Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Thèse de doctorat

Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de

VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRESIS

Spécialité : **Automatique**

Présentée et soutenue le 19 Décembre 2013 par

Quoc Viet DANG

(version finale)

Ecole doctorale:

Sciences pour l'Ingénieur (SPI)

Equipe de recherche, Laboratoire:

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH)

Conception et commande d'une interface haptique à retour d'effort pour la CAO

JURY

Président du jury:

Pr. Kouider Nacer M'SIRDI (Polytech Marseille, LSIS)

Rapporteurs:

Pr. Philippe FRAISSE (Université Montpellier 2, LIRMM)
Pr. Ahmed EL HAJJAJI (Université de Picardie Jules Vernes, MIS)

Examinateur:

Dr. Mohamed BOURI (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, LSRO)

Encadrants de thèse:

Pr. Michel DAMBRINE (Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, LAMIH)
Dr. Antoine DEQUIDT (Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, LAMIH)
Dr. Laurent VERMEIREN (Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, LAMIH)

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés principalement dans le cadre d'une allocation de recherche du projet Européen NIIT4CAD avec l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis. Trois années de travail au sein du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique, d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH) ont permis d'aboutir à ce travail, au cours desquelles de nombreuses personnes ont apportés leurs connaissances et leur soutien. Je tiens à remercier toutes ces personnes qui, de près ou de loin ont permis de concrétiser ce travail.

Mes plus profondes gratitudes vont tout d'abord à mes superviseurs, Monsieur le Professeur Michel DAMBRINE, Monsieur le Maître de Conf. Antoine DEQUIDT et Monsieur le Maître de Conf. HdR Laurent VERMEIREN pour leurs suivis scientifiques, leurs disponibilités, leur soutien, leur encadrement régulier, leurs conseils précieux, leur patience continue, leur encouragement et pour le partage de leurs expériences de recherche, en particulier lors des nombreuses relectures du mémoire, ainsi que pour leur écoute et leur amitié.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Dr. Mohamed BOURI pour ses conseils très pertinents, ses précieuses remarques et les bons moments partagés durant les travaux expérimentaux qui m'ont aidé à avancer dans la bonne direction. Je tiens à remercier Monsieur Sébastien PAGANELLI (LAMIH), Monsieur Dr. Willy MAEDER (EPFL) et Monsieur Marc ROSIQUE (IUT de Valenciennes) pour m'avoir donné des conseils et des soutiens techniques sur la conception et la fabrication du banc d'essais.

Je suis profondément reconnaissant à Monsieur le Professeur Philippe FRAISSE et Monsieur le Professeur Ahmed EL HAJJAJI qui ont gentiment accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire, ainsi que Monsieur le Professeur Kouider Nacer M'SIRDI d'avoir accepté de juger mon travail.

J'adresse mes remerciements à Monsieur le Professeur Thierry-Marie GUERRA, le directeur du LAMIH de m'avoir accueilli pendant ces trois ans. Je tiens à remercier tous les membres du LAMIH et avec qui j'ai partagé des moments agréables tout en préparant cette thèse de doctorat. Merci à ceux qui m'ont aidé dans les démarches administratives pour la bonne ambiance qui règne au sein du service. Je pense à Madame Isabelle OLIVEIRA-MACHADO, Madame Sylvie RUBENS, Madame Maureen COURBEZ pour leurs aides et hospitalités. Je remercie également Madame le Professeur Gudrun ALBRECHT (LAMAV) pour sa collaboration.

J'adresse spécialement un grand merci à la famille d'Antoine-Hélène : Simon, Paul, Camille, Charlotte et Juliette pour les bons moments agréables et sympathiques, qui enrichissent ma vie en France. Finalement, j'aurais une attention particulière pour mes parents et ma famille, pour leur soutien au quotidien, ma clé de voûte.

Conception et commande d'une interface haptique à retour d'effort pour la CAO

Résumé :

Les interfaces haptiques à retour d'effort sont des dispositifs robotiques capables de produire des forces à destination de l'utilisateur en téléopération et en réalité virtuelle. L'utilisation d'interface à retour d'effort en Conception Assistée par Ordinateur (CAO) offre de nouvelles perspectives pour la création et la conception de formes 3D grâce à une interactivité à la fois visuelle et kinesthésique. Elles permettent à la fois de visualiser, de manipuler en temps réel des objets virtuels et d'en ressentir les efforts (liés aux contacts, à la déformation, etc.).

Les travaux présentés dans cette thèse contribuent au développement d'interfaces à retour d'effort pour répondre au mieux aux besoins de la CAO. Dans ce mémoire, l'accent est placé sur la problématique de la stabilité et son exploitation pour la commande de l'interface mais aussi pour la conception électromécanique. L'ensemble des travaux porte sur une interface à un degré de liberté.

Dans un premier temps, différents facteurs liés au système mécanique (amortissement, modes vibratoires) et à l'environnement virtuel (échantillonnage, retard. . .) agissant sur la stabilité d'une interface sont mis en évidence à l'aide de critères fréquentiels. Ensuite, la conception d'une interface (choix et dimensionnement des composants) est ramenée sous forme d'un problème d'optimisation incluant une contrainte liée à la stabilité (en termes de domaine d'utilisation) et un critère de maximisation de la transparence (en termes d'inertie du dispositif).

Dans un second temps, l'architecture de commande des dispositifs haptiques est étudiée. À l'aide d'une nouvelle condition de stabilité asymptotique pour les systèmes en temps discret à retard variable et en utilisant un observateur d'état augmenté comme alternative à l'utilisation standard de la méthode des différences finies arrières, la synthèse d'une nouvelle architecture de commande est proposée.

La dernière partie du mémoire aborde la description du banc d'essai expérimental développé pendant le travail de thèse ainsi que les résultats des tests réalisés.

Mots-clés : système haptique à retour d'effort, conception optimale, retard variable, stabilité de Lyapunov, observateur d'état augmenté.

Design and control of a force feedback haptic interface for applications in CAD systems

Abstract :

Force feedback haptic interfaces are robotic devices which are able to produce forces for the user in a teleoperation or virtual reality context. The integration of force feedback haptic interfaces in Computer-Aided Design (CAD) systems offers new perspectives for modeling and design of 3D objects by combining both visual and kinesthetic interaction. It allows viewing and manipulating virtual objects in real-time with a sense of touch (linked to contact, deformation, etc.).

The works presented in this thesis contribute to the development of a force feedback haptic device to meet the needs of CAD at the best. In this thesis manuscript, the emphasis is put on the stability issue and its exploitation for the control of the device but also for the electromechanical conception. All the presented works concern an interface with one degree of freedom. First, several factors relative to the mechanic system (physical damping, vibration modes) and to the virtual environment (sampling period, delay-time, etc.) acting on the interface stability are highlighted through frequency domain stability criteria. Then, the interface design (choice and sizing of components) is expressed on the form of an optimization problem including a constraint linked to stability (in terms of application area).

In a second part, the control architecture of haptic devices is studied. Using a new stability criterion for systems in discrete time with variable delay and an augmented state observer as an alternative to the standard finite difference scheme, the synthesis of novel control architecture is proposed.

The last part of the manuscript deals with the description of the experimental test bench developed during the thesis period together with the results of some realized tests.

Keywords : force feedback haptic system, optimal design, time-varying delay, Lyapunov stability, augmented state observer.

Table des matières

Table des matières ix
Liste des figures xiii
Liste des tableaux xvii
Glossaire et abréviations xix
Notations xxi

Introduction générale **1**
Contexte de la thèse 1
Motivation 1
Plan de la thèse 2
Liste des publications réalisées dans le cadre de la thèse 3

1 Réalité virtuelle et interfaces haptiques à retour d'effort **5**
1.1 Etat de l'art 5
1.1.1 Haptique et Réalité virtuelle : Définitions 5
1.1.2 Classification des interfaces haptiques 7
1.1.3 Historique des interfaces haptiques à retour d'effort 11
1.1.4 Quelques applications 14
1.2 Architecture de base d'un système haptique à retour d'effort 17
1.2.1 Perception haptique humaine 18
1.2.2 Environnement virtuel 19
1.2.3 Interface haptique 19
1.3 Principes du rendu haptique 20
1.3.1 Module de détection de collision 21
1.3.2 Module de génération de forces 21
1.3.3 Module d'algorithmes de contrôle 23
1.4 Caractéristiques et performances d'une interface haptique à retour d'effort 23
1.4.1 Caractéristiques 23
1.4.2 Performances 24
1.5 Conception Assistée par Ordinateur avec retour d'effort 24
1.5.1 Conception Assistée par Ordinateur 24
1.5.2 Apports de l'interfaçage haptique 25
1.5.3 Défis de l'interfaçage haptique en CAO 27
1.6 Objectif de la thèse 27

2 Analyse de stabilité d'un système haptique à retour d'effort **29**
2.1 Problématique 29
2.2 Modélisation d'un système haptique à retour d'effort 30
2.2.1 Modèles mécaniques du dispositif haptique 30

2.2.1.1 Modèle mécanique rigide 31
2.2.1.2 Modèle à 1 mode de corps flexible 31
2.2.1.3 Modèle à 2 modes de corps flexibles 33
2.2.2 Modèle de contact virtuel 34
2.2.3 Modélisation de l'opérateur humain 35
2.2.4 Modèle dynamique global du rendu haptique 35
2.3 Méthodes d'analyse de stabilité 37
2.3.1 Méthode analytique basée sur le critère de Routh-Hurwitz 37
2.3.2 Méthode numérique basée sur le critère de Nyquist 38
2.4 Analyse de stabilité du système haptique 39
2.4.1 Effet de l'amortissement physique 39
2.4.2 Effet du retard 41
2.4.3 Effet des modes vibratoires 47
2.4.3.1 Effet du premier mode vibratoire 50
2.4.3.2 Effet du deuxième mode vibratoire 51
2.4.4 Effet du modèle de l'opérateur humain 54
2.5 Conclusion 55

3 Conception optimale d'un dispositif haptique à 1 ddl 57
3.1 Introduction 57
3.2 Conception d'un dispositif à 1 ddl 58
3.2.1 Choix architecturaux et technologiques préliminaires 59
3.2.2 Spécifications et problème de conception 61
3.2.3 Modèles pour la conception 61
3.2.3.1 Modèle mécanique rigide 62
3.2.3.2 Modèle mécanique à un mode flexible 63
3.3 Condition de stabilité 64
3.4 Méthodologie de conception optimale 67
3.4.1 Liste de solutions optimales de manipulateur 68
3.4.2 Optimisation globale du dispositif 72
3.5 Application numérique 73
3.6 Discussion 76

4 Commande et stabilisation d'un système haptique à retour d'effort en présence de retard variable 79
4.1 Retard variable, un défi majeur 79
4.2 Approche pour la commande et modélisation 81
4.3 Stabilisation d'un système haptique en présence de retard variable 84
4.3.1 Préliminaires 84
4.3.2 Condition de stabilité 84
4.4 Résultats et analyses numériques 89
4.4.1 Exemple numérique 89
4.4.2 Simulations numériques 91
4.5 Conclusions 96

5 Banc d'essais et expérimentations **97**
5.1 Description du banc d'essais 97
5.1.1 Architecture matérielle 98
5.1.2 Banc d'essais à 1 ddl 99
5.1.3 Cartes d'acquisition de données 99
5.1.4 Système d'entraînement 101
5.2 Réalisation d'un environnement virtuel 101
5.3 Modélisation du banc d'essais 103
5.4 Observateur d'état augmenté et estimation de force 107
5.5 Compensation de gravité et des frottements 109
5.6 Domaine de stabilité : théorique et expérimental 109
5.7 Stabilisation du système haptique en temps réel 114
5.8 Conclusions 114

Conclusions générales et perspectives **119**

Références bibliographiques **123**

Annexe **135**
A Dimensionnement optimal des manipulateurs 135
B Algorithmes de conception optimale du dispositif 144
C Détermination expérimentale de la raideur du câble de transmission . . . 146
D Algorithme de reconstruction du domaine admissible 147
E Brochage NI PCI-6602, NI PCI-6733 148
F Spécifications du moteur MAXON EC-max (283871) 150
G Spécifications des encodeurs 151
H Spécifications du servoamplificateur 4-Q-EC DES 50/5 153
I Récepteur ligne différentiel quadruple SN75175 154

Liste des figures

1.1 Schéma d'une application de RV avec le rendu sonore-visuel et l'interfaçage haptique . . . 7
1.2 Exemple des interfaces haptiques à proprioception . . . 8
1.3 Exemple d'interfaces haptiques à perception tactile . . . 9
1.4 Exemple des interfaces haptiques à retour d'effort . . . 10
1.5 Interfaces en impédance et en admittance et leurs flux d'échange d'énergie et d'informations entre l'opérateur et un environnement virtuel . . . 11
1.6 Système maître/esclave mécanique et électronique à retour d'effort . . . 12
1.7 Système GROPE-III(Molecular Docking Virtual Interface) . . . 12
1.8 Gants à retour d'effort . . . 12
1.9 Exemple d'interfaces haptiques à retour d'effort commerciales . . . 13
1.10 Plate-forme de téléopération à retour d'effort du CEA-LIST . . . 15
1.11 Systèmes de téléchirurgie . . . 15
1.12 Système de téléchirurgie à retour d'effort développé au HRL-GIT . . . 16
1.13 Simulateur laparoscopique et environnement de simulation en chirurgie de cholécystectomie laparoscopique . . . 17
1.14 Prototypage virtuel et simulation d'assemblage à l'aide des interfaces haptiques à retour d'effort . . . 17
1.15 Schéma global d'un système haptique à retour d'effort . . . 18
1.16 Exemple de prise par la main de l'opérateur . . . 19
1.17 Schéma de principe du rendu haptique . . . 20
1.18 Méthode par contraintes (algorithmes : «*god-object*» et «*proxy virtuel*») . 22
1.19 Différence principale entre la méthode des pénalités et la méthode par contraintes . . . 22
1.20 Exemples de modèles CAO 3D réalisés sous le logiciel Solidworks . . . 25
1.21 Exemple des modèles 3D réalisés sous l'aide du dispositif haptique *PHANTOM Destop* dans le système *Virtual DesignWorks* . . . 26

2.1 Schéma de principe d'un système haptique à retour d'effort en impédance 29
2.2 Modèle mécanique rigide du dispositif haptique . . . 31
2.3 Modèle à un mode flexible du dispositif haptique . . . 32
2.4 Modèle à deux modes flexibles du dispositif haptique . . . 33
2.5 Modèle de contact avec un mur virtuel . . . 35
2.6 Modèles de l'Opérateur Humain . . . 36
2.7 Modèle dynamique global d'un système haptique à retour d'effort . . . 36
2.8 Méthode analytique (critère de Routh-Hurwitz) pour l'étude de la stabilité 38
2.9 Frontières de stabilité pour différentes valeurs d'amortissement physique (modèle mécanique rigide et retard $d = 1$) . . . 40

2.10 Frontière de stabilité pour différentes valeurs du retard (modèle mécanique rigide et amortissement physique $\delta = 0,25$) 42
2.11 Dispositif haptique LHIfAM (Large Haptic Interface for Aeronautics Maintainablity) 43
2.12 Domaine de stabilité du dispositif haptique LHIfAM dans le cas sans retard $d = 0$ 43
2.13 Domaine de stabilité du dispositif haptique LHIfAM pour le retard $d = 1$ 44
2.14 Frontières de stabilité du dispositif haptique LHIfAM (modèle MF) pour quelques valeurs différentes du retard : $d = 0, \quad d = 1, \quad d = 2, \quad et \quad d = 4$ 45
2.15 Dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 46
2.16 Frontières de stabilité du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 (modèle M2F) pour quelques valeurs différentes du retard : $d = 0,\ d = 1,\ d = 2\ ,\ d = 4\ et\ d = 8$ 47
2.17 Diagramme de Bode de la fonction $Z(G_m(s)BOZ(s))R(z)$ pour différents retards (PHANTOM® Premium 1.0) 48
2.18 Fréquence de déphasage critique pour différentes valeurs du retard : $d = 0,\ d = 1,\ d = 2\ ,\ d = 4\ et\ d = 8$ (PHANTOM® Premium 1.0) 48
2.19 Diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_m\,(s)$ (PHANTOM® Premium 1.0) 49
2.20 Frontières de stabilité pour différentes valeurs de w_{a1} 50
2.21 Diagramme de Bode de $Z(G_m(s)BOZ(s))R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a1} 51
2.22 Limites de stabilité pour différentes valeurs de w_{a1} autour de la fréquence de transition w_{at1} 51
2.23 Diagramme de Bode de $Z(G_m(s)BOZ(s))R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a1} autour de la fréquence de transition w_{at1} 52
2.24 Diagramme de Bode de $Z(G_m(s)BOZ(s))R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a2} 52
2.25 Frontières de stabilité pour différentes valeurs de w_{a2} 53
2.26 Frontières de stabilité au voisinage de $B_{mv} = 0$ 53
2.27 Frontières de stabilité du modèle MS+OH1 (dispositif haptique LHIfAM) pour retard $d = 1$ 54

3.1 Exemples de réducteur à câble 60
3.2 Architecture du dispositif haptique à 1 ddl : manipulateur (bras+tambour de sortie), câble et moteur avec le tambour d'entrée 60
3.3 Modèle mécanique à un mode flexible équivalent du dispositif haptique . 64
3.4 Modèle dynamique global du système haptique prenant la représentation d'état du dispositif haptique 65
3.5 Définition de la forme du manipulateur 69
3.6 Ensemble des solutions possibles $(r_2,\ L)$ de manipulateur 70
3.7 Procédure d'optimisation dimensionnelle pour chaque manipulateur possible 70
3.8 Espace des solutions faisables pour la recherche de l'optimum 74
3.9 Espace des solutions et contrainte C1 pour la recherche l'optimum 76
3.10 Solution globale de la conception optimale 76
3.11 Solution optimale globale du manipulateur 78

3.12 Domaine de stabilité du dispositif optimal 78

4.1 Architecture matérielle et principe de commande d'une interface haptique à retour d'effort dans la CAO 80
4.2 Schéma de principe de la commande en impédance 81
4.3 Architecture de commande d'un système haptique à 1 ddl basée sur un OEA 82
4.4 Simulation du retard variable $10 = d_{\min} \leq d(k) \leq d_{\max} = 20$ 90
4.5 Réponse en temps discret du système en présence de retard variable . . . 90
4.6 Evolution de la fonction de Lyapunov $V(k)$ 91
4.7 Domaines de stabilité du dispositif haptique optimisé pour le retard constant $d = 1$ 92
4.8 Domaines de stabilité des dispositifs haptiques PHANTOM® Premium 1.0 et LHIfAM pour le retard constant $d = 1$ 92
4.9 Evolution du retard variable $1 \leq d(k) \leq 10\,(\mathrm{ms})$ 93
4.10 Domaine admissible de deux paramètres K_{mv} et B_{mv} 93
4.11 Illustration de la scène dans l'environnement virtuel 94
4.12 Réponse de position du système haptique 94
4.13 Réponse de vitesse du système haptique 95
4.14 Réponse de force du système haptique 95

5.1 Banc expérimental : système haptique à retour d'effort 97
5.2 Architecture matérielle du banc expérimental 98
5.3 Banc d'essais à 1 ddl 99
5.4 Cartes d'acquisition NI PCI-6733, NI PCI-6602 et connecteur NI SCB-68 100
5.5 Modèle SIMULINK pour les cartes NI PCI-6602 et NI PCI-6733 100
5.6 Composants du système d'entraînement 102
5.7 Modèle interactif de RV dans l'environnement virtuel 102
5.8 Modèle SIMULINK pour la visualisation 3D sur le Host PC 103
5.9 Schéma de principe de la méthode d'identification 104
5.10 Trajectoire de vitesse pour l'identification 104
5.11 Mesures de la tension et de la position 105
5.12 Cycles hystérétiques du modèle de frottement LuGre 106
5.13 Estimation de vitesse et de force F_h appliquée par l'opérateur humain . . 108
5.14 Résultat de compensation des frottements et de gravité pour le banc d'essais 110
5.15 Méthode expérimentale pour reconstruire le domaine de stabilité 111
5.16 Approches expérimentale et théorique de la stabilité du banc d'essais . . . 112
5.17 Domaines admissibles théorique et expérimental du banc d'essais pour un retard variable 113
5.18 Approche expérimentale pour la comparaison des méthodes 113
5.19 Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essais pour le retard constant $d = 1$ 115
5.20 Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essais pour le retard constant $d = 4$ 116
5.21 Retard variable en temps réel $0 \leq d \leq 15\,(\mathrm{ms})$ 117
5.22 Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essai pour le retard variable $0 \leq d \leq 15(ms)$ 118

Liste des tableaux

2.1 Paramètres adimensionnels équivalents 38
2.2 Paramètres physiques du dispositif haptique LHIfAM 44
2.3 Amortissement virtuel critique B_{mv}^{cri} (Ns/m) 46
2.4 Paramètres physiques du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 . 46
2.5 Modèles de l'opérateur humain 54

3.1 Spécifications de conception du dispositif 61
3.2 Résultats d'optimisation dimensionnelle de l'ensemble des manipulateurs possibles 71
3.3 Spécifications de conception pour l'application 74
3.4 Liste de moteurs dans le catalogue Maxon EC-max [Maxon-Motor, 2013] 75
3.5 Résultat de la conception optimale globale 77

4.1 Valeur maximale de $d_{\max}$ pour la valeur donnée $d_{\min}$ du retard variable $d(k)$ 89
4.2 Paramètres physiques du dispositif haptique optimal à 1 ddl 91

5.1 Paramètres identifiés du banc d'essais 106

Glossaire et abréviations

CAO	Conception Assitée par Ordinateur
CAD	Computer-Aided Design
NIIT4CAD	New Interactive and Innovative Technologies for CAD
RV	Réalité Virtuelle
VRLM	Virtual Reality Modeling Language
B-Rep	Boundary Representation
B-Spline	Basis Spline
NURBS	Non Uniform Rational B-Spline
IAO	Ingénierie Assitée par Ordinateur
FAO	Fabrication Assitée par Ordinateur
BOZ	Bloqueur d'Ordre Zéro
LMI	Linear Matrix Inequality
MDFA	Méthode des Différences Finies Arrières
OEA	Observateur d'Etat Augmenté
FPBPO	Filtre Passe-Bas du Premier Ordre
PID	Proportionnel Intégral Dérivé
ddl	degré de liberté
TCP/IP	Transmission Control Protocol/Internet Protocol
UDP	User Datagram Protocol
TTL/CMOS	Transistor-Transistor Logic/Complementary Metal Oxide Semiconductor
PCI	Peripheral Component Interconnect
LAMAV	Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Valenciennes
HRL-GIT	Healthcare Robotics Laboratory - Georgia Institute of Technology
CEA-LIST	Commissariat à l'Energie Atomique - Laboratoire d'Intégration des Systèmes et des Technologies

Notations

$\boldsymbol{A}^T$	désigne la transposition de la matrice $\boldsymbol{A}$
$\boldsymbol{A}$	est la matrice symétrique si $\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A}$
$\boldsymbol{A}$	est la matrice symétrique définie positive si $\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A} > \boldsymbol{0}$
$\boldsymbol{A}^{-1}$	est la matrice inverse de la matrice $\boldsymbol{A}$
$\boldsymbol{I}_{n\times m}$	désigne matrice identité de dimensions $n \times m$
$\boldsymbol{0}_{n\times m}$	désigne matrice zéro de dimensions $n \times m$
$*$	désigne la terme symétrique dans une matrice
$\Re^{n\times m}$	désigne l'ensemble des matrices réelles de dimensions $n \times m$
$\Re^{n}$	désigne l'ensemble des vecteurs réelles de dimensions n

Introduction générale

Contexte de la thèse

Les interfaces haptiques constituent une technologie en plein développement scientifique et technique. Elles apportent une sensation kinesthésique (liée à la perception de forces sur les membres du corps qui contraignent les mouvements) ou tactile (liée à la perception de pression, de rugosité ou de température) dans une interface homme-machine, complétant ainsi la perception visuelle et auditive. Nous nous intéressons ici aux dispositifs haptiques à retour d'effort pour générer une interaction physique en termes de mouvement et de force entre une personne et un système numérique tel qu'un environnement virtuel. Cette thèse porte sur la conception et la commande d'une interface haptique pour des applications de RV dans les systèmes actuels de CAO dans le cadre du projet Européen (Programme Eurostars) NIIT4CAD. Le contexte de la thèse est le développement de nouvelles méthodes et technologies de conception et de modelage de forme en 3D dans un environnement virtuel avec des coopérations entre les deux laboratoires LAMIH et LAMAV de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis (France), l'Université de Bologne (Italie) et des entreprises italiennes et françaises. L'intégration des fonctionnalités du retour d'effort et du rendu visuel dans les systèmes actuels de CAO a pour objectif d'aider les designers dans les processus de construction et de modification interactive de courbes ou de formes 3D libres et complexes. Cette innovation a pour objectif d'étendre l'approche traditionnelle de la modélisation de surface des systèmes actuels de CAO en 3D en permettant aux concepteurs et aux ingénieurs de transformer rapidement et intuitivement une idée de la forme dans un modèle de haute qualité géométrique adaptée à l'ingénierie et à la fabrication.

Motivation

Dans le contexte de la CAO, de nouvelles façons de concevoir un produit, de former un professionnel ou d'effectuer une tâche sont désormais possibles grâce, entre autres, aux interfaces haptiques à retour d'effort. Elles permettent aux concepteurs et ingénieurs d'interagir virtuellement avec des objets dans les systèmes de CAO tout en ressentant les efforts exercés sur ces objets (liées à un contact dur, à la déformation, à l'inertie, etc.). Elles sont déjà utilisées avec succès pour les études sur le prototypage virtuel, sur l'ergonomie et sur la maintenance dans les domaines aéronautique et automobile. On trouve sur le marché à prix abordable des dispositifs haptiques munis de petit volume de travail et avec de faibles performances. Ceux qui répondent à des spécifications sévères sont très coûteux et bien souvent spécialisés, ce qui limite leur diffusion dans de nombreux secteurs d'activité.

Les dispositifs haptiques sont généralement construits à partir de systèmes mécaniques articulés et d'actionneurs [Gosselin et Riwan, 2002]. De récents développements scientifiques ont abouti à des solutions mixtes actives/passives (ex. moteur et frein) [Kwon et Song, 2006] permettant de dépasser certaines limites techniques des dispositifs haptiques. En outre, des travaux en robotique sur le calcul optimal d'architectures cinématiques parallèles à câbles [Pham et al., 2009] laissent envisager des retombées intéressantes dans le domaine haptique. Un des enjeux se situe dans le développement d'une interface haptique adaptée à un large spectre d'applications à un coût suffisamment bas.

La synthèse d'une loi de commande pour rendre transparente l'interface haptique à l'utilisateur est liée à la problématique de stabilité qui dépend des paramètres du modèle de contact virtuel [Ryu et al., 2004a]. La transparence et la stabilité sont des mesures de performance très importantes pour la conception et la commande d'une interface haptique à retour d'effort. Cependant, il est difficile d'améliorer la stabilité sans détériorer la transparence et inversement, de ce fait il sera nécessaire lors de la conception de proposer des solutions permettant de s'affranchir du compromis fort entre la stabilité et la transparence du système.

En outre, dans le contexte des applications de RV, l'existence de retards liés aux calculs nécessaires à la résolution numérique des modèles physiques accentue la problématique de stabilité des interfaces haptiques. Et cela est encore accru dans le cas de retard variable lié à la communication et la transmission des données lorsque les modules de contrôle et de simulation de l'environnement virtuel sont mis en œuvre sur deux plates-formes différentes possédant leur propre fréquence d'échantillonnage.

Plan de la thèse

Ce mémoire se décompose en cinq chapitres :

Le chapitre 1 donne un état de l'art de la RV et des interfaces haptiques à retour d'effort. Les principaux composants pour une application de RV avec le rendu haptique/sonore-visuel, la classification des interfaces haptiques, ainsi que quelques applications des interfaces haptiques à retour d'effort sont présentés. Suit une description de l'architecture de base d'un système haptique à retour d'effort avec les fonctionnalités de ses composants : perception humaine haptique, dispositif haptique et environnement virtuel, et une présentation des principes de rendu haptique (détection de collision et génération des forces) et des caractéristiques et performances. Enfin, les intérêts de l'intégration d'une interface haptique à retour d'effort et sa catégorie d'application dans les systèmes de CAO, ses difficultés et défis, et enfin l'objectif de la thèse sont présentés.

Le chapitre 2 traite du problème de l'analyse de stabilité d'un système haptique à retour d'effort en impédance. Un état de l'art sur ce problème dans le cadre d'un dispositif haptique à 1 ddl avec un mur virtuel comprenant une raideur et un amortissement est donné, ainsi qu'un rappel sur l'utilisation des méthodes analytique et numérique [Gil et al., 2004] pour reconstruire les frontières de stabilité dans un plan de deux paramètres du mur virtuel. Les études menées jusqu'ici concordent toutes sur l'importance des effets de l'amortissement physique, des retards, des modes vibratoires et du modèle de l'opérateur humain sur la stabilité [Adams et Hannaford, 1999, Gil et al., 2004, Diolaiti et al., 2006, Hulin et al., 2006, Gil et al., 2007, Díaz et Gil, 2010, Hulin et al., 2008]. En particulier, les études de l'influence des modes vibratoires et des retards sur la stabilité dans [Gil et al., 2010, Díaz et Gil, 2010] sont développées et présentées plus en détail. Les analyses

de l'effet de la fréquence d'anti-résonance conduisent à des explications sur la modification qualitative des frontières de stabilité liées à la fréquence de déphasage critique.

Le chapitre 3 présente brièvement une revue d'ensemble sur les exigences et les problématiques d'optimisation dans la conception de dispositif haptique à retour d'effort. Ensuite, une méthodologie pour l'optimisation du dimensionnement et du choix des composants (moteur, réducteur, bras) d'un dispositif haptique à 1 ddl est proposée. Cette méthode traite le problème d'optimisation en prenant en compte la structure et la dynamique du mécanisme de transmission afin d'obtenir le compromis désiré entre les performances de transparence et de stabilité. Une condition de stabilité nécessaire et suffisante tenant compte des retards est donnée sous forme de LMI en tenant compte des retards. Les algorithmes pour la procédure de conception optimale d'un dispositif haptique sont également proposés.

Le chapitre 4 apporte une nouvelle contribution à la commande et la stabilisation d'un système haptique à retour d'effort en présence de retards variables. Après avoir détaillé les sources principales des retards, des solutions existantes pour la commande des systèmes haptiques à retour d'effort à retard sont présentées, ainsi que les difficultés et défis liés. La deuxième partie de ce chapitre propose une solution pour la commande d'une interface haptique à retour d'effort dans le contexte des applications de RV dans les systèmes de CAO. Une étude théorique sur la possibilité de l'utilisation d'une architecture de retour d'effort basée sur l'emploi d'un OEA à la place de l'approche classique utilisant la MDFA est présentée. Cette approche permet d'améliorer le domaine de stabilité et de reconstruire la force appliquée par l'utilisateur sans la nécessité d'un capteur de force – contribuant ainsi à réduire le coût du dispositif haptique. Sur la base de la théorie de Lyapunov, une condition suffisante en termes de LMI pour la stabilisation du système haptique global en présence de retards variables est proposée, et permet de réduire le conservatisme par rapport à quelques résultats récents dans la littérature.

Le chapitre 5 présente une implémentation des stratégies de contrôle présentés dans le chapitre 4 sur un banc d'essais de dispositif haptique à retour d'effort à 1 ddl conçu dans le cadre des travaux de thèse. Ce banc permet le développement et la simulation de différentes situations d'interaction rencontrées dans le cadre de la RV. La compensation de la gravité et des frottements basée sur le modèle identifié a été mise en œuvre afin d'améliorer la performance de transparence du système haptique dans les mouvements libres. Les algorithmes de contrôle sont programmés dans l'environnement MATLAB/SIMULINK, et ensuite téléchargés sur un ordinateur possédant un système d'exploitation temps réel. Un environnement virtuel est aussi développé pour la visualisation 3D de l'interaction de RV.

Liste des publications réalisées dans le cadre de la thèse

Revue soumise :

1. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., DAMBRINE M. (In submission). Augmented Observer Approach for High-impedance-Haptic System with Time Delay. Mathematics and Computers in Simulation.

Chapitre de livre :

1. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., DAMBRINE M. (2014). Design and Control of Force Feedback Haptic Systems with Time Delay. In T. Vyhlídal, J.-f. Lafay, R. Sipahi (Ed.), Delay Systems - From Theory to Numerics and Applications, Springer, ISBN 978-3-319-01694-8.

Conférences internationales avec comité de lecteur :

1. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., DAMBRINE M. (2013). Optimal Design of a High Performance Haptic Device : a Novel Approach. IEEE International Conference on Mechatronics, Vicenza, Italy, 27 February – 1 March.
2. DANG Q-V., VERMEIREN L., DEQUIDT A., DAMBRINE M. (2013). Control of Haptic Systems with Time-varying Delay : a Novel Approach. IFAC Joint conference SSSC, TDS, FDA, Grenoble, France, 4-6 February.
3. DANG Q-V., VERMEIREN L., DEQUIDT A., DAMBRINE M. (2012). Analyzing Stability of Haptic Interface using Linear Matrix Inequality Approach. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Guangzhou, China, 11-14 December.
4. DANG Q-V., VERMEIREN L., DEQUIDT A., DAMBRINE M. (2012). Improved LMI Conditions for Stability Analysis of Discrete-time haptic system under time-varying communication delays. IEEE International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), Ho Chi Minh City, Vietnam, 26-29 November.
5. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., BOURI M., DAMBRINE M. (2012). Stabilité des interfaces haptiques : effets du retard et des modes vibratoires. IEEE 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Grenoble, France, 4-6 Juillet.
6. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., DAMBRINE M. (2011). Stability analysis of 1 DOF haptic interface : time delay and vibration modes effects. 5th International Conference on Integrated Modeling and Analysis in Applied Control and Automation, Rome, Italy, 12-14 September.
7. DANG Q-V., DEQUIDT A., VERMEIREN L., FRATU A., DAMBRINE M. (2011). Stability analysis of haptic interfaces : effects of dynamic parameters. 8th International Conference on Remote Engineering and Virtual Instrumentation, Brasov, Romania, 28 June – 1 July.

Chapitre 1

Réalité virtuelle et interfaces haptiques à retour d'effort

1.1 Etat de l'art

1.1.1 Haptique et Réalité virtuelle : Définitions

Le mot ***Haptique*** est dérivé du verbe grec *Haptein* qui signifie toucher. Il est utilisé comme adjectif pour qualifier ce qui est relatif au sens du toucher [Colman, 2006]. On peut distinguer deux types de sensations haptiques : tactile et kinesthésique. Le sens tactile correspond à la perception de pression de contact issue d'une stimulation cutanée. Il nous permet par exemple de percevoir le relief d'un objet ou sa texture grâce à des capteurs situés au niveau de la peau. C'est une perception passive contrairement au sens kinesthésique. Le sens kinesthésique, quant à lui, est lié à une action motrice corporelle ; il correspond à une perception sensori-motrice : perception active (liée au contrôle moteur corporel) d'un effort d'interaction avec l'environnement. Il nous permet par exemple de percevoir le poids d'un objet que l'on tient dans la main, l'inertie d'un objet que l'on déplace ou la résistance d'une surface que l'on cherche à déformer. La sensation d'effort (force et/ou couple) implique non seulement des récepteurs cutanés mais également des récepteurs situés dans les muscles et les tendons. Contrairement à la vision ou à l'audition, le sens kinesthésique relève donc à la fois de la perception et de l'action sur l'environnement. D'un point de vue mécanique, il repose sur le contact entre, par exemple, un objet et la main d'une personne et il dépend de l'intention de la personne à appuyer ou déplacer l'objet. Le contact entre la main et l'objet sera régi par le principe d'action-réaction (équilibre des forces appliquées par la main et par l'objet) ; la personne percevra par conséquent la réaction de l'objet, réaction qui dépend du comportement mécanique de cet objet (sa déformation, sa résistance au mouvement et son poids s'il n'est pas fixe, etc.).

Une ***interface haptique*** est un dispositif permettant de restituer à une personne une sensation tactile ou une sensation kinesthésique issue d'un élément distant, i.e. physiquement séparé de la personne (l'élément, réel ou virtuel, n'est plus directement en contact avec la personne). Une interface kinesthésique ou interface à retour d'effort permet à son utilisateur d'avoir un retour d'informations haptiques en fonction de ses mouvements corporels afin de reproduire une interaction physique entre un système ou un environnement distant et l'utilisateur. L'interface à retour d'effort doit donc permettre de «mesurer» l'action de la personne (via la position de la main par exemple) afin de restituer un effort de

réaction correspondant à une consigne d'effort. L'interface à retour d'effort repose donc dans la plupart des cas sur un dispositif actif. Bien que sa fonction soit différente d'un robot manipulateur (à 1, 2,... ou *n* degrés de liberté), une interface haptique à retour d'effort est constituée des mêmes composants : moteur, capteur proprioceptif et mécanisme. En revanche, ses spécifications de performance sont tout à fait différentes et, par conséquent, sa conception la différencie nettement d'un robot manipulateur. Des développements technologiques particuliers ont donné lieu à des interfaces à retour d'effort depuis de nombreuses décennies. Par exemple dans les applications de conduite automobile avec la direction assistée (restitution des forces de frottement de pivotement roue/sol au volant du conducteur), de pilotage d'avion (manche à retour d'effort) et de téléopération robotique (bras maître à retour d'effort entre l'opérateur et le bras manipulateur esclave). Plus récemment (environ deux décennies), une grande variété d'interfaces haptiques a été développée pour la rétroaction tactile ou kinesthésique à partir d'un environnement virtuel afin de permettre aux utilisateurs de toucher, sentir, manipuler, créer et/ou modifier des objets artificiels [Robles-De-La-Torre, 2009].

Le terme ***Réalité virtuelle*** issu de l'expression anglaise *Virtual Reality* est relatif à un environnement de synthèse (numérique) immersif et interactif (sensations visuelle, sonore, haptique). Il est fondé sur la création d'un environnement virtuel (modèles numériques de représentation graphique et de simulation physique) et sur un interfaçage avec l'utilisateur via différents canaux sensoriels (vision, audition,...). Une définition de P. Fuchs en terme de finalité s'énonce de la façon suivante : la finalité de la RV est de permettre à une personne (ou à plusieurs) une activité sensori-motrice et cognitive dans un monde artificiel, créé numériquement, qui peut être «imaginaire, symbolique ou une simulation de certains aspects du monde réel» [Fuchs, 1996].

L'utilisation d'une interface haptique à retour d'effort dans une application de RV apporte un complément indispensable à la restitution visuelle pour améliorer les qualités d'immersion, de perception, et d'intelligibilité par l'utilisateur d'un environnement virtuel et pour lui permettre d'interagir physiquement avec les objets qui le composent. Le schéma d'une application de RV avec le rendu sonore-visuel et l'interfaçage haptique à retour d'effort est montrée à la Figure 1.1. Il comporte les composants principaux suivants :

- *L'opérateur humain* qui perçoit le rendu visuel et sonore et qui interagit avec l'environnement virtuel par ses gestes via le dispositif haptique.
- *Le moteur de simulation* met en œuvre des algorithmes de simulation physique destinés à calculer un retour haptique en coïncidence avec la configuration géométrique des objets virtuels.
- *Le moteur de rendu* permet de déterminer les réponses visuelle et sonore et la réponse en effort pour l'opérateur. De plus, il transmet les grandeurs dépendantes de l'opérateur qui vont modifier la configuration des objets virtuels.
- *Les transducteurs* se composent de l'affichage sonore-visuel et du dispositif haptique. Ils permettent de convertir les signaux sonore-visuels et de consigne d'effort sous une forme perceptible par l'opérateur. De plus, le dispositif haptique permet de mesurer les grandeurs d'interaction mécanique entre l'opérateur et les objets virtuels (mesures proprioceptives).

Le canal sonore-visuel constitue une transmission d'informations et d'énergie unidirectionnelle du moteur de simulation vers l'opérateur. En revanche, pour le canal haptique, le flux d'échange d'informations et d'énergie est bidirectionnel, conséquence logique de

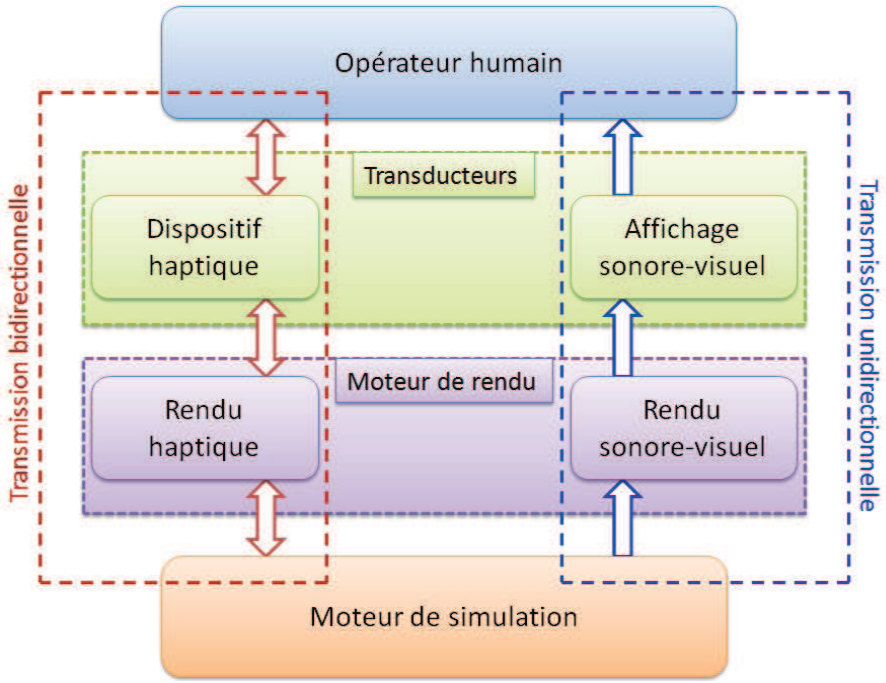


Figure 1.1 – Schéma d'une application de RV avec le rendu sonore-visuel et l'interfaçage haptique.

cette perception sensori-motrice qui se traduit ici par une restitution du principe d'action-réaction avec un objet virtuel.

La ***transparence*** du dispositif haptique est une notion importante pour la qualité de l'interfaçage kinesthésique. Elle traduit l'absence de distorsion des informations de position et d'effort en jeux dans l'interaction entre l'opérateur et l'environnement. Dans l'idéal, l'opérateur doit avoir l'impression de travailler directement au contact de l'environnement distant.

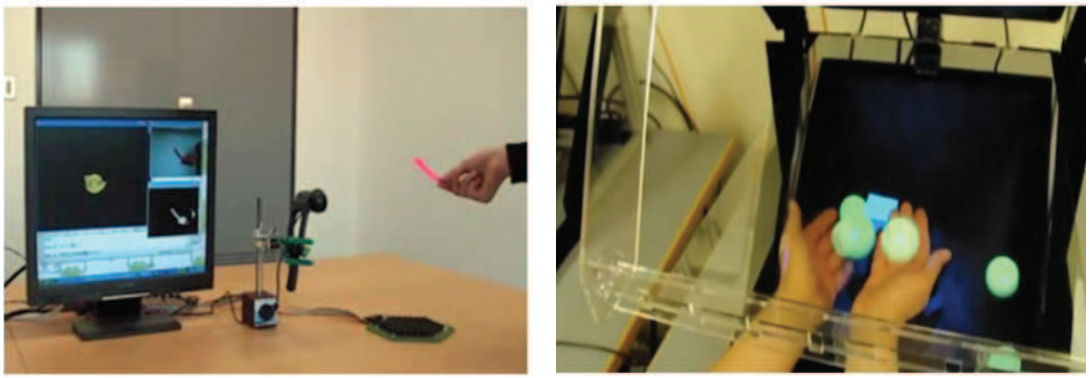
La notion de ***temps réel*** pour le retour d'effort issu d'un environnement virtuel influence également la qualité du rendu haptique : le temps perçu par l'utilisateur doit être en correspondance avec celui qui s'écoule dans l'environnement virtuel. Cela suppose par exemple qu'au geste effectué par une personne pour saisir et manipuler un objet virtuel doit correspondre, d'une part, la restitution visuelle de ce mouvement et d'autre part, la sensation du contact sur la main de la personne à l'instant où elle visualise ce contact.

Le développement de la RV a, par conséquent, conduit à poser des problématiques scientifiques et technologiques nouvelles liées à l'interfaçage haptique. De nombreux développements d'interfaces à retour d'effort ont eu lieu ces deux dernières décennies.

1.1.2 Classification des interfaces haptiques

Les interfaces haptiques peuvent être classées suivant les trois modalités : proprioception, rendu tactile et rendu kinesthésique [Burdea, 1996]. La proprioception se réfère à la détection et la capture de la position, du mouvement et/ou la posture du corps humain. Le rendu tactile a pour fonction de restituer une sensation de contact sur la peau pour assurer un rendu de texture de surface, de glissement, de vibration ou de température. Le rendu kinesthésique implique quant à lui à la fois une mesure proprioceptive liée au geste de l'opérateur et un retour de sensation d'effort. Sur la base de ces trois modalités, une classification d'interfaces haptiques est présentée.

Les interfaces haptiques à proprioception permettent de déplacer en trois dimensions un objet virtuel. Deux exemples sont donnés Figure 1.2. L'interface *Airborne Ultrasound Tactile Display (AUTD)* permet aux utilisateurs de manipuler des objets virtuels sans contact à partir d'une technologie ultrasons [Iwamoto et al., 2008]. L'interface *HoloDesk* combine le système de reconnaissance de mouvement par vision de Microsoft, Kinect, avec un projecteur et un système de miroir pour permettre aux utilisateurs d'interagir virtuellement avec des hologrammes tridimensionnels représentant des balles, des cubes, etc. [Hilliges et al., 2012].

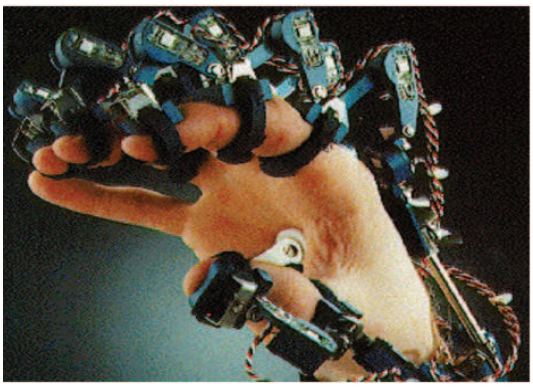


(a) AUTD (b) HoloDesk

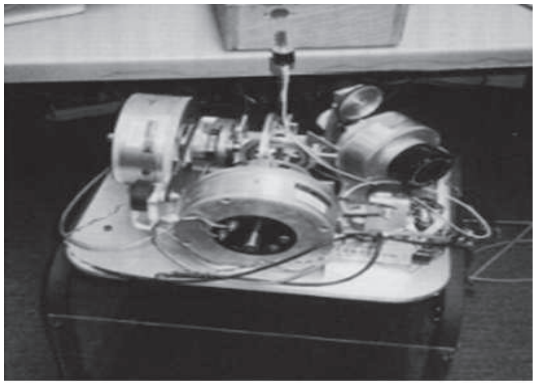
Figure 1.2 – Exemple des interfaces haptiques à proprioception.

Pour les interfaces tactiles, différentes technologies sont utilisées pour générer un stimulus tactile : cristaux piézo-électriques, technologies électromagnétiques (bobines acoustiques, solénoïde), systèmes pneumatiques, systèmes de pompe à chaleur thermo-électrique, alliages à mémoire de forme. On peut citer plusieurs exemples, cf. Figure 1.3. Patrick a développé un exosquelette *Dextrous Hand Master* dans sa thèse [Patrick, 1990] en utilisant des bobines acoustiques afin de produire un stimulus vibrotactile sur le bout des doigts à la fréquence de 250Hz. Minsky a mis au point le système *Sandpaper* [Minsky, 1995] permettant de ressentir la texture d'une surface plane grâce à un joystick à retour d'effort. Hasser et Wesenberger ont construit le dispositif tactile *HAPTAC* constitué de 5x6 actionneurs répartis tous les 3mm dans les deux directions. Les actionneurs utilisent un alliage à mémoire de forme pour pousser et tirer les éléments tactiles [Hasser et Wesenberge, 1993]. Ce dispositif tactile a été utilisé dans le système *TacGraph* permettant à des personnes aveugles de construire et sentir des images tactiles [Hasser et Daniels, 1996]. Plusieurs interfaces haptiques à perception tactile ont également été commercialisées telles que *Tactool* (Xtensory Inc.), *TouchMaster* (EXOS Inc.), *CyberTouch Glove* (Virtual Technologies Inc.).

Les interfaces kinesthésiques ont particulièrement attiré l'attention de nombreux chercheurs dans le monde. Un grand nombre de ces interfaces à retour d'effort ont été conçues dans différents buts ces dernières années. Plusieurs distinctions peuvent être repérées entre ces dispositifs. Suivant la nature du stimulus envoyée à l'utilisateur, une interface peut être passive ou active [Swanson et Book, 2003]. Dans le cas particulier où seule la restitution d'une résistance au geste de l'utilisateur est demandée, une interface haptique passive peut-être utilisée ; la dissipation d'énergie est alors contrôlée, par exemple, par un frein électromagnétique [Kwon et Song, 2006]. Dans la majorité des cas, les interfaces sont



(a) Dextrous Hand Master



(b) Sandpaper



(c) HAPTAC



(d) Tactool

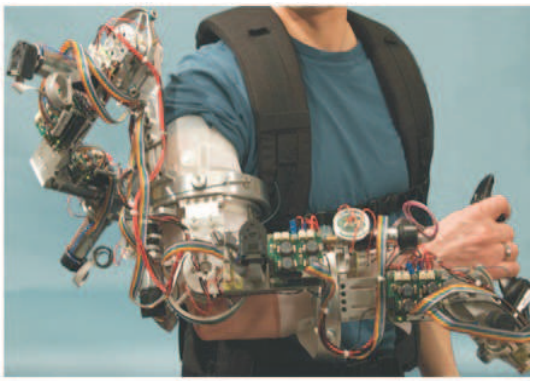


(e) TouchMaster



(f) CyberTouch Glove

Figure 1.3 – Exemple d'interfaces haptiques à perception tactile.



(a) Bras exosquelette [Letier, 2010]



(b) PHANTOM Premium 3.0



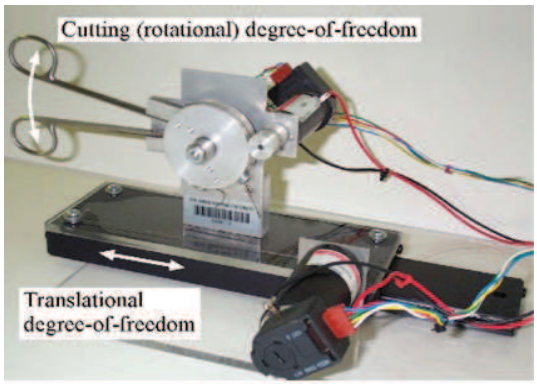
(c) PHANTOM Omni



(d) Novint Falcon



(e) Souris à retour d'effort Logitech Wingman



(f) Ciseaux haptiques [Okamura et al., 2003]

Figure 1.4 – Exemple des interfaces haptiques à retour d'effort.

actives pour générer une large variété de force de réaction ; elles utilisent différentes technologies d'actionneur (électrique, pneumatique, magnétiques,...). Les architectures mécaniques des interfaces peuvent-être classées en fonction des distinctions suivantes : retour d'effort à réaction interne ou externe, mécanisme sériel ou parallèle. Deux solutions sont envisageables pour créer un retour d'effort. Soit la chaîne d'effort se referme sur l'utilisateur (réaction interne) : l'interface, qui est alors portable, prend appui sur une partie du corps de l'utilisateur, cf. Figure 1.4(a). Soit la chaîne d'effort se referme sur un socle fixe (réaction externe) : l'interface est alors à base fixe, cf. Figure 1.4(b), 1.4(c), 1.4(d), 1.4(e), 1.4(f). Pour un mécanisme à plusieurs degrés de liberté, sa structure cinématique peut être sérielle, cf. Figure 1.4(b), 1.4(c), 1.4(f), ou parallèle, cf. Figure 1.4(d), 1.4(e).

Enfin, une interface haptique échange une puissance mécanique avec l'utilisateur pour restituer la sensation d'interaction. La puissance échangée dans l'interaction, produit d'un effort et d'une vitesse, peut être contrôlée par l'interface selon deux modalités (définissant la causalité) [Adams et Hannaford, 1999], cf. Figure 1.5 :

- soit un contrôle en termes de vitesse/position mesurée et le dispositif retourne d'effort à l'utilisateur, on parle alors d'interface en impédance,
- soit un contrôle en termes d'effort mesuré et le dispositif retourne de vitesse/position à l'utilisateur, on parle alors d'interface en admittance.

Par exemple, le *PHANTOM Omni* de la société SensAble Technologies Inc. est une interface en impédance [Adams et Hannaford, 2002] et le *HapticMaster* [Van-Der-Linder et al., 2002] est une interface en admittance.

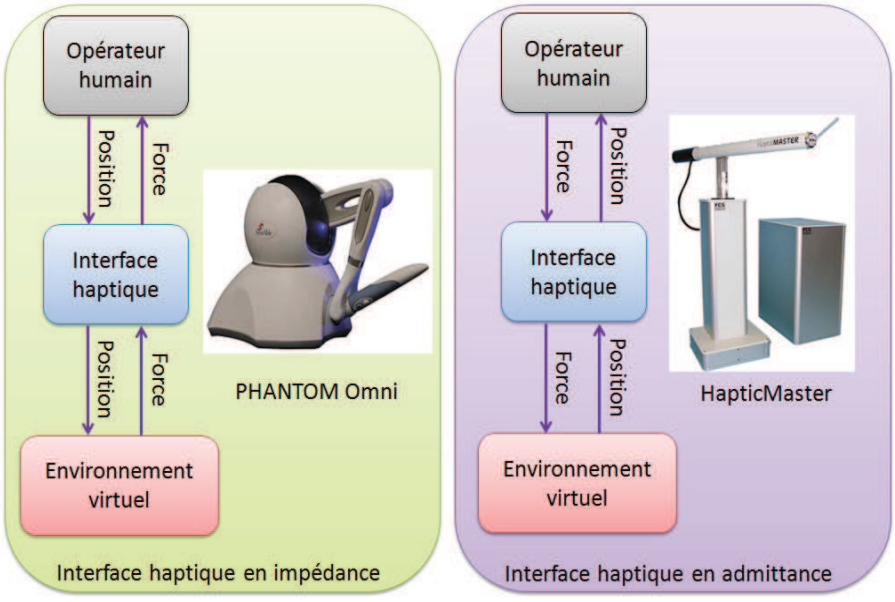


Figure 1.5 – Interfaces en impédance et en admittance et leurs flux d'échange d'énergie et d'informations entre l'opérateur et un environnement virtuel.

1.1.3 Historique des interfaces haptiques à retour d'effort

Le domaine de la téléopération (ou télémanipulation) est à l'origine de travaux de recherche importants sur la technique du retour d'effort. Rappelons que la téléopération permet à un opérateur de manipuler à distance un élément avec un bras esclave asservi à la position d'un bras maître que cet opérateur déplace manuellement. Le but de la technique



(a) Système maître/esclave mécanique



(b) Système maître/esclave électronique

Figure 1.6 – Système maître/esclave mécanique et électronique à retour d'effort.

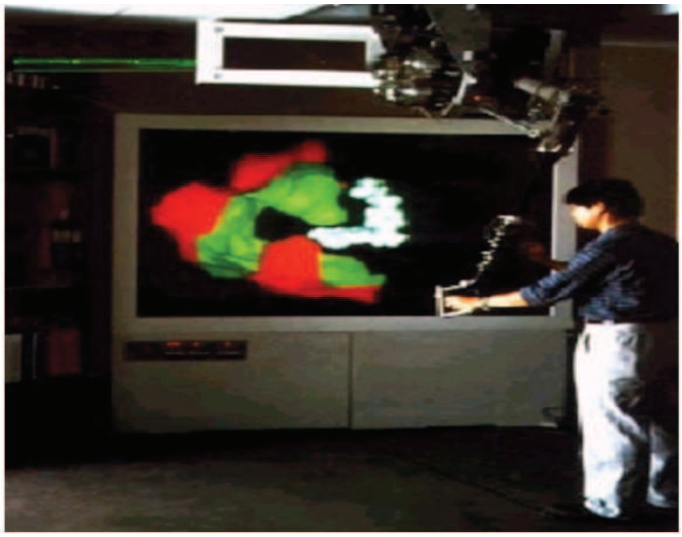
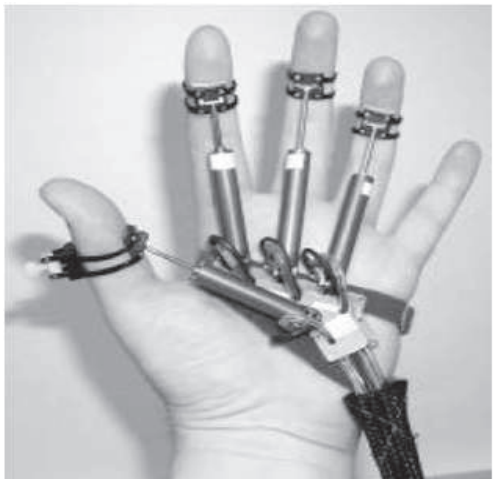


Figure 1.7 – Système GROPE-III(Molecular Docking Virtual Interface).



(a) Rutgers Master II



(b) Rutgers Master II-ND

Figure 1.8 – Gants à retour d'effort.



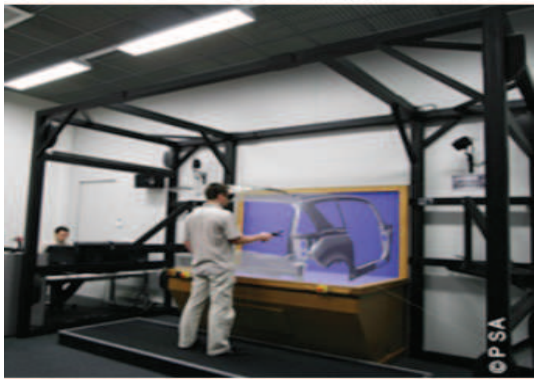
(a) PHANTOM Desktop



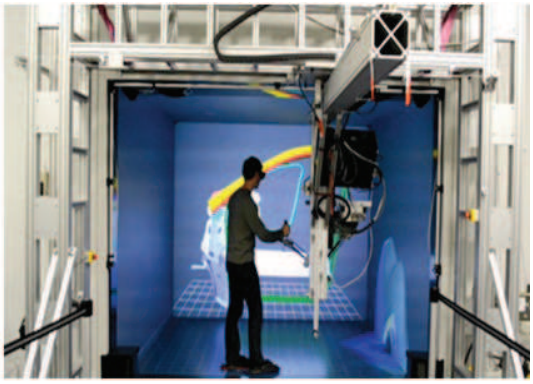
(b) Virtuose 6D



(c) MAT 6D



(d) Inca6D



(e) Scale 1



(f) CyberForce

Figure 1.9 – Exemple d'interfaces haptiques à retour d'effort commerciales.

du retour d'effort est de reproduire sur la main de l'opérateur, avec le bras maître, les forces de contact entre le bras esclave et son environnement. Ces systèmes maître/esclave ont été développés afin de manipuler des substances radioactives à distance en toute sé-

curité. Les bras maître et esclave, séparés l'un de l'autre, nécessitent un canal de communication entre eux. Le premier système à retour d'effort, développé en 1948, utilisait un canal de communication mécanique, cf. Figure 1.6(a). La première version utilisant un canal de communication électronique, cf. Figure 1.6(b), a été inventée en 1954 au laboratoire national d'Argonne par Goertz et ses collègues [Goertz et Thompson, 1954].

De 1965 à 1990, Brooks et ses collègues de l'Université Chapel Hill de Caroline du Nord ont mené le projet GROPE (1965-1990) visant à développer un système d'affichage et de simulation en temps réel pour la manipulation tridimensionnelle de molécules de protéine virtuelles avec un retour de force de liaisons moléculaires, pour aboutir au système GROPE-III [Brooks et al., 1990], cf. Figure 1.7.

Les progrès technologiques décisifs en imagerie de synthèse et en RV durant les années 1990-1995 ont conduit à une vaste diversification de ces interfaces haptiques à retour d'effort vers de nouvelles applications, telles que la simulation de conduite, la téléchirurgie, etc. Burdea et ses collègues de l'Université Rutgers ont développé un gant à retour d'effort portable et léger appelé *Rutgers Master* en 1992 [Burdea et al., 1992]. Deux versions améliorées de ce gant, *Rutgers Master II* et *Rutgers Master II-ND*, cf. Figure 1.8, ont ensuite été réalisées en 2002 [Bouzit et al., 2002]. Massie et Salisbury ont développé le manipulateur haptique *PHANTOM* qui permet aux utilisateurs de manipuler et d'interagir avec une grande variété d'objets virtuels [Massie et Salisbury, 1994].

La période de 1995 à nos jours est très florissante dans le domaine haptique. De nombreux chercheurs développent de nouveaux concepts et de nouvelles technologies pour l'interfaçage haptique dédiés notamment à des applications en RV. Ces dernières années, plusieurs interfaces haptiques à retour d'effort commerciales (cf. Figure 1.9) sont également apparues, comme la famille des *PHANTOM* de la société SensAble Technologies Inc. (Etats-Unis), les interfaces *Virtuose*, *MAT 6D*, *Inca6D* et *Scale 1* de la société Haption (France), *CyberForce* de la société Immersion Corp. (Etats-Unis), etc.

1.1.4 Quelques applications

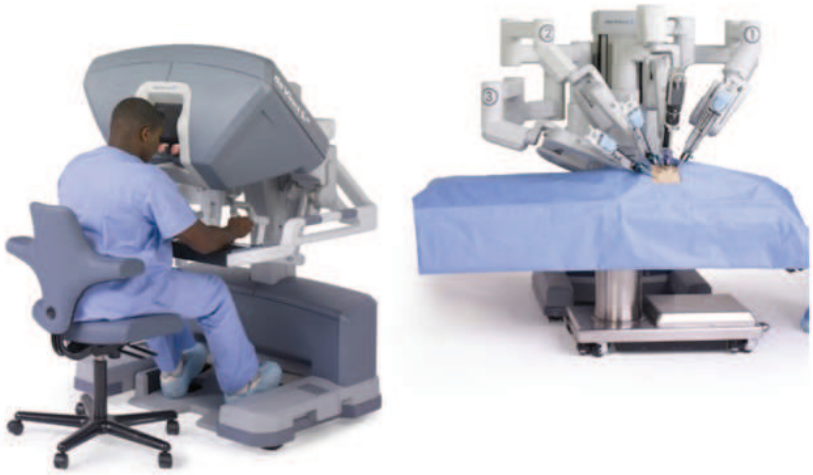
Les interfaces haptiques à retour d'effort offre un très large spectre d'applications, que se soit en téléopération ou en RV. Les applications de la téléopération se sont largement diversifiées. En France, le CEA-LIST, cf. Figure 1.10, a fortement contribué à son développement pour des tâches en milieux hostiles d'inspection, de maintenance, de démantèlement et d'intervention suite à un incident. Cette technologie est utilisée non seulement dans le secteur nucléaire, mais aussi dans le domaine spatial, pour les interventions sous-marines, pour les opérations de déminage, etc.

Cette technologie se développe également dans le domaine médical. Par exemple, des systèmes de téléopération chirurgicale comme *Da Vinci* (Intuitive Surgical Inc.) et *ZEUS* (Computer Motion Inc.), cf. Figure 1.11, ont été développés et commercialisés. La technique du retour d'effort, encore rarement implanté sur ces systèmes, s'avère être un enjeu majeur pour permettre aux chirurgiens d'effectuer leurs tâches en percevant les efforts de contact durant l'opération.

La mise en œuvre du retour d'effort est délicate en raison des difficultés de mesure des forces d'interaction instrument/organe humain et des difficultés pour produire un ressenti avec une sensibilité et une fidélité satisfaisantes. Plusieurs solutions ont été proposées à ce jour [Thompson, 2001, Arcara, 2002, Zemiti, 2005, Park et Khatib, 2006, Mitsuishi et al., 2007]. Une illustration d'un système de téléchirurgie à retour d'effort développé au HRL-



Figure 1.10 – Plate-forme de téléopération à retour d'effort du CEA-LIST.



(a) Da Vinci



(b) ZEUS

Figure 1.11 – Systèmes de téléchirurgie.

GIT comprenant le manipulateur esclave Cody et un système maître constitué d'interfaces *PHANTOM Omni* [King et al., 2010] est montrée à la Figure 1.12. La stabilité, la fidélité, la capacité à transmettre les données rapidement et en toute sécurité dans un système de téléchirurgie à retour d'effort restent cependant un défi majeur.



Figure 1.12 – Système de téléchirurgie à retour d'effort développé au HRL-GIT.

Dans le domaine médical, les interfaces à retour d'effort sont également utilisées dans un environnement de RV, notamment pour la formation à partir de simulateur. Par exemple, les futurs chirurgiens sont traditionnellement formés sur des cadavres par des chirurgiens expérimentés. De plus, le développement des techniques de chirurgie mini-invasive nécessite la formation des praticiens rompus à la chirurgie traditionnelle. Dans ce contexte, des simulateurs chirurgicaux sont de plus en plus demandés. Ces simulateurs doivent avoir un réalisme graphique et haptique suffisant pour permettre l'apprentissage de certains gestes et l'entraînement aux procédures chirurgicales. Ils s'appuient sur la modélisation des organes déformables pour le retour d'effort en temps réel, domaine de recherche très actif [Suzuki et Suzuki, 2003, Dawson et Ottensmeyer, 2004, Chended, 2007, Guiatni, 2009], etc. Le simulateur *Laparoscopic Surgical Workstation*, cf. Figure 1.13(a), commercialisé par Immersion Corp., permet par exemple de s'entraîner à la chirurgie mini-invasive sur l'abdomen. A partir de ce dispositif, R. Webster et ses collègues ont développé un environnement de simulation, *Lap Choley Surgical Simulator*, cf. Figure 1.13(b), dédié à la cholécystectomie par laparoscopie [Webster et al., 2003].

Les interfaces haptiques sont utilisées dans beaucoup d'autres situations d'apprentissage et d'entraînement dans le domaine médical (accouchement, kinésithérapie et rééducation fonctionnelle, etc.) ou dans d'autres domaines : apprentissage scolaire (écriture), sportif (entraînement en tennis, golf, aviron par exemple), etc.

Enfin, l'interface à retour d'effort devient un élément clef en prototypage virtuel pour la conception et l'industrialisation des produits : sculpture virtuelle (cf. Figure 1.14(a)), test de l'ergonomie, simulation de l'assemblage (cf. Figure 1.14(b)), préparation de l'usinage, maintenabilité (vérification du démontage),... C'est un facteur important de gain de temps dans le développement des produits et de diminution du nombre de maquettes physiques. Elle peut également servir à la formation des opérateurs de montage et de maintenance. Outre le secteur des biens manufacturés, on trouve des applications dans des secteurs variés comme la création artistique ou la pharmacologie (docking moléculaire).



(a) Laparoscopic Surgical Workstation (b) Lap Choley Surgical Simulator

Figure 1.13 – Simulateur laparoscopique et environnement de simulation en chirurgie de cholécystectomie laparoscopique.



(a) Prototypage virtuel avec Anarkik 3D Design package : Cloud9 (Anarkik3D Ltd) et Falcon haptic device (Novint Technologies Inc.)

