Université de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :
Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :
Microondes, Électromagnétisme et Optoélectronique

Présentée et soutenue par :
Raphaël Teysseyre

le : 10 Juillet 2013

Titre :

Détection homodyne appliquée à la mesure de la vitesse du vent

---

Ecole doctorale :
Génie Electrique, Electronique et Télécommunications (GEET)

Unité de recherche :
LAAS/OSE

Directeur(s) de Thèse :
Thierry Bosch

Rapporteurs :
Guy Plantier
Hervé Gilles

Membre(s) du jury :
Michel Gross
Marc Vallet
Julien Perchoux

Détection homodyne appliquée à la mesure de la vitesse du vent.

Raphaël Teysseyre

28 octobre 2013

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord mon directeur de thèse Thierry Bosch ainsi que la société Epsiline pour son financement. Merci également à Julien Perchoux et Francis Bony pour leur encadrement, ainsi qu'à Christophe Lepaysan et Otmane Zamama pour m'avoir permis de travailler dans les meilleures conditions possibles. Je souhaite également remercier l'Institut d'Optique et Polytech' Paris-Sup pour avoir organisé la rencontre qui aura finalement débouché sur cette thèse.

Merci à Clément Tronche et Francis Jayat pour leur soutien technique et leur très grande disponibilité, ainsi qu'à Emmanuelle Tronche pour son soutien administratif, merci aussi à tous les membres du LAAS/OSE que j'ai côtoyé durant ces trois (bientôt quatre) ans.

Merci aux autres doctorants du labo, et pas seulement pour le travail ! Lucie Campagnolo pour la dissection du Petermann, Emmanuel Moutaye, Florent Bouyjou, Auntonio Luna et Bendy Tanios pour les moments agréables passés aussi bien dans le labo qu'en dehors.

Bien sûr, je souhaite remercier toute ma famille pour m'avoir soutenu durant ces longues études, ainsi que Sandrine qui m'a donné le dernier souffle dont j'avais besoin pour terminer cette thèse, et pour tout le reste aussi !

Merci aussi à Adeline et Mayeul pour leur amitié sans faille, à Qatux pour sa présence chaleureuse, et à tous les passionnés des Écuries des Lacs : Olivier et Carole, Lucie, Aurélie, Raphaëlle, Marion et Marion ; sans oublier Prince, Festiva, Balestan, Gibus (merci pour ce tour d'honneur) et, bien évidemment, Folie.

Enfin, merci à toutes les personnes que j'ai eu l'occasion de rencontrer durant cette thèse, et merci à vous de me lire.

À mon grand-père.

Résumé

Dans cette thèse, nous étudions la détection homodyne (ou rétroinjection optique, ou self-mixing) appliquée à la mesure de la vitesse du vent. Il n'existe actuellement pas sur le marché de solution de mesure du vent par des moyens optiques à faible coût. L'objectif de cette thèse est de développer un tel prototype, en se basant sur le principe de la rétroinjection optique. Les différentes solutions d'anémométrie existant actuellement sont étudiées (anémométrie à coupelles, à ultrasons et à fil chaud, sondes de Pitot, PIV/PTV, sodars et lidars), avec un bref descriptif des avantages et inconvénients de chacune d'entre elles.

Les équations de fonctionnement d'un laser soumis à rétroinjection optique sont redémontrées dans cette thèse. Les expressions résultantes sont des équations différentielles non linéaires et à retard, qui peuvent être réduites en un modèle statique couramment utilisé dans la littérature. Ce modèle prévoit une variation périodique de la puissance du laser pour un déplacement à vitesse constante de la cible responsable de la rétroinjection. Pour une puissance réinjectée suffisamment grande, ce modèle prévoit des discontinuités dans la puissance du laser. Nous développons un nouveau modèle issu des équations complètes linéarisées, qui permet de décrire le comportement dynamique du laser. Ce modèle prévoit notamment la présence d'oscillations amorties lors des discontinuités du modèle statique. Les caractéristiques de ces oscillations sont liées à la distance et au coefficient de réflexion de la cible. Les prédictions de ce modèle ont été vérifiées expérimentalement, et les résultats en ont été publiés dans la revue Optics Letters.

Le corps de cette thèse se concentre sur l'acquisition et le traitement du signal de self-mixing, issu du passage de particules portées par le vent dans le faisceau de la diode laser utilisée. Comme la fréquence du signal est proportionnelle à la vitesse de la particule projetée sur l'axe

optique du laser, nous avons mis en place un traitement dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier discrète. La longueur de la transformée à utiliser est un compromis dicté par la recherche d'un rapport signal-sur-bruit optimal, le temps d'interaction de la particule avec le faisceau, et les ressources disponibles pour les calculs. Après avoir fixé ce compromis, nous calculons la fréquence de fausses détections qui en résulte. Nous étudions le biais qu'introduisent ces fausses détections sur la mesure de vitesse, ainsi qu'un algorithme permettant de compenser ce biais. Nous étudions ensuite les configurations optiques permettant de mesurer la vitesse du vent dans le plan horizontal (donnée qui intéresse les acheteurs potentiels du produit). Nous démontrons qu'il est nécessaire d'utiliser au moins quatre têtes optiques pour obtenir une acquisition fiable du signal.

Des essais réalisés en soufflerie indiquent que le capteur mesure effectivement la vitesse du vent qui lui est présenté. Un démonstrateur autonome avec une unique voie de mesure a été monté sur un mât de prospection éolienne. Les mesures en résultant indiquent que le capteur est sensible à la température ambiante. Après correction par rapport à la température, la mesure effectuée est bien corrélée à une mesure de référence par un anémomètre et une girouette.

Cette thèse a donc permis de développer un démonstrateur autonome permettant de mesurer la vitesse du vent en utilisant la rétroinjection optique, en conditions extérieures.

Abstract

In this thesis, we study the homodyne detection (or self-mixing) applied to wind speed measurements. At the moment, there is no commercially available optical anemometer with a low price point. The objective of this thesis is to develop such a prototype, which will be using the self-mixing phenomenon. Existing anemometers are studied, with a short comparison of advantages and drawbacks of each solution (cup, ultrasonic and hot-wire anemometers, Pitot probes, PIV/PTV, sodars and lidars).

The equations describing the behavior of a self-mixing laser are demonstrated in this thesis. The resulting expressions are nonlinear delayed differential equations. These equations can be reduced to a static model that is commonly used in the relevant literature. This model predicts a periodic variation of the laser power for a linear displacement of the target responsible for self-mixing. If the reflection coefficient of the target is big enough, this model predicts discontinuities in the laser power. We develop a new model from the complete equations. This new model allows for the study of the dynamical behavior of the laser. It notably predicts damped oscillations where the static model presents discontinuities. The characteristics of these oscillations are related to the distance of the target and its reflectivity. The predictions of this new model were confirmed experimentally, and the corresponding results were published in the Optics Letters journal.

The main part of this thesis is focused on the acquisition and processing of the self-mixing signal, which is produced by particles carried by the wind in the laser beam. The frequency of the resulting signal is proportional to the speed of the particle projected onto the optical axis. Therefore, we use a discrete Fourier transform to study the signal in the frequency domain. The length of the Fourier transform is a com-

promise between the necessity of an optimal signal-to-noise ratio that can trigger the detection, the interaction time between the particle and the beam, and the resources available for computing. After choosing the right compromise, we compute the resulting false detection frequency. We study the bias arising from these false detections, and we create an algorithm that can be used to compensate this bias. Finally, we study the optical configurations that allows for the measurement of wind speed in the horizontal plane (it is this data that is interesting for the potential clients). We demonstrate that at least four optical heads are necessary to obtain a reliable acquisition.

The tests conducted in a wind tunnel show that the sensor actually measures the wind speed. An autonomous demonstrator with one measuring channel has been put on a measuring mast. The resulting measurements show that the sensor is temperature sensitive. When the measurements are corrected against the temperature, they are well correlated to a reference measurement made by a cup anemometer and a wind vane.

This thesis has led to the development of an autonomous demonstrator that measures the wind speed by self-mixing in a laser diode, in outdoor conditions.

Table des matières

Résumé **ix**

Abstract **xi**

Formulaire **xvii**

Introduction **1**

1 Anémométrie ***5***

1.1 Mesure du vent 6

1.1.1 Objectif 6

1.1.2 Anémomètres à coupelles 7

1.1.3 Sondes de Pitot 8

1.1.4 Anémomètres à fil chaud 10

1.1.5 Anémomètres sonores 11

1.1.6 Anémomètres optiques 13

1.2 Preuve de concept 19

1.3 Conclusion 22

Bibliographie 23

2 Rétroinjection optique **27**

2.1 Introduction 28

2.1.1 Interaction lumière-matière 29
2.1.2 Inversion de population, pompage et amplification 31
2.1.3 Cavité 32
2.1.4 Laser 32
2.2 Laser et rétroinjection 34
2.2.1 Laser monomode en espace libre 34
2.2.2 Comportement statique en espace libre 36
2.2.3 Laser monomode soumis à rétroinjection 38
2.2.4 Comportement statique sous rétroinjection 41
2.2.5 Calcul de la pulsation ω 43
2.2.6 Stabilité des solutions 43
2.2.7 Cible mouvante — Modèle statique 45
2.3 Nouvelle analyse du comportement pour $C > 1$ 49
2.3.1 Problème de continuité au passage des franges . 49
2.3.2 Modèle perturbatif 51
2.3.3 Étude des oscillations amorties 53
2.3.4 Validation expérimentale du modèle perturbatif . 58
2.3.5 Analyse des résultats 61
2.4 Conclusion 63
Bibliographie 65

3 Acquisition et traitement 69
3.1 Schéma de principe 70
3.1.1 Système optique 70
3.1.2 Système électronique 73
3.2 Électronique analogique 74
3.2.1 Alimentation de la diode laser 74

3.2.2 Amplification 77
3.3 Comptage de franges 79
3.4 Traitement par DFT 80
3.4.1 Transformée de Fourier discrète 80
3.4.2 Rapport signal-sur-bruit 81
3.4.3 Dimensionnement et concrétisation 87
3.5 Fausses détections 89
3.5.1 Seuillage et taux de fausses détections 89
3.5.2 Influence des fausses détections sur le coefficient de corrélation 91
3.5.3 Corrélation sur deux voies 103
3.5.4 Conclusion 107
3.6 Traitement multi-DFT 107
3.6.1 Moyenne/maximum 107
3.6.2 Traitement différentiel 109
3.6.3 Moyenne sur 1,2, ... P DFT 109
3.7 Placement des voies de mesure 112
3.7.1 Définitions et postulats 112
3.7.2 Cas canonique : voie de mesure unique 113
3.7.3 Mesure dans le plan : deux voies? 116
3.7.4 Élimination des zones aveugles : quatre voies . . 121
3.8 Conclusion 124
Bibliographie 126

4 Résultats expérimentaux 129

4.1 Essais préliminaires 130
4.1.1 Électronique analogique 130
4.1.2 Électronique numérique 132

4.1.3 Boîtier 134
4.2 Essais en soufflerie 134
4.3 Sensibilité 140
4.4 Essais en extérieur 143
4.4.1 Dispositif expérimental 143
4.4.2 Dépouillement des données 143
4.4.3 Conclusion 149
Bibliographie 151

Conclusion **153**

Annexe : simulateur dynamique **157**

Formulaire

Symbole	Signification	Unité/Dimension
A	amplitude du signal sinusoïdal	$[x_n]$
C	coefficient de couplage	$\varnothing$
E	champ électrique complexe lentement variable	$[\mathcal{E}]$
$\mathcal{E}$	champ électrique réel	u.a.
$\mathbf{E}$	historique de E	N/A
E_1	état quantique fondamental du laser	$\varnothing$
E_2	état quantique excité du laser	$\varnothing$
E_r	E, retardé de τ_{ext}	$[\mathcal{E}]$
$E(\|\|X_k\|\|^2)$	espérance de $\|\|X_k\|\|^2$	$[x_n]^2$
F_n	fréquence de détection de la voie n	s^{-1}
$F_{0,\max}$	fréquence de détection maximale	s^{-1}
$F_{\min}$	fréquence de détection minimale	s^{-1}
f	fréquence du signal de self-mixing	s^{-1}
f_0	fréquence de vraies détections	s^{-1}
f_e	fréquence d'échantillonnage	s^{-1}
f_{fa}	fréquence de fausses détections	s^{-1}
f_R	fonction de rétroinjection	N/A
G	gain temporel d'émission stimulée	s^{-1}
l	demi-largeur à $1/e$ de la gaussienne modulant le signal	$\varnothing$
l_{cav}	longueur optique de la cavité	m
M	nombre de points de la DFT utilisés pour la détection	$\varnothing$
N	inversion de population	$\varnothing$
N_0	état stable de N	$\varnothing$
N_1	nombre d'atomes dans l'état E_1	$\varnothing$
N_2	nombre d'atomes dans l'état E_2	$\varnothing$

Symbole	Signification	Unité/Dimension
N_{DFT}	nombre de points dans la DFT	$\varnothing$
N_{th}	inversion de population au seuil	$\varnothing$
n	nombre de mesures pendant τ_0	$\varnothing$
RIN	bruit relatif d'intensité du laser	$\varnothing$
p_{fa}	probabilité de fausse détection sur un spectre	$\varnothing$
p_{fa0}	probabilité de fausse détection pour chaque point de la DFT	$\varnothing$
$p_{fa0,'}$	probabilité de fausse détection pour le point k de la DFT	$\varnothing$
r	coefficient de corrélation entre la vitesse du vent et la mesure	$\varnothing$
r_1	coefficient de réflexion en amplitude du premier miroir du laser	$\varnothing$
r_2	coefficient de réflexion en amplitude du second miroir du laser	$\varnothing$
r_c	coefficient de réflexion en amplitude de la cible	$\varnothing$
S	nombre de photons dans la cavité laser	$\varnothing$
S_0	état stable de S	$\varnothing$
S	nombre de photons en l'absence de cible	$\varnothing$
S_k	seuil pour le point k	$[x_n]^2$
$S_{\max}$	spectre des maxima	N/A
S_{moy}	spectre des moyennes	N/A
S_r	S, retardé de τ_{ext}	$\varnothing$
SNR	rapport signal-sur-bruit	$\varnothing$
$\vec{u_n}$	vecteur unitaire colinéaire à l'axe de la voie n	$\varnothing$
V	vitesse observée	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
v	vitesse du vent	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$\vec{v}$	vecteur vent	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
v_{fa}	vitesse vue lors d'une fausse détection	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
v_M	vitesse maximale de l'intervalle de mesure	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
v_m	vitesse minimale de l'intervalle de mesure	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$v_{\max}$	vitesse maximale du vent	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$v_{\min}$	vitesse de démarrage	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
v_n	vitesse mesurée par la voie n	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

Symbole	Signification	Unité/Dimension
$< v >$	vitesse moyenne du vent pendant τ_0	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$< v_1 >$	idem, sur la voie 1	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$< v_2 >$	idem, sur la voie 2	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$\tilde{v}$	espérance de v_{fa}	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
X_k	points de la DFT	$[x_n]$
x_n	échantillons temporels du signal	u.a.
Y_k	points de la DFT d'un signal sinusoïdal	$[x_n]$
y_n	échantillons temporels d'un signal sinusoïdal	$[x_n]$
α	facteur de Henry	$\varnothing$
α_p	coefficient de pertes linéïque	$\mathrm{m^{-1}}$
Γ	taux de pompe	$\mathrm{s^{-1}}$
Γ_{th}	taux de pompe au seuil	$\mathrm{s^{-1}}$
γ	coefficient correctif	$\varnothing$
Δf	erreur sur f	$\mathrm{s^{-1}}$
ΔN	variation autour de N_0	$\varnothing$
ΔN_0	amplitude des oscillations amorties	$\varnothing$
ΔS	variation autour de S_0	$\varnothing$
ΔS_r	ΔS retardé de τ_{ext}	$\varnothing$
ΔS_0	amplitude des oscillations amorties	$\varnothing$
Δv	erreur sur v	$\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
$\Delta\omega_0$	amplitude des oscillations amorties	$\mathrm{s^{-1}}$
$\Delta\omega$	variation autour de ω_0	$\mathrm{s^{-1}}$
τ	temps de décroissance des oscillations amorties	s
τ_0	temps d'observation	s
τ_{ext}	temps de vol aller-retour à la cible	s
τ_{in}	temps de vol intra-cavité	s
τ_N	temps de décroissance des porteurs	s
τ_{ph}	temps de vie de photons	s
θ	angle vent/faisceau laser	$\varnothing$
Λ	$\Lambda = \frac{1-r_2^2}{r_2\tau_{\mathrm{in}}}$	$\mathrm{s^{-1}}$
λ	longueur d'onde du laser	m
λ_k	paramètre de la loi exponentielle suivie par $\|\|X_k\|\|^2$	$[x_n]^2$
μ	sensibilité à la rétroinjection	$\varnothing$
σ_{x_n}	écart-type de x_n	$[x_n]$
$\sigma_{\|\|X_k\|\|^2}$	écart-type de $\|\|X_k\|\|^2$	$[x_n]^2$
ν	fréquence optique	$\mathrm{s^{-1}}$

Symbole	Signification	Unité/Dimension
ϕ	phase lentement variable du champ électrique	$\varnothing$
ϕ_r	ϕ, retardé de τ_{ext}	$\varnothing$
φ_N	phase des oscillations amorties	$\varnothing$
φ_S	phase des oscillations amorties	$\varnothing$
φ_ω	phase des oscillations amorties	$\varnothing$
Ω	pulsation des oscillations amorties	s^{-1}
ω	pulsation du champ électrique	s^{-1}
ω_0	état stable de ω	s^{-1}
ω_{th}	pulsation du champ électrique au seuil	s^{-1}

Introduction

Avant d'entrer dans le cœur de cette thèse, présentons tout d'abord le contexte qui l'entoure. Pour décider de la construction d'un parc d'éoliennes, une étape de prospection est réalisée, avec pour objectif de juger de la rentabilité d'un site potentiel, ainsi que des modèles d'éoliennes les plus adaptés. Pendant cette étape de prospection, un mât de mesure est érigé sur le site d'intérêt. Ce mât est ensuite équipé d'anémomètres et de girouettes permettant de mesurer la vitesse et la direction du vent à différentes hauteurs. Un système de centralisation des données est utilisé pour les enregistrer et les transmettre aux prospecteurs. Les mesures ainsi obtenues sur l'emplacement choisi pendant au moins une année permettent alors de juger de la viabilité du site, ainsi que de dimensionner les éoliennes qui permettront d'exploiter au mieux le vent.

Les prospecteurs éoliens sont demandeurs de nouvelle solutions permettant de mesurer la vitesse du vent, afin de disposer de plusieurs capteurs de technologies complémentaires. En effet, cela permet de réduire le risque de mauvaise mesure ou de dysfonctionnement, qui peuvent provenir par exemple de dégradations au cours du temps de la mesure (par encrassement des pièces mécaniques) ou bien des conditions météorologiques — dont notamment le gel. Les investisseurs et les prospecteurs éoliens recherchent des capteurs robustes et consommant peu pour pouvoir fonctionner sans interruption pendant une année sur un site isolé. De plus, ces capteurs doivent permettre une mesure la plus précise possible et disponible le plus souvent possible. En effet, la qualité de l'évaluation du vent disponible sur un site est un des facteurs conditionnant le risque que prennent les financiers investissant dans le parc éolien à construire.

La société Epsiline finançant ma thèse s'est établie sur l'idée de développer un anémomètre optique à un coût suffisamment faible et proposant des performances adaptées pour intéresser le marché de la prospection éolienne. Les avantages d'un tel capteur seraient de pouvoir mesurer la vitesse du vent à distance des perturbations de son boîtier et du mât de mesure, sans pièces mobiles, et sans nécessiter d'étalonnage régulier.

Afin de pouvoir proposer un coût suffisamment faible, la technologie développée est basée sur le principe de la rétroinjection optique — également désignée sous le terme anglais « self-mixing ». La lumière émise par un laser est focalisée vers un volume de mesure, et les particules portée par le vent diffusent une partie de la lumière incidente lorsqu'elles passent dans ce volume. En réinjectant la lumière rétrodiffusée par les particules dans le laser, celui-ci est perturbé de manière connue. La puissance du laser varie alors au cours du temps en fonction de la vitesse et de l'angle de passage des particules. Dans cette thèse, nous étudierons les moyens de récupérer et de traiter ce signal pour retrouver la vitesse du vent.

Tout d'abord, un premier chapitre sera consacré à une étude comparative des différentes solutions existantes pour la mesure de la vitesse d'un flux d'air. En effet, il existe de nombreuses manières d'effectuer cette mesure, qui possèdent chacune leurs avantages et inconvénients et sont adaptées à certains cas de figure : la vitesse de l'air sur les surfaces portantes d'un avion ne se mesure pas de la même manière que le flux d'une cheminée. Pourtant, la grandeur physique mesurée est la même.

Dans le second chapitre, nous nous concentrerons sur le phénomène de rétroinjection optique que nous utiliserons pour la mesure de la vitesse du vent. Les équations régissant le fonctionnement d'un laser sous rétroinjection seront redémontrées en partant des équations d'un laser émettant en espace libre. L'ajout d'une cible ayant un coefficient de réflexion donné modifie ces équations et induit un changement du comportement du laser. Pour les applications de métrologie, ce comportement est généralement simplifié à un modèle statique que nous présenterons. En plus de ce modèle statique, nous établirons un

nouveau modèle permettant d'étudier les comportements transitoires d'un laser soumis à rétroinjection optique. La validité de ce modèle sera démontrée expérimentalement, en soulignant les comportements dynamiques qui ne sont pas décrits par le modèle usuel.

Le troisième chapitre sera consacré à l'acquisition et au traitement du signal « puissance optique » issu du laser. Nous présenterons notamment les différents algorithmes que nous avons mis en place afin de remonter à l'information « vitesse du vent » à partir d'un signal de rétroinjection optique générée par des particules en suspension dans l'air. Avec un seul laser, la vitesse du vent mesurée est la projection du vecteur vitesse sur l'axe du faisceau. Un unique faisceau n'est donc pas suffisant pour obtenir la vitesse du vent. Nous étudierons donc aussi comment combiner plusieurs de ces faisceaux pour pouvoir calculer la vitesse du vent dans le plan horizontal, puisque c'est cette information qui intéresse les prospecteurs éoliens.

Enfin, le dernier chapitre traitera des expériences mises en place pour qualifier le capteur, en conditions de laboratoire puis en conditions réelles. Nous montrerons que l'utilisation de la rétroinjection optique permet de mesurer la vitesse d'un flux d'air généré par une soufflerie. Un capteur développé pour un fonctionnement autonome sur un site isolé sera alors présenté, ainsi que les résultats prometteurs qu'il a permis de récolter.

Afin de dimensionner correctement le capteur, il est nécessaire d'avoir en tête les caractéristiques techniques attendues par le marché de la prospection éolienne. Ces caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant, sur lequel nous nous appuierons pour justifier divers choix techniques :

Caractéristique	Valeur
Plage de mesure	de 3 à 27 m/s
Précision	$\pm 0,1$ m/s
Température de fonctionnement	-40°C à $+50$°C
Réponse à un vent oblique	cosinusoïdale
Consommation (hors chauffage)	inférieure à 10 W
Distance de mesure	supérieure à 50 cm

Chapitre 1

Anémométrie





1.1 Mesure du vent

1.1.1 Objectif

Pourquoi mesurer la vitesse du vent ?

La mesure de la vitesse du vent en un point de l'espace revient à mesurer la vitesse de déplacement moyenne des molécules composant l'air. Cette mesure est utilisée dans plusieurs situations.

En météorologie, c'est une donnée fondamentale permettant de connaître et de prévoir les déplacements d'air à l'échelle locale, régionale, nationale ou continentale.

Dans le domaine du bâtiment, c'est une donnée à prendre en compte pour calculer la résistance au vent nécessaire, par exemple pour un pont. Lors de la construction, une surveillance en temps réel de la vitesse du vent peut être nécessaire pour des raisons évidentes de sécurité.

À bord d'un avion, la mesure de la vitesse de l'air environnant revêt une importance cruciale pour garantir le bon fonctionnement des surfaces portantes. Dans un domaine proche mais plus théorique, la mesure de l'écoulement de l'air ou d'autre fluides autour d'objets de formes données permet d'étudier leur comportement aérodynamique.

Enfin, dans le domaine de l'éolien, la mesure du vent avant l'installation des éoliennes permet d'estimer la rentabilité du site et d'optimiser les éoliennes à y installer. La mesure du vent après installation est utilisée actuellement pour vérifier le bon fonctionnement des éoliennes, et dans un futur proche pour en optimiser le rendement en temps réel — par exemple en modifiant le pas des pales de l'éolienne selon le vent incident.

Bien que la mesure à effectuer dans toutes ces applications soit la même, la précision nécessaire, l'intervalle de vitesses du vent à mesurer, la robustesse du capteur, son encombrement et sont coût sont autant de facteurs contribuant à la coexistence de nombreuses solutions permettant de mesurer la vitesse d'un flux d'air. Dans cette partie, nous allons présenter ces solutions pour en comparer les forces et faiblesses, ainsi que leurs domaines d'application.

1.1.2 Anémomètres à coupelles

Les anémomètres à coupelles [1] sont les anémomètres mécaniques généralement utilisés pour la mesure du vent atmosphérique. Des coupelles placées autour d'un axe libre de tourner captent le vent, et la vitesse de rotation du système est liée à sa vitesse.

Ces capteurs simples de mise en œuvre mesurent la vitesse du vent indépendamment de sa direction lorsque celui-ci est dans un plan horizontal. Les anémomètres à coupelles nécessitent cependant des étalonnages réguliers à cause de l'usure mécanique qui modifie sa réponse au vent. Ils fonctionnent bien en vent continu et ont une vitesse de démarrage faible (inférieure au mètre par seconde). Seule l'énergie nécessaire à mesurer et sauvegarder la vitesse de rotation de l'anémomètre est requise, ce qui les rend très attractifs pour des mesures en milieu isolé.

Cependant, ces anémomètres ne mesurent pas purement la projection horizontale du vecteur vent : en fonction de l'angle du vent par rapport à l'horizontale, une réponse cosinusoïdale est recherchée. Les anémomètres à coupelles « décrochent » à partir d'un certain angle du vent, généralement situé entre 20° et 45°. En plus de ce défaut, las anémomètres à coupelles présentent des erreurs de mesures lors de variations rapides de la vitesse du vent [2–4] et nécessitent d'être chauffés pour éviter la formation de gel sur les parties mobiles [5].



Figure 1.1 – Anémomètre à coupelles. Ph. NRG Systems.

1.1.3 Sondes de Pitot

Les sondes de Pitot [6] mesurent la différence entre la pression totale d'un fluide en mouvement et la pression du même fluide à l'arrêt. Elles sont constituées de deux tubes concentriques. Le tube central est ouvert face au flux d'air et le tube extérieur est ouvert perpendiculairement à celui-ci. La mesure de la différence de pression entre les deux tubes permet de connaître la vitesse de l'air.



Figure 1.2 – Sonde de Pitot équipant un avion de chasse F/A-18. Remarquer le trou central et les trous sur la périphérie. Ph. Muraer.

Cette technologie permet de mesurer la vitesse du vent lorsque sa direction d'incidence est connue. Elle fonctionne mal pour de basses vitesses (inférieure à 10 m/s, [7]) à cause de la difficulté de mesurer de faibles différences de pression ; elle permet cependant de mesurer efficacement les hautes vitesses. L'obstruction des tubes par de la glace, des insectes ou d'autres corps empêche le fonctionnement des sondes de Pitot.

Ces tubes sont utilisés dans l'aéronautique pour mesurer la vitesse d'un avion par rapport à son air environnant (Figure 1.2). Ils sont aussi utilisés pour divers essais aérodynamiques (Figure 1.3), et parfois pour la mesure du vent atmosphérique (Figure 1.4).



Figure 1.3 – Sondes de Pitot placées derrière l'aileron d'une voiture de type formule 1 pour en tester le fonctionnement en conditions réelles. Ph. Racecar Engineering.



Figure 1.4 – Sonde de pitot montée sur la tête d'une girouette à la station météorologique du mont Washington (États-Unis). Ph. Brian Clark [8].

1.1.4 Anémomètres à fil chaud

Dans les anémomètres à fil chaud, un fil métallique fin est chauffé en y faisant passer un courant électrique (Figure 1.5). La température que va atteindre le fil pour un courant constant dépend de la vitesse du flux d'air passant à sa proximité. En mesurant la température du fil à courant constant (ou bien en mesurant le courant nécessaire pour atteindre une température donnée), il est possible d'en déduire la vitesse du vent. La mesure de la résistance électrique du fil métallique permet de connaître sa température.

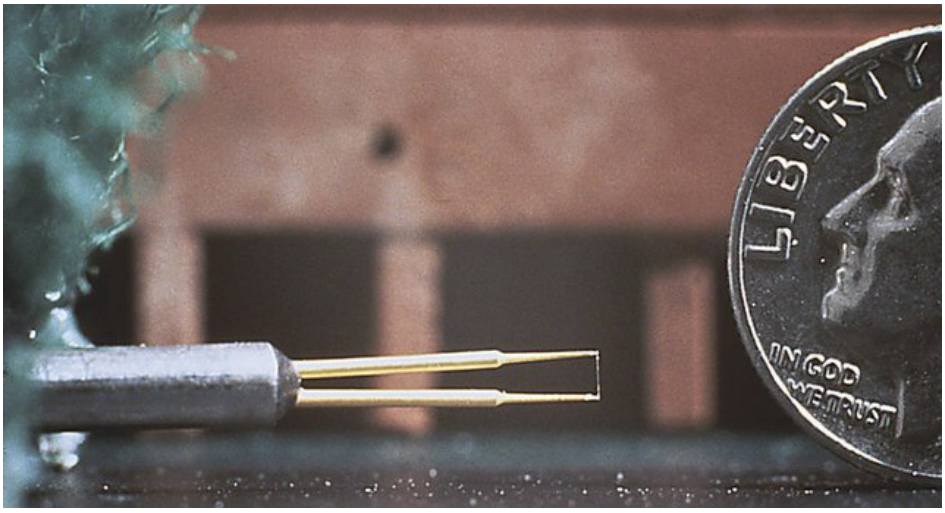


Figure 1.5 – Anémomètre à fil chaud. La pièce de dix centimes de dollar à droite a un diamètre de 18 mm. Le fil mesure donc environ deux millimètres. Ph. Leighton Cochran.

Ces anémomètres présentent l'avantage d'être très compacts [9]. Cela les rends avantageux pour étudier en détail des flux d'air dans des espaces potentiellement confinés. De par leur petite taille, ils ont aussi un temps de réaction suffisamment faible pour permettre la mesure de vent turbulent.

L'utilisation d'un fil métallique fin les rend cependant fragiles et les réserve donc à des mesures de flux « propres » : une mesure en extérieur sur de longues périodes est impraticable. De plus l'accumulation de poussière sur le fil induit une modification de ses caractéristiques, les anémomètres à fil chaud nécessitent donc une calibration régulière.

1.1.5 Anémomètres sonores

Sondes locales

Contrairement aux techniques précédentes, ces anémomètres permettent de mesurer le vecteur vent complet, et pas uniquement sa composante horizontale. Ils mesurent la vitesse de propagation d'impulsions sonores émises dans l'air selon plusieurs directions (Figure 1.6). La vitesse de propagation du son dans une direction donnée dépend de la vitesse de l'air portant l'onde sonore. Ces anémomètres peuvent être utilisés pour les applications météorologiques où l'anémomètre à coupelles n'est pas suffisant (vent turbulent ou à forte composante verticale).

Les anémomètres sonores sont plus complexes et donc plus coûteux que les anémomètres mécaniques, mais ils ne se décalibrent pas avec le temps [10–12].



Figure 1.6 – Anémomètre à ultrasons trois axes. Ph. Gill Instruments.

Sodars

Les sodars [13,14] permettent de mesurer le profil du vent depuis le sol (Figure 1.7). Ils fonctionnent en émettant une onde sonore depuis le sol et en mesurant les ondes rétrodiffusées par l'air. En fonction des ondes mesurées pour différentes directions d'émission, il est possible d'en déduire le profil du vent horizontal sur une hauteur allant de la centaine de mètres au kilomètre.



Figure 1.7 – Sodar mobile monté sur une remorque. Ph. U.S. national oceanic and atmospheric administration.

Ces anémomètres sont typiquement de la taille d'une voiture, ils sont beaucoup plus encombrant que les sondes locales présentées jusqu'ici. Cependant, ils présente l'avantage de pouvoir effectuer des mesures en hauteur sans nécessiter de support mécanique portant la sonde à la hauteur de mesure. De plus, le profil vertical complet du vent est connu au site de la mesure, alors que les sondes locales ne donnent la vitesse du vent qu'en un unique point de l'espace.

1.1.6 Anémomètres optiques

PIV/PTV

Les systèmes PIV (particle image velocimetry) ou PTV (particle tracking velocimetry) sont utilisées pour l'étude des flux aérodynamique en milieu contrôlé [15]. Ils consistent à mesurer le déplacement de particules en suspension dans le milieu étudié entre deux ou plusieurs images successives. Pour ce faire, le milieu doit être ensemencé de particules diffusant la lumière et possédant des caractéristiques leur permettant de suivre au plus près le déplacement du milieu. Un faisceau de lumière (qui peut être un laser) est mis en forme pour éclairer une fine tranche du volume à étudier, et des photographies sont prises à intervalles suffisamment courts pour pouvoir suivre le déplacement des particules. En comparant les photographies deux à deux, le déplacement du flux d'air est donc reconstitué.

Ces moyens sont coûteux à cause des dispositifs optiques et de traitement qu'ils nécessitent, de plus les temps d'exposition courts nécessaires à une photographie de bonne qualité peuvent impliquer l'utilisation de lasers de classe 4 (dangereux pour les yeux et la peau) afin d'assurer un éclairage suffisant des particules. Enfin, la nécessité d'ensemencer le milieu de manière contrôlée rend ces systèmes impraticables pour des mesures d'anémométrie en extérieur.

LDV

Dans un système « Laser Doppler Velocimetry » [16, 17], un faisceau monochromatique cohérent est scindé en deux faisceaux qui sont focalisés sur le même volume de mesure à partir de deux points différents (Figure 1.8). Il se forme alors un réseau de franges d'interférence au point d'intersection entre les deux faisceaux : lorsqu'une particule passe dans ce réseau, elle va réfléchir la lumière de manière périodique au fur et à mesure de son passage. Cette variation de lumière est captée par une photodiode par exemple, et la fréquence du signal obtenu est proportionnelle à la vitesse de la particule (à l'angle près).

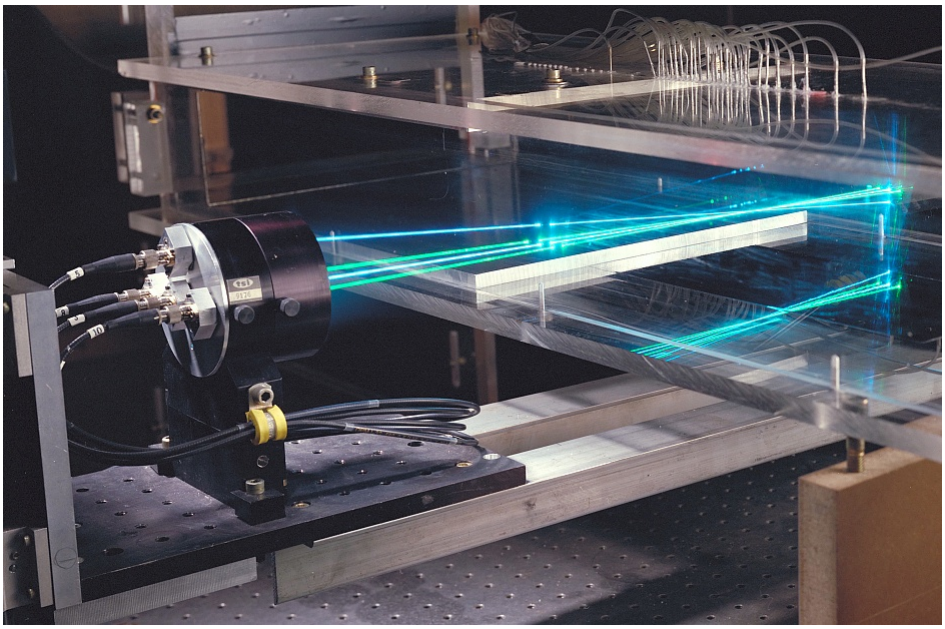


Figure 1.8 – Mesure LDV en deux dimensions. Ph. NASA.

De la même façon que pour les systèmes PIV/PTV, la mesure par LDV nécessite des lasers de forte puissance ce qui la rend peu pratique pour un usage en extérieur pour des raisons de sécurité oculaire. Contrairement à ces systèmes, le LDV effectue des mesures quasi-ponctuelles.

Lidar

Les lidar [18–22] sont des systèmes similaires aux sodars, mais fonctionnant avec de la lumière. Un faisceau lumineux est émis dans plusieurs directions proches de la verticale, et la lumière rétrodiffusée par les particules en suspension dans l'air est analysée par interférométrie pour en déduire le profil du vent.

La portée de tels systèmes dans une atmosphère adéquate peut être de plusieurs dizaines de kilomètres [23]. De la même façon que pour les sodars, les lidars sont encombrants mais permettent de mesurer le vent sur tout un profil vertical sans nécessiter de mettre en place un mât de mesure.



Figure 1.9 – Système lidar mobile. Ph. Leosphere

Tableau comparatif

Le tableau comparatif ci-dessous résume les avantages et inconvénients des techniques utilisées communément pour la mesure de la vitesse du vent en extérieur. Les autres techniques que nous avons présenté dans cette première partie présentent un intérêt dans d'autres domaines : les anémomètres à fils chauds seront plutôt utilisés pour des mesures de contrôle en milieux confinés (cheminées, conduites de ventilation). Les sondes de Pitot sont quand à elles la solution de choix pour mesurer la vitesse du vent dans l'aéronautique. Les techniques de PIV/PTV sont un outil important lors des essais en soufflerie, et les sodars sont plutôt utilisés dans la recherche météorologique.

Technique	Avantages	Inconvénients
Coupelles	Faible coût Consommation Simplicité	Étalonnages Décrochage à vent oblique Chauffage Mesure rafales
Ultrasons	Mesure 3D Mesure rafales	Coût Consommation
Lidars	Mesure à distance Mobile	Coût élevé Forte Consommation Aveugle si pluie

Une sonde optique locale pour l extérieur ?

L'objet de cette thèse est de développer une sonde optique locale pouvant mesurer la vitesse du vent à une distance de quelques dizaines de centimètres en conditions extérieures. Cette solution sera dimensionnée pour avoir le même domaine de fonctionnement que les anémomètres à coupelles ou à ultrasons. Comme la vitesse du vent est mesurée par rapport à la longueur d'onde du laser — qui peut être connue précisément en fonction de la température —, cette solution apporte l'avantage de ne pas nécessiter d'étalonnage.

La mesure déportée que permettent les solutions optiques implique que les perturbations dues au capteur sur le vent mesuré sont minimes. De plus, la formation de gel n'est pas gênante tant que les sorties optiques ne sont pas obstruées, ce qui permettrait à priori une moins grande consommation qu'un anémomètre à coupelles lorsque le risque de givre ou de gel nécessite de chauffer l'appareil. Enfin, un tel capteur rend possible la mesure de la composante horizontale du vent quelle que soit son incidence (contrairement aux anémomètres à coupelles qui décrochent à partir d'un angle d'incidence dépendant du modèle utilisé).

Afin de concevoir un système optique suffisamment simple pour pouvoir être embarqué en conditions environnementales hostiles, et pour des raisons de coût des composants optiques, la société Epsiline finançant ma thèse a choisi de développer un capteur sur le principe du self-mixing dans une diode laser [24], en s'appuyant sur les compétences du laboratoire LAAS/OSE dans ce domaine [25–28]. Dans ce capteur, un faisceau émis par une diode laser est focalisée au point de mesure. Les particules présentes dans ce volume rétrodiffusent la lumière en direction de la diode laser. Cette lumière rétrodiffusée vient perturber le laser, et cette perturbation permet de connaître la vitesse de la particule passant dans le faisceau : le nombre de composants optiques est réduit par rapport à un système utilisant un interféromètre classique.

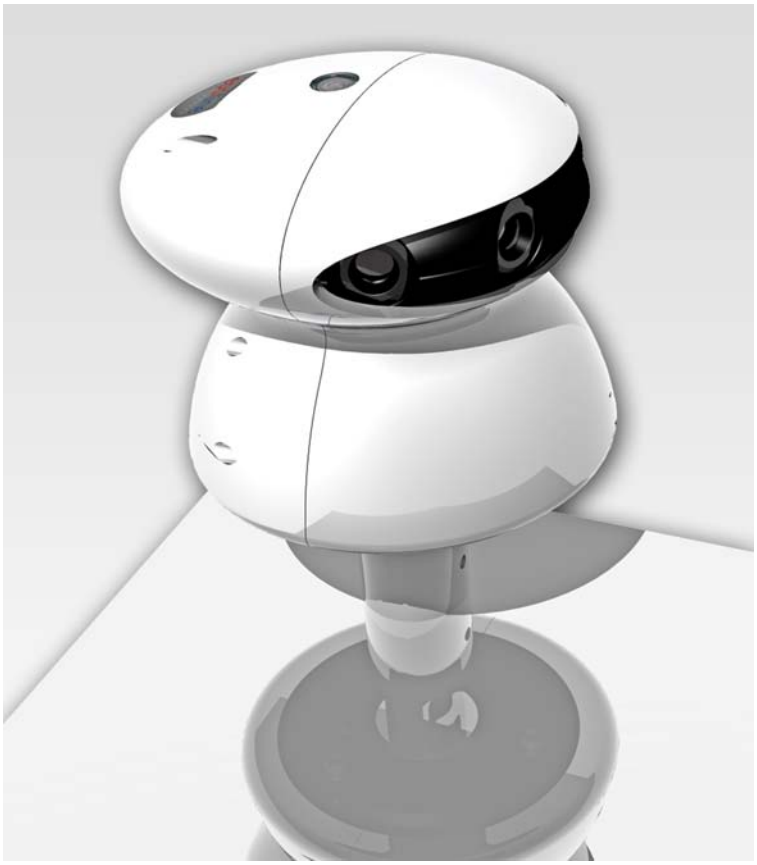


Figure 1.10 – Infographie du prototype d'anémomètre optique développé lors de ma thèse. Ph. Epsiline.

1.2 Preuve de concept

Avant de commencer cette thèse, un rapide développement a été effectué afin de démontrer la faisabilité d'un anémomètre optique utilisant la rétroinjection optique. La carte électronique développée à cette occasion (Figure 1.11) permet d'alimenter une diode laser HL7851 et d'amplifier le signal issu de la photodiode inclus dans le boîtier de celle-ci. Afin d'obtenir une bonne isolation contre les perturbations électromagnétiques éventuelles, cette carte est enfermée dans un boîtier en aluminium (Figure 1.12). L'alimentation est effectuée par une batterie $12\ \mathrm{V}$, le signal amplifié est acquis grâce à un oscilloscope. Le seuil de déclenchement de l'oscilloscope est placé au-dessus du niveau de bruit, afin d'obtenir l'acquisition lors du passage d'une particule dans le faisceau. Le démonstrateur est alors tenu dans la direction approximative du vent ; le passage de particules déclenche l'acquisition de signaux (Figure 1.13).

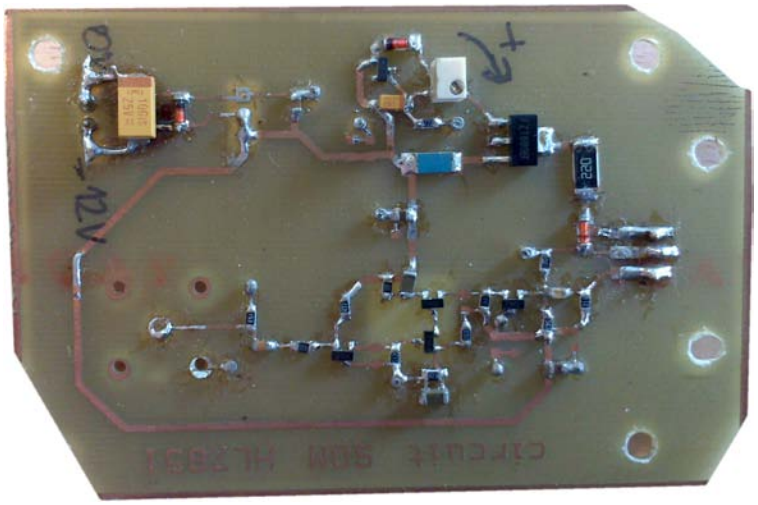


Figure 1.11 – Carte d'alimentation/amplification utilisée pour la preuve de concept.

Lors d'une passage d'une particule portée par le vent dans le faisceau, le signal observé est une sinusoïde modulée par une courbe en cloche. La fréquence de la sinusoïde est liée à la vitesse de la particule observée :

$$f = \frac{2v\cos\theta}{\lambda} \tag{1.1}$$

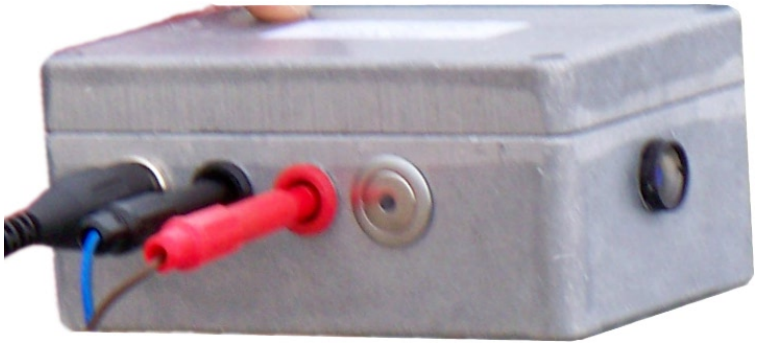


Figure 1.12 – Boîtier utilisé pour la preuve de concept.

Avec $v \cos\theta$ la vitesse du vent projetée sur l'axe optique, et λ la longueur d'onde du laser utilisé.

Afin de vérifier la dépendance de la fréquence du sinus par rapport à la vitesse du vent, des mesures ont été effectuées en ensemençant avec de l'encens un tuyau transparent relié à un aspirateur. L'ensemencement important permet d'avoir un signal suffisamment fréquent pour pouvoir l'observer directement à l'aide d'un analyseur de spectre. La fréquence centrale observée est bien dépendante de la puissance d'aspiration imposée (Figure 1.14) : le capteur permet bien d'observer le déplacement de particules dans l'air.

