



SPIM

Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Étude de l'échauffement de la caténaire lors du captage à l'arrêt

Développement d'un outil informatique

■ THOMAS BAUSSERON

SPIM

Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

N° 0 0 0

THÈSE présentée par

THOMAS BAUSSERON

pour obtenir le

Grade de Docteur de
l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Énergétique**

Étude de l'échauffement de la caténaire lors du captage à l'arrêt

Développement d'un outil informatique

Unité de Recherche :
Femto-ST Energie

Soutenue publiquement le 03 décembre 2014 devant le Jury composé de :

PR. Y. BERTIN	Rapporteur	Université de Poitiers
PR P. LAGONOTTE	Président	Université de Poitiers
PR. M. SIROUX	Rapporteur	INSA Strasbourg
MCF P. BAUCOUR	Examineur	Université de Franche-Comté
PR D. CHAMAGNE	Directeur	Université de Franche-Comté
MCF HDR R. GLISES	Co-directeur	Université de Franche-Comté
M. S.VERSHELDE	Examineur	SNCF - ingénieur d'études

REMERCIEMENTS

Ce travail est issu de la collaboration entre le laboratoire FEMTO-ST de l'Université de Franche-Comté et la Direction de l'Ingénierie de la SNCF. J'ai donc eu la chance de travailler avec un encadrement mixte, universitaire et industriel, respectivement au sein du département ENERGIE du laboratoire et du pôle Conception et Expertise Caténaïres (CES) de l'entreprise.

Je tiens à remercier les deux équipes ayant encadré le travail, et notamment Didier Chagnagne Professeur à l'Université de Franche-Comté et co-directeur de la thèse et Sylvain Verschelde Ingénieur à la SNCF et responsable du projet de recherche. Leurs compétences respectives ont permis de tenir le planning fixé en début de projet tout en travaillant dans une ambiance conviviale et détendue. Côté universitaire j'ai eu la chance de travailler avec Philippe Baucour Maître de conférence et Raynal Glises Maître de conférence HDR respectivement encadrant et co-directeur de la thèse. Philippe Baucour a grandement participé à l'élaboration de l'outil de simulation et son enthousiasme, son imagination et ses aptitudes en analyse numérique ont été de vrais moteurs pour la thèse. Les discussions scientifiques avec Raynal Glises ont été d'importantes sources d'inspiration et sa disponibilité lors de la rédaction a permis de terminer ce manuscrit à temps. Côté SNCF, l'implication de Stéphane Avronsart et Julien Pouget dans le projet de recherche et leur constante remise en question des résultats ont permis d'améliorer continuellement le travail. Ces personnes ont toutes participé de près aux travaux de recherche qui n'auraient pas aboutis sans elles et c'est pourquoi je les remercie sincèrement et espère pouvoir travailler avec eux dans le futur.

Dans le cadre de la thèse j'ai eu l'occasion d'encadrer deux stages. Le premier, avec Florian Ligonesche, a abouti à une solution technique qui fût proposée à la SNCF et qui est en cours de dépôt dans le cadre d'un brevet et le second, avec Mehrez Aiane, a ouvert la voie à une nouvelle thèse. Je les remercie tous deux pour leur investissement et le plaisir que nous avons eu à travailler ensemble. A ce propos je souhaite encourager Nicolas Delcey le doctorant reprenant les travaux de Mehrez Aiane et espère que la thèse lui apportera autant qu'elle m'a apporté.

Je remercie toutes les personnes du département ENERGIE du laboratoire FEMTO-ST car elles m'ont toutes aidé à un moment. L'ambiance de travail y est exceptionnelle et le mélange des différentes spécialités qui se côtoient au sein du laboratoire est une véritable richesse. Je remercie particulièrement Isabelle Christen qui m'a très souvent aidé et qui n'a jamais perdu patience. La thèse m'a aussi amené à travailler avec l'Agence d'Essai Ferroviaire et je tiens à remercier Pascal Pierlot, Saïd Aboudrar et Camil Grimaud pour leur sympathie et la richesse de nos échanges.

Finalement, toute ma gratitude va à ma famille, le soutien de ma mère et de mon beau père ainsi que celui de mes sœurs et de ma compagne sans qui je n'aurai probablement pas tenu ces trois années riches d'expériences et éprouvantes moralement. En écrivant ces lignes j'ai naturellement une pensée pour mon père.

Je les remercie tous du fond du cœur et leur dédie ce travail car ils ont cru en moi.

SOMMAIRE

Nomenclature	10
Introduction générale	15
1 Contexte et objectifs de la thèse	19
1.1 Le captage à l'arrêt	19
1.1.1 Description du système pantographe-caténaire	19
1.1.1.1 La caténaire	19
1.1.1.2 Le fil de contact	19
1.1.1.3 Le pantographe	21
1.1.1.4 La bande de captage	21
1.1.1.5 Alimentation du train : le captage à l'arrêt	22
1.1.2 Contexte académique	23
1.1.2.1 Études électriques du contact pantographe/caténaire	23
1.1.2.2 Études mécaniques du système pantographe/caténaire	26
1.1.2.3 Études thermiques de la caténaire	27
1.1.2.4 Étude des incidents en captage à l'arrêt	29
1.1.3 Présentation du problème	32
1.2 Problématique physique	33
1.2.1 Phénomènes physiques au sein du système	33
1.2.1.1 Répartition du courant électrique	33
1.2.1.2 Production de chaleur	34
1.2.1.3 Échanges et bilans thermiques	35
1.2.2 Contact thermoélectrique imparfait	39
1.2.2.1 Résistance thermique de contact	39
1.2.2.2 Résistance électrique de contact	40
1.2.3 Méthodes de modélisation	44
1.2.3.1 Méthode analytique	44
1.2.3.2 Méthodes numériques	44
1.2.3.3 Résolutions explicite et implicite	45

1.2.3.4	Couplages faible/fort	46
1.3	Cahier des charges et objectifs de l'outil	46
1.3.1	Données d'entrée	46
1.3.1.1	Principes généraux	46
1.3.2	Données de sortie	48
1.3.3	Modélisation	49
1.4	Conclusion	49
2	Modèle numérique multiphysique	51
2.1	Architecture du modèle numérique	52
2.1.1	Principe de fonctionnement du modèle thermoélectrique	52
2.1.1.1	Entrées et sorties du modèle	52
2.1.1.2	Architecture du modèle	52
2.1.2	Discrétisation du système pantographe-caténaire	56
2.1.2.1	Maillage 1D du fil	56
2.1.2.2	Maillage 2D du fil	58
2.1.2.3	Maillage 2D de la bande	61
2.1.2.4	Discrétisation temporelle	64
2.2	Modélisation électrique du système	64
2.2.1	Calcul de la répartition du courant électrique dans le fil de contact lors du captage à l'arrêt	65
2.2.1.1	Loi générale de répartition du courant dans un corps conducteur adaptée à la méthode des différences finies pour le fil	65
2.2.1.2	Cas particulier du centre	66
2.2.1.3	Conditions aux limites : points en contact avec l'air	69
2.2.1.4	Conditions aux limites : points en contact avec la bande	71
2.2.2	Calcul de la répartition du courant électrique dans la bande de cap- tage lors du captage à l'arrêt	71
2.2.2.1	Loi générale de répartition du courant dans un corps conducteur adaptée à la méthode des différences finies pour la bande	71
2.2.2.2	Conditions aux limites : points en contact avec l'air	73
2.2.2.3	Conditions aux limites : point en contact avec le fil	75
2.2.2.4	Conditions aux limites : sortie du courant électrique	75
2.2.3	Production de chaleur interne issue du modèle électrique	76
2.2.3.1	Production de chaleur interne : pertes par effet Joule	76

2.2.3.2	Calcul des champs électriques	76
2.3	Études thermiques préliminaires	77
2.3.1	Analyse des phénomènes thermiques au sein du le fil de contact	77
2.3.1.1	Coefficient d'échanges convectifs	77
2.3.1.2	Caractérisation des échanges thermiques	79
2.3.2	Analyse des phénomènes thermiques au sein de la bande de cap- tage	80
2.3.2.1	Coefficients d'échanges convectifs	80
2.3.2.2	Caractérisation des échanges thermiques	83
2.4	Modélisation thermique 1D du fil de contact	86
2.4.1	Description des phénomènes physiques	86
2.4.2	Modèle analytique	86
2.4.3	Équation de la chaleur adaptée à la méthode des différences finies en monodimensionnel	88
2.4.3.1	Cas général	88
2.4.3.2	Cas particulier de la zone de contact	89
2.4.3.3	Conditions aux limites	89
2.4.3.4	Détermination du coefficient d'échanges	90
2.5	Modélisations thermiques 2D du fil et de la bande	91
2.5.1	Fil de contact : équation de la chaleur adaptée à la méthode des différences finies en bidimensionnel polaire	91
2.5.1.1	Cas général à l'intérieur du fil	91
2.5.1.2	Cas particulier du centre du fil	93
2.5.1.3	Conditions aux limites des points en contact avec l'air	94
2.5.1.4	Conditions aux limites des points en contact avec la bande	96
2.5.2	Bande de captage : équation de la chaleur adaptée à la méthode des différences finies en bidimensionnel cartésien	97
2.5.2.1	Cas général à l'intérieur de la bande	97
2.5.2.2	Conditions aux limites des points en contact avec l'air	99
2.5.2.3	Conditions aux limites du point en contact avec le fil	101
2.6	Production de chaleur à l'interface	102
2.6.1	Pertes par effet Joule au contact	102
2.6.1.1	Résistance électrique de contact	102
2.6.1.2	Production de chaleur issue de l'effet Joule	103
2.6.2	Répartition de la chaleur produite à l'interface	103
2.6.2.1	Principe de partage de la chaleur produite à l'interface	103

2.6.2.2	Notions de contacts secs et lubrifiés	104
2.6.2.3	Répartition de la chaleur en fonction du contact	104
3	Caractérisation du contact statique	111
3.1	Banc d'essai de captage à l'arrêt	112
3.1.1	Présentation	112
3.1.1.1	Objectifs des essais expérimentaux	112
3.1.1.2	L'Agence d'Essai Ferroviaire	112
3.1.2	Le banc d'essais de captage à l'arrêt	113
3.1.2.1	Description du banc d'essais	113
3.1.2.2	Fonctionnement du banc d'essais	114
3.2	Méthodologie expérimentale	115
3.2.1	Essais mécaniques : détermination de la surface réelle de contact	115
3.2.1.1	Méthode	115
3.2.1.2	Plan d'expériences	117
3.2.2	Essais thermiques : évaluation de la résistance thermique de contact	119
3.2.2.1	Méthode	119
3.2.2.2	Plan d'expériences	124
3.2.3	Essais électrothermiques : références expérimentales pour la validation du modèle	125
3.2.3.1	Méthode	125
3.2.3.2	Plan d'expériences	126
3.3	Détermination de la surface réelle de contact	127
3.3.1	Surface réelle en fonction des états d'usure du fil de contact et de la bande de captage	127
3.3.2	Surface réelle en fonction de la force de contact	130
3.4	Évaluation de la résistance thermique de contact	132
3.4.1	Résistance thermique de contact en fonction du matériau et de l'usure du fil de contact	132
3.4.2	Résistance thermique de contact en fonction de la force de contact	133
3.5	Résultats des essais électrothermiques	134
3.5.1	Évolution temporelle de la température du fil de contact	134
3.5.1.1	Répétabilité, différence relative entre les essais	134
3.5.1.2	Influence de la force de contact et de l'usure	136
3.5.1.3	Influence des matériaux	138

3.5.2	Évolution spatiale de la température	140
3.5.2.1	En fonction du temps	140
3.5.2.2	En fonction de la force et de l'usure	140
3.5.3	Traitement des données	141
3.5.3.1	Position réelle du contact	141
3.5.3.2	Correction spatiale des données expérimentales	142
4	Résultats et validation de la modélisation	147
4.1	Mise en œuvre	148
4.1.1	Langage informatique modélisation	148
4.1.1.1	Python, langage orienté objet	148
4.1.1.2	Les bibliothèques scientifiques	148
4.1.2	Pre-processing	149
4.1.2.1	Bibliothèque des matériaux	149
4.1.2.2	Bibliothèque des contacts	150
4.1.3	Algorithme	151
4.1.3.1	Maillage et discrétisation temporelle	151
4.1.3.2	Mise en œuvre des modèles	155
4.1.3.3	Boucle de résolution	158
4.1.4	Post-processing	159
4.1.4.1	Performances de l'algorithme	159
4.1.4.2	Type de sorties	161
4.2	Validation : comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation	164
4.2.1	Critères de validation de l'outil informatique	164
4.2.2	Validation du modèle du fil de contact	164
4.2.2.1	Comparaison spatiale, validation statique du modèle 1D	164
4.2.2.2	Comparaison temporelle, validation dynamique du modèle 1D	166
4.2.2.3	Résultats de la modélisation complète du fil de contact	168
4.2.3	Respect du cahier des charges	174
	Conclusion et perspectives	179
	Bibliographie	181

NOMENCLATURE

Abréviations

Bi	nombre de Biot	$[-]$
Gr	nombre de Grashof	$[-]$
Nu	nombre de Nusselt	$[-]$
Pr	nombre de Prandtl	$[-]$
Ra	nombre de Rayleigh	$[-]$
Re	nombre de Reynolds	$[-]$

Électrique

ρ_{el}	résistivité électrique	$[\Omega \cdot m]$
ρ_q	densité volumique de charge électrique	$[C \cdot m^{-3}]$
σ	conductivité électrique	$[\Omega^{-1} \cdot m^{-1}]$
b	coefficient de correction thermique de la résistivité électrique	$[K^{-1}]$
E	champ électrique	$[V \cdot m^{-1}]$
I et i	courant électrique	$[A]$
J	densité volumique de courant électrique	$[A \cdot m^{-3}]$
j	densité surfacique de courant électrique	$[A \cdot m^{-2}]$
R_{el}	résistance électrique	$[\Omega]$
U	champ de potentiels	$[V]$

Géométrie et discrétisation

Δr	pas radial	$[m]$
Δt	pas de temps	$[s]$
Δx	pas sur l'axe x	$[m]$
Δy	pas sur l'axe y	$[m]$
Δz	pas sur l'axe z	$[m]$
$\Delta \theta$	pas angulaire	$[rad]$
θ	angle et axe angulaire	$[rad]$
A	section	$[m^2]$
d	diamètre	$[m]$

H	hauteur et dernier point sur la hauteur	[m]
h	situation sur la hauteur	[m]
L	longueur et dernier point sur l'axe longitudinal	[m]
l	largeur et situation longitudinale	[m]
L_{car}	longueur caractéristique	[m]
M	dernier points sur l'axe radial	[-]
m	situation radiale	[-]
N	dernier point sur l'axe angulaire	[-]
n	situation angulaire	[-]
p	point de maillage	[-]
r	rayon et axe radial	[m]
S	surface	[m ²]
t	temps	[s]
V	volume	[m ³]
x	axe x	[-]
y	axe y	[-]
z	axe z	[-]

Indices

0	centre
θ	angle
b	bande de captage
c	contact
ca	carbone pur
e	externe
el	électrique
f	fil de contact
h	hauteur
i	interne
imp	carbone imprégné de cuivre
int	interface
l	longueur
r	rayon
ref	référence

Mécanique

μ	viscosité dynamique	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$
ν	coefficient de Poisson	$[-]$
ρ	masse volumique	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$
E	module d'Young	$[\text{Pa}]$
F_c	force de contact	$[\text{N}]$
g	accélération de la pesanteur	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$
v	vitesse	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
p	Nombre de points	$[\text{m}]$

Thermique

α	diffusivité thermique	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$
α_{ray}	absorption	$[-]$
β	coefficient de dilatation thermique	$[\text{K}^{-1}]$
$\dot{q}$	densité volumique de flux de chaleur	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-3}]$
ϵ	effusivité thermique	$[\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1/2}]$
ϕ et φ	densité de flux de chaleur	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$
σ_{ray}	constante de Stefan-Boltzmann	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}]$
τ	coefficient de répartition	$[\%]$
Θ	échauffement	$[\text{°C ou K}]$
ϵ_{ray}	émissivité	$[-]$
c_p	chaleur spécifique massique	$[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
h	coefficient d'échanges convectifs	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}]$
k	conductivité thermique	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
P	puissance	$[\text{W}]$
P_{cond}	puissance échangée par conduction	$[\text{W}]$
P_{conv}	puissance échangée par convection	$[\text{W}]$
P_f	puissance de l'interface allant dans le fil	$[\text{W}]$
P_j	puissance produite par effet Joule	$[\text{W}]$
P_{ray}	puissance échangée par radiation	$[\text{W}]$
P_s	puissance stockée	$[\text{W}]$
R_t	résistance thermique	$[\text{K} \cdot \text{W}^{-1}]$
T	température	$[\text{K}]$
T_∞	température ambiante	$[\text{K}]$

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le train est un moyen de transport en commun très fiable et il n'existe pas, de nos jours, de moyen plus efficace pour alimenter électriquement les trains que le captage de courant via le contact pantographe/caténaire. Ce système nécessite une maintenance importante tant pour la caténaire que pour le pantographe. En effet, l'usure mécanique par frottement de la caténaire est une contrainte majeure dans le captage du courant en ligne lorsque le train roule. Le frottement entraîne une maintenance de la caténaire plus contraignante et plus onéreuse que celle du pantographe. De plus, la caténaire est un élément critique du système d'alimentation. De nombreux retards lui sont imputables et représentent une perte d'exploitation pour la SNCF. L'interface pantographe/caténaire était initialement un contact cuivre/cuivre, dommageable pour le fil en terme d'usure par frottement et nécessitant une lubrification supplémentaire externe au système. C'est pour cette raison qu'un changement de matériau a été opéré sur le pantographe de façon à l'user plutôt que la caténaire.

Le cuivre de la bande de captage, élément du pantographe assurant le contact, est remplacé par du carbone. Cette avancée du système s'avère concluante en ligne, l'usure par frottement du fil diminue et le contact cuivre/carbone est auto-lubrifiant. En revanche lorsque le train est à l'arrêt, un problème jusque là inexistant apparaît dans certains cas : la rupture du fil de contact due à un échauffement trop important causé par le passage du courant entre la caténaire et le pantographe. Ce type d'incidents coïncide avec le changement de matériau de la bande de captage. Le problème persiste après une nouvelle amélioration des bandes, en imprégnant le carbone de particules de cuivre ou en insérant des éléments solides en cuivre à l'intérieur du carbone. Ce type de problèmes ne semble pas soumis à une logique particulière. Les contraintes financières qu'impose la maintenance en ligne de la caténaire obligent à maintenir les bandes à base de carbone. Par contre, il est nécessaire de déterminer les cas critiques et de trouver une solution technique à l'échauffement de la caténaire lors du captage à l'arrêt.

Le captage à l'arrêt peut être décrit comme un contact électrique (alimentation du train via le contact) avec des contraintes mécaniques (force de contact pouvant varier d'un cas à l'autre) provoquant des phénomènes thermiques (diffusion de la chaleur et échanges entre les solides et l'extérieur). Ce problème multiphysique, déjà complexe, repose sur l'interface de deux solides. En physique, l'étude d'interfaces est toujours une complication car les caractéristiques de cette zone sont particulièrement interdépendantes et difficilement mesurables. Dans le domaine électrique, l'interface est caractérisée par la résistance électrique de contact qui détermine la capacité du contact à ralentir le passage du courant. D'un point de vue mécanique, c'est la surface de contact qui caractérise l'interface. Enfin, en thermique, l'interface est caractérisée par la résistance thermique de contact qui représente l'aptitude du contact à laisser passer le flux de chaleur. La compréhension de ces phénomènes multiphysiques passe donc non seulement par des phases expérimentales mais aussi par une étude théorique du système.

C'est dans ce contexte que la Direction de l'Ingénierie de la SNCF lance une série d'études expérimentales et théoriques. Des essais d'échauffement du fil de contact sont réalisés sur un banc d'essais statique dédié au captage à l'arrêt. Ces essais sont suivis d'un premier traitement de données expérimentales donnant des pistes de recherche mais ne permettant pas de conclure quant aux éléments provoquant l'échauffement de la caténaire. Les travaux de recherche réalisés dans le cadre de l'"Étude de l'échauffement du fil de contact de la caténaire lors du captage à l'arrêt - Développement d'un outil informatique" s'inscrivent dans ces études et mêlent les aspects théoriques (développement d'une modélisation du captage à l'arrêt) et expérimentaux (caractérisation du contact).

Ces travaux sont réalisés en collaboration entre la Direction de l'Ingénierie de la SNCF et le département ENERGIE du laboratoire FEMTO-ST de l'Université de Franche-Comté.

Le présent mémoire est construit en quatre chapitres :

Le premier chapitre de ce mémoire présente le contexte et les objectifs de la thèse. Il repose sur une étude bibliographique se concentrant sur la description du système pantographe/caténaire et les études réalisées. Ce chapitre présente la problématique générale. Les lois physiques de la thermique et de l'électromagnétisme sont rappelées au début de la seconde partie. Il s'agit ensuite de la première contribution de la thèse sur le sujet du captage à l'arrêt, à savoir rassembler ce qui est pertinent dans la littérature concernant les contacts électriques, mécaniques et thermiques ainsi que les méthodes de modélisation. Ce chapitre se termine par un rapide tour du cahier des charges élaboré conjointement par la SNCF et FEMTO-ST.

Le second chapitre du mémoire est dédié à la modélisation des éléments en contact lors de l'alimentation du train à l'arrêt. La modélisation complète repose sur six modèles. Trois concernent le fil de contact de la caténaire :

- un modèle thermique dynamique 1D,
- un modèle électrique statique 2D,
- un modèle thermique dynamique 2D.

Ces trois modèles sont couplés pour créer un modèle électrothermique transitoire 2,5D du fil de la caténaire, et plus particulièrement du tronçon du fil au contact du pantographe. Deux autres modèles simulent la bande de captage du pantographe :

- un modèle électrique statique 2D,
- un modèle thermique dynamique 2D.

Le couplage de ces deux modèles permet de faire la modélisation électrothermique transitoire 2D de la bande. Les modèles du fil et de la bande ainsi obtenus sont couplés via un sixième modèle :

- la résolution analytique transitoire du contact.

Le troisième chapitre est logiquement consacré à la caractérisation expérimentale du contact. L'objectif est de déterminer les caractéristiques de l'interface qui alimenteront le modèle complet du système, et notamment la résolution analytique du contact. Des protocoles expérimentaux originaux ont été mis en place pour répondre aux besoins de déterminer la surface réelle et la résistance thermique de cette zone. La résistance électrique de contact a , quant à elle, fait l'objet d'études réalisées par la SNCF bien avant le début de nos travaux. En plus de la caractérisation du contact, cette partie est l'occasion de présenter les résultats d'essais expérimentaux réalisés dans le cadre de la validation du modèle du fil de la caténaire. Ces valeurs expérimentales alimentent une base de données utilisée comme référence lors de la comparaison avec les résultats de simulation. Cette comparaison nous amène à la dernière partie de ce mémoire.

Ainsi, le dernier chapitre présente les résultats issus des travaux, tant théoriques qu'expérimentaux. La première partie présente la mise en œuvre de l'outil informatique, le développement du script du pré-processing au post-processing, et les performances de calcul de l'algorithme. La seconde partie concerne la validation du modèle du fil de contact par comparaison avec les valeurs expérimentales présentées dans le chapitre trois, avec initialement la validation spatiale suivie de la validation dynamique. Ce chapitre se conclut sur la présentation de résultats de simulation et notamment une étude paramétrique réalisée sur le modèle.

CONTEXTE ET OBJECTIFS DE LA THÈSE

1.1/ LE CAPTAGE À L'ARRÊT

1.1.1/ DESCRIPTION DU SYSTÈME PANTOGRAPHE-CATÉNAIRE

1.1.1.1/ LA CATÉNAIRE

Le terme caténaire désigne une structure mécanique alimentant en électricité les trains par voie aérienne sous une tension de 25 kV alternative ou de 1,5 kV continue sur le réseau français [1]. L'alimentation du train est appelée captage, le courant est acheminé par la caténaire vers le train depuis des sous-stations qui sont distantes de 10 à 15 km sur les réseaux 1,5 kV continu.

Les éléments qui composent la caténaire sont tous des conducteurs électriques. L'architecture de la caténaire, en particulier pour le transport de l'énergie sous un potentiel de 1,5 kV, est en général constituée d'un porteur principal, d'un porteur auxiliaire en cuivre et d'un ou deux fils de contact en cuivre, pur ou allié.

Le ou les fils de contact sont reliés au porteur auxiliaire par l'intermédiaire de pendules. Ces derniers sont fixés sur le fil de contact grâce à un système d'accroche communément appelé griffe. La caténaire est retenue au poteau (ou support) via le bras de rappel et l'antibalançant. Le porteur principal quant à lui est suspendu à la console. La console et l'antibalançant sont fixés au poteau et sont isolés électriquement de la caténaire par des isolateurs (fig. 1.1).

1.1.1.2/ LE FIL DE CONTACT

Dans l'ensemble caténaire nous nous intéresserons plus particulièrement au fil de contact. Il s'agit d'un conducteur nu, historiquement en cuivre pur ou en alliage à base de cuivre, de 107 ou 150 mm² sillonné en deux endroits de la partie haute (appelée tête) de façon à être suspendu par les pendules grâce aux griffes (fig. 1.2.a). Pour limiter l'usure ponctuelle par frottement du pantographe, la caténaire est installée en "Z" de façon à éviter d'avoir un tronçon de fil de contact droit par rapport au pantographe. Lorsque le train est en mouvement le contact glissant entre le pantographe et le fil de la caténaire est oscillant. Le zig-zag, ou désaxement, est assuré par les bras de rappel placés en

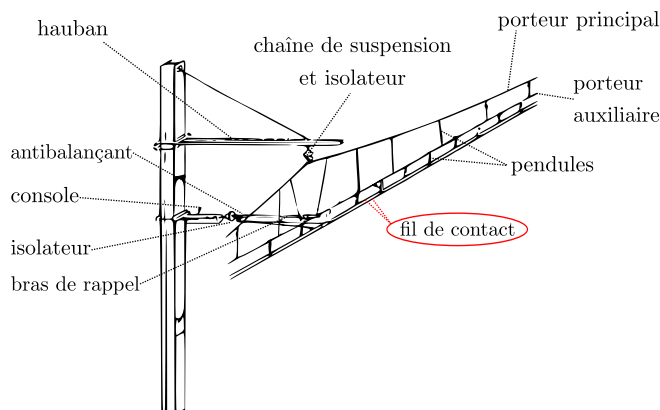


FIGURE 1.1 – Schéma descriptif du système caténaire avec porteur principal et porteur auxiliaire sur un réseau 1,5 kV

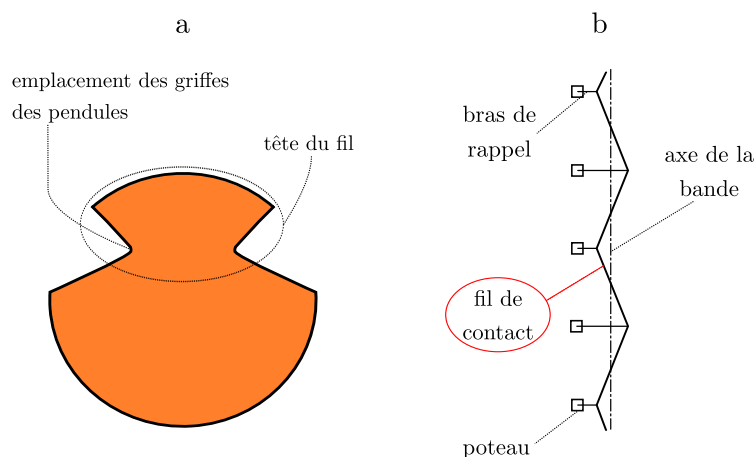


FIGURE 1.2 – Schéma descriptif du fil de contact de la caténaire, (a) vue en coupe radiale d'un fil neuf de 107 mm^2 , (b) position axiale de la caténaire vue du dessus

quinconce et qui ont pour but de tendre le fil et d'y appliquer une force contraire à celle qu'applique la caténaire sur la console (fig. 1.2.b).

Le système peut comporter un ou deux fils de contact, la configuration mono ou bifilaire est justifiée par les appels de courant électrique nécessaires en fonction de la circulation sur certains tronçons.

De nouvelles nuances de cuivre allié à base d'étain et de magnésium ont été mises au point [2]. Ces nouveaux alliages ont été créés afin de répondre à une interdiction de poser du cuivre allié au cadmium pour des raisons écologiques, et à l'augmentation de la tension mécanique en service pour les lignes grandes vitesses (LGV) qui demandent une résistance mécanique accrue.

Il y a donc aujourd'hui plusieurs types de fils qui co-existent sur le réseau français. Pour les reconnaître un système d'identification a été mis au point, il consiste en un nombre défini de rainures sur la tête du fil en fonction du matériau (fig. 1.3) :

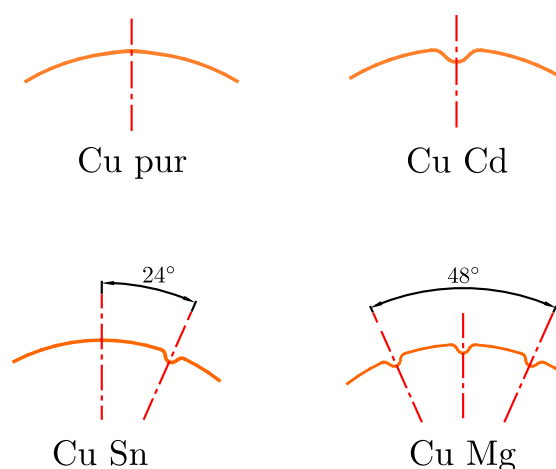


FIGURE 1.3 – Schéma de principe du système d'identification des différents fils de contact de la caténaire pour les matériaux les plus répandus

- Cuivre pur (Cu pur), aucune rainure.
- Cuivre allié au cadmium, qui tend à disparaître (Cu Cd), une rainure en haut de la tête.
- Cuivre allié à l'étain (Cu Sn), une rainure décalée de 24°.
- Cuivre allié au magnésium (Cu Mg), trois rainures.

1.1.1.3/ LE PANTOGRAPHE

Le pantographe est un bras articulé fixé sur le toit des locomotives électriques par des isolateurs. Il permet d'alimenter électriquement les trains à l'aide d'un contact par frottement glissant avec la caténaire.

Le pantographe est composé de deux parties, le cadre inférieur et le bras supérieur, jointes par une articulation. Le contact avec la caténaire se fait via la partie haute du pantographe appelée archet et plus particulièrement par les bandes de captage (fig. 1.4). Les bandes peuvent être en cuivre, en carbone ou usinées, c'est à dire en carbone imprégné de cuivre ou avec des éléments en cuivre insérés à l'intérieur.

Le contact entre la bande de captage et le fil de contact est toujours maintenu par un système annexe contrôlant la pression sur la caténaire, soit des vérins pneumatiques, soit un moteur électrique. L'ensemble est équilibré par des éléments appelés boîtes à ressorts.

1.1.1.4/ LA BANDE DE CAPTAGE

L'élément du pantographe essentiel à notre étude est la bande de captage. La bande est fixée à une structure métallique appelée palette. Les archets peuvent être bi-palette, c'est à dire équipés de deux bandes de captage. Pour le consolider l'archet est muni d'un élément central métallique, la traverse.

Plusieurs technologies sont utilisées sur le réseau français mais aujourd'hui les bandes en cuivre sont remplacées par des bandes à base de carbone (fig. 1.5). Ce changement

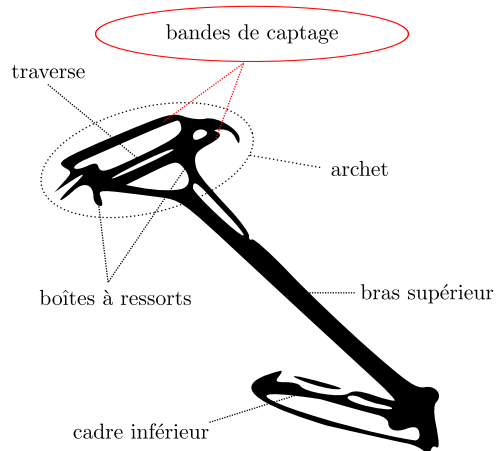


FIGURE 1.4 – Schéma descriptif d'un pantographe à deux bandes de captage

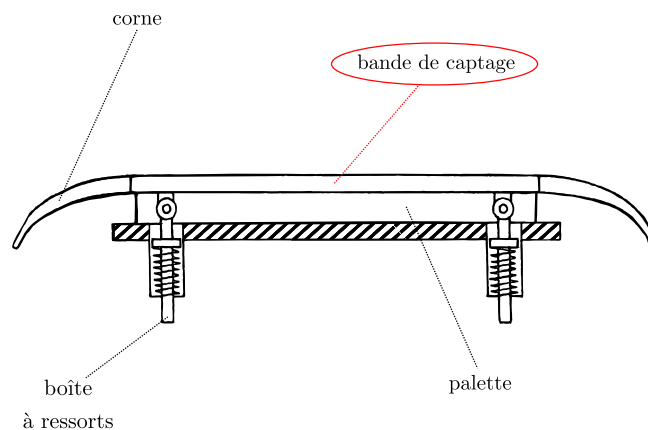


FIGURE 1.5 – Schéma descriptif d'un archet de pantographe vue en coupe

de matériel fait suite à une volonté de réduire l'usure mécanique du fil de contact lorsque le train roule [3]. Pour des raisons pratiques et financières il est préférable de réaliser la maintenance sur le pantographe plutôt que sur la caténaire.

Les dénominations de bandes utilisées dans la suite sont :

- carbone pur (Ca pur)
- carbone imprégnée de cuivre (Ca imp.)
- carbone avec éléments de cuivre plein inséré à l'intérieur (Ca avec insert)

1.1.1.5/ ALIMENTATION DU TRAIN : LE CAPTAGE À L'ARRÊT

Le captage à l'arrêt est l'alimentation du train via le contact pantographe/caténaire lorsque le train est à l'arrêt (fig. 1.6). Ce cas de figure se présente lors du préconditionnement des rames ou lors d'arrêts prolongés, à cause d'incidents sur la voie par exemple. Pendant le préconditionnement le train est alimenté par un profil de courant prédéfini. On estime que le cas le plus défavorable est le préconditionnement tardif des rames dont le profil est présenté figure 1.7. C'est ce dernier profil qui sera utilisé lors des études à venir car

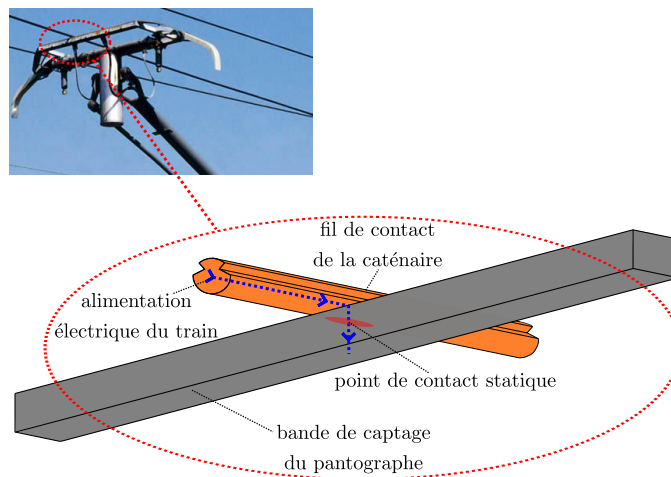


FIGURE 1.6 – Captage à l'arrêt, contact électrique entre le fil de contact de la caténaire et la bande de captage du pantographe permettant l'alimentation du train en énergie lorsqu'il est à l'arrêt.

il est considéré comme dimensionnant par l'Agence d'Essai Ferroviaire (appelée AEF).

Le captage à l'arrêt pose plusieurs problèmes majeurs. Le train étant statique il n'y a pas la source de chaleur due au frottement que l'on retrouve lorsque le train roule [4]. En revanche, la chaleur produite par le passage du courant entre le fil de contact et la bande de captage est située sur un seul point fixe. Les températures atteintes dans le fil peuvent dépasser la limite de tenue mécanique du cuivre. En effet, le cuivre connaît un phénomène de fragilisation à chaud qui lui fait perdre soudainement sa tenue mécanique et le rend cassable s'il est soumis à une déformation [5].

Nous verrons plus tard que les incidents caténaires lors du préconditionnement des rames sont dus à la rupture du fil de contact, résultat de la fragilisation par échauffement et de la tension mécanique du fil.

1.1.2/ CONTEXTE ACADÉMIQUE

1.1.2.1/ ÉTUDES ÉLECTRIQUES DU CONTACT PANTOGRAPHE/CATÉNAIRE

Le système pantographe/caténaire est un élément clé de l'alimentation électrique du train. À ce titre il fait l'objet d'importantes campagnes d'essais et d'études électrotechniques dont une part a été menée directement par la Société National de Chemin de Fer (SNCF).

Certains des essais réalisés nous permettent de connaître le courant admissible au contact [4] ainsi que l'impact de la qualité du contact sur la captation du courant [6]. D'autres ont permis de caractériser la résistance électrique de contact en fonction de la force et de l'état d'usure des bandes et des fils [7, 8]. Des études plus récentes menées par l'AEF font le lien entre le courant électrique traversant le contact et la rupture du fil [9]. Ces travaux, en plus des relevés de courant qui ont mis en évidence les cas critiques lors du captage à l'arrêt, seront très utiles lors de cette étude.

Des études scientifiques complètent celles citées plus haut, notamment en captage

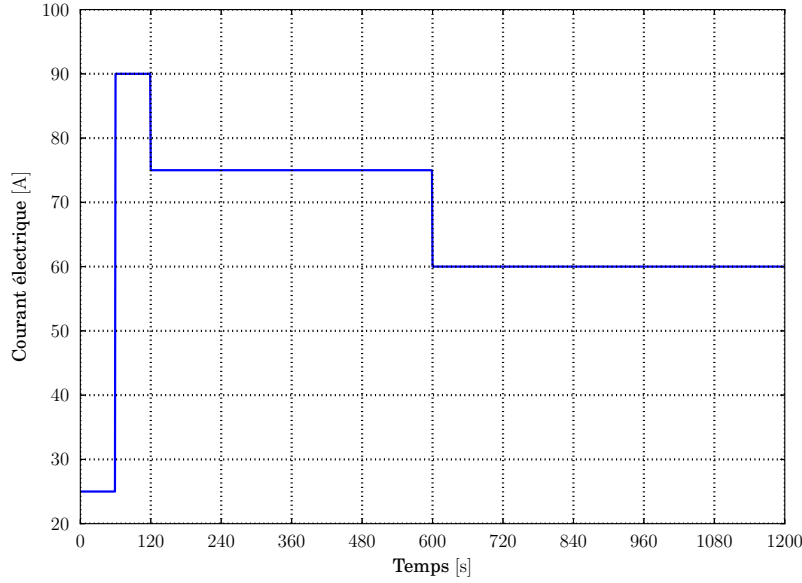


FIGURE 1.7 – Profil de courant électrique I (en ampères) utilisé par l'AEF lors des essais de conformité des bandes de captage

lorsque le train est en mouvement [6]. L'usure de la bande due aux impacts d'arcs électriques fait aussi l'objet de travaux [10]. De plus, un modèle 1D électrothermique du captage à l'arrêt a été réalisé en 2012 [11]. Cette dernière étude du contact électrique entre le pantographe et la caténaire, illustrée par la figure 1.8, donne la distribution de la température en régime permanent de chaque côté de l'interface. Le modèle s'appuie sur des résultats électriques expérimentaux, notamment la variation du gradient de potentiels U_c (fig. 1.9a) et de la production de chaleur à l'interface P_c (fig. 1.9b) en fonction du courant électrique I et de la force de contact F .

Le gradient de potentiels en fonction du courant électrique nous renseigne sur la résistance électrique de l'interface (R_{elc}) en fonction de la force de contact. Le travail réalisé lors de cette étude électrothermique du contact va jusqu'au calcul d'un coefficient de répartition de la chaleur produite à l'interface. La part β de la chaleur allant dans la bande est calculée en accord avec l'équation 1.1.

$$\beta = \frac{\pi l}{P_c} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\tan[\sqrt{m_1} \ln r_1/a]}{k_1 \sqrt{m_1}} + \frac{\tan[\sqrt{m_2} \ln r_2/a]}{k_2 \sqrt{m_2}} \right)} \dots$$

$$\dots \times \left(\frac{\Theta_2 + n_2/m_2}{\cos[\sqrt{m_2} \ln r_2/a]} - \frac{\Theta_1 + n_1/m_1}{\cos[\sqrt{m_1} \ln r_1/a]} + \frac{n_1}{m_1} - \frac{n_2}{m_2} \right) + \frac{1}{1 + \frac{k_2 \sqrt{m_2}}{k_1 \sqrt{m_1}} \cdot \frac{\tan[\sqrt{m_1} \ln r_1/a]}{\tan[\sqrt{m_2} \ln r_2/a]}} \quad (1.1)$$

avec,

P_c la production de chaleur à l'interface

m_i et n_i des constantes dépendantes des caractéristiques physiques et de la géométrie de i

k_i la conductivité thermique du solide i

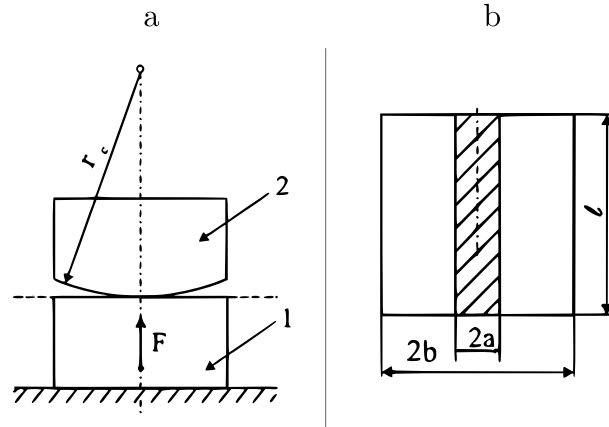


FIGURE 1.8 – Schéma du contact entre la bande de captage 1 en graphite et le fil de contact 2 en cuivre, (a) vue en coupe radiale du contact avec la force de contact F et le rayon du fil r_c (b) vue du dessus du contact avec la largeur $2a$ et la longueur l du contact [11].

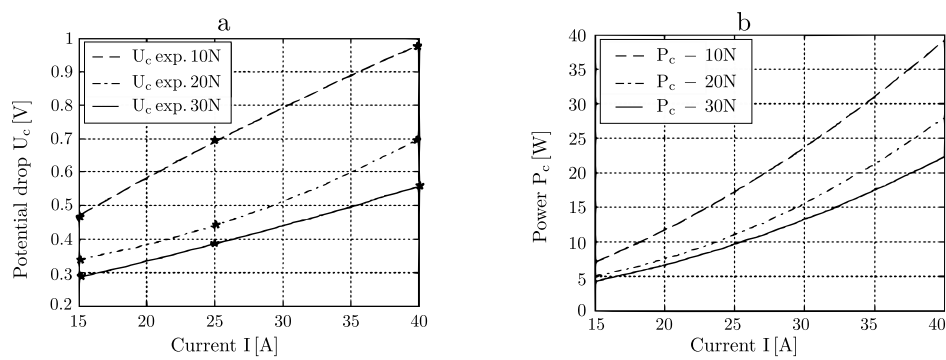


FIGURE 1.9 – Résultats expérimentaux, (a) évolution du gradient de potentiels U_c entre les deux côtés de l'interface pantographe/caténaire en fonction de la force de contact et du courant électrique (b) évolution de la production de chaleur à l'interface P_c en fonction de la force de contact et du courant électrique [11].

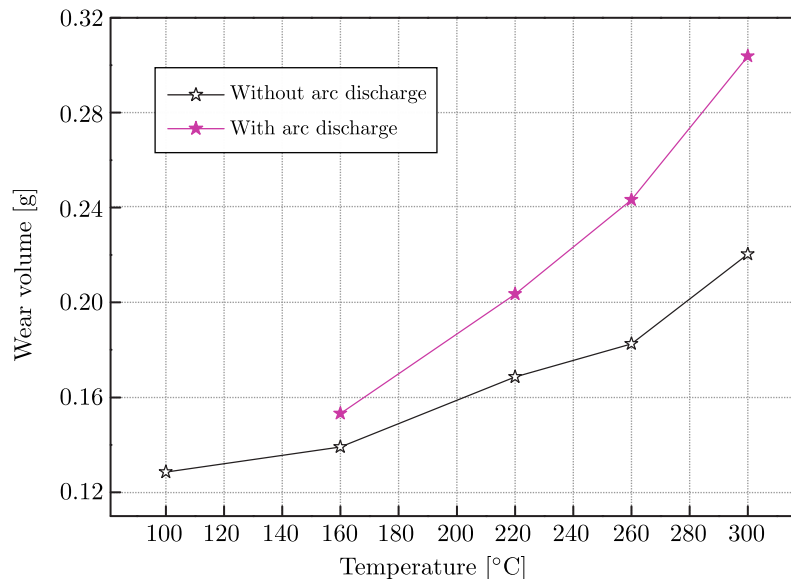


FIGURE 1.10 – Évolution de l’usure de la bande de captage en carbone lors d’un contact glissant sur 180km de distance avec le fil de la caténaire en fonction de la température avec et sans arc électrique [12].

r_1 l’épaisseur de la bande de captage

r_2 le rayon du fil de contact

Θ_i l’échauffement du solide i

1.1.2.2/ ÉTUDES MÉCANIQUES DU SYSTÈME PANTOGRAPHE/CATÉNAIRE

En raison de la nature du système pantographe/caténaire, les études mécaniques dont il fait l’objet sont courantes mais concernent surtout la dynamique. Les préoccupations principales concernent les dégradations du système ainsi que son comportement mécanique.

Nous relèverons les études sur l’usure par frottement de la bande [12] et l’impact qu’ont la température et les arcs électriques sur cette dernière (fig. 1.10) ainsi que celles ayant trait à la tenue mécanique des différents éléments en fonction du vieillissement et de la température [13, 14]. Certains travaux concernent l’interaction pantographe/caténaire [15, 16] et à la modélisation mécanique du système pantographe/caténaire [17, 18].

D’autres études sur la mécanique vibratoire du couple caténaire/pantographe lorsque le train roule [19, 20]. Certains phénomènes physiques, comme le “mur de la caténaire” [21], ne nous concernent pas au premier abord mais restent intéressants d’un point de vue général pour la compréhension du système. Ce phénomène est engendré par la vitesse du train. En effet, à un certain moment la vitesse du pantographe rattrape l’onde mécanique qui est générée par le frottement entre la bande de captage et le fil de contact de la caténaire. La vibration issue du mur de la caténaire est nuisible au captage du courant et peut détériorer gravement le système.

Ces études, bien qu'elles n'aient pas forcément de lien direct avec le captage à l'arrêt, nous intéressent car elles sont à l'origine de nombreuses améliorations du système. Notamment les études sur le frottement qui ont poussé à changer le matériau de la bande de captage. En effet, le contact cuivre-cuivre obligeait la lubrification du fil de contact pour assurer l'interface caténaire/pantographe et atténuer l'usure par frottement. Aujourd'hui les bandes de captage sont en carbone. Elles se consomment avant le fil et ne nécessitent plus l'ajout de lubrifiant.

1.1.2.3/ ÉTUDES THERMIQUES DE LA CATÉNAIRE

L'intérêt de la SNCF pour l'échauffement de la caténaire n'est pas récent. Il est donc possible de relever plusieurs travaux en lien avec notre étude. En 1965, des essais d'échauffement en extérieur ont conduit à une loi empirique utilisée pour dimensionner la caténaire. Cette loi fût ensuite améliorée par une étude physique des phénomènes d'échanges thermiques en 1990 par L. Pons [22].

Entre temps un banc d'essais dédié au captage à l'arrêt est mis en place à l'AEF, ce banc permet de vérifier la conformité des bandes de captage.

En 2008, un outil informatique de calcul de l'échauffement de la caténaire est réalisé, ERECA [23]. Cet outil a été amélioré en 2010 [24] puis en 2013, chaque amélioration est réalisée en collaboration avec le département ENERGIE du laboratoire FEMTO-ST. Il s'agit d'un programme informatique de simulation Matlab de l'échauffement du fil de contact lors du passage d'un train. Il permet de :

1. Simuler les échauffements des fils de contact en fonction d'un profil de courant théorique. Ce profil correspond au passage des trains sur une ligne. Ainsi, les températures simulées s'avèrent utiles dès qu'une augmentation du trafic devient nécessaire.
2. Reproduire des échauffements en fonction de différents profils issus de stations de mesures installées ponctuellement sur des lignes présentant des risques de surchauffe.
3. Calculer l'énergie nécessaire à la fonte de la pellicule de glace se formant sur le fil de contact de la caténaire en hiver (dégivrage).

Le programme peut être alimenté avec des enregistrements provenant de stations de mesures, comme :

- la température ambiante en degrés Celsius (thermocouples)
- la vitesse du vent en m/s (anémomètre)
- la direction du vent en degrés (girouette)
- la densité de flux solaire incident en W/m^2 (panneaux solaires)

Il utilise la méthode nodale en 1D radial pour modéliser thermiquement la structure de la plupart des conducteurs électriques composant la caténaire. Cette méthode consiste en une discrétisation en blocs isothermes centrés sur des nœuds à partir desquels on réalise un bilan thermique (eq. 1.2). Ces nœuds sont reliés entre eux par les conductances thermiques G et peuvent être connectés aux sources de chaleur P . L'étude étant en régime transitoire, les capacités thermiques C représentatives de l'énergie stockée ou déstockée par un matériau sont prises en compte. La modélisation est composée de 5 nœuds soumis chacun à des contributions thermiques particulières. Ce nombre limité de nœuds est suffisant pour l'étude car il s'agit d'un élément de petite taille en cuivre

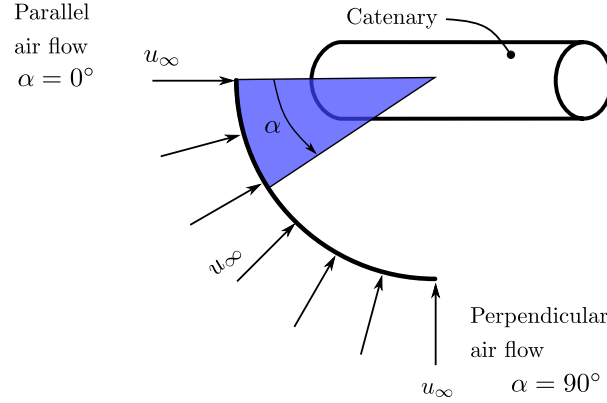


FIGURE 1.11 – Vitesse u_∞ du vent et angle incident α du flux d'air sur la caténaire lors du calcul des échanges convectifs entre le fil de contact et l'air dans le logiciel ERECA [25].

pur avec une production de chaleur interne répartie de façon homogène. Les 5 nœuds servent à dissocier les apports thermiques externes. Les nœuds situés en périphérie sont soumis à la convection et trois d'entre eux sont soumis au rayonnement solaire direct (nœuds 2, 3 et 5). Les nœuds 2 et 4 échangent par rayonnement respectivement avec les nuages et le sol via la température dite atmosphérique T_{atm} (fig. 1.12).

$$\sum_{i=1}^{i=5} G \cdot \Delta T_i + P_i = C \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad (1.2)$$

L'équation de la chaleur est utilisée pour déterminer la résistance thermique R_t au sein du conducteur dans le sens radial (eq. 1.3). Les résistances thermiques permettent de calculer les conductances G (c.à.d. $G = \frac{1}{R_t}$).

$$R_t^r = \frac{1}{k2\pi l} \times \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1.3)$$

Le calcul des échanges avec l'air se fait en fonction du régime de convection préalablement déterminé. De plus, l'angle formé par l'écoulement d'air et le fil de contact est pris en compte dans le calcul des échanges convectifs [25]. Ainsi le coefficient d'échange convectif h est déterminé en fonction de la vitesse loin de la paroi u_∞ et de l'angle α (fig. 1.11) comme le montre l'équation 1.4.

$$h(\alpha) = h(90^\circ) \cdot \sin(\alpha) + h(0^\circ) \cdot \cos(\alpha) \quad (1.4)$$

Les échanges thermiques radiatifs ainsi que le rayonnement solaire sont intégrés aux bilans. Ils sont déterminés en fonction de la nébulosité et sont attribués au fil par rapport à ses caractéristiques radiatives dépendantes de son état de surface. Par ailleurs nous verrons que les échanges radiatifs sont négligeables en ce qui concerne le fil de contact de la caténaire.

Finalement le logiciel ERECA est un outil informatique qui dispose d'une interface homme machine facilitant les entrées de données et la sortie des résultats. Il s'appuie sur une bibliothèque de matériaux pour les calculs et permet de comparer les résultats pour différentes conditions d'ambiance comme la vitesse du vent ou la température de l'air.

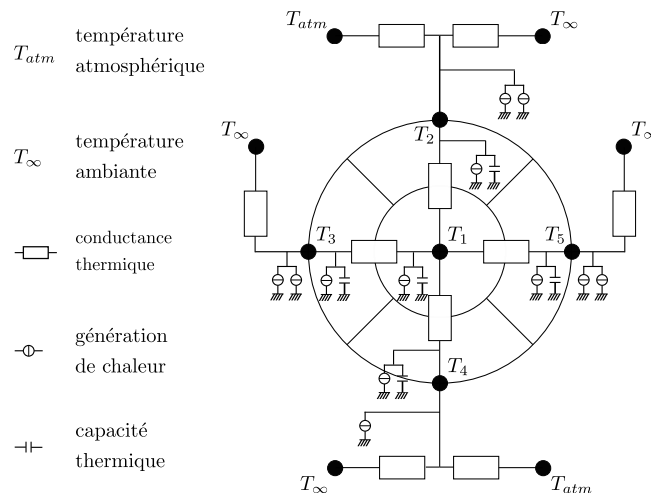


FIGURE 1.12 – Schéma de la discrétisation nodale de la dernière version de l'outil de prévision de l'échauffement de la caténaire ERECA [24].

1.1.2.4/ ÉTUDE DES INCIDENTS EN CAPTAGE À L'ARRÊT

Plusieurs ruptures de fils de contact de caténaire lors d'arrêts prolongés de rames ont conduit à des études techniques sur le captage à l'arrêt. Les résultats des expertises concluent à la rupture par striction du fil au droit du contact avec la bande de captage en raison d'un échauffement trop important. La striction est une déformation plastique irréversible caractérisée par une réduction de section. Cette déformation conduit à la rupture du solide. Dans notre cas la déformation est liée à un échauffement local important et à une traction mécanique (fig. 1.13). Ce phénomène se produit surtout lorsque le train est équipé de bandes de captage en carbone et se trouve connecté sur un réseau 1,5 kV continu. Suite à ces constatations, la SNCF déclenche une série d'essais et d'investigations scientifiques sur les différents comportements lors du captage à l'arrêt.

La première étude scientifique faisant suite à ces incidents est menée par H. Khirzada [26]. Elle a pour but de dégager les éléments responsables de l'échauffement du fil de contact lors du captage de courant électrique à l'arrêt. Il s'agit d'une étude statistique prenant comme entrée les résultats obtenus par des essais réalisés sur le banc de captage à l'arrêt de l'AEF (fig. 1.14). La méthode d'Analyse en Composantes Principales (ou ACP) est utilisée afin de déterminer les variables qui influencent l'échauffement du fil de contact. Elle permet de déterminer les liens prépondérants entre chacune des variables explicatives intervenant dans le phénomène à expliquer par le biais de coefficients. Dans notre cas les variables explicatives prises en compte sont :

- l'usure de la bande de captage, neuve ou usée,
- le matériau de la bande, carbone pur ou imprégné,
- l'usure du fil de contact, neuf ou usé,
- la force appliquée sur le fil par la bande, 30 ou 60 N,
- la position du fil sur la bande, centre ou ± 200 mm,
- l'intensité du courant électrique traversant le système ,
- la configuration, mono ou bifilaire.

Il est généralement admis que l'état de la bande, l'état du fil, la position et la configuration n'ont pas de relation entre eux. Cela nous permet de dire que le point commun entre les différentes caractéristiques devait être le gradient de température. La variable à expliquer

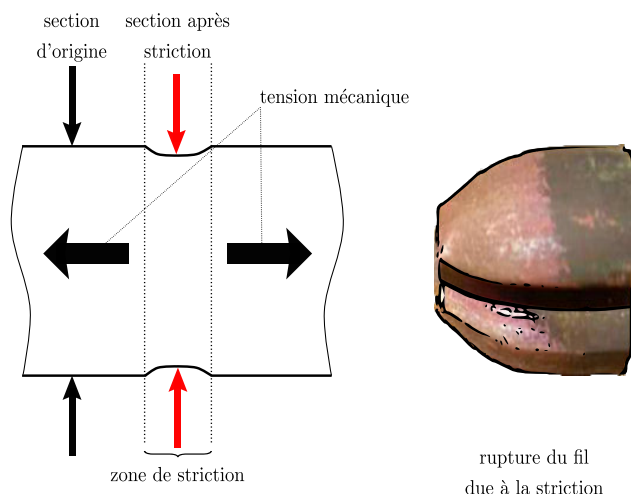


FIGURE 1.13 – Description du phénomène de striction sur un solide cylindrique et photo du résultat de la rupture du fil de contact de la caténaire causée par sa striction suite à un échauffement local important lorsqu'il est soumis à une tension mécanique.

		Monofilaire								Bifilaire							
		bande neuve				bande usée				bande neuve				bande usée			
		fil neuf		fil usé		fil neuf		fil usé		fil neuf		fil usé		fil neuf		fil usé	
		°C	mn	°C	mn	°C	mn	°C	mn	°C	mn	°C	mn	°C	mn	°C	mn
30N	Centre	113			8,58		5,96		3,45	43		107		58		115	
	+200	69			3,88	111			8,20	31	125	6,82	42	53	73	86	125
	-200						6,88		5,28					47	125	4,96	97
60N	Centre	112		113			5,56		6,15	49		81		50		97	
	+200	80		116		114		119		44		42		81		86	
	-200					100			9,92					79		113	

pas de dépassement de température ($T < 120^{\circ}\text{C}$)

dépassement de température avant 20 minutes

X

dépassement du temps ($t = 20\text{mn}$)

X

dépassement de température ($T > 120^{\circ}\text{C}$)

FIGURE 1.14 – Ensemble des résultats expérimentaux en degrés Celsius et en minutes obtenus par l'Agence d'Essai Ferroviaire lors des essais de captage à l'arrêt pour les configurations mono et bifilaire de fils de contact en cuivre pur, pour différentes usures de fils et de bandes et pour des forces de contact de 30 et 60N [26].

	Fil Cu pur	Fil Cu-Mg	Fil Cu-Sn	Synthèse
1	Bande	Bande	Bande	Bande
2	Fil	Force	Fil	Fil
3	Force	–	Position	Force

TABLEAU 1.1 – Résultats obtenus par l'étude ANCOVA en monofilaire, les 3 variables les plus impliquées de la plus influente (1) à la moins influente (3) [27].

	Fil Cu pur	Fil Cu-Mg	Fil Cu-Sn	Synthèse
1	Courant	Courant	Courant	Courant
2	Fil	Position	Force	Force
3	Force	Force	Bande	Bande
4	Bande	Bande	Fil	Fil

TABLEAU 1.2 – Résultats obtenus par l'étude ANCOVA en bifilaire, les 4 variables les plus impliquées de la plus influente (1) à la moins influente (4) [27].

est donc le gradient temporel de température, c'est à dire le rapport de la différence de température et de la différence de temps. Cette étude a été réalisée pour des fils de contact en cuivre pur et une bande de captage en carbone imprégné de cuivre.

Les résultats de l'analyse monofilaire montrent que l'état du fil et de la bande sont particulièrement influents sur l'échauffement du fil de contact. Pour l'analyse bifilaire, cette étude permet de tirer une première conclusion sur la configuration. On observe une séparation des variables explicatives entre les deux fils. Ce constat pousse à considérer la configuration bifilaire comme étant l'addition de deux monofilaires. En ce qui concerne les résultats, en plus de l'état des deux solides la force de contact ainsi que le courant sont influents sur la montée en température de la caténaire. Cela s'explique par les déséquilibres enregistrés entre les fils lors des essais.

Une étude complémentaire est menée par le département CES 12, anciennement ZC12, de la SNCF [27]. Elle reprend où s'est arrêtée la précédente en modifiant la méthode de traitement des résultats. En effet, pour prendre en compte les différents matériaux possibles du fil de contact, cuivre pur, cuivre allié au magnésium et cuivre allié à l'étain, et pour hiérarchiser les variables en fonction de leur implication, cette seconde étude statistique est réalisée avec la méthode d'Analyse de la Covariance (ou ANCOVA). Les entrées sont les mêmes que précédemment auxquelles on ajoute le matériau du fil :

- l'usure de la bande de captage, neuve ou usée,
- le matériau de la bande, carbone pur ou imprégné,
- l'usure du fil de contact, neuf ou usé,
- le matériau du fil, cuivre pur ou alliage (cuivre/magnésium ou cuivre/étain),
- la force appliquée sur le fil par la bande, 30 ou 60 N,
- la position du fil sur la bande, centre ou ± 200 mm,
- l'intensité du courant électrique traversant le système ,
- la configuration, mono ou bifilaire.

Les résultats sont obtenus pour les configurations monofilaires (tab. 1.1) et bifilaires (tab. 1.2) et sont classés de la variable la plus influente à la moins influente.

Les résultats des deux études convergent. Elles ont permis d'identifier statistiquement les éléments influençant l'échauffement du fil de contact lors du captage à l'arrêt et de les hiérarchiser. En croisant les données une première piste peut-être dégagée. Il semble

que la qualité du contact, qui dépend entre autre des matériaux et de la force appliquée entre le pantographe et la caténaire, est au moins aussi influente que le courant électrique sur l'échauffement du fil de contact.

1.1.3/ PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Nous avons vu plus haut (voir paragraphe 1.1.2.4) que les incidents de captage à l'arrêt concernaient particulièrement le réseau 1,5 kV continu couplé à des bandes de captage à base de carbone. C'est cette configuration qui sera au centre de l'étude. Ces incidents ont un coût de maintenance élevé et engendre des retards importants. L'objectif de cette thèse est de répondre à deux besoins soulevés par le problème du captage à l'arrêt.