(b) Simulation d'assemblage avec Virtuose 6D (HAPTION SA)

Figure 1.14 – Prototypage virtuel et simulation d'assemblage à l'aide des interfaces haptiques à retour d'effort.

1.2 Architecture de base d'un système haptique à retour d'effort

L'architecture de base d'une interface à retour d'effort utilisée en RV est décrite Figure 1.15 à partir de ses trois composantes principales : l'opérateur, l'environnement virtuel et l'interface haptique. Le schéma présenté correspond à une interface en impédance.

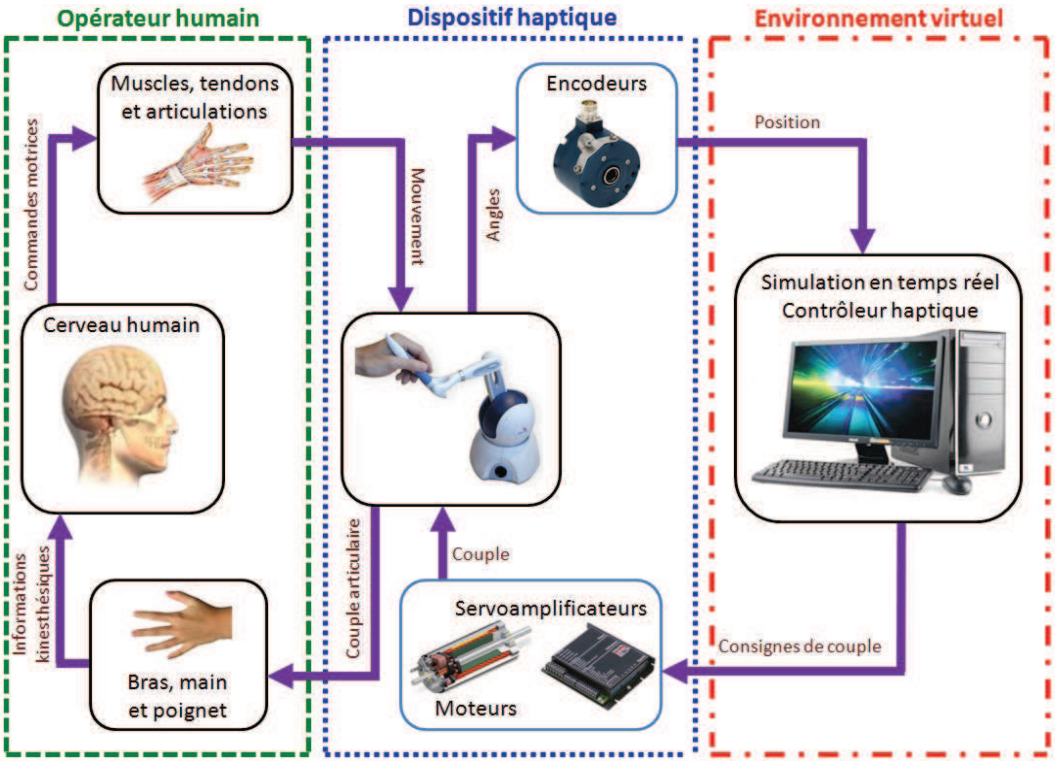


Figure 1.15 – Schéma global d'un système haptique à retour d'effort.

1.2.1 Perception haptique humaine

Afin de développer une interface adaptée au besoin de manipulation et de perception de l'opérateur, il est nécessaire de comprendre les rôles joués par les comportements sensori-moteurs humains. C'est l'objet d'un nombre important de travaux de recherche en psychophysique. De plus, l'opérateur étant placé dans la boucle d'interaction au sein du système global, il contribuera à son comportement dynamique, et donc à sa stabilité.

En premier lieu, l'interaction sera conditionnée par la posture de l'opérateur (e.g. main ou coude posé, debout ou assis) et le membre sollicité (e.g. doigt, main, membre supérieur). De ces éléments vont dépendre le nombre de degrés de liberté et le volume atteignable de l'interface. Si on se focalise sur la main, le type de prise (e.g. gant, stylo, boule) sera déterminant dans la perception haptique, cf. Figure 1.16. Les résolutions motrices et de perception humaine conditionnent la résolution en position et en effort de l'interface. D'un point de vue dynamique, différentes bandes passantes sont à considérer sur le plan de la perception et sur le plan moteur. Pour le sens tactile, on peut considérer une bande passante allant au-delà de 300Hz, tandis que pour la proprioception kinesthésique, 20 à 30Hz [Brooks, 1990]. Quant à la bande passante motrice, une personne pourra suivre un signal périodique de 3 à 5Hz (avec, pour l'activité réflexe, des composantes jusqu'à 25Hz [Fuchs, 1996].

Du point de vue du comportement dynamique global, l'opérateur humain est un système en interaction avec le dispositif haptique. Il peut être caractérisé comme un sous-système continu avec entrées et sorties : il génère des informations de position avec le déplacement de la main par exemple et reçoit des informations d'effort. De ce fait, la stabilité de l'interface dépendra de ce couplage de sous-systèmes dynamiques : couplage de l'opérateur avec l'environnement virtuel via l'interface.



Figure 1.16 – Exemple de prise par la main de l'opérateur .

1.2.2 Environnement virtuel

L'élément clef en RV est l'environnement virtuel qui comprend la représentation géométrique pour le rendu visuel et les modèles de simulation physiques pour les retours auditif, haptique,... Les modèles et algorithmes doivent permettre de réaliser une simulation temps réel conformément aux caractéristiques de la perception humaine vue précédemment. Pour le retour d'effort, les modèles de calcul de forces de contact, de déformation, d'inertie, etc., doivent être suffisamment simples pour être compatible avec les limites technologiques des calculateurs utilisés (e.g. les temps de calcul nécessaires pour la simulation temporelle à partir de modèles éléments finis «classiques» de solides en interférence entre eux sont rédhibitoires). De nombreux développements dédiés aux environnements virtuels temps réel sont actuellement disponibles. Par exemple, pour des applications dans le domaine médical, on trouve plusieurs codes sources ouverts comme SPRING [Montgomery et al., 2002], GIPSI [Goktekin et al., 2004] et SOFA [Allard et al., 2007].

Enfin, la partie communication entre le(s) calculateur(s) dédié(s) à l'environnement haptique et l'interface haptique peut entraîner un retard non négligeable du point de vue du retour haptique. La stabilité de l'interface est, de fait, tributaire de la période d'échantillonnage et du retard liés à ces processus numériques de calcul et de communication. L'environnement virtuel constitue donc un sous-système dynamique échantillonné avec retard qui reçoit des informations de position (de la main de l'opérateur par exemple) et envoie des consignes pour le retour d'effort.

1.2.3 Interface haptique

L'interface haptique est donc un canal de communication bidirectionnel entre l'opérateur et l'environnement virtuel : position et vitesse vers l'environnement virtuel et effort vers l'opérateur. L'objectif est donc d'assurer la stabilité de l'ensemble et de minimiser la distorsion de ces transmissions d'informations.

L'interface est constituée de deux parties : un dispositif matériel et un système de commande et de traitement des signaux. Le dispositif haptique comprend une structure mécanique, les moteurs (électriques le plus souvent), les amplificateurs, les capteurs. Le système de commande comprend les cartes de conversion analogique/numérique et nu-

mérique/analogique et les algorithmes de contrôle des moteurs en fonction des consignes de l'environnement virtuel et des mesures.

La distorsion des informations transmises sera inhérente aux caractéristiques physiques et technologiques de l'interface : informations d'effort perçu par l'opérateur dégradées par les frottements, l'inertie, le poids, etc. et informations de position et vitesse dégradées par le comportement dynamique de l'interface (déformation, vibration), les capteurs de position, l'échantillonnage, etc. De la transparence de l'interface dépendra la qualité du retour d'effort perçu par l'opérateur.

1.3 Principes du rendu haptique

Le rendu haptique est un élément du modèle de simulation destiné à calculer le retour d'effort à partir des interactions dans l'environnement virtuel. Il comprend deux modules : un module de détection d'interférence (ou de collision) entre l'objet manipulé et les autres objets dans l'environnement virtuel et un module de génération des forces d'interaction, cf. Figure 1.17.

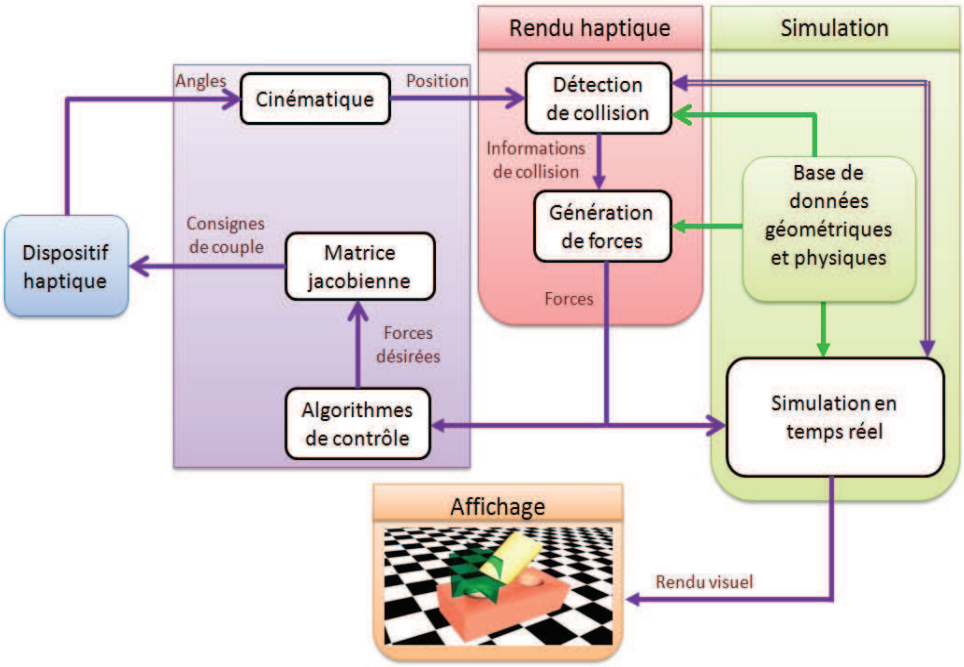


Figure 1.17 – Schéma de principe du rendu haptique.

Pour représenter l'objet manipulé, un élément, appelé proxy, correspond dans l'environnement virtuel à l'extrémité du dispositif haptique maintenu par l'opérateur. Le proxy sera caractérisé par une géométrie (point, sphère ou forme plus complexe) pour le calcul d'interférence et éventuellement par des propriétés mécaniques (masse, raideur,...). Les coordonnées articulaires issues des capteurs de position du dispositif haptique sont transformées en position (et éventuellement orientation) du proxy compte-tenu de la cinématique du dispositif. La position du proxy est ensuite utilisée par le module de détection de collision afin de déterminer les interférences éventuelles avec les autres objets virtuels. En cas de contact entre le proxy et un objet virtuel, l'interférence géométrique permet de calculer les forces d'interaction compte tenu des propriétés mécaniques de ces deux

objets. Un algorithme de contrôle permet d'appliquer à l'opérateur la force désirée. Les consignes de couple à envoyer aux moteurs seront obtenues en utilisant la jacobienne du modèle cinématique du dispositif. Les méthodes utilisées pour les modules de détection de collision et de génération de forces sont développées par la suite.

1.3.1 Module de détection de collision

Le module de détection de collision est fondé sur un algorithme de calcul d'interférence entre les enveloppes géométriques du proxy et des autres objets virtuels. Il fournit au module de génération de forces des informations telles que la position et la zone de collision, la profondeur de pénétration, etc. Ce calcul dépendra des enveloppes géométriques (cube, sphère, polygone, etc.) des objets et de leur mouvement (position, vitesse). Plusieurs méthodes de calcul ont été développées telles que les volumes englobants [Gottschalk et al., 1996, Klosowski et al., 1998, Tzafestas, 1998], la décomposition spatiale [McNeely et al., 1999], le calcul de distances [Lin et Canny, 1991], etc. Plusieurs algorithmes sont directement implémentés dans les logiciels de RV : V-COLLIDE [Hudson et al., 1997], PQP [Larsen et al., 2000], PIVOT [Hoff-III et al., 2001], DEEP [Kim et al., 2004b], etc.

1.3.2 Module de génération de forces

Le second module calcule les forces d'interaction entre le proxy et un (ou plusieurs) objet(s) virtuel(s) quand une collision est détectée. Différentes méthodes ont été introduites. La méthode de pénalité a été développée par Baraff en 1990 [Baraff, 1990]. Le principe est de déterminer la force en fonction de la pénétration des deux objets en contact : la direction de la force est opposée à la direction d'insertion et son intensité est proportionnelle à la distance de pénétration dans cette direction. Cette méthode est largement utilisée et s'adapte bien aux scènes avec des objets de forme simple.

La méthode par contraintes permet de calculer la force de contact à partir de la distance minimale entre le proxy et la surface de l'objet virtuel. Dans deux études indépendantes, les algorithmes «*god-object*» [Zilles et Salisbury, 1995] et «*proxy virtuel*» [Ruspini et al., 1997] qui ont été développés reposent sur le même principe, cf. Figure 1.18. A la position du proxy, appelée position du point d'interaction haptique (HIP), correspond un point additionnel situé à la surface de l'objet, appelé point d'interaction haptique intermédiaire (IHIP) ou «*god-object*» ou «*proxy virtuel*». Ces algorithmes utilisent la distance entre le HIP et l'IHIP pour déterminer la pénétration du proxy dans l'objet virtuel, de laquelle résulte la force d'interaction.

La Figure 1.19 illustre la principale différence entre les méthodes de pénalités et par contraintes pour déterminer l'intensité et la direction des forces d'interaction dans le cas d'un proxy de forme sphérique et d'un objet virtuel plan.

Généralement, la force d'interaction est calculée à partir d'une loi élastique linéaire (loi de Hooke) :

$$\vec{F} = K\overrightarrow{\Delta x} \tag{1.1}$$

où $K > 0$ est la constante de raideur du ressort représentant l'élasticité du contact et $\overrightarrow{\Delta x}$ représente le vecteur du HIP au IHIP. Lorsque la raideur est suffisante grande, la surface

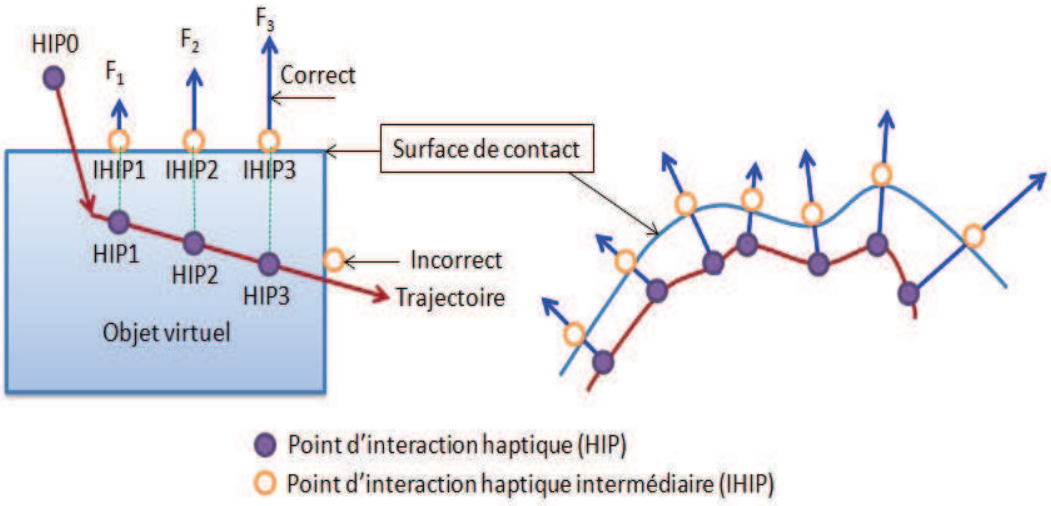


Figure 1.18 – Méthode par contraintes (algorithmes : «*god-object*» et «*proxy virtuel*»).

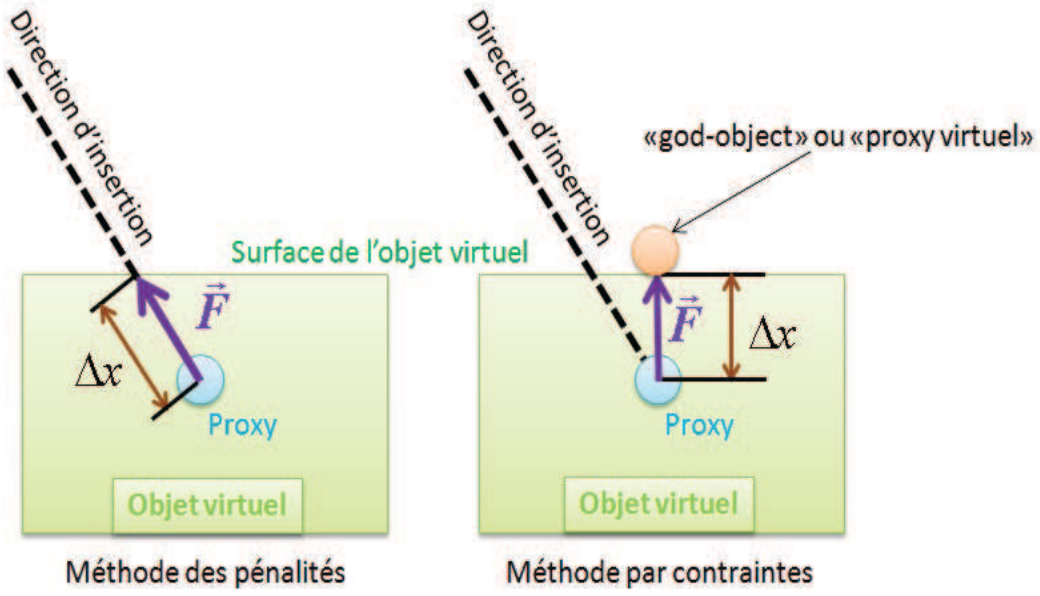


Figure 1.19 – Différence principale entre la méthode des pénalités et la méthode par contraintes.

de l'objet sera ressentie comme un mur virtuel. Ce modèle de contact est un élément fondamental dans le rendu haptique. Le but, avec l'interface haptique, sera d'être capable de retourner à l'opérateur une sensation de mur suffisamment rigide pour couvrir un spectre suffisamment large de contacts. Le modèle de contact avec un mur virtuel se traduit par une contrainte unilatérale : si une collision est détectée, alors une force est calculée en fonction de la position du proxy. Dans le cas contraire, la force renvoyée est nulle. Ce modèle de rendu haptique est couramment utilisé pour tester ou caractériser une interface haptique.

En outre, suivant les applications, d'autres méthodes ont été développées selon des modèles d'interaction plus complexes telles que la méthode des impulsions [Mirtich et Canny, 1995] ou la force shading [Morgenbesser et Srinivasan, 1996].

1.3.3 Module d'algorithmes de contrôle

En raison des limitations matérielles de l'interface, la force déterminée par le module de génération de forces ne pourra pas toujours être appliquée à l'opérateur. Suivant la direction de la force à appliquer, son amplitude pourra être limitée compte-tenu des saturations moteurs et de la configuration articulaire de l'interface (dont dépend la jacobienne du modèle cinématique). Cette saturation peut donc engendrer un ressenti erroné de la force par l'utilisateur (e.g. une impression de «point de rupture» en cas de contact «dur»), de même que l'effet des frottements, de l'inertie et de la pesanteur sur le dispositif. Ces «bruitages» liés au comportement mécanique du dispositif seront perçus par l'opérateur différemment suivant qu'il s'agit par exemple d'une simulation de mouvement d'un objet léger (e.g. un crayon ou un scalpel) dans un espace libre (force de consigne proche de zéro) ou d'une simulation de contact avec un mur rigide (force de consigne croissant très rapidement lors du contact). L'effet de quantification lié au variateur numérique du moteur peut également être ressenti. De la résolution du capteur de position résultera aussi une erreur de quantification qui peut avoir un impact sur la détection de collision. En outre, l'estimation de la vitesse pour calculer une force d'amortissement dépendra aussi de l'échantillonnage du signal de position. Ces éléments liés à l'échantillonnage et la quantification peuvent déstabiliser l'interface dans certaines conditions de contact.

Pour toutes ces raisons, un module de contrôle de la force à appliquer doit être établi pour gérer les modes de commande du dispositif haptique de telle manière à assurer la stabilité de l'interface et à minimiser la distorsion de la force appliquée à l'opérateur.

1.4 Caractéristiques et performances d'une interface haptique à retour d'effort

1.4.1 Caractéristiques

Les spécifications de l'interaction de l'opérateur avec des objets au sein d'un environnement virtuel conditionnent les caractéristiques de l'interface haptique. On peut citer les plus importantes :

- le nombre de degrés de liberté (pour le positionnement et l'orientation de la prise, pour une fermeture de pince, etc.),
- la posture de l'opérateur et l'organe de prise en main,
- le volume accessible sans singularité par l'organe de prise,
- la réversibilité (frottement suffisamment faible) et la raideur du mécanisme,
- les capacités de retour d'effort (amplitudes des forces et couples moteurs à l'organe de prise),
- la résolution et la bande passante du retour d'effort,
- la qualité de mesure de position (dépendant de la résolution des capteurs, de la déformation mécanique, etc.),
- la transparence (inertie apparente, poids apparent, frottement ressenti, etc.),
- la raideur de contact perçue avec un mur virtuel.

1.4.2 Performances

La plupart des caractéristiques énoncées précédemment va dépendre directement des choix de l'architecture cinématique et des choix technologiques. Parmi l'ensemble des caractéristiques, deux sont retenues par la suite pour caractériser les performances dynamiques de l'interface. Dans ce but, deux situations emblématiques de l'interaction au sein d'un environnement virtuel peuvent être considérées :

- Le contact avec un mur virtuel : lorsque l'objet manipulé entre en contact avec un obstacle, le retour d'effort doit permettre de faire ressentir à l'opérateur une certaine raideur de contact.
- Le mouvement libre : lorsque l'objet manipulé évolue dans un environnement sans obstacle, le retour d'effort doit permettre de faire ressentir à l'opérateur le plus fidèlement possible le poids et l'inertie de l'objet manipulé.

Lors de l'utilisation de l'interface avec un environnement virtuel donné, sa stabilité doit être garantie dans toutes les situations. La stabilité dépend de nombreux facteurs comme la dynamique de l'interface, l'échantillonnage, le retard, etc. (Une analyse détaillée sera présentée au chapitre 2). Une situation jugée comme critique pour la stabilité est le contact avec un mur virtuel. Une augmentation de la raideur de contact conduit irrémédiablement à déstabiliser l'interface haptique. La plus grande raideur de contact garantissant la stabilité d'une interface sera un critère de performance dynamique.

Le second critère retenu pour évaluer la performance dynamique de l'interface est la transparence. Une situation jugée comme critique pour évaluer la transparence correspondant au mouvement libre lorsque l'opérateur doit ressentir un objet léger (poids et inertie faibles comme dans le cas d'un crayon ou d'un scalpel). Idéalement, l'opérateur ne doit pas ressentir la dynamique de l'interface et ce, malgré une capacité d'effort et une raideur suffisante imposant un dimensionnement des moteurs et du système mécanique en conséquence.

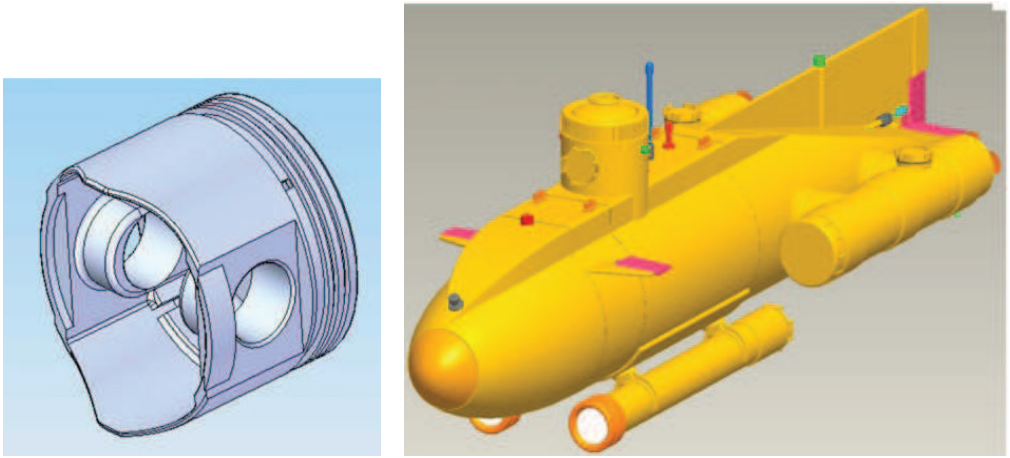
Ces deux critères de performances dynamiques conduisent à une problématique de conception de l'interface, compte tenu des autres caractéristiques souhaitées, qui sera abordée au chapitre 3.

1.5 Conception Assistée par Ordinateur avec retour d'effort

1.5.1 Conception Assistée par Ordinateur

La CAO est aujourd'hui un élément essentiel dans le processus de conception de produit. Elle est devenue incontournable dans la plupart des industries manufacturières, parmi lesquelles les industries automobile et aéronautique. La CAO recouvre aujourd'hui un large panel d'outils logiciels dédiés à l'ensemble du cycle de conception et d'industrialisation. La fonction première est la modélisation géométrique 3D qui permet au concepteur (designer, ingénieur,...) de construire, analyser et modifier la forme de composants puis de les assembler pour créer un produit. Les modèles numériques CAO permettent de réaliser des représentations filaires (courbes), surfaciques, volumiques ainsi que des mises en plan (2D) et du tolérancement. Le principe de construction d'un modèle CAO consiste à créer et à combiner des formes et des surfaces à base de primitives (lignes, courbes, points d'intersection,...) puis à modifier celles-ci en utilisant différentes fonctionnalités (extrac-

tion, révolution, suppression,...). La CAO est donc bien adaptée pour créer des produits de formes simples (cf. Figure 1.20(a)) aux plus complexes (cf. Figure 1.20(b)). Les modèles simples peuvent être construits aisément à partir d'opérations booléennes (extrusion, révolution ...) de formes géométriques élémentaires. Les formes complexes sont représentées le plus souvent sur la base de courbes à pôles : courbes de Bézier, B-Spline et NURBS.



(a) Modèle CAO 3D d'un cylindre (b) Modèle CAO 3D d'un sous-marin

Figure 1.20 – Exemples de modèles CAO 3D réalisés sous le logiciel Solidworks.

Les modeleurs CAO sont, la plupart du temps, complétés par d'autres modules de IAO (mailleur éléments finis, codes de calcul intégrés, etc.) pour la simulation et le dimensionnement des composants dans un environment physique donné (cinématique, statique des structures, analyse modale, électromagnétique, fluide, etc.), pour l'optimisation, etc. De plus, des modules de FAO destinés à la préparation et la simulation de procédés de fabrication (usinage, soudage robotisé, injection plastique, etc.) sont également souvent inclus. Citons enfin les modules d'analyse ergonomique utilisant dans l'environnement CAO un mannequin virtuel.

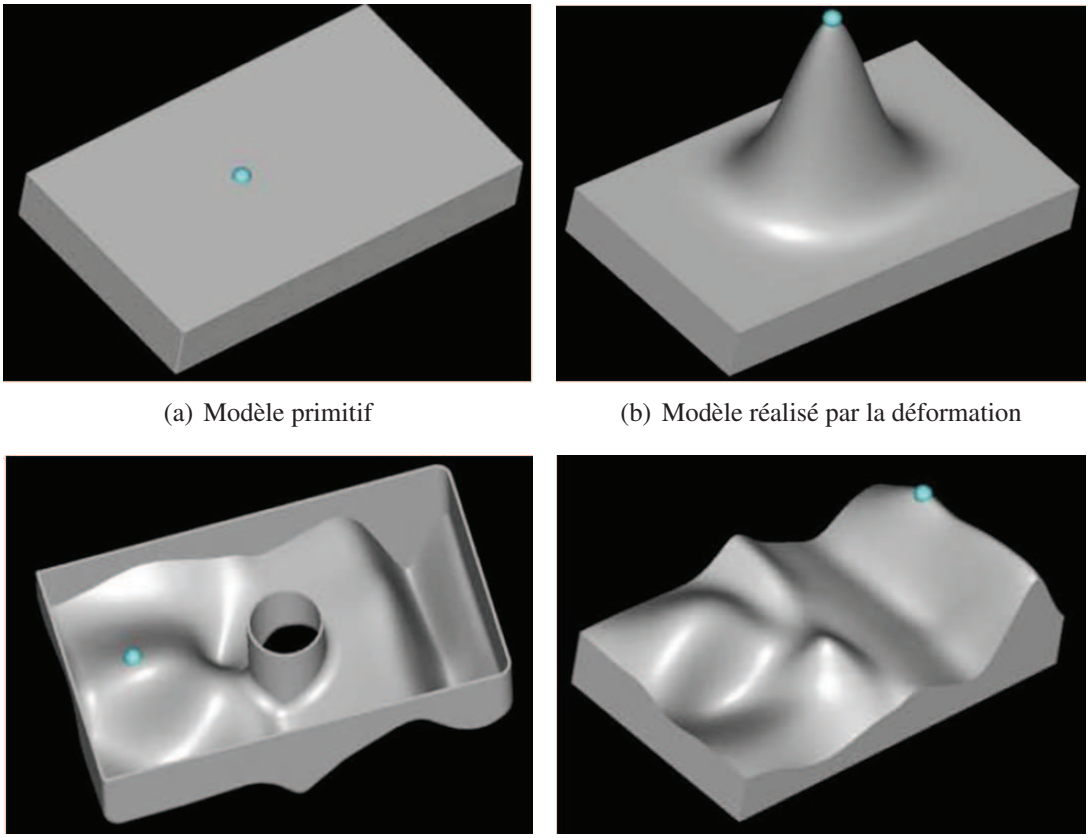
Les logiciels CATIA et Delmia, développé par la société Dassault Systèmes, illustrent bien le panel de fonctions disponibles. On peut également citer Autodesk Inventor et 3D Studio Max (Autodesk), Pro/Engineer (Parametric Technology Corp.), Solidworks (Dassault Systèmes), Rhinoceros 3D (McNeel), etc.

Les périphériques informatiques classiques, écrans et souris (et le clavier), habituellement utilisés pour la conception et l'utilisation de modèles 3D, sont des interfaces 2D, contrairement aux interfaces haptiques. Plusieurs logiciels de CAO comme CATIA sont désormais interfaçables avec un dispositif haptique.

1.5.2 Apports de l'interfaçage haptique

Comme cela a été évoqué en fin de section 1.1.4, la RV avec une interface haptique apportent une aide précieuse pour le prototypage virtuel grâce à l'immersion de l'homme pour tester l'ergonomie du produit, l'assemblage de ses composants, son démontage pour la maintenance, etc. Mais, dans le processus de conception surfacique et volumique, qu'en est-il ?

La conception de modèles surfaciques dans les secteurs aéronautique, naval, automobile par exemple constitue une tâche longue et fastidieuse. La construction et la modifi-



(a) Modèle primitif (b) Modèle réalisé par la déformation

(c) Modèle réalisé par la déformation (d) Modèle réalisé par la déformation

Figure 1.21 – Exemple des modèles 3D réalisés sous l'aide du dispositif haptique *PHANTOM Destop* dans le système *Virtual DesignWorks*.

cation des surfaces de type B-Spline ou NURBS passent par la manipulation de points de contrôle sur une maquette numérique 3D via les interfaces 2D (écran et souris). Andersson et ses collègues [Andersson et al., 1988] ont rapporté que 170 heures ont dû être consacrées à la mise au point du modèle surfacique représentant le design du véhicule Volvo série 700 avec l'interfaçage traditionnel (2D). Ce problème peut être surmonté par une approche de conception en RV. L'édition et l'extrusion de courbes et surfaces de forme libre, la sélection, la modification et la déformation d'éléments d'une maquette numérique peuvent être réalisées avec une interface à retour d'effort pour obtenir l'objet de forme désirée [Hirose et al., 1999, Gregory et al., 2000]. Le concepteur peut interagir en touchant les zones de surfaces à modifier ; la création et la modification de modèle surfacique impliquant plusieurs milliers de points de contrôle sont réalisées plus naturellement et plus simplement en poussant, en tirant ou en faisant glisser des éléments en temps réel dans l'environnement 3D [Liu et al., 2003]. La Figure 1.21 illustre un processus de construction de surface complexe [Liu et al., 2005]. Le retour d'effort facilite grandement le processus de mise en forme en fournissant au concepteur un ressenti 3D durant ce processus [Rowe, 1997, Baradaran et Stuerzlinger, 2006].

De la même façon, pour les modèles B-Rep [1], les interfaces à retour d'effort permettent d'assembler plus facilement les éléments de surface en retournant au concepteur une in-

1. Boundary Representation ou Représentation frontière est une technique de modélisation 3D des objets géométrique par les surfaces

formation 3D sur les contacts entre les faces, les arêtes et les sommets des éléments de surfaces. Les contraintes liées à ces contacts ressenties par le concepteur le guident dans le déplacement et l'assemblage de ces éléments de surfaces.

1.5.3 Défis de l'interfaçage haptique en CAO

Un des défis majeurs pour l'intégration des interfaces haptiques dans les modeleurs CAO vient de la réimportation d'informations d'un modèle de RV vers un modèle CAO. En effet, les modes de représentation géométrique des modeleurs CAO sont incompatibles avec le temps réel [Fuchs, 2001]. Les modèles de la RV sont donc simplifiés par rapport aux modèles CAO. De nombreuses méthodes de modélisation géométrique basées sur des surfaces NUBRS [Thompson et al., 1997], des voxels (Pixel 3D) [Kim et al., 2003, Kim et al., 2004a], des objets [Temkin et al., 2002,Seo et al., 2007] ou des polygones [Eid et al., 2008],... ont été développées spécifiquement pour la RV. La correspondance exacte entre un modèle NURBS issu de la RV et un modèle NURBS natif d'un modeleur CAO est impossible ; cela engendre des conséquences géométriques telles que des discontinuités, des lacunes et des pertes de point d'intersection et d'autres problèmes liés aux propriétés de matériau (masse volumique, rigidité) par exemple. De plus, les modifications apportées en RV à un modèle géométrique basé sur des objets, des polygones ou des voxels sont très difficiles, voire impossible, à réimporter dans un modèle B-Rep du modeleur CAO. De façon générale, la reconstruction 3D d'une maquette numérique en CAO à partir d'une maquette modifiée en RV est problématique.

De plus, les modèles d'objets virtuels sont dédiés à la simulation de collision (gestion du contact entre surfaces), de comportements mécaniques statiques ou dynamiques, de déformation,... à partir des caractéristiques géométriques et de matériau définies en CAO. Afin d'effectuer une simulation en temps réel, l'établissement de modèles suffisaments simples et de méthodes de calcul efficace pour obtenir un rendu haptique satisfaisant reste toujours un défi important.

Enfin, les modèles utilisés dans l'industrie sont généralement très complexes et de grande taille. Par exemple, la maquette numérique d'un châssis de véhicule automobile peut être composée de milliers de surfaces et chaque surface peut avoir des propriétés géométriques et physiques différentes ; on comprend alors les difficultés engendrées lors de l'édition et la conversion de tels modèles entre la RV et la CAO.

1.6 Objectif de la thèse

Les travaux présentés portent sur l'interface haptique à retour d'effort, la conception du dispositif et sa commande, compte-tenu des problématiques et des caractérisques énoncés précédemment. L'objectif est de proposer des pistes méthodologiques pour le développement d'interfaces dédiées aux applications de RV dans la CAO.

D'une part, ces applications, caractérisées par une charge de calcul importante pour réaliser en temps réel une simulation avec rendu haptique, se traduisent du point de vue de la dynamique de l'interface à retour d'effort par deux facteurs importants : la période d'échantillonnage et un temps de retard, éventuellement variable, inhérents à la simulation. Ces facteurs sont déterminants pour la stabilité de l'interface.

D'autre part, la qualité attendue dans le rendu haptique lors de la déformation d'une surface, la collision entre surfaces ou le déplacement d'un objet libre requiert à la fois une

interface suffisamment transparente (comportement statique/dynamique de l'interface non perceptible devant celui des objets manipulés) et permettant de transmettre une impression de contact dur (collision durant un assemblage).

Dans ce but, une approche transversale a été adoptée sur les plans de la mécanique et de l'automatique :

- L'analyse de la stabilité est abordée au chapitre 2 en fonction des caractéristiques mécaniques du dispositif, de l'échantillonnage et du retard lié à l'environnement virtuel et, enfin, de l'opérateur.
- Une méthodologie de conception optimale du dispositif est présentée au chapitre 3 sur la base des performances dynamiques énoncées dans la section 1.4.
- Des lois de commande sont proposées au chapitre 4 pour garantir la stabilité en présence de retard variable tout en améliorant les performances par rapport à l'approche classique.
- Le volet expérimental est présenté au chapitre 5

Le cadre de travail est restreint à une interface à un ddl.

Chapitre 2

Analyse de stabilité d'un système haptique à retour d'effort

2.1 Problématique

Les interfaces haptiques à retour d'effort, ou interfaces kinesthésiques, permettent aux utilisateurs de manipuler virtuellement un objet tout en ressentant un effort lorsqu'il y a contact avec un objet. La Figure 2.1 présente le schéma de principe d'un système haptique en impédance avec ses différentes parties : l'environnement virtuel, l'interface haptique comprenant le dispositif haptique et la partie commande et enfin l'utilisateur. La fonction d'une interface kinesthésique est similaire à celle d'un bras maître avec retour d'effort utilisé en téléopération. La différence porte, entre autre, sur les spécifications dynamiques : un dispositif haptique doit être conçu pour reproduire le plus fidèlement possible les sensations liées à la manipulation d'objets dans un environnement virtuel pour une large variété de scénarios.

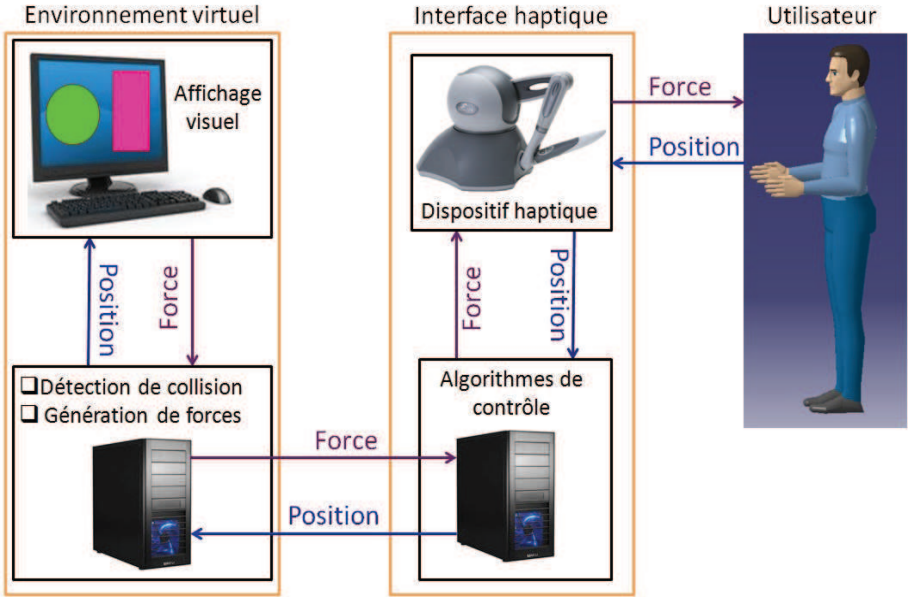


Figure 2.1 – Schéma de principe d'un système haptique à retour d'effort en impédance.

D'autre part, lors du contact avec un objet dur, une raideur élevée est exigée pour

que l'utilisateur puisse sentir la rigidité de la surface de l'objet. Cette raideur de contact peut conduire à déstabiliser l'interface haptique. Le phénomène d'échantillonnage et le retard sont à l'origine, avec la dynamique du dispositif, de l'instabilité de l'interface. Tout comportement instable survenant lors d'un contact virtuel peut endommager le dispositif haptique ou blesser l'utilisateur. La stabilité de l'interface haptique à retour d'effort est donc une question clef. Ce problème a attiré l'attention de plusieurs chercheurs. Certains travaux se focalisent sur l'étude de la stabilité d'un système haptique à retour d'effort en impédance à 1 ddl en interaction avec un mur virtuel [Colgate et al., 1995]. Ces travaux montrent que de nombreux facteurs affectent la stabilité et la performance d'un tel système. Ainsi, le domaine de stabilité du rendu haptique dépend de ces facteurs, par exemple : la dynamique de la transmission mécanique, la saturation du moteur, la dynamique du servo-amplificateur, la capacité et la résolution des capteurs, la quantification, etc.

Du point de vue de la commande, une interface haptique est un système dynamique échantillonné. La première étude de la stabilité du système haptique [Minsky et al., 1990] a permis de proposer une condition de stabilité d'un dispositif haptique à 1ddl en interaction avec un mur virtuel en utilisant un modèle continu. D'autres auteurs [Gil et al., 2004] ont analysé théoriquement la stabilité du système haptique en utilisant un modèle discret et en prenant en compte l'effet du BOZ. Leur étude confirme les résultats obtenus dans les travaux précédemment cités [Minsky et al., 1990]. Jusqu'à ces dernières années, seules les influences de l'amortissement physique, du retard, de la quantification, de la discrétisation et du frottement de Coulomb sur la stabilité du système haptique ont été prises en compte dans les travaux de recherche [Abbott et Okamura, 2005, Diolaiti et al., 2006, Hulin et al., 2006, Gil et al., 2007]. Plus récemment, les premiers modes vibratoires de plusieurs dispositifs ont été pris en compte dans le modèle mécanique [Díaz et Gil, 2010, Gil et al., 2010], mais l'influence de leurs paramètres sur la stabilité n'a pas encore été examinée.

L'objet de ce chapitre est d'analyser l'influence des paramètres tels que : amortissement, modes vibratoires et retard, ainsi que les paramètres du modèle de l'opérateur humain, sur le domaine de stabilité d'une interface haptique à 1 ddl.

2.2 Modélisation d'un système haptique à retour d'effort

Cette section présente différents modèles des parties d'un système haptique : les modèles mécaniques du dispositif tenant en compte d'un ou deux modes de corps flexibles, un modèle de contact virtuel et celui de l'opérateur humain, ainsi que le modèle dynamique global.

2.2.1 Modèles mécaniques du dispositif haptique

L'ensemble des modèles mécaniques présentés par la suite pour reproduire le comportement dynamique d'un dispositif à 1 ddl est indépendant de l'architecture des mécanismes employés. Les modèles reposent sur l'hypothèse d'un comportement linéaire (frottement sec négligé, hypothèse des petites déformations) satisfaisant d'un point de vue cinématique pour un mécanisme à 1 ddl. Implicitement, les dispositifs sont constitués d'un moteur, d'un mécanisme de réduction et d'un bras à l'extrémité duquel se trouve l'organe de prise en main (cf. chapitre 3). Les modèles sont représentés sous forme linéaire

avec des variables de déplacement en translation et des forces (motrice et appliquée par l'opérateur).

2.2.1.1 Modèle mécanique rigide

Le modèle mécanique rigide d'un dispositif haptique à 1 ddl représenté sur la Figure 2.2 est couramment utilisé pour étudier la stabilité d'un système haptique [Gil et al., 2004, Gil et al., 2007]. Ce modèle suppose que le dispositif haptique est un mécanisme rigide (un mode de corps rigide) ; il comprend les paramètres de masse m et d'amortissement b. La force motrice F_m est appliquée par le moteur sur le mécanisme et la force F_h est appliquée par l'opérateur humain. La variable q est la position de l'actionneur confondue ici avec la position du bras (aucune déformation).

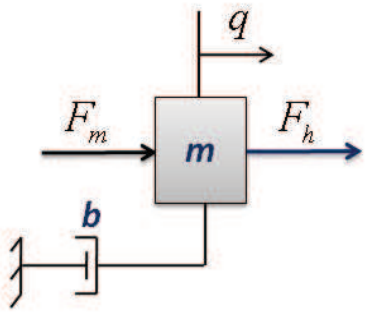


Figure 2.2 – Modèle mécanique rigide du dispositif haptique.

L'équation du mouvement s'écrit comme suit :

$$m\,\ddot{q} + b\,\dot{q} = F_m + F_h \tag{2.1}$$

Dans le domaine de Laplace, l'équation (2.1) devient :

$$\left(ms^2 + b\,s\right) Q(s) = F_m(s) + F_h(s) \tag{2.2}$$

En l'absence de force F_h, la relation entre la force motrice (en entrée) et la position (en sortie) du bras est donc décrite par la fonction de transfert suivante :

$$G_m(s) \equiv \left.\frac{Q(s)}{F_m(s)}\right|_{F_h(s)=0} = \frac{1}{ms^2 + bs} \tag{2.3}$$

2.2.1.2 Modèle à 1 mode de corps flexible

Selon le dimensionnement du mécanisme de réduction et du bras situés entre le moteur et la main de l'opérateur, le dispositif haptique peut être modélisé par un système mécanique avec un mode de corps flexible (ou mode flexible) comprenant deux masses : m_1 pour l'inertie du moteur et m_2 pour celle du bras. Ces deux inerties sont reliées par une liaison déformable comprenant un ressort linéaire et un amortisseur, respectivement de raideur k_c et de constante d'amortissement b_c. La variable q_2 est la position du bras au niveau de l'organe de prise en main. Le modèle comprenant un mode flexible est proposé sur la Figure 2.3.

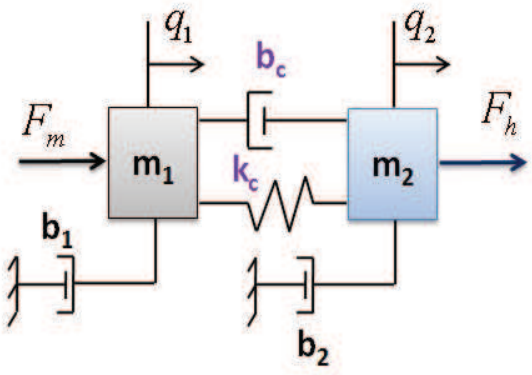


Figure 2.3 – Modèle à un mode flexible du dispositif haptique.

Les équations du mouvement pour ce dispositif s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{cases} m_1\,\ddot{q}_1 + b_1\dot{q}_1 + b_c(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + k_c(q_1 - q_2) = F_m \\ m_2\,\ddot{q}_2 + b_2\dot{q}_2 + b_c(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) + k_c(q_2 - q_1) = F_h \end{cases} \tag{2.4}$$

Dans le domaine de Laplace, les équations 2.4 peuvent être réécrites comme suit :

$$\left(\boldsymbol{M}s^2 + \boldsymbol{B}s + \boldsymbol{K}\right)\boldsymbol{Q}(s) = \boldsymbol{F}(s) \tag{2.5}$$

avec :

$$\boldsymbol{Q}(s) = \begin{bmatrix} Q_1(s) & Q_2(s) \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{F}(s) = \begin{bmatrix} F_m(s) & F_h(s) \end{bmatrix}^T$$
$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_c + b_1 & -b_c \\ -b_c & b_c + b_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix}$$

La relation entre les positions en sortie et les forces en entrée est décrite par la matrice de transfert $G(s)$:

$$\boldsymbol{Q}(s) = \boldsymbol{G}(s)\,\boldsymbol{F}(s) \tag{2.6}$$

avec

$$\boldsymbol{G}(s) = \begin{bmatrix} G_m(s) & G_{mh}(s) \\ G_{hm}(s) & G_h(s) \end{bmatrix} = \left(\boldsymbol{M}s^2 + \boldsymbol{B}s + \boldsymbol{K}\right)^{-1}$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ utilisée par la suite peut être réécrite sous une forme [Díaz et Gil, 2010] où apparait le mode de corps rigide $G_r(s)$ et le mode flexible $G_f(s)$:

$$\begin{aligned} G_m(s) &= G_r(s)G_f(s) \\ G_r(s) &= \frac{1}{ms^2 + bs} \\ G_f(s) &= \frac{w_r^2(s^2 + c_a s + w_a^2)}{w_a^2(s^2 + c_r s + w_r^2)} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Les paramètres m et b correspondent respectivement à l'inertie totale et au coefficient de frottements visqueux total du dispositif. Les paramètres (w_r, c_r) et (w_a, c_a) sont respectivement ceux des modes de résonance et d'anti-résonance.

2.2.1.3 Modèle à 2 modes de corps flexibles

Ce modèle, issu de la littérature [Gil et al., 2010], est composé des deux premiers modes flexibles (ceux dont les fréquences de résonnance sont les plus faibles) : ils sont inhérents à la déformation du bras et du mécanisme de réduction (e.g. un réducteur à câble) entre le moteur et l'organe de prise en main. Les modes de résonnance correspondants sont découplés dans la grande majorité des cas en raison des faibles valeurs des coefficients d'amortissement. Un modèle mécanique linéaire à 3 ddl peut alors être écrit avec q_1 la position du moteur, q_2 la position du bras juste après le mécanisme de réduction et q_3 la position de l'extrémité du bras, au niveau de la main de l'utilisateur, cf. Figure 2.4.

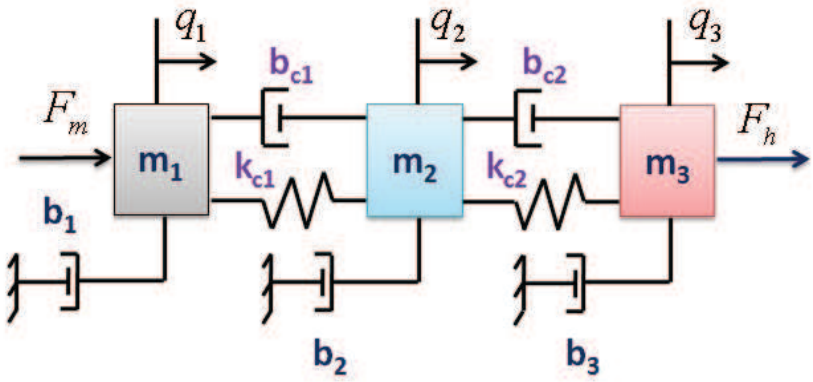


Figure 2.4 – Modèle à deux modes flexibles du dispositif haptique.

Les déformations du réducteur et du bras sont représentées par des systèmes ressort-amortisseur de constantes k_{c1} , b_{c1} et k_{c2} , b_{c2} respectivement. m_i et b_i ($i = 1,...,3$) sont les paramètres d'inertie et de frottements visqueux des ddl de position q_i . Le moteur génère une force F_m sur le ddl q_1 et l'opérateur applique une force F_h sur le ddl q_3. Avec ces paramètres, il en résulte le modèle suivant :

$$\begin{cases} m_1\ddot{q}_1 + b_1\dot{q}_1 + b_{c1}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + k_{c1}(q_1 - q_2) = F_m \\ m_2\ddot{q}_2 + b_2\dot{q}_2 + b_{c1}(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) + k_{c1}(q_2 - q_1) + b_{c2}(\dot{q}_2 - \dot{q}_3) + k_{c2}(q_2 - q_3) = 0 \\ m_3\ddot{q}_3 + b_3\dot{q}_3 + b_{c2}(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) + k_{c2}(q_3 - q_2) = F_h \end{cases} \quad (2.8)$$

Dans le domaine de Laplace, les équations (2.8) peuvent se mettre sous la forme (2.5) avec :

$$\boldsymbol{Q}(s) = \begin{bmatrix} Q_1(s) & Q_2(s) & Q_3(s) \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{F}(s) = \begin{bmatrix} F_m(s) & 0 & F_h(s) \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{c1}+b_1 & -b_{c1} & 0 \\ -b_{c1} & b_{c1}+b_{c2}+b_2 & -b_{c2} \\ 0 & -b_{c2} & b_{c2}+b_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_{c1} & -k_{c1} & 0 \\ -k_{c1} & k_{c1}+k_{c2} & -k_{c2} \\ 0 & -k_{c2} & k_{c2} \end{bmatrix}$$

La relation entre les positions en sortie et les forces en entrée est décrite par l'expression (2.6), avec

$$\boldsymbol{G}(s) = \begin{bmatrix} G_m(s) & G_{10}(s) & G_{mh}(s) \\ G_{2m}(s) & G_{20}(s) & G_{2h}(s) \\ G_{hm}(s) & G_{30}(s) & G_h(s) \end{bmatrix} = (\boldsymbol{M}s^2 + \boldsymbol{B}s + \boldsymbol{K})^{-1}$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ peut être écrite sous une forme où apparaît le mode de corps rigide $G_r(s)$ et les 2 modes flexibles $G_{f1}(s)$, $G_{f2}(s)$:

$$\begin{aligned} G_m(s) &= G_r(s)G_{f1}(s)G_{f2}(s) \\ G_r(s) &= \frac{1}{ms^2+bs} \\ G_{f1}(s) &= \frac{w_{r1}^2(s^2+c_{a1}s+w_{a1}^2)}{w_{a1}^2(s^2+c_{r1}s+w_{r1}^2)} \\ G_{f2}(s) &= \frac{w_{r2}^2(s^2+c_{a2}s+w_{a2}^2)}{w_{a2}^2(s^2+c_{r2}s+w_{r2}^2)} \end{aligned} \tag{2.9}$$

où m et b correspondent à l'inertie totale et au coefficient de frottements visqueux total du dispositif, w_{ri} et c_{ri} $(i = 1, 2)$ sont les paramètres du $i^{\text{ème}}$ mode de résonance, w_{ai} et c_{ai} sont les paramètres du $i^{\text{ème}}$ mode d'anti-résonance.

2.2.2 Modèle de contact virtuel

Le cas critique pour la stabilité d'un système haptique à retour d'effort se produit lorsque le proxy du système haptique entre en contact avec un mur dans l'environnement virtuel. Lorsque le proxy pénètre dans le mur virtuel, l'opérateur doit ressentir une force virtuelle F_{ev} en raison de la rigidité de ce mur. Dans ce cas, une valeur suffisamment élevée de la raideur de contact est souhaitable pour donner véritablement une impression de contact «dur» à l'opérateur. Cependant, une raideur trop élevée du mur virtuel peut conduire à des vibrations indésirables et même déstabiliser le système haptique. Un amortissement est alors ajouté pour éliminer les oscillations possibles de la force retournée à l'opérateur. De plus, cela traduit le fait qu'un contact n'est jamais purement élastique (la déformation s'accompagne d'une dissipation d'énergie).

En général, le modèle de contact virtuel se compose d'un ressort linéaire de raideur K_{mv} et d'un amortisseur de constante B_{mv}, cf. Figure 2.5, ce qui définit la force virtuelle qui doit être perçue par l'opérateur en fonction de la profondeur de pénétration $\Delta x_{mv} = x_p - x_{mv}$ du mur virtuel, où x_p et x_{mv} sont respectivement la position du proxy et celle du mur virtuel, et de la vitesse $\dot{x}_p$ du proxy du dispositif haptique (cas, non restrictif, d'un mur de vitesse nulle).

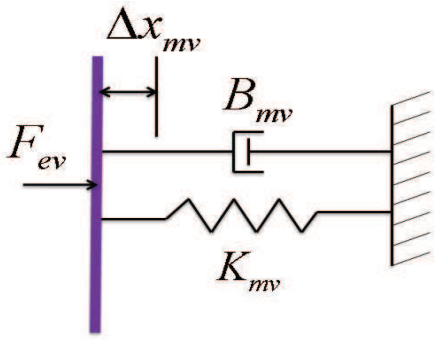


Figure 2.5 – Modèle de contact avec un mur virtuel.

La force de retour F_m est donc définie sous la forme non linéaire suivante :

$$\begin{cases} F_m = -F_{ev} \\ F_{ev} = \begin{cases} K_{mv}\Delta x_{mv} + B_{mv}\dot{x}_p & if \quad \Delta x_{mv} \geq 0 \\ 0 & if \quad \Delta x_{mv} < 0 \end{cases} \end{cases} \tag{2.10}$$

2.2.3 Modélisation de l'opérateur humain

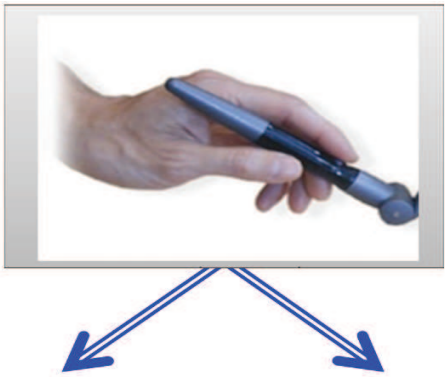
D'un point de vue mécanique, le fait que l'opérateur tienne l'extrémité du bras avec sa main (au niveau de l'organe de prise) peut être caractérisé par un système linéaire du second ordre, cf. Figure 2.6(b), c'est-à-dire un système masse-ressort-amortisseur de constantes m_h, k_h et b_h, respectivement. Dans certaines études [Lawrence, 1993,Mobasser et Hashtrudi-Zaad, 2006], la liaison entre la main de l'utilisateur et l'organe de prise est considérée comme rigide.

Afin d'obtenir une meilleure caractérisation du comportement de l'opérateur humain, d'autres chercheurs [Speich et al., 2005] intègre dans le modèle de l'opérateur, entre sa main et l'organe de prise, une liaison déformable de type ressort-amortisseur linéaire de constantes k_{ad} et b_{ad}, cf. Figure 2.6(c).

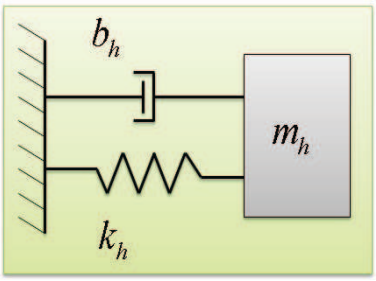
2.2.4 Modèle dynamique global du rendu haptique

Un système haptique à retour d'effort en impédance mesure la position en utilisant un encodeur fixé sur l'arbre du moteur et connecté à une carte d'acquisition (DAQ). Cette mesure de la position est donc un signal numérique à temps discret. Le modèle de contact virtuel utilise ce signal pour calculer la force de retour désirée et la traduit en signal de commande envoyé à l'actionneur du dispositif haptique.

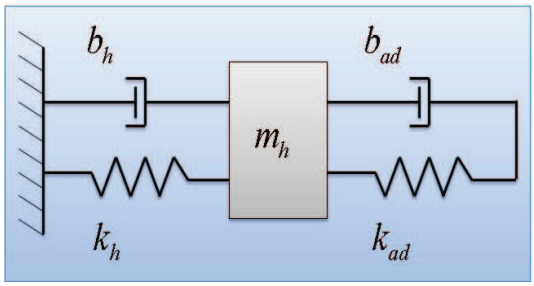
Dans cette partie, les non-linéarités telles que la saturation du moteur, la quantification, le frottement sec,... ne sont pas prises en compte. En fait, les études issues de la littérature [Abbott et Okamura, 2005, Diolaiti et al., 2006] ont montré que l'énergie générée par la quantification des signaux de mesures était dissipée par le frottement sec. Les effets du frottement sec et de la quantification peuvent donc être ignorés dans le modèle dynamique complet pour l'étude de la stabilité du système haptique. En outre, les systèmes haptiques souffrent toujours d'un certain retard inhérent au processus de calcul, venant principalement de la désynchronisation entre la boucle de contrôle et celle de



(a) Façon de prise par la main de l'opérateur



(b) Sans liaison déformable



(c) Avec liaison déformable avec le dispositif

Figure 2.6 – Modèles de l'Opérateur Humain.

simulation. En pratique, selon la configuration du système, le temps de retard est généralement inférieur ou égal à quelques périodes d'échantillonnage. De ce fait, le modèle dynamique du rendu haptique prend en compte ce retard.

En termes de mesure, le cas fréquent (pour une interface en impédance) est retenu : seule la position q_1 est mesurée à l'aide d'un encodeur attaché sur l'arbre du moteur et envoyée à l'environnement virtuel. Pour estimer la vitesse à partir de cette position, la méthode aux différences finies arrière est couramment utilisée. La force de retour est calculée en utilisant le modèle de contact virtuel basé sur des informations reçues du module de détection de collision.

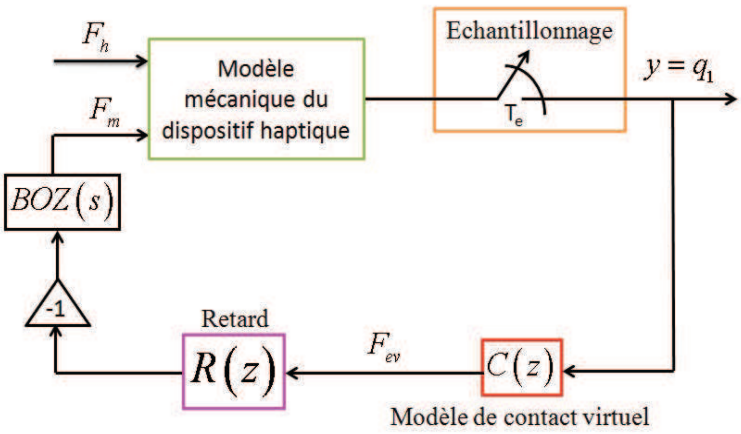


Figure 2.7 – Modèle dynamique global d'un système haptique à retour d'effort.

Du point de vue de l'automatique, le modèle dynamique global de ce système haptique s'écrit avec des parties continue et échantillonnée comme le montre la Figure 2.7. Le modèle du dispositif haptique peut être exprimé sous forme de fonction de transfert ou de modèle d'état. $C(z)$, $R(z)$ et $BOZ(s)$ désignent respectivement les fonctions de transfert du contact virtuel, du retard et du BOZ, dont les expressions sont :

$$C\left(z\right) = K_{mv} + B_{mv}\frac{z-1}{T_e z} \qquad R\left(z\right) = z^{-d} \qquad BOZ\left(s\right) = \frac{1-e^{-T_e s}}{s} \tag{2.11}$$

avec la période d'échantillonnage T_e et le retard pur relatif d ($d = \dfrac{T_r}{T_e}$, où T_r est le temps de retard).

2.3 Méthodes d'analyse de stabilité

Cette section présente deux méthodes basées sur le calcul de la marge de gain qui permettent d'obtenir la frontière de stabilité du système haptique en fonction des deux paramètres de contact virtuel (K_{mv} et B_{mv}). La première est une méthode analytique basée sur le critère de Routh-Hurwitz et la seconde méthode est numérique et s'appuie sur le critère de Nyquist.

2.3.1 Méthode analytique basée sur le critère de Routh-Hurwitz

Cette méthode analytique [Gil et al., 2004] est applicable pour les systèmes ayant une fonction de transfert simple, dans le cas contraire, il est préférable d'utiliser la 2nde méthode.

À partir du modèle dynamique global (cf. Figure 2.7), la fonction de transfert discrète de la boucle de commande haptique est définie par l'expression suivante :

$$G_{sys}(z) \equiv \frac{Q_1\left(z\right)}{F_h\left(z\right)} = \frac{Z\left[G_{mh}\left(s\right)BOZ\left(s\right)\right]}{1 + R\left(z\right)C\left(z\right)Z\left[G_m\left(s\right)BOZ\left(s\right)\right]} \tag{2.12}$$

Ainsi la stabilité du système haptique dépend de l'équation caractéristique issue de l'expression (2.12), soit :

$$1 + R\left(z\right)C\left(z\right)Z\left[G_m\left(s\right)BOZ\left(s\right)\right] = 0 \tag{2.13}$$

où $Z\left[.\right]$ désigne l'opérateur de la transformée en z de la fonction de transfert entre crochets. La transformation bilinéaire est ensuite utilisée pour se ramener au domaine de Laplace :

$$z = \frac{1+\mathrm{s}}{1-\mathrm{s}} \tag{2.14}$$

Puis, un changement de variables en paramètres adimensionnels est effectué comme le montre le Tableau 2.1. Enfin, le critère de Routh-Hurwitz est appliqué pour étudier la propriété de stabilité du système haptique. Une synthèse de cette méthode est donnée Figure 2.8.

Cette méthode a été appliquée au modèle mécanique rigide (Figure 2.2) pour examiner les effets des paramètres dynamiques sur la stabilité du système haptique.

Tableau 2.1 – Paramètres adimensionnels équivalents

Paramètre	Variable	Variable adimensionnelle
Raideur virtuelle	K_{mv}	$\alpha = \frac{K_{mv}T_e^2}{m}$
Amortissement virtuel	B_{mv}	$\beta = \frac{B_{mv}T_e}{m}$
Amortissement physique	b	$\delta = \frac{bT_e}{m}$
Retard	d	$d = \frac{T_r}{T_e}$

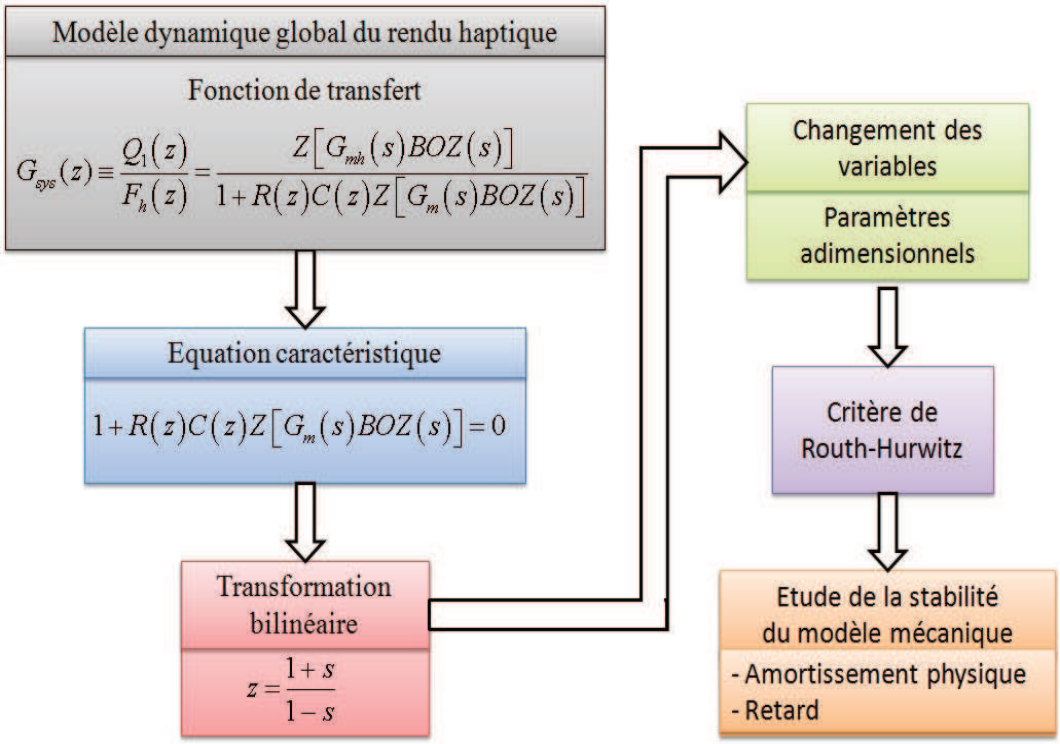


Figure 2.8 – Méthode analytique (critère de Routh-Hurwitz) pour l'étude de la stabilité.

