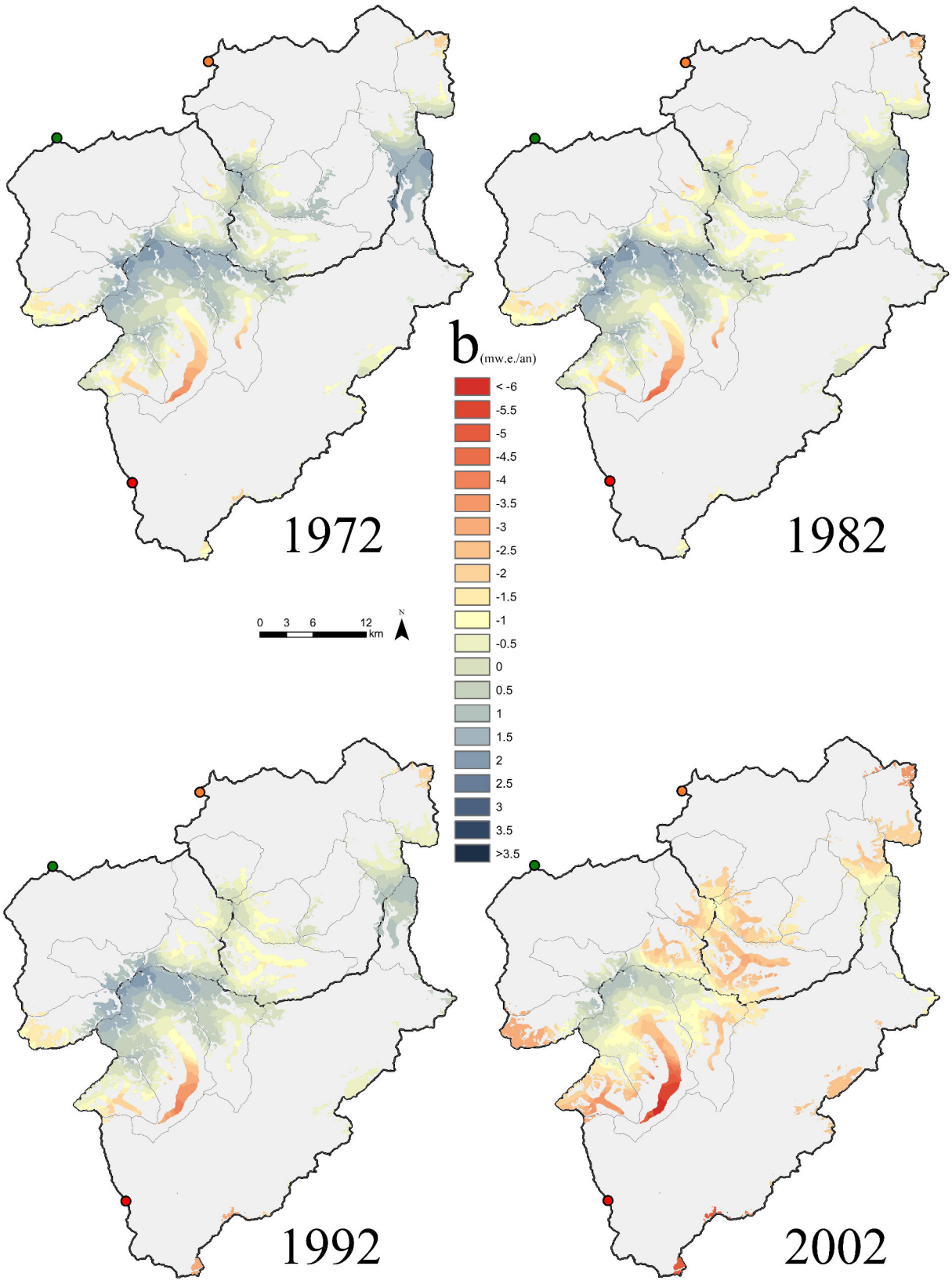


FIGURE 12.11. – Cartographie du bilan de masse local annuel pour les années hydrologiques 1972, 1982, 1992 et 2002 (qui comprend l'été 2003).

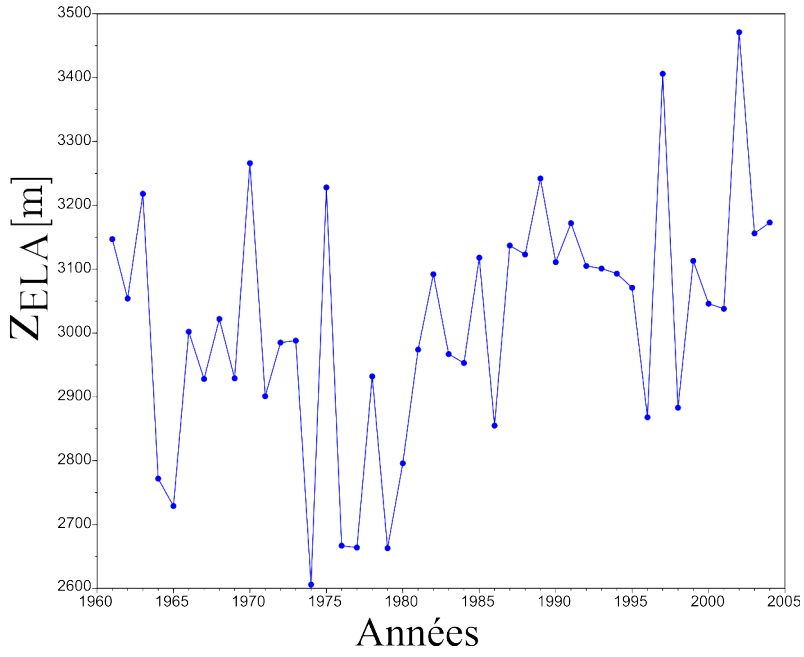


FIGURE 12.12. – Simulation de la ligne d'équilibre ELA régionale.

13

Insuffisances de l'approche « stock stationnaire » des glaciers dans le modèle

Les résultats du modèle, dans le cadre de la calibration multi-objectifs, ont montré que l'optimisation conjointe du modèle par l'information hydrologique et une information glaciaire (par le biais de l'hypothèse selon laquelle les glaciers sont en équilibre avec le climat) a favorisé l'identification du forçage météorologique régional. Bien que la simulation au point des hauteurs de neige pose encore un certain nombre de problèmes, la prise en compte de leur information dans l'optimisation a montré qu'elles sont également le support d'une information météorologique. L'optimisation conjointe du modèle selon l'information hydrologique, nivale et glaciaire nous a permis de reconstruire le forçage météorologique moyen à l'échelle du domaine de modélisation, qui, en conséquence, nous a permis, de reconstruire le bilan de masse local du domaine glaciaire.

Comparons à présent l'évolution du bilan de masse moyen sur l'ensemble de la période. *Huss et al.* (2008a) proposent un modèle du bilan de masse pour quatre glaciers à partir de la calibration de 3 paramètres de fonte et de 2 paramètres d'accumulation (dont le gradient orographique des précipitations) par validation sur le bilan de masse saisonnier (estival et hivernal) et sur le débit annuel en aval de chaque glacier. Un des résultats est la simulation du bilan de masse

moyen cumulé pour chacun des glaciers. Nous reprenons la figure de l'article illustrant ces résultat afin d'y incorporer nos simulations de bilans de masse moyens cumulés (Figure 13.1) en y adaptant l'échelle de temps (mais pas l'échelle de mw.e./an).

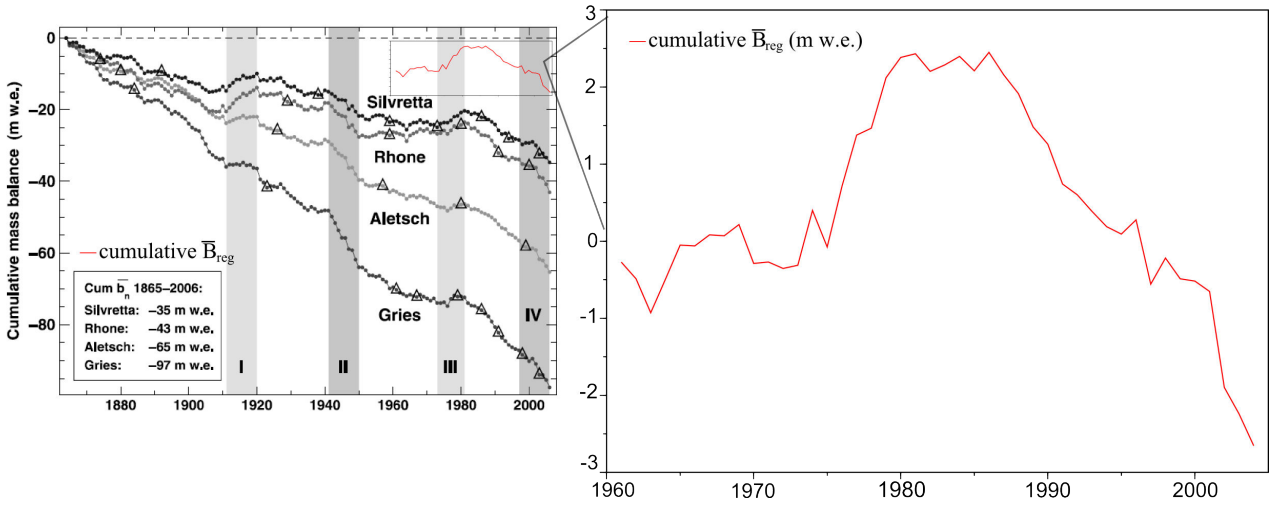


FIGURE 13.1. – Simulation du bilan de masse moyen régional cumulée pour la période 1961-2004. D'après Huss et al., 2008.

Dans le modèle de bilan de masse proposé par *Huss et al.* (2008c), la simulation des bilans de masse moyens cumulés est cohérente avec les observations. Par superposition, sur l'échelle de temps on s'aperçoit que nos simulations reproduisent les variations hautes-fréquences mais pas basses-fréquence. Les variations hautes-fréquences correspondent au signal climatique annuel que notre modèle semble bien reproduire.

Il est normal que notre modèle ne reproduise pas ce signal basse-fréquence, puisque par construction, le bilan de masse moyen est forcé à tendre vers 0 sur l'ensemble de la période de simulation. Il aurait été possible de calibrer artificiellement notre modèle en fonction de cette tendance long terme, mais dans la perspective d'une modélisation pluri-annuelle, cela ne garantit pas que la simulation du bilan de masse soit correcte pour une simulation hors du cadre de calibration. Si les variations climatiques annuelles sont bien reproduites, que dire alors de l'amplitude du bilan de masse moyen de notre modèle ? L'amplitude du signal climatique se traduit notamment sur la variation de l'altitude de la ligne d'équilibre, qui extrait un signal purement climatique. *Huss et al.* (2008c) présentent également les résultats de l'évolution de la ligne d'équilibre, mais ceux-ci sont moyennés sur l'ensemble des quatre glaciers, dont un ne fait pas partir de notre domaine de modélisation, c'est pourquoi nous ne présentons pas la superposition des courbes. La comparaison des deux figures montre tout de même qu'à la fois la variation temporelle et l'amplitude de la ELA présentée en Figure 12.12, sont similaires à celles modélisées (et optimisées sur les observations) par l'autre étude.

La tendance basse-fréquence du biman de masse moyen se répercute sur la chronique de débit. Pour garantir une simulation pluri-annuelle correcte à la fois du bilan de masse et du débit hors

du cadre de calibration, il est alors nécessaire de considérer l'évolution des surfaces englacées dans le modèle. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, la géométrie des glaciers fait apparaître certaines propriétés empiriques, comme la relation d'échelle surface-volume ou l'AAR qui ont été utilisées en guise de loi de transfert glaciaire en modélisation hydrologique. Outre l'incertitude associée à ces lois, deux inconvénients majeurs apparaissent :

- Elles sont issues de propriétés à un instant précis et leur validité dans le futur n'est pas garantie, au contraire.
- Elles sont applicables à un glacier et non à un stock glaciaire. Or, en modélisation hydrologique, la discrétisation est faite par stock glaciaire au sein d'une maille ou d'une bande d'altitude.

Pour répondre à la première limitation, il convient soit d'évaluer la non-stationnarité de ces lois, soit d'en incorporer une autre à base plus physique. La seconde limitation suggère soit de déterminer une loi d'évolution d'un stock glaciaire à l'échelle d'un bassin versant, soit de construire une discrétisation par glacier. Dans la quatrième et dernière partie, nous tentons d'apporter des éléments de réponses à ces deux limitations, en proposant à la fois une loi de paramétrisation des surfaces englacées selon une ligne de niveau, permettant de déterminer la distribution sous-maille des glaciers, ainsi qu'une loi de transfert glaciaire.

Synthèse

Dans cette partie, nous avons présenté le modèle hydro-météorologique à réservoirs conceptuels CEQUEAU-Alpes. Un module de neige-glace a été incorporé au modèle, dans lequel nous avons décrit l'évolution des propriétés de la neige vers celles de la glace, par l'intermédiaire d'une loi de compaction par déformation visqueuse du manteau neigeux et d'une loi de vieillissement de l'albédo. Le modèle fait intervenir 31 paramètres dont 21 sont calibrés. Le nombre important des paramètres libres du modèle a nécessité une procédure de calibration adaptée à un tel problème d'optimisation. A cet égard, nous avons proposé d'exploiter l'information nivale et glaciaire dans un cadre de calibration multi-objectifs, de manière à évaluer l'ajout de telles informations sur la performance et la robustesse du modèle hydro-météorologique. La procédure d'évaluation a consisté à identifier dans un premier temps un certain nombre de solutions optimales au sens de Pareto, puis de confronter ces solutions à l'évaluation de la robustesse par le Split-Sample Test (SST). Dans ce cadre, nous avons analysé conjointement l'information hydrologique, nivale et glaciaire, en calibrant le modèle par l'optimisation selon deux ou trois fonctions objectifs. De manière générale, la calibration multi-objectifs a permis de générer un nombre réduit de solutions optimales au sens de Pareto et de lever de l'équifinalité. De plus, l'ajout d'une fonction objectif dans la procédure d'optimisation a permis de traduire sous forme de contrainte des paramètres du modèle, l'information portée par la variable associée à la fonction objectif. Les

résultats ont mis en évidence plusieurs aspects :

- La calibration selon l'optimisation conjointe des données du couvert neigeux quasi-hebdomadaire SCF et du débit journalier Q a permis d'identifier un ensemble de solutions optimales dont celles situées au milieu du front de Pareto étaient particulièrement robustes pour la simulation du débit en contrôle.
- La calibration selon l'optimisation conjointe d'une fonction objectif associée au bilan de masse glaciaire annuel moyen $\bar{B}$, renseignée par une hypothèse d'équilibre entre les glaciers et le climat, et d'une fonction objectif associée au débit journalier Q, a permis d'identifier un ensemble de solutions optimales associées à un unique de mode de distribution des paramètres météorologiques. L'analyse par SST a montré que l'ensemble de ces solutions est robuste.
- La calibration selon l'optimisation conjointe des hauteurs de neige locales HTN et du débit journalier Q a montré qu'il était très difficile de simuler correctement l'ensemble des hauteurs de neige au point. Mais, l'information portée par la hauteur de neige a permis d'identifier certaines solutions associées à un unique mode de distribution des paramètres météorologiques, différent toutefois, du mode de distribution observé par l'optimsation sur $Q - \bar{B}$.
- La calibration selon l'optimisation conjointe des fonctions objectifs associées à Q,HTN et $\bar{B}$ a permis de générer un ensemble de solutions optimales associées à des paramètres météorologiques ayant un comportement mixte des optimisations selon chacun des paires d'objectifs ($Q - HTN$ et $Q - \bar{B}$). Parmi les solutions générées, nous avons choisi un jeu de paramètres par compromis, avec lequel nous avons généré un jeu de bilan de masse local moyen sur l'ensemble de la période de calibration 1961 - 2005. La simulation du bilan de masse local se révèle être pertinente pour l'ensemble du domaine et suggère de reconstruire une telle variable d'intérêt glaciologique par cette approche. De plus, la variabilité inter-annuelle a montré que la simulation du bilan de masse local annuel était cohérente avec les fluctuations climatiques.

Toutefois, plusieurs limitations du module de neige-glace apparaissent. Le module de neige-glace a introduit un certain nombre de paramètres dont certains sont toujours peu contraints avec l'optimisation selon 3 objectifs. Cette faiblesse de calibration peut notamment être attribuée au fait que la formulation du bilan d'énergie est encore simpliste. C'est cette faiblesse également à laquelle on pourrait attribuer le surplus d'accumulation sur le glacier du Rhône et de l'Eiger. De plus, une autre limitation importante (qui porte préjudice à la simulation pluti-annuelle du débit) est le fait que l'évolution de la géométrie des glaciers n'est pas prise en compte. La Partie IV est consacrée à cette dernière limitation.

IV

Approche géomorphologique appliquée à la représentation des glaciers à l'échelle d'un bassin versant

Nous avons évoqué en partie II, puis mis en évidence en Partie III, une limite importante de la représentation des glaciers au sein du modèle hydrologique utilisé : la non-considération de l'évolution de la géométrie glaciaire porte préjudice à la modélisation hydrologique pluri-annuelle. Les rares études décrivant l'évolution du stock glaciaire (*Rees et Collins*, 2006; *Schaefli et al.*, 2007; *Huss et al.*, 2010) utilisent une relation entre des grandeurs géométriques des glaciers en guise de loi de transfert glaciaire. Etant donné le niveau de complexité et de précision souhaité en hydrologie, si l'application d'une loi de transfert géométrique semble adaptée à la modélisation hydrologique, il convient de les utiliser dans leur cadre de validité. Deux limitations importantes sont apparues :

- Comme le souligne *Jóhannesson* (2009), ces lois s'appliquent au glacier et non à un stock glaciaire (ensemble de glaciers).
- Ces propriétés sont stationnaires, alors que le glacier, lui, est en déséquilibre avec le climat. *Adhikari et Marshall* (2012) examinent par exemple l'influence du déséquilibre d'un glacier avec le climat sur la relation surface-volume (*Bahr et al.*, 1997).

Dans cette partie, nous tentons d'apporter plusieurs éléments de réponses à ces deux limitations. Toujours dans l'approche générale par un bassin versant, l'angle d'investigation proposé est celui de la géomorphologie, i.e l'étude de la forme des reliefs. Sous cet angle, nous proposons des axes d'amélioration sur la manière de pouvoir représenter les glaciers au sein de ces modèles hydrologiques.

En Partie I, nous avons observé qu'à proximité de leur front, les glaciers sont localisés dans les creux de vallées. Nous allons voir en quoi cette observation fondamentale peut être mise à profit pour l'analyse de l'organisation spatiale glaciaire et pour l'élaboration d'une loi de transfert.

14

Comportement d'un glacier à l'échelle d'un bassin versant

14.1. Segmentation des glaciers dans un bassin versant

La mesure de la géométrie d'un glacier est fortement conditionnée par la manière dont on segmente le stock glaciaire. On estime à environ 160 000 le nombre de glaciers sur Terre (*Meier et Bahr*, 1996). Dès 1986, le World Glacier Monitoring Service a été établi afin de collecter et de centraliser les données sur les corps glaciaires. A la suite de quoi, l'inventaire World Glacier Inventory (*Haeberli et al.*, 1989; *Cogley*, 2010) a été le premier créé à l'échelle mondiale dans le but de répertorier l'intégralité des différents corps glaciaires sur la base d'images satellites. Toutefois, la délimitation des glaciers posait un certain nombre de problèmes et ne permettait pas la création d'une base de données de contours ou d'aires glaciaires (*Raup et al.*, 2007).

Plus récemment, une nouvelle base de données mondiale a été créée puis étendue dans le cadre de GLIMS [1] (*Raup et al.*, 2003; *Racoviteanu et al.*, 2010), recensant les contours et les aires de corps glaciaires et de certains glaciers, extraits à partir d'images satellites multispectrales, d'analyse SIG [2], d'algorithmes de délimitation des glaciers et de numérisations manuelles. En particulier,

1. Global Land Ice Measurements from Space
2. Système d'Information Géographique

le concept de bassin versant a récemment été appliqué aux glaciers afin de cartographier les glaciers individuellement (*Racoviteanu et al.*, 2010; *Kienholz et al.*, 2013) sous l'hypothèse qu'un glacier est contenu dans un bassin versant, ce qui est vrai en particulier pour les glaciers confinés dans les vallées (*Manley*, 2008; *Schiefer et al.*, 2008; *Bolch et al.*, 2010).

Qu'observe-t-on de la structure spatiale des glaciers à l'échelle d'un bassin versant ? Analysons la figure 14.1.

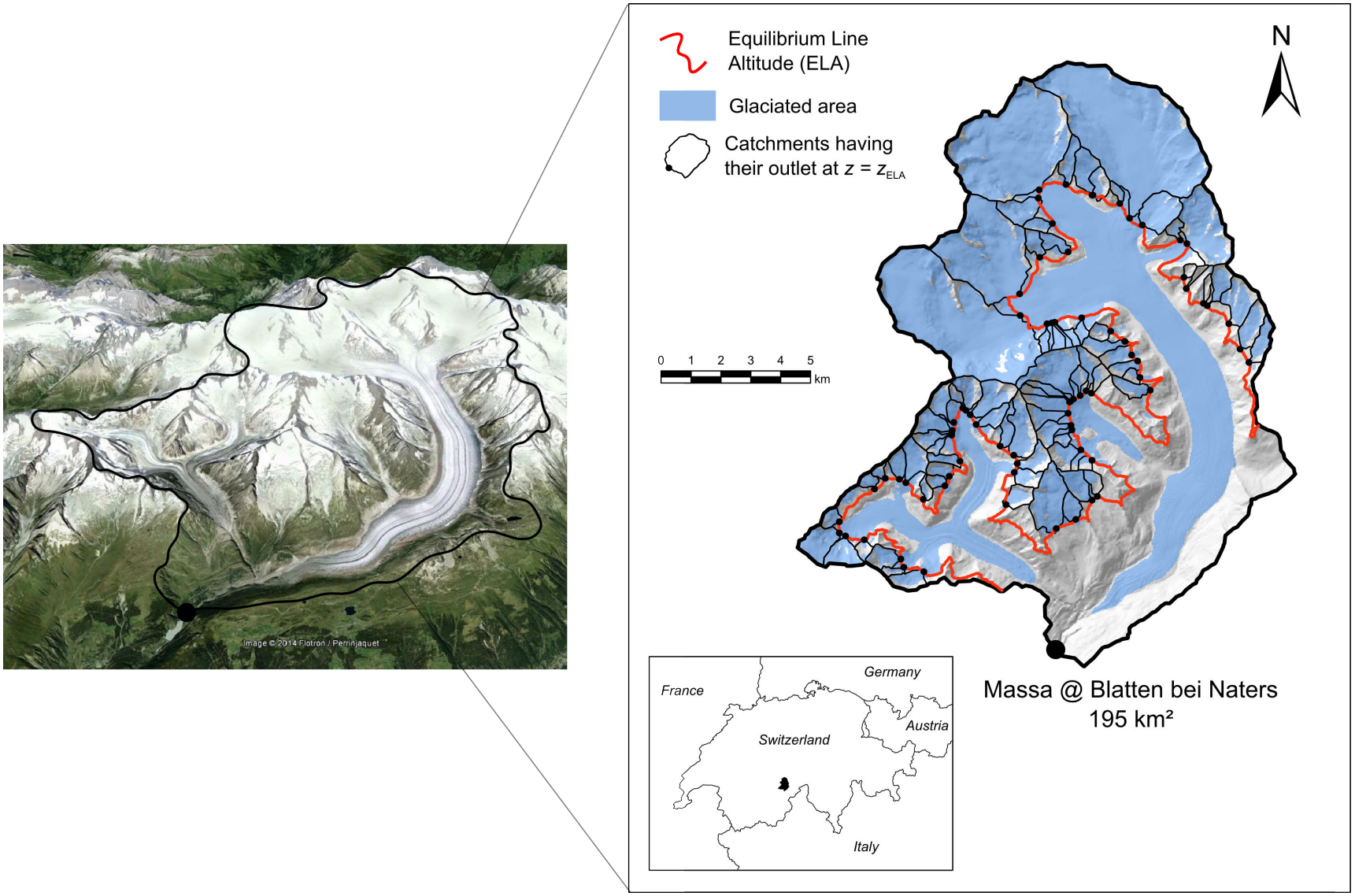


FIGURE 14.1. – Photo Google Maps du domaine du glacier d'Aletsch et sa représentation géométrique au sein d'un bassin versant. A l'échelle du bassin versant, une segmentation particulière des glaciers apparaît. En plaçant la ligne d'équilibre ELA, on distingue la zone d'accumulation glaciaire dans laquelle les glaciers occupent les versants et la zone d'ablation dans laquelle les glaciers occupent les fonds de vallées.

Il s'agit d'une représentation cartographique du bassin versant associée à la rivière Massa à l'exutoire de Blatten en Valais.. Ce bassin versant englobe plusieurs corps glaciaires dont le glacier d'Aletsch. Ce schéma met en évidence l'organisation spatiale des glaciers à l'échelle d'un bassin versant. D'après l'hypothèse énoncée au paragraphe précédent, ces glaciers possèdent une géométrie et une dynamique indépendante des glaciers voisins d'autres bassins. L'approche bassin versant permet ainsi une première segmentation du stock glaciaire. A présent, séparons la description et distinguons la zone d'accumulation, au nord, de la zone d'ablation, au sud, par la délimitation de la ligne d'équilibre (ELA en rouge sur le schéma).

En zone d'ablation, on s'aperçoit que les glaciers sont confinés dans les thalwegs (fonds de vallées), puis s'amincissent à proximité du front jusqu'à disparaître. On note également l'apparition de confluences glaciaires, à la manière d'une confluence entre deux rivières. Cette description suggère une analogie géométrique forte entre un réseau de glaciers et un réseau hydrographique. Cela nous amène à énoncer l'hypothèse forte de cette troisième partie : **les glaciers utilisent le réseau hydrographique comme support d'écoulement**. En termes d'écoulement néanmoins, l'analogie a ses limites puisque le glacier s'écoule au même titre qu'une rivière, mais perd sa masse au fur et à mesure de l'écoulement tandis que la rivière, elle, en gagne.

En zone d'accumulation, il apparaît que le stock glaciaire couvre quasiment l'intégralité des versants. Par analogie avec un réseau hydrographique, on peut définir une multitude d'exutoires à tout endroit du réseau. S'il on définit des exutoires le long de la ligne d'équilibre, il apparaît autant d'exutoires que de nouveaux petits bassins versants. Ces petits bassins versants étant quasiment entièrement couvert de glaces, nous pouvons faire l'hypothèse qu'il y a autant d'exutoires sur la ELA que de zones d'accumulation.

L'objet de cette troisième partie est d'approfondir l'utilisation du concept de bassin versant appliquée au glacier afin de d'écrire la segmentation du stock glaciaire ainsi que son évolution au sein du bassin. A partir des remarques préliminaires de la figure 14.1, commençons tout d'abord par une réflexion sur une loi de transfert.

14.2. Etude d'une loi géométrique de transfert glaciaire

Rappelons-le, on dénote plusieurs méthodes prenant en compte l'évolution de la géométrie des glaciers dans les modèles hydrologiques. La plupart utilisent des relations géométriques tels que la loi surface-volume (*Bahr et al.*, 1997) ou l'Accumulation-Area Ratio (AAR) (*Meier et Post*, 1962). De son côté, *Huss et al.* (2010) ont paramétrisé empiriquement l'évolution du profil du glacier. Seul *Immerzeel et al.* (2012b) proposent une loi de transfert à base physique traduisant la dynamique d'écoulement du glacier. Néanmoins, la loi utilisée est la loi de glissement

(*Weertman*, 1957) qui n'est pas représentative de l'écoulement visco-plastique des glaciers. Les glaciologues ont, quant à eux, élaboré des lois d'écoulement décrivant la dynamique locale du comportement fluide de la glace. La forme la plus « simple » de ces lois d'écoulement est formulée sous l'hypothèse de couche mince de glacier et correspond au modèle 2D de Shallow Ice Approximation, qui relie l'évolution de l'épaisseur de glace au bilan de masse et aux gradients d'épaisseurs locaux. Néanmoins, cette formulation nécessite un certain nombre d'informations sur la géométrie locale d'un glacier. De plus, l'évolution du profil de glacier sur sa ligne principale d'écoulement n'est pas une mesure directe de l'évolution de la fonte glaciaire.

Dans cette section, nous proposons une loi géométrique de transfert glaciaire, en évoluant à un degré de complexité intermédiaire entre les lois utilisées par les hydrologues et les modèles dynamiques de glaciers. Le développement présenté dans cette partie est toujours en cours d'élaboration (il n'a pas fait l'objet d'une application dans le modèle hydrologique) mais les principales hypothèses sont présentées.

Dans la partie précédente, nous avons mis en évidence l'importance de la variable du bilan de masse annuel moyen $\bar{B}$ [mw.e./an] dans l'optimisation du modèle hydro-météorologique. Cette variable constitue le point de départ de cette étude de loi de transfert.

Par définition, le bilan de masse moyen $\bar{B}$ d'un glacier entre son front d'altitude z_t et son sommet d'altitude d'altitude z_m peut s'exprimer en fonction du bilan de masse local b et de la densité de probabilité $a_{gl}(z)$ de l'altitude z sur l'aire du glacier (par définition, on a $\int_{z_t}^{z_t} a_{gl}(z)dz = 1$), tel que :

$$\bar{B} = \frac{\int_{z_t}^{z_m} b a_{gl}(z)dz}{\int_{z_t}^{z_m} a_{gl}(z)dz} = \int_{z_t}^{z_m} b a_{gl}(z)dz \tag{14.1}$$

Cette formulation suppose que l'altitude z est l'unique contrôle du bilan de masse. Eq.14.1 peut se décomposer selon la zone d'ablation et la zone d'accumulation, dont la séparation est matérialisée par la ligne d'équilibre (ELA) d'altitude z_{ELA}. Le bilan de masse net moyen $\bar{B}$ s'exprime alors en fonction du bilan de masse local en zone d'ablation $b_{abl}(z)$ et du bilan de masse local en zone d'accumulation $b_{acc}(z)$:

$$\bar{B} = \int_{z_t}^{z_{ELA}} b_{abl} a_{gl}(z)dz + \int_{z_{ELA}}^{z_m} b_{acc} a_{gl}(z)dz \tag{14.2}$$

Le modèle linéaire de l'évolution du bilan de masse local annuel avec l'altitude est fréquemment utilisé dans la littérature (e.g. *Haeberli*, 2011). Employons le :

$$\begin{cases} b_{abl}(z) = \beta_{abl}(z - z_{ELA}) \\ b_{acc}(z) = \beta_{acc}(z - z_{ELA}) \end{cases} \tag{14.3}$$

Où β_{abl} et β_{acc} sont respectivement les gradients altitudinaux des bilans de masses en zone d'ablation et d'accumulation et s'expriment en $mwe.an^{-1}.m^{-1}$. Typiquement, les valeurs de β_{abl} s'échelonnent entre 0.003 $mwe.an^{-1}.m^{-1}$ et 0.01 $mwe.an^{-1}.m^{-1}$(*Oerlemans*, 2008). β_{acc} varie fortement d'un glacier à l'autre. En remplaçant 14.3 dans 14.2, on a alors :

$$\bar{B} = \int_{z_t}^{z_{ELA}} \beta_{abl}(z - z_{ELA}) a_{gl}(z) dz + \int_{z_{ELA}}^{z_m} \beta_{acc}(z - z_{ELA}) a_{gl}(z) dz \tag{14.4}$$

Intégrons ces deux membres par parties en séparant $\beta_{abl}(z - z_{ELA})$ de $a_{gl}(z)$ et $\beta_{acc}(z - z_{ELA})$ de $a_{gl}(z)$. Une primitive de $a_{gl}(z)$ est $h_{gl}(z)$, où h_{gl} est la fonction de répartition de l'aire du glacier. 14.4 s'écrit alors :

$$\bar{B} = [\beta_{abl}(z - z_{ELA}) h_{gl}(z)]_{z_t}^{z_{ELA}} - \beta_{abl} \int_{z_t}^{z_{ELA}} h_{gl}(z) dz + [\beta_{acc}(z - z_{ELA}) h_{gl}(z)]_{z_{ELA}}^{z_m} - \beta_{acc} \int_{z_{ELA}}^{z_m} h_{gl}(z) dz \tag{14.5}$$

i.e. :

$$\bar{B} = -\beta_{abl} \int_{z_t}^{z_{ELA}} h_{gl}(z) dz + \beta_{acc}(z_m - z_{ELA}) - \beta_{acc} \int_{z_{ELA}}^{z_m} h_{gl}(z) dz \tag{14.6}$$

Par définition, l'hypsométrie $H_{gl}(z)$ du glacier est reliée à la fonction de répartition de l'aire du glacier S_{gl} et à l'aire du glacier par :

$$H_{gl}(z) = S_{gl} h_{gl}(z) \tag{14.7}$$

Nous pouvons alors exprimer le bilan en fonction de l'hypsométrie du glacier et de son aire :

$$\bar{B} S_{gl} = -\beta_{abl} \int_{z_t}^{z_{ELA}} H_{gl}(z) dz + \beta_{acc} S_{gl}(z_m - z_{ELA}) - \beta_{acc} \int_{z_{ELA}}^{z_m} H_{gl}(z) dz \tag{14.8}$$

Le terme de gauche est par définition le bilan de masse annuel global (B) du glacier, et traduit le gain ou la perte de masse totale du glacier. Ajoutons la dimension temporelle et réécrivons l'Eq.14.8 avec la variable de temps t :

$$B(t) = -\beta_{abl} \int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} H_{gl}(t, z) dz + \beta_{acc} S_{gl}(t)(z_m - z_{ELA}(t)) - \beta_{acc} \int_{z_{ELA}(t)}^{z_m} H_{gl}(t, z) dz \tag{14.9}$$

Par utilisation du théorème de Leibniz, il est possible de dériver les termes intégrales en fonction du temps de la sorte :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{z_t}^{z_{ELA}} H_{gl}(t,z)dz\right] = H_{gl}(t,z_{ELA})\frac{dz_{ELA}}{dt} - H_{gl}(t,z_t)\frac{dz_t}{dt} + \int_{z_t}^{z_{ELA}} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \\ \frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{z_{ELA}}^{z_m} H_{gl}(t,z)dz\right] = -H_{gl}(t,z_{ELA})\frac{dz_{ELA}}{dt} + \int_{z_{ELA}}^{z_m} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \end{cases} \tag{14.10}$$

i.e. :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{z_t}^{z_{ELA}} H_{gl}(t,z)dz\right] = S_{abl}\frac{dz_{ELA}}{dt} + \int_{z_t}^{z_{ELA}} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \\ \frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{z_{ELA}}^{z_m} H_{gl}(t,z)dz\right] = -S_{abl}\frac{dz_{ELA}}{dt} + \int_{z_{ELA}}^{z_m} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \end{cases} \tag{14.11}$$

Où S_{abl} est l'aire d'ablation du glacier et correspond à la valeur de la fonction de répartition H_{gl} pour $z = z_{ELA}$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} = & -\left(\beta_{abl}S_{abl} + \beta_{acc}S_{acc}\right)\frac{dz_{ELA}}{dt} - \beta_{abl}\int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \ldots \\ & \ldots + \beta_{acc}(z_m - z_{ELA})\frac{dS_{gl}}{dt} - \beta_{acc}\int_{z_{ELA}(t)}^{z_m} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \end{aligned} \tag{14.12}$$

Où S_{acc} est l'aire d'accumulation du glacier.