Le premier besoin est la compréhension approfondie des phénomènes physiques intervenant dans l'échauffement et à terme dans la rupture du fil. L'une des difficultés physiques de l'étude est le contact entre la bande de captage et le fil de la caténaire qui peut être simplifié en un contact entre un cylindre et une plaque plane (fig. 1.15). Cette simplification permet d'utiliser les équations du contact de Hertz [28] adaptée au cas cylindre/plan (*c.à.d.* fil/bande, eq. 1.5).

$$l_c = \sqrt{8 \frac{d_f \times F_c}{\pi L_c} \left(\frac{1 - \nu_f^2}{E_f} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right)} \quad (1.5)$$

avec,

l_c la largeur de contact

F_c la force de contact

L_c la longueur supposée du contact

d_f le diamètre du fil

ν le coefficient de poisson

E le module d'Young

Les contacts thermoélectriques imparfaits sont récurrents dans les domaines techniques tel que le domaine ferroviaire [11, 29]. Ce genre de contact est à la fois le lieu de la source principale de chaleur, liée à la résistance électrique de contact, et l'inconnue principale du système, notamment à cause de la surface réelle de contact et de la résistance thermique de contact [30].

Il y a ensuite nécessité de développer un outil informatique de prévision de l'échauffement du système lors du captage à l'arrêt. La température doit être déterminée quel que soit le profil de courant, les conditions extérieures, la configuration du système et la nature physique des matériaux. Nous pouvons d'ores et déjà lister une partie des caractéristiques physiques importantes pour l'étude :

- la masse volumique ρ
- la chaleur spécifique massique c_p
- la conductivité thermique k
- la résistivité électrique ρ_{el}

Ces éléments sont thermodépendants, ce qui signifie qu'ils évoluent en fonction de la température. L'outil est nécessaire pour comprendre les phénomènes physiques car il

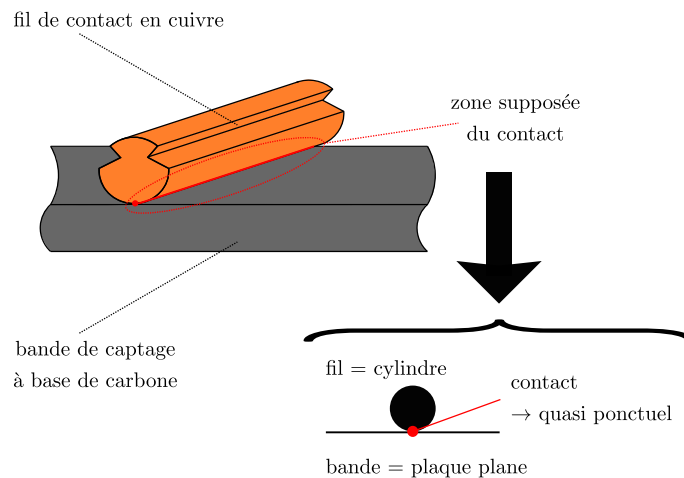


FIGURE 1.15 – Simplification du contact entre le fil de la caténaire et la bande de captage du pantographe pendant le captage à l'arrêt par un contact entre un cylindre et une plaque plane.

est plus aisé de réaliser un nombre important d'études paramétriques sur un modèle plutôt que de réaliser de lourdes expérimentations. La SNCF réclame aussi un logiciel métier permettant d'appuyer le dimensionnement de la caténaire ainsi que l'analyse des incidents sur des études théoriques fiables. Il s'agira donc d'un outil d'aide à la décision et à l'analyse.

1.2/ PROBLÉMATIQUE PHYSIQUE

1.2.1/ PHÉNOMÈNES PHYSIQUES AU SEIN DU SYSTÈME

1.2.1.1/ RÉPARTITION DU COURANT ÉLECTRIQUE

Nous nous intéresserons au système 1500V alimentant les trains en courant continu car il a été particulièrement mis en cause par les experts de la SNCF. Le système d'acheminement du courant électrique des sous-stations jusqu'au train peut se résumer à la caténaire et au pantographe. Nous pouvons même le simplifier par un réseau électrique : fil de contact–contact–bande de captage (fig. 1.16a). Même en simplifiant le fil de contact par un cylindre nous devons supposer que le contact est faible par rapport aux conducteurs. Cette surface qui électriquement est à la fois la sortie du fil et l'entrée de la bande, induit la concentration du courant électrique en un point (fig. 1.16b). Ce postulat de départ nous pousse à calculer la répartition du courant électrique dans le système pour avoir par la suite une production de chaleur interne précise.

Dans l'étude de conducteurs électriques à formes particulières, la question de la répartition du courant dans le système est abordée naturellement par les lois de l'électromagnétique. Les travaux de R.S. Timsit [31] sur un conducteur cylindrique avec changement de section brusque le long de l'axe nous montrent qu'il est possible de trouver la répartition du champ de potentiels en se basant sur la densité de courant électrique pour le cas homogène et en appliquant les bonnes conditions aux limites. Il est possible de le

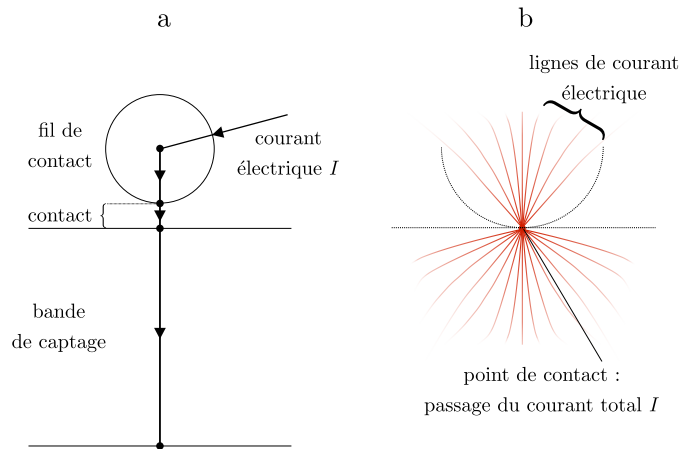


FIGURE 1.16 – Contact électrique : (a) réseau électrique simplifié entre la caténaire et le pantographe lors du captage à l'arrêt. (b) schématisation de la concentration du courant électrique I au contact entre le fil et la bande durant l'alimentation du train à l'arrêt.

redémontrer. En utilisant une partie des équations de Maxwell et la loi d'Ohm (eq. 1.6) [32, 33, 34], on peut exprimer la densité de courant j en fonction du champ électrique E et de la conductivité électrique σ (eq. 1.8).

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.6)$$

Il est aussi possible d'écrire le champ électrique E à l'aide du gradient du champ de potentiels U (eq. 1.7) [35, 36].

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} U \quad (1.7)$$

La loi de conservation de la charge électrique (eq. 1.8) décrit la variation de charge en fonction du temps.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho_q}{\partial t} = 0 \quad (1.8)$$

La variation de la densité de charge $\frac{\partial \rho_q}{\partial t}$ est homogène à une densité volumique de courant J . En appliquant les équations 1.6 et 1.7 on peut réécrire l'équation de conservation de la charge en fonction du champ de potentiels (eq. 1.9). La répartition du courant dans le modèle se détermine grâce aux conditions aux limites détaillées en aval dans ce mémoire.

$$-\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} U) = J \quad (1.9)$$

1.2.1.2/ PRODUCTION DE CHALEUR

La production de chaleur interne de notre système est due aux pertes par effet Joule P_j produites par le passage du courant. L'effet Joule se calcule en général via la résistance électrique et le carré du courant comme dans l'équation 1.10 [37].

$$P_j = RI^2 \quad (1.10)$$

La difficulté est d'écrire l'effet Joule dans la section du fil qui est au contact avec la bande. En effet, le courant ne se déplace plu parallèlement à l'axe du fil mais selon les directions radiales et angulaires afin de rejoindre la bande de captage au contact (fig. 1.16b). Il est clair que la formule classique de l'effet Joule (eq. 1.10) pose le problème des résistances électriques à appliquer dans le sens de chaque ligne de courant. À l'aide de la loi d'Ohm (eq. 1.6) il est possible d'écrire l'effet Joule en fonction du champ électrique et de la conductivité du matériau σ (eq. 1.11) [38].

$$P_j = \sigma E^2 \quad (1.11)$$

1.2.1.3/ ÉCHANGES ET BILANS THERMIQUES

Le système, produisant de la chaleur localement, est soumis à plusieurs phénomènes thermiques. Nous allons décrire dans cette partie les différents types d'échanges et d'apports thermiques auxquels peut être soumis notre système.

La conduction est le mode de transfert de chaleur au sein de la matière soumise à un gradient interne de températures. Prenons l'exemple d'un solide dans lequel il y a un échauffement local. Un gradient de températures va se créer à l'intérieur même du solide à cause de l'échauffement. Il y aura donc un échange conductif en son sein. La puissance calorifique échangée par conduction P_{cond} peut être exprimée par la loi de Fourier [39] (eq. 1.12). Elle décrit l'énergie thermique transitant entre deux points géométriques soumis à un écart de températures au travers d'une surface et en fonction d'un coefficient de conductivité thermique propre au matériau.

$$P_{cond} = -k \cdot A \overrightarrow{gradT} \cdot \overrightarrow{n_{ext}} \quad (1.12)$$

avec,

k le coefficient de conductivité thermique

A la surface par laquelle transite l'échange conductif

$\overrightarrow{gradT}$ la variation de la température du solide dans l'espace

$\overrightarrow{n_{ext}}$ le vecteur normal à la surface d'échange

Le système solide va ensuite échanger avec l'air ambiant par convection. La convection est un échange de chaleur entre un solide et un fluide prenant naissance sous l'effet d'un écart de température entre les deux. Deux types de convection existent, la convection dite naturelle ou libre et la convection dite forcée. En convection naturelle l'écart de température induit une modification locale de masse volumique et donc un mouvement au sein du fluide de l'ambiance. Ce mouvement a pour origine la poussée d'Archimède. C'est la quantité de mouvement qui est vecteur du flux de chaleur. En convection forcée ce mouvement peut venir d'une source mécanique ou d'une différence de pression (vent). Le type de convection agissant dans un système est déterminé en comparant les forces de gravité auxquelles est soumis le fluide et celles de son écoulement (eq. 1.15). Ces deux éléments sont caractérisés respectivement par les nombres adimensionnels

de Grashof Gr [40] (eq. 1.13) et de Reynolds Re [41] (eq. 1.14).

$$Gr = \frac{g\beta\rho\Delta T L_{car}^3}{\mu^2} \quad (1.13)$$

$$Re = \frac{v\rho L_{car}}{\mu} \quad (1.14)$$

avec,

g l'accélération de la pesanteur

β le coefficient de dilatation

ΔT la différence de température entre le solide et le fluide

L_{car} la longueur caractéristique

μ la viscosité dynamique

v la vitesse du fluide

$$\begin{cases} \frac{Gr}{Re^2} \ll 1 & \text{convection forcée} \\ \frac{Gr}{Re^2} \gg 1 & \text{convection naturelle} \\ \frac{Gr}{Re^2} \approx 1 & \text{convection mixte} \end{cases} \quad (1.15)$$

Des nombres adimensionnels permettent de savoir quel mode de transfert thermique est prépondérant dans un système entre la conduction et la convection. Pour un solide, le nombre de Biot Bi [42] (eq. 1.16) compare la résistance thermique à l'intérieur du solide et la résistance thermique entre le solide et l'ambiance. Il permet de juger de la dynamique des phénomènes conductifs et convectifs afin de déterminer si l'un est négligeable devant l'autre (eq. 1.17). Pour un fluide, le nombre de Prandtl Pr (eq. 1.18) compare les phénomènes thermiques et mécaniques internes [43]. Il permet de déduire l'influence de la vitesse d'écoulement du fluide sur son profil de températures (eq. 1.19).

$$Bi = \frac{\bar{h} \times L_{car}}{k_{solide}} \quad (1.16)$$

$$\begin{cases} Bi \ll 1 & \text{la résistance thermique interne est négligeable} \\ Bi \gg 1 & \text{la résistance interne est non négligeable} \end{cases} \quad (1.17)$$

$$Pr = \frac{\mu}{\alpha \times \rho} \quad (1.18)$$

$$\begin{cases} Pr \ll 1 & \text{influence négligeable de la vitesse d'écoulement sur la température} \\ Pr \gg 1 & \text{influence importante de la vitesse d'écoulement sur la température} \end{cases} \quad (1.19)$$

La puissance calorifique dissipée par convection P_{conv} s'exprime par la loi de Newton (eq. 1.20). Elle dépend du coefficient de convection h (eq. 1.21) qui est fonction du nombre adimensionnel de Nusselt, de l'écart de température entre l'ambiance et le solide ainsi que de la surface S du solide en contact avec l'air [44, 45]. Le nombre de Nusselt Nu [42] est quant à lui directement dépendant du type de convection.

$$P_{conv} = \bar{h} \cdot S (T_{\infty} - T) \quad (1.20)$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu} \times k}{L_{car}} \quad (1.21)$$

avec,

$\bar{h}$ le coefficient d'échange convectif moyen

S la surface par laquelle est dissipée la chaleur par échange convectif

T_{∞} la température de l'air ambiant

T la température de surface du solide

$\overline{Nu}$ le nombre de Nusselt moyen

k le coefficient de conductivité thermique du fluide

Lorsque l'on réalise le bilan thermique d'un système en régime transitoire il est nécessaire de prendre en compte l'énergie thermique stockée [42]. Le solide emmagasine de l'énergie au cours du temps, il stocke une puissance calorifique P_s liée à sa capacité thermique. Elle dépend du matériau composant le système et notamment de la chaleur spécifique massique et de la masse volumique (eq. 1.22).

$$P_s = \rho c_p V \frac{dT}{dt} \quad (1.22)$$

avec,

ρ la masse volumique du matériau

c_p la chaleur massique spécifique

V le volume du solide

$\frac{dT}{dt}$ la variation de la température du solide en fonction du temps

Un corps à une température non nulle rayonne avec son environnement, c'est à dire avec l'atmosphère ainsi qu'avec les autres corps qui l'entourent. Cet échange de chaleur prend place à partir du moment où il y a différence de température entre les corps. Le rayonnement thermique est décrit par la loi de Stefan-Boltzmann [42]. Elle indique que la densité de flux radiatif qui peut être émis par une surface est dépendante de sa température, de l'émissivité du matériau ainsi que de la constante dite de Stefan-Boltzmann. Ainsi la puissance radiative P_{ray} échangée entre deux solides s'exprime par l'équation 1.23. La surface d'échange radiative est déduite de la surface émettrice corrigée par un facteur de forme. Ce facteur est dépendant de la géométrie des deux corps et de la distance qui les sépare. Lors des travaux sur le logiciel ERECA Version 2 [24] le facteur de forme F_s entre le fil de contact de la caténaire (considéré comme un cylindre) et le sol a été calculé par l'équation 1.24. Les résultats du facteur de forme sont tracés en fonction des critères géométriques a et b qui représentent deux plans de longueurs variables correspondant au sol (fig. 1.17).

$$P_{ray} = \varepsilon_{ray} \sigma_{ray} F_s S \Delta T^4 \quad (1.23)$$

$$F_s = \frac{r}{b-a} \left(\tan^{-1} \frac{b}{c} - \tan^{-1} \frac{a}{c} \right) \quad (1.24)$$

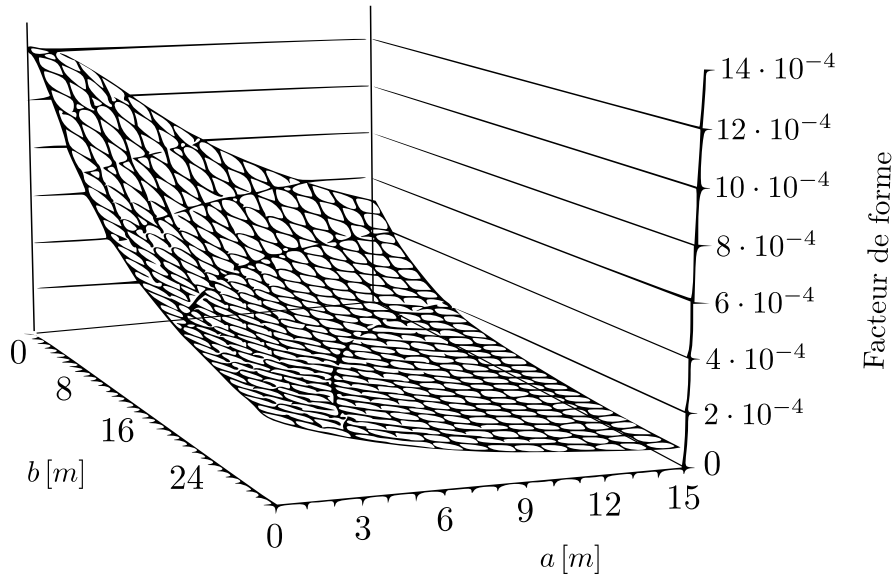


FIGURE 1.17 – Évolution du facteur correctif de forme F_s du rayonnement entre le fil de contact de la caténaire et le sol en fonction des critères géométriques a et b [24].

avec,

ε_{ray} l'émissivité du matériau

σ_{ray} la constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$)

F_s le facteur de forme corrigeant la surface émettrice

S la surface émettrice

ΔT la différence de température entre les deux corps

r le rayon du fil de contact de la caténaire

a , b et c les caractéristiques géométriques considérées dans le calcul entre la caténaire et le sol

h la hauteur de la caténaire par rapport au sol

Les travaux réalisés par J-P. Mattera montrent que les échanges radiatifs entre la caténaire et l'environnement sont négligeables notamment à cause des facteurs de forme (au maximum 10^{-3} entre le fil de contact et le sol et 10^{-8} entre le fil de contact et les nuages).

En plus des échanges thermiques avec l'environnement, un corps situé en extérieur absorbe une partie du rayonnement solaire. Les apports solaires P_{sol} absorbés par le corps sont dépendants de la densité de flux de chaleur émise par le soleil et arrivant jusqu'au corps, elle même dépendante de la nébulosité, ainsi que du coefficient d'absorption du matériau (eq. 1.25).

$$P_{sol} = \alpha_{ray} S \phi_{sol} \quad (1.25)$$

avec,

α_{ray} le coefficient d'absorption du matériau

ϕ_{sol} la densité de flux de chaleur émise par le soleil

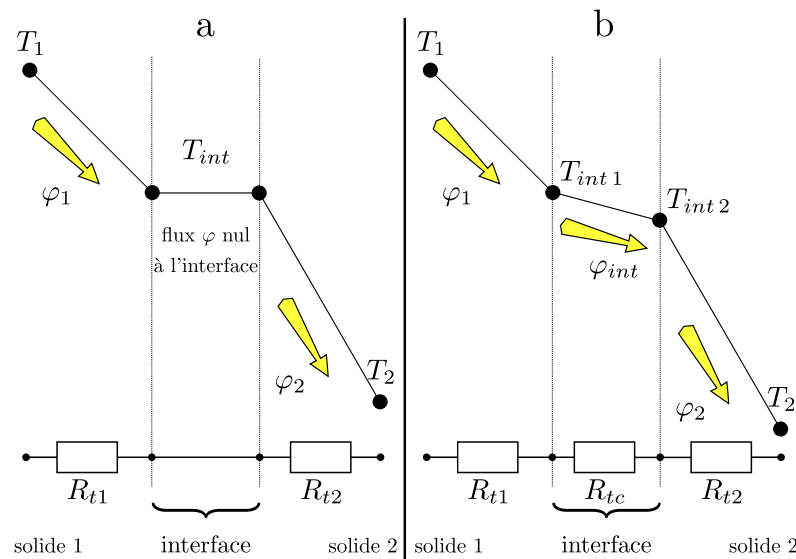


FIGURE 1.18 – (a) Schéma simplifié d'un contact parfait entre deux solides sans résistance thermique de contact R_{tc} et à température T_{int} égale de chaque côté de l'interface. (b) Schéma simplifié d'un contact imparfait avec résistance thermique R_{tc} et densité de flux de chaleur φ_{int} traversant l'interface des deux solides.

La relation de Fourier sur la conduction de la chaleur permet d'écrire l'évolution du champ de températures dans un solide en fonction d'une production de chaleur interne et de la puissance calorifique stockée ramenée au volume. Cette équation appelée équation de la chaleur permet d'exprimer l'évolution spatiale en fonction du temps de la température d'un corps soumis à une source de chaleur $\dot{q}$ et en l'absence d'échanges convectifs (eq. 1.26).

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.26)$$

1.2.2/ CONTACT THERMOÉLECTRIQUE IMPARFAIT

1.2.2.1/ RÉSISTANCE THERMIQUE DE CONTACT

En thermique un contact entre deux solides à des températures différentes est considéré parfait si la température de surface de chaque côté de l'interface est identique. En clair, un contact parfait n'induit pas de résistance thermique de contact à l'interface des deux solides (fig. 1.18a). Dans la réalité, deux solides en contact à des températures différentes induisent un flux de chaleur entre les deux surfaces de l'interface. Ce flux de chaleur tend à homogénéiser les températures conformément au second principe de la thermodynamique. Il y a toujours une résistance thermique de contact R_{tc} entre les solides [46, 47] comme le montre la figure 1.18b.

La résistance thermique de contact est le résultat des états de surfaces respectifs des deux solides [48]. La rugosité des surfaces crée des aspérités isolantes qui vont rompre les lignes de flux parallèles les obligeant à converger vers les points de contact réels (fig. 1.19).

La résistance thermique de contact n'est pas uniquement dépendante de la surface réelle

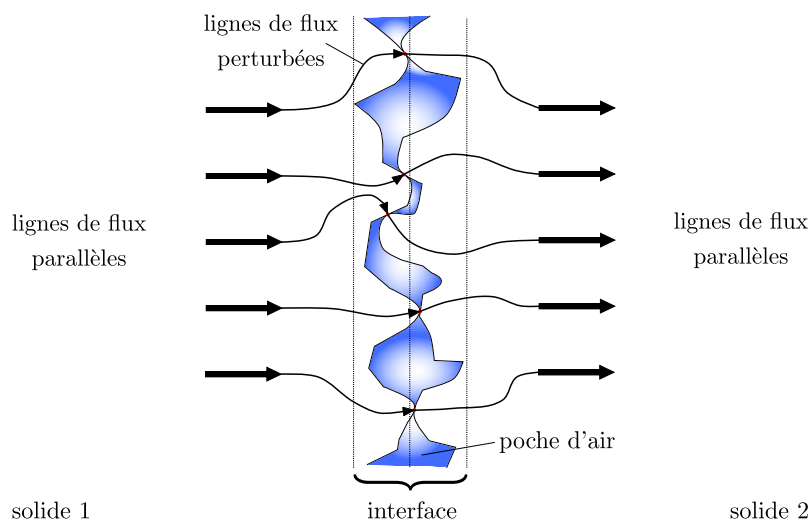


FIGURE 1.19 – Schéma descriptif de l'interface entre deux solides pour un contact imparfait du point de vue thermique avec perturbation des lignes de flux proches du contact.

de contact. En effet, plusieurs études révèlent que la qualité du contact n'est pas négligeable. Des travaux montrent que, pour une surface donnée (surface relative ε), plus les points de contact sont irréguliers (ratio $RR > 1$) plus la résistance de contact est élevée [49]. Les résultats expérimentaux obtenus par N. Laraqi et A. Baire le prouvent (fig. 1.20).

De plus, il faut prendre en compte l'excentration du contact réel [50]. La comparaison entre un contact homogène (excentration $e^* = 0$) et un contact dont les points sont excentrés montre une différence de résistance thermique. Ainsi plus les points de contact sont excentrés plus la résistance thermique de contact est importante (fig. 1.21). Ces travaux prouvent que la qualité du contact est au moins aussi importante que sa surface réelle.

Plusieurs méthodes ont été mises au point pour déterminer soit les températures des interfaces soit la résistance thermique de contact [51, 52, 53]. Dans tous les cas il est difficile d'obtenir une valeur précise car soit la méthode est précise d'un point de vue métrologique mais intrusive et va donc perturber le système [54, 55, 56], soit elle reste en dehors du système, donc non intrusive, mais est par nature imprécise [57, 58].

1.2.2.2/ RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DE CONTACT

Tout élément conducteur réel possède une résistance électrique R_{el} qui lui est propre. La résistance d'un conducteur est liée à la longueur L dans laquelle transite le courant, à la surface S qu'il traverse et à la résistivité électrique de son matériau ρ_{el} (eq. 1.27). La résistivité ρ_{el} est une caractéristique thermodépendante. On admet en général une simplification linéaire de la dépendance de la résistivité à la température établie par l'équation 1.28. Plus qu'une simplification, il s'agit plutôt d'une correction de la résistivité à partir d'une valeur à une température de référence T^{ref} . Cette méthode est simple et relativement fiable à partir du moment où la variation de température n'est pas trop importante. En effet, la correction dépend d'un coefficient thermique b qui varie en fonction de la

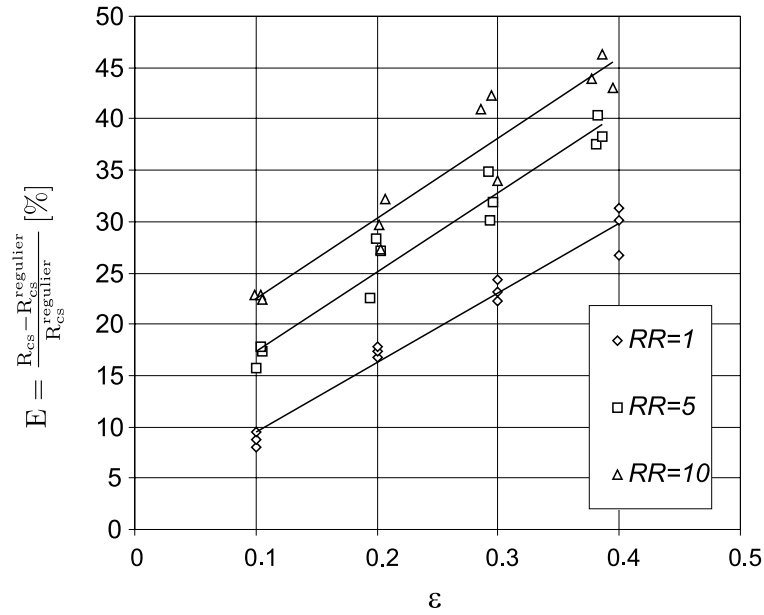


FIGURE 1.20 – Augmentation relative E de la résistance thermique de contact R_{cs} entre un contact régulier et un contact irrégulier en fonction de la surface relative du contact ε et pour différents ratios RR entre les surfaces maximales et minimales des points de contact ($RR = 1$ pour un contact régulier) [49].

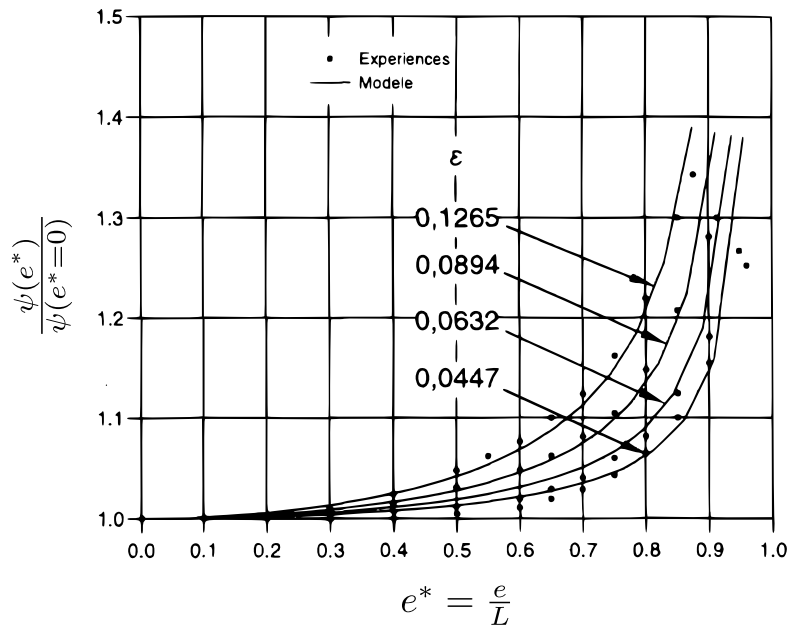


FIGURE 1.21 – Évolution du rapport entre les coefficients adimensionnels ψ , dépendant de la résistance thermique de contact R_{cs} , en fonction de l'excentration relative e^* pour différentes configurations géométriques ε [50].

température de référence [59].

$$R_{el} = \rho_{el} \frac{L}{S} \quad (1.27)$$

$$\rho_{el} = \rho_{el}^{ref} \times [1 + b(T - T_{ref})] \quad (1.28)$$

Comme tout conducteur le contact est caractérisé par une résistance électrique appelée résistance électrique de contact R_{elc} . La résistance de contact peut se décomposer en deux résistances en série. Une partie de cette résistance est due au phénomène de constriction du courant lié à la surface de contact. L'autre partie est liée à la résistivité électrique superficielle et caractérise la résistance électrique de film entre les deux solides. Certains travaux mettent en évidence ces deux résistances électriques afin de caractériser la résistance électrique de contact globale [60]. Pour un contact circulaire entre deux cylindres (fig. 1.22) la résistance électrique de constriction se calcule généralement par la corrélation de R.S.Timsit [61] pour un rayon de contact r et un rayon de cylindre R (eq. 1.29). Dans le cas où le rayon du contact est négligeable par rapport au rayon du cylindre on retrouve la relation de R.Holm [62] donnée par l'équation 1.30.

$$R_{el}^{cons} = \left(\frac{\rho_{el}}{2 \times r} \right) \times \left[0,1999 \times \left(\frac{r}{R} \right)^4 + 0,15261 \times \left(\frac{r}{R} \right)^3 \dots \right. \\ \left. \dots + 0,06322 \times \left(\frac{r}{R} \right)^2 - 1,41581 \left(\frac{r}{R} \right) + 1 \right] \quad (1.29)$$

$$R_{el}^{cons} = \frac{\rho_{el}}{2 \times r} \quad (1.30)$$

La résistance électrique de film est la conséquence de l'état de surface des solides (oxydation des matériaux). Elle dépend d'une résistivité superficielle $\rho_{el s}$. D'après la littérature [63], cette résistance est établie par l'équation 1.31 qui est fonction de la surface de contact S_c . La résistance de contact est égale à la résistance équivalente des résistances de constriction et de film en série (eq. 1.32).

$$R_{el}^{film} = \frac{\rho_s}{S_c} \quad (1.31)$$

$$R_{elc} = R_{el}^{cons} + R_{el}^{film} \quad (1.32)$$

Les relations 1.27, 1.29 et 1.30 montrent la dépendance de la résistance électrique de contact à la surface réelle du contact. Nous savons, à l'aide des travaux de Hertz, que la surface augmente avec la force de contact. Or, des essais menés par la SNCF et l'European Rail Research Institute (ERRI) ont déterminé la résistance électrique entre la caténaire et le pantographe pour différentes configurations d'usure et différentes forces de contact [7]. Les résultats obtenus lors de ces essais permettent de confirmer le lien entre résistance et surface. En effet, la résistance R_{elc} est inversement proportionnelle à la force de contact appliquée entre la caténaire et le pantographe (fig. 1.23).

La résistance électrique de contact implique une production de chaleur due à l'effet Joule P_j à l'interface des deux solides (fig. 1.24). Cette production de chaleur pose un problème à l'interface, en effet la résistivité électrique est dépendante de la température (eq. 1.28). De plus, la dilatation des matériaux risque d'induire une modification des géométries et donc du contact.

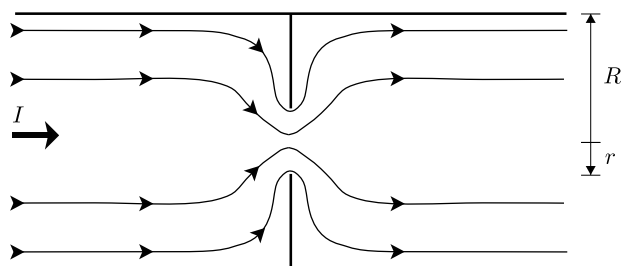


FIGURE 1.22 – Contact électrique circulaire de rayon r entre deux cylindres de rayon R avec passage d'un courant électrique I et déformation des lignes de courant au contact [61].

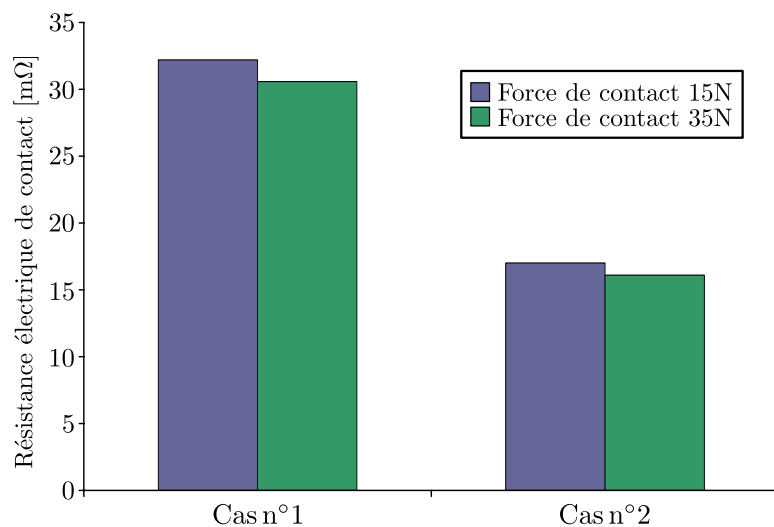


FIGURE 1.23 – Évolution de la résistance électrique de l'interface pantographe-caténaire en fonction de la force de contact. Résultats expérimentaux obtenus avec une bande de captage usée et un fil de contact usé soumis à des forces de contact de 15 et 35N pour deux cas de courant électrique traversant le contact : cas n° 1 = 60 A, cas n°2 90 A [7].

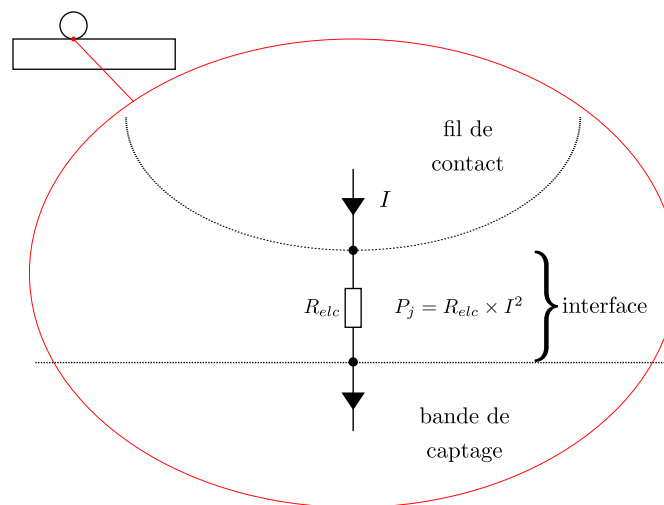


FIGURE 1.24 – Schéma descriptif de l'interface fil de contact/bande de captage pour un contact imparfait du point de vue électrique avec courant électrique I traversant le contact, la résistance électrique de contact R_{elc} et les pertes par effet Joule P_j produites à l'interface.

1.2.3/ MÉTHODES DE MODÉLISATION

1.2.3.1/ MÉTHODE ANALYTIQUE

Une modélisation est dite analytique lorsqu'elle est décrite à l'aide d'un procédé mathématique issu de l'analyse rigoureuse des lois physiques. Ces équations représentent les phénomènes physiques et permettent le plus souvent d'écrire leur évolution explicitement en fonction du temps et de l'espace. Cette méthode, si elle est appliquée à des systèmes physiques complexes, nécessite de nombreuses hypothèses. En effet, la solution analytique étant une somme de fonctions mathématiques, les cas particuliers peuvent être difficiles à résoudre sans simplifications.

Dans notre cas, en simplifiant les éléments de notre système à un cylindre pour le fil et à un pavé droit pour la bande de captage, il existe un grand nombre de solutions analytiques dans la littérature pour chacun des solides pris indépendamment [42, 64]. Or, la complexité du système tient dans le contact entre le fil et la bande.

1.2.3.2/ MÉTHODES NUMÉRIQUES

La physique et les mathématiques traitent des espaces continus tandis que les langages informatiques réclament des problèmes finis et des systèmes discrets. Mathématiquement cela revient à passer d'un problème continu à une infinité d'équations, à un problème discret ne comptant qu'un nombre fini d'équations. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation des problèmes mathématiques, certaines étant plus adaptées que d'autres à la résolution de systèmes thermiques [65].

La méthode nodale par exemple, s'applique au domaine de la thermique. Elle consiste en une discrétisation géométrique en blocs isothermes de la structure étudiée. Un bilan d'énergie est réalisé sur chaque élément de discrétisation. La dimension du système

d'équations algébriques correspond alors au nombre d'éléments nodaux. Une globalisation sous forme matricielle permet une résolution aisée, tant en régime permanent qu'en régime transitoire [66, 67].

La méthode dite des différences finies permet d'appréhender les équations aux dérivées partielles régissant les phénomènes physiques dans une structure par des approximations pour chaque élément de la discrétisation [68, 69]. Concrètement, en thermique, cette méthode permet de résoudre directement l'équation de la chaleur (eq. 1.26) par approximation des termes dérivés.

La méthode des éléments finis consiste à appliquer une équation bilan dans le périmètre d'étude, par exemple des flux thermiques. Une similitude existe entre cette méthode et celle des différences finies mais elle est basée sur des approximations d'intégrales et non de dérivées. Cette méthode est dite conservatrice car elle se prête facilement aux applications des lois de conservation [70, 71].

Notre choix se porte sur la méthode des différences finies. Elle nous permet de traiter l'équation de la chaleur en simplifiant les dérivées partielles tout en prenant en compte les différentes sources de production de chaleur. Nous couplerons cette approche avec des bilans thermiques pour les points soumis aux diverses conditions limites [72].

1.2.3.3/ RÉSOLUTIONS EXPLICITE ET IMPLICITE

Après avoir discrétisé la structure, le système d'équations qui est maintenant sous forme matricielle doit être résolu. Il existe là aussi plusieurs méthodes de résolution, trop nombreuses pour être toutes détaillées dans ce mémoire. Nous pouvons les séparer en deux grandes familles, les méthodes dites progressives (ou explicites) et les méthodes rétrogrades (ou implicites).

Une méthode est dite explicite si elle permet d'écrire que la dérivée temporelle d'une caractéristique dépend directement de cette caractéristique au pas de temps précédent. C'est à dire que $F(t + \Delta t)$ est explicitement lié à $F(t)$. Cette méthode étant conditionnellement stable, elle nécessite au préalable le calcul d'un critère de stabilité pour le choix du pas de temps. Exemples de méthodes explicites : Runge-Kutta [73, 74] et Euler explicite [75]. Le calcul d'une température T à l'instant $i + 1$ par une méthode explicite est détaillé à l'équation 1.33.

$$T_n^{i+1} = T_n^i + f(t, T_n^i) \quad (1.33)$$

En revanche, on parle de méthodes implicites lorsque la dérivée est approximée en fonction d'un point au temps suivant. Elle tire son nom de la relation implicite qui lie le terme calculé au terme qui le précède. L'avantage de ces méthodes est leur stabilité inconditionnelle qui permet d'augmenter le pas de temps pour gagner sur les temps de calcul. En revanche, elles sont moins précises que les méthodes explicites. Exemples de méthodes implicites : ADI (Alternate Differences Implicite) [76, 77, 78] et Euler implicite. Pour comparer les deux types de méthode, le même calcul réalisé par une méthode implicite est détaillé dans l'équation 1.34. La différence entre cette méthode et une méthode explicite, se retrouve au niveau de la fonction qui n'est pas calculée à l'instant i mais à l'instant $i + 1$.

$$T_n^{i+1} = T_n^i + f(t, T_n^{i+1}) \quad (1.34)$$

1.2.3.4/ COUPLAGES FAIBLE/FORT

La modélisation multiphysique d'un système complexe nécessite de coupler plusieurs modèles. Le type de couplage peut répondre à un cahier des charges bien précis et tous les types ne sont pas applicables à tous les problèmes. Différents types de couplage existent allant de fort à faible [79, 80].

Le couplage fort est la résolution simultanée d'un système linéaire comportant toutes les équations de plusieurs modèles (fig. 1.25.a). C'est le couplage le plus précis mais il n'est pas évident à réaliser dans les cas multiphysiques à géométries complexes.

Un couplage est dit semi-fort lorsque deux modèles sont résolus séparément (en parallèle) au même pas de temps (fig. 1.25.b). Ce type de couplage nécessite un bouclage itératif entre les deux modèles en plus des éventuelles itérations nécessaires aux caractéristiques thermophysiques. Il s'agit d'une méthode de couplage précise qui demande souvent des temps de calcul plus importants.

Le couplage faible permet de lier simplement des modèles en les faisant respectivement converger de façon linéaire avant de passer au pas de temps suivant (fig. 1.25.c). Cette méthode est la moins précise mais permet une résolution plus simple et plus rapide.

Dans notre cas plusieurs modèles sont développés, le couplage entre ces modèles est choisi en fonction des performances et de la précision désirée.

1.3/ CAHIER DES CHARGES ET OBJECTIFS DE L'OUTIL

1.3.1/ DONNÉES D'ENTRÉE

1.3.1.1/ PRINCIPES GÉNÉRAUX

Dans les futures entrées de l'outil de simulation de l'échauffement du fil de contact lors du captage à l'arrêt, on distinguera deux types de données :

- Les données qualitatives, décrivant la nature de certains aspects du système.
- Les données quantitatives, donnant la mesure de certaines caractéristiques du système.

Les données d'entrée qualitatives, comme par exemple l'usure des solides ou la configuration du fil, seront présentées à l'utilisateur par des icônes ou dans des listes exhaustives.

Les données d'entrées quantitatives, comme par exemple la géométrie, prendront différentes formes en fonction de leur utilisation. Concernant les solides, les caractéristiques des matériaux pourront soit être entrées "à la main" par l'utilisateur pour des études spécifiques, soit être importées via des bibliothèques de données nourries de résultats expérimentaux. Certaines constantes seront modifiables entre chaque étude, comme les géométries. D'autres valeurs pourront soit être imposées comme constantes soit évoluer en fonction du temps, comme la température extérieure ou le courant électrique.

Pour respecter les contraintes qu'imposent les différentes entrées, elles pourront être faites soit avec l'interface pour les constantes, soit par des tableurs Excel (*.xls) pour des valeurs évoluant en fonction du temps. Ainsi, le pas de temps devra pouvoir être interpolé par l'outil en plus de pouvoir être imposé dans l'interface en fonction du type d'étude.

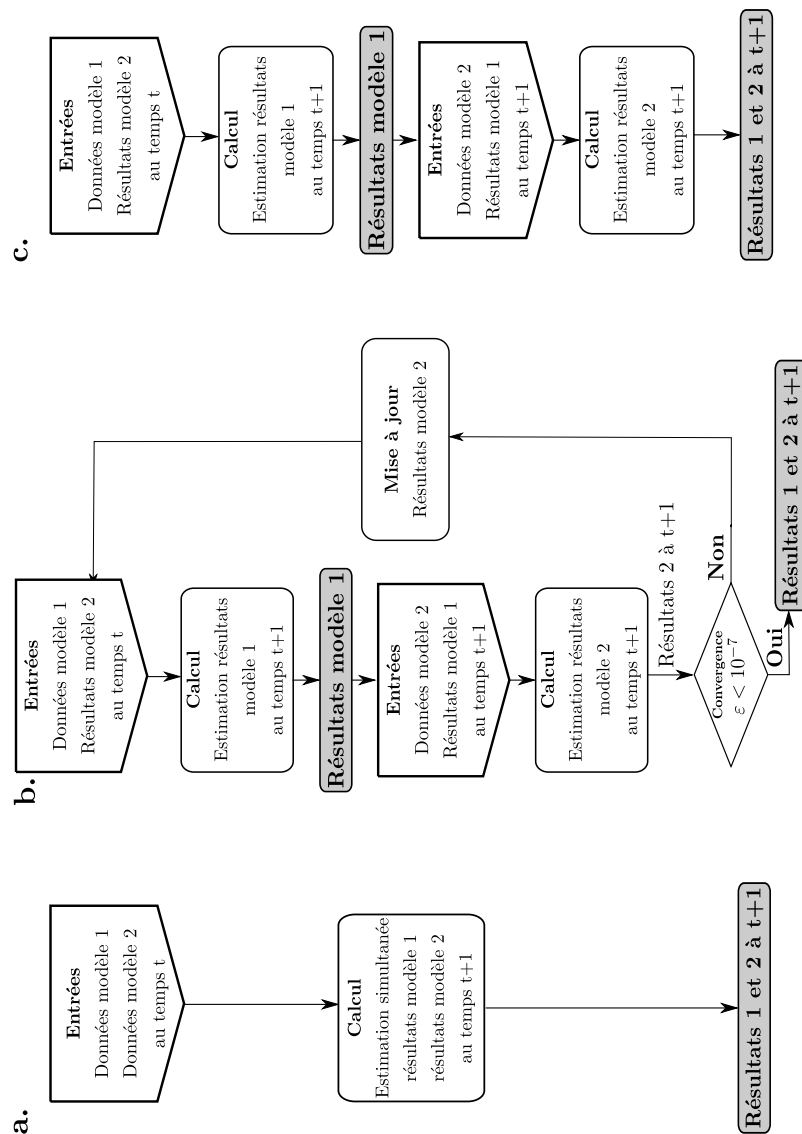


FIGURE 1.25 – Schémas explicatifs des différentes méthodes de couplage de modèles numériques, (a) fort, (b) semi-fort, (c) faible

	Paramètres	Format
Météo	- température extérieure - flux solaire - nébulosité - vent	- mesures - coefficients et facteurs - icônes
Géométrie	- configuration → mono ou bifilaire - usure → niveau et forme	- icônes - facteurs : → prédéfinis → valeurs
Matériaux	- fil - bande - aspect → oxydé ou brillant	- icônes - caractéristiques : → bibliothèques → valeurs
Électrique	- intensité du courant	- valeurs : → constantes → fonction du temps
Mécanique	- force de contact - tension du fil	- valeurs : → constantes → fonction du temps

TABLEAU 1.3 – Données d'entrée de l'outil informatique de simulation identifiées lors de l'avant projet.

Les bibliothèques de caractéristiques devront être des fichiers textes (*.txt) accessibles facilement en dehors de l'application.

Les différentes données d'entrée identifiées au début du projet ainsi que leur format sont répertoriées dans le tableau 1.3.

1.3.2/ DONNÉES DE SORTIE

Les variables principales de sortie seront les températures du fil de contact et de la bande de captage. Elles seront présentées en fonction du temps (courbes) et de l'espace (cartographies) puis comparées à des valeurs limites admissibles. Les données de sortie pourront être sous format Excel (*.xls). Les différentes données de sortie identifiées avant le développement de l'outil sont répertoriées dans le tableau 1.4. La durée de simulation sera fixée par l'utilisateur, néanmoins le calcul pourra prendre fin si un seuil critique est dépassé.

	Paramètres	Résultats
Fil	- température absolue → interne → au contact	- fonction du temps et de l'espace : → courbes et coupes → tableaux
Bande	- température absolue → interne → au contact	- fonction du temps et de l'espace : → courbes et coupes → tableaux

TABLEAU 1.4 – Données de sortie de l'outil informatique de simulation identifiées lors de l'avant projet.

1.3.3/ MODÉLISATION

La langage informatique choisi pour développer le modèle et l'application est Python. Le code informatique de l'outil sera commenté de façon à faciliter sa modification ultérieure. Les méthodes de discrétisation et de résolution seront imposées dans le programme et ne seront modifiables qu'en intervenant directement dans le code. En revanche le maillage sera libre dans une certaine proportion, un nombre de mailles minimum sera imposé dans le code.

1.4/ CONCLUSION

Ce premier chapitre est focalisé sur les contacts thermoélectriques et les modélisations multiphysiques en rapport avec le sujet existant dans la littérature. Cela a permis de tirer certaines conclusions quant à l'approche physique et aux méthodes numériques qui seront utilisées dans la suite du travail.

Concernant le contact entre le fil de contact et la bande de captage, la première étape sera de caractériser expérimentalement cette zone pour les cas les plus courants. Il faudra ensuite quantifier les différentes sources de chaleur et évaluer les échanges convectifs entre notre système et l'ambiance. Pour finir il sera nécessaire de déterminer le flux de chaleur dissipé le long du fil dans la troisième dimension. Dans notre système il est difficile de prévoir où se trouve exactement le contact entre les deux solides. La littérature prouve que la surface de la zone de contact ne correspond pas à la surface de contact réel. Or, nous avons besoin de connaître cette caractéristique pour évaluer la densité de flux de chaleur produite à l'interface et se dissipant dans chaque solide. Le contact pose aussi le problème des résistances thermiques et électriques de contact. Ces deux données sont dépendantes de la surface du contact mais aussi de sa qualité. De plus, la dépendance de ces résistances à la température complique leur évaluation. Par chance des valeurs expérimentales de résistances électriques ont été trouvées par la SNCF lors d'essais. Quant aux résistances thermiques de contact nous sommes obligés de les dé-

terminer expérimentalement pour caractériser les phénomènes thermiques de cette zone du système.

Une fois que les résistances thermiques et électriques ainsi que la surface de contact seront déterminées, nous calculerons la production de chaleur à l'interface de la bande et du fil. Le problème est dans la répartition de la chaleur produite au contact des deux solides. Nous nous baserons sur les travaux de S.A.Schaaf [81] qui permettent une approche intéressante sur la répartition de la chaleur produite entre deux solides en fonction de l'effusivité des matériaux et de la résistance thermique de contact.

En plus de la production de chaleur à l'interface, l'outil présenté dans la suite de ce rapport doit prendre en compte la production de chaleur interne due à la répartition de courant électrique dans chaque solide. Une modélisation électrique de chaque élément du système est nécessaire pour aborder la question de la production de chaleur interne de façon précise. Cette modélisation s'appuie sur les lois de l'électromagnétique présentées au paragraphe 1.2.1.1 et notamment la loi de conservation de la charge électrique.

La suite du travail consiste à respecter le cahier des charges fixé par la SNCF pour l'outil de simulation tout en prenant le temps de comprendre les phénomènes physiques intervenant dans l'échauffement du fil de contact de la caténaire.

MODÈLE NUMÉRIQUE MULTIPHYSIQUE

INTRODUCTION

Ce second chapitre est dédié à la modélisation numérique du système pantographe caténaire lors du captage de courant électrique à l'arrêt. L'objectif du modèle est la prévision de l'échauffement du fil de contact. Pour atteindre cet objectif, la modélisation doit être multiphysique de façon à prendre en compte la plupart des phénomènes jouant un rôle dans la montée en température du système.

Avant d'entrer dans le détail des phénomènes physiques, il faut organiser la structure du modèle. Cette étape passe par la liste des entrées et des sorties du modèle. Il est important de commencer par l'objectif, c'est à dire les sorties, elles représentent ce qu'on attend du modèle. Il en découle les entrées qui représentent les informations dont a besoin le modèle pour atteindre l'objectif. Une fois ces éléments identifiés, il est possible d'établir l'architecture de la modélisation. Le système étudié est composé de deux solides, le fil et la bande, et le principe de fonctionnement est intrinsèquement multiphysique, un contact électromécanique. En ajoutant l'objectif, qui est de déterminer la température du système, et le fait que certains phénomènes physiques du fil ne peuvent s'affranchir d'un traitement tridimensionnel, il est nécessaire de coupler plusieurs modèles pour simuler le système complet.

L'échauffement du fil de contact est le résultat de productions de chaleur causées par le passage du courant électrique et due à l'effet Joule. La géométrie du système laisse penser que la production de chaleur n'est pas homogène. En effet, un phénomène de constriction des lignes de courants électriques est à prévoir de chaque côté du contact. La concentration du courant en une zone induit une production de chaleur accrue dans cette zone. La répartition du courant électrique dans les solides doit être connue pour définir précisément la production de chaleur interne. Il faut donc réaliser un modèle électrique 2D de la zone de contact de chaque conducteur pour en déduire la répartition du courant électrique et à terme la production de chaleur interne.

La production de chaleur interne est conditionnée par la répartition bidimensionnelle du courant électrique. Mais l'échauffement du fil de contact est aussi dépendant de la chaleur dissipée dans son axe. Ce constat empêche de réaliser un modèle thermique purement bidimensionnel du conducteur cylindrique. Or, une modélisation 3D classique complexifie énormément la modélisation. Le compromis adopté est une modélisation 2,5D du fil, résultat du couplage d'un modèle 1D axial (z) et d'un modèle 2D radial (r, θ). Le modèle 1D thermique du fil permet de déterminer le profil de température le long du fil et d'en

déduire le flux de chaleur se dissipant dans l'axe à partir du contact avec la bande.

Les modèles thermiques 2D du fil de contact et de la bande de captage sont ensuite développés. Le modèle thermique de la bande de captage est lié au modèle électrique par un couplage semi-fort. De la même façon, le modèle thermique du fil est lié au modèle électrique et le modèle 2D électrothermique ainsi obtenu utilise les résultats du modèle 1D axial du fil selon un couplage faible. Il ne reste qu'à lier les modélisations du fil et de la bande.

Le contact électrique entre les deux solides est aussi la principale source de chaleur du système. La difficulté que pose cette source de chaleur réside dans le partage des flux entre les deux solides. Pour répartir entre les deux solides le flux de chaleur produit à l'interface en fonction du temps, un modèle analytique du contact est développé. Ce modèle fait le lien entre les deux autres par le biais d'un couplage semi-fort.

2.1/ ARCHITECTURE DU MODÈLE NUMÉRIQUE ET DISCRÉTISATION DU SYSTÈME

2.1.1/ PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU MODÈLE THERMOÉLECTRIQUE

2.1.1.1/ ENTRÉES ET SORTIES DU MODÈLE

L'objectif du modèle numérique est de réaliser des études paramétriques pour différentes configurations de captage à l'arrêt. Ces études permettront de tirer des conclusions sur les configurations jugées critiques en terme de température atteinte par le fil de contact. La limite de tenue mécanique des fils de contact en cuivre pur soumis à une contrainte mécanique est estimée par la SNCF à 120 °C. Pour des questions de sécurité un seuil est imposé à 90 °C. De façon à anticiper la température atteinte par le fil de contact de la caténaire, il faut un outil fiable capable de prédire l'échauffement du fil pendant le captage à l'arrêt. C'est donc dans le but de calculer les températures moyennes et maximales du fil au cours du temps qu'un modèle thermoélectrique est réalisé. Les objectifs à atteindre sont détaillés dans la figure 2.1.

Les données d'entrée disponibles nécessaires et contraintes par l'industriel sont détaillées figure 2.2. Plusieurs études ont permis de lister les paramètres susceptibles de modifier la configuration du captage à l'arrêt [26, 27]. Ces paramètres sont :

- le type de fils et de bandes, caractérisé par les matériaux et leur état d'usure,
- le type de contact, qui se détermine par la force de contact et la configuration mono/bifilaire,
- l'alimentation électrique, qui peut être constante ou dépendante du temps,
- les conditions extérieures comme la température ambiante, la vitesse du vent, voir la nébulosité du ciel.

2.1.1.2/ ARCHITECTURE DU MODÈLE

La structure modélisée complète comprend le fil de contact de la caténaire ainsi que la bande de captage du pantographe. Aucune méthode de couplage entre les deux éléments n'est imposée par le cahier des charges. L'architecture du modèle doit être un

Sorties	Électrique	Thermique
Fil de contact	- répartition du courant électrique - calcul de la production de chaleur par effet Joule	- température max par rapport à une référence - évolution de la température en fonction du temps
Interface	calcul de la production de chaleur par effet Joule	répartition du flux de chaleur produit à l'interface
Bande de captage	- répartition du courant électrique - calcul de la production de chaleur par effet Joule	évolution de la température en fonction du temps

FIGURE 2.1 – Données de sortie du modèle numérique répondant au cahier des charges industriel de l'outil informatique.

Entrées	Électrique	Mécanique	Thermique
Fil de contact	- résistivité électrique → ρ_{elec} - courant électrique de chaque côté du contact	- dimensions → <i>longueur, section</i> - état d'usure → <i>neuf, usé, très usé</i>	- caractéristiques thermo-physiques → k, ρ, C_p - milieu ambiant → <i>température T_∞, vent et apports solaires</i>
Interface	- courant électrique total traversant le système → I - résistance électrique de contact → R_{elec}	- force de contact → F_c - surface de contact → S_c	- résistance thermique de contact → R_{tc} - effusivité thermique des deux solides → ε
Bande de captage	- résistivité électrique → ρ_{elec} - courant électrique total traversant le système → I	- dimensions → <i>longueur, hauteur, largeur</i> - état d'usure → <i>neuve, usée, tr. usée</i>	- caractéristiques thermo-physiques → k, ρ, C_p - milieu ambiant → <i>température T_∞, vent et apports solaires</i>

FIGURE 2.2 – Données d'entrée du modèle numérique répondant aux besoins de l'outil informatique.

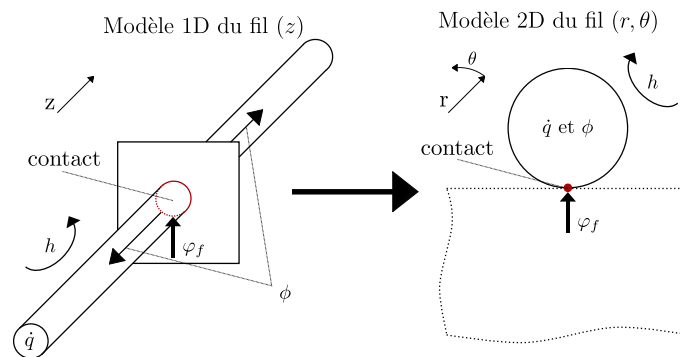


FIGURE 2.3 – Principe de la modélisation pseudo 3D du fil de contact de la caténaire en fonction des modèles 1D et 2D électrothermiques

compromis entre la précision et le temps de calcul car l'outil sera exploité dans un cadre industriel.

L'un des besoins principaux est de déterminer l'échauffement du fil dans la zone de contact ainsi que le long du fil au cours du temps. L'approche 3D électrothermique du fil est complexe et ne permet pas d'avoir de résultats avant le développement complet de l'outil. En revanche, bien que plus simple, la modélisation 2D pure du fil n'est pas envisageable si nous souhaitons avoir des résultats précis. En effet la dissipation de la chaleur dans l'axe du fil ainsi que la production volumique de chaleur le long du fil jouent un rôle très important dans la température finale atteinte par la zone de contact de la caténaire. Le compromis est de réaliser un modèle pseudo 3D (ou 2,5D). Il existe deux familles de méthodes de modélisation 2,5D. La première consiste à simuler un phénomène 3D simplifié avec un modèle 2D [82]. Dans ce cas le modèle 2D prend en compte les données de la troisième dimension pour chaque point du plan étudié (par exemple données sur z intégrées à un plan $x - y$). La deuxième méthode a pour but de lier deux modèles se trouvant dans des plans différents. Cette méthode est couramment utilisée en mécanique des fluides pour la modélisation d'écoulement [83].

C'est cette dernière méthode qui sera retenue car elle est plus modulable. Elle permettra de valider indépendamment les modèles et de les dissocier si les besoins industriels évoluent. Dans notre cas il s'agit d'un couplage entre une modélisation monodimensionnelle dans la longueur du fil (z) et une modélisation bidimensionnelle dans le plan radial (r, θ). Ce type de modèle permettra de tirer rapidement des résultats avec la modélisation 1D qui pourront par ailleurs être validés expérimentalement. Le modèle complet 2,5D sera développé par la suite. Le principe est de calculer la dissipation de la chaleur ϕ dans l'axe du fil (z) par le modèle 1D en prenant en compte la production de chaleur interne par effet Joule $\dot{q}$ dans la longueur du fil. Une fois la dissipation de chaleur calculée de chaque côté du contact, elle s'intègre à un modèle 2D (r, θ) électrothermique de la zone de contact du fil de la caténaire (fig. 2.3). Le modèle électrothermique du fil de contact calcule dans un premier temps la production de chaleur interne due à l'effet Joule $\dot{q}$ pour un courant électrique non homogène dans la section. Cette production de chaleur interne est recalculée à chaque pas de temps en considérant les phénomènes électriques instantanés par rapport aux phénomènes thermiques. Le modèle 2D du fil prend aussi en compte les phénomènes d'échanges convectifs avec l'air (via le coefficient h), ainsi que le flux de chaleur issu de l'interface φ_f . Enfin, il calcule le champ de températures dans la section du fil pour la zone de contact en fonction du temps.

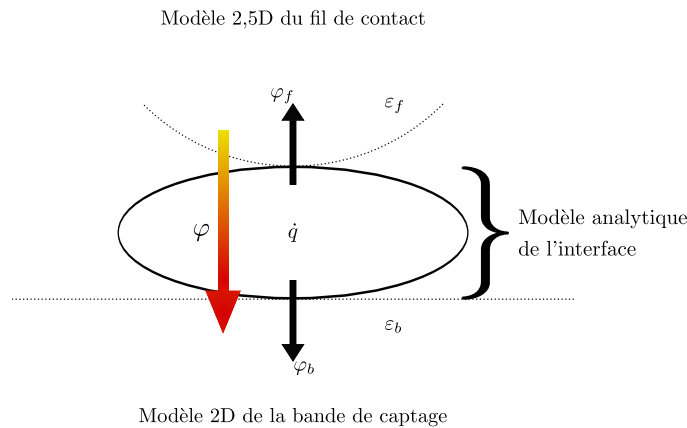


FIGURE 2.4 – Principe de fonctionnement du modèle analytique indépendant de l'interface faisant le lien entre les modèles 2,5D du fil de contact et 2D de la bande de captage

Un autre besoin est de connaître l'échauffement maximale de la bande de captage ainsi que la répartition de la température. Concernant la bande de captage nous choisissons de réaliser un modèle 2D électrothermique en prenant en compte la totalité de la surface d'échange avec l'air. Comme pour le modèle 2D du fil de contact, le modèle de la bande calcule initialement la répartition du courant et la production de chaleur interne à chaque pas de temps. Le champ de températures dans la bande de captage est ensuite calculé.

Le lien entre les modélisations du fil de contact et de la bande de captage est réalisé par un modèle analytique de l'interface. Ce modèle analytique permet de calculer la production de chaleur à l'interface $\dot{q}$ ainsi que le partage du flux de chaleur issue de cette production interne en deux densités de flux φ_f et φ_b . La répartition de la production de chaleur à l'interface prend en compte les matériaux via l'effusivité thermique ε ainsi que le flux de chaleur par conduction entre les deux solides φ (fig. 2.4).

2.1.2/ DISCRÉTISATION DU SYSTÈME PANTOGRAPHE-CATÉNAIRE

Les discrétisations géométriques du système sont validés par des études physiques montrant la pertinence des simplifications adoptées (voir paragraphe 2.3).