2.3.2 Méthode numérique basée sur le critère de Nyquist

Pour les modèles de systèmes haptiques avec une fonction de transfert $G_m(s)$ d'ordre 4 ou plus (modèle avec mode flexible), il est impossible de retrouver une expression analytique générale de la fonction de transfert discrète équivalente $Z[G_m(s)BOZ(s)]$ en raison de la présence de puissance d'ordre élevé des paramètres. C'est pourquoi la méthode analytique n'est pas applicable. Pour résoudre ce problème, une méthode numérique basée sur le critère de Nyquist est proposée dans la littérature [Gil et al., 2004]. Celle-ci permet de caractériser numériquement la stabilité du système haptique.

En remplaçant l'expression de la fonction de transfert $C(z)$ du contact virtuel (donnée en (2.11)) dans l'équation caractéristique (2.13), et après quelques transformations,

l'équation (2.13) peut être réécrite comme suit :

$$1 + K_{mv}\frac{R(z)\,Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]}{1 + B_{mv}\dfrac{z-1}{T_e z}R(z)\,Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]} = 0 \tag{2.15}$$

En appliquant le critère de Nyquist, la valeur critique K_{mv}^{cri} de la raideur virtuelle est définie par :

$$K_{mv}^{cri} = M_G\left\{\frac{R(z)\,Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]}{1 + B_{mv}\dfrac{z-1}{T_e z}R(z)\,Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]}\right\} \tag{2.16}$$

où $M_G\{.\}$ représente la marge de gain de la fonction de transfert entre accolades. La fonction *margin* de MATLAB® est utilisée pour calculer K_{mv}^{cri} en faisant varier l'amortissement virtuel B_{mv}. Bien que le paramètre B_{mv} du contact virtuel ait un effet amortissant, il peut conduire à l'instabilité du système haptique. Au-delà d'une certaine valeur, appelée valeur critique B_{mv}^{cri}, le système haptique devient instable pour toute valeur de raideur virtuelle K_{mv}. Cet amortissement critique B_{mv}^{cri} peut être obtenu en utilisant l'expression proposée suivante :

$$B_{mv}^{cri} = T_e.M_G\left\{\frac{z-1}{z}R(z)\,Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]\right\} \tag{2.17}$$

Ainsi, le domaine de stabilité est défini dans le plan $B_{mv} - K_{mv}$ en fonction des caractéristiques du système haptique. Cette méthode est utilisée à partir des différents modèles vus précédemment pour mettre en évidence l'influence du retard, des modes flexibles et des caractéristiques dynamique de l'opérateur.

2.4 Analyse de stabilité du système haptique

2.4.1 Effet de l'amortissement physique

Dans cette partie, la méthode analytique basée sur le critère de Routh-Hurwitz est appliquée au modèle mécanique rigide pour étudier l'effet de l'amortissement physique sur la stabilité du système haptique. La fonction de transfert discrète équivalente est donnée par l'expression suivante :

$$Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right] = \frac{\left(e^{-\frac{bT_e}{m}} - 1 + \dfrac{bT_e}{m}\right)z + 1 - \left(1 + \dfrac{bT_e}{m}\right)e^{-\frac{bT_e}{m}}}{\dfrac{b^2}{m}(z-1)\left(z - e^{-\frac{bT_e}{m}}\right)} \tag{2.18}$$

En utilisant les paramètres adimensionnels (voir Tableau 2.1), la transformation bilinéaire (2.14), et un temps de retard égal à la période d'échantillonnage : $T_r = T_e$ (i.e. $d = 1$), l'équation caractéristique (2.13) devient :

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \tag{2.19}$$

où :

$$
\begin{aligned}
a_4 &= \left\{\left[2\left(1-e^{-\delta}\right)-\left(1+e^{-\delta}\right)\delta\right](\alpha+2\beta)-2\delta^2\left(1+e^{-\delta}\right)\right\}\\
a_3 &= \left\{2\left[(\delta+1)e^{-\delta}-1\right]\alpha+2\left[\left(1+3e^{-\delta}\right)\delta-4\left(1-e^{-\delta}\right)\right]\beta-2\left(3+e^{-\delta}\right)\delta^2\right\}\\
a_2 &= \left\{2\left(-1+\delta+e^{-\delta}\right)\alpha+2\left[2\left(1-e^{-\delta}\right)+\left(1-3e^{-\delta}\right)\delta\right]\beta+2\left(e^{-\delta}-3\right)\delta^2\right\}\\
a_1 &= \left\{2\left[1-(1+\delta)e^{-\delta}\right]\alpha+2\left(e^{-\delta}-1\right)\delta\beta+2\left(e^{-\delta}-1\right)\delta^2\right\}\\
a_0 &= \left(e^{-\delta}-1\right)\delta\alpha
\end{aligned}
$$

Selon le critère de Routh-Hurwitz, la condition de stabilité s'écrit :

$$
\begin{cases}
a_i > 0 \;\forall i = 0,...,4\\
a_4 a_1 - a_3 a_2 < 0\\
a_0 a_3^2 + a_1\left(a_4 a_1 - a_3 a_2\right) < 0
\end{cases}
\tag{2.20}
$$

Bien qu'une solution analytique soit facilement obtenue, il est impossible d'isoler l'un des paramètres adimensionnels en fonction des autres à cause de la présence de puissance élevée de ces paramètres. Cependant, il est intéressant de représenter cette condition de stabilité dans un plan graphique de deux paramètres adimensionnels : α (raideur virtuel) en fonction de β (amortissement virtuel). La Figure 2.9 montre les frontières de stabilité correspondantes à différentes valeurs de l'amortissement physique adimensionnel δ.

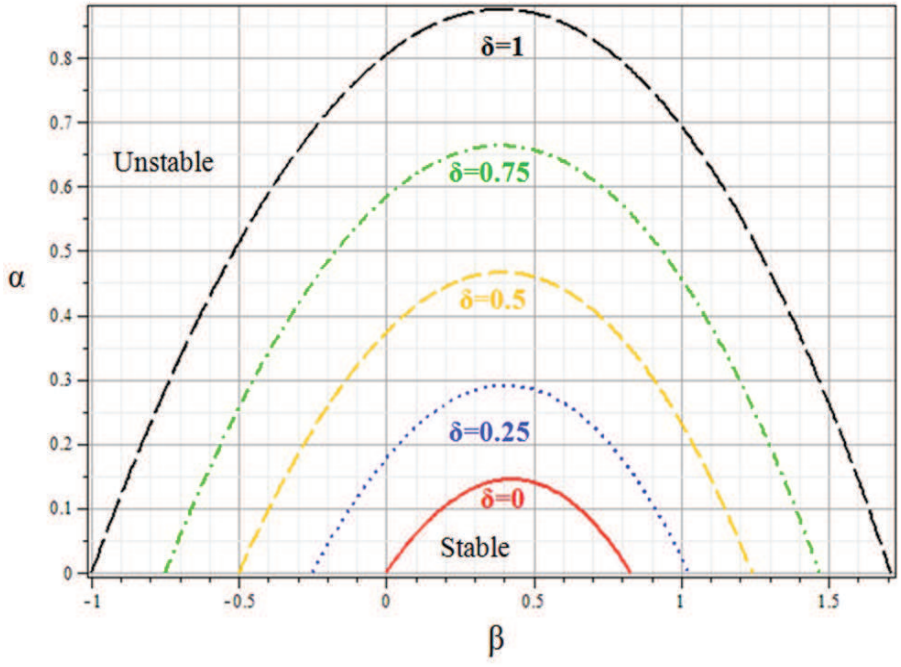


Figure 2.9 – Frontières de stabilité pour différentes valeurs d'amortissement physique (modèle mécanique rigide et retard $d = 1$).

Évidemment, l'amortissement physique affecte la stabilité du système haptique. Le domaine de stabilité le plus large correspond à la valeur la plus élevée de l'amortissement physique. Une valeur négative de l'amortissement virtuel peut également être utilisée afin de stabiliser le système. Ces résultats sont cohérents avec ceux trouvés dans la littérature [Hulin et al., 2006].

L'amortissement physique adimensionnel δ dépend à la fois de la grandeur physique $\frac{b}{m}$ et de la période d'échantillonnage T_e. Dans les faits, la fréquence d'échantillonnage utilisée est en général assez importante : $f_e \geq 1$kHz [Gil et al., 2007]. Les investigations expérimentales dans [Diolaiti et al., 2006] ont montré un rapport $\frac{b}{m} \ll 1$ pour certains dispositifs haptiques commerciaux. La valeur de l'amortissement physique adimensionnel est donc très faible $\delta \ll 10^{-3}$. Par conséquent, un développement en série de Taylor à l'ordre 2 de la fonction exponentielle est suffisant :

$$e^{-\delta} = 1 - \delta + \frac{1}{2}\delta^2 + O(\delta^3) \tag{2.21}$$

Ainsi, la condition de stabilité s'écrit alors :

$$\alpha < \frac{2}{3}(\beta + \delta) \tag{2.22}$$

On retrouve la condition de stabilité donnée dans [Bonneton et Hayward, 1994] et obtenue en utilisant une approximation de Padé. À partir de cette condition de stabilité, plusieurs solutions permettant d'augmenter le domaine de stabilité du système haptique ont été proposées dans la littérature : en ajoutant un amortissement électrique [Mehling et al., 2005, Tognetti et Book, 2006] ou magnétique [Gosline et al., 2006], ou encore, en utilisant un frein électrique [Kwon et Song, 2006, Cho et al., 2007].

2.4.2 Effet du retard

Dans un système haptique à retour d'effort, un retard est introduit par l'effet des conversions analogique-numérique (en particulier les phénomènes d'échantillonnage et de reconstruction par BOZ), les calculs nécessaires pour l'environnement virtuel et la désynchronisation de la boucle de détection de collision et la boucle de contrôle. Ce retard, de l'ordre de quelques périodes d'échantillonnage, a des effets notables sur la stabilité. Par conséquent, il doit être pris en compte dans l'analyse de la stabilité du système haptique.

Tout d'abord, l'influence de ce retard sur la stabilité du modèle mécanique rigide est examinée en utilisant la méthode analytique. L'équation caractéristique du modèle discret du système haptique prenant en compte le retard d s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} &(\alpha+\beta)\left(1-\delta-e^{-\delta}\right)z^2 - \delta^2\left(z-e^{-\delta}\right)(z-1)\,z^{1+d} \\ &+ \left\{\left[(1+\delta)\,e^{-\delta}-1\right]\alpha + \left[(2+\delta)\,e^{-\delta}+\delta-2\right]\beta\right\} z \\ &+ \beta\left[1-(\delta+1)\,e^{-\delta}\right] = 0 \end{aligned} \tag{2.23}$$

La condition de stabilité étant complexe, il est intéressant de tracer le domaine de stabilité dans le plan des deux paramètres adimensionnels α et β. Les frontières de stabilité correspondantes, pour quelques valeurs du retard d, sont données sur la Figure 2.10. Celle-ci montre clairement que la présence du retard dans le système haptique réduit considérablement le domaine de stabilité.

Certains dispositifs haptiques actuels ont un amortissement physique adimensionnel très faible : $\delta \ll 10^{-3}$. Pour de telles valeurs faibles et après linéarisation, Gil et ses collègues [Gil et al., 2007] ont proposé une condition de stabilité pour le modèle linéaire du

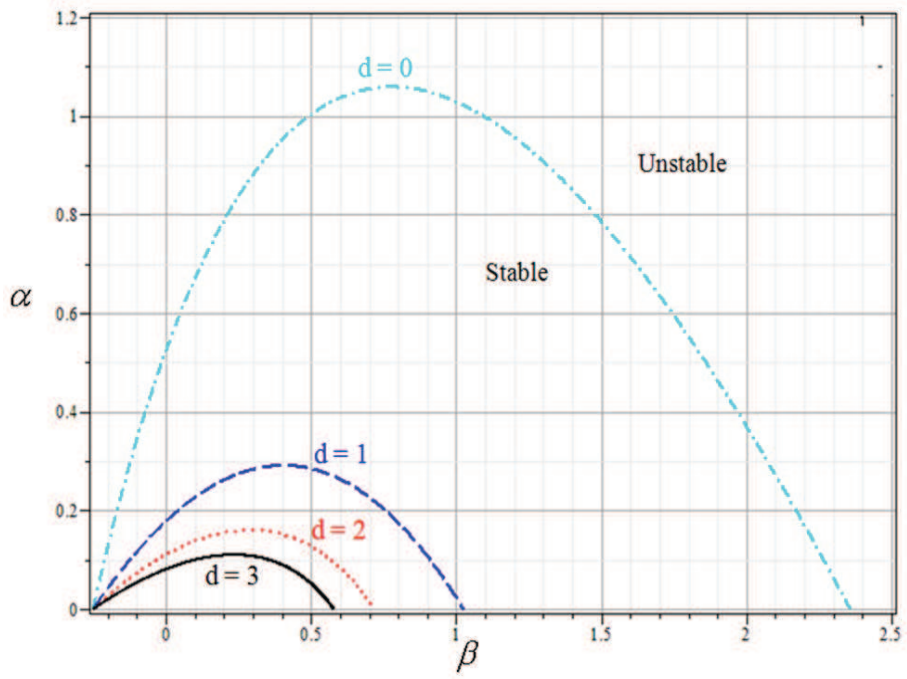


Figure 2.10 – Frontière de stabilité pour différentes valeurs du retard (modèle mécanique rigide et amortissement physique $\delta = 0{,}25$).

système haptique intégrant l'effet du temps de retard d. Celle-ci est donnée par l'expression :

$$\alpha < \frac{2}{1+2d}\,(\beta + \delta) \tag{2.24}$$

Toutefois, les auteurs ont remarqué que cette condition n'était utilisable que pour les systèmes haptiques avec un temps du retard inférieur ou égal à une période d'échantillonnage, soit $d \leq 1$. Pour un temps de retard plus long, cette condition n'est pas applicable.

Par la suite, l'effet du retard sur la stabilité est examiné compte tenu de la flexibilité du dispositif et de la dynamique de l'opérateur humain. Dans ce but, la méthode numérique basée sur le critère de Nyquist est utilisé en raison de la complexité du modèle. Le modèle mécanique à un mode flexible (noté MF par la suite), cf. Figure 2.3, est utilisé seul ou couplé avec le modèle de l'opérateur humain avec liaison déformable (noté MF+OH2 par la suite), cf. Figure 2.6(b) ; les résultats sont comparés avec ceux obtenus avec le modèle plus simple (noté MS par la suite), à savoir le modèle mécanique rigide. Les paramètres des modèles MS, MF et MF+OH2 du dispositif haptique LHIfAM [Díaz et Gil, 2010], cf. Figure 2.11, sont donnés dans le Tableau 2.2. Pour ce dispositif haptique, notons auparavant que le 1er mode vibratoire a un effet déterminant sur la stabilité, que ce soit sans retard, cf. Figure 2.12 ou avec, cf. Figure 2.13 ; pour les très petites valeurs de B_{mv}, le domaine de stabilité des modèles MF et MF+OH2 est sensiblement plus grand que celui du modèle MS tandis que pour les plus grandes valeurs, le domaine de stabilité est très fortement restreint en raison du mode flexible (MF et MF+OH2 versus MS). Comme on peut le voir sur les Figures 2.12 à 2.14, l'existence du retard modifie qualitativement le domaine de stabilité du système haptique. En effet, dans le cas sans retard $(d = 0)$ à la Figure 2.12, on peut considérer deux parties dans le domaine de stabilité : la première partie correspond aux petites valeurs de B_{mv}, jusqu'à 100 Ns/m, pour lesquelles la fron-

tière de stabilité des modèles MF et MF+OH2 est quasiment superposée (celle de MF est sensiblement plus élevée) ; quant à la deuxième partie, pour les valeurs plus grandes de B_{mv}, la frontière de stabilité du modèle MF+OH2 est plus élevée que celle du modèle MF. Toutefois, en présence d'un retard comme sur la Figure 2.13 pour $(d = 1)$, la tendance est différente voir inversée : pour de petite valeur de B_{mv}, jusqu'à 10 Ns/m, les frontières de stabilitédes modèles MF et MF+OH2 sont «qualitativement» différentes, à la faveur du modèle MF+OH2, tandis que pour les valeurs plus grandes de B_{mv}, la frontière de stabilité du modèle MF est plus élevée.

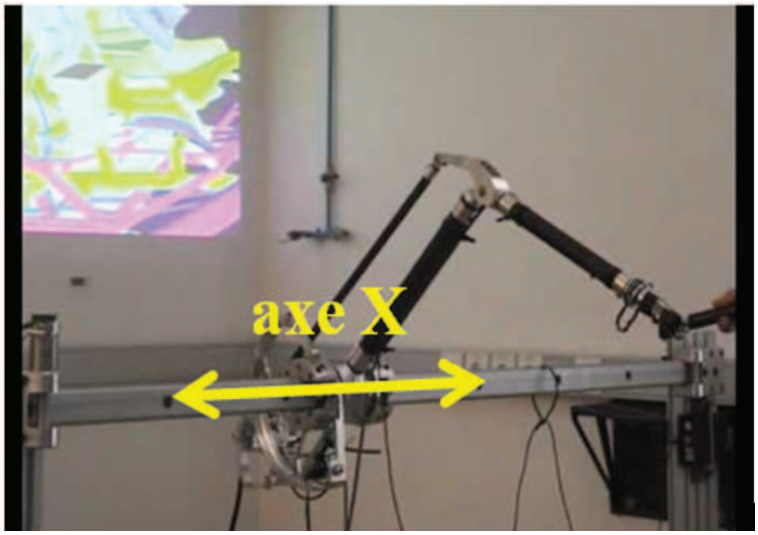


Figure 2.11 – Dispositif haptique LHIfAM (Large Haptic Interface for Aeronautics Maintainablity).

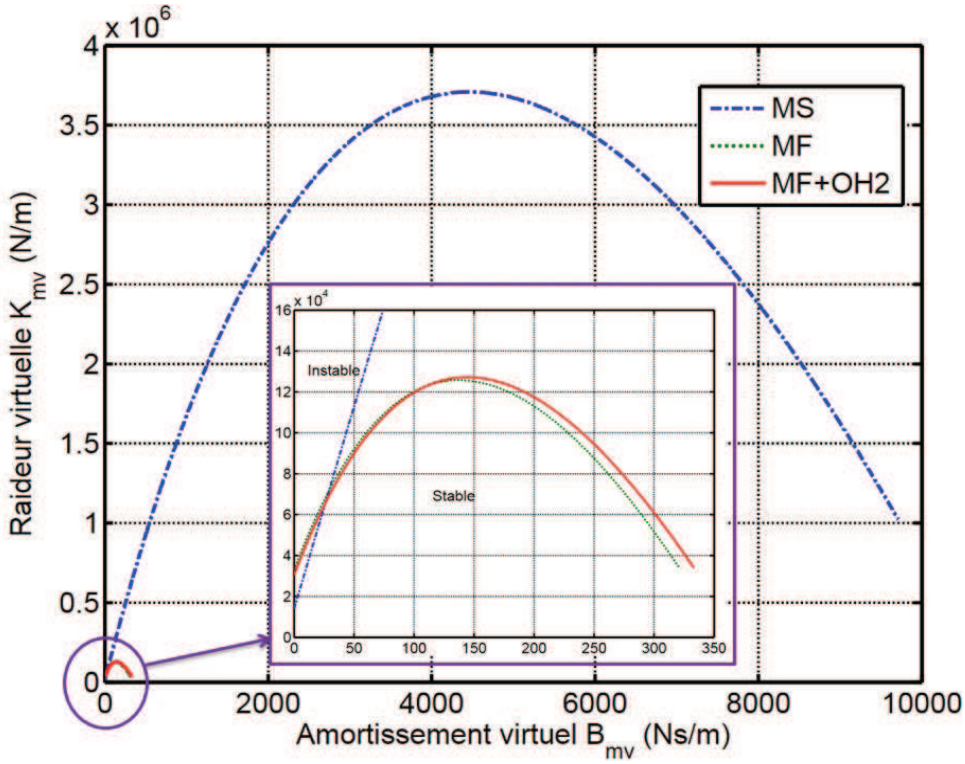


Figure 2.12 – Domaine de stabilité du dispositif haptique LHIfAM dans le cas sans retard $d = 0$.

Tableau 2.2 – Paramètres physiques du dispositif haptique LHIfAM

Paramètre		Variable	MS	MF	MF+OH2
Dispositif	Masse	m(kg)	5,39	-	-
	Amortissement	b(Ns/m)	6,9	-	-
	Période d'échantillonnage	T_e(ms)	1	1	1
Moteur	Masse	m_1(kg)	-	0,19	0,2
	Amortissement	b_1(Ns/m)	-	0,1	0,1
Liaison	Raideur	k_c(N/m)	-	55300	61360
	Amortissement	b_c(Ns/m)	-	15	13,41
Bras	Masse	m_2(kg)	-	5,2	3,78
	Amortissement	b_2(Ns/m)	-	6,8	4
Lien	Raideur	k_{ad}(N/m)	-	-	56030
	Amortissement	b_{ad}(Ns/m)	-	-	62,68
Opérateur humain	Masse	m_h(kg)	-	-	1,42
	Amortissement	b_h(Ns/m)	-	-	18,34
	Raideur	k_h(N/m)	-	-	133,48

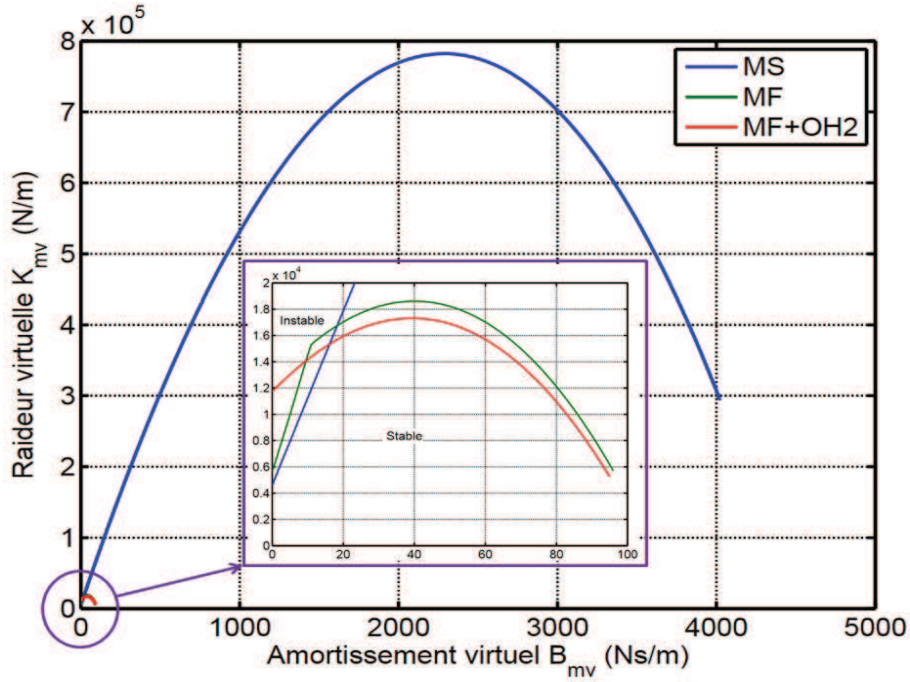


Figure 2.13 – Domaine de stabilité du dispositif haptique LHIfAM pour le retard $d = 1$.

Désignons par $K_{mv}^{cri}(B_{mv},d)$ la frontière du domaine de stabilité pour un retard d donné et par $K_{mv,\max}^{cri}(d)$ la valeur maximale atteignable de la raideur virtuelle en fonction

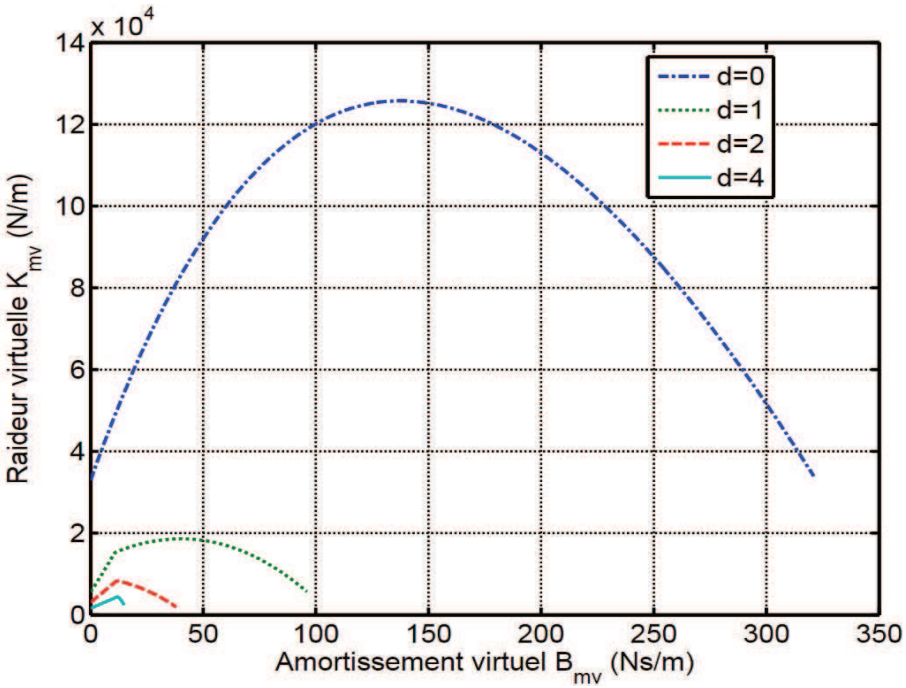


Figure 2.14 – Frontières de stabilité du dispositif haptique LHIfAM (modèle MF) pour quelques valeurs différentes du retard : $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$ *et* $d = 4$.

du retard telle que :

$$K^{cri}_{mv,\max}(d) = \max_{\forall B_{mv}} \left(K^{cri}_{mv}(B_{mv},d) \right) \tag{2.25}$$

Comme on peut s'y attendre, la valeur maximale $K^{cri}_{mv,\max}(d)$ décroit avec la valeur du retard. Une illustration de cette observation est donnée Figure 2.14 pour le modèle MF du dispositif haptique LHIfAM.

Il convient de mentionner que le système haptique n'est pas stable pour toutes les valeurs de l'amortissement virtuel B_{mv}. Comme le montre la Figure 2.14, pour chaque valeur du retard, l'enveloppe de la frontière de stabilité se termine pour un amortissement virtuel critique B^{cri}_{mv} à partir duquel le système haptique peut devenir instable quelque soit la valeur de K_{mv}. Ce fait dépendra de l'application. En effet, pour une application où il existe une interaction avec un mur virtuel, une grande raideur du mur virtuel est souhaitée. Dans ce cas, la raideur virtuelle est plus importante que l'amortissement virtuel, et l'amortissement virtuel est ajouté au modèle de contact virtuel afin d'améliorer la stabilité du système. Par contre, pour une application qui met en jeu la simulation du frottement visqueux, ce paramètre d'amortissement devient plus important que la raideur. Le Tableau 2.3 présente les valeurs de l'amortissement virtuel critique B_{mv} pour les différents modèles du dispositif haptique LHIfAM en fonction de celles du retard.

Pour compléter cette étude, l'effet du retard sur la stabilité du premier ddl d'un autre dispositif haptique typique - le PHANTOM® Premium 1.0 (cf. Figure 2.15) - est analysé à partir d'un modèle mécanique prenant en compte les deux premiers modes flexibles (cf. Figure 2.4, modèle noté M2F par la suite), modes les plus significatifs, avec les paramètres donnés dans Tableau 2.4 [Gil et al., 2010].

La Figure 2.16 montre les frontières de stabilité du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 pour différentes valeurs du retard : $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$, $d = 4$ *et* $d = 8$.

Tableau 2.3 – Amortissement virtuel critique B_{mv}^{cri} (Ns/m)

Retard	Modèle		
	MS	MF	MF+OH2
d = 0	10790	357,56	370,15
d = 1	4470,4	106,94	105,74
d = 2	2893,2	42,76	39,035
d = 4	1711,9	17,526	16,165

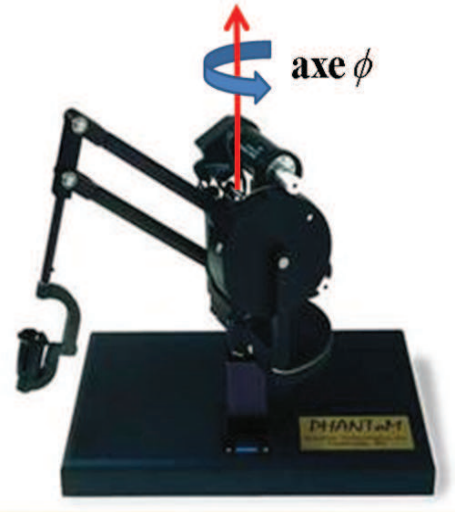


Figure 2.15 – Dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0.

Tableau 2.4 – Paramètres physiques du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0

Paramètre	Variable	Valeur
Mode de corps rigide		
Inertie	m	1,168(gm^2)
Constante de frottement visqueux	b	0,0054(Nms/rad^2)
1er mode vibratoire		
Fréquence d'antirésonance	w_{a1}	417,612(rad/s)
Coefficient d'amortissement	c_{a1}	80(Nms/rad)
Fréquence de résonance	w_{r1}	479,166(rad/s)
Coefficient d'amortissement	c_{r1}	83(Nms/rad)
2er mode vibratoire		
Fréquence d'antirésonance	w_{a2}	546,626(rad/s)
Coefficient d'amortissement	c_{a2}	90(Nms/rad)
Fréquence de résonance	w_{r2}	1159,31(rad/s)
Coefficient d'amortissement	c_{r2}	352(Nms/rad)

Évidemment, le même constat est fait que pour le dispositif haptique LHIfAM : la va-

leur maximale $K_{mv,\max}^{cri}(d)$ décroit avec la valeur du retard. Cette diminution s'observe aussi pour un amortissement virtuel nul $(B_{mv} = 0)$, ce qui s'explique facilement dans le diagramme de Bode de la fonction $Z\left[G_m(s)\,BOZ(s)\right]R(z)$ (cf. Figure 2.17) : l'accroissement du retard entraîne une réduction de la fréquence pour laquelle le déphasage vaut -180° (appelée fréquence de déphasage critique par la suite) et donc une réduction de la marge de gain (courbe de gain à pente négative invariante au retard).

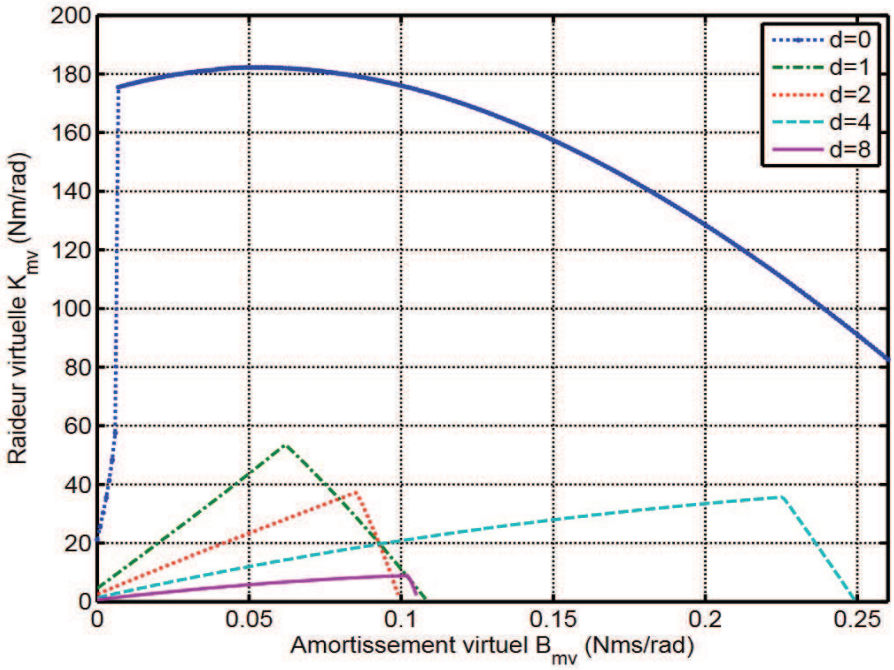


Figure 2.16 – Frontières de stabilité du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 (modèle M2F) pour quelques valeurs différentes du retard : $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$, $d = 4$ *et* $d = 8$.

Cependant, pour le modèle M2F du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0, le domaine de stabilité n'est pas toujours réduit avec l'accroissement du retard comme on peut le voir en comparant les limites pour $d = 2$ et $d = 4$. Ce fait est causé par l'effet des modes vibratoires dans le modèle. Une étude plus en détail de l'influence des modes vibratoires sur la caractéristique de stabilité du système haptique est présentée dans la partie suivante. Il est intéressant de noter que le retard est plus favorable que $d = 2$ lorsque l'on souhaite décrire un contact virtuel avec un amortissement élevé $(B_{mv} > 0{,}09\mathrm{Nms/rad})$. Ceci s'explique en analysant l'évolution de la fréquence de déphasage critique en fonction de la valeur de l'amortissement virtuel B_{mv}, cf. Figure 2.18 ; la valeur maximale w_{cri} de cette fréquence est, pour $d = 8$, la 2ème plus élevée $(w_{cri} = 1641{,}6\mathrm{rad/s})$ après celle obtenue pour $d = 0$ alors que celle obtenue pour $d = 4$ est la plus faible $(w_{cri} = 1081{,}6\mathrm{rad/s})$. Ces résultats sont cohérents avec les résultats expérimentaux obtenus dans la littérature [Gil et al., 2010].

2.4.3 Effet des modes vibratoires

Généralement, la présence de modes flexibles fait réduire considérablement le domaine de stabilité d'un système haptique, comme le montrent les Figures 2.12 et 2.13. Toutefois, ces modes flexibles permettent d'augmenter la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri} pour les petites valeurs de l'amortissement virtuel B_{mv}. Quelques travaux [Díaz et al.,

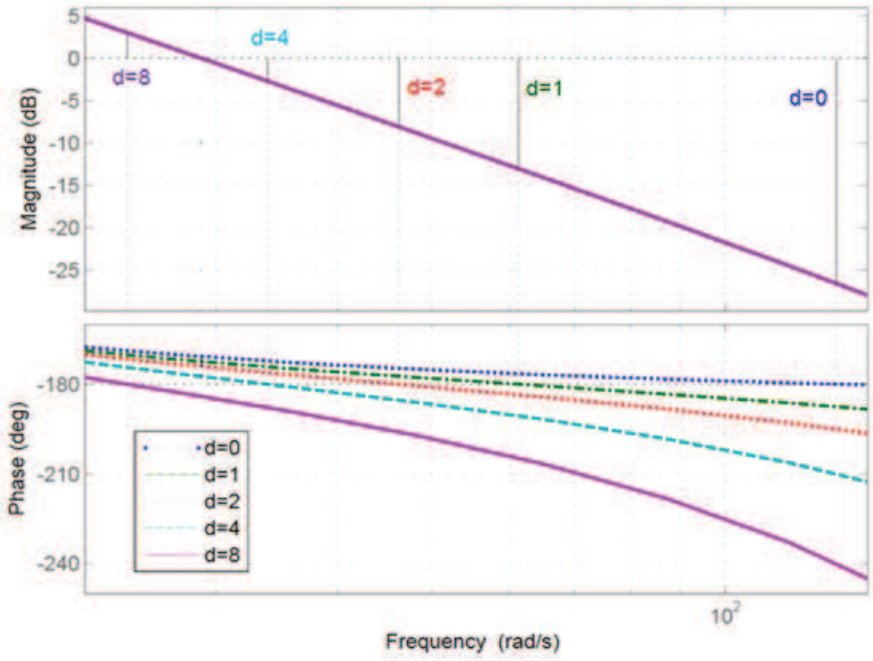


Figure 2.17 – Diagramme de Bode de la fonction $Z[G_m(s)BOZ(s)]R(z)$ pour différents retards (PHANTOM® Premium 1.0).

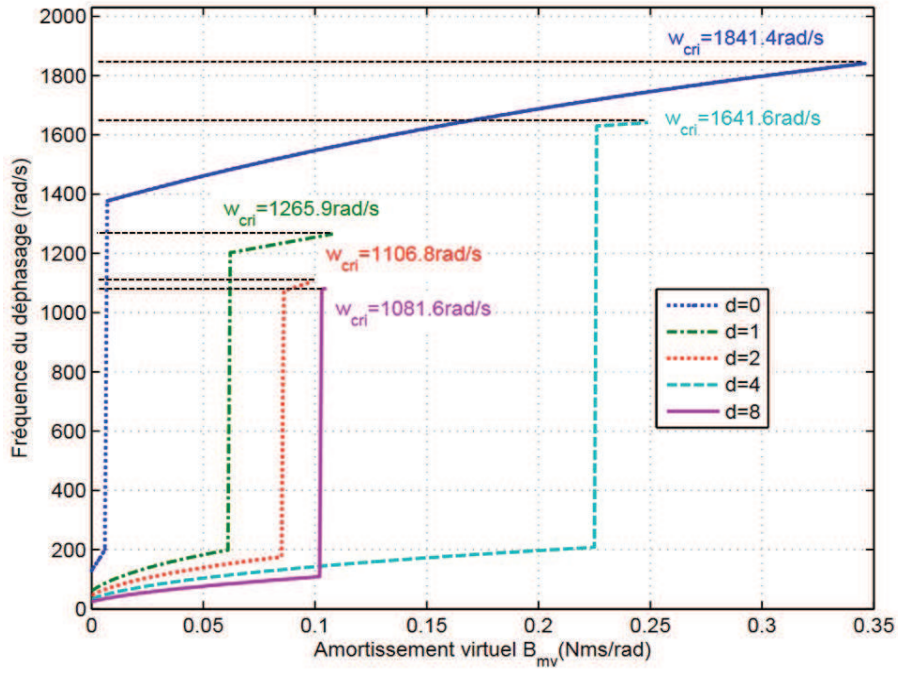


Figure 2.18 – Fréquence de déphasage critique pour différentes valeurs du retard : $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$, $d = 4$ *et* $d = 8$ (PHANTOM® Premium 1.0).

2010] concernent l'étude de l'influence de la fréquence de résonance du 1er mode flexible (modèle MF) du dispositif haptique LHIfAM. Un critère pour estimer l'effet de ce mode sur la caractéristique de stabilité du système haptique est proposé, celui-ci permet d'estimer si la fréquence de résonance influe sur la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri}. Ce critère consiste à comparer la valeur Q de l'inverse du gain à la résonance avec la valeur cri-

tique K_{mv}^{cri} de la raideur virtuelle obtenue en négligeant le mode flexible. Si Q est du même ordre de grandeur ou plus grand que cette dernière, alors le mode flexible doit être pris en compte dans l'analyse de stabilité. La valeur Q peut être estimée par l'expression suivante :

$$Q \approx m_1 z_n \omega_n \tag{2.26}$$

où :

$$z_n = \frac{b_1 + b_c}{m_1} + \frac{b_c + b_2}{m_2} - \frac{b_1 + b_2}{m_1 + m_2}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_c\,(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$

Les études théoriques et expérimentales [Gil et al., 2010, Díaz et al., 2010, Ciaurriz et al., 2013] ont montré que les modes vibratoires jouent un rôle important sur la stabilité du système haptique. C'est pourquoi ces modes vibratoires doivent être pris en compte dans l'analyse de stabilité d'un système haptique pour déterminer son domaine de stabilité. Dans les deux paragraphes suivants, l'effet des fréquences d'anti-résonance des deux premiers modes flexibles du 1er ddl du dispositif haptique PHANTOM® Premium 1.0 (paramètres physiques, cf. Tableau 2.4) est examiné, les autres paramètres étant gardés constants. Le retard et la période d'échantillonnage sont : $T_r = T_e = 1$ms soit $d = 1$. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_m(s)$ du modèle à 2 modes flexibles (équations (2.9) avec pour entrée l'effort moteur F_m, et pour sortie la mesure de position q_1 au moteur) du PHANTOM® Premium 1.0 est présenté Figure 2.19.

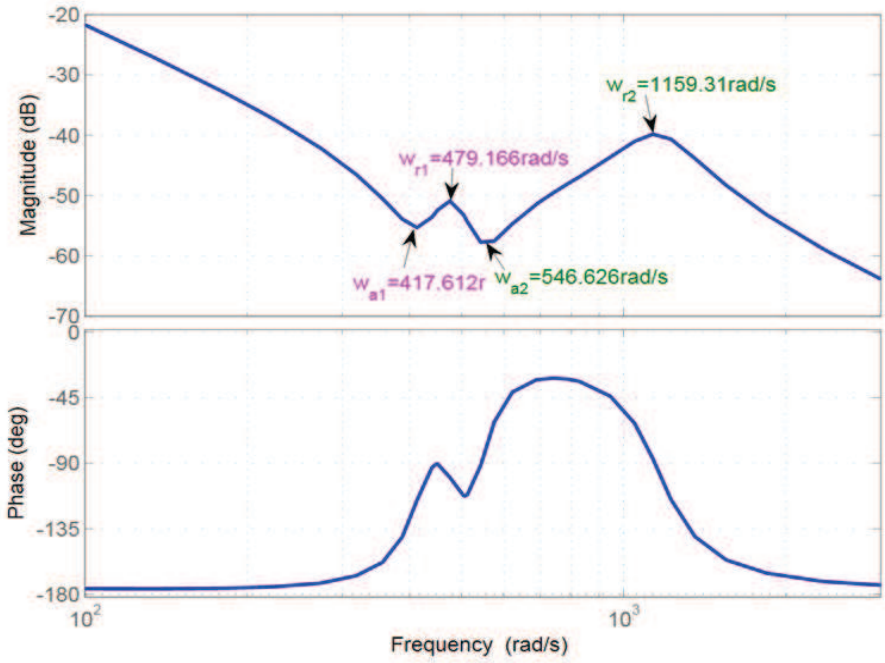


Figure 2.19 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_m(s)$ (PHANTOM® Premium 1.0).

2.4.3.1 Effet du premier mode vibratoire

On commence par faire varier la 1ère fréquence d'anti-résonnance w_{a1} entre une petite valeur et la fréquence de résonnance w_{r1} :

$$0 < w_{a1} < w_{r1} = 479{,}166\,(\mathrm{rad/s}) \tag{2.27}$$

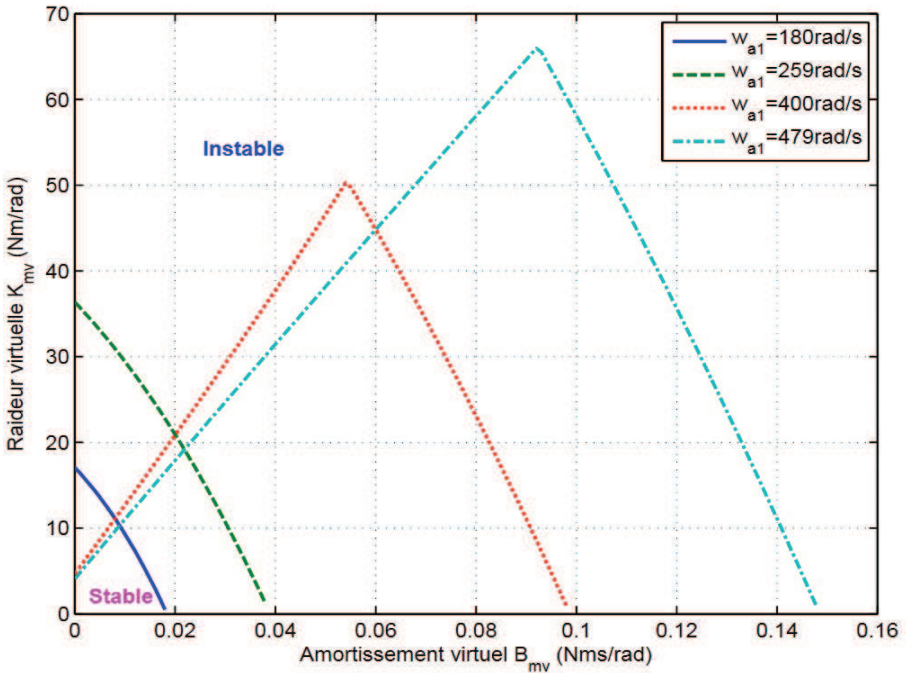


Figure 2.20 – Frontières de stabilité pour différentes valeurs de w_{a1}.

La Figure 2.20 montre les domaines de stabilité correspondant à quatre valeurs différentes de w_{a1}. On remarque que la typologie de ces domaines change quand w_{a1} varie conformément à (2.27). Ce changement se comprend à partir du diagramme de Bode de $Z[G_m(s)BOZ(s)]R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$), cf. Figure 2.21, en observant que les fréquences de déphasage critique se situent au niveau du 2ème mode vibratoire pour les petites valeurs de w_{a1} (180 et 259 rad/s) et, pour les plus grandes valeurs de w_{a1} (400 et 479 rad/s), elles se situent avant le 1er mode vibratoire. Cette analyse met en évidence une fréquence d'anti-résonance de transition pour laquelle s'opère cette modification qualitative.

Comme on peut le voir sur les Figures 2.22 et 2.23, cette fréquence de transition, notée w_{at1}, se situe dans le domaine $264\mathrm{rad/s} < w_{at1} < 265\mathrm{rad/s}$. Pour $w_{a1} \leq 264\mathrm{rad/s}$, la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri} pour la stabilité est maximale pour $B_{mv} = 0$, la fréquence de déphasage critique étant située au voisinage de la 2ème fréquence de résonance. Pour $w_{a1} \geq 265\mathrm{rad/s}$, on observe que la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri} pour $B_{mv} = 0$ décroit brutalement car la fréquence de déphasage critique est alors bien inférieure à w_{a1} (domaine de basse fréquence correspondant au mode de corps rigide). Dans ce cas, la frontière de stabilité possède une forme de V inversée, voir les Figures 2.20 et 2.22, pour laquelle la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri} est obtenue pour $B_{mv} > 0$ et non plus $B_{mv} = 0$.

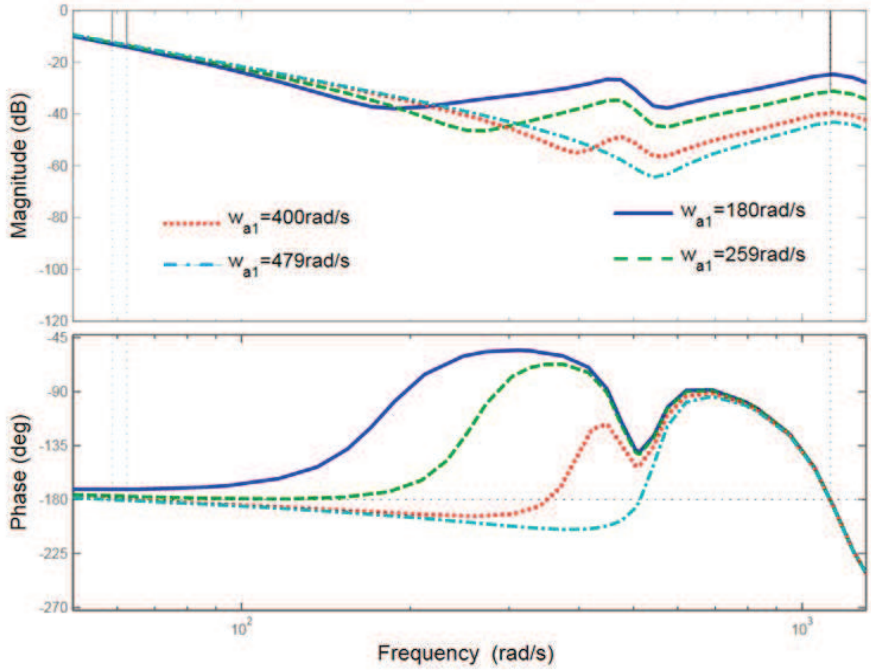


Figure 2.21 – Diagramme de Bode de $Z[G_m(s)BOZ(s)]R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a1}.

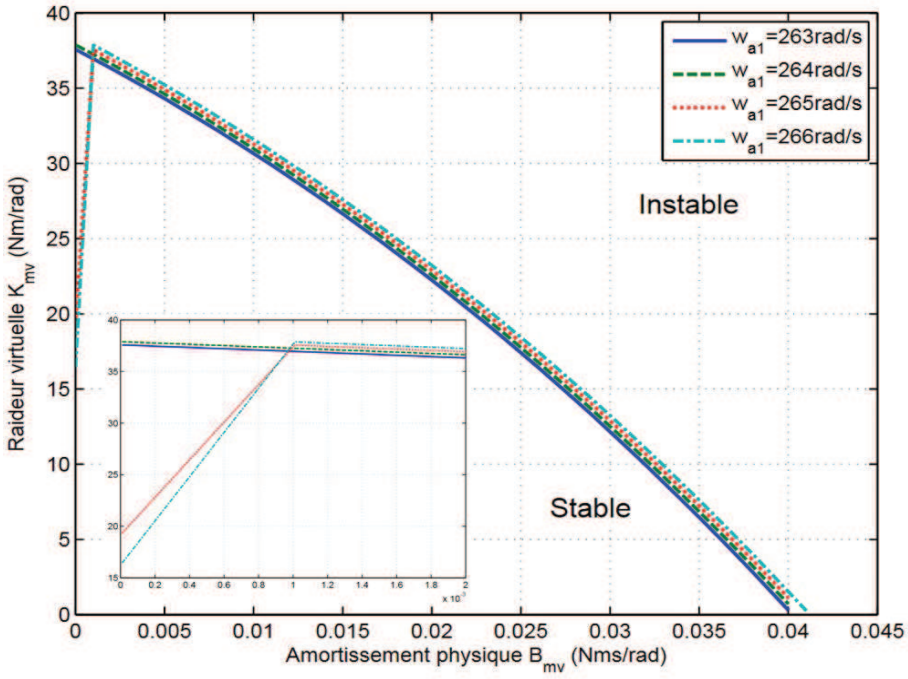


Figure 2.22 – Limites de stabilité pour différentes valeurs de w_{a1} autour de la fréquence de transition w_{at1}.

2.4.3.2 Effet du deuxième mode vibratoire

Dans ce paragraphe, l'influence de la 2ème fréquence d'anti-résonance w_{a2} sur la caractéristique de stabilité est examinée. On fait varier cette fréquence d'anti-résonance entre

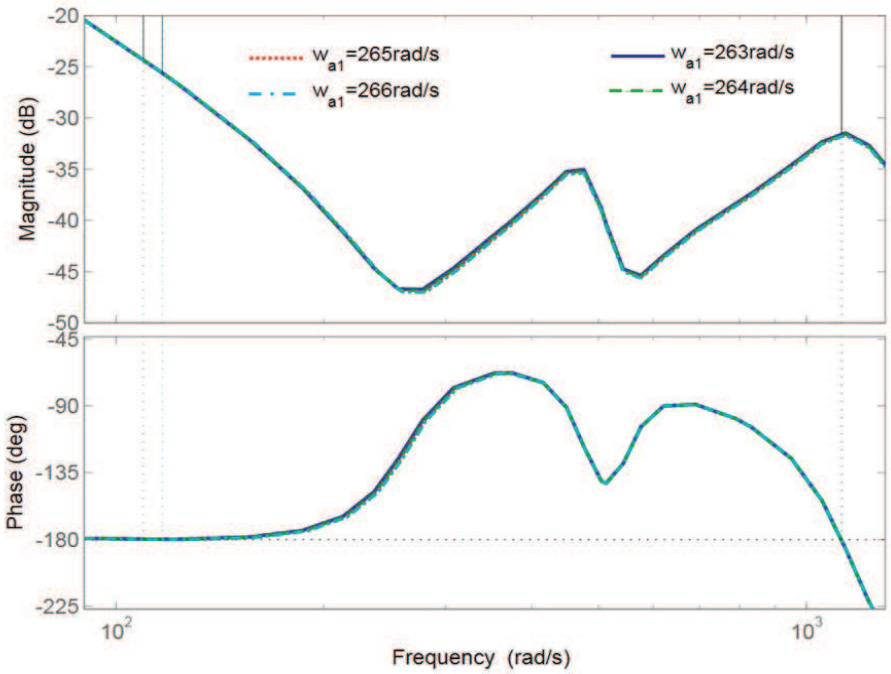


Figure 2.23 – Diagramme de Bode de $Z[G_m(s)BOZ(s)]R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a1} autour de la fréquence de transition w_{at1}.

les fréquences de résonance w_{r1} et w_{r2} :

$$w_{r1} = 479{,}166\,(\mathrm{rad/s}) < w_{a2} < w_{r2} = 1159{,}31\,(\mathrm{rad/s}) \tag{2.28}$$

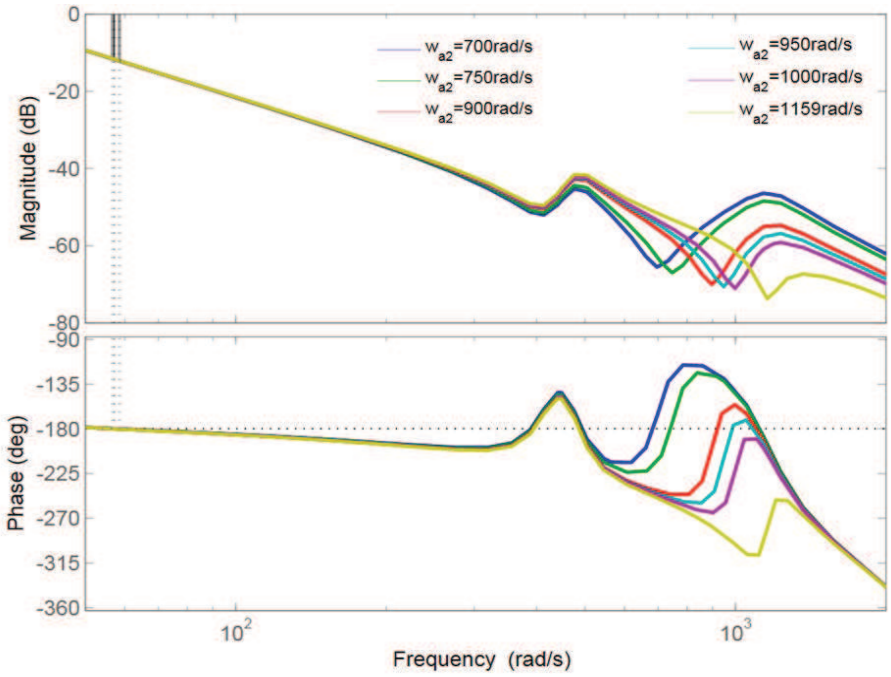


Figure 2.24 – Diagramme de Bode de $Z[G_m(s)BOZ(s)]R(z)$ (avec $R(z) = z^{-1}$) pour différentes valeurs de w_{a2}.

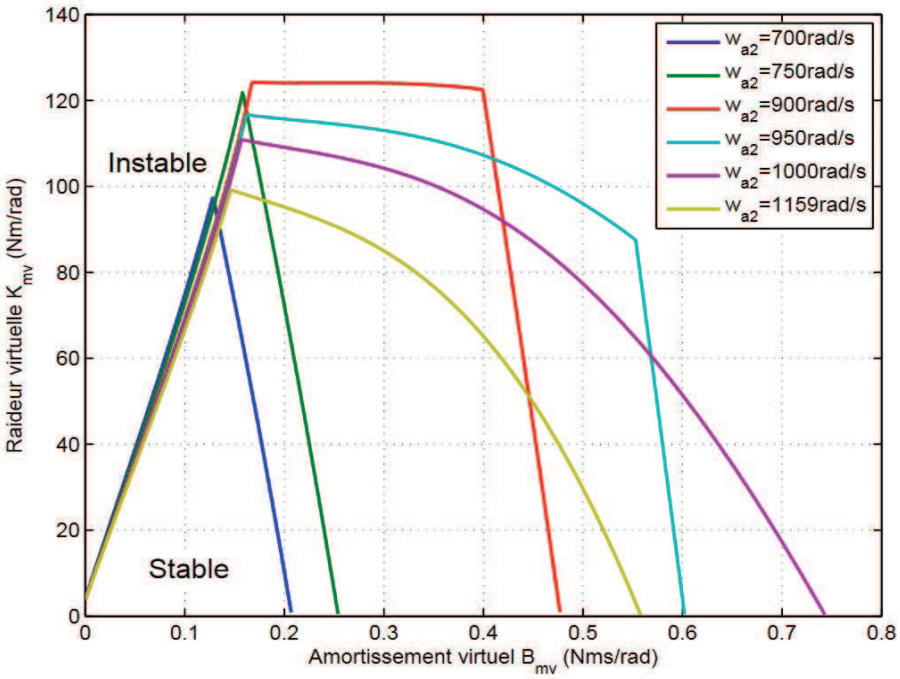


Figure 2.25 – Frontières de stabilité pour différentes valeurs de w_{a2}.

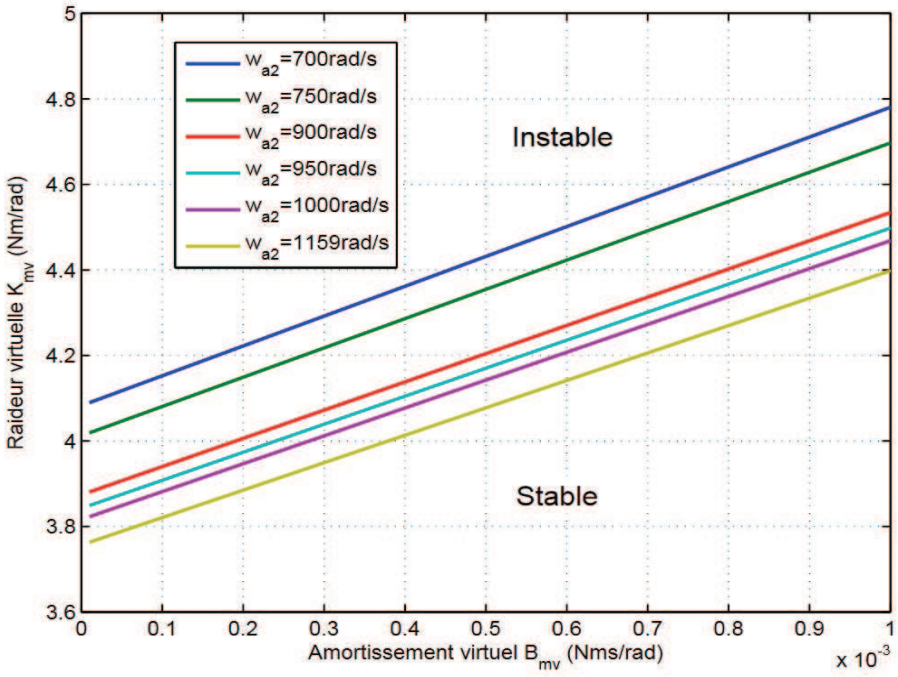


Figure 2.26 – Frontières de stabilité au voisinage de $B_{mv} = 0$.

La fréquence de déphasage critique est toujours bien inférieure à w_{a1}, cf. Figure 2.24, ce qui conduit à des variations faibles du domaine de stabilité pour des petites valeurs de B_{mv}. Par contre, pour des valeurs d'amortissement $B_{mv} \gg 0{,}1\,(\mathrm{Nms/rad})$ le domaine de stabilité change de typologie en fonction des valeurs de w_{a2}, cf. Figure 2.25. Ces modifications qualitatives n'ont pas encore été interprétées à ce jour ; pour cela, il serait nécessaire d'inclure le $3^{\text{ème}}$ mode vibratoire. En résumé, le domaine de validité de l'étude de stabilité dans le plan $B_{mv} - K_{mv}$ dépend directement du nombre de mode flexible du modèle mé-

canique. Si on se restreint à un petit domaine selon l'axe B_{mv} , $B_{mv} \in \left[0,\ 10^{-3}\right]$ Nms/rad , cf. Figure 2.26, le domaine de stabilité décroit avec l'accroissement de w_{a2}.

2.4.4 Effet du modèle de l'opérateur humain

Afin de mettre en valeur l'influence du modèle de l'opérateur humain sur la stabilité, il est supposé que le mécanisme de transmission soit parfaitement rigide. De ce fait, le modèle mécanique rigide du dispositif haptique couplé avec le modèle de l'opérateur humain sans liaison deformable, cf. Figure 2.6(a) (modèle noté MS+OH1 par la suite) est utilisé pour étudier la stabilité du système. Les frontières du domaine de stabilité du modèle MS+OH1 comprenant le modèle MS du dispositif haptique LHIfAM (paramètres physiques, cf. Tableau 2.2) et quelques modèles de l'opérateur humain proposés dans la littérature [Gil et al., 2004] (cf. Tableau 2.5) sont montrés dans la Figure 2.27.

Tableau 2.5 – Modèles de l'opérateur humain

Auteur	m_h(kg)	b_h(Ns/m)	k_h(N/m)
Hogan	0,8	5,5	568
Yokokohji	2	2	10
Kazerooni	4,54	6,83	12,5

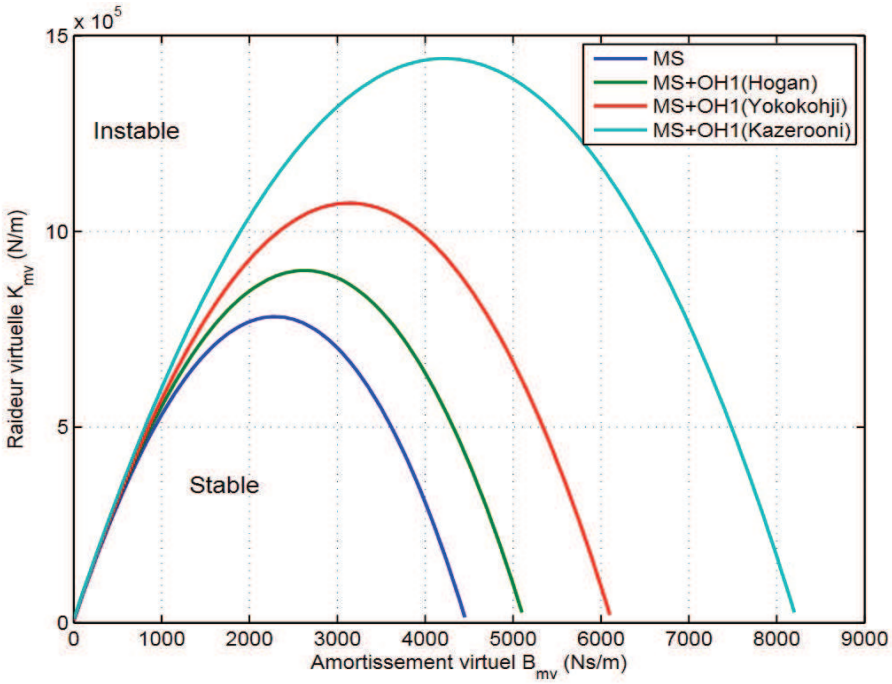


Figure 2.27 – Frontières de stabilité du modèle MS+OH1 (dispositif haptique LHIfAM) pour retard $d = 1$.

Il est intéressant de constater que le domaine de stabilité du modèle MS+OH1 est plus grand que celui du modèle MS (sans opérateur), cf. Figure 2.27. Autrement dit, le plus petit domaine de stabilité est obtenu pour le modèle MS sans coupler le modèle d'opérateur

humain. La condition de stabilité (2.29) proposée par Minsky et ses collègues [Minsky et al., 1990] prend en compte l'effet de l'amortissement b_h et de la raideur k_h du modèle de l'opérateur humain. Cette condition de stabilité est dérivée du critère de passivité du système haptique [Colgate et Brown, 1994] ; c'est une contrainte très conservative et qui ne tient pas compte de l'effet du retard.

$$B_{mv} + b + b_h > \frac{(K_{mv} + k_h)\, T_e}{2} \tag{2.29}$$

En fait, ces paramètres b_h et k_h de l'opérateur humain peuvent être modifiés dans une large gamme de valeur [Hogan, 1989]. Il faut aussi noter que la stabilité du système haptique dépend également du comportement de l'opérateur humain et de la façon dont celui-ci tient le dispositif et le manipule. Le modèle de l'opérateur humain a également été pris en compte dans d'autres études [Adams et Hannaford, 1999, Gil et al., 2004, Hulin et al., 2008, Díaz et Gil, 2010] dans le but d'examiner l'évolution de la condition de stabilité. Ces résultats ont montré que l'opérateur humain tend à rendre le système haptique plus stable. Par conséquent, selon ces auteurs, le modèle de l'opérateur humain pourrait être ignoré dans l'analyse de stabilité d'un système haptique à retour d'effort dans le pire des cas, c'est-à-dire dans le cas de l'interaction du dispositif haptique avec un mur virtuel.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté une vue d'ensemble de l'effet sur la stabilité des facteurs dynamiques du système haptique à retour d'effort. Les principaux résultats obtenus sont basés sur les études d'un dispositif haptique en interaction avec un mur virtuel en impédance comprenant une raideur et un amortissement. Le modèle de contact virtuel utilisé pour calculer le retour d'effort comprend une raideur et un amortissement virtuels. Les frontières de stabilité en fonction de ces deux paramètres ont été obtenues à partir de différents modèles dynamiques échantillonnés en utilisant deux méthodes : la première, analytique, s'appuie sur l'utilisation du critère de Routh-Hurwitz et la seconde, numérique, utilise le critère de Nyquist. Ces études ont mis en évidence les effets importants de l'amortissement physique, des retards, des modes vibratoires et du modèle de l'opérateur humain sur la stabilité d'un système haptique à retour d'effort. En particulier, l'analyse de l'effet de la fréquence d'anti-résonance des modes vibratoires mène à des explications sur la modification qualitative des frontières de stabilité liée à la fréquence de déphasage critique. Les résultats présentés nous permettent de conclure que les modes vibratoires du dispositif haptique et la présence de retard sont des effets significatifs sur la stabilité du système haptique. Pour cette raison, ces travaux devraient être pris en compte non seulement dans le choix des spécifications de conception d'interface haptique à retour d'effort (chapitre 3), mais aussi pour la synthèse de lois de commande permettant d'augmenter le domaine de stabilité.

Chapitre 3

Conception optimale d'un dispositif haptique à 1 ddl

3.1 Introduction

L'étape de conception est fondamentale pour obtenir un dispositif haptique répondant, au mieux, aux besoins d'une gamme d'applications. Par de nombreux aspects, la conception d'un dispositif haptique se rapproche fortement de celle d'un robot manipulateur. Le choix et le dimensionnement de son architecture cinématique est un problème classique de la robotique. On retrouvera la question première du choix de son architecture cinématique, choix parmi la multitude des architectures sérielles, parallèles, hybrides, parallèles à câbles en fonction des degrés de libertés nécessaires. Les paramètres géométriques sont déterminés afin d'atteindre l'espace de travail requis, en translation et orientation [Hwang et al., 2006] ; il correspond à l'espace atteignable par l'organe de prise en main et dépend de la posture prévue pour l'opérateur et de conditions de confort associées. D'autres critères sont généralement utilisés : absence de singularité [Fischer et al., 1990] dans l'espace de travail, critères d'isotropie cinématique [Kurtz et Hayward, 1992, Ma et Angeles, 1993, Zanganeh et Angeles, 1997, Frisoli et al., 1999] ainsi que d'autres critères géométriques et cinématiques [Liu et al., 2006, Liu et Wang, 2007]. Pour le dimensionnement mécanique (section de bras, matériau,...), des critères statiques sont également employés comme la rigidité [Ahmad et al., 2011], ainsi que des critères dynamiques portant sur les propriétés inertielles du manipulateur dans l'espace de travail [Asada, 1983, Yoshikawa, 1985, Stocco et al., 1998]. Le dimensionnement des actionneurs est effectué sur la base de critère statique pour les dispositifs haptiques (capacités en effort) comme pour un robot manipulateur (bien que, pour un robot, on leur adjoint des critères cinématique et dynamique). De même, la résolution des capteurs de position sera choisie en fonction de la précision à l'organe de prise en main (ou l'organe terminal pour un robot) et de l'architecture cinématique.

