UNIVERSITÉ FRANÇOIS-RABELAIS DE TOURS

ÉCOLE DOCTORALE Énergie, Matériaux, Science de la Terre et de l'Univers

LABORATOIRE : Laboratoire: Inserm U930 "Imagerie et Cerveau", Equipe 5

THÈSE présentée par :

Fatima SBEITY

soutenue le : 19 décembre 2013

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université François-Rabelais de Tours**

Discipline/ Spécialité : Sciences de la Vie et de la Santé

Identification et modélisation de systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques:

Application à l'imagerie ultrasonore sous et ultra-harmonique

THÈSE DIRIGÉE PAR :

GIRAULT Jean-Marc	Maître de conférences, HDR	Université François Rabelais de Tours

CO-DIRECTEUR :

OUAHABI Abdeljalil	Professeur des Universités	Université François Rabelais de Tours

CO-ENCADRANT :

MÉNIGOT Sébastien	Enseignant-chercheur, ATER	Université Paris Ouest Nanterre La Défense

RAPPORTEURS :

SIMON Laurent	Professeur des Universités	Université du Maine, Le Mans
KOUAMÉ Denis	Professeur des Universités	Université Paul Sabatier, Toulouse III

JURY :

SIMON Laurent	Professeur des Universités	Université du Maine, Le Mans
KOUAMÉ Denis	Professeur des Universités	Université Paul Sabatier, Toulouse III
VRAY Didier	Professeur des Universités	INSA, Lyon
LE DUFF Alain	Enseignant-chercheur	ESEO, Angers
CHARARA Jamal*	Professeur des Universités	Université Libanaise, Hadath
OUAHABI Abdeljalil	Professeur des Universités	Université François Rabelais de Tours
MÉNIGOT Sébastien	Enseignant-chercheur, ATER	Université Paris Ouest Nanterre La Défense
GIRAULT Jean-Marc	Maître de conférences, HDR	Université François Rabelais de Tours

**président du jury*

. . . Et au-dessus de tout homme détenant la science il y a un savant [plus docte que lui].

Le Saint Coran, Sourate Youssouf, verset 76

À mon père Kassem SBEITY
À ma mère Jamila TARHINI
À mon frère Mohammad SBEITY

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Jean-Marc Girault, qui m'a offert la chance de poursuivre cette thèse. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a fait, pour son soutien, son encadrement, ses conseils, sa patience, et sa transmission de connaissances.

Je tiens à remercier également Laurent Simon et Dénis Kouamé pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, ainsi que tous les membres de jury qui ont pris le temps de juger ce travail de thèse.

Je remercie particulièrement Jamal Charara pour son suivi continuel pendant la durée de la thèse et pour avoir présidé mon jury de thèse. Je remercie également Alain le Duff et Didier Vray pour avoir examiné ce travail.

Je tiens aussi à remercier mon co-directeur de thèse Abdeljalil Ouahabi pour le temps qu'il a consacré pour la relecture de ma thèse et pour ses précieuses corrections.

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du groupe « Signal & Imagerie » de l'équipe 5 de l'unité INSERM U930 « Imagerie & Cerveau » avec le financement du Conseil National de la Recherche Scientifique au Liban (CNRSL), auxquels j'adresse mes profonds remerciements. Ce travail a été présenté en congrès grâce au soutien du laboratoire, mais aussi de la Société Française Acoustique (SFA).

Je ne peux que remercier mes collègues de bureau pour l'ambiance amicale pendant ces trois années. Un grand merci s'adresse tout d'abord à mon collègue et mon encadrant Sébastien Ménigot pour les discussions que nous avons eu ensemble, pour ton aide dans les différents étapes de ma thèse et pour tes conseils. Liviu Chira, merci pour ton aide et ton support surtout dans les moments difficiles. Amira Zaylaa, merci pour les moments que nous avons partagé ensemble. Iulian Voicu, merci pour ton support. Je vous souhaite tous une bonne continuation.

Je tiens aussi à remercier tous les membres de l'équipe 5 de l'unité INSERM U930 et les membres d'Altaïs pour la bonne ambiance au travail, et en particulier Stéphanie pour son sourire et son aide dans les tâches administratives.

Des petites tâches font parfois une différence, pour cela je remercie Vincent Jouan et Maroun Geryes pour les références bibliographiques qu'ils m'ont fourni.

Cette thèse et tout autre succès dans ma vie n'aurait jamais été possible sans la présence de ma famille : mon père, ma mère et mon frère. Vous m'avez motivé à travailler pour atteindre mon objectif. C'est votre image et votre souvenir qui m'ont accompagné toujours et qui m'ont permis d'arriver au sommet pour que vous soyez fiers de moi. Je reste toujours reconnaissante envers vous.

Merci aussi à ma grande famille, mes oncles, mes tantes, mes cousins, mes cousines et mes amis, en particulier, Abir Halawi, Fatima Tarhini et Zeinab Jaafar. Vous m'avez entouré avec votre attention et votre encouragement.

C'est loin de mon pays et de ma famille que j'ai poursuivi cette thèse, mais en France, j'ai retrouvé une deuxième famille : Rafic et Manal Jaber et toute votre famille. Je vous remercie pour l'ambiance familiale que vous m'avez offert. Je vous en suis très reconnaissante.

Les jours ne seront jamais éclairés sans la présence des amis à nos côtés : Zeinab Kataya, Mariam Atoui, Hiba Zbib et Nazir Jaber, avec vous, j'ai vécu cette expérience dès le début. Je vous remercie infiniment pour votre support continu et votre aide. Je vous souhaite le meilleur pour la suite.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à mes amis à Tours : Sokaina Hammoud, Douaa Farhat, Fatima El Zohbi, Azza Jammoul, Lucien Traboulsi, Thoulfekar Nasrallah et Mohammad Mostafa. Je vous souhaite le bonheur et le succès dans votre vie.

Merci, pour toute personne qui m'a aidé de près ou de loin à mener à bien cette thèse.

Résumé

L'amélioration du contraste des images échographiques occupe une place importante en imagerie ultrasonore médicale puisque la qualité des images impacte directement le diagnostic médical. Les imageries de contraste sous et ultra-harmoniques sont deux techniques permettant de produire des images à fort contraste. Le développement de techniques de filtrage, permettant de mieux extraire les composantes sous et ultra-harmoniques présentes dans les signaux renvoyés par les produits de contraste ultrasonore, a pour conséquence d'améliorer encore plus le contraste des images. Les modèles non linéaires dits « boîtes noires » du type Volterra, Hammerstein, et Wiener, sont souvent utilisés pour identifier et modéliser les systèmes non linéaires tels que les produits de contraste ultrasonore. Ces modèles, bien que très bien adaptés pour modéliser les composantes harmoniques entières, ne le sont plus en présence de sous et ultra-harmoniques. Dans les années 2000, une méthode permettant la modélisation de sous et ultra-harmoniques en utilisant un modèle de Volterra à plusieurs entrées (Muliple Input Single Output : MISO) a été développée. Pourtant, bien que cette méthode soit complètement originale dans le domaine considéré, les points clés qui la sous-tendent ne sont pas clairement identifiés. C'est en identifiant clairement les points clés de la méthode existante que nous pouvons la généraliser et proposer plusieurs nouveaux paradigmes pour la modélisation et l'extraction de sous et ultra-harmoniques. Nous proposons alors des alternatives beaucoup plus simples du type mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output: SISO). En modulant en fréquence l'entrée du système, nous avons pu ainsi identifier les réponses impulsionnelles des différents canaux du modèle de Hammerstein généralisé. À partir de ce cadre général, nous avons aussi proposé de nouvelles approches pour réduire la complexité du modèle de Volterra.

Mots clés : Extraction, Hammerstein, identification, modélisation, modèle NMA, MISO, SMISO, sous-harmoniques, réduction de la complexité, ultra-harmoniques, Volterra, imagerie sous-harmonique, imagerie ultra-harmonique

Abstract

Contrast enhancement of echographic images occupies an important place in medical ultrasound imaging, since the quality of images has a direct impact on medical diagnosis. Sub and ultra-harmonic contrast imaging are two imaging techniques that provide high contrast images. Developing filtering techniques, that allow better extraction of sub and ultra-harmonic components present in the echo backscattered by the ultrasound contrast agents, results in additional improvement of the contrast. Non linear models known as "black box" models, like Volterra model, Hammerstein model, and Wiener model are usually used to identify and model non linear systems such ultrasound contrast agents. Although these models are well suited to model integer harmonic components, they are not suitable in the presence of sub and ultra-harmonic components. In the 2000s, A method that allows the modeling of sub and ultra-harmonic components, using a multi inputs single output Volterra model (MISO) has been developed. Although this method was original in the considered domain, the key points underlying this method are not clearly identified. By clearly identifying the key points of the existing method, we can generalize it and propose new paradigms for modeling and extraction of sub and ultra-harmonics. We propose much simpler alternatives based on single input single output (SISO) models. By modulating the input frequency of the system, we can also identify the different impulse responses of the different channels of the generalized Hammerstein model. From this general framework, we also propose new approaches to reduce the complexity of Volterra model.

Keywords : Complexity reduction, extraction, Hammerstein, identification, MISO, NMA model, SMISO, sub-harmonics, ultra-harmonics, Volterra, sub-harmonic imaging , ultra-harmonic imaging.

Table des matières

Résumé **9**

Abstract **11**

Liste des tableaux **17**

Table des figures **25**

Liste des notations **27**

Introduction **31**

I État de l'art sur l'imagerie sous et ultra-harmonique, et identification et modélisation de systèmes non linéaires **35**

1 Imagerie ultrasonore de contraste **37**

1.1 Les produits de contraste ultrasonore 38

1.1.1 Interaction microbulle-ultrasons 38

1.1.2 Modélisation du comportement d'une microbulle 39

1.2 Techniques d'imagerie de contraste ultrasonore 41

1.2.1 Imagerie fondamentale 41

1.2.2 Imagerie du second harmonique 41
1.2.3 Imagerie superharmonique 42
1.2.4 Imagerie sous-harmonique 43
1.2.5 Imagerie ultra-harmonique 43

2 Identification et modélisation de systèmes non linéaires 47

2.1 Introduction 47
2.2 Modèle de Volterra 50
2.2.1 Modélisation 50
2.2.2 Méthodes d'identification du modèle Volterra 53
2.3 Le modèle de Hammerstein et les autres modèles schéma-bloc 55
2.3.1 Introduction 55
2.3.2 Modèle de Hammerstein généralisé 57
2.3.3 Méthodes d'identification du modèle de Hammerstein 57
2.4 Identification harmonique de systèmes non linéaires avec le modèle de Volterra et de Hammerstein généralisé 63
2.5 Modélisation non linéaire en imagerie ultrasonore de contraste 65
2.6 Modèle de simulation 68

3 Identification et modélisation de systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques 71

3.1 Génération de sous et ultra-harmoniques par les systèmes non linéaires 71
3.2 Problématique de la modélisation de sous et ultra-harmoniques 72
3.2.1 Modélisation de sous et ultra-harmoniques par un modèle MISO Volterra 74
3.2.2 Application en imagerie ultrasonore sous-harmonique 78

II Contributions à l'identification, la modélisation et l'extraction de sous et ultra-harmoniques 81

4 Modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle MISO Volterra 83

4.1 Cadre général du modèle MISO Volterra 84
4.2 Application en imagerie ultrasonore sous-harmonique 88
4.3 Conclusions 92

5 Modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle SISO NMA à entrée modifiée (SMISO NMA) 95

5.1 Première solution : SMISO 1 96
5.2 Deuxième solution : SMISO 2 98
5.3 Démonstration analytique de la méthode 99
5.4 Détermination du contenu fréquentiel à la sortie du modèle de Volterra excité avec des multi-signaux sinusoïdaux 100
5.5 Détermination du contenu fréquentiel à la sortie du modèle SMISO 2 Volterra 103
5.6 Application en imagerie ultrasonore sous harmonique 105
5.7 Conclusions 109

6 Extraction de sous et ultra-harmoniques 111

6.1 Principe des méthodes 111
6.1.1 Modélisation et extraction par modification de la fréquence de l'entrée 112
6.1.2 Modélisation et extraction par modification de la fréquence de sortie 114
6.2 Applications des méthodes 116
6.2.1 Application basée sur le modèle de Hammerstein généralisé . . 116
6.2.2 Application basée sur le modèle de Volterra 118
6.2.3 Comparaison entre les deux méthodes 121
6.2.4 Comparaison de deux méthodes avec un filtre RIF 125

6.3 Conclusions 126

7 Réduction de la complexité du modèle de Volterra par décomposition en sous-signaux 129

7.1 Description de la méthode 130

7.2 Applications 133

7.3 Réduction de l'ordre pour la modélisation de sous et ultra-harmoniques 140

7.4 Conclusions 142

8 Identification du modèle de Hammerstein généralisé en présence de sous et ultra-harmoniques par convolution non linéaire en utilisant des signaux chirps exponentiels 145

8.1 Principe de la méthode 146

8.2 Applications 147

8.3 Conclusions 150

Conclusion 153

Bibliographie 167

Annexes 171

A Décomposition d'un modèle MISO Volterra à 2 entrées en 2 modèles SISO Volterra 171

B Liste de publications 175

Liste des tableaux

2.1 Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle Volterra excité par un signal sinusoïdal mono fréquentiel de fréquence f_0 65

2.2 Les paramètres de la microbulle. 69

5.1 Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n)$. 104

5.2 Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n), N = 2$. 104

5.3 Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n), N = 3$. 104

7.1 Comparaison entre le modèle de Volterra standard et la méthode de décomposition en terme du nombre de noyaux N_P, du temps moyen de calcul Δt, et de l'$EQMR$ pour une mémoire $M = 13$. 139

Table des figures

1 Schéma de la chaîne d'imagerie ultrasonore. 31

1.1 Schéma de la chaîne d'imagerie ultrasonore de contraste. 38

1.2 Schéma de l'imagerie de seconde harmonique. 42

1.3 Schéma de principe de l'imagerie sous-harmonique. 44

2.1 Organigramme du processus d'identification de systèmes. 50

2.2 Schéma du modèle SISO (*single input single output*) Volterra. 51

2.3 Schéma du modèle de Hammerstein généralisé. 56

2.4 Organigramme de l'identification de systèmes non linéaires par convolution non linéaire. 59

2.5 Réponses impulsionnelles $g_p(t)$ résultant de la convolution non linéaire $y(t) * s_{inv}(t)$. 60

2.6 Résultats affichés par le modèle de simulation Bubblesim avec $f_0 = 4$ MHz. 69

3.1 Schéma du modèle en schéma bloc simple, en haut : modèle de Hammerstein simple en bas : modèle de Wiener simple. 72

3.2 Schéma du modele MISO Volterra. 75

3.3 Schéma du modele MISO Volterra. 76

3.4 Les signaux d'entrée et de sortie de l'oscillateur de Duffing-Holmes. . 77

3.5 Les 2 signaux d'entrée du système MISO. 77

3.6 Comparaison entre le signal de sortie de l'oscillateur de Duffing-Holmes $y(n)$(en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra, (bas) le modèle MISO Volterra. Ici $SNR = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 15$. 78

3.7 Les spectres correspondants aux différentes signaux représentés en figure 3.6. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 15$. 79

3.8 Schéma du modèle MISO Volterra avec décomposition du signal d'entrée et de la sortie appliquée en imagerie ultrasonore sous harmonique [Samakee et Phukpattaranont, 2012a]. 80

4.1 Schéma du modèle MISO Volterra. 84

4.2 Du bas vers le haut : le signal d'entrée x, les entrées modifiées x_1 et x_2, et le produit x_1x_2, (a) pour la base rectangulaire (base 1), (b) pour la nouvelle base (base 2). 87

4.3 Schéma du modèle MISO Volterra orthogonal. 88

4.4 Le signal d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiées $x_1(n)$ et $x_2(n)$ pour la microbulle. 89

4.5 Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé avec la méthode MISO1 (en noir)), et avec la méthode MISO2 (en vert) et le signal renvoyé par la microbulle en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB. 90

4.6 Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$(en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) : (haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra, (milieu) le modèle MISO Volterra avec la fonction de base rectangulaire, (bas) le modèle MISO Volterra avec la nouvelle fonction de base. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$. 91

4.7 Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure 4.6. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$. 92

5.1 Schéma du modèle SMISO 1 Volterra. 96

5.2 Schéma fonctionnel du diviseur de fréquence. 97

5.3 Schéma du modèle SMISO Volterra. 98

5.4 Signal initial d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiés $x_{mod_1}(n)$ de fréquence $\frac{f_0}{2}$ et $x_{mod}(n)$ ayant les fréquences f_0 et $\frac{f_0}{2}$. 100

5.5 Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode MISO 2 (en noir), et la méthode SMISO2 Volterra (en vert) et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB. 106

5.6 Le signal d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiée $x_{mod_1}(n)$ and $x_{mod}(n)$. 106

5.7 Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra standard,(milieu) le modèle MISO 2 Volterra,(bas) le modèle SMISO 2 Volterra. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$. . . 107

5.8 Les spectres correspondants aux différents signaux de la figure 5.7. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$. 108

5.9 (a) Comparaison entre le signal modélisé à l'aide du modèle SMISO 2 Volterra (en noir) et celui modélisé avec le modèle SMISO 1 (en vert).(b) Les spectres correspondants. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$. 109

6.1 Schéma de la méthode 1 : Modélisation par modification de la fréquence de l'entrée. 112

6.2 Schéma de la méthode 2 : Modélisation par modification de la fréquence de la sortie. 115

6.3 Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode 1 (en noir), et avec la méthode 2 (en vert)appliquées avec le modèle de Hammerstein généralisé et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB. 117

6.4 (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle de Hammerstein généralisé standard, (milieu) la méthode 1 appliquée, (bas) la méthode 2, appliquées chacune avec le modèle de Hammerstein généralisé.(b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB. 119

6.5 (a) Comparaison entre la différence entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ et le signal harmonique (en noir), et le signal sous et ultra-harmonique (en vert) :(haut) obtenu avec la méthode 1, (bas) obtenu avec la méthode 2 utilisant des modèles de Hammerstein généralisé. (b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (1). Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 30$. 120

6.6 Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode 1 (en noir), et avec la méthode 2 (en vert) appliquées avec le modèle de Volterra et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB. 121

6.7 (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle Volterra standard, (milieu) la méthode 1, (bas) la méthode 2, appliquées chacune en utilisant le modèle de Volterra.(b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB. 122

6.8 (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et le signal sous et ultra-harmonique (en vert) : (haut) obtenu avec la méthode 1 en utilisant le modèle de Volterra, (bas) obtenus avec la méthode 2 en utilisant le modèle de Volterra. (b) les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB. 123

6.9 Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$, en utilisant la méthode 1 avec le modèle de Hammerstein généralisé (en noir continu), et la méthode 2 avec le modèle de Hammerstein généralisé (en vert continu), et en utilisant la méthode 1 avec le modèle de Volterra (en noir discontinu) et la méthode 2 en utilisant le modèle de Volterra (en vert discontinu), et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB. 124

6.10 (a) en haut : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Hammerstein généralisé, et le signal filtre par le filtre RIF en vert, en bas : les spectres correspondants (b) Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$, et $M = 30$. 125

6.11 (a) en haut : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Volterra, signal filtré par le filtre RIF en vert, en bas : les spectres correspondants (b) à gauche : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Volterra. En bas : les spectres de deux signaux respectivement. Ici $RSB = \infty$ dB. 126

7.1 Schéma de la nouvelle méthode de décomposition du signal de sortie en sous-signaux. 131

7.2 Spectres de différentes signaux de la figure 7.1. 132

7.3 En haut : le signal renvoyé en sortie (en noir), et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 6$ et $M = 13$ (en vert). En bas, les spectres correspondants. 134

7.4 Variation de l'$EQMR$ entre le signal de sortie $y(n)$ et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant des modèles de Volterra d'ordre $P = 1$ (vert), d'ordre $P = 2$ (rouge), et d'ordre $P = 3$ (bleu), en fonction de la mémoire du modèle de Volterra. 135

7.5 En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 1$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 6 modèles Volterra d'ordre $P = 1$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert). . . . 136

7.6 Spectres de différentes signaux de la figure 7.5. 136

7.7 En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 2$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 3 modèles Volterra d'ordre $P = 2$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert). . . . 137

7.8 Spectres de différentes signaux de la figure 7.7. 138

7.9 En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 3$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 2 modèles Volterra d'ordre $P = 3$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert). . . . 138

7.10 Spectres de différentes signaux de la figure 7.9. 139

7.11 (a) Variation de l'*EQMR* en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ la méthode de décomposition et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle de Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB. 141

7.12 En haut : comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle (en noir) et le signal modélisé avec le modèle de Volterra standard d'ordre $p = 2$ et de mémoire $M = 13$ (en vert). En bas, comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle (en noir) et le signal modélisé avec la fusion de deux méthodes de réduction de complexité et de modélisation de sous et ultra-harmoniques (en vert)(méthode 2). $P = 2, M = 26$. 142

7.13 Spectres de différentes signaux de la figure 7.12. 143

8.1 (a) (en haut) Le signal chirp envoyé vers la microbulle, (en bas) le signal renvoyé par la microbulle. (b) les sonogrammes correspondants. 148

8.2 (a) à gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants. 149

8.3 (a) (en haut) le signal chirp envoyé vers la microbulle, (en bas) le signal renvoyé par la microbulle. (b) les sonogrammes correspondants. 150

8.4 (a) À gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants. 151

8.5 (a) À gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants. 152

Liste des notations

f_0	Fréquence d'émission
$r(t)$	Rayon instantané de la bulle
$\dot{r}(t)$	Vitesse instantanée de la bulle
$\ddot{r}(t)$	Accélération de la bulle
σ	Tension de surface
k	Coefficient polytropique du gaz
p_0	Pression ambiante
p_ν	Pression de vapeur
$p(t)$	Pression acoustique
c	Célérité du son dans le milieu
Pr	Pression acoustique renvoyée par la microbulle
r_0	Rayon d'une microbulle à l'équilibre
d_{Se}	Épaisseur de la coque de la microbulle
G_s	Module de cisaillement
η	Coefficient de viscosité de la coque de la microbulle
F	Fonction du système linéaire
u_1, u_2	Entrées du système linéaire
$\alpha, \beta, \beta_1, \beta_2, \gamma_l$	Constantes
t	Temps continu
x	Signal d'entrée
N	Ordre de la non linéarité du système
f_a, f_b	Fréquences d'entrée
f_0	Fréquence d'excitation

T_0	Période d'excitation
$\mathbb{N}$	Ensemble des nombres entiers
$\mathbb{Z}$	Ensemble des entiers relatives
y	Signal de sortie
$\hat{y}$	Signal modélisé
n	Temps discret
$Y_p[.]$	Opérateur du modèle de Volterra d'ordre p
h	Coefficients du modèle NMA (Volterra ou Hammerstein)
p, P	Ordre du modèle NMA (Volterra ou Hammerstein généralisé)
m, M	Mémoire du modèle NMA (Volterra ou Hammerstein généralisé)
n	Temps discret
N_P	Nombre total de noyaux du modèle de Volterra
$N_{P_{sym}}$	Nombre de noyaux symétriques du modèle de Volterra
C	Combinaison mathématique
$[\ldots]$	Matrice
$[\ldots]^T$	Transposée de la matrice
$[\ldots]^{-1}$	Inverse d'une matrice
$\mathbb{E}$	Espérance mathématique
$\|\|.\|\|_2$	Norme l_2
e	Erreur de modélisation
$\mathbf{y}$	Vecteur des sorties
$\mathbf{X}$	Matrice des entrées
$\mathbf{h}$	Vecteur des noyaux
$z_i(n)$	Sortie intermédiaire du modèle en schéma bloc
$\mathcal{F}$	Fonction du bloc non linéaire du modèle schéma bloc
$(*)$	Produit de convolution
L	Longueur du signal
A	Amplitude du signal d'excitation
w_0	Pulsation
g	Réponse impulsionnelle
H	Réponse fréquentielle

G	Fonction de transfert
$s(t)$	Signal chirp
$s_{inv}(t)$	Signal inverse du signal chirp
$S(f)$	Transformée de Fourier du signal chirp $s(t)$
$S_{inv}(f)$	Transformée de Fourier du signal chirp $s_{inv}(t)$
D	Matrice de linéarisation
$Round$	L'arrondi
ln	Logarithme népérien
R	Taux de l'augmentation exponentielle du chirp
T	Durée du signal chirp
$\hat{T}$	Durée approximative du signal chirp
$s_{SH}(t)$	Signal chirp sous-harmonique
$f_i(t)$	Fréquence instantanée
f_{1_c}	Fréquence de départ du signal chirp
f_{2_c}	Fréquence finale du signal chirp
$\dot{y}(t)$	Dérivée
$\ddot{y}(t)$	Dérivée seconde
Ψ	Base de fonctions orthogonales
$Rect(t)$	Fonction rectangulaire
$d_k(n)$	Signal de différence
$d_{k_{mod}}$	Signal de différence décalée en fréquence
$\hat{d}_{k_{mod}}(n)$	Signal de différence décalée en fréquence et modélisé
$\mathcal{H}[]$	Transformée de Hilbert
$\mathcal{G}$	Fonction de division de fréquence
$\delta(t)$	Fonction de Dirac
d	Signal de différence
f_e	Fréquence d'échantillonnage
T_e	Période d'échantillonnage
f_1, f_2	Fréquences du signal sinusoïdal multifréquentielle
$\|Y(k)\|^2$	Spectre de puissance du signal y
$\mathcal{R}$	Partie réelle

$x_{mod_1}, x_{mod}, x_{modifi}$	Entrée modifiée
Ω_+	Ensemble des fréquences positives
Δt	Temps moyen d'exécution
$\mathcal{G}$	Fonction de modification du signal d'entrée
$\mathbf{C}, \mathbf{S}$	Matrice de modification de fréquence
CTR	Contraste par rapport au tissu (contrast to tissue ratio)
NMA	Modèle non linéaire à moyenne mobile
NAR	Modèle non linéaire autorégressive
NARX	Modèle non linéaire autorégressive à entrée exogène
NARMA	Modèle non linéaire auto régressive à moyenne mobile
RIF	Filtre à réponse impulsionnelle finie
SISO	Modèle à une seule entrée et une seule sortie
MISO	Modèle à multiples entrées et une seule sortie
SMISO 1, SMISO 2	Modèle à une seule entrée modifiée et une seule sortie
SVD	Décomposition en valeurs singulières
LU	Décomposition LU
EQM	Erreur quadratique moyenne
$EQMR$	Erreur quadratique moyenne relative
TF	Transformée de Fourier
RSB	Rapport signal au bruit

Introduction

L'IMAGERIE ultrasonore est couramment utilisée en diagnostic médical et ceci depuis les années 1970. C'est parce que cette technique est non invasive et pas coûteuse, qu'elle est largement utilisée pour une grande variété d'examens médicaux. Son principe consiste à émettre une onde ultrasonore vers l'organe, ou le milieu à imager, et à recevoir l'écho renvoyé par le milieu [Wild et Neal, 1951, Szabo, 2004]. C'est à partir de l'écho reçu que l'image échographique est construite. Le principe de l'imagerie ultrasonore est représenté sur la figure 1.



FIGURE 1 – Schéma de la chaîne d'imagerie ultrasonore.

Initialement, en imagerie ultrasonore conventionnelle mode B, l'émission et la réception se font à la même fréquence f_0. Ainsi, l'image est reconstruite à partir du signal reçu à f_0.

Ensuite, plusieurs améliorations ont été apportées à l'imagerie ultrasonore, afin d'augmenter la qualité de l'image, et notamment le contraste. Dans ce cadre, l'introduction des produits de contraste ultrasonore a lancé la production d'une nouvelle génération d'échographes avec un meilleur contraste.

Les produits de contraste ultrasonore, constitués de microbulles gazeuses encapsulées dans des coques phospholipidiques, sont caractérisés par un comportement non linéaire suite à l'interaction avec une onde ultrasonore. La première manifestation de cette non linéarité est la génération d'harmoniques, c'ast à dire des fréquences

aux multiples entiers $(2f_0, 3f_0, \ldots)$ de la fréquence d'excitation sinusoïdale. Ainsi, la présence d'harmoniques dans les échos renvoyés par les microbulles et leur absence dans l'écho du tissu environnant, a permis de mieux différencier ces deux régions dans l'image. L'imagerie du second harmonique était née [Schrope et Newhouse, 1993]. Elle consiste donc à émettre une impulsion à la fréquence f_0 et à construire l'image à la seconde harmonique $2f_0$.

Pour construire l'image, la composante $2f_0$ peut être obtenue par l'application d'un filtre linéaire passe bande centré autour de $2f_0$. Or, pour un meilleur contraste, d'autres techniques de filtrage sont préférées. La modélisation non linéaire en utilisant les filtres non linéaires optimaux peut être choisie. Des études ont montré que l'utilisation du filtre optimal non linéaire de Volterra, a permis de construire des images dont le contraste est plus élevé que celui obtenu en utilisant le filtrage linéaire passe bande.

Ensuite, pour surmonter les limitations de l'imagerie du second harmonique, liées principalement à la possibilité de la génération de la seconde harmonique au niveau du tissu, de nouvelles techniques d'imagerie ultrasonore de contraste ont été développées. Ces techniques reposent aussi sur la non linéarité des microbulles. En fait, en plus de la génération d'harmoniques, d'autres composantes fréquentielles peuvent être générées suite à l'interaction entre la microbulle et l'onde ultrasonore. Des fréquences aux multiples non entiers de la fréquence d'excitation appelées les sous et les ultra-harmoniques peuvent aussi être observées dans l'écho de la microbulle, mais jamais dans celui du tissu. Ce phénomène a permis d'introduire deux nouvelles techniques d'imagerie : l'imagerie sous-harmonique et l'imagerie ultra-harmonique. Comme leurs noms l'annoncent, l'imagerie sous-harmonique consiste à émettre à f_0 et à construire l'image à la fréquence sous-harmonique $\frac{f_0}{2}$, alors que l'imagerie ultra-harmonique consiste à émettre à f_0 et à construire l'image aux composantes ultra-harmoniques $(\frac{3f_0}{2}, \frac{5f_0}{2}, \ldots)$.

La question importante qui se pose alors lorsqu'on parle de l'imagerie sous et ultra-harmonique est « comment peut-on récupérer les composantes sous et ultra-harmoniques d'une manière optimale pour construire une image échographique de meilleur contraste ? »

La recherche d'une réponse à cette question nous a orienté vers le filtrage optimal, comme dans le cas de l'imagerie du second harmonique où le filtre de Volterra a été utilisé. Or, la différence ici, dans le cas de l'imagerie sous et ultra-harmonique, est que

les filtres non linéaires optimaux ne sont pas tous adaptés aux composantes sous et ultra-harmoniques. En particulier, le filtre de Volterra, et les autres filtres NMA (non linéaires à moyenne mobile) ne le sont pas [Boyd *et al.*, 1984]. Ils sont incapables de modéliser les composantes sous et ultra-harmoniques présentes dans l'écho de la microbulle. Donc, ces filtres ne sont pas directement applicables en imagerie sous et ultra-harmonique.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à chercher des solutions possibles permettant de modéliser les sous et ultra-harmoniques en utilisant des filtres NMA (Volterra et Hammerstein généralise). Plusieurs méthodes sont développées et appliquées sur des signaux simulés renvoyés par des microbulles.

Ce manuscrit est composé de deux parties. La première partie, qui représente une étude bibliographique et un état de l'art, est formée de deux chapitres. Le premier chapitre présente l'imagerie ultrasonore de contraste et ses différentes techniques. Le deuxième chapitre présente des généralités sur les outils de l'identification et la modélisation non linéaire qui seront utilisées dans la thèse. La deuxième partie, formée des chapitres 4 à 8, décrit nos contributions et leurs applications.

Première partie

État de l'art sur l'imagerie sous et ultra-harmonique, et identification et modélisation de systèmes non linéaires

Chapitre 1

Imagerie ultrasonore de contraste

L'imagerie ultrasonore est une modalité d'imagerie non invasive utilisée pour le diagnostic médical. Elle consiste à transmettre une onde ultrasonore dans le milieu à imager et à recevoir l'écho renvoyé par le milieu [Wild et Neal, 1951]. Pour améliorer la qualité des images échographiques, une étape de post-traitement du signal reçu est introduite avant la construction de l'image [Szabo, 2004, Contreras Ortiz *et al.*, 2012].

Au cours des dernières décennies, des améliorations ont été apportées à l'imagerie ultrasonore. En particulier, l'utilisation des produits de contraste ultrasonore a constitué une révolution dans l'imagerie ultrasonore [Frinking *et al.*, 2000], en introduisant l'imagerie de perfusion du myocarde, du foie, et de tumeurs, par exemple. Les produits de contraste utilisés sont constitués de microbulles de gaz injectées dans le réseau vasculaire par voie intraveineuse. La nature de l'interaction entre les microbulles et les ultrasons peut être très variée selon les conditions d'utilisation des microbulles (taille, gaz,...) et de l'excitation ultrasonore (fréquence, pression,...). Les proporiétés spécifiques de l'onde renvoyée ont permis d'introduire de nouvelles techniques d'imagerie ultrasonore dites de contraste. Les nouvelles techniques associées contribuent à la production d'images échographiques à fort contraste, concourant à l'amélioration du diagnostic médical des pathologies vasculaires. Un schéma fonctionnel du système d'imagerie ultrasonore de contraste est représenté dans la figure 1.1.

Nous décrivons dans le reste de ce chapitre les caractéristiques des produits de contraste ultrasonore, leur interaction avec les ultrasons et les modèles décrivant leur dynamique. Ensuite nous présentons les différentes techniques de l'imagerie ultrasonore de contraste.

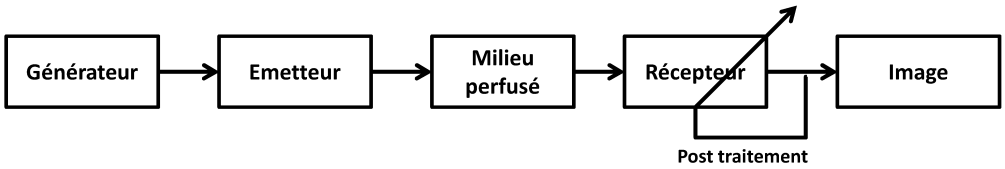


FIGURE 1.1 – Schéma de la chaîne d'imagerie ultrasonore de contraste.

1.1 Les produits de contraste ultrasonore

En 1968, Gramiak et Shah ont observé un rehaussement de l'écho renvoyé par le sang suite à l'injection de solutions comme le vert d'indocyamine, le sérum physiologique, ou le sérum alcalin dans le réseau vasculaire [Gramiak et Shah, 1968]. Ce rehaussement qui augmente le contraste de l'image est dû à la présence dans la solution injectée de bulles de gaz très échogènes en raison de leur densité et compressibilité très différentes de celles du sang. Un autre facteur contribuant au rehaussement de l'écho recueilli est dû à la nature résonante des bulles de gaz soumis à un faisceau ultrasonore.

Toutefois, l'utilisation de ces premiers produits de contraste a été limitée par leur durée de vie très courte (moins d'une seconde) et leur taille élevée empêchant leur passage à travers les capillaires pulmonaires. Pour contourner ce problème, durant deux décennies, des efforts ont été portés sur le développement d'agents de contraste plus stables et plus petits. Des microbulles composées de gaz lourd, ont alors été développées, pour diminuer leur vitesse de dissolution dans le sang et augmenter la durée de l'examen (quelques minutes). De plus la bulle de gaz es entourée par une enveloppe composée de protéines, de phospholipides, de surfactants ou de polymères, afin de la protéger. Notez enfin que les microbulles ont des diamètres allant de $0,5$ à 20 μm.

1.1.1 Interaction microbulle-ultrasons

Suite à une excitation ultrasonore, la réponse de la microbulle gazeuse est assujettie à deux phénomènes. Tout d'abord, sa grande impédance acoustique au regard de celle des tissus, provoque la réflexion de l'onde sur la surface de la microbulle. L'autre

phénomène est la résonance. En effet, sous l'effet d'une impulsion ultrasonore, lorsque la taille de la microbulle est plus petite que la longueur d'onde de l'onde ultrasonore, il se produit le phénomène de pulsation de volume. La microbulle se comprime dans le demi cycle positif de l'onde ultrasonore, et se dilate dans le demi cycle négatif. La microbulle se comporte alors comme un oscillateur harmonique amorti. Elle devient un système résonnant capable d'emmagasiner un maximum de l'énergie à la fréquence de résonance. Cette fréquence de résonance est reliée à la taille de la microbulle [Medwin, 1977].

La réponse de la microbulle dépend aussi de l'amplitude de la pression acoustique incidente. Pour de faibles amplitudes, la phase de compression de la microbulle est la même que celle durant la phase de dilatation. La microbulle oscille alors linéairement en fonction de la pression acoustique. Pour des amplitudes plus élevées, la compression est généralement retardée par rapport à la dilatation. L'oscillation de la microbulle est maintenant asymétrique et résulte en une réponse non linéaire [de Jong *et al.*, 1994]. L'écho renvoyé par la microbulle contient alors, en plus de la fréquence d'excitation, des composantes à des fréquences multiples entiers de la fréquence d'excitation, (les harmoniques). Si l'amplitude de l'onde ultrasonore augmente encore, il se produit la rupture des microbulles accompagnée par une augmentation de l'écho renvoyé pour un temps court.

1.1.2 Modélisation du comportement d'une microbulle

Des nombreuses études ont été menées pour développer des modèles analytiques décrivant le comportement d'une microbulle soumise à une excitation ultrasonore. Le travail fondateur est mené en 1917 par Lord Rayleigh qui a développé un modèle pour décrire le comportement oscillatoire d'une cavité sphérique dans un liquide incompressible, non visqueux [Rayleigh, 1917]. En 1949 Plesset modélisa la dynamique d'une bulle de vapeur soumise à une pression acoustique en prenant en considération la tension de surface au niveau de l'interface liquide/vapeur. Ensuite, Noltingk et Neppiras ont adapté l'équation du mouvement pour une bulle de gaz [Noltingk et Neppiras, 1950]. Par la suite, l'intégration de la viscosité du milieu

conduit à l'équation connue sous le nom de Rayleigh-Plesset [Lauterborn, 1976] :

$$\rho\left(r(t)\ddot{r}(t)+\frac{3}{2}\dot{r}(t)^2\right)=\left(p_0+\frac{2\sigma}{r_0}-p_\nu\right)\left(\frac{r_0}{r}(t)\right)^{3k_p}-\frac{4\mu\dot{r}(t)}{r(t)}-\frac{2\sigma}{r(t)}+p_v-p_0-p(t), \tag{1.1}$$

où ρ est la masse volumique du milieu, $r(t)$ est le rayon instantané de la bulle, $\dot{r}(t)$ est la vitesse instantanée de la bulle, $\ddot{r}(t)$ est l'accélération de la bulle, r_0 est le rayon initial de la bulle, σ est la tension de surface, k_p est le coefficient polytropique du gaz, μ est la viscosité, p_0 est la pression ambiante, $p_v(t)$ est la pression de vapeur et $p(t)$ est la pression acoustique.

Ensuite, cette équation a été améliorée par Keller et Miksis pour tenir compte de l'amortissement induit par le rayonnement de la bulle [Keller et Miksis, 1980]. L'équation améliorée connue sous le nom de l'équation de Keller-Miksis s'écrit sous la forme [Brenner *et al.*, 2002] :

$$\begin{aligned}&\rho\left[r(t)\ddot{r}(t)\left(1-\tfrac{\dot{r}(t)}{c}\right)+\tfrac{3}{2}\dot{r}(t)^2\left(1-\tfrac{\dot{r}(t)}{3c}\right)\right]=\\&\left(1+\tfrac{\dot{r}(t)}{c}+\tfrac{r(t)}{c}\tfrac{d}{dt}(p_v(t))\right)\left(p_0+\tfrac{2\sigma}{r_0}-p_v(t)\right)\left(\tfrac{r_0}{r(t)}\right)^{3k_p}-\tfrac{4\mu\dot{r}(t)}{r(t)}-\tfrac{2\sigma}{r(t)}+p_v(t)-p_0-p(t)\quad;\end{aligned} \tag{1.2}$$

avec c est la célérité de l'onde dans le milieu.

Ensuite, d'autres modèles ont été développés pour les microbulles encapsulées. En 1995 Church a proposé une version modifiée de l'équation de Rayleigh-Plesset, en introduisant les paramètres de viscoélasticité, et d'épaisseur de la paroi de la coque ainsi que le module de cisaillement dans l'équation de Rayleigh-Plesset [Church, 1995]. D'autres travaux ont été menés ensuite pour optimiser ces équations [Hoff, 2001]. En 2005 Maramattont et al. ont proposé un modèle pour de grandes oscillations [Marmottant *et al.*, 2005]. L'équation de la microbulle encapsulée s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\rho\left(r(t)\ddot{r}(t)+\tfrac{3}{2}\dot{r}(t)^2\right) &= \left[p_0+\tfrac{2\sigma(r_0)}{r_0}\right]\left(\tfrac{r(t)}{r_0}\right)^{-3k_p}\left(1-\tfrac{3k}{c}\dot{r(t)}\right)-p_0-\tfrac{2\sigma(r)(t)}{r(t)}\\&\quad-\tfrac{4\mu\dot{(r)}(t)}{r(t)}-\tfrac{4k_s\dot{r}(t)}{r(t)^2-p(t)},\end{aligned} \tag{1.3}$$

avec k_s la viscosité de l'enveloppe.

1.2 Techniques d'imagerie de contraste ultrasonore

Le comportement non linéaire des microbulles est caractérisé par la présence de nouvelles fréquences dans l'écho renvoyé par les microbulles lorsque des dernières sont excitées par des signaux ultrasonores sinusoïdaux. Les valeurs des fréquences générées sont fonctions de la fréquence de l'excitation ultrasonore, de la pression acoustique et des paramètres des microbulles. Selon les fréquences générées par les microbulles, plusieurs techniques d'imagerie ont été développées. Ces techniques peuvent être regroupées en deux catégories, selon le nombre d'impulsions utilisées à l'émission. On distingue les techniques mono-impulsionnelle et multi-impulsionnelle. Dans cette section, nous allons détailler les techniques mono-impulsionnelle qui seront utilisées dans cette thèse.

1.2.1 Imagerie fondamentale

Avant de considérer la non linéarité des microbulles en imagerie conventionnelle mode B, rappelons que ces dernières, lorsqu'elles sont soumises à une émission à f_0 renvoient un écho à f_0. De ce fait, la forte capacité des microbulles à diffuser les ultrasons à la fréquence d'excitation a permis une amélioration de l'échogénicité des tissus perfusés. Cependant, cette technique présente des limitations liées à la présence des tissus fortement échogènes (ex. myocarde), ce qui réduit la détection des microbulles. De plus, la détection des microbulles est aussi limitée dans l'imagerie de petits vaisseaux où la concentration des microbulles est faible [de Jong *et al.*, 2000].

1.2.2 Imagerie du second harmonique

L'imagerie du second harmonique est l'une des premières techniques développées pour l'imagerie de contraste [Schrope et Newhouse, 1993]. Elle repose sur le principe que les tissus ont un comportement *a priori* linéaire en présence des ultrasons. Ils réflechissent l'onde ultrasonore à la même fréquence que l'excitation. Par contre, les microbulles qui vibrent d'une manière non linéaire réfléchissent l'onde ultrasonore à des multiples entiers de la fréquence d'excitation. L'écho renvoyé par les microbulles contient alors, en plus de la fréquence d'excitation (fréquence fondamentale), les harmoniques $(2f_0, 3f_0, \ldots)$. Cette propriété est utilisée pour mieux différencier les vaisseaux perfusés du tissu environnant. L'imagerie du second harmonique (ou

harmonique standard) consiste à émettre une onde ultrasonore à la fréquence f_0 et à recevoir l'écho à la seconde harmonique $2f_0$ en utilisant des filtres passe-bandes centrés autour de $2f_0$ (figure 1.2). L'imagerie du second harmonique a permis d'apporter une augmentation du contraste des images par comparaison avec l'imagerie mode B.

