THÈSE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉROTECHNIQUE

(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

École Doctorale : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique et Aéronautique
Secteur de Recherche : Mécanique des milieux fluides

Présenté par :
TRAN Thanh Tinh

Développement d'une méthode hybride RANS-LES temporelle pour la simulation de sillages d'obstacles cylindriques

---

Directeur de thèse : **Rémi MANCEAU**

****

Soutenue le 28 Mars 2013
Devant la Commission d'Examen

****

JURY

M. Jacques BORÉE	Professeur, Institut Pprime/ ENSMA	Président
Mme Marianna BRAZA	Directrice de recherche, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse/ CNRS	Rapportrice
M. Azeddine KOURTA	Professeur, Labo. PRISME, Univ. Orléans	Rapporteur
M. Sylvain LARDEAU	Ingénieur, CD-adapco	Examinateur
M. Anh Thi NGUYEN	Maître de Conférence, Viet Nam National Univ. Ho Chi Minh city	Examinateur
M. Eric LAMBALLAIS	Professeur, Institut Pprime/ ENSMA	Examinateur
M. Rodolphe PERRIN	Maître de Conférence, Institut Pprime/ ENSMA	Examinateur
M. Rémi MANCEAU	Chargé de Recherche, Institut Pprime/ CNRS/ ENSMA	Examinateur

Remerciements

Cette thèse s'est déroulée au sein de l'équipe Aérodynamique, Turbulence, Acoustique & Contrôle (ATAC) du département Fluides, Thermique, Combustion (FTC) de l'Institut Pprime à Poitiers, France et à l'Institut Polytechnique de Hô Chi Minh ville (IPHCM), Vietnam.

Mes remerciements vont d'abord à Rémi Manceau pour sa disponibilité, les discussions intéressantes pendant mes séjours en France et les nombreux courriels échangés durant mes séjours au Vietnam, qui m'ont inspiré dans mon travail de recherche et surtout dans la façon d'aborder les problèmes.

Je voudrais également remercier chaleureusement Jacques Borée pour avoir accepté ma candidature à cette thèse, pour son grand soutien, son cours de turbulence et pour m'avoir accueilli dans le laboratoire.

Ma gratitude va également à Nguyen Anh Thi qui m'a amené au domaine de la CFD, m'a encouragé et m'a apporté un grand soutien pendant mes séjours au Vietnam.

Je voudrais exprimer mes remerciements à Rodolphe Perrin pour les discussions intéressantes que j'ai eues avec lui, et pour m'avoir fourni différents outils, en particulier les routines pour la DES dans code Saturne et ceux nécessaires à l'initialisation et au post-traitement du cas de turbulence homogène isotrope ; ainsi qu'à Alain Farcy pour avoir accepté d'être directeur de thèse pendant la deuxième et la troisième année.

Je remercie Marianna Braza et Azeddine Kourta pour avoir accepté de juger mon travail ; ainsi que Sylvain Lardeau, et Eric Lamballais pour avoir accepté de participer au jury.

Cette thèse a été soutenue financièrement par une bourse Evariste-Galois de l'Ambassade de la France au Vietnam, un financement complémentaire de l'équipe ATAC de Pprime et du conseil scientifique de l'ENSMA pour les séjours en France, ainsi que par le NAFOSTED (Vietnam's National Foundation for Science and Technology Development) dans le cadre du projet numéro 107.03.30.09 pendant les séjours au Vietnam.

En ce qui concerne les simulations numériques, cette thèse a été possible grâce à l'utilisation des moyens de calcul de l'équipe ATAC (stations de calculs), de l'institut Pprime (cluster), le programme PFIEV à IPHCM et grâce aux heures de calcul HPC sur

la BlueGene Babel de l'IDRIS allouées par le GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif, projet 2010-020912). Je voudrais également remercier les informaticiens Francis Boissonneau et Pierre-François Laplaceta du site SP2MI-H2 de Pprime.

Ma reconnaissance va également au CROUS de Poiriers, à la scolarité de l'ENSMA, et aux responsables du site SP2MI-H2 de Pprime.

J'ai eu grand plaisir à échanger avec les personnels techniques de Pprime, avec les thésards de Pprime au SP2MI et à l'ENSMA, et avec les membres du département aérotechnique à IPHCM. Je vous remercie tous pour toutes les journées agréables.

La famille a une place très importante, et je consacre un grand hommage à mes parents Tran Van Giac, Nguyen Thi Phi Yen qui m'ont toujours tout donné et soutenu. J'adresse également une pensée aux familles de mes frères Thuong-The, Tuong-Hanh et leurs petits enfants Toan, Tam, Thu.

Table des matières

1 Introduction **1**

1.1 Contexte de la modélisation de la turbulence 1

1.2 Présentation de l'étude 3

1.2.1 Contexte et objectifs 3

1.2.2 Organisation de l'ouvrage 3

2 Bibliographie **5**

2.1 Introduction à la physique des écoulements turbulents 6

2.1.1 La cascade d'énergie turbulente et les hypothèses de Kolmogorov 6

2.1.2 Le spectre d'énergie turbulente 7

2.2 Modélisation RANS 9

2.2.1 Moyenne de Reynolds, décomposition RANS et problème de fermeture 9

2.2.2 Modèles linéaires à viscosité turbulente 11

2.2.3 Modèles aux tensions de Reynolds 12

2.2.4 Modèles non-linéaires et algébriques 13

2.2.5 Modélisation des effets de paroi 14

2.3 La simulation des grandes échelles 15

2.4 Approches instationnaires intermédiaires 15

2.5 Approches hybrides RANS/LES 17

2.6 Conclusion du chapitre 21

3 Introduction des formalismes LES et hybrides RANS/LES **23**

3.1 Formalisme 23

3.1.1 Moyenne et décomposition 23

3.1.2 Approche LES spatiale 25

3.1.3 Approche LES temporelle 30

3.2 Modèles hybrides RANS/LES classiques 32

3.2.1 Modèle DES 32

3.2.2 Modèle PITM 35
3.2.3 Modèle TPITM 40
3.3 Conclusion du chapitre 45

4 Développement d'une nouvelle approche hybride RANS-TLES 47
4.1 Introduction 48
4.2 Analyse en perturbation des systèmes d'équations du TPITM et de la DES 49
4.2.1 Système TPITM 49
4.2.2 Système DES 52
4.3 Approche DES équivalente 54
4.3.1 DES équivalente basée sur une échelle de longueur 54
4.3.2 DES équivalente basée sur une échelle de temps 55
4.3.3 Comparaison des deux approches 55
4.4 Le ratio énergie modélisée sur énergie fluctuante totale (r) 56
4.5 Calibration en turbulence homogène isotrope 58

5 Méthodes numériques 63
5.1 La méthode des volumes finis 64
5.2 Discrétisation temporelle 65
5.3 Discrétisation spatiale 66
5.3.1 Terme de convection 66
5.3.2 Terme de diffusion 70
5.4 Calcul des gradients et interpolations 70
5.5 Conditions aux limites 71

6 Simulation de l'écoulement autour de cylindres 73
6.1 Revue des études portant sur les écoulements autour de cylindres rectangulaires 74
6.2 Cylindre carré 81
6.2.1 Configuration et maillage 81
6.2.2 Conditions aux limites 82
6.2.3 Convergence 83
6.2.4 Comparaison des versions de la HTLES 86
6.2.5 Influence du maillage 94
6.2.6 Influence de la taille du domaine dans la direction transverse . . 98
6.3 Cylindres à section rectangulaire 103

6.3.1 Caractéristiques des écoulements autour de cylindres rectangulaires de faible rapport d'aspect 103
6.3.2 Simulations des cas de cylindres rectangulaires 106
6.3.3 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,4$ . . . 109
6.3.4 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,2$ . . . 117
6.3.5 Rectangulaire rapport d'aspect $R = 0,6$ 124
6.4 Conclusion du chapitre 124

7 Conclusions **127**

A URANS **131**
A.1 k-ω-SST 131

B HTLES **133**
B.1 HTLES basée sur une échelle de longueur 133
B.2 HTLES basée sur une échelle de temps 134

Table des figures

2.1 La cascade d'énergie [93] 7
2.2 Trois zones dans le spectre d'énergie turbulente [93] 9
2.3 Illustration des grandes catégories de modèles de turbulence [103] . . . 9

3.1 Séparation entre échelles de tourbillons dans l'espace physique et l'espace de Fourier [119] 25
3.2 Découpage du spectre turbulent en PITM [53] 35

4.1 Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 32^3 60
4.2 Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 64^3 61
4.3 Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 128^3 61

5.1 Configuration générale de 2 cellules adjacentes I et J internes au domaine 67
5.2 Configuration générale d'une cellule I au bord 71
5.3 Échange des donnes de la condition périodique et calcul parallèle [2] . . 72

6.1 Coefficient de pression sur la surface arrière C_{pb} en fonction le nombre de Reynolds Re pour un cylindre circulaire [160] 75
6.2 Nombre de Strouhal St en fonction du nombre de Reynolds Re pour un cylindre circulaire [160] 76
6.3 Mode A et mode B du cylindre circulaire [160] 77
6.4 Formation du mode A derrière un cylindre carré [86] 78
6.5 Formation du mode B derrière un cylindre carré [86] 79
6.6 Coefficient de traînée C_d et nombre de Strouhal St [127] 80
6.7 Configuration du cylindre carré 82
6.8 Maillage $M1$ du cylindre carré 82
6.9 Évolution de la moyenne temporelle $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ en fonction du nombre de période utilisées, aux trois capteurs situés en $(x/D, y/D, z/D)$: capteur 1 (1,5, 2, 0), capteur 2 (2,5, 2, 0), capteur 3 (1,5, 2, 2). Modèle HTLES 3. Maillage $M1$ 83

6.10 Profils de U/U_0, $\widetilde{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne centrale. Modèle HTLES 3. Maillage $M1$ 84
6.11 Profils de U/U_0, $\widetilde{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 en $x/D = 1$. Modèle HTLES 3. Maillage $M1$ 85
6.12 Profils de U/U_0 sur la ligne centrale. Maillage $M1$ 88
6.13 Profils de u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne centrale. Maillage $M1$ 89
6.14 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$. Maillage $M1$ 90
6.15 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 5$. Maillage $M1$ 91
6.16 Iso-surfaces $Q = 0{,}1$ données par les approches URANS, DES, HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3 et HTLES 4. Maillage $M1$ 92
6.17 Évolution des tourbillons identifiés par iso-surfaces $Q = 0{,}1$, coloré par la norme de la vitesse pour l'approche HTLES 3, avec $t_1/T = 46{,}809$. Maillage $M1$ 93
6.18 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0, k_m/U_0^2, k_r/U_0^2 et k_{total}/U_0^2 sur la ligne centrale 95
6.19 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$ 96
6.20 Critère $Q = 0{,}5$ (gauche) et vorticité longitudinale sur la surface $x/D = 1$ (droite) pour trois maillages M1, M2, M3 97
6.21 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne centrale 99
6.22 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$ 100
6.23 Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 5$ 101
6.24 Iso-surfaces $Q = 0{,}1$ pour les trois tailles de domaine dans la direction transverse : $W/D = 2$, $W/D = 4$, $W/D = 8$ 102
6.25 L'écoulement à $Re = 20000$ autour d'un cylindre rectangulaire [23] . . . 104
6.26 Vorticité instantanée. Écoulement à $Re = 22000$ autour d'un cylindre rectangulaire de rapport d'aspect correspondant au maximum du coefficient de portance [127] 104
6.27 (a) Évolutions temporelles des coefficients de traînée et de portance du cylindre rectangulaire à $R = 0{,}2$ et $Re = 10000$; (b,c) Deux états du sillage à $tU_0/D = 779$ (b) et $tU_0/D = 767$ (c) [149] 105
6.28 Coefficient de traînée C_d en fonction du rapport d'aspect R 107
6.29 Coefficient de pression à la surface arrière $-C_{pb}$ en fonction du rapport d'aspect R 107
6.30 Nombre de Strouhal St en fonction du rapport d'aspect R 108
6.31 Évolution temporelle de C_d, vorticité et pression dans le plan médian . 111

6.32 Convergence statistique du coefficient C_d en fonction du temps d'accumulation et spectres . . . 112
6.33 k_m/U_0^2 et $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ au capteur $(x/D, y/D, z/D) = (2{,}5,\ 2,\ 0)$ . . . 112
6.34 Profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale . . . 113
6.35 Profils de k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$ . . . 113
6.36 Profils de $\sqrt{\overline{\tilde{u}^2}}/U_0$, $\sqrt{\overline{\tilde{v}^2}}/U_0$ et $\sqrt{\overline{\tilde{w}^2}}/U_0$ sur la ligne $x/D = 1$ . . . 114
6.37 Lignes de courant moyennes et champ du coefficient de pression moyenne C_p . . . 115
6.38 Iso-surfaces de critère $Q = 0{,}5$, coloré par la vitesse, et vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}6$ à deux instants différents avec $t_1/T = 430{,}832$, $t_2/T = 450{,}057$. Mode haut à gauche, mode bas à droite . . . 116
6.39 Évolution temporelle C_d et vorticité dans le plan médian . . . 119
6.40 Convergence statistique du coefficient C_d en fonction du temps d'accumulation et spectres . . . 120
6.41 k_m/U_0^2 et $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ au capteur $(x/D, y/D, z/D) = (2{,}5,\ 2,\ 0)$ . . . 120
6.42 Profils k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale . . . 121
6.43 Profils k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$ . . . 121
6.44 Lignes de courant moyennes et champ du coefficient de pression moyenne C_p . . . 122
6.45 Iso-surfaces critère $Q = 0{,}5$, coloré par la vitesse, et vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}5$ à deux instants différents avec $t_1/T = 232{,}238$, $t_2/T = 240{,}089$. Mode haut à gauche, mode bas à droite . . . 123
6.46 Évolution temporelle de C_d . . . 125
6.47 Profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale . . . 126

Liste des tableaux

3.1 Définition de filtres homogènes 26
3.2 La compatibilité de la LES et de la TLES avec des limites RANS et DNS 32

4.1 Les quatre versions de la DES équivalente 59
4.2 Calibration du coefficient β 60

6.1 Études de sillage d'obstacles cylindriques, avec rapport d'aspect $R = L/D$ 78
6.2 Études de sillages de cylindre carré, avec longueur transverse du domaine de calcul W/D 79
6.3 Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression C_{pb}, et nombre de Strouhal St dans le cas $R = 1{,}0$ 88
6.4 Influence du maillage sur les grandeurs globales 96
6.5 Influence de la taille du domaine dans la direction transverse 99
6.6 Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}4$ 110
6.7 Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}2$ 118
6.8 Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}6$ 124

Notations et Symboles

Symboles Latins

b_{ij}	Tenseur d'anisotropie
C_{DES}	Coefficient du modèle DES
C_K	Constante de Kolmogorov
$C_{\varepsilon 1}$	Constante de l'équation de la dissipation
$C_{\varepsilon 2}$	Constante de l'équation de la dissipation
$C^*_{\varepsilon 1}$	Coefficient modifié de l'équation de la dissipation
$C^*_{\varepsilon 2}$	Coefficient modifié de l'équation de la dissipation
C_d	Coefficient de traînée
C_{pb}	Coefficient de pression sur la surface arrière
C_{ij}	Terme de convection
d_w	Distance à la paroi
D^{ν}_{ij}	Terme de diffusion moléculaire
D^{T}_{ij}	Terme de transport turbulent
E_S	Spectre spatial d'énergie fluctuante
E_T	Spectre temporel eulérien d'énergie fluctuante
G_{Δ_S}	Filtre spatial utilisé en LES
G_{Δ_T}	Filtre temporel utilisé en TLES
k_m	Moyenne d'ensemble de l'énergie non-résolue en URANS ou LES
k_r	Energie résolue
$k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$	Energie fluctuante totale
l_c	Longueur de la zone recirculation
L	Echelle de longueur intégrale de la turbulence

l_η	Echelle de Kolmogorov
l	Echelle de longueur des modèles RANS
P_{ij}	Terme de production
Q	Critère Q
$r = r_k = k_m/k$	Ratio énergie modélisée/énergie fluctuante totale
$r_\varepsilon = \varepsilon_m/\varepsilon$	Ratio dissipation modélisée/dissipation totale
R_{ij}	Tenseur de Reynolds
Re	Nombre de Reynolds
S_{ij}	Tenseur de déformation basé sur le champ moyen RANS
St	Nombre de Strouhal
t	Temps
T	Echelle intégrale temporelle de la turbulence
U_0	Vitesse d'entrée
u_i^*	Vitesse instantanée (u^*, v^*, w^*)
$U_i = \overline{u_i^*}$	Moyenne d'ensemble de la vitesse (U, V, W)
$\tilde{U}_i = \langle u_i^* \rangle$	Vitesse filtrée en URANS ou LES $(\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{W})$
$u_i = u_i^* - U_i$	Fluctuation de vitesse en décomposition RANS (u, v, w)
$\tilde{u}_i = \tilde{U}_i - U_i$	Vitesse fluctuante à grande échele en URANS ou LES $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$
$u_i'' = u_i^* - \tilde{U}_i$	Vitesse résiduelle en décomposition URANS ou LES (u'', v'', w'')
u_η	Vitesse caractéristique à l'échelle de Kolmogorov
$y^+ = yu_\tau/\nu$	Distance à la paroi en unités pariétales

Symboles Grecs

β	Coefficient du modèle DES équivalent
Δ_S	Largeur du filtre spatial
Δ_T	Largeur du filtre temporel
$\Delta_m = max\,(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$	Taille locale de maille
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
ε_{ij}	Tenseur des taux de dissipation d'énergie fluctuante

$\varepsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_{ii}$	Taux de dissipation d'énergie fluctuante
κ, κ_c, κ_d	Nombre d'onde de coupure
ν	Viscosité cinématique du fluide
ν_t	Viscosité turbulente
ρ	Masse volumique du fluide
τ_{ij}	Tenseur de Reynolds
τ_{ijSFS}	Tenseur de sous-filtre
τ_{ijSGS}	Tenseur de sous-maille
Φ^*_{ij}	Corrélation vitesse-gradient de pression
ω	Vorticité ou fréquence
ω_c, ω_d	Fréquence de coupure
Ω_{ij}	Tenseur des taux de rotation basé sur le champ moyen RANS

Autres symboles

$\mathcal{C}_{ij}$	Tenseur des termes croisés de sous-maille
$\mathcal{L}_{ij}$	Tenseur de Léonard
$\mathcal{R}_{ij}$	Tenseur de Reynolds de sous-maille

Acronymes

ADM	Approximate Deconvolution Model
DES	Detached Eddy Simulation
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
EASM	Explicit Algebraic Stress Model
EVM	Eddy Viscosity Model
IDDES	Improved Delayed Detached Eddy Simulation
IP	Isotropization of Production
LES	Large Eddy Simulation
LEVM	Linear Eddy Viscosity Model
LNS	Limited Numerical Scales
LRR	Launder, Reece, Rodi
NLEVM	Non-Linear Eddy Viscosity Model
OES	Organized Eddy Simulation
PANS	Partially Averaged Navier-Stokes
PITM	Partially Integrated Transport Model
PRNS	Partially-Resolved Numerical Simulation
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
rms	Root Mean Square
RSM	Reynolds Stress Model
SDM	Semi Deterministic Model
SAS	Scale Adaptive Simulation
SFS	Sub-Filter Scale

SGS	Sub-Grid Scale
SSG	Speziale, Sarkar, Gatski
TLES	Temporal Large Eddy Simulation
TPITM	Temporal Partially Integrated Transport Model
TRANS	Transient Reynolds Averaged Navier-Stokes
TRRANS	Turbulence-Resolving Reynolds Averaged Navier-Stokes
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
VLES	Very Large Eddy Simulation
WMLES	Wall-Modelled Large Eddy Simulation
ZDES	Zonal Detached Eddy Simulation

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Contexte de la modélisation de la turbulence 1

1.2 Présentation de l'étude 3

1.2.1 Contexte et objectifs 3

1.2.2 Organisation de l'ouvrage 3

1.1 Contexte de la modélisation de la turbulence

La modélisation des écoulements turbulents est un des grands problèmes dans la mécanique de fluides. Malgré de très nombreuses études qui ont contribué à ce domaine, il reste beaucoup de challenges à relever, en particulier dans le cadre des applications industrielles. D'après la théorie de Kolmogorov [74], l'agitation turbulente se compose de structures tourbillonnaires dont les tailles couvrent continûment toute une gamme d'échelles de longueur. L'échelle maximale est limitée par la taille caractéristique de la géométrie de l'écoulement, tandis que l'échelle minimale, l'échelle de Kolmogorov, est fixée par la dissipation et la viscosité du fluide. Différentes approches sont proposées dans la littérature pour la simulation de la turbulence à différents niveaux de description, qui sont classiquement décrites en trois axes principaux : la simulation numérique directe, la simulation des grandes échelles et la modélisation statistique.

La simulation numérique directe (ou DNS pour *Direct Numerical Simulation*) obtient explicitement toutes les échelles de la turbulence en résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes, sans aucune modélisation. Elle fournit des informations précises, permettant une analyse fine et fiable de la topologie de l'écoulement, des fréquences, de l'acoustique, des statistiques de la turbulence, etc. Cependant, le

coût du calcul est proportionnel à Re^3 pour les écoulements libres [105, 119] et à Re_τ^4, soit environ $Re^{3,6}$ pour les écoulements en présence de parois [72]. On a donc besoin de puissances des calcul et de capacités mémoire considérables pour faire des calcul d'écoulements en configurations industrielles, et est donc limitée dans ce cadre à des écoulements à bas nombre de Reynolds [105]. Elle est donc plus adaptée à des recherches fondamentales sur la turbulence et à la fourniture de bases de données importantes pour la validation et la calibration d'autre approches moins coûteuse en temps de calcul.

La simulation des grandes échelles (ou LES pour *Large Eddy Simulation*) consiste à résoudre les équations Navier-Stokes filtrées. Les structures tourbillonnaires aux grandes échelles sont résolues tandis que les petites échelles, qui ont un comportement plus universel, sont modélisées. Le coût de calcul de cette méthode est proportionnel à environ $Re^{1,8}$ [105, 104] avec résolution pariétale ou à $Re^{0,5}$ en utilisant des lois de paroi [105]. La LES est à mi-chemin entre la DNS et la modélisation statistique en ce qui concerne les résultats obtenues et le coût de calcul.

La modélisation statistique modélise toutes les échelles de la turbulence en considérant l'agitation turbulente comme un processus purement aléatoire. La décomposition proposée par Reynolds est utilisée pour séparer les grandeurs instantanées en une partie moyenne et une partie fluctuante. Les équations RANS (pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) sont obtenues par l'application de cette décomposition aux équations de Navier-Stokes. La méthode RANS est peu dépendante du nombre de Reynolds et le temps de calcul est considérablement réduit par rapport à la DNS et la LES. Malgré le fait que les résultats obtenus fournissent une information limité, la méthode RANS reste largement utilisée dans le monde industriel pour des écoulements à grand nombre de Reynolds grâce à son faible coût de calcul.

De manière à proposer une approche plus précise que l'approche RANS et moins chère que la LES, de multiples approches instationnaires intermédiaires entre RANS et LES ont vu le jour : VLES (*Very Large Eddy Simulation*), LNS (*Limited Numerical Scales*), DES (*Detached Eddy Simulation*), DDES (*Delayed* DES), IDDES (*Improved* DDES), SDM (Semi Deterministic Modeling), OES (*Organized Eddy Simulation*), SAS (*Scale Adaptive Simulation*), PANS (*Partially Averaged Navier-Stokes*), PITM (*Partially Intergrated Transport Model*), TPITM (*Temporal* PITM), filtre additif, etc. Parmi ces approches, certaines sont qualifiées d'hybride RANS/LES : une simulation RANS est effectuée en zone pariétale ou dans les zones dans lesquelles on n'a pas besoin faire de la LES ; une simulation LES est effectuée loin des paroi ou dans les zones dominées par des structures cohérentes à grandes échelles qui a ont un impact important sur l'écoulement.

1.2 Présentation de l'étude

1.2.1 Contexte et objectifs

L'axe Aérodynamique, Turbulence, Acoustique & Contrôle (ATAC) du département Fluides, Thermique, Combustion (FTC) de l'institut Pprime considère des approches instationnaires intermédiaires entre les méthodes RANS et LES depuis de nombreuses années. À la suite des thèses de Carpy [34], de Fadai [49] et de Friess [53], cette thèse s'est orientée dans la direction des approches hybrides RANS/TLES (Temporal LES). Ces approches proviennent d'une analyse théorique et surmonte les inconsistances du raccordement continu du RANS et de la LES.

L'objectif de cette thèse est le développement d'une approche hybride RANS/TLES combinant les avantages de l'approche TPITM (formalisme consistant, justification théorique des coefficients) et l'approche DES (facilité de mise en œuvre). Cette approche, initiée lors de la thèse de Friess [53], va être développée dans cette thèse, et en particulier, une nouvelle version basée sur une échelle temporelle va être proposée et validée dans le cadre d'écoulements en géométrie complexe.

1.2.2 Organisation de l'ouvrage

Ce manuscrit commence par le présent chapitre d'introduction qui présente le contexte de la modélisation, ainsi que les objectifs de l'étude.

Ensuite, le chapitre 2 présente la bibliographie avec une introduction à la physique des écoulements turbulents et une brève revue d'ensemble des modèles de turbulence, comprenant les modèles RANS, LES, et les modèles instationnaires intermédiaires et les modèles hybrides RANS/LES.

Le formalisme et les modèles hybrides RANS/LES utilisés dans cette thèse (DES, PITM) sont présentés de manière plus détaillée dans le chapitre 3.

Le chapitre 4 est consacré au développement de la nouvelle approche hybride RANS/TLES (HTLES). Il fournit des arguments pour l'interprétation du modèle DES comme une approche hybride TLES. Quatre versions sont présentées et calibrées dans le cas turbulent homogène isotrope.

Les méthodes numériques utilisées sont présentées au chapitre 5 : discrétisation spatiale et temporelle du code Saturne.

Les écoulements autour de cylindres rectangulaires avec des rapports d'aspect allant de 1,0 (carré) à 0,2 sont utilisés pour valider la nouvelle approche. Les résultats obtenus sont comparés avec les résultats expérimentaux et numériques disponibles dans la littérature. Une caractéristique physique intéressante des écoulements autour de cylindre

rectangulaire à petits rapports d'aspect est dévoilée dans ce chapitre.

Le septième et dernier chapitre est le chapitre de conclusion.

Chapitre 2

Bibliographie

Sommaire

2.1 Introduction à la physique des écoulements turbulents . . 6

2.1.1 La cascade d'énergie turbulente et les hypothèses de Kolmogorov 6

2.1.2 Le spectre d'énergie turbulente 7

2.2 Modélisation RANS 9

2.2.1 Moyenne de Reynolds, décomposition RANS et problème de fermeture 9

2.2.2 Modèles linéaires à viscosité turbulente 11

2.2.3 Modèles aux tensions de Reynolds 12

2.2.4 Modèles non-linéaires et algébriques 13

2.2.5 Modélisation des effets de paroi 14

2.3 La simulation des grandes échelles 15

2.4 Approches instationnaires intermédiaires 15

2.5 Approches hybrides RANS/LES 17

2.6 Conclusion du chapitre 21

Ce chapitre fait une brève revue de la modélisation de la turbulence ainsi que des avantages, inconvénients, et des champs d'application de chaque modèle. La classification est basée sur la capacité des modèles à résoudre les différentes échelles de la turbulence. C'est pourquoi un bref rappel de la physique des écoulements turbulents est tout d'abord présenté.

2.1 Introduction à la physique des écoulements turbulents

2.1.1 La cascade d'énergie turbulente et les hypothèses de Kolmogorov

La notion de cascade d'énergie turbulente, introduite par Richardson [113], est une idée essentielle pour comprendre les écoulements turbulents. La turbulence comprend des tourbillons en trois dimensions de différentes échelles. La plus grande échelle est fixée par la géométrie de l'écoulement (par exemple la taille du canal, le diamètre du cylindre, ...) tandis que la plus petite échelle, l'échelle de Kolmogorov, est déterminée par la viscosité du fluide et la dissipation. La plupart de l'énergie est contenue dans les tourbillons aux plus grandes échelles.

Le transfert énergie vers les plus petites échelles est dû à l'étirement tourbillonnaire, qui apparaît dans l'équation de transport de la vorticité [105] $\omega = rot\,(\mathbf{u})$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu\nabla^2\omega + \omega \cdot \nabla\mathbf{u} \tag{2.1}$$

où $\nu\nabla^2\omega$ est le terme diffusion visqueuse, et $\omega \cdot \nabla\mathbf{u}$ est l'étirement tourbillonnaire. En considérant un tube tourbillonnaire qui est étiré par exemple en direction z, son intensité tourbillonnaire est augmentée. En même temps, à cause de l'incompressibilité, les tubes adjacents en direction x ou y sont étirés. D'après Bradshaw, ce mécanisme fait une réaction en chaîne tridimensionnelle. Dans ce processus de cascade, les grandes échelles reçoivent l'énergie de l'écoulement moyen, puis transfèrent cette énergie aux plus petites échelles, qui, à leur tour la transfèrent aux plus petites échelles. Ce processus continue jusqu'à atteindre l'échelle où l'énergie est dissipée en chaleur.

Kolmogorov précise la cascade d'énergie turbulente en ajoutant trois hypothèses, qui permettent d'obtenir des informations importantes comme la taille des plus petites échelles et les caractéristiques du transfert d'énergie turbulente à travers des échelles. On considère que les plus gros tourbillons sont caractérisés par une échelle de longueur intégrale l_0 et une vitesse u_0.

Hypothèse d'isotropie locale : À nombre de Reynolds suffisamment élevé, les mouvements turbulents à petites échelle ($l \ll l_0$) sont statistiquement isotropes.

Première hypothèse de similitude de Kolmogorov : Dans un écoulement turbulent à nombre de Reynolds suffisamment élevé, les statistiques des mouvements à petite échelle ont des caractéristiques universelles uniquement déterminées par ν et ε.

Les plus petites échelles sont alors caractérisées par l'échelle de Kolmogorov $l_\eta \equiv (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ et la vitesse $u_\eta \equiv (\nu\varepsilon)^{1/4}$.

Deuxième hypothèse de similitude de Kolmogorov : Dans un écoulement turbulent à nombre de Reynolds suffisamment élevé, les statistiques des mouvements à échelle intermédiaire ($l_0 \gg l \gg l_\eta$) ont des caractéristiques universelles qui sont uniquement déterminées par ε.

Donc, la zone d'équilibre universel est subdivisé en deux sous-zones : la zone de dissipation dominée par des effets visqueux, et la zone inertielle où les effets visqueux sont négligeables. Pope [105] propose de placer la frontière entre ces deux zones à environ $60l_\eta$, et la zone énergétique dans la gamme $\frac{1}{6}l_0 \ll l \ll 6l_0$. Un schéma représentant ces régions de la cascade d'énergie est présenté sur la figure 2.1.

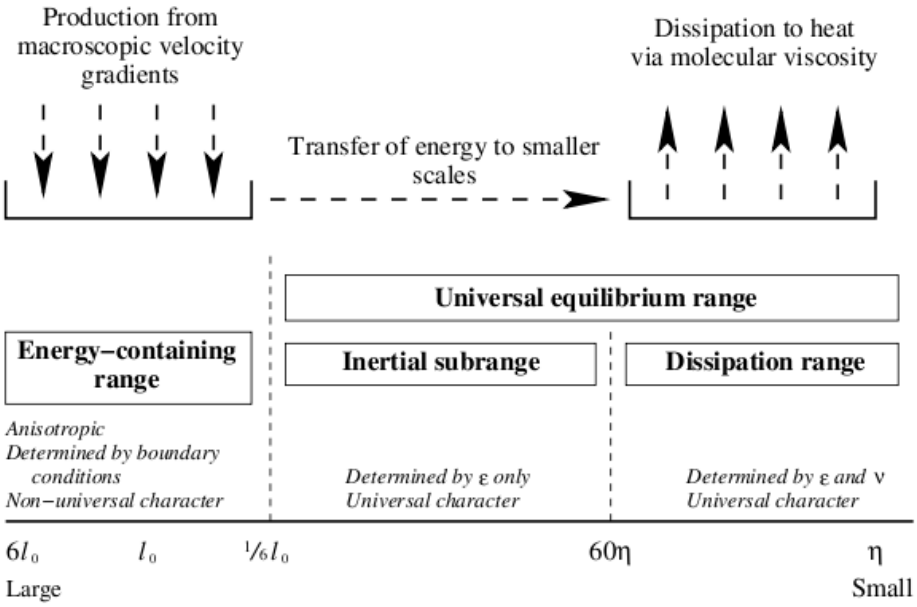


FIGURE 2.1 – La cascade d'énergie [93]

2.1.2 Le spectre d'énergie turbulente

Le spectre d'énergie turbulent représente la répartition de l'énergie turbulente sur une plage continue de nombres d'onde (dans le cas du spectre spatial) ou de fréquences (dans le cas spectre temporel). Il comprend donc trois zones : zone énergétique, zone inertielle et zone dissipative comme montré sur la figure 2.2.

La zone énergétique contient les grandes structures les plus énergétiques générées par l'écoulement moyen, dont l'énergie est transférée aux échelles plus petites à un taux ε_0 :

$$\varepsilon_0 \approx \frac{u_0^2}{l_0/u_0} = \frac{u_0^3}{l_0} \tag{2.2}$$

La zone inertielle est associée aux échelles intermédiaires l_I, avec $l_0 \gg l_I \gg l_\eta$. Elle est appelée ainsi car l'énergie y cascade indépendamment de la viscosité moléculaire et des mécanismes de production. Cette région est d'autant plus étendue que le nombre de Reynolds turbulent est élevé. Conformément à l'hypothèse de Kolmogorov, elle n'est régie que par le taux moyen de transfert d'énergie aux plus petites échelles, ε_I. Dans une situation d'équilibre, ε_I est constante et vaut

$$\varepsilon_I \approx \varepsilon_0 \tag{2.3}$$

La zone dissipative correspond aux structures affectées par la viscosité, qui dissipe leur énergie en chaleur. Le taux de dissipation ε peut-être estimé par :

$$\varepsilon \approx \nu s^2 \tag{2.4}$$

avec $s \approx \dfrac{u_\eta}{l_\eta}$

Dans le cas d'une turbulence en équilibre, la production P est égale à ε, et on a

$$P = \varepsilon_0 = \varepsilon_I = \varepsilon \tag{2.5}$$

Dans la région inertielle, le spectre est régi par ce qu'on appelle communément le spectre de Kolmogorov

$$E_S(\kappa) = C_K \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \tag{2.6}$$

où $C_K = 1,5$ est la constante de Kolmogorov.

D'après Tennekes [151], en l'absence d'écoulement moyen, le spectre temporel eulérien d'une turbulence à l'équilibre peut être obtenu à partir du spectre de Kolmogorov en supposant que, dans la zone inertielle, les fréquences observées en un point fixe correspondent au passage des structures qui sont convectées par les grandes échelles. La vitesse de convection est alors estimée par $U_c = \sqrt{k}$ (vitesse de balayage ou *sweeping velocity*), ce qui conduit à

$$dk = E_S(\kappa)\, d\kappa = E_T(\omega)\, d\omega \tag{2.7}$$

avec

$$\omega \propto \kappa \sqrt{k} \tag{2.8}$$

On obtient donc le spectre temporel eulérien

$$E_T(\omega) = C_0 \varepsilon^{2/3} k^{1/3} \omega^{-5/3} \tag{2.9}$$

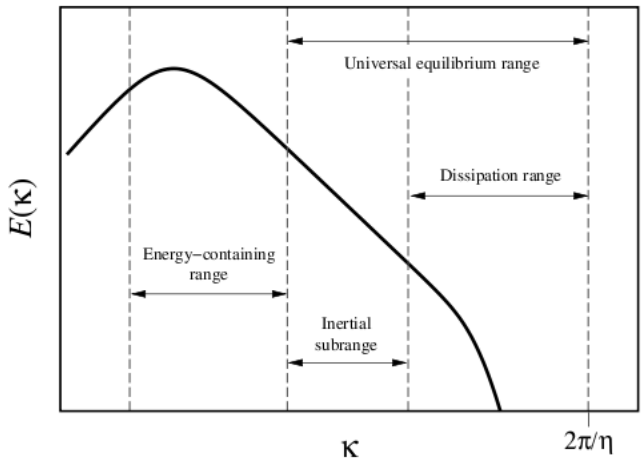


FIGURE 2.2 – Trois zones dans le spectre d'énergie turbulente [93]

Les sections suivantes de ce chapitre présentent les grandes catégories de modèles. Leur classement provient de leur capacité à représenter les différentes échelles du spectre d'énergie, comme illustré par la figure 2.3.

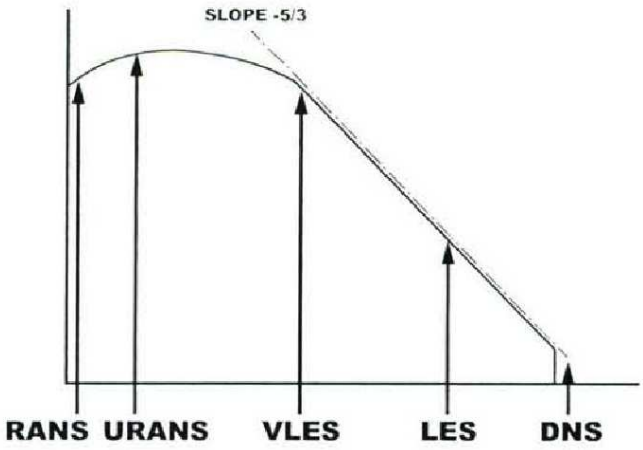


FIGURE 2.3 – Illustration des grandes catégories de modèles de turbulence [103]

2.2 Modélisation RANS

2.2.1 Moyenne de Reynolds, décomposition RANS et problème de fermeture

La turbulence est tridimensionnelle et instationnaire. En modélisation RANS, ces fluctuations sont considérées comme aléatoires et on utilise une moyenne statistique ou

une moyenne d'ensemble pour décomposer l'écoulement en partie moyenne et partie turbulente. La moyenne d'ensemble est définie par

$$\overline{f^*}(\mathbf{x},t) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} f_n^*(\mathbf{x},t)\right) \tag{2.10}$$

c'est-à-dire calculée en chaque point et à chaque instant en répétant l'expérience un grand nombre de fois. Les propriétés principales de cet opérateur sont :

- $\overline{\beta f^*} = \beta\overline{f^*}$
- $\overline{f^* + g^*} = \overline{f^*} + \overline{g^*}$
- $\overline{\dfrac{\partial f^*}{\partial \phi}} = \dfrac{\partial \overline{f^*}}{\partial \phi}$
- $\overline{f^* g^*} = \overline{f^*}\,\overline{g^*} + \overline{fg}$, où $f = f^* - \overline{f^*}$

Une grandeur instationnaire telle que la vitesse u_i^* est alors écrite $u_i^* = U_i + u_i$, avec la partie moyenne $U_i = \overline{u_i^*}$ et la partie fluctuante $u_i = u_i^* - U_i$.

Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement de fluide newtonien s'écrivent

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + u_j^*\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2.11}$$

avec, pour un écoulement incompressible

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0 \tag{2.12}$$

Ces équations deviennent, en appliquant la moyenne d'ensemble,

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.14}$$

où $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j}$ est le tenseur de Reynolds.

Par soustraction des équations du champ instantané et du champ moyenné, on obtient l'équation des fluctuations de vitesse

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_i u_k + U_i u_k + U_k u_i\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.16}$$

À partir des équations (2.15), on obtient les équations de transport des tensions de Reynolds

$$\begin{aligned}\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \underbrace{U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}}_{C_{ij}} = &\underbrace{-\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{P_{ij}} \underbrace{-\frac{1}{\rho}\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} - \frac{1}{\rho}\overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}}}_{\phi^*_{ij}} \\ &\underbrace{+\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k}}_{D^\nu_{ij}} \underbrace{-\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{D^T_{ij}} \underbrace{-2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}}_{\varepsilon_{ij}}\end{aligned} \tag{2.17}$$

où C_{ij}, D^ν_{ij}, D^T_{ij}, ϕ^*_{ij}, P_{ij} et ε_{ij} sont les termes de convection, de diffusion moléculaire, de transport turbulent, de corrélation vitesse-gradient de pression, de production de la turbulence et de dissipation visqueuse, respectivement. L'équation de l'énergie cinétique fluctuante $k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$ se déduit de l'équation (2.17).

Les équations RANS font apparaître des corrélations inconnues qui sont les tensions de Reynolds τ_{ij}. On a donc besoin d'un modèle de fermeture. Les modèles au premier ordre sont basés sur la notion de viscosité turbulente. La seconde classe de modèle de turbulence résout les équations de transport des tensions de Reynolds. Ces modèles sont qualifiés de modèles aux tensions de Reynolds ou modèles au second ordre.

2.2.2 Modèles linéaires à viscosité turbulente

Les modèles linéaires à viscosité turbulente (ou LEVM pour *Linear Eddy Viscosity Model*) sont des modèles au premier ordre basés sur la relation de Boussinesq, qui exprime les tensions de Reynolds proportionnellement au tenseur des taux de déformations du champ moyen :

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \tag{2.18}$$

La détermination de la valeur de la viscosité turbulente ν_t, qui est dimensionnellement le produit d'une vitesse u^* et d'une longueur l^* est nécessaire pour fermer les équations. Les modèles algébriques ou modèles à zéro équation comprennent les modèles de type longueur de mélange (mixing-length model) comme Cebeci-Smith [35] ou Baldwin-Lomax [12]. La dénomination *zéro équation* signifie qu'aucune équation différentielle n'est utilisé en plus des équations (2.13) et (2.14). La viscosité turbulente dans tous ces modèles est donc uniquement déterminée par l'écoulement moyen.

Les modèles à une équation proposés par exemple par Prandtl [159] ou Baldwin-Barth [13] résolvent l'équation de l'énergie turbulente k et utilisent la relation $\nu_t = ck^{1/2}l_m$ où la valeur l_m dépend de l'écoulement. Spalart et Allmaras [137] ont développé un modèle à une équation portant sur la viscosité turbulente ν_t qui élimine le caractère

incomplet des modèles à zéro et une équation, c'est-à-dire élimine le besoin de prescrire une quantité, telle qu'une échelle de longueur, qui dépend de l'écoulement considéré.

Dans la progression naturelle de la démarche de modélisation, les modèles à deux équations comme le $k-\varepsilon$ [79], le $k-\omega$ [159], le $k-\tau$ [145] ou $q-\zeta$ [58], parmi beaucoup d'autres, utilisent deux équations pour déterminer les échelles de vitesse u^* et d'une longueur l^* qui interviennent dans la viscosité turbulente. Le modèle $k-\varepsilon$ proposé par Launder et Spalding [79] a été largement utilisé dans l'industrie pour sa robustesse et sa simplicité.

En raison de l'utilisation de l'hypothèse d'une relation linéaire entre tensions de Reynolds et déformation moyenne, tous les modèles de la catégorie LEVM ont beaucoup d'inconvénients énumérés par exemple par Leschziner [84]. Ils ne donnent pas correctement l'anisotropie des tensions de Reynolds normales, ne prennent pas en compte le transport des tensions de Reynolds (effet mémoire) et supposent un alignement des axes principaux des tenseurs de Reynolds et de déformation moyenne. Par exemple, dans le cadre d'un écoulement instationnaires en moyenne, Carpy et Manceau [33] ont montré l'effet néfaste de cette dernière hypothèse sur la dynamique de l'écoulement. Ils sont par ailleurs incapables de prendre en compte correctement les effets dus à la rotation. Les modèles LEVM sont en revanche bien adaptés aux écoulements qui sont dominés par une tension de cisaillement unique.

2.2.3 Modèles aux tensions de Reynolds

Les limitation des modèles à viscosité turbulente conduit à rechercher des solution plus fines. Les modèles aux tensions de Reynolds (ou RSM pour *Reynolds Stress Model*) résolvent directement les six équations de transport (2.19) pour le tenseur de Reynolds qui contiennent d'important mécanismes pour l'évolution de la turbulence

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} - \varepsilon_{ij} + \phi_{ij} + D_{ij} \tag{2.19}$$

Comme ils ne supposent pas de relation locale entre le tenseur de Reynolds et le cisaillement, ces modèles sont donc capables de représenter les effets mémoires de l'écoulement. De plus, les termes de production et de convection, qui permettent d'expliquer beaucoup de phénomènes, et sont représentés de manière exacte, c'est-à-dire, n'ont pas besoin d'être modélisés. A grand nombre de Reynolds et loin des parois, les petites échelles de l'écoulement sont considérées comme isotropes, donc le terme de dissipation est souvent écrit sous forme isotrope, par le modèle de Kolmogorov $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij}$. En ce qui concerne le terme de redistribution, de nombreux modèles quasi-homogènes, c'est-à-dire valables loin des parois, ont été proposés dans littérature : Rotta+IP ou

LRR [80], modèle des Jones et Musonge [73], modèle SSG [146], etc.

Par rapport aux modèles à viscosité turbulente, les modèles RSM reproduisent mieux l'anisotropie de la turbulence et l'influence des effets complexes, comme ceux dus à une rotation d'ensemble ou à la flottabilité. Cependant, ils peuvent être à l'origine de problèmes de stabilité numérique et conduire à une augmentation du coût de calcul.

2.2.4 Modèles non-linéaires et algébriques

Les difficultés de mise en œuvre des modèles RSM ont motivé des efforts de développement des modèles plus simples, basés sur une viscosité turbulente, mais gardant certaines bonnes propriétés du RSM, notamment en ce qui concerne la reproduction de l'anisotropie. Ces modèles comprennent les modèles non linéaires à viscosité turbulente et les modèles dits algébriques explicites. Ces deux types de modèles, de forme assez proches, se distinguent essentiellement par la démarche utilisée pour les obtenir, ce qui a des conséquences importantes sur leurs coefficients.

Les modèles non linéaire à viscosité turbulente (ou NLEVM pour *Non-Linear Eddy Viscosity Model*) sont une généralisation des modèles LEVM. Ils sont basés sur l'introduction d'une relation non-linéaires [84, 37] entre le tenseur de Reynolds et les tenseurs des taux de déformation et des taux de rotation (loi de comportement). Ils ne font apparaître en général que des termes quadratiques ou des termes cubiques. Les coefficients qui apparaissent dans cette loi de comportement doivent alors être déterminés par calibration. Ces modèles donnent de meilleurs résultats que les modèles LEVM en ce qui concerne la reproduction de l'anisotropie et la prise en compte d'effets complexes, comme par exemple l'interaction entre différents cisaillements ou l'influence des effets de Coriolis. Ils sont par ailleurs plus facile à mettre en œuvre que les modèles RSM et nécessitent moins de ressources.

Les modèles algébriques explicites sont obtenus par une démarche différente. En écrivant les équations de transport du tenseur d'anisotropie $b_{ij} = \dfrac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \dfrac{1}{3}\delta_{ij}$, et en faisant des hypothèses d'équilibre faible, qui consistent à négliger les termes de convection et de diffusion dans cette équation, les équations de transports deviennent de simples équations algébriques. Elles donne directement le tenseur d'anisotropie, et donc, associées à des équations de transport pour les échelles turbulentes, on peut obtenir le tenseur de Reynolds sans résoudre d'équations différentielles pour ce dernier. On peut résoudre ce système d'équations algébriques implicites (non-linéaires et couplées) [114], mais cette idée conduit à de gros problèmes numériques. Ces difficultés peuvent être levées en considérant la méthode dite algébrique explicite (ou EASM pour *Explicit Algebraic Stress Model*), qui consiste à écrire explicitement une solution approchée de

ce système implicite en utilisant la théorie de la représentation des champs de tenseurs (théorie des invariants [143]), qui prend la forme d'une loi de comportement non-linéaire, mais dont les coefficients, en général non constant, dérivent du modèle RSM. Ce type d'approche est un domaine de recherche très actif qui a attiré beaucoup d'auteurs, comme par exemple : Pope [106], Taulbee [150], Gatski et Speziale [55], Wall et Taulbee [157], Apsley et Leschziner [8], Rung et al. [117], Oceni et al. [100].

2.2.5 Modélisation des effets de paroi

La plupart des modèles sont développés et calibrés pour des écoulements à grands nombres de Reynolds turbulents et quasi-homogènes, donc applicables uniquement dans les zones loin des parois. La présence de la paroi a de nombreux effets sur la turbulence, qui sont listés par exemple, par Oceni [101]. De nombreuses méthodes ont alors été proposées pour traiter les zones pariétales.

Dans les modèles haut-Reynolds, pour éviter de résoudre l'équation de la vitesse moyenne jusqu'à la paroi, on utilise des lois de paroi qui demande le placement du premier point de calcul en $y^+ > 30$. Cette approche facilite la construction du maillage et donne de bons résultats dans des conditions idéales, en particulier pour les couches limites parallèles à la paroi, mais ne s'applique pas dans de nombreuses situations rencontrées en pratique, par exemple aux points d'arrêt, dans les zones de recirculation, etc.

Pour éviter l'utilisation des lois de parois, il faut intégrer les modèles jusqu'à la paroi. Les modèles dits bas-Reynolds introduisent des termes sources supplémentaires et des fonctions d'amortissements dans les équations des modèles classiques. Ce type de modèles existe aussi bien dans le cadre du premier ordre que du second ordre [64]. Cependant, l'approche bas-Reynolds manque d'universalité parce que les fonctions d'amortissement sont très empiriques.