En revanche, la conception d'un dispositif haptique est un problème bien spécifique en raison d'autres aspects. Rappelons les spécificités mis en avant au chapitre 1 (cf. section 1.4). Un dispositif haptique à retour d'effort nécessite :

1. La réversibilité du mécanisme de transmission entre chaque moteur et l'organe de prise en main (cela dépend principalement des frottements, notamment dans les réducteurs).
2. Un retour d'effort vers la main de l'opérateur avec une résolution et une bande

passante suffisante.

3. Une transparence suffisante : comportement statique (poids, frottement) et dynamique (inertie) peu ou pas perceptible par l'opérateur.
4. Une stabilité garantie en toute situation, et donc lors d'un contact virtuel avec les constantes de raideurs et/ou d'amortissement requises par l'application.

Ces spécifications propres aux dispositifs haptiques conduisent à une problématique de conception spécifique. Par exemple, en raison du critère de transparence, les architectures parallèles ou hybrides sont souvent privilégiées [Iwata, 1990, Long et Collins, 1992, Cleary et Brooks, 1993, Tholey et Desai, 2007]. La contrepartie de ce critère de transparence est de mener à des architectures plus difficile à contrôler d'une manière stable et robuste [Oetomo et al., 2003]. La transparence conduit en effet à réduire au maximum les frottements d'une part et les sections des éléments de transmission d'effort (bras, bielle, etc.) d'autre part, ce qui réduit l'inertie mais augmente dans le même temps les flexibilités et donc l'impact des résonnances mécaniques sur la stabilité. En outre, la capacité en effort impose un dimensionnement suffisant des moteurs – ayant une certaine inertie – et des barres de transmission d'effort pour la tenue mécanique (e.g. critère de contrainte limite élastique) et la rigidité ; ceci va à l'encontre de la minimisation de l'inertie souhaitée pour la transparence. Par conséquent, transparence d'une part, stabilité et capacité en effort d'autre part sont des objectifs contradictoires spécifiques à la conception des dispositifs à retour d'effort. Il paraît donc approprié de poser ce problème de conception de dispositif haptique comme un problème d'optimisation.

Plusieurs auteurs ont abordés la conception d'un dispositif haptique comme un problème d'optimisation [Lee et Kim, 2006, Khan et al., 2011]. Il s'agit le plus souvent d'un problème d'optimisation très complexe à poser et à résoudre, car multidisciplinaire, non-linéaire [Lee et al., 2001, Lou et al., 2008] et multi-objectifs [Hayward et al., 1994].

L'objet de ce chapitre est la conception d'un dispositif haptique à 1 ddl. La question de l'architecture cinématique est, de ce fait, laissée de coté pour aborder principalement les questions liées à la dynamique impliquant à la fois le mécanicien et l'automaticien. Le but est de proposer une méthodologie originale de conception optimale d'un dispositif à retour d'effort pour répondre aux critères de performances dynamiques mis en avant à la section 1.4.2 : Transparence et stabilité garantie pour une spécification de contact virtuel donnée. En premier lieu, les éléments nécessaires à la conception d'un dispositif à 1 ddl seront posés au paragraphe 3.2. La contrainte de stabilité sera formulée via une condition LMI au paragraphe 3.3. La méthodologie de conception optimale sera développée au paragraphe 3.4 et une application numérique sera présentée au paragraphe 3.5. Nous conclurons ce chapitre par une discussion au paragraphe 3.6.

3.2 Conception d'un dispositif à 1 ddl

Afin de concevoir un dispositif à retour d'effort, plusieurs travaux ont mis en avant des conditions de stabilité simple afin de guider le concepteur dans ses choix [Colgate et Schenkel, 1997, Minsky et al., 1990, Gil et al., 2007]. Ce sont des conditions linéarisées obtenues dans le pire des cas lors de l'interaction avec un mur virtuel. Le contact virtuel est régi par un système linéaire ressort-amortisseur de constantes K_{mv} et B_{mv} respectivement. Le dispositif est considéré comme un système dynamique linéaire échantillonné de période T_e intégrant un système mécanique de masse m et d'amortissement b (frottement

visqueux, courant de Foucault, etc.) ; la MDFA est utilisée pour estimer la vitesse à partir de la position mesurée. L'inégalité (3.1) a été proposée par Colgate et Schenkel [Colgate et Schenkel, 1997] pour ajuster l'amortissement physique en fonction de la période d'échantillonnage et des spécifications de contact virtuel :

$$b > \frac{K_{mv} T_e}{2} + B_{mv} \tag{3.1}$$

Gil et ses collègues [Gil et al., 2007] ont proposé une condition de stabilité (3.2) prenant en compte de l'effet du retard T_r à partir de la linéarisation de l'équation caractéristique du modèle discret (cf. équation (2.24) à la section 2.4.2) :

$$K_{mv} < \frac{b + B_{mv}}{\frac{T_e}{2} + T_r} \tag{3.2}$$

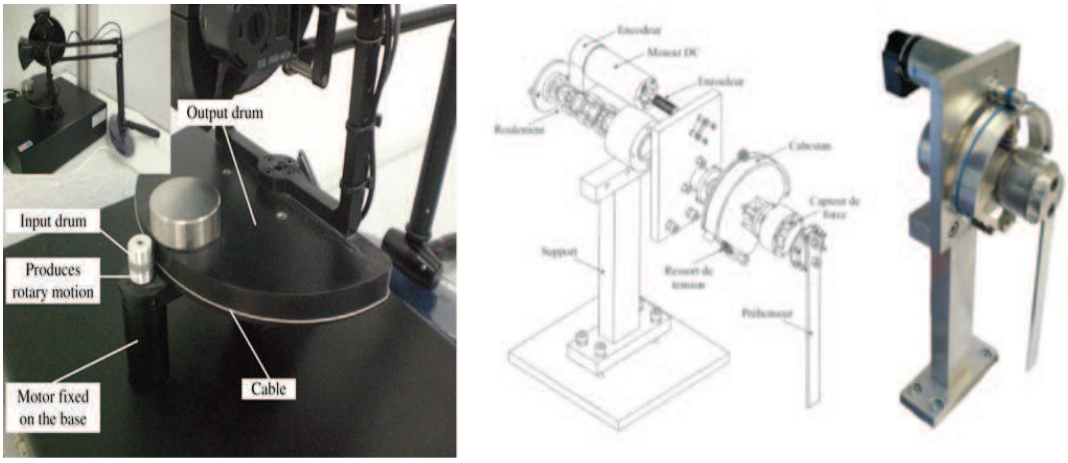
Cette condition n'est utilisable que pour un retard inférieur ou égal à une période d'échantillonnage ($T_r \leq T_e$). Les inégalités (3.1) et (3.2) montrent le lien entre la conception et les paramètres de contact virtuel compte tenu d'un critère de stabilité. Leur porté reste cependant restreinte pour la conception. Nous proposons de définir par la suite un cadre méthodologique pour la conception optimale d'un dispositif à 1 ddl. Après avoir précisé les choix préliminaires, le problème de conception et ses spécifications (cahier des charges) seront posées pour terminer par les modèles nécessaires à la conception optimale.

3.2.1 Choix architecturaux et technologiques préliminaires

Le but est de concevoir un dispositif à retour d'effort constitué d'un bras en rotation avec, à son extrémité, l'organe de prise en main, d'un moteur électrique rotatif avec capteur de position, et d'un mécanisme de réduction entre le moteur et le bras.

En raison des spécificités 1 à 3 énoncées en introduction (cf. section 3.1), les dispositifs haptiques comme les bras maîtres de téléopération utilisent le plus souvent des réducteurs à câble (appelé encore cabestan) comme par exemple le PHANTOM® Premium 1.0 ou un banc de test pour exosquelette à retour d'effort, cf. Figure 3.1. Un réducteur à câble permet d'obtenir un mécanisme sans jeu (indispensable pour le retour d'effort), réversible, avec un faible frottement sec et une faible inertie. Les contraintes de dimensionnement du câble sont inhérentes au couple à transmettre et au diamètre d'enroulement minimum, ce qui limite les applications robotiques à celles dont les forces en jeu sont assez faibles (réducteur bien adapté aux interfaces haptiques mais inadapté, en générale, aux robots manipulateurs). Un réducteur à câble est constitué de deux tambours, un de petit diamètre sur l'arbre moteur et un de grand diamètre en sortie. Plusieurs enroulements de câble sont effectués sur le tambour moteur (ou tambour d'entrée) pour assurer un contact câble/tambour sans glissement. Le plus souvent, le câble est attaché à ses deux extrémités sur le tambour de sortie qui effectue une rotation inférieure à un tour. Le nombre d'enroulement et la tension du câble sont ajustés pour garantir l'adhérence et minimiser le frottement. Par la suite, nous supposerons que le type de câble et sa section sont choisis *a priori* en conformité avec les contraintes technologiques précédentes.

Sachant que le débattement angulaire du bras sera bien inférieur à un demi-tour (pour des raisons de confort d'utilisation), l'architecture du dispositif sera la suivante, cf. Figure 3.2 : le manipulateur est un composant mécanique constitué du bras de longueur L et du



(a) PHANTOM® Premium 1.0 [Baser et Konukseven, 2010] (b) Banc de test pour exosquelette haptique [Letier, 2010]

Figure 3.1 – Exemples de réducteur à câble.

tambour de sortie (un demi cylindre de révolution de rayon r_2) dont il est solidaire (le manipulateur tourne autour de l'axe du tambour) ; il est entraîné, via le câble (en rouge sur la figure), par le tambour d'entrée de rayon r_1 et d'épaisseur l ; ce tambour est placé sur l'arbre de sortie du moteur de rayon r_m. La main étant placée à l'extrémité du bras du dispositif, une force F_h est appliquée en cette extrémité par l'opérateur.

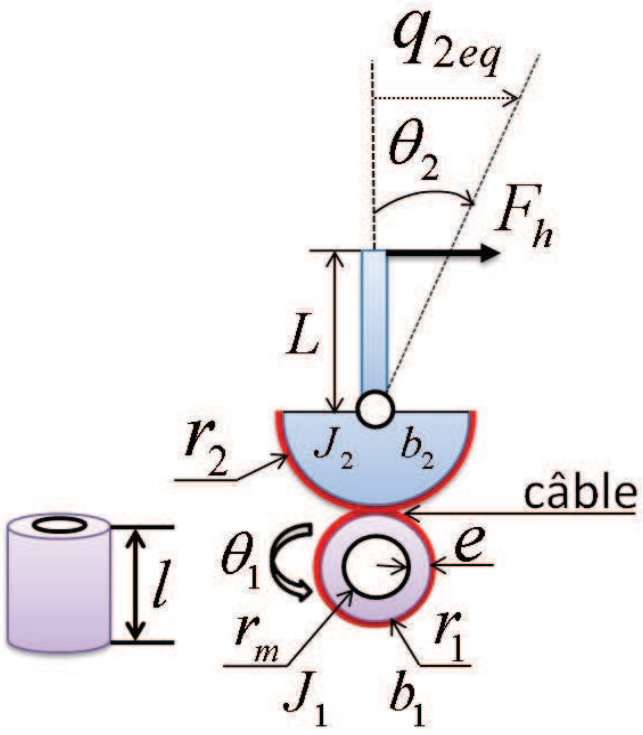


Figure 3.2 – Architecture du dispositif haptique à 1 ddl : manipulateur (bras+tambour de sortie), câble et moteur avec le tambour d'entrée.

Les autres choix technologiques (technologie du moteur, de son variateur et du capteur

de position) sont réalisés de façon à satisfaire les spécifications de résolutions et de bande passante. La période d'échantillonnage T_e est liée à ces choix. Aucun capteur additionnel (comme un capteur d'effort) n'est ajouté pour des raisons de coût.

3.2.2 Spécifications et problème de conception

Compte-tenu des choix préliminaires effectués, les spécifications pour la conception porte sur les caractéristiques du contact virtuel K_{mv} et B_{mv}, l'amplitude de la force d'interaction avec l'opérateur F_h, la longueur du bras L et l'encombrement du dispositif. Nous choisissons de contraindre cet encombrement par le biais de la hauteur totale du manipulateur : $H = L + r_2$. Afin d'obtenir la meilleur transparence possible, l'objectif est de minimiser la masse apparente vue de l'opérateur M_{app} (inertie ressentie en actionnant le manipulateur avec la main). Le temps de retard maximum T_r est également donné.

La conception porte sur le choix d'un moteur dans une liste (catalogue constructeur) et le dimensionnement mécanique (caractéristiques géométriques et matérielles) du manipulateur et du tambour moteur. Le dimensionnement du manipulateur devra notamment garantir la tenue mécanique du manipulateur (pas de déformation plastique). Un récapitulatif des spécifications est donné dans le Tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Spécifications de conception du dispositif

S1	$\begin{cases} L \geq L_{\text{inf}} \\ H = L + r_2 \leq H_{\text{sup}} \end{cases}$	Longueur de bras Encombrement du manipulateur
S2	$\max\left(\lvert F_h(t)\rvert\right) \geq F_{h\,\max}$	Retour de force (amplitude)
S3	$K_{mv} \geq K_{mv}^{des}$ $B_{mv} \in [B_{mv,\,\min}, B_{mv,\,\max}]$	Contact virtuel
S4	T_e, T_r	Période d'échantillonnage et retard imposés
S5	Minimiser M_{app} (inertie perçue par l'opérateur)	
S6	Garantir la stabilité de l'interface haptique	
S7	Garantir la tenue mécanique du manipulateur	

En résumé, le problème à traiter peut se formuler de la façon suivante :

Problème de conception du dispositif :

- Choisir un moteur (dans une base de données)
- Dimensionner le manipulateur et le tambour moteur pour satisfaire les spécifications S1 à S7, cf. Tableau 3.1.

Afin de résoudre ce problème, les modèles relatifs aux contraintes dynamiques et technologiques et aux objectifs de conception sont présentés.

3.2.3 Modèles pour la conception

Le dispositif présenté à la Figure 3.2 est constitué de deux solides supposés indéformables, le rotor du moteur accouplé au tambour d'entrée et le manipulateur (bras +

tambour de sortie). Les équations dynamiques relatives à leur mouvement de rotation s'écrivent,

• pour le moteur avec le tambour d'entrée, de position angulaire θ_1, et soumis au couple moteur $T(t)$ et à la force tangentielle au tambour liée au câble $F_c(t)$:

$$T(t) = J_1\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + r_1 F_c(t) \tag{3.3}$$

• et pour le manipulateur, de position angulaire θ_2, soumis à la force de l'opérateur $F_h(t)$ et à la force liée au câble $F_c(t)$:

$$LF_h(t) + r_2 F_c(t) = J_2\ddot{\theta}_2 + b_2\dot{\theta}_2 \tag{3.4}$$

Ces équations sont exprimées avec les paramètres de construction du dispositif : les paramètres géométriques (r_1, r_2 et L), les moments d'inertie du rotor moteur avec son tambour J_1 et du manipulateur J_2 (moments par rapport à leur axe de rotation) et les constantes de frottement visqueux b_1, b_2 de leur palier respectif. L'expression du moment d'inertie J_1 est fonction du moment d'inertie du rotor du moteur J_m (donnée constructeur) et des paramètres du tambour : masse volumique ρ et paramètres géométriques (l, r_1, r_m) :

$$J_1 = J_m + J_{en} \quad \text{avec} \quad J_{en} = \frac{1}{2}\pi\rho l\left(r_1^4 - {r_m}^4\right) \tag{3.5}$$

Le moment d'inertie J_2 sera directement donné par le modeleur CAO à l'issue du dimensionnement du manipulateur (cf. section 3.4.1).

3.2.3.1 Modèle mécanique rigide

Pour déterminer la masse apparente M_{app} et pour le dimensionnement du moteur, on considère le câble comme un élément de liaison indéformable entre ces deux solides. Dans ce cas, on peut écrire :

$$\dot{\theta}_2 = \frac{r_1}{r_2}\dot{\theta}_1 \tag{3.6}$$

Les équations (3.3), (3.4) et (3.6) conduisent à :

$$T(t) = \frac{r_1 L}{r_2}\left(\left[\frac{J_1}{L}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + \frac{J_2}{L}\right]\ddot{\theta}_2 + \left[\frac{b_1}{L}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + \frac{b_2}{L}\right]\dot{\theta}_2 - LF_h\right) \tag{3.7}$$

A partir de cette équation, posons les deux grandeurs homogènes à la translation de l'organe de prise en main : la position curviligne q_{2eq} correspondant à la rotation θ_2 et la force motrice équivalente F_m telles que :

$$\begin{cases} q_{2eq} = L\theta_2 \\ F_m(t) = \dfrac{r_2}{r_1 L}T(t) \end{cases} \tag{3.8}$$

On peut alors écrire le modèle rigide du point de vue de la main de l'opérateur (forme correspondante au modèle (2.1) de la section 2.2.1.1) :

$$F_m(t) + F_h(t) = \left[J_1\left(\frac{r_2}{r_1 L}\right)^2 + \frac{J_2}{L^2}\right]\ddot{q}_{2eq} + \left[b_1\left(\frac{r_2}{r_1 L}\right)^2 + \frac{b_2}{L^2}\right]\dot{q}_{2eq} \tag{3.9}$$

Dans cette équation, on peut donc identifier le terme de masse apparente.

Masse apparente à minimiser (spécification S5) :

$$M_{app} = J_1 \left(\frac{r_2}{r_1 L} \right)^2 + \frac{J_2}{L^2} \tag{3.10}$$

En régime stationnaire ($\dot{q}_{2eq} = 0$) lors d'un contact virtuel, le moteur doit satisfaire la spécification S2. Son dimensionnement sera donc dépendant de la contrainte suivante établie à partir de l'inégalité issue de la spécification S2, du couple nominal du moteur tel que $\max(|T(t)|) \leq T_m$ en régime permanent, de (3.8) et de (3.9) avec $\dot{q}_{2eq} = 0$.

Contrainte de dimensionnement stationnaire du moteur (spécification S2) :

■ Soit T_m le couple nominal d'un moteur (régime permanent). Ce moteur peut être sélectionné si :

$$T_m \geq \frac{r_1 L}{r_2} F_{h\max} \tag{3.11}$$

3.2.3.2 Modèle mécanique à un mode flexible

Pour l'analyse de la stabilité, l'importance du premier mode flexible a été mise en évidence (cf. section 2.4). Afin de poser la condition de stabilité correspondant à la spécification S6, un modèle est établi en considérant le câble du réducteur comme déformable. Soit le modèle de déformation visco-élastique du réducteur :

$$F_c(t) = k_c (r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2) + b_c \left(r_1 \dot{\theta}_1 - r_2 \dot{\theta}_2 \right) \tag{3.12}$$

Pour écrire le modèle du point de vue de la main de l'opérateur, on utilise les variables définies en (3.8) ainsi que la position équivalente du moteur homogène à la position curviligne de l'organe de prise en main :

$$q_{1eq} = \frac{L r_1}{r_2} \theta_1 \tag{3.13}$$

Avec ces variables et le modèle de déformation du réducteur (3.12), il en résulte avec les équations (3.3) et (3.4) un modèle à un mode flexible, cf. Figure 3.3, décrit à la section 2.2.1.2 (cf. équation (2.4)) :

$$\begin{cases} m_{1eq}\ddot{q}_{1eq} + b_{1eq}\dot{q}_{1eq} + b_{ceq}(\dot{q}_{1eq} - \dot{q}_{2eq}) + k_{ceq}(q_{1eq} - q_{2eq}) = F_m \\ m_{2eq}\ddot{q}_{2eq} + b_{2eq}\dot{q}_{2eq} + b_{ceq}(\dot{q}_{2eq} - \dot{q}_{1eq}) + k_{ceq}(q_{2eq} - q_{1eq}) = F_h \end{cases} \tag{3.14}$$

Les paramètres de ce modèle sont écrits en fonction des paramètres de construction du dispositif :

$$\begin{array}{lll} m_{1eq} = J_1\left(\dfrac{r_2}{r_1 L}\right)^2 & b_{1eq} = b_1\left(\dfrac{r_2}{r_1 L}\right)^2 & b_{ceq} = b_c\left(\dfrac{r_2}{L}\right)^2 \\ m_{2eq} = \dfrac{J_2}{L^2} & b_{2eq} = \dfrac{b_2}{L^2} & k_{ceq} = k_c\left(\dfrac{r_2}{L}\right)^2 \end{array} \tag{3.15}$$

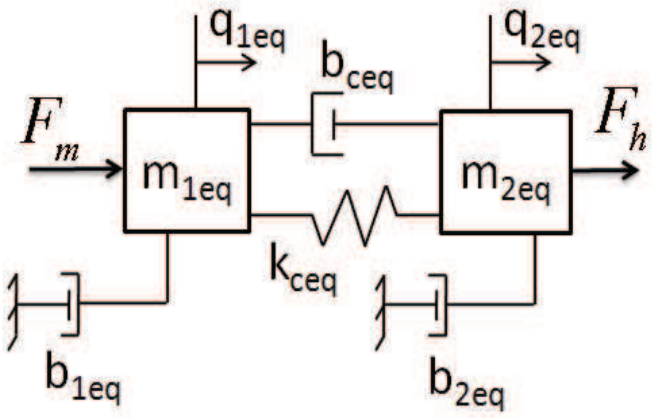


Figure 3.3 – Modèle mécanique à un mode flexible équivalent du dispositif haptique.

Ce modèle, dépendant des paramètres de construction du dispositif, est donc utilisé pour établir la condition de stabilité.

3.3 Condition de stabilité

Durant la conception du dispositif, afin de satisfaire la condition de stabilité exprimée par la spécification S6 (cf. Tableau 3.1) et de garantir un contact virtuel conforme à la spécification S3, nous proposons l'approche suivante. L'approche développée est basée sur la méthode directe de Lyapunov et conduit à poser la condition de stabilité sous forme de LMI. Ce choix a été motivé, d'une part, par l'obtention de condition LMI pour résoudre un problème d'optimisation et, d'autre part, par la possibilité d'étendre l'approche de conception à d'autres types de dispositif (de plus grande taille, avec des comportements non linéaires, etc.).

Pour établir la condition de stabilité sous forme LMI, le modèle mécanique linéaire à un mode flexible (3.14) est mis sous la forme d'une représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_{ceq}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{ceq}F_m + \boldsymbol{E}_{ceq}F_h \\ y = \boldsymbol{C}_c\boldsymbol{x} \end{cases} \tag{3.16}$$

Avec le vecteur d'état $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} q_{1eq} & \dot{q}_{1eq} & q_{2eq} & \dot{q}_{2eq} \end{bmatrix}^T$ et la sortie $y = q_{1eq}$ (correspondant à la mesure de position au moteur), les expressions des matrices du système sont les suivantes :

$$\boldsymbol{A}_{ceq} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{k_{ceq}}{m_{1eq}} & -\dfrac{b_{1eq}+b_{ceq}}{m_{1eq}} & \dfrac{k_{ceq}}{m_{1eq}} & \dfrac{b_{ceq}}{m_{1eq}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{k_{ceq}}{m_{2eq}} & \dfrac{b_{ceq}}{m_{2eq}} & -\dfrac{k_{ceq}}{m_{2eq}} & -\dfrac{b_{2eq}+b_{ceq}}{m_{2eq}} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B}_{ceq} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{m_{1eq}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{E}_{ceq} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{m_{2eq}} \end{bmatrix}^T \quad \boldsymbol{C}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le modèle dynamique globale de l'interface haptique, cf. Figure 3.4, est établi dans le cas critique de l'objet manipulé en contact avec un mur virtuel. La pénétration x_{ev} du mur virtuel est déterminée à partir de la valeur échantillonnée de y (encodeur du moteur) et la vitesse $\dot{x}_{ev}$ est estimée en utilisant la MDFA. Ce modèle comprend le convertisseur analogique-numérique avec la période d'échantillonnage T_e, le modèle de contact avec un mur virtuel, un retard $T_r = dT_e$ supposé constant où d est un nombre entier positif et le convertisseur numérique-analogique de type BOZ.

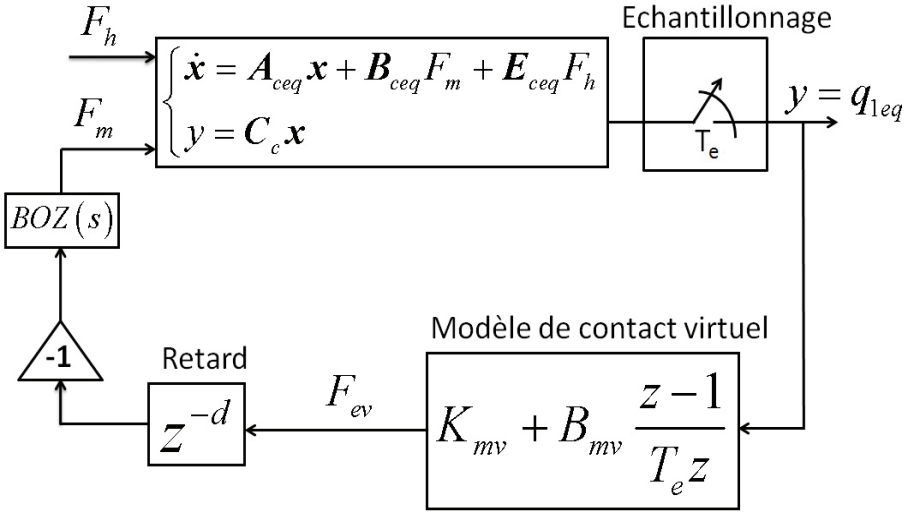


Figure 3.4 – Modèle dynamique global du système haptique prenant la représentation d'état du dispositif haptique.

La discrétisation du modèle mécanique (3.16) en tenant compte de l'effet du BOZ et en supposant négligeable la variation de la force de l'opérateur pendant la durée T_e conduit à la représentation d'état en temps discret suivante :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_{deq}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_{deq}F_m(k) + \boldsymbol{E}_{deq}F_h(k) \\ y(k) = \boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k) \end{cases} \tag{3.17}$$

où : $\boldsymbol{A}_{deq} = e^{\boldsymbol{A}_{ceq}T_e}$, $\boldsymbol{B}_{deq} = \int_0^{T_e} e^{\boldsymbol{A}_{ceq}\tau}\boldsymbol{B}_{ceq}d\tau$, $\boldsymbol{E}_{deq} = \int_0^{T_e} e^{\boldsymbol{A}_{ceq}\tau}\boldsymbol{E}_{ceq}d\tau$, $\boldsymbol{C}_d = \boldsymbol{C}_c$. La force de rétroaction (retour d'effort) $F_m(k)$ a pour expression :

$$F_m(k) = -F_{ev}(k-d) = -\left(K_{mv} + \frac{B_{mv}}{T_e}\right)y(k-d) + \frac{B_{mv}}{T_e}y(k-1-d) \tag{3.18}$$

L'interface haptique avec cette boucle de rétroaction admet donc comme modèle :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_{deq}\boldsymbol{x}(k) - \left(K_{ve} + \frac{B_{ve}}{T_s}\right)\boldsymbol{B}_{deq}\boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k-d) \\ \quad + \dfrac{B_{ve}}{T_s}\boldsymbol{B}_{deq}\boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k-1-d) + \boldsymbol{E}_{deq}F_h(k) \\ y(k) = \boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k) \end{cases} \tag{3.19}$$

En introduisant la variable d'état augmentée :

$$\boldsymbol{x}_{aug}(k)^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(k)^T & \boldsymbol{x}(k-1)^T & \ldots & \boldsymbol{x}(k-d)^T & \boldsymbol{x}(k-1-d)^T \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

la représentation d'état de l'interface haptique s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{aug}(k+1) = \boldsymbol{A}_{aug}\boldsymbol{x}_{aug}(k) + \boldsymbol{E}_{deq}F_h(k) \\ y(k) = \boldsymbol{C}_{aug}\boldsymbol{x}_{aug}(k) \end{cases} \tag{3.21}$$

où les matrices augmentées $\boldsymbol{A}_{aug}$ de dimension $(d+2)n \times (d+2)n$ et $\boldsymbol{C}_{aug}$ de dimension $1 \times (d+2)n$ sont données par :

$$\boldsymbol{A}_{aug} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{deq} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \cdots & \boldsymbol{0}_{n\times n} & -\left(K_{mv} + \dfrac{B_{mv}}{T_e}\right)\boldsymbol{B}_{deq}\boldsymbol{C}_d & \dfrac{B_{mv}}{T_e}\boldsymbol{B}_{deq}\boldsymbol{C}_d \\ \boldsymbol{I}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \cdots & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{I}_{n\times n} & \cdots & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \cdots & \boldsymbol{I}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \cdots & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{I}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{aug} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_d & \boldsymbol{0}_{1\times(d+1)n} \end{bmatrix}$$

avec n est la dimension du vecteur $\boldsymbol{x}$ (ici, $n = 4$).

La stabilité du système à retard constant en temps discret (3.19) peut être étudiée à travers celle du système non retardé (3.21). Il suffit alors de vérifier que toutes les valeurs propres de la matrice augmentée possèdent une partie réelle strictement négative pour conclure quant à la stabilité de ce système. D'un point de vue numérique, cette méthode n'est pas très efficace lorsque l'ordre du système (3.21) est important (cas d'un retard grand devant la période d'échantillonnage). D'autres techniques existent, par exemple en résolvant l'équation de Lyapunov discrète :

$$\boldsymbol{A}_{aug}{}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{aug} - \boldsymbol{P} = -\boldsymbol{Q} \tag{3.22}$$

où $\boldsymbol{Q}$ est une matrice définie positive donnée (par exemple $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{I}_{n\times n}$) et en vérifiant que la matrice $\boldsymbol{P}$ est symétrique définie positive ou, encore en résolvant le problème LMI suivant :

Condition nécessaire et suffisante de stabilité (spécification S6) dans le cas d'un contact virtuel (spécification S3) et avec T_r, T_e (spécification S4) :

■ Le système à temps discret (3.21) est asymptotiquement stable si, et seulement si, il existe une matrice symétrique définie positive **P** telle que la condition LMI suivante soit satisfaite :

$$\boldsymbol{A_{aug}}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A_{aug}} - \boldsymbol{P} < \boldsymbol{0} \tag{3.23}$$

Par la suite, le problème de conception est posé sous forme de problème d'optimisation en intégrant notamment cette condition de stabilité.

3.4 Méthodologie de conception optimale

Le problème de conception défini à la section 3.2.2 (cf. Tableau 3.1) porte à la fois sur le choix du moteur et sur le dimensionnement du manipulateur et du tambour d'entrée. Ce problème consiste à minimiser la masse apparente du dispositif (spécification S5), objectif qui peut être contrarié par la contrainte de retour d'effort (spécification S2) en raison de l'inertie du rotor du moteur. La contrainte de stabilité (spécification S6) dépendante de la dynamique du dispositif va également compliquer très fortement cette minimisation. Les paramètres géométriques (r_1, r_2, L) soumis à des contraintes (spécification S1) ont également un impact direct sur la masse apparente, sur l'amplitude du retour d'effort et sur la stabilité de l'interface (via les caractéristiques dynamiques du dispositif, cf. équations (3.15). On comprend alors tout l'intérêt de poser ce problème de conception sous forme de problème d'optimisation sous contraintes. Ce problème porte à la fois sur le dimensionnement d'une structure mécanique comportant des variables de conception continues et indépendantes et sur le choix d'un composant (le moteur) dans une liste comportant des variables de conception discrètes liées entre elles (e.g. le couple nominal est lié à l'inertie du rotor). Pour résoudre ce problème, la méthodologie d'optimisation proposée comporte deux niveaux : un premier niveau consiste en l'optimisation dimensionnelle d'un ensemble de manipulateurs couvrant le domaine de solution possible avec les paramètres géométriques (r_2, L) sous contraintes (spécification S1) ; un deuxième niveau porte sur l'optimisation globale du dispositif à partir des listes de manipulateurs optimaux et de moteur. Dans ce problème d'optimisation, une variable est, à ce stade, indépendante du moteur et du manipulateur : le rayon r_1 du tambour d'entrée. Afin de minimiser l'encombrement et l'inertie (cf. équation (3.5) du tambour d'entrée, le rayon r_1 sera réduit au minimum (le rapport de réduction sera donné par r_2). Ce minimum dépend du rayon r_m de l'arbre moteur ; une épaisseur du tambour e (cf. Figure 3.2) est fixée au minimum (conditions d'usinage et fonctionnelle) telle que :

$$r_1 = r_m + e \tag{3.24}$$

La variable r_1 sera donc liée aux caractéristiques du moteur.

La méthodologie de conception optimale du dispositif peut être décrite de la façon suivante :

Méthodologie de conception optimale répondant aux spécifications (Tableau 3.1) :

1. Définition des solutions possibles de manipulateur :
   ■ Choisir un matériau, choisir et paramétrer une forme de manipulateur
   ■ Etablir un ensemble discret de solution possible avec les paramètres r_2 et L compte tenu des contraintes dimensionnelles (S1).
2. Liste des solutions optimales de manipulateur :
   ■ Calculer les paramètres de forme pour chaque solution possible (r_2, L)
   ■ pour minimiser l'inertie J_2 (critère issu de S5)
   ■ sous contrainte de tenue mécanique (S7)
3. Optimisation globale du dispositif :
   ■ Choisir un moteur (dans une liste constructeur) et un manipulateur (dans la liste des solutions optimales de manipulateur)
   ■ pour minimiser la masse apparente $M_{app} = J_1\left(\frac{r_2}{r_1 L}\right)^2 + \frac{J_2}{L^2}$ (S5)
   ■ sous contraintes :
   C1 : $T_m \geq \frac{r_1 L}{r_2} F_{h\max}$ (S2)
   C2 : ${A_{aug}}^T P A_{aug} - P < 0$ (S6) avec T_e, T_r (S4)
   et $K_{mv} \geq K_{mv}^{des}$, $B_{mv} \in [B_{mv,\min}, B_{mv,\max}]$ (S3)

Dans un premier temps, l'optimisation dimensionnelle des manipulateurs est effectuée pour un ensemble de solutions possibles (r_2, L). Puis, la méthode d'optimisation globale du dispositif est développée.

3.4.1 Liste de solutions optimales de manipulateur

En premier lieu, les solutions possibles de manipulateur sont définies en fonction de plusieurs considérations, comme la fabrication du manipulateur (usinage) et compte tenu du cahier des charges utilisé pour l'application numérique. En second lieu, l'optimisation dimensionnelle des solutions possibles est réalisée. Cette optimisation doit garantir la tenue mécanique de chaque solution. Le premier critère utilisé en dimensionnement mécanique est le critère de contrainte limite élastique pour éviter que la structure ne subisse une déformation plastique (déformation permanente). Un coefficient de sécurité de 3 est appliqué pour éviter tout risque lié aux aléas.

Condition de tenue mécanique du manipulateur (spécification S7) :

■ Le dimensionnement du manipulateur est satisfaisant si la contrainte mécanique maximum dans sa structure satisfait l'inégalité suivante dans toutes les conditions de chargement :

$$\sigma_{\max} \leq \frac{1}{3}\sigma_{\lim} \tag{3.25}$$

Le chargement sera imposé par la spécification S2 (amplitude du retour de force). Bien évidemment, ce critère dépend également du choix du matériau.

Le choix du matériau, non développé dans ce mémoire, a été réalisé à partir des diagrammes d'Ashby dans une large base de données en fonction d'indices de performance. C'est l'alliage d'aluminium 2024 qui a été retenu en raison de ses propriétés d'usinabilité, de contrainte limite élastique élevée et de sa faible masse volumique. La contrainte limite élastique de ce matériau est : $\sigma_{\text{lim}} \approx 75{,}829 \times 10^6\,(\text{N/m}^2)$.

La forme du manipulateur est définie, cf. Figure 3.5, pour obtenir les surfaces fonctionnelles nécessaires (demi-cylindre de guidage du câble d'épaisseur h_2, de rayon r_2, alésage de diamètre ϕ pour le palier et bras d'épaisseur h_2 identique à l'épaisseur du demi-cylindre). Cette forme permet un usinage simple dans une plaque d'épaisseur h_2 et concourt à une bonne répartition des contraintes mécaniques grâce au voile d'épaisseur h_2 dans le demi-cylindre et aux congés de rayon r_{c1} et r_{c2} (pas de concentration de contraintes). Enfin l'épaisseur h_1 est imposée par le diamètre ϕ de l'alésage. Donc, les paramètres de forme fixés *a priori* sont les suivants :

$$\begin{aligned} &h_1 = 0{,}008\,(\text{m})\,,\; h_2 = 0{,}016\,(\text{m})\,,\; \phi = 0{,}01\,(\text{m}) \\ &r_{c1} = 0{,}004\,(\text{m})\,,\; r_{c2} = 0{,}002\,(\text{m}) \end{aligned} \tag{3.26}$$

Les paramètres du manipulateur à optimiser seront donc : e_1, e_2 et e_3, respectivement : la largeur du bras, l'épaisseur de la surface de guidage du câble et l'épaisseur du voile.

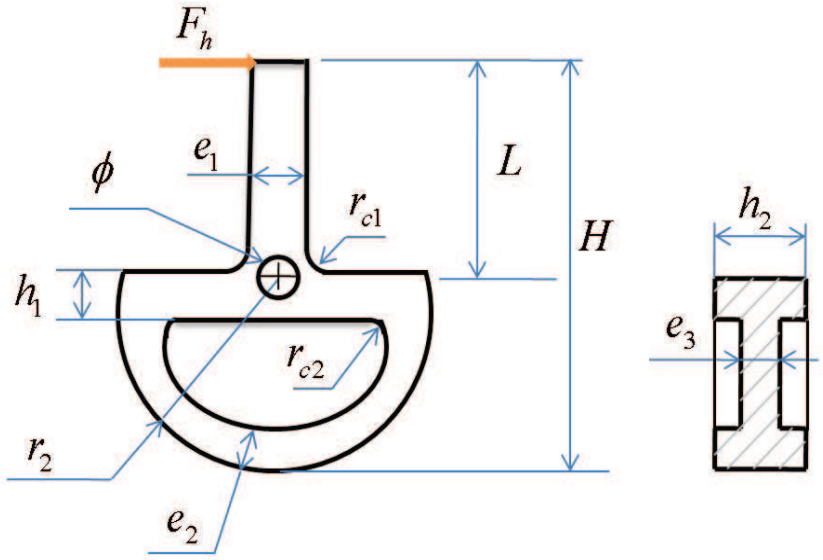


Figure 3.5 – Définition de la forme du manipulateur.

Enfin, les paramètres géométriques L et r_2 doivent satisfaire les spécifications S1. Pour l'application numérique, nous posons les spécifications dimensionnelles suivantes.

$$S_1 : \begin{cases} L \geq 0{,}07\,(\text{m}) \\ H = L + r_2 \leq 0{,}17\,(\text{m}) \end{cases} \tag{3.27}$$

Ces spécifications nous permettent de définir un ensemble discret de solutions possibles $(r_2,\ L)$ en choisissant un pas de balayage $\Delta L = \Delta r_2 = 0{,}01\,(\text{m})$ et un rayon initial

raisonnable : $r_2 \geq 0{,}04\,(\mathrm{m})$. Cet ensemble, présenté à la Figure 3.6, comporte 28 solutions possibles.

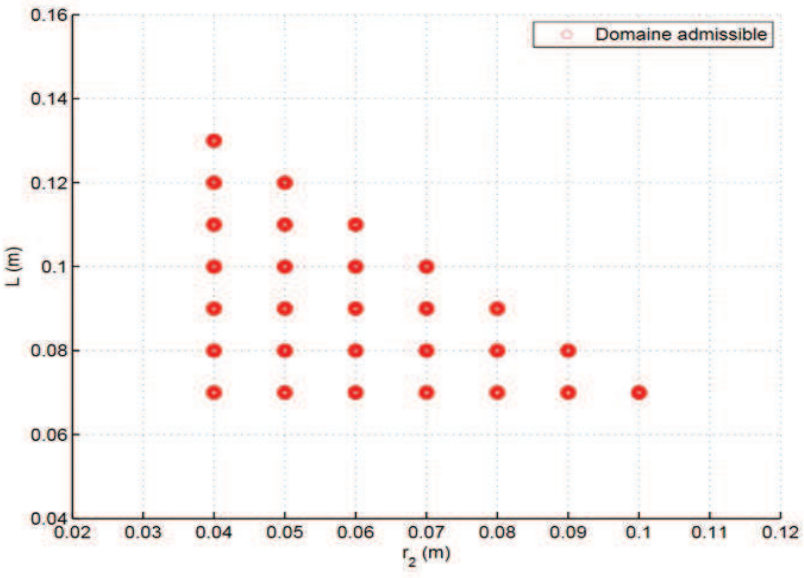


Figure 3.6 – Ensemble des solutions possibles $(r_2,\, L)$ de manipulateur.

L'optimisation dimensionnelle du manipulateur doit être réalisée pour chacune des 28 solutions possibles. Pour chaque solution, les paramètres e_1, e_2 et e_3 sont optimisés pour minimiser l'inertie J_2 du manipulateur sous contrainte (3.25) grâce à un modeleur CAO avec un module de calcul éléments finis ; l'intervalle de valeurs des paramètres est limité comme suit :

$$12 \leq e_1 \leq 16\,(\mathrm{mm})\,, \quad 3 \leq e_2 \leq 8\,(\mathrm{mm})\,, \quad 2 \leq e_3 \leq 6\,(\mathrm{mm}) \tag{3.28}$$

Le schéma de la procédure d'optimisation dimensionnelle est résumé à la Figure 3.7 et les résultats pour les 28 manipulateurs possibles sont donnés au Tableau 3.2. L'Annexe A présente ces résultats d'optimisation avec la répartition de contrainte selon Von Mises (contrainte maximale toujours inférieure à $\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{lim}} = 25 \times 10^6\,(\mathrm{N/m^2})$).

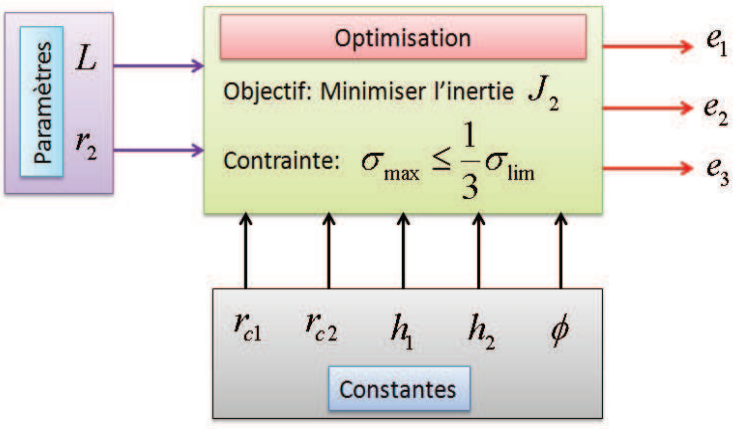


Figure 3.7 – Procédure d'optimisation dimensionnelle pour chaque manipulateur possible.

Tableau 3.2 – Résultats d'optimisation dimensionnelle de l'ensemble des manipulateurs possibles

No	Paramètres			Sorties		
	r_2(m)	L(m)	e_1(m)	e_2(m)	e_3(m)	J_2(kgm^2)
1	0,04	0,07	0,006	0,003	0,006	4×10^{-5}
2	0,04	0,08	0,006	0,003	0,006	$5{,}08\times10^{-5}$
3	0,04	0,09	0,006	0,003	0,006	$6{,}47\times10^{-5}$
4	0,04	0,1	0,007	0,003	0,006	$9{,}29\times10^{-5}$
5	0,04	0,11	0,007	0,003	0,006	$11{,}76\times10^{-5}$
6	0,04	0,12	0,007	0,003	0,006	$14{,}73\times10^{-5}$
7	0,04	0,13	0,007	0,003	0,006	$18{,}24\times10^{-5}$
8	0,05	0,07	0,006	0,003	0,006	$6{,}15\times10^{-5}$
9	0,05	0,08	0,006	0,003	0,006	$7{,}23\times10^{-5}$
10	0,05	0,09	0,006	0,003	0,006	$8{,}62\times10^{-5}$
11	0,05	0,1	0,007	0,003	0,006	$11{,}44\times10^{-5}$
12	0,05	0,11	0,007	0,003	0,006	$13{,}91\times10^{-5}$
13	0,05	0,12	0,007	0,003	0,006	$16{,}88\times10^{-5}$
14	0,06	0,07	0,006	0,003	0,006	$9{,}75\times10^{-5}$
15	0,06	0,08	0,006	0,003	0,006	$10{,}84\times10^{-5}$
16	0,06	0,09	0,006	0,003	0,006	$12{,}23\times10^{-5}$
17	0,06	0,1	0,007	0,003	0,006	$15{,}05\times10^{-5}$
18	0,06	0,11	0,007	0,003	0,006	$17{,}52\times10^{-5}$
19	0,07	0,07	0,006	0,003	0,006	$15{,}34\times10^{-5}$
20	0,07	0,08	0,006	0,003	0,006	$16{,}43\times10^{-5}$
21	0,07	0,09	0,006	0,003	0,006	$17{,}82\times10^{-5}$
22	0,07	0,1	0,007	0,003	0,006	$20{,}63\times10^{-5}$
23	0,08	0,07	0,006	0,003	0,006	$23{,}5\times10^{-5}$
24	0,08	0,08	0,006	0,003	0,006	$24{,}59\times10^{-5}$
25	0,08	0,09	0,006	0,003	0,006	$25{,}98\times10^{-5}$
26	0,09	0,07	0,006	0,003	0,006	$34{,}92\times10^{-5}$
27	0,09	0,08	0,006	0,003	0,006	36×10^{-5}
28	0,1	0,07	0,006	0,003	0,006	$50{,}32\times10^{-5}$

3.4.2 Optimisation globale du dispositif

Nous rappelons le schéma proposé pour l'optimisation globale du dispositif :

Problème 1 d'optimisation globale du dispositif :

■ Choisir un moteur (parmi n possibles) et un manipulateur (parmi m possibles)
■ pour minimiser la masse apparente : $M_{app} = J_1\left(\frac{r_2}{r_1 L}\right)^2 + \frac{J_2}{L^2}$ (S5)
■ sous contraintes :
C1 : $T_m \geq \frac{r_1 L}{r_2} F_{h\max}$ (S2)
C2 : ${\mathbf{A}_{aug}}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{aug} - \mathbf{P} < \mathbf{0}$ (S6) avec T_e, T_r (S4)
et $K_{mv} \geq K_{mv}^{des}$, $B_{mv} \in [B_{mv,\min}, B_{mv,\max}]$ (S3)

Dans ce schéma, on considère un ensemble de n moteurs possibles ($n = 20$ pour l'application numérique à la section 3.5, cf. Tableau 3.3) et de m manipulateurs optimaux possibles ($m = 28$, cf. Tableau 3.2). À l'évidence, il s'agit d'un problème d'optimisation non-linéaire sous contraintes avec des variables hétérogènes.

Si on cherche à balayer l'ensemble des solutions de conception possibles pour trouver l'optimum, il faudrait faire le calcul de la condition LMI (C2) pour un ensemble de $n \times m$ couple moteur i et manipulateur j. Pour réduire le temps de calcul, une méthode heuristique de résolution pourrait être utilisée, sans garantie de trouver l'optimum.

Nous proposons d'établir plutôt une méthode de résolution déterministe permettant de réduire le nombre de calculs de la condition LMI en effectuant un regroupement des six variables de conception : T_m, J_1, r_1 pour le moteur, J_2, r_2, L pour le manipulateur. En s'inspirant d'une formulation utilisée pour la conception de servomécanisme en position [Dequidt et al., 1999], nous proposons le regroupement de variable suivant dans le critère à minimiser et la contrainte C1 :

$$\alpha = \frac{T_m}{\sqrt{J_1}} \qquad \beta = \frac{r_2}{L}\frac{\sqrt{J_1}}{r_1} \tag{3.29}$$

Ces deux variables de conception vont permettre de «piloter» l'optimisation ; la première est la variable caractéristique d'un moteur i : α_i, $i \in \{1,...,n\}$ et la deuxième est la variable caractéristique d'un manipulateur j relativement au moteur i : $\beta_{i,j}$, $i \in \{1,...,n\}$, $j \in \{1,...,m\}$. On pose la variable complémentaire du manipulateur γ_j pour calculer la masse apparente ; les variables de conception manipulées sont donc :

$$\begin{cases} \text{Moteur :} & \alpha_i = \frac{T_{m_i}}{\sqrt{J_{1_i}}} & & \\ \text{Manipulateur :} & \beta_{i,j} = \frac{r_{2_j}}{L_j}\frac{\sqrt{J_{1_i}}}{r_{1_i}} & \gamma_j = \frac{J_{2_j}}{L_j^2} & i \in \{1,...,n\},\ j \in \{1,...,m\} \end{cases} \tag{3.30}$$

Le critère à minimiser et la contrainte C1 s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} & M_{app} = {\beta_{i,j}}^2 + \gamma_j \\ & \alpha_i\, \beta_{i,j} \geq F_{h\max} \end{aligned} \tag{3.31}$$

Le problème d'optimisation peut alors être reformulé de la façon suivante :

Problème 2 d'optimisation globale du dispositif :

■ Choix de $i \in \{1,...,n\}$ et $j \in \{1,...,m\}$
■ pour minimiser la masse apparente : $M_{app} = {\beta_{i,j}}^2 + \gamma_j$
■ sous contraintes :
C1 : $\alpha_i \, \beta_{i,j} \geq F_{h\max}$
C2 : $A_{eq,aug}(\alpha_i, \beta_{i,j}, \gamma_j)^T P A_{eq,aug}\,(\alpha_i, \beta_{i,j}, \gamma_j) - P < 0$

Ce problème est résolu avec la méthode suivante en utilisant la structure des solutions faisables $(\alpha_i\,, \beta_{i,j})$ compte tenu des contraintes C1 et C2, cf. Figure 3.8.

• Les valeurs α_i, $i \in \{1,...,n\}$ sont réordonnées dans l'ordre croissant, et pour chaque i, les valeurs $\beta_{i,j}$, $j \in \{1,...,m\}$ sont également réordonnées dans l'ordre croissant.
• L'optimum est recherché en parcourant la liste des moteurs dans l'ordre décroissant des i à partir de $i = n$ et en s'arrêtant dès que :

$$M_{app,i}^{opt} \leq \beta_{cd,i+1}^2 \quad \text{avec} \quad \beta_{cd,i} = \frac{F_{h\max}}{\alpha_i} \quad (\text{ contrainteC1}) \tag{3.32}$$

où $M_{app,i}^{opt}$ correspond à la solution optimale pour un moteur i.
• Pour un moteur i, on part dans l'ordre croissant des j à partir du premier manipulateur j qui vérifie la contrainte C1 pour rechercher la solution $M_{app,i}^{opt}$ qui vérifie la contrainte C2 et qui minimise la masse apparente. Cette recherche peut-être arrêtée dès que l'optimum $M_{app,j}^{opt}$ de la liste des manipulateurs traités jusqu'à celui en cours, d'indice j, est tel que :

$$M_{app,j}^{opt} \leq \beta_{i,j+1}^2 \tag{3.33}$$

Alors la solution optimale pour le moteur i est tel que : $M_{app,i}^{opti} = M_{app,j}^{optj}$
• Enfin, l'optimum M_{app}^{opt} est le minimum des solutions $M_{app,i}^{opt}$ correspondant aux moteurs i traités.

Cette méthode de résolution, permettant de minimiser le nombre de calcul LMI, a été implémentée dans MATLAB avec les deux algorithmes présentés en Annexe B. Le premier correspond au programme principal et le second décrit une fonction relative à la contrainte C2 (calcul LMI) appelée dans le programme principal.

3.5 Application numérique

Cette partie présente un exemple numérique en appliquant la méthodologie de conception optimale de dispositif à retour d'effort. L'objectif est de concevoir un dispositif toujours stable lors du contact avec un mur virtuel de raideur $K_{mv}^{des} = 40\,(\mathrm{kN/m})$ et de constante d'amortissement $B_{mv} \in [0,\, 250]\,(\mathrm{Ns/m})$. Cette valeur de raideur est très grande afin que l'utilisateur puisse ressentir l'effet d'un mur rigide. On s'impose une période d'échantillonnage de $T_e = 1$ms et un retard de $T_r = T_e = 1$ms, soit $d = 1$. L'ensemble des spécifications est donné dans le Tableau 3.3.

Les choix préliminaires pour le réducteur à câble ont été établis précédemment. La longueur et l'épaisseur du tambour d'entrée sont : $l = 16$(mm) et $e = 3$(mm). La raideur

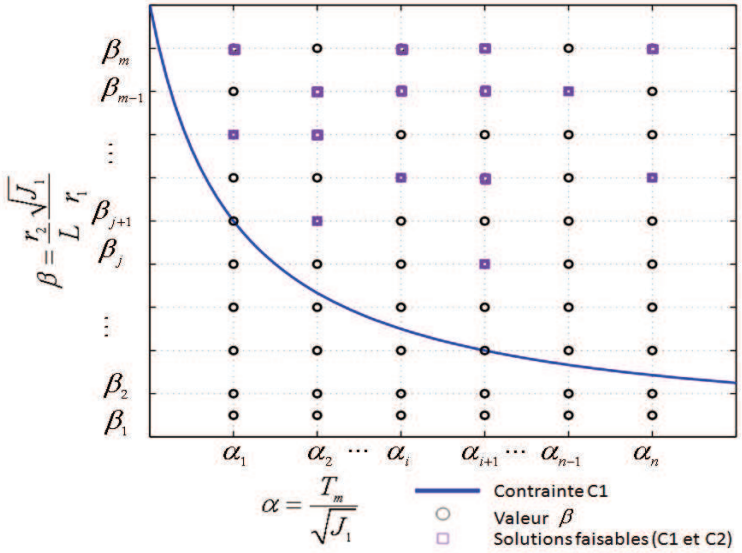


Figure 3.8 – Espace des solutions faisables pour la recherche de l'optimum.

Tableau 3.3 – Spécifications de conception pour l'application

S1	$\begin{cases} L \geq L_{\text{inf}} = 0{,}07\,(\text{m}) \\ H = L + r_2 \leq H_{\text{sup}} = 0{,}17\,(\text{m}) \end{cases}$
S2	$\max\left(\lvert F_h(t)\rvert\right) \geq F_{h\,\max} = 40\,(N)$
S3	$K_{mv} \geq K_{mv}^{des} = 40(\text{kN/m})$ $B_{mv} \in [B_{mv,\,\min}, B_{mv,\,\max}] = [0,\,250]\,(\text{Ns/m})$
S4	$T_r = T_e = 1\text{ms}$ soit $d = 1$
S5	Minimiser M_{app}
S6	$\boldsymbol{A_{aug}}^T \boldsymbol{P A_{aug}} - \boldsymbol{P} < \boldsymbol{0}$
S7	$\sigma_{\max} \leq \frac{1}{3}\sigma_{\lim}$

du câble de transmission est estimée par expérimentation à : $k_c = 4700\,(\text{N/m})$, cf. Annexe C. On prend une valeur nulle pour le coefficient d'amortissement b_c. La liste de moteurs est donnée dans le Tableau 3.4 et la liste des manipulateurs a été établie à la section 3.4.1, cf. Tableau 3.2.

La Figure 3.9 présente l'espace des solutions et la contrainte C1. La Figure 3.10 illustre le résultat du processus d'optimisation globale du dispositif. Pour un moteur i, le manipulateur optimal est représenté avec la caractéristique $\beta_{i,opt[j]}$ et la masse apparente correspondante $M_{app,i}^{opt}$. La solution optimale est repérée par le point M_{app}^{opt}. On peut remarquer que l'optimum est trouvé en passant en revue 5 moteurs au lieu des 20 moteurs de la liste et de toutes les combinaisons de manipulateurs qui vont avec, ce qui permet de minimiser le nombre de calcul LMI.

L'ensemble des caractéristiques de la solution optimale est donné dans le Tableau 3.5. La Figure 3.11(a) présente la géométrie du manipulateur ; la répartition des contraintes selon Von Mises et la déformation du manipulateur optimal sous chargement sont présen-

Tableau 3.4 – Liste de moteurs dans le catalogue Maxon EC-max [Maxon-Motor, 2013]

No	Modèle	$T_m\,(\mathrm{mNm})$	$J_m\,(\mathrm{gcm}^2)$	$b_m\,(\mathrm{Ns/m})$	$r_m\,(\mathrm{mm})$
1	136207	310	209	$4{,}35 \times 10^{-3}$	4
2	136209	323	209	$4{,}92 \times 10^{-3}$	4
3	136210	285	209	$4{,}35 \times 10^{-3}$	4
4	136211	283	209	$4{,}75 \times 10^{-3}$	4
5	136212	286	209	$4{,}92 \times 10^{-3}$	4
6	283870	167	101	$1{,}946 \times 10^{-3}$	3
7	287871	184	101	$1{,}954 \times 10^{-3}$	3
8	283872	202	101	$2{,}1 \times 10^{-3}$	3
9	283873	211	101	$2{,}19 \times 10^{-3}$	3
10	353294	442	1380	$36{,}89 \times 10^{-3}$	6
11	353295	485	1290	$37{,}28 \times 10^{-3}$	6
12	353296	628	1380	$43{,}39 \times 10^{-3}$	6
13	353298	758	1320	44×10^{-3}	6
14	353299	796	1310	$44{,}108 \times 10^{-3}$	6
15	353300	809	1280	$43{,}098 \times 10^{-3}$	6
16	353301	865	1340	$45{,}578 \times 10^{-3}$	6
17	370354	405	536	$14{,}293 \times 10^{-3}$	4
18	370355	418	560	$14{,}973 \times 10^{-3}$	4
19	370356	420	542	$14{,}339 \times 10^{-3}$	4
20	370357	452	560	$14{,}973 \times 10^{-3}$	4

tées aux Figures 3.11(b) et 3.11(c). On peut vérifier que la limite d'élasticité du matériau n'est pas dépassée : $\sigma_{\max} \approx 24{,}26 \times 10^6\,(\mathrm{N/m}^2) < \frac{1}{3}\sigma_{\lim} = 25 \times 10^6\,(\mathrm{N/m}^2)$.

Comme on peut le voir à la Figure 3.12, le domaine de stabilité du dispositif contient le domaine des paramètres spécifiés. A partir de l'expression (3.15), la raideur équivalente du mécanisme de transmission $k_{ceq} = 514{,}06\,(\mathrm{kN/m})$ est facilement obtenue. Cette valeur est beaucoup plus grande que la raideur désirée $K_{mv}^{des} = 40\,(\mathrm{kN/m})$ du mur virtuel. De plus, une analyse de la déformation du manipulateur (cf. Figure 3.11(c)) donne un déplacement maximum de $\Delta_{\max} = 8{,}73 \times 10^{-2}\,(\mathrm{mm})$. Cette valeur de déplacement est très faible comparée avec la pénétration Δ_{mv} du mur virtuel :

$$\Delta_{mv} = \frac{F_{h\max}}{K_{mv}^{des}} = \frac{40\,(\mathrm{N})}{40\,(\mathrm{kN/m})} = 1\,(\mathrm{mm}) \tag{3.34}$$

Par conséquent, le dispositif possède une rigidité suffisamment élevée pour que les utilisateurs puissent percevoir la raideur des objets virtuels rigides. Enfin, la masse perçue par l'opérateur en manipulant le dispositif dans un espace virtuel libre est de $353g$.

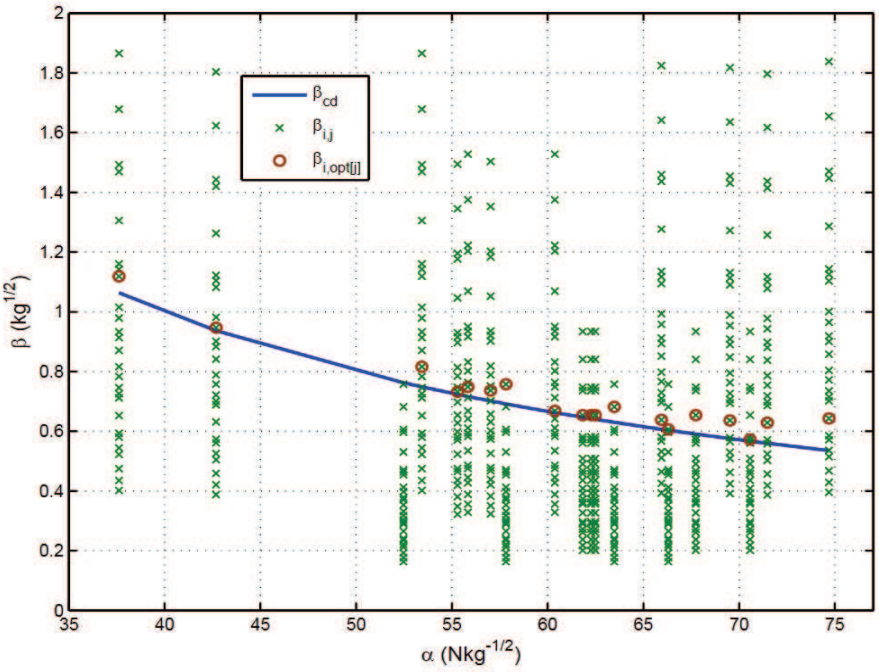


Figure 3.9 – Espace des solutions et contrainte C1 pour la recherche l'optimum.

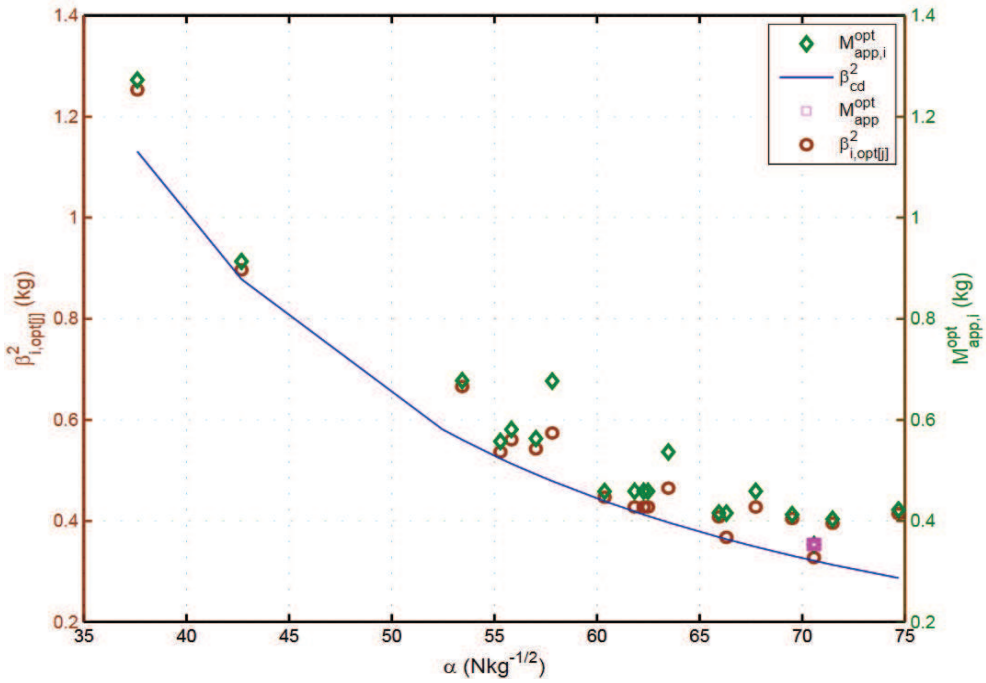


Figure 3.10 – Solution globale de la conception optimale.

3.6 Discussion

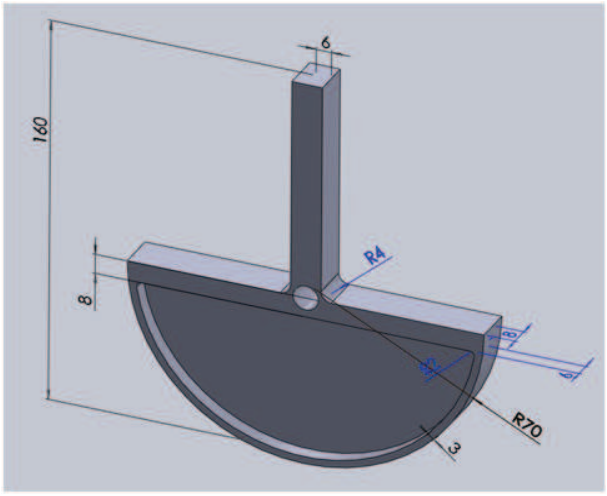
Cette méthodologie de conception optimale a la particularité de réunir des aspects liés à la mécanique, l'automatique et la technologie. L'approche en deux étapes a permis de traité séparément l'optimisation du composant mécanique principale pour établir une liste de manipulateurs optimaux couvrant l'ensemble des solutions géométriques possibles. L'optimisation globale du dispositif a été effectuée à partir de cette liste et d'un

Tableau 3.5 – Résultat de la conception optimale globale

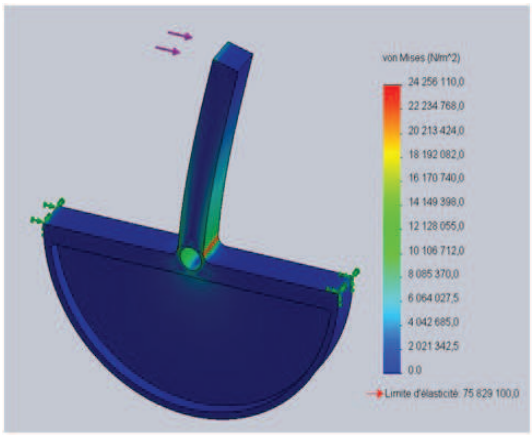
Manipulateur (Matériau : Alliage aluminium 2024)				
$r_{c1}\,(\mathrm{mm})$	$r_{c2}\,(\mathrm{mm})$	$h_1\,(\mathrm{mm})$	$h_2\,(\mathrm{mm})$	$\phi\,(\mathrm{mm})$
4	2	8	16	10
$r_2\,(\mathrm{mm})$	$L\,(\mathrm{mm})$	$e_1\,(\mathrm{mm})$	$e_2\,(\mathrm{mm})$	$e_3\,(\mathrm{mm})$
70	90	6	3	6
Moteur				
Modèle	$T_m\,(\mathrm{mNm})$	$J_m\,(\mathrm{gcm}^2)$	$b_m\,(\mathrm{Ns/m})$	$r_m\,(\mathrm{mm})$
136209	323	209	$4{,}92 \times 10^{-3}$	4
Tambour d'entrée (Matériau : Alliage aluminium 2024)				
$r_1\,(\mathrm{mm})$		$l\,(\mathrm{mm})$		$e\,(\mathrm{mm})$
7		16		3
Masse apparente $M_{app}^{opt} = 0{,}353kg$				

catalogue moteur grâce à une reformulation des variables de conception. La contrainte de stabilité, exprimée sous forme d'une condition LMI, doit être vérifiée pour chaque solution testée. Une méthode d'optimisation a été proposée pour limiter le nombre de solutions testées. Une difficulté majeure dans ce type de problème de conception optimale est d'inclure les aspects technologiques. Rappelons que, dans ce problème d'optimisation sous contraintes, les choix et les contraintes technologiques liés au câble ont été relâchés ; le câble (matériau, nombre de fils, nombre de torons, diamètre) a été choisi *a priori* pour avoir des valeurs raisonnables (compte tenu de notre application) de tension limite élastique et de rayon minimum d'enroulement sur le tambour d'entrée ; la largeur du tambour d'entrée a été choisie pour assurer un nombre suffisant d'enroulements du câble pour garantir l'absence de glissement câble/tambour. Cette simplification du problème d'optimisation a été faite en raison du manque de modèle fiable régissant ces contraintes et en raison du fait que la contribution du câble à la masse apparente est négligeable. Le rayon d'enroulement minimum et la tension limite élastique ont été vérifiés *a posteriori* sans remettre en cause la solution optimale. Le seul paramètre utilisé dans le modèle dynamique à un mode flexible est la constante de raideur du câble qui a dû être mesurée (cf. Annexe C).

