EDSP
École Doctorale
Sciences Pratiques

ENSC – 2013*N*°496

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

MBALLA MBALLA FREDERICK S.

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Sujet

Modélisation du comportement magnéto-mécanique d'un acier Dual Phase à partir de sa description microstructurale

Soutenue à Cachan le 17/12/2013 devant le jury composé de :

Laurent Stainier	Directeur de Recherche, GeM Nantes	Rapporteur
Oriano Bottauscio	Senior Researcher, INRIM Turin	Rapporteur
Xavier Kleber	Professeur des Universités, INSA Lyon	
Nicolas Galopin	Maître de Conférences, UJF Grenoble	
Song He	Enseignant-Chercheur, PULV la Défense	
Philip Meilland	Project Manager, ARCELORMITTAL	
Olivier Hubert	Professeur des Universités, ENS Cachan	Directeur

LMT-Cachan
ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris
61 avenue du Président Wilson, F−94235 Cachan cedex, France

”A mon frère .”
Mballa Mballa Patrick Stéphane
1988-2007.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Pr Olivier Hubert, pour m'avoir accordé sa confiance tout au long de ce travail de recherche, malgré les connaissances plutôt légères sur le ferromagnétisme et le couplage magnéto-mécanique, puis pour m'avoir guidé, encouragé, conseillé, fait beaucoup voyager pendant ces trois ans tout en me laissant une grande liberté et en me faisant l'honneur de me déléguer plusieurs responsabilités dont j'espère avoir été à la hauteur. Ce travail n'ayant pas été possible sans partenariat académique et industriel, il convient de remercier Mr Philip Meilland d'ARCELORMITTAL, Mr Song He et Mme Sophie Depeyre du PULV qui ont permis la réalisation d'un tel projet.

Une thèse est aussi l'occasion de rencontre et d'entraide. Le LMT Cachan a été un cadre de travail des plus agréable, je pense en particulier à toute l'équipe du Centre d'Essais et du Centre de Calcul en particulier Boubou, Patrick, Jean Pierre, Hugo et Arnaud qui ont contribué à rendre ces trois années mémorables. Une pensée également pour Catherine pour son efficacité. Je tiens également à remercier sincèrement l'ensemble des membre du jury. En acceptant de faire partie de ce jury, vous m'avez donné la possibilité de conclure cette longue épreuve.

Enfin, cette page serait incomplète sans un petit remerciement pour celle qui tient une grande place dans ma vie. Pour ta patience inaltérable, ton soutien indéfectible, pour ton amour, et pour ta présence dans les moments les plus sombres d'une thèse, je ne te remercierai jamais assez Carmelle.

Table des matières

Table des matières i

Table des figures iii

Introduction 1

1 Contrôle Non Destructif (CND) pour l'identification de la microstructure des aciers Dual-Phase 5

1 Généralités sur les aciers Dual-Phase 6
1.1 Traitement thermo-mécanique d'un acier DP 7
1.2 Transformation martensitique 9
1.3 Microstructure et comportement mécanique 11
2 Grandeurs et propriétés magnétiques 14
2.1 Grandeurs macroscopiques 14
2.2 Origines microscopiques du magnétisme 16
2.3 Processus d'aimantation 23
2.4 Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique 24
3 Contrôle non destructif 25
3.1 Courants de Foucault 26
3.2 Perméabilité incrémentale 26
3.3 Bruit Barkhausen 27
3.4 Système 3MA 28
4 Bilan 31

2 Matériau d'étude 33

1 Caractérisation microstructurale du DP 35
1.1 Analyse métallographique 35
1.2 Mesure EBSD, texture cristallographique 38
1.3 Stratégie de modélisation 42
2 Matériaux modèles 42
2.1 Fer pur 42
2.2 Martensite pure : Acier $C38$ trempé 42
3 Caractérisation du comportement magnéto-mécanique 47
3.1 Banc de mesures magnétiques et post-traitement 48
3.2 Banc uniaxial 48
3.3 Banc biaxial 50

3.4 Comportement des matériaux modèles 50
3.5 Comportement magnétique des aciers DP 54
4 Réflexion à propos des constantes physiques des phases 60
5 Bilan 60

3 Modélisation du comportement magnéto-mécanique 63
1 Modélisation magnétique 64
1.1 Modèles analytiques macroscopiques 64
1.2 Modèle multi-échelle 67
1.3 Modèle micromagnétique statique 71
2 Méthodes numériques micromagnétiques 80
2.1 Discrétisation 80
2.2 Problème d'optimisation magnétique 83
2.3 Implémentation numérique 85
2.4 Construction du problème mécanique approché 85
2.5 Problème d'optimisation magnéto-mécanique 88
3 Bilan 88

4 Résultats de modélisation 91
1 Résultat de modélisation micromagnétique 2D 92
2 Monocristal 92
2.1 Influence d'un état de contrainte uniaxial 103
2.2 Influence d'un état de contrainte multiaxial 106
3 Polycristal 109
3.1 Polycristal monophasé 109
3.2 Polycristal biphasé 116
4 Résultats de modélisation micromagnétique 3D 125
5 Bilan 130

Conclusion & Perspectives 131

A Éprouvette biaxiale 133

B Modélisation multidomaine 137
1 Modélisation d'un acier DP, localisation des champs 139
2 Résultats expérimentaux et modélisation 140
3 Conclusion 142

C Définition de la contrainte équivalente - équivalence en aimantation 143
1 Formulation générale 143
2 Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente 144
3 Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente : situation bidimensionnelle 147

Bibliographie 151

Table des figures

1 Part des aciers hautes performances dans la structure automobile. 1
2 Positionnement du CND. 2

1.1 Microstructure composite d'un acier DP. 7
1.2 Traitement thermo-mécanique après laminage froid des aciers DP, et formation de la microstructure biphasée. 7
1.3 Diagramme d'équilibre métastable F_e-$F_{e_3}C$ d'un alliage Fer Carbone [2]. 8
1.4 Paramètres de maille quadratique de la phase martensitique en fonction de la teneur en carbone [2]. 10
1.5 Représentation schématique d'un acier DP. 10
1.6 Courbes de traction d'un acier DP mesurées pour différents taux de carbone dans la phase secondaire mais pour un pourcentage de phase secondaire identique [68]. 11
1.7 Comportement en traction monotone [56]. 11
1.8 Influence de la concentration en carbone sur les propriétés mécaniques d'aciers trempés [2]. 12
1.9 Courbes de traction mesurées pour différentes fractions de phase secondaire à teneur moyenne en carbone identique [68]. 13
1.10 Influence de la morphologie de la phase secondaire sur les propriétés mécaniques [72]. 13
1.11 Modes d'endommagement des aciers DP [50]. 14
1.12 Magnétisme macroscopique. 15
1.13 Vecteur aimantation local dans le repère cristallographique cubique. 16
1.14 Microstructure magnétique. 16
1.15 Deux spins en interaction d'échange 17
1.16 Courbes d'aimantation d'un monocristal de fer ($1\ Gauss = 10^3\ A.m^{-1}$ $1\ oersted = 80\ A.m^{-1}$) [Morrish, 1965] 19
1.17 Anisotropie magnétocristalline 20
1.18 Variables du problème de Poisson. 20
1.19 Structure en domaines à $\delta\mathcal{E}_d$ décroissante. 21
1.20 alignement de la microstructure sous l'effet d'un champ. 22
1.21 Incompatibilité de la magnétostriction. 22
1.22 Effet d'une contrainte sur la configuration des domaines pour un matériau à magnétostriction positive. 23
1.23 Comportement magnétique en lien avec la microstructure. 23
1.24 Comportement magnétique et magnétostrictif réversible d'un fer pur polycristallin sous chargement mécanique [56]. 24

1.25 Effet ΔE dans le fer-cobalt [19]. 25
1.26 Courants de Foucault dans une pièce. 26
1.27 Mesure de perméabilité incrémentale μ_Δ. 27
1.28 Mouvement d'une paroi de Bloch au passage d'un défaut. 27
1.29 Bruit Barkhausen. 28
1.30 Mesures Barkhausen sur aciers modèles [44] 28
1.31 Mesures Barkhausen sur des aciers DP [44] 29
1.32 Système 3MA et principe de mesure. 29
1.33 Principe de fonctionnement du Système 3MA. 30
1.34 Modèle de régression globale sur plusieurs nuances DP. 31

2.1 Comportement en traction monotone d'un DP 780 [56]. 34
2.2 Variabilité du comportement magnétique pour un DP 780. 35
2.3 Microstructure MEB typique des aciers à réception (SE $20kV$). 36
2.4 Seuillage des niveaux de gris. 37
2.5 Segmentation par seuillage. 37
2.6 Montage de mesure EBSD. 39
2.7 Cliché de Kikuchi et son indexation. 40
2.8 Image SE (Secondary Electron) des régions scannées. 40
2.9 Figures de pôles associées aux mesures EBSD. 41
2.10 Figures de pôles inverses IPF $< 001 >= DN$. 41
2.11 Microstructure d'un fer ARMCO®. 43
2.12 Acier $C38$ brut de réception. 43
2.13 Traitements thermiques effectués sur l'acier $C38$. 44
2.14 Courbe de refroidissement d'un acier C38 [29]. 45
2.15 Résultats de trempe type 2, 30 minutes de traitement. 47
2.16 Mesure anhystérétique [56]. 48
2.17 Montage de mesures magnéto-mécanique uniaxial. 48
2.18 Recalage à la saturation de la mesure de déformation de magnétostriction anhystérétique. 49
2.19 Montage de mesures magnéto-mécanique biaxial. 51
2.20 Comportement magnétique des matériaux modèles. 51
2.21 Comportement magnétostrictif des matériaux modèles. 52
2.22 Comportement magnétique et magnétostrictif réversible d'un fer pur polycristallin sous chargement mécanique [56]. 53
2.23 Recalage de la magnétostriction. 53
2.24 Variabilité du comportement magnétique pour un DP 780. 54
2.25 Comportement magnétique-magnétostrictif borné d'un acier DP. 55
2.26 Comportement magnétique sous contrainte uniaxiale : DP #6 [56]. 56
2.27 Comportement magnétostrictif sous contrainte uniaxiale : DP #6 [56]. 57
2.28 Influence du serrage des mors sur le comportement de référence. 58
2.29 Plan de chargement mécanique. 58
2.30 Comportement magnétique sous contrainte multiaxiale : DP #6. 59
2.31 Susceptibilité sécante χ/χ_0 à $H = 100\,A.m^{-1}$: DP #6. 59

3.1 Hystéron de Preisach 66

3.2 Modèle multi-échelle 67
3.3 Minima énergétique (représentation unidimensionnelle). 72
3.4 Précession de Larmor 74
3.5 problème mécanique 76
3.6 Discrétisation du domaine d'étude 80
3.7 Distribution de l'aimantation autour d'un élément ω_i. 81
3.8 Principe de la méthode multipôle. 83
3.9 Parabole de Fredkin & Koehler [27]. 84
3.10 Exemple de conditions sur les inconnues 86

4.1 Domaine de modélisation et conditions aux limites en déplacement. 94
4.2 Chargement magnétique : projection $\vec{H}.\vec{x}$. 95
4.3 Microstructure magnétique sans couplage magnéto-mécanique : projection $\vec{m}.\vec{x}$. . 96
4.4 Évolution de la microstructure magnétique en absence du couplage magnéto-élastique : temps 32 *h*. 97
4.5 Comportement magnétique. 98
4.6 Élements frontières. 99
4.7 Correction du champ démagnétisant. 99
4.8 Influence du couplage magnéto-mécanique $\vec{H} = \vec{0}$: projection $\vec{m}.\vec{x}$. 100
4.9 Distribution de la déformation de magnétostriction à champ nul. 100
4.10 État mécanique à champ nul (Contrainte, énergie élastique) 101
4.11 Évolution de la microstructure magnétique avec couplage magnéto-élastique : temps 114 *h*. 102
4.12 Comportement magnétique et magnétostrictif. 104
4.13 Conditions aux limites en déplacement et déplacement imposé 105
4.14 Modélisation micromagnétique de l'effet ΔE $(H = 0)$. 105
4.15 Raffinement de la microstructure magnétique sous contrainte. 106
4.16 Conditions aux limites et déplacement imposés. 107
4.17 Niveaux de contrainte visés et chargement magnétique. 107
4.18 Évolution de la susceptibilité sécante sous contrainte. 108
4.19 Modèle de contrainte équivalente appliqué au polycristal de fer. 109
4.20 Mesures expérimentales. 110
4.21 Projection du repère cristallin dans la direction $\vec{x}$. 111
4.22 Zone de modélisation maillée par 5914 éléments à 3059 noeuds : $\vec{x} = DT$, $\vec{y} = -DL$. 112
4.23 Comparaison expérience modèle : comportement magnétique. 112
4.24 Comparaison expérience modèle : comportement magnétostrictif. 113
4.25 Configuration de l'aimantation obtenue à champ nul 114
4.26 Influence de la constante d'anisotropie K_1 sur l'aimantation. 115
4.27 Influence de la constante d'anisotropie K_1 sur la magnétostriction. 115
4.28 Figure de pôle inverse de l'acier DP 780 #4 117
4.29 Identification des phases sur une coupe DLDT. 117
4.30 Identification des phases sur une coupe DL-DN. 118
4.31 Zone de simulation : coupe DL-DT. 119
4.32 Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation. 119
4.33 Influence de la microstructure biphasée sur la magnétostriction. 120
4.34 Zone de simulation : coupe DL-DN. 120

4.35 Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation : $\vec{H}//\vec{y}$. 121
4.36 Influence de la microstructure biphasée sur la magnétostriction. 121
4.37 Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation : $\vec{H}//\vec{x}$. 122
4.38 Influence de la direction du champ sur le comportement magnétique : coupe DL-DT. 123
4.39 Influence de la direction du champ sur le comportement magnétique : coupe DL-DN. 123
4.40 Volume de modélisation 6480 tétraèdres 1463 nœuds. 125
4.41 Modélisation d'inclusions martensitiques. 125
4.42 Résultats de modélisation sur des monocristaux : projection $\vec{m}.\vec{x}$ 126
4.43 Comportement magnétique. 127
4.44 Comportement magnétostrictif. 127
4.45 Résultats de modélisation sur des milieux biphasés : projection $\vec{m}.\vec{x}$ 128
4.46 Influence de la phase secondaire sur le comportement magnétique. 128
4.47 Influence de la phase secondaire sur le comportement magnétostrictif. 129

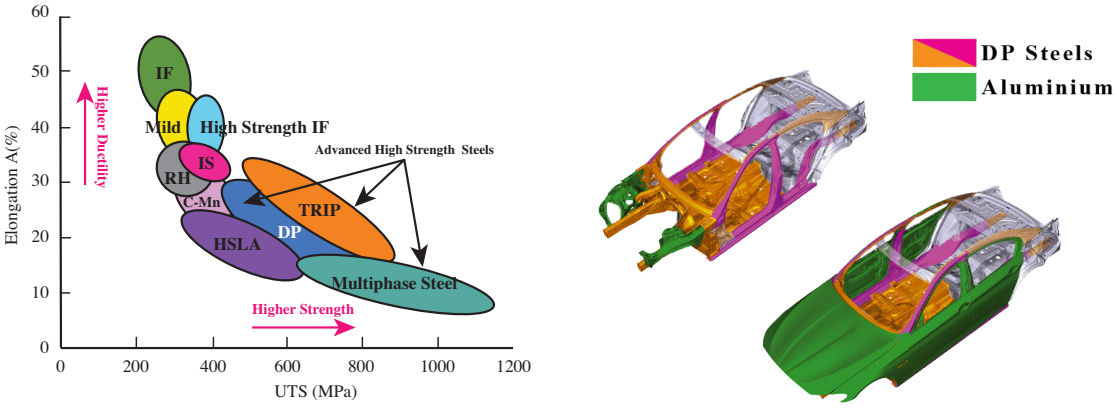
A.1 Dimensionnement des efforts appliqués aux mors. 133
A.2 Modèle éléments finis. 134
A.3 Simulation FEM (CASTEM) de la zone homogène. 134
A.4 Réaction aux appuis. 135
A.5 Trajet de chargement expérimental. 136

B.1 (a) Représentation simplifiée du monocristal ; (b-c) Triangle standard et paramétrage du chargement. 137
B.2 Comportements magnétique (a,c) et magnétostrictif (b,d) du fer pur (a,b) et de la martensite pure (c,d) - comparaisons modèle/expérience. 141
B.3 Illustration de la localisation (f_m=42%) - (a) Convergence des champs locaux pour $H = 1,25.10^4$ A.m^{-1} -(b) Comportement magnétique : expérience et simulation. 141
B.4 Comparaison modèle/expérience pour le comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du dual-phase (f_m=42%) 142

C.1 Assemblage de domaines représentatif du matériau soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte. 145
C.2 Assemblage de domaines bidimensionnels soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte. 148

Introduction

Les aciers font partie des matériaux les plus utilisés dans le monde avec le béton et le bois pour la construction de structures métalliques ou d'ouvrages de génie civil. Leur composition leur confère une bonne tolérance aux sollicitations externes de toute nature à faible coût. Mais ce matériau est également un des plus denses, ce qui peut être un frein à son utilisation. Dans le secteur automobile les considérations environnementales et économiques conduisent les constructeurs à concevoir des véhicules de plus en plus légers de manière à réduire les émissions de CO_2. Cet allégement ne doit pas se faire au détriment de la sécurité et/ou des performances mécaniques des éléments de structure. Ceci a conduit les aciéristes tel que ARCELORMITTAL à développer de nouvelles classes d'aciers hautes performances *"Advanced High Strength Steels"* (AHSS). Parmi cette nouvelle classe (fig. 1(a)), les aciers Dual Phases (DP) sont particulièrement intéressants par leur haute résistance en traction (R_m), leur bonne ductilité (allongement à rupture A%), leur bonne résistance à la fatigue, et leur forte capacité d'absorption d'énergie. Ces performances mécaniques se prêtent particulièrement bien à la réalisation de pièces de structures et de sécurité pour l'automobile. La figure 1(b)) illustre ainsi la répartition des matériaux dans une structure automobile.



(a) Relation résistance ductilité de différentes classes d'aciers

(b) structure automobile : Série 5 *BMW*©

FIGURE 1: Part des aciers hautes performances dans la structure automobile.

La clé des performances mécaniques de ces aciers est à rechercher dans leur microstructure composite biphasée. Cette microstructure est obtenue par un procédé de traitement thermo-mécanique caractérisé par des vitesses de refroidissement supérieures à $1000^{\circ}C.s^{-1}$ après un maintien à haute température. Plusieurs paramètres tels que la composition chimique, la

température de traitement thermique ou la durée du traitement participent à la formation de cette microstructure. Ces paramètres sont connus pour influencer la morphologie et la microstructure des phases et donner lieu à différentes catégories d'aciers DP aux propriétés mécaniques distinctes. Des recherches effectuées sur les liens entre la microstructure et le comportement de ces matériaux ont montré que la distribution et la composition de la phase secondaire sont des facteurs influençant leur comportement macroscopique (résistance, formabilité...) et microscopiques (mécanismes d'endommagement). La maîtrise du procédé de fabrication de ces aciers, en particulier le contrôle du cycle thermique, est nécessaire afin d'assurer l'obtention de microstructures biphasées de qualité (distribution et composition homogène des phases) et la reproductibilité des caractéristiques mécaniques et des propriétés d'usage attendues dans le cadre des applications visées. Cette maîtrise du procédé passe par la mise en place de moyens de contrôle de l'état microstructural en ligne permettant la détection d'irrégularités de la microstructure signe d'irrégularités du traitement thermique. Ce constat a donc motivé ARCELORMITTAL à mettre en place des moyens de contrôle non destructif (CND) en ligne permettant le contrôle de l'état microstructural de ces aciers (fig. 2).

Parmi toutes les méthodes de contrôle non destructif, les techniques magnétiques se sont révélées pertinentes pour la caractérisation de la microstructure en sortie de recuit/galvanisation. En particulier, le système 3MA [28] (Micromagnetic Multiparameter Microstructure and stress Analysis) déjà connu pour son aptitude à évaluer de façon non destructive les propriétés mécaniques macroscopiques telles que la dureté, la résistance en traction et la limite élastique, a récemment été mis en place pour les lignes de production des aciers DP. Son exploitation n'a toutefois pas encore atteint le stade industriel.

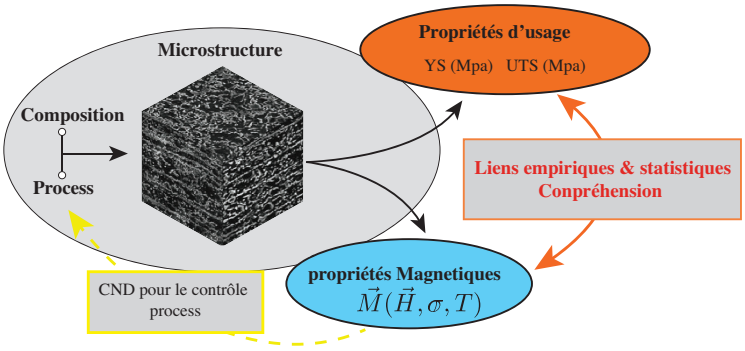


FIGURE 2: Positionnement du CND.

Dès 2003, des mesures magnétiques en ligne ont permis de montrer que l'on pouvait estimer la résistance maximale avec 4% d'erreur maximale et la limite élastique avec 8 à 10% d'erreur maximale. Toutefois, dans le cas des aciers DP, la seule estimation des propriétés mécaniques macroscopiques ne garantit en rien l'homogénéité de la microstructure. En effet, le comportement mécanique et l'endommagement de ces aciers sont étroitement liés à la composition et à la morphologie des différentes phases qu'ils renferment. Le signal magnétique global est la somme de contributions magnétiques locales sensibles à l'existence de champs locaux (champs démagnétisant) liés aux hétérogénéités de la microstructure (distribution spatiale des phases, composition chimique). La distribution de ces champs locaux participe à l'enrichissement du

signal magnétique global. Ce signal contient donc nécessairement des informations pertinentes sur l'état microstructural, faisant le lien avec les propriétés mécaniques macroscopiques. Si les grandeurs macroscopiques du matériau telles que la contrainte maximale R_m, et la limite élastique $R_{p_{0.2}}$ peuvent être distinguées par leur signal magnétique clair, les quantités plus subtiles telles que la ténacité ou la limite d'endurance, fortement liées à la microstructure, résideront essentiellement dans les différences subtiles entre signaux.

ArcelorMittal Maizières Research (AMMR) et l' École Supérieur d'Ingénieur Léonard de Vinci (ESILV) ont conduit un effort méthodologique de compréhension des liens entre la microstructure et le comportement magnétique entre 2003 et 2008. Ils ont proposé une modélisation 2D de type micromagnétique par éléments finis du comportement magnétique de volumes non représentatifs (idéalisés) de la microstructure de ces aciers.

Cette modélisation 2D a permis de prédire l'organisation de la microstructure magnétique en domaines et l'évolution de celle ci au cours d'un cycle. Elle ne permet pas en revanche de mettre en évidence l'effet de la présence de phases ni de la texture cristallographique sur le comportement magnétique. La modélisation tridimensionnelle, la prise en compte de la microstructure biphasée, des orientations cristallines, et du couplage magnéto-mécanique font partie des objectifs du projet ANR -08-MAPR-0015-03 (DPS-MMOD [1]). L'interaction magnéto-élastique en particulier intervient dans l'équilibre et l'évolution de la microstructure magnétique. Elle contribue avec les effets démagnétisants à la structuration en domaines et à l'accrochage des parois magnétiques lors de leur déplacement. Ces effets même très locaux donnent lieu à des modifications du comportement magnétique macroscopique.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet DPS-MMOD initié par ARCELORMITTAL en partenariat avec le LMT Cachan, l'ESILV, et le G2ELab. L'objectif fixé dans le cadre de ce travail est d'arriver à prédire, sinon d'une façon quantitative, au moins d'une façon qualitative fine, la réponse magnétique à divers paramètres des microstructures d'aciers DP industriels (densité d'inclusions, texture, microstructure en bandes, contrainte ...) dans le cadre d'une simulation micromagnétique magnéto-mécanique (2D/3D). Au fil de ce document organisé en plusieurs parties, nous verrons comment cet objectif a pu être atteint.

Dans une première partie, nous commencerons par quelques généralités sur les aciers DP. Nous évoquerons les spécificités de leur microstructure conduisant à leurs propriétés mécaniques particulièrement appréciées, et la nécessité d'un suivi de l'évolution de cette microstructure. Puis nous introduirons le comportement magnétique et ses grandeurs caractéristiques, l'origine de ce comportement et les différents paramètres microstructuraux pouvant intervenir ou modifier ce comportement. Nous introduirons ensuite les méthodes CND magnétiques, qui ont pour avantage leur sensibilité à de multiples paramètres microstructuraux. Enfin nous présenterons le système de mesure 3MA retenu dans le cadre du projet DPS-MMOD. Ce système doit permettre à terme l'identification des propriétés mécaniques macroscopiques et des paramètres microstructuraux à partir de mesures magnétiques.

Dans une deuxième partie, nous présenterons notre matériau d'étude à travers des observations

1. Dual Phase Steels Magnetis Modeling

de sa microstructure (MEB, EBSD). Basée sur ces observations nous évoquerons notre stratégie de modélisation et ses implications en terme d'identification du comportement de référence. Puis nous présenterons notre campagne de mesures magnéto-mécaniques. Ce volet sera l'occasion de souligner encore une fois la nécessité d'une modélisation fine tenant compte des spécificités microstructurales intervenant dans le comportement magnéto-mécanique des aciers DP.

La troisième partie, est consacrée à la modélisation. Nous discuterons de différents modèles magnétiques de la littérature et de l'introduction du couplage magnéto-élastique dans ces modèles. Nous présenterons ensuite le modèle micromagnétique qui a servi de base à notre approche. Nous détaillerons la manière dont le couplage magnéto-mécanique a été pris en compte. Le modèle proposé est basé sur la résolution d'un problème de milieu continu magnétostrictif. Puis, nous introduirons les différentes méthodes numériques associées à la résolution du problème découplé (magnétique), puis couplé (magnéto-mécanique).

Dans la quatrième et dernière partie, nous proposerons des comparaisons entre essais et modèle et indiquerons les perspectives entrevues à l'issue de cette thèse.

Chapitre 1

Contrôle Non Destructif (CND) pour l'identification de la microstructure des aciers Dual-Phase

Sommaire

1 Généralités sur les aciers Dual-Phase 6
1.1 Traitement thermo-mécanique d'un acier DP 7
1.2 Transformation martensitique 9
1.3 Microstructure et comportement mécanique 11
2 Grandeurs et propriétés magnétiques 14
2.1 Grandeurs macroscopiques 14
2.2 Origines microscopiques du magnétisme 16
2.3 Processus d'aimantation 23
2.4 Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique 24
3 Contrôle non destructif 25
3.1 Courants de Foucault 26
3.2 Perméabilité incrémentale 26
3.3 Bruit Barkhausen 27
3.4 Système 3MA 28
4 Bilan 31

1 Généralités sur les aciers Dual-Phase

Face à la demande croissante de matériaux de haute performance pour le secteur automobile et surtout la contrainte de réduction des coûts énergétiques (CO_2) par allégement des structures, les aciers multiphasés tels que les aciers DP constituent une solution d'amélioration des propriétés mécaniques et donc de réduction de masse à caractéristiques mécaniques égales. Les aciers DP en particulier se distinguent par un remarquable compromis résistance/ductilité (tab 1.1) qui provient de leur microstructure constituée d'une phase martensitique dure dispersée dans une matrice ferritique ductile. Leur capacité d'écrouissage leur assure une bonne aptitude à la répartition des déformations permettant une bonne emboutissabilité et une bonne absorption d'énergie de déformation (lors de chocs en particulier). Ces propriétés prédisposent ces aciers à une utilisation pour la fabrication de pièces de structure et de sécurité.

Grades	$R_{p_{0.2}}\ (MPa)$	$R_m\ (MPa)$	$A(\%)$ $L_0 = 80\ mm$ $e < 3\ mm$	$C\ (wt_\%)$	$Mn\ (wt_\%)$	$Si\ (wt_\%)$
DP 450	$280-340$	$450-530$	≥ 27	$0,08$	$1,6$	$0,4$
DP 600	$330-410$	$600-700$	≥ 21	$0,14$	$2,1$	$0,4$
DP 780 *Y*450	$450-550$	$780-900$	≥ 15	$0,17$	$2,2$	$0,6$
DP 780 *LCE Y*450	$450-550$	$780-900$	≥ 15	$0,10$	$2,0$	$0,4$
DP 980 *Y*700	$700-850$	$980-1100$	≥ 8	$0,18$	$2,4$	$0,6$
DP 1180	$900-1100$	≥ 1180	≥ 5	$0,18$	$2,4$	$0,6$

TABLE 1.1: Propriétés mécaniques et composition de différentes classes d'acier DP.

À la lecture du tableau 1.1, il apparaît que les actionneurs des procédés sont suffisamment flexibles et puissants pour obtenir les deux cas de figure suivants.

(i) À chimie égale, on peut obtenir un DP 980 ou un DP 1180, en jouant sur la vitesse de trempe.

(ii) Les caractéristiques mécanique similaires peuvent être obtenues avec des compositions chimiques différentes (DP 780 Y450 et DP 780 LCE Y45O)

La contrepartie de cette flexibilité est la nécessité de contrôler les paramètres des procédés de façon plus précise. En effet les aciers DP se trouvent nettement plus exposés que leurs prédécesseurs aux variations de ces procédés.

La microstructure de type composite à fibre de ces aciers participe à l'amélioration de leurs propriétés mécaniques (fig. 1.1). Le rôle principale de la matrice ferritique (ductile) est d'assurer le transfert de charge aux inclusions (rigides) formant la phase secondaire. Ainsi à déformation constante dans le matériau, la contrainte σ est égale à la moyenne des contraintes sur les inclusions σ_i et sur la matrice σ_m.

$$\sigma = v_i\sigma_i + (1 - v_i)\sigma_m \tag{1.1}$$

avec v_i qui représente la fraction volumique des inclusions. La charge maximale que peut supporter le matériau est égale à la valeur maximale de σ_{max}.

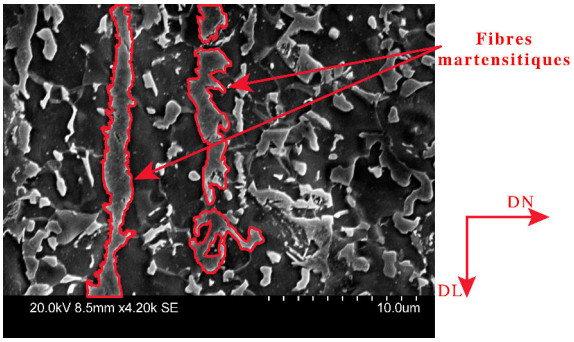


FIGURE 1.1: Microstructure composite d'un acier DP.

$$\sigma_{max} = v_i\sigma_{Ri} + (1 - v_i)\sigma_m(\varepsilon_{Ri}) \tag{1.2}$$

où σ_{Ri} et ε_{Ri} représentent les valeurs de contrainte et de déformation à rupture des inclusions. Ceci montre qu'il existe une fraction volumique minimale d'inclusions martensitiques permettant un effet de renforcement sur le comportement [26].

$$\frac{v_i}{(1 - v_i)} > \frac{\sigma_{Rm} - \sigma_m(\varepsilon_{Ri})}{\sigma_{Ri}} \tag{1.3}$$

1.1 Traitement thermo-mécanique d'un acier DP

Le traitement thermo-mécanique des aciers DP consiste en un laminage à froid suivi d'une austénitisation complète de la microstructure à une température $T > 800°C$. Ce traitement thermique est suivi par un refroidissement contrôlé avec éventuellement un palier isotherme dans le domaine austéno-ferritique durant lequel se forme la microstructure biphasée. Le traitement se termine par une trempe sévère depuis le domaine biphasé (fig 1.2).

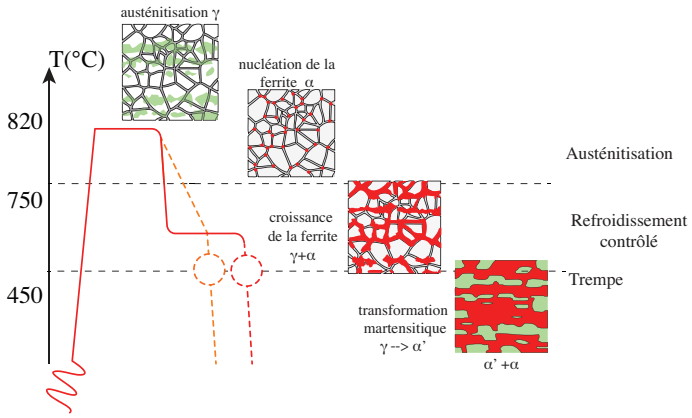


FIGURE 1.2: Traitement thermo-mécanique après laminage froid des aciers DP, et formation de la microstructure biphasée.

Durant ce procédé (illustré sur la figure 1.2), la microstructure est constituée de différentes

phases dépendant de la température, de la durée de traitement, et de la vitesse de refroidissement [2] [50]. Ainsi au cours du refroidissement contrôlé depuis le domaine austénitique γ, la ferrite α germe préférentiellement aux joints des grains d'austénite situés dans les zones chimiquement pauvres (faible teneur en Mn, $Cr\ldots$). Puis avec la diminution de la température, la ferrite croît le long des joints des grains d'austénite. Dans le cas d'un refroidissement lent, la faible force motrice de transformation favorise la croissance de la ferrite par diffusion du carbone dans l'austénite qui s'enrichit fortement en carbone. La croissance des grains ferritiques fait apparaître progressivement une microstructure biphasée $\gamma+\alpha$. Suite à une trempe sévère par Jet cooling ou vapeur d'eau, la transformation martensitique s'opère (transformation de l'austénite résiduelle γ en martensite α').

Observons le diagramme d'équilibre (fig. 1.3) : celui ci montre qu'à composition chimique C_0 donnée, et pour une température T_0 fixée, durant la phase de recuit intercritique (refroidissement contrôlé des aciers DP), il existe une microstructure biphasée $(\alpha+\gamma)$ stable avec une quantité de ferrite f_α et d'austénite f_γ dont la composition en carbone $\%C_\gamma$ est prédéterminée par la règle des segments inverses. Notons que pour un DP 780 dont la concentration en carbone initiale est de $C_0 = 0,17\ wt\%C$, à température $T = T_0 = 750°$ fixée, la concentration en carbone de l'austénite est donnée par l'équation (1.4), soit $C_\gamma(T_0) = 0,258\ wt\%$. Une légère élévation de température $\Delta T = 10°C$ conduit à une augmentation de la quantité d'austénite et à une diminution de sa teneur moyenne en carbone de 2% (1.5). Inversement une diminution de température $(\Delta T < 0)$ conduit à une diminution de la quantité d'austénite plus riche en carbone. Cette approche théorique a été confirmée expérimentalement par Bayram [5] : il met en évidence l'impact de la température sur la microstructure finale et par conséquent sur les propriétés mécaniques de ces matériaux (tab. 1.1).

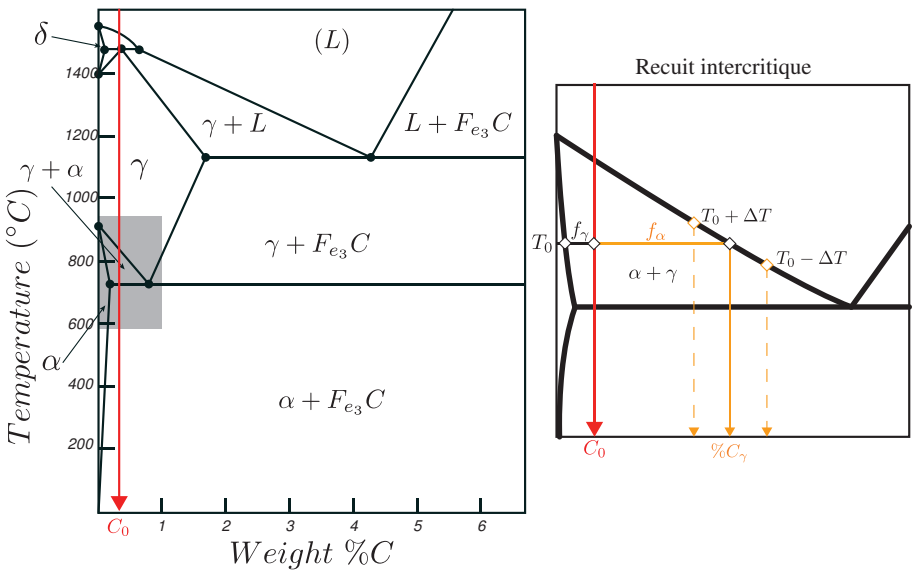


FIGURE 1.3: Diagramme d'équilibre métastable F_e-$F_{e_3}C$ d'un alliage Fer Carbone [2].

$$C_\gamma(T) = -\frac{T-912}{245,5} \qquad wt\%C_\gamma = 100\frac{C_0}{C_\gamma(T)} \tag{1.4}$$

soit :

$$\Delta\, wt\%C_{\gamma} = 100\, C_0 \frac{245,5}{(T-912)^2}\Delta T \tag{1.5}$$

Du fait de l'importance de la température de départ et de la vitesse effective de trempe sur leur microstructure, les aciers DP sont plus exposés que les autres aux variations des conditions de recuit. De telles variations peuvent survenir par exemple dans les segments de transition : lorsque deux bobines d'épaisseurs différentes se succèdent dans le four, la queue de l'une étant soudée à la tête de l'autre, de l'ajustement des paramètres de chauffe et de vitesse résultera inévitablement un segment dont les conditions du procédé ne sont pas exactement à la cible. Un moyen de contrôle suffisamment sensible permettrait d'estimer ces fluctuations, de vérifier en ligne si les spécifications sont toujours satisfaites et éventuellement de faciliter une réaction rapide si une dérive est constatée (arrêt de production, réglages).

1.2 Transformation martensitique

Par définition, la martensite (fer α') est une phase métastable des aciers. Elle est issue de la transformation displacive (sans diffusion) de l'austénite γ en dessous d'une température dite de début de transformation martensitique (Martensite start T_{M_s}) fortement dépendante de la composition. La formule empirique (1.6) proposée par Eldis (1977) nous donne cette température pour les aciers DP, et permet de juger de la stabilité de l'austénite aux basses températures. Elle dépend des éléments d'addition (en *wt%*) qui améliorent la trempabilité de l'acier d'après Llewelyn et Hillis (1996).

$$T_{M_s}(^{\circ}C) = 531 - 391\ wt\%C - 43.3\ wt\%Mn - 21.8\ wt\%Ni - 16.2\ wt\%Cr \tag{1.6}$$

Dans le cas d'un DP 780, cette transformation s'opère à une température de $T_{M_s} \approx 389^{\circ}C$ durant la phase de trempe.

La trempe sévère depuis le domaine biphasé permet en théorie la transformation complète de l'austénite en martensite. D'après le modèle de Bain applicable aux alliages fer-carbone, la transformation de l'austénite (CFC) en martensite (CC) s'effectue par cisaillement de la maille élémentaire vers une position voisine caractérisée par les paramètres de maille a et c ne dépendant que de la teneur en carbone de l'austénite et de la vitesse de refroidissement (1.7) (fig. 1.4). Plus la concentration en carbone est importante, plus la distorsion du réseau qui résulte de la transformation est faible et donc statistiquement favorable. La déformation de transformation de l'austénite occasionne également une déformation plastique dans les grains de ferrite adjacents ce qui crée par conséquent une forte densité de dislocations (GNDs : dislocations géométriquement nécessaires) mobiles aux interfaces [Korzekwa et al. 1984]. L'incompatibilité de cette déformation est à l'origine de contraintes résiduelles élevées qui règnent au sein de ces aciers et en particulier aux interfaces entre phases [14].

$$\frac{c}{a} = 1 + 0,045\ wt\%C \tag{1.7}$$

Un deuxième paramètre important est la vitesse de refroidissement (elle doit être par exemple inférieure à $10^5\ ^{\circ}C/s$ pour assurer une transformation martensitique du fer pur). Si une trempe avec une vitesse de refroidissement élevée ($10^3\ ^{\circ}C/s$) depuis le domaine biphasé assure la

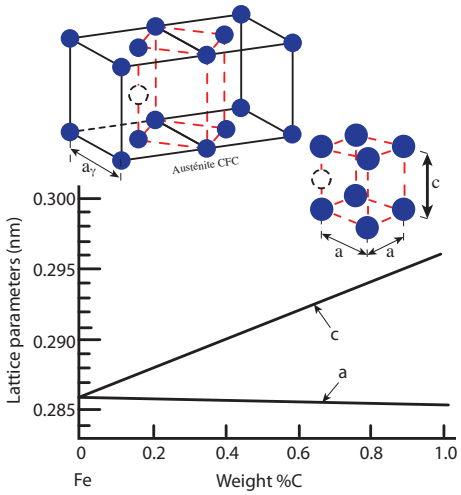


FIGURE 1.4: Paramètres de maille quadratique de la phase martensitique en fonction de la teneur en carbone [2].

transformation complète de l'austénite en martensite, une vitesse de refroidissement plus lente a pour conséquence une transformation partielle de l'austénite. Dans ces conditions, les particules d'austénite résiduelle peu stables aux basses températures se retrouvent sous forme de Bainite (agrégat de plaquettes (ou lattes) de ferrite et de particules de cémentite). La phase secondaire des aciers DP se présente donc souvent comme une structure hétérogène où la martensite réelle de très faible taille se trouve noyée dans un nuage de dislocations et de produits de trempe secondaires (fig. 1.5). La composition complexe de la phase secondaire après transformation martensite conditionne non seulement ses propriétés intrinsèques, mais aussi celles de l'acier dans sa globalité.

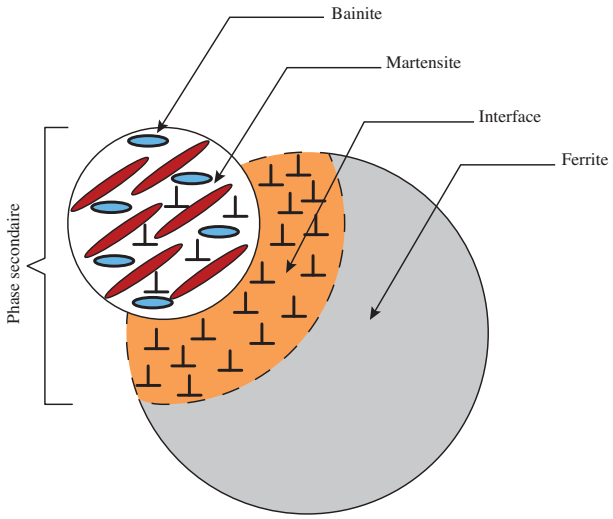


FIGURE 1.5: Représentation schématique d'un acier DP.