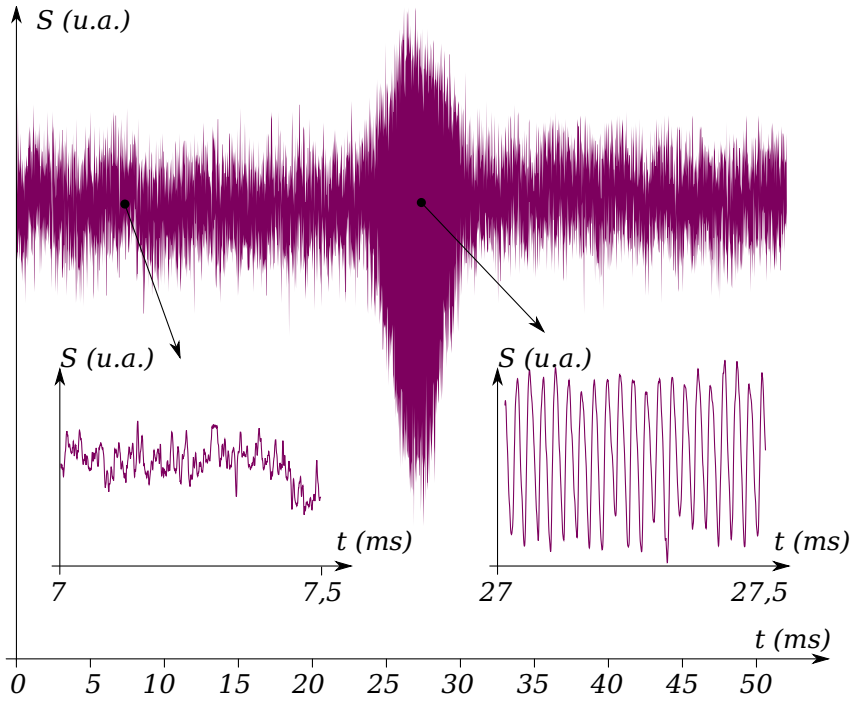


Figure 1.13 – Puissance du laser S lors du passage d'une particule dans le faisceau.

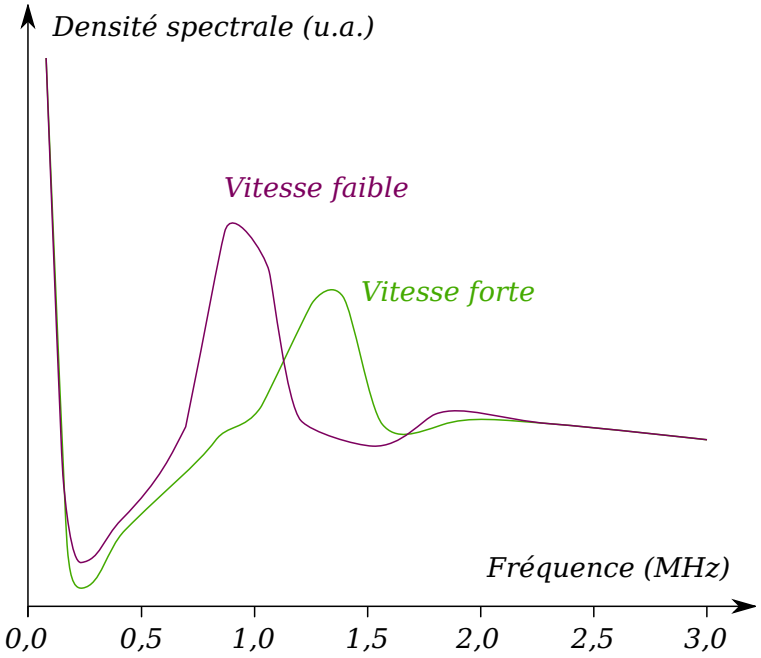


Figure 1.14 – Spectres observés sur un flux d'air ensemencé.

1.3 Conclusion

Dans ce court chapitre, nous avons présenté les différentes solutions existantes permettant de mesurer la vitesse du vent. Parmi ces solutions, certaines sont plutôt adaptées à des mesures en environnement contrôlé, par exemple pour des études en soufflerie. Parmi les techniques de mesure du vent adaptées à un usage en extérieur, les plus courantes sont l'anémomètre à coupelles et l'anémomètre à ultrasons. Le lidar compact trouve son intérêt lorsque l'utilisation d'un mât de mesure pour mesurer le profil du vent en hauteur est économiquement désavantageux voire impossible, par exemple sur des sites difficiles d'accès ou en environnement urbain.

La société Epsiline finançant ma thèse a pour objectif de développer une sonde optique locale pouvant concurrencer les anémomètres à ultrasons en termes de performances, de consommation électrique et de prix. La solution développée utilise le principe de la rétroinjection optique : les particules portées par le vent passant dans le faisceau d'un laser renvoient une partie de la puissance optique vers celui-ci. Cela a pour effet d'en modifier la puissance émise, sous la forme d'un signal sinusoïdal de fréquence proportionnelle à la vitesse de la particule, et donc de la vitesse du vent. Dans le prochain chapitre, nous allons donc étudier les équations régissant le fonctionnement d'un laser soumis à rétroinjection.

Bibliographie

[1] L. Kristensen. The perennial cup anemometer. *Wind Energy*, 2(1) :59–75, 1999.

[2] P. Hyson. Cup anemometer response to fluctuating wind speeds. *Journal of Applied Meteorology*, 11(5) :843–848, August 1972.

[3] N. E. Busch and L. Kristensen. Cup anemometer overspeeding. *Journal of Applied Meteorology*, 15(12) :1328–1332, December 1976.

[4] L. Kristensen. Cup anemometer behavior in turbulent environments. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15(1) :5–17, 1998.

[5] Lasse Makkonen, Pertti Lehtonen, and Lauri Helle. Anemometry in icing conditions. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18(9) :1457–1469, September 2001.

[6] {NASA}. Pitot-static (prandtl) tube. http ://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/pitot.html.

[7] J. C. III Williams and F. R. DeJarnette. A study on the accuracy of type s pitot tube. Technical Report EPA-600/4-77-030, U.S. Environmental Protection Agency, Environmental Monitoring and Support Laboratory, 1977.

[8] Brian Clark. AccuWeather.com - mt. washington | instrumentation : Pitot tube static anemometer, part 1. http ://www.accuweather.com/en/weather-blogs/clarkb/instrumentation/14828.

[9] T. Ebefors, E. Kalvesten, and G. Stemme. Three dimensional silicon triple-hot-wire anemometer based on polyimide joints. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1998.*, page 93–98, 1998.

[10] Stephan Howden, David Gilhousen, Norman Guinasso, John Walpert, Michael Sturgeon, and Les Bender. Hurricane katrina winds measured by a buoy-mounted sonic anemometer. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 25(4) :607–616, April 2008.

[11] D. Anfossi, D. Oettl, G. Degrazia, and A. Goulart. An analysis of sonic anemometer observations in low wind speed conditions. *Boundary-Layer Meteorology*, 114(1) :179–203, 2005.

[12] Carl A. Friehe. Effects of sound speed fluctuations on sonic anemometer measurements. *Journal of Applied Meteorology*, 15(6) :607–610, June 1976.

[13] N. LaWhite, E. Walls, and K. Cohn. Characterizing wind speed and direction shear with SoDAR data. In *WindPower Conference and Exhibition*, 2009.

[14] Elizabeth Walls and Niels LaWhite. Method of detecting and compensating for precipitation in sodar systems, September 2010.

[15] Ronald J. Adrian and Jerry Westerweel. *Particle Image Velocimetry*. Cambridge University Press, December 2010.

[16] D. A. Lyn, S. Einav, W. Rodi, and J.-H. Park. A laser-doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 304 :285–319, 1995.

[17] David C. Soreide and Gary D. Douglas. Laser-doppler velocimetry, April 1989.

[18] R. Frehlich, S. M. Hannon, and S. W. Henderson. Coherent doppler lidar measurements of wind field statistics. *Boundary-Layer Meteorology*, 86(2) :233–256, 1998.

[19] Jacques Porteneuve, T. Gaudo, Alain Hauchecorne, Charles Cot, Francis Dalaudier, J.M. Perrin, C. Planchat, V. Rialland, J.M. David, C. Nicolas, L. Lombard, and A. Dolfi-Bouteyre. Development of rayleigh lidar for clear air turbulence detection. In International Coordination Group on Laser Atmospheric Studies (ICLAS), editor, *25th International Laser Radar Conference 2010 (ILRC 25)*, pages 118–121, St. Petersburg, Russie, Fédération De, 2010. Curran Associates, Inc.

[20] R. M. Huffaker and R. M. Hardesty. Remote sensing of atmospheric wind velocities using solid-state and CO2 coherent laser systems. *Proceedings of the IEEE*, 84(2) :181–204, 1996.

[21] S. Kameyama, T. Ando, K. Asaka, Y. Hirano, and S. Wadaka. Compact all-fiber pulsed coherent doppler lidar system for wind sensing. *Applied optics*, 46(11) :1953–1962, 2007.

[22] R. T. Menzies. Doppler lidar atmospheric wind sensors : a comparative performance evaluation for global measurement applications from earth orbit. *Applied optics*, 25(15) :2546–2553, 1986.

[23] Rod Frehlich. Scanning doppler lidar for input into short-term wind power forecasts. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, April 2012.

[24] Christophe Lepaysan and Raphaël Teysseyre. Device for measuring wind speed, brevet, April 2011.

[25] U. Zabit, O. D. Bernal, and T. Bosch. Self-mixing laser sensor for large displacements : signal recovery in the presence of speckle. *IEEE Sensors Journal*, 13(2) :824–831, February 2013.

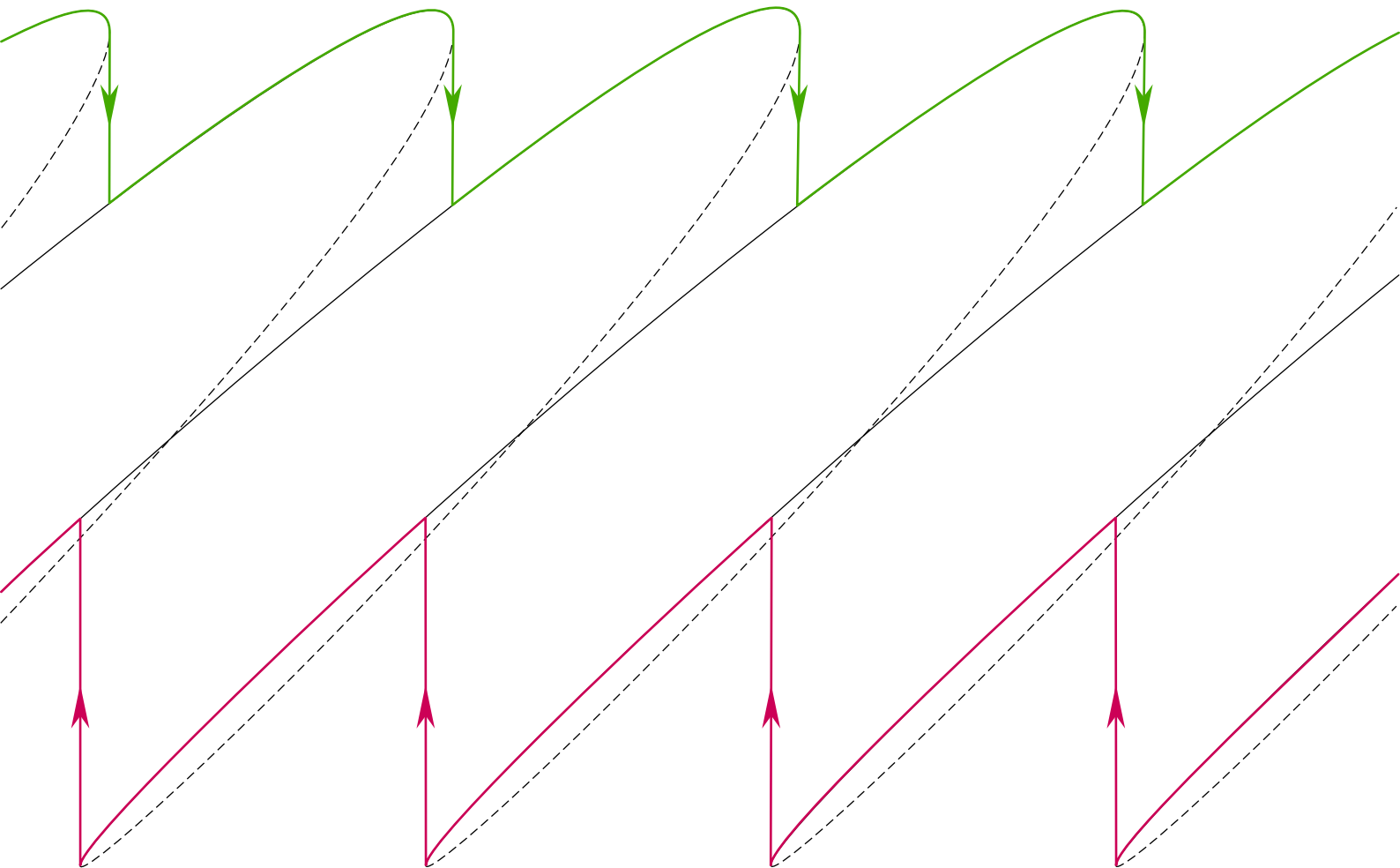
[26] A Ashrif A Bakar, Yah Leng Lim, Stephen J Wilson, Miguel Fuentes, Karl Bertling, Thomas Taimre, Thierry Bosch, and Aleksandar D. Rakic. On the feasibility of self-mixing interferometer sensing for detection of the surface electrocardiographic signal using a customized electro-optic phase modulator. *Physiological Measurement*, 34(2), 2013.

[27] B. Tanios, F. Bony, and T. Bosch. Optimization of the performances of a self-mixing velocimeter by using a double laser diode configuration. pages 1944–1948, Graz, May 2012.

[28] Lucie Campagnolo, Milan Nikolic, Julien Perchoux, Yah Leng Lim, Karl Bertling, Karine Loubière, Laurent Prat, Aleksandar D. Rakic, and Thierry Bosch. Flow profile measurement in microchannel using the optical feedback interferometry sensing technique. *Microfluidics and Nanofluidics*, 14(1-2) :113–119, January 2013.

Chapitre 2

Rétroinjection optique



2.1 Introduction

Les lasers — acronyme de « light amplification by stimulated emission of radiation » (amplification de lumière par émission de radiation stimulée) — sont des sources de lumière ayant des propriétés optiques très différentes des sources conventionnelles. Ils émettent généralement un faisceau fortement directionnel, monochromatique, cohérent et polarisé. Cela les rend intéressant pour de nombreuses applications, aussi bien dans la vie courante (lecteur de disque optique, pointeur laser, impression laser) que dans le domaine industriel (télécommunications, contrôle dimensionnel, découpe, gravure et marquage), dans la recherche (spectroscopie, observation de phénomènes ultracourts, astronomie) ou dans le domaine médical (traitement de la myopie, scalpel optique).

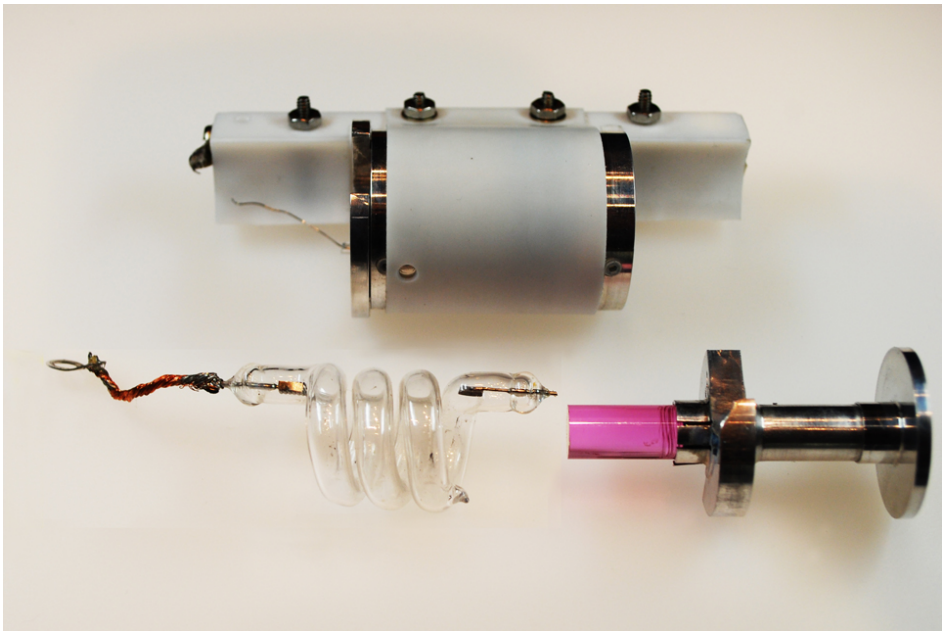


Figure 2.1 – Le laser à rubis de Theodore H. Maiman. Noter le cristal de rubis et la lampe flash hélicoïdale permettant de lui fournir l'énergie nécessaire.

La possibilité théorique de construire un laser vient de la caractéristique de certains matériaux de pouvoir amplifier de la lumière incidente sous certaines conditions. Ce comportement a été postulé en 1917 par Albert Einstein lors de ses travaux sur une description quantique des

interactions lumière/matière [1]. Il a fallu attendre 1960 pour que le premier laser soit fabriqué par Theodore H. Maiman à partir d'un barreau de rubis synthétique pompé de manière impulsionnelle par une lampe flash (Figure 2.1, [2]).

Aujourd'hui, les sources laser présentent une grande diversité de caractéristiques, reflet des diverses applications dans lesquelles elles trouvent leur utilité. Leur puissance va du microwatt à plusieurs kilowatts, elles peuvent être extrêmement compactes — une diode laser a un volume utile de l'ordre du millimètre cube — ou bien générer des impulsions de lumières de quelques femtosecondes de durée [3–5].

Dans cette partie, nous présenterons brièvement le fonctionnement d'un laser — le lecteur intéressé pourra consulter [6], qui couvre le sujet de manière extensive — puis nous démontrerons les modèles pouvant être utilisés pour décrire le comportement d'un laser soumis à rétroinjection. Enfin, nous discuterons de ces modèles afin d'en étudier les limites et les applications.

2.1.1 Interaction lumière-matière

Considérons un système physique à deux niveaux d'énergies 1 et 2 d'énergie E_1 et E_2. Par la suite et pour simplifier, nous considérerons que ce système physique est un atome, mais les mêmes explications peuvent être données pour une molécule par exemple. Nous allons présenter les différentes interactions possibles entre cet atome et un photon de fréquence optique ν correspondant à l'écart d'énergie entre les deux niveaux considérés :

$$E_2 - E_1 = h\nu \tag{2.1}$$

Avec $h \approx 6,6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-1}}$ la constante de Planck.

Émission spontanée

Lorsque l'atome est dans l'état excité E_2, il peut émettre un photon à la fréquence ν en passant au niveau de basse énergie E_1. Ce phénomène est appelé émission spontanée (Figure 2.2).

Absorption

Dans le cas où l'atome est dans l'état de basse énergie E_1, il peut absorber un photon de fréquence ν et passer dans le niveau excité d'énergie E_2. Ce phénomène inverse de l'émission spontanée est appelé absorption (Figure 2.2).

Émission stimulée

Si l'atome est dans l'état excité d'énergie E_2, il peut aussi interagir avec un photon incident à la fréquence ν. Dans ce cas, l'atome passe au niveau de basse énergie E_1 tout en émettant un photon « clone » du photon incident (même fréquence, même direction de propagation, même polarisation, même phase). Ce phénomène est appelé émission stimulée (Figure 2.2). Noter que la probabilité qu'un photon incident soit absorbé en provoquant la transition de l'atome de l'état 1 vers l'état 2 est la même que la probabilité qu'un photon incident provoque une émission stimulée en faisant passer l'atome de l'état 2 vers l'état 1.

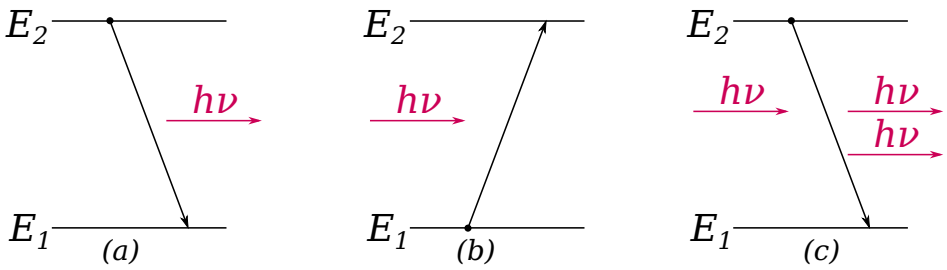


Figure 2.2 – Interactions entre un système à deux niveau E_1 et E_2 et un photon d'énergie $h\nu = E_2 - E_1$. (a) Émission spontanée. (b) Absorption. (c) Émission stimulée.

Désexcitation non radiative

Il est possible que l'atome passe de l'état 2 à l'état 1 sans émettre de photons. Dans ce cas, l'énergie excédentaire peut être cédée à un autre atome par exemple par collision ou par création d'un phonon dans le matériau environnant.

2.1.2 Inversion de population, pompage et ampli cation

Considérons maintenant un grand nombre d'atomes identiques comportant les deux niveaux 1 et 2, que nous appellerons ***milieu amplificateur***. Nous noterons N_1 le nombre d'atomes dans l'état 1 de basse énergie, et N_2 le nombre d'atomes dans l'état 2 de haute énergie. Étant données les énergies relatives des deux niveaux considérés, sans action extérieure nous avons $N_1 > N_2$: le niveau de basse énergie est le plus peuplé.

Nous appellerons ***inversion de population*** la grandeur $N = N_2 - N_1$. Sans action extérieure donc, $N < 0$. Comme l'absorption et l'émission stimulée ont une probabilité égale, dans ce cas l'ensemble d'atomes considéré va globalement absorber les photons à la fréquence ν qui pourraient l'éclairer. Il serait intéressant de pouvoir provoquer une inversion de population positive ($N > 0$) afin que l'émission stimulée devienne prédominante. L'ensemble des atomes considéré se comportera alors comme un amplificateur optique vis-à-vis des photons à la fréquence ν, car les photons incidents auront une probabilité plus forte de provoquer une émission stimulée que d'être absorbés.

Les systèmes permettant d'obtenir l'inversion de population (c'est-à-dire $N > 0$) sont appelés ***pompes*** Nous noterons Γ le taux de pompe, c'est-à-dire le nombre d'atomes placés dans le niveau 2 depuis un autre niveau par unité de temps. Afin de réaliser un amplificateur optique, il faut que le taux de pompe Γ soit suffisamment grand pour compenser les désexcitations par émission spontanée, stimulée et non radiatives, afin que l'inversion de population reste positive.

Techniquement, les milieux amplificateurs se présentent sous diverses formes :

- Un gaz ou un mélange de gaz, qui seront généralement pompés par une décharge électrique : CO_2, argon, hélium/néon [7], hélium/argent, néon/cuivre, hélium/cadmium, ...
- Un liquide, généralement sous la forme d'un colorant en solution [8–10], qui pourra être pompé de manière optique, souvent par un laser émettant dans une raie d'absorption du colorant.
- Un cristal dopé [11] : c'est le cas du rubis (cristal de saphir Al_2O_3 dopé au chrome), du $Nd : YAG$ (cristal d'$Y_3Al_5O_{12}$ dopé au néodyme) ou du $Ti : Sa$ (cristal de saphir dopé au titane). Ces lasers

sont pompés de manière optique, souvent par des lampes flash ou un autre laser.
- Un verre dopé, notamment dans le cas des amplificateurs à fibres dopées [12] au néodyme ou à l'erbium (EDFA). Les verres dopés se pompent de manière similaire aux cristaux dopés.
- Un milieux semiconducteurs à gap direct (généralement des alliages III-V : InGaAs, AlGaAs, GaN, etc.). Les semiconducteurs sont la plupart du temps pompés électriquement (création de paires électron-trou qui se recombinent dans la zone d'émission), mais un pompage optique peut aussi être utilisé, comme dans le cas des VECSEL.
- Des électrons libres [13], dont l'énergie est fournie par un accélérateur d'électrons.

2.1.3 Cavité

Un laser est un amplificateur optique rebouclé afin de provoquer l'*oscillation laser*. Ce rebouclage est effectué en ajoutant des miroirs autour du milieu amplificateur avec pour but de confiner les photons dans celui-ci, afin qu'ils y fassent un grand nombre d'aller-retours. Ce système de miroirs est appelé *cavité*, et impose certaines fréquences optiques possibles. En effet, l'onde lumineuse émise par le milieu amplificateur doit avoir une phase multiple de 2π après un tour dans la cavité afin d'interférer constructivement avec elle-même. La résolution des équations de propagation d'une onde lumineuse sous cette contrainte conduit à des solutions discrètes, appelées *modes* de la cavité.

2.1.4 Laser

Un laser est donc constitué de trois éléments : une pompe, un milieu amplificateur et une cavité, généralement formée d'au moins deux miroirs (Figure 2.3). La conjonction de ces trois éléments permet de provoquer l'oscillation laser : lorsque le gain du milieu amplificateur est suffisant pour compenser les pertes optiques (condition de *seuil* de l'oscillation laser), alors le champ électrique associé aux photons issus de désexcitations spontanées va pouvoir être amplifié par émission stimulée. Cette amplification va continuer jusqu'à saturation, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'énergie apportée par la pompe soit exactement compensée par les désexcitations stimulées et les pertes.

L'onde lumineuse émise par le laser est alors une combinaison linéaire de l'ensemble des modes de la cavité. Dans les applications de métrologie, il est généralement avantageux d'avoir un laser monomode, c'est-à-dire pour lequel l'onde émise n'est constituée que d'un seul mode de la cavité. Ceci peut être atteint en utilisant une cavité courte — ce qui a pour effet d'écarter les modes dans le domaine fréquentiel —, en utilisant un milieu actif émettant dans une bande la plus étroite possible — afin d'exciter le moins de modes possible —, et en ajoutant des pertes pour les modes indésirables. Par exemple, l'introduction d'un diaphragme dans la cavité permet de filtrer les modes spatialement, et un étalon Fabry-Pérot permet de les filtrer fréquentiellement. Enfin, d'autres systèmes intra-cavité permettent de faire fonctionner le laser en mode impulsionnel.

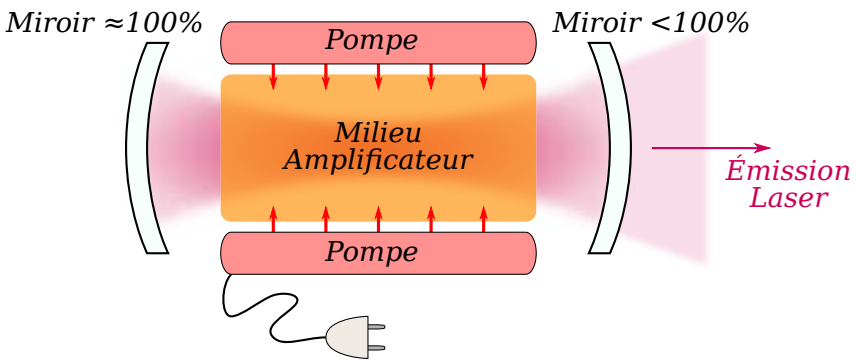


Figure 2.3 – Diagramme d'un laser. Comparer à Figure 2.1.

2.2 Laser et rétroinjection

2.2.1 Laser monomode en espace libre

Inversion de population

Considérons l'inversion de population N dans un laser monomode. Les variations temporelles de N sont gouvernées par trois facteurs. La pompe apporte Γ nouveaux porteurs par unité de temps ; les désexcitations non radiatives induisent une décroissance exponentielle du nombre de porteurs avec un temps caractéristique τ_N. Le troisième facteur est l'émission stimulée : par unité de temps, la probabilité qu'un porteur de charge se désexcite par émission stimulée est proportionnelle au nombre de photons dans la cavité S. L'émission stimulée induit donc une perte de porteurs égale à NGS avec G le gain temporel d'émission stimulée. En résumé, l'évolution temporelle du nombre de porteurs de charges dans la cavité laser est donnée par [6] :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \Gamma - N\left(GS + \frac{1}{\tau_N}\right) \tag{2.2}$$

Nombre de photons

Le nombre de photons émis par émission stimulée par unité de temps est donc NGS. Considérons maintenant une cavité « froide », c'est-à-dire une cavité où il n'y aurait pas d'émission stimulée. Dans une telle cavité, le nombre de photons perdus sur un aller-retour (donc pendant le temps de vol intra-cavité τ_{in}) est donné par :

$$S(t+\tau_{\mathrm{in}}) = S(t)e^{-2\alpha_p l_{\mathrm{cav}} - 2\ln(1/r_1 r_2)} \tag{2.3}$$

Où α_p est le coefficient de pertes linéïques dans le milieu actif, qui prend en compte notamment les pertes par diffusion, r_1 et r_2 étant les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs du laser (en considérant ici un laser à deux miroirs, il est facile de généraliser pour un nombre arbitraire de miroirs), et l_{cav} la longueur optique de la cavité. Introduisons le temps de vie de photons τ_{ph} :

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}} = (2\alpha_p l + 2\ln(1/r_1 r_2)) \cdot \frac{1}{\tau_{\mathrm{in}}} \tag{2.4}$$

Le temps de décroissance de la population de photons S en l'absence d'émission stimulée est donc bien τ_{ph}. En effet :

$$S(t+\tau_{\mathrm{in}}) = S(t)e^{-\tau_{\mathrm{in}}/\tau_{\mathrm{ph}}} \tag{2.5}$$

Il nous est alors possible d'écrire simplement l'évolution du nombre de photons dans la cavité « chaude » au cours du temps, en fonction du nombre de photons émis SGN et perdus S/τ_{ph} par unité de temps :

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = S\left(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}\right) \tag{2.6}$$

Champ électrique et phase

Écrivons maintenant le champ électrique complexe lentement variable $E = \sqrt{S}e^{j\phi}$ régnant en un point de la cavité choisi arbitrairement. ϕ est la phase lentement variable du champ, c'est-à-dire que $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \omega - \omega_{\mathrm{th}}$, avec ω la pulsation du champ et ω_{th} la pulsation au seuil de l'oscillation laser. Avec ces notations, le champ réel est égal à $\mathcal{E}(t) = \Re(Ee^{j\omega_{\mathrm{th}}t})$. En écrivant E^* le conjugué de E, nous avons donc :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = E\left(\frac{1}{2S}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} + j\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right) \tag{2.7}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = E\frac{\mathrm{d}E^*}{\mathrm{d}t} + E^*\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \tag{2.8}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{E}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{E^*}\frac{\mathrm{d}E^*}{\mathrm{d}t}\right) \tag{2.9}$$

Les variations de phase par rapport au seuil peuvent être décrites comme une variation de la longueur optique du milieu amplificateur en fonction de l'inversion de population. Nous écrivons alors :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}N}(N - N_{\mathrm{th}}) \\ &= \frac{\alpha G}{2}(N - N_{\mathrm{th}})\end{aligned} \tag{2.10}$$

Avec $\alpha = \frac{2}{G}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}N}$ le facteur de Henry [14], rendant compte du couplage entre l'inversion de population et les propriétés optiques du milieu amplificateur. La variation du champ E au cours du temps se déduit donc de (2.6), (2.7) et (2.10) :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}})\right] \tag{2.11}$$

L'écriture de la variation temporelle du champ sous cette forme est de peu d'intérêt dans le cadre d'un laser en espace libre. Elle nous sera cependant utile pour écrire les équations d'un laser soumis à rétroinjection. En effet, nous y ajouterons un terme retardé représentant le champ électrique émis par le laser et rétroinjecté dans la cavité après un certain temps. Avant d'effectuer ces calculs, étudions le comportement statique du laser en espace libre.

2.2.2 Comportement statique en espace libre

Conditions

Les équations présentées jusqu'alors décrivent le comportement dynamique du laser. Nous nous intéresserons ici à son comportement statique, en posant les conditions suivantes :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 0, \quad \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \omega - \omega_{\mathrm{th}} \tag{2.12}$$

Ces trois conditions représentent la stabilité dans le temps des grandeurs physiques associées au laser : l'inversion de population ne change pas, le nombre de photons dans la cavité est constant, et la pulsation est invariable au cours du temps (ce qui implique que la phase varie linéairement).

Comportement au-dessus du seuil

L'équation (2.6) permet alors de calculer l'inversion de population N. Dès que le laser émet une puissance non nulle ($S \neq 0$), l'inversion de population est constante :

$$\begin{aligned} 0 &= S\left(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}\right) \\ \iff N &= N_{\mathrm{th}} = \frac{1}{G\tau_{\mathrm{ph}}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

D'après (2.10), la pulsation du laser est donc aussi constante et vaut ω_{th}. L'équation (2.2) permet de connaître le nombre de photons dans la

cavité laser en fonction du taux de pompe Γ :

$$\begin{aligned} 0 &= \Gamma - N\left(GS + \frac{1}{\tau_N}\right) \\ \iff S &= \tau_{\mathrm{ph}}\Gamma - \frac{1}{G\tau_N} \end{aligned} \tag{2.14}$$

Le nombre de photons dans la cavité — et donc la puissance optique émise par le laser — augmente linéairement avec le taux de pompe Γ, et ce pour Γ supérieur à une valeur seuil Γ_{th} (Figure 2.4). En effet, pour $\Gamma < \Gamma_{\mathrm{th}}$, l'équation (2.14) donne $S < 0$, ce qui n'a pas de sens physique.

$$\Gamma_{\mathrm{th}} = \frac{1}{G\tau_N\tau_{\mathrm{ph}}} \tag{2.15}$$

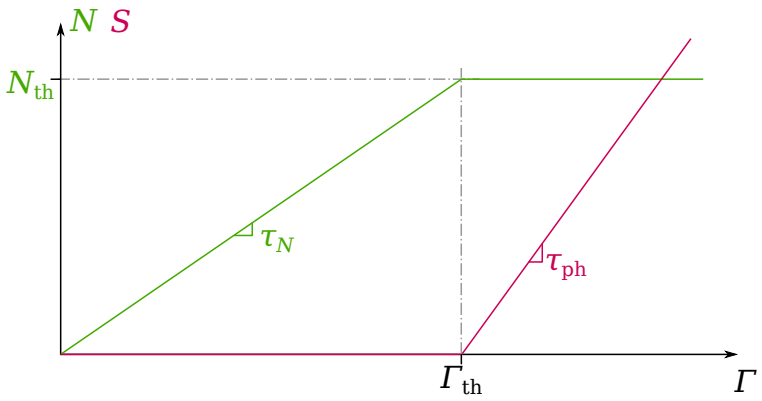


Figure 2.4 – Inversion de population N et nombre de photons dans la cavité S en fonction du taux de pompe Γ.

Comportement en-deçà du seuil

Dans le cas où $\Gamma < \Gamma_{\mathrm{th}}$, nous avons $S = 0$, et :

$$N = \tau_N\Gamma \tag{2.16}$$

Le comportement statique du laser en espace libre est donc clairement séparé en deux domaines de fonctionnement. Lorsque le taux de pompe Γ est inférieur à sa valeur seuil Γ_{th}, l'inversion de population (et donc le gain en photons sur un aller-retour dans la cavité) n'est pas suffisante pour provoquer l'oscillation laser. L'inversion de population varie alors linéairement avec le taux de pompe. Au-delà de Γ_{th}, le gain sur un

aller-retour est suffisant pour provoquer l'oscillation laser. L'inversion de population sature à sa valeur seuil N_{th}, et c'est maintenant le nombre de photons dans la cavité qui varie linéairement avec le taux de pompe.

Le démarrage de l'oscillation laser s'effectue par le bruit dû à l'émission spontanée de photons par le milieu amplificateur : au passage du seuil, certains photons seront émis de manière spontanée par le milieu amplificateur dans la bonne direction, et vont pouvoir être amplifiés par émission stimulée en effectuant des aller-retours dans la cavité laser.

L'émission stimulée et les effets thermiques ne sont pas pris en compte dans les équations présentées ici, car la description du fonctionnement d'un laser soumis à rétroinjection optique pour des applications de métrologie ne le nécessite pas. Cependant, ces effets sont non-négligeables pour une description complète du fonctionnement d'un laser, notamment pour décrire son bruit. Étudions maintenant le comportement d'un laser soumis à rétroinjection : que se passe-t-il lorsqu'une partie de la lumière émise par le laser est réinjectée dans la cavité ?

2.2.3 Laser monomode soumis à rétroinjection

Cas général

Dans le cas général, la rétroinjection dans un laser ajoute à l'équation (2.11) un terme fonction de l'historique $\mathbf{E}$ de E, c'est à dire fonction de l'ensemble des valeurs prises par E entre $t = -\infty$ et t. Considérons le champ au point A (Figure 2.5), où $f_R : \mathbf{E}(C) \to E(D)$ représente la fonction de rétroinjection.

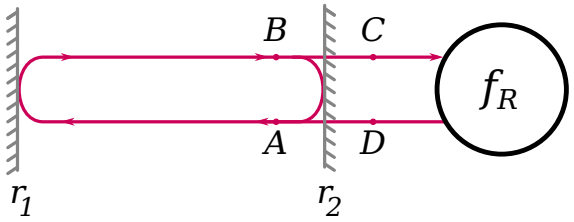


Figure 2.5 - Laser soumis à rétroinjection.

Nous avons $E(B) = \frac{1}{r_2}E(A)$, et donc $E(C) = \frac{\sqrt{1-r_2^2}}{r_2}E(A)$. La variation de $E(A)$ pendant le temps τ_{in} s'écrit donc, en supposant que f_R est linéaire, et en appliquant le facteur de transmission $\sqrt{1-r_2^2}$ du

miroir de sortie lors du passage de D à A :

$$E(A,t) = E(A,t-\tau_{\text{in}}) \cdot \left(1 + \frac{\tau_{\text{in}}}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\text{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\text{th}})\right]\right) + \frac{1-r_2^2}{r_2} f_R(\mathbf{E}) \tag{2.17}$$

Nous pouvons alors écrire l'équation donnant les variations de E au cours du temps dans le cas où le laser est soumis à rétroinjection [15], en posant $\Lambda = \frac{1-r_2^2}{r_2 \tau_{\text{in}}}$:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\text{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\text{th}})\right] + \Lambda f_R(\mathbf{E}) \tag{2.18}$$

Cible unique discrète xe

Dans cette thèse, nous ne nous intéresseront qu'au cas particulier d'une cible unique et discrète : une particule en suspension dans l'air. Cette cible possède un coefficient de réflectivité en amplitude r_c ; le temps de vol aller-retour à cette cible est noté τ_{ext}.

Dans ce cas, le champ rétroinjecté dans la cavité laser à l'instant t est égal au champ émis par le laser à l'instant $t - \tau_{\text{ext}}$, multiplié par r_c. Le champ à l'instant $t - \tau_{\text{ext}}$ s'écrivant $\mathcal{E}(t - \tau_{\text{ext}}) = \Re(E(t - \tau_{\text{ext}})\ e^{j\omega_{\text{th}}(t-\tau_{\text{ext}})})$, le champ rétroinjecté dans la cavité est donc égal à $\Re(r_c E(t-\tau_{\text{ext}}) e^{j\omega_{\text{th}}(t-\tau_{\text{ext}})})$. Nous en déduisons alors le champ lentement variable réinjecté dans la cavité, $f_R(\mathbf{E}) = r_c E(t - \tau_{\text{ext}}) e^{-j\omega_{\text{th}}\tau_{\text{ext}}}$. Afin d'alléger les notations, nous noterons les variables retardées du temps τ_{ext} à l'aide d'un indice r : $E_r = E(t - \tau_{\text{ext}})$. Nous avons alors [15] :

$$f_R(\mathbf{E}) = r_c E_r e^{-j\omega_{\text{th}}\tau_{\text{ext}}} \tag{2.19}$$

L'équation (2.18) devient alors :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}})\right] + \Lambda r_c E_r e^{-j\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}}} \quad (2.20)$$

À partir de cette équation et des formules (2.8) et (2.9), nous en déduisons les équations régissant le nombre de photons et la phase dans le cas d'une cible unique discrète [15,16] :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &= \frac{EE^*}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) - j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}})\right] + \Lambda r_c E E_r^* e^{j\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}}} \\ &+ \frac{EE^*}{2}\left[(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}})\right] + \Lambda r_c E^* E_r e^{-j\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}}} \\ &= S(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + 2\Lambda r_c\sqrt{SS_r}\cdot\cos(\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}} + \phi - \phi_r)\end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{4j}\Bigg[(GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}}) + 2\Lambda r_c\frac{E_r}{E}e^{-j\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}}} \\ &\qquad - (GN - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}}) + j\alpha G(N - N_{\mathrm{th}}) - 2\Lambda r_c\frac{E_r^*}{E^*}e^{j\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}}}\Bigg] \\ &= \frac{\alpha G}{2}(N - N_{\mathrm{th}}) - \Lambda r_c\sqrt{\frac{S_r}{S}}\cdot\sin(\omega_{\mathrm{th}}\tau_{\mathrm{ext}} + \phi - \phi_r)\end{aligned} \quad (2.22)$$

Nous avons donc trois équations (2.2), (2.21) et (2.22) qui décrivent le comportement dynamique d'un laser soumis à rétroinjection optique par une cible unique discrète. Ces équations sont des équations différentielles non-linéaires à retard et sont donc complexe à étudier de manière analytique. Dans le domaine de la rétroinjection optique pour la métrologie, un modèle statique est généralement utilisé. Dans le cadre de cette thèse, un modèle perturbatif a aussi été développé afin de pouvoir explorer les limites de validité du modèle statique.

2.2.4 Comportement statique sous rétroinjection

Dans le cas d'un laser soumis à rétroinjection, les conditions (2.12) impliquent que $S_r = S$, puisque le nombre de photons ne varie pas au cours du temps ; et que $\phi_r = \phi - (\omega - \omega_{\text{th}})\tau_{\text{ext}}$ puisque la pulsation est constante.

Inversion de population

L'équation (2.21) permet de calculer l'inversion de population N :

$$\begin{aligned} 0 &= S(GN - \frac{1}{\tau_{\text{ph}}}) + 2\Lambda r_c S\cos(\omega\tau_{\text{ext}}) \\ \iff N &= \frac{1}{G}\left[\frac{1}{\tau_{\text{ph}}} - 2\Lambda r_c\cos(\omega\tau_{\text{ext}})\right] \\ &= N_{\text{th}} - \frac{2\Lambda r_c}{G}\cos(\omega\tau_{\text{ext}}) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Dans un laser soumis à rétroinjection, l'inversion de population n'est donc plus une constante du fonctionnement statique, et dépend de la position de la cible de manière similaire au nombre de photons S (2.25). Noter cependant que la profondeur de modulation $2\Lambda r_c/G$ est ici une constante du laser et de la cible, alors que pour le nombre de photons elle dépend aussi du taux de pompe Γ.

La possibilité d'observer un signal de self-mixing directement sur la tension de jonction d'un VCSEL soumis à rétroinjection [17] provient probablement de cette variation du nombre de porteurs en fonction de la position de la cible.

Pulsation

En injectant (2.23) dans (2.22), il vient :

$$\begin{aligned} \omega - \omega_{\text{th}} &= -\alpha\Lambda r_c\cos(\omega\tau_{\text{ext}}) - \Lambda r_c\sin(\omega\tau_{\text{ext}}) \\ &= -\Lambda r_c\sqrt{1+\alpha^2}\sin(\omega\tau_{\text{ext}} + \arctan(\alpha)) \end{aligned} \tag{2.24}$$

Nombre de photons

L'équation (2.2) permet de calculer le nombre de photons dans la cavité :

$$\begin{aligned}
0 &= \Gamma - \left(N_{\text{th}} - \frac{2\Lambda r_c}{G}\cos(\omega\tau_{\text{ext}})\right)\left(GS + \frac{1}{\tau_N}\right) \\
\iff S &= \frac{1}{G}\left(\frac{\Gamma}{N_{\text{th}} - \frac{2\Lambda r_c}{G}\cos(\omega\tau_{\text{ext}})} - \frac{1}{\tau_N}\right) \\
&= \Gamma\tau_{\text{ph}} \cdot \frac{1}{1 - 2\Lambda\tau_{\text{ph}} r_c \cos(\omega\tau_{\text{ext}})} - \frac{1}{G\tau_N} \qquad (\text{cf. (2.13)}) \\
&= \Gamma\tau_{\text{ph}} - \frac{1}{G\tau_N} + 2\Gamma\tau_{\text{ph}}^2\Lambda r_c\cos(\omega\tau_{\text{ext}}) \\
&= S\ (1 + \mu r_c \cos(\omega\tau_{\text{ext}})) \qquad (2.25)
\end{aligned}$$

Avec $S = \Gamma\tau_{\text{ph}} - \frac{1}{G\tau_N}$ le nombre de photons dans la cavité en l'absence de cible (2.14), et μ caractérisant la sensibilité à la rétroinjection optique du laser étudié :

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{2\Gamma\tau_{\text{ph}}^2\Lambda}{\tau_{\text{ph}}\Gamma - \frac{1}{G\tau_N}} \\
&= \frac{2\Lambda\tau_{\text{ph}}}{1 - \frac{1}{\Gamma G\tau_N\tau_{\text{ph}}}} \\
&= \frac{2\Lambda\tau_{\text{ph}}}{1 - \frac{\Gamma_{\text{th}}}{\Gamma}} \qquad (2.26)
\end{aligned}$$

Noter que l'équation (2.25) est une approximation [18] dont la validité doit être vérifiée en fonction du laser utilisé et du coefficient de réflexion de la cible r_c : il faut respecter la condition $2\Lambda\tau_{\text{ph}} r_c \ll 1$. Pour des lasers à semi-conducteurs AlGaAs par exemple, en utilisant les ordres de grandeur $\tau_{\text{in}} = 10^{-11}$ s, $r_2 = \sqrt{0,1}$ et $\tau_{\text{ph}} = 10^{-9}s$; $2\Lambda\tau_{\text{ph}} \approx 500$. L'équation est alors valable pour r_c petit devant 10^{-3}. Un rapide calcul radiométrique montre que ce coefficient de réflexion correspond à celui que présenterait une cible d'albédo 1 située à $\sqrt{10}$ cm d'une optique de focalisation/collection de 1 cm de rayon. On peut donc raisonnablement s'attendre à ce que la condition $r_c \ll 10^{-3}$ soit vérifiée dans le cas où la cible est une particule en suspension dans l'air à 50 cm de l'optique.