2.1.2.1/ MAILLAGE 1D DU FIL

L'objectif de la modélisation monodimensionnelle du fil de contact est de calculer le flux de chaleur dissipé dans le fil suivant son axe (z). La discrétisation du fil en 1D se fait donc dans le sens de la longueur L . Le modèle est séparé en trois parties que nous nommerons ici 1, 2 et *contact*. Elles représentent respectivement les extrémités à gauche et à droite de la zone de contact et la zone de contact (fig. 2.5). Les caractéristiques considérées X de chaque partie seront notées X_1 , X_2 et X_c . La longueur L_c de la zone de contact est fixée à la largeur (ou profondeur) de la bande l_b .

La partie appelée contact n'est constituée que d'un point de maillage. Les longueurs

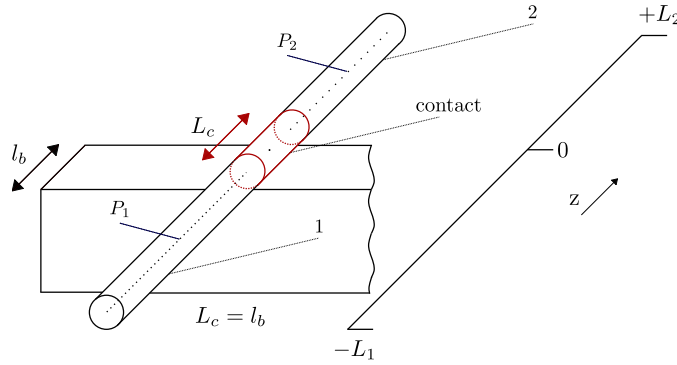


FIGURE 2.5 – Maillage du fil de contact en 1D, principe de discrétisation monodimensionnelle (z) adaptée à la longueur du contact L_c définie par la largeur de la bande l_b .

des parties 1 et 2, L_1 et L_2 , peuvent être différentes. C'est pourquoi leur maillage est indépendant, le nombre de points qui les compose p_1 et p_2 peuvent donc être inégales. Les pas géométriques de chaque côté du contact seront notés Δz_1 et Δz_2 (fig. 2.6). Le nombre total de points dans la longueur du fil p_L se calcule ainsi :

$$p_L = p_1 + p_2 + 1 \quad (2.1)$$

La notation courante de la température pour chaque point se fera de gauche à droite, de T_{-L_1} au bout de la partie 1 à T_0 au contact puis de T_0 à T_{+L_2} au bout de la partie 2. $-L_1$ et $+L_2$ représentent les derniers points de chaque partie. Cette écriture met en valeur le contact lors de la présentation des résultats et permet de dissocier clairement chaque partie.

Les surfaces seront séparées en deux catégories. La section est nommée A comme aire. Les surfaces dans le sens radial du fil, c'est à dire les surfaces d'échange avec l'air ou le contact avec la bande, sont notées S . Toutes les surfaces sont exprimées en fonction de la zone du fil dont elles sont tirées. Trois types de nœuds sont distingués, le nœud de contact $[0]$, les nœuds de la partie 1 $[-1 : -L_1]$ et les nœuds de la partie 2 $[1 : L_2]$.

La section du fil pour un rayon r s'exprime par :

$$A = \pi r^2 \quad (2.2)$$

La surface de contact avec la bande est appelée S_c , il s'agit d'une des entrées du modèle.

La surface d'échange convectif de la partie contact est :

$$S_{conv} = 2\pi r \times L_c - S_c \quad (2.3)$$

La surface d'échange avec l'air d'un point de la partie p 1 a pour expression :

$$S_p = 2\pi r \times \Delta z_p \quad (2.4)$$

avec,

p les parties 1 ou 2 du fil de contact

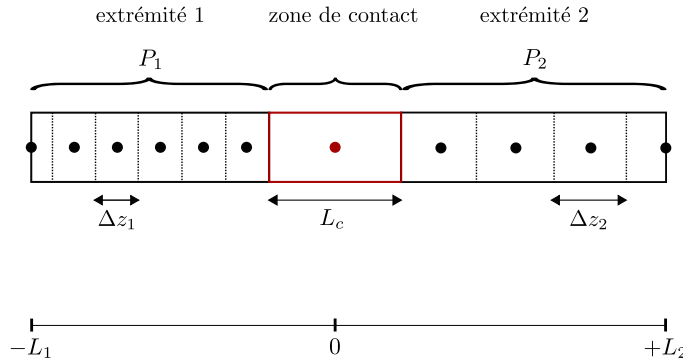


FIGURE 2.6 – Exemple de discrétisation monodimensionnelle (z), maillage du fil de contact avec les pas longitudinaux Δz de chaque extrémité et la longueur de contact L_c .

2.1.2.2/ MAILLAGE 2D DU FIL

Le modèle bidimensionnel du fil de contact de la caténaire permet de calculer finement le champ de températures de la zone de contact. Il sert à simuler l'échauffement d'une longueur équivalente à la longueur de contact avec la bande de captage en prenant en compte les phénomènes physiques prépondérants. Pour simplifier le maillage du système et pour rester cohérent avec le modèle 1D, la longueur de contact L_c est égale à la largeur de la bande. Pour s'assurer qu'au moins un point entier est au contact, le maillage sera en partie défini par la largeur de contact l_c , avec $l_c = \frac{S_c}{L_c}$ (fig. 2.7).

Cette discrétisation est réalisée en coordonnées polaires, sur l'axe radial (r) avec un pas radial Δr et sur l'axe angulaire (θ) avec un pas angulaire $\Delta\theta$ (fig. 2.8). Le dernier point sur l'axe radial M et le dernier point sur l'axe angulaire N déterminent le nombre total de points dans la coupe radiale du fil p_f (eq. 2.5). En comptant le point du centre le nombre total de points du maillage se calcule par :

$$p_f = 1 + M \times N \quad (2.5)$$

La notation courante de la température pour chaque point est $T_{m,n}$ avec m la situation radiale et n la situation angulaire du point concerné. La position sur l'axe radial du point $T_{m,n}$ est :

$$r_m = m\Delta r \quad (2.6)$$

Pour la résolution, les points et leurs caractéristiques seront aussi numérotés dans le sens trigonométrique en spirale et en partant du centre. Ainsi, la température du centre du cylindre est numérotée T_0 ($0, T_0, S_0, \dots$). La température interne au premier cercle pour un angle nul ($T_{1,0}$) est numérotée T_1 . Celle pour un angle de $\Delta\theta$ ($T_{1,1}$) est T_2 , et ainsi de suite pour tout m et n .

Toujours dans un souci de clarté les surfaces seront séparées en deux catégories. Les surfaces se trouvant dans le sens de la section seront nommées A comme aire. Tandis que celles se trouvant dans le sens radial ou le sens angulaire seront notées S . Les

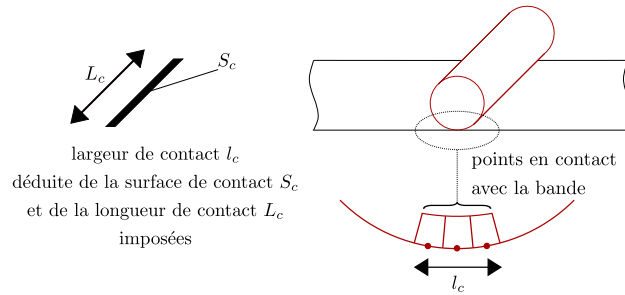


FIGURE 2.7 – Maillage du fil de contact en 2D, principe de discrétisation bidimensionnelle (r, θ) adaptée à la largeur du contact l_c .

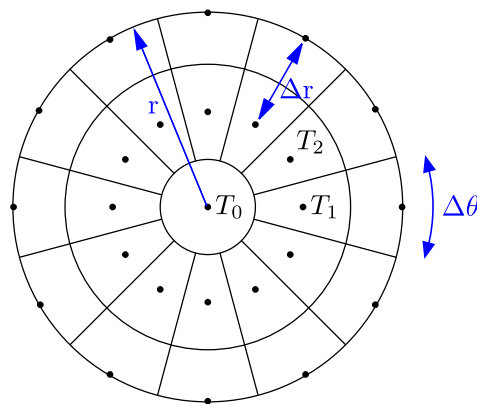


FIGURE 2.8 – Maillage du fil de contact en 2D, exemple de discrétisation bidimensionnelle (r, θ) avec le pas angulaire $\Delta\theta$, le pas radial Δr et le rayon r

surfaces seront exprimées en fonction du pas radial Δr , du pas angulaire $\Delta \theta$ et de la situation radiale m de façon à généraliser les calculs. Trois types de nœuds sont distingués, le nœud central [0], les nœuds internes [$1 : M(N - 1)$] et les nœuds externes [$M(N - 1) + 1 : M \times N$] en surface du conducteur. Les surfaces sont présentées figure 2.9. La section A calculée pour le modèle 1D est toujours valable (eq. 2.2).

Aire du nœud central, notation 0 :

$$A_0 = \pi \left(\frac{\Delta r}{2} \right)^2 \quad (2.7)$$

Aire des nœuds internes, notation i :

$$A_i(m) = \frac{\Delta \theta}{2} \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta r \right]^2 - \frac{\Delta \theta}{2} \left[\left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \right]^2 \quad (2.8)$$

$$A_i(m) = m \frac{\Delta \theta}{4} \Delta r^2 \quad (2.9)$$

Aire des nœuds de surface, notation e :

$$A_e = \frac{\Delta \theta}{2} [M \Delta r]^2 - \frac{\Delta \theta}{2} \left[\left(M - \frac{1}{2} \right) \Delta r \right]^2 \quad (2.10)$$

$$A_e = \frac{\Delta \theta \cdot \Delta r^2}{2} \left(M - \frac{1}{4} \right) \quad (2.11)$$

Concernant les surfaces entre les nœuds il faut distinguer en plus du centre, des nœuds internes et externes, le sens angulaire et le sens radial. Les surfaces sont calculées pour une longueur de contact L_c .

Surface du nœud central (uniquement dans le sens radial), notation 0 :

$$S_0 = \frac{\Delta r}{2} \Delta \theta L_c \quad (2.12)$$

Surface des nœuds internes dans le sens radial pour les couronnes supérieures et inférieures (+ ou -), notation $i r$:

$$S_{ir}^{\pm}(m) = \left(m \pm \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \theta L_c \quad (2.13)$$

Surface des nœuds internes dans le sens angulaire, notation $i \theta$:

$$S_{i\theta} = \Delta r \cdot L_c \quad (2.14)$$

Surface des nœuds externes dans le sens radial pour l'extérieur et la couronne inférieure (+ ou -), notation $e r$:

$$S_{er}^{-} = \left(M - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \theta L_c \quad (2.15)$$

$$S_{er}^{+} = M \Delta r \Delta \theta L_c \quad (2.16)$$

Surface des nœuds externes dans le sens angulaire, notation $e \theta$:

$$S_{e\theta} = \frac{\Delta r}{2} L_c \quad (2.17)$$

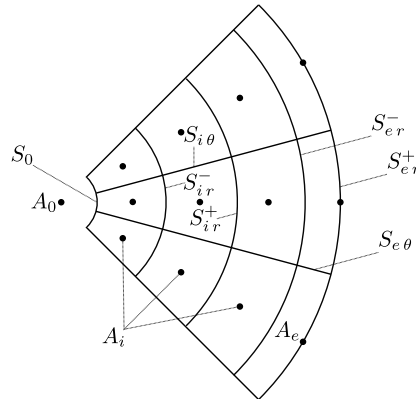


FIGURE 2.9 – Surfaces des éléments de maillage de la discrétisation bidimensionnelle du fil de contact.

2.1.2.3/ MAILLAGE 2D DE LA BANDE

Le modèle bidimensionnel de la bande vient compléter la modélisation du système. Il sert à calculer l'évolution temporelle de la température côté pantographe du contact ainsi que le gradient de température au sein de la bande de captage. Le maillage du pantographe pose un problème. En effet pour représenter au mieux les phénomènes qui interviennent, il faut qu'au moins une maille fasse la taille du contact. Or, si l'on s'appuie sur les travaux de Hertz [28] le contact entre la bande et le fil est de l'ordre de 1 mm^2 dans le pire des cas (faible force de contact, bande en carbone pur). La logique de discrétisation établie pour le fil, à savoir une longueur de contact égale à la profondeur de la bande, est conservée. Donc, en prenant des dimensions de bande de captage courantes de $700 \times 30 \times 50$ soit 5 cm de profondeur de bande, la largeur du contact est de $0,2 \text{ mm}$ pour un maillage régulier. Même en imposant un point unique au contact côté bande cela ne représente pas moins de 3500 points de maillage dans le sens de la longueur (fig. 2.10). Pour le moment le maillage de la bande reste imposé par la largeur de contact comme pour le fil. Nous verrons que les temps de calcul ne sont pas handicapants. En revanche, on pourrait se poser la question d'un maillage adaptatif dans le sens de la longueur avec des mailles plus fines aux abords du contact et s'élargissant en s'éloignant, des exemples de maillage de ce type existent dans la littérature [84].

La discrétisation de la bande est faite en coordonnées cartésiennes, avec pour la longueur un pas Δx sur l'axe x et pour la hauteur un pas Δy sur l'axe y (fig. 2.11). Les derniers points sur la longueur L et la hauteur H ne doivent pas être confondus avec les dimensions L_b et H_b de la bande. Ils déterminent le nombre de points total p_b (eq. 2.18).

$$p_b = L \times H \quad (2.18)$$

La notation courante de la température pour chaque point de coordonnées $[l, h]$ est $T_{l,h}$ avec l la situation sur la longueur et h la situation sur la hauteur. Pour la résolution, les points et leurs caractéristiques seront aussi numérotés en ligne de gauche à droite et de bas en haut. Ainsi la température du coin inférieur gauche $T_{1,1}$, sera numérotée T_1 , et ainsi de suite pour tout l et h .

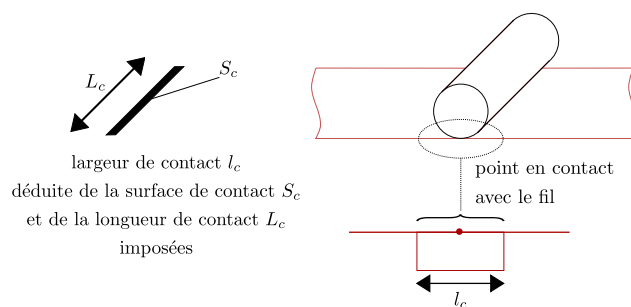


FIGURE 2.10 – Maillage de la bande de captage en 2D, principe de discrétisation bidimensionnelle cartésienne (x, y) adaptée à la largeur du contact l_c déduite de la surface et de la longueur de contact S_c et L_c .

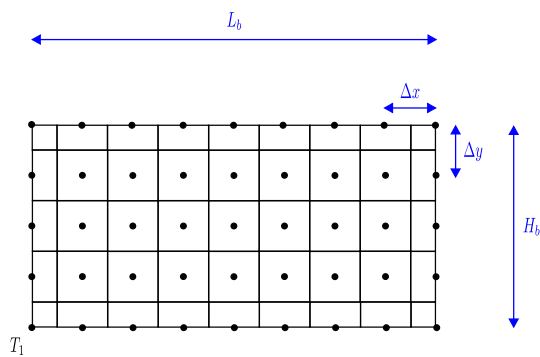


FIGURE 2.11 – Maillage de la bande de captage en 2D, exemple de discrétisation bidimensionnelle cartésienne (x, y) avec la longueur de la bande L_c et la hauteur de la bande H_c ainsi que les pas sur leur axe respectif Δx et Δy .

Comme pour la discrétisation polaire du fil les surfaces sont divisées en deux catégories. Celles se trouvant dans le sens de la profondeur sont nommées A comme aire. Celles dans le sens de la longueur et de la hauteur seront notées S . On distingue trois types de nœuds, les nœuds des 4 coins ($[1; 1]$, $[L; 1]$, $[1; H]$ et $[L; H]$), les nœuds externes ($[2 : L - 1; 1]$, $[2 : L - 1; H]$, $[1; 2 : H - 1]$ et $[L; 2 : H - 1]$) et les nœuds internes.

Aire des nœuds internes, notation i :

$$A_i = \Delta x \times \Delta y \quad (2.19)$$

Aire des nœuds de surface, notation e :

$$\begin{cases} \text{pour } l = 1 \text{ ou } L : & A_{el} = \frac{\Delta x}{2} \times \Delta y \\ \text{pour } h = 1 \text{ ou } H : & A_{eh} = \Delta x \times \frac{\Delta y}{2} \end{cases} \quad (2.20)$$

Aire des nœuds des coins, notation $coin$:

$$A_{coin} = \frac{\Delta x}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \quad (2.21)$$

Concernant les surfaces de contact il faut distinguer en plus du centre, des nœuds internes et externes, le sens de la longueur et de la hauteur. Les surfaces sont calculées pour une largeur de bande l_b .

Surface des coins dans le sens de la longueur, notation $coin l$:

$$S_{coin l} = \frac{\Delta y}{2} \times l_b \quad (2.22)$$

Surface des coins dans le sens de la hauteur, notation $coin h$:

$$S_{coin h} = \frac{\Delta x}{2} \times l_b \quad (2.23)$$

Surface des nœuds internes dans le sens de la longueur, notation il :

$$S_{il} = \Delta y \times l_b \quad (2.24)$$

Surface des nœuds internes dans le sens de la hauteur, notation ih :

$$S_{ih} = \Delta x \times l_b \quad (2.25)$$

Surface des nœuds externes dans le sens de la longueur, notation el :

$$\begin{cases} \text{pour } h = 1 \text{ ou } H : & S_{el} = \frac{\Delta y}{2} \times l_b \\ \text{pour } l = 1 \text{ ou } L : & S_{el} = \Delta y \times l_b \end{cases} \quad (2.26)$$

Surface des nœuds externes dans le sens de la hauteur, notation eh :

$$\begin{cases} \text{pour } h = 1 \text{ ou } H : & S_{eh} = \Delta x \times l_b \\ \text{pour } l = 1 \text{ ou } L : & S_{eh} = \frac{\Delta x}{2} \times l_b \end{cases} \quad (2.27)$$

On notera que la largeur l_b de la bande est égale à la longueur L_c du contact dans notre maillage.

2.1.2.4/ DISCRÉTISATION TEMPORELLE

L'objectif des différents modèles est de calculer l'évolution de la température en fonction du temps. Le régime transitoire et la simplification issue de la méthode des différences finies nécessitent une discrétisation temporelle du système. C'est à dire une durée finie avec un début t_0 et une fin t_{max} ainsi qu'un pas de temps Δt . Le temps final est naturellement fixé par l'alimentation électrique du système, soit $t_{max} = t_{alim}$.

CONCLUSION

La structure du modèle numérique complet du système fil/bande durant le captage à l'arrêt est définie. Ce modèle se composera donc de deux sous modèles électrothermiques indépendants, un pour chaque solide, liés par le modèle analytique thermique du contact. Ces deux sous modèles eux-même étant le résultat de couplages entre des modèles bi-dimensionnels thermiques et électriques. La modélisation du fil se démarque par un troisième modèle intégrant la troisième dimension afin d'obtenir un modèle électrothermique pseudo 3D.

L'architecture du modèle a été détaillée et elle a permis de déterminer les discrétisations géométriques et temporelles des modèles. Les modélisations électriques et thermiques de chaque solide reposent sur le même maillage et le même découpage temporel. Cela facilite le couplage entre les modèles. Les discrétisations géométriques ont été validées par des études thermiques préliminaires justifiant les maillages adoptés. Quant à la discrétisation temporelle elle n'a pas besoin d'être validée car les phénomènes transitoires sont exprimés de façon implicite, ce qui assure une stabilité inconditionnelle.

Les parties suivantes sont consacrées aux modélisations électriques et thermiques du fil de contact et de la bande de captage.

2.2/ MODÉLISATION ÉLECTRIQUE DU SYSTÈME

La configuration géométrique du système oblige à calculer la répartition du courant électrique pour déterminer la production de chaleur interne de chaque solide. L'alimentation électrique peut varier en fonction du temps, il faut donc connaître la répartition du courant dans le système à chaque pas de temps. Cette répartition est déduite du champ de potentiels. Intégrer aux modèles thermiques les équations physiques permettant de déterminer le champ de potentiels nuirait aux performances du modèle complet. C'est pour cela que des modèles électriques du fil de contact et de la bande de captage sont développés.

Dérivées	Approximations algébriques
$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}$	$\frac{U_{m+1,n} - 2U_{m,n} + U_{m-1,n}}{\Delta r^2}$
$\frac{\partial U}{\partial r}$	$\frac{U_{m+1,n} - U_{m,n}}{\Delta r}$
$\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}$	$\frac{U_{m,n+1} - 2U_{m,n} + U_{m,n-1}}{\Delta \theta^2}$

TABLEAU 2.1 – Transformation des dérivées utilisées lors de la résolution du modèle électrique du fil de contact par la méthode des différences finies

2.2.1/ CALCUL DE LA RÉPARTITION DU COURANT ÉLECTRIQUE DANS LE FIL DE CONTACT LORS DU CAPTAGE À L'ARRÊT

2.2.1.1/ LOI GÉNÉRALE DE RÉPARTITION DU COURANT DANS UN CORPS CONDUCTEUR ADAPTÉE À LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES POUR LE FIL

Bien que le conducteur soit de petite taille, la surface réduite du contact nous laisse penser que la production de chaleur interne est très localisée. Nous décidons de calculer la répartition du courant à chaque itération afin de calculer précisément l'énergie perdue par effet Joule qui constitue la source de chaleur interne du fil de contact. De plus, il serait intéressant de calculer les courants électriques transitant au sein du conducteur.

Comme vu précédemment, il est possible d'exprimer la densité de courant volumique J en fonction du champ de potentiels U et de la conductivité électrique du matériau σ (c.à.d. $\sigma = \frac{1}{\rho_{el}}$). Puisque nous nous trouvons dans un repère polaire ($r; \theta$) la répartition du courant électrique est régie par l'équation 2.28. Pour simplifier l'écriture du modèle électrique, nous considérerons les caractéristiques comme étant constantes en fonction de la température. En réalité l'outil informatique permettra de faire les calculs avec l'évolution des caractéristiques en fonction de T .

$$\sigma \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\sigma}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\sigma}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = -J \quad (2.28)$$

La méthode des différences finies consiste à résoudre les équations aux dérivées partielles en transformant les dérivées en approximations algébriques. Les approximations utilisées lors de cette étude se trouvent dans le tableau 2.1.

L'équation de la répartition du courant électrique au sein de la zone de contact du fil de la caténaire devient :

$$\begin{aligned} \sigma \frac{U_{m+1,n} - 2U_{m,n} + U_{m-1,n}}{\Delta r^2} + \frac{\sigma}{r_{m,n}} \frac{U_{m+1,n} - U_{m,n}}{\Delta r} \dots \\ \dots + \frac{\sigma}{r_{m,n}^2} \frac{U_{m,n+1} - 2U_{m,n} + U_{m,n-1}}{\Delta \theta^2} = -J \end{aligned} \quad (2.29)$$

L'équation 2.29 est développée afin d'écrire l'équation générale de résolution du champ de potentiels au sein du fil de contact (eq. 2.30). Rappelons que $r_{m,n}$ est la position du

point de coordonnées $[m; n]$ sur le rayon r , tel que $r_{m,n} = m\Delta r$.

$$\begin{aligned} \frac{2\sigma}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{2m} + \frac{1}{(m\Delta\theta)^2} \right) U_{m,n} - \frac{\sigma}{\Delta r^2} U_{m-1,n} - \frac{\sigma}{\Delta r^2} U_{m+1,n} \dots \\ \dots - \frac{\sigma}{(m\Delta r\Delta\theta)^2} U_{m,n-1} - \frac{\sigma}{(m\Delta r\Delta\theta)^2} U_{m,n+1} = J \end{aligned} \quad (2.30)$$

Une fois le champ de potentiels calculé, il est possible de déterminer les différents courants électriques i au sein de la zone de contact du fil. D'après la loi d'Ohm, le courant électrique est le résultat d'une différence de potentiels soumise à une résistance électrique (eq. 2.31).

$$i = \frac{U}{R_{el}} \quad (2.31)$$

Il est nécessaire de calculer les différentes résistances électriques entre les nœuds. La formule générale d'une résistance électrique quelconque est rappelée dans l'équation 2.32.

$$R_{el} = \rho_{el} \int \frac{L(x)}{S(x)} dx \quad (2.32)$$

Dans le sens radial la résistance électrique entre les nœuds de coordonnées $[m, n]$ et $[m + 1, n]$ est :

$$R_{el}^r = \rho_{elec} \int_m^{m+1} \frac{\Delta r}{r_m \Delta\theta L_c} dr \quad (2.33)$$

$$R_{el}^r = \rho_{elec} \frac{\Delta r}{\Delta\theta L_c} \times \ln \frac{r_{m+1}}{r_m} \quad (2.34)$$

De façon analogue [85], la résistance électrique dans le sens angulaire entre les nœuds de coordonnées $[m, n]$ et $[m, n + 1]$ est :

$$R_{el}^\theta = \rho_{elec} \frac{\Delta\theta}{L_c} \times \frac{1}{\ln \frac{r_{m+1/2}}{r_{m-1/2}}} \quad (2.35)$$

2.2.1.2/ CAS PARTICULIER DU CENTRE

Le centre est un cas particulier car il n'a de contact que dans le sens radial. La résistance électrique au centre ne peut être calculée de façon classique. En effet, la résistance électrique qui s'écrit $R_{el} = \rho_{el} \frac{L}{S}$ tend vers l'infini lorsque le rayon r tend vers 0, au centre. Or il faut connaître la résistance électrique entre le centre et les points de la première couronne pour calculer les courants électriques transitant entre les nœuds.

Le problème de la résistance électrique du centre est résolu en mêlant deux approches. Dans un premier temps c'est le théorème de Millman qui est utilisé. Il énonce que dans un réseau électrique de k branches en parallèle, comprenant chacune des générateurs de courant, si les courants i_k sont connus, la tension U aux bornes peut s'écrire comme la somme des tensions U_k divisées par les résistances électriques R_{elk} sur l'inverse de la résistance équivalente (eq. 2.36).

$$U = \frac{\sum i_k}{\sum \frac{1}{R_{elk}}} = \frac{\sum \frac{U_k}{R_k}}{\sum \frac{1}{R_{elk}}} \quad (2.36)$$

Dans notre système, d'après la loi des nœuds, la somme des courants entrant et sortant du centre du conducteur est nulle (eq. 2.37).

$$i_{0z} + \sum i_k = 0 \quad (2.37)$$

avec,

i_{0z} la part du courant totale I entrant dans le centre par l'axe z (c.à.d. $i_{0z} = I \times \frac{A_0}{A}$)

D'après la loi d'Ohm une somme de courants peut être ramenée à une somme de différences de potentiels sur des résistances électriques (eq. 2.38). On remarque que pour un maillage régulier assez fin, les résistances électriques radiales R_{elk}^r entre les points de la première couronne et le centre peuvent être considérées égales. Plus les mailles sont fines plus le gradient de température entre les nœuds de la première couronne est négligeable, la résistivité électrique est donc équivalente tout autour du centre. De plus, si le maillage est régulier les paramètres géométriques sont identiques pour tous les nœuds autour du centre. Les résistances électriques radiales entre le centre et n'importe quel nœud de la première couronne R_{elc}^r sont alors considérées égales. L'équation 2.39 est écrite pour un système à N nœuds adjacents au centre.

$$\sum \frac{\Delta U_k}{R_{elc}^r} = -j \cdot A_0 \quad (2.38)$$

avec,

ΔU_k la différence de potentiels entre le centre et un nœud adjacent (c.à.d. $\Delta U_k = U_k - U_0$)

j la densité surfacique de courant électrique entrant dans la zone de contact du fil (c.à.d. $j = \frac{I}{A}$)

$$N \frac{U_0}{R_{elc}^r} - \sum_{k=1}^K \frac{U_k}{R_{elc}^r} = j \cdot A_0 \quad (2.39)$$

On remarque que $\frac{\sum U_k}{N}$ est la moyenne arithmétique des potentiels adjacents au centre que l'on appelle $\bar{U}$. Nous pouvons ainsi écrire que la différence entre le potentiel du centre U_0 et le potentiel moyen des points adjacents au centre $\bar{U}$ est fonction de la résistance électrique radiale au centre R_{elc}^r , du nombre de points adjacents au centre N et de la part du courant I entrant dans le centre i_{0z} (eq. 2.40).

$$U_0 - \bar{U} = \frac{R_{elc}^r \times j \cdot A_0}{N} \quad (2.40)$$

En reprenant l'équation différentielle qui régit la répartition du courant dans le conducteur (eq. 2.61), en l'écrivant pour le centre, et sachant qu'il n'y a pas de contributions angulaires, elle devient :

$$\sigma \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\sigma}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = -J \quad (2.41)$$

L'équation 2.41 permet d'appliquer la règle de l'Hôpital. Cette règle énonce que si deux fonctions limitées au moins par une borne (par exemple 0) sont dérivables. Alors, la limite des quotients de ces fonctions et celle du quotient de leur dérivée sont égales :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (2.42)$$

La règle de l'Hôpital est écrite dans le cas du centre, avec $r \rightarrow 0$, pour le terme $\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r}$ de l'équation 2.41 :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial U}{\partial r}}{r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}}{1} \quad (2.43)$$

Pour le centre, l'équation différentielle simplifiée par la loi de l'Hôpital de l'équation 2.43 est :

$$2\sigma \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = -J \quad (2.44)$$

Il est alors possible d'adopter l'équation différentielle 2.44 à la méthode des différences finies en appliquant les approximations algébriques des dérivées partielles (eq. 2.45). Cette méthode sur trois points est plus aisée à appliquer pour un nombre de points autour du centre N pair. Il y a N dérivées secondes possibles, une pour chaque point adjacent au point du centre. Les dérivées des points se trouvant entre 1 et $\frac{N}{2}$ sont le reflet des dérivées des points entre $\frac{N}{2} + 1$ et N (fig. 2.12).

$$\left. \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right|_n \simeq \frac{U_n - 2U_0 + U_{n+N/2}}{\Delta r^2} \quad (2.45)$$

La totalité des approximations algébriques au centre compte deux fois chaque point de la première couronne, une fois pour chaque sens de la dérivée (eq. 2.46).

$$\frac{U_n - 2U_0 + U_{n+N/2}}{\Delta r^2} + \frac{U_{n+N/2} - 2U_0 + U_n}{\Delta r^2} = \frac{2U_n - 2U_0}{\Delta r^2} + \frac{2U_{n+N/2} - 2U_0}{\Delta r^2} \quad (2.46)$$

Donc la somme des N dérivées transformées revient à écrire :

$$\sum_{n=1}^N \frac{\partial^2 U_n}{\partial r^2} \simeq \sum_{n=1}^N \frac{2U_n - 2U_0}{\Delta r^2} \quad (2.47)$$

L'équation 2.47 permet d'écrire le système algébrique du centre pour les N nœuds qui l'entourent (eq. 2.48).

$$\frac{4\sigma}{\Delta r^2} U_0 - \frac{4\sigma}{\Delta r^2} \sum_{n=1}^N \frac{U_n}{N} = J \quad (2.48)$$

L'équation 2.48 permet de faire apparaître le potentiel moyen des nœuds adjacents au centre $\bar{U}$ (eq. 2.49). Il est ainsi possible d'écrire la différence de potentiels entre le centre et la moyenne des points de la première couronne, en fonction de la densité volumique de courant J , de la conductivité du matériau σ et du pas radial Δr (eq. 2.50). Le pas radial se trouve être aussi le diamètre du nœud central.

$$\frac{4\sigma}{\Delta r^2} (U_0 - \bar{U}) = J \quad (2.49)$$

$$U_0 - \bar{U} = \frac{J \cdot \Delta r^2}{4\sigma} \quad (2.50)$$

Nous remarquons que le lien entre les deux équations 2.40 et 2.50 des différences de potentiels entre le centre et la moyenne des points de la première couronne est le courant

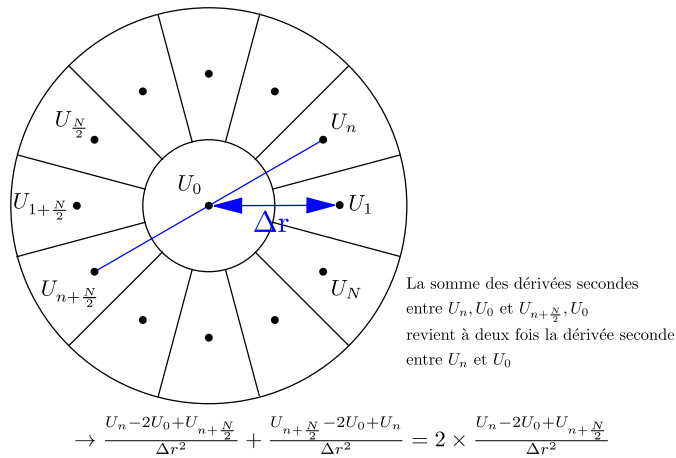


FIGURE 2.12 – Principe de la dérivée seconde simplifiée utilisée au centre du fil de contact de la caténaire.

électrique I (c.à.d. $I = j \times A = J \times A \cdot L_c$). En simplifiant les deux équations par le courant et en les soustrayant l'une à l'autre il est possible d'en déduire la résistance électrique dans le sens radial entre le nœud central et un nœud de la première couronne (eq. 2.51). Cette résistance n'est valable que dans le cas d'un maillage fin et régulier.

$$R_{elc}^r = \frac{1}{\sigma} \times \frac{N \cdot \Delta r^2}{4A_0 \cdot L_c} \quad (2.51)$$

La résistance électrique radiale au centre R_{elc}^r peut être exprimée en fonction de la résistivité électrique du matériau ρ_{elec} (c.à.d. $\rho_{elec} = \frac{1}{\sigma}$), du nombre de nœuds dans le sens angulaire N et du diamètre du nœud central Δr (eq. 2.52).

$$R_{elc}^r = \rho_{elec} \frac{N}{\pi L_c} \quad (2.52)$$

2.2.1.3/ CONDITIONS AUX LIMITES : POINTS EN CONTACT AVEC L'AIR

Les points en périphérie externe du système ($m = M$) sont soumis à des conditions aux limites. Ces conditions doivent représenter les limites du système et éventuellement les contributions venant de l'extérieur et agissant sur le système. Concernant le modèle électrique du fil de contact il n'y a aucun échange avec l'extérieur. Nous pouvons considérer une condition de Neumann homogène, c'est à dire une isolation électrique sur les bords en contact avec l'air exprimée par l'absence de variation de potentiels dans le sens radial entre le conducteur et l'extérieur. Cela revient à réaliser un bilan de courant électrique, autrement dit la loi des nœuds de Kirchhoff [86]. Le bilan pour notre système est détaillé dans l'équation 2.54 et la figure 2.13.

$$\sum i = 0 \quad (2.53)$$

$$i_{M-1,n} + i_{M,n-1} + i_{M,n+1} + i_{M,n,z} = 0 \quad (2.54)$$

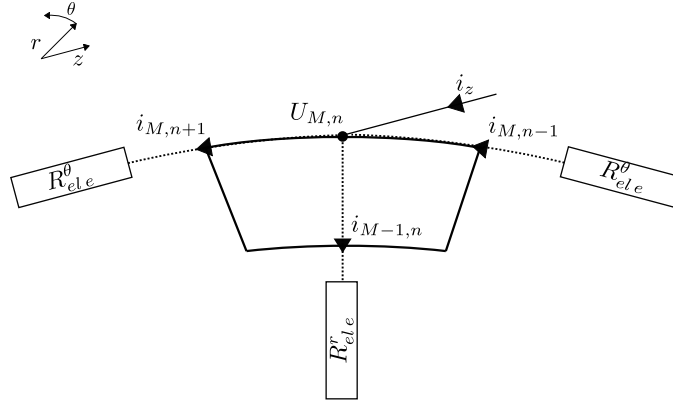


FIGURE 2.13 – Principe de la condition limite appliquée aux points de maillage en contact avec l'air, bilan de courant respectant la loi des nœuds prenant en compte le courant alimentant le fil dans l'axe z .

avec,

$i_{M-1,n}$ le courant radial entre les nœuds de la dernière couronne et les nœuds de l'avant dernière couronne

$i_{M,n-1}$ et $i_{M,n+1}$ les courants angulaires entre les nœuds de la dernière couronne

$i_{M,n,z}$ le courant d'alimentation entrant dans le point $[M, n]$ et venant de l'axe du fil (z)

En réécrivant la loi des nœuds mais cette fois en utilisant la loi d'Ohm on fait apparaître les différences de potentiels entre les points de maillage (eq. 2.55 et 2.56). Finalement l'équation 2.56 est développée et les termes sont regroupés en fonction des potentiels de chaque point (eq. 2.57).

$$\frac{\Delta U_{M-1,n}}{R_{ele}^r} + \frac{\Delta U_{M,n-1}}{R_{ele}^\theta} + \frac{\Delta U_{M,n+1}}{R_{ele}^\theta} = -i_{M,n,z} \quad (2.55)$$

$$\frac{U_{M-1,n} - U_{M,n}}{R_{ele}^r} + \frac{U_{M,n-1} - U_{M,n}}{R_{ele}^\theta} + \frac{U_{M,n+1} - U_{M,n}}{R_{ele}^\theta} = -i_{M,n,z} \quad (2.56)$$

$$\left(\frac{1}{R_{ele}^\theta} + \frac{2}{R_{ele}^\theta} \right) U_{M,n} - \frac{1}{R_{ele}^r} U_{M-1,n} - \frac{1}{R_{ele}^\theta} U_{M,n-1} - \frac{1}{R_{ele}^\theta} U_{M,n+1} = i_{M,n,z} \quad (2.57)$$

La loi d'Ohm permet d'écrire le bilan de courant en potentiels en faisant apparaître les résistances électriques des points externes. Pour ces nœuds la résistance électrique dans le sens radial entre les nœuds de la dernière et ceux de l'avant dernière couronne (eq. 2.58) et la résistance électrique dans le sens angulaire entre les nœuds de la dernière couronne (eq. 2.59) s'écrivent :

$$R_{ele}^r = \frac{\rho}{L_c \Delta \theta} \cdot \ln \frac{r}{r - \Delta r} \quad (2.58)$$

$$R_{ele}^\theta = \frac{\rho \Delta \theta}{L_c} \cdot \frac{1}{\ln \frac{r}{r - 1/2 \Delta r}} \quad (2.59)$$

avec,

r le rayon du fil de contact de la caténaire

En injectant les équations 2.58 et 2.59 dans l'équation 2.57 il est possible d'écrire l'équation de résolution des potentiels des points en contact avec l'air en fonction de la densité de courant volumique J (c.à.d. $J = \frac{i_{M,n,z}}{V_{M,n}}$).

$$\begin{aligned} & \frac{2\sigma}{\Delta r^2 \left(M - \frac{1}{4}\right)} \left(\frac{1}{\ln \frac{r}{r-\Delta r}} + \frac{2 \times \ln \frac{r}{r-1/2\Delta r}}{\Delta \theta^2} \right) U_{M,n} - \frac{2\sigma}{\Delta r^2 \left(M - \frac{1}{4}\right) \ln \frac{r}{r-\Delta r}} U_{M-1,n} \dots \quad (2.60) \\ & \dots - \frac{2\sigma \times \ln \frac{r}{r-1/2\Delta r}}{\Delta \theta^2 \cdot \Delta r^2 \left(M - \frac{1}{4}\right)} U_{M,n-1} - \frac{2\sigma \times \ln \frac{r}{r-1/2\Delta r}}{\Delta \theta^2 \cdot \Delta r^2 \left(M - \frac{1}{4}\right)} U_{M,n+1} = J \end{aligned}$$

2.2.1.4/ CONDITIONS AUX LIMITES : POINTS EN CONTACT AVEC LA BANDE

La condition limite de contact avec la bande doit représenter le point de fuite du courant électrique. Il faut donc orienter le courant électrique vers le contact de façon à s'approcher du phénomène réel. De plus, la résolution du champ de potentiels comme écrite précédemment est mathématiquement flottante. Il faut donc imposer la valeur du potentiel d'au moins un point afin de fixer le niveau des autres. Pour répondre à ces deux exigences, la solution est d'imposer un potentiel nul $U = 0$ aux points du fil en contact avec la bande. Ainsi le niveau des potentiels est fixé au sein du conducteur, cela évite d'avoir une multitude de solutions. Ensuite cette condition permet d'orienter le courant électrique qui est de sens opposé au gradient de potentiels.

Cette méthode a néanmoins une limite. En effet, mathématiquement il est impossible d'imposer au même endroit à la fois une valeur de potentiel et un terme source (courant électrique entrant selon de l'axe z). Le courant alimentant les nœuds au contact est donc reporté sur les nœuds adjacents en fonction de l'inverse des résistances électriques liant les nœuds adjacents aux nœuds en contact avec la bande (fig. 2.14).

2.2.2/ CALCUL DE LA RÉPARTITION DU COURANT ÉLECTRIQUE DANS LA BANDE DE CAPTAGE LORS DU CAPTAGE À L'ARRÊT

2.2.2.1/ LOI GÉNÉRALE DE RÉPARTITION DU COURANT DANS UN CORPS CONDUCTEUR ADAPTÉE À LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES POUR LA BANDE

Pour le modèle électrothermique de la bande il est important de calculer précisément la répartition du courant électrique lors du captage à l'arrêt. La première raison est que la surface de contact est infime face à la taille du conducteur ce qui implique des gradients de potentiels importants au sein de la bande. L'autre raison est que la position du contact sur la bande est une des entrées du modèle électrothermique et la répartition du courant dépend de la position du contact.

La répartition du courant électrique au sein d'un conducteur dans un repère cartésien 2D est régie par l'équation 2.61. Comme pour le modèle électrique du fil, nous considérerons les caractéristiques électriques constantes en fonction de la température. Les

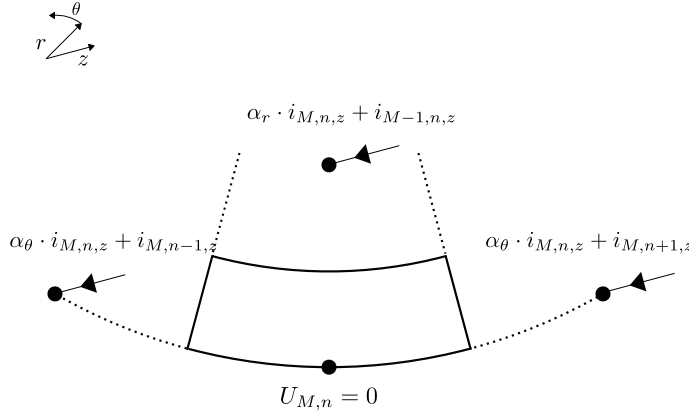


FIGURE 2.14 – Principe de la condition limite appliquée aux points de maillage en contact avec la bande, potentiel U nul imposé et report du courant alimentant le fil dans l'axe z sur les points adjacents en fonction $(\alpha_r$ et α_θ) de l'inverse des résistances radiales et angulaires.

Dérivées	Approximations algébriques
$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	$\frac{U_{l+1,h} - 2U_{l,h} + U_{l-1,h}}{\Delta x^2}$
$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$	$\frac{U_{l,h+1} - 2U_{l,h} + U_{l,h-1}}{\Delta y^2}$

TABEAU 2.2 – Transformation des dérivées partielles utilisées lors de la résolution du modèle électrique de la bande de captage par la méthode des différences finies

approximations algébriques des dérivées partielles utilisées lors de la discrétisation en différences finies sont représentées dans le tableau 2.2.

$$\sigma \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -J \quad (2.61)$$

L'équation de la répartition du courant électrique au sein de la bande de captage du pantographe devient :

$$\sigma \frac{U_{l+1,h} - 2U_{l,h} + U_{l-1,h}}{\Delta x^2} + \sigma \frac{U_{l,h+1} - 2U_{l,h} + U_{l,h-1}}{\Delta y^2} = -J \quad (2.62)$$

En développant et en factorisant l'équation 2.62 afin d'écrire l'équation générale de résolution du champ de potentiels au sein de la bande de captage, l'équation 2.63 est obtenue :

$$2\sigma \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) U_{l,h} - \frac{\sigma}{\Delta x^2} U_{l-1,h} - \frac{\sigma}{\Delta x^2} U_{l+1,h} - \frac{\sigma}{\Delta y^2} U_{l,h-1} - \frac{\sigma}{\Delta y^2} U_{l,h+1} = J \quad (2.63)$$

Nous calculons maintenant les différentes résistances électriques entre les nœuds dans le sens de la longueur et de la hauteur en utilisant la formule de l'équation 2.32. Dans

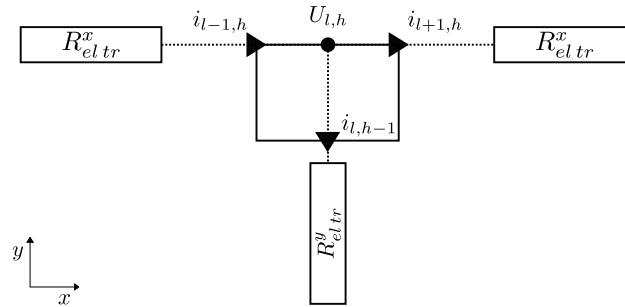


FIGURE 2.15 – Principe de la condition aux limites appliquée aux points de maillage de la bande en contact avec l'air, bilan de courant suivant la loi des nœuds. Exemple des points se trouvant sur la face transversale supérieure.

le sens de la longueur la résistance électrique entre les nœuds de coordonnées $[l; h]$ et $[l + 1; h]$ est :

$$R_{el}^x = \rho_{elec} \int_l^{l+1} \frac{x}{\Delta y \times L_c} dx \quad (2.64)$$

$$R_{el}^x = \rho_{elec} \frac{\Delta x}{\Delta y \times L_c} \quad (2.65)$$

Dans le sens de la hauteur la résistance électrique entre les nœuds de coordonnées $[l, h]$ et $[l, h + 1]$ est :

$$R_{el}^y = \rho_{elec} \frac{\Delta y}{\Delta x \times L_c} \quad (2.66)$$

2.2.2.2/ CONDITIONS AUX LIMITES : POINTS EN CONTACT AVEC L'AIR

Nous conservons la condition de Neumann homogène pour les points de la bande en contact avec l'air. C'est à dire une isolation électrique sur les bords traduite par l'absence de variation de potentiels sur les axes x et y entre le conducteur et l'extérieur. Comme pour le fil cela revient donc à un bilan des courants électriques suivant la loi des nœuds :

$$\sum i = 0 \quad (2.67)$$

Pour la bande de captage nous distinguons trois cas (fig. 2.15) :

1. Les points se trouvant dans les coins de la bande ($[1; 1]$, $[L; 1]$, $[1; H]$ et $[L; H]$)
2. Les points de trouvant sur la face supérieure de la bande ($[l; H]$)
3. Les points se trouvant sur les faces latérales de la bande ($[1; h]$ et $[L; h]$)

La loi des nœuds en potentiels est écrite grâce à la loi d'Ohm pour le cas des points se trouvant dans les coins, $l = 1$ ou L et $h = 1$ ou H (eq. 2.68). Les calculs des résistances électriques dans le sens de la longueur et de la hauteur pour les nœuds des quatre

coins sont détaillés respectivement dans les équations 2.69 et 2.70. En développant et factorisant les termes, puis en simplifiant par le volume des nœuds $V_{l,h}$ des coins, on peut écrire l'équation de résolution des potentiels pour les coins de la bande de captage (eq. 2.71).

$$\frac{\Delta U_x}{R_{ele}^x} + \frac{\Delta U_y}{R_{ele}^y} = 0 \quad (2.68)$$

$$R_{el\,coin}^x = \rho_{elec} \frac{2\Delta x}{\Delta y \times L_c} \quad (2.69)$$

$$R_{el\,coin}^y = \rho_{elec} \frac{2\Delta y}{\Delta x \times L_c} \quad (2.70)$$

$$\sigma \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) U_{l,h} - \sigma \frac{2}{\Delta x^2} U_{l\pm 1,h} - \sigma \frac{2}{\Delta y^2} U_{l,h\pm 1} = 0 \quad (2.71)$$

La même méthode est appliquée aux points de la face transversale supérieure, $l \in [2 : L - 1]$ et $h = H$ (eq. 2.72). Les résistances électriques dans le sens de la longueur et de la hauteur des points de surface se trouvent dans les équations 2.73 et 2.74. Finalement, l'équation 2.72 est simplifiée par le volume $V_{l,h}$ pour écrire l'équation de résolution des potentiels des points des faces transversales de la bande de captage (eq. 2.75).

$$\frac{\Delta U_{-x}}{R_{el\,tr}^x} + \frac{\Delta U_{+x}}{R_{el\,tr}^x} + \frac{\Delta U_y}{R_{el\,tr}^y} = 0 \quad (2.72)$$

$$R_{el\,tr}^x = \rho_{elec} \frac{2\Delta x}{\Delta y \times L_c} \quad (2.73)$$

$$R_{el\,tr}^y = \rho_{elec} \frac{\Delta y}{\Delta x \times L_c} \quad (2.74)$$

$$\sigma \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) U_{l,h} - \sigma \frac{1}{\Delta x^2} U_{l-1,h} - \sigma \frac{1}{\Delta x^2} U_{l+1,h} - \sigma \frac{2}{\Delta y^2} U_{l,h\pm 1} = 0 \quad (2.75)$$

Nous terminons par les points des faces latérales, $l = 1$ ou L et $h \in [2 : H - 1]$ (eq. 2.76). Les équations 2.77 et 2.78 reprennent le calcul des résistances électriques dans le sens de la longueur et de la hauteur pour les points de surface. Puis l'équation est réécrite en simplifiant par le volume $V_{l,h}$ et en regroupant les termes par potentiel. La résolution des potentiels des points des faces latérales de la bande de captage se trouve dans l'équation 2.79.

$$\frac{\Delta U_x}{R_{el\,lat}^x} + \frac{\Delta U_{-y}}{R_{el\,lat}^y} + \frac{\Delta U_{+y}}{R_{el\,lat}^y} = 0 \quad (2.76)$$

$$R_{el\,lat}^x = \rho_{elec} \frac{\Delta x}{\Delta y \times L_c} \quad (2.77)$$

$$R_{el\,lat}^y = \rho_{elec} \frac{2\Delta y}{\Delta x \times L_c} \quad (2.78)$$

$$\sigma \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) U_{l,h} - \sigma \frac{2}{\Delta x^2} U_{l\pm 1,h} - \sigma \frac{1}{\Delta y^2} U_{l,h-1} - \sigma \frac{1}{\Delta y^2} U_{l,h+1} = 0 \quad (2.79)$$

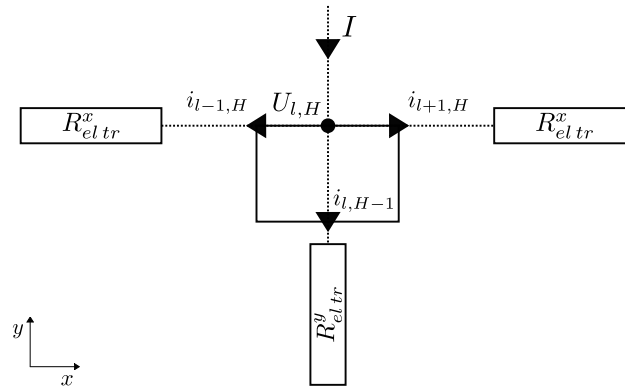


FIGURE 2.16 – Principe de la condition aux limites appliquée au point de maillage de la bande en contact avec le fil, bilan de courant suivant la loi des nœuds.

2.2.2.3/ CONDITIONS AUX LIMITES : POINT EN CONTACT AVEC LE FIL

Pour la bande de captage le contact n'est pas, comme c'est le cas pour le fil, la sortie du courant électrique mais son entrée. La condition limite de contact avec le fil représente donc le point d'alimentation électrique de la bande de captage. Il ne s'agit pas d'une condition d'isolation comme pour les points de surface en contact avec l'air mais d'une condition de flux entrant (courant électrique).

Lors de la discrétisation de la bande de captage (voir paragraphe 2.1.2.3), nous avons vu que le contact du côté de la bande ne pouvait être assuré que par un point de maillage. Nous respectons la condition limite au contact en réalisant un bilan de courant électrique suivant la loi des nœuds et prenant en compte l'entrée de la totalité du courant I dans le point de contact de la bande (fig. 2.16).

Puisqu'il s'agit d'un point de la surface supérieure de la bande ($l \in [1 : L]$ et $h = H$) l'équation bilan 2.72 est reprise et il faut lui ajouter le courant total I entrant dans la bande (eq. 2.80).

$$\frac{\Delta U_{-x}}{R_{el tr}^x} + \frac{\Delta U_{+x}}{R_{el tr}^x} + \frac{\Delta U_{-y}}{R_{el tr}^y} + I = 0 \quad (2.80)$$

Les résistances électriques transversales $R_{el tr}^x$ et $R_{el tr}^y$ ont été décrites auparavant (eq. 2.73 et 2.74). L'équation 2.80 est simplifiée par le volume $V_{l,H}$ puis développée afin d'écrire l'équation de résolution du potentiel pour le point de contact avec le fil de la caténaire (eq. 2.81).

$$\sigma \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) U_{l,H} - \sigma \frac{1}{\Delta x^2} U_{l-1,H} - \sigma \frac{1}{\Delta x^2} U_{l+1,H} - \sigma \frac{2}{\Delta y^2} U_{l,H-1} = J \quad (2.81)$$

2.2.2.4/ CONDITIONS AUX LIMITES : SORTIE DU COURANT ÉLECTRIQUE

La sortie du courant électrique de la bande se fait par sa face inférieure. Celle-ci est collée à un châssis en aluminium par une colle électriquement conductrice. Le châssis est négligé pour ne prendre en compte que les effets du contact pantographe/caténaire

sur l'échauffement de la bande. La condition limite de sortie du courant s'applique donc sur toute la face inférieure de la bande.

Comme pour le fil de contact, le but de cette condition aux limites est d'orienter le courant électrique pour calculer la répartition du champ de potentiels. La même condition limite que pour le fil de contact est donc imposée, à savoir un potentiel nul $U = 0$ aux points de sortie du courant. De cette façon, nous imposons la valeur du potentiel en plusieurs points et fixons ainsi le niveau de la résolution du champ de potentiels au sein de la bande de captage. Les courants électriques i , qui sont dans le sens opposé aux gradients de potentiels, sont donc orientés.

2.2.3/ PRODUCTION DE CHALEUR INTERNE ISSUE DU MODÈLE ÉLECTRIQUE

2.2.3.1/ PRODUCTION DE CHALEUR INTERNE : PERTES PAR EFFET JOULE

L'objectif du modèle électrique est de déterminer la répartition du courant électrique pour calculer précisément la production de chaleur interne non-homogène au sein du fil de contact et de la bande de captage. Cette production de chaleur interne $\dot{q}$ a pour origine les pertes électriques due à l'effet Joule P_j . Il est plus simple de s'affranchir des résistances électriques pour calculer les pertes par effet Joule au sein de corps conducteurs soumis à un courant électrique non homogène. En effet, dans les système à géométries particulières soumis à une alimentation électrique il est difficile de prévoir la forme et la direction des lignes de courant. De plus, les lignes de courant déterminées par la modélisation électriques sont dépendantes de la discrétisation du système. Le calcul des résistances électriques correspondantes aux lignes de flux n'est donc pas envisageable dans un outil de simulation industriel qui nécessite d'avoir des performances de calculs optimisées. Il est nécessaire de passer par les champs électriques des deux solides. La production de chaleur interne $\dot{q}$ issue des pertes par effet Joule exprimée en fonction du champ électrique $\vec{E}$ et de la densité surfacique de courant j s'écrit :

$$\dot{q} = j \|\vec{E}\| \quad (2.82)$$

Sachant que la densité surfacique de courant électrique j est elle même dépendante du champ électrique $\vec{E}$, on obtient :

$$j = \sigma \|\vec{E}\| \quad (2.83)$$

Les pertes par effet Joule ne dépendent donc que du champ électrique $\vec{E}$:

$$\dot{q} = \sigma \|\vec{E}\|^2 \quad (2.84)$$

2.2.3.2/ CALCUL DES CHAMPS ÉLECTRIQUES

Le champ électrique $\vec{E}$ représente la force de l'interaction électrique exercée par un corps électriquement chargé. Il s'agit d'une donnée vectorielle exprimée en $[V \cdot m^{-1}]$ qui représente le gradient de potentiels (eq. 2.85). Les champs électriques sont calculés à partir

des champs de potentiels des modèles électriques du fil de contact en coordonnées polaires (eq. 2.86) et de la bande de captage en coordonnées cartésiennes 2D (eq. 2.87).

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}}U \quad (2.85)$$

$$\vec{E}_f = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \end{cases} \quad (2.86)$$

$$\vec{E}_b = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \end{cases} \quad (2.87)$$

Le champ électrique permettra alors de calculer les pertes par effet Joule qui sont la production de chaleur interne de nos deux modèles (eq. 2.84).

CONCLUSION

La modélisation électrique de chacun des solides a permis d'exprimer la production de chaleur interne à partir des champs de potentiels des conducteurs. Les champs de potentiels sont dépendants du courant électrique alimentant le système mais aussi des caractéristiques des matériaux et bien sûr des géométries.

La difficulté de cette étude est la mise en place des conditions aux limites. En effet, il faut à la fois imposer le courant électrique d'alimentation et la direction de sortie du courant. Pour le fil la sortie du courant est au contact avec la bande alors que ce même contact est, pour la bande, le point d'alimentation électrique. La direction des lignes de courant est imposée par un potentiel nul au point de sortie. Cette condition aux limites a permis à la fois de diriger le courant et fixer les valeurs de potentiels jusque là flottantes.

La répartition du courant électrique et donc de la production de chaleur étant connue, il reste à développer les modèles thermique des deux solides.

2.3/ ÉTUDES THERMIQUES PRÉLIMINAIRES

Cette partie permet de mettre en évidence certains comportements physiques à prendre en compte lors des modélisations thermiques. Ces comportements sont, le plus souvent, révélés par l'étude de nombres adimensionnels. Ces nombres étant caractérisés par les matériaux et la géométrie il est plus aisé de séparer cette étude en deux parties, une pour chaque solide. Ces études thermiques préliminaires au développement des modèles sont aussi l'occasion de déterminer les coefficients d'échanges convectifs.