L'imagerie du second harmonique présente aussi des limitations liées à la bande passante limitée des sondes échographiques usuelles. La seconde harmonique doit être présente dans la gamme de sensibilité du transducteur ultrasonore. Pour cela, la fréquence d'excitation est généralement choisie au $\frac{2}{3}$ de la fréquence centrale de la sonde, et la seconde harmonique est récupérée alors au $\frac{4}{3}$ de cette fréquence [Hossack *et al.*, 2000]. Une autre limitation est liée au recouvrement fréquentiel produit entre la fréquence fondamentale et la seconde harmonique. Dans ce cas, une composante linéaire à la fréquence $2f_0$ persiste après filtrage ce qui dégrade le contraste de l'image. Pour éviter ce problème, il faut envoyer des impulsions ultrasonores bande étroite de durée plus longue, ce qui impose à son tour un compromis entre la résolution spatiale et le contraste.

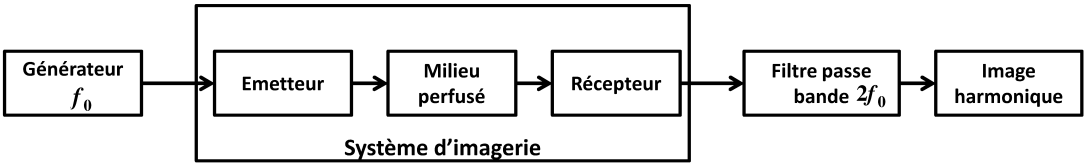


FIGURE 1.2 – Schéma de l'imagerie de seconde harmonique.

En plus, la nécessité d'appliquer des pressions acoustiques élevées pour pouvoir générer les harmoniques, induit des distorsions qui s'accumulent lors de la propagation de l'onde dans le milieu. Ces distorsions, attribuées à la propagation non linéaire, provoquent la génération d'une composante $2f_0$ qui sera réflechie par les tissus et les microbulles. Une composante harmonique est présente alors dans l'écho des tissus, contribuant par la suite à la diminution du contraste de l'image [Averkiou, 2000].

1.2.3 Imagerie superharmonique

A de fortes excitations ultrasonores, les microbbules peuvent générer en plus de la seconde harmonique, des harmoniques supérieures $(3f_0, 4f_0, \ldots)$ [de Jong *et al.*, 2002]. Ces fréquences sont beaucoup moins présentes dans la réponse de l'écho des tissus

que dans le produit de contraste. L'imagerie superharmonique consiste à émettre à la fréquence f_0 et recevoir l'écho aux fréquences harmoniques supérieures. Cette technique a permis de rehausser le contraste de l'image en éliminant le signature harmonique présent dans l'écho des tissus non perfusés. Cependant, cette technique nécessite la conception de sondes ultrasonores ayant de larges bandes passantes comme proposé Bouakaz et ses collègues [Bouakaz *et al.*, 2002].

1.2.4 Imagerie sous-harmonique

Une autre manifestation de la non linéarité des microbulles est la génération de composantes sous-harmoniques à la moitié de la fréquence d'excitation. La réponse sous-harmonique des microbulles est reliée au comportement dit « *compression only* » [Frinking *et al.*, 2009]. Ce comportement signifie que les microbulles subissent une forte compression pendant la phase de pression positive et une faible expansion dans la phase négative [de Jong *et al.*, 2007]. Les sous harmoniques sont générées lorsque la pression acoustique incident dépasse un certain seuil [**?**], ce seuil dépendant des propriétés mécaniques des microublles (viscosité, élasticité). Il est minimal lorsque la fréquence d'excitation est proche du double de la fréquence de résonance de la microbulle [Shankar *et al.*, 1999]. Pour une fréquence optimisée, la génération de sous-harmoniques est obtenue pour de faibles pressions acoustiques évitant ainsi la destruction des microbulles [Chomas *et al.*, 2002].

La génération de sous-harmoniques est une propriété exclusive des microbulles, elles n'apparaissent pas dans l'écho des tissus aux fréquences et pressions utilisées normalement en imagerie [Shankar *et al.*, 1998]. Cette exclusivité a motivé l'utilisation de cette composante sous-harmonique pour faire de l'imagerie afin d'augmenter le contraste par rapport au tissu CTR (*Contrast to Tissue Ratio*) de l'image. L'imagerie sous harmonique consiste alors à exciter avec la fréquence f_0 et à construire l'image à partir de l'écho filtré autour de $\frac{f_0}{2}$ (voir figure 1.3). Des études récentes ont montré une augmentation du CTR par comparaison avec l'imagerie du second harmonique [Goertz *et al.*, 2006].

1.2.5 Imagerie ultra-harmonique

En plus de la génération des harmoniques et des sous-harmoniques. Des études ont montré aussi la possibilité des microbulles à réfléchir l'onde ultrasonore à des

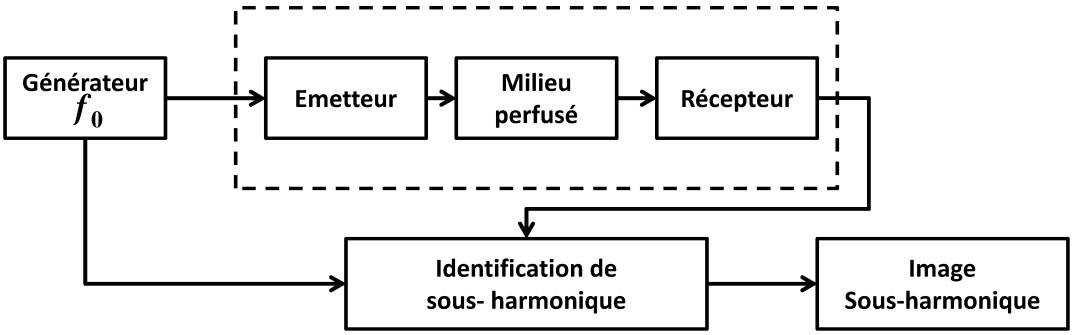


FIGURE 1.3 – Schéma de principe de l'imagerie sous-harmonique.

fréquences ultra-harmoniques de la fréquence d'excitation $(\frac{3}{2}f_0, \frac{5}{2}f_0, \ldots)$ [Shi et Forsberg, 2000, Basude et Wheatley, 2001]. La génération des ultra-harmoniques correspond à un phénomène de battement entre la fréquence fondamentale et la seconde harmonique. L'étude faite par Basude et al. sur l'utilisation d'un produit de contraste surfactant stabilisé ST68-PFC, a montré la présence de fréquences ultra-harmoniques pour des pressions acoustiques comprise entre $0,5$ MPa et $1,1$ MPa. La génération des ultra-harmoniques est plus importante lorsque la pression augmente. En plus, l'amplitude des ultra-harmoniques est comparable à celle de la seconde harmonique. D'autre part, les ultra-harmoniques sont aussi caractéristiques de la réponse des microbulles, et elles ne sont pas présentes au niveau des tissus. Ces deux facteurs permettent l'utilisation de ces composantes pour faire de l'imagerie ultra-harmonique afin d'augmenter le CTR des images par rapport à l'imagerie du second harmonique.

D'après l'état de l'art, les différentes techniques d'imagerie ultrasonore de contraste, citées dans ce paragraphe, présentent un CTR meilleur que les techniques d'imagerie ultrasonore conventionnelle. Pour obtenir de meilleurs résultats et améliorer en plus le contraste des images, des techniques de pré-traitement ou de post-traitement peuvent être utilisées en complément. Le coût des systèmes de post-traitement étant plus faible que celui des pré-traitments, nous limitons notre travail aux techniques de post-traitement. Le post-traitement est appliqué à l'écho reçu par le transducteur avant la construction des images, cette étape ayant pour but d'optimiser l'extraction des composantes fréquentielles nécessaires à la construction de l'image.

Les techniques de post-traitement utilisées en imagerie ultrasonore de contraste

sont des techniques d'identification et de modélisation non linéaire. En particulier les filtres non linéaires sont utilisés. Dans le chapitre suivant, nous présentons un état de l'art sur l'identification et la modélisation de systèmes non linéaires, avant de passer à leur application en imagerie ultrasonore de contraste.

Chapitre 2

Identification et modélisation de systèmes non linéaires

2.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, les microbulles, utilisées en imagerie ultrasonore de contraste se comportent d'une manière non linéaire lorsqu'elles sont excitées par une onde ultrasonore et ceux sont les propriétés non linéaires des microbulles qui ont permis d'améliorer le contraste des images échographiques. En complément de bulles injectées, l'adoption de techniques d'identification et de modélisation non linéaire pour le post-traitement de signaux renvoyés par les microbulles a permis d'améliorer le contraste des images.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un état de l'art de l'identification et de la modélisation de systèmes non linéaires en se focalisant sur les modèles et les méthodes d'identification qui seront utilisées dans cette thèse.

Les systèmes physiques sont divisés en deux classes : les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires. Un système est linéaire lorsque sa sortie dépend linéairement de son entrée. Il obéit aux lois de superposition et d'homogénéité :

$$F\{\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)\} = \alpha F\{u_1(t)\} + \beta F\{u_2(t)\} \tag{2.1}$$

où $F\{.\}$ est le système considéré, et $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont deux entrées arbitraires dépendant du temps t. α et β sont deux scalaires. Un système qui n'obéit pas aux lois de superposition et d'homogénéité, est dit non linéaire.

Il est possible de caractériser un système non linéaire à travers la notion de

distorsion. Cette notion de distorsion correspond à une déformation du signal, qui n'est ni un gain, ni une atténuation, ni un retard, lors de sa transmission à travers un système. Par conséquent, le signal obtenu à la sortie du système peut être légèrement ou fortement différent du signal d'entrée. Pour un système non linéaire excité par des signaux sinusoïdaux, deux types de distorsion peuvent se produire : la distorsion harmonique et la distorsion d'intermodulation.

Considérons un système non linéaire excité par un signal sinusoïdal de fréquence f_0, la distorsion harmonique correspond alors à l'apparition à la sortie de nouvelles fréquences, multiples entiers de f_0 ($f_0, 2f_0, \ldots, Nf_0$ où $N \in \mathbb{N}^*$), appelées les harmoniques.

La distorsion d'intermodulation se produit lorsque le système non linéaire est excité avec deux sinusoïdes de fréquences respectives f_a et f_b. Elle correspond à l'apparition de composantes fréquentielles de type $f_a + f_b, f_a - f_b, 2f_a + f_b, \ldots$ ou toute autre combinaison linéaire de la forme $\beta_1 f_a \pm \beta_2 f_b$ ($\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{Z}$).

Une autre manifestation de la non linéarité peut apparaître sous la forme de composantes sous-ultra-harmoniques, multiples non entiers de la fréquence d'excitation ($\frac{f_0}{N}, \frac{2f_0}{N}, \ldots$). Ce phénomène se produit dans les systèmes fortement non linéaires [Nayfeh et Mook, 1979].

L'analyse et la commande de systèmes non linéaires, abordées à travers leur modélisation et leur description, est souvent simplifiée moyennant l'introduction d'hypothèses plus ou moins réalistes. Deux cas sont à considérer selon les informations disponibles sur les propriétés du système. Dans le cas où quelques propriétés sont *a priori* connues et utilisées, la modélisation obtenue est dite *boîte grise*, dans le cas où aucune information est disponible, la modélisation obtenue est dite *boîte noire*.

L'objectif de la modélisation est de chercher à approximer le système à partir des données mesurées en sortie et/ou en entrée. Les modèles utilisés décrivent alors une relation entre l'entrée et la sortie du système afin de modéliser ou prédire la sortie du système à l'instant qui vient. Cette relation est définie à travers des paramètres qui doivent être déterminés pour chaque système. Cette étape de calcul des paramètres est *l'identification*.

Historiquement, le terme « identification des systèmes » a été utilisé pour la première fois par Lotfi Zadeh : « L'identification est la détermination, en se basant

sur l'entrée et la sortie, d'un système appartenant à une classe spécifiée de systèmes, auquel le système étudié est équivalent. » [Zadeh, 1962]. En se basant sur cette définition, l'identification des systèmes consiste à déterminer un vecteur de paramètres du modèle qui minimise la différence entre la sortie mesurée du système $y(t)$ et la sortie modélisée du modèle $\hat{y}(t)$. Le processus d'identification est constitué de plusieurs étapes. Tout d'abord, une analyse simple est nécessaire pour connaître les propriétés du système. En se basant sur ses propriétés, une structure du modèle est choisie. Ensuite les paramètres sont estimés à partir des données entrée/sortie. Enfin, une étape de validation est proposée pour vérifier que le modèle décrit bien le système. Si non, une étape d'itération et de raffinement est nécessaire. Les différentes étapes du processus d'identification sont représentées dans la figure 2.1.

Dans la littérature, plusieurs modèles non linéaires ont été proposés comme le modèle de Volterra [Volterra, 1930], les modèles schéma-blocs (le modèle de Hammerstein [Chang et Luus, 1971, Billings, 1980], le modèle de Wiener [Lee, 1960], ...), le modèle de réseaux de neurones [Chen *et al.*, 1990], le modèle nonlinéaire auto régressive (NAR), non linéaire à moyenne mobile (NMA), non linéaire auto-régressive à moyenne mobile (NARMA) [Leontaritis et Billings, 1985], le modèle à multiples entrées et une seule sortie (MISO) [Bendat, 1998], le filtre particulaire [Arulampalam *et al.*, 2002], le filtre de Kalman étendu [Sorenson, 1985].

Le choix du modèle le plus adapté au système étudié dépend des caractéristiques du système et les modèles cités ci-dessus ne sont pas tous capables de décrire complétement tout comportement non linéaire comme par exemple, la génération de sous et ultra-harmoniques. Ce phénomène de génération peut être décrit avec un modèle NARMA alors qu'il est absent dans le cadre du modèle de Volterra ou tout modèle NMA en général, limitant ainsi leur utilisation.

Dans le cadre de l'imagerie ultrasonore de contraste, les techniques de l'identification et de la modélisation non linéaire sont utilisées comme des outils de post-traitement. Les travaux menés dans ce domaine ont utilisé en post-traitement le modèle de Volterra [Phukpattaranont et Ebbini, 2003] qui appartient à la famille de modèles NMA. Ces derniers seront présentés dans le paragraphe suivant avant d'expliquer leur utilisation en imagerie utlrasonore de contraste.

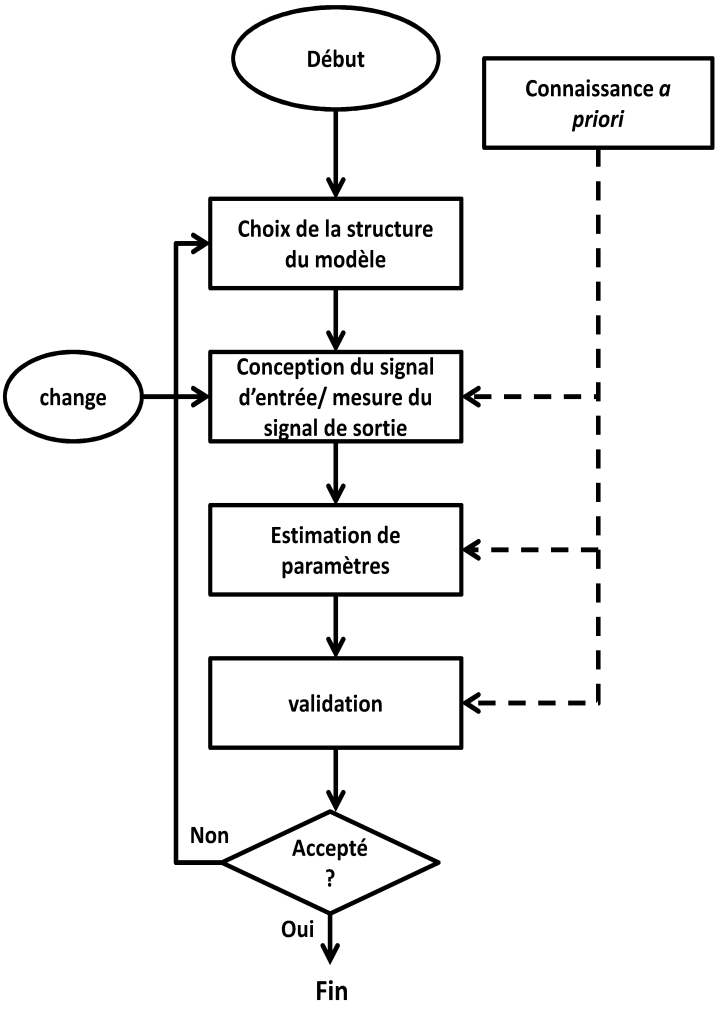


FIGURE 2.1 – Organigramme du processus d'identification de systèmes.

2.2 Modèle de Volterra

2.2.1 Modélisation

Le modèle non linéaire à moyenne mobile NMA le plus connu est le modèle de Volterra développé par Vito Volterra [Volterra, 1930]. Nobert Wiener a été le premier a utilisé les séries de Volterra pour analyser les systèmes non linéaires [Wiener, 1966]. Le modèle de Volterra est défini comme étant une décomposition de Taylor avec effet de mémoire. Le modèle de Volterra, pour des signaux discrets, est représenté dans la figure 2.2. Pour un système non linéaire d'entrée $x(n)$ et de sortie

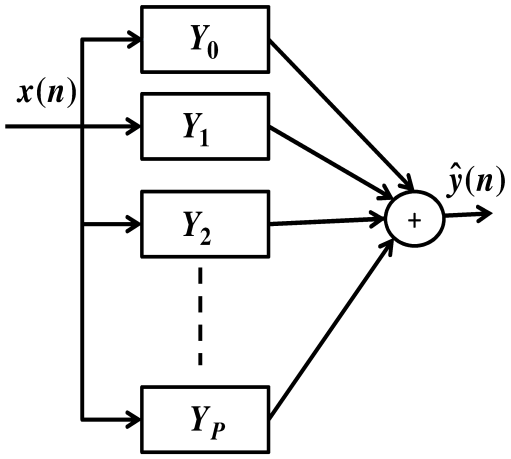


FIGURE 2.2 – Schéma du modèle SISO (*single input single output*) Volterra.

$y(n)$, en temps discret n, la représentation du modèle Volterra d'ordre P tronquée à une mémoire finie M pour une utilisation pratique est donnée par :

$$\begin{aligned}
\hat{y}(n) &= Y_0 \quad + Y_1[x(n)] + Y_2[x(n)] + \ldots + Y_p[x(n)] + \ldots + Y_P[x(n)] \\
&= h_0 \quad + \sum_{m_1=0}^{M-1} h_1(m_1)x(n-m_1) \\
&\quad + \sum_{m_1=0}^{M-1}\sum_{m_2=0}^{M-1} h_2(m_1,m_2)x(n-m_1)x(n-m_2) + \ldots \\
&\quad + \sum_{m_1=0}^{M-1}\sum_{m_2=0}^{M-1}\ldots\sum_{m_p=0}^{M-1} h_p(m_1,m_2,\ldots,m_p)x(n-m_1)x(n-m_2)\ldots x(n-m_p) \\
&\quad + \ldots \\
&\quad + \sum_{m_1=0}^{M-1}\sum_{m_2=0}^{M-1}\ldots\sum_{m_P=0}^{M-1} h_P(m_1,m_2,\ldots,m_P)x(n-m_1)x(n-m_2)\ldots x(n-m_P),
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où $Y_p[.]$ est l'opérateur de Volterra d'ordre p, $p \in \{1, 2, \ldots, P\}$), $Y_p\,[x(n)]$ est la fonctionnelle de Volterra d'ordre p. h_0 est la composante continue, $h_1(m_1)$ est l'équivalent de la réponse impulsionnelle dans le cas d'un système linéaire, et $h_p(m_1, m_2, \ldots, m_p)$ est le noyau de Volterra d'ordre p, c'est l'équivalent de la réponse impulsionnelle d'ordre p. Le modèle de Volterra peut être vu alors comme étant la généralisation de la notion de réponse impulsionnelle p-dimensionnelle dans le cas linéaire vers le cas non linéaire.

Une caractéristique importante du modèle de Volterra est que sa représentation temporelle peut être transposée en une représentation en fréquence à travers la notion de réponses fréquentielles généralisées (GFRFs pour *generalized frequency response functions*). Les caractéristiques inhérentes du système non linéaire considéré peuvent être étudiées en utilisant les GFRFs [Bedrosian et Rice, 1971, Bussgang *et al.*, 1974]. Cette propriété permet de faire une analogie avec les méthodes de réponses fréquentielles linéaires. Plusieurs phénomènes non linéaires peuvent être analysés en utilisant les GFRFs comme la compression, la distorsion d'intermodulation et la distorsion harmonique.

Une autre propriété tout aussi importante du modèle de Volterra est qu'il est linéaire par rapport à ses paramètres. Cette propriété permet de représenter le modèle de Volterra sous forme matricielle. Notez que le nombre N_P total de noyaux d'un modèle de Volterra d'ordre P est donné par [Lacoume *et al.*, 1997] :

$$N_P = \sum_{p=1}^{P} M^p, \tag{2.3}$$

où M est la mémoire du modèle.

Le nombre total de noyaux augmente considérablement avec l'augmentation de l'ordre et la mémoire du modèle. Une simplification peut être obtenue en considérant la symétrie des noyaux. La symétrie signifie que les noyaux $h_p(m_1, m_2, \ldots, m_p)$ sont invariants si l'ordre des indices $m_i, i \in \{1, 2, \ldots, p\}$ est échangé [Schetzen, 1980]. Par exemple, pour $p = 2$:

$$h_2(m_1, m_2) = h_2(m_2, m_1). \tag{2.4}$$

Cette symétrie réduit le nombre de noyaux à [Lacoume *et al.*, 1997] :

$$N_{P_{sym}} = \sum_{p=1}^{P} C_p^{M+p-1} = \sum_{p=1}^{P} \frac{(M+p-1)!}{(M-1)!p!}. \tag{2.5}$$

Par exemple, pour $P = 2$ et $M = 5$ on a $N_P = 30$ et $N_{Psym} = 20$, soit une réduction de 33% dans le cas symétrique.

Le modèle de Volterra est utilisé pour la modélisation d'une large variété de systèmes non linéaires dans plusieurs domaines comme l'imagerie ultrasonore de contraste [Phukpattaanont *et al.*, 2003], la communication [Pavlenko *et al.*, 2011],

la modélisation de systèmes biologiques [Jing *et al.*, 2012], l'enregistrement des canaux magnétiques [Biglieri *et al.*, 1994].

2.2.2 Méthodes d'identification du modèle Volterra

La précision de l'estimation des noyaux de Volterra détermine la précision du modèle obtenu et par suite l'efficacité de la modélisation, d'où l'importance du choix de la méthode d'identification. Plusieurs méthodes d'identification sont présentes dans la littérature. Nous présentons ici un résumé de ces méthodes.

Une méthode fondamentale pour estimer les noyaux de Volterra est présentée dans [Schetzen, 1981]. Cette méthode utilise l'impulsion de Dirac comme signal d'entrée. Elle n'est pas très pratique pour l'estimation des noyaux, mais elle aide à la compréhension du passage de la notion de la réponse impulsionnelle du système linéaire au modèle de Volterra d'ordre supérieur. Une autre méthode ancienne est la méthode d'inter-corrélation décrite en détails dans [Schetzen, 1980, Koh et Powers, 1985]. C'est une méthode statistique qui utilise l'auto-corrélation de l'entrée et l'inter corrélation entre l'entrée et la sortie pour calculer les noyaux du modèle de Volterra. Cette méthode nécessite que le signal d'entrée soit un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et suffisamment long pour assurer une estimation précise des paramètres. Cette exigence qui constitue un inconvénient de la méthode a limité son utilisation.

Ling et Rivera ont développé dans [Ling et Rivera, 2001] un algorithme en deux étapes, qui consiste à estimer un modèle non linéaire auto-régressive à entrée exogène (NARX) à partir de l'entrée et de la sortie du système. Ensuite les noyaux de Volterra sont estimés à partir du modèle NARX afin de réduire le nombre de paramètres à estimer. Pour une estimation plus pratique des noyaux de Volterra, Dodd et al. [Dodd et Harriso, 2002] ont développé une méthode basée sur l'utilisation de noyaux reproduisants où le produit scalaire des différents termes du modèles de Volterra est utilisé à la place des termes eux mêmes. D'autres méthodes qui identifient le modèle de Volterra en utilisant des réseaux de neurones sont présentées dans [Parker et Tummala, 1992, Liu *et al.*, 1998, Aiordachioaie *et al.*, 2001]. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles sont limitées aux modèles de faible ordre et de faible mémoire. D'autres méthodes ont été développées en se basant sur la méthode des moindres carrés et la méthode des moindres carrés récursive et

adaptative [Westwick et Kearney, 1998, Koh et Powers, 1985]. D'autres méthodes utilisent la transformée de Fourier de l'entrée et de la sortie pour estimer les noyaux de Volterra dans le domaine fréquentiel [Cho et Powers, 1992, Nemeth *et al.*, 2002]. Une autre approche pour estimer les noyaux du modèle de Volterra est d'utiliser des algorithmes orthogonaux [Korenberg *et al.*, 1988, Chen *et al.*, 1989].

Dans notre travail, parce qu'elles sont les plus simples, nous utiliserons les méthodes d'identification basées sur l'algorithme des moindres carrés [Haykin, 1991]. L'identification du modèle de Volterra par la méthode des moindres carrés vise à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre le signal de sortie du système $y(n)$ et le signal de sortie du modèle de Volterra $\hat{y}(n)$. L'erreur quadratique moyenne (EQM) entre $y(n)$ et $\hat{y}(n)$ est donnée par :

$$\mathbb{E}[e(n)^2] = \mathbb{E}[(y(n) - \hat{y}(n))^2], \tag{2.6}$$

où $\mathbb{E}$ est le symbole de l'espérance mathématique.

L'équation (2.2) est écrite sous forme matricielle suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}.\mathbf{h} + \mathbf{e}, \tag{2.7}$$

où $\mathbf{e}$ est l'erreur d'estimation :

$$\mathbf{e} = [e(M-1), e(M), \ldots, e(L)]^T,$$

et le signal de sortie est :

$$\mathbf{y} = [y(M-1), y(M), \ldots, y(L)]^T,$$

où L est la longueur du signal, où le vecteur des noyaux est :

$$\begin{aligned}\mathbf{h} = \; & [h_1(0), h_1(1), \ldots, h_1(M-1), h_2(0,0), h_2(0,1), \ldots, h_2(M-1, M-1), \\ & \ldots, h_P(0,0,\ldots,0), \ldots, h_P(M-1, M-1, \ldots, M-1)]^T,\end{aligned}$$

où la matrice de l'entrée est :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_{M-1}, \mathbf{x}_M, \ldots, \mathbf{x}_L]^T, \tag{2.8}$$

avec :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_n = \; & [x(n), x(n-1), \ldots, x(n-M+1), x^2(n), x(n)x(n-1), \\ & \ldots, x^2(n-M+1), x^P(n), x(n)x(n)\ldots x(n-1), \ldots, \\ & x^P(n-M+1)]^T,\end{aligned}$$

et avec $n \in \{M-1, M, \ldots, L\}$.

Le vecteur de noyaux $\mathbf{h}$ est calculé de façon à minimiser l'EQM entre $y(n)$ et $\hat{y}(n)$ suivant l'équation :

$$\arg\min_{\mathbf{h}}(\mathbb{E}[e(n)^2]). \tag{2.9}$$

Le vecteur de noyaux $\mathbf{h}$ est calculé d'après l'équation :

$$\mathbf{h} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}. \tag{2.10}$$

Si la matrice $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})$ est mal conditionnée, des techniques de régularisation peuvent aussi être utilisées comme la régularisation de Tychonov [Bibes *et al.*, 2003].

Le signal modélisé $\hat{y}(n)$ est donné par :

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}.\mathbf{h}, \tag{2.11}$$

avec

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(M-1), \hat{y}(M), \ldots, \hat{y}(L)]^T. \tag{2.12}$$

2.3 Le modèle de Hammerstein et les autres modèles schéma-bloc

2.3.1 Introduction

Les modèles schéma-bloc forment une classe simplifiée du modèle de Volterra [Pearson, 2003]. Ces systèmes sont construits comme des produits, des sommes ou des cascades de systèmes élémentaires suivants :

- filtres linéaires dynamiques (à mémoire) ;
- fonctions non-linéaires statiques (sans mémoire).

Nous présentons dans cette section les modèles schéma-bloc les plus utilisés :

- **le modèle de Hammerstein simple :** constitué du bloc non linéaire statique suivi par le bloc linéaire dynamique [Billings, 1980, Chang et Luus, 1971] ;
- **le modèle de Wiener simple :** constitué du bloc linéaire dynamique suivi par le bloc non linéaire statique [Lee, 1960] ;
- **Le modèle de Hammerstein généralisé :** formé par une succession de modèles de Hammerstein simples montés en parallèle, et excités par une seule entrée commune ;
- **Le modèle de Wiener généralisé :** formé par une succession de modèles de Wiener simples montés en parallèle, et excités par une seule entrée commune ;
- **Le modèle de Wiener-Hammerstein :** constitué d'un bloc non linéaire statique pris en sandwich entre deux blocs linéaires dynamiques ;
- **Le modèle de Hammerstein-Wiener :** constitué d'un bloc linéaire dynamique pris en sandwich entre deux blocs non linéaires statiques.

Parmi ces modèles, considérons le modèle de Hammerstein généralisé, présenté en figure 2.3, où la fonction non linéaire est un polynôme, et le bloc linéaire est un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF). Dans ce cas, le modèle de Hammerstein généralisé est un modèle NMA. Il est considéré comme étant un modèle de Volterra diagonal. Il possède les mêmes propriétés que le modèle de Volterra et c'est pour cela qu'il sera considéré dans notre travail. Le modèle de Hammerstein généralisé est détaillé dans le paragraphe suivant.

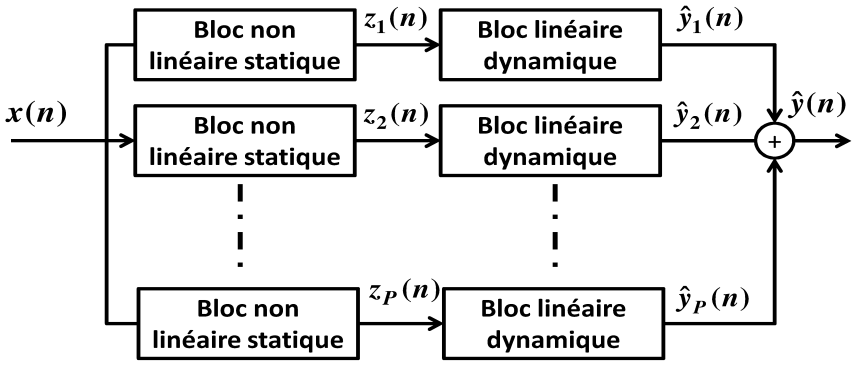


FIGURE 2.3 – Schéma du modèle de Hammerstein généralisé.

2.3.2 Modèle de Hammerstein généralisé

Le modèle de Hammerstein généralisé d'ordre P et de mémoire M en temps discret n est donné par l'équation :

$$\begin{aligned} \hat{y}(n) &= \sum_{p=1}^{P} \hat{y}_p(n) \\ &= \sum_{p=1}^{P} (h_p(n) * z_p(n)) \\ &= \sum_{p=1}^{P} (h_p(n) * \mathcal{F}_p(x(n))) \\ &= \sum_{p=1}^{P} \sum_{m=1}^{M} h_p(m) \mathcal{F}_p(x(n-m)), \end{aligned} \tag{2.13}$$

où $(*)$ est le produit de convolution, et h_p sont les coefficients du filtre linéaire à estimer. La fonction non linéaire est donnée par $\mathcal{F}_p(x(n)) = x^p(n)$, le bloc linéaire étant un filtre RIF caractérisé par ses coefficients $h_p, p \in \{1, \ldots, P\}$. Le modèle de Hammerstein généralisé polynomial est représenté alors par l'équation :

$$\begin{aligned} \hat{y}(n) &= \sum_{p=1}^{P} h_p(n) * x^p(n) \\ &= \sum_{p=1}^{P} \sum_{m=1}^{M} h_p(m) x^p(n-m). \end{aligned} \tag{2.14}$$

Le modèle de Hammerstein généralisé polynomial qui correspond au modèle de Volterra ayant seulement les coefficients diagonaux ($h_p(m_i, m_j) = 0; \forall i \neq j$), est appelé modèle de Volterra diagonal.

2.3.3 Méthodes d'identification du modèle de Hammerstein

Les méthodes d'identification du modèle de Hammerstein peuvent être divisées en plusieurs catégories. Les méthodes itératives qui consistent à estimer les paramètres d'une façon alternative en divisant les paramètres en deux sous-ensembles [Narendra et Gallman, 1966, Voros, 1997]. Dans un premier temps, les paramètres d'un sous-ensemble sont fixés et les paramètres de l'autre sont estimés. Dans un

second temps, les sous-ensembles sont échangés. Cette méthode donne de bons résultats mais il y a un problème de convergence. La deuxième catégorie qui concerne la méthode de surparamétrisation a été proposée dans [Chang et Luus, 1971, Bai, 1998]. Le modèle de Hammerstein surparamétrisé est linéaire par rapport à ses paramètres et les algorithmes d'identification linéaires peuvent être alors utilisés. L'inconvénient de ces méthodes est la grande dimension du système linéaire résultant, ce qui affecte la robustesse et la convergence de la méthode. Il existe aussi la méthode stochastique [Billings et Fakhouri, 1978, Greblicki, 1996], qui est limitée au cas où l'entrée est un bruit blanc. Cette méthode utilise les propriétés du bruit blanc pour séparer la partie non linéaire de la partie linéaire du modèle.

En 2005, Ding et al ont proposé un algorithme itératif des moindres carrés pour identifier le modèle de Hammerstein [Ding et Chen, 2005]. L'algorithme est basé sur le remplacement du bruit non mesurable par son estimé et de claculer les estimateurs du bruit en se basant sur les paramètres estimés obtenus. Cet algorithme souffre aussi d'un probléme de convergence. Pour nos applications, à travers cette thèse, nous utilisons la méthode de moindres carrés expliqués dans la section 2.2.2 pour le modèle de Volterra.

En 2000, Angelo Farina [Farina, 2000] a proposé une méthode, pour l'identification des systèmes non linéaires, par convolution non linéaire en utilisant des signaux chirps. Cette méthode est ensuite utilisée pour identifier un modèle de Hammerstein généralisé [Novak *et al.*, 2010, Rébillat *et al.*, 2011]. Cette technique est utilisée dans le domaine de l'acoustique, elle est détaillée dans le paragraphe suivant.

Identification du modèle de Hammerstein généralisé par convolution non linéaire en utilisant des chirps

L'identification du modèle de Hammerstein généralisé par la méthode de convolution non linéaire est donnée dans [Novak *et al.*, 2010, Rébillat *et al.*, 2011]. Elle est basée sur la méthode présentée dans [Farina, 2000, Farina *et al.*, 2001]. Farina a développé une méthode pour analyser les systèmes non linéaires par convolution non linéaire en utilisant un signal chirp exponentiel comme signal d'excitation.

Le concept de convolution a été initialement utilisé pour identifier la réponse impulsionnelle d'un système linéaire. Ensuite, il a été étendu vers le cas non linéaire

pour identifier les réponses impulsionnelles de différents ordres dans le cas de distorsion harmonique.

La méthode développée par Farina dans [Farina, 2000] consiste à exciter le système non linéaire avec un signal chirp exponentiel $s(t)$ et à enregistrer le signal de sortie $y(t)$. La bande fréquentielle du signal $s(t)$ est $[f_{1_c}, f_{2_c}]$, où f_{1_c} est la fréquence de départ et f_{2_c} est la fréquence finale du signal. Ensuite, le filtre inverse $s_{inv}(t)$ du signal $s(t)$ est calculé de telle façon que :

$$s(t) * s_{inv}(t) = \delta(t), \tag{2.15}$$

où $\delta(t)$ est l'impulsion de Dirac. $s_{inv}(t)$ est tel que $S_{inv}(f) = \frac{1}{S(f)}$, où $S_{inv}(f)$ et $S(f)$ sont les transformées de Fourier de $s(t)$ et $s_{inv}(t)$ respectivement.

La convolution non linéaire entre $y(t)$ et $s_{inv}(t)$ est donnée par :

$$y(t) * s_{inv}(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} g_k(t + \Delta t_p), \tag{2.16}$$

où les $g_p(t)$ sont les réponses impulsionnelles d'ordre $p \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, et Δt_p est l'écart temporel entre la réponse impulsionnelle linéaire (d'ordre $p = 1$) et la réponse impulsionelle non linéaire d'ordre p, avec $p > 1$. La méthode est présentée en figures 2.4 et 2.5.

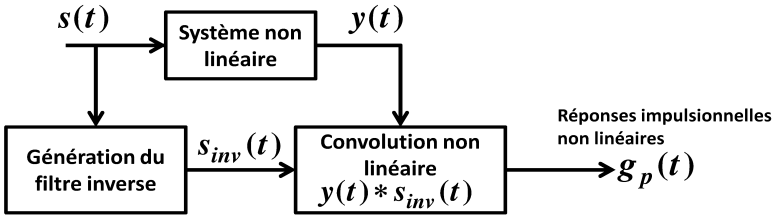


FIGURE 2.4 – Organigramme de l'identification de systèmes non linéaires par convolution non linéaire.

Les réponses impulsionnelles peuvent être encore représentées dans le domaine fréquentiel en calculant la transformée de Fourier (TF) de $g_p(t)$. Les fonctions de réponses fréquentielles $G_p(f)$ sont données par :

$$G_p(f) = TF[g_p(t)]. \tag{2.17}$$

$G_1(f)$ est la réponse fréquentielle linéaire qui décrit la fréquence fondamentale.

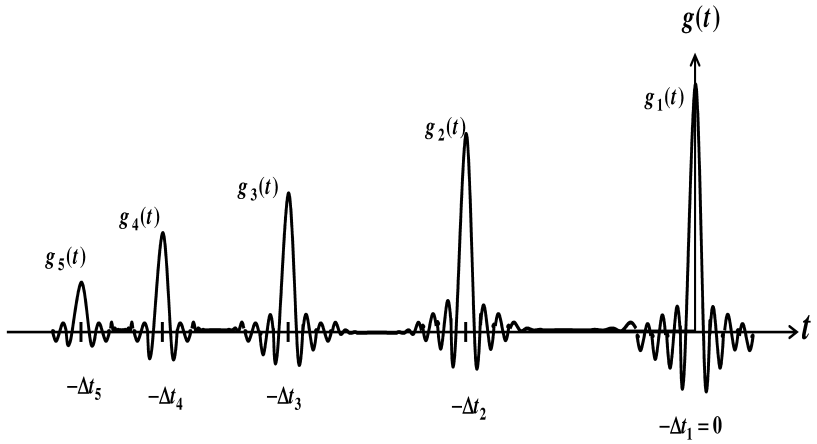


FIGURE 2.5 – Réponses impulsionnelles $g_p(t)$ résultant de la convolution non linéaire $y(t) * s_{inv}(t)$.

Les fonctions $G_p(f)$ décrivent successivement les fréquences harmoniques de la fréquence d'excitation. $G_p(f)$ couvre la bande fréquentielle de $[pf_{1_c}, f_{2_c}]$.

Cette méthode est ensuite revisitée par [Novak *et al.*, 2010] qui y introduisent des améliorations pour l'adapter à identifier un modèle de Hammerstein généralisé. Les modifications portent sur le signal d'excitation et sur le filtre inverse.

Le signal d'excitation utilisé dans [Farina, 2000, Farina *et al.*, 2001] est un signal chirp exponentiel donné par :

$$\begin{aligned} s(t) &= \sin\left[2\pi f_{1_c}\int_0^t \exp\left(\frac{t'}{R}\right)dt'\right] \\ &= \sin\left\{2\pi f_{1_c}R\left[\exp\left(\tfrac{t}{R}\right)-1\right]\right\}, \end{aligned} \tag{2.18}$$

où f_{1_c} est la fréquence de départ à $t = 0$, et R est le taux de l'augmentation exponentielle de la fréquence. Le paramètre R dépend de la durée T et de la fréquence finale f_{2_c} du signal.

La phase du signal est $s(t)$ est donnée par :

$$\varphi(t) = 2\pi f_{1_c}R\left[\exp\left(\frac{t}{R}\right)-1\right]. \tag{2.19}$$

La fréquence instantannée $f_i(t)$ définie par la dérivée temporelle de la phase est alors donnée par :

$$f_i(t) = \frac{d(\varphi)}{dt} = f_{1_c}\exp\left(\frac{t}{R}\right). \tag{2.20}$$

Le retard de groupe $t_f(f)$, qui est la fonction inverse de la fréquence instantanée $f_i(t)$ est donné par :

$$t_f(f) = R \ln\left(\frac{f_i}{f_{1_c}}\right). \tag{2.21}$$

La longueur temporelle T du signal $s(t)$ peut être exprimée comme étant l'écart entre deux fréquences instantanées, la fréquence de départ étant f_{1_c} et la fréquence finale étant f_{2_c}. Alors T est donnée par :

$$T = R \ln\left(\frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}\right). \tag{2.22}$$

Alors, le coefficient R est donné par :

$$R = \frac{T}{\ln\left(\frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}\right)}. \tag{2.23}$$

Pour une utilisation en identification de système non linéaire, ce signal pose un problème dû à la non synchronisation des phases des réponses fréquentielles d'ordres supérieurs. Dans leur travail, Novak et al. ont proposé une nouvelle conception du signal d'excitation en imposant que la fréquence instantanée $f_i(t)$ soit un multiple entier de la fréquence de départ f_{1_c} selon :

$$f_i(\Delta t_p) = p f_{1_c}, \tag{2.24}$$

ce qui donne pour $p \in \mathbb{N}^*$:

$$\Delta t_p = L \ln(p). \tag{2.25}$$

La phase instantanée à l'instant Δt_p est donnée par :

$$\varphi(\Delta t_p) = 2\pi f_{1_c} R(p-1). \tag{2.26}$$

Le signal $s(t)$ est conçu de manière à avoir $s(\Delta t_p) = 0$, avec la contrainte que la première dérivée soit positive $s'\Delta t_p > 0$. Ces conditions aboutissent à :

$$\phi(\Delta t_p) = 2\pi k, \tag{2.27}$$

avec $k \in \mathbb{Z}$. On peut écrire alors :

$$f_{1_c} R(p-1) = k. \tag{2.28}$$

Il s'ensuit alors que $f_{1_c} R \in \mathbb{Z}$.

En utilisant cette condition, le coefficient R est donné par :

$$R = \frac{1}{f_{1_c}} Round \left(\frac{\hat{T} f_{1_c}}{\ln\left(\frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}\right)} \right). \tag{2.29}$$

Cette condition aboutit à un nouveau signal chirp donné par :

$$s(t) = \sin \left\{ 2\pi Round \left(\frac{\hat{T} f_{1_c}}{\ln\left(\frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}\right)} \right) \left[\exp \left(\frac{f_{1_c} t}{Round \left(\frac{\tilde{T} f_{1_c}}{\ln \frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}} \right)} \right) - 1 \right] \right\}, \tag{2.30}$$

où *Round* est la valeur arrondie, $\hat{T}$ est la durée approximative du signal $s(t)$. Plus de détails de calcul sont donnés dans [Novak, 2009]. La nouvelle conception du signal permet d'anticiper la position temporelle de chaque réponse impulsionnelle d'ordre p.