2.2.5 Calcul de la pulsation ω

La grandeur physique d'intérêt pour les capteurs par self-mixing est généralement le nombre de photons S donné par l'équation (2.25), puisque ce nombre est proportionnel à la puissance optique qui est facilement mesurable. L'expression de S donnée par cette équation est simplement dépendante de la pulsation ω à laquelle fonctionne le laser. Cette pulsation est donnée par l'équation (2.24), que nous allons étudier. Exprimer ω revient à résoudre $g(\omega) = 0$, avec :

$$g(\omega) = \omega - \omega_{\text{th}} + \frac{C}{\tau_{\text{ext}}} \sin(\omega\tau_{\text{ext}} + \arctan(\alpha)) \tag{2.27}$$

Avec $C = \tau_{\text{ext}}\Lambda r_c\sqrt{1+\alpha^2}$, communément appelé coefficient de couplage. En fonction de la valeur de ce coefficient, le comportement de l'équation change. En effet, la dérivée de g par rapport à ω est :

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\omega} = 1 + C\cos(\omega\tau_{\text{ext}} + \arctan(\alpha)) \tag{2.28}$$

Dans le cas où $C < 1$, cette dérivée est strictement positive, donc g est monotone et l'équation $g(\omega) = 0$ ne possède qu'une seule solution. Par contre, si $C > 1$, il peut exister plusieurs solution pour ω (Figure 2.6). Noter que comme $||\sin|| \leqslant 1$, l'ensemble des solution est borné :

$$\omega_{\text{th}} - \frac{C}{\tau_{\text{ext}}} \leqslant \omega \leqslant \omega_{\text{th}} + \frac{C}{\tau_{\text{ext}}} \tag{2.29}$$

2.2.6 Stabilité des solutions

À partir de ω, il est possible de calculer directement N (2.23) et S (2.25). Les solutions trouvées sont des états stationnaires du système, mais ne sont pas nécessairement des états stables. La stabilité des solutions a donc été étudiée de manière numérique en plaçant le système à proximité de la solution à étudier, puis en résolvant les équations dynamiques du système afin d'en connaître l'évolution temporelle.

Lorsque la solution étudiée est instable, le système va s'en éloigner pour rejoindre une des solutions stables. À contrario, si la solution étudiée est stable, le système va s'en approcher et s'y stabiliser. La figure 2.7 présente l'évolution du système au cours du temps dans un cas où il

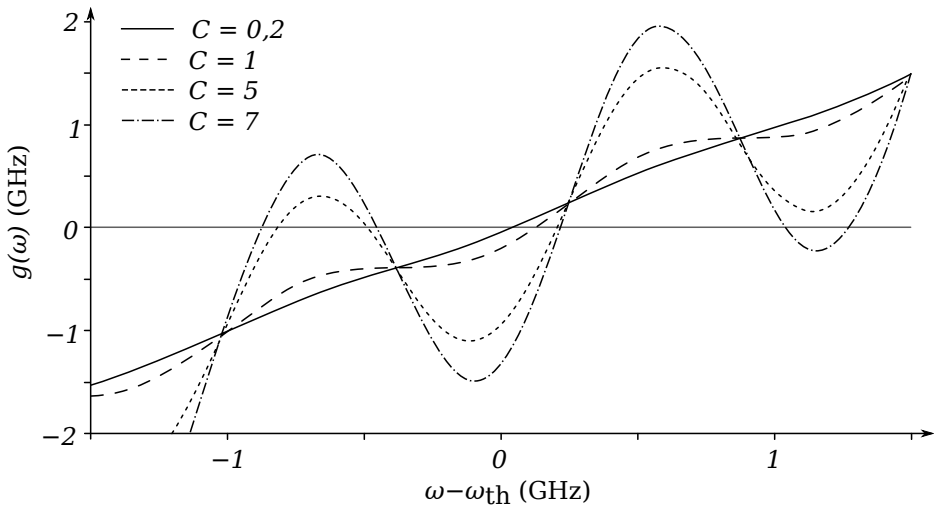


Figure 2.6 - $g(\omega)$ pour $\tau_{\text{ext}} = 5$ ns, pour trois valeurs de C. Noter le cas limite $C = 1$, pour lequel la dérivée est parfois nulle mais jamais négative. Pour $C = 5$ (resp. $C = 7$), $g(\omega) = 0$ possède 3 (resp. 5) solutions sur cette figure.

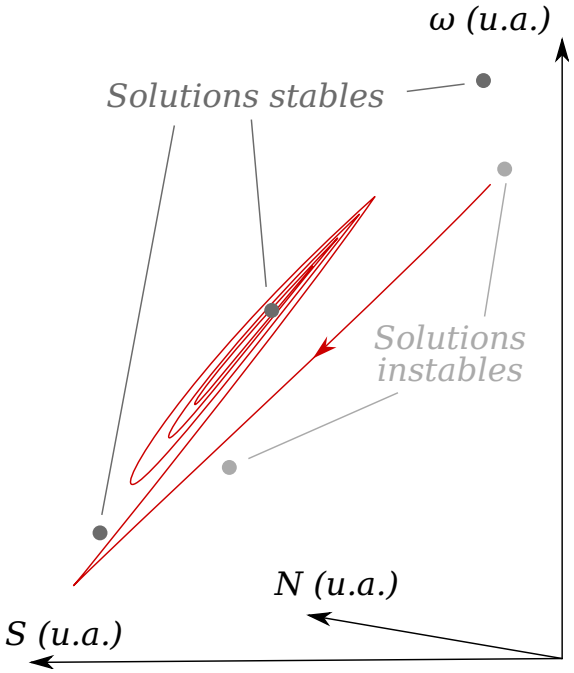


Figure 2.7 - Exemple d'évolution du système dans l'espace (N, S, ω) pour $C = 7$. À $t = 0$, le système est placé en un point de fonctionnement proche d'une solution instable. À $t \to \infty$ (quelques microsecondes pour la diode laser simulée), il arrive à une des solutions stables.

existe cinq solutions statiques. À $t = 0$, le système est placé en un point de fonctionnement proche d'une des solutions, et son évolution au cours du temps est tracée dans l'espace des phases (N, S, ω). Cette opération est répétée pour toutes les solutions des équations (2.23), (2.25) et (2.27), ce qui permet de connaître la stabilité de chacune d'entre elle.

2.2.7 Cible mouvante — Modèle statique

Réécriture de $f(\mathbf{E})$

Dans le cas d'une cible mouvante, τ_{ext} est une fonction dépendante du temps. Afin de prendre en compte l'effet Doppler, il faut écrire la continuité du champ sur la cible. Notons $E_{\text{émis}}$ le champ émis par le laser vers la cible et $E_{\text{reçu}}$ le champ qui lui parvient depuis la cible. L'écriture de la continuité du champ sur la cible à l'instant t donne :

$$E_{\text{reçu}}\left(t + \frac{\tau_{\text{ext}}(t)}{2}\right) e^{-j\omega_{\text{th}}\frac{\tau_{\text{ext}}(t)}{2}} = r_c E_{\text{émis}}\left(t - \frac{\tau_{\text{ext}}(t)}{2}\right) e^{j\omega_{\text{th}}\frac{\tau_{\text{ext}}(t)}{2}} \tag{2.30}$$

Ce qui équivaut à redéfinir $f(\mathbf{E})$ (2.19) par :

$$f(\mathbf{E}) = r_c E_r e^{-j\omega_{\text{th}}\tau_{\text{ext}}(t-\tau_{\text{ext}}(t)/2)} \tag{2.31}$$

Les équations d'évolution du laser peuvent alors se réécrire de la même façon que pour une cible fixe, en gardant à l'esprit que les valeurs de τ_{ext} doivent être prises à l'instant $t - \tau_{\text{ext}}(t)/2$, et non plus à l'instant t afin de prendre en compte l'effet Doppler.

Faible coef cient de ré exion

Si le coefficient de réflexion de la cible r_c est suffisamment petit pour satisfaire la condition :

$$r_c \ll \frac{\omega_{\text{th}}}{\Lambda\sqrt{1+\alpha^2}} \tag{2.32}$$

Alors l'équation (2.24) peut se simplifier à $\omega = \omega_{\text{th}}$. L'équation (2.25) donnant le nombre de photons dans la cavité laser est alors une équation d'interféromètre classique, dans laquelle un déplacement de la cible induit une variation sinusoïdale du nombre de photons, ce qui est expérimentalement observé sur des particules en suspension dans l'air. La

période de ce sinus correspond à un déplacement de $\lambda/2$ de la cible, avec $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ la longueur d'onde du laser.

Coef cient de ré exion intermédiaire

Considérons maintenant un coefficient de réflexion r_c suffisamment grand pour ne plus satisfaire la condition (2.32), mais suffisamment petit pour satisfaire $C < 1$. Dans ce cas, il existe une unique solution stationnaire au système. Par contre, la valeur de ω varie au cours du déplacement de la cible, avec une période correspondant à un déplacement de $\lambda/2$ de la cible (2.24).

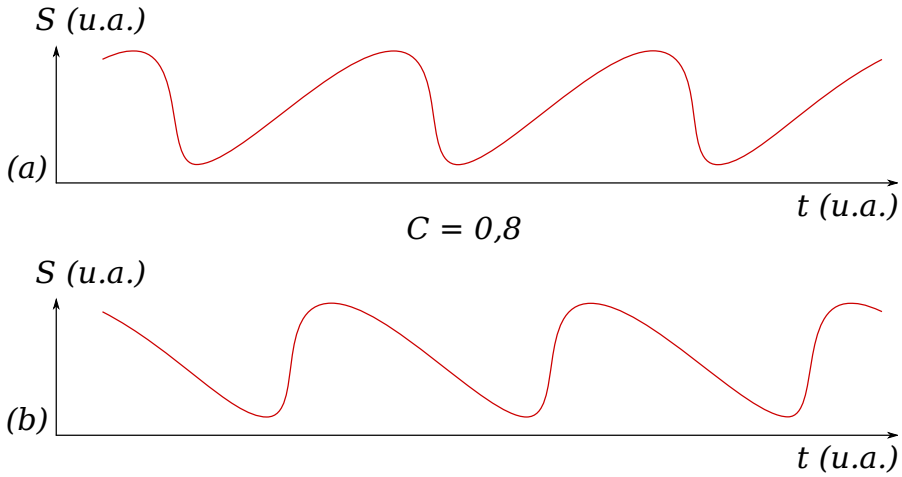


Figure 2.8 - Exemple d'évolution du nombre de photons dans la cavité S (2.25) en fonction du temps pour $C = 0,8$. (a) Cible s'éloignant du laser. (b) Cible s'approchant.

La conséquence de cette variation périodique de ω est une variation non linéaire de la phase du sinus dans l'équation (2.25). Pour une cible se déplaçant à vitesse constante, la courbe de puissance laser en fonction du temps est alors un sinus déformé. Cette déformation est d'autant plus marquée que C est proche de l'unité, et elle permet de connaître le sens de déplacement de la cible (Figure 2.8).

Fort coef cient de ré exion

Plaçons-nous maintenant dans le cas $C > 1$. Le modèle généralement utilisé pour l'étude du self-mixing appliqué à la métrologie est un modèle statique dans lequel les phénomènes transitoires sont ignorés. Ce modèle approxime le comportement dynamique du laser par l'énoncé suivant : à l'instant $t+dt$, le système se place instantanément dans l'état stable le plus proche de son état à l'instant t. Ce modèle permet de simuler le comportement du laser sans avoir à résoudre numériquement les équations dynamique, d'où un gain de temps important lorsque le comportement dynamique du laser n'a pas d'incidence sur l'étude menée.

Ce modèle statique permet par exemple de bien décrire l'hystérésis apparaissant pour $C > 1$. Dans ce cas, il existe en effet plusieurs solutions stables possibles pour le laser, et la solution dans laquelle le laser se trouve à l'instant $t + dt$ dépend de son état à l'instant t. Pour un déplacement de la cible dans une direction donnée, l'état du laser est une fonction périodique de la position de la cible, avec une période de $\lambda/2$. Par contre, cette fonction n'est pas la même selon la direction de déplacement de la cible (Figure 2.9). Dans le cas où la cible change de direction de déplacement, une hystérésis dont l'amplitude est d'autant plus grande que C est grand est observé (Figure 2.10).

Bien que ce modèle décrive correctement les signaux observés dans le cadre de mesures de déplacement à faible vitesse, la mesure du vent par self-mixing implique à terme la nécessité de pouvoir mesurer des vitesses de plusieurs dizaines de mètres par seconde. La bande passante utile du signal est alors élevée, et il se pose la question de la validité du modèle classiquement utilisé : jusqu'à quelle bande passante de mesure les phénomènes transitoires peuvent-ils être ignorés ? Pour répondre à cette question, un modèle perturbatif a été développé et étudié dans le cadre de cette thèse.

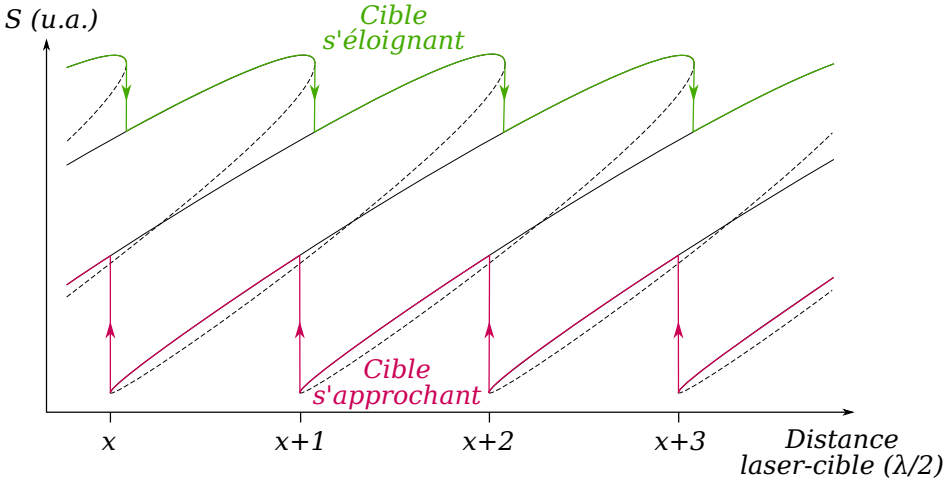


Figure 2.9 – Nombre de photons dans la cavité en fonction de la position de la cible, pour $C = 8$.

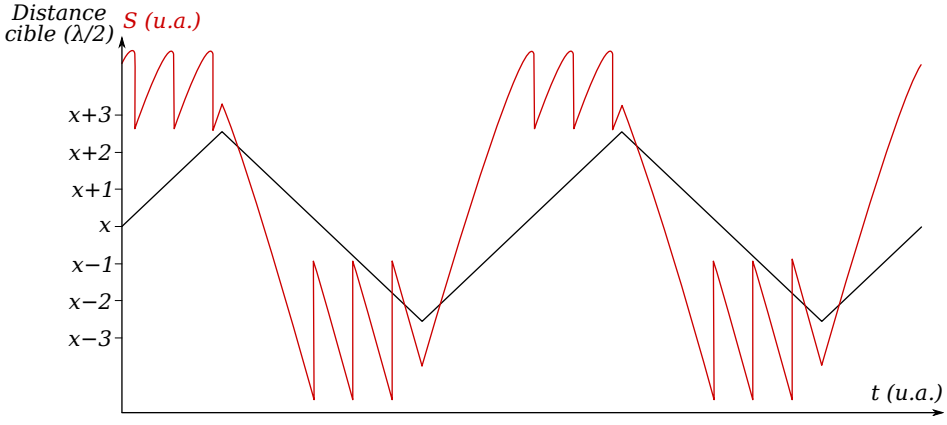


Figure 2.10 – Nombre de photons en fonction du temps pour un déplacement de cible d'allure triangulaire à $C = 8$. Noter l'hystérésis lors des changement de sens de déplacement de la cible.

2.3 Nouvelle analyse du comportement pour $C > 1$

2.3.1 Problème de continuité au passage des franges

Plaçons nous toujours dans le cas $C > 1$. Dans ce cas, le système possède plusieurs états stationnaires qui évoluent en fonction de la position de la cible. Ces états stationnaires sont tracés en gris sur les figures 2.11 et 2.12. Les lignes pleines indiquent les états stables, les pointillés les états instables. Ces deux figures présentent respectivement l'évolution du système dans l'espace des phases (N, S, ω) et la même évolution dans le plan (t, S). Noter qu'avec le déplacement de la cible, une paire de solutions stable/instable disparaît au point A, et une paire de solutions apparaît au point B (bifurcations nœud-col [16,19]).

Au point A, le modèle statique généralement utilisé prédit une discontinuité, ainsi qu'un passage instantané du point A vers l'état stable restant. Ce n'est bien évidemment pas possible physiquement ; afin de mieux comprendre ce qui se passe en ce point, les équations décrivant le comportement dynamique du laser ont été résolues à l'aide d'un solveur numérique Runge-Kutta d'ordre 4 — dont le code est fourni en annexe de cette thèse —, et confirmé à l'aide du solveur ode de Scilab (solveur de type Adams). Le résultat de ces simulations est présenté en rouge sur les figures 2.11 et 2.12.

À $t = 0$, le système est dans un état stable ; le mouvement de la cible a pour effet de déplacer continûment cet état stable dans l'espace des phases, et le système dynamique poursuit cet état. À $t = 0,6$ μs et suite au mouvement de la cible, l'état stable dans lequel se trouvait le système disparaît (point A). Celui-ci se retrouve alors dans un état non stationnaire : il va se relaxer vers un autre état stable, via un régime d'oscillations amorties.

L'étude de ces oscillations amorties dans différentes conditions de simulation montre que leur pseudo-période et leur temps de décroissance dépendent du coefficient de réflexion de la cible r_c et du temps de vol τ_{ext}. Nous allons montrer dans les paragraphes suivants qu'il est possible de lier r_c, τ_{ext}, le temps de décroissance et la pseudo-période des oscillations à l'aide d'un modèle perturbatif.

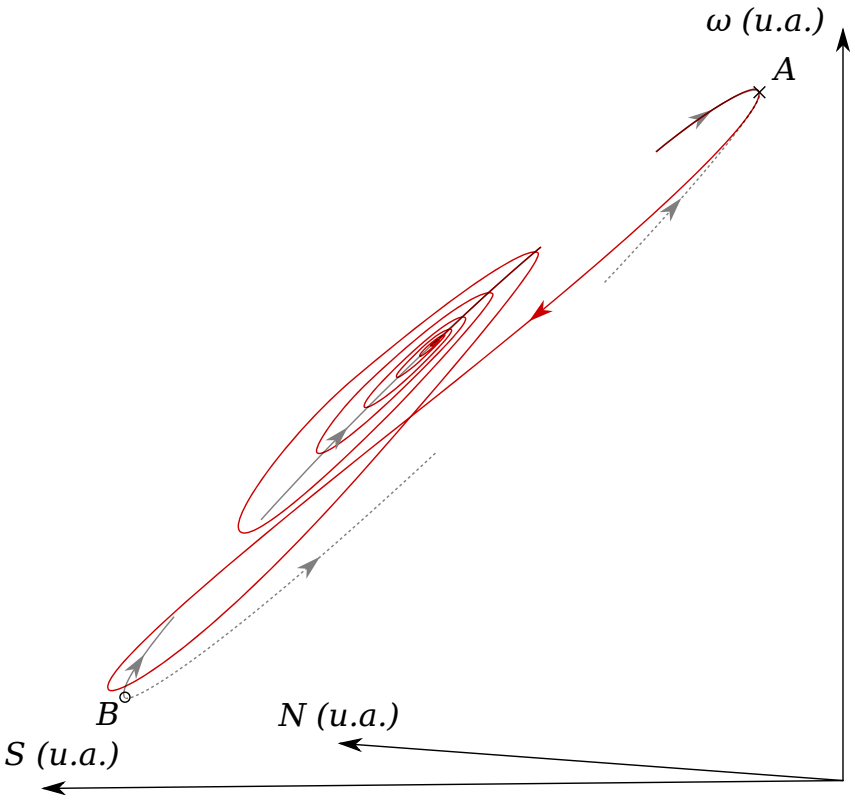


Figure 2.11 – Rouge : exemple d'évolution du système au cours du temps pour $C = 4$ et une cible se rapprochant du laser. Pointillés gris : solutions instable, ligne pleine grise : solutions stables.

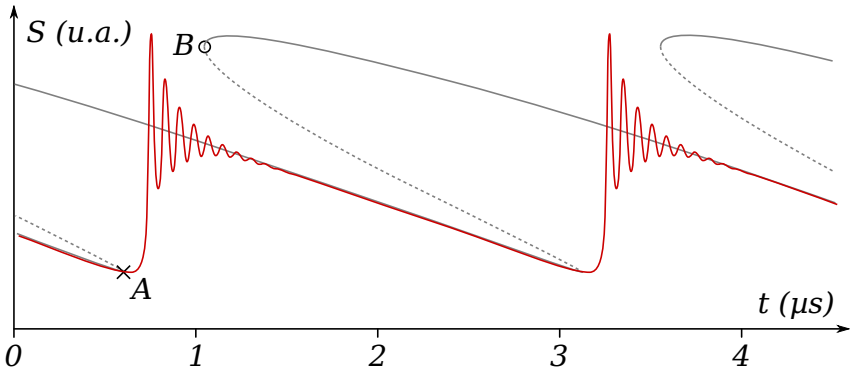


Figure 2.12 – Rouge : évolution de S en fonction du temps (paramètres de simulation identiques à la Figure 2.11). Pointillés gris : solutions instables, ligne pleine grise : solutions stables.

2.3.2 Modèle perturbatif

Les équations présentées jusqu'ici pour décrire le comportement dynamique du laser soumis à rétroinjection sont des équations différentielles à retard non linéaires. Nous allons ici les linéariser dans le cas où le laser est proche d'un état stable. Ces équations n'étant pas trouvables dans la littérature à notre connaissance, elles ont été développées au cours de cette thèse puis publiées dans [20].

Supposons donc que les paramètres (N, S, ω) sont proches d'un état stable, que nous noterons (N_0, S_0, ω_0). D'après (2.2), (2.21) et (2.22), nous avons :

$$0 = \Gamma - N_0 \left(GS_0 + \frac{1}{\tau_N} \right) \tag{2.33}$$

$$0 = S_0 \left(GN_0 - \frac{1}{\tau_{\text{ph}}} \right) + 2\Lambda r_c S_0 \cos(\omega_0 \tau_{\text{ext}}) \tag{2.34}$$

$$\omega_0 - \omega_{\text{th}} = \frac{\alpha G}{2}(N_0 - N_{\text{th}} - \Lambda r_c \sin(\omega_0 \tau_{\text{ext}}) \tag{2.35}$$

Supposons maintenant que le laser varie autour de son état stable d'une petite quantité $(\Delta N, \Delta S, \Delta\omega) \ll (N_0, S_0, \omega_0)$. Nous noterons $\Delta S_r = \Delta S(t - \tau_{\text{ext}})$. Muni de ces hypothèses, et en supposant que $\int_{t-\tau_{\text{ext}}}^{t} \Delta\omega(T)\mathrm{d}T \ll \pi$, nous pouvons faire les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} \sqrt{SS_r} &= \sqrt{(S_0 + \Delta S)(S_0 + \Delta S_r)} \\ &\approx S_0 \sqrt{1 + \frac{\Delta S + \Delta S_r}{S_0}} \\ &\approx S_0 + \frac{\Delta S + \Delta S_r}{2} \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{S_r}{S}} &= \sqrt{\frac{S_0 + \Delta S_r}{S_0 + \Delta S}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \Delta S_r/S_0}{1 + \Delta S/S_0}} \\ &\approx \sqrt{(1 + \Delta S_r/S_0)(1 - \Delta S/S_0)} \\ &\approx \sqrt{1 + \frac{\Delta S_r - \Delta S}{S_0}} \\ &\approx 1 + \frac{\Delta S_r - \Delta S}{2S_0} \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
\cos(\omega_{\rm th}+\phi-\phi_r) &= \cos\left(\omega_{\rm th}\tau_{\rm ext}+\int_{t-\tau_{\rm ext}}^{t}(\omega_0+\Delta\omega(T)-\omega_{\rm th})\mathrm{d}T\right)\\
&= \cos\left(\omega_0\tau_{\rm ext}+\int_{t-\tau_{\rm ext}}^{t}\Delta\omega(T)\mathrm{d}T\right)\\
&= \cos(\omega_0\tau_{\rm ext})\cos\left(\int_{t-\tau_{\rm ext}}^{t}\Delta\omega(T)\mathrm{d}T\right)\\
&- \sin(\omega_0\tau_{\rm ext})\sin\left(\int_{t-\tau_{\rm ext}}^{t}\Delta\omega(T)\mathrm{d}T\right)\\
&\approx \cos(\omega_0\tau_{\rm ext})\\
&- [\phi-\phi_r-(\omega_0-\omega_{\rm th})\tau_{\rm ext}]\sin(\omega_0\tau_{\rm ext}) \qquad (2.38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin(\omega_{\rm th}+\phi-\phi_r) &\approx \sin(\omega_0\tau_{\rm ext})\\
&- [\phi-\phi_r-(\omega_0-\omega_{\rm th})\tau_{\rm ext}]\cos(\omega_0\tau_{\rm ext}) \qquad (2.39)
\end{aligned}$$

Reprenons maintenant une par une les équations d'évolution, et appliquons-y les hypothèses ci-dessus. L'équation (2.2) donne, en utilisant (2.33) :

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} &\approx \Gamma-(N_0+\Delta N)(G(S_0+\Delta S)+\frac{1}{\tau_N})\\
&\approx \frac{\Delta N}{\tau_N}-G(N_0\Delta S+S_0\Delta N) \qquad (2.40)
\end{aligned}$$

L'équation (2.21) associée aux équations (2.34), (2.36) et (2.40) permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &\approx (S_0+\Delta S)(G(N_0+\Delta N)-\frac{1}{\tau_{\rm ph}})\\
&+ 2\Lambda r_c\Big(S_0+\frac{\Delta S+\Delta S_r}{2}\Big)\cdot\\
&\cdot \Big(\cos(\omega_0\tau_{\rm ext})-[\phi-\phi_r-(\omega_0-\omega_{\rm th})\tau_{\rm ext}]\sin(\omega_0\tau_{\rm ext})\Big)\\
&\approx GS_0\Delta N+(GN_0-\frac{1}{\tau_{\rm ph}})\Delta S+\Lambda r_c(\Delta S+\Delta S_r)\cos(\omega_0\tau_{\rm ext})\\
&- 2\Lambda r_c S_0(\phi-\phi_r-(\omega_0-\omega_{\rm th})\tau_{\rm ext})\sin(\omega_0\tau_{\rm ext}) \qquad (2.41)
\end{aligned}$$

Enfin, les équations (2.22), (2.35), (2.37) et (2.39) donnent :

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} &= \frac{\alpha G}{2}(N_0 + \Delta N - N_{\mathrm{th}}) - \Lambda r_c\Big((1 + \frac{\Delta S_r - \Delta S}{2S_0}) \cdot \\
&\cdot \quad (\sin(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}}) + [\phi - \phi_r - (\omega_0 - \omega_{\mathrm{th}})\tau_{\mathrm{ext}})\cos(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}})\Big) \\
&\approx \omega_0 - \omega_{\mathrm{th}} + \Delta N\frac{\alpha G}{2} - \Lambda r_c\frac{\Delta S_r - \Delta S}{2S_0}\sin(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}}) \\
&- \Lambda r_c(\phi - \phi_r - (\omega_0 - \omega_{\mathrm{th}})\tau_{\mathrm{ext}})\cos(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}}) \qquad (2.42)
\end{aligned}$$

Les équations (2.40), (2.41) et (2.42) forment un système d'équations différentielles à retard linéaires. Elles sont valables pour de petites variations autour d'un état stable du laser. De par leur nature linéaire, elles sont plus simples à manipuler que les équations non approximées, et permettent d'étudier le comportement d'un laser soumis à rétroinjection au-delà du modèle statique utilisé classiquement dans les applications de métrologie.

2.3.3 Étude des oscillations amorties

Dans le cas d'un fort coefficient de réflexion, le système des équations d'évolutions non approximées se place dans un régime d'oscillations amorties (Figure 2.12). Nous allons donc utiliser les équations du modèle perturbatif en considérant que les grandeurs physiques (N, S, ω) peuvent s'écrire sous la forme d'exponentielles complexes :

$$\Delta N(t) = \Delta N_0 \exp(j(\Omega t + \varphi_N) - t/\tau) \qquad (2.43)$$
$$\Delta S(t) = \Delta S_0 \exp(j(\Omega t + \varphi_S) - t/\tau) \qquad (2.44)$$
$$\Delta \omega(t) = \Delta \omega_0 \exp(j(\Omega t + \varphi\omega) - t/\tau) \qquad (2.45)$$

Posons alors comme condition initiale $\Delta S(0) = \Delta S_0$ (et donc φ_S = 0). Les inconnues sont alors ΔN_0, $\Delta\omega_0$, φ_N, φ_ω, Ω et τ. D'un point de vue physique, les variables facilement observables sont la pulsation des oscillations de relaxation Ω, et le temps de relaxation τ. Nous utiliserons

les identités suivantes :

$$\frac{\mathrm{d}\Delta S}{\mathrm{d}t} = (j\Omega - 1/\tau)\Delta S \tag{2.46}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta N}{\mathrm{d}t} = (j\Omega - 1/\tau)\Delta N \tag{2.47}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta \omega}{\mathrm{d}t} = (j\Omega - 1/\tau)\Delta \omega \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned} \phi - \phi_r &= (\omega_0 - \omega_{\mathrm{th}})\tau_{\mathrm{ext}} + \int_{t-\tau_{\mathrm{ext}}}^{t} \Delta\omega(T)dT \\ &= (\omega_0 - \omega_{\mathrm{th}})\tau_{\mathrm{ext}} \\ &+ \frac{\Delta\omega}{j\Omega - 1/\tau}(1 - \exp(\tau_{\mathrm{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\mathrm{ext}})) \end{aligned} \tag{2.49}$$

En injectant ces expressions dans les équations (2.40), (2.41) et (2.42), nous obtenons respectivement :

$$j\Omega - 1/\tau = \frac{1}{\tau_N} - G\Big(S_0 + N_0\frac{\Delta S_0}{\Delta N_0 e^{j\varphi_N}}\Big) \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned} j\Omega - 1/\tau &= GN_0 - \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}} + GS_0\frac{\Delta N_0 e^{j\varphi_N}}{\Delta S_0} \\ &+ \Lambda r_c\Big[(1 + \exp(\tau_{\mathrm{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\mathrm{ext}}))\cos(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}}) \\ -\frac{S_0}{\Delta S_0}\frac{\Delta\omega e^{j\varphi\omega}}{j\Omega - 1/\tau} &\cdot (1 - \exp(\tau_{\mathrm{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\mathrm{ext}}))\sin(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}})\Big] \end{aligned} \tag{2.51}$$

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{\alpha G}{2}\frac{\Delta N_0 e^{j\varphi_N}}{\Delta\omega_0 e^{j\varphi_\omega}} \\ &+ \Lambda r_c\Big(1 - \exp(\tau_{\mathrm{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\mathrm{ext}})\Big)\cdot \\ &\cdot \Big(\frac{\Delta S_0}{2S_0\Delta\omega_0 e^{j\varphi_\omega}}\sin(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}}) - \frac{\cos(\omega_0\tau_{\mathrm{ext}})}{j\Omega - 1/\tau}\Big) \end{aligned} \tag{2.52}$$

Comme les grandeurs physiques que nous pouvons mesurer sont Ω et τ, nous allons ramener les équations (2.50), (2.51) et (2.52) à une unique équation complexe ne contenant que les inconnues Ω et τ. Pour cela, utilisons tout d'abord (2.50) pour exprimer $\Delta N_0 e^{j\varphi_N}$ en fonction de Ω et τ :

$$\frac{\Delta N_0 e^{j\varphi_N}}{\Delta S_0} = \frac{GN_0}{GS_0 - 1/\tau_N - 1/\tau + j\Omega} \tag{2.53}$$

Utilisons maintenant l'équation (2.51) pour exprimer $\Delta\omega_0 e^{j\varphi_\omega}$ en fonction de $\Delta N_0 e^{j\varphi_N}$, Ω et τ :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\omega_0 e^{j\varphi_\omega}}{\Delta S_0} &= \Big[\frac{1}{\tau} - j\Omega + GN_0 - \frac{1}{\tau_{\text{ph}}} + GS_0\frac{\Delta N_0 e^{j\varphi_N}}{\Delta S_0} \\ &+ \Lambda r_c(1+\exp(\tau_{\text{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\text{ext}}))\cos(\omega_0\tau_{\text{ext}})\Big]\cdot \\ &\cdot \Big[\frac{\Lambda r_c S_0}{j\Omega - 1/\tau}(1-\exp(\tau_{\text{ext}}/\tau - j\Omega\tau_{\text{ext}}))\cdot \\ &\cdot \sin(\omega_0\tau_{\text{ext}})\Big] \qquad (2.54)\end{aligned}$$

Les équations (2.53) et (2.54) peuvent être injectées dans (2.52), résultant ainsi en une équation complexe dont les seules inconnues sont la pulsation des oscillations amorties Ω et le temps de décroissance de ces oscillations τ. Noter que cette équation est indépendante des conditions initiales (ΔS_0 n'y intervient pas). Noter par contre que l'état stationnaire (N_0, S_0, ω_0) intervient dans les équations : dans le cas où plusieurs états sont possibles, la solution dépend de l'état stationnaire autour duquel le laser se trouve.

Afin de trouver le couple (Ω, τ) correspondant à un couple (r_c, τ_{ext}), les équations (2.52), (2.53) et (2.54) out été résolues numériquement. Les valeurs de τ_{ext} et de l'état stationnaire considéré sont choisies de manière à correspondre à une situation où une paire de solutions stable/instable vient de disparaître (point A sur la figure 2.12). En effet, c'est dans ce cas que des oscillations sont expérimentalement observées.

L'abaque de la figure 2.13 a été tracée afin de représenter les caractéristiques des oscillations amorties en fonction de la distance et de la réflectivité de la cible. À chaque point de cette abaque correspond un temps de vol aller-retour à la cible τ_{ext} (en abscisse) et un coefficient de réflexion r_c (en ordonnées). Les courbes dessinées dans le plan (τ_{ext}, r_c) correspondent aux points pour lesquels la pseudo-période $2\pi/\Omega$ ou le temps de décroissance τ sont des constantes.

Afin de trouver la pseudo-période et le temps de décroissance pour un τ_{ext} et un r_c donnés, il suffit alors de placer le point correspondant sur l'abaque et de lire la valeur de la pseudo-période et du temps de décroissance qui y sont associés. La même opération peut bien évidemment s'exécuter dans le sens inverse, par exemple pour trouver la

distance à la cible correspondant à un signal expérimental contenant des oscillations amorties.

Dans le cas où r_c est constant, l'abaque montre que la pseudo-période des oscillations varie quasi-linéairement avec le temps de vol à la cible, ces deux valeurs étant proches pour des r_c suffisamment élevés. Le temps de décroissance suit une évolution plus complexe, il augmente à la fois avec r_c et avec τ_{ext}.

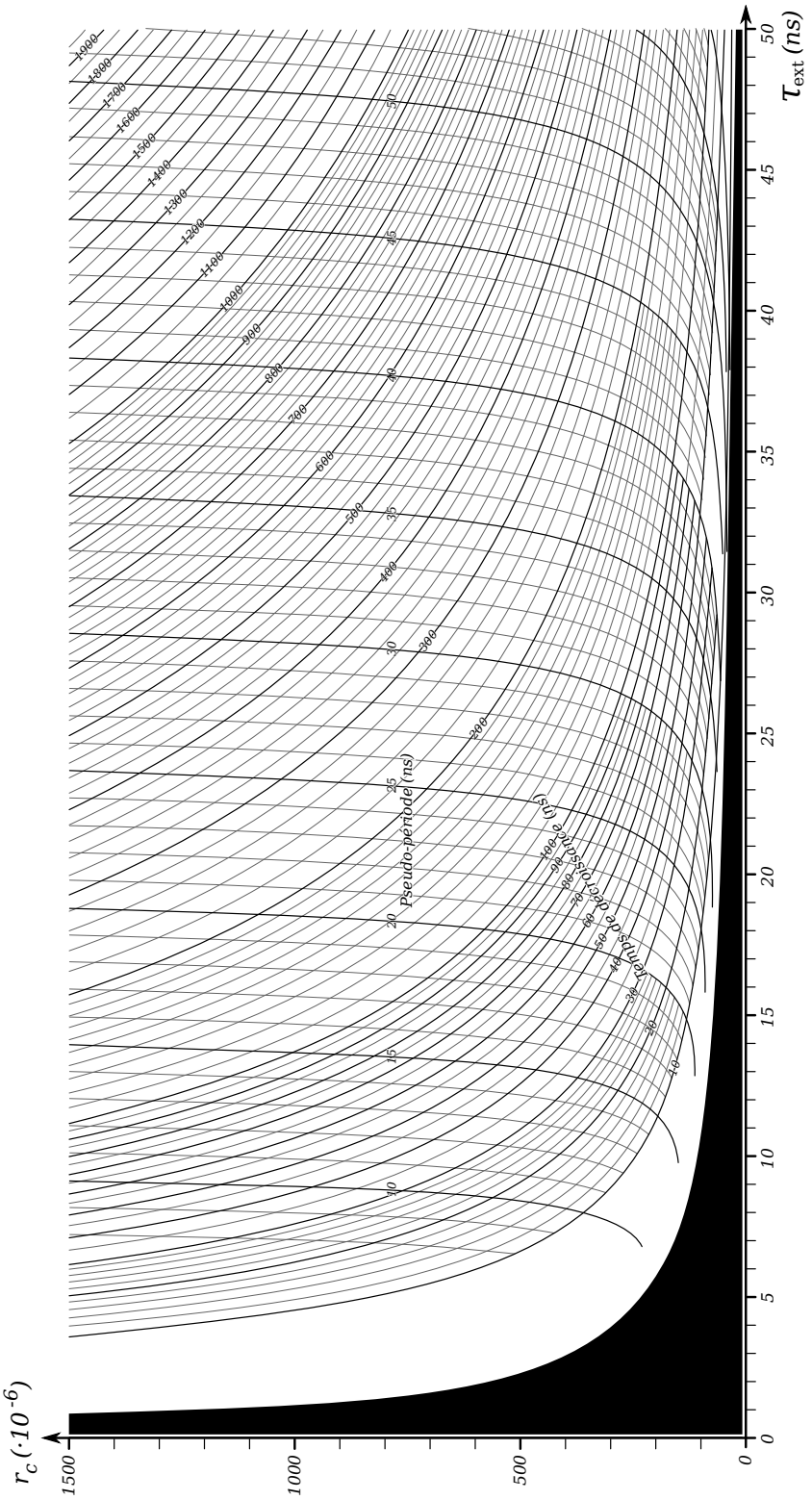


Figure 2.13 – Abaque donnant la pseudo-période $2\pi/\Omega$ et le temps de relaxation τ des oscillations amorties en fonction de τ_{ext} et r_c. La zone noircie correspond à $C < 1$.

2.3.4 Validation expérimentale du modèle perturbatif

Dimensionnement et mise en place

L'objet de cette partie est de vérifier expérimentalement le comportement des oscillations amorties prédites dans le cas $C > 1$. Le modèle utilisé et sa vérification ont été publiés dans [20]. L'abaque de la figure 2.13 indique que les oscillations amorties ont une pseudo-période $2\pi/\Omega$ de valeur proche du temps de vol τ_{ext}. Afin de pouvoir les observer, il est donc nécessaire d'avoir une chaîne d'amplification du signal de bande passante supérieure à $1/\tau_{\text{ext}}$.

Au moment de la vérification expérimentale de l'abaque, nous disposions d'un amplificateur de $90\,\text{MHz}$ de bande passante. L'observation des oscillations amorties nécessite donc un temps de vol supérieur à $11\,\text{ns}$, ce qui correspond à une distance laser-cible de :

$$\begin{aligned} L_{\text{laser-cible}} &= \frac{c\tau_{\text{ext}}}{2} \\ &= 1,7\,\text{m} \end{aligned} \tag{2.55}$$

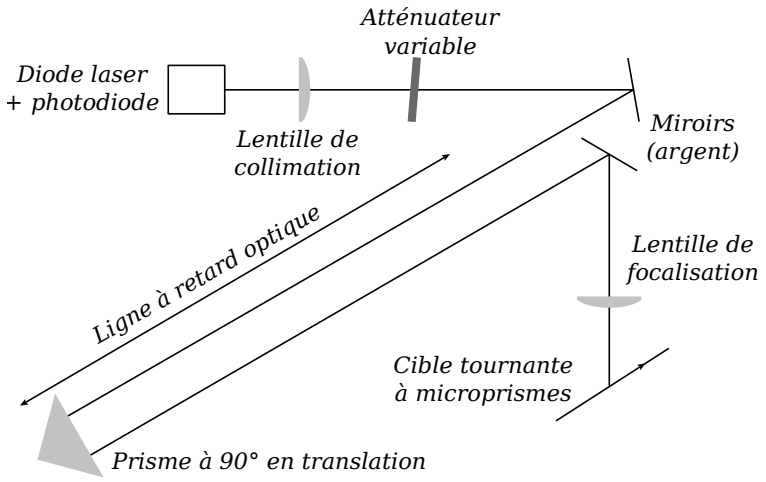


Figure 2.14 - Schéma du montage expérimental utilisé.

Afin de réaliser la condition $C > 1$, et de pouvoir moduler le coefficient de réflexion de la cible vu par la diode laser, nous avons choisi d'effectuer un montage optique permettant de réinjecter une forte partie du faisceau dans la diode laser (Figure 2.14). La diode laser est placée au point focal d'une lentille asphérique de 8 mm de focale afin d'en collimater le faisceau. Une seconde lentille plan-concave de 100 mm de

focale est alors utilisée pour le focaliser sur une cible tournante avec un revêtement à micro-prismes. Ainsi, si la collimation et la focalisation sont bien effectuées, le coefficient de réflexion r_c vu par la diode laser est suffisamment important pour la rendre instable. Ce coefficient est alors réduit à l'aide de densités optiques neutres placées sur la portion de faisceau collimatée.

Pour pouvoir allonger ou raccourcir le trajet du faisceau sans changer la valeur du coefficient de réflexion r_c, le faisceau collimaté est injecté puis extrait d'une ligne à retard formée par un prisme à $90°$ positionné sur un rail optique (Figure 2.14). L'ensemble du système a été tout d'abord aligné à l'aide d'un laser Hélium-Néon. Le faisceau de ce laser est placé de manière à passer par le point où sera positionnée la diode laser avec son optique de collimation et pour être horizontal. Le prisme et les miroirs d'injection/d'extraction de la ligne à retard sont ensuite alignés de manière à ce que la position et l'orientation du faisceau en sortie de la ligne à retard ne change pas lors de la translation du prisme sur son rail. Enfin, la lentille de focalisation est positionnée de manière à ce que le faisceau passe en son centre et la cible est ajoutée au point focal. La diode laser munie de son optique de focalisation est alors ajoutée au montage, et son orientation est réglée pour que son faisceau arrive au centre de l'optique de focalisation.

La sortie de l'amplificateur est reliée à un oscilloscope. Pour des coefficients de réflexion élevés (pas de densité optique), la diode laser est instable. Dans le cas de coefficients de réflexion plus faibles, en revanche, des oscillations amorties sont observées (Figure 2.15) telles que le prévoit la théorie (Figure 2.16). Afin de réduire l'influence du speckle, le système de seuillage de l'oscilloscope est réglé pour ne prendre en compte que les franges les plus hautes. Le signal est alors moyenné sur 512 acquisitions afin de pouvoir réduire l'amplitude du bruit et permettre des mesures plus fiables sur les signaux.

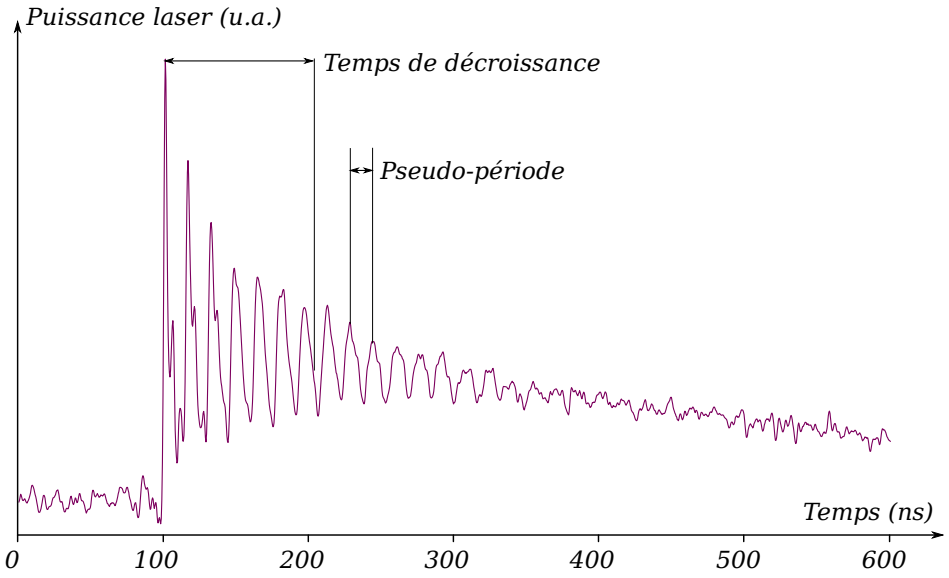


Figure 2.15 – Signal expérimental typique moyenné sur 512 acquisitions.