Cette équation met en évidence le contrôle conjoint du climat (par l'évolution de la ligne d'équilibre) et de la morphologie du terrain (par l'évolution de l'aire et des termes hypsométriques) sur l'évolution du bilan de masse global d'un glacier. Ce terme correspond donc à l'apport de fonte supplémentaire (si le bilan est négatif) ou au stockage de précipitation supplémentaire (si le bilan est positif) liée à l'évolution de la masse de glace. Notons que l'évolution du bilan de masse net est bien inversement proportionnelle à la remontée de la ELA. Pour comprendre l'influence des autres termes, il est nécessaire d'émettre quelques hypothèses simplificatrices.

Hypothèse perte ou gain d'aire en zone d'ablation :

L'observation faite en figure 14.1 sur l'organisation spatiale des glaciers en zone d'ablation et en zone d'accumulation, dans laquelle le glacier occupe l'ensemble du versant amont, suggère que la perte d'aire d'un glacier est réalisée essentiellement en zone d'ablation. Dans ce cas, l'évolution de l'hypsométrie en zone d'accumulation correpond à une translation de l'hypsométrique par l'aire gagnée ou perdue en zone d'ablation et l'on a :

$$\int_{z_{ELA}(t)}^{z_m} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz = (z_m - z_{ELA})\frac{dS_{gl}}{dt} \tag{14.13}$$

La translation de l'hypsométrie du glacier en zone d'accumulation est illustrée en figure 14.2

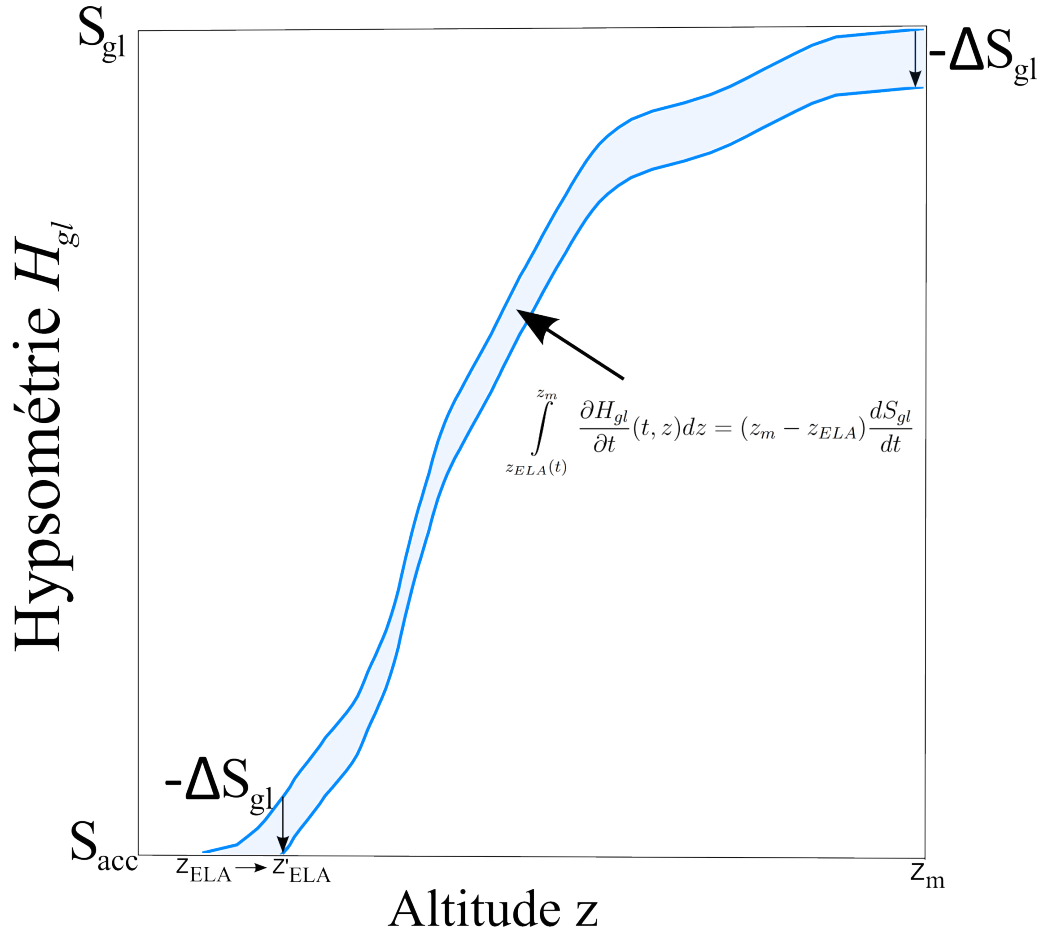


FIGURE 14.2. – Evolution de l'hypsométrie par l'hypothèse de l'évolution de l'aire uniquement en zone d'ablation. Pour un déplacement de la ligne d'équilibre z_{ELA} vers z'_{ELA}, l'évolution de l'hypsométrie associée est obtenue par translation verticale par la variation d'aire du glacier.

7.11 devient alors :

$$\frac{dB}{dt} = -(\beta_{abl}S_{abl} + \beta_{acc}S_{acc})\frac{dz_{ELA}}{dt} - \beta_{abl}\int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \tag{14.14}$$

Eq. 14.14 traduit directement l'évolution du bilan de masse global d'un glacier en fonction de l'évolution de sa ELA et de l'évolution de son hypsométrie en zone d'ablation. L'évolution du bilan de masse du glacier est négatif, si on a :

$$\frac{dz_{ELA}}{dt} > \frac{-\beta_{abl}}{(\beta_{abl}S_{abl}(t) + \beta_{acc}S_{acc}(t))}\int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \tag{14.15}$$

i.e. si la remontée de la ligne d'équilibre est plus importante que la perte en hypsométrie du glacier en zone d'ablation (pondéré par un facteur représentatif de la surface et du gradient

de bilan de masse). Cette inégalité traduit le fait que la contribution de la fonte glaciaire augmente si l'exposition de la zone d'ablation augmente. Dans le cas particulier où $\beta_{abl} = \beta_{acc}$, cette inégalité devient d'ailleurs :

$$\frac{dz_{ELA}}{dt} > -\frac{1}{S_{gl}} \int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz \tag{14.16}$$

Hypothèse prescription de la perte hypsométrique en zone d'ablation :

Afin d'expliciter l'Eq. 14.14, nous avons besoin de prescrire la manière dont évolue l'hypsométrie du glacier en zone d'ablation. La manière la plus simpliste de prescrire cette réduction est de supposer qu'elle se fasse par le front, i.e. que si l'on prend un photo d'un glacier à deux instants espacés dans le temps, celui-ci aura diminué en aire par le front. Toutefois, si on considère que la réduction du front d'un glacier (et de l'aire du glacier en général) est due à sa réponse à un changement climatique, il est nécessaire de connaître le temps de réponse caractéristique associé à cette réponse. Si les lois de la dynamique locale permettent en quelque sorte de transférer de proche en proche l'information climatique sur la géométrie du glacier, l'approche géométrique, telle que proposée, ici ne le permet pas. Il est alors nécessaire de considérer un temps caractéristique de cette réponse. *Johannesson et al.* (1989) proposent d'exprimer le temps caractéristique τ_{glj} de l'évolution de la géométrie glaciaire à un forçage climatique en fonction d'une hauteur caractéristique du glacier H^* et du bilan de masse local au front tel que :

$$\tau_{glj} = \frac{-H^*}{b(z_t)} = \frac{-H^*}{\beta_{abl}(z_t - z_{ELA})} \tag{14.17}$$

Harrison et al. (2001) proposent, quant à eux, le temps de réponse caractéristique τ_{glh} :

$$\tau_{glh} = \frac{-1}{(b(z_t)/H^*) - \beta_{abl}} = \frac{-H^*}{\beta_{abl}(z_t - z_{ELA} - 1)} \tag{14.18}$$

Sans la considération d'un temps de réponse caractéristique, il serait préférable de répartir la réduction (ou le gain) d'hypsométrie glaciaire sur l'ensemble de la zone d'ablation afin de moyenner l'effet de l'impact climatique sur la géométrie du glacier, en prescrivant une loi paramétrique sur la réduction de l'hypsométrie glaciaire avec l'altitude par exemple.

Dans ce développement, nous nous contentons simplement de nous placer dans le cas d'une réduction (ou gain) directe d'aire par le front. Sous cette hypothèse très forte, l'évolution de l'hypsométrie en zone d'ablation consiste en une translation de l'aire gagnée ou perdue :

$$\int_{z_t(t)}^{z_{ELA}(t)} \frac{\partial H_{gl}}{\partial t}(t,z)dz = (z_{ELA} - z_t)\frac{dS_{gl}}{dt} \tag{14.19}$$

La translation de l'hypsométrie du glacier en zone d'accumulation est illustrée en figure 14.3

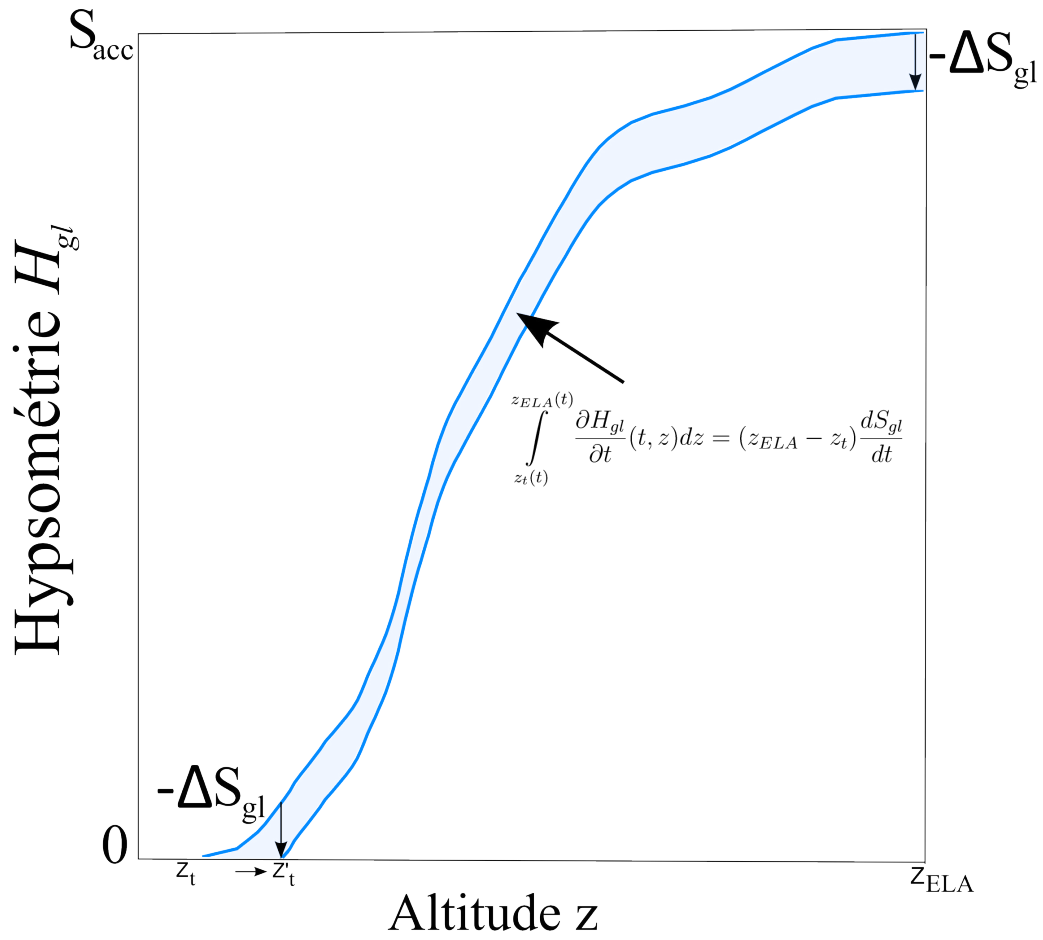


FIGURE 14.3. – Evolution de l'hypsométrie par l'hypothèse de l'évolution de l'aire uniquement par le front. Pour un déplacement du front z_t vers z'_t, l'évolution de l'hypsométrie associée est obtenue par translation verticale par la variation d'aire du glacier.

L'Eq. 14.14 permet d'écrire la loi d'évolution géométrique suivante :

$$\frac{dS_{gl}}{dt} = -\frac{(\beta S_{abl} + bS_{acc})}{\beta(z_{ELA} - z_t)}\frac{dz_{ELA}}{dt} - \frac{1}{\beta(z_{ELA} - z_t)}\frac{dB}{dt} \tag{14.20}$$

Dans ce cas très particulier, où le retrait de l'aire du glacier s'effectue par le front, la loi sur laquelle nous venons d'aboutir permet de relier l'évolution de l'aire du glacier par le front à l'évolution de la ligne d'équilibre et l'évolution du bilan de masse du glacier. Remettons un court instant cette loi dans le contexte de la partie III : B, b, β, z_{ELA} sont toutes des variables purement climatiques calculables par le modèle hydro-météorologique. On pourrait d'ailleurs imaginer un schéma de modélisation au pas de temps annuel (ou au pas de temps caractéristique du temps de réponse τ_{glh} ou τ_{glj} de l'évolution de la géométrie glaciaire, par exemple), tel que :

$$S_{gl}(t) = S_{gl}(t-1) - \frac{(\beta(t-1)S_{abl}(t-1) + b(t-1)S_{acc}(t-1))}{\beta(t-1)(z_{ELA}(t-1) - z_t(t-1))}(z_{ELA}(t) - z_{ELA}(t-1)) \ldots \\ \ldots - \frac{1}{\beta(t-1)(z_{ELA}(t-1) - z_t(t-1))}(B(t) - B(t-1)) \tag{14.21}$$

Ainsi, l'Eq.14.14 a pu permettre de mettre en évidence le rôle conjoint du climat et de l'hypsométrie sur l'évolution de la géométrie d'un glacier. Afin de pouvoir transcrire cette équation pour un modèle hydrologique, il est nécessaire de prescrire la manière dont l'hypsométrie du glacier évolue en zone d'ablation. L'hypothèse très forte de l'évolution de la géométrie par le front glaciaire a pu permettre d'expliciter une relation entre l'évolution de l'aire du glacier et l'évolution de grandeurs climatiques. Toutefois, cette formulation nécessite d'être analysée plus en détail et validée sur des données, afin d'être utilisée à bon escient dans un modèle hydrologique.

Quelle que soit la loi de transfert utilisée, ces lois sont formulées pour l'étude d'un glacier, et non d'un stock glaciaire. Le problème de la discrétisation du stock glaciaire en glaciers est l'objet du chapitre suivant.

15

Modèle probabiliste des réseaux hydrographiques

Rappelons l'hypothèse principale de cette troisième partie : les glaciers utilisent le réseau hydrographique comme support d'écoulement. Le réseau hydrographique est un objet géométrique avec des propriétés d'organisation spatiale particulières, qui, selon l'hypothèse, va se traduire sur l'organisation spatiale des glaciers. L'objectif de ce chapitre est d'étudier en quoi les propriétés géométriques de la structure du réseau hydrographique nous renseignent sur la structure spatiale des glaciers à l'échelle d'un bassin versant. Ce chapitre a fait l'objet de l'article suivant : *Gsell et al.* (2014).

La forme et la fonction des réseaux de rivières ou réseaux hydrographiques ont été longuement étudiées (*Rodríguez-Iturbe et Rinaldo*, 2001) au sein d'une discipline qu'une communauté de chercheurs appelle la morphodynamique (*Paola et al.*, 2006). La structure spatiale des réseaux de rivières ont la particularité d'avoir des propriétés d'invariance d'échelle selon plusieurs échelles et plusieurs environnements, et différents indicateurs ont été proposés afin de décrire ce qui différencie les réseaux des propriétés qu'ils partagent (*Strahler*, 1957; *Tarboton et al.*, 1988; *Moussa et Bocquillon*, 1993). Parmi ces propriétés, l'indexation de Horton-Strahler et les lois empiriques de Horton (*Horton*, 1945; *Schumm*, 1956; *Shreve*, 1966) qui découlent des

propriétés invariantes d'échelle de la structure hierarchique des réseaux de rivières ont été largement utilisées. Par ailleurs, des propriétés invariantes d'échelle de l'organisation spatiale des bassins versants ont été extraites par le biais de lois puissances (*Hack*, 1957; *Rodríguez-Iturbe et al.*, 1992a; **?**) ou de descripteurs fractals [1] (*Tarboton et al.*, 1988; *Rodriguez-Iturbe et al.*, 1992; *Tarboton*, 1996; *Rodríguez-Iturbe et Rinaldo*, 2001). En particulier, les approches probabilistes, au travers de l'analyse de la fonction de répartition (CDF) d'une variable géomorphologique, renseignent sur les propriétés d'invariance d'échelle de cette variable. Ce comportement a été observé pour plusieurs variables géomorphologiques comme l'aire drainée, la distance à l'exutoire (*Gangodagamage et al.*, 2011), l'index topographique (*Beven et Kirkby*, 1979) ou encore la distance entre deux affluents (*Convertino et al.*, 2007). Dans le développement qui suit, et étant donné la description de la segmentation des glaciers au chapitre précédent, notre variable géomorphologique d'intérêt sera l'aire drainée. Selon cette description probabiliste, les réseaux hydrographiques sont autosimilaires dans une certaine gamme d'échelle (*Peckham et Gupta*, 1999), i.e. que l'on trouve des similarités en l'observant à différentes échelles. De la même manière, des descripteurs morphométriques ont été élaborés afin de décrire l'organisation verticale des bassins versants : l'extension des lois de Horton sur les pentes des tronçons de rivières (*Flint*, 1974) et leur base théorique (*Gupta et Waymire*, 1989), l'analyse des courbes hypsométriques (*Strahler*, 1952; *Willgoose et Hancock*, 1998) et la loi pente-aire drainée (*Hack*, 1957). Cependant, elles ne fournissent pas d'informations sur l'organisation planaire des réseaux. Ainsi, les descripteurs morphométriques capturent des propriétés soit planaires, soit longitudinales, mais il n'existe pas de descripteur intégrant la structure tri-dimensionnelle du réseau hydrographique (*Dodds et Rothman*, 1999).

15.1. Introduction

Les proprétés morphométriques des réseaux hydrographiques ont été utilisées pour valider les modèles d'évolution de paysage. De tels modèles (*Rigon et al.*, 1993; *Coulthard*, 2001) reproduisent beaucoup de propriétés fractals et géomorphologiques, et ce, pour une grande gamme d'échelle et de conditions aux limites différentes. En particulier, la loi puissance suivante (Eq. 15.1) sur la distribution des aires drainées représentant la probabilité pour une aire drainée A d'excéder la valeur a (*Rodríguez-Iturbe et al.*, 1992a) (il s'agit de « 1 - la fonction de répartition ») est vérifiée :

$$P(A > a) = ka^{-\beta} \tag{15.1}$$

Où β est un exposant d'invariance d'échelle dont la valeur avoisine 0.45 (*Rodríguez-Iturbe et al.*, 1992b), et k est un coefficient (e.g. des valeurs de k et de β ont été déterminées pour plusieurs bassins versants français (*Moussa et al.*, 2011)). Cette loi probabiliste n'est plus valide en réalité

1. Le terme fractal n'est pas seulement associé à l'invariance au pluriel mais également à l'invariance d'échelle.

pour les grandes aires drainéés proches de la taille du bassin. A ces échelles, une correction dite de taille finie, induit par la morphologie du bassin, a été ajoutée. L'effet de taille finie a été appréhendé par l'introduction d'une fonction F dépendant de l'aire a_c du bassin et de longueur caractéristique L (*Maritan et al.*, 1996). Eq. 15.1 devient alors :

$$P(A > a) = ka^{-\beta} F\left(\frac{a}{a_c(L)}\right) \tag{15.2}$$

La prise en compte de l'effet de taille finie est cruciale surtout lorsque l'on considère avec des processus associés au réseau de rivières, puisque la correction concerne les points qui drainent les aires les plus grandes au sein du bassin. L'effet de taille finie a également été approchée sous l'angle du principal noeud de bifurcation (*Moussa*, 2008). Dans un contexte où les modèles de réseaux hydrographiques 3D commencent à apparaître (*Briggs et Krishnamoorthy*, 2013), il semble essentiel de chercher de nouveaux descripteurs qui capturent la structure tridimensionnelle des réseaux de rivière. Avec les modèles de réseaux, le risque est que les descripteurs ne capturent pas certaines particularités du réseau, ni ce en quoi ils se différencient les uns des autres (*Kirchner*, 1993). Pour cette raison, le développement qui va suivre se focalise exclusivement sur des réseaux de rivières réels, issus de la nature. La loi puissance de la distribution des aires drainées (Eq.15.1) constitue le point de départ du développement. De plus, le caractère invariant d'échelle de cette loi va nous mener à nous interroger sur le domaine d'application, notamment à l'échelle régionale.

Une part significative de la recherche a été menée avec la perspective de constuire des modèles parcimonieux (0D ou 1D) sous-maille, pour de multiples processus qui utilisent le réseau hydrographique comme « support d'écoulement ». *Billen et al.* (1994) résument ces approches : « l'hypothèse de base dans ces types de modèles est que les mêmes processus sont actifs tout au long du continuum du réseau de rivières. En gros, la réduction d'échelle spatiale est obtenue en considérant que les tronçons ont des caractéristiques communes (ordre, aire drainée, lardeur, pente, ou d'autres descripteurs) sont statistiquement autosimilaires, i.e. que les propriétés statistiques sont les mêmes quelles que soient les échelles. De telles approches ont notamment été appliquées en échohydrologie (*Muneepeerakul et al.*, 2007; *Bertuzzo et al.*, 2007). En modélisation hydrologique, cette approche géomorphologique a notamment mené au concept d'hydrogramme unitaire instantanée géomorphologique (GIUH) (*Rodríguez-Iturbe et Valdés*, 1979; *Rosso*, 1984; *Cudennec et al.*, 2004; *Kumar et al.*, 2007). Cependant, la réponse hydrologique des bassins dépend du rôle de l'organisation planaire et verticale (*Howard*, 1990). C'est pourquoi, la description planaire de la structure des réseaux de rivières doit inclure la structure verticale.

Ainsi, le développement qui suit vise à élaborer un modèle probabiliste des réseaux de rivières doté des caractéristiques d'invariance d'échelle. Pour cela, nous allons introduire le domaine

d'étude dans la prochaine section, puis nous enchaînerons sur la présentation d'une méthodologie originale visant à mettre en évidence la dépendance de la structure des réseaux de rivières avec l'altitude et à construire des échantillons adaptés. Ensuite, nous développerons la formulation du modèle probabiliste sur la distribution des aires drainées, que nous illustrerons sur le bassin versant de l'Eagle, et que nous appliquerons à l'ensemble des échantillons. Enfin, nous examinerons la validité régionale de cette loi par le biais d'une procédure de calibration inédite.

15.2. Domaine d'étude

L'analyse porte sur le massif des Rocheuses du Sud aux Etats-Unis. Les Rocheuses du Sud résultent de l'orogenèse Laramide, amorcée à la fin du Crétacé, et demeurent en équilibre isostatique (*Sheehan et al.*, 1995). De ce fait, le réseau hydrographique peut être perçu comme un objet géométrique statique à l'échelle de plusieurs siècles.

Dans cet étude, nous utilisons le Modèle Numérique de Terrain (MNT) conditionné pour l'hydrologie tel que fourni par le National Hydrography Dataset (NHD) (NHD Plus,), et dérivé de la National Elevation Dataset de résolution 30 mètres (NED, *Gesch et al.*, 2009). La caractérisation régionale concernera un assortiment de 70 bassins versants dont les exutoires sont associés pour chacun à une station de jaugeage de l'USGS qui ont été extraits par analyse spatiale SIG par le biais d'une approche D8 (*Band*, 1986). La superficie des bassins s'étale de 864.5 km^2 à 4190 km^2 et ils sont tous situés à plus de 1400m d'altitude. Les bassins versants et leurs exutoires sont présentés en figure 15.1.

L'aire drainée est définie par le nombre de sites à l'amont de chaque pixel. Sur chaque bassin de drainage, une grille d'accumulation d'écoulement est dérivée successivement à partir des grilles d'altitude et de direction d'écoulement, et attribue une valeur d'aire drainée en chacun des pixels. Les réseaux de drainage ont été extraits et analysés par l'intermédiaire du package CLaRiNet, une librairie de fonctions dédiées à l'analyse géomorphologique des rasters, interfacée avec le logiciel Scilab.

Le bassin de l'Eagle River associé à la station de jaugeage USGS 0907000 (Eagle River Below Gypsum, CO, Lat 39°38'58", Lon 106°57'11", 2445 km^2) va illustrer la procédure décrite dans la prochaine section, tandis que tout le jeu de données sera utilisé pour l'analyse bassin par bassin et pour l'étude de la cohérence régionale du modèle.

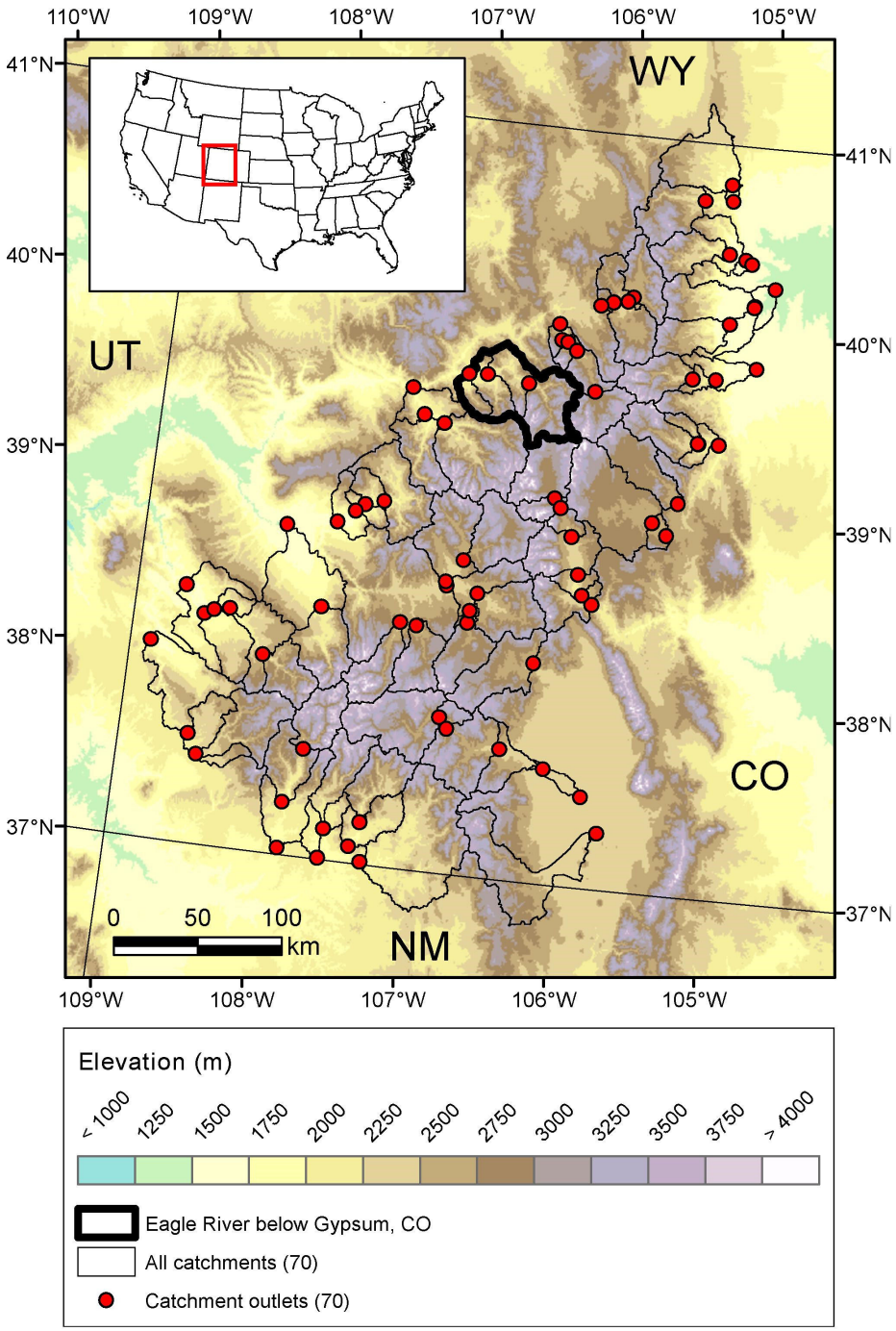


FIGURE 15.1. – Modèle Numérique de Terrain des Montagnes Rocheuses du Sud et la localisation des 70 bassins versants.

15.3. Un modèle probabiliste de la distribution des aires drainées conditionnée par l'altitude

Cette section formule le modèle probabiliste de la distribution des aires drainées conditionnée par l'altitude. Dès lors qu'on étudie la distribution d'une variable aléatoire se pose la question de l'échantillonnage de cette variable. C'est l'objet de la prochaine sous-section.

15.3.1. Stratégie d'échantillonnage

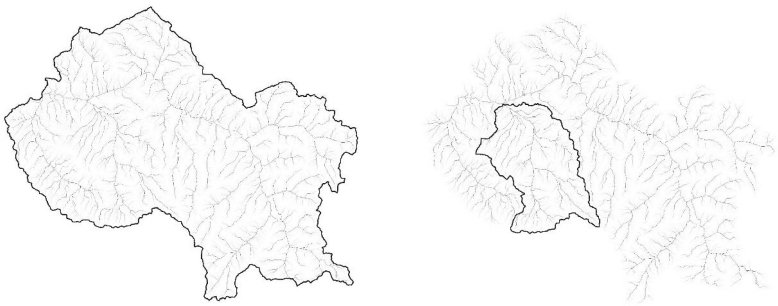
Dans l'étude du réseau hydrographique, l'aire drainée est la variable géomorphologique d'intérêt. La manière dont cette variable aléatoire est échantillonnée et sa distribution fournissent des informations sur la manière dont les rivières se structurent au sein d'un bassin versant. Différentes stratégies d'échantillonages vont alors mener à différentes fonctions de distribution, puisque la population de la variable aléatoire diffère d'une procédure à l'autre. Plusieurs stratégies d'échantillonage de l'aire drainée ont déjà été proposées et mis en oeuvre (*Convertino et al.*, 2007), comme par exemple :

- l'échantillonnage global (tous les pixels d'un bassin versant)
- l'échantillonnage le long du cours d'eau principal
- l'échantillonnage selon une ligne transverse au bassin

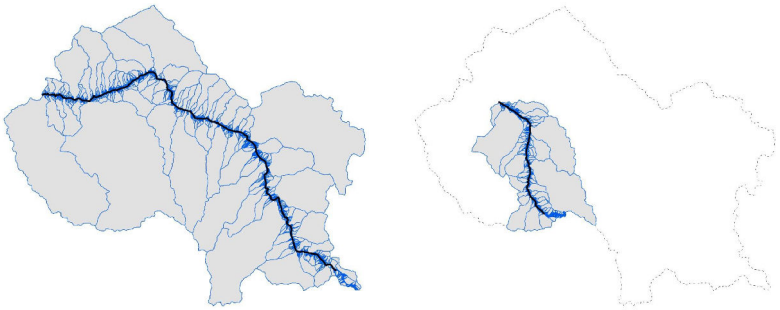
Ces trois stratégies d'échantillonnage ainsi que la distribution des aires drainées associées sont illustrées à titre indicatif en figure 15.2.

Néanmoins, ces différentes stratégies ne mettent pas en évidence la dimension verticale du réseau hydrographique. Afin de capturer la structure tri-dimensionnelle du réseau hydrographique, il convient d'identifier une stratégie d'échantillonnage spécifique mettant en évidence la dépendance à l'altitude de la population échantillonnée. Une stratégie adaptée consiste à décomposer l'échantillonnage du bassin versant selon des courbes de mêmes altitudes, i.e. selon des courbes de niveaux. Cette stratégie est schématisée en figure 15.3, puis illustrée et associée avec la distribution des aires drainées en figure 15.4 :

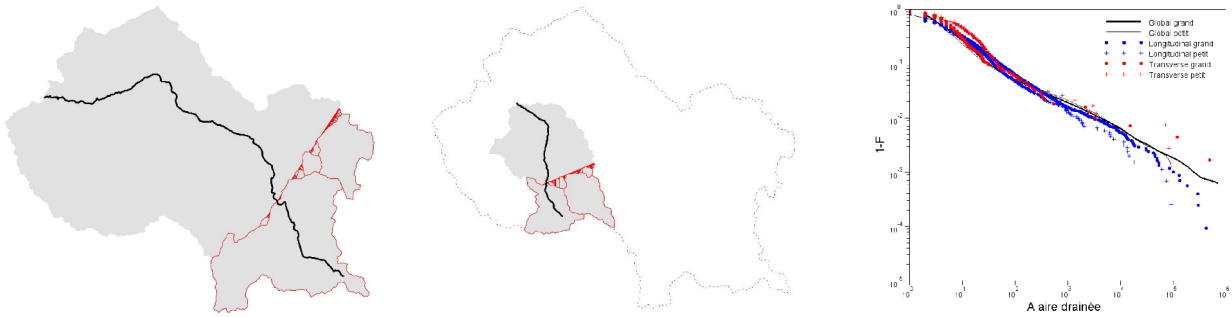
Cette nuance induite par le choix d'une stratégie d'échantillonnage se répercute également sur la définition de la fonction aire A (*Snell et Sivapalan*, 1994; *Blöschl et Sivapalan*, 1995) et de la fonction largeur N (*Kirkby*, 1976; *Troutman et Karlinger*, 1984). La fonction aire et la fonction largeur sont traditionnellement définies pour l'étude planaire du réseau hydrographique, et mesurent respectivement l'aire drainée totale $A(d)$ et le nombre de drains $N(d)$ à une distance d de l'exutoire du bassin. Dans notre étude, nous utiliserons la "fonction de concentration des drains" (*Gupta et al.*, 1986; *Gupta et Mesa*, 1988), définie comme étant le nombre de drains à une altitude donnée. Nous proposons d'exprimer cette quantité en fonction de l'altitude et la nommons $\tilde{N}(z)$. La fonction de concentration des drains peut être construite en dénombrant le nombres de drains intersectés à une courbe de niveau donnée. Il a été démontré que $\tilde{N}(z)$ et $N(d)$ sont fondamentalement différentes (*Gupta et Mesa*, 1988), bien qu'elles partagent des propriétés topologiques identiques. De la même manière, il est possible de définir une fonction aire, adaptée à la structure verticale du réseau hydrographique, comme étant l'aire drainée totale $\tilde{A}(z)$ a une altitude donnée. Nous l'appelons la "courbe hypsométrique chenalisée" car elle mesure la portion chenalisée de la courbe hypsométrique $\hat{H}(z)$. La fonction de concentration des drains, la courbe hypsométrique chenalisée et leurs équivalents fonctions de la distance à l'exutoire sont illustrées en figure 15.5.