Shen [68] puis Kadkhodapour [47] montrent par exemple que la résistance en traction des

aciers DP est fortement dépendante de la composition de la phase secondaire. Comme on peut le constater figure 1.6, à fraction volumique identique, la résistance en traction (R_m) et la limite élastique ($R_{p_{0.2}}$) évoluent avec la composition chimique moyenne de cette phase.

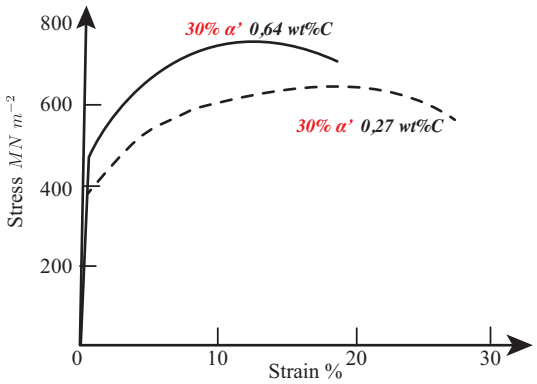
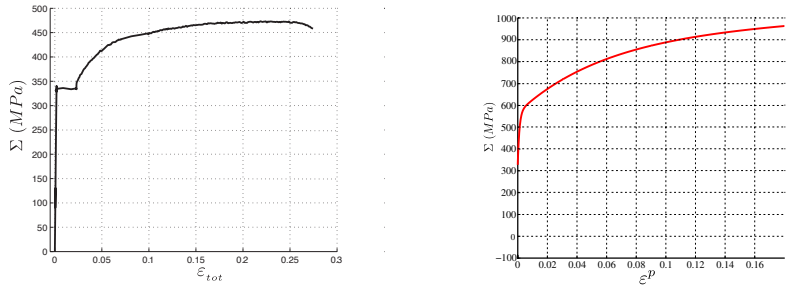


FIGURE 1.6: Courbes de traction d'un acier DP mesurées pour différents taux de carbone dans la phase secondaire mais pour un pourcentage de phase secondaire identique [68].

1.3 Microstructure et comportement mécanique

Les courbes de traction d'un acier recuit et d'un acier DP montrent des différences fondamentales (fig 1.7(a)). La courbe de traction de l'acier recuit présente un crochet à hauteur de la limite d'élasticité, conséquence de l'ancrage puis du désancrage des dislocations des atmosphère de Cottrel [26]. Lorsque la contrainte devient suffisamment élevée, les dislocations se libèrent de leurs points d'ancrage, et les sources de dislocations s'activent. Le matériau s'adoucit brutalement, ce qui se traduit par une chute de la limite d'écoulement (l'essai étant généralement piloté en déplacement). Dans le cas d'éprouvettes de traction, la déformation plastique est d'abord localisée dans une ou plusieurs bandes de déformation qui se propagent dans le milieu à contrainte constante (ce stade est caractérisé par un palier sur la courbe contrainte / déformation). Dès lors que la densité des dislocations devient suffisamment élevée pour entraver leur mobilité, le matériau durcit et le niveau de contrainte nécessaire à la déformation du matériau augmente.



(a) Acier recuit : Acier C18 $0,18wt\%C$ (b) Acier DP $0,15wt\%C$

FIGURE 1.7: Comportement en traction monotone [56].

L'absence de crochet dans le comportement mécanique des aciers DP (fig. 1.7(b)) est le symptôme d'une mobilité prématurée des dislocations produites au cours du traitement thermique (en particulier lors de la transformation martensitique). L'activation des sources de dislocations étant prématuré, l'écoulement plastique débute simultanément au sein du matériau supprimant ainsi toute discontinuité comme on peut le constater sur la figure 1.7(b).

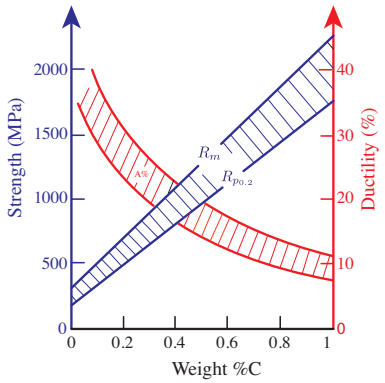


FIGURE 1.8: Influence de la concentration en carbone sur les propriétés mécaniques d'aciers trempés [2].

Le diagramme (1.8) montre l'évolution moyenne des propriétés mécaniques de plusieurs aciers trempés en fonction de leur taux de carbone. La limite élastique $R_{p0.2}$ et la contrainte maximale R_m augmentent linéairement avec le taux de carbone. La ductilité (symbolisée par la déformation à la rupture $A\%$) décroît fortement et de manière non linéaire lorsque le taux de carbone augmente. On observe d'une part le rôle de la trempe (durcissement du matériau), et d'autre part que la trempe seule ne suffit pas. En effet un acier à $0,15 wt\%C$ n'est pas trempable, il faut concentrer le carbone dans l'austénite de manière à rendre cette phase trempable. La figure 1.9 nous montre que pour un acier DP, dont la composition moyenne $(wt\%C)$ est identique dans la phase secondaire α', la proportion de phase impacte de manière sensible le comportement macroscopique.

Il existe un comportement optimal déterminé par la proportion (répartition) de phase α' et sa composition $(wt\%C)$ (fig. 1.6, 1.9) :

- Si la proportion α' est trop grande, sa concentration moyenne $(wt\%C)$ diminue (perte de trempabilité) : perte de résistance, mais bonne ductilité.
- Si la proportion α' est trop faible, sa concentration moyenne $(wt\%C)$ augmente (trempable) : perte de ductilité, bonne résistance (effet composite moindre).

Cette évolution des propriétés en fonction de la fraction volumique de phase secondaire est toutefois à nuancer. En effet, Sun & Pugh [72] ont montré que lorsque la phase secondaire tend à former des fibres (ou des bandes), la résistance mécanique augmente au détriment de la ductilité (fig. 1.10). Leurs travaux ont montré l'intérêt de microstructures à fibres courtes réalisant le meilleur compromis résistance / ductilité. Les variations contradictoires observées sur la figure 1.9 peuvent se justifier ainsi par la morphologie de la phase secondaire.

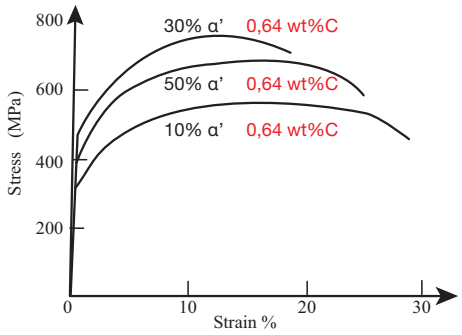
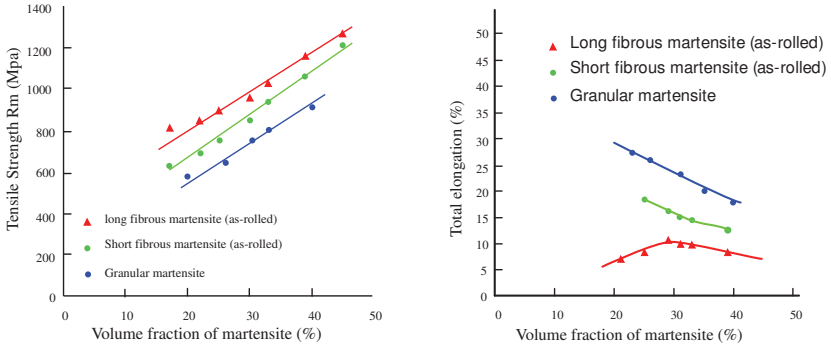


FIGURE 1.9: Courbes de traction mesurées pour différentes fractions de phase secondaire à teneur moyenne en carbone identique [68].

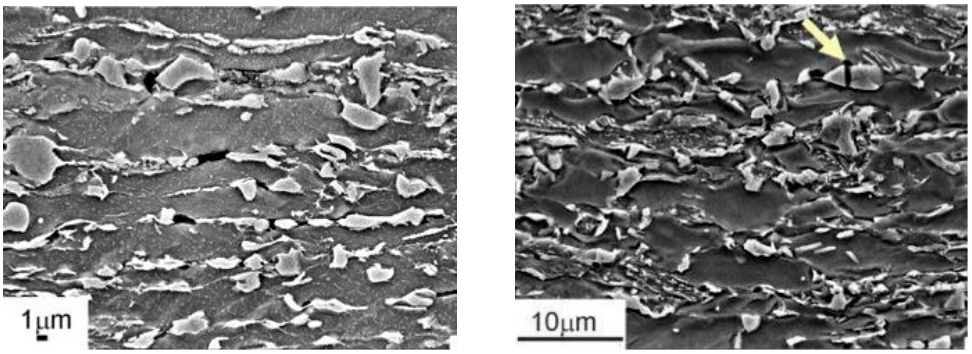


(a) résistance en traction (Rm) (b) Allongement (A%)

FIGURE 1.10: Influence de la morphologie de la phase secondaire sur les propriétés mécaniques [72].

Différents auteurs ont a contrario souligné l'intérêt de la microstructure en bandes : cette configuration permet à la matrice ferritique plus ductile, d'assurer une bonne formabilité à froid ; l'effet durcissant de la phase secondaire est alors optimal. Mazinani & Poole [59] ont montré qu'en traction dans le sens des fibres (DL), la microstructure en bandes favorise le durcissement par écrouissage, et Stauffer [71] a montré que pour des aciers présentant de grandes structures en bandes, la traction dans le sens orthogonal aux fibres (DT) conduit à un allongement à rupture jusqu'à 70% supérieur à sa valeur nominale. Cependant si la microstructure en bandes améliore les propriétés générales de ces aciers, Sun & Pugh [72] montrent que cette structure rend le matériau plus fragile. Ceci explique la faible ductilité des matériaux présentant ce type de microstructure (fig. 1.10).

La figure 1.11 illustre les principaux mécanismes d'endommagement intervenant dans le cas des aciers DP. La nucléation et la croissance de cavités dans les aciers DP est généralement due : soit à la décohésion des interfaces des phases, soit à la rupture fragile de la phase martensitique, ou encore à la décohésion des particules adjacentes. Des études montrent que la composition chimique $(wt\%C)$ de la phase secondaire joue un rôle sur la fragilité (augmentation des clivages avec la teneur en carbone) et que la forte densité des dislocations localisées aux interfaces des phases est à l'origine de la rupture par décohésion d'interfaces.



(a) décohésion aux interfaces (b) Clivage de particules

FIGURE 1.11: Modes d'endommagement des aciers DP [50].

On trouve dans la littérature de nombreux autres résultats expérimentaux qui démontrent les liens existants entre la microstructure des aciers DP et leur comportement. L'effet de cette microstructure se voit à travers la résistance, la ductilité et la ruine de ces matériaux. Si des liens équivalents peuvent être établis entre cette microstructure et une grandeur magnétique, cela permettrait de disposer d'un outil de prédiction non destructif du comportement.

Différentes méthodes de mesure exploitant différentes propriétés des aciers DP permettent d'effectuer ce contrôle. Parmi elles, les méthodes magnétiques se sont révélées suffisamment pertinentes grâce à une sensibilité démontrée du comportement magnétique, au sens large, à l'état microstructural. L'existence d'un lien unique entre mesures et microstructure reste à démontrer ; ceci justifie le développement de modèles. Nous abordons dans la partie suivante les propriétés magnétiques des matériaux, et l'influence que peut avoir leur microstructure sur leur comportement magnétique.

2 Grandeurs et propriétés magnétiques

2.1 Grandeurs macroscopiques

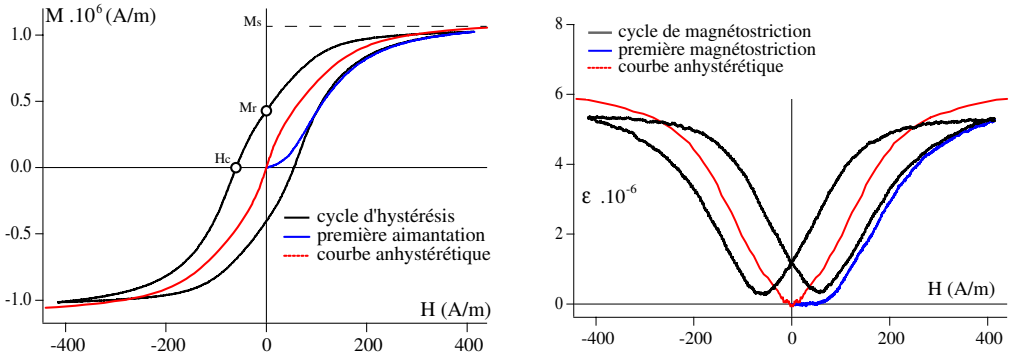
La figure 1.12 illustre le comportement magnétique et magnétostrictif des matériaux ferromagnétiques. Il s'agit d'un comportement fortement non-linéaire où l'aimantation, le champ et la magnétostriction macroscopiques sont liés par les relations de comportement :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad E^{\mu} = \boldsymbol{\lambda} : (\ \vec{M} \otimes \vec{M}\ ) \tag{1.8}$$

$$\vec{M} = \boldsymbol{\chi}\vec{H} \qquad \vec{B} = \boldsymbol{\mu}\vec{H} \qquad avec\ \mu = \mu_0(\mathbf{I} + \boldsymbol{\chi}) \tag{1.9}$$

Où μ_0 désigne la perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$), $\boldsymbol{\lambda}$ le tenseur d'ordre 4 des coefficients de magnétostriction du matériau, $\boldsymbol{\chi}$ la susceptibilité et $\boldsymbol{\mu}$ la perméabilité définissant la

nature magnétique du matériau (dur, doux, etc...).



(a) Aimantation (b) Magnétostriction

FIGURE 1.12: Magnétisme macroscopique.

La courbe d'aimantation (fig. 1.12(a)) est marquée par une phase transitoire dite courbe de première aimantation avant d'atteindre un cycle stabilisé caractérisé par une valeur à saturation M_s, une aimantation rémanente M_r (le niveau d'aimantation demeurant dans un milieu à champ nul) et un champ coercitif H_c (l'intensité du champ magnétique opposé nécessaire pour complètement désaimanter le milieu). La courbe anhystérétique (courbe "squelette" du cycle magnétique) représente le comportement réversible du milieu. Elle correspond à une succession d'états d'équilibres que suivrait le matériau s'il ne dissipait pas d'énergie. Elle est construite point par point à partir de plusieurs mesures quasistatiques.

La courbe de déformation de magnétostriction (fig. 1.12(b)), comme le comportement magnétique, est fortement non-linéaire, saturant et parfois non monotone. Celle ci correspond à la déformation du milieu soumis à un champ magnétique. Deux des caractéristiques de la magnétostriction sont la déformation maximale (λ_{max}) et la déformation à saturation (λ_s) qui sont généralement différentes et permettent de classer les matériaux magnétiques en deux grandes familles, en fonction du signe de λ_s (positif ou négatif). Une autre caractéristique de la magnétostriction est que cette déformation s'effectue à volume constant [22].

Les quantités locales retenues pour expliquer ces deux phénomènes sont :

1. l'aimantions locale $\vec{m}$ de norme constante, exprimée en fonction de ses cosinus directeur γ_i (fig. 1.13) :

$$\vec{m} = M_s \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}^T = M_s \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

avec :

$$\|\vec{m}\| = M_s \tag{1.11}$$

2. la magnétostriction $\varepsilon^{\mu}(\vec{m})$. Dans le cas d'un système à symétrie cubique, la déformation de magnétostriction locale dans le repère cristallographique s'exprime sous la forme tensorielle :

$$\varepsilon^{\mu} = \frac{3}{2}\begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ sym & & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix} \tag{1.12}$$

où λ_{100} et λ_{111} sont les constantes de magnétostriction qui représentent respectivement la déformation lorsque le milieu est aimanté à saturation dans les directions $< 100 >$ et $< 111 >$ du monocristal. Cette forme explicite de la magnétostriction a pour avantage de faire le lien entre l'anisotropie du comportement magnétique et l'orientation de l'aimantation.

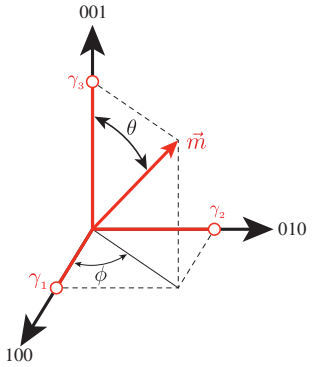
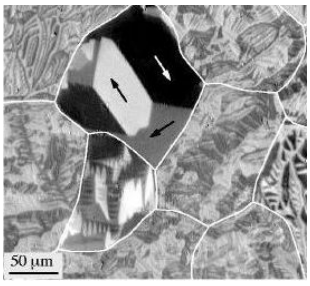


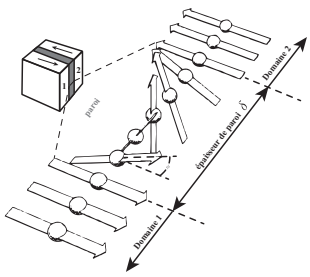
FIGURE 1.13: Vecteur aimantation local dans le repère cristallographique cubique.

2.2 Origines microscopiques du magnétisme

Le mécanisme d'aimantation observable macroscopiquement fut expliqué par Weiss. Celui-ci en 1907 émis l'hypothèse que le comportement magnétique des matériaux a pour origine l'existence de sous structures intragranulaires organisées en domaines magnétiques (domaines de Weiss fig. 1.14(a)) au sein desquels les moments magnétiques élémentaires sont alignés et de norme constante M_s (1.11). Les domaines de Weiss sont séparés par des frontières (parois de Bloch) qui représentent des zones de retournement progressif des moments magnétiques d'une direction à une autre (fig. 1.14(b)). Cette nécessité des domaines magnétiques résulte d'un équilibre énergétique que nous introduisons ci-après.



(a) Domaines de Weiss



(b) Parois de Bloch

FIGURE 1.14: Microstructure magnétique.

La microstructure résulte principalement d'un équilibre entre trois contributions énergétiques : l'interaction d'échange traduisant la nature quantique des spins (moments magnétiques), l'anisotropie magnétocristalline traduisant la nature cristalline du milieu, et l'interaction démagnétisante liée à la configuration des moments magnétiques et à la topologie du milieu.

Echange

Weiss en 1907 [74] propose l'hypothèse de l'existence d'une interaction favorisant l'alignement des moments magnétiques en l'absence de champ magnétique extérieur. Il donna le nom de champ moléculaire à cette interaction. Cette hypothèse lui permit de retrouver l'ensemble des propriétés essentielles du ferromagnétisme (aimantation spontanée, transition de phase vers un état paramagnétique). La nature de l'interaction responsable du ferromagnétisme a été révélée par Heisenberg (1928) [37], qui a montré qu'il s'agit d'une interaction d'essence purement quantique qui dérive de la combinaison du couplage spin/orbite, et de la nécessité de satisfaire le principe d'exclusion de Pauli (1925). En d'autre terme l'échange traduit la tendance des spins voisins à s'aligner dans la même direction. Cette contribution est purement locale et ne dépend que des propriétés microscopiques du matériau. Ce phénomène se traduit à l'échelle microscopique et dans le cadre classique des milieux continus par un gradient d'aimantation correspondant à une force de rappel élastique. Ces travaux ont donné naissance au célèbre modèle de Heisenberg, dans lequel le Hamiltonien d'interaction s'écrit usuellement :

$$\mathcal{H} = -\sum_{i}^{N}\sum_{j\neq i}^{N} \mathcal{J}_{ij}\, \vec{S}_i\, \vec{S}_j \tag{1.13}$$

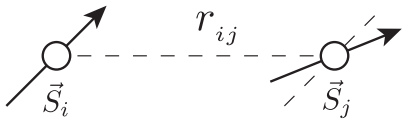


FIGURE 1.15: Deux spins en interaction d'échange

Où $\vec{S}_i$ est le moment angulaire d'un spin, $\mathcal{J}_{ij}$ (positif pour les matériaux ferromagnétiques) représente l'intégrale d'échange mesurant la raideur du couplage d'échange entre les spins i et j, et N le nombre de spin.

L'interaction d'échange n'autorisant que de faibles écarts entre les orientations de deux spins $\vec{S}_i$ et $\vec{S}_j$ adjacents, leur produit scalaire devient :

$$\vec{S}_i\, \vec{S}_j = \frac{1}{2}\left(|\vec{S}_i|^2 + |\vec{S}_j|^2 - |\vec{S}_j - \vec{S}_i|^2\right) \tag{1.14}$$

Pour de faibles déviations de $\vec{S}$, la relation suivante est valable :

$$\vec{S}_j \approx \vec{S}_i + r_{ij}\nabla\vec{S} \tag{1.15}$$

où r_{ij} représente la distance entre les spins $\vec{S}_i$ et $\vec{S}_j$. En supposant que tous les spins sont identiques $\vec{S}_i = \vec{S}_j = \vec{S}$, le produit scalaire de deux spins adjacents devient :

$$\vec{S}_i \, \vec{S}_j = |\vec{S}|^2 \, - \frac{1}{2}|\vec{S}|^2 |r_{ij}.\nabla\vec{S}|^2 \tag{1.16}$$

En considérant que le vecteur unitaire $\vec{m}$, qui donne la direction de $\vec{S}$, est une variable continue de l'espace [1], que seule les interaction entre proches voisins sont importantes, et une interaction isotrope (symétrie cubique), le Hamiltonien (1.13) par unité de superficie prend alors la forme (pour un réseau cristallin spécifique cubique) :

considering an isotropic exchange interaction

$$\mathcal{H} = -\mathcal{J}S^2 + \mathcal{J}S^2 \frac{1}{2} \sum_{i}^{N} \sum_{j \neq i}^{N} |r_{ij} \nabla\vec{m}|^2 \tag{1.17}$$

L'excès en densité d'énergie due à la désorientation des spins est appelée densité d'énergie d'échange, et prend la forme condensée :

$$\delta\mathcal{E}_{ech} = \mathcal{A}.\|\nabla\vec{m}\|^2 \tag{1.18}$$

$\mathcal{A} = \mathcal{J}S^2/2a$ étant le paramètre d'échange constant dans le cadre des hypothèses postulées, et a le paramètre de maille.

L'interaction d'échange est une interaction purement locale qui décroît rapidement avec la distance, et ne dépend que des propriétés microscopiques du matériau. La minimisation de l'énergie d'échange conduit à une microstructure où l'ensemble des moments magnétiques est aligné de manière à minimiser la norme du gradient de l'aimantation $\|\nabla\vec{m}\|^2 = 0$.

Anisotropie cristalline

Depuis les travaux de Bloch et Gentile (1931), et de van Vleck (1931), l'origine physique de l'anisotropie magnétocristalline est connue. Il s'agit de l'interaction des spins avec le potentiel créé par la symétrie cristalline. Le résultat d'une telle interaction est la préférence des spins à s'orienter dans certaines directions énergétiquement favorables (les directions de facile aimantation). Cette préférence des moments magnétiques traduit l'existence d'un potentiel énergétique dépendant de l'orientation des moments par rapport aux axes cristallins. Des observations du comportement de monocristaux (fig 1.16) montrent bien qu'il existe des directions de facile aimantation suivant lesquelles le comportement magnétique est favorisé. Il s'agit des directions $< 100 >$ dans le cas du fer.

À l'équilibre, la direction des moments magnétiques est déterminée par l'anisotropie cristalline ; l'interaction d'échange ne fera qu'aligner tous les spins dans la même direction. Les deux contributions peuvent donc être nulles simultanément. L'expression de l'énergie d'anisotropie doit être compatible avec la symétrie du réseau cristallin. On en tient compte grâce à une fonction paire $\mathcal{G}(\vec{m})$ convexe s'annulant sur l'ensemble des directions de facile aimantation. Elle peut donc s'écrire comme un développement polynomial des puissances paires des cosinus directeurs (γ_i) de l'aimantation [1] [17].

1. $\vec{S} = S.\vec{m}$, $\nabla\vec{S} \approx S\nabla\vec{m}$

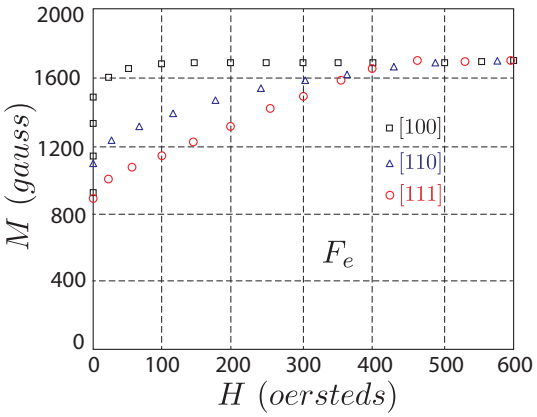


FIGURE 1.16: Courbes d'aimantation d'un monocristal de fer ($1\ Gauss = 10^3\ A.m^{-1}$ $1\ oersted = 80\ A.m^{-1}$) [Morrish, 1965]

Dans le cas où une direction de l'espace contrôle l'anisotropie, l'énergie d'anisotropie est invariante par rotation autour de cette direction et ne dépend que de l'orientation relative des moments par rapport à cet axe. On parle d'anisotropie uniaxiale. Dans ces conditions, l'énergie d'anisotropie est une fonction de l'aimantation projetée suivant l'axe d'anisotropie ($\gamma_1^2 + \gamma_2^2 = 1 - \gamma_3^2 = \sin^2\theta$). La densité d'énergie d'anisotropie prend alors la forme :

$$\delta\mathcal{E}_{anis} = K_1 \sin^2\theta + K_2 \sin^4\theta \tag{1.19}$$

où K_1 et K_2 sont les constantes d'anisotropie. Il apparaît clairement qu'il existe deux cas de minimum énergie $\theta = 0$ et $\theta = \pi$, configurations pour lesquelles les moments magnétiques sont alignés suivant l'axe d'anisotropie (fig. 1.17(a)).

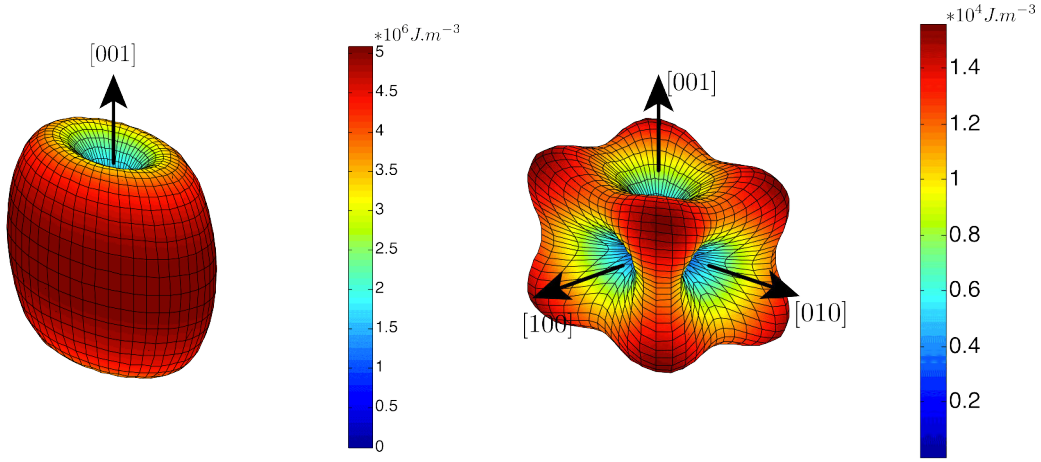
Dans le cas de l'anisotropie cubique, trois directions orthogonales définies par les axes du cube sont dites de facile aimantation ou de difficile aimantation en fonction qu'il s'agisse d'un minimum (pour le fer) ou d'un maximum (pour le nickel) d'énergie. À cause de cette forte symétrie, la densité d'énergie d'interaction des moments magnétiques avec les axes de symétrie peut s'exprimer sous forme d'un développement en série des cosinus directeurs de l'aimantation qui s'annule suivant les trois axes de symétrie (fig. 1.17(b)).

$$\delta\mathcal{E}_{an}(\gamma_i) = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2) + K_2\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2 \tag{1.20}$$

L'équilibre énergétique entre l'anisotropie magnétocristalline et l'échange pilote la configuration en domaines magnétiques. L'existence de plusieurs directions faciles liées à la forme de l'énergie d'anisotropie $\mathcal{E}_{an}$ explique la formation des domaines.

Interaction démagnétisante

Il s'agit ici de l'interaction relative à une configuration des moments magnétiques plongés dans le champ magnétique qu'ils produisent. Ce champ appelé champ démagnétisant $\vec{H}_d$ a tendance à s'opposer à l'aimantation et satisfait les équations de Maxwell en absence de charge électrique et de densité de courant (fig. 1.18).



(a) uniaxial $K_1 = 4.1$, $K_2 = 1$ (b) cubique $K_1 = 4.8$, $K_2 = -1$

FIGURE 1.17: Anisotropie magnétocristalline

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H}_d = \vec{0} \qquad \forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \tag{1.21}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = \vec{0} \qquad \forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \tag{1.22}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H}_d + \vec{m}) \qquad \forall \vec{x} \in \Omega \tag{1.23}$$

et les conditions sur le bord :

$$\vec{n}.[\vec{B}] = 0 \qquad \vec{n} \wedge [\vec{H}_d] = \vec{0} \tag{1.24}$$

où $\vec{n}$ représente la normale à la surface $\partial\Omega$ et $[.]$ la continuité à travers une frontière.

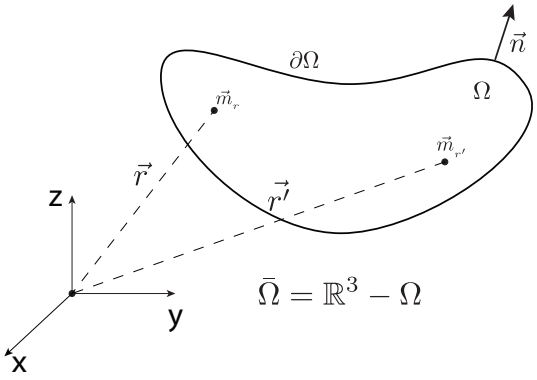


FIGURE 1.18: Variables du problème de Poisson.

On déduit de l'équation (1.21) que le champ $\vec{H}_d$ dérive d'un potentiel scalaire $\varphi(\vec{r})$ vérifiant :

$$\vec{H}_d = \vec{\nabla}\varphi(\vec{r}) \qquad \forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \tag{1.25}$$

Ce qui nous donne en utilisant les relations (1.22) et (1.23) un problème de Poisson associé au potentiel scalaire.

$$\begin{array}{ll} \Delta\varphi(\vec{r}) & = -\vec{\nabla}.\vec{m} \qquad \forall \vec{x} \in \Omega \\ \Delta\varphi(\vec{r}) & = 0 \qquad \forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3 - \Omega \end{array} \tag{1.26}$$

La condition de continuité du champ démagnétisant 1.24 peut alors se mettre sous forme de conditions de passage du potentiel $\varphi(\vec{r})$ aux frontières (fig. 1.18) :

$$\begin{array}{ll} [\varphi(\vec{r})] & = 0 \qquad \forall \vec{x} \in \partial\Omega \\ \left[\frac{\partial\varphi(\vec{r})}{\partial n}\right] & = -\vec{m}.\vec{n} \quad \forall \vec{x} \in \partial\Omega \end{array} \tag{1.27}$$

La solution générale du problème de Poisson (1.26) est donnée à partir de la fonction de Green associée au laplacien :

$$\varphi(\vec{r}) = \int_\Omega -\vec{\nabla}.\vec{m}_{r'} \frac{1}{4\pi\|\vec{r}-\vec{r'}\|}\, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \vec{m}_{r'}.\vec{n} \frac{1}{4\pi\|\vec{r}-\vec{r'}\|}\, \partial\Omega \tag{1.28}$$

où $\vec{r}$ et $\vec{r'}$ sont des points du domaine Ω, $\vec{m}_r$ et $\vec{m}_{r'}$ les vecteurs aimantations en ces points.

On voit apparaître dans cette expression $\nabla.\vec{m}_{r'}$ et $m_{r'}.\vec{n}$ qui représentent respectivement les *charges volumiques* et les *charges surfaciques* qui contiennent l'information de la morphologie du milieu. La présence de ces charges génère automatiquement un champ démagnétisant et donc une densité énergétique positive.

$$\delta\mathcal{E}_d = -\frac{\mu_0}{2}\vec{H}_d.\vec{m} \tag{1.29}$$

Il est important de noter que les premières interactions (à échange, anisotropie) sont des interactions locales (courte distance) ne nécessitant pas de traitement numérique particulier. Le champ démagnétisant dépend de la géométrie et de la distribution de l'aimantation dans tout le milieu. Ce caractère non local est problématique d'un point de vue numérique et fait l'objet de traitements.

Si la minimisation de l'énergie d'anisotropie et l'échange permet d'expliquer la formation des domaines (alignement suivant les axes faciles), la structure en domaines n'est pas le résultat de cet alignement. La structure en domaine minimise les champs émergeants sources de charges surfaciques (nécessité de refermeture du flux) et donc réduit l'interaction démagnétisante.

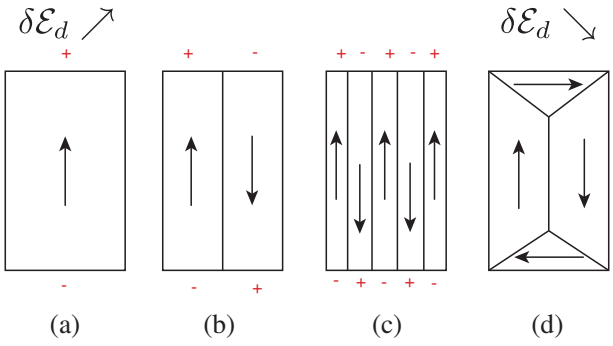


FIGURE 1.19: Structure en domaines à $\delta\mathcal{E}_d$ décroissante.

Interaction de Zeeman

Cette interaction rend compte de l'influence d'un champ magnétique extérieur sur les moments magnétiques. Le couple exercé par un champ appliqué a tendance à aligner les moments dans la direction du champ. La désorientation des moments $\vec{m}$ avec le champ appliqué $\vec{H}_{ext}$ produit un excédent de densité d'énergie qui prend la forme :

$$\delta\mathcal{E}_h = -\mu_0 \vec{H}_{ext}.\vec{m} \tag{1.30}$$

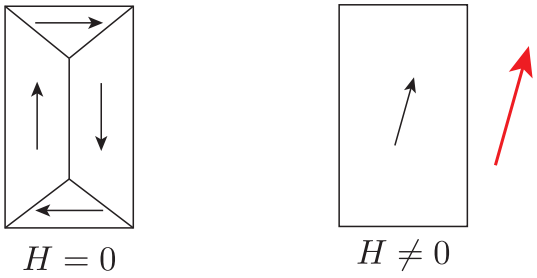


FIGURE 1.20: alignement de la microstructure sous l'effet d'un champ.

Interaction magnéto-élastique

Nous avons vu qu'à un champ appliqué correspond une déformation de magnétostriction. Celle ci engendre localement un état de contrainte non nul et représente une première manifestation du couplage magnéto-mécanique. En effet, dans le cas d'une distribution en domaines magnétiques dans un milieu (fig. 1.21), les moments magnétiques sont caractérisés par une magnétostriction spontanée donnée par (1.12). Les moments magnétiques alignés différemment d'un domaine à l'autre auront tendance à déformer chaque domaine de manière différente. Afin d'accommoder les déformations individuelles des domaines, une déformation élastique ε^e doit être appliquée afin de produire un état compatible. L'incompatibilité de la magnétostriction, conduit à un état de contrainte local à moyenne nulle sur le milieu global (contrainte résiduelle). Cette contrainte locale permet de corriger l'incompatibilité de la déformation de magnétostriction [51].

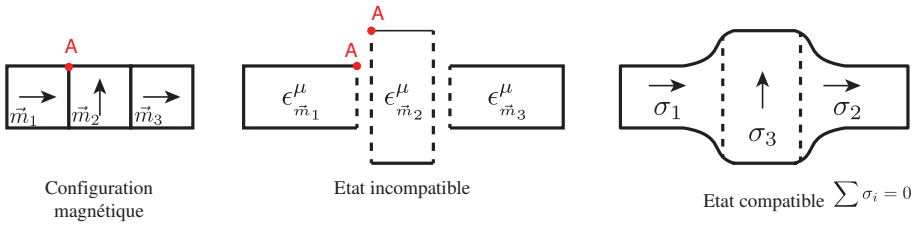


FIGURE 1.21: Incompatibilité de la magnétostriction.

Le phénomène réciproque est également vrai. Un état de contrainte appliqué est susceptible de modifier le comportement magnétique. Ce mécanisme est lié à une reconfiguration de la structure en domaines magnétiques causée par la contrainte appliquée (fig. 1.22). Pour un matériau à magnétostriction "positive" (déformation > 0 dans le sens du champ appliqué), une traction

par exemple aura tendance à favoriser les domaines alignés suivant l'axe de sollicitation, tandis qu'une compression aura tendance à favoriser les domaines orthogonaux à l'axe de sollicitation. Cette anisotropie induite par l'état de contrainte a pour conséquence de modifier le comportement magnétique, mais également le comportement magnétostrictif macroscopique.

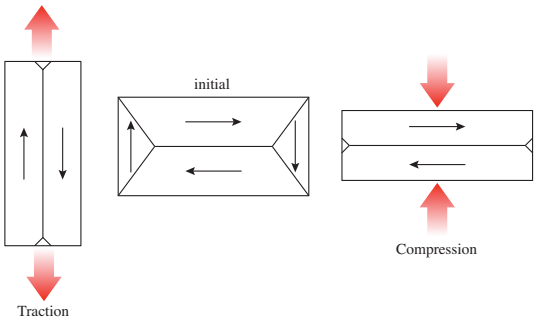


FIGURE 1.22: Effet d'une contrainte sur la configuration des domaines pour un matériau à magnétostriction positive.

On associe usuellement une densité d'énergie $\delta\mathcal{E}_\sigma$ à cette interaction.

$$\delta\mathcal{E}_\sigma = \frac{1}{2}\sigma^t : \mathbb{C}^{-1} : \sigma \tag{1.31}$$

avec

$$\sigma = \sigma(\varepsilon^\mu, \sigma_{ext}) \tag{1.32}$$

2.3 Processus d'aimantation

On illustre sur la figure 1.23 le comportement magnétique macroscopique en lien avec les modifications de la microstructure magnétique qui s'opèrent sous l'action d'un champ magnétique extérieur. Celle ci évolue d'abord de manière réversible (gonflement des parois) puis irréversible par croissance des domaines favorablement orientés. La rotation des domaines puis la saturation interviennent pour de grandes valeurs du champ appliqué (fig. 1.23).

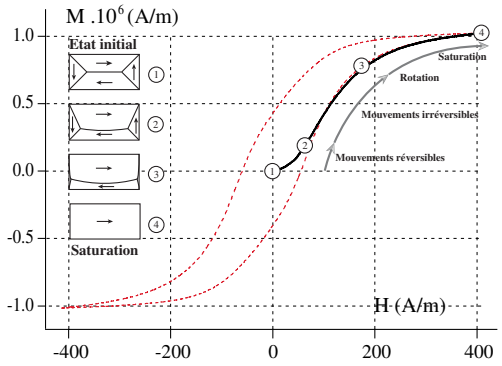


FIGURE 1.23: Comportement magnétique en lien avec la microstructure.

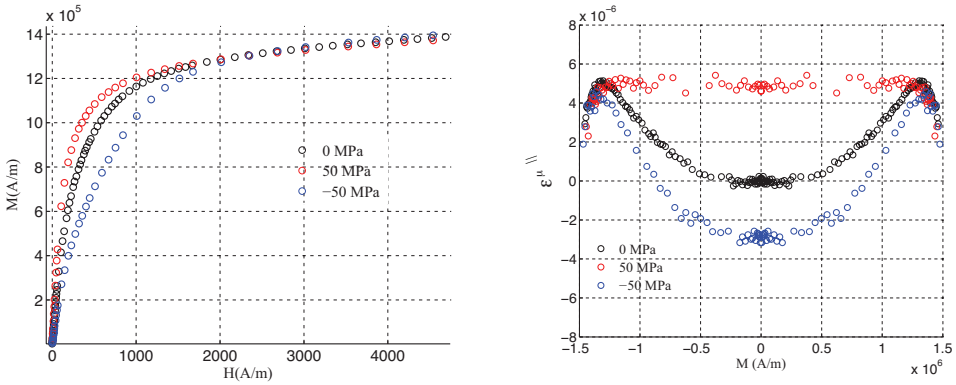
Comme nous l'avons vu précédemment, les matériaux magnétiques se caractérisent par leur microstructure magnétique et leur microstructure cristalline. Le caractère irréversible du mouvement des parois de Bloch est l'une des origines du phénomène d'hystérésis. Cette irréversibilité est la conséquence des interactions entre la microstructure magnétique (parois de Bloch) et les défauts de la microstructure cristalline (inclusions, joints des grains, phases, dislocations ...) [16] [44].

2.4 Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique

Le comportement magnétique est fonction du champ magnétique $\vec{H}$ mais également de la contrainte appliquée. L'application d'une contrainte se traduit par un effet non symétrique en traction/compression qui ne dépend que de la nature du matériau ($\lambda_s > 0$ ou $\lambda_s < 0$).

Dans le cas du fer pur (fig. 1.24(b)), pour lequel les constantes de magnétostriction sont opposées ($\lambda_{111} = -\lambda_{100}$). À contrainte nulle $\sigma = 0$, pour de faibles niveaux de champ, la magnétostriction évolue de manière non linéaire et croissante (magnétostriction à dominante positive $\lambda_{100} > 0$). Lorsque le niveau de champ est suffisant pour provoquer la rotation, on a changement de signe de la magnétostriction (magnétostriction à dominante $\lambda_{111} < 0$). Celle ci décroît jusqu'à la saturation λ_s.

L'effet de la contrainte sur la microstructure en domaines associée au changement de signe de la magnétostriction est à l'origine de l'effet Villari observé sur la courbe d'aimantation (fig. 1.24(a)) : en traction la susceptibilité augmente dans un premier temps puis chute à partir d'un certain niveau de champ, correspondant au changement de signe de la magnétostriction moyenne. Le changement de signe de la magnétostriction inverse les effets de la contrainte sur l'aimantation. On observe que la magnétostriction sous contrainte sature pour de grandes valeurs de contrainte (fig. 1.24(b)).