Le filtre inverse $s_{inv}(t)$ est calculé comme étant le retournée temporel du signal $s(t)$ avec modulation d'amplitude de façon que l'équation (2.15) soit vérifiée. $s_{inv}(t)$ est donné par :

$$s_{inv}(t) = \frac{f_{1_c}}{R} \exp\left(\frac{-t}{R}\right) s(-t). \tag{2.31}$$

La distorsion harmonique d'un système non linéaire excité par le signal chirp $s(t)$ se manifeste par la génération de composantes harmoniques ayant les fréquences $[f_{1_c}, f_{2_c}], [2f_{1_c}, 2f_{2_c}], \ldots, [Nf_{1_c}, Nf_{2_c}]$. Novak et al. ont proposé d'étendre la gamme fréquentielle du filtre inverse à $[f_{1_c}, Nf_{2_c}]$ pour tenir compte de toutes les fréquences générées par le système non linéaire.

La méthode est appliquée pour identifier un modèle de Hammerstein généralisé polynomial. L'identification du modèle de Hammerstein généralisée consiste à calculer les filtres linéaires $H_n(f)$. Après avoir calculé les réponses impulsionnelles $g_p(t)$, les réponses fréquentielles $G_p(f)$ sont calculées. Les $G_p(f)$ sont reliées aux filtres

linéaires $H_n(f)$ par la relation :

$$G_p(f) = \sum_{n=1}^{N} D_{n,p} H_n(f), \tag{2.32}$$

où les coefficients $D_{n,p}$ sont dérivés des relations de linéarisation du sinus. Ils sont donnés par :

$$D_{n,p} = \begin{cases} \frac{(-1)^{2n+\frac{1-p}{2}}}{2^{n-1}} C_n^{\frac{n-p}{2}} & \text{pour} \quad n \geq p \text{ et } (n+p) \text{ est pair} \\ 0 & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{2.33}$$

Les filtres $H_p(f)$ et les $G_n(f)$ sont liées par la transformation matricielle :

$$\begin{pmatrix} H_1(f) \\ H_2(f) \\ H_3(f) \\ \vdots \end{pmatrix} = (D^T)^{-1} \begin{pmatrix} G_1(f) \\ G_2(f) \\ G_3(f) \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{2.34}$$

L'identification du modèle de Hammerstein généralisé par la convolution non linéaire avec une excitation chirp exponentielle est ensuite utilisée dans [Rébillat *et al.*, 2011]. Dans leur article ils ont proposé une méthode similaire à celle proposée dans [Novak *et al.*, 2010]. Avec un signal chirp cosinusoïdal, permettant ainsi l'extraction et la séparation des différentes réponses impulsionnelles, cette méthode est utilisée pour mesurer les non linéarités dans les systèmes vibratoires.

Les deux modèles, celui de Volterra et celui de Hammerstein généralisé, sont utilisés pour identifier les systèmes non linéaires ayant une distorsion harmonique. Ce dernier point fera l'objet du paragraphe suivant.

2.4 Identification harmonique de systèmes non linéaires avec le modèle de Volterra et de Hammerstein généralisé

L'identification de systèmes non linéaires de type NMA est fortement dépendante de la forme du signal d'excitation. Comme en imagerie médicale ultrasonore, les

excitations sont des trains d'ondes sinusoïdales, nous limitons volontairement notre étude à l'identification harmonique de systèmes non linéaires.

La distorsion harmonique est observée dans plusieurs systèmes non linéaires suite à une excitation sinusoïdale mono fréquentielle de fréquence f_0. Elle est caractérisée par l'apparition de composantes harmoniques de fréquences multiples entiers de la fréquence d'excitation $(2f_0, 3f_0, \ldots,)$. L'analyse des systèmes non linéaires générant des harmoniques peut être réalisée avec le modèle de Volterra et le modèle de Hammerstein généralisé décrits précédemment. Les deux modèles sont des séries de puissance. Ils sont alors capables de générer les harmoniques de la fréquence du signal d'excitation.

Pour illustrer ce point, considérons un modèle de Volterra excité par le signal $x(n) = A\cos(w_0 n)$ avec $w_0 = 2\pi f_0$. La transformée de Fourier ou le GFRF du noyau de Volterra $h_p(m_1, \ldots, m_p)$ d'ordre p est donnée par :

$$H_p(w_1, \ldots, w_p) = \sum_{m=0}^{M-1} \ldots \sum_{m=0}^{M-1} h_p(m_1, \ldots, m_p) \exp(-jw_1 m_1) \ldots \exp(-jw_p m_p). \tag{2.35}$$

Le terme du modèle de Volterra $\hat{y}_p(n)$, d'ordre p, est alors égal à [Chatterjee et Vyas, 2003] :

$$\hat{y}_p(n) = \left(\frac{A}{2}\right)^p \sum_{\substack{\forall l,q \\ l+q=p}} C_q^p H_p^{l,q}(w) \exp(jw_{l,q} n), \tag{2.36}$$

avec les abréviations : $H_p^{l,q}(w) = H_p(\underbrace{w, \ldots, w}_{l \text{ fois}}, \underbrace{-w, \ldots, -w}_{q\text{fois}})$, et $w_{(l,q)} = (l-q)w$.

Alors, la sortie $\hat{y}(n)$ du modèle de Volterra est égale à :

$$\hat{y}(n) = \sum_{p=1}^{P} \left(\frac{A}{2}\right)^p \sum_{\substack{\forall l,q \\ l+q=p}} C_q^p H_p^{l,q}(w) \exp(jw_{l,q} n).$$

Ces équations montrent que le contenu fréquentiel à la sortie du modèle de Volterra d'ordre P est une combinaison de $(l \pm q)w_0$ sachant que $l + q = p, p \in \{1, 2, \ldots, P\}$. Les fréquences à la sortie du modèle de Volterra excité par le signal $x(n)$ sont regroupés dans le tableau 2.1.

TABLE 2.1 – Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle Volterra excité par un signal sinusoïdal mono fréquentiel de fréquence f_0 .

p	$l+q$	l	q	fréquence à la sortie
1	1	1	0	f_0
		0	1	$-f_0$
2	2	2	0	$2f_0$
		1	1	0
		0	2	$-2f_0$
3	3	3	0	$3f_0$
		2	1	f_0
		1	2	$-f_0$
		0	3	$-3f_0$

De même pour les ordres supérieurs à $P = 3$, le modèle de Volterra modélise les harmoniques générées par le système non linéaire jusqu'à l'harmonique correspondant à l'ordre du modèle de Volterra Pf_0. Le même raisonnement peut être obtenu pour le modèle de Hammerstein généralisé polynomial. Dans le domaine de l'imagerie ultrasonore harmonique de contraste, c'est le modèle de Volterra qui a été utilisé en post-traitement [Phukpattaranont et Ebbini, 2003]. Ce dernier point fera l'objet du paragraphe suivant

2.5 Modélisation non linéaire en imagerie ultrasonore de contraste

Normalement, les composantes harmoniques, sous-harmoniques et ultra-harmoniques peuvent être extraites avec des filtres passe-bandes centrés autour de la fréquence à extraire. Initialement en imagerie du second harmonique, un filtre passe-bande centré autour de la fréquence $2f_0$ était utilisé. L'utilisation d'un tel filtre procure des résultats convenables pour l'imagerie harmonique native du tissu [Averkiou, 2000]. Alors qu'en présence de microbulles, les échos renvoyés par ces dernières tendent à avoir une bande passante plus large que celle de l'écho du tissu, il faut alors réduire la bande passante du filtre pour minimiser le recouvrement qui pourrait se produire entre la fréquence fondamentale et la seconde harmonique. Ce recouvrement est dû à la transmission d'impulsions de bande plus large. Il peut être

diminué en transmettant des impulsions à bande étroite, ce qui induit une diminution de la résolution spatiale de l'image. Un compromis entre le contraste et la résolution est alors nécessaire.

D'autre part, la conception d'un filtre adéquat nécessite le pré-réglage des différentes paramètres du filtre, comme les fréquences de coupure basses et hautes, l'atténuation, la bande passante. Le résultat dépend largement du choix des paramètres, et il n'est pas optimal dans la plupart des cas.

Une alternative possible pour surmonter le compromis entre le contraste et la résolution spatiale est l'utilisation d'une technique d'imagerie multi impulsionnelle, comme l'inversion d'impulsions [Simpson *et al.*, 1999]. L'inversion d'impulsions (ou inversion des phases) consiste à transmettre successivement deux impulsions, dont la seconde, transmise après un délai approprié est une réplique en opposition de phase de la première impulsion. L'image est construite à partir de la somme de deux échos correspondants aux deux impulsions. En présence de microbulles ayant un comportement non linéaire, la somme contient seulement les harmoniques paires présents dans les échos non linéaires. La fréquence fondamentale est alors éliminée sans diminuer la bande passante de l'onde émise, ce qui augmente le contraste en gardant une bonne résolution spatiale. Toutefois, cette technique est limitée lorsque les tissus sont en mouvement, ce qui diminue le rafraichissement des images.

Pour détecter les signaux renvoyés par les microbulles avec une émission à une seule impulsion et surmonter le compromis entre le contraste et la résolution spatiale, une nouvelle technique d'imagerie basée sur le post-traitement avec un filtre de Volterra a été développée [Phukpattaranont et Ebbini, 2003]. Ce travail concerne l'imagerie du second harmonique. Au lieu d'utiliser un filtre fréquentiel passe-bande pour extraire la seconde harmonique, les auteurs ont proposé d'appliquer un filtre de Volterra du second ordre pour extraire la composante du second harmonique d'une manière optimale. La méthode proposée consiste à calculer les coefficients du modèle de Volterra du premier et du second ordre en utilisant l'algorithme du norme minimal de moindres carrés. Ensuite la composante du second harmonique est reconstruite à partir des coefficients du second ordre. Une comparaison est faite entre des images mode B standard, des images harmoniques construites par filtrage passe bande, et des images harmoniques construites avec le filtrage de Volterra. Les résultats ont montré une augmentation du CTR (*contrast to tissue ratio*) de $14,65$ dB en utilisant le filtre quadratique de Volterra par rapport à l'imagerie mode B standard, et de

3, 1 dB par rapport au filtrage passe bande. Cette méthode est ensuite vérifiée *in vivo* sur des images de reins de porc juvéniles [Phukpattaanont *et al.*, 2003] où les images quadratiques ont montré une amélioration du contraste de 23 dB par rapport aux images B-mode.

Le filtrage de Volterra ne nécessite pas de pré-réglages particulières comme c'est le cas du filtre passe-bande standard, seuls l'ordre et la mémoire du filtre doivent être fixés. L'ordre est déterminé par la composante à modéliser, ici, l'ordre 2 est suffisant pour la seconde harmonique. La mémoire est choisie de façon à obtenir le meilleur CTR.

Une autre étude concernant la modélisation de l'oscillation des microbulles par un modèle de Volterra est donnée dans [Mleczko *et al.*, 2009]. Dans cette étude il a été montré que pour des valeurs de pression acoustique modérée (jusqu'au 100 KPa), le modèle de Volterra permet une représentation adéquate de l'oscillation des microbulles.

Or, les limitations d'imagerie vasculaire du second harmonique, citées dans le chapitre 1, et qui sont liées à la présence du second harmonique dans l'écho du tissu, ont motivé le recours à d'autres techniques d'imagerie : l'imagerie superharmonique, l'imagerie sous et ultra-harmonique sont alors préférées. Les résultats intéressants de l'application du filtre de Volterra pour l'imagerie du second harmonique ont motivé leur adaptation pour les autres techniques. Ainsi, pour l'imagerie superharmonique, il suffit d'augmenter l'ordre du filtre selon l'ordre de l'harmonique concerné, comme dans le travail de [Al-Mistarihi *et al.*, 2004] où un filtre de Volterra d'ordre 3 a été utilisé pour construire des images cubiques à la troisième harmonique $3f_0$.

Par contre, pour l'imagerie sous et ultra-harmonique, ceux sont les composantes sous et ultra-harmoniques qui sont nécessaires pour la construction de l'image. Puisque le modèle de Volterra standard ne modélise pas les sous et ultra-harmoniques, pour une utilisation en imagerie sous et ultra-harmoniques, il faut donc introduire des modifications afin de l'adapter aux sous et ultra-harmoniques présentes dans les signaux des microbulles. C'est ce dernier point qui est au coeur de ce travail de recherche.

Les méthodes que nous allons développer à travers la thèse seront appliquées aux signaux simulés de microbulles. Les signaux sont obtenus en utilisant un modèle de simulation que nous allons décrire dans le paragraphe suivant.

2.6 Modèle de simulation

Les méthodes développées dans cette thèse sont appliquées sur des signaux simulés de microbulles dont nous décrivons ci-après le modèle.

La propagation des ultrasons dans les microbulles est simulée à l'aide du programme « Bubblesim » développé par Hoff [Hoff, 2001]. C'est un programme qui simule la réponse d'une microbulle excitée par une impulsion ultrasonore. Nous l'avons utilisé comme une boite à outils en Matlab.

Il simule l'oscillation radiale et l'onde renvoyée par la microbulle. Une version modifiée de l'équation de Rayleigh-Plesset a été choisie. Le modèle présenté par Church [Church, 1995] et modifié ensuite par Hoff [Hoff, 2001] est basé sur la description théorique de microbulles assimilées à des particules remplies d'air et encapsulées dans des couches élastiques. L'oscillation de la microbulle est obtenue en résolvant l'équation de Rayleigh-Plesset modifiée donnée par (2.37) :

$$r(t)\ddot{r}(t) + \frac{3}{2}\dot{r}(t)^2 - \frac{p_v - p_0 - p(t)}{\rho} - \frac{r(t)}{\rho c}\dot{p}_v(t) = 0 \tag{2.37}$$

Il est conçu pour des microbulles, dont le rayon est de l'ordre du micromètre, excitées par des ultrasons de fréquences de l'ordre du MHz. Les paramètres de l'onde d'excitation (la pression, le nombre de cycles, la fréquence d'émission, la fréquence d'échantillonnage), sont choisis par l'utilisateur. De même, les paramètres de la microbulle sont choisis par l'utilisateur.

Pour nos applications en imagerie sous et ultra-harmonique, les paramètres des microbulles que nous allons utiliser sont choisis pour permettre la génération de ces fréquences sous et ultra-harmoniques. L'onde incidente excitant la microbulle est une onde sinusoïdale de fréquence [a] $f_0 = 4$ MHz, de pression de $0,6$ MPa , et formée 36 cycles. La fréquence d'échantillonnage est de $f_e = 60$ MHz. Les paramètres de la microbulle sont donnés dans le tableau 2.2 [Samakee et Phukpattaranont, 2012a].

Nous présentons en figure 2.6 un exemple du signal émis vers la microbulle, le signal renvoyé par la microbulle, la variation du rayon de la microbulle en fonction du temps, et les spectres du signal émis et renvoyé. Les spectres montrent bien la présence de sous et ultra-harmoniques dans le signal renvoyé par la microbulles aux

a. La fréquence de résonance d'une microbulle encapsulée de $1,5$ μm est d'environ $2,25$ MHz. La fréquence d'émission à 4 MHz est donc environ le double de la fréquence de résonance.

TABLE 2.2 – Les paramètres de la microbulle.

Rayon de la microbulle à l'équilibre r_0	$1,5$ μ m
Épaisseur de la coque de la microbulle d_{Se}	$1,5$ nm
Module de cisaillement G_s	10 MPa
Coefficient de viscosité de la coque de la microbulle η	$1,49$ Pa.s

fréquences ($\frac{f_0}{2} = 2$ MHz, $\frac{3}{2}f_0 = 6$ MHz, et $\frac{5}{2}f_0 = 10$ MHz).

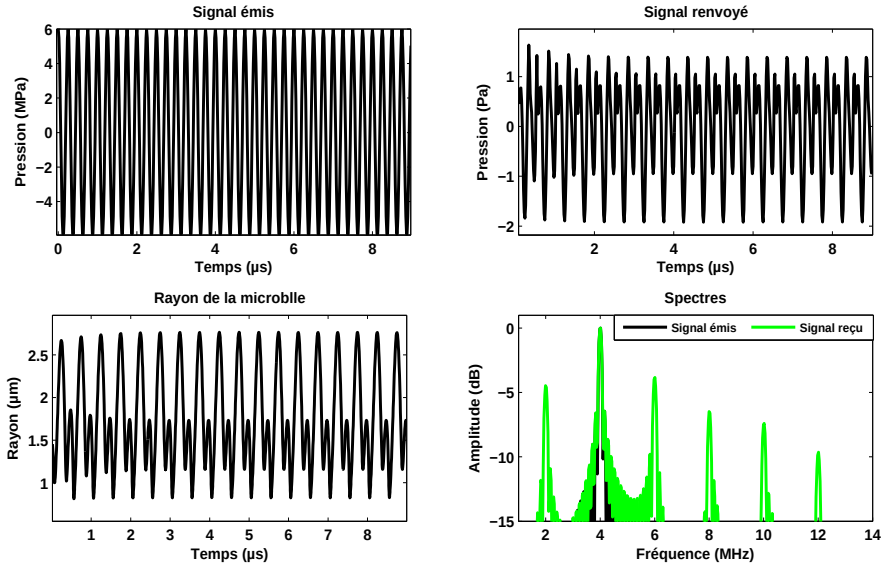


FIGURE 2.6 – Résultats affichés par le modèle de simulation Bubblesim avec $f_0 = 4$ MHz.

Chapitre 3

Identification et modélisation de systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques

3.1 Génération de sous et ultra-harmoniques par les systèmes non linéaires

Dans le chapitre précédent, nous avons indiqué que les microbulles peuvent générer des composantes sous et ultra-harmoniques dans des conditions spécifiques de pression et de fréquence. Ce phénomène est observé aussi dans d'autres systèmes non linéaires qualifiés de fortement non linéaire. Elles peuvent être générées par des systèmes mécaniques [Ishida *et al.*, 1992, Ishida, 1994, Buhler et Frendi, 2004], des systèmes acoustiques [Lauterborn et Cramer, 1981], des systèmes magnétiques et électriques [Tommaseo *et al.*, 2004], des systèmes biologiques [Enjieu Kadji *et al.*, 2007], et des systèmes issus des sciences médicales [Velazquez *et al.*, 2003, Greenman *et al.*, 2004].

Les sous harmoniques sont des composantes de fréquences sous-multiples entiers de la fréquence d'excitation $\frac{f_0}{N}$, où N est entier [Hayashi, 1953], alors que les ultra-harmoniques sont les multiples non entiers de la fréquence d'excitation, donc supérieurs à cette fréquence. La modélisation des sous et ultra-harmoniques n'est pas possible avec tous les modèles non linéaires cités dans le chapitre 2. En particulier, les modèles NMA comme le modèle de Volterra et le modèle de Hammerstien généralisé n'y parviennent pas. Cela est justifié par le théorème proposé par [Boyd *et al.*, 1984] qui stipule que la réponse du modèle de Volterra à une entrée périodique de fréquence

f_0 est aussi périodique de fréquence multiple de la fréquence f_0. Ce théorème peut être généralisé à tout modèle NMA puisque la sortie du modèle est fonction du signal d'entrée seulement. Donc, seules les composantes dont la fréquence est égale à un multiple entier de f_0 seront modélisées. Par contre, les sous et ultra-harmoniques ne seront pas modélisées car leurs fréquences ne sont pas des multiples entiers de f_0. Le problème de la modélisation des systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques est détaillé dans la section suivante.

3.2 Problématique de la modélisation de sous et ultra-harmoniques

Considérons l'exemple d'un modèle NMA en schéma bloc simple (présenté en figure 3.1), ou généralisé avec plusieurs branches, excité par une entrée $x(n)$ périodique de période T_0 et de fréquence f_0, ($T_0 = \frac{1}{f_0}$). Il satisfait alors :

$$x(n + T_0) = x(n), \forall(n). \tag{3.1}$$

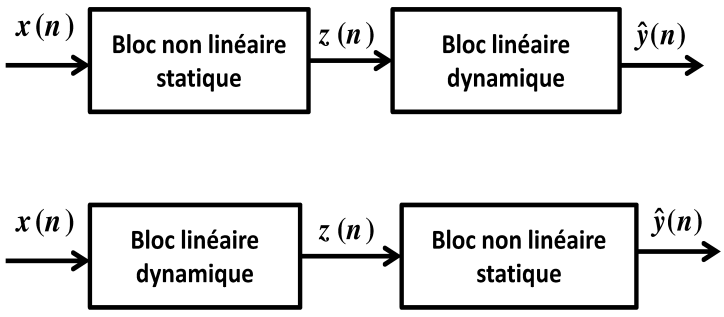


FIGURE 3.1 – Schéma du modèle en schéma bloc simple, en haut : modèle de Hammerstein simple en bas : modèle de Wiener simple.

Si $z(n)$ est la sortie du bloc non linéaire statique décrit par la fonction $\mathcal{F}(.)$ alors on a : $z(n) = \mathcal{F}(x(n))$. Il s'en suit que :

$$z(n + T_0) = \mathcal{F}(x(n + T_0)) = \mathcal{F}(x(n)) = z(n), \qquad \forall n. \tag{3.2}$$

Par conséquent, la sortie du bloc non linéaire est encore périodique de même période T_0. Pour les systèmes générant des sous-harmoniques de fréquence $\frac{f_0}{N}$, la période à la sortie est la *N-ième* multiple de celle de l'entrée NT_0. Le bloc non linéaire statique ne génère donc pas des sous-harmoniques, et comme le bloc linéaire conserve la périodicité, il s'en suit que le modèle schéma bloc comme les modèles de Hammerstein, et de Wiener, sont incapables de modéliser les sous-harmoniques [Pearson, 1995]. Le même raisonnement peut être utilisé pour démontrer que le modèle de Volterra ne peut pas modéliser les sous harmoniques. Désignons par

$$\mathcal{F}_{m_p}(x(n)) = x(n-m_1)x(n-m_2)\dots x(n-m_p), \tag{3.3}$$

la fonction non linéaire dynamique du modèle Volterra d'ordre p. Alors :

$$\begin{aligned} \hat{y}(n+T_0) &= \sum_{p=1}^{P} h_p(m_1,\dots,m_p)\mathcal{F}_{m_p}(x(n+T_0)) \\ &= \sum_{p=1}^{P} h_p(m_1,\dots,m_p)\mathcal{F}_{m_p}(x(n)) = \hat{y}(n) \qquad \forall n. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Notez qu'un modèle NAR (ou NARMA) peut modéliser les sous et ultra-harmoniques en raison de sa dépendance avec sa sortie et son entrée passées. Toutefois, il ne permet plus une description par convolution contrairement aux modèles NMA.

Comme nous l'avons introduit dans le chapitre précédent, c'est le modèle de Volterra ou de Hammerstein généralisé (NMA en général) qui nous intéresse en imagerie ultrasonore de contraste sous et ultra-harmonique. Donc, l'adaptation du modèle de Volterra pour la modélisation des sous et ultra-harmoniques permet aussi d'étendre la notion de convolution vers les systèmes générant des sous et ultra-harmoniques.

Pour pouvoir modéliser les sous et ultra-harmoniques avec un modèle de Volterra, des modifications doivent être apportées au modèle. Des travaux, dont l'objectif est de modéliser les sous et ultra-harmoniques générées par les microbulles en utilisant un modèle de Volterra ont déjà été menés [Samakee et Phukpattaranont, 2012a, Samakee et Phukpattaranont, 2012b, Samakee et Phukpattaranont, 2012c]. Tous ces travaux sont basés sur la méthode développée en 2003 par Boaghe et Billings [Boaghe et Billings, 2003].

Même si l'équipe de l'université de Sheffield menée par Billings a proposé plusieurs autres travaux [Li et Billings, 2005, Li et Billings, 2012] sur ce sujet, ceux sont les travaux presentés en 2003 [Boaghe et Billings, 2003] qui sont à nos yeux les plus fondamentaux. Dans ces travaux, Boaghe et Billings ont proposé une méthode utilisant un modèle de Volterra à entrées multiples et une seule sortie (MISO pour *multiple input single output*) pour modéliser les sous et ultra-harmoniques. Cette méthode sera détaillée dans la section suivante.

3.2.1 Modélisation de sous et ultra-harmoniques par un modèle MISO Volterra

Cette section décrit la méthode proposée dans [Boaghe et Billings, 2003] pour modéliser les sous et ultra-harmoniques avec un modèle Volterra à multiple entrées et une seule sortie (MISO Volterra).

Le théorème reporté dans [Boyd *et al.*, 1984] permet de déduire qu'il est possible de modéliser les sous et ultra-harmoniques, si ces dernières peuvent être vues comme étant des multiples entiers de la fréquence d'excitation du modèle de Volterra. Si l'entrée du modèle de Volterra est de fréquence $\frac{f_0}{N}$, alors les sous et les ultra-harmoniques sont considérées comme étant des multiples entiers de la fréquence d'entrée du modèle de Volterra, et par suite, elles seront modélisées.

Le challenge posé est donc : « comment modifier le signal $x(n)$ pour obtenir une nouvelle entrée du modèle de Volterra ayant la fréquence sous-harmonique $\frac{f_0}{N}$? ». Le moyen trouvé par Billings et Boaghe [Boaghe et Billings, 2003] pour faire apparaître cette composante sous-harmonique est de décomposer le signal $x(n)$ en plusieurs sous-signaux $x_i(n)$, chacun de ces sous-signaux possédant des composantes fréquentielles en f_0 et $\frac{f_0}{N}$. Les sous-signaux forment une entrée modifiée N-dimensionnelle $x_{modifi}(n) = [x_1(n); ...; x_i(n); ...; x_N(n)]$. Le modèle MISO Volterra est représenté dans la figure 3.2.

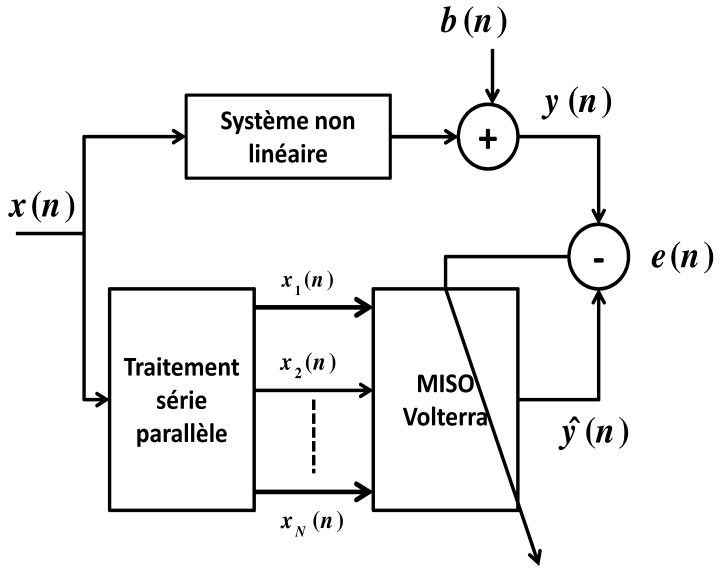


FIGURE 3.2 – Schéma du modele MISO Volterra.

Considérons un morceau du signal $x(n)$ de durée égale à NT_0. La décomposition du signal $x(n)$ sur cette portion se fait selon l'équation :

$$x_{i_1}(n) = \begin{cases} 0, & n \in [0; T_0] \\ \dots & \\ x(n), & n \in [(i-1)T_0; iT_0] \\ 0, & n \in [iT_0; (i+1)T_0] \\ \dots & \\ 0, & n \in [(N-1)T_0; NT_0], \end{cases} \tag{3.5}$$

où $T_0 = \frac{1}{f_0}$. La même décomposition s'applique sur tout le signal en considérant à chaque fois une portion de durée NT_0. On aura à la fin le signal $x_i(n)$ avec $\sum x_i(n) = x(n)$.

La procédure de modélisation est constituée des étapes suivantes :

1. identifier l'ordre N de la sous-harmonique, et la période T_0 de l'entrée $x(n)$. L'ordre N peut être déterminé en utilisant le diagramme de bifurcation ou le spectre de la réponse du système $y(n)$;
2. générer l'entrée modifiée $x_{modifi}(n)$ à partir du signal d'entrée $x(n)$ du système selon l'équation (3.5) ;

3. identifier un modèle MISO Volterra pour le système d'entrée $x_{modifi}(n)$ et de sortie $y(n)$.

Pour mieux illustrer cette méthode, nous la testons en reprenant l'exemple de l'oscillateur non linéaire de Duffing-Holmes utilisé dans [Boaghe et Billings, 2003].

L'oscillateur de Duffing est un exemple d'un oscillateur forcé périodiquement avec une élasticité non linéaire. C'est un système dynamique non linéaire de second ordre excité par un signal sinusoïdal. Nous considérons l'oscillateur de Duffing-Holmes décrit par l'équation suivante [Boaghe et Billings, 2003] :

$$\ddot{y} + 1.5\dot{y} - y + y^3 = A\cos(n). \tag{3.6}$$

Pour un système de Duffing, il est possible d'observer l'apparition de sous harmoniques pour des valeurs déterminées de l'amplitude A du signal d'excitation [Novak et Frehlich, 1982, Paduart, 2008]. L'équation est simulée avec l'algorithme de Runge-Kutta avec un intervalle d'intégration de $\pi/15s$. Le système est excité par une excitation sinusoïdale $A\cos(n)$ de fréquence $f_0 = 1/(2\pi)Hz$. Pour $A = \{1, 2\}$, des sous harmoniques de fréquence $\frac{f_0}{2} = 0,089Hz$ sont générées.

Dans l'exemple de Duffing-Holmes, le modèle MISO se résume à deux entrées comme présenté en figure 3.3.

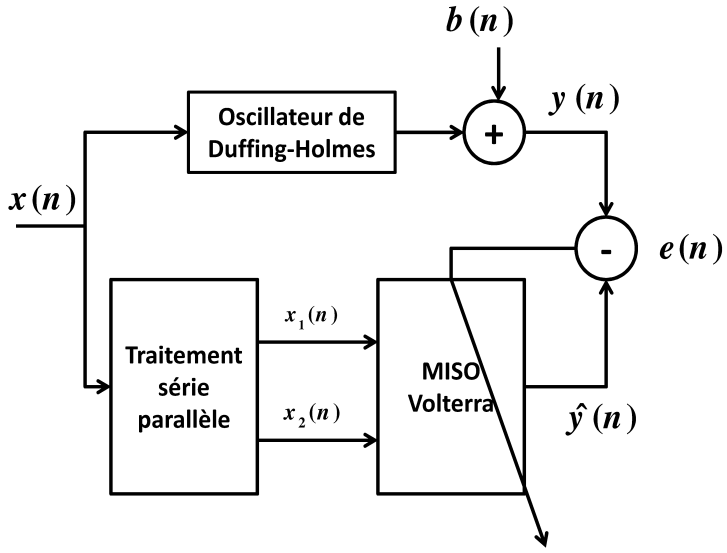


FIGURE 3.3 – Schéma du modele MISO Volterra.

La figure 3.4 montre le signal d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$ de l'oscillateur Duffing-Holmes.

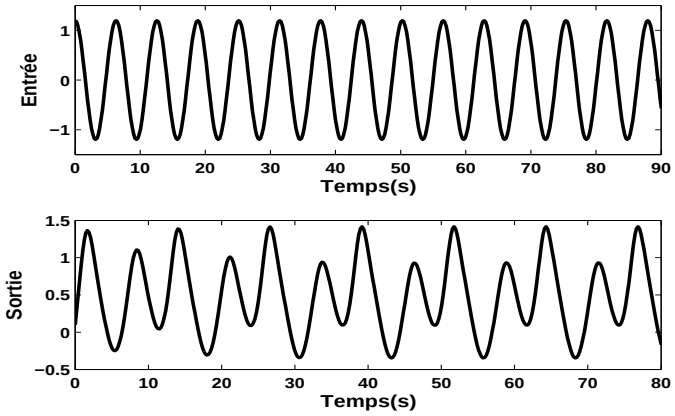


FIGURE 3.4 – Les signaux d'entrée et de sortie de l'oscillateur de Duffing-Holmes.

La figure 3.5 montre les deux sous signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ issus du modèle proposé par Boaghe et Billings. La comparaison avec le signal $x(n)$ permet de vérifier que les $x_1(n)$ et $x_2(n)$ ont une période double de $x(n)$ *i.e.* une fréquence $\frac{f_0}{2}$.

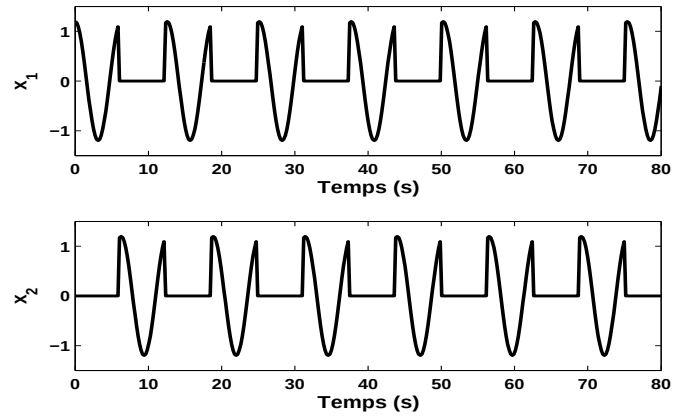


FIGURE 3.5 – Les 2 signaux d'entrée du système MISO.

La figure 3.6 (a) montre, en haut, une comparaison temporelle entre le signal $y(n)$ (en noir) et le signal modélisé avec le modèle de Volterra standard, et en bas, une comparaison avec le signal modélisé avec le modèle MISO Volterra. Le modèle de Volterra qui est appliqué avec un ordre $P = 3$ et une mémoire $M = 15$ montre de bons résultats en terme d'erreur quadratique moyenne entre le $y(n)$ et $\hat{y}(n)$ en fonction de la mémoire du modèle. La figure 3.7 montre les spectres

correspondants aux signaux représentés en figure 3.6. Les deux figures montrent que la méthode MISO Volterra permet de modéliser les sous et ultra-harmoniques en plus des harmoniques, contrairement au modèle SISO Volterra standard où seules les harmoniques sont modélisés [Boyd *et al.*, 1984].

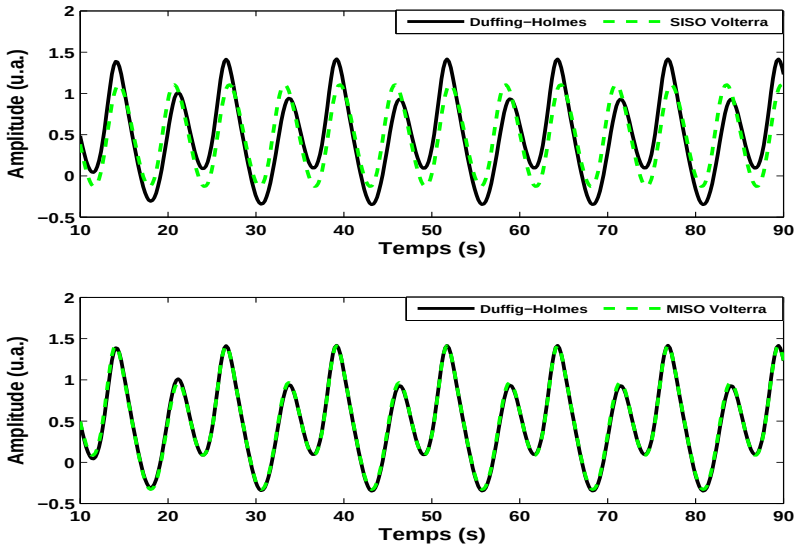


FIGURE 3.6 – Comparaison entre le signal de sortie de l'oscillateur de Duffing-Holmes $y(n)$(en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra, (bas) le modèle MISO Volterra. Ici $SNR = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 15$.

3.2.2 Application en imagerie ultrasonore sous-harmonique

Cette méthode a été appliquée ensuite dans le domaine de l'imagerie ultrasonore de contraste [Samakee et Phukpattaranont, 2012a, Samakee et Phukpattaranont, 2012b, Samakee et Phukpattaranont, 2012c]. Dans leur étude, les auteurs ont appliqué la méthode MISO Volterra pour modéliser les sous-harmoniques présentes dans les signaux de microbulles. Dans leurs travaux, les auteurs ont repris la méthode MISO Volterra déjà expliquée dans la section précédente en apportant des modifications non seulement au niveau du signal d'entrée (voir la figure 3.8), mais aussi au niveau du signal de sortie. Le signal de sortie $y(n)$ est modifié de la même façon que le signal

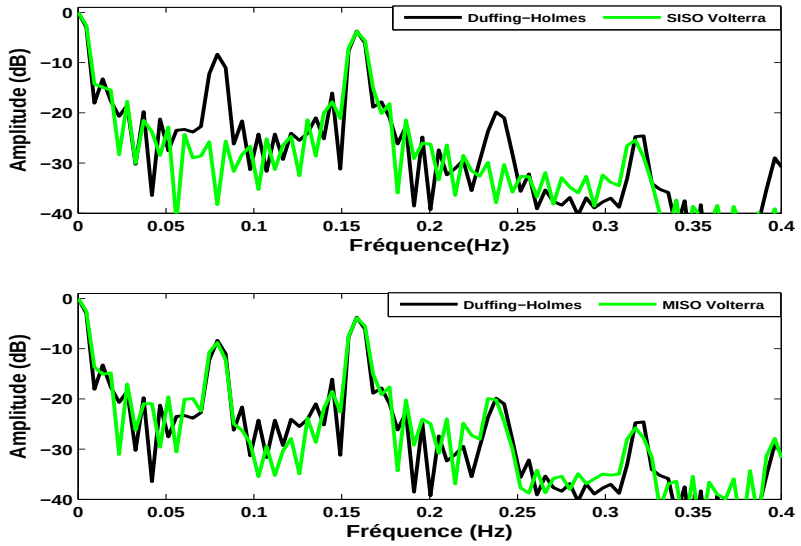


FIGURE 3.7 – Les spectres correspondants aux différentes signaux représentés en figure 3.6. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 15$.

d'entrée, il est décomposé en plusieurs signaux $y_i(n)$ selon l'équation suivante :

$$y_i(n) = \begin{cases} 0, & n \in [0; T_0] \\ \dots & \\ y(n), & n \in [(i-1)T_0; iT_0] \\ 0, & n \in [iT_0; (i+1)T_0] \\ \dots & \\ 0, & n \in [(N-1)T_0; NT_0], \end{cases} \tag{3.7}$$

où $T_0 = \frac{1}{f_0}$, avec $\sum y_i(n) = y(n)$.

Le processus de modélisation consiste à modéliser chaque signal $y_i(n)$ à l'aide d'un modèle SISO Volterra d'entrée $x_i(n)$. Les signaux obtenus $\hat{y}_i(n)$ sont additionnés pour obtenir le signal final de la microbulle comme le montre la figure 3.8.

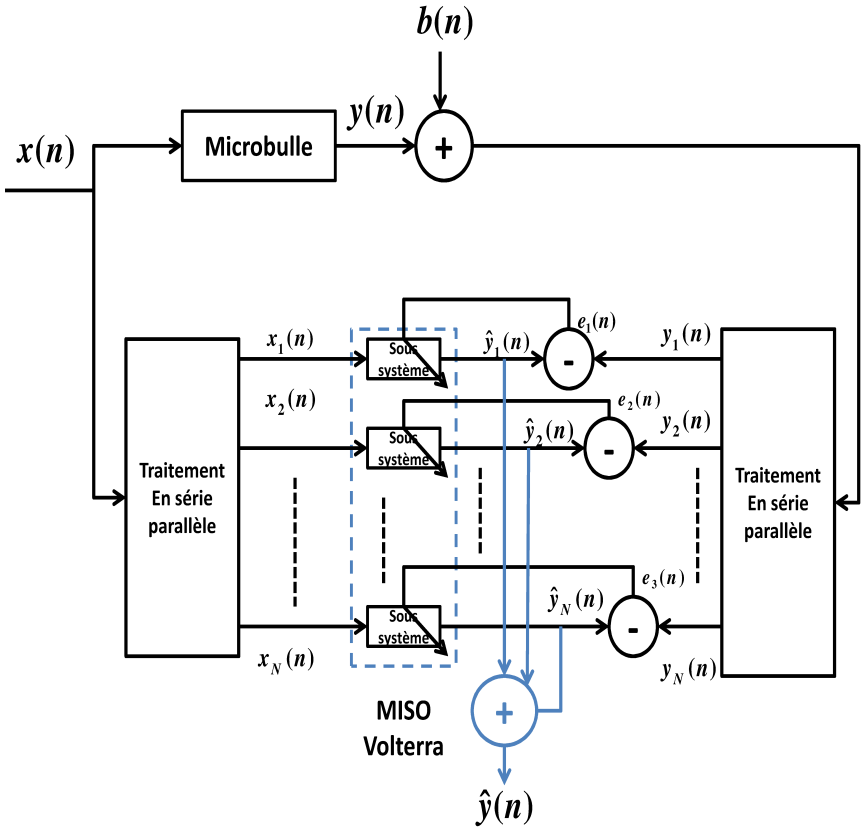


FIGURE 3.8 – Schéma du modèle MISO Volterra avec décomposition du signal d'entrée et de la sortie appliquée en imagerie ultrasonore sous harmonique [Samakee et Phukpattaranont, 2012a].

Deuxième partie

Contributions à l'identification, la modélisation et l'extraction de sous et ultra-harmoniques

Chapitre 4

Modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle MISO Volterra

Dans la première partie, nous avons expliqué que le modèle SISO Volterra, ainsi que tous les autres modèles NMA (Hammerstein généralisé,...), sont incapables, sous leur formalisme standard, de modéliser les composantes sous et ultra-harmoniques. Aussi, nous avons présenté la méthode NMA existante capable de modéliser les sous et ultra-harmoniques, et nous avons mentionné les premiers éléments de réponse qui constituent le point de départ de notre travail.

C'est en modifiant l'excitation et en proposant un modèle MISO Volterra que Boaghe et Billings [Boaghe et Billings, 2003] ont montré qu'il était possible de modéliser les sous et ultra-harmoniques. Toutefois, de notre point de vue, ce travail présente une solution particulière pour modéliser les sous et ultra-harmoniques. Les auteurs n'ont pas expliqué clairement le choix du modèle MISO Volterra et quelles sont les conditions requises pour qu'un modèle MISO Volterra soit capable de modéliser les sous et ultra-harmoniques. Pour répondre à ce point non-traité, nous présentons dans ce chapitre un cadre plus général, qui d'une part apporte une réponse claire quant au choix du modèle MISO Volterra et, d'autre part, permet de proposer d'autres solutions pour le problème de la modélisation de sous et ultra-harmoniques.

4.1 Cadre général du modèle MISO Volterra

Comme mentionné dans le chapitre 3, d'après le théorème cité dans [Boyd *et al.*, 1984], il est possible de modéliser les composantes sous- et ultra-harmoniques du signal de sortie $y(n)$ si le signal excitant le modèle de Volterra contient la composante sous-harmonique $\frac{f_0}{N}$. Le moyen trouvé par Billings et Boaghe [Boaghe et Billings, 2003] pour faire apparaitre cette composante sous-harmonique consiste à décomposer le signal d'entrée $x(n)$ en plusieurs sous-signaux $x_i(n)$, chacun de ces sous-signaux possédant des composantes fréquentielles en f_0 et $\frac{f_0}{N}$. De notre point de vue, l'approche de Billings et Boaghe telle qu'elle est présentée nécessite deux conditions couplées pour le choix de la méthode de décomposition :

- l'entrée qui excite le modèle de Volterra possède la composante fréquentielle sous-harmonique à $\frac{f_0}{N}$;
- le système de Volterra est un système MISO décrit par :

$$x(n) = \sum_{i=1}^{N} x_i(n). \tag{4.1}$$

Le schéma décrivant le système MISO Volterra est présenté en figure 4.1.