(a) Echantillonnage global (b) Echantillonnage local



(c) Echantillonnage longitudinal global (d) Echantillonnage longitudinal local



(e) Echantillonnage transverse global (f) Echantillonnage transverse local (g) Distribution des aires drainées

FIGURE 15.2. – Différentes stratégies d'échantillonnage des aires drainées et leurs distributions respectives (en log-log) appliquées au bassin versant l'Eagle River. Les échantillonnages locaux et globaux sont présentés afin d'illustrer le concept d'auto-similarité : quelle que soit l'échelle d'échantillonnage les propriétés statistiques restent similaires.

Leurs représentations graphiques en figure 15.6.

Sur ces figures, nous pouvons apprécier la différence de forme et de topologie des différentes fonctions respectivement à la manière dont elles ont été échantillonnées, bien que toutes ces fonctions aspirent à mesurer le même aspect géométrique. Aussi, l'étude de la structure des réseaux hydrographiques suggère la définition d'un seuil qui discrimine les pixels pour lesquels les processus de versant sont dominants par rapport aux processus chenalisés. La question de la chenalisation a été addressée dans la littérature (*Montgomery et Dietrich*, 1989; *Tarboton et al.*, 1992) et il ressort qu'une identification rigoureuse des têtes de chenaux recquiert l'utilisation de données très haute résolution (*Pirotti et Tarolli*, 2010). Néanmoins, pour cette étude, un

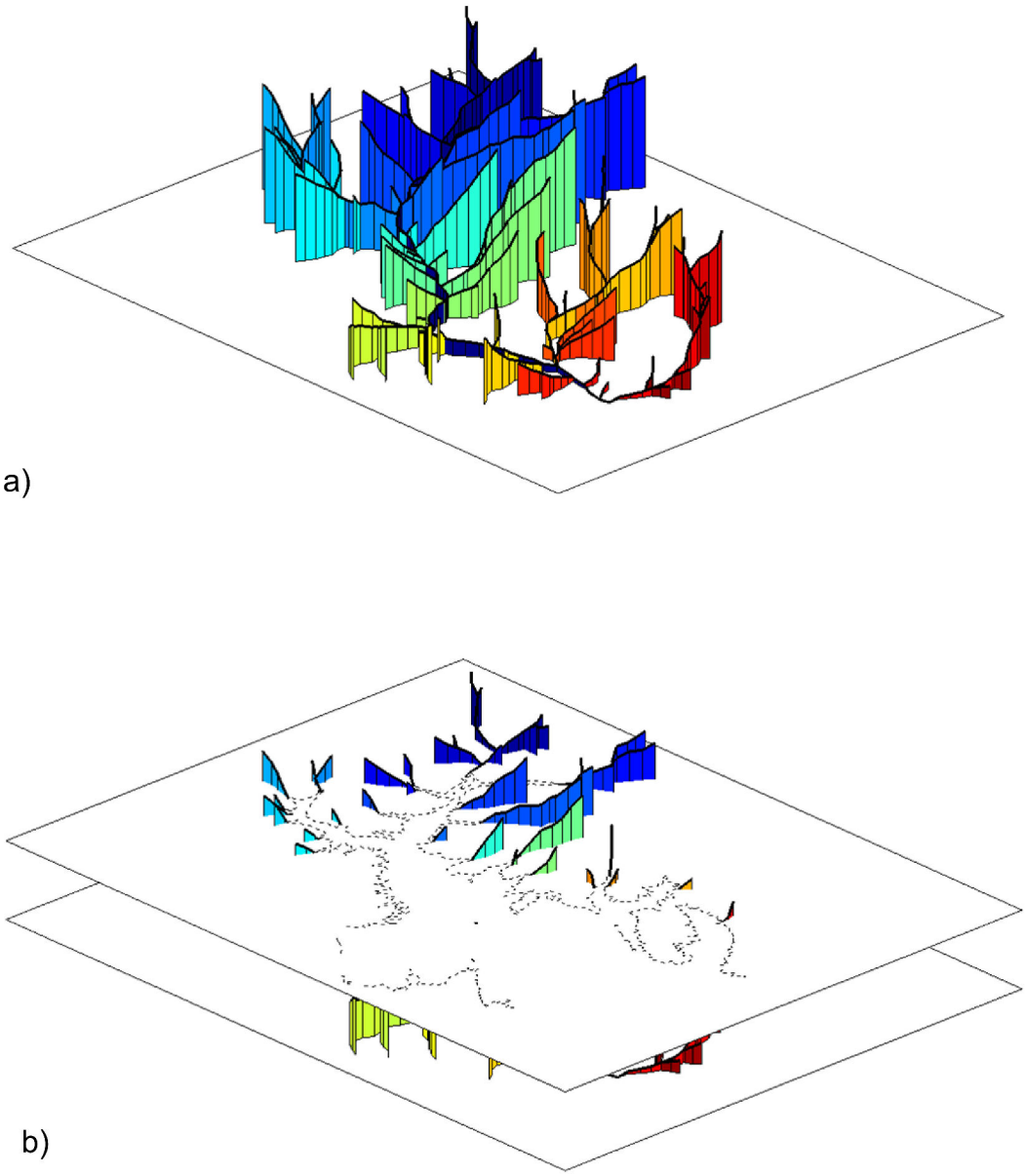
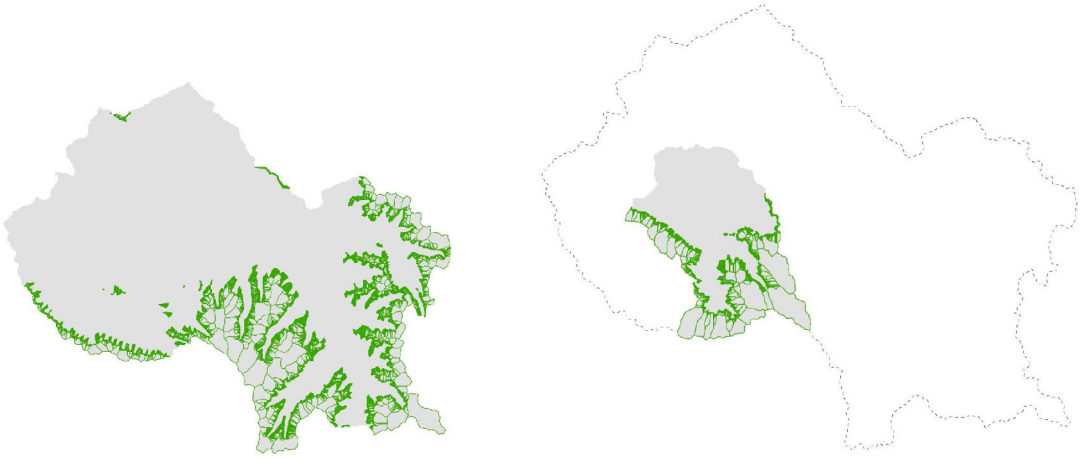


FIGURE 15.3. – Représentation 3D d'un réseau hydrographique conceptuel de basse altitude (en rouge) à haute altitude (en bleu) et représentation de l'intersection d'une ligne de niveau (pointillés de la partie b) à partir de laquelle les aires drainées sont échantillonnées.

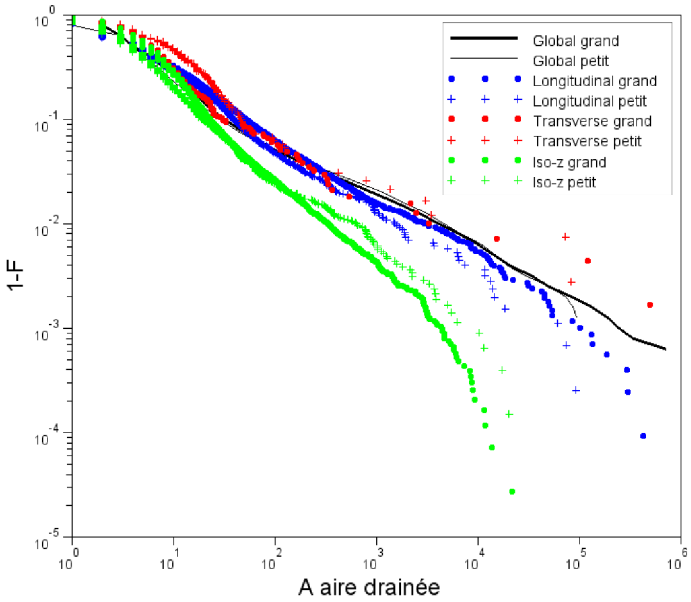
seuil d'extraction a_0 est fixé puisque ce seuil est supposé ne pas affecter ni le comportement d'invariance d'échelle, ni le caractère de taille finie.

La description de la structure des réseaux de rivière revient à décomposer l'échantillonnage le long de plusieurs courbes de niveaux. Notons que cette stratégie d'échantillonnage ne mène pas à une caractérisation pleinement 3D mais fournit une information sur la manière dont la structure du réseau hydrographique est conditionnée par l'altitude. La courbe de niveau $z = z_i$ est définie comme étant l'ensemble de pixels ayant une altitude $z \geq z_i$ et ayant un pixel en aval à une altitude $z < z_i$. De ces ensembles de pixels, nous gardons que ceux qui sont plus grands que le seuil d'extraction a_0. Cette procédure génère un jeu d'aires a_{ij} où i indexe la courbe de



(a) Echantillonnage le long d'une courbe de niveau global

(b) Echantillonnage le long d'une courbe de niveau local

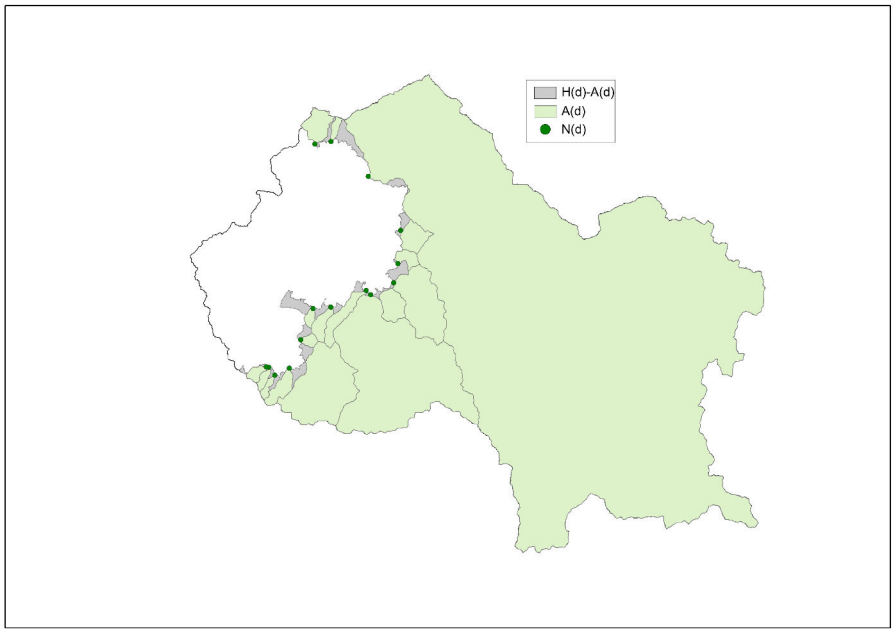


(c) Distribution des aires drainées

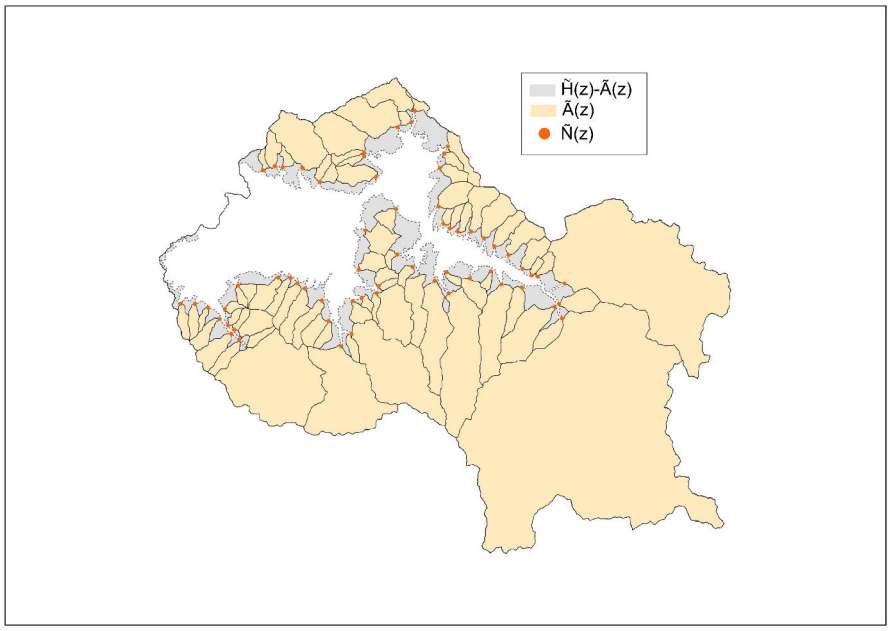
FIGURE 15.4. – Différentes stratégies d'échantillonnage des aires drainées et leurs distributions respectives. La distribution selon une courbe de niveau est différente de celles issues d'autres stratégies d'échantillonnage mais présente toujours le comportement d'auto-similarité.

niveau et j indexe l'ordre statistique. Figure 15.7 présente la procédure décrite pour quelques courbes de niveaux du bassin de l'Eagle River et présente la distribution des aires drainées $P(A > a)$ pour dix courbes de niveaux différentes.

Pour toutes les courbes de niveaux, la distribution $P(A > a)$ présente deux comportements : un comportement en loi puissance, caractéristiques de la géométrie à invariance d'échelle des réseaux de rivières, et une queue décroissant rapidement pour les plus grandes aires drainées. Pour les plus hautes courbes de niveaux, le gradient semble plus élevé. Nous expliquons cela



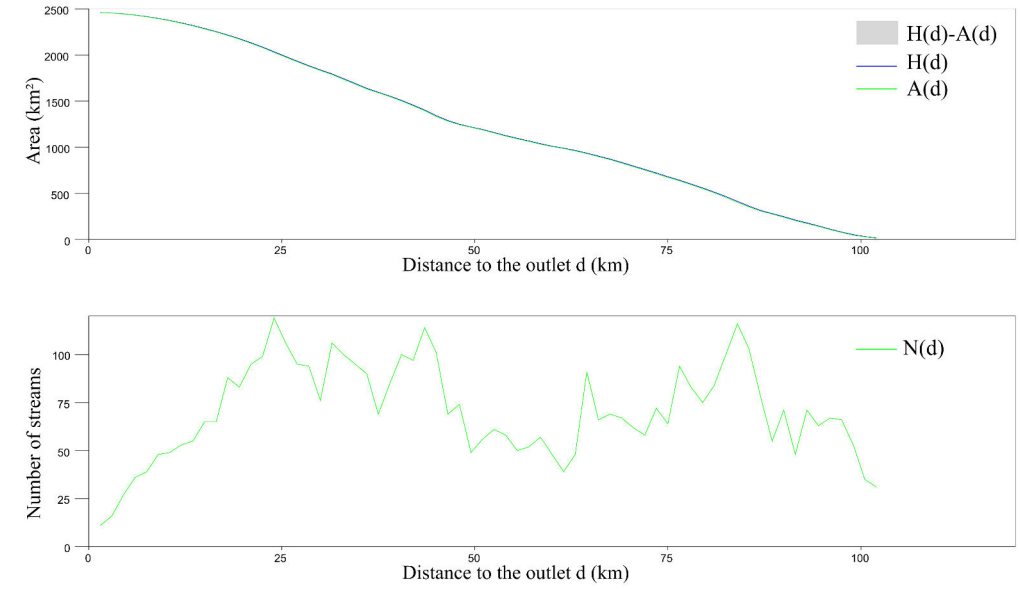
a)



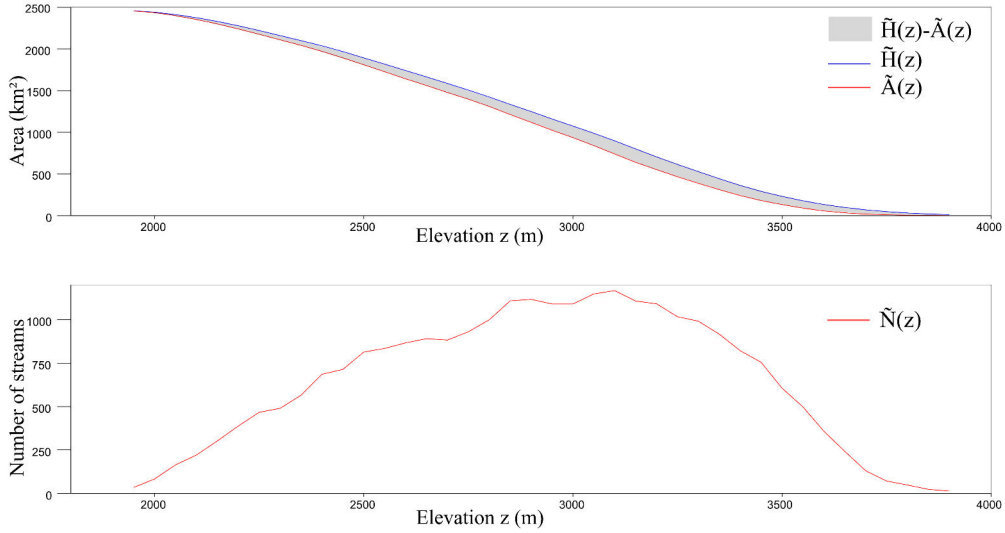
b)

FIGURE 15.5. – Représentation du bassin versant de l'Eagle River dont les aires drainées ont été extraites à un seuil de 1.35 km (80% de l'aire totale est extraite dans les deux cas) pour le cas de l'extraction le long d'une iso-distance à l'exutoire (a)) et le long d'une courbe de niveau (b)). Cette représentation illustre la différence entre la fonction largeur N(d), la fonction aire A(d), la fonction de concentration des drains $\tilde{N}(z)$, la courbe hypsométrique chennalisée $\tilde{A}(z)$, et l'hypsométrie dont la forme et la topologie sont signicativement différentes pour les deux cas de stratégies d'échantillonnage.

par le fait que la dispersion des valeurs d'aires drainées est petite par rapport à l'échelle d'observation (qui peut par exemple être associée à la valeur moyenne des aires drainées $< a >_z$).



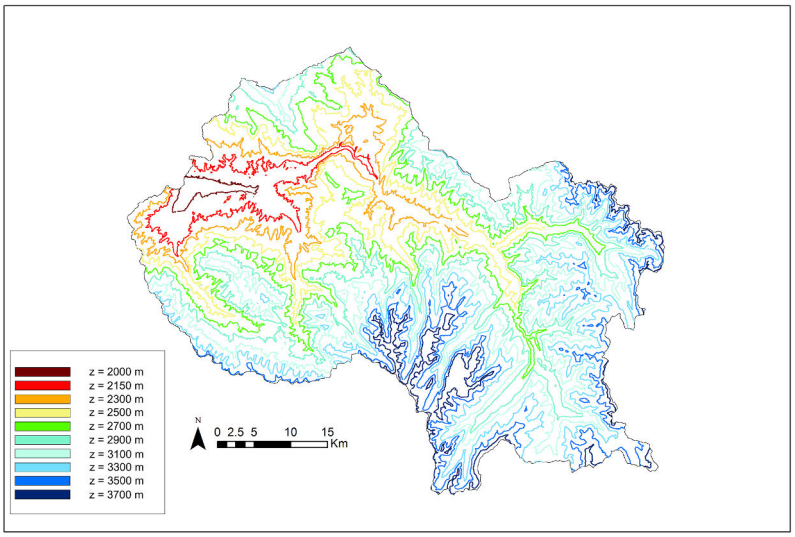
a)



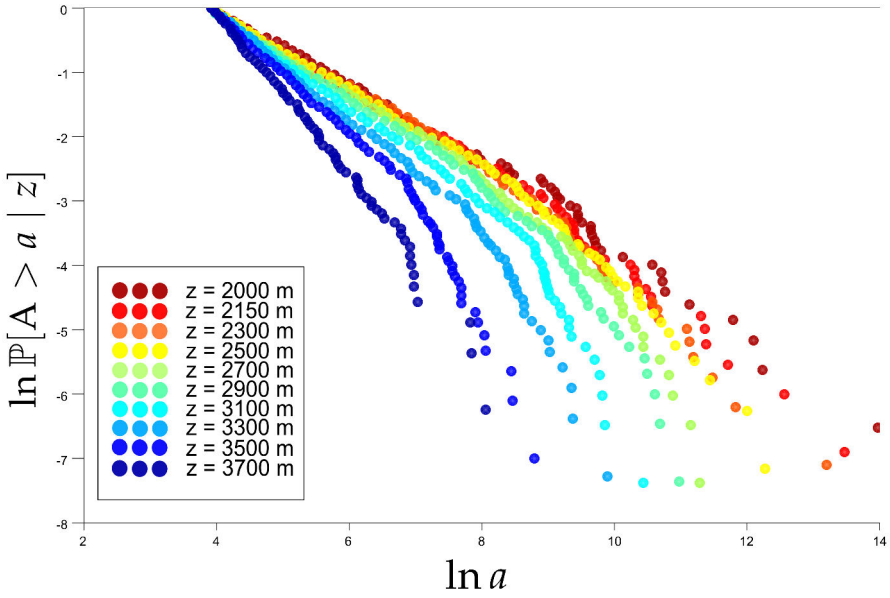
b)

FIGURE 15.6. – a). Illustration de la fonction aire A(d) et de la fonction largeur N(d) sur le bassin de l'Eagle River à un seuil d'extraction de 0.045 km^2. b) Illustration de la courbe hypsométrique chennalisée $\tilde{A}(z)$ et de la fonction de concentration de drains $\tilde{N}(z)$ pour les mêmes conditions d'extraction.

De la même manière, ce comportement apparaît à la fin de chaque distribution pour les valeurs relativement élevées d'aires drainées, pour lesquelles ces valeurs deviennent sous-représentées et tendent vers l'échelle d'observation du système, qui est la signature de l'effet de taille finie.



(a) Courbes de niveaux



(b) Distribution des aires drainées associées aux courbes de niveaux.

FIGURE 15.7. – Illustration de la stratégie d'échantillonnage sur le jeu de données d'aires drainées du bassin de l'Eagle River. a) Extraction de 10 courbes de niveaux de 2000 m (rouge) à 3700 m (bleu) avec un incrément de 200 m. Une courbe de niveau $z = z_0$ est générée au moyen d'un critère qui identifie les pixels d'altitude $z \geq z_0$ et dont les pixels aval ont une altitude $z < z_0$. b) Fonction de répartition en log-log des aires drainées, extraites à partir de a=0.045 km^2, dont les niveaux de couleurs sont associés à ceux des courbes de niveaux. La valeur des gradients s'étalent de 0.66 (z = 2000m) à 1.13 (z=3700 m).

Nous proposons une formulation d'un modèle qui peut expliquer des différences de pente apparentes par le biais d'un unique exposant invariant d'échelle. Dans la sous-section suivante, nous allons voir que ces deux phénomènes (la queue décroissante des distribution et les différentes

pentes) sont liés l'un à l'autre et peuvent être expliquées par l'effet de taille finie.

Dans cette configuration, la structure des réseaux de rivière dépend de l'altitude et peut être caractérisée par la dépendance d'effet de taille finie avec l'altitude. Introduisons les équations du modèle probabiliste.

15.3.2. Formulation du modèle

Soit $p(a|z) = -\frac{\partial P(A>a|z)}{\partial a}$ la densité de probabilité des aires drainées à une courbe de niveau donnée z, dérivant de la probabilité de dépassement $P(A > a|z)$. Supposons que cette distribution $p(a|z)$ soit de la forme :

$$p(a|z) = a^{-(1+\tau)} f(\frac{a}{\theta(z)}) \tag{15.3}$$

où τ est un paramètre caractéristique du comportement scalant. Cet exposant scalant n'a aucune raison d'avoir la même valeur que l'exposant scalant planaire β, issu d'un échantillonnage global des aires drainées, car la population échantillonnée n'est pas la même. $\theta(z)$ est un facteur d'échelle dépendant de l'altitude et $f$est une fonction scalante de la densité satisfaisant les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \lim_{\xi \to 0} f(\xi) = c \\ \lim_{\xi \to \infty} f(\xi) = 0 \end{cases} \tag{15.4}$$

où c est une constante telle que l'on retrouve un comportement scalant pour des faibles valeurs d'aires drainées. f n'est pas une fonction intuitive ; cependant nous verrons par la suite que cette fonction n'a pas besoin d'être explicité analytiquement. Pour le moment, explicitons la constante c. Pour cela, écrivons la condition de normalisation suivante, qui doit être satisfaite pour toute taille de système θ :

$$\int_{a_0}^{\infty} p(a|z)da = \int_{a_0}^{\infty} a^{-(1+\tau)} f'(\frac{a}{\theta})da = 1, \forall \theta \tag{15.5}$$

En particulier, pour $\theta \to \infty$, on a par utilisation du théorème de Beppo-Levi :

$$\lim_{\theta \to \infty} \int_{a_0}^{\infty} a^{-(1+\tau)} f(\frac{a}{\theta})da = \int_{a_0}^{\infty} \left(a^{-(1+\tau)} \lim_{\theta \to \infty} f(\frac{a}{\theta}) \right) da = c \int_{a_0}^{\infty} a^{-(1+\tau)} da = 1 \tag{15.6}$$

Finalement, de 15.6, on obtient :

$$c = \tau a_0^{\tau} \tag{15.7}$$

De la même manière, on peut écrire une condition de normalisation sur l'espérance de la distribution :

$$< a >_z = \int_{a_0}^{\infty} ap(a|z)da = \int_{a_0}^{\infty} a^{-\tau} f(\frac{a}{\theta})da \tag{15.8}$$

Une intégration par parties, avec $\xi = \frac{a}{\theta}$, mène à :

$$< a >_z = \theta(z)^{1-\tau} B(\theta(z)) \tag{15.9}$$

Où $B = \int_{a_0/\theta}^{\infty} \xi^{-\tau} f(\xi)d\xi$. B dépend légèrement du facteur d'échelle $\theta(z)$. Rendons explicite cette dépendance en décomposant B selon les deux intégrales suivantes :

$$B = \int_{a_0}^{\infty} \xi^{-\tau} f(\xi)d\xi - \int_{0}^{\frac{a_0}{\theta(z)}} \xi^{-\tau} f(\xi)d\xi \tag{15.10}$$

La première intégrale (que nous appelons B_∞) converge vers une constante puisque $\tau < 1$ (en effet τ doit être strictement compris entre 0 et 1 dès lors qu'on s'attend à un comportement en lois puissance pour $\theta \to \infty$. La seconde intégrale peut être transformée pour de faibles valeurs de $\xi = \frac{a_0}{\theta}$ où l'on a $f(\xi) \simeq c$. Dans ce cas, on peut écrire :

$$B \simeq B_\infty - c \int_{0}^{\frac{a_0}{\theta(z)}} \xi^{-\tau} d\xi = B_\infty - \frac{c}{1-\tau}(\frac{a_0}{\theta})^{1-\tau} = B_\infty - \frac{\tau a_0}{\theta^{1-\tau}(1-\tau)} \tag{15.11}$$

Ainsi, en remplaçant 15.11 dans 15.9, on obtient :

$$\theta(z)^{1-\tau} B_\infty = < a >_z + \frac{\tau a_0}{1-\tau} \tag{15.12}$$

15.12 indroduit une relation entre le facteur d'échelle θ, la valeur moyenne des aires drainées, et l'exposant scalant τ.

Finalement, la probabilité d'occurrence est définie comme étant le complémentaire de la fonction de répartition et est exprimé comme suit :

$$P(A > a|z) = 1 - P(A \leq a|z) = a^{-\tau} F(\frac{a}{\theta(z)}) \tag{15.13}$$

Où F est une fonction scalante liée à la fonction scalante de la densité f.

Ainsi, nous avons construit un modèle probabiliste du réseau hydrographique conditionné par l'altitude and décrit par l'exposant scalant τ. La déduction de ce paramètre est l'objet de la prochaine sous-section. La cohérence régionale de l'exposant sera discutée par la suite.

15.3.3. Identification du paramètre par "data collapse"

D'après la théorie décrite ci-dessus, la distribution des aires drainées au-dessus d'une courbe de niveau peut être décrite par 15.13. Les coordonnées sont transformées de telle manière à ce que la fonction scalante puisse être visualisée dans un espace log-log. 15.13 peut être réecrite comme suit :

$$\ln(P) = -\tau \ln(a) + \ln\left[F(\frac{a}{\theta})\right] \tag{15.14}$$

Le développement de 15.14 mène à :

$$\ln(P) + \tau \ln(a) = \ln\left[F\left(\exp\left(\ln(a) - \ln(\theta(z))\right)\right)\right] \tag{15.15}$$

De 15.12, on a :

$$\ln(\theta(z)) = \frac{1}{1-\tau} \ln\left(< a >_z + \frac{\tau a_0}{1-\tau}\right) - \frac{1}{1-\tau} \ln(B_\infty) \tag{15.16}$$

Ainsi, 15.15 peut être réecrite :

$$Y = G(X)$$

Où :

$$\begin{cases} X(a_{ij}, z, \tau) = \ln(a_{ij}) - \frac{1}{1-\tau} \ln(< a >_{z_i} + \delta) \\ Y(a_{ij}, P_{ij}, \tau) = \ln(P_{ij}) + \tau \ln(a_{ij}) \end{cases} \tag{15.17}$$

Où $\delta = \frac{\tau a_0}{1-\tau}$.

i correspond au jeu de données associé à la courbe de niveau échantillonnée at l'altitude $z_i$et a_{ij} est la j-ème statistique d'ordre dans ce jeu d'aire drainées. Notant $\circ$ l'opérateur de la composition de fonctions, on a $G(X) = (\ln \circ F \circ \exp)(X)$. Dans les coordonnées transformées, tous les jeu de données doivent s'ajuster au voisinage d'une « “master curve » , qui est une représentation graphique de G.

Afin d'opérer la transformation, nous identifions l'espérance comme étant le rapport entre la courbe hypsométrique chenalisée $\tilde{A}(z_i)$ et la fonction concentration de drains $\tilde{N}(z_i)$, et qui est aussi la moyenne empirique :

$$< a >_{z_i} = \frac{\tilde{A}(z_i)}{\tilde{N}(z_i)} \tag{15.18}$$

Nous avons délibérement omis le term $-\frac{1}{1-\tau}\ln(B_\infty)$ dans 15.17 car il ne dépend pas de l'altitude (il s'agit en fait d'un offset ; tous les jeux de données seraient translatés de cette quantité sur l'axe des X). Ce terme peut en effet être négligé puiqu'il traduirait une simple translation de la fonction G sur l'axe des X, ce qui ne modifiera pas en fin de compte la valeur de calibration du paramètre τ pour lequel le collapse sera le meilleur. δ peut être interprété comme un facteur d'ajustement approchant la soluation exacte ($X = \ln(a) - \frac{1}{1-\tau}\ln(B(z))$) et est valide lorsque le seuil d'extraction des aires drainées a_0 est petit comparé à la valeur moyenne des aires $< a >_z = \frac{\tilde{A}(z)}{\tilde{N}(z)}$. Cette condition est généralement respectée sauf lorsque l'on échantillonne des aires drainées dont la valeur est proche de celle de la taille d'observation du système $< a >_z$, ce qui devient le cas pour des très hautes altitudes où la chenalisation devient le processus dominant. De plus, cela nous permet de calibrer le système sans avoir à déterminer analytiquement la fonction scalante F. Au regard de la condition du facteur d'ajustement, seules les courbes de niveaux pour lesquelles on a $\delta < \frac{<a>_z}{2}$ sont arbitrairement gardées. Connaissant l'intervalle des valeurs pour τ et sachant que ce paramètre fluctue aux alentours de 2/3, cette condition est équivalente à $a_0 < \frac{<a>_z}{4}$. Les courbes de niveaux échantillonnées qui sont exclues du modèle doivent néanmoins fitter a posteriori empiriquement au modèle.

Ainsi, le lien entre l'hypsométrie et la morphologie, par le biais de 15.18, a permis d'expliciter le facteur d'échelle θ. D'après ce développement, le facteur d'échelle de la distribution peut être exprimé en fonction du ratio entre la courbe hypsométrique chenalisée $\tilde{A}(z_i)$ et la fonction de concentration de drains $\tilde{N}(z_i)$, qui est la moyenne empirique des aires drainées à une courbe de niveau donnée z_i.

15.3.4. Application du modèle probabiliste au bassin versant de l'Eagle River dans le Colorado

A partir des mêmes fonctions de répartitions de la Figure 15.7, Figure 15.8 illustre une calibration appropriée du paramètre τ pour le collapse des aires drainées échantillonnées, pour le cas du bassin versant de l'Eagle River dans le Colorado. La calibration optimale du modèle est obtenue pour $\tau = 0.64$. Aussi, nous vérifions a posteriori que la condition portant sur le facteur d'ajustement est bien valide.