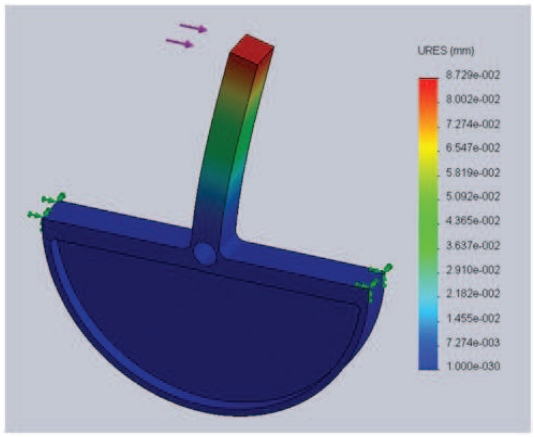
Ces travaux illustrent toute la complexité de la conception optimale d'un système robotique, complexité liée aux contraintes de nature différente : technologique, mécanique et automatique.



(a) Géométrie du manipulateur optimal



(b) Répartition des contraintes selon Von Mise du manipulateur optimal sous chargement



(c) Déformation du manipulateur optimal sous chargement

Figure 3.11 – Solution optimale globale du manipulateur.

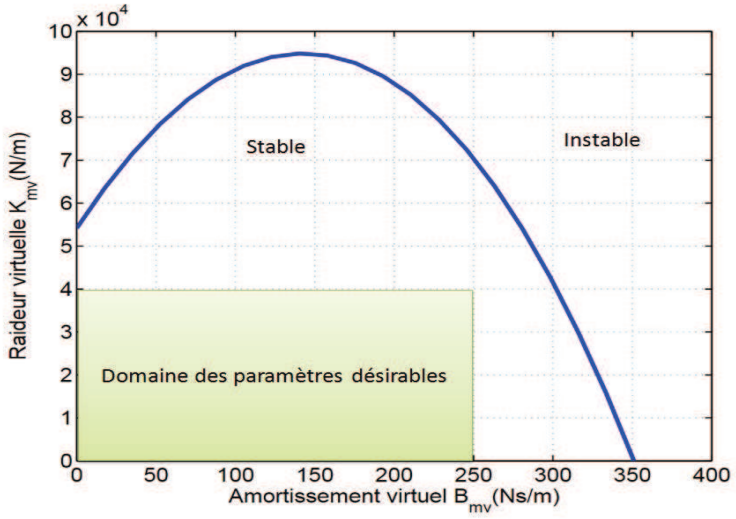


Figure 3.12 – Domaine de stabilité du dispositif optimal.

Chapitre 4

Commande et stabilisation d'un système haptique à retour d'effort en présence de retard variable

4.1 Retard variable, un défi majeur

Comme on l'a dit précédemment, les interfaces haptiques à retour d'effort sont de nos jours devenues très populaires principalement dans le domaine de la CAO. La problématique théorique posée par les applications des interfaces haptiques à retour d'effort concerne de nombreux domaines de recherche tels que la mécanique, l'automatique, l'informatique et aussi la psychophysique de l'action et de la perception haptique humaine. En effet, il s'agit d'établir les bases théoriques pour l'interconnexion d'un opérateur humain, de nature incertain (i.e. à paramètres non mesurables) avec un environnement virtuel, de type discret, via des dispositifs haptiques, de type continu et non-linéaire.

Pour les applications des interfaces haptiques à retour d'effort dans la CAO, les modules de contrôle et de simulation de l'environnement virtuel sont souvent installés sur deux plates-formes distinctes avec des fréquences d'échantillonnage différentes (cf. Figure 4.1) en fonction de l'architecture matérielle du système haptique. Des retards apparaissent souvent dans les systèmes haptiques à retour d'effort en raison de l'acquisition, la transmission et le traitement des données en ligne, le calcul et l'application des commandes en force. En dépit des efforts afin de minimiser ces retards, ceux-ci ne peuvent pas être totalement éliminés à cause des limites physiques, même avec les progrès technologiques. Il existe deux sources principales de retards : le canal de communication et le temps de traitement de la réalité virtuelle dans l'environnement virtuel. Dans ce cas, les retards ne peuvent pas être négligés, et deviennent un problème vital. Surtout pour des environnements virtuels complexes, le temps de traitement peut augmenter considérablement et peut entraîner des effets et des comportements indésirables [Duriez et al., 2006]. En outre, la désynchronisation des deux threads de contrôle et de simulation conduit à la présence d'un retard supplémentaire et peut aussi causer des problèmes de stabilité. Ces retards ont des effets complexes sur la stabilité et sont donc une source majeure d'instabilité.

Le régulateur PID est généralement utilisé pour contrôler la majorité des systèmes possédant une seule entrée et une seule sortie (SISO - Single Input Single Output). Il peut être facilement mis en œuvre dans des applications industrielles utilisant des mécanismes

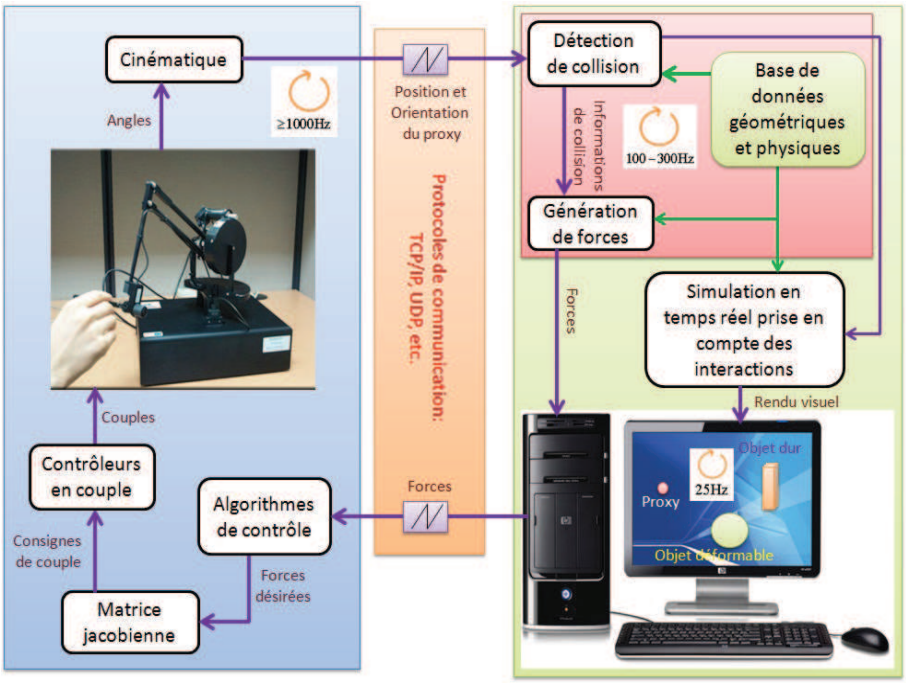


Figure 4.1 – Architecture matérielle et principe de commande d'une interface haptique à retour d'effort dans la CAO.

pneumatiques, hydrauliques, mécaniques ou électroniques.

Dans le contexte des systèmes haptiques, les exigences de performance comme une réponse rapide et une stabilité robuste requièrent une bonne méthodologie de synthèse de la commande. Les régulateurs à actions Proportionnelle et Dérivée (PD) sont les solutions de commande les plus largement utilisées pour les systèmes haptiques à retour d'effort [Tafazoli et al., 2002, Nuno et al., 2008, Rodriguez-Seda et al., 2009]. La prise en compte des retards inhérents au système est indispensable pour garantir des performances importantes. Ainsi, généralement, les régulateurs PD sont souvent combinés avec d'autres techniques. Jusqu'à aujourd'hui, plusieurs méthodes ont été proposées par les chercheurs dans le domaine haptique pour commander et stabiliser les systèmes haptiques à retard, telles que le régulateur PD avec dissipation locale [Lee et Spong, 2006], avec observateur de passivité [Ryu et al., 2004b, Artigas et al., 2006], avec changement de consigne [Lee et Huang, 2008], par variable d'onde [Niemeyer, 1996, Bate et al., 2011], avec prédicteur de Smith [Arioui et al., 2002, Cheong et al., 2009, Liacu et al., 2013]. Toutefois, ces méthodes sont développées pour des systèmes haptiques de téléopération soumis à des retards constants ou variables, mais dont le modèle de distribution des retards est supposé connu, comme par exemple une distribution uniforme, une distribution gamma, ou une distribution normale [Liacu, 2012, Liacu et al., 2013]. Les lois de commande pour ces systèmes sont souvent considérées sous une réalisation en temps continu.

En pratique, les protocoles de communications informatiques actuels (TCP/IP, UDP, etc.) ne permettent pas de garantir un retard constant. L'utilisation d'une mémoire tampon (buffer) permet de mettre en œuvre un système à retard constant d_{max} à partir d'un système à retard variable $0 \leq d \leq d_{\max}$, mais cette technique diminue la stabilité du système (ce fait sera montré par des expérimentations dans chapitre 5). De même, il n'est pas facile de connaître ou maîtriser la distribution des retards dans un système de CAO intégré des interfaces haptiques à retour d'effort. Enfin, la prise en compte de désynchronisations

possibles entre la boucle de contrôle et la boucle de simulation et le fait que l'environnement virtuel est par nature discret conduisent naturellement à la conception des lois de commande en temps discret. Pour toutes les raisons mentionnées ci-dessus, la commande et la stabilisation des systèmes haptiques à retour d'effort en temps discret soumis des retards variables restent un défi majeur.

4.2 Approche pour la commande et modélisation

Les phénomènes d'échantillonnage et de retards ont un impact significatif dans la stabilité des systèmes haptiques à retour d'effort, leur stabilisation est donc une tâche prioritaire.

Le type de commande en impédance, comme présenté dans la Figure 4.2, est utilisé afin de simuler et retourner les forces pour les différentes situations interactives en raison de la simplicité de son architecture de commande et son coût faible car il ne nécessite pas l'utilisation de capteur de force. L'architecture du retour d'effort d'un système haptique en impédance utilise des encodeurs montés sur les arbres moteurs pour mesurer les angles. Ces angles sont ensuite utilisés pour calculer la position du proxy du dispositif haptique et déterminer l'interaction entre le proxy et les objets de l'environnement virtuel. Le retour de force vers l'opérateur F_m est déterminé à partir de la force virtuelle F_{ev} telle que :

$$F_{ev} = \begin{cases} K_{mv}\left(P_p - P_v\right) + B_{mv}\left(\dot{P}_p - \dot{P}_v\right) & \text{si contact} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.1}$$

où K_{mv} et B_{mv} sont, respectivement, les constantes de raideur et d'amortissement du contact avec l'objet virtuel de position P_v et P_p est la position du proxy.

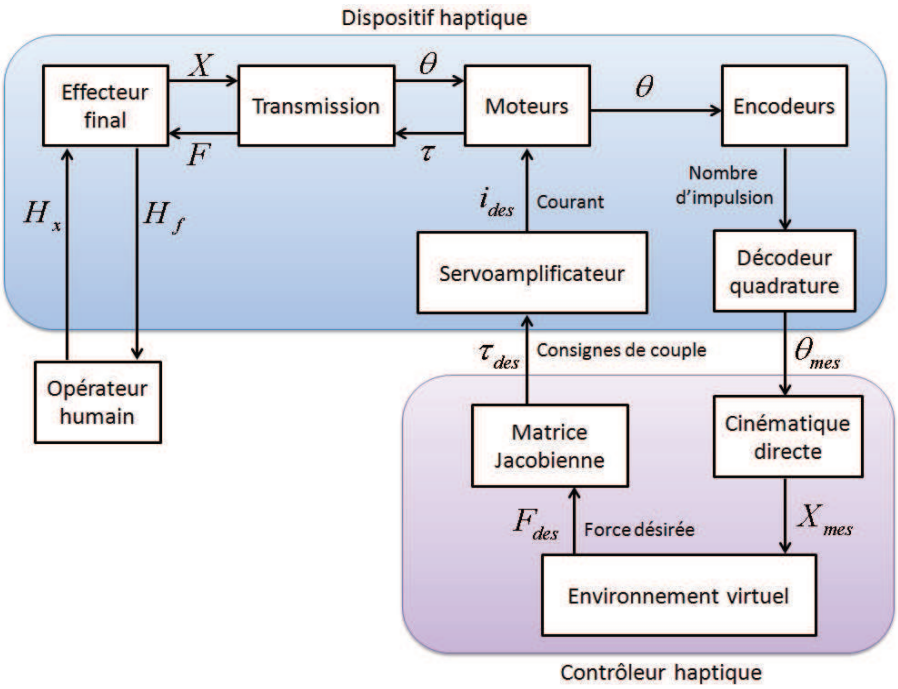


Figure 4.2 – Schéma de principe de la commande en impédance.

Le modèle mécanique du dispositif à 1 ddl a été établi au chapitre 2 en supposant un comportement linéaire. La représentation d'état en temps discret de ce disposif peut être écrite par les équations ci-dessous, comme cela a été établi au chapitre 3 (cf. équation (3.17)) à partir du modèle mécanique à un mode flexible (cf. équation d'état (3.16)) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_d \boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_d F_m(k) + \boldsymbol{E}_d F_h(k) \\ \boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}_d \boldsymbol{x}(k) \end{cases} \tag{4.2}$$

La dimension du vecteur d'état $\boldsymbol{x}(k)$ est $n \geq 2$. Le modèle mécanique utilisé par la suite étant un modèle avec un mode flexible, on a : $n = 4$ et $\boldsymbol{x} = [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_2]^T$ avec q_1 la position du moteur et q_2 la position de la main de l'opérateur. Les entrées sont la force appliquée par l'opérateur $F_h(k)$ et la force appliquée par le moteur telle que $F_m(k) = -F_{ev}(k - d(k))$. La sortie est la position mesurée par l'encodeur du moteur $q_1(k)$. Dans la plupart des systèmes haptiques actuels, la MDFA est utilisée pour estimer la vitesse : la dérivée du signal de position est obtenue par approximation d'Euler à partir de deux lectures consécutives de la position et de la période de temps entre ces deux lectures. Les interfaces haptiques usuelles nécessitent une fréquence d'échantillonnage d'au moins 1kHz pour avoir un rendu haptique lisse et réaliste des objets virtuels ou des surfaces [Gil et al., 2007]. L'augmentation de cette fréquence d'échantillonnage permet d'améliorer la précision et la stabilité du retour d'effort, au prix cependant d'une sensibilité accrue aux bruits du capteur et de quantification du fait de l'utilisation de la MDFA. Dans notre étude, une nouvelle architecture basée sur la définition d'un OEA est proposée pour estimer la vitesse du proxy. L'architecture de commande en impédance basée sur un OEA pour le système haptique linéaire en temps discret est présentée dans la Figure 4.3.

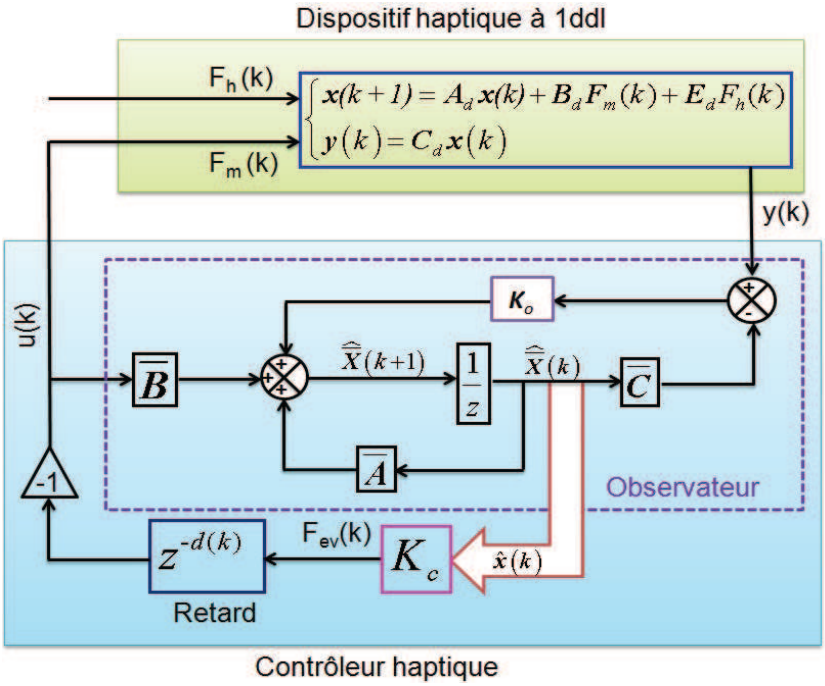


Figure 4.3 – Architecture de commande d'un système haptique à 1 ddl basée sur un OEA.

La valeur du retard est supposée variable mais bornée :

$$\begin{cases} 0 \leq d_{\min} \leq d(k) \leq d_{\max} \\ d_{\min} < d_{\max} \end{cases} \tag{4.3}$$

où $d_{\min}$ et $d_{\max}$ représentent les limites inférieure et supérieure du retard, en respectivement. La force $F_h(k)$ exercée par l'opérateur étant de dynamique plus lente que celle de l'interface haptique, elle peut être considérée comme un signal d'excitation externe constant. En désignant :

$$\begin{aligned} &\bar{\boldsymbol{X}}(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(k) \\ F_h(k) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{Y}(k) = \boldsymbol{y}(k) \quad u(k) = F_m(k) \\ &\bar{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_d & \boldsymbol{E}_d \\ \boldsymbol{0}_{1\times n} & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{\boldsymbol{C}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_d & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.4}$$

la représentation d'état augmenté en temps discret du dispositif haptique peut être formulée comme suit :

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{X}}(k+1) = \overline{\boldsymbol{A}}\overline{\boldsymbol{X}}(k) + \overline{\boldsymbol{B}}u(k) \\ \boldsymbol{Y}(k) = \overline{\boldsymbol{C}}\overline{\boldsymbol{X}}(k) \end{cases} \tag{4.5}$$

L'OEA est choisi sous la forme de Luenberger suivante :

$$\begin{cases} \widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k+1) = \overline{\boldsymbol{A}}\widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k) + \overline{\boldsymbol{B}}u(k) + \boldsymbol{K}_o\left(\boldsymbol{Y}(k) - \widehat{\boldsymbol{Y}}(k)\right) \\ \widehat{\boldsymbol{Y}}(k) = \overline{\boldsymbol{C}}\widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k) \end{cases} \tag{4.6}$$

où $\boldsymbol{K}_o$ est la matrice de gain de l'observateur d'état augmenté à déterminer. Lorsque l'OEA (4.6) est utilisé, la loi de commande $u(k)$ est choisie sous la forme d'un retour d'état augmenté :

$$u(k) = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_c & 0 \end{bmatrix}\widehat{\overline{X}}(k - d(k)) = -\boldsymbol{K}_c\widehat{x}(k - d(k)) \tag{4.7}$$

où $\boldsymbol{K}_c = [K_{mv} \quad B_{mv} \quad \boldsymbol{0}_{1\times(n-2)}]$, K_{mv} et B_{mv} sont aussi appelés la raideur et l'amortissement de commande (ou la raideur virtuelle et l'amortissement virtuel). La représentation d'état en temps discret de la boucle haptique du système haptique peut s'écrire :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}(k) - \boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c\hat{\boldsymbol{x}}(k - d(k)) + \boldsymbol{E}_d F_h(k) \\ \boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k) \end{cases} \tag{4.8}$$

Parce que la dynamique globale du système est linéaire, le principe de séparation s'applique et donc, le calcul des matrices de gain de la loi de commande $\boldsymbol{K}_c$ et de l'OEA $\boldsymbol{K}_o$ peut être faite séparément. La matrice de gain de la loi de commande $\boldsymbol{K}_c$ est tout d'abord choisie par l'analyse de stabilité du système à temps discret :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}(k) - \boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c\boldsymbol{x}(k - d(k)) \\ \boldsymbol{x}(k) = \phi(k), k = -d_{\max}, -d_{\max}+1, ..., 0 \end{cases} \tag{4.9}$$

où $\phi(.)$ est la séquence de valeurs initiales. En désignant l'erreur de l'OEA comme suit :

$$\boldsymbol{\eta}(k)^T = \left[\begin{array}{cc} (\boldsymbol{x}(k) - \widehat{\boldsymbol{x}}(k))^T & \left(F_h(k) - \hat{F}_h(k)\right)^T \end{array} \right] \tag{4.10}$$

la dynamique de l'erreur de l'OEA peut être écrite sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = \left(\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{K}_o\overline{\mathbf{C}}\right)\boldsymbol{\eta}(k) \tag{4.11}$$

Le problème du calcul de la matrice de gain de l'observateur d'état augmenté est standard. Cette matrice de gain peut être obtenue en utilisant la méthode de placement de pôles [Franklin et al., 1998].

4.3 Stabilisation d'un système haptique en présence de retard variable

4.3.1 Préliminaires

Lemme 1. *[Agarwal, 1992] Soit $\boldsymbol{R} \in \Re^{n\times n}$ une matrice symétrique définie positive, les nombres entiers $q \geq p > 0$ et une fonction $\boldsymbol{x} : [p,\, q] \rightarrow \Re^n$, l'inégalité suivante est vérifiée :*

$$-(q-p+1)\sum_{i=p}^{q}\boldsymbol{x}(i)^T\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x}\,(i) \leq \left[\sum_{i=p}^{q}\boldsymbol{x}\,(i)\right]\ (-\boldsymbol{R})\ \left[\sum_{i=p}^{q}\boldsymbol{x}\,(i)\right] \tag{4.12}$$

Lemme 2. *[Petersen, 1987] Soit $\boldsymbol{Z} \in \Re^{n\times n}$ une matrice symétrique définie positive et des vecteurs $\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{Y} \in \Re^n$, l'inégalité matricielle suivante est vérifiée :*

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X} \leq \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Z}^{-1}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Y} \tag{4.13}$$

Lemme 3. *Complément de Schur [Boyd et al., 1994] : Soit $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}^T > \boldsymbol{0}$ une matrice symétrique définie positive, $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}^T$ une matrice symétrique et $\boldsymbol{S}$ une matrice quelconque des dimensions appropriées, les inégalités matricielles suivantes sont équivalentes :*

$$\begin{array}{l} \text{(i)}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{S}^T\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S} > \boldsymbol{0} \\ \text{(ii)} \left[\begin{array}{cc} \boldsymbol{M} & \boldsymbol{S}^T \\ \boldsymbol{S} & \boldsymbol{R} \end{array} \right] > \boldsymbol{0} \end{array} \tag{4.14}$$

4.3.2 Condition de stabilité

Théorème 1. *S'il existe des matrices symétriques définies positives $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{Q}_1, \boldsymbol{Q}_2, \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2$ et des matrices de pondération $\boldsymbol{M}_1, \boldsymbol{M}_2, \boldsymbol{N}_1, \boldsymbol{N}_2$ de dimensions appropriées telles que les*

conditions LMI suivantes sont réalisables :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{11} & \boldsymbol{\Theta}_{12} & \boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{M}_1 & -\boldsymbol{N}_1 & d\boldsymbol{X}_1^i \\ * & \boldsymbol{\Theta}_{22} & \boldsymbol{M}_2 & -\boldsymbol{N}_2 & d\boldsymbol{X}_2^i \\ * & * & \boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{Q}_1-\boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & -\boldsymbol{Q}_2 & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & * & -d\boldsymbol{R}_2 \end{bmatrix} < \boldsymbol{0}, \qquad i=1,2 \tag{4.15}$$

où $\boldsymbol{X}_1^1=\boldsymbol{M}_1 \quad \boldsymbol{X}_2^1=\boldsymbol{M}_2 \quad \boldsymbol{X}_1^2=\boldsymbol{N}_1 \quad \boldsymbol{X}_2^2=\boldsymbol{N}_2$ *, et*

$\boldsymbol{\Theta}_{11}=\boldsymbol{A}_d{}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_d-\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}_1+(\boldsymbol{A}_d-\boldsymbol{I}_{n\times n})^T\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{A}_d-\boldsymbol{I}_{n\times n})-\boldsymbol{R}_1$

$\boldsymbol{\Theta}_{12}=-\boldsymbol{A}_d{}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c-(\boldsymbol{A}_d-\boldsymbol{I}_{n\times n})^T\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c-\boldsymbol{M}_1+\boldsymbol{N}_1$

$\boldsymbol{\Theta}_{22}=(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)+(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)^T\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c-\boldsymbol{M}_2-\boldsymbol{M}_2{}^T+\boldsymbol{N}_2+\boldsymbol{N}_2{}^T$

$\boldsymbol{\Psi}=d_{min}{}^2\boldsymbol{R}_1+d\boldsymbol{R}_2, d=d_{max}-d_{min}$

alors, le système haptique (4.8) est asymptotiquement stable pout tout le retard $d(k)$ *satisfaisant (4.3).*

Démonstration. Comme mentionné précédemment, le comportement asymptotique du système (4.8) peut être vérifié au travers l'analyse de stabilité du système (4.9). L'objectif est de trouver la condition de stabilité en présence de retard variable dans le cas général où sa distribution est inconnue. Toutefois, pour les systèmes haptiques à temps discret en présence de retard variable, on s'intéresse à la borne inférieure $d_{\min}$ et la borne supérieure $d_{\max}$ du retard. Afin de prendre en compte leurs effets sur la stabilité du système, on considère le système à temps discret (4.9) avec la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V(k)=\sum_{i=1}^{3}V_i(k) \tag{4.16}$$

où :

$$\begin{aligned} V_1(k)&=\boldsymbol{x}(k)^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k) \\ V_2(k)&=\sum_{i=k-d_{\min}}^{k-1}\boldsymbol{x}(i)^T\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{x}(i)+\sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d_{\min}-1}\boldsymbol{x}(i)^T\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{x}(i) \\ V_3(k)&=d_{\min}\sum_{j=-d_{\min}}^{-1}\sum_{i=k+j}^{k-1}\Delta\boldsymbol{x}(i)^T\boldsymbol{R}_1\Delta\boldsymbol{x}(i)+\sum_{j=-d_{\max}}^{-d_{\min}-1}\sum_{i=k+j}^{k-1}\Delta\boldsymbol{x}(i)^T\boldsymbol{R}_2\Delta\boldsymbol{x}(i) \end{aligned} \tag{4.17}$$

et $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}_1$, $\boldsymbol{Q}_2$, $\boldsymbol{R}_1$, $\boldsymbol{R}_2$ sont les matrices symétriques définies positives à déterminer. On posera :

$$\boldsymbol{\chi}(k)^T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)^T & \boldsymbol{x}(k-d(k))^T & \boldsymbol{x}(k-d_{\min})^T & \boldsymbol{x}(k-d_{\max})^T\end{bmatrix} \tag{4.18}$$

En prenant la différence avant de l'expression (4.16), on a :

$$\Delta V(k)=\sum_{i=1}^{3}\Delta V_i(k) \tag{4.19}$$

où :

$$\begin{aligned}\Delta V_1(k) &= \boldsymbol{x}(k+1)^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k+1) - \boldsymbol{x}(k)^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k) \\ &= \boldsymbol{\chi}(k)^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_d{}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_d - \boldsymbol{P} & -\boldsymbol{A}_d{}^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c) & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & (\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c) & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & 0_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{bmatrix} \boldsymbol{\chi}(k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_2(k) &= \boldsymbol{x}(k)^T \boldsymbol{Q}_1 \boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{x}(k-d_{\min})^T (\boldsymbol{Q}_2 - \boldsymbol{Q}_1)\boldsymbol{x}(k-d_{\min}) \\ &+ \boldsymbol{x}(k-d_{\max})^T (-\boldsymbol{Q}_2)\boldsymbol{x}(k-d_{\max}) \\ &= \boldsymbol{\chi}(k)^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_1 & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & \boldsymbol{Q}_2 - \boldsymbol{Q}_1 & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & -\boldsymbol{Q}_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\chi}(k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_3(k) &= \Delta\boldsymbol{x}(k)^T \boldsymbol{\Psi}\Delta\boldsymbol{x}(k) - d_{\min} \sum_{i=k-d_{\min}}^{k-1} \Delta\boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_1 \Delta\boldsymbol{x}(i) \\ &= -\sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \Delta\boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta\boldsymbol{x}(i) - \sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \Delta\boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta\boldsymbol{x}(i)\end{aligned}$$

où $d = d_{\max} - d_{\min}$ et $\boldsymbol{\Psi} = {d_{\min}}^2 \boldsymbol{R}_1 + d\boldsymbol{R}_2$. En utilisant le Lemme 1, on obtient :

$$\begin{aligned}-d_{\min} \sum_{i=k-d_{\min}}^{k-1} \Delta\boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_1 \Delta\boldsymbol{x}(i) &\leq \boldsymbol{x}(k)^T (-\boldsymbol{R}_1)\boldsymbol{x}(k) + 2\boldsymbol{x}(k)^T \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{x}(k-d_{\min}) \\ &+ \boldsymbol{x}(k-d_{\min})^T (-\boldsymbol{R}_1)\boldsymbol{x}(k-d_{\min})\end{aligned} \tag{4.20}$$

Afin de réduire le conservatisme de la condition de stabilité, la technique de matrices de pondération [Zhang et al., 2008] est utilisée en introduisant les matrices de pondération $\boldsymbol{M}_1, \boldsymbol{M}_2, \boldsymbol{N}_1, \boldsymbol{N}_2$ de dimensions appropriées définies comme suit :

$$\boldsymbol{M}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_1{}^T & \boldsymbol{M}_2{}^T & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{N}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_1{}^T & \boldsymbol{N}_2{}^T & \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

En remarquant que :

$$\boldsymbol{\psi}_1(k) = [\boldsymbol{x}(k-d_{\min}) - \boldsymbol{x}(k-d(k))] - \sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \Delta\boldsymbol{x}(i) \equiv \boldsymbol{0}_{n\times 1} \tag{4.22}$$

et

$$\boldsymbol{\psi}_2(k) = [\boldsymbol{x}(k-d(k)) - \boldsymbol{x}(k-d_{\max})] - \sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \Delta\boldsymbol{x}(i) \equiv \boldsymbol{0}_{n\times 1} \tag{4.23}$$

on peut dériver :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{0} &= \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\psi}_1(k) + \boldsymbol{\psi}_1(k)^T \boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&= \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{M} \left[\boldsymbol{x}(k - d_{\min}) - \boldsymbol{x}(k - d(k))\right] \\
&+ \left[\boldsymbol{x}(k - d_{\min})^T - \boldsymbol{x}(k - d(k))^T\right] \boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&+ \sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \left\{ \left[-\boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right]^T \Delta \boldsymbol{x}(i) + \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \left[-\boldsymbol{M}^T \chi(k)\right] \right\}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

et

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{0} &= \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N} \boldsymbol{\psi}_2(k) + \boldsymbol{\psi}_2(k)^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&= \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N} \left[\boldsymbol{x}(k - d(k)) - \boldsymbol{x}(k - d_{\max})\right] \\
&+ \left[\boldsymbol{x}(k - d(k))^T - \boldsymbol{x}(k - d_{\max})^T\right] \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&+ \sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \left\{ \left[-\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right]^T \Delta \boldsymbol{x}(i) + \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \left[-\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right] \right\}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

En appliquant le Lemme 2, on a :

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \left\{ \left[-\boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right]^T \Delta \boldsymbol{x}(i) + \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \left[-\boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right] \right\} \\
\leq\ & \left(d(k) - d_{\min}\right) \chi(k)^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{R}_2{}^{-1} \boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k) + \sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta \boldsymbol{x}(i)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

et

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \left\{ \left[-\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right]^T \Delta \boldsymbol{x}(i) + \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \left[-\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k)\right] \right\} \\
\leq\ & \left(d_{\max} - d(k)\right) \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N} \boldsymbol{R}_2{}^{-1} \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k) + \sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta \boldsymbol{x}(i)
\end{aligned} \tag{4.27}$$

En combinant (4.24) et (4.26), (4.25) et (4.27), les inégalités suivantes sont donc tirées :

$$\begin{aligned}
-\sum_{i=k-d(k)}^{k-d_{\min}-1} \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta \boldsymbol{x}(i) &\leq \left(d(k) - d_{\min}\right) \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{R}_2{}^{-1} \boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&+ \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{M} \left[\boldsymbol{x}(k - d_{\min}) - \boldsymbol{x}(k - d(k))\right] \\
&+ \left[\boldsymbol{x}(k - d_{\min})^T - \boldsymbol{x}(k - d(k))^T\right] \boldsymbol{M}^T \boldsymbol{\chi}(k)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

et

$$\begin{aligned}
-\sum_{i=k-d_{\max}}^{k-d(k)-1} \Delta \boldsymbol{x}(i)^T \boldsymbol{R}_2 \Delta \boldsymbol{x}(i) &\leq \left(d_{\max} - d(k)\right) \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N} \boldsymbol{R}_2{}^{-1} \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k) \\
&+ \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N} \left[x(k - d(k)) - \boldsymbol{x}(k - d_{\max})\right] \\
&+ \left[\boldsymbol{x}(k - d(k))^T - \boldsymbol{x}(k - d_{\max})^T\right] \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\chi}(k)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

A partir de l'expression (4.9), on peut également obtenir :

$$\Delta \boldsymbol{x}(k) = (\boldsymbol{A}_d - \boldsymbol{I}_{n\times n})\,\boldsymbol{x}(k) - \boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c\boldsymbol{x}(k - d(k)) \tag{4.30}$$

Il résulte donc l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \Delta V_3(k) &\leq \boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\chi}(k) + (d(k) - d_{\min})\,\boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{M}^T\boldsymbol{\chi}(k) \\ &+ (d_{\max} - d(k))\,\boldsymbol{\chi}(k)^T \boldsymbol{N}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{N}^T\boldsymbol{\chi}(k) \end{aligned} \tag{4.31}$$

où :

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{11} & \boldsymbol{Z}_{12} & \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{M}_1 & -\boldsymbol{N}_1 \\ * & \boldsymbol{Z}_{22} & \boldsymbol{M}_2 & -\boldsymbol{N}_2 \\ * & * & -\boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Z}_{11} = (\boldsymbol{A}_d - \boldsymbol{I}_{n\times n})^T \boldsymbol{\Psi}\,(\boldsymbol{A}_d - \boldsymbol{I}_{n\times n}) - \boldsymbol{R}_1$$

$$\boldsymbol{Z}_{12} = -(\boldsymbol{A}_d - \boldsymbol{I}_{n\times n})^T \boldsymbol{\Psi}\,(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c) - \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{N}_1$$

$$\boldsymbol{Z}_{22} = (\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)^T \boldsymbol{\Psi}\,(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c) - \boldsymbol{M}_2 - \mathrm{M}_2{}^T + \boldsymbol{N}_2 + \boldsymbol{N}_2{}^T$$

Par conséquent, on obtient :

$$\Delta V(k) \leq \boldsymbol{\chi}(k)^T\,[\boldsymbol{\Xi}(d(k))]\,\boldsymbol{\chi}(k) \tag{4.32}$$

où :

$$\boldsymbol{\Xi}(d(k)) = \boldsymbol{\Theta} + (d(k) - d_{\min})\,\boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{M}^T + (d_{\max} - d(k))\,\boldsymbol{N}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{N}^T$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{11} & \boldsymbol{\Theta}_{12} & \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{M}_1 & -\boldsymbol{N}_1 \\ * & \boldsymbol{\Theta}_{22} & \boldsymbol{M}_2 & -\boldsymbol{N}_2 \\ * & * & \boldsymbol{Q}_2 - \boldsymbol{Q}_1 - \boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{0}_{n\times n} \\ * & * & * & -\boldsymbol{Q}_2 \end{bmatrix}$$

Comme $[d(k) - d_{\min}]$ et $[d_{\max} - d(k)]$ sont nombres entiers positifs, la matrice $\boldsymbol{\Xi}(d(k))$ peut être réécrite comme une combinaison convexe des deux matrices $[\boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{M}^T]$ et $[\boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{N}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{N}^T]$:

$$\boldsymbol{\Xi}(d(k)) = \frac{d(k) - d_{\min}}{d}\left[\boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{M}^T\right] + \frac{d_{\max} - d(k)}{d}\left[\boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{N}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{N}^T\right] \tag{4.33}$$

En appliquant le Lemme 3, les inégalités dans (4.15) sont équivalentes à :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{M}^T < \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\Theta} + d\boldsymbol{M}\boldsymbol{R}_2{}^{-1}\boldsymbol{N}^T < 0 \end{cases} \tag{4.34}$$

et donc,

$$\boldsymbol{\Xi}(d(k)) < 0, \quad \forall d(k) \in [d_{\min}, d_{\max}] \tag{4.35}$$

$V(k)$ est donc une fonction candidate de Lyapunov du système (4.9) et, en conséquence, il en résulte la stabilité asymptotique du système. □

Il convient de souligner que la condition de stabilité (4.15) n'est une LMI que si la matrice de gain $\mathbf{K}_c$ est donnée du fait de l'existence de termes non-linéaires comme $(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)^T\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c)$, $\boldsymbol{A}_d{}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{K}_c$. De plus, la matrice de gain $\boldsymbol{K}_c$ qui comporte deux paramètres K_{mv} et B_{mv} à régler est structurée. Pour résoudre ce problème, un algorithme est proposé afin de reconstruire le domaine admissible dans le plan $B_{mv} - K_{mv}$, cf. Annexe D.

4.4 Résultats et analyses numériques

4.4.1 Exemple numérique

Un exemple numérique dans [Zhang et al., 2008] est utilisé à titre de comparaison avec d'autres conditions de stabilité existantes dans la littérature. On considère le système décrit suivant :

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0 \\ 0{,}05 & 0{,}9 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(k) + \begin{bmatrix} -0{,}1 & 0 \\ -0{,}2 & -0{,}1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(k - d(k)) \tag{4.36}$$

Tableau 4.1 – Valeur maximale de $d_{\max}$ pour la valeur donnée $d_{\min}$ du retard variable $d(k)$

$d_{\min}$	7	10	15	20
Théorème 1 [Gao et al., 2004]	10	12	16	20
Lemme 2 [Fridman et Shaked, 2005]	13	15	19	23
Proposition 1 [Gao et Chen, 2007]	14	15	18	22
Théorème 1 [Zhang et al., 2008]	15	17	20	24
Théorème 1 [Zhang et al., 2011]	15	17	21	25
Théorème 1 proposé	18	20	23	27

Le Tableau 4.1 présente pour quelques valeurs données de la borne inférieure d_{min} les valeurs maximales admissibles de la borne supérieure d_{max} du retard variable $d(k)$ qui garantissent la stabilité asymptotique du système (4.36) et obtenues en utilisant les conditions de stabilité existantes dans la littérature et la condition de stabilité proposée (4.15) au Théorème 1. Les résultats obtenus montrent que la condition de stabilité proposée au Théorème 1 est moins conservative que celles dans [Zhang et al., 2011].

La Figure 4.4 présente la loi de retard variable $10 = d_{\min} \leq d(k) \leq d_{\max} = 20$ choisie pour la simulation. La réponse du système (4.36) est représentée Figure 4.5 et correspond bien à un comportement asymptotiquement stable du système.

La Figure 4.6 présent l'évolution des valeurs prises par la fonction de Lyapunov (4.16) le long de la trajectoire du système (4.36). Il se trouve que ces valeurs sont toujours positives, décroissantes et tendent vers zéro lorsque $k \to +\infty$. Cela confirme la correction de la condition de stabilité proposée.

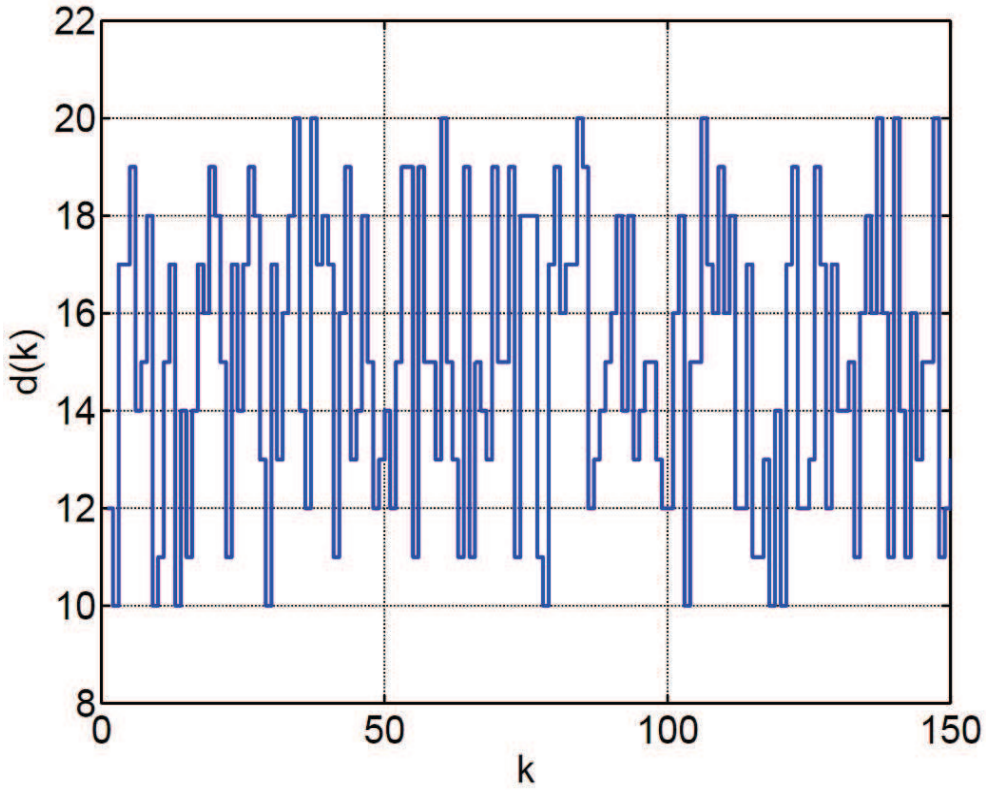


Figure 4.4 – Simulation du retard variable $10 = d_{\min} \leq d\,(k) \leq d_{\max} = 20$.

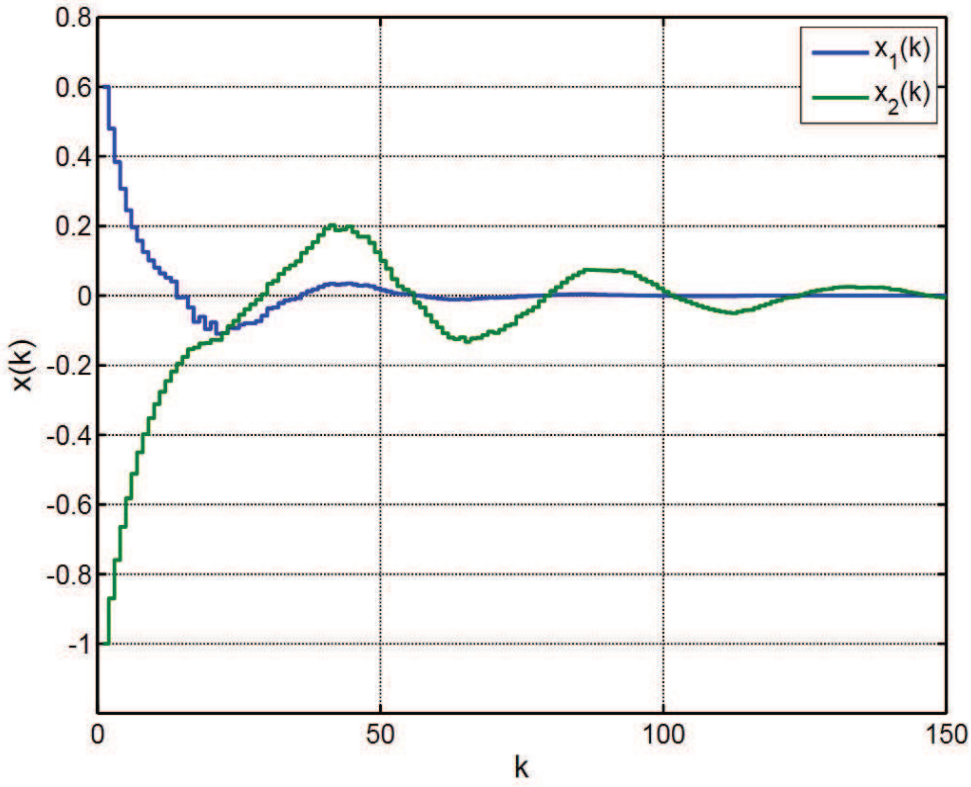


Figure 4.5 – Réponse en temps discret du système en présence de retard variable.

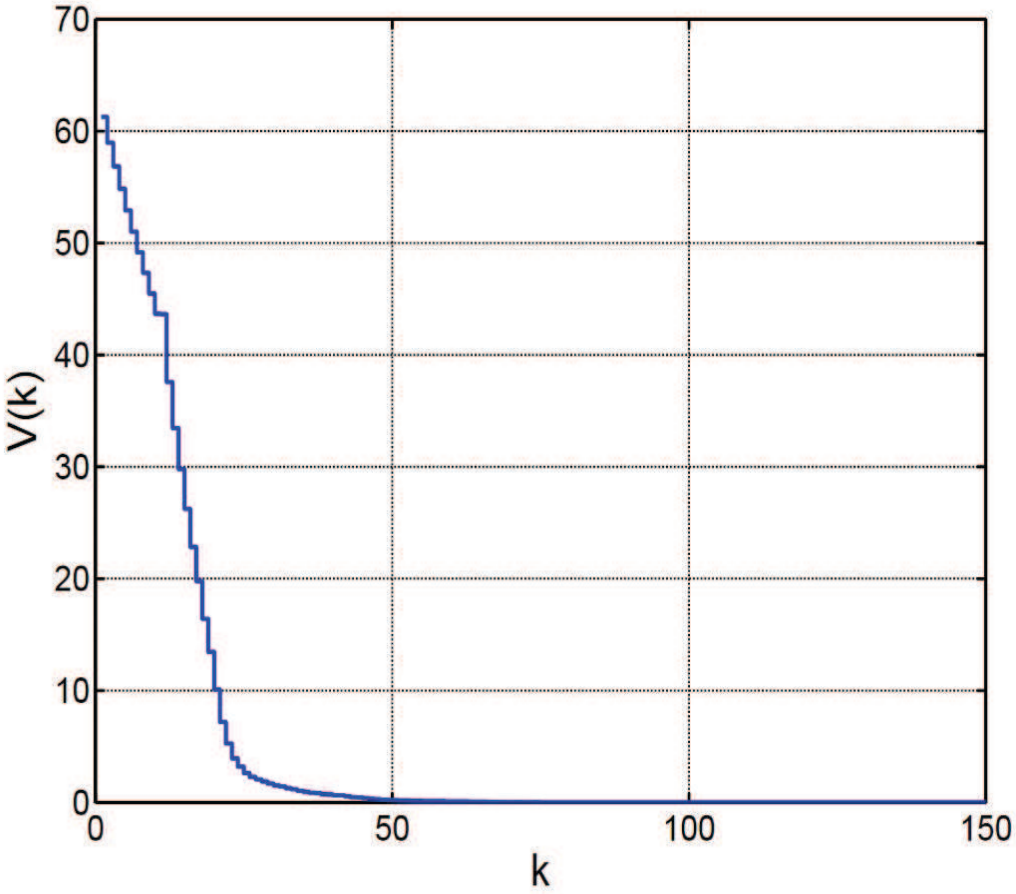


Figure 4.6 – Evolution de la fonction de Lyapunov $V(k)$.

4.4.2 Simulations numériques

Dans cette partie, on étude une application numérique pour le dispositif haptique à 1 ddl décrit au chapitre 3 avec les paramètres physiques donnés dans le Tableau 4.2. La période d'échantillonnage de la boucle haptique est choisie égale à $T_e = 1$ms.

Tableau 4.2 – Paramètres physiques du dispositif haptique optimal à 1 ddl

Paramètre	Variable	Valeur
Masse 1	m_{1eq}(kg)	0,32731
Amortissement 1	b_{1eq}(Ns/m)	76,838
Raideur équivalente	k_{ceq}(N/m)	5,1406$\times 10^5$
Amortissement équivalent	b_{ceq}(Ns/m)	0
Masse 2	m_{2eq}(kg)	0,022
Amortissement 2	b_{2eq}(Ns/m)	1,2346$\times 10^{-3}$

On examine tout d'abord le cas d'un retard constant ($d = 1$) pour lequel une condition nécessaire et suffisante de stabilité existe. Le domaine de stabilité des deux paramètres de commande K_{mv} et B_{mv} du système haptique utilisant l'architecture de commande traditionnelle basée sur la MDFA pour estimer la vitesse est déterminé à l'aide de l'Algorithme 3, cf. Annexe D, (où la condition de stabilité nécessaire et suffisante en terme de

LMI (3.23) est utilisée à la place de la condition de stabilité suffisante (4.15)), et comparée à celui obtenu pour l'architecture de commande proposée basée sur l'OEA. Ces résultats sont montrés dans la Figure 4.7. Cette figure représente l'intérêt d'utiliser l'OEA afin d'améliorer le domaine de stabilité du système haptique. Autrement dit, l'architecture de commande basée sur l'OEA permet de considérer une raideur de commande plus grande que celle basée sur la MDFA. Des résultats similaires sont obtenus pour les dispositifs haptiques PHANTOM® Premium 1.0 et LHIfAM en reprenant les différents modèles mécaniques prenant en compte un mode flexible de [Díaz et Gil, 2010], cf. Figure 4.8.

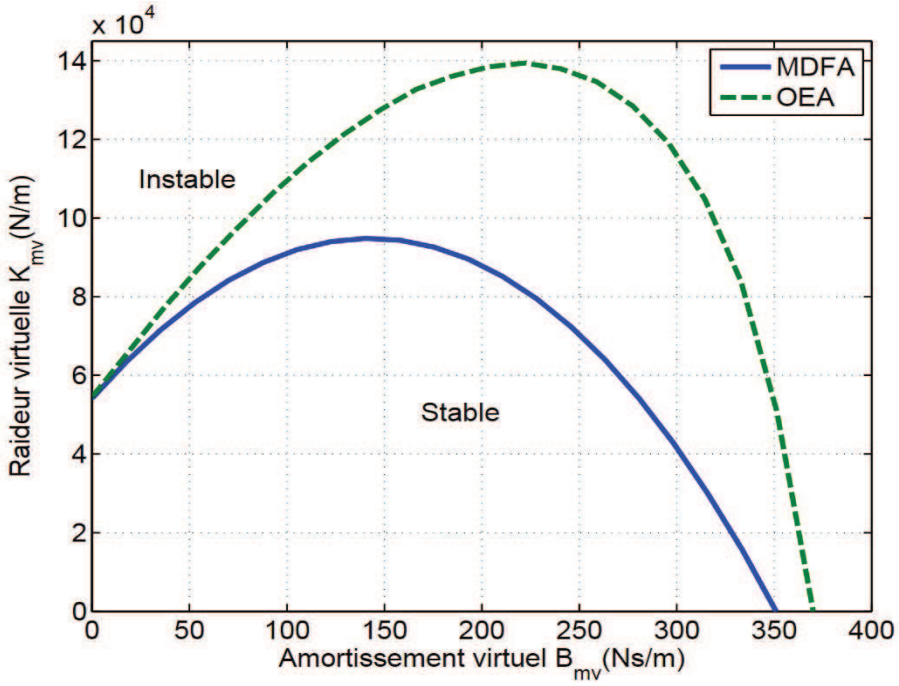
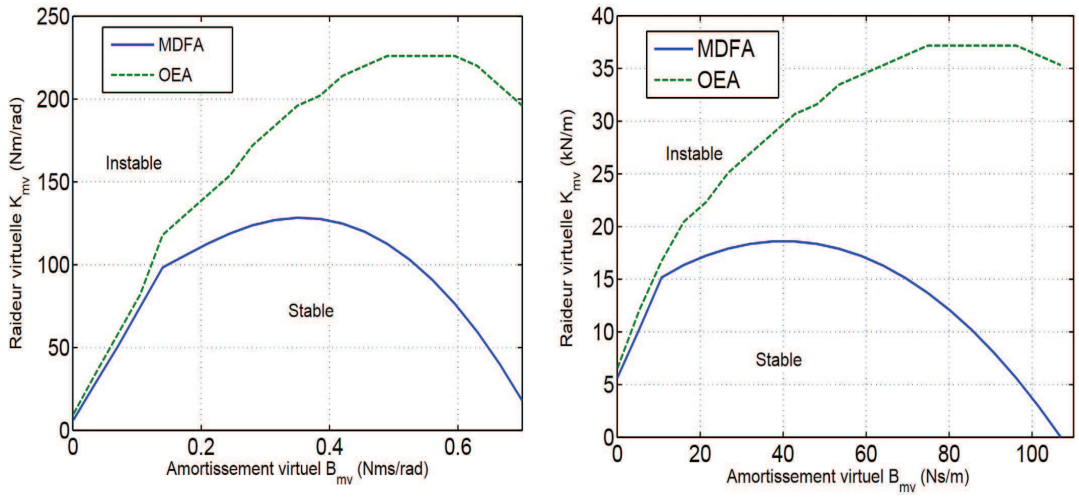


Figure 4.7 – Domaines de stabilité du dispositif haptique optimisé pour le retard constant $d = 1$.



(a) PHANTOM® Premium 1.0 (b) LHIfAM

Figure 4.8 – Domaines de stabilité des dispositifs haptiques PHANTOM® Premium 1.0 et LHIfAM pour le retard constant $d = 1$.

La partie suivante présente les résultats de simulation numérique dans le cas d'un retard $d(k)$ variable entre 1ms et 10ms, cf. Figure 4.9, c'est-à-dire que :

$$1 = d_{\min} \leq d(k) \leq d_{\max} = 10 \tag{4.37}$$

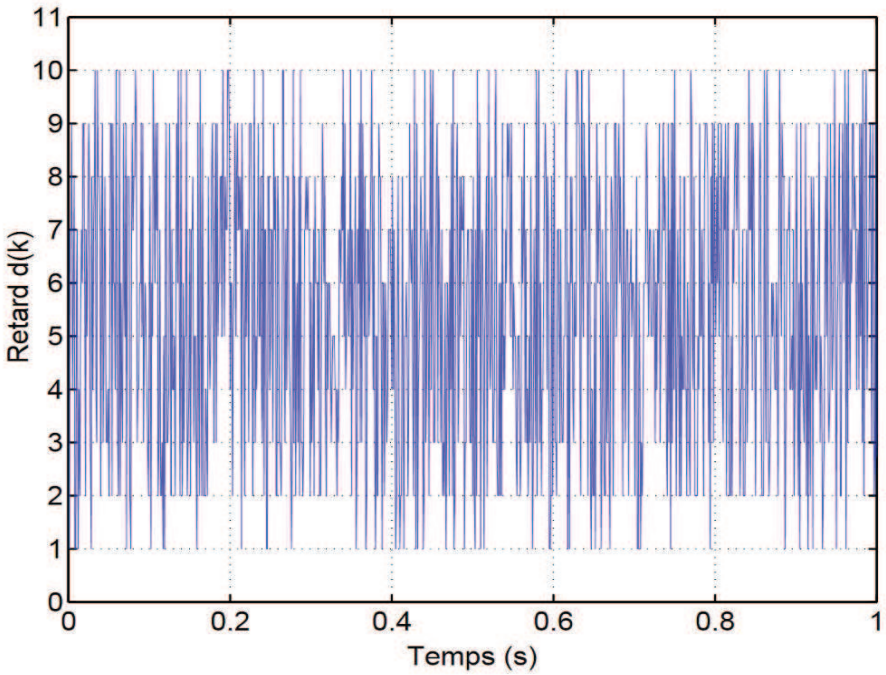


Figure 4.9 – Evolution du retard variable $1 \leq d(k) \leq 10\,(\mathrm{ms})$.

En utilisant le Théorème 1 et l'Algorithme 3 proposés (cf. Annexe D), le domaine admissible en termes des deux paramètres de commande K_{mv} et B_{mv} de la matrice de gain $\boldsymbol{K}_c$ est représenté à la Figure 4.10. Ce résultat est obtenu à l'aide de la LMI Toolbox et du logiciel MATLAB.

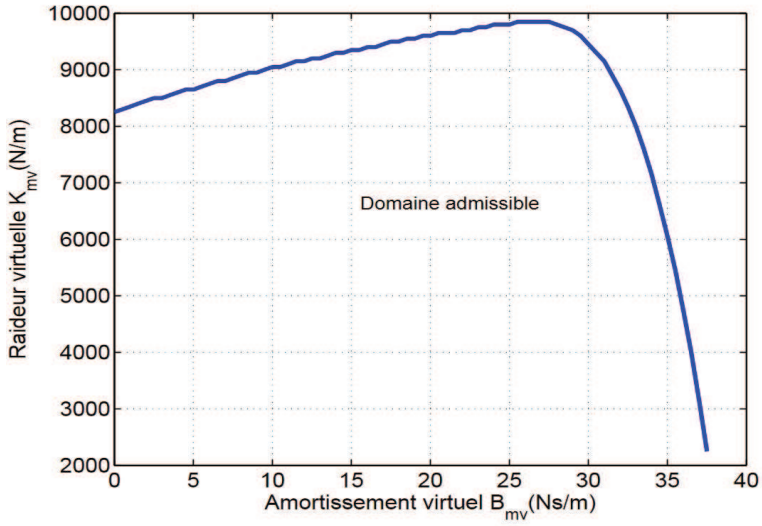


Figure 4.10 – Domaine admissible de deux paramètres K_{mv} et B_{mv}.

Selon les auteurs dans [Jex, 1988,Colgate et al., 1993,Colgate et Schenkel, 1997], une raideur de commande $K_{mv}^{des} \in [2, 8]\,(\mathrm{kN/m})$ est suffisante pour générer une perception

correcte de la rigidité d'un mur virtuel. A partir de la Figure 4.10, le choix des deux paramètres $K_{mv} = 9{,}8\,(\mathrm{kN/m})$ et $B_{mv} = 25\,(\mathrm{Ns/m})$ pris sur la frontière du domaine admissible, conduit à la matrice de gain $\boldsymbol{K}_c$ de la loi de commande :

$$\boldsymbol{K}_c = \begin{bmatrix} 9800 & 25 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

Ensuite, la matrice de gain $\boldsymbol{K}_o$ de l'OEA est déterminée par la méthode de placement des pôles. En choisissant comme pôles de l'observateur $P_o = \begin{bmatrix} 0{,}64 & 0{,}55 & 0{,}65 & 0{,}52 & 0{,}7 \end{bmatrix}$, on obtient la matrice de gain $\mathbf{K}_o$ de l'OEA :

$$\boldsymbol{K}_o = \begin{bmatrix} 0{,}293 & 3578{,}4 & -0{,}50128 & -53080 & 2214{,}1 \end{bmatrix}^T \tag{4.39}$$

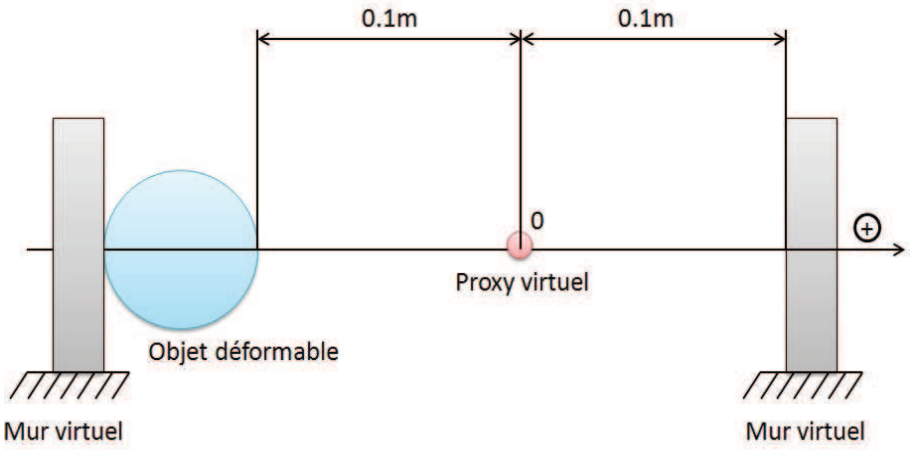


Figure 4.11 – Illustration de la scène dans l'environnement virtuel.

Pour générer des forces d'interaction F_{ev} venant de l'environnement virtuel (cf. Figure 4.11), on utilise les paramètres $K_{mv} = 9{,}8\,(\mathrm{kN/m})$, $B_{mv} = 25\,(\mathrm{Ns/m})$ pour simuler un contact «dur» avec un mur virtuel à la position $P_v = 0{,}1\,(\mathrm{m})$ et les paramètres $K_{mv} = 1\,(\mathrm{kN/m})$, $B_{mv} = 0$ pour simuler un contact «mou» avec un objet déformable à la position $P_p = -0{,}1\,(\mathrm{m})$.

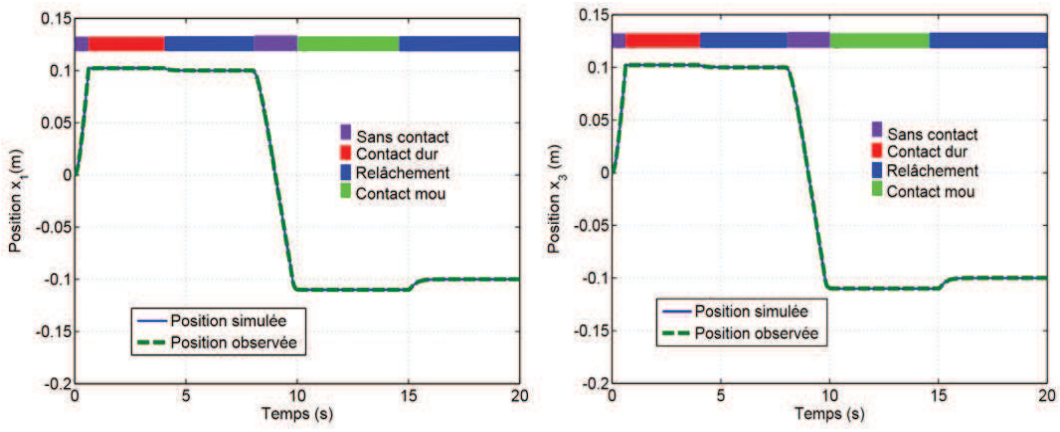


Figure 4.12 – Réponse de position du système haptique.

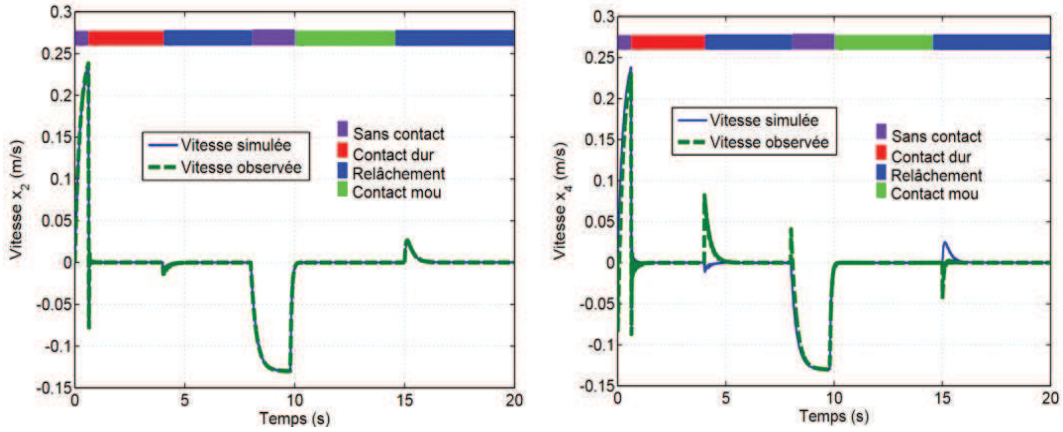


Figure 4.13 – Réponse de vitesse du système haptique.

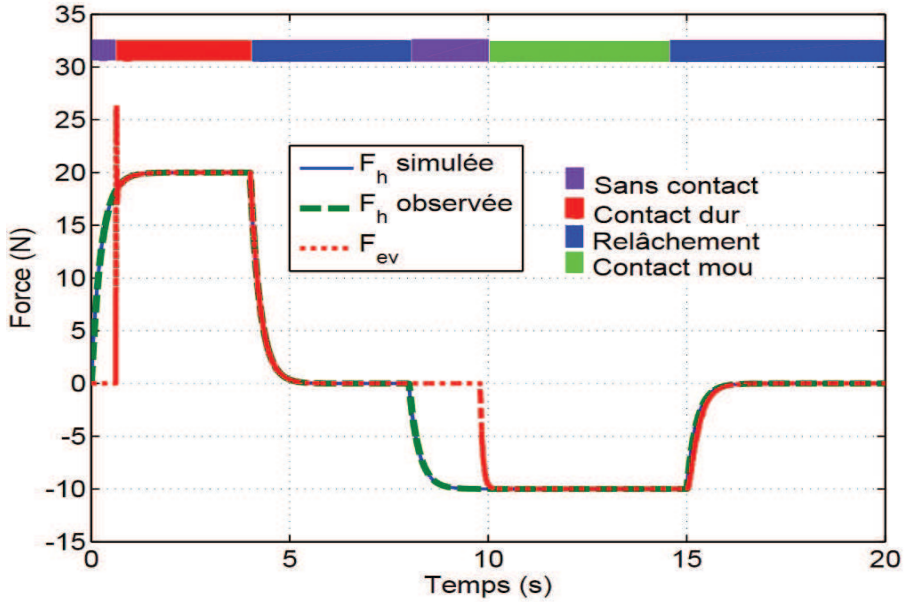


Figure 4.14 – Réponse de force du système haptique.

Les réponses en position et en vitesse du système haptique sont présentées dans les Figures 4.12 et 4.13 dans quatre cas : sans contact, contact dur avec le mur virtuel, relâchement et contact mou avec l'objet déformable. Pour un système haptique à retour d'effort dans les applications de CAO, la force de rétroaction $F_m = -F_{ev}$ générée par le moteur doit égaler la force F_h appliquée par l'opérateur humain dans les cas de contact dur et mou entre le proxy avec le mur virtuel et l'objet déformable ; dans le cas sans contact, cette force doit être égale à zéro, c'est-à-dire que $F_m = -F_{ev} = 0$, (cf. Figure 4.14). En outre, il est clair que le système haptique est stable pour les paramètres choisis de la matrice de gain de l'OEA et de la loi de commande. Un autre intérêt de l'utilisation d'un OEA dans l'architecture du retour d'effort est que la force F_h appliquée par l'opérateur humain peut également être reconstruite sans capteur de force.

4.5 Conclusions

Ce chapitre a présenté une approche pour la commande et la stabilisation d'un système haptique à retour d'effort en présence de retards variables. Une architecture de retour d'effort basée un OEA a été proposée à la place de la MDFA. Sur la base de la théorie de Lyapunov, la condition suffisante en termes de LMIs pour la stabilisation du système haptique global en présence de retards variables a été développée, ce qui permet de réduire le conservatisme par rapport à quelques résultats récents dans la littérature. Les résultats théoriques et les simulations ont montré la possibilité d'utiliser un OEA afin d'améliorer la stabilité du système haptique à retour d'effort. De plus, la force appliquée par l'utilisateur peut être reconstruite sans utiliser un capteur de force. Ces résultats théoriques sont appliqués sur un banc expérimental au chapitre 5 afin de vérifier l'approche proposée.