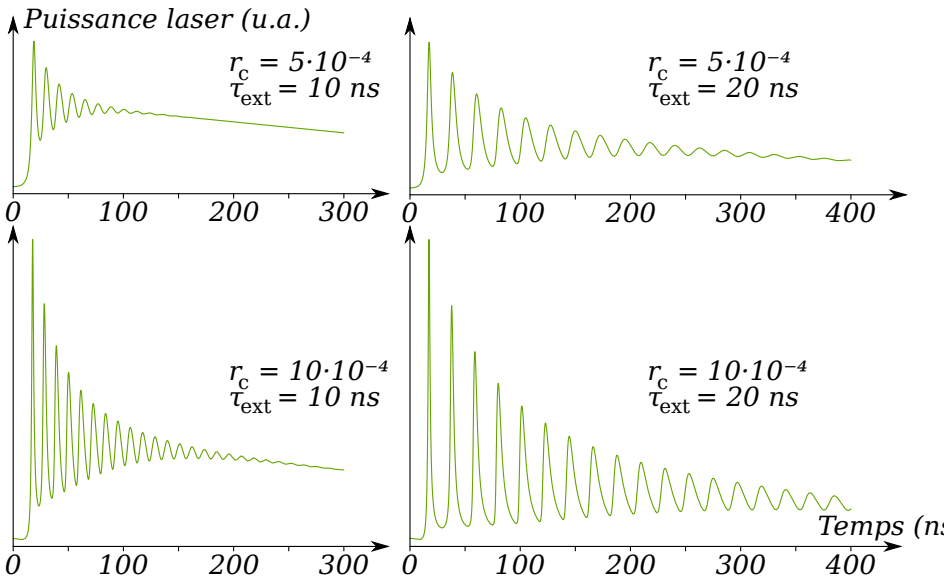


Figure 2.16 – Simulations de passage de frange en fonction de r_c et τ_{ext}.

2.3.5 Analyse des résultats

En mesurant la pseudo-période des oscillations en fonction de la distance de la cible et de la valeur de la densité utilisée, l'expérience confirme le comportement prédit par la théorie : la pseudo-période d'oscillation $2\pi/\Omega$ est égale au temps de vol τ_{ext} à une constante près dépendant du coefficient de réflexion de la cible (Figure 2.17).

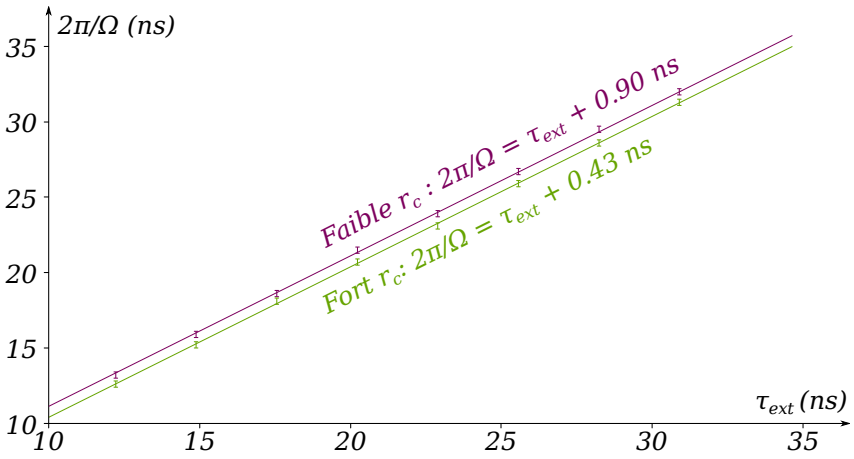


Figure 2.17 – Mesure expérimentale de la pseudo-période $2\pi/\Omega$ en fonction du temps de vol aller-retour à la cible τ_{ext}. Il y a un rapport 10 entre le faible r_c et le fort r_c.

En considérant les quatre paramètres r_c (coefficient de réflexion de la cible), τ_{ext} (temps de vol à la cible), $2\pi/\Omega$ (pseudo-période des oscillations amorties) et τ (temps de décroissance des oscillations amorties), l'abaque permet de connaître deux des paramètres à partir de la mesure des deux autres. Par exemple, la composante en haute fréquence de la figure 2.15 est bien modélisée par un cosinus amorti de période $2\pi/\Omega = 15,8 \pm 0,5\,\text{ns}$ et de temps de décroissance $\tau = 100 \pm 20\,\text{ns}$. Ces valeurs peuvent être alors reportées sur l'abaque (Figure 2.18 (a)) : les données expérimentales, en noir, sont tracées avec leurs incertitudes en gris clair. Ce tracé encadre une zone en gris foncé dans le plan (τ_{ext}, r_c), dont l'étendue permet de déduire que $13,8\,\text{ns} < \tau_{\text{ext}} < 15\,\text{ns}$ et $0,7 \cdot 10^{-3} < r_c < 1,15 \cdot 10^{-3}$ (flèches noires). Ces valeurs sont cohérentes avec la valeur expérimentale mesurée de $\tau_{\text{ext}} = 14,9 \pm 0,02\,\text{ns}$.

De la même façon, dans la figure 2.18 (b), les deux points d'abscisse $\tau_{\text{ext}} = 14,89\,\text{ns}$ ont pour ordonnée $2\pi/\Omega = 15,2 \pm 0,05\,\text{ns}$ pour le faible r_c, et $2\pi/\Omega = 15,9 \pm 0,05\,\text{ns}$ pour le fort r_c. Les deux valeurs

de r_c utilisées diffèrent d'un facteur dix. Ces valeurs sont reportées sur la figure en noir, avec leurs incertitudes en gris. La valeur de τ_{ext} est reportée par une droite verticale, qui coupe les deux courbes tracées précédemment en deux points d'ordonnées $r_c = 15,8 \cdot 10^{-3}$ et $r_c = 1,6 \cdot 10^{-3}$, ce qui est cohérent avec le rapport de dix qui avait été expérimentalement imposé entre les deux mesures.

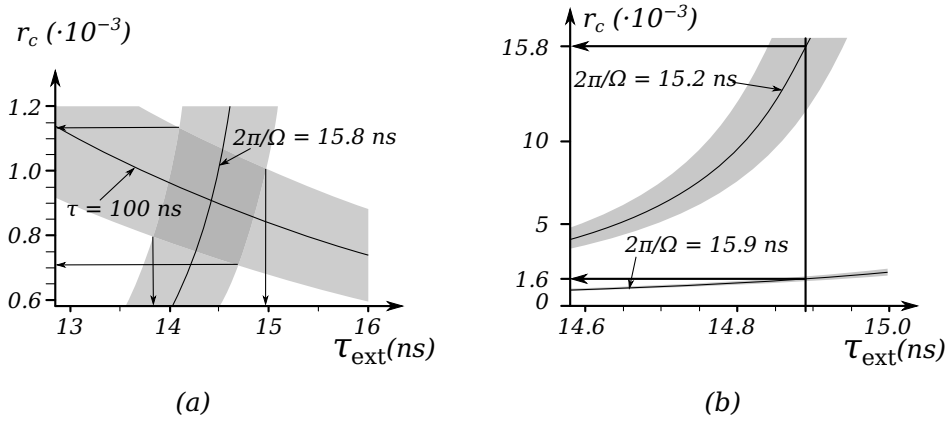


Figure 2.18 – (a) Utilisation de l'abaque pour trouver r_c et τ_{ext} à partir de Ω et τ. (b) Utilisation de l'abaque pour trouver un rapport de r_c à partir de Ω et τ_{ext}.

Conclusion

L'expérience confirme le comportement prédit par le modèle linéarisé développé à partir des équations d'évolutions du laser soumis à rétroinjection. Il existe une bijection entre le plan (r_c, τ_{ext}) et le plan (Ω, τ) : la mesure de la pseudo-période et du temps de décroissance des oscillations amorties permet d'estimer le coefficient de réflexion de la cible et sa distance.

Bien que n'ayant pour l'instant pas d'application pratique à cause des fortes contraintes expérimentales nécessaires à l'observation des oscillations amorties, ce modèle doit être gardé à l'esprit dans le cadre des mesures de self-mixing à distances importantes, car la présence d'oscillations amorties à fréquence trop basse pourrait perturber un système de mesure de déplacement.

2.4 Conclusion

Le self-mixing est un phénomène se produisant dans tous les lasers subissant une rétroinjection. Dans cette thèse, l'accent est mis sur les utilisations métrologiques de ce phénomène. Une description plus complète du self-mixing doit prendre en compte l'émission spontanée du laser. En effet, l'étude du comportement du laser dans ce cas permet d'en étudier la stabilité : il existe des intervalles de coefficients de réflexion r_c pour lesquels le laser a un comportement chaotique ou bruyant [15, 21], ce qui est généralement indésirable. Inversement, il est possible de placer judicieusement une cible de coefficient de réflexion connu à une distance donnée afin de réduire la largeur spectrale d'un laser [22, 23].

La sensibilité d'un laser au self-mixing est caractérisée par le facteur μ (2.26). Afin d'optimiser l'amplitude des signaux de self-mixing, il faut utiliser ou réaliser une source possédant un facteur μ le plus élevé possible, tout en minimisant son bruit : le facteur conditionnant le rapport signal-sur-bruit du signal de self-mixing dans la cavité laser sera alors μ/RIN, avec RIN le bruit relatif d'intensité du laser.

Dans le domaine de la mesure de déplacement, le self-mixing peut être mis à profit pour réaliser des capteurs interférométrique à faible encombrement [24]. En effet, le laser est utilisé à la fois comme source et comme interféromètre, ce qui permet d'utiliser moins de composants optiques que pour un interféromètre classique. Pour une cible de coefficient de réflexion suffisamment grand, ce système permet de connaître le sens de déplacement de la cible (Figure 2.9). Soulignons que le modèle développé ici est grossier en ce qui concerne le traitement des cibles dites « dures », notamment dans le cas d'une cible diffusante. En effet l'hypothèse d'une cible unique discrète est dans ce cas fausse (la cible est étendue), ce qui implique que le modèle ne prend pas compte les effets de speckle inhérents aux cibles dures. Dans ce cas, il faudrait réécrire la fonction $f(\mathbf{E})$ en considérant l'influence de la granulosité de la cible et de la géométrie du faisceau laser sur la valeur du champ rétrodiffusé par la cible vers le laser. Ce développement sort du cadre de cette thèse, où l'objet d'intérêt est une particule unique en suspension dans l'air, qui peut être considérée comme une cible unique discrète.

Nous avons montré expérimentalement qu'il est possible d'observer le passage de particules dans le faisceau laser par self-mixing. Le passage d'une particule dans le faisceau induit une variation de la puissance du laser sous la forme d'une sinus modulée par une courbe en cloche — que nous modéliserons par la suite par une gaussienne. La fréquence du sinus permet de connaître la vitesse de la particule, comme le prévoient les équations.

Bibliographie

[1] A. Einstein. On the quantum theory of radiation. *Phys. Z*, 18 :121–128, 1917.

[2] Theodore H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187(4736) :493–494, August 1960.

[3] E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Kleineberg. Single-cycle nonlinear optics. *Science*, 320(5883) :1614–1617, June 2008.

[4] A. Stingl, M. Lenzner, C. Spielmann, F. Krausz, and R. Szipöcs. Sub-10-fs mirror-dispersion-controlled ti : sapphire laser. *Optics letters*, 20(6) :602–604, 1995.

[5] Claude Rullière. *Femtosecond Laser Pulses : Principles and Experiments*. Springer, 2005.

[6] Anthony E. Siegman. *Lasers*. University Science Books,U.S., new edition, October 1990.

[7] W.E. Bennett. Gas optical maser, September 1964.

[8] F. P. Schafer. *Dye lasers*. Springer Verlag, 1990.

[9] F. P. Schafer, W. Schmidt, and J. Volze. Organic dye solution laser. *Applied Physics Letters*, 9(8) :306–309, 1966.

[10] P. P. Sorokin and J. R. Lankard. Stimulated emission observed from an organic dye, chloro-aluminum phthalocyanine. *IBM Journal of Research and Development*, 10(2) :162–163, 1966.

[11] W. Koechner. *Solid-state laser engineering*, volume 1. Springer Verlag, 2006.

[12] D. J. Richardson, J. Nilsson, and W. A. Clarkson. High power fiber lasers : current status and future perspectives [invited]. *JOSA B*, 27(11) :B63–B92, 2010.

[13] L. R. Elias, W. M. Fairbank, J. M. J. Madey, H. A. Schwettman, and T. I. Smith. Observation of stimulated emission of radiation by relativistic electrons in a spatially periodic transverse magnetic field. *Physical Review Letters*, 36(13) :717–720, 1976.

[14] C. Henry. Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 18(2) :259–264, 1982.

[15] Klaus Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise.* Kluwer Academic Publishers, new edition, April 1991.

[16] Deborah M. Kane and K. Alan Shore. *Unlocking Dynamical Diversity : Optical Feedback Effects on Semiconductor Lasers.* Wiley, 1 edition, May 2005.

[17] R. Kliese, Yah Leng Lim, K. Bertling, A.A.A. Bakar, T. Bosch, and A.D. Rakic. Self-mixing displacement sensing using the junction voltage variation in a GaN laser. In *Conference on Optoelectronic and Microelectronic Materials and Devices, 2008. COMMAD 2008*, pages 23 –25, August 2008.

[18] G. Acket, D. Lenstra, A. Den Boef, and B. Verbeek. The influence of feedback intensity on longitudinal mode properties and optical noise in index-guided semiconductor lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 20(10) :1163–1169, 1984.

[19] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables.* Number 1972. Dover publications, 1964.

[20] Raphael Teysseyre, Francis Bony, Julien Perchoux, and Thierry Bosch. Laser dynamics in sawtooth-like self-mixing signals. *Optics Letters*, 37(18) :3771–3773, September 2012.

[21] R. Tkach and A. R. Chraplyvy. Regimes of feedback effects in 1.5-um distributed feedback lasers. *Lightwave Technology, Journal of*, 4(11) :1655–1661, 1986.

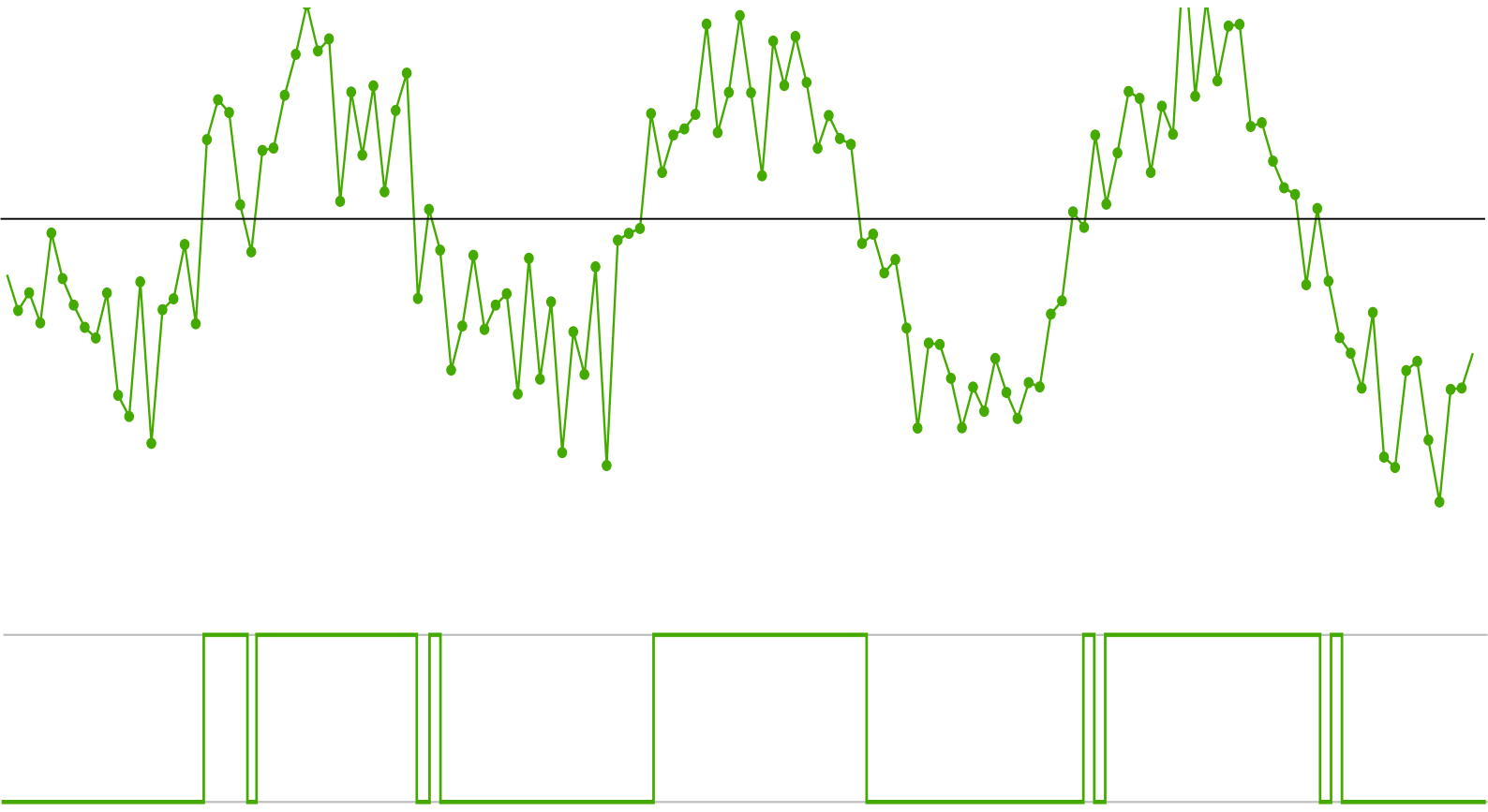
[22] B. Dahmani, L. Hollberg, and R. Drullinger. Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback. *Optics letters*, 12(11) :876–878, 1987.

[23] C. E. Wieman and L. Hollberg. Using diode lasers for atomic physics. *Review of Scientific Instruments*, 62(1) :1–20, 1991.

[24] A. Pruijmboom, S. Booij, M. Schemmann, K. Werner, P. Hoeven, H. van Limpt, S. Intemann, R. Jordan, T. Fritzsch, H. Oppermann, et al. A VCSEL-based miniature laser-self-mixing interferometer with integrated optical and electronic components. *Photonics Packaging, Integration, and Interconnects IX, Proc. SPIE*, 7221 :72210S–1, 2009.

Chapitre 3

Acquisition et traitement



3.1 Schéma de principe

L'écart entre la preuve de concept et un capteur fonctionnel est important. En effet, il est nécessaire d'effectuer l'ensemble des opérations d'acquisition et de traitement en temps réel et dans un environnement hostile, notamment en ce qui concerne les perturbations électromagnétique et les contraintes climatiques. Avant de rentrer dans les détails de l'acquisition et du traitement du signal, faisons un tour d'horizon de l'architecture développée durant cette thèse pour mesurer le vent par self-mixing.

3.1.1 Système optique

La diode laser que nous utilisons est une diode HL7851, qui émet un faisceau monomode à 785 nm, à une puissance optique nominale de 50 mW. De par sa géométrie, cette diode présente un faisceau d'angles de divergence totaux à mi-hauteur (FWHM) de $9{,}5°$ dans la direction lente et $23°$ dans la direction rapide. En considérant que le faisceau est gaussien, cela correspond à un waist (rayon à $1/e^2$ au point le plus étroit du faisceau) mesurant $1{,}8\mu\mathrm{m}$ par $0{,}7\mu\mathrm{m}$.

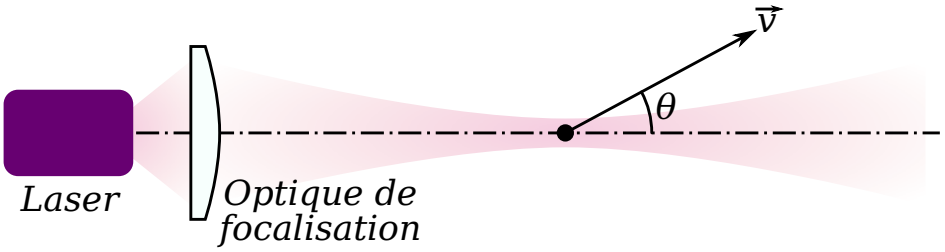


Figure 3.1 – Principe de la mesure.

Le faisceau issu de cette diode est focalisé vers le volume de mesure situé dans notre configuration à une distance de 40 cm. Pour réaliser la focalisation, nous utilisons une optique d'ouverture suffisante pour ne pas tronquer le faisceau. Étant donné les angles de divergence de la diode laser, ceci implique de choisir une optique asphérique pour ne pas dégrader le faisceau par les aberrations qu'apporterait une optique sphérique. Pour des raisons d'encombrement, de coût et de facilité d'approvisionnement, nous utilisons une lentille de 8 mm de focale. Le rayon

à $1/e^2$ du faisceau sur l'optique est alors de 2,9 mm (dans la direction rapide). Le waist du faisceau image est alors de $34\mu\mathrm{m}$ pour une distance de Rayleigh de 4,6 mm. Nous considérerons que ce sont les dimensions du volume de mesure.

Une particule passant dans ce volume de mesure sera éclairée par le faisceau focalisé. Elle réémet une partie de la lumière incidente en direction de l'optique. L'image de la particule par l'optique se situe alors aux alentours de la face de sortie de la diode laser, et une partie de la puissance rétrodiffusée est couplée avec le mode laser. Le rapport entre la puissance émise par le laser et la puissance recouplée dans le mode est le coefficient r_c^2 des équations de self-mixing (2.19). Le but du montage optique est de maximiser ce coefficient. Dans cette thèse, nous nous concentrons sur le traitement du signal de self-mixing. Nous présenterons donc ici rapidement la méthodologie permettant de calculer r_c, sans en développer les calculs.

Pour une première estimation de r_c, le faisceau émis par la diode laser pourra être approximé par un faisceau gaussien circulaire. Un calcul plus complet nécessitera de prendre en compte l'assymétrie du faisceau, ainsi que l'astigmatisme de la diode laser. Éventuellement, une mesure expérimentale permettra de caractériser la qualité du faisceau par rapport à un faisceau gaussien parfait (mesure du M^2). Enfin, la prise en compte des défauts d'alignement de la diode par rapport à l'optique pourront être pris en compte pour évaluer la précision d'assemblage nécessaire à l'obtention d'un faisceau de bonne qualité. Le champ électromagnétique émis par la diode laser est alors transformé par l'optique de focalisation : là encore, en fonction de la précision de modélisation voulue, il est possible de considérer une optique parfaite, ou bien de prendre en compte ses aberrations. Le champ électromagnétique en sortie de l'optique étant connu, il est alors possible d'en déduire le champ au niveau d'une particule située en un point arbitraire de l'espace (utilisation de l'intégrale de Raylegh et Sommerfeld). La théorie de Mie doit alors être utilisée pour calculer le champ rétrodiffusé par la particule vers l'optique [1–5]. La puissance collectée par l'optique s'en déduit alors simplement. Cependant, seule une portion de cette puissance sera recouplée dans le mode lasant. Ceci sera quantifié par un coefficient de couplage, qui exprime la qualité du recouvrement entre l'onde gaussienne émise par la diode laser et l'onde sphérique ré-

trodiffusée par la particule [6–11]. Le résultat de ce calcul permettra de calculer le coefficient r_c vu par la diode laser, et donc l'amplitude du signal en résultant.

Le déplacement de la particule induit une variation de la puissance du laser (voir chapitre 1) par une modulation sinusoïdale (2.25). Une photodiode placée à proximité de la face arrière de la diode laser permet de mesurer cette modulation (Figure 3.1). Pour une particule passant à une vitesse v avec un angle θ par rapport à l'axe optique du faisceau, et en approximant le champ dans le volume de mesure par une onde plane, la fréquence de la modulation se calcule simplement à partir de la longueur d'onde du laser λ :

$$f = \frac{2v\cos\theta}{\lambda} \tag{3.1}$$

Nous utilisons actuellement des diodes laser disponibles commercialement avec une photodiode intégrée au boîtier. Nous avons constaté que le couplage entre le laser et la photodiode pourrait être amélioré car le système est limité par le bruit électronique de la photodiode, alors qu'il devrait idéalement être limité par le bruit du laser. Les diodes laser disponibles commercialement ne sont pas optimisées pour le self-mixing, puisque ce phénomène est généralement indésirable : il pourrait être avantageux d'étudier la possibilité de construire un laser avec un coefficient μ (2.26) le plus élevé possible.

Le dimensionnement du système optique va donc de pair avec la conception du système d'acquisition et de traitement. En effet, augmenter la performance d'une de ces deux composantes permet de relâcher les contraintes sur l'autre. Il faut donc trouver un optimum permettant d'atteindre les objectifs de coût et de performance attendus par le marché. Dans ce chapitre, je présenterai les aspects sur lesquels j'ai concentré ma thèse, c'est-à-dire l'acquisition et le traitement du signal de self-mixing dans le cadre de la mesure du vent.

3.1.2 Système électronique

La diode laser est un laser dont l'énergie est fournie par un courant électrique. Les diodes lasers en alliage AlGaAs que nous utilisons, et qui présentent une forte sensibilité à la rétroinjection optique, se polarisent avec un courant aux alentours de $100\ \mathrm{mA}$ et présentent une tension directe comprise entre $2\ \mathrm{V}$ et $3\ \mathrm{V}$. La puissance optique générée par la diode est une fonction linéaire du courant de pompe (2.14), il faut donc concevoir une source de courant adaptée au fonctionnement de celle-ci.

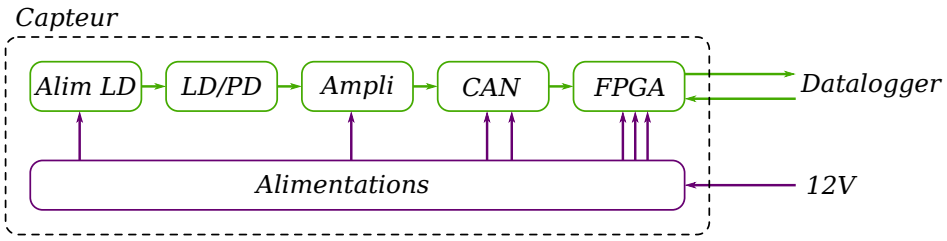


Figure 3.2 – Schéma général du capteur. LD : diode laser, PD : photodiode, CAN : convertisseur analogique-numérique.

La photodiode permettant de recevoir le signal de self-mixing doit être polarisée en inverse, et le signal qui en est issu sera amplifié. Le bruit de l'amplificateur ramené à son entrée doit bien entendu être petit devant le bruit ramené par le laser. L'objectif de cet amplificateur est de faire en sorte que le bruit d'échantillonnage ramené en entrée soit petit devant le bruit du laser, afin que ce soit ce dernier qui limite le bruit du système complet.

Le signal amplifié est donc échantillonné à une fréquence qui est déterminée par la vitesse maximale de mesure voulue v_{max}. Comme nous l'avons montré dans l'étude du self-mixing, un objet se déplaçant à une vitesse v induit une variation de la puissance optique à la fréquence $2v/\lambda$, avec λ la longueur d'onde du laser. Afin de respecter le théorème de Shannon, la fréquence d'échantillonnage doit donc au moins être égale à :

$$f_e = \frac{4v_{max}}{\lambda} \tag{3.2}$$

Pour pouvoir mesurer une vitesse de 25 m/s, la fréquence d'échantillonnage minimale est donc de 153 MHz. Afin de laisser une marge suffisante pour un filtre anti-repliement d'ordre raisonnable, les calculs

présentés ici prendront en compte une fréquence d'échantillonnage de 200 MHz. Les résultats qui seront présentés dans le dernier chapitre de cette thèse correspondent à un prototype intermédiaire pouvant détecter une vitesse de vent maximale de 11 m/s, avec une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz.

Le signal échantillonné est alors transmis à un système de traitement numérique, qui sera un FPGA dans notre cas (ce choix sera justifié plus loin dans le texte). Les traitements étudiés ici sont intégrés dans le FPGA, ils ont pour objectif de diminuer au maximum le rapport signal-sur-bruit nécessaire en entrée pour permettre une fréquence de détection supérieure au Hertz et un coefficient de corrélation $r^2 > 0,95$ entre la vitesse du vent mesurée par un anémomètre à coupelles de référence et notre anémomètre. Rappelons la formule donnant le coefficient de corrélation r entre deux variables x et y d'écart-type respectif σ_x et σ_y et de covariance σ_{xy} :

$$r^2 = \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \right)^2 \tag{3.3}$$

La vitesse calculée par l'anémomètre est transmise à un système de sauvegarde des données (datalogging) extérieur au capteur. Le datalogger permet de regrouper les données de plusieurs capteurs, de les enregistrer et de les transmettre aux personnes chargées du traitement — les sites de prospection éolien étant généralement isolés et pouvant être difficiles d'accès. Le capteur est alimenté sur site par une batterie de 12 V de tension nominale, qui est elle-même rechargée par panneau solaire durant la journée.

3.2 Électronique analogique

3.2.1 Alimentation de la diode laser

Afin de se placer dans de bonnes conditions pour la réalisation d'un capteur par self-mixing, il faut alimenter le laser par un taux de pompe Γ constant. Les diodes lasers que nous utilisons pour réaliser le capteur sont pompées par un courant électrique, elles présentent une faible tension à leurs bornes (entre 2 V et 3 V).

Lors de la preuve de concept, l'alimentation de cette diode laser était basée sur un transistor bipolaire monté en source de courant (Figure 3.3). Le courant débité dépend de la tension base-émetteur du transistor V_{be} :

$$I = \frac{1}{R_s}\left(V_{ref}\frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_{be}\right) \tag{3.4}$$

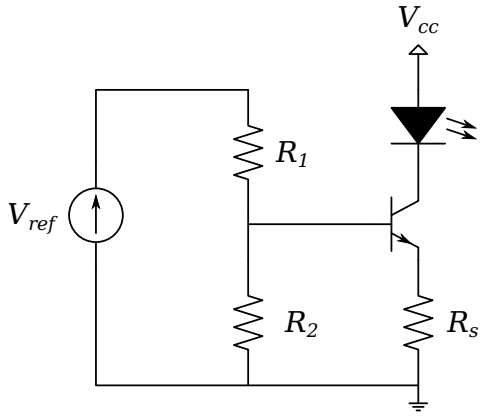


Figure 3.3 - Source à transistor bipolaire.

La tension V_{be} vaut environ $0,65$ V, et dérive avec la température de $\frac{\mathrm{d}V_{be}}{\mathrm{d}T} \approx -1,6$ mV/K. La valeur exacte de ce coefficient dépend des caractéristiques du transistor, et varie avec le logarithme du courant le traversant. La variation de courant généré par la source en fonction de la température se déduit simplement de (3.4) :

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}T} = -\frac{1}{R_s}\frac{\mathrm{d}V_{be}}{\mathrm{d}T} \tag{3.5}$$

Pour les essais en extérieur, nous avons choisi $R_s = 1\ \Omega$. En effet, comme le courant traversant la diode laser traverse aussi cette résistance, il est avantageux d'utiliser une résistance de faible valeur pour obtenir une faible consommation. Cependant, comme le montre l'équation (3.5), ce choix implique une variation du courant de $-1,6$ mA/K. Nous avons constaté qu'une telle variation était nuisible au bon fonctionnement du capteur (cf. chapitre 3).

En plus de ce problème de température, la bonne polarisation du transistor bipolaire nécessite une tension d'environ 1 V entre l'émetteur et le collecteur. Ceci implique immédiatement une perte d'au moins $0,1$ W par voie de mesure. Nous avons donc développé et caractérisé

une nouvelle alimentation à base de transistor MOS afin de résoudre ces deux problèmes (Figure 3.5). Sa dérive en courant est limitée par les dérives des résistances de polarisation et de la référence de tension utilisée et a été mesurée à $9\ \mu\mathrm{A/K}$. La bonne polarisation du transistor MOS ne nécessite plus que $0,2\ \mathrm{V}$ d'où un gain en consommation par rapport au transistor bipolaire.

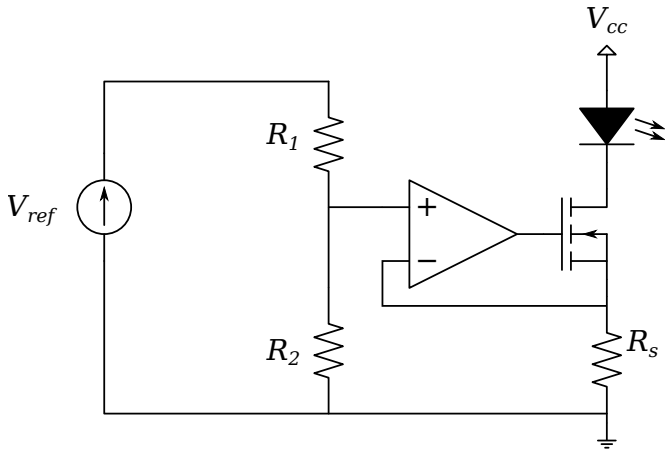


Figure 3.4 - Source à transistor MOS.

Le bruit de cette source de courant a été mesuré à l'aide d'un amplificateur bas bruit. La mesure est limitée par le bruit de cet amplificateur — le bruit de la source de courant est inférieur au bruit ramené en entrée de l'amplificateur —, ce qui permet uniquement de donner une borne supérieure au bruit de la source :

$$10\log\left(\frac{I_n^2}{I_0^2}\right) < -170\ \mathrm{dB/Hz} \tag{3.6}$$

Avec I_n la densité spectrale de bruit en courant de la source, et I_0 le courant moyen qu'elle fournit. Comme la puissance optique du laser est proportionnelle au courant injecté, cette valeur peut être directement comparée au RIN (relative intensity noise) du laser, défini comme :

$$\mathrm{RIN}_{dB} = 10\log\left(\frac{P_n^2}{P_0^2}\right) \tag{3.7}$$

Avec P_n la densité spectrale de bruit en puissance du laser, et P_0 sa puissance moyenne. Pour une diode laser, les valeurs typiques de RIN se situent aux alentours de $-140\ \mathrm{dB/Hz}$ [12–16] ; la source de cou-

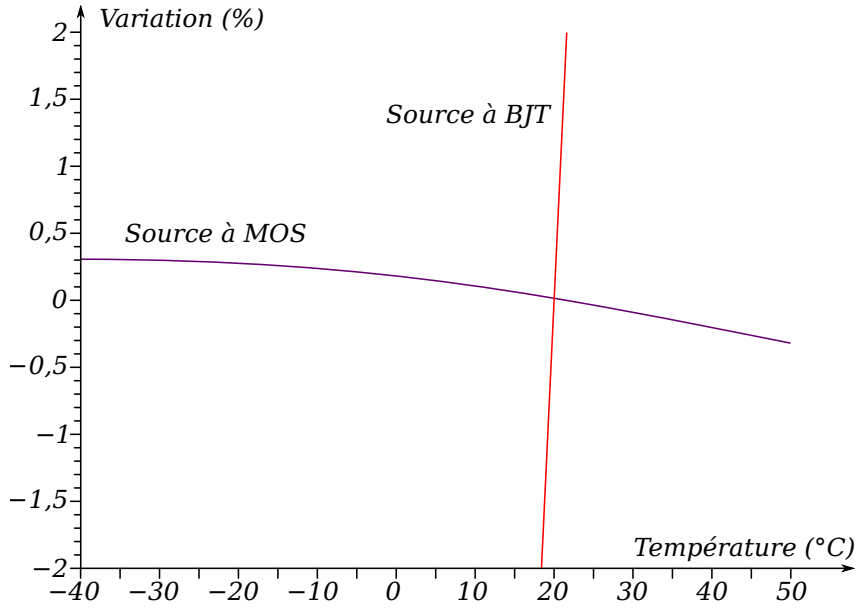


Figure 3.5 – Mesure des dérives en température de deux sources de courant développées durant cette thèse.

rant n'apportera donc pas de bruit supplémentaire par rapport au bruit naturel du laser.

3.2.2 Ampli cation

Le bruit en sortie de la photodiode est dû à deux facteurs : le bruit du laser, et le bruit de grenaille de la photodiode elle-même. Idéalement le bruit de grenaille devrait être petit devant le bruit du laser, ce qui n'est pas le cas sur les boîtiers de couple diode laser/photodiode que nous utilisons. La réalisation de cette condition nécessite l'utilisation d'une photodiode externe au boîtier du laser, ou de faire assembler un boîtier sur mesure avec un meilleur couplage entre la puissance du laser et la photodiode que dans les boîtiers disponibles commercialement. Le bruit du laser est quantifié par son bruit relatif d'intensité RIN. Le courant moyen I_0 traversant la photodiode étant proportionnel à la puissance du laser, la densité spectrale de bruit en sortie de celle-ci s'exprime comme :

$$I_{n,PD}^2 = \mathrm{RIN} \cdot I_0^2 + 2qI_0 \tag{3.8}$$

Avec comme ordres de grandeur $I_0 = 0,1\,\mathrm{mA}$, et $RIN = 10^{-14} Hz^{-1}$, les contributions du bruit du laser et du bruit de grenaille de la pho-

todiode sont comparables. Le dimensionnement du gain G de l'amplificateur se fait en posant comme condition que le bruit du convertisseur analogique-numérique $V_{n,CAN}$ ramené en entrée doit être inférieur au bruit sur le courant photodétecté $I_{n,PD}$. La densité spectrale de bruit de quantification du convertisseur analogique-numérique peut être considérée en première approximation comme une constante égale à [17] :

$$V_{n,CAN}^2 = \frac{\Delta^2}{12 f_e} \tag{3.9}$$

Avec Δ le pas d'échantillonnage. La valeur minimale du gain est donnée par :

$$G > \frac{V_{n,CAN}}{I_{n,PD}} \tag{3.10}$$

Par exemple, pour un échantillonnage sur 10 bits à $f_e = 250\ \mathrm{MHz}$ sur une pleine échelle de $2\ \mathrm{V}$, en ne considérant que le bruit de grenaille dans l'expression de $I_{n,PD}$, et avec un courant moyen photodétecté de $0,1\ \mathrm{mA}$, le gain minimal nécessaire pour l'amplificateur est de $G = 6,3\ \mathrm{k\Omega}$. La bande passante de l'amplificateur se déduit simplement de la vitesse maximale de mesure désirée. En effet, une particule se déplaçant à une vitesse v dans l'axe du faisceau induit un signal à une fréquence $f = 2v/\lambda$. Par exemple, une vitesse maximale de $27\ \mathrm{m/s}$ avec une diode laser à $785\ \mathrm{nm}$ implique une bande passante minimale de $69\ \mathrm{MHz}$ pour l'amplificateur.

Le signal en sortie de l'amplificateur est échantillonné par un convertisseur analogique-numérique afin de le traiter. Étudions maintenant les différents traitement possibles pour les signaux de self-mixing dans le cadre de la mesure de la vitesse du vent.

3.3 Comptage de franges

La mesure la plus simple à réaliser de la fréquence d'un signal est d'en mesurer la période : un détecteur de passage par zéro permet de connaître la période d'un signal sinusoïdal. Cette technique peut être très efficace pour des signaux permanents non bruités. Cependant les particules produisant un signal de self-mixing suffisamment important pour appliquer cette technique sont rares : la fréquence de détection de 1 Hz nécessaire pour rendre le système applicable en conditions réelles nécessite un traitement plus élaboré. De plus, la détection de passage par le zéro devient impraticable pour de faibles rapport signal-sur-bruit (Figure 3.6). Enfin, il est nécessaire d'ajouter un système de détection de la présence du signal de self-mixing qui active le comptage de franges aux moments opportuns pour ne pas compter des passages par zéro dûs au bruit. Un tel système de détection peut être réalisé en redressant puis filtrant le signal d'entrée, cependant cette technique devient difficile à mettre en œuvre aux fréquences nécessaires à la mesure du vent, notamment à cause des capacités parasites des diodes de redressement du signal.

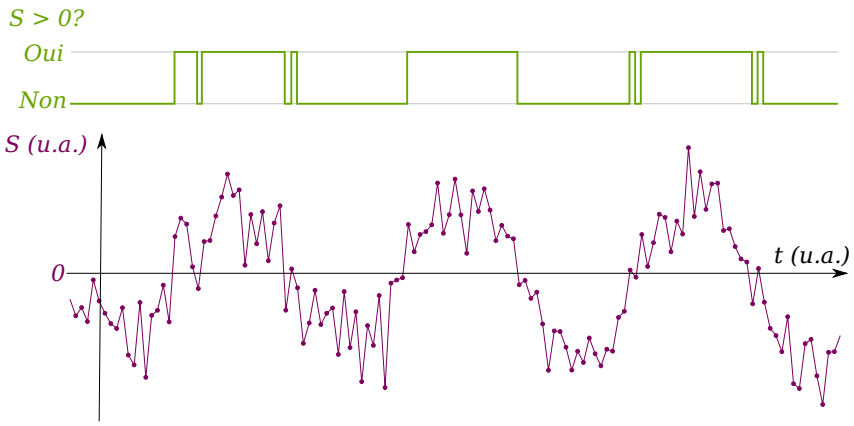


Figure 3.6 – Détections de zéros multiples dans le cas d'un sinus bruité échantillonné (rapport signal-sur-bruit égal à 2).

Étant données ces difficultés techniques, dont notamment la nécessité d'avoir un fort rapport signal-sur-bruit pour assurer une bonne détection, il s'est avéré impossible d'appliquer efficacement la technique de comptage de franges à la mesure de la fréquence d'un signal de self-mixing sur des particules en suspension dans l'air.

3.4 Traitement par DFT

3.4.1 Transformée de Fourier discrète

La transformée de Fourier discrète (ou DFT) est une opération mathématique permettant de tracer la répartition en fréquence de l'énergie contenue dans un signal numérisé. En notant x_n les échantillons temporels du signal, et X_k les points de la transformée de Fourier discrète, celle-ci s'exprime comme :

$$X_k = \frac{1}{N_{\mathrm{DFT}}} \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{nk} \tag{3.11}$$

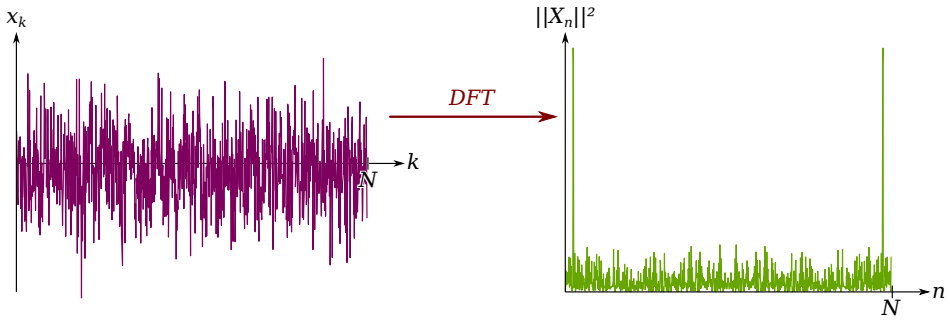


Figure 3.7 - Opération de transformée de Fourier discrète sur un sinus bruité échantillonné (rapport signal-sur-bruit égal à 0,5). Remarquer la paire de pics sur la courbe des $||X_k||^2$, indiquant la présence du sinus. $N_{\mathrm{DFT}} = 1000$.

Avec $W_N = \exp(-2j\pi/N_{\mathrm{DFT}})$, et N_{DFT} la longueur de la DFT. Cette transformation a la propriété de concentrer l'énergie d'un signal sinusoïdal autour d'une unique paire de points X_n et $X_{N_{\mathrm{DFT}}-n}$ (Figure 3.7), alors que l'énergie du bruit va se répartir sur l'ensemble des X_n. Cela permet donc de diminuer le rapport signal-sur-bruit minimal nécessaire pour assurer la détection d'un signal sinusoïdal noyé dans le bruit.

3.4.2 Rapport signal-sur-bruit

Dans cette partie, nous allons calculer le rapport signal-sur-bruit qui sera obtenu sur une DFT en fonction du rapport signal-sur-bruit sur le signal temporel.