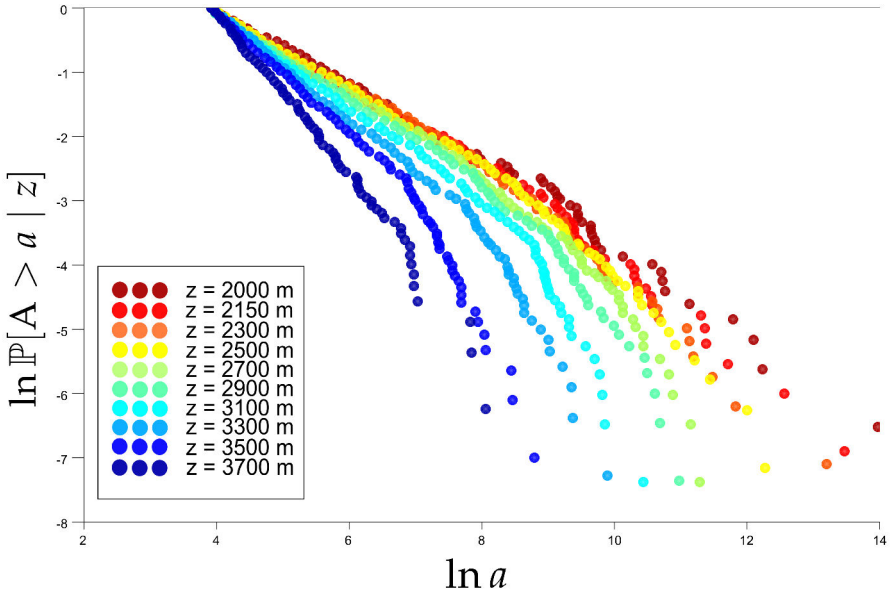
Le collapse des données confirme l'expression de la loi de probabilité ainsi que le détermination du facteur d'échelle. D'après l'expression des ordonnées, toutes les distributions doivent se concentrer, pour leurs faibles valeurs, de manière horizontale (de manière à ce que $Y(a_{ij}, P_{ij}, \tau) = \ln(P_{ij}) + \tau \ln(a_{ij})$ soit constant, ce qui équivalent à ce qu'on ait $P_{ij} \sim a_{ij}^{-\tau}$), en cohérence avec le régime scalant. Le reste de la courbe est dominé par l'effet de taille finie caractérisé par la déviation des aires drainées à l'échelle d'observation (axe des abscisses). Le collapse observé est cohérent avec l'expression admise en 14.19. Tandis que, dans cet exemple, la calibration a été réalisée de manière manuelle, nous allons dorénavant nous pencher sur une manière d'automatiser la procédure de façon robuste afin de traiter le jeu de données complet de bassins versants.

15.4. Application du modèle sur un échantillon de 70 bassins versants des Rocheuses du Sud

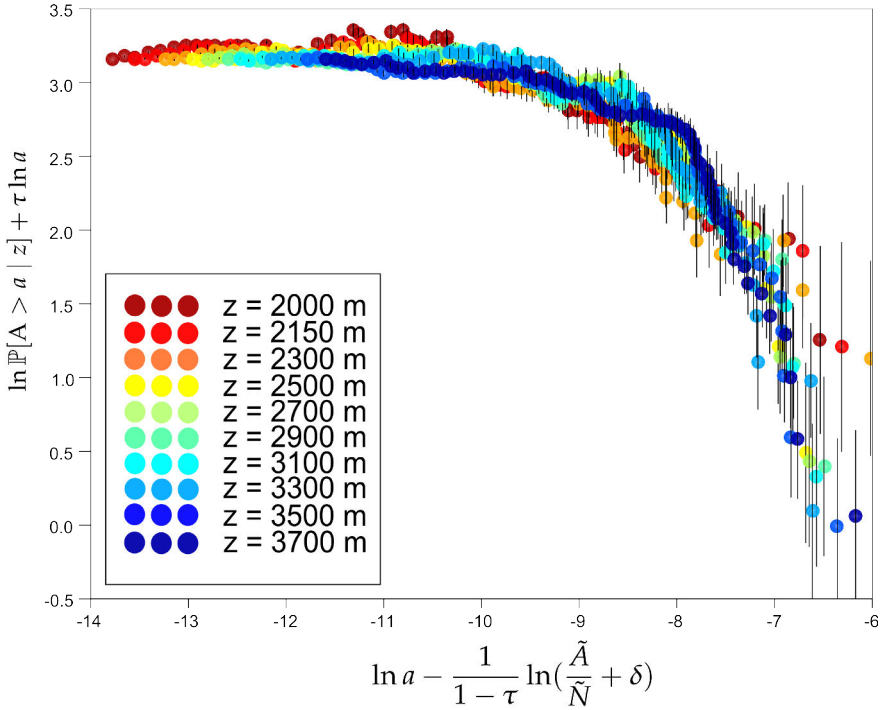
Dans cette section, nous examinons l'invariance d'échelle et la cohérence régionale du paramètre du modèle probabiliste dans le cas des Montagnes Rocheuses du Sud. Pour ce faire, nous introduisons un modèle d'incertitude puis séparons l'analyse en deux étapes. La première étape est une description bassin par bassin, et consiste en une évaluation du modèle en chacun des 70 bassins versants indépendemment menant à autant de valeurs du paramètre scalant τ. La seconde étape est la régionalisation et consiste à analyser le jeu de données complet comme si c'était un seul bassin versant. Cela mènera à la détermination du paramètre régional τ_{reg}.

15.4.1. Calibration du modèle probabiliste par le biais d'un critère "goodness-of-collapse"

Dès lors qu'on examine un large échantillon de réseaux de rivières, nous avons besoin de calibrer l'exposant scalant de manière automatique. Ainsi, nous recherchons un outil capable d'évaluer la qualité de la calibration - ou du collapse.



(a) Jeu de données brut



(b) Jeu de données transformé et habillé d'une incertitude

FIGURE 15.8. – Illustration du concept de data collapse pour une calibration appropriée du paramètre τ. a) Même figure que 5b). b) Jeu de données transformé par l'introduction de l'expression pour le facteur d'échelle. Le jeu de données transformé est habillé d'une incertitude dY_{ij} en chaque point selon l'écart-type de leur quantile dans la distribution.

Pour chacun des bassins, k jeu de points sont échantillonnés à l'altitude $z_i$pour $i = 1, ..., k$. Chaque jeu est composé de n_i points de la forme $(\ln(a_{ij}); \ln(P(A > a_{ij}), dY_{ij})$ où dY_{ij} est une estimation de l'incertitude de la position graphique de $\ln(P(A > a_{ij}))$. Pour chaque jeu i, ces

incertitudes sont obtenues en simulant un nombre suffisament élevé d'échantillons de taille n_i obéissant à une distribution uniforme, et en prenant la largeur de l'intervalle de confiance au niveau de 67% pour chaque statistique d'ordre $j = 1, ..., n_i$. A l'issue de cette opération, chaque point est habillé, pour chaque courbe de niveau, d'une incertitude selon la position de son quantile. A présent, afin de déterminer la qualité de la loi scalante, nous utilisons le critère de qualité suivant (*Houdayer et Hartmann*, 2004) :

$$S = \frac{1}{\eta} \sum_{i,j} \frac{(Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2}{dY_{ij}^2 + d\hat{Y}_{ij}^2} \tag{15.19}$$

Où $Y_{ij} = \tau \ln a_{ij} + \ln P_{ij}$et $\hat{Y_{ij}}$et $d\hat{Y}_{ij}$ sont respectivement la position estimée et l'incertitude d'une master curve théorique au point

$$X_{ij} = \ln a_{ij} - \frac{1}{1-\tau} \ln \left(\frac{\tilde{A}(z_i)}{\tilde{N}(z_i)} + \delta \right)$$

et sur laquelle tous les jeu de points transformées doivent se joindre par collapse. Pour définir $\hat{Y}_{ij}$ et $d\hat{Y}_{ij}$, nous sélectionnons, dans un premier temps, tous les couples de points j' et $j' + 1$ tel que, pour chaque courbe de niveau $i' \neq i$, $X_{i'j'} \leq X_{ij} \leq X_{i'(j'+1)}$. Désormais, il s'agit de calibrer une régression linéaire sur les points sélectionnés (X_l, Y_l, dY_l), $l = 1, ..., m$ et $\hat{Y}_{ij}$est la valeur de cette droite au point X_{ij} tandis que $d\hat{Y}_{ij}$ sera son écart-type associé, soit :

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{K_{xx}K_y - K_x K_{xy}}{\Delta} + X_{ij} \frac{K K_{xy} - K_x K_y}{\Delta} \tag{15.20}$$

et

$$d\hat{Y^2}_{ij} = \frac{1}{\Delta} \left(K_{xx} - X_{ij} K_x + X_{ij}^2 K \right) \tag{15.21}$$

avec

$$w_l = \frac{1}{dY_l^2} \tag{15.22}$$

$$K = \sum w_l \tag{15.23}$$

$$K_x = \sum w_l X_l \tag{15.24}$$

$$K_y = \sum w_l Y_l \tag{15.25}$$

$$K_{xx} = \sum w_l X_l^2 \tag{15.26}$$

$$K_{xy} = \sum w_l X_l Y_l \tag{15.27}$$

et

$$\Delta = K K_x - K_x^2 \tag{15.28}$$

Une illustration de la construction de $\hat{Y}_{ij}$ et $d\hat{Y}_{ij}$ est présentée en Figure 15.9.

Ainsi, pour chaque point de chaque jeu de données, il est possible de déterminer une position estimée, associée de son incertitude, et de calculer une contribution normalisée à l'erreur totale : $S_{ij} = (Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2/(dY_{ij}^2 + d\hat{Y}_{ij}^2)$. Cette contribution est seulement calculée lorsqu'il existe une paire de points encadrant X_{ij}. Le critère de qualité S est une moyenne de cette contribution et représente donc une mesure de la "goodness of collapse" le long d'une hypothétique master curve, et est exprimée par l'incertitude moyenne au point X_{ij}comparée à celle explrimée par dY_{ij}. Cette procédure est similaire à d'autres critères tels que le test χ^2 ou le maximum de vraisemblance utilisé pour des distributions uniques (*Clauset et al.*, 2009). La valeur optimale du paramètre τ est obtenue en minimisant le critère de qualité lors du collapse. La valeur du critère approche 1 si la calibration est bonne. Nous considérons que la calibration est valide lorsque le critère de qualité est entre 1 et 2.

Figure 15.10 montre un exemple des valeurs de S pour différentes valeurs de τ et montre la convergence du critère de qualité vers un optimum global où S est minimum.

15.4.2. Anaylse bassin par bassin versus calibration régionale

Nous échelonnons la stratégie d'échantillonnage des aires drainées tous les 100 m en altitude (une résolution plus fine ne modifie pas la valeur de τ) sur chacun des 70 bassins versants sélectionnés dans les Rocheuses du Sud, et ce avec un seuil d'extraction $a_0 = 0.045km^2$, une valeur qui est cohérente avec littérature (*Istanbulluoglu et al.*, 2002, 2003). Seules les courbes de niveaux seuillées à $\tilde{N}(z) \geq 30$ et pour lesquelles on a $a_0 < \frac{<a>_z}{4}$ sont retenues pour garantir la représentativité statistique et pour satisfaire le critère qui mène à la condition de normalisation approchée. Puis, le modèle probabiliste transforme les données et calibre le paramètre optimal de façon automatique en utilisant le critère de qualité défini en section précédente. Enfin, nous

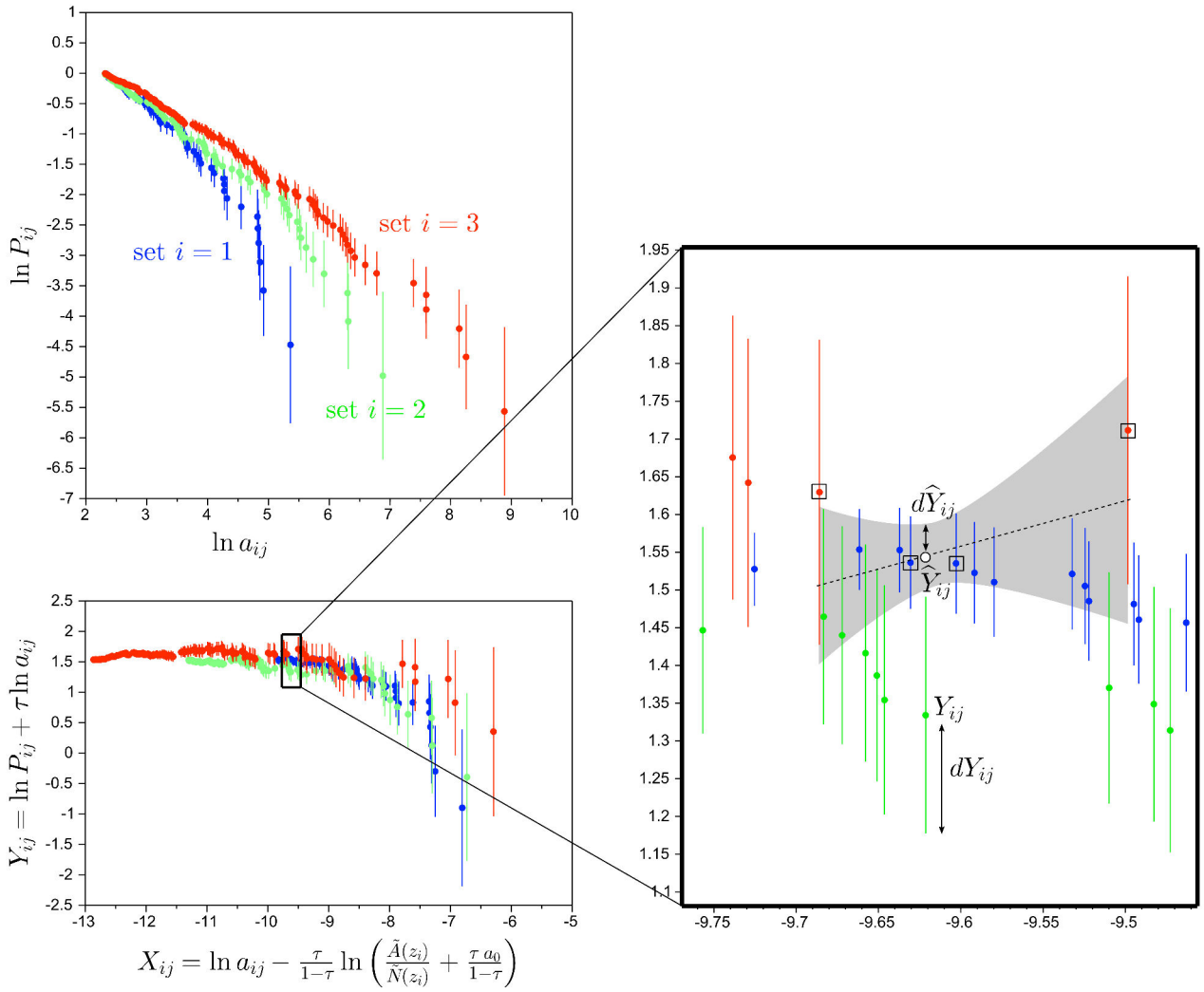


FIGURE 15.9. – Illustration du critère de qualité utilisé pour calibre le paramètre τ. Pour chaque point (X_{ij},Y_{ij}) du jeu de données i échantillonné à l'altitude z_i à laquelle nous voulons estimer l'écart à une "courbe maître" théorique G sur laquelle tous les jeux transformés doivent se confondre. Le problème revient ainsi à estimer $\hat{Y} = G(X_{ij})$ de cette courbe maître à X_{ij} sans avoir à expliciter G. La méthode consiste à faire une régression linéaire avec toutes les paires de points $i' \neq i$ qui encadrent X_{ij}, i.e. $X_{i'j'} \leq X_{ij} \leq X_{i'(j'+1)}$.

opérerons une seconde calibration où la fonction à minimiser sera la moyenne sur tous les bassins du critère de qualité :

$$\bar{S} = \frac{1}{70} \sum_{b=1}^{70} S_b \tag{15.29}$$

Qui mènera à la détermination de l'exposant scalant régional τ_{reg}.

Les 70 calibrations montrent queτ est un paramètre d'invariance d'échelle dont les valeurs fluctuent autour d'une valeur moyenne de 0.62 avec un écart-type de 0.02 tandis que la calibration régionale donne une valeur de $\tau_{reg} = 0.63$. La très faible dispersion autour de sa valeur moyenne

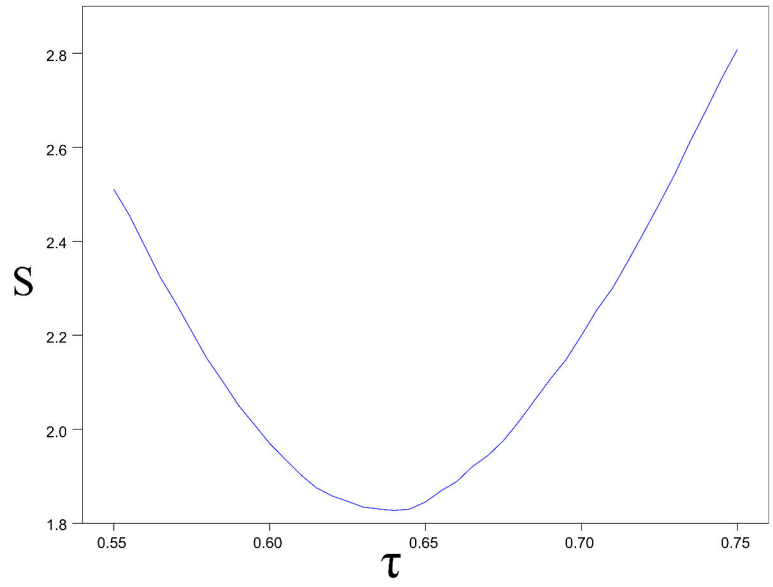


FIGURE 15.10. – Courbe du critère de qualité S en fonction de τ pour le bassin de l'Eagle River. Le τ optimal correspond au S minimal.

suggère que le paramètre τ est homogène à l'échelle régionale et précise ainsi que l'invariance d'échelle se traduit à l'échelle régionale. Le faible écart à la moyenne peut être expliqué par :

- des processus géologiques locaux (nature de la roche, ...) qui ont contraint la genèse du réseau hydrographique
- des différences dans le degré d'érosion des bassins (et donc des variations locales de climat)
- des objets géologiques à plus grande échelle, comme des failles, qui perturberaient la direction d'écoulement

Les distributions du critère de qualité des deux types de calibrations sont présentées dans les boîtes à moustaches (Figure 15.11).

Les boîtes à moustaches sont ordonnées selon leur qualité de calibration (les meilleures calibrations étant proches de 1). Figure 15.11 montre que la calibration régionale n'est pas aussi optimale que la calibration bassin par bassin, bien que la perte en qualité ne soit pas significative non plus, et que la description régionale est tout à fait acceptable. Cela reflète le fait que les réseaux de rivières ont une signature cohérente à l'échelle régionale. Ce résultat s'accorde bien avec l'idée selon laquelle le réseau hydrographique résulte des processus d'érosion selon une direction préférentielle d'écoulement. Cette procédure est transposable et reproductible à une autre chaîne de montagnes pour lesquelles l'invariance d'échelle devrait être également vérifier. Toutefois, on peut s'attendre à ce que la valeur du paramètre scalant diffère légèrement selon le degré d'érosion du massif échantillonné, la lithologie, etc. La sensibilité du seuil d'extraction des aires drainéesa_0n'est pas examinée ici, bien que ce seuil doit jouer un rôle au moins sur la

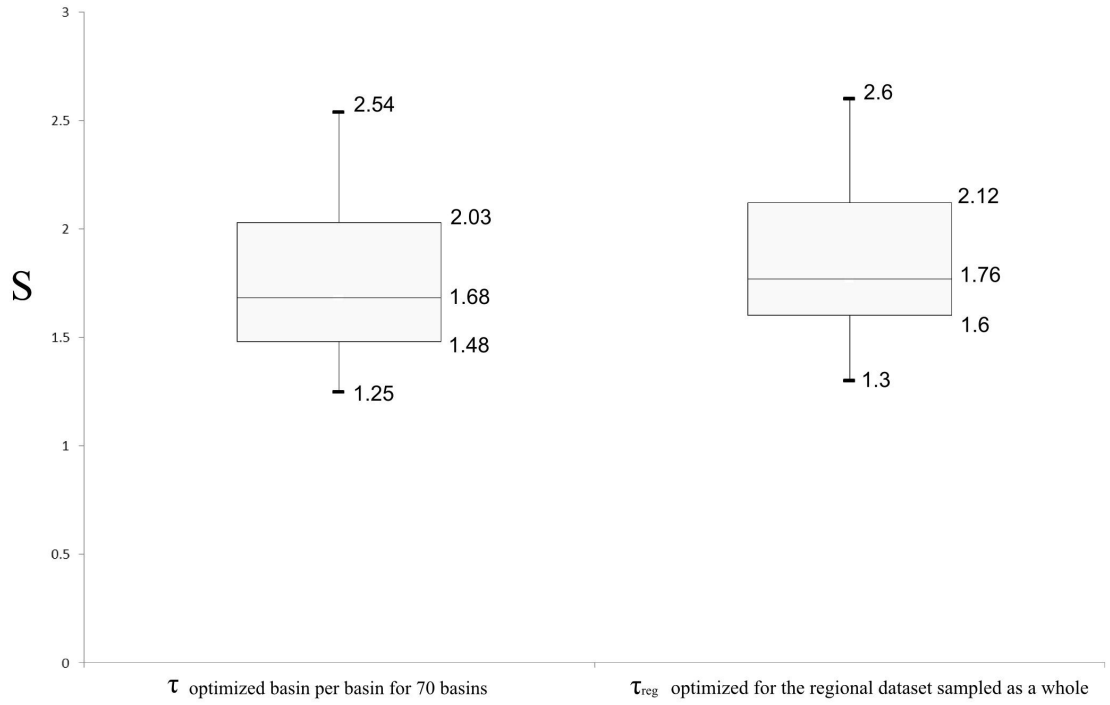


FIGURE 15.11. – Boîtes à moustaches représentant les distributions les critères de qualité des deux tests appliqués aux 70 bassins. La première boîte contient les critères obtenus bassin par bassin (chaque bassin est calibré par un τ_i optimal et la seconde boîte contient les critères déterminés à partir de τ_{reg}. Les boîtes contiennent 50% des valeurs et les moustaches en contiennent 90%. Les médianes sont aussi illustrées.

qualité de la loi scalante, par l'introduction d'un biais statistique "mécanique", le seuil conditionnant la taille de la population à traiter par échantillon. Il est attendu néanmoins que ce seuil n'influence pas la valeur de l'exposant scalant τ dans la mesure où régime scalant n'est pas affecté.

15.5. Application à la distribution du stock glaciaire

15.5.1. Distribution des aires d'accumulation à l'échelle d'un bassin versant

Afin d'appliquer la formulation du modèle de la distribution des aires drainées au stock glaciaire, il est important de rappeler les principales hypothèses. En début de partie, nous avons énoncé

que les glaciers utilisent le réseau hydrographique comme support d'écoulement. De plus, nous avons remarqué que la zone d'accumulation occupe le versant en amont de la ligne d'équilibre. Partant de ces deux hypothèses, il est possible d'appliquer le modèle probabiliste au niveau de la ELA où la distribution des aires drainées est équivalentes à la distribution des aires d'accumulation.

Ainsi à $z = z_{ELA}$, on a :

$$p(a_{acc}) = p(a|z_{ELA}) \tag{15.30}$$

Il est possible d'estimer la distribution des volumes de ce stock glaciaire en utilisant la loi d'échelle surface-volume reliant le volume V_{gl} d'un glacier ($V_{gl} = \alpha_b S_{gl}^{\gamma_b}$, où α_b et γ_b sont des coefficients constants) et l'AAR ($AAR = \frac{S_{acc}}{S_{gl}}$). En particulier, il est possible de déterminer le volume moyen $< v_{gl} >$:

$$< v_{gl} >= \int_{a_0}^{\infty} v(s_{gl}) p(s|z_{ELA}) ds = \alpha_b AAR^{-\gamma_b} \int_{a_0}^{\infty} (s_{acc})^{\gamma_b - 1 - \tau} f\left(\frac{s_{acc}}{\theta}\right) ds_{acc} \tag{15.31}$$

De cette manière, nous relions le paramètre scalant géomorphologique τ à l'exposant scalant glaciologique γ_b, et leurs valeurs ($\gamma_b \sim 1.35$) font que l'intégrale est convergente. De plus, d'après la figure 14.1, nous observons que l'organisation, au travers des confluences, ont une influence sur la manière dont les glaciers sont structurés spatialement, surtout en zone d'ablation où des langues glaciaires confluent. En conséquence, une zone d'ablation correspond à plusieurs zones d'accumulation, ce qui pose des difficultés dans la détermination de l'AAR. Rigoureusement, à l'échelle d'un bassin versant, il est nécessaire de tenir compte des confluences glaciaires, et ce tant au niveau géomorphologique que sur la dynamique d'écoulement. En effet, au niveau géomorphologique, une confluence modifie la structure d'un glacier puisqu'un glacier fusionne avec une autre glacier pour donner une nouvelle entité glaciaire. En termes de dynamique, il y a très peu d'études concernant l'impact d'une confluence sur la dynamique d'un glacier (les glaciologues s'intéressant généralement à un glacier en particulier et à la ligne d'écoulement).

En zone d'ablation, la structure spatiale fait appraître des confluences entre langues glaciaires.

L'étude des confluences renseigne sur la structure spatiale du réseau hydrographique. Si la structure spatiale des aires d'accumulation peut être décrite à partir du modèle probabiliste présenté dans ce manuscrit, la structure spatiale de la zone d'ablation peut être décrite par un modèle probabiliste des confluences. A cet égard, *Convertino et al.* (2007) présentent une étude probabiliste sur la distribution des confluences à l'échelle d'un bassin versant. Concernant l'impact d'une confluence sur la dynamique glaciaire, des études ont été menées sous l'angle des lois de déformation (*Anderton*, 1973; *Gudmundsson et al.*, 1997). Il a été observé qu'au niveau de la confluence, la glace accomode d'une part la déformation horizontalement par une

compression transverse associée à une extension longitudinale dans le sens de l'écoulement et d'autre part, verticalement, par de l'extension en surface et de la compression en profondeur. Auquel cas toute la déformation est accomodée localement, et ne se répercute pas sur la longueur de front.

Une prochaine étape serait de croiser cette distribution avec une zone d'ablation à l'échelle d'un bassin versant afin de décrire par exemple, les niveaux glaciaires par bandes d'altitude situées entre chaque noeud ou confluence.

15.5.2. Extension du réseau hydrographique au réseau hydrographique sous-glaciaire - Voir Annexe C

Rappelons que si nous n'avons pas choisi un domaine d'étude au relief couronné de glaciers pour l'élaboration du modèle probabiliste des réseaux hydrographiques, c'est essentiellement parce que les glaciers induisent une erreur dans l'extraction du réseau hydrographique à partir d'un MNT.

L'extension du réseau hydrographique au réseau hydrographique sous-glaciaire n'est pas une étape obligatoire quant à l'utilisation du modèle probabiliste de réseaux hydrographiques mais cette association permettrait de valider définitivement le modèle au niveau d'un domaine glaciaire. Nous considérons alors qu'extraire le réseau sous-glaciaire consiste à extraire le squelette topologique des glaciers. Une brève méthodologie est présentée en Annexe C afin d'extraire le squelette topologiques des glaciers.

Synthèse

Dans cette partie, nous avons proposé des voies d'amélioration de la représentation des glaciers au sein d'un modèle hydrologique par une approche géomorphologique à l'échelle d'un bassin versant.

L'hypothèse selon laquelle la surface des glaciers évolue uniquement en zone d'ablation nous a permis dans un premier temps de proposer une loi géométrique de transfert glaciaire originale mettant en évidence le rôle conjoint de la morphologie et du climat sur l'évolution du bilan de masse du glacier. Toutefois, cette loi est encore en élaboration et nécessite d'être validée sur des observations.

Dans un second temps, l'hypothèse selon laquelle les glaciers utilisent le réseau hydrographique comme support d'écoulement nous a orienté vers l'étude de la structure des réseaux hydrographiques au sein d'un bassin versant. A partir d'une stratégie d'échantillonnage originale et d'une description probabiliste, nous avons élaboré un modèle de la distribution des aires drainées selon une courbe de niveau, validée à l'échelle du bassin versant et à l'échelle régionale. Ce modèle est décrit par un unique paramètre qui tient compte à la fois de l'invariance d'échelle des distributions ainsi que de l'effet de taille finie du domaine échantillonné. En particulier, à

l'altitude la ligne d'équilibre d'un domaine glaciaire, le modèle décrit la distribution des zones d'accumulation des glaciers à l'échelle d'un bassin versant. Puis, par le biais d'une relation entre la zone d'accumulation et la zone d'ablation, il est possible de paramétriser les surfaces englacées à l'échelle d'un bassin versant. L'élaboration de ce modèle constitue une avancée dans la pespective de discrétiser la géométrie des glaciers de manière sous-maille.

Conclusion générale

Synthèse

Rappelons les principales trajectoires que nous avons prises et les principaux résultats obtenus dans cette étude.

Les Parties I et II ont rappelé le contexte de modélisation de l'étude et ont proposé certaines orientations de modélisation afin d'évaluer l'apport de l'information nivale et glaciaire pour la modélisation pluri-annuelle en environnement montagneux.

En Partie I, nous avons présenté les principaux enjeux de la modélisation hydrologique pour améliorer la compréhension de la ressource en eau en environnement montagneux et illustré le rôle joué par le couvert neigeux et les glaciers sur l'hydrologie de montagne.

En Partie II, nous avons fait le choix de nous orienter vers l'étude d'un modèle hydrologique parcimonieux, étant donné la perspective pluri-annuelle de modélisation et la faible connaissance du forçage météorologique. Puis, nous avons présenté l'avantage de fusionner la structure du modèle de spatialisation et du modèle hydrologique afin de réduire l'incertitude sur le forçage météorologique. Enfin, nous avons décrit l'ensemble des processus météorologiques, nivaux et glaciaires d'intérêt pour l'hydrologie ainsi que les différentes représentations du manteau neigeux et des glaciers au sein d'un modèle hydrologique. A la suite de quoi, nous avons énoncé les objectifs de modélisation, que nous avons réalisé en Partie III et Partie IV.

En Partie III, nous avons présenté le modèle hydro-météorologique à réservoirs conceptuels CEQUEAU-Alpes. Un module de neige-glace a été incorporé au modèle, et dans lequel nous avons décrit l'évolution des propriétés de la neige vers celles de la glace, par l'intermédiaire d'une loi de compaction et d'une loi de vieillissement. Dans un cadre de calibration multi-objectifs et d'évaluation de la robustesse par la méthode du Split-Sample Test (SST), nous avons exploité et analysé conjointement l'information hydrologique, nivale et glaciaire, en calibrant le modèle par l'optimisation selon deux ou trois fonctions objectifs. De manière générale, la calibration multi-objectifs a permis de générer un nombre réduit de solutions optimales au sens de Pareto et de lever de l'équifinalité.

De plus, la calibration multi-objectifs a permis d'analyser le rôle joué par la représentation de la neige et des glaciers au sein d'un modèle hydrologique a mis en évidence plusieurs aspects :

- La calibration selon l'optimisation conjointe des données du couvert neigeux quasi-hebdomadaire SCF et du débit journalier Q a permis d'identifier un ensemble de solutions optimales dont celles situées au milieu du front de Pareto étaient particulièrement robustes pour la simulation du débit en contrôle.

- La calibration selon l'optimisation conjointe d'une fonction objectif associée au bilan de masse glaciaire annuel moyen $\bar{B}$, renseignée par une hypothèse d'équilibre entre les glaciers et le climat, et d'une fonction objectif associée au débit journalier Q, a permis d'identifier un ensemble de solutions optimales associées à un unique de mode de distribution des paramètres météorologiques. L'analyse par SST a montré que l'ensemble de ces solutions est robuste.
- La calibration selon l'optimisation conjointe des hauteurs de neige locales journalières HTN et du débit journalier Q a montré qu'il était très difficile de simuler correctement l'ensemble des hauteurs de neige au point. Toutefois, l'information portée par la hauteur de neige a permis d'identifier certaines solutions associées à un unique mode de distribution des paramètres météorologiques.
- La calibration selon l'optimisation conjointe des fonctions objectifs associées à Q,HTN et $\bar{B}$ a permis de générer un ensemble de solutions optimales associées à des paramètres météorologiques ayant un comportement mixte des optimisations selon chacun des 2 objectifs. Parmi les solutions générées, nous avons choisi un jeu de paramètres par compromis, avec lequel nous avons généré un jeu de bilan de masse local moyen sur l'ensemble de la période de calibration 1961 - 2005. La simulation du bilan de masse local se révèle être pertinente pour l'ensemble du domaine et suggère de reconstruire une telle variable d'intérêt glaciologique par cette approche. De plus, la variabilité inter-annuelle a montré que la simulation du bilan de masse local annuel était cohérente avec les fluctuations climatiques observées.

Ainsi, par la simple hypothèse d'équilibre entre un glacier et le climat, nous avons pu reconstruire de manière réaliste le bilan de masse local à l'aide d'un modèle hydro-météorologique.

En Partie IV, afin de pallier certaines limites de la représentation de l'évolution de la géométrie des glaciers au sein d'un modèle hydrologique, nous avons proposé des voies d'amélioration dans l'élaboration d'une loi géométrique de transfert glaciaire et d'une technique de discrétisation sous-maille par glacier, à partir d'une approche géomorphologique. Dans un premier temps, nous avons formulé l'hypothèse principale selon laquelle l'aire des glaciers évolue uniquement en zone d'ablation, ce qui nous a permis de :

- proposer une loi reliant l'évolution de l'aire d'un glacier en fonction de l'évolution de son bilan de masse et de l'altitude de sa ligne d'équilbre.

Dans un second temps, nous avons formulé l'hypothèse selon laquelle les glaciers utilisent le réseau hydrographique comme support d'écoulement. Cette hypothèse a motivé :

- l'élaboration d'un modèle probabiliste des réseaux hydrographiques permettant de décrire, par un unique paramètre et selon une courbe de niveau, l'étendue des surfaces de

versants sus-jacents. En particulier, appliqué à la ligne d'équilibre, le modèle décrit la distribution des surfaces glaciaires en zone d'accumulation. Ce résultat est une avancée dans la pespective de discrétiser la géométrie des glaciers de manière sous-maille.

Limites et perspectives

Tout au long de la thèse, nous avons mis en évidence certaines limitations et insuffisances de nos choix de modélisation. Des axes d'amélioration sont nécessaires pour la formulation du module de neige-glace, et pour la finalisation et l'incorporation de la loi géométrique de transfert glaciaire au sein du modèle hydrologique, et pour la formulation du modèle de spatialisation. S'agissant du modèle probabiliste des réseaux hydrographiques, une principale limitation émerge de la paramétrisation des surfaces englacées en zone d'ablation, trop dépendante pour le moment de la formulation de l'Accumulation-Area Ratio, mais ouvre la voie à un certain de nombre de perspectives d'études scientifiques.