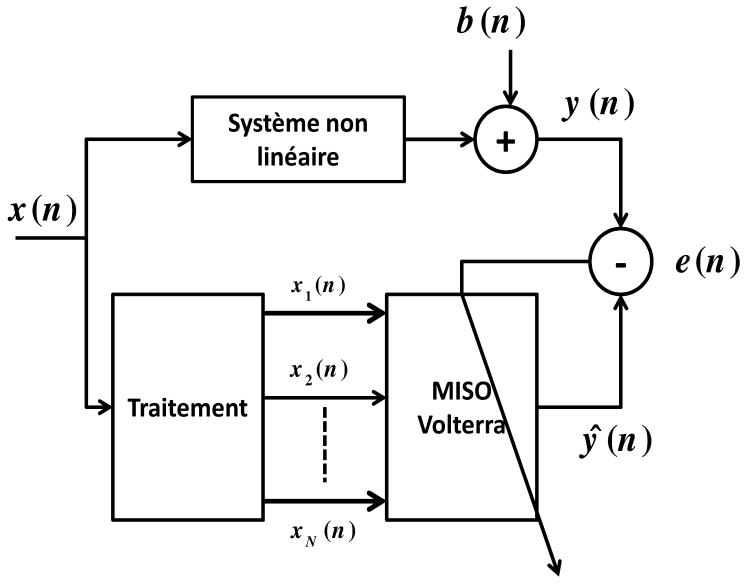


Figure 4.1 – Schéma du modèle MISO Volterra.

Néanmoins, il y a une troisième condition qui n'est pas véritablement explicitée dans [Boaghe et Billings, 2003], mais qui à nos yeux constitue une condition essentielle pour mener à bien cette modélisation. Il s'agit de la condition d'orthogonalité entre les entrées multiples du système MISO Volterra.

La prise en compte de cette condition permet de généraliser l'approche de Boaghe et Billings comme suit :

$$x(n) = \sum_{i=1}^{N} x_i(n) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \Psi_i \left(n, \frac{f_0}{N} \right), \tag{4.2}$$

où α_i sont des coefficients à ajuster et $\Psi_i \left(n, \frac{f_0}{N} \right)$ est la base de fonctions orthogonales périodiques de fréquence $\frac{f_0}{N}$. Plusieurs fonctions de base peuvent être proposées. Ici, il en est présenté deux :

1. celle que nous formulons explicitement à partir du travail présenté dans [Boaghe et Billings, 2003]. La décomposition donnée par l'équation (3.5) peut être reformulée sous la forme suivante :

$$\Psi_i \left(n, \frac{f_0}{N} \right) = x(n) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Rect_{\frac{1}{f_0}} \left(n - \frac{kN + i - 1}{f_0} \right), \tag{4.3}$$

   où $Rect_{\frac{1}{f_0}}(n)$ est la fonction rectangle qui vaut 1 lorsque $\frac{-1}{2f_0} < n < \frac{+1}{2f_0}$ et zéro ailleurs. Notons cette approche MISO1 ;

2. celle que nous proposons comme une nouvelle base de fonctions orthogonales périodiques données par :

$$\begin{aligned} &\Psi_i \left(n, \tfrac{f_0}{N} \right) = x(n) \\ &+(-1)^{(i-1)} \left(x(n) \cos \left(n T_e w_0 \frac{N-1}{N} \right) + \tilde{x}(n) \sin \left(n T_e w_0 \frac{N-1}{N} \right) \right), \end{aligned} \tag{4.4}$$

   où $\tilde{x}(n) = \mathcal{H}(x(nT_e))$ est la transformée de Hilbert de $x(n)$, T_e est la période d'échantillonnage, et $w_0 = 2\pi f_0$. Notons MISO2 cette seconde approche.

Nous allons expliquer la méthode pour un système non linéaire générant des sous et ultra-harmoniques d'ordre $N = 2$, alors qu'elle est valable pour tous les ordres.

A titre d'illustration, lorsque $x(n) = A\cos(w_0 n T_e)$ et $N = 2$, la décomposition s'écrit :

1. pour la première base :

$$\begin{aligned} x(n) &= x_1(n) + x_2(n) \\ &= \alpha_1 \Psi_1\left(n, \tfrac{f_0}{2}\right) + \alpha_2 \Psi_2\left(n, \tfrac{f_0}{2}\right), \end{aligned} \tag{4.5}$$

avec $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, et

$$\begin{aligned} \Psi_1(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Rect_{\frac{1}{f_0}}\left(nT_e - \frac{2k}{f_0}\right) \\ \Psi_2(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Rect_{\frac{1}{f_0}}\left(nT_e - \frac{2k+1}{f_0}\right); \end{aligned}$$

2. pour la seconde base :

$$\begin{aligned} x(n) &= x_1(n) + x_2(n) \\ &= \alpha_1 \Psi_1\left(n, \tfrac{f_0}{2}\right) + \alpha_2 \Psi_2\left(n, \tfrac{f_0}{2}\right), \end{aligned} \tag{4.6}$$

avec $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$, et :

$$\begin{aligned} \Psi_1(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) * \sum_{q=1}^{2} \delta\left(\frac{nT_e}{q}\right) \\ \Psi_2(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) * \sum_{q=1}^{2} (-1)^{(q-1)} \delta\left(\frac{nT_e}{q}\right) \end{aligned} \tag{4.7}$$

où $\delta(n)$ est la fonction du Dirac. Finalement $\Psi_1(n, \frac{f_0}{2})$ et $\Psi_2(n, \frac{f_0}{2})$ se réécrivent simplement par :

$$\begin{aligned} \Psi_1(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) + A\cos(\tfrac{w_0}{2} n T_e) \\ \Psi_2(n, \tfrac{f_0}{2}) = &\quad A\cos(w_0 n T_e) - A\cos(\tfrac{w_0}{2} n T_e). \end{aligned}$$

L'équation (4.6) montre que les deux signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ ont les fréquences f_0 et $\frac{f_0}{2}$. La modélisation de sous et ultra-harmoniques se fait alors par intermodulation entre ces deux fréquences. Les deux signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont calculés comme suit :

1. calculer le signal analytique $x_a(n)$ du signal d'entrée du système non linéaire $x(n)$;
2. multiplier $x_a(n)$ par un signal exponentiel $\exp\left(-2\pi j \frac{f_0}{2} n T_e\right)$, cette multiplication décalant le spectre du signal $x_a(n)$ d'une valeur de $\frac{f_0}{2}$ vers les basses

fréquences, le signal résultant $x_{a_{mod}}(n)$ a alors la fréquence $\frac{f_0}{2}$;

3. calculer la partie réelle $x_{R_{a_{mod}}}(n)$ du signal $x_{a_{mod}}(n)$ de fréquence $\frac{f_0}{2}$;
4. ajouter le signal $x(n)$ au signal $x_{R_{a_{mod}}}(n)$ pour obtenir $x_1(n)$, et les soustraire pour obtenir $x_2(n)$.

Les signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$, pour les deux bases précédentes, sont représentés en figure 4.2.

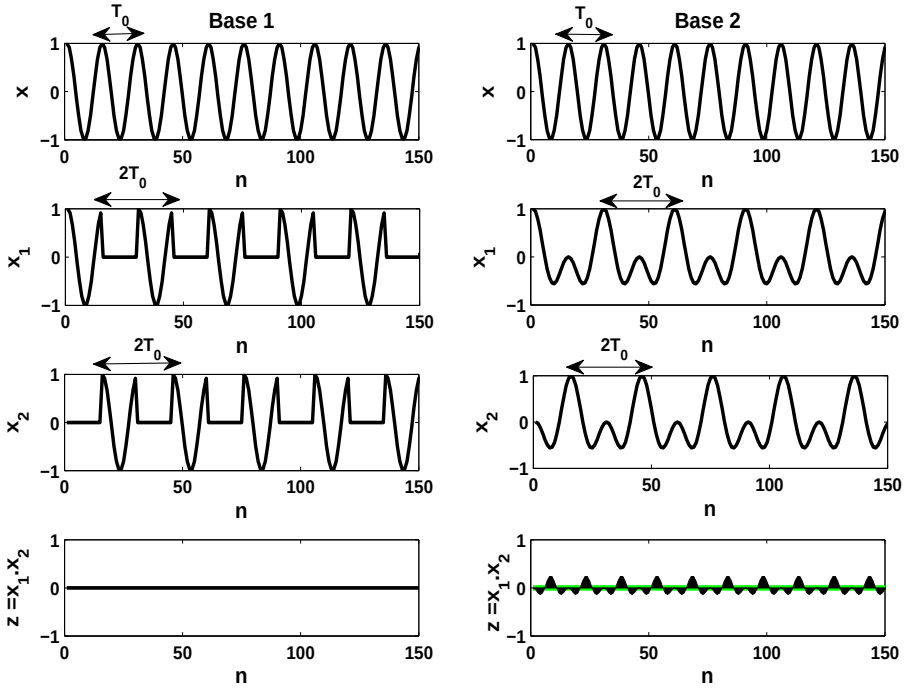


FIGURE 4.2 – Du bas vers le haut : le signal d'entrée x, les entrées modifiées x_1 et x_2, et le produit x_1x_2, (a) pour la base rectangulaire (base 1), (b) pour la nouvelle base (base 2).

Il est aisé de vérifier que pour les deux bases, les deux signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont orthogonaux[a] puisque $\sum x_1(n)x_2(n) = 0$. L'aire algébrique du signal $z(n) = x_1(n)x_2(n)$, représentée en figure 4.2 est nulle.

a. D'un point de vue statistique, les signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont orthogonaux si et seulement si $\mathbb{E}[x_1(n)x_2(n)] = 0$. Dans le cas où $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont stationnaires et ergodiques alors on peut utiliser $\mathbb{E}[x_1(n)x_2(n)] = \lim_{L\to+\infty} \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} (x_1(n)x_2(n))$, où L est la longueur du signal $x(n)$.

Finalement, si les composantes $x_i(n)$ sont orthogonales entre elles, alors cela veut dire aussi que la sortie de Volterra $\hat{y}(n)$ peut être décomposée comme suit :

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=1}^{N} \hat{y}_i(n), \tag{4.8}$$

où $\hat{y}_i(n)$ est le signal modélisé à partir de l'entrée $x_i(n)$. Les composantes $\hat{y}_i(n)$ sont-elles aussi orthogonales entre elles. Une démonstration de cette propriété donnée en annexe A, garantit que les composantes de $\hat{y}_i$ sont effectivement orthogonales.

La conséquence de cette affirmation est que le système MISO Volterra peut être représenté de façon équivalente par N systèmes SISO Volterra mis en parallèle (voir figure 4.3).

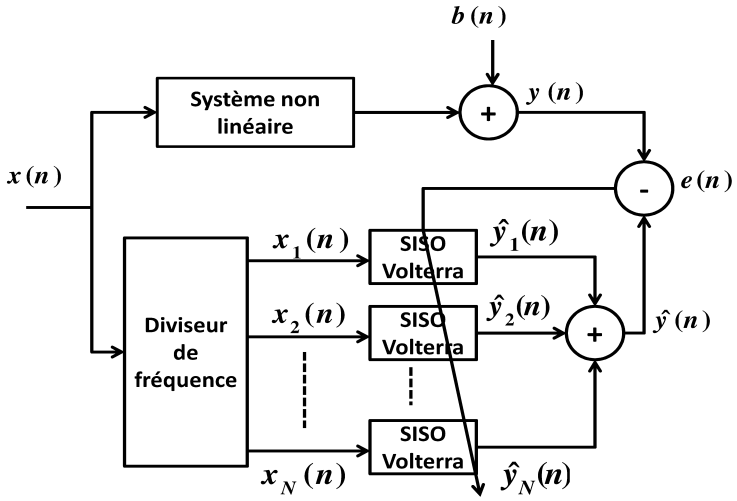


FIGURE 4.3 – Schéma du modèle MISO Volterra orthogonal.

4.2 Application en imagerie ultrasonore sous-harmonique

Pour valider les différentes bases de décomposition proposées pour la méthode MISO Volterra, et quantifier leurs niveaux de performances pour une application en imagerie médicale ultrasonore de contraste sous et ultra-harmonique, des simulations sont proposées. Les paramètres de la simulation de l'oscillation de la microbulle sont donnés dans le chapitre 2.

La fréquence sous harmoniques est d'ordre $N = 2$. Le calcul des coefficients α_1 et α_2 en respectant les conditions indiquées [Sbeity *et al.*, 2013], donne :

$$\alpha_1 = -\alpha_2 = 0.5. \tag{4.9}$$

Le signal $x(n)$ et les deux signaux $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont représentés dans la figure 4.4.

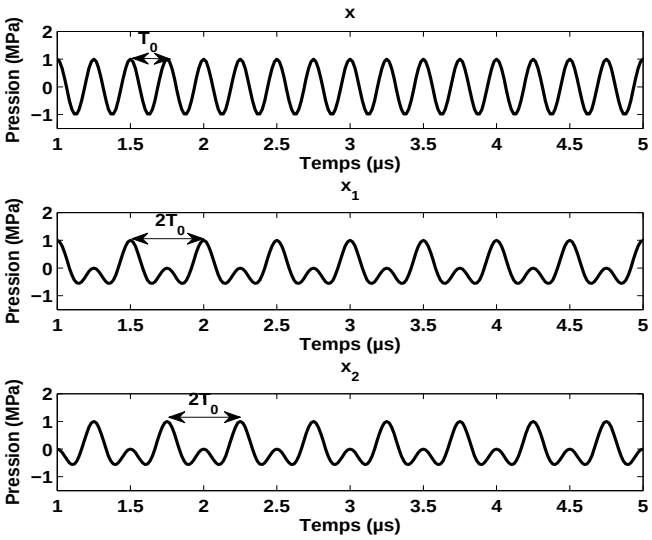


FIGURE 4.4 – Le signal d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiées $x_1(n)$ et $x_2(n)$ pour la microbulle.

Les performances des différentes méthodes de modélisation sont évaluées quantitativement et qualitativement.

Évaluation quantitative : Pour connaître précisément les performances de deux méthodes, MISO1 (avec la base proposée dans [Boaghe et Billings, 2003]) et MISO2 (avec la nouvelle base proposée dans ce travail) mais aussi pour savoir laquelle de deux approches de Volterra fournit les meilleures performances, une étude quantitative est nécessaire. L'erreur quadratique moyenne relative $EQMR$ définie comme suit :

$$EQMR = \frac{E[|\hat{y}(n) - y(n)|^2]}{E[|y(n)|^2]}, \tag{4.10}$$

est évaluée pour différents niveaux de bruit à la sortie du système. Le bruit, dont le niveau sera ajusté en fonction du RSB, est gaussien et blanc. Dix réalisations sont

effectuées pour évaluer les fluctuations sur l'$EQMR$. Les $EQMR$ pour des $RSB = \infty, 20, 15, 10$ dB sont reportées en figure 4.5.

La figure 4.5 montre la variation de l'$EQMR$. Chaque courbe montre la variation de l'$EQMR$ entre le signal modélisé avec la méthode MISO1 et le signal renvoyé par la microbulle, en noir, et l' $EQMR$ entre le signal modélisé avec la méthode MISO2 et le signal renvoyé par la mcirobulle, en vert, en fonction de la mémoire M du modèle de Volterra utilisé. Les valeurs de la mémoire M varient entre 2 et 16. L'ordre du modèle P fixé à 3 est suffisant pour modéliser jusqu'à la troisième harmonique couvrant alors les fréquences accessibles en imagerie ulrasonore de contraste.

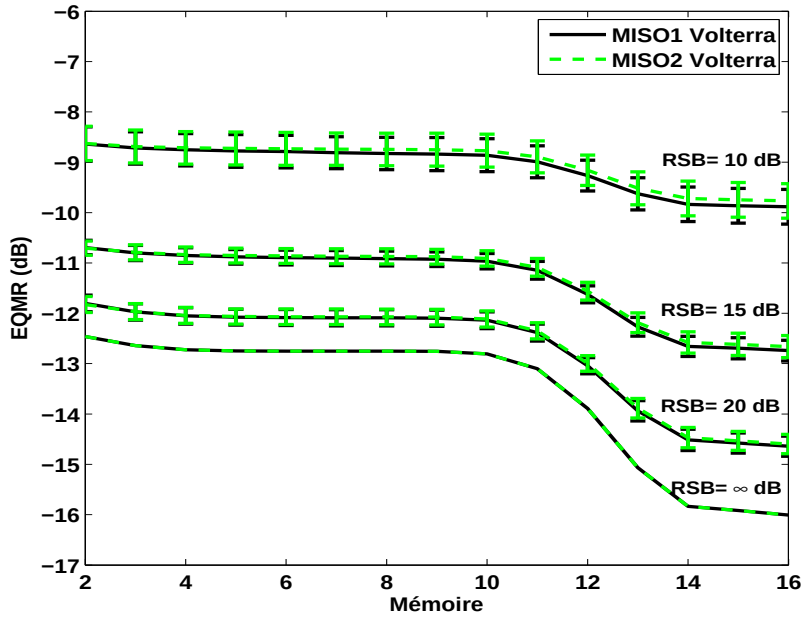


FIGURE 4.5 – Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé avec la méthode MISO1 (en noir)), et avec la méthode MISO2 (en vert) et le signal renvoyé par la microbulle en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB.

Les figures montrent que les courbes de variation de l'$EQMR$ obtenues avec les deux méthodes MISO (MISO1 et MISO2) ont toujours une allure décroissante en fonction de la mémoire, ce qui montre que les différentes méthodes tendent asymptotiquement vers la solution optimale, la base de décomposition est alors dite complète. Sachant qu'au-délà de $M = 16$, il n'y a plus de variation significative de l'$EQMR$, nous avons limité la valeur supérieure de la mémoire à $M = 16$. Pour $M = 16$, en absence du bruit, nous avons obtenu une $EQMR = -16$ dB, en absence du bruit, qu'on peut considérer de suffisante pour avoir un bon accord

entre les deux signaux comparés. Les figures montrent aussi que lorsque la niveau du bruit augmente (RSB diminue) les courbes s'élèvent et les valeurs de l'$EQMR$ augmentent. Des barres d'erreur mettent en évidence les faibles fluctuations sur l'$EQMR$ autour d'une valeur moyenne. Ce résultat montre que les deux approches MISO Volterra sont assez robustes vis-à-vis du bruit en terme d'$EQMR$.

Évaluation qualitative : Pour évaluer qualitativement les méthodes MISO1 et MISO2 au regard de la méthode SISO Volterra, les représentations temporelles $y(n)$ et $\hat{y}(n)$, et fréquentielles $|Y(k)|^2$ et $|\hat{Y}(k)|^2$ du signal renvoyé par la microbulle et de son estimée obtenue avec les différentes méthodes sont présentées respectivement en figures 4.6 et 4.7.

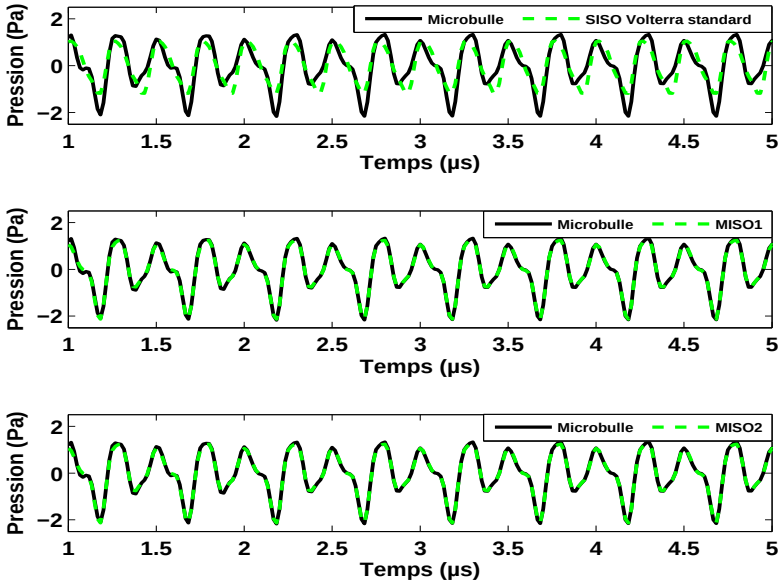


FIGURE 4.6 – Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$(en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) : (haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra, (milieu) le modèle MISO Volterra avec la fonction de base rectangulaire, (bas) le modèle MISO Volterra avec la nouvelle fonction de base. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$.

Les résultats présentées en figures 4.6 et 4.7 ont été obtenus pour un $RSB = \infty$ et pour des modèles de Volterra d'ordre $P = 3$ et de mémoire $M = 16$, choisis d'après la figure 4.5.

La figure 4.6 (haut) montre bien que le modèle SISO Volterra standard est incapable de bien modéliser le signal renvoyé par la microbulle, alors que les représentation en milieu et en bas, montrent un bon accord entre le signal renvoyé

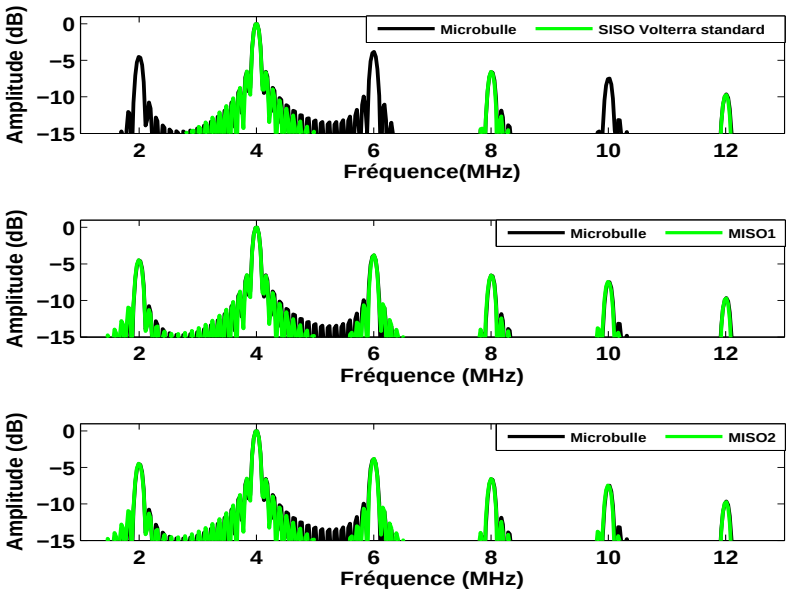


FIGURE 4.7 – Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure 4.6. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$.

par la microbulle et ceux modélisés avec les deux méthodes MISO1 et MISO2. Sur la figure 4.7 (haut), seules les composantes harmoniques à f_0, $2f_0$ et $3f_0$ sont modélisées par le modèle SISO Volterra standard. Ce résultat confirme bien que le modèle SISO Volterra est incapable de modéliser correctement les sous et ultra-harmoniques aux fréquences $\frac{f_0}{2}, \frac{3}{2}f_0, \frac{5}{2}f_0$. Sur la figure 4.7 (milieu, bas) toutes les composantes spectrales sont correctement modélisées validant les deux approches MISO Volterra.

4.3 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons proposé un cadre général qui décrit la modélisation des harmoniques, des sous et ultra- harmoniques par la décomposition de Volterra. Ce cadre général a permis de mettre clairement en évidence non pas deux mais trois critères nécessaires pour permettre une modélisation correcte de sous- et ultra-harmoniques :

1. comme suggéré dans [Boaghe et Billings, 2003], la base doit être périodique de période $\frac{f_0}{N}$;

2. comme suggéré dans [Boaghe et Billings, 2003], le système de Volterra doit être un système MISO,
3. comme nous le suggérons ici, la base dans laquelle est décomposée le signal à l'entrée du système de Volterra $x(n)$ doit être orthogonale.

À travers cette formulation, deux exemples MISO Volterra avec des bases orthogonales périodiques différentes ont été testés sur des signaux simulés de microbulles. Les deux bases ont montré une efficacité à modéliser les sous et ultra-harmoniques présentes dans les signaux de microbulles. Bien que les deux bases ont montré des performances équivalentes en terme de l'$EQMR$, le point clé de cette partie réside dans la définition, d'une façon claire et justifiée, des conditions nécessaires pour modéliser les sous et ultra-harmoniques en utilisant un modèle MISO Volterra, généralisant ainsi le travail antérieur dans ce domaine.

Bien que dans ce travail, la composante sous harmonique ait été fixée à $\frac{f_0}{2}$, il est possible de l'étendre à n'importe quel ordre N. Il en est de même pour le choix de l'ordre du modèle Volterra limité ici à trois.

Cette formulation plus générale constitue une base méthodologique pour l'imagerie de contraste sous- et ultra-harmonique et ouvre une nouvelle voie pour la recherche d'autres bases orthogonales périodiques de systèmes MISO Volterra, mais aussi pour de nouveaux systèmes MISO basés sur les modèles de Hammerstein ou de Wiener.

La modélisation des sous et ultra-harmoniques avec une modèle MISO Volterra est une conséquence de la manière utilisée pour faire apparaître la fréquence sous-harmonique à l'entrée du modèle. Comme cette fréquence est apparue à travers une décomposition en sous-signaux, un modèle à multiple entrées s'est alors imposé. Toutefois, si nous trouvons une autre façon pour faire apparaître la fréquence sous-harmonique dans le signal d'entrée autre que la décomposition, le modèle MISO n'est alors plus nécessaire, c'est que nous allons montrer dans le prochain chapitre.

Chapitre 5

Modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle SISO NMA à entrée modifiée (SMISO NMA)

Comme reporté dans le chapitre précédent, la modélisation de sous et ultra-harmoniques par un modèle de Volterra est possible si l'entrée du modèle de Volterra possède la fréquence $\frac{f_0}{N}$. L'entrée du système non linéaire doit être alors modifiée pour y faire apparaître la fréquence sous-harmonique. Dans le chapitre précédent, la modification du signal d'entrée est obtenue par décomposition dans une base de fonctions orthogonales, et la modélisation de sous et ultra-harmoniques est réalisée à l'aide d'une décomposition MISO Volterra.

Dans ce chapitre, nous présentons une autre façon de modéliser des sous et ultra-harmoniques en proposant un nouveau moyen pour faire apparaître la fréquence sous-harmonique. L'idée principale est de fabriquer un signal d'entrée modifiée sans être décomposé, la modélisation se faisant alors avec un modèle à une seule entrée et une seule sortie (SISO) Volterra. Nous proposons deux solutions à ce problème, les modèles SMISO 1 et SMISO 2 (SMISO pour *single modified input single output*).

5.1 Première solution : SMISO 1

La solution SMISO 1 (voir le schéma en figure 5.3) est une version simplifiée du modèle MISO proposé en figure 4.3 où une seule branche sera considérée.

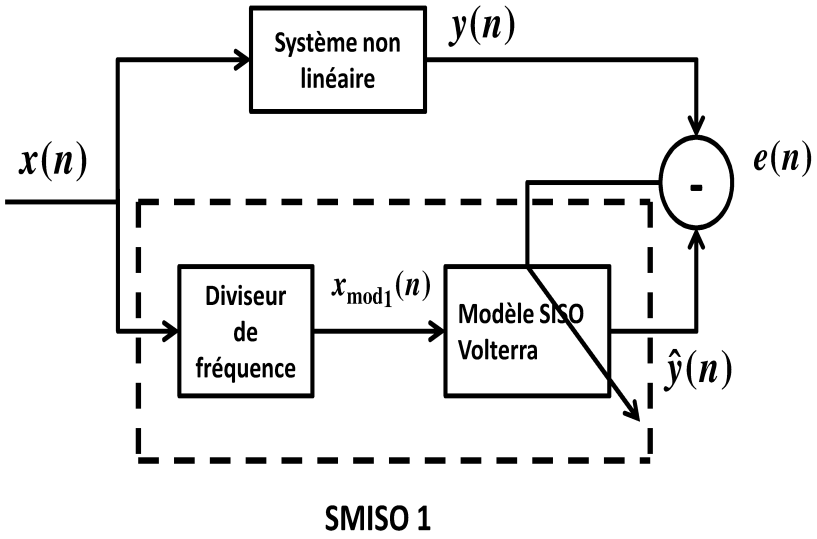


FIGURE 5.1 – Schéma du modèle SMISO 1 Volterra.

Il s'agit alors d'un modèle SISO Volterra dont l'entrée est une version modifiée de $x(n)$ que nous allons noter par $x_{mod_1}(n)$ ayant la fréquence sous harmonique. Le moyen que nous proposons pour faire apparaître la fréquence sous-harmonique dans le signal d'entrée est d'effectuer une translation du spectre de ce signal d'une valeur égale à $\frac{N-1}{N} f_0$, afin d'amener la composante fondamentale en f_0 vers la position de la composante sous-harmonique en $\frac{f_0}{N}$ à modéliser. La translation s'effectue en multipliant le signal analytique $x_a(n)$ du signal d'entrée initiale $x(n)$ par une exponentielle complexe de fréquence $-\frac{N-1}{N} f_0$, selon l'équation :

$$\begin{aligned} x_{mod_1}(n) &= \mathcal{G}\left(x(n)\right) \\ &= \Re\left(x_a(n).e^{-2\pi j f_0 \frac{N-1}{N} n T_e}\right) \\ &= \Re\left((x(n)+j\tilde{x}(n)).e^{-2\pi j f_0 \frac{N-1}{N} n T_e}\right) \\ &= x(n)\cos\left(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N}\right) + \tilde{x}(n)\sin\left(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N}\right), \end{aligned} \tag{5.1}$$

où $\mathcal{G}(.)$ est la fonction de division en fréquence, $\Re$ représente la partie réelle, $\tilde{x}(n) = \mathcal{H}(x(n))$ est la transformée de Hilbert de $x(n)$, et T_e est la période d'échantillonnage.

La fonction de division en fréquence $\mathcal{G}(.)$ est représentée en figure 5.2.

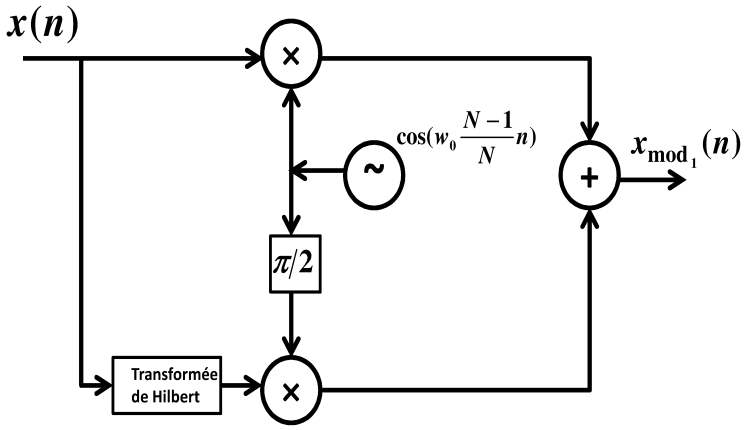


FIGURE 5.2 – Schéma fonctionnel du diviseur de fréquence.

Le signal obtenu $x_{mod_1}(n)$ centré sur la fréquence $\frac{f_0}{N}$ étant l'entrée d'un modèle SISO Volterra, la sortie $\hat{y}(n)$ doit avoir les composantes harmoniques de $\frac{f_0}{N}$ *i.e.* les sous et ultra-harmoniques. En outre, la fréquence maximale qui peut être modélisée est limitée par l'ordre P du modèle de Volterra utilisé. Il est bien connu qu'un modèle SISO Volterra d'ordre P excité par un signal de fréquence f_0 modélise les harmoniques jusqu'à la Piéme harmonique de fréquence Pf_0. Dans notre cas, où la fréquence d'excitation est $\frac{f_0}{N}$, la Piéme harmonique est de fréquence $P\frac{f_0}{N}$. Par exemple, si le système non linéaire considéré génère des sous et ultra-harmoniques d'ordre $N = 2$, alors les fréquences à la sortie $y(n)$ sont $\frac{f_0}{2}, f_0, \frac{3}{2}f_0, 2f_0, \frac{5}{2}f_0, 3f_0$. La modélisation du signal $y(n)$ par un modèle SMISO 1 Volterra d'ordre $P = 3$ d'entrée $x_{mod_1}(n)$, calculé d'après l'équation (5.1), donne seulement les trois premières harmoniques qui sont $\frac{f_0}{2}, f_0, \frac{3}{2}f_0$. Donc, pour modéliser toutes les composantes présentes dans le signal $y(n)$, il faut augmenter l'ordre du modèle de Volterra jusqu'à $P = 6$, ce qui augmente à son tour le nombre de noyaux à calculer.

Le nombre de noyaux pour un modèle de Volterra d'ordre P et de mémoire M, en prenant en considération la symétrie de noyaux est donné dans l'équation (2.3).

Par exemple, pour un modèle de Volterra d'ordre $P = 3$, et de mémoire $M = 15$, le nombre de noyaux est 815. Dans l'exemple précédent, nous avons besoin d'un modèle d'ordre $P = 6$ pour modéliser toutes les composantes, donc 54263 noyaux à calculer pour $M = 15$, ce qui nécessite un long temps de calcul.

L'augmentation accrue du nombre de noyaux à calculer rend la méthode proposée moins pratique. Pour éviter cette complexité, nous avons cherché à modifier le signal d'entrée d'une autre façon, permettant alors de réaliser la modélisation avec des modèles de Volterra d'ordres moins élevés. C'est la deuxième solution SMISO 2.

5.2 Deuxième solution : SMISO 2

Une solution possible pour augmenter la fréquence maximale modélisée avec un modèle Volterra d'ordre P donné consiste à augmenter la fréquence à l'entrée du modèle en utilisant l'intermodulation entre composantes. Pour cela, nous proposons de créer une nouvelle entrée $x_{mod}(n)$ qui possède à la fois la fréquence fondamentale f_0 et la fréquence sous-harmonique $\frac{f_0}{N}$. Un moyen simple pour y parvenir consiste à ajouter au signal d'entrée initiale $x(n)$ le signal $x_{mod_1}(n)$. La nouvelle entrée modifiée $x_{mod}(n)$ est alors calculée d'après l'équation suivante :

$$\begin{aligned} x_{mod}(n) &= x(n) + x_{mod_1}(n) \\ &= x(n) + (x(n)\cos(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N}) + \tilde{x}(n)\sin(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N})) \\ &= x(n)(1 + \cos(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N})) + \tilde{x}(n)\sin(2\pi f_0 n T_e \tfrac{N-1}{N}). \end{aligned} \tag{5.2}$$

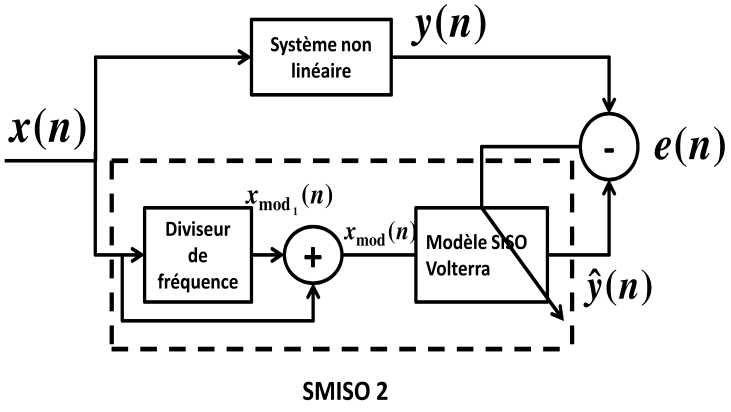


FIGURE 5.3 – Schéma du modèle SMISO Volterra.

Le modèle SISO Volterra à entrée modifiée $x_{mod}(n)$ (SMISO 2), présenté en figure 5.3, devrait alors être capable de modéliser les sous et ultra-harmoniques comme étant le résultat de l'intermodulation entre les fréquences du signal $x_{mod}(n)$. Les sous

et ultra-harmoniques sont issues d'une combinaison linéaire entre les fréquences f_0 et $\frac{f_0}{N}$. Le modèle SMISO 2 assure la modélisation de sous et ultra-harmoniques avec des ordres inférieurs à ceux exigés par le modèle SMISO 1 Volterra excité par le signal $x_{mod_1}(n)$.

Pour vérifier la véracité de nos solutions à modéliser correctement notre système non linéaire, nous proposons dans le paragraphe suivant une démonstration analytique.

5.3 Démonstration analytique de la méthode

Pour vérifier analytiquement la capacité de nos méthodes SMISO (SMISO 1 et SMISO 2) à modéliser les sous et ultra-harmoniques, et pour démontrer qu'elles ne nécessitent pas des modèles de Volterra d'ordre élevé, nous considérons le cas simple d'un système non linéaire d'entrée sinusoïdale $x(n) = A\cos(2\pi f_0 nT_e)$ générant des sous et ultra-harmoniques d'ordre N. Nous calculons ensuite le contenu fréquentiel du signal de sortie du modèle SMISO 2 Volterra excité par le signal $x_{mod}(n)$ calculé d'après l'équation (5.2) :

$$x_{mod}(n) \quad = \quad A\cos(2\pi f_0 nT_e) + A\cos(\tfrac{2\pi f_0}{N} nT_e) \tag{5.3}$$

Notez que si la démonstration est valide pour le système SMISO 2, elle est aussi pour le modèle SMISO 1 en considérant la seconde contribution comme étant nulle.

À titre d'illustration, la figure 5.4 représente le signal d'entrée $x(n)$, le signal sous harmonique (x_{SH}) $x_{mod_1}(n)$ et le signal d'entrée modifié $x_{mod}(n)$ pour $A = 1$ et $N = 2$. Il est clair que le signal $x_{mod}(n)$ est de période deux fois plus grande que le signal d'entrée originale $x(n)$. Par suite, il possède la composante fréquentielle sous-harmonique en $\frac{f_0}{2}$.

Calculons maintenant le contenu fréquentiel du signal de sortie $\hat{y}(n)$ du modèle SMISO 2 Volterra d'ordre P et de mémoire M excité par le signal $x_{mod}(n)$. Le signal $x_{mod}(n)$ est la somme de deux sinusoïdes de fréquences différentes. Pour déterminer le contenu fréquentiel à la sortie du modèle SISO Volterra excité par $x_{mod}(n)$, nous avons établi une formule simple permettant de prédire ce contenu fréquentiel.

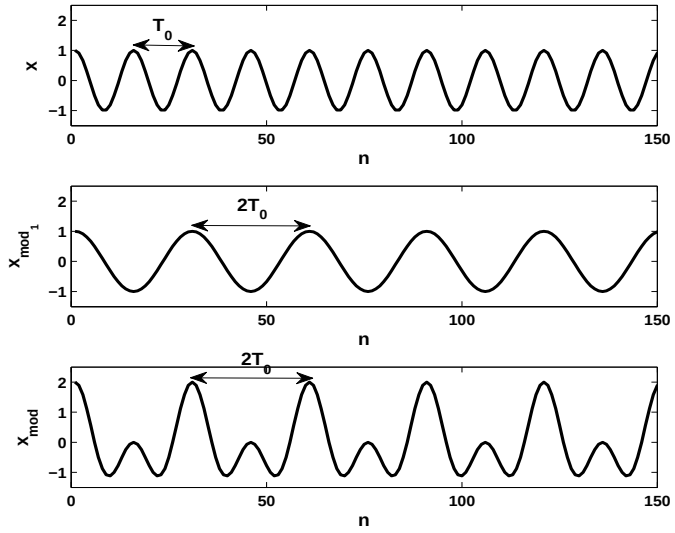


FIGURE 5.4 – Signal initial d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiés $x_{mod_1}(n)$ de fréquence $\frac{f_0}{2}$ et $x_{mod}(n)$ ayant les fréquences f_0 et $\frac{f_0}{2}$.

5.4 Détermination du contenu fréquentiel à la sortie du modèle de Volterra excité avec des multi-signaux sinusoïdaux

Les fréquences qui apparaissent à la sortie du modèle de Volterra peuvent être déterminées une fois que les fréquences de l'entrée sont connues. Nous présentons ici une méthode pour déterminer le contenu fréquentiel à la sortie d'un modèle SISO Volterra excité par une somme de sinusoïdes.

Considérons un modèle SISO Volterra excité par le signal :

$$x(n) = \cos(2\pi f_1 n T_e) + \cos(2\pi f_2 n T_e). \tag{5.4}$$

D'après l'équation (2.2), le signal de $\hat{y}(n)$ à la sortie du modèle de Volterra peut être décomposé en P signaux :

$$\hat{y}(n) = \sum_{p=1}^{P} \hat{y}_p(n), \tag{5.5}$$

où $\hat{y}_p(n)$ est le signal de sortie du sous modèle de Volterra d'ordre p. En se référant à l'équation (2.2), $\hat{y}_p(n)$ est donné par :

$$\hat{y}_p(n) = \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{k_m=0}^{M-1} \dots \sum_{k_m=0}^{M-1} h_p(m_1, m_2, \dots, m_p) x(n-m_1) x(n-m_2) \dots x(n-m_p). \tag{5.6}$$

Remplaçons $x(n)$ par sa valeur dans l'équation (5.6) :

$$\begin{aligned} \hat{y}_p(n) \; &= \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0}^{M-1} \dots \sum_{m_p=0}^{M-1} h_p(m_1, m_2, \dots, m_p)(\cos(2\pi f_1 n T_e - 2\pi f_1 m_1 T_e) \times \\ &+ \cos(2\pi f_2 n T_e - 2\pi f_2 m_1 T_e)) \dots (\cos(2\pi f_1 n T_e - 2\pi f_1 m_p T_e) \\ &+ \cos(2\pi f_2 n T_e - 2\pi f_2 m_p T_e)). \end{aligned} \tag{5.7}$$

Les termes $2\pi f_1 m_1 T_e, 2\pi f_1 m_2 T_e \dots, 2\pi f_2 m_1 T_e, 2\pi f_2 m_p T_e$ sont des phases et n'interviennent pas dans le calcul de la fréquence du signal. Par ailleurs, les fréquences sont déterminées par :

$$(\cos(2\pi f_1 n T_e) + \cos(2\pi f_2 n T_e))^p. \tag{5.8}$$

Pour $p = 1$, nous avons :

$$\cos(2\pi f_1 n T_e) + \cos(2\pi f_2 n T_e). \tag{5.9}$$

Les fréquences à la sortie sont alors f_1 et f_2.

Pour $p = 2$, nous avons :

$$\begin{aligned} &(\cos(2\pi f_1 n T_e) + \cos(2\pi f_2 n T_e))^2 \\ &= \cos^2(2\pi f_1 n T_e) + 2\cos(2\pi f_1 n T_e)\cos(2\pi f_2 n T_e) + \cos^2(2\pi f_2 n T_e) \\ &= \tfrac{1}{2}(\cos(4\pi f_1 n T_e) + \cos(4\pi f_2 n T_e) + \cos((2\pi f_1 + 2\pi f_2) n T_e) \\ &+ \cos((2\pi f_1 - 2\pi f_2) n T_e) + 1). \end{aligned} \tag{5.10}$$

Les fréquences à la sortie sont : $0, 2f_1, 2f_2, f_1 + f_2, f_1 - f_2$.