DFT d un bruit blanc gaussien

Calculons la loi de distribution du module au carré des points d'une DFT de longueur N_{DFT} dans le cas où le signal temporel est un bruit blanc gaussien (dans la réalité, un bruit rose gaussien est observé à cause de la bande passante analogique limitée du système). Les échantillons temporels x_n suivent une loi normale centrée de variance $\sigma^2_{x_n}$. La valeur X_k prise par le point k de la DFT est donnée par :

$$X_k = \frac{1}{N_{\mathrm{DFT}}} \sum_{n=0}^{N_{\mathrm{DFT}}-1} x_n e^{-\frac{2j\pi nk}{N_{\mathrm{DFT}}}} \tag{3.12}$$

La somme de variables aléatoires suivant une loi normale suit elle aussi une loi normale, la variance de la somme étant égale à la somme des variances des variables aléatoires de départ. La partie réelle et la partie imaginaire de X_k suivent donc chacune une loi normale. Le calcul ci-dessous permet de connaître la valeur de la variance de la partie réelle de X_k, le calcul pour la partie imaginaire donnant le même résultat σ_f^2 :

$$\sigma_f^2 = \frac{\sigma^2_{x_n}}{N^2_{DFT}} \sum_{n=0}^{N_{DFT}-1} \cos^2\left(-\frac{2\pi nk}{N_{DFT}}\right) \tag{3.13}$$

En utilisant la relation suivante :

$$\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{DFT}}-1} \cos(an) = \cos\left(\frac{a}{2}(N_{\mathrm{DFT}}-1)\right) \cdot \frac{\sin(N_{\mathrm{DFT}}a/2)}{\sin(a/2)} \quad , \quad a \neq 0 \tag{3.14}$$

La valeur de σ_f^2 s'exprime alors comme :

$$\sigma_f^2 = \frac{\sigma^2_{x_n}}{2N_{\mathrm{DFT}}} \tag{3.15}$$

Les grandeurs $\Re(X_k)/\sigma_f$ et $\Im(X_k)/\sigma_f$ (respectivement partie réelle et imaginaire de X_k divisées par leur écart-type) suivent alors la loi

normale centrée réduite. Soit la variable aléatoire U définie par :

$$U = \left(\frac{\Re(X_k)}{\sigma_f}\right)^2 + \left(\frac{\Im(X_k)}{\sigma_f}\right)^2 \tag{3.16}$$

Cette variable aléatoire est la somme du carré de deux variables aléatoires suivant la loi normale centrée réduite. Elle suit donc la loi du khi-carré à deux degrés de libertés [18], qui s'exprime comme :

$$f_U(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}} \tag{3.17}$$

Le module au carré de la DFT se calculant simplement comme $||X_k||^2 = \sigma_f^2 U$, la loi suivie par ce module au carré est donc :

$$f_{\ ||X_k||^2} = \frac{1}{\sigma_f^2} f_u\left(\frac{t}{\sigma_f^2}\right) = \frac{N_{\mathrm{DFT}}}{\sigma_{x_n}^2} e^{-\frac{N_{\mathrm{DFT}}}{\sigma_{x_n}^2}t} \tag{3.18}$$

C'est la loi exponentielle de paramètre $N_{\mathrm{DFT}}/\sigma_{x_n}^2$. Nous avons montré que dans le cas où le signal temporel est un bruit blanc gaussien d'écart-type σ_{x_n}, les modules au carré de sa transformée de Fourier discrète suivent une loi exponentielle d'espérance et d'écart-type égaux à :

$$\sigma_{\ ||X_k||^2} = E\left(||X_k||^2\right) = \frac{\sigma_{x_n}^2}{N_{\mathrm{DFT}}} \tag{3.19}$$

DFT d un signal sinusoïdal

Considérons maintenant un signal sinusoïdal dont la fréquence normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage est f/N_{DFT}, où f est un réel positif inférieur à $N_{\mathrm{DFT}}/2$. Les échantillons temporels de ce signal sont donnés par :

$$y_n = A\cos\frac{2\pi nf}{N_{\mathrm{DFT}}} \tag{3.20}$$

Calculons la DFT de ce signal :

$$\begin{aligned}
Y_k &= \frac{A}{N_{\mathrm{DFT}}}\sum_{n=0}^{N-1}\exp\left(-2j\pi\frac{kn}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)\cos\left(\frac{2\pi nf}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)\\
&= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{DFT}}-1}\exp\left(-2j\pi\frac{kn}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)\left[\exp\left(\frac{2j\pi nf}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)+\exp\left(\frac{-2j\pi nf}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)\right]\\
&= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{DFT}}-1}\exp\left[\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(f-k)\right]^n +\\
&+ \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{DFT}}-1}\exp\left[-\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(f+k)\right]^n\\
&= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\cdot\frac{1-\exp\left[2j\pi(f-k)\right]}{1-\exp\left[\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(f-k)\right]}+\\
&+ \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\cdot\frac{1-\exp\left[-2j\pi(f+k)\right]}{1-\exp\left[-\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(f+k)\right]}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Selon la valeur de la fréquence normalisée du sinus f, le maximum de Y_k change. Le cas le plus favorable est lorsque f est entier. Le maximum de Y_k se trouve alors en $k = f$:

$$\begin{aligned}
Y_f &= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\lim_{x\ 0}\frac{1-\exp(jx)}{1-\exp(jx/N_{\mathrm{DFT}})}+\\
&+ \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}}\frac{1-\exp(-4j\pi f)}{1-\exp(-2j\pi f/N_{\mathrm{DFT}})}\Big]\\
&= A/2
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Nous avons donc $||Y_k||^2 = A^2/4$. Le cas le moins favorable est lorsque f est demi-entier. Le maximum de Y_k se trouve alors en $k = f \pm 0,5$ et s'exprime comme :

$$\begin{aligned}
Y_{f\pm0,5} &= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}} \cdot \left[\frac{1-\exp(\pm j\pi)}{1-\exp\left(\pm\frac{j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)} + \frac{1-\exp(\pm j\pi - 4j\pi f)}{1-\exp\left(-\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(2f\pm0,5)\right)} \right] \\
&= \frac{A}{2N_{\mathrm{DFT}}} \cdot \left[\frac{2}{1-\exp\left(\pm\frac{j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)} + \frac{2}{\exp\left(-\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(2f\pm0,5)\right)} \right] \\
&= \frac{A}{2jN_{\mathrm{DFT}}} \cdot \left[\frac{\exp\left(\mp\frac{j\pi}{2N_{\mathrm{DFT}}}\right)}{\sin\left(\mp\frac{\pi}{2N_{\mathrm{DFT}}}\right)} + \frac{\exp\left(\frac{2j\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(2f\pm0,5)\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(2f\pm0,5)\right)} \right] \\
&= \frac{A}{N_{\mathrm{DFT}}} - \frac{jA}{2N_{\mathrm{DFT}}} \cdot \left[\frac{1}{\tan\left(\mp\frac{\pi}{2N_{\mathrm{DFT}}}\right)} + \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi}{N_{\mathrm{DFT}}}(2f\pm0,5)\right)} \right] \\
&\approx \frac{A}{N_{\mathrm{DFT}}} - \frac{jA}{\pi} \cdot \left[\mp 1 + \frac{1}{4f\pm1} \right] \\
&\approx \frac{A}{N_{\mathrm{DFT}}} \pm \frac{jA}{\pi} \quad \text{(typiquement } f \gg 1\text{)}
\end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
||Y_{f\pm0,5}||^2 &\approx \left(\frac{A}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)^2 + \left(\frac{A}{\pi}\right)^2 \\
&\approx \left(\frac{A}{\pi}\right)^2 \quad (N_{\mathrm{DFT}} \gg \pi) \qquad (3.23)
\end{aligned}$$

Rapport signal-sur-bruit

Dans le domaine temporel, le rapport signal-sur-bruit est défini comme le rapport entre la valeur efficace du signal au carré et la variance du bruit :

$$\mathrm{SNR} = \frac{A^2}{2\sigma_{x_n}^2} \tag{3.24}$$

En fonction de la valeur du seuil utilisé, il est alors possible de connaître la valeur minimale du rapport signal-sur-bruit temporel permettant une détection sur la DFT. Par exemple, dans le cas où le seuil est placé à 6 fois l'écart-type du bruit de la DFT, et pour f demi-entier, nous obtenons :

$$||Y_{f\pm 0,5}||^2 > 6\sigma_{\ X_k\ }^{\ 2} \tag{3.25}$$

En injectant (3.19) et (3.23) dans cette équation, il vient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{A}{\pi}\right)^2 &> 6\frac{\sigma_{x_n}^2}{N_{\mathrm{DFT}}} \\ \iff \mathrm{SNR} &> \frac{3\pi^2}{N_{\mathrm{DFT}}} \end{aligned} \tag{3.26}$$

Ce résultat montre qu'une DFT de grande longueur est préférable pour favoriser la détection. Cependant, pour que l'équation (3.26) soit valable, il faut que le signal soit présent durant toute la fenêtre d'observation (c'est-à-dire pendant la capture des N_{DFT} points temporels).

Sinus modulée par une gaussienne

Les signaux réels mesurés sur des particules ont une forme de sinus modulée par une courbe en cloche, que nous supposerons être une gaussienne. Modélisons ces signaux par (3.27), avec l la demi-largeur à $1/e$ de la gaussienne :

$$x_n = \cos\left(\frac{2\pi n f}{N_{\mathrm{DFT}}}\right)\exp\left(-\frac{(n - N_{\mathrm{DFT}}/2)^2}{l^2}\right) \tag{3.27}$$

Par simulation, il est possible de connaître la diminution en amplitude obtenue par rapport à un signal sinusoïdal non modulé (Figure 3.8). Ces pertes viennent de deux facteurs : d'une part l'énergie totale contenue dans le signal est diminuée ; d'autre part la modulation par une

courbe gaussienne élargit le spectre : la hauteur du maximum du spectre est réduite par cet élargissement. Les pertes totales sont dominées par l'élargissement du spectre lorsque $l < N_{\mathrm{DFT}}/4$; les 50 % de pertes sont atteintes pour $l \approx N_{\mathrm{DFT}}/2$.

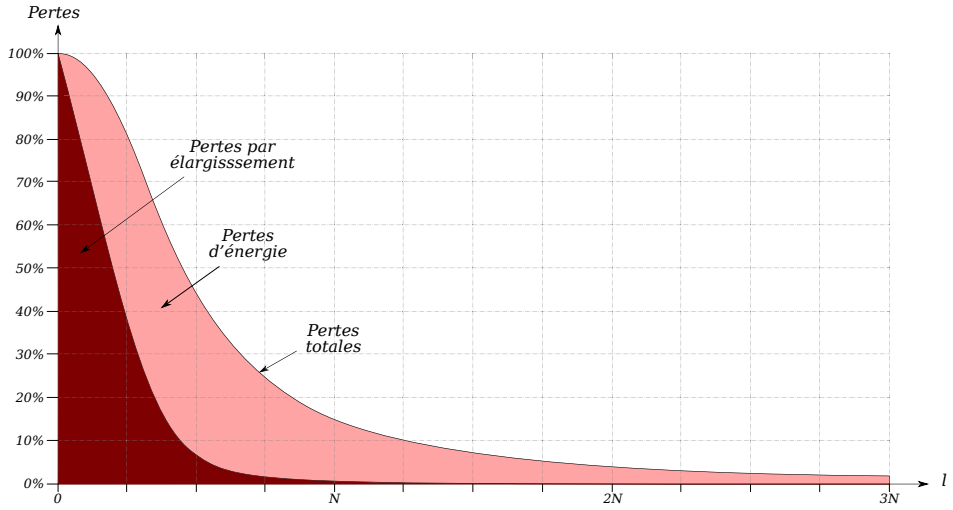


Figure 3.8 – Réduction de l'amplitude du pic de DFT (module au carré) induite par la modulation du signal par une gaussienne de demi-largeur à $1/e$ égale à l (3.27)

Un grand N_{DFT} est donc favorable au rapport signal-sur-bruit (3.26), cependant la fenêtre d'observation de longueur N_{DFT} doit être inférieure ou comparable à la durée de présence du signal de self-mixing (Figure 3.8). Ce temps de présence peut être évalué en fonction de la taille du volume de mesure et de la vitesse maximale de vent à mesurer. La vitesse maximale de vent à mesurer étant une contrainte du système, l'augmentation du volume de mesure peut être une stratégie pour pouvoir se permettre d'augmenter N_{DFT}. Noter enfin que N_{DFT} va aussi dépendre des ressources disponibles pour effectuer les calculs de la DFT (un plus grand N_{DFT} nécessite plus de ressources).

3.4.3 Dimensionnement et concrétisation

Le calcul direct de la formule (3.11) nécessite N_{DFT}^2 multiplications et additions complexes pour une DFT de longueur N_{DFT}. Le calcul de la DFT est réalisé à l'aide d'un algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT). Les algorithmes de FFT permettent de réduire le nombre d'opérations à un multiple de $N_{\mathrm{DFT}} \log_X(N_{\mathrm{DFT}})$, avec la base X du logarithme dépendant de l'algorithme utilisé.

Pour la détection des particules passant dans un faisceau laser, le signal d'entrée doit être traité en continu, à une fréquence d'échantillonnage de $200\,\mathrm{MHz}$: les calculs de transformée de Fourier doivent être suffisamment rapides pour pouvoir traiter ce flux de données.

En considérant que la fréquence du signal en entrée est égale à la fréquence correspondant au point de la DFT le plus haut, l'erreur commise sur la mesure vaut au maximum $\Delta f = f_e/2N_{\mathrm{DFT}}$. Comme la correspondance vitesse/fréquence est donnée par $f = 2v/\lambda$, l'erreur acceptable sur la vitesse implique un nombre de points minimum pour la DFT :

$$N_{\mathrm{DFT}} = \frac{f_e \lambda}{4\Delta v} \tag{3.28}$$

Pour une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 200\,\mathrm{MHz}$ et une longueur d'onde de $\lambda = 785\,\mathrm{nm}$, il faut alors $N_{\mathrm{DFT}} > 785$ pour obtenir une erreur sur la vitesse Δv inférieure à $0,05\,\mathrm{m/s}$. Comme les algorithmes de FFT s'optimisent bien pour N_{DFT} étant une puissance de deux, nous avons choisi de développer le système de traitement de données avec $N_{\mathrm{DFT}} = 1024$. Dans ce cas, il est possible d'utiliser deux algorithmes de FFT distincts, qui nécessitent chacun des capacités en calcul légèrement différentes :

Algorithme	Fréquence	Additions	Multiplications
Radix-2/1024	200 MHz	2,5 GADD/s	1 GMUL/s
Radix-4/1024	200 MHz	3,7 GADD/s	0,75 GMUL/s

Ces valeurs sont calculées pour quatre voies (la nécessité de quatre voies sera précisée plus loin dans ce chapitre). GADD/s signifie « milliard d'additions complexes par seconde » et GMUL/s signifie « milliard de multiplications complexes par seconde ». Comparons maintenant ce tableau avec les capacités « brutes » de deux composants : un DSP

(référence TI TMS320C6455, coûtant 280 euros à l'unité) et un FPGA (référence Xilinx XC6SLX150-3, coûtant 150 euros à l'unité) :

Composant	Fréquence	Additions	Multiplications
DSP	1200 MHz	2,4 GADD/s	2,4 GMUL/s
FPGA	390 MHz	104 GADD/s	23,4 GMUL/s

Noter que le calcul du nombre d'additions possibles avec le FPGA a été effectué en considérant que 10% de la logique du FPGA est dédiée aux additions. Nous constatons que le DSP, bien que beaucoup plus simple à programmer qu'un FPGA, n'est pas une solution viable pour le calcul des FFT dans le cadre de la mesure de la vitesse du vent par self-mixing. Nous nous sommes donc orienté vers un FPGA de la gamme Spartan-6 de Xilinx, qui nous permet de traiter les données en temps réel. Il a été choisi d'implémenter un algorithme de type radix-4 car il nécessite moins de mémoire vive pour le stockage des données intermédiaire que les algorithmes de type radix-2 (les ressources en mémoire vive étant fortement limitées sur un FPGA). Nous avons implémenté cet algorithme avec succès à une fréquence d'échantillonnage de $100\,\mathrm{MHz}$ sur un FPGA de type Spartan-6. Nous l'avons par la suite optimisée afin de permettre le traitement jusqu'à une fréquence d'échantillonnage de $250\,\mathrm{MHz}$. Les résultats expérimentaux présentés dans cette thèse utilisent la version à $100\,\mathrm{MHz}$ implémentée sur le prototype intermédiaire.

3.5 Fausses détections

3.5.1 Seuillage et taux de fausses détections

Hypothèse

Dans la réalité, le bruit en sortie de l'amplificateur analogique n'est pas blanc, ne serait-ce qu'à cause de sa bande passante finie. Nous supposerons tout de même que la valeur $||X_k||^2$ du module au carré du point k du spectre est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ_k, potentiellement différente selon le point k considéré.

Cette propriété a été vérifié expérimentalement : des signaux de bruit (laser occulté) ont été acquis par oscilloscope, puis leurs DFT ont été calculées. Les histogrammes de chacun des points k des DFT ont été tracés et suivent bien une loi exponentielle.

Probabilité de fausse détection pour un point

La valeur $||X_k||^2$ prise par le module au carré du point k de la DFT suit donc une loi exponentielle de paramètre λ_k. Sa densité de probabilité est alors $f_k(t) = \lambda_k e^{-\lambda_k t}$, et la probabilité $p_{fa0,k}$ que la valeur prise par $||X_k||^2$ soit supérieure à un seuil S_k se calcule comme :

$$\begin{aligned} p_{fa0,k} &= P\left(||X_k||^2 > S_k\right) \\ &= \int_{S_k} f_k(t)\mathrm{d}t \\ &= \int_{S_k} \lambda_k e^{-\lambda_k t}\mathrm{d}t \\ &= e^{-\lambda_k S_k} \\ &= e^{-S_k/E\left(\ X_k\ ^2\right)} \end{aligned} \tag{3.29}$$

Ce qui permet d'écrire le seuil nécessaire pour obtenir une probabilité de fausse détection désirée pour le point k :

$$S_k = E\left(||X_k||^2\right) \ln\left(\frac{1}{p_{fa0,k}}\right) \tag{3.30}$$

Probabilité de fausse détection pour un spectre

Notons p_{fa} la probabilité de fausse détection sur un spectre contenant N_{DFT} points. Notons $\$$ l'ensemble des M points du spectre qui sont utilisés pour la détection ($M < N_{\mathrm{DFT}}/2$). La probabilité d'avoir au moins un point supérieur à son seuil associé est :

$$\begin{aligned} p_{fa} &= P\left(\exists k \in \$ \;\mid\; ||X_k||^2 > S_k\right) \\ &= 1 - P\left(\forall k \in \$, \;\; ||X_k||^2 < S_k\right) \\ &= 1 - \prod_{k \;\; \$} P\left(||X_k||^2 < S_k\right) \\ &= 1 - \prod_{k \;\; \$} (1 - p_{fa0,k}) \end{aligned} \tag{3.31}$$

En choisissant le seuil de détection de manière à ce que la probabilité de fausse détection soit équirépartie sur tous les points — c'est-à-dire $\forall k, \;\; p_{fa0,k} = p_{fa0}$, avec p_{fa0} une constante —, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} p_{fa} &= 1 - (1 - p_{fa0})^M \\ &\approx M p_{fa0} \;\; (p_{fa0} \ll 1) \end{aligned} \tag{3.32}$$

Fréquence de détection

Un système effectuant ses mesures à la fréquence d'échantillonnage temporelle f_e calcule f_e/N_{DFT} spectres par seconde. Si une fréquence moyenne de fausses détections f_{fa} est désirée, alors il faut une probabilité de fausse détection par spectre égale à :

$$p_{fa} = N_{\mathrm{DFT}} \frac{f_{fa}}{f_e} \tag{3.33}$$

L'équation (3.32) permet d'en déduire la probabilité de fausse détection par point :

$$p_{fa0} = \frac{N_{\mathrm{DFT}}}{M} \frac{f_{fa}}{f_e} \tag{3.34}$$

Ce qui permet, à l'aide de (3.30), d'exprimer la valeur du seuil à utiliser pour chaque point :

$$S_k = E\left(||X_k||^2\right) \cdot \ln\left(\frac{M}{N_{\mathrm{DFT}}} \frac{f_e}{f_{fa}}\right) \tag{3.35}$$

En fonction de la fréquence de fausses détections désirée, il est possible de définir le seuil pour chacun des points de la transformée de Fourier comme une constante (indépendante du point k considéré) multipliée par la valeur moyenne prise par ce point.

Pour des transformées de Fourier à $f_e = 200$ MHz, des spectres de longueur $N = 2048$ points, dont $M = 660$ sont utilisés pour la détection, l'obtention d'une fréquence de fausses détections de $f_{fa} = 10$ mHz — ce qui signifie que si le capteur renvoie une mesure par seconde, 1% des mesures seront erronées à cause d'une fausse détection — nécessite de placer le seuil à :

$$S_k = 22,59 \cdot E\left(||X_k||^2\right) \tag{3.36}$$

Afin de confirmer cette valeur expérimentalement, des signaux de bruit ont été traités et leurs DFT moyennées point par point. Le seuil permettant de trouver une fréquence de fausse détections égale à 10 mHz a été déterminé empiriquement sur ces signaux, il est égal à $23(\pm 1) \cdot E\left(||X_k||^2\right)$, ce qui est en accord avec la théorie.

3.5.2 Influence des fausses détections sur le coef cient de corrélation

Étudions maintenant l'effet qu'ont les fausses détections sur la mesure de la vitesse du vent, et notamment sur le coefficient de corrélation entre la vitesse mesurée et la vitesse réelle du vent. Nous considérerons tout d'abord le cas d'une unique voie de mesure, puis de deux voies orthogonales.

Rappelons la formule donnant le coefficient de corrélation r entre deux variables x et y d'écart-type respectif σ_x et σ_y et de covariance σ_{xy} :

$$r^2 = \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}\right)^2 \tag{3.37}$$

Lorsque les variables x et y sont corrélées linéairement, ce coefficient vaut 1. Comme la valeur de la vitesse mesurée par le capteur doit être égale à la vitesse du vent, un système idéal doit donner un coefficient $r^2 = 1$. Les imperfections du système de mesure empêchent ce cas idéal, il faudra chercher à s'en approcher le plus possible en prenant en compte ces imperfections. Dans cette partie, nous tracerons le coefficient

de corrélation en fonction de la fréquence de fausses détections dans différentes conditions, en s'approchant peu à peu des conditions réelles de mesures.

Nous supposerons que le capteur a une fréquence de fausse détections f_{fa} connue et constante, et que la distribution des vitesses mesurées par fausses détections est une loi uniforme sur l'intervalle de mesure $[v_m\,;\ v_M]$. Ceci pourra être assuré par un réglage dynamique du seuil selon l'équation (3.35).

Fréquence de détection constante

Observons le comportement du système de mesure pour une fréquence de (vraies) détections constante. Pour chaque point de simulation, une vitesse de vent v est choisie au hasard dans l'intervalle de mesure ($v_m = 3\,\mathrm{m/s}$, $v_M = 27\,\mathrm{m/s}$). Cette vitesse de vent est observée pendant dix minutes. Cette valeur a été choisie car c'est sur cette base de temps que les comparaisons entre anémomètres et les mesures de vitesses de vent sur le terrain sont effectués dans la littérature [19–22]. Durant ces dix minutes donc, toutes les vraies détections (générées à la fréquence d'observation f_0) renvoient la même vitesse v, et chaque fausse détection renvoie une mesure de vitesse choisie aléatoirement entre v_m et v_M. Les fausses et vraies détections sont alors moyennées sur dix minutes pour obtenir la vitesse observée V. Ce processus de simulation est répété 10000 fois pour obtenir un résultat statistiquement significatif. Le coefficient de corrélation r^2 est alors calculé sur ces 10000 points de simulation.

La figure 3.9 présente les courbes de corrélation obtenues par cette méthode pour une fréquence de vraies détections égale à $1\,\mathrm{Hz}$. Dans le cas où il n'y a pas de fausses détections, la corrélation entre la vitesse du vent v et la vitesse mesurée V est bien évidemment parfaite (courbe noire). Lorsque la fréquence de fausses détections est augmentée, deux phénomènes apparaissent. Tout d'abord, la droite de corrélation pivote autour du centre de l'intervalle de mesure. En effet, comme les fausses détections sont équiréparties sur cet intervalle, leur effet moyen est de rapprocher les valeurs moyennées vers le centre de l'intervalle. Ce premier effet n'a pas d'incidence sur le coefficient de corrélation, puisque la vitesse mesurée est toujours une fonction linéaire de la vitesse réelle.

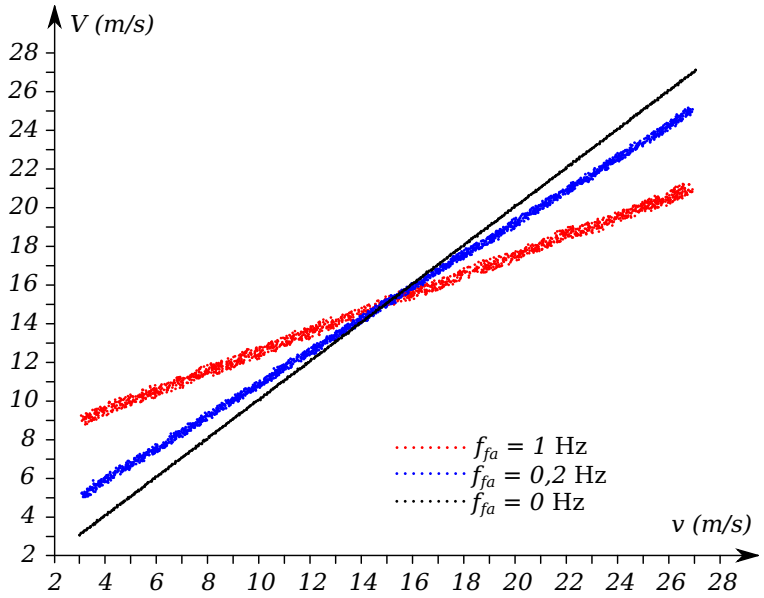


Figure 3.9 – Figure de corrélation pour une fréquence de vraies détections $f_0 = 1$ Hz, et plusieurs fréquences de fausses détections.

Le second effet observé est un élargissement de la droite de corrélation, qui est dû à la nature aléatoire des fausses détections. Cet élargissement va dégrader la valeur du coefficient de corrélation. Pour quantifier cette dégradation, nous pouvons tracer r^2 en fonction des fréquences de vraies et de fausses détections (Figure 3.10).

Cette figure confirme un résultat intuitif : afin d'obtenir un bon coefficient de corrélation, il est préférable d'avoir une fréquence de vraies détections la plus élevée possible, et une fréquence de fausses détections la plus basse possible.

Fréquence de détections variable

Dans la réalité, la fréquence de vraies détections est variable en fonction de la quantité de particules en suspension dans l'air. On pourrait penser qu'utiliser la valeur moyenne de la fréquence de détections donne une bonne approximation des résultats, mais ce n'est pas le cas, comme nous allons le montrer.

La figure 3.11 présente le coefficient de corrélation pour une fréquence de détection moyenne égale à 1 Hz. Pour chaque mesure de dix minutes, la fréquence de détection est tirée au hasard dans un intervalle donné

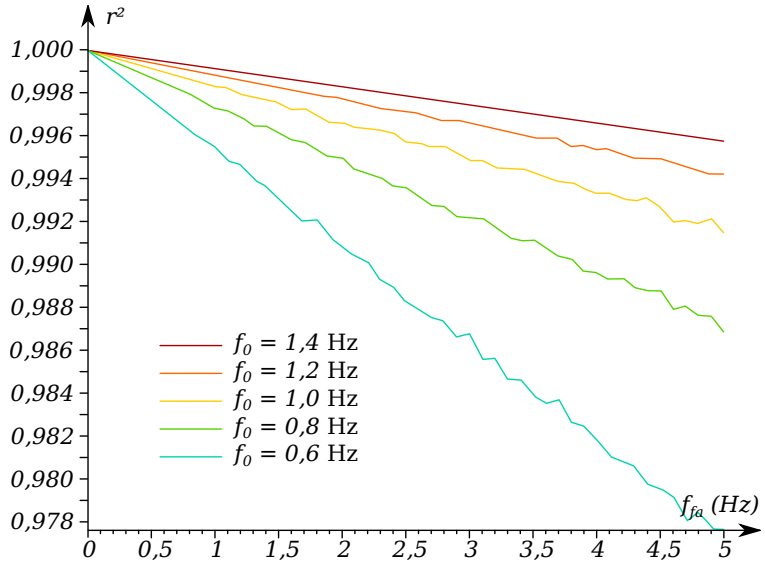


Figure 3.10 – Coefficient de corrélation r^2 en fonction des fréquences de vraies et de fausses détections

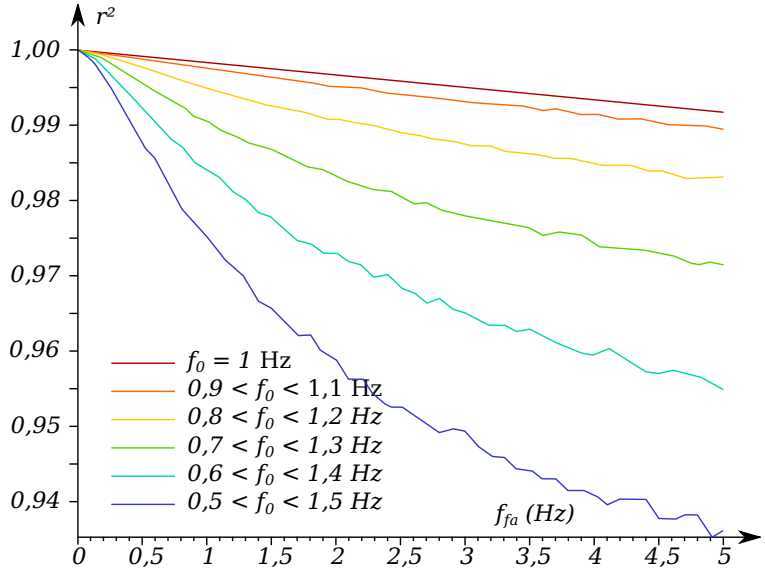


Figure 3.11 – Effet d'une fréquence de vraies détections variable

en légende, et le coefficient de corrélation est calculé sur les données obtenues. Bien que la fréquence de détection moyenne soit constante, le coefficient de corrélation se dégrade lorsque l'intervalle de fréquences de détections est élargi.

La figure 3.12 montre ce qui se passe lorsque la fréquence de détection moyenne est augmentée, tout en gardant la même fréquence de détection minimale. Dans ce cas, le coefficient de corrélation se dégrade, atteint un minimum puis augmente de nouveau. La fréquence de détection minimale n'est donc pas une donnée suffisante pour prédire le coefficient de corrélation. Dans la réalité, les premiers essais en extérieur ont montré que la fréquence de détection expérimentale varie entre 0,2 et 20 Hz. Ce cas assez défavorable est tracé en noir sur la figure 3.12.

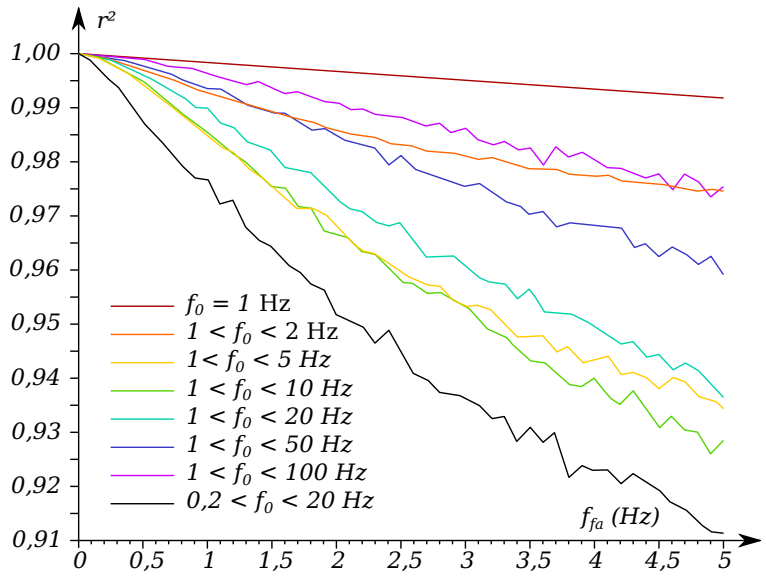


Figure 3.12 – Effet d'une fréquence de vraies détections variable

Pour mieux comprendre ce qui se passe dans le cas d'une fréquence de détection variable, traçons la droite de corrélation dans le cas où celle-ci est comprise entre 0,2 et 20 Hz, pour une fréquence de fausses détections de 2 Hz (Figure 3.13). Sur cette figure, les fréquences de détections sont séparées en trois classes : les fréquences inférieures à 1 Hz, les fréquences entre 1 et 5 Hz, et celles supérieures à 5 Hz.

Il y a une ségrégation évidente des points selon la fréquence de mesure réalisée. Ceci s'explique par le fait que la fréquence de fausses détections est constante, et « tire » la valeur moyenne sur dix minutes

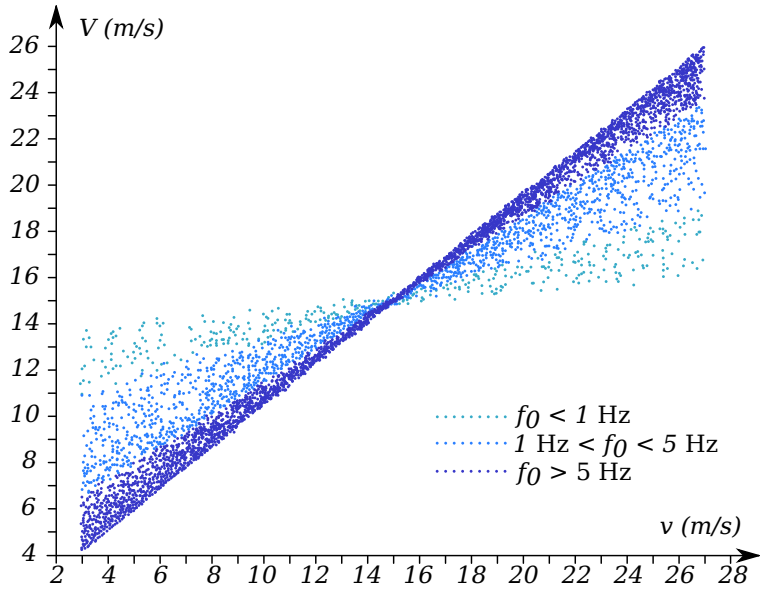


Figure 3.13 – Courbe de corrélation pour une fréquence f_0 variable.

vers le centre de l'intervalle de mesure. Il paraît donc logique qu'un faible nombre de mesures par rapport au nombre de fausses détections donne une courbe de corrélation aplatie par rapport au cas où un grand nombre de vraies mesures sont présentes — ce comportement est aussi mis en évidence par la figure 3.9. La dispersion de la fréquence de mesure entraîne une dispersion de la courbe de corrélation, en forme d'hélice (Figure 3.13). Cette dispersion semble déterministe, nous allons montrer qu'il est possible de la corriger.

Étude analytique

Afin de corriger la déviation de la vitesse mesurée en fonction de la fréquence de vraies détections, posons comme hypothèse que la somme des mesures v sur le temps d'observation τ_0 est égal au nombre de mesures multiplié par la moyenne de la vitesse sur le temps d'observation $< v >$:

$$\sum v = \tau_0 f_0 < v > \tag{3.38}$$

Nous utiliserons la même hypothèse pour les fausses détections, qui se réalisent par des vitesses v_{fa} :

$$\sum v_{fa} = \tau_0 f_{fa} \tilde{v} \tag{3.39}$$

Où $\tilde{v}$ est l'espérance de v_{fa} ; comme les fausses détections sont équiréparties dans le spectre, $\tilde{v} = (v_m + v_M)/2$. La vitesse V mesurée est alors :

$$\begin{aligned} V &= \frac{\sum v + \sum v_{fa}}{\tau_0(f_0 + f_{fa})} \\ &= \frac{< v >}{1 + f_{fa}/f_0} + \frac{\tilde{v}}{1 + f_0/f_{fa}} \end{aligned} \tag{3.40}$$

Afin d'obtenir la vitesse moyenne donnée par les vraies détections $< v >$, qui est la valeur qui nous intéresse, il faut corriger la mesure V obtenue :

$$< v > = \left(V - \frac{\tilde{v}}{1 + f_0/f_{fa}} \right) \left(1 + \frac{f_{fa}}{f_0} \right) \tag{3.41}$$

La valeur de f_0 peut se déduire au moment de la mesure par rapport au nombre de mesures n observées durant le temps τ. Ceci suppose un grand nombre de fausses détections afin que l'écart-type sur le nombre de fausses détections soit relativement faible :

$$n = \tau_0(f_0 + f_{fa}) \iff f_0 = \frac{n}{\tau_0} - f_{fa} \tag{3.42}$$

Posons maintenant le facteur correctif $\gamma = \tau_0 f_{fa}/n$, représentant la proportion de fausses détections dans l'ensemble des données. La correction à appliquer sur la vitesse mesurée peut alors s'écrire simplement :

$$< v > = \frac{V - \gamma\tilde{v}}{1 - \gamma} \tag{3.43}$$

Cette équation permet donc de corriger la vitesse mesurée en fonction de la fréquence de détection, en supposant que le nombre de fausses détections durant le temps d'observation est connu et constant.

Application de la correction

En utilisant le même échantillon de mesure que pour la figure 3.13 et en y appliquant (3.43), la figure 3.14 est obtenue. Cette nouvelle courbe de corrélation est beaucoup plus proche d'une droite passant par l'origine, le coefficient de corrélation r^2 est passé de 0,96 à 0,9993. Cette correction permet donc de « redresser » la courbe de corrélation, elle ne corrige par contre pas la dispersion des mesures qui se produit surtout pour de faibles fréquences de détections.

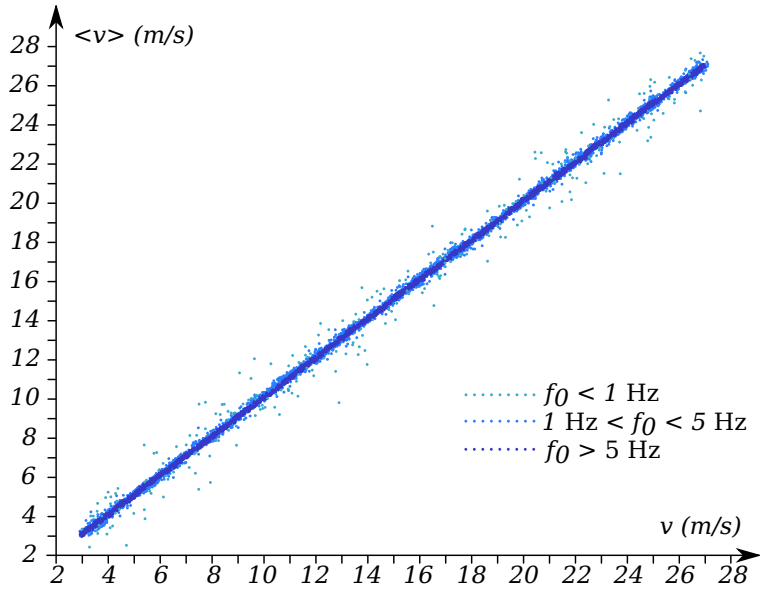


Figure 3.14 – Effet de la correction (comparer à la figure 3.13).

Les mêmes simulations que pour les figures 3.11 et 3.12 ont été répétées avec correction, et donnent les figures 3.15 et 3.16. Les courbes de corrélation ayant la même fréquence de mesure moyenne sont beaucoup plus regroupes que précédemment (comparer figures 3.11 et 3.15), mais une dégradation avec l'agrandissement de l'intervalle de mesure est toujours présente. Dans le cas où la borne inférieure de cet intervalle est constante (figures 3.12 et 3.16), plus la borne supérieure est grande, plus le coefficient de corrélation est élevé. Noter la très forte amélioration pour l'intervalle réaliste où la fréquence de détection est comprise entre 0,2 et 20 Hz (courbe noire). Noter enfin que pour une fréquence de détection constante ($f_0 = 1$ Hz), la correction n'a pas d'effet.

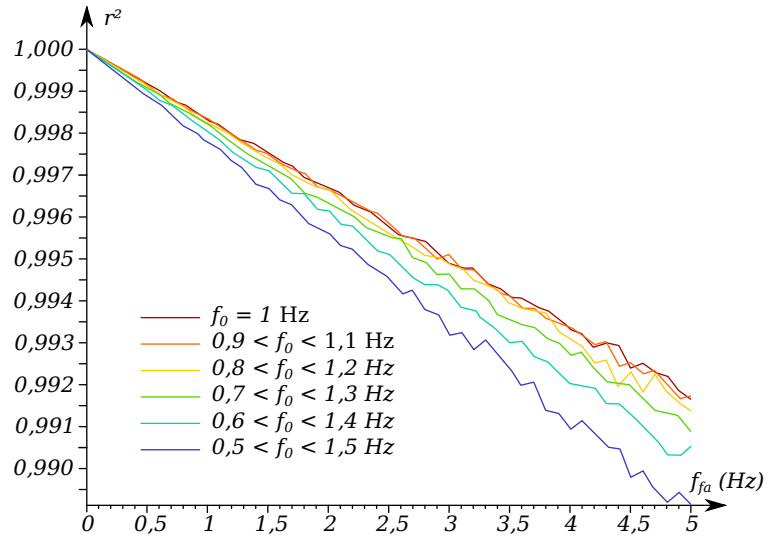


Figure 3.15 – Effet de la correction (comparer à la figure 3.11).

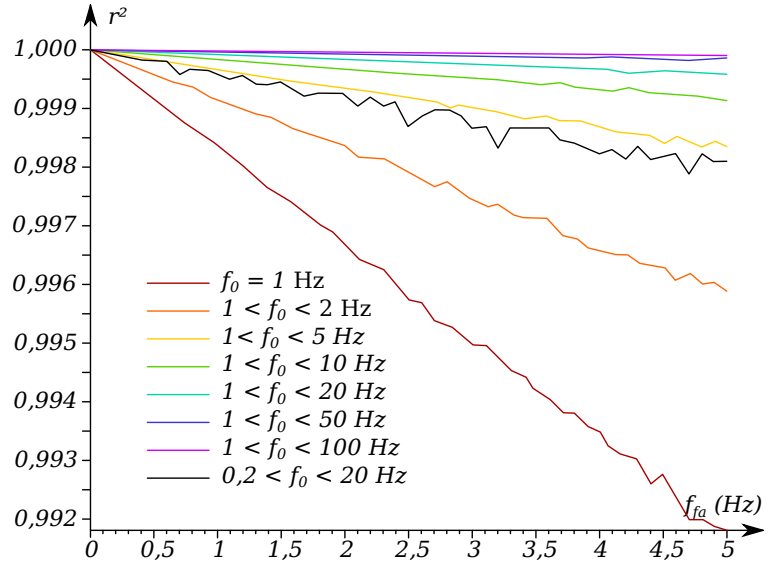


Figure 3.16 – Effet de la correction (comparer à la figure 3.12).

Variation de la fréquence de fausses détections

L'effet de la correction par rapport a la fréquence de mesure a pour l'instant été simulé en supposant que la fréquence de fausses détections était strictement constante. En réalité, la valeur de la fréquence de mesure est une variable aléatoire dont l'espérance est f_{fa}. Pour chaque série de dix minutes de mesures, sa valeur réelle va varier autour de cette espérance. Le nombre de fausses détections durant un temps d'observation τ_0 peut donc être décrit comme une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre $\tau_0 f_{fa}$. Le nombre de fausses détections pendant la durée d'observation sera maintenant tiré aléatoirement selon cette loi (figures 3.17 et suivantes). Sans correction, les courbes sont très semblables à celles obtenues avec une fréquence de fausses détections constante (figures 3.11 et 3.12), les coefficients de corrélation semblant très légèrement plus faibles avec la distribution poissonnienne.

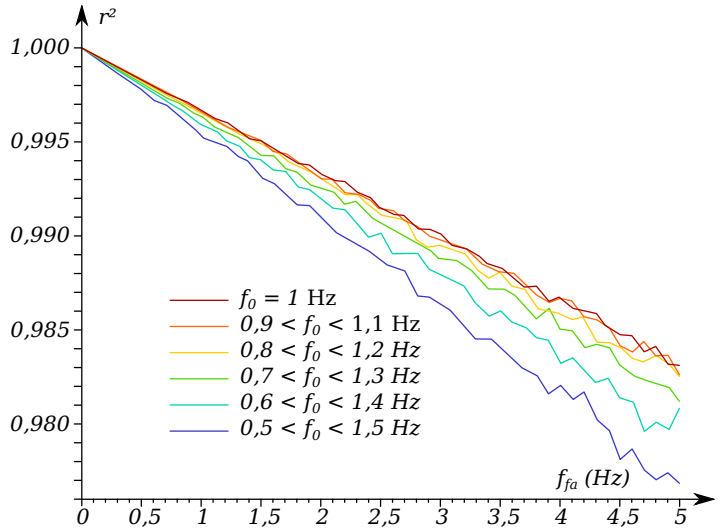


Figure 3.17 – Tirage aléatoire de la fréquence de fausses détections, avec correction (comparer à la figure 3.15).

L'application de la correction nécessite cependant d'aller un peu plus loin pour fonctionner correctement. En effet, considérons le cas où la fréquence de vraies détections est faible, et où la fréquence de fausses détections moyenne est forte. Dans ce cas, si la fréquence de fausse détections réalisée est inférieure à son espérance, il est possible que le nombre total de détections n devienne très proche voire même inférieur à τf_{fa}. Le facteur γ est alors proche de ou supérieur à 1, et le résultat de

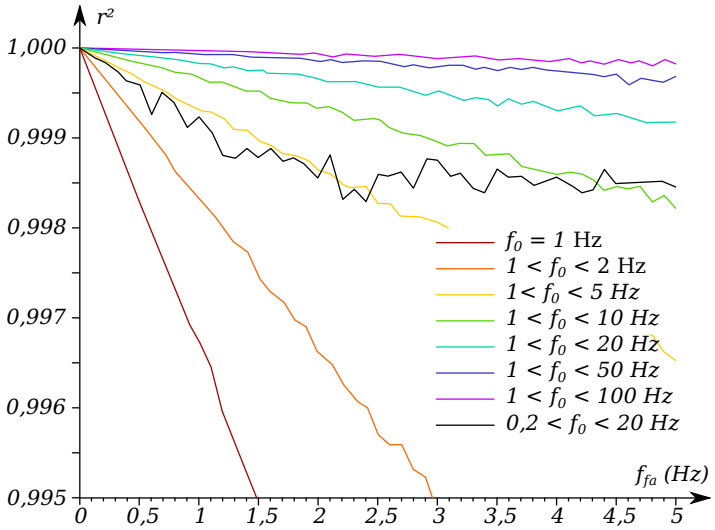


Figure 3.18 – Tirage aléatoire de la fréquence de fausses détections, avec correction (comparer à la figure 3.16).

la correction — en $1/(1-\gamma)$ — donne une vitesse excessivement grande ou négative. Cela dégrade très fortement le coefficient de corrélation, car celui-ci est très sensible aux valeurs aberrantes. Afin d'éviter ce phénomène, lorsque le facteur γ est supérieur à 0,9 la mesure sera considérée comme incorrigible et sera ignorée (la valeur seuil de 0,9 a été fixée arbitrairement). L'efficacité de ce filtrage est mise en avant par la figure 3.19, qui est tracée pour une fréquence de détection comprise entre 0,2 et 20 Hz : au-delà d'une fréquence de fausses détections seuil de $1,5$ Hz, les valeurs aberrantes font « décrocher » le coefficient de corrélation. Elles sont efficacement filtrées en fonction du coefficient de correction γ, et le pourcentage de données perdues dans ce cas est inférieur à 2 % (Figure 3.20).

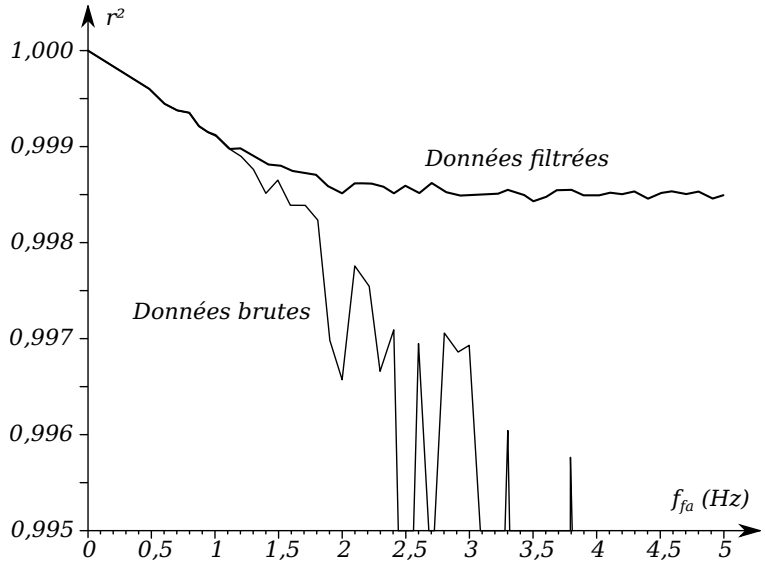


Figure 3.19 – Filtrage des données par rapport au facteur de correction γ.