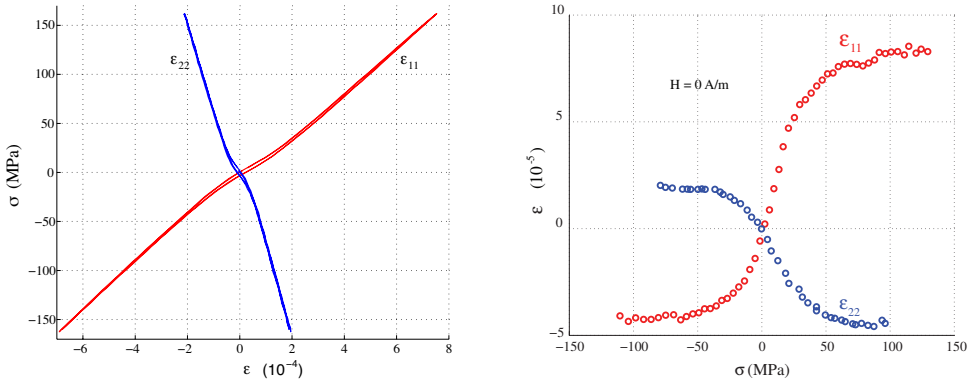


(a) Aimantation (b) Magnétostriction

FIGURE 1.24: Comportement magnétique et magnétostrictif réversible d'un fer pur polycristallin sous chargement mécanique [56].

Bozorth [11] et Cullity [18] ont reporté également d'autres observations expérimentales sur

le couplage entre la magnétostriction et un état de contrainte. Ce couplage explique, entre autres, l'effet ΔE, qui se traduit par une apparente perte de la linéarité du comportement élastique lors d'un chargement mécanique à faible niveau de contrainte pour des échantillons désaimantés (fig. 1.25).



(a) Aimantation (b) Magnétostriction

FIGURE 1.25: Effet ΔE dans le fer-cobalt [19].

La figure 1.25(a) montre le comportement contrainte/déformation totale (longitudinale et transversale) du fer-cobalt. On observe la non-linéarité caractéristique de l'effet ΔE à basse contrainte. Lorsqu'on retire des résultats précédents la partie élastique de la déformation, il nous reste la partie magnétostrictive (fig. 1.25(b)) qui sature sous l'effet de la contrainte.

L'interaction magnéto-élastique est un phénomène fortement non linéaire et non monotone qui contribue avec les effets démagnétisant à l'équilibre et à l'évolution de la structure en domaines. Cette interaction est d'autant plus nécessaire à prendre en compte pour la description du comportement magnétique des aciers DP puisque la phase secondaire est généralement sous contrainte.

3 Contrôle non destructif

Les méthodes de contrôle non destructif (CND) désignent un ensemble de méthodes qui permettent de fournir des informations sur l'état d'une structure sans la dégrader. Ces méthodes impliquent la mesure d'un ensemble de grandeurs produites par la modification d'une propriété de la structure contrôlée en réponse à une sollicitation. La réponse de la structure étant liée à la sollicitation via une propriété du matériau, l'inversion de cette relation permet en général de retrouver l'état de la structure contrôlée.

Différentes méthodes CND existent et sont classées en fonction du phénomène physique exploité. Le choix d'une technique ou d'une autre ne dépendant que de la nature du matériau et de la complexité des défauts recherchés. Parmi l'ensemble de ces méthodes, et dans le cadre d'une application au suivi de la transformation des aciers et aux mesures en ligne, seules les méthodes de contrôle magnétiques se sont montrées pertinentes à appliquer pour les milieux multiphasés. Ces méthodes reposent en général sur la modification locale de certaines propriétés magnétiques

comme la perméabilité (ou susceptibilité), la conductivité voire la magnétostriction.

3.1 Courants de Foucault

Cette technique de mesure exploite les propriétés conductrices des matériaux (magnétiques ou non). En effet sous l'effet d'un champ magnétique à haute fréquence imposé par une bobine d'excitation, des courants induits (courants de Foucault) sont créés dans le matériau et viennent s'opposer au courant d'excitation changeant ainsi sa force électro-motrice induite. La présence d'un défaut ou plus simplement d'une hétérogénéité (seconde phase par exemple) dans le matériau modifie la circulation des courants de Foucault et donc l'impédance électrique.

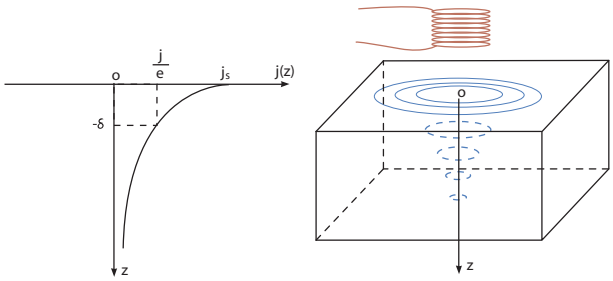


FIGURE 1.26: Courants de Foucault dans une pièce.

Dans le cas d'une plaque plane infinie (fig. 1.26) excitée par un courant extérieur à une fréquence f, la norme de la densité de courant décroît exponentiellement avec la profondeur z selon la relation :

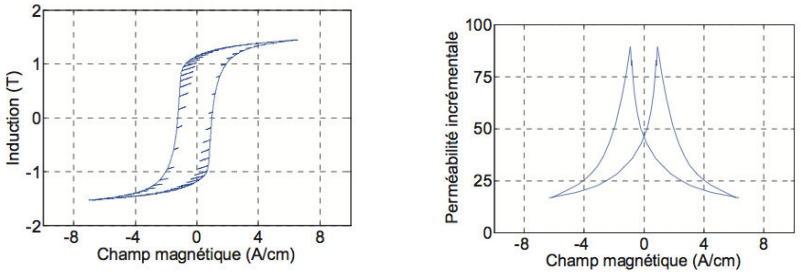
$$j(z) = j_0\ exp(-z\sqrt{\pi f \sigma \mu}) = j_0\ exp(-\frac{z}{\delta})$$

avec j_0 la norme de la densité de courant en surface $(z = 0)$, σ la conductivité électrique, δ la profondeur de pénétration (épaisseur de peau) et μ la perméabilité du matériau. En retirant les perturbations liées à la distance entre la sonde et la pièce, la mesure par courants de Foucault permet de détecter avec précision des discontinuités liées à la présence de défauts de toute nature (fissures, corrosion, inclusions ...) ce qui en fait la plus répandue des méthodes de contrôle. Ghanei [30] montre par exemple le potentiel de cette méthode pour la prédiction de la fraction volumique de phase secondaire dans le cas des aciers DP.

3.2 Perméabilité incrémentale

La mesure de la perméabilité incrémentale consiste à aimanter un matériau en lui appliquant un champ alternatif de grande amplitude à basse fréquence pour uniformiser l'aimantation (cycle majeur). Un champ alternatif haute fréquence de faible amplitude (cycle mineur) est superposé au cycle majeur (fig. 1.27(a)). La perméabilité incrémentale retrace l'évolution de la pente moyenne des cycles mineurs obtenus en tout point du cycle basse fréquence (fig. 1.27(b)).

Cette méthode de mesure appliquée aux aciers a démontré sa sensibilité à la présence d'inclusions et aux états de contraintes. Son efficacité reste à démontrer quant à sa sensibilité à



(a) Cycle basse et haute fréquence (b) Perméabilité incrémentale μ_r

FIGURE 1.27: Mesure de perméabilité incrémentale μ_Δ.

l'état microstructural des aciers DP [28].

3.3 Bruit Barkhausen

La mobilité des parois de Bloch est idéalement continue. Lorsque celles-ci rencontrent un défaut microstructural, elles s'y trouvent ancrées. La présence d'un défaut ou d'une phase (aux propriétés différentes) provoque l'apparition d'un excédent de densité d'énergie magnétostatique. Cet excédent est lié à l'existence de "charges magnétiques" autour du défaut (fig. 1.28(a)). Quand une paroi de Bloch passe à proximité du défaut, une redistribution des champs locaux s'opère par la création de domaines de refermeture de flux. Cette structure minimise l'énergie magnétostatique (fig. 1.28(b) (c)). La paroi de Bloch a donc tendance à être retenue par l'inclusion, on parle d'ancrage (fig. 1.28(d)). Le désancrage total de la paroi du défaut (fig. 1.28(e)) génère une onde électro-magnétique (O.E.M) mesurable (bruit Barkhausen) et une légère variation de l'induction magnétique responsable de la discontinuité du cycle d'hystérésis (fig. 1.28).

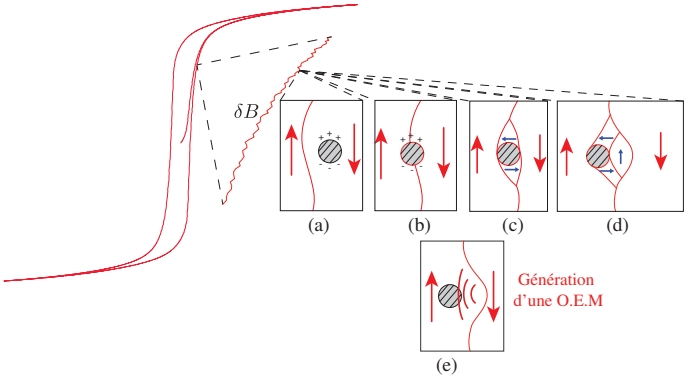
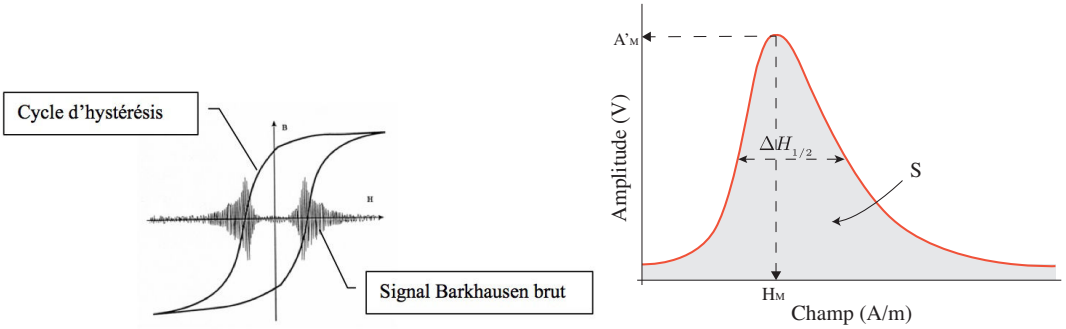


FIGURE 1.28: Mouvement d'une paroi de Bloch au passage d'un défaut.

Les O.E.M mesurées tout au long du cycle magnétique forment un signal brut dont l'amplitude dépend de la taille et du nombre de sauts de parois (fig. 1.29(a)). Ce signal étant généralement non reproductible, on utilise le signal R.M.S (Root Mean Square) correspondant à l'enveloppe du

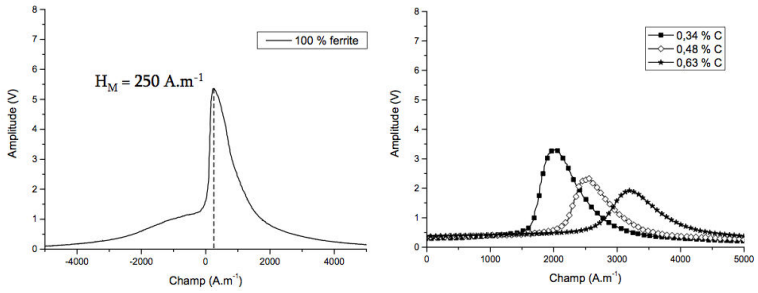
signal Barkhausen brut (fig 1.29(b)).



(a) Signal brut (b) exploitation du signal RMS

FIGURE 1.29: Bruit Barkhausen.

L'aire sous le pic S, l'amplitude du signal A'_M, la largeur à mi-hauteur $\Delta H_{1/2}$ et la position du pic H_m constituent les principaux paramètres du signal Barkhausen (RMS) exploités dans le cadre du CND. Les résultats de la littérature ont montré que ces paramètres sont fortement sensibles à la microstructure des matériaux. Les travaux réalisés sur la caractérisation par mesure Barkhausen (J. Catty [16], A. Hug [44], et O. Saquet [66]) ont montré que, d'une part la matrice ferritique des aciers DP possède un signal caractéristique (fig. 1.30(a)), d'autre part, la phase secondaire (100% martensitique) possède également un signal Barkhausen propre dont les principaux paramètres dépendent essentiellement de sa composition chimique (fig. 1.30(b)).



(a) 100% ferritique α (b) 100% martensitique α′

FIGURE 1.30: Mesures Barkhausen sur aciers modèles [44] .

Comme on peut le voir sur la figure 1.31, la signature Barkhausen pour un acier DP est un signal monopic dont l'amplitude et la position varient en fonction de la fraction des phases et de la composition chimique (wt%C).

3.4 Système 3MA

Les progrès réalisés en terme de techniques de mesure magnétique, permettent aujourd'hui une intégration à part entière des méthodes sus-citées au sein de la gamme de production d'aciers

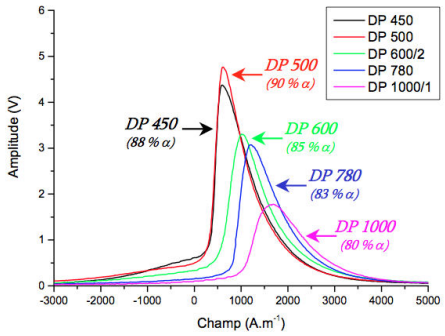


FIGURE 1.31: Mesures Barkhausen sur des aciers DP [44] .

industriels. En particulier, le système de mesure 3MA "Micromagnetic Multiparameter Microstructure and Stress Analysis" développé par l'institut Fraunhofer (IZFP), permet d'identifier avec des niveaux de précision remarquables des propriétés mécaniques telles que la résistance en traction R_m, la limite élastique $R_{p_{0.2}}$, la dureté Vickers H_v ou le niveau de contraintes résiduelles σ_{res} [24][25].

Comme illustré figure 1.32, ce système se compose d'une bobine d'excitation basse fréquence qui permet de créer un champ magnétique, d'une culasse en U permettant la refermeture du flux magnétique, d'un module d'excitation haute fréquence et de détection permettant la détection du bruit Barkhausen et/ou de la perméabilité incrémentale, et d'une sonde à effet Hall pour la mesure du champ tangentiel à la surface de l'échantillon examiné. Cette configuration du système permet de regrouper en un seul capteur les méthodes de mesures magnétiques détaillées plus haut.

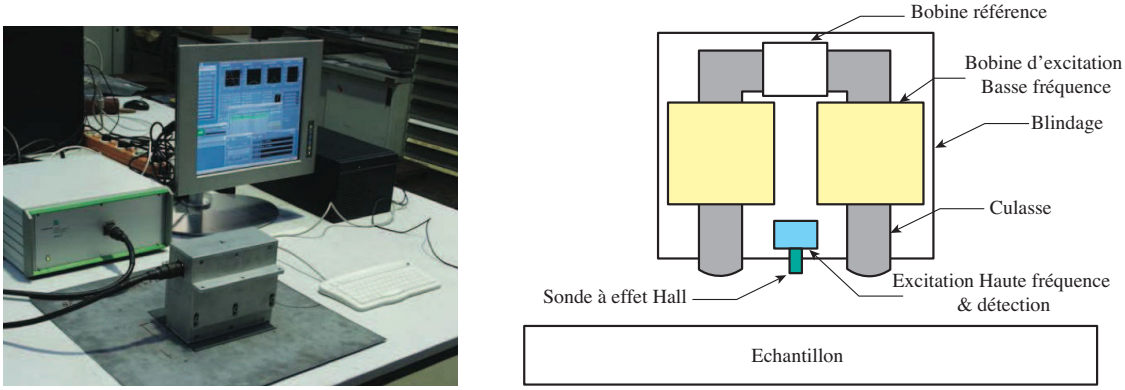


FIGURE 1.32: Système 3MA et principe de mesure.

Le principe de fonctionnement du système 3MA est détaillé par Dobmann [23] [24] [25], et illustré figure 1.33. Le système en fonctionnement mesure par différents moyens (courants de Foucault, bruit Barkhausen et perméabilité incrémentale...), différentes grandeurs magnétiques citées précédemment (M_r, H_c, μ_Δ, H_M, A'_M ...) et que nous nommerons : $x_1, x_2, \ldots, x_n$. La prédiction des propriétés mécaniques en ligne nécessite au préalable une calibration du système sur un échantillon référence décrit par ses constantes mécaniques (H_v, σ_{res}, $R_{p_{0.2}}$, R_m ...) que nous

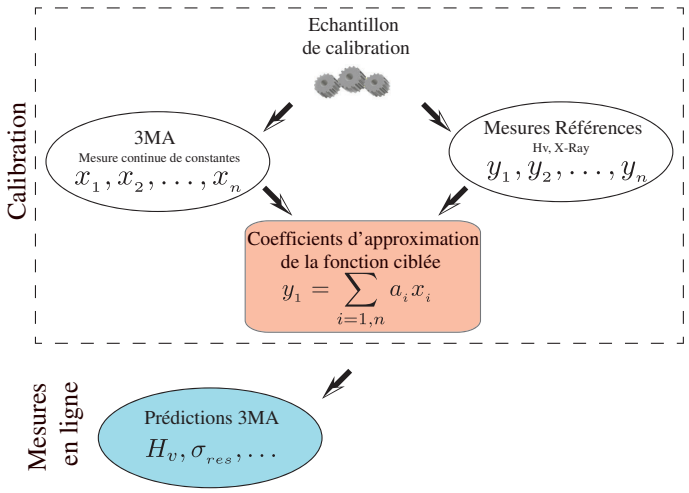


FIGURE 1.33: Principe de fonctionnement du Système 3MA.

nommerons : $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Cette calibration consiste à construire une fonction d'approximation d'une constante ciblée (y_i) dans une base polynômiale fonction des grandeurs magnétiques mesurées x_j.

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_j \, x_j$$

Les coefficients a_j de ce polynôme sont déterminés par la méthode des moindres carrés, de manière à minimiser la norme du résidu $\mathcal{R}_{es}$ formé par la différence de la fonction d'approximation avec la constante ciblée :

$$\mathcal{R}_{es} = \|y_i - \sum_{j=1}^{n} a_j \, x_j\|^2$$

La calibration consiste donc à déterminer, pour un échantillon de référence, l'ensemble des coefficients de l'ensemble des fonctions d'approximation des différentes constantes mécaniques ciblées. La prédiction des différentes propriétés mécaniques en ligne de production consiste alors à placer l'ensemble des grandeurs magnétiques mesurées en ligne dans la fonction d'approximation de la constante mécanique recherchée.

Dans le cadre du projet DPS-MMOD, des prédictions du système 3MA ont été confrontées aux propriétés mécaniques effectives d'aciers DP déterminées par essais destructifs. Ces comparaisons ont été réalisées sur 3 classes d'aciers DP : DP450, DP600, DP780 fournis par la filière de production d'ARCELORMITTAL de Montataire. Les comparaisons réalisées sur une population conséquente d'échantillons ont permis d'obtenir des modèles de fonction d'approximation donnant une prévision globale apparemment satisfaisante de la résistance mécanique ici représentée (fig. 1.34). Toutefois, ce modèle global présente des dispersions significatives par rapport à la pente à l'origine pour toutes les nuances d'aciers testées (trait continu).

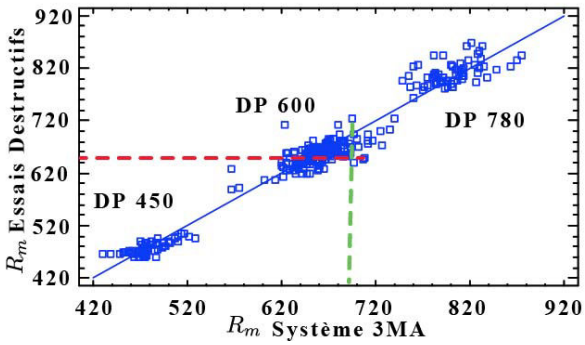


FIGURE 1.34: Modèle de régression globale sur plusieurs nuances DP.

On peut distinguer par exemple qu'à un signal magnétique mesuré par le système (trait discontinu vert) peut correspondre plusieurs comportements mécaniques. Il s'agit plus là d'un défaut du système car les grandeurs mécaniques ont un effet de premier ordre sur le comportement magnétique (à une constante mécanique macroscopique doit correspondre un signal magnétique). Il est cependant intéressant de voir que pour une même grandeur mécanique macroscopique donnée (trait discontinu rouge), peut correspondre plusieurs signaux magnétiques. Dans cette situation, la différence entre les signaux est imputable aux hétérogénéités microstructurales (répartition des phases) qui conduisent peut être aux mêmes grandeurs macroscopiques, mais à des propriétés différentes non testées par le système (limite d'endurance, endommagement, etc).

Un des objectifs visés dans le cadre du projet DPS-MMOD est d'introduire dans la chaîne d'acquisition du système 3MA des fonctions liées aux hétérogénéités microstructurales pour améliorer l'identification des propriétés. Le saut d'échelle nécessaire pour arriver à l'introduction de ces fonctions dans la chaîne d'acquisition du système nécessite au préalable de développer des outils de modélisation permettant de comprendre les liens entre le comportement magnétique et la microstructure. Une approche de modélisation topologique est alors nécessaire.

4 Bilan

Les aciers DP sont des matériaux fortement hétérogènes. L'hétérogénéité de leur microstructure est responsable de leur comportement mécanique macroscopique. Cette microstructure est issue d'un procédé industriel où la température de départ et la vitesse effective de trempe sont deux paramètres déterminants. L'exposition de ces aciers aux variations des conditions de recuit nécessite l'emploi de moyens de contrôle en ligne pour le suivi du procédé. Les méthodes de contrôle magnétiques sont retenues pour leur sensibilité aux paramètres microstructuraux.

Le comportement magnétique et magnétostrictif est un comportement complexe (non linéaire, non monotone). L'origine microscopique de ces phénomènes se trouve dans l'existence d'une microstructure magnétique (intragranulaire) organisée en domaines et parois magnétiques. Cette microstructure magnétique résulte d'un équilibre énergétique entre différentes contributions responsables de la formation et de la modification de la structure en domaines. L'évolution de de

cette microstructure magnétique donne lieu au comportement magnétique mesuré par le dispositif de mesure magnétique 3MA. Les prédictions réalisées sur des aciers DP à l'aide du dispositif de mesure ont montré que les hétérogénéités cristallines (distribution/composition des phases) ont un effet de second ordre sur le comportement magnétique. Pour des performances mécaniques macroscopiques identiques, les hétérogénéités de ces aciers sont à l'origine d'une redistribution des champs locaux responsables des fluctuations observées à l'échelle macroscopique. L'amélioration de l'identification des propriétés passe alors par l'enrichissement des modèles d'identification du dispositif de mesure.

L'enrichissement des modèles actuels nécessite au préalable de développer des outils de modélisation permettant de comprendre les liens non triviaux entre le comportement magnétique et la microstructure. Une approche de modélisation topologique est alors indispensable.

Chapitre 2

Matériau d'étude

Sommaire

1 Caractérisation microstructurale du DP 35
1.1 Analyse métallographique 35
1.2 Mesure EBSD, texture cristallographique 38
1.3 Stratégie de modélisation 42
2 Matériaux modèles 42
2.1 Fer pur 42
2.2 Martensite pure : Acier $C38$ trempé 42
3 Caractérisation du comportement magnéto-mécanique 47
3.1 Banc de mesures magnétiques et post-traitement 48
3.2 Banc uniaxial 48
3.3 Banc biaxial 50
3.4 Comportement des matériaux modèles 50
3.5 Comportement magnétique des aciers DP 54
4 Réflexion à propos des constantes physiques des phases 60
5 Bilan 60

Le matériau d'étude est un acier DP-780 dont la composition chimique et les performances mécaniques attendues sont résumées dans le tableau 2.1.

Grades	$R_{p_{0.2}}\ (MPa)$	$R_m\ (MPa)$	$C\ (wt\%)$	$Mn\ (wt\%)$	$Si\ (wt\%)$
DP 780 *Y*450	$450-550$	$780-900$	$0,17$	$2,2$	$0,6$
DP 780 *LCE Y*450	$450-550$	$780-900$	$0,10$	$2,0$	$0,4$
DP 780 d'étude	$450-550$	$780-900$	$0,146$	$1,885$	$0,213$

TABLE 2.1: Comportement attendu pour les DP 780.

Son comportement mécanique (fig. 2.1) est un comportement typique des matériaux à structure composite. Il s'agit d'un comportement avec un fort écrouissage cinématique non linéaire (évolution de la limite d'élasticité) qui traduit le renforcement progressif [56]. Ce renforcement est apporté par la présence de la phase secondaire plus rigide, qui nécessite d'exercer une force de plus en plus grande pour déformer plastiquement le matériau.

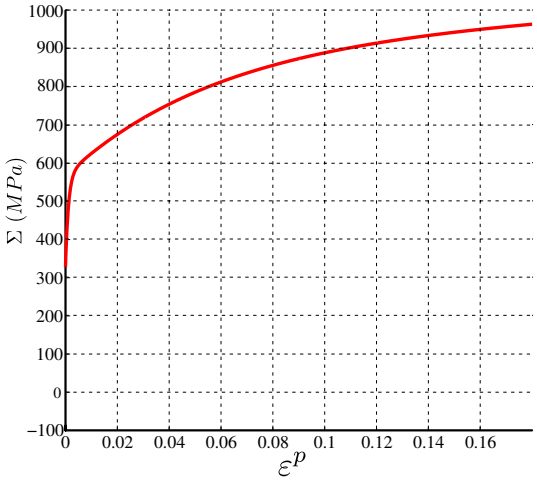


FIGURE 2.1: Comportement en traction monotone d'un DP 780 [56].

Des irrégularités sur le profil thermique au cours du refroidissement d'une brame de ce grade d'acier ont conduit ARCELORMITTAL à effectuer des campagnes de mesures mécaniques et magnétiques. Différents prélèvements ont donc été effectués, et 6 échantillons prélevés à différentes longueurs de la brame d'épaisseur $1,6\ mm$ et numérotés de #1 à #6, ont subi des essais de caractérisation mécanique et magnétique. Ces essais ont permis d'identifier les résistances mécaniques R_m, les limites élastiques $R_{p_{0.2}}$, et les duretés H_v (tab. 2.2). On constate des variations de l'ordre de 5% pour la limite d'élasticité et la dureté mais une plus faible fluctuation de la résistance mécanique. La figure 2.2 montre les mesures magnétiques réalisées sur les différents échantillons. Les variations observées à fort niveau de champ $(18KA/m)$ sur le niveau d'aimantation $(\pm 5\%)$ sont du même ordre de grandeur que la limite d'élasticité $(\pm 4\%)$.

Le lien n'est pas immédiat entre le niveau d'aimantation et la limite d'élasticité, ou le comportement magnétique et les propriétés mécaniques macroscopiques. D'autres paramètres du comportement magnétique sont susceptibles d'intervenir. Il est alors nécessaire de rechercher dans

DP 780 d'étude	#1	#2	#3	#4	#5	#6	
distance (m)	508	808	1236	1336	1574	2074	
$R_{p0.2}$ (Mpa)	437	438	467	467	479	472	$\pm 4\%$
R_m (Mpa)	787	793	785	785	791	785	$\pm 0,7\%$
H_v	247	241	231	242	238	249	$\pm 4\%$

TABLE 2.2: Variabilité des constantes mécaniques pour un DP 780.

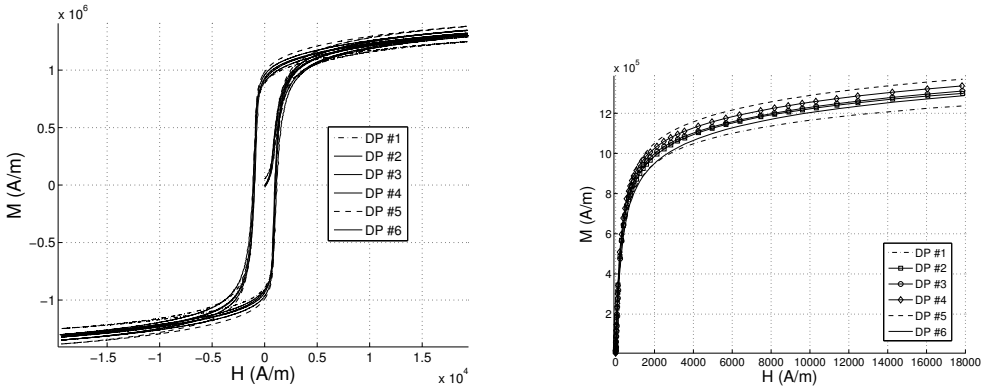


FIGURE 2.2: Variabilité du comportement magnétique pour un DP 780.

la microstructure de ce matériau l'explication de son comportement magnétique. L'objectif est maintenant de quantifier cette microstructure à l'aide de différentes méthodes d'observation microstructurale.

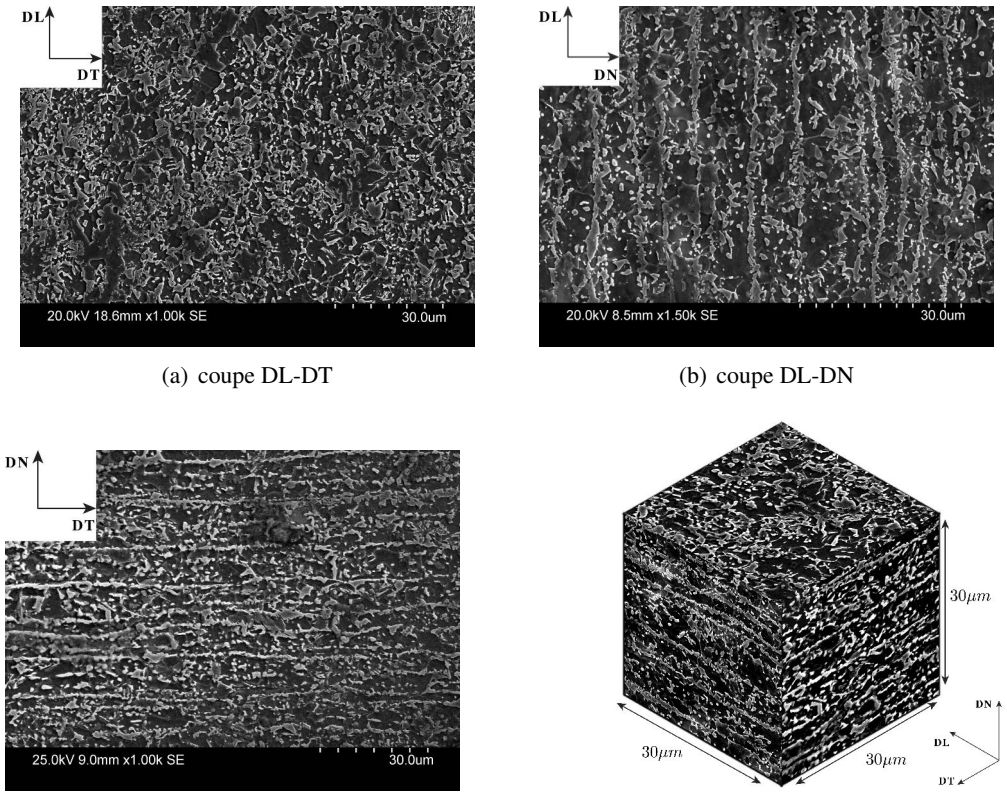
1 Caractérisation microstructurale du DP

1.1 Analyse métallographique

L'observation microstructurale est réalisée par microscopie électronique à balayage (MEB). Les échantillons préalablement polis mécaniquement puis électropolis sont observés suivant différents plans de coupe, de manière à reconstruire une image volumique de la microstructure du matériau d'étude. Les prises de vue successives du matériau obtenues en électrons secondaires (SE) font apparaître une microstructure biphasée typique qui résulte de la trempe du matériau dans le domaine biphasé austéno-ferritique (fig. 2.3) : la ferrite (sombre) et la phase secondaire (claire).

Les coupes réalisées suivant les plans DL-DN (Direction de Laminage - Direction Normale, fig. 2.3(b)), et DT-DN (Direction Transverse - Direction Normale, fig. 2.3(b)) nous montrent une microstructure fibrée et périodique typique des matériaux laminés à froid. Les fibres martensitiques de faible épaisseur $(\approx 2\mu m)$ sont orientées par le laminage (galettes aplaties selon DN et allongées selon DL). Une reconstruction 3D d'un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau (fig. 2.3(d)) permet de se rendre compte de la morphologie complexe de ce matériau.

Suite aux micrographies réalisées, un post-traitement d'image numérique a été mis en place



(a) coupe DL-DT (b) coupe DL-DN

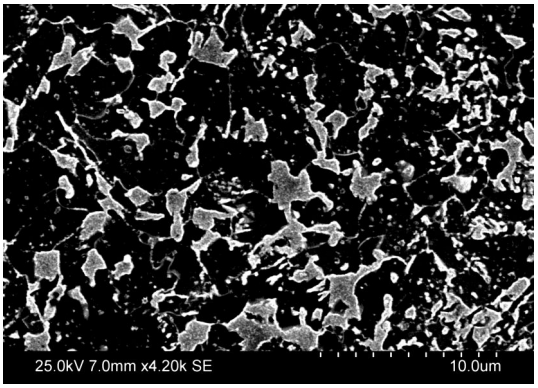
(c) coupe DT-DN (d) Vue 3D

FIGURE 2.3: Microstructure MEB typique des aciers à réception (SE 20kV).

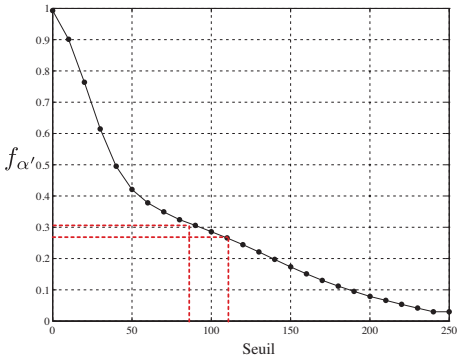
afin de déterminer les proportions de phases dans le matériau. Le post-traitement illustré sur la figure 2.4 a consisté à définir à partir d'une image initiale, le seuil optimum du niveau de gris permettant une segmentation réaliste de l'image initiale. Puis, après segmentation, un comptage des pixels nous permet d'estimer la proportion surfacique de phases. Pour différents niveaux de seuil on peut ainsi suivre l'évolution de la fraction surfacique de phase secondaire $f_{\alpha'}$ et définir un encadrement du seuil optimal (fig.2.4(b)).

Le résultat de segmentation obtenu sur différentes coupes est reporté sur la figure 2.5. Nous résumons dans le tableau 2.3 l'estimation de la fraction surfacique de ferrite pour l'ensemble de nos nuances. Cette démarche fournit une quantité de phase secondaire voisine de 36 $\pm 2\%$ en moyenne sur l'ensemble des échantillons réceptionnés.

En supposant les phases observées homogènes et une concordance entre fraction volumique et surfacique, l'estimation surfacique nous permet d'accéder à la composition chimique de la phase secondaire par application d'une loi des mélanges. Cette loi exprimée par l'équation (2.1) nous dit que la composition initiale de l'acier est la somme de la composition de ses phases pondérée par leur fraction volumique. L'espèce chimique qui nous intéresse ici est le carbone contenu dans chacune des phases.

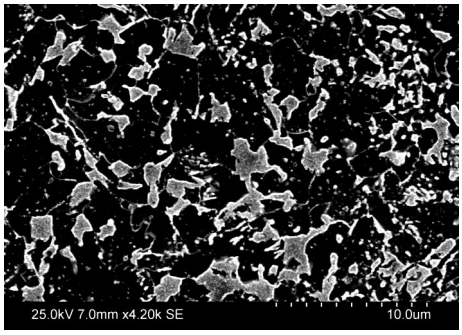


(a) image initiale : coupe DL-DT

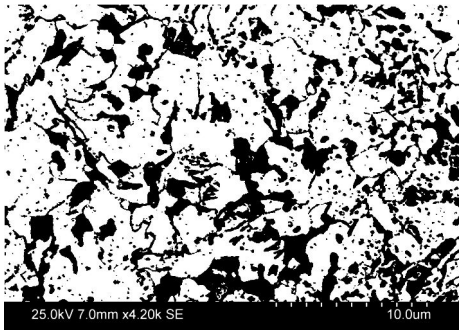


(b) seuil optimal $90 \sim 110$

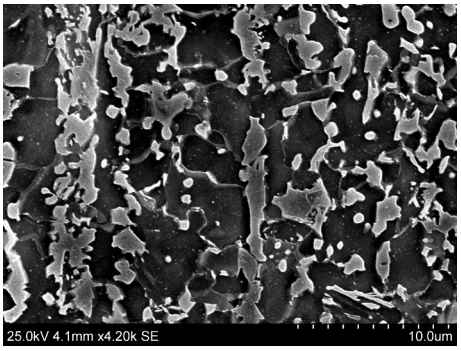
FIGURE 2.4: Seuillage des niveaux de gris.



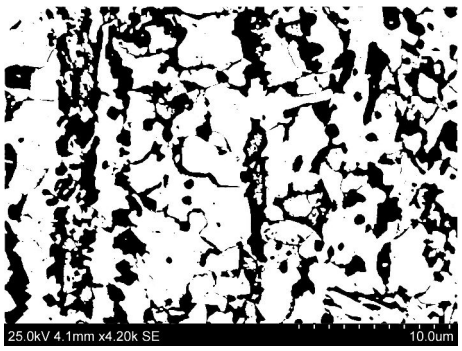
(a) coupe DL-DT



(b) $f_{\alpha'} \approx 33 \pm 0,3\%$



(c) coupe DL-DN



(d) $f_{\alpha'} \approx 32 \pm 0,5\%$

FIGURE 2.5: Segmentation par seuillage.

$$wt\%C_{DP} = wt\%C_{\alpha'}\ f_{\alpha'} + wt\%C_{\alpha}\ f_{\alpha} \tag{2.1}$$

avec : $f_{\alpha} + f_{\alpha'} = 1$.

À partir de la composition chimique initiale de l'acier, et à l'aide de l'estimation des fractions des phases, on peut exprimer la teneur en carbone de la phase secondaire :

$$wt\%C_{\alpha'} = \frac{wt\%C_{DP} - wt\%C_{\alpha}\ f_{\alpha}}{f_{\alpha'}} \tag{2.2}$$

Ainsi, avec $0,15 wt\%C_{DP}$ de taux de carbone initial contenu dans notre matériau d'étude, $0,02\%C_{\alpha}$ de taux de carbone théorique contenu dans la ferrite, et en supposant que la phase secondaire occupe en moyenne 36% du volume total après seuillage d'image, la loi des mélanges (eq. 2.1) prévoit en moyenne une concentration en carbone de la phase secondaire de 0,38wt%C. Les résultats par échantillon sont regroupés dans le tableau (2.3).

DP 780 #	ferrite α	martensite *wt%C*
#1	$67 \sim 79\%$	$0,41 \sim 0,64$
#2	$75 \sim 48\%$	$0,54 \sim 0,27$
#3	$\sim 48\%$	$\sim 0,27$
#4	$70 \sim 90\%$	$0,45 \sim 1,32$
#5	$71 \sim 75\%$	$0,47 \sim 0,54$
#6	$\sim 50\%$	$\sim 0,28$
Moyennes	$\sim 64 \pm 2\%$	$0,38 \pm 0,02$

TABLE 2.3: Concentration en carbone de la phase secondaire.

Comme nous l'avons vu, l'image MEB (SE) permet de distinguer et segmenter intuitivement la microstructure d'un acier DP. Les observations réalisées nous permettent de disposer de la répartition (morphologie) de la microstructure du matériau d'étude. Cependant cette description de la microstructure n'apporte aucune information sur la texture cristalline du matériau, information indispensable pour la prédiction des comportements magnétiques et mécaniques. Il est alors nécessaire de compléter ces observations par une analyse de texture cristalline du matériau.

1.2 Mesure EBSD, texture cristallographique

Des mesures de textures cristallographiques sont réalisées par la technique EBSD (Electron Back-Scattered Diffraction). Cette mesure permet de déterminer l'orientation instantanée, donnée par le triplet d'angles d'Euler (Φ_1, Φ, Φ_2), d'un cristal soumis au faisceau d'électrons, par rapport au repère de l'échantillon. L'orientation est déterminée par l'indexation et l'analyse d'image du diagramme de Kikuchi, qui représente la signature de la structure et de l'orientation cristalline du point matériel étudié.

Le principe de la mesure, illustré figure 2.6, consiste à envoyer sur la surface de l'échantillon (incliné à 70° par rapport à l'horizontale) un faisceau focalisé d'électrons d'énergie suffisante, et de longueur d'onde λ donnée. Sous l'effet des interactions élastiques et inélastiques avec les atomes de la cible, les électrons incidents sont diffusés et ralentis dans celle-ci. Une fraction des électrons incidents est rétrodiffusée après choc avec les noyaux atomiques de la cible. Lorsque les conditions de diffraction données par la loi de Bragg (2.3) sont réunies pour une famille de plans (hkl), une fraction des électrons rétrodiffusés subit la diffraction de Bragg sur cette famille de plan

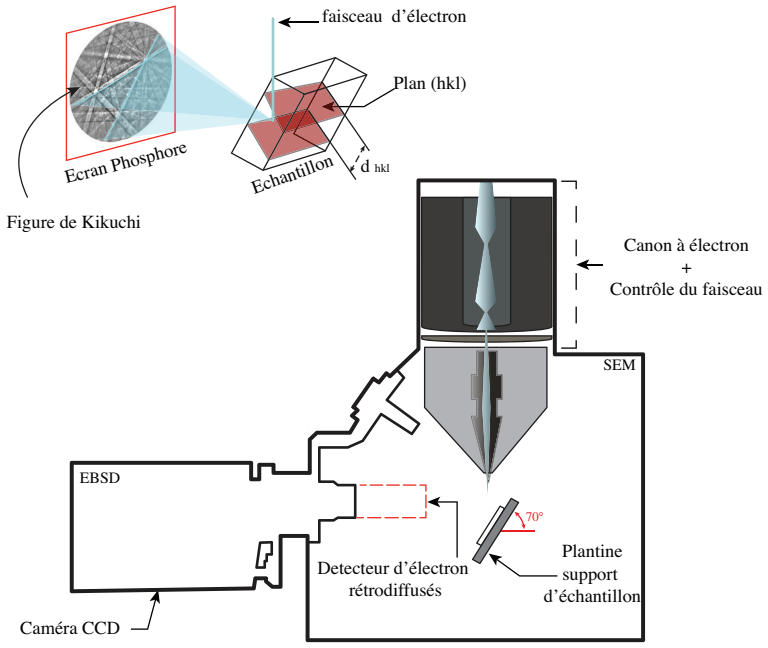


FIGURE 2.6: Montage de mesure EBSD.