Chapitre 5

Banc d'essais et expérimentations

5.1 Description du banc d'essais

La Figure 5.1 montre le dispositif expérimental mis en œuvre pour le développement des stratégies de contrôle et les tests.

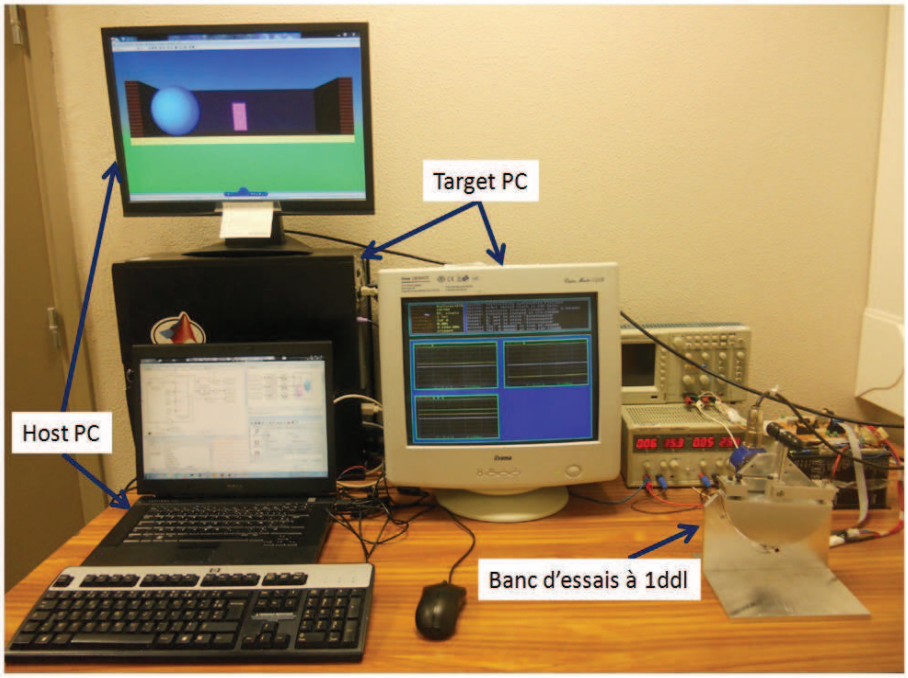


Figure 5.1 – Banc expérimental : système haptique à retour d'effort.

Ce dispositif expérimental comprend deux ordinateurs. L'un d'eux est l'ordinateur hôte (Host PC), consacré à l'élaboration des algorithmes MATLAB, et l'autre est l'ordinateur cible (Target PC), consacré au contrôle de l'appareil. Les applications s'exécutant sur l'ordinateur cible sont modélisées sous l'environnement MATLAB/SIMULINK et les bibliothèques de xPC Target sont installées sur l'ordinateur hôte. Le transfert de fichiers se fait via une connexion réseau local [2] à l'aide d'un câble croisé. Les objets de l'environnement virtuel sont modélisés en utilisant le langage VRML et l'animation est possible grâce à une interface reliant des modèles MATLAB/SIMULINK aux objets 3D de RV.

2. Local Area Network (LAN)

Ceci est possible grâce au produit «SIMULINK 3D Animation Toolbox» installé sur l'ordinateur hôte.

5.1.1 Architecture matérielle

L'architecture matérielle du dispositif expérimental est présentée plus en détail dans la Figure 5.2.

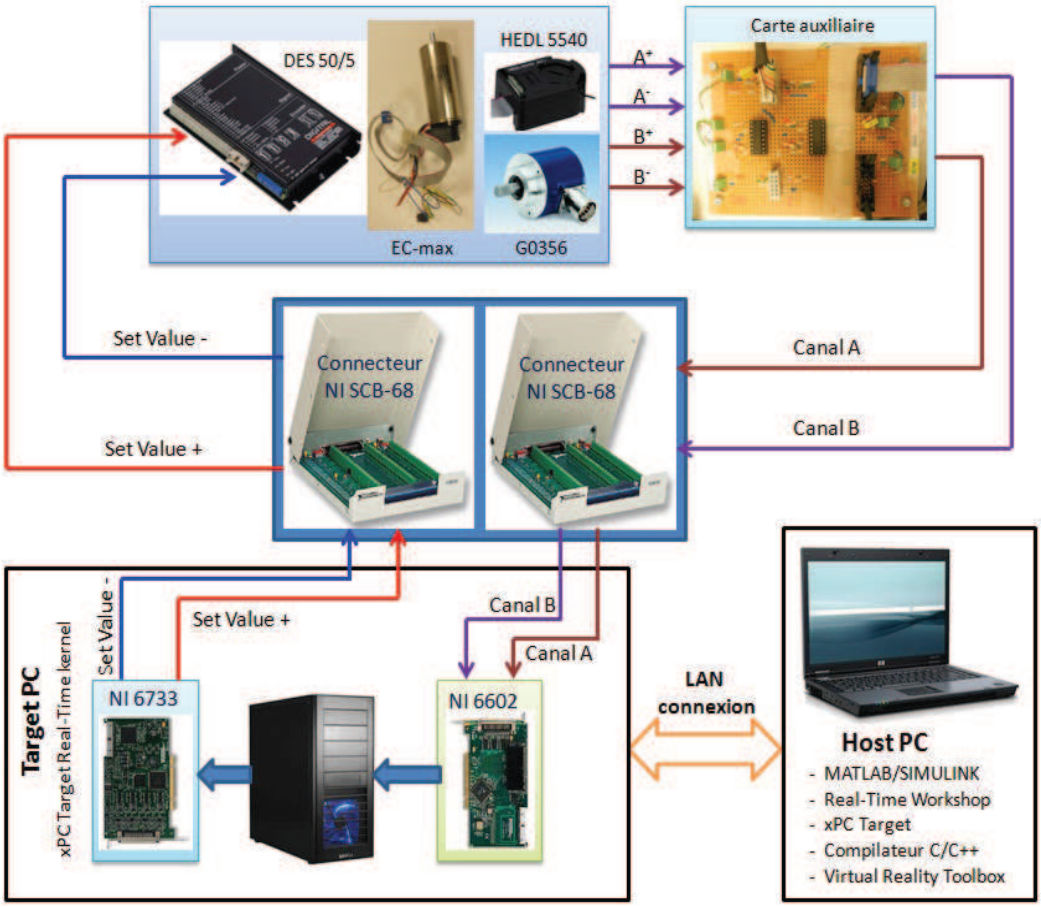


Figure 5.2 – Architecture matérielle du banc expérimental.

L'ordinateur cible peut être un ordinateur de bureau, un ordinateur industriel ou un autre intégrant des cartes d'entrées/sorties supportées par xPC Target et communiquant avec l'ordinateur hôte via Ethernet/LAN. L'ordinateur hôte peut être un ordinateur de bureau ou un ordinateur portable intégrant l'environnement MATLAB/SIMULINK, Real-Time Workshop (ou Simulink Coder) et un compilateur C/C++ pour générer les codes exécutables. Ces codes sont téléchargés et exécutés sur l'ordinateur cible sous un noyau temps réel (xPC Target real-time kernel). Les paramètres de contrôle peuvent être modifiés depuis SIMULINK sur l'ordinateur hôte et mis à jour en temps réel sur l'ordinateur cible.

5.1.2 Banc d'essais à 1 ddl

Une description du banc d'essais à 1 ddl considéré dans ce travail est montrée Figure 5.3. Ce banc d'essais [3] a été conçu dans le but de fournir à l'utilisateur une poignée pour interagir avec un environnement virtuel et de transmettre le couple du moteur en force perceptible par la main de l'utilisateur.

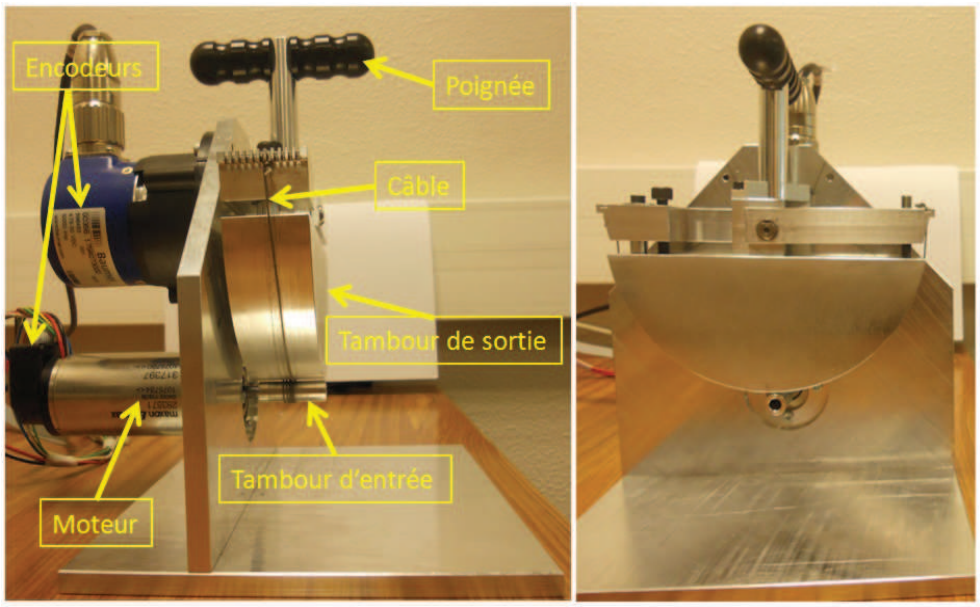


Figure 5.3 – Banc d'essais à 1 ddl.

Le mécanisme de transmission se compose de deux parties entrainées par câble. La première comporte un moteur et un tambour d'entrée monté sur l'arbre du moteur. La seconde se compose d'un manipulateur comprenant une poignée reliée de manière rigide avec un tambour de sortie.

5.1.3 Cartes d'acquisition de données

Le dispositif expérimental utilise les cartes NI PCI-6733 et NI PCI-6602 du fournisseur NATIONAL INSTRUMENTS (cf. Figure 5.4) pour l'envoi de signaux de contrôle vers le servo-amplificateur et pour l'acquisition de données des encodeurs.

La carte NI PCI-6733 offre des sorties analogiques de hautes performances, de haute vitesse et fiables. Elle intègre 8 sorties analogiques avec des fréquences de 1MHz par voie et une résolution de 16 bits. La carte NI PCI-6602 est une carte 8 compteurs/décompteurs/timers 32 bits avec entrée/sortie numérique TTL/CMOS. Ces deux cartes sont branchées sur les fentes PCI disponibles dans la carte mère de l'ordinateur cible. Les signaux d'entrées/sorties sont connectés avec celles-ci via les connecteurs NI SCB-68 (cf. Annexe E).

Le modèle SIMULINK proposé doit comporter le bloc d'entrée numérique connecté à la carte NI PCI-6602 et le bloc de sortie analogique connecté à la carte NI PCI-6733.

3. Ce dispositif a été fabriqué au Laboratoire de Systèmes Robotiques (LSRO) - Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) dans le cadre de la collaboration avec LAMIH. Il a été réalisé grâce à l'aide de Willy MAEDER (Ing.) et de Mohamed BOURI (Dr) du LSRO. Sa conception et sa fabrication sont antérieures aux travaux présentés dans le chapitre 3, ce qui nous a permis de mener des études expérimentales suffisamment tôt durant la thèse.

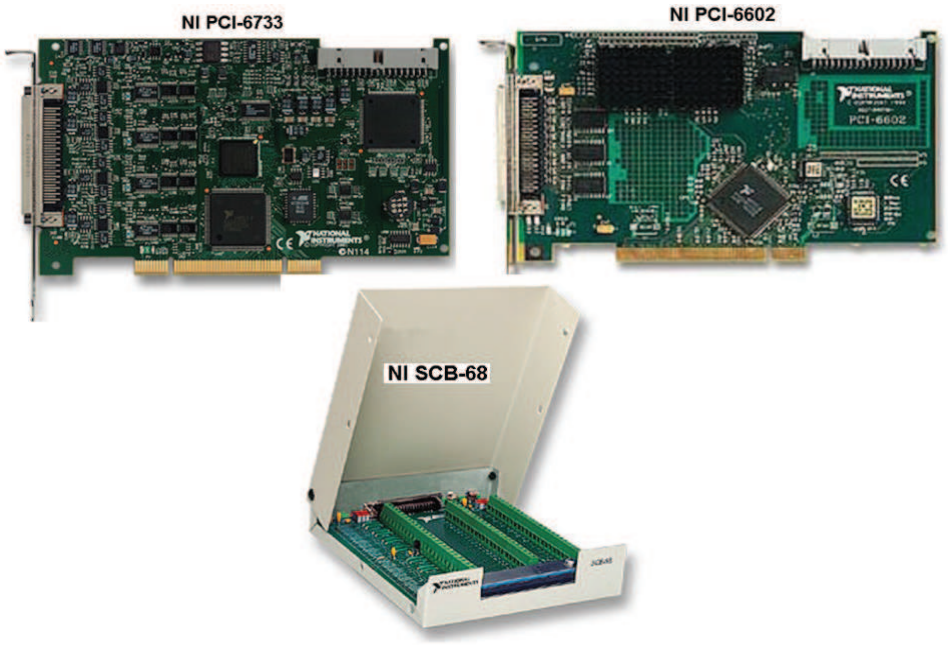


Figure 5.4 – Cartes d'acquisition NI PCI-6733, NI PCI-6602 et connecteur NI SCB-68.

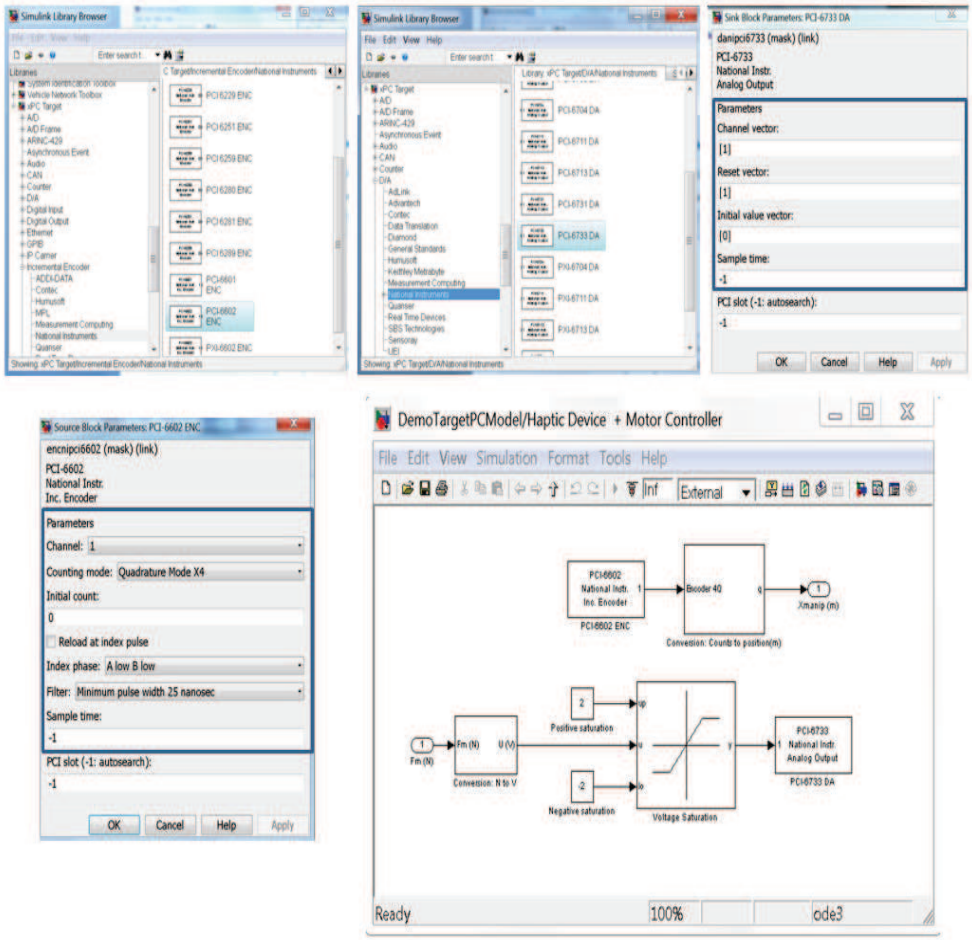


Figure 5.5 – Modèle SIMULINK pour les cartes NI PCI-6602 et NI PCI-6733.

Les paramètres physiques de ces blocs doivent également être corrects, voir Figure 5.5.

5.1.4 Système d'entraînement

Le système d'entraînement englobe les moteurs et tout le matériel électronique nécessaire pour générer le couple qui va être transmis en force perceptible par la main de l'utilisateur. Les exigences de conception, les prix, la disponibilité et le service à la clientèle devraient être considérés lors du choix de type du moteur. Le moteur à commutation électronique (MAXON EC-max 40mm-120W, modèle 283871) est utilisé pour le banc d'essai (les spécifications du constructeur sont données en Annexe F). Les encodeurs HEDL 5540 et BAUMER G0356 sont utilisés pour le banc d'essais (spécifications données en Annexe G). Le premier intégré au moteur MAXON permet de mesurer la position angulaire de son arbre. La résolution de cet encodeur est de 500 cycles par révolution. Le deuxième encodeur possède une haute résolution (10000 cycles par révolution) sera utilisé dans les développements futurs. La résolution de ces codeurs est calculée comme suit :

$$\mathrm{Res}_{HEDL5540} = \frac{2\pi}{500 \times 4} = \frac{\pi}{1000}\,(\mathrm{rad}) = 0{,}18\,(\mathrm{deg}) \tag{5.1}$$

et

$$\mathrm{Res}_{G0356} = \frac{2\pi}{10000 \times 4} = \frac{\pi}{20000}\,(\mathrm{rad}) = 0{,}009\,(\mathrm{deg}) \tag{5.2}$$

Le servo-amplificateur MAXON 4-Q-EC (DES 50/5, modèle 205679, spécifications données en Annexe H) contrôle en courant le moteur MAXON EC-max. La relation entre le courant de référence $i\,(\mathrm{A})$ et la tension entrée $u\,(\mathrm{V})$ $[-10\mathrm{V},\, 10\mathrm{V}]$ est la suivante :

$$i = k_{ui}.u \tag{5.3}$$

où $k_{ui} = 1{,}5\,(\mathrm{A/V})$. Pour ce servo-amplificateur (sur 10 bits), la résolution de la tension entrée est donnée par la relation :

$$\mathrm{Res}_{DES50/5} = \frac{20}{2^{10}} \approx 0{,}02\,(\mathrm{V}) \tag{5.4}$$

L'objectif est de créer un système de commande pour le dispositif haptique via MATLAB/SIMULINK et xPC Target sans utiliser les interfaces de programmation d'applications fournies par les fabricants MAXON et NI. Pour ces raisons, une carte auxiliaire, cf. Figure 5.6, a été réalisée pour transformer les signaux du codeur en signaux différentiels (utilisation d'un SN75175 de TEXAS INSTRUMENTS, cf. Annexe I). Les sorties de cette carte sont connectées avec la carte NI PCI-6602 via le connecteur NI SCB-68.

5.2 Réalisation d'un environnement virtuel

La boîte à outils «Virtual Reality Toolbox» est utilisée pour la construction, la simulation et le rendu visuel 3D d'une scène de RV [Khaled, 2012]. L'environnement virtuel est construit grâce au V-Realm Builder utilisant le langage VRML dont chaque objet géométrique est défini comme un nœud dans le graphe de la scène de RV. Chaque nœud contient des champs avec les propriétés de l'objet telles que position, angle, échelle, et couleur qui

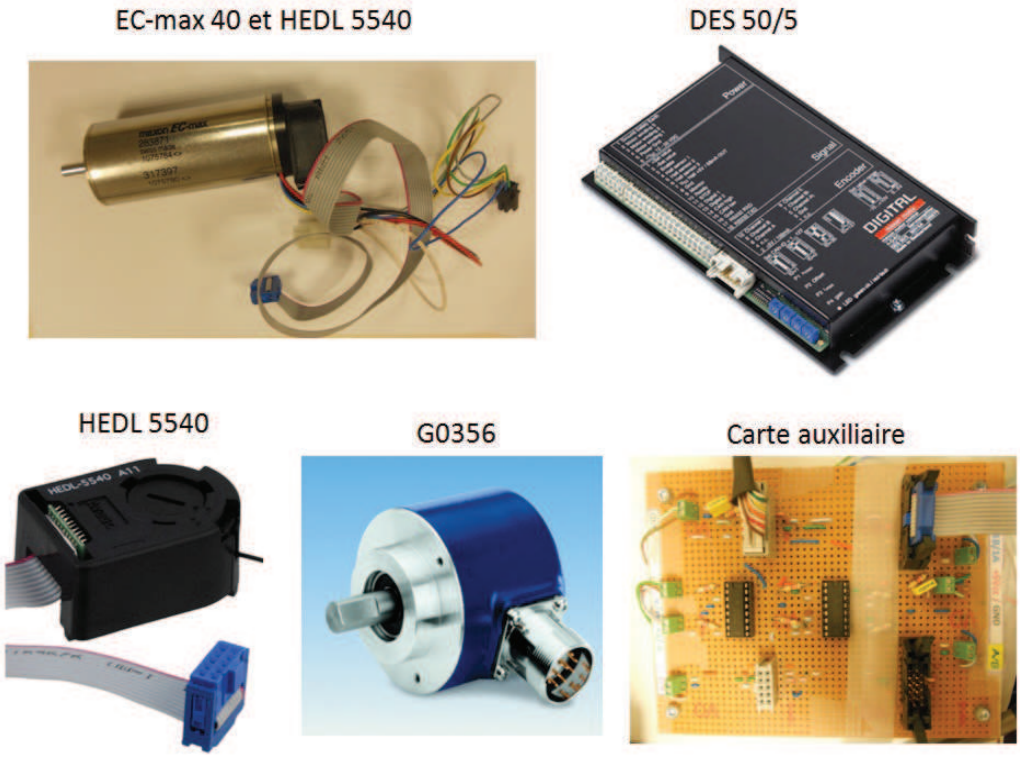


Figure 5.6 – Composants du système d'entraînement.

peuvent être changés ou envoyés à partir du modèle SIMULINK et des lignes de commande MATLAB pour effectuer le rendu graphique en temps réel. L'outil «SIMULINK 3D Animation» est une solution pour l'interaction avec modèles dans une scène de RV et pour la réalisation de simulations visuelles 3D.

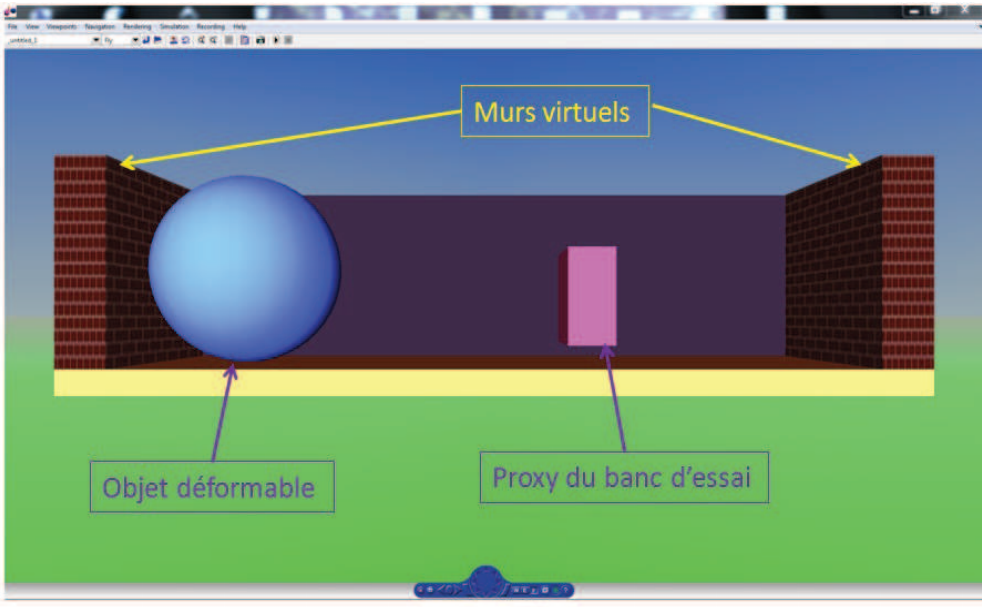


Figure 5.7 – Modèle interactif de RV dans l'environnement virtuel.

Afin de permettre à l'utilisateur d'avoir une visualisation intuitive de l'interaction de RV lors de l'utilisation d'interfaces haptiques à retour d'effort dans le contexte de CAO,

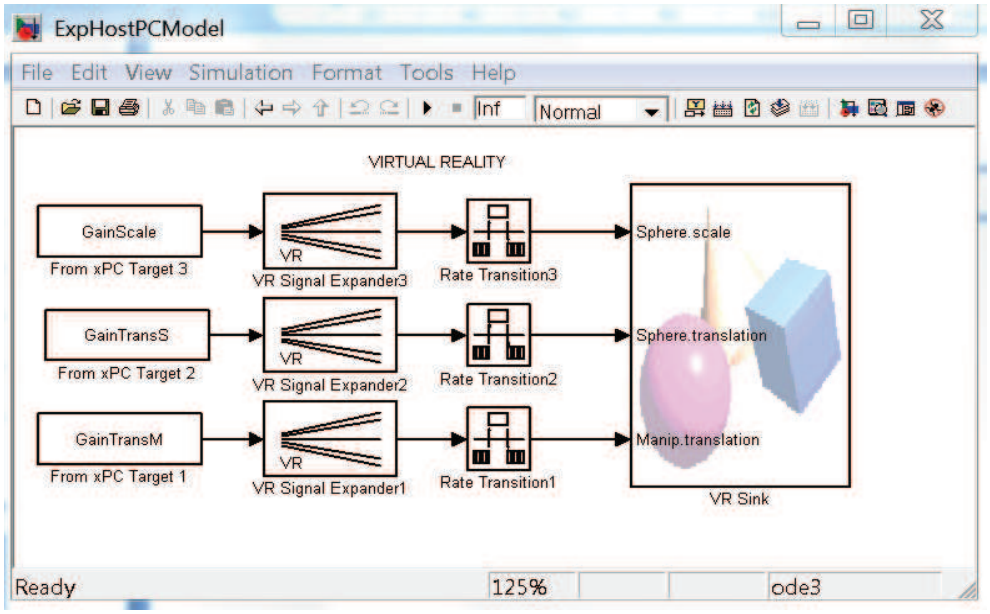


Figure 5.8 – Modèle SIMULINK pour la visualisation 3D sur le Host PC.

un environnement virtuel a été développé (cf. Figure 5.7) et comprend une boîte rose (représentation du proxy du banc d'essai), deux murs virtuels très rigides pour simuler le contact dur et une sphère bleue déformable pour simuler le contact mou. Dans le cas d'un contact stable avec le mur virtuel de droite, l'utilisateur verra que le proxy ne peut pas traverser le mur et ressentira la rigidité de la surface du mur. Pour le contact entre le proxy avec la sphère bleue, l'utilisateur pourra ressentir et observer sur la scène de RV une déformation de la sphère. Le modèle SIMULINK pour la visualisation 3D doit être créé sur l'ordinateur hôte afin de connecter des signaux venant de l'ordinateur cible avec avec les variables correspondantes dans l'environnement virtuel, cf. Figure 5.8. Le taux de rafraîchissement pour la visualisation est choisi de 30Hz.

5.3 Modélisation du banc d'essais

Le modèle dynamique du banc d'essais peut être exprimé comme suit :

$$u_m = C_j\ddot{\theta} + C_v\dot{\theta} + u_h + u_g + u_f \tag{5.5}$$

où $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ sont respectivement la vitesse et l'accélération du rotor du moteur, C_j et C_v les coefficients d'inertie et de frottements visqueux du système, u_m l'entrée de commande, u_h l'excitation extérieure appliquée par l'opérateur humain. Les termes représentant la gravité u_g et les frottements non visqueux u_f (en se basant sur le modèle de LuGre [Canudas-De-Wit et al., 1995]) peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} u_g &= C_g \sin\left(\frac{1}{r}\theta\right) \\ u_f &= C_a\frac{dz}{dt} + C_r z, \quad \frac{dz}{dt} = \dot{\theta} - C_r\frac{\left|\dot{\theta}\right|}{g\left(\dot{\theta}\right)}z, \quad g\left(\dot{\theta}\right) = C_c + (C_s - C_c)\, e^{-\left(\frac{\dot{\theta}}{V_s}\right)^2} \end{aligned} \tag{5.6}$$

où $r = 15$ est le rapport de transmission, C_g , C_r , C_a , C_s , C_c et V_s sont respectivement les coefficients de gravité, de rigidité, de frottement micro-visqueux, de frottement de Stribeck, de frottement de Coulomb et de vitesse de Stribeck.

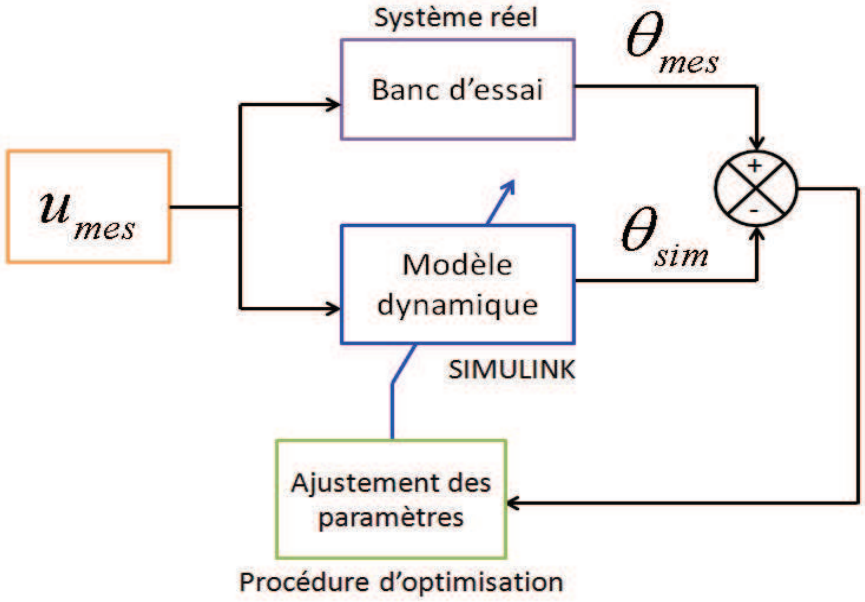


Figure 5.9 – Schéma de principe de la méthode d'identification.

La procédure d'optimisation disponible dans MATLAB (fonction «***fmincon***») a été utilisée pour l'estimation des paramètres du modèle non-linéaire. Le schéma de principe de la méthode d'identification est montré Figure 5.9. Le dispositif expérimental est instable en boucle ouverte. Aussi, un contrôleur de type PID $(P = 0{,}0082; I = 0{,}17; D = 0{,}2)$ est utilisé pour stabiliser le système. La trajectoire de vitesse a été conçue afin de bien exciter tous les paramètres du modèle dynamique, cf. Figure 5.10.

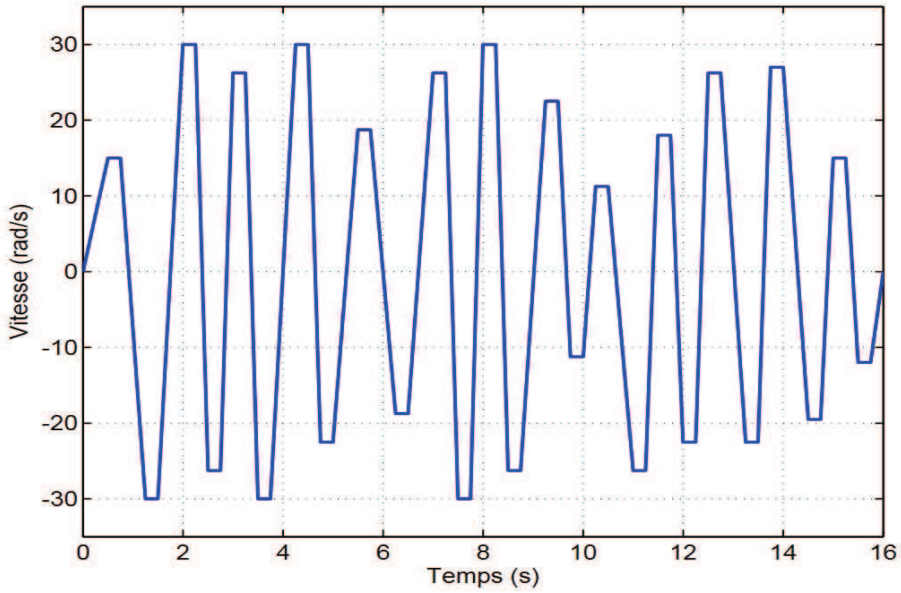


Figure 5.10 – Trajectoire de vitesse pour l'identification.

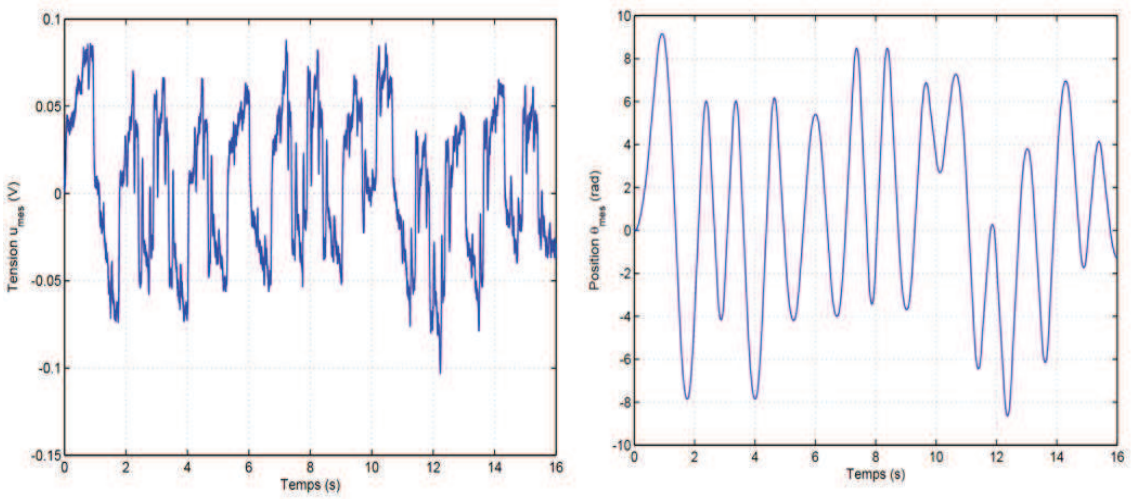


Figure 5.11 – Mesures de la tension et de la position.

Les signaux de tension $u_{mes}\,(\mathrm{V})$ et de position $\theta_{mes}\,(rad)$ du système physique sont mesurés pendant $t = 16\mathrm{s}$ avec la période d'échantillonnage $T_e = 1\mathrm{ms}$, cf. Figure 5.11. L'algorithme d'optimisation permet d'ajuster les paramètres du modèle dynamique en minimisant l'erreur entre la position mesurée θ_{mes} et la position simulée θ_{sim} . Le critère MSE, pour Mean Squared Error (moyenne de la somme des erreurs), est utilisé pour l'estimation des paramètres du modèle de frottements. Ce critère s'écrit :

$$MSE\,(\theta) = \frac{100}{N\sigma_\theta^2}\sum_{k=1}^{N}\left(\theta_{mes}\,(kT_e) - \theta_{sim}\,(kT_e)\right)^2 \tag{5.7}$$

où $\sigma_\theta^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\theta_{mes}\,(kT_e) - \bar{\theta}_{mes}\right)^2$ est la variance et $\bar{\theta}_{mes} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\theta_{mes}\,(kT_e)$ est la moyenne des mesures. Une valeur MSE comprise entre 1% et 5% indique qu'une bonne identification des valeurs des paramètres a été réalisée et des valeurs inférieures à 1% indiquent une excellente identification [Parlitz et al., 2004]. Afin de minimiser l'influence du bruit de mesure, le résultat est moyenné sur plusieurs expériences. Les valeurs des paramètres estimés du modèle non-linéaire pour le banc d'essais sont données dans le Tableau 5.1 avec une valeur moyenne de $MSE = 0{,}632\%$ laquelle indique qu'une excellente identification a été réalisée.

Pour la validation, une autre expérience est réalisée à basse vitesse dans le contexte de l'utilisation des interfaces haptiques à retour d'effort. La Figure 5.12 présente les résultats mesurés et simulés des cycles hystérétiques du modèle des frottements de LuGre. Les paramètres obtenus par identification sont utilisés pour la conception des algorithmes de compensation de gravité et des frottements. Dans ce cas, le système peut être considéré linéaire. Le modèle dynamique du banc d'essais devient :

$$u_m = C_j\ddot{\theta} + C_v\dot{\theta} + u_h \tag{5.8}$$

avec les relations suivantes :

$$\theta = \frac{r}{L}q \qquad u_m = \frac{L}{rk_tk_{ui}}F_m \qquad u_h = \frac{L}{rk_tk_{ui}}F_h \tag{5.9}$$

Tableau 5.1 – Paramètres identifiés du banc d'essais

Coefficient d'inertie	$C_j(Vs^2/rad)$	$2{,}105 \times 10^{-4}$
Coefficient de frottement visqueux	$C_v(Vs/rad)$	$1{,}542 \times 10^{-3}$
Coefficient de gravité	$C_g(V)$	0,10379
Coefficient de rigidité	$C_r(V/rad)$	0,99699
Coefficient de frottement micro-visqueux	$C_a(Vs/rad)$	$8{,}3209 \times 10^{-3}$
Coefficient de frottement de Stribeck	$C_s(V)$	0,052306
Coefficient de frottement de Coulomb	$C_c(V)$	0,026317
Vitesse de Stribeck	$V_s(rad/s)$	2,0815
MSE	$0{,}632\%$	

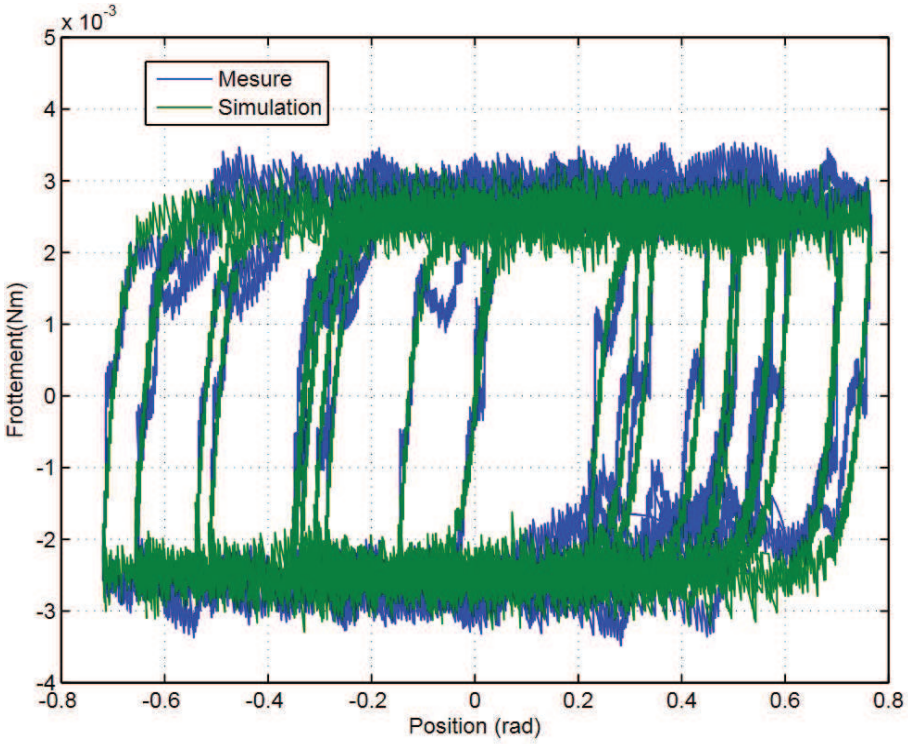


Figure 5.12 – Cycles hystérétiques du modèle de frottement LuGre.

On dérive l'expression de θ :

$$F_m = \frac{r^2 k_t k_{ui}}{L^2} C_j \ddot{q} + \frac{r^2 k_t k_{ui}}{L^2} C_v \dot{q} + F_h \tag{5.10}$$

où $\dot{q}$ est la vitesse «curviligne» de la poignée du banc d'essais, F_m la force générée par le moteur, F_h la force extérieure appliquée par l'utilisateur, $k_t = 62{,}8 \times 10^{-3}\,(\mathrm{Nm/A})$ la constante de couple du moteur, $k_{ui} = 1{,}5\,(\mathrm{A/V})$ la constante du servo-amplificateur, $r = 15$ le rapport de transmission, $L = 0{,}075\,(\mathrm{m})$ la longueur de la poignée.

La représentation d'état du banc d'essais s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_c\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_c F_m + \boldsymbol{E}_c F_h \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_c\boldsymbol{x} \end{cases} \tag{5.11}$$

où $\boldsymbol{x} = [q \quad \dot{q}]^T$ est le vecteur d'état, $\boldsymbol{y} = q$ la sortie et les matrices sont données par :

$$\boldsymbol{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{C_v}{C_j} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{L^2}{r^2 k_t k_{ui} C_j} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{E}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{L^2}{r^2 k_t k_{ui} C_j} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La représentation d'état à temps discret du banc d'essais est de la forme :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_d F_m(k) + \boldsymbol{E}_d F_h(k) \\ \boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}_d\boldsymbol{x}(k) \end{cases} \tag{5.12}$$

Avec la période d'échantilonnage $T_e = 1$ms, les valeurs numériques utilisées sont les suivantes :

$$\boldsymbol{A}_d = \begin{bmatrix} 1 & 9{,}9635 \times 10^{-4} \\ 0 & 0{,}9927 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B}_d = \begin{bmatrix} 6{,}2885 \times 10^{-7} \\ 1{,}2562 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{E}_d = \begin{bmatrix} -6{,}2885 \times 10^{-7} \\ -1{,}2562 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C}_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5.4 Observateur d'état augmenté et estimation de force

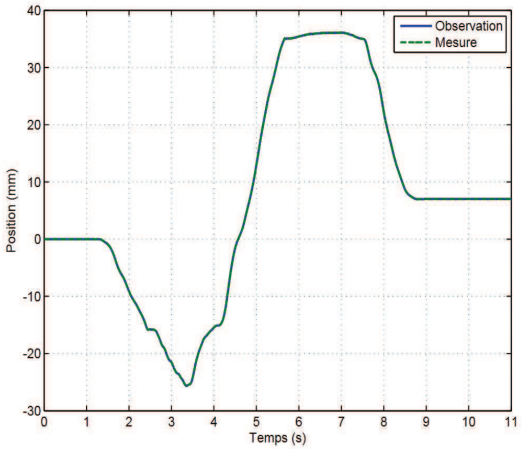
La seule mesure disponible est la position obtenue en utilisant un encodeur solidaire de l'arbre du moteur. Afin de reconstruire toutes les variables d'état et d'estimer la force appliquée par l'utilisateur F_h, un OEA (cf. chapitre 4) est utilisé. La représentation d'état à temps discret du banc d'essais est alors définie comme suit :

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{X}}(k+1) = \overline{\boldsymbol{A}}\overline{\boldsymbol{X}}(k) + \overline{\boldsymbol{B}} F_m(k) \\ \boldsymbol{Y}(k) = \overline{\boldsymbol{C}}\overline{\boldsymbol{X}}(k) \end{cases} \tag{5.13}$$

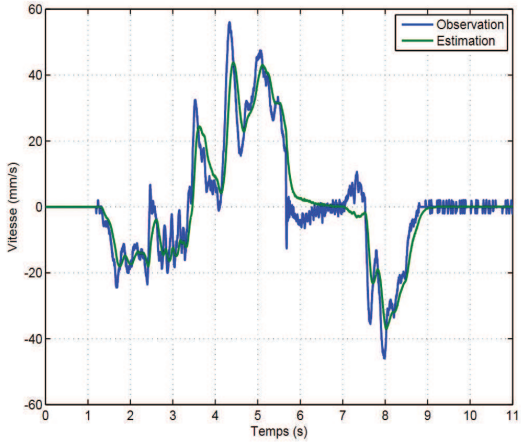
où $\bar{\boldsymbol{X}}(k) = [\boldsymbol{x}(k) \quad F_h(k)]^T$ est le vecteur d'état augmenté, $\boldsymbol{Y}(k) = \boldsymbol{y}(k)$ est la sortie et $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ et $\bar{\mathbf{C}}$ sont les matrices suivantes :

$$\bar{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 9{,}9635 \times 10^{-4} & -6{,}2885 \times 10^{-7} \\ 0 & 0{,}9927 & -1{,}2562 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

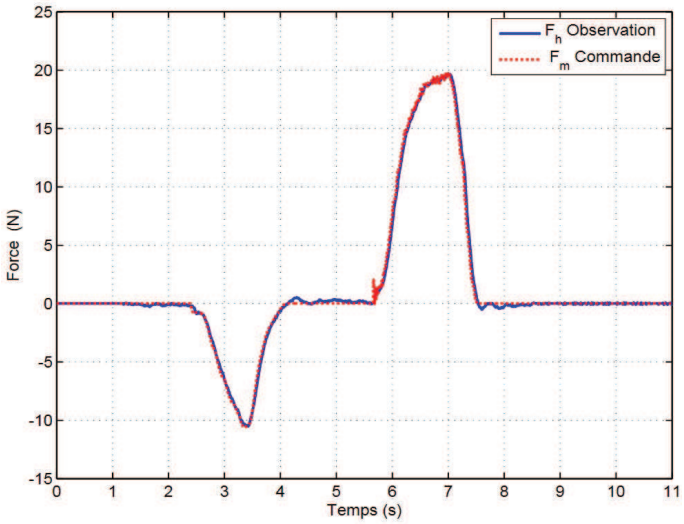
$$\bar{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} 6{,}2885 \times 10^{-7} \\ 1{,}2562 \times 10^{-3} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \bar{\boldsymbol{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



(a) Position



(b) Vitesse



(c) Force

Figure 5.13 – Estimation de vitesse et de force F_h appliquée par l'opérateur humain.

Après vérification du critère d'observabilité, l'observateur classique de Luenberger utilisé s'écrit :

$$\begin{cases} \widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k+1) = \overline{\boldsymbol{A}}\widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k) + \overline{\boldsymbol{B}}F_m(k) + \boldsymbol{K}_o\left(\boldsymbol{Y}(k) - \widehat{\boldsymbol{Y}}(k)\right) \\ \widehat{\boldsymbol{Y}}(k) = \overline{\boldsymbol{C}}\widehat{\overline{\boldsymbol{X}}}(k) \end{cases} \tag{5.14}$$

Soit $\boldsymbol{\eta}(k) = \bar{\boldsymbol{X}}(k) - \hat{\bar{\boldsymbol{X}}}(k)$ l'erreur d'observation, la dynamique de l'erreur de l'OEA est donnée par :

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = \left(\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{K}_o\overline{\mathbf{C}}\right)\boldsymbol{\eta}(k) \tag{5.15}$$

Le vecteur de gains de l'observateur utilisé $\boldsymbol{K}_o = [0{,}48 \quad 50{,}87 \quad -2379{,}4]^T$ est calculé par synthèse quadratique. Les matrices de pondération ont été choisies après plusieurs essais pour assurer une bonne convergence de l'erreur de prédiction du vecteur d'état, notamment sur la vitesse. Les résultats expérimentaux pour l'estimation de vitesse et de force F_h sont montrés Figure 5.13.

5.5 Compensation de gravité et des frottements

Les performances du système haptique dans les mouvements libres sont souvent limitées en raison de la présence des frottements. Il est possible d'améliorer ces performances par compensation des frottements basée sur les paramètres estimés du modèle. Une adaptation numérique [Verschuren, 2008] du modèle de frottement de LuGre sur le banc d'essais est proposée comme suit :

$$u_f(k) = C_a\left[\omega(k) - C_r\frac{|\omega(k)|}{g(k)}z(k)\right] + C_r z(k)$$

$$g(k) = C_c + (C_s - C_c)\, e^{-\left(\frac{\omega(k)}{V_s}\right)^2}$$

$$z(k) = \begin{cases} C_1 z(k-1) + C_2\omega(k) & si \quad |\omega(k)| \geq \dfrac{\pi}{1000} \\ z(k-1) & si \quad -\dfrac{\pi}{1000} < \omega(k) < \dfrac{\pi}{1000} \end{cases} \tag{5.16}$$

$$C_1 = e^{-\frac{|\omega(k)|}{g(k)}T_e} \qquad C_2 = \frac{g(k)}{|\omega(k)|}(1 + C_1)$$

La force gravitationnelle affectée sur le banc d'essais est compensée de la façon suivante :

$$u_g(k) = C_g \sin\left(\frac{1}{r}\theta(k)\right) \tag{5.17}$$

où $\theta(k)$, $\omega(k)$ sont respectivement la position mesurée et la vitesse estimée.

Le résultat de la compensation des frottements et de l'effet de la gravité pour le banc d'essais est montré Figure 5.14 représentant F_h la force nécessaire appliquée par l'utilisateur pour produire le déplacement de la poignée dans le cas sans compensation, F_c la force générée par l'algorithme de compensation et F_{hc} la force réelle appliquée par l'utilisateur dans le cas d'une compensation. Il est évident que, avec la compensation, l'utilisateur applique une force plus faible pour manipuler la poignée lors de mouvements libres.

5.6 Domaine de stabilité : théorique et expérimental

En pratique, le système ne peut pas fonctionner à la limite de stabilité pour des problèmes de sécurité. Surtout, dans le cas du système haptique à retour d'effort, car un comportement instable du retour de force pourrait casser le mécanisme et devenir un danger pour l'utilisateur. Pour ces raisons, la méthode du relais [4] [Astrom et Hagglund, 1995, Gil et al., 2004] est utilisée afin de reconstruire le domaine de stabilité du banc d'essais. L'idée de cette méthode expérimentale est de provoquer une oscillation du système autour d'une position de référence, cf. Figure 5.15. En régime stationnaire, l'entrée F_u devient un signal carré. Comme le dispositif a un comportement de filtre passe-bas, la sortie q devient

4. Relay feedback

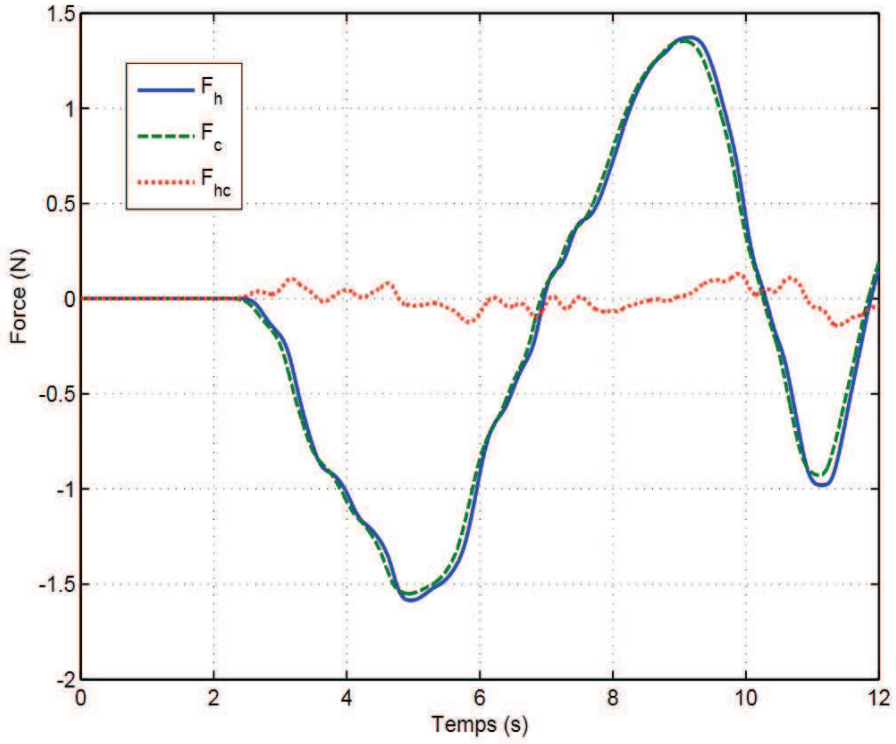
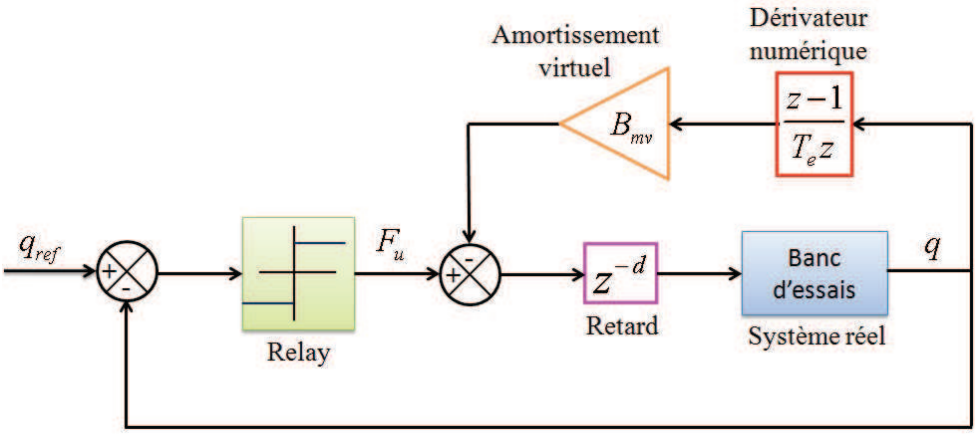


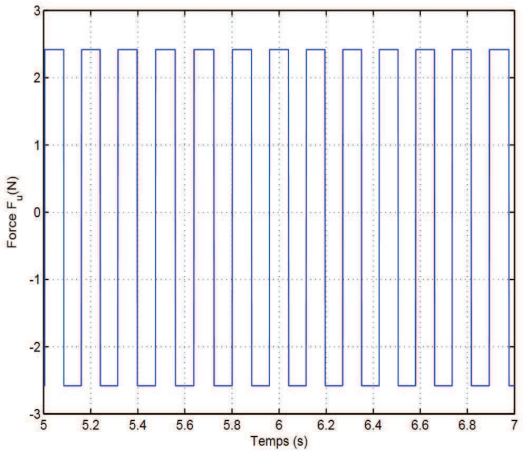
Figure 5.14 – Résultat de compensation des frottements et de gravité pour le banc d'essais.

similaire à un signal sinusoïdal de même fréquence que l'entrée F_u , mais en opposition de phase. En utilisant la méthode du premier harmonique [Astrom et Hagglund, 1995], on montre que cette fréquence correspond à la fréquence critique relevée dans le diagramme de Nyquist. Le rapport des amplitudes du premier harmonique du signal d'entrée F_u et du signal de sortie q donne une évaluation de la marge de gain, correspond à la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri}.

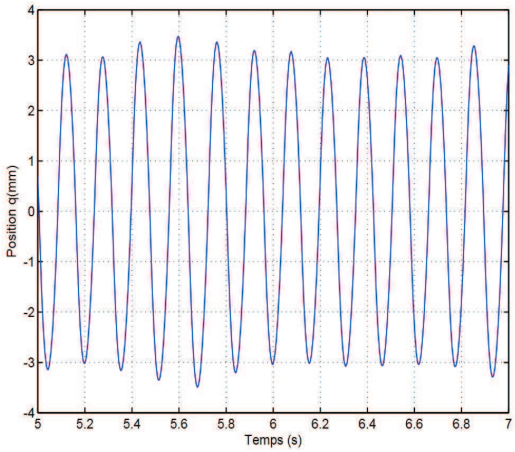
Afin de reconstruire les domaines de stabilité du banc d'essais, plusieurs expériences ont été effectuées avec la période d'échantillonnage $T_e = 1$ms. Les données sauvegardées sur une durée $t = 16$s permettent à partir de l'analyse spectrale de Fourier d'obtenir les différents points de la courbe expérimentale. Des retards (de valeur $d = 1$ms, 2ms, 4ms et 8ms) sont artificiellement introduits dans le système expérimental dans le but de prendre en compte les différents temps générés par la communication entre l'environnement virtuel et la partie commande, la synchronisation des boules et le temps de calcul des modèles virtuels utilisés. Les domaines de stabilité expérimentaux et théoriques du banc d'essais obtenus en utilisant la MDFA et l'OEA sont donnés Figure 5.16. L'expérience confirme les résultats théoriques : l'utilisation d'un OEA permet d'améliorer le domaine de stabilité par rapport à la MDFA. Il est à noter que la forme du domaine obtenue par expérimentation est la même que celle obtenue théoriquement, cependant celui-ci est plus petit. Cela est dû au fait que le domaine de stabilité théorique est déterminé pour le modèle linéaire idéal du banc d'essais. Aussi, bien que les non-linéarités telles que les frottements et la gravité ont été compensées, celles-ci ne peuvent pas être complètement éliminées. De plus, par rapport au système temps réel, la résolution de la position et la quantification ne sont pas prises en compte dans le modèle théorique. Pour toutes ces raisons, les domaines de stabilité obtenus à partir de l'étude expérimentale ne sont pas être identiques à ceux prévus par l'étude théorique. En effet plus la valeur expérimentale de



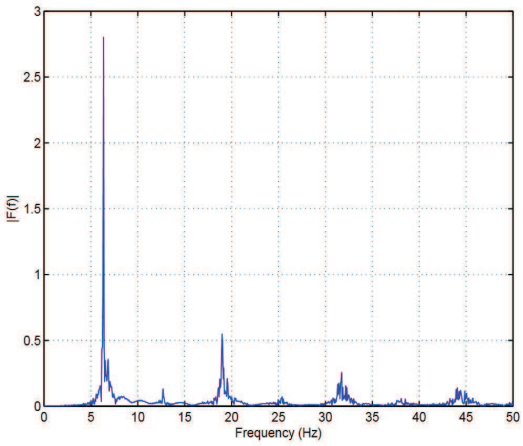
(a) Schéma de principe



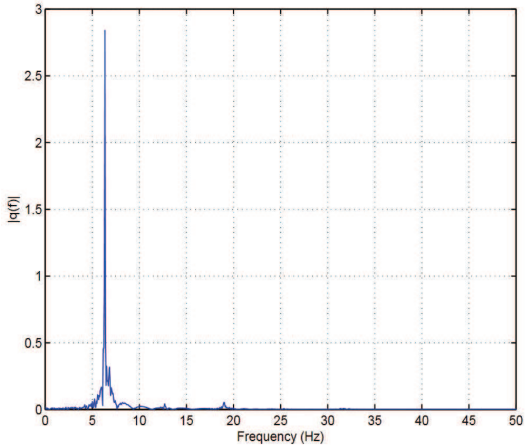
(b) Signal d'entrée



(c) Signal de sortie



(d) Spectre de puissance d'entrée

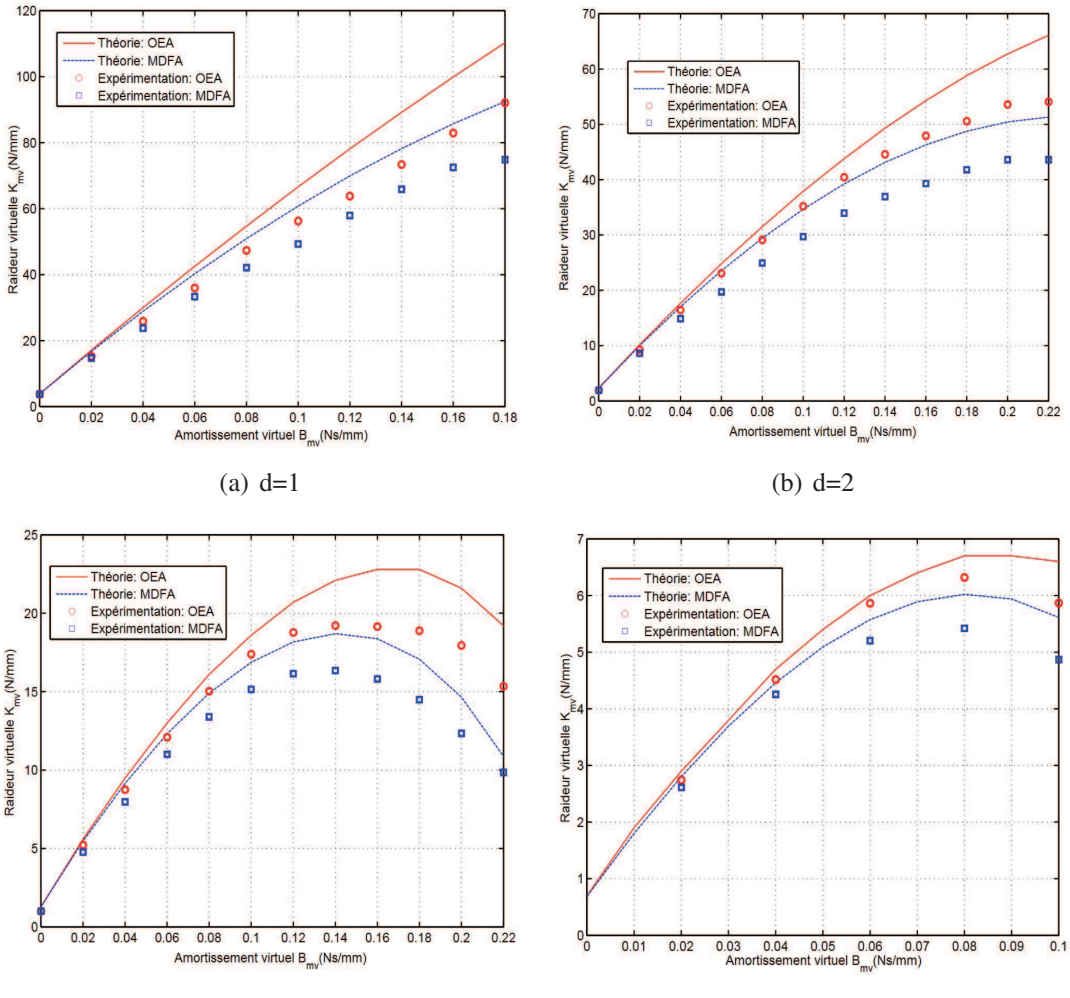


(e) Spectre de puissance de sortie

Figure 5.15 – Méthode expérimentale pour reconstruire le domaine de stabilité.

la raideur virtuelle critique K_{mv}^{cri} est élevée et plus il y a une différence avec celle obtenue en théorie. Inversement, plus cette valeur est petite et plus cette différence diminue - les effets non-linéaires étant moindres - comme le montre la figure pour les valeurs faibles de B_{mv}. Enfin, pour les valeurs importantes de la raideur, il n'est pas possible de reconstruire

complètement le domaine de stabilité expérimental à cause de la limite de saturation du moteur.



(a) d=1 (b) d=2

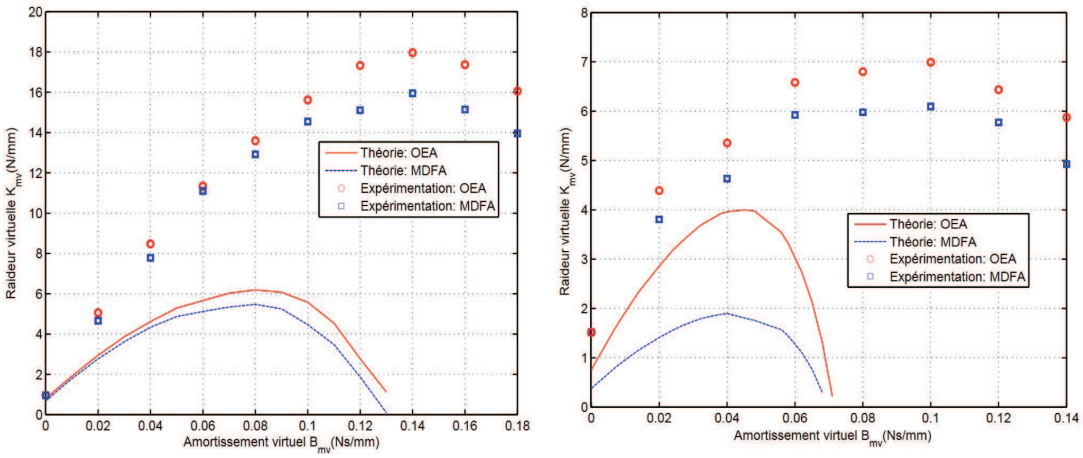
(c) d=4 (d) d=8

Figure 5.16 – Approches expérimentale et théorique de la stabilité du banc d'essais.

La Figure 5.17 présente les domaines admissibles de stabilité théorique et expérimental du banc d'essais pour un retard variable. Le domaine théorique est obtenu par l'utilisation de l'Algorithme 3 et le Théorème 1 du chapitre 4. Quant au domaine expérimental, il est obtenu en utilisant la méthode du relais. Les résultats expérimentaux confirment la théorie : i.e. le banc d'essais est stable pour toutes les valeurs théoriques de la raideur de commande. En fait, le domaine théorique est obtenu à partir de condition de stabilité suffisante donc est plus petit que celui obtenu par expérimentation malgré les différentes relaxations utilisées pour réduire ce conservatisme.

De plus, il est intéressant de constater que le domaine de stabilité expérimental dans le cas d'un retard variable $0 \leq d \leq 8$ est plus large que celui obtenu avec un retard constant $d = 8$, cf. Figure 5.16(d) et 5.17(a). Ce fait confirme que l'utilisation d'une mémoire tampon pour réaliser un système à retard constant $d = 8$ à partir d'un système à retard variable $0 \leq d \leq 8$ conduit à réduire le domaine de stabilité d'un système haptique à retour d'effort, ce qui a été mentionné dans le chapitre 4.

La méthode la plus couramment utilisée dans les systèmes réels pour éliminer les



(a) $0 \leq d \leq 8$ (b) $0 \leq d \leq 15$

Figure 5.17 – Domaines admissibles théorique et expérimental du banc d'essais pour un retard variable.

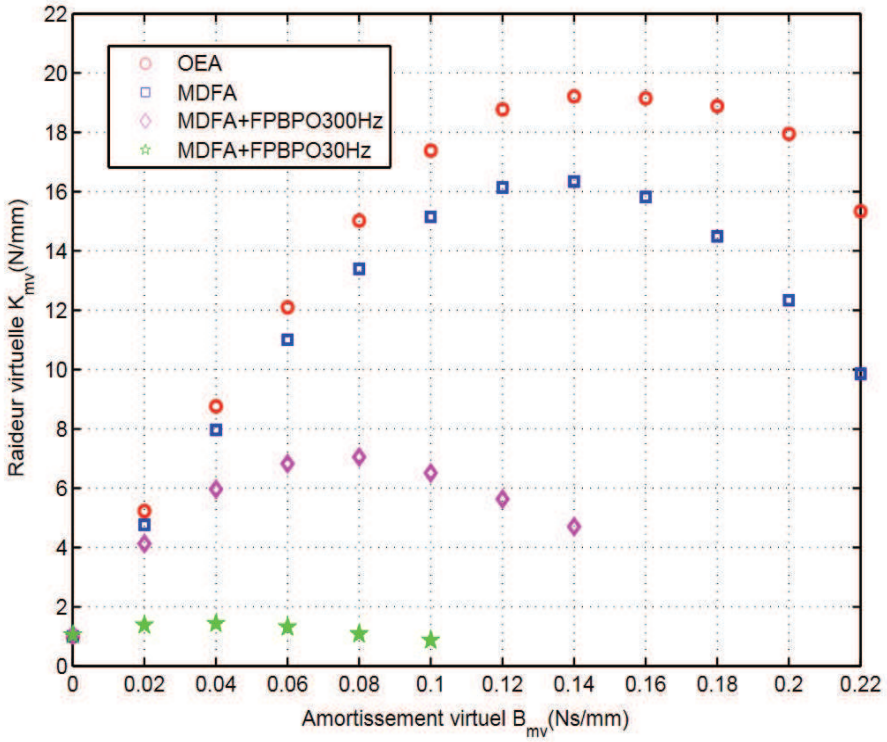


Figure 5.18 – Approche expérimentale pour la comparaison des méthodes.

bruits de haute fréquence dans l'estimation de la vitesse induite par la MDFA met en œuvre un FPBPO. La mise en œuvre de la MDFA+FPBPO est simple car elle ne nécessite pas la connaissance d'un modèle dynamique du système haptique. La Figure 5.18 présente une investigation expérimentale sur les domaines de stabilité du banc d'essais utilisant l'OEA proposé, la MDFA, la MDFA+FPBPO aux fréquences de coupure de 300Hz et de 30Hz. Les résultats expérimentaux montrent qu'un OEA permet d'améliorer le domaine de stabilité d'un système haptique à retour d'effort par rapport à la MDFA et à la MDFA+FPBPO. L'utilisation d'un FPBPO pour estimer la vitesse peut mèner à réduire le domaine de stabilité d'un système haptique. Cela est dû au déphasage supplémentaire dû

à l'introduction du FPBPO.