D'autres approches, plus originales, ont également été proposées :

- Le modèle SST de Menter [90] qui combine les avantages du modèle $k-\varepsilon$ loin des parois et le modèle $k-\omega$ en proche paroi. Ce modèle au premier ordre linéaire a été applique avec succès dans beaucoup de configurations.
- La relaxation elliptique qui utilise la théorie proposée par Durbin [42] pour récrire le terme de redistribution. Ce terme est alors obtenu par une équation différentielle, nommée équation de relaxation elliptique. Cette approche reproduit bien la redistribution en proche paroi, et en particulier l'effet de blocage [101].

2.3 La simulation des grandes échelles

La simulation des grandes échelles (ou LES pour *Large Eddy Simulation*) est une méthode intermédiaire entre RANS et DNS. La méthode LES résout des structures tourbillonnaires aux grandes échelles, tridimensionnelles et instationnaires, qui correspondent aux nombres d'onde $\kappa < \kappa_c$ dans l'espace spectral, où κ_c est un nombre d'onde de coupure. Les petites échelles, qui sont quasi-isotropes, sont modélisées. La LES est plus précise que l'approche RANS parce que le problème de la modélisation ne se pose que pour les petites échelles qui sont plus faciles à modéliser que les grandes échelles. Le coût de calcul de LES est moins élevé que celui de la DNS, mais bien plus élevé que celui du RANS.

En LES, l'application d'un opérateur de filtrage aux équations de Navier-Stokes fait apparaître le tenseur de sous-filtre τ_{ijSGS} qui représente les effets des petites échelles sur les grandes échelles ou les effets de structures exclues par le filtrage sur les structures résolues. Les deux classes principales d'approximation du tenseur de sous-filtre sont la LES implicite [61] et la LES explicite. La méthode LES implicite utilise des schémas numériques appropriés pour bien représenter la dissipation d'énergie due aux échelles non-résolues. Elle a des inconvénients dans les régions de proche paroi et ne fournit pas l'amplitude du tenseur de sous-filtre [93].

La LES explicite utilise un modèle physique pour représenter l'effet des échelles de sous-maille, comme par exemple : le modèle de Smagorinsky [119], le modèle dynamique [56], le modèle de Yoshizawa avec une équation de transport [163], le modèle de similarité d'échelles [14], le modèle ADM (Approximate Deconvolution Model) [147], etc. Pruett et al. [108, 109] ont également proposé la TLES (pour *Temporal Large Eddy Simulation*), basée sur un filtrage temporel.

Les méthodes LES donnent les résultats souvent plus précis que la RANS, mais au prix d'un coût de calcul très élevé, surtout dans les zones pariétales, où la LES est quasiment équivalente à une DNS [140]. Et même en utilisant des méthodes moins chères pour traiter les zones à côté des parois [22, 130], les coûts de calcul restent très supérieurs à ceux de l'approche RANS. De plus, on doit porter une attention particulière à l'influence du schéma numérique sur le résultat et l'adaptation aux géométries complexes peut s'avérer délicate.

2.4 Approches instationnaires intermédiaires

Dans cette section, on fait une brève revue de quelques approches instationnaires intermédiaires entre RANS et LES. On choisit ici de faire la distinction entre ce type

d'approches, qui ne dépendent pas explicitement de la taille des mailles, et les approches hybride RANS/LES, qui, elles, en dépendent.

Approches à décomposition triple. Certains auteurs [43, 128, 71] ont montré que l'approche RANS est inadéquate pour simuler des écoulements en fort déséquilibre comme, par exemple, les sillages du cylindre. On a alors besoin d'une approche permettant de résoudre les fluctuations cohérentes, tandis que les fluctuations résiduelles sont décrites par un modèle classique de type RANS. On est alors amené à introduire une décomposition triple de l'écoulement, telle qu'introduite initialement par Reynolds et Hussain [112], dans laquelle la vitesse instantanée u_i^* est décomposée en $u_i^* = U_i + \tilde{u}_i + u_i''$, où $U_i = \overline{u_i^*}$ est la moyenne temporelle, $\tilde{u}_i = \langle u_i^* \rangle - U_i$ la partie cohérente et $u_i'' = u_i^* - \langle u_i^* \rangle$ la partie incohérente. L'opérateur $\langle . \rangle$ peut prendre différentes formes selon les cas, comme par exemple une moyenne de phase dans le cas d'un écoulement statistiquement périodique, ou, dans un cadre général, même s'il est difficile de définir un formalisme précis, on peut supposer qu'on applique implicitement un filtre spatio-temporel capable d'extraire les tourbillons à grande échelle [82].

L'approche la plus simple est nommée URANS (pour *Unsteady* RANS) ou TRANS (pour *Transient* RANS) et consiste à résoudre les équations d'un modèle RANS classique en conservant un terme instationnaire en $\partial/\partial t$. Grâce au fait que l'URANS est moins chère que la LES et la DNS et est capable de donner des informations intéressantes dans quelques domaines d'application, par exemple l'interaction fluide-structure [70], la convection naturelle et mixte [66], l'énergétique [24] ou des cas complexes comme un compresseur [60, 99], des sillages [71], des marches descendantes [40, 49], des jets coaxiaux compressibles [111], des jets synthétiques [33], elle est largement utilisée et joue un rôle important dans industrie. Cependant, dans les cas d'écoulements massivement décollés, comme par exemple les sillages de cylindres, l'URANS ne permet pas d'obtenir les caractéristiques de l'écoulement dans la direction transverse [142]. Dans l'ensemble, l'URANS offre une alternative intéressante par rapport à la LES dans certains cas, comme le montrent les comparaisons de Travin et al. [153].

Dans l'approche SDM (pour *Semi-Deterministic Modelling*) proposée par Ha Minh et Kourta [63], la décomposition triple est basée sur l'idée d'une séparation entre la partie déterministe ou quasi-déterministe et la partie aléatoire de l'écoulement. Les propriétés de l'opérateur de décomposition étant celles d'une moyenne de phase, les équations sont formellement identiques à celles utilisées en URANS, mais les modèles sont adaptés pour prendre en compte le fait que le modèle ne représente pas l'ensemble des structures instationnaires, mais seulement la partie résiduelle u_i''. En particulier, le coefficient devant la viscosité turbulente est abaissé, ce qui permet une meilleure

reproduction des structures cohérentes de l'écoulement [18, 10].

Cependant, l'interaction entre les structures cohérentes résolues et la turbulence résiduelle est suffisamment complexe pour qu'on puisse chercher à s'affranchir de l'hypothèse de proportionnalité entre tensions de Reynolds et tenseur des taux de déformation. En particulier, l'instationnarité introduit un déphasage entre les axes propres de ces deux tenseurs, qui conduit à une surestimation de la production par les modèles LEVM [68, 33]. Dans le cadre de l'approche dite OES (pour *Organized Eddy Simulation*) [4], qui introduit également une décomposition entre structures cohérentes (ou organisées) et turbulence résiduelle, Bourguet et al. [28, 27] ont proposé un modèle de viscosité anisotrope, qui permet de prendre en compte l'influence de ce déphasage.

SAS (pour *Scale Adaptive Simulation*). Menter et al. [89] proposent l'approche SAS qui est basée sur un modèle à viscosité turbulente linéaire avec des équations de transport sur l'énergie et l'échelle de longueur. La SAS est capable de résoudre des structures turbulentes instationnaires comme la DES (présentée plus bas), mais au lieu de faire apparaître de manière explicite la taille des mailles dans le modèle, elle dépend de l'échelle de longueur $(\partial U/\partial y)/(\partial^2 U/\partial y^2)$, qui permet d'identifier, au cours de la simulation, les échelles turbulentes que le calcul est capable d'obtenir. Ce modèle a donné des résultats intéressants, par exemple dans une cavité acoustique et une chambre combustion [91, 92, 44].

TRRANS (pour *Turbulence-Resolving* RANS). En se basant sur le modèle $k-\omega$ [158], Travin et al. [153] ont proposé l'approche TTRANS, qui ne dépend pas non plus de la taille des mailles, mais fait intervenir dans le terme de dissipation les taux de déformation $S = S_{ij}S_{ij}$ et de rotation $O = O_{ij}O_{ij}$, qui, comme pour la SAS, permet d'identifier au cours du calcul quelle est la taille des plus petits tourbillons résolus et d'adapter le modèle en conséquence. Le modèle TRRANS a donné des résultats aussi bon la DES pour les cas d'écoulement autour de profil NACA0012 et autour d'un cylindre circulaire [153].

2.5 Approches hybrides RANS/LES

L'approche RANS ne donne que des informations stationnaires, et l'URANS est limitée à des informations sur les structures résolues à grande échelle, comme dans le cas d'écoulements massivement décollés. La LES fournit en revanche beaucoup d'informations instationnaire et remplace donc de manière très avantageuse la RANS dans ces zones. En revanche, dans les zones pariétales, la RANS est capable de prédire l'écoule-

ment avec précision, tandis que la LES est extrêmement coûteuse en temps CPU parce qu'elle a besoin d'un maillage très fin dans cette zone. C'est pourquoi des modèles hybride, qui conjuguent les avantages de chaque type de simulation, sont apparues : une simulation RANS est effectuée en zone proche paroi ou dans les zones dans lesquelles on n'a besoin que des champs moyens et des statistiques de la turbulence ; une simulation LES est effectuée loin des parois ou dans les zones dominées par des structures cohérentes à grandes échelle qui ont un impact important sur l'écoulement.

Il existe deux grandes classes de méthodes en ce qui concerne la séparation des zones traitées par RANS et par LES. Tout d'abord, il y a les approches hybrides RANS/LES dites zonales [120, 39], qui consistent en un découpage de l'écoulement en sous-domaines (respectivement RANS et LES), qui ne sont couplées que par les conditions aux interfaces. Cette approche est difficile à mettre en œuvre dans les configurations complexes. De plus, le problème de l'échange d'information à l'interface où la LES donne des valeurs instationnaires tandis que la RANS donne des valeurs moyennes est très difficile. La deuxième classe est l'approche non-zonale (ou continue) où la transition entre RANS et LES est faite continûment, dans un domaine unique. Quelques approches appartenant à cette classe sont présentées ci-dessous.

VLES (pour *Very Large Eddy Simulation*). Speziale [144] propose l'approche VLES qui calcule les tensions de Reynolds par un modèle RANS classique et les pondère par une fonction empirique $f_k \in [0, 1]$. La fonction f_k dépend du rapport entre la taille locale de maille Δ et l'échelle de Kolmogorov L_η (β et n sont des constantes) :

$$R_{ij} = f_k R_{ij}^{RANS} = \left[1 - \exp\left(-\beta \frac{\Delta}{L_\eta}\right)\right]^n R_{ij}^{RANS}$$

Lorsque la taille de maille est de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov, les tensions de Reynolds R_{ij} tendent vers zéro et le modèle tend vers une DNS. Si la taille de maille est grande, on retrouve le modèle RANS. Elle a été appliquée pour calculer des écoulements dans des machines hydrauliques [31, 118, 62].

LNS (pour *Limited Numerical Scales*). La LNS est basée sur la même idée que la VLES, mais la forme de la fonction de pondération f_k est différente. Batten et al. [20, 21] utilisent une fonction qui dépend du rapport de la viscosité de sous-maille ν_t^{LES} donnée par un modèle LES et de la viscosité turbulente ν_t^{RANS} donnée par un modèle RANS :

$$f_k = \min\left(1, \frac{\nu_t^{LES}}{\nu_t^{RANS}}\right)$$

PRNS (pour *Partially-Resolved Numerical Simulation*). Une autre approche, la PRNS [32, 126], est dans la forme très proche des deux précédentes, mais est présentée comme une approche basée sur un filtrage temporel des équations de Navier-Stokes. Elle utilise un paramètre F_{rcp} (où rcp signifie *resolution control parameter*) qui amortit la viscosité turbulente

$$\nu_t = F_{rcp} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{2.20}$$

où F_{rcp} est imposé constant [126] ou comme une fonction de la taille des mailles [85].

Méthodes de pondération (*blending method*). Plusieurs auteurs ont proposé des approches basées sur une pondération entre un modèle LES et un modèle RANS, par une fonction de pondération f qui vaut zéro dans les zones LES et un dans les zones RANS :

$$\tau_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} = - \left[(1 - f)\, \nu_t + f \nu_R \right] S_{ij} \tag{2.21}$$

où ν_t est la viscosité turbulente du modèle Smagorinsky, ν_R est celle du modèle RANS, et S_{ij} est tenseur de déformation du champ résolu. La fonction f peut dépendre de la distance à la paroi [11], ou d'échelles turbulentes [50, 51].

DES (pour *Detached Eddy Simulation*). L'approche DES, proposée en 1997 par Spalart et al. [139] (désignée aujourd'hui par DES97), résout en mode RANS les régions attachées et en mode LES les régions décollées. La changement entre les deux modes est réalisé grâce à une comparaison d'échelles de longueur. Les relations détaillées sont présentées aux chapitre 3. Cette version d'origine utilise le modèle Spalart-Almaras [137] et a ensuite été étendue à d'autres modèles RANS [148, 155]. Le modèle DES est très simple à mettre en œuvre et a montré sa capacité à capturer les structures instationnaires à grande échelle dans de nombreuses configurations [1, 129, 155, 148, 54, 67, 30, 93, 3].

Le modèle DES97 présente cependant un comportement incorrect dans les régions ou le maillage est ambiguë. Pour surmonter ce problème, Spalart et al. [138] proposent une nouvelle méthode basée sur le modèle Spalart-Almaras [137], nommée DDES (pour *Delayed* DES), qui interdit à la DES de passer en mode LES en proche paroi, indépendamment du maillage. Cette approche DDES a également été adaptée au modèle $k - \omega SST$ [89], ou à un modèle RSM [107].

Travin et al. [154] puis Shur et al. [130] ont également proposé l'approche IDDES (pour *Improved* DDES), qui permet d'utiliser également la DES comme un modèle WMLES (pour *wall-modelled* LES) [6], c'est-à-dire, un modèle qui transitionne vers la LES loin des parois même si l'écoulement reste attaché.

PANS (pour *Partially Averaged Navier-Stokes*). Girimaji et al. [59] ont proposé le modèle PANS, dont le paramètre fondamental est le ratio énergie modélisée sur énergie totale $f_k = k_m/k$, qui, dans cette version d'origine, est une constante imposée par l'utilisateur. Il est alors possible d'écrire l'équation de k_m à partir de l'équation de k de n'importe quel modèle RANS à viscosité turbulente, ce qui conduit à une équation de forme similaire, mais avec un coefficient variable dans l'équation de la dissipation :

$$C^*_{\varepsilon 2} = C_{\varepsilon 1} + \frac{f_k}{f_\varepsilon}\left(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\right)$$

où f_ε est le ratio dissipation modélisée sur dissipation totale. Le fait que f_k soit constant, indépendant de la taille des mailles, devrait conduire à classer cette approche parmi les approches instationnaires intermédiaires de la section 2.4, mais la plupart des applications pratiques sont aujourd'hui conduites avec un paramètre f_k dépendant de la taille des mailles, sous la forme

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}}\left(\frac{\Delta}{\Lambda}\right)^{2/3}$$

empruntée à l'approche PITM ci-dessous, où Δ est la taille des mailles et Λ l'échelle intégrale. L'approche PANS a été appliquée avec un certain succès dans différents cas : cylindre carré [136], marche descendante [19, 78], corps d'Ahmed [17], cylindre circulaire [45, 16], tuyère [5], train d'atterrissage [76].

PITM (pour *Partially Integrated Transport Model*). On remarque que toutes les approches hybrides ci-dessus sont relativement empiriques, dans la mesure où elles ne définissent par de formalisme de séparation des échelles résolues et non-résolues, ou, au mieux, n'établissent pas de lien théorique entre la forme du modèle utilisé et ce formalisme. En revanche, le modèle PITM est une proche basée sur un formalisme bien défini et une analyse théorique, qui a été proposé initialement par Schiestel & Dejoan [124] avec un modèle LEVM, puis étendu par Chaouat & Schiestel [36] à un modèle RSM. L'approche PITM s'inspire des modèles RANS multi-échelles et a une forme similaire au modèle PANS. La vision spectrale de la turbulence, utilisée dans le modèle PITM permet de prendre en compte la variation de la position de la coupure dans le spectre d'énergie. C'est un des rares modèles hybrides qui est explicitement basé sur un formalisme de filtrage.

Cependant, le modèle PITM est un modèle hybride RANS/LES qui permet d'assurer une transition continue entre l'approche RANS, basé sur une moyenne d'ensemble et la LES, basée sur un filtrage spatial. Or, le filtre spatial tend vers la moyenne d'ensemble quand la taille du filtre tend vers l'infini uniquement dans le cas d'écoulements

homogènes. Dans les cas inhomogène mais statistiquement stationnaires, pour réconcilier les formalismes RANS et LES, Fadai-Ghotbi et al. [47] ont proposé une approche hybride entre la RANS et la TLES (*Temporal* LES [108, 109]), qui est une approche LES basée sur un filtrage temporel. Ce formalisme a permit l'adaptation de l'approche PITM au contexte du filtrage temporel pour aboutir au TPITM (*Temporal* PITM). Le détail du PITM et du TPITM sera présenté au chapitre 3.

Filtre additif. Enfin, une autre approche basée sur un formalisme rigoureux est celle de Germano [57], qui propose l'introduction d'un filtre hybride sous la forme additive

$$\mathcal{H} = f\mathcal{F} + (1 - f)\,\mathcal{E} \tag{2.22}$$

où $\mathcal{F}$ est un filtrage LES (spatial), $\mathcal{E}$ est la moyenne d'ensemble, et f est une fonction de pondération. Si $f = 0$, le filtre $\mathcal{H}$ est égal à la moyenne d'ensemble, et la limite RANS est retrouvée. Si $f = 1$, le filtre $\mathcal{H}$ est le filtre spatial, et une LES classique est donc obtenue. Pour les valeurs intermédiaires de f, le filtre $\mathcal{H}$ est alors un filtre hybride RANS/LES.

Ce filtre additif a été appliqué à l'écoulement de canal par Rajamani et Kim[110], et par Sánchez-Rocha et Menon [123] qui considèrent le filtre additif dans le contexte compressible. Pour sa part, Hamba [65] a proposé un filtrage additionnel pour surmonter les problèmes inhérents à la non-commutativité du filtre avec les opérateurs différentiels, appliqué au cas de l'écoulement de canal.

2.6 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté une brève revue de la modélisation de la turbulence dans la littérature. Les approches LES fournissent plus informations sur l'écoulement, mais au prix d'un coût de calcul qui peut empêcher son utilisation en pratique. Au contraire, l'approche RANS est beaucoup moins chères, mais elle est limitée au calcul des statistiques de l'écoulement. Les approches hybrides RANS/LES combinent le coût de calcul raisonnable du RANS et la précision de la LES, et ont reçu beaucoup d'attention ces dernières années. Certaines d'entre elles (DES, PITM, TPITM), utilisées dans cette thèse, sont présentées en détail au chapitre suivant.

Chapitre 3

Introduction des formalismes LES et hybrides RANS/LES

Sommaire

3.1 Formalisme 23
3.1.1 Moyenne et décomposition 23
3.1.2 Approche LES spatiale 25
3.1.3 Approche LES temporelle 30
3.2 Modèles hybrides RANS/LES classiques 32
3.2.1 Modèle DES 32
3.2.2 Modèle PITM 35
3.2.3 Modèle TPITM 40
3.3 Conclusion du chapitre 45

Ce chapitre présente le formalisme LES (spatial ou temporel) et les modèles hybrides RANS/LES et RANS/TLES utilisées dans cette thèse. Ils comprennent les modèles DES, DDES, PITM, TPITM.

3.1 Formalisme

3.1.1 Moyenne et décomposition

En modélisation RANS, la moyenne de Reynolds ou moyenne d'ensemble est utilisée. Elle est définie par

$$\overline{f^*}(\mathbf{x},t) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} f_n^*(\mathbf{x},t)\right) \tag{3.1}$$

c'est-à-dire calculée en chaque point et à chaque instant en répétant l'expérience un grand nombre de fois. Dans de nombreux cas, la moyenne d'ensemble peut s'exprimer de manière plus simple :

1. Stationnarité statistique : grandeurs statistiques indépendantes du temps. Dans ce cas, la moyenne d'ensemble est équivalente à une moyenne temporelle.
2. Homogénéité statistique : dans une ou plusieurs directions, grandeurs statistiques indépendantes de la position. Dans ce cas, la moyenne d'ensemble est équivalente à une moyenne spatiale.
3. Périodicité statistique : grandeurs statistiques périodiques de période τ. Dans ce cas, la moyenne d'ensemble est équivalente à une moyenne de phase, notée ici $\langle\rangle$.

Dans les méthodes instationnaires de type URANS, on suppose qu'une grandeur instationnaire f^* est décomposée en partie moyenne de phase $\tilde{F}$ et partie résiduelle $f"$: $f^* = \tilde{F} + f"$, avec $\tilde{F} = \langle f^* \rangle$, $f" = f^* - \tilde{F}$. Ces relations viennent de la décomposition triple : $f^* = F + \tilde{f} + f"$, avec la partie moyenne temporelle $F = \overline{f^*}$, la partie fluctuante périodique $\tilde{f} = \tilde{F} - F$ et la partie résiduelle $f" = f^* - \tilde{F}$. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes deviennent :

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\left\langle u_i" u_i" \right\rangle}{\partial x_j} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.3}$$

L'équation de tenseur de Reynolds incohérent $\left\langle u_i" u_i" \right\rangle$ représente l'influence de la turbulence modélisée sur le champ filtré. Son équation de transport s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left\langle u_i'' u_j'' \right\rangle}{\partial t} + \underbrace{\tilde{U}_k \frac{\partial \left\langle u_i'' u_j'' \right\rangle}{\partial x_k}}_{\tilde{C}_{ij}} = \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \left\langle u_i'' u_j'' \right\rangle}{\partial x_k \partial x_k}}_{\tilde{D}^{\nu}_{ij}} \underbrace{- \frac{\left\langle u_i'' u_j'' u_k'' \right\rangle}{\partial x_k}}_{\tilde{D}^{T}_{ij}} \underbrace{- 2\nu \left\langle \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} \right\rangle}_{\tilde{\varepsilon}_{ij}} \\ \underbrace{- \left\langle u_i'' u_k'' \right\rangle \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_k} - \left\langle u_j'' u_k'' \right\rangle \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k}}_{\tilde{P}_{ij}} \underbrace{- \frac{1}{\rho} \left\langle u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{1}{\rho} \left\langle u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j} \right\rangle}_{\tilde{\phi}^*_{ij}} \end{aligned} \tag{3.4}$$

où $\tilde{C}_{ij}$, $\tilde{D}^{\nu}_{ij}$, $\tilde{D}^{T}_{ij}$, $\tilde{\phi}^*_{ij}$, $\tilde{P}_{ij}$ et $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ sont les termes de convection, de diffusion moléculaire, de transport turbulent, de corrélation vitesse-gradient de pression, de production de la turbulence et de dissipation visqueuse respectivement. L'énergie cinétique fluctuante totale s'écrit par définition

$$k = \frac{1}{2}\overline{\left(\tilde{u}_i + u_i^{"}\right)\left(\tilde{u}_i + u_i^{"}\right)} = k_r + k_m \tag{3.5}$$

où l'énergie résolue k_r et l'énergie modélisée k_m sont

$$k_r = \frac{1}{2}\overline{\tilde{u}_i\tilde{u}_i} = \frac{1}{2}\overline{\left(\tilde{U}_i - U_i\right)\left(\tilde{U}_i - U_i\right)} = \frac{1}{2}\overline{\tilde{U}_i\tilde{U}_i} - \frac{1}{2}U_iU_i \tag{3.6}$$

$$k_m = \overline{k^{"}} = \frac{1}{2}\overline{\left\langle u_i^{"}u_i^{"}\right\rangle} = \frac{1}{2}\left\langle u_i^{"}u_i^{"}\right\rangle \tag{3.7}$$

3.1.2 Approche LES spatiale

Filtrage spatial

L'approche LES calcule explicitement des grandes échelles et modélise des petites. Une image équivalente dans l'espace physique et dans l'espace Fourier est présenté dans la figure 3.1. Le tourbillon est appelé tourbillon de sous-maille s'il est plus petit que la maille locale. Les échelles de sous-maille correspondent à la zone modélisée dans l'espace de Fourier.

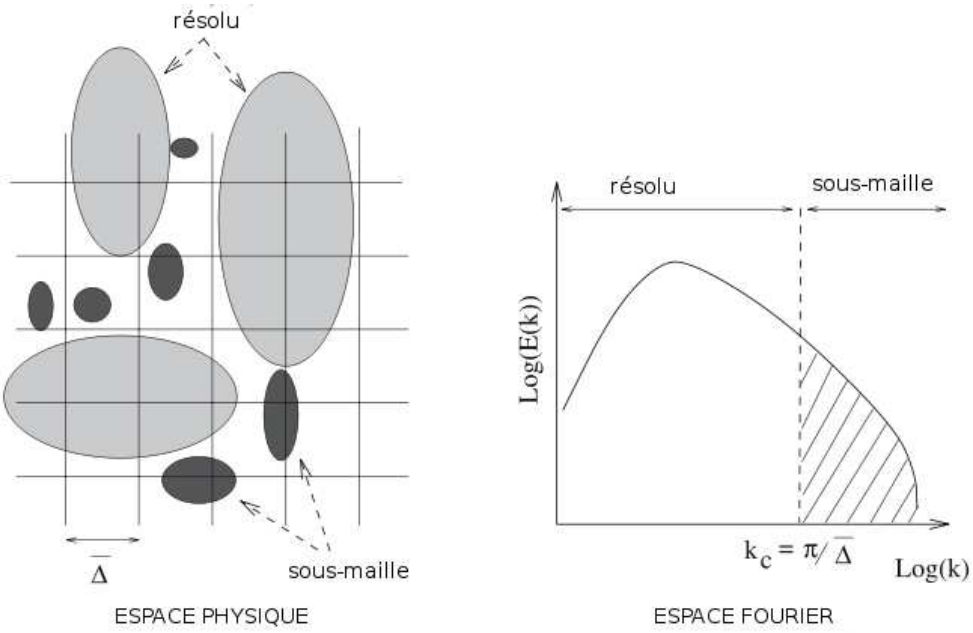


FIGURE 3.1 – Séparation entre échelles de tourbillons dans l'espace physique et l'espace de Fourier [119]

La composante grande échelle de chaque variable de l'écoulement est obtenue par l'application d'un filtre spatial passe bas G_{Δ_S} de largeur Δ_S. La variable filtrée $\langle f \rangle$ est donnée par le produit de convolution :

Nom du filtre	Fonction	Fonction de transfert
Général	$G_{\Delta_S}(r)$	$\hat{G}_{\Delta_S}(\kappa) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\kappa r} G_{\Delta_S}(r)\, dr$
Boîte	$\frac{1}{\Delta_S}\mathcal{H}(\Delta_S/2 - r)$	$\frac{\sin(\kappa\Delta_S/2)}{\kappa\Delta_S/2}$
Gaussien	$\left(\frac{6}{\pi\Delta_S^2}\right)^{1/2} exp\left(-\frac{6r^2}{\Delta_S^2}\right)$	$\exp\left(-\frac{\kappa^2\Delta_S^2}{24}\right)$
Coupure spectrale	$\frac{sin(\pi r/\Delta_S)}{\pi r}$	$\mathcal{H}(\pi/\Delta_S - \kappa)$ $\mathcal{H}$ est la fonction Heaviside

TABLE 3.1 – Définition de filtres homogènes

$$\langle f \rangle (\mathbf{x}, t) = \int_\Omega G_{\Delta_S}(\mathbf{x} - \mathbf{r})\, f(\mathbf{r}, t)\, \mathrm{d}\mathbf{r} \tag{3.8}$$

où Ω est le domaine de l'écoulement.

Dans le cas d'un filtrage homogène, trois propriétés sont à vérifier :

1. Préservation des constantes

$$\langle c \rangle = c \leftrightarrow \int_\Omega G_{\Delta_S}(\mathbf{x} - \mathbf{r})\, \mathrm{d}\mathbf{r} = 1$$

2. Linéarité

$$\langle f + g \rangle = \langle f \rangle + \langle g \rangle$$

3. Commutativité avec la dérivation spatiale

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i}$$

La vitesse et la pression instantanées se décomposent ainsi en une partie filtrée et une fluctuation aux petites échelles :

$$u^*(\mathbf{x}, t) = \tilde{U}_i(\mathbf{x}, t) + u_i^{"}(\mathbf{x}, t)$$

$$p^*(\mathbf{x}, t) = \tilde{P}_i(\mathbf{x}, t) + p_i^{"}(\mathbf{x}, t)$$

où $\tilde{U}_i = \langle u_i^* \rangle$, $\tilde{P}_i = \langle p_i^* \rangle$. On peut décomposer la vitesse filtrée en une moyenne temporelle U_i et une fluctuation aux grandes échelles $\tilde{u_i} = \tilde{U}_i - U_i$ telle que

$$\tilde{U}_i(\mathbf{x}, t) = U_i(\mathbf{x}) + \tilde{u_i}(\mathbf{x}, t) \tag{3.9}$$

Le tableau 3.1 présente les filtres homogènes les plus utilisés qui sont indépendant de $\mathbf{x}$: filtre boîte, filtre gaussien et filtre à coupure spectrale. Seul le filtre à coupure spectrale vérifie le caractère idempotent, c'est-à-dire $\langle\langle u_i^* \rangle\rangle = \langle u_i^* \rangle$. On définit le nombre d'onde de coupure κ_c par la relation

$$\kappa_c = \frac{2\pi}{\Delta_S} \tag{3.10}$$

où la largeur du filtre est directement liée à la taille locale de la maille

$$\Delta_S = C_g \Delta_m \tag{3.11}$$

où $\Delta_m = max\left(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\right)$ et C_g est une constante. D'après le théorème de Shannon, il faut imposer $C_g \geq 2$.

Équations filtrées

En appliquant l'opération de filtrage, les équations de Navier-Stokes peuvent s'écrire

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial t} + \tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ijSGS}}{\partial x_j} \tag{3.13}$$

où τ_{ijSGS} est le tenseur des contraintes de sous-maille qui représente l'influence des petites échelles sur des grandes échelles.

$$\tau_{ijSGS} = \left\langle u_i^* u_j^* \right\rangle - \left\langle u_i^* \right\rangle \left\langle u_j^* \right\rangle \tag{3.14}$$

$$\tau_{ijSGS} = \underbrace{\left\langle \tilde{U}_i \tilde{U}_j \right\rangle - \tilde{U}_i \tilde{U}_j}_{\mathcal{L}_{ij}} + \underbrace{\left\langle \tilde{U}_i u_j^{"} \right\rangle + \left\langle u_i^{"} \tilde{U}_j \right\rangle}_{\mathcal{C}_{ij}} + \underbrace{\left\langle u_i^{"} u_j^{"} \right\rangle}_{\mathcal{R}_{ij}} \tag{3.15}$$

où $\mathcal{L}_{ij}$ est le tenseur de Léonard qui est calculé explicitement et caractérise les interactions grandes échelles/ grandes échelles, $\mathcal{C}_{ij}$ est le tenseur des termes croisés qui caractérise les interactions grandes échelles/ petites échelles, $\mathcal{R}_{ij}$ est le tenseur de Reynolds de sous-maille qui contient les interactions petites échelles/ petites échelles.

Les équations des parties résiduelles sont obtenus par soustraction des équations instationnaires et des équations filtrées

$$\frac{\partial u_i^{"}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial u_i^{"}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left[u_k^{"}\left(\tilde{U}_i + u_i^{"}\right) + \tilde{U}_k u_i^{"} - \tau_{ikSGS}\right] = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^{"}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i^{"}}{\partial x_k \partial x_k} \tag{3.17}$$

Le tenseur de Reynolds de sous-maille $\mathcal{R}_{ij}$ est donc

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{R}_{ij}}{\partial t} + \left\langle \tilde{U}_k \frac{\partial u_i^{"} u_j^{"}}{\partial x_k} \right\rangle = &- \left\langle u_i^{"} u_k^{"} \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle u_j^{"} u_k^{"} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k} \right\rangle - \frac{1}{\rho}\left\langle u_i^{"} \frac{\partial p^{"}}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{1}{\rho}\left\langle u_j^{"} \frac{\partial p^{"}}{\partial x_i} \right\rangle \\ &- \frac{\partial \left\langle u_i^{"} u_j^{"} u_k^{"} \right\rangle}{\partial x_k} + \left\langle u_j^{"} \frac{\partial \tau_{ikSGS}}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle u_i^{"} \frac{\partial \tau_{jkSGS}}{\partial x_k} \right\rangle \\ &+ \nu\frac{\partial^2 \mathcal{R}_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} - 2\nu \left\langle \frac{\partial u_i^{"}}{\partial x_k}\frac{\partial u_j^{"}}{\partial x_k} \right\rangle\end{aligned} \tag{3.18}$$

Dans le cas où le filtre est idempotent, c'est-à-dire $\langle\langle u_i^* \rangle\rangle = \langle u_i^* \rangle$, par exemple le filtre à coupure spectrale, on a $\mathcal{L}_{ij} = \mathcal{C}_{ij} = 0$ et $\tau_{ijSGS} = \mathcal{R}_{ij}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{R}_{ij}}{\partial t} + \underbrace{\tilde{U}_k \frac{\partial \mathcal{R}_{ij}}{\partial x_k}}_{C_{ijSGS}} = &\underbrace{-\mathcal{R}_{ik}\frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_k} - \mathcal{R}_{jk}\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k}}_{P_{ijSGS}} \underbrace{-\frac{1}{\rho}\left\langle u_i^{"}\frac{\partial p^{"}}{\partial x_j}\right\rangle - \frac{1}{\rho}\left\langle u_j^{"}\frac{\partial p^{"}}{\partial x_i}\right\rangle}_{\phi^*_{ijSGS}} \\ &\underbrace{+\nu\frac{\partial^2 \mathcal{R}_{ij}}{\partial x_k \partial x_k}}_{D^{\nu}_{ijSGS}} \underbrace{-\frac{\partial \left\langle u_i^{"} u_j^{"} u_k^{"}\right\rangle}{\partial x_k}}_{D^{T}_{ijSGS}} \underbrace{- 2\nu\left\langle \frac{\partial u_i^{"}}{\partial x_k}\frac{\partial u_j^{"}}{\partial x_k}\right\rangle}_{\varepsilon_{ijSGS}}\end{aligned} \tag{3.19}$$

où C_{ijSGS}, P_{ijSGS}, ϕ^*_{ijSGS}, D^{ν}_{ijSGS}, D^{T}_{ijSGS}, ε_{ijSGS} sont le terme de convection par le champ filtré, la production partielle par le champ filtré, le terme de pression partielle, la diffusion moléculaire, le transport par les échelles de sous-maille et la dissipation visqueuse partielle, respectivement.

Les tensions de Reynolds R_{ij} peuvent se décomposer en

$$R_{ij} = \tau_{ijLES} + \overline{\mathcal{R}_{ij}} \tag{3.20}$$

où le tenseur τ_{ijLES} est calculé explicitement

$$\tau_{ijLES} = \overline{\left(\tilde{U}_i - U_i\right)\left(\tilde{U}_j - U_j\right)} = \overline{\tilde{U}_i\tilde{U}_j} - U_i U_j \tag{3.21}$$

L'équation de l'énergie de sous-maille est obtenue à partir de l'équation $\mathcal{R}_{ij}$

$$k_{SGS} = \frac{1}{2}\mathcal{R}_{ii} \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial k_{SGS}}{\partial t} + \underbrace{\tilde{U}_k \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_k}}_{C_{SGS}} = \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial \left\langle u_i^{"} u_j^{"} u_k^{"} \right\rangle}{\partial x_k}}_{D^T_{SGS}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k_{SGS}}{\partial x_k \partial x_k}}_{D^\nu_{SGS}} \underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \left\langle p^{"} u_i^{"} \right\rangle}{\partial x_i}}_{D^P_{SGS}} \underbrace{-\mathcal{R}_{ij}\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j}}_{P_{SGS}} \underbrace{- \nu \left\langle \frac{\partial u_i^{"}}{\partial x_k}\frac{\partial u_i^{"}}{\partial x_k} \right\rangle}_{\varepsilon_{SGS}} \tag{3.23}$$

L'énergie fluctuante totale est la somme des énergies résolue k_{LES} et modélisée k_m

$$k = k_{LES} + k_m \tag{3.24}$$

avec

$$k_{LES} = \frac{1}{2}\tau_{iiLES} \tag{3.25}$$

$$k_m = \overline{k_{SGS}} \tag{3.26}$$

Modèle de Smagorinsky

Le modèle Smagorinsky [131] a été proposé dans les années 1960 par Smagorinsky est considéré comme le premier modèle LES. Ce modèle se base sur l'hypothèse de Boussinesq

$$\tau_{ijSGS} - \frac{2}{3}k_{SGS}\delta_{ij} = -2\nu_{t_{SGS}}\tilde{S_{ij}} \tag{3.27}$$

où $\tilde{S_{ij}}$ est le tenseur de déformation du champ de vitesse filtrée, $\nu_{t_{SGS}}$ est la viscosité turbulente de sous-maille qui est calculée par une échelle de vitesse V_{SGS} et de longueur $\mathcal{L}_{SGS}$

$$\nu_{t_{SGS}} \propto V_{SGS}\mathcal{L}_{SGS} \tag{3.28}$$

L'échelle de longueur est donnée par la largeur de filtre $\mathcal{L}_{SGS} = \Delta_S$. On construit l'échelle de vitesse par (dans la zone inertielle)

$$V_{SGS} \propto \sqrt{k_{SGS}} \propto (\Delta_S \mathcal{F}_{SGS})^{1/3} \tag{3.29}$$

où $\mathcal{F}_{SGS}$ est le flux d'énergie des grandes échelles vers les petites. En situation d'équilibre spectral, on a $\mathcal{F}_{SGS} = P_{SGS}$. D'après la définition de P_{SGS} et l'hypothèse de Boussinesq, on déduit

$$P_{SGS} = 2\nu_{t_{SGS}} \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} \tag{3.30}$$

La viscosité turbulente de sous-maille obtenue est finalement

$$\nu_{t_{SGS}} = (C_S \Delta_S)^2 \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \tag{3.31}$$

où le coefficient C_S est estimé par un raisonnement dans l'espace spectral

$$C_S = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2}{3C_K} \right)^{3/4} \approx 0,17 \tag{3.32}$$

Modèle de Yoshizawa

On mentionne ici le modèle Yoshizawa équation k [163] parce qu'il a une forme similaire à l'approche DES présenté dans la section 3.2.1. La motivation du modèle Yoshizawa est le désir d'éliminer l'hypothèse utilisée dans le modèle Smagorinsky : l'existence d'un l'équilibre entre la production d'énergie de sous-maille et la dissipation. L'équation de transport de l'énergie turbulente de sous-maille k_{SGS} est

$$\frac{Dk_{SGS}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{SGS}}{\sigma_{SGS}} \right) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j} \right] + P_{k_{SGS}} - C_\varepsilon \frac{k_{SGS}^{3/2}}{\Delta} \tag{3.33}$$

avec

$$\nu_{SGS} = C_k \Delta k_{SGS}^{1/2} \tag{3.34}$$

$$P_{k_{SGS}} = \nu_{SGS} S^{*2} \tag{3.35}$$

et les constantes $\sigma_{SGS} = 1,0$, $C_\varepsilon = 1,05$, $C_k = 0,07$. Les constantes du modèle de Yoshizawa sont fixées, donc ce modèle n'a pas de caractéristiques dynamiques.

3.1.3 Approche LES temporelle

Filtrage temporel

Certains auteurs [108, 109] développent une approche LES basée sur un filtrage temporel. Ce type de formalisme est dénommé TLES pour *Temporal Large Eddy Simulation*. Il consiste à appliquer un filtre linéaire, noté $\langle \cdot \rangle$, à une variable instantanée f :

$$\langle f \rangle (\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{t} G_{\Delta_T} (\tau - t) f (\mathbf{x}, \tau) \, \mathrm{d}\tau \tag{3.36}$$

où Δ_T est la largeur du filtre temporel.

$$G_{\Delta_T}(t) = \frac{1}{\Delta_T} g\left\{\frac{t}{\Delta_T}\right\} \tag{3.37}$$

où le noyau g est une fonctions intégrable telle que

$$g(s) \geq 0, \quad \int_{\infty}^{0} g(s)\, ds = 1, \quad g(0) = 0 \tag{3.38}$$

ce qui implique que le filtre conserve les constantes et assure la convergence du filtre vers la fonction de Dirac $\delta_D(t)$ lorsque la largeur du filtre tend vers 0

$$\lim_{\Delta_T \to 0} G_{\Delta_T}(t) = \delta_D(t) \tag{3.39}$$

Un problème soulevé par la TLES est le déphasage introduit par le filtrage causal. Par exemple avec une fonction exponentielle pour le noyau

$$g(s) = \exp(s) \Rightarrow G_{\Delta_T}(t) = \frac{1}{\Delta_T} \exp\left(\frac{t}{\Delta_T}\right) \tag{3.40}$$

on a la fonction de transfert

$$\hat{G}_{\Delta_T}(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{i\omega t} G_{\Delta_T}(t)\, dt = \frac{1}{1 + i\omega\Delta_T} \tag{3.41}$$

Contrairement à l'approche spatiale, la fonction de transfert des filtres TLES présente une partie imaginaire non nulle, ce qui induit un déphasage.

Équations filtrées

La décomposition et les équations filtrées du modèle TLES sont formellement identiques à l'approche spatiale et ne sont pas reproduites ici. Pour éviter la référence à une échelle de longueur, le terme *SGS* est remplacé par *SFS* pour *Sub-Filter Scale*.

Compatibilité avec des limites RANS et DNS

Cette section montre la compatibilité de la TLES avec des limites DNS et RANS quand sa largeur Δ_T tend vers zéro et vers l'infini, respectivement.

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_T \to 0} \langle \phi^* \rangle (\mathbf{x}, t) &= \int_{-\infty}^{t} \lim_{\Delta_T \to 0} G_{\Delta_T}(\tau - t)\, \phi^*(\mathbf{x}, \tau)\, d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{t} \delta_D(\tau - t)\, \phi^*(\mathbf{x}, \tau)\, d\tau = \phi^*(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \tag{3.42}$$

et donc la limite DNS est obtenue

$$\lim_{\Delta_T \to \infty} \langle \phi^* \rangle (\mathbf{x}, t) = \lim_{\Delta_T \to \infty} \frac{1}{\Delta_T} \int_{t-\Delta_T}^{t} \phi^* (\mathbf{x}, \tau) \, d\tau \tag{3.43}$$

Le membre de droite de l'équation ci-dessus est la moyenne temporelle de ϕ^*. Si l'écoulement est statistiquement stationnaire, la moyenne temporelle est équivalente à une moyenne d'ensemble, donc

$$\lim_{\Delta_T \to \infty} \langle \phi \rangle = \overline{\phi} \tag{3.44}$$

Le tableau 3.2 synthétise la compatibilité de la LES et de la TLES avec des limites RANS et DNS.

LES	$\Delta_S \to 0$	DNS
LES	$\Delta_S \to \infty$	RANS si écoulement homogène
TLES	$\Delta_T \to 0$	DNS
TLES	$\Delta_T \to \infty$	RANS si écoulement stationnaire

TABLE 3.2 – La compatibilité de la LES et de la TLES avec des limites RANS et DNS

3.2 Modèles hybrides RANS/LES classiques

Cette section présente quelques modèles hybrides RANS/LES, qui traitent avec un modèle RANS les zones pariétales ou les zones où la LES n'est pas nécessaire, et avec un modèle LES les zones loin des parois ou les zones dominées par des structures cohérentes à grandes échelles. Les modèles hybrides RANS/LES se basent sur un filtre spatial en mode LES, tandis qu'en mode RANS, on utilise la moyenne statistique, qui dans la plupart des cas courants, statistiquement stationnaires, est équivalente à une moyenne temporelle. Pour assurer la possibilité formelle d'une transition continue entre RANS et LES, le modèle TPITM, qui est la formulation temporelle du PITM, et se base sur un formalisme de filtrage temporel sera mentionné.

3.2.1 Modèle DES

DES standard

Le modèle DES a été proposé pour la première fois en 1997 par Spalart [139] et est souvent nommée **DES97**. Il utilise le modèle de Spalart-Almaras [137] et remplace

la distance à la paroi d_w par une longueur caractéristique de la turbulence $\tilde{d}$ comme donné par l'équation 3.45.

$$\frac{D}{Dt}\rho\tilde{\nu} = c_{b1}\tilde{S}\rho\tilde{\nu} - \rho c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}}\right)^2 + \frac{1}{\sigma}\left[\bigtriangledown \cdot (\mu + \rho\tilde{\nu}) \bigtriangledown \rho\tilde{\nu} + c_{b2}\rho\left(\bigtriangledown\tilde{\nu}\right)^2\right] \tag{3.45}$$

où $\tilde{d} = min(d_w, l_{LES})$, $l_{LES} = C_{DES}\Delta_m$, et C_{DES} est une constante empirique de l'ordre de l'unité ; Δ_m est la taille caractéristique locale de la maille. En zones pariétales, la taille de maille est trop grande pour capturer des structures, on a $d_w < l_{LES}$, $\tilde{d} = d_w$, et le modèle DES agit comme un modèle RANS. Dans les zones loin de paroi, on a $d_w > l_{LES}$, $\tilde{d} = l_{LES}$, et le modèle devient un modèle de sous-maille, c'est-à-dire fonctionne comme la LES.

Dans les études ultérieures [148, 155], le modèle DES est étendu à d'autres modèles RANS basés sur 2 équations comme le $k-\varepsilon$ ou le $k-\omega$-SST. Ils remplacent le terme de dissipation ε dans l'équation de l'énergie k par $\frac{k_{SFS}^{3/2}}{l_{DES}}$, avec la longueur caractéristique de la turbulence $l_{DES} = min(l_{RANS}, l_{LES})$. Donc, on peut écrire :

$$\frac{k_{SFS}^{3/2}}{l_{DES}} = \frac{k_{SFS}^{3/2}}{min\left(l_{RANS}, l_{LES}\right)} = \varepsilon\, max\left(\frac{l_{RANS}}{l_{LES}}, 1\right) \tag{3.46}$$

avec $l_{RANS} = \frac{k_{SFS}^{3/2}}{\varepsilon}$, $l_{LES} = C_{DES}\Delta$.

Pour les écoulements à bas nombre de Reynolds, c'est-à-dire quand la valeur de ν_t/ν est petite, on peut utiliser un facteur de correction dans la formule de l_{DES}

$$l_{DES} = \min\left(l_{RANS}, \Psi C_{DES}\Delta\right) \tag{3.47}$$

avec ΨC_{DES} est une fonction de ν_t/ν. L'étude de Spalart et al. [138] montre que cette technique de correction est nécessaire pour le modèle hybride qui se base sur le modèle RANS $k-\varepsilon$, mais pas dans le cas de la DES basée sur les modèle RANS $k-\omega$ ou RSM.

La formulation de l'approche DES est très similaire à l'équation 3.1.2 du modèle LES de Yoshizawa. Pour la liste détaillée des autres modèles DES, on recommande de consulter les articles de Spalart [142] et de Mockett [93].

DDES

Le modèle DES97 présente cependant un comportement incorrect dans les régions où le maillage est ambiguë. Ce problème est nommé problème de la *zone grise*. Par exemple, si on utilise un maillage relativement fin dans les zones pariétales, le modèle

DES fonctionne comme un modèle LES dans ces zones. Mais si maillage n'est pas suffisamment fin pour résoudre correctement les structures, les résultats sont mauvais. Pour surmonter ce problème, Spalart et al. [138] proposent une nouvel technique se basant sur le modèle de Spalart-Almaras [137], nommée DDES (pour *Delayed* DES) qui a été appliqué avec succès sur de problèmes de couche limite, d'aile, de cylindre et de marche descendante. L'idée de la DDES est le remplacement de la longueur $\min(d_w, C_{DES}\Delta)$ par la fonction $\tilde{d}(d_w, C_{DES}\Delta)$ qui a même comportement que dans le cas DES, sauf qu'elle permet de forcer le mode RANS en proche paroi, indépendamment de la taille des mailles. La fonction $\tilde{d}$ est définie par

$$\tilde{d} = d - f_d \, max(0, d - C_{DES}\Delta) \tag{3.48}$$

où

$$f_d = 1 - \tanh\left([8r_d]^3\right) \tag{3.49}$$

et

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\sqrt{U_{i,j}U_{i,j}}\kappa^2 d^2} \tag{3.50}$$

ici $U_{i,j}$ est le gradient de la vitesse et κ est la constante de Kármán. La fonction de protection ("shield") f_d tend vers 1 loin des parois ou $r_d \ll 1$ et presque égal à 0 dans les zones pariétales où $r_d \gg 1$. Si $f_d = 0$, le modèle opère en mode RANS ($\tilde{d} = d$) ; et si $f_d = 1$ on retrouve DES97 ($\tilde{d} = min(d, C_{DES}\Delta)$).

Le modèle DDES a aussi été construit sur le modèle $k-\omega$-SST [89] (voir annexe A.1), ou sur modèle RSM [107].