Par ordre de priorité d'action, distinguons :

La formulation du bilan d'énergie du module de neige-glace et la connaissance des paramètres météorologiques

Si l'évolution des propriétés de neige vers celles de la glace est conceptuellement satisfaisante, la formulation du bilan d'énergie présente plusieurs limitations, dont :

- L'influence moyenne des conditions atmosphériques sur le rayonnement de courtes longueurs d'ondes est simplement pris en compte par l'intermédiaire d'un unique paramètre de nébulosité « effective » moyenne $\bar{f}$.
- De même, l'influence moyenne de ces conditions sur le rayonnement de grandes longueurs d'ondes est simplement pris en compte par l'intermédiaire d'un unique paramètre d'émissivité atmosphérique « effective » moyenne ε_a.
- Au-delà de la non-prise en compte de la sublimation et des processus épisodiques énergétiques de fonte/regel au sein du manteau, les composantes de flux de chaleur latente et sensible ne sont pas considérées, alors qu'elles peuvent agir significativement sur le bilan d'énergie d'un glacier.

Ces principales limitations peuvent expliquer la raison pour laquelle certains paramètres du module de neige-glace sont peu contraints et le fait que la simulation du bilan de masse sur le massif glaciaire du Rhône et de l'Eiger n'est, dans l'ensemble, pas réaliste. En conséquence

également, cela explique la simulation parfois incorrecte de la hauteur de neige locale. A cet effet, et toujours dans un cadre parcimonieux, un effort de recherche doit être orienté vers l'amélioration de la connaissance des grandeurs atmosphériques et des composantes du bilan d'énergie.

La mesure de température, et en particulier l'écart maximal de température journalier, peut être davantage exploitée comme proxy pour un certain nombre de variables atmosphériques comme l'humidité de l'air et la nébulosité (*Dessens et Bücher*, 1995), ainsi que pour la fraction d'énergie solaire arrivant au sol (*Bristow et Campbell*, 1984). L'écart maximal de température pourrait ainsi être mis à profit pour la détermination du flux de chaleur latente et permettrait également de mieux estimer le rayonnement de courtes longueurs d'ondes via la nébulosité mais aussi, et surtout, le rayonnement de grandes longueurs d'ondes via l'émissivité. Il est également possible de relier l'émissivité atmosphérique de l'air à des grandeurs accessibles comme la température et l'humidité de l'air (*Brutsaert*, 1975), puis la nébulosité (*Brutsaert*, 1982), selon la présence de nuages.

Une autre grandeur atmosphérique, non représentée dans le modèle, et nécessitant une attention toute particulière est la vitesse et la direction locale du vent, pouvant intervenir à la fois dans le bilan d'énergie du module de neige-glace et en tant que prédicteur additionnel du modèle de spatialisation.

La vitesse et la direction du vent sont difficilement mesurables sur l'ensemble d'un domaine montagneux, en particulier à l'échelle journalière. Pourtant, la vitesse du vent peut avoir une influence significative sur le bilan d'énergie d'un glacier tempéré de montagne en particulier, au niveau desquels les conditions sont souvent favorables à l'apparition de vents catabatiques (*Van den Broeke*, 1997), générés par la différence méso-échelle de température entre le glacier et son environnement et par la gravité, et qui sont associés à une certaine quantité d'humidité et d'énergie. A titre d'exemple et à plus grande échelle glaciaire, les vents catabatiques au niveau des vallées de McMurdo en Antarctique contribuent à augmenter la température (à baisser l'humidité) atmosphérique hivernale de 0.8° à 4.2° (de -1.8 à -8.5%) et estivales de 0.1° à 0.4° (de -0.9% à -4.1%). A ce titre, il serait intéressant d'étudier la relation entre les vents locaux et les gradients de températures locaux. La meilleure connaissance des vents permettrait également d'intégrer cette grandeur comme prédicteur additionel du modèle de spatialisation des précipitations.

La distinction saisonnière peut également se révéler pertinente pour la détermination du gradient de températures, évoluant selon la saison en environnement alpin (*Rolland*, 2003), et qui est susceptible de se répercuter notamment sur la détermination du bilan de masse glaciaire. A celà, s'ajoute le contrôle topographique : le champ de température n'est potentiellement pas le même sur un versant face nord et face sud. De même, le champ de précipitations n'est

potentiellement pas le même pour un versant au vent et sous le vent. Il est par exemple possible d'imaginer un prédicteur intégrant à la fois le contrôle topographique et la vitesse et la direction du vent U . De plus, il serait intéressant de comparer le champ de précipitations et de températures obtenus et de le comparer à des réanalyses météorologiques obtenus par un modèle météorologique par exemple.

Par ailleurs, une voie d'amélioration sur la meilleure estimation de l'évolution spatio-temporelle des propriétés de surface du manteau neigeux et glaciers est possible à partir des images MODIS. A cet égard, une méthodologie a été développée afin de mesurer l'albédo locale d'un glacier à partir des images MODIS (*Dumont et al.*, 2012). La constitution d'une telle base de données pourrait intervenir dans la calibration multi-objectifs, par l'ajout d'une fonction objectif sur l'albédo.

Ainsi, dans un cadre parcimonieux et multi-objectifs, il existe plusieurs trajectoires de recherche visant à améliorer l'ensemble du module de neige-glace, en glanant toujours un peu plus d'observations et de concepts physiques.

L'évolution de la géométrie des glaciers au sein d'un modèle hydrologique

Dans une perspective de simulation pluri-annuelle des processus hydrologiques (dans le passé ou pour l'étude d'impacts climatiques), nous avons évoqué l'importance de considérer l'évolution des surfaces glaciaires au sein d'un modèle hydrologique en l'illustrant notamment sur la tendance basse-fréquence de la simulation du bilan de masse.

Par opposition à l'utilisation d'une loi de déformation locale, utilisée dans les modèles de glaciers et difficile à mettre en oeuvre pour un modèle hydrologique, une loi géométrique de transfert fait intervenir des relations entre les grandeurs climatiques et géométriques à l'échelle du glacier, plus simples d'utilisation. Néanmoins, à l'échelle du glacier, il convient de mieux comprendre la manière dont la surface d'un glacier se déforme en réponse à l'évolution du bilan de masse du glacier, en particulier le temps de réponse. La complexité de mise en oeuvre d'un modèle de glacier avec un modèle hydrologique n'est pas impossible pour autant. Une telle association de modèle est tout à fait envisageable pour un glacier bien instrumenté associé à un bassin versant jaugé comme le glacier du Rhône.

La considération de la loi géométrique de transfert glaciaire que nous avons proposée au sein du module de neige-glace est envisagée. La prise en compte d'une telle loi nécessite toutefois de s'interroger sur la manière dont l'hypsométrie glaciaire peut évoluer au cours du temps au sein du modèle, auquel cas les bandes d'altitudes sont susceptibles d'évoluer également. Pour commencer, il est possible d'envisager de faire évoluer le stock glaciaire à chaque pas de temps

de réponse caractéristique du glacier en déformation, tel que décrit par *Johannesson et al.* (1989).

Enfin, l'utilisation du modèle de la distribution des aires drainées selon une courbe de niveau est également envisagé afin de discrétiser les glaciers de manière sous-maille. A cet égard, l'évolution de l'altitude de la ligne d'équilibre intervient à deux niveaux, puisqu'elle intervient dans la loi géométrique de transfert, et peut intervenir afin de faire évoluer la discrétisation sous-maille.

Structure des réseaux hydrographiques et paramétrisation des surfaces englacées

Le modèle probabiliste de distribution des aires drainées conditionné par l'altitude, développé dans cette étude, est une extension de la description planaire des réseaux proposée par *Rodriguez-Iturbe et al.* (1992). Il serait intéressant d'explorer des voies permettant de relier géométriquement les paramètres k et β de la description planaire avec τ, de la description altitudinale proposée. Ensuite, la méthodologie proposée dans l'étude est tout à fait transposable à toute chaine de montagne, et une prochaine étape consiste à reproduire la procédure dans un environnement différent, afin de vérifier les propriétés d'invariance d'échelle et de cohérence régionale du modèle. De plus, le modèle peut etre utilisé comme propriété supplémentaire de validation des modèles de simulation de réseaux de rivières et des modèles d'évolution des paysages. Enfin, au-délà de l'application sur la connaissance de l'organisation spatiale des glaciers, cette construction a plusieurs applications en géomorphologie et en sciences de l'environnement en général, dès lors qu'un processus est à la fois associé au réseau hydrographique et contrôlé par l'altitude.

Par ailleurs, afin d'assurer la cohérence des échanges énergétiques ayant lieu à la surface de la Terre, les modèles de climat prennent en compte, avec des degrés d'approximation divers, l'ensemble des milieux intervenant dans le cycle énergétique et le cycle de l'eau, dont les glaciers (*Dufresne et al.*, 2006), car la circulation atmosphérique globale peut également être influencée par la présence de surfaces très réfléchissantes comme la neige et les glaciers. Les composantes climatiques simulées dans les modèles de climat sont d'ailleurs issues de la résolution du bilan de masse-bilan d'énergie à la surface de la Terre. A cet égard, il pourrait être intéressant de tester une paramétrisation sous-maille des surfaces englacées en régions montagneuses, afin d'estimer leur rôle dans le bilan d'énergie régional.

Bibliographie

Adams, W. P. (1976), Areal differentiation of snow cover in east central ontario, *Water Resources Research*, *12*(6), 1226–1234.

Adhikari, S., et S. J. Marshall (2012), Glacier volume-area relation for high-order mechanics and transient glacier states, *Geophysical Research Letters*, *39*(16).

Akhtar, M., N. Ahmad, et M. J. Booij (2008), The impact of climate change on the water resources of hindukush–karakorum–himalaya region under different glacier coverage scenarios, *Journal of Hydrology*, *355*(1–4), 148–163, doi :10.1016/j.jhydrol.2008.03.015.

Alcamo, J., M. Florke, et M. Marker (2007), Future long-term changes in global water resources driven by socio-economic and climatic changes, *Hydrological Sciences Journal*, *52*(2), 247–275, doi :10.1623/hysj.52.2.247.

Allen, R. G., L. S. Pereira, D. Raes, M. Smith, et others (1998), Crop evapotranspiration-guidelines for computing crop water requirements-FAO irrigation and drainage paper 56, *FAO, Rome*, *300*, 6541.

Alter, J. C. (1919), The weather and daily stream flow for hydro-electric plants, *Monthly Weather Review*, *47*(5), 307–309.

Anderson, E. A. (1967), Estimating incident terrestrial radiation under all atmospheric conditions, *Water Resources Res.*, *3*(4), 975–988.

Anderson, E. A. (1968), Development and testing of snow pack energy balance equations, *Water Resources Research*, *4*(1), 19–37, doi :10.1029/WR004i001p00019.

Anderson, E. A. (1973), National weather service river forecast system–snow accumulation and ablation model, *Technical Memorandum Nws Hydro-17, November 1973. 217 P.*

Anderson, E. A. (1976), A point of energy and mass balance model of snow cover, *NOAA Tech. Rep. NWS*, *19*, 1–150.

Anderton, P. W. (1973), Structural glaciology of a glacier confluence, kaskawulsh glacier, yukon territory, canada, *Research Foundation and the Institute of Polar Studies, The Ohio State University.*

Andréassian, V., et C. Perrin (2012), On the ambiguous interpretation of the turc-budyko nondimensional graph, *Water Resources Research*, *48*(10).

Arendt, A. (2012), *Randolph Glacier Inventory (RGI), Vers. 1.0 : a dataset of Global Glacier Outlines*, Global Land Ice Measurements from Space, Boulder, CO. Digital media : http ://www. glims. org/RGI/randolph. html.

Ayadi, M., et Z. Bargaoui (1998), Modélisation des écoulements de l'oued miliane par le modèle CEQUEAU, *Hydrological sciences journal*, *43*(5), 741–758.

Bahr, D. B., M. F. Meier, et S. D. Peckham (1997), The physical basis of glacier volume-area scaling, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, *102*(B9), 20,355–20,362.

Band, L. E. (1986), Topographic partition of watersheds with digital elevation models, *Water resources research*, *22*(1), 15–24.

Barry, R. G. (2013), *Mountain weather and climate*, Routledge.

Bastola, S., et V. Misra (2014), Evaluation of dynamically downscaled reanalysis precipitation data for hydrological application, *Hydrological Processes*, *28*(4), 1989–2002.

Beniston, M. (2003), Climatic change in mountain regions : a review of possible impacts, in *Climate Variability and Change in High Elevation Regions : Past, Present & Future*, pp. 5–31, Springer.

Bertuzzo, E., A. Maritan, M. Gatto, I. Rodriguez-Iturbe, et A. Rinaldo (2007), River networks and ecological corridors : Reactive transport on fractals, migration fronts, hydrochory, *Water Resources Research*, *43*(4), W04,419, doi :10.1029/2006WR005533.

Beven, K. (1989), Changing ideas in hydrology — the case of physically-based models, *Journal of Hydrology*, *105*(1–2), 157–172, doi :10.1016/0022-1694(89)90101-7.

Beven, K. (1993), Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling, *Advances in Water resources*, *16*(1), 41–51.

Beven, K., et J. Freer (2001), Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology, *Journal of hydrology*, *249*(1), 11–29.

Beven, K. J., et M. J. Kirkby (1979), A physically based, variable contributing area model of basin hydrology/un modèle à base physique de zone d'appel variable de l'hydrologie du bassin versant, *Hydrological Sciences Journal*, *24*(1), 43–69.

Billen, G., J. Garnier, et P. Hanset (1994), Modelling phytoplankton development in whole drainage networks : the RIVERSTRAHLER model applied to the seine river system, in *Phytoplankton in Turbid Environments : Rivers and Shallow Lakes*, pp. 119–137, Springer.

Blanchard, R. (1909), Études sur l'hydrologie des alpes françaises, in *Annales de Géographie*, pp. 72–74, JSTOR.

Blatter, H. (1995), Velocity and stress fields in grounded glaciers : a simple algorithm for including deviatoric stress gradients, *Journal of Glaciology*, *41*(138), 333–344.

Blöschl, G., et M. Sivapalan (1995), Scale issues in hydrological modelling : A review, *Hydrological Processes*, *9*(3-4), 251–290, doi :10.1002/hyp.3360090305.

Bolch, T. (2007), Climate change and glacier retreat in northern tien shan (kazakhstan/kyrgyzstan) using remote sensing data, *Global and Planetary Change*, *56*(1–2), 1–12, doi :10.1016/j.gloplacha.2006.07.009.

Bolch, T., B. Menounos, et R. Wheate (2010), Landsat-based inventory of glaciers in western canada, 1985–2005, *Remote Sensing of Environment*, *114*(1), 127–137, doi :10.1016/j.rse.2009.08.015.

Boone, A., et P. Etchevers (2001), An intercomparison of three snow schemes of varying complexity coupled to the same land surface model : Local-scale evaluation at an alpine site, *Journal of Hydrometeorology*, *2*(4), 374–394, doi :10.1175/1525-7541.

Borga, M., et A. Vizzaccaro (1997), On the interpolation of hydrologic variables : formal equivalence of multiquadratic surface fitting and kriging, *Journal of Hydrology*, *195*(1), 160–171.

Boscarello, L., G. Ravazzani, D. Rabuffetti, et M. Mancini (2014), Integrating glaciers raster-based modelling in large catchments hydrological balance : the rhone case study, *Hydrological Processes*, *28*(3), 496–508.

Braithwaite, R. J., et O. B. Olesen (1989), *Calculation of glacier ablation from air temperature, West Greenland*, Springer Netherlands.

Braithwaite, R. J., et O. B. Olesen (1990), A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the greenland ice sheet, *Journal of Glaciology*, *36*(123), 222–228.

Braun, L. N., et C. B. Renner (1992), Application of a conceptual runoff model in different physiographic regions of switzerland, *Hydrological Sciences Journal*, *37*(3), 217–231.

Braun, L. N., M. Weber, et M. Schulz (2000), Consequences of climate change for runoff from alpine regions, *Annals of glaciology*, *31*(1), 19–25.

Bárdossy, A., et S. K. Singh (2008), Robust estimation of hydrological model parameters, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, *5*(3), 1641–1675.

Briggs, L. A., et M. Krishnamoorthy (2013), Exploring network scaling through variations on optimal channel networks, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *110*(48), 19,295–19,300.

Bristow, K. L., et G. S. Campbell (1984), On the relationship between incoming solar radiation and daily maximum and minimum temperature, *Agricultural and Forest Meteorology*, *31*(2), 159–166, doi :10.1016/0168-1923(84)90017-0.

Brutsaert, W. (1975), On a derivable formula for long-wave radiation from clear skies, *Water Resources Research*, *11*(5), 742–744.

Brutsaert, W. (1982), Evaporation into the atmosphere : Theory, history and applications., *Dordrecht, the Netherlands. D. Reidel Publ. Company.*

Burt, P. J. A. (2010), Roger g. barry, 2008. mountain weather and climate, cambridge university press, cambridge, UK. ISBN 978-0-521-86295-0. xxiv + 506 pp, *Meteorological Applications*, *17*(3), 382–382, doi :10.1002/met.222.

Carenzo, M., F. Pellicciotti, S. Rimkus, et P. Burlando (2009), Assessing the transferability and robustness of an enhanced temperature-index glacier-melt model, *Journal of Glaciology*, *55*(190), 258–274.

Chen, J., et A. Ohmura (1990), Estimation of alpine glacier water resources and their change since the 1870s, *IAHS Publ*, *193*, 127–135.

Clarke, G. K. C., S. G. Collins, et D. E. Thompson (1984), Flow, thermal structure, and subglacial conditions of a surge-type glacier, *Canadian Journal of Earth Sciences*, *21*(2), 232–240, doi :10.1139/e84-024.

Clauset, A., C. R. Shalizi, et M. E. Newman (2009), Power-law distributions in empirical data, *SIAM review*, *51*(4), 661–703.

Cogley, J. G. (2010), A more complete version of the world glacier inventory, *Annals of Glaciology*, *50*(53), 32–38, doi :10.3189/172756410790595859.

Comeau, L. E., A. Pietroniro, et M. N. Demuth (2009), Glacier contribution to the north and south saskatchewan rivers, *Hydrological processes*, *23*(18), 2640–2653.

Convertino, M., R. Rigon, A. Maritan, I. Rodriguez-Iturbe, et A. Rinaldo (2007), Probabilistic structure of the distance between tributaries of given size in river networks, *Water resources research*, *43*(11).

Coron, L. (2013), Les modèles hydrologiques conceptuelssont-ils robustes face à un climat en évolution ? diagnostic sur un échantillon de bassins versants français et australiens, Thèse de doctorat, AgroParisTech.

Coulthard, T. J. (2001), Landscape evolution models : a software review, *Hydrological processes*, *15*(1), 165–173.

Cudennec, C., Y. Fouad, I. Sumarjo Gatot, et J. Duchesne (2004), A geomorphological explanation of the unit hydrograph concept, *Hydrological Processes*, *18*(4), 603–621.

Dadic, R., R. Mott, M. Lehning, M. Carenzo, B. Anderson, et A. Mackintosh (2013), Sensitivity of turbulent fluxes to wind speed over snow surfaces in different climatic settings, *Advances in Water Resources*, *55*, 178–189, doi :10.1016/j.advwatres.2012.06.010.

Daly, C. (2006), Guidelines for assessing the suitability of spatial climate data sets, *International journal of climatology*, *26*(6), 707–721.

Desconnets, J.-C., A. Diallo, O. Traore, J.-M. Chene, et G. Morin (1998), Exemple d'application du modèle CEQUEAU-ONU : évaluation de l'impact des aménagements sur les écoulements de la rivière nakambé, burkina faso, *IAHS Publication n*, *252*, 375–385.

Dessens, J., et A. Bücher (1995), Changes in minimum and maximum temperatures at the pic du midi in relation with humidity and cloudiness, 1882–1984, *Atmospheric Research*, *37*(1–3), 147–162, doi :10.1016/0169-8095(94)00075-O.

DeWalle, D. R., et A. Rango (2008), *Principles of snow hydrology*, Cambridge University Press Cambridge.

Dirks, K. N., J. E. Hay, C. D. Stow, et D. Harris (1998), High-resolution studies of rainfall on norfolk island : Part II : Interpolation of rainfall data, *Journal of Hydrology*, *208*(3), 187–193.

Dodds, P. S., et D. H. Rothman (1999), Unified view of scaling laws for river networks, *Physical Review E*, *59*(5), 4865.

Duethmann, D., J. Zimmer, A. Gafurov, A. Güntner, D. Kriegel, B. Merz, et S. Vorogushyn (2013), Evaluation of areal precipitation estimates based on downscaled reanalysis and station data by hydrological modelling, *Hydrology and Earth System Sciences*, *17*(7), 2415–2434.

Duethmann, D., J. Peters, T. Blume, S. Vorogushyn, et A. Güntner (2014), The value of satellite-derived snow cover images for calibrating a hydrological model in snow-dominated catchments in central asia, *Water Resources Research*, *50*(3), 2002–2021, doi :10.1002/2013WR014382.

Dufresne, J.-L., D. Salas y Mélia, S. Denvil, S. Tyteca, O. Arzel, S. Bony, P. Braconnot, P. Brockmann, P. Cadule, A. Caubel, F. Chauvin, M. Déqué, H. Douville, L. Faihead, T. Fichefet, M.-A. Foujols, J.-Y. Grandpeix, J.-F. Gueremy, F. Hourdin, A. Idelkadi, G. Krinner, C. Levy, G. Madec, P. Marquet, O. Marti, I. Musat, S. Planton, J.-F. Royer, D. Swingedouw, A. Voldoire, et P. Friedlingstein (2006), Recent and futur climate change as simulated by the CNRM and IPSL models.

Dumont, M., Y. Durand, Y. Arnaud, et D. Six (2012), Variational assimilation of albedo in a snowpack model and reconstruction of the spatial mass-balance distribution of an alpine glacier, *Journal of Glaciology*, *58*(207), 151–164.

Dunn, S. M., et R. J. E. Colohan (1999), Developing the snow component of a distributed hydrological model : a step-wise approach based on multi-objective analysis, *Journal of Hydrology*, *223*(1–2), 1–16, doi :10.1016/S0022-1694(99)00095-5.

Durand, Y., E. Brun, L. Merindol, G. Guyomarc'h, B. Lesaffre, et E. Martin (1993), A meteorological estimation of relevant parameters for snow models, *Annals of Glaciology*, *18*, 65–71.

Dyurgerov, M. (2003), Mountain and subpolar glaciers show an increase in sensitivity to climate warming and intensification of the water cycle, *Journal of Hydrology*, *282*(1), 164–176.

Dyurgerov, M., M. Meier, et R. L. Armstrong (2002), *Glacier mass balance and regime : data of measurements and analysis*, Boulder, Colorado USA : National Snow and Ice Data Center.

Dyurgerov, M. B., et M. F. Meier (2000), Twentieth century climate change : Evidence from small glaciers, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *97*(4), 1406–1411, doi : 10.1073/pnas.97.4.1406.

Efstratiadis, A., et D. Koutsoyiannis (2005), The multiobjective evolutionary annealing-simplex method and its application in calibrating hydrological models, *2nd General Assembly of the European Geosciences Union, Geoph Res Abstr*, *7*.

Efstratiadis, A., et D. Koutsoyiannis (2010), One decade of multi-objective calibration approaches in hydrological modelling : a review, *Hydrological Sciences Journal–Journal Des Sciences Hydrologiques*, *55*(1), 58–78.

Escher-Vetter, H. (2000), ABHANDLUNGEN-modelling meltwater production with a distributed energy balance method and runoff using a linear reservoir approach-results from vernagtferner, oetztal alps, for the ablation, *Zeitschrift fur Gletscherkunde und Glazialgeologie*, *36*, 119–150.

Farinotti, D., M. Huss, A. Bauder, et M. Funk (2009), An estimate of the glacier ice volume in the swiss alps, *Global and Planetary Change*, *68*(3), 225–231.

Farinotti, D., S. Usselmann, M. Huss, A. Bauder, et M. Funk (2012), Runoff evolution in the swiss alps : projections for selected high-alpine catchments based on ENSEMBLES scenarios, *Hydrological Processes*, *26*(13), 1909–1924.

Farinotti, D., A. Güntner, L. Longuevergne, G. Moholdt, et E. Al (2014), Reconstructing 50 years of glacier mass changes in central asia, in *Geophysical Research Abstracts, EGU General Assembly 2014*, vol. 16.

Fettweis, X. (2007), Reconstruction of the 1979–2006 greenland ice sheet surface mass balance using the regional climate model MAR, *The Cryosphere Discussions*, *1*(1), 123–168.

Föhn, P. (1973), Short-term snow melt and ablation derived from heat-and mass-balance measurements, *Journal of Glaciology*, *12*, 275–289.

Finger, D., F. Pellicciotti, M. Konz, S. Rimkus, et P. Burlando (2011), The value of glacier mass balance, satellite snow cover images, and hourly discharge for improving the performance of a physically based distributed hydrological model, *Water Resources Research*, *47*(7), W07,519, doi :10.1029/2010WR009824.

Finger, D., G. Heinrich, A. Gobiet, et A. Bauder (2012), Assessing future water resources and its uncertainty in a glaciated alpine catchment and its subsequent effects on hydropower operations during the 21st century, *Water Resour Res*, *48*, 20.

Fischer, D., et V. Michel (2013), Inverting GRACE gravity data for local climate effects, *Journal of Geodetic Science*, *3*(3), 151–162.

Fischer, M., M. Huss, et M. Hoelzle (2014), Changes in area and volume of all swiss glaciers over the last 25 years, in *EGU General Assembly Conference Abstracts*, vol. 16, p. 200.

Flanner, M. G., et C. S. Zender (2006), Linking snowpack microphysics and albedo evolution, *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, *111*(D12), D12,208, doi :10.1029/2005JD006834.

Flint, J. J. (1974), Stream gradient as a function of order, magnitude, and discharge, *Water Resources Research*, *10*(5), 969–973.

Fortin, J. P., G. Morin, W. Sochanska, et L. Potvin (1983), Utilisation de la télédétection pour améliorer la précision des crues de fonte de neige simulées par le modèle CEQUEAU, in *Symposium on Hydrological Applications of Remote Sensing and Remote Data Transmission (AISH), Hambourg*.

Fountain, A. G., et J. S. Walder (1998), Water flow through temperate glaciers, *Reviews of Geophysics*, *36*(3), 299–328.

Fountain, A. G., R. W. Jacobel, R. Schlichting, et P. Jansson (2005), Fractures as the main pathways of water flow in temperate glaciers, *Nature*, *433*(7026), 618–621, doi :10.1038/nature03296.

Fourier, J. (1822), *Theorie analytique de la chaleur, par M. Fourier*, Chez Firmin Didot, père et fils, Paris.

Freer, J., K. Beven, et B. Ambroise (1996), Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data : An application of the GLUE approach, *Water Resources Research*, *32*(7), 2161–2173.

Frenierre, J. L., et B. G. Mark (2014), A review of methods for estimating the contribution of glacial meltwater to total watershed discharge, *Progress in Physical Geography*, *38*(2), 173–200, doi :10.1177/0309133313516161.

Froidurot, S., I. Zin, B. Hingray, et A. Gautheron (2014), Sensitivity of precipitation phase over the swiss alps to different meteorological variables, *Journal of Hydrometeorology*, *15*(2), 685–696.

Gabbi, J., D. Farinotti, A. Bauder, et H. Maurer (2012), Ice volume distribution and implications on runoff projections in a glacierized catchment., *Hydrology & Earth System Sciences*, *16*(12).

Gabella, M., M. Bolliger, U. Germann, et G. Perona (2005), Large sample evaluation of cumulative rainfall amounts in the alps using a network of three radars, *Atmospheric research*, *77*(1), 256–268.

Gangodagamage, C., P. Belmont, et E. Foufoula-Georgiou (2011), Revisiting scaling laws in river basins : New considerations across hillslope and fluvial regimes, *Water Resources Research*, *47*(7).

Gao, H., X. He, B. Ye, et J. Pu (2012), Modeling the runoff and glacier mass balance in a small watershed on the central tibetan plateau, china, from 1955 to 2008, *Hydrological Processes*, *26*(11), 1593–1603.

Gardner, A. S., G. Moholdt, J. G. Cogley, B. Wouters, A. A. Arendt, J. Wahr, E. Berthier, R. Hock, W. T. Pfeffer, et G. Kaser (2013), A reconciled estimate of glacier contributions to sea level rise : 2003 to 2009, *Science*, *340*(6134), 852–857.

Gerbaux, M., C. Genthon, P. Etchevers, C. Vincent, et J. P. Dedieu (2005), Surface mass balance of glaciers in the french alps : distributed modeling and sensitivity to climate change, *Journal of glaciology*, *51*(175), 561–572.

Gerdel, R. W. (1948), Penetration of radiation into the snow pack, *Trans., Am. Geophys. Union*, *29*(3), 366–374.

Gerrard, J. (1990), *Mountain Environments : An Examination of the Physical Geography of Mountains*, MIT Press, Cambridge.

Gesch, D., G. Evans, J. Mauck, J. Hutchinson, et W. J. Carswell Jr (2009), The national map : Elevation, *US geological survey fact sheet*, *3053*(4).

Giesen, R. H., L. M. Andreassen, J. Oerlemans, et M. R. Van Den Broeke (2014), Surface energy balance in the ablation zone of langfjordjøkelen, an arctic, maritime glacier in northern norway, *Journal of Glaciology*, *60*(219), 57–70.

Gillet-Chaulet, F., O. Gagliardini, N. Martin, J. Monnier, et F. Chabi (2012), Analysis of greenland outlet glaciers dynamics using adjoint full-stokes ice flow modelling, in *AGU Fall Meeting Abstracts*, vol. 1, p. 04.

Girard, G., G. Morin, et R. Charbonneau (1972), Modèle précipitations-débits à discrétisation spatiale, *Cahier ORSTOM, série hydrologique*, *9*(4), 5–52.

Girard, G., G. Morin, et R. Charbonneau (1973), Utilisation d'un modèle de fonte de neige À mailles physiographiques, *Hydrological Sciences Bulletin*, *18*(1), 27–32, doi :10.1080/02626667309494004.

Glen, J. W. (1955), The creep of polycrystalline ice, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, *228*(1175), 519–538.

Gottardi, F. (2009), Estimation statistique et réanalyse des précipitations en montagne utilisation d'ébauches par types de temps et assimilation de données d'enneigement application aux grands massifs montagneux français, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG.

Gottardi, F., C. Obled, J. Gailhard, et E. Paquet (2012), Statistical reanalysis of precipitation fields based on ground network data and weather patterns : Application over french mountains, *Journal of Hydrology*, *432*, 154–167.

Gottlieb, L. (1980), Development and applications of a runoff model for snow-covered and glacierized basins, *Nord. Hydrol*, *11*(5), 255–272.

Gray, J. M. N. T., et L. W. Morland (1995), The compaction of polar snow packs, *Cold Regions Science and Technology*, *23*(2), 109–119, doi :10.1016/0165-232X(94)00010-U.

Greuell, W. (1992), Hintereisferner, austria : mass-balance reconstruction and numerical modelling of the historical length variations, *Journal of Glaciology*, *38*(129), 233–244.

Gsell, P.-S., N. Le Moine, R. Moussa, et P. Ribstein (2014), Identifying the probabilistic structure of drained areas as a function of hypsometry in river networks, *Hydrological Processes*, doi :10.1002/hyp.10296.

Gudmundsson, G. H., A. Iken, et M. Funk (1997), Measurements of ice deformation at the confluence area of unteraargletscher, bernese alps, switzerland, *Journal of Glaciology*, *43*(145), 548–556.

Gupta, H. V., S. Sorooshian, et P. O. Yapo (1998), Toward improved calibration of hydrologic models : Multiple and noncommensurable measures of information, *Water Resources Research*, *34*(4), 751–763.

Gupta, H. V., H. Kling, K. K. Yilmaz, et G. F. Martinez (2009), Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria : Implications for improving hydrological modelling, *Journal of Hydrology*, *377*(1), 80–91.

Gupta, V. K., et O. J. Mesa (1988), Runoff generation and hydrologic response via channel network geomorphology—recent progress and open problems, *Journal of Hydrology*, *102*(1), 3–28.

Gupta, V. K., et E. D. Waymire (1989), Statistical self-similarity in river networks parameterized by elevation, *Water Resources Research*, *25*(3), 463–476.

Gupta, V. K., E. Waymire, et I. Rodríguez-Iturbe (1986), On scales, gravity and network structure in basin runoff, in *Scale problems in hydrology*, pp. 159–184, Springer Netherlands.

Gurgiser, W., T. Mölg, L. Nicholson, et G. Kaser (2013), Mass-balance model parameter transferability on a tropical glacier, *Journal of Glaciology*, *59*(217), 845–858.

Hack, J. T. (1957), Studies of longitudinal stream profiles in virginia and maryland, *Rapp. Tech. PP - 294-B*, United States Geological Survey.

Haeberli, W. (2011), *Glacier mass balance*, Springer Netherlands.

Haeberli, W., et M. Beniston (1998), Climate change and its impacts on glaciers and permafrost in the alps, *Ambio*, pp. 258–265.

Haeberli, W., H. Bösch, K. Scherler, G. Østrem, et C. C. Wallén (1989), *World Glacier Inventory ; Status 1988. A Contribution to the Global Environment Monitoring System (GEMS) and the International Hydrological Programme, Compiled by the World Glacier Monitoring Service*, IASH Press.

Hagemann, S., et L. D. Gates (2003), Improving a subgrid runoff parameterization scheme for climate models by the use of high resolution data derived from satellite observations, *Climate Dynamics*, *21*(3-4), 349–359.

Hagg, W., L. N. Braun, M. Kuhn, et T. I. Nesgaard (2007), Modelling of hydrological response to climate change in glacierized central asian catchments, *Journal of Hydrology*, *332*(1–2), 40–53, doi :10.1016/j.jhydrol.2006.06.021.

Hagg, W., M. Hoelzle, S. Wagner, et Z. Klose (2011), Estimation of future glaciation and runoff in the tanimas basin, eastern pamirs., *Hydrology & Earth System Sciences Discussions*, *8*(1).

Hall, D. K., G. A. Riggs, et V. V. Salomonson (2006), MODIS snow and sea ice products, in *Earth science satellite remote sensing*, pp. 154–181, Springer.