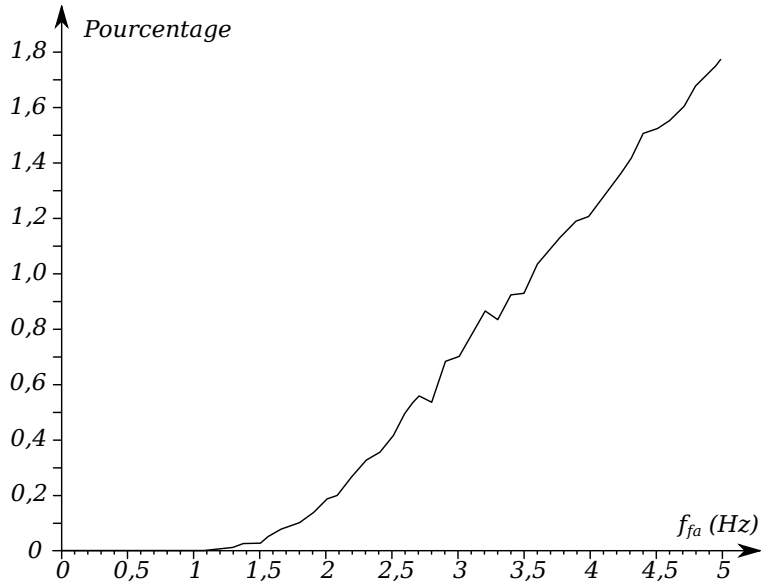


Figure 3.20 – Pourcentage de données incorrigibles pour la même série de données que la figure 3.19.

Faibles fréquences de fausses détections

On pourrait légitimement penser que la correction par le coefficient γ dégrade la valeur du coefficient de corrélation pour les basses fréquences de fausses détections. En effet, l'utilisation de ce coefficient s'appuie sur l'hypothèse que le nombre de fausses détections pendant le temps d'observation est suffisamment grand pour que la réalisation de la fréquence de fausses détections soit proche de sa valeur moyenne. La figure 3.21 montre que ce n'est pas le cas. En effet, pour de faibles fréquences de fausses détections, le coefficient γ devient quasi-nul : la correction est inexistante et l'erreur apportée par les fausses détections est noyée par les vraies détections en nombre beaucoup plus important.

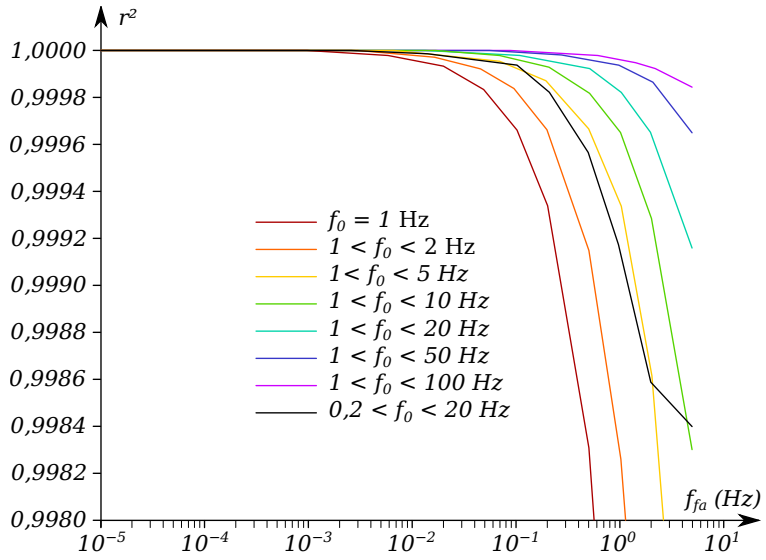


Figure 3.21 – Coefficient de corrélation pour de faibles fréquences de fausses détections.

3.5.3 Corrélation sur deux voies

Nous voulons maintenant connaître le coefficient de corrélation pour une mesure de vitesse sur deux voies orthogonale. Pour chaque point de la courbe de corrélation (correspondant à dix minutes de mesure), l'angle du vent est tiré au hasard entre $-\pi/8$ et $\pi/8$ (cet angle est référencé par rapport à la bissectrice des deux voies). Comme la fréquence de mesure est principalement déterminée par la granulométrie de l'atmosphère, elle est supposée égale sur les deux voies. La fréquence de

fausses détections est tirée au hasard sur chacune des voies selon la loi de Poisson : les deux voies n'ont pas nécessairement la même fréquence de fausse détection. Chacune des voies est corrigée indépendamment, et la vitesse mesurée est calculée comme $< v >= \sqrt{< v_1 >^2 + < v_2 >^2}$, avec $< v_1 >$ et $< v_2 >$ les vitesses corrigées de chacune des deux voies. Le coefficient de corrélation obtenu est tracé sur les figures 3.22 et 3.23 sans correction, et sur les figures 3.24 et3.25 avec correction.

Dans le cas où le coefficient γ d'au moins une des deux voies est supérieur à 0,9, la mesure est considérée comme incorrigible. Le taux de pertes de données pour une fréquence de détection comprise entre 0,2 et 20 Hz est alors légèrement supérieur sur deux voies que sur une unique voie (Figure 3.26).

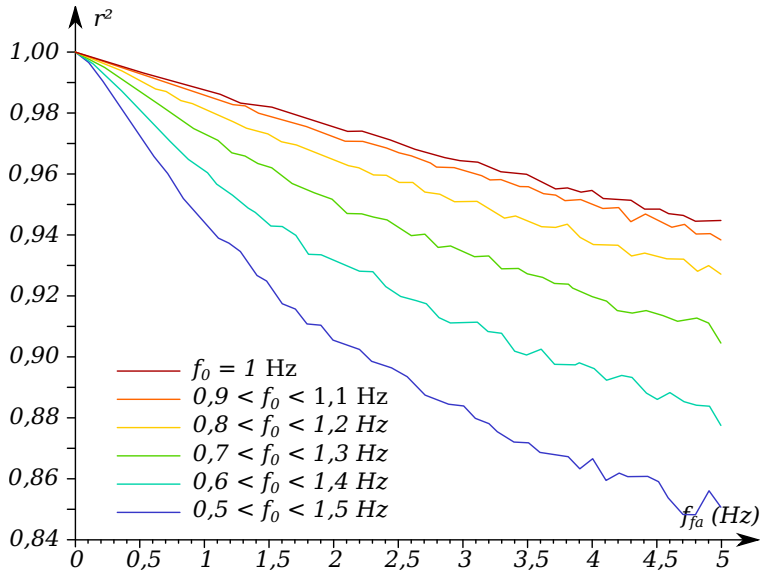


Figure 3.22 – Coefficient de corrélation sur deux voies, sans correction.

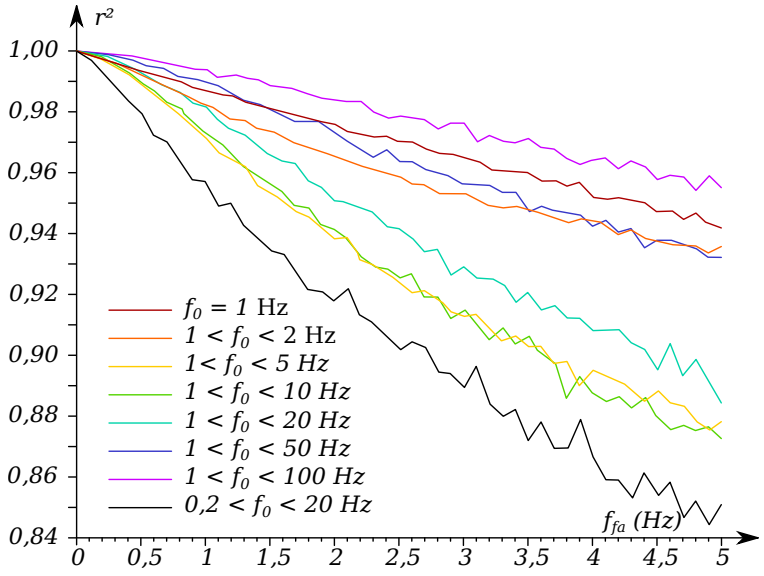


Figure 3.23 – Coefficient de corrélation sur deux voies, sans correction.

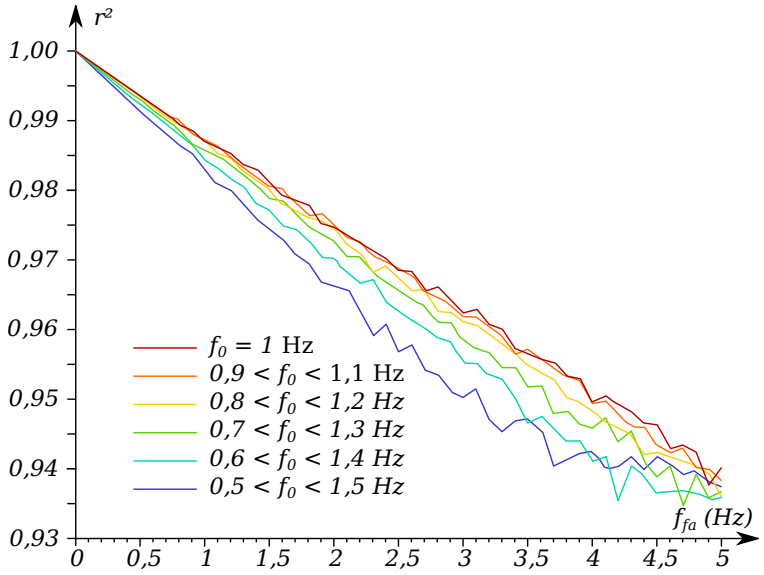


Figure 3.24 – Coefficient de corrélation sur deux voies, avec correction.

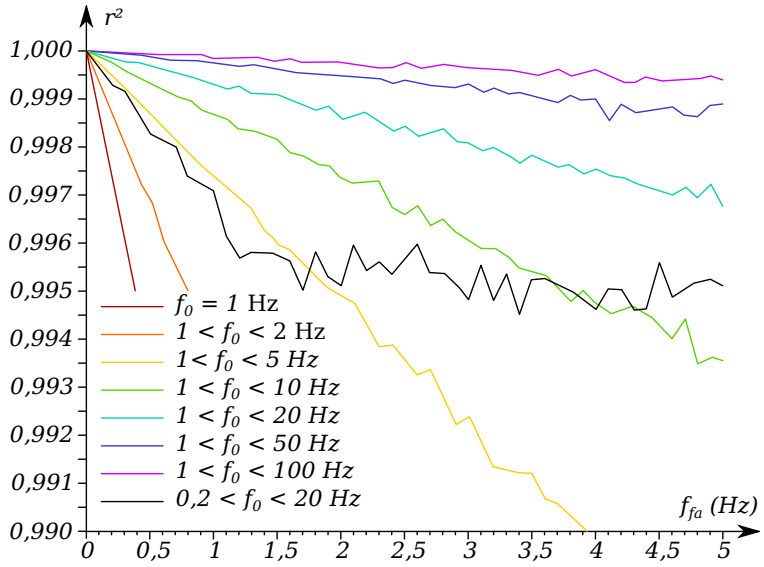


Figure 3.25 – Coefficient de corrélation sur deux voies, avec correction.

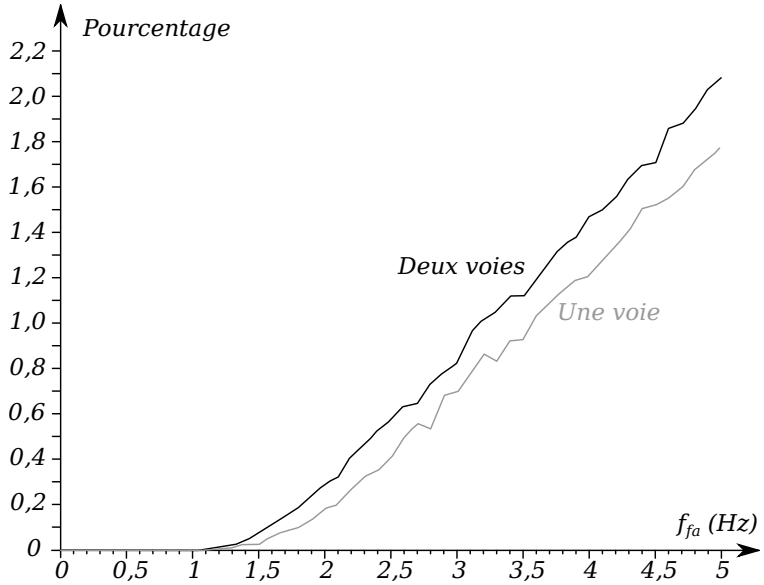


Figure 3.26 – Pourcentage de données incorrigibles sur deux voies (la courbe grise correspond à la figure 3.20).

3.5.4 Conclusion

Nous avons montré que la dispersion de la fréquence de mesure dégrade le coefficient de corrélation pour des fréquences de fausses détections élevées. Cependant, il est possible de corriger la moyenne de la vitesse sur dix minutes en fonction du nombre total de détection observées pendant cette période. Le coefficient de corrélation r^2 ainsi obtenu est supérieur à 0,994 pour deux voies de mesures, une fréquence de fausses détections moyenne de 5 Hz et une fréquence de vraies détections comprise entre 0.2 et 20 Hz, contre 0,84 sans correction.

Il paraîtrait logique de rechercher un taux de fausses détections très faible, de l'ordre de 0,01 Hz par exemple, afin de ne pas avoir de fausses détections sur dix minutes. Cependant, comme le comportement statistique des fausses détections est connue, il est possible d'avoir une fréquence de fausses détections élevée (de l'ordre du Hz) tout en maintenant un bon coefficient de corrélation sur les données moyennées sur dix minutes. Cette correction permet d'abaisser le seuil de mesure et d'augmenter le taux de vraies détections, ce qui aura pour effet d'améliorer le coefficient de corrélation et la disponibilité de la mesure. Afin de trouver l'optimum de seuillage, il faudrait étalonner le système par rapport à la taille des particules passant dans le faisceau, en recherchant la hauteur du pic donné par une particule de rayon donné passant dans le faisceau. Muni de cette information et de la distribution typique des tailles de particules dans l'atmosphère, il serait possible de tracer la fréquence de vraie détections en fonction du seuil, et donc de simuler le comportement du système en fonction du seuil choisi, aussi bien vis-à-vis des vraies détections que des fausses détection.

3.6 Traitement multi-DFT

3.6.1 Moyenne/maximum

Le développement des algorithmes de traitement se heurte à un problème de débit : il est difficile de transmettre l'ensemble des spectres mesurés à un ordinateur (cela nécessiterait un lien à 8 Gbit/s pour des nombres codés sur 32 bits). C'est pour cette raison qu'un premier algorithme de traitement a été développé pour pouvoir évaluer la qualité du signal acquis par la carte numérique — notamment la présence ou

non de perturbations électromagnétiques — ainsi que pour observer le passage des aérosols dans le spectre.

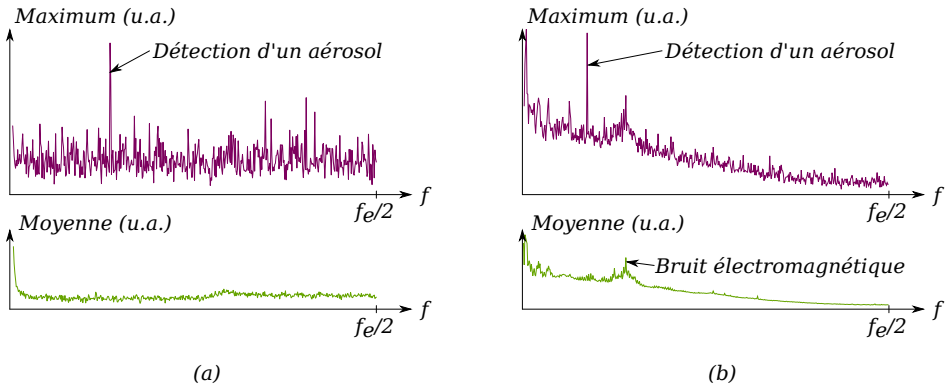


Figure 3.27 – Détection du passage d'un aérosol en comparant le spectre des moyennes avec le spectre des maxima des points de 32764 DFT, sur des trames de données temporelles acquises à l'oscilloscope. (a) Environnement électromagnétique sain. (b) Environnement électromagnétique agressif.

L'idée de ce traitement est la suivante : pour chaque point de la DFT, nous enregistrons la moyenne et le maximum de sa valeur sur un nombre de DFT correspondant à une fenêtre d'environ une seconde. Pour une fréquence d'échantillonnage de $200\,\mathrm{MHz}$ et $N_{\mathrm{DFT}} = 1024$, cela correspond à $195\,312$ transformées de Fourier. Le spectre des maxima et celui des moyennes sont alors observés sur un même graphique. Comme le passage d'une particule détectable dans le faisceau est un évènement relativement rare, il ne sera pas observable sur le spectre des moyennes ; par contre, cet évènement induira un pic sur le spectre des maxima. À contrario, une fréquence constamment présente dans le spectre sera observée à la fois sur le spectre des maxima et le spectre des moyennes. Un tel phénomène peut s'observer par exemple dans la bande FM (de $87,5\,\mathrm{MHz}$ à $108\,\mathrm{MHz}$) dans le cas où l'amplificateur analogique n'est pas suffisamment isolé des perturbations extérieures.

Ce traitement permet donc de distinguer les évènements discrets sur le spectre des événements continus : il est alors possible de discriminer les raies dues à des perturbations présentes en continu des raies dues au passage d'aérosols dans le faisceau de mesure (Figure 3.27).

3.6.2 Traitement différentiel

Le traitement différentiel développé est une manière automatisée et auto-calibrée de comparer le spectre des moyennes avec le spectre des maxima. En supposant que les caractéristiques statistiques du rapport entre la moyenne et le maximum ne dépendent pas de la fréquence considérée, il est avantageux d'effectuer un traitement par seuillage simple sur le spectre calculé par :

$$S_{\text{diff}} = \left| \frac{S_{\max}([t, t+\Delta t])}{S_{\text{moy}}([t, t+\Delta t])} - \frac{S_{\max}([t-\Delta t, t])}{S_{\text{moy}}([t-\Delta t, t])} \right| \tag{3.44}$$

Où $S_{\max}([t, t+\Delta t])$ et $S_{\text{moy}}([t, t+\Delta t])$ désignent respectivement le spectre des maxima et le spectre des moyennes calculés par rapport aux DFT du signal acquis entre t et $t+\Delta t$. De la même façon, $S_{\max}([t-\Delta t, t])$ et $S_{\text{moy}}([t-\Delta t, t])$ désignent respectivement le spectre des maxima et le spectre des moyennes calculés par rapport aux DFT du signal acquis entre $t-\Delta t$ et t.

Δt est le temps pendant lequel il est choisi de moyenner et de calculer les maxima des spectres. Il doit être choisi suffisamment grand pour que le spectre des moyennes et des maxima soient lisses : expérimentalement, les spectres ont une allure satisfaisante pour $\Delta t > 0,1\ \text{s}$. Ce traitement est auto-calibré : le plancher de bruit du spectre différentiel est plat (Figure 3.28). Cette caractéristique permet alors de détecter le passage d'un aérosol dans le faisceau en n'effectuant qu'un seuillage simple sur le spectre différentiel, même si les planchers de bruit des spectres des maxima et des moyennes sont perturbés (par des bruits électromagnétiques ou par le gain de l'amplificateur qui n'est pas le même sur toute la bande considérée).

3.6.3 Moyenne sur 1,2, . . . P DFT

Dans le cas de particules se déplaçant suffisamment lentement, le signal de self-mixing pourra être présent durant plusieurs fenêtres d'acquisition successives. Dans ce cas, il serait avantageux de moyenner plusieurs DFT successives afin de diminuer le seuil de détection. En effet, le moyennage sur P DFT successives contenant toutes la même amplitude de signal donne une valeur de signal identique à une unique DFT, alors que la variance des points ne contenant pas de bruit est diminuée d'un

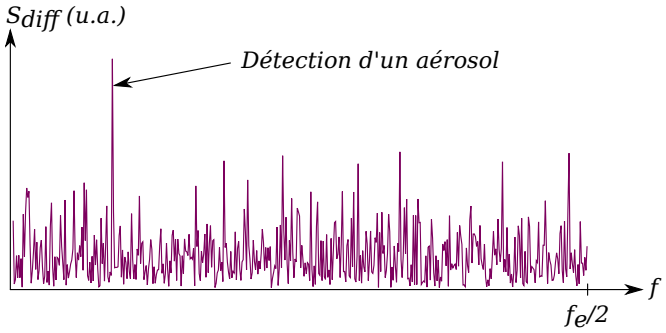


Figure 3.28 – Spectre différentiel calculé sur les données de la figure 3.27 (b) séparées en deux trames de 16382 DFT. Noter le plancher de bruit plat permettant une détection par seuillage simple quelle que soit la fréquence considérée

facteur P :

$$\sigma^2_{<\ X_k\ ^2>} = \frac{\sigma^2{}_{X_k\ ^2}}{P} \tag{3.45}$$

Le rapport signal-sur-bruit minimal pour assurer une détection (donné par la condition (3.25)) est alors :

$$\mathrm{SNR} > \frac{3\pi^2}{N_{\mathrm{DFT}}\sqrt{P}} \tag{3.46}$$

Par contre, dans le cas où le signal ne serait présent que sur une seule DFT, il vient :

$$\mathrm{SNR} > \frac{3\pi^2\sqrt{P}}{N_{\mathrm{DFT}}} \tag{3.47}$$

Dans ce second cas, le moyennage est désavantageux. Le meilleur rapport signal-sur-bruit fréquentiel se trouvera alors pour un nombre de moyennage adapté au temps de présence du signal (Figure 3.29) : pour chaque temps d'interaction de la particule avec le faisceau, il existe un nombre de moyennages idéal permettant d'optimiser la détection sur le spectre. Comme le temps d'interaction des particules avec le faisceau n'est à priori pas connu, cela implique de faire plusieurs chaînes de traitement effectuant les moyennages sur une, deux, ... jusqu'à P DFT, avec P dimensionné pour correspondre au temps d'interaction maximal d'une particule avec le faisceau, compte tenu de la vitesse de démarrage souhaitée et de la géométrie du volume de mesure.

Ce comportement a été vérifié par la simulation, dont un résultat est présenté en figure 3.29. Pour tracer cette figure, un signal sinusoï-

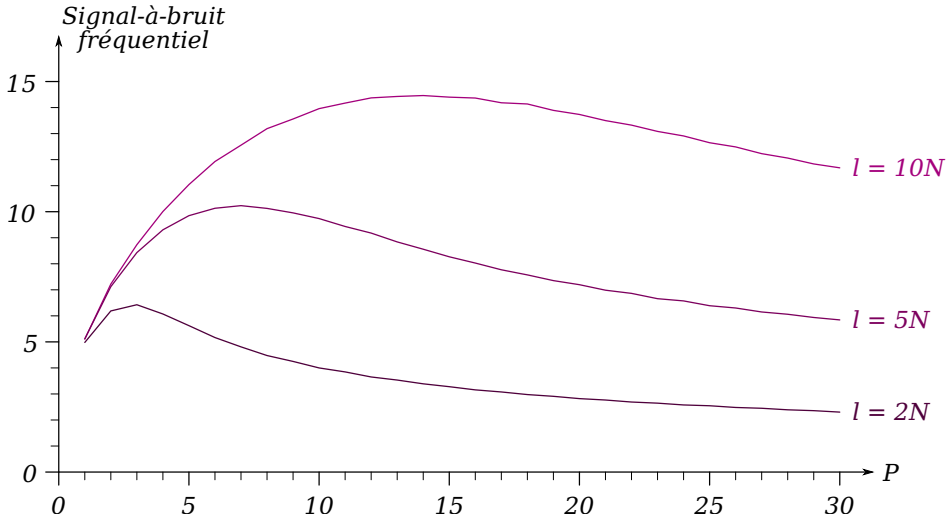


Figure 3.29 – Espérance du rapport signal-sur-bruit fréquentiel en fonction de l (largeur à $1/e$ de la gaussienne modulant le signal) et P (nombre de DFT moyennées).

dal superposé à une gaussienne a été généré, avec plusieurs largeurs l différentes selon l'équation (3.27). Un bruit blanc gaussien a été ajouté à ce signal pour obtenir un rapport signal-sur-bruit temporel égal à $0,01$ (3.24). Le signal ainsi obtenu est tronqué sur une fenêtre centrée sur la gaussienne et de largeur $M \cdot N_{\mathrm{DFT}}$. Les P transformées de Fourier discrètes successives contenus dans cette fenêtre sont alors moyennées et le rapport signal à bruit fréquentiel $||Y_f||^2/\sigma_{X_k}{}^2$ (3.25) en est déduit. Cette valeur a une variance non nulle (en effet, elle est liée mathématiquement au bruit en entrée), le processus décrit ici est répété 100 fois pour obtenir l'espérance du rapport signal-sur-bruit fréquentiel en fonction du temps d'interaction entre le faisceau et la particule l et le nombre de transformées de Fourier moyennées P.

3.7 Placement des voies de mesure

Dans le cas d'une unique voie de mesure, il est impossible de connaître la vitesse du vent sans en connaître la direction. En effet, la vitesse mesurée est la projection orthogonale du vecteur vent sur l'axe optique du laser utilisée. Afin de connaître la vitesse du vent dans le plan horizontal, il est nécessaire d'utiliser plusieurs voies de mesure.

L'objet de cette partie est de développer cette problématique et d'y apporter une solution. Seront étudiées les différents arrangements de faisceaux possibles pour la mesure de la composante horizontale du vecteur vent, avec une discussion sur le nombre minimal de faisceaux nécessaires pour obtenir une mesure fiable. La précision de cette mesure sera ensuite étudiée en fonction des erreurs de positionnement mécanique des faisceaux, et des erreurs apportées par le traitement.

3.7.1 Dé nitions et postulats

Nous définirons le vecteur vent $\vec{v}$ comme le vecteur dirigé dans la direction du vent et dont le module $v > 0$ égale la vitesse du vent. L'hypothèse sur laquelle repose le système de mesure est que les particules portées par le vent possèdent un vecteur vitesse strictement égal au vecteur vent $\vec{v}$. Nous définirons une voie de mesure comme la réunion d'une diode laser, de son optique focalisante, d'un système d'amplification et d'un système de traitement du signal.

Une voie est définie par le vecteur unitaire $\vec{u_n}$ colinéaire à son axe optique et dirigé de la diode laser vers le volume de mesure. Ce volume de mesure est la zone de l'espace dans laquelle la présence d'une particule permet une réinjection suffisante dans la diode laser pour la mesure de la vitesse du vent par cette voie. Nous supposerons que l'extension longitudinale — c'est-à-dire dans la direction de $\vec{u_n}$ — du volume de mesure est grande devant son extension transversale — perpendiculairement à $\vec{u_n}$. L'extension longitudinale du volume de mesure a été mesurée à $7\ \mathrm{mm}$ sur des aérosols polydispersées (cf. chapitre 3), l'extension transverse du faisceau étant de l'ordre de dix micromètres.

3.7.2 Cas canonique : voie de mesure unique

Nous avons vu que dans le cas où le système de mesure est composé d'une unique voie, cette voie donne le résultat de mesure :

$$v_0 = |\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \tag{3.48}$$

Précision

Le système de traitement introduit une erreur sur cette mesure. Nous considérerons que le système de traitement effectue une transformée de Fourier discrète de longueur N_{DFT} sur le signal temporel échantillonné à la fréquence f_e. Dans ce cas, l'erreur maximale effectuée sur la fréquence du signal échantillonné est donc égale à $\delta f_0 = f_e/2N_{\mathrm{DFT}}$. Cette erreur sur la fréquence se traduit directement par une erreur sur la vitesse mesurée :

$$\delta v_{0,\mathrm{traitement}} = \frac{\lambda f_e}{4N_{\mathrm{DFT}}} \tag{3.49}$$

Outre cette erreur inhérente au traitement, il est possible que l'axe optique soit désaligné par rapport à la direction désirée. Le vecteur directeur de la voie est alors $\vec{u_0} = \vec{u_0} + \delta\vec{u_0}$, avec $||\vec{u_0}|| = 1$. En particulier, si la diode laser est désalignée d'un petit angle $\delta\theta$ par rapport à son orientation idéale, alors $||\delta\vec{u_0}|| \approx \delta\theta$. La vitesse effectivement mesurée est :

$$\begin{aligned} v_0 &= |\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \\ &= |v_0 + \delta\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \\ &= v_0 \pm |\delta\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \end{aligned} \tag{3.50}$$

L'erreur effectuée à cause de ce désalignement est donc :

$$\delta v_{0,\mathrm{alignement}} = |\delta\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \leqslant v \cdot \delta\theta \tag{3.51}$$

D'où l'erreur totale sur la mesure de vitesse pour une unique voie :

$$\delta v_0 = \frac{\lambda f_e}{4N_{\mathrm{DFT}}} + |\delta\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \leqslant \frac{\lambda f_e}{4N_{\mathrm{DFT}}} + v \cdot \delta\theta \tag{3.52}$$

Fréquence de détection

Posons comme hypothèse que le nombre de particules détectées par unité de temps F_0 est proportionnel au volume d'air sondé par unité de temps $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$. La valeur de $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ est le produit de la vitesse du vent par la projection du volume de mesure sur un plan orthogonal au vecteur vent. En d'autre termes, $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ est proportionnel à la vitesse du vent et à la section du volume de mesure « vue » par le vent σ_{wind}. Nous avons considéré que les dimensions du volume de mesure sont données par le waist et la distance de Rayleigh du faisceau (respectivement 34 μm et 4,6 mm). Pour un vent venant dans la direction de l'axe optique, alors σ_{wind} est de l'ordre de w_0^2, avec w_0 le waist du faisceau. Pour un vent provenant d'une direction orthogonale à l'axe optique, alors σ_{wind} est de l'ordre de $w_0 z_R$, avec z_R la distance de Rayleigh. La fréquence de détection F_0 est donc environ 100 fois plus grande pour un vent à 90° que pour un vent à 0° de l'axe optique. Nous approximerons donc la fréquence de détection par :

$$F_0 \approx F_{0,\max} \cdot |\sin(\vec{v}, \vec{u_0})| \tag{3.53}$$

Noter que cette approximation sinusoïdale est pessimiste : la fréquence de détection réelle est légèrement supérieure, grâce à l'extension transversale non nulle du volume de mesure. La fréquence de détection est donc maximale pour un vent perpendiculaire à l'axe de la voie de mesure, et minimale pour un vent parallèle (Figure 3.30).

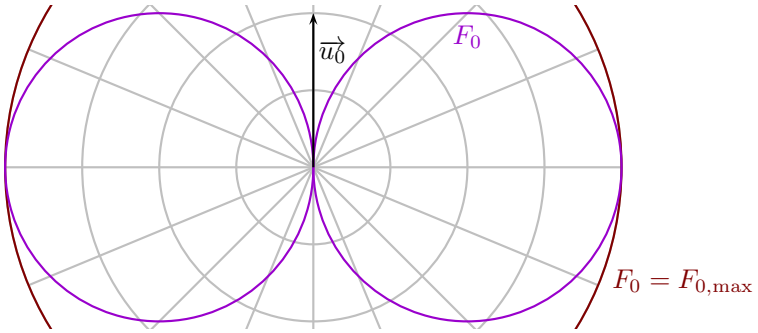


Figure 3.30 – Fréquence de détection en fonction de l'angle du vent par rapport à une voie de mesure.

Zones aveugles

Le système doit être capable de fournir une donnée toutes les secondes. Pour cela, une fréquence de détection par voie suffisante F_{min} doit être garantie. Comme la fréquence de détection dans l'axe du faisceau est quasiment nulle, il existe une zone aveugle autour de la direction de $\vec{u_0}$ dans laquelle le nombre de détections sera trop faible. La demi-largeur angulaire de cette zone aveugle est :

$$\theta_{B,0} = \arcsin \frac{F_{min}}{F_{0,\max}} \tag{3.54}$$

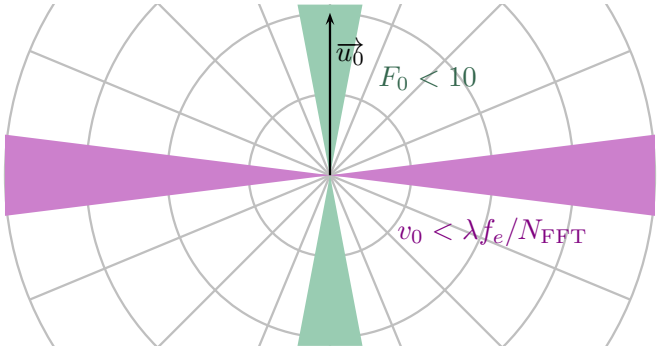


Figure 3.31 – Zones angulaires aveugles selon l'angle du vent, pour une voie unique.

Il existe aussi une zone aveugle autour du plan perpendiculaire à $\vec{u_0}$. En effet, si la vitesse mesurée se reporte sur le premier point de la DFT, alors le système de traitement ne sera pas capable de le détecter à cause des signaux continus et du bruit en $1/f$ qui se reportent aussi sur ce premier point. La demi-largeur angulaire de cette seconde zone aveugle est :

$$\theta_{B,\pi/2} = \arcsin \frac{\lambda f_e}{N_{\mathrm{DFT}} v} \tag{3.55}$$

Pour une voie unique, il existe donc deux zones aveugles dans lesquelles la mesure n'est pas possible dans de bonnes conditions. La première zone est située autour de la direction du faisceau de mesure, et la seconde autour du plan perpendiculaire au faisceau de mesure (Figure 3.31).

3.7.3 Mesure dans le plan : deux voies ?

Nous nous plaçons maintenant dans le cas où le système possède deux voies $\vec{u_0}$ et $\vec{u_1}$. Le vecteur vent se projette sur ces deux vecteurs pour donner les mesures v_0 et v_1 :

$$v_0 = |\vec{u_0} \cdot \vec{v}| \tag{3.56}$$
$$v_1 = |\vec{u_1} \cdot \vec{v}| \tag{3.57}$$

Deux voies non orthogonales

Il est important de noter que, dans le cas de deux voies non orthogonales, le couple de valeurs (v_0, v_1) ***n'est pas la décomposition de*** $\vec{v}$ ***dans la base*** $(\vec{u_0}, \vec{u_1})$. En effet, $v \neq v_0 \cdot \vec{u_0} + v_1 \cdot \vec{u_1}$. Écrivons la décomposition de $\vec{u_0}$, $\vec{u_1}$ et $\vec{v}$ dans une base orthonormée $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$:

$$\vec{u_0} = u_{0x}\vec{u_x} + u_{0y}\vec{u_y} \tag{3.58}$$
$$\vec{u_1} = u_{1x}\vec{u_x} + u_{1y}\vec{u_y} \tag{3.59}$$
$$\vec{v} = v_x\vec{u_x} + v_y\vec{u_y} \tag{3.60}$$

Nous pouvons alors expliciter les produits scalaires $\vec{v} \cdot \vec{u_1}$ et $\vec{v} \cdot \vec{u_2}$:

$$v_0 = \pm(v_x u_{0x} + v_y u_{0y}) \tag{3.61}$$
$$v_1 = \pm(v_x u_{1x} + v_y u_{1y}) \tag{3.62}$$

En fonction des signes $+$ ou $-$ de ce couple d'équations, nous obtenons quatre système d'équations d'inconnues v_x et v_y, donnant quatre vecteurs vitesse $\vec{v}$ possibles. Le calcul de la norme de ce vecteur — qui est la donnée intéressante pour le système — donne alors deux solutions différentes :

$$v_+ = \sqrt{\frac{(v_0 u_{1y} + v_1 u_{0y})^2 + (v_0 u_{1x} + v_1 u_{0x})^2}{(u_{0y} u_{1x} - u_{0x} u_{1y})^2}} \tag{3.63}$$
$$v_- = \sqrt{\frac{(v_0 u_{1y} - v_1 u_{0y})^2 + (v_0 u_{1x} - v_1 u_{0x})^2}{(u_{0y} u_{1x} - u_{0x} u_{1y})^2}} \tag{3.64}$$

La figure 3.32 exprime ce résultat de manière graphique : les résultats de mesures v_0 et v_1 définissent quatre droites sur lesquelles l'extrémité du vecteur vent peut se trouver. Les intersections de ces droites donnent les vecteurs vents possibles $\vec{v_{++}}$, $\vec{v_{+-}}$, $\vec{v_{-+}}$ et $\vec{v_{--}}$. Par construction,

$||\vec{v_{++}}|| = ||\vec{v_{--}}||$, et $||\vec{v_{+-}}|| = ||\vec{v_{-+}}||$: il y a bien deux solutions possibles pour le module du vecteur vent si seule ses projections sur $\vec{u_0}$ et $\vec{u_1}$ sont connues.

Il est donc impossible de calculer le module du vecteur vent avec deux voies non orthogonales : la levée de l'indétermination nécessite au moins une troisième voie.

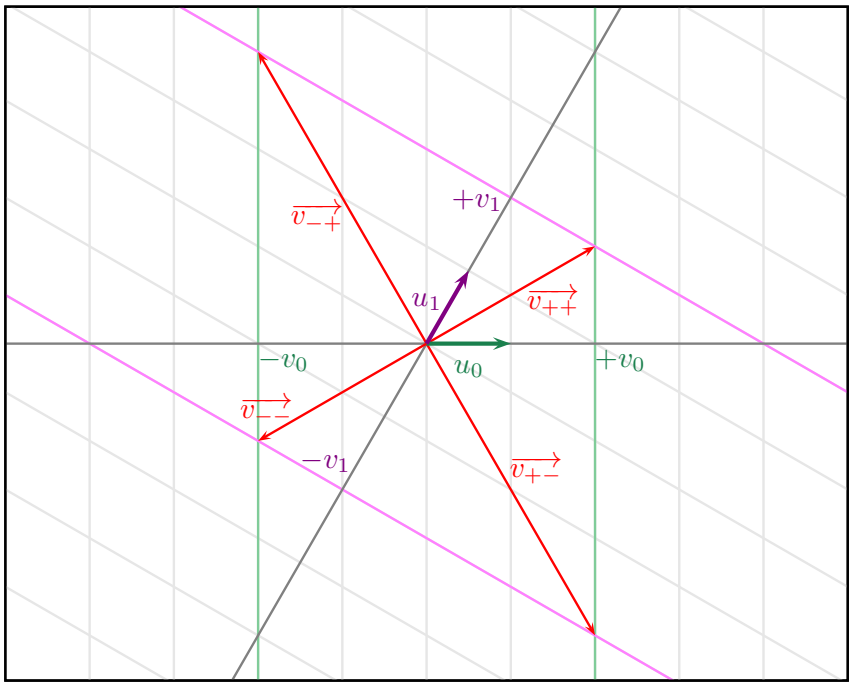


Figure 3.32 – Interprétation graphique du résultat donné par les équations (3.62) et (3.64).

Deux voies orthogonales

Dans le cas de deux voies orthogonales, il n'existe plus qu'une seule solution pour le module du vecteur vent, qui est simplement :

$$||\vec{v}|| = \sqrt{v_0^2 + v_1^2} \tag{3.65}$$

De manière graphique, $||\vec{v_{++}}|| = ||\vec{v_{+-}}|| = ||\vec{v_{-+}}|| = ||\vec{v_{--}}||$ — il y a toujours quatre solutions possibles pour le vecteur vent, mais leur module est identique (Figure 3.33). Le système de mesure connaît sans ambiguïté le module de la composante horizontale du vecteur vent.

La configuration à deux voies orthogonales permet donc d'effectuer la mesure recherchée. Étudions maintenant cette configuration pour en connaître la précision et les zones aveugles.

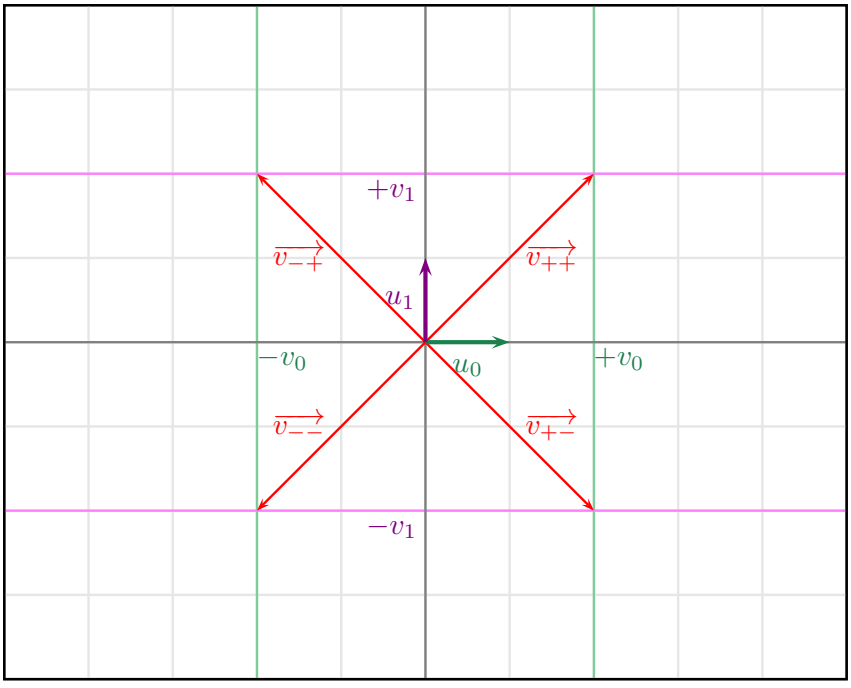


Figure 3.33 – Projection du vecteur vent sur deux voies orthogonales

Précision

À partir des différentes sources d'erreurs, une simulation de Monte-Carlo a été mise en place afin de tracer l'erreur maximale en fonction de la direction du vent. À chaque itération, cette simulation tire une erreur aléatoire en fréquence et une erreur aléatoire en alignement. Elle calcule ensuite l'écart entre la vitesse réelle et la vitesse mesurée. Le maximum des écarts après $100\,000$ tirages est donné sur la figure 3.34, pour différentes vitesses et différentes fréquences d'échantillonnage.

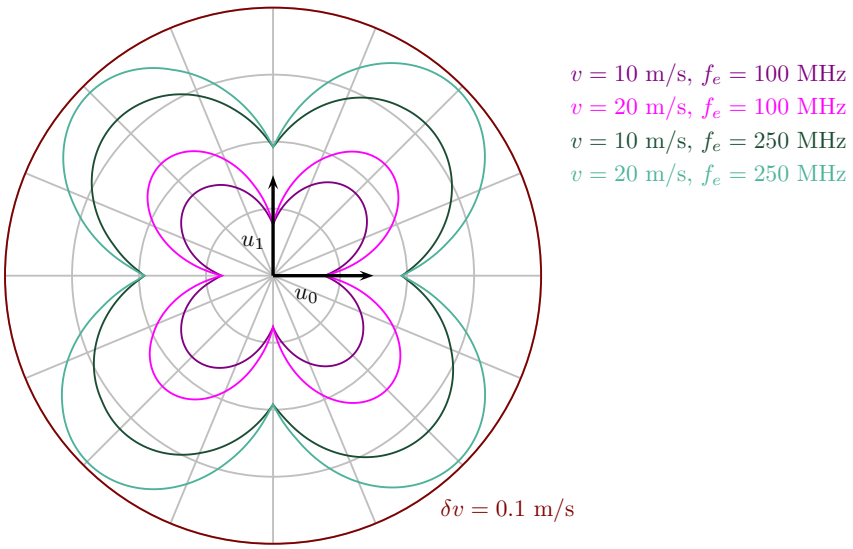


Figure 3.34 – Précision de mesure pour deux fréquences d'échantillonnage et deux vitesses du vent différentes (simulation de Monte-Carlo).

Pour une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz, il est possible de garantir une précision de $0,1$ m/s quelle que soit la vitesse du vent (la vitesse maximale mesurable à $f_e = 100$ MHz est de $v = \frac{f_e \lambda}{4} = 19,6$ m/s). Par contre, à $f_e = 250$ MHz, l'incertitude peut dépasser $0,1$ m/s pour une vitesse de vent supérieure à 20 m/s.

Une mesure sur deux faisceaux orthogonaux donne donc une précision qui dépend de la direction du vent. La précision est meilleure lorsque le vecteur vent est colinéaire à une des deux voies de mesures, elle est moins bonne lorsque le vecteur vent est à $45°$ des deux voies.

Fréquence de détection

Nous définirons simplement la fréquence de détection dans une direction donnée comme le minimum des fréquences de détection sur chacune des voies :

$$F_{01} \approx \min\left(F_{0,\max} \cdot |\sin(\vec{v}, \vec{u_0})|, F_{1,\max} \cdot |\sin(\vec{v}, \vec{u_1})|\right) \tag{3.66}$$

Dans le cas d'une base orthonormée avec $F_{0,\max} = F_{1,\max}$, cette expression se réécrit :

$$F_{01} \approx F_{0,\max} \cdot \min\left(|\sin(\vec{v}, \vec{u_0})|, |\cos(\vec{v}, \vec{u_0})|\right) \tag{3.67}$$

Les maxima de fréquence de détection se trouvent donc à $45°$ des axes optiques, et leur valeur est égale à $F_{01,\max} = F_{0,\max}/\sqrt{2}$ (Figure 3.35).

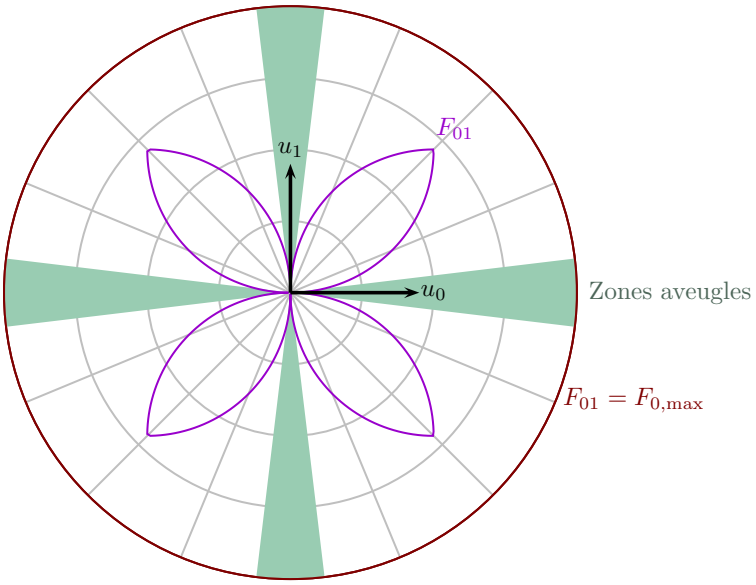


Figure 3.35 – Fréquence de détection F_{01} et zones aveugles pour deux voies orthogonales.