DDES de Menter Menter et al. [89] utilisent les fonctions F_1 ou F_2 du modèle $k-\omega$-SST comme fonction de protection. Le terme de dissipation dans l'équation de l'énergie est remplacé par

$$\rho\varepsilon = C_\mu \rho k\omega \longrightarrow C_\mu \rho k\omega F_{DES} \tag{3.51}$$

où

$$F_{DES} = \max\left(\frac{l_{RANS}}{l_{LES}}(1 - F_{SST}), 1\right) \tag{3.52}$$

où F_{SST} est égale 0, F_1, ou F_2. Si $F_{SST} = 0$ on retrouve la formule DES de Strelets [148]. Dans cette thèse la valeur $F_{SST} = F_2$ est utilisée (voir annexe A.1).

3.2.2 Modèle PITM

Le modèle PITM a été proposé initialement par Schiestel et Dejoan [124], qui montrent qu'il est possible de contrôler le niveau d'énergie résolue en modifiant l'équation de transport de la dissipation. Le PITM est construit par Schiestel et Dejoan sur un modèle à viscosité turbulente, puis par Chaouat et Schiestel [36] et Fadai-Ghotbi *et al.* [48] sur un modèle RSM. Si on se place en turbulence homogène, l'idée de ce modèle est de découper le spectre turbulent en trois zones : $[0, \kappa_c]$, $[\kappa_c, \kappa_d]$, $[\kappa_d, \infty]$. L'intervalle $[0, \kappa_c]$ est explicitement résolu, alors que le reste du spectre est modélisé.

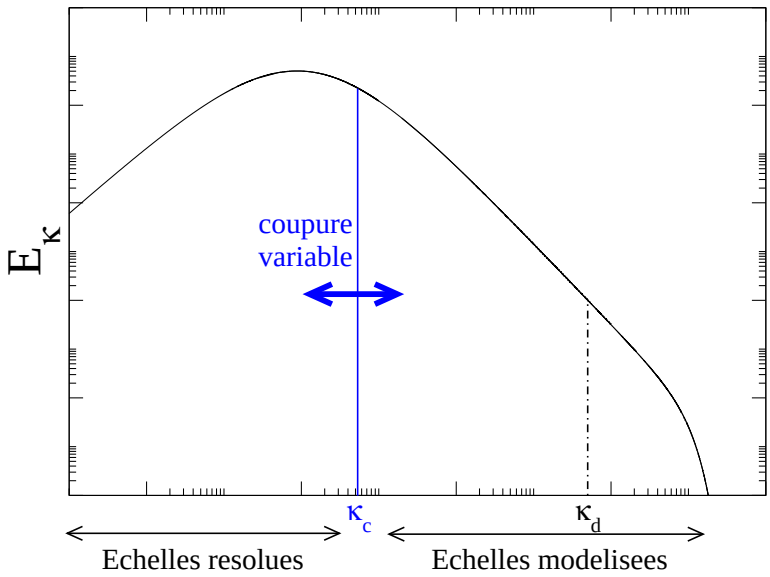


FIGURE 3.2 – Découpage du spectre turbulent en PITM [53]

Équation de l'énergie en homogène

L'équation d'évolution du spectre spatial d'énergie est obtenue par intégration de la transformée de Fourier spatiale de l'équation de transport des corrélations en deux points sur une coquille sphérique [119]

$$\frac{\partial E_S}{\partial t}(t,\kappa) = -\lambda_{ij}\mathcal{A}_{ij}(t,\kappa) + \mathcal{B}(t,\kappa) - 2\nu\kappa^2 E_S(t,\kappa) \tag{3.53}$$

où λ_{ij} est le tenseur des gradients de vitesse moyenne qui est supposé constant en turbulence homogène cisaillée ; $\mathcal{A}_{ij}$ est l'intégrale sur une coquille sphérique de la transformée de Fourier du tenseur des corrélations de vitesse en deux points, dans l'espace des nombres d'onde ; $\mathcal{B}$ est la somme des transferts spectraux. Le spectre spatial d'énergie E_S est défini par

$$E_S(t,\kappa) = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{ii}(t,\kappa) \tag{3.54}$$

avec

$$\mathcal{A}_{ij}(t,\kappa) = \int_{\mathbb{R}^3} A_{ij}(t,\boldsymbol{\kappa}')\,\delta_D(\|\boldsymbol{\kappa}'\| - \kappa)\,d\boldsymbol{\kappa}' \tag{3.55}$$

et

$$A_{ij}(t,\kappa) = \mathcal{F}_T\left\{\overline{u_i(\mathbf{x},t)\,u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r},t)}\right\} \tag{3.56}$$

où $\mathcal{F}_T$ est la transformée de Fourier spatiale. L'intégration de l'équation (3.53) sur un intervalle quelconque de nombre d'onde $[\kappa_1,\kappa_2]$ donne

$$\frac{d}{dt}k_{[\kappa_1,\kappa_2]} = P_{[\kappa_1,\kappa_2]} - \varepsilon_{[\kappa_1,\kappa_2]} + \mathcal{J}(\kappa_1) - \mathcal{J}(\kappa_2) \tag{3.57}$$

avec

$$k_{[\kappa_1,\kappa_2]} = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} E_S(\kappa)\,d\kappa \tag{3.58}$$

$$P_{[\kappa_1,\kappa_2]} = -\int_{\kappa_1}^{\kappa_2} \lambda_{ij}\mathcal{A}_{ij}(\kappa)\,d\kappa \tag{3.59}$$

$$\varepsilon_{[\kappa_1,\kappa_2]} = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} 2\nu\kappa^2 E_S(\kappa)\,d\kappa \tag{3.60}$$

$$\mathcal{J}(\kappa) = \mathcal{Q}(\kappa) - \frac{\partial\kappa}{\partial t}E_S(\kappa) \tag{3.61}$$

$$\mathcal{Q} = -\int_0^{\kappa} \mathcal{B}(\kappa')\,d\kappa' = \int_{\kappa}^{\infty} \mathcal{B}(\kappa')\,d\kappa' \tag{3.62}$$

$$\int_0^{\kappa} \frac{\partial E_S}{\partial t}\left(\kappa'\right)d\kappa' = \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\kappa} E_S\left(\kappa'\right)d\kappa' - E_S(\kappa)\frac{\partial\kappa}{\partial t} \tag{3.63}$$

$\mathcal{J}(\kappa)$ est le flux spectral qui passe à travers le nombre d'onde κ.

Le modèle PITM utilise deux filtres à coupure spectrale, aux nombres d'onde κ_c et κ_d, avec $\kappa_d \geq \kappa_c$. Le spectre d'énergie turbulente est séparé en trois intervalles $[0,\kappa_c]$ (zone énergétique résolue), $[\kappa_c,\kappa_d]$ (zone énergétique non résolue), et $[\kappa_d,\infty]$ (zone dissipative). En utilisant $\mathcal{J}(0) = 0$, $\mathcal{J}(\infty) = 0$, l'équation (3.57) s'écrit, pour chacun des trois intervalles :

$$\frac{d}{dt}k_{[0,\kappa_c]} = P_{[0,\kappa_c]} - \varepsilon_{[0,\kappa_c]} - \mathcal{J}(\kappa_c) \tag{3.64}$$

$$\frac{d}{dt}k_{[\kappa_c,\kappa_d]} = P_{[\kappa_c,\kappa_d]} - \varepsilon_{[\kappa_c,\kappa_d]} + \mathcal{J}(\kappa_c) - \mathcal{J}(\kappa_d) \tag{3.65}$$

$$\frac{d}{dt}k_{[\kappa_d,\infty]} = P_{[\kappa_d,\infty]} - \varepsilon_{[\kappa_d,\infty]} + \mathcal{J}(\kappa_d) \tag{3.66}$$

La somme des trois équations (3.64, 3.65, 3.66) donne l'équation de l'énergie fluctuante totale en turbulence homogène :

$$\frac{dk}{dt} = P - \varepsilon \tag{3.67}$$

avec

$$k_{[0,\kappa_c]} + k_{[\kappa_c,\kappa_d]} + k_{[\kappa_d,\infty]} = k_{[0,\infty]} = k \tag{3.68}$$

$$P_{[0,\kappa_c]} + P_{[\kappa_c,\kappa_d]} + P_{[\kappa_d,\infty]} = P_{[0,\infty]} = P \tag{3.69}$$

$$\varepsilon_{[0,\kappa_c]} + \varepsilon_{[\kappa_c,\kappa_d]} + \varepsilon_{[\kappa_d,\infty]} = \varepsilon_{[0,\infty]} = \varepsilon \tag{3.70}$$

La somme des deux équations (3.65, 3.66) donne l'équation de l'énergie de sous-maille

$$\frac{dk_m}{dt} = P_{[\kappa_c,\infty]} - \varepsilon_m + \mathcal{J}(\kappa_c) \tag{3.71}$$

avec

$$k_{[\kappa_c,\kappa_d]} + k_{[\kappa_d,\infty]} = k_{[\kappa_c,\infty]} = k_m \tag{3.72}$$

$$P_{[\kappa_c,\kappa_d]} + P_{[\kappa_d,\infty]} = P_{[\kappa_c,\infty]} \tag{3.73}$$

$$\varepsilon_{[\kappa_c,\kappa_d]} + \varepsilon_{[\kappa_d,\infty]} = \varepsilon_{[\kappa_c,\infty]} = \varepsilon_m \tag{3.74}$$

En comparaison avec l'équation de l'énergie de sous-maille, dans l'espace physique, en turbulence homogène

$$\frac{dk_m}{dt} = P_m - \varepsilon_m \tag{3.75}$$

on a

$$P_m = P_{[\kappa_c,\infty]} + \mathcal{J}(\kappa_c) \tag{3.76}$$

Équation de la dissipation de sous-maille

Schiestel et Dejoan [124] choisissent un κ_d relié à κ_c par la relation suivante :

$$\kappa_d = \kappa_c + \zeta_m \frac{\varepsilon_m}{k_m^{3/2}} \tag{3.77}$$

où ζ_m peut dépendre du nombre de Reynolds mais ne dépend pas explicitement du temps. Il est choisi assez grand pour assurer que l'énergie dans la zone $[\kappa_d, \infty]$ soit négligeable. En dérivant l'équation (3.77), on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa_d}{dt} - \frac{d\kappa_c}{dt} &= \zeta_m \left(\frac{d\varepsilon_m}{dt} k_m^{3/2} - \frac{3}{2} \varepsilon_m k_m^{1/2} \frac{dk_m}{dt} \right) \frac{1}{k_m^3} \\ &= \frac{\kappa_d - \kappa_c}{\varepsilon_m k_m} \left(k_m \frac{d\varepsilon_m}{dt} - \frac{3}{2} \varepsilon_m \frac{dk_m}{dt} \right) \end{aligned} \tag{3.78}$$

et en combinant avec l'équation de k_m (3.71), on a

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_m}{dt} &= \frac{3}{2} \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - \left[\frac{3}{2} + \frac{k_m}{(\kappa_d - \kappa_c)\, \varepsilon_m} \left(\frac{\partial \kappa_c}{\partial t} - \frac{\partial \kappa_d}{\partial t} \right) \right] \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} \\ &= C_{\varepsilon_1}^* \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - \left[\frac{3}{2} + \left(C_{\varepsilon_1}^* - \frac{3}{2} \right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} + \frac{k_m}{(\kappa_d - \kappa_c)\, \varepsilon_m} \left(\frac{\partial \kappa_c}{\partial t} - \frac{\partial \kappa_d}{\partial t} \right) \right] \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} \\ &= C_{\varepsilon_1}^* \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - C_{\varepsilon_2}^* \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} \end{aligned} \tag{3.79}$$

où

$$C_{\varepsilon_2}^* = \frac{3}{2} + \left(C_{\varepsilon_1}^* - \frac{3}{2} \right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} + \frac{k_m}{(\kappa_d - \kappa_c)\, \varepsilon_m} \left(\frac{\partial \kappa_c}{\partial t} - \frac{\partial \kappa_d}{\partial t} \right) \tag{3.80}$$

À la limite RANS, $\kappa_c = 0$, et $\partial \kappa_c / \partial t = 0$ donc on a

$$C_{\varepsilon_2} = \frac{3}{2} + \left(C_{\varepsilon_1} - \frac{3}{2} \right) \frac{P}{\varepsilon} - \frac{k}{\kappa_d \varepsilon} \frac{\partial \kappa_d}{\partial t} \tag{3.81}$$

et donc, l'équation $C_{\varepsilon_2}^*$ s'écrit

$$\begin{aligned} C_{\varepsilon_2}^* =& \frac{3}{2} + \left(C_{\varepsilon_1}^* - \frac{3}{2} \right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} \\ &+ \frac{r_k}{r_\varepsilon} \left(1 - \frac{\kappa_c}{\kappa_d} \right)^{-1} \left[\frac{k}{\varepsilon \kappa_d} \frac{\partial \kappa_c}{\partial t} + C_{\varepsilon_2} - \frac{3}{2} - \left(C_{\varepsilon_1} - \frac{3}{2} \right) \frac{P}{\varepsilon} \right] \end{aligned} \tag{3.82}$$

κ_c étant très petit devant κ_d, et si on suppose que les variations temporelles $\partial \kappa_c / \partial t$ de la coupure sont suffisamment faibles, on obtient

$$C^*_{\varepsilon 2} = \frac{3}{2} + \frac{r_k}{r_\varepsilon}\left(C_{\varepsilon 2} - \frac{3}{2}\right) + \frac{P_m}{\varepsilon_m}\left[C^*_{\varepsilon 1} - C_{\varepsilon 1}\frac{r_k}{r_p} + \frac{3}{2}\left(\frac{r_k}{r_p} - 1\right)\right] \tag{3.83}$$

avec $r_p = P_m/P$, $r_k = k_m/k$, $r_\varepsilon = \varepsilon_m/\varepsilon$

$$\frac{dk}{dt} = P - \varepsilon \tag{3.84}$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{k_m}{r_k}\right) = \frac{1}{r_k}\frac{dk_m}{dt} \tag{3.85}$$

De même, en négligeant le terme dr_k/dt

$$\frac{P_m}{r_p} - \frac{\varepsilon_m}{r_\varepsilon} = \frac{1}{r_k}\left(P_m - \varepsilon_m\right) \tag{3.86}$$

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r_k}\left(1 - \frac{\varepsilon_m}{P_m}\right) + \frac{\varepsilon_m}{r_\varepsilon P_m} \tag{3.87}$$

$$C^*_{\varepsilon 2} = C^*_{\varepsilon 1} + \frac{r_k}{r_\varepsilon}\left(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\right) + \frac{P_m}{\varepsilon_m}\left(C^*_{\varepsilon 1} - C_{\varepsilon 1}\right) \tag{3.88}$$

Si on choisit $C^*_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1}$, l'équation de la dissipation de sous-maille obtenue est

$$\frac{d\varepsilon_m}{dt} = C_{\varepsilon 1}\frac{P_m\varepsilon_m}{k_m} - C^*_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon_m^2}{k_m} \tag{3.89}$$

avec

$$C^*_{\varepsilon 2} = C_{\varepsilon 1} + \frac{r_k}{r_\varepsilon}\left(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\right) \tag{3.90}$$

Si la coupure se situe en dehors de la zone dissipative, on a de plus $r_\varepsilon \simeq 1$. Cette analyse montre qu'on peut utiliser des équations pour k_m et ε_m qui sont les mêmes que les équations RANS sauf que $C_{\varepsilon 2}$ est variable, en fonction de r_k. On peut alors utiliser les mêmes équations qui tendent vers un modèle RANS quand $r_k \to 1$ et vers un modèle LES quand $r < 1$.

On supposant un spectre de Kolmogorov, le ratio énergie modélisée/ énergie fluctuante total r_k est déterminé par

$$r_k = \frac{k_m}{k} = \frac{1}{k}\int_{\kappa_c}^{\infty} E_S\left(\kappa\right)d\kappa = \frac{1}{\beta_0\eta_c^{2/3}} \tag{3.91}$$

avec $\eta_c = \kappa_c\dfrac{k^{3/2}}{\varepsilon}$, $\kappa_c = \dfrac{2\pi}{2\Delta}$, $\beta_0 = \dfrac{2}{3C_K}$, $C_K = 1{,}5$.

Cependant, dans la formule au-dessus, la valeur r_k tend vers l'infini quand Δ tend vers l'infini. Pour que r_k ne dépasse pas 1, on utilise donc la relation

$$r_k = \min\left(1; \frac{1}{\beta_0 \eta_c^{2/3}}\right) \tag{3.92}$$

ou la relation empirique de Schiestel et Dejoan [124]

$$r_k = \frac{1}{1 + \beta_0 \eta_c^{2/3}} \tag{3.93}$$

3.2.3 Modèle TPITM

Comme mentionné plus haut, les approches hybrides RANS/LES se heurtent au problème de la transition continue entre RANS et LES, où l'opérateur RANS est une moyenne d'ensemble, équivalente à une moyenne temporelle pour un écoulement inhomogène mais statistiquement stationnaire, tandis que la LES classique se base sur un filtrage spatial. Pour surmonter ce problème, Fadai-Ghotbi et al. [47] utilisent le formalisme TLES [108, 109] et adaptent le PITM pour aboutir au modèle TPITM.

Équation d'évolution du spectre temporel

Dans cette section, les variables instantanées sont décomposées en une moyenne temporelle et une fluctuation, selon la décomposition de Reynolds pour un écoulement statistiquement stationnaire. On note ϕ_A, ϕ_B les valeurs de la variable ϕ prise à l'instant t_A et t_B. L'équation de transport de la vitesse fluctuante (2.15) s'écrit

$$\begin{aligned} U_k \frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{iA} u_{jB}\right) = & - u_{jB}\frac{\partial u_{iA}}{\partial t_A} - u_{jA}\frac{\partial u_{iB}}{\partial t_B} - u_{kA}u_{jB}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} - u_{iA}u_{kB}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} \\ & - u_{iA}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{jB}u_{kB} - \overline{u_{jB}u_{kB}}\right) - u_{iB}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{iA}u_{kA} - \overline{u_{iA}u_{kA}}\right) \\ & - \frac{u_{jB}}{\rho}\frac{\partial p_A}{\partial x_i} - \frac{u_{iB}}{\rho}\frac{\partial p_B}{\partial x_j} + \nu u_{jB}\frac{\partial^2 u_{iA}}{\partial x_k \partial x_k} + \nu u_{iA}\frac{\partial^2 u_{jB}}{\partial x_k \partial x_k} \end{aligned} \tag{3.94}$$

Pour un écoulement statistiquement stationnaire, la vitesse moyenne ne dépend pas du temps, et on a $U_{kA} = U_{kB} = U_k$. On définit

$$\mathcal{Q}_{i,j}\left(\mathbf{x}, \tau\right) = \overline{u_{iA}u_{jB}} \tag{3.95}$$

$$\mathcal{S}_{ik,j}\left(\mathbf{x}, \tau\right) = \overline{u_{iA}u_{kA}u_{jB}} \tag{3.96}$$

$$\mathcal{T}_{i,j}\left(\mathbf{x}, \tau\right) = \frac{1}{2}\overline{\left(u_{kA} - u_{kB}\right) u_{iA}\frac{\partial u_{jB}}{\partial x_k}} \tag{3.97}$$

$$\mathcal{K}_{(p),j}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\overline{p_A u_{jB}} \tag{3.98}$$

$$\mathcal{K}_{i,(p)}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\overline{u_{iA},p_B} \tag{3.99}$$

$$\mathcal{E}_{i,j}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\nu\overline{\frac{\partial u_{iA}}{\partial x_k}\frac{\partial u_{jB}}{\partial x_k}} \tag{3.100}$$

où l'indice (p) se rapporte à la pression, et n'est pas un indice tensoriel.

En utilisant le changement de variable $t=t_A$, $\tau=t_B-t_A$, on a

$$\frac{\partial}{\partial t_A}=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial t_A}+\frac{\partial}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t_A}=\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial \tau} \tag{3.101}$$

$$\frac{\partial}{\partial t_B}=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial t_B}+\frac{\partial}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t_B}=\frac{\partial}{\partial \tau} \tag{3.102}$$

et peut montrer que

$$\overline{u_{jB}\frac{\partial u_{iA}}{\partial t_A}}+\overline{u_{iA}\frac{\partial u_{jB}}{\partial t_B}}=\left(\frac{\partial}{\partial t_A}+\frac{\partial}{\partial t_B}\right)\mathcal{Q}_{i,j}=\frac{\partial \mathcal{Q}_{i,j}}{\partial t}=0 \tag{3.103}$$

L'écoulement étant supposé incompressible :

$$\begin{aligned}&\overline{u_{iA}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{jB}u_{kB}\right)}+\overline{u_{jB}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{iA}u_{kA}\right)}=\\&=\overline{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_{iA}u_{kA}u_{jB}\right)}+\overline{\left(u_{kB}-u_{kA}\right)u_{iA}\frac{\partial u_{jB}}{\partial x_k}}=\frac{\partial \mathcal{S}_{ik,j}}{\partial x_k}-2\mathcal{T}_{i,j}\end{aligned} \tag{3.104}$$

et

$$\begin{aligned}&\overline{\nu u_{jB}\frac{\partial^2 u_{iA}}{\partial x_k\partial x_k}}+\overline{\nu u_{iA}\frac{\partial^2 u_{jB}}{\partial x_k\partial x_k}}=\\&=\nu\overline{\frac{\partial^2 u_{iA}u_{jB}}{\partial x_k\partial x_k}}-2\nu\overline{\frac{\partial u_{iA}}{\partial x_k}\frac{\partial u_{jB}}{\partial x_k}}=\nu\frac{\partial^2 \mathcal{Q}_{i,j}}{\partial x_k\partial x_k}-2\mathcal{E}_{i,j}\end{aligned} \tag{3.105}$$

En prenant la moyenne de Reynolds de l'équation (3.94) et en utilisant les équations (3.103, 3.104 et 3.105), on obtient l'équation de transport pour le tenseur de corrélations en deux points :

$$\begin{aligned}U_k\frac{\partial \mathcal{Q}_{i,j}}{\partial x_k}=&-\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\mathcal{Q}_{k,j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_k}\mathcal{Q}_{i,k}-\frac{\partial \mathcal{S}_{ik,j}}{\partial x_k}+2\mathcal{T}_{i,j}+\nu\frac{\partial^2 \mathcal{Q}_{i,j}}{\partial x_k\partial x_k}-2\mathcal{E}_{i,j}\\&-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \mathcal{K}_{i,(p)}}{\partial x_j}+\frac{\partial \mathcal{K}_{(p),j}}{\partial x_i}\right)+\frac{1}{\rho}\left(\overline{p_B\frac{\partial u_{iA}}{\partial x_j}}+\overline{p_A\frac{\partial u_{jB}}{\partial x_i}}\right)\end{aligned} \tag{3.106}$$

En utilisant la condition d'incompressibilité du champ fluctuant, on a :

$$\frac{1}{\rho}\left(\overline{p_B\frac{\partial u_{iA}}{\partial x_i}}+\overline{p_A\frac{\partial u_{iB}}{\partial x_i}}\right)=0 \tag{3.107}$$

et la trace de l'équation (3.106) est

$$\frac{1}{2}U_j\frac{\partial \mathcal{Q}_{i,i}}{\partial x_j}=\mathbb{P}+\mathbb{D}-\mathbb{E}+\mathbb{T} \tag{3.108}$$

avec

$$\mathbb{P}\left(\mathbf{x},\tau\right)=-\frac{1}{2}\left(\mathcal{Q}_{i,j}+\mathcal{Q}_{j,i}\right)\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{3.109}$$

$$\mathbb{D}=\mathbb{D}^{\nu}+\mathbb{D}^{T}+\mathbb{D}^{P} \tag{3.110}$$

$$\mathbb{D}^{\nu}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\frac{\nu}{2}\frac{\partial^2 \mathcal{Q}_{i,i}}{\partial x_j\partial x_j} \tag{3.111}$$

$$\mathbb{D}^{T}\left(\mathbf{x},\tau\right)=-\frac{1}{2}\frac{\partial \mathcal{S}_{ik,i}}{\partial x_k} \tag{3.112}$$

$$\mathbb{D}^{P}\left(\mathbf{x},\tau\right)=-\frac{1}{2\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mathcal{K}_{j,(p)}+\mathcal{K}_{(p),j}\right) \tag{3.113}$$

$$\mathbb{E}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\mathcal{E}_{i,i} \tag{3.114}$$

$$\mathbb{T}\left(\mathbf{x},\tau\right)=\mathcal{T}_{i,i} \tag{3.115}$$

La transformée de Fourier de l'équation (3.108) donne

$$U_j\frac{\partial E_T}{\partial x_j}\left(\mathbf{x},\omega\right)=\hat{\mathbb{P}}\left(\mathbf{x},\omega\right)-\hat{\mathbb{E}}\left(\mathbf{x},\omega\right)+\hat{\mathbb{T}}\left(\mathbf{x},\omega\right)+\hat{\mathbb{D}}\left(\mathbf{x},\omega\right) \tag{3.116}$$

avec

$$E_T\left(\mathbf{x},\omega\right)=\frac{1}{2}\hat{\mathcal{Q}}_{i,i}\left(\mathbf{x},\omega\right) \tag{3.117}$$

Équation de l'énergie turbulente

De manière similaire l'approche PITM, on utilise deux fréquences de coupure ω_c et ω_d, avec $\omega_d \geq \omega_c$. Le spectre temporel est donc découpé en trois zones $[0, \omega_c]$, $[\omega_c, \omega_d]$, $[\omega_d, \infty]$. L'intégration de l'équation (3.116) sur un intervalle quelconque $[\omega_1, \omega_2]$ donne

$$U_j \frac{\partial}{\partial x_j} k_{[\omega_1,\omega_2]} = P_{[\omega_1,\omega_2]} - \varepsilon_{[\omega_1,\omega_2]} + \mathcal{J}(\omega_1) - \mathcal{J}(\omega_2) + D_{[\omega_1,\omega_2]} \tag{3.118}$$

avec

$$k_{[\omega_1,\omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} E_T(\omega)\, d\omega \tag{3.119}$$

$$P_{[\omega_1,\omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \hat{\mathbb{P}}(\omega)\, d\omega \tag{3.120}$$

$$\omega_{[\omega_1,\omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \hat{\mathbb{E}}(\omega)\, d\omega \tag{3.121}$$

$$D_{[\omega_1,\omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \hat{\mathbb{D}}(\omega)\, d\omega \tag{3.122}$$

$$\mathcal{J}(\omega) = \mathcal{F}(\omega) - U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} E_T(\omega) \tag{3.123}$$

où $\mathcal{J}$ contient un terme de flux spectral et un terme de transport

$$\mathcal{F}(\omega) = -\int_0^{\omega} \hat{\mathbb{F}}\left(\omega'\right) d\omega' = \int_{\omega}^{\infty} \hat{\mathbb{F}}\left(\omega'\right) d\omega' \tag{3.124}$$

En suivant la même procédure que pour l'approche PITM, on déduit l'équation de l'énergie de sous-maille

$$U_j \frac{\partial k_m}{\partial x_j} = P_m - \varepsilon_m + D_m \tag{3.125}$$

Cette équation a la même forme que l'équation moyennée de l'énergie de sous-maille, déduite dans l'espace physique.

Équation de la dissipation de sous-filtre

Comme en PITM, on définit ω_d à partir de ω_c par

$$\omega_d = \omega_c + \chi_m \frac{\varepsilon_m}{k_m} \tag{3.126}$$

avec le paramètre χ_m peut dépendre du nombre de Reynolds mais ne dépend pas explicitement de l'espace. Il est aussi choisi suffisamment grand pour que l'énergie

turbulente dans la zone $[\omega_d, \infty]$ soit négligeable. En utilisant cette relation et l'équation (3.125), on a

$$\begin{aligned} U_j \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial x_j} &= \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - \left[1 + \frac{k_m}{(\omega_d - \omega_c)\,\varepsilon_m}\left(U_j \frac{\partial \omega_c}{\partial x_j} - U_j \frac{\partial \omega_d}{\partial x_j}\right)\right] \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} + D_{\varepsilon_m} \\ &= C^*_{\varepsilon_1} \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - \left[1 + \left(C^*_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} + \frac{k_m}{(\omega_d - \omega_c)\,\varepsilon_m}\left(U_j \frac{\partial \omega_c}{\partial x_j} - U_j \frac{\partial \omega_d}{\partial x_j}\right)\right] \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} + D_{\varepsilon_m} \\ &= C^*_{\varepsilon_1} \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - C^*_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} + D_{\varepsilon_m} \end{aligned} \tag{3.127}$$

avec

$$D_{\varepsilon_m} = \frac{\varepsilon_m}{k_m} D_m \tag{3.128}$$

et

$$C^*_{\varepsilon_2} = 1 + \frac{k_m}{(\omega_d - \omega_c)\,\varepsilon_m}\left(U_j \frac{\partial \omega_c}{\partial x_j} - U_j \frac{\partial \omega_d}{\partial x_j}\right) \tag{3.129}$$

A la limite RANS on a $\omega_c = 0$ et $\partial \omega_c / \partial x_j = 0$, donc $C^*_{\varepsilon_2}$ devient

$$C_{\varepsilon_2} = 1 + \left(C_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P}{\varepsilon} - \frac{k}{\varepsilon \omega_d} U_j \frac{\partial \omega_d}{\partial x_j} \tag{3.130}$$

En remplaçant cette relation dans l'équation (3.129), on a

$$\begin{aligned} C^*_{\varepsilon_2} =& 1 + \left(C^*_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} + \\ & \frac{r_k}{r_\varepsilon}\left(1 - \frac{\omega_c}{\omega_d}\right)^{-1}\left(\frac{k}{\varepsilon \omega_d} U_j \frac{\partial \omega_c}{\partial x_j} + C_{\varepsilon_2} - 1 - \left(C_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P}{\varepsilon}\right) \end{aligned} \tag{3.131}$$

La variation spatiale de la fréquence de coupure est supposé faible, et ω_c est plus petit que ω_d, $\omega_c \ll \omega_d$, donc l'équation de $C^*_{\varepsilon_2}$ devient

$$C^*_{\varepsilon_2} = 1 + \left(C^*_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} + \frac{r_k}{r_\varepsilon}\left(C_{\varepsilon_2} - 1 - \left(C_{\varepsilon_1} - 1\right) \frac{P}{\varepsilon}\right) \tag{3.132}$$

En utilisant la même méthode que pour le modèle PITM et en supposant que la coupure ω_c se situe hors de la zone dissipative ($r_\varepsilon = 1$, $D_{\varepsilon_m} = D_\varepsilon$), on trouve la formulation de $C^*_{\varepsilon_2}$

$$C^*_{\varepsilon_2} = C^*_{\varepsilon_1} + r_k \left(C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1}\right) + \left(C^*_{\varepsilon_1} - C_{\varepsilon_1}\right) \frac{P_m}{\varepsilon_m} \tag{3.133}$$

La valeur $C^*_{\varepsilon_1}$ est choisi égale à C_{ε_1}, donc l'équation de la dissipation de sous-filtre devient

$$U_j \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial x_j} = C^*_{\varepsilon_1} \frac{P_m \varepsilon_m}{k_m} - C^*_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} + D_{\varepsilon_m} \tag{3.134}$$

avec

$$C^*_{\varepsilon_2} = C_{\varepsilon_1} + r_k \left(C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1} \right) \tag{3.135}$$

Le ratio énergie modélisée/ énergie fluctuante totale r_k est définit par

$$r_k = \frac{k_m}{k} = \frac{1}{k} \int_{\omega_c}^{\infty} E_T(\omega)\, d\omega \tag{3.136}$$

Tennekes a montré [151] que le spectre en fréquence eulérien se déduit du spectre en nombre d'onde de Kolmogorov en utilisant une relation de dispersion

$$E_T(\omega)\, d\omega = E_s(\kappa)\, d\kappa \tag{3.137}$$

et donc on a

$$r_k = \frac{1}{\beta_1 \xi_c^{-2/3}} \tag{3.138}$$

où

$$\xi_c = \omega_c \frac{k}{\varepsilon} \tag{3.139}$$

Tout comme en PITM, pour assurer que la valeur r_k ne dépasse pas 1, on utilise la relation

$$r_k = \min\left(1; \frac{1}{\beta_1 \xi_c^{-2/3}}\right) \tag{3.140}$$

ou la formule empirique de Schiestel et Dejoan [124]

$$r_k = \frac{1}{1 + \beta_1 \xi_c^{-2/3}} \tag{3.141}$$

3.3 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a introduit le formalisme de la LES, en versions spatiale et temporelle. Les deux conduisent à des équations formellement identiques sous certaines hypothèses.

Le modèle PITM est construit analytiquement, puis est développé en formulation temporelle, le TPITM, qui utilise le formalisme de la LES temporelle pour éliminer le problème de la cohérence des opérateurs RANS et LES dans le cadre des modèles hybrides classiques comme la DES. Dans le modèle TPITM, la transition entre les deux modes RANS et LES est pilotée par le ratio de l'énergie de sous-filtre sur l'énergie totale r_k. Cependant, comme montré par Friess [53], le TPITM, comme le PITM, est difficile a mettre en œuvre, et notamment, nécessite l'utilisation d'une correction dynamique du coefficient $C^*_{\varepsilon_2}$ [48]. Le chapitre suivant va développer un nouveau modèle pour surmonter ce problème.

Chapitre 4

Développement d'une nouvelle approche hybride RANS-TLES

Sommaire

4.1 Introduction 48

4.2 Analyse en perturbation des systèmes d'équations du TPITM et de la DES 49

4.2.1 Système TPITM 49

4.2.2 Système DES 52

4.3 Approche DES équivalente 54

4.3.1 DES équivalente basée sur une échelle de longueur 54

4.3.2 DES équivalente basée sur une échelle de temps 55

4.3.3 Comparaison des deux approches 55

4.4 Le ratio énergie modélisée sur énergie fluctuante totale (r) 56

4.5 Calibration en turbulence homogène isotrope 58

Pour parvenir à un compromis entre le faible coût des calculs RANS et la capacité prédictive de la LES, de nombreuses approches hybrides ont été développées. Parmi elles, comme présenté dans le chapitre précédent, le modèle TPITM est construit de manière analytique, mais est difficile à mettre en œuvre ; le modèle DES, quant à lui, est facile à mettre en œuvre et largement utilisé. Ce chapitre contribue au développement d'une nouvelle approche hybride TLES qui combine les avantages de la DES et du TPITM. Elle est nommée hybride TLES (HTLES) ou DES équivalente. En se basant sur une analyse en perturbations des systèmes d'équation TPITM et DES, quatre formulations vont être proposées.

4.1 Introduction

En écoulement inhomogène, l'approche hybride RANS/LES est sujet à une inconsistance qui apparaît dans la zone de transition entre RANS et LES : la LES est basée sur un filtre spatial, et quand la largeur de filtre tend vers l'infini, les grandeurs filtrées tendent vers des moyennes spatiales, qui ne sont pas équivalentes à la moyenne statistique si l'écoulement n'est pas homogène. Le modèle TPITM de Fadai-Ghotbi et al. [47] permet d'éliminer ce problème grâce à l'utilisation de la LES basée sur un filtrage temporel (TLES). Dans ce formalisme temporel, si la taille du filtre est suffisamment grande, les grandeurs filtrées tendent vers une moyenne temporelle, équivalente à la moyenne statistique pour les écoulements statistiquement stationnaires. Cependant, les études de Fadai-Ghotbi [49] et Friess [53] montrent que le modèle TPITM présente un problème sérieux : le niveau d'énergie k_r donné par le calcul ne correspond pas toujours au r_k imposé a priori dans le modèle ; et en particulier, pendant les transitoires (démarrage du calcul), la turbulence résolue a tendance à disparaître, conduisant à une "pseudo-relaminarisation". Pour surmonter ce problème, Friess [53] a proposé une correction dynamique de $C^*_{\varepsilon 2}$. Mais cette méthode est lourde à mettre en œuvre.

Au contraire du PITM et du TPITM, le modèle DES contrôle directement la partition de l'énergie via l'équation de l'énergie k. L'objectif de ce chapitre est de d'établir une équivalence entre le modèle DES et le modèle TPITM, ce qui permettra d'écrire un modèle qui combine les bonnes caractéristiques de la DES (facilité d'utilisation, sans correction dynamique) et du TPITM (formalisme consistant, justification théorique des coefficients).

Intéressons nous alors à deux approches hybrides RANS/LES différentes, c'est-à-dire utilisant une méthode différente pour faire transitionner le calcul du mode RANS au mode LES, mais basées sur la même modélisation des tensions de sous-filtre (ils tendent vers même modèle RANS quand la largeur du filtre tend vers l'infini). On peut penser qu'ils donneront des champs résolus très similaires, à partir du moment où ils donnent le même niveau d'énergie résolue, c'est-à-dire si on a des tensions de sous-filtre très similaires dans les équations (même niveau d'énergie modélisée, même forme du modèle). Avant de poursuivre l'analyse, on admettra alors le postulat ci-dessous :

Postulat : Deux approches hybrides basées sur le même modèle RANS, mais contrôlant différemment la répartition entre énergies résolue et modélisée, conduisent à des champs de vitesse similaires à condition qu'elles donnent le même niveau d'énergie de sous-filtre.

Dans ce postulat, le mot *similaire* est intentionnellement vague : les valeurs instantanées des champs résolus seront évidemment différentes entre deux approches hy-

brides, mais leurs valeurs statistiques sont très proches, puisque le même modèle des tensions de sous-maille est utilisé. Dans ce cas, les deux approches hybrides seront dites *équivalentes*.

L'analyse suivante cherche alors à établir sous quelles conditions on peut écrire une approche de type DES *équivalente* à l'approche TPITM.

4.2 Analyse en perturbation des systèmes d'équations du TPITM et de la DES

Dans l'approche DES, la transition entre les modes RANS et LES est réalisée par l'introduction un facteur ψ dans le terme de dissipation de l'équation de l'énergie turbulente

$$\psi = \max\left(1; \frac{k^{3/2}/\varepsilon}{C_{DES}\Delta}\right) \tag{4.1}$$

où Δ est la taille de maille locale.

Le modèle DES contrôle la partition d'énergie par le facteur ψ dans l'équation d'énergie turbulente, tandis que le TPITM utilise la fonction $C^*_{\varepsilon 2}$ dans l'équation de la dissipation. On veut alors déterminer quelle fonction ψ de la DES va donner la même la partition d'énergie que celle donnée par le coefficient $C^*_{\varepsilon 2}$ dans le TPITM.

4.2.1 Système TPITM

On récrit le système TPITM (équations 3.125, 3.134) en supposant que la coupure spectrale est hors de la zone dissipative ($r_\varepsilon = 1$) et pour simplifier les notations, le ratio de l'énergie modélisée sur l'énergie fluctuante totale r_k sera simplement noté r.

$$U_i \frac{\partial k_m}{\partial x_i} = P_m - \varepsilon + D_m \tag{4.2}$$

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{P_m \varepsilon}{k_m} - C^*_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k_m} + D_\varepsilon \tag{4.3}$$

où le coefficient $C^*_{\varepsilon 2}$ est sensible à la fréquence de coupure via rapport $r = k_m/k$

$$C^*_{\varepsilon 2} = C_{\varepsilon 1} + r\left(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\right) \tag{4.4}$$

et $D_m = D^T_m + D^\nu_m + D^P_m$, où $D^T_m = \overline{D^T_{SFS}}$, $D^\nu_m = \overline{D^\nu_{SFS}}$, $D^P_m = \overline{D^P_{SFS}}$ sont les termes de transport turbulent, de diffusion moléculaire et de diffusion par la pression respectivement.

Si on suppose que la turbulence est en équilibre le long d'une ligne de courant (ce qui est par exemple les cas dans une conduite droite), le système (4.2, 4.3) devient

$$P_m - \varepsilon + D_m = 0 \tag{4.5}$$

$$C_{\varepsilon 1}\frac{P_m \varepsilon}{k_m} - C^*_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k_m} + D_\varepsilon = 0 \tag{4.6}$$

On va maintenant chercher quelle variation $\delta C^*_{\varepsilon 2}$ du coefficient $C^*_{\varepsilon 2}$ il faut introduire dans les équations pour obtenir une variation infinitésimale $\dfrac{\delta k_m}{k_m}$ donnée, uniforme dans l'écoulement. On cherche le nouveau système à l'équilibre qui est atteint quand $C^*_{\varepsilon 2}$ est perturbé d'une petite valeur, c'est-à-dire, $C^*_{\varepsilon 2}$ est remplacé par $C^*_{\varepsilon 2} + \delta C^*_{\varepsilon 2}$. Les autres termes sont alors également perturbés (δk_m, $\delta\varepsilon$, δP_m, δD_m, δD_ε). Cette technique de petite perturbation a été introduite par Manceau et al. [88]. Le nouvelle solution d'équilibre est

$$P_m + \delta P_m - \varepsilon - \delta\varepsilon + D_m + \delta D_m = 0 \tag{4.7}$$

$$C_{\varepsilon 1}\frac{(P_m + \delta P_m)(\varepsilon + \delta\varepsilon)}{k_m + \delta k_m} - (C^*_{\varepsilon 2} + \delta C^*_{\varepsilon 2})\frac{(\varepsilon + \delta\varepsilon)^2}{k_m + \delta k_m} + D_\varepsilon + \delta D_\varepsilon = 0 \tag{4.8}$$

En ne gardant que les termes linéaires en fonction des petites perturbations, et en combinant avec les équations (4.5 et 4.6), le système (4.7-4.8) devient

$$\delta P_m - \delta\varepsilon + \delta D_m = 0 \tag{4.9}$$

$$C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon P_m}{k_m}\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{\delta k_m}{k_m} + \frac{\delta P_m}{P_m}\right) - C^*_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k_m}\left(\frac{\delta C^*_{\varepsilon 2}}{C^*_{\varepsilon 2}} + 2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{\delta k_m}{k_m}\right) + \delta D_\varepsilon = 0 \tag{4.10}$$

Le terme de production P_m s'écrit, en utilisant la viscosité de sous maille $\nu_t = C_\mu k^2_{SFS}/\varepsilon_{SFS}$

$$P_m = \overline{P_{SFS}} = -\overline{\tau_{ijSFS}\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j}} = 2C_\mu \overline{\frac{k^2_{SFS}}{\varepsilon_{SFS}}\tilde{S}^2} \tag{4.11}$$

ou, sous une autre forme

$$P_m = 2C_\mu \gamma \frac{k^2_m}{\varepsilon} S^2 \tag{4.12}$$

où γ est le coefficient de corrélation

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{k^2_m S^2}\overline{\frac{k^2_{SFS}}{\varepsilon_{SFS}}\tilde{S}^2} \tag{4.13}$$

et $S^2 = \overline{\tilde{S}^2}$. On a alors

$$\frac{\delta P_m}{P_m} = 2\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta \varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\delta \gamma}{\gamma} + 2\frac{\delta S}{S} \tag{4.14}$$

Pour évaluer le terme de diffusion $D_m = \dfrac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\mu \dfrac{k_m^2}{\varepsilon}\dfrac{\partial}{\partial x_k}k_m\right)$, on suppose que la dérivation spatiale d'une variable φ associe la dérivation spatiale de sa perturbation $\delta\varphi$ par

$$\frac{1}{\delta\varphi}\frac{\partial \delta\varphi}{\partial x_k} = \frac{1}{\varphi}\frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \tag{4.15}$$

En utilisant le technique de petite perturbation, le terme de diffusion D_m devient

$$D_m + \delta D_m = \frac{\partial}{\partial x_k}\left[C_\mu \frac{(k_m + \delta k_m)^2}{\varepsilon + \delta\varepsilon}\frac{\partial}{\partial x_k}(k_m + \delta k_m)\right] \tag{4.16}$$

En négligeant les termes de l'ordre supérieurs ou égales 2, utilisant $\delta k_m/k_m$ uniforme dans l'écoulement, et combinant avec la relation (4.15), le terme de diffusion D_m se réduit à

$$\frac{\delta D_m}{D_m} = 3\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta \varepsilon}{\varepsilon} \tag{4.17}$$

De la même manière, pour le terme D_ε, on a

$$\frac{\delta D_\varepsilon}{D_\varepsilon} = 2\frac{\delta k_m}{k_m} \tag{4.18}$$

On va alors résoudre le système à 7 équations (4.5, 4.6, 4.9, 4.10, 4.14, 4.17, 4.18) avec 7 variables δk_m, $\delta\varepsilon$, δP_m, δD_m, δD_ε, D_m, D_ε. En remplaçant δD_m (4.17), P_m (4.14) dans l'équation (4.9) on a

$$-\frac{3D_m}{P_m}\frac{\delta k_m}{k_m} + \frac{D_m}{P_m}\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\delta\varepsilon}{P_m} = 2\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} + 2\frac{\delta S}{S} \tag{4.19}$$

où

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{P_m}{P_m + \varepsilon + D_m}\left(\frac{3D_m}{P_m}\frac{\delta k_m}{k_m} + 2\frac{\delta k_m}{k_m} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} + 2\frac{\delta S}{S}\right) \tag{4.20}$$

En combinant avec D_m (4.5), l'équation (4.20) devient

$$2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = 3\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{P_m}{\varepsilon}\frac{\delta k_m}{k_m} + \frac{P_m}{\varepsilon}\frac{\delta\gamma}{\gamma} + 2\frac{P_m}{\varepsilon}\frac{\delta S}{S} \tag{4.21}$$

En remplaçant cette équation et les équations (4.14, 4.18) dans l'équation (4.10), on a

$$\frac{\delta k_m}{k_m} = \frac{1}{C^*_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta C^*_{\varepsilon 2} + 2\frac{\delta S}{S} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} \tag{4.22}$$

4.2.2 Système DES

Dans cette section, la même analyse que dans le cas du TPITM est utilisée pour le système DES, c'est-à-dire la solution d'équilibre du système

$$\frac{dk_m}{dt} = P_m - \psi\varepsilon + D_m = 0 \tag{4.23}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = C_{\varepsilon_1}\frac{\varepsilon}{k_m}P_m - C_{\varepsilon_2}\frac{\varepsilon^2}{k_m} + D_\varepsilon = 0 \tag{4.24}$$

En appliquant la méthode de perturbation dans ce système en définissant la perturbation $\delta\psi$ et, de nouveau, les perturbations (δk_m, $\delta\varepsilon$, δP_m, δD_m, δD_ε), on en déduit également un nouveau système

$$P_m + \delta P_m - (\psi + \delta\psi)(\varepsilon + \delta\varepsilon) + D_m + \delta D_m = 0 \tag{4.25}$$

$$C_{\varepsilon_1}\frac{\varepsilon + \delta\varepsilon}{k + \delta k_m}(P_m + \delta P_m) - C_{\varepsilon_2}\frac{(\varepsilon + \delta\varepsilon)^2}{k_m + \delta k_m} + D_\varepsilon + \delta D_\varepsilon = 0 \tag{4.26}$$

On ne garde que les termes linéaires en petites perturbations, et on combine les équations (4.23, 4.24), et le système (4.25, 4.26) devient

$$\delta P_m - \psi\delta\varepsilon - \varepsilon\delta\psi + \delta D_m = 0 \tag{4.27}$$

$$C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon P_m}{k_m}\left(-\frac{\delta k_m}{k_m} + \frac{\delta P_m}{P_m} + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k_m}\left(-\frac{\delta k_m}{k_m} + 2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) + \delta D_\varepsilon = 0 \tag{4.28}$$

On a les mêmes équations (4.14, 4.17, 4.18) que celles obtenues pour le TPITM

$$\frac{\delta P_m}{P_m} = 2\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} + 2\frac{\delta S}{S} \tag{4.29}$$

$$\frac{\delta D_m}{D_m} = 3\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} \tag{4.30}$$

$$\frac{\delta D_\varepsilon}{D_\varepsilon} = 2\frac{\delta k_m}{k_m} \tag{4.31}$$

De même qu'à la section 4.2, on a le système à 7 équations (4.23, 4.24, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, 4.31) avec les 7 variables δk_m, $\delta\varepsilon$, δP_m, δD_m, δD_ε, D_m, D_ε. En remplaçant δD_m (4.30) dans l'équation (4.27), on a

$$\delta P_m = \psi\delta\varepsilon + \varepsilon\delta\psi - D_m\left(3\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) \tag{4.32}$$

puis en remplaçant cette équation et D_m (4.23) dans l'équation (4.29), on obtient

$$2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \left(3 - \frac{P_m}{\psi\varepsilon}\right)\frac{\delta k_m}{k_m} - \frac{\delta\psi}{\psi} + \frac{P_m}{\psi\varepsilon}\left(\frac{\delta\gamma}{\gamma} + 2\frac{\delta S}{S}\right) \tag{4.33}$$

En utilisant $\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}$ (4.33), $\frac{\delta P_m}{P_m}$ (4.29), δD_ε (4.31) et D_ε (4.24), l'équation (4.28) devient

$$\frac{\delta k_m}{k_m} = -\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\psi}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta\psi + 2\frac{\delta S}{S} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} \tag{4.34}$$

En supposant, avant l'introduction de la perturbation du coefficient $C^*_{\varepsilon 2}$, que les deux approches TPITM et DES sont équivalentes (elles donnent le même k_m), alors les deux approches restent équivalentes après l'introduction de la perturbation $\delta C^*_{\varepsilon 2}$ si elles donnent même la valeur de $\delta k_m/k_m$. En combinant les équations (4.22, 4.34) on a

$$\frac{1}{C^*_{\varepsilon 2}}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta C^*_{\varepsilon 2} + 2\frac{\delta S}{S} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} = -\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\psi}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta\psi + 2\frac{\delta S}{S} + \frac{\delta\gamma}{\gamma} \tag{4.35}$$

En appliquant le postulat de départ, les deux approches, qui donnent le même niveau d'énergie de sous-maille avant et après l'introduction des perturbations des coefficients, donnent des statistiques très similaires de l'écoulement résolu, en particulier S et γ. On peut donc simplifier cette relation en

$$\frac{1}{C^*_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta C^*_{\varepsilon 2} = -\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\psi}\frac{\varepsilon}{P_m}\delta\psi \tag{4.36}$$

et grâce au même l'état équilibre initial, on peut également simplifier le facteur ε/P_m. L'équation (4.36) devient alors

$$\frac{1}{C^*_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}}\delta C^*_{\varepsilon 2} = -\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\psi}\delta\psi \tag{4.37}$$

On voit donc qu'à partir d'états d'équilibres équivalents pour les deux approches, on est capable de déduire un nouvel état d'équilibre équivalent, par modification infinitésimale des coefficients. Or, à l'état RANS, défini par $C^*_{\varepsilon 2} = C_{\varepsilon 2}$ pour le TPITM, et par $\psi = 1$ pour la DES , les deux approches sont évidemment équivalentes puisqu'elles tendent vers le même modèle RANS. On peut alors intégrer l'équation (4.37) entre l'état RANS et un état d'équilibre quelconque, ce qui conduit à

$$\int_{C_{\varepsilon 2}}^{C^*_{\varepsilon 2}} \frac{1}{x - C_{\varepsilon 1}}dx = -\int_1^{\psi} \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}y}dy \tag{4.38}$$

ce qui donne

$$\ln\frac{C^*_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}} = \ln\left(\frac{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}\psi}{C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}}\right)^{C_{\varepsilon 2}/C_{\varepsilon 1}} \tag{4.39}$$

Comme dans le modèle TPITM, $C^*_{\varepsilon_2} = C_{\varepsilon_1} + r\,(C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1})$, la fonction ψ est finalement

$$\psi = \frac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - \left(\frac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - 1\right) r^{C_{\varepsilon_1}/C_{\varepsilon_2}}, \tag{4.40}$$

Si on impose dans le système DES cette valeur de ψ, on obtiendra le même k_m qu'en TPITM : les deux approches seront équivalentes.