Pour $p = 3$, nous avons :

$$
\begin{aligned}
&(\cos(2\pi f_1 nT_e) + \cos(2\pi f_2 nT_e))^3 \\
&= \cos^3(2\pi f_1 nT_e) + 3\cos^2(2\pi f_1 nT_e)\cos(2\pi f_2 nT_e) + 3\cos(2\pi f_1 nT_e)\cos^2(2\pi f_2 nT_e) + \\
&\cos^3(2\pi f_2 nT_e) \\
&= \tfrac{1}{4}\cos(6\pi f_1 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_1 nT_e) + 3(\tfrac{1}{2}\cos(4\pi f_1 nT_e) + \tfrac{1}{2})\cos(2\pi f_2 nT_e) + \\
&3\cos(2\pi f_1 nT_e)(\tfrac{1}{2}\cos(4\pi f_2 nT_e) + \tfrac{1}{2}) + \tfrac{1}{4}\cos(6\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_2 nT_e) \\
&= \tfrac{1}{4}\cos(6\pi f_1 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_1 nT_e) + \tfrac{3}{2}\cos(4\pi f_1 nT_e)\cos(2\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{2}\cos(2\pi f_2 nT_e) + \\
&\tfrac{3}{2}\cos(2\pi f_1 nT_e)\cos(4\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{2}\cos(2\pi f_1 nT_e) + \tfrac{1}{4}\cos(32\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_2 nT_e) \\
&= \tfrac{1}{4}\cos(6\pi f_1 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_1 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos((4\pi f_1 + 2\pi f_2)nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos((4\pi f_1 - 2\pi f_2)nT_e) + \\
&\tfrac{3}{2}\cos(2\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos((2\pi f_1 + 4\pi f_2)nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos((2\pi f_1 - 4\pi f_2)nT_e) + \tfrac{3}{2}\cos(2\pi f_1 nT_e) + \\
&\tfrac{1}{4}\cos(6\pi f_2 nT_e) + \tfrac{3}{4}\cos(2\pi f_2 nT_e).
\end{aligned}
\tag{5.11}
$$

Les fréquences à la sortie sont : $f_1, f_2, 2f_1+2f_2, 2f_1-f_2, f_1+2f_2, f_1-2f_2, 3f_1, 3f_2$.

Comme les fréquences positives et négatives sont symétriques, le calcul des seules fréquences positives est suffisant. En effectuant le même calcul pour les ordres supérieurs, nous remarquons que l'ensemble de fréquences positives Ω_+ obtenues a la forme générale :

$$
\Omega_+ = \{|\gamma_1 f_1 \pm \gamma_2 f_2|\} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} (\gamma_1 + \gamma_2) \in \{0, 2, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est pair} \\ (\gamma_1 + \gamma_2) \in \{1, 3, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est impair.} \end{cases}
\tag{5.12}
$$

avec $\gamma_1\gamma_2 \in \mathbb{N}^*$. L'application de cette formule permet de retrouver les mêmes fréquences que celles trouvées précédemment dans les équations $(5, 10)$, $(5, 11)$, $(5, 12)$.

Cette formule peut être généralisée pour une entrée formée de K sinusoïdes :

$$
x(n) = \sum_{l=1}^{K} \cos(2\pi f_l nT_e). \tag{5.13}
$$

L'ensemble Ω_+ est alors donné par :

$$\Omega_+ = \{|\gamma_1 f_1 \pm \gamma_2 f_2 \pm \ldots \pm \gamma_K f_K|\} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sum_{l=1}^{K} \gamma_l \in \{0, 2, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est pair} \\ \sum_{l=1}^{K} \gamma_l \in \{1, 3, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est impair.} \end{cases} \tag{5.14}$$

Le contenu fréquentiel à la sortie du modèle de Volterra peut être calculé également avec l'algorithme établi dans [Wei *et al.*, 2007] mais cet algorithme exige plus de calculs que dans notre cas.

5.5 Détermination du contenu fréquentiel à la sortie du modèle SMISO 2 Volterra

Revenons au modèle SMISO 2 Volterra et appliquons la relation (5.14) pour calculer le contenu fréquentiel Ω_+ du signal de sortie du modèle SMISO 2 Volterra excité avec le signal $x_{mod}(n)$.

Dans notre cas on a $K = 2, (f_1 = f_0, f_2 = \frac{f_0}{N})$. On en déduit alors :

$$\Omega_+ = \{|\gamma_1 f_0 \pm \gamma_2 \tfrac{f_0}{N}|\} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \gamma_1 + \gamma_2 \in \{0, 2, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est pair} \\ \gamma_1 + \gamma_2 \in \{1, 3, \ldots, p\} & \text{si} \quad p \quad \text{est impair.} \end{cases} \tag{5.15}$$

Calculons maintenant Ω_+ pour $p = 1, 2, 3, P = 3$. Les résultats sont groupés dans le tableau 5.1. Ce tableau montre que la fréquence maximale modélisée est Pf_0, au lieu de $P\frac{f_0}{N}$ obtenu en excitant avec la fréquence sous harmonique $\frac{f_0}{N}$ seulement.

Pour plus de clarté, prenons les deux cas pour $N = 2$, et $N = 3$, les tableaux 5.2 et 5.3 résument les résultats.

Les tableaux 5.1, 5.2 et 5.3 montrent que le signal $\hat{y}_p(n)$ possède la fréquence fondamentale, les harmoniques, les sous et ultra-harmoniques jusqu'à l'ordre P du modèle de Volterra utilisé. Des fréquences d'ordres supérieurs peuvent être obtenues en augmentant l'ordre du modèle de Volterra.

TABLE 5.1 – Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n)$.

p	$\gamma_1+\gamma_2$	γ_1	γ_2	fréquences à la sortie
1	1	1	0	f_0
		0	1	$\frac{f_0}{N}$
2	0	0	0	0
	2	2	0	$2f_0$
		1	1	$\lvert f_0 \pm \frac{f_0}{N}\rvert$
		0	2	$\frac{2}{N}f_0$
3	1	1	0	f_0
		0	1	$\frac{f_0}{N}$
	3	3	0	$3f_0$
		2	1	$\lvert 2f_0 \pm \frac{f_0}{N}\rvert$
		1	2	$\lvert f_0 \pm \frac{2}{N}f_0\rvert$
		0	3	$\frac{3}{N}f_0$

TABLE 5.2 – Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n), N=2$.

p	fréquences à la sortie
1	$\frac{f_0}{2}, f_0$
2	$0, \frac{f_0}{2}, \frac{3}{2}f_0, 2f_0$
3	$0, \frac{f_0}{2}, f_0, \frac{3}{2}f_0, 2f_0, \frac{5}{2}f_0, 3f_0$

TABLE 5.3 – Le contenu fréquentiel de la sortie du modèle SMISO2 Volterra excité par $x_{mod}(n), N=3$.

p	fréquences à la sortie
1	$\frac{f_0}{3}, f_0$
2	$0, \frac{2}{3}f_0, f_0, \frac{4}{3}f_0, 2f_0$
3	$\frac{f_0}{3}, f_0, \frac{5}{3}f_0, \frac{7}{3}f_0, 3f_0$

L'application de cette formule en considérant le cas du modèle MISO Volterra proposé dans [Boaghe et Billings, 2003, Sbeity *et al.*, 2013] donne des fréquences similaires, à la sortie de chaque modèle SISO Volterra, puisque les signaux $x_i(n)$ possèdent les fréquences f_0 et $\frac{f_0}{N}$, alors chacun des signaux $\hat{y}_i(n)$ en sortie correspondant aux différents $x_i(n)$ respectivement, doit avoir les mêmes fréquences que celles indiquées dans le tableau 5.1.

5.6 Application en imagerie ultrasonore sous harmonique

Pour valider les différentes méthodes proposées et quantifier leurs performances pour une application en imagerie médicale ultrasonore de contraste, des simulations sont proposées. Les paramètres de simulation sont les mêmes que ceux indiqués dans le chapitre 2.

Les performances des différentes méthodes de modélisation sont évaluées qualitativement et quantitativement.

Évaluation quantitative : L'$EQMR$ entre le signal modélisé en utilisant la méthode SMISO 2 et le signal renvoyé par la microbulle est calculée et comparée avec celle obtenue en utilisant la méthode MISO 2 développée dans le chapitre précédent. Les $EQMR$ pour des $RSB = \infty, 20, 15, 10$ dB du bruit blanc gaussien ajouté à la sortie du système, sont reportées en figure 5.5. Rappelons que l'ordre du modèle de Volterra est fixé à $P = 3$ car la fréquence maximale dans le signal est la troisième harmonique. La mémoire M du modèle varie entre 2 et 16.

La figure 5.5 montre que toutes les courbes sont décroissantes, quelque soit le niveau du bruit. Cette allure montre que les différentes méthodes tendent asymptotiquement vers la solution optimale. Au delà de $M = 16$ les courbes se stabilisent avec une $EQMR \approx -16$ dB en absence du bruit. Notons que plus le niveau du bruit augmente et plus les valeurs de l'$EQMR$ augmentent. Les courbes montrent aussi que la méthode SMISO Volterra fournit la même $EQMR$ que la méthode MISO Volterra pour une mémoire supérieure à 3. Des barres d'erreur montrent que l'$EQMR$ varie légèrement autour d'une valeur moyenne. Ce résultat montre que la méthode SMISO 2 Volterra et l'approche MISO 2 Volterra sont assez robustes vis à vis du bruit en terme de l'$EQMR$.

Évaluation qualitative : La figure 5.6 montre le signal initial d'entrée $x(n)$, le signal d'entrée modifiée selon l'équation (5.2) $x_1(n)$, et le signal modifiée $x_{mod}(n)$. Il est clair que les signaux $x_{mod_1}(n)$ et $x_{mod}(n)$ sont de période deux fois plus grande que le signal $x(n)$. Par suite, ils possèdent la composante fréquentielle sous-harmonique en $\frac{f_0}{2}$.

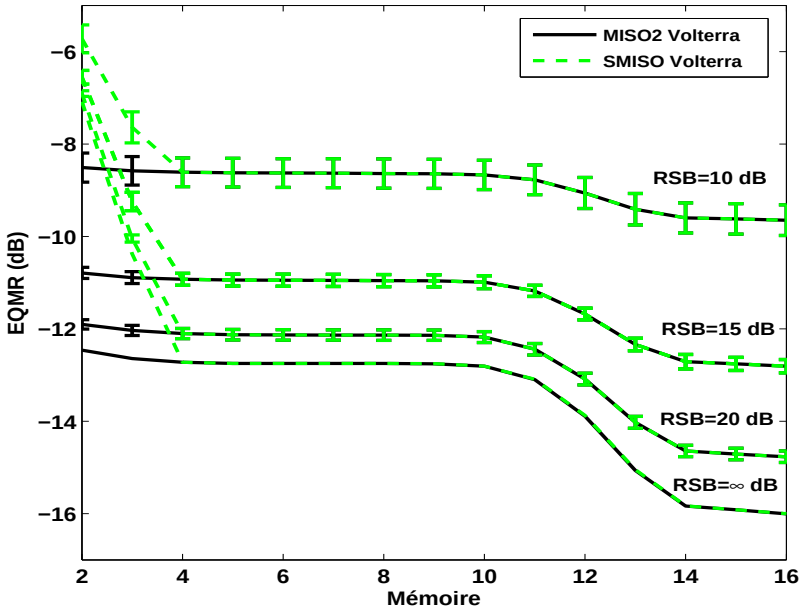


FIGURE 5.5 – Variation de l'*EQMR* en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode MISO 2 (en noir), et la méthode SMISO2 Volterra (en vert) et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB.

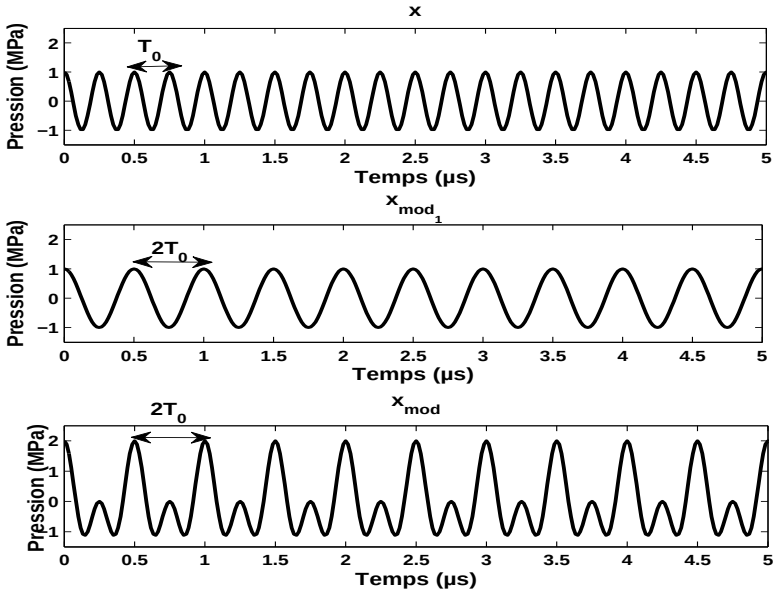


FIGURE 5.6 – Le signal d'entrée $x(n)$ et les signaux d'entrée modifiée $x_{mod_1}(n)$ and $x_{mod}(n)$.

Pour évaluer qualitativement la méthode MISO 2 Volterra et la méthode SMISO 2 Volterra au regard de la méthode SISO Volterra standard, les représentations

temporelles $y(n)$ et $\hat{y}(n)$, et fréquentielles $|Y(k)|^2$ et $|\hat{Y}(k)|^2$ du signal non linéaire renvoyé par la microbulle et du signal modélisé avec les différentes méthodes sont présentées en figure 5.8.

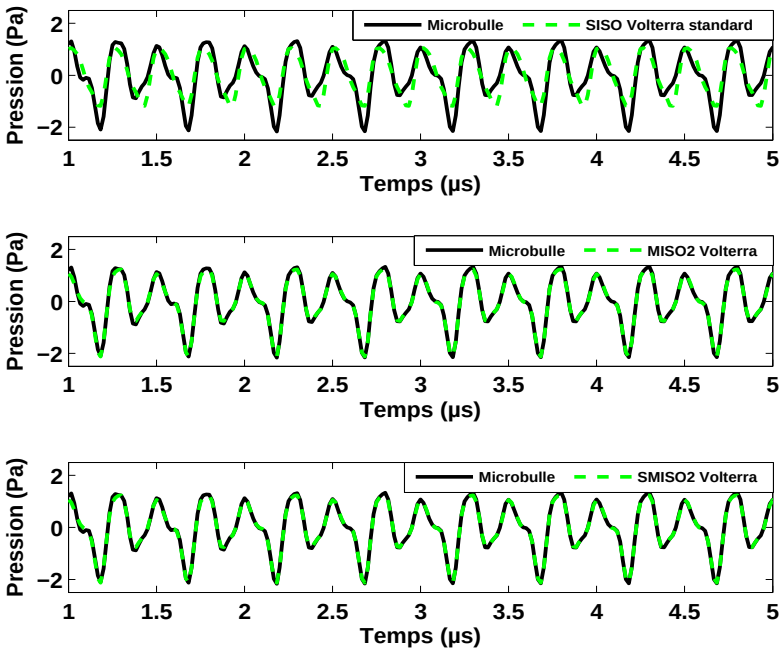


FIGURE 5.7 – Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra standard,(milieu) le modèle MISO 2 Volterra,(bas) le modèle SMISO 2 Volterra. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$.

Les résultats présentés en figure 5.8 ont été obtenus pour un $RSB = \infty$ et pour des modèles de Volterra d'ordre $P = 3$ et de mémoire $M = 16$ choisis d'après l'étude de la variation de l'$EQMR$ en fonction de la mémoire du modèle en figure 5.5.

Pour les deux types de représentation, la fréquence fondamentale à f_0, les harmoniques à $2f_0$, les sous et ultra-harmoniques à $\frac{f_0}{2}$, $\frac{3}{2}f_0$ et $\frac{5}{2}f_0$ sont bien apparents. La figure 5.7 (haut) montre que le signal modélisé avec le modèle SISO Volterra standard ne décrit pas bien le signal $y(n)$. Les spectres correspondants sur la figure 5.8 (haut), montrent que seules les composantes harmoniques à f_0, $2f_0$ et $3f_0$ sont modélisées par le modèle SISO Volterra standard. Ce résultat confirme bien que le modèle SISO Volterra est incapable de modéliser les sous et ultra-harmoniques. Les figures 5.7 (milieu, bas) montrent un très bon accord entre le signal modélisé avec la nouvelle méthode SMISO 2 Volterra et la méthode MISO 2 Volterra avec le signal $y(n)$.

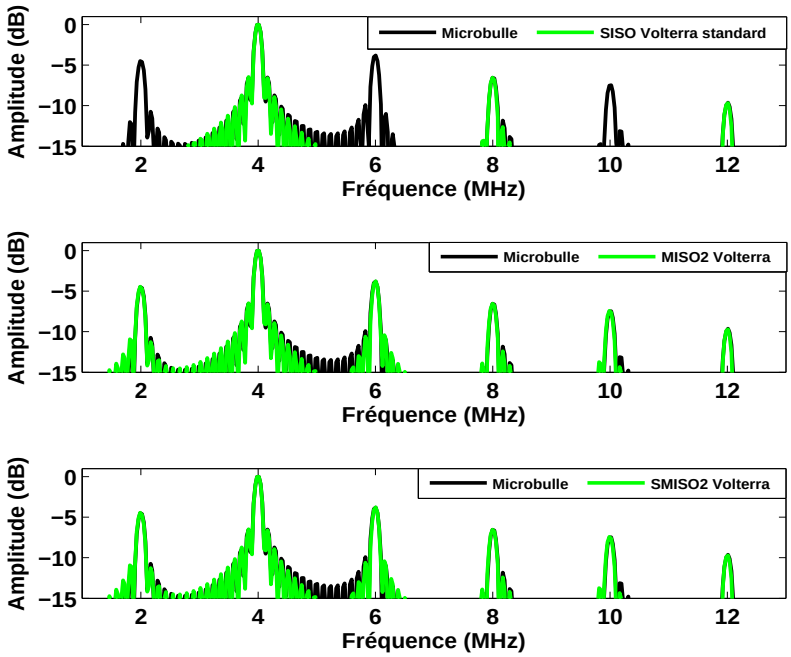


FIGURE 5.8 – Les spectres correspondants aux différents signaux de la figure 5.7. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$.

Les spectres correspondants sur les figures 5.8 (milieu, bas) montrent que toutes les composantes spectrales à $(f_0, \frac{f_0}{2}, 2f_0, \frac{3}{2}f_0, 2f_0)$ sont correctement modélisées validant la nouvelle méthode SMISO 2 Volterra et l'approche MISO 2 Volterra.

La figure 5.9 montre une comparaison entre le signal modélisé à l'aide du modèle SMISO 2 Volterra et celui modélisé avec le modèle SMISO 1 Volterra d'ordre $P = 3$ et de mémoire $M = 16$ et leurs spectres. Les résultats montrent que la composante sous-harmonique à $\frac{f_0}{2}$, la fondamentale à f_0 et la première harmonique à $3\frac{f_0}{2}$ sont modélisées avec le modèle SMISO1 Volterra. Les fréquences supérieures ne sont pas modélisées comme expliqué dans l'introduction de ce chapitre. Une comparaison entre la figure 5.9 et les figures 5.7 et 5.8 montre l'intérêt d'utiliser le signal d'entrée modifié $x_{mod}(n)$ qui possède à la fois la fréquence fondamentale et la fréquence sous-harmonique, au lieu d'utiliser le signal sous-harmonique $x_{mod_1}(n)$, pour modéliser les sous et ultra-harmoniques avec un modèle d'ordre plus faible.

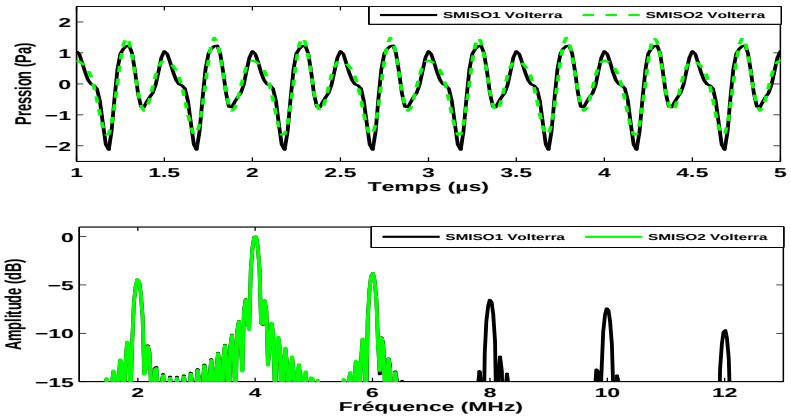


FIGURE 5.9 – (a) Comparaison entre le signal modélisé à l'aide du modèle SMISO 2 Volterra (en noir) et celui modélisé avec le modèle SMISO 1 (en vert).(b) Les spectres correspondants. Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 16$.

5.7 Conclusions

Dans ce chapitre, le problème de la modélisation des sous et ultra-harmoniques avec un modèle SISO Volterra a été traité. Théoriquement, cette modélisation est possible à condition que le signal d'entrée soit à la fréquence sous-harmonique $\frac{f_0}{N}$. Une fois cette condition réalisée, les sous et ultra-harmoniques sont vues par le modèle de Volterra comme des multiples entiers de la fréquence d'excitation, et par suite elles seront modélisées. Pratiquement, il n'existe pas une méthode qui utilise un modèle SISO Volterra pour modéliser les sous et ultra-harmoniques. Le présent travail propose pour la première fois une méthode basée sur modèle SISO Volterra à entrée modifiée (SMISO Volterra) pour modéliser les sous et ultra-harmoniques.

L'entrée du modèle SMISO1 Volterra est calculée à partir de l'entrée du modèle non linéaire considéré. L'entrée du système non linéaire est modifiée de telle manière à y faire apparaitre la fréquence $\frac{f_0}{N}$. Cette modification est achevée par une translation fréquentielle du spectre du signal d'une valeur amenant la fréquence d'excitation à la fréquence sous harmonique à modéliser. Par suite, la capacité du modèle SISO Volterra excité avec le signal translaté ayant la fréquence $\frac{f_0}{N}$ seulement est limitée par l'ordre du modèle de Volterra utilisé. L'ordre du modèle détermine la fréquence maximale que le modèle peut modéliser. La réduction de la fréquence d'excitation pour être égale à la fréquence sous-harmonique doit être compensée par l'augmentation de l'ordre du modèle, ce qui augmente ensuite le nombre de noyaux à calculer, et rend le processus d'identification plus complexe. Pour éviter cela, l'entrée

finalement retenue du modèle SMISO 2 est la somme du signal d'entrée initiale de fréquence f_0 et du signal translaté de fréquence $\frac{f_0}{N}$. Le couplage par intermodulation de deux fréquences à l'entrée permet d'effectuer la modélisation des sous et ultra-harmoniques avec un modèle de Volterra d'ordre peu élevé.

La nouvelle méthode SMISO 2 Volterra est caractérisée par sa simplicité et sa rapidité par rapport aux méthodes MISO Volterra utilisées pour modéliser les sous et ultra-harmoniques. En effet, la modélisation est effectuée à l'aide d'un seul modèle de Volterra au lieu de plusieurs modèles, ce qui réduit le nombre des noyaux à calculer et par suite le temps de calcul.

L'application de la nouvelle méthode pour modéliser des signaux simulés de microbulles a montré son efficacité pour modéliser les sous et ultra-harmoniques, et sa robustesse vis à vis du bruit en terme d'$EQMR$. Cependant, les fréquences maximales modélisées sont limitées par l'ordre du modèle de Volterra qui doit être ajusté selon l'ordre de la non linéarité du système étudié.

Bien que les méthodes proposées dans ce chapitre permettent la modélisation de sous et ultra-harmoniques, elles les modélisent avec les autres composantes harmoniques et elles ne permettent pas d'extraire les sous et ultra-harmoniques séparément des composantes harmoniques.

En imagerie ultrasonore sous et ultra-harmonique, l'image est construite à partir des composantes sous et ultra-harmoniques présentes dans le signal. D'où l'importance de récupérer ces composantes. Cela peut être accomplie en utilisant des filtres passe-bandes. Cependant, ces filtres nécessitent une étape des pré-réglages. Pour éviter cette étape non-triviale, et pour obtenir des images avec un meilleur contraste, les techniques de filtrage optimale sont préférées pour extraire les composantes sous et ultra-harmoniques. Le développement de telles techniques fera l'objet du chapitre suivant où nous proposons différentes solutions pour extraire les composantes sous et ultra-harmoniques des composantes harmoniques d'une manière optimale.

Chapitre 6

Extraction de sous et ultra-harmoniques

6.1 Principe des méthodes

Les méthodes développées dans les deux chapitres précédents permettent la modélisation des sous et ultra-harmoniques générées par les systèmes non linéaires. Ces méthodes sont en effet capables de modéliser le signal renvoyé par le système non linéaire. Cependant, ces méthodes ne permettent pas de récupérer les composantes harmoniques $f_0, 2f_0, 3f_0, ...$ d'une part et les composantes sous et ultra-harmoniques $f_0/N, 2f_0/N, 3f_0/N, ...$ d'autre part, puisqu'elles modélisent toutes les composantes simultanément. Dans ce chapitre, nous nous intéressons au développement de méthodes permettant de séparer les sous et ultra-harmoniques à part des harmoniques, afin de pouvoir accéder aux composantes sous et ultra-harmoniques seulement.

En s'appuyant toujours sur le même principe de Boyd [Boyd *et al.*, 1984], la modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle NMA est possible si et seulement si ces composantes sont vues comme des multiples entiers de la fréquence d'entrée. Pour ce faire, des modifications doivent être effectuées. Nous proposons des méthodes basées sur deux types de modifications, soit au niveau du signal d'entrée, soit au niveau du signal de sortie. En partant de ces deux types de modifications, deux méthodes pour la modélisation exclusive et l'extraction de sous et ultra-harmoniques avec un modèle NMA sont proposées dans ce chapitre.

Chacune des deux méthodes proposées est constituée de deux étapes : une étape pour la modélisation des harmoniques seulement, et une autre étape pour la mo-

délisation des sous et ultra-harmoniques seulement. La première méthode est basée sur la modification de la fréquence d'entrée, alors que la deuxième est basée sur la modification de la fréquence de sortie.

6.1.1 Modélisation et extraction par modification de la fréquence de l'entrée

Comme mentionné dans la section précédente, cette méthode est constituée de deux étapes, chacune utilisant un modèle NMA comme présenté dans la figure 6.1 :

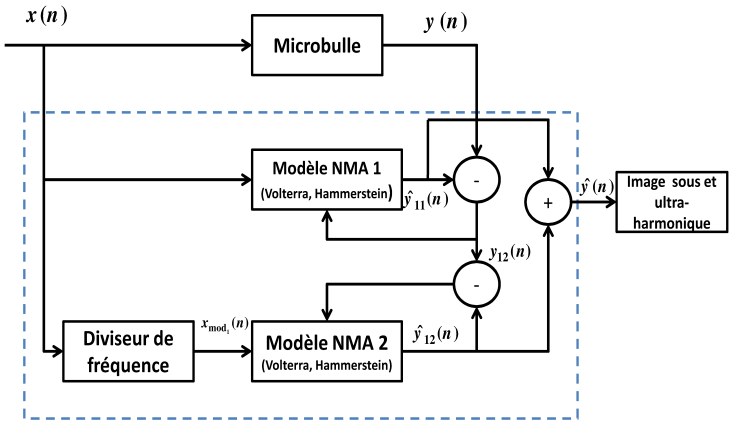


FIGURE 6.1 – Schéma de la méthode 1 : Modélisation par modification de la fréquence de l'entrée.

1. modélisation des harmoniques : la modélisation des harmoniques est obtenue en modélisant le système d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$ avec un modèle de Volterra standard. Le signal $\hat{y}_{11}(n)$ obtenu contient les seules composantes harmoniques. En se référant à l'équation (2.11), le signal harmonique $\hat{y}_{11}(n)$ peut être écrit sous la forme vectorielle suivante :

$$\hat{\mathbf{Y}}_{11} = \mathbf{X}.\mathbf{h}, \tag{6.1}$$

avec $\mathbf{X}$ et $\mathbf{h}$ comme définis dans le chapitre 1 (section (1.2.2)).

2. modélisation des sous et ultra-harmoniques : l'information sous et ultra-harmonique peut être récupérée en calculant le signal de différence $y_{12}(n)$ entre le signal de sortie $y(n)$ et le signal harmonique $\hat{y}_{11}(n)$.

$$y_{12}(n) = y(n) - \hat{y}_{11}(n). \tag{6.2}$$

Le contenu spectral du signal $y_{12}(n)$ doit être composé de composantes sous et ultra-harmoniques et du bruit. En se référant au théorème précédent, ces composantes peuvent être modélisées par un modèle NMA si l'entrée du modèle est de fréquence $\frac{f_0}{N}$. Par conséquent, le signal d'entrée initiale $x(n)$ doit être modifié de telle façon à y faire apparaitre la fréquence $\frac{f_0}{N}$. Pour ce faire, nous proposons d'appliquer une translation du spectre au signal $x(n)$ d'une valeur égale à $-\frac{N-1}{N}f_0$ pour amener la fréquence f_0 vers la position de $\frac{f_0}{N}$. Le signal d'entrée modifié $x_{mod_1}(n)$ est calculé d'après l'équation (5.1) :

$$\begin{aligned} x_{mod_1}(n) &= \Re\left(x_a(n).e^{-2\pi j\frac{N-1}{N}f_0nT_e}\right) \\ &= \Re\left((x(n)+j\tilde{x}(n)).e^{-2\pi j\frac{N-1}{N}f_0nT_e}\right) \\ &= x(n)\cos\left(2\pi f_0nT_e\tfrac{N-1}{N}f_0\right)+\tilde{x}(n)\sin\left(2\pi nT_e\tfrac{N-1}{N}f_0\right), \end{aligned} \tag{6.3}$$

où $\Re$ représente la partie réelle, $\tilde{x}(n)=\mathcal{H}(x(n))$ est la transformée de Hilbert de $x(n)$, et T_e est la période d'échantillonnage.

Le signal d'entrée modifié $x_{mod_1}(n)$ peut être écrit sous la forme vectorielle suivante :

$$\mathbf{X_{mod_1}} = \mathbf{CX} + \mathbf{S}\widetilde{\mathbf{X}}; \tag{6.4}$$

où $\mathbf{C}$ et $\mathbf{S}$ sont des matrices diagonales dont les éléments sont $c_{ii}=\cos\left(2\pi i\frac{N-1}{N}f_0T_e\right)$, et $s_{ii}=\sin\left(2\pi i\frac{N-1}{N}f_0T_e\right)$; $i\in\{1,\ldots,L\}$, et où L est la longueur du signal d'entrée $x(n)$.

$$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} \cos(2\pi\frac{N-1}{N}f_0T_e) & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \cos(2\pi 2\frac{N-1}{N}f_0T_e) & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \cos(2\pi L\frac{N-1}{N}f_0T_e), \end{pmatrix}$$

et

$$\mathbf{S}=\begin{pmatrix} \sin(2\pi\frac{N-1}{N}f_0T_e) & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sin(2\pi 2\frac{N-1}{N}f_0T_e) & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \sin(2\pi L\frac{N-1}{N}f_0T_e), \end{pmatrix}$$

et :

$$\begin{array}{rl} \mathbf{X} & = [x(1) \quad x(2) \quad \ldots \quad x(L)]^T \\ \widetilde{\mathbf{X}} & = [\tilde{x}(1) \quad \tilde{x}(2) \quad \ldots \quad \tilde{x}(L)]^T. \end{array} \tag{6.5}$$

Nous disposons maintenant d'un nouveau signal d'entrée $x_{mod}(n)$ ayant la fréquence sous harmonique $\frac{f_0}{N}$ et du signal de différence $y_{12}(n)$. Nous modélisons alors, le signal $y_{12}(n)$ à l'aide d'un modèle de Volterra d'entrée $x_{mod}(n)$ pour obtenir le signal sous et ultra-harmonique $\hat{y}_{12}(n)$ d'après l'équation :

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{12}} = \mathbf{X}_{\mathbf{mod_1}} \mathbf{h}_{\mathbf{mod}}, \tag{6.6}$$

où $\mathbf{h_{mod}}$ est l'équivalent du vecteur $\mathbf{h}$ pour le signal $x_{mod_1}(n)$.
Finalement, le signal modélisé total $\hat{y}(n)$ est la somme du signal harmonique $\hat{y}_{11}(n)$ et du signal sous et ultra-harmonique $\hat{y}_{12}(n)$:

$$\hat{y}(n) = \hat{y}_{11}(n) + \hat{y}_{12}(n). \tag{6.7}$$

Cette méthode sera notée méthode 1.

6.1.2 Modélisation et extraction par modification de la fréquence de sortie

Cette méthode est encore constituée de deux étapes, une étape pour la modélisation des harmoniques et une autre étape pour la modélisation des sous et ultra-harmoniques. Chaque étape utilise un modèle NMA comme présenté dans la figure 6.2.

1. modélisation des harmoniques : cette étape est identique à l'étape 1 de la méthode 1. La modélisation des harmoniques est obtenue en modélisant le système d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$ avec un modèle de Volterra standard. Le signal obtenu est le signal harmonique $\hat{y}_{21}(n)$ calculé selon l'équation :

$$\hat{\mathbf{Y}}_{21} = \mathbf{X}\mathbf{h}. \tag{6.8}$$

2. modélisation de sous et ultra-harmoniques : en se basant toujours sur la même idée que les sous et ultra-harmoniques peuvent être modélisées lorsqu'elles sont des multiples entiers de la fréquence d'entrée, nous proposons dans cette

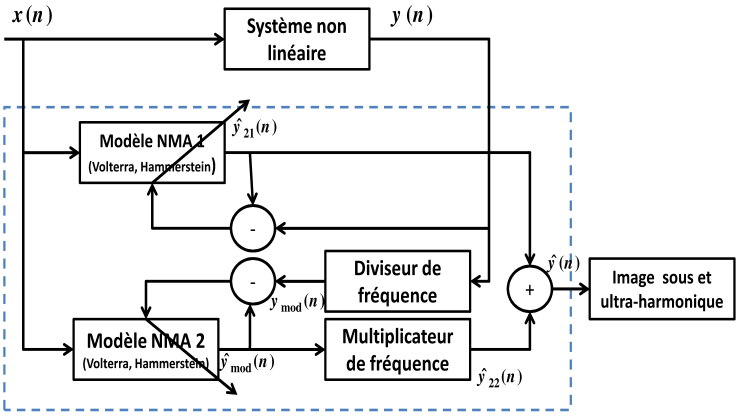


FIGURE 6.2 – Schéma de la méthode 2 : Modélisation par modification de la fréquence de la sortie.

méthode de garder le signal d'entrée inchangé, et de modifier le signal de sortie en lui appliquant une translation du spectre amenant les sous et ultra-harmoniques vers les positions des harmoniques, où par suite elles pourraient être modélisées avec le modèle NMA. Le signal de sortie modifié $y_{mod}(n)$ est calculé d'après l'équation :

$$\begin{aligned} y_{mod}(n) &= \Re(y_a(n).e^{2\pi j\frac{N-1}{N}f_0nT_e}) \\ &= \Re((y(n)+j\tilde{y}(n)).e^{2\pi j\frac{N-1}{N}f_0nT_e}) \\ &= y(n)\cos(2\pi nT_e\tfrac{N-1}{N}f_0) - \tilde{y}(n)\sin(2\pi nT_e\tfrac{N-1}{N}f_0). \end{aligned} \tag{6.9}$$

En écriture vectorielle :

$$\mathbf{Y_{mod}} = \mathbf{CY} + \mathbf{S}\widetilde{\mathbf{Y}}, \tag{6.10}$$

avec les matrices C et S définies comme avant, et :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(L)]^T \\ \widetilde{\mathbf{Y}} &= [-\tilde{y}(1) \quad -\tilde{y}(2) \quad \dots \quad -\tilde{y}(L)]^T. \end{aligned} \tag{6.11}$$

Le signal $y_{mod}(n)$ est modélisé ensuite avec un modèle de NMA d'entrée $x(n)$. Le signal obtenu $\hat{y}_{22_{mod}}(n)$ contient les composantes sous et ultra-harmoniques translatées d'une valeur de $\frac{N-1}{N}f_0$. Pour récupérer le signal sous et ultra-harmoniques $\hat{y}_{22}(n)$, une translation (multiplication en fréquence) d'une valeur

$\frac{N-1}{N} f_0$ est effectuée selon l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{22}(n) &= \Re(\hat{y}_{mod_a}(n)).e^{-2\pi j \frac{N-1}{N} f_0 n T_e} \\ &= \Re((\hat{y}_{mod}(n) + j\tilde{\hat{y}}_{mod}(n)).e^{-2\pi j \frac{N-1}{N} f_0 n T_e}) \\ &= \hat{y}_{mod}(n)\cos(2\pi n T_e \frac{N-1}{N} f_0) + \widetilde{\hat{y}}_{mod}(n)\sin(2\pi n \frac{N-1}{N} f_0 T_e). \end{aligned} \tag{6.12}$$

Le signal final $\hat{y}(n)$ est la somme du signal harmonique $\hat{y}_{21}(n)$ et du signal sous et ultra-harmonique $\hat{y}_{22}(n)$:

$$\hat{y}(n) = \hat{y}_{21}(n) + \hat{y}_{22}(n) \tag{6.13}$$

Cette méthode sera notée méthode 2.

Les deux méthodes sont testées en utilisant comme modèle NMA, le modèle de Volterra et le modèle de Hammerstein généralisé, en utilisant des signaux de microbulles simulés .

6.2 Applications des méthodes

6.2.1 Application basée sur le modèle de Hammerstein généralisé

Les deux méthodes sont testées en utilisant des signaux de microbulles simulés identiques à ceux utilisés dans les chapitres précédents. De même, les performances des différentes méthodes sont évaluées qualitativement et quantitativement.

Évaluation quantitative : Pour quantifier les performances des différentes méthodes étudiées et savoir quelle méthode fournit les meilleures performances, l'erreur quadratique moyenne relative $EQMR$ est évaluée pour différents niveaux de bruit à la sortie du système. Le bruit, dont le niveau est ajusté en fonction du RSB, est gaussien et blanc. Dix réalisations sont effectuées pour évaluer les fluctuations sur l'$EQMR$. Les $EQMR$ pour des $RSB = \infty, 20, 15, 10$ dB sont reportées en figure 6.3.

La figure 6.3 montre la variation de l'$EQMR$ entre le signal renvoyé par la microbulle, le signal obtenu en utilisant la méthode 1 (en noir), et celui obtenu en utilisant la méthode 2 (en vert) en fonction de la mémoire du modèle de Volterra. La

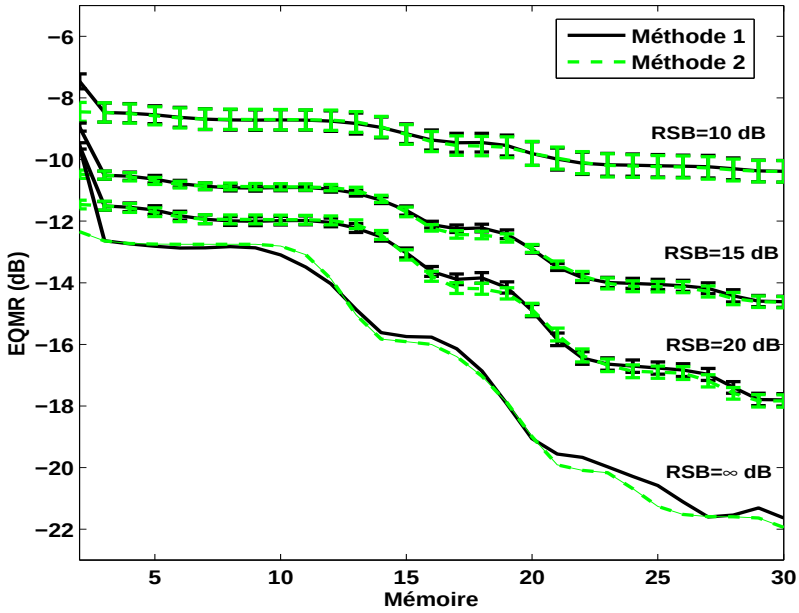


FIGURE 6.3 – Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode 1 (en noir), et avec la méthode 2 (en vert)appliquées avec le modèle de Hammerstein généralisé et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB.

figure montre que les courbes de variation de l'$EQMR$ sont décroissantes et suivent à peu près les mêmes variations. Elles ont toujours une allure décroissante, quelque soit le niveau du bruit. Des fluctuations autour d'une valeur moyenne sont observées montrant ainsi la robustesse de la méthode vis à vis du bruit en terme d'$EQMR$. Les valeurs d'$EQMR$ obtenues avec les deux méthodes diminuent lorsque le niveau du bruit augmente.

Évaluation qualitative : La figure 6.4 représente une comparaison qualitative dans le domaine temporel et fréquentiel entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ et les deux signaux modélisés avec le modèle de Hammerstein généralisé standard, la méthode 1 et la méthode 2. La méthode 1 est utilisée avec un modèle de Hammerstein généralisé d'ordre $P = 3$ pour la première étape, et un modèle de Hammerstein d'ordre $P = 5$ pour la deuxième étape. L'ordre du modèle de Hammerstein utilisé dans la première étape est déterminé par la bande passante des transducteurs disponibles en imagerie ultrasonore, un ordre $P = 3$ est suffisant pour couvrir la bande passante du transducteur. Dans l'étape 2, l'ordre est tel que le modèle de

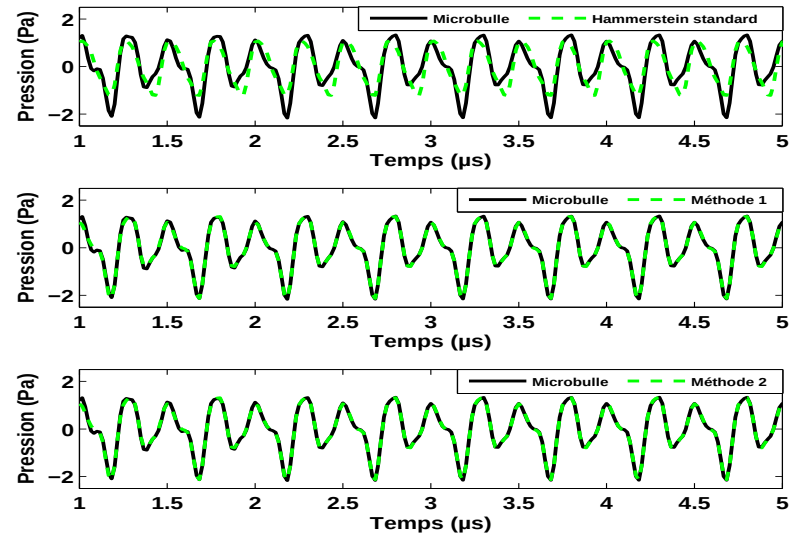
Hammerstein généralisé est capable de modéliser les sous et ultra-harmoniques. Dans cet exemple, les sous et ultra-harmoniques ont des fréquences $\frac{f_0}{2}, \frac{3}{2}f_0, \frac{5}{2}f_0$. Donc pour l'entrée modifiée de fréquence $\frac{f_0}{2}$, un ordre $P = 5$ est nécessaire pour modéliser toutes les composantes. La méthode 2 est appliquée avec un modèle de Hammerstein d'ordre $P = 3$ pour les deux étapes, puisque la fréquence à l'entrée est inchangée. Les 2 méthodes sont utilisées avec une mémoire de $M = 30$ pour laquelle l'$EQMR$ obtenue est de l'ordre de 22 dB, d'après la figure 6.3, ce qui peut être considéré comme suffisamment petit.