(2.3).

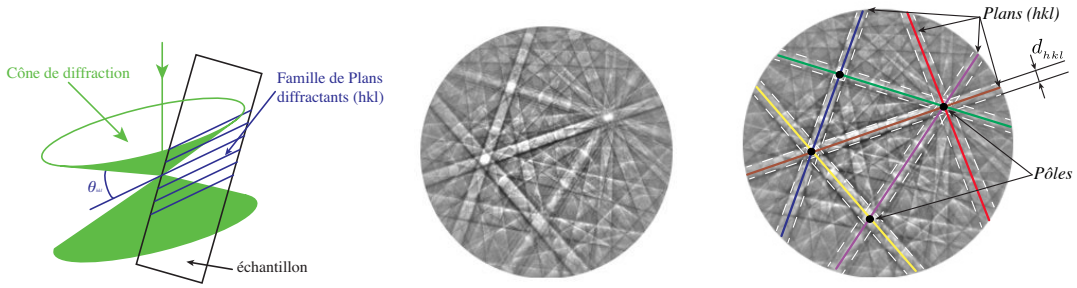
$$2d_{hkl}\sin\theta_{hkl} = n\lambda \tag{2.3}$$

n est l'ordre de diffraction et d_{hkl} la distance inter-réticulaire de la famille de plan considéré.

Pour λ et d_{hkl} fixées, la diffraction s'effectue suivant deux cônes, comme illustré par la figure 2.7(a). Leur intersection avec l'écran de phosphore placé à proximité de l'échantillon fait apparaître deux lignes quasi droites qui délimitent une bande dont la largeur varie comme l'inverse de la distance inter-réticulaire. L'ensemble des bandes observées forme le diagramme de Kikuchi (fig. 2.7(b)) et correspond à la trace des plans diffractants ; leurs intersections définissent des directions cristallographiques du système cristallin (fig. 2.7(c)). Il suffit alors d'indexer sur le diagramme de Kikuchi, les plans, les directions et les distances entre bandes pour déterminer exactement l'orientation cristallographique du cristal au point étudié. Les formulations mathématiques liées à l'indexation du diagramme de Kikuchi sont résumées par Pouchou [61].

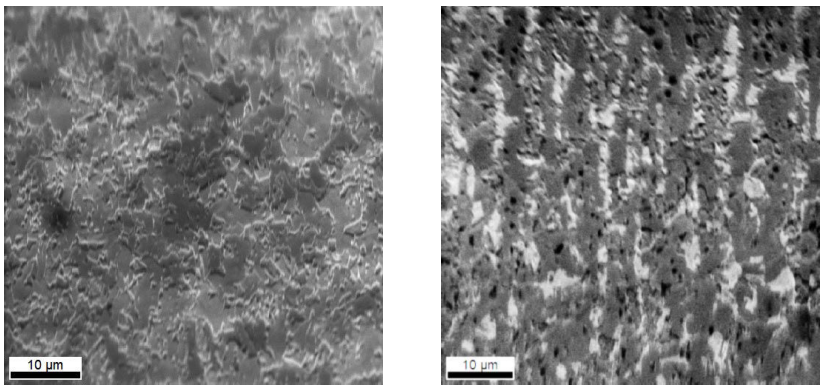
À Partir d'un ensemble de points indexés, le résultat final est une cartographie contenant les coordonnées des points analysés, les angles d'Euler reflétant l'orientation locale et d'autres quantités telles que l'indice de qualité du diagramme, l'indice de confiance sur l'indexation. Nous reviendrons par la suite sur ces quantités utiles en particulier pour la discrimination des phases.

Afin d'effectuer les mesures EBSD, les échantillons d'acier DP ont préalablement subi un polissage mécanique fin (poudre diamant $3\mu m$) suivi d'un électropolissage (électrolyte Struers A3, 30 V, 15 s) permettant d'obtenir un état de surface présentant le moins de rugosité possible. Les scans EBSD ont été réalisés sur deux coupes du matériau (coupe $DL-DT$, coupe $DL-DN$), et des zones de $60\times 60\ \mu m$ avec un pas de $0,2\mu m$ ont été analysées.



(a) Cônes de diffraction (b) Diagramme de Kikuchi [48] (c) Indexation

FIGURE 2.7: Cliché de Kikuchi et son indexation.

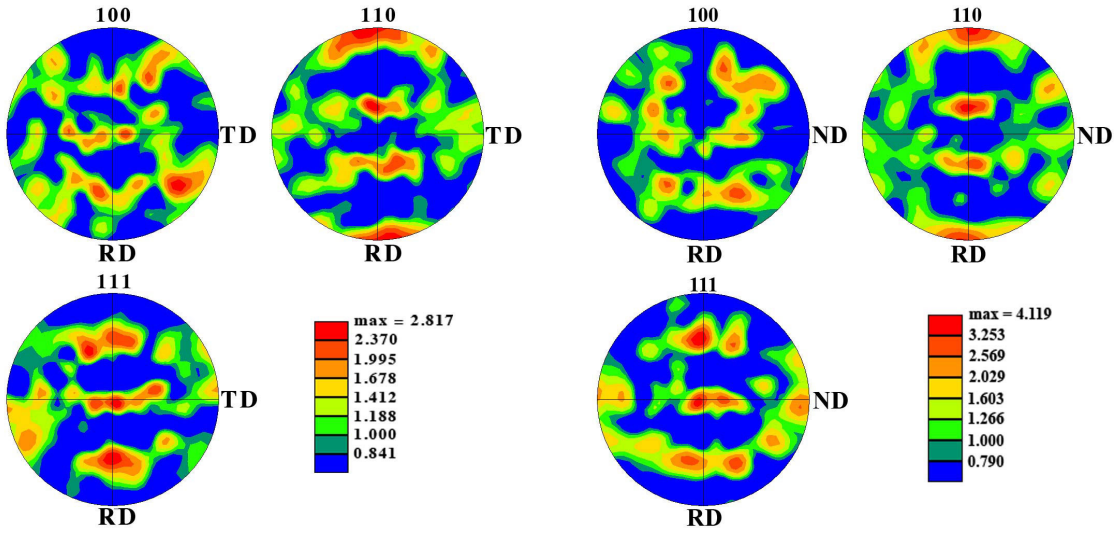


(a) coupe DL-DT (b) coupe DL-DN

FIGURE 2.8: Image SE (Secondary Electron) des régions scannées.

La figure 2.8 illustre une image SE des deux zones d'intérêt. Malgré l'inclinaison à 70° des échantillons par rapport à l'horizontale (fig. 2.6), le contraste naturel de la microstructure permet une identification visuelle des phases. Les textures obtenues pour les deux coupes (fig. 2.9) traduisent une orientation préférentielle des grains dans un référentiel défini par les directions de laminage (RD), transverse (TD) et normale (ND). Les figures sont naturellement orthotropes, en accord avec le procédé de fabrication. La texture observée est une texture de laminage classique $< 110 > \{111\}$: le laminage a tendance à favoriser une texture cristalline avec une forte densité de directions $< 110 > //DL$ et de plans $\{111\} \perp ND$.

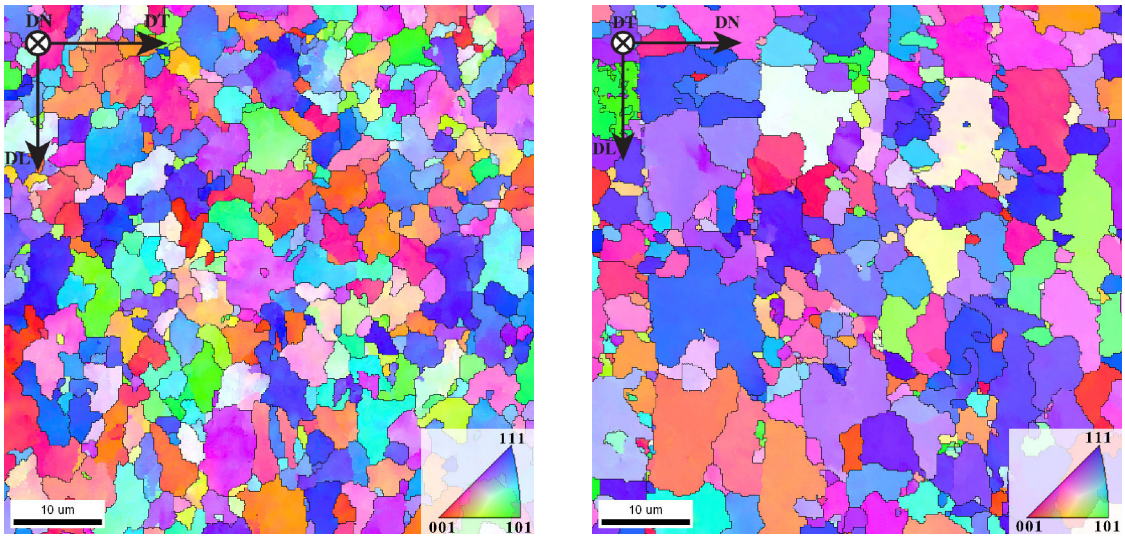
Les cartographies (figure de pôles inverses) réalisées sur nos différentes coupes (fig. 2.10) représentent la distribution spatiale des orientations locales parallèles à la direction normale DN. Chaque grain ayant une orientation unique, ce mode de représentation permet d'imager immédiatement la structure cristalline du matériau. On observe sur la coupe DL-DT une distribution homogène des grains de faible dimension. Celle ci vient contraster avec les observations de la coupe DL-DN, où on peut observer la présence de grains de grande taille séparés périodiquement par un alignement de grains de taille plus faible, le long de la direction de laminage. Cette



(a) coupe DL-DT (b) coupe DL-DN

FIGURE 2.9: Figures de pôles associées aux mesures EBSD.

périodicité est associée à la présence de bandes de phase secondaire.



(a) coupe DL-DT (b) coupe DL-DN

FIGURE 2.10: Figures de pôles inverses IPF $< 001 >= DN$.

On constate en revanche que l'indexation réalisée ne donne aucune information sur la nature des phases du matériau. En effet, la proximité des réseaux cristallins de la martensite (quadratique centré) et de la ferrite (cubique centré) ne permet pas de différencier ces phases par indexation des figures de Kikuchi. Le diagramme de Kikuchi dans le cas des aciers DP ne permet alors que de visualiser la texture cristallographique sans distinction de phase (fig. 2.10). Des méthodes

d'identification des phases par la mesure EBSD ont été proposées dans la littérature pour les aciers DP [14] [15] [47]. Ces méthodes utilisent principalement la qualité du signal de diffraction (IQ), la probabilité de l'unicité d'une solution d'orientation (CI) et la désorientation locale. Ces différentes quantités permettent de créer un contraste raisonnable permettant l'identification des phases d'un acier DP. Cette identification des phases est mise en place au chapitre 5.

1.3 Stratégie de modélisation

Dans le cadre de la modélisation du comportement magnéto-mécanique des aciers DP, il est nécessaire de mettre en place une stratégie de modélisation que nous détaillons ci-dessous.

La première étape de cette stratégie de modélisation consiste à obtenir une description de la microstructure de ces aciers (grains, distribution des phases, distribution des orientations cristallines, etc). La seconde étape est l'introduction de ces quantités dans un modèle topologique magnéto-mécanique (modèle micromagnétique). Une étude de sensibilité du comportement magnétique des aciers DP à leur microstructure sera alors possible. Un préalable indispensable est de connaître les constantes magnétiques et mécaniques des phases en présence. Si les données issues de la littérature sur le comportement du fer sont nombreuses, le comportement de la phase secondaire reste à définir. Ceci a nécessité la mise en place d'un protocole expérimental dédié.

2 Matériaux modèles

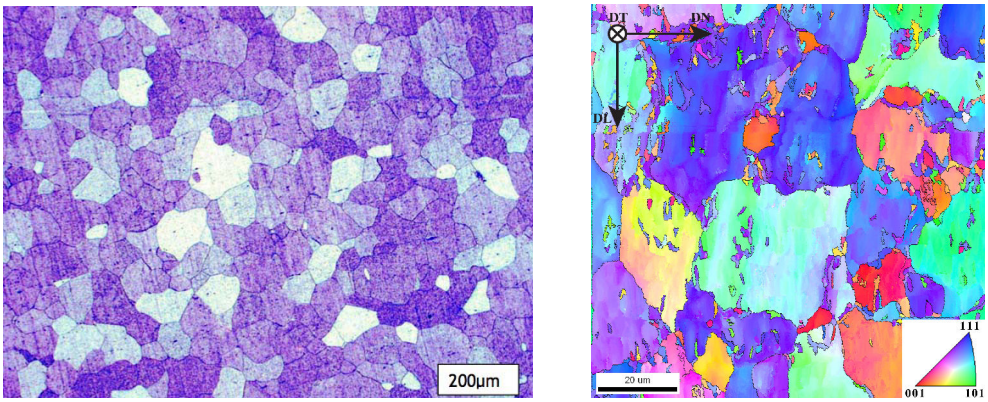
L'introduction de matériaux modèles a pour objectif d'effectuer des mesures magnétiques comparatives entre les deux phases d'un acier DP. Ces mesures permettront d'identifier les constantes magnétiques $(M_s,\ K_1,\ K_2,\ \lambda_{100},\ \lambda_{111})$ et mécaniques (C_{ijkl}) nécessaires à la modélisation de matériaux monophasés polycristallins de même nature et à la comparaison modèle/essais.

2.1 Fer pur

Avec une teneur en fer supérieure à 99,8%, le fer ARMCO nous a servi de matériau représentatif de la phase ferritique de notre acier DP d'étude. Les observations microstructurales (fig. 2.11) après polissage mécanique puis attaque chimique de ce matériau ont révélé une microstructure à grains équiaxes dont la taille est de l'ordre de la centaine de microns.

2.2 Martensite pure : Acier $C38$ trempé

Nous ne disposons d'aucun matériau "catalogue" représentatif de la phase secondaire. On se propose alors de recréer une microstructure équivalente par traitement thermique d'un matériau dont la composition initiale est proche de celle de la phase secondaire. En effet les observations microstructurales, nous ont permis de définir un taux de carbone moyen de $0,38 wt\%C$ dans la phase secondaire (tab. 2.3). Le choix s'est donc porté sur un acier $C38$ du fait de sa teneur en



(a) microscopie optique (b) figure de pôle inverse $< 001 >= DN$

FIGURE 2.11: Microstructure d'un fer ARMCO®.

carbone afin de représenter la phase secondaire après traitement thermique adéquat naturellement.

Le $C38$ est un acier hypoeutectoïde, très souvent utilisé en mécanique générale de part sa bonne usinabilité et ses caractéristiques mécaniques élevées (tab. 2.4). Sa composition chimique prête bien ce matériau aux traitements thermiques (tab. 2.4).

	$R_e\ (MPa)$	$R_m\ (MPa)$	$A_{\%}$	H_v	$C\ (wt_{\%})$	$Mn\ (wt_{\%})$	$Si\ (wt_{\%})$
C38	$245-300$	$500-550$	$18-19$	245	$0,35-0,39$	$0,50-0,80$	$\leq 0,4$

TABLE 2.4: Comportement mécanique et composition d'un acier C38.

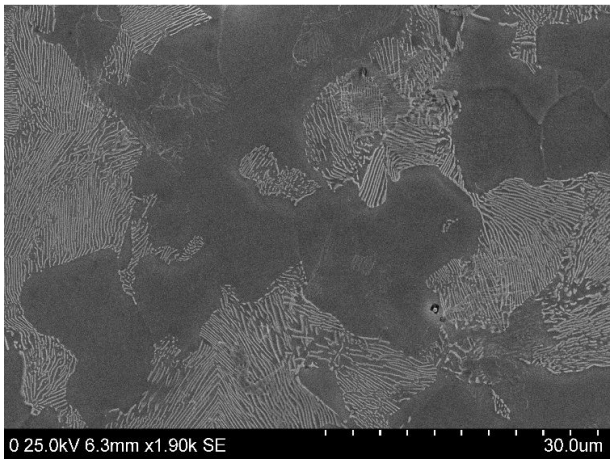
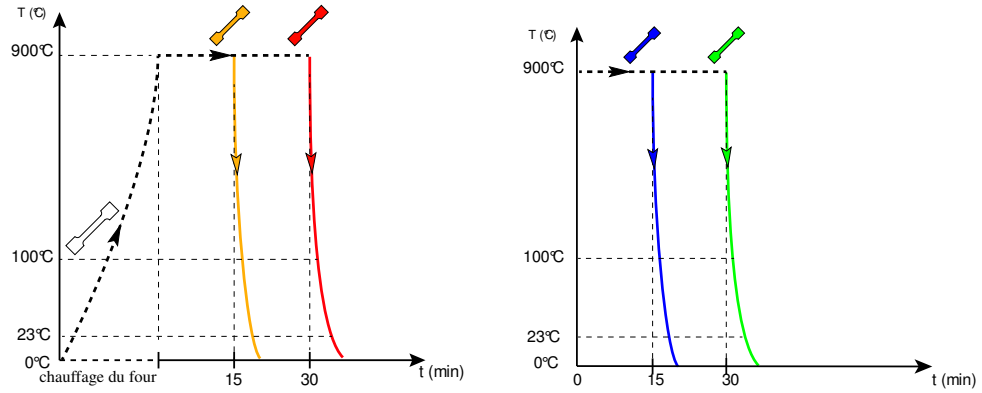


FIGURE 2.12: Acier $C38$ brut de réception.

Le matériau brut de livraison est un matériau biphasé composé de ferrite et de perlite lamellaire (fig. 2.12). La perlite est le produit de transformation eutectoïde des aciers : elle est constituée de lamelles de ferrite et cémentite (Fe_3C).

Deux types de traitements thermiques (fig. 2.13) ont été effectués sur différents échantillons issus d'un même barreau cylindrique de diamètre $\phi = 12mm$. Les procédés ont en commun un traitement d'austénitisation de 15 *minutes* et 30 *minutes* à $T > T_\gamma \approx 900°C$. Ils diffèrent par la mise en température : mise au four éteint pour le 1er cas, mise au four déjà chaud dans le 2eme cas. Le traitement se termine par une trempe dans différents milieux assurant un échange et donc un refroidissement plus ou moins rapide. Les trempes sont effectuées dans l'eau à différentes températures (4°C, 23°C, 100°C) et à l'huile (23°C).



(a) Type 1 (b) Type 2

FIGURE 2.13: Traitements thermiques effectués sur l'acier $C38$.

La courbe TRC (fig. 2.14) du $C38$ indique les états microstructuraux et caractéristiques mécaniques (dureté) attendus en fonction de la vitesse de refroidissement. Pour des vitesses de refroidissement élevées, la dureté reste constante et élevée correspondant à un acier totalement martensitique. Pour des vitesses de refroidissement plus lentes, la dureté décroît rapidement. Cette variation correspond à la disparition de la martensite (M) au profit de la bainite $((A+F+C)$ basse température$)$ puis la perlite $((A+F+C)$ haute température$)$. La courbe de refroidissement 2.14 nous fixe donc deux limites de vitesse de refroidissement $(FAST,\ SLOW)$ et de dureté, indicatives de l'état microstructural après traitement.

Les tableaux de dureté de référence des produits de transformation (tab. 2.5) et de notre acier DP (tab. 2.6) sont fournis ci-dessous.

références	ferrite	bainite	perlite	cémentite	martensite
H_v	70-200	250-650	250-450	550	450-950

TABLE 2.5: Duretés de référence.

L'hypothèse forte d'une loi des mélanges entre phase est employée, donnant :

$$H_{v_{DP}} = H_{v_{\alpha'}}\ f_{\alpha'} + f_\alpha\ H_{v_\alpha} \tag{2.4}$$

avec H_{v_α} la dureté de la ferrite connue, $H_{v_{DP}}$ la dureté de l'acier DP mesuré, on peut déduire $H_{v_{\alpha'}}$

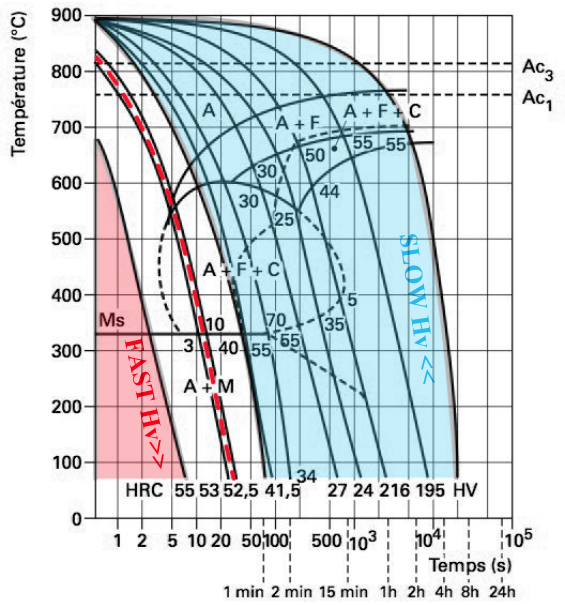


FIGURE 2.14: Courbe de refroidissement d'un acier C38 [29].

DP 780 d'étude	#1	#2	#3	#4	#5	#6
H_v	247	241	231	242	238	249

TABLE 2.6: Duretés mesurées sur DP 780 d'étude.

la dureté approximative de la phase secondaire :

$$H_{v_{\alpha'}} = \frac{H_{v_{DP}} - f_\alpha * H_{v_\alpha}}{f_{\alpha'}} \tag{2.5}$$

L'analyse par seuillage des microstructures a permis d'estimer la fraction moyenne de ferrite f_α à environ 64%. Ceci, tout calcul fait, nous fournit une dureté moyenne de la phase secondaire du DP 780 étudié :

$$H_{v_{\alpha'}} = 314 \sim 545 \tag{2.6}$$

La vitesse idéale recherchée est indiquée en trait discontinu rouge sur la figure 2.14. Celle ci permet non seulement d'assurer l'absence de ferrite, mais aussi de garantir une microstructure martensitique représentative de la phase secondaire de notre matériau d'étude. Pour juger de la réussite de la procédure, nous disposons principalement de la dureté $H_{v_{\alpha'}}$ identifiée (2.6), et des micrographies réalisées après trempe.

Les duretés moyennes mesurées sur nos différents échantillons après traitement thermique sont rapportées dans les tableaux 2.7 et 2.8 pour les procédés de type 1 et de type 2. Une analyse rapide de ces résultats nous permet d'éliminer tous les échantillons ayant subi une trempe à l'eau à 4°C et à 100°C, et ainsi qu'à l'huile. Les duretés mesurées sont, soit trop élevées (structure

totalement martensitique), soit trop faibles (absence totale de martensite). Pour les 4 échantillons restant (trempe à l'eau à 23˚C, type 1 et 2, et durée de 15 et 30 min), les duretés mesurées laissent présumer que la transformation martensitique s'est amorcée et que l'austénite résiduelle s'est dégradée en produits de trempe secondaire. Les micrographies de la figure 2.15 illustrent les différentes microstructures obtenues.

trempe	15 min	30 min
eau 4˚C	732	708
eau 23˚C	662	401
eau 100˚C	223	254
huile	238	270

TABLE 2.7: Duretés obtenues par le procédé de type 1.

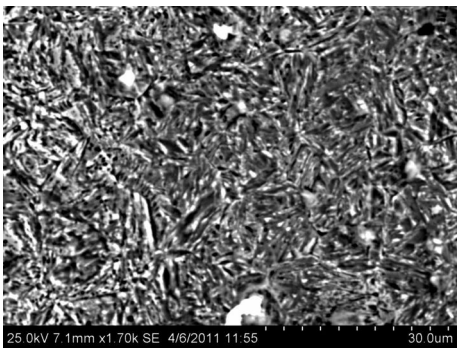
trempe	15 min	30 min
eau 4˚C	778	692
eau 23˚C	439	**529**
eau 100˚C	216	246
huile	309	245

TABLE 2.8: Duretés obtenues par le procédé de type 2.

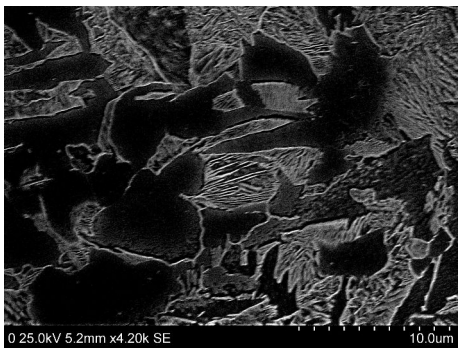
Dans le cas du traitement à l'eau à $4°C$ (fig. 2.15(a)), nous nous trouvons en présence d'une microstructure à dominante martensitique qui présente des résidus marginaux de cémentite (Fe_3C) non dissous lors de la mise en solution. Dans le cas d'une trempe à l'eau à 100˚C (fig. 2.15(b)) et à l'huile (fig. 2.15(c)), on observe un retour à la microstructure ferrito-perlitique du matériau de réception. Ceci est confirmé par les mesures de dureté. Dans le cas d'un traitement à l'eau à 23˚C (fig. 2.15(d)), on observe une microstructure martensitique plus nuancée par rapport à la précédente. La dureté mesurée est en effet trop élevée pour considérer qu'on soit en présence de ferrite, et faible pour présumer qu'on soit totalement martensitique.

Suite à ces observations, et aux mesures de dureté, nous avons fait le choix de sélectionner le traitement conduisant à une dureté de 529 pour une durée de traitement de 30 min. Cette durée a été préférée à celle de 15 min afin de s'affranchir de tout problème d'homogénéité.

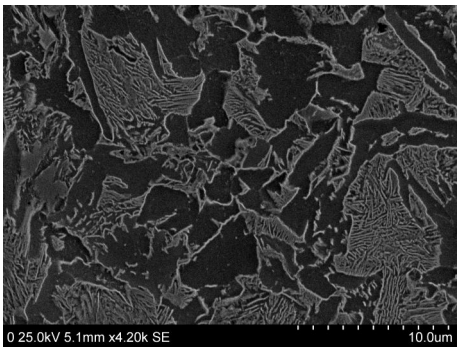
Grâce au fer pur ARMCO et à l'acier C38 trempé, nous disposons de deux matériaux représentatifs des deux phases du DP 780. Nous sommes désormais en mesure de caractériser leur comportement respectif, et d'identifier les constantes magnétiques et magnétostrictives nécessaires à leur modélisation.



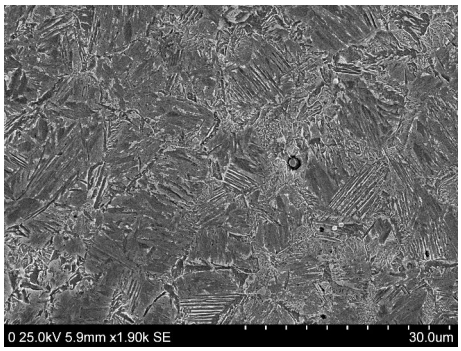
(a) eau 0°C $H_v = 692$



(b) eau 100°C $H_v = 246$



(c) huile $H_v = 245$



(d) **eau 23°C** $H_v = 529$

FIGURE 2.15: Résultats de trempe type 2, 30 minutes de traitement.

3 Caractérisation du comportement magnéto-mécanique

L'identification du comportement magnéto-mécanique complet nécessite un dispositif expérimental permettant d'obtenir l'évolution des grandeurs magnétiques sous sollicitation mécanique, et la mesure des déformations magnétostrictives.

Des mesures magnétiques anhystérétiques et cycliques peuvent être réalisées. La mesure anhystérétique nécessite d'effectuer des oscillations amorties (désaimantation) autour d'une valeur de champ non nulle H_{an} (figure 2.16). Ces oscillations permettent en théorie d'obtenir une configuration magnétique à l'équilibre (à énergie minimale) et donc une aimantation idéale M_{an}. La courbe anhystérétique se construit donc point par point, après cyclage pour toutes les valeurs de champ désirées. La courbe obtenue est une courbe affranchie de tout phénomène dissipatif formant le squelette de la courbe hystérétique. Elle est ainsi peu sensible aux défauts de microstructure des matériaux.

Contrairement à une mesure anhystérétique, la mesure hystérétique ou cyclique reflète l'histoire du chargement. Elle nécessite une désaimantation préalable. La courbe obtenue est un cycle d'hystérésis représentatif du comportement irréversible du matériau. Elle est sensible à l'état microstructural du matériau : défauts, contraintes, inclusions etc. Les mesures de déformation de magnétostriction et du comportement magnétique (cyclique et anhystérétique)

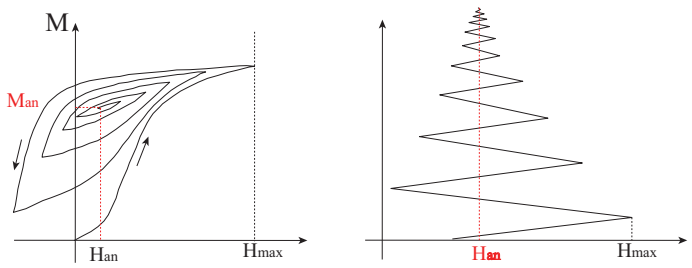


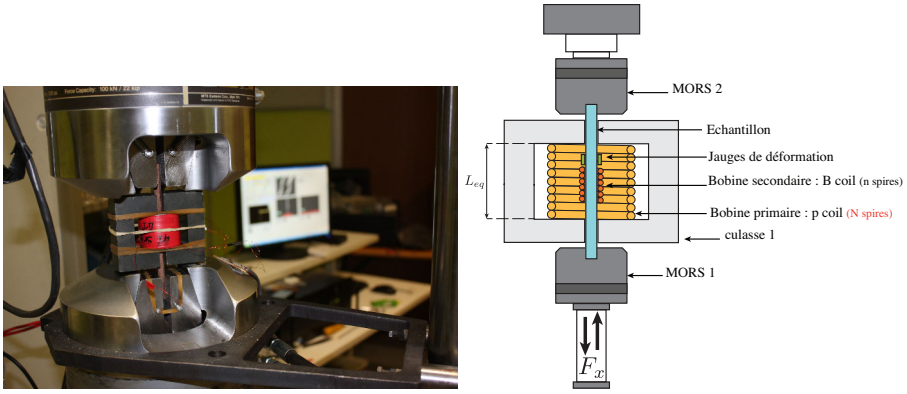
FIGURE 2.16: Mesure anhystérétique [56].

sont réalisées simultanément. L'ensemble des mesures peut être réalisé sous contrainte mécanique.

3.1 Banc de mesures magnétiques et post-traitement

3.2 Banc uniaxial

La mesure des grandeurs magnétiques nécessite un montage de type transformateur où une forme d'onde u_t (V) à une fréquence f (Hz) est envoyée à un amplificateur de puissance. Le courant i (A) de sortie parcourt un solénoïde (bobine primaire) entourant l'échantillon. Le champ magnétique créé H $(A.m^{-1})$ provoque l'aimantation de l'échantillon. Nous disposons pour ce banc de mesure des échantillons d'aciers DP prélevés suivant les directions DL et DT de 100 *mm* de long et $12,5$ *mm* de large ($e = 1,6$ *mm*).



(a) montage (b) schema de principe

FIGURE 2.17: Montage de mesures magnéto-mécanique uniaxial.

Le banc de mesure uniaxial (fig. 2.17(a)) a été développé au LMT-Cachan par Gourdin [32]. Il est constitué d'une bobine d'excitation à N spires enveloppant l'échantillon et de 2 culasses ferrimagnétiques permettant la refermeture du flux. On montre que le champ magnétique généré autour de l'éprouvette est proportionnel à la longueur utile (L_{eq}) proche de celle du solénoïde (2.7).

$$H \approx \frac{N\,i}{L_{eq}} \tag{2.7}$$

La mesure du flux magnétique dans l'échantillon se fait à l'aide d'une bobine de flux (bobine secondaire : B coil) enveloppant au plus près l'échantillon de section S. Aux bornes de cette bobine formée de n spires, la connaissance du flux magnétique par intégration de la tension induite $U(t)$, permet de déterminer l'induction B puis l'aimantation M.

$$\|\vec{M}_{mes}\| \approx -\frac{1}{\mu_0 nS}\int_t^{t+dt} u(t)\,dt - H \tag{2.8}$$

Les mesures de déformation sont effectuées à l'aide de jauges de déformation disposées sur chaque face de l'éprouvette (figure 2.17). Elles permettent de mesurer les déformations de magnétostriction longitudinale E_l^μ (dans la direction du champ appliqué) et transversale E_t^μ (dans la direction perpendiculaire au champ appliqué). L'ensemble est disposé (ou non) dans une machine de traction de type MTS (fig. 2.17(a)) permettant d'imposer un chargement mécanique en complément du chargement magnétique.

3.2.1 Recalage de la magnétostriction

La non linéarité, la faible amplitude ($\leq 10^{-5}$), et la forte dépendance à l'état de contrainte rendent la mesure de la déformation de magnétostriction délicate. Il est nécessaire d'appliquer des efforts extrêmement stable et d'éviter les variations de température pendant un essai sous contrainte par exemple. La mise en place de l'éprouvette dans les mors de serrage et la procédure de désaimantation initiale conduisent généralement à une déformation (élastique) non nulle à aimantation nulle. La réinitialisation des ponts de Wheatstone à zéro avant la procédure anhystérétique ou cyclique permet de conserver une sensibilité de mesure des déformations élevée, et de mesurer uniquement les variations de magnétostriction "artificiellement" nulle à aimantation nulle.

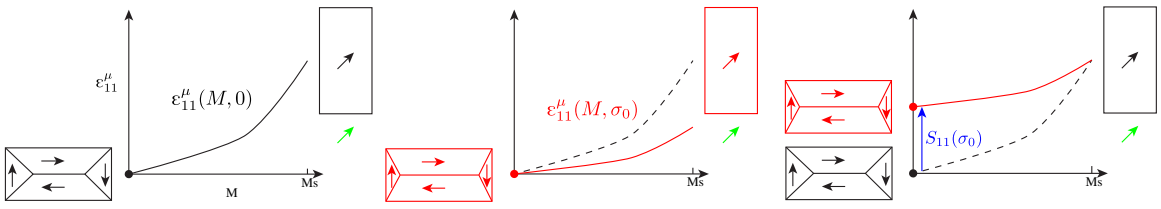


FIGURE 2.18: Recalage à la saturation de la mesure de déformation de magnétostriction anhystérétique.

À cause de la réinitialisation des ponts de Wheatstone, un recalage est nécessaire pour la mesure de la déformation de magnétostriction sous chargement mécanique. La figure 2.18 illustre la procédure. Considérons les mesures de magnétostriction sans contrainte $\varepsilon_{11}^{\mu}(M,0)$, et avec contrainte $\varepsilon_{11}^{\mu}(M,\sigma_0)$ (fig. 2.18(a) (b)). Compte tenu de l'influence de l'état de contrainte sur la configuration de la structure en domaine initiale ($M=0$), on fait l'hypothèse que sous fort champ

magnétique appliqué $(M = M_s)$, la déformation de magnétostriction atteint sa valeur de saturation quelle que soit la contrainte appliquée. La valeur à saturation devient alors la valeur de référence vers laquelle doivent nécessairement tendre toutes les courbes (structure en domaines identique). Le recalage $S_{11}(\sigma_0)$ de la courbe sous contrainte $\varepsilon^{\mu}_{11}(M,\sigma_0)$ (fig. 2.18(c)) permet d'accéder à la réponse magnétostrictive réelle. À aimantation nulle, le recalage $S_{11}(\sigma_0)$ correspond à la déformation de magnétostriction induite uniquement par le chargement mécanique. L'évolution de cette valeur de recalage $S_{11}(\sigma_0)$ en fonction de la contrainte appliquée est ainsi représentative de l'effet ΔE [21] [19].

3.3 Banc biaxial

Les travaux de Maurel [58] puis de Hubert [40] [41] [43] ont abouti au développement d'un nouveau banc de mesures magnétiques permettant d'imposer un champ magnétique homogène en surface d'un échantillon via une culasse ferrimagnétique bobinée. Nous disposons d'échantillons d'aciers DP $(e = 1,6\ mm)$ dont la géométrie et le dimensionnement des efforts ont été étudié selon la procédure détaillée en annexe B. Ces échantillons peuvent être disposés dans la machine multiaxiale ASTREE (fig. 2.19(a)) afin d'être soumis à des efforts biaxiaux.

La spécificité de ce montage illustré figure 2.19 est de permettre la mesure de l'induction magnétique par intégration de la tension induite aux bornes de deux pointes métalliques (B-Pointes) directement en contact avec la surface de l'échantillon. Les B-Pointes (fig. 2.19(c)) sont disposées sous la culasse ferrimagnétique autour de laquelle s'enroule une bobine primaire (P Coil) permettant d'imposer un champ magnétique dans l'échantillon (fig. 2.19(b)). Une bobine de champ (H Coil) disposée à la surface de l'echantillon permet de mesurer le champ magnétique. Ce dispositif permet de garantir la mesure des grandeurs magnétiques dans une zone de champ homogène.

Les grandeurs magnétiques mesurables sont fournies par les équations (2.9-2.10) représentant respectivement le champ magnétique mesuré par la H Coil à la surface de l'échantillon (H_{fer}) et l'aimantation mesurée par intégration de la tension induite aux bornes des B-Pointes (M_{mes}).

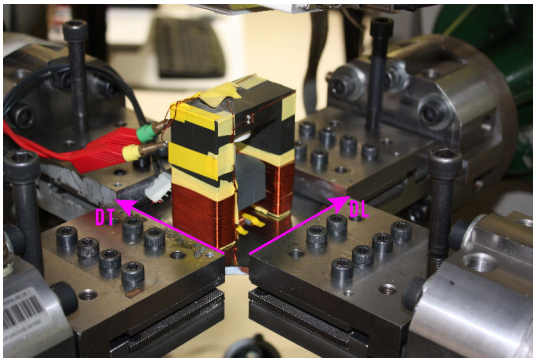
$$H_{fer} = \frac{1}{\mu_0 n_h S_h} \int_t^{t+dt} u_h(t)\, dt \tag{2.9}$$

$$M_{mes} = -\frac{1}{\mu_0 S}\left(\int_t^{t+dt} \frac{u_{bp}(t)}{k}\, dt - \mu_0 H_{fer}(S_{air} * f_{air}) \right) - H_{fer} \tag{2.10}$$

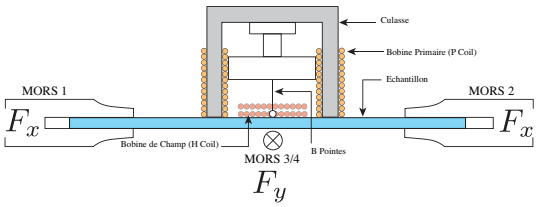
avec S la section de l'échantillon sous les B-Pointes, u_h et u_{bp} les tensions induites aux bornes de la H-Coil et des B-Pointes et k un facteur correctif. Enfin S_{air} représente la section d'air comprise entre les B-Pointes et la surface de l'éprouvette, et f_{air} le facteur de réduction de l'air.

3.4 Comportement des matériaux modèles

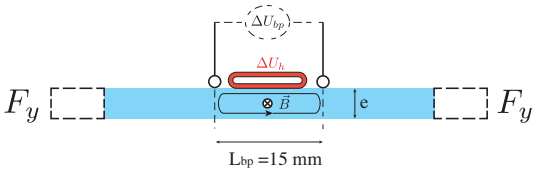
Nous illustrons tout d'abord le comportement des matériaux modèles présentés précédemment : polycristal de fer pur ARMCO et acier C38 trempé.



(a) montage biaxial



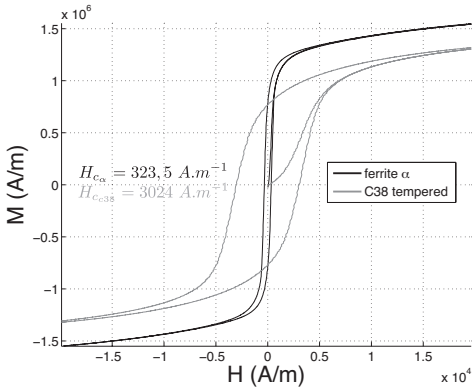
(b) schéma de principe



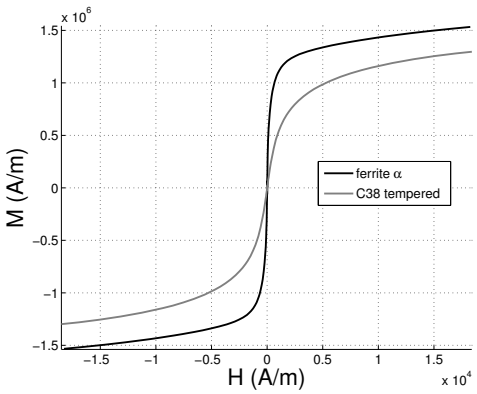
(c) B pointes

FIGURE 2.19: Montage de mesures magnéto-mécanique biaxial.

La figure 2.20 représente le comportement magnétique de ces matériaux (cyclique 2.20(a) et anhystérétique 2.20(b)). Le polycristal de fer pur présente toutes les caractéristiques d'un matériau magnétique doux à savoir : un cycle haut et étroit associé à un champ coercitif modéré et une forte induction rémanente. La microstructure cristalline (fig. 2.11) de ce matériau ne présentant pas d'entraves au mouvement des parois, le champ nécessaire à son aimantation est très faible et l'absence d'obstacle à la mobilité des parois de Bloch rend le comportement très peu dissipatif.