4.3 Approche DES équivalente

4.3.1 DES équivalente basée sur une échelle de longueur

Dans les zones traités en mode LES, le modèle DES standard utilise la fonction

$$\psi = \frac{k_m^{3/2}}{\varepsilon L} \tag{4.41}$$

c'est-à-dire que le terme de dissipation, remplacé par $\psi\varepsilon$ dans l'équation de k_m, s'écrit $k_m^{3/2}/L$, où l'échelle de longueur $L = C_{DES}\Delta$. Pour assurer l'équivalence avec le modèle TPITM, cette échelle de longueur doit être modifiée pour correspondre à l'équation (4.40), c'est-à-dire

$$L = \frac{k_m^{3/2}}{\psi\varepsilon} = \frac{r^{3/2}}{\dfrac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - \left(\dfrac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - 1\right) r^{C_{\varepsilon_1}/C_{\varepsilon_2}}} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \tag{4.42}$$

Ce résultat a été obtenu par analyse des équations de l'énergie de sous-filtre moyennée $k_m = \overline{k_{SFS}}$ et de son taux de dissipation. Il est alors proposé de transposer ce résultat dans l'équation de transport de k_{SFS} en remplaçant le terme de dissipation par

$$\frac{k_{SFS}^{3/2}}{L} \tag{4.43}$$

où apparaît l'échelle de longueur (4.42). On peut remarquer que dans cette équation de L, la taille des mailles locales n'apparaît pas explicitement.

L'équation de l'énergie de sous-filtre devient donc

$$\frac{dk_{SFS}}{dt} = P_{SFS} - \frac{k_{SFS}^{3/2}}{L} + D_{SFS} \tag{4.44}$$

Dans l'équation (4.42), l'énergie totale k et la dissipation ε sont calculés par

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon_{SFS}} \tag{4.45}$$

$$k = k_r + k_m \tag{4.46}$$

où l'énergie résolue k_r et l'énergie modélisée k_m sont déterminées par

$$k_r = \frac{1}{2}\overline{\tilde{u}_i\tilde{u}_i} = \frac{1}{2}\overline{\left(\tilde{U}_i - U_i\right)\left(\tilde{U}_i - U_i\right)} = \frac{1}{2}\overline{\tilde{U}_i\tilde{U}_i} - \frac{1}{2}U_iU_i \tag{4.47}$$

et

$$k_m = \frac{1}{2}\overline{u_i^{"}u_i^{"}} = \overline{k_{SFS}} \tag{4.48}$$

avec l'opérateur moyenne temporelle $\overline{\cdot}$.

4.3.2 DES équivalente basée sur une échelle de temps

Dans le cadre de filtrage temporel, pour contrôler la partition d'énergie, on peut préférer utiliser une échelle de temps plutôt que une échelle de longueur.

On peut alors faire le même raisonnement que dans le cas d'une échelle de longueur, c'est-à-dire chercher l'échelle de temps qui satisfait $\psi = \dfrac{k_m}{\varepsilon T}$. On aura alors

$$T = \frac{k_m}{\psi\varepsilon} = \frac{r}{\dfrac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - \left(\dfrac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_1}} - 1\right) r^{C_{\varepsilon_1}/C_{\varepsilon_2}}}\frac{k}{\varepsilon} \tag{4.49}$$

On propose alors un modèle DES équivalent où le terme dissipation est remplace par

$$\frac{k_{SFS}}{T} \tag{4.50}$$

basé sur l'échelle de temps T. L'équation de l'énergie de sous-filtre devient

$$\frac{dk_{SFS}}{dt} = P_{SFS} - \frac{k_{SFS}}{T} + D_{SFS} \tag{4.51}$$

où P_{SFS}, D_{SFS} sont les termes de production et de diffusion, respectivement.

4.3.3 Comparaison des deux approches

Les approches basées sur une échelle de longueur et sur une échelle de temps présentées au-dessus ne sont pas identiques. On peut mettre en évidence leur différence en considérant les termes de dissipation dans les deux versions. Dans le premier cas, le terme de dissipation s'écrit

$$\frac{k_{SFS}^{3/2}}{L} = \frac{k_{SFS}^{3/2}}{r^{3/2}k^{3/2}}\psi\varepsilon = \frac{k_{SFS}^{3/2}}{\left(\frac{\overline{k_{SFS}}}{k}\right)^{3/2}k^{3/2}}\psi\varepsilon = \psi\varepsilon\left(\frac{k_{SFS}}{\overline{k_{SFS}}}\right)^{3/2} \tag{4.52}$$

et dans le deuxième cas

$$\frac{k_{SFS}}{T} = \frac{k_{SFS}}{rk}\psi\varepsilon = \frac{k_{SFS}}{\frac{\overline{k_{SFS}}}{k}k}\psi\varepsilon = \psi\varepsilon\left(\frac{k_{SFS}}{\overline{k_{SFS}}}\right) \tag{4.53}$$

Les deux expressions (4.52) et (4.53) différent par la puissance à laquelle est élevée le rapport de l'énergie de sous-maille sur sa moyenne temporelle. Les valeurs calibrées des coefficients β à la section 4.5 seront différentes entre ces deux versions. $\frac{k_{SFS}}{\overline{k_{SFS}}}$ fluctue autour de sa valeur moyenne 1 : les deux approches diffèrent donc uniquement par leur manière de prendre en compte l'influence de ces fluctuations.

4.4 Le ratio énergie modélisée sur énergie fluctuante totale (r)

Dans les approches de type TPITM ou DES équivalente, ce n'est pas directement la largeur du filtre qui apparaît dans le modèle, mais le ratio de l'énergie de sous-filtre sur l'énergie totale $r = k_m/k = \overline{k_{SFS}}/k$. On va chercher ici une évaluation de r en fonction de la fréquence de coupure du filtre temporelle.

Tout d'abord, k_m est relié à la fréquence de coupure ω_c par

$$k_m = \int_{\omega_c}^{\infty} E_T(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{4.54}$$

Pour estimer k_m, on a donc besoin de déterminer une fréquence de coupure ω_c et une forme de spectre temporel eulérien E_T.

De manière analogue au approches spatiales classique, comme la LES, on doit d'abord remarquer que la largeur du filtre temporel

$$\Delta_T = 2\pi/\omega_c \tag{4.55}$$

est reliée au pas de temps dt par $\Delta_T \geq 2dt$ d'après le théorème de Shannon. La fréquence la plus haute représentée par le schéma numérique est alors $\omega_c = \pi/dt$.

Cependant, si la valeur du pas de temps est suffisamment petite, la plus haute fréquence observable sera également limitée par la taille des mailles, c'est-à-dire, sera

la fréquence due à la convection, par une vitesse de convection à déterminer, du plus petit tourbillon résolu de nombre d'onde κ_c

$$\omega_c = U_c \kappa_c \tag{4.56}$$

La plus haut fréquence de coupure observable est donc prise égale à

$$\omega_c = \min\left(\frac{\pi}{dt}; U_c \frac{\pi}{\Delta}\right) \tag{4.57}$$

Pour estimer r en fonction de cette fréquence de coupure ω_c, on a alors besoin, dans la relation (4.54), d'une forme de spectre temporel eulérien E_T. A la suite de Tennekes [151], on remarquera que les tourbillons dans la zone inertielle du spectre sont convectés par les gros tourbillons énergétiques (vitesse de balayage), et donc on peut estimer la vitesse de convection U_c par $U_c \propto \sqrt{\overline{u_i^* u_i^*}} = \sqrt{U^2 + 2k}$, où U est la vitesse moyenne locale. On peut alors estimer la forme du spectre temporel eulérien E_T en fonction du spectre spatial E_S en utilisant la relation de dispersion (4.56) :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}k &= \underbrace{C_\kappa \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}}_{E_S(\kappa)} \mathrm{d}\kappa = C_\kappa \varepsilon^{2/3} U_c^{5/3} \omega^{-5/3} U_c^{-1} \mathrm{d}\omega \\ &= \underbrace{C_\kappa \varepsilon^{2/3} U_c^{2/3} \omega^{-5/3}}_{E_T(\omega)} \mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{4.58}$$

Le ratio r peut alors être estimé par

$$\begin{aligned} r = \frac{k_m}{k} &= \frac{1}{k} \int_{\omega_c}^{\infty} E_T(\omega)\, \mathrm{d}\omega = \frac{C_\kappa \varepsilon^{2/3} U_c^{2/3}}{k} \int_{\omega_c}^{\infty} \omega^{-5/3} \mathrm{d}\omega \\ &= \frac{C_\kappa \varepsilon^{2/3} U_c^{2/3}}{k} \left[-\frac{3}{2} \omega^{-2/3}\right]_{\omega_c}^{\infty} = \frac{3 C_\kappa}{2} \left(\frac{U_c}{\sqrt{k}}\right)^{2/3} \left(\omega_c \frac{k}{\varepsilon}\right)^{-2/3} \end{aligned} \tag{4.59}$$

ou

$$r = \frac{1}{\beta \left(\frac{U_c}{\sqrt{k}}\right)^{-2/3} \left(\omega_c \frac{k}{\varepsilon}\right)^{2/3}} \tag{4.60}$$

Malgré l'évaluation théorique du coefficient β qui est $\frac{2}{3C_K}$, on préférera calibrer ce coefficient en turbulence homogène isotrope.

Si la valeur du pas de temps utilisé est suffisamment petite pour que $\omega_c = U_c \frac{\pi}{\Delta}$ dans (4.57), en combinant avec l'équation (4.60), on retrouve la valeur classique du PITM

$$r = \frac{1}{\beta \left(\frac{\pi}{\Delta} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \right)^{2/3}} \tag{4.61}$$

Comme précédemment, pour que la valeur r ne dépasse pas 1, on utilisera la relation

$$r = \min \left(1; \frac{1}{\beta \left(\frac{U_c}{\sqrt{k}} \right)^{-2/3} \left(\omega_c \frac{k}{\varepsilon} \right)^{2/3}} \right) \tag{4.62}$$

ou la relation empirique de Schiestel et Dejoan [124]

$$r = \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{U_c}{\sqrt{k}} \right)^{-2/3} \left(\omega_c \frac{k}{\varepsilon} \right)^{2/3}} \tag{4.63}$$

avec

$$k = k_m + k_r \tag{4.64}$$

$$k_m = \frac{1}{2} \overline{u_i'' u_i''} = \overline{k_{SFS}} \tag{4.65}$$

$$k_r = \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} = \frac{1}{2} \overline{\left(\tilde{U}_i - U_i \right) \left(\tilde{U}_i - U_i \right)} = \frac{1}{2} \overline{\tilde{U}_i \tilde{U}_i} - \frac{1}{2} U_i U_i \tag{4.66}$$

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon_{SFS}} \tag{4.67}$$

On a donc quatre version du modèle DES équivalente nommés HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3, HTLES 4 comme montré dans le tableau 4.1, qui correspondent à l'utilisation d'une échelle de longueur ou de temps pour évaluer la dissipation dans l'équation de l'énergie de sous-filtre ($k_{SFS}^{3/2}/L$ ou k_{SFS}/T), chacune avec deux évaluations possibles du ratio r, par (4.62) ou (4.63).

4.5 Calibration en turbulence homogène isotrope

La turbulence homogène isotrope (THI) est un cas parfait pour calibrer et valider un nouveau modèle. Cette thèse utilise la THI incompressible pour la calibration des coefficients C_{DES} de la DDES (qui est identique à la DES en l'absence de parois) et β des 4 versions de la HTLES.

	Échelle de longueur	Échelle de temps
r (équation (4.62))	HTLES 1	HTLES 3
r (équation (4.63))	HTLES 2	HTLES 4

TABLE 4.1 – Les quatre versions de la DES équivalente

Le domaine de calcul est une boîte périodique de volume $(2\pi)^3$. Trois maillages sont utilisés, comportant 32^3, 64^3 et 128^3 cellules. Le champ de vitesse initiale à $Re_\lambda = 104{,}5$ est donné par la DNS de Wray [161]. Les calculs DES et HTLES sont tous basés sur le modèle RANS $k-\omega$-SST, avec modification du terme de dissipation comme décrit plus haut. Le champ de vitesse initial est obtenu en appliquant un filtre à coupure spectrale adapté à la taille de maille au champ DNS de Wray [161]. Pour chaque approche, les champs initiaux de k et ω sont obtenus par un calcul préliminaire dans lequel le champ de vitesse initial est figé et les équations de k et ω sont résolues jusqu'à ce qu'un état permanent soit atteint.

Les figures 4.1, 4.2 et 4.3 présentent les évolutions des spectres d'énergie obtenus avec les approches DES, HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3, HTLES 4 en comparaison avec les résultats DNS [161]. On choisit ici le pas de temps dt suffisamment petit pour que, dans (4.57), le deuxième terme soit activé ($\omega_c = U_c\pi/\Delta$). Dans ce cas, la fréquence de coupure est simplement $\omega_c = \sqrt{2k}\,\kappa_c$ où $\kappa_c = \pi/\Delta = 16$, 32 et 64 pour les maillages 32^3, 64^3 et 128^3, respectivement. Tout d'abord, on calibre le coefficient C_{DES} apparaissant dans l'approche DES. En comparant l'évolution du spectre d'énergie les résultats DNS, la valeur calibrée obtenue est $C_{DES} = 0{,}6$. La valeur obtenue ici est donc celle qui est le plus largement utilisée dans la littérature.

Les coefficients β calibrés pour les approches HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3 et HTLES 4 sont montrés dans le tableau 4.2. On peut voir que les courbes obtenues en HTLES sont très proches de celles du modèle DES, comme montré sur les figures 4.1, 4.2 et 4.3. De plus les résultats de quatre versions de HTLES sont très similaires. Sur le maillage le plus grossier (32^3), en comparaison avec la DNS, on voit aussi que les courbes de DES et HTLES sont un peu hautes dans la région des petits nombres d'onde ; tandis que qu'elles sont un peu trop basses dans la région des grands nombres d'onde pour les cas des maillages les plus fins (64^3 et 128^3). Les valeurs β calibrées dans le tableau 4.2 sont donc un compromis permettant d'obtenir dans l'ensemble les meilleurs résultats sur les 3 maillages. Ces valeurs sont maintenant fixées et seront utilisées dans la suite

pour la validation de l'approche HTLES dans des cas plus complexes au chapitre 6.

Modèle	HTLES 1	HTLES 2	HTLES 3	HTLES 4
β	0,53	0,61	0,44	0,51

TABLE 4.2 – Calibration du coefficient β

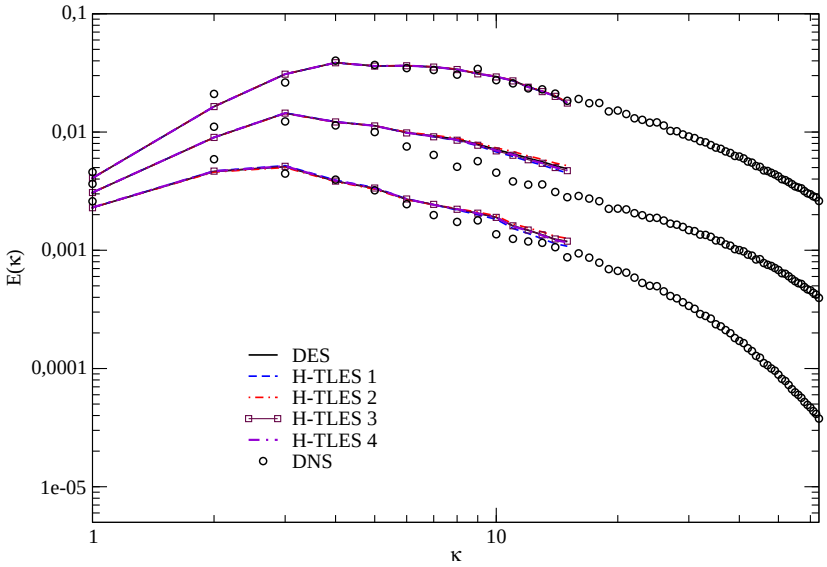


FIGURE 4.1 – Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 32^3

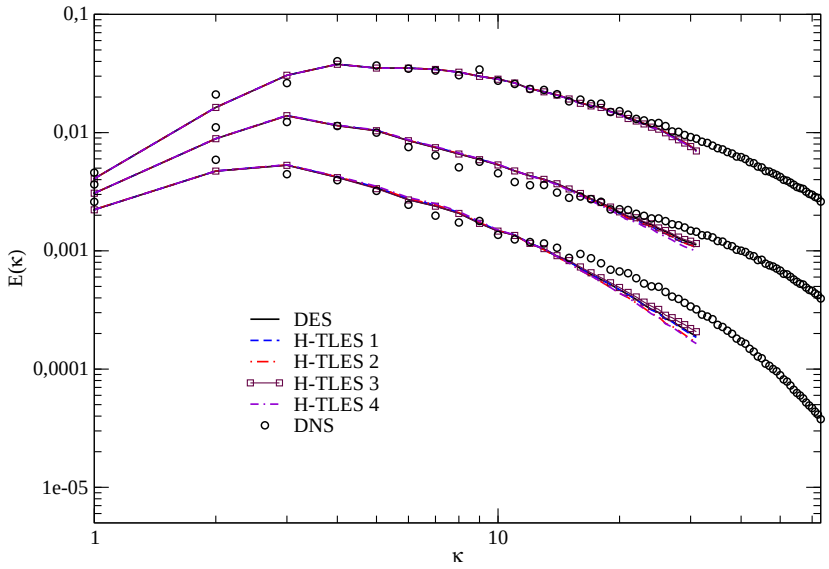


FIGURE 4.2 – Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 64^3

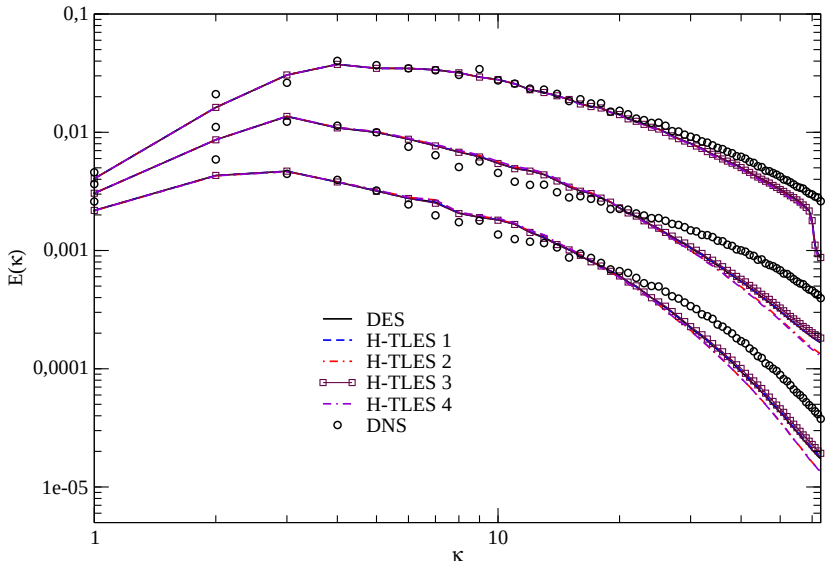


FIGURE 4.3 – Évolution du spectre d'énergie sur le maillage 128^3

Chapitre 5

Méthodes numériques

Sommaire

5.1 La méthode des volumes finis 64
5.2 Discrétisation temporelle 65
5.3 Discrétisation spatiale 66
5.3.1 Terme de convection 66
5.3.2 Terme de diffusion 70
5.4 Calcul des gradients et interpolations 70
5.5 Conditions aux limites 71

Les équations Navier-Stokes sont un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires qui est impossible à résoudre analytiquement en général. Il faut donc utiliser des simulations numériques qui donnent des solutions approchées. Les méthodes numériques sont caractérisées par différents degrés de précision et de robustesse. Pour une revue détaillée de méthodes numériques existantes, on peut consulter le livre de Ferziger et Perić [52].

Cette partie ne présente que les méthodes numériques utilisées dans le code open source Saturne [9], qui est utilisé pour mettre en œuvre le nouveau modèle hybride RANS/TLES. Le code Saturne est un code parallélisé, développé par Électricité de France. Il est écrit en volumes finis colocalisés (cell-centered) pour maillage structuré ou non-structuré en deux ou trois dimensions pour résoudre l'écoulement laminaire ou turbulent. De plus, un algorithme multigrille permet d'améliorer la convergence.

Dans le cas turbulent, le code Saturne résout les équations Navier-Stokes moyennées pour un écoulement incompressible et les équations des modèles de turbulence (EVM et RSM). La marche en temps est basée sur une prédiction de la vitesse puis une correction de pression.

5.1 La méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis (ou FVM pour *Finite Volume Method*) représente et évalue des équations aux dérivées partielles sous la forme d'équations algébriques. L'idée de cette méthode est découper la domaine de calcul en un nombre fini de volumes de contrôle (ou cellules) de centre I et de volume Ω_I, la quantité quelconque ϕ étant considérée constante dans chaque volume. En utilisant le théorème de la divergence, certaines intégrales de volume sont converties en intégrales de surface. Donc, ces termes sont évalués comme des flux aux faces de chaque cellule. La méthode des volumes finis conserve les quantités résolues grâce au fait que le flux entrant dans un volume déterminé est identique à celui qui quitte le volume adjacent. De plus, cette méthode est bien adaptée pour des maillages non-structurés, c'est-à-dire s'applique bien aux géométries complexes. La méthode des volumes finis est donc utilisée largement en mécanique des fluides. D'autres méthodes, FDM (pour *Finite Difference Method*), FEM (pour *Finite Element Method*), méthode des éléments spectraux, méthode sans maillage sont par exemple analysées en détail dans l'ouvrage de Blazek [25].

L'équation de transport d'une quantité ϕ en écoulement incompressible s'écrit

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{i} + \underbrace{\nabla\cdot(\rho\phi U)}_{c} = \underbrace{\nabla\cdot(\Gamma\nabla\phi)}_{d} + S_\phi \tag{5.1}$$

où U est le vecteur vitesse, ρ la masse volumique du fluide, Γ le coefficient de diffusion et S_ϕ le terme source. Les termes i, c, d sont respectivement les termes instationnaire, convectif et de diffusion. Les équations de conservation sont intégrées sur chaque volume de contrôle :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega_I}\rho\phi\mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega_I}\nabla\cdot(\rho\phi U)\,\mathrm{d}\Omega = \int_{\Omega_I}\nabla\cdot(\Gamma\nabla\phi)\,\mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega_I} S_\phi\mathrm{d}\Omega \tag{5.2}$$

En appliquant le théorème de la divergence aux termes de convection et de diffusion, les intégrales de volume deviennent des intégrales de surface

$$\frac{\partial(\rho_I\phi_I\Omega_I)}{\partial t} + \int_{S_I}\phi\,(\rho U\cdot\mathbf{n})\,\mathrm{d}S = \int_{S_I}\Gamma\,(\nabla\phi)\cdot\mathbf{n}\mathrm{d}S + S_{\Omega_I}\Omega_I \tag{5.3}$$

où S_I est la surface entourant le volume de contrôle, $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire extérieur à la surface S_I, ϕ_I est la valeur moyenne de ϕ sur la cellule, cette valeur étant localisée au centre de gravité du volume de contrôle.

5.2 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle dans le code Saturne est réalisée de manière implicite. Bien que plus coûteux en mémoire que les schémas explicites (par exemple le schéma Runge-Kutta [25]), les schéma implicites sont largement utilisés en raison de leurs avantages : possibilité d'utiliser de grandes valeurs du pas de temps ; meilleure robustesse ; vitesse de convergence [25]. Le code Saturne utilise la méthode à pas fractionnés qui décompose le calcul en trois sous-pas dans le même pas de temps, proche de l'algorithme SIMPLEC (pour *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent* - Van Doormal et Raithby 1984). Pour d'autres schémas implicites comme SIMPLE (pour *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*), SIMPLER (pour SIMPLE *Revised*), PISO (pour *Pressure Implicit with Splitting of Operators*), on peut se consulter l'ouvrage [156].

On considère les équations de conservation de la masse, de conservation de quantité de mouvement et de transport d'un scalaire a. Pour raison de simplicité, les termes turbulents ne sont pas pris en compte ici. En écoulement incompressible, les équations vectorielles s'écrivent :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + S_{\mathbf{u}} \\ \rho \dfrac{\partial a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} a) = \nabla \cdot (\mu_a \nabla a) + S_a \end{cases} \tag{5.4}$$

où $S_{\mathbf{u}}$ et S_a sont les termes sources associés aux variables $\mathbf{u}$ et a respectivement. Le passage de l'instant $t = t^{(n)}$ à l'instant $t = t^{(n+1)} = t^{(n)} + \Delta t$ se fait en trois étapes.

La première étape consiste à prédire le champ de vitesse en résolvant le système (5.4) avec un gradient de pression explicite. A la fin de cette étape, la valeur d'une variable quelconque ϕ obtenue est notée ϕ^*. Le terme source de l'équation de quantité de mouvement est décomposé selon $\mathbf{S_u} = \mathbf{A} + \mathrm{B}\mathbf{u}$, où $\mathrm{B}\mathbf{u}$ est le terme implicite. Le système (5.4) devient :

$$\begin{cases} P^* = P^{(n)} \\ \rho \dfrac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^{(n)}}{\Delta t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u}^* \otimes \mathbf{u}^{(n)} - \mu \nabla \mathbf{u}^* \right) = -\nabla P^{(n)} + \mathbf{A}^{(n)} + \mathrm{B}^{(n)} \mathbf{u}^* \\ a^* = a^{(n)} \end{cases} \tag{5.5}$$

La résolution de ce système permet d'obtenir $\mathbf{u}^*$. On note que ces valeurs ne vérifient pas la condition d'incompressibilité $\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0$.

La seconde étape consiste à corriger la vitesse en apportant une correction au gradient de pression, en négligeant les variations du terme source, des termes convectifs et de diffusion. Le nouveau système s'écrit

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = 0 \\ \rho \left(\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^{*} \right) = -\Delta t \nabla \left(P^{**} - P^{*} \right) \\ a^{**} = a^{*} \end{cases} \tag{5.6}$$

En pratique, on prend la divergence de la deuxième équation du système (5.6) afin d'obtenir une équation de Poisson sur l'incrément de pression $\delta P = P^{**} - P^{*}$.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u}^{*} \right) = \Delta t \nabla^2 \left(P^{**} - P^{*} \right) \\ \rho \left(\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^{*} \right) = -\Delta t \nabla \left(P^{**} - P^{*} \right) \\ a^{**} = a^{*} \end{cases} \tag{5.7}$$

La résolution de ce système permet d'obtenir P^{**} puis $\mathbf{u}^{**}$. Le champ de vitesse corrigé $\mathbf{u}^{**}$ satisfait la condition $\nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = 0$.

La troisième étape consiste à résoudre l'équation de transport du scalaire a. Le terme source est décomposé suivant $S_a = A_a + B_a a$. Le système à résoudre s'écrit

$$\begin{cases} \rho \mathbf{u}^{(n+1)} = \rho \mathbf{u}^{**} \\ P^{(n+1)} = P^{**} \\ \rho \dfrac{a^{(n+1)} - a^{**}}{\Delta t} + \nabla \cdot \left(a^{(n+1)} \rho \mathbf{u}^{**} - \mu_a \nabla a^{(n+1)} \right) = A_a^{(n)} + B_a^{(n)} a^{(n+1)} \end{cases} \tag{5.8}$$

Si un modèle de turbulence est utilisé, la résolution du champ turbulent se fait entre les étapes 2 et 3. Pour le modèle RSM, l'équation de chaque composante du tenseur de Reynolds est traitée comme celle d'un scalaire.

5.3 Discrétisation spatiale

Les termes de convection et de diffusion dans l'équation (5.3) sont discrétisés en espace de la manière suivante.

5.3.1 Terme de convection

Le terme de convection est très sensible aux schémas numériques utilisés. De nombreux schémas ont été proposés pour éviter les instabilités numériques dues à ce terme.

Trois schémas sont disponibles dans le code Saturne : schéma centré (ou CDS pour *Central-Difference Scheme*), schéma décentré amont du premier ordre (ou UDS pour *Upwind-Difference Scheme*), schéma décentré amont linéaire du second ordre (ou SOLU pour *Second Order Linear Upwind*). Pour éviter à la fois les problèmes de diffusion numérique du schéma décentré UDS et les oscillations liées au schéma centré, le schéma TVD (pour *Total Variation Diminishing*) est utilisé dans cette thèse. Ce schéma préserve le caractère monotone des fonctions, c'est-à-dire qu'il ne fait pas augmenter les maxima existants, ni diminuer les minima existants, ni apparaître de nouveaux extrema locaux [25, 156].

$$TV\left(\phi^{(n+1)}\right) \leq TV\left(\phi^{(n)}\right) \tag{5.9}$$

où $TV\left(\phi^{(n)}\right)$ est une fonction *Total Variation*.

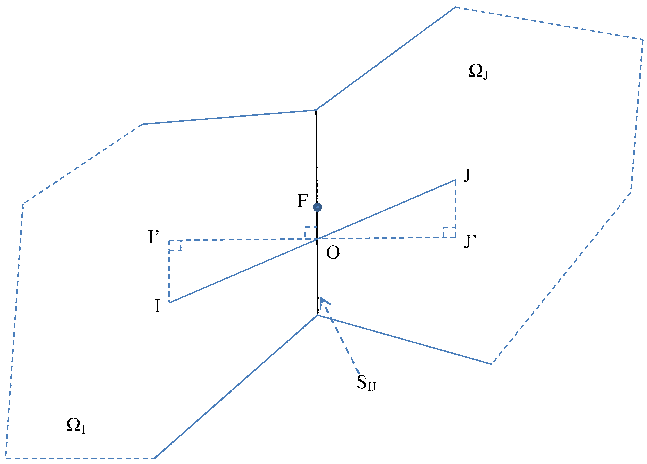


FIGURE 5.1 – Configuration générale de 2 cellules adjacentes I et J internes au domaine

La figure 5.1 présente une configuration générale de deux cellules adjacentes internes au domaine. Elles ont des centres I, J et des volumes Ω_I, Ω_J. Le point F est le centre de gravité de la face commune S_{IJ} entre les deux cellules. Le point O est l'intersection entre le segment IJ et la surface S_{IJ}. Les points I' et J' sont respectivement les projections de I et J sur la droite passant par O et normale à la surface S_{IJ}. Le terme de convection dans l'équation (5.3) est calculé par

$$\int_{S_I} \phi\left(\rho\mathbf{U}\cdot\mathbf{n}\right)\mathrm{d}S \approx \sum_{J\in\mathcal{V}_I} \phi_{IJ} m_{IJ} \tag{5.10}$$

où $\mathcal{V}_I$ est l'ensemble des cellules qui ont des surfaces communes avec la cellule de centre I, et ϕ_{IJ} est la valeur de ϕ sur la surface S_{IJ},

$$\phi_{IJ} = \frac{1}{S_{IJ}} \int_{S_{IJ}} \phi \mathrm{d}S \tag{5.11}$$

En utilisant l'approximation du second ordre en espace, on obtient $\phi_{IJ} \approx \phi_F$. De plus, la valeur ϕ au point F est interpolée à partir des valeurs ϕ_I et ϕ_J, suivant le schéma choisi. Le flux de masse m_{IJ} à travers la surface S_{IJ} s'écrit

$$m_{IJ} = (\rho_{IJ}\mathbf{U}_{IJ} \cdot \mathbf{n}_{IJ})\, S_{IJ} \tag{5.12}$$

où $\mathbf{n}_{IJ}$ est le vecteur unitaire normal à la surface S_{IJ} allant de I vers J, et $\rho_{IJ}\mathbf{U}_{IJ}$ est la valeur au point F de la quantité de mouvement.

Schéma centré Le schéma centré s'écrit

$$\phi_{IJ} = \alpha_{IJ}\phi_I + (1 - \alpha_{IJ})\, \phi_J \tag{5.13}$$

où le facteur de pondération est défini par $\alpha_{IJ} = \mathrm{FJ'/I'J'}$. Dans le cas d'un maillage uniforme, on obtient $\alpha_{IJ} = 1/2$. Ce schéma est l'ordre 2 mais peut introduire des oscillations numériques dans la solution.

Schéma décentré amont Le schéma décentre amont se présente sous la forme

$$m_{IJ}\phi_{IJ} = \frac{1}{2}\left[(m_{IJ} + |m_{IJ}|)\, \phi_I + (m_{IJ} - |m_{IJ}|)\, \phi_J\right] \tag{5.14}$$

ce qui donne $\phi_{IJ} = \phi_I$ si $m_{IJ} \geq 0$ et $\phi_{IJ} = \phi_J$ si $m_{IJ} < 0$. Ce méthode est simple, stable, bornée mais introduit des erreurs importantes lorsque la direction de l'écoulement n'est pas parallèle au maillage et le maillage n'est pas très raffiné.

Schéma TVD Superbee Dans schéma TVD, la fonction de limiteur Superbee est utilisée pour prévenir l'apparition d'oscillations artificielles là où il y a de fortes variations

$$\phi_{IJ} = \phi_I + \frac{1}{2}\psi\,(r)\,(\phi_J - \phi_I) \tag{5.15}$$

avec la fonction de limiteur Superbee de Roe (1985) définie par

$$\psi\,(r) = \max\left[0, \min\,(2r, 1)\,, \min\,(r, 2)\right] \tag{5.16}$$

où le facteur r est défini par Darwish et Moukalled [38]

$$r = \frac{2\nabla\phi_I \cdot \mathbf{IJ}}{\phi_J - \phi_I} - 1 \tag{5.17}$$

qui s'applique bien pour des maillages non-structurés.

Chaque modèle turbulent a besoin d'un schéma particulier. Par exemple dans l'approche hybride RANS/LES, on utilise un schéma décentré amont ou TVD pour la zone RANS et centré pour la zone LES [30].

Schéma hybride pour le terme convection Dans la discrétisation spatiale, il faut faire attention en choisissant le schéma numérique. Le modèle LES nécessite un schéma centré pour éviter les problèmes de diffusion et de dissipation numérique trop importants, tandis que pour l'approche RANS, des schémas décentrés amonts ou TVD sont préférés pour assurer la stabilité. Bunge [30] propose alors un schéma hybride pour les approches hybrides RANS/LES, qui devient un schéma centré dans les zones traitées par LES, et un schéma décentré amont ou TVD dans les zones traitées par RANS. Pour l'approche DES, le terme de convection devient

$$F_{inv} = (1-\sigma)F_{ctr} + \sigma F_{upw} \tag{5.18}$$

où la fonction σ est construite comme

$$\sigma = \sigma_{max} \tanh\left(A^{C_{H1}}\right) \tag{5.19}$$

avec

$$A = C_{H2} max\left(\frac{C_{DES}\Delta/l_t}{g} - 0{,}5; 0\right) \tag{5.20}$$

$$l_t = \left(\frac{\nu_t + \nu}{C_\mu^{3/2} K}\right)^{1/2} \tag{5.21}$$

$$K = max\left[\left(\frac{S^2+\Omega^2}{2}\right)^{1/2}; 0{,}1\tau_0^{-1}\right] \tag{5.22}$$

avec $\tau_0 = \dfrac{L_0}{U_0}$

$$g = \tanh\left(B^4\right) \tag{5.23}$$

$$B = C_{H3}\Omega \frac{max\left(S,\Omega\right)}{max\left(\dfrac{S^2+\Omega^2}{2}, \Omega_{min}^2\right)} \tag{5.24}$$

avec $\Omega_{min} = 10^{-3}\tau_0^{-1}$. On note que $l_t, g < 10^{-15}L_0$, $C_{H1} = 3{,}0$, $C_{H2} = 1{,}0$, $C_{H3} = 2{,}0$.

Pour l'approche HTLES, le schéma hybride du terme de convection est le même, sauf que le terme $C_{DES}\Delta$ dans l'équation (5.20) est remplacé par l'échelle de longueur L défini par l'équation (4.42).

Reconstruction du flux Dans le code Saturne, les schémas amonts et centrés sont implantés avec une correction pour les maillages non-orthogonaux, avec $\beta \neq 0$, où β est l'angle entre la normale $\mathbf{n}_{IJ}$ et le vecteur **IJ** joignant les centres des cellules. La valeur de Φ au point I' est approchée par les valeurs Φ_I et gradient de Φ_I au centre de I (voir figures 5.1 et 5.2)

$$\phi_{I'} = \phi_I + \mathbf{II'} \cdot (\nabla\phi)_I \tag{5.25}$$

5.3.2 Terme de diffusion

Le terme de diffusion est approché selon

$$\int_{S_I} \Gamma \left(\nabla\phi\right) \cdot \mathbf{n} \mathrm{d}S \approx \sum_{J \in \mathcal{V}_I} \Gamma_{IJ} \left(\nabla\phi\right)_{IJ} \cdot \mathbf{n}_{IJ} S_{IJ} \tag{5.26}$$

La viscosité Γ_{IJ} au point F est calculée par interpolation linéaire de sa valeur connue au point I et J.

$$\Gamma_{IJ} = \alpha_{IJ}\Gamma_I + \left(1 - \alpha_{IJ}\right)\Gamma_J \tag{5.27}$$

où $\alpha_{IJ} = \mathrm{FJ'}/\mathrm{I'J'}$. Le gradient normal de Φ au point F est approché par

$$(\nabla\phi)_{IJ} \cdot \mathbf{n}_{IJ} \approx \frac{\phi_{J'} - \phi_{I'}}{\mathrm{I'J'}} \tag{5.28}$$

5.4 Calcul des gradients et interpolations

Le code Saturne propose deux méthodes de calcul des gradients : la méthode standard et la méthode des moindres carres [9]. La première est plus coûteuse en temps de calcul mais plus robuste. Tandis que la deuxième est plus rapide que la première mais beaucoup moins robuste. Cette section ne présente que la méthode standard qui est utilisées dans le cas des maillages non-orthogonaux. Le gradient de la variable ϕ au centre I du volume de contrôle est défini par [95]

$$(\nabla\phi)_I = \frac{1}{\Omega_I} \int_{\Omega_I} \nabla\phi \mathrm{d}\Omega \tag{5.29}$$

En utilisant le théorème de la divergence, on obtient

$$(\nabla\phi)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \mathcal{V}_I} \int_{S_{IJ}} \phi \mathbf{n}_{IJ} \mathrm{d}S \tag{5.30}$$

En supposant que le vecteur $\mathbf{n}_{IJ}$ est constant sur la surface S_{IJ}, et en utilisant ϕ_{IJ} comme la valeur de ϕ sur la surface S_{IJ}, ainsi que l'approximation du second ordre en espace $\phi_{IJ} \approx \phi_F$, l'équation (5.30) devient

$$(\nabla\phi)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \mathcal{V}_I} \phi_F \mathbf{n}_{IJ} S_{IJ} \tag{5.31}$$

La valeur ϕ_F est interpolée par

$$\phi_F \approx \phi_O + \mathrm{OF} \cdot (\nabla\phi)_O \tag{5.32}$$

avec ϕ_O et $(\nabla\phi)_O$ calculés aux centres I et J

$$\phi_O = \alpha_{IJ}\phi_I + (1 - \alpha_{IJ})\,\phi_J \tag{5.33}$$

$$(\nabla\phi)_O = \frac{1}{2}\left[(\nabla\phi)_I + (\nabla\phi)_J\right] \tag{5.34}$$

Le gradient de la variable ϕ au centre I du volume de contrôle devient finalement

$$(\nabla\phi)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \mathcal{V}_I} \mathbf{n}_{IJ} S_{IJ} \left\{ \alpha_{IJ}\phi_I + (1 - \alpha_I)\,\phi_J + \frac{1}{2}\mathrm{OF} \cdot \left[(\nabla\phi)_I + (\nabla\phi)_J\right] \right\} \tag{5.35}$$

5.5 Conditions aux limites

Les conditions aux limites rencontrées ici peuvent être classifiées en trois types : conditions de Dirichlet, conditions de Neumann et conditions de périodicité. On considère la configuration générale d'une cellule I au bord du domaine comme décrit sur la figure 5.2.

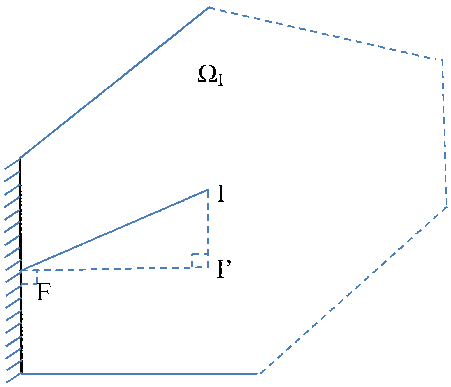


FIGURE 5.2 – Configuration générale d'une cellule I au bord

Conditions de Dirichlet Des conditions de Dirichlet sont utilisées sur les faces d'entrée ou les parois. La valeur de la variable au point F est imposée selon

$$\phi_F = \phi^{(0)} \tag{5.36}$$

où $\phi^{(0)}$ est choisie par l'utilisateur en entrée ou imposé par les conditions d'adhérence aux parois.

Conditions de Neumann Des conditions de Neumann sont utilisées aux faces de sortie ou dans les plans de symétrie. On impose la valeur du flux à la surface de bord :

$$\phi_F = \left(\nabla\phi^{(0)}\right) \cdot \mathbf{I'F} + \phi_{I'} \tag{5.37}$$

où $\nabla\phi^{(0)}$ est la valeur du flux.

Conditions de périodicité On utilise des cellules halos (fictives) pour les conditions périodiques comme montré sur la figure 5.3.

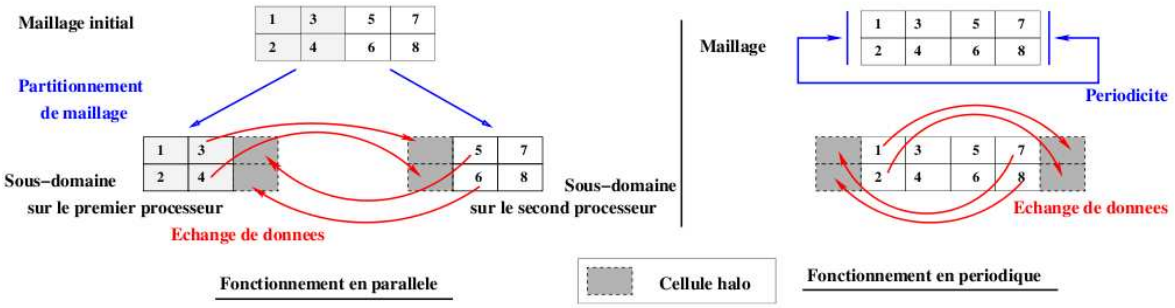


FIGURE 5.3 – Échange des donnes de la condition périodique et calcul parallèle [2]

Chapitre 6

Simulation de l'écoulement autour de cylindres

Sommaire

6.1 Revue des études portant sur les écoulements autour de cylindres rectangulaires 74
6.2 Cylindre carré 81
6.2.1 Configuration et maillage 81
6.2.2 Conditions aux limites 82
6.2.3 Convergence 83
6.2.4 Comparaison des versions de la HTLES 86
6.2.5 Influence du maillage 94
6.2.6 Influence de la taille du domaine dans la direction transverse 98
6.3 Cylindres à section rectangulaire 103
6.3.1 Caractéristiques des écoulements autour de cylindres rectangulaires de faible rapport d'aspect 103
6.3.2 Simulations des cas de cylindres rectangulaires 106
6.3.3 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,4$ . . 109
6.3.4 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,2$ . . 117
6.3.5 Rectangulaire rapport d'aspect $R = 0,6$ 124
6.4 Conclusion du chapitre 124

Ce chapitre vise à valider la nouvelle approche HTLES en simulant l'écoulement autour de cylindres de section carrée ou rectangulaire. Il commence par une revue d'ensemble de ce type d'écoulements. Puis des simulations de l'écoulement autour de cylindres rectangulaires de rapport d'aspect $R = 0{,}2\,;\ 0{,}4\,;\ 0{,}6\,;\ 1{,}0$ sont présentées.

6.1 Revue des études portant sur les écoulements autour de cylindres rectangulaires

Les écoulements des corps non profilés sont rencontrés très souvent dans les applications d'ingénierie, comme les écoulements autour de voitures, de structures de bâtiments de ponts, dans les systèmes de refroidissement d'équipements électroniques ou de centrales nucléaires, etc. Les connaissances des leurs caractéristiques aérodynamiques ont donc un rôle très important.

Il y a beaucoup d'études dans la littérature qui utilisent des écoulements des corps non profilés, surtout des écoulements autour de cylindres circulaires ou rectangulaires. En fonction du nombre de Reynolds, l'état de l'écoulement peut-être laminaire ou turbulent. Par exemple, dans le cas de cylindres circulaires, il existe différents régimes illustrés par la figure 6.1, qui montre le coefficient de pression sur la surface arrière C_{pb} du cylindre en fonction le nombre de Reynolds Re (cf. Williamson [160]) : régime laminaire stationnaire si $Re < 49$ (à gauche de A sur la figure) ; régime de lâcher tourbillonnaire laminaire entre $Re = 49$ et $140-194$ (entre A et B) ; régime de transition 3D dans le sillage entre $Re \approx 190$ et 260 (entre B et C) ; régime de croissance des structures désordonnées 3D à petite échelle entre $Re \approx 260$ et 1000 (entre C et D) ; régime de transition dans les couches cisaillées entre $Re = 1000$ et 200000 (entre D et E, régime sous-critique) ; régime de recollement asymétrique (ou régime critique) entre $Re \approx 200000$ et 400000 (entre E et G) ; régime de recollement symétrique entre $Re \approx 400000$ et 900000 (entre G et H, régime super-critique) ; régime de transition dans la couche limite (régime post-critique) au-delà (à droite de H). Il existe deux modes de transition de l'état laminaire à l'état turbulent, le mode A pour $Re = 180 - 190$ et le mode B pour $Re = 230 - 260$ qui sont mis en évidence par la discontinuité de la courbe $St - Re$ dans la figure 6.2.

L'écoulement à faible nombre de Reynolds autour d'un cylindre est caractérisé par un champ périodique, avec formation et lâcher alternés de tourbillons de chaque côté du cylindre. Les tourbillons réguliers lâchés dans le sillage sont nommés tourbillons de Karman. La figure 6.3 présente, en plus de tourbillons de Karman, des tourbillons longitudinaux contra-rotatifs qui sont jaunes et bruns dans les figures 6.3a et 6.3b. La distance entre deux tourbillons longitudinaux consécutifs est $4D$ et $1D$ en modes A et B, respectivement. Les deux modes sont nettement différents : à une envergure donnée, les tourbillons longitudinaux changent de sens de rotation à chaque lâcher tourbillonnaire dans le mode A et restent co-rotatif dans le mode B, comme montré sur les figures 6.3c et 6.3d.