La figure 6.4 (a)(haut) montre que le signal modélisé avec le modèle de Hammerstein standard généralisé ne décrit pas correctement le signal renvoyé par la microbulle. Les spectres correspondants sur la figure 6.4 (b)(haut) montrent que le signal modélisé avec le modèle standard a seulement les composantes harmoniques $(f_0, 2f_0)$. La figure 6.4 (b) (milieu, bas) montre que les signaux modélisés avec les deux méthodes 1 et 2 décrivent parfaitement le signal de la microbulle. Les spectres correspondants sur la figure 6.4 (b)(milieu, bas) montrent que toutes les composantes fréquentielles sont bien modélisées : les harmoniques $(f_0, 2f_0, 3f_0)$, la sous-harmonique $\frac{f_0}{2}$, et les ultra-harmoniques $(\frac{3}{2}f_0, \frac{5}{2}f_0)$.

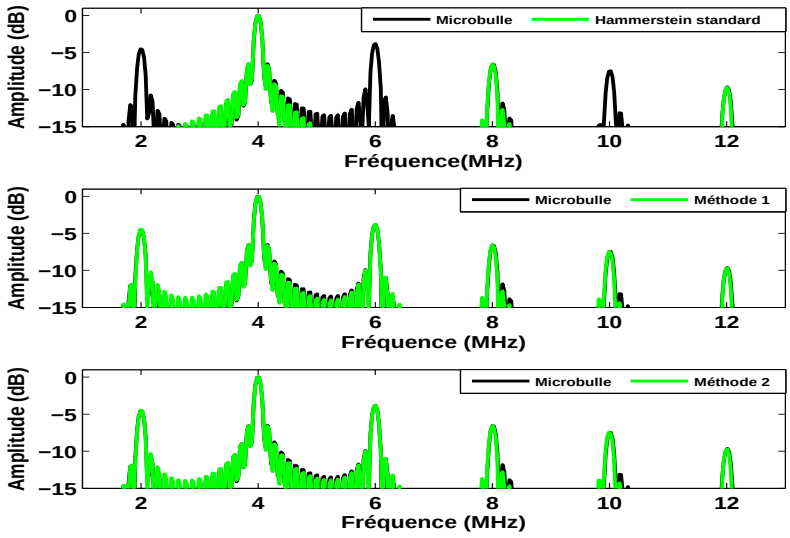
La figure 6.5 (a)(haut) montre le signal de différence $y_{12}(n)$, (entre le signal renvoyé par la microbulle et le signal harmonique modélisé avec le modèle standard), et le signal sous et ultra-harmoniques $\hat{y}_{12}(n)$ modélisé avec la méthode 1. Les spectres correspondants sur la figure 6.5(b)(haut) confirment bien que la sous harmonique $\frac{f_0}{2}$, la première ultra-harmonique $\frac{3}{2}f_0$, et la deuxième ultra-harmonique $\frac{5}{2}f_0$ sont bien modélisées et séparées des composantes harmoniques. Les figures 6.5 (a et b)(bas) montrent des résultats similaires pour la méthode 2. Ces résultats montrent l'efficacité des deux méthodes à modéliser et séparer les composantes sous et ultra-harmoniques contenues dans la réponse de la microbulle.

6.2.2 Application basée sur le modèle de Volterra

Les deux méthodes de modélisation et de séparation de sous et ultra-harmoniques sont appliquées aussi en utilisant le modèle de Volterra comme modèle NMA. De même, l'application est réalisée sur les signaux simulés des microbulles décrits précédemment.



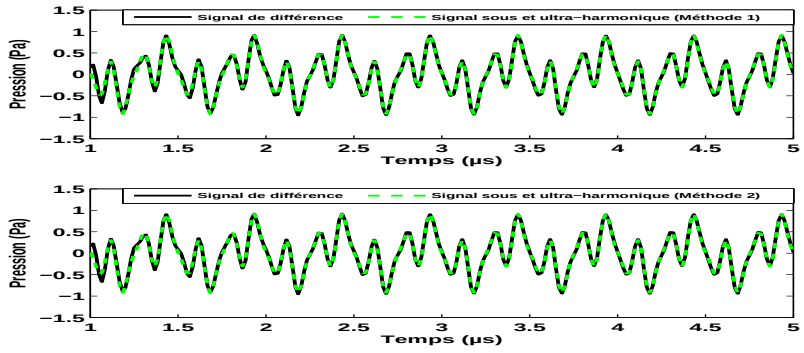
(a)



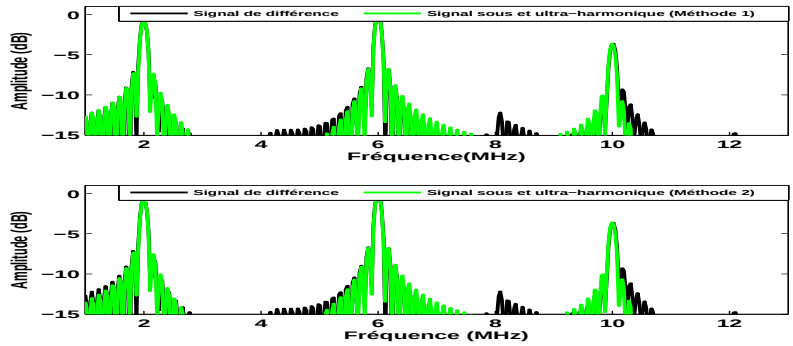
(b)

FIGURE 6.4 – (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle de Hammerstein généralisé standard, (milieu) la méthode 1 appliquée, (bas) la méthode 2, appliquées chacune avec le modèle de Hammerstein généralisé.(b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB.

Évaluation quantitative : De même, une évaluation quantitative moyennant l'$EQMR$ est réalisée pour différents niveaux de bruit à la sortie du système. Le bruit, dont le niveau sera ajusté en fonction du RSB, est gaussien et blanc. Dix



(a)



(b)

FIGURE 6.5 – (a) Comparaison entre la différence entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ et le signal harmonique (en noir), et le signal sous et ultra-harmonique (en vert) :(haut) obtenu avec la méthode 1, (bas) obtenu avec la méthode 2 utilisant des modèles de Hammerstein généralisé. (b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (1). Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$ et $M = 30$.

réalisations sont effectuées pour évaluer les fluctuations sur l'$EQMR$. Les $EQMR$ pour des $RSB = \infty, 20, 15, 10$ dB sont reportés en figure 6.6.

La figure 6.6 montre des résultats similaires à ceux reportés dans la figure 6.3. Les courbes sont toujours décroissantes. Les valeurs de mémoire varient entre $M = 2$ et $M = 16$. La méthode 2 fournit des valeurs d'$EQMR$ plus petites que celles obtenues en utilisant la méthode 1 pour des valeurs de la mémoire inférieure à $M = 12$ au-delà de $M = 12$ les deux méthodes donnent à peu près la même $EQMR$. Au-delà de $M = 16$, il n 'y a pas de variation significative de l' $EQMR$.

Évaluation qualitative : La figure 6.7 représente une comparaison qualitative dans le domaine temporel et fréquentiel entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ et les deux signaux modélisés avec le modèle de Volterra standard, la méthode

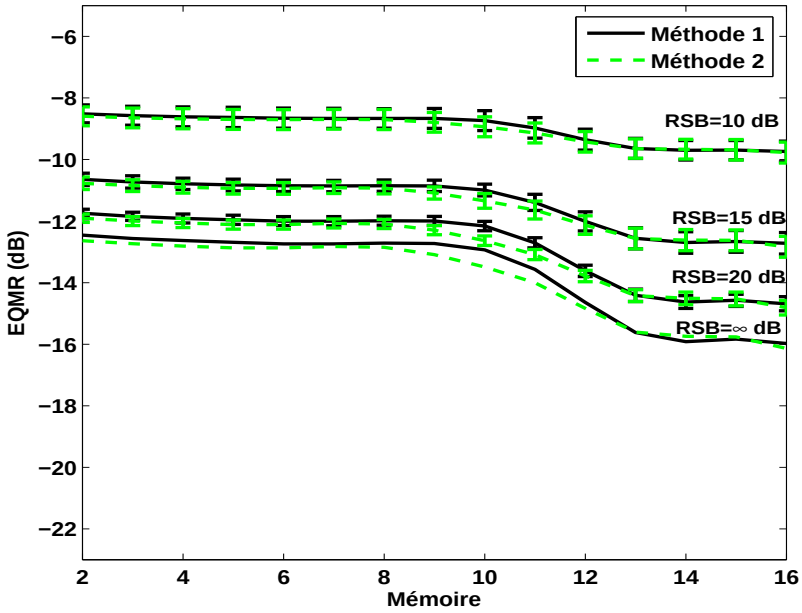


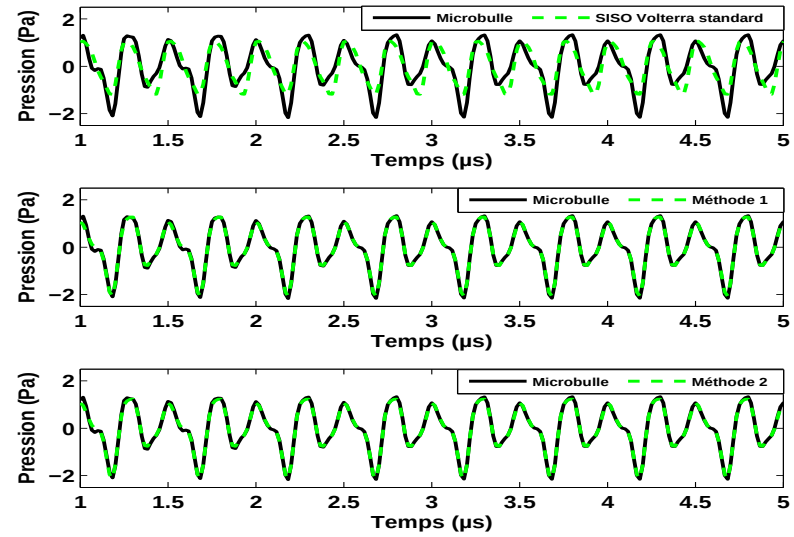
FIGURE 6.6 – Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ en utilisant la méthode 1 (en noir), et avec la méthode 2 (en vert) appliquées avec le modèle de Volterra et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB.

1 et la méthode 2. La méthode 1 est utilisée avec un modèle de Volterra d'ordre $P = 3$ pour la première étape, et un modèle de Volterra d'ordre $P = 5$ pour la deuxième étape. La méthode 2 est appliquée avec un modèle de Volterra d'ordre $P = 3$ pour les deux étapes. Le choix des ordres est justifié par les mêmes raisons que pour le modèle de Hammerstein généralisé. La mémoire utilisée pour les deux méthodes est égale à $M = 16$ d'après la figure 6.6 où l' $EQMR$ est de l'ordre de -16 dB.

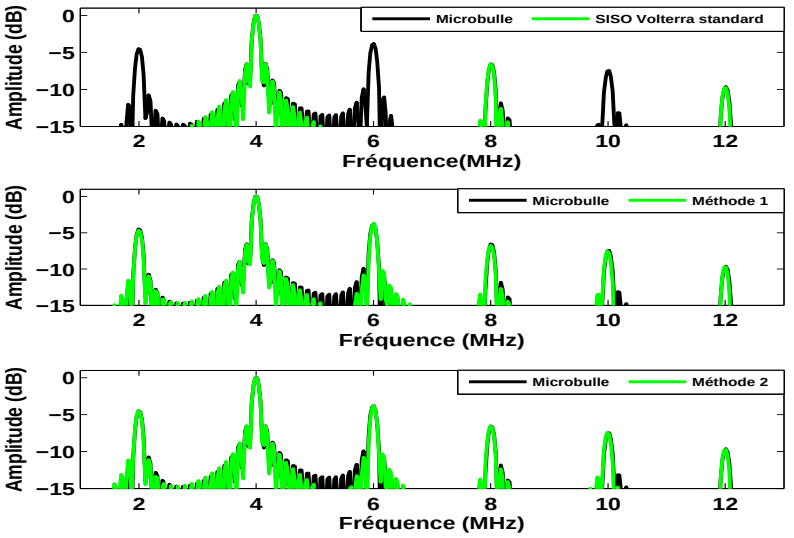
Les figures 6.7 et 6.8 montrent des résultats similaires aux résultats obtenus en utilisant le modèle de Hammerstein. Les deux méthodes permettent de modéliser et de séparer les composantes harmoniques, sous et ultra-harmoniques des signaux des microbulles.

6.2.3 Comparaison entre les deux méthodes

Les résultats de l'application des deux méthodes avec le modèle de Volterra et le modèle de Hammerstein généralisé ont bien montré l'efficacité de deux méthodes



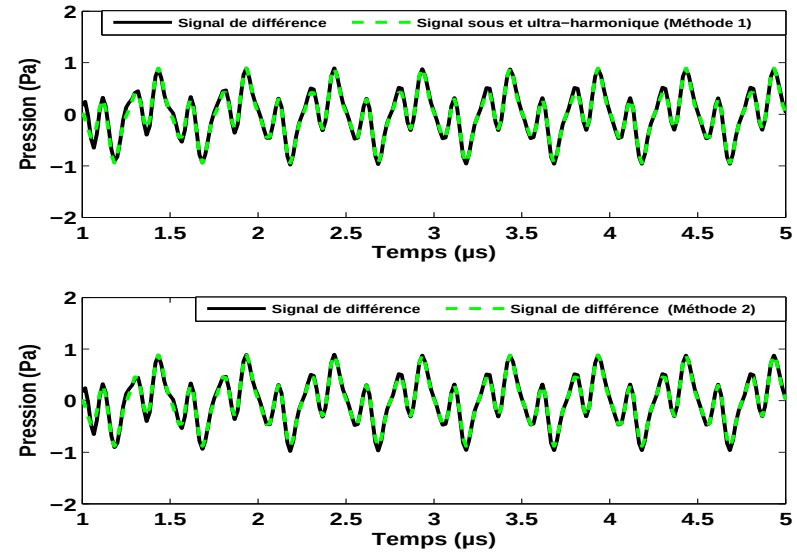
(a)



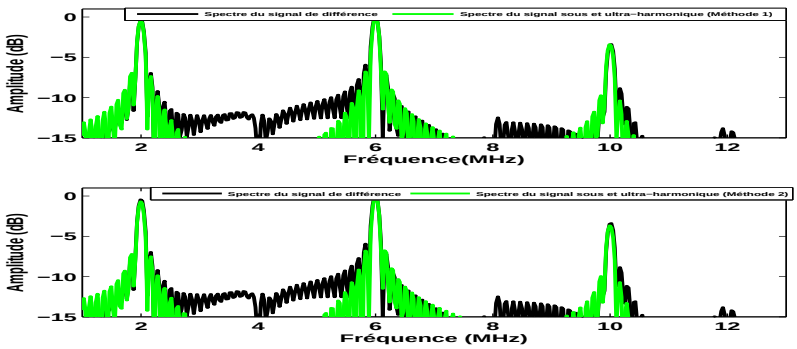
(b)

FIGURE 6.7 – (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et son estimation $\hat{y}(n)$ (en vert) :(haut) le signal modélisé avec le modèle Volterra standard, (milieu) la méthode 1, (bas) la méthode 2, appliquées chacune en utilisant le modèle de Volterra.(b) Les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB.

pour modéliser et extraire les sous et ultra-harmoniques. Cependant, les deux méthodes présentent des avantages et des inconvénients l'une par rapport à l'autre.



(a)



(b)

FIGURE 6.8 – (a) Comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ (en noir), et le signal sous et ultra-harmonique (en vert) : (haut) obtenu avec la méthode 1 en utilisant le modèle de Volterra, (bas) obtenus avec la méthode 2 en utilisant le modèle de Volterra. (b) les spectres correspondants aux différentes signaux de la figure (a). Ici $RSB = \infty$ dB.

La méthode 1 possède une structure plus simple que la méthode 2 et moins d'opérations. Par contre la méthode est plus rapide. Cela est dû au fait que la seconde étape de la méthode 2 nécessite un modèle d'ordre plus grand que la méthode 1, l'ordre de la première étape étant fixé. En effet, comme le nombre de paramètres est lié à l'ordre du modèle, plus l'ordre est grand, plus le nombre de paramètres est grand et plus la méthode est lente.

Un autre avantage de la méthode 2 est que les deux étapes sont indépendantes

l'une de l'autre, contrairement à la méthode 1. La modélisation des sous et ultra-harmoniques avec la méthode 2 ne nécessite pas le passage par la modélisation des harmoniques, ce qui est le cas de la méthode 1.

Les modèles NMA, Volterra et Hammerstein généralisé, utilisés pour tester les deux méthodes, ont montré tous les deux une capacité à modéliser et séparer les sous et ultra-harmoniques. Toutefois le modèle de Hammerstein généralisé a l'avantage de posséder moins de noyaux que le modèle de Volterra pour des ordres et des mémoires fixés. Ceci permet d'utiliser des valeurs de mémoire plus élevées pour le modèle de Hammerstein généralisé sans souci de temps de calcul. En terme d'$EQMR$, la figure 6.9 montre une comparaison entre les deux méthodes appliquées en utilisant séparément chacun de deux modèles. Les courbes montrent que l'application de deux méthodes en utilisant l'un de deux modèles, celui de Volterra ou celui de Hammerstein généralisé, donnent des valeurs $EQMR$ très proches pour une même valeur de mémoire.

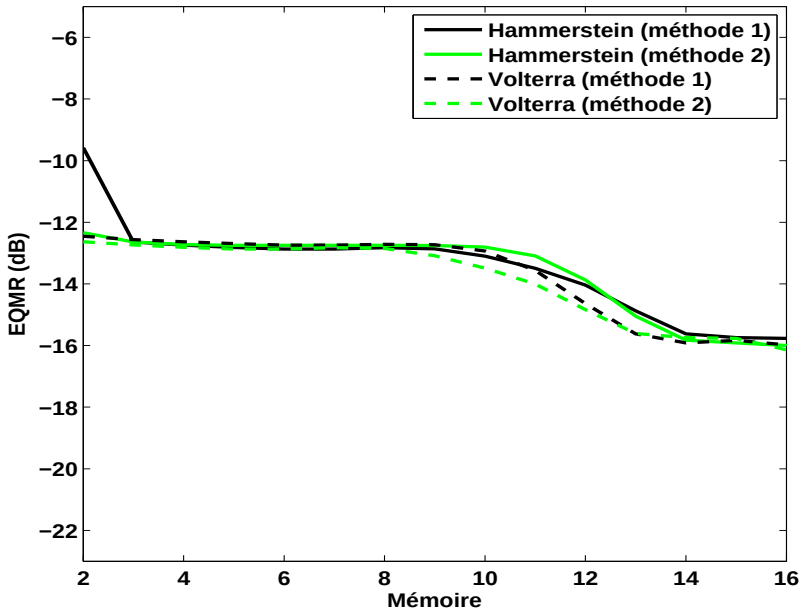


FIGURE 6.9 – Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$, en utilisant la méthode 1 avec le modèle de Hammerstein généralisé (en noir continu), et la méthode 2 avec le modèle de Hammerstein généralisé (en vert continu), et en utilisant la méthode 1 avec le modèle de Volterra (en noir discontinu) et la méthode 2 en utilisant le modèle de Volterra (en vert discontinu), et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB.

6.2.4 Comparaison de deux méthodes avec un filtre RIF

Pour montrer l'intérêt d'utiliser des filtres optimaux par rapport à des filtres linéaires standards multi-bandes, nous nous proposons de comparer les performances des différents filtres dans le cas de signaux issus de microbulles. Le filtre que nous avons utilisé est un filtre linéaire à réponse impulsionnelle finie RIF dont les fréquences de coupure sont choisies pour permettre le passage seulement des fréquences sous et ultra-harmoniques à 2 MHz, 6 MHz et 10 MHz.

La figure 6.10 représente le signal de différence $y_{12}(n)$, entre le signal $y(n)$ et le signal harmonique obtenu en utilisant le modèle de Hammerstein généralisé ($P = 3$, et $M = 30$)(équation 6.2) en noir, et en vert le signal résultant de l'application du filtre RIF au signal $y(n)$. La figure 6.11 montre des représentations similaires pour le modèle de Volterra ($P = 3$ et $M = 16$). Les figures montrent un bon accord entre les deux signaux dans le domaine temporel et fréquentiel.

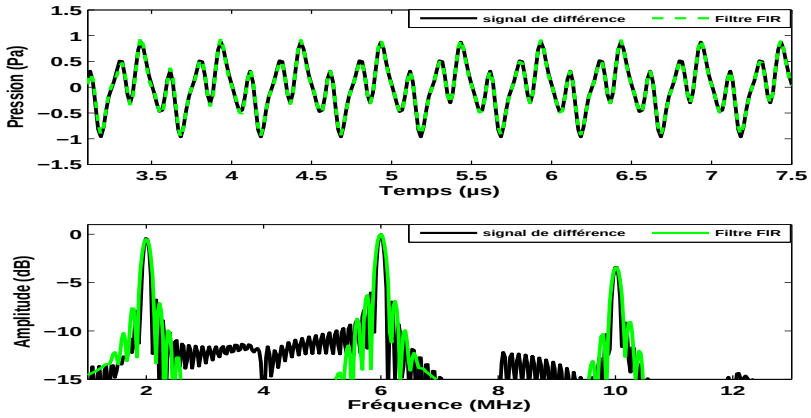


FIGURE 6.10 – (a) en haut : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Hammerstein généralisé, et le signal filtre par le filtre RIF en vert, en bas : les spectres correspondants (b) Ici $RSB = \infty$ dB, $P = 3$, et $M = 30$.

L'extraction du signal sous et ultra-harmoniques avec le filtre RIF nécessite un pré-réglage assez compliqué des fréquences du coupure. Le choix des fréquences de coupure nécessite une connaissance *a priori* de la largeur fréquentielle de chaque composante. Le résultat reste très dépendant des paramètres du filtre tel que l'ordre du filtre, le ripple, l'atténuation. Par contre, les méthodes basées sur le modèle NMA (Volterra et Hammerstein généralisé) ne demandent pas de tels pré-réglages, ni de connaissance *a priori* sur la largeur fréquentielle.

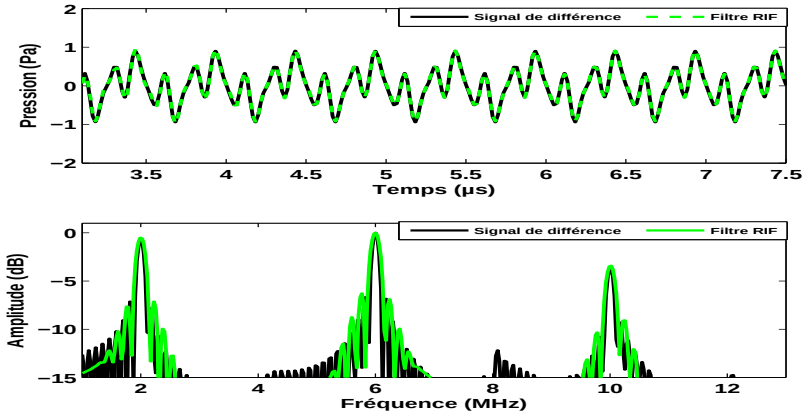


FIGURE 6.11 – (a) en haut : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Volterra, signal filtré par le filtre RIF en vert, en bas : les spectres correspondants (b) à gauche : signal sous et ultra-harmonique en noir obtenu avec le modèle de Volterra. En bas : les spectres de deux signaux respectivement. Ici $RSB = \infty$ dB.

6.3 Conclusions

Dans ce chapitre, deux méthodes capables de modéliser et de séparer les composantes sous et ultra-harmoniques en utilisant un modèle NMA (Volterra ou Hammerstein généralisé) ont été développées. Les deux méthodes sont basées sur la même idée qui stipule que la modélisation de sous et ultra-harmoniques avec un modèle NMA est possible si le signal d'entrée ou le signal de sortie est modifié de telle façon que les sous et ultra-harmoniques soient aux positions fréquentielles multiples entiers de la fréquence d'entrée.

Chaque méthode utilise deux modèles : le premier est dédié à la modélisation des composantes harmoniques, et le second à la modélisation des composantes sous et ultra-harmoniques. La première méthode (méthode 1) applique un décalage spectral de $\frac{N-1}{N} f_0$ du signal d'entrée vers les fréquences les plus basses. Les sous et ultra-harmoniques sont maintenant vues comme des multiples entiers de la fréquence d'entrée, et par suite elles peuvent être modélisées. L'ordre du modèle (Volterra ou Hammerstein généralisé) est un paramètre important qui doit être réglé pour garantir la modélisation de toutes les composantes sous et ultra-harmoniques. Pour la seconde méthode (méthode 2), un décalage spectrale de $\frac{N-1}{N} f_0$ est appliqué sur le signal de sortie pour déplacer les composantes sous et ultra-harmoniques vers les positions fréquentielles des harmoniques. Ensuite, les sous et ultra-harmoniques sont modélisées avec le modèle excité par le signal d'entrée de fréquence f_0. Finalement,

un dernier décalage fréquentiel est réalisé pour récupérer le signal sous et ultra-harmoniques.

Les deux méthodes proposées sont caractérisées par leur simplicité. L'application des méthodes proposées pour modéliser la réponse des microbulles a montré leur efficacité à modéliser et séparer les composantes sous et ultra-harmoniques d'autres composantes harmoniques. Bien que les deux méthodes aient été appliquées avec un ordre 3, elles peuvent être utilisées pour n'importe quel ordre.

La comparaison de deux méthodes avec un filtre linéaire RIF, a montré qu'elles sont plus précises et demandent moins de réglages que le modèle RIF. Le choix entre les deux méthodes dépend de l'objectif de modélisation et des paramètres à minimiser (temps de calcul, bruit,complexité).

Nous avons remarqué que pour toutes les méthodes développées dans les chapitres précédents, le choix de l'ordre du modèle est un facteur important qui détermine la capacité du modèle à modéliser le système non linéaire. Plus la non linéarité du système augmente, plus l'ordre du modèle doit être grand. Or, pour le modèle de Volterra, l'augmentation de l'ordre du modèle rend plus complexe le processus d'identification. Par exemple, pour $P = 3$ et $M = 16$ il faut calculer 968 noyaux ce qui devient complètement rédhibitoire. Dans le prochain chapitre, nous proposons une solution qui permet de réduire le nombre de noyaux.

Chapitre 7

Réduction de la complexité du modèle de Volterra par décomposition en sous-signaux

Le problème majeur du modèle de Volterra est la sur-paramétrisation liée à l'augmentation accrue du nombre de noyaux avec l'augmentation de l'ordre et de la mémoire. L'augmentation du nombre de noyaux avec l'augmentation de l'ordre et de la mémoire du modèle de Volterra rend le processus d'identification plus complexe, et nécessite des ordinateurs avec des mémoires puissantes et une rapidité accrue. Dans les dernières décennies, plusieurs travaux de recherche ont été menés pour réduire la complexité du modèle de Volterra. Trois approches sont à considérer. La première approche consiste à approximer le modèle de Volterra à l'aide d'une structure cascade-parallèle formée de filtres linéaires dynamiques et de filtres linéaires statiques [Korenberg, 1991, Frank, 1995]. La seconde approche consiste à utiliser une décomposition SVD ou LU pour identifier les noyaux [Panicker et Mathews, 1996]. La troisième approche est le développement de noyaux dans des bases de fonctions orthogonales [Schetzen, 1980, Hacioglu et Williamson, 2001, Campello *et al.*, 2004, Kibangou, 2005]. D'autres travaux, comme ceux de Ling et Rivera
[Ling et Rivera, 1998], sont basés sur une méthode en deux étapes utilisant en première étape le contrôle interne non linéaire du modèle pour relier l'erreur du processus de contrôle à l'erreur du modèle en première étape, et en seconde étape en minimisant l'erreur.

Le premier facteur important qui diminue le nombre de noyaux est leur symétrie (voir chapitre 2). Cependant, le nombre de noyaux à estimer reste élevé pour des

ordres et mémoires élevés. Par exemple, pour un modèle de Volterra d'ordre $P = 8$ et de mémoire $M = 15$, le nombre de noyaux est égale à $N_8 = 490313$. Par contre pour un modèle Volterra d'ordre 2 et de mémoire $M = 15$, on a $N_2 = 135$ noyaux.

Dans ce chapitre nous proposons une nouvelle méthode pour réduire la complexité du modèle de Volterra. La méthode consiste à transformer le problème du modèle de Volterra d'ordre élevé en un problème plus simple de modélisations successives en utilisant plusieurs modèles de Volterra de faible ordre. Dans les méthodes de réduction de l'ordre précédemment introduites, l'excitation est un bruit blanc. Dans notre approche, la seule condition restrictive est de considérer une excitation harmonique.

7.1 Description de la méthode

Considérons un système non linéaire excité par un signal sinusoïdal $x(n)$ de fréquence f_0, et générant à la sortie $y(n)$ des composantes à kf_0 avec $k \in \{1, 2, \ldots, N\}$, où N est l'ordre de la non linéarité du système. Un modèle de Volterra d'ordre P modélise seulement jusqu'à la composante Pf_0. Pour modéliser $y(n)$, il faut alors un modèle de Volterra d'ordre $P = N$.

Un problème se pose lorsque N, et par suite P, sont grands. Pour surmonter ce problème, nous proposons d'utiliser plusieurs modèles de Volterra d'ordre P faiblement élevé, pour identifier des systèmes non linéaires d'ordre N beaucoup plus élevés que P.

La méthode consiste à décomposer le signal à modéliser contenant N composantes fréquentielles $(f_0, 2f_0, \ldots, Nf_0)$, en N/P sous-signaux chacun contenant P composantes fréquentielles. Dans ces conditions, chaque sous-signal peut être modélisé avec un modèle de Volterra d'ordre $P < N$. Une description détaillée de la méthode est donnée dans la section suivante.

Décomposition du signal de sortie

Le processus d'identification comporte plusieurs étapes selon l'ordre de la non linéarité N du système. Des modèles de Volterra d'ordre P ($N > P$) seront appliqués successivement pour identifier le système, comme illustré en figure 7.1 qui montre

les différentes étapes de la méthode. La figure 7.2 quant-a-elle montre le contenu fréquentiel de chaque signal figurant dans la figure 7.1.

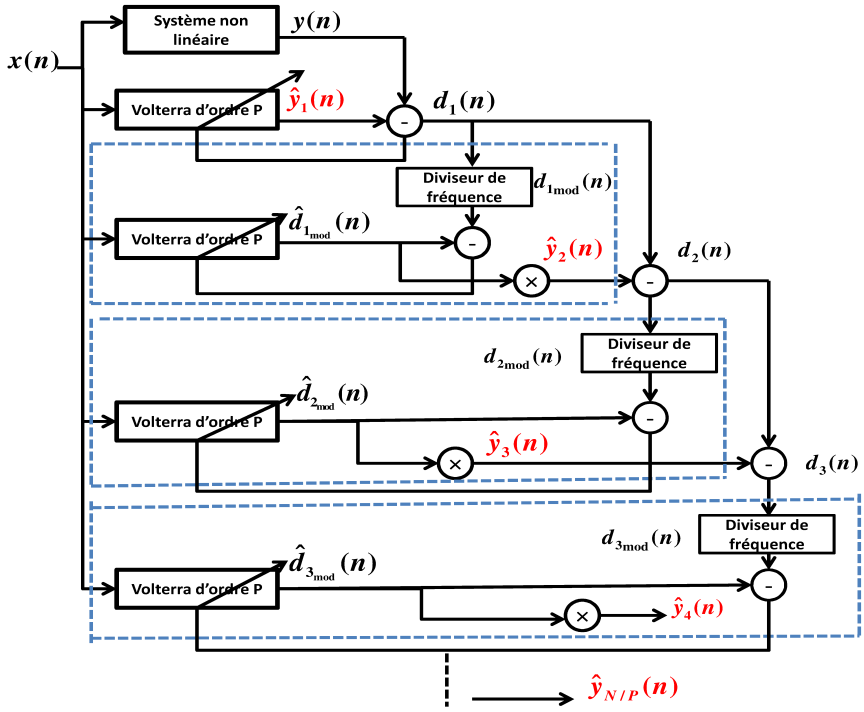


FIGURE 7.1 – Schéma de la nouvelle méthode de décomposition du signal de sortie en sous-signaux.

Les différentes étapes de la méthode sont les suivantes :

1. appliquer un modèle Volterra d'ordre P pour identifier un système d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$. Le signal modélisé obtenu $\hat{y}_1(n)$ contient alors les composantes aux fréquences $(f_0, 2f_0, \ldots, Pf_0)$;
2. calculer le signal de différence $d_1(n)$ entre le signal $y(n)$ et le signal $\hat{y}_1(n)$. $d_1(n)$ contient les fréquences $((P+1)f_0, \ldots, Nf_0)$;
3. modifier le signal $d_1(n)$ afin de décaler son spectre d'une valeur égale à Pf_0 vers les fréquences les plus basses selon l'équation :

$$d_{1_{mod}}(n) = d_1(n)\cos(2\pi P f_0 nTe) + \tilde{d}_1(n)\sin(2\pi P f_0 nTe), \qquad (7.1)$$

où $\tilde{d}_1(n) = \mathcal{H}(d_1(n))$ est la transformée de Hilbert de $d_1(n)$. Cette modification décale le spectre du signal $d_1(n)$ d'une valeur de Pf_0 vers les fréquences les plus basses. Alors, le signal $d_{1_{mod}}(n)$ a les composantes $(f_0, 2f_0, \ldots, (N-P)f_0)$.

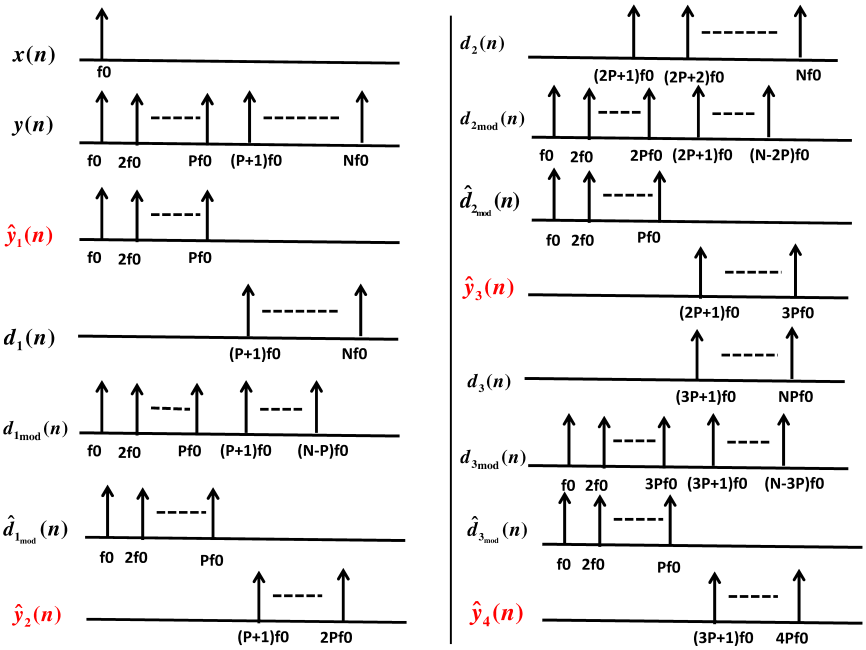


FIGURE 7.2 – Spectres de différentes signaux de la figure 7.1.

Cette modification permet de modéliser $d_{1_{mod}}(n)$ avec un modèle de Volterra d'ordre P ;

4. appliquer un modèle de Volterra d'ordre P pour identifier le système d'entrée $x(n)$ et de sortie $d_{1_{mod}}(n)$. Le signal obtenu $\hat{d}_{1_{mod}}(n)$ a les composantes $(f_0, 2f_0, \ldots, Pf_0)$ qui sont en fait les composantes $((P{+}1)f_0, (P{+}2)f_0, \ldots, 2Pf_0)$ décalées de leurs positions initiales ;

5. appliquer une modification inverse à celle appliquée dans l'étape 3, pour ramener le spectre du signal $\hat{d}_1(n)$ à sa position initiale. Cela est obtenu selon l'équation :

$$\hat{y}_2(n) = \hat{d}_{1_{mod}}(n)\cos(2\pi P f_0 nTe) - \tilde{\hat{d}}_{1_{mod}}(n)\sin(2\pi P f_0 nTe), \tag{7.2}$$

$\hat{y}_2(n)$ a les composantes $((P+1)f_0, (P+2)f_0, \ldots, 2Pf_0)$. C'est le deuxième sous-signal modélisé ;

6. répéter les étapes $2, 3, 4, 5$ pour arriver à modéliser toutes les fréquences de $y(n)$, en décalant le signal de différence entre $d_k(n) = d_{(k-1)}(n) - \hat{y}_k(n)$, d'une

valeur égale à kPf_0 :

$$d_{k_{mod}}(n) = d_k(n)\cos(2\pi kPf_0nTe) + \tilde{d}_k(n)\sin(2\pi kPf_0nTe) \tag{7.3}$$

avec $k \in \{2, \ldots, N/P\}$.

Si N/P n'est pas un entier, nous prenons son arrondi par excès.

Le signal final modélisé est la somme des différentes composantes $\hat{y}_k(n)$:

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^{N/P} \hat{y}_k(n). \tag{7.4}$$

Le système non linéaire d'ordre N est alors identifié avec $\frac{N}{P}$ modèles de Volterra d'ordre P au lieu d'un seul modèle de Volterra d'ordre N. La valeur de P doit être la plus petite possible pour diminuer le plus possible le nombre de noyaux à calculer. Nous avons testé cette méthode en considérant des valeurs de $P \in \{1, 2, 3\}$.

7.2 Applications

La méthode proposée est testée sur des signaux synthétiques rapprochant l'entrée et la sortie d'un système non linéaire afin de montrer son efficacité. L'évaluation de la méthode se fait quantitativement et qualitativement à travers l'$EQMR$ et le temps moyen de calcul Δt. Ensuite elle est appliquée pour modéliser des signaux simulés de microbulles. Les calculs sont effectués sur une station de travail HP 2820 (Palo Alto, CA, USA), avec deux processeurs Intel(R) (Santa Clara, CA, USA) Xeon(R) CPU E5 − 2630 0 2.3 GHz (2 processeurs), soit 24 *theards* en parallèle, avec une mémoire de 48 Go.

Chaque type des signaux est modélisé en appliquant la méthode proposée pour des modèles de Volterra d'ordre $P = 1$, $P = 2$, et $P = 3$, pour étudier l'influence de l'ordre du modèle sur la performance de la méthode.

Application avec des signaux synthétiques

Les signaux synthétiques sont des signaux sinusoïdaux, les signaux $x(n)$ et $y(n)$ représentant l'entrée et la sortie du système non linéaire étant respectivement donnés

par :

$$\begin{aligned} x(n) &= \sin(2\pi f_0 nTe), \\ y(n) &= \sin(2\pi f_0 nTe) + \sin(2\pi 2 f_0 nTe) + \sin(2\pi 3 f_0 nTe) + \ldots + \sin(2\pi N f_0 nTe). \end{aligned}$$

La fréquence d'excitation est $f_0 = 4$ MHz. Les signaux sont échantillonnées à $f_e = \frac{1}{T_e} = 600$ MHz, $N = 6$. Normalement, il faut un modèle d'ordre $P = 6$ pour modéliser le signal $y(n)$.

La figure 7.3 montre le signal $y(n)$ et son estimé $\hat{y}(n)$, et leurs spectres respectivement. Les résultats montrent que le signal est bien modélisé et toutes les composantes fréquentielles sont présentes dans le signal modélisé. Du point de vue calcul, en considérant un modèle d'ordre 6 et de mémoire $M = 13$, le nombre de noyaux à calculer est $N_6 = 27131$ noyaux, et le temps moyen de calcul est estimé à $\Delta t_{P=6} = 6947s$.

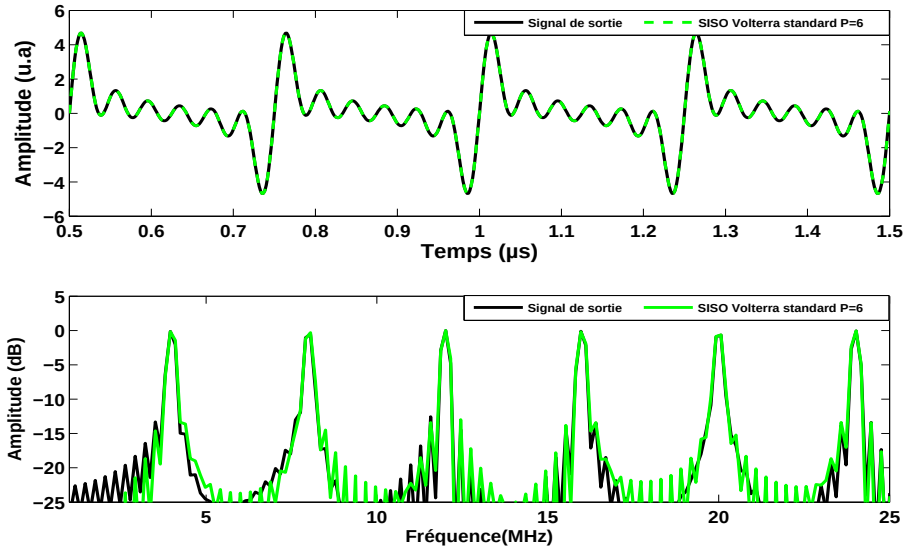


FIGURE 7.3 – En haut : le signal renvoyé en sortie (en noir), et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 6$ et $M = 13$ (en vert). En bas, les spectres correspondants.

L'application de la nouvelle méthode devrait diminuer le nombre de noyaux et par suite le temps de calcul. L'application de la nouvelle méthode pour différents ordres est décrite ci-après.

Tout d'abord, la figure 7.4 montre la variation de l'$EQMR$ entre le signal renvoyé par la microbulle et le signal modélisé en appliquant la méthode de décomposition pour une ordre $P = 1$ en vert, $P = 2$ en rouge, et $P = 3$ en bleu en fonction de la mémoire du modèle. Les trois courbes ont une allure décroissante, avec un point d'inflexion au niveau de $M = 9$. Nous limitions l'étude à la valeur $M = 13$ puisque, pour cette valeur, les valeurs de l'$EQMR$ sont de -25 dB, -26 dB et -29 dB pour $P = 1$, 2 et 3 respectivement sont considérées suffisamment petites. Ces valeurs sont comparables à l'$EQMR$ obtenue en utilisant le modèle de Volterra standard avec la même mémoire et pour $P = 6$ où $EQMR = -26,9$ dB.

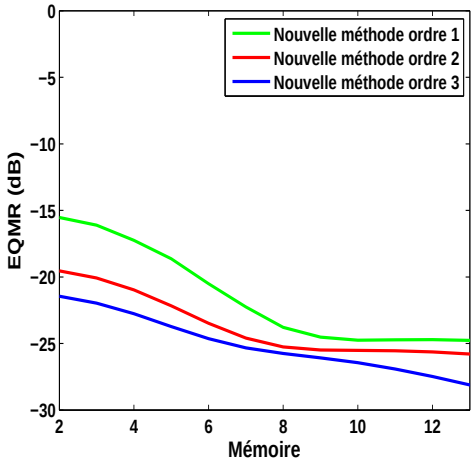


FIGURE 7.4 – Variation de l'$EQMR$ entre le signal de sortie $y(n)$ et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant des modèles de Volterra d'ordre $P = 1$ (vert), d'ordre $P = 2$ (rouge), et d'ordre $P = 3$ (bleu), en fonction de la mémoire du modèle de Volterra.