5.7 Stabilisation du système haptique en temps réel

Plusieurs expérimentations ont été menées afin de reproduire certains scénarios plausibles pour la CAO à l'aide de l'interface haptique à retour d'effort : non contact (mouvement libre), contact dur et contact mou. Un environnement virtuel a été développé pour visualiser trois de ces scénarios. Pour cela, un mur virtuel placé à la position $q_{mv} = 35\,(\mathrm{mm})$ permet de simuler le contact dur, une sphère déformable à la position $q_{sd} = -15\,(\mathrm{mm})$ pour simuler le contact mou, et l'espace entre eux pour le mouvement libre. Ces différents essais sont aussi réalisés pour trois cas différents : avec un retard constant $d = 1$ et $d = 4$, et avec un retard variable $0 \leq d \leq 15$.

✓**Cas 1 : retard constant** $T_r = 1ms$

$$d = 1 : \begin{cases} \begin{cases} K_{mv} = 47{,}357\ (\mathrm{kN/m}) \\ B_{mv} = 100\ (\mathrm{Ns/m}) \end{cases} & contact\ dur \\ K_{mv} = 1\ (\mathrm{kN/m}) & contact\ mou \end{cases}$$

✓**Cas 2 : retard constant** $T_r = 4ms$

$$d = 4 : \begin{cases} \begin{cases} K_{mv} = 19{,}214\ (\mathrm{kN/m}) \\ B_{mv} = 140\ (\mathrm{Ns/m}) \end{cases} & contact\ dur \\ K_{mv} = 1\ (\mathrm{kN/m}) & contact\ mou \end{cases}$$

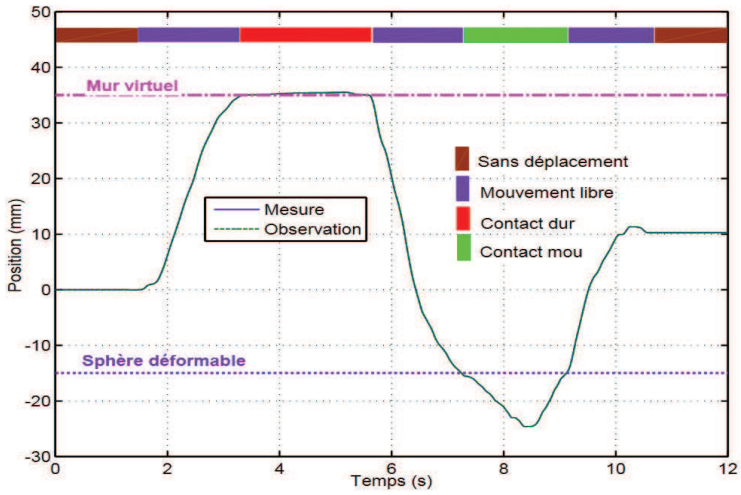
✓**Cas 3 : retard variable** $0 \leq T_r \leq 15ms$

$$0 \leq d \leq 15 : \begin{cases} \begin{cases} K_{mv} = 6{,}8024\ (\mathrm{kN/m}) \\ B_{mv} = 80\ (\mathrm{Ns/m}) \end{cases} & contact\ dur \\ K_{mv} = 1\ (\mathrm{kN/m}) & contact\ mou \end{cases}$$

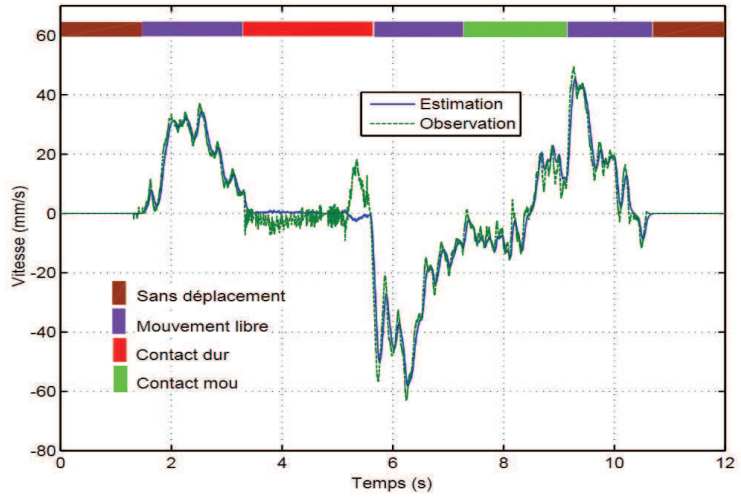
La Figure 5.21 présente l'évolution du retard variable en temps réel $0 \leq d\,(k) \leq 15$. Les résultats expérimentaux sont montrés sur les Figures 5.19, 5.20 et 5.22. Il est clair que dans tous les cas la réponse du système est stable. Les lois de commande permettent un ressenti bien distinct entre les deux situations : contacts dur et mou. Pour la situation de contact dur avec le mur virtuel, l'utilisateur augmente la force F_h afin de le déformer mais la loi de commande génère la force F_m opposée : il en résulte une très faible déformation. Ainsi l'utilisateur ressent la rigidité de la surface du mur virtuel. Pour la situation de contact mou, l'utilisateur a une perception très sensible de la déformation de la sphère.

5.8 Conclusions

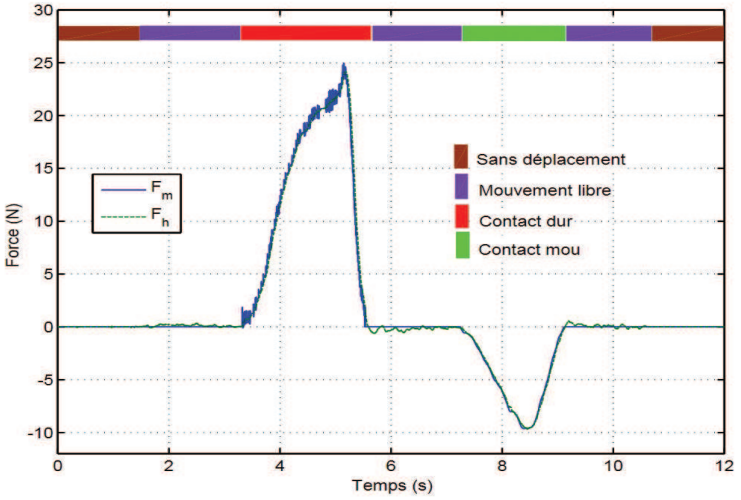
Ce chapitre a présenté les approches, méthodes, techniques et principes utilisés pour la mise en œuvre de notre banc d'essais expérimental afin de vérifier les différents résultats théoriques présentés dans les chapitres 2 et 4. Plusieurs expériences ont été menées et les résultats expérimentaux obtenus ont confirmé ceux obtenus par les méthodes théoriques proposées. L'utilisation d'un observateur d'état augmenté permet d'améliorer le domaine de stabilité d'un système haptique à retour d'effort et aussi de reconstruire la force ap-



(a) Position en temps réel

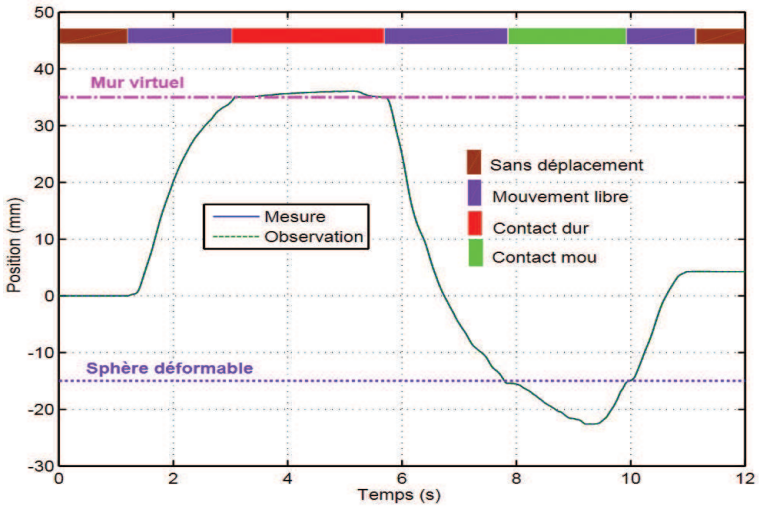


(b) Vitesse en temps réel

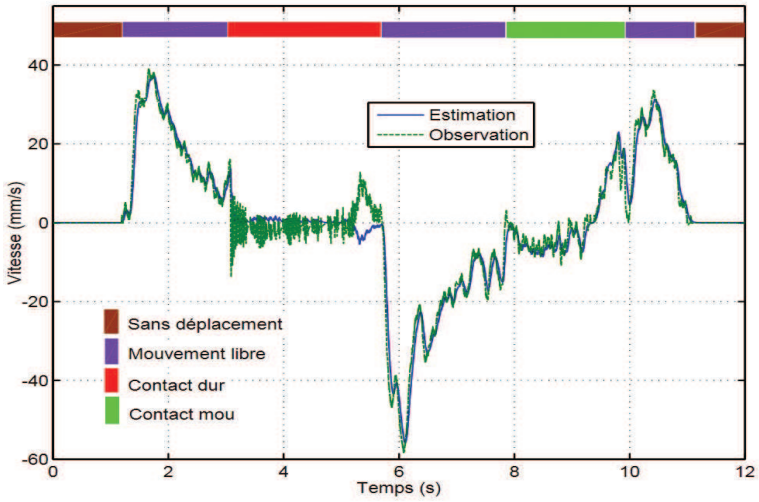


(c) Force en temps réel

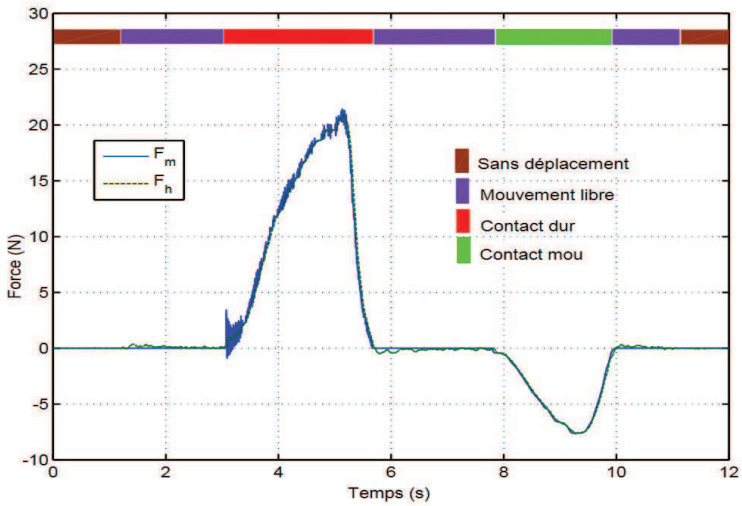
Figure 5.19 – Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essais pour le retard constant $d = 1$.



(a) Position en temps réel



(b) Vitesse en temps réel



(c) Force en temps réel

Figure 5.20 – Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essais pour le retard constant $d = 4$.

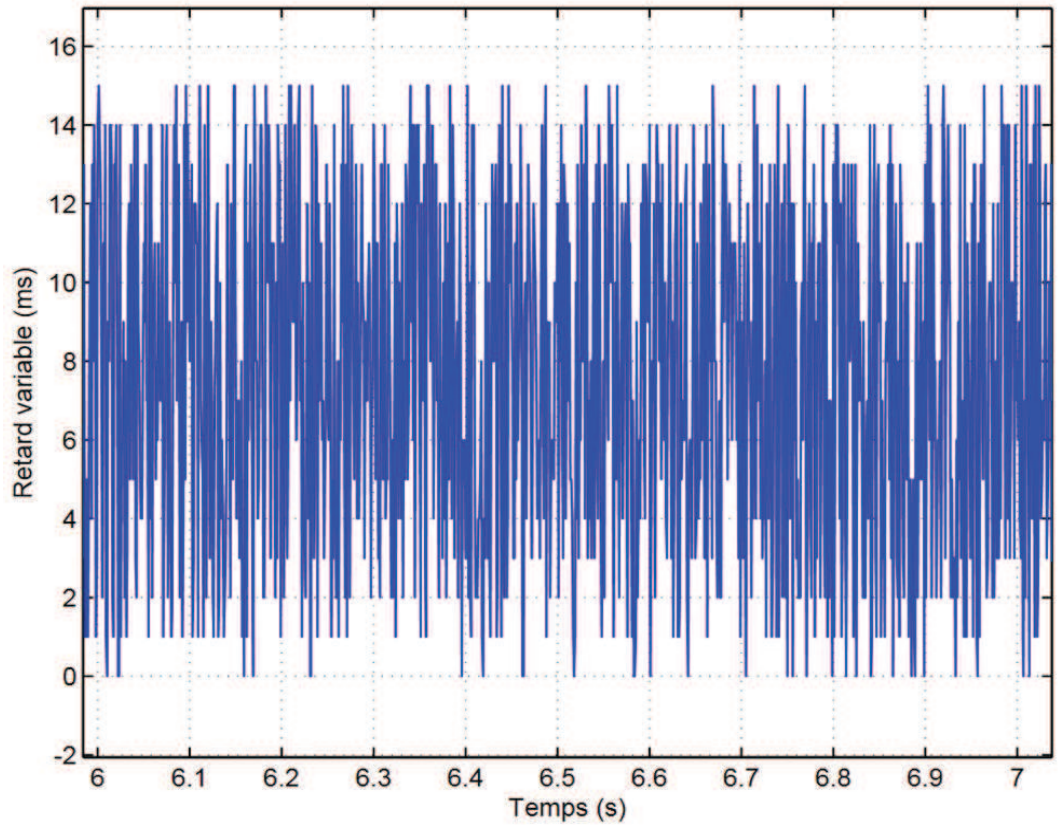
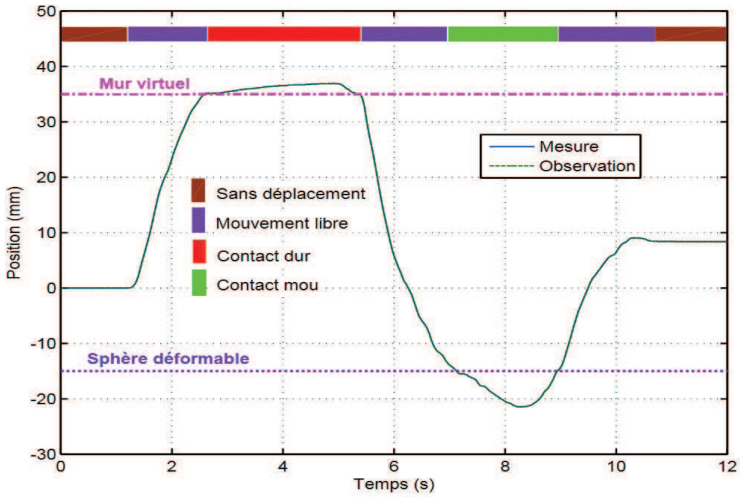
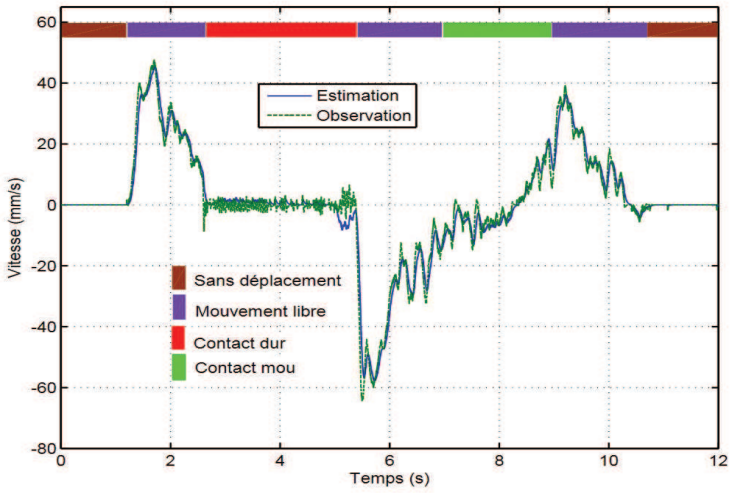


Figure 5.21 – Retard variable en temps réel $0 \leq d \leq 15\,(\mathrm{ms})$.

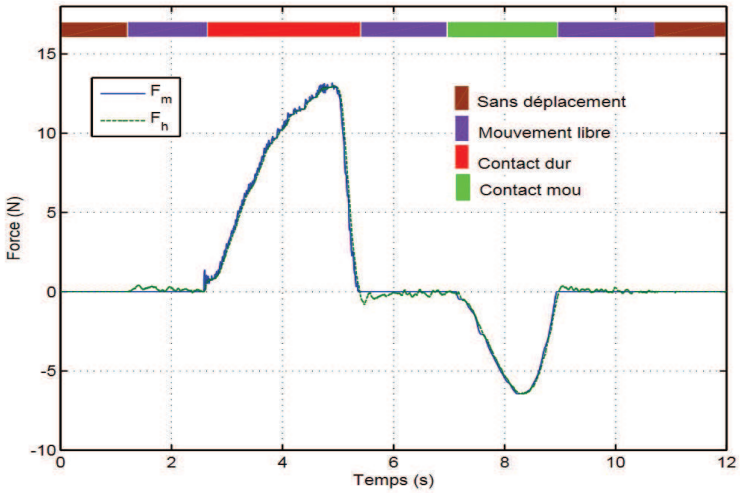
pliquée par l'opérateur humain sans la nécessité d'un capteur de force et donc de réaliser une interface haptique à bas coût.



(a) Position en temps réel



(b) Vitesse en temps réel



(c) Force en temps réel

Figure 5.22 – Réponse de position, de vitesse et de force du banc d'essai pour le retard variable $0 \leq d \leq 15(ms)$.

Conclusions générales et perspectives

Conclusions générales

L'objectif de cette thèse est d'apporter une nouvelle solution au développement d'une interface haptique à retour d'effort à un coût suffisamment bas pour les applications de RV dans les systèmes de CAO. Une approche transversale de conception mécanique/commande a été proposée dans le chapitre 3. Celle-ci permet d'accroître les performances statiques et dynamiques pour les deux problématiques suivantes : la transparence et la stabilité. Le problème de la stabilité du dispositif haptique lors de l'interaction avec l'environnement virtuel ainsi qu'en présence de retards variables a été discuté dans les chapitres 2 et 4. La commande d'un dispositif haptique à retour d'effort en présence de retard variable a été étudiée au chapitre 4. Dans le but de vérifier ces différents résultats dans le contexte de la CAO, un prototype de système haptique à retour d'effort à 1 ddl a été mis en œuvre dans le chapitre 5. Plusieurs expérimentations ont été effectuées autour de deux situations : contacts dur et mou. Les utilisateurs de ce dispositif expérimental ont ressenti une bonne impression de dureté de la surface lors du contact dur avec des obstacles et une excellente sensation de la déformation des objets mous lors de l'opération de déformation. Dans toutes ces situations, la stabilité du dispositif a été garantie.

En résumé, les contributions principales de ce travail peuvent être résumées de la façon suivante :

– Sur la base d'un grand nombre de références bibliographiques, une vue d'ensemble de l'architecture de base, des principes du rendu haptique, des caractéristiques et performances d'un système haptique à retour d'effort pour des applications générales en RV a été présentée.

– En utilisant les deux critères de stabilité – critère de Routh-Hurwitz et critère de Nyquist – plusieurs études ont permis de dégager quelques explications théoriques concernant les influences des modes vibratoires et des retards sur la stabilité d'un système haptique à retour d'effort, phénomènes que l'on a pu mettre en évidence aussi bien lors des essais effectués en simulation qu'en expérimentation temps réel.

– Motivé par l'amélioration de la performance globale des interfaces haptiques à retour d'effort lors de la phase de préconception, une nouvelle méthodologie d'optimisation pour la conception de l'actionneur dans le processus de préconception mécanique d'un dispositif haptique est proposée. Cette méthode traite le problème d'optimisation d'une manière systématique afin d'obtenir de bonnes performances en terme de raideur atteinte et de transparence mais aussi de stabilité. Les algorithmes pour la procédure de conception optimale d'un dispositif haptique sont également proposés.

– Une approche pour la commande d'une interface haptique à retour d'effort dans le contexte des systèmes de CAO a été proposée. Une étude théorique et expérimentale sur la possibilité d'utiliser une architecture de retour d'effort basée sur un OEA à la place

de la MDFA a été effectuée, ce qui a permis d'obtenir une meilleure performance de stabilité malgré des retards variant dans le temps et de reconstruire la force appliquée par l'utilisateur sans la nécessité d'un capteur de force et par conséquent réaliser un dispositif haptique à bas coût. Sur la base de la théorie de Lyapunov, de nouvelles conditions suffisantes de stabilisation du système haptique global en présence de retards variables ont été proposées et données sous la forme d'un problème LMI. L' approche proposée permet de réduire le conservatisme des approches trouvées dans la littérature.

– Enfin, un banc d'essais à 1 ddl a été réalisé. Plusieurs essais ont été effectués par différents utilisateurs pour imiter différentes situations (mouvement libre, contact dur et contact mou) dans le contexte de CAO à l'aide d'une interface haptique à retour d'effort pour les cas différents d'un retard constant ou variable.

Perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse permettront de concevoir une interface haptique entraînée par câbles parallèles à 5 degrés de liberté, cf. Figure P.1, à haute performance et à un coût suffisamment bas pour des applications dans le contexte de la CAO. Pour ce type d'interface, le mécanisme de transmission se compose de sous-actionneurs disposés au milieu des côtés et aux coins d'un cube. La conception de chaque sous-actionneur peut être donc effectuée par les procédures d'optimisation proposées dans le chapitre 3. Les dimensions optimales du cube doivent être déterminées à l'aide de méthodes d'optimisations multiobjectifs afin que les arbitrages (espace de travail, singularité, etc.) puissent être traités d'une manière systématique.

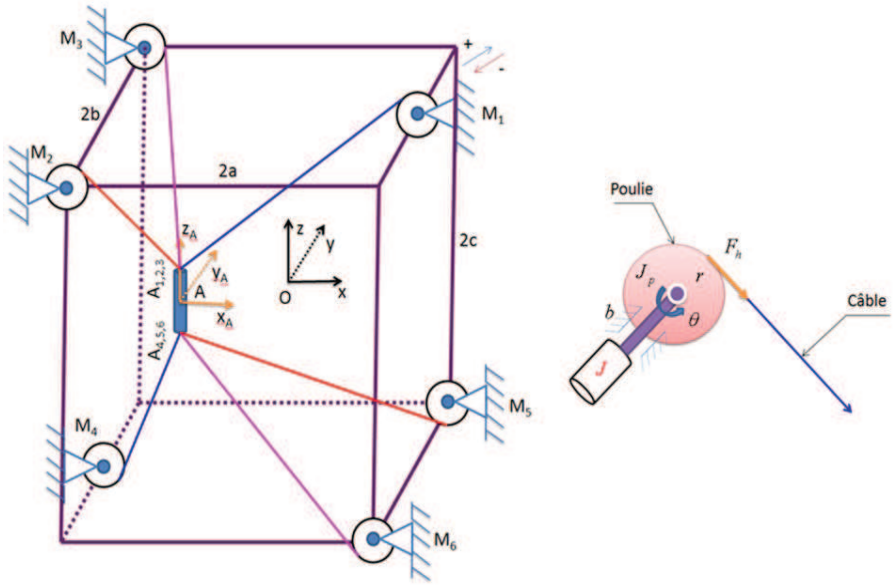


Figure P.1 – Figure P1. Exemple d'une interface haptique à 5 degrés de liberté entraînée par câbles parallèles et ses sous-actionneurs.

Les conditions de stabilité proposées dans le chapitre 4 ont permis de traiter le problème de stabilité du système haptique à temps discret à 1 ddl en prenant en compte des retards variables. Pour un système haptique à n degrés de liberté, d'autres études théoriques devront être développées, en se basant par exemple sur les approches non-linéaire, robuste, floue, ou autre. L'algorithme basé sur cette théorie ne permettra que de déterminer

le domaine admissible des paramètres de commande mais en aucun cas de savoir quelles valeurs de ces paramètres sont à choisir pour que le système haptique à retour d'effort puisse obtenir une performance optimale au niveau de la transparence. Pour améliorer ces résultats, l'approche théorique proposée devra prendre en compte d'autres solutions comme, par exemple, celles proposées dans la littérature telles que le contrôleur maximisant la transparence [Naghshtabrizi et Hespanha, 2006], le contrôle avec dissipation locale [Lee et Kim, 2006], ou avec un observateur de passivité [Ryu et al., 2004b, Artigas et al., 2006], etc.

Références bibliographiques

[Abbott et Okamura, 2005] Abbott, J. J. et Okamura, A. M. (2005). Effects of position quantization and sampling rate on virtual-wall passivity. *IEEE Transactions on Ro*, 21(5) :952–964.

[Adams et Hannaford, 1999] Adams, R. J. et Hannaford, B. (1999). Stable haptic interaction with virtual environments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(3) :465–474.

[Adams et Hannaford, 2002] Adams, R. J. et Hannaford, B. (2002). Control law design for haptic interfaces to virtual reality. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(1) :3–13.

[Agarwal, 1992] Agarwal, R. P. (1992). *Difference Equations and Inequalities : Theory, Methods and Applications*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, New York, USA.

[Ahmad et al., 2011] Ahmad, A., Anderson, K., et Sellgren, U. (2011). An approach to stiffness analysis methodology for haptic devices. Dans *Proceedings of the 3rd International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, pp. 1–8.

[Allard et al., 2007] Allard, J., Cotin, S., Faure, F., Bensoussan, P.-J., Poyer, F., Duriez, C., Delingette, H., et Grisoni, L. (2007). Sofa - an open source framework for medical simulation. Dans *Medicine Meets Virtual Reality, MMVR 15*.

[Andersson et al., 1988] Andersson, E., Andersson, R., Boman, M., Elmroth, T., Dahlberg, B., et Johansson, B. (1988). Automatic construction of surfaces with prescribed shape. *Computer-Aided Design*, 20(6) :317–324.

[Arcara, 2002] Arcara, P. (2002). *Control of haptic and robotic telemanipulation systems*. Thèse de doctorat, Université de Bologne.

[Arioui et al., 2002] Arioui, H., Mammar, S., et Hamel, T. (2002). A smith-prediction based haptic feedback controller for time delayed virtual environments systems. Dans *Proceedings of the American Control Conference (ACC)*, volume 5, pp. 4303–4308.

[Artigas et al., 2006] Artigas, J., Vilanova, J., Preusche, C., et Hirzinger, G. (2006). Time domain passivity control-based telepresence with time delay. Dans *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 4205–4210.

[Asada, 1983] Asada, H. (1983). Geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, 105(3) :131–142.

[Astrom et Hagglund, 1995] Astrom, K. J. et Hagglund, T. (1995). *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning - 2nd Edition*. Instrument Society of America : Research Triangle Park.

[Baradaran et Stuerzlinger, 2006] Baradaran, H. et Stuerzlinger, W. (2006). Comparison of real and virtual 3d construction tools with novice users. Dans *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Virtual Reality*, pp. 10–15.

[Baraff, 1990] Baraff, D. (1990). Curved surfaces and coherence for non-penetrating rigid body simulation. *Computer Graphics*, 24(4) :19–28.

[Baser et Konukseven, 2010] Baser, O. et Konukseven, E. I. (2010). Theoretical and experimental determination of capstan drive slip error. *Mechanism and Machine Theory*, 45 :815–827.

[Bate et al., 2011] Bate, L., Cook, C. D., et Li, Z. (2011). Reducing wave-based teleoperator reflections for unknown environments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(2) :392–397.

[Bonneton et Hayward, 1994] Bonneton, B. et Hayward, V. (1994). Implementation of a virtual wall. Rapport technique, Technical Report, McGill University.

[Bouzit et al., 2002] Bouzit, M., Burdea, G. C., Popescu, G., et Boian, R. (2002). The rutgers master ii-nd force feedback glove. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7(2) :256–263.

[Boyd et al., 1994] Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E., et Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia.

[Brooks et al., 1990] Brooks, F. P., Ming, O.-Y., Batter, J. J., et Kilpatrick, P. J. (1990). Projet grope - haptic display for scientific visualisation. *Computer Graphics*, 24 :177–185.

[Brooks, 1990] Brooks, T. L. (1990). Telerobotic response requirements. Dans *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 113–120.

[Burdea, 1996] Burdea, G. C. (1996). *Force and Touch Feedback for Virtual reality*. John Wiley & Sons, New York, USA.

[Burdea et al., 1992] Burdea, G. C., Zhuang, J., Roskos, E., Silver, D., et Langrana, N. (1992). A portable dextrous master with force feedback. *Presence : Teleoperators and Virtual Environments*, 1(1) :18–28.

[Canudas-De-Wit et al., 1995] Canudas-De-Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J., et Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3) :419–425.

[Chended, 2007] Chended, S. (2007). *Chirurgie virtuelle : modélisation temps réel des tissus mous, interactions et système haptique dédié*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Cheong et al., 2009] Cheong, J., Niculescu, S.-I., et Kim, C. (2009). Motion synchronization control of distributed multisubsystems with invariant local natural dynamics. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(2) :382–398.

[Cho et al., 2007] Cho, C., Song, J.-B., et Kim, M. (2007). Energy-based control of a haptic device using brakes. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, 37(2) :341–349.

[Ciaurriz et al., 2013] Ciaurriz, P., Díaz, I., et Gil, J. J. (2013). Stable discrete-time impedances for haptic systems with vibration modes and delay. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, PP(99).

[Cleary et Brooks, 1993] Cleary, K. et Brooks, T. (1993). Kinematic analysis of a novel 6-dof parallel manipulator. Dans *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 708–713.

[Colgate et Brown, 1994] Colgate, J. E. et Brown, J. M. (1994). Factors affecting the z-width of a haptic display. Dans *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pp. 3205–3210.

[Colgate et al., 1993] Colgate, J. E., Grafing, P. E., Stanley, M. C., et Schenkel, G. (1993). Implementation of stiff virtual walls in force-reflecting interfaces. Dans *Proceedings of the IEEE Virtual Reality Annual Symposium*, pp. 202–208.

[Colgate et Schenkel, 1997] Colgate, J. E. et Schenkel, G. G. (1997). Passivity of a class of sampled-data systems : application to haptic interfaces. *Journal of Robotic Systems*, 14(1) :37–47.

[Colgate et al., 1995] Colgate, J. E., Stanley, M. C., et Brown, J. M. (1995). Issues in the haptic display of tool use. Dans *Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, volume 3, pp. 140–145.

[Colman, 2006] Colman, A. M. (2006). *A Dictionary of Psychology*. Oxford University Press.

[Dawson et Ottensmeyer, 2004] Dawson, S. et Ottensmeyer, M. (2004). The virgil trauma training system. Dans *TATRC's 4th Annual Advanced Medical Technology Review*.

[Dequidt et al., 1999] Dequidt, A., Valdès, E., et Castelain, J. M. (1999). Nombres adimensionnels pour la conception intégrée des mécanismes commandés. Dans *14ème Congrès Français de Mécanique, Toulouse, 30 Août-3 Septembre*.

[Díaz et Gil, 2010] Díaz, I. et Gil, J. J. (2010). Influence of vibration modes and human operator on the stability of haptic rendering. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(1) :160–165.

[Díaz et al., 2010] Díaz, I., Gil, J. J., et Hulin, T. (2010). Stability boundary and transparency for haptic rendering. *Advances in Haptics*, pp. 103–125.

[Diolaiti et al., 2006] Diolaiti, N., Niemeyer, G., Barbagli, F., et Salisbury, J. K. (2006). Stability of haptic rendering : Discretization, quantization, time-delay and coulomb effects. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(2) :256–268.

[Duriez et al., 2006] Duriez, C., Dubois, F., Kheddar, A., et Andriot, C. (2006). Realistic haptic rendering of interacting deformable objects in virtual environments. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 12(1) :36–47.

[Eid et al., 2008] Eid, M., Andrews, S., Alamri, A., et Saddik, A. (2008). Hamlat : A haml-based authoring tool for haptic application development. Dans *Proceedings of the 6th international conference on Haptics : Perception, Devices and Scenarios*, pp. 857–866.

[Fischer et al., 1990] Fischer, P., Daniel, R., et Siva, K. V. (1990). Specification and design of input devices for teleoperation. Dans *Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 540–545.

[Franklin et al., 1998] Franklin, G. F., Powell, J. D., et Workman, M. (1998). *Digital Control of Dynamic Systems*. 3rd Edition, Addison-Wesley.

[Fridman et Shaked, 2005] Fridman, E. et Shaked, U. (2005). Stability and guaranteed cost control of uncertain discrete delay systems. *International Journal of Control*, 78(4) :235–246.

[Frisoli et al., 1999] Frisoli, A., Prisco, M., Salsedo, F., et Bergamasco, M. (1999). A two degrees-of-freedom planar haptic interface with high kinematic isotropy. Dans *Proceedings of the 8th IEEE International Workshop on Robot and Human Interaction (RO-MAN)*, pp. 297–302.

[Fuchs, 1996] Fuchs, P. (1996). *Les interfaces de la réalité virtuelle*. Les Presses de l'Ecole des Mines de Paris.

[Fuchs, 2001] Fuchs, P. (2001). *Le Traité de la Réalité Virtuelle - Volume 4 : Applications de la Réalité Virtuelle*. Les Presses de l'Ecole des Mines de Paris.

[Gao et Chen, 2007] Gao, H. et Chen, T. (2007). New results on stability of discrete-time systems with time-varying state delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(2) :328–334.

[Gao et al., 2004] Gao, H., Lam, J., Wang, C., et Wang, Y. (2004). Delay-dependent output-feedback stabilisation of discrete-time systems with time-varying statedelay. *Control Theory & Applications, IEE Proceedings*, 151(6) :691– 698.

[Gil et al., 2004] Gil, J. J., Avello, A., Rubio, A., et Flórez, J. (2004). Stability analysis of a 1 dof haptic interface using the Routh-Hurwitz criterion. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(4) :583–588.

[Gil et al., 2010] Gil, J. J., Puerto, M. J., Díaz, I., et Sánchez, E. (2010). On the z-width limitation due to the vibration modes of haptic interfaces. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(1) :160–165.

[Gil et al., 2007] Gil, J. J., Sánchez, E., Hulin, T., Preusche, C., et Hirzinger, G. (2007). Stability boundary for haptic rendering : Influence of damping and delay. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 124–129.

[Goertz et Thompson, 1954] Goertz, R. et Thompson, R. (1954). Electronically controlled manipulator. *Nucleonics*, pp. 46–47.

[Goktekin et al., 2004] Goktekin, T. G., Cavusoglu, M. C., Tendick, F., et Sastry, S. (2004). *GIPSI : An open source software development framework for surgical simulation*, volume 3078. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

[Gosline et al., 2006] Gosline, A. H., Campion, G., et Hayward, V. (2006). On the use of eddy current brakes as tunable, fast turn-on viscous dampers for haptic rendering. Dans *Proceedings of Eurohaptics 2006*, pp. 229–234.

[Gosselin et Riwan, 2002] Gosselin, F. et Riwan, A. (2002). Virtuose 3d-nouvelle interface haptique à retour d'effort. *Techniques de l'ingénieur. Télécoms*, TEB1 :IN1.1–IN1.5.

[Gottschalk et al., 1996] Gottschalk, S., Lin, M. C., et Manocha, D. (1996). Obbtree : A hierarchical structure for rapid interference detection. Dans *Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques, SIGGRAPH '96*, pp. 171–180.

[Gregory et al., 2000] Gregory, A. D., Ehmann, S. A., et Lin, M. C. (2000). intouch : interactive multiresolution modeling and 3d painting with a haptic interface. Dans *Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference*, pp. 45–52.

[Guiatni, 2009] Guiatni, M. (2009). *Design and control of a haptic device for minimally invasive surgery simulation*. Thèse de doctorat, Ecole doctorale Sciences et Ingénierie Evry.

[Hasser et Wesenberge, 1993] Hasser, C. et Wesenberge, J. (1993). Preliminary evaluation of a shape-memory alloy tactile feedback display. *Advances in Robotics, Mechatronics and Haptic Interface*, 49 :73–80.

[Hasser et Daniels, 1996] Hasser, C. J. et Daniels, M. W. (1996). Tactile feedback with adaptive controller for a force-reflecting haptic display. part 2 : Improvements and evaluation. Dans *Proceedings of the 1996 Fifteenth Southern Biomedical Engineering Conference*, pp. 530–533.

[Hayward et al., 1994] Hayward, V., Choksi, J., Lanvin, G., et Ramstein, C. (1994). Design and multi-objective optimization of a linkage for a haptic interface. *Advances in Robot Kinematics and Computational Geometry*, pp. 359–368.

[Hilliges et al., 2012] Hilliges, O., Kim, D., Izadi, S., Weiss, M., et Wilson, A. D. (2012). Holodesk : Direct 3d interactions with a situated see-through display. Dans *ACM SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, pp. 2421–2430.

[Hirose et al., 1999] Hirose, S., Mori, K., Lee, R. M. Y., et Kanou, Y. (1999). A vr three-dimensional pottery design system using phantom haptic devices. Dans *Proceedings of the fourth PHANTOM users group workshop*.

[Hoff-III et al., 2001] Hoff-III, K. E., Zaferakis, A., Lin, M. C., et Manocha, D. (2001). Fast and simple 2d geometric proximity queries using graphics hardware. Dans *Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, pp. 145–148.

[Hogan, 1989] Hogan, N. (1989). Controlling impedance at the man/machine interface. Dans *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pp. 1626–1631.

[Hudson et al., 1997] Hudson, T. C., Lin, M. C., Cohen, J., Gottschalk, S., et Manocha, D. (1997). V-collide : Accelerated collision detection for vrml. Dans *Proceedings of the second symposium on Virtual reality modeling language VRML '97*, pp. 119–125.

[Hulin et al., 2006] Hulin, T., Preusche, C., et Hirzinger, G. (2006). Stability boundary for haptic rendering : Influence of physical damping. Dans *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1570–1575.

[Hulin et al., 2008] Hulin, T., Preusche, C., et Hirzinger, G. (2008). Stability boundary for haptic rendering : Influence of human operator. Dans *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3483–3488.

[Hwang et al., 2006] Hwang, Y.-K., Yoon, J.-W., et Ryu, J.-H. (2006). The optimum design of a 6-dof parallel manipulator with large orientation workspace. Dans *SICE-ICASE 2006, International Joint Conference*, pp. 1255–1259.

[Iwamoto et al., 2008] Iwamoto, T., Tatezono, M., et Shinoda, H. (2008). *Non-contact Method for Producing Tactile Sensation Using Airborne Ultrasound*. EuroHaptics, Springer-Verlag Berlin Heudelberg.

[Iwata, 1990] Iwata, H. (1990). Artificial reality with force-feedback : Development of desktop virtual space with compact master manipulator. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 24(4) :165–170.

[Jex, 1988] Jex, H. (1988). Four critical tests for control-feel simulators. Dans *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Manual Control*.

[Khaled, 2012] Khaled, N. (2012). *Virtual Reality and Animation for Matlab and Simulink User : Visualization of Dynamic Models and Control Simulations*. Springer-Verlag London Limited.

[Khan et al., 2011] Khan, S., Andersson, K., et Wikander, J. (2011). Optimal design of a 6-dof haptic device. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics (ICM)*, pp. 713–718.

[Kim et al., 2003] Kim, L., Sukhatme, G. S., et Desbrun, M. (2003). Haptic editing of decoration and material properties. Dans *Proceedings of the 11th Symposium on Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems. HAPTICS 2003*, pp. 213–220.

[Kim et al., 2004a] Kim, L., Sukhatme, G. S., et Mat (2004a). A haptic-rendering technique based on hybrid surface representation. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 24(2) :66–75.

[Kim et al., 2004b] Kim, Y. J., Lin, M. C., et Di (2004b). Incremental penetration depth estimation between convex polytopes using dual-space expansion. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(1) :152–163.

[King et al., 2010] King, C.-H., Killpack, M. D., et Kemp, C. C. (2010). Effects of force feedback and arm compliance on teleoperation for a hygiene task. Dans *Proceedings of the 2010 international conference on Haptics, Part I : generating and perceiving tangible sensations*, pp. 248–255.

[Klosowski et al., 1998] Klosowski, J. T., Held, M., Mitchell, J. S. B., Sowizral, H., et Zikan, K. (1998). Efficient collision detection using bouding volume hierarchies of k-dops. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 4(1) :21–36.

[Kurtz et Hayward, 1992] Kurtz, R. et Hayward, V. (1992). Multiple-goal kinematic optimization of a parallel spherical mechanism with actuator redundancy. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(5) :644–651.

[Kwon et Song, 2006] Kwon, T.-B. et Song, J.-B. (2006). Force display using a hybrid haptic device composed of motors and brakes. *Mechatronics*, 16(5) :249–257.

[Larsen et al., 2000] Larsen, E., Gottschalk, S., Lin, M. C., et Manocha, D. (2000). Fast proximity queries with swept sphere volumes. Dans *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*.

[Lawrence, 1993] Lawrence, D. A. (1993). Stability and transparency in bilateral teleoperation. *IEEE Transactions on Robotics and*, 9(5) :624–637.

[Lee et Huang, 2008] Lee, D. et Huang, K. (2008). Passive position feedback over packet-switching communication network with varying-delay and packet-loss. Dans *Symposium on Haptic interfaces for virtual environment and teleoperator systems, Haptics 2008*.

[Lee et Spong, 2006] Lee, D. et Spong, M. W. (2006). Passive bilateral teleoperation with constant time delay. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(2) :269–281.

[Lee et al., 2001] Lee, J. H., Eom, K. S., Yi, B.-J., et Suh, I. H. (2001). Design of a new 6-dof parallel haptic device. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 1, pp. 886–891.

[Lee et Kim, 2006] Lee, S. U. et Kim, S. (2006). Analysis and optimal design of a new 6 dof parallel type haptic device. Dans *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 460–465.

[Letier, 2010] Letier, P. (2010). *Bras Exosquelette Haptique : Conception et Contrôle*. Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxuelles.

[Liacu et al., 2013] Liacu, B., Morarescu, I. C., Niculescu, S.-I., Andriot, C., Dumur, D., Colledani, F., et Boucher, P. (2013). Some remarks on smith predictor-based control with distance feedback for a 3-dof haptic system with distributed delays. Dans *11th Workshop on Time-Delay Systems, IFAC Joint conference*, volume 11, pp. 214–219.

[Liacu, 2012] Liacu, B.-C. (2012). *Systèmes haptiques en réseau avec retards de communication*. Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale "Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes" (STITS).

[Lin et Canny, 1991] Lin, M. C. et Canny, J. F. (1991). A fast algorithm for incremental distance calculation. Dans *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pp. 1008–1014.

[Liu et al., 2003] Liu, X., Dodds, G., McCartney, J., et Hinds, B. (2003). Virtual designworks - designing 3d cad models via haptic interaction. *Computer-Aided Design*, 36(12) :1129–1140.

[Liu et al., 2005] Liu, X., Dodds, G., McCartney, J., et Hinds, B. K. (2005). Manipulation of cad surface models with haptics based on shape control functions. *Computer-Aided Design*, 37 :1447–1458.

[Liu et Wang, 2007] Liu, X.-J. et Wang, J. (2007). A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 42 :1210–1224.

[Liu et al., 2006] Liu, X.-J., Wang, J., et Zheng, H.-J. (2006). Optimum design of the 5r symmetrical parallel manipulator with a surrounded and good-condition workspace. *Robotics and Autonomous Systems*, 54 :221–233.

[Long et Collins, 1992] Long, G. L. et Collins, C. L. (1992). A pantograph linkage parallel platform master hand controller for force-reflection. Dans *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 390–395.

[Lou et al., 2008] Lou, Y., Liu, G., et Li, Z. (2008). Randomized optimal design of parallel manipulators. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 5(2) :223–233.

[Ma et Angeles, 1993] Ma, O. et Angeles, J. (1993). Optimum design of manipulators under dynamic isotropy conditions. Dans *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 470–475.

[Massie et Salisbury, 1994] Massie, T. H. et Salisbury, K. J. (1994). Phantom haptic interface : a device for probing virtual objects. *Dynamics Systems and Control Division*, 55(1) :295–299.

[Maxon-Motor, 2013] Maxon-Motor (2013). http ://www.maxonmotor.com, données mises à jour au 23 septembre 2013.

[McNeely et al., 1999] McNeely, W. A., Puterbaugh, K. D., et Troy, J. J. (1999). Six degree-of-freedom haptic rendering using voxel sampling. Dans *Proceeding of ACM SIGGRAPH 99*, pp. 401–408.

[Mehling et al., 2005] Mehling, J. S., Colgate, J. E., et Peshkin, M. A. (2005). Increasing the impedance range of a haptic display by adding electrical damping. Dans *First Joint Eurohaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, World Haptics 2005.*, pp. 257–262.

[Minsky, 1995] Minsky, M. D. R. (1995). *Computational Haptics : The Sandpaper System for Synthesizing Texture for a Force-Feedback Display*. PhD.Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

[Minsky et al., 1990] Minsky, M. D. R., Ming, O.-Y., Steele, O., Brooks, F. P., et Behensky, M. (1990). Feeling and seeing : Issues in force display. Dans *ACM Siggraph Computer Graphics*, volume 24, pp. 235–241.

[Mirtich et Canny, 1995] Mirtich, B. et Canny, J. (1995). Impulse-based simulation of rigid bodies. Dans *Proceedings of the 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics*.

[Mitsuishi et al., 2007] Mitsuishi, M., Sugita, N., et Pitakwatchara, P. (2007). Force-feedback augmentation modes in the laparoscopic minimally invasive telesurgical system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 12(4) :447–454.

[Mobasser et Hashtrudi-Zaad, 2006] Mobasser, F. et Hashtrudi-Zaad, K. (2006). A method for online estimation of human arm dynamics. Dans *Proceedings of 28th IEEE Annual International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS '06*, pp. 2412–2416.

[Montgomery et al., 2002] Montgomery, K., Bruyns, C., Brown, J., Sorkin, S., Mazzella, F., Thonier, G., Tellier, A., Lerman, B., et Menon, A. (2002). Spring : A general framework for collaborative, real-time surgical simulation. Dans *Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality*.

[Morgenbesser et Srinivasan, 1996] Morgenbesser, H. B. et Srinivasan, M. A. (1996). Force shading for haptic perception. Dans *Proceedings of the ASME Dynamics Systems and Control Division*, pp. 407–412.

[Naghshtabrizi et Hespanha, 2006] Naghshtabrizi, P. et Hespanha, J. P. (2006). Designing transparent stabilizing haptic controllers. Dans *American Control Conference*.

[Niemeyer, 1996] Niemeyer, G. D. (1996). *Using wave variables in time delayed force reflecting teleoperation*. PhD.Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

[Nuno et al., 2008] Nuno, E., Ortega, R., Barabanov, N., et Basanez, L. (2008). A globally stable PD controller for bilateral teleoperators. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3) :753–758.

[Oetomo et al., 2003] Oetomo, D., Xia, Q. H., AngJr, M. H., Lim, T. M., et Lim, S. Y. (2003). Design issues and requirements of a general purpose desktop haptic interface. Dans *PICS International Conference and Exhibition on Instrumentation and Control*.

[Okamura et al., 2003] Okamura, A. M., R. J. Webste-III, J. T. N., Johnson, K. W., et Jafry, H. (2003). The haptic scissors : cutting in virtual environments. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '03)*, volume 1, pp. 828–833.

[Park et Khatib, 2006] Park, J. et Khatib, O. (2006). A haptic teleoperation approach based on contact force control. *International Journal of Robotics Research*, 25 :575–591.

[Parlitz et al., 2004] Parlitz, U., Hornstein, A., Engster, D., Al-Bender, F., Lampaert, V., Tjahjowidodo, T., Fassois, S. D., Rizos, D., Wong, C. X., Worden, K., et Manson, G. (2004). Identification of pre-sliding friction dynamics. *American Institute of Physics, Chaos*, 14(2) :420–430.

[Patrick, 1990] Patrick, N. J. M. (1990). *Design, Construction, and Testing of a Fingertip Tactile Display for Interaction with Virtual and Remote Environments*. PhD.Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

[Petersen, 1987] Petersen, I. R. (1987). A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems. *System and Control Letter*, 8 :351–357.

[Pham et al., 2009] Pham, C. B., Yeo, S. H., Yang, G., et Chen, I.-M. (2009). Workspace analysis of fully restrained cable-driven manipulators. *Robotics and Autonomous Systems*, 57(9) :901–912.

[Robles-De-La-Torre, 2009] Robles-De-La-Torre, G. (2009). *Virtual Reality : Touch/Haptics*, volume 2. In Goldstein B, Encyclopedia of Perception, Sage Publication, Thousand Oaks, CA.

[Rodriguez-Seda et al., 2009] Rodriguez-Seda, E. J., Lee, D., et Spong, M. W. (2009). Experimental comparison study of control architectures for bilateral teleoperators. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(6) :1304–1318.

[Rowe, 1997] Rowe, J. (1997). Surface modelling. *Computer Graphics World*, 20(9) :47–52.

[Ruspini et al., 1997] Ruspini, D. C., Kolarov, K., et Khatib, O. (1997). The haptic display of complex graphical environments. Dans *Proceedings of the conference on Computer Graphics, ACM SIGGRAPH'97*, pp. 345–352.

[Ryu et al., 2004a] Ryu, J.-H., Kim, Y. S., et Hannaford, B. (2004a). Sampled- and continuous-time passivity and stability of virtual environments. *IEEE Transactions on Robotics*, 20(4) :772–776.

[Ryu et al., 2004b] Ryu, J.-H., Kwon, D.-S., et Hannaford, B. (2004b). Stability guaranteed control : Time domain passivity approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(6) :860–868.

[Seo et al., 2007] Seo, Y., Lee, B.-C., Kim, Y., et Kim, J.-P. (2007). K-haptic modeler tm : A haptic modeling scope and basic framework. Dans *IEEE international Workshop on Haptic Audio Visual Environments and Games. HAVE 2007*, pp. 136–141.

[Speich et al., 2005] Speich, J. E., Shao, L., et Goldfarb, M. (2005). Modeling the human hand as it interacts with a telemanipulation system. *Mechatronics*, pp. 1127–1142.

[Stocco et al., 1998] Stocco, L., Salcudean, E. E., et Sassani, F. (1998). Fast constrained global minimax optimization of robot parameters. *Robotica*, 16(6) :595–605.

[Suzuki et Suzuki, 2003] Suzuki, N. et Suzuki, S. (2003). *Surgery Simulation System with Haptic Sensation and Modeling of Elastic Organ That Reflect the Patients' Anatomy*, volume 2673. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

[Swanson et Book, 2003] Swanson, D. K. et Book, W. J. (2003). Path-following control for dissipative passive haptic displays. Dans *Proceedings of 11th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems. HAPTICS 2003.*, pp. 101–108.

[Tafazoli et al., 2002] Tafazoli, S., Salcudean, S. E., Hashtrudi-Zaad, K., et Lawrence., P. D. (2002). Impedance control of a teleoperated excavator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(3) :355–367.

[Temkin et al., 2002] Temkin, B., Acosta, E., Hatfied, P., Onal, E., et Tong, A. (2002). Web-based three-dimensional virtual body structures : W3d-vbs. *Journal of American Medical Informatics Association*, 9(5) :425–436.

[Tholey et Desai, 2007] Tholey, G. et Desai, J. P. (2007). A general-purpose 7 dof haptic device : Applications toward robot-assisted surgery. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 12(6) :662–669.

[Thompson, 2001] Thompson, R. (2001). *Intergration of Visual and Haptic Feedback for Teleoperation*. PhD.Thesis, University of Oxford.

[Thompson et al., 1997] Thompson, T. V., Johnson, D. E., et Cohen, E. (1997). Direct haptic rendering of sculptured models. Dans *Proceedings Symposium on interactive 3D graphics*, pp. 167–176.

[Tognetti et Book, 2006] Tognetti, L. J. et Book, W. J. (2006). Effects of increased device dissipation on haptic two-port network performance. Dans *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2006*, pp. 3304–3311.

[Tzafestas, 1998] Tzafestas, C. (1998). *Synthèse de retour kinesthésique et perception haptique lors de tâches de manipulation virtuelle*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.

[Van-Der-Linder et al., 2002] Van-Der-Linder, R. Q., Lammertse, P., Frederiksen, E., et Ruiter, B. (2002). The hapticmaster, a new high-performance haptic interface. Dans *Proceedings of Eurohaptics 2002*.

[Verschuren, 2008] Verschuren, T. A. C. (2008). Friction compensation for a haptic manipulator : the hapticmaster. Rapport technique, Traineeship report, Eindhoven University of Technology.

[Webster et al., 2003] Webster, R., Haluck, R. S., Mohler, B., Boyd, J., Reeser, J., Benson, A., et DeSanto, D. (2003). A haptic surgical simulator for operative setup and exposure in laparoscopic cholecystectomy. Dans *Poster presentation at Annual Medicine Meets Virtual Reality Conference (MMVR 2003)*.

[Yoshikawa, 1985] Yoshikawa, T. (1985). Dynamic manipulability of robot manipulators. Dans *Proceedings of the 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2.

[Zanganeh et Angeles, 1997] Zanganeh, K. E. et Angeles, J. (1997). Kinematic isotropy and the optimum design of parallel manipulators. *International Journal of Robotics Research*, 16(2) :185–197.

[Zemiti, 2005] Zemiti, N. (2005). *Commande en Effort des Systèmes Robotiques pour la Chirurgie Mini-Invasive*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.

[Zhang et al., 2008] Zhang, B., Xu, S., et Zou, Y. (2008). Improved stability criterion and its applications in delayed controller design for discrete-time systems. *Automatica*, 44 :2963–2967.

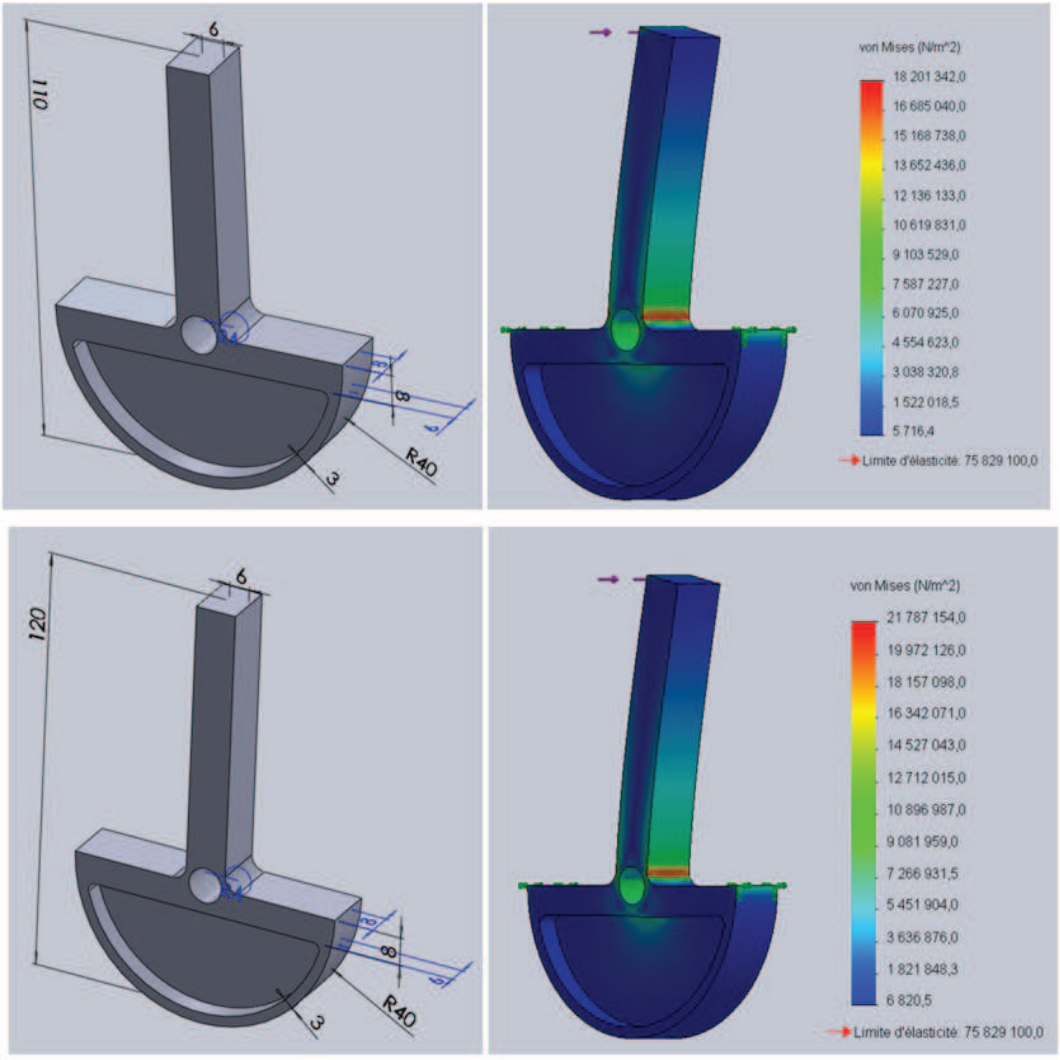
[Zhang et al., 2011] Zhang, W., Wang, J., Liang, Y., et Han, Z. (2011). Improved delay-range-dependent stability criterion for discrete-time systems with interval time-varying delay. *Journal of Information & Computational Science*, 8(14) :3321–3328.

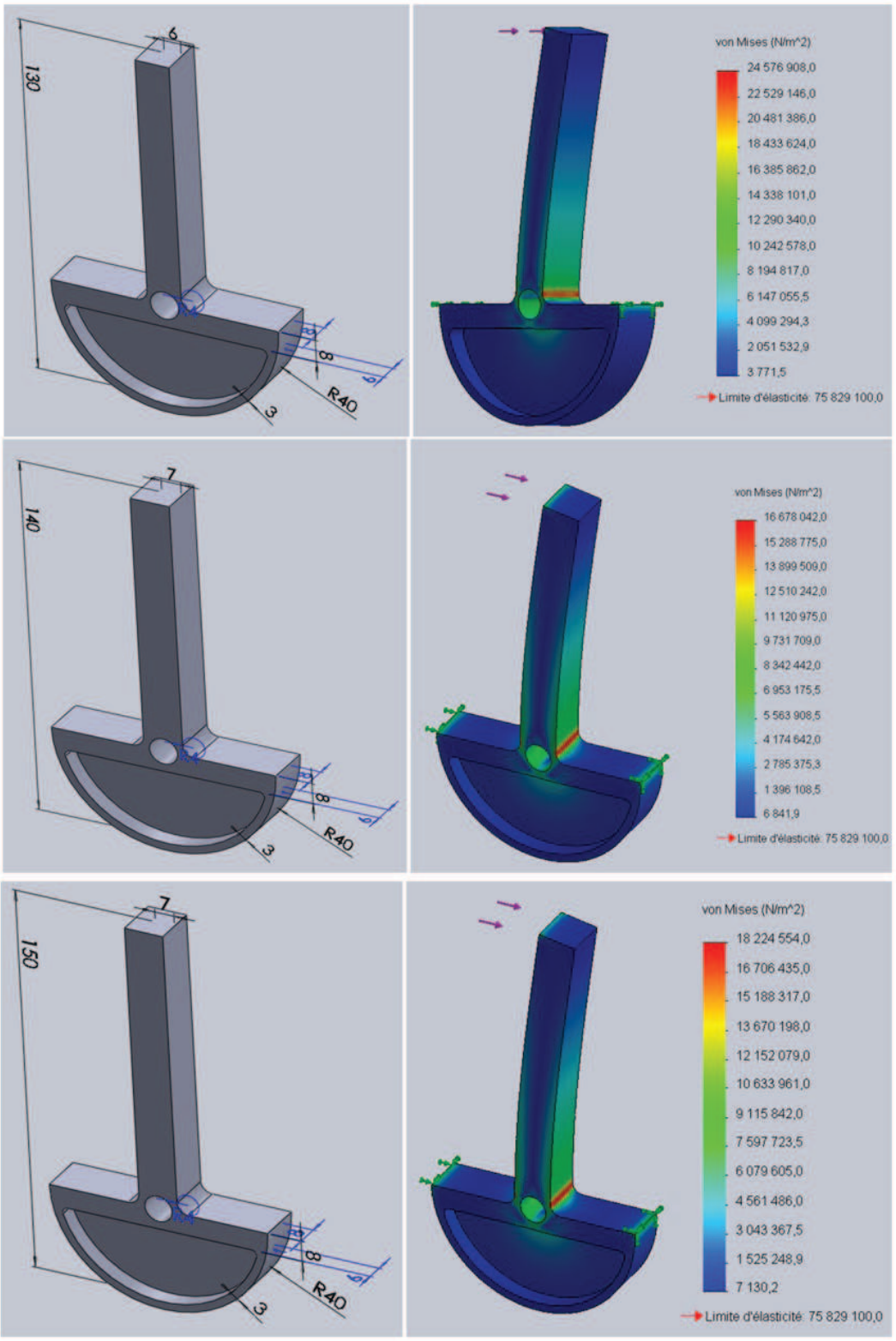
[Zilles et Salisbury, 1995] Zilles, C. B. et Salisbury, J. K. (1995). A constraint-based god-object method for haptic display. Dans *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, volume 3, pp. 146–151.