L'étude expérimentale de Luo et al. [86] examine les modes A et B dans le cas

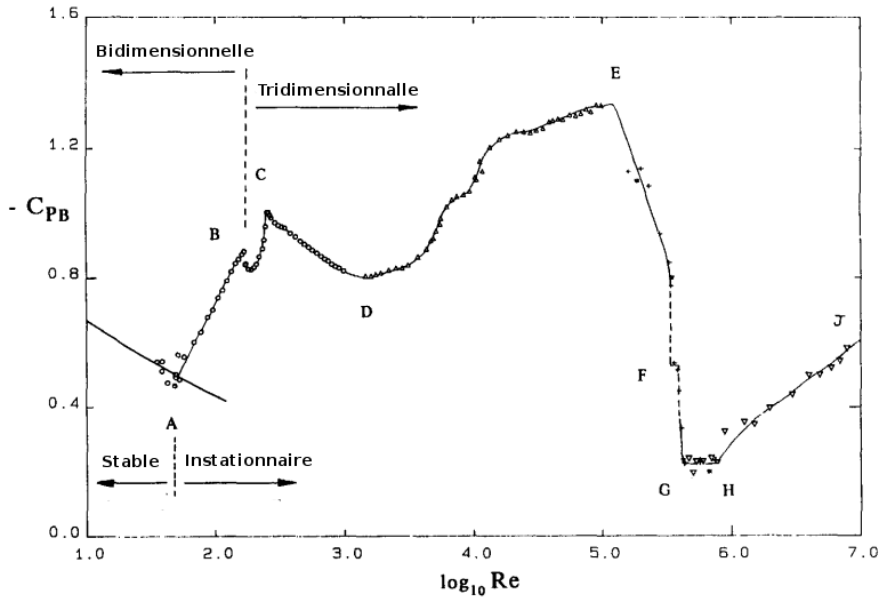


FIGURE 6.1 – Coefficient de pression sur la surface arrière C_{pb} en fonction le nombre de Reynolds Re pour un cylindre circulaire [160]

d'un cylindre à section carrée. Le mode A est observé à $Re = 160$ et le mode B à $Re = 204$, et la formation de ces deux modes est expliquée sur les figures 6.4 et 6.5. La longueur d'onde dans la direction transverse est égale à $4D$ en mode A et $1D$ en mode B. Une autre étude expérimentale concernant le cylindre carré est celle de Dobre et Hangan [41] qui examinent aussi les modes A et B, ainsi que la topologie du sillage à $Re = 22000$.

Dans le cadre de cette thèse, on ne considère que les cylindres à section rectangulaire. Les points de décollement sont fixés aux angles amont du cylindre, tandis qu'ils sont mobiles dans le cas cylindre circulaire. En utilisant différents modèles de turbulence, de nombreuses études sont disponibles dans la littérature sur les cylindres rectangulaires avec une large gamme du rapport d'aspect R et de la longueur transverse du domaine de calcul W/D. Une liste de certaines de ces études est reportée dans les tableaux 6.1 et 6.2. Entre autres, un modèle URANS est incapable de donner la valeur précise de C_d quand $R < 0{,}6$, ce qui est cohérent avec l'étude de Tian et al. [152] ; et donne des résultats qui ne sont pas compatibles avec les résultats expérimentaux [87], comme ceux de Bosch et Rodi [26] ou de Lee [83].

La figure 6.6 présente les résultats de Nakaguchi et al. [98] et de Shimada et Ishihara [127] concernant l'évolution du coefficient de traînée C_d et du nombre de Strouhal St en fonction du rapport d'aspect R. Le coefficient de traînée est maximum pour $R = 0{,}6$ et diminue pour les autres valeurs de R. Dans la courbe du nombre de Strouhal St,

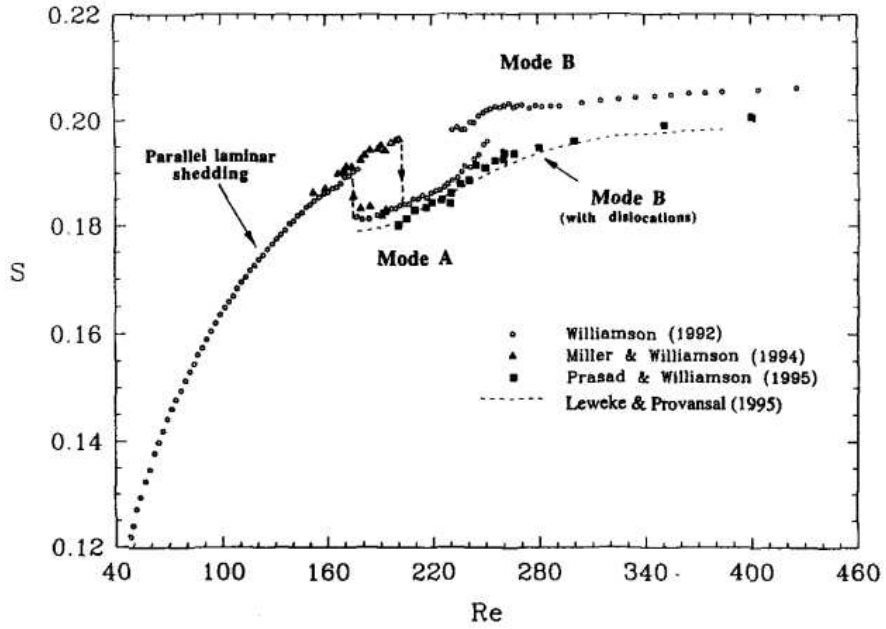
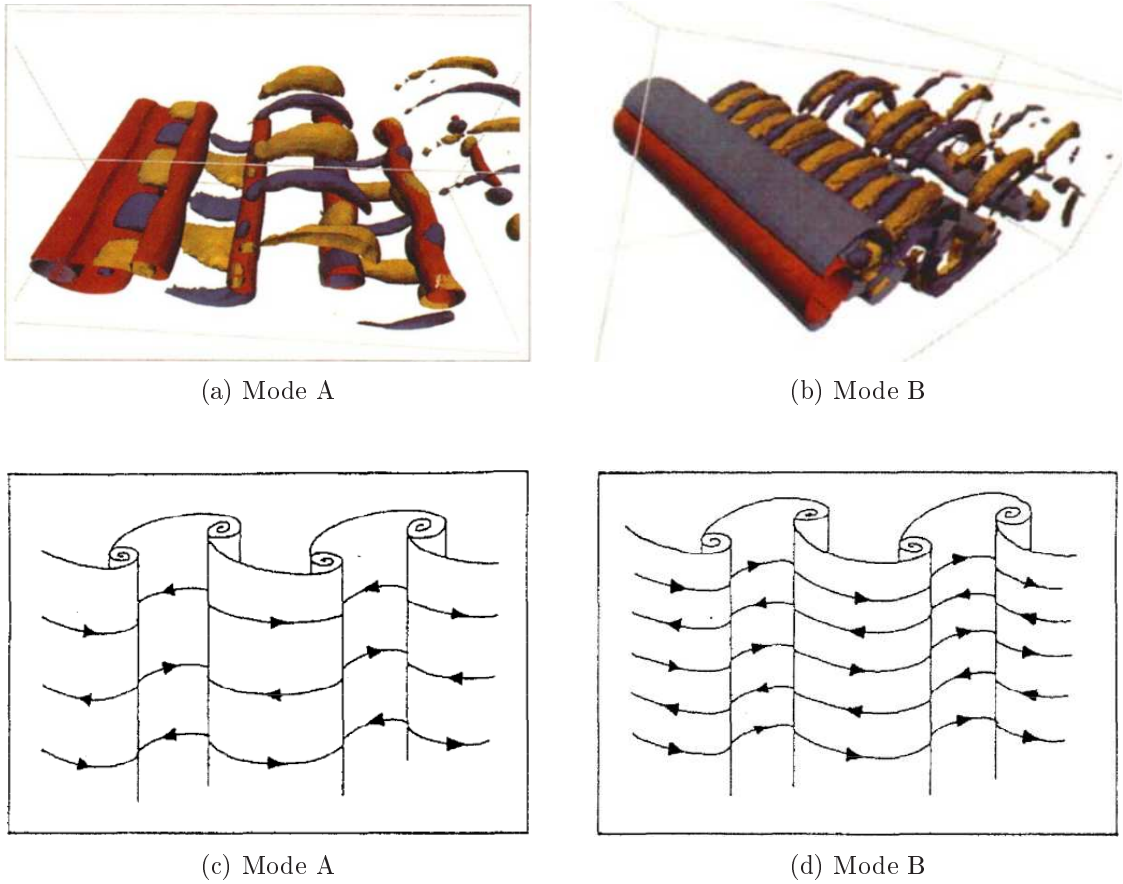


FIGURE 6.2 – Nombre de Strouhal St en fonction du nombre de Reynolds Re pour un cylindre circulaire [160]

on voit deux discontinuités aux alentours de $R = 2{,}8$ et $R = 6$. D'autres études comme [127] ou [75] parviennent aux mêmes conclusions.

En ce qui concerne la topologie de l'écoulement en fonction de R, Sohankar [133] examine le cas du cylindre rectangulaire aux rapports d'aspect $R = 0{,}4 \rightarrow 4$ pour $Re = 10^5$, et observe que le point de recollement sur les surfaces latérales n'apparaît pas si $R < 2{,}5$. D'après Shimada et Ishihara [127], pour $Re = 2{,}2{\times}10^4$, l'écoulement autour d'un cylindre rectangulaire peut être classifié en trois types, en fonction de la présence ou non d'un recollement sur les surfaces latérales : $R < 2{,}8$ correspond à l'écoulement décollé ; $2{,}8 < R < 6{,}0$ correspond à l'écoulement rattaché par intermittence ; $6{,}0 < R$ correspond à l'écoulement entièrement rattaché.



(a) Mode A (b) Mode B

(c) Mode A (d) Mode B

FIGURE 6.3 – Mode A et mode B du cylindre circulaire [160]

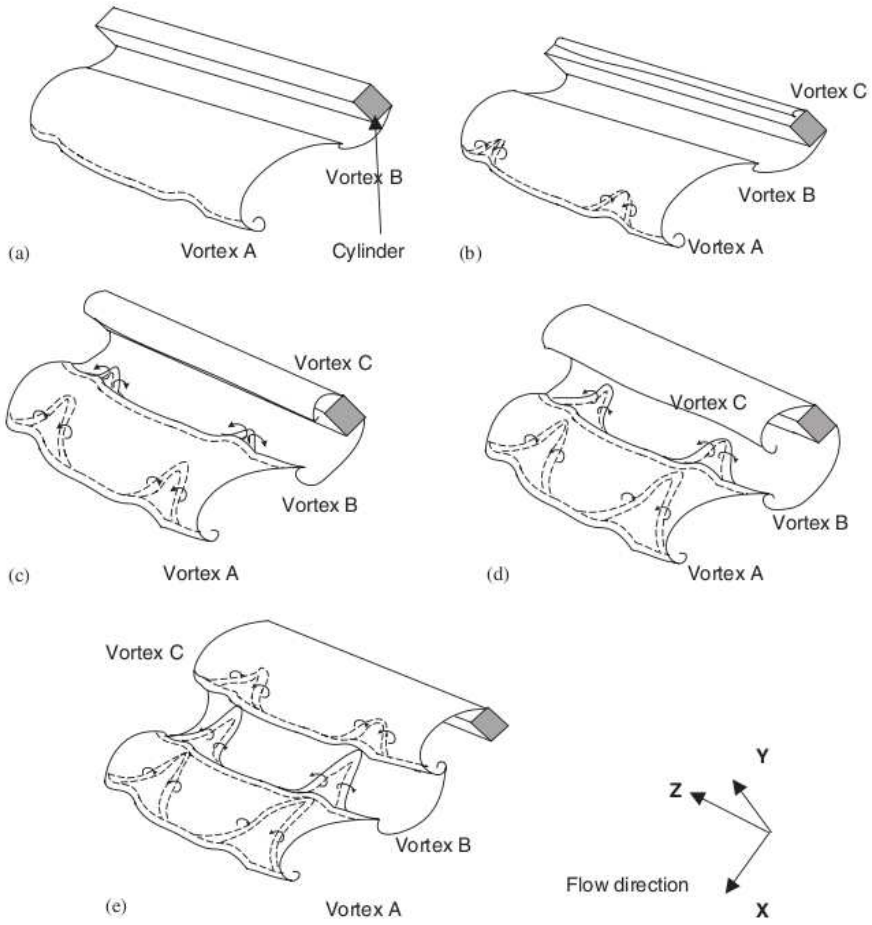


FIGURE 6.4 – Formation du mode A derrière un cylindre carré [86]

Auteurs	Méthode	$Re \times 10^4$	$R = L/D$
Abe & Tashiro [7]	LES	1	1,0 → 4,0
Bearman & Trueman [23]	Exp	2 → 7	0,2 → 1,2
Enya et al. [46]	LES, exp.	2,2	0,2 → 1,0
Kondo & Yamada [75]	DNS 2D	2 → 6	0,7 → 4,0
Kuroda et al. [77]	LES	0,2 ; 2	2,0 → 3,0
Nakaguchi et al. [98]	Exp.	2 → 6	0,3 → 1,0
Nakagawa et al. [97]	Exp.	1,5	0,5 → 3,0
Shimada & Ishihara [127]	$k - \varepsilon$ modifié	2,2	0,6 → 8,0
Sohankar [133]	LES	10	0,4 → 4,0
Tamura & Itoh [149]	Pseudo-DNS	1	0,2 → 0,8
Tian et al. [152]	$k - \omega$	2,14	0,05 → 1,0

TABLE 6.1 – Études de sillage d'obstacles cylindriques, avec rapport d'aspect $R = L/D$

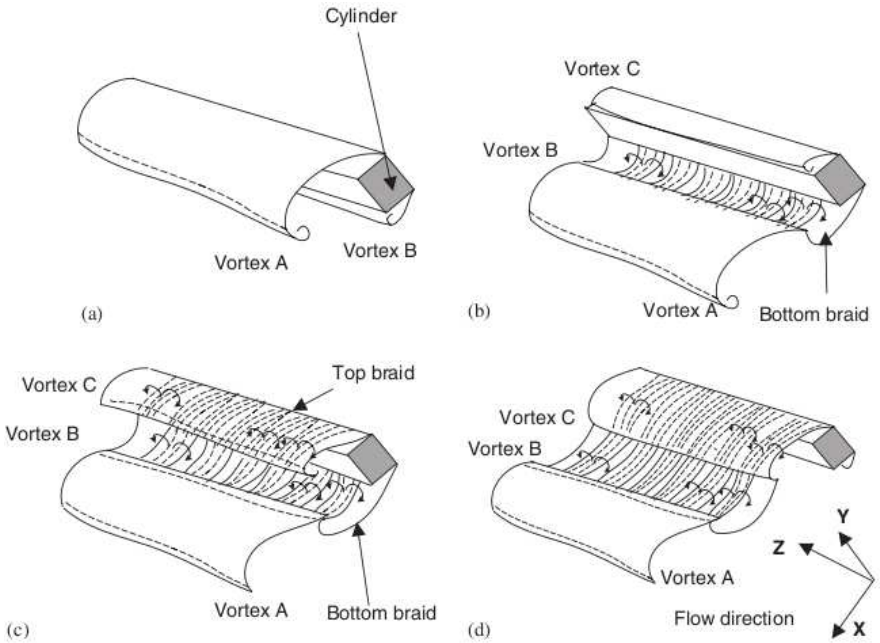


FIGURE 6.5 – Formation du mode B derrière un cylindre carré [86]

Auteurs	Méthode	$Re/10^4$	W/D
Barone & Roy [15]	DES	2,14	4,0
Bosch & Rodi [26]	$k-\varepsilon$	2,2	4,0
Lee [83]	$k-\varepsilon$	2,2	2,0
Lyn et al. [87]	Exp.	2,14	4,0
Murakami & Mochida [94]	LES	2,2 ; 10	–
Rodi [115]	$k-\varepsilon$, RSM, LES	2,2	4,0
Rodi et al. [116]	LES	2,2	4,0
Saha et al. [121]	$k-\varepsilon$	2,14	–
Schmidt & Thiele [125]	DES	2,2	–
Sohankar [132]	LES	0,1 $\rightarrow$ 500	4,0
Sohankar et al. [134]	LES	2,2	–
Song & Park [136]	PANS	2,14	4,0
Yen & Yang [162]	Exp.	0,4 $\rightarrow$ 3,6	25,0

TABLE 6.2 – Études de sillages de cylindre carré, avec longueur transverse du domaine de calcul W/D

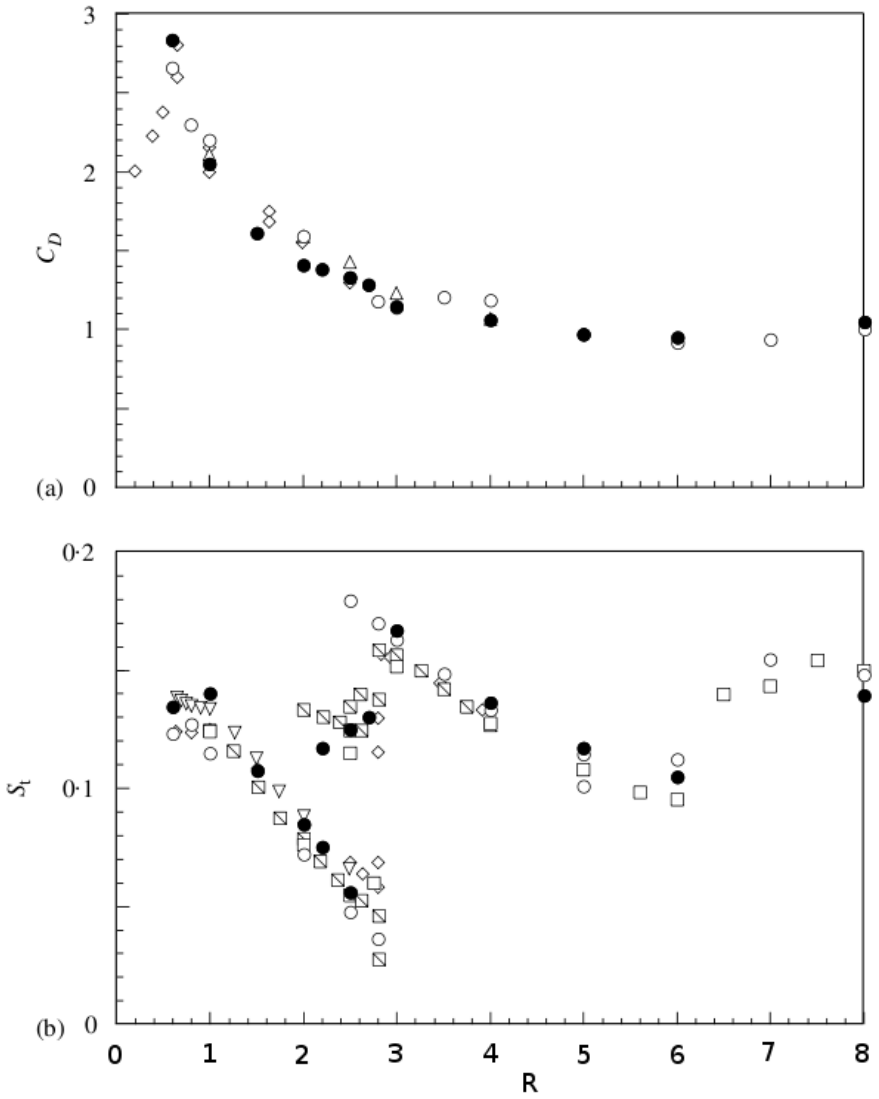


FIGURE 6.6 – Coefficient de traînée C_d et nombre de Strouhal St [127]

6.2 Cylindre carré

Cette section est consacrée à la comparaison dans le cas du cylindre à section carrée des résultats obtenus avec les approches URANS, DDES et les quatre versions de HTLES, toutes ces approches étant basées sur le même modèle RANS, le modèle k-ω-SST. Le temps caractéristique du l'écoulement est défini par D/U_0. Quelques tests préliminaires ont permis de montrer que la valeur adimensionnelle du pas de temps $dt^* = \dfrac{dt}{D/U_0} = 0{,}0016$ est suffisamment petite pour négliger l'influence du pas de temps sur des résultats. Cette valeur du pas de temps est choisi pour tous les calculs.

6.2.1 Configuration et maillage

Le cylindre carré (de rapport l'aspect $R = L/D = 1{,}0$) est considéré. Les calculs sont réalisés en adimensionnel. On choisit donc la largeur du cylindre D comme unité de longueur de référence et la vitesse d'entrée U_0 comme vitesse de référence. Le nombre de Reynolds est $Re = U_0 D/\nu = 21400$.

Le domaine de calcul est fixé en fonction d'études antérieures, notamment celle de Barone et Roy [15]. Comme montré sur la figure 6.7, le domaine est long de $31D$ et large de $14D$. Le cylindre se situe sur la ligne centrale à une distance $10D$ de l'entrée. Trois profondeurs du domaine de calcul W dans le sens transverse (en direction z) seront utilisées : $2D$, $4D$ et $8D$.

Les maillages sont crées en suivant les recommandations de Spalart [141] pour les modèles DES. Les cellules situées à environ $1{,}5D$ en aval du cylindre sont choisies de forme cubique. L'épaisseur de la première maille à la paroi est choisie à $y/D = 0{,}001$, ce qui donne une valeur de y^+ maximale approximativement de 1 dans les résultats. Le maillage utilisé est structuré et multi-blocs comme montré sur la figure 6.8. Il est plus raffiné aux parois et dans la zone de sillage, et plus grossier ailleurs. Le maillage $M1$, le plus grossier, a été optimisé en URANS, c'est-à-dire qu'il est le maillage minimal pour obtenir une convergence en maillage avec l'URANS. Dans la direction transverse, le nombre de cellules du bloc central (le bloc qui couvre le tour du cylindre et la zone de sillage jusqu'à $6D$ en aval du cylindre) est également plus grand que dans les autres blocs.

Trois maillages $M1$, $M2$ et $M3$ sont utilisés, qui comprennent 0,54 ; 1,40 et 3,60 millions de cellules respectivement, comme résumé dans le tableau 6.4. Les maillages $M2$ et $M3$ sont obtenus par raffinement du maillage $M1$ et $M2$, respectivement, d'un facteur environ 1,4 dans chaque direction.

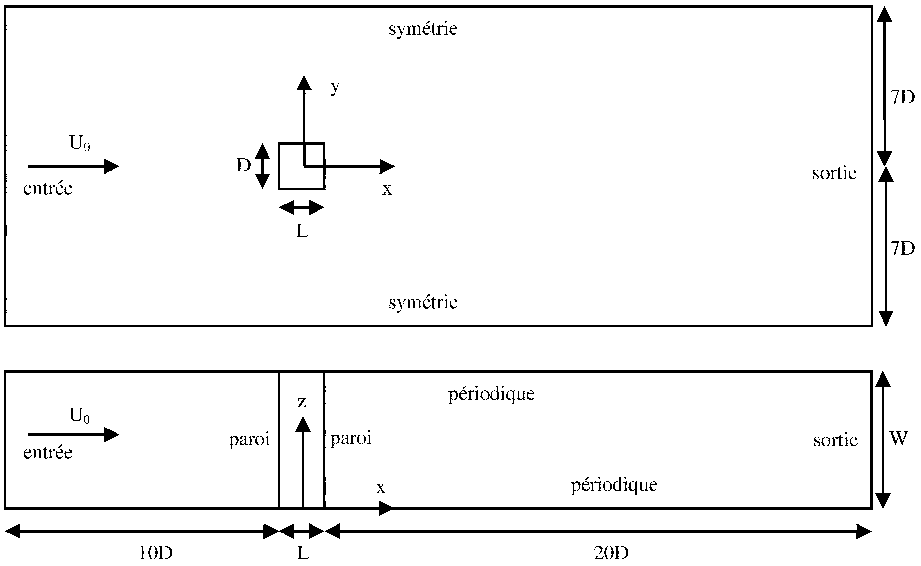


FIGURE 6.7 – Configuration du cylindre carré

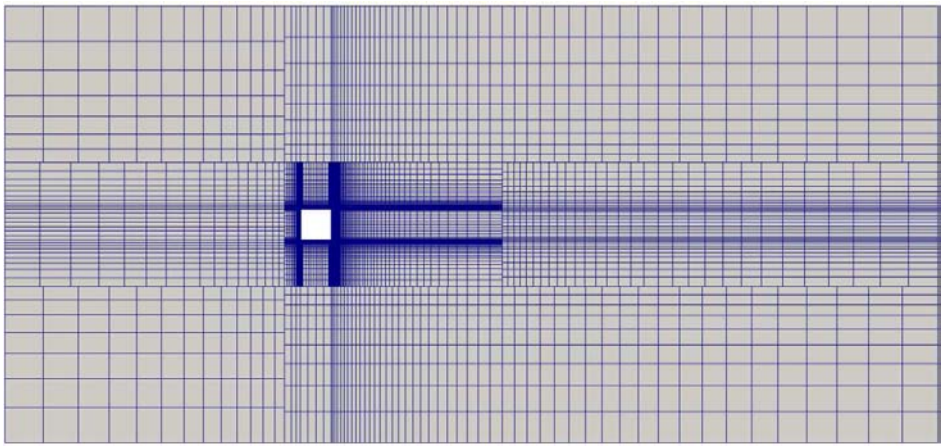


FIGURE 6.8 – Maillage $M1$ du cylindre carré

6.2.2 Conditions aux limites

La disposition des conditions limites est présentée sur la figure 6.7.

La *Condition entrée* sur la vitesse est une condition de Dirichlet où la valeur constante U_0 est imposée. Pour le modèle turbulence, on impose l'intensité turbulente à $I = 2\%$ comme suggéré par l'étude expérimentale de Lyn et al. [87], et la variable ω est imposée de telle manière que le nombre de Reynolds turbulent soit égal à $Re_t = 10$, comme dans les études de Bosch et Rodi [26] et de Saha et al. [121].

Ainsi, comme l'intensité turbulente est définie par $I = \dfrac{u'}{U} = \dfrac{1}{U}\sqrt{\dfrac{2}{3}k}$, la valeur d'entrée pour k est imposée à $k = \dfrac{2}{3}I^2U^2$. De plus, le nombre de Reynolds turbulent

étant $Re_t = \dfrac{\nu_t}{\nu} = \dfrac{1}{\nu} C_\mu \dfrac{k^2}{\varepsilon}$, la valeur d'entrée de ω est donc $\omega = \dfrac{\varepsilon}{C_\mu k} = \dfrac{k}{Re_t \nu}$.

6.2.3 Convergence

Tout d'abord, on détermine le nombre de périodes nécessaires pour obtenir des résultats statistiquement convergés. Pour cela, on choisit d'utiliser le modèle HTLES 3 et une taille du domaine dans le sens transverse de $W/D = 4$, avec le maillage $M1$. Le nombre de période est ici défini à partir du lâcher tourbillonnaire (un lâcher de deux tourbillons contra-rotatifs constituant une période).

La figure 6.9 présente l'évolution de la valeur moyenne temporelle $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ en fonction du nombre de périodes utilisées. Les données sont ici extraites en trois points particuliers, dénommés par la suite *capteurs*, situés en $(x/D,\ y/D,\ z/D) = (1{,}5,\ 0,\ 2)$, $(2{,}5,\ 0,\ 2)$ et $(1{,}5,\ 2,\ 2)$. Ces résultats montrent une convergence après environs 12 périodes. Les figure 6.10 et 6.11 présentent une comparaison des profils de U/U_0, $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 moyennés sur 2, 6, 12 et 24 périodes, extraites sur la ligne centrale (figure 6.10) et sur la ligne $x/D = 1$ (figure 6.11). Ici la valeur u_{rms} est définie par $u_{rms} = \sqrt{\langle \tilde{u}\tilde{u} \rangle + \langle u\text{“}u\text{“} \rangle}$, les autres composantes sont définies de manière similaire. Les résultats obtenus sur 2 et 6 périodes sont différents des autres, tandis que les résultats sur 12 périodes sont très proches de ceux sur 24 périodes. On peut donc conclure que les résultats sont suffisamment convergés après 12 périodes. Ce critère sera utilisé pour tous les calculs présentés dans la suite, sauf mention contraire.

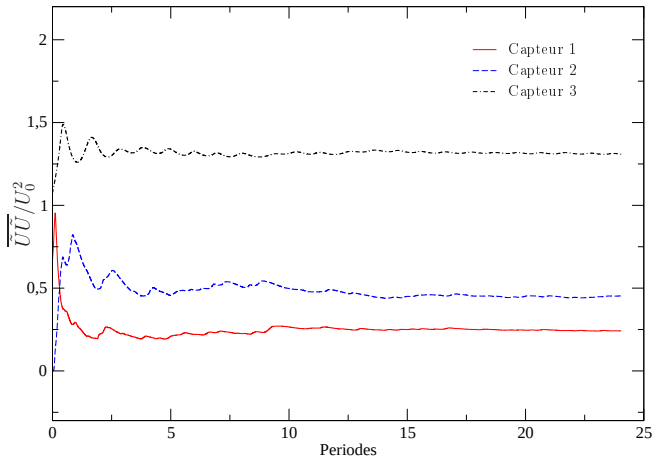
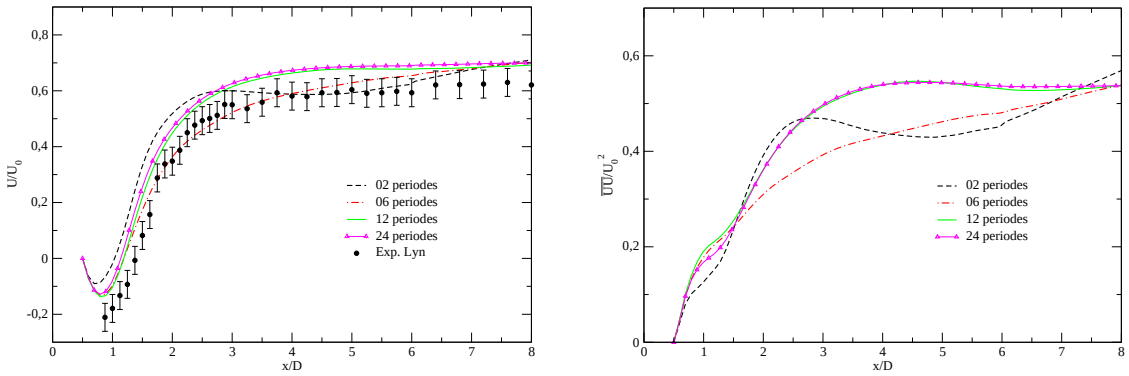
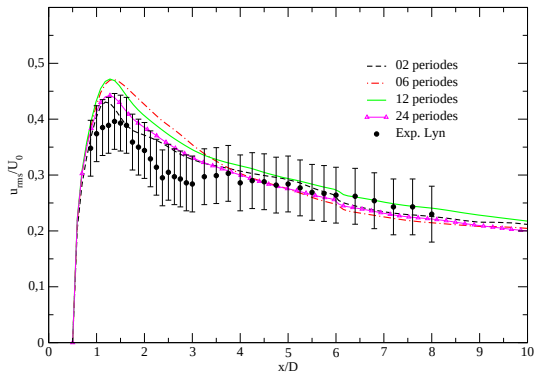


FIGURE 6.9 – Évolution de la moyenne temporelle $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ en fonction du nombre de période utilisées, aux trois capteurs situés en $(x/D, y/D, z/D)$: capteur 1 $(1{,}5,\ 2,\ 0)$, capteur 2 $(2{,}5,\ 2,\ 0)$, capteur 3 $(1{,}5,\ 2,\ 2)$. Modèle HTLES 3. Maillage $M1$

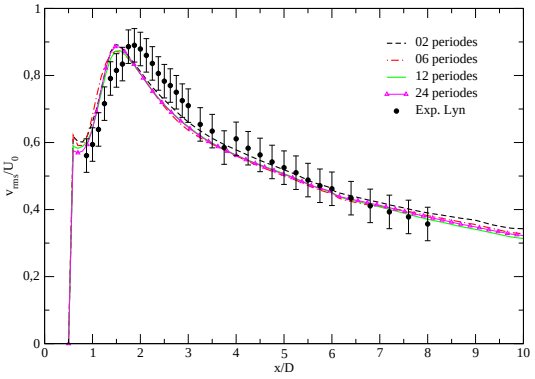


(a) U/U_0

(b) $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$

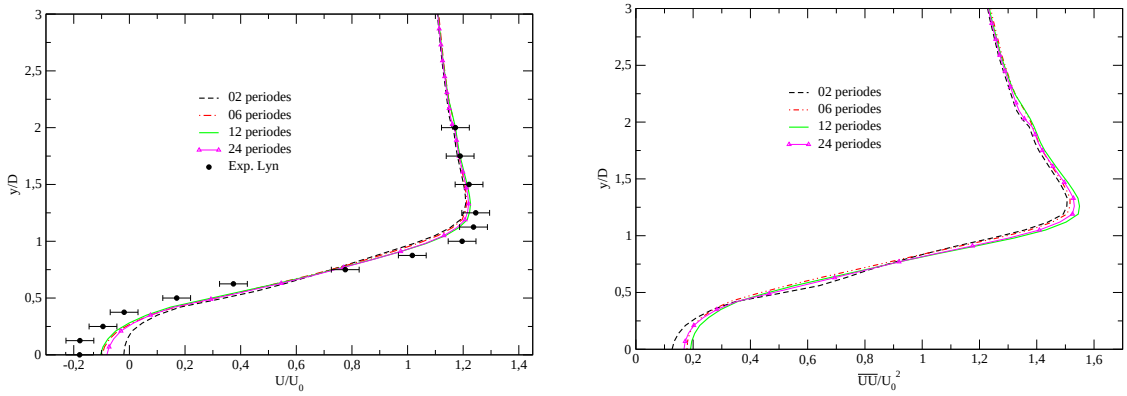


(c) u_{rms}/U_0



(d) v_{rms}/U_0

FIGURE 6.10 – Profils de U/U_0, $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne centrale. Modèle HTLES 3. Maillage $M1$



(a) U/U_0 (b) $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$

(c) u_{rms}/U_0 (d) v_{rms}/U_0

FIGURE 6.11 – Profils de U/U_0, $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 en $x/D = 1$. Modèle HTLES 3. Maillage $M1$

6.2.4 Comparaison des versions de la HTLES

Les quatre versions de l'approche HTLES présentées dans le tableau 4.1 sont validées sur le cas du cylindre carré avec un domaine de calcul de $W/D = 4$ dans le sens transverse. Le maillage utilisé est $M1$. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux des approches URANS, DES et DDES, ainsi qu'avec les résultats expérimentaux de Lyn et al. [87]. Le coefficient de traînée C_d, le coefficient de pression sur la surface arrière du cylindre C_{pb}, le nombre de Strouhal St et la longueur de recirculation l_c sont présentés dans le tableau 6.3 où C_d, C_{pb} et St sont définis par

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 S} \tag{6.1}$$

avec F_d la force dans la direction x, S est la surface de la projection du cylindre sur un plan perpendiculaire la direction x,

$$C_{pb} = \frac{P_b - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \tag{6.2}$$

avec P_b la pression moyenne sur la surface arrière du cylindre, et

$$St = \frac{fD}{U_0} \tag{6.3}$$

avec f la fréquence lâcher tourbillonnaire. Dans le tableau 6.3, les valeurs de C_d et $-C_{pb}$ donnés par la DES et la DDES sont très proches. Les valeurs du nombre de Strouhal $St = 0{,}125$ données par les versions HTLES 2, 3, 4 sont identiques à de celle donnée par la DES, tandis que la version HTLES 1 donne une un peu plus grande. Les coefficients de pression $-C_{pb}$ à la surface arrière du cylindre donnés par les quatre versions sont un peu plus bas que celui de la DES. Les quatre versions de la HTLES donnent des valeurs de C_d qui sont plus proches que la DES et la DDES des résultats expérimentaux de Lyn et al. [87].

Le modèle URANS surestime aussi la vitesse moyenne sur la ligne centrale par rapport à l'expérience, comme montré sur la figure 6.12. L'approche HTLES donne de meilleurs résultats. Dans le sillage proche de la paroi ($x/D < 1{,}5$), les vitesses moyennes des quatre versions sont légèrement différentes, mais c'est surtout plus en aval dans le sillage qu'on peut observer une surestimation de la vitesse par les versions basées sur une échelle de longueur (HTLES 1 et HTLES 2) par rapport aux versions basées sur une échelle de temps (HTLES 3 et HTLES 4).

Les figures 6.13, 6.14 et 6.15 présentent des comparaisons de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne centrale et sur les lignes $x/D = 1$ et $x/D = 5$. L'approche

URANS donne une surestimation du profil de u_{rms} au alentours de la position $x/D =$ 2,5 comme le montre la figure 6.14a Dans l'ensemble, on peut voir qu'il y a certaines différences dans les résultats des quatre versions de la HTLES. Il y a deux groupes : les versions basées sur une échelle de longueur (HTLES 1 et HTLES 2) et les versions basées sur une échelle de temps (HTLES 3 et HTLES 4). On voit aussi que les résultats du deuxième groupe sont très proches de ceux du modèle DES.

Les figures 6.14a et 6.14b montrent des profils très similaires pour les quatre versions de la HTLES et la DES. Cependant, on observe aussi une certaine dispersion des résultats près du point ($x/D = 1{,}5$) sur les figures 6.13a et 6.13c ; près du plan de symétrie ($y/D = 0$) sur les figures 6.14c, 6.14d, 6.15a et 6.15c ; et près du point ($y/D = 1{,}3$) sur les figures 6.15b et 6.15d.

La figure 6.16 présente des iso-surfaces du critère $Q = 0{,}1$ coloré par la norme de la vitesse pour les modèles URANS, DES, HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3 et HTLES 4. Le critère Q [69] défini par

$$Q = \frac{1}{2}\left(\|\Omega\| - \|S\|\right) = \frac{1}{2}\left(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}\right) \tag{6.4}$$

où $\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$ et $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$. La condition $Q > 0$ correspond à un minimum de pression au cœur de tourbillon (déduit de l'équation de Navier-Stoke). On voit clairement sur la figure 6.16 que l'URANS est incapable de représenter la tridimensionalisation de l'écoulement, contrairement à la DES et la HTLES.

La formation de l'écoulement autour d'un cylindre carré à bas nombre de Reynolds est bien expliqué par quelques études comme celles de Luo et al. [86], Brun et al. [29] et Saha et al. [122]. A haut nombre de Reynolds, la situation est plus complexe. L'évolution temporelle du sillage obtenu par l'approche HTLES 3 est présenté par iso-surface $Q = 0{,}1$ sur la figure 6.17. A côté des tourbillons de Karman, on voit clairement se développer le caractère 3D de l'écoulement qui comprend des paires de tourbillons contra-rotatifs longitudinaux.

En conclusion de cette section, on voit que la version HTLES 3 donne dans l'ensemble de meilleurs résultats, c'est pourquoi elle est choisie pour les calculs suivant présentés dans cette thèse. Ce choix est par ailleurs satisfaisant dans la mesure où il paraît plus logique, dans le cadre d'un formalisme de filtrage temporelle, de baser le contrôle de la transition de RANS à LES sur une échelle de temps plutôt que sur une échelle de longueur. De plus, la version HTLES 3 a l'avantage sur la version HTLES 4 de ne pas introduire de modification empirique de l'évaluation de r.

Méthode	Re	C_d	$-C_{pb}$	St
URANS	21400	2,14	1,29	0,125
DES		2,32	1,43	0,125
DDES		2,30	1,42	0,133
HTLES 1		2,22	1,37	0,132
HTLES 2		2,21	1,35	0,125
HTLES 3		2,24	1,26	0,125
HTLES 4		2,28	1,41	0,125
DES de Barone & Roy [15]	21400	2,04	–	0,122
$k-\varepsilon$ de Bosch & Rodi [26]	21400	2,11	–	0,146
Exp. de Lyn et al. [87]	21400	2,10	–	0,132
LES de Murakami & Mochida [94]	22200	2,09	–	0,132
LES de Rodi et al. [116]	21400	2,20	–	0,125
DES de Schmidt & Thiele [125]	22000	2,42	–	0,13
$k-\varepsilon$ de Shimada & Ishihara [127]	22000	2,05	–	0,141
LES de Sohankar et al. [135]	22000	2,03	1,3	0,126
PANS de Song & Park [136]	21400	2,09	–	0,133
$k-\varepsilon$ de Saha et al. [121]	22000	1,93	–	0,141
Exp. de Yen & Yang [162]	24000	1,96	–	–

TABLE 6.3 – Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression C_{pb}, et nombre de Strouhal St dans le cas $R = 1{,}0$

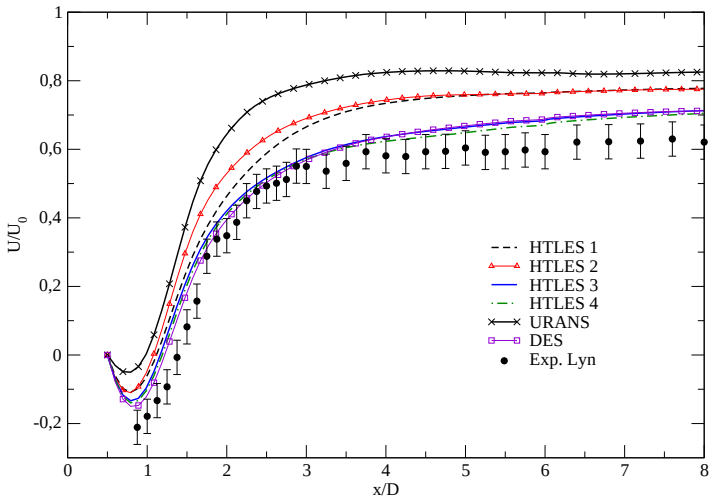
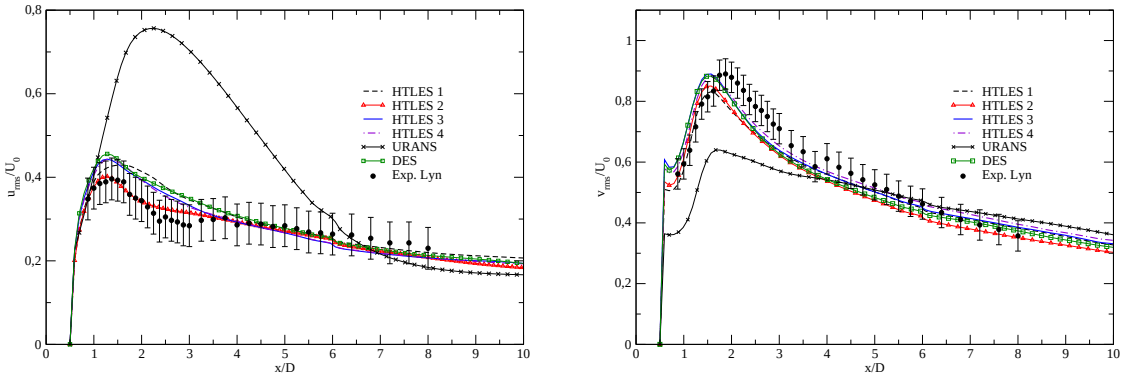
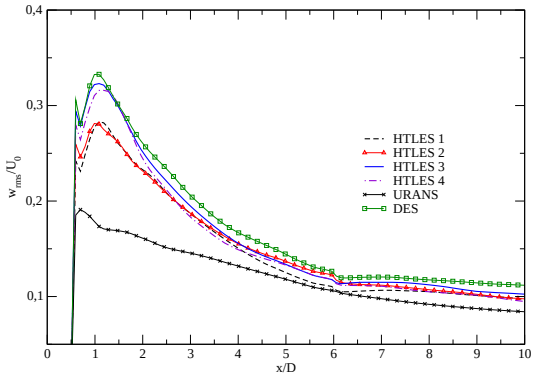


FIGURE 6.12 – Profils de U/U_0 sur la ligne centrale. Maillage $M1$

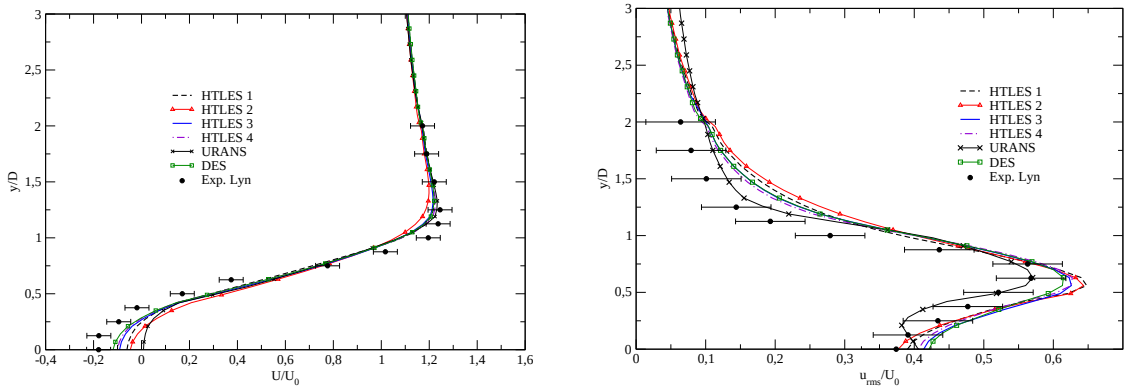


(a) u_{rms}/U_0 (b) v_{rms}/U_0

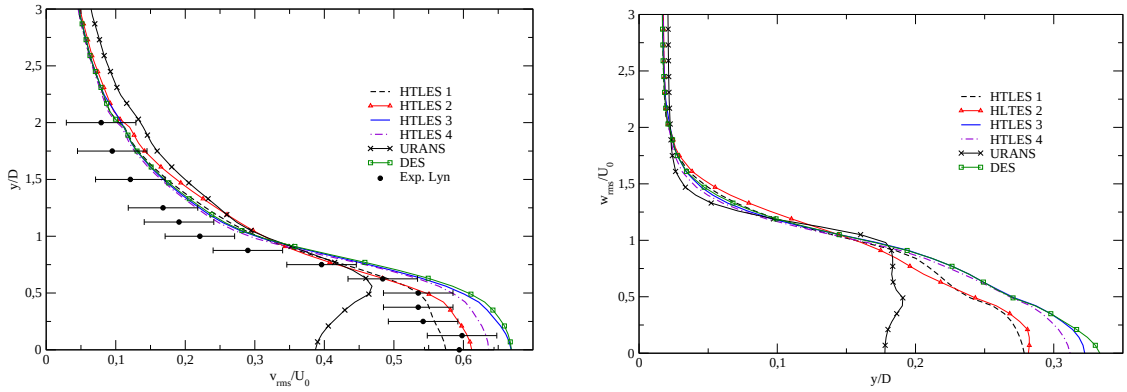


(c) w_{rms}/U_0

FIGURE 6.13 – Profils de u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne centrale. Maillage $M1$

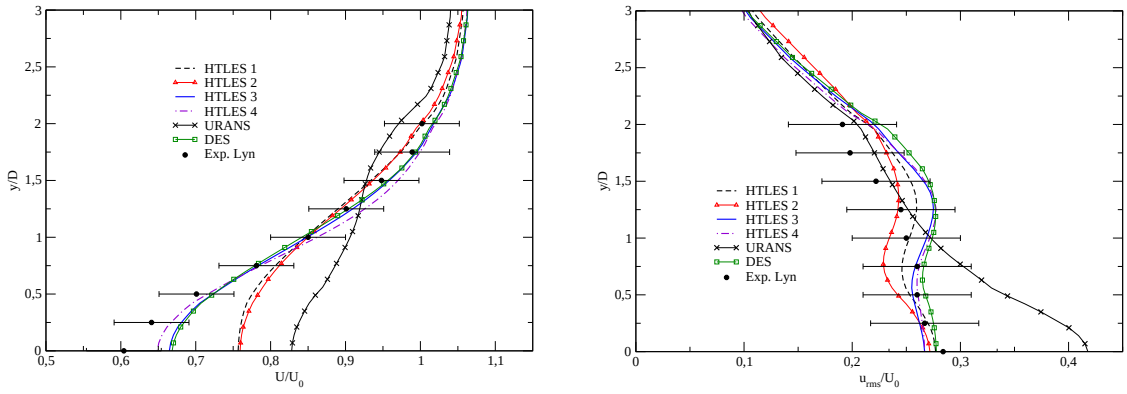


(a) U/U_0 (b) u_{rms}/U_0

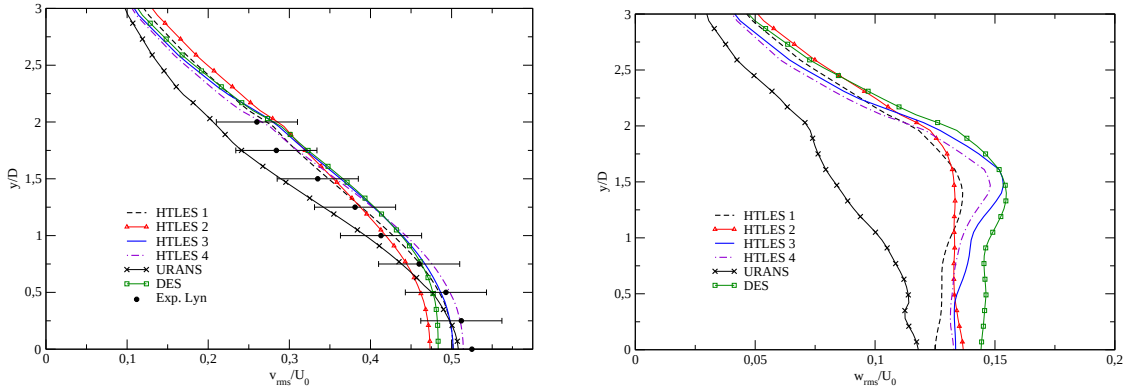


(c) v_{rms}/U_0 (d) w_{rms}/U_0

FIGURE 6.14 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$. Maillage $M1$