Application pour $\mathbf{N = 6, P = 1, N/P = 6}$: La figure 7.5 montre (en noir), le signal $y(n)$ et (en vert) le signal $\hat{y}(n)$ obtenu avec un modèle de Volterra d'ordre 1 et de mémoire $M = 13$ (en haut), et ceux obtenus avec la méthode proposée en utilisant 6 modèles de Volterra d'ordre $P = 1$ et de mémoire $M = 13$ (d'après la figure 7.4). Les spectres des différentes signaux sont montrés en figure 7.6. Comme prévu, le modèle de Volterra d'ordre $P = 1$ est incapable de modéliser $y(n)$. Il modélise seulement la composante à la fréquence fondamentale $f_0 = 4$ MHz. L'application de la nouvelle méthode avec 6 modèles Volterra d'ordre 1 permet de modéliser parfaitement le signal $y(n)$, les spectres correspondants montrent que toutes les fréquences sont modélisées. Le temps moyen de calcul est estimé à $\Delta t_{P=1} = 0,04$ s, soit une réduction d'un facteur de 173675.

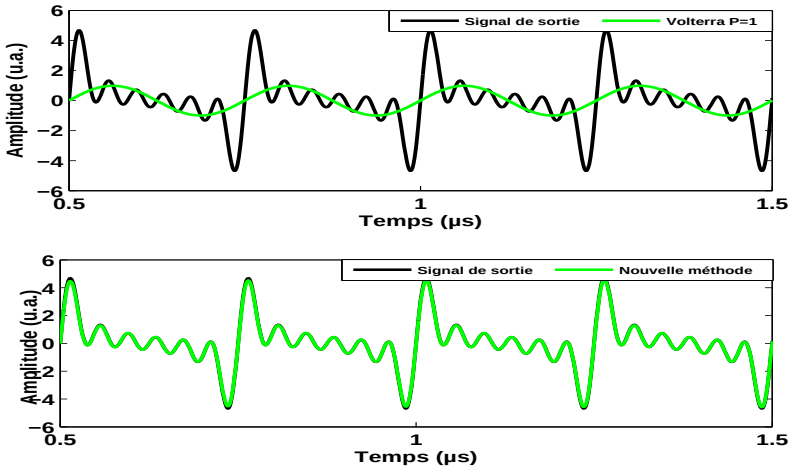


FIGURE 7.5 – En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 1$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 6 modèles Volterra d'ordre $P = 1$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert).

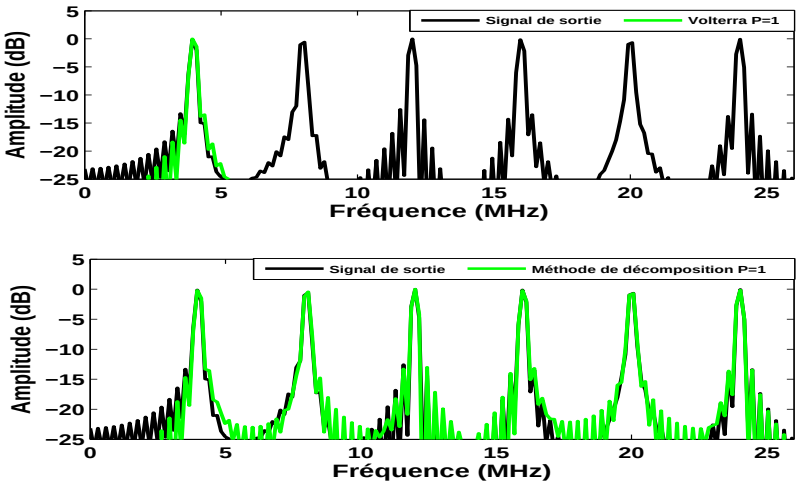


FIGURE 7.6 – Spectres de différentes signaux de la figure 7.5.

Avec la nouvelle méthode, en utilisant 6 modèles de Volterra d'ordre $P = 1$ et une mémoire $M = 13$, 78 noyaux sont calculés. Le nombre de noyaux est réduit alors d'un facteur 350 en comparaison de la méthode standard avec $P = 6$, $M = 13$. De même, le temps moyen de calcul avec la nouvelle méthode est 13821 fois plus rapide que la méthode standard.

Application pour $\mathbf{N = 6, P = 2, N/P = 6}$: Nous allons utiliser 3 modèles Volterra d'ordre 2 pour modéliser le signal $y(n)$. Les figures 7.7 et 7.8 montrent des résultats similaires à ceux montrés dans les figures 7.6 et 7.5. Le signal $y(n)$ est bien modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 3 modèles de Volterra d'ordre 2 et de mémoire 13. Cette fois-ci 3 modèles Volterra d'ordre 2 remplacent un modèle de Volterra d'ordre 6 pour modéliser le signal $y(n)$. En termes de noyaux, le nombre de noyaux est réduit d'un facteur de 87, on passe de $N_6 = 27131$ noyaux pour un modèle de Volterra d'ordre 6 et de mémoire $M = 13$ à 312 noyaux pour 3 modèles de Volterra d'ordre 2 et de mémoire $M = 13$. Le temps de calcul moyen est estimé à $\Delta t_{P=1} = 6,5$ s, soit une réduction d'un facteur de 1068.

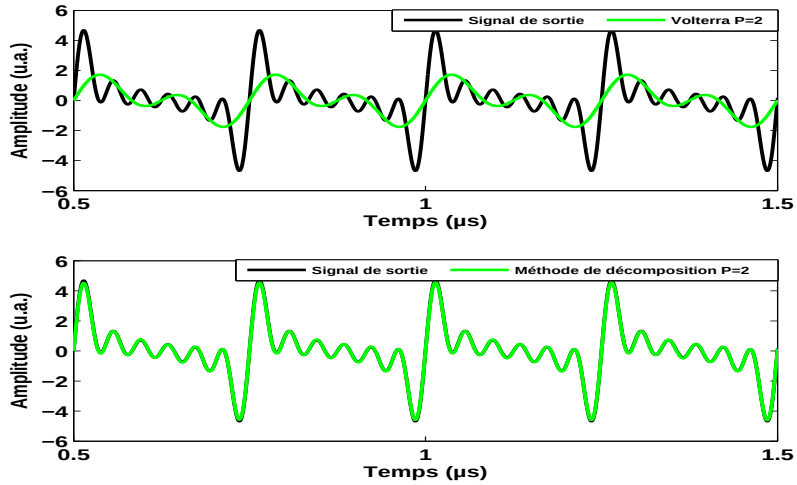


FIGURE 7.7 – En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 2$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 3 modèles Volterra d'ordre $P = 2$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert).

Application pour $\mathbf{N = 6, P = 3, N/P = 2}$: Nous allons utiliser 2 modèles de Volterra d'ordre 3 pour modéliser le signal $y(n)$. Les résultats sont présentés en figures 7.9 et 7.10.

Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour $P = 1$ et $P = 2$. Ici, 2 modèles de Volterra d'ordre $P = 3$ remplacent un modèle de Volterra d'ordre $P = 6$. Le nombre de noyaux est réduit à $N_3 = 1118$ noyaux, soit un gain de 24. Le temps moyen de calcul est estimé à $\Delta t_{P=1} = 3,3$s, soit une réduction d'un facteur de 2105.

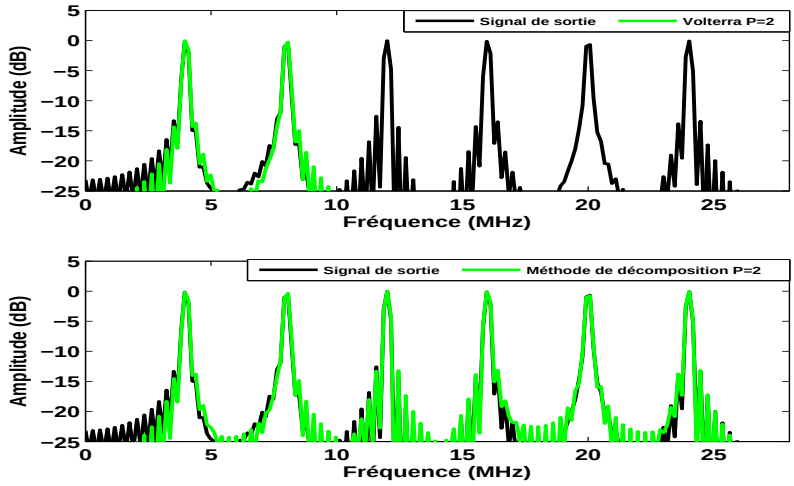


FIGURE 7.8 – Spectres de différentes signaux de la figure 7.7.

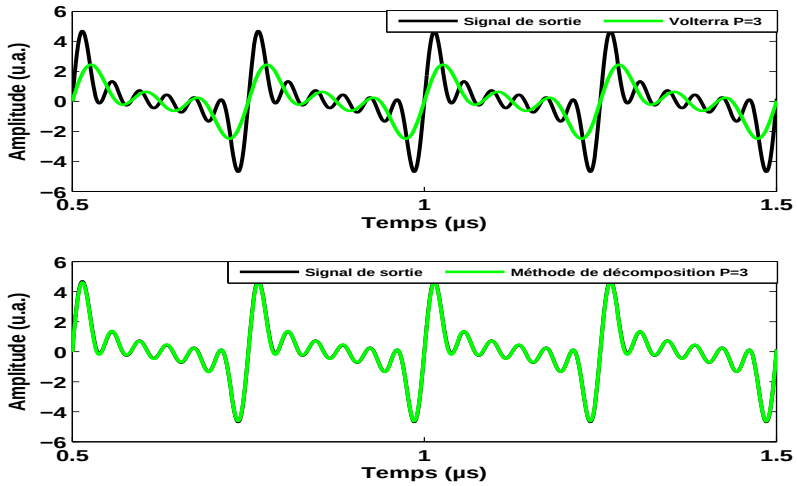


FIGURE 7.9 – En haut : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec un modèle Volterra d'ordre $P = 3$ et de mémoire $M = 13$ (en vert), en bas : comparaison entre le signal de sortie (en noir) et le signal modélisé avec la nouvelle méthode en utilisant 2 modèles Volterra d'ordre $P = 3$ chacun et de mémoire $M = 13$ (en vert).

Le choix de l'ordre du modèle de Volterra dépend du facteur que nous cherchons à réduire. Si nous cherchons à diminuer le temps de calcul, alors c'est l'ordre $P = 1$ qu'il faut utiliser. L'application de la méthode avec des modèles de Volterra d'ordre 1 est plus économique en termes du temps et du nombre des noyaux. De même, l'application de la méthode avec des modèles Volterra d'ordre $P = 2$ est plus économique que celle avec des modèles d'ordre $P = 3$. Par contre, si nous cherchons à obtenir l'$EQMR$ la plus petite entre le signal de sortie du système non linéaire et

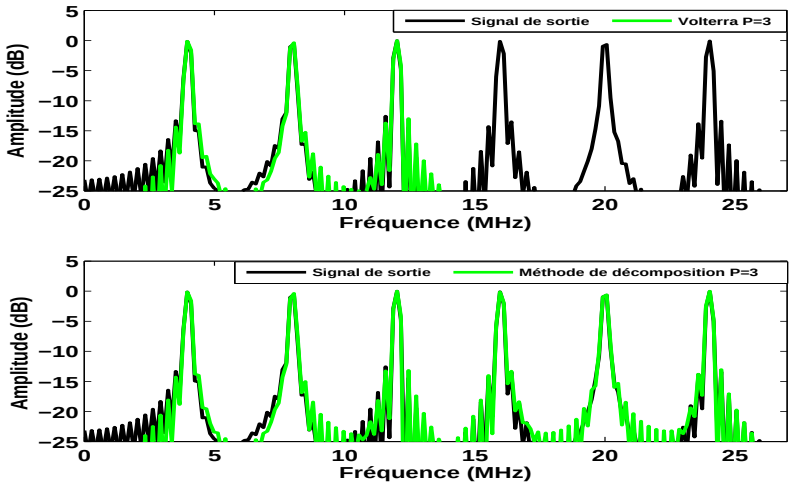


FIGURE 7.10 – Spectres de différentes signaux de la figure 7.9.

le signal modélisé, alors il faudra un ordre $P = 3$. D'après la figure 7.4, l'$EQMR$ obtenue en utilisant la méthode avec des modèles de Volterra d'ordre $P = 3$ est plus petite que celle obtenue avec des modèles d'ordre $P = 2$, qui est plus petite que celle obtenue avec des modèles d'ordre $P = 1$. Donc, l'efficacité de la méthode en terme d'$EQMR$ est meilleure lorsqu'elle est utilisée avec des modèles de Volterra d'ordre $P = 3$ qu'avec des modèles d'ordre $P = 2$ ou $P = 1$.

Dans le tableau 7.1, les résultats obtenus dans les sections précédentes en terme d'ordre du modèle, du nombre de modèles utilisés, du nombre de noyaux, du temps de calcul et l'$EQMR$ y sont résumés.

TABLE 7.1 – Comparaison entre le modèle de Volterra standard et la méthode de décomposition en terme du nombre de noyaux N_P, du temps moyen de calcul Δt, et de l'$EQMR$ pour une mémoire $M = 13$.

méthode	nombre de modèles	P	$N_{P_{sym}}$	Δt (s)	$EQMR$ dB
Volterra standard	1	6	27131	6947	-26.9
méthode de décomposition	2	3	1118	$3,3$	-29
	3	2	312	$6,5$	-26
	6	1	78	$0,04$	-25

7.3 Réduction de l'ordre pour la modélisation de sous et ultra-harmoniques

En s'appuyant sur les méthodes développées dans les chapitres précédents pour la modélisation et la séparation de sous et ultra-harmoniques, la présente méthode peut être adaptée encore à la modélisation et à la séparation de sous et ultra-harmoniques. Comme nous avons vu, les méthodes précédemment développées, ont une limitation liée à l'ordre du modèle de Volterra utilisé. L'adaptation de la nouvelle méthode de décomposition en sous-signaux permet de s'affranchir de ce problème.

À titre d'illustration, nous avons choisi une seule méthode parmi les méthodes développées pour modéliser les sous et ultra-harmoniques en l'étendant à la nouvelle méthode de décomposition en sous-signaux. La méthode choisie est la méthode de modélisation de sous et ultra-harmoniques par modification de la fréquence du signal de sortie dans le chapitre 6. La modélisation de sous et ultra-harmoniques est obtenue comme suit :

- modéliser les harmoniques par la méthode de décomposition comme expliqué dans la section précédente ;
- modifier la fréquence de la sortie pour rendre possible la modélisation de sous et ultra-harmoniques, selon l'équation l'équation (6.9) ;
- modéliser le signal de sortie résultant en appliquant la méthode de décomposition, le signal modélisé obtenu contient les sous et ultra-harmoniques décalées ;
- ramener le spectre du signal résultant dans sa position initiale selon l'équation (6.12) pour récupérer les sous et ultra-harmoniques ;
- additionner le signal harmonique et le signal sous et ultra-harmonique pour obtenir le signal total modélisé ;

La méthode est appliquée pour modéliser les signaux des microbulles simulés utilisés dans les chapitres précédents.

La méthode est testée en présence de bruit à la sortie du système pour des valeurs de $RSB = \infty, 20, 15$ et 10 dB. La variation de l'$EQMR$ en fonction de la mémoire pour les différentes valeurs de RSB est présentée sur la figure 7.11. La figure 7.11 montre les courbes de variations de l'$EQMR$ entre le signal modélisé avec la méthode de décomposition et le signal renvoyé par la microbulle. La méthode de décomposition est appliquée en utilisant des modèles de Volterra d'ordre $P = 2$

et de mémoire allant de 2 jusqu'au 26, valeur au delà de laquelle, il n'y a plus de variations significatives. Les courbes sont décroissantes en fonction de la mémoire. Ceci montre que la méthode est aussi robuste vis à vis du bruit en terme d'$EQMR$. Si nous comparons la figure 7.11 avec la figure 5.5 obtenue avec les méthodes MISO Volterra et SMISO Volterra, nous constatons que les valeurs de l'$EQMR$ obtenues pour des valeurs de mémoire comprise entre 2 et 16 sont à peu près les mêmes. Avec la méthode de décomposition nous pouvons aller plus loin dans la mémoire à cause du nombre réduit des noyaux qui nécessite alors une mémoire plus petite dans la machine de calcul.

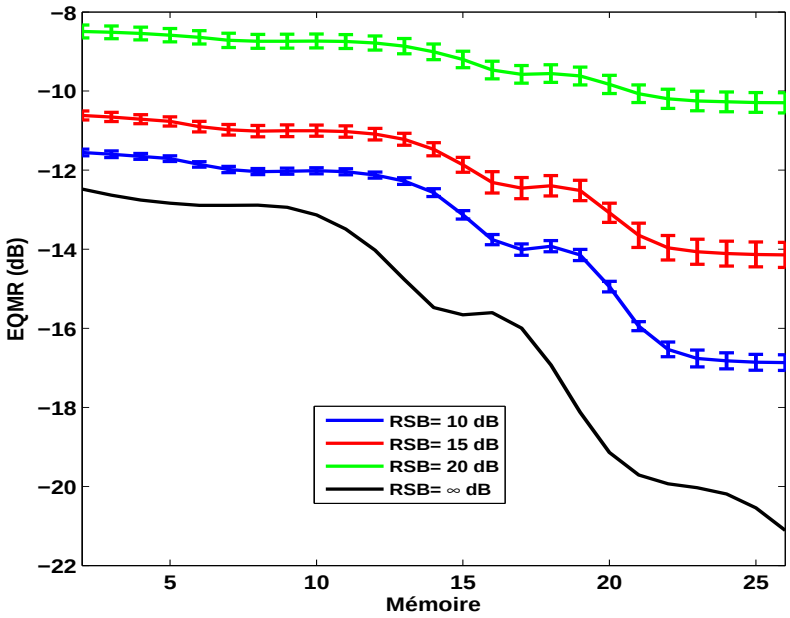


FIGURE 7.11 – (a) Variation de l'$EQMR$ en dB entre le signal modélisé $\hat{y}(n)$ la méthode de décomposition et le signal renvoyé par la microbulle $y(n)$ en fonction de la mémoire du modèle de Volterra en présence du bruit à la sortie : $RSB = \infty$ dB, $RSB = 20$ dB, $RSB = 15$ dB, et $RSB = 10$ dB.

Les figures 7.12 et 7.13 montrent une comparaison temporelle entre le signal modélisé avec le modèle de Volterra standard d'ordre $P = 2$ et de mémoire $M = 26$ et celui modélisé avec la méthode proposée montre qui suit parfaitement les variations du signal de la microbulle. Les spectres correspondants confirment les résultats où le signal modélisé avec le modèle standard possède seulement la composante fondamentale et la deuxième harmonique, alors qu'en utilisant la nouvelle méthode même avec un modèle d'ordre $P = 2$ et de mémoire $M = 26$ toutes les composantes (fondamentale, harmoniques, et sous et ultra-harmoniques) sont modélisées.

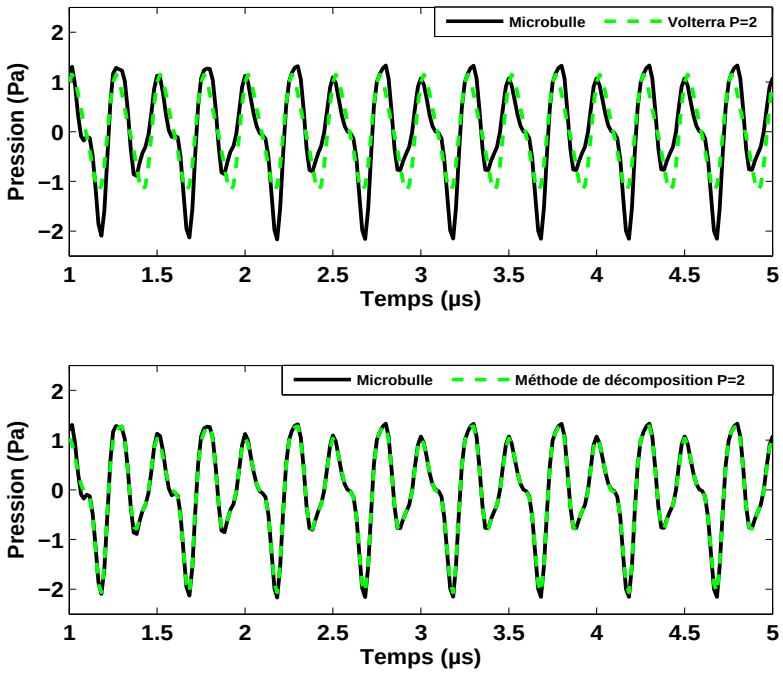


FIGURE 7.12 – En haut : comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle (en noir) et le signal modélisé avec le modèle de Volterra standard d'ordre $p = 2$ et de mémoire $M = 13$ (en vert). En bas, comparaison entre le signal renvoyé par la microbulle (en noir) et le signal modélisé avec la fusion de deux méthodes de réduction de complexité et de modélisation de sous et ultra-harmoniques (en vert)(méthode 2). $P = 2, M = 26$.

7.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode pour réduire la complexité du modèle de Volterra. La réduction de complexité est obtenue par la réduction du nombre de noyaux à calculer pour identifier le modèle non linéaire. La méthode consiste à décomposer le signal de sortie du système non linéaire en plusieurs sous signaux. Ensuite, chaque sous signal est modélisé avec un modèle de Volterra d'ordre plus petit que l'ordre du modèle de Volterra nécessaire pour modéliser le signal initial de sortie. Un processus de décalage fréquentiel est appliqué à chaque sous signal pour ramener son spectre aux plus basses fréquences du spectre initial afin de rendre possible la modélisation avec un modèle Volterra de plus faible ordre.

La méthode, testée en utilisant des signaux sinusoïdaux synthétiques et des signaux de microbulles simulés, a montré son efficacité à modéliser les signaux avec une réduction importante du nombre de noyaux nécessaires pour modéliser le

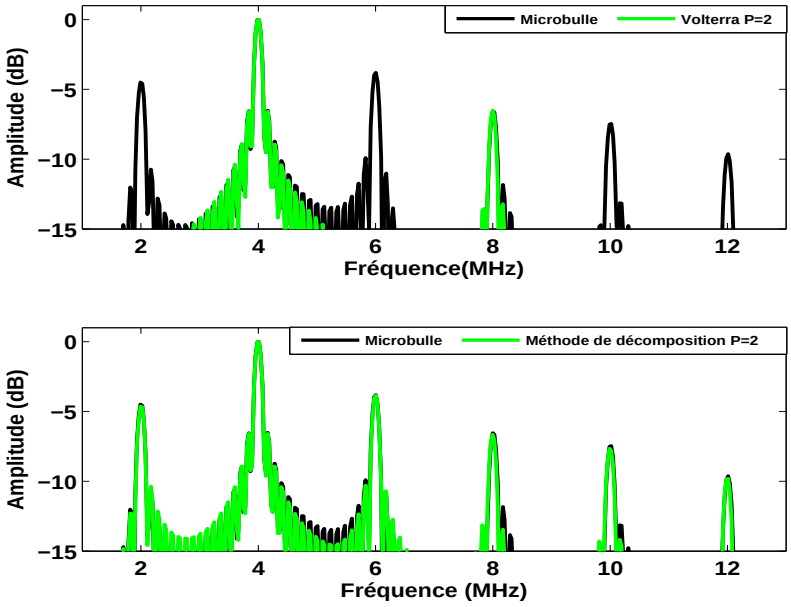


FIGURE 7.13 – Spectres de différentes signaux de la figure 7.12.

signal et par conséquent une réduction du temps de calcul. Elle a montré aussi une robustesse en présence du bruit en terme d'$EQMR$. Une limitation de la méthode est qu'elle ne peut être applicable que dans le cas où le signal d'excitation est un signal sinusoïdal. Mais vu que les signaux sinusoïdaux sont largement utilisés pour l'identification de système non linéaire, cette méthode peut contribuer à réduire la complexité du modèle de Volterra considérablement. L'adaptation de la méthode, pour des excitations sinusoïdales tronquées ayant une plus large bande passante, fera l'objet d'un futur travail.

Les méthodes de modélisation de sous et ultra-harmoniques développées dans les chapitres précédentes peuvent être combinées avec la méthode de décomposition en sous signaux pour assurer la modélisation de sous et ultra-harmoniques avec des modèles d'ordres plus faibles. Cette combinaison permet de surmonter les contraintes liées à l'ordre du modèle de Volterra pour modéliser les sous et ultra-harmoniques.

Bien que la méthode de réduction de la complexité est présentée pour un modèle de Volterra, elle peut être étendue pour tout autre modèle NMA comme le modèle de Hammerstein généralisé, puisque ils ont la même structure.

Jusqu'à présent, un train d'ondes sinusoïdal, de fréquence et de niveau suffisant

pour générer des sous et ultra-harmoniques, a été utilisé pour exciter la microbulle. Or, l'augmentation du niveau de pression peut induire la destruction des microbulles. Pour éviter la destruction des microbulles, des excitations codées ont été proposées comme le « chirp ». Des études ont montré la possibilité de générer des sous-harmoniques en excitant la microbulle avec des chirps [Zhang *et al.*, 2007]. Dans le chapitre suivant, nous allons proposer une méthode pour identifier les sous et ultra-harmoniques générées par la microbulle excitée par un chirp exponentiel avec un modèle de Hammerstein généralisé en utilisant la convolution non linéaire.

Chapitre 8

Identification du modèle de Hammerstein généralisé en présence de sous et ultra-harmoniques par convolution non linéaire en utilisant des signaux chirps exponentiels

Le génération de sous et ultra-harmoniques par la microbulle peut être observée suite à une excitation ultrasonore sinusoïdale ou une excitation codée comme un chirp. Dans le cas d'une excitation sinusoïdale, à durée finie, il faut augmenter le niveau de pression pour pouvoir générer les sous et ultra-harmoniques, ce qui induit la possibilité de la destruction des microbulles. Par contre, dans le cas d'une excitation codée, on peut transmettre une plus grande énergie en utilisant des impulsions de plus longue durée sans augmenter le niveau de pression. Le chirp est un type spécifique d'excitations. Il s'agit d'une longue impulsion modulée en fréquence.

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes intéressés à l'identification des microbulles générant des sous et ultra-harmoniques dans le cas d'excitation sinusoïdale. Dans ce chapitre, nous nous intéressons au cas d'une excitation chirp exponentielle. La méthode que nous allons proposer est basée sur la méthode de convolution non linéaire présentée dans la chapitre 2. La méthode existante permet d'identifier un système non linéaire avec un modèle de Hammerstein généralisé en identifiant les réponses implusionnelles de différentes branches du modèle. Notre

contribution dans ce chapitre est d'adapter la méthode existante pour identifier le modèle de Hammerstein généralisé en présence de sous et ultra-harmoniques.

8.1 Principe de la méthode

Pour un système non linéaire générant des sous et ultra-harmoniques, la méthode de convolution non linéaire existante ne permet pas de calculer les réponses impulsionnelles propres aux sous et utlra-harmoniques, puisque ces derniers ne correspondent pas à une élévation en puissances entières. Pour adapter la méthode existante aux cas de systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques, nous proposons d'introduire des modifications dans la méthode existante pour pouvoir obtenir les réponses impulsionnelles propres aux sous et ultra-harmoniques.

Dans la méthode expliquée dans le chapitre 2, le signal d'excitation est un signal chirp exponentiel dont la bande passante $[f_{1_c}, f_{2_c}]$ couvre l'ensemble des composantes harmoniques du système étudie, puisque les réponses impulsionnelles calculées ont respectivement les fréquences $[f_{1_c}, f_{2_c}], [2f_{1_c}, f_{2_c}], \ldots, [Pf_{1_c}, f_{2_c}]$, où P est l'ordre du modèle de Hammerstein généralisé. Toutefois, les sous et ultra-harmoniques ne peuvent pas être identifiées car elles ne sont pas des multiples entiers de f_{1_c}.

Pour proposer une nouvelle solution, nous sommes partis du principe déjà utilisé dans les chapitres précédents pour identifier les sous et ultra-harmoniques, *i.e.* nous modifions le signal l'entrée du modèle de Hammerstein. Cette modification consiste à étendre la bande passante du signal chirp pour y faire apparaître la fréquence sous-harmonique.

Revenons à la méthode existante qui consiste à exciter le système non linéaire par un signal chirp exponentiel $s(t)$ de fréquences $[f_{1_c}, f_{2_c}]$. Le filtre inverse $s_{inv}(t)$ de ce signal est ensuite calculé, et son spectre est étendu vers $[f_{1_c}, Pf_{2_c}]$, où P est l'ordre du modèle. La convolution non linéaire entre $s_{inv}(t)$ et le signal de sortie $y(t)$ donne les différentes réponses impulsionnelles. Par contre, dans le cas d'un système générant des sous et ultra-harmoniques d'ordre 2, la sortie du système a les fréquences $[\frac{f_{1_c}}{2}, f_{2_c}], [f_{1_c}, f_{2_c}], [\frac{3f_{1_c}}{2}, f_{2_c}], \ldots, [Nf_{1_c}, f_{2_c}]$. L'identification d'un tel système par convolution entre $y(t)$ et $s_{inv}(t)$ ne peut pas aboutir à l'identification de sous et ultra-harmoniques à cause de leur absence dans $s_{inv}(t)$.

En présence de sous et ultra-harmoniques, le filtre inverse doit être étendu de

façon à prendre en compte la présence de sous et ultra-harmoniques. Nous proposons de modifier le filtre inverse de telle que son spectre soit compris dans la bande $[\frac{f_{1_c}}{2}, \frac{f_{2_c}}{2}]$. Le filtre inverse sera :

$$s_{inv}(t) = \frac{f_{1_c}}{2R} \exp\left(\frac{-t}{R}\right) \sin\left[2\pi \frac{f_{1_c}}{2} R\left(\exp\left(\frac{-t}{R}\right) - 1\right)\right] \tag{8.1}$$

avec $R = \frac{T}{log\left(\frac{f_{2_c}}{f_{1_c}}\right)}$.

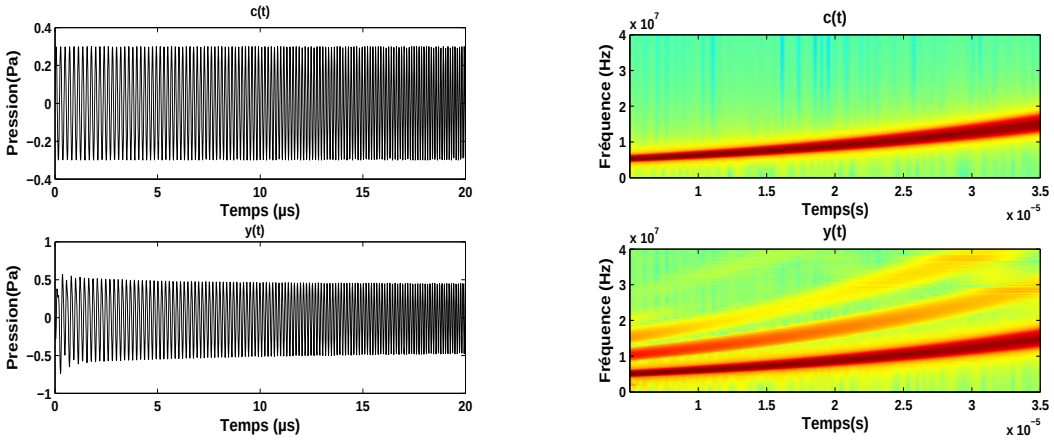
La procédure d'identification comporte alors les étapes suivantes :

- exciter le système non linéaire avec un chirp $s(t) = \sin\{2\pi f_{1_c}[\exp(\frac{t}{L})-1]\}, \forall f \in [f_{1_c}, f_{2_c}]$;
- enregistrer la réponse $y(t)$ du système ;
- concevoir un signal chirp $s_{SH}(t) = \sin\{2\pi \frac{f_{1_c}}{2}[\exp(\frac{t}{R}) - 1]\}, \forall f \in [\frac{f_{1_c}}{2}, \frac{f_{2_c}}{2}]$;
- calculer le filtre inverse $s_{inv_{SH}}(t) = \frac{f_{1_c}}{R}\exp(-\frac{t}{R}) s_{SH}(-t)$ du signal $s_{SH}(t)$;
- calculer le produit de convolution $y(t) * s_{inv_{SH}}(t)$;
- extraire les réponses impulsionnelles et les filtres linéaires en appliquant la méthode développée dans [Novak *et al.*, 2010] et expliquée dans la section précédente.

8.2 Applications

Pour illustrer notre approche, nous l'avons testé en utilisant les signaux de microbulles simulés. Les paramètres de la microbulle sont les mêmes que ceux donnés dans le tableau 2.2.

Vérification harmonique : En première étape, nous avons excité la microbulle avec un signal chirp de fréquences $f_{1_c} = 4,5$ MHz et $f_{2_c} = 4f_{1_c} = 18$ MHz convenables pour une application en imagerie. La fréquence d'échantillonnage est de $f_e = 100$ MHz et la pression est de $Pr = 0,3$ MPa. La figure 8.1 (a) montre le signal d'excitation $s(t)$ et le signal renvoyé par la microbulle $y(t)$ et la figure 8.1 (b) montre les sonogrammes respectivement. Les sonogrammes montrent que le signal renvoyé par la microbulle possède bien les composantes harmoniques du chirp d'excitation jusqu'à l'ordre 3.



(a) (b)

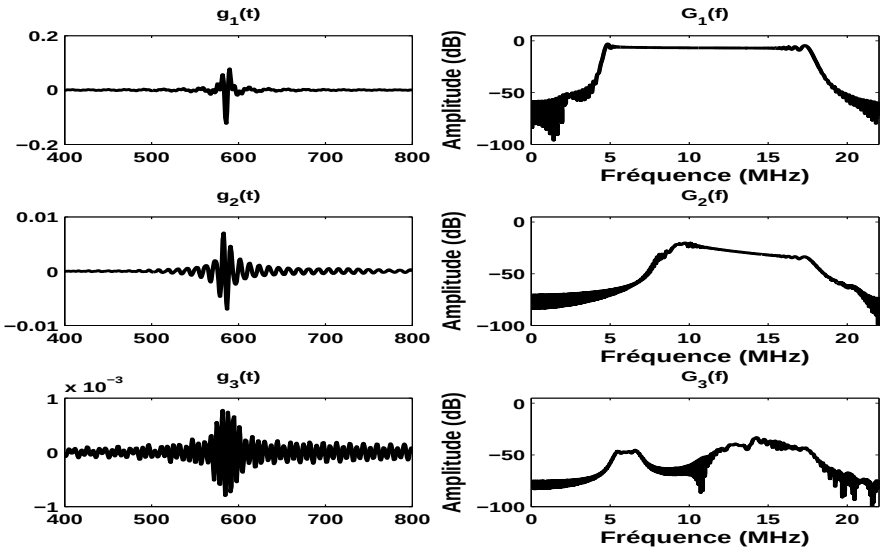
FIGURE 8.1 – (a) (en haut) Le signal chirp envoyé vers la microbulle, (en bas) le signal renvoyé par la microbulle. (b) les sonogrammes correspondants.

La figure 8.2 montre les 3 réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$ en (a) et leurs spectres respectives en (b), les filtres linéaires $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$ et leurs spectres respectives en (d). Les spectres montrent que $G_1(f)$ et $H_1(f)$ ont bien la bande fondamentale allant de $f_{1_c} = 4,5$ MHz jusqu'à $f_{2_c} = 18$ MHz. $G_2(f)$ et $H_2(f)$ possèdent bien la bande du second harmonique allant $2f_{1_c} = 9$ MHz jusqu'à $f_{2_c} = 18$ MHz validant alors la méthode.

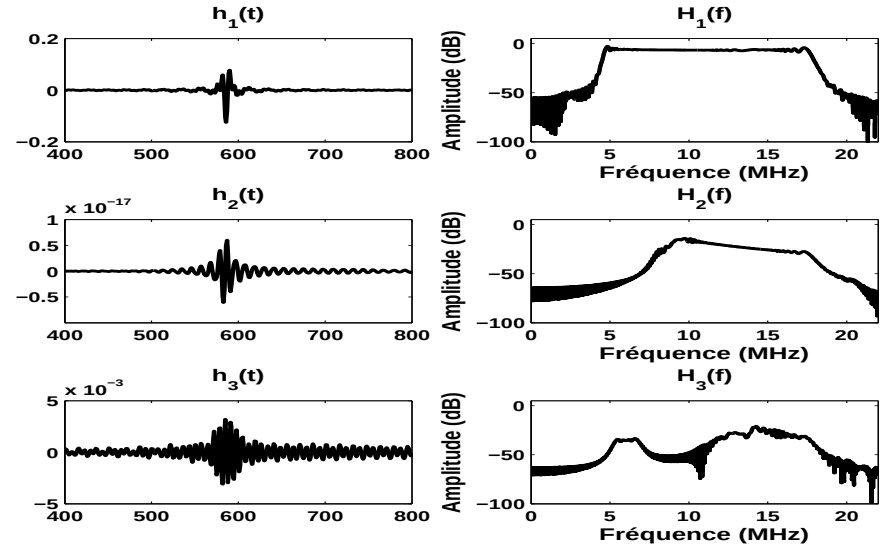
Identification sous et ultra-harmonique : Nous répétons la simulation en excitant la microbulle avec un signal chirp exponentiel ayant les mêmes paramètres que ceux utilisés dans la section précédente, mais avec une pression de $Pr = 0,8$ MPa. Dans ces conditions, il y a génération de sous et ultra-harmoniques par la microbulle. La figure 8.3 (a) montre le signal d'excitation $s_2(t)$ et le signal renvoyé par le microbulle $y_2(t)$ et la figure 8.3 (b) montre leurs sonogrammes respectivement. Les spectres montrent que le signal renvoyé par la microbulle possède bien des composantes sous et ultra-harmoniques du chirp d'excitation jusqu'à l'ordre 3.

La convolution non linéaire $y_2(t) * s_{inv_2}(t)$ donne les résultats présentés dans la figure 8.4. La figure compare des résultats identiques à ceux obtenus dans le cas harmonique. L'identification ne prend pas en compte les sous et ultra-harmoniques, seules les réponses impulsionnelles harmoniques sont identifiées.

La figure 8.5 montre les résultats de l'application de la nouvelle approche en



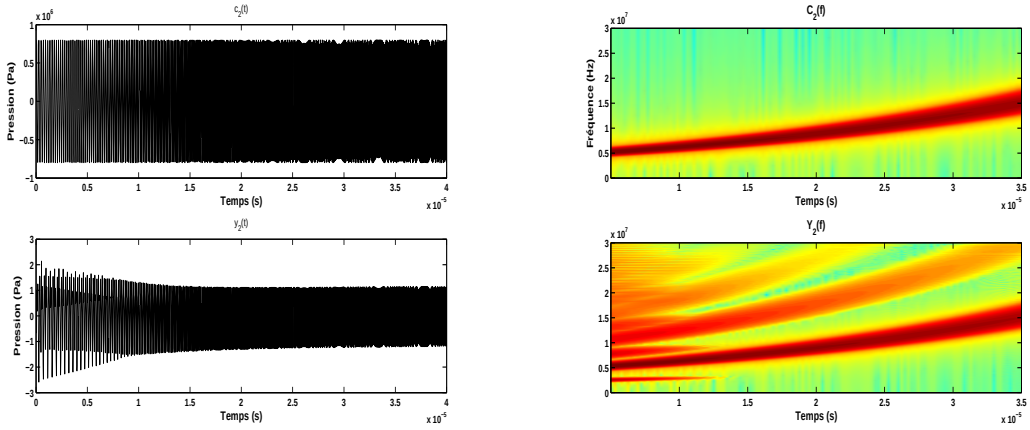
(a)



(b)

FIGURE 8.2 – (a) à gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants.

utilisant un signal chirp de fréquences $[2,25\text{MHz}, 9\text{MHz}]$. Le spectre de $g_{1_{SUH}}(t)$ montre la présence de la composante sous harmonique $\frac{f_{1_c}}{2} = 2,25$ MHz, et celui de $g_{3_{SUH}}(t)$ montre la présence de première ultra-harmonique à la fréquence $\frac{3f_{1_c}}{2} = 6,75$ MHz.



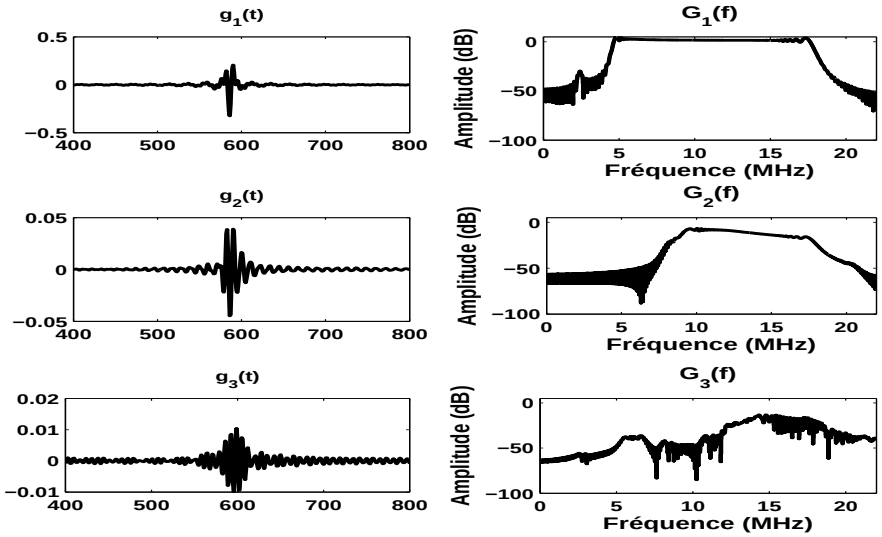
(a) (b)

FIGURE 8.3 – (a) (en haut) le signal chirp envoyé vers la microbulle, (en bas) le signal renvoyé par la microbulle. (b) les sonogrammes correspondants.

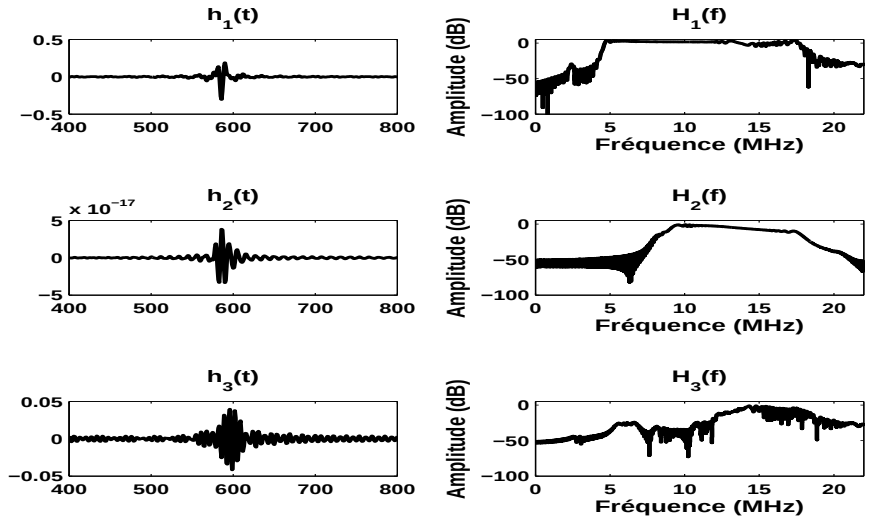
La modification du signal d'excitation permet alors d'identifier les sous et ultra-harmoniques. Une remarque concernant la réponse impulsionnelle $g_{2_{SUH}}$ est qu'elle n'est pas égale à $g_1(t)$ calculée en utilisant le signal d'excitation $s(t)$, cela est dû à la bande fréquentielle de deux signaux d'excitation.