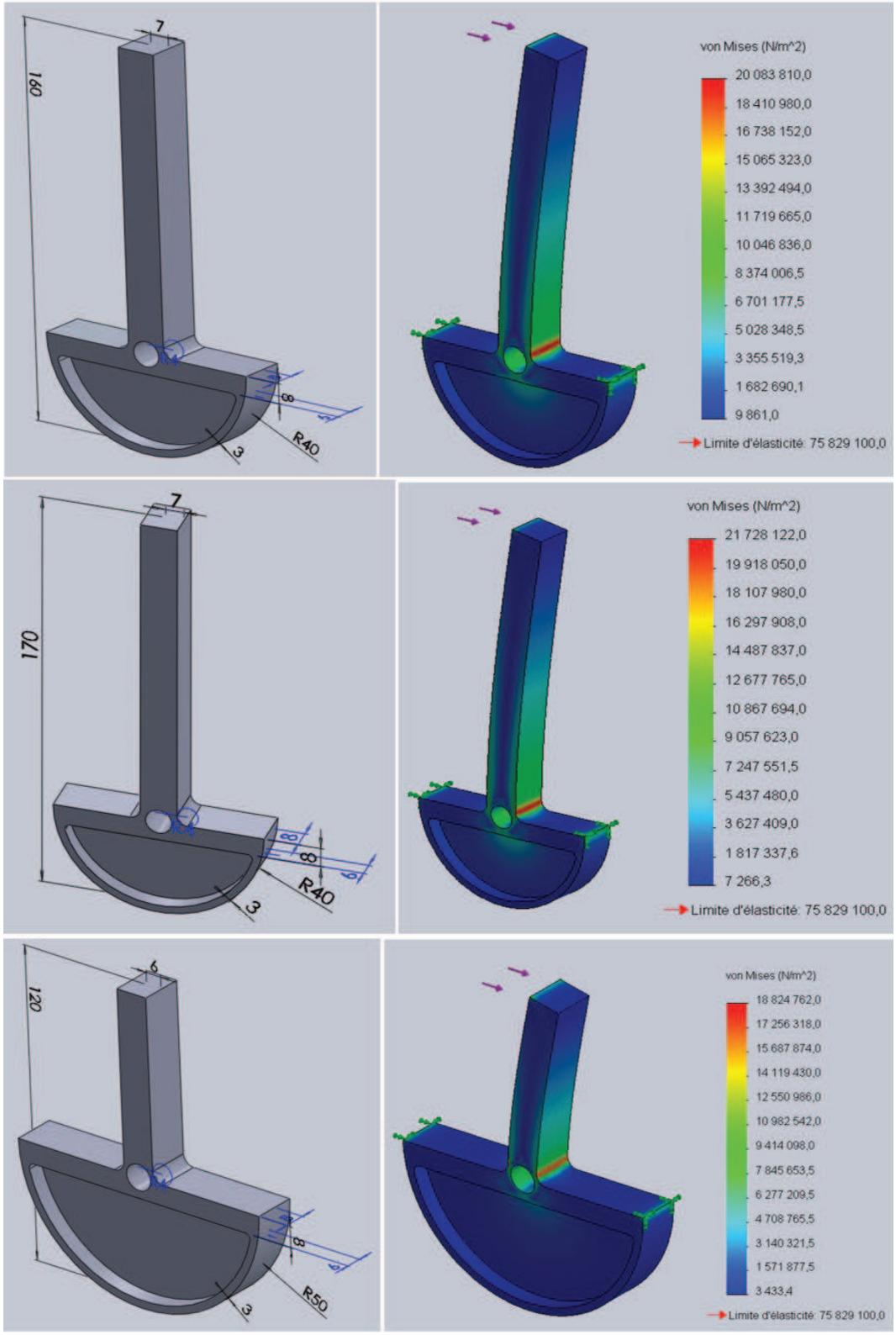
Annexe

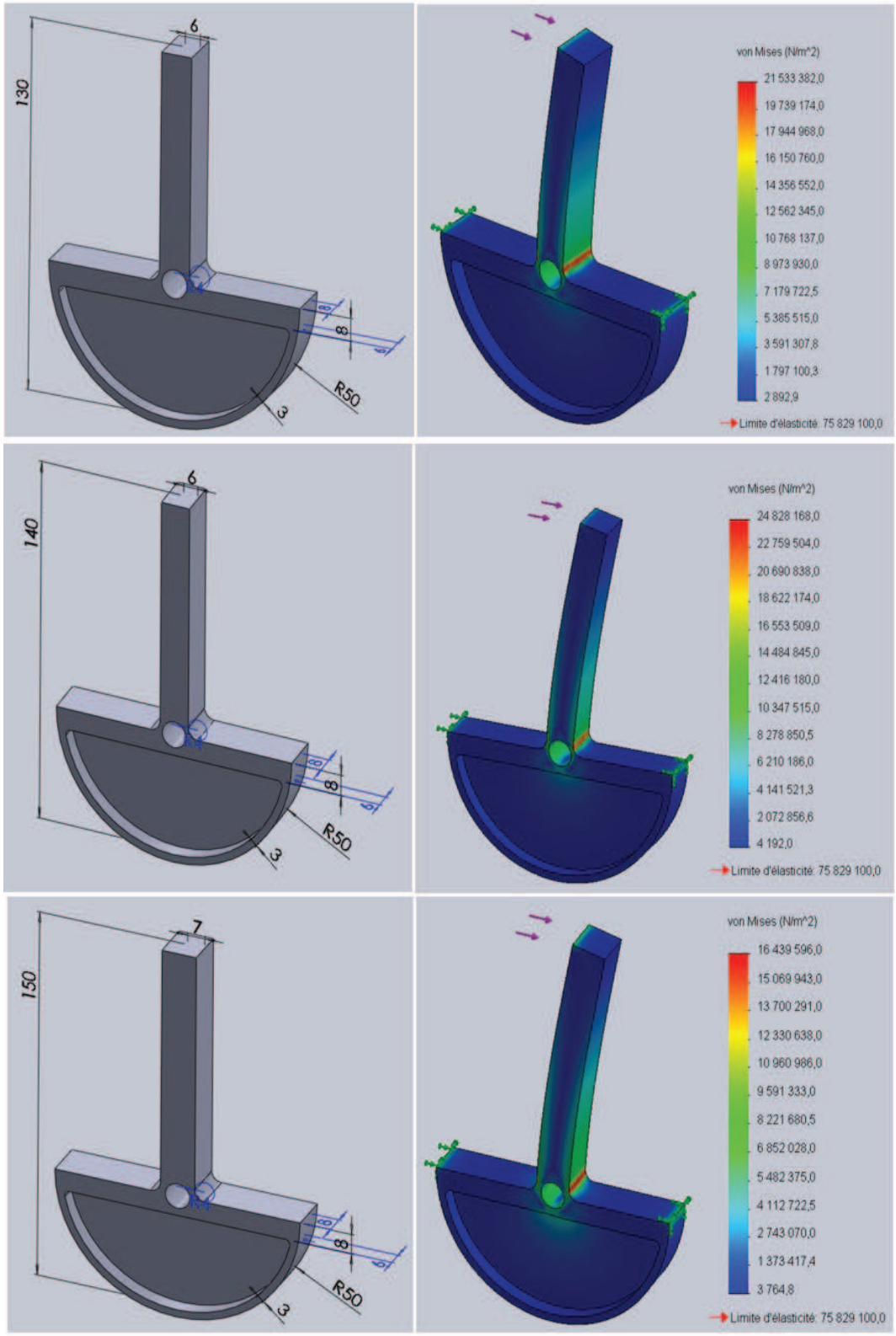
A Dimensionnement optimal des manipulateurs

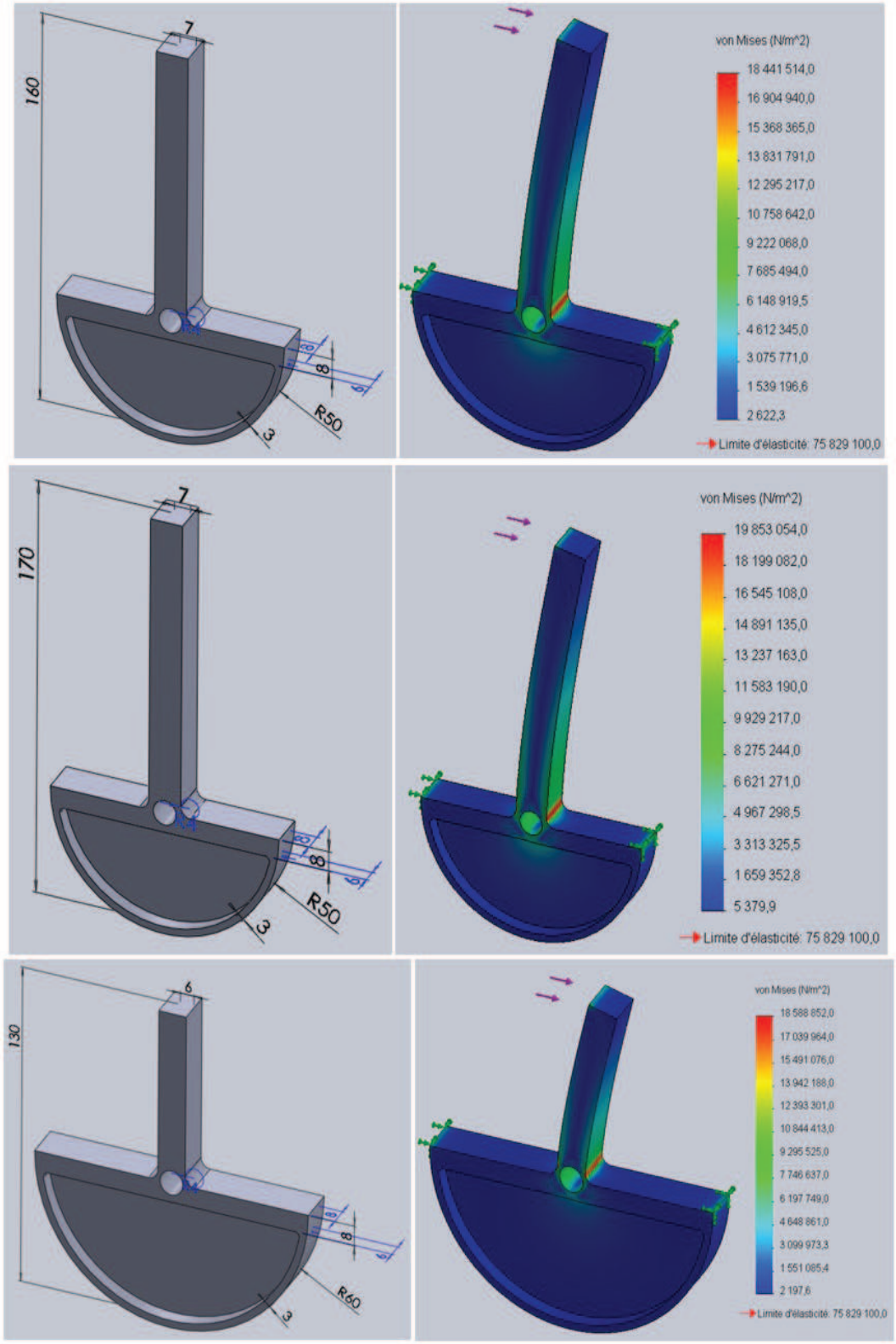
Géométrie (à droite) et répartition de contrainte selon Von Mises sous chargement (à gauche)

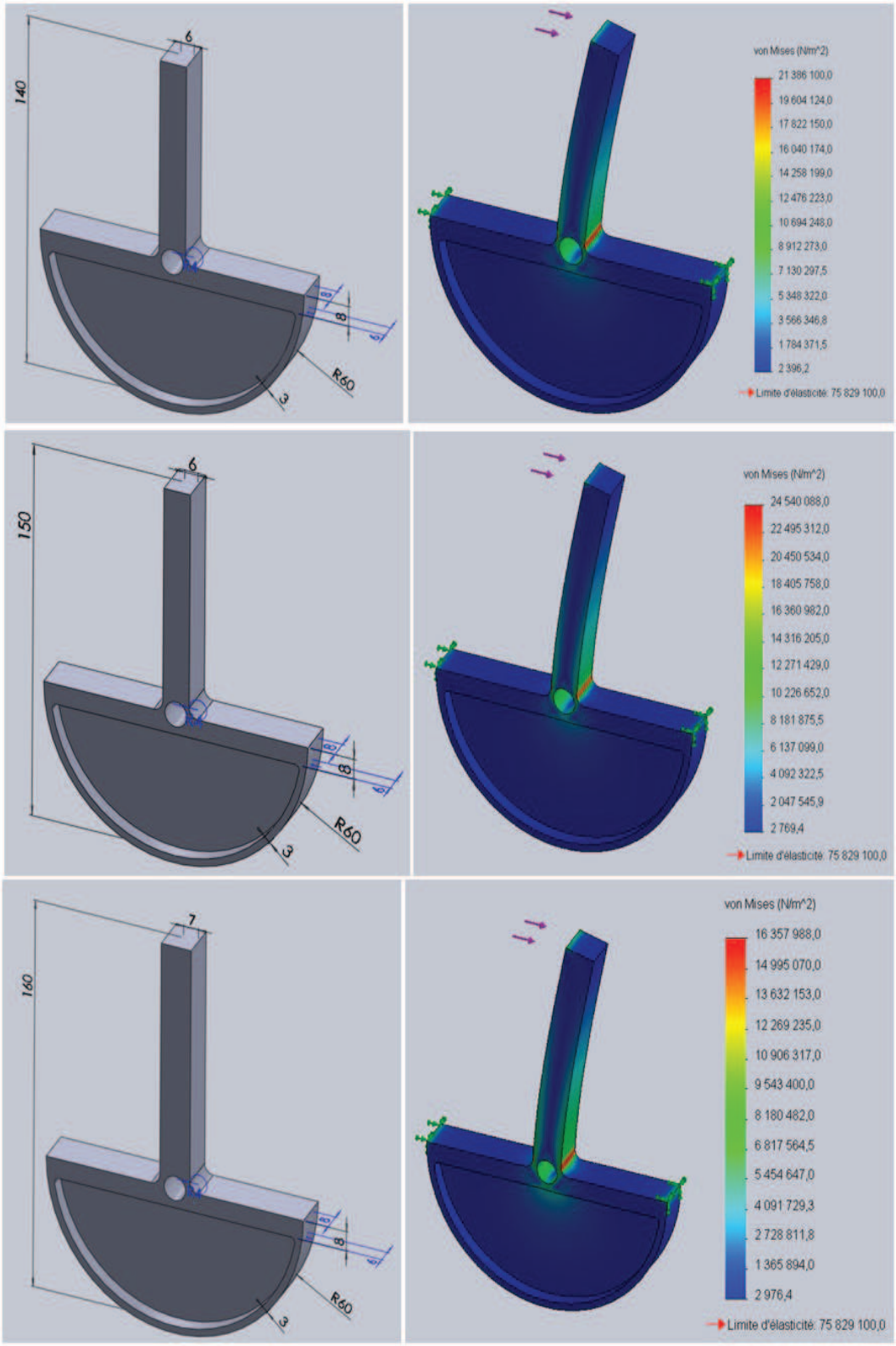


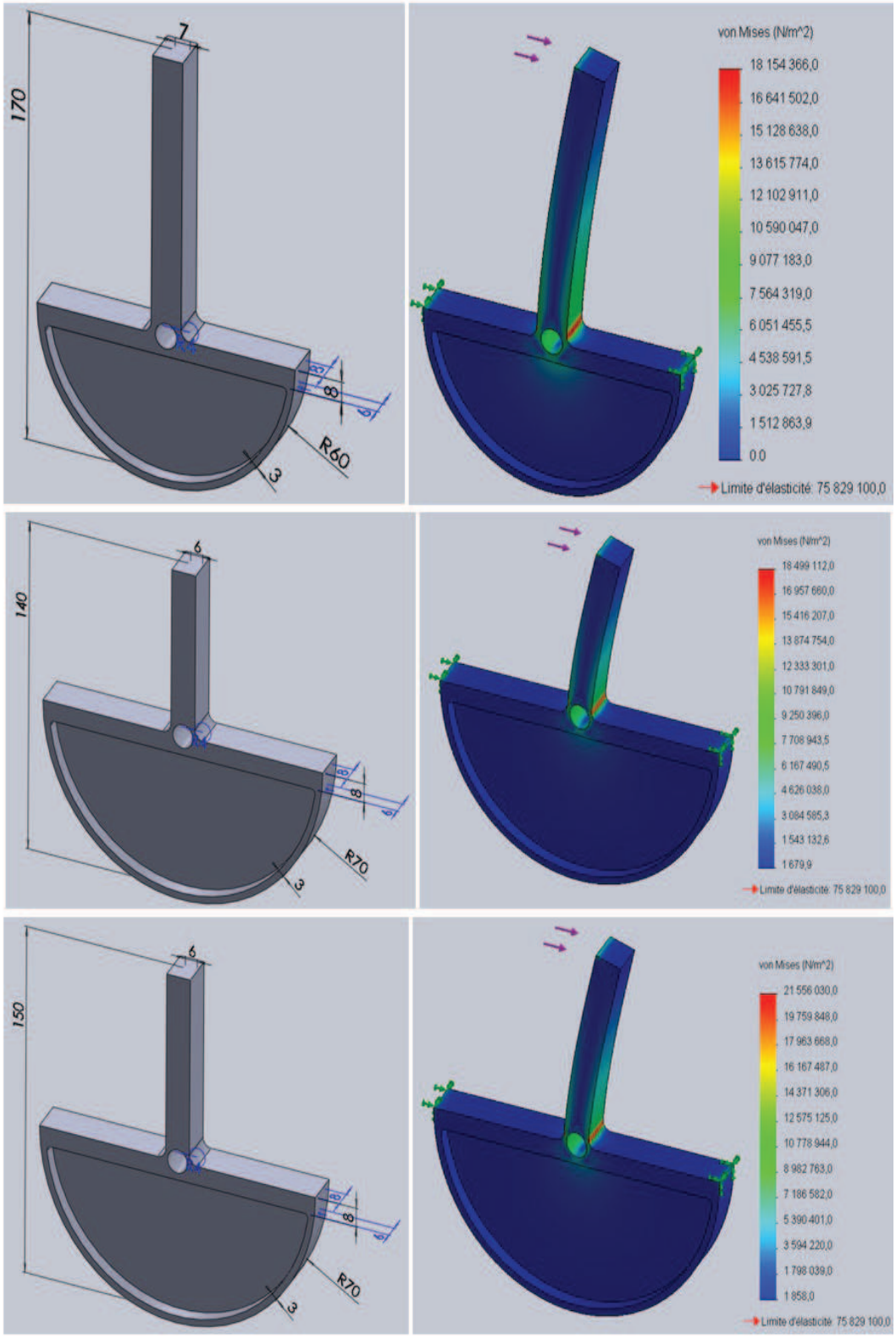

130
6
8
3
R40
von Mises (N/m^2)
24 576 908,0
22 529 146,0
20 481 386,0
18 433 624,0
16 385 862,0
14 338 101,0
12 290 340,0
10 242 578,0
8 194 817,0
6 147 055,5
4 099 294,3
2 051 532,9
3 771,5
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
140
7
8
3
R40
von Mises (N/m^2)
16 678 042,0
15 288 775,0
13 899 509,0
12 510 242,0
11 120 975,0
9 731 709,0
8 342 442,0
6 953 175,5
5 563 908,5
4 174 642,0
2 785 375,3
1 396 108,5
6 841,9
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
150
7
8
3
R40
von Mises (N/m^2)
18 224 554,0
16 706 435,0
15 188 317,0
13 670 198,0
12 152 079,0
10 633 961,0
9 115 842,0
7 597 723,5
6 079 605,0
4 561 486,0
3 043 367,5
1 525 248,9
7 130,2
Limite d'élasticité: 75 829 100,0

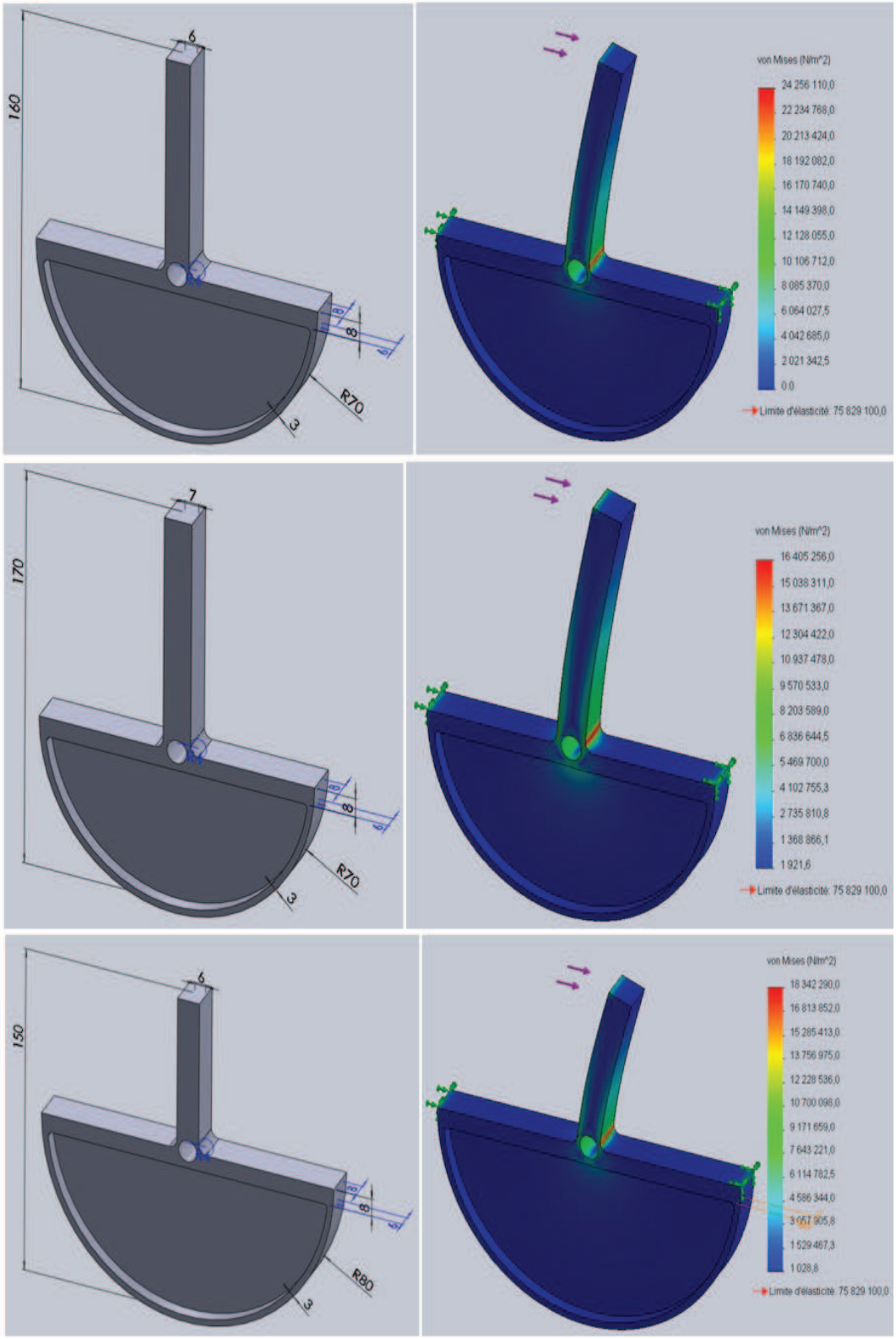

7
160
8
3
R40
von Mises (N/m^2)
20 083 810,0
18 410 980,0
16 738 152,0
15 065 323,0
13 392 494,0
11 719 665,0
10 046 836,0
8 374 006,5
6 701 177,5
5 028 348,5
3 355 519,3
1 682 690,1
9 861,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
7
170
8
3
R40
von Mises (N/m^2)
21 728 122,0
19 918 050,0
18 107 980,0
16 297 908,0
14 487 837,0
12 677 765,0
10 867 694,0
9 057 623,0
7 247 551,5
5 437 480,0
3 627 409,0
1 817 337,6
7 266,3
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
6
120
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
18 824 762,0
17 256 318,0
15 687 874,0
14 119 430,0
12 550 986,0
10 982 542,0
9 414 098,0
7 845 653,5
6 277 209,5
4 708 765,5
3 140 321,5
1 571 877,5
3 433,4
Limite d'élasticité: 75 829 100,0

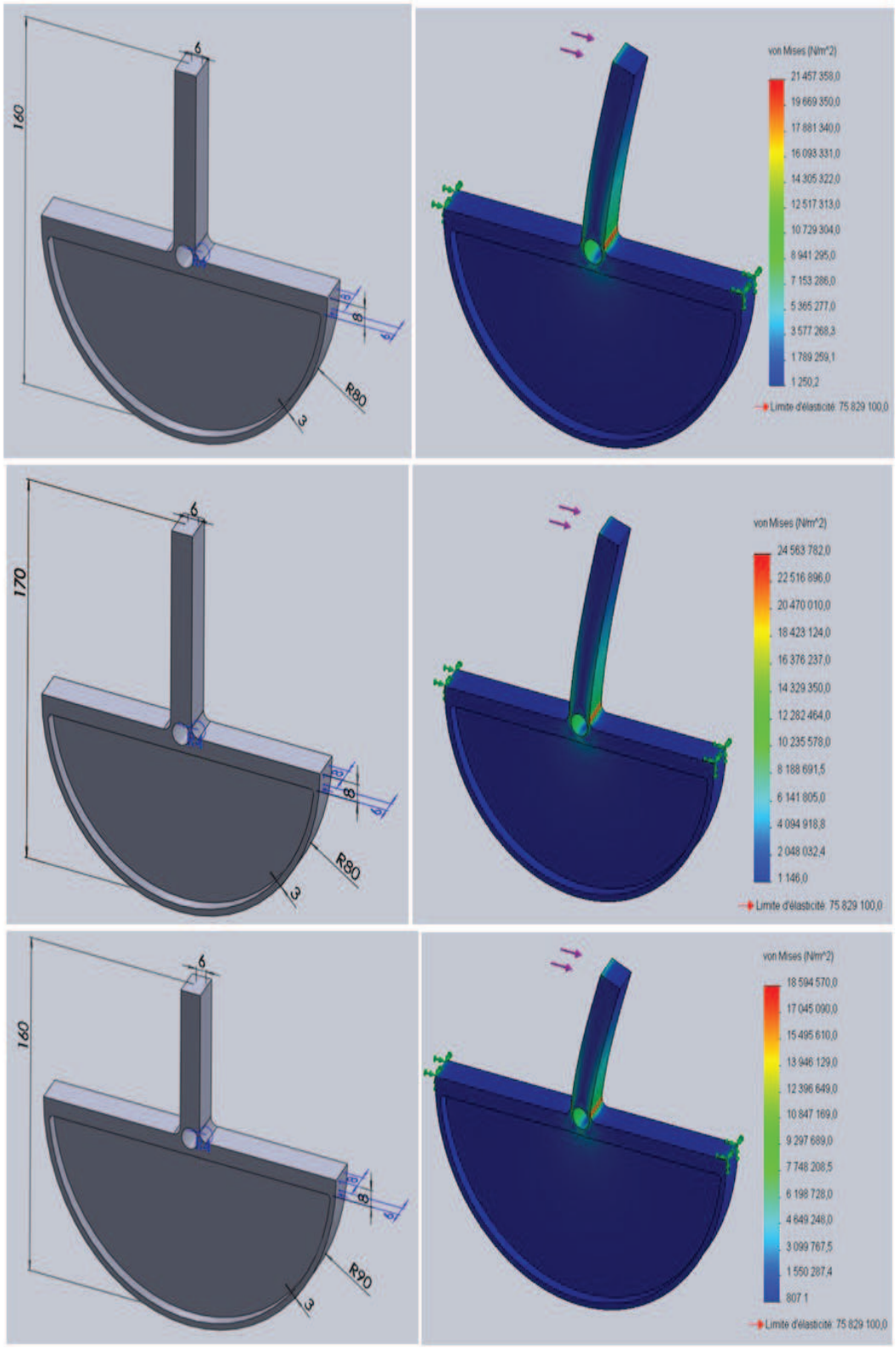

6
130
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
21 533 382,0
19 739 174,0
17 944 968,0
16 150 760,0
14 356 552,0
12 562 345,0
10 768 137,0
8 973 930,0
7 179 722,5
5 385 515,0
3 591 307,8
1 797 100,3
2 892,9
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
6
140
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
24 828 168,0
22 759 504,0
20 690 838,0
18 622 174,0
16 553 509,0
14 484 845,0
12 416 180,0
10 347 515,0
8 278 850,5
6 210 186,0
4 141 521,3
2 072 856,6
4 192,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
7
150
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
16 439 596,0
15 069 943,0
13 700 291,0
12 330 638,0
10 960 986,0
9 591 333,0
8 221 680,5
6 852 028,0
5 482 375,0
4 112 722,5
2 743 070,0
1 373 417,4
3 764,8
Limite d'élasticité: 75 829 100,0

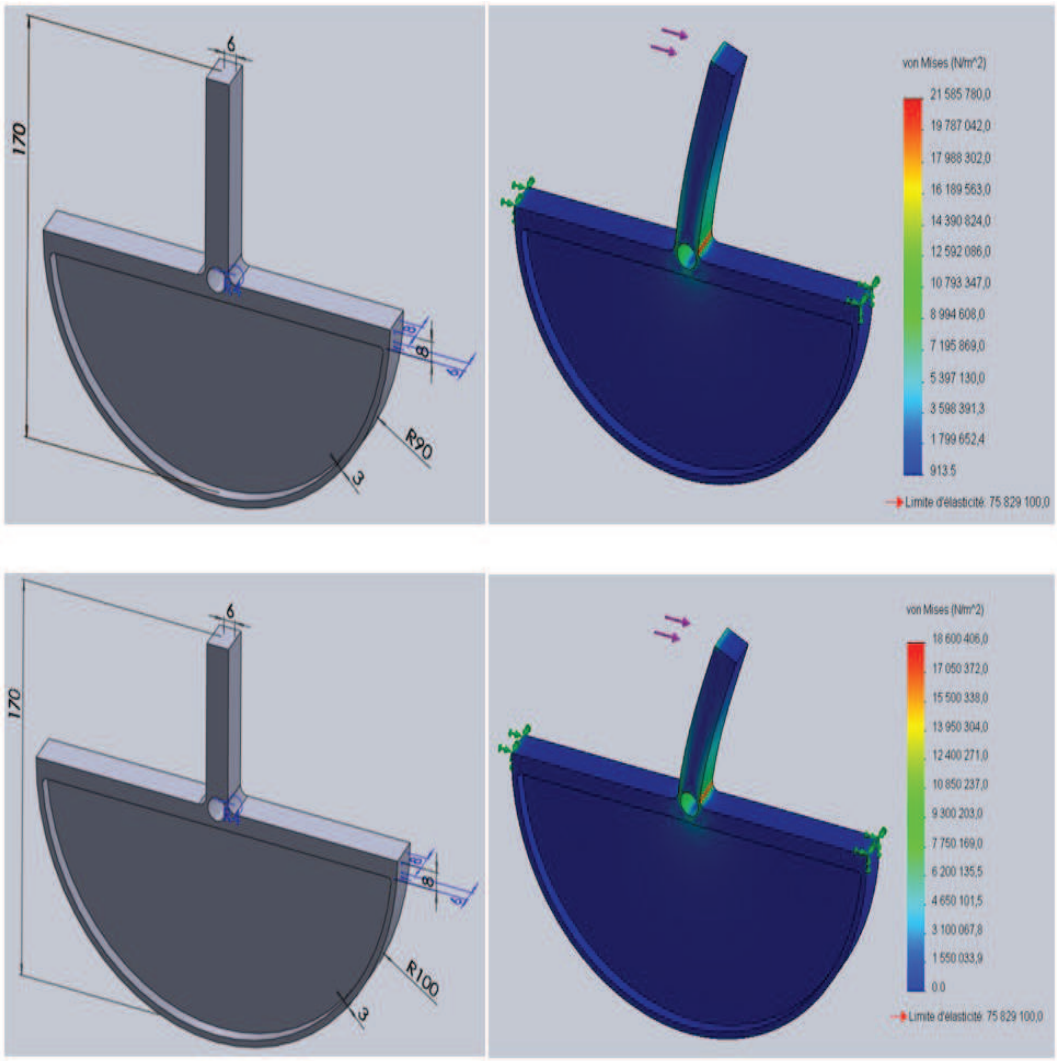

160
7
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
18 441 514,0
16 904 940,0
15 368 365,0
13 831 791,0
12 295 217,0
10 758 642,0
9 222 068,0
7 685 494,0
6 148 919,5
4 612 345,0
3 075 771,0
1 539 196,6
2 622,3
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
170
7
8
3
R50
von Mises (N/m^2)
19 853 054,0
18 199 082,0
16 545 108,0
14 891 135,0
13 237 163,0
11 583 190,0
9 929 217,0
8 275 244,0
6 621 271,0
4 967 298,5
3 313 325,5
1 659 352,8
5 379,9
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
130
6
8
3
R60
von Mises (N/m^2)
18 588 852,0
17 039 964,0
15 491 076,0
13 942 188,0
12 393 301,0
10 844 413,0
9 295 525,0
7 746 637,0
6 197 749,0
4 648 861,0
3 099 973,3
1 551 085,4
2 197,6
Limite d'élasticité: 75 829 100,0


140
6
8
3
R60
von Mises (N/m^2)
21 386 100,0
19 604 124,0
17 822 150,0
16 040 174,0
14 258 199,0
12 476 223,0
10 694 248,0
8 912 273,0
7 130 297,5
5 348 322,0
3 566 346,8
1 784 371,5
2 396,2
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
150
6
8
3
R60
von Mises (N/m^2)
24 540 088,0
22 495 312,0
20 450 534,0
18 405 758,0
16 360 982,0
14 316 205,0
12 271 429,0
10 226 652,0
8 181 875,5
6 137 099,0
4 092 322,5
2 047 545,9
2 769,4
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
160
7
8
3
R60
von Mises (N/m^2)
16 357 988,0
14 995 070,0
13 632 153,0
12 269 235,0
10 906 317,0
9 543 400,0
8 180 482,0
6 817 564,5
5 454 647,0
4 091 729,3
2 728 811,8
1 365 894,0
2 976,4
Limite d'élasticité: 75 829 100,0


170
7
8
6
3
R60
von Mises (N/m^2)
18 154 366,0
16 641 502,0
15 128 638,0
13 615 774,0
12 102 911,0
10 590 047,0
9 077 183,0
7 564 319,0
6 051 455,5
4 538 591,5
3 025 727,8
1 512 863,9
0,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
140
6
8
6
3
R70
von Mises (N/m^2)
18 499 112,0
16 957 660,0
15 416 207,0
13 874 754,0
12 333 301,0
10 791 849,0
9 250 396,0
7 708 943,5
6 167 490,5
4 626 038,0
3 084 585,3
1 543 132,6
1 679,9
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
150
6
8
6
3
R70
von Mises (N/m^2)
21 556 030,0
19 759 848,0
17 963 668,0
16 167 487,0
14 371 306,0
12 575 125,0
10 778 944,0
8 982 763,0
7 186 582,0
5 390 401,0
3 594 220,0
1 798 039,0
1 858,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0


160
6
8
3
R70
von Mises (N/m^2)
24 256 110,0
22 234 768,0
20 213 424,0
18 192 082,0
16 170 740,0
14 149 398,0
12 128 055,0
10 106 712,0
8 085 370,0
6 064 027,5
4 042 685,0
2 021 342,5
0,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
170
7
8
3
R70
von Mises (N/m^2)
16 405 256,0
15 038 311,0
13 671 367,0
12 304 422,0
10 937 478,0
9 570 533,0
8 203 589,0
6 836 644,5
5 469 700,0
4 102 755,3
2 735 810,8
1 368 866,1
1 921,6
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
150
6
8
3
R80
von Mises (N/m^2)
18 342 290,0
16 813 852,0
15 285 413,0
13 756 975,0
12 228 536,0
10 700 098,0
9 171 659,0
7 643 221,0
6 114 782,5
4 586 344,0
3 057 905,8
1 529 467,3
1 028,8
Limite d'élasticité: 75 829 100,0


160
6
8
3
R80
von Mises (N/m^2)
21 457 358,0
19 669 350,0
17 881 340,0
16 093 331,0
14 305 322,0
12 517 313,0
10 729 304,0
8 941 295,0
7 153 286,0
5 365 277,0
3 577 268,3
1 789 259,1
1 250,2
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
170
6
8
3
R80
von Mises (N/m^2)
24 563 782,0
22 516 896,0
20 470 010,0
18 423 124,0
16 376 237,0
14 329 350,0
12 282 464,0
10 235 578,0
8 188 691,5
6 141 805,0
4 094 918,8
2 048 032,4
1 146,0
Limite d'élasticité: 75 829 100,0
160
6
8
3
R90
von Mises (N/m^2)
18 594 570,0
17 045 090,0
15 495 610,0
13 946 129,0
12 396 649,0
10 847 169,0
9 297 689,0
7 748 208,5
6 198 728,0
4 649 248,0
3 099 767,5
1 550 287,4
807,1
Limite d'élasticité: 75 829 100,0



B Algorithmes de conception optimale du dispositif

Algorithme 1.

Etape 1 : *Etablir une liste des moteurs avec ses spécifications* (T_m,J_m,b_m,r_m) *et une collection admissible des manipulateurs* (r_2,L,J_2) .

Etape 2 : *Calculer la valeur* α_i *correspondant avec le* $i^{ème}$ *moteur,* $i = 1..n$, n *est le nombre des moteurs dans la liste, où* $\alpha_i = \dfrac{T_{m,i}}{\sqrt{J_{1,i}}}$, $J_{1,i} = J_{m,i} + J_{en,i}$, $J_{en,i} = \frac{1}{2}\pi\rho l\left(r_{1,i}^4 - r_{m,i}^4\right)$, $r_{1,i} = r_{m,i} + e$.

Etape 3 : *Réorganiser les valeurs* α_i *dans l'ordre de la plus petite à la plus grande pour obtenir une nouvelle liste des moteurs :* $\alpha = \{\alpha_i | \, \alpha_i < \alpha_{i+1}, i = 1..n\}$

Etape 4 : *Pour chaque* i^{er} *moteur dans la nouvelle liste :*

Etape 4.1 : *Calculer la valeur* $\beta_{i,j}$ *correspondant avec le* j^{er} *manipulateur,* $j = 1..m$, m *est le nombre des manipulateurs dans la collection admissible, où* $\beta_{i,j} = \dfrac{\sqrt{J_{1,i}}}{r_{1,i}} \dfrac{r_{2,j}}{L_j}$.

Etape 4.2 : *Réorganiser les valeurs $\beta_{i,j}$ dans l'ordre de la plus petite à la plus grande :* $\beta_i = \{\beta_{i,j} | \, \beta_{i,j} < \beta_{i,j+1}, j = 1..m\}$.

Etape 4.3 : *Calculer les valeurs $\beta_{cd,i}$ correspondant avec la contrainte dynamique, où* $\beta_{cd,i} = \dfrac{F_{h\max}}{\alpha_i}$.

Etape 5 : $Opt_i = 0;\ i = n;\ M_{app,i}^{opt} = \inf;$

⋆ *While* $i > 0$ *and* $Opt_i = 0$

∘ $j = 1;\ s = 0;\ Opt_j = 0;\ M_{app,j}^{opt} = \inf;$

∘ *While* $j \leq m$ *and* $s = 0$

• *If* $\beta_{i,j} \geq \beta_{cd,i}$ *then*
$\beta_s = \beta_{i,j}$ *;* $s = LMIs()$ *;*
end If ;
• $\gamma_j = \frac{J_{2,j}}{L_j^2}; M_{app,j} = \beta_{i,j}^2 + \gamma_j$
• $M_{app,j}^{opt} = \min(M_{app,j},\, M_{app,j}^{opt})$
• *If* $M_{app,j}^{opt} \leq \beta_{i,j+1}^2$ *then*
$Opt_j = 1;$
end If ;
• $j = j + 1$ *;*
end While ;

∘ $M_{app,i}^{opt} = \min(M_{app,j}^{opt}, M_{app,i}^{opt})$
• *If* $M_{app,i}^{opt} \leq \beta_{cd,i+1}^2$ *then*
$Opt_i = 1$ *;*
end If ;

⋆ $i = i - 1$ *;*
end While ;

Etape 6 : *Déterminer :* $M_{app}^{opt} = M_{app,i}^{opt}$.

L'algorithme de la sous-fonction $s = LMIs()$ pour vérifier la condition de stabilité est présenté par les étapes suivantes :

Algorithme 2.

Etape 1 : *Initialisation* $B_{mv_range} = [B_{mv\min}, B_{mv\max}]$.

Etape 2 : *For* $k = 1..length(B_{mv_range})$

Etape 2.1 : $B_{mv} = B_{mv_range,k}$ *;*

Etape 2.2 : *Calculer la matrice augmentée* $A_{eq,aug}\,(\beta)$.

Etape 2.3 : *Calculer la faisabilité* $t_{\min,k}$ *de la condition de stabilité (3.24).*

end For ;

Etape 3 : *Vérifier la condition de stabilité (3.24)*

∘ *Si la condition de stabilité (3.24) est satisfaite pour toutes les valeurs de* $B_{mv} \in [B_{mv\min}, B_{mv\max}]$ *, i.e.* $t_{\min,k} < 0 \ \forall \ k = 1..length\,(B_{mv_range})$ *; donc* $s = 1$.

∘ *Si la condition de stabilité (3.24) n'est pas satisfaite pour une valeur quelconque de* $B_{mv} \in [B_{mv\min}, B_{mv\max}]$ *, i.e.* $\exists k \in [1, length\,(B_{mv_range})] : t_{\min,k} \geq 0$ *; donc* $s = 0$.

C Détermination expérimentale de la raideur du câble de transmission

La raideur du câble de transmission est déterminée par des expérimentations comme montrées à la Figure C.1. Un bout du câble est fixé au point O, l'autre bout est libre et relié à des masses connues. Un comparateur est utilisé pour mesurer la variation de longueur Δl du câble.

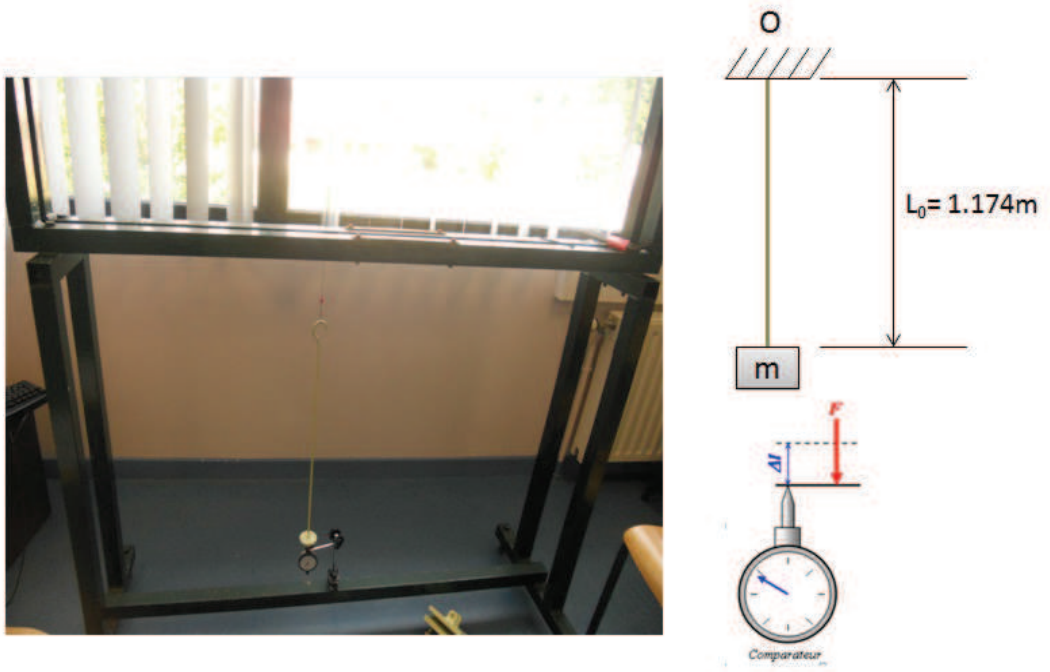


Figure C.1 – Illustration des expériences pour déterminer la raideur du câble.

En chargeant et déchargeant les différentes masses connues, et en mesurant les variations de longueur du câble correspondantes avec ces masses, on peut tracer la relation entre la force imposée et la variation de longueur du câble à la Figure C.2.

Il est apparaît que la relation entre la force imposée $F_{\max} \leq 40.7\,(\mathrm{N})$ et la variation de longueur du câble est presque linéaire. Une estimation linéaire donne un coefficient proportionnel $k_0 = 2757.6$ correspondant avec la longe initiale $L_0 = 1.174\,(m)$ du câble. La raideur k_{c0} du câble est donc :

$$k_{c0} = \frac{k_0}{L_0} = \frac{2757.6}{1.174} \approx 2350\,(\mathrm{N/m}) \tag{C.1}$$

A partir du modèle mécanique équivalent à la Figure C.3, une estimation de la raideur du ressort équivalent est déterminée par la suivante :

$$k_c = 2k_{c0} = 2 \times 2350 = 4700\,(\mathrm{N/m}) \tag{C.2}$$

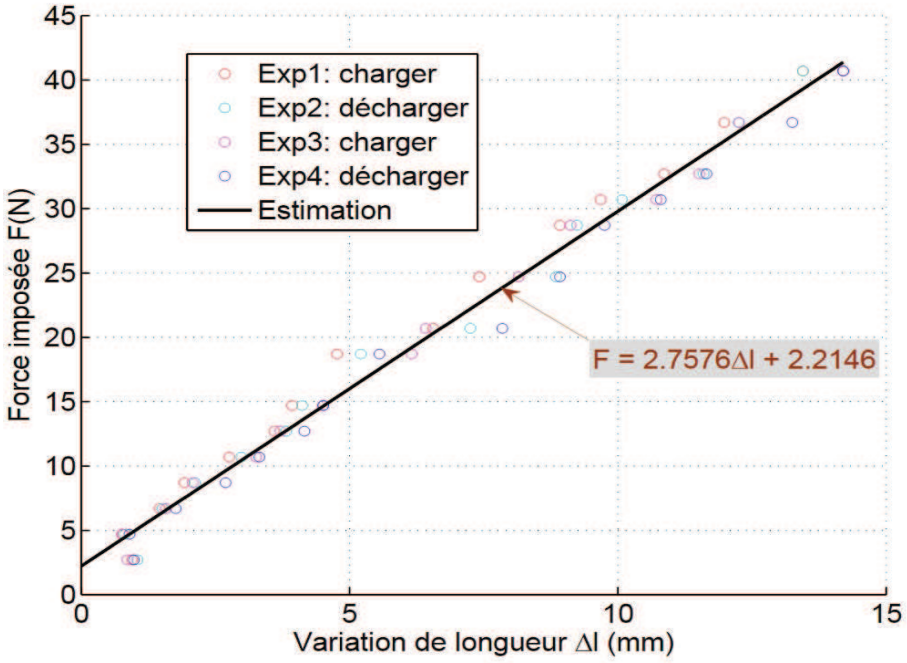


Figure C.2 – Résultat expérimental : relation entre force imposée et variation de longueur du câble.

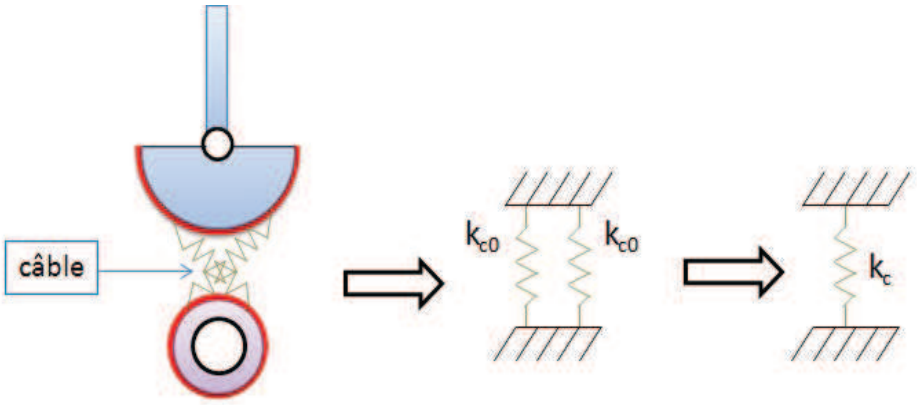


Figure C.3 – Modèle mécanique équivalent pour l'estimation de la raideur du câble de transmission.

D Algorithme de reconstruction du domaine admissible

Algorithme 3.

Etape 1 : *Effectuer la transformation prise en compte de l'effet du BOZ pour obtenir la représentation d'état en temps discret (4.2) du système haptique.*

Etape 2 : *Correspondant avec chaque valeur de l'amortissement de commande* B_{mv}

Etape 2.1 : *Initialiser la valeur initiale* $K_{mv} = K_{mv}^{ini}$ *de la raideur de commande* $(\text{e.g.} K_{mv}^{ini} = 0)$.

Etape 2.2 : *Réaliser la matrice de gain sous la forme structurée*

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} K_{mv} & B_{mv} & \mathbf{0}_{1\times(n-2)} \end{bmatrix}$$

Etape 2.3 : *Vérifier la faisabilité de la condition de stabilité (4.15) :*

– *Si la condition de stabilité (4.15) est satisfaite, donc, augmenter la valeur de la raideur de commande :* $K_{mv} = K_{mv}^{pre} + \Delta K_{mv}$ *(*K_{mv}^{pre} *est la valeur de la raideur de commande dans l'étape antérieure), et puis retourner à l'Etape 2.2.*
– *Si la condition de stabilité (4.15) n'est pas satisfaite, donc déterminer la valeur critique de la raideur de commande :* $K_{mv}^{cri} = K_{mv}^{pre}$.

Etape 3 : *A partir d'un ensemble de données* $B_{mv} - K_{mv}^{cri}$*, le domaine admissible pour choisir deux paramètres* K_{mv} *et* B_{mv} *est tracé dans le plan* $B_{mv} - K_{mv}$.

E Brochage NI PCI-6602, NI PCI-6733



Figure 2. NI 6602/6608 Pinout

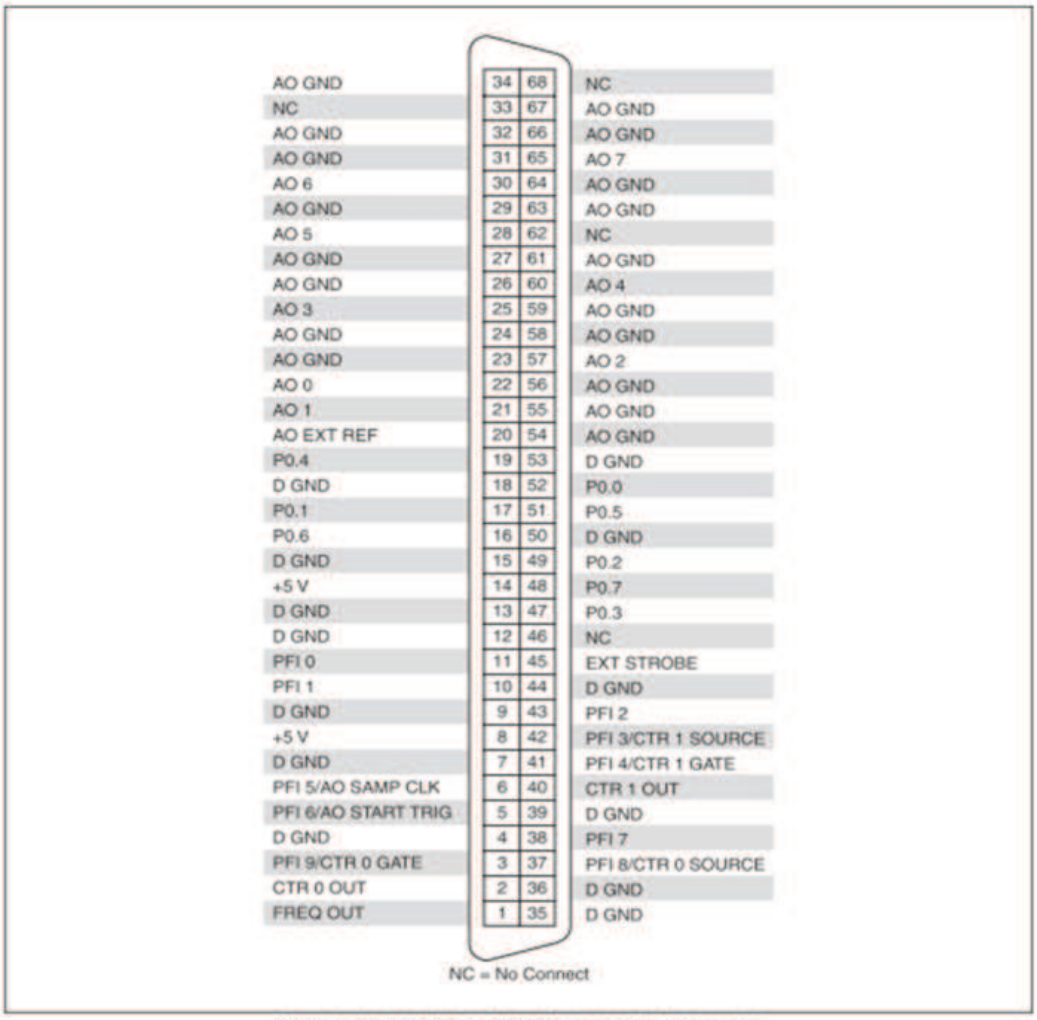
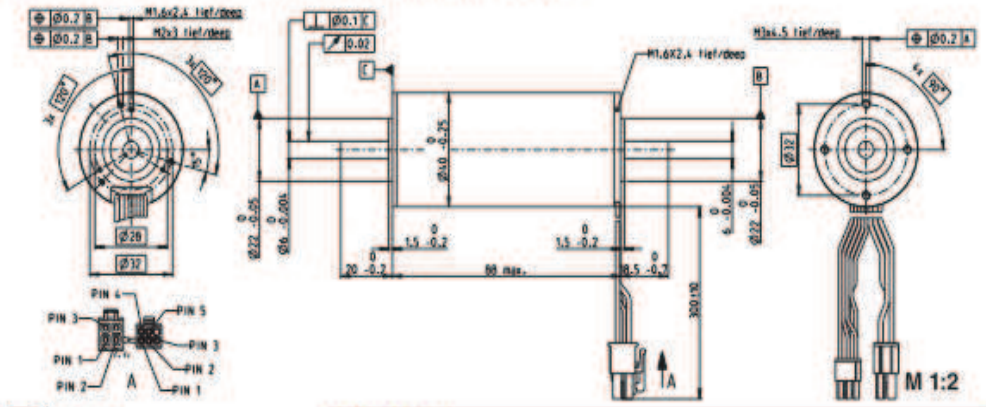


Figure 4. NI 6733 68-Pin AO I/O Connector Pin Assignments

F Spécifications du moteur MAXON EC-max (283871)

EC-max 40 ∅40 mm, brushless, 120 Watt



maxon EC-max

Stock program
Standard program
Special program (on request)

Order Number

Motor Data					
Values at nominal voltage					
1 Nominal voltage	V	48	48	48	48
2 No load speed	rpm	10100	7240	4720	3610
3 No load current	mA	310	188	104	72.8
4 Nominal speed	rpm	9260	6290	3770	2670
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	167	184	202	211
6 Nominal current (max. continuous current)	A	4	3.08	2.18	1.73
7 Stall torque	mNm	2090	1490	1050	838
8 Starting current	A	46.7	23.7	10.9	6.68
9 Max. efficiency	%	85	83	82	80
Characteristics					
10 Terminal resistance phase to phase	Ω	1.03	2.02	4.4	7.19
11 Terminal inductance phase to phase	mH	0.204	0.4	0.937	1.6
12 Torque constant	mNm / A	44.8	62.8	96.1	126
13 Speed constant	rpm / V	213	152	99.4	76.1
14 Speed / torque gradient	rpm / mNm	4.89	4.9	4.56	4.36
15 Mechanical time constant	ms	5.17	5.19	4.81	4.61
16 Rotor inertia	gcm²	101	101	101	101

Specifications

Thermal data		
17 Thermal resistance housing-ambient		3.45 K / W
18 Thermal resistance winding-housing		0.29 K / W
19 Thermal time constant winding		3.86 s
20 Thermal time constant motor		1120 s
21 Ambient temperature		-40 ... +100°C
22 Max. permissible winding temperature		+155°C
Mechanical data (preloaded ball bearings)		
23 Max. permissible speed		12000 rpm
24 Axial play at axial load	< 10.0 N	0 mm
	> 10.0 N	0.14 mm
25 Radial play		preloaded
26 Max. axial load (dynamic)		9 N
27 Max. force for press fits (static)		211 N
(static, shaft supported)		5000 N
28 Max. radial loading, 5 mm from flange		80 N
Other specifications		
29 Number of pole pairs		1
30 Number of phases		3
31 Weight of motor		720 g

Values listed in the table are nominal.

Connection motor (Cable AWG 20)

red	Motor winding 1	Pin 1
black	Motor winding 2	Pin 2
white	Motor winding 3	Pin 3
	N.C.	Pin 4

Connector	Article number
Molex	39-01-2040

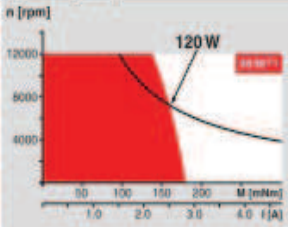
Connection Sensors (Cable AWG 26)

yellow	Hall sensor 1	Pin 1
brown	Hall sensor 2	Pin 2
grey	Hall sensor 3	Pin 3
blue	GND	Pin 4
green	V_{Hall} 3 ... 24 VDC	Pin 5
	N.C.	Pin 6

Connector	Article number
Molex	430-25-0600

Wiring diagram for Hall sensors see p. 27

Operating Range



Comments

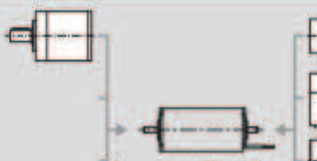
Continuous operation
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.
= Thermal limit.

Short term operation
The motor may be briefly overloaded (recurring).

Assigned power rating

maxon Modular System Overview on page 16 - 21

Planetary Gearhead
Ø62 mm
4 - 30 Nm
Page 241



Encoder MR
256 - 1024 CPT,
3 channels
Page 263

Encoder HEDL 5540
500 CPT,
3 channels
Page 269

Brake AB 28
24 VDC
0.4 Nm
Page 317

Recommended Electronics:

DECS 50/5	Page 289
DEC 50/5	291
DEC Module 50/5	291
DECV 50/5	297
DEC 70/10	297
DES 50/5	298
DES 70/10	298
EPOS2 50/5	305
EPOS2 70/10	305
Notes	20

G Spécifications des encodeurs

Codeur incrémental

Axe sortant - Bride standard ou bride synchro
Résolution 6000...80000 impulsions

G0355, G0356

Points forts

- **Haute résolution**
- **Résolution jusqu'à 80 000 impulsions**
- **Vitesse de rotation jusqu'à 10000 t/mn**
- **Format compact**
- **Haute tenue aux chocs et vibration**
- **Pour un positionnement de haute précision**
- **Nombreux accessoires de fixation**



G0355 avec bride standard

Caractéristiques électriques

Plage d'alimentation	5 VDC ±10 % 4,75...30 VDC
Protection contre les courts-circuits	Oui (4.75...30 VDC)
Consommation à vide	≤30 mA (24 VDC) ≤60 mA (5 VDC)
Résolution (imp. par tour)	6000...80000
Signal de référence	Top zéro, largeur 90°
Fréq. de commutation	≤300 kHz
Signaux de sortie	A, B, 0 + compléments
Etage de sortie	Emetteur de ligne RS422 Totem pôle, NPN et PNP
Choc	DIN EN 61000-6-2
Emission	DIN EN 61000-6-4
Conformité	Certification UL / E63076

Caractéristiques mécaniques

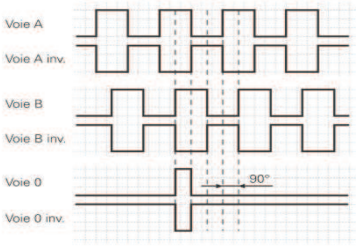
Boîtier	ø58 mm
Protection	IP 54 sans joint IP 65 avec joint d'étanchéité
Vitesse de rotation	≤10000 t/mn
Couple	≤0.015 Nm IP 54 ≤0.03 Nm IP 65
Moment d'inertie	20 gcm²
Charge	≤20 N axial ≤40 N radial
Matière	Boîtier : aluminium Bride : aluminium
Température d'utilisation	-25...+100 °C (5 VDC) -25...+85 °C (24 VDC)
Humidité relative	95% sans condensation
Résistance	DIN EN 60068-2-6 Vibration 10 g, 16-2000 Hz DIN EN 60068-2-27 Choc 200 g, 6 ms
Poids	250 g
Raccordement	Embase mâle ou sortie directe par câble

G0355	
Axe	ø10 mm
Bride	Bride standard
G0356	
Axe	ø6 mm
Bride	Bride synchro

G0355, G0356

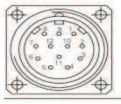
Diagramme des sorties

Pour une rotation en sens horaire et vue sur l'axe.



Raccordement

Borne	Câble	Désignation
1	rose	Voie B inv.
2	(bleu)	Retour +U alimentation
3	rouge	Voie 0
4	noir	Voie 0 inv.
5	brun	Voie A
6	vert	Voie A inv.
7	–	–
8	gris	Voie B
9	–	–
10	blanc/vert	0V alimentation
11	(blanc)	Retour 0V alimentation
12	brun/vert	+U alimentation



Remarque : les signaux Retour alimentation sont utilisés sur certaines cartes d'axes pour vérifier la présence codeur. Les fils de ces signaux ne sont pas reliés dans le connecteur des câbles que nous fournissons.

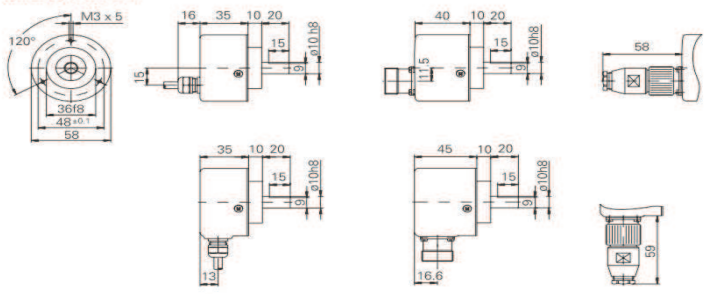
Niveaux électriques

Sorties	**Emetteur de ligne**
Niveau haut	>2,5 V (I = -20 mA)
Niveau bas	<0,5 V (I = 20 mA)
Charge max.	20 mA

Sorties	**Totem pôle**
Niveau haut	>U alim. -3 V (I = -20 mA)
Niveau bas	<0,5 V (I = 20 mA)
Charge max.	20 mA

Dimensions

G0355 bride standard



Codeur HEDL 5540 500 impulsions, 3 canaux, avec Line Driver RS 422

maxon sensor

Programme Stock
Programme Standard
Programme Spécial (sur demande)

Sens de rotation cw (définition cw p. 48)

Type				
Numéros de commande	110512	110514	110516	
Nombre de canaux	3	3	3	
Fréquence impulsionnelle max. (kHz)	100	100	100	
Vitesse max. (tr / min)	12000	12000	12000	
Diamètre de l'arbre (mm)	3	4	6	

Données techniques	
Tension d'alimentation V_{CC}	5 V ± 10%
Signal de sortie	EIA Standard RS 422
Drives utilisée:	DS26LS31
Déphasage Φ	90° e ± 45° e
Temps de montée du signal (typique avec C_L = 25 pF, R_L = 2.7 KΩ, 25°C)	180 ns
Temps de descente du signal (typique avec C_L = 25 pF, R_L = 2.7 KΩ, 25°C)	40 ns
Largeur d'impulsion d'index	90° e
Plage de températures	-40 ... +100°C
Moment d'inertie du disque	≤ 0.6 gcm²
Tension d'alimentation	250 000 rad s⁻²
Courant par canal	min. -20 mA, max. 20 mA
Option	1000 impulsions, 2 canaux

Le signal d'index I est synchronisé avec le canal A ou B.

Connectique

1	N.C.
2	V_{CC}
3	GND
4	N.C.
5	Canal $\overline{A}$
6	Canal A
7	Canal $\overline{B}$
8	Canal B
9	Canal $\overline{I}$ (Index)
10	Canal I (Index)

Connecteur Berg 246770
câble plat AWG 28

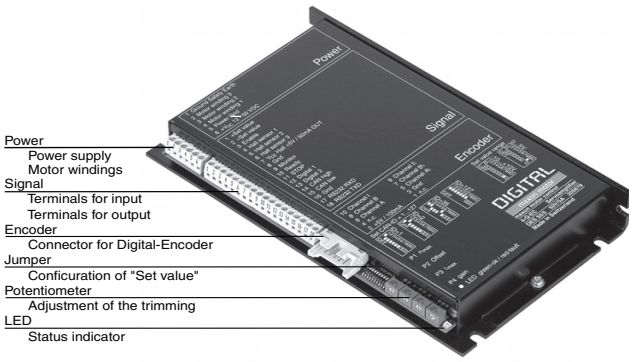
Exemple de connexion

Résistance terminale R = typique 120 Ω

H Spécifications du servoamplificateur 4-Q-EC DES 50/5

DIGITAL

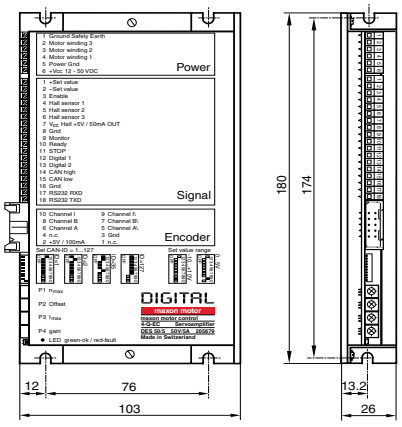
4-Q-EC Servoamplifier DES 50/5



Power
Power supply
Motor windings
Signal
Terminals for input
Terminals for output
Encoder
Connector for Digital-Encoder
Jumper
Confiuration of "Set value"
Potentiometer
Adjustment of the trimming
LED
Status indicator

Advantages	Features
● 4-Q operation	Controlled operation with acceleration and braking in both directions
● Excellent price / performance ratio	Modern digital servoamplifier with sinusoidal commutation (minimal torque ripple, low noise) for perfect speed controlled operation of brushless EC motors with Hall sensors and Digital Encoder with LineDriver
● Operating modes	Digital speed control, digital current control
● Digital	New generation of Digital Signal Processors (DSP) allow fast digital controllers. Achievable numerical specification of constant and reproductible parameters
● Easy start-up procedure	Easy connection, suitable for maxon EC motors Easy trimming with just a few potentiometers or, as an alternative configuration and commanding by serial interface (RS232 or CAN)
● Protection circuit	Protected against excess current / short circuit on the motor winding and excess voltage

Dimensions in [mm]



Electrical Data
- Supply voltage V_{CC} (Ripple < 5 %) 12 - 50 VDC
- Max. output voltage 0.9 x V_{CC}
- Max. output current I_{max} 15 A
- Continuous output current I_{cont} 5 A
- Switching frequency 50 kHz
- Max. efficiency 92 %
- Band width current controller 1 kHz
- Max. speed (motor with 2 poles) 25 000 rpm
- Built-in motor choke per phase 160 µH / 5 A

Inputs
- Set value configurable
  -10 ... +10 V (R_i = 80 kΩ)
  0 ... +5 V (R_i = 50 kΩ)
- Enable +2.4 ... +50 VDC (R_i = 22 kΩ)
- Digital 1 (Switch "Monitor n" / "Monitor I")
  +2.4 ... +50 VDC (R_i = 22 kΩ)
- Digital 2 (Switch speed- / current controller)
  +2.4 ... +50 VDC (R_i = 50 kΩ)
- STOP +2.4 ... +50 VDC (R_i = 22 kΩ)
- Encoder signals A, A\, B, B\, I, I\ max. 1 Mhz
  3 channel encoder is required
- Hall sensor signals H1, H2, H3

Outputs
- Monitor, configurable by DIP switch 9:
  -10 ... +10 VDC (R_o = 1 kΩ, f_g = 900 Hz)
  0 ... +5 VDC (R_o = 1 kΩ, f_g = 900 Hz)
- Status reading "READY";
  Open collector max. 30 VDC (I_L < 20 mA)

Voltage output
- Encoder supply voltage +5 VDC, max. 100 mA
- Hall sensors supply voltage
  +5 VDC, max. 50 mA

Interface
- RS232 RXD; TXD (max. 115 200 Bit / s)
- CAN high; low (max.1 Mbit / s)

Trim potentiometers
- n_{max} ● Offset ● I_{max} ● gain

LED indicator
- 2 colours, LED READY / ERROR
  green = READY, red = ERROR

Ambient temperature / humidity range
- Operation -10 ... +45°C
- Storage -40 ... +85°C
- No condensation 20 ... 80 %

Mechanical Data
- Weight approx. 410 g
- Fastening Flange for M4-screws

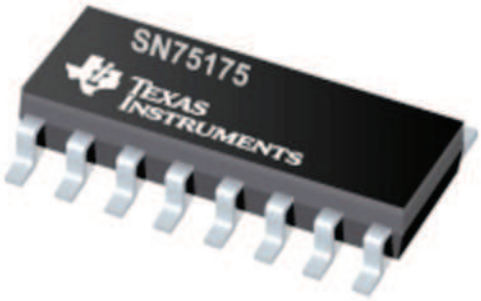
Connections
- **Power / Signal:**
  Power 6 poles / Signal 18 poles
  Pitch 3.5 mm
  Wire cross section AWG 26 - 16
  0.14 - 1 mm² multiple-standed wire or
  0.14 - 1.5 mm² single wire
- **Connection Encoder**
  Plug DIN41651 (10 poles)
  for Flat band cable, pitch 1.27 mm with AWG28

Order Numbers
DES 50/5	digital 4-Q-EC Servoamplifier
205679	in module housing

Accessories

223774	Encoder Adapter still DIN41651 on screw clamps
235811	Brake chopper

I Récepteur ligne différentiel quadruple SN75175

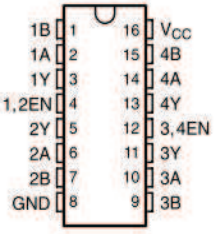


SN65175, SN75175
QUADRUPLE DIFFERENTIAL LINE RECEIVERS

SLLS145C – OCTOBER 1990 – REVISED NOVEMBER 2006

- **Meet or Exceed the Requirements of ANSI Standard EIA/TIA-422-B, RS-423-B, and RS-485**
- **Meet ITU Recommendations V.10, V.11, X.26, and X.27**
- **Designed for Multipoint Bus Transmission on Long Bus Lines in Noisy Environments**
- **3-State Outputs**
- **Common-Mode Input Voltage Range −12 V to 12 V**
- **Input Sensitivity . . . ±200 mV**
- **Input Hysteresis . . . 50 mV Typ**
- **High Input Impedance . . . 12 kΩ Min**
- **Operate From Single 5-V Supply**
- **Low-Power Requirements**
- **Plug-In Replacement for MC3486**

D OR N PACKAGE
(TOP VIEW)



description

The SN65175 and SN75175 are monolithic quadruple differential line receivers with 3-state outputs. They are designed to meet the requirements of ANSI Standards EIA/TIA-422-B, RS-423-B, and RS-485, and several ITU recommendations. These standards are for balanced multipoint bus transmission at rates up to 10 megabits per second. Each of the two pairs of receivers has a common active-high enable.

The receivers feature high input impedance, input hysteresis for increased noise immunity, and input sensitivity of ±200 mV over a common-mode input voltage range of ±12 V. The SN65175 and SN75175 are designed for optimum performance when used with the SN75172 or SN75174 quadruple differential line drivers.

The SN65175 is characterized for operation from −40°C to 85°C. The SN75175 is characterized for operation from 0°C to 70°C.

FUNCTION TABLE
(each receiver)

DIFFERENTIAL A – B	ENABLE	OUTPUT Y
$V_{ID} \geq 0.2$ V	H	H
-0.2 V $< V_{ID} < 0.2$ V	H	?
$V_{ID} \leq -0.2$ V	H	L
X	L	Z
Open circuit	H	?

H = high level, L = low level, ? = indeterminate,
X = irrelevant, Z = high impedance (off)