2.3.1/ ANALYSE DES PHÉNOMÈNES THERMIQUES AU SEIN DU LE FIL DE CONTACT

2.3.1.1/ COEFFICIENT D'ÉCHANGES CONVECTIFS

La détermination du coefficient d'échange convectif est la première étape de toute étude thermique. Ce coefficient, appelé h , dépend de nombreux facteurs dont la géométrie du

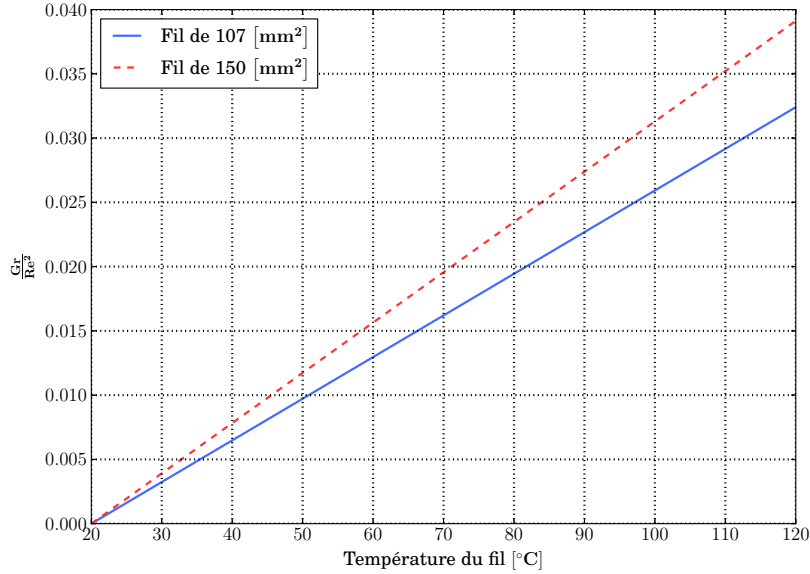


FIGURE 2.17 – Évolution du rapport du nombre de Grashof et du carré du nombre de Reynolds. Détermination du type de convection en fonction de la vitesse de l'air et de la température de paroi du fil de contact pour une ambiance à 20°C.

solide et le type de convection. Concernant le fil de contact de la caténaire, il est simplifié en cylindre pour l'étude. Le type de convection est déterminé par le rapport des nombres adimensionnels de Grashof et Reynolds. Pour un cylindre la longueur caractéristique utilisée dans les calculs des Gr et Re (eq. 2.88 et 2.89) est le diamètre d . Il est possible d'exprimer l'évolution du nombre de Grashof en fonction des températures du fil T_f pour une ambiance à 20°C (eq. 2.88) et le nombre de Reynolds en fonction de la vitesse de l'air (eq. 2.89). En croisant ces deux fonctions, il est possible de déterminer le type de convection. La figure 2.17 montre que le rapport du nombre de Grashof et du carré du nombre de Reynolds n'est supérieur à 1 que pour de très faibles vitesses de vent dans la plage de température de l'étude ($T_f < 120^\circ\text{C}$). La convection ne sera considérée naturelle qu'en l'absence de vent.

$$Gr_d(T_f) = 5,60 \cdot 10^4 \times \left(\frac{T_f}{293} - 1 \right) \quad (2.88)$$

$$Re_d(v) = 7,68 \cdot 10^2 \times v \quad (2.89)$$

Une fois le type de convection établi, il faut utiliser la méthode adéquat pour calculer le nombre adimensionnel de Nusselt Nu indispensable pour déterminer le coefficient h (eq. 2.90). Dans le cadre d'une convection naturelle, le nombre de Nusselt peut être exprimé par la relation de Morgan [87, 88] détaillée dans l'équation 2.91.

$$h = \frac{Nu_d \times k_{air}}{d} \quad (2.90)$$

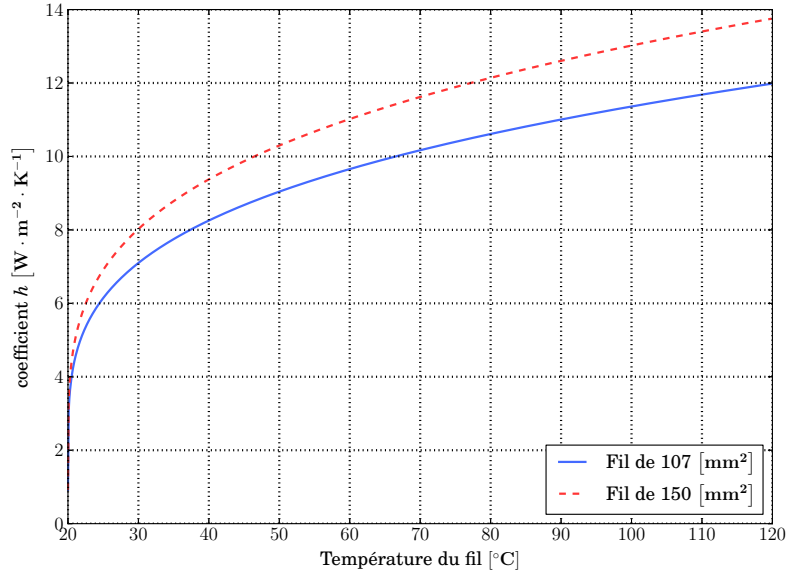


FIGURE 2.18 – Évolution du coefficient d'échanges convectifs moyen $\bar{h}$ en fonction de la température du fil de contact. Convection naturelle autour de fils de contact de 107 et 150 mm².

$$\overline{Nu}_{nat} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \cdot Ra_d^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (2.91)$$

avec,

Ra le nombre adimensionnel de Rayleigh (eq. 2.92) respectant le critère $Ra \leq 10^{12}$

$$Ra_d = Gr_d \times Pr \quad (2.92)$$

et,

Pr le nombre adimensionnel de Prandtl. Pour l'air il est considéré constant à 0,7

Dans le cas d'une convection forcée c'est la relation de Churchill [89] qui est utilisée conformément à l'équation 2.93.

$$\overline{Nu}_{for} = 0,193 Re^{0,618} \times Pr^{1/3} \quad (2.93)$$

2.3.1.2/ CARACTÉRISATION DES ÉCHANGES THERMIQUES

Les échanges thermiques les plus importants pour la modélisation du captage à l'arrêt sont ceux de la zone de contact. Il s'agit du tronçon de fil qui est en contact avec la bande de captage. Le nombre adimensionnel de Biot permet d'évaluer l'importance des échanges internes et externes d'un solide plongé dans un fluide. Les dimensions de la

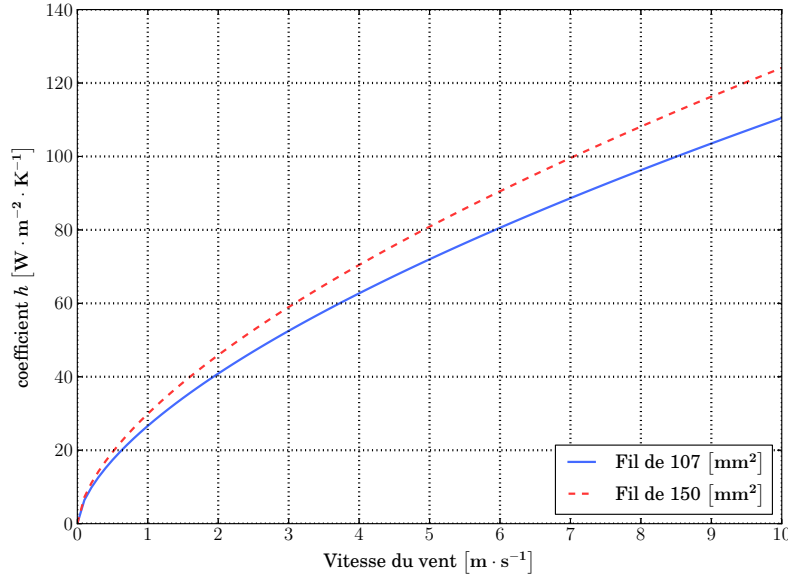


FIGURE 2.19 – Évolution du coefficient d'échanges convectifs moyen $\bar{h}$ en fonction de la température du fil de contact. Convection forcée autour de fils de contact de 107 et 150 mm^2 .

zone de contact sont définies par la largeur de la bande et le diamètre du fil. En ramenant le fil de contact à un cylindre, sa longueur caractéristique pour le nombre de Biot est de 0,0029 m pour un fil de 107 mm^2 et 0,0034 m pour 150 mm^2 . Ces informations permettent d'exprimer le nombre de Biot en fonction du coefficient d'échanges convectifs moyen par type de fil de contact (eq. 2.94). Pour les valeurs de h du fil il est impossible que le nombre de Biot soit supérieur à 0,1 (fig. 2.20).

$$\begin{cases} \text{pour } 107 \text{ mm}^2 & Bi = 8 \cdot 10^{-6} \times \bar{h} \\ \text{pour } 150 \text{ mm}^2 & Bi = 9,6 \cdot 10^{-6} \times \bar{h} \end{cases} \quad (2.94)$$

Lorsque le nombre de Biot est inférieur à 0,1 les phénomènes conductifs sont suffisamment rapides pour considérer un gradient faible à l'intérieur du solide étudié. La température peut être considérée homogène dans la zone de contact. Il est important de noter que cette étude n'est valable qu'en l'absence de production de chaleur interne ou pour une production de chaleur interne homogène. Ce qui signifie que, pour les modélisations du fil, il est tout à fait envisageable de considérer une température homogène dans la zone de contact à partir du moment où la production de chaleur interne est elle même homogène.

2.3.2/ ANALYSE DES PHÉNOMÈNES THERMIQUES AU SEIN DE LA BANDE DE CAPTAGE

2.3.2.1/ COEFFICIENTS D'ÉCHANGES CONVECTIFS

Comme pour le fil, il faut calculer le rapport du nombre de Grashof et du carré du nombre de Reynolds pour déterminer le type de convection. La difficulté est de déterminer la

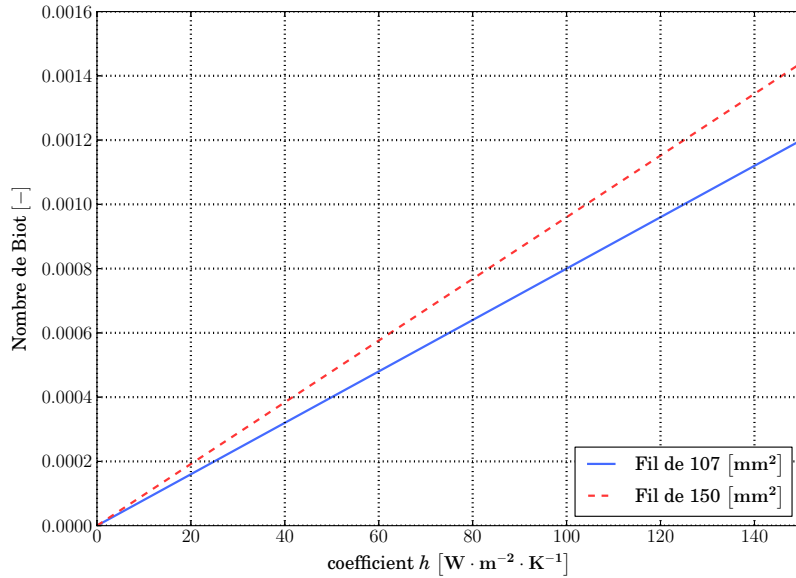


FIGURE 2.20 – Valeurs du nombre de Biot en fonction du coefficient d'échange convectif moyen h . Évaluation des échanges thermiques pour des fils de contact de 107 et 150 mm^2 .

longueur caractéristique de la bande pour le calcul de ces nombres adimensionnels. En effet, dans le cas de la bande le coefficient d'échanges convectifs est la moyenne des h de chaque paroi (fig. 2.21). Il faut donc calculer un nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ par paroi et en déduire les coefficients de convection moyen $\overline{h}$ par paroi puis un $\overline{h}$ global pour la bande. Les faces des extrémités ne sont pas comprises dans le calcul du coefficient d'échange global car elles ne représentent que 2,6% de la surface totale. La longueur caractéristique retenue pour la bande est la longueur L_b , seule grandeur partagée par les 4 faces pour lesquelles un h est calculé (fig. 2.21).

L'étude sur les nombres de Grashof et Reynolds (fig. 2.22) pour la bande de captage montre que pour un vent nul ou faible, jusqu'à $1 m \cdot s^{-1}$, la convection peut être considérée comme naturelle. Au-delà de $1 m \cdot s^{-1}$, le régime de convection autour de la bande est forcée.

$$Gr_L(T_f) = 1,23 \cdot 10^{10} \times \left(\frac{T_f}{293} - 1 \right) \quad (2.95)$$

$$Re_L(v) = 4,63 \cdot 10^4 \times v \quad (2.96)$$

Lorsque il n'y a pas ou peu de vent, le coefficient h est calculé en utilisant les travaux de Churchill sur les échanges convectifs avec des parois planes verticales et horizontales [40]. Le calcul du coefficient d'échanges convectifs en convection naturelle autour de la bande nécessite le nombre adimensionnel de Rayleigh Ra , mais cette fois la longueur caractéristique utilisée dans son calcul dépend de la paroi. Pour les parois inférieures et supérieures il s'agit de la longueur de la bande L_b (0,7 m), pour toutes les parois latérales

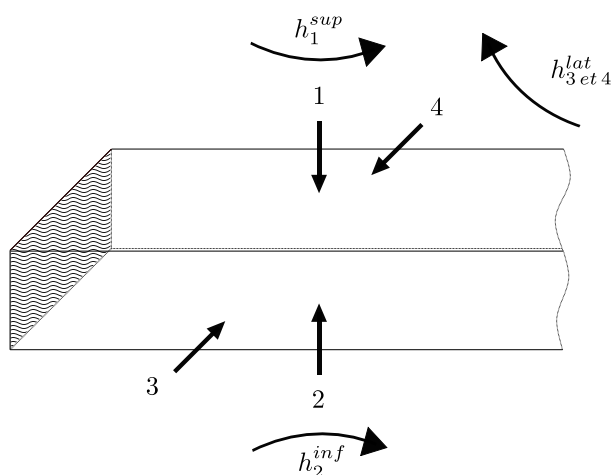


FIGURE 2.21 – Principe des échanges convectifs naturels autour de la bande de captage pour chaque type de face.

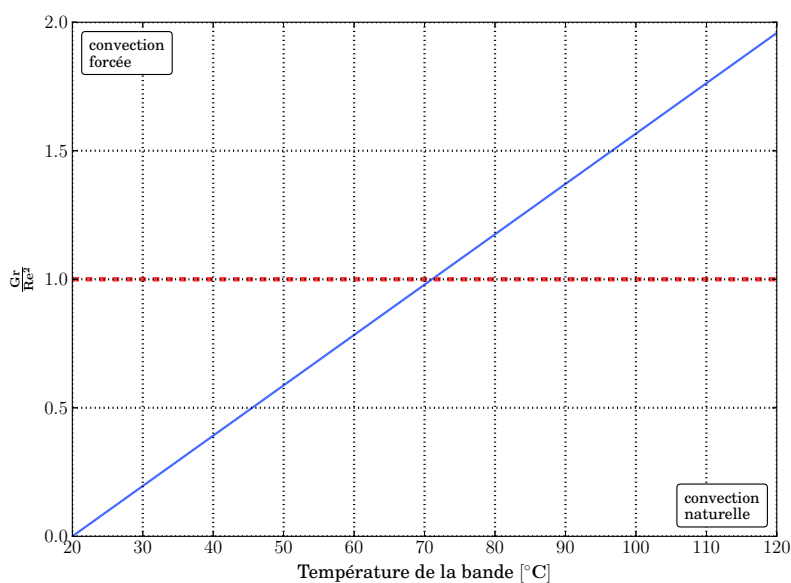


FIGURE 2.22 – Évolution du rapport du nombre de Grashof et du carré du nombre de Reynolds. Détermination du type de convection en fonction de la vitesse de l'air et de la température de paroi du fil de contact pour une ambiance à 20°C.

il s'agit de la hauteur H (0,03 m).

$$Ra = \frac{g\beta(T_b - T_\infty)L_{car}^3}{\nu^2} \times Pr \quad (2.97)$$

Nous commençons par la face supérieure de la bande, notée 1 dans la figure 2.21. D'après la littérature le nombre de Nusselt d'une plaque plane horizontale avec écoulement sur le dessus est :

$$\overline{Nu}_{sup} = 0,54Ra^{1/4} \quad (2.98)$$

Pour $10^5 < Ra < 10^7$, ou :

$$\overline{Nu}_{sup} = 0,14Ra^{1/3} \quad (2.99)$$

Pour $10^7 < Ra < 10^{10}$.

Nous passons à la face inférieure de la bande, notée 2 dans la figure 2.21. D'après la littérature le nombre de Nusselt d'une plaque plane horizontale avec écoulement sur le dessous est :

$$\overline{Nu}_{inf} = 0,27Ra^{1/4} \quad (2.100)$$

Pour $10^5 < Ra < 10^{10}$.

Pour finir nous traitons les deux faces latérales de la même façon, elles sont notées 3 et 4 sur la figure 2.21. Nous nous appuyons cette fois-ci sur les travaux de Churchill et Chu [90] concernant la convection naturelle pour une plaque plane verticale.

$$\overline{Nu}_{lat} = 0,68 + \frac{0,67Ra^{1/4}}{[1 + 0,671/Pr^{9/16}]^{4/9}} \quad (2.101)$$

Pour $Ra \leq 10^9$

Le coefficient d'échanges convectifs global de la bande $\bar{h}_b$ est la moyenne pondérée par rapport à la surface des $\bar{h}$ des 6 parois (fig. 2.23).

Concernant le calcul du coefficient moyen d'échanges convectifs en convection forcée autour de la bande (fig. 2.24), la relation de Hilpert pour un barreau rectangulaire traversé par un fluide est la plus indiquée [42]. Le nombre de Reynolds de la relation de Hilpert est calculé avec la hauteur de la bande comme longueur caractéristique.

$$\overline{Nu}_{for} = 0,102 \times Re^{0,675} \cdot Pr^{1/3} \quad (2.102)$$

2.3.2.2/ CARACTÉRISATION DES ÉCHANGES THERMIQUES

Nous rappelons que le nombre de Biot Bi d'un corps dépend du coefficient de convection moyen $\bar{h}$, de la longueur caractéristique L_{car} et du coefficient de conduction thermique k du solide. Pour le nombre de Biot la longueur caractéristique est le rapport entre le volume du solide et la surface en contact avec le fluide. Les dimensions choisies pour l'étude sont celles d'une bande courante assimilable à un pavé droit.

$$L_{car} = \frac{V}{S_{air}} = 9,13 \cdot 10^{-3} \quad (2.103)$$

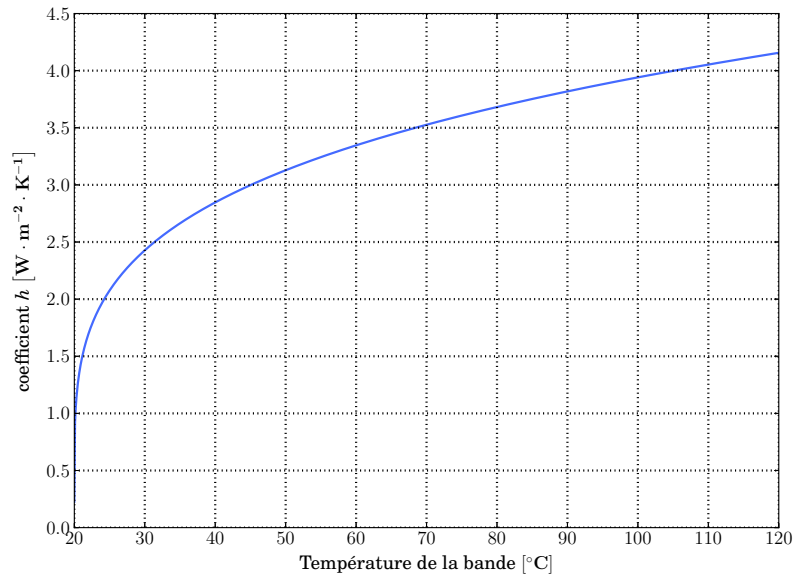


FIGURE 2.23 – Évolution du coefficient d'échanges convectifs moyen $\bar{h}_b$ en fonction de la température du fil de contact. Convection naturelle autour de la bande de captage.

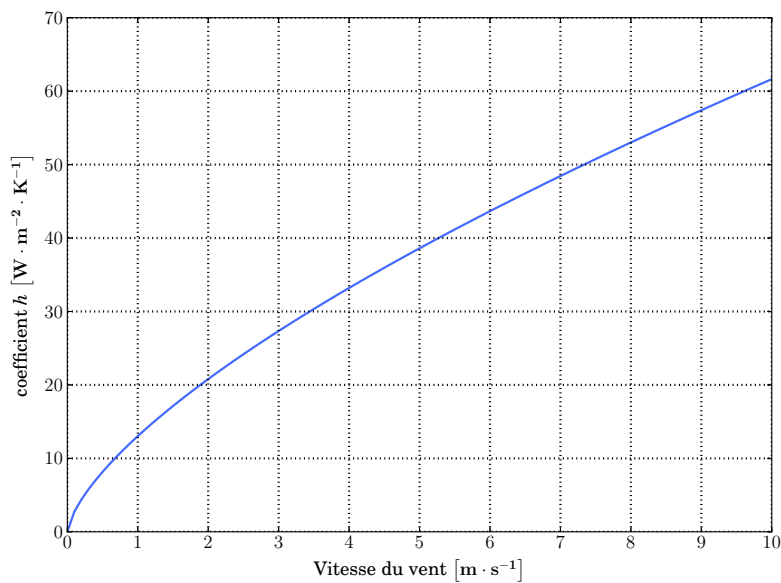


FIGURE 2.24 – Évolution du coefficient d'échanges convectifs moyen $\bar{h}_b$ en fonction de la température du fil de contact. Convection forcée autour de la bande de captage.

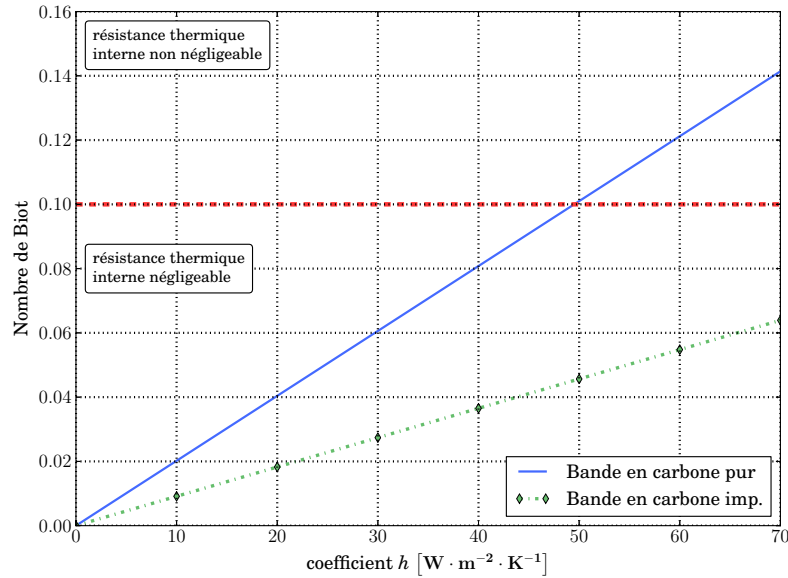


FIGURE 2.25 – Valeurs du nombre de Biot en fonction du coefficient d'échange convectif moyen h . Évaluation des échanges thermiques pour des bandes de captage en carbone et en carbone imprégné.

Nous calculons maintenant le nombre de Biot de la bande. Les caractéristiques des matériaux des bandes en carbone et en carbone imprégné étant très différentes, deux nombres de Biot sont calculés, Bi_{ca} et un Bi_{imp} utilisant les conductivités thermiques respectives $k_{ca} = 4,5 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ et $k_{imp} = 10 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

$$\begin{cases} \text{pour carbone pur : } Bi = 2,02 \cdot 10^{-3} \times \bar{h} \\ \text{pour carbone imp. : } Bi = 9,13 \cdot 10^{-4} \times \bar{h} \end{cases} \quad (2.104)$$

Pour la plage de coefficients d'échanges convectifs auxquels la bande est susceptible d'être soumise la température de la bande en carbone imprégné peut être considérée comme uniforme à condition de ne pas avoir une production de chaleur non-homogène. En revanche, la bande en carbone pur ne permet pas d'affirmer catégoriquement que les gradients de température en son sein sont négligeables. L'étude thermique préliminaire de la bande est beaucoup moins tranchée que celle du fil. La modélisation thermique de la bande étant bidimensionnelle cela ne devrait pas avoir d'impact.

CONCLUSION

L'étude préliminaire du fil confirme que la zone de contact peut être considérée à une température homogène dans le cadre de la modélisation 1D, c'est à dire avec une production de chaleur homogène. Elle ne discrédite pas pour autant la modélisation 2D qui s'avère nécessaire dès lors que la production de chaleur interne est locale.

Concernant la bande de captage, les gradients de températures internes ne sont pas négligeables surtout pour les bandes en carbone pur. La concentration de la production de chaleur interne au point de contact laisse penser qu'un maillage fin dans le modèle 2D

de la bande serait le moyen le plus sûr d'évaluer correctement la température maximale atteinte dans le solide.

Ces études permettent d'introduire les modélisations thermiques détaillées des deux éléments dans les parties suivantes.

2.4/ MODÉLISATION THERMIQUE MONODIMENSIONNELLE DU FIL DE CONTACT

La modélisation complète du fil de contact doit prendre en compte la part du flux de chaleur dissipée dans l'axe du conducteur. Le flux de chaleur dissipé dans le fil est analogue au gradient de température au sein du fil de contact. Pour le calculer à chaque instant, il faut connaître la répartition de la chaleur le long du fil et au cours du temps. C'est pour cette raison qu'un modèle thermique 1D axial du fil de contact est réalisé. Il permettra de calculer le profil de température le long du fil et d'en déduire les flux de chaleur dissipés dans l'axe de chaque côté du contact. Cette étude monodimensionnelle est composée d'un modèle analytique permettant d'évaluer le coefficient d'échanges convectifs et d'un modèle numérique calculant la répartition de la température à chaque pas de temps.

2.4.1/ DESCRIPTION DES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES

Le modèle 1D du fil de contact de la caténaire est inspiré de la modélisation monodimensionnelle d'un thermocouple traversé par un courant électrique réalisé par S.Amrane *et al* [91]. Dans notre modèle le fil de contact est divisé en trois parties. Les deux premières parties sont appelées "extrémités". Elles décrivent l'évolution de la température le long du fil de chaque côté du contact. La dernière partie est appelée "contact", il s'agit de la zone du fil qui est en contact avec la bande de captage. Pour modéliser l'évolution de la température au cours du temps le long du fil et au contact, il faut considérer les échanges thermiques et les sources de chaleur suivantes : la conduction de la chaleur le long du fil P_{cond} , la chaleur échangée par convection avec l'air P_{conv} , la production de chaleur interne par effet Joule due au passage du courant le long du fil P_j et la part de production de chaleur à l'interface du fil et de la bande P_f (fig. 2.26).

Dans ce modèle simplifié, les phénomènes radiatifs sont considérés négligeables en raison des faibles niveaux de températures atteints. De plus la production de chaleur interne de la zone de contact est simplifiée au passage du courant dans un cylindre. En effet la répartition non homogène du courant ne sera prise en compte qu'à partir du modèle 2D.

2.4.2/ MODÈLE ANALYTIQUE

Le modèle analytique consiste à résoudre l'équation de la chaleur avec production interne, échanges convectifs et continuité du flux par conduction entre le contact et les extrémités. Il faut apporter quelques simplifications pour traiter analytiquement cette équation. C'est pourquoi les hypothèses suivantes sont imposées :

1. Pas de stockage de chaleur au contact (c.à.d. un contact "idéale" qui n'a ni volume ni capacité thermique).

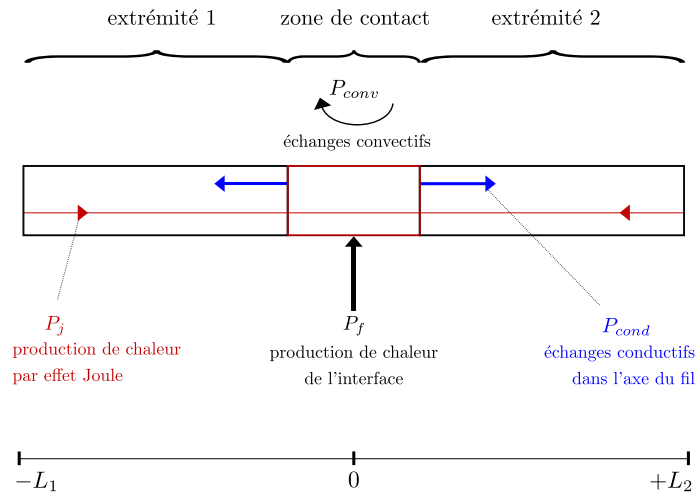


FIGURE 2.26 – Phénomènes physiques pris en compte dans le modèle 1D du fil de contact de la caténaire, avec production de chaleur interne P_j , flux de chaleur surfacique P_f , chaleur échangée par conduction P_{cond} et chaleur échangée par convection P_{conv} .

2. Pas de production de chaleur interne dans la partie dite “contact” du fil.
3. Des caractéristiques physiques constantes.

Dans la gamme de températures ($T < 120^\circ\text{C}$) ces conditions ne vont pas influencer grandement les résultats. Dans un premier temps nous allons nous servir de l'équation de la chaleur dans les extrémités (eq. 2.105) pour écrire l'évolution de la température le long du fil (eq. 2.106).

$$kS \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} + hS (T_\infty - T_i) + \rho_{el}^{ref} \frac{L}{S} I_i^2 = 0 \quad (2.105)$$

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} = \frac{4h}{dk} (T_i - T_\infty) - \frac{\rho_{el}^{ref}}{k} \left(\frac{I_i}{S} \right)^2 \quad (2.106)$$

avec $i = 1$ ou 2 pour les deux extrémités

L'équation 2.106 est écrite en échauffement Θ , tel que $\Theta_i = T_i - T_\infty$, et en considérant $m = \sqrt{\frac{4h}{dk}}$.

$$\frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial z^2} = m^2 \Theta_i - \frac{\rho_{el}^{ref}}{k} \left(\frac{I_i}{S} \right)^2 \quad (2.107)$$

En prenant une portion de fil de 2 mètres ($L_1 = L_2 = 1m$) le ratio minimal (pour un fil de 150 mm^2) de la longueur sur le diamètre $L/d > 140$ nous permet de considérer une longueur infinie pour le fil. Les solutions mathématiques des extrémités 1 et 2 pour un fil infini sont :

$$\begin{cases} \Theta_1 = (\Theta_c - K_1) \cdot e^{(mz)} + K_1 & \text{with } z \leq 0 \\ \Theta_2 = (\Theta_c - K_2) \cdot e^{(-mz)} + K_2 & \text{with } z \geq 0 \end{cases} \quad (2.108)$$

avec K_i la solution particulière des équations 2.108 :

$$K_i = \frac{\rho_{el}^{ref}}{k} \left(\frac{I_i}{m \cdot S} \right)^2 \quad (2.109)$$

Concernant la troisième partie du fil, c'est à dire la zone de contact, on peut écrire le bilan de l'équation 2.110. Les dérivées en z de Θ_1 et Θ_2 se trouvent dans l'équation 2.111.

$$-kS \left. \frac{\partial \Theta_1}{\partial z} \right|_{0^-} + S_c \varphi_f + kS \left. \frac{\partial \Theta_2}{\partial z} \right|_{0^+} = 0 \quad (2.110)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \Theta_1}{\partial z} = m(\Theta_c - K_1) e^{(mz)} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial z} = -m(\Theta_c - K_2) e^{(-mz)} \end{cases} \quad (2.111)$$

On remplace ensuite avec les équations 2.111 en $z = 0$ dans l'équation 2.110 du bilan au contact (eq. 2.112). Finalement, l'échauffement au contact est écrit en fonction du flux de chaleur issu de l'interface φ_f et de la surface de contact S_c , du courant électrique via K_1 et K_2 et du coefficient d'échange convectif h via m (eq. 2.112).

$$-mkS(\Theta_c - K_1) + S_c \varphi_f - mkS(\Theta_c - K_2) = 0 \quad (2.112)$$

$$\Theta_c = \frac{K_1 + K_2}{2} + \frac{S_c}{2S \times m \cdot k} \cdot \varphi_f \quad (2.113)$$

La température de contact obtenue par le modèle analytique permet de calculer le coefficient d'échanges convectifs en régime de convection naturelle.

2.4.3/ ÉQUATION DE LA CHALEUR ADAPTÉE À LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES EN MONODIMENSIONNEL

2.4.3.1/ CAS GÉNÉRAL

Le cas général concerne les extrémités du fil qui ne sont pas au contact avec la bande de captage. Même si les extrémités ne sont pas soumises au flux de chaleur issu de l'interface elles ont leur propre source de chaleur. En effet ces parties sont traversées par un courant électrique qui peut éventuellement être déséquilibré entre les deux côtés du contact ($I_1 \neq I_2$). La production de chaleur interne due à l'effet Joule est donc différente pour chaque extrémité.

Pour plus de précision nous décidons de garder la dépendance de la résistance électrique à la température dans le calcul des pertes par effet Joule. La production de chaleur interne P_j considérée dans le modèle 1D tout le long du fil de contact est :

$$P_j = \rho_{el}^{ref} \left\{ 1 + b(T - T_{ref}) \right\} \frac{L}{S} I^2 \quad (2.114)$$

En réalisant le bilan thermique d'un élément dz , il est possible d'exprimer l'équation aux dérivées partielles qui décrit l'évolution de la température dans l'extrémité 1, à gauche du contact (c.à.d. $T_1(z, t)$) :

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T_1}{\partial t} &= k \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + \frac{4 \cdot h}{d} (T_\infty - T_1) + \dots \\ &\dots \rho_{el}^{ref} \left\{ 1 + b(T_1 - T_{ref}) \right\} \left(\frac{I_1}{S} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.115)$$

L'équation aux dérivées partielles de l'extrémité 2, à droite du contact, est similaire (c.à.d. $T_2(z, t)$).

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T_2}{\partial t} &= k \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} + \frac{4 \cdot h}{d} (T_\infty - T_2) + \dots \\ &\dots \rho_{elec}^{ref} \left\{ 1 + b(T_2 - T_{ref}) \right\} \left(\frac{I_2}{S} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.116)$$

2.4.3.2/ CAS PARTICULIER DE LA ZONE DE CONTACT

Le bilan thermique de la zone de contact du fil (eq. 2.117) prend en compte la part du flux de chaleur produit à l'interface des deux solides φ_f , à laquelle s'ajoute la production de chaleur interne P_j (eq. 2.114) pour la totalité du courant d'alimentation I (c.à.d. $I = I_1 + I_2$). De plus, le contact fait le lien avec les deux extrémités. Nous faisons donc apparaître dans le bilan les puissances échangées par conduction entre le contact et les extrémités (eq. 2.117). Les échanges convectifs sont bien sûr intégrés au bilan via le coefficient d'échange h (déjà vu lors du calcul du nombre de Biot).

$$\begin{aligned} \rho C_p S L_c \frac{\partial T_c}{\partial t} &= -kA \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_{-L_c/2} + kA \left. \frac{\partial T_2}{\partial z} \right|_{+L_c/2} + \dots \\ &\dots h S_{conv} (T_\infty - T_c) + \varphi_f S_c + \dots \\ &\dots \rho_e^{ref} \left\{ 1 + b(T_c - T_{ref}) \right\} \cdot \frac{L_c}{A} (I_1 + I_2)^2 \end{aligned} \quad (2.117)$$

2.4.3.3/ CONDITIONS AUX LIMITES

Les limites du système sont aux deux extrémités et représentent : d'une part la suite du fil en dehors de la zone étudiée, appelées les limites extérieures, et d'autre part le lien avec la zone de contact, les limites intérieures (fig. 2.27).

Les conditions limites extérieures du système ne doivent pas influencer les résultats le long du fil. Il faut pour ça que la longueur du fil étudié soit suffisamment importante. Ainsi, la température atteinte naturellement par l'extrémité est égale à celle résultant de la condition limite imposée. Cette température à une production de chaleur uniquement due au passage du courant électrique I_i , c'est à dire sans contact. Pour atteindre ce cas il y a deux possibilités :

- Imposer au bout de chaque extrémité une température T_i^{lim} correspondant au cas sans contact
- Isoler chaque extrémité de façon à avoir $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$

Ces deux solutions ne sont possibles que pour une longueur de fil suffisamment importante. Dans le cas contraire la première pourrait influencer les résultats en diminuant la température le long du fil. La seconde pourrait, au contraire, élever la température artificiellement.

Pour les limites intérieures du système, l'important est qu'il n'y ait pas de saut de température entre la zone de contact et les extrémités. Il n'y a pas de résistances thermiques dans le sens de l'axe entre les différentes parties du fil, ce qui revient à considérer une fonction $T(z)$ continue :

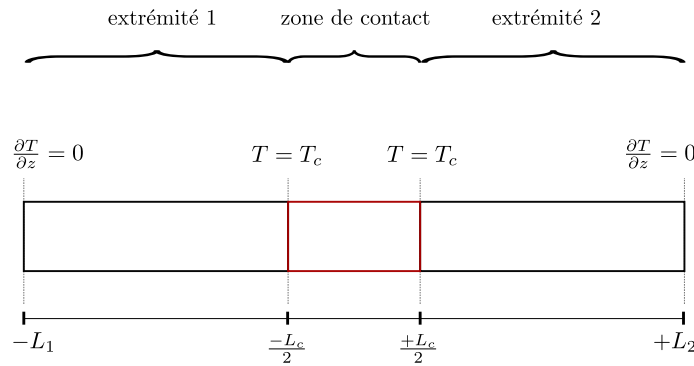


FIGURE 2.27 – Principe des conditions aux limites imposées dans le modèle du fil de contact en fonction de leur situation le long du fil

$$T_1\left(z = -\frac{L_c}{2}\right) = T_2\left(z = +\frac{L_c}{2}\right) = T_c \quad (2.118)$$

2.4.3.4/ DÉTERMINATION DU COEFFICIENT D'ÉCHANGES

Le calcul du nombre de Grashof est dépendant de la différence de températures entre le fluide et la paroi du solide soumis à la convection (eq. 2.88). Dans notre cas la température de paroi évolue en fonction du temps. De façon à alléger le calcul nous utilisons le modèle analytique du fil décrit auparavant (voir paragraphe 2.4.2) pour calculer le nombre de Grashof en itérant sur le coefficient de convection et sur la différence de températures. Pour le début du calcul nous fixons arbitrairement l'écart de température à 90°C pour estimer une première valeur de h . En général, moins de 10 itérations pour une précision relative à 10^{-3} donnent la valeur finale de Grashof.

Par ailleurs, la convection est considérée libre autour du fil si la vitesse du vent est faible voir nulle. Comme expliqué dans l'étude thermique préliminaire, dans ce cas nous nous appuyerons sur les travaux de Morgan. En revanche, à partir d'une certaine vitesse ($\approx 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), la convection peut être considérée comme forcée. Dès lors c'est la relation de Churchill qui est utilisée.

CONCLUSION

La modélisation thermique 1D du fil de contact permet à la fois d'estimer rapidement le coefficient d'échanges convectifs et de déterminer le profil de courant le long du conducteur. Ces deux données sont primordiales pour le modèle 2D du fil. En effet, sans la répartition de la température dans l'axe du fil il est impossible d'évaluer le flux de chaleur dissipé dans la longueur du fil. Sans cette donnée le modèle 2D est caduc car il reviendrait à l'étude d'un tronçon de fil thermiquement isolé de chaque côté. De plus, l'estimation du coefficient d'échanges convectifs par le modèle 1D est beaucoup plus rapide que si elle était faite par le modèle 2D.

Ces résultats sont ensuite injectés dans le modèle 2D du fil de contact présenté dans la partie suivante.

2.5/ MODÉLISATIONS THERMIQUES BIDIMENSIONNELLES DU FIL DE CONTACT ET DE LA BANDE DE CAPTAGE LORS DU CAPTAGE À L'ARRÊT

Les modélisations thermiques 2D du fil de contact et de la bande de captage sont l'aboutissement des études précédentes. Il s'agit du cœur du futur outil de simulation de l'échauffement du système pantographe/caténaire lors du captage à l'arrêt. Le premier modèle développé est celui du fil de contact qui repose sur une modélisation électrique 2D et sur une modélisation thermique 1D. Le modèle thermique de la bande est détaillé dans un second temps.

2.5.1/ FIL DE CONTACT : ÉQUATION DE LA CHALEUR ADAPTÉE À LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES EN BIDIMENSIONNEL POLAIRE

2.5.1.1/ CAS GÉNÉRAL À L'INTÉRIEUR DU FIL

La modélisation thermique présentée dans cette partie repose sur la discrétisation bidimensionnelle du fil de contact détaillée au paragraphe 2.1.2.2. Elle a pour objectif de déterminer le champ de températures 2D au sein de la zone de contact du fil au cours du temps. Le modèle thermique s'appuie sur les résultats de la modélisation électrique du fil pour calculer la production de chaleur interne issue de l'effet Joule P_j , ainsi que des résultats du modèle 1D du fil pour le flux de chaleur dissipé le long du fil ϕ . Nous verrons plus loin qu'une autre source de chaleur intervient dans cette étude, la part de la chaleur produite à l'interface des deux solides et allant dans le fil φ_f .

Concernant la production de chaleur interne P_j , le modèle électrique calcule directement la production volumique $\dot{q}$ en $W \cdot m^{-3}$ de chaque élément de maillage. La densité de flux de chaleur ϕ en $W \cdot m^{-2}$ prend en compte la chaleur dissipée par conduction le long du fil de chaque côté du contact et est attribuée à chaque élément de maillage en fonction de sa surface. En ce qui concerne la densité de flux de chaleur issue du contact φ_f il s'agit d'une condition aux limites du système détaillée plus loin (voir paragraphe 2.5.1.4). Pour simplifier l'écriture des équations les caractéristiques thermophysiques des matériaux seront considérées comme constantes. Dans l'outil informatique à venir, il sera possible de résoudre le système avec des caractéristiques constantes ou dépendantes de la température.

Le modèle 2D thermique utilise la méthode des différences finies. Il s'applique donc à transformer l'équation de la chaleur avec production interne en coordonnées polaires pour la résoudre (eq. 2.119). Les transformations des dérivées partielles en équations algébriques sont regroupées dans le tableau 2.3.

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + k \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + k \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \Phi = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.119)$$

avec,

Dérivées	Approximations algébriques
$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$	$\frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{\Delta r^2}$
$\frac{\partial T}{\partial r}$	$\frac{T_{m+1,n} - T_{m-1,n}}{2\Delta r}$
$\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$	$\frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{\Delta \theta^2}$
$\frac{\partial T}{\partial t}$	$\frac{T^{i+1} - T^i}{\Delta t}$

TABLEAU 2.3 – Transformations des dérivées partielles de l'équation de la chaleur en coordonnées polaires utilisées pour la méthode des différences finies.

k le coefficient de conductivité thermique du matériau

r le rayon

θ l'angle

Φ l'ensemble des termes sources

ρ la masse volumique du matériau

C_p la chaleur spécifique massique du matériau

L'équation de la chaleur présentée (eq. 2.120) utilise les transformations des dérivées partielles.

$$\begin{aligned}
 & k \frac{T_{m+1,n}^{i+1} - 2T_{m,n}^{i+1} + T_{m-1,n}^{i+1}}{\Delta r^2} + \frac{k}{r} \frac{T_{m+1,n}^{i+1} - T_{m-1,n}^{i+1}}{2\Delta r} + \dots \\
 & \dots + \frac{k}{r^2} \frac{T_{m,n+1}^{i+1} - 2T_{m,n}^{i+1} + T_{m,n-1}^{i+1}}{\Delta \theta^2} + \Phi = \rho C_p \frac{T_{m,n}^{i+1} - T_{m,n}^i}{\Delta t} \quad (2.120)
 \end{aligned}$$

En considérant que la position r sur l'axe radial peut s'écrire $m\Delta r$, on obtient l'équation 2.121.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{(m\Delta \theta)^2}\right) T_{m,n}^{i+1} + \frac{1}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{2m}\right) T_{m-1,n}^{i+1} + \frac{1}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{1}{2m}\right) T_{m+1,n}^{i+1} \dots \\
 & \dots + \frac{1}{(m\Delta r\Delta \theta)^2} T_{m,n-1}^{i+1} + \frac{1}{(m\Delta r\Delta \theta)^2} T_{m,n+1}^{i+1} + \frac{\Phi}{k} = \frac{\rho C_p}{k\Delta t} (T_{m,n}^{i+1} - T_{m,n}^i) \quad (2.121)
 \end{aligned}$$

En faisant apparaître le nombre adimensionnel de Fourier dans le sens radial, en regroupant les termes tel que $For = \frac{k\Delta t}{\rho C_p \Delta r^2}$, et en écrivant tous les termes à l'instant $i + 1$ du même côté, il est possible d'écrire l'équation générale implicite de la température (eq.

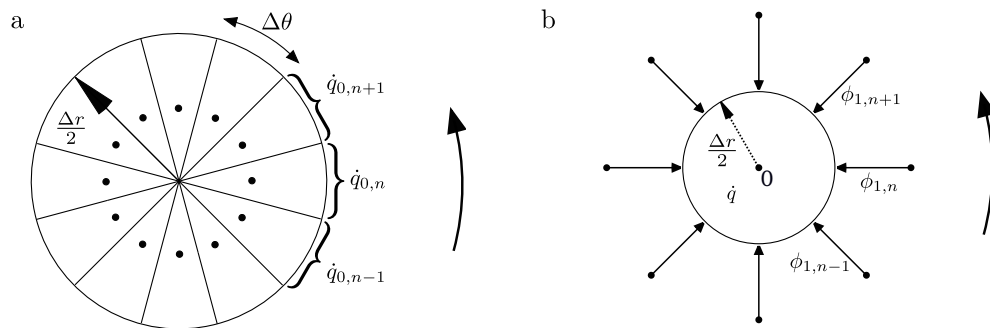


FIGURE 2.28 – Méthodes de discrétisation du centre en fonction du pas angulaire $\Delta\theta$ et du pas radial Δr . (a) Séparation du centre en parts indépendantes ayant chacune leurs propres production de chaleur interne $\dot{q}$. (b) Dissociation du centre et du reste du conducteur en deux modèles avec bilan thermique prenant en compte les flux conductifs ϕ entre les deux.

2.122).

$$\left(1 + 2Fo_r + \frac{2Fo_r}{(m\Delta\theta)^2}\right)T_{m,n}^{i+1} - Fo_r\left(1 + \frac{1}{2m}\right)T_{m-1,n}^{i+1} - Fo_r\left(1 + \frac{1}{2m}\right)T_{m+1,n}^{i+1} \dots$$

$$\dots - \frac{Fo_r}{(m\Delta\theta)^2}T_{m,n-1}^{i+1} - \frac{Fo_r}{(m\Delta\theta)^2}T_{m,n+1}^{i+1} = T_{m,n}^i + Fo_r\frac{\Delta r^2}{k}\Phi \quad (2.122)$$

L'équation générale 2.122 concerne tous les points se trouvant entre le centre et la surface du fil exclu. Dans ce cas, le terme source Φ comprend la production volumique de chaleur $\dot{q}$ ainsi que le flux de chaleur dissipé dans l'axe du fil ϕ ramené au volume de chaque nœud.

2.5.1.2/ CAS PARTICULIER DU CENTRE DU FIL

Comme pour le modèle électrique du fil, le centre du conducteur cylindrique est un cas particulier. En revanche, contrairement au cas électrique, le problème est souvent décrit dans la littérature et des solutions existent [92, 93, 94]. Une des méthodes consiste à ne pas mettre de nœud au centre mais de partager le centre comme le reste du cylindre (fig. 2.28a). Cette méthode permet d'éviter le problème de la résistance thermique infinie au centre lors des bilans. Par contre cette dernière empêche de calculer la température exacte au centre à moins d'imposer un maillage très fin dans les deux directions pour pouvoir l'interpoler. Une autre des solutions retenues est de dissocier la résolution du centre du reste du conducteur en considérant sa température comme homogène et en couplant les deux modèles centre et couronne par un bilan (fig. 2.28b). Le défaut de cette méthode est la résolution du système qui impose un bouclage itératif entre les deux modèles.

Nous nous sommes inspirés de la seconde méthode qui réalise un bilan entre le centre et les points qui lui sont adjacents. Le centre est considéré comme un solide A à la température homogène T_0 correspondant à la température du point central. Ce solide

est en contact parfait avec un solide B, c'est à dire la première couronne de points. En revanche, et contrairement à la méthode citée plus haut, le bilan du centre est intégré au reste du modèle du fil.

Ici les échanges sont purement conductifs (c.à.d. loi de Fourier) et se font uniquement sur l'axe radial (r) avec tous les points de la première couronne ($m = 1$ et $n \in [1; N]$). Le bilan du centre est décrit par une méthode implicite (eq. 2.123), comme le reste de la modélisation.

$$\sum_{n=1}^N -k.S_0 \frac{\partial T_{1,n}^{i+1}}{\partial r} + P_j = \rho C_p \cdot A_0 L_c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.123)$$

$$\sum_{n=1}^N -k \cdot \Delta r \Delta \theta L_c \frac{T_0^{i+1} - T_{1,n}^{i+1}}{\Delta r} + P_j = \rho C_p \cdot \pi \left(\frac{\Delta r}{2} \right)^2 L_c \frac{T_0^{i+1} - T_0^i}{\Delta t} \quad (2.124)$$

On peut réécrire l'équation 2.124 en exprimant le volume du centre V_0 (i.e. $V_0 = \pi \left(\frac{\Delta r}{2} \right)^2 L_c$):

$$\sum_{n=1}^N \left(\frac{2}{\Delta r} \right)^2 \cdot \frac{\Delta \theta}{\pi} (T_{1,n}^{i+1} - T_0^{i+1}) + \frac{1}{k} \cdot \frac{P_j}{V_0} = \frac{\rho C_p}{k} \cdot \frac{T_0^{i+1} - T_0^i}{\Delta t} \quad (2.125)$$

Dans cette expression, $\frac{k}{\rho C_p}$ représente la diffusivité α . De plus, le terme $\frac{\pi}{\Delta \theta}$ est égal à $\frac{N}{2}$, la moitié du nombre de nœuds angulaires, et $\frac{P_j}{V_0}$ n'est autre que la production de chaleur volumique $\dot{q}$. Ces simplifications permettent de faire apparaître le nombre de Fourier dans le sens radial For (i.e. $For = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$). L'équation bilan de résolution implicite du centre devient :

$$(1 + 8 \times For) T_0^{i+1} - \frac{8 \times For}{N} \sum_{n=1}^N T_{1,n}^{i+1} = T_0^i + \frac{\Delta r^2}{k} \times For \cdot \dot{q} \quad (2.126)$$

2.5.1.3/ CONDITIONS AUX LIMITES DES POINTS EN CONTACT AVEC L'AIR

La plupart des nœuds de surface, c'est à dire les points de la dernière couronne, sont soumis à un échange convectif avec l'air ambiant. Les phénomènes convectifs sont traités comme une condition aux limites du système (eq. 2.127). Pour le développement de la solution des nœuds externes nous considérons l'air ambiant à température T_∞ constante. De plus, concernant le coefficient d'échange convectif h nous nous reposons sur les calculs du modèle 1D du fil (voir paragraphe 2.4.3.4).

$$-k \frac{\partial T(m, n, t)}{\partial r} \Big|_{m=M} = h (T_\infty - T(m, n, t)) \quad (2.127)$$

Les conditions aux limites de l'équation 2.127 sont couplées aux bilans thermiques pour chaque nœud de surface (eq. 2.128). Les échanges sont conductifs d'un côté et convectifs de l'autre en radial et purement conductifs en angulaire. La notation pour un nœud quelconque en surface est $T_{M,n}$ où $n \in [p_c + 1; N]$ avec p_c le nombre de points au contact de la bande. Les points au contact de la bande sont traités dans la partie suivante (voir

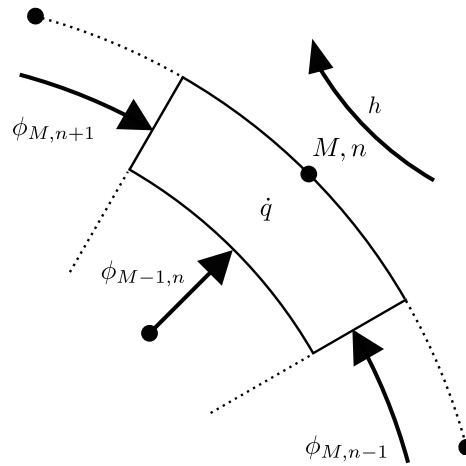


FIGURE 2.29 – Principe de la condition limite des points de maillage du fil en contact avec l'air, bilan thermique entre les échanges conductifs ϕ , les échanges convectifs dépendants de h ainsi que la production de chaleur interne $\dot{q}$.

paragraphe 2.5.1.4). La résolution de la température des nœuds de surface est décrite par une méthode implicite.

$$-k \cdot S_{er}^- \frac{\partial T_{M-1,n}^{i+1}}{\partial r} + h \cdot S_{er}^+ (T_\infty - T_{M,n}^{i+1}) - k \cdot S_{ea} \frac{\partial T_{M,n-1}^{i+1}}{\partial \theta} - k \cdot S_{ea} \frac{\partial T_{M,n+1}^{i+1}}{\partial \theta} + P_j = \rho C_p \cdot A_e L_c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.128)$$

$$\begin{aligned} & -k \cdot \left(M - \frac{1}{2}\right) \Delta r \Delta \theta L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M-1,n}^{i+1}}{\Delta r} + h \cdot M \Delta r \Delta \theta L_c (T_\infty - T_{M,n}^{i+1}) - k \cdot \frac{\Delta r}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n-1}^{i+1}}{M \Delta r \Delta \theta} \dots \\ & \dots - k \cdot \frac{\Delta r}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n+1}^{i+1}}{M \Delta r \Delta \theta} + P_j = \rho C_p \cdot \left(M - \frac{1}{4}\right) \frac{\Delta \theta \Delta r^2}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n}^i}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.129)$$

En exprimant le volume du nœud $V_{M,n}$ (i.e. $V_{M,n} = \left(M - \frac{1}{4}\right) \frac{\Delta \theta \Delta r^2}{2} L_c$) dans l'équation 2.129 on obtient l'équation 2.130 :

$$\begin{aligned} & \frac{2 \left(M - \frac{1}{2}\right)}{\left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta r^2} \cdot (T_{M-1,n}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}) + \frac{h}{k} \cdot \frac{2M \cdot (T_\infty - T_{M,n}^{i+1})}{\left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta r} + \frac{(T_{M,n-1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1})}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2 \Delta r^2} \dots \\ & \dots + \frac{(T_{M,n+1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1})}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2 \Delta r^2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{P_j}{V_{M,n}} = \frac{\rho C_p}{k} \cdot \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n}^i}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.130)$$

Comme précédemment, il faut faire apparaître le nombre de Fourier For par le biais de la diffusivité α . Pour les nœuds de surface nous pouvons simplifier l'équation par un autre nombre adimensionnel, le nombre de Biot. Dans notre cas il est écrit dans le sens radial

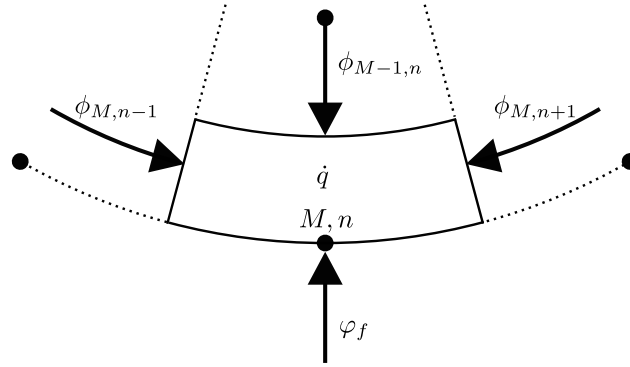


FIGURE 2.30 – Principe de la condition limite des points de maillage du fil en contact avec la bande de captage, bilan thermique entre les échanges conductifs ϕ , la production de chaleur interne $\dot{q}$ et la densité de flux de chaleur externe issue du contact φ_f .

tel que $Bi_r = \frac{h \times \Delta r}{k}$ et le terme $\frac{P_j}{V_{M,n}}$ revient à écrire la production de chaleur volumique $\dot{q}$.

$$2Fo_r \times \frac{\left(M - \frac{1}{2}\right)}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \cdot \left(T_{M-1,n}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right) + \frac{2Bi_r Fo_r \times M}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \cdot \left(T_\infty - T_{M,n}^{i+1}\right) + \frac{Fo_r \left(T_{M,n-1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right)}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta\theta^2} \dots$$

$$\dots + \frac{Fo_r \left(T_{M,n+1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right)}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta\theta^2} + \frac{\Delta r^2}{k} \times Fo_r \cdot \dot{q} + \frac{\Delta r^2}{k} \times Fo_r \cdot \frac{P_{ray}}{V_{M,n}} = T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n}^i \quad (2.131)$$

En écrivant l'équation de résolution implicite des points de surface du conducteur soumis à la convection il est possible d'écrire l'équation 2.132 :

$$\frac{2Fo_r}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \left(1 + \left(M - \frac{1}{2}\right) + Bi_r \times M + \frac{1}{M \times \Delta\theta^2}\right) T_{M,n}^{i+1} - 2Fo_r \times \frac{\left(M - \frac{1}{2}\right)}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} T_{M-1,n}^{i+1} + \frac{Fo_r}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta\theta^2} T_{M,n-1}^{i+1} \dots$$

$$\dots + \frac{Fo_r}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta\theta^2} T_{M,n+1}^{i+1} = T_{M,n}^i + \frac{\Delta r^2}{k} \times Fo_r \cdot \dot{q} + \frac{\Delta r^2}{k} \times Fo_r \cdot \frac{P_{ray}}{V_{M,n}} + \frac{2Bi_r Fo_r \times M}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \cdot T_\infty \quad (2.132)$$

2.5.1.4/ CONDITIONS AUX LIMITES DES POINTS EN CONTACT AVEC LA BANDE

La condition aux limites de contact est particulière car elle est en partie déterminée par le type de couplage choisi pour les deux modèles fil-bande. Puisque nos travaux s'appuient sur l'étude de Schaaf [81] il est possible de dissocier les deux modèles, à condition de supposer que la production de chaleur à l'interface est prépondérante dans le système. La condition aux limites du fil est issue d'un bilan réalisé à l'interface et est résolue en amont des modèles du fil et de la bande. Il s'agit d'une densité de flux de chaleur φ qui représente la part de chaleur produite à l'interface et allant dans le fil.

Un bilan thermique est écrit pour les nœuds en contact avec la bande en prenant en compte la densité de flux de chaleur φ (eq. 2.133). Dans le sens radial les échanges sont

conductifs d'un côté et de l'autre se trouve le flux de chaleur. Dans le sens angulaire les échanges sont conductifs. La notation pour un nœud en contact est la même que celle des nœuds en surface soit $T_{M,n}$ où $n \in [1; p_c]$. La résolution de la température des nœuds en contact est implicite. Le maillage du fil est établi en fonction de la largeur de contact de façon à ce que le nombre de points au contact p_c tombe juste et qu'il y ait au moins un point entier au contact.

$$-k \cdot S_{er}^- \frac{\partial T_{M-1,n}^{i+1}}{\partial r} + \frac{\varphi}{p_c} S_{er}^+ - k \cdot S_{ea} \frac{\partial T_{M,n-1}^{i+1}}{\partial \theta} - k \cdot S_{ea} \frac{\partial T_{M,n+1}^{i+1}}{\partial \theta} + P_j = \rho C_p \cdot A_e L_c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} & -k \cdot \left(M - \frac{1}{2}\right) \Delta r \Delta \theta L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M-1,n}^{i+1}}{\Delta r} + \frac{\varphi}{p_c} \cdot M \Delta r \Delta \theta L_c - k \cdot \frac{\Delta r}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n-1}^{i+1}}{M \Delta r \Delta \theta} \dots \\ & \dots - k \cdot \frac{\Delta r}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n+1}^{i+1}}{M \Delta r \Delta \theta} + P_j = \rho C_p \cdot \left(M - \frac{1}{4}\right) \frac{\Delta \theta \Delta r^2}{2} L_c \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n}^i}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.134)$$

En faisant apparaître le volume du nœud $V_{M,n}$ nous obtenons l'équation 2.135.

$$\begin{aligned} & \frac{2\left(M - \frac{1}{2}\right)}{\left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta r^2} \cdot \left(T_{M-1,n}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right) + \frac{\varphi}{k \times p_c} \cdot \frac{2M}{\left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta r} + \frac{\left(T_{M,n-1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right)}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2 \Delta r^2} \dots \\ & \dots + \frac{\left(T_{M,n+1}^{i+1} - T_{M,n}^{i+1}\right)}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2 \Delta r^2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{P_j}{V_{M,n}} = \frac{\rho C_p}{k} \cdot \frac{T_{M,n}^{i+1} - T_{M,n}^i}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.135)$$

En faisant apparaître le nombre de Fourier Fo ainsi que la production volumique de chaleur $\dot{q} = \frac{P_j}{V_{M,n}}$, l'équation de résolution implicite des points en contact avec la bande de captage devient :

$$\begin{aligned} & \frac{2Fo}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \left(1 + \left(M - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{M \times \Delta \theta^2}\right) T_{M,n}^{i+1} - 2Fo \times \frac{\left(M - \frac{1}{2}\right)}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} T_{M-1,n}^{i+1} + \frac{Fo}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2} T_{M,n-1}^{i+1} \dots \\ & \dots + \frac{Fo}{M \left(M - \frac{1}{4}\right) \times \Delta \theta^2} T_{M,n+1}^{i+1} = T_{M,n}^i + \frac{\Delta r^2}{k} \times Fo \cdot \dot{q} + \frac{2M}{\left(M - \frac{1}{4}\right)} \frac{\Delta r}{k \times p_c} \times Fo \cdot \varphi \end{aligned} \quad (2.136)$$

2.5.2/ BANDE DE CAPTAGE : ÉQUATION DE LA CHALEUR ADAPTÉE À LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES EN BIDIMENSIONNEL CARTÉSIEN

2.5.2.1/ CAS GÉNÉRAL À L'INTÉRIEUR DE LA BANDE

Pour cette partie nous nous reposons sur la discrétisation bidimensionnelle de la bande développée au paragraphe 2.1.2.3. L'objectif de la modélisation simplifiée de la bande est de calculer les températures maximales et moyennes du solide au cours du temps. L'échauffement de la bande est calculé en prenant en compte la production de chaleur interne par effet Joule P_j , la part de la chaleur produite à l'interface allant dans la bande φ_b , ainsi que les échanges convectifs P_{conv} .

Le principe est le même que pour le modèle thermique du fil de contact. La méthode des différences finies en résolution implicite est donc utilisée. Les caractéristiques des

Dérivées	Approximations algébriques
$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$	$\frac{T_{l+1,h} - 2T_{l,h} + T_{l-1,h}}{\Delta x^2}$
$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$	$\frac{T_{l,h+1} - 2T_{l,h} + T_{l,h-1}}{\Delta y^2}$
$\frac{\partial T}{\partial t}$	$\frac{T^{i+1} - T^i}{\Delta t}$

TABLEAU 2.4 – Transformations des dérivées partielles du modèle thermique de la bande de captage utilisées pour la méthode des différences finies

matériaux sont aussi considérées constantes, même si le logiciel final pourra prendre en compte les variations en fonction de la température. Concernant la production de chaleur interne, celle-ci est calculée avec le modèle électrique de la bande (voir paragraphe 2.2.2). La part du flux de l'interface allant dans la bande est une condition limite de flux de chaleur. Le rayonnement de la bande avec l'environnement est négligé. Les échanges convectifs sont considérés comme une condition aux limites des points en contact avec l'air.

L'équation de la chaleur en coordonnées cartésiennes 2D ($x; y$) pour des caractéristiques physiques constantes est décrite par l'équation 2.137.

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \Phi = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.137)$$

En transformant l'équation 2.137 pour l'adapter à la méthode des différences finies en implicite et en utilisant les équations algébriques des dérivées partielles du tableau 2.4, on obtient :

$$k \frac{T_{l+1,h}^{i+1} - 2T_{l,h}^{i+1} + T_{l-1,h}^{i+1}}{\Delta x^2} + k \frac{T_{l,h+1}^{i+1} - 2T_{l,h}^{i+1} + T_{l,h-1}^{i+1}}{\Delta y^2} + \Phi = \rho C_p \frac{T_{l,h}^{i+1} - T_{l,h}^i}{\Delta t} \quad (2.138)$$

En faisant apparaître le nombre adimensionnel de Fourier Fo dans les deux directions x et y ($Fo_x = \frac{k\Delta t}{\rho C_p \Delta x^2}$ et $Fo_y = \frac{k\Delta t}{\rho C_p \Delta y^2}$), l'équation générale de résolution implicite du champ de températures au sein de la bande de captage devient :

$$(1 + 2Fo_x + 2Fo_y) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l-1,h}^{i+1} - Fo_x T_{l+1,h}^{i+1} - Fo_y T_{l,h-1}^{i+1} - Fo_y T_{l,h+1}^{i+1} = T_{l,h}^i + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \Phi \quad (2.139)$$

L'équation générale 2.139 concerne tous les points se trouvant dans la bande sauf les points des différentes surfaces extérieures. Dans ce cas, le terme source Φ comprend la production volumique de chaleur $\dot{q}$ ainsi que le flux de chaleur dissipé par convection dans l'axe z . Il est dépendant de la température $T_{l,h}$ du nœud. L'équation générale devient alors :

$$\left(1 + 2Fo_x + 2Fo_y + Bi_x Fo_x \frac{\Delta x}{L_c}\right) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l-1,h}^{i+1} - Fo_x T_{l+1,h}^{i+1} \dots \\ \dots - Fo_y T_{l,h-1}^{i+1} - Fo_y T_{l,h+1}^{i+1} = T_{l,h}^i + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \dot{q} + Bi_x Fo_x \frac{\Delta x}{L_c} T_\infty \quad (2.140)$$

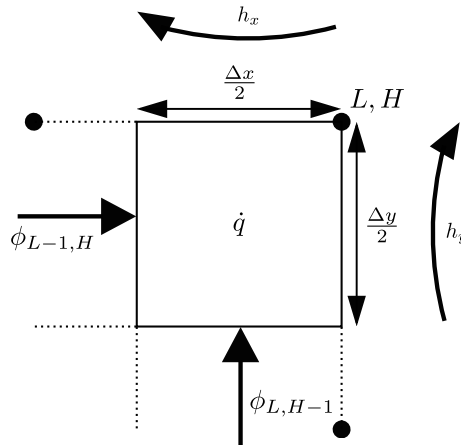


FIGURE 2.31 – Conditions aux limites des coins de la bande de captage. Bilan thermique prenant en compte les deux faces soumises à des coefficients de convection h_x et h_y différents, ainsi que les échanges conductifs ϕ et la production de chaleur interne $\dot{q}$

2.5.2.2/ CONDITIONS AUX LIMITES DES POINTS EN CONTACT AVEC L'AIR

Les coefficients des différents échanges convectifs autour de la bande de captage ont été déterminés dans l'étude thermique préliminaire. La convection est considérée naturelle autour de la bande pour les vitesses de vent faibles. Comme expliqué dans l'étude thermique préliminaire, ce sont les travaux de Churchill sur les plaques planes qui sont utilisées dans ce cas. À partir d'un certain nombre de Reynolds, la convection est considérée comme forcée et c'est la relation de Hilpert qui est utilisée.