Zones aveugles

De la même façon que pour une voie, il existe des zones angulaires où la fréquence de détection est trop basse, ou bien où la détection de particule se reporte sur le premier point de la DFT. Dans le cas d'une base orthonormée, ces deux phénomènes engendrent des zones aveugles qui se recouvrent (Figure 3.35) ; il y a donc quatre zones aveugles de taille angulaire identiques à $90°$ les unes des autres.

3.7.4 Élimination des zones aveugles : quatre voies

Pourquoi pas trois voies ?

L'utilisation de trois voies (u_0, u_1, u_2) implique qu'au moins une des trois voies n'est pas orthogonales aux deux autres. Pour fixer les idées, posons que u_1 et u_2 ne sont pas orthogonales. Lorsque u_0 est aveugle, alors il ne reste que deux voies non orthogonales pour mesurer le vent. Comme nous l'avons montré précédemment, cette situation ne permet pas de retrouver la vitesse du vent : il est nécessaire d'avoir au moins quatre voies afin de compenser les zones aveugles.

Quatre voies non orthogonales

Pour compenser les zones aveugles, on peut imaginer un système où, lorsqu'une voie est aveugle, les trois autres sont capables de mesurer. Cela implique que la somme des angles aveugles d'une voie ne dépasse pas $90°$. Il existe une configuration plus avantageuse, présentée ci-dessous.

Deux bases orthonormées

Si deux paires de voies orthogonales (u_0, u_1) et (u_2, u_3) sont placées à $45°$ l'une de l'autre, alors la somme des angles aveugles de chaque voie peut atteindre $180°$. En effet, dans ce cas, quelle que soit la direction du vent au moins une des deux bases est capable de mesurer la vitesse.

La fréquence de détection F_{0123} de ce système (Figure 3.36) est bornée :

$$F_{0,\max} \sin \frac{\pi}{8} \leqslant F_{0123} \leqslant F_{0,\max} \sin \frac{\pi}{4} \tag{3.68}$$

$$\Rightarrow \quad 0.382\, F_{0,\max} \leqslant F_{0123} \leqslant 0.708\, F_{0,\max} \tag{3.69}$$

Comme le demi-angle aveugle maximal de cette configuration est de $22,5°$, nous pouvons calculer la vitesse de démarrage correspondante, pour laquelle la vitesse mesurée se reporte sur le second point de la DFT, qui est de $0,4$ m/s pour $f_e = 250$ MHz et $\lambda = 785$ nm :

$$v_{\min} = \frac{\lambda f_e}{N_{\mathrm{DFT}} \sin(22,5°)} \tag{3.70}$$

De la même façon, la fréquence de détection maximale sur une voie $F_{0,\max}$ possède une valeur minimale pour garantir F_{min} détections par seconde dans ce système :

$$F_{0,\max} > \frac{F_{min}}{\sin 22.5°} \tag{3.71}$$

La solution proposée ici permet de mesurer le vent dans tout le plan avec une réponse cosinusoïdale. À $f_e = 250$ MHz la précision de ce système est inférieure à $0,2$ m/s quelle que soit la vitesse du vent. La vitesse de démarrage est de $0,4$ m/s (Figure 3.37).

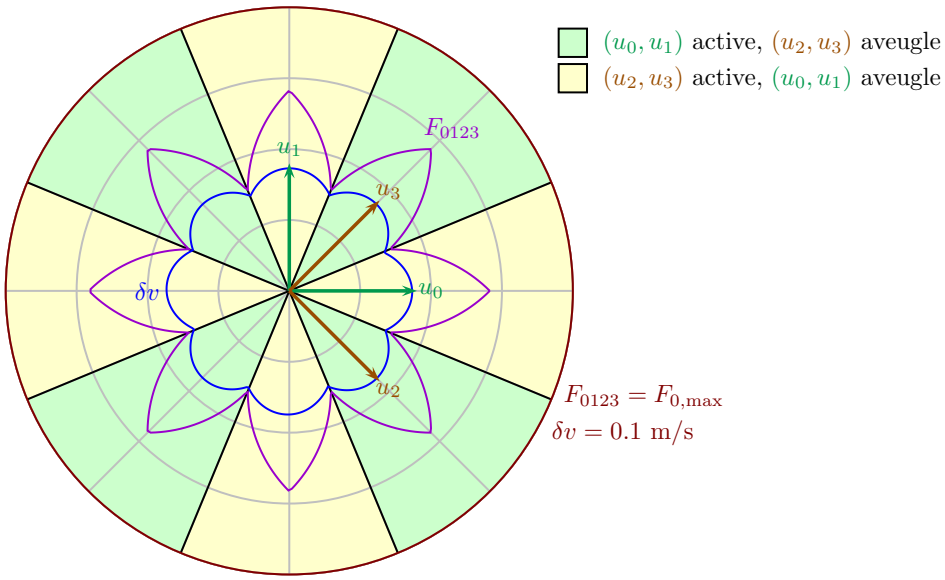


Figure 3.36 – Fréquence de détection et zones aveugles pour la configuration à quatre voies proposées

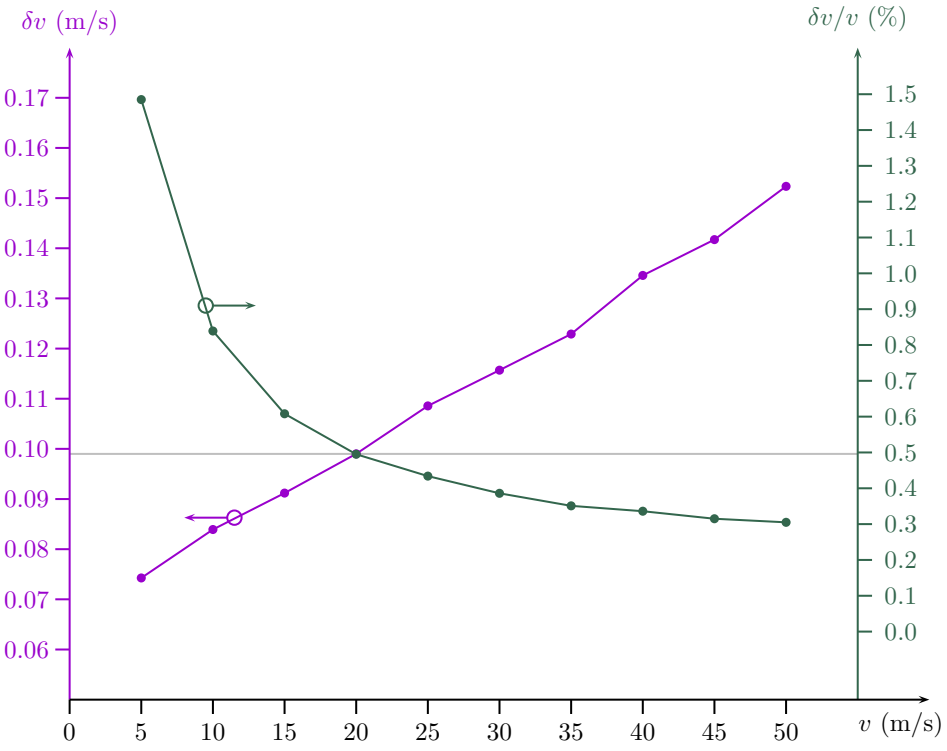


Figure 3.37 – Précision absolue et relative du système proposé, pour une fréquence d'échantillonnage de 250 MHz et un laser à 785 nm.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les différents systèmes de traitement du signal développés durant cette thèse pour assurer la détection du passage de particules induisant un signal de self-mixing. La valeur à mesurer pour connaître la vitesse du vent étant la fréquence du signal de self-mixing, les algorithmes développés reposent sur une analyse fréquentielle du signal. L'utilisation d'une analyse fréquentielle plutôt que temporelle permet aussi de diminuer significativement le rapport signal-sur-bruit minimal nécessaire à une détection.

L'application d'une DFT avec seuillage à un signal réel contenant du bruit induit nécessairement des fausses détections. Nous avons montré que la fréquence de fausses détections est prévisible en fonction du seuil choisi ; et que la valeur du seuil à utiliser pour réaliser une fréquence de fausses détections voulue ne dépend que de la valeur moyenne prise par les points du spectre. Ceci rend possible une auto-calibration du système par rapport au niveau de bruit, ce qui corrige les éventuelles variations de niveau de bruit d'un amplificateur à l'autre ou durant le temps — ces variations pouvant provenir des incertitudes sur les valeurs des composants, ou alors de dérives thermiques par exemple. Nous avons montré qu'il est possible de compenser la présence de fausses détections, car leur comportement statistique est prévisible.

En utilisant plusieurs spectres, d'autres algorithmes ont pu être développés : le traitement différentiel permet de diminuer l'influence du bruit électromagnétique en comparant les valeurs moyennes et maximales prises par l'ensemble des points du spectre. Le moyennage de plusieurs spectres est une solution autorisant une réduction de la longueur des DFT à calculer tout en gardant le même rapport signal-sur-bruit qu'une DFT plus longue. La longueur des DFT doit être adaptée au temps d'interaction attendu entre la particule et le faisceau afin d'optimiser la détection.

La réalisation de la mesure de la composante horizontale du vent lorsque sa direction est inconnue nécessite au moins quatre voies de mesure, afin de compenser leurs zones aveugles. Une telle configuration a été simulée en prenant en compte les erreurs de mesures induites par les défauts d'alignement des faisceaux. La précision de la mesure obtenue est suffisante pour une application industrielle.

Bibliographie

[1] H. C. Van De Hulst. *Light Scattering by Small Particles.* Courier Dover Publications, 1957.

[2] Craig F. Bohren and Donald R. Huffman. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles.* Wiley-VCH, 1998.

[3] Nicolas Cézard. *Etude de faisabilité d'un lidar Rayleigh-Mie pour la mesure à courte distance de la vitesse de l'air de sa température et de sa densité.* PhD thesis, École polytechnique, May 2008.

[4] J. Curcio. Evaluation of atmospheric aerosol particle size distribution from scattering measurements in the visible and infrared. *JOSA*, 51(5) :548–551, 1961.

[5] C. Mätzler. MATLAB functions for mie scattering and absorption. Technical report, Institut für Angewandte Physik, 2002.

[6] W. B. Joyce and B. C. DeLoach. Alignment of gaussian beams. *Applied optics*, 23(23) :4187–4196, 1984.

[7] R. E. Wagner and W. J. Tomlinson. Coupling efficiency of optics in single-mode fiber components. *Applied Optics*, 21(15) :2671–2688, 1982.

[8] Peter J. Winzer and Walter R. Leeb. Fiber coupling efficiency for random light and its applications to lidar. *Optics Letters*, 23(13) :986–988, July 1998.

[9] Amir Naqwi and Franz Durst. Focusing of diode laser beams : a simple mathematical model. *Applied Optics*, 29(12) :1780–1785, April 1990.

[10] J. Heinrich, E. Zeeb, and K. J. Ebeling. Butt-coupling efficiency of VCSELs into multimode fibers. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 9(12) :1555–1557, 1997.

[11] S Gangopadhyay and S.N Sarkar. Laser diode to single-mode fibre excitation via hyperbolic lens on the fibre tip : Formulation of ABCD matrix and efficiency computation. *Optics Communications*, 132(1-2) :55–60, November 1996.

[12] Klaus Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise.* Kluwer Academic Publishers, new edition, April 1991.

[13] K. Sato. Intensity noise of semiconductor laser diodes in fiber optic analog video transmission. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 19(9) :1380 – 1391, September 1983.

[14] O. H. Nam, K. H. Ha, J. S. Kwak, S. N. Lee, K. K. Choi, T. H. Chang, S. H. Chae, W. S. Lee, Y. J. Sung, H. S. Paek, J. H. Chae, T. Sakong, J. K. Son, H. Y. Ryu, Y. H. Kim, and Y. Park. Characteristics of GaN-based laser diodes for post-DVD applications. *physica status solidi (a)*, 201(12) :2717–2720, 2004.

[15] H. Adachi, S. Kamiyama, I. Kidoguchi, and T. Uenoyama. Self-sustained pulsation in 650 nm band AlGaInP visible-laser diodes with highly doped saturable absorbing layer. *IEEE Photonics Technology Letters*, 7(12) :1406 –1408, December 1995.

[16] Julien Perchoux. *Caractérisation et modélisation du bruit d'intensité de VCSELs (AlGaAs) et de son influence sur le bruit de phase des liaisons opto-hyperfréquences.* PhD thesis, École nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace.

[17] Pierre-Gérard Fontolliet. *Systèmes de télécommunications.* PPUR presses polytechniques, January 1996.

[18] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables.* Number 1972. Dover publications, 1964.

[19] Rozenn Wagner, Torben Mikkelsen, and Michael Courtney. Investigation of turbulence measurements with a continuous wave, conically scanning LiDAR. Technical report, Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, 2009.

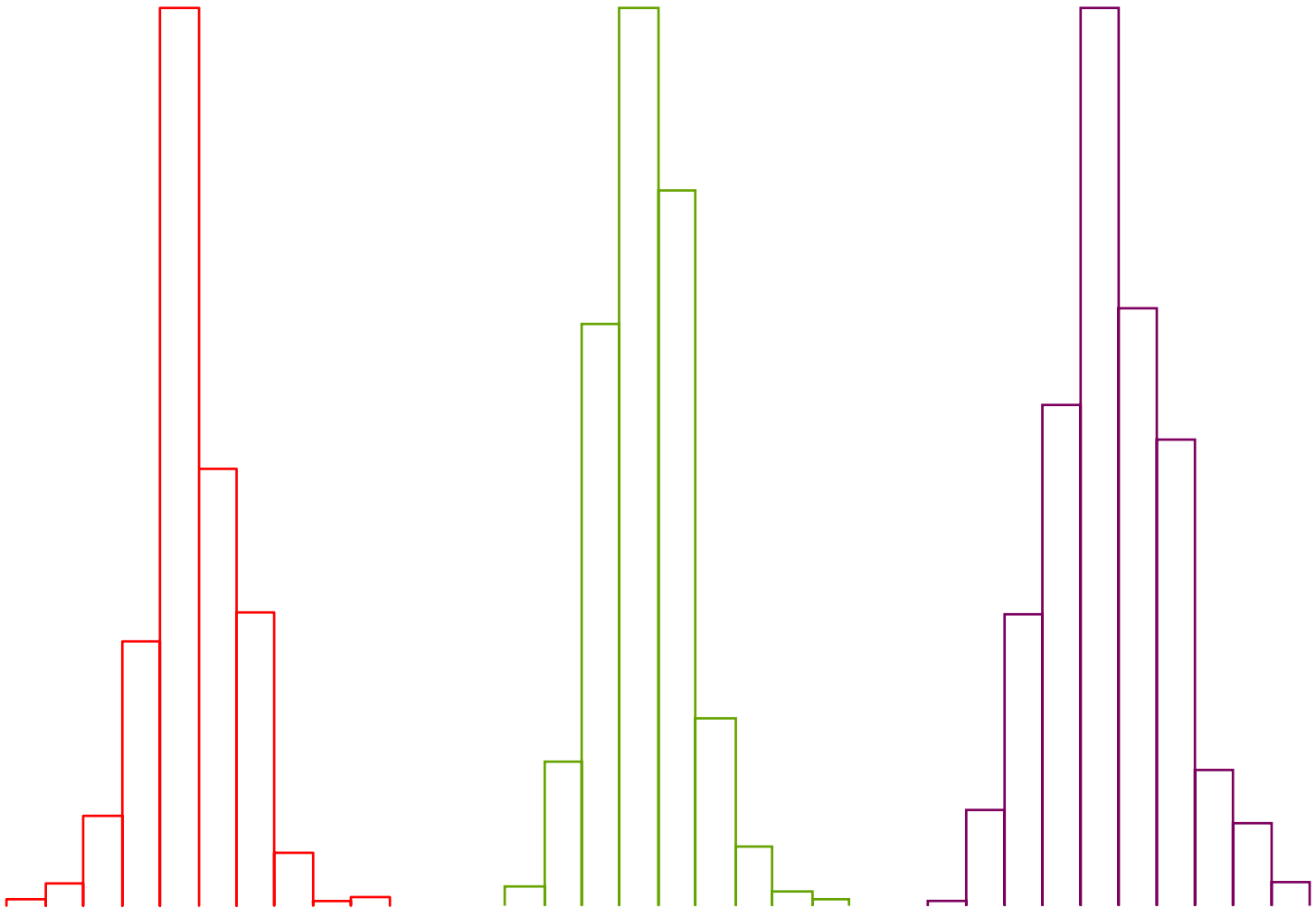
[20] C. Cassardo, D. Sacchetti, M. G. Morselli, D. Anfossi, G. Brusasca, and A. Longhetto. A study of the assessment of air temperature, and sensible-and latent-heat fluxes from sonic-anemometer observations. *Il Nuovo Cimento C*, 18(4) :419–440, July 1995.

[21] N. Kato, T. Ohkuma, J.R. Kim, H. Marukawa, and Y. Niihori. Full scale measurements of wind velocity in two urban areas using an ultrasonic anemometer. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41(1–3) :67–78, October 1992.

[22] A. Albers and H. Klug. Open field cup anemometry. *DEWI Magazine*, 19 :53–58, 2001.

Chapitre 4

Résultats expérimentaux



4.1 Essais préliminaires

Rappelons ici les différents blocs composant la chaîne d'acquisition et de traitement (Figure 4.1). Nous allons ici présenter la réalisation de ces différents blocs, ainsi que le tests auxquels ils ont été soumis avant d'effectuer une mesure réelle. Pour des raisons de confidentialité, les schémas et routages des circuits électroniques, ainsi que le code VHDL associé au FPGA utilisé ne seront pas présentés dans cette thèse.

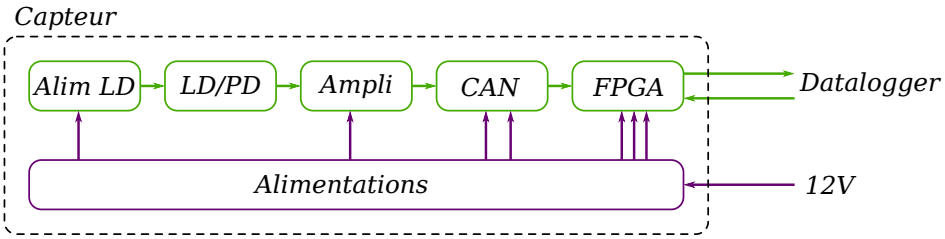


Figure 4.1 – Rappel du schéma de la chaîne d'acquisition et de traitement complète.

4.1.1 Électronique analogique

L'alimentation de la diode laser et l'amplification du signal ont été réalisés sur une même carte (Figure 4.2). Sur cette figure, les deux connecteurs blancs amènent les alimentations primaires, qui sont régulées et filtrées sur la carte. La diode laser est soudée au centre de la carte en face arrière, la forme ronde de la carte permet de choisir l'orientation de la diode laser.

Afin de qualifier le bon fonctionnement de cette carte, elle est tout d'abord testée sans diode laser, en vérifiant la valeur du courant généré par l'alimentation de la diode laser, ainsi que le gain et la bande passante de l'amplificateur (Figure 4.3). L'amplificateur présente un gain de $101\ \mathrm{dB\Omega}$, soit $112\ \mathrm{k\Omega}$, pour une bande passante de $29\ \mathrm{MHz}$ — correspondant à une vitesse mesurable dans l'axe de $11\ \mathrm{m/s}$. Après ces caractérisations, une diode laser munie de son optique de focalisation est soudée sur la carte dont la sortie analogique est reliée à un oscilloscope. Une cible dure est agitée aux alentours du point focal afin de vérifier la présence du signal de self-mixing.



Figure 4.2 – Carte analogique.

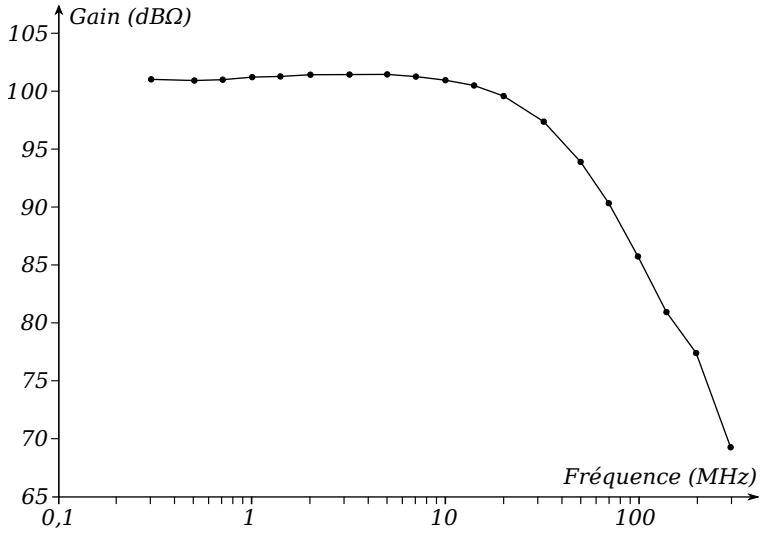


Figure 4.3 – Diagramme de Bode de l'amplificateur utilisé.

4.1.2 Électronique numérique

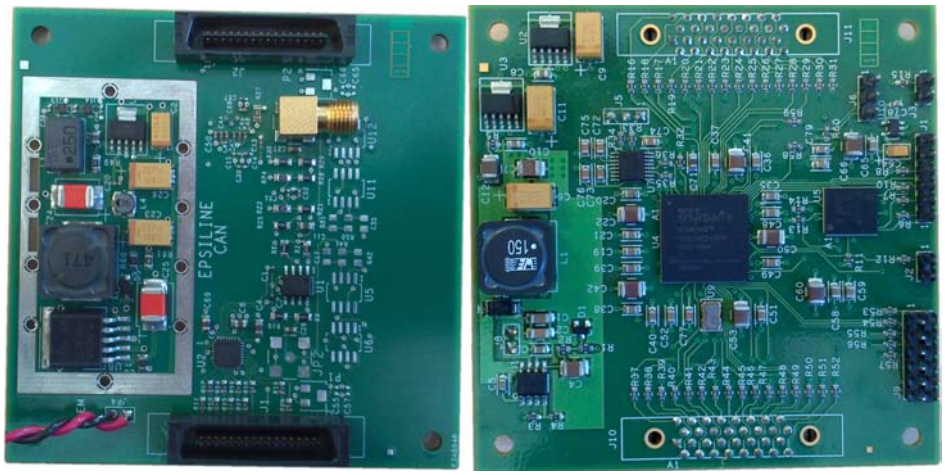


Figure 4.4 – Carte CAN (à gauche) et FPGA (à droite).

Pour des raisons de compacité et afin de pouvoir développer le prototype de manière modulaire, il a été choisi de séparer dans un premier temps la carte portant les convertisseurs analogique-numérique de la carte portant le FPGA (Figure 4.4). Ces deux cartes sont disposées l'une au-dessus de l'autre et sont reliées par les connecteurs noirs visibles en haut et en bas de la carte CAN. Les algorithmes de traitement sont tout d'abord testés en simulation, puis l'ensemble de l'électronique numérique est assemblée. Un générateur de signaux arbitraires est programmé pour envoyer au CAN des sinus, du bruit, puis des séquences mimant la présence d'une particule dans le faisceau laser (Figure 4.5).

Ces tests permettent de vérifier le bon fonctionnement des convertisseurs analogique-numérique et de comparer les résultats du traitement du signal sur la carte réelle avec les simulations, ce qui permet de détecter et de corriger d'éventuelles erreurs d'alimentation, de transmission des données entre CAN et FPGA, de programmation du FPGA ou de transmission des données au datalogger.

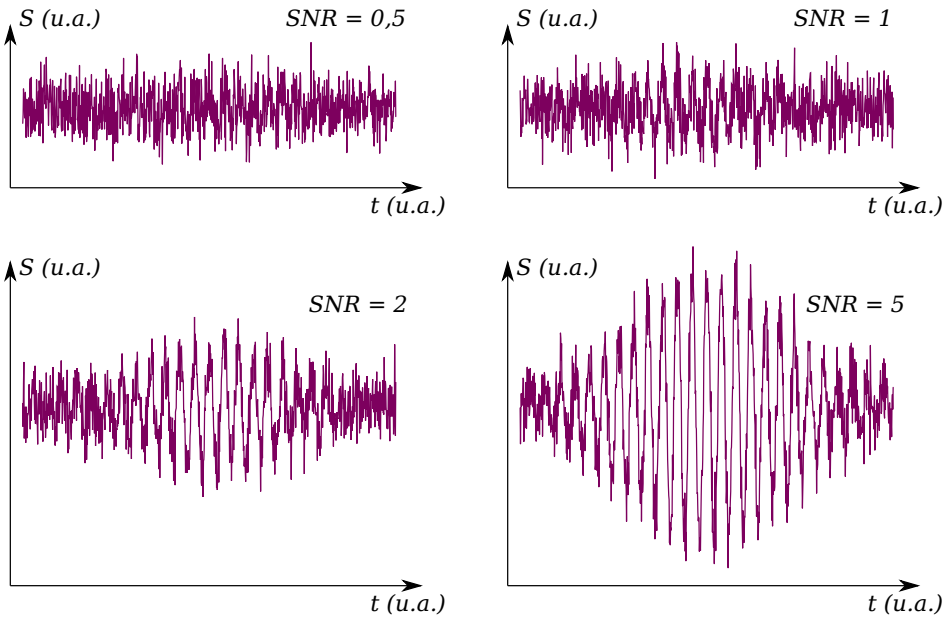


Figure 4.5 – Exemple de signaux générés à différents rapports signal-sur-bruit afin de tester le bon fonctionnement de l'électronique numérique..

4.1.3 Boîtier

Les cartes analogique et numériques sont assemblées dans un boîtier permettant d'orienter les faisceaux laser par rapport à une direction de référence (Figure 4.6). Ce boîtier est étanche et protège l'électronique et les sorties optiques des intempéries.



Figure 4.6 – Boîtier utilisé pour les essais en soufflerie et en extérieur.

4.2 Essais en soufflerie

Afin de tester le fonctionnement des différents algorithmes conçus de manière contrôlée, nous avons effectué des essais en soufflerie dans les bâtiments de l'institut de mécanique des fluides de Toulouse (IMFT). La soufflerie utilisée est une soufflerie ouverte dont la veine d'essai est transparente et possède une section carrée de $40\,\mathrm{cm}$ de côté (Figure 4.7).

Noter que le faisceau émis et l'onde rétrodiffusée traversent alors chacun deux interfaces optiques non traitées. La diode laser est placée avec sa jonction à la verticale, afin d'obtenir un volume de mesure allongé verticalement plutôt qu'horizontalement. De cette façon, le volume d'air traversant le volume de mesure est le plus important possible. Cette orientation implique que le faisceau est polarisé transverse électrique

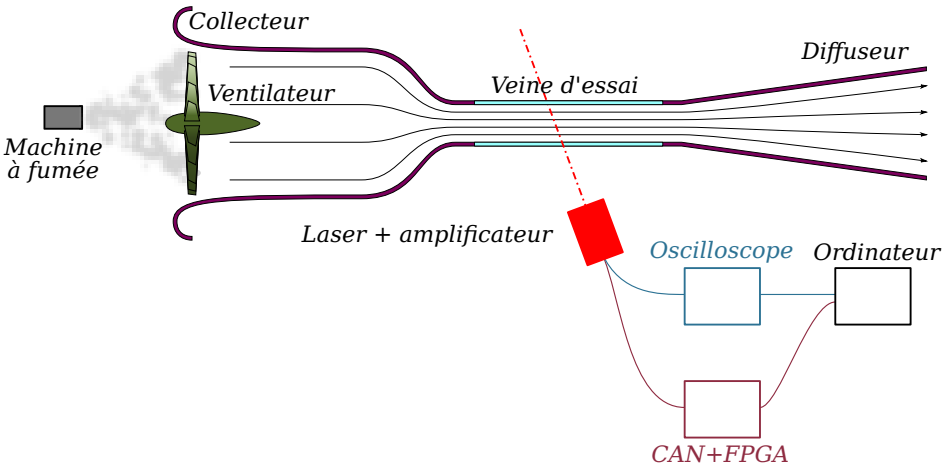


Figure 4.7 – Mesures en soufflerie. Les trames temporelles sont acquises soit par un oscilloscope pour un traitement *a posteriori*, soit par un convertisseur analogique-numérique pour un traitement temps réel sur FPGA.

par rapport aux vitres de la soufflerie. Considérons alors un faisceau placé à 15° du vent, et un indice optique de $1,5$ pour les surfaces vitrées autour de la veine de mesure. Dans ce cas, les coefficients de Fresnel permettent de calculer que la transmission de chaque interface est de $0,95$. La transmission sur un aller-retour (quatre interfaces) est donc de $0,80$: l'amplitude du signal est diminuée de 20% dans cette expérience par rapport à une mesure en atmosphère libre.

Les tests en soufflerie ont pour principal intérêt de permettre de tester l'électronique d'acquisition du signal et les algorithmes de traitement sur un vent de vitesse connue et constante. Afin de disposer de signal de manière régulière et pour compenser les pertes dues à la traversée de parois transparentes non traitées anti-reflet, la soufflerie est ensemencée de manière non étalonnée à l'aide d'une machine à fumée (Figure 4.8).

Lors des premiers essais, le signal temporel issu de la photodiode et amplifié a été capturé par un oscilloscope à grande profondeur mémoire. Les trames ainsi acquises ont ensuite été utilisées pour concevoir et développer les différents traitements du signal présentés au chapitre précédent. Ces traitements ont alors été implémentés sur FPGA afin de pouvoir bénéficier d'un traitement embarqué. Le système complet comprenant le laser, l'électronique d'amplification, le convertisseur



Figure 4.8 – Ensemencement de la veine à l'aide d'une machine à fumée

analogique-numérique et le FPGA programmé peut alors être testé dans son boîtier (Figure 4.9) pour vérifier le bon fonctionnement du traitement embarqué.

La figure 4.10 présente les résultats des mesures effectuées avec le traitement différentiel implémenté sur FPGA. Lors de ces mesures, le faisceau laser fait un angle de $65°$ avec le flux d'air mesuré. La diode laser utilisée (Hitashi HL7851) a une longueur d'onde de $785\,\mathrm{nm}$, elle est focalisée à $40\,\mathrm{cm}$ par une optique de $8\,\mathrm{mm}$ de focale et d'ouverture numérique égale à $0,5$ (référence Thorlabs C240). La position du point focal peut être vérifiée en observant à l'oscilloscope la sortie de l'amplificateur analogique lorsqu'une feuille de papier est agitée devant le faisceau : l'amplitude des franges observées est maximale aux alentours du point focal.

La vitesse du ventilateur de la soufflerie est réglée jusqu'à ce que son anémomètre indique la vitesse de consigne. Les vitesses mesurées par le système d'anémométrie par self-mixing sont alors enregistrées pendant quelques minutes afin d'avoir environ un millier de détections. Les histogrammes des vitesses sont alors tracés afin de vérifier la cohérence des résultats du traitement avec la vitesse donnée en consigne.



Figure 4.9 – Prototype en cours de test sur soufflerie.

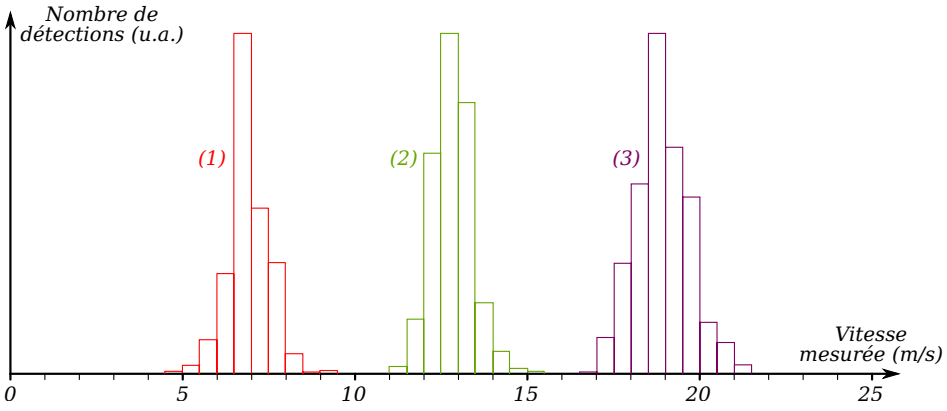


Figure 4.10 – Résultat de mesures en soufflerie, traitement temps réel.
(1) — Consigne à $5\,\mathrm{m/s}$
(2) — Consigne à $10\,\mathrm{m/s}$
(3) — Consigne à $15\,\mathrm{m/s}$

Sur les résultats présentés ici, il y a clairement un décalage par rapport à la vitesse de consigne : la vitesse mesurée au pic de l'histogramme est égale à environ $1,3$ fois la vitesse de consigne. Les sources possibles de cette erreur sont un mauvais calibrage de l'anémomètre de la soufflerie, une prise de mesure de la vitesse décalée par rapport au centre du flux (pour un flux laminaire dans un conduit de section carrée, la vitesse au centre est égale à $1,2$ fois la vitesse moyenne [1]), un mauvais placement angulaire du faisceau laser par rapport au vecteur vent, une erreur sur la longueur d'onde de la diode laser ou une combinaison de tous ces facteurs.

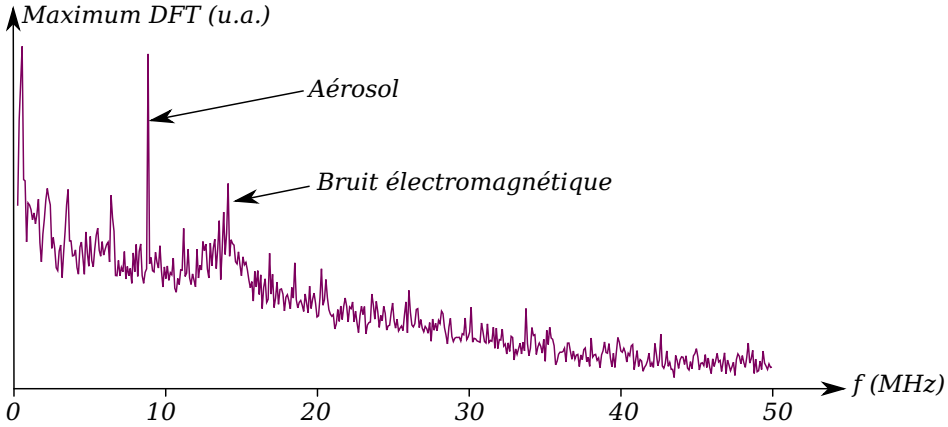


Figure 4.11 – Spectre des maxima lors d'une acquisition à l'IMFT. Noter la présence de bruit électromagnétique rendant la détection d'aérosol difficile.

Ces essais montrent qu'il est possible de mesurer la vitesse de particules en suspension dans l'air par self-mixing. De plus, ces mesures ont été effectuées avec des amplificateurs peu protégés contre les perturbations électromagnétiques : les acquisitions temporelles montrent des spectres ayant l'allure de la figure 4.11. La possibilité de tout de même retrouver la vitesse du vent avec un taux de fausse détections suffisamment faible pour ne pas être visible sur l'histogramme montre que le traitement différentiel est une solution robuste qui rend possible la mesure dans des conditions non idéales.

Concernant l'écart entre la vitesse de consigne et la vitesse mesurée, d'autres essais ont été menés dans une veine à vent appartenant à la société Aérolab [2]. La vitesse de l'air au point focal du faisceau est mesurée par un anémomètre à fil chaud. La valeur de vitesse mesu-

rée par l'anémomètre optique est alors cohérente avec la contre-mesure. Par exemple, pour le résultat donné en figure 4.12, la mesure de l'anémomètre à fil chaud donne $9,5 \pm 0,5\,\mathrm{m/s}$, ce qui est cohérent avec le maximum de l'histogramme mesuré. Les erreurs constatées lors des tests à l'IMFT ne proviennent donc pas du capteur lui-même, mais plutôt d'une erreur angulaire lors de son placement ou d'un problème de contre-mesure.

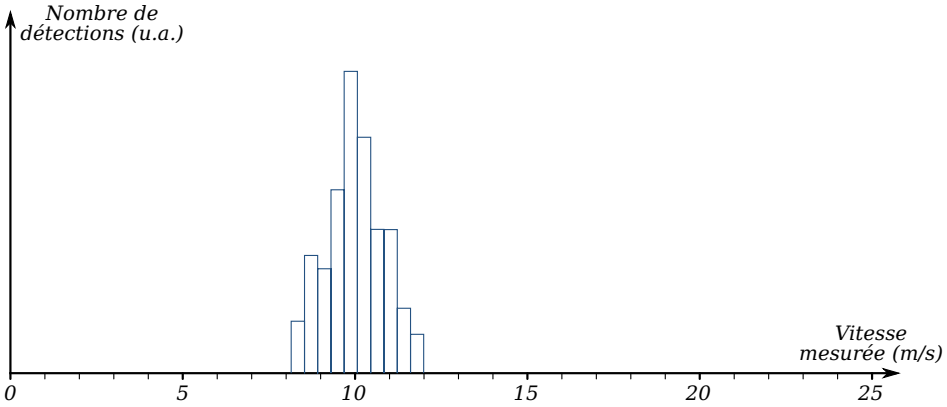


Figure 4.12 - Histogramme des détections pour un vent mesuré à $9,5 \pm 0,5\,\mathrm{m/s}$ par un anémomètre à fil chaud.

4.3 Sensibilité

Afin de calibrer la sensibilité du système expérimental vis-à-vis de la taille des particules présentes dans l'atmosphère, nous avons mis en place une campagne de mesure dont l'objectif était de faire passer des particules de taille connue dans le volume de mesure. Pour cela, nous avons collaboré avec la société Aérolab [2], spécialisée dans l'étalonnage des compteurs de particules et disposant donc du matériel nécessaire à la génération de particules de latex monodispersées — c'est à dire que toutes les particules générées ont le même diamètre. Les particules produites par l'équipement utilisé ont un diamètre compris entre $0,2$ et $1\,\mu\mathrm{m}$, pour une densité de l'ordre de 100 à $1000\,\mathrm{cm}^{-3}$ selon les conditions expérimentales.

Dans cette expérience, le laser, son optique et l'amplificateur analogique ont été placés sur une platine permettant de contrôler l'angle et la distance entre le laser et le point de mesure. Les particules calibrées sont guidées dans un tube en verre de section carrée de $1\,\mathrm{cm}$ de côté dans la zone de mesure. Le déplacement de l'air est assuré par une pompe connectée à l'extrémité du tube. Le signal temporel est échantillonné par un oscilloscope branché à un ordinateur afin d'enregistrer le signal temporel et de pouvoir lui appliquer des traitements *a posteriori*.

Les mesures en aérosols monodispersés n'ont pas été concluantes : il a été impossible d'observer du signal de manière suffisamment fréquente pour permettre de qualifier le système. De plus l'environnement électromagnétique à l'emplacement de mesure était agressif, ce qui induit du bruit sur le signal. Depuis cette campagne de mesure, les problématiques de compatibilité électromagnétique ont été étudiées et résolues pour obtenir une électronique analogique plus robuste. Outre le bruit présent sur la plupart des acquisitions, l'absence de signal sur aérosols monodispersés peut être aussi due à la mauvaise qualité optique du tube utilisé (des marques d'extrusion y sont visibles, et selon la position verticale du faisceau des figures de diffraction ont été observées). Il se peut aussi que le diamètre des particules utilisées soit trop petit pour produire une détection (l'équipement produisant des particules monodispersées étant limité à $1\,\mu\mathrm{m}$).

Des particules multidispersées ont été aussi générées, ce qui a permis d'évaluer la taille du volume de mesure. Pour ce faire, le point de focali-

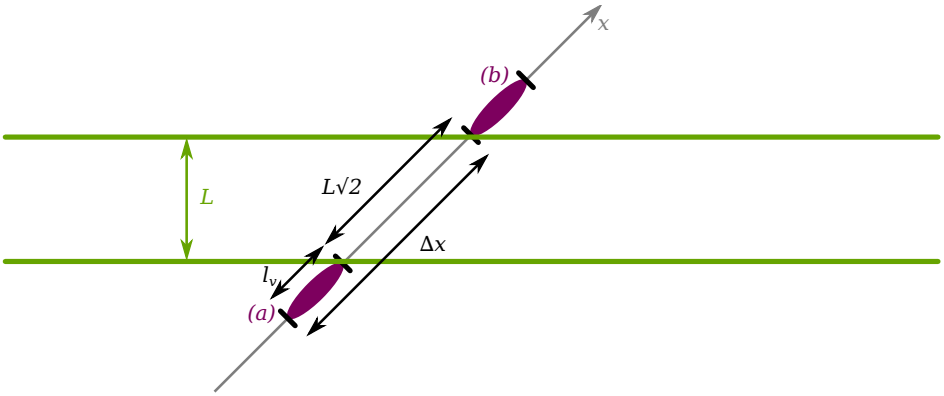


Figure 4.13 – Mesure de la longueur du volume de mesure l_v par translation du laser à travers un tube de largeur L contenant des particules en mouvement. Les positions (a) et (b), séparées par la distance Δx, sont les positions limites pour lesquelles aucune particule n'est détectée.

sation du laser est placé en arrière du tube de manière à n'avoir aucune détection de particules. Le laser est ensuite progressivement avancé vers le tube, en notant le nombre de détection pour chaque position intermédiaire et en continuant d'avancer jusqu'à la disparition des détections. L'écart entre la première et la dernière position permettant des détections donne alors l'extension longitudinale du volume de mesure additionnée de la largeur du tube de mesure (en supposant que les particules permettant la détection sont présentes jusqu'au bord du tube). Le tableau de mesure ci-dessous donne le résultat de cette mesure pour un faisceau à 45° du tube (Figure 4.13).

Position (mm)	Présence signal ?
$\leqslant 0$	non
1 à 20	oui
$\geqslant 21$	non

En se référant à la figure 4.13, la position (a) est donc à $x = 0 \pm 1\,\mathrm{mm}$, et la position (b) à $x = 21 \pm 1\,\mathrm{mm}$. Sachant que $L = 10\,\mathrm{mm}$ la longueur du volume de mesure est donc :

$$\begin{aligned} l_v &= \Delta x - L\sqrt{2} \\ &= 7 \pm 2\,\mathrm{mm} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Cette mesure permet donc de connaître l'étendue longitudinale du volume dans lequel des particules peuvent être détectées. Noter cependant que cette mesure est effectuée pour des aérosols polydispersés, et donc dont la distribution de taille n'est pas connue. Afin de bien caractériser le volume de mesure, cette expérience devra être effectuée de nouveau avec des aérosols monodispersés. En effet, la taille du volume de mesure dépend de la taille des aérosols à détecter.

Faute de temps, la mesure du rapport signal-sur-bruit et du taux de détections en fonction du diamètre des particules passant dans le volume de mesure n'a pas pu être effectuée de nouveau durant cette thèse. En effet, la priorité a été donnée à la réalisation d'un prototype permettant des mesures en extérieur afin de pouvoir acquérir des données en conditions réelles, ainsi qu'à la résolution des problématiques de contraintes climatiques et de compatibilité électromagnétique.

4.4 Essais en extérieur

4.4.1 Dispositif expérimental

L'objectif du développement de cette thèse est de mesurer la vitesse du vent sur les aérosols naturels. Le prototype développé a donc été testé en extérieur. Après des essais préliminaires confirmant que des détections étaient présentes, le prototype a été monté sur un mât de mesure à Montredon des Corbières (11100), sur un site de prospection éolienne.

Le mât de mesure est équipé d'anémomètres à coupelles et de girouettes. Un enregistreur de données sauvegarde la moyenne et l'écart-type de la vitesse et de l'orientation du vent toutes les dix minutes.

Le prototype a été équipé d'une unique voie de mesure utilisant une diode laser HL7851 émettant à $785\,\mathrm{nm}$. Le signal issu de la photodiode incluse dans le boîtier de cette diode est échantillonné à $100\,\mathrm{MHz}$, puis traité par traitement différentiel et seuillage. Un enregistreur de données a été spécifiquement développé afin de pouvoir sauvegarder l'ensemble des détections de particules avec leur vitesse associée. La communication entre le prototype et l'enregistreur s'effectue par RS485. À chaque seconde, l'enregistreur interroge l'appareil qui renvoie alors la liste des vitesses mesurées pendant la seconde écoulée.

4.4.2 Dépouillement des données

Après une semaine de mesure, les données ont été récupérées afin de comparer les vitesses données par l'anémomètre à coupelles et l'anémomètre optique.

Fausses détections

Le tracé des histogrammes des mesures du prototype par tranches de dix minutes montre qu'il y a un fort taux de fausses détections aux alentours du 450eme point de la DFT. De plus, le taux de détections dépend fortement du moment de la mesure. Ce phénomène est attendu, car le nombre de particules détectables dans l'air varie au cours du temps.

Les figures 4.14 et 4.15 présentent des histogrammes de mesure typiques. Les fausses détections aux alentours du 450eme point sont présentes sur les deux histogrammes, ainsi qu'une courbe en cloche aux alentours du 150eme point sur la figure 4.14 et du 100eme point sur la figure 4.15, qui correspondent aux mesures réelles.

Afin d'éliminer les fausses détections en haute fréquence, il a été choisi d'ignorer les détections au-delà du 400eme point de la DFT. En effet, ces points induisent un décalage de la moyenne des mesures. Par exemple, pour la figure 4.14, la moyenne globale des vitesses est égale à 133, elle descend à 130 en ignorant les hautes fréquences. Pour la mesure de la figure 4.15, la moyenne globale est de 123, ce qui est inacceptable au vu de l'histogramme. Le fait d'ignorer les hautes fréquences fait descendre cette moyenne à une valeur raisonnable de 92.

Les fausses détections aux fréquences inférieures à 400 semblent très rares (il y en a peut-être une aux alentours du point 200 de la figure 4.15). Aucun traitement n'a donc été mis en place pour s'en prémunir.

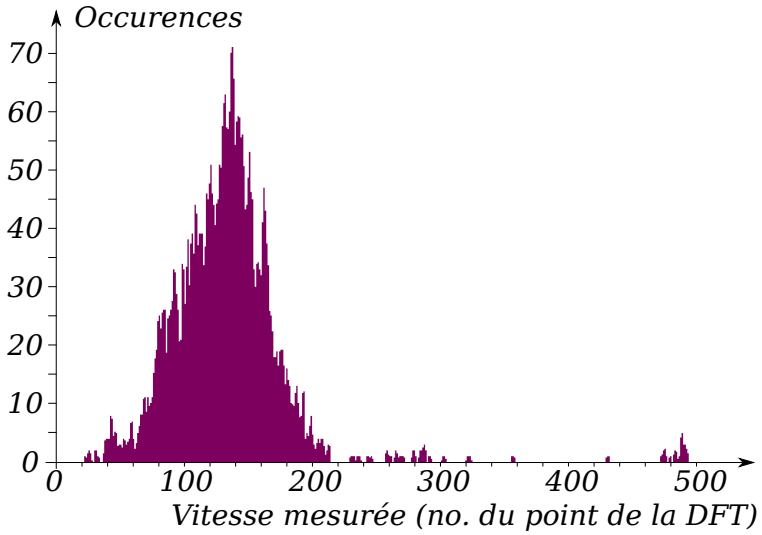


Figure 4.14 – Histogramme de dix minutes à fort taux de détection (6,8 Hz en moyenne).