(a) $M(H)$ cyclique $0,1\ Hz$



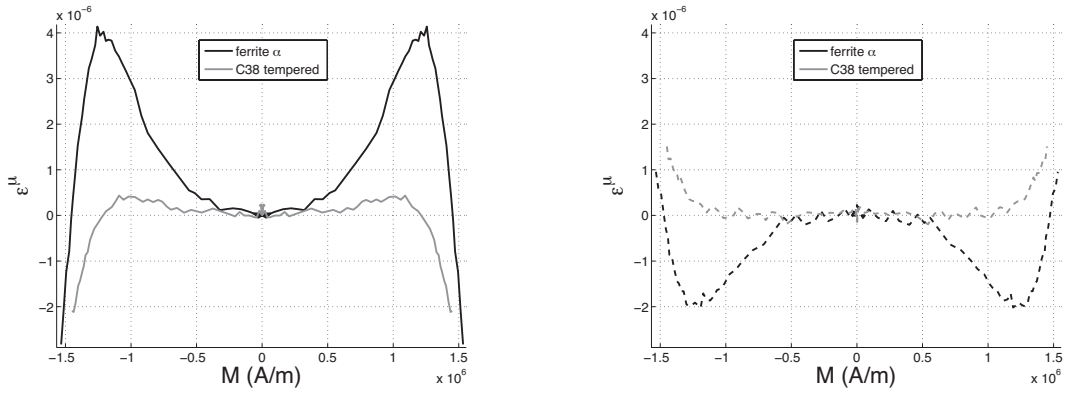
(b) $M(H)$ anystérétique

FIGURE 2.20: Comportement magnétique des matériaux modèles.

On a représenté sur la même figure le comportement de l'acier $C38$ trempé. Contrairement au

polycristal de fer, Le C38 trempé présente toutes les caractéristiques d'un matériau magnétique dur. Son comportement trouve son origine dans la microstructure créée après refroidissement. D'une part la transformation martensitique introduit une forte densité de dislocations, et d'autre part la transformation partielle de l'austénite métastable à basse température introduit de fortes hétérogénéités (bainite...). Ce mélange complexe au sein de la microstructure génère autant de points d'accrochage des parois de Bloch entravant leur mobilité [66]. Le champ nécessaire à la progression des parois est d'autant plus important, et l'irréversibilité de leur progression rend ce matériau difficilement aimantable d'où le fort champ coercitif (H_c) et la forte dissipation d'énergie associée.

La figure 2.21 représente le comportement magnétostrictif des matériaux modèles (2.21(a) déformation parallèle au champ et 2.21(b) déformation perpendiculaire au champ). On observe un rapport de 2 entre les déformations longitudinales et transversales respectives de ces matériaux. Une tendance globale se dégage pour ces deux matériaux. Pour de faibles niveaux d'aimantation, leur déformation évolue de manière monotone jusqu'à atteindre des valeurs maximale $E^{\mu}_{max_{L/T}}$. Lorsque le niveau d'aimantation est suffisant, un changement de signe de la magnétostriction s'opère. La déformation converge vers des valeurs à saturation $E^{\mu}_{s_{L/T}}$ de signes opposés. Le niveau de déformation diffère fondamentalement entre les deux matériaux. Typiquement, la facilité d'aimantation du fer polycristallin s'accompagne d'une magnétostriction maximale élevée $(E^{\mu}_{max_L} = 4\ .10^{-6})$, ce qui contraste avec la faible déformation de magnétostriction maximale de l'acier $C38$ trempé $(E^{\mu}_{max_L} = 0,5\ .10^{-6})$.

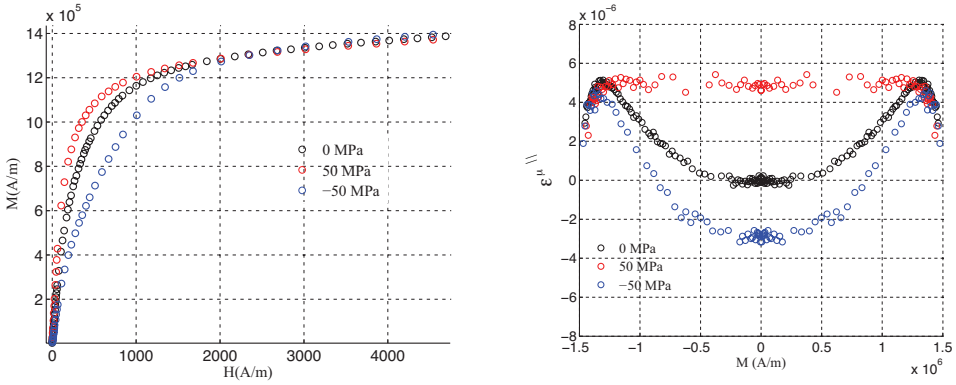


(a) Déformation longitudinale $E^{\mu}_{L}(M)$ (b) Déformation transversale $E^{\mu}_{T}(M)$

FIGURE 2.21: Comportement magnétostrictif des matériaux modèles.

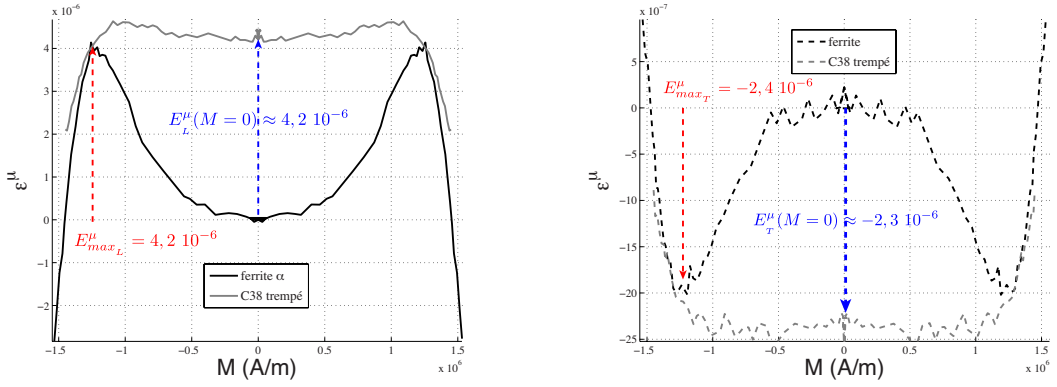
D'un point de vue magnétique, la saturation de l'acier $C38$ trempé n'a pas pu être atteinte. Cependant on rappelle qu'il s'agit d'un matériau chargé à plus de 99 $wt\%F_e$. On s'attend donc, compte tenu de sa composition, à ce que ce matériau possède une aimantation à saturation M_s et par conséquent des déformations à saturation λ_s identiques à celles du fer. On rappelle (fig. 2.22) le comportement magnétique et magnétostrictif du fer pur sous sollicitation mécanique uniaxiale. On observe qu'une contrainte de compression induit une chute de la susceptibilité pour de faibles niveaux du champ appliqué, mais l'aimantation à saturation est toujours atteinte pour des niveaux élevés du champ.

On observe également qu'une contrainte de traction induit une déformation initiale (effet ΔE) plus importante ($\approx 5\ 10^{-6}$ pour $50\ Mpa$). Puisque leur magnétostriction à saturation est supposée être identique, on peut effectuer un recalage du comportement magnétostrictif de l'acier $C38$ trempé par rapport à la magnétostriction à saturation du fer (fig. 2.23). Ce recalage permet de supposer l'existence d'une déformation de magnétostriction initiale de l'acier $C38$ trempé. Cette déformation ne peut avoir pour origine que l'existence d'un état de contrainte résiduelle σ_{res} régnant au sein du matériau, ce qui peut paraître réaliste (transformation martensitique). L'observation de l'effet d'une contrainte sur le comportement du fer pur nous montre que le comportement de l'acier $C38$ trempé est assimilable à celui du fer pur sous contrainte.



(a) Aimantation (b) Magnétostriction

FIGURE 2.22: Comportement magnétique et magnétostrictif réversible d'un fer pur polycristallin sous chargement mécanique [56].



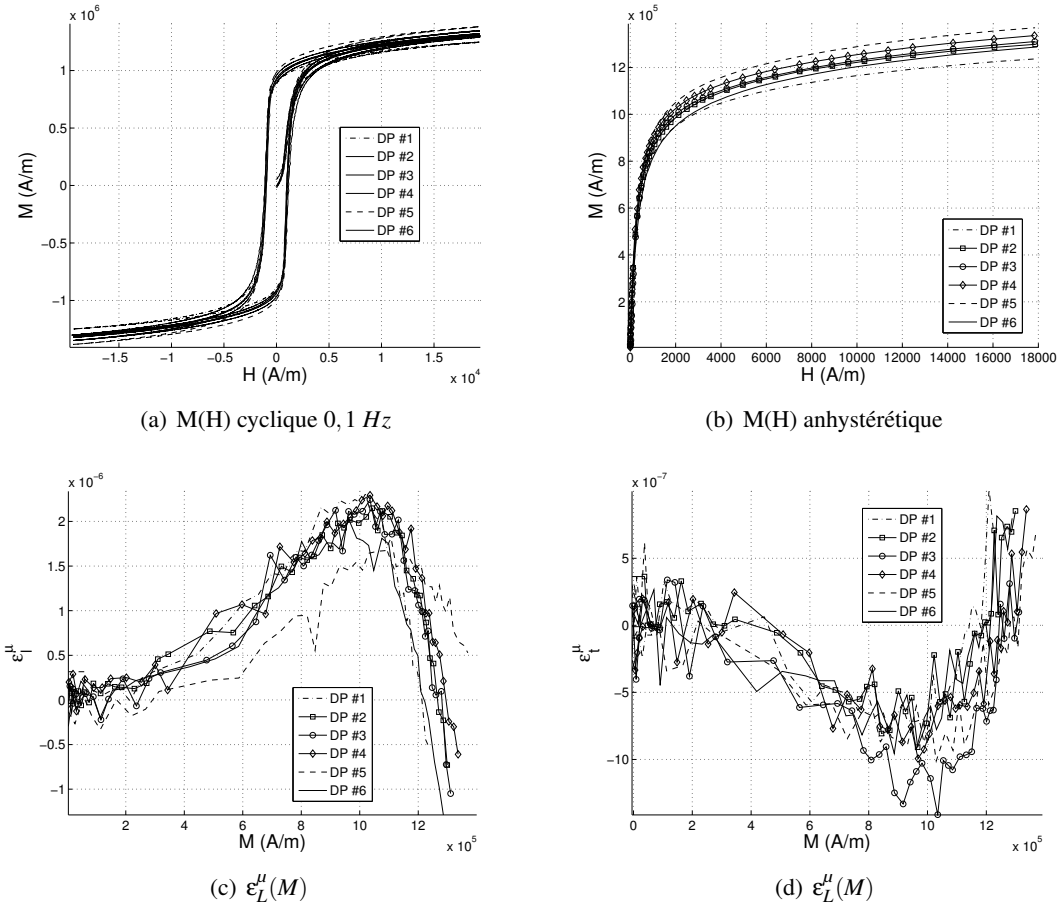
(a) Déformation longitudinale $E^{\mu}_{L}(M)$ (b) Déformation transversale $E^{\mu}_{T}(M)$

FIGURE 2.23: Recalage de la magnétostriction.

3.5 Comportement magnétique des aciers DP

La figure 2.24 représente les mesures magnétiques et magnétostrictives réalisées sur l'ensemble des nuances de l'acier DP 780 d'étude. Le comportement magnétique observé est un comportement typique des aciers. Il se caractérise par un champ coercitif et une aimantation rémanente relativement élevés. Des variations du comportement magnétique apparaissent entre les différentes nuances pour des niveaux de champ magnétique élevés.

Les mesures de magnétostriction sont marquées par la présence de bruit de mesure. Cependant le comportement magnétostrictif des différentes nuances peut être considéré comme proche (peu de sensibilité à la microstructure). Les quelques variations obtenues aussi bien pour le comportement magnétique que pour le comportement magnétostrictif sont à rechercher dans les fluctuations de la microstructure et les erreurs de mesure.



(a) M(H) cyclique $0,1\ Hz$

(b) M(H) anhystérétique

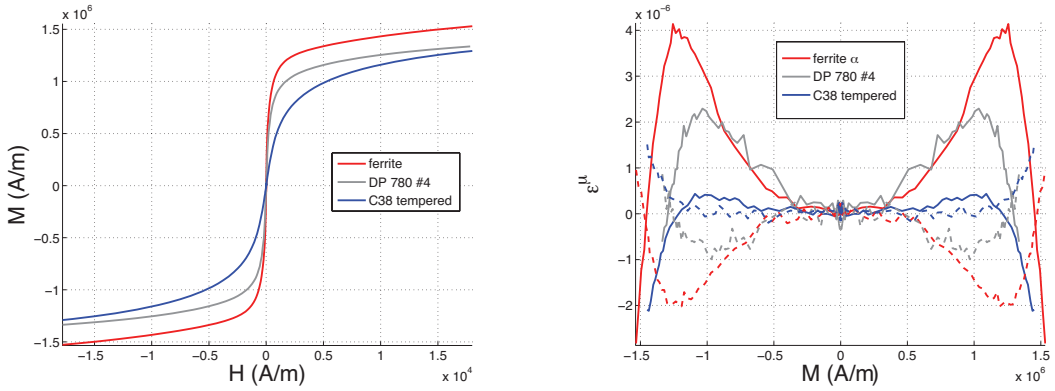
(c) $\varepsilon_L^{\mu}(M)$

(d) $\varepsilon_L^{\mu}(M)$

FIGURE 2.24: Variabilité du comportement magnétique pour un DP 780.

3.5.1 Comparaison avec les matériaux modèles

Une distinction nette apparaît entre les deux matériaux modèles. On s'attend naturellement à ce que le comportement des aciers DP soit borné par deux limites : une limite haute fixée par la matrice ferritique, et une limite basse fixée par la phase secondaire ici représentée par un acier C38 trempé. Une comparaison des mesures réalisées sur l'échantillon DP 780 #4 va dans ce sens (fig. 2.25).



(a) $M(H)$ anystérétique

(b) $E^{\mu}(M)$ anystérétique

FIGURE 2.25: Comportement magnétique-magnétostrictif borné d'un acier DP.

On suppose que pour de faibles niveaux de champ, le comportement magnétique et magnétostrictif est essentiellement dicté par la matrice ferritique plus douce et donc favorable à la mobilité des parois de Bloch. Cependant, lorsque le champ appliqué atteint un certain seuil, le comportement de l'acier DP se dissocie de celui du fer pour rejoindre progressivement celui de l'acier C38 trempé. Deux raisons peuvent expliquer ce changement. La première étant l'accrochage des parois de Bloch aux interfaces ferrite/phase secondaire. Ce phénomène provoque un durcissement du comportement magnétique. La seconde raison vient de l'activation de la mobilité des parois dans la phase secondaire. En effet, comme on l'a vu, les hétérogénéités inhérentes à la phase secondaire constituent autant d'entraves à la mobilité des parois d'où le durcissement magnétique progressif.

L'annexe B constitue une tentative de modélisation à l'aide d'une démarche d'homogénéisation d'un milieu biphasée du comportement magnétique et magnétostrictif des aciers DP. Les résultats obtenues sont tout à fait satisfaisants.

3.5.2 Influence d'un chargement mécanique

Uniaxial

La figure 2.26 montre l'évolution du comportement magnétique sous chargement mécanique uniaxial, dans le régime élastique. La contrainte uniaxiale de traction n'a qu'une faible influence sur le comportement magnétique. Il s'agit là d'un comportement typique d'un acier se traduisant

par une augmentation de la susceptibilité initiale sous traction. On observe également un renversement de Villari pour des champs d'environ 2000 A/m.

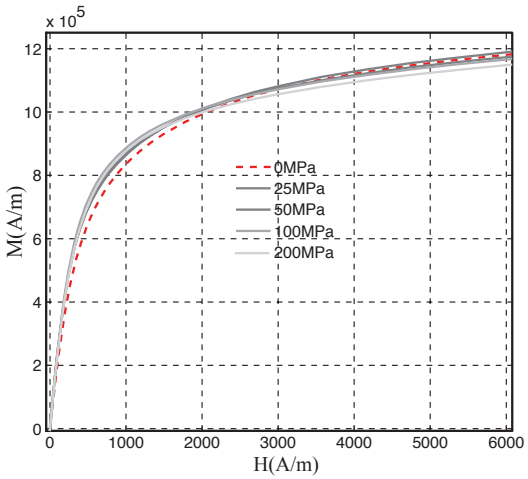
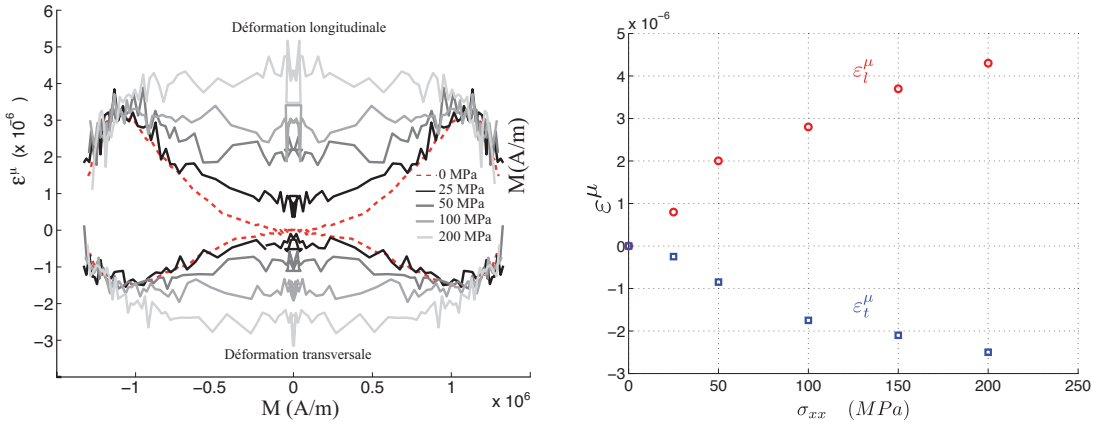


FIGURE 2.26: Comportement magnétique sous contrainte uniaxiale : DP #6 [56].

Le comportement magnétostrictif illustré par la figure 2.27(a) présente une sensibilité à la contrainte nettement plus prononcée que le comportement magnétique. On observe une progressive saturation de la déformation à contrainte croissante. La figure 2.27(b) montre l'évolution de la magnétostriction initiale avec la contrainte appliquée : le tracé correspond à l'effet ΔE. On constate que les déformations dans les sens longitudinal et transversal sont d'un rapport 2. Celles ci évoluent de manière non linéaire en fonction de la contrainte appliquée, et la saturation sous contrainte de l'effet ΔE ne semble pas atteinte pour la charge maximale employée lors de l'essais $(200\ MPa)$.



(a) $\varepsilon^\mu(M,\sigma)$ (b) effet ΔE

FIGURE 2.27: Comportement magnétostrictif sous contrainte uniaxiale : DP #6 [56].

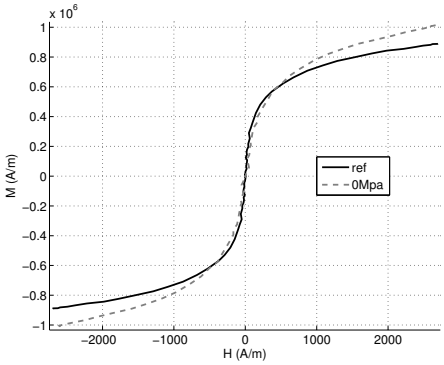
Biaxial

L'introduction de mesures biaxiales est relative à notre stratégie de modélisation. L'approche topologique nécessaire à la modélisation du comportement magnétique et du couplage magnéto-mécanique des acier DP, est une approche multiaxiale. Cette approche nécessite donc une expérience de mesure du comportement magnétique sous sollicitation mécanique multiaxiale. Car contrairement à l'expérience uniaxiale qui nous permettra dans la partie suivante d'identifier les constantes de modélisation, l'expérience biaxiale nous servira de validation du modèle qui sera adopté.

Avant la mise en place de l'éprouvette sur le banc, une mesure de référence est effectuée. La sollicitation magnétique est appliquée suivant la direction du laminage de l'éprouvette. La même mesure est effectuée lorsque l'éprouvette est installée dans la machine (efforts nuls imposés). On constate une modification du comportement magnétique lors du positionnement de l'éprouvette. La chute de la susceptibilité et le renversement de l'aimantation (effet Villari) observés traduisent un état proche d'une compression uniaxiale après serrage (fig. 2.28). Cet effet est imputable aux défauts géométriques de l'éprouvette et/ou de la machine. L'état de contrainte de départ ne peut donc pas être considéré comme nul et homogène. Toutes les mesures seront donc relatives à cet état.

Le plan de chargement mécanique est illustré sur la figure 2.29. Nous avons testé 24 états de chargement différents nécessitant 45 *min* de mesure par point. Ces états de chargement forment trois boucles d'amplitude 50, 80 et 100 *MPa* dans le plan des contraintes $(\sigma_{xx},\sigma_{yy})$. Les mesures magnétiques sont effectuées pour chaque point du plan de chargement mécanique. Pour toutes ces mesures, le chargement magnétique est appliqué suivant la direction de laminage (axe $\vec{x}$ mécanique). On mesure ainsi le comportement magnétique cyclique et anhystérétique pour différents états de contrainte.

La figure 2.30 montre l'évolution du comportement magnétique sous contrainte. On met ainsi en évidence une anisotropie induite du comportement magnétique.



(a) Mesures de référence

FIGURE 2.28: Influence du serrage des mors sur le comportement de référence.

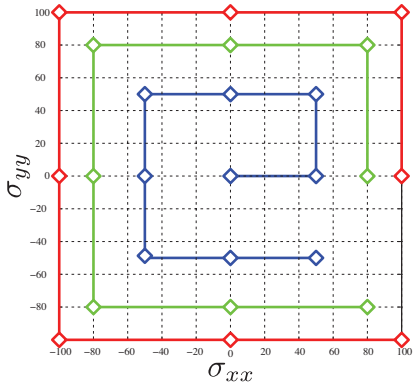
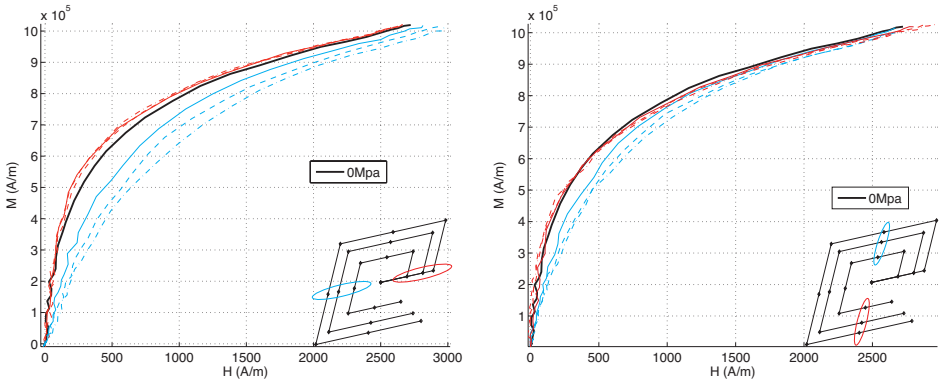


FIGURE 2.29: Plan de chargement mécanique.

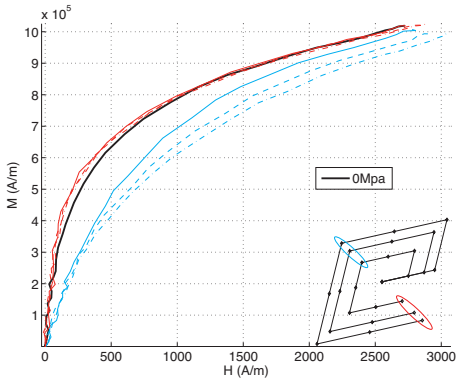
Pour illustrer plus facilement cette anisotropie, on représente sur la figure 2.31 l'évolution de la susceptibilité sécante relative (2.11) dans le plan de chargement mécanique. Les niveaux de contrainte et de susceptibilité sont adimensionnés respectivement par rapport à la contrainte maximale $\sigma_{max} = 100\ MPa$ et à la susceptibilité initiale $\chi_{0\ (H=100)} = 3,6\ 10^3$ (susceptibilité mesurée à efforts imposés nuls).

$$\chi(H,M,\sigma) = \left.\frac{M(H,\sigma)}{H}\right|_{H=100} \tag{2.11}$$

Nous constatons les tendances suivantes : une traction dans la direction du champ a pour effet d'augmenter la susceptibilité tandis qu'une compression a pour effet de la diminuer (ceci rejoint les constatations expérimentales en traction uniaxiale). Une compression dans la direction orthogonale au champ a pour effet d'augmenter la susceptibilité tandis qu'une traction a pour effet de la diminuer. Il est donc normal d'observer les maxima de variation de susceptibilité en cisaillement. Le principal enseignement de ces résultats expérimentaux est qu'il existe un effet majeur du niveau de contrainte le long de l'axe d'excitation (et de mesure) magnétique ; cet effet est particulièrement mis en évidence lorsque la contrainte le long de l'axe orthogonal est négative.



(a) traction compression σ_{xx} (b) traction compression σ_{yy}



(c) cisaillement

FIGURE 2.30: Comportement magnétique sous contrainte multiaxiale : DP #6.

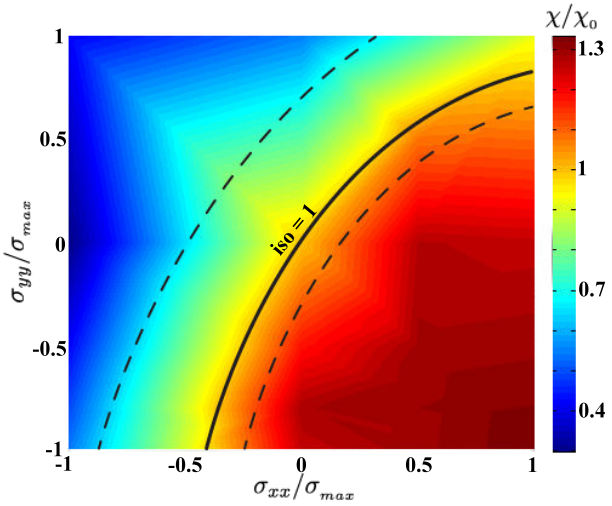


FIGURE 2.31: Susceptibilité sécante χ/χ_0 à $H = 100\ A.m^{-1}$: DP #6.

La deuxième remarque est l'existence d'une isosusceptibilité $\chi/\chi_0 = 1$ qui correspond à une ligne courbe qui représente l'ensemble des états de contrainte possible pour lesquels on observe aucune modification du comportement magnétique initial.

4 Réflexion à propos des constantes physiques des phases

Nous disposons d'une base de donnée expérimentale assez riche sur le comportement magnétique et les constantes du fer pur. Nos mesures expérimentales sur polycristal de fer concordent avec les résultats de la littérature. Nous utiliserons donc les constantes du fer pur récupérées dans les tableaux 2.9 et 2.10 pour la modélisation de la ferrite d'un acier DP.

$Ms\ (A.m^{-1})$	$K_1\ (J.m^{-3})$	$K_2\ (J.m^{-3})$	$a\ (J.m^{-1})$	λ_{100}	λ_{111}
$1,71\ 10^6$	$48\ 10^3$	$15\ 10^3$	$2,07\ 10^{-11}$	$21\ 10^{-6}$	$-21\ 10^{-6}$

TABLE 2.9: Constantes magnétiques du fer [51].

C_{11}	C_{12}	C_{44}
228	132	116,5

TABLE 2.10: Constantes mécaniques monocristallines du fer (GPa).

Nous disposons d'un matériau représentatif de la phase secondaire d'un acier DP. On a pu montrer que son comportement magnétique et magnétostrictif se rapproche d'un système ferritique sous contrainte. D'autre part ce matériau reste à 99 *wt%* du fer. La phase secondaire peut donc être considérée comme du fer sous contrainte et rempli de défauts (dislocations). Dans cette situation, il n'y a aucune raison que les constantes physiques de ce matériau diffèrent de celle du fer. L'aimantation à saturation restera donc inchangée, même si il y a des difficultés à l'atteindre (essentiellement pour un problème de mobilité des parois). Par manque d'éléments de mesure des constantes d'échange et d'anisotropie, nous les considérerons inchangées. Nous utiliserons également les mêmes constantes de magnétostriction que celles du fer, même si le comportement magnétostrictif n'est pas le même, on peut se ramener à un comportement similaire à travers un état de contrainte équivalent.

Cependant, si l'on prend exactement les mêmes constantes dans les deux phases, il est clair qu'on modélisera essentiellement de la ferrite. Il faudra donc adopter une stratégie de modélisation nous permettant de modéliser au moins un champ coercitif différent. On aura alors le choix de modéliser les défauts microstructuraux ou l'état de déformation au sein de la phase secondaire.

5 Bilan

Ce chapitre a été l'occasion d'aborder différents aspects de la microstructure et du comportement magnéto-mécanique du matériau d'étude. Les observations microstructurales ont confirmé la présence d'une microstructure composite à matrice ferritique et inclusions martensitiques.

Cette structure est connue pour son effet renfort sur le comportement mécanique. Des mesures du comportement mécanique et magnétique du matériau d'étude ont montré que des variations des propriétés mécaniques macroscopiques et du comportement magnétique existent entre les différentes nuances. Cependant le lien direct entre les propriétés mécaniques macroscopiques et le comportement magnétique n'est pas immédiat. Ces variations sont attribuées aux variations de la microstructure de ce matériau.

La microstructure du matériau a été observée par MEB, illustrant la présence des deux phases. L'approche modèle nécessite de connaître le comportement de ces deux phases. Nous avons donc cherché à obtenir des échantillons représentatifs de ces deux phases : d'une part le fer ARMCO pour la ferrite, d'autre part l'acier $C38$ trempé pour la phase secondaire.

Des mesures magnétiques réalisées sur ces matériaux nous ont permis de constater non seulement que chacune des phases présente un comportement magnétique et magnétostrictif, mais que, via une procédure de recalage de la magnétostriction le comportement de l'acier $C38$ trempé (phase secondaire) peut être assimilé à celui de la ferrite (phase primaire) sous contrainte. Ces deux matériaux peuvent donc être représentés en première approximation par les mêmes constantes magnétiques et mécaniques. Une stratégie doit être cependant mise en place pour distinguer ces deux phases dans le cadre de la modélisation d'un acier DP.

Avec la description de la microstructure (orientations cristallines) et l'identification des constantes physiques, il est maintenant possible d'introduire ces quantités dans un modèle topologique magnéto-mécanique.

Chapitre 3

Modélisation du comportement magnéto-mécanique

Sommaire

1 Modélisation magnétique 64
1.1 Modèles analytiques macroscopiques 64
1.2 Modèle multi-échelle 67
1.3 Modèle micromagnétique statique 71
2 Méthodes numériques micromagnétiques 80
2.1 Discrétisation 80
2.2 Problème d'optimisation magnétique 83
2.3 Implémentation numérique 85
2.4 Construction du problème mécanique approché 85
2.5 Problème d'optimisation magnéto-mécanique 88
3 Bilan 88

1 Modélisation magnétique

Les modèles de comportement magnétiques sont nombreux. Ils diffèrent selon l'échelle d'observation et les phénomènes magnétiques recherchés (perte, hystérésis, saturation, rotation...). Même s'il semble tout à fait impossible d'en faire une revue exhaustive, on peut les regrouper en différentes catégories :

* Modèles couplés (mécanique) ou non couplés.
* Modèles anhystérétiques, hystériques ou de pertes.
* Modèles macroscopiques, microscopiques homogénéisés.
* Approches en champs moyens ou topologiques.
* ...

Nous nous intéresserons dans le cadre de ce travail aux modèles énergétiques avec couplage magnéto-mécanique. Dans cette catégorie on trouve des approches analytiques macroscopiques, des approches micro/macro en champ moyen, et les approches topologiques microscopiques.

1.1 Modèles analytiques macroscopiques

Il existe une multitude de modèles macroscopiques. Les modèles de type Langevin sont les premiers à se baser sur des considérations énergétiques pour la description du processus d'aimantation. On y voit pour la première fois apparaître la notion de champ effectif $\vec{H}_e$ localement appliqué. Basé sur cette approche de champ effectif, Jiles, Atherton, et Sablik [45] [46] [65] ont proposé une approche phénoménologique de la dissipation énergétique lors du déplacement des parois en interaction avec des défauts (dislocations, inclusions, inhomogénéités, etc) pour expliquer le comportement magnétique et les effets magnéto-mécaniques. Le champ effectif qui dérive d'un potentiel thermodynamique prend la forme :

$$\vec{H}_e = \vec{H} + \alpha\vec{M} + \vec{H}_\sigma$$

où α est un paramètre représentant l'interaction mutuelle des moments magnétiques, $\vec{M}$ est l'aimantation, $\vec{H}$ le champ appliqué et $\vec{H}_\sigma$ le champ dû à l'interaction magnéto-élastique. Dans le cas de matériaux polycristallins isotropes, une formule scalaire donne l'expression du champ d'interaction H_σ :

$$H_\sigma = \frac{3}{2}\frac{\sigma_0}{\mu_0}\left(\frac{\partial\,\lambda}{\partial M}\right)_\sigma (\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta)$$

où θ représente l'angle entre l'axe de la contrainte σ_0 (supposée uniaxiale) et le champ appliqué, ν le coefficient de Poisson du matériau, et λ la déformation mesurée dans la direction du champ. Le comportement magnétique du matériau ferromagnétique décrit par la fonction de Langevin s'écrit :

$$M_{anh} = M_s\left(coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e}\right) \quad avec\ a = \frac{kT}{\mu_0 m} \tag{3.1}$$

où M_{anh} est l'aimantation à l'équilibre (anhystérétique), k la constante de Boltzmann, T la température en Kelvin et m le moment magnétique local. Il s'agit ici du comportement à l'équilibre (anhystérétique), qui traduit l'influence du champ effectif H_e sur le comportement magnétique. Afin de décrire correctement le phénomène d'hystérésis, Jiles & Atherton [46] ont séparé l'aimantation M en une composante réversible M_{rev} et une composante irréversible M_{irr}. La composante

réversible représente le gonflement des parois tandis que la composante irréversible représente le déplacement irréversible des parois sautant de défaut en défaut.

$$M = M_{rev} + M_{irr}$$

Des expressions différentielles paramétrées permettent ainsi de décrire la variation de l'aimantation sous l'effet d'un champ ou d'une contrainte :

$$dM = \left.\frac{\partial M}{\partial \sigma}\right|_M d\sigma + \left.\frac{\partial M}{\partial H_e}\right|_\sigma dH_e$$

tel que :

$$\left.\frac{\partial M}{\partial \sigma}\right|_M = \frac{1}{E}\sigma(M_{anh} - M) + c\frac{dM_{anh}}{d\sigma} \tag{3.2}$$

où E représente le module d'élasticité du matériau et c l'élasticité des parois magnétiques et :

$$\left.\frac{\partial M}{\partial H_e}\right|_\sigma = c\frac{\partial M_{anh}}{\partial H_e} + (1-c)\frac{M_{anh} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{anh} - M_{irr})} \tag{3.3}$$

les constantes k, δ, et α représentant à l'échelle macroscopique le comportement de la microstructure magnétique.

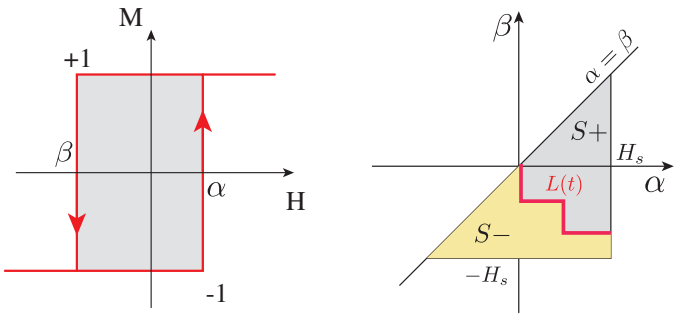
Bien que fondé sur des considérations théoriques permettant la description des phénomènes microscopiques, il s'agit tout de même d'un modèle macroscopique. Les constantes sont identifiables à l'aide de courbes expérimentales par méthode d'optimisation. Les constantes peuvent également être déterminées en fonction de l'évolution de la microstructure du matériau modélisé. Cette approche permet ainsi une modélisation statique ou dynamique des matériaux ferromagnétiques avec prise en compte de l'effet des contraintes.

Les modèles de type Preisach constituent une famille de modèle macroscopique largement répandue dans la littérature. Le modèle de Preisach modernisé par Bertotti [10] [62] représente l'état magnétique par deux niveaux de saturation possibles, $M = \pm 1$, qui définissent un cycle élémentaire dissymétrique par rapport à l'origine (fig. 3.1(a)). Il s'appuie sur une description physique faite par Néel du phénomène d'accrochage et décrochage des parois. Dans ce cycle élémentaire, la transition irréversible d'un état de saturation à l'autre est effective lorsque $H = \alpha$ ou $H = \beta$ ($\alpha > \beta$). La reconstruction du cycle d'aimantation nécessite de connaître une distribution statistique des cycles élémentaires. Cette distribution indépendante de l'état magnétique du matériau est donnée pour tout champ appliqué $H(t)$ par :

$$M(t) = \iint \rho(\alpha,\beta)\phi_{\alpha\beta}(H(t))\, d\alpha\, d\beta$$

où $\phi_{\alpha\beta}(H(t))$ représente un opérateur associé au cycle magnétique élémentaire et $\rho(\alpha,\beta)$ représente la fonction de distribution de Preisach, qui caractérise le nombre d'objets élémentaires participant au processus d'aimantation. Cette fonction, qui dépend de la nature du matériau, présente les propriétés suivantes :

- Elle est définie dans un domaine $S = \{\alpha \geq \beta,\ \beta \geq -H_s,\ \alpha \leq H_s\}$
- Elle est symétrique par rapport à la droite $\alpha = \beta$



(a) Cycle élémentaire. (b) Plan de Preisach

FIGURE 3.1: Hystéron de Preisach

– Elle est bornée par les valeurs du champ à saturation $\pm H_s$

Le domaine de définition de cette fonction est un triangle de surface S dans le plan de Preisach (fig. 3.1(b)). On y voit notamment une frontière $L(t)$ variable qui divise le domaine S, ce qui permet de définir l'état magnétique à tout instant t par :

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} \rho(\alpha,\beta)\, d\alpha\, d\beta \; - \iint_{S^-(t)} \rho(\alpha,\beta)\, d\alpha\, d\beta$$

D'après l'équation précédente, l'état magnétique dépend essentiellement de l'évolution de la frontière $L(t)$. Cette frontière contient implicitement l'histoire du matériau, et varie selon l'évolution du champ appliqué. Plusieurs modèles basés sur le modèle de Preisach permettent de prendre en compte l'effet d'une contrainte σ sur l'hystérésis magnétique [7] [70] (seules les situations uniaxiales sont traitées). Ils sont essentiellement basés sur une redéfinition de la fonction de distribution tel que :

$$\rho = \rho(\alpha,\beta,\sigma)$$

généralement donnée par une distribution Gaussienne :

$$\rho(\alpha,\beta,\sigma) = \begin{cases} exp\left(\frac{(\alpha-\beta-(c+g\sigma))^2}{10^{a+e\sigma}} - \frac{(\alpha+\beta-(d+h\sigma))^2}{10^{b+f\sigma}}\right) & \alpha+\beta \leq 0 \\ exp\left(\frac{(\alpha-\beta-(c+g\sigma))^2}{10^{a+e\sigma}} - \frac{(\alpha+\beta+(d+h\sigma))^2}{10^{b+f\sigma}}\right) & \alpha+\beta > 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

où a, b, c, d, e, f, g, h sont des paramètres du modèle identifiables à l'aide de données expérimentales. Tout comme le modèle précédent, ces constantes peuvent également être paramètrées en fonction de l'évolution de la microstructure du matériau.

La construction de modèles de type Preisach magnéto-mécanique nécessite la connaissance de la fonction $\rho(\alpha,\beta,\sigma)$, de l'aimantation à saturation et du champ de fermeture du cycle majeur en quasi-statique H_s. Le problème majeur dans cette approche réside dans la définition précise de la fonction de distribution. Son obtention nécessite une importante base de données expérimentales.

1.2 Modèle multi-échelle

Le modèle multi-échelle développé au LMT-Cachan [13] [21] fait partie de la famille des modèles dit de champs moyens ou d'homogénéisation. Il s'agit d'approches micro–macro qui reposent sur une description partielle et statistique de la microstructure (orientations, phases, ...). Elles impliquent des changements d'échelle, avec opération de localisation (écriture de champs à l'échelle locale) et homogénéisation (moyennages). Ces approches ne permettent cependant pas d'accéder à une description spatiale des champs mais fournissent des informations statistiques représentatives de ces champs (valeur moyenne, variance, ...). En contrepartie, les moyens numériques mis en œuvre sont significativement allégés. L'approche multi-échelle fournit des modèles plus simples à inverser, ouvrant la voie à l'identification de lois de comportement locales à partir d'essais macroscopiques.

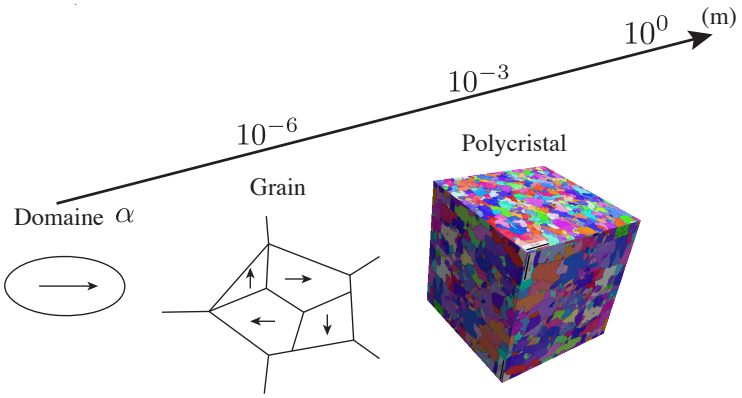


FIGURE 3.2: Modèle multi-échelle

Dans le but de mettre en place des outils de modélisation prédictifs, il peut être utile de s'appuyer sur une description des mécanismes physiques à l'échelle adéquate. Le modèle multi-échelle s'appuie sur une description énergétique du comportement à l'échelle des domaines pour remonter progressivement par homogénéisation au comportement d'un grain puis d'un VER [1] constitué d'une multitude de grains (fig. 3.2).

1.2.1 Modèle microscopique

À l'échelle d'un domaine α contenu dans un grain g, l'énergie totale est donnée par :

$$\mathcal{E}_\alpha = -\mu_0 \vec{m}_\alpha \vec{H}_\alpha + \frac{1}{2}\sigma_\alpha : \mathbf{C}_\alpha : \sigma_\alpha + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2) + K_2\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2 \tag{3.5}$$

On retrouve l'expression de l'énergie de Zeemann, de l'énergie élastique et de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline. Les principales hypothèses retenues pour la simplification de cette expression sont :

(i) Champ homogène à l'echelle du grain $\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g$
$\vec{H}_\alpha$ et $\vec{H}_g$ sont les champs à l'échelle du domaine et du grain.