Les équations bilans pour les trois types de nœuds de la périphérie du solide sont détaillées dans les lignes suivantes. Les points se trouvant dans les coins de la bande sont soumis à la convection sur une face latérale, une face transversale et les deux faces en z qui sont incluses au bilan (fig. 2.31). L'équation bilan s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & -kS_x \frac{\partial T_{l\pm 1,h}}{\partial x} + h_x S_x (T_\infty - T_{l,h}) - kS_y \frac{\partial T_{l\pm 1,h}}{\partial y} + h_y S_y (T_\infty - T_{l,h}) \dots \\
 & \dots + 2 \times h_z S_z (T_\infty - T_{l,h}) + P_j = \rho C_p V_{l,h} \frac{\partial T_{m,n}}{\partial t}
 \end{aligned} \quad (2.141)$$

avec,

h_i le coefficient de convection appliqué à la surface de l'axe i

S_i la surface du nœud perpendiculaire à l'axe i

En appliquant les mêmes simplifications que pour l'équation générale 2.140, l'équation de résolution implicite des températures des coins de la bande de captage devient :

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{l\pm 1,h}^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) + \frac{h_x}{k} \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x} (T_\infty^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} (T_{l,h\pm 1}^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) + \frac{h_y}{k} \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y} (T_\infty^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) \dots \\
 & \dots + 2 \times \frac{h_z}{k} \frac{\alpha \Delta t}{L_c} (T_\infty^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) + \frac{\alpha \Delta t}{k} \dot{q} = (T_{l,h}^{i+1} - T_{l,h}^i)
 \end{aligned} \quad (2.142)$$

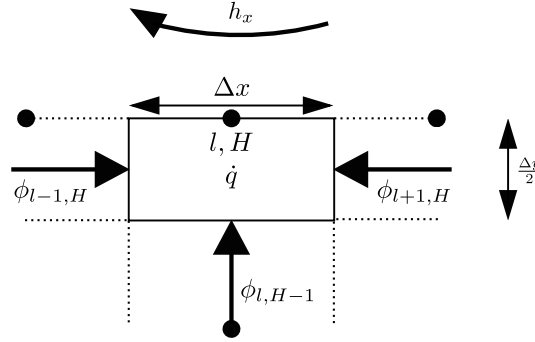


FIGURE 2.32 – Conditions aux limites des points des faces transversales de la bande de captage, bilan thermique prenant en compte les échanges convectifs via le coefficient h_x ainsi que les échanges conductifs ϕ et la production de chaleur interne $\dot{q}$

$$\begin{aligned} & (1 + Fo_x + Bi_x Fo_x + Fo_y + Bi_y Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l\pm 1,h}^{i+1} - Fo_y T_{l,h\pm 1}^{i+1} \dots \\ & \dots = T_{l,h}^i + (Bi_x Fo_x + Bi_y Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_\infty + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \dot{q} \end{aligned} \quad (2.143)$$

Les points des faces transversales supérieures et inférieures de la bande sont ensuite traités (eq. 2.144). Ces points sont soumis à des flux convectifs sur une de leurs faces transversales et sur les deux faces de l'axe z (fig. 2.32).

$$\begin{aligned} & -kS_x \frac{\partial T_{m-1,n}}{\partial x} - kS_x \frac{\partial T_{m+1,n}}{\partial x} - kS_y \frac{\partial T_{m,n}}{\partial y} + h_y S_y (T_\infty - T_{l,h}) \dots \\ & \dots + 2 \times h_z S_z (T_\infty - T_{l,h}) + P_j = \rho C_p V_{l,h} \frac{\partial T_{m,n}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned} & (1 + 2 \times Fo_x + Fo_y + Bi_y Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l-1,h}^{i+1} - Fo_x T_{l+1,h}^{i+1} - Fo_y T_{l,h\pm 1}^{i+1} \dots \\ & \dots = T_{l,h}^i + (Bi_x Fo_x + Bi_y Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_\infty + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \dot{q} \end{aligned} \quad (2.145)$$

Enfin, il faut traiter les points des faces latérales gauches et droites de la bande (eq. 2.146). Ces points sont soumis à la convection sur une de leurs faces latérales et sur les deux faces de l'axe z (fig. 2.33).

$$\begin{aligned} & -kS_x \frac{\partial T_{l\pm 1,h}}{\partial x} + h_x S_x (T_\infty - T_{l,h}) - kS_y \frac{\partial T_{l,h-1}}{\partial y} - kS_y \frac{\partial T_{l,h+1}}{\partial y} \dots \\ & \dots + 2 \times h_z S_z (T_\infty - T_{l,h}) + P_j = \rho C_p V_{l,h} \frac{\partial T_{m,n}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$\begin{aligned} & (1 + Fo_x + Bi_x Fo_x + 2 \times Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l\pm 1,h}^{i+1} - Fo_y T_{l,h-1}^{i+1} - Fo_y T_{l,h+1}^{i+1} \dots \\ & \dots = T_{l,h}^i + (Bi_x Fo_x + Bi_y Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z) T_\infty + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \dot{q} \end{aligned} \quad (2.147)$$

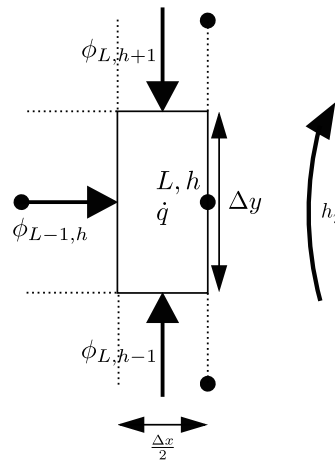


FIGURE 2.33 – Conditions aux limites des points des faces latérales de la bande de captage, bilan thermique prenant en compte les échanges convectifs via le coefficient h_y ainsi que les échanges conductifs ϕ et la production de chaleur interne $\dot{q}$

2.5.2.3/ CONDITIONS AUX LIMITES DU POINT EN CONTACT AVEC LE FIL

Dans le modèle de la bande de captage, le contact entre le pantographe et la caténaire ne pourra être assuré que par un nœud unique en raison du rapport entre la surface du contact et la taille de la bande. La condition aux limites de contact entre les deux éléments est une condition de flux non nul égal au flux de chaleur de l'interface allant dans la bande (fig. 2.34). Cette condition limite est dite de Neumann non-homogène. Il faut noter que cette condition limite n'est pas fixée géométriquement et peut, d'une étude à l'autre, se déplacer sur l'axe x de la face transversale supérieure de la bande. Les points susceptibles d'être en contact seront toutefois forcément de coordonnées $[l; H]$. Comme pour les autres points de la bande de captage le flux de chaleur dissipé par convection sur les deux faces de l'axe z via le coefficient h est considéré.

Le traitement de cette condition aux limites revient au traitement de la condition aux limites de convection de la face transversale supérieure, à ceci près qu'il ne s'agit pas de flux convectif mais bien d'un flux de chaleur entrant φ_b (eq. 2.148).

$$\begin{aligned}
 & -kS_x \frac{\partial T_{m-1,n}}{\partial x} - kS_x \frac{\partial T_{m+1,n}}{\partial x} - kS_y \frac{\partial T_{m,n}}{\partial y} + \varphi_b S_c \dots \\
 & \dots + 2 \times h_z S_z (T_\infty - T_{l,h}) + P_j = \rho C_p V_{l,H} \frac{\partial T_{m,n}}{\partial t}
 \end{aligned} \quad (2.148)$$

La surface de contact S_c est égale à la surface transversale d'un nœud quelconque de part la méthode de construction du maillage. En faisant intervenir le volume du nœud $V_{l,H}$ l'équation 2.148 devient :

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{l-1,h}^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{l+1,h}^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} (T_{l,h-1}^{i+1} - T_{l,h}^{i+1}) \dots \\
 & \dots + \frac{\varphi_b}{k} \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y} + 2 \times \frac{h_z}{k} \frac{\alpha \Delta t}{L_c} (T_\infty - T_{l,h}^{i+1}) + \frac{\alpha \Delta t}{k} \dot{q} = (T_{l,h}^{i+1} - T_{l,h}^i)
 \end{aligned} \quad (2.149)$$

En regroupant les termes de façon à écrire la résolution de la température du point de

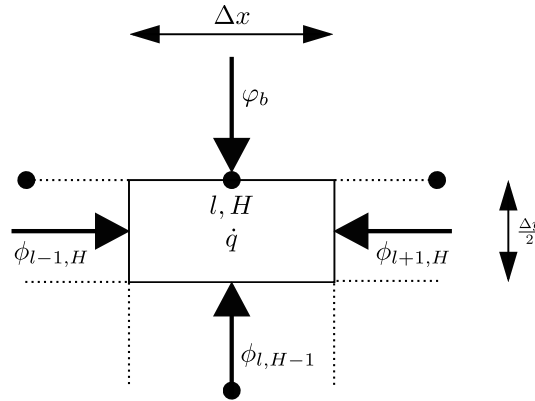


FIGURE 2.34 – Conditions aux limites des points des faces transversales de la bande de captage, bilan thermique prenant en compte la densité de flux de chaleur externe issue de l'interface φ_b , les échanges conductifs ϕ et la production de chaleur interne $\dot{q}$

contact en fonction des nombres adimensionnels de Biot et de Fourier, on obtient :

$$\begin{aligned} & \left(1 + 2 \times Fo_x + Fo_y + 2 \times Bi_z Fo_z\right) T_{l,h}^{i+1} - Fo_x T_{l-1,h}^{i+1} - Fo_x T_{l+1,h}^{i+1} - Fo_y T_{l,h-1}^{i+1} \dots \\ & \dots = T_{l,h}^i + 2 \times Bi_z Fo_z T_\infty + Fo_x \frac{\Delta x^2}{k} \dot{q} + Fo_y \frac{\Delta y}{k} \varphi_b \end{aligned} \quad (2.150)$$

CONCLUSION

Le développement des modèles thermiques est l'aboutissement des modélisations individuelles du fil de contact et de la bande de captage. Pour le fil, il représente le point de convergence entre le modèle thermique 1D, le modèle électrique 2D et les lois de la thermique au sein du conducteur exprimées en 2D. Il en résulte un modèle électrothermique pseudo 3D pour le fil de contact et un modèle électrothermique 2D pour la bande de captage. La dernière partie de ce chapitre est dédiée au contact qui est le lien entre les deux modèles.

2.6/ PRODUCTION DE CHALEUR À L'INTERFACE PANTOGRAPHE-CATÉNAIRE

2.6.1/ PERTES PAR EFFET JOULE AU CONTACT

2.6.1.1/ RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DE CONTACT

Comme tout élément traversé par un courant électrique, le contact possède une résistance électrique R_{elc} . Elle dépend essentiellement de la qualité de l'interface et des caractéristiques physiques des solides en contact [95]. La qualité du contact est définie par la surface alors que les caractéristiques physiques du contact dépendent essentiellement

des solides. La résistance électrique de contact est fonction de ces deux éléments qui eux même varient avec les matériaux, de l'état d'usure et de la force de contact.

La R_{elc} est un élément clé de l'échauffement du système pantographe/caténaire car il voit passer la totalité de l'alimentation électrique. De plus, la géométrie du fil et les matériaux composant la bande laissent penser que les résistances électriques de contact ne sont pas négligeables. Les essais réalisées par la SNCF et l'ERRI nous montrent que pour une force d'environ 30N la résistance électrique de contact entre un fil en cuivre pur et une bande en carbone imprégnée varie de 16 à 42 $m\Omega$ en fonction de l'usure, à noter que l'écart type moyen des résultats de résistance électrique est de 3,5 $m\Omega$.

2.6.1.2/ PRODUCTION DE CHALEUR ISSUE DE L'EFFET JOULE

Le contact est le point d'entrée du courant électrique d'alimentation I du train. Le courant électrique produit de la chaleur en traversant l'interface en raison de la résistance électrique de contact R_{elc} . La puissance thermique produite à l'interface P_{int} est due à l'effet Joule.

$$P_{int} = R_{elc} \times I^2 \quad (2.151)$$

Cette production de chaleur au contact des deux solides pose deux problèmes :

1. Même en caractérisant le contact, il est difficile de prévoir l'évolution de l'interface en fonction de la température. Autrement dit, il est probable que les caractéristiques du contact, c'est à dire la surface, la résistance électrique et la résistance thermique, évoluent en fonction de la température.
2. La chaleur produite à l'interface n'est pas attribuée à un des deux solides, il faut donc la partager en fonction de critères physiques.

2.6.2/ RÉPARTITION DE LA CHALEUR PRODUITE À L'INTERFACE

2.6.2.1/ PRINCIPE DE PARTAGE DE LA CHALEUR PRODUITE À L'INTERFACE

Les travaux d'estimation de la répartition de flux de chaleur à l'interface de solides de S.A. SHAAF sont particulièrement intéressants. Dans une de ses publications [81] il traite en effet le problème de la superposition d'une source de chaleur et d'une résistance thermique de contact entre deux solides semi infinis.

Le problème tel qu'il est décrit dans la littérature est le suivant (fig. 2.35) :

- les deux solides semi-infinis sont en contact,
- le contact crée une résistance thermique R_{tc} entre les deux solides,
- un flux de chaleur par conduction transite entre les deux solides ϕ ,
- il y a une production de chaleur à l'interface P_{int} ,

Il faut émettre l'hypothèse que les éléments du système (c.à.d le fil de contact et la bande de captage) peuvent être localement assimilés à deux milieux semi-infinis. Nous mettons dans un premier temps de côté la production de chaleur interne. Ainsi il est possible d'écrire que la différence de température entre deux solides semi-infinis dépend du flux de chaleur par conduction ϕ et de la résistance thermique de contact R_{tc} exprimée en unité de surface $[K \cdot m^2 \cdot W^{-1}]$.

$$T_f - T_b = R_{tc} \phi \quad (2.152)$$

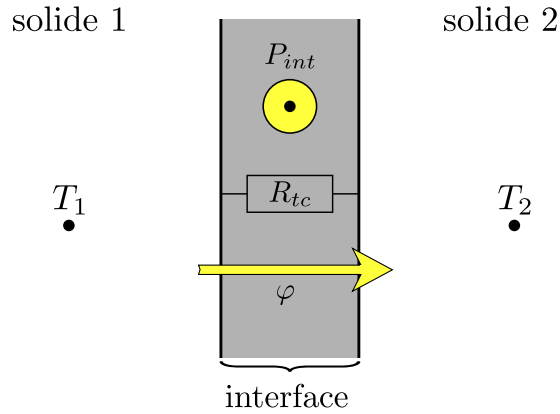


FIGURE 2.35 – Interface de deux solides semi-infinis (1 et 2) avec résistance thermique de contact R_{tc} , flux de chaleur par conduction φ et production de chaleur P_{int}

2.6.2.2/ NOTIONS DE CONTACTS SECS ET LUBRIFIÉS

D'après la littérature la superposition d'une source de chaleur et d'une résistance de contact peut être résolue en identifiant deux modèles : un modèle dit de contact "sec" qui consiste à séparer la production de chaleur de l'interface en deux, et un modèle de contact dit "lubrifié" qui consiste à séparer la résistance thermique de contact en deux (fig. 2.36). Ces deux modèles sont équivalents mais permettent d'introduire des notions différentes simplifiant la démarche physique de partage de la production de chaleur.

Le modèle de contact sec permet d'introduire la notion de coefficient de répartition τ qui dépend essentiellement de la nature de l'interface, $\tau_f + \tau_b = 1$. Nous pouvons ainsi écrire que la production de chaleur à l'interface P_{int} peut être séparée ainsi :

$$P_{int} = \underbrace{\tau_f \cdot P_{int}}_{\text{source côté fil}} + \underbrace{\tau_b \cdot P_{int}}_{\text{source côté bande}} \quad (2.153)$$

source côté fil source côté bande

Le modèle de contact lubrifié permet quant à lui de réaliser le bilan thermique décrit dans la figure 2.36 liant la part du flux de chaleur φ_i allant dans chaque solide i à la source de chaleur P_{int} .

$$P_{int} = \varphi_f - \varphi_b \quad (2.154)$$

2.6.2.3/ RÉPARTITION DE LA CHALEUR EN FONCTION DU CONTACT

Les deux modèles de contact permettent d'introduire pour chaque solide i la notion de coefficient de partage τ_i , la production de chaleur partagée P_i ainsi que la part du flux passant dans chaque solide φ_i . En combinant les deux modèles on peut écrire la répartition de la chaleur produite à l'interface en fonction des matériaux et de la résistance thermique de contact.

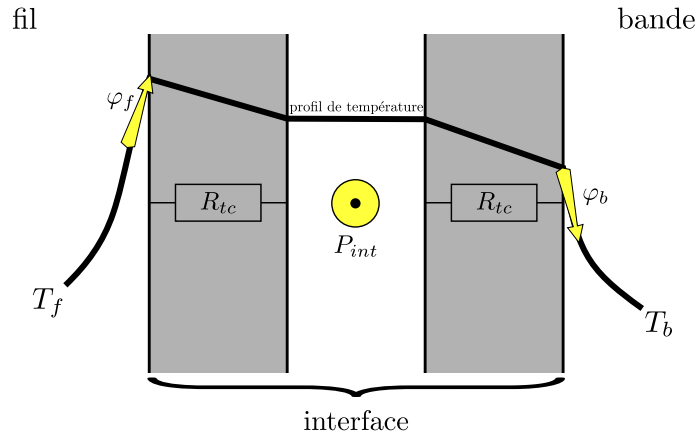


FIGURE 2.36 – Interface de deux solides lors d'un contact lubrifié avec résistance thermique de contact R_{tc} séparée en deux et bilan thermique entre la production de chaleur P_{int} et les densités de flux de chaleur de chaque côté de l'interface.

En reprenant l'équation 2.152 de la différence de température entre les deux solides, il est possible d'écrire le flux de chaleur ϕ traversant le contact en fonction de la R_{tc} .

$$\phi = \frac{T_f - T_b}{R_{tc}} \quad (2.155)$$

Or le flux traversant le contact par conduction ϕ n'est autre que la différence entre la production de chaleur à l'interface du côté d'un solide et la part du flux allant dans ce solide.

$$\phi = \tau_f \cdot P_{int} - \phi_f = -(\tau_b \cdot P_{int} - \phi_b) \quad (2.156)$$

Il est maintenant possible d'écrire la différence de température en fonction de la part du flux ϕ_i , de la résistance thermique de contact R_{tc} et de la production de chaleur à l'interface P_{int} (eq. 2.157).

$$T_f - T_b = R_{tc} (\tau_f \cdot P_{int} - \phi_f) = -R_{tc} (\tau_b \cdot P_{int} - \phi_b) \quad (2.157)$$

Nous allons nous intéresser aux conditions initiales et aux conditions aux limites. On admet que l'échauffement Θ des deux solides au départ et de chaque côté du contact est nul. De plus, s'agissant de deux solides semi-infinis la seule limite est le contact (fig. 2.37). On a donc :

— condition initiale $t = 0$, pour $x > 0$ et $x < 0$:

$$\Theta = 0 \quad (2.158)$$

— condition aux limites $x = 0$, pour $t > 0$:

$$T_f - T_b = R_{tc} (\tau_f \cdot P_{int} - \phi_f) = -R_{tc} (\tau_b \cdot P_{int} - \phi_b) \quad (2.159)$$

En utilisant la solution connue de la température d'un corps semi-infini soumis à une condition aux limites de flux de chaleur [96] écrite en transformée de Laplace, on obtient :

$$\begin{cases} \widetilde{T}_f &= \frac{\widetilde{\phi}_f}{\epsilon_f \sqrt{p}} \cdot \exp\left(-x \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha_f}}\right) \\ \widetilde{T}_b &= -\frac{\widetilde{\phi}_b}{\epsilon_b \sqrt{p}} \cdot \exp\left(x \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha_b}}\right) \end{cases} \quad (2.160)$$

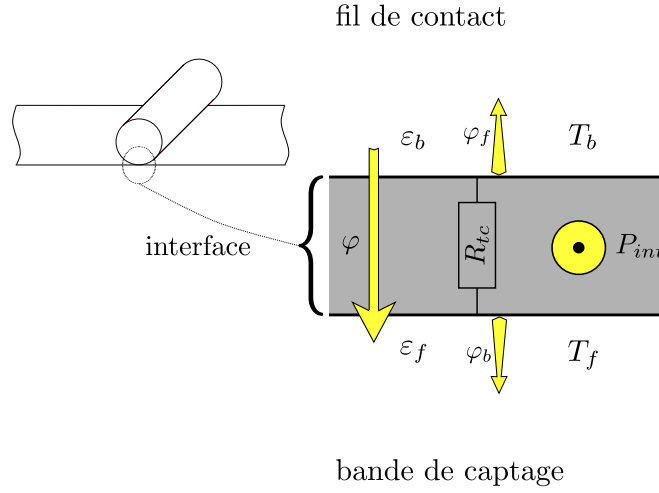


FIGURE 2.37 – Interface entre le fil de contact et la bande de captage avec résistance thermique de contact R_{tc} , densité de flux de chaleur traversant l'interface φ et parts de la production de chaleur P_{int} passant dans chaque solide par conduction φ_f et φ_b .

avec,

$\widetilde{X}$ la transformée de X

p la variable complexe de Laplace

ϵ l'effusivité thermique (c.à.d. $\epsilon = \sqrt{k \cdot \rho \cdot C_p}$)

α la diffusivité thermique (c.à.d. $\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p}$)

En appliquant les solutions des températures de chaque côté du contact de l'équation 2.160 aux températures de surface ($x = 0$), on obtient :

$$\left(\frac{\widetilde{\varphi}_f}{\epsilon_f} + \frac{\widetilde{\varphi}_b}{\epsilon_b} \right) \frac{1}{R_{tc} \sqrt{p}} = \tau_f \cdot \widetilde{P}_{int} - \widetilde{\varphi}_f \quad (2.161)$$

Ainsi, en écrivant le bilan de l'équation 2.36 sous forme de transformée de Laplace (eq. 2.162).

$$\widetilde{P}_{int} = \widetilde{\varphi}_f - \widetilde{\varphi}_b \quad (2.162)$$

Exprimons maintenant les deux flux issue de la production de chaleur de l'interface et allant dans chaque solide $\widetilde{\varphi}_f$ et $\widetilde{\varphi}_b$ (eq. 2.163).

$$\begin{cases} \widetilde{\varphi}_f &= -\frac{\epsilon_f \epsilon_b \tau_f R_{tc} \sqrt{p} + \epsilon_f}{\epsilon_f \epsilon_b R_{tc} \sqrt{p} + \epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \widetilde{P}_{int} \\ \widetilde{\varphi}_b &= \frac{\epsilon_f \epsilon_b \tau_b R_{tc} \sqrt{p} + \epsilon_b}{\epsilon_f \epsilon_b R_{tc} \sqrt{p} + \epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \widetilde{P}_{int} \end{cases} \quad (2.163)$$

La transformée de Laplace d'un terme constant est $\mathcal{L}[a] = \frac{a}{p}$, donc pour un terme source

constant on a $P_{int}(p) = \frac{P_{int}}{p}$. Les transformations inverses des flux sont :

$$\begin{cases} \varphi_f(t) = -P_{int} \cdot \left\{ \frac{\epsilon_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} - \frac{\tau_f \epsilon_b - \tau_b \epsilon_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \operatorname{erfcx}(\gamma \cdot \sqrt{t}) \right\} \\ \varphi_b(t) = P_{int} \cdot \left\{ \frac{\epsilon_b}{\epsilon_f + \epsilon_b} + \frac{\tau_b \epsilon_f - \tau_f \epsilon_b}{\epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \operatorname{erfcx}(\gamma \cdot \sqrt{t}) \right\} \end{cases} \quad (2.164)$$

avec,

γ un coefficient dépendant de ϵ_b , ϵ_f et R_{tc} , $\gamma = \left(\frac{1}{\epsilon_f} + \frac{1}{\epsilon_b} \right) \cdot \frac{1}{R_{tc}}$

erfcx la fonction erreur complémentaire normalisée, $\operatorname{erfcx}(x) = \operatorname{erfc}(x) \cdot \exp(x^2)$.

Le terme source de notre système est en général dépendant d'un échelon de courant, or la transformée d'un échelon est connue (eq. 2.165).

$$\widetilde{P_{int}} = \sum_{k=0}^K \frac{e^{-t_k s}}{p} \quad (2.165)$$

avec,

k l'indice de l'échelon

t_k le temps correspondant au début de l'échelon k

Dans ce cas le terme source n'est pas une constante mais une fonction, on peut donc écrire les équations 2.163 comme étant le produit de deux fonctions transformées.

$$\begin{cases} \widetilde{\varphi_f}(p) = \widetilde{F_f} \times \widetilde{P_{int}} = \sum_{k=0}^K \widetilde{F_f} \times \frac{e^{-t_k s}}{p} \\ \widetilde{\varphi_b}(p) = \widetilde{F_b} \times \widetilde{P_{int}} = \sum_{k=0}^K \widetilde{F_b} \times \frac{e^{-t_k s}}{p} \end{cases} \quad (2.166)$$

Les transformées inverses des flux dépendants d'une source de chaleur en échelon sont de la forme :

$$\widetilde{F_i} \cdot \frac{e^{-t_k s}}{p} = \mathcal{L}[f(t - t_k) \cdot X_k u_k(t - t_k)] \quad (2.167)$$

avec,

u_k une fonction d'Heaviside propre à chaque échelon

X_k un coefficient dépendant de la valeur du terme source à calculer pour chaque échelon

La part de flux passant dans chaque solide pour une production de chaleur à l'interface en échelon est :

$$\begin{cases} \varphi_f(t) = -\sum_{k=0}^K X_k u_k(t - t_k) \cdot \left\{ \frac{\epsilon_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} - \frac{\tau_f \epsilon_b - \tau_b \epsilon_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \operatorname{erfcx}(\gamma \cdot \sqrt{t}) \right\} \\ \varphi_b(t) = \sum_{k=0}^K X_k u_k(t - t_k) \cdot \left\{ \frac{\epsilon_b}{\epsilon_f + \epsilon_b} + \frac{\tau_b \epsilon_f - \tau_f \epsilon_b}{\epsilon_f + \epsilon_b} \cdot \operatorname{erfcx}(\gamma \cdot \sqrt{t}) \right\} \end{cases} \quad (2.168)$$

Les équations 2.164 et 2.168 montrent que la répartition dépend avant tout de l'effusivité thermique et plus particulièrement du rapport des effusivités $\left(\frac{\epsilon_f}{\epsilon_f + \epsilon_b}\right)$. En effet le reste du terme déterminant la répartition tend vers 0, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \operatorname{erfcx}(\gamma \cdot \sqrt{t}) = 0$.

CONCLUSION

La résolution analytique des échanges thermiques du contact permet de calculer la répartition du flux de chaleur produit à l'interface du fil et de la bande. Cette avancée s'avère importante dans la compréhension des phénomènes physiques et surtout dans la modélisation des deux éléments solides. En effet, il s'agit de la production de chaleur principale du système. Finalement, la répartition de la chaleur issue du contact est dépendante des caractéristiques des matériaux mais aussi de la qualité thermique du contact qui doit donc être déterminée.

CONCLUSION

Cette partie constitue le socle sur lequel repose la modélisation complète du système fil/bande lors du captage à l'arrêt. Les entrées nécessaires aux calculs physiques pour obtenir les sorties désirées ont permis de définir l'architecture de la modélisation. Elle est donc composée d'un modèle électrothermique 2,5D du fil et d'un modèle électrothermique 2D de la bande couplés par un modèle analytique du contact. Les modèles de chaque solide sont déjà le résultat d'un couplage entre des études discrétisées thermiques et électriques. Il a donc été nécessaire d'établir la discrétisation de chaque solide. La bande est logiquement discrétisée en bidimensionnelle (x, y) , quant au fil le modèle 2,5D repose sur une discrétisation monodimensionnelle dans le sens de la longueur (z) et une discrétisation bidimensionnelle polaire (r, θ) .

La première étape concerne le développement des modèles électrique 2D de chaque solide. L'objectif des modèles électriques est le calcul de la production de chaleur interne, ils doivent donc être finalisés avant les modèles thermiques. La source de chaleur interne est causée par le passage du courant dans les conducteurs, or la répartition du courant électrique n'est pas homogène dans le système. C'est pour cela que les modèles électriques sont nécessaires afin de déterminer précisément la chaleur produite à l'intérieur du fil et de la bande.

La modélisation du fil nécessite de connaître la chaleur dissipée dans l'axe du conducteur. Ce flux de chaleur peut être déduit du profil de température le long du fil. Il est donc nécessaire de calculer la répartition axiale de la température du fil. C'est dans ce but qu'est réalisé le modèle 1D du fil de contact. Il s'agit d'un modèle thermique transitoire permettant de calculer la température le long du fil et donc de connaître l'évolution du flux dissipé dans l'axe du conducteur cylindrique.

Les derniers modèles à être développés sont les modèles thermiques du fil et de la bande. Concernant la bande de captage, il s'agit d'une modélisation 2D alimentée par les résultats du modèle électrique pour la production de chaleur interne. Par contre, le fil de contact, en plus des résultats électriques, prend en compte les résultats du modèle 1D thermique. Il en résulte deux modèles 2D thermiques s'appuyant sur des modélisations électriques et pour le fil sur des données relatives à la troisième dimension.

Finalement les deux modèles électrothermiques sont liés par la résolution analytique de la répartition de la chaleur produite à l'interface des deux solides. Cette méthode permet d'associer indépendamment les modèles du fil et de la bande à un modèle tiers, celui du contact. En revanche, celle-ci ne fonctionne que si les productions de chaleur internes du fil et de la bande sont négligeables devant la production de chaleur du contact.

Le système étudié est entièrement défini par le contact. Certaines entrées des modèles thermiques sont relatives au contact et à sa qualité. Les discrétisations sont elles mêmes dépendantes de la taille du contact. Le chapitre suivant est donc consacré aux essais expérimentaux réalisés pour caractériser le contact. Les éléments les plus importants sont la surface ainsi que les résistances thermiques et électriques de l'interface entre le fil et la bande. La résistance électrique de contact a été évaluée expérimentalement par la SNCF. Même si les cas étudiés lors de ces essais ne correspondent pas tout à fait, ces résultats seront adaptés pour être utilisés et donnent un premier ordre de grandeur. Les deux autres caractéristiques doivent être déterminées. Une autre partie des essais réalisés sert à valider la modélisation électrothermique du fil de contact. Cette validation sera caractérisée par la différence entre les valeurs expérimentales (référence) et les valeurs de simulation.

CARACTÉRISATION DU CONTACT STATIQUE PANTOGRAPHE-CATÉNAIRE

INTRODUCTION

Les modèles électrothermiques du fil de contact et de la bande de captage sont liés par la résolution analytique du contact. La résolution du contact consiste à calculer la production de chaleur à l'interface par effet Joule puis à la répartir entre les deux solides. Les entrées de ce modèle analytique sont : les effusivités thermiques des matériaux, la résistance électrique, la résistance thermique et la surface de contact. La résistance électrique de contact a été déterminée par des essais expérimentaux menés par la SNCF et l'ERRI. Bien que ces essais ne soient pas tout à fait représentatifs des cas de captage étudiés durant la thèse, les valeurs de résistances électriques sont conservées pour être utilisées après avoir été adaptées. La résistance thermique de l'interface et la surface de contact entre les deux solides restent inconnues.

Le premier objectif de ce chapitre est donc la détermination des caractéristiques manquantes de l'interface fil/bande, à savoir la surface S_c et la résistance thermique R_{tc} de contact. Pour évaluer ces données, deux protocoles expérimentaux originaux sont mis en place sur un banc d'essais consacré au captage à l'arrêt. Le premier consiste à déduire la surface de l'empreinte du contact. Le second repose sur le traitement de mesures de températures et sur l'analyse thermique du système pour déterminer la résistance thermique de contact. Le deuxième objectif est d'établir une base de données avec les mesures de températures du fil de contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Ces valeurs expérimentales serviront à valider par comparaison la modélisation électrothermique du fil de contact. Les conditions utilisées pour ces essais correspondent aux conditions de détermination des caractéristiques de l'interface. Il y a donc trois campagnes d'essais à réaliser, une campagne mécanique pour la surface de contact, une campagne thermique pour la résistance thermique de contact et une résistance électrothermique sur le captage à l'arrêt.

Après avoir décrit le banc d'essais de captage à l'arrêt sur lequel sont réalisés les expérimentations, ce chapitre aborde les protocoles expérimentaux et les plans d'expériences de chaque campagne d'essais. Ensuite les résultats des campagnes mécaniques et thermiques sont présentés et traités de façon à obtenir les lois mathématiques des caractéristiques du contact en fonction de la force. Finalement ce sont les résultats de la campagne électrothermique qui sont présentés et traités.

3.1/ BANC D'ESSAI DE CAPTAGE À L'ARRÊT

3.1.1/ PRÉSENTATION

3.1.1.1/ OBJECTIFS DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX

Les essais présentés dans cette partie ont deux objectifs. Le premier est d'évaluer les caractéristiques physiques de l'interface. Deux éléments sont à identifier pour caractériser le contact :

1. la qualité mécanique qui est fonction de la surface réelle de contact S_c
2. la qualité thermique qui est fonction de la résistance thermique de contact R_{tc}

Deux types d'essais sont nécessaires pour la caractérisation de l'interface, à savoir des essais mécaniques et des essais thermiques.

Le but des essais mécaniques est d'obtenir la surface de contact réelle entre les deux solides. La détermination de la surface est fonction de la force de contact, de l'état d'usure du fil et de la bande, de la configuration du fil et du type de bande. Cette étude devra permettre de tirer la loi d'évolution de la surface en fonction de la force de contact.

Le but des essais thermiques est d'appréhender, par la mesure et le calcul, l'ordre de grandeur de la résistance thermique de contact entre la caténaire et le pantographe. Comme pour la surface, cette donnée est nécessaire en fonction des caractéristiques du contact.

Le second objectif des essais est la validation de l'outil informatique de simulation. Une campagne d'essais thermoélectriques y est dédiée. Les résultats de températures obtenus par la modélisation du fil sont comparés aux valeurs expérimentales pour s'assurer de la qualité et de la validité de l'outil de simulation. La fiabilité du modèle est quantifiée par un calcul d'erreurs relatives aux essais expérimentaux.

Toutes les expérimentations sont réalisées à l'Agence d'Essai Ferroviaire (AEF) à Vitry-sur-Seine sur un banc d'essais dédié au captage à l'arrêt.

3.1.1.2/ L'AGENCE D'ESSAI FERROVIAIRE

L'Agence d'Essai Ferroviaire est l'un des six laboratoires composant Eurailtest qui est un groupement d'intérêt économique, fondé par la SNCF et la RATP. Ce groupe commercialise des essais relatifs aux systèmes et sous systèmes ferroviaires.

L'AEF compte 240 ingénieurs et techniciens spécialisés entre autres dans l'électricité, l'électrotechnique, la chimie et la mécanique. Ce laboratoire est utilisé notamment pour l'homologation du matériel roulant. C'est dans ce cadre qu'a été construit le banc d'essais de captage à l'arrêt visible sur la figure 3.1.

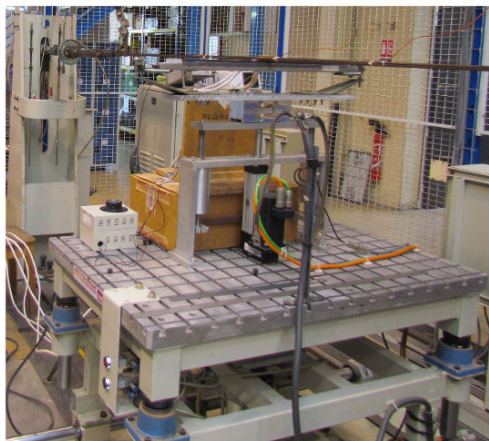


FIGURE 3.1 – Banc d'essais de captage à l'arrêt situé dans les locaux de l'Agence d'Essai Ferroviaire.

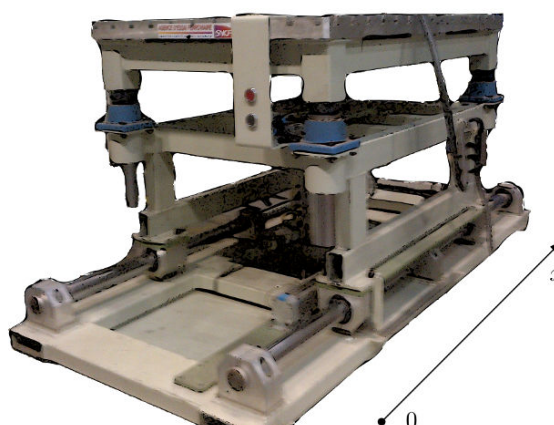


FIGURE 3.2 – Table mobile du banc d'essais de captage à l'arrêt de l'AEF

3.1.2/ LE BANC D'ESSAIS DE CAPTAGE À L'ARRÊT

3.1.2.1/ DESCRIPTION DU BANC D'ESSAIS

Le banc de captage à l'arrêt est utilisé par la SNCF pour caractériser et si possible valider le comportement thermique des bandes du pantographe lors du captage à l'arrêt. Ce banc est accrédité par une entité extérieure à l'AEF et la SNCF, le Comité Français d'Accréditation (COFRAC). Cette accréditation permet à l'AEF, via le banc d'essais, d'homologuer thermiquement les nouvelles bandes de captage avant leur mise en circulation.

Le banc de captage à l'arrêt se compose d'une table montée sur vérins et pouvant translater sur l'axe $(0, x)$ comme le montre la figure 3.2. Comme la table se déplace, son tablier permet d'y fixer différents systèmes comme un shunt de sortie de courant pour les essais électriques ou encore le support permettant de placer la bande de captage.

Le support des bandes testées possède un socle vissé au tablier de la table. Le support est composé d'un système mobile d'accroche fait d'une plaque métallique transverse et

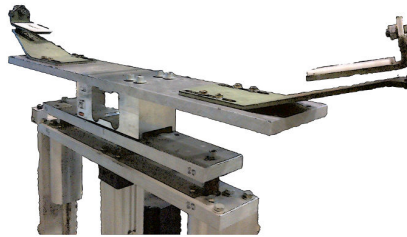


FIGURE 3.3 – Support permettant de fixer les bandes sur la table du banc d'essais de captage à l'arrêt de l'AEF

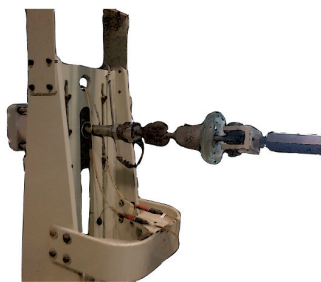


FIGURE 3.4 – Poteau du portique du banc d'essais de captage à l'arrêt de l'AEF possédant un moteur électrique qui maintient le fil de contact sous tension mécanique.

de deux éléments électriquement isolants sur lesquels repose la bande (fig. 3.3). Ce système se déplace verticalement grâce à un moteur électrique asservi par une jauge de contrainte contrôlant la force de contact.

La table est placée sous un portique composé de deux poteaux. Chaque poteau du portique retient un bout du fil de contact de façon à ce que la table soit au centre en dessous du fil. L'un des poteaux possède un système qui en plus de tenir le fil au-dessus de la table, le maintient sous une tension mécanique maîtrisée (fig. 3.4).

3.1.2.2/ FONCTIONNEMENT DU BANC D'ESSAIS

Le banc d'essais est automatisé et contrôlé depuis un ordinateur par un logiciel dédié qui a été développé en interne par l'AEF. Ce logiciel permet d'imposer des consignes de durée, de courants électriques, de forces et de positions. En plus des mesures de températures, le banc possède une sécurité lorsque le fil atteint 125°C, pour s'assurer que le banc ne détruise pas le fil de contact. Outre la maîtrise de l'asservissement du banc d'essais, le logiciel sert d'interface au système d'acquisition des températures, des forces et des courants électriques.

L'asservissement du banc d'essais se fait par séquences. Chaque séquence est décrite dans le logiciel par cinq paramètres :

- la durée (en minutes et secondes)
- la position de la table (en millimètre par rapport au centre, sa position initiale)
- la force de contact entre la bande et le fil (en newton)

- la force de traction exercée sur le fil (en newton)
- le courant électrique d'alimentation (en ampère)

Le banc d'essais de captage à l'arrêt étant un banc de tests électriques, des précautions sont à prendre lors de son utilisation. Avant de lancer l'acquisition, le banc doit être en mode "distant" activé depuis une cabine de pilotage qui est en dehors de l'enceinte du banc d'essais. Ce mode signale par un témoin lumineux visible depuis l'extérieur de la zone de test, qu'un essai est en cours et qu'il y a donc un risque électrique. L'essai peut ensuite être lancé et le banc suit les séquences définies. Une fois les séquences achevées le logiciel permet de retourner manuellement en mode "local" pour signaler qu'il n'y a plus de danger et qu'il est possible d'intervenir sur le banc.

Un essai est donc une suite de séquences limitées dans le temps. Le fonctionnement du banc permet de le manipuler aisément même pour des essais "atypiques" sortant du cadre de l'homologation thermique des bandes. Ce point est important pour les essais expérimentaux que nous devons réaliser dans le cadre de nos travaux sur la caractérisation du contact entre le fil et la bande.

3.2/ MÉTHODOLOGIE EXPÉRIMENTALE

3.2.1/ ESSAIS MÉCANIQUES : DÉTERMINATION DE LA SURFACE RÉELLE DE CONTACT

3.2.1.1/ MÉTHODE

Les essais mécaniques sont divisés en 2 parties. La première est dédiée à l'influence des caractéristiques des fils de contact et des bandes de captage. La seconde partie a pour but l'évolution de la surface de contact en fonction de la force de contact, il s'agit de trouver la loi d'évolution liant surface et force appliquée. Ces deux campagnes d'essais reposent sur le même principe expérimental.

Pour évaluer la surface de contact nous utilisons les empreintes des contacts traitées numériquement (fig. 3.5). Les empreintes sont réalisées à l'aide de papier d'occlusion dont se servent les dentistes. Il s'agit de feuilles très fines imbibées d'encre qui ne marquent les supports qu'aux endroits où elles subissent une pression. Pour être le moins intrusif possible, les feuilles d'occlusion utilisées font $40\mu\text{m}$ d'épaisseur.

Pour réaliser les empreintes, le papier d'occlusion est fixé avec de l'adhésif à une feuille de papier blanc de taille A4 sur laquelle est imprimé un cadre composé de carreaux de 5 mm de côté. Le quadrillage de la feuille blanche servira de référence lors du traitement des empreintes. Une fois instrumentée la feuille blanche est fixée sur la bande de captage à l'endroit supposé du contact. La pression exercée entre les deux solides marque la feuille de papier. La trace représentant le contact entre le fil et la bande est ensuite numérisée. Pour s'assurer que les essais sont répétables chaque cas est réalisé trois fois de suite.

L'objectif étant de réaliser un contact, seul quatre séquences sont nécessaires (durée d'un essai environ 2mn 30s) :

1. le fil est tendu et si besoin la bande translate pour placer le point à étudier sous le fil (centre de la bande ou +200 mm).

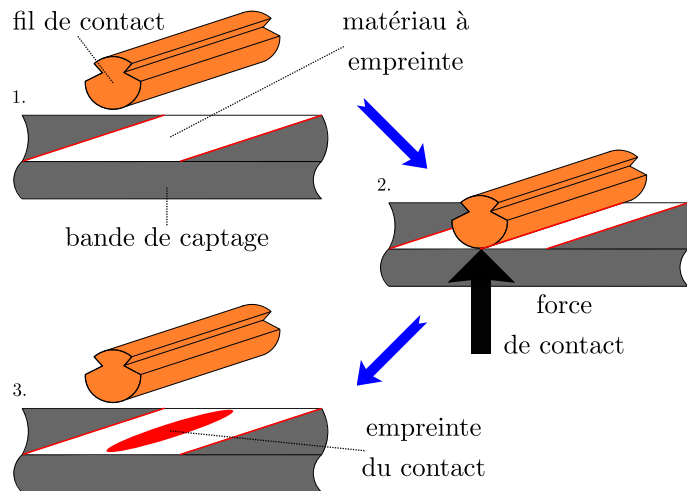


FIGURE 3.5 – Principe du système utilisé lors des essais mécaniques sur le banc de captage à l'arrêt de l'AEF

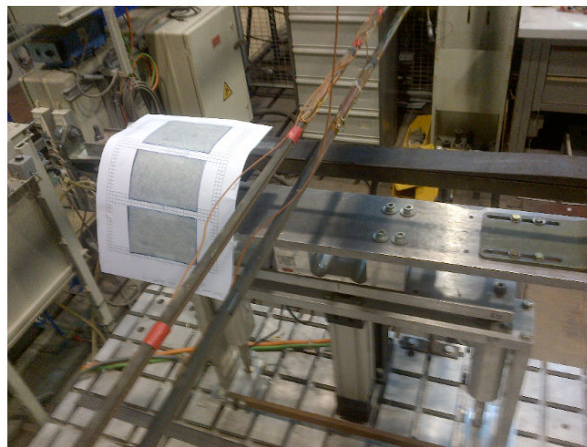


FIGURE 3.6 – Instrumentation du banc lors des essais mécaniques, prise d'empreintes lors d'un contact en configuration bifilaire entre des fils usés en cuivre pur et une bande usée en carbone imprégné.

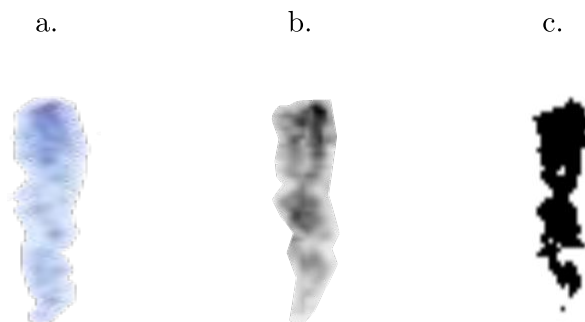


FIGURE 3.7 – Traitement numérique des empreintes, (a) empreinte brute numérisée en 300 dpi, (b) empreinte brute passée en niveau de gris, (c) empreinte traitée par l'algorithme.

2. la seconde séquence fait monter la bande jusqu'au contact afin d'obtenir la force de contact imposée en consigne.
3. la bande redescend.
4. la bande revient à sa position initiale au centre et le fil se détend.

Une fois les essais réalisés, les feuilles A4 sont numérisées via un scanner (fig. 3.7a). Les traces numériques ainsi obtenues sont analysées par un algorithme de traitement d'image développé pour l'occasion. L'algorithme passe initialement les traces en niveaux de gris (fig. 3.7b). Le passage en niveaux de gris permet d'identifier plus facilement les points marqués. Le programme décompte alors les points se trouvant au-dessus d'un seuil de gris (fig. 3.7c). Cette méthode permet d'éviter le bruit causé par les impuretés qui auraient pu marquer la feuille.

Une fois les empreintes traitées, il reste une partie de post-traitement qui consiste à convertir les résultats estimés par l'algorithme en mm^2 . Connaissant la qualité d'impression avec laquelle ont été numérisées les empreintes (300 points par pouce), il est théoriquement possible de compter le nombre de points composant un mm^2 . En partant de l'échelle de conversion de 25,4 millimètres par pouce, cela fait 139,5 points par mm^2 . Pour s'assurer de la qualité de la numérisation, cette valeur est vérifiée grâce au quadrillage imprimé sur chaque feuille de test. Les carreaux de 5 mm de côté nous indiquent que la qualité de la numérisation est de 140,4 points par mm^2 . La marge d'erreur due à la conversion numérique des empreintes (0,6%) est largement admissible.

3.2.1.2/ PLAN D'EXPÉRIENCES

Pour établir le plan d'expérience de la campagne d'essais mécaniques, il faut identifier les éléments modifiant la surface de contact entre les deux solides. D'après les lois de la tribologie et la théorie de Hertz, les caractéristiques influant le contact sont la nature des matériaux, le diamètre du fil et l'état de surface (eq. 1.5). En admettant que les différents types de fils composés principalement de cuivre aient le même état de surface et que leurs caractéristiques mécaniques sont suffisamment proches, seul le cuivre pur (appelé

Bandes		Fils neufs				Fils usés			
		Monofilaire		Bifilaire		Monofilaire		Bifilaire	
		30 N	60 N	60 N	80 N	30 N	60 N	60 N	80 N
Ca Imp	centre	X	X	X	X	X	X	X	X
	+200	X	X	X	X	X	X	X	X
Ca Pur	centre	X	X			X	X		
	+200	X	X			X	X		
Ca Insert	centre	X	X			X	X		
	+200	X	X			X	X		

TABLEAU 3.1 – Plan d'expériences des essais mécaniques sur les fils en cuivre pur. Surface de contact en fonction du type de bande, de la position du contact (au centre de la bande ou à +200mm du centre) et de la configuration des fils de contact (mono ou bifilaire) pour deux forces de contact (30N et 60N).

Cu Pur) est testé. Concernant le fil, il ne reste que l'état d'usure à prendre en compte ainsi que la configuration. En revanche, le matériau de la bande est un élément critique du contact car il modifie à la fois les caractéristiques mécaniques et l'état de surface. Deux familles de caractéristiques sont distinguées : les caractéristiques techniques, à savoir les matériaux et la configuration, et les caractéristiques mécaniques, à savoir la force de contact et l'usure (l'état de surface).

Pour tenter d'identifier l'influence des différents éléments, chaque famille de caractéristiques est traitée indépendamment. La première partie de la campagne d'essais mécaniques est dédiée aux caractéristiques systèmes. Nous en comptons trois :

- la configuration du fil $\Rightarrow$ mono ou bifilaire
- le matériau de la bande $\Rightarrow$ carbone pur (Ca Pur), carbone imprégné (Ca Imp) de cuivre et carbone avec insert en cuivre (Ca Insert)
- la configuration de la bande $\Rightarrow$ position centrée ou +200 mm

Pour s'assurer de la cohérence des résultats nous intégrons une variation réaliste de la force de contact. Nous savons d'après la littérature, que la surface de contact augmente avec la force de contact. Ce postula de départ nous sert de référence pour vérifier la logique des données mesurées. Les cas testés pendant cette campagne sont répertoriés dans le tableau 3.1 pour les fils neufs et usés. En comptant les essais réalisés sur la bande usée en carbone imprégné, cela représente 48 cas. Pour s'assurer de la répétabilité du dispositif expérimental chaque essai est réalisé trois fois, soit 144 essais au total.

La deuxième partie des essais est consacrée à l'influence des caractéristiques mécaniques, telles que la force de contact et l'usure de la bande sur la surface de contact. En ce qui concerne le fil, son usure "normale" forme un méplat. Le méplat causé par l'usure du fil peut aussi bien être un avantage pour le contact s'il est droit qu'un inconvénient s'il est incliné. Il est impossible de s'assurer que l'inclinaison du fil est exactement la même pour chaque essai sur le banc à notre disposition. Pour s'affranchir de l'influence de l'inclinaison du méplat du fil sur la loi d'évolution, seul le fil neuf en Cu pur est utilisé. L'objectif est surtout de trouver une fonction mathématique liant la surface de contact à la force d'appui de la bande sur le fil pour chaque type d'usure de bande. Ces fonctions seront totalement intégrées dans l'outil informatique. Nous prenons en compte encore deux

Fil neuf	Bande en carbone imprégné				
	neuve	usée		très usée	
	centre	centre	+200mm	centre	+200mm
30N	X	X	X	X	X
35N	X	X	X	X	X
40N	X	X	X	X	X
45N	X	X	X	X	X
50N	X	X	X	X	X
55N	X	X	X	X	X
60N	X	X	X	X	X
65N	X	X	X	X	X
70N	X	X	X	X	X
75N	X	X	X	X	X
80N	X	X	X	X	X
85N	X	X	X	X	X
90N	X	X	X	X	X

TABLEAU 3.2 – Plan d’expériences des essais mécaniques sur fil neuf en cuivre pur et bandes en carbone imprégné. Surface de contact en fonction de l’usure de la bande, de la position du contact (au centre de la bande ou à +200mm du centre) pour une force de contact allant de 30 à 90N.

caractéristiques différentes :

- l’usure de la bande $\Rightarrow$ neuve, usée ou très usée,
- la force de contact $\Rightarrow$ de 30 à 90 N par pas de 5 N.

Cette liste n’est pas exhaustive, nous aurions pu par exemple ajouter la force de tension mécanique du fil qui joue un rôle dans le contact [97]. La contrainte de temps nous oblige à nous focaliser sur les caractéristiques qui semblent, d’après la théorie de Hertz, influencer le plus la qualité de la surface de contact. Nous réalisons ces essais pour plusieurs positions de contact sur la bande (centre et +200mm). 65 cas sont alors recensés pour la bande de captage en carbone imprégné (appelé Ca imp.) et répertoriés dans le tableau 3.2. Nous y ajoutons 7 cas sur la bande en carbone pur neuve, soit pour trois répétitions, un total de 216 essais.

3.2.2/ ESSAIS THERMIQUES : ÉVALUATION DE LA RÉSISTANCE THERMIQUE DE CONTACT

3.2.2.1/ MÉTHODE

L’évaluation de résistances thermiques de contact est toujours délicate. L’objectif des essais thermiques est donc d’obtenir un ordre de grandeur fiable pour cette caractéristique. L’idée générale est de déduire la résistance thermique de contact à partir de mesures de températures au sein de la bande et sur le fil de contact. Les mesures dans la bande doivent se faire en deux points afin de déterminer la densité de flux de chaleur φ montant dans la bande au droit du contact. En dessous des thermocouples, une source de chaleur interne à la bande est créée par une résistance électrique cylindrique appelée cartouche chauffante insérée au droit du contact. Cette source de chaleur “artificielle” est placée dans la bande de façon à être parfaitement alignée avec les trois thermocouples

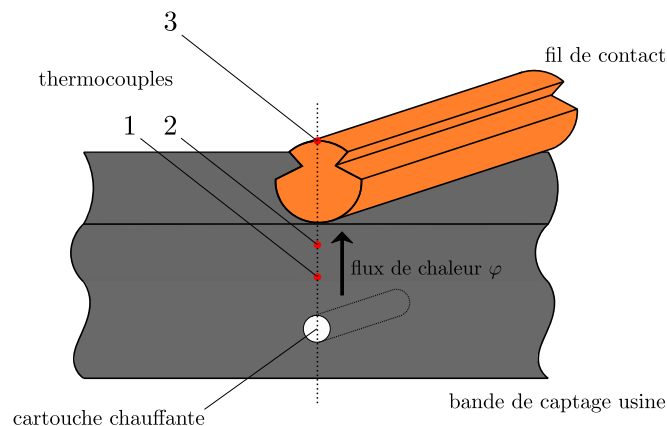


FIGURE 3.8 – Principe de détermination de la résistance thermique de contact entre le pantographe et la caténaire. Système utilisé lors des essais thermiques sur le banc de captage à l'arrêt de l'AEF

(fig. 3.8). Connaissant les caractéristiques thermophysiques des matériaux et les températures, il est alors possible de calculer les résistances thermiques dans la bande et dans le fil. Finalement, on en déduit la résistance thermique du contact qui est la différence entre la résistance thermique équivalente du système et les résistances thermiques des deux solides se trouvant de chaque côté de l'interface. Cette méthode reste une approximation car les flux de fuite dans les deux autres dimensions sont négligés.

Ces essais thermiques nécessitent une bande de captage usinée et instrumentée, une cartouche chauffante et deux thermocouples y sont insérés (fig. 3.9). L'alimentation de la cartouche chauffante est assurée par un potentiomètre nous permettant de connaître la puissance délivrée par notre source interne. La cartouche chauffante est en fait une résistance électrique délivrant 250W sous une tension de 230V. Ces données nous permettent de déduire sa résistance ohmique qui est de 211,6 Ω . Le thermocouple du fil est d'origine sur le banc d'essais de captage à l'arrêt, son acquisition et celle de la température ambiante sont faites par le système de l'AEF contrôlant le banc. Les thermocouples insérés dans la bande ont été ajoutés au système d'origine et possèdent donc un système d'acquisition annexe. Chaque essai commence par le lancement de l'acquisition des températures du système (fil et bande) et de la température ambiante. Le banc est ensuite piloté par les séquences qui ont été préalablement définies.

L'objectif est de réaliser un contact suffisamment long pour atteindre le régime permanent. Comme pour les essais mécaniques il n'y a besoin que de quatre séquences, en revanche la durée est augmentée (2h 45mn d'essais en moyenne) :

1. le fil est tendu mécaniquement à 800 daN (valeur proche du cas réel des faisceaux de préconditionnement).
2. la bande de captage se soulève pour entrer en contact avec le fil en respectant une consigne de force. Le contact s'effectue au milieu de la bande de façon à ce que les thermocouples de la bande et la résistance chauffante soient alignés avec le thermocouple du fil.
3. la bande reste en contact en maintenant la consigne, cette séquence est coupée manuellement lorsque le régime permanent est atteint.



FIGURE 3.9 – Instrumentation du banc de captage à l'arrêt lors des essais thermiques.

Une fois la seconde séquence réalisée la résistance chauffante est alimentée et on laisse le système s'échauffer jusqu'au régime permanent. Le système est arbitrairement considéré comme étant en régime permanent lorsque l'écart de températures entre le thermocouple du fil et l'ambiance n'évolue plus pendant 5 minutes.

Les températures alors mesurées servent à calculer le flux traversant le système au droit du contact, mais aussi la résistance thermique équivalente du système. Nous rappelons la loi de la conduction thermique de Fourier dans l'équation 3.1, puis traduite en 1D fonction de la résistance thermique à l'équation 3.2.

$$P_{cond} = -k \cdot S \cdot \overrightarrow{\text{grad}T} \cdot \overrightarrow{n_{Ext}} \quad (3.1)$$

$$P_{cond} = \frac{\Delta T}{R_t} \quad (3.2)$$

Dans l'équation 3.1, le repère de référence est cylindrique pour le fil de cuivre et cartésien pour la bande. Le problème revient donc à estimer le plus justement possible la résistance thermique de contact de l'interface. Pour cela, il est nécessaire de procéder à quelques hypothèses. Ainsi, la mesure de température aux thermocouples 1 et 2 (fig. 3.8) permet d'estimer le flux transitant entre ces deux points. Le traitement monodimensionnel du flux est une simplification mais elle est pertinente en régime permanent tant que les flux de diffusion dans les deux autres dimensions sont négligeables.

Dans la bande cela concerne les directions O, x et O, z . Pour la direction O, z , les flux sont radiaux car la résistance chauffante est cylindrique et positionnée sur toute la largeur du pantographe (équivalente à la longueur du contact). En ce qui concerne la direction O, x , compte-tenu des dimensions de la bande, les flux de diffusion peuvent être négligés. En effet, la longueur de la bande génère une résistance thermique dans l'axe O, x suffisamment importante pour la considérer supérieure à la résistance entre le thermocouple 1 et la surface au droit du contact (350 mm contre 3 mm). Cette hypothèse a été validée lors de nombreuses simulations COMSOL. On suppose alors que le flux transitant entre les points 1 et 2 traverse intégralement l'interface. Cette assertion est vérifiée car les flux convectifs autour de l'interface sont faibles devant les flux transitant dans la R_{tc} en raison

de résistances de convection élevées (comparées à la R_{tc}).

Concernant les flux de fuite axiaux dans le fil, ils sont estimés dans une simulation 2D. En effet, la modélisation radiale 2D du fil a amené à la détermination d'une température T_3 sans prise en compte du flux de fuite axial supposé négligeable. Une augmentation artificielle du coefficient d'échanges convectifs autour du fil (procédure itérative manuelle) a permis de faire converger la température simulée en T_3 avec la température expérimentale, traduisant ainsi la prise en compte simulée de la quantité de flux transitant dans la troisième dimension. En régime permanent, le flux transitant à travers l'interface est égal au flux perdu par convection par le fil avec l'ambiance, flux estimé avec le coefficient de convection recalculé dans la simulation 2D. Avec moins de 5% de différence, la valeur du flux calculé à l'aide des températures expérimentales entre 1 et 2 correspond au flux simulé perdu par convection par le fil. La simulation montre un fil à température relativement homogène (Biot faible) amenant ainsi à une bonne convergence entre le flux transitant entre 1 et 2 et 1 et 3 (hypothèse du flux conservatif et température homogène dans le fil en régime permanent).

La R_{tc} peut donc être déterminée avec une relativement bonne convergence. On peut néanmoins envisager dans ce raisonnement une légère sous-estimation du flux réel (5% de différence entre le flux simulé par convection et le flux expérimental évalué entre 1 et 2), cependant, cette sous-estimation du flux tend à montrer une très relative surestimation de la R_{tc} , tendance favorable car l'outil numérique a tendance à aggraver légèrement l'échauffement au-delà de la réalité du phénomène. Le flux de chaleur traversant le contact est donc calculé en 1D entre les points 1 et 2 au sein de la bande (eq. 3.3).

$$P_{cond} = -kS \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta y_{12}} \quad (3.3)$$

Soit en densité de flux de chaleur φ :

$$\varphi = -k \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta y_{12}} \quad (3.4)$$

L'équation 3.6 représente la résistance thermique équivalente R_{teq} dans la direction y au droit du contact entre les températures 1 et 3 en régime permanent (fig. 3.10). La R_{teq} de résistances thermiques en série, comme c'est le cas entre les thermocouples 1 et 3 du dispositif expérimental, est en fait la somme des résistances de la bande R_{tb} , du contact R_{tc} et de du fil R_{tf} (eq. 3.5). En remplaçant la résistance R_t de l'équation 3.2 par l'équation 3.5, il est possible d'exprimer la résistance thermique de contact en fonction de l'écart de température entre 1 et 3, de la puissance calorifique échangée par conduction P_{cond} et des résistances thermiques du fil et de la bande (eq. 3.6).

$$R_{teq} = R_{tb} + R_{tc} + R_{tf} \quad (3.5)$$

$$R_{tc} = \frac{T_1 - T_3}{P_{cond}} - (R_{tb} + R_{tf}) \quad (3.6)$$

Les résistances thermiques de la bande de captage R_{tb} et du fil de contact R_{tf} doivent être connues pour déterminer celle du contact. Concernant la bande, on obtient la résistance thermique en 1D dans le sens y entre le thermocouple 1 (T_1) et l'interface côté bande comme le montre la figure 3.11a et l'équation 3.7.