Halstead, E. C. (1967), Cordilleran hydrogeological region, *Groundwater in Canada. IC Brown (editor). Geological Survey of Canada, Ottawa, ON. Economic Geology Report No*, *24*.

Hannah, D. M., et A. M. Gurnell (2001), A conceptual, linear reservoir runoff model to investigate melt season changes in cirque glacier hydrology, *Journal of Hydrology*, *246*(1), 123–141.

Harrison, W. D., D. H. Elsberg, K. A. Echelmeyer, et R. M. Krimmel (2001), On the characterization of glacier response by a single time-scale, *Journal of Glaciology*, *47*(159), 659–664.

Hay, J. E., et B. Columbia (1988), A comparison of the energy-balance and bulk-aerodynamic approaches for estimating glacier melt, *Journal of Glaciology*, *34*(117).

Hayami, S. (1951), On the propagation of flood waves, *Bulletins-Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University*, *1*, 1–16.

Henry, A. J. (1919), Increase of precipitation with altitude 1, *Monthly Weather Review*, *47*(1), 33–41.

Henshaw, F. F. (1933), Notes on variation of runoff on the pacific slope, *Transactions, American Geophysical Union*, *14*(1), 431, doi :10.1029/TR014i001p00431.

Hewitt, K. (2005), The karakoram anomaly ? glacier expansion and the 'elevation effect,' karakoram himalaya, *Mountain Research and Development*, *25*(4), 332–340, doi :10.1659/0276.

Hock, R. (2003), Temperature index melt modelling in mountain areas, *Journal of Hydrology*, *282*(1), 104–115.

Hock, R. (2005), Glacier melt : a review of processes and their modelling, *Progress in physical geography*, *29*(3), 362–391.

Hock, R., et P. Jansson (2006), Modeling glacier hydrology, in *Encyclopedia of Hydrological Sciences*, John Wiley & Sons, Ltd.

Horton, R. E. (1945), Erosional development of streams and their drainage basins ; hydrophysical approach to quantitative morphology, *Geological society of America bulletin*, *56*(3), 275–370.

Houdayer, J., et A. K. Hartmann (2004), Low-temperature behavior of two-dimensional gaussian ising spin glasses, *Physical Review B*, *70*(1), 014,418.

Howard, A. D. (1990), Role of hypsometry and planform in basin hydrologic response, *Hydrological Processes*, *4*(4), 373–385.

Huntington, T. G. (2006), Evidence for intensification of the global water cycle : review and synthesis, *Journal of Hydrology*, *319*(1), 83–95.

Huss, M. (2011), Present and future contribution of glacier storage change to runoff from macroscale drainage basins in europe, *Water Resources Research*, *47*(7).

Huss, M., A. Bauder, M. Funk, et R. Hock (2008a), Determination of the seasonal mass balance of four alpine glaciers since 1865, *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, *113*(F1), F01,015, doi :10.1029/2007JF000803.

Huss, M., D. Farinotti, A. Bauder, et M. Funk (2008b), Modelling runoff from highly glacierized alpine drainage basins in a changing climate, *Hydrological Processes*, *22*(19), 3888–3902, doi : 10.1002/hyp.7055.

Huss, M., A. Bauder, M. Funk, et R. Hock (2008c), Determination of the seasonal mass balance of four alpine glaciers since 1865, *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, *113*(F1), F01,015, doi :10.1029/2007JF000803.

Huss, M., G. Jouvet, D. Farinotti, et A. Bauder (2010), Future high-mountain hydrology : a new parameterization of glacier retreat., *Hydrology & Earth System Sciences Discussions*, *7*(1).

Huss, M., M. Zemp, P. C. Joerg, et N. Salzmann (2014), High uncertainty in 21st century runoff projections from glacierized basins, *Journal of Hydrology*, *510*, 35–48.

Iguchi, T., T. Kozu, R. Meneghini, J. Awaka, et K. Okamoto (2000), Rain-profiling algorithm for the TRMM precipitation radar, *Journal of Applied Meteorology*, *39*(12), 2038–2052.

Immerzeel, W. W., L. P. H. v. Beek, et M. F. P. Bierkens (2010), Climate change will affect the asian water towers, *Science*, *328*(5984), 1382–1385, doi :10.1126/science.1183188.

Immerzeel, W. W., F. Pellicciotti, et A. B. Shrestha (2012a), Glaciers as a proxy to quantify the spatial distribution of precipitation in the hunza basin, *Mountain research and development*, *32*(1), 30–38.

Immerzeel, W. W., L. P. H. v. Beek, M. Konz, A. B. Shrestha, et M. F. P. Bierkens (2012b), Hydrological response to climate change in a glacierized catchment in the himalayas, *Climatic Change*, *110*(3-4), 721–736, doi :10.1007/s10584-011-0143-4.

Istanbulluoglu, E., D. G. Tarboton, R. T. Pack, et C. Luce (2002), A probabilistic approach for channel initiation, *Water Resources Research*, *38*(12), 61–1.

Istanbulluoglu, E., D. G. Tarboton, R. T. Pack, et C. Luce (2003), A sediment transport model for incision of gullies on steep topography, *Water Resources Research*, *39*(4).

Jansson, P., R. Hock, et T. Schneider (2003), The concept of glacier storage : a review, *Journal of Hydrology*, *282*(1), 116–129.

Jensen, H., et H. Lang (1973), Forecasting discharge from a glaciated basin in the swiss alps, *International Association of Hydrological Sciences Publication*, *107*, 1047–1057.

Jóhannesson, T. (2009), A simple (simplistic) method to include glaciated areas with a limited ice volume in the WaSiM and HBV models, *Icelandic Meteorological Office, Memo ÚR-TóJ-2009-01*.

Johannesson, T., C. F. Raymond, et E. D. Waddington (1989), A simple method for determining the response time of glaciers, in *Glacier fluctuations and climatic change*, pp. 343–352, Springer.

Johansson, B., et D. Chen (2004), Estimation of areal precipitation for runoff modelling using wind data : a case study in sweden, *Climate Research*, *29*(1), 53.

Jordan, R. (1991), A one-dimensional temperature model for a snow cover : Technical documentation for SNTHERM. 89., *Rapp. tech.*, DTIC Document.

Jost, G., R. D. Moore, B. Menounos, et R. Wheate (2012), Quantifying the contribution of glacier runoff to streamflow in the upper columbia river basin, canada., *Hydrology & Earth System Sciences*, *16*(3).

Juen, I., G. Kaser, et C. Georges (2007), Modelling observed and future runoff from a glacierized tropical catchment (cordillera blanca, perú), *Global and Planetary Change*, *59*(1), 37–48.

Kaser, G., I. Juen, C. Georges, J. Gómez, et W. Tamayo (2003), The impact of glaciers on the runoff and the reconstruction of mass balance history from hydrological data in the tropical cordillera blanca, peru, *Journal of Hydrology*, *282*(1), 130–144.

Kaser, G., D. R. Hardy, T. Mölg, R. S. Bradley, et T. M. Hyera (2004), Modern glacier retreat on kilimanjaro as evidence of climate change : observations and facts, *International Journal of Climatology*, *24*(3), 329–339, doi :10.1002/joc.1008.

Kienholz, C., R. Hock, et A. A. Arendt (2013), A new semi-automatic approach for dividing glacier complexes into individual glaciers, *Journal of Glaciology*, *59*(217), 925–937, doi : 10.3189/2013JoG12J138.

Kienzle, S. W. (2008), A new temperature based method to separate rain and snow, *Hydrological Processes*, *22*(26), 5067–5085.

Kirchner, J. W. (1993), Statistical inevitability of horton's laws and the apparent randomness of stream channel networks, *Geology*, *21*(7), 591–594.

Kirkby, M. J. (1976), Tests of the random network model, and its application to basin hydrology, *Earth Surface Processes*, *1*(3), 197–212.

Klemeš, V. (1986), Operational testing of hydrological simulation models, *Hydrological Sciences Journal*, *31*(1), 13–24.

Klemeš, V. (1990), The modelling of mountain hydrology : the ultimate challenge, *Hydrology of mountainous areas*, pp. 29–43.

Klok, E. J., et J. Oerlemans (2002), Model study of the spatial distribution of the energy and mass balance of morteratschgletscher, switzerland, *Journal of Glaciology*, *48*(163), 505–518.

Klok, E. J., K. Jasper, K. P. Roelofsma, J. Gurtz, et A. Badoux (2001), Distributed hydrological modelling of a heavily glaciated alpine river basin, *Hydrological Sciences Journal*, *46*(4), 553–570, doi :10.1080/02626660109492850.

Koboltschnig, G. R., W. Schoner, M. Zappa, et H. Holzmann (2007), Contribution of glacier melt to stream runoff : if the climatically extreme summer of 2003 had happened in 1979, *Annals of Glaciology*, *46*(1), 303–308.

Koboltschnig, G. R., W. Schöner, M. Zappa, C. Kroisleitner, et H. Holzmann (2008), Runoff modelling of the glacierized alpine upper salzach basin (austria) : Multi-criteria result validation, *Hydrological processes*, *22*(19), 3950–3964.

Kojima, K. (1967), Densification of seasonal snow cover, *Physics of Snow and Ice : proceedings*, *1*(2), 929–952.

Konz, M., et J. Seibert (2010), On the value of glacier mass balances for hydrological model calibration, *Journal of hydrology*, *385*(1), 238–246.

Konz, M., S. Uhlenbrook, L. Braun, A. Shrestha, et S. Demuth (2007), Implementation of a process-based catchment model in a poorly gauged, highly glacierized himalayan headwater., *Hydrology & Earth System Sciences*, *11*(4).

Kreutzmann, H. (2000), *Water towers of humankind : approaches and perspectives for research on hydraulic resources in the mountains of South and Central Asia.*, oxford/london/karachi : oxford university press, 2000 ed.

Kuhn, M. (1979), On the computation of heat transfer coefficients from energy-balance gradients on a glacier, *Journal of glaciology*, *22*, 263–272.

Kumar, R., C. Chatterjee, R. D. Singh, A. K. Lohani, et S. Kumar (2007), Runoff estimation for an ungauged catchment using geomorphological instantaneous unit hydrograph (GIUH) models, *Hydrological Processes*, *21*(14), 1829–1840.

Lang, H. (1967), *Relations Between Glacier Runoff and Meteorological Factors Observed on and Outside the Glacier*, *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Erdbau*, vol. 78.

Lauriol, B., Y. Carrier, H. Beaudet, et G. Binda (1986), The residual snow cover in the canadian arctic in july : a means to evaluate the regional maximum snow depth in winter, *Arctic*, pp. 309–315.

Le Meur, E., O. Gagliardini, T. Zwinger, et J. Ruokolainen (2004), Glacier flow modelling : a comparison of the shallow ice approximation and the full-stokes solution, *Comptes Rendus Physique*, *5*(7), 709–722, doi :10.1016/j.crhy.2004.10.001.

Le Meur, E., M. Gerbaux, M. Schäfer, et C. Vincent (2007), Disappearance of an alpine glacier over the 21st century simulated from modeling its future surface mass balance, *Earth and Planetary Science Letters*, *261*(3–4), 367–374, doi :10.1016/j.epsl.2007.07.022.

Le Moine, N. (2008), Le bassin versant de surface vu par le souterrain : une voie d'amélioration des performances et du réalisme des modèles pluie-débit ?, Thèse de doctorat, Paris 6.

Le Moine, N. (2009), Rapport intermédiaire 2. rapport technique de post-doc UPMC/EDF.

Le Moine, N., F. Hendrickx, J. Gailhard, R. Garçon, et F. Gottardi (2014), Hydrologically-aided interpolation (HAI) of daily precipitation and temperature fields in a meso-scale alpine catchment, *soumis à Journal of Hydrometeorology*.

Lebecherel, L. (2011), Sensibilité des performances et des paramètres d'un modèle pluie- débit distribué à sa résolution spatiale et son pas de temps de fonctionnement, *Rapp. tech.*, Rapport de stage Master 2 UPMC.

Legagneux, L., A.-S. Taillandier, et F. Domine (2004), Grain growth theories and the isothermal evolution of the specific surface area of snow, *Journal of applied physics*, *95*(11), 6175–6184.

Legates, D. R., et G. J. McCabe (1999), Evaluating the use of "goodness-of-fit" measures in hydrologic and hydroclimatic model validation, *Water resources research*, *35*(1), 233–241.

L'hôte, Y., P. Chevallier, A. Coudrain, Y. Lejeune, et P. Etchevers (2005), Relationship between precipitation phase and air temperature : comparison between the bolivian andes and the swiss alps/relation entre phase de précipitation et température de l'air : comparaison entre les andes boliviennes et les alpes suisses, *Hydrological sciences journal*, *50*(6).

Liniger, H., R. Weingartner, et M. Grosjean (1998), Mountains of the world : water towers for the 21st century, *Centre for Development and Environment*.

Loewe, F. (1938), The amount of rime and snowdrift as factors in the mass balance of glaciers., *Inst. Ass. of Hydrology Bull*, *23*, 415–421.

Loth, B., et H.-F. Graf (1998), Modeling the snow cover in climate studies : 1. long-term integrations under different climatic conditions using a multilayered snow-cover model, *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, *103*(D10), 11,313–11,327, doi :10.1029/97JD01411.

Loukas, A., et L. Vasiliades (2014), Streamflow simulation methods for ungauged and poorly gauged watersheds, *Natural Hazards and Earth System Sciences Discussions*, *2*(2), 1033–1092.

Lynch-Stieglitz, M. (1994), The development and validation of a simple snow model for the GISS GCM, *Journal of Climate*, *7*(12), 1842–1855, doi :10.1175/1520-0442.

MacDougall, A. H., et G. E. Flowers (2011), Spatial and temporal transferability of a distributed energy-balance glacier melt model, *Journal of Climate*, *24*(5), 1480–1498.

MacDougall, A. H., B. A. Wheler, et G. E. Flowers (2011), A preliminary assessment of glacier melt-model parameter sensitivity and transferability in a dry subarctic environment, *The Cryosphere*, *5*(4), 1011–1028.

Madsen, H. (2003), Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives, *Advances in water resources*, *26*(2), 205–216.

Magand, C. (2014), Influence de la représentation des processus nivaux sur l'hydrologie de la durance et sa réponse au changement climatique., Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.

Magand, C., A. Ducharne, N. Le Moine, et S. Gascoin (2014), Introducing hysteresis in snow depletion curves to improve the water budget of a land surface model in an alpine catchment, *Journal of Hydrometeorology*, *15*(2), 631–649.

Mandelbrot, B. B. (1975), Stochastic models for the earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coastlines, and the number-area rule for islands, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *72*(10), 3825–3828.

Manley, W. F. (2008), Geospatial inventory and analysis of glaciers : A case study for the eastern alaska range, *Satellite image atlas of glaciers of the world. Denver, CO, United States Geological Survey, K424–K439.(USGS Professional Paper 1386-K.)*.

Maritan, A., A. Rinaldo, R. Rigon, A. Giacometti, et I. Rodríguez-Iturbe (1996), Scaling laws for river networks, *Physical review E*, *53*(2), 1510.

Martinec, J., A. Rango, R. Roberts, M. F. Baumgartner, et G. M. Apfl (1998), *Snowmelt runoff model (SRM) user's manual*, University of Berne, Department of Geography.

Mathevet, T., C. Perrin, V. Andréassian, et C. Michel (2005), Large samples of watersheds : a necessary condition to compare the efficiencies of rainfall-runoff models, *Water Resources Research, Submitted manuscript*.

Mayr, E., W. Hagg, C. Mayer, et L. Braun (2013), Calibrating a spatially distributed conceptual hydrological model using runoff, annual mass balance and winter mass balance, *Journal of Hydrology*, *478*, 40–49, doi :10.1016/j.jhydrol.2012.11.035.

McLaughlin, D., et L. R. Townley (1996), A reassessment of the groundwater inverse problem, *Water Resources Research*, *32*(5), 1131–1161.

Meier (1961), Distinctive characteristics of glacier runoff, *U.S. Geological Survey Professional Paper*, *424-B*, 14–16.

Meier, M. F., et D. B. Bahr (1996), Counting glaciers : use of scaling methods to estimate the number and size distribution of the glaciers of the world, *Glaciers, Ice Sheets and Volcanoes : A Tribute to Mark F. Meier*, (96-27), 1–120.

Meier, M. F., et A. S. Post (1962), Recent variations in mass net budgets of glaciers in western north america, *IASH Publ*, *58*, 63–77.

Mellor, M. (1975), A review of basic snow mechanics, *IAHS-AISH*, *114*, 251–291.

Messerli, B., D. Viviroli, et R. Weingartner (2004), Mountains of the world : vulnerable water towers for the 21st century, *Ambio*, pp. 29–34.

Meybeck, M., P. Green, et C. Vörösmarty (2001), A new typology for mountains and other relief classes, *Mountain Research and Development*, *21*(1), 34–45, doi :10.1659/0276-4741.

Michel, C., C. Perrin, V. Andréassian, L. Oudin, et T. Mathevet (2006), Has basin-scale modelling advanced beyond empiricism ?, *IAHS-AISH publication*, pp. 108–116.

Montgomery, D. R., et W. E. Dietrich (1989), Source areas, drainage density, and channel initiation, *Water Resources Research*, *25*(8), 1907–1918.

Moore, R. D. (1993), Application of a conceptual streamflow model in a glacierized drainage basin, *Journal of Hydrology*, *150*(1), 151–168.

Morin, G., J. P. Fortin, et R. Charbonneau (1975), Utilisation du modèle hydrophysiographique CEQUEAU pour l'exploitation des réservoirs artificiels, *IAHS Publication n*, *115*, 176–184.

Morin, G., J. P. Fortin, J. P. Lardeau, W. Sochanska, et S. Paquette (1981), *Modèle CEQUEAU : manuel d'utilisation*, INRS-Eau.

Morin, G., D. Couillard, D. Cluis, H. G. Jones, et J. Dupont (1983), *Modelisation des solides en suspension a l'aide du modele quantite-qualite CEQUEAU.*, INRS-Eau.

Morin, G., D. Cluis, D. Couillard, H. G. Jones, et J.-M. Gauthier (1988), Modélisation de l'azote total en rivière à l'aide du modèle quantité–qualité CEQUEAU, *Canadian Journal of Civil Engineering*, *15*(3), 315–322, doi :10.1139/l88-047.

Morris, R. M., D. Mair, V. Parry, et P. W. Nienow (2010), The relationship between melt, refreezing and runoff across a transect on the greenland ice sheet, *AGU Fall Meeting Abstracts*, *-1*, 0574.

Moussa, R. (2008), Effect of channel network topology, basin segmentation and rainfall spatial distribution on the geomorphologic instantaneous unit hydrograph transfer function, *Hydrological processes*, *22*(3), 395–419.

Moussa, R., et C. Bocquillon (1993), Morphologie fractale du réseau hydrographique, *Hydrological sciences journal*, *38*(3), 187–201.

Moussa, R., F. Colin, et M. Rabotin (2011), Invariant morphometric properties of headwater subcatchments, *Water Resources Research*, *47*(8).

Muneepeerakul, R., J. S. Weitz, S. A. Levin, A. Rinaldo, et I. Rodriguez-Iturbe (2007), A neutral metapopulation model of biodiversity in river networks, *Journal of Theoretical Biology*, *245*(2), 351–363.

Nash, J., et J. V. Sutcliffe (1970), River flow forecasting through conceptual models part i—a discussion of principles, *Journal of hydrology*, *10*(3), 282–290.

Nepal, S., P. Krause, W.-A. Flügel, M. Fink, et C. Fischer (2014), Understanding the hydrological system dynamics of a glaciated alpine catchment in the himalayan region using the j2000 hydrological model : Hydrological system dynamics of himalaya rivers, *Hydrological Processes*, *28*(3), 1329–1344, doi :10.1002/hyp.9627.

Nolin, A. W., J. Phillippe, A. Jefferson, et S. L. Lewis (2010), Present-day and future contributions of glacier runoff to summertime flows in a pacific northwest watershed : Implications for water resources, *Water Resources Research*, *46*(12).

Oerlemans, J. (1992), Climate sensitivity of glaciers in southern norway : application of an energy-balance model to nigardsbreen, hellstugubreen and alfotbreen, *J. Glaciol*, *38*(129), 223–232.

Oerlemans, J. (2008), *Minimal glacier models*, Igitur, Utrecht.

Ohmura, A. (1982), Climate and energy balance on the arctic tundra, *Journal of Climatology*, *2*(1), 65–84, doi :10.1002/joc.3370020106.

Ohmura, A. (2001), Physical basis for the temperature-based melt-index method, *Journal of Applied Meteorology*, *40*(4), 753–761.

Oudin, L. (2004), Recherche d'un modèle d'évapotranspiration potentielle pertinent comme entrée d'un modèle pluie-débit global, Thèse de doctorat, ENGREF (AgroParisTech).

Paola, C., E. Foufoula-Georgiou, W. E. Dietrich, M. Hondzo, D. Mohrig, G. Parker, M. E. Power, I. Rodriguez-Iturbe, V. Voller, et P. Wilcock (2006), Toward a unified science of the earth's surface : opportunities for synthesis among hydrology, geomorphology, geochemistry, and ecology, *Water resources research*, *42*(3).

Paquet, E., J. Gailhard, et R. Garçon (2006), Evolution de la méthode du gradex : approche par type de temps et modélisation hydrologique, *La houille blanche*, (5), 80–90.

Parajka, J., G. Blöschl, et others (2006), Validation of MODIS snow cover images over austria, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions Discussions*, *3*(4), 1569–1601.

Parajka, J., R. Merz, et G. Blöschl (2007), Uncertainty and multiple objective calibration in regional water balance modelling : case study in 320 austrian catchments, *Hydrological Processes*, *21*(4), 435–446.

Peckham, S. D., et V. K. Gupta (1999), A reformulation of horton's laws for large river networks in terms of statistical self-similarity, *Water Resources Research*, *35*(9), 2763–2777.

Pellicciotti, F., C. Buergi, W. W. Immerzeel, M. Konz, et A. B. Shrestha (2012), Challenges and uncertainties in hydrological modeling of remote hindu kush-karakoram-himalayan (HKH) basins : Suggestions for calibration strategies, *Mountain research and development*, *32*(1), 39–50.

Pfeffer, W. T., A. A. Arendt, A. Bliss, T. Bolch, J. G. Cogley, A. S. Gardner, J.-O. Hagen, R. Hock, G. Kaser, C. Kienholz, et others (2014), The randolph glacier inventory : a globally complete inventory of glaciers, *Journal of Glaciology*, *60*(221), 537.

Phillips, D. L., J. Dolph, et D. Marks (1992), A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitation in mountainous terrain, *Agricultural and Forest Meteorology*, *58*(1), 119–141.

Pimentel, S., et G. E. Flowers (2011), A numerical study of hydrologically driven glacier dynamics and subglacial flooding, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, *467*(2126), 537–558, doi :10.1098/rspa.2010.0211.

Pirotti, F., et P. Tarolli (2010), Suitability of LiDAR point density and derived landform curvature maps for channel network extraction, *Hydrological Processes*, *24*(9), 1187–1197.

Pollacco, J. A., B. P. Mohanty, et A. Efstratiadis (2013), Weighted objective function selector algorithm for parameter estimation of SVAT models with remote sensing data, *Water Resources Research*, *49*(10), 6959–6978.

Prasch, M., W. Mauser, et M. Weber (2013), Quantifying present and future glacier melt-water contribution to runoff in a central himalayan river basin., *Cryosphere*, *7*(3).

Quick, M. C., et A. Pipes (1977), UBC watershed model/le modèle du bassin versant UCB, *Hydrological Sciences Journal*, *22*(1), 153–161.

Quincey, D. J., M. P. Bishop, A. Kääb, E. Berthier, B. Flach, T. Bolch, M. Buchroithner, U. Kamp, S. J. S. Khalsa, T. Toutin, et others (2014), Digital terrain modeling and glacier topographic characterization, in *Global Land Ice Measurements from Space*, pp. 113–144, Springer.

Racoviteanu, A. E., F. Paul, B. Raup, S. J. S. Khalsa, et R. Armstrong (2010), Challenges and recommendations in mapping of glacier parameters from space : results of the 2008 global land ice measurements from space (GLIMS) workshop, boulder, colorado, USA, *Annals of Glaciology*, *50*(53), 53–69, doi :10.3189/172756410790595804.

Raup, B., A. Racoviteanu, S. J. S. Khalsa, C. Helm, R. Armstrong, et Y. Arnaud (2007), The GLIMS geospatial glacier database : A new tool for studying glacier change, *Global and Planetary Change*, *56*(1–2), 101–110, doi :10.1016/j.gloplacha.2006.07.018.

Raup, B. H., R. Armstrong, G. Scharfen, S. S. Khalsa, I. Wang, et R. G. Barry (2003), Global land ice measurements from space (GLIMS) database at NSIDC, *AGU Fall Meeting Abstracts*, *-1*, 0837.

Reed, P. M., et V. Devireddy (2004), Multiobjective long-term groundwater monitoring design : the benefits of biasing search towards key tradeoffs, *Bridges*, *10*(40737), 105.

Rees, H. G., et D. N. Collins (2006), Regional differences in response of flow in glacier-fed himalayan rivers to climatic warming, *Hydrological Processes*, *20*(10), 2157–2169, doi :10.1002/hyp.6209.

Refsgaard, J. C., et B. Storm (1996), Construction, calibration and validation of hydrological models, in *Distributed hydrological modelling*, pp. 41–54, Springer.

Ribstein, P., E. Tiriau, B. Francou, et R. Saravia (1995), Tropical climate and glacier hydrology : a case study in bolivia, *Journal of Hydrology*, *165*(1), 221–234.

Riggs, G. A., D. K. Hall, et V. V. Salomonson (2006), MODIS snow products user guide to collection 5, *Digital Media*, p. 80.

Rigon, R., A. Rinaldo, I. Rodriguez-Iturbe, R. L. Bras, et E. Ijjasz-Vasquez (1993), Optimal channel networks : a framework for the study of river basin morphology, *Water Resources Research*, *29*(6), 1635–1646.

Rémy, F., et L. Testut (2006), Mais comment s'écoule donc un glacier ? aperçu historique, *Comptes Rendus Geoscience*, *338*(5), 368–385, doi :10.1016/j.crte.2006.02.004.

Rodríguez-Iturbe, I., et A. Rinaldo (2001), *Fractal river basins : chance and self-organization*, Cambridge University Press.

Rodríguez-Iturbe, I., et J. B. Valdés (1979), The geomorphologic structure of hydrologic response, *Water Resources Research*, *15*(6), 1409–1420.

Rodríguez-Iturbe, I., E. J. Ijjasz-Vasquez, R. L. Bras, et D. G. Tarboton (1992a), Power law distributions of discharge mass and energy in river basins, *Water Resources Research*, *28*(4), 1089–1093.

Rodríguez-Iturbe, I., E. J. Ijjasz-Vasquez, R. L. Bras, et D. G. Tarboton (1992b), Power law distributions of discharge mass and energy in river basins, *Water Resources Research*, *28*(4), 1089–1093.

Rodriguez-Iturbe, I., A. Rinaldo, R. Rigon, R. L. Bras, E. Ijjasz-Vasquez, et A. Marani (1992), Fractal structures as least energy patterns : The case of river networks, *Geophysical Research Letters*, *19*(9), 889–892.

Roe, G. H. (2005), Orographic precipitation, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, *33*, 645–671.

Rolland, C. (2003), Spatial and seasonal variations of air temperature lapse rates in alpine regions, *Journal of Climate*, *16*(7), 1032–1046, doi :10.1175/1520-0442.

Rosso, R. (1984), Nash model relation to horton order ratios, *Water Resources Research*, *20*(7), 914–920.

Rotunno, R., et R. A. Houze (2007), Lessons on orographic precipitation from the mesoscale alpine programme, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *133*(625), 811–830.

Röthlisberger, H. (1972), Water pressure in intra- and subglacial channels, *Journal of Glaciology*, *11*, 177–203.

Rye, C. J., I. C. Willis, N. S. Arnold, et J. Kohler (2012), On the need for automated multiobjective optimization and uncertainty estimation of glacier mass balance models, *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, *117*(F2), F02,005, doi :10.1029/2011JF002184.

Schaefli, B., et M. Huss (2010), Simulation of high mountainous discharge : how much information do we need ?, *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, *7*(5), 8661–8702, doi :10.5194/hessd-7-8661-2010.

Schaefli, B., et M. Huss (2011), Integrating point glacier mass balance observations into hydrologic model identification, *Hydrology and Earth System Sciences*, *15*(4), 1227–1241.

Schaefli, B., B. Hingray, M. Niggli, et A. Musy (2005), A conceptual glacio-hydrological model for high mountainous catchments., *Hydrology & Earth System Sciences Discussions*, *2*(1).

Schaefli, B., B. Hingray, A. Musy, et others (2007), Climate change and hydropower production in the swiss alps : quantification of potential impacts and related modelling uncertainties, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, *11*(3), 1191–1205.

Schermerhorn, V. P. (1967), Relations between topography and annual precipitation in western oregon and washington, *Water Resources Research*, *3*(3), 707–711.

Schiefer, E., B. Menounos, et R. Wheate (2008), An inventory and morphometric analysis of british columbia glaciers, canada, *Journal of Glaciology*, *54*(186), 551–560, doi :10.3189/002214308785836995.

Schumm, S. A. (1956), Evolution of drainage systems and slopes in badlands at perth amboy, new jersey, *Geological Society of America Bulletin*, *67*(5), 597–646.

Sevruk, B. (1982), Methods of correction for systematic error in point precipitation measurement for operational use, *Operational Hydrology Report 21*, World Meteorological Organization, Genève.

Sevruk, B. (1992), Snow cover measurements and areal assessment of precipitation and soil moisture, *Operational Hydrology Report 35*, World Meteorological Organization, Genève.

Sevruk, B. (1997), Regional dependency of precipitation-altitude relationship in the swiss alps, in *Climatic Change at High Elevation Sites*, pp. 123–137, Springer.

Shahgedanova, M., W. Hagg, M. Zacios, et V. Popovnin (2009), An assessment of the recent past and future climate change, glacier retreat, and runoff in the caucasus region using dynamical and statistical downscaling and HBV-ETH hydrological model, in *Regional Aspects of Climate-Terrestrial-Hydrologic Interactions in Non-boreal Eastern Europe*, pp. 63–72, Springer.

Sheehan, A. F., G. A. Abers, C. H. Jones, et A. L. Lerner-Lam (1995), Crustal thickness variations across the colorado rocky mountains from teleseismic receiver functions, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, *100*(B10), 20,391–20,404.

Shreve, R. L. (1966), Statistical law of stream numbers, *The Journal of Geology*, pp. 17–37.

Shreve, R. L. (1972), Movement of water in glaciers, *Journal of Glaciology*, *11*(62), 205–214.

Sicart, J. E., R. Hock, et D. Six (2008), Glacier melt, air temperature, and energy balance in different climates : The bolivian tropics, the french alps, and northern sweden, *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, *113*(D24), D24,113, doi :10.1029/2008JD010406.

Singh, P., et N. Kumar (1997), Impact assessment of climate change on the hydrological response of a snow and glacier melt runoff dominated himalayan river, *Journal of Hydrology*, *193*(1-4), 316–350.

Singh, P., M. Arora, et N. K. Goel (2006), Effect of climate change on runoff of a glacierized himalayan basin, *Hydrological Processes*, *20*(9), 1979–1992.

Smith, R. B., Q. Jiang, M. G. Fearon, P. Tabary, M. Dorninger, J. D. Doyle, et R. Benoit (2003), Orographic precipitation and air mass transformation : An alpine example, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *129*(588), 433–454.

Snell, J. D., et M. Sivapalan (1994), On geomorphological dispersion in natural catchments and the geomorphological unit hydrograph, *Water Resources Research*, *30*(7), 2311–2323.

Solomon, S. (2007), *Climate Change 2007 - The Physical Science Basis : Working Group I Contribution to the Fourth Assessment Report of the IPCC*, Cambridge University Press.

Sorge, E. (1935), Glaziologische untersuchungen in eismitte, *Wissenschaftliche der Deutschen Groenland-Expedition Alfred Wegner, 3Brockhaus, Leipzig*, p. 270.

Sorge, E. (1938), Die firnschrumpfung in der obersten schichten des groenlaendischen inlandeises, *International Geodetic and Geophysical Union. Association of Scientific Hydrology*, *23*, 725–731.

Stahl, K., R. D. Moore, J. M. Shea, D. Hutchinson, et A. J. Cannon (2008), Coupled modelling of glacier and streamflow response to future climate scenarios, *Water Resources Research*, *44*(2).

Strahler, A. N. (1952), Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography, *Geological Society of America Bulletin*, *63*(11), 1117–1142.

Strahler, A. N. (1957), Quantitative analysis of watershed geomorphology, *Civ. Eng*, *101*, 1258–1262.

Strasser, U., M. Bernhardt, M. Weber, G. E. Liston, et W. Mauser (2008), Is snow sublimation important in the alpine water balance ?, *The Cryosphere*, *2*(1), 53–66.

Streten, N. A., et G. Wendler (1968), The midsummer heat balance of an alaskan maritime glacier, *Journal of Glaciology*, *7*(51), 431–40.

Swenson, S., J. Wahr, et P. C. D. Milly (2003), Estimated accuracies of regional water storage variations inferred from the gravity recovery and climate experiment (GRACE), *Water Resources Research*, *39*(8).

Tangborn, W. V. (1984), Prediction of glacier derived runoff for hydroelectric development, *Geografiska Annaler. Series A. Physical Geography*, pp. 257–265.

Tarboton, D. G. (1996), Fractal river networks, horton's laws and tokunaga cyclicity, *Journal of hydrology*, *187*(1), 105–117.

Tarboton, D. G., R. L. Bras, et I. Rodriguez-Iturbe (1988), The fractal nature of river networks, *Water Resources Research*, *24*(8), 1317–1322.

Tarboton, D. G., R. L. Bras, et I. Rodriguez-Iturbe (1992), A physical basis for drainage density, *Geomorphology*, *5*(1), 59–76.

Taschner, S., R. Ludwig, et W. Mauser (2001), Multi-scenario flood modeling in a mountain watershed using data from a NWP model, rain radar and rain gauges, *Physics and Chemistry of the Earth, Part B : Hydrology, Oceans and Atmosphere*, *26*(7), 509–515.

Troutman, B. M., et M. R. Karlinger (1984), On the expected width function for topologically random channel networks, *Journal of applied probability*, pp. 836–849.

Unesco, W. M. Organization, et I. A. o. H. Sciences (1973), *The role of snow and ice in hydrology : proceedings of the Banff Symposia, September 1972. Le rôle de la neige et de la glace en hydrologie ; actes des colloques de Banff, Septembre 1972*, Unesco-WMO-IAHS.