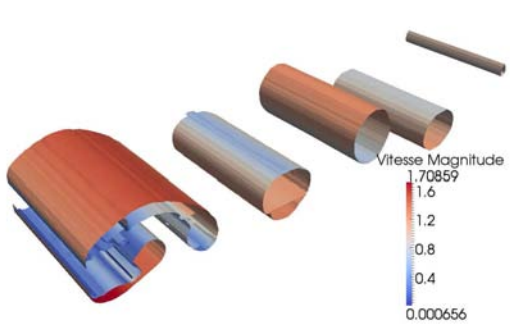


(a) U/U_0 (b) u_{rms}/U_0

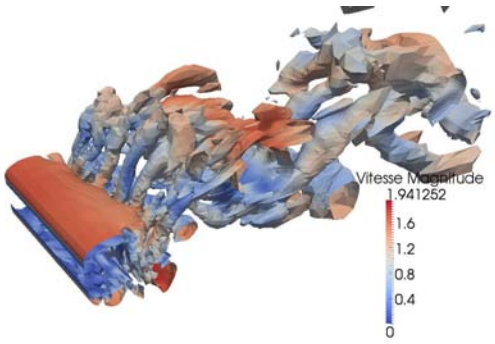


(c) v_{rms}/U_0 (d) w_{rms}/U_0

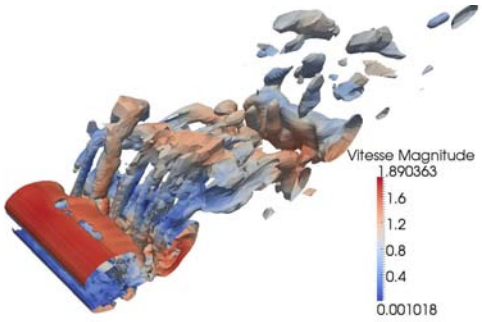
FIGURE 6.15 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0 et w_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 5$. Maillage $M1$



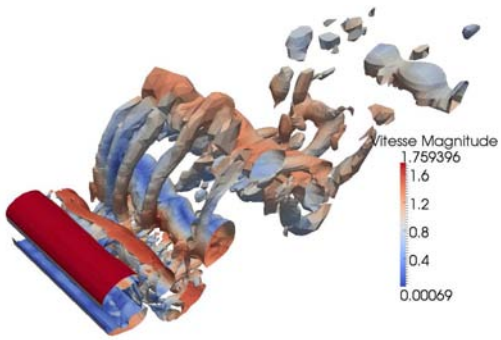
(a) URANS



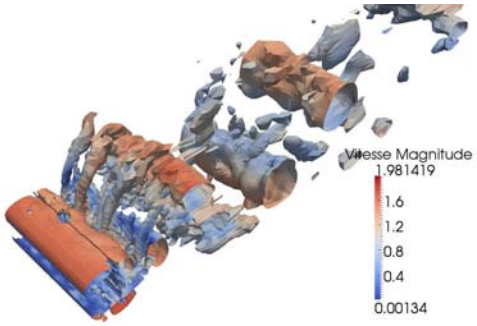
(b) DES



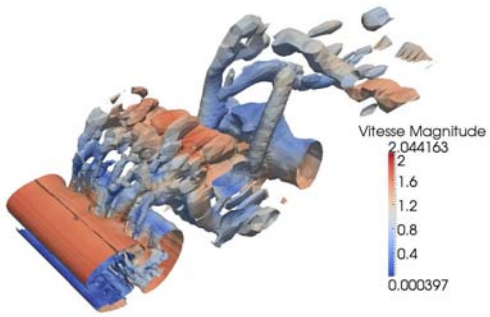
(c) HTLES 1



(d) HTLES 2

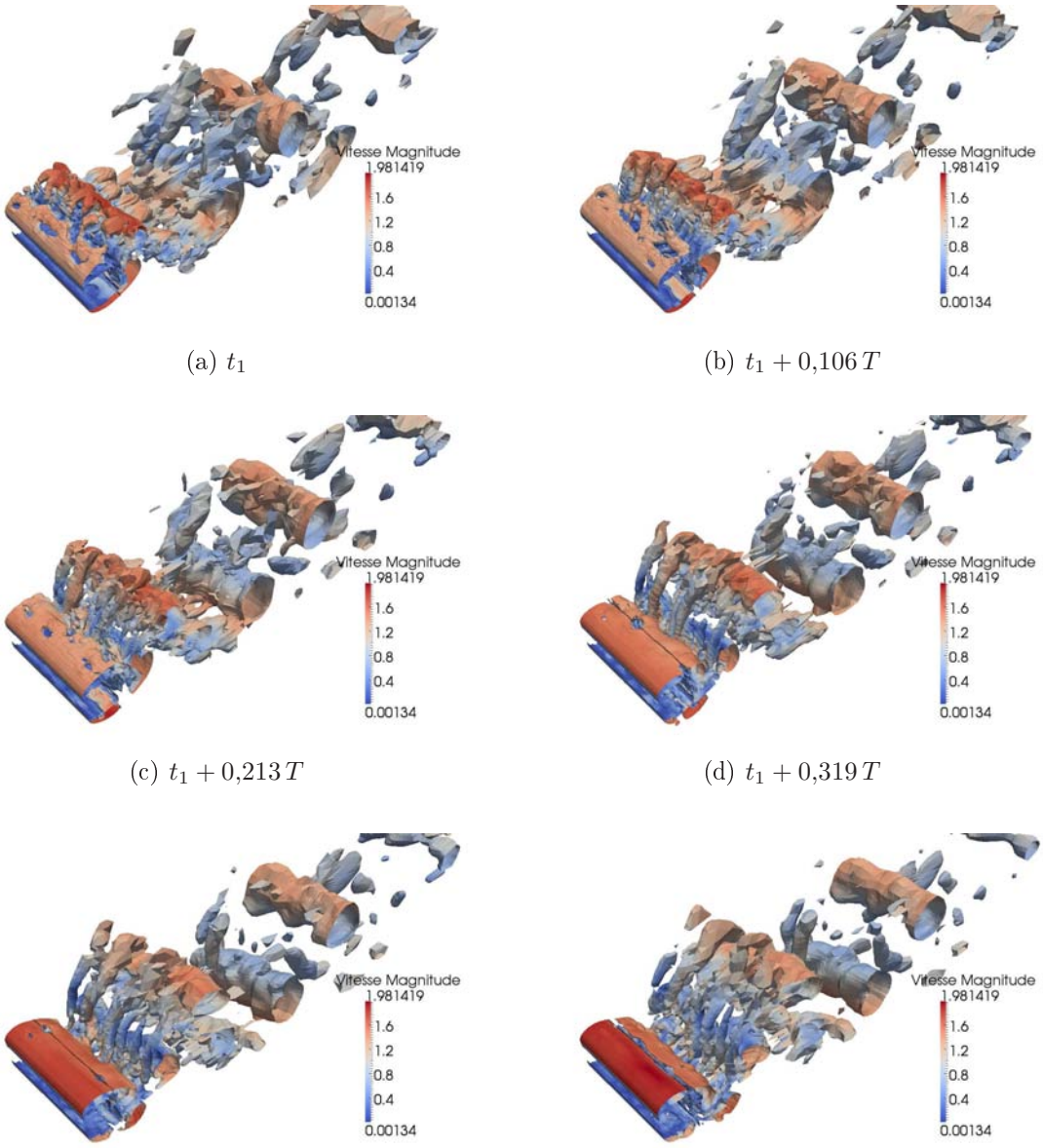


(e) HTLES 3



(f) HTLES 4

FIGURE 6.16 – Iso-surfaces $Q = 0{,}1$ données par les approches URANS, DES, HTLES 1, HTLES 2, HTLES 3 et HTLES 4. Maillage $M1$



(a) t_1 (b) $t_1 + 0{,}106\,T$

(c) $t_1 + 0{,}213\,T$ (d) $t_1 + 0{,}319\,T$

(e) $t_1 + 0{,}426\,T$ (f) $t_1 + 0{,}532\,T$

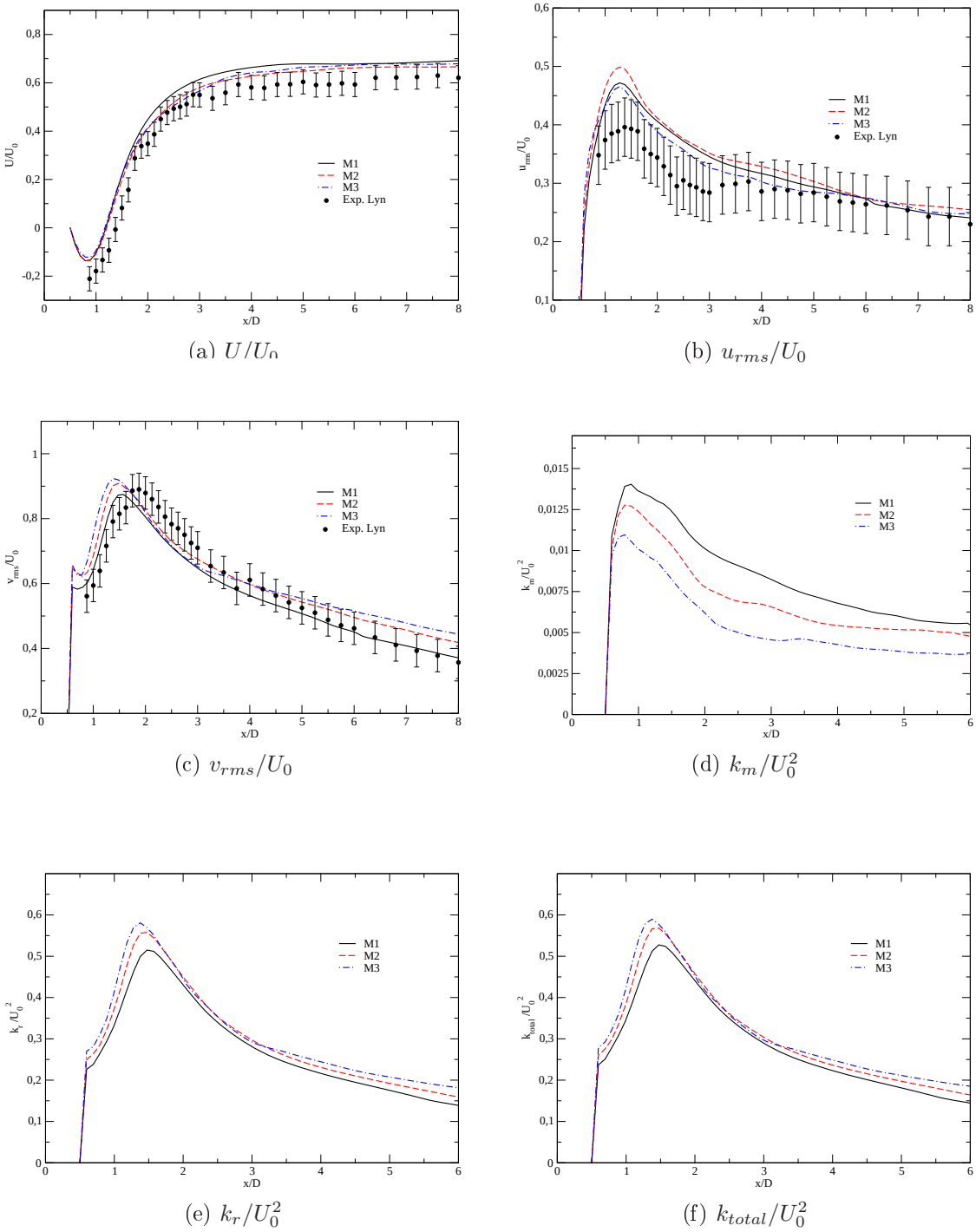
FIGURE 6.17 – Évolution des tourbillons identifiés par iso-surfaces $Q = 0{,}1$, coloré par la norme de la vitesse pour l'approche HTLES 3, avec $t_1/T = 46{,}809$. Maillage $M1$

6.2.5 Influence du maillage

Le cylindre carré et le modèle HTLES 3 sont utilisés pour examiner l'influence du maillage sur les résultats. La taille du domaine dans la direction transverse est $W/D = 4$. Les trois maillages utilisés sont $M1$, $M2$ et $M3$ qui ont respectivement 0,54, 1,40 et 3,60 millions de cellules (cf. tableau 6.4). Chaque maillage raffiné est obtenu par raffinement du maillage précédent d'un facteur 1,4 environ dans chaque direction.

La figure 6.20 montre le critère $Q = 0{,}5$ coloré par la norme de la vitesse et la vorticité dans la direction x sur la plan $x/D = 1$. On voit clairement qu'un maillage plus fin donne plus de structures qu'un maillage plus grossier. Comme attendu, lorsqu'on raffine le maillage, on déplace la fréquence de coupure vers les hautes fréquences, et l'énergie résolue est plus élevée (figure 6.18e), tandis que l'énergie modélisée est plus basse (figure 6.18d). On pourrait penser que l'énergie totale, somme des deux précédentes, va rester approximativement constante, mais on observe une dépendance au maillage sur la figure 6.18f.

Cependant, en comparaison avec les résultats expérimentaux de Lyn et al. [87], les résultats obtenus avec les trois maillages sur la ligne centrale et sur la ligne $x/D = 1$, présentés sur les figures 6.18 et 6.19, montrent que les résultats du maillage $M1$ sont très proches ceux des maillages plus fin, sauf en ce qui concerne v_{rms}/U_0 près du plan de symétrie ($y/D = 0$), comme on peut voir sur la figure 6.19c. De plus, le tableau 6.4 présente les coefficients de traînée C_d, les coefficients de pression à la surface arrière du cylindre C_{pb}, et le nombre de Strouhal St donnés par les trois maillages. On voit que, pour ces grandeurs, les résultats sont un peu différents entre les trois maillages. Il est bon de rappeler que dans un modèle hybride, comme en LES d'ailleurs, le modèle dépend de la taille des mailles, et donc on ne peut pas rechercher un convergence en maillage, mais seulement s'interroger sur la résolution nécessaire à l'obtention de résultats satisfaisants. Dans l'ensemble, on voit que les résultats obtenus avec le maillage $M1$ sont relativement satisfaisants, pour un nombre de cellule très raisonnable de $0{,}54\times10^6$, ce qui est significativement inférieur au nombre de cellules utilisées en LES dans la littérature, et correspond à ce qu'on peut attendre d'une approche hybride RANS-LES en terme de coût de calcul. Le maillage $M1$ sera donc choisi pour les calculs dans cette thèse (adapté au cas de cylindres rectangulaire).



(a) U/U_0

(b) u_{rms}/U_0

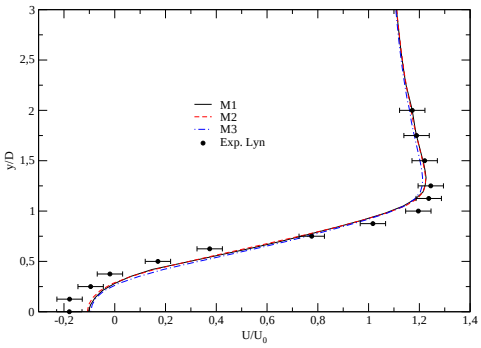
(c) v_{rms}/U_0

(d) k_m/U_0^2

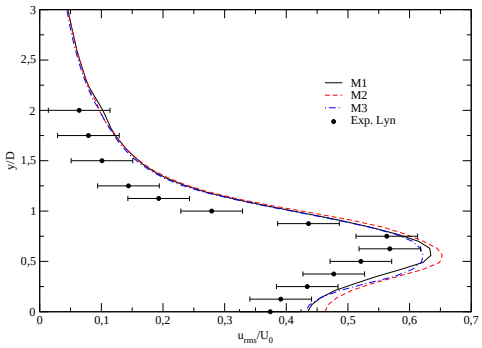
(e) k_r/U_0^2

(f) k_{total}/U_0^2

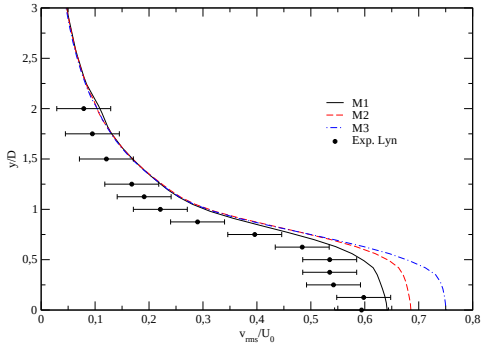
FIGURE 6.18 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0, v_{rms}/U_0, k_m/U_0^2, k_r/U_0^2 et k_{total}/U_0^2 sur la ligne centrale



(a) U/U_0



(b) u_{rms}/U_0

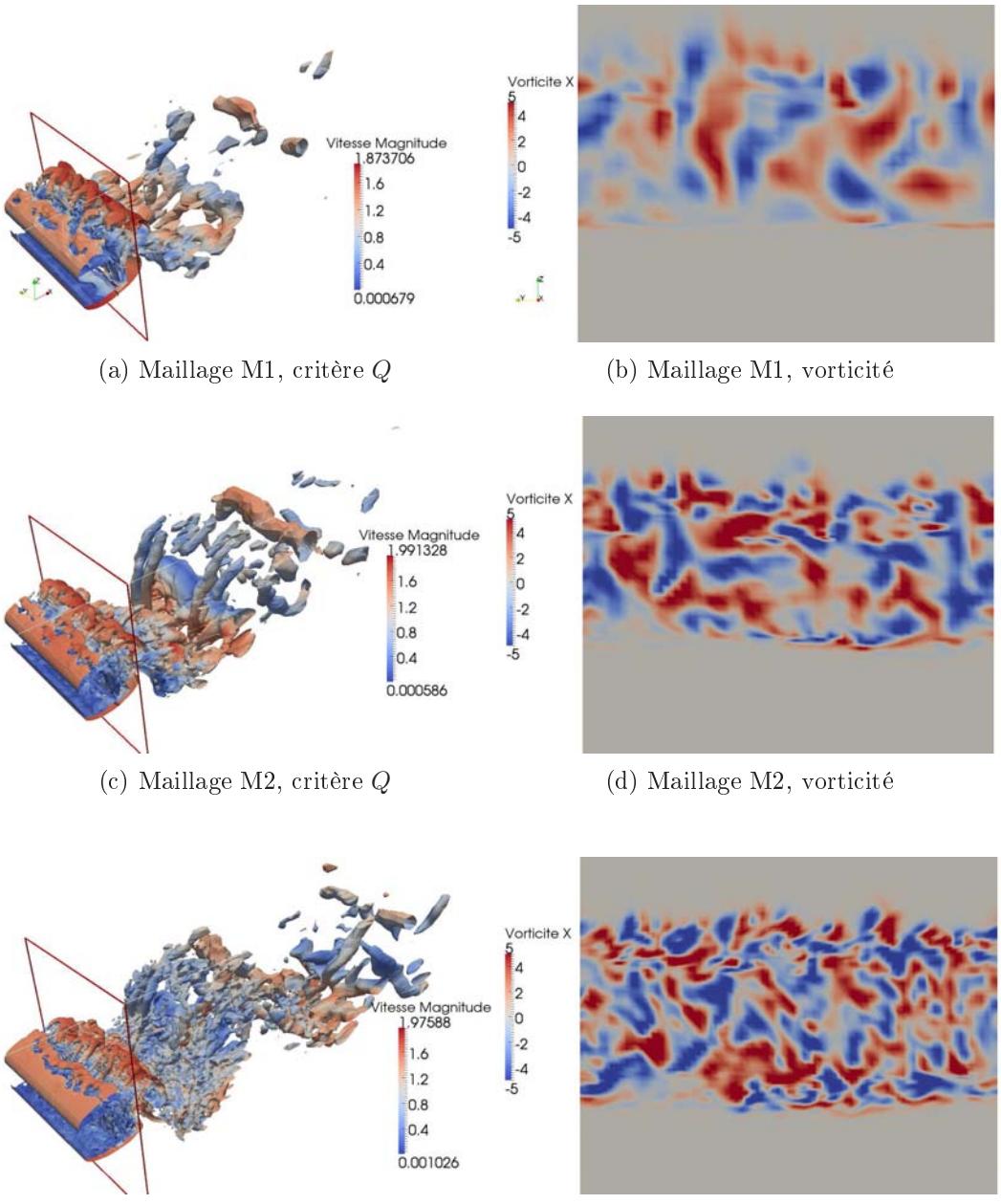


(c) v_{rms}/U_0

FIGURE 6.19 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$

Maillage	M1	M2	M3
Nombre de cellules	$0{,}54\times10^6$	$1{,}4\times10^6$	$3{,}6\times10^6$
C_d	2,24	2,23	2,34
St	0,127	0,130	0,125

TABLE 6.4 – Influence du maillage sur les grandeurs globales



(a) Maillage M1, critère Q

(b) Maillage M1, vorticité

(c) Maillage M2, critère Q

(d) Maillage M2, vorticité

(e) Maillage M3, critère Q

(f) Maillage M3, vorticité

FIGURE 6.20 – Critère $Q = 0{,}5$ (gauche) et vorticité longitudinale sur la surface $x/D = 1$ (droite) pour trois maillages M1, M2, M3

6.2.6 Influence de la taille du domaine dans la direction transverse

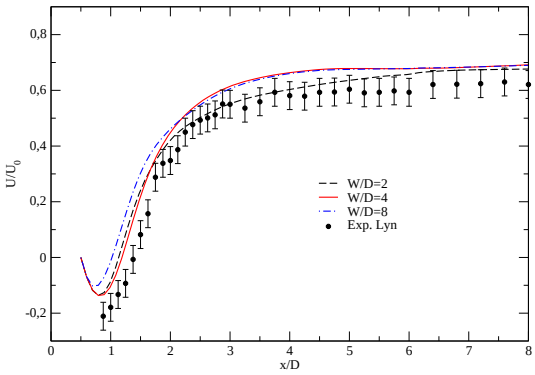
Cette section examine l'influence de la taille du domaine dans la direction transverse W/D. Cette valeur doit être suffisamment petite pour diminuer le coût de calcul mais suffisamment grande pour représenter les caractéristiques tridimensionnelles de l'écoulement. Trois tailles $W/D = 2$, 4, 8 sont examinées, en utilisant l'approche HTLES 3. Le cas $W/D = 4$ utilise le maillage $M1$ présenté plus haut. Les deux autres cas $W/D = 2$ et 8 utilisent simplement le maillage $M1$ respectivement réduit de moitié ou doublé dans la direction z.

Les valeurs des coefficients de traînée C_d et de pression à la surface arrière du cylindre C_{pb} obtenues sont présentées dans le tableau 6.5. On peut voir que les résultats ne sont pas identiques. On note que le domaine $W/D = 4$ donne un coefficient de traînée $C_d = 2{,}24$, un coefficient de pression à la surface arrière $-C_{pb} = 1{,}26$ et un nombre de Strouhal $St = 0{,}127$ qui sont proches des résultats LES de Sohankar et al. [135] ($C_d = 2{,}03$, $-C_{pb} = 1{,}3$, $St = 0{,}126$).

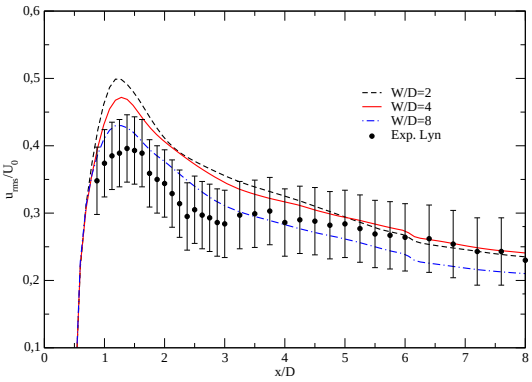
En raison de la différence de taille du domaine dans la direction transverse, le nombre de structures longitudinales, montrées sur la figure 6.24, est différent pour les trois cas. Les figures 6.21, 6.22 et 6.23 donnent les profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne centrale et sur les lignes $x/D = 1$ et $x/D = 5$. Les profils de U/U_0 pour les cas $W/D = 4$ et 8 sont très proches suffisamment en aval dans le sillage ($x/D > 2$) comme on peut le voir sur la figure 6.21a. Il est surtout à noter que le cas $W/D = 4$ donne les meilleurs profils de U/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$ comme le montre les figures 6.22a et 6.22c. On voit donc qu'il est difficile d'affirmer qu'on puisse atteindre, pour des W/D qui ne conduisent pas à des coût de calcul déraisonnables, une indépendance en W/D. Il est donc important de garder à l'esprit que, de la même manière que le choix du maillage, le choix de la taille du domaine dans l'envergure introduit une marge d'incertitude dans les résultats. La valeur raisonnable $W/D = 4$ est choisie par la suite, pour les simulations d'écoulements autour de cylindres à section rectangulaire, ce qui est conforme à la plupart des études mentionnées dans le tableau 6.2.

W/D	2	4	8
C_d	2,33	2,24	2,38
$-C_{pb}$	1,39	1,26	1,47
St	0,116	0,127	0,125

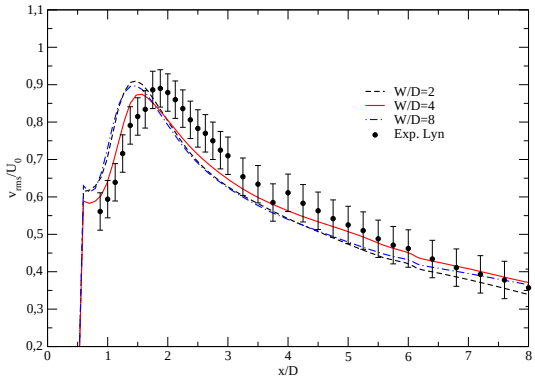
TABLE 6.5 – Influence de la taille du domaine dans la direction transverse



(a) U/U_0

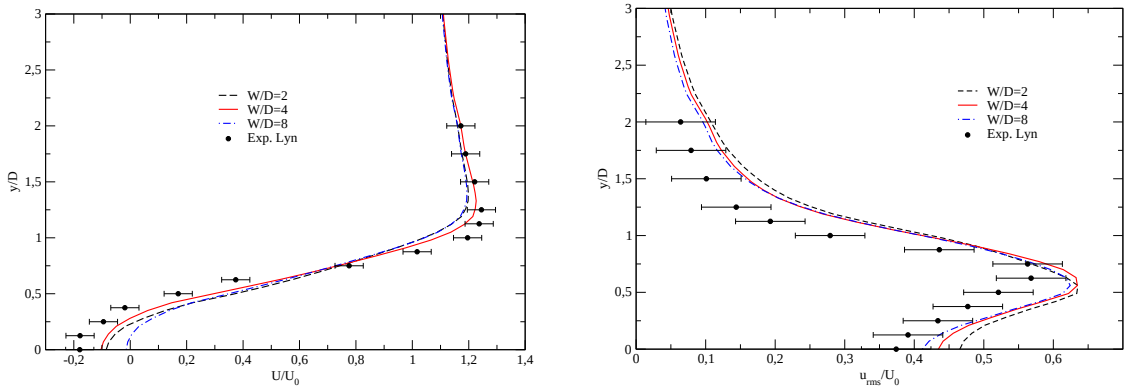


(b) u_{rms}/U_0

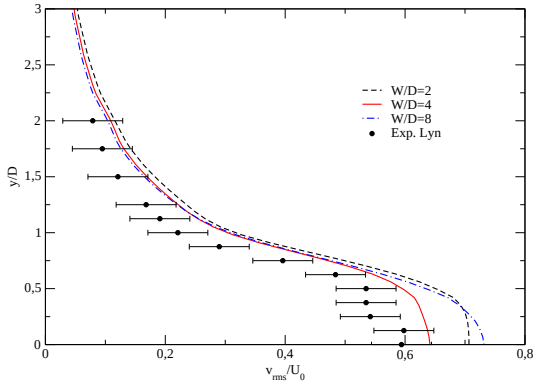


(c) v_{rms}/U_0

FIGURE 6.21 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne centrale

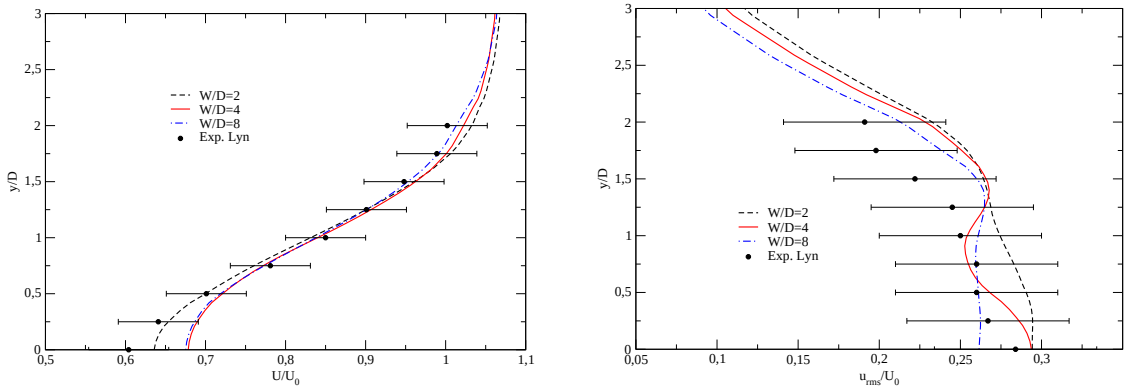


(a) U/U_0 (b) u_{rms}/U_0



(c) v_{rms}/U_0

FIGURE 6.22 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 1$

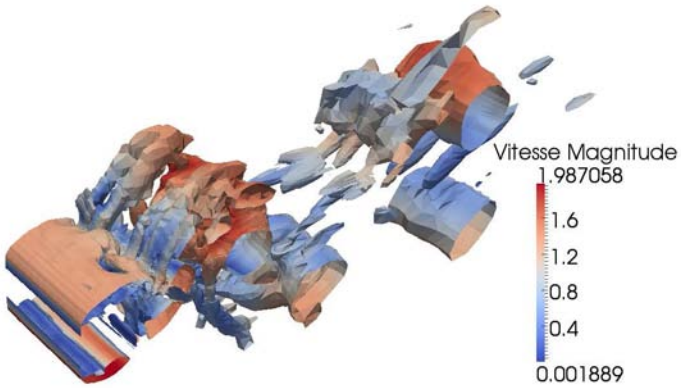


(a) U/U_0

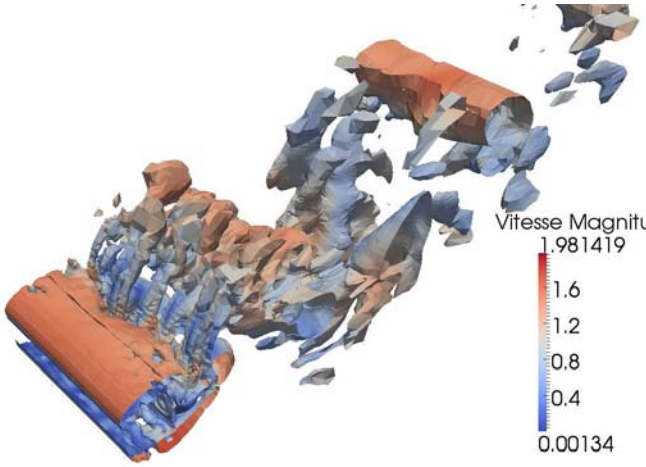
(b) u_{rms}/U_0

(c) v_{rms}/U_0

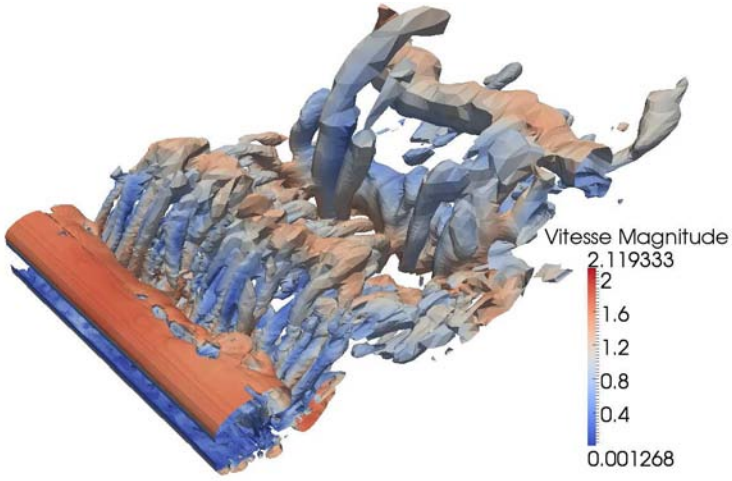
FIGURE 6.23 – Profils de U/U_0, u_{rms}/U_0 et v_{rms}/U_0 sur la ligne $x/D = 5$



(a) $W/D = 2$



(b) $W/D = 4$



(c) $W/D = 8$

FIGURE 6.24 – Iso-surfaces $Q = 0{,}1$ pour les trois tailles de domaine dans la direction transverse : $W/D = 2$, $W/D = 4$, $W/D = 8$

6.3 Cylindres à section rectangulaire

Cette section examine l'écoulement autour de cylindres rectangulaires en utilisant la nouvelle approche HTLES 3. Pour simplifier, on utilisera dorénavant simplement la notation HTLES au lieu de HTLES 3. Les trois rapports d'aspect longueur/largeur $R = L/D$ (cf. figure 6.7) utilisés pour le cylindre rectangulaire sont 0,2, 0,4 et 0,6. Le maillage est crée de la même façon que le maillage $M1$ utilisé pour le cas du cylindre carré.

6.3.1 Caractéristiques des écoulements autour de cylindres rectangulaires de faible rapport d'aspect

Comme mentionné à la section 6.1, le cylindre rectangulaire donne une valeur maximale du coefficient de traînée pour $R = 0{,}6$. Quand on diminue R de 1 à 0,6, les tourbillons de Karman (tourbillons en direction transverse) apparaissent plus proche la surface arrière du cylindre, comme le montre l'expérience de Bearman et Trueman [23] et l'étude de Shimada et Ishihara [127] avec l'approche URANS (cf. figures 6.25 et 6.26), ce qui provoque une diminution de la pression sur la face arrière du cylindre et fait donc augmenter la valeur du coefficient de traînée C_d.

Pour le cas $R < 0{,}6$, Tian et al. [152] montrent aussi avec l'approche URANS d'intenses tourbillons de Karman. Mais le sillage du cylindre rectangulaire pour ces rapports d'aspect est très complexe, et il a rarement fait l'objet d'études approfondies qui expliquent la courbe C_d quand $R < 0{,}6$. On peut citer l'étude de Tamura et Itoh [149] en pseudo-DNS (DNS sur maillage grossier) qui, entre autres, montre la courbe de l'évolution temporelle du coefficient de traînée C_d et l'état du sillage à deux instants différents (figure 6.27). On peut observer que la courbe de C_d semble faire apparaître deux modes : des périodes avec des oscillations de forte amplitude alternant avec des périodes d'oscillations beaucoup plus faibles.

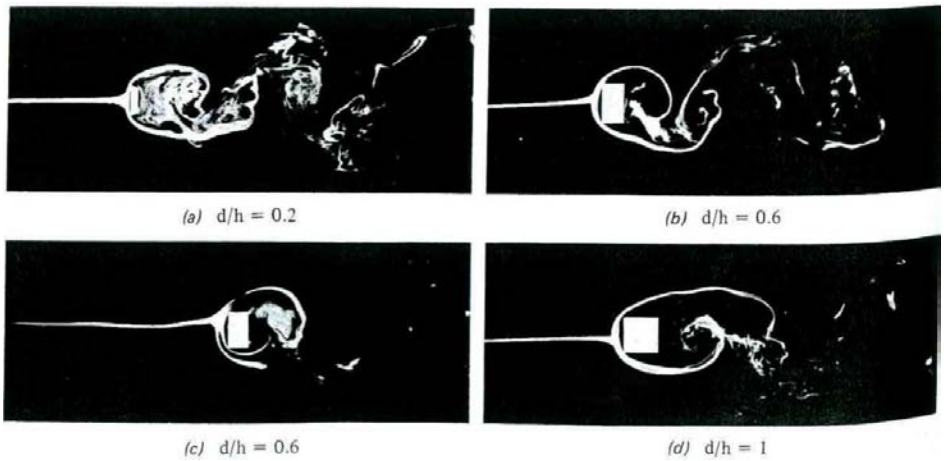


FIGURE 6.25 – L'écoulement à $Re = 20000$ autour d'un cylindre rectangulaire [23]

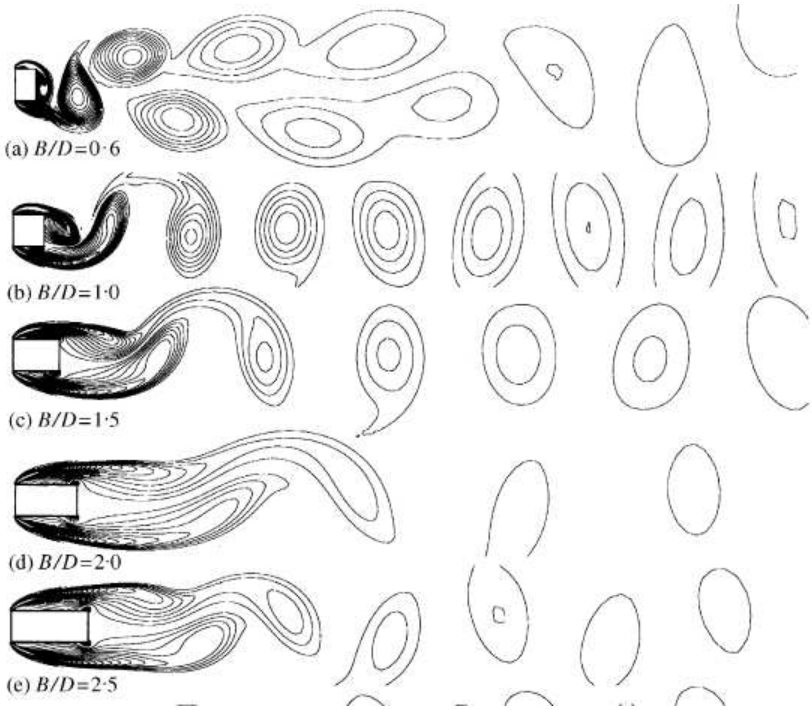


FIGURE 6.26 – Vorticité instantanée. Écoulement à $Re = 22000$ autour d'un cylindre rectangulaire de rapport d'aspect correspondant au maximum du coefficient de portance [127]

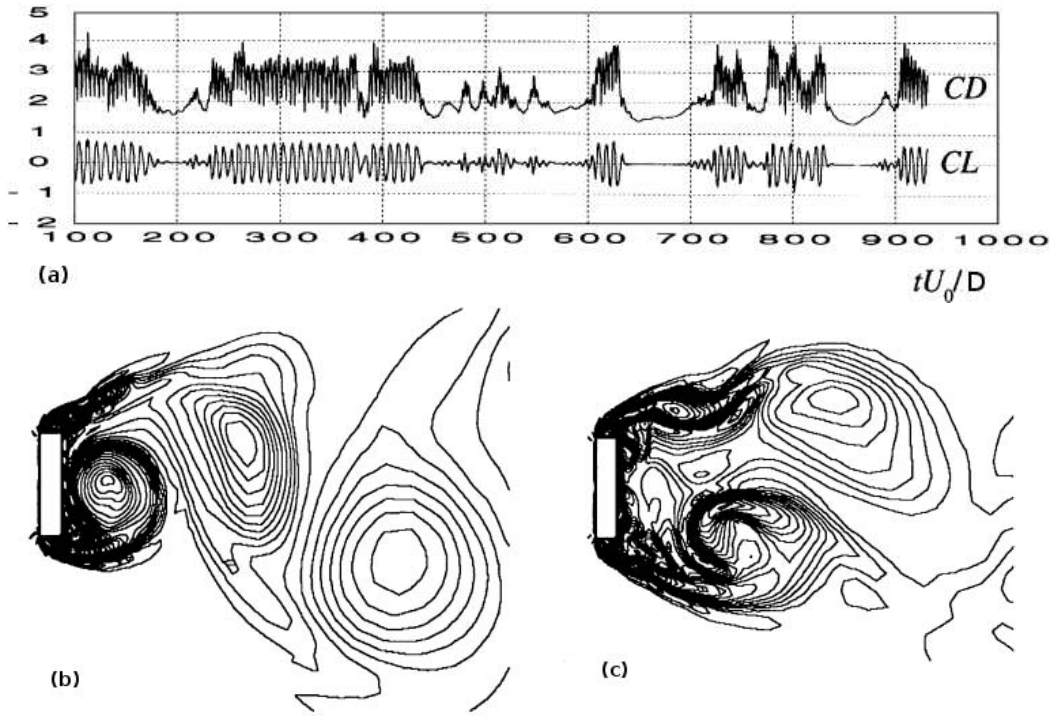


FIGURE 6.27 – (a) Évolutions temporelles des coefficients de traînée et de portance du cylindre rectangulaire à $R = 0{,}2$ et $Re = 10000$; (b,c) Deux états du sillage à $tU_0/D = 779$ (b) et $tU_0/D = 767$ (c) [149]

6.3.2 Simulations des cas de cylindres rectangulaires

Les trois rapports d'aspect considérés sont $R = 0{,}2\,;0{,}4\,;0{,}6$. Les calculs sont réalisés avec les approches HTLES, DES et URANS, toutes les trois basées sur le modèles k-ω-SST. Les résultats obtenus sont comparés avec les études disponibles. L'évolution avec le rapport d'aspect du coefficient de traînée C_d, du coefficient de pression à la surface arrière $-C_{pb}$ et du nombre de Strouhal St sont présentés sur les figures 6.28, 6.29 et 6.30, respectivement.

Dans le cas $R \geq 0{,}6$, les résultats de l'approche HTLES sont très proches de ceux des autres études, surtout pour la courbe de C_{pb}, en comparaison avec les études de Bearman & Trueman [23], Ohya [102] et Enya et al. [46]. L'approche DES donne un pic marqué de C_d à $R = 0{,}6$, tandis que la HTLES donne des valeurs de C_d du même ordre aux rapports d'aspect 0,4 et 0,6, puis diminue à partir $R = 0{,}2$.

Dans une gamme de rapports d'aspect autour de la valeur $R = 0{,}5$, l'étude expérimentale de Ohya [102] montre un brusque changement de $-C_{pb}$ entre une valeur élevé et une valeur faible (figure 6.29).

On peut voir que le modèle URANS n'est pas capable de reproduire la diminution de C_d et $-C_{pb}$ quand le rapport d'aspect R est inférieur à 0,6. Sur la figure 6.28, on voit que la valeur de C_d donnée par le modèle URANS au rapport d'aspect $R = 0{,}2$ est du même ordre de grandeur que le résultat DNS 2D de Najjar & Vanka [96] pour l'écoulement autour d'une plaque plane ($R = 0$), pour le nombre de Reynolds $Re = 1000$, alors que les résultats de DNS 3D donnent $C_d = 2{,}5$, ce qui est très proche des valeurs données par les approches DES et HTLES. On peut donc penser qu'il y a un lien fort entre la tridimensionalisation du sillage et la diminution de la traînée pour les faibles rapports d'aspect. L'approche URANS n'étant pas capable de reproduire cette tridimensionalisation, comme montré sur la figure 6.16, elle donne une traînée beaucoup trop élevée.

La figure 6.30 montre l'évolution du nombre de Strouhal St en fonction du rapport d'aspect R. Elle montre une faible décroissance linéaire consistante avec la littérature pour la gamme du rapport d'aspect $0 < R < 1$.

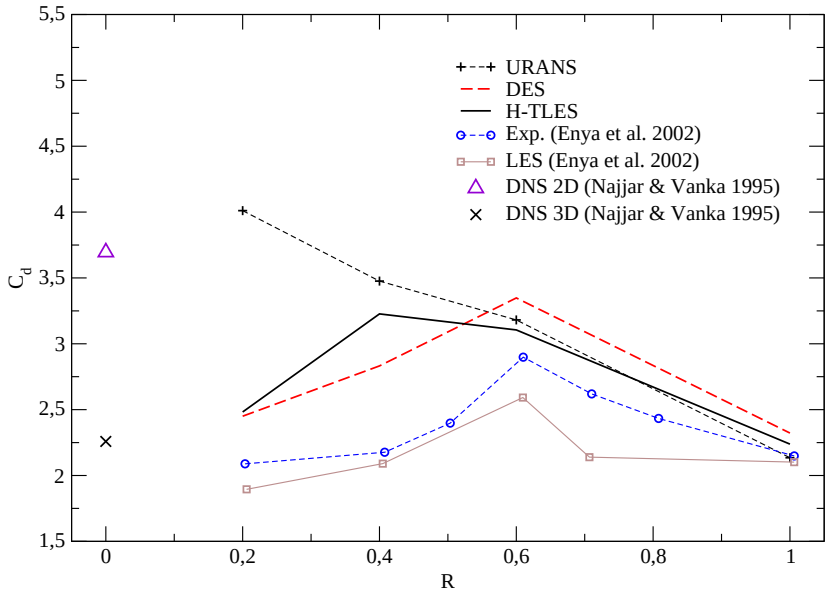


FIGURE 6.28 – Coefficient de traînée C_d en fonction du rapport d'aspect R

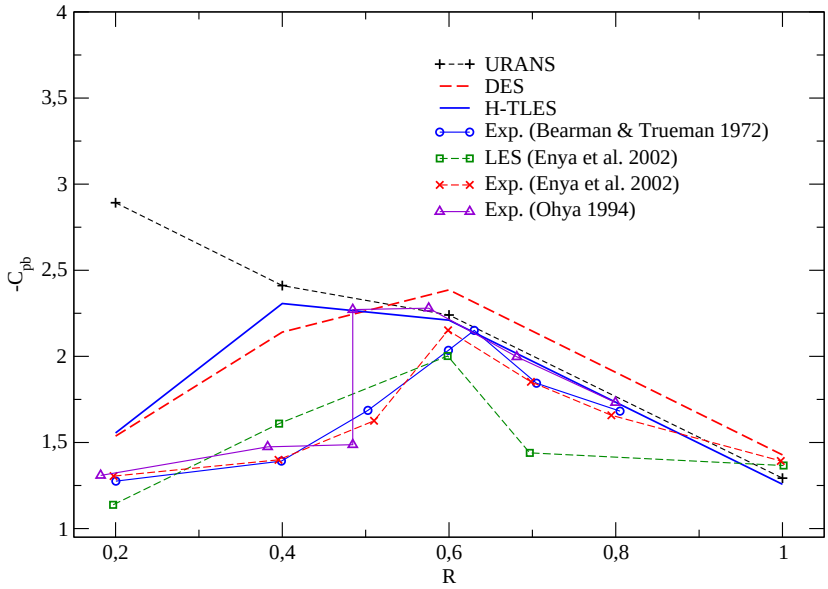


FIGURE 6.29 – Coefficient de pression à la surface arrière $-C_{pb}$ en fonction du rapport d'aspect R

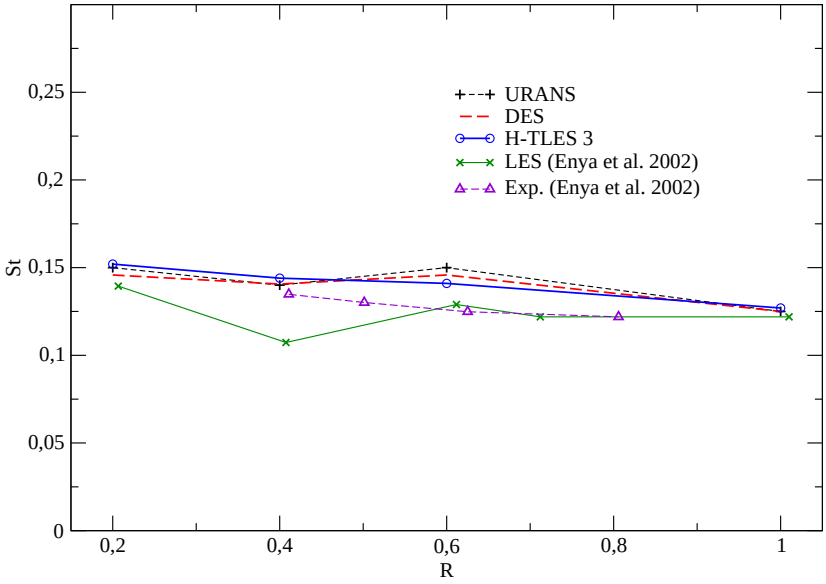


FIGURE 6.30 – Nombre de Strouhal St en fonction du rapport d'aspect R

6.3.3 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,4$

La figure 6.31a montre l'évolution temporelle du coefficient traînée C_d, qui montre clairement une alternance de deux modes : un mode haut (traînée forte) et un mode bas (traînée faible). Pour comprendre ce phénomène, nous allons essayer d'établir un lien entre les caractéristiques de l'écoulement instantané et la valeur du coefficient de traînée.