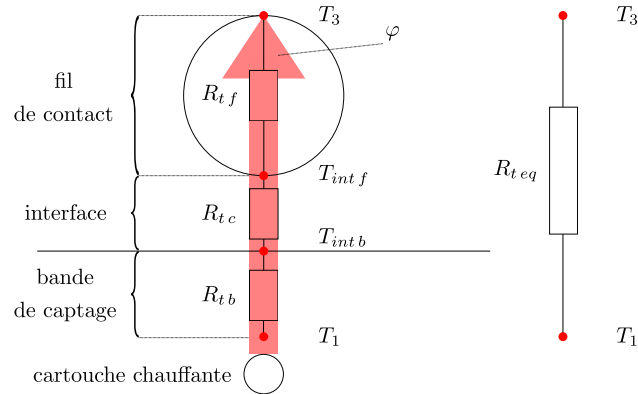


FIGURE 3.10 – Description thermique du contact entre le fil de la caténaire et la bande de captage. Résistance thermique équivalente R_{teq} de résistances thermiques en série.

$$R_{tb} = \frac{\Delta y_b}{k_b \cdot S_c} \quad (3.7)$$

avec,

Δy_b la distance sur y entre le thermocouple 1 et l'interface côté bande.

Pour déterminer la résistance thermique du fil de contact dans le sens radial, il est possible d'utiliser le modèle 2D thermique du fil de contact auquel sont appliquées les mêmes conditions que lors des essais. Pour se rapprocher du cas expérimental, il faut imposer au modèle la densité de flux de chaleur φ supposée traverser le contact. Le coefficient d'échanges convectifs h correspondant, dans un premier temps, à l'ambiance (fig. 3.11b). Le coefficient h est ensuite ajusté par itération de façon à obtenir la même température en haut du fil dans le modèle que lors des essais (T_3). De cette façon, le flux numérique résultant de la convection fictive représente à peu près la somme des flux diffusés le long du fil et par convection du cas réelle. Le traitement par le modèle thermique 2D permet de trouver la température à l'interface côté fil (T_{intf}). La résistance thermique du fil dans le sens radial est déduite en fonction de la surface de contact, de la différence de températures entre les deux extrémités radiales du fil et de la densité de flux de chaleur φ qui traverse le contact (eq. 3.8).

$$R_{tf} = \frac{T_{intf} - T_3}{\varphi \cdot S_c} \quad (3.8)$$

Il est alors aisé de déterminer la résistance thermique du contact en fonction des résistances thermiques du fil R_{tf} et de la bande R_{tb} ainsi que des températures mesurées, de la surface de contact S_c , de la distance entre les deux thermocouples 1 et 2 Δy_{12} et de la conductivité thermique de la bande k_b (eq. 3.9).

$$R_{tc} = \frac{\Delta y_{12}}{k_b \cdot S_c} \cdot \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2} - R_{tb} - R_{tf} \quad (3.9)$$

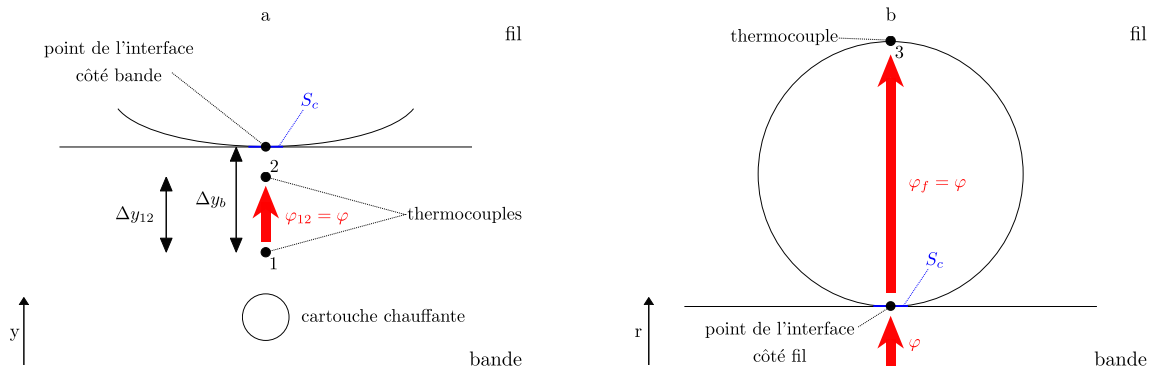


FIGURE 3.11 – Méthodes de calcul des résistances thermiques de la bande de captage (a) et du fil de contact (b) en fonction des mesures de températures et des caractéristiques des matériaux.

3.2.2.2/ PLAN D'EXPÉRIENCES

La résistance thermique de contact est dépendante des caractéristiques des matériaux des deux solides ainsi que de la qualité mécanique du contact représenté par la surface réelle S_c . Ces éléments servent à établir le plan d'expériences de la campagne d'essais thermiques. Il y a 4 éléments permettant d'agir sur la surface de contact et les caractéristiques des matériaux :

- la force de contact qui est directement liée à la surface réelle de contact,
- l'état d'usure qui influence l'état de surface et donc la surface réelle de contact,
- les matériaux qui modifient les caractéristiques thermiques du contact,
- la puissance de la cartouche chauffante qui joue sur la température et donc sur les caractéristiques thermodépendantes des matériaux.

La force de contact est contrôlée par le banc d'essais et ne pose pas de problème particulier. Trois forces de contact assez éloignées de 30, 60 et 90N sont choisies. Concernant le fil de contact, nous disposons de fils neufs et usés en cuivre pur et de fils neufs en cuivre allié au magnésium (Cu Mg) et en cuivre allié à l'étain (Cu Sn). En revanche, la bande nécessite un usinage qui empêche d'utiliser les bandes usées. Ces dernières sont trop fines pour y placer la cartouche chauffante. Les bandes en carbone pur sont aussi écartées car elles sont trop dures pour percer des trous assez fins pour les thermocouples. Seule une bande en carbone imprégné est utilisée pour cette campagne d'essais. Connaissant la résistance électrique de la cartouche chauffante il est possible de remonter à sa puissance en fonction de la tension qui lui est imposée par le potentiomètre. L'objectif est d'atteindre le régime permanent rapidement tout en assurant un gradient de températures suffisant pour calculer la densité de flux de chaleur φ . Les tensions imposées sont de 40V, 50V et 60V qui donnent respectivement des puissances de 7,6 W, 11,8 W et 17,0 W (notés 8, 12 et 17 W). La durée des essais ne permet pas de tester la répétabilité du système expérimental. Il est toutefois possible de comparer les résultats obtenus pour un même cas avec des puissances internes différentes en s'assurant de la cohérence des valeurs. Les 36 essais thermiques sont répertoriés dans le tableau 3.3.

Fil de contact		Puissance		
		8 W	12 W	17 W
Cu pur neuf	30 N	X	X	X
	60 N	X	X	X
	90 N	X	X	X
Cu pur usé	30 N	X	X	X
	60 N	X	X	X
	90 N	X	X	X
Cu Mg neuf	30 N	X	X	X
	60 N	X	X	X
	90 N	X	X	X
Cu Sn neuf	30 N	X	X	X
	60 N	X	X	X
	90 N	X	X	X

TABLEAU 3.3 – Plan d'expériences des essais thermiques sur bande en carbone imprégné. Résistance thermique de contact en fonction du type de fil et de la puissance calorifique injectée dans la bande pour une force de contact de 30, 60 et 90N.

3.2.3/ ESSAIS ÉLECTROTHERMIQUES : RÉFÉRENCES EXPÉRIMENTALES POUR LA VALIDATION DU MODÈLE

3.2.3.1/ MÉTHODE

La dernière campagne d'essais, présentée dans ces pages, sert à remplir une base de données expérimentales utilisée comme référence lors de la validation du modèle thermoélectrique du fil de contact. Le but final est de comparer les valeurs de températures expérimentales aux résultats de simulation pour des entrées numériques équivalentes aux conditions réelles. Il s'agit donc d'essais de captage de courant électrique à l'arrêt plus classiques car ils ne reprennent que l'instrumentation originale du banc.

Les mesures de températures sont effectuées par les thermocouples installés par les techniciens de l'AEF au dessus des fils. Ces points de mesures se trouvent en trois endroits pour les fils en cuivre allié et les fils usés en cuivre pur (fig. 3.12a) et en sept endroits pour les fils neufs en cuivre pur (fig. 3.12b). Les capteurs de températures sont des thermocouples de type K. Le banc mesure aussi la température ambiante et vérifie le courant électrique d'alimentation, la force de contact ainsi que la force de traction pour les comparer aux consignes définies lors des séquences dans le logiciel du banc. Les séquences sont comparables à celles utilisées par l'AEF lors des essais d'homologation des bandes de captage (durée d'un essai : environ 22 mn). Par ailleurs le même profil de courant électrique est utilisé (voir paragraphe 1.1.1.5) il s'agit d'une évolution temporelle en échelon.

1. le fil est tendu et si besoin la bande translate pour respecter la position imposée du contact (centre de la bande ou +200 mm),
2. la seconde séquence fait monter la bande jusqu'au contact contrôlé par la force de contact imposée en consigne,
3. le courant électrique alimente le système fil/bande à hauteur de la consigne le temps de la durée de l'échelon de courant. Cette séquence est répétée autant de fois qu'il y a d'échelons,

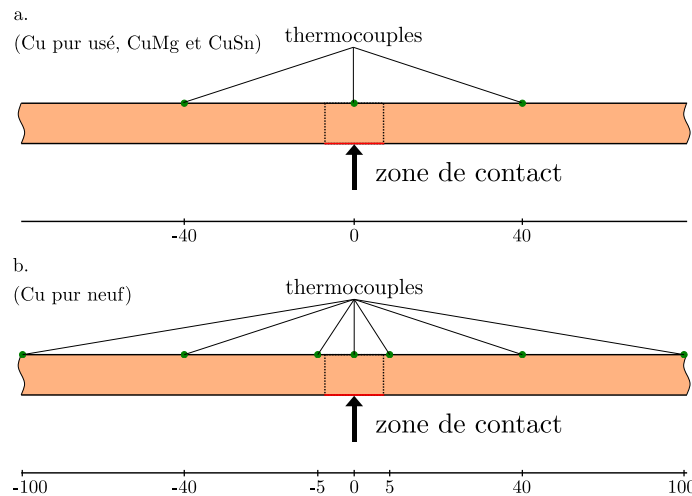


FIGURE 3.12 – Emplacement des capteurs de températures des fils de contact utilisés sur le banc d'essais de captage à l'arrêt de l'AEF.

4. la bande redescend, rompant ainsi le contact,
5. le système revient à sa position initiale au centre si besoin et le fil se détend.

En plus des mesures données par le banc d'essais, nous réalisons un thermogramme infrarouge. Cette technique n'est pas utilisée à proprement parler pour mesurer la température (problème de définition d'émissivité), mais plutôt pour situer l'emplacement réel du contact entre les deux solides sur la bande. La mesure par thermographie sert de témoin pour la validation géométrique du positionnement relatif du contact par rapport au fil. Les thermocouples supplémentaires installés sur le fil neuf en cuivre pur servent quant à eux à valider le modèle thermique 1D du fil. Nous avons besoin de valider la répartition des températures dans l'axe du fil pour ce modèle car il sert à calculer le flux de chaleur se dissipant le long du conducteur cylindrique (*c.à.d* $\frac{\partial T}{\partial z}$). Ces mesures de validation de la répartition de la température le long du fil demandent un post-traitement particulier.

Un des thermocouples installés sur le fil est supposé se trouver au droit du contact, représentant ainsi la position 0 de l'axe du fil. Ne connaissant pas la localisation *a priori* du contact, nous considérons arbitrairement sa position au milieu de la bande (fig. 3.13a). Or, si le contact se trouve en réalité désaxé, la validation du modèle par les valeurs expérimentales est à coup sûr compromise. Il faut donc recalculer géométriquement des valeurs de températures le long du fil par rapport à la position réelle du contact en la ramenant à 0 sur l'axe du fil (fig. 3.13b).

3.2.3.2/ PLAN D'EXPÉRIENCES

Cette campagne d'essais est la troisième effectuée sur le banc de captage à l'arrêt de l'AEF. Au moment de sa réalisation certaines conclusions ont déjà été tirées quant aux éléments influençant l'échauffement du fil de contact. Ces essais se concentrent donc sur les caractéristiques suivantes, pour les deux configurations de fil mono et bifilaire :

- le matériau du fil (seulement en monofilaire) est considéré en cuivre pur (Cu Pur), en cuivre-magnésium (CuMg) et en cuivre-étain (CuSn),
- le matériau de la bande est considéré en carbone imprégné de cuivre (Ca Imp.) et carbone pur (Ca Pur)

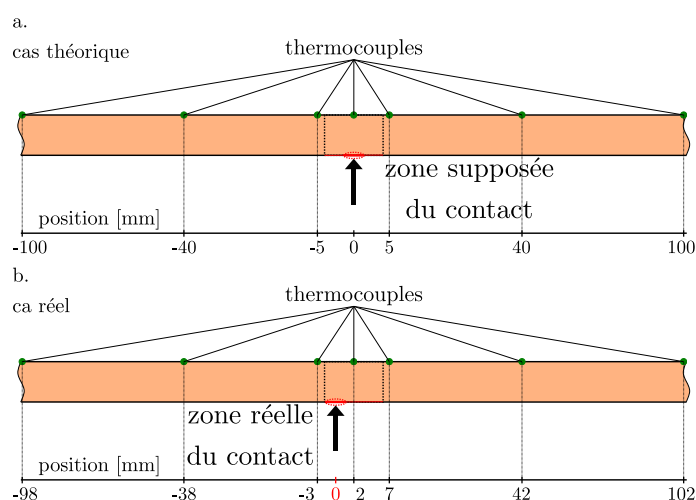


FIGURE 3.13 – Principe du recalage spatial des données expérimentales en fonction du point réel de contact par rapport aux thermocouples installés sur le fil de la caténaire.

Bandes de captage		Fils de contact en monofilaire							
		Cu Pur neuf		Cu Pur usé		CuMg neuf		CuSn neuf	
		30 N	60 N	30 N	60 N	30 N	60 N	30 N	60 N
Ca Imp. neuve	centre	X	X	X	X	X	X	X	X
Ca Imp. usée	centre	X	X	X	X	X	X	X	X
	+200mm	X	X	X	X	X	X	X	X
Ca Pur neuve	centre	X	X	X	X	X	X	X	X

TABLEAU 3.4 – Plan d'expériences des essais thermoélectriques sur le fil de contact en configuration monofilaire. Échauffement du fil en fonction du type de fil, du type de bande et de la position du contact sur la bande (au centre ou à +200mm) pour deux forces de contact (30N et 60N).

- les états d'usure des deux solides sont considérés neuf et usé
- la force de contact évolue de 30 à 60N
- la position du contact n'est considérée que sur les bandes usées et évolue entre 0 et +200 mm

Cela représente 32 cas en configuration monofilaire (tab. 3.4) et 16 cas en configuration bifilaire (tab. 3.5). Il y a donc 48 cas répétés trois fois soit 144 essais.

3.3/ DÉTERMINATION DE LA SURFACE RÉELLE DE CONTACT

3.3.1/ SURFACE RÉELLE EN FONCTION DES ÉTATS D'USURE DU FIL DE CONTACT ET DE LA BANDE DE CAPTAGE

La théorie des contacts de Hertz met en avant certaines propriétés mécaniques impactant la surface de contact, comme la force ou le module d'Young. La tendance de leur influence sur la surface réelle est connue. Par exemple, la surface de contact va croître en même temps que la force de contact. En revanche, bien qu'il soit clair qu'elle joue un rôle, il est difficile de prévoir l'influence de l'usure mécanique des solides sur la surface de

		Fils de contact en bifilaire			
		Cu Pur neuf		Cu Pur usé	
Bandes de captage		30 N	60 N	30 N	60 N
Ca Imp. neuve	centre	X	X	X	X
Ca Imp. usée	centre	X	X	X	X
	+200mm	X	X	X	X
Ca Pur neuve	centre	X	X	X	X

TABLEAU 3.5 – Plan d’expériences des essais thermoélectriques sur le fil de contact en cuivre pur en configuration bifilaire. Échauffement du fil en fonction de l’usure du fil, du type de bande et de la position du contact sur la bande (au centre ou à +200mm) pour deux forces de contact (30N et 60N).

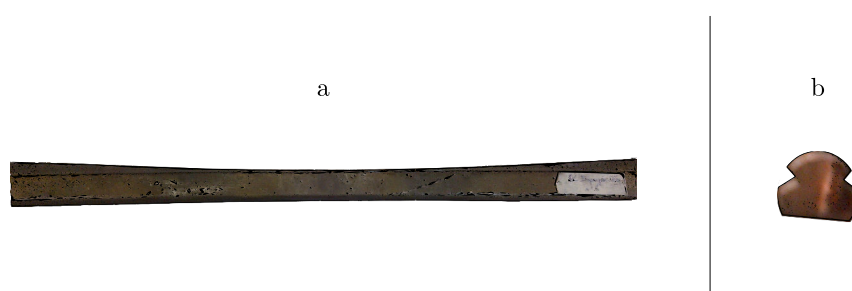


FIGURE 3.14 – Profil d’usure classique : (a) d’une bande de captage en carbone imprégné ; (b) d’un fil de contact en cuivre pur.

contact. En effet, non seulement l’usure par frottement va modifier l’état de surface en le polissant mais va aussi changer le profil du solide. De cette façon, l’usure par frottement de la bande de captage, normalement droite, va incurver son profil (fig. 3.14a), alors que l’usure du fil de contact, normalement rond, va créer un méplat à l’endroit du passage de la bande (fig. 3.14b). La surface réelle de contact entre des éléments usés va donc dépendre à la fois de la position de l’interface sur la bande, mais aussi de l’inclinaison du fil de contact.

La remarque précédente sur l’usure de la bande est validée par les résultats monofilaires répertoriés dans le tableau 3.6 et visibles sur la figure 3.15. Les valeurs de surfaces de contact pour un fil neuf sur bande usée montrent un léger écart entre les essais réalisés au centre de la bande et sur le côté (à +200mm du centre). Cette différence n’est pas favorable aux contacts désaxés qui semblent perdre presque 20% de surface réelle. Même en admettant une marge d’erreur significative, ce phénomène ne peut pas être négligé. Il est par contre plus difficile de tirer des conclusions sur l’effet de l’usure du fil de contact. Pour les forces de contact élevées le méplat causé par l’usure semble améliorer le contact montrant une certaine cohérence. De plus, toutes les surfaces augmentent avec la force de contact.

Les conclusions tirées pour les essais mécaniques en monofilaire sont globalement va-

		Fil			
		neuf		usé	
Bande carbone		30 N	60 N	30 N	60 N
imprégnée neuve	0	5,6	7,6	3,0	10,3
	+200	5,1	6,8	4,1	7,9
imprégnée usée	0	4,7	11,0	2,2	2,4
	+200	3,8	8,0	3,2	5,5

TABLEAU 3.6 – Résultats des essais mécaniques en configuration monofilaire sur bande de captage en carbone imprégné neuve et usée, surface réelle de contact en mm².

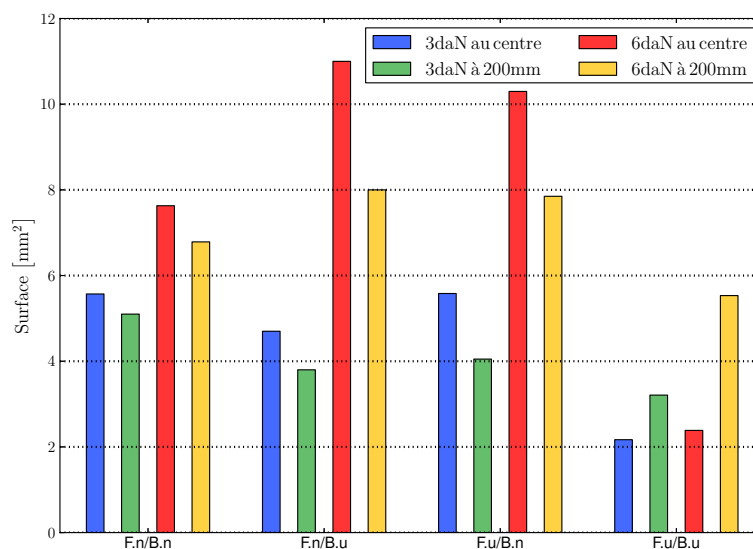


FIGURE 3.15 – Résultats des essais mécaniques en configuration monofilaire sur fil neuf et usé (F.n. et F.u.) et bande en carbone imprégné neuve et usée (B.n. et B.u.), surface réelle de contact en mm².

		Fils			
		neuf		usé	
Bande carbone		60 N	80 N	60 N	80 N
imprégné neuve	0	6,3	8,5	8,7	9,9
	+200	5,8	7,3	6,2	★
imprégnée usée	0	5,2	6,4	11,5	12,0
	+200	4,1	6,2	★	★

TABLEAU 3.7 – Résultats des essais mécaniques en configuration bifilaire sur bande de captage en carbone imprégné neuve et usée, surface réelle de contact des deux fils en mm^2 .

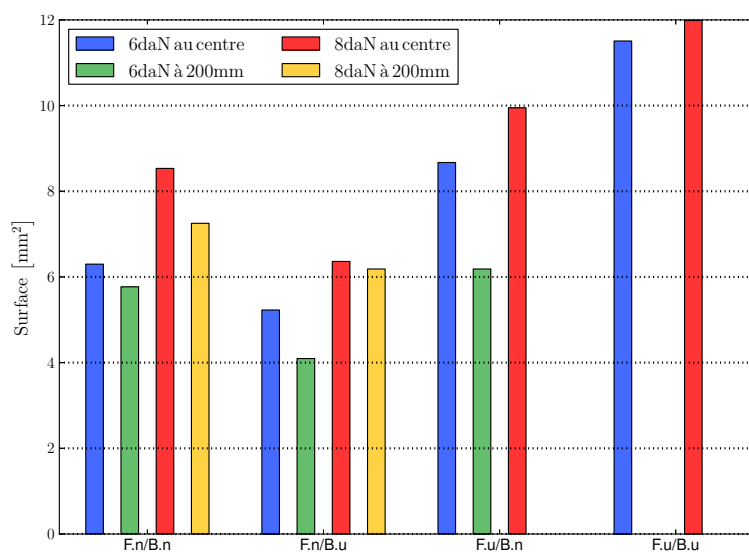


TABLEAU 3.8 – Résultats des essais mécaniques en configuration bifilaire sur fils neufs et usés (F.n. et F.u.) bande en carbone imprégné neuve et usée (B.n. et B.u.), surface réelle de contact en mm^2 .

lables pour la configuration bifilaire¹ (tab. 3.7 et fig. 3.8). Il est intéressant de voir que pour une force de contact donnée le fait d'ajouter un fil n'améliore pas la surface réelle de contact. L'intérêt de la configuration bifilaire n'est donc pas celui-ci. Certains essais impliquant un contact désaxé et des fils usés n'ont pas pu être traités à cause de bruits de mesures trop importants.

3.3.2/ SURFACE RÉELLE EN FONCTION DE LA FORCE DE CONTACT

L'intérêt des essais de détermination de la surface réelle de contact est d'établir une loi mathématique liant la surface à la force. Cette fonction mathématique $S_c(F_c)$ sera

1. Les traces des cas marqués d'un ★ n'étaient soit pas exploitables soit les résultats obtenus étaient incohérents

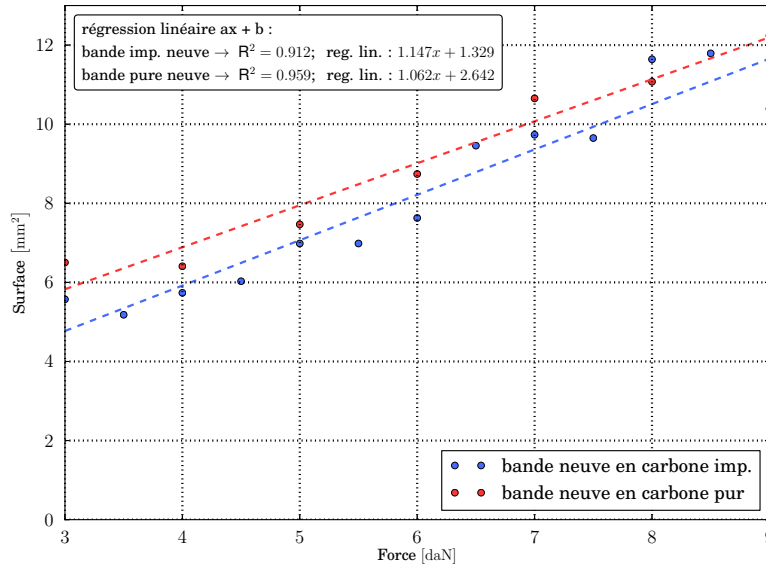


FIGURE 3.16 – Surface de contact entre le fil de la caténaire et la bande de captage en fonction de la force de contact. Comparaison des bandes neuves en carbone pur et en carbone imprégné.

intégrée au futur outil de simulation de façon à prendre en compte les caractéristiques du contact pour tous les types d'interfaces. Ces études ne sont réalisées que pour des fils neufs afin d'éviter l'influence de l'usure et surtout de l'inclinaison du fil sur les surfaces. Les résultats des mesures laissent penser qu'une régression linéaire est suffisante pour trouver $S_c(F_c)$. Les droites de régression de type $y = ax + b$ passent par les barycentres des points expérimentaux $\beta(\bar{x}; \bar{y})$ pour chaque cas. L'estimation des deux paramètres a et b des fonctions linéaires dépend donc des valeurs moyennes des coordonnées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des N points expérimentaux. Le coefficient directeur a (eq. 3.10) et l'ordonnée à l'origine b (eq. 3.11) sont retenus pour former la fonction S_c , telle que $S_c(F_c) = a \cdot F_c + b$.

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.10)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (3.11)$$

Les régressions linéaires des évolutions des surfaces réelles de contact en fonction de la force sont réalisées pour différents cas de bandes de captage. Les fonctions linéaires des bandes neuves en carbone pur et en carbone imprégné sont visibles en figure 3.16. Concernant les bandes usées, une étude sur l'influence de la position du contact sur la régression linéaire est visible en figure 3.17.

La pertinence des régressions linéaires est évaluée par le coefficient de détermination R^2 (eq. 3.12). Ce coefficient compris entre 0 et 1 permet de juger de la qualité de la régression par rapport aux valeurs de référence. Plus sa valeur est proche de l'unité, meilleure est la régression linéaire vis à vis des valeurs expérimentales.

$$R^2 = a^2 \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.12)$$

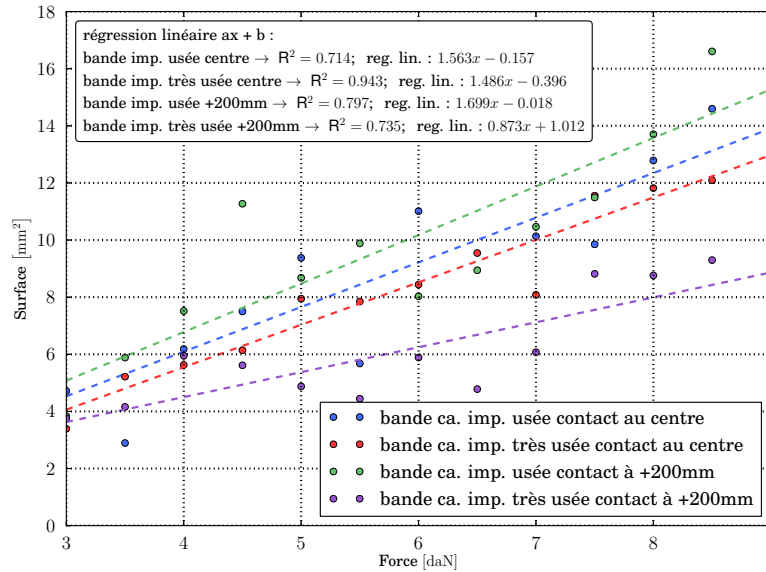


FIGURE 3.17 – Surface de contact entre le fil de la caténaire et la bande de captage en fonction de la force de contact. Comparaison de la position du contact sur les bandes usées en carbone imprégné.

On remarque que la méthode de régression linéaire utilisée est plus adaptée aux contacts fil neuf/bande neuve ($R^2 \approx 0,9$). Les contacts impliquant un élément usé sont en revanche plus difficiles à approximer par la régression linéaire ($R^2 < 0,8$). Tous les résultats de surfaces de contact en fonction de la force sont appelés à alimenter une bibliothèque de données répertoriant les caractéristiques des différents types de contacts.

3.4/ ÉVALUATION DE LA RÉSISTANCE THERMIQUE DE CONTACT

3.4.1/ RÉSISTANCE THERMIQUE DE CONTACT EN FONCTION DU MATÉRIAU ET DE L'USURE DU FIL DE CONTACT

Les essais thermiques ont pour vocation de compléter la bibliothèque des contacts, évoquée dans la partie précédente, avec la résistance thermique de contact. Cette bibliothèque a pour rôle d'alimenter les entrées de l'outil de simulation pour les caractéristiques des différents types de contact en fonction de la force d'appui de la bande sur le fil. Comme expliqué précédemment, il faut connaître la résistance thermique du fil R_{tf} et celle de la bande R_{tb} pour chaque matériau afin de déterminer la résistance thermique de contact R_{tc} .

Les résistances thermiques du fil de contact sont calculées à l'aide du modèle 2D thermique. Elles sont répertoriées dans le tableau 3.9.

En reprenant l'équation 3.7 de la résistance thermique de la bande et en connaissant la distance Δy_b (4 mm) et la conductivité thermique du carbone imprégné ($9,9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), il est possible d'exprimer la résistance thermique de cette bande $R_{tb \text{ imp}}$ en fonction de la

		Cu Pur neuf	Cu Pur usé	CuMg neuf	CuSn neuf
R_{tf}	$[K \cdot W^{-1}]$	0,0731	0,0703	0,0821	0,0857

TABLEAU 3.9 – Résistance thermique R_{tf} du fil de contact de la caténaire en cuivre pur (Cu Pur) neuf et usé, en cuivre allié au magnésium (CuMg) neuf et allié à l'étain (CuSn) neuf.

		Cu Pur neuf	Cu Pur usé	CuMg neuf	CuSn neuf
R_{tc}	30N	464	371	543	599
	60N	245	70	294	360
	90N	157	X	200	262

TABLEAU 3.10 – Résistance thermique de contact moyenne en $K \cdot W^{-1}$ en fonction du matériau et de l'usure du fil de la caténaire et de la force de contact.

surface de contact S_c (eq. 3.13).

$$R_{tb\ imp} = \frac{4,04 \cdot 10^{-4}}{S_c} \quad (3.13)$$

À titre indicatif, la résistance thermique d'une bande de captage en carbone pur est 2,3 fois plus importante à surface de contact égale $\left(R_{tb\ pur} = \frac{9,3 \cdot 10^{-4}}{S_c}\right)$.

Les résistances thermiques du fil et de la bande sont connues, il ne reste plus qu'à déterminer la résistance thermique du contact. Avec l'équation de la R_{tc} (eq. 3.9), la distance Δy_{12} (égale à 2 mm) et grâce aux résultats du fil pour (tab. 3.9) et à l'expression de la résistance thermique de la bande (eq. 3.13), nous pouvons calculer la résistance thermique de contact R_{tc} en fonction du matériau du fil et de la surface de contact (tab. 3.10 et fig. 3.18).

La résistance thermique de contact est bien dépendante de la force appliquée, comme le montre la figure 3.18. Plus la force de contact est importante moins l'interface entre le fil et la bande est résistif thermiquement. Cette première conclusion est cohérente avec les valeurs expérimentales de surface de contact. En effet, plus la force de contact augmente plus la surface est importante donc plus le flux de chaleur passe aisément d'un solide à l'autre. Le matériau du fil joue aussi un rôle net sur la résistance thermique de l'interface, ainsi le contact le plus conducteur thermiquement est celui avec le cuivre pur. Parmi les alliages, c'est le contact avec le cuivre-étain qui donne la résistance thermique de contact la plus importante. Le rôle de l'usure du fil est plus sensible à analyser, le cas avec le fil usé est clairement le moins résistif. En revanche, si l'on en croit les résultats expérimentaux, cela n'est pas uniquement dû à la surface de contact qui est plus petite pour 3 daN sur un fil usé que sur un fil neuf. Soit les résultats de surface de contact sur le fil usé sont erronés, soit un autre élément impacte la résistance thermique de contact.

3.4.2/ RÉSISTANCE THERMIQUE DE CONTACT EN FONCTION DE LA FORCE DE CONTACT

Exprimer la résistance thermique de contact en fonction de la surface de contact S_c revient finalement à l'écrire en fonction de la force de contact F_c . Bien qu'il y ait peu de

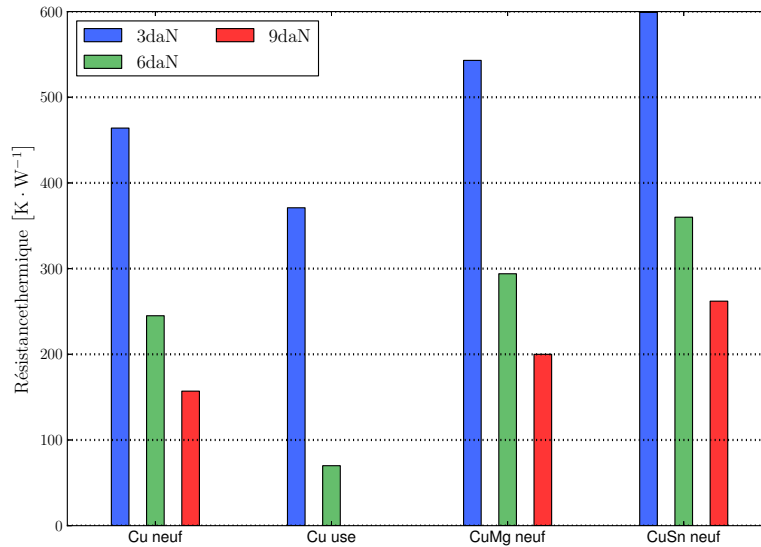


FIGURE 3.18 – Résistance thermique de contact moyenne en $K \cdot W^{-1}$ en fonction du matériau et de l'usure du fil de la caténaire et de la force de contact.

points, il faut trouver la loi mathématique liant la résistance thermique de contact à la force de contact. Il s'agit de réaliser une régression linéaire sur les points expérimentaux, afin d'en déduire le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b de la fonction de la forme $y = ax + b$ de la résistance thermique de contact en fonction de la force $R_{tc}(F_c)$.

Le fait qu'il n'y ait que trois points de mesures rend la régression relativement approximative. Toutefois, sur la plage de force testée le coefficient de détermination des trois cas de fil neuf en cuivre pur et en cuivre allié (au magnésium et à l'étain) conforte cette méthode ($R^2 = 0,94$). Ces données sont fondamentales pour la caractérisation des contacts et de la répartition de la chaleur à l'interface fil/bande.

3.5/ RÉSULTATS DES ESSAIS ÉLECTROTHERMIQUES

3.5.1/ ÉVOLUTION TEMPORELLE DE LA TEMPÉRATURE DU FIL DE CONTACT

3.5.1.1/ RÉPÉTABILITÉ, DIFFÉRENCE RELATIVE ENTRE LES ESSAIS

Les essais de captage à l'arrêt se caractérisent par une faible répétabilité, c'est pour cela que chaque essai a été réalisé trois fois. Ces essais électrothermiques sont réalisés à partir de l'échelon de courant utilisé par l'AEF lors des tests d'homologation (fig. 3.20).

Dans un premier temps, pour s'affranchir des changements de température ambiante T_∞ , les résultats des essais sont présentés en échauffement Θ ($\Theta_i = T_i - T_\infty$). Ensuite, pour tirer les conclusions les plus objectives possibles, seuls certains cas sont présentés. Finalement, pour quantifier la répétabilité, la moyenne des écarts relatifs de l'évolution des échauffements est calculée par rapport à la moyenne des trois essais pour chaque cas. Le résultat du cas le plus stable du plan d'expériences, c'est à dire pour un fil neuf en

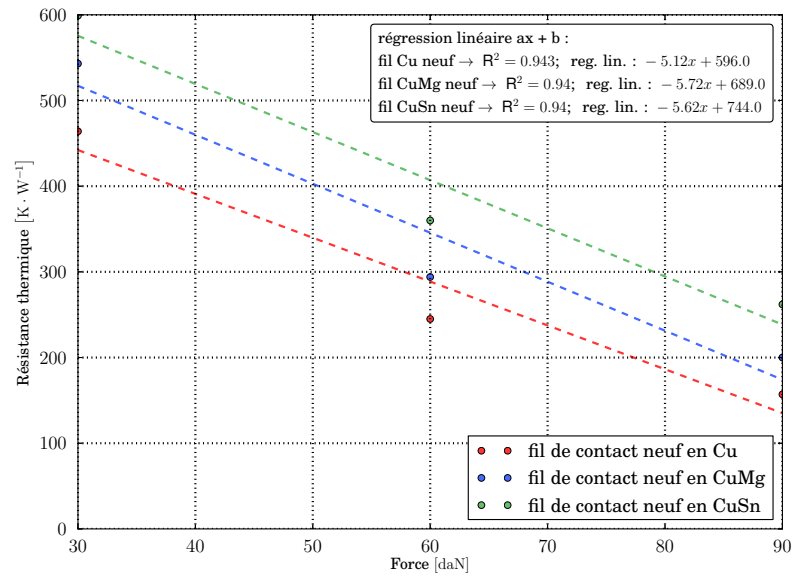
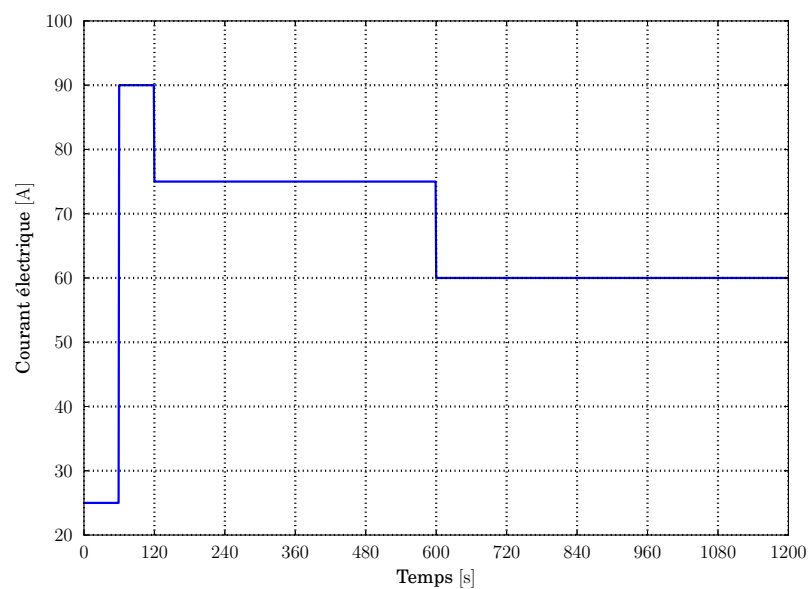


FIGURE 3.19 – Résistance thermique de contact en fonction de la force de contact

FIGURE 3.20 – Profil de courant électrique I (en ampère) utilisé par l'AEF lors des essais de conformité des bandes de captage

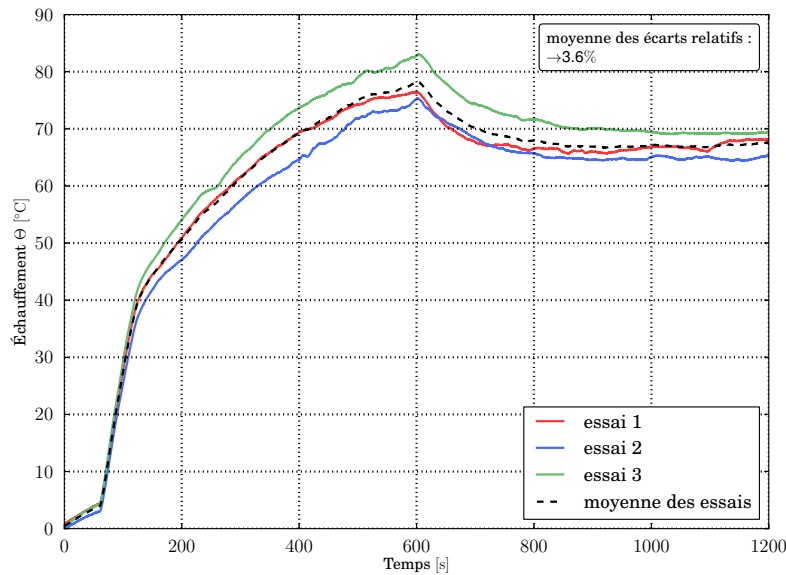


FIGURE 3.21 – Évolution temporelle de l'échauffement Θ du fil de la caténaire au droit du contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Comparaison entre les trois essais réalisés pour un contact de 6 daN entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné.

cuivre pur sur une bande neuve en carbone imprégné et un contact de 6 daN, est visible en figure 3.21.

Bien que présentant le même profil d'évolution, l'écart moyen d'échauffement du cas supposé le plus stable est proche de 4%. Pour certains essais de contact à 3 daN l'écart relatif moyen atteint 6%. Par ailleurs ces résultats ne prennent pas en compte les arrêts à cause de la sécurité du banc lorsque la température du fil dépasse 125°C. Il est important que l'outil de simulation, qui sera utilisé par la SNCF dans le cadre d'études préliminaires, prenne en compte ces écarts. Il peut être envisagé, par exemple, d'intégrer une enveloppe de valeurs minimales et maximales pouvant potentiellement être atteintes.

Le reste des résultats d'échauffements est présenté en valeur moyenne des trois essais pour chaque cas.

3.5.1.2/ INFLUENCE DE LA FORCE DE CONTACT ET DE L'USURE

Il est maintenant évident que la force de contact a un impact sur la surface réelle du contact et qu'elle favorise les échanges entre les solides à l'interface. L'équation générale de la résistance électrique R_{el} met en avant sa dépendance de la surface. Pour un contact cela se traduit par un lien entre résistance électrique et force de contact. Donc la production de chaleur à l'interface, ainsi que l'échauffement du fil et de la bande, sont dépendants de la force de contact.

L'usure des deux solides est encore une fois plus complexe à analyser en terme d'impact sur le contact. Les résultats obtenus en testant l'usure du fil montrent que pour les forces de contact faibles (3 daN) l'impact de l'état du fil est significatif sur l'échauffement. L'usure

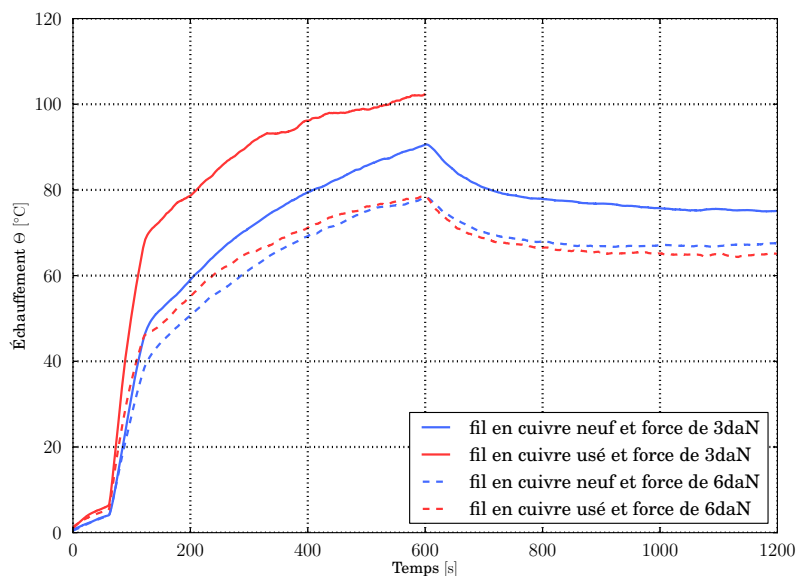


FIGURE 3.22 – Évolution temporelle de l'échauffement Θ du fil de la caténaire au droit du contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Contact au centre de la bande entre un fil en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné. Influence de l'usure du fil et de la force sur l'échauffement.

du fil a tendance à augmenter sa température (fig. 3.22). Deux éléments peuvent l'expliquer. En premier lieu, la diminution du volume du fil qui va augmenter la production de chaleur interne. Ensuite, la surface de contact, qui traduit la qualité mécanique du contact, est plus faible pour les fils usés que pour les fils neufs lors des contacts faibles (tab. 3.6). Cette différence implique une résistance électrique de contact plus importante, donc une production de chaleur accrue à l'interface. Il faut tout de même noter que l'inclinaison des fils usés n'est pas prise en compte dans ces essais.

L'influence de l'usure de la bande ne permet pas de tirer de conclusions aussi tranchées que pour le fil. En effet pour prendre en compte l'usure de la bande, il est impératif d'intégrer au test la position du contact (fig. 3.23). Contrairement à l'usure du fil de contact, celle de la bande semble plutôt diminuer l'échauffement du fil. De plus, la position du contact joue un rôle dans l'échauffement. Bien qu'a priori inférieur au cas fil neuf/bande neuve, l'échauffement du fil pour un contact désaxé sur une bande usée est supérieur au contact centré sur une bande usée pour des contacts faibles (3 daN).

La variété des profils d'usure et le manque de répétabilité incitent à ne pas tirer de conclusions générales sur les résultats de ces essais expérimentaux. Néanmoins, l'usure des matériaux a une influence certaine sur l'échauffement du fil de contact. Pour ne pas fausser l'analyse, les essais impliquant un contact fil usé/bande usée n'ont pas été présentés dans ce mémoire. Or, ce cas particulier peut être l'un des plus défavorables pour le fil. En effet, la quasi totalité des essais de contact désaxé (+200mm) entre un fil usé en cuivre pur et une bande usée en carbone imprégné ont conduit à l'arrêt prématuré du test pour dépassement de température (11 essais sur 12).

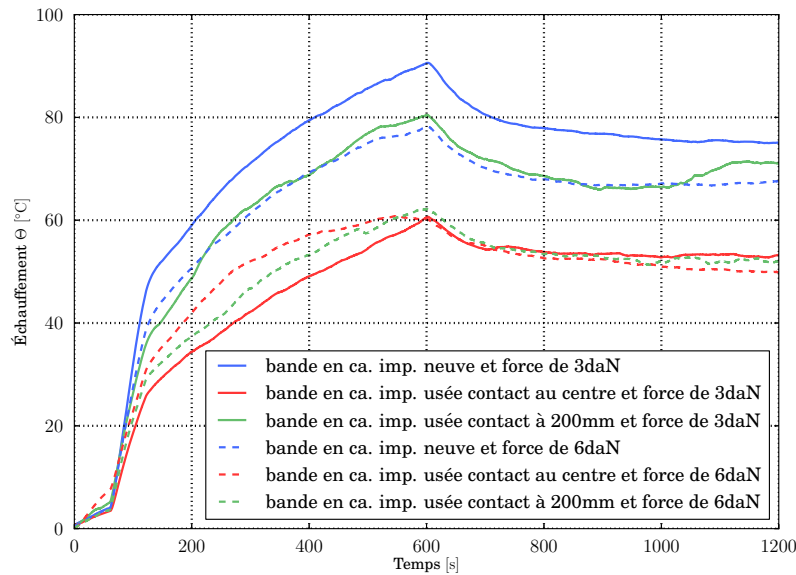


FIGURE 3.23 – Évolution temporelle de l'échauffement Θ du fil de la caténaire au droit du contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Contact entre un fil neuf en cuivre pur et une bande en carbone imprégné. Influence de l'usure de la bande, de la force et de la position du contact sur l'échauffement.

3.5.1.3/ INFLUENCE DES MATÉRIAUX

La campagne d'essais thermiques a montré l'influence de la nature des matériaux sur la résistance thermique de contact. D'après la littérature, ils ont aussi un impact sur la résistance électrique de contact. Il y a donc une influence certaine des matériaux sur l'échauffement du fil de contact.

Pour diminuer l'erreur due aux imperfections du contact, les essais sur l'influence des matériaux du fil sont réalisés pour une force de contact de 6 daN. La figure 3.24 montre que la montée en température du fil de contact est non seulement dépendante du matériau du fil, mais que les fils en cuivre allié sont bien plus sujet à l'échauffement que ceux en cuivre pur. Cela s'explique, entre autres, par la différence entre les caractéristiques physiques des matériaux (diffusivité thermique en particulier). Les cuivres alliés étant électriquement plus résistifs que le cuivre pur (20% pour le CuMg et 25% pour le CuSn à 20°C), les productions de chaleur internes et à l'interface sont plus importantes. Par conséquent l'échauffement des fils en cuivre allié est supérieur. Il faut noter que les essais pour des forces de contacts faibles ont provoqué un arrêt du système à cause d'un dépassement de température des fils en cuivre allié. L'écart relatif entre les matériaux du fil est plus important pour une force de contact de 3 daN.

Les conclusions sont similaires pour la bande et pour le fil concernant l'influence des matériaux (fig. 3.25). L'écart entre les matériaux est plus important pour les contacts faibles. Et c'est la bande en carbone pur qui favorise l'échauffement du fil de contact car elle est électriquement plus résistive. En revanche, l'écart s'annule lorsque la force de contact passe à 6 daN.

Les essais impliquant une bande en carbone pur et les fils en cuivre allié ont tous conduit

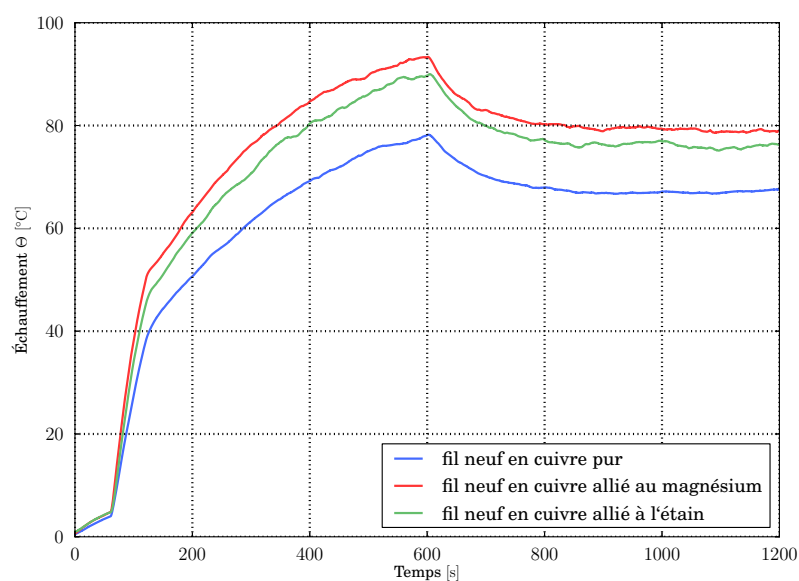


FIGURE 3.24 – Évolution temporelle de l'échauffement Θ du fil de la caténaire au droit du contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Contact de 6daN entre des fils neufs et une bande neuve en carbone imprégné. Influence du matériau du fil de contact sur l'échauffement.

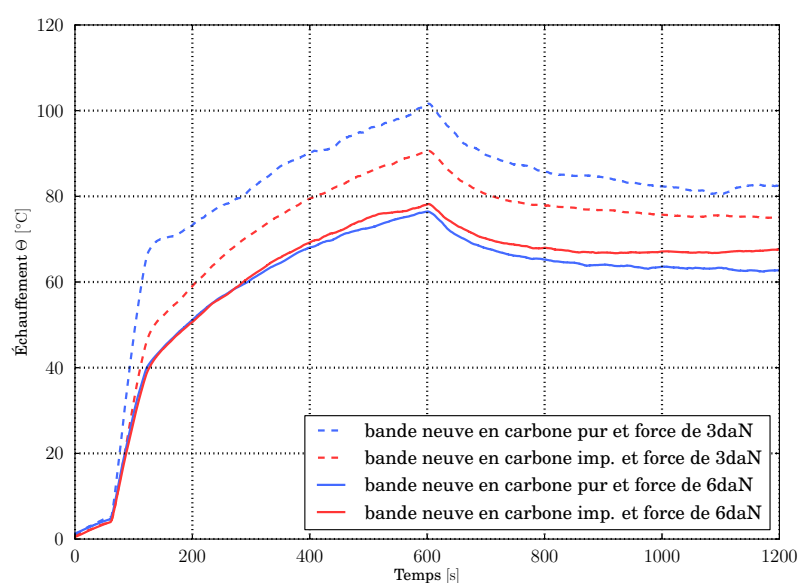


FIGURE 3.25 – Évolution temporelle de l'échauffement Θ du fil de la caténaire au droit du contact lors d'essais de captage à l'arrêt. Contact de 6daN entre un fil neuf en cuivre pur et des bandes neuves. Influence du matériau de la bande de captage sur l'échauffement.

à l'arrêt du système pour dépassement excessif de température. En croisant les résultats des deux tests sur l'usure, les matériaux et la force, il est aisé de retirer les cas critiques de captage à l'arrêt. Ainsi les fils usés en cuivre allié et les contact faibles et désaxés sur bande carbone sont vraisemblablement les cas les plus critiques.

3.5.2/ ÉVOLUTION SPATIALE DE LA TEMPÉRATURE

3.5.2.1/ EN FONCTION DU TEMPS

L'évolution spatio-temporelle de la température du fil est importante pour la validation du modèle numérique 1D. Une première étude sur l'échauffement du fil le long de son axe au cours du temps est réalisée. Son objectif est d'évaluer le profil de l'évolution spatiale de l'échauffement pour voir s'il est symétrique et comment il évolue dans le temps. La symétrie du profil nous renseigne sur l'emplacement du contact. Un profil non symétrique signifie que le contact ne se trouve pas au centre du fil, donc de la bande. L'évolution du profil au cours du temps indique si le contact change avec la montée en température ou s'il reste constant. De plus, cette première étude renseigne sur la longueur de fil qu'il faut imposer dans la modélisation thermique 1D du conducteur pour obtenir naturellement la température loin du contact.

Les résultats présentés dans la figure 3.26 sont obtenus lors des essais de captage entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné. Les mesures retenues correspondent à la fin des échelons 2, 3 et 4 respectivement à 90, 75 et 60A et aux temps t égaux à 120, 600 et 1200 secondes (fig. 3.20). Les répartitions des températures sont comparables pour les trois profils, échauffements minimums et maximums situés aux mêmes points. Cela indique que le contact bouge peu en fonction du temps. En revanche, l'allure générale du profil d'échauffement évolue en fonction du temps. Les trois points les plus proches du contact à -5, 0 et 5 cm montent beaucoup plus vite en température que le reste du fil. Le second constat est le caractère légèrement asymétrique des profils d'échauffement. Cela signifie que le point d'abscisse 0 peut ne pas être le maximum et qu'il ne se trouve pas au droit du contact. Cette dernière remarque doit être vérifiée, mais elle augure un recalage spatial des données pour la comparaison avec les résultats numériques.

La dernière information qu'il est possible de tirer de ces résultats est qu'au-delà d'une longueur d'un mètre avant et après le contact, la température du fil est uniforme et proche de la température ambiante. En prenant une marge de sécurité suffisante la condition limite imposée au bout du fil dans le modèle 1D n'a donc pas d'influence notable sur les résultats.

3.5.2.2/ EN FONCTION DE LA FORCE ET DE L'USURE

Il reste à établir l'impact de l'usure et de la force de contact sur la répartition spatiale de la température le long du fil. L'influence de ces caractéristiques sur le niveau de température atteint par le fil n'est plus à prouver. Par contre, à l'heure actuelle, il est difficile de dire quel rôle joue la qualité du contact sur la répartition de la chaleur dans le fil.

Une étude comparant les profils d'échauffement pour un contact entre un fil neuf en cuivre pur et des bandes en carbone imprégné neuves et usées est réalisée pour deux niveaux

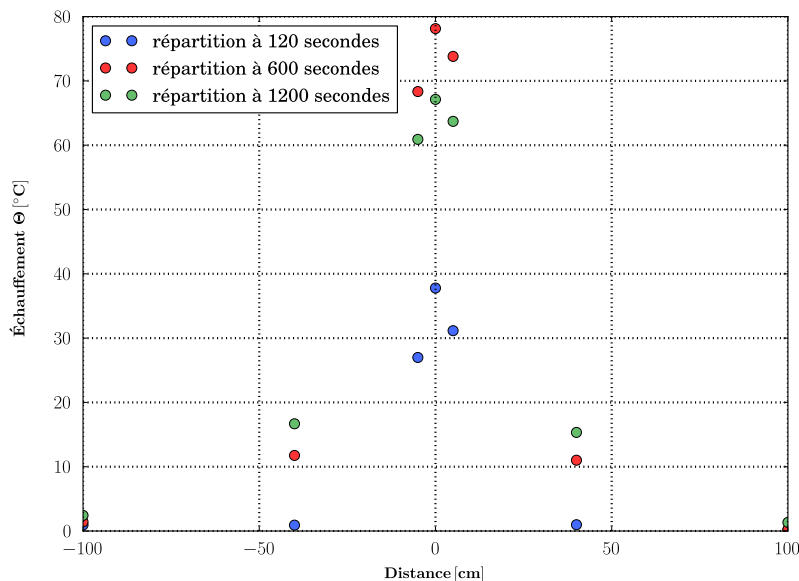


FIGURE 3.26 – Évolution de l'échauffement Θ du fil de la caténaire en fonction de l'axe z du fil. Contact de 6 daN entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné. Influence du temps sur la répartition de la chaleur dans le fil, mesures à 120, 600 et 1200 secondes.

de force de contact (fig. 3.27). On s'intéresse d'abord à l'effet de l'usure de la bande sur la répartition de l'échauffement. Les profils d'échauffement des fils en contact avec une bande usée sont bien plus asymétriques. Ensuite, concernant la force de contact, elle semble surtout accentuer l'asymétrie des profils. Cette remarque se vérifie particulièrement dans le cas des bandes neuves.

Cette étude montre que l'asymétrie des profils est bien liée au contact désaxé par rapport au centre de la bande et au thermocouple. Il y a donc besoin de recalibrer spatialement les valeurs expérimentales. On note qu'une correction plus importante doit être apportée aux essais impliquant une bande usée.

3.5.3/ TRAITEMENT DES DONNÉES

3.5.3.1/ POSITION RÉELLE DU CONTACT

L'objectif des essais expérimentaux électrothermiques est de valider par comparaison le modèle du fil de contact. La valeur maximale de température du fil est particulièrement importante pour la SNCF. C'est cette valeur qui sera évaluée en fonction de critères techniques dans l'outil informatique. En supposant que la valeur maximale du fil se trouve au contact, il faut s'assurer de sa position pour pouvoir comparer correctement les valeurs expérimentales aux résultats de simulation. Le recalage spatial de certains essais est vraisemblablement nécessaire, comme le laisse présager les essais de répartition de l'échauffement le long du fil.

Pour être sûr de la nécessité d'un recalage spatial, une thermographie infrarouge est

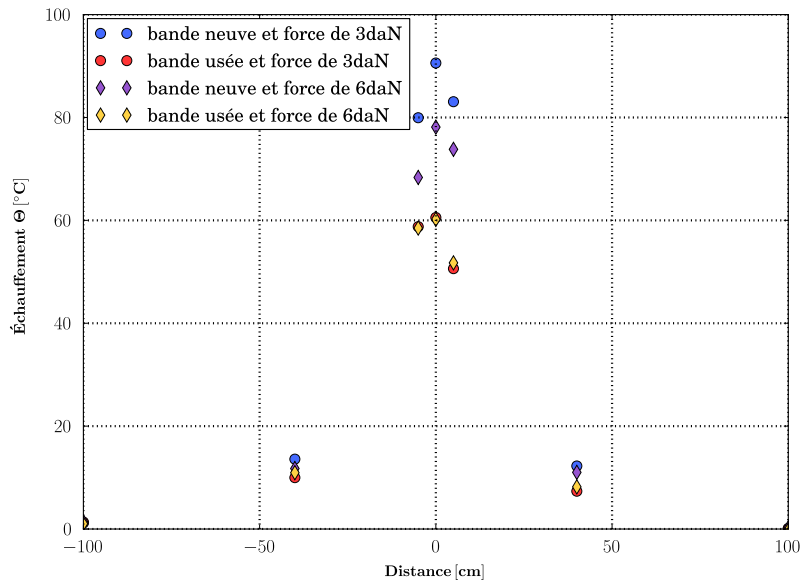


FIGURE 3.27 – Évolution de l'échauffement Θ du fil de la caténaire en fonction de l'axe z du fil. Contact entre un fil neuf en cuivre pur et des bandes en carbone imprégné. Influence de l'usure de la bande et de la force sur la répartition de la chaleur dans le fil, mesures à 600s.

réalisée lors de chaque essai. Ne connaissant pas exactement les valeurs des émissivités des surfaces du système, il n'est pas possible de mesurer précisément la température. Les images infrarouges servent uniquement à repérer les essais nécessitant un recalage spatial important comme le montre la figure 3.28.

Cette image infrarouge représente le cas critique d'un contact décentré sur la bande (+200mm) entre un fil neuf et une bande usée pour une force de 3 daN. Le contact ne se trouve pas sous le thermocouple prévu pour mesurer sa température. Ce décalage induit une erreur dans l'interprétation de la mesure et pourrait compromettre la parfaite validation du modèle électrothermique du fil. Il est donc nécessaire de corriger spatialement certains essais.

3.5.3.2/ CORRECTION SPATIALE DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

La correction des données expérimentales passe par l'ajustement d'une fonction mathématique aux valeurs de températures mesurées. La répartition des températures le long du fil rappelle *a priori* la forme caractéristique d'une fonction gaussienne. En admettant que la température maximale est au contact et en parvenant à ajuster une fonction gaussienne aux données expérimentales, la position de la valeur maximale de la fonction serait égale à la position corrigée du contact.