8.3 Conclusions

L'identification des systèmes non linéaires en utilisant la convolution non linéaire avec une excitation chirp exponentielle a été bien établie. La méthode existante utilise une excitation chirp exponentielle afin d'identifier les réponses impulsionnelles de différentes ordres de non linéarité du système étudié. Dans ce chapitre nous avons proposé une extension de la méthode existante vers les systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques. L'extension proposée consiste à changer la fréquence du chirp d'excitation de manière à permettre l'extraction des réponses impulsionnelles sous et ultra-harmoniques. L'application de la méthode pour identifier le système non linéaire de la microbulle a montré sa capacité à extraire les réponses impulsionnelles sous et ultra-harmoniques. Les résultats obtenus peuvent être considérés comme des résultats préliminaires. Des réglages et des améliorations restent à faire au niveau de la bande du chirp d'excitation. Ce point fera l'objet d'un travail futur.

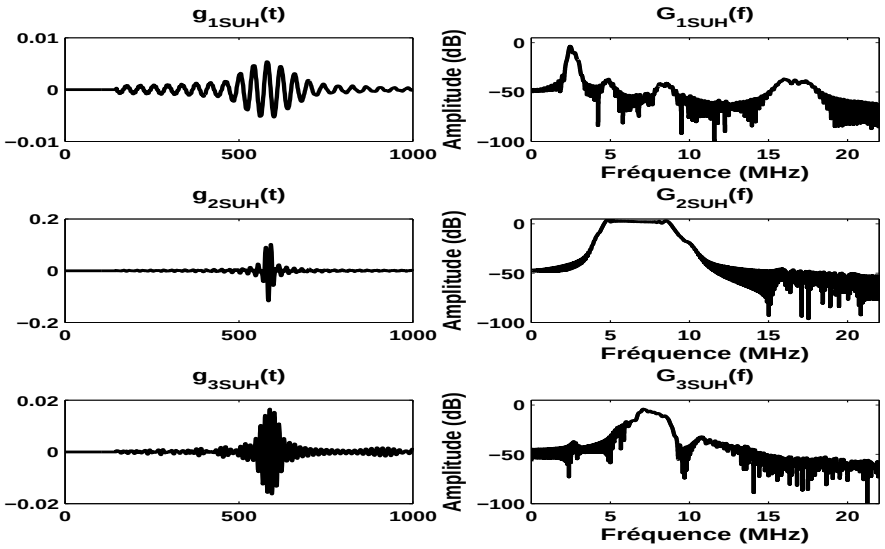


(a)

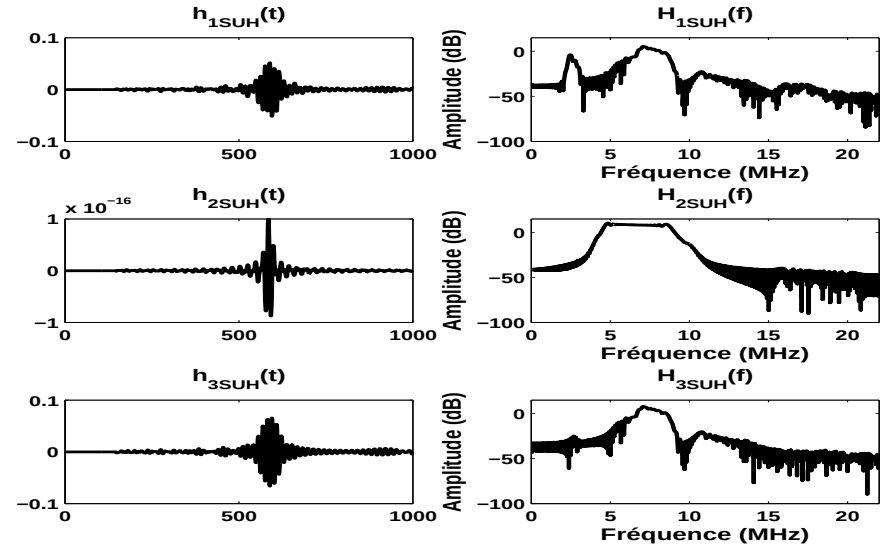


(b)

FIGURE 8.4 – (a) À gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants.



(a)



(b)

FIGURE 8.5 – (a) À gauche, les réponses impulsionnelles $g_1(t), g_2(t)$ et $g_3(t)$, à droite, les spectres correspondants, (b) à gauche, les filtres linéaires du modèle de Hammerstein $h_1(t), h_2(t)$ et $h_3(t)$, à droite, les spectres correspondants.

Conclusion

La reconstruction des images échographiques à partir du signal d'écho, renvoyé par le milieu à imager, nécessite l'accès à des composantes fréquentielles spécifiques du signal. En imagerie ultrasonore de contraste sous et ultra-harmonique, l'image est construite à partir des composantes sous harmoniques et ultra-harmoniques respectivement. La qualité de l'image dépend fortement du post-traitement utilisés pour récupérer ces composantes.

Les filtres non linéaires, comme les modèles NMA, se présentent comme de bons candidats pour modéliser le signal renvoyé par la microbulle. Dans ce contexte, le modèle de Volterra a été utilisé en imagerie du second harmonique pour extraire la composante de la seconde harmonique. Par contre, en imagerie sous et ultra-harmonique, le modèle de Volterra et les autres modèles NMA ne permettent pas la modélisation et l'extraction des composantes sous et ultra-harmoniques, puisqu'ils modélisent seulement les composantes harmoniques. L'objectif de cette thèse était de développer des méthodes de traitement du signal pour identifier et modéliser les signaux renvoyés par les microbulles présentant des sous et ultra-harmoniques. Les méthodes développées utilisent des modèles non linéaires à moyenne mobile (NMA), comme le modèle de Volterra et le modèle de Hammerstein généralisé.

Deux méthodes ont été développées dans cette thèse. L'efficacité des différentes méthodes a été évaluée en se basant sur la comparaison entre le signal modélisé avec la méthode et la sortie réelle du système non linéaire. La comparaison est obtenue subjectivement par comparaison visuelle dans les domaines temporel et fréquentiel, et objectivement en utilisant l'erreur quadratique moyenne comme critère d'évaluation.

La première méthode développée utilise un modèle de Volterra à multiples entrées orthogonales et une seule sortie (MISO). L'application de la méthode pour modéliser

des signaux simulés des microbulles ultrasonores a montré son efficacité à modéliser les sous et ultra-harmoniques présentes dans les signaux simulés des microbulles. La deuxième méthode développée, appelée SMISO Volterra, utilise un modèle SISO Volterra dont l'entrée est un signal multi-sinusoïdal. La méthode a aussi montré une efficacité pour modéliser des signaux simulés de microbulles.

Les méthodes précédentes modélisent les sous et ultra-harmoniques en plus des autres composantes harmoniques présentes dans le signal. Or, la récupération de composantes sous et ultra-harmoniques seules est essentielle dans certaines applications comme en imagerie ultrasonore sous et ultra-harmonique. Dans ce cadre, nous avons développé deux méthodes, utilisant chacune deux modèles NMA (deux modèles de Volterra ou de Hammerstein généralisé). Les deux méthodes ont montré une grande efficacité à extraire les composantes sous et ultra-harmoniques générées par les microbulles, favorisant ainsi la construction des images ultrasonore sous et ultra-harmoniques de meilleur contraste.

Les méthodes proposées sont caractérisées par leur simplicité d'implémentation et leur efficacité à modéliser les sous et ultra-harmoniques. Elles ont montré aussi une robustesse vis à vis du bruit en sortie du système en terme d'$EQMR$.

Bien que les méthodes développées soient testées pour une application en imagerie ultrasonore, favorisant la présence de sous et ultra-harmoniques, elles peuvent être aussi utilisées pour d'autres applications. Comme par exemple pour éliminer les sous et ultra-harmoniques produites par un haut-parleur. Elles peuvent aussi servir pour concevoir des filtres inverses afin de compenser la non linéarité par pré-traitement [Frank, 1995, Ishikawa *et al.*, 2000].

Une autre piste concernant la réduction de la complexité du modèle de Volterra a été abordée. Cette piste concerne la modélisation des systèmes non linéaires excités par un signal monocomposante plus ou moins bande étroite, sans et en présence de sous et ultra-harmoniques. Nous avons proposé une méthode capable de diminuer significativement le nombre de noyaux du modèle de Volterra et le temps de calcul par décomposition du signal de la sortie. Par exemple, une diminution de nombre de noyaux d'un facteur allant à 350 est obtenu en appliquant notre méthode par rapport à l'application d'un modèle de Volterra standard d'ordre $P = 6$ et de mémoire $M = 13$.

Les méthodes précédentes utilisent toutes une excitation sinusoïdale. Or, les

sous et ultra-harmoniques peuvent être aussi générés en excitant la microbulle par un chirp. Nous avons proposée d'identifier le système de microbulle générant de sous et ultra-harmoniques avec un modèle de Hammerstein généralisé. La méthode proposée est une extension de la méthode de convolution non linéaire utilisée pour identifier le système non linéaire en l'excitant par un signal chirp. L'extension est possible grâce à la modification de la fréquence du signal chirp d'excitation. Des résultats préliminaires obtenus par application sur des signaux d'agents de contraste simulés ont montré la possibilité de calculer les réponses impulsionnelles propres aux composantes sous et ultra-harmoniques. L'extraction de réponses impulsionnelles de différents ordres de non linéarité, que ce soit harmoniques, sous ou ultra-harmoniques, pourrait être utilisée pour construire des images ou bien utilisée en commande optimale pour concevoir de filtres inverses en pré-traitement afin de maximiser un critère comme le RSB par exemple.

Les signaux sinusoïdaux utilisées à travers la thèse, pour exciter la microbulle, sont suffisamment de longue durée pour considérer qu'il n'y a pas de recouvrement fréquentiel entre les composantes harmoniques et les composantes sous et ultra-harmoniques. Mais, si la durée des signaux devait être réduite, il pourrait alors y avoir un recouvrement ce qui diminuerait les performances des différents estimateurs proposés.

Bien que les méthodes développées à travers la thèse sont appliqués en utilisant des modèles de Volterra ou de Hammerstein généralisé, elles pourraient être adaptées pour être applicables à d'autres modèles NMA comme le modèle de Wiener généralisé.

Dans l'application en imagerie ultrasonore de contraste, les sous et les ultra-harmoniques sont d'ordre 2, $(\frac{f_0}{2}, \frac{3}{2}f_0, \ldots)$. Pour d'autres systèmes non linéaires, l'ordre du modèle diffère selon l'ordre de la non linéarité du système étudié. Une étape de recherche automatique de l'ordre du modèle pouvait alors être envisagée.

Bien qu'un certain nombre de techniques aient été développées et testées dans cette thèse, il n'en reste pas moins, qu'il reste à confronter nos méthodes à des signaux expérimentaux. Cette dernière étape constitue une perspective à court terme.

Bibliographie

[Aiordachioaie *et al.*, 2001] Aiordachioaie, D., Ceanga, E., De Keyser, R. et Naka, Y. (2001). Detection and classification of non-linearities based on Volterra kernels processing . *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14(4):497 – 503.

[Al-Mistarihi *et al.*, 2004] Al-Mistarihi, M., Phukpattaranont, P. et Ebbini, E. (2004). Post-beamforming third-order volterra filter (thovf) for pulse-echo ultrasonic imaging. *In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings. (ICASSP '04).*, volume 3, pages iii–97–100 vol.3.

[Arulampalam *et al.*, 2002] Arulampalam, M., Maskell, S., Gordon, N. et Clapp, T. (2002). A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2):174–188.

[Averkiou, 2000] Averkiou, M. A. (2000). Tissue Harmonic Imaging. *In Proc IEEE Ultrason Symp*, volume 2, pages 1563–1572.

[Bai, 1998] Bai, E.-W. (1998). An optimal two-stage identification algorithm for hammerstein and wiener nonlinear systems. *Automatica*, 34(3):333–338.

[Basude et Wheatley, 2001] Basude, R. et Wheatley, M. (2001). Generation of Ultraharmonics in Surfactant Based Ultrasound Contrast Agents : Use and Advantages. *Ultrasonics*, 39:437–444.

[Bedrosian et Rice, 1971] Bedrosian, E. et Rice, S. (1971). The output properties of volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and gaussian inputs. *Proceedings of the IEEE*, 59(12):1688–1707.

[Bendat, 1998] Bendat, J. (1998). *Nonlinear System Techniques and Applications*. John Wiley and Sons, New York, NY, USA.

[Bibes *et al.*, 2003] Bibes, G., Ouvrard, R. et Coirault, P. (2003). A regularization method for nonlinear inverse problems by using a volterra model. *In European Control Conference*.

[Biglieri *et al.*, 1994] Biglieri, E., Chiaberto, E., G.P., M. et Viterbo, E. (1994). Compensation of Nonlinearities in High-Density Magnetic Recording Channels. *IEEE Transactions On Magnetics*, 30:5079–5086.

[Billings, 1980] Billings, S. (1980). Identification of nonlinear systems - a survey. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 127(6):272–285.

[Billings et Fakhouri, 1978] Billings, S. et Fakhouri, S. Y. (1978). Identification of a class of nonlinear systems using correlation analysis. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, 125(7):691–697.

[Boaghe et Billings, 2003] Boaghe, O. et Billings, S. (2003). Subharmonic Oscillation Modeling and MISO Volterra Series. *IEEE Transactions On Circuits And Systems*, 50(7):877–884.

[Bouakaz *et al.*, 2002] Bouakaz, A., Frigstad, S., Ten Cate, F. et de Jong, N. (2002). Super harmonic imaging : a new imaging technique for improved contrast detection. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 28(1):59–68.

[Boyd *et al.*, 1984] Boyd, S., Chua, L. O. et Desoer, C. A. (1984). Analytical foundations of volterra series. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 1:243–282.

[Brenner *et al.*, 2002] Brenner, M., Hilgenfeldt, S. et Lohse, D. (2002). Single-bubble sonoluminescence. *Reviews of Modern Physics*, 74:425–484.

[Buhler et Frendi, 2004] Buhler, W. et Frendi, A. (2004). Effect of fluid wall shear stress on non-linear beam vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 270(4-5):793–811.

[Bussgang *et al.*, 1974] Bussgang, J., Ehrman, L. et Graham, J. (1974). Analysis of nonlinear systems with multiple inputs. *Proceedings of the IEEE*, 62(8):1088–1119.

[Campello *et al.*, 2004] Campello, R., Favier, G. et do Amaral, W. (2004). Optimal expansions of discrete-time volterra models using laguerre functions. *Automatica*, 40(5):815 – 822.

[Chang et Luus, 1971] Chang, F. et Luus, R. (1971). A noniterative method for identification using hammerstein model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(5):464–468.

[Chatterjee et Vyas, 2003] Chatterjee, A. et Vyas, N. (2003). Non-linear parameter estimation with volterra series using the method of recursive iteration through harmonic probing. *Journal of Sound and Vibration*, 268(4):657– 678.

[Chen *et al.*, 1990] Chen, S., Billings, S. et Grant, P. (1990). Non linear system identification using neural networks. *International Journal of Control*, 51:1191–1214.

[Chen *et al.*, 1989] Chen, S., Billings, S. A. et Luo, W. (1989). Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification. *International Journal of Control*, 50:1873–1896.

[Cho et Powers, 1992] Cho, Y. et Powers, E. (1992). Estimation of nonlinear distortion using digital higher-order spectra and volterra series. *In IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, volume 6, pages 2781–2784 vol.6.

[Chomas *et al.*, 2002] Chomas, J., Dayton, P., May, D. et Ferrara, K. (2002). Nondestructive subharmonic imaging. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control,*, 49(7):883–892.

[Church, 1995] Church, C. C. (1995). The Effects of an Elastic Solid Surface Layer on the Radial Pulsations of Gas Bubbles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(3):1510–1521.

[Contreras Ortiz *et al.*, 2012] Contreras Ortiz, S., Chiu, T. et Fox, M. D. (2012). Ultrasound image enhancement : A review. *Biomedical Signal Processing and Control*, 7(5):419 – 428.

[de Jong *et al.*, 2002] de Jong, N., Bouakaz, A. et Ten Cate, F. (2002). Contrast harmonic imaging. *Ultrasonics*, 40(1-8):567–573.

[de Jong *et al.*, 1994] de Jong, N., Cornet, R. et Lancée, C. (1994). Higher harmonics of vibrating gas-filled microspheres. part one : simulations. *Ultrasonics*, 32(6):447–453.

[de Jong *et al.*, 2007] de Jong, N., Emmer, M., Chin, C., Bouakaz, A., Mastik, F., Lohse, D. et Versluis, M. (2007). "compression-only " behavior of

phospholipid-coated contrast bubbles. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 33(4):653–656.

[de Jong *et al.*, 2000] de Jong, N., Frinking, P., Bouakaz, A. et Ten Cate, F. (2000). Detection procedures of ultrasound contrast agents. *Ultrasonics*, 38(1-8):87–92.

[Ding et Chen, 2005] Ding, F. et Chen, T. (2005). Identification of hammerstein nonlinear armax systems. *Automatica*, 41(9):1479–1489.

[Dodd et Harriso, 2002] Dodd, T. et Harriso, R. (2002). A new solution to volterra series estimation. *In In Proc. 2002 IFAC World Congress,*, pages 420–420, Barcelona, Spain.

[Enjieu Kadji *et al.*, 2007] Enjieu Kadji, H., Chabi Orou, J., Yamapi, R. et Woafo, P. (2007). Nonlinear dynamics and strange attractors in the biological system. *Chaos, Solitons and Fractals*, 32:862–882.

[Farina, 2000] Farina, A. (2000). Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. *In Audio Engineering Society Convention 108*.

[Farina *et al.*, 2001] Farina, A., Bellini, A. et Armelloni, E. (2001). Non-linear convolution : A new approach for the auralization of distorting systems. *In Audio Engineering Society Convention 110*.

[Frank, 1995] Frank, W. (1995). An efficient approximation to the quadratic volterra filter and its application in real-time loudspeaker linearization. *Signal Processing*, 45(1):97–113.

[Frinking *et al.*, 2009] Frinking, P., Gaud, E. et Arditi, M. (2009). Compression-only behavior and subharmonic scattering of phospholipid-shell microbubbles. *In IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pages 263–266.

[Frinking *et al.*, 2000] Frinking, P. J. A., Bouakaz, A., Kirkhorn, J., Ten Cate, F. J. et de Jong, N. (2000). Ultrasound Contrast Imaging : Current and New Potential Methods. *Ultrasound Med Biol*, 26(6):965–975.

[Goertz *et al.*, 2006] Goertz, D., Frijlink, M., de Jong, N. et van der Steen, A. (2006). Nonlinear intravascular ultrasound contrast imaging. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 32(4):491–502.

[Gramiak et Shah, 1968] Gramiak, R. et Shah, P. M. (1968). Echocardiography of the aortic root. *Investigative Radiology*, 3(5):356–366.

[Greblicki, 1996] Greblicki, W. (1996). Nonlinearity estimation in hammerstein systems based on ordered observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(5):1224–1233.

[Greenman *et al.*, 2004] Greenman, J., Kamo, M. et Boots, M. (2004). External forcing of ecological and epidemiological systems : a resonance approach. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 190(190):136 – 151.

[Hacioglu et Williamson, 2001] Hacioglu, R. et Williamson, G. (2001). Reduced complexity volterra models for nonlinear system identification. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 4:257–265.

[Hayashi, 1953] Hayashi, C. (1953). Subharmonic oscillations in nonlinear systems. *Journal of Applied Physics*, 24(5):521–529.

[Haykin, 1991] Haykin, S. (1991). *Adaptive filter theory (2nd ed.)*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.

[Hoff, 2001] Hoff, L. (2001). *Acoustic Characterization of Contrast Agents for Medical Ultrasound Imaging*. Kluwer Academic, Boston, USA.

[Hossack *et al.*, 2000] Hossack, J., Mauchamp, P. et Ratsimandresy, L. (2000). A high bandwidth transducer optimized for harmonic imaging. *In Ultrasonics Symposium, 2000 IEEE*, volume 2, pages 1021–1024 vol.2.

[Ishida, 1994] Ishida, Y. (1994). Nonlinear vibrations and chaos in rotodynamics. *JSME International Journal*, 37(2):237–245.

[Ishida *et al.*, 1992] Ishida, Y., Yamamoto, T. et Murakami, S. (1992). Nonstationary vibration of a rotating shaft with nonlinear spring characteristic during acceleration through a critical speed-(a critical speed of a 1/3-order subharmonic oscillation. *JSME International Journal*, 35(3):360–368.

[Ishikawa *et al.*, 2000] Ishikawa, T., Nakashima, K., Kajikawa, Y. et Nomura, Y. (2000). A consideration on elimination of nonlinear distortion of the loudspeaker system by using digital volterra filter. *Electronics and Communications in Japan (Part III : Fundamental Electronic Science)*, 83(2):110–118.

[Jing *et al.*, 2012] Jing, X., Simpson, D., Allen, R. et Newland, P. (2012). Understanding neuronal systems in movement control using wiener/volterra kernels : A dominant feature analysis. *Journal of Neuroscience Methods*, 203(1): 220–232.

[Keller et Miksis, 1980] Keller, J. B. et Miksis, M. (1980). Bubble oscillations of large amplitude. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(2):628–633.

[Kibangou, 2005] Kibangou, A. (2005). *Modèles de Volterra à complexité réduite : Estimation paramétrique et application à l'égalisation des canaux de comminucation.* Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis.

[Koh et Powers, 1985] Koh, T. et Powers, E. (1985). Second-order volterra filtering and its application to nonlinear system identification. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 33(6):1445–1455.

[Korenberg, 1991] Korenberg, M. (1991). Parallel cascade identification and kernel estimation for nonlinear systems. *Annals of Biomedical Engineering*, 19(4):429–455.

[Korenberg *et al.*, 1988] Korenberg, M., Bruder, S. et P.J., M. (1988). Exact Orthogonal kernel Estimation From finite data Records : Extending Wiener's identification of nonlniear Systems. *Annals of Biomedical Engineering,*, 16:201–214.

[Lacoume *et al.*, 1997] Lacoume, J., Amblard, P. et Comon, P. (1997). *Statistiques d' Ordre Supérieure pour le Traitmeent du Signal*. Masson,Paris, Paris, France.

[Lauterborn, 1976] Lauterborn, W. (1976). Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59(2):283–293.

[Lauterborn et Cramer, 1981] Lauterborn, W. et Cramer, E. (1981). Subharmonic Route to Chaos Observed in Acoustics. *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 47(20):1445–1449.

[Lee, 1960] Lee, Y. (1960). *Statistical theory of comminucations*. John Wiley and Sons, New York, NY, USA.

[Leontaritis et Billings, 1985] Leontaritis, I. et Billings, S. (1985). Input-ouput parametric models for non-linear systems. *International Journal of control*, 41(2): 329–344.

[Li et Billings, 2012] Li, L. et Billings, S. (2012). A new frequency domain representation and analysis for subharmonic oscillation. *Nonlinear Dyn*, 70(2): 1485 –1497.

[Li et Billings, 2005] Li, L. M. et Billings, S. A. (2005). Discrete time subharmonic modeling and analysis. *International Journal of Control*, 78(16):1265–1284.

[Ling et Rivera, 1998] Ling, W. et Rivera, D. (1998). Control relevant model reduction of volterra series models. *Journal of Process Control*, 8(2):79–88.

[Ling et Rivera, 2001] Ling, W. et Rivera, D. (2001). A methodology for control-relevant nonlinear system identification using restricted complexity models. *Journal of Process Control*, 11(2):209 – 222.

[Liu *et al.*, 1998] Liu, G. P., Kadirkamanathan, v. et Billings, S. (1998). On-line identification of nonlinear systems using Volterra polynomial basis function neural networks. *Neural Networks*, 11(9):1645 – 1657.

[Marmottant *et al.*, 2005] Marmottant, P., van der Meer, S., Emmer, M., Versluis, M., de Jong, N., Hilgenfeldt, S. et Lohse, D. (2005). A model for large amplitude oscillations of coated bubbles accounting for buckling and rupture. *J Acoust Soc Am*, 118(6):3499–3505.

[Medwin, 1977] Medwin, H. (1977). Counting bubbles acoustically : a review. *Ultrasonics*, 15(1):7–13.

[Mleczko *et al.*, 2009] Mleczko, M., Postema, M. et Schmitz, G. (2009). Discussion of the application of finite Volterra series for the modeling of the oscillation behavior of ultrasound contrast agents. *Applied Acoustics*, 70(10):1363–1369. The Application of Underwater Acoustics for Seabed Habitat Mapping Bubbles and Ultrasound.

[Narendra et Gallman, 1966] Narendra, K. et Gallman, P. (1966). An iterative method for the identification of nonlinear systems using a hammerstein model. *IEEE Transactions on Automatic Control,*, 11(3):546–550.

[Nayfeh et Mook, 1979] Nayfeh, A. et Mook, D. (1979). *Nonlinear Oscillations*. John Wiley and Sons, Incorporated, New York, NY, USA.

[Nemeth *et al.*, 2002] Nemeth, J., Kollar, I. et Schoukens, J. (2002). Identification of volterra kernels using interpolation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,*, 51(4):770–775.

[Noltingk et Neppiras, 1950] Noltingk, B. et Neppiras, E. (1950). Cavitation produced by ultrasonics. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 63(9):674–685.

[Novak, 2009] Novak, A. (2009). *Identification of Nonlinear Systems in Acoustics*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, France.

[Novak *et al.*, 2010] Novak, A., Simon, L., Kadlec, F. et Lotton, P. (2010). Nonlinear system identification using exponential swept-sine signal. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,*, 59(8):2220–2229.

[Novak et Frehlich, 1982] Novak, S. et Frehlich, R. (1982). Transition to chaos in the Duffing oscillator. *Physical review A*, 26(6):3660–3663.

[Paduart, 2008] Paduart, J. (2008). *Identification of Nonlinear Systems using Polynomial Nonlinear State Space Models*. Thèse de doctorat, Vrije Universiteit Brussel - ELEC Department.

[Panicker et Mathews, 1996] Panicker, T. et Mathews, V. J. (1996). Parallel-cascade realizations and approximations of truncated volterra systems. *In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1996. ICASSP-96. Conference Proceedings., 1996*, volume 3, pages 1589–1592 vol. 3.

[Parker et Tummala, 1992] Parker, R.E., J. et Tummala, M. (1992). Identification of volterra systems with a polynomial neural network. *In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1992. ICASSP-92., 1992*, volume 4, pages 561–564 vol.4.

[Pavlenko *et al.*, 2011] Pavlenko, V., Speranskyy, V. et Lomovoy, V. (2011). Modelling of radio-frequency communication channels using volterra model. *In IEEE 6th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS),*, volume 2, pages 574–579.

[Pearson, 1995] Pearson, R. (1995). Nonlinear input/output modelling. *Journal of Process Control*, 5(4):197 – 211.

[Pearson, 2003] Pearson, R. (2003). Selecting nonlinear model structures for computer control. *Journal of Process Control*, 13(1):1–26.

[Phukpattaanont *et al.*, 2003] Phukpattaanont, P., Al-Mistarahi, M. et Ebbini, E. (2003). Post-beamforming volterra filters for contrast-assisted ultrasonic imaging : in-vivo results. *In IEEE Symposium on Ultrasonics, 2003*, volume 2, pages 1191–1194.

[Phukpattaranont et Ebbini, 2003] Phukpattaranont, P. et Ebbini, E. (2003). Post-beamforming second-order volterra filter for pulse-echo ultrasonic imaging.

IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control,, 50(8): 987–1001.

[Rayleigh, 1917] Rayleigh, L. (1917). Viii. on the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Philosophical Magazine Series 6*, 34(200): 94–98.

[Rébillat *et al.*, 2011] Rébillat, M., Hennequin, R., Corteel, E. et Katz, B. (2011). Identification of cascade of hammerstein models for the description of nonlinearities in vibrating devices. *Journal of Sound and Vibration*, 330(5):1018 –1038.

[Samakee et Phukpattaranont, 2012a] Samakee, C. et Phukpattaranont, P. (2012a). Application of MISO Volterra Series for Modeling Subharmonic of Ultrasound Contrast Agent. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, 4(4):445–451.

[Samakee et Phukpattaranont, 2012b] Samakee, C. et Phukpattaranont, P. (2012b). Efficient miso 3rd-order volterra series for modeling subharmonic oscillation of ultrasound contrast agent. *In IEEE EMBS Conference on Biomedical Engineering and Sciences (IECBES), 2012*, pages 901–906.

[Samakee et Phukpattaranont, 2012c] Samakee, C. et Phukpattaranont, P. (2012c). Identification of subharmonic in bubble oscillations using mimo volterra models. *In Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON), 2012*, pages 1–5.

[Sbeity *et al.*, 2013] Sbeity, F., Ménigot, S., Charara, J. et Girault, J.-M. (2013). A General Framework for modeling- Sub and Ultra-Harmonics of Ultrasound Contrast Agent Signals with MISO Volterra Series. *Computational and Mathematical Methods in Medecine*, 2013.

[Schetzen, 1980] Schetzen, M. (1980). *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*. John Wiley and Sons, New York, NY, USA.

[Schetzen, 1981] Schetzen, M. (1981). Nonlinear system modeling based on the wiener theory. *Proceedings of the IEEE*, 69(12):1557–1573.

[Schrope et Newhouse, 1993] Schrope, B. et Newhouse, V. (1993). Second harmonic ultrasonic blood perfusion measurement. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 19(7):567 – 579.

[Shankar *et al.*, 1998] Shankar, P. M., Krishna, P. D. et Newhouse, V. L. (1998). Advantages of Subharmonic Over Second Harmonic Backscatter for Contrast-To-Tissue Echo Enhancement. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 24(3):395–399.

[Shankar *et al.*, 1999] Shankar, P. M., Krishna, P. D. et Newhouse, V. L. (1999). Subharmonic backscattering from ultrasound contrast agents. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(4):2104–2110.

[Shi et Forsberg, 2000] Shi, W. et Forsberg, F. (2000). Ultrasonic characterization of the nonlinear properties of contrast microbubbles. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 26(1):93 – 104.

[Simpson *et al.*, 1999] Simpson, D., Chin, C. T. et Burns, P. (1999). Pulse inversion doppler : a new method for detecting nonlinear echoes from microbubble contrast agents. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control,*, 46(2):372–382.

[Sorenson, 1985] Sorenson, H. (1985). *Kalman Filtering : Theory and Application*. John Wiley and Sons.

[Szabo, 2004] Szabo, T. (2004). *Diagnostic Ultrasound Imaging : Inside Out*. Elsevier, Boston University, MA, USA.

[Tommaseo *et al.*, 2004] Tommaseo, G., Paasche, P., Angelescu, C. et Werth, G. (2004). Subharmonic excitation of the eigenmodes of charged particles in a penning trap. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 28(1):39–48.

[Velazquez *et al.*, 2003] Velazquez, J., Cortez, M., Snead, O. et Wennberg, R. (2003). Dynamical regimes underlying epileptiform events : role of instabilities and bifurcations in brain activity. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 186(3-4):205–220.

[Volterra, 1930] Volterra, V. (1930). *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*. Blackie and Son, Glasgow, UK.

[Voros, 1997] Voros, J. (1997). Parameter identification of discontinuous hammerstein systems. *Automatica*, 33(6):1141–1146.

[Wei *et al.*, 2007] Wei, H.-L., Lang, Z.-Q. et Billings, S. (2007). An Algorithm for Determining the Output Frequency Range of VVolterra models With Multiple

inputs. *IEEE Transactions On Circuits And Systems-II :Express Briefs*, 54(6): 532–536.

[Westwick et Kearney, 1998] Westwick, D. et Kearney, R. (1998). Nonparametric identification of nonlinlinear biomedical systems part i : Theory. *Crit. Rev. Biomed. Eng.*, 26:153–226.

[Wiener, 1966] Wiener, N. (1966). *Nonlinear Problems in Random Theory*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA.

[Wild et Neal, 1951] Wild, J. J. et Neal, D. (1951). Use of high-frequency ultrasonic waves for detecting changes of texture in living tissues. *The Lancet*, 257(6656):655–657.

[Zadeh, 1962] Zadeh, L. (1962). From circuit theory to system theory. *Proceedings of the IRE*, 50(5):856–865.

[Zhang *et al.*, 2007] Zhang, D., Gong, Y., Gong, X., Liu, Z., Tan, K. et Zheng, H. (2007). Enhancement of subharmonic emission from encapsulated microbubbles by using a chirp excitation technique. *Physics in Medicine and Biology*, 52(18): 5531.

Annexes

Annexe A

Décomposition d'un modèle MISO Volterra à 2 entrées en 2 modèles SISO Volterra

Un modèle MISO Volterra à N entrées est équivalent à N modèles SISO Volterra, si et seulement si l'erreur quadratique moyenne à minimiser entre $y(n)$ et $\hat{y}(n)$ est la même dans les deux cas. Nous allons déterminer les conditions que doivent satisfaire les entrées $x_1(n)$ et $x_2(n)$ du modèle MISO Volterra lorsque $N = 2$, pour avoir cette équivalence.

Les noyaux de Volterra sont calculés en utilisant la méthode de moindres carrés par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne EQM entre $y(n)$ et le signal modélisé $\hat{y}(n)$:

$$\mathbb{E}[((y(n) - \hat{y}(n))^2]. \tag{A.1}$$

Pour un modèle MISO Volterra, la décomposition de $x(n)$ en $x_1(n)$ et $x_2(n)$ telle que $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$, exige que $y(n) = y_1(n) + y_2(n)$. Il s'en suit que :

$\hat{y}(n) = \hat{y}_1(n) + \hat{y}_2(n)$. L'erreur à minimiser est :

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[(y(n) - \hat{y}(n))^2] &= \mathbb{E}[y(n)^2] + \mathbb{E}[\hat{y}(n)^2] - 2\mathbb{E}[y(n)\hat{y}(n)] \\
&= \mathbb{E}[(y_1(n) + y_2(n))^2] + \mathbb{E}[(\hat{y}_1(n) + \hat{y}_2(n))^2] \\
&-2\mathbb{E}[(y_1(n) + y_2(n))(\hat{y}_1(n) + \hat{y}_2(n))] \\
&= \mathbb{E}[y_1(n)^2] + \mathbb{E}[y_2(n)^2] + 2\mathbb{E}[y_1(n)y_2(n)] \\
&+\mathbb{E}[\hat{y}_1(n)^2] + \mathbb{E}[\hat{y}_2(n)^2] + 2\mathbb{E}[\hat{y}_1(n)\hat{y}_2(n)] \\
&-2\mathbb{E}[y_1(n)\hat{y}_1(n)] - 2\mathbb{E}[y_1(n)\hat{y}_2(n)] \\
&-2\mathbb{E}[y_2(n)\hat{y}_1(n)] - 2\mathbb{E}[y_2(n)\hat{y}_2(n)].
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Pour les 2 modèles SISO Volterra d'entrées $x_1(n)$ and $x_2(n)$, et de sorties $y_1(n)$ and $y_2(n)$ respectivement, l'erreur à minimiser est :

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}[((y_1(n) - \hat{y}_1(n))^2] + \mathbb{E}[((y_2(n) - \hat{y}_2(n))^2] = \\
&\mathbb{E}[y_1(n)^2] + \mathbb{E}[\hat{y}_1(n)^2] - 2\mathbb{E}[y_1(n)\hat{y}_1(n)] + \mathbb{E}[y_2(n)^2] + \mathbb{E}[\hat{y}_2(n)^2] - 2\mathbb{E}[y_2(n)\hat{y}_2(n)].
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Un modèle MISO Volterra peut être vu comme étant 2 SISO Volterra si les deux équations A.2 et A.3 sont égales. Cette égalité donne :

$$\mathbb{E}[y_1(n)y_2(n)] + \mathbb{E}[\hat{y}_1(n)\hat{y}_2(n)] - \mathbb{E}[y_1(n)\hat{y}_2(n)] - \mathbb{E}[y_2(n)\hat{y}_1(n)] = 0. \tag{A.4}$$

Un solution possible est que chaque terme de l'équation soit égal à zéro :

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}[y_1(n)y_2(n)] = 0; \\
&\mathbb{E}[\hat{y}_1(n)\hat{y}_2(n)] = 0; \\
&\mathbb{E}[y_1(n)\hat{y}_2(n)] = 0; \\
&\mathbb{E}[y_2(n)\hat{y}_1(n)] = 0.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Ce qui signifie que les composantes sont orthogonales :

$$\begin{aligned} &y_1(n) \perp y_2(n); \\ &\hat{y}_1(n) \perp \hat{y}_2(n); \\ &y_1(n) \perp \hat{y}_2(n); \\ &y_2(n) \perp \hat{y}_1(n), \end{aligned} \tag{A.6}$$

où $\perp$ signifie orthogonal. D'autre part, $\hat{y}_1(n)$ et $\hat{y}_2(n)$ sont calculés selon l'équation (2.10). Ce qui implique que :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left[\hat{y}_1(n)\hat{y}_2(n)\right] &= \mathbb{E}\left[\sum_{k_1=0}^{M-1} h_1(k_1)x_1(n-k_1) \sum_{k_1=0}^{M-1} h_1^{'}(k_1)x_2(n-k_1)\right. \\ &+ \sum_{k_1=0}^{M-1}\sum_{k_2=0}^{M-1} h_2(k_1,k_2)x_1(n-k_1)x_1(n-k_2) \\ &\times \sum_{k_1=0}^{M-1}\sum_{k_2=0}^{M-1} h_2^{'}(k_1,k_2)x_2(n-k_1)x_2(n-k_2) \\ &\left. + \ldots\right] = 0. \end{aligned} \tag{A.7}$$

Une solution possible est que chaque terme de l'équation soit égal à zéro. Pour le premier terme, on obtient :

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}\left[\sum_{k_1=0}^{M-1} h_1(k_1)x_1(n-k_1) \sum_{k_1=0}^{M-1} h_1^{'}(k_1)x_2(n-k_1)\right] \\ &= \sum_{k_1=0}^{M-1} h_1(k_1)h_1^{'}(k_1)\mathbb{E}[x_1(n-k_1)x_2(n-k_1)] \\ &= 0. \end{aligned} \tag{A.8}$$

Cette dernière équation implique que $x_1(n) \perp x_2(n)$. Pour les autres termes de l'équation (A.7), on obtient la même conclusion $x_1(n) \perp x_2(n)$. Si $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont encore orthogonaux, par conséquent, $\hat{y}_1(n)$ et $\hat{y}_2(n)$ sont orthogonaux.

D'autre part, $\hat{y}_1(n)$ et $\hat{y}_2(n)$ sont les estimations $y_1(n)$ et $y_2(n)$, alors $\hat{y}(n) \approx y_1(n)$ et $\hat{y}_2(n) \approx y_2(n)$. Cela signifie que l'orthogonalité de $\hat{y}_1(n)$ et $\hat{y}_2(n)$ implique l'orthogonalité de chaque couple formé par les 4 signaux présents dans l'équation A.5. Cela est vrai si et seulement si $x_1(n) \perp x_2(n)$.

Pour conclure, un modèle MISO Volterra ayant 2 entrées peut être traité comme 2 modèles SISO Volterra si les 2 entrées sont orthogonales. Ce résultat peut être généralisé pour un modèle MISO Volterra à N entrées.

Annexe B

Liste de publications

Articles dans des revues à comité de lecture

Articles publiés

SBEITY, F., MÉNIGOT, S., CHARARA, J., et GIRAULT, J.-M. (2013). A General Framework for Modeling Sub- and Ultra-Harmonics of Ultrasound Contrast Agent Signals with MISO Volterra Series.. *Computational and Mathematical Methods in Medecine*, volume(2013).

SBEITY, F., MÉNIGOT, S., CHARARA, J., et GIRAULT, J.-M. (2013). Contrast Improvement in Sub- and Ultraharmonic Ultrasound Contrast Imaging by Combining Several Hammerstein Models..*International Journal of Biomedical Imaging*, volume(2013).

Conférences avec actes de congrès

2012

SBEITY, F., MÉNIGOT, S., GIRAULT, J.-M. et CHARARA, J.,(2012). Ultrasound contrast agents modeling using an extended Volterra model.. *In Acoustics 2012,*. Nantes, France.

SBEITY, F., MÉNIGOT, S., GIRAULT, J.-M. et CHARARA, J.,(2012). Sub and ultra harmonic extraction using modified Hammerstein model.. *In ICCS'12*, pages 1–5. , Agadir, Morocco.

Fatima SBEITY

Identification et modélisation de systèmes non linéaires générant des sous et ultra-harmoniques: Application à l'imagerie ultrasonore sous et ultra-harmonique

Résumé : L'amélioration du contraste des images échographiques occupe une place importante en imagerie ultrasonore médicale puisque la qualité des images impacte directement le diagnostic médical. Les imageries de contraste sous et ultra-harmoniques sont deux techniques permettant de produire des images à fort contraste. Le développement de techniques de filtrage, permettant de mieux extraire les composantes sous et ultra-harmoniques présentes dans les signaux renvoyés par les produits de contraste ultrasonore, a pour conséquence d'améliorer encore plus le contraste des images. Les modèles non linéaires dits « boîtes noires » du type Volterra, Hammerstein, et Wiener, sont souvent utilisés pour identifier et modéliser les systèmes non linéaires tels que les produits de contraste ultrasonore. Ces modèles, bien que très bien adaptés pour modéliser les composantes harmoniques entières, ne le sont plus en présence de sous et ultra-harmoniques. Dans les années 2000, une méthode permettant la modélisation de sous et ultra-harmoniques en utilisant un modèle de Volterra à plusieurs entrées (Muliple Input Single Output : MISO) a été développée. Pourtant, bien que cette méthode soit complètement originale dans le domaine considéré, les points clés qui la sous-tendent ne sont pas clairement identifiés. C'est en identifiant clairement les points clés de la méthode existante que nous pouvons la généraliser et proposer plusieurs nouveaux paradigmes pour la modélisation et l'extraction de sous et ultra-harmoniques. Nous proposons alors des alternatives beaucoup plus simples du type mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output: SISO). En modulant en fréquence l'entrée du système, nous avons pu ainsi identifier les réponses impulsionnelles des différents canaux du modèle de Hammerstein généralisé. À partir de ce cadre général, nous avons aussi proposé de nouvelles approches pour réduire la complexité du modèle de Volterra.

Mots clés : Extraction, Hammerstein, identification, modélisation, modèle NMA, MISO, SMISO, sous-harmoniques, réduction de la complexité, ultra-harmoniques, Volterra, imagerie sous-harmonique, imagerie ultra-harmonique

Abstract : Contrast enhancement of echographic images occupies an important place in medical ultrasound imaging, since the quality of images has a direct impact on medical diagnosis. Sub and ultra-harmonic contrast imaging are two imaging techniques that provide high contrast images. Developing filtering techniques, that allow better extraction of sub and ultra-harmonic components present in the echo backscattered by the ultrasound contrast agents, results in additional improvement of the contrast. Non linear models known as "black box" models, like Volterra model, Hammerstein model, and Wiener model are usually used to identify and model non linear systems such ultrasound contrast agents. Although these models are well suited to model integer harmonic components, they are not suitable in the presence of sub and ultra-harmonic components. In the 2000s, A method that allows the modeling of sub and ultra-harmonic components, using a multi inputs single output Volterra model (MISO) has been developed. Although this method was original in the considered domain, the key points underlying this method are not clearly identified. By clearly identifying the key points of the existing method, we can generalize it and propose new paradigms for modeling and extraction of sub and ultra-harmonics. We propose much simpler alternatives based on single input single output (SISO) models. By modulating the input frequency of the system, we can also identify the different impulse responses of the different channels of the generalized Hammerstein model. From this general framework, we also propose new approaches to reduce the complexity of Volterra model.

Keywords : Complexity reduction, extraction, Hammerstein, identification, MISO, NMA model, SMISO, sub-harmonics, ultra-harmonics, Volterra, sub-harmonic imaging , ultra-harmonic imaging.