1. Volume élémentaire représentatif

(ii) Déformation homogène à l'échelle du grain $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_g$. On en déduit que :

$$\mathcal{E}_\alpha^\sigma = \frac{1}{2}\sigma_\alpha : \mathbf{C}_\alpha : \sigma_\alpha \approx -\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + Cte$$

σ_α et σ_g sont les contraintes à l'échelle du domaine et du grain et ε_α^μ est le tenseur de déformation de magnétotriction du domaine α (cf Chap 2 (1.12)). L'hypothèse de déformation homogène suppose que l'état de contrainte au sein de chaque domaine dépende de la contrainte appliquée sur le milieu environnant (grain). En considérant donc chaque domaine comme une inclusion dans un milieu homogène ($\mathbf{C}_g = \mathbf{C}_\alpha$, égalité des tenseurs d'élasticité), et en utilisant l'approche de Hill, la contrainte locale se simplifie selon [21] :

$$\sigma_\alpha = \sigma_g + \mathbf{C}_g : (\mathbf{I} - \mathbf{S}_\alpha^E) : (\varepsilon_g^\mu - \varepsilon_\alpha^\mu)$$

La condition de déformation homogène se traduit par un tenseur d'Eshelby $\mathbf{S}_\alpha^E$ nul. Ceci fait apparaître le couplage magnéto-élastique mais amplifie les effets d'incompatibilité.

$$\sigma_\alpha = \sigma_g + \mathbf{C}_g : (\varepsilon_g^\mu - \varepsilon_\alpha^\mu)$$

On peut ainsi reformuler l'expression de l'énergie élastique de chaque domaine à une constante près en fonction de la contrainte appliquée au grain et de la déformation de magnétostriction du domaine considéré ($\mathcal{K}$et $\mathcal{L}$: fonctions scalaires des contraintes et des déformations de magnétostriction) [64].

$$\mathcal{E}_\alpha^\sigma = -\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + \mathcal{K}(\sigma_g, \varepsilon_g^\mu) + \mathcal{L}(\varepsilon_\alpha^\mu)$$

Cette définition énergétique par domaine suppose que le milieu soit de symétrie cubique et qu'il n'existe aucune variation d'aimantation au sein d'un domaine d'où l'absence d'énergie d'échange et de champ démagnétisant dans l'expression énergétique 3.5. Chaque domaine magnétique noté α, est une zone où l'aimantation est uniforme, de norme M_s et orientée suivant une direction $\vec{\gamma}_\alpha$. Le modèle multi-échelle tire partie de cette uniformité car il suffit de connaître la direction $\vec{\gamma}_\alpha$ de l'aimantation pour décrire l'état magnétique d'un domaine. On obtient une minimisation de l'énergie du grain en combinant une formulation explicite de type Boltzmann (3.6) [13] pour calculer les fractions volumiques f_α des familles de domaines, et une minimisation de l'énergie par domaine (3.7) pour déterminer l'orientation de chaque famille.

$$f_\alpha = \frac{exp(-A_s \mathcal{E}_\alpha)}{\sum_\alpha exp(-A_s \mathcal{E}_\alpha)} \tag{3.6}$$

où $A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2}$ est lié à la susceptibilité initiale χ_0 mesurée expérimentalement.

$$\vec{\gamma}_\alpha = \mathrm{Min}\,(\mathcal{E}_\alpha) \tag{3.7}$$

Connaissant ainsi l'état et la proportion de domaines qui constituent le grain, on peut via une règle de changement d'échelle (3.8-3.9) définir son comportement.

$$\varepsilon_g^\mu = <\varepsilon_\alpha^\mu> = \frac{1}{V}\int \varepsilon_\alpha^\mu dV = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \tag{3.8}$$

$$\vec{m}_g = <\vec{m}_\alpha> = \sum_\alpha f_\alpha \vec{m}_\alpha \tag{3.9}$$

avec :

$$\sum_\alpha f_\alpha = 1$$

Une nouvelle approche proposée par Daniel et Galopin [20] consiste à calculer la configuration potentielle de toute direction $\vec{\gamma}$ de l'espace pour établir une carte de probabilité de présence de domaines magnétiques $P_{f(\vec{\gamma})}$. Cette carte de probabilité fait naturellement apparaître les zones où la présence d'une famille de domaines est quasi nulle (forte énergie). Les directions où la probabilité de présence des domaines reste significative correspondent alors aux familles de domaines magnétiques et on assimile directement la fraction volumique d'une famille α de domaines dans une direction $\vec{\gamma}_\alpha$ à la probabilité de présence dans cette direction $P_{f(\vec{\gamma})} = f_\alpha$ (3.10).

$$P_{f(\vec{\gamma})} = \frac{exp(-A_s \mathcal{E}_\alpha)}{\sum_{\vec{\gamma}} exp(-A_s \mathcal{E}_\alpha)} = f_\alpha \tag{3.10}$$

Cette procédure permet d'éviter la minimisation, mais nécessite de discrétiser l'espace sur un pavage sphérique pour y calculer P_f et la direction d'un domaine ne peut plus être définie a priori.

1.2.2 Modèle polycristallin

Considérons maintenant un volume élémentaire polycristallin formé par une distribution aléatoire d'orientations cristallines (fig. 3.2). Les orientations cristallines du polycristal mesurées par diffraction des électrons rétrodiffusés (EBSD) donnent l'ensemble des propriétés physiques des grains. Chaque grain étant a priori magnétiquement et élastiquement anisotrope, le champ magnétique global ne correspond pas au champ appliqué sur le VER. Il est nécessaire de lier les chargements macroscopiques ($\vec{H}_{ext}$, Σ_{ext}) aux quantités locales ($\vec{h}_g$, σ_g) par un ensemble de lois de localisation en champ et en contrainte [21].

La contrainte locale est définie sous la forme :

$$\sigma_g = \mathcal{G}(\vec{H}_{ext}\ ,\ \sigma_{ext})$$

où la fonction $\mathcal{G}$ est déduite par une approche auto cohérente. Chaque grain est considéré comme une inclusion sphérique dans un milieu homogène équivalent au polycristal. Sous cette hypothèse, la solution du problème de localisation en contrainte correspond au problème d'inclusion d'Eshelby (1965) en considérant le milieu moyen comme déformable. On donne ainsi l'expression de la contrainte locale σ_g à l'aide de la formule de Hill (1965) :

$$\sigma_g = \sigma_{ext} + \mathbf{C}^* : (\mathbb{E} - \varepsilon_g) \tag{3.11}$$

avec $\mathbb{E}$ la déformation totale, $\mathbf{C}^*$ le tenseur de Hill d'ordre 4 qui est défini à partir de la solution du problème d'inclusion d'Eshelby :

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C} : \left(\mathbf{S}^{E^{-1}} - \mathbf{I}\right)$$

C étant le tenseur d'élasticité du polycristal dans le cadre de l'approche auto-cohérente, **I** le tenseur identité d'ordre 4 et $\mathbf{S}^E$ le tenseur d'Eshelby dépendant de la géométrie et des propriétés élastiques de l'inclusion. La linéarité des déformations implique :

$$\mathbb{E} = \mathbb{E}^e + \mathbb{E}^\mu \qquad \varepsilon_g = \varepsilon_g^e + \varepsilon_g^\mu$$

ce qui conduit à l'expression courante de la localisation de la contrainte

$$\sigma_g = \mathbf{B}_g : \sigma_{ext} + \mathbf{L}_{inc} : \left(\mathbb{E}^\mu - \varepsilon_g^\mu\right) \tag{3.12}$$

où $\mathbf{B}_g$ désigne le tenseur de concentration des contraintes du problème purement élastique, et $\mathbf{L}_{inc}$ le tenseur d'accommodation permettant de corriger l'incompatibilité de la déformation libre ε_g^μ. Il s'agit ici d'une expression implicite de la contrainte puisque $\mathbb{E}^\mu$ et ε_g^μ sont fonction de l'état de contrainte par l'intermédiaire de l'énergie élastique locale. La mise en place numérique implique un calcul itératif.

Sur le même principe le champ magnétique local est donné par l'équation

$$\vec{H}_g = \mathcal{G}(\vec{H}_{ext}\ ,\ \sigma_{ext})$$

que l'on met usuellement sous la forme

$$\vec{H}_g = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{d_g} \tag{3.13}$$

où le champ démagnétisant local $\vec{H}_{d_g}$ représente la perturbation locale du champ extérieur. Dans le cas très simple d'une inclusion sphérique possédant un comportement magnétique linéaire isotrope, la résolution du problème de Poisson associé au champ démagnétisant permet d'exprimer la loi de localisation en champ selon :

$$\vec{H}_g = \vec{H}_{ext} + \frac{1}{3+2\chi}\left(\vec{M} - \vec{M}_g\right) \tag{3.14}$$

où $\chi = \frac{\|\vec{M}\|}{\|\vec{H}_{ext}\|}$ représente la susceptibilité sécante du milieu moyen.

$$\vec{M} = <\vec{M}_g> \tag{3.15}$$

$$\mathbb{E}^\mu = <\mathbf{B}_g : \varepsilon_g^\mu> \tag{3.16}$$

Tout comme pour la contrainte locale, il s'agit ici d'une expression implicite du champ local qui nécessite également un calcul itératif jusqu'à convergence.

Dans le cadre de sa thèse, K. J Rizzo [64] a proposé une extension du modèle multi-échelle qui permet la modélisation de l'hystérésis magnétique associée aux variations de la structure en domaines magnétiques. Il introduit une formulation inspirée du modèle original de Hauser [34] qui permet de rendre compte de la partie quasi-statique de la dissipation à partir des fractions volumiques des domaines issues du modèle multi-échelle réversible.

L'idée directrice a consisté à conserver la description anhystérétique du modèle multi-échelle qui donne accès aux fractions volumiques f_α pour ensuite calculer l'incrément de champ

supplémentaire à fournir lors d'un chargement irréversible. Ce champ H_{ir} est fonction des variations de fraction volumique δf_α .

Le modèle multi-échelle peut être décrit comme une simplification du modèle micromagnétique que nous décrivons par la suite. Il se distingue de celui ci par sa description d'un milieu magnétique à travers trois échelles. La première étant l'échelle du domaine où l'aimantation, la déformation et le champ sont considérés homogènes. La seconde est l'échelle du grain où les propriétés élastiques, magnétiques, la déformation et le champ sont homogènes. La dernière échelle est celle du V.E.R, suffisamment grand pour définir le comportement et les propriétés moyennes du milieu. Cette séparation des échelles, et les différentes règles de localisation établies permettent la simplification des calculs. On peut citer les limitations suivantes à ce modèle.

(i) La première est de considérer le champ magnétique et la déformation homogène au sein du grain.

(ii) La seconde est le fait de négliger l'énergie d'échange qui contribue à la définition des parois magnétiques.

(iii) Enfin un des principaux défauts en ce qui nous concerne est l'absence d'une description topologique de la configuration magnétique ou de la morphologie de la microstructure. Ceci nous interdit de faire la distinction entre différentes distributions d'îlots martensitiques, à fraction de phase secondaire identique.

Ce modèle est cependant en mesure de prédire le comportement magnétique et magnétostrictif d'un milieu anisotrope, et de rendre compte de l'influence d'un état de contrainte sur celui ci [20] [21] [19] [43] .

1.2.3 Modèle multidomaine

Le modèle multi-domaine développé dans le cadre des travaux de S. Lazreg [56] [57] est une simplification du modèle multi-échelle. Ce modèle est en mesure de rendre compte du comportement magnéto-mécanique d'un polycristal à partir d'un chargement magnétique ou mécanique appliqué dans une direction spécifique du monocristal. Nous fournissons en annexe A les détails de ce modèle et une application à la modélisation d'un milieu biphasé.

1.3 Modèle micromagnétique statique

La théorie du micromagnétisme développée par W.F. Brown [12] [55] [6] est une approche topologique de type milieux continus, qui a permis de faire le lien entre la description quantique de la structure des spins et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell où les propriétés magnétiques des matériaux sont décrites par des constantes volumiques (susceptibilité, perméabilité). Il s'agit d'une approche continue qui permet le calcul de structures magnétiques et du processus d'aimantation (mouvement des parois, rotation des domaines). Cette approche a, entre autres, permis d'expliquer le comportement non linéaire des matériaux magnétiques. La seule hypothèse formulée est que l'aimantation est une fonction continue de l'espace qui dérive d'un potentiel énergétique (énergie libre de Gibbs) défini par des contributions énergétiques élémentaires telles que l'échange ou l'anisotropie.

$$\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = \mathcal{E}_z + \mathcal{E}_{ex} + \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_d \tag{3.17}$$

soit :

$$\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = \int_\Omega -\mu_0 \vec{H}_{ext}.\vec{m} + a\|\nabla\vec{m}\|^2 + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2) + K_2\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2 - \frac{1}{2}\mu_0\vec{H}_d.\vec{m}\, d\Omega \tag{3.18}$$

avec les différentes contraintes portant sur la norme de l'aimantation locale et le champ démagnétisant (cf Chap 2 sect **??**).

$$\begin{array}{rcl} \|\vec{m}\|/M_s = & 1 & \forall\vec{x}\in\Omega \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{H}_d = & \vec{0} & \forall\vec{x}\in\mathbb{R}^3 \end{array} \tag{3.19}$$

La minimisation de l'énergie libre (3.18) fournit un état d'équilibre métastable du système caractérisé par une configuration de la microstructure magnétique. Cette minimisation effectuée pour différents niveaux de champ appliqué permet d'accéder à la courbe d'hystérésis $M(H_{ext})$. Même dans le cadre d'une approche statique, cet hystérésis magnétique a pour origine les différents chemins suivis par le système jusqu'aux minima locaux de la surface d'énergie [49] (fig. 3.3).

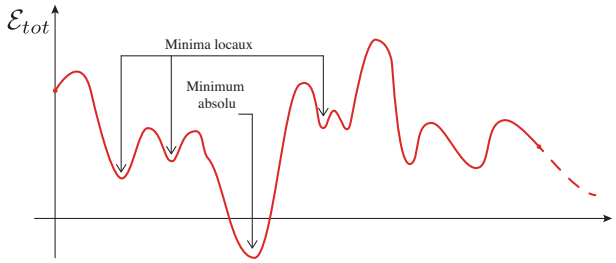


FIGURE 3.3: Minima énergétique (représentation unidimensionnelle).

À l'équilibre, le système doit donc satisfaire la condition de stationnarité énergétique :

$$Min\{\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) \;/\; |\vec{m}| = M_s\ \forall\vec{x}\ \in\ \Omega\} \tag{3.20}$$

soit :

$$\left\{\begin{array}{ll} \delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) & = \mathcal{E}_{tot}(\vec{m}+\delta\vec{m}) - \mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) \quad = 0 \\ \delta^2\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) & \qquad\qquad > 0 \end{array}\right. \tag{3.21}$$

Ainsi pour une petite variation de l'aimantation locale $\delta\vec{m}$:

$$\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}+\delta\vec{m}) = \mathcal{E}_z(\vec{m}+\delta\vec{m}) + \mathcal{E}_e(\vec{m}+\delta\vec{m}) + \mathcal{E}_a(\vec{m}+\delta\vec{m}) + \mathcal{E}_d(\vec{m}+\delta\vec{m}) \tag{3.22}$$

avec :

$$\mathcal{E}_z(\vec{m}+\delta\vec{m}) = -\mu_0\int_\Omega \vec{H}_{ext}.(\vec{m}+\delta\vec{m})\, d\Omega$$

$$\mathcal{E}_{ex}(\vec{m}+\delta\vec{m}) = \frac{\mu_0}{2}\int_\Omega a|\nabla(\vec{m}+\delta\vec{m})|^2 d\Omega$$

$$\mathcal{E}_d(\vec{m}+\delta\vec{m}) = -\frac{\mu_0}{2}\int_\Omega \vec{H}_{d(\vec{m}+\delta\vec{m})}.(\vec{m}+\delta\vec{m})d\Omega$$

la variation de l'énergie libre totale est alors donnée par :

$$\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = \int_\Omega \left(-\mu_0\vec{H}_{ext}.\delta\vec{m} - \frac{\mu_0}{2}\frac{\partial(\vec{H}_d.\vec{m})}{\partial\vec{m}}\delta\vec{m} + \frac{\mu_0}{2}a.|\nabla\delta\vec{m}|^2 + \mu_0 a\nabla\vec{m}.\nabla\delta\vec{m} + \frac{\partial\mathcal{E}_{anis}}{\partial\vec{m}}\delta\vec{m} \right) d\Omega \tag{3.23}$$

En négligeant le terme du second ordre dans la variation de l'énergie d'échange [2] et en appliquant l'identité vectorielle [3] et le théorème de réciprocité [4] (conservation du flux magnétique), la variation de l'énergie démagnétisante prend la forme :

$$\frac{\partial(\vec{H}_d.\vec{m})}{\partial\vec{m}}\delta\vec{m} = \left(\vec{H}_d\frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{m}} + \vec{m}\frac{\partial\vec{H}_d}{\partial\vec{m}} \right)\delta\vec{m} \approx 2\vec{H}_d.\delta\vec{m} \tag{3.24}$$

La variation de l'énergie libre totale (3.23) s'écrit alors :

$$\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) \approx \int_\Omega \left(-\mu_0\vec{H}_{ext}.\delta\vec{m} - \mu_0\vec{H}_d.\delta\vec{m} + \frac{\partial\mathcal{E}_{anis}}{\partial\vec{m}}\delta\vec{m} - \mu_0 a\nabla\vec{m}.\nabla\delta\vec{m} \right) d\Omega \tag{3.25}$$

La formule de Green [5] permet d'accéder à la forme finale de la variation d'énergie :

$$\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) \approx \int_\Omega \left(-\mu_0\vec{H}_{ext} - \mu_0\vec{H}_d + \frac{\partial\mathcal{E}_{anis}}{\partial\vec{m}} - \mu_0 a\Delta\vec{m} \right).\delta\vec{m}\ d\Omega + \oint \mu_0 a\frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{n}}.\delta\vec{m}\ \ \partial\Omega \tag{3.26}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire sortant normal à la surface qui délimite le volume Ω.

La condition de stationnarité de l'énergie totale se met alors sous la forme simple :

$$\frac{1}{\mu_0}\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = -\int_\Omega \vec{H}_{eff}.\delta\vec{m}\ d\Omega + \oint a\frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{n}}.\delta\vec{m}\ \ \partial\Omega = 0 \tag{3.27}$$

avec

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_d + \vec{H}_{ex} + \vec{H}_a \tag{3.28}$$

où $\vec{H}_{ex} = a\Delta\vec{m}$ et $\vec{H}_a = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial\mathcal{E}_{anis}}{\partial\vec{m}}$ représentent respectivement les champs d'échange et d'anisotropie magnétocristalline.

$\vec{H}_{eff}$ est le champ effectif localement ressenti par un moment magnétique. La condition d'équilibre statique est alors usuellement formulée comme un couple exercé localement par le champ effectif sur un moment magnétique,

$$\vec{m}\wedge\vec{H}_{eff} = \vec{0} \qquad \forall \quad \vec{x}\ \in\ \Omega \tag{3.29}$$

et une condition aux limites sur la frontière $\partial\Omega$ du domaine [1] [12] [51].

$$\vec{m}\wedge\frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{n}} = \vec{0} \qquad \forall \quad \vec{x}\ \in\ \partial\Omega \tag{3.30}$$

2. $|\nabla\delta\vec{m}|^2 << 0$
3. $\vec{a}.\nabla\vec{b} = \nabla.(\vec{a}\vec{b}) - \vec{b}\nabla\vec{a}$
4. $\nabla.\vec{B} = \mu_0\nabla.(\vec{m}+\vec{H}) = 0$
5. $\int_\Omega \nabla\vec{m}.\nabla\delta\vec{m} = \oint_{\partial\Omega}\nabla\vec{m}.\vec{n}\ \delta\vec{m} - \int_\Omega \Delta\vec{m}.\delta\vec{m}$

La solution des équations de Brown (3.29) et (3.30) définit un état d'équilibre. La première équation (3.29) indique que, pour une distribution des moments magnétiques à l'équilibre, le couple exercé localement sur chaque moment magnétique par le champ effectif doit être nul dans tout le domaine Ω : moment magnétique et champ effectif sont donc alignés à l'équilibre. La seconde équation (3.30) est une condition aux limites de Neumann qui force les moments magnétiques à être stationnaires sur les bords libres du domaine $\partial\Omega$.

Comme nous l'avons mentionné, la minimisation successive pour différents niveaux de champ $\vec{H}_{ext}$ permet de définir une succession d'états d'équilibre du système. Cependant, cette approche statique souffre de l'absence de la description de l'évolution réelle entre deux états d'équilibres successifs. Une approche dynamique non traitée dans le cadre de ce travail existe cependant. Cette seconde approche introduite par Landau et Lifschitz [55] puis modernisée par Gilbert [31], repose sur une équation dynamique (heuristique) qui décrit l'évolution de l'aimantation à partir de l'équation microscopique de précession de Larmor (fig. 3.4).

$$\left(1+\eta^2\right)\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\gamma\,\mu_0\left(\vec{m}\wedge\vec{H}_{eff}\right) - \frac{\eta\,\gamma\,\mu_0}{M_s}\left\{\vec{m}\wedge\left(\vec{m}\wedge\vec{H}_{eff}\right)\right\} \tag{3.31}$$

où η représente le facteur d'amortissement sans dimension, correspondant à un taux de perte énergétique ; $\gamma = g\|e\|/2m_e$ est le facteur gyromagnétique ; e la charge de l'électron ; m_e la masse de l'électron et g le facteur de Landé qui a une valeur proche de 2 pour la plupart des matériaux ferromagnétiques. Cette équation prédit l'oscillation amortie de l'aimantation locale $\vec{m}$ autour du champ $\vec{H}_{eff}$ depuis un état initial non équilibré jusqu'à l'état d'équilibre minimisant l'énergie (3.29) (fig. 3.4).

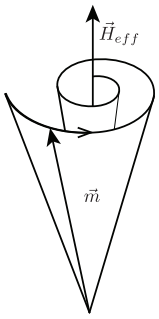


FIGURE 3.4: Précession de Larmor

Durant le processus de relaxation autour du champ effectif, l'énergie libre du système ne peut que décroître, et le taux d'énergie dissipée prend la forme :

$$\frac{d\mathcal{E}_{tot}}{dt} = \int_\Omega \frac{\partial \mathcal{E}_{tot}}{\partial \vec{m}}.\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \int_\Omega \vec{H}_{eff}.\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial t}\right) \tag{3.32}$$

Soit, tout calcul fait :

$$\frac{d\mathcal{E}_{tot}}{dt} = \frac{\eta\,\gamma\,\mu_0^2}{M_s(1+\eta^2)}\int_\Omega \|\vec{m}.\vec{H}_{eff}\|^2 - \|\vec{m}\|^2\|\vec{H}_{eff}\|^2 \tag{3.33}$$

1.3.1 Couplage magnéto-mécanique

Le problème de l'interaction élastique dans les matériaux ferromagnétiques est en général très complexe. Non seulement les déformations, mais aussi les hétérogénéités des propriétés mécaniques influencent le comportement magnétique observable. Dans le cadre de théorie de l'élasticité linéaire et l'hypothèse des petites déformations ($\varepsilon_{ij}^{\mu} < 10^{-4}$), la déformation totale d'un milieu magnétique s'écrit :

$$\varepsilon_t = \varepsilon^{\mu} + \varepsilon^{e} \tag{3.34}$$

où ε^{μ} est la magnétostriction spontanée. Celle-ci correspond en général à une incompatibilité (*i.e. déformation ne dérivant pas d'un champ de déplacement*). ε^{e} est la déformation élastique.

La magnétostriction spontanée peut être écrite (Döring 1939) :

$$\varepsilon^{\mu} = \lambda_{ijkl}\ \gamma_k \gamma_l \tag{3.35}$$

où le tenseur des constantes de magnétostriction d'ordre 4 possède la même symétrie que celle du milieu. Dans le cas des matériaux magnétiques à symétrie cubique et dans le repère du cristal, la déformation de magnétostriction est isochore et s'exprime selon :

$$\varepsilon^{\mu} = \frac{3}{2}\begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ sym & & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

λ_{100} et λ_{111} étant les constantes de magnétostriction correspondant à une dilatation à saturation dans les directions $< 100 >$ et $< 111 >$.

La magnétostriction ainsi exprimée, la déformation ε et le potentiel mécanique correspondant peuvent être déterminés à partir des équations d'équilibre mécanique d'un milieu continu.

1.3.2 Équations d'équilibre mécanique

On s'intéresse à l'évolution d'un système mécanique, qui sous l'action d'une sollicitation interne et ou externe évolue d'un état d'équilibre à un autre. Lorsque la magnétostriction spontanée ε^{μ} du milieu est connue, la déformation magnéto-élastique correspondante ε_t est obtenue à partir de la théorie de l'élasticité linéaire (3.34).

D'un point de vue cinématique, la seule déformation totate ε_t, dérive d'un champ de déplacement (3.39). La contrainte σ obéit aux équations d'équilibre mécanique rappelées ci-dessous.

$$\vec{\nabla}.\sigma = \quad \vec{0} \quad \forall\, \vec{x} \in \Omega \tag{3.37}$$

$$\sigma = \quad \mathbf{C} : \varepsilon^{e} \quad \forall\, \vec{x} \in \Omega \tag{3.38}$$

$$\varepsilon_t = \quad \frac{1}{2}\left(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}^t\vec{u}\right) \tag{3.39}$$

Les conditions aux limites du problème sont données par :

$$\sigma.\vec{n} = \vec{T}_d \quad \forall\, \vec{x} \in \partial\Omega_t \tag{3.40}$$

$$\vec{u} = \vec{u}_d \quad \forall\, \vec{x} \in \partial\Omega_u \tag{3.41}$$

les surfaces $\partial\Omega_u$ et $\partial\Omega_t$ étant des partitions de la surface extérieure $\partial\Omega$ sur lesquelles les vecteurs contraintes ou déplacements sont imposés.

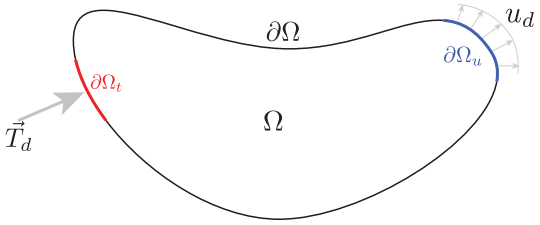


FIGURE 3.5: problème mécanique

L'additivité des déformations (3.34) permet de reformuler l'équilibre mécanique (3.37) de manière à introduire explicitement une sollicitation interne d'origine magnétique (magnétostrictive).

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}.\sigma &= \nabla.(\mathbf{C} : \varepsilon) \\ &= \vec{\nabla}.(\mathbf{C} : \varepsilon_t) - \vec{\nabla}.(\mathbf{C} : \varepsilon^\mu) \end{aligned} \tag{3.42}$$

soit :

$$\vec{\nabla}.\sigma = \vec{\nabla}.\sigma^* - \vec{f}^\mu \tag{3.43}$$

où σ^* représente la contrainte "totale", $\vec{f}^\mu = \vec{\nabla}.(\mathbf{C} : \varepsilon^\mu)$ la densité des forces d'origine magnétostrictive, conséquence directe de l'état d'aimantation du matériau, et $\mathbf{C}$ le tenseur d'élasticité d'ordre 4 reliant la contrainte σ à la déformation élastique ε^e. On peut de cette manière reformuler l'équation de conservation (3.37) selon :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}.\sigma^* - \vec{f}^\mu &= \vec{0} \quad \forall\, \vec{x} \in \Omega \\ \sigma.\vec{n} &= \vec{T}_d \quad \forall\, \vec{x} \in \partial\Omega_t \\ \vec{u} &= \vec{u}_d \quad \forall\, \vec{x} \in \partial\Omega_u \end{aligned} \tag{3.44}$$

avec

$$\sigma.\vec{n} = (\sigma^* - \sigma^\mu).\vec{n} = \vec{T}_d$$

où $\sigma^\mu = \mathbf{C} : \varepsilon^\mu$.

En supposant l'existence d'un espace de Hilbert $\mathcal{C} = \mathcal{H}^1(\Omega)$ des déplacements cinématiquement admissibles, qui contient la solution exacte $\vec{u}$, l'application des principes variationnels au problème (3.44) permet d'obtenir la formulation faible.

$$\int_\Omega \vec{\nabla}\vec{u} : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\, d\Omega = \int_\Omega \varepsilon^\mu : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\, d\Omega + \int_{\partial\Omega_t} \vec{T}_d.\vec{v}\, \partial\Omega_t + \int_{\partial\Omega_u} [\sigma.\vec{n}].\vec{u}_d\, \partial\Omega_u \tag{3.45}$$

avec $\vec{v}$ un champ virtuel des déplacements admissibles.

On retrouve une formulation faible classique de la forme $a(\vec{u},\vec{v}) = l(\vec{v})$, et le problème posé est :

$$\text{trouver } \vec{u} \in \mathcal{C}_0 \quad | \forall\, \vec{v} \in \mathcal{C}_0(\Omega) \quad a(\vec{u},\vec{v}) = l(\vec{v})$$
$$\text{avec } \mathcal{C}_0 = \left(\vec{v} \in \mathcal{H}^1(\Omega) \mid \vec{v} = \vec{v}_d = \vec{0}\ sur\ \partial\Omega_u\right)$$

l'espace des déplacements cinématiquement admissibles à zéro.

$a(u,v) = \int_\Omega \vec{\nabla}\vec{u} : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\ d\Omega$ étant une forme bilinéaire qui est continue coercive et $l(\vec{v}) = \int_\Omega \varepsilon^\mu : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\, d\Omega + \int_{\partial\Omega_t} \vec{T}_d.\vec{v}\ \partial\Omega_t$ une forme linéaire continu, le lemme de Lax Milgram s'applique et permet de garantir l'existence et l'unicité d'une solution. Ceci implique que cette solution réalise le minimum d'un potentiel $\mathcal{E}^*(\vec{v})$. En d'autres termes, on recherche $\vec{u}$ tel que :

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = min_{(\vec{v} \in \mathcal{C}_0)}\ \mathcal{E}^*(\vec{v})$$

Soit $\vec{u}$ la solution unique du problème (3.44), alors $\vec{u}$ est l'unique point de minimum du potentiel.

$$\mathcal{E}^*_{\vec{v}} = \frac{1}{2}a(\vec{v},\vec{v}) - l(\vec{v}) \tag{3.46}$$

Le potentiel à minimiser est alors la combinaison d'un potentiel mécanique classique et du potentiel couplé faisant le lien avec l'état magnétique du matériau.

$$\mathcal{E}^*_{\vec{v}} = \frac{1}{2}\int_\Omega \vec{\nabla}\vec{v} : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\ d\Omega - \int_\Omega \varepsilon^\mu : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\vec{v}\ d\Omega \tag{3.47}$$

avec $\vec{\nabla}\vec{v} = \varepsilon$.

Pour le cas présent de l'élasticité linéaire, le champ de déplacement solution du problème (3.44) est généralement obtenu par la résolution d'un système linéaire $\mathbb{K}.U = F$ que nous détaillerons par la suite. Le principe de la méthode est de remplacer l'espace d'Hilbert $\mathcal{C}$ sur lequel est posée la formulation faible (3.45) par un sous espace $\mathcal{C}_h$ de dimension finie (méthode des éléments finis).

1.3.3 Problème de minimisation magnéto-mécanique

Au premier problème de minimisation purement magnétique dont la solution est l'aimantation $\vec{m}$ satisfaisant les conditions de couple (3.29) et de stationnarité (3.21), s'ajoute un problème de minimisation qui donne accès au champ de déplacement $\vec{u}$ cinématiquement admissible. Les équations de ces différents problèmes sont résumées ci-dessous :

(i) Micromagnétisme :

$$\vec{m} = Min\,\{\mathcal{E}_{tot}(\vec{m})\ /\ \|\vec{m}\| = M_s\ \forall \vec{x} \in \Omega\}$$

soit :

$$Min\ \mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) \rightarrow\ \delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = -\mu_0 \int_\Omega \vec{H}_{eff}.\delta\vec{m}\ d\Omega + \oint \mu_0 a \frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{n}}.\delta\vec{m}\ \ \partial\Omega = 0$$

(ii) Mécanique :

$$\vec{u} = Min\,\{\mathcal{E}_{tot}(\vec{u}) \;/\; \vec{u} = \vec{u_d} \quad sur \quad \partial\Omega_u\}$$

soit :

$$Min\;\mathcal{E}_\sigma(\vec{u}) \rightarrow\; \mathbb{K}.U = F$$

Dans le cadre d'une approche couplée, les contributions liées à l'équilibre d'un milieu magnétique, et celles liées à l'équilibre d'un milieu déformable et les différentes interactions entre ces deux phénomènes participent à l'équilibre. L'énergie libre décrivant au mieux un milieu magnétique déformable prend alors la forme usuelle :

$$\mathcal{E}_{tot}(\vec{m},\vec{u}) = \mathcal{E}_z + \mathcal{E}_{ex} + \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_d + \mathcal{E}_\sigma \tag{3.48}$$

soit :

$$\mathcal{E}_{tot} = \int_\Omega \mu_0 \vec{H}_{ext}.\vec{m} + \frac{\mu_0}{2} a.\|\nabla\vec{m}\|^2 + \mathcal{E}_a - \frac{\mu_0}{2}\vec{H}_d.\vec{m} + \frac{1}{2}\,\varepsilon^e : \mathbf{C} : \varepsilon^e \;-\; \varepsilon^\mu : \mathbf{C} : \varepsilon \; d\Omega \tag{3.49}$$

La condition de stationnarité de l'énergie est alors obtenue si et seulement si les champs d'aimantation et de déplacement minimisent simultanément l'énergie libre totale. Cette condition s'écrit :

$$\delta\mathcal{E}_{tot} = \frac{\partial\mathcal{E}_{tot}}{\partial\vec{m}}\delta\vec{m} + \frac{\partial\mathcal{E}_{tot}}{\partial\vec{u}}\delta\vec{u} = 0 \tag{3.50}$$

sous les contraintes :

$$\begin{array}{rcl} \|\vec{m}\|/M_s = & 1 & \forall\,\vec{x}\in\Omega \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{H}_d = & \vec{0} & \forall\,\vec{x}\in\mathbb{R}^3 \\ \vec{\nabla}.\sigma = & \vec{0} & \forall\,\vec{x}\in\Omega \\ \sigma.\vec{n} = & \vec{T}_d & \forall\,\vec{x}\in\partial\Omega_t \\ \vec{u} = & \vec{u}_d & \forall\,\vec{x}\in\partial\Omega_u \end{array} \tag{3.51}$$

Puisque la condition pour avoir un minimum est l'annulation de toutes les dérivées partielles, il est naturel d'essayer d'annuler chacune des dérivées l'une après l'autre. C'est la méthode de variation du paramètre unique, qui recherche un minimum par rapport à une variable à la fois. Soit dans notre cas :

$$\frac{\partial\mathcal{E}_{tot}}{\partial\vec{m}} = \vec{0} \qquad \forall\,\vec{x}\;\in\;\Omega \tag{3.52}$$

et

$$\frac{\partial\mathcal{E}_{tot}}{\partial\vec{u}} = \vec{0} \qquad \forall\,\vec{x}\;\in\;\Omega \tag{3.53}$$

La première minimisation (3.52) conduit aux équations de Brown telles que décrites précédemment.

$$\vec{m}\wedge\vec{H}_{eff} = \vec{0} \quad \forall \quad \vec{x}\;\in\;\Omega \qquad \vec{m}\wedge\frac{\partial\vec{m}}{\partial\vec{n}} = \vec{0} \quad \forall \quad \vec{x}\;\in\;\partial\Omega$$

À la nuance près que le champ effectif est modifié par une contribution supplémentaire appelée champ d'anisotropie élastique (auto-induit ou forcé) $\vec{H}_\sigma$. En présence d'une sollicitation

mécanique externe, $\vec{H}_\sigma$ aura tendance à forcer l'alignement des moments magnétiques dans la direction minimisant l'énergie mécanique $\mathcal{E}_\sigma$ (modification de l'anisotropie). En absence de sollicitation mécanique externe, ce champ est défini par les contraintes résiduelles (incompatibilité de la magnétostriction). Il y aura à l'évidence une influence sur la microstructure magnétique.

$$\vec{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0}\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_d + \vec{H}_{ex} + \vec{H}_a + \vec{H}_\sigma \tag{3.54}$$

$$\vec{H}_\sigma = -\frac{1}{\mu_o}\frac{\partial\mathcal{E}_\sigma}{\partial\vec{m}} = -\frac{1}{\mu_o}\frac{\partial(-\varepsilon^\mu : \mathbf{C} : \varepsilon)}{\partial\vec{m}} \tag{3.55}$$

Sachant que $\sigma = \mathbf{C} : \varepsilon^e$, et en adoptant une notation indicielle, on obtient :

$$\sigma : \varepsilon^\mu = \sum_i \sigma_{ii}\varepsilon^\mu_{ii} + \sum_{j\neq i}\sigma_{ij}\varepsilon^\mu_{ij} = \frac{3}{2}\lambda_{100}\sum_i \sigma_{ii}(\gamma_i^2 - \frac{1}{3}) + 3\lambda_{111}\sum_{j\neq i}\sigma_{ij}\gamma_i\gamma_j \tag{3.56}$$

l'expression des composantes du champ d'anisotropie élastique devient plus simple.

$$H_{\sigma_i} = -\frac{1}{\mu_o}\frac{\partial\mathcal{E}_\sigma}{\partial\gamma_i} = \frac{3}{\mu_0}(\lambda_{100}\sigma_{ii}\gamma_i + \lambda_{111}\sum_{j\neq i}\sigma_{ij}\gamma_j) \tag{3.57}$$

Cette expression du champ d'anisotropie élastique fait apparaître explicitement la contrainte σ. Différents traitements de cette anisotropie existent dans la littérature. La contrainte σ et la déformation y sont bien souvent mal décrites ou mal interprétées.

Une approche très souvent rencontrée consiste à remplacer la déformation par la magnétostriction i.e. $\varepsilon \approx \varepsilon^\mu$ et d'imposer la contrainte constante telle que $\sigma \approx \sigma^* = Cte$ [4] [69] [39]. Cette approche dite *"relaxed approach"* considère le milieu comme un milieu ferromagnétique rigide avec des directions d'anisotropie variables en fonction de la contrainte externe, et néglige les propriétés mécaniques intrinsèques du milieu.

Nous venons de proposer différents outils de modélisation magnétique et magnéto-mécanique. Les modèles macroscopiques analytiques sont des modèles multi-paramétrés par des constantes ou des fonctions de distribution. Ces paramètres peuvent représenter la phénoménologie du processus d'aimantation à l'échelle microscopique et les liens avec la microstructure du matériau. Les approches en champ moyen tels que le modèle multi-échelle représentent le processus d'aimantation à travers trois échelles d'observation. Ils reposent sur une description partielle de la microstructure du matériau (orientations cristallines, nature des phases) et statistique de la microstructure magnétique (fractions volumiques des domaines). Le principal défaut de cette approche est l'absence d'une description topologique de la configuration magnétique et de la microstructure. Le comportement des matériaux ferromagnétiques est cependant en général dominé par les effets magnétostatiques sensibles aux paramètres de la microstructure tels que la taille des grains, les orientations cristallines, la morphologie et distribution des phases, etc.

Contrairement aux modèles précédents, le modèle micromagnétique permet au travers des différentes contributions énergétiques, le calcul d'une microstructure magnétique résultant des interactions entre les moments magnétiques et la microstructure. Ce modèle fournit non seulement une description topologique de la microstructure, mais permet également une intégration des

informations relatives à la microstructure du milieu modélisé (topologie, orientations cristallines, phases). Ce modèle sera donc retenu dans le cadre de la modélisation du comportement magnéto-mécanique des aciers DP.

2 Méthodes numériques micromagnétiques

2.1 Discrétisation

Notre approche de résolution du problème de minimisation (3.21, 3.29, 3.30) est basée sur une méthode itérative de type gradient conjugué, qui s'appuie sur une discrétisation de type volumes finis des équations continues du modèle (3.18, 3.28). Cette discrétisation considère une partition du domaine d'étude Ω en N domaines élémentaires ω_h (2D : Triangles, 3D : Tétraèdres) caractérisés par leur aimantation locale $\vec{m}_h$ définie au centre de gravité de chaque domaine élémentaire (fig. 3.6).

$$\Omega = \bigcup_{h=1}^{N} \omega_h \tag{3.58}$$

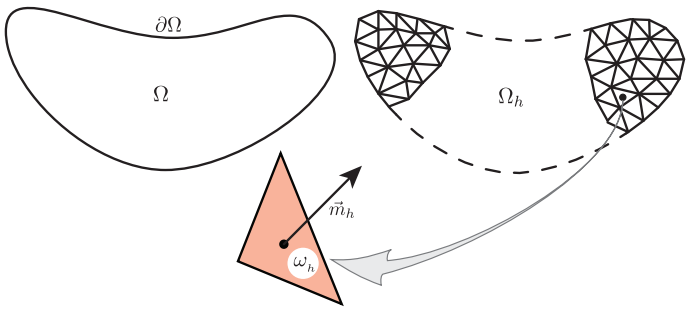


FIGURE 3.6: Discrétisation du domaine d'étude

En supposant connue une distribution des moments magnétiques élémentaires, il est plus simple de construire par sommation les équations continues du problème :

$$\vec{M} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{h=1}^{N} \int_{\omega_h} \vec{m}_h \, d_{\omega_h} \text{ tel que } \|\vec{m}_h\| = M_s \tag{3.59}$$

$$\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}) = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{h=1}^{N} \int_{\omega_h} \left(e_z(\vec{m}_h) + e_{ex}(\vec{m}_h) + e_a(\vec{m}_h) + e_d(\vec{m}_h)\right) \, d_{\omega_h} \tag{3.60}$$

$$\vec{H}_{eff} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{h=1}^{N} \int_{\omega_h} \left(\vec{h}_{ext} + \vec{h}_d(\vec{m}_h) + \vec{h}_{ex}(\vec{m}_h) + \vec{h}_a(\vec{m}_h)\right) \, d_{\omega_h} \tag{3.61}$$

Les contributions liées au champ appliqué et à l'anisotropie sont explicites et leur caractère local ne nécessite pas de traitement spécifique. La contribution liée à l'échange requiert l'estimation des dérivées de premier et de second ordre de l'aimantation et le caractère non local du champ démagnétisant nécessite un traitement numérique spécifique.