Pour cela, nous allons séparer le mode haut et le mode bas en réalisant une moyenne glissante de la traînée, qui sera comparée à la moyenne temporelle. Nous définissons alors le mode haut comme une moyenne conditionnelle prise aux instants correspondants à des valeurs de la moyenne glissante plus grande que la moyenne temporelle, et le mode bas comme les autres instants. La largeur de la moyenne glissante est choisie arbitrairement à $\dfrac{4T}{D/U_0} \simeq 28$, où T est la période des tourbillons Karman observé dans le sillage, ce qui permet de lisser suffisamment l'évolution temporelle de C_d.

Le nombre de lâchers de tourbillons ou nombre de demi-périodes $T/2$ présenté dans la figure 6.31 est d'environ 958 sur l'ensemble de la simulation, dont 545 lâchers en mode haut et 413 lâchers en mode bas. Après un long temps de calcul, les deux moyennes conditionnelles ainsi que la moyenne d'ensemble sont convergées, comme on peut le voir sur les figures 6.32a et 6.33.

Le tableau 6.6 donne le coefficient de traînée C_d, coefficient de pression à la surface arrière C_{pb}, le nombre de Strouhal St, et la longueur de la zone recirculation l_c/D du mode haut, du mode bas et de l'ensemble. La valeur du coefficient de traînée C_d du mode haut est égale à 3,57, ce qui est juste un peu plus petit que celle obtenue en DNS 2D par Najjar et Vanka [96] (voir figure 6.28). La zone de recirculation est considérablement plus longue dans le mode haut, ce qu'on peut également voir clairement sur la figure 6.37 qui représente les lignes de courant moyennes.

Les figures 6.31b et 6.31c montrent des isocontours de vorticité à deux instants différents : à l'instant $tU_0/D = 3000$ (appartenant au mode haut) et l'instant $tU_0/D = 2925$ (appartenant au mode bas). On identifie clairement sur la figure 6.31b un tourbillon de Karman en formation près de la surface arrière, avec une forte dépression en son cœur ($-C_{pb} = 2{,}44$), tandis que le tourbillon Karman est beaucoup plus diffus sur la figure 6.31c et ne conduit pas à une dépression aussi marquée, ce qui semble avoir une incidence forte sur la pression moyenne à la face arrière du cylindre en mode bas ($-C_{pb} = 1{,}44$) et en mode haut ($-C_{pb} = 2{,}44$). L'évolution de formation des tourbillons dans le sillage est présentée sur la figure 6.38. En utilisant la même valeur du critère $Q = 0{,}5$ et la même échelle de couleur pour la vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}6$, on constate que les niveaux de vorticité longitudinale sont plus importants

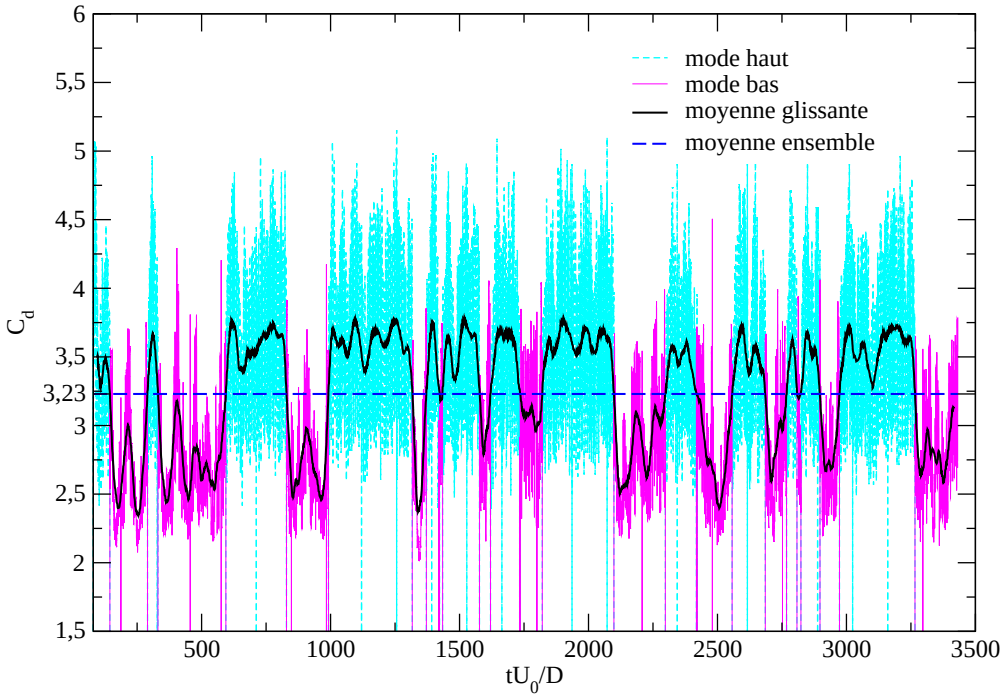
dans le mode bas (à droite) que le mode haut (à gauche). On peut alors penser que la tridimensionalisation affaiblit les tourbillons de Karman et donc diminue la dépression dans le sillage due à ces tourbillons, et par conséquence diminue coefficient de pression C_{pb} et le coefficient de traînée C_d.

Les nombres de Strouhal des deux modes sont très proches, ce qu'on peut voir sur le spectre de la figure 6.32b. La figure 6.34 présente les profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale ; et la figure 6.35 présente les profils de k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$. On observe sur les figures 6.34a et 6.34b que les trois courbes de k_m/U_0^2 et U/U_0 des mode haut, mode bas et de l'ensemble sont assez proches, même si on observe quelques différences. En aval dans le sillage, après $x/D = 0{,}5$, on peut voir une importante différence de vitesse moyenne U/U_0 entre le mode haut et le mode bas, le déficit de vitesse persistant beaucoup plus longtemps dans le mode haut, ce qui peut être lié à une mélange turbulent plus faible dans la partie résolue dans le cas où le sillage reste plutôt 2D (mode haut). Sur la ligne $x/D = 1$ (figures 6.35a, 6.35d), les profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sont très similaires, mais près du plan symétrie, on voit qu'il y a plus d'énergie de sous-filtre dans le mode bas que dans le mode haut. On voit maintenant surtout qu'il y a plus d'énergie au total dans le mode haut, et c'est surtout dû à la contribution de la partie résolue (les gros tourbillons 2D sont très énergétiques) comme le montrent les figures 6.35b, 6.35c.

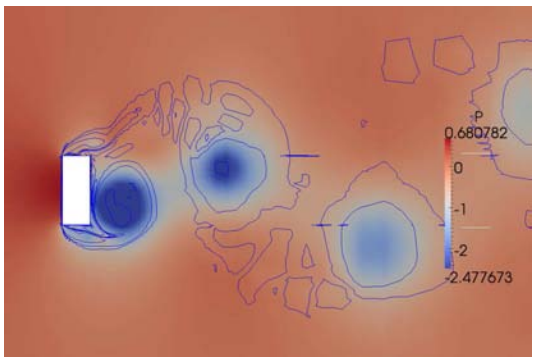
La figure 6.36 présente les profils de $\sqrt{\widetilde{u^2}}/U_0$, $\sqrt{\widetilde{v^2}}/U_0$ et $\sqrt{\widetilde{w^2}}/U_0$ sur la ligne $x/D = 1$. On voit clairement que le mode bas donne des valeurs plus élevées de $\sqrt{\widetilde{w^2}}/U_0$ que le mode haut, ce qui montre une tridimensionalisation du sillage.

	Ensemble	Mode haut	Mode bas
C_d	3,23	3,57	2,82
$-C_{pb}$	2,31	2,64	1,91
St	0,144	0,142	0,148
l_c/D	2,0	3,0	1,8

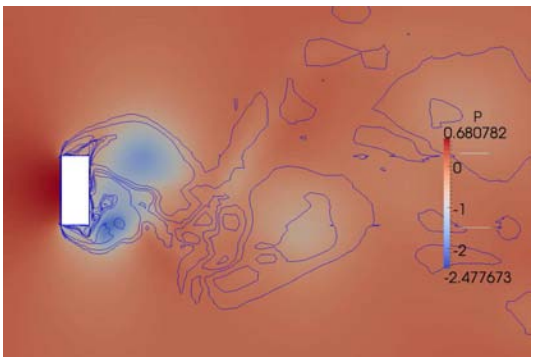
TABLE 6.6 – Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}4$



(a) C_d

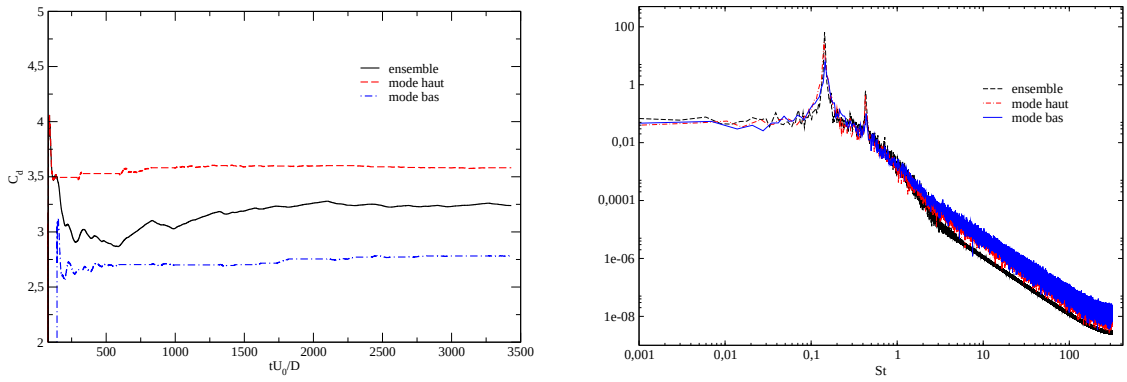


(b) vorticité et champ de pression à $tU_0/D = 3000$ pour le mode haut



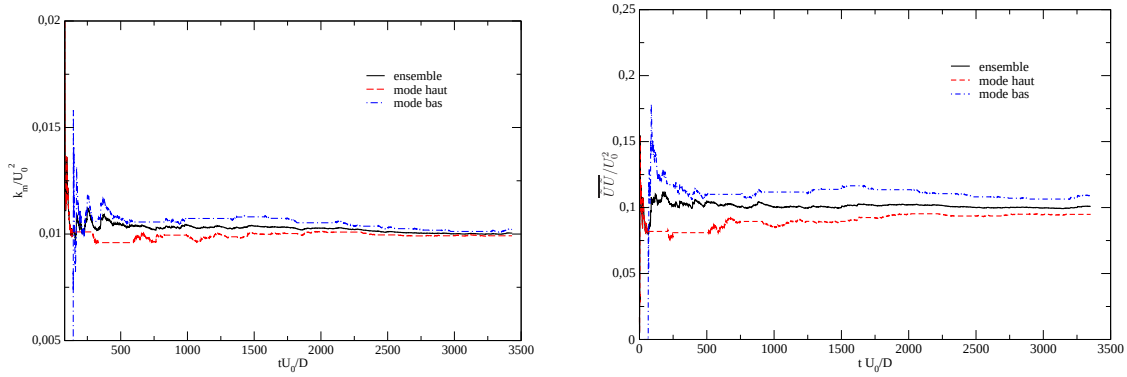
(c) vorticité et champ de pression à $tU_0/D = 2925$ pour le mode bas

FIGURE 6.31 – Évolution temporelle de C_d, vorticité et pression dans le plan médian



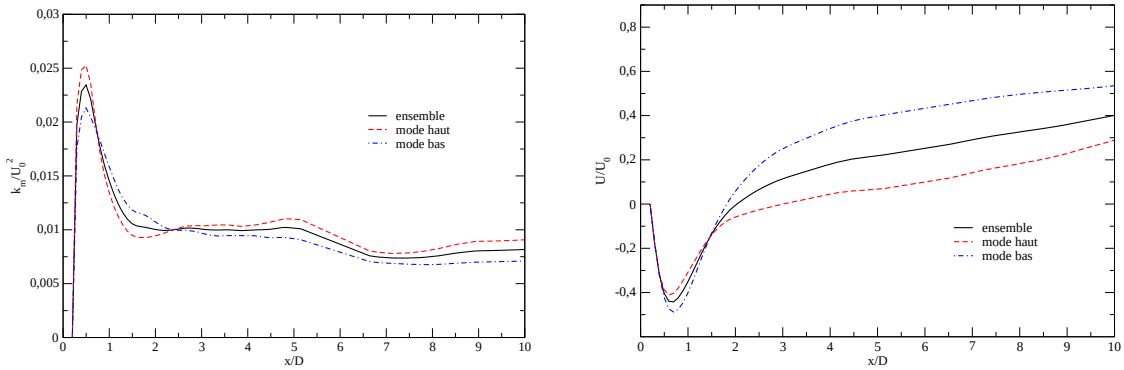
(a) C_d (b) Spectre

FIGURE 6.32 – Convergence statistique du coefficient C_d en fonction du temps d'accumulation et spectres



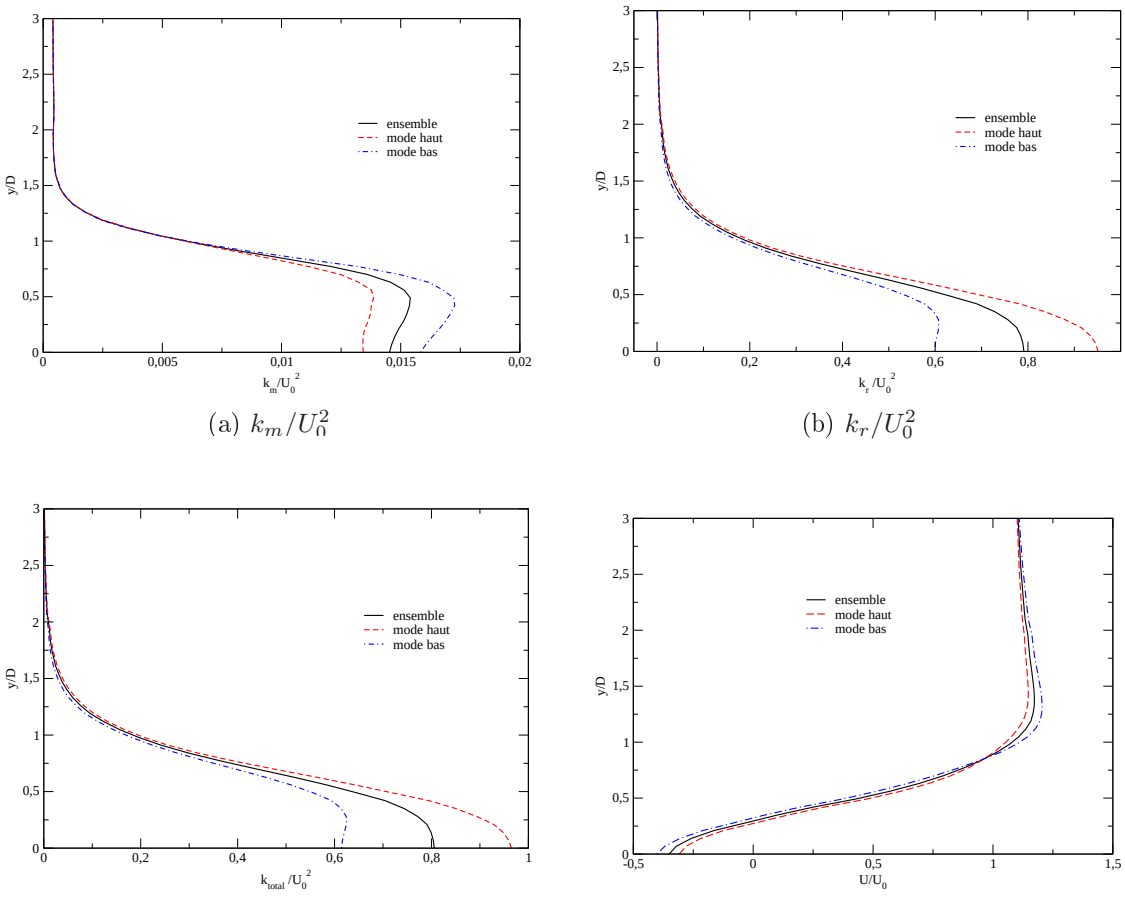
(a) k_m/U_0^2 (b) $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$

FIGURE 6.33 – k_m/U_0^2 et $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ au capteur $(x/D, y/D, z/D) = (2{,}5,\ 2,\ 0)$



(a) k_m/U_0^2 (b) U/U_0

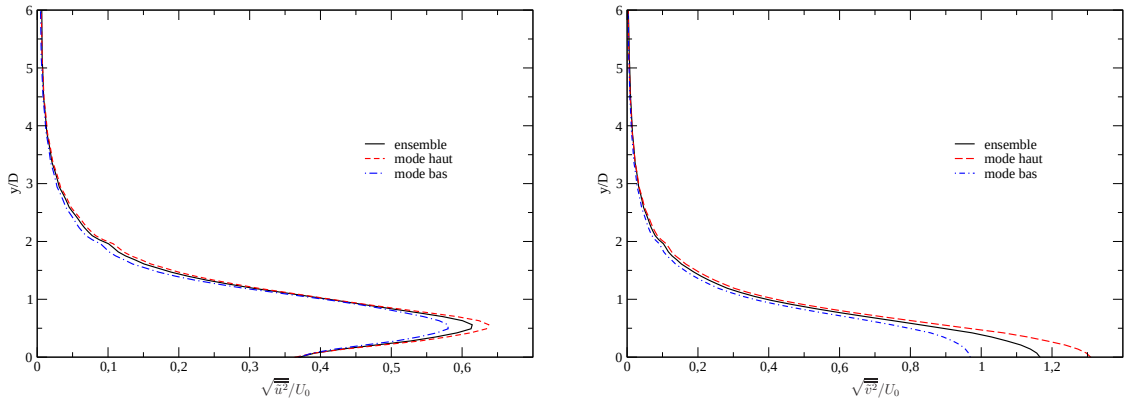
FIGURE 6.34 – Profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale



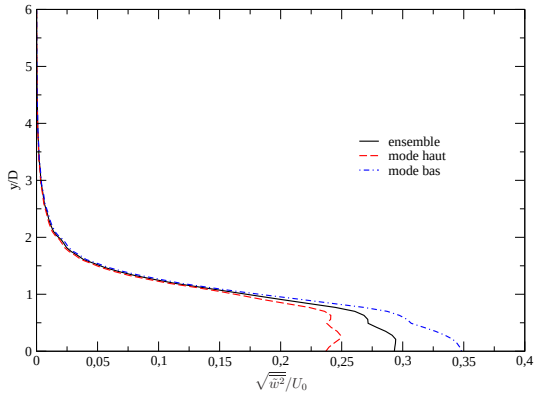
(a) k_m/U_0^2 (b) k_r/U_0^2

(c) k_{total}/U_0^2 (d) U/U_0

FIGURE 6.35 – Profils de k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$

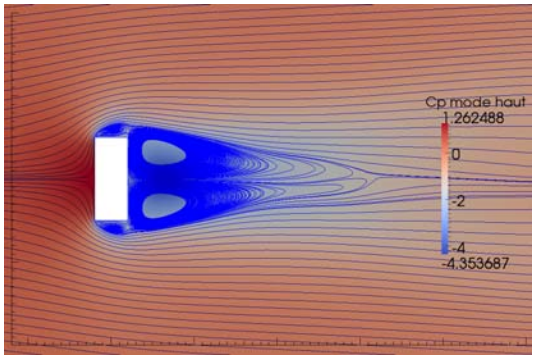


(a) $\sqrt{\overline{\tilde{u}^2}}/U_0$ (b) $\sqrt{\overline{\tilde{v}^2}}/U_0$

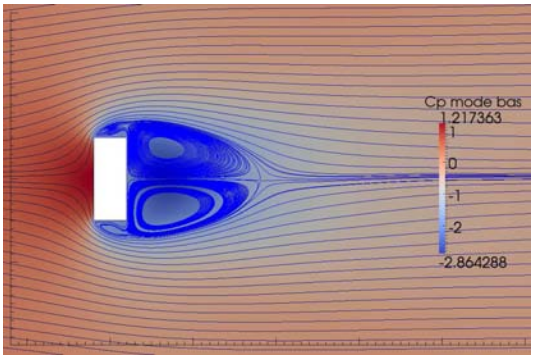


(c) $\sqrt{\overline{\tilde{w}^2}}/U_0$

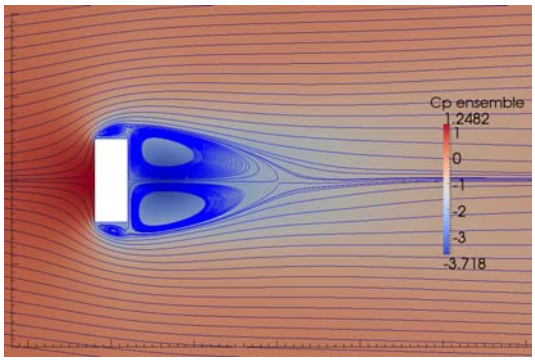
FIGURE 6.36 – Profils de $\sqrt{\overline{\tilde{u}^2}}/U_0$, $\sqrt{\overline{\tilde{v}^2}}/U_0$ et $\sqrt{\overline{\tilde{w}^2}}/U_0$ sur la ligne $x/D = 1$



(a) Mode haut

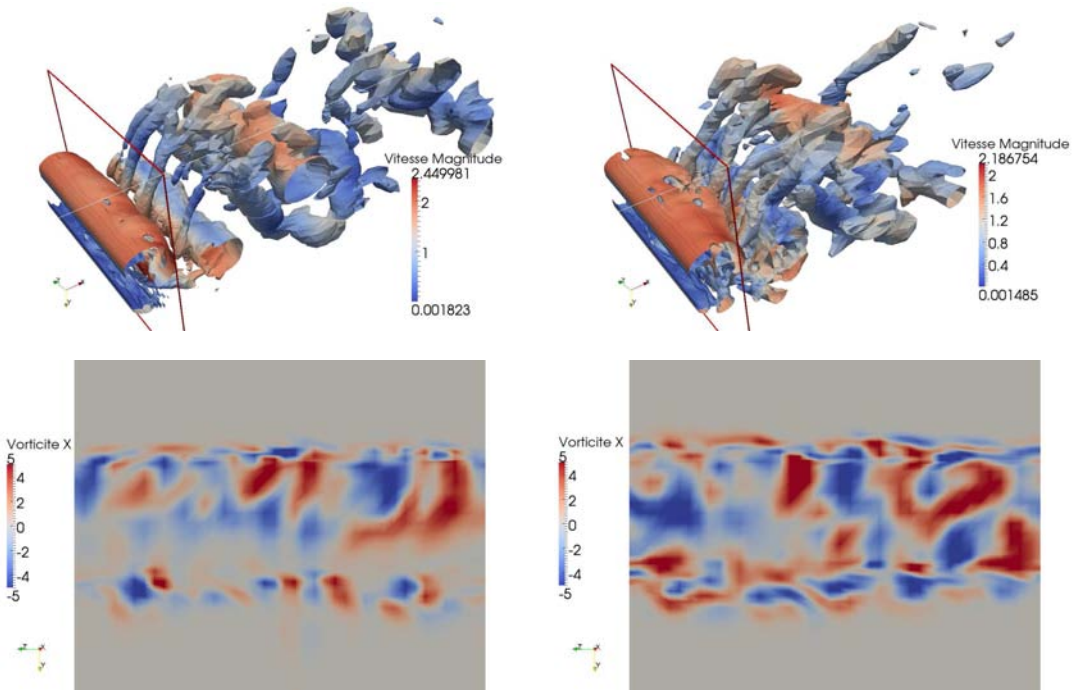


(b) Mode bas



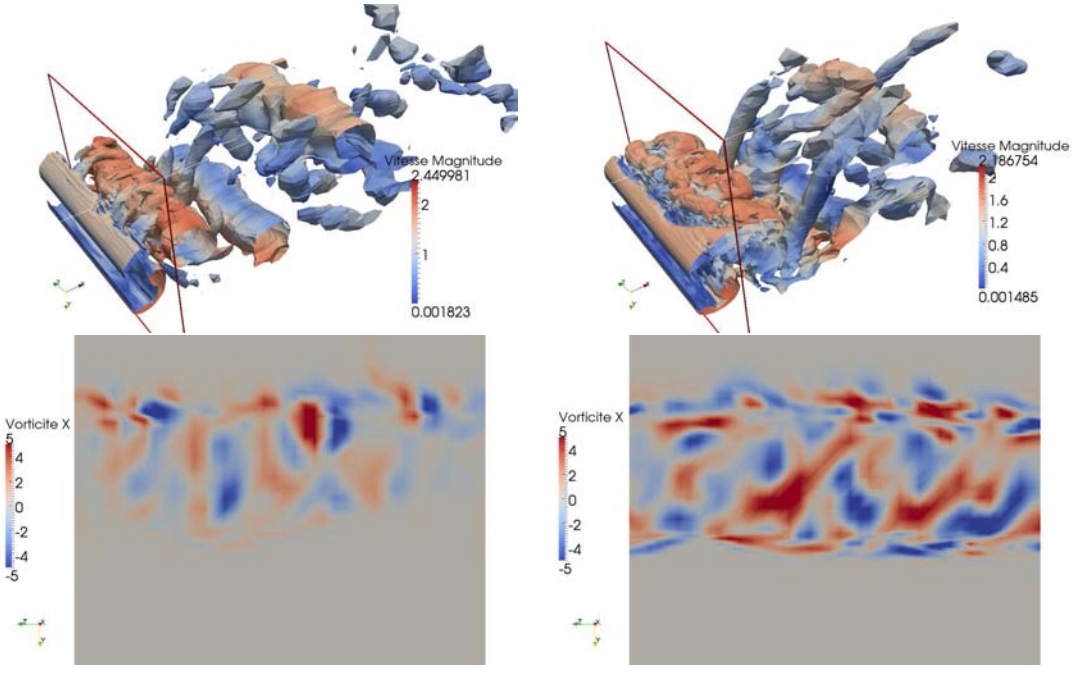
(c) Ensemble

FIGURE 6.37 – Lignes de courant moyennes et champ du coefficient de pression moyenne C_p



(a) mode haut, t_1

(b) mode bas, t_2



(c) mode haut, $t_1 + 0{,}287\,T$

(d) mode bas, $t_2 + 0{,}287\,T$

FIGURE 6.38 – Iso-surfaces de critère $Q = 0{,}5$, coloré par la vitesse, et vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}6$ à deux instants différents avec $t_1/T = 430{,}832$, $t_2/T = 450{,}057$. Mode haut à gauche, mode bas à droite

6.3.4 Analyse de l'écoulement pour le rapport d'aspect $R = 0,2$

La figure 6.39a montre l'évolution du coefficient de traînée C_d dans le cas du rapport d'aspect $R = 0{,}2$. On peut voir que l'alternance entre les périodes où C_d est élevé et celles où il est plus faible est moins marquée que dans le cas $R = 0{,}4$. Cependant, en utilisant la même méthode que la section précédente, on peut également séparer l'écoulement en mode haut et mode bas, comme illustré par la figure 6.39a. Le nombre de lâchers de tourbillons ou nombre de demi périodes $T/2$ est ici environ 583 dont 291 lâchers en mode haut et 292 lâchers en mode bas. La convergence statistique des deux modes et de la moyenne d'ensemble est montrée sur les figures 6.40a et 6.41.

Le coefficient de traînée C_d, le coefficient de pression à la surface arrière $-C_{pb}$, le nombre de Strouhal St et la longueur de la zone recirculation l_c/D sont présentés dans le tableau 6.7. Les nombres de Strouhal sont presque les mêmes dans les deux modes. Le mode bas donne les valeurs $C_d = 2{,}28$ et $-C_{pb} = 1{,}36$ qui sont très proches de ceux du mode 3D (LES). Contrairement au cas $R = 0{,}4$, on ne voit pas de grande différence sur les lignes de courant moyennes (figure 6.44) et les valeurs de l_c sont assez proches, ce qui confirme la remarque faite plus haut d'une alternance moins marquée entre modes haut et bas.

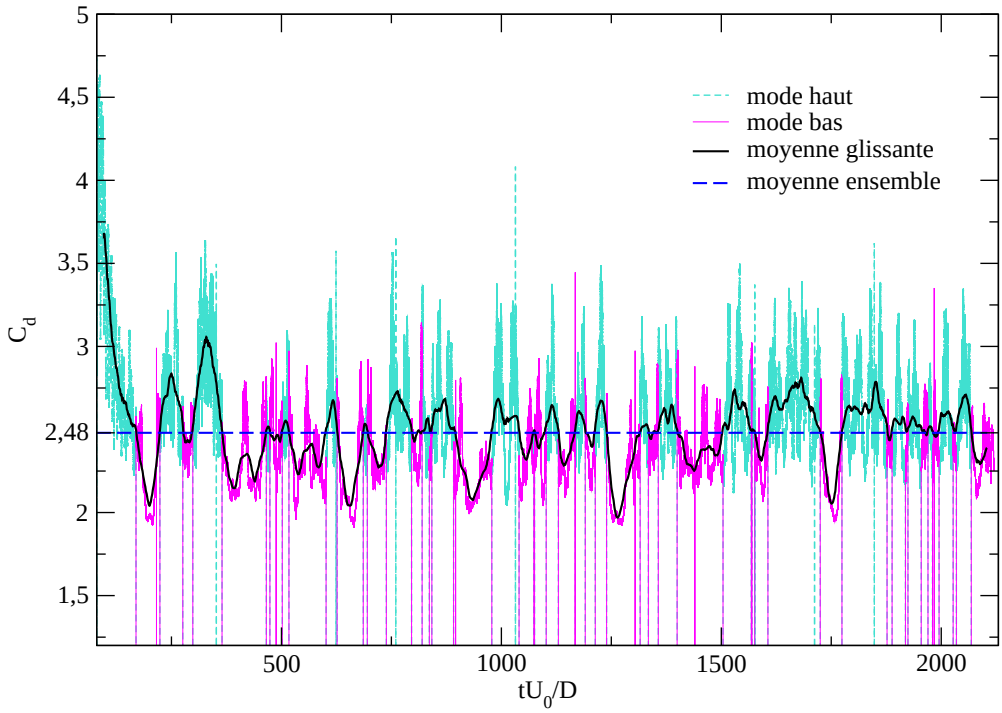
Les isocontours de vorticité sur la figure 6.39b (mode haut) montre également la formation d'un tourbillon de Karman près de la surface arrière, associé à une forte dépresssion ($-C_{pb} = 1{,}92$), tandis que le tourbillon Karman est moins clair dans la figure 6.39c (mode bas) ($-C_{pb} = 1{,}28$). La figure 6.45 présente l'évolution temporelle des tourbillons identifiés par iso-surfaces de critère $Q = 0{,}5$ et la vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}5$. On peut moins facilement identifier des tourbillons de Karman 2D dans le mode haut que dans le cas $R = 0{,}4$, mais on voit que les tourbillons longitudinaux apparaissent plus nettement et plus nombreux dans le mode bas que dans le mode haut. On peut donc encore penser que la tridimensionalisation des tourbillons, en particulier la formation des tourbillons secondaires longitudinaux, est à l'origine de l'affaiblissement des tourbillons de Karman, et donc de la diminution du coefficient de pression $-C_{pb}$ et du coefficient de traînée C_d.

Les nombres de Strouhal des deux modes sont très proches, ce qu'on peut voir sur le spectre de la figure 6.32b. La figure 6.42 présente les profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale ; et la figure 6.43 présente les profils de k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$. En comparaison avec le cas $R = 0{,}4$, on voit que la différence entre les profils de U/U_0 en aval (figure 6.42) est également moins marquée que dans le cas $R = 0{,}4$ (figure 6.34). De plus, parce que le point de croisement se situe plus loin que $x/D = 1$, l'ordre des courbes de k_m/U_0^2 est inversé dans la figure 6.43a en

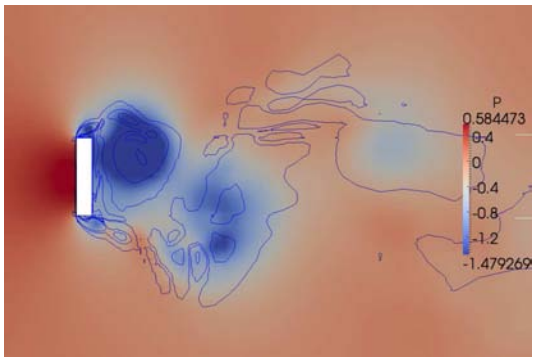
comparaison avec le cas $R = 0{,}4$. On voit aussi qu'il y a plus d'énergie au total dans le mode haut, et c'est surtout dû à la contribution de la partie résolue (les gros tourbillons 2D sont très énergétiques) comme on peut le voir sur les figures 6.43b, 6.43c.

	Ensemble	Mode haut	Mode bas
C_d	2,48	2,65	2,28
$-C_{pb}$	1,56	1,72	1,36
St	0,152	0,149	0,153
l_c/D	2,0	1,9	2,2

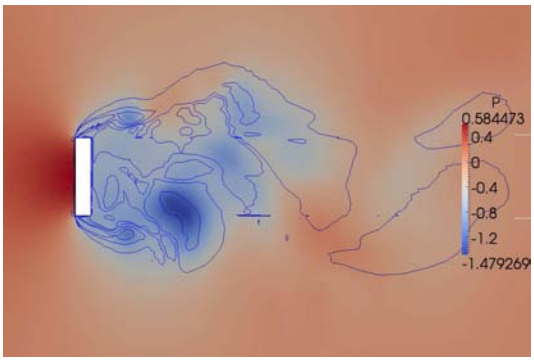
TABLE 6.7 – Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}2$



(a) C_d

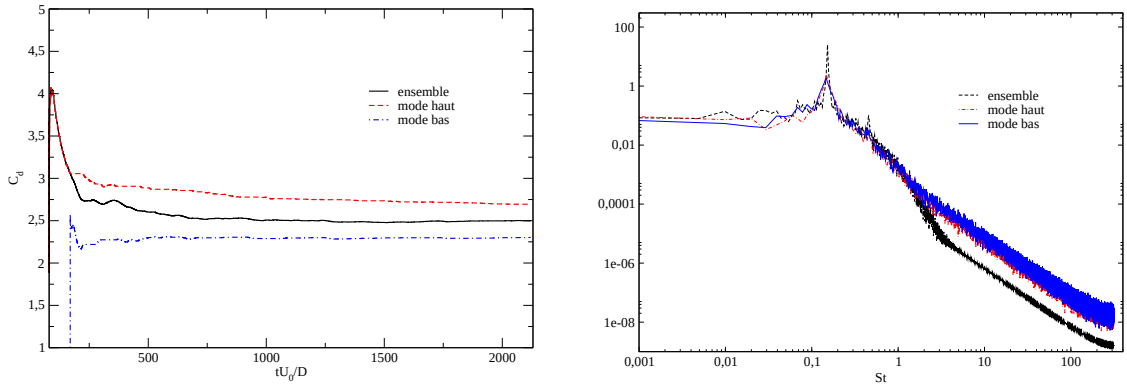


(b) vorticité et champ de pression à $tU_0/D =$ 1780 mode haut



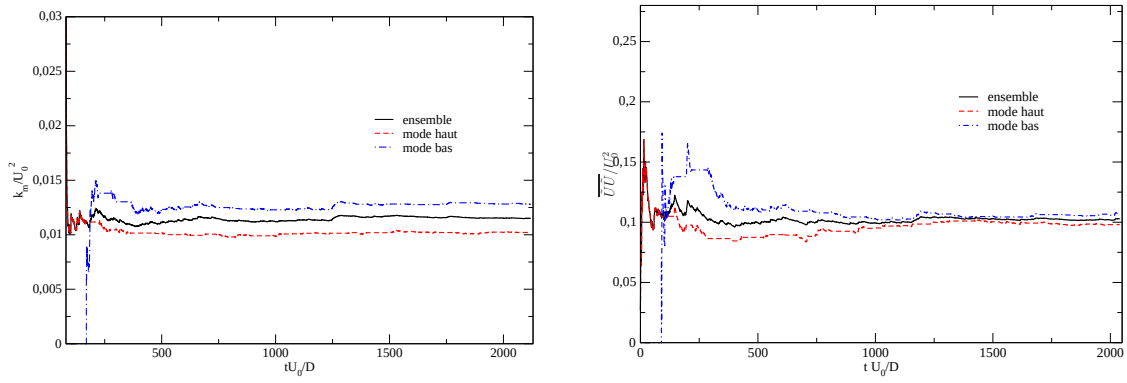
(c) vorticité et champ de pression à $tU_0/D =$ 1754 mode bas

FIGURE 6.39 – Évolution temporelle C_d et vorticité dans le plan médian



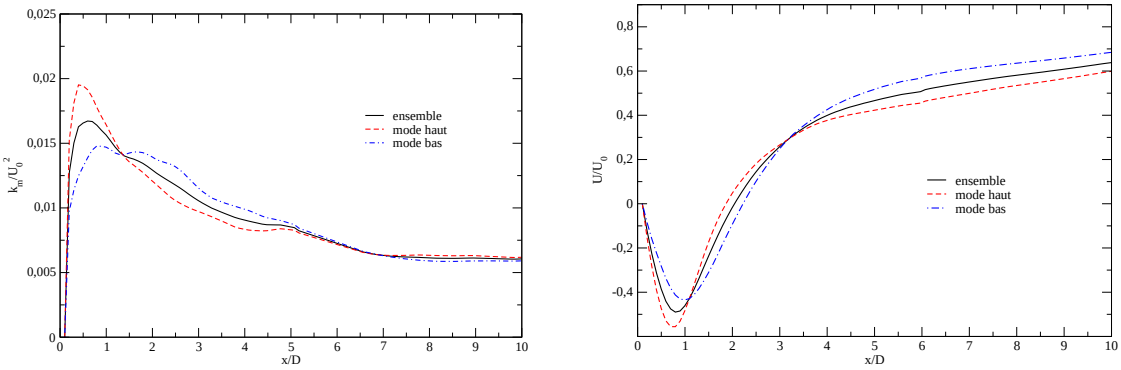
(a) C_d (b) Spectre

FIGURE 6.40 – Convergence statistique du coefficient C_d en fonction du temps d'accumulation et spectres



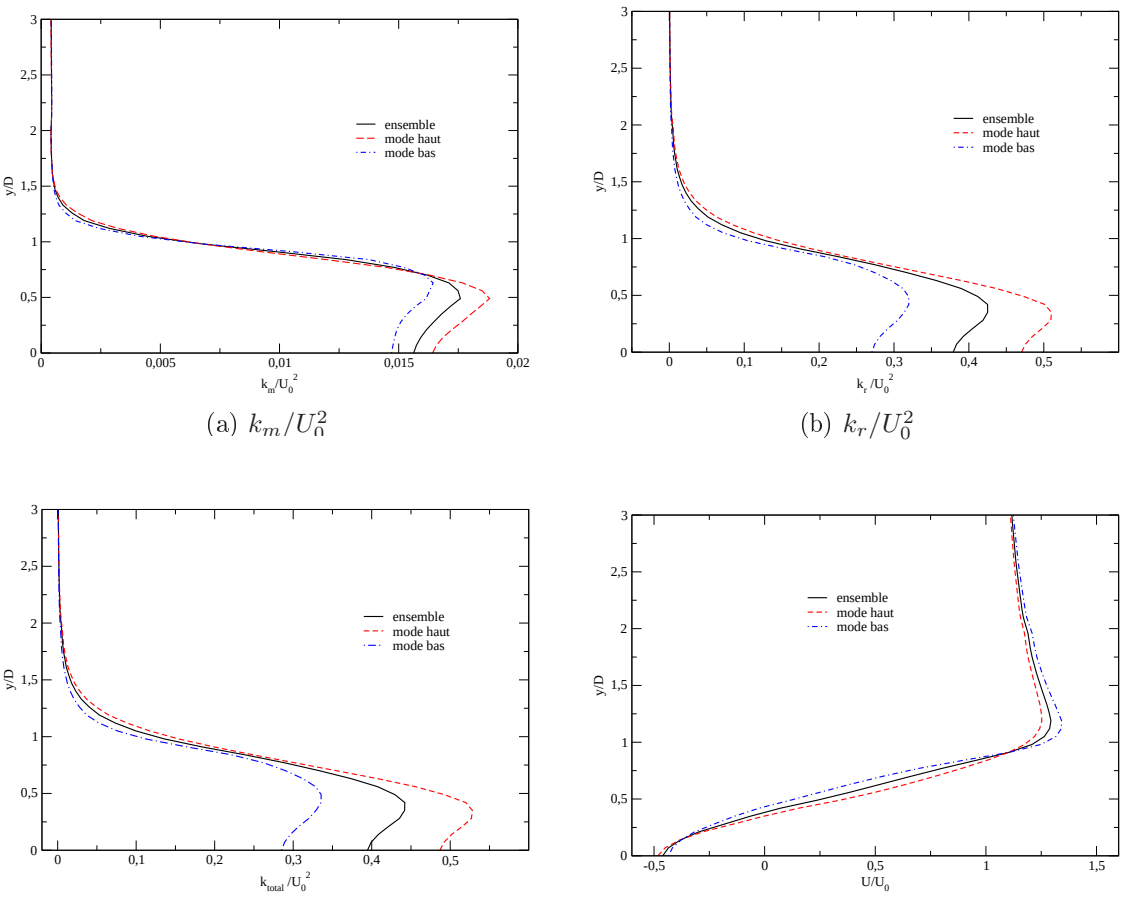
(a) k_m/U_0^2 (b) $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$

FIGURE 6.41 – k_m/U_0^2 et $\overline{\tilde{U}\tilde{U}}/U_0^2$ au capteur $(x/D, y/D, z/D) = (2{,}5,\ 2,\ 0)$



(a) k_m/U_0^2 (b) U/U_0

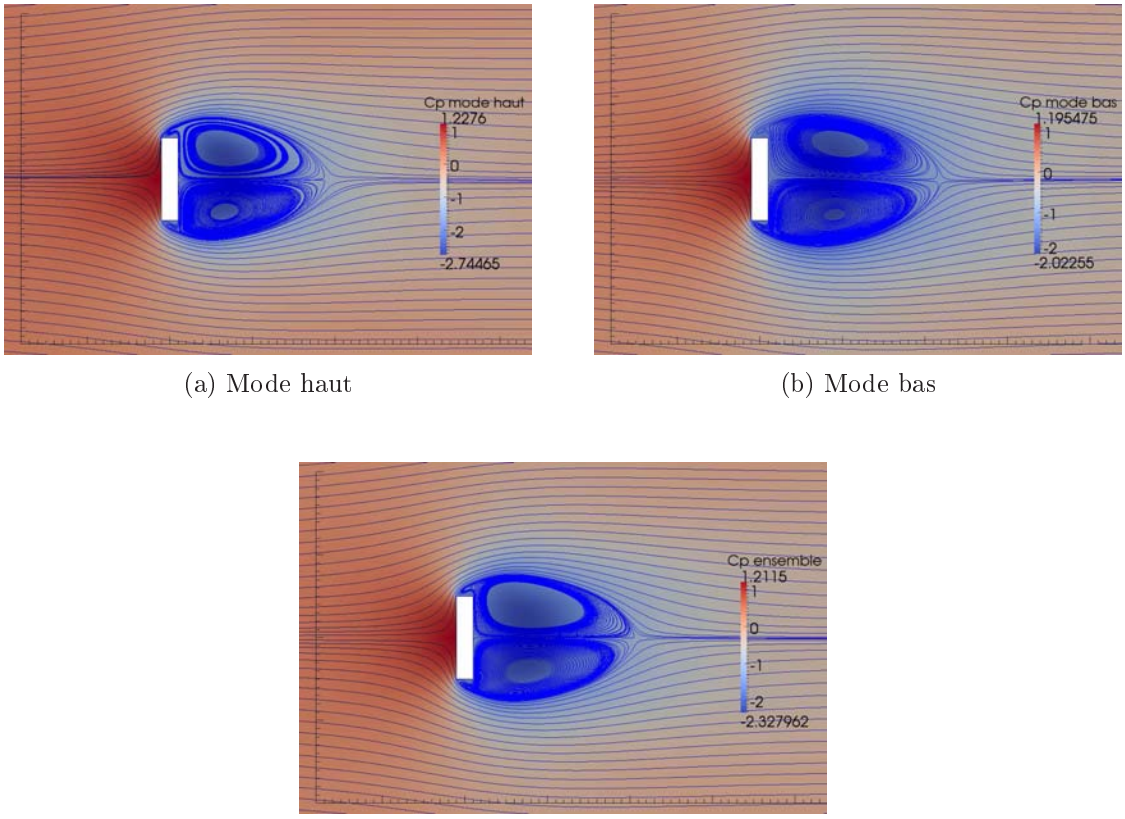
FIGURE 6.42 – Profils k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale



(a) k_m/U_0^2 (b) k_r/U_0^2

(c) k_{total}/U_0^2 (d) U/U_0

FIGURE 6.43 – Profils k_m/U_0^2, k_r/U_0^2, k_{total}/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne $x/D = 1$

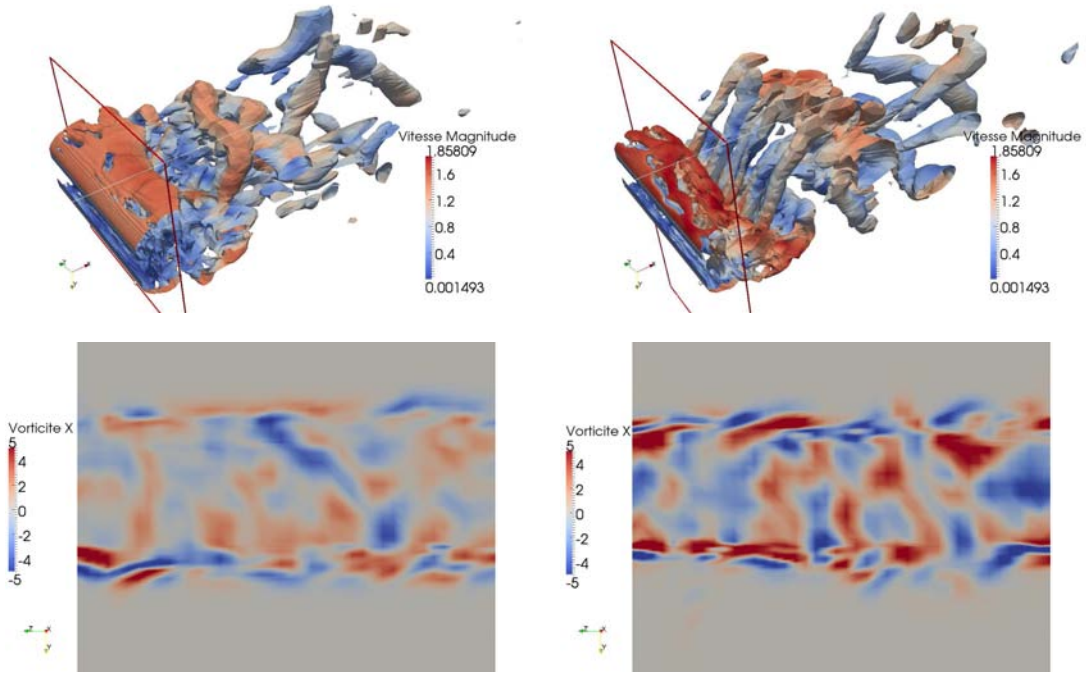


(a) Mode haut

(b) Mode bas

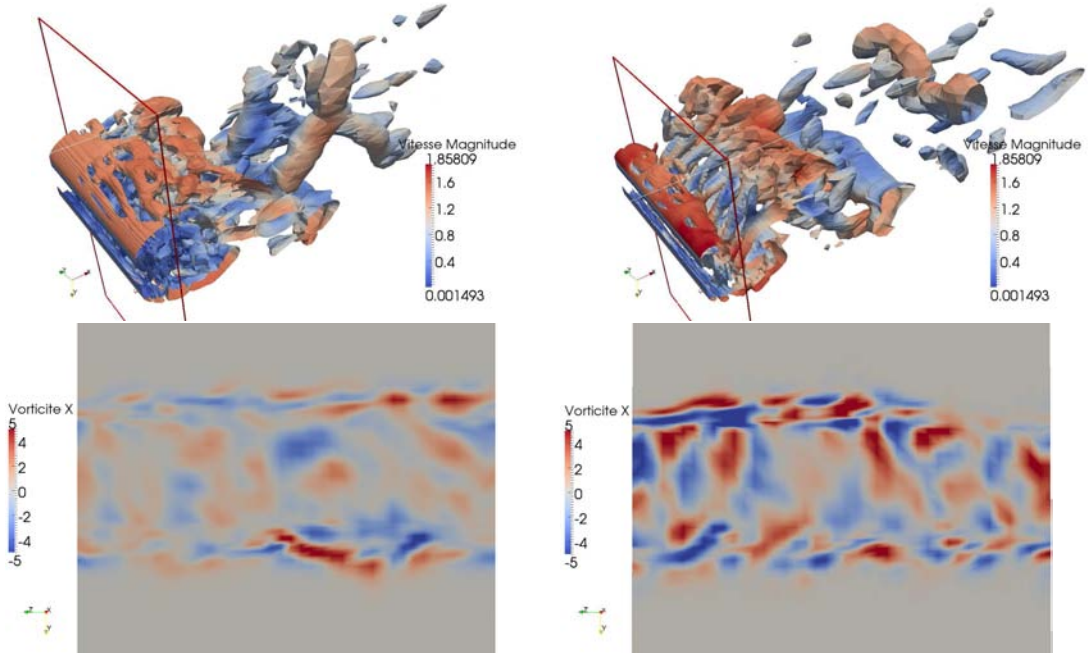
(c) Ensemble

FIGURE 6.44 – Lignes de courant moyennes et champ du coefficient de pression moyenne C_p



(a) mode haut, t_1

(b) mode bas, t_2



(c) mode haut, $t_1 + 0{,}574\,T$

(d) mode bas, $t_2 + 0{,}574\,T$

FIGURE 6.45 – Iso-surfaces critère $Q = 0{,}5$, coloré par la vitesse, et vorticité longitudinale dans le plan $x/D = 0{,}5$ à deux instants différents avec $t_1/T = 232{,}238$, $t_2/T = 240{,}089$. Mode haut à gauche, mode bas à droite

6.3.5 Rectangulaire rapport d'aspect $R = 0,6$

Le même méthode que pour les les cas $R = 0{,}4\,;\,0{,}2$ a aussi appliqué au cas cylindre rectangulaire du rapport d'aspect $R = 0{,}6$ pour séparer les modes haut et bas. Le nombre de lâchers de tourbillons ou demi période $T/2$, présentés sur la figure 6.46, est d'environ 272 dont 162 lâchers en mode haut et 110 lâchers en mode bas. L'évolution en temps de C_d et $-C_{pb}$ est plus régulière que pour les rapports d'aspect 0,2 ou 0,4. Le tableau 6.8 montre les valeurs de C_d, $-C_{pb}$ et St. On peut voir qu'il y a peu de différences entre les modes haut et bas. Même si on voit quelques différences entre les courbes de la figure 6.47, on ne peut pas vraiment distinguer de modes bas et haut, ni, en particulier, identifier de périodes dans lesquelles les caractéristiques de l'écoulement sont plus 2D ou 3D.