USACE (1948), Corps of engineers. 1956, *Snow hydrology. Summary report of the snow investigations of the North Pacific Division, Portland, OR.*

Van den Broeke, M. R. (1997), Momentum, heat, and moisture budgets of the katabatic wind layer over a midlatitude glacier in summer, *Journal of Applied Meteorology*, *36*(6), 763–774, doi :10.1175/1520-0450(1997)036<0763:MHAMBO>2.0.CO;2.

Verbunt, M., J. Gurtz, K. Jasper, H. Lang, P. Warmerdam, et M. Zappa (2003), The hydrological role of snow and glaciers in alpine river basins and their distributed modeling, *Journal of Hydrology*, *282*(1–4), 36–55, doi :10.1016/S0022-1694(03)00251-8.

Vincent, C., et M. Vallon (1997), Meteorological controls on glacier mass balance : empirical relations suggested by measurements on glacier de sarennes, france, *Journal of Glaciology*, *43*(143), 131–137.

Viviroli, D., et R. Weingartner (2004), The hydrological significance of mountains : from regional to global scale, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, *8*(6), 1017–1030.

Viviroli, D., R. Weingartner, et B. Messerli (2003), Assessing the hydrological significance of the world's mountains, *Mountain Research and Development*, *23*(1), 32–40, doi :10.1659/0276-4741.

Vrugt, J. A., H. V. Gupta, W. Bouten, et S. Sorooshian (2003), A shuffled complex evolution metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters, *Water Resources Research*, *39*(8).

Wagener, T. (2003), Evaluation of catchment models, *Hydrological Processes*, *17*(16), 3375–3378.

Wagnon, P., P. Ribstein, G. Kaser, et P. Berton (1999), Energy balance and runoff seasonality of a bolivian glacier, *Global and planetary change*, *22*(1), 49–58.

Warren, S. G., et W. J. Wiscombe (1980), A model for the spectral albedo of snow. II : Snow containing atmospheric aerosols, *Journal of the Atmospheric Sciences*, *37*(12), 2734–2745, doi :10.1175/1520-0469.

Watson, R. T., M. C. Zinyowera, et R. H. Moss (1996), *Climate Change 1995 impacts, adaptations and mitigation of climate change : Scientific-technical analysis*, Cambridge University Press.

Weertman, J. (1957), On the sliding of glaciers, *Journal of Glaciology*, *3*(21), 33–38.

Wendler, G., et N. A. Streten (1969), A short term heat balance study on a coast range glacier, *pure and applied geophysics*, *77*(1), 68–77.

Wheler, B. A., et G. E. Flowers (2011), Glacier subsurface heat-flux characterizations for energy-balance modelling in the donjek range, southwest yukon, canada, *Journal of Glaciology*, *57*(201), 121–133.

Willgoose, G., et G. Hancock (1998), Revisiting the hypsometric curve as an indicator of form and process in transport-limited catchment, *Earth Surface Processes and Landforms*, *23*(7), 611–623.

Willis, I., et J.-M. Bonvin (1995), Climate change in mountain environments, *Geography*, *80*(3), 247–261.

Winiger, M., M. Gumpert, et H. Yamout (2005), Karakorum–hindukush–western himalaya : assessing high-altitude water resources, *Hydrological Processes*, *19*(12), 2329–2338, doi :10.1002/hyp.5887.

Wiscombe, W. J., et S. G. Warren (1980), A model for the spectral albedo of snow. i : Pure snow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, *37*(12), 2712–2733.

Xu, J., R. E. Grumbine, A. Shrestha, M. Eriksson, X. Yang, Y. Wang, et A. Wilkes (2009), The melting himalayas : Cascading effects of climate change on water, biodiversity, and livelihoods, *Conservation Biology*, *23*(3), 520–530, doi :10.1111/j.1523-1739.

Xu, X., C. Lu, X. Shi, et S. Gao (2008), World water tower : An atmospheric perspective, *Geophysical Research Letters*, *35*(20), L20,815, doi :10.1029/2008GL035867.

Yang, D., B. E. Goodison, J. R. Metcalfe, V. S. Golubev, R. Bates, T. Pangburn, et C. L. Hanson (1998), Accuracy of NWS 8" standard nonrecording precipitation gauge : Results and application of WMO intercomparison, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, *15*(1), 54–68.

Yapo, P. O., H. V. Gupta, et S. Sorooshian (1998), Multi-objective global optimization for hydrologic models, *Journal of Hydrology*, *204*(1–4), 83–97, doi :10.1016/S0022-1694(97)00107-8.

Yen, Y. (1962), Effective thermal conductivity of ventilated snow, *Journal of geophysical research*, *67*(3), 1091–1098.

Zemp, M., M. Hoelzle, et W. Haeberli (2009), Six decades of glacier mass-balance observations : a review of the worldwide monitoring network, *Annals of Glaciology*, *50*(50), 101–111.

Annexe A - Modèle de spatialisation du champ de précipitations et de températures

1 Formulation du modèle géostatistique pour les champs journaliers de précipitations et de température

La méthode d'interpolation des champs journaliers de précipitation $P(\mathbf{x}, j)$ et de température $T(\mathbf{x}, j)$ repose sur une décomposition en deux champs :

- un champ dit d'*ébauche*, qui ne dépend que de la position $\mathbf{x}$, supposé représenter le champ moyen pour une journée. Cette ébauche peut éventuellement être définie par classes de journées, par exemple au moyen d'une classification par types de temps (e.g. Paquet *et al.*, 2006). Cette ébauche contient elle-même une partie déterministe, appelée *dérive*, et une partie aléatoire. La dérive tente de prendre en compte le maximum de dépendances connues des champs interpolés vis-à-vis de certaines variables physiographiques : altitude, pente, orientation, etc. Dans l'approche proposée, les dérives de précipitation et température sont obtenues par régression sur un unique descripteur, l'altitude $z(\mathbf{x})$, mais des dérives beaucoup plus complexes peuvent tout à fait être imaginées tout en gardant le même formalisme (elles pourraient même être construites à partir des sorties d'un modèle de circulation régional). Finalement, l'ébauche est obtenue par superposition de (i) la dérive et (ii) du krigeage des écarts entre les moyennes temporelles aux postes $\mathbf{x_k}$, $\overline{P}(\mathbf{x_k})$ ou $\overline{T}(\mathbf{x_k})$, et les valeurs de la dérive aux $\mathbf{x_k}$.
- un champ de *correction (ou résidu) à l'ébauche*, dépendant à la fois de la position $\mathbf{x}$ et du jour j.

La formulation précise des deux interpolateurs (précipitation et température) est donnée dans les sections suivantes. En particulier, on détaillera les transformations nécessaires pour permettre la reproduction de l'intermittence spatiale des champs journaliers de précipitation.

1.1 Interpolation des précipitations

Cette section présente le modèle géostatistique de précipitations journalières. Dans les notations, les symboles en gras font références à des vecteurs ; Autant que possible, les variables aléatoires sont notées en majuscules et leurs réalisations en minuscules (par exemple, $\lambda(\mathbf{x})$ représentera une réalisation du champ Λ à la position $\mathbf{x}$ du plan cartographique 2D).

Pour chaque journée j (appartenant éventuellement à un type de temps noté wp(j)), le champ journalier de précipitations à la position $\mathbf{x}$ est décomposé à l'aide du modèle multiplicatif suivant :

$$P(\mathbf{x}, j) \quad = \quad P^*_{\mathrm{wp}(j)}(\mathbf{x}) \cdot \Lambda(\mathbf{x}, j) \tag{1}$$

Le champ journalier est donc vu comme une réalisation moyenne (ou ébauche, le cas échéant indexée par le type de temps wp(j)), $P^*_{\mathrm{wp}(j)}(\mathbf{x})$, "déformée" par un facteur d'échelle local $\Lambda(\mathbf{x}, j)$. L'ébauche est une champ relativement "lisse" et n'a pas la variance spatiale d'un champ journalier réel (en particulier, pas d'intermittence spatiale). Son rôle est de contenir le plus d'effets déterministes connus, comme par exemple le forçage orographique qui est mieux modélisé en moyenne plutôt qu'évenènement par évènement. Au contraire, le champ $\Lambda(\mathbf{x}, j)$ aura un coefficient de variation spatiale plus élevé, et devra par construction pouvoir être intermittent spatialement, ce qui justifie le choix d'un modèle multiplicatif.

1.1.1 Estimation de l'ébauche

Etant données les propriétés précédentes, un modèle log-linéaire est le plus simple pour représenter l'ébauche [1]. La valeur au point $\mathbf{x_0}$ à estimer est donnée par un Krigeage avec Dérive Externe (*Kriging with External Drift* ou KED), avec l'altitude $z(\mathbf{x_0})$ comme variable auxiliaire, et les valeurs

1. à partir de maintenant on ne reprécisera plus que cette approche par ébauche peut éventuellement être utilisée par type de temps.

$p_k^*(\mathbf{x_1}), ..., p_k^*(\mathbf{x_n})$ aux n postes pluviométriques de conditionnement :

$$\ln P_k^*\Big(\mathbf{x_0}\big|p_k^*(\mathbf{x_1}), ..., p_k^*(\mathbf{x_n})\Big) \quad = \quad a_k + \frac{z(\mathbf{x_0})}{H_k} + \mu_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0}) + \sigma_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0})U(\mathbf{x_0}) \tag{2}$$

où U is une variable aléatoire distribuée selon une loi normale centrée réduite. La valeur de l'ébauche à la position $\mathbf{x_0}$ est alors donnée par l'espérance :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_k^*(\mathbf{x_0}) &= \mathbb{E}\left[P_k^*\big(\mathbf{x_0}\big|p_k^*(\mathbf{x_1}), ..., p_k^*(\mathbf{x_n})\big)\right] \\ &= \exp\left(a_k + \frac{z(\mathbf{x_0})}{H_k} + \mu_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0})\right)\exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0})\right) \end{aligned} \tag{3}$$

où le facteur correctif $\exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2_{\mathrm{KED},k}\right)$ est spécifique du krigeage log-normal et vient du fait que l'espérance de l'exponentielle d'une variable normalement distribuée n'est pas directement l'exponentielle de l'espérance (Matheron, 1974).

1.1.2 Estimation du facteur d'échelle pour chaque journée

Comme mentionné au début de la section Section 1.1, le traitement du facteur d'échelle local $\lambda(\mathbf{x}, j)$ est plus compliqué du fait de l'intermittence spatiale de ce champ : la fonction de répartition (CDF) de Λ peut, certaines journées, avoir un composant atomique en zéro (i.e., ne pas être une variable strictement continue : la valeur discrète $\lambda = 0$ a une probabilité strictement positive d'occurence). Dans le suite, l'indice j est omis pour alléger les notations, mais l'estimation de ce champ doit être effectuée chaque jour, par opposition à l'ébauche. Comme les cumuls réels de précipitations du jour j ainsi que les valeurs de l'ébauche sont connus aux postes pluviométriques $\mathbf{x_1}, ..., \mathbf{x_n}$, on dispose des n valeurs de conditionnement $\lambda(\mathbf{x_1}), ..., \lambda(\mathbf{x_n})$. Pour pouvoir estimer $\lambda(\mathbf{x_0})$ en utilisant les techniques de krigeage usuelles, on construit préalablement une anamorphose gaussienne, i.e. une fonction ϕ telle que

$$Y(\mathbf{x_0}) = \phi(\Lambda(\mathbf{x_0}))$$

soit une variable aléatoire gaussienne. Cette anamorphose repose sur les hypothèses suivantes :

(i) le taux d'intermittence spatiale f_0 du jour j peut être approximé correctement par la proportion de pluviomètres du réseau sur la zone d'intérêt n'ayant mesuré aucune pluie,

(ii) le facteur d'échelle suit une loi log-normale dans sa partie non-nulle (partie pluvieuse),

(iii) la variance σ de cette loi log-normale est une fonction de sa moyenne μ :

$$\sigma^2_{\Lambda^+} = g(\mu_{\Lambda^+})$$

La signification physique de cette hypothèse est détaillée dans la partie suivante.

1.1.3 Relation moyenne-variance

L'hypothèse (iii) est très importante, et vient du constat empirique d'une forte relation décroissante entre la moyenne et le coefficient de variation de Λ dans les champs de précipitations journaliers réels. Cela traduit le fait que plus la valeur moyenne du champ est faible par rapport à la moyenne de l'ébauche (qui, rappelons-le, est une champ assez "lisse"), plus on peut avoir localement des valeurs faibles ou élevées (comparées à 1) du facteur d'échelle. Au contraire, si la valeur moyenne est plus élevée que la moyenne de l'ébauche, il est probable que le facteur de d'échelle sera relativement uniforme : le champ journalier sera alors plus ou moins une homothétie de l'ébauche (par un facteur supérieur à 1). Cette propriété sera implémentée dans le modèle, de façon à réduire le nombre de paramètres à identifier et à rendre l'interpolateur plus robuste les jours où le nombre de postes ayant enregistré de

la pluie est faible (rendant ainsi difficile l'estimation de la variance logarithmique $\sigma^2_{\Lambda^+}$).

En suivant les hypothèses, on a $\mu_{\Lambda^+} = \mathbb{E}\left[\Lambda|\Lambda>0\right] = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$. Pour la variance, on obtient $\sigma^2_{\Lambda^+} = \mathbb{V}\left[\Lambda|\Lambda>0\right] = \left(e^{\sigma^2}-1\right)\mu^2_{\Lambda^+}$.

En inversant cette formule et en exprimant $\sigma^2_{\Lambda^+}$ en fonction de μ_{Λ^+}, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma^2 = \ln\left(1+\dfrac{g(\mu_{\Lambda^+})}{\mu^2_{\Lambda^+}}\right) \\ \\ \mu = \ln\left(\mu_{\Lambda^+}\right) - \dfrac{\sigma^2}{2} \end{cases} \tag{4}$$

Ainsi par exemple, si pour une journée donnée, seuls 3 postes ont enregistré de la pluie, nous pouvons extrapoler une relation moyenne-variance $\sigma^2_{\Lambda^+} = g(\mu_{\Lambda^+})$ calée sur les journées où le champ était moins intermittent, de façon à n'avoir à estimer que μ_{Λ^+} sur les 3 valeurs. La forme de la relation utilisée est la suivante :

$$g(\mu_{\Lambda^+}) \;=\; \frac{\alpha\left(\frac{\mu_{\Lambda^+}}{\beta}\right)^{\gamma}}{1+\left(\frac{\mu_{\Lambda^+}}{\beta}\right)^{\gamma-\delta}}\,, \qquad \alpha>0,\ \beta>0,\ \gamma>2,\ \delta<2 \tag{5}$$

Cette forme assure que le coefficient de variation $\frac{\sigma_{\Lambda^+}}{\mu_{\Lambda^+}}$ reste borné quand $\mu_{\Lambda^+} \to 0$, et qu'il diminue quand μ_{Λ^+} augmente. En coordonnées log-log, le graphique $\sigma^2_{\Lambda^+}$ vs. μ_{Λ^+} montre deux asymptotes de pentes distinctes $\gamma > 2$ et $\delta < 2$ (voir Figure 1, obtenue pour un réseau de 26 pluviomètres sur le bassin de la Durance, pour une circulation atmosphérique de type "Onde atlantique").

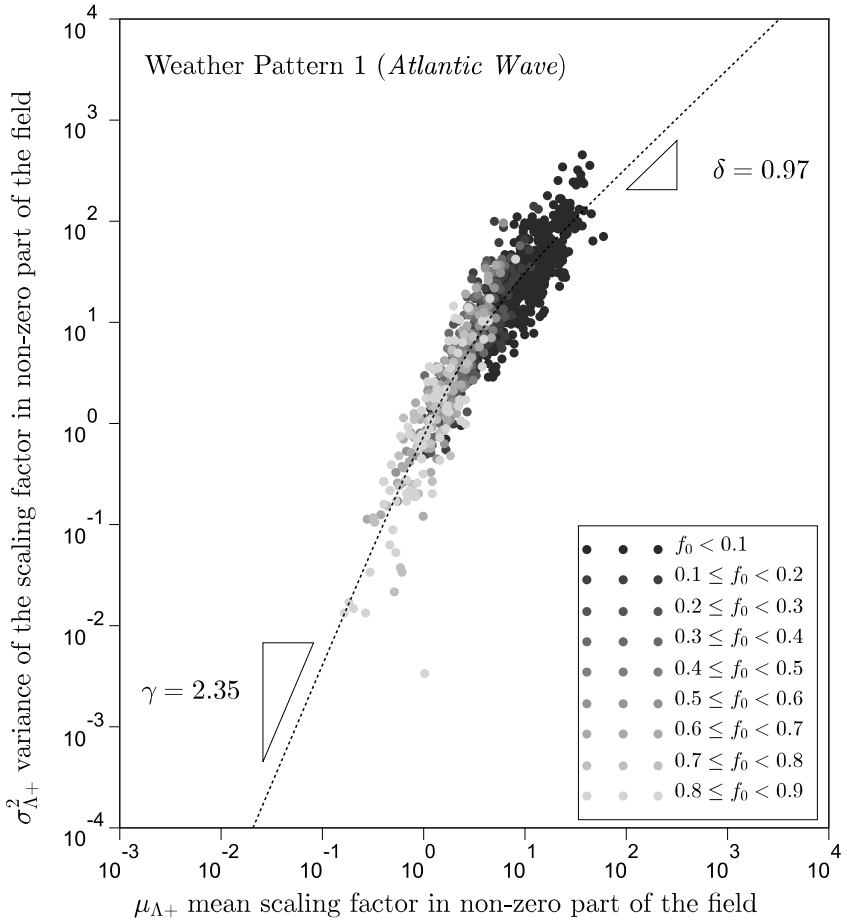


FIGURE 1 – Exemple de relation moyenne-variance pour le facteur d'échelle journalier, obtenue pour un réseau de 26 pluviomètres sur la Durance. Chaque point représente les statistiques spatiales pour une journée, et le niveau de gris indique l'intermittence spatiale f_0 du champ pour ce jour. Seuls les jours avec plus de 4 pluviomètres ayant mesuré de la pluie ($f_0 < \frac{4}{26}$) sont représentés.

1.2 Anamorphose gaussienne et krigeage de la variable gaussienne

Maintenant que l'on dispose d'une forme analytique pour la fonction de répartition F_Λ de Λ, on peut se ramener à une variable normale en utilisant l'anamorphose gaussienne :

$$\Lambda = F_\Lambda^{-1}(\mathcal{N}_{0,1}(Y)) \quad \Longleftrightarrow \quad Y = \mathcal{N}_{0,1}^{-1}(F_\Lambda(\Lambda))$$

où $\mathcal{N}_{0,1}$ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. La procédure est illustrée sur la Figure 2. Cependant, des problèmes se posent dans le calcul de la transformation $Y = (\mathcal{N}_{0,1}^{-1} \circ F_\Lambda)(\Lambda)$. En effet, si F_Λ possède un atome en zéro en cas d'intermittence spatiale (i.e. la valeur discrète $\lambda = 0$ a une probablilité strictement positive), F_Λ^{-1} n'est pas injective puisque l'image par F_Λ de la valeur $\lambda = 0$ est tout le segment $[0, f_0]$.

Une fois que l'on a estimé la fonction struturale (semi-variogramme) de Y en utilisant toutes les données non-nulles, on peut générer des valeurs gaussiennes aux jours et aux endroits où le cumul de pluie observé est nul : on utilise pour cela un échantillonage de Gibbs (voir par exemple Vischel *et al.*, 2009), légèrement modifié :

(i) Aux endroits $\mathbf{x^{nz}}$ où le cumul journalier (et donc le facteur d'échelle local) est non-nul (soit $(1-f_0)n$ postes), on pose $y(\mathbf{x^{nz}}) = \mathcal{N}_{0,1}^{-1}(F_\Lambda(\lambda(\mathbf{x^{nz}})))$. Aux $f_0 n$ postes $\mathbf{x^z}$ où le cumul est nul, on initialise $\mathbf{x^z}$) $= \mathcal{N}_{0,1}^{-1}(f_0) = S_y$, où S_y est la valeur de la fonction de répartition gaussienne pour la probabilité de non-dépassement f_0.

(ii) On choisit aléatoirement une position $\mathbf{x^z}$ où le cumul est nul. La distribution de la variable aléatoire Y en ce point est estimée conditionnellement à celles fixées aux $n-1$ autres postes, par kriging simple : c'est une distribution normale d'espérance μ_{SK} et de variance σ^2_{SK}. Notons p sa densité.

(iii) Comme la position sélectionnée correspond à un cumul nul, nous savons que $y(\mathbf{x^z}) < S_y$. De façon à accélérer la convergence, on calcule l'espérance conditionnelle :

$$\mathbb{E}\Big[Y(\mathbf{x^z})\big|Y(\mathbf{x^z}) < S_y\Big] = \frac{1}{\int_{-\infty}^{S_y} p(y)dy} \int_{-\infty}^{S_y} y\, p(y) dy \tag{6}$$

qui, sous l'hypotèse de normalité, admet la forme fermée :

$$\mathbb{E}\Big[Y(\mathbf{x^z})\big|Y(\mathbf{x^z}) < S_y\Big] = \mu_{\text{SK}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_{\text{SK}} \frac{e^{-\frac{(S_y-\mu_{\text{SK}})^2}{2\sigma^2_{\text{SK}}}}}{1+\text{erf}\left(\frac{S_y-\mu_{\text{SK}}}{\sigma_{\text{SK}}\sqrt{2}}\right)} \tag{7}$$

(iv) On remplace l'ancienne valeur $y(\mathbf{x^z})$ à la position sélectionnée par cette nouvelle estimation, et on itère à l'étape (ii) jusqu'à un critère d'arrêt (nombre d'itérations maximal, seuil sur la variation des estimations, etc.)

1.2.1 Espérance du facteur d'échelle local

Une fois que l'on a ramené toutes les valeurs aux postes dans un espace gaussien, on peut exprimer la distribution de $Y(\mathbf{x_0})$ au point $\mathbf{x_0}$ à estimer, par krigeage (simple) des valeurs $y(\mathbf{x_1}), ..., y(\mathbf{x_n})$: cette distribution est par hypothèse normale, d'espérance $\mu_{\text{SK}}(\mathbf{x_0})$ et de variance $\sigma^2_{\text{SK}}(\mathbf{x_0})$ (Figure 3, densité tracée en rouge). Etant données les expressions :

$$\begin{cases} F_\Lambda(\lambda) = f_0 + \dfrac{1-f_0}{2}\left[1+\text{erf}\left(\dfrac{\ln\lambda-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] \\ \\ (F_\Lambda^{-1}\circ N)(y) = \phi^{-1}(y) = \exp\left(\mu + \sigma\sqrt{2}\,\text{erf}^{-1}\left(\dfrac{\text{erf}(y/\sqrt{2})-f_0}{1-f_0}\right)\right) \end{cases} \tag{8}$$

il est clair qu'on ne peut pas exprimer l'espérance du facteur d'échelle sous une forme fermée (espérance de la densité tracée en bleu sur la Figure 3) :

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}(\mathbf{x_0}) = \mathbb{E}\Big[\Lambda(\mathbf{x_0})\big|\lambda(\mathbf{x_1}), ..., \lambda(\mathbf{x_n})\Big] &= \mathbb{E}\Big[\phi^{-1}(Y(\mathbf{x_0}))\big|y(\mathbf{x_1}), ..., y(\mathbf{x_n})\Big] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{-1}(y) \frac{1}{\sigma_{\text{SK}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu_{\text{SK}})^2}{2\sigma^2_{\text{SK}}}} dy \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{-1}\big(\mu_{\text{SK}} + \sqrt{2}\,\sigma_{\text{SK}} u\big) e^{-u^2} du \end{aligned} \tag{9}$$

Cependant, cette dernière intégrale peut être rapidement évaluée par quadrature de Gauss-Hermite :

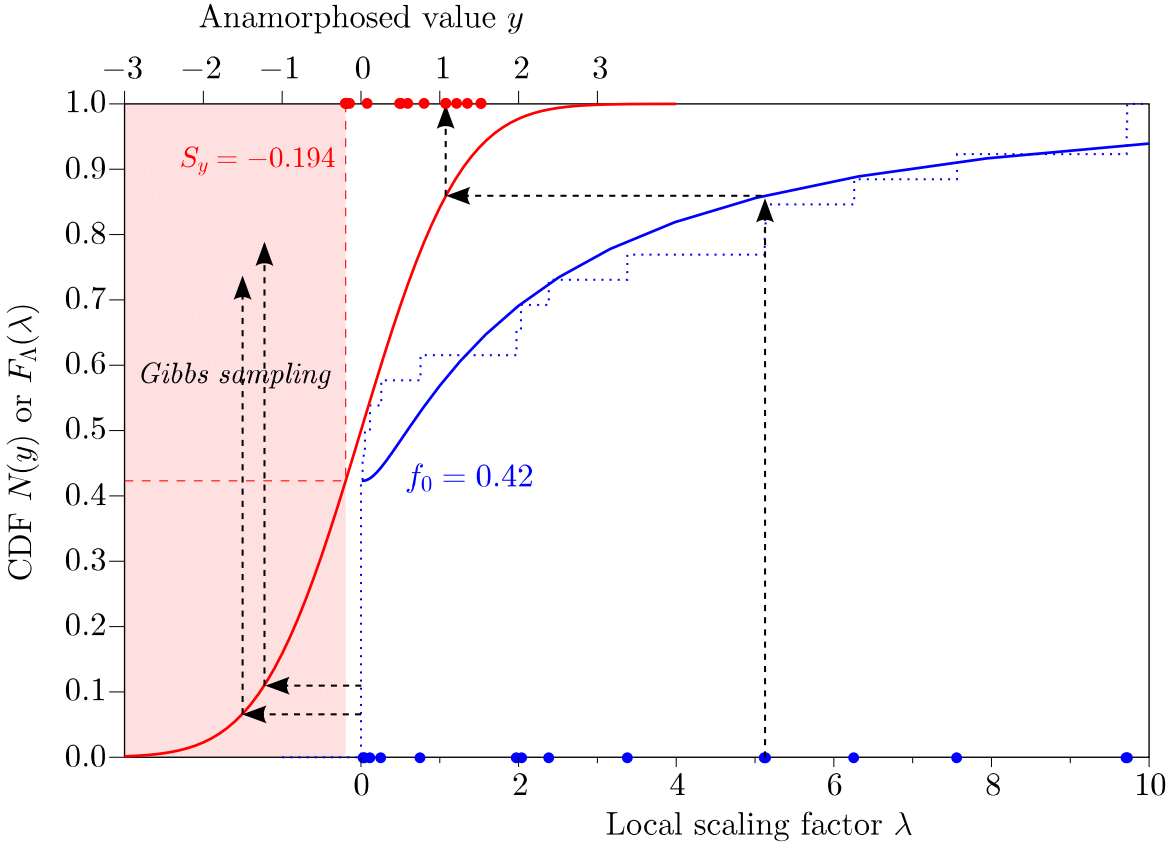


FIGURE 2 – Construction d'une anamorphose gaussienne pour le facteur d'échelle local journalier. Tout d'abord, une distribution log-normale est estimée pour la partie non-nulle du champ, en utilisant la moyenne μ_Λ et le taux d'intermittence f_0 des valeurs aux postes, ainsi que que la relation moyenne variance décrite dans la section 1.1.3 (la fonction de répartition empirique est indiquée en pointillés bleus mais n'est pas utilisée dans les calculs). Ensuite, les valeurs aux n postes pluviométriques $\lambda(\mathbf{x_1}), ..., \lambda(\mathbf{x_n})$ (points bleus) sont transformées en valeurs dans un espace gaussien, $y(\mathbf{x_1}), ..., y(\mathbf{x_n})$ (points rouges). Là où le facteur d'échelle est nul, ces valeurs sont obtenues par échantillonnage de Gibbs.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{-1}\left(\mu_{\text{SK}} + \sqrt{2}\,\sigma_{\text{SK}} u\right) e^{-u^2} du \quad \approx \quad \sum_{i=1}^{m} w_i\, \phi^{-1}\left(\mu_{\text{SK}} + \sqrt{2}\,\sigma_{\text{SK}} u_i\right)$$

où les u_i et w_i sont respectivement les abscisses et les poids de la quadrature à m points (voir e.g. Press *et al.*, 1992 pour une implémentation).

Finalement, le champ de précipitations journalier est obtenu par produit de l'ébauche et du facteur d'échelle local (voir Figure 4 pour un résumé de la procédure), et cette carte est utilisée pour calculer les moyennes spatiales sur les unités de calcul du modèle hydrologique semi-distribué (Figure 5).

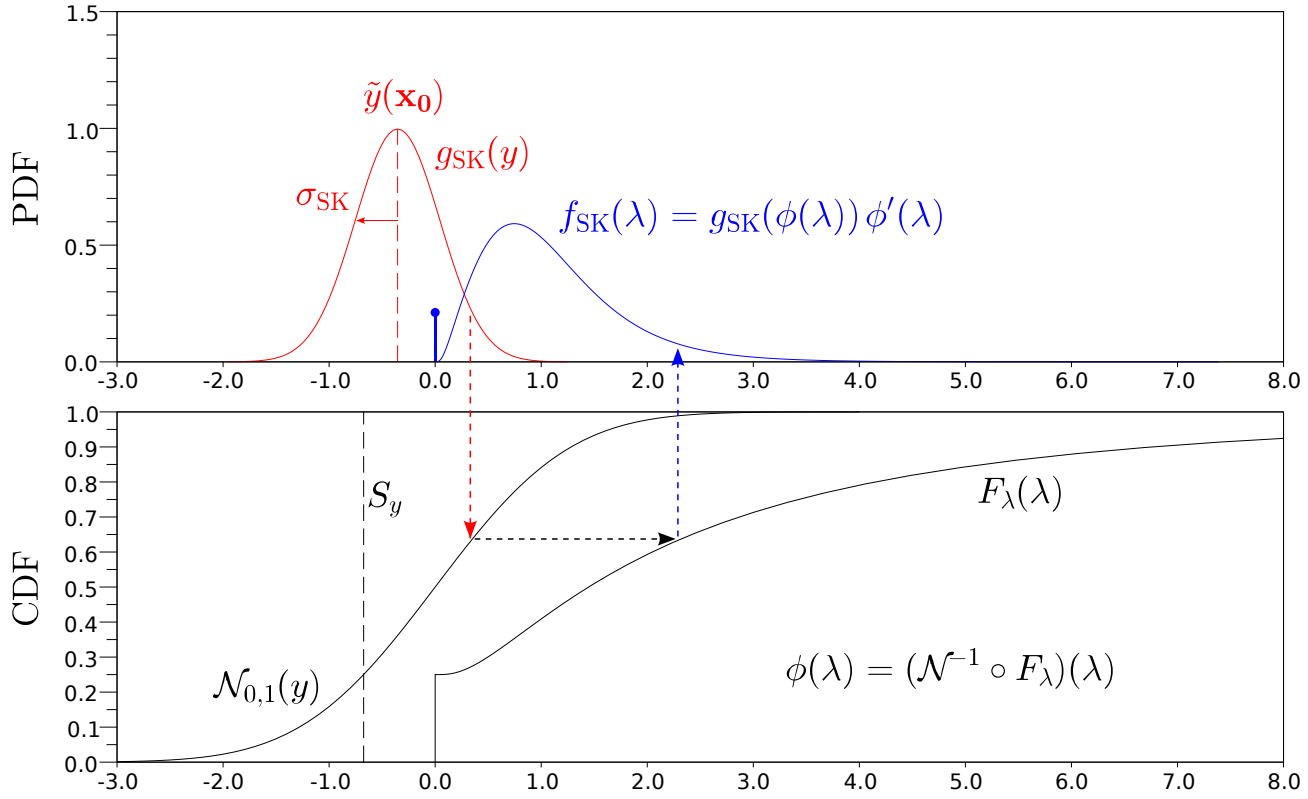
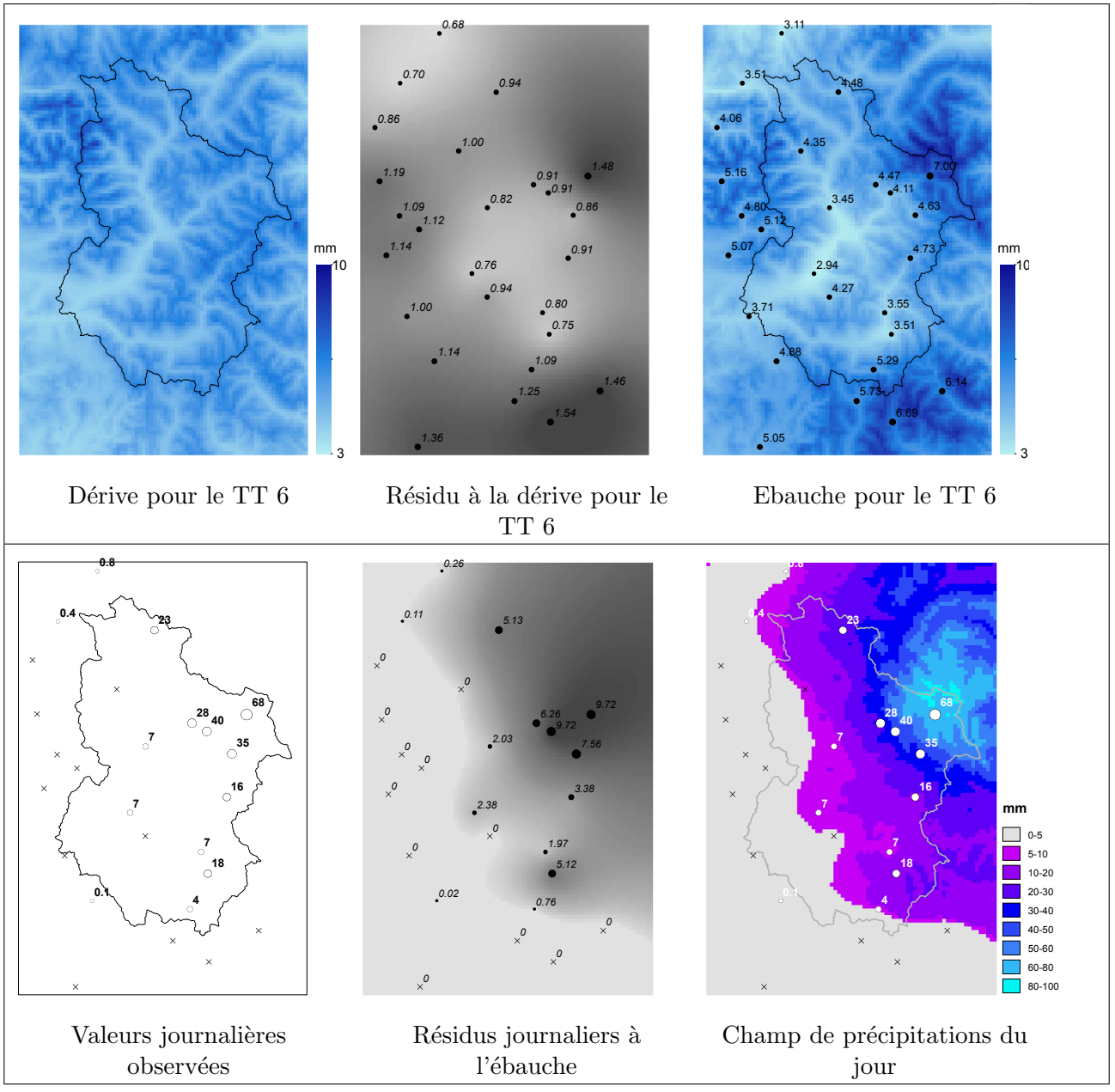


FIGURE 3 – Illustration de l'anamorphose inverse. Le krigeage simple dans l'espace gaussien conduit à la densité de probabilité $g_{\mathrm{SK}}(y)$ (en rouge) ; ce que l'on vise est une estimation du facteur d'échelle local à la position $\mathbf{x_0}$, c'est-à-dire l'espérance de la densité $f_{\mathrm{SK}}(\lambda) = g_{\mathrm{SK}}(\phi(\lambda))\phi'(\lambda)$ (en bleu, avec éventuellement un atome en zero). Etant donnée la forme de ϕ, cette espérance est évaluée par une formule de quadrature.