2.1.1 Champ et énergie d'échange

On rappelle que l'énergie et le champ d'échange contiennent des termes en gradient et en laplacien de l'aimantation. Pour approcher l'énergie d'échange, on part de sa définition initiale généralisée à l'échelle d'un élément ω_i du maillage Ω_h :

$$e_{ex_{|\omega_i}} = -const \sum_j \vec{m}_h^i . \vec{m}_h^j \tag{3.62}$$

L'énergie d'échange n'étant concentrée que dans les zones de parois et proportionnelle à la taille de celles-ci, la constante qui apparaît dans l'expression est proportionnelle à l'aire des frontières communes $(\mathcal{F}_{ij})$ [9].

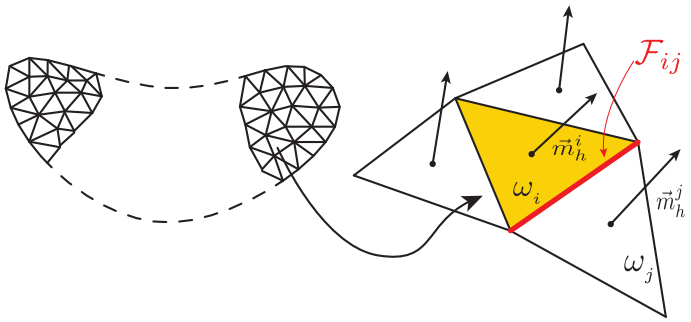


FIGURE 3.7: Distribution de l'aimantation autour d'un élément ω_i.

Ainsi pour un élément quelconque donné (fig. 3.7) et une distribution connue de l'aimantation, l'énergie et le champ d'échange discrets pour un élément ω_i sont donnés par :

$$e_{ex_{|\omega_i}} = a \sum_j |\mathcal{F}_{ij}| \frac{1 - \vec{m}_h^i . \vec{m}_h^j}{2} = \frac{1}{2} \vec{h}_{ex_{|\omega_i}} . \vec{m}_h^i \tag{3.63}$$

avec

$$\vec{h}_{ex_{|\omega_i}} = a \sum_j |\mathcal{F}_{ij}| \left(\vec{m}_h^i - \vec{m}_h^j \right) \tag{3.64}$$

Cette approximation, valable uniquement pour des problèmes discrétisés, perd son efficacité lorsque la taille des domaines élémentaires diminue sensiblement $(e_{ex_{|\omega_i}} \to 0)$ ou lorsque celle ci est trop élevée $(e_{ex_{|\omega_i}} \to \infty)$. De manière générale, l'efficacité de cette discrétisation de l'énergie et du champ d'échange repose essentiellement sur la finesse de la discrétisation du domaine. L'expérience nous montre que la discrétisation minimale est dictée par différentes longueurs caractéristiques. Ces longueurs sont des propriétés intrinsèques des matériaux qui fixent la taille des zones de variation graduelle d'aimantation (i.e. parois magnétiques). Des méthodes de raffinement et de dé-raffinement adaptatifs sont généralement employées pour capter au mieux ces zones de transition [9] [38] [51] [63] .

2.1.2 Champ démagnétisant

Une partie importante dans les méthodes numériques micromagnétiques réside dans le calcul du champ démagnétisant qui résulte de la variation spatiale des moments magnétiques, et de leurs

interactions avec la géométrie du domaine. Il conditionne par exemple la formation des domaines de refermeture permettant de minimiser l'énergie démagnétisante. Nous avons vu que le problème de poisson associé au champ démagnétisant (3.65) admet une solution donnée par la fonction de Green (3.66)

$$\begin{array}{rcll} \vec{H}_d = & \nabla\varphi & & \\ \Delta\varphi(\vec{X}) = & -\nabla.\vec{m} & \forall\vec{X}\in\Omega & \\ \Delta\varphi(\vec{X}) = & 0 & ssi\ \vec{m}=\vec{0} & \forall\vec{X}\in\bar{\Omega} \\ \left[\varphi(\vec{X})\right] = & 0 & \forall\vec{X}\in\partial\Omega & \\ \left[\frac{\partial\varphi(\vec{X})}{\partial\vec{n}}\right] = & -\vec{m}.\vec{n} & \forall\vec{X}\in\partial\Omega & \end{array} \tag{3.65}$$

$$\varphi(\vec{X}) = \int_\Omega -\nabla.\vec{m}_Y * \frac{1}{4\pi\|\vec{X}-\vec{Y}\|}\, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \vec{m}_Y.\vec{n} * \frac{1}{4\pi\|\vec{X}-\vec{Y}\|}\, \partial\Omega \tag{3.66}$$

D'un point de vue numérique, le caractère non local (fig. 3.8) du champ démagnétisant rend son évaluation coûteuse en terme de ressources numériques, et devant les dimensions caractéristiques des microstructures magnétiques (domaines, parois), il est en général nécessaire d'utiliser des discrétisations suffisamment fines permettant de décrire au mieux ces structures. La gestion d'un grand nombre de degrés de liberté associé à la résolution du problème nécessite des capacités de stockage et de calcul de l'ordre de N^2 opérations : N représentant le nombre de degrés de liberté.

Des algorithmes de résolution rapide et peu coûteux ont vu le jour et permettent d'accélérer les temps de calcul. On peut citer les travaux de Fredkin et Koehler [27] puis Schrefl [67] sur des méthodes hybrides éléments finis / éléments frontières (FE/BEM), et les travaux d'Hayashi [35] et Labbé [53] sur les méthodes de résolution par transformée de Fourier rapide (FFT).

Nous introduisons ici la méthode multipôle rapide [33] largement répandue dans le cadre de la simulation de milieux particulaires avec interaction. Le principe de la méthode appliquée au calcul du potentiel scalaire (3.66) est illustré figure 3.8. Pour évaluer le potentiel scalaire $\varphi(\vec{X})$ en un point $\vec{X}$ en utilisant la fonction de Green ci-dessus, on analyse la relation entre le point $\vec{X}$ et son environnement :

- Si un élément ω_i est considéré comme étant proche du point $\vec{X}$, on calcule l'intégrale sur cet élément.
- Si un élément ω_i est considéré comme trop éloigné du point $\vec{X}$ (ce qui est le cas de l'élément ω_2 sur la figure ci-dessous), on ne calcule pas directement la contribution de cet élément. Par contre, les éléments trop éloignés sont regroupés en macro éléments (en fonction de la distance entre $\vec{X}$, $\vec{Y}$). Sur ces macro éléments, une moyenne du champ d'aimantation $\vec{m}$ est faite, ce qui permet de calculer la contribution du macro élément au potentiel scalaire $\varphi(\vec{X})$.

Les temps de calcul sont considérablement diminués par cette méthode, $N\ ou\ N\ log(N)$ opérations sont ainsi nécessaires pour une évaluation du champ démagnétisant sur l'ensemble des éléments du domaine discrétisé Ω_h.

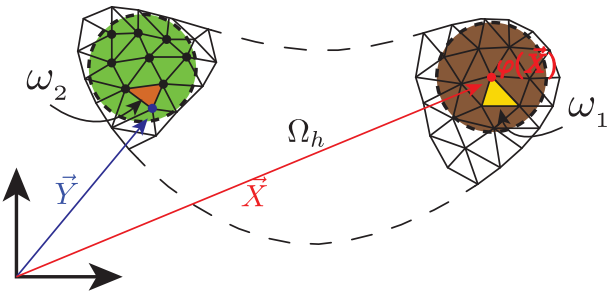


FIGURE 3.8: Principe de la méthode multipôle.

2.2 Problème d'optimisation magnétique

D'un point de vue numérique, le problème de minimisation (3.21) pose des difficultés importantes. Il s'agit d'un problème sous contrainte ($\|\vec{m}\|/M_s = 1$) et fortement non linéaire. La solution est en générale non unique du fait de la non-convexité apportée par l'anisotropie magnétocristalline. Le caractère non local du champ démagnétisant $\vec{H}_d$ est souvent coûteux en ressource informatique. Enfin, la description de la microstructure en domaines et parois magnétiques nécessite une finesse de maillage au moins de l'ordre des longueurs caractéristiques du matériau (i.e. taille de la paroi de Bloch $= \sqrt{A/K}$) [39]. Cependant travailler avec de telles finesses de maille implique un grand nombre de degrés de liberté ce qui augmente considérablement les ressources informatiques et le temps de calcul.

La méthode du gradient conjugué (Hestenes & Stiefel, 1952) décrit par l'algorithme 1 permet en général de traiter des problèmes d'optimisation. On peut montrer que ces méthodes appliquées à une fonctionnelle quadratique elliptique converge en n itérations. Cependant, dans le cas du micromagnétisme, la contrainte imposée à l'aimantation locale associée à la non convexité de l'énergie magnétocristalline n'assurent en général pas la convergence et l'unicité de la solution. Le problème mathématique d'existence et d'unicité de la solution reste encore à ce jour un problème ouvert [36] [54].

Supposé : $\vec{m}_0$, $\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}_0) = \vec{g}_0$, $\vec{w}_0 = \vec{g}_0$;
while $n \geq 1$, **do**
  Trouver $\rho_n \in \mathbb{R}$ Tel que $\forall\, \rho \in \mathbb{R}$, $\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n) < \mathcal{E}_{tot}(\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n)$;
  $\vec{m}_{n+1} = \vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n$;
  $\vec{g}_{n+1} = \vec{H}_{eff}(\vec{m}_{n+1})$;
  $r_n = \frac{\vec{g}_{n+1}\cdot(\vec{g}_{n+1}-\vec{g}_n)}{\|\vec{g}_n\|^2_{\mathbb{R}^n}}$;
  $\vec{w}_{n+1} = \vec{g}_{n+1} + r_n \vec{w}_n$;
end

Algorithme 1: Gradient conjugué classique.

Cependant, en supposant l'existence d'une solution, la problématique est alors de construire un schéma numérique conservant les propriétés du système à savoir : les propriétés du champ démagnétisant (3.65), la décroissance de l'énergie, et la conservation de la norme locale de l'aimantation. Cette dernière remarque nous conduit à effectuer un changement de variable dans

la définition de l'énergie, et dans la construction de la suite minimisante $\vec{m}_{n+1}$.

Supposé : $\vec{m}_0$, $\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}_0) = \vec{g}_0$, $\vec{w}_0 = \vec{g}_0$;
while $n \geq 1$, **do**
  Trouver $\rho_n \in \mathbb{R}$ Tel que $\forall\, \rho \in \mathbb{R}$, $\mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}\right) < \mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n\|}\right)$;
  $\vec{m}_{n+1} = \frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}$;
  $\vec{g}_{n+1} = \vec{H}_{eff}(\vec{m}_{n+1})$;
  $r_n = \frac{\vec{g}_{n+1} \cdot (\vec{g}_{n+1} - \vec{g}_n)}{\|\vec{g}_n\|^2_{\mathbb{R}^n}}$;
  $\vec{w}_{n+1} = \vec{g}_{n+1} + r_n \vec{w}_n$;
end

Algorithme 2: Gradient conjugué avec la contrainte : $\|\vec{m}\| = M_s$

Le problème unidimensionnel $\mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}\right) < \mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n\|}\right)$ n'admet en général pas de solution, la difficulté résidant dans la définition du pas optimal ρ_n. Cependant Fredkin & Koehler [27] proposent une approximation du pas optimal par la construction d'une parabole passant par trois points $(\rho^{(1)}, \mathcal{E}^{(1)})$, $(\rho^{(2)}, \mathcal{E}^{(2)})$, $(\rho^{(3)}, \mathcal{E}^{(3)})$ dans le plan $(\rho, \mathcal{E})$ avec l'idée suivante :

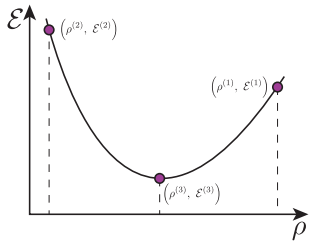


FIGURE 3.9: Parabole de Fredkin & Koehler [27].

(i) Pour $\rho^{(1)} = 0$ donné, calculer
$\mathcal{E}^{(1)} = \mathcal{E}\left(\frac{\vec{m}_n}{\|\vec{m}_n\|}\right)$

(ii) Choisir $\rho^{(2)} = \rho_{n-1}$, où ρ_{n-1} est prise à l'itération précédente, et calculer
$\mathcal{E}^{(2)} = \mathcal{E}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho^{(2)} \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho^{(2)} \vec{w}_n\|}\right)$

(iii) Si $\mathcal{E}^{(2)} \leq \mathcal{E}^{(1)}$, on choisit $\rho^{(3)} = 2\rho^{(2)}$
Sinon on choisit $\rho^{(3)} = \frac{1}{2}\rho^{(2)}$, et on calcule
$\mathcal{E}^{(3)} = \mathcal{E}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho^{(3)} \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho^{(3)} \vec{w}_n\|}\right)$

(iv) On peut maintenant dessiner la parabole passant par les trois points $(\rho^{(1)}, \mathcal{E}^{(1)})$, $(\rho^{(2)}, \mathcal{E}^{(2)})$ et $(\rho^{(3)}, \mathcal{E}^{(3)})$ (fig. 3.9). Si cette parabole admet un point minimum, on choisit ρ_n comme l'abscisse de ce point.

(v) Si la parabole n'admet pas de point minimum, on remplace $(\rho^{(2)}, \mathcal{E}^{(2)})$ par $(\rho^{(3)}, \mathcal{E}^{(3)})$, et on reprend le calcul à l'étape (iii).

Avec cette méthode, on peut toujours trouver une valeur de ρ_n permettant de construire la suite minimisant $\vec{m}_{n+1} = \frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}$

2.3 Implémentation numérique

La méthode de minimisation (algorithme. 2) et la discrétisation des équations volumiques (3.59 - 3.61) sont implémentées dans le code de simulation micromagnétique SIVIMM2D/3D développé au sein d'ESILV (Ecole Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci) [8] [9]. Ce code nous a servi de base pour l'intégration du couplage magnéto-élastique.

2.4 Construction du problème mécanique approché

La formulation variationnelle introduite précédemment s'écrit :

$$\text{trouver } \vec{u} \in \mathcal{C}_0 \quad | \forall\, \vec{v} \in \mathcal{C}_0(\Omega) \quad a(\vec{u},\vec{v}) = l(\vec{v})$$
$$\text{avec } \mathcal{C}_0 = \left(\vec{v} \in \mathcal{H}^1(\Omega) \mid \vec{v} = \vec{0}\ sur\ \partial\Omega_u\right)$$

Elle admet une solution unique qui minimise le potentiel $\mathcal{E}^*_{\vec{v}}$ approché sur un domaine discrétisé Ω_h par $\mathcal{E}^*_{\vec{v}_h}$:

$$\mathcal{E}^*_{\vec{v}_h} = \frac{1}{2}\int_{\Omega_h} \nabla\vec{v}_h : \mathbf{C} : \nabla\vec{v}_h\, d\Omega_h \; - \int_{\Omega_h} \varepsilon^{\mu}_h : \mathbf{C} : \nabla\vec{v}_h\, d\Omega_h \tag{3.67}$$

où le domaine Ω est approché par $\Omega_h = \bigcup_e \omega_e$ au moyen d'une discrétisation du domaine (2D : triangles, 3D : tétraèdres). On introduit une base $(\phi_j)_{1\leq j\leq N_h}$ de fonctions de forme linéaires qui permet l'interpolation du champ $\vec{u_h}$ sous la forme :

$$\vec{u}_h = \sum_{i=1}^{N_h} u_i.\phi_i \; = \left[\begin{array}{cccccc} \phi_1 & \phi_2 & . & . & . & \phi_{N_h} \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} u_{1_h} \\ u_{2_h} \\ . \\ . \\ . \\ u_{N_h} \end{array}\right\} = \hat{\phi}.U_h$$

avec U_h le vecteur déplacement généralisé. En décomposant le champ de déplacement virtuel $\vec{v}_h$ sur la même base de fonction de forme $\vec{v}_h = \sum_{j=1}^{N_h} v_j.\phi_j$, l'équation 3.67 devient :

$$\mathcal{E}^*(\vec{u}_h) = \frac{1}{2}\sum_i\sum_j u_i \int_{\Omega_h} \nabla\phi_j : \mathbf{C} : \nabla\phi_i\, d\Omega_h\, u_j - \sum_{j=1} u_j \int_{\Omega_h} \varepsilon^{\mu}_h : \mathbf{C} : \nabla\phi_i\, d\Omega_h \tag{3.68}$$

que l'on condense sous la forme :

$$\mathcal{E}(U_h) = \frac{1}{2}.U_h^t.\mathbb{K}_h.U_h \; - \; U_h^t F_h \leq \mathcal{E}^*(V_h) \tag{3.69}$$

La minimisation du potentiel (3.69) par rapport au déplacement fait apparaître un système linéaire $\mathbb{K}_h.U_h = F_h$ où la matrice $\mathbb{K}_h$ est appelée matrice de rigidité du système, F_h le vecteur force généralisée contenant la sollicitation volumique due à une configuration des moments magnétiques, et U_h le vecteur déplacement généralisé solution du système linéaire. Les opérateurs $\mathbb{K}_h$ et F_h sont construits par assemblage d'opérateurs élémentaires $\mathbb{K}_{|\omega_e}$ et $F_{|\omega_e}$ qui ne dépendent que du type d'éléments choisi pour la discrétisation du domaine et des propriétés mécaniques locales.

$$\mathbb{K}_{|\omega_e} = \sum_{i=1}^{n_e}\sum_{j=1}^{n_e} \int_{\omega_e} \vec{\nabla}\phi_j : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\phi_i\, d\omega_e \qquad F_{|\omega_e} = \sum_{j=1}^{n_e} \int_{\omega_e} \varepsilon^{\mu}_{\omega_e} : \mathbf{C} : \vec{\nabla}\phi_j\, d\omega_e \tag{3.70}$$

2.4.1 Prise en compte des conditions aux limites : déplacements imposés

La méthode des éléments finis s'appuie sur la minimisation d'une énergie avec des conditions sur les inconnues (déplacements imposés). Cette condition sur les déplacements est donnée sous la forme générale :

$$\mathbf{C}_d \, U_h = \{\beta\} \tag{3.71}$$

où $\mathbf{C}_d$ contient la réduction aux zones de liaison considérées et $\{\beta\}$ les valeurs imposées.

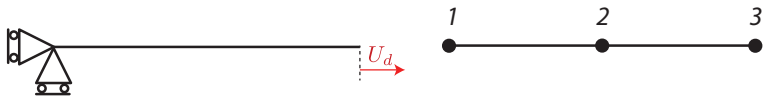


FIGURE 3.10: Exemple de conditions sur les inconnues

Dans le cadre d'un problème 1D (fig 3.10), l'équation 3.71 s'écrit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_d} \underbrace{\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_2 \end{Bmatrix}}_{\{U_h\}} = \underbrace{\begin{Bmatrix} u_0 \\ 0 \\ u_d \end{Bmatrix}}_{\{\beta\}}$$

Le problème est donc de trouver le vecteur des inconnues $\{U_h\}$ tel que :

$$\mathcal{E}(U_h) = \frac{1}{2}.U_h^t.\mathbb{K}_h.U_h \; - \; U_h^t F_h \leq \mathcal{E}^*(V_h)$$

et de vérifier (3.71).

On distingue trois principales méthodes de traitement des conditions aux limites.

- La pénalisation (on modifie la raideur $\mathbb{K}_h$)
- L' élimination (on élimine des inconnues dans le système $\mathbb{K}_h.U_h = F_h$)
- La dualisation ou multiplicateurs de Lagrange

Multiplicateurs de Lagrange

Dans cette approche on cherche les extremum de :

$$\mathcal{E}(U_h) + \{\lambda\}^t \left(\mathbf{C}_d U_h - \{\beta\}\right)$$

Ce qui consiste à résoudre le système

$$\begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbf{C}_d^t \\ \mathbf{C}_d & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_h \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_h \\ \beta \end{Bmatrix} \tag{3.72}$$

On montre que les λ_i sont les réactions dans les liaisons servant à imposer les conditions sur les inconnues. Les problèmes de cette méthode sont notamment, le coût en temps de calcul lié à l'augmentation du nombre de degrés de liberté, les difficultés de factorisation (système non défini positif), décomposition non garantie.

Elimination

Simple sur le plan de la conception mais complexe à mettre en œuvre numériquement.

Pénalisation

Dans cette approche on cherche à minimiser la quantité :

$$\mathcal{E}(U_h) + g\,(\mathbf{C}_d\,U_h\,-\{\beta\})^t : (\mathbf{C}_d\,U_h\,-\{\beta\})$$

Ce qui consiste à résoudre le système :

$$\left(\mathbb{K}_h + 2g\mathbf{C}_d^t\mathbf{C}_d\right)\,U_h\,= F_h + g\,[\mathbf{C}_d]^t\,\{\beta\} \tag{3.73}$$

Ainsi plus le paramètre scalaire g est grand, plus la condition (3.71) est assurée. Cette méthode est simple car elle consiste à pénaliser les coefficients $\mathbb{K}_{ii}$ et F_i sur lesquels portent les conditions aux limites par un terme très grand devant ceux de la matrice de rigidité. Cependant le coefficient g est limité par des problèmes numériques de conditionnement de la matrice du système linéaire.

Dans le cas du problème (fig 3.10), on a :

$$\mathbb{K}_h = \begin{bmatrix} k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \qquad \{F_h\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^t\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C}^t\{\beta\} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ 0 \\ u_d \end{Bmatrix}$$

L'équation 3.73 prend la forme :

$$\begin{bmatrix} k+g & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k+g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g.u_0 \\ 0 \\ g.u_d \end{Bmatrix}$$

on obtient la solution :

$$u_1 = \frac{k}{2(k+g)}u_d \approx 0 \qquad u_2 = \frac{u_d}{2} \qquad u_3 = u_d\frac{k+2g}{2(k+g)} \approx u_d$$

qui est bien proche de la solution voulue lorsque g est grand.

Nous adopterons pour la suite la méthode de pénalisation pour la prise en compte des conditions aux limites. Contrairement aux multiplicateurs de Lagrange, cette méthode n'introduit pas de degré de liberté supplémentaire.

2.5 Problème d'optimisation magnéto-mécanique

Pour une intégration pertinente des effets magnéto-élastiques, l'état de contrainte doit être évalué à tout instant de la procédure de minimisation. Cela nécessite de résoudre les équations d'équilibre mécanique précédentes à chaque itération de l'algorithme de minimisation énergétique. De cette manière, on s'assure non seulement de l'admissibilité statique du champ de contrainte à chaque itération, mais aussi de traduire au mieux les effets d'une contrainte auto-induite ou appliquée sur la microstructure magnétique.

Une partie non négligeable de ce travail a été consacrée à l'intégration dans le code de calcul initialement purement micromagnétique, du formalisme éléments finis nécessaire à la résolution du problème mécanique, et à l'intégrer dans le schéma itératif de minimisation du potentiel total, représenté par l'algorithme 3.

Supposed : $\vec{m}_0$, $\delta\mathcal{E}_{tot}(\vec{m}_0) = \vec{g}_0$, $\vec{w}_0 = \vec{g}_0$, $\mathbb{K}_h.U_{h_0} = F_{h_0}$;
while $n \geq 1$, **do**
  Find $\rho_n \in \mathbb{R}$ such as $\forall\, \rho \in \mathbb{R}\ \mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}, \sigma_n\right) - \mathcal{E}_{tot}\left(\frac{\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho \vec{w}_n\|}, \sigma_n\right) \leq \xi$;
  $\vec{m}_{n+1} = \frac{\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n}{\|\vec{m}_n - \rho_n \vec{w}_n\|}$;
  $\mathbb{K}_h.U_{h_{n+1}} = F_{h_{n+1}} \rightarrow \sigma_{n+1}$;
  $\vec{g}_{n+1} = \vec{H}_{eff}(\vec{m}_{n+1}, \sigma_{n+1})$;
  $r_n = \frac{\vec{g}_{n+1}.(\vec{g}_{n+1} - \vec{g}_n)}{\|\vec{g}_n\|^2_{\mathbb{R}^n}}$;
  $\vec{w}_{n+1} = \vec{g}_{n+1} + r_n \vec{w}_n$;
end

Algorithme 3: Gradient conjugué magnéto-mécanique : approche *"contrainte"*.

3 Bilan

Plusieurs modèles ont été proposés pour la modélisation du comportement magnétique et du couplage magnéto-mécanique.

Les modèles macroscopiques sont intéressants par leur approches phénoménologiques des processus microscopiques. Ces modèles sont multi-paramétrés par des constantes ou des fonctions de distribution qui peuvent représenter des paramètres microstructuraux. L'estimation de ces constantes introduites parfois sans justification physique, nécessite une base de donnée expérimentale enrichie. Le modèle multi-échelle est une alternative microscopique aux modèles macroscopiques. Cette approche énergétique représente le processus d'aimantation à travers trois échelles, ce qui permet d'y intégrer une description partielle de la microstructure du milieu (orientations cristallines, phases).

Le modèle micromagnétique permet une description topologique de la microstructure (grains, orientations cristalline, morphologie et distribution des phases) et de la configuration des moments magnétiques. Ce modèle a l'avantage de ne faire aucune hypothèse sur la formulation du problème, et intègre naturellement les interactions entre les différentes microstructures (magnétiques/cristallines). Cette intégration est rendue possible par la formulation énergétique

utilisée, qui autorise l'introduction de contributions supplémentaires liées aux effets magnéto-élastiques présentés. De part le caractère non linéaire du comportement magnétique, la non convexité de l'anisotropie magnétocristalline, la contrainte sur la norme locale de l'aimantation, et le caractère non local du champ démagnétisant, de nombreuses difficultés numériques peuvent survenir. Lever ces difficultés suppose un choix adéquat de méthodes numériques de résolution du problème. Ce modèle est cependant retenu pour la modélisation du comportement magnéto-mécanique des aciers DP.

Chapitre 4

Résultats de modélisation

Sommaire

1 Résultat de modélisation micromagnétique 2D 92
2 Monocristal 92
2.1 Influence d'un état de contrainte uniaxial 103
2.2 Influence d'un état de contrainte multiaxial 106
3 Polycristal 109
3.1 Polycristal monophasé 109
3.2 Polycristal biphasé 116
4 Résultats de modélisation micromagnétique 3D 125
5 Bilan 130

1 Résultat de modélisation micromagnétique 2D

Nous avons posé tout au long du chapitre précédent les principes de la modélisation des milieux ferromagnétiques. Le code micromagnétique "Sivimm2d" nous a servi de base à l'implémentation de la formulation magnéto-mécanique. Les premiers résultats du modèle nous permettent d'une part d'observer les différentes étapes de l'évolution de la microstructure magnétique, et d'autre part d'évaluer l'impact du couplage magnéto-mécanique sur le comportement.

2 Monocristal

Les constantes magnétiques et mécaniques en particulier le tenseur d'élasticité sont associées au repère du cristal Rc.

$$\mathbb{C}_g = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{sym} & & & & & C_{66} \end{bmatrix}_{Rc} \tag{4.1}$$

Ce tenseur est défini pour un problème 3D. L'orientation du cristal est susceptible de varier par rapport au repère global (en particulier dans le cas du polycristal). Par ailleurs, il est nécessaire pour la résolution d'un problème 2D mécanique d'adapter la forme de ce tenseur.

Rotation du repère du cristal

Dans le cas où le repère du cristal $(x,\ y,\ z)$ est orienté arbitrairement par rapport au repère de travail $(X,\ Y,\ Z)$, le tenseur d'élasticité fourni dans le repère local (4.1) doit être transformé par rotation du repère local vers le repère commun. La transformation du tenseur des contraintes et des déformations du repère local au repère global est donnée par :

$$\varepsilon_{ij} = a_{ik} a_{jl} \varepsilon'_{kl} \qquad \sigma_{ij} = a_{ik} a_{jl} \sigma'_{kl} \tag{4.2}$$

où

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{x \to X}$$

$\boldsymbol{a}$ étant la matrice de transformation orthogonale $(\boldsymbol{a}^{-1} = {}^t\boldsymbol{a})$ permettant le passage du repère du cristal vers le repère global. Les coefficients de cette matrice sont exprimés par exemple en fonction des angles d'Euler définissant l'orientation du grain. Ce passage peut également se mettre sous la forme :

$$\hat{\sigma} = \mathbb{M} \cdot \hat{\sigma}' \qquad \hat{\varepsilon} = \mathbb{N} \cdot \hat{\varepsilon}'$$

où $\hat{\sigma}$ et $\hat{\varepsilon}'$ sont les formes vectorielles des tenseur σ et ε et $\mathbb{M}$ et $\mathbb{N}$ sont appelées matrices de Bond [3], et dépendent des coefficients a_{ij}. On définit ainsi à partir des relations de comportement

$\sigma = \mathbb{C} : \varepsilon$, $\sigma' = \mathbb{C}_g : \varepsilon'$ et de l'orthogonalité des matrices de Bond, la relation de passage du tenseur d'élasticité :

$$\mathbb{C} = \mathbb{M} \cdot \mathbb{C}_g \cdot \mathbb{M}^t \tag{4.3}$$

Restriction dans le plan

La restriction dans le plan du problème nous conduit à retenir l'hypothèse des contraintes planes pour la définition du tenseur d'élasticité (4.8). La relation de comportement $\sigma = \mathbb{C}_g : \varepsilon$ reste valable. Les propriétés de symétrie des tenseurs de contrainte σ, d'élasticité $\mathbb{C}_g$ et de déformation ε permettent de mettre cette relation sous forme condensée :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{sym} & & & & & C_{66} \end{bmatrix}_{3D} \begin{pmatrix} \varepsilon^e_{11} \\ \varepsilon^e_{22} \\ \varepsilon^e_{33} \\ \gamma^e_{13} \\ \gamma^e_{23} \\ \gamma^e_{12} \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

L'hypothèse des contraintes planes suppose que :

$$\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \tag{4.5}$$

par conséquent, on a :

$$\gamma^e_{13} = \gamma^e_{23} = 0 \qquad \varepsilon^e_{33} \neq 0 \tag{4.6}$$

les contraintes du plan sont alors exprimées selon :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = &\quad f_1(\varepsilon^e_{11}, \varepsilon^e_{22}, \varepsilon^e_{33}, C_{ij}) \\ \sigma_{22} = &\quad f_2(\varepsilon^e_{11}, \varepsilon^e_{22}, \varepsilon^e_{33}, C_{ij}) \\ \sigma_{12} = &\quad f_3(\varepsilon^e_{11}, \varepsilon^e_{22}, \varepsilon^e_{33}, C_{ij}) \end{aligned}$$

Ces relations sont complétées par la relation en déformation :

$$\varepsilon_{33} = f_4(\varepsilon^e_{11}, \varepsilon^e_{22}, \gamma^e_{12}, C_{ij})$$

Ceci nous permet de définir un système d'équations nous permettant de reformuler la relation de comportement et le tenseur d'élasticité dans le plan.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{13} \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} & \tilde{C}_{23} \\ \tilde{C}_{31} & \tilde{C}_{32} & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix}_{plan} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

où les coefficients du tenseur d'élasticité plan $\tilde{C}_{ij}$ sont définis en fonction des coefficients du tenseur $3D$ C_{ij}.

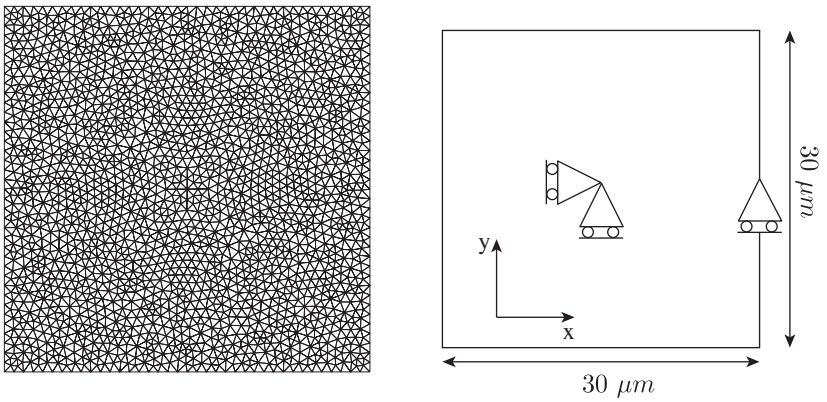
$$\tilde{C}_{11} = C_{11} - \frac{C_{13}}{C_{33}} C_{31}; \quad \tilde{C}_{12} = C_{12} - \frac{C_{13}}{C_{33}} C_{32}; \quad \tilde{C}_{13} = C_{16} - \frac{C_{13}}{C_{33}} C_{36}$$

$$\tilde{C}_{21} = C_{21} - \frac{C_{23}}{C_{33}} C_{31}; \quad \tilde{C}_{22} = C_{22} - \frac{C_{23}}{C_{33}} C_{32}; \quad \tilde{C}_{23} = C_{26} - \frac{C_{23}}{C_{33}} C_{36}$$

$$\tilde{C}_{31} = C_{61} - \frac{C_{63}}{C_{33}} C_{31}; \quad \tilde{C}_{22} = C_{62} - \frac{C_{63}}{C_{33}} C_{32}; \quad \tilde{C}_{33} = C_{66} - \frac{C_{63}}{C_{33}} C_{36}$$

Modélisation

Les premiers résultats correspondent à la modélisation d'un monocristal. Il s'agit d'un monocristal de fer à symétrie cubique. Nous adopterons une simplification plane (2D) dans laquelle les axes de facile aimantation sont colinéaires aux axes du plan ($[100] = \vec{x}$ et $[010] = \vec{y}$). Le domaine de modélisation et les conditions aux limites sont représentés par la figure 4.1. Il s'agit d'un carré de $30x30\ \mu m^2$ maillé par 3996 éléments triangulaires. Les bords du milieu sont libres de tout effort $\vec{T}_d = \sigma.\vec{n} = \vec{0}$. Le milieu est maintenu en équilibre à travers deux nœuds bloqués en déplacement.



(a) Maillage 2075 nœuds 3996 éléments

(b) Conditions aux limites

FIGURE 4.1: Domaine de modélisation et conditions aux limites en déplacement.

Les constantes magnétiques et mécaniques du monocristal de fer sont rappelées tableaux 4.1et 4.2.

$Ms\ (A.m^{-1})$	$K_1\ (J.m^{-3})$	$K_2\ (J.m^{-3})$	$a\ (J.m^{-1})$	λ_{100}	λ_{111}
$1,71\ 10^6$	$48\ 10^3$	$15\ 10^3$	$2,07\ 10^{-11}$	$21\ 10^{-6}$	$-21\ 10^{-6}$

TABLE 4.1: Constantes magnétiques du monocristal de fer.

C_{11}	C_{12}	C_{44}
228	132	116,5

TABLE 4.2: Constantes d'élasticité du monocristal de fer (GPa).

tel que :

$$\mathbb{C}_g = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & \\ & C_{11} & C_{12} & & & \\ & & C_{11} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ \text{sym} & & & & & C_{44} \end{bmatrix}_{RC} \tag{4.8}$$

La méthode de résolution adoptée (méthode du gradient conjugué) nécessite une solution en aimantation initiale. Or, cette solution n'est connue qu'à la saturation $M = M_s$ où l'aimantation

est colinéaire au champ appliqué. Nous partons donc d'un niveau de champ élevé pour décrire la saturation initiale ($H_{ext} = 0,9 \cdot M_s$) puis nous effectuons un cycle magnétique partant de la saturation et d'amplitude $0,9 \cdot M_s$ dirigé suivant l'axe $\vec{x}$ (fig. 4.2). Nous modélisons ainsi l'évolution du monocristal depuis son état de saturation.

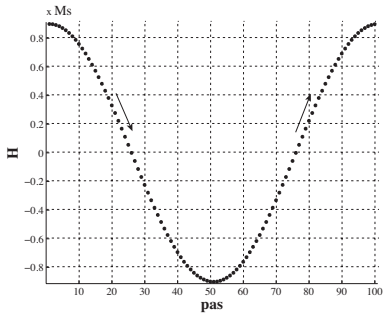


FIGURE 4.2: Chargement magnétique : projection $\vec{H}.\vec{x}$.

Nous représentons sur la figure 4.3 la configuration en domaines magnétiques obtenue à champ nul ($\vec{H}.\vec{x} = 0$) et en absence du couplage magnéto-mécanique. L'échelle des couleur représente la projection de l'aimantation dans la direction $\vec{x}$. On observe que la microstructure magnétique est dominée par les effets d'anisotropie cristalline qui tendent à aligner les moments magnétiques suivant les axes de facile aimantation (en blanc et noir) et les effets démagnétisants qui tendent à favoriser l'apparition des domaines de refermeture du flux (en orange) près des frontières de manière à minimiser l'énergie magnétostatique. Ainsi à champ nul, on peut observer une structure dite de Landau. Cette structure a pu être observée sur des tôles minces de matériaux ferromagnétiques [39] [51].

On remarque également que l'équilibre des domaines (fraction surfacique f_α) n'est pas atteinte à champ nul :

$$f_{\alpha_{100}} \approx 0,77 \qquad f_{\alpha_{010}} \approx 0,23$$

Les domaines orientés suivant l'axe $\vec{x}$ sont plus représentés. Ce déséquilibre a pour conséquence, comme on le verra par la suite, d'induire une déformation initiale.

Sous l'effet du champ appliqué, on observe ensuite l'évolution de cette structure en domaines. La figure 4.4 représente cette évolution depuis l'état désaimanté ($H = 0$), jusqu'à l'approche de la saturation ($H = 0,9\ M_s$). Cette évolution commence par un mouvement des parois à 180° séparant les domaines antiparallèles (fig. 4.4(b)). Ce mouvement des parois s'effectue en faveur du domaine orienté dans la direction du champ $\vec{x}$. Lorsque le champ augmente (fig. 4.4(c), $H = 0,3\ M_s$), on observe une fragmentation des domaines antiparallèles au champ et des domaines de refermeture. Lorsque le champ appliqué est suffisamment grand, les domaines antiparallèles disparaissent totalement (fig. 4.4(d), $H = 0,42\ M_s$). La microstructure est alors uniquement composée d'un domaine central orienté dans la direction du champ et de domaines de refermeture partiellement retournés. À l'approche de la saturation (fig. 4.4(e), $H = 0,9\ M_s$) le domaine central s'étend au détriment des domaines de refermeture. À $0,9\ M_s$, ceux ci persistent légèrement.

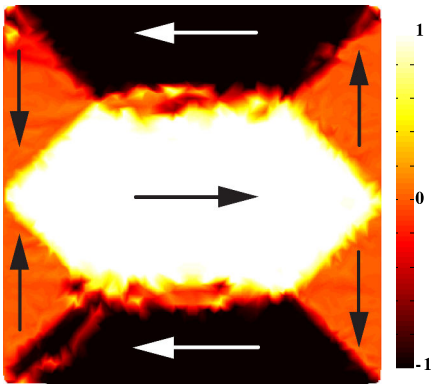
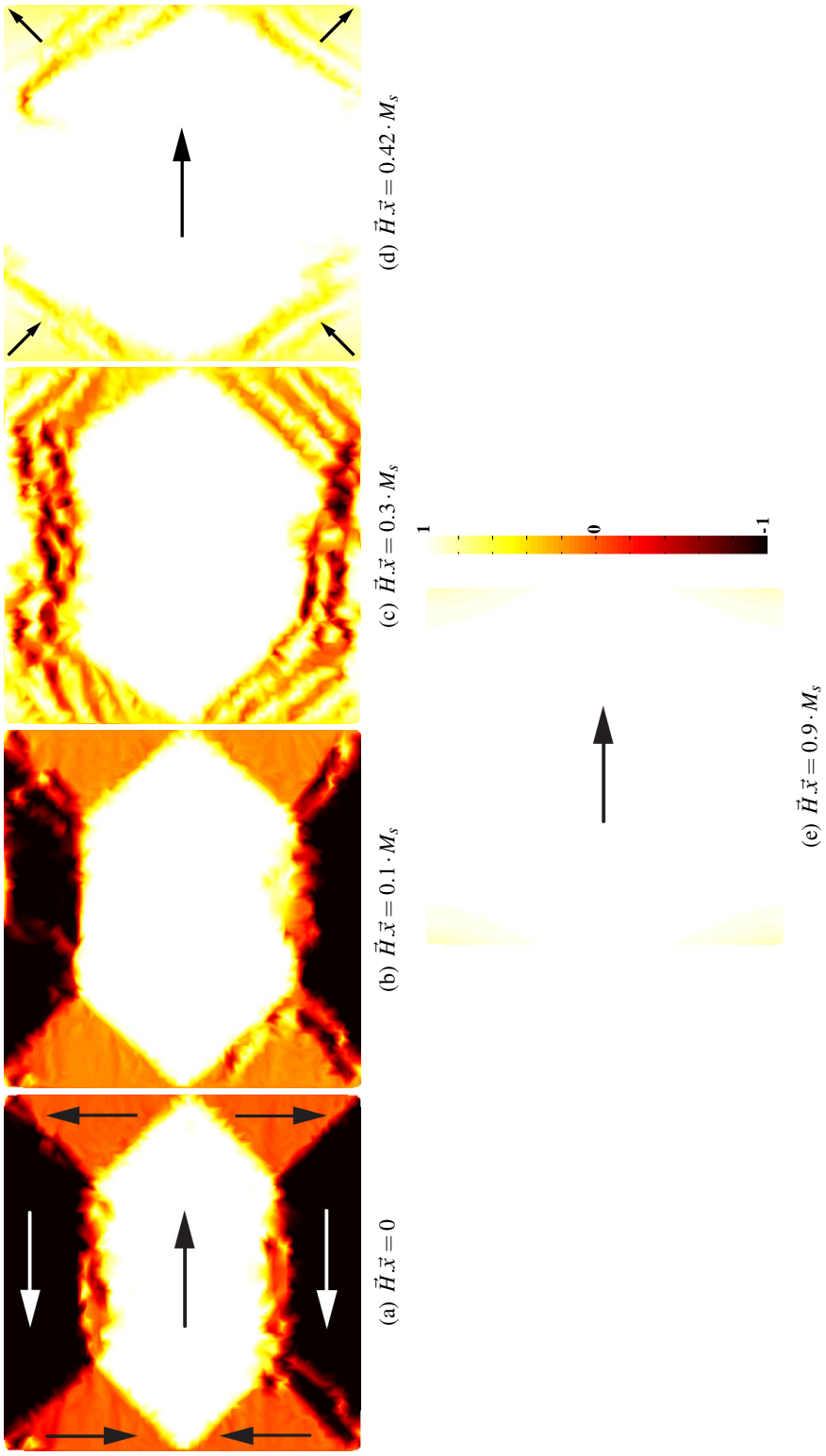


FIGURE 4.3: Microstructure magnétique sans couplage magnéto-mécanique : projection $\vec{m}.\vec{x}$.