L'objectif de ce paragraphe est donc de réaliser un ajustement gaussien sur les données expérimentales de températures le long du fil. Les sept mesures de températures prises sur le fil représentent les points de référence. L'ajustement de la fonction gaussienne est en fait une régression non linéaire basée sur la méthode des moindres carrés. Comme

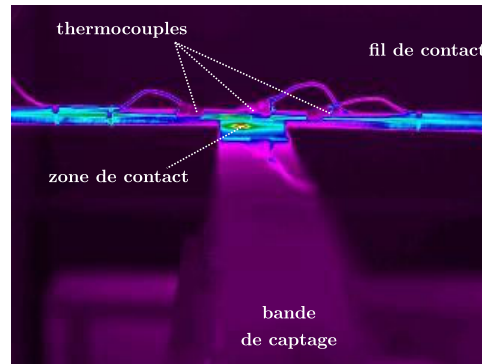


FIGURE 3.28 – Image infrarouge du contact caténaire/pantographe lors d'un essai de captage à l'arrêt entre une bande usée en carbone imprégné et un fil neuf en cuivre pur. Cliché d'un contact désaxé à +200mm du centre de la bande et d'une force de 3 daN pris au bout de 2 minutes d'essai.

pour la régression linéaire utilisée auparavant, la méthode des moindres carrés repose sur la somme quadratique des résidus entre la fonction mathématique (fonction de Gauss $g(x)$) et les valeurs expérimentales y pour N points (eq. 3.14). Les paramètres de la fonction gaussienne qui permettent de minimiser au maximum la somme des résidus sont choisis pour définir la fonction ajustée. Comme le montre l'équation 3.15, les paramètres à ajuster de la courbe de Gauss sont l'espérance μ et l'écart type σ .

$$\sum_{i=1}^N r_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - g(x_i))^2 \quad (3.14)$$

$$g(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad (3.15)$$

Cette méthode a permis de corriger géométriquement la totalité des essais impliquant le fil de contact en cuivre pur. Les données expérimentales sont recalées par rapport au centre de la bande (0) qui est l'endroit supposé du contact. La figure 3.29 correspond à la correction spatiale de l'essai représenté par l'image infrarouge (fig. 3.28). La correction est faite au même instant que la prise d'image infrarouge. Elle valide l'impression visuelle du décalage de la zone de contact qui est de -1,7 cm par rapport au centre de la bande d'après les résultats du recalage.

Les résultats obtenus par l'ajustement gaussien sont intéressants mais ont une limite. En effet, la répartition de la température le long du fil s'éloigne de la forme de gaussienne à mesure que le temps passe. Une fois passé le second échelon, un pic local de température se forme au contact. Cette nouvelle répartition de températures empêche dans certains cas l'ajustement gaussien. La correction spatiale du cas précédent réalisée pour les températures à 10 minutes d'essai induit une erreur relative plus importante de 3,87% (fig. 3.30). De plus la correction donnée par l'ajustement gaussien est moins pertinente que la précédente (-3,5 cm du centre de la bande).

Le calcul d'erreur relative permet de s'assurer de la cohérence des corrections spatiales. Il s'agit de la moyenne arithmétique des erreurs relatives réalisées par la fonction gaus-

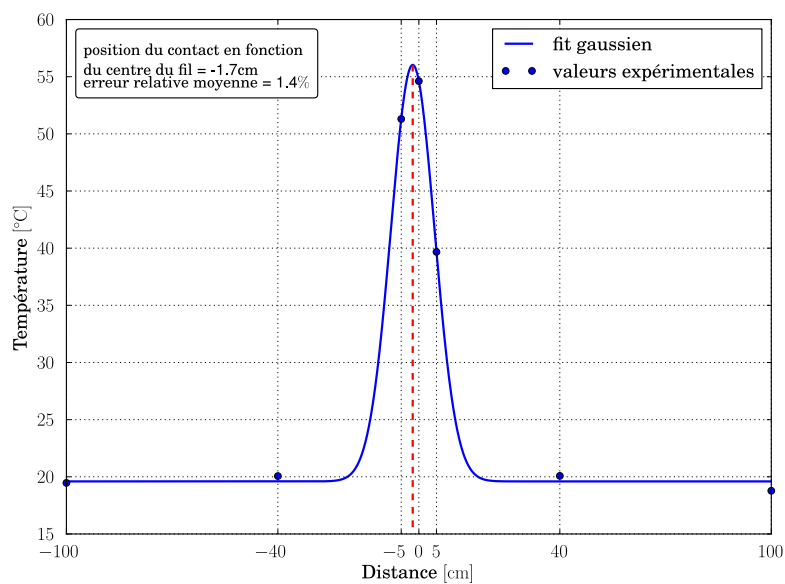


FIGURE 3.29 – Recalage spatial des mesures de température le long du fil par rapport au centre de la bande (0). Exemple d'un contact désaxé à +200mm du centre de la bande et d'une force de 3 daN pris au bout de 2 minutes d'essai.

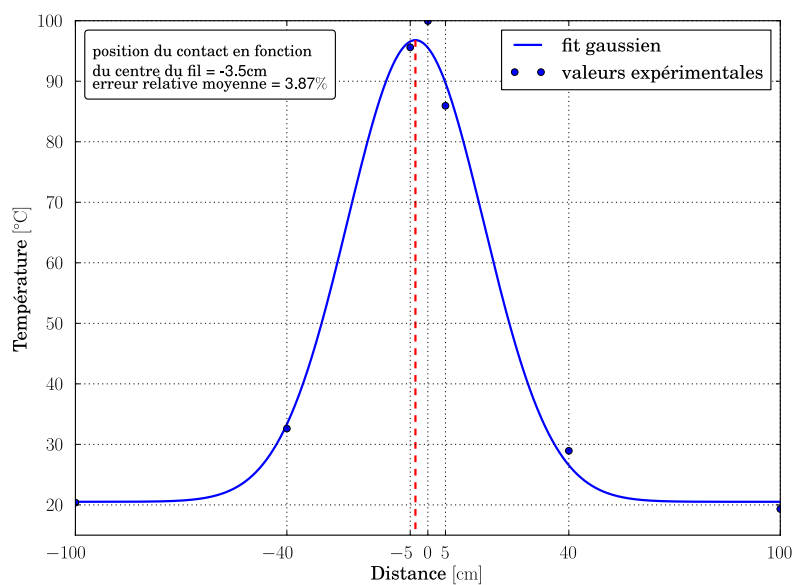


FIGURE 3.30 – Recalage spatial des mesures de température le long du fil par rapport au centre de la bande (0). Exemple d'un contact désaxé à +200mm du centre de la bande et d'une force de 3 daN pris au bout de 10 minutes d'essai.

sienne une fois ajustée par rapport aux valeurs expérimentales (eq. 3.16).

$$erm = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - g(x_i)) \quad (3.16)$$

Le traitement des essais montre qu'il est préférable de réaliser les corrections spatiales par ajustement gaussien pour les répartitions de températures lors du premier tiers de chaque essai. Cela n'a pas d'impact en admettant que le contact n'est pas modifié par l'échauffement du système. Dans le cas contraire il faudrait ajuster un autre type de fonction pour les valeurs expérimentales de fin d'essai.

CONCLUSION

Les essais mécaniques et thermiques décrits dans ce chapitre ont servi à comprendre l'influence des différents paramètres sur les caractéristiques du contact. Ainsi, il est confirmé que la force appliquée à l'interface a tendance à augmenter la surface de contact tout en réduisant la résistance thermique de cette zone. Il est aujourd'hui possible de dire dans quelle proportion elle le fait. De plus, ces caractéristiques ont fait l'objet d'études ayant permis d'établir mathématiquement le lien qu'elles entretiennent avec la force par régression linéaire. Les fonctions obtenues sont répertoriées dans une bibliothèque qui sert à alimenter l'outil électrothermique de simulation.

Les essais expérimentaux permettent de tirer plusieurs conclusions :

- Concernant la surface de contact, les faibles valeurs obtenues impliquent des densités de courant électrique et de flux de chaleur importantes ce qui a un impact direct sur les températures maximales atteintes.
- La résistance thermique de contact est importante par rapport à celle du fil et de la bande, ce qui implique un échange thermique plus faible au contact qu'au sein du système.
- Les essais de la campagne électrothermique ont montré qu'une correction spatiale des données était nécessaire car le thermocouple situé sur le fil au milieu de la bande et sensé mesurer la température du fil au droit du contact était décalé par rapport au point de contact réel.

Les données des contacts caractérisés sont regroupées dans le tableau 4.3². Ces valeurs sont issues des régressions linéaires lorsqu'elles existaient.

Les résultats répertoriés sont à prendre avec prudence. En effet, la variance des résultats est forte et la faible répétabilité des essais semble dépendante de la force de contact et de l'état de surface. Plus la force de contact est élevée moins la variance est importante, en revanche il est difficile de prévoir l'effet exact de l'usure. Ce premier constat est lourd de conséquence, cela sous-entend qu'entre deux cas identiques les résultats d'échauffement peuvent être différents. Pour le futur outil informatique cela pose un problème de fiabilité des résultats de simulation par rapport aux cas réels. Malgré tout, les essais électrothermiques ont été l'occasion de préparer la validation du futur outil de simulation. Les résultats expérimentaux obtenus ont été traités, notamment en recalant spatialement les données, afin d'être comparés aux résultats de simulations. En plus d'alimenter la

2. La valeur de la résistance thermique de contact du fil en cuivre pur usé marquée d'un ★ tend vers une limite ce qui empêche son approximation par régression linéaire.

Fil	Bande	Surface de contact [mm ²]			Résistance th. [K · W ⁻¹]			Recalage spatial [mm]		
		30 N	60 N	90 N	30 N	60 N	90 N	30 N	60 N	90 N
Cu pur neuf	Ca imp. neuve	4,8	8,2	11,6	442	289	135	-5	+11	⊗
	Ca imp. usée	4,8	9,5	14,2	⊗	⊗	⊗	-10	+1	⊗
	Ca pur neuve	5,8	9	12,2	⊗	⊗	⊗	-20	-17	⊗
Cu pur usé	Ca imp. neuve	3	10,3	⊗	371	70	0★	⊗	⊗	⊗
	Ca imp. usée	2,2	2,4	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
	Ca pur neuve	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
CuMg neuf	Ca imp. neuve	4,8	8,2	11,6	517	345	174	⊗	⊗	⊗
	Ca imp. usée	4,8	9,5	14,2	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
	Ca pur neuve	5,8	9	12,2	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
CuSn neuf	Ca imp. neuve	4,8	8,2	11,6	575	407	238	⊗	⊗	⊗
	Ca imp. usée	4,8	9,5	14,2	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
	Ca pur neuve	5,8	9	12,2	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗

⊗ : non déterminé expérimentalement

TABLEAU 3.11 – Caractéristiques du contact des différents cas de captage.

modélisation, ces essais ont permis d'examiner l'influence des différents paramètres sur l'échauffement du fil de contact lors du captage à l'arrêt.

Il reste à écrire le programme informatique de l'outil de simulation en devenir. La dernière partie de ce mémoire est dédiée au développement des modèles thermoélectriques 2,5D du fil de contact et 2D de la bande. Puis à la validation du modèle thermoélectrique du fil en comparant avec l'expérimentation.

RÉSULTATS ET VALIDATION DE LA MODÉLISATION

INTRODUCTION

Après avoir détaillé le contenu physique des modèles électriques et thermiques et caractérisé le contact entre la caténaire et le pantographe, il reste à développer le programme de l'outil informatique puis à le valider en confrontant les résultats expérimentaux et les résultats de simulation.

Ce chapitre se décompose donc en deux grandes parties :

La première est dédiée à la mise en œuvre et au développement du logiciel. Il aborde le langage informatique et les fonctions utilisées dans le script, mais aussi le pre-processing, l'algorithme et le post-processing. Le pre-processing se concentre sur le système de bibliothèques mis en place pour les matériaux et les types de contacts. L'algorithme est ensuite détaillé de la discrétisation spatio-temporelle à la boucle de résolution. Finalement, le post-processing définit le type de sortie des simulations et fait le point sur les performances en temps de calcul.

La seconde partie du chapitre traite de la validation de la modélisation du fil de contact. Dans un premier temps, les conditions de validité du modèle sont définies par rapport aux essais expérimentaux et aux attentes de la SNCF en terme de précision et d'utilisation de l'outil informatique. Dans un second temps, les modélisations 1D et 2,5D du fil de contact sont comparées aux valeurs obtenues lors des essais expérimentaux. Cette partie se conclut par l'évaluation du respect du cahier des charges vis à vis des conditions de validité préalablement définies.

Le pantographe n'ayant pas fait l'objet d'essais expérimentaux dans le cadre de ces travaux de recherche, par manque de temps et parce qu'il ne s'agissait pas d'une priorité pour la SNCF, il n'y a pas eu de validation du modèle électrothermique 2D de la bande de captage. Des résultats de simulations seront néanmoins présentés.

4.1/ MISE EN ŒUVRE

4.1.1/ LANGAGE INFORMATIQUE MODÉLISATION

4.1.1.1/ PYTHON, LANGAGE ORIENTÉ OBJET

Python est un langage de programmation gratuit, utilisable sans restrictions commerciales et portable sur les différentes variantes d'Unix et de Windows. Il s'agit d'un langage complet convenant aussi bien à des scripts courts qu'à des projets complexes de plusieurs milliers de lignes. L'un des avantages de Python est la simplicité de sa syntaxe. Étant orienté objet, il utilise des types de données évoluées comme des listes ou des dictionnaires qui conduisent à des programmes compacts et lisibles.

La programmation dite "objet" s'attache à des entités, appelées objets, servant de contenant à des informations et à des fonctions. Les objets sont des entités indépendantes caractérisées par un type qui cadre leur utilisation. Par exemple les *listes* n'ont pas les mêmes attributs et possibilités que les *dictionnaires* ou que les *entiers*, pourtant il s'agit de trois types d'objets qu'il est possible de rencontrer en Python. Dans ce langage le type des objets n'a pas besoin d'être déclaré par le programmeur, il est automatiquement défini par la syntaxe. Le langage permet à un objet de s'ajouter ou s'enlever des attributs ou des méthodes.

D'un point de vue "vitesse d'exécution" le langage Python, comme la plus part des langages interprétés, n'est pas très performant. En revanche, un programme en Python commenté est souvent de 3 à 5 fois plus court qu'un programme *C* ou *C++*. Ce qui permet des temps de développement raccourcis par rapport à ces mêmes langages. De plus, sa lisibilité clarifie et simplifie la maintenance du code. Par ailleurs, la gestion des erreurs est prise en charge par un système d'exception. Le langage Python est extensible et peut facilement être interfacé avec des bibliothèques *C* existantes. Et pour finir, c'est un langage vivant qui continue à évoluer.

4.1.1.2/ LES BIBLIOTHÈQUES SCIENTIFIQUES

Le langage Python, bien que déjà riche, repose sur des bibliothèques additionnelles libres d'accès et permettant de réaliser des scripts plus spécifiques. Ainsi, pour les calculs scientifiques nécessaires au développement de l'outil informatique, trois bibliothèques sont particulièrement utilisées.

L'extension (ou bibliothèque) *Numpy* [98, 99, 100] sert à créer et manipuler des vecteurs, des matrices et des tableaux multidimensionnels. Elle permet d'opérer mathématiquement sur les matrices, et contient des fonctions servant à charger et sauvegarder les tableaux dans des fichiers. Le package de base, *Numpy* sert à réaliser et utiliser les tableaux. Ce module introduit le type d'objet "array", il s'agit de tableaux pouvant être multidimensionnels, comme des matrices, permettant d'utiliser des fonctions mathématiques. Les opérations classiques sur les tableaux se font élément par élément. Les opérations matricielles se font donc par le biais de fonctions propres au module. Par exemple, le produit matriciel $A \times B$ s'écrit *dot* (*A*, *B*). Lors du développement du logiciel de simulation du captage à l'arrêt, la bibliothèque *Numpy* sera largement utilisée. D'abord pour la création des matrices et pour toutes les opérations dans lesquelles elles sont impliquées. Mais aussi lors de la résolution des différents systèmes linéaires. Les calculs ainsi que la

sauvegarde des tableaux de résultats passent par *Numpy*.

Matplotlib est une bibliothèque destinée à tracer et visualiser des données sous formes de graphiques en 2D et 3D et qui permet de les exporter en de nombreux formats matriciels (PNG, JPEG ...) et vectoriels (PDF, SVG ...). *Matplotlib* n'est pas la seule extension de Python servant à tracer des graphiques mais son avantage réside dans la documentation et les nombreux exemples disponibles. Toutes les sorties graphiques de l'outil informatique de la SNCF seront tracées et enregistrées grâce à la bibliothèque *Matplotlib*.

Scipy [101, 102] est un module de Python regroupant des bibliothèques scientifiques. Il s'agit d'une distribution de modules d'algèbre, d'optimisation et de statistiques entre autres. *Scipy* sera utile au développement de l'outil notamment pour le module de matrice creuse (*Sparse*). Ce dernier sert à traiter plus efficacement les matrices creuses, c'est à dire les matrices contenant beaucoup de 0. Il permet de ne stocker en mémoire que les données non nulles des matrices tout en gardant la possibilité de réaliser des opérations sur ces tableaux une fois transformés. Cette méthode permet de libérer de la mémoire lorsque l'on réalise des opérations sur des matrices de grandes tailles et ainsi gagner en performance de calcul (temps d'exécution).

4.1.2/ PRE-PROCESSING

4.1.2.1/ BIBLIOTHÈQUE DES MATÉRIAUX

Les matériaux composant le fil de contact et la bande de captage intégrés dans l'outil informatique sont :

- le cuivre,
- le cuivre allié au magnésium,
- le cuivre allié à l'étain,
- le carbone,
- le carbone imprégné de cuivre.

Cependant le cahier des charges du logiciel prévoit la possibilité d'élargir cette liste à d'éventuels nouveaux matériaux, comme la bande de captage en carbone avec inserts en cuivre. Il y a donc nécessité de laisser les entrées de simulation dépendantes des matériaux accessibles à l'utilisateur. Le meilleur moyen de rendre facilement accessible les données matériaux est de les laisser en dehors du script. Il faut donc créer une base de données de type bibliothèque alimentant l'outil informatique. Les données stockées dans la bibliothèque sont en réalité les caractéristiques physiques des matériaux. Or, les caractéristiques physiques sont thermodépendantes. Pour pouvoir prendre en compte l'évolution des caractéristiques en fonction de la température, il faut non seulement pouvoir stocker les valeurs de références mais aussi les fonctions mathématiques les liant à la température. Les caractéristiques thermiques dont il est question sont :

- la conductivité thermique,
- la masse volumique,
- la capacité thermique massique,
- la résistivité électrique (ou la conductivité électrique).

Des essais de caractérisation des matériaux ont été réalisés pour obtenir les caractéristiques précédentes en fonction de la température de façon à alimenter la bibliothèque.

Pour simplifier l'intervention sur les données, la bibliothèque de matériaux est réalisée en fichier texte indépendant du script principal de l'outil informatique. Ces fichiers seront ap-

pelés par le logiciel en fonction des commandes activées par l'utilisateur. Dans le logiciel cela se traduit par une *classe* de fonctions dédiée au chargement des données matériaux. La *classe* "Bibliothèque" permet de lire et d'importer les données brutes comme des valeurs, mais aussi les fonctions mathématiques. Les bases de données intègrent donc le type et les paramètres des fonctions.

LISTING 4.1 – Bibliothèque des matériaux, exemple des caractéristiques électriques du cuivre pur

```
# Cuivre Pur
# Pour une evolution des caracteristiques en fonction
# de la temperature, par exemple de type polynomiale :
# 1) Preciser le type, ici polynomial = 'poly'
# 2) Mettre en parametres les coefficients dans
#    l'ordre des puissances decroissantes
# 1, 2, 4.5e-3 => 1*X**2 + 2*X + 4.5e-3
# Exemple:
# conductivite = poly
# conductivite = 1, 2, 4.5e-3

[Electrical]
# Resistivite en Ohm.m
resistivite_elec_20 = 1.6e-8
resistivite_elec_type = poly
resistivite_elec_param = 6.22e-11, -2.42384e-9

# Conductivite en S.m-1
conductivite_elec_20 = 6.e7
conductivite_elec_type = poly
conductivite_elec_param = 227.92, -185864., 6.e7
```

4.1.2.2/ BIBLIOTHÈQUE DES CONTACTS

Une partie des entrées nécessaires au fonctionnement de l'outil de simulation est tirée d'expérimentations réalisées lors de nos travaux et présentées dans le chapitre 3. Ces données expérimentales sont toutes indépendantes et propres à chaque cas de captage à l'arrêt. Un cas de captage est défini par les matériaux du fil et de la bande, leur usure, leur configuration ainsi que la force de contact. Les 36 cas de captage possibles se trouvent dans le tableau 4.1. Seulement 44% des cas identifiés sont caractérisés au moment de la rédaction (tab. 4.3). Une utilisation du logiciel est malgré tout possible car les cas les plus courants sont connus (fil en cuivre pur neuf et usé avec bande en carbone pur ou imprégné). Mais il sera nécessaire de réaliser des études expérimentales complémentaires pour s'assurer de couvrir la totalité des cas.

Les propriétés physiques du contact de chaque cas ont été déterminées en fonction de la force de contact. Pour certaines il a même été possible d'évaluer la fonction mathématique qui les lie à la force de contact. Les caractéristiques du contact utiles aux modèles sont :

- la surface,

		carbone pur			carbone imp.		
		neuve	usée		neuve	usée	
			centre	+200		centre	+200
cuivre pur	neuf	×	⊗	⊗	×	×	×
	usé	×	⊗	⊗	×	×	×
cuivre magnésium	neuf	×	⊗	⊗	×	×	×
	usé	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
cuivrer étain	neuf	×	⊗	⊗	×	×	×
	usé	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗

× : cas caractérisés ⊗ : cas non caractérisés

TABLEAU 4.1 – Cas identifiés de captage à l'arrêt.

- la résistance thermique,
- la résistance électrique.

Ces éléments permettent d'alimenter une base de données utilisée comme bibliothèque d'entrée par les modèles thermoélectriques du fil et de la bande. La bibliothèque des contacts intègre les évolutions linéaires des surfaces et des résistances thermiques de contact en fonction de la force. L'avantage de ce choix est la possibilité d'alimenter la bibliothèque avec de nouveaux essais pour compléter avec de nouvelles données ou de nouveaux cas de captage.

4.1.3/ ALGORITHME

4.1.3.1/ MAILLAGE ET DISCRÉTISATION TEMPORELLE

La première action de l'algorithme consiste à discrétiser les modèles, aussi bien spatialement que temporellement. Les discrétisations spatiales dépendent de la géométrie des solides et du contact. La discrétisation temporelle dépend de la durée d'alimentation électrique du système et sera la même pour toutes les modélisations.

Le modèle complet du système pantographe caténaire est articulé en 5 modélisations :

- fil 1D thermique,
- fil 2D électrique,
- fil 2D thermique,
- bande 2D électrique,
- bande 2D thermique.

MAILLAGE DU FIL EN 1D

La discrétisation spatiale de la modélisation 1D du fil de contact est séparée en trois parties, une pour chaque élément du modèle. La longueur de la partie représentant le contact n'est composée que d'un seul élément de maillage dont la longueur est fixée par la largeur de la bande (fig. 4.1). La discrétisation des deux autres parties est déterminée à partir des résultats obtenus par le modèle analytique. Le but de ce modèle est de calculer le flux dissipé dans la longueur du fil. Les distances entre les premiers points de chaque côté et le contact vont donc déterminer la précision du calcul des flux ϕ_1 et ϕ_2 dissipés dans l'axe du fil. En reprenant les notations du modèle analytique 1D du fil (voir

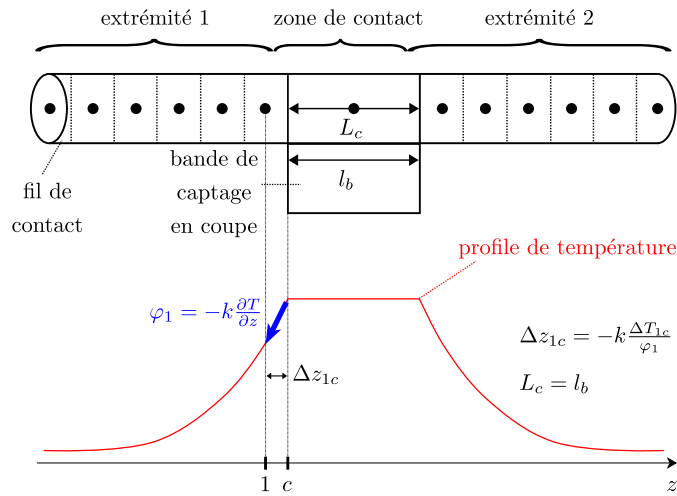


FIGURE 4.1 – Maillage 1D du fil adapté à la surface de contact.

paragraphe 2.4), les flux ϕ_1 et ϕ_2 s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} -k \frac{\partial \Theta_1}{\partial z} = -k \cdot m (\Theta_c - K_1) e^{(mz)} \\ k \frac{\partial \Theta_2}{\partial z} = -k \cdot m (\Theta_c - K_2) e^{(-mz)} \end{cases} \quad (4.1)$$

Les transformations algébriques des flux au contact, pour $z = 0$, permettent d'exprimer les pas maximum Δz_{1max} et Δz_{2max} de chaque côté du contact en fonction de l'écart de température, de l'échauffement du contact, de la production de chaleur et du coefficient d'échanges convectifs (eq. 4.2).

$$\begin{cases} \Delta z_{1max} = \frac{\Delta \Theta_1}{m(\Theta_c - K_1)} \\ \Delta z_{2max} = \frac{\Delta \Theta_2}{-m(\Theta_c - K_2)} \end{cases} \quad (4.2)$$

Par exemple, un cas défavorable pertinent pour un fil en cuivre pur consiste en un échauffement maximal au contact de 120 °C, une production de chaleur négligeable dans le fil et un coefficient de convection de $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. En estimant une différence de températures de 1 K nécessaire pour le calcul du flux, la distance entre la zone de contact et les premiers points de l'axe longitudinal de chaque côté du contact doit être au maximum de 2 cm, soit un minimum d'environ 250 points de chaque côté. Le maillage par défaut de la modélisation 1D du fil est issu des résultats du modèle analytique. Il est en revanche possible pour l'utilisateur d'augmenter le nombre de points de maillage de chaque côté du contact. La longueur du contact n'est pas modifiable et reste imposée par la géométrie de la bande.

MAILLAGE DU FIL EN 2D

Les deux modélisations 2D du fil reposent sur le même maillage. Il en est de même pour les deux modélisations 2D de la bande. En plus d'alléger la programmation, cette méthode permet de lier plus facilement les modèles. En effet, les résultats des modèles

électriques bidimensionnels doivent alimenter en production de chaleur interne les modèles thermiques. Donc, pour une même discrétisation, chaque valeur électrique correspond à un point de maillage qui correspond à une température calculée par le modèle thermique. Les maillages 2D du fil et de la bande sont calculés en fonction de la surface de contact. Dans les deux cas la surface de contact est ramenée à sa largeur l_c . La largeur de contact est calculée en considérant que le contact se fait sur toute la longueur possible L_c . La longueur de contact maximale est égale à la largeur de la bande l_b .

Pour le fil, la largeur de contact est projetée sur la circonférence de façon à déterminer le pas angulaire maximal $\Delta\theta_{max}$ (eq. 4.3) et donc le nombre de points minimum N_{min} sur l'axe angulaire θ (eq. 4.4) comme le montre la figure 4.2. Le nombre minimal de points sur l'axe angulaire est arrondi à l'entier pair supérieur. Toutefois il est possible pour l'utilisateur d'augmenter le nombre de points sur l'axe angulaire pour affiner la précision du calcul. Le nombre de points N imposé doit être pair et supérieur au nombre minimal de points calculés par le pas angulaire $\Delta\theta_{max}$.

$$\Delta\theta_{max} = \frac{l_c}{r} \quad (4.3)$$

$$N_{min} = \frac{2\pi}{\Delta\theta_{max}} \quad (4.4)$$

La seule contrainte sur le maillage dans le sens radial est la taille du nœud central. En effet, les études précédentes montrent que les simplifications imposées pour la résolution du centre du conducteur sont d'autant plus valables que la maille du centre est petite. Le nœud du centre est huit fois plus petit que la somme des nœuds de la première couronne pour n'importe quel maillage à partir de deux couronnes de points. L'un des critères à respecter pour le nombre de points M sur l'axe radial est donc $M \geq 2$.

Un maillage polaire régulier est par nature déformé, le ratio entre les longueurs radiales et angulaires des mailles étant disproportionné. Les mailles de surface sont les plus déformées car leur longueur radiale est deux fois plus petite alors que leur longueur angulaire est la plus importante du maillage. Pour corriger quelque peu cette déformation, le ratio entre les longueurs radiales et angulaires des nœuds de surfaces est imposé à 1. De plus, cette méthode permet d'exprimer le pas radial (eq. 4.5) et donc le nombre de points M en fonction de la discrétisation angulaire (eq. 4.6). Dans le cas où le point M est décimal, il est arrondi à l'entier supérieur.

$$\Delta r = 2r\Delta\theta \quad (4.5)$$

$$M = \frac{r}{\Delta r} \quad (4.6)$$

MAILLAGE DE LA BANDE EN 2D

Le maillage de la bande est rendu en partie automatique et dépendant de la surface de contact (fig. 4.3). La discrétisation dans la longueur de la bande est fixée par la largeur de contact, telle que $\Delta x = l_c$. Le pas Δx ne sera pas modifiable lors des simulations car le rapport entre la largeur du contact et la longueur de la bande est trop important et impose un maillage très fin. Le pas dans l'axe de la hauteur Δy est par défaut égal au pas longitudinal. Pour améliorer les temps de calcul il sera possible de diminuer le nombre

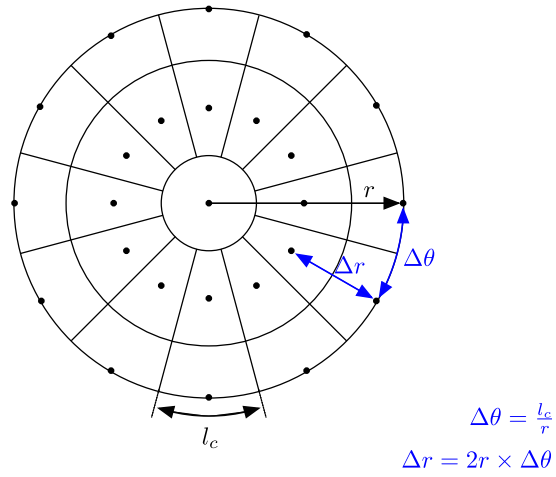


FIGURE 4.2 – Maillage 2D du fil adapté à la surface de contact.

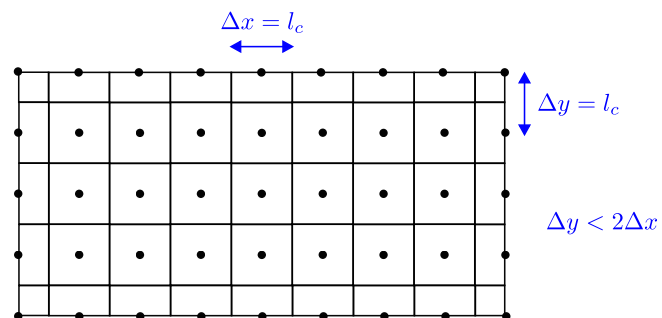


FIGURE 4.3 – Maillage 2D de la bande adapté à la surface de contact.

de points dans la hauteur. Toutefois le pas Δy ne pourra pas excéder le double du pas longitudinal Δx pour ne pas trop déséquilibrer le maillage.

La liberté de l'utilisateur dans la constitution du maillage est relative de façon à assurer les meilleures conditions possibles d'utilisation de l'outil de simulation. En revanche, la modélisation étant réalisée par une méthode implicite et donc inconditionnellement stable, l'utilisateur pourra intervenir librement sur le pas de temps afin de privilégier la performance du logiciel en terme de temps de calcul ou de précision. Le pas temporel sera par défaut d'une seconde, son augmentation diminuera la précision des résultats mais améliorera les temps de calcul. Réciproquement, la diminution du pas augmentera le nombre d'itérations et donc le temps de calcul mais améliorera la précision.

Les langages informatiques orientés "objet" permettent de regrouper les variables et les fonctions par *classe* pour faciliter leur utilisation et les traiter simultanément en leur imposant les mêmes entrées. Les discrétisations spatiales sont spécifiées à l'intérieur d'une *classe* appelée "Maillage" dans le script. C'est dans cette *classe* de variables que sont calculés les pas géométriques en fonction de la surface de contact, les nombres de points dans chaque direction ainsi que les surfaces de chaque élément de maillage. Les entrées de cette *classe* sont les données géométriques du système, les dimensions du fil et de la bande et la surface de contact. Les dimensions des solides sont directement entrées par l'utilisateur alors que la surface de contact est déduite par le logiciel du type de contact en fonction de la force. En revanche, le pas de temps est une entrée directe de l'outil, en y ajoutant la durée simulée déduite du temps d'alimentation électrique, on obtient la discrétisation temporelle pour tous les modèles.

4.1.3.2/ MISE EN ŒUVRE DES MODÈLES

Les discrétisations spatiales et temporelles étant établies, il reste à construire les systèmes matriciels à résoudre. La taille de chaque matrice est dépendante du maillage et le nombre d'itérations est défini par la discrétisation temporelle. Ces deux données auront un impact direct sur les performances de calcul de l'algorithme.

MODÈLE 1D

Le modèle 1D du fil de contact aboutit à la résolution d'un système matriciel tridiagonal de type $[A] \cdot [T] = [B]$. Le maillage monodimensionnel du fil fournit les données géométriques ainsi que le nombre de points p_i utilisés pour construire les matrices. Le système matriciel est constitué des équations détaillées dans le modèle thermique 1D du fil (voir paragraphe 2.4). On retrouve dans le premier membre la matrice A constituée des termes des produits impliquant les températures recherchées et le vecteur T des températures inconnues T_p^{i+1} . Le vecteur du second membre est le résultat des sommes des productions de chaleur interne, des termes connus issus des conditions aux limites et des températures au pas précédent T_p^i . Les caractéristiques thermophysiques alimentant le modèle proviennent de la bibliothèque des matériaux. Il en est de même pour les données de l'interface utilisées pour calculer la production de chaleur intégrée dans la zone de contact du fil. La production de chaleur produite à l'interface fil/bande est calculée en fonction du temps par le modèle analytique du contact (voir paragraphe 2.6) puis intégrée à chaque pas de temps au modèle thermique du fil au niveau du second membre (vecteur B).

La matrice A de taille $p_l \times p_l$ est constituée de la diagonale principale a , de la diagonale inférieure d et de la diagonale supérieure c . Une fois associée aux vecteurs T et B de taille p_l , l'ensemble forme le système matriciel de l'équation 4.7.

$$\begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ d_2 & a_2 & c_2 & & \\ & d_3 & a_3 & c_3 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & d_p & a_p \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_p \end{bmatrix}}_{\text{vecteur } T} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}}_{\text{vecteur } B} \quad (4.7)$$

matrice A vecteur T vecteur B

Les caractéristiques thermophysiques étant considérées constantes, la résolution de ce système est faite par la méthode de Thomas [103]. Elle consiste à transformer le système tridiagonal $[A] \cdot [T] = [B]$ en deux systèmes bidiagonaux (dit triangulaires) $[L] \cdot [y] = [B]$ et $[U] \cdot [T] = [y]$ en factorisant la matrice A en deux matrices L et U tel que $A = L \cdot U$ (eq. 4.8). La résolution de deux systèmes triangulaires est plus facile donc plus rapide que celle d'un seul système tridiagonal. Le coût en calculs de la résolution du système matriciel par la méthode de Thomas est de $8n - 7$ alors que ce même coût pour la résolution complète par la méthode de Gauss est de $\frac{2}{3}n^3 + 2n^2$.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ \delta_2 & 1 & & & \\ & \delta_3 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \delta_p & 1 \end{bmatrix} \text{ et } U = \begin{bmatrix} \alpha_1 & c_1 & & & \\ & \alpha_2 & c_2 & & \\ & & \alpha_3 & c_3 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \alpha_p & \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

avec,

les coefficients α de la matrice U , $\alpha_1 = a_1$ et $\alpha_n = a_n - \delta_n \cdot c_{n-1}$,

les coefficients δ de la matrice L , $\delta_n = \frac{d_n}{\alpha_n}$.

La résolution du système matriciel $[A] \cdot [T] = [B]$ par la méthode de Thomas est réalisée par une routine de calcul rédigée en C et importée par le script rendant l'algorithme particulièrement performant.

MODÈLES POLAIRES 2D

La modélisation électrique 2D du fil de contact repose sur la discrétisation bidimensionnelle du paragraphe 2.1.2.2, sur l'équation de répartition du courant électrique (voir paragraphe 2.2.1) et sur les équations du paragraphe 2.5.1. Le système matriciel obtenu, de la forme $[S] \cdot [U] = [J]$, est alors résolu numériquement. Les éléments de la matrice S du premier membre sont constitués de la conductivité électrique σ du matériau du fil ainsi que des données géométriques issues du maillage. Le vecteur des inconnus U représente les valeurs recherchées de potentiels. Le vecteur J du second membre est composé des densités volumiques de courant. Bien qu'elle ne dépende pas directement du temps, la répartition du courant électrique est résolue à chaque itération de façon

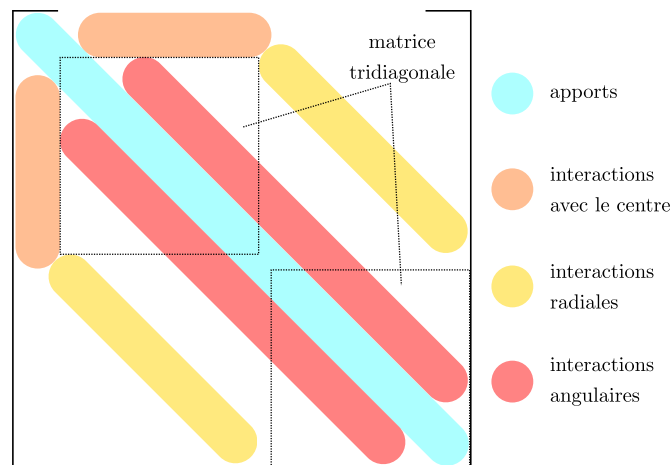


FIGURE 4.4 – Décomposition de la matrice du premier membre pour la résolution des systèmes des modélisations bidimensionnelles du fil de contact.

à prendre en compte l'évolution de la conductivité électrique avec la température pour chaque point de maillage.

Le système est donc composé de la matrice S de taille $p_f \times p_f$, et des deux vecteurs V et J de taille p_f . Puisque la modélisation s'appuie sur une discrétisation polaire, la forme de la matrice S ne permet pas de se servir de la méthode de Thomas utilisée sur le modèle 1D. En revanche, sa forme globale peut être décomposée par des blocs carrés (fig. 4.4). Ces blocs sont assimilables soient à des matrices diagonales, tridiagonales ou creuses (pleines de zéros). Cette décomposition facilite la construction de la matrice et permet d'envisager une résolution du système par bloc.

Les valeurs du système matriciel $[S] \cdot [V] = [J]$ sont majoritairement nulles. Il est donc intéressant de passer par un traitement en matrice creuse qui permettra de ne stocker dans la mémoire de la machine que les valeurs non nulles et leur emplacement dans chaque matrice. L'utilisateur décide de prendre en compte la variation des caractéristiques matériaux dans le calcul ou de la négliger. Ce choix aura un impact direct sur la méthode de résolution. Dans le cas où la dépendance des caractéristiques à la température est prise en compte, la résolution du système est réalisée par le solver "Umfpack" (*unsymmetric multifrontal package*) [104]. Les temps obtenus par la résolution directe ne justifient pas pour le moment de passer par une résolution en bloc, mais cette amélioration du script reste envisageable à l'avenir. Dans le cas où la thermodépendance est négligée, la résolution passe par une décomposition LU de la matrice S . La résolution du modèle thermique bidimensionnel du fil de contact est de la même forme que celle du modèle électrique et n'est donc pas détaillée dans cette partie.

MODÈLES CARTÉSIENS 2D

Comme pour le fil, les modélisations 2D électriques et thermiques de la bande de captage sont de la même forme. Seule la modélisation thermique est expliquée de façon à avoir un aperçu de chaque type de résolution. Le modèle thermique de la bande est basé sur la discrétisation 2D (x, y) cartésienne (voir le paragraphe 2.1.2.3). Il en résulte un système matriciel pentadiagonale de forme $[A] \cdot [T] = [B]$ (eq. 4.9) issu des équations du

paragraphe 2.5.2. Les termes composant la matrice A du premier membre du système sont constitués essentiellement des caractéristiques des matériaux venant de la bibliothèque et de données géométriques tirées du maillage. Les coefficients de la diagonale principale a sont les sommes des apports de chaque point. Quant aux diagonales secondaires, d et c représentent les interactions longitudinales (x) et e et f les interactions dans le sens de la hauteur (y) entre les points de maillage. À l'instar du modèle du fil, une option de résolution est laissée à l'utilisateur. Les caractéristiques peuvent être considérées comme constantes ou peuvent être recalculées à chaque pas de temps en fonction de la température. Lorsqu'elles sont considérées constantes, la matrice A du premier membre est décomposée en deux matrices L et U de façon à résoudre deux systèmes matriciels aux premiers membres constants, comme pour le modèle 1D du fil. Lorsque les caractéristiques sont considérées dépendantes de la température la résolution est effectuée par le solver "Umfpack".

$$\begin{bmatrix}
 a_1 & c_1 & & f_1 & & \\
 d_2 & a_2 & c_2 & & \ddots & \\
 & d_3 & a_3 & c_3 & & \\
 & & & & \ddots & f_{p-L} \\
 e_{L+1} & & & \ddots & \ddots & \ddots \\
 & \ddots & & & & \\
 & & e_p & & d_p & a_p
 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_p \end{bmatrix}}_{\text{vecteur } T} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}}_{\text{vecteur } B} \quad (4.9)$$

matrice A vecteur T vecteur B

4.1.3.3/ BOUCLE DE RÉOLUTION

La résolution du modèle transitoire électrothermique 2,5D du fil de contact se trouve nécessairement à l'intérieur d'une boucle itérative. Le nombre d'itérations dépend non seulement de la discrétisation temporelle, mais aussi de la dépendance des caractéristiques physiques des matériaux avec la température. En effet, durant un pas de temps il faut itérer sur les caractéristiques en fonction de la température (fig. 4.5). À chaque itération une nouvelle température est calculée, ce qui détermine de nouvelles caractéristiques et impose une nouvelle itération jusqu'au moment où la différence de température entre deux itérations est inférieure à une erreur ϵ fixée par l'utilisateur (*cf.* convergence). Laisser le choix du niveau de l'erreur à l'utilisateur permet trois types de résolution, en considérant les caractéristiques constantes, et les caractéristiques fonction de la température avec bouclage et sans bouclage si la valeur de l'erreur est volontairement élevée.

Le principe est le même pour la résolution du modèle transitoire électrothermique 2D de la bande de captage, à ceci près que le couplage ne concerne que les modèles 2D thermique et électrique et la résolution analytique du contact.

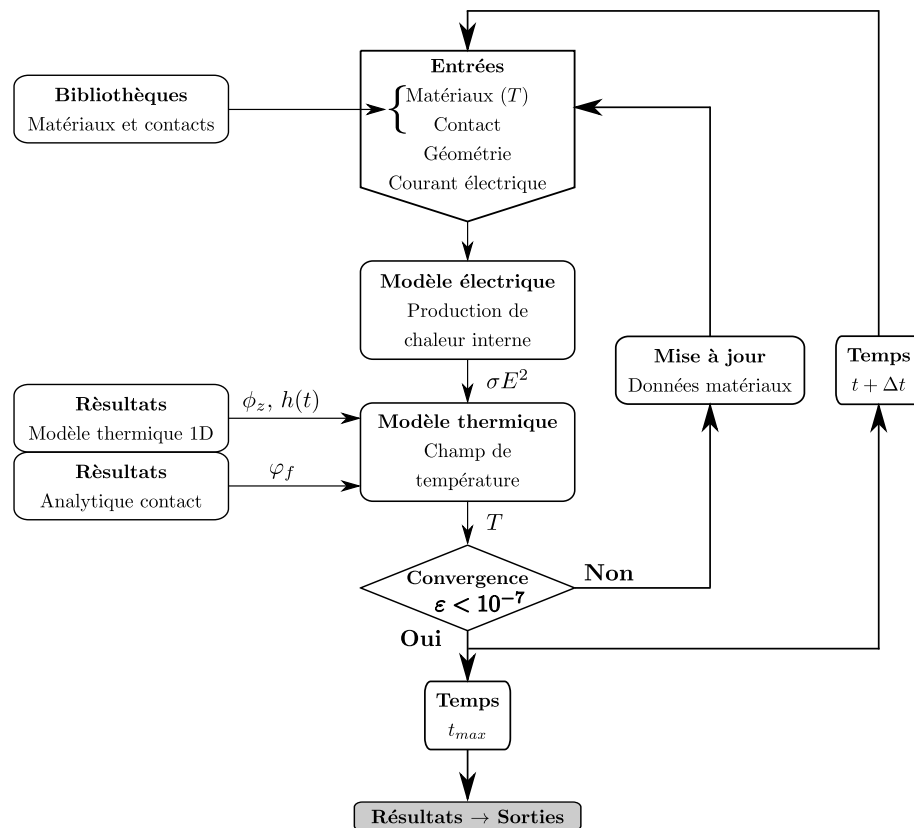


FIGURE 4.5 – Boucle de résolution du modèle thermique 2,5D du fil de contact

4.1.4/ POST-PROCESSING

4.1.4.1/ PERFORMANCES DE L'ALGORITHME

Les performances de l'algorithme sont mesurées en temps de calcul. Il n'est pas évident de détacher cette donnée de la machine sur laquelle est réalisée la mesure de la durée de travail de l'algorithme. En effet certaines caractéristiques propres à l'ordinateur, comme par exemple le temps d'accès à la mémoire, jouent un rôle dans les performances attribuées à l'algorithme.

Les performances présentées dans cette partie sont réalisées sur un ordinateur équipé d'un processeur *Pentium 4* de 3,2 GHz à deux cœurs et de 1,5Go de RAM. Les résultats sont comparés en fonction du type de résolution et du nombre de points de maillage. Pour être impartial les itérations dues au recalcul des caractéristiques sont supprimées pour ce test dans la méthode avec dépendance des caractéristiques en fonction de la température. Le maillage est défini pour un contact de 10 mm^2 soit 180 points angulaires. La densité de points est donc déterminée par le nombre de mailles dans le sens radial, de 5 à 15. Les méthodes de résolution comparées sont : *Umfpack* avec caractéristiques thermodépendantes et décomposition *LU* avec caractéristiques constantes. Le pas de temps est fixé à 1 seconde et la durée simulée est de 20 minutes soit 1200 itérations pour chaque méthode. Les résultats sont classés dans le tableau 4.2 et comparés dans la figure 4.6. Il s'agit de la moyenne arrondie des temps de calcul sur 5 essais pour chaque cas.

temps en s	Umfpack	LU
Maillage	dépendante	constante
900 points	118	3
1080 points	148	3,4
1260 points	186	3,6
1440 points	213	4,3
1620 points	249	4,6
1800 points	287	5,1
1980 points	336	5,3
2160 points	376	5,8
2340 points	431	6,1
2520 points	470	6,7
2700 points	510	7,5

TABLEAU 4.2 – Performances de l'algorithme en fonction du maillage et de la méthode de résolution, temps de calcul en secondes.

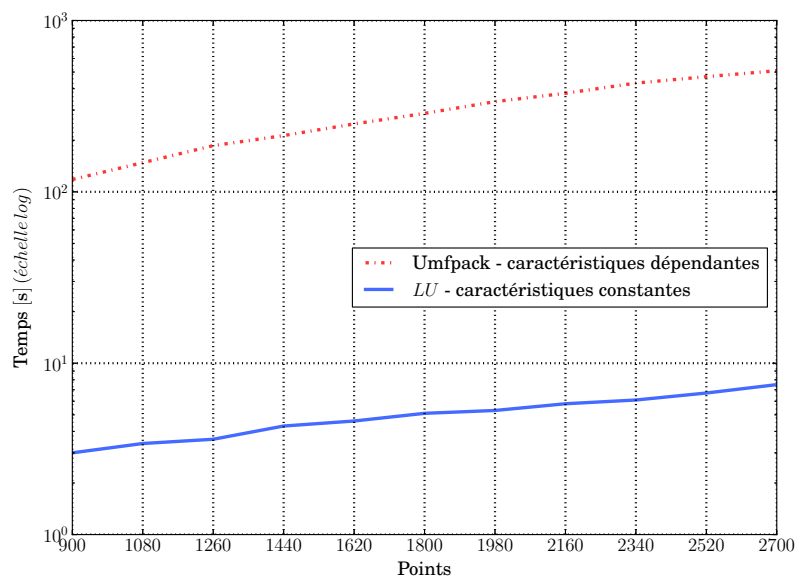


FIGURE 4.6 – Performances de l'algorithme en fonction du maillage et de la méthode de résolution, temps de calcul en secondes.

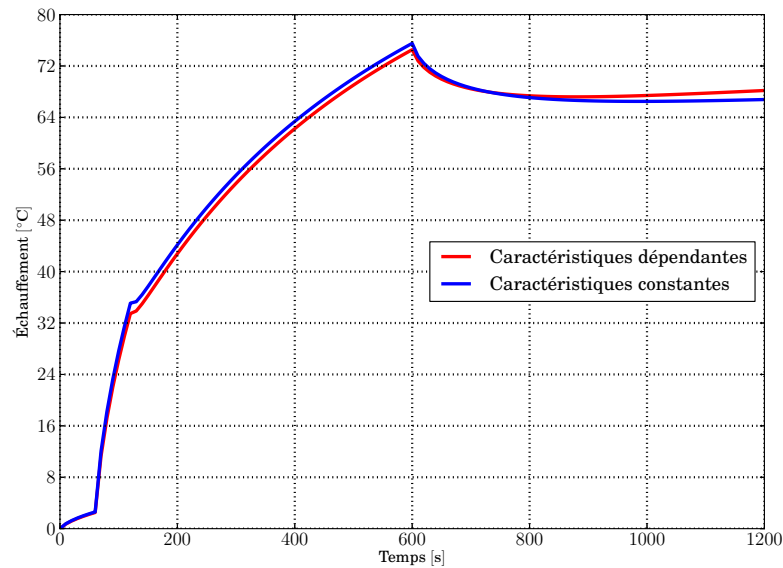


FIGURE 4.7 – Échauffement moyen du fil lors du captage à l'arrêt entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné pour une force de contact de 6 daN. Comparaison entre deux méthodes de résolution, l'une à caractéristiques physiques dépendantes de la température et l'autre à caractéristiques physiques constantes.

Les différences de performances poussent à vérifier les écarts entre les méthodes. Les résultats de la modélisation du fil de contact des méthodes *Umpack* avec caractéristiques dépendantes de la température et *LU* avec caractéristiques constantes sont comparées pour le cas bande neuve en carbone imprégné et fil neuf en cuivre pur, pour une force de 6 daN, un coefficient d'échanges convectifs de $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ et l'échelon de courant électrique utilisé par l'AEF (fig. 3.20). Les deux évolutions temporelles sont visible sur la figure 4.7. Considérant que la méthode avec recalcul des caractéristiques en fonction du temps est plus précise, elle fait office de référence pour le calcul d'erreur. L'erreur moyenne constatée au cours du temps sur la température de contact du fil pour la méthode à caractéristiques constantes est de 0,88 °C soit environ 2% en valeur relative.

L'influence de la dépendance des caractéristiques physiques des matériaux sur la température dans le calcul de l'échauffement du fil de contact est donc négligeable. Sachant que les évolutions des caractéristiques thermophysiques des alliages de cuivre avec du magnésium et de l'étain sont du même ordre de grandeur que pour le cuivre pur, la validation de la modélisation du fil est envisageable par la méthode *LU* à caractéristiques constantes.

4.1.4.2/ TYPE DE SORTIES

L'intérêt de l'outil de simulation est aussi la représentation graphique des résultats. En plus des valeurs brutes sauvegardées automatiquement dans des fichiers de type tableur ou texte (*.xls, *.txt), l'utilisateur pourra décider de tracer un certain nombre de données. Deux types de graphiques sont prévus dans la première version de l'outil, les courbes (fig. 4.8a) et les cartographies (fig. 4.8b). Voici une liste non exhaustive des résultats

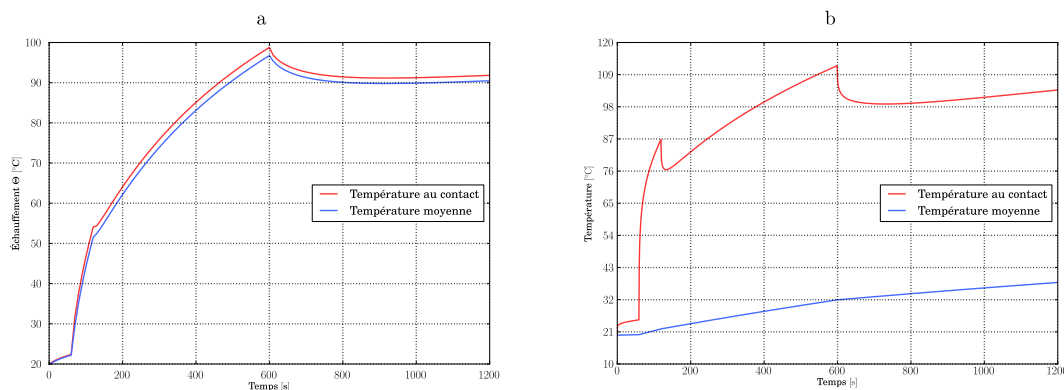


FIGURE 4.8 – Exploitations graphiques des modélisations du fil et de la bande. Cas du captage à l’arrêt entre un fil de contact en cuivre pur et une bande en carbone imprégné pour l’alimentation électrique de référence de l’AEF. (a) Courbes de l’évolution temporelle de la température moyenne et de la température au contact du fil. (b) Courbes de l’évolution temporelle de la température moyenne et de la température au contact de la bande.

traçables par l’outil :

- courbes :
 - températures en fonction du temps,
 - températures en fonction de l’espace,
 - flux de chaleur en fonction du temps,
- cartographie :
 - températures,
 - champs de potentiels,
 - champs électriques,
 - courants électriques.

Les graphiques sont ensuite sauvegardés dans un format matriciel (*.png) ou dans un format vectoriel (*.pdf) au choix de l’utilisateur.

CONCLUSION

Le script de la modélisation du captage à l’arrêt a été développé en Python. Ce langage permet à la SNCF un usage libre du logiciel en interne et à des fins commerciales. Sa syntaxe simple est un atout pour la maintenance du logiciel et surtout pour son évolution, l’outil informatique étant en effet destiné à s’étendre à d’autres problématiques.

La mise en œuvre du logiciel est articulée en trois étapes de développement. La première est la mise en place du pre-processing qui sert aux entrées du modèle, c’est la partie avec laquelle interagira l’utilisateur. Ensuite il y a le développement de l’algorithme, c’est à dire la construction des systèmes matriciels et des boucles de résolution, le cœur du programme. La dernière étape consiste à construire le post-processing qui traite les résultats pour ensuite les présenter soit sous forme de tableaux soit sous forme de graphiques. Pour s’assurer que l’outil puisse prendre place au sein d’une étude industrielle les performances en terme de temps de calcul sont vérifiées. En revanche, le cahier des charges de l’outil pour ce travail de recherche ne comprenait pas le développement de l’interface homme machine qui est à prévoir pour la suite.

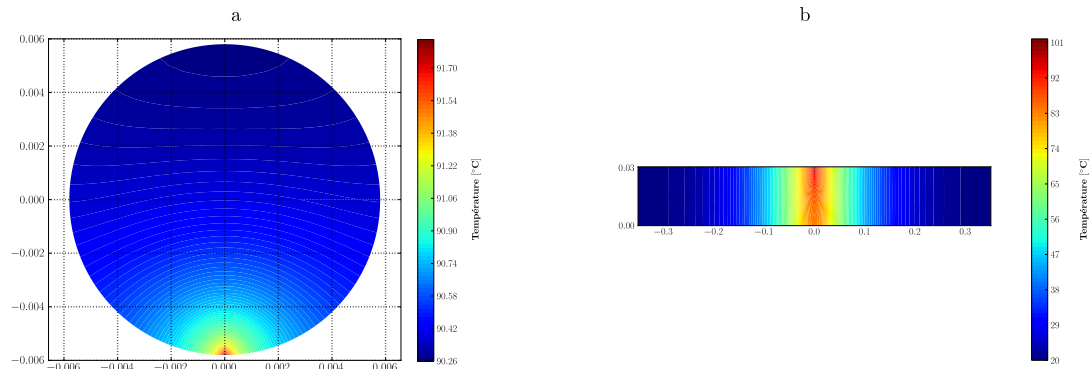


FIGURE 4.9 – Exploitations graphiques des modélisations du fil et de la bande en fin d'alimentation (1200 s). Cas du captage à l'arrêt entre un fil de contact en cuivre pur et une bande en carbone imprégné pour l'alimentation électrique de référence de l'AEF. (a) Thermographe de la coupe radiale du fil. (b) Thermographe de la coupe longitudinale de la bande.

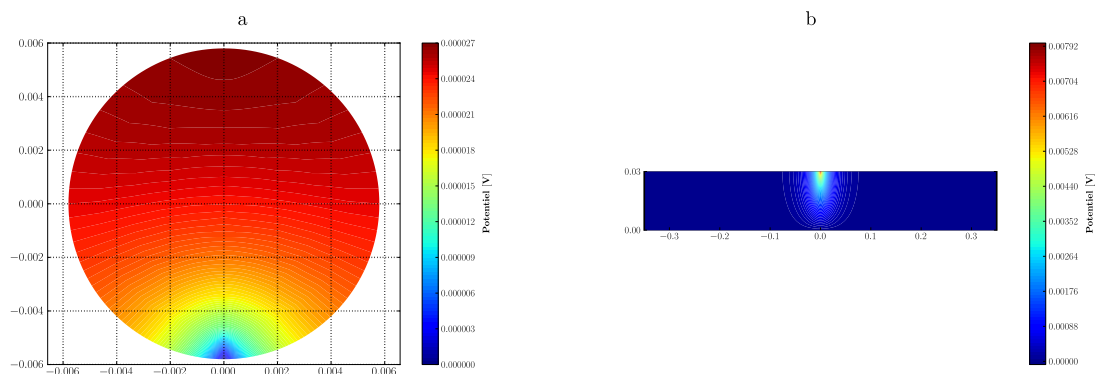


FIGURE 4.10 – Exploitations graphiques des modélisations du fil et de la bande en milieu d'alimentation (600 s). Cas du captage à l'arrêt entre un fil de contact en cuivre pur et une bande en carbone imprégné pour l'alimentation électrique de référence de l'AEF. (a) Potentiographe de la coupe radiale du fil. (b) Potentiographe de la coupe longitudinale de la bande.

Le reste du chapitre est consacré à la validation des modélisations du fil de contact lors du captage à l'arrêt. Après avoir défini les critères de validité du logiciel de simulation les résultats des modèles 1D et 2,5D du fil de contact sont comparés aux résultats expérimentaux. Une erreur relative est alors estimée permettant de quantifier le respect du cahier des charges défini lors de l'avant projet.

4.2/ VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS DE SIMULATION

4.2.1/ CRITÈRES DE VALIDATION DE L'OUTIL INFORMATIQUE

Le cahier des charges rédigé lors de l'avant projet prévoit la validation de l'outil de simulation, et plus particulièrement des résultats de la modélisation électrothermique du fil de contact, par comparaison avec des résultats expérimentaux. Cette close du cahier des charges ne quantifie pas la précision que doit atteindre le modèle.

Les valeurs expérimentales obtenues lors des essais de validation posent un certain nombre de problèmes. Chaque cas de captage à l'arrêt a été fait trois fois afin de tester la répétabilité du dispositif expérimental. Or, ces essais montrent un écart relatif moyen des valeurs expérimentales entre 4 et 6% en fonction des cas (usure, matériaux et force). Il faudrait réaliser un nombre plus important d'essais afin d'en tirer des données statistiques fiables à intégrer à la validation du modèle. Pour l'heure, et après discussion avec l'industriel, une marge de $\pm 5\%$ est utilisée comme référence pour établir une zone de tolérance autour des valeurs expérimentales. Cette zone va de -5% de la valeur minimale à $+5\%$ de la valeur maximale (fig. 4.11).

Pour quantifier la confiance qui peut être accordée à l'outil de simulation, un calcul d'erreurs relatives est réalisé par rapport à la moyenne des essais expérimentaux pour chaque cas. Même si le nombre d'essais n'est pas suffisant pour que la moyenne soit pleinement représentative, cette indication donne un ordre de grandeur quant à la précision de l'outil.

Le traitement des données expérimentales a permis de caractériser précisément le cas de captage fil neuf en cuivre pur et bande neuve en carbone imprégné. C'est ce cas type qui est présenté dans la validation du modèle du fil. Les caractéristiques du contact retenues pour ce cas sont synthétisés dans le tableau 4.3.

4.2.2/ VALIDATION DU MODÈLE DU FIL DE CONTACT

4.2.2.1/ COMPARAISON SPATIALE, VALIDATION STATIQUE DU MODÈLE 1D

La validation du modèle commence par la comparaison des résultats d'échauffement le long du fil de contact entre la simulation 1D et la moyenne des valeurs expérimentales pour un captage entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné. Deux niveaux de force de contact sont testés, 3 et 6 daN, qui représentent des cas relativement sensibles en terme d'échauffement. Les caractéristiques de ces contacts sont répertoriées dans le tableau 4.3. Il est important de noter qu'il n'y a aucun système de ventilation sur le banc d'essais et que la convection est donc considérée comme natu-

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

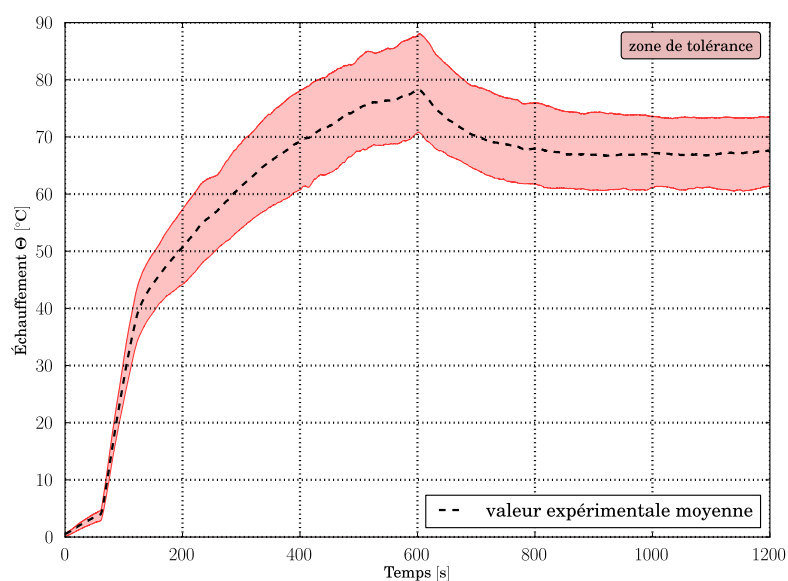


FIGURE 4.11 – Conditions de validité de l'outil par rapport aux résultats expérimentaux, zone de tolérance et moyenne des valeurs expérimentales.