Analyse des données

Pour chaque intervalle de temps de dix minutes, la vitesse mesurée est moyennée sur l'ensemble des détections de l'anémomètre optique. Cette vitesse est corrigée par rapport à l'angle donné par la girouette.

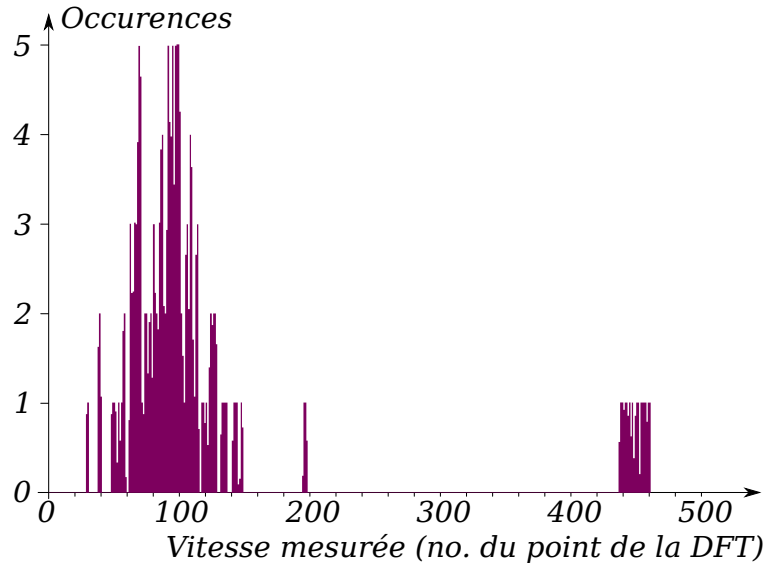


Figure 4.15 – Histogramme de dix minutes à faible taux de détection (0,3 Hz en moyenne).

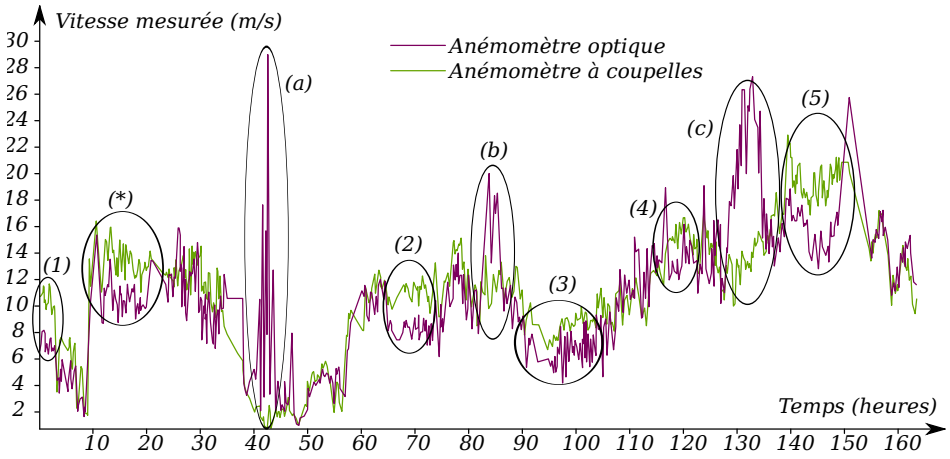


Figure 4.16 – Comparaison des mesures de l'anémomètre optique (corrigées par rapport à l'angle de la girouette) et de l'anémomètre à coupelles.

Les mesures où l'écart angulaire entre la direction du vent et la perpendiculaire au faisceau est inférieur à $\pi/8$ sont ignorées. En effet, ces mesures impliquent de diviser la vitesse axiale par un facteur proche de zéro pour obtenir la vitesse réelle : la vitesse obtenue est généralement très grande et n'a pas de sens.

Le tracé sur une même courbe de la vitesse mesurée par les moyens de mesure classique et de la vitesse mesurée par le capteur développé montre de nombreuses anomalies (Figure 4.16). Le coefficient de corrélation entre les deux mesures est égal à 0,72, ce qui est assez mauvais. Sur la figure 4.16, les anomalies ont été entourées. Les anomalies notées (a), (b) et (c) coïncident avec un taux de détection inférieur à 0,5 Hz. Ces phénomènes ont été comparés à des relevés météorologiques heure par heure à une station située à Perpignan. Ils correspondent à des épisodes de pluie, nous ignorerons ces mesures par la suite. En effet, le comportement du capteur vis-à-vis de la pluie est pour l'instant inconnu et aucune correction fiable ne peut être mise en place. De plus, la présence de pluie a pour effet de laver l'atmosphère des aérosols, ce qui induit un faible taux de détections.

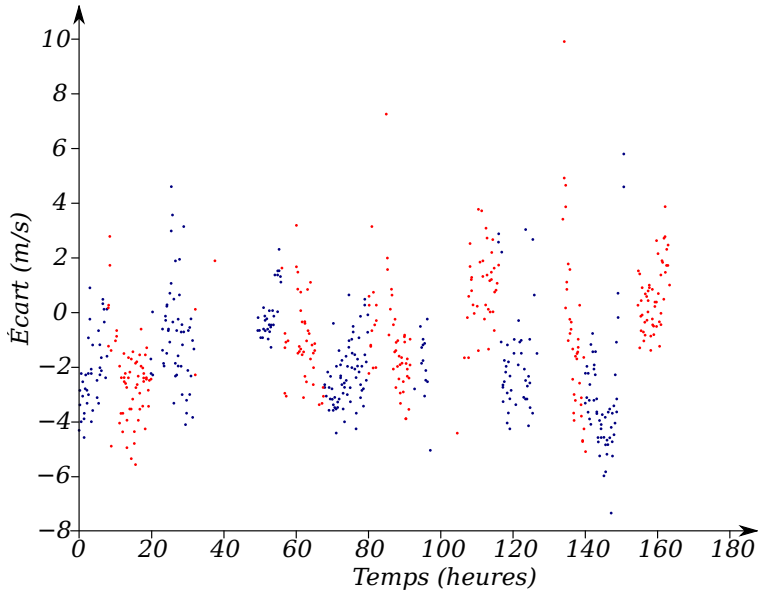


Figure 4.17 – Erreur de mesure en fonction de l'heure.

Les anomalies notées (1) à (5) donnent une vitesse mesurée par le prototype inférieure à la vitesse mesurée par l'anémomètre à coupelles. Le capteur étant été démarré à 8h22 le premier jour, ces anomalies coïn-

cident donc de manière troublante avec les périodes de nuit. L'erreur de mesure en fonction de l'heure a donc été tracée (Figure 4.17). Les points bleus correspondent aux matinées (de 0h à 12h, ce qui correspond à la période de la journée où les températures sont les plus fraîches), et les points rouges correspondent aux après-midi (12h à 24h). Une variation pseudo-cyclique de l'erreur de mesure apparaît, et semble liée au cycle jour/nuit, à l'exception de la première nuit de fonctionnement du capteur. La récupération des données de température lors de la période considérée montre que cette première nuit était relativement chaude, avec une température la plus basse égale à 9°C. L'erreur de mesure la plus forte se trouve entre la 140eme et la 150eme heure de mesure, ce qui correspond à la nuit la plus froide de la période de mesure, avec une température minimale de 5°C. Il a donc été choisi de corriger les mesures par rapport aux températures mesurées par la station météorologique de Perpignan [3].

En recherchant le facteur de correction nécessaire à obtenir une corrélation satisfaisante entre les données de l'anémomètre à coupelles et de l'anémomètre laser, il s'est avéré impossible de corréler correctement à la fois les données « jour » et les données « nuit ». Ceci est très probablement dû au fait que notre capteur n'est pas sous abri : l'ensoleillement joue sur sa température interne. Cet ensoleillement a été modélisé comme une branche de sinus partant de zéro à 7h du matin — qui est l'heure approximative de lever du soleil durant la période de mesure — passant par 1 à 14h, et retombant à zéro à 20h au coucher du soleil. La nuit, la valeur de l'ensoleillement est choisie comme égale à zéro.

Il est alors possible de trouver le facteur de correction par rapport à la température en ne regardant que les courbes « nuit », et ensuite le facteur de correction par rapport à l'ensoleillement en regardant la courbe complète. La formule corrective donnant la meilleure corrélation a été trouvée par cette méthode comme :

$$v_{corrigee} = v_{non\ corrigee}(1 - 0,05(T - T_0) + 0,5 \cdot E) \tag{4.2}$$

Avec $T_0 = 9°\mathrm{C}$, et E l'ensoleillement tel que défini dans le paragraphe précédent. Il est étrange que l'ensoleillement fasse varier l'erreur dans le sens inverse de la température, ce que nous n'avons pas pu

expliquer. La vérification de l'influence de la pluie, de l'ensoleillement et de la température nécessiterait de placer à un même site un capteur sous abri opaque (pas d'influence de la pluie ni du soleil), un capteur sous abri transparent (pas d'influence de la pluie mais influence de soleil), et un capteur sans protection (influence de la pluie et du soleil). L'aberration (*) sur la figure 4.16 n'a pas pu être corrigée et a aussi été ignorée, elle correspond à un épisode de pluie suivi de la nuit : ces deux phénomènes combinés conduisent probablement à une forte baisse de la température du capteur.

La dérive de la valeur de la mesure avec la température peut s'expliquer par la mauvaise conception de la source de courant alimentant la diode laser, qui présentait une forte dérive en température. Ce défaut a bien sûr été corrigé par la suite (cf. chapitre 2), il restera à corriger la dérive de la longueur d'onde du laser en fonction de la température (typiquement $0,6$ nm/°C). La correction par rapport à la température apporte tout de même une forte amélioration de la corrélation entre la mesure de l'anémomètre à coupelle et celle par anémomètre optique, puisque le coefficient de corrélation passe de 0,72 à 0,90 avec ces corrections (figures 4.18 et 4.19).

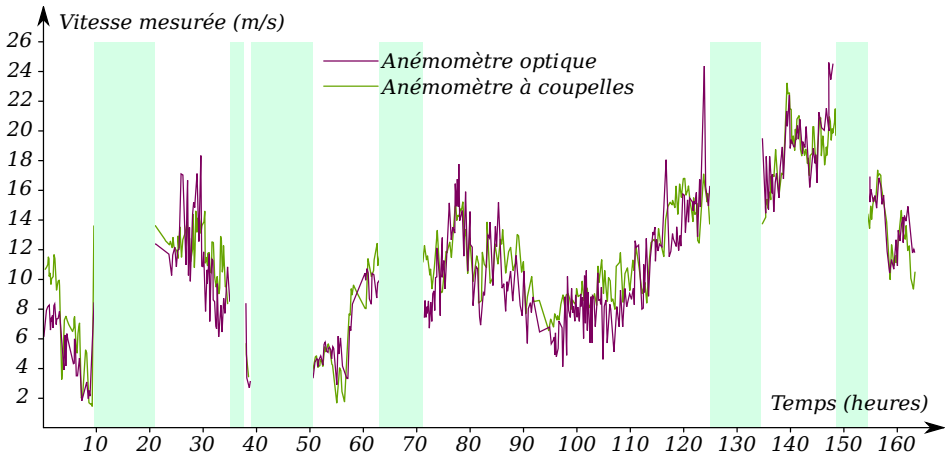


Figure 4.18 – Comparaison des mesures après correction par rapport à la température (comparer à la figure 4.16).

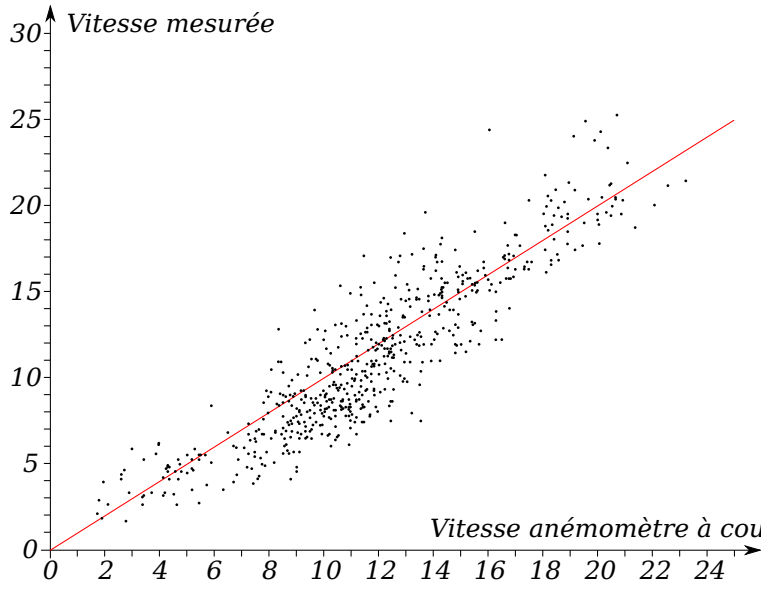


Figure 4.19 – Courbe de corrélation après correction en température.

4.4.3 Conclusion

Les données expérimentale montrent que le capteur est très sensible à la température. Après investigation, il s'avère que cette sensibilité est due au non-asservissement de la source de courant de la diode laser, dont la valeur du courant dépend de la tension entre la base et l'émetteur d'un transistor PNP. Cette tension est notoirement dépendante de la température. Afin d'éliminer ce problème une nouvelle source de courant faiblement sensible à la température a été développée et caractérisée (cf. chapitre 2). Les tests en conditions réelles de cette nouvelle source n'ont pas encore été effectués, il faudra aussi étudier l'influence de la dérive en température de la longueur d'onde de la diode laser et éventuellement la corriger.

Le comportement du capteur face à la pluie devra être étudié de manière plus approfondie, si possible en ayant un capteur protégé de la pluie (et dont le volume de mesure est dans une zone protégée de la pluie) à côté d'un capteur en configuration nominale.

Mis à part ces points négatifs, la campagne de mesure montre la faisabilité d'un capteur autonome mesurant la vitesse du vent par rétroinjection optique en environnement extérieur. Les valeurs relevées par le démonstrateur sont cohérentes avec les valeurs mesurées par des

moyens de mesure classique. De nouvelles campagnes de mesure sont en cours avec un démonstrateur ayant une bien meilleure immunité contre les agressions électromagnétiques. Lors de cette nouvelle campagne de mesure, les alimentations des diodes lasers asservies en température seront testées, et la température interne du boîtier sera relevée pour éventuellement corriger les données en fonction de la dérive en longueur d'onde des diodes laser.

Bibliographie

[1] R. K. Shah and Alexander Louis London. *Laminar flow forced convection in ducts : a source book for compact heat exchanger analytical data.* Academic Press, 1978.

[2] Aérolab. http ://www.aerolab.fr/.

[3] Thomas Canda. Meteociel - climatologie mensuelle de perpignan. http ://www.meteociel.fr/climatologie/villes.php ?code=7747$0mois=12$0annee=2012.

Conclusion

Durant cette thèse, nous avons tout d'abord étudié les différentes solutions permettant de mesurer la vitesse du vent. Pour l'extérieur les sondes locales généralement utilisées sont des anémomètres à coupelles pour leur simplicité et leur bas coût, ou bien des anémomètres à ultrasons lorsqu'une plus grande précision de mesure est nécessaire. Ces deux types d'anémomètres peuvent être associés pour évaluer et corriger la dérive au cours du temps des valeurs mesurées par les anémomètres à coupelles.

L'anémomètre développé durant cette thèse a pour objectif de venir apporter une solution supplémentaire de sonde locale pour la mesure de la vitesse du vent en conditions extérieures. Ses avantages seraient sa consommation réduite par rapport à un anémomètre ultrasonique, une mesure plus précise que l'anémomètre à coupelles et ne dérivant pas dans le temps. De plus, la mesure optique permet de déporter la mesure par rapport au capteur, d'où une meilleure représentation du vent réel puisque le vent mesuré n'est pas perturbé par la présence du capteur ou de son système de fixation.

Dans un objectif de réduction du coût par rapport à un interféromètre classique, il a été choisi d'utiliser le phénomène de rétroinjection optique dans un laser en émission continue pour mesurer la vitesse du vent. Les particules portées par le vent qui passent aux alentours du point de focalisation du faisceau laser utilisé rétrodiffusent une partie de la lumière incidente. Cette lumière rétrodiffusée va venir modifier la puissance du laser, celle-ci est alors modulée par un signal sinusoïdal dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse de passage de la particule, projetée sur l'axe optique.

Les équations régissant le phénomène de rétroinjection optique ont été redémontrées à partir des équations d'un laser en espace libre. Les équations résultantes sont des équations différentielles non linéaires à retard. Ces équations ont ensuite été réduites pour parvenir au modèle statique qui est classiquement utilisé dans les applications de métrologie. Nous avons aussi proposé un nouveau modèle dynamique linéarisé montrant les limites du modèle statique, en soulignant les caractéristiques des oscillations amorties présentes dans la puissance du laser autour des instants où le modèle statique ne présente que des discontinuités. Une démonstration expérimentale a permis de valider ce nouveau modèle.

Le signal issu du passage de particules portées par l'air dans le faisceau laser est de faible amplitude : afin d'atteindre une fréquence de détection permettant une mesure utilisable, plusieurs techniques de traitement du signal ont été développées et présentées dans cette thèse. Comme l'information intéressante pour la mesure est la fréquence du signal sinusoïdal généré lors du passage d'un aérosol, une analyse fréquentielle par transformée de Fourier discrète s'est imposée. L'étude de cette transformée de Fourier appliquée à un bruit blanc gaussien permet de connaître le taux de fausses détections en fonction du seuillage choisi.

Nous avons aussi montré que, comme le comportement statistique des fausses détections est connu, il est possible de corriger le biais qu'elles apportent en fonction du nombre total de détections pour trouver un résultat de mesure plus proche de la vitesse réelle du vent qu'un traitement par moyennage simple.

Enfin, nous avons étudié la manière dont il est nécessaire de placer les voies de mesure pour garantir une évaluation efficace de la vitesse du vent quelle que soit la direction d'incidence de celui-ci. En effet, chaque voie de mesure présente des zones aveugles dans lesquelles la détection des particules est difficile ou peu probable, ce qui implique l'utilisation d'au moins quatre voies placées à $45°$ les unes des autres pour avoir une quantité d'information suffisante quelle que soit la direction d'incidence du vent.

Expérimentalement, une preuve de concept a tout d'abord été développée afin de valider la possibilité de mesurer la vitesse du vent par rétroinjection optique. Ensuite, un premier démonstrateur a été réalisé avec des caractéristiques inférieures à celles attendues par le marché. Ce démonstrateur a permis de tester le fonctionnement des algorithmes de traitement développés en soufflerie ; puis de tester les choix techniques mis en place en conditions réelles. Ces essais ont notamment permis de soulever un problème de régulation de l'alimentation de la diode laser en fonction de la température, ainsi que la nécessité d'avoir un amplificateur mieux protégé des perturbations électromagnétiques. Malgré ces soucis qui seront résolus sur la prochaine itération du capteur, la mesure fournie par le capteur est corrélée à la vitesse du vent : il est possible de mesurer la vitesse du vent par rétroinjection optique, par un capteur autonome et en conditions extérieures.

Le travail entamé dans cette thèse n'est bien sûr pas terminé : un second démonstrateur est en cours de développement, il permettra de tester les nouveaux algorithmes de traitement mis au point après le montage du premier démonstrateur sur son mât de mesure, ainsi que de tester les corrections apportées suite aux erreurs de conceptions découvertes sur ce premier démonstrateur (régulation thermique et compatibilité électromagnétique notamment). La bande passante analogique ainsi que la fréquence d'échantillonnage de ce second démonstrateur permettront d'atteindre la vitesse maximale de mesure demandée par le marché.

En plus de ces améliorations, plusieurs voies seront embarquées afin de démontrer la possibilité de retrouver la vitesse du vent quelle que soit sa direction d'incidence sans l'utilisation d'une girouette. Il sera alors possible d'évaluer le taux de détections en fonction de la direction du vent, et donc de connaître l'étendue des zones aveugles, puis de développer les algorithmes permettant de calculer la vitesse du vent de la manière la plus fiable possible à partir des informations que fourniront les quatre voies de mesure.

Annexe : simulateur dynamique

Fichiers d en-tête

constantes.h

```
/**
Constantes utilisees dans les calculs

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#ifndef CONSTANTES_H_INCLUDED
#define CONSTANTES_H_INCLUDED
#define c (299792458)
#define e (1.60217646e-19)
#define PI (3.14159265)
#endif // CONSTANTES_H_INCLUDED
```

CParametres.h

```
1  /**
2  Definition de la classe CParametre, qui permet
3  notamment de stocker les parametres statiques
4  pour la simulation.
5
6  Raphael Teysseyre
7  Epsiline/LOSE
8  2010
9  **/
10
11 #ifndef CPARAMETRES_H_INCLUDED
12 #define CPARAMETRES_H_INCLUDED
13
14 #include <string>
15
16 using namespace std;
17
18 ///Pour choisir les valeurs par defaut en fonction de la diode laser utilisee
19 #if !defined(VCSEL) && !defined(FP)
20     //#define VCSEL //utilisation des valeurs par defaut pour un VCSEL a 635nm
21     #define FP //utilisation des valeurs par defaut pour une diode Fabry-Perot a 785nm
22 #endif
23
24 #if defined(FP)
25 #define PETIT_COURANT 2e-3
26 #define MOYEN_COURANT 5e-3
27 #define FORT_COURANT 10e-3
28 #elif defined(VCSEL)
29 #define PETIT_COURANT 2e-3
30 #define MOYEN_COURANT 5e-3
31 #define FORT_COURANT 10e-3
32 #else
33     #error Ni VCSEL ni FP ne sont definis
34 #endif
35
```

```
36 class CParametres
37 {
38     public :
39     double
40     ///parametres de simulation
41     tmax,          //temps de simulation
42     dt,            //pas d'échantillonnage
43
44     ///parametres « fondamentaux » (odrde alphabetique)
45     a,             //dg/dn
46     alpha,         //facteur de Henry
47     alphas,        //pertes lineïques
48     Gamma,         //facteur de confinement
49     L,             //longueur de la cavite
50     lambda,        //longueur d'onde
51     mue_barre,     //indice de groupe
52     mue0,          //indice de phase au seuil sans cible
53     n0,            //densite de porteurs a la transparenc
54     r1,            //coefficient de reflexion en amplitude de la face 1
55     r2,            //coefficient de reflexion en amplitude de la face 2
56     r3,            //coefficient de reflexion en amplitude de la cible
57     taue,          //temps de vie des porteurs
58     V,             //volume de la cavite
59
60     ///parametres calcules a partir des parametres fondamentaux (ordre
   alphabetique)
61     gth,           //gain au seuil sans cible
62     nth,           //densite de porteurs au seuil sans cible
63     omega_th,      //pulsation au seuil sans cible
64     tauL,          //temps de vol dans la cavite
65     tauph,         //temps de vie des photons
66     vg,            //vitesse de groupe dans la cavite
67     zeta;          //coefficient de retroinjection
68
69     ///fonction a appeler juste avant les calculs pour que les parametres
   soient coherents entre eux
70     void get_ready(void);
71
```

```
72      ///fonction qui renvoie une chaine de caractere donnant les valeurs
    des parametres
73      string get_log(void);
74
75      ///fonction qui renvoie le parametre C en fonction du temps de vol
76      double get_C(double);
77      double get_C_corrige(double);
78
79      ///constructeur
80      CParametres();
81  };
82
83  #endif // CPARAMETRES_H_INCLUDED
```

parametres_dynamiques.H

```
1  /**
2  Fonctions retournant les valeurs des parametres
3  variant au cours du temps dans le systeme simule.
4
5  Raphael Teysseyre
6  Epsiline/LOSE
7  2010
8  **/
9
10 #ifndef PARAMETRES_DYNAMIQUES_H_INCLUDED
11 #define PARAMETRES_DYNAMIQUES_H_INCLUDED
12
13 double I(double); // courant d'injection
14 double tau_ext(double); // temps de vol aller-retour
15
16 #endif // PARAMETRES_DYNAMIQUES_H_INCLUDED
```

post_process.H

```
/**
Fonctions de post-processing (afin de reduire
la taille des datas a enregistrer) et
d'enregistrement des fichiers

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#ifndef POST_PROCESS_H_INCLUDED
#define POST_PROCESS_H_INCLUDED

//separateur de colonne dans les fichiers csv
//pour scilab : ", "
//pour excel : ";"
//pour OOo : peu importe, on peut choisir lors de l'import du fichier csv
#define SEPARATEUR ", "

//pour ne sauvegarder que t et S
//#define MIN_SIZE

//precision des resultats enregistres (nombre de decimales)
#define PRECISION 15

//erreur maximale acceptable lors de la decimation
#define MAX_ERROR (10e-5)

void decimate(void);
void delete_before(double);
void output(const char*);
void log(const char*);

#endif // POST_PROCESS_H_INCLUDED
```

solveur.H

```
/**
 Solveur de type RK4 pour la resolution
 des equations de self-mixing en dynamique

 Raphael Teysseyre
 Epsiline/LOSE
 2010
 **/

#ifndef SOLVEUR_H_INCLUDED
#define SOLVEUR_H_INCLUDED

double get_S(double);
double get_phi(double);

void derivee(double, double, double,
   double, double&, double&, double&);
void solve_RK4(void);

#endif // SOLVEUR_H_INCLUDED
```

Fichiers de programme

CParametres.cpp

```
/**
Implementation de la classe CParametres,
qui permet notamment de stocker les parametres
pour la simulation.

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#include <cmath>
#include <vector>
#include <sstream>
#include <string>
#include "constantes.h"
#include "CParametres.h"

using namespace std;


CParametres::CParametres()
{
    //valeurs par defaut
    dt = 5e-12;
    mue_barre = 4;
    mue0 = 3;
    r3 = 2e-6;
    tmax = 1e-6;
    alpha = 5;

    #if defined(FP) //valeurs par defaut pour une diode Fabry-Perot. Courant de seuil = 24mA
        r1 = 0.57;
        r2 = 0.57;
```

```
34            lambda = 785e-9;
35            a = 5.34e-20;
36            alphas = 500;
37            Gamma = 0.032;
38            L = 250e-6;
39            n0 = 2.323e23;
40            taue = 2.71e-9;
41            V = 1.25e-16;
42        #define PETIT_COURANT 2e-3
43        #define MOYEN_COURANT 5e-3
44        #define FORT_COURANT  10e-3
45        #elif defined(VCSEL) //valeurs par defaut pour une diode
  VCSEL. Courant de seuil = 16mA
46            r1 = 0.9975;
47            r2 = 0.9975;
48            lambda = 635e-9;
49            a = 5.1e-20;
50            alphas = 2000;
51            Gamma = 0.0382;
52            L =  1.15e-6;
53            n0 = 6.689e23;
54            taue = 2.63e-9;
55            V = 0.628e-16;
56        #define PETIT_COURANT 2e-3
57        #define MOYEN_COURANT 5e-3
58        #define FORT_COURANT  10e-3
59        #else
60            #error Ni VCSEL ni FP ne sont definis
61        #endif
62
63        Gamma = 0.5;
64
65        this->get_ready();
66    }
67
68    void CParametres::get_ready(void)
69    {
70        //calcul des parametres derives des parametres fondamentaux
```

```
71      gth = alphas - 1/L*log(r1*r2);
72      nth = gth/a/Gamma + n0;
73      tauL = 2*L/c/mue_barre;
74      tauph = mue_barre/c/gth;
75      vg = c/mue_barre;
76      zeta = r3/r2*(1-r2*r2);
77
78      //calcul de la longueur d'onde (au seuil, sans cible)
79      //on se place sur le mode le plus proche du lambda demande
80      double m = round(2*L*mue0/lambda);  //numero du mode
    excite
81      lambda = 2*L*mue0/m;
82      omega_th = 2*PI*c/lambda;
83  }
84
85  string CParametres::get_log(void)
86  {
87      stringstream ss;
88
89      ss << scientific <<
90              "Parametres fondamentaux :" << endl
91          << "a          = " << a << " m2" << endl
92          << "alpha      = " << alpha << endl
93          << "alphas     = " << alphas << " m-1" << endl
94          << "dt         = " << dt << " s" << endl
95          << "Gamma      = " << Gamma << endl
96          << "L          = " << L << " m" << endl
97          << "lambda     = " << lambda << " m" << endl
98          << "mue_barre  = " << mue_barre << endl
99          << "mue0       = " << mue0 << endl
100         << "n0         = " << n0 << " m-3" << endl
101         << "r1         = " << r1 << endl
102         << "r2         = " << r2 << endl
103         << "r3         = " << r3 << endl
104         << "taue       = " << taue << " s" << endl
105         << "tmax       = " << tmax << " s" << endl
106         << "V          = " << V << " m3" << endl
107         << endl
```

```
108         << "Parametres␣calcules␣:" << endl
109         << "gth␣␣␣␣␣␣␣=␣" << gth << "␣m-1" << endl
110         << "tauL␣␣␣␣␣␣=␣" << tauL << "␣s" << endl
111         << "tauph␣␣␣␣␣=␣" << tauph << "␣s" << endl
112         << "vg␣␣␣␣␣␣␣␣=␣" << vg << "␣m.s-1" << endl
113         << "zeta␣␣␣␣␣␣=␣" << zeta << endl
114         << "omega_th␣␣=␣" << omega_th
115                 << "␣s-1" << endl;
116
117     return(ss.str());
118 }
119
120 double CParametres::get_C(double tau_ext)
121 {
122     return(zeta * tau_ext /
123             tauL * sqrt(1+alpha*alpha));
124 }
125
126 double CParametres::get_C_corrige(double tau_ext)
127 {
128     if(Gamma == 0)
129         return(INFINITY);
130     return(get_C(tau_ext)/Gamma);
131 }
```

parametres_dynamiques.cpp

```
/**
Fonctions retournant les parametres du
systeme variant avec le temps

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#include <cmath>
#include "constantes.h"
#include "CParametres.h"
#include "parametres_dynamiques.H"

double I(double t0)
{
    extern double I0;
    // retourne le courant d'injection a l'instant t0
    return(I0); // courant constant
}

double tau_ext(double t0)
{
    extern double l0;

    // Montee par un polynôme du second degre puis pente constante,
fonction derivable a derivee continue

    #define ts 5e-6 // Temps pour la montee
    #define ls 7*785e-9 // Distance a parcourir durant la mon-
tee
    #define v 785e-9/20e-6 // Pente apres la montee
    if(t0 < ts)
        return(2.0/c*(l0 + (v/ts - ls/ts/ts)*t0*t0
                + (2*ls/ts - v)*t0));
    else return(2.0/c*(l0 + ls + (t0-ts)*v));
}
```

post_process.cpp

```
/**
Fonctions permettant de reduire la taille
des datas en sortie puis de les enregistrer

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#include <iostream>
#include <vector>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <ctime>
#include "constantes.h"
#include "post_process.H"
#include "parametres_dynamiques.H"
#include "CParametres.h"

using namespace std;

extern vector<double> t;
extern vector<double> n;
extern vector<double> S;
extern vector<double> phi;

extern CParametres p;

void output(const char* nom_fichier)
{
    //enregistrement au format csv
    //ordre des colonnes : t, n, S, phi, I, tau_ext

    fstream fstr;
    fstr.open(nom_fichier, fstream::out);

```

```
38      if(fstr.good())
39      {
40          cout << "Saving␣data␣to␣disk...␣" << flush;
41          #ifdef MIN_SIZE
42              fstr << "t␣(s)"
43                   << SEPARATEUR  << "Nombre␣de␣photons"
44                   << endl;
45          #else
46              fstr << "t␣(s)"
47                   << SEPARATEUR << "Nb␣electrons"
48                   << SEPARATEUR << "Nb␣photons"
49                   << SEPARATEUR << "Phase"
50                   << SEPARATEUR << "I␣(A)"
51                   << SEPARATEUR << "tau_ext␣(s)"
52                   << endl;
53          #endif
54
55          for(unsigned long int k=0; k<t.size(); k++)
56          {
57              fstr << scientific
58                   << setprecision(PRECISION) <<
59              #ifdef MIN_SIZE
60                  t[k] << SEPARATEUR <<
61                  S[k] << endl;
62              #else
63                  t[k] << SEPARATEUR <<
64                  n[k] << SEPARATEUR <<
65                  S[k] << SEPARATEUR <<
66                  phi[k] << SEPARATEUR <<
67                  I(t[k]) << SEPARATEUR <<
68                  tau_ext(t[k]) << endl;
69              #endif
70          }
71
72          fstr.close();
73          cout << "Done" << endl;
74      }
75
```

```
76      else
77      {
78          cout << "Error while opening file "
79               << nom_fichier << endl;
80          fstr.close();
81      }
82  }
83
84  void log(const char* nom_fichier)
85  {
86      // enregistrement d'un fichier de log
87      // pour connaître tous les parametres de la simu.
88
89      fstream fstr;
90      fstr.open(nom_fichier, fstream::out);
91
92      if(fstr.good())
93      {
94          // on recupere la date et l'heure
95          time_t rawtime;
96          time(&rawtime);
97
98          cout << "Saving log file to disk... "
99               << flush;
100
101         fstr << ctime(&rawtime) << endl
102              << p.get_log() << endl
103              << "tau_ext a t=0    : "
104              << tau_ext(0) << endl
105              << "L_ext a t=0      : "
106              << tau_ext(0)*c/2.0 << endl
107              << "C a t=0          : "
108              << p.get_C(tau_ext(0)) << endl
109              << "C corrige a t=0  : "
110              << p.get_C_corrige(tau_ext(0)) << endl
111              << endl
112              << "Nombre de points enregistres : "
113              << t.size() << endl;
```

```
114
115             fstr.close();
116             cout << "Done" << endl;
117         }
118         else
119         {
120             cout << "Error while opening file "
121                  << nom_fichier << endl;
122             fstr.close();
123         }
124 }
125
126 void decimate(void)
127 {
128     //elimine des points afin de gagner de la place sur le fichier de sortie
129     vector<double> tt, nn, SS, phiphi;
130
131     tt.push_back(t[0]);
132     nn.push_back(n[0]);
133     SS.push_back(S[0]);
134     phiphi.push_back(phi[0]);
135
136     double errn, errS, errn_max, errS_max,
137            minn, maxn, minS, maxS;
138
139     //calcul des erreurs maximales tolerables
140     minS = maxS = S[0];
141     minn = maxn = n[0];
142
143     for(unsigned long int i=0; i<t.size(); i++)
144     {
145         if(S[i] < minS) minS = S[i];
146         if(S[i] > maxS) maxS = S[i];
147         if(n[i] < minn) minn = n[i];
148         if(n[i] > maxn) maxn = n[i];
149     }
150
151     errS_max = (maxS - minS)*MAX_ERROR;
```

```
152     errn_max = (maxn - minn)*MAX_ERROR;
153
154     //decimation
155     unsigned long int prev = 0;
156     for(unsigned long int curr = 2;
157           curr < t.size(); curr++)
158     {
159         //calcul de l'erreur maximale en supposant que la courbure est
    constante entre prev et curr
160         errn = abs(n[(prev+curr)/2]
161                -(n[prev] + n[curr])/2.0);
162         errS = abs(S[(prev+curr)/2]
163                - (S[prev] + S[curr])/2.0);
164
165         if(errn > errn_max || errS > errS_max)
166         {
167             tt.push_back(t[curr-1]);
168             nn.push_back(n[curr-1]);
169             SS.push_back(S[curr-1]);
170             phiphi.push_back(phi[curr-1]);
171
172             prev = curr-1;
173         }
174     }
175
176     tt.push_back(t.back());
177     nn.push_back(n.back());
178     SS.push_back(S.back());
179     phiphi.push_back(phi.back());
180
181     t = tt;
182     n = nn;
183     S = SS;
184     phi = phiphi;
185
186     cout << "Length of data after decimation : "
187          << t.size() << endl;
188 }
```

```
189
190 void delete_before(double t0)
191 {
192     //elimine toutes les valeurs avant t0
193     unsigned int i=0;
194
195     if(t0<t.back())
196     {
197         while(t[i]<t0)
198             i++;  //trouve l'indice du premier point pour lequel t>t0
199
200         for(unsigned int k=i;k<t.size();k++)
201         {
202             t[k-i] = t[k];
203             n[k-i] = n[k];
204             S[k-i] = S[k];
205             phi[k-i] = phi[k];
206         }
207
208         t.resize(t.size()-i);
209         n.resize(n.size()-i);
210         S.resize(S.size()-i);
211         phi.resize(phi.size()-i);
212     }
213
214     cout << "Length of data after delete_before : "
215          << t.size() << endl;
216 }
```

solveur.cpp

```
/**
Implementation d'un solveur RK4 pour resoudre
les equations du self-mixing en dynamique

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#include <vector>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include "constantes.h"
#include "parametres_dynamiques.H"
#include "CParametres.h"
#include "solveur.H"

using namespace std;

vector<double> t;
vector<double> n;
vector<double> S;
vector<double> phi;

CParametres p;

void solve_RK4(void)
{
    p.get_ready();

    // solveur Runge-Kutta d'ordre 4
    // http://www.google.fr/search?q=rk4

    double dn1, dS1, dphi1,
      dn2, dS2, dphi2,
      dn3, dS3, dphi3,
      dn4, dS4, dphi4;
```

```
38
39      //initialisation du vecteur temps
40      t.clear();
41      t.reserve((size_t) ceil(p.tmax/p.dt));
42      for(double tt=0; tt<p.tmax; tt+=p.dt)
43      {
44          t.push_back(tt);
45      }
46
47      n.clear();
48      S.clear();
49      phi.clear();
50
51      n.resize(t.size(), 0.0);
52      S.resize(t.size(), 0.0);
53      phi.resize(t.size(), 0.0);
54
55      cout << "Progression : [                    ]"
56           << "\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b\b"
57           << "\b\b" << flush;
58
59      for(unsigned long int k = 1; k < t.size(); k++)
60      {
61          if(1 == ( k % ( (unsigned long int)
62              ((p.tmax/p.dt)/20) )) )
63          {
64              cout << "-" << flush;
65          }
66
67          derivee(n[k-1], S[k-1], phi[k-1],
68                  t[k-1], dn1, dS1, dphi1);
69
70          derivee(n[k-1] + p.dt/2.0*dn1,
71                  S[k-1] + p.dt/2.0*dS1,
72                 phi[k-1] + p.dt/2.0*dphi1,
73                  t[k-1] + p.dt/2.0,
74                  dn2, dS2, dphi2);
75
```

```
76          derivee(n[k-1] + p.dt/2.0*dn2,
77                  S[k-1] + p.dt/2.0*dS2,
78                phi[k-1] + p.dt/2.0*dphi2,
79                  t[k-1] + p.dt/2.0,
80                  dn3, dS3, dphi3);
81
82          derivee(n[k-1] + p.dt*dn3,
83                  S[k-1] + p.dt*dS3,
84                phi[k-1] + p.dt*dphi3,
85                  t[k-1] + p.dt,
86                  dn4, dS4, dphi4);
87
88          n[k] = n[k-1] + p.dt/6.0
89            *(dn1 + 2.0*dn2 + 2.0*dn3 + dn4);
90
91          S[k] = S[k-1] + p.dt/6.0
92            *(dS1 + 2.0*dS2 + 2.0*dS3 + dS4);
93
94          phi[k] = phi[k-1] + p.dt/6.0
95            *(dphi1 + 2.0*dphi2 + 2.0*dphi3 + dphi4);
96      }
97
98      cout << endl << "Length␣of␣data␣:␣"
99           << t.size() << endl;
100 }
101
102 double get_S(double t0)
103 {
104     // retourne le nombre de photons dans la cavite a l'instant t0
105     if(t0<p.dt) return(0.0);
106     else
107     {
108         double result;
109         double indice = t0/p.dt;
110         if(indice == floor(indice)) // indice est entier
111         {
112             result = S[(long int) indice];
113         }
```

```
114             else
115             {
116                 //interpolation lineaire.
117                 result = (indice - floor(indice))
118                     * S[(long int) ceil(indice)-1]
119                         + (ceil(indice) - indice)
120                     * S[(long int) floor(indice)-1] ;
121             }
122             return((result<0)?(0):(result));
123             // Elimination des valeurs negatives qui
124             // plantent le simulateur et n'ont pas de
125             // sens physiquement
126         }
127 }
128
129 double get_phi(double t0)
130 {
131         //retourne la phase a l'instant t0
132         if(t0<p.dt) return(0.0);
133         else
134         {
135             double indice = t0/p.dt;
136             if(indice == floor(indice)) //indice est entier
137             {
138                 return(phi[(long int) indice]);
139             }
140             else
141             {
142                 //interpolation lineaire
143                 return( (indice - floor(indice))
144                         * phi[(long int) ceil(indice)]
145                         + (ceil(indice) - indice)
146                         * phi[(long int) floor(indice)] );
147             }
148         }
149 }
150
151
```

```
152 void derivee(
153     double n, double S, double phi, double t0,
154     double &dn, double &dS, double &dphi)
155 {
156     // retourne les derivees temporelles de n, S et phi a l'instant t0, connaissant n(t0), S(t0) et phi(t0)
157     if(S>1.0)
158     {
159         // equations du self-mixing en dynamique
160         double g = p.a*p.Gamma*(n - p.n0);
161         dn = I(t0)/e/p.V
162             - n/p.taue - g*c/p.mue_barre*S/p.V;
163 
164         dS = S/p.tauph*(g/p.gth -1.0)
165             + 2.0*p.zeta/p.tauL*sqrt(S*get_S(t0-tau_ext(t0)))
166             * cos(p.omega_th*tau_ext(t0)
167                 + phi-get_phi(t0-tau_ext(t0)));
168 
169         dphi = p.alpha*p.vg/2.0*p.a*(n - p.nth)
170             - p.zeta/p.tauL*sqrt(get_S(t0-tau_ext(t0))/S)
171             * sin(p.omega_th*tau_ext(t0)
172             + phi-get_phi(t0-tau_ext(t0)));
173     }
174     else
175     {
176         // le nombre de photons est trop bas pour être en fonctionnement laser
177         dn = I(t0)/e/p.V - n/p.taue;
178         dS = 2/p.dt; // ajout de photons pour demarrer le laser (rustine necessaire car le modele ne prend pas en compte l'emission spontanee)
179         dphi = 0.0;
180     }
181     return;
182 }
```

Fichier main.cpp

```
/**
Simulation du self-mixing en dynamique a partir des
equations du Petermann. Le decalage en frequence du
au Doppler est neglige. Enregistrement des resultats
sous forme de fichiers .csv a 4 colonnes separees
par des tabulations : temps (s), densite de porteurs
(m-3), nombre de photons dans la cavite, phase de la
composant lentement variable (rad). Un fichier .log
peut aussi etre genere, qui contient les parametres
de la simulation. Le pas d'echantillonnage etant tres
court (10ps), attention a la taille des fichiers
(facilement plusieurs dizaines ou centaines de MB).
Compter environ 1/3 de secondes par us de simulation
(CPU Intel T4200 @ 2GHz), + le temps d'ecrire le
fichier sur le disque (environ 1s par us de simulation
si on n'utilise pas la fonction decimate(), en
fonction de la rapidite du disque)

Raphael Teysseyre
Epsiline/LOSE
2010
**/

#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <sstream>
#include "post_process.H"
#include "CParametres.h"
#include "solveur.H"

using namespace std;

//chemin d'enregistrement des fichiers
#define PATH ".\\resultats\\"

//prefixe des noms de fichier
```

```
38 #define PREFIX "2010.12.13"
39
40 //version du programme
41 #define VERSION "1.2.4"
42
43 double I0; //courant de polarisation
44 double l0; //distance a la cible
45
46 int main(void)
47 {
48     cout << "Compiled␣␣" << __DATE__ << "␣at␣"
49          << __TIME__ << "␣version␣" << VERSION << endl;
50     cout << "PATH␣=␣" << PATH << endl << endl;
51
52     extern CParametres p;
53     extern vector<double> t;
54
55     ///Entree des parametres statiques de simulation
56     p.tmax = 25e-6;
57     //p.r3 = 3e-5;
58     //p.dt = ...
59     //p.r3 = ...
60     //p.alpha = ...
61     //etc.
62     //pour les parametres variant au cours du temps (I, tau_ext) il faut
   aller modifier les fonctions dans parametres_dynamiques.cpp
63
64     vector<double> I;
65     vector<double> l;
66     vector<double> r3;
67     vector<double> Gamma;
68
69     //distances de travail
70     l.push_back(1.0);
71
72     //courant d'interet
73     I.push_back(MOYEN_COURANT);
74
```

```
75      //r3 d'interet
76      r3.push_back(1e-7);
77      r3.push_back(2e-7);
78      r3.push_back(5e-7);
79
80      for(unsigned int il=0; il<l.size(); il++)
81      for(unsigned int iI=0; iI<I.size(); iI++)
82      for(unsigned int ir3=0; ir3<r3.size(); ir3++)
83      {
84          l0 = l[il];
85          I0 = I[iI];
86          p.r3 = r3[ir3];
87
88          ///Simulation
89          solve_RK4();
90
91          ///Post-processing
92          delete_before(10e-6); //demarrage du laser et stabilisation : ininteressant
93          decimate(); // elimination des points inutiles. Enlever cette ligne si on a un doute sur la forme du signal (peu de points a un endroit de la courbe)
94
95          ///Enregistrement
96          if(t.size()<100000)
97          {
98              stringstream ss;
99              ss << PREFIX << "-" << I0*1000 << "mA-"
100                 << l0 << "m-" << p.r3;
101             string nom_fichier_str;
102
103             nom_fichier_str = string(PATH) +
104                 ss.str() + string(".csv");
105             output(nom_fichier_str.c_str());
106
107             nom_fichier_str = string(PATH) +
108                 ss.str() + string(".log");
109             log(nom_fichier_str.c_str());
```

```
110             }
111             else
112             {
113                 cout <<
114         "Fichier trop gros : pas d'enregistrement" << endl;
115             }
116         }
117
118         return(0);
119 }
```