Dérive pour le TT 6 | Résidu à la dérive pour le TT 6 | Ebauche pour le TT 6

Valeurs journalières observées | Résidus journaliers à l'ébauche | Champ de précipitations du jour

FIGURE 4 – Construction d'un champ journalier de précipitations : exemple du 1er Mars 1993 sur le bassin versant de la Durance (appartenant au type de temps 6, Retour d'Est, dans une classification en comportant 8). La procédure consiste en cinq étapes : (i) construction de la dérive pour le type de temps considéré (haut gauche, ici avec un paramètre de hauteur caractéristique $H_6 = 3600$ m) ; (ii) krigeage sous hypothèse de log-normalité des résidus à la dérive (haut centre) ; (iii) construction de l'ébauche i.e. champ moyen pour l'ensemble des journées appartenant à la classe considérée (haut droite) ; (iv) krigeage des résidus journaliers à l'ébauche, après anamorphose, pour le jour considéré (bas centre) ; (v) obtention du champ journalier comme produit de l'ébauche et du facteur d'échelle. La taille de grille est ici de 1×1 km, et le domaine fait 80×120 km (9600 points de grilles). D'après Le Moine et al., en révision.

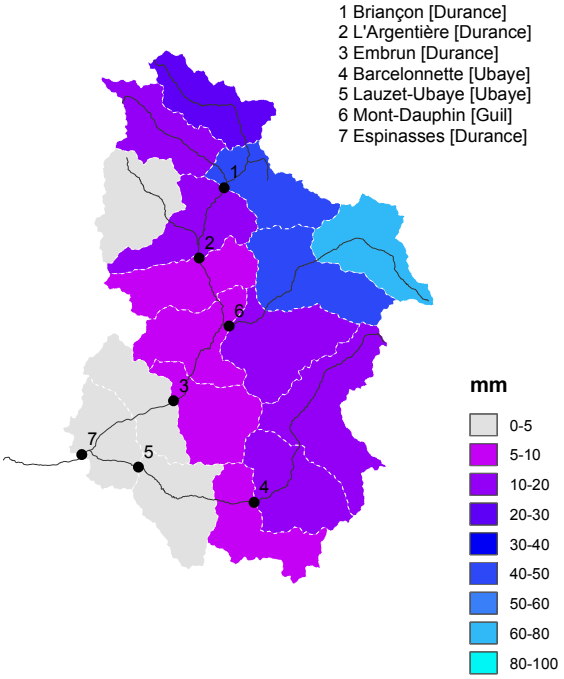


FIGURE 5 – Aggrégation spatiale des précipitations sur les entités de calcul du modèle hydrologique semi-distribué : exemple du 1st Mars 1993 sur la Durance. Les lames d'eau résultantes sont donc dépendantes du paramètre de hauteur caractéristique (ici $H_6 = 3600$ m, comme dans la Figure 4).

1.3 Modèle pour la température

Une décomposition ébauche / résidu est utilisée de façon similaire pour les champs de température. Le modèle est cependant bien plus simple et ne nécessite pas d'anamorphose, puisque la température n'est pas restreinte à des valeurs positives, ne varie pas sur plusieurs ordres de grandeur, et peut être traitée comme une variable aléatoire strictement continue (pas de composante atomique). La température moyenne du jour j à la position $\mathbf{x}$ est décomposée en une ébauche pour la classe $k = \mathrm{wp}(j)$ et une résidu journalier $\Theta(\mathbf{x}, j)$:

$$T(\mathbf{x}, j) \quad = \quad T^*_{\mathrm{wp}(j)}(\mathbf{x}) + \Theta(\mathbf{x}, j) \tag{10}$$

La valeur de l'ébauche en un point d'estimation $\mathbf{x_0}$ est comme précédemment obtenue par un krigeage avec dérive externe utilisant l'altitude comme variable auxiliaire (on effectue donc un krigeage simple des résidus à la dérive observés aux stations) :

$$T^*_k\Big(\mathbf{x_0}\big|t^*_k(\mathbf{x_1}), ..., t^*_k(\mathbf{x_n})\Big) \quad = \quad b_k - \Gamma_k \; z(\mathbf{x_0}) + \mu_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0}) + \sigma_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0})U(\mathbf{x_0}) \tag{11}$$

où Γ_k est le paramètre de gradient altitudinal ($\mathrm{K}\cdot\,\mathrm{m}^{-1}$) dans le type de temps k, et U is une variable aléatoire distribuée selon une loi normale centrée réduite. Le modèle étant cette fois strictement additif, la valeur de l'ébauche en $\mathbf{x_0}$ est simplement donnée par l'espérance :

$$\tilde{t}^*_k(\mathbf{x_0}) = \mathbb{E}\left[T^*_k\big(\mathbf{x_0}\big|t^*_k(\mathbf{x_1}), ..., t^*_k(\mathbf{x_n})\big)\right] \quad = \quad b_k - \Gamma_k \; z(\mathbf{x_0}) + \mu_{\mathrm{KED},k}(\mathbf{x_0}) \tag{12}$$

Ensuite, on construit chaque jour le champ de température par sommation de l'ébauche et d'un résidu journalier $\Theta(\mathbf{x}, j)$ obtenu par krigeage ordinaire (à moyenne inconnue) des résidus à l'ébauche observés aux stations de température : $\theta(\mathbf{x_1}, j), ..., \theta(\mathbf{x_n}, j) = t(\mathbf{x_n}, j) - t^*_k(\mathbf{x_n})$.

Précisons qu'un modèle aussi simple, même appliqué par types de temps, n'est pas capable de reproduire correctement des motifs spatiaux complexes tels que les inversions (air chaud et léger surplombant une couche froide et stable en fonds de vallées par exemple). Cependant, puisque ces inversions correspondent à des périodes de stabilité sans précipitations ou, plus souvent, à des périodes froides et de faible ensoleillement sans trop de fonte, l'impact hydrologique de la non-représentation de ces inversions n'est probablement pas très important.

Références

[1] Matheron, G. (1974), Effet proportionnel et lognormalité ou : le retour du serpent de mer, *Note Géostatistique N. 124*, Fontainebleau.

[2] Paquet, E., J. Gailhard, et R. Garçon (2006), Évolution de la méthode du gradex : approche par type de temps et modélisation hydrologique, *La Houille Blanche*, (5), 80–90, doi : 10.1051/lhb :2006091.

[3] Press, W. H., S. Teukolsky, W. Vetterling, et B. Flannery (1992), *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, second ed.

[4] Vischel, T., T. Lebel, S. Massuel, et B. Cappelaere (2009), Conditional simulation schemes of rain fields and their application to rainfall runoff modeling studies in the Sahel, *J. Hydrol.*, *90*, 90–99.

Annexe B - Fonction de Production du modèle hydrologique

La fonction de production de CEQUEAU (hors module de neige-glace) (figure 0.1) calcule le bilan hydrologique du réservoir sol (« rapide ») et du réservoir nappe (« lent ») et dont l'évolution du stock est décrite par des lois de vidanges linéaires. Ces deux réservoirs sont respectivement associés aux variables d'état de hauteur de sol H_{sol} et de hauteur de nappe H_{nap}. Tel que nous utilisons le modèle, l'évolution de ces deux variables est décrit par une équation différentielle linéaire que le module cherche à résoudre.

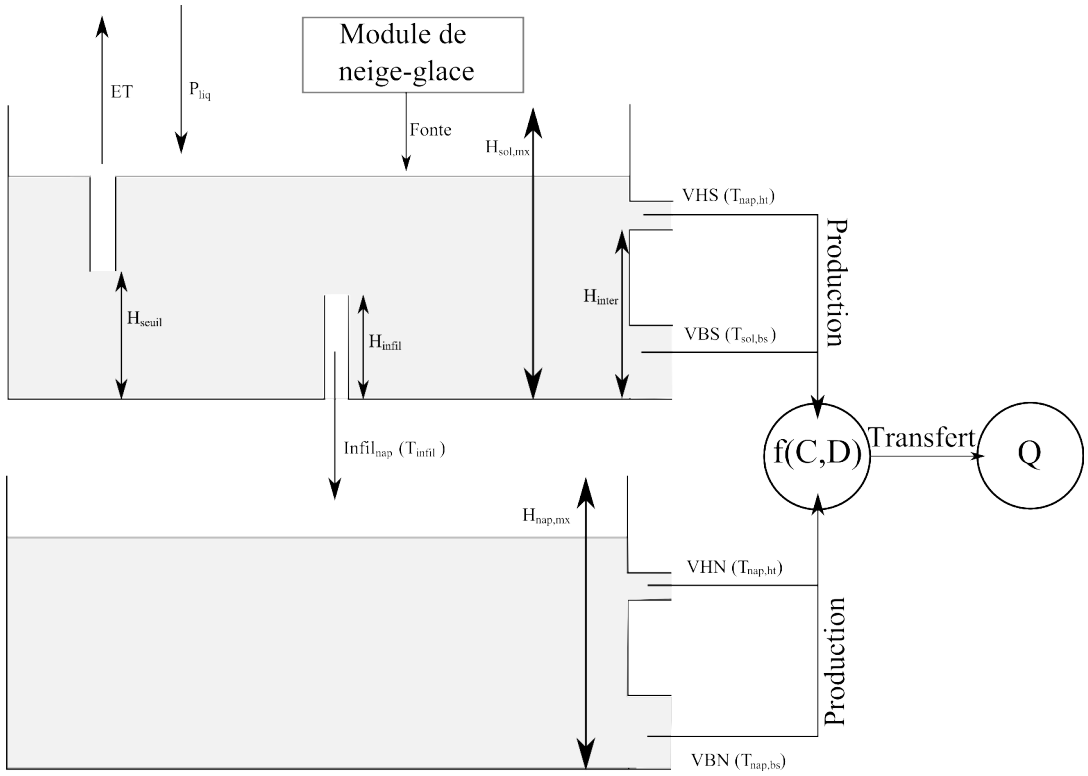


FIGURE 0.1 – Structure du modèle CEQUEAU-Alpes (hors module neige-glace) : La fonction de production calcule le bilan hydrologique des réservoirs hydrologiques de sol et de nappe basée sur le modèle de vidange de réservoirs linéaires tandis que la fonction de transfert calcule la superpostion d'ondes diffusantes des mailles de production aux points de contrôle.

Pour le sol, l'équation d'évolution de la hauteur est :

$$\begin{aligned}
\frac{dH_{sol}}{dt} = & \quad P_{liq} \\
& + Fonte \\
& - \frac{H_{sol}}{T_{sol,bs}} \\
& - \frac{u\left(H_{sol} - H_{inter}\right)\left(H_{sol} - H_{inter}\right)}{T_{sol,ht}} \\
& - \frac{u\left(H_{sol} - H_{infil}\right)\left(H_{sol} - H_{infil}\right)}{T_{infil}} \\
& - u\left(H_{sol} - H_{seuil}\right) ETP \\
& - \left[1 - u\left(H_{sol} - H_{seuil}\right)\right] ETP
\end{aligned} \tag{0.1}$$

Où u est la fonction de Heaviside tel que :

$$\begin{cases} u(x) = 1 & x > 0 \\ u(x) = 0.5 & x = 0 \\ u(x) = 0 & x < 0 \end{cases}$$

$T_{sol,bs}, T_{sol,ht}, T_{infil}, T_{nap,bs}, T_{nap,ht}$sont des paramètres de temps de vidange caractéristique des flux auxquels ils sont associés dans chacun des réservoirs et $H_{inter}, H_{infil}, H_{nap,mx}, H_{seuil}$ sont des paramètres de hauteur caractéristique associés à chacun des réservoirs tel que décrit par la figure figure \ref{Struc}. L'évolution de la hauteur de sol est ainsi fonction, à chaque pas de temps journalier, respectivement d'une vidange basse, d'une vidange haute, de l'infiltration dans la nappe, de l'évapo-transpiration, de la pluie tombant sur le sol et de la fonte. Si la hauteur de sol dépasse celle du réservoir H_{sol,mx} , la quantité corresspondante alimente directement la fonction de transfert. L'évolution de la hauteur de nappe est quant à elle, fonction d'une vidange basse, d'une vidange haute et de l'infiltration dans la nappe. L'ensemble de ces flux constitue la fonction de production du modèle hydrologique et sont déterminées à partir de la résolution de (1) et (2).

Production du réservoir de sol

L'évolution de la hauteur de sol est résolue dans un premier temps. La solution de Eq. au voisinage d'un temps $t = t_0$ s'écrit :

$$H_{sol}(t \geq t_0) = H_{SPsol}(t_0) + \left(H_{sol}(t_0) - H_{SPsol}(t_0)\right) \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_{eqsol}}\right) \tag{0.2}$$

Où H_{SPsol} est une solution particulière de (1) à $t = t_0$, et où τ_{eqsol} est un temps

de vidange caractéristique tel que :

$$\tau_{eqsol} = \left[\frac{1}{T_{sol,bs}} + \frac{u\left(H_{sol} - H_{inter}\right)}{T_{sol,ht}} + \frac{u\left(H_{sol} - H_{infil}\right)}{T_{infil}}\right]^{-1} \tag{0.3}$$

$$H_{SPsol} = \tau_{eqsol}\left[\begin{array}{r} P_{liq} \\ +Fonte \\ -u\left(H_{sol} - H_{seuil}\right)ETP \\ +\dfrac{u\left(H_{sol} - H_{inter}\right)H_{inter}}{T_{sol,ht}} \\ +\dfrac{u\left(H_{sol} - H_{infil}\right)H_{infil}}{T_{infil}} \end{array}\right] \tag{0.4}$$

La solution générale de Eq.0.1 permet ensuite de calculer les différents flux sortants du réservoir de sol : la vidange haute VHS, la vidange basse VBS, l'infiltration $Infil_{nap}$:

$$VHS(t) = VHS(t_0) + \frac{u\left(H_{sol} - H_{inter}\right)}{T_{sol,ht}}\left[\begin{array}{r} \tau_{eqsol}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{1}{\tau_{eqsol}}\right)\right)\left(H_{sol} - H_{SPsol}\right) \\ +\left(H_{SPsol} - H_{inter}\right) \end{array}\right] \tag{0.5}$$

$$VBS(t) = VBS(t_0) + \frac{1}{T_{sol,bs}}\left[\begin{array}{r} \tau_{eqsol}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{1}{\tau_{eqsol}}\right)\right)\left(H_{sol} - H_{SPsol}\right) \\ +H_{SPsol} \end{array}\right] \tag{0.6}$$

$$Infil_{nap}(t) = Infil_{nap}(t_0) + \frac{u\left(H_{sol} - H_{infil}\right)}{T_{infil}}\left[\begin{array}{r} \tau_{eqsol}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{1}{\tau_{eqsol}}\right)\right)\left(H_{sol} - H_{SPsol}\right) \\ +\left(H_{SPsol} - H_{infil}\right) \end{array}\right] \tag{0.7}$$

Production du réservoir de nappe

Pour la nappe l'équation d'évolution de la hauteur est :

$$\frac{dH_{nap}}{dt} = \begin{array}{r} Infil_{nap} \\ -\dfrac{H_{nap}}{T_{nap,bs}} \\ -\dfrac{u\left(H_{nap} - H_{nap,mx}\right)\left(H_{nap} - H_{nap,mx}\right)}{T_{nap,ht}} \end{array} \tag{0.8}$$

De même, l'évolution de la hauteur de nappe est résolue dans un second temps.

La solution de Eq.0.8 au voisinage d'un temps $t = t_0$ s'écrit :

$$H_{nap}(t \geq t_0) = H_{SPnap}(t_0) + (H_{nap}(t_0) - H_{SPnap}(t_0)) \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_{eqnap}}\right) \tag{0.9}$$

Où H_{SPnap} est une solution particulière de (2) à $t = t_0$, et où τ_{eqnap} est un temps de vidange caractéristique tel que :

$$\tau_{eqnap} = \left[\frac{1}{T_{nap,bs}} + \frac{u\,(H_{nap} - H_{nap,mx})}{T_{nap,ht}}\right] \tag{0.10}$$

$$H_{SPnap} = \tau_{eqnap}\left[Infil_{nap} + \frac{u\,(H_{nap} - H_{nap,mx})\,H_{nap,mx}}{T_{nap,ht}}\right] \tag{0.11}$$

La solution générale de (2) permet ensuite de calculer les différents flux sortants du réservoir de sol : la vidange haute VHN et la vidange basse VBN :

$$VHN(t) = VHN(t_0) + \frac{u\,(H_{nap} - H_{nap,mx})}{T_{nap,ht}}\left[\tau_{eqnap}\left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau_{eqnap}}\right)\right)(H_{nap} - H_{SPnap}) + (H_{SPnap} - H_{nap,mx})\right] \tag{0.12}$$

$$VBN(t) = VBN(t_0) + \frac{u\,(H_{nap} - H_{nap,mx})}{T_{nap,ht}}\left[\tau_{eqnap}\left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau_{eqnap}}\right)\right)(H_{nap} - H_{SPnap}) + H_{SPnap}\right] \tag{0.13}$$

Notons que pour les deux réservoirs, les lois d'évolution restent inchangées tant que le niveau du réservoir (H_{sol} ou H_{nap}) ne franchit pas un seuil (un des paramètres géométriques). Si un seuil est franchi, cela active un nouveau flux et le pas de temps journalier est découpé de manière à prendre en compte le changement infra-journalier.

Au final, 10 paramètres θ_{prod} conditionnent l'ensemble des flux sortants de production FP ($FP = VHS + VHB + VHN + VBN$), qui viennent alimenter la deuxième partie du modèle hydrogique représentée par une fonction de transfert.

Annexe C - Extraction du squelette topologique glaciaire

Afin de vérifier le modèle probabiliste des réseaux de rivières au niveau d'un domaine glaciaire, nous avons cherché à développer une méthodologie capable d'extraire le squelette topologique des glaciers, support de l'écoulement glaciaire. Deux axes d'investigation topologique ont été empruntés : la tessellation de Voronoï et la triangulation de Delaunay. Le développement de ces méthodologies n'est pas encore totalement abouti, car certains problèmes de ramifications persistent. A titre d'exemple, nous présentons la méthodologie dans le cas de la triangulation de Delaunay en figure 0.2.

La construction est la suivante :

(a) : Choix du domaine glaciaire cible dans lequel chaque glacier est identifié

(b) : Intersection des courbes de niveaux à 25 mètres avec les contours glaciaires

(c) : Conversion des courbes de niveaux en transects

(d) : Extraire le milieu de chaque transect

(e) : Triangulation des milieux et intersection

(f) : Extraire le squelette inclus dans le domaine glaciaire et respectant une condition amont-aval : tel qu'un point « haut » se dirige vers un point « bas »

A la suite de quoi, chaque extrémité avale par glacier constitue un point de raccordement avec le réseau hydrologique. Une seconde triangulation est alors nécessaire pour relier les points de raccordement au réseau hydrographique.

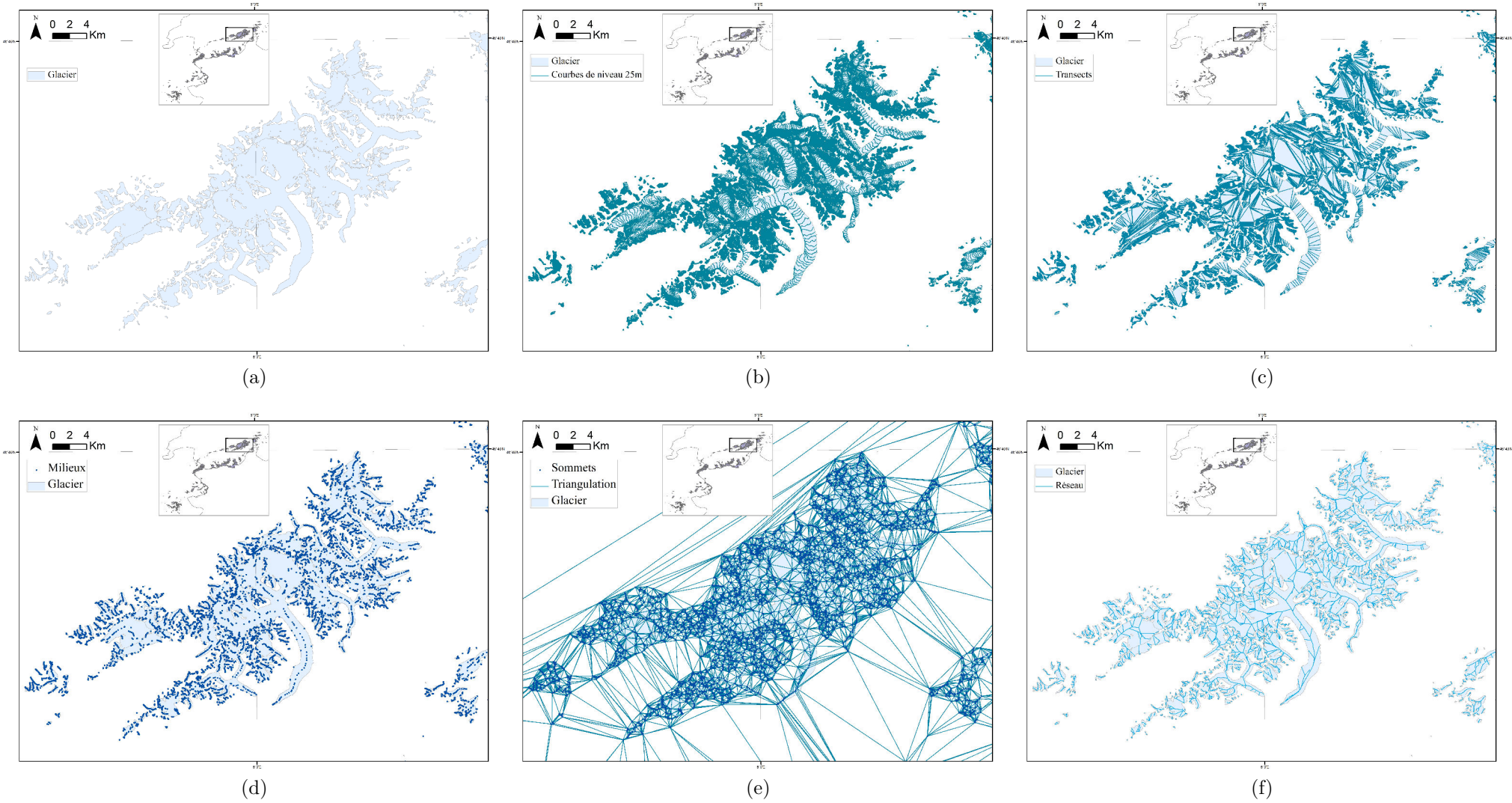


FIGURE 0.2 – Méthodologie d'extraction du squelette topologique glaciaire par la triangulation de Delaunay.

Annexe D - Liste des symboles

Tableau 0.1 – Liste des symboles par ordre d'apparition

Symbole	Nom
Q	Débit
P	Précipitations
ET	Evapotranspiration
θ_{hydro}	Paramètres hydrologiques
θ_{meteo}	Paramètres météorologiques
θ_{neige}	Paramètres du module de neige
θ_{glace}	Paramètres du module de glace
θ_{sol}	Paramètres du module de sol
θ_{nappe}	Paramètres du module de nappe
$\theta_{transfert}$	Paramètres de la fonction de transfert
P_{obs}	Jeu de précipitations observées
T_{obs}	Jeu de températures observées
P_{liq}	Précipitations sous forme de pluie
P_{sol}	Précipitations sous forme de neige
E	Evaporation
S	Sublimation
I	Infiltration
R	Rosée
R_g	Givre
SWE	Equivalent en eau du manteau neigeux
$S\downarrow$	Rayonnement de courtes longueurs d'ondes incident
i_{incid}	Angle d'incidence du rayonnement
$S\uparrow$	Rayonnement de grandes longueurs d'ondes réfléchi
α_{neige}	Albédo de surface de la neige
S_n	Rayonnement solaire net
$L\uparrow$	Rayonnement de grandes longueurs d'ondes émis
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
ε_a	Emissivité de l'air
$T_{neige,s}$	Température de la neige de surface
T_a	Température de l'air
$L\downarrow$	Rayonnement de grandes longueurs d'ondes atmosphérique
L_n	Rayonnement de grandes longueurs d'ondes net
R_n	Bilan radiatif net
LE	Flux de chaleur latente
U_{vent}	Vitesse du vent
ρ_a	Masse volumique de l'air
r_{aero}	Résistance aérodynamique de surface

Symbole	Nom
$e_{neige,s}$	Pression partielle de vapeur d'eau à la surface de la neige
e_a	Pression partielle de vapeur de l'air
L_{sub}	Chaleur latente de sublimation
H	Flux de chaleur sensible
c_a	Capacité thermique massique de l'air
G	Flux géothermique
T_{neige}	Température du manteau neigeux
φ	Flux de chaleur conductif/convectif
k_{neige}	Conductivité thermique de la neige
ρ_{neige}	Masse volumique de la neige
z_{actmax}	Epaisseur thermiquement active maximale
U	Energie interne
U_{prec}	Energie apportée des précipitations
L_f	Chaleur latente de fusion
c_{liq}	Capacité thermique massique de l'eau liquide
c_{sol}	Capacité thermique massique de l'eau solide
ρ_{eau}	Masse volumique de l'eau
F	Quantité de fonte
$\bar{\varepsilon}$	Taux de déformation
σ_{neige}	Contrainte du poids de la colonne de neige
η	Viscosité compressive de la neige
g	Accélération de la pesanteur
ρ_0	Masse volumique caractéristique d'augmentation de η avec ρ_{neige}
T_0	Température caractéristiques de la variation de η avec T_{neige}
T_{fonte}	Température de fonte
η_0	Viscosité compressive minimale de la neige
HTN	Hauteur locale du manteau neigeux
DDF_{neige}	Facteur degrés-jour pour la neige
SCF	Fraction du couvert neigeux
b	Bilan de masse local (et annuel)
B	Bilan de masse global (et annuel)
$\bar{B}$	Bilan de masse surfacique moyen (et annuel)
S_{gl}	Superficie du glacier
α_{glace}	Albédo de la glace
k_{glace}	Conductivité thermique de la glace
A	Facteur de Glen

Symbole	Nom
n	Constante de Glen
τ_{dev}	Tenseur déviatoriques des constraintes
η_{gl}	Viscosité de la glace
σ_{ij}	Contrainte local dans la glace
$\bar{\varepsilon}_{ij}$	Déformation locale dans la glace
h_{gl}	Altitude la surface du glacier
ρ_{gl}	Masse volumique de la glace
u	Déplacement local du glacier
U_{gl}	Vitesse du glacier
H_{gl}	Epaisseur du glacier
D_{gl}	Diffusivité du SIA
V_{gl}	Volume du glacier
α_b	Coefficient de la loi surface-volume
γ_b	Exposant de la loi surface-volume
S_{acc}	Superficie de la zone d'accumulation
S_{abl}	Superficie de la zone d'ablation
AAR	Accumulation-Area Ratio
P^*	Ebauche du champ de précipitations
Λ	Facteur d'échelle local du champ de précipitations
H	Echelle caractéristique d'augmentation des précipitations avec l'altitude
r	Facteur correctif du champ de précipitations
Γ	Gradient adiabatique de températures
Θ	Résidu du champ de températures
P_{BA}	Précipitations d'une bande d'altitude
z_{BA}	Altitude médiane d'une bande d'altitude
T_{SBV}	Température moyenne d'un sous-bassin versant
θ_1	Paramètre ETP
θ_2	Paramètre ETP
Re	Rayonnement extraterrestre
T_{BA}	Température moyenne d'une bande d'altitude
t_{neige}	Âge de la neige à la surface
T_N	Température à laquelle il n'y a que de la neige
T_P	Température à laquelle il n'y a que de la pluie
$f_{liq,max}$	Fraction maximale de pluie dans P_{sol}
C_{neige}	Coefficient de sous-captation de la neige

Symbole	Nom
$\bar{f}$	Fraction moyenne du rayonnement solaire extraterrestre arrivant au sol
z_{act}	Epaisseur de la couche thermiquement active
W_{liq}	Quantité d'eau liquide dans l'épaisseur thermiquement active
f_{ret}	Saturation en eau du manteau neigeux
τ_α	Temps caractéristique de vieillissement de la neige
ρ_{min}	Masse volumique de la neige fraîche
K_{max}	Conductivité thermique maximale de la neige
I_{BA}	Lame d'eau infiltrée d'une bande d'altitude non glaciaire
S_{BA}	Surface d'une bande d'altitude
S_{SBV}	Surface d'un sous-bassin versant
w_{BA}	$=\frac{S_{BA}}{S_{SBV}}$
S_{BAG}	Surface d'une bande d'altitude glaciaire
w_{BAG}	$=\frac{S_{BAG}}{S_{SBV}}$
I_{BAG}	Lame d'eau infiltrée d'une bande d'altitude glaciaire
GCF	Fraction du couvert glaciaire
SCF_{BA}	Fraction du couvert neigeux d'une bande d'altitude
SCF_{SBV}	Fraction du couvert neigeux d'un sous-bassin versant
b_{BA}	Bilan de masse d'une bande d'altitude non glaciaire
b_{BAG}	Bilan de masse d'une bande d'altitude glaciaire
B_{SBV}	Bilan de masse global d'un sous-bassin versant
$\bar{B}_{SBV}$	Bilan de masse surfacique moyen d'un sous-bassin versant
H_{sol}	Hauteur de l'eau dans le sol
H_{nappe}	Hauteur de la nappe
Q_{prod}	Flux issus de la fonction de production
pK_i	Distance hydraulique séparant l'exutoire de la maille i de l'exutoire du bassin versant
l_i	Longueur caractéristique de la maille i
C	Célérité
D	Diffusivité
$H_{sol,mx}$	Hauteur sol max
$H_{seuil}/H_{sol,mx}$	Hauteur seuil évaporatoire / Hauteur sol max
$H_{inter}/H_{sol,mx}$	Hauteur intermédiaire / Hauteur sol max
$H_{infil}/H_{sol,mx}$	Hauteur infiltration / Hauteur sol max
$T_{sol,ht}$	Constante de vidange sol haut
$T_{sol,bs}$	Constante de vidange sol bas
T_{infil}	Constante de temps infiltration

Symbole	Nom
$H_{nap,mx}$	Hauteur max de la nappe
$T_{nap,ht}$	Constante vidange nappe haute
$T_{nap,bs}$	Constante vidange nappe basse
KGE	Critère de Kling-Gupta
r	Coefficient de corrélation
B_{ias}	Rapport entre les moyennes simulées/observées
R	Rapport entre les écart-types simulés/observés
$\bar{C}_Q$	KGE normalisé sur le débit
$\bar{C}_{SCF}$	KGE normalisé sur le couvert neigeux
$\bar{C}_{HTN}$	KGE normalisé sur les hauteurs de neige
$\bar{B}_{mas}$	Bilan de masse surfacique moyen d'un massif glaciaire
$\bar{B}_{reg}$	Bilan de masse surfacique moyen régional
$a_{gl}(z)$	Densité de probabilité de l'altitude sur l'aire du glacier
b_{acc}	Bilan de masse local en zone d'accumulation
b_{abl}	Bilan de masse local en zone d'ablation
β_{acc}	Gradient altitudinal du bilan de masse en zone d'accumulation
β_{abl}	Gradient altitudinal du bilan de masse en zone d'ablation
$h_{gl}(z)$	Fonction de répartition de l'altitude sur l'aire du glacier
H_{gl}	Hyspométrie du glacier
z_{ELA}	Altitude de la ligne d'équilibre
z_t	Altitude du front du glacier
z_m	Altitude maximale du glacier
τ_{glj}	Temps de réponse volumique du glacier au climat
τ_{glh}	Temps de réponse volumique du glacier au climat
a_{ij}	j-ème ordre statistique des aires drainées à l'altitude z_i de la courbe de niveau i
a_0	Seuil d'extraction des aires drainées
β	Exposant de la loi de Rodriguez-Iturbe et al. 1992
k	Coefficient de la loi de Rodriguez-Iturbe et al. 1992
L	Longueur longitudinal d'un bassin versant
a_c	Aire caractéristique d'un bassin versant
$\widetilde{N}(z)$	Fonction de concentration des drains
$\widetilde{A}(z)$	Courbe hypsométrique chenalisée
$H(d)$	Courbe hypsométrique
$N(d)$	Fonction largeur
$A(d)$	Fonction aire

Symbole	Nom
$\hat{H}(z)$	Courbe hypsométrique au-dessus d'une courbe de niveau
d	Distance hydraulique à l'exutoire
p	densité de probabilité
$\mathbb{P}$	Probabilité d'excédence
τ	Paramètre invariant d'échelle du modèle
f	densité de la fonction scalante
F	fonction scalante
θ	Facteur d'échelle
B	Constante de normalisation
B_∞	Intégrale constante dans la décomposition de B
ξ	$\frac{a}{\theta}$
δ	Facteur d'ajustement
τ_{reg}	Paramètre invariant d'échelle régional
S	Critère de qualité pour le data collapse
$\hat{Y}$	Position sur la master curve
$d\hat{Y}$	Incertitude sur la master curve
$K_{xx}, K_y, K_{xy}, \Delta, w_l$	Paramètres du modèle d'incertitude