	3 daN	6 daN
Surface de contact expérimentale [mm^2]	5	8
Résistance thermique expérimentale [$K \cdot W^{-1}$]	464	245
Recalage spatial calculé [mm]	-5	-17
Résistance électrique calculée [$m\Omega$]	8	6,8

TABLEAU 4.3 – Caractéristiques utilisées lors de la validation du modèle du fil de contact, cas de captage entre un fil neuf en cuivre pur et une bande de captage en carbone imprégné.

relle. Pour bien comprendre les comparaisons réalisées dans cette partie, il est rappelé que les mesures de températures sont réalisées en haut du fil, alors que les résultats de la simulation 1D représentent la température moyenne de la zone de contact. Les données numériques sont corrigées spatialement pour refléter au mieux la position réelle du contact. De façon à appuyer les comparaisons, trois périodes sont comparées pour chaque essai, au début (120 secondes), au milieu (600 secondes) et à la fin de l'essai (1200 secondes).

La comparaison des résultats numériques de simulation et des valeurs expérimentales pour le cas à 3 daN montre une disparité au niveau de la précision au cours du temps (fig. 4.12). L'erreur relative moyenne est beaucoup plus importante au début de l'essai, ce qui s'explique en partie par les niveaux d'échauffement. En effet, l'écart moyen de températures entre l'expérimental et le numérique n'est pas beaucoup plus grand à 120 secondes, environ 6,4 °C, qu'à 600 secondes, environ 4,2 °C. L'impact relatif de cet écart est plus important lorsque l'échauffement est faible. En revanche, l'erreur relative moyenne à la fin de l'essai descend sous les 9% malgré une baisse de l'échauffement. L'écart moyen de températures tombe à 1,7 °C.

Concernant le cas 6 daN de force de contact (fig. 4.13), on remarque l'écart des erreurs relatives moyennes entre la première partie de l'essai (avant 600 secondes) et la seconde (de 600 à 1200 secondes) s'accroît. Même si globalement les niveaux d'échauffement sont un peu moins importants, ceci n'explique pas l'erreur relative de 67% commise à 120 secondes (5,5 °C d'écart moyen) alors que cette même erreur passe sous la barre des 25% après 600 secondes (3,5 °C d'écart moyen à 600 secondes et 1,5 °C à 1200 secondes). Cette évolution de l'erreur en fonction du temps, soulève plusieurs questions qui doivent être tranchées lors de la validation dynamique de la simulation.

Les résultats obtenus par le modèle 1D, bien que discutables en terme de précision surtout au début de la simulation, sont satisfaisants. Il faut rappeler que l'objectif de ce modèle est avant tout le calcul des flux de chaleur dissipés le long du fil, donc le profil de température. Or, en ce qui concerne les formes des profils obtenus par la simulation, elles sont proches des courbes expérimentales, même si des écarts de niveaux sont notables. Les profils de températures permettent de calculer les pentes au point de contact, ce qui donne une approximation de la dérivée spatiale de la température et donc des flux de chaleur sortant.

4.2.2.2/ COMPARAISON TEMPORELLE, VALIDATION DYNAMIQUE DU MODÈLE 1D

Bien que satisfaisant en statique par rapport à l'utilisation qui en est fait, le modèle 1D du fil de contact soulève des questions en dynamique. En effet, les erreurs relatives relevées lors des comparaisons des profils de températures pour plusieurs périodes sont plus importantes au début des essais. Il est important de vérifier la dynamique de la simulation par rapport aux essais. Cette fois-ci, de façon à clarifier la comparaison, les résultats de simulation sont comparés à la moyenne des valeurs expérimentales mais aussi à une zone de tolérance qui s'étend à $\pm 5\%$ de leurs extremums. Les calculs d'erreurs relatives sont réalisés à partir de la moyenne des expérimentations. Les cas de captages précédents sont conservés ainsi que les données du tableau 4.3. Les données numériques sont bien entendues recalées par rapport à la correction spatiale calculée pour chaque cas dans le chapitre précédent.

La simulation du captage à 3 daN affiche une erreur relative moyenne de 12,4% avec les

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

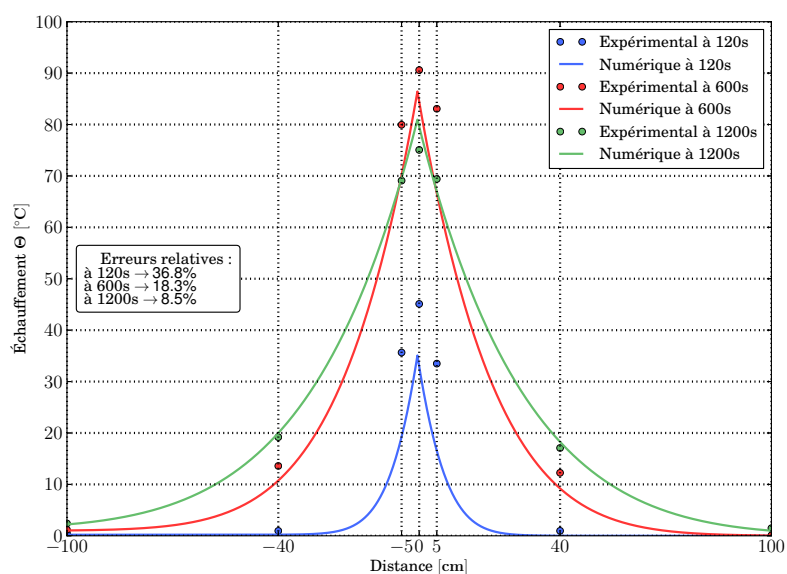


FIGURE 4.12 – Comparaison des profils d'échauffement entre les résultats de simulations numériques et les valeurs expérimentales pour le cas d'un captage monofilaire avec fil neuf cuivre pur, bande neuve carbone imprégné et force de contact 3 daN.

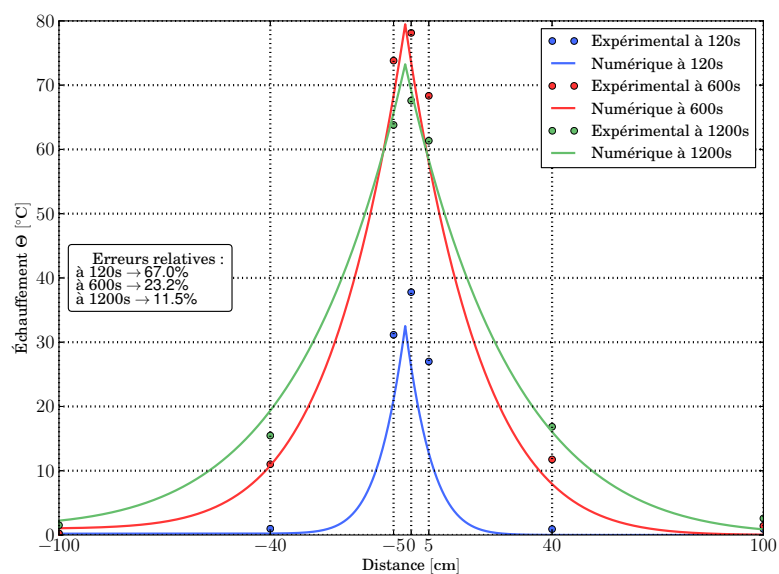


FIGURE 4.13 – Comparaison des profils d'échauffement entre les résultats de simulations numériques et les valeurs expérimentales pour le cas d'un captage monofilaire avec fil neuf cuivre pur, bande neuve carbone imprégné et force de contact 6 daN.

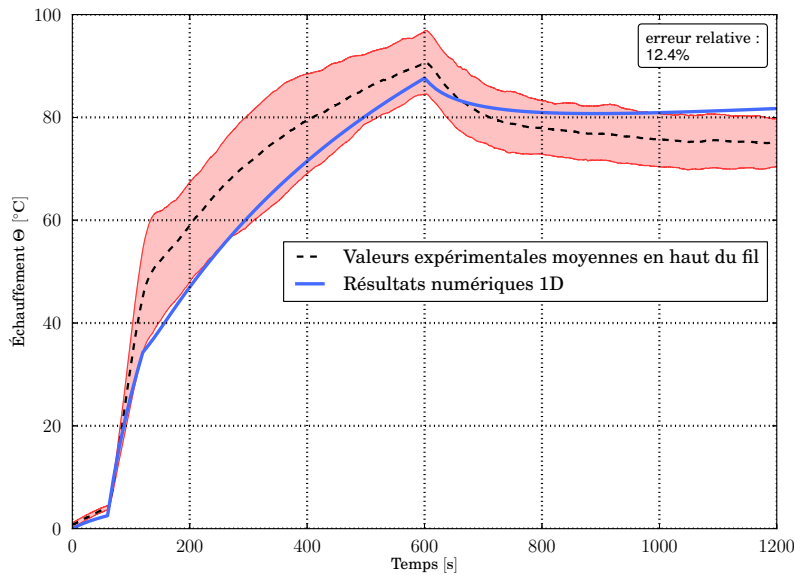


FIGURE 4.14 – Échauffement dynamique des résultats de la simulation numérique 1D et des valeurs expérimentales pour le cas monofilaire avec fil neuf en cuivre pur, bande neuve en carbone imprégné et force de contact de 3 daN.

valeurs expérimentales (fig. 4.14). L'importance de l'erreur relative est due à un retard du modèle par rapport à la mesure. Ce retard se remarque aussi bien à la montée en température qu'à la descente (après 600 secondes). Malgré l'erreur moyenne la température maximale atteinte par la simulation est proche de la moyenne des valeurs expérimentales (3 °C d'écart). L'évolution de l'échauffement est presque en permanence dans la zone de tolérance fixée en accord avec la SNCF.

Les mêmes remarques peuvent être faites pour le cas de captage à 6 daN (fig. 4.15). L'erreur relative moyenne entre la simulation et la moyenne des expérimentations est du même ordre de grandeur (12,1%) et est imputable au retard du modèle. De plus, mis à part au début de la simulation, la courbe des résultats numériques est globalement dans la zone de tolérance et la valeur maximale atteinte par le modèle n'est qu'à ± 3 °C de la valeur mesurée.

Physiquement, le retard thermique du modèle peut s'expliquer par plusieurs éléments :

- une sous estimation de la source de chaleur $\dot{q}$,
- une erreur sur les caractéristiques thermophysiques et notamment la chaleur spécifique c_p ,
- une mauvaise évaluation du coefficient d'échanges convectifs en régime de convection naturelle h .

4.2.2.3/ RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION COMPLÈTE DU FIL DE CONTACT

FLUX DE CHALEUR DISSIPÉ DANS L'AXE DU FIL, RÉSULTATS DU MODÈLE 1D

Certains écarts représentatifs sont relevés entre les résultats expérimentaux et la modélisation 1D du fil de contact. Malgré tout, les objectifs du modèle monodimensionnel

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

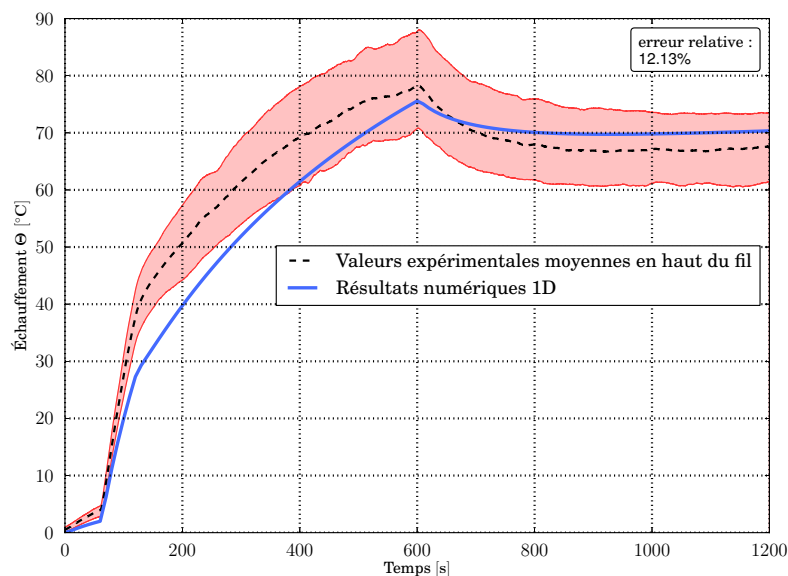


FIGURE 4.15 – Échauffement dynamique des résultats de la simulation numérique 1D et des valeurs expérimentales pour le cas monofilaire avec fil neuf en cuivre pur, bande neuve en carbone imprégné et force de contact de 6 daN.

sont atteints. La forme des profils permettant de calculer les flux de chaleur dissipés le long du fil (fig. 4.16) et les températures maximales atteintes correspondent aux résultats expérimentaux. Ces données sont utilisées par la modélisation 2,5D du fil pour calculer la température moyenne le long de la zone de contact de chaque élément de maillage. Les cas de captage utilisés pour la validation du modèle 1D du fil de contact sont repris. Il s'agit alors de vérifier l'intérêt de la modélisation 2,5D par rapport à la 1D.

ÉCHAUFFEMENT DU FIL DE CONTACT EN FONCTION DU TEMPS, APPORT DU MODÈLE 2,5D PAR RAPPORT AU MODÈLE 1D

Dans le cas du captage entre un fil de contact neuf en cuivre pur et une bande de captage neuve en carbone imprégné et pour une force de contact de 3 daN, la modélisation 2,5D améliore les résultats de simulation par rapport aux valeurs expérimentales de presque 2% passant à une erreur relative moyenne de 10,5%. De plus, l'évolution de l'échauffement se trouve à plus de 80% dans la zone de tolérance. La modélisation quasi 3D du fil a donc quelque peu corrigé les résultats de la simulation mais il reste un écart avec les valeurs mesurées, un écart causé encore une fois par le retard du modèle.

Les résultats obtenus par le modèle 2,5D permettent, en plus de l'analyse dynamique de l'échauffement, de visualiser les gradients de températures au sein du conducteur. La figure 4.18 représente une thermographie du fil de contact au bout de 600 secondes de simulation. Le gradient maximal de températures, entre le contact et la tête du fil, est de 3,3°C dans ce cas. Ce genre de thermographie peut par exemple appuyer l'homologation des bandes de captage dans les cas litigieux où la température mesurée en haut du fil serait à la limite de dépasser la valeur extrême de 120°C.

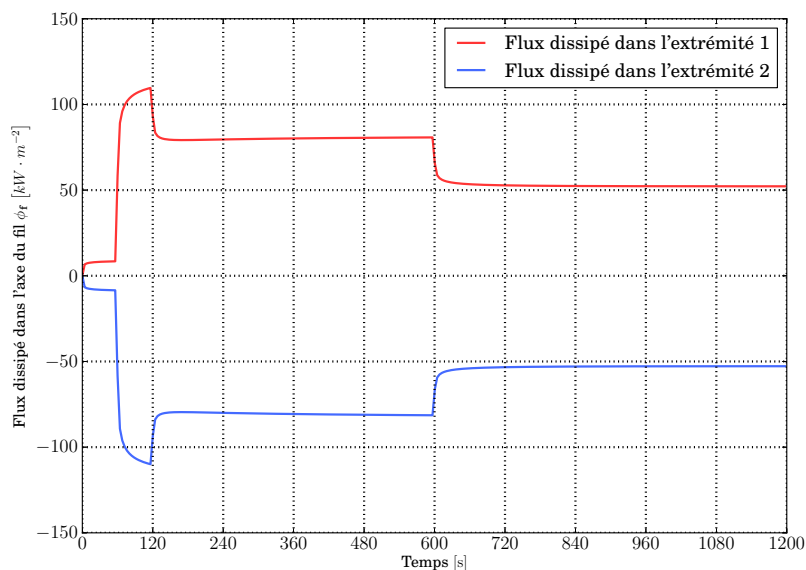


FIGURE 4.16 – Évolution temporelle du flux de chaleur dissipé dans l'axe du fil lors du captage à l'arrêt entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné pour une force de contact de 6 daN et l'alimentation électrique en échelon de l'AEF.

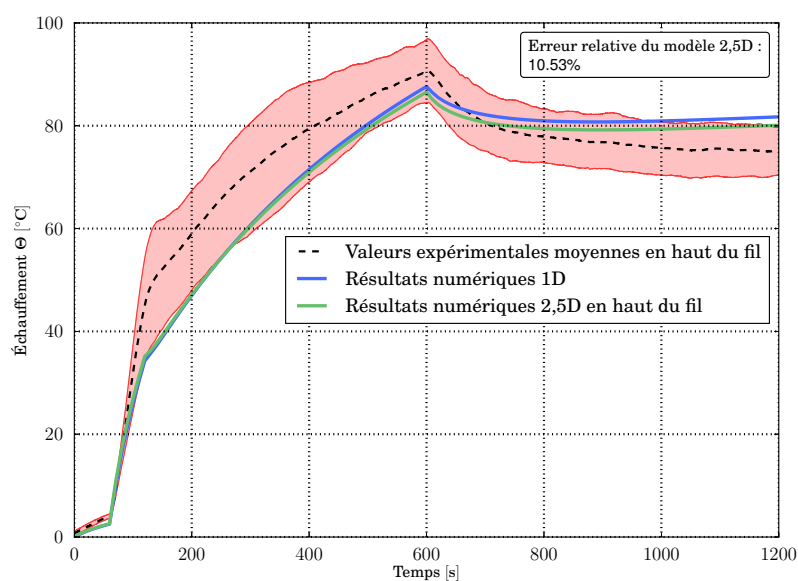


FIGURE 4.17 – Échauffement dynamique des résultats de simulations numériques 1D et 2,5D et des valeurs expérimentales pour le cas monofilaire avec fil neuf en cuivre pur, bande neuve en carbone imprégné et force de contact de 3 daN.

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

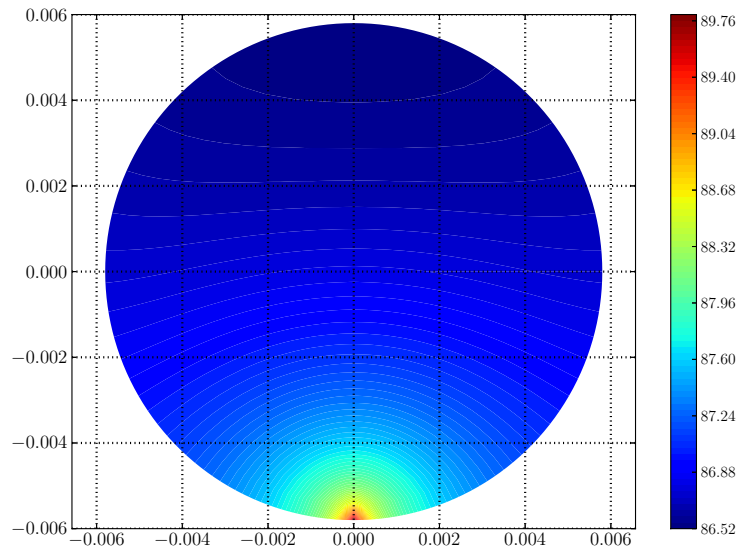


FIGURE 4.18 – Échauffement de la zone de contact obtenu par le modèle 2,5D à 600 secondes pour le cas d'un captage monofilaire avec un fil neuf en cuivre pur, une bande neuve en carbone imprégné et une force de contact 3 daN.

Le cas de captage à 6 daN est lui aussi amélioré par la modélisation 2,5D du fil de contact (fig. 4.19) avec une erreur qui passe de 12% à 9,5%. L'évolution de l'échauffement qui est à moins de 60% dans la zone de tolérance avec le modèle 1D du fil est d'environ 78% avec le modèle 2,5D.

ÉTUDE DE SENSIBILITÉ SUR LE RETARD DU MODÈLE NUMÉRIQUE PAR RAPPORT À L'EXPÉRIMENTAL

Même si le problème dynamique de la modélisation du fil est quelque peu corrigé par le modèle 2,5D et même si la valeur maximale de la simulation est très proche de la valeur maximale moyenne des expérimentations, le retard thermique des modèles du fil de contact nécessite une analyse. Une petite étude de sensibilité est réalisée en se basant sur la liste non exhaustive des caractéristiques pouvant jouer un rôle dans le retard du modèle thermique du fil (chaleur spécifique, coefficient de convection et production de chaleur) et en prenant le dernier cas de captage (6 daN, fil neuf cuivre pur, bande neuve carbone imprégné).

Concernant la chaleur spécifique massique c_p , son augmentation de 10% baisse sensiblement l'erreur commise par le modèle, de 9,5% à 9,1%. Elle permet surtout de passer à 86% de la courbe se trouvant dans la zone de tolérance. En ce qui concerne le calcul du coefficient d'échanges convectifs h , en passant à son calcul dynamique et en l'augmentant de 10%, l'erreur relative moyenne tombe à 8,5% et la proportion de la courbe étant en zone tolérée passe à 81%. Enfin, une variation de +5% sur la production de chaleur à l'interface engendre une hausse de l'erreur relative moyenne de +0,4%. Cependant elle augmente sensiblement la part de l'évolution de l'échauffement calculé numériquement dans la zone de tolérance, passant de 78% à 80%. Ces éléments ont bien un impact sur

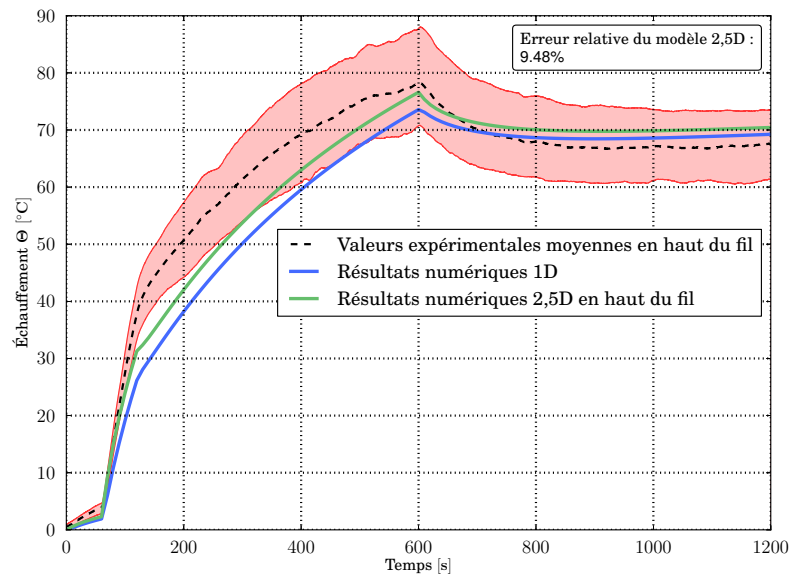


FIGURE 4.19 – Échauffement dynamique des résultats de simulations numériques 1 et 2,5D et des valeurs expérimentales pour le cas monofilaire avec fil neuf en cuivre pur, bande neuve en carbone imprégné et force de contact de 6 daN.

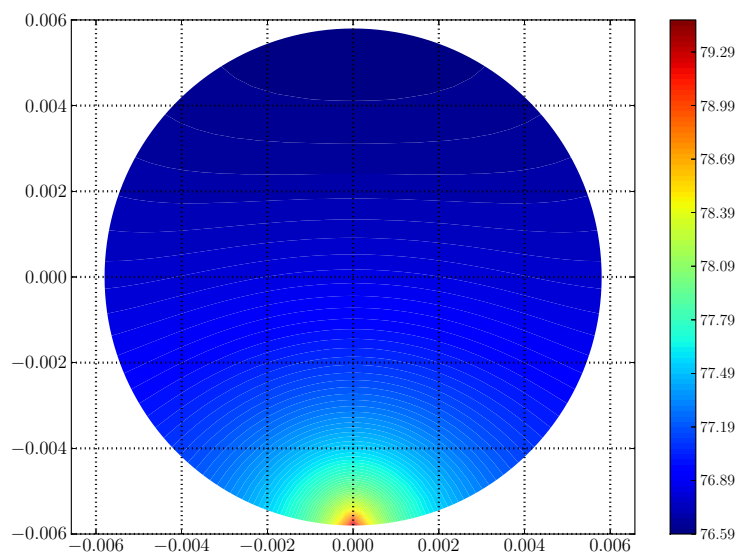


FIGURE 4.20 – Échauffement de la zone de contact, résultats obtenus par le modèle 2,5D à 600 secondes pour le cas d'un captage monofilaire avec un fil neuf en cuivre pur, une bande neuve en carbone imprégné et une force de contact 6 daN.

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

	Erreur relative moyenne [%]	Correspondance à la zone de tolérance [%]
Référence	9,5	78
$c_p + 10\%$	9,1	86
$h(t) + 10\%$	8,5	81
$\varphi + 5\%$	9,9	80

TABLEAU 4.4 – Étude sur l'impact de la chaleur spécifique massique c_p , du coefficient d'échanges convectifs h et du flux de chaleur issu de l'interface φ sur la dynamique d'évolution de l'échauffement.

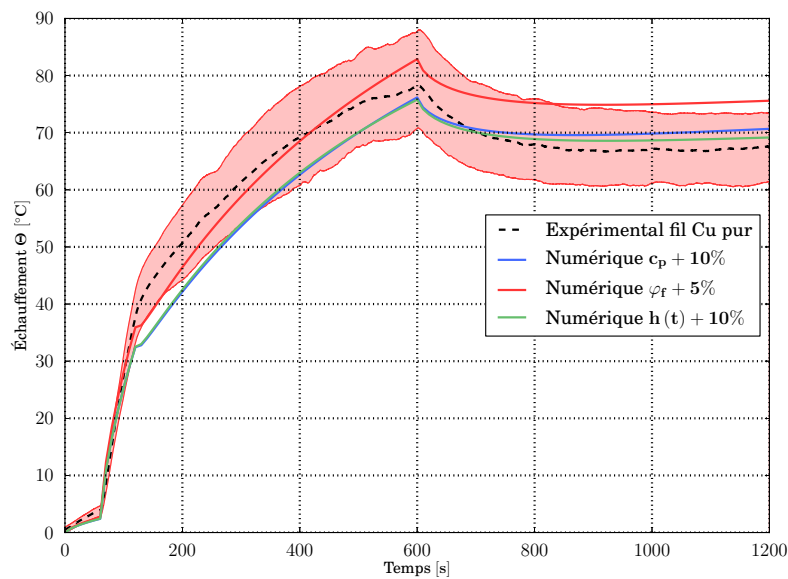


FIGURE 4.21 – Évolution temporelle de l'échauffement de fils neufs en cuivre pur, cuivre allié au magnésium et cuivre allié à l'étain. Résultats de simulations numériques du modèle 2,5D pour les cas de contact avec une bande neuve en carbone imprégné et une force de contact de 6 daN.

la dynamique de la courbe et notamment sur le retard de la modélisation par rapport à l'expérimental. Les résultats de cette petite étude de sensibilité sont synthétisés dans le tableau 4.4. On peut noter que la thermographie de ce cas de captage à 600 secondes de simulation montre un gradient de température maximal de 2,8 °C (fig. 4.20).

INFLUENCE DES MATÉRIAUX SUR L'ÉCHAUFFEMENT DU FIL DE CONTACT

L'utilisation de l'outil de simulation nous amène à tester l'influence des matériaux du fil de contact sur son échauffement. Le test consiste à comparer l'évolution temporelle de l'échauffement du fil pour les trois matériaux que sont le cuivre pur, le cuivre allié au magnésium et le cuivre allié à l'étain (fig. 4.22). La comparaison est faite pour une production de chaleur à l'interface identique pour les trois matériaux. Ce cas n'est pas réaliste dans le sens où la production de chaleur de l'interface est dépendante de la résistance électrique

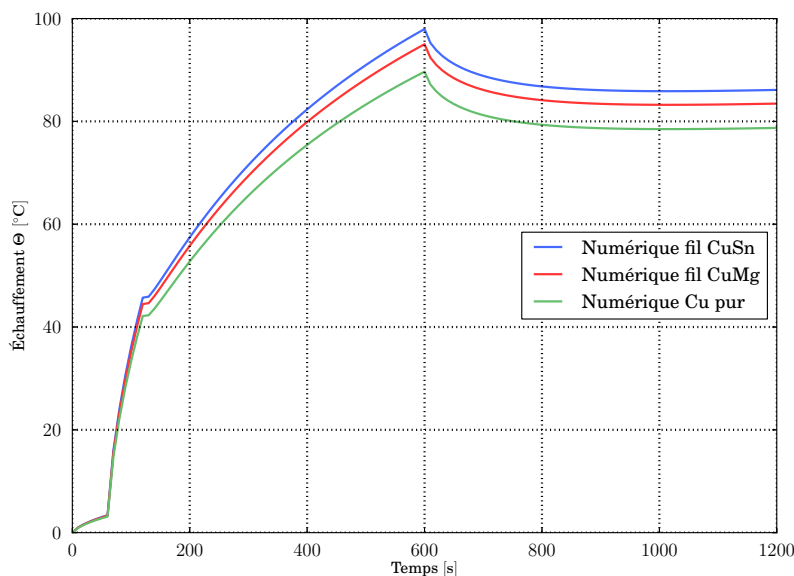


FIGURE 4.22 – Évolution temporelle de l'échauffement de fils neufs en cuivre pur, cuivre allié au magnésium et cuivre allié à l'étain. Résultats de simulations numériques du modèle 2,5D pour les cas de contact avec une bande neuve en carbone imprégné et une force de contact de 6 daN.

de contact et donc des matériaux, mais il permet de faire abstraction des caractéristiques du contact dans le test. Le cas étudié concerne un bande neuve en carbone imprégné, une force de contact de 6 daN et l'alimentation électrique est la même que celle utilisée lors des essais expérimentaux.

Les résultats numériques obtenus par la modélisation électrothermique 2,5D montrent que pour une même production de chaleur à l'interface fil/bande l'échauffement du fil de contact est dépendant du matériau. L'écart relatif moyen le plus important étant entre le cuivre pur et l'étain et d'une valeur de 9%. Le cuivre pur provoque l'échauffement du fil le moins important, il doit donc être favorisé lors du captage à l'arrêt. D'autant plus que les cuivres alliés sont électriquement plus résistif, il y a donc de fortes chances que la résistance électrique de contact pour les cas de captage avec des fils en cuivre magnésium ou en cuivre étain soit plus importante que pour un fil en cuivre pur. Il en résulterait une production de chaleur à l'interface plus importante pour les fils en alliage.

4.2.3/ RESPECT DU CAHIER DES CHARGES

Les résultats obtenus par la modélisation électrothermique 2,5D du fil de contact sont satisfaisants en l'état car ils répondent aux exigences imposées par la SNCF, notamment concernant la température maximale atteinte par le fil de contact. En revanche, les écarts observés et surtout l'impact qu'ont les différents éléments sur la dynamique de l'échauffement forcent à repenser le type de sorties que le modèle doit donner. En effet, il est difficile de prévoir l'impact sur l'échauffement de variations simultanées, même faibles, des différentes caractéristiques. C'est d'autant plus vrai si ces caractéristiques influencent le contact. Il est donc envisageable d'introduire une notion de cas favorables

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

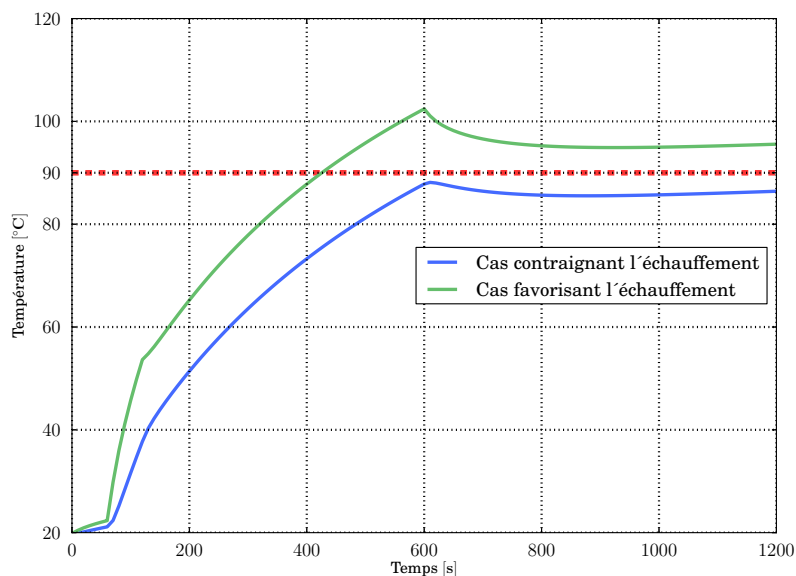


FIGURE 4.23 – Sorties de l'outil de simulation de l'échauffement du fil de contact de la caténaire envisageables. Résultats des cas favorable et défavorable à l'échauffement pour un type de captage.

et défavorables, de façon à soumettre à l'étude non pas un cas de captage figé mais deux possibilités opposées d'un même cas. C'est à dire, d'un côté les caractéristiques les plus contraignantes pour l'échauffement et de l'autre les caractéristiques favorisant l'échauffement.

Cette méthode permet de répondre pleinement à l'attente de la SNCF au sujet d'un outil d'aide à la décision. Lorsque les deux cas, favorable et défavorable à l'échauffement seront sous la limite de température imposée, alors le cas de captage étudié ne sera pas critique. En revanche, si le cas favorisant l'échauffement est le seul à dépasser le seuil limite (exemple de la figure 4.23), une étude approfondie sera nécessaire. Finalement, si les deux cas franchissent la température limite, le type de captage étudié est critique.

CONCLUSION

Les modélisations du fil de contact sont en grande partie validées en respectant les critères fixés lors de la rédaction du cahier des charges. L'échauffement maximal atteint par la simulation est à moins de 5% d'écart avec la moyenne des valeurs expérimentales et la dynamique des résultats numériques colle à près de 80% aux valeurs mesurées. Mais certains aspects de la validation soulèvent la question de la fiabilité de cette méthode par comparaison avec les résultats expérimentaux. Les écarts entre les valeurs expérimentales et les résultats de simulation sont regroupés dans le tableaux 4.5.

La faible répétabilité des essais expérimentaux réalisés dans le cadre de nos travaux a poussé à revoir les critères de validité du code. En partant des besoins de l'industriel, des impératifs techniques que demande un outil métier et de la nécessité de s'approcher au plus près des phénomènes physiques pour mieux les comprendre, nous avons choisi

		Erreur relative moyenne [%]	Correspondance à la zone de tolérance [%]
Modélisation 1D	3 daN	12,4	74
	6 daN	12,1	60
Modélisation 2,5D	3 daN	10,5	80
	6 daN	9,5	78

TABLEAU 4.5 – Erreurs commises par les simulations de captage entre un fil neuf en cuivre pur et une bande neuve en carbone imprégné.

de faire évoluer le type de sorties. Lors de l'étude d'un type de captage, il est préférable de lancer deux simulations contenant des combinaisons cohérentes de paramètres avec le type de captage, l'une étant susceptible de favoriser l'échauffement et l'autre de le contraindre.

CONCLUSION

Ce quatrième chapitre du mémoire permet d'associer et comparer les études théoriques électrothermiques développées lors des deux premiers chapitres, aussi bien dans la recherche bibliographique que dans la construction des modèles, avec les travaux expérimentaux. La première partie consacrée à l'algorithme finalise la modélisation électrothermique du fil de contact par la mise en œuvre du script informatique. La seconde partie apporte des réponses quant au parallèle possible entre expérimentation et simulation numérique. L'objectif de l'outil de simulation du fil de contact est de prévoir l'échauffement du conducteur pendant le captage à l'arrêt tout en s'inscrivant dans un contexte industriel. Deux aspects sont à prendre en compte, la performance de calcul et la précision des résultats.

Ce chapitre aborde le développement informatique sous Python et donne les premiers résultats de performance de l'algorithme. Le logiciel repose sur des bibliothèques de données expérimentales pour les matériaux et les contacts. Ces premières entrées sont complétées par des données géométriques permettant la construction du maillage. Enfin l'alimentation électrique du système donne la durée simulée. Une fois les discrétisations mises en place, les matrices puis les boucles de résolution se construisent. Finalement, les sorties graphiques et tableaux sont choisis par l'utilisateur. Les performances de l'outil (temps de calcul) sont au plus de 8 minutes 30 secondes pour une résolution matricielle de 2700×2700 et pour 1200 itérations. Ce temps de calcul peut être ramené à 7,5 secondes pour le même nombre de points et d'itérations en considérant les caractéristiques thermophysiques constantes. D'ailleurs, la différence de précision entre une résolution à caractéristiques constantes et une à caractéristiques dépendantes de la température est de 2% maximum. Cette erreur est considérée comme acceptable et permet de réaliser le reste des simulations avec des caractéristiques constantes.

La seconde partie s'intéresse justement à la précision relative de l'outil de simulation du fil de contact. Deux résultats sont vérifiés, d'abord la température maximale atteinte, puis la dynamique des évolutions temporelles de l'échauffement. La température maximale atteinte est l'objectif premier du modèle. C'est cette donnée qui conditionnera les conclusions et la prise de décision des études réalisées sur le futur outil. La dynamique de

4.2. VALIDATION : COMPARAISON ENTRE LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET LES RÉSULTATS

l'échauffement renseigne sur la physique mise en œuvre dans les modélisations et valide les hypothèses émises au cours du développement de l'outil. Concernant le calcul de la température maximale, la modélisation remplit les objectifs dressés par le cahier des charges en se situant à moins de 5% d'écart avec les valeurs expérimentales moyennes. Pour ce qui est de la dynamique des évolutions de l'échauffement, les différents modèles accusent un retard sur les montées et les descentes en température par rapport aux résultats expérimentaux. Plusieurs caractéristiques peuvent expliquer ce défaut, qui bien qu'il ne remette pas en cause la validité de la modélisation du fil, peut pousser à modifier la forme de l'exploitation des résultats de l'outil. En effet, suite à une étude paramétrique, des conclusions quant à la stabilité des résultats par rapport à la variation des entrées ont été tirées. La variance des résultats expérimentaux sur les caractéristiques de contact notamment mais aussi sur les matériaux oblige à aborder différemment les résultats de simulation. L'outil donnera donc deux résultats pour chaque cas de captage, correspondant aux caractéristiques extrêmes, favorable et défavorable à l'échauffement du fil. Cette approche facilite l'aide à la décision que doit apporter l'outil.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ce mémoire contient le cheminement du développement d'un outil informatique de simulation électrothermique du système pantographe/caténaire lors du captage de courant à l'arrêt. Il y est détaillé la caractérisation thermique et mécanique de l'interface de ce système. L'outil informatique de simulation repose sur la modélisation électrothermique transitoire 2,5D du fil de contact et 2D de la bande de captage. Ces modèles sont développés à l'aide de la méthode des différences finies exprimée en instationnaire implicite. Cette méthode a permis de mettre au point une résolution temporelle inconditionnellement stable. L'outil informatique fonctionne comme une "boîte noire" pour l'utilisateur, qui n'a qu'à entrer les données du type de captage à étudier pour obtenir l'échauffement du système. Les résultats sont présentés sous forme d'enveloppe entre les courbes du cas le plus favorable et du cas le plus défavorable du type de captage étudié. Les courbes sont comparées à une limite fixée à 90 °C par défaut et pouvant être modifiée. Les thermogrammes des coupes radiales du fil et longitudinales de la bande sont aussi disponibles pour chaque pas de temps calculé. L'architecture et les sorties de l'outil répondent aux exigences de la SNCF qui impose la mise au point d'un "logiciel métier" capable de s'intégrer aux études réalisées dans un cadre industriel.

Concernant les résultats de l'outil de simulation, les performances en temps de calcul sont intéressantes pour l'industriel surtout qu'il est possible de réaliser trois types d'essais pour le fil de contact. Les essais avec mise à jour des caractéristiques à chaque pas de temps permettent d'introduire une convection évolutive. Le recalcul des caractéristiques des matériaux et de la convection améliore quelque peu la précision (entre +2 et +4% par rapport aux autres méthodes) mais les temps de calcul sont assez long (510 s pour 2700 points de maillage et 1200 pas de temps). Les matrices avec caractéristiques constantes sont intéressantes aussi bien d'un point de vue performances (7,5 s pour 2700 points de maillage) que précision (environ 10% d'erreur). Il est aussi possible d'utiliser le modèle 1D seul du fil, son temps de calcul d'1 seconde pour 2000 points de maillage en fait un parfait outil de pré-étude, surtout avec sa précision avoisinant les 80%.

Le développement de l'outil de simulation a nécessité la caractérisation expérimentale du contact détaillée dans ce rapport. La mise au point de méthodes expérimentales originales est un des aspects importants de cette étude. Ceci a permis d'obtenir des valeurs jusque là inédites dans le domaine ferroviaire pour le système pantographe/caténaire. Les valeurs des caractéristiques du contact ont été déterminées en fonction de la force de contact pour plusieurs cas classiques de captage. Cette approche a servi à mettre au point une bibliothèque de caractéristiques de contact prenant en compte la dépendance des données à la force de contact par le biais de lois mathématiques. L'avantage principal des bibliothèques est leur accessibilité en dehors du script qui permet de faire évoluer le logiciel sans avoir à modifier le programme informatique.

Il reste par ailleurs des cas de captage à caractériser pour pouvoir balayer la totalité des couples pantographe/caténaire pouvant être rencontrés sur le réseau français. Pour

améliorer les performances de l'outil il sera aussi nécessaire de déterminer expérimentalement la résistance électrique de contact pour les cas correspondants aux études déjà réalisées. De plus, le logiciel est voué à s'adapter à un autre cas de figure provoquant des incidents comme le sectionnement critique. Dans cette configuration le pantographe est au contact de deux fils de caténaire et le courant passe d'un fil à l'autre en transitant par la bande. L'enjeu de ce cas est tout aussi important et une version modifiée de l'outil existant devrait être en mesure d'y répondre.

L'évolution de l'outil informatique est au centre de la suite du travail sur l'échauffement du fil de contact. L'amélioration du modèle analytique du contact est aussi envisageable. En effet, l'hypothèse émise pour le développement de ce modèle, à savoir un contact entre deux solides semi-infini, ne reflète pas la réalité. De plus, la méthode actuelle ne prend pas en compte la production de chaleur interne de chaque solide, ce qui peut induire une erreur. Il est aussi envisageable de passer à une modélisation complète en 3D. Le gain en précision n'étant pas quantifié, il est difficile de dire aujourd'hui s'il serait profitable par rapport au temps de calcul qui lui serait beaucoup plus important. La précision actuelle de l'outil étant satisfaisante cette amélioration n'est pas à l'ordre du jour pour le captage à l'arrêt mais pourrait s'avérer utile pour le sectionnement critique.

Dans le cadre de nos travaux d'autres projets annexes ont été réalisés et notamment deux stages de fin d'études. Le premier stage effectué portait sur l'étude thermique d'une solution technique optimisée de l'échauffement du fil de contact lors du captage à l'arrêt. Ces travaux ont abouti sur un dispositif thermique techniquement envisageable qui a entraîné la dépose d'un brevet aujourd'hui en cours. Le second stage avait pour sujet l'échauffement de la bande de captage lors de l'alimentation électrique du train en mouvement. Il était proposé par le Centre d'Ingénierie du Matériel (CIM) de la SNCF suite à la présentation de certains résultats de la thèse sur l'échauffement de la caténaire. Ces travaux, mettant en évidence une problématique physique complexe, ont abouti sur un sujet de thèse de doctorat en collaboration avec le CIM et l'institut de recherche FEMTO-ST. Cette nouvelle thèse doit normalement commencer en début d'année 2015.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AFNOR, "Norme ferroviaire europeenne 50318 et 50149," Technical report, 2002
- [2] ORE, "Rapport captage de courant a grande vitesse et a puissance elevee, A129 RP 6-F," Technical report, SNCF, 1976
- [3] G.Bucca, A.Collina, E.Tanzi, "Effect of impregnated carbon on contact wire lifetime. Comparative wear tests on plain carbon and impregnated carbon collector strips," Technical report, Universite Politechnique de Milan, 2009
- [4] ERRI, "Courant admissible au point de contact catenaire pantographe a l'arret et au demarrage, A 186 RP 2," Technical report, SNCF, 1996
- [5] M.Bramat, M.Villeneuve, *Technologie des metaux, controle et essais des soudures*, 2007
- [6] G.Bucca, A.Collina, R.Manigrasso F.Mappelli D.Tarsitano, "A methodology for correlating the quality of the pantograph-catenary contact with the harmonic content of the current collected A case of multiple current collection," *Ingeneria Ferroviaria*, volume 3, pp. 211–237, 2010
- [7] ERRI, "Mesure de la resistance electrique au point de contact "fil de contact - bande de frottement"," Technical report, SNCF, 1996
- [8] M.Deutzer, D.Rickers, W.Hentschker R.Kluge P.Welsch, "Ermittlung des Ubergangswiderstandes vom Fahrdrat zu den Schleifleisten," *Oberleitungsanlagen*, volume 108, pp. 454–460, 2010
- [9] AEF, "Investigation sur le banc de captage a l'arret suite a l'incident catenaire de la rame TGV A N367," Technical report, SNCF, 2011
- [10] A.Ndiaye, *Modelisation et simulation du systeme pantographe catenaire*, Master's thesis, Universite de Picardie, 2010
- [11] C.Nituca, "Thermal analysis of electrical contacts from pantograph-catenary system for power supply of electric vehicles," *Electric Power Systems Research*, volume 96, pp. 211–217, 2013
- [12] T.Ding, G.X.Chen, J.Bu W.H.Zhang, "Effect of temperature and arc discharge on friction and wear behaviours of carbon strip/copper contact wire in pantograph-catenary systems," *Wear*, volume 271, pp. 1629–1636, 2011
- [13] G.Bucca, A.Collina, "A procedure for the wear prediction of collector strip and contact wire in pantograph-catenary system," *Wear*, volume 266, pp. 46–59, 2009
- [14] M.A.Gabbott, "Catenary and pantograph design and interface," *Railway Electrification Infrastructure and Systems*, 2007
- [15] J.Pombo, J.Ambrosio, "Influence of pantograph suspension characteristics on the contact quality with the catenary for high speed trains," *Computers Structures*, volume 110, pp. 32–42, 2012

- [16] A.Pisano, E.Usai, "Contact force regulation in wire-actuated pantographs via variable structure control and frequency-domain techniques," *International Journal of Control*, volume 81, pp. 1747–1762, 2008
- [17] J.P.Massat, *Modelisation du comportement dynamique du couple pantographe-catenaire. Application a la detection de défauts dans la catenaire*, Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2007
- [18] N.Zhou, W.Zhang, "Investigation on dynamic performance and parameter optimization design of pantograph and catenary system," *Finite Elements in Analysis and Design*, volume 47, pp. 288–295, 2011
- [19] Y.H.Cho, K.Lee, Y.Park B.Kang Ki.Kim, "Influence of contact wire pre-sag on the dynamics of pantograph-railway catenary," *International Journal of Mechanical Sciences*, volume 52, pp. 1395–1546, 2010
- [20] M.Schaub, B.Simeon, "Pantograph-Catenary Dynamics : An Analysis of Models and Simulation Techniques." *Math and Computer Model of Systems*, volume 7, pp. 225–238, 2001
- [21] A.Alberto, J.Benet, E.Arias T.Rojó F.Cuartero D.Cebrian, "A high performance tool for the simulation of the dynamic pantograph-catenary interaction," *Mathematics and Computers in Simulation*, volume 79, pp. 652–667, 2008
- [22] L.Pons, "Etude theorique sur les echauffement de catenaire," Technical report, SNCF, 1990
- [23] F.Laarabi, *Etude du rechauffement et du refroidissement dans une catenaire*, Master's thesis, Universite de Franche-Comte, 2008
- [24] J.P.Mattera, *Developpement d'un outil de modelisation electrothermique d'une catenaire du domaine ferroviaire*, Master's thesis, CNAM, 2010
- [25] J.P.Mattera, R. Glises, Ph. Baucour A. Vaudrey S. Vershelde D. Chamagne, "Electrothermal Modelling of the railways catenaries." *IET Electr Syst Transp*, pp. 110–118, 2012
- [26] H.Khirzada, *Analyse de donnees permettant de degager les principaux facteurs causant l'echauffement du fil de contact des catenaires*, Master's thesis, Universite de Franche-Comte, 2010
- [27] Direction de l'ingenierie, IGTE ZC1, "Captage a l'arret, Rapport d'analyse des essais d'echauffement," Technical report, SNCF, 2011
- [28] H.Hertz, "On the contact of elastic solids." *J Reine Angew Math*, volume 92, pp. 156–171, 1882
- [29] H.Medjahed, *Contribution a la simulation electro-thermomecanique numerique 3D : appliquee a l'etude de la fiabilite des interrupteurs a semiconducteurs packages, utilises en traction ferroviaire*, Ph.D. thesis, Université de Toulouse, 2012
- [30] F.Gabriel, J-P.Bardon, D.Guilbaud J-C.Rouffignac, "Etude experimentale de la resistance thermique de contact entre de l'etain en cours de fusion et un creuset refroidi," *Revue Genie Thermique*, volume 36, pp. 354–370, 1997
- [31] R.S.Timsit, "The potential distribution in a constricted cylinder," *J Appl Phys*, volume 10, 1977
- [32] F.Robert, *Modelisation et simulation de transformateurs pour alimentations a decoupage*, Ph.D. thesis, Université libre de Bruxelles, 1999

- [33] J.P.Perez, R. Carles, R. Fleckinger, *Electromagnetisme. Fondements et applications*, 1997
- [34] F.T.Ulaby, E.Michielsen, U.Ravaioli, *Fundamentals of applied electromagnetics*, 2007
- [35] A.Barletta, E.Zanchini, "The temperature field in a cylindrical electric conductor with annular section," *Int J Heat Mass Transfer*, volume 38, pp. 2821–2832, 1995
- [36] F.Dubas, *Conception d'un moteur rapide a aimant permanents pour l'entrainement de compresseurs de piles a combustible*, Ph.D. thesis, Universite de Franche-Comte, 2006
- [37] J.Grandvuillemin, *Etude des phenomenes electrothermiques regissant les lignes d'alimentation d'un reseau electrique automobile*, Ph.D. thesis, Universite de Franche-Comte, 2009
- [38] F.Yang, "Current-induced thermal stresses in a metal cylinder," *Journal of applied physics*, volume 106, pp. 11–17, 2009
- [39] J.Martinet, *Elements de thermocinetique, conduction de la chaleur*, Technique et Document, 1989
- [40] J.R.Welty, *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*, 1976
- [41] G.Falkovich, *Fluid Mechanics*, 2011
- [42] F.Incropera, D.Dewitt, T.Bergman A.Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 2007
- [43] F.M.White, *Viscous Fluid Flow*, 2006
- [44] L.C.Burmeister, *Convective Heat Transfer*, 1993
- [45] K.Manohar, K.Ramroop, "A comparaison of correlations for heat transfer from inclined pipes," *International Journal of Engineering*, volume 4, pp. 268–278, 2010
- [46] A.Degiovanni, X.Y.Zhang, "Modele de resistances thermiques de contact entre deux surfaces cylindriques approche microscopique 3D," *Int J Heat Mass Trans*, volume 41, pp. 601–612, 1996
- [47] B.Bourouga, V.Goizet, J.P.Bardon, "Modele predictif de resistance thermique de contact dynamique adapte au cas de l'interface piece-outil de forgeage," *Int J Heat Mass Trans*, volume 46, pp. 565–576, 2001
- [48] M.Belghali, F.Danes, "Mesures thermiques et profilometriques 3D pour etudier l'influence de la pression apparente sur la resistance thermique et la microgeometrie des contacts metalliques," *Revue Genie Thermique*, volume 35, pp. 28–38, 1996
- [49] A.Bairi, N.Laraqi, "Theory of thermal resistance between solids with randomly sized and located contacts," *Int J Heat Mass Transfer*, volume 45, pp. 4175–4180, 2002
- [50] N.Laraqi, J-P.Bardon, "Influence de l'excentration des asperites sur la resistance thermique de constriction statique ou glissante," *C R Academie des Sciences Paris*, volume 326, pp. 547–552, 1998
- [51] T.Loulou, R.Abou-Khachfe, J-P.Bardon, "Estimation de la resistance thermique de contact durant la solidification du verre," *Int J Therm Sci*, volume 38, pp. 984–998, 1999
- [52] C.L.Yeh, Y.F.Chen, C.Y.Wen K.T.Li, "Measurement of thermal contact resistance of aluminum honeycombs," *Experimental Thermal and Fluid Science*, volume 27, pp. 271–281, 2003

- [53] M.Siroux, H.Kasem, J.Thevenet B.Desmet-P.Dufresnoy, "Local temperatures on the pin-disc interface using infrared metrology," *Int J of Th Sci*, volume 50, pp. 486–492, 2011
- [54] B.Bushan, *Principles and Applications of Tribology*, 1999
- [55] B.Bushan, "Magnetic head-media interface temperatures part 1 & 2," *ASME J. Tribol*, 1987
- [56] F.E.Kennedy, *Surface temperature measurement, Friction, Lubrication and Wear Technology, Metals Handbook*, 1992
- [57] F.Colin, A.Floquet, "Combination of finite element and integral transform techniques in a heat conduction quasi-static problem," *Int J Numer Methods in Engg*, volume 26, pp. 13–26, 1986
- [58] C.Fieberg, R.Kneer, "Determination of thermal contact resistance from transient temperature measurements," *Int J Heat Mass Trans*, volume 51, pp. 1017–1023, 2008
- [59] M.R.Ward, *Electrical Engineering Science*, 1971
- [60] L.Fechant, *Le contact électrique - Phenomenes physiques et materiaux*, 1996
- [61] R.S.Timsit, "Electrical contact resistance : Properties of stationary interface," *IEEE Trans on Comp and Pack Tech*, volume 22, pp. 85–98, 1999
- [62] R.Holm, *Electric Contacts : Theory and Applications*, 1967
- [63] N.Aderghal, *Repartition des flux de chaleur generes par frottement mecanique et modelisation des temperature a l'interface des contacts dynamiques Cuivre-Acier et Cuivre-Graphite*, Ph.D. thesis, Universite Mentouri Constantine, 2012
- [64] M.N.Ozisik, *Heat Transfer, a basic approach*, 1985
- [65] A.Kaw, E.Kalu, *Numerical Methods with Applications*, 2008
- [66] M.R.Laydi, "Une methode nodale a deux niveaux pour la resolution du probleme de Stokes," *C R Acad Sci*, volume 324, pp. 1075–1078, 1997
- [67] H.Boyer, J.P.Chabriat, B.Grondin-Perez-C.Tourrand-J.Brau, "Thermal building simulation and computer generation of nodal models," *Building and Environment*, volume 31, pp. 207–214, 1996
- [68] K.W.Morton, D.F.Mayers, *Numerical Solution of Partial Differential Equations, An Introduction.*, 2005
- [69] O.Rubenkonig, *The Finite Difference Method (FDM) - An introduction*, 2006
- [70] J.L.Batoz, G. Dhatt, *Modelisation des structures par elements finis*, 1990
- [71] S.Matle, S.Sundar, "Axi symmetric 2D simulation and numerical heat transfer characteristics for the calibration furnace in a rectangular enclosure," *Applied Mathematical Modelling*, volume 36, pp. 878–893, 2012
- [72] A.S.Reimer, A.F.Cheviakov, "A Matlab-based finite-difference solver for the Poisson problem with mixed Dirichlet-Neumann boundary conditions," *Computer Physics Communications*, volume 184, pp. 783–798., 2013
- [73] J.P.Demailly, *Analyse numerique et equations differentielles*, 2006
- [74] J.C.Jimenez, A.Sotolongo, J.M.Sanchez-Bornot, "Locally Linearized Runge Kutta method of Dormand and Prince," *Applied Mathematics and Computation*, volume 247, pp. 589–606, 2014

- [75] E.Hairer, S.P.Norsett, G.Wanner, *Solving ordinary differential equations I : Nonstiff problems*, 1993
- [76] J.P.Thiran, M.Matelart, B.Le Bailly, "On the generalized ADI method for the matrix equation $X - AXB = C$," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, volume 156, pp. 285–302, 2003
- [77] Z.F.Tian, "A rational high-order compact ADI method for unsteady convection-diffusion equations," *Computer Physics Communications*, volume 182, pp. 649–662, 2010
- [78] S.Singh, D.You, "A multi-block ADI finite-volume method for incompressible Navier-Stokes equations in complex geometries," *Journal of Computational Physics*, volume 230, pp. 7400–7417, 2011
- [79] R.Choufany, G.Lavaud, M.Albertelli P.Breitkopf-C.Vayssade, "Couplage faible hydraulique et thermique dans la modelisation du refroidissement d'une piece automobile," *Colloque National en Calcul des Structures*, 2009
- [80] Wong, P.Tri, *Modelisation numerique 3D des phenomenes couples dans les procedes d'elaboration par induction*, Ph.D. thesis, Institut Polytechnique de Grenoble, 2008
- [81] S.A.Schaaf, "On the superposition of a heat source and contact resistance," *Quarterly of Applied Mathematics*, volume 5, pp. 107–111, 1947
- [82] G.Y.Gao, Q.S.Chen, J.F.He F.Liu, "Investigation of ground vibration due to trains moving on saturated multi-layer ground by 2.5D finite element method," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, volume 40, pp. 87–98, 2012
- [83] A.Petrau, *Simulation numerique multidimensionnelle d'ecoulements estuariens*, Ph.D. thesis, Universite de Pau, 2009
- [84] J.F.Wendt, *Computational Fluid Dynamics.. An Introduction*, 1996
- [85] J.Perho, *Reluctance Network for Analysing Induction Machines*, Ph.D. thesis, Helsinki University of Technology, 2002
- [86] K. M. Smith, P. Holroyd, N. Hiller, *Engineering Principles for Electrical Technicians*, 1968
- [87] V.T.Morgan, "Effect of mixed convection on the external thermal resistance of single-core and multicore bundled cables in air," *IEE Proc Gener Transm Distrib*, volume 1992, pp. 109–116., 139
- [88] V.T.Morgan, "External thermal resistance of aerial bundled cables," *IEE Proc C Gener Transm Distrib*, volume 140, pp. 65–72, 1993
- [89] S.W. Churchill, H.H.S. Chu, "Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder," *Int J Heat Mass Trans*, volume 18, pp. 1049–1053, 1975
- [90] S.W. Churchill, H.H.S. Chu, "Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate," *Int J Heat Mass Trans*, volume 18, pp. 1323–1329, 1975
- [91] S.Amrane, P.Baucour, E.Gavignet F.Lanzetta, "Experimental and theoretical study of microthermocouple used as cooling device," *Int J Heat Mass Transf*, 2012
- [92] A.Vaudrey, *Estimation des Conditions de Frontieres en Geometrie Cylindrique a l'aide des Problemes Inverses*, Master's thesis, CREST, 2002

- [93] R.H.Pletcher, J.C.Tannehill, D.A.Anderson, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 2012
- [94] A.Bruno-Alfonso, L.Cabezas-Gomez, H.Aparecido Navarro, "Alternate treatments of jacobian singularities in polar coordinates within finite-difference schemes," *World Journal of Modelling and Simulation*, volume 8, pp. 163–171, 2012
- [95] V.Gatto, J.P.Bardon, Y.Scudeller, "Analyse du phenomene de constriction thermique au sein d'un milieu cylindrique avec retournement a 180 degres des lignes de flux," *C R Mecanique*, volume 330, pp. 615–621, 2002
- [96] H. S. Carslaw, J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 1986
- [97] O.Lopez-Garciaa, A.Carnicero, J-L.Marono, "Influence of stiffness and contact modelling on catenary-pantograph system dynamics," *Journal of Sound and Vibration*, volume 299, pp. 806–821, 2007
- [98] Oliphant, Travis E., *Guide to NumPy*, Provo, UT, March 2006
- [99] Ascher, David, Dubois, Paul F., Hinsén, Konrad, Hugunin, James, and Oliphant, Travis, *Numerical Python*, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, ucrl-ma-128569 edition, 1999
- [100] Dubois, Paul F., Hinsén, Konrad, and Hugunin, James, "Numerical Python," *Computers in Physics*, volume 10, no. 3, May/June 1996
- [101] Jones, Eric, Oliphant, Travis, Peterson, Pearu, *et al.*, "SciPy : Open source scientific tools for Python," , 2001–
- [102] SymPy Development Team, *SymPy : Python library for symbolic mathematics*, 2009
- [103] W.Ford, *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2014
- [104] T.A.Davis, "Umfpack, an unsymmetric-pattern multifrontal method," *ACM Transaction on Mathematical Software*, volume 30, pp. 196–199, 2004

Résumé :

Dans le domaine ferroviaire de nombreux incidents ont montré le problème de l'échauffement de la caténaire au droit du contact avec le pantographe durant le captage de courant à l'arrêt. L'échauffement à l'interface pantographe/caténaire peut entraîner la rupture du fil de contact de la caténaire. Le travail présenté dans cette étude, issu de la collaboration entre la SNCF et l'institut FEMTO-ST, vise à améliorer la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu. L'objectif à terme est d'anticiper une maintenance coûteuse comme le remplacement du fil de contact. Un modèle électrothermique 2D transitoire du fil de contact a été développé et couplé à un modèle thermique 1D transitoire pour obtenir une modélisation quasi 3D. La modélisation, alimentée par des données expérimentales, permet de déterminer la répartition du courant électrique et donc la production de chaleur interne. Une modélisation électrothermique de la bande vient compléter le système.

Abstract:

In the railroad and trains domain, many incidents show the main problem of overheating of the catenary at the contact with the pantograph when the train was stopped whereas all the electrical systems of the train should nevertheless be fed. Analysis of these incidents has shown that the overheating of the interface catenary-pantograph during the ream conditioning was sometimes at the origin of the break of the contact wire. In order to forecast such very expensive problems for the company, the French National Railway Company (SNCF) and the research institute FEMTO-ST carried out theoretical and experimental studies to better understand this phenomenon. First a quasi 3D transient electrothermal modeling tool has been developed for the contact wire. It has also permitted to estimate the distribution of current in the wire in order to obtain the internal heat power generation. An electrothermal modelisation of the strip complete the system. Finally the heat transfer equation in the wire with particular boundary conditions has been solved in all the finite differences network thanks to the Euler's implicit method.

The logo for SPIM (École doctorale SPIM) features a stylized 'S' followed by the letters 'PIM' in a large, white, sans-serif font. A yellow horizontal bar is positioned to the left of the 'S'.

■ École doctorale SPIM 16 route de Gray F - 25030 Besançon cedex

■ tél. +33 (0)3 81 66 66 02 ■ ed-spim@univ-fcomte.fr ■ www.ed-spim.univ-fcomte.fr

The logo of the University of Franche-Comté (UFC) features a stylized 'U' and 'FC' in a large, black, sans-serif font. Below the letters, the words 'UNIVERSITÉ' and 'DE FRANCHE-COMTÉ' are written in a smaller, black, sans-serif font. A yellow vertical bar is positioned to the left of the 'U'.