	Ensemble	Mode haut	Mode bas
C_d	3,11	3,20	2,96
$-C_{pb}$	2,21	2,31	2,07
St	0,141	0,146	0,138

TABLE 6.8 – Coefficient de traînée C_d, coefficient de pression sur la surface arrière $-C_{pb}$, nombre de Strouhal St et longueur de la zone recirculation l_c/D pour le cas du cylindre rectangulaire avec $R = 0{,}6$

6.4 Conclusion du chapitre

Quatre versions du nouveau modèle HTLES ont été validées dans le cas cylindre carré. Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus dans d'autres études.

La version HTLES 3, qui est la plus satisfaisante en termes de formalisme et de résultats, a été choisie pour la suite des calculs. Elle a alors été validée dans le cas de cylindres rectangulaires avec différent rapports d'aspect $R = 0{,}2\,;\,0{,}4\,;\,0{,}6$. Elle donne bien l'évolution non monotone du coefficient de pression à la surface arrière C_{pb} et du coefficient de traînée C_d, contrairement à l'URANS qui est incapable de représenter correctement l'écoulement quand $R < 0{,}6$.

Il a été observé dans la solution de la HTLES une alternance dans le temps entre un mode à faible coefficient de traînée et un mode à fort coefficient de traînée. Cette alternance entre modes semble apparaître aux alentours du rapport d'aspect $R = 0{,}5$. On peut alors isoler ces deux modes en réalisant des moyennes conditionnelles basées sur la valeur de C_d. La visualisation des iso-surfaces de Q dans les cas $R = 0{,}2$ et $R =$

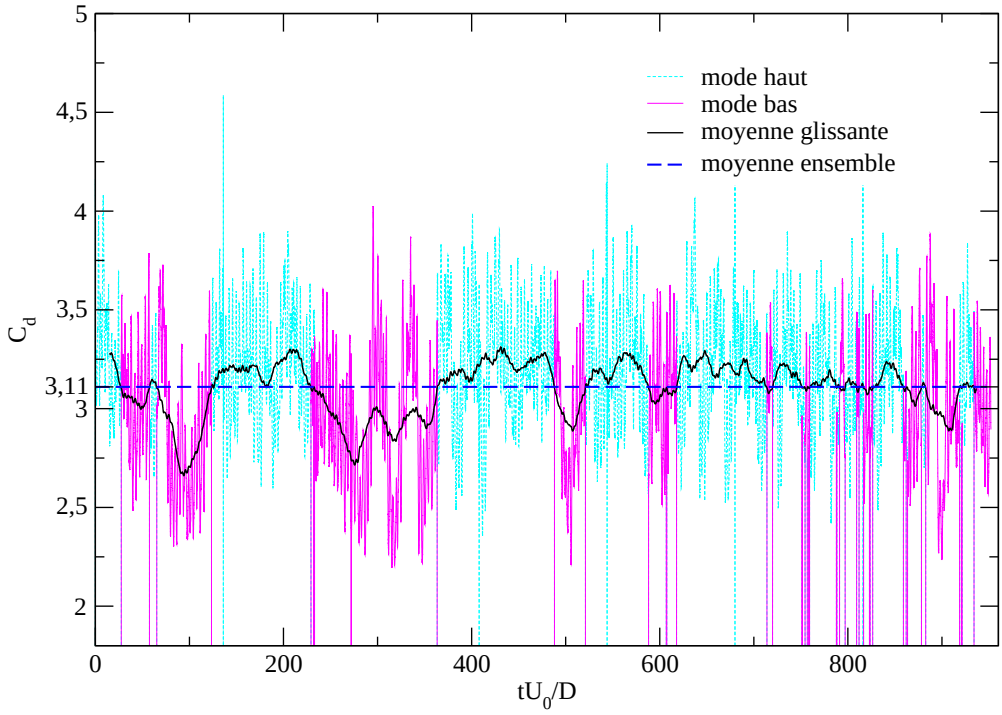
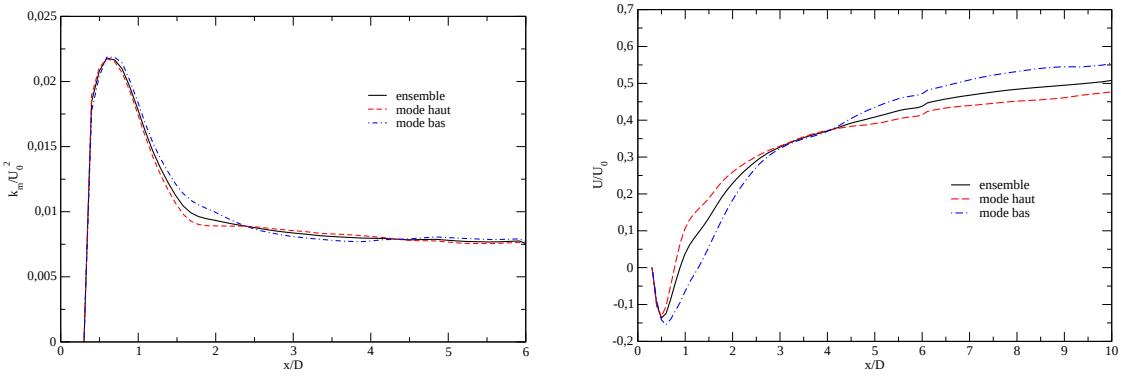


FIGURE 6.46 – Évolution temporelle de C_d

0,4 montre que le mode haut présente des caractéristiques 2D marquées, notamment des tourbillons de Karman qui subsistent assez longtemps dans le sillage, alors que le mode bas est plus 3D, et fait apparaître en particulier beaucoup plus clairement et rapidement des paires de tourbillons contra-rotatifs dans le sens longitudinal.

Malgré un coût de calcul raisonnable, l'approche HTLES permet de bien représenter le phénomènes instationnaires, y compris le caractère intermittent du sillage. Cette physique est clairement observée dans le cas du rapport d'aspect $R = 0{,}4$, avec des périodes longues durant lesquelles chaque mode reste prédominant. En revanche, l'intermittence de l'évolution de la traînée dans les cas $R = 0{,}2\,;\,0{,}6$ est moins clairement établie.



(a) k_m/U_0^2 (b) U/U_0

FIGURE 6.47 – Profils de k_m/U_0^2 et U/U_0 sur la ligne centrale

Chapitre 7

Conclusions

L'objectif principal de cette thèse était de développer une approche hybride RANS/–TLES (HTLES) combinant les avantages du TPITM et de la DES. Le modèle DES est une approche hybride RANS/LES qui contrôle le niveau d'énergie modélisée par un facteur devant le terme de dissipation dans l'équation de l'énergie modélisée. Ce modèle est largement utilisé grâce à sa facilité d'utilisation, mais il présente, comme la plupart des autres modèles hybrides continus, un problème d'inconsistance entre les opérateurs utilisés en zone RANS et en zone LES. Le TPITM est une approche hybride RANS/TLES qui élimine cette inconsistance du modèle DES et est construit par une approche analytique, mais il requière une correction dynamique pour éviter des problèmes de pseudo-laminarisation durant les phases transitoires du calcul. La répartition entre énergie résolue et énergie modélisée dans l'approche TPITM est contrôlé par une fonction devant le terme de destruction *dans l'équation de la dissipation*. En utilisant une méthode de perturbation, une nouvelle approche HTLES, la DES équivalente, peut être construite à partir du TPITM. Les deux méthodes sont équivalentes au sens où elles donnent la même répartition entre énergie résolue et énergie modélisée. Cette nouvelle approche bénéficie alors des avantages du modèle DES (facilité d'utilisation, sans correction dynamique) et du modèle TPITM (formalisme consistant, justification théorique de la variation des coefficients en fonction de la fréquence de coupure). Quatre versions de la DES équivalente ont été testées, basées sur une échelle de longueur ou une échelle de temps, en combinaison avec deux façons de calculer le ratio énergie modélisée sur énergie fluctuante totale.

Cette nouvelle approche HTLES, basée sur le modèle RANS $k-\omega$-SST a été implanté dans le code Saturne qui est développé par EDF. La turbulence homogène isotrope en décroissance est utilisée pour calibrer le coefficient du nouveau modèle. Il est ensuite validé dans le cas de l'écoulement autour d'un cylindre carré. Les résultats

des quatre versions sont relativement satisfaisants en ce qui concerne la représentation des caractéristiques 3D de l'écoulement. Ils sont très similaires aux résultats de la DES et des résultats LES disponibles dans la littérature, ainsi que des données expérimentales. Une des quatre versions de la HTLES donne des résultats meilleurs que les autres versions, et elle est donc utilisée pour la suite.

La HTLES est alors validée dans des cas d'écoulement autour de cylindres rectangulaires avec différents rapports d'aspect ($R = 0{,}2 \rightarrow 0{,}6$), dont le sillage est très complexe. Le nouveau modèle permet de représenter les caractéristiques 3D de cet écoulement y compris les paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs. Le caractère non monotone des courbes du coefficient de traînée C_d et du coefficient de pression C_{pb} en fonction du rapport d'aspect est également obtenu.

Pour les petits rapports d'aspect ($R = 0{,}4$ et $R = 0{,}2$), on peut identifier une alternance de périodes de forte traînée et de faible traînée. Les moyennes conditionnelles basées sur la valeur de la traînée montre que cette alternance correspond à des périodes où le sillage proche du cylindre alterne entre des états plutôt 2D ou plutôt 3D. La tridimensionalisation du sillage, en particulier la formation de paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs, semble jouer un rôle important en affaiblissant les tourbillons de Karman, conduisant à la diminution du coefficient de traînée.

Il est apparu au cours de ce travail un lien relativement bien établi entre le phénomène d'intermittence entre des valeurs hautes et basses du coefficient de traînée dans le cas du cylindre rectangulaire de rapport d'aspect $R < 0{,}6$ et la structure plus ou moins tridimensionnelle du sillage. Cependant, il serait important, pour des travaux futurs, de chercher à mieux quantifier cette relation, qui est restée ici établie de manière relativement qualitative. On pourrait en particulier faire appel à des outils plus élaborés d'extraction et d'analyse de la structure des écoulements.

De plus, ce lien a été identifié à partir de résultats basés sur un modèle hybride RANS/LES particulier, et il serait important, pour confirmer ces observations et aller plus loin dans l'analyse physique, de réaliser des études similaires avec des calcul plus fins, comme la LES ou la DNS, et bien sûr, par des moyens expérimentaux.

En ce qui concerne l'approche HTLES, elle semble offrir de nombreuses perspectives intéressantes, mais a besoin d'être validée dans d'autres cas d'écoulements complexes. Dans un premier temps, on pourrait s'intéresser à d'autres cas de sillages de cylindres, en particulier à section circulaire, pour lesquels le point de décollement n'est pas fixé par la géométrie ; ou des cas de cylindres de hauteur finie posés sur des parois. La méthode pourrait également permettre de s'intéresser à l'interaction fluide-structure dans ce type de géométries. Enfin, il est nécessaire de se concentrer sur des cas à

complexité croissante, faisant par exemple intervenir des phénomènes thermiques ou des effets de Coriolis, de manière à s'approcher progressivement des configurations complexes rencontrées dans l'industrie.

En termes de modélisation, nous nous sommes concentrés dans cette thèse sur l'approche hybride, c'est-à-dire la méthode permettant de passer progressivement de RANS à LES, mais en utilisant toujours le même modèle k-ω-SST pour la modélisation des tensions non-résolues. L'influence du choix de ce modèle et éventuellement sa modification pour l'adapter de manière plus fine au contexte hybride pourrait également être étudiées. De plus, pour augmenter la précision des résultats, et notamment pour représenter certains couplages entre la turbulence et d'autres phénomènes (comme ceux cités plus haut, dûs à la thermique ou à la rotation), il pourrait être bénéfique d'étendre la modélisation des tensions non-résolues à des modèles à équations de transport, dérivés des modèles RANS RSM.

Annexe A

URANS

A.1 k-ω-SST

Le modèle k-ω-SST (SST pour *Shear Stress Transport*) a été proposé par Menter [90]. Il combine le modèle $k-\omega$ de Wilcox [158] avec le modèle $k-\varepsilon$ de Launder et Spalding [81]. Cette approche permet de combiner les avantages du modèle $k-\omega$ dans les zones de proches paroi et du modèle $k-\varepsilon$ dans les zones loin des parois.

La version d'origine du modèle $k-\omega$ s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{D\rho k}{Dt} &= 2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_{k1}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \\ \frac{D\rho\omega}{Dt} &= \frac{\gamma_1}{\nu_t}2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta_1\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_{\omega1}\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] \end{aligned} \tag{A.1}$$

D'autre part, en utilisant le changement variable $\omega = \dfrac{\varepsilon}{C_\mu k}$ dans le modèle $k-\varepsilon$, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{D\rho k}{Dt} &= 2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_{k2}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \\ \frac{D\rho\omega}{Dt} &= \frac{\gamma_2}{\nu_t}2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta_2\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_{\omega2}\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2\rho\sigma_{\omega2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{A.2}$$

Les équations du modèle k-ω-SST sont alors obtenues par (A.1) $\times F_1 +$ (A.2) $\times (1-F_1)$:

$$\begin{aligned} \frac{D\rho k}{Dt} &= 2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \\ \frac{D\rho\omega}{Dt} &= \frac{\gamma}{\nu_t}2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2\,(1-F_1)\,\frac{\rho\sigma_{\omega2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{A.3}$$

où la fonction F_1 et la viscosité turbulente ν_t sont définies par

$$F_1 = \tanh\left\{\left\{\min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right]\right\}^4\right\} \tag{A.4}$$

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max\left(a_1\omega, SF_2\right)} \tag{A.5}$$

avec

$$F_2 = \tanh\left[\left[\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)\right]^2\right] \tag{A.6}$$

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-20}\right) \tag{A.7}$$

Tous les coefficients sont obtenus par $\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\,\phi_2$, où ϕ_1 représente les coefficients du $k-\omega$ ($\sigma_{k1} = 0{,}85$, $\sigma_{\omega 1} = 0{,}5$, $\beta_1 = 0{,}075$, $a_1 = 0{,}31$, $\beta^* = 0{,}09$, $\gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega 1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$, $\kappa = 0{,}41$) et ϕ_2 ceux du $k-\varepsilon$ ($\sigma_{k2} = 1{,}0$, $\sigma_{\omega 2} = 0{,}856$, $\beta_2 = 0{,}0828$, $\beta^* = 0{,}09$, $\gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega 2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$, $\kappa = 0{,}41$).

Annexe B

HTLES

L'approche HTLES basée sur le k-ω-SST utilise la même équation pour ω que celle du modèle k-ω-SST. L'équation de l'énergie modélisée k s'écrit différemment pour les différentes version de la HTLES :

B.1 HTLES basée sur une échelle de longueur

$$\frac{D\rho k_{SFS}}{Dt} = 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \frac{k_{SFS}^{3/2}}{L} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_k \mu_t)\frac{\partial k_{SFS}}{\partial x_j}\right] \tag{B.1}$$

avec l'échelle de longueur L définie par

$$L = \frac{r^{3/2}}{\dfrac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - \left(\dfrac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - 1\right) r^{C_{\varepsilon 1}/C_{\varepsilon 2}}} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \tag{B.2}$$

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon_{SFS}} = C_\mu \overline{k_{SFS}\, \omega_{SFS}} \tag{B.3}$$

$$k = k_r + k_m \tag{B.4}$$

où l'énergie moyenne fluctuante résolue k_r et l'énergie modélisée k_m sont déterminées par

$$k_r = \frac{1}{2}\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} = \frac{1}{2}\overline{\tilde{U}_i \tilde{U}_i} - \frac{1}{2} U_i U_i \tag{B.5}$$

$$k_m = \frac{1}{2}\overline{u_i'' u_i''} = \overline{k_{SFS}} \tag{B.6}$$

Le ratio énergie modélisée sur énergie fluctuante totale r est modélisé soit par

$$r = \min\left(1; \frac{1}{\beta\left(\frac{U_c}{\sqrt{k}}\right)^{-2/3}\left(\omega_c\frac{k}{\varepsilon}\right)^{2/3}}\right) \tag{B.7}$$

avec $\beta = 0{,}53$, ou par

$$r = \frac{1}{1+\beta\left(\frac{U_c}{\sqrt{k}}\right)^{-2/3}\left(\omega_c\frac{k}{\varepsilon}\right)^{2/3}} \tag{B.8}$$

avec $\beta = 0{,}61$.

Les coefficients constants sont $C_\mu = 0{,}09$; $C_{\varepsilon 1} = 1{,}44$; $C_{\varepsilon 2} = 1{,}92$. La fréquence de coupure ω_c et la vitesse de balayage U_c sont définies par

$$\omega_c = \min\left(\frac{\pi}{dt}; U_c\frac{\pi}{\Delta}\right) \tag{B.9}$$

$$U_c = \sqrt{U^2 + 2k} \tag{B.10}$$

B.2 HTLES basée sur une échelle de temps

$$\frac{D\rho k_{SFS}}{Dt} = 2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \rho\frac{k_{SFS}}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_k\mu_t)\frac{\partial k_{SFS}}{\partial x_j}\right] \tag{B.11}$$

avec l'échelle temporelle T définie par

$$T = \frac{r}{\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - \left(\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - 1\right) r^{C_{\varepsilon 1}/C_{\varepsilon 2}}}\frac{k}{\varepsilon} \tag{B.12}$$

Tous les autres composant sont les mêmes qu'au-dessus, sauf le coefficient β qui vaut $\beta = 0{,}44$ pour l'équation B.7, et $\beta = 0{,}51$ pour l'équation B.8.

Bibliographie

[1] In W. Haase, B. Aupoix, U. Bunge, and D. Schwamborn, editors, *FLOMANIA - A European initiative on flow physics modelling*, volume 94 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Springer Verlag, 2006.

[2] *Code_Saturne version 1.3.2 practical user's guide*, 2006.

[3] In Werner Haase, Marianna Braza, and Alistair Revell, editors, *DESider - A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling. Results of the European-Union Funded Project, 2004-2007*, volume 103 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Springer, 2009.

[4] Dervieux A., Braza M., and Dussauge J.-P. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and multidisciplinary design*, chapter Computation and comparison of efficient turbulence models for aeronautics. 1998.

[5] Khaled S. Abdol-Hamid, S. Paul Pao, Craig A. Hunter, Karen A. Deere, Steven J. Massey, and Alaa Elmiligui. PAB3D : Its history in the use of turbulence models in the simulation of jet and nozzle flows. *AIAA 2006-489*.

[6] K. Abe. A hybrid LES/RANS approach using an anisotropy-resolving algebraic turbulence model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26 :204–222, 2005.

[7] Nobuyuki ABE and Shinichi TASHIRO. LES on vortex shedding from a rectangular cylinder with a section of various width/height ratios (relations between SGS dissipation and GS enstrophy). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 68(670) :1629–1636, 2002.

[8] D. D. Apsley and M. A. Leschziner. A new low-Reynolds-number nonlinear two-equation turbulence model for complex flows. *Int. J. Heat & Fluid Flow*, 19 :209–222, 1998.

[9] F. Archambeau, N. Méchitoua, and M. Sakiz. Code_saturne : A finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows - Industrial applications. *Int. J. on Finite Volume, Electrical edition : http ://averoes.math.univ-paris13.fr/html*, ISSN 1634(0655), 2004.

[10] S. Aubrun, P. L. Kao, H. Ha Minh, and H. Boisson. The semi-deterministic approach as way to study coherent structures. Case of a turbulent flow behind a backward-facing step. In *Proc. fourth Int. Symp. Engng. Turb. Modelling and Measurements, Ajaccio, Corsica, France*, pages 491–499, 1999.

[11] Jeffrey J. Baggett. On the feasibility of merging LES with RANS for the near-wall region of attached turbulent flows. Technical report, Annual Research Briefs, Technical Rept, 267-277, Center for Turbulence Research, Stanford Univ, Stanford, CA, 1998.

[12] B. Baldwin and H. Lomax. Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper 78-257*, 1978.

[13] Barrett S. Baldwin and Timothy J. Barth. A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. *AIAA Paper 91-0610*, 1991.

[14] J. Bardina, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds. Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation. AIAA Paper 2003-0767, 1980.

[15] M.F. Barone and C.J. Roy. Evaluation of detached eddy simulation for turbulent wake application. *AIAA Journal*, 44(12) :3062–3071, 2006.

[16] B. Basara, S. Krajnović, S. Girimaji, and Z. Pavlovic. Near-Wall Formulation of the Partially Averaged Navier-Stokes Turbulence Model. *AIAA J.*, 49(12) :2627–2636, 2011.

[17] Branislav Basara, Sinisa Krajnovic, and Sharath Girimaji. PANS vs. LES for computations of the flow around a 3D bluff body. In *7th International ERCOFTAC Symposium on "Engineering Turbulence Modelling and Measurements"*, Limassol, Cyprus, June 4-6 2008.

[18] F. Bastin, P. Lafon, and S. Candel. Computation of jet mixing noise due to coherent structures : the plane jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 335 :261–304, 1997.

[19] D. Basu, A. Hamed, and K. Das. DES, hybrid RANS/LES and PANS models for using unsteady separated turbulent flow simulations. In *Proceedings of FEDSM'05*, Houston, Texas, USA, June 19-23 2005. 2005 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition.

[20] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. Sub-grid turbulence modeling for unsteady flow with acoustic resonance. In *AIAA Paper 00-0473, 38th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada*, 2000.

[21] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. LNS - An approach towards embedded LES. In *AIAA Paper 02-0427, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada*, 2002.

[22] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. Interfacing statistical turbulence closure with large-eddy-simulation. *AIAA J.*, vol.42(No.3) :485–492, March 2004.

[23] P. W. Bearman and D. M. Trueman. An investigation of the flow around rectangular cylinders. *Aeronautical Quarterly*, 23 :229–237, 1972.

[24] S. Benhamadouche and D. Laurance. LES, coarse LES, and transient RANS comparisons on the flow across a tube bundle. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24 :470–479, 2003.

[25] J. Blazek. *Computational fluid dynamics : Principles and applications*. Elsevier, 2001.

[26] G. Bosch and W. Rodi. Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28 :601–616, 1998.

[27] R. Bourguet, M. Braza, G. Harran, and R. El Akoury. Anisotropic Organised Eddy Simulation for the prediction of non-equilibrium turbulent flows around bodies. *J. Fluid Struct.*, 24(8) :1240–1251, 2008.

[28] R. Bourguet, M. Braza, R. Perrin, and G. Harran. Anisotropic eddy-viscosity concept for strongly detached unsteady flows. *AIAA J.*, 45(5) :1145–1149, 2007.

[29] C. Brun, S. Aubrun, T. Goossens, and Ph. Ravier. Coherent structures and their frequency signature in the separated shear layer on the sides of a square cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 81 :97–114, 2008.

[30] U. Bunge. Coupled RANS/LES methods. In *FLOMANIA - A European initiative on flow physics modelling. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, volume 94, pages 169–182, 2006.

[31] I. Buntić, T. Helmrich, and A. Ruprecht. Very large eddy simulation for swirling flows with application in hydraulic machinery. In *Workshop on wortex dominated flows - Achivements and open problems*, Timisoara, Romania, June 10-11 2005.

[32] Xiaodan Cai and Foluso Ladeinde. An evaluation of the partially-resolved numerical simulation procedure for near-wall turbulence prediction. *AIAA 2006-115.*

[33] S. Carpy and R. Manceau. Turbulence modeling of statistically periodic flows : Synthetic jet into quiescent air. *Int. J. Heat & Fluid Flow*, 27(5) :756–767, 2006.

[34] Sabrina Carpy. *Contribution à la modélisation instationnaire de la turbulence. Modélisations URANS et hybride RANS/LES.* PhD thesis, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers, 2006.

[35] T. Cebeci and A. M. O. Smith. Analysis of turbulent boundary layers. *Applied Mathematics and Mechanics*, 15, 1974.

[36] Bruno Chaouat and Roland Schiestel. A new partially integrated transport model for subgrid-scale stresses and dissipation rate for turbulent developing flows. *Physics of Fluids*, 17(065106) :1–19, 2005.

[37] T. J. Craft, B. E. Launder, and K. Suga. Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence. *Int. J. Heat & Fluid Flow*, 17 :108–115, 1996.

[38] M.S. Darwish and F. Moukalled. TVD schemes for unstructured grids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(4) :599–611, 2003.

[39] Sébastien Deck. Zonal detached eddy simulation (ZDES) for industrial aerodynamic flows. In J. C. F. Pereira, A. Sequeira, and J. M. C. Pereira, editors, *V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010*, Lisbon, Portugal, 14-17 June 2010.

[40] A. Dejoan, Y. J. Jang, and M. A. Leschziner. Comparative LES and URANS computations for a periodically seperated flow over a backward-facing step. In *Proc. ASME-FED Symp. on advancements and applications of LES*, North Carolina, USA, 2004.

[41] A. Dobre and H. Hangan. Investigation of three-dimensional intermediate wake topology for a square cylinder at high Reynolds number. *Experiments in Fluids*, 37 :518–530, 2004.

[42] P. A. Durbin. Near-wall turbulence closure modeling without "damping functions". *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 3 :1–13, 1991.

[43] P. A. Durbin. Separated flow computations with the k-ε-$\overline{v^2}$. *AIAA J.*, 33 :659–664, 1995.

[44] Y. Egorov, F. R. Menter, and D. Cokljat. Scale-adaptive simulation method for unsteady flow predictions. Part 2 : Application to aerodynamic flows. *Journal Flow Turbulence and Combustion*, 85(1) :139–165, 2010.

[45] Alaa Elmiligui, Khaled S. Abdol-Hamid, Steven J. Massey, and S. Paul Pao. Numerical study of flow past a circular cylinder using RANS, hybrid RANS/LES and PANS formulations. *AIAA 2004-4959*, 2004.

[46] Atsushi Enya, Atsushi Okajima, and Akira Rokugo. 3-dimensional numerical simulation of flow around a rectangular cylinder. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 68(670) :1601–1607, 2002. Japanesse version.

[47] A. Fadai-Ghotbi, C. Friess, R. Manceau, T. Gatski, and J. Borée. Toward a consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modelling in inhomogeneous turbulence based on temporal filtering. *Int. J. Heat and Fluid Fl.*, 2010.

[48] A. Fadai-Ghotbi, R. Manceau, and J. Borée. A seamless hybrid RANS-LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Phys. Fluids*, 22(055104) :1–19, 2010.

[49] Atabak Fadai-Ghotbi. *Modélisation de la turbulence en situation instationnaire par approches URANS et hybride RANS-LES. Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2007.

[50] T. C. Fan, M. Tian, J. R. Edwards, H. A. Hassan, and R. A. Baurle. Validation of a hybrid Reynolds-averaged/large-eddy simulation method for simulating cavity flows. In *AIAA Paper 01-2929, 31st AIAA Fluid Dynamics Conference and Echibit, Anaheim, CA, June*, 2001.

[51] T. C. Fan, X. Xiao, J. R. Edwards, and R. A. Baurle. Hybrid LES/RANS simulation of a shock wave/boundary layer interaction. In *AIAA Paper 02-0431, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Jan.*, 2002.

[52] Joel H. Ferziger and Milovan Perić. *Computational methods for fluid dynamics.* Springer, 3rd edition, 2002.

[53] Christophe Friess. *Modélisation hybride RANS/LES temporelle des écoulements turbulents.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2010.

[54] J. Fröhlich and D. von Terzi. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. *Prog. in Aerospace Sci.*, 44 :349–377, 2008.

[55] T. B. Gatski and C. G. Speziale. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 254 :59–78, 1993.

[56] M. Germano. Turbulence : the filtering approach. *J. Fluid Mech.*, 238 :325–336, 1992.

[57] Massimo Germano. Properties of the hybrid RANS/LES filter. *Theor. Comput. Fluid Dynamics*, 17 :225–231, 2004.

[58] M. M. Gibson and R. D. Harper. Calculations of separated flows with the low-Reynolds-number $q - \zeta$ turbulence model. In *Proc. 10th Symp. on Turb. Shear Flows*, pages 19–24, Pennylvania, USA, 1995.

[59] Sharath S. Girimaji, Ravi Srinivasan, and Euhwan Jeong. PANS turbulence model for seamless transition between RANS and LES : Fixed-point analysis and preliminary results. *ASME Conference Proceedings*, 2003(36975) :1901–1909, 2003.

[60] N. Gourdain, S. Burguburu, and F. Leboeuf. Rotating stall and analysis in an axial compressor. In *ISABE Conference and Exhibit, paper 2205-1138*, Munchen, Germany, Sept. 2005.

[61] Fernando F. Grinstein, Len G. Margolin, and William J. Rider, editors. *Implicit large eddy simulation : computing turbulent fluid dynamics*. Cambridge University Press, 2007.

[62] W. Gyllenram and H. Nilsson. Very large eddy simulation of draft tube flow. In *23rd IAHR Symposium - Yokohama*, October 2006.

[63] H. Ha Minh and A. Kourta. Semi-deterministic turbulence modelling for flows dominated by strong organized structures. In *9th Turbulence Shear Flows Symposium, Kyoto, 10.5-1 10.5-6*, 1993.

[64] Ibrahim Hadžić. *Second-moment closure modelling of transitional and unsteady turbulent flows*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1999.

[65] Fujihiro Hamba. Log-layer mismatch and commutation error in hybrid RANS/LES simulation of channel flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30 :20–31, 2009.

[66] K. Hanjalić, S. Kenjereš, and F. Durst. Natural convection in partitioned two-dimensional enclosures at higher Rayleigh numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(7) :1407–1427, 1996.

[67] Christian Hass, Volker Sohn, and Bodo Durst. Detached eddy simulation of cyclic large scale fluctuations in a simplified engine setup. *Int*, 30 :32–43, 2009.

[68] Y. Hoarau, R. Perrin, M. Braza, D. Ruiz, and G. Tzabiras. *FLOMANIA – A European Initiative on Flow Physics Modelling*, volume 94 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, chapter Advances in turbulence modelling for unsteady flows – IMFT, pages 85–88. Springer, Berlin, 2006.

[69] J.C.R. Hunt, A.A. Wray, and P. Moin. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. In *Center for Turbulence Research Report CTR-S88*, page p193, 1988.

[70] F. Huvelin. *Couplage de code en interaction fluide-structure et applications aux instabilités fluide-élastiques*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2008.

[71] G. Iaccarino, A. Ooi, P. A. Durbin, and M. Behnia. Reynolds averaged simulation of unsteady seperated flow. *Int. J. Heat & Fluid Flow*, 24 :147–156, 2003.

[72] Javier Jiménez. Computing high-reynolds-number turbulence : will simulations ever replace experiments ? *Journal of Turbulence*, 4(1) :pp. 022, 2003.

[73] W. P. Jone and P. Musonge. Closure of the Reynolds stress and scalar flux equations. *Phys. Fluids*, 31(12) :3589–3604, 1988.

[74] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30 :299–303, 1941.

[75] Norio Kondo and Seiji Yamada. Third-order upwind finite element computation of the incompressible navier-stokes equations. Part I Computation of flow around rectangular cylinders. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 127 :87–97, 1995.

[76] S. Krajnović, R. Lárusson, E. Helgason, and B. Basara. PANS of Rudimentary Landing Gear. In *Proc. 6th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf., Honolulu, Hawaii, USA*, 2011.

[77] Masaki Kuroda, Tetsuro Tamura, and Masayasu Suzuki. Applicability of LES to the turbulent wake of a rectangular cylinder - Comparison with PIV data. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95 :1242–1258, 2007.

[78] Sunil Lakshmipathy. *Partially averaged Navier-Stokes method for turbulence closures : Characterization of fluctuations and extension to wall bounded flows*. PhD thesis, Texas A&M University, 2009.

[79] B. E. Laundaer and B. I. Sharma. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1(2) :131–138, 1974.

[80] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulent closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3) :537–566, 1975.

[81] B. E. Launder and D. B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 3(2) :269–289, 1974.

[82] Y. Lecocq. *Contribution à l'analyse et à la modélisation des écoulements turbulents en régime de convection mixte - Application à l'entreposage des déchets radioactifs*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2008.

[83] Sangsan Lee. Unsteady aerodynamic force prediction on a square cylinder using $k-\varepsilon$ turbulence models. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67&68 :79–90, 1997.

[84] M. A. Leschziner and D. Drikakis. Turbulence modelling and turbulent-flow computation in aeronautics. *Aeronautical Journal*, 106 :349–384, 2002.

[85] F.-S. Lien, E. Yee, H. Ji, and K.-J. Hsieh. Partially resolved numerical simulation and RANS modeling of flow and passive scalar transport in an urban environment. *J. Wind Eng. Ind. Aerod.*, 96 :1832–1842, 2008.

[86] S.C. Luo, X.H. Tong, and B.C. Khoo. Transition phenomena in the wake of a square cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 23 :227–248, 2007.

[87] D.A. Lyn, S. Einav, W. Rodi, and J.H. Park. A laser Doppler velocimetry study on ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 304 :285–319, 1995.

[88] R. Manceau, C. Friess, and T. Gatski. Of the interpretation of DES as a hybrid RANS/Temporal LES method. In *Proc. 8th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements*, Marseille, France, 2010.

[89] F. Menter, M. Kuntz, and R. Bender. A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions. In *AIAA Paper 03-0767, 41th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Jan*, 2003.

[90] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 32(8) :1598–1605, 1994.

[91] F. R. Menter and Y. Egorov. SAS turbulence modelling of technical flows. In *Proc. 6th Int. ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation*, volume 10, pages 687–694, Poitiers, France, 2005.

[92] F. R. Menter and Y. Egorov. Scale-adaptive simulation method for unsteady flow predictions. Part 1 : Theory and model description. *Journal Flow Turbulence and Combustion*, 85(1) :113–138, 2010.

[93] Charles Mockett. *A comprehensive study of detached eddy simulation*. PhD thesis, Technischen Universität Berlin, 2009.

[94] S. Murakami and A. Mochida. On turbulent vortex shedding flow past 2D square cylinder predicted by CFD. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 54/55 :191–211, 1995.

[95] Samir Muzaferija and David Gosman. Finite-volume CFD procedure and adaptive error control strategy for grids of arbitrary topology. *Journal of Computational Physics*, 138 :766–787, 1997.

[96] F.M. Najjar and S.P. Vanka. Effects of intrinsic three dimensionality on the drag characteristics of a normal flat plate. *Phys. Fluids*, 7(10) :2516–2518, 1995.

[97] S. Nakagawa, K. Nitta, and M. Senda. An experimental study on unsteady turbulent near wake of a rectangular cylinder in channel flow. *Experiments in Fluids*, 27 :284–294, 1999.

[98] H. Nakaguchi, K. Hashimoto, and S. Muto. An experimental study on aerodynamic drag of rectangulaire cylinders. *Journal of the Japan Society of Aeronautical and Space Sciences*, 16 :1–5, 1968.

[99] Saeid Niazi. *Numerical simulation of rotating stall and surge alleviation in axial compressors*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2000.

[100] A. G. Oceni, R. Manceau, and T. Gatski. Introduction of wall effects in explicit algebraic stress models through elliptic blending. In M. Stanislas, J. Jimenez, and I. Marusic, editors, *Progress in wall turbulence : Understanding and Modelling*. Springer, 2010.

[101] Abdou Gafari Oceni. *Modélisation algebrique explicite à pondération elliptique pour les écoulements turbulents en présence de paroi*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2009.

[102] Y. Ohya. Note on a discontinuous change in wake pattern for a rectangular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 8 :325–330, 1994.

[103] Blair Perot. Large eddy simulation using a transport equation for the subgrid-scale stress tensor. Technical report, University of Massachusetts, 1 Jan 2004 - 31 Dec 2006.

[104] U. Piomelli and E. Balaras. Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34 :349–374, 2002.

[105] S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000.

[106] S.B. Pope. A more general effective viscosity hypothesis. *J. Fluid Mech.*, 72 :331–340, 1975.

[107] A. Probst, R. Radespiel, and T. Knopp. Detached-eddy simulation of aerodynamic flows using a Reynolds-stress background model and algebraic RANS/LES sensors. In *AIAA 2011-3206, 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, Hawaii*, 27-30 June 2011.

[108] C. Pruett. Eulerian time-domain filtering for spatial large-eddy simulation. *AIAA J.*, 38(9) :1634–1642, 2000.

[109] C. Pruett, T. Gatski, C. Grosch, and W. Thacker. The temporally filtered Navier-Stokes equations : properties of the residual stress. *Phys. Fluids*, 15(8) :2127–2140, 2003.

[110] Bernie Rajamani and John Kim. A hybrid-filter approach to turbulence simulation. *Flow, Turbulence and Combustion*, 85 :421–441, 2010.

[111] P. Reynier and H. Ha Minh. Numerical prediction of unsteady compressible turbulent coaxial jets. *Computers & Fluids*, 27(2) :239–254, 1998.

[112] W. C. Reynolds and A. K. M. F. Hussain. The mechanics of unorganized waves in turbulent shear flow. Part 3. Theoretical models and comparison with experiments. *J. Fluid Mech.*, 54(2) :263–288, 1972.

[113] L. Richardson. Weather prediction by numerical process. *Cambridge University Press*, 1922.

[114] W. Rodi. A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. *Z. Angew. Math. Mech.*, 56 :219–221, 1976.

[115] W. Rodi. Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67-71 :55–75, 1997.

[116] W. Rodi, J. H. Ferziger, M. Breuer, and M. Pourquié. Status of large eddy simulation : results of a workshop. *Journal of Fluids Engineering*, 119 :248–262, 1997.

[117] T. Rung, F. Thiele, and S. Fu. On the realisability of non-linear stress-strain relation for Reynolds-stress closures. *Flow, Turbulence and Combustion*, 60 :333–359, 1999.

[118] A. Ruprecht, T. Helmrich, and I. Buntić. Very large eddy simulation for the prediction of unsteady vortex motion. In *Conference on Modelling Fluid Flow (CMFF03), The 12th International Conference on Fluid Flow Technologies*, Budapest, Hungary, September 3-6 2003.

[119] Pierre Sagaut. *Large eddy simulation for incompressible flows.* Springer, 2006.

[120] Pierre Sagaut, Sebastien Deck, and Marc Terracol. *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence.* Imperial College Press, 2006.

[121] A.K. Saha, G. Biswas, and K. Muralidhar. Numerical study of the turbulent unsteady wake behind a partially enclosed square cylinder using RANS. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 178 :323–341, 1999.

[122] A.K. Saha, G. Biswas, and K. Muralidhar. Three-dimensional study of flow past a square cylinder at low Reynolds numbers. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24 :54–66, 2003.

[123] Martín Sánchez-Rocha and Suresh Menon. The compressible hybrid RANS/LES formulation using an additive operator. *Journal of Computational Physics*, 228 :2037–2062, 2009.

[124] Roland Schiestel and Anne Dejoan. Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. *Theor. Comput. Fluid Dynamics*, 18 :443–468, 2005.

[125] Stefan Schmidt and Frank Thiele. Comparison of numerical methods applied to the flow over wall-mounted cubes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 23 :330–339, 2002.

[126] T.-H. Shil and N.-S. Liu. Partially resolved numerical simulation : from RANS towards LES for engine turbulent flows. *AIAA 2004-0160*.

[127] K. Shimada and T. Ishihara. Application of a modified $k - \varepsilon$ model to the prediction of aerodynamic characteristics of rectangular cross-section cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 16(4) :465–485, 2002.

[128] M. Shur, P. Spalart, M. Strelets, and A. Travin. Navier-Stokes simulation of shedding turbulent flow past a circular cylinder and a cylinder with backward splitter plate. In *Proceedings of the 3rd ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference*, pages 676–682, Paris, France, 9-13 September 1996.

[129] M. Shur, P. Spalart, M. Strelets, and A. Travin. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. In W. Rodi and D. Laurence, editors, *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, pages 669–678. Elsevier, 1999.

[130] Mikhail L. Shur, Philippe R. Spalart, Mikhail Kh. Strelets, and Andrey K. Travin. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29 :1638–1649, 2008.

[131] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. I : The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–165, 1963.

[132] A. Sohankar. Flow over a bluff body from moderate to high Reynolds number using large eddy simulation. *Computers & Fluids*, 35 :1154–1168, 2006.

[133] A. Sohankar. Large eddy simulation of flow past rectangular-section cylinders : Side ratio effects. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96 :640–655, 2008.

[134] A. Sohankar, L. Davidson, and C. Norberg. Large eddy simulation of flow past a square cylinder : Comparison of different subgrid scale models. *Journal of Fluids Engineering*, 122 :39–47, 2000.

[135] A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson. Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 11 :288–306, 1999.

[136] Chi-Su Song and Seung-O Park. Numerical simulation of flow past a square cylinder using Partially-Averaged Navier-Stokes model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97 :37–47, 2009.

[137] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Recherche Aerospatiale*, 1(1) :5–21, 1994.

[138] P. R. Spalart, S. Deck, M. L. Shur, K. D. Squires, M. Kh. Strelets, and A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theor. Comput. Fluid Dyn*, 20 :181–195, 2006.

[139] P. R. Spalart, W. H. Jou, M. Strelets, and S. R. Allmaras. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach. In C. Liu and Z. Liu, editors, *Advances in DNS/LES : Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES*, Greyden Press, Columbus, 1997.

[140] P. R. Spalart and M. Shur. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace Science and Technology*, 1(5) :297–302, 1997.

[141] Philippe R. Spalart. Young-Person's guide to detached-eddy simulation grids. Technical report, Boeing Commercial Airplanes, Seattle, Washington, 2001.

[142] Philippe R. Spalart. Detached-Eddy Simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41 :181–202, 2009.

[143] A. J. M. Spencer. Theory of Invariants. In A. C. Eringen, editor, *Continuum Physics*, volume 1. Academic Press, New York, 1971.

[144] C. Speziale. Turbulence modeling for time-dependant RANS and VLES : A review. *AIAA Paper 97-2051*, June 1997.

[145] C. G. Speziale, R. Abid, and E. C. Anderson. Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence. *AIAA J.*, 30 :324–331, 1992.

[146] C. G. Speziale, S. Sarkar, and T. B. Gatski. Modeling the pressure-strain correlation of turbulence : an invariant dynamical systems approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 227 :245–272, 1991.

[147] S. Stolz, N.A. Adams, and L. Kleiser. An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Phys. Fluids*, 13(4) :997–1015, 2001.

[148] M. Strelets. Detached eddy simulation of massively separated flows. In *Proceedings of the 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, USA, 2001.

[149] Tetsuro Tamura and Y. Itoh. Unstable aerodynamic phenomena of a rectangular cylinder with critical section. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 83 :121–133, 1999.

[150] D. B. Taulbee. An improved algebraic Reynolds stress model and corresponding nonlinear stress model. *Phys. Fluids*, 4 :2555–2561, 1992.

[151] H. Tennekes. Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 67 :561–567, 1975.

[152] Xinliang Tian, Jianmin Yang, Muk Chen Ong, and Dag Myrhaug. Two-dimensional numerical simulation of flow around rectangular structures with dif-

ferent aspect ratios. In *Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE 2011*, Rotterdam, The Netherlands, June 19-24, 2011 2011.

[153] A. Travin, M. Shur, P. Spalart, and M. Strelets. On URANS solutions with LES-like behaviour. In *Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, Finland, July 24-28 2004.

[154] A. Travin, M. Shur, P. Spalart, and M. Strelets. Improvement of delayed detached-eddy simulation for LES with wall modelling. In P. Wesseling, E. Onate, and J. Périaux, editors, *Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006*, Egmond aan Zee, The Netherlands, 2006.

[155] A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. Spalart. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows. In *Proceedings of the 412th Euromech Colloquium on LES and Complex Transitional and Turbulent Flows*, Munich, Germany, 2000.

[156] H.K. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, 2nd edition, 2007.

[157] K. M. Wall and D. B. Taulbee. Application of a nonlinear stress-strain model to axisymmetric turbulent swirling flows. *Int. J. Heat & Fluid Flow*, 17 :116–123, 1996.

[158] D. C. Wilcox. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA J.*, 26(11) :1299–1310, 1988.

[159] David C. Wilcox. *Turbulence modelling for CFD*. La Canãda, CA : DCW Industries, 1993.

[160] C.H.K Williamson. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1 :477–539, 1996.

[161] A. Wray. A selection of test cases for the validation of large-eddy simulations of turbulent flows. *AGARD Advisory Report 345. Chapter : HOM02 Decaying Isotropic Turbulence*, 1998.

[162] Shun C. Yen and Chen W. Yang. Flow patterns and vortex shedding behavior behind a square cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 99 :868–878, 2011.

[163] A. Yoshizawa and K. Horiuti. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of the Physical Society of Japan*, 54(8) :2834–2839, 1985.

Développement d'une méthode hybride RANS-LES temporelle pour la simulation de sillages d'obstacles cylindriques

Résumé : Dans le domaine de la modélisation des écoulements turbulents, les approches hybrides RANS/LES ont reçu récemment beaucoup d'attention car ils combinent le coût de calcul raisonnable du RANS et la précision de la LES.

Parmi elles, le TPITM (Temporal Partially Integrated Transport Model) est une approche hybride RANS/LES temporelle qui surmonte les inconsistances du raccordement continu du RANS et de la LES grâce à un formalisme de filtrage temporel. Cependant, le modèle TPITM est relativement difficile à mettre en oeuvre et, en particulier, nécessite l'utilisation d'une correction dynamique, contrairement à d'autres approches, notamment la DES (Detached Eddy Simulation).

Cette thèse propose alors une approche hybride RANS/LES similaire à la DES, mais basée sur un filtrage temporel, déduite du modèle TPITM par *équivalence*, c'est-à-dire en imposant la même partition entre énergies résolue et modélisée. Ce modèle HTLES (hybrid temporal LES) combine les caractéristiques de la DES (facilité de mise en oeuvre) et du TPITM (formalisme consistant, justification théorique des coefficients).

Après calibration en turbulence homogène, l'approche est appliquée à des cas d'écoulements autour de cylindres carrés puis rectangulaires. La modélisation des tensions de sous-filtre est une adaptation au contexte hybride du modèle RANS k-ωSST.

Mots clés : Modélisation de la turbulence, RANS, LES, hybride RANS/LES, DES, filtrage temporel, PITM, cylindre à section carrée et rectangulaire.

Development of a hybrid RANS/Temporal LES approach for the simulation of flows around cylindrical obstacles

Abstract: In the field of modeling of turbulent flows, hybrid RANS/LES approaches have recently received a considerable attention due to the combination of the computational cost of RANS and of the accuracy of LES.

Among them, TPITM (Temporal Partially Integrated Transport Model) is a hybrid RANS/Temporal-LES approach that overcomes the inconsistency of the continuous bridging of RANS and LES by using a temporal filtering formalism. However, TPITM is relatively difficult to implement and, in particular, requires a dynamic correction, contrary to other approaches, in particular DES (Detached Eddy Simulation).

The present thesis then proposes a hybrid RANS/LES approach similar to DES, but based on temporal filtering, derived from TPITM using an equivalence criterion, i.e., imposing the same partition of among resolved and modeled energies. This HTLES approach (Hybrid Temporal LES) combines the characteristics of DES (ease of implementation) and of TPITM (consistent formalism, theoretical justification of the coefficients).

After calibration in homogeneous turbulence, the approach is applied to cases of flows around square- and rectangular-sectioned cylinders. The modeling of the subfilter stresses is an adaptation to the hybrid context of the k-ωSST RANS model.

Keywords: Turbulence modeling, RANS, LES, hybrid RANS/LES, DES, temporal filtering, PITM, square- and rectangular-sectioned cylinders.