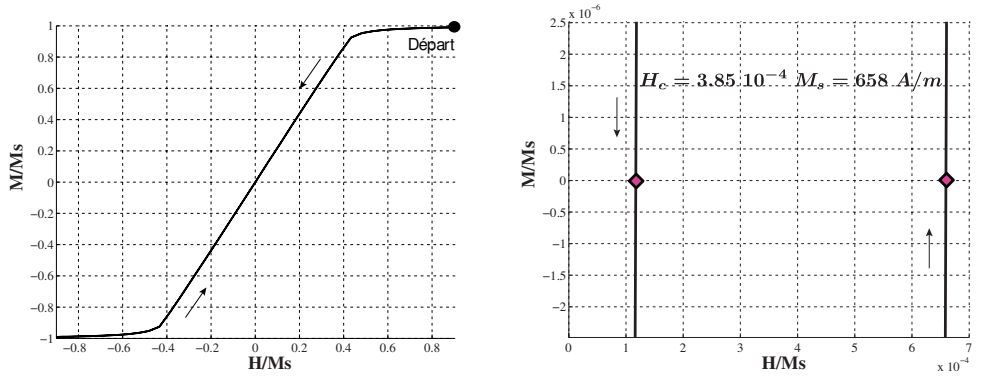
(a) $\vec{H}.\vec{x} = 0$ (b) $\vec{H}.\vec{x} = 0.1 \cdot M_s$ (c) $\vec{H}.\vec{x} = 0.3 \cdot M_s$ (d) $\vec{H}.\vec{x} = 0.42 \cdot M_s$ (e) $\vec{H}.\vec{x} = 0.9 \cdot M_s$

FIGURE 4.4: Évolution de la microstructure magnétique en absence du couplage magnéto-élastique : temps $32\,h$.

On représente sur la figure 4.5(a) le comportement magnétique moyen $M(H)$ associé aux figures précédentes. L'aimantation sature comme attendu. La susceptibilité est plus faible que les mesures expérimentales réalisées sur un monocristal de fer (cf Chap 2. fig. 1.16). Cette faible susceptibilité est la conséquence d'un fort effet démagnétisant. Le champ démagnétisant est avant tout lié à un effet de forme (carré dans le vide). On peut illustrer cet effet à travers deux exemples.

1. En partant de la configuration à saturation (fig. 4.4(e)), le champ nécessaire pour le début de la formation de la microstructure est d'environ $0,42 \cdot M_s$ soit $7,2\ 10^5 A/m$.
2. En partant de la configuration initiale (fig. 4.4(a)), le champ nécessaire pour activer la mobilité de la microstructure (fig. 4.4(b)) est d'environ $0,1 \cdot M_s$ soit $1,7\ 10^5 A/m$.

Dans ces deux exemples l'état de départ est un état qui minimise l'énergie démagnétisante. Le passage à un autre état d'équilibre est autant plus difficile et nécessite des quantités irréalistes. Cet effet est accentué par la restriction dans le plan $(\vec{m}.\vec{z} = 0)$ qui supprime un degré de liberté aux moments magnétiques. On observe également que si le comportement obtenu semble réversible, il existe bien un hystérésis et donc un champ coercitif associé (ici $H_c \approx 658\ A/m$). Il s'agit là d'un hystérésis topologique associé au chemin de minimisation énergétique.



(a) $M(H)$: temps (b) $M(H)$

FIGURE 4.5: Comportement magnétique.

Une procédure permet de corriger les effets démagnétisants sur le comportement magnétique. Puisque l'effet démagnétisant est un effet purement géométrique, on isole l'ensemble des éléments situés sur la frontière du domaine (fig. 4.6). Puis on calcule uniquement la contribution de ces éléments aux champ démagnétisant.

$$\vec{H}_{d_{\partial\Omega}} = \frac{1}{S}\sum_i \vec{h}_{d_i}\ s_i$$

s_i représente l'aire de l'élément frontière i, $\vec{h}_{d_i}$ le champ démagnétisant de cet élément et S l'aire totale des éléments frontières. On calcule ensuite un champ dit interne en retirant la contribution des éléments frontières au champ appliqué.

$$\vec{H}_{int} = \vec{H} + \vec{H}_{d_{\partial\Omega}}$$

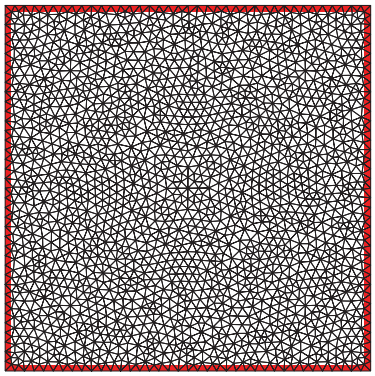
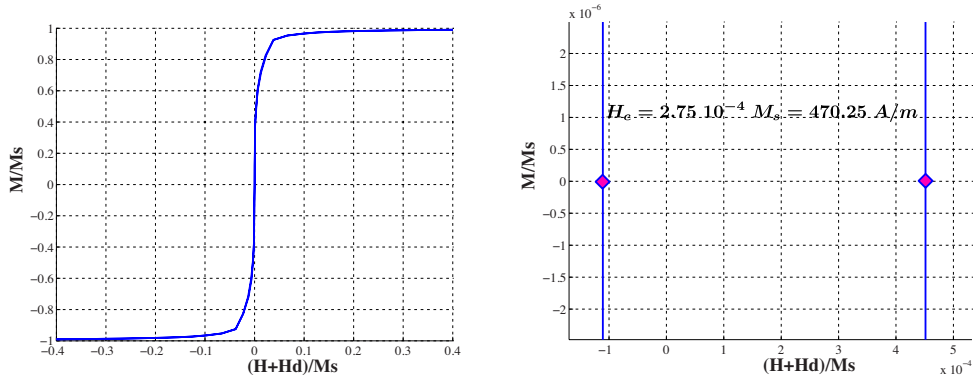


FIGURE 4.6: Élements frontières.

On représente figure 4.7 la correction du champ démagnétisant sur le comportement magnétique. Cette correction permet de redresser le cycle magnétique, sans modifier ses propriétés (champ coercitif). Le calcul n'étant pas couplé, le comportement magnétostrictif n'est donc a priori pas calculé. Un post-traitement permettrait cependant d'obtenir ce comportement à partir de la définition du tenseur de magnétostriction.

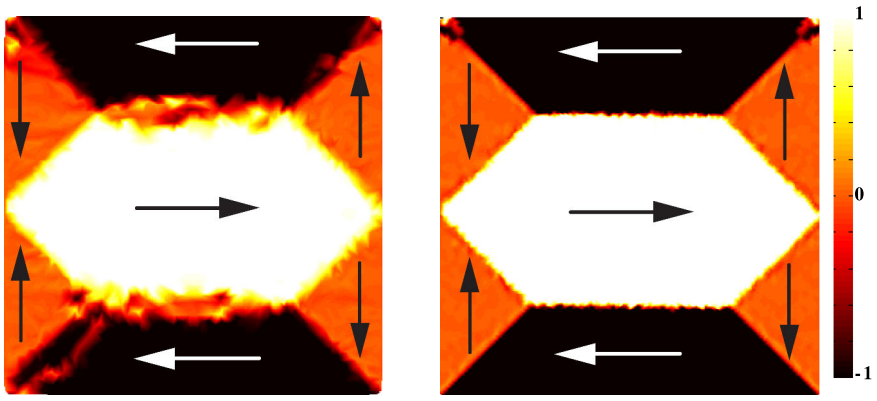


(a) $M(H+Hd)$ (b) $M(H+Hd)$

FIGURE 4.7: Correction du champ démagnétisant.

Nous introduisons ensuite le couplage magnéto-mécanique et nous effectuons le même calcul dans les mêmes conditions. On représente sur la figure 4.8 une comparaison des microstructures obtenues à champ nul.

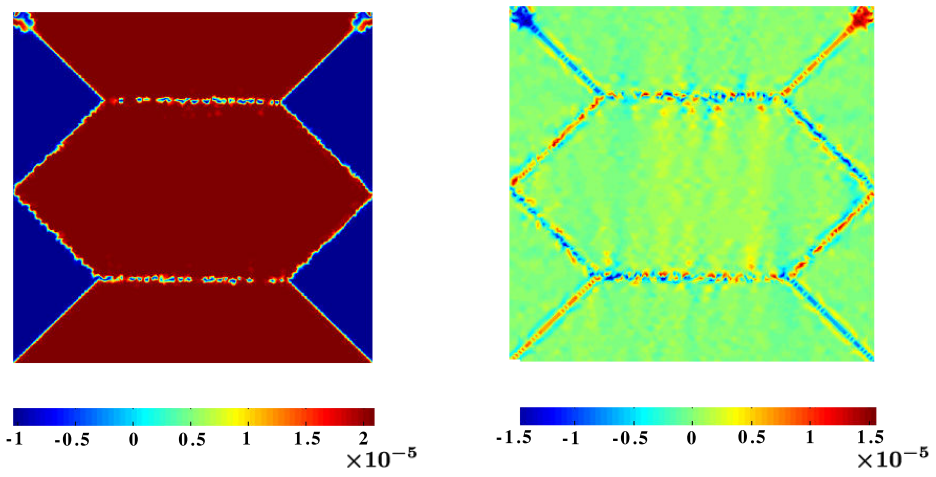
A noter que le calcul est considérablement allongé comparativement au calcul découplé (en utilisant un même critère d'arrêt). L'introduction du couplage magnéto-élastique affecte nettement la microstructure magnétique (fig. 4.8(b)). Celle ci est mieux définie, et associée au fait que l'épaisseur des parois à 180° principalement soit considérablement réduite. Le couplage est en effet une source additionnelle d'anisotropie [39]. Lorsqu'on observe la distribution des déformations de magnétostriction (fig. 4.9), on constate qu'au sein des domaines la déformation



(a) Sans couplage : 32 h (b) Avec couplage : 114 h

FIGURE 4.8: Influence du couplage magnéto-mécanique $\vec{H} = \vec{0}$: projection $\vec{m}.\vec{x}$.

est uniforme. La déformation de cisaillement est élevée au sein des parois lorsque l'aimantation n'est pas alignée avec les axes cristallographiques principaux. Cette variation locale de déformation de magnétostriction est source d'incompatibilité et donc de contraintes.

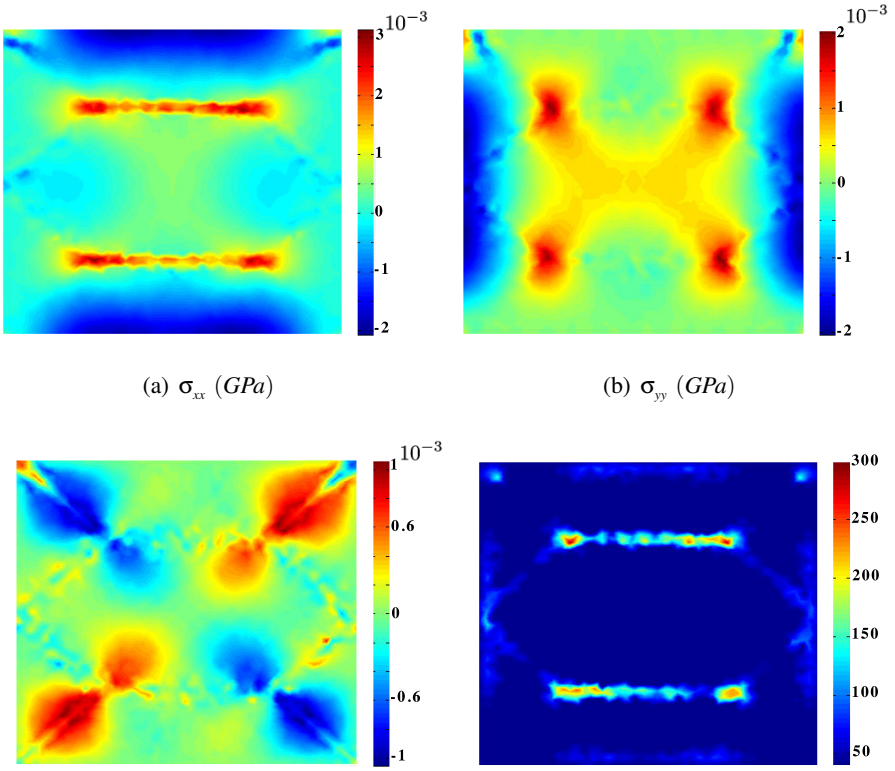


(a) ε^{μ}_{xx} (b) ε^{μ}_{xy}

FIGURE 4.9: Distribution de la déformation de magnétostriction à champ nul.

La figure 4.10 illustre l'état de contrainte associé. On peut y observer la distribution hétérogène des composantes du tenseur des contraintes, et de l'énergie mécanique. Ainsi, en absence de toute sollicitation mécanique externe, un état de contrainte multiaxial règne au sein de la microstructure magnétique.

Les maxima de contrainte et donc d'énergie élastique sont essentiellement localisés au niveau des parois à 180°. Une paroi de grande dimension telle qu'on peut le voir en absence du couplage (fig. 4.8(a)) serait donc plus coûteuse en énergie élastique. L'apport principal du couplage est

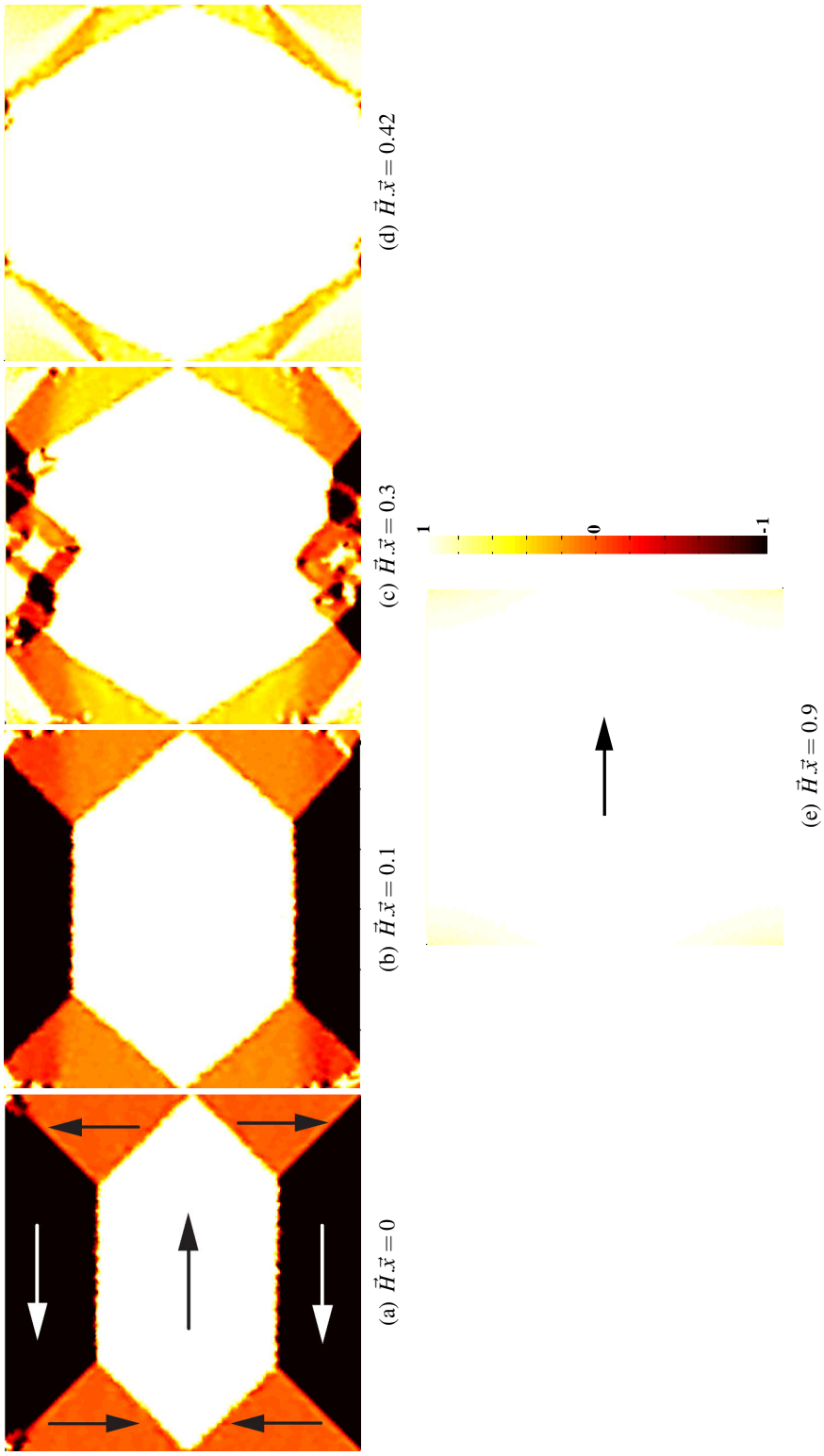


(a) σ_{xx} (GPa) (b) σ_{yy} (GPa)

(c) σ_{xy} (GPa) (d) $\mathcal{E}_\sigma = \frac{1}{2}\sigma : \varepsilon$ $(J.m^{-3})$

FIGURE 4.10: État mécanique à champ nul (Contrainte, énergie élastique) .

donc de contribuer à la minimisation de l'énergie de parois d'où le raffinement observé.



(a) $\vec{H}.\vec{x} = 0$ (b) $\vec{H}.\vec{x} = 0.1$ (c) $\vec{H}.\vec{x} = 0.3$ (d) $\vec{H}.\vec{x} = 0.42$ (e) $\vec{H}.\vec{x} = 0.9$

FIGURE 4.11: Évolution de la microstructure magnétique avec couplage magnéto-élastique : temps 114 h.

On représente sur la figure 4.11 l'évolution de la microstructure magnétique sous l'influence d'un champ magnétique avec prise en compte du couplage. On constate que la cinématique de l'évolution de la microstructure en domaines est très proche du cas découplé. Les niveaux de champ nécessaires à l'évolution de la microstructure sont les mêmes que ceux requis en absence de couplage.

On représente sur la figure 4.12(a) le comportement magnétique associé. Comme on peut le constater, le cycle d'hystérésis est inchangé par rapport au cas découplé. À partir de la simulation nous pouvons maintenant tracer le comportement magnétostrictif longitudinal (fig. 4.12(b)) et transversal (fig. 4.12(c)). Ces déformations évoluent de manière monotone et non-linéaire. On constate que la déformation reste isochore malgré la restriction dans le plan. À la saturation on a :

$$\varepsilon^{\mu}_{xx}(H = 0,9\ M_s) \approx \lambda_{100} \qquad \varepsilon^{\mu}_{yy}(H = 0,9\ M_s) \approx -\frac{1}{2}\lambda_{100} \approx -\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu}_{xx}$$

La distribution de la magnétostriction (fig. 4.9(a)) montre bien une forte présence de la famille de domaines $[100]$ où l'aimantation est colinéaire à l'axe $\vec{x}$. On fournit les fractions volumiques associées à chaque famille de domaine.

$$f_{100} = 0,77 \qquad f_{010} = 0,23$$

La déformation longitudinale théorique associée à chaque domaine est donnée à partir du tenseur de magnétostriction

$$\varepsilon^{\mu}_{xx_{100}} = \lambda_{100} \qquad \varepsilon^{\mu}_{xx_{010}} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}$$

La déformation totale associée à cette configuration est alors la somme des déformations des domaines pondérée par leur fraction volumique.

$$\varepsilon^{\mu}_{xx} = f_{100}\varepsilon^{\mu}_{xx_{100}} + f_{010}\varepsilon^{\mu}_{xx_{010}} = \lambda_{100}\left(0,77 - \frac{0,23}{2}\right) \approx 13,8\ .10^{-6} \neq 0$$

Le calcul réel de la déformation et de l'aimantation moyenne tient compte de la morphologie de la microstructure magnétique et de la géométrie du milieu. L'aimantation et la déformation moyennes calculées sont données par : (4.9).

$$\vec{M} = \frac{1}{V}\int_V \vec{m}\ dV \qquad \mathbb{E}^{\mu} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon^{\mu} dV \tag{4.9}$$

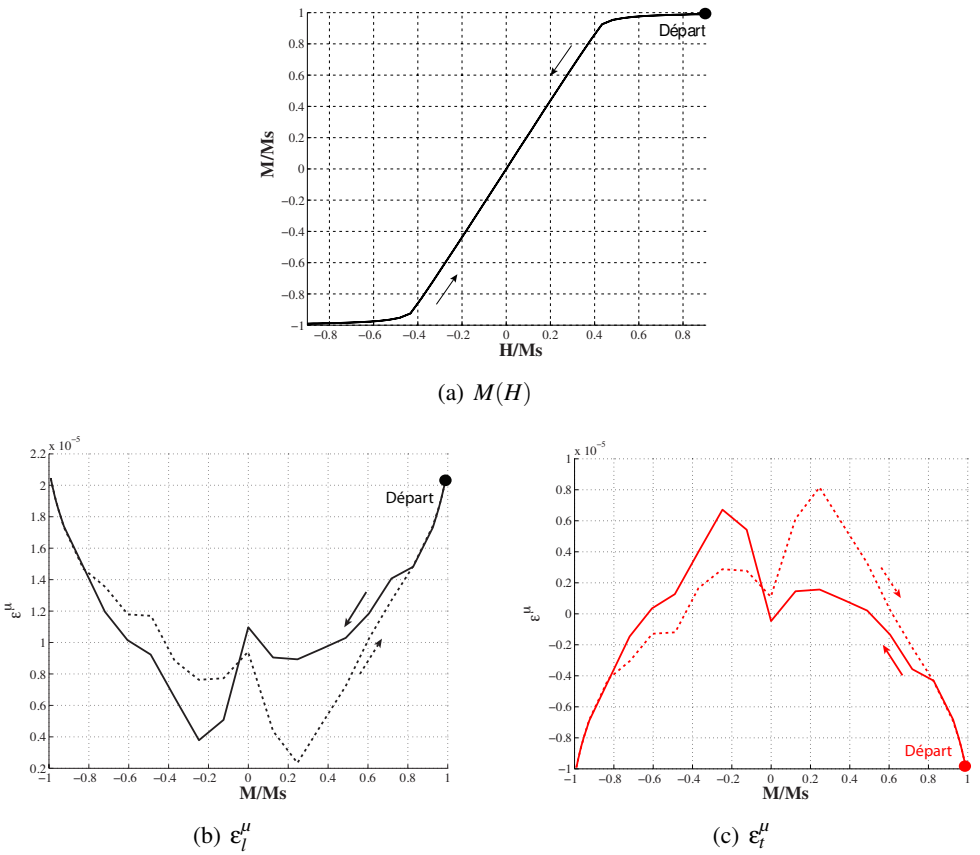
soit :

$$\vec{M}.\vec{x}_{(H=0)} = 391\ A/m \quad E^{\mu}_{xx_{(H=0)}} = 11\ .10^{-6} \quad E^{\mu}_{yy_{(H=0)}} = 1,1\ .10^{-6}$$

La déformation et l'aimantation initiale traduisent donc principalement la dépendance du comportement à l'hystérésis topologique et aux effets démagnétisant.

2.1 Influence d'un état de contrainte uniaxial

Pour illustrer cet effet, on réalise une simulation de cycle magnétique à $\pm\ 0,9\ M_s$ sous chargement mécanique. On peut ainsi obtenir le comportement magnétique et magnétostrictif sous contrainte. Réaliser un tel calcul ne pose pas de difficulté particulière. On trouvera un peu



(a) $M(H)$

(b) ε_l^μ

(c) ε_t^μ

FIGURE 4.12: Comportement magnétique et magnétostrictif.

plus loin l'évolution de la susceptibilité sous contrainte.

Une manière intéressante et peu classique de mettre en évidence l'effet d'une contrainte sur le comportement magnétique et magnétostrictif consiste à observer l'effet ΔE. Nous réalisons donc un modèle numérique qui permettra de mettre en évidence cet effet sur le monocristal de fer. Pour cela une désaimantation forcée du milieu est réalisée à l'aide d'un cycle amorti autour d'une valeur de champ nulle $(H = 0)$. Suite à cette désaimantation, une sollicitation mécanique est imposée sous forme de condition aux limites en déplacement appliquée sur les bords de normale $\vec{x}$ du domaine (fig. 4.13), les deux autres bords restant libres.

Comme attendu, l'application de la contrainte ne produit pas d'aimantation globale. La figure 4.14 montre l'évolution des déformations de magnétostriction longitudinales et transversales en fonction de la contrainte associée au déplacement imposé. On observe une évolution non linéaire de la magnétostriction en fonction de la contrainte. La magnétostriction semble tendre également vers des valeurs à saturation. Elles ne sont pas atteintes avec les valeurs de déplacement imposées. On observe également un effet non symétrique en traction/compression de la contrainte sur le comportement et la présence d'un hystérésis statique qui résulte de l'évolution de la microstructure. Ces résultats sont à rapprocher des courbes $\varepsilon^\mu(\sigma, H = 0)$ données dans la partie précédente pour le fer pur et l'acier DP.

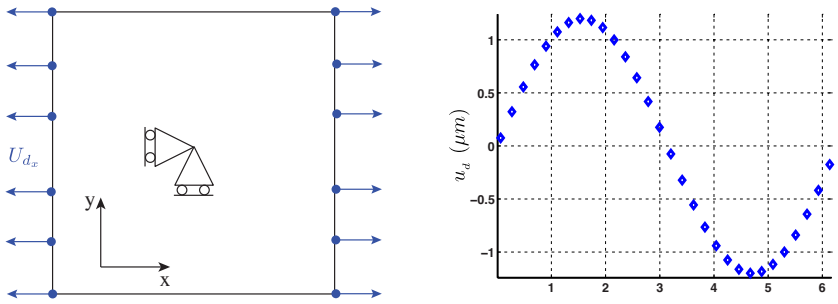


FIGURE 4.13: Conditions aux limites en déplacement et déplacement imposé .

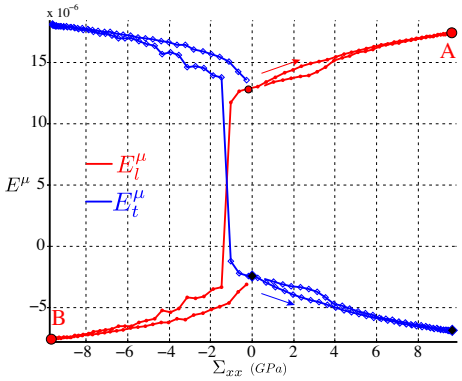


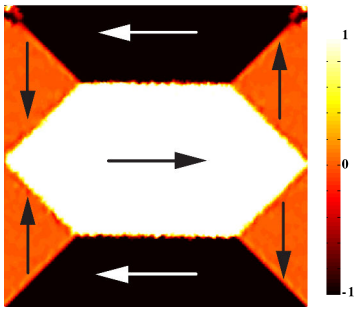
FIGURE 4.14: Modélisation micromagnétique de l'effet ΔE $(H = 0)$.

La figure 4.15 illustre l'évolution de la microstructure associée. On représente en particulier l'état de la microstructure en deux points de la figure 4.14. Ces points correspondent à des états de traction (A) et de compression (B).

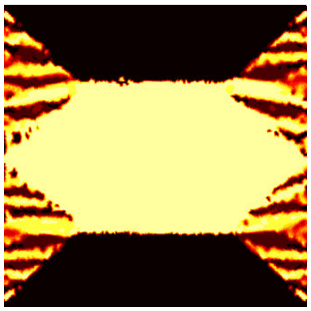
Sous l'effet d'une contrainte, la structure de Landau initiale évolue de deux manières différentes. En traction (fig. 4.15(b)-(c)), les domaines de refermeture se décomposent progressivement en un ensemble de sous domaines. Ces sous domaines s'orientent progressivement dans la direction $\vec{x}$ qui correspond à l'axe de sollicitation mécanique. En compression (fig. 4.15(d)-(e)), le raffinement de la microstructure est plus radical. On observe la formation d'une sous structure en domaines orientés dans l'axe $\vec{y}$ qui correspond à l'axe orthogonal à la sollicitation mécanique.

On remarque que les niveaux de contrainte appliqués au matériau sont supérieurs à la limite d'élasticité qu'on peut évaluer grossièrement à quelques dizaine de *MPa* pour le fer pur. Ces niveaux de contrainte sont cependant requis pour contrecarrer les effets magnétostatiques. Des déplacements importants doivent donc être appliqués (de l'ordre de 1 μm pour 30 μm de côté). Si un champ magnétique de l'ordre de $0.15 \times M_s$ est requis pour activer la mobilité des parois, la même règle s'applique pour un chargement en contrainte.

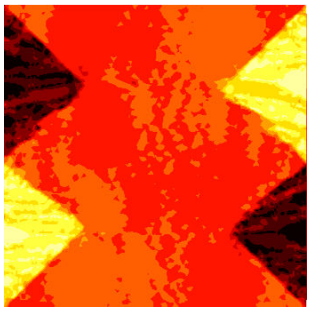
Par analogie avec le champ d'anisotropie élastique, la contrainte équivalente nécessaire à la



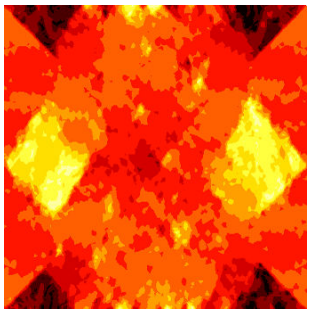
(a) état initial
$\vec{m}.\vec{x}$, $\Sigma = 0$, $\vec{H} = \vec{0}$



(b) Point A : $\vec{m}.\vec{x}$



(c) Point A : $\vec{m}.\vec{y}$



(d) Point B : $\vec{m}.\vec{x}$



(e) Point B : $\vec{m}.\vec{y}$

FIGURE 4.15: Raffinement de la microstructure magnétique sous contrainte.

mobilité de la microstructure est donnée par la relation :

$$H_{180} M_s^2 \simeq \frac{3}{\mu_0} \lambda_{100} \sigma_h \quad \rightarrow \quad \sigma_h \simeq \frac{H_{180}\, \mu_0}{3\lambda_{100}} M_s^2 \tag{4.10}$$

Une contrainte de $\sigma_h = 8,65\ 10^9\ Pa$ produit ainsi des "effets" équivalents à un champ magnétique de $0,15\ M_s$.

2.2 Influence d'un état de contrainte multiaxial

Nous nous intéressons maintenant à la modélisation du comportement magnétique du monocristal sous l'influence d'un état de contrainte multiaxial. La figure 4.16 illustre les conditions

aux limites en déplacement. On définit à travers ces déplacements imposés différents états de contrainte moyens sur le monocristal. Les déplacements imposés définissent un plan de chargement mécanique particulier (fig. 4.17(a)). Une fois les déplacements appliqués, on effectue une oscillation amortie du champ magnétique qui converge vers une valeur non nulle $(0,15\ M_s)$ et appliquée suivant la direction $\vec{x}$ (fig. 4.17(b)).

On relève l'aimantation, les contraintes et les déformations. On calcule alors la susceptibilité magnétique sécante associée :

$$\chi = \frac{M}{H}$$

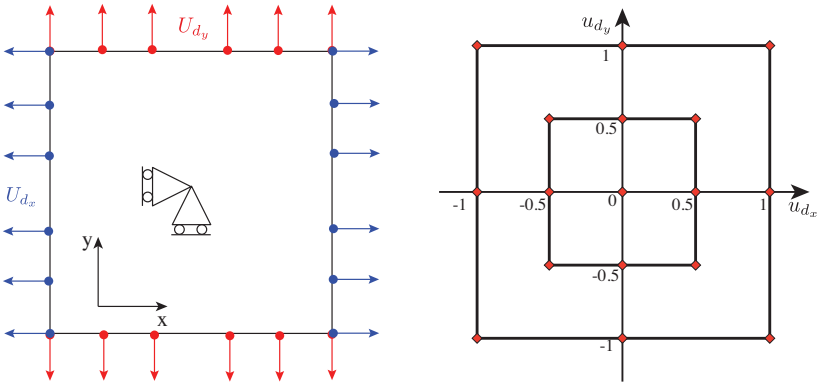
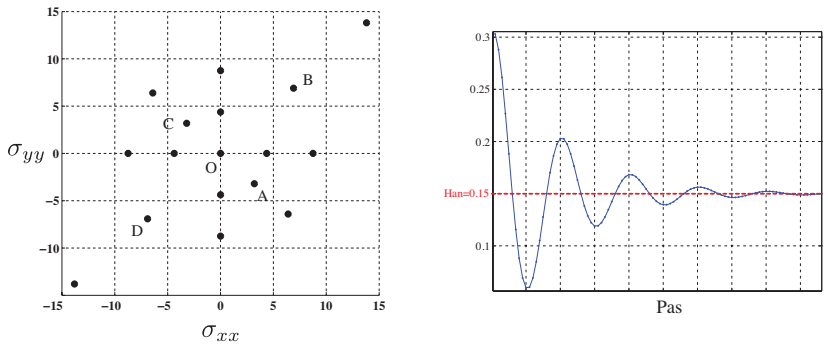


FIGURE 4.16: Conditions aux limites et déplacement imposés.



(a) Plan de chargement (GPa)

(b) champ magnétique $\vec{H}.\vec{x}$ par pas de calcul

FIGURE 4.17: Niveaux de contrainte visés et chargement magnétique.

La figure 4.18 représente l'évolution de la susceptibilité magnétique sécante relative (relative à la susceptibilité sécante à contrainte nulle χ_0) sous chargement mécanique. On constate que sur l'axe parallèle au champ $(\vec{x})$, une traction a pour effet d'augmenter la susceptibilité tandis qu'une compression produit l'effet inverse. Ces résultats sont en accord avec ceux rapportés au chapitre précédent. Sur l'axe orthogonal au champ appliqué $(\vec{y})$ une compression a pour effet d'augmenter la susceptibilité tandis qu'une traction produit l'effet inverse. Les maxima sont atteints pour des

états de cisaillement. Le modèle prévoit ainsi l'existence des lignes d'isosusceptibilité $\chi/\chi_0 = Cte$ le long des droites de lente 1.

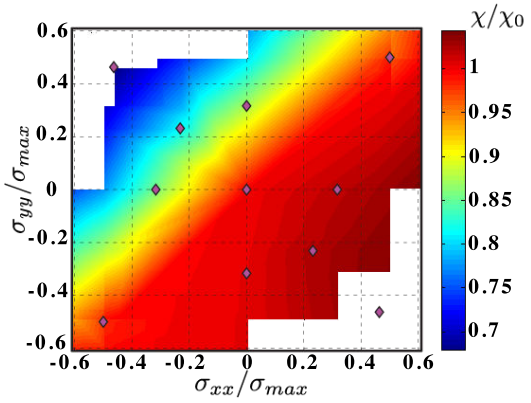


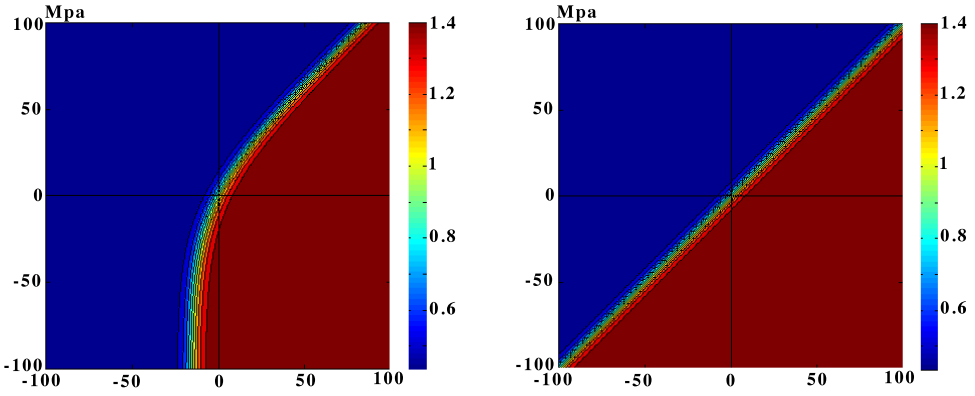
FIGURE 4.18: Évolution de la susceptibilité sécante sous contrainte.

Les isosusceptibilités mesurées expérimentalement (Chap 3 fig. 2.31) sont des lignes courbes différentes des droites prévues par le modèle micromagnétique.

La notion de contrainte équivalente magnéto-mécanique a fait l'objet d'un article récent [42][43]. Le modèle de contrainte équivalente développé dans le cadre d'une approche multiéchelle permet de définir une contrainte uniaxiale fictive, conduisant à un comportement magnétique équivalent au comportement magnétique du matériau soumis au chargement multiaxial auquel il correspond. Ce modèle est basé sur une équivalence en aimantation. Les détails relatifs à la définition de la contrainte équivalente sont fournis en annexe C.

La figure 4.19 montre les lignes d'isosusceptibilité prédites par la contrainte équivalente. Ce modèle permet de prédire dans sa formulation 3D initiale (fig. 4.19(a)), des lignes d'isosusceptibilité courbes comparables aux mesures expérimentales réalisées sur l'acier DP (les constantes de modélisation utilisées étant celles du polycristal de fer). On montre (fig. 4.19(b)) que la restriction dans le plan permet de retrouver des lignes d'isosusceptibilité droites en accord avec le modèle micromagnétique.

La différence de pente observée entre les mesures expérimentales et le modèle micromagnétique provient donc de la restriction dans le plan. La concordance des pentes obtenues entre les mesures expérimentales, le modèle de contrainte équivalente et le modèle micromagnétique permet toutefois de valider la formulation du couplage magnéto-mécanique micromagnétique qui a été proposée.



(a) Modèle initial (b) Restriction dans le plan

FIGURE 4.19: Modèle de contrainte équivalente appliqué au polycristal de fer.

3 Polycristal

3.1 Polycristal monophasé

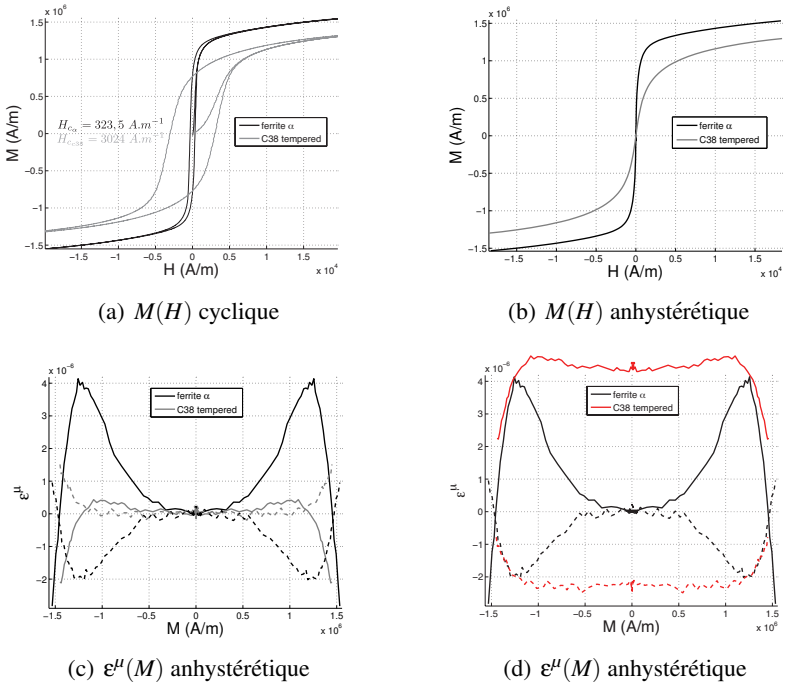
Les premiers résultats de modélisation d'un monocristal de fer ont montré une convergence qualitative avec les mesures expérimentales. Les observations microscopiques nous ont permis d'identifier la microstructure (topologie, orientation cristallines, phases, etc) des aciers DP. Ces informations peuvent être introduites dans le modèle micromagnétique couplé de manière à modéliser le comportement magnéto-mécanique des aciers DP.

Nous avons constaté dans la partie expérimentale que le comportement magnétique et magnétostrictif de l'acier $C38$ trempé (matériau modèle de la phase secondaire) est assimilable à celui du polycristal de fer sous contrainte (fig. 4.20 (c) (d)). Ces deux matériaux peuvent donc être représentés par les mêmes constantes physiques. Nous ne disposons cependant d'aucune référence de la littérature, ni d'aucun moyen d'identification de cet état de contrainte local qui permettrait de distinguer ces deux matériaux. De plus la mise en place numérique d'une distribution de contrainte équivalente (sans qu'aucun équilibre mécanique soit vérifié) serait une source de difficultés supplémentaires. À ce stade de la modélisation, il devient impératif de trouver un moyen de distinguer leur comportement.

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques tels que le fer, le champ coercitif est déterminé par différentes interactions telles que le piégeage par des sources de contraintes (dislocations), les défauts, ou les fluctuations intrinsèques des constantes matérielles [52]. Dans le cas des dislocations, l'accrochage des parois est due à l'interaction magnéto-élastique avec leur champ de contrainte. Il a été démontré par H. Kronmüller [51] que le champ coercitif est lié à la densité de dislocations et à la force qu'elles exercent sur les parois magnétiques par :

$$\mu_0 H_c \propto \frac{\lambda_s}{M_s}\sqrt{\delta}$$

où λ_s est la constante de magnétostriction isotrope à saturation, et δ la tension interne (une



(a) $M(H)$ cyclique (b) $M(H)$ anhystérétique

(c) $\varepsilon^\mu(M)$ anhystérétique (d) $\varepsilon^\mu(M)$ anhystérétique

FIGURE 4.20: Mesures expérimentales.

densité de force exercée par les dislocations sur les parois magnétiques). Il conviendrait alors naturellement de représenter la phase secondaire comme un milieu possédant une grande quantité de défauts. Une telle approche supposerait de pouvoir décrire la microstructure de la phase secondaire de manière très fine.

L. Néel puis L. Weill [60][73] ont par ailleurs montré que le champ coercitif est relié à l'anisotropie cristalline du milieu par :

$$\mu_0 H_c \propto \frac{\lambda_s}{M_s}\sqrt{\delta} \propto \frac{1}{M_s}K_1$$

Puisque la relation entre le champ coercitif et la densité de dislocations (mobilité des parois) est équivalente à une relation entre le champ coercitif et la constante d'anisotropie K_1 du matériau et devant notre incapacité à décrire suffisamment finement la microstructure de la phase secondaire, nous avons donc fait le choix de reporter la différence de comportement entre la ferrite et l'acier $C38$ trempé sur la constante d'anisotropie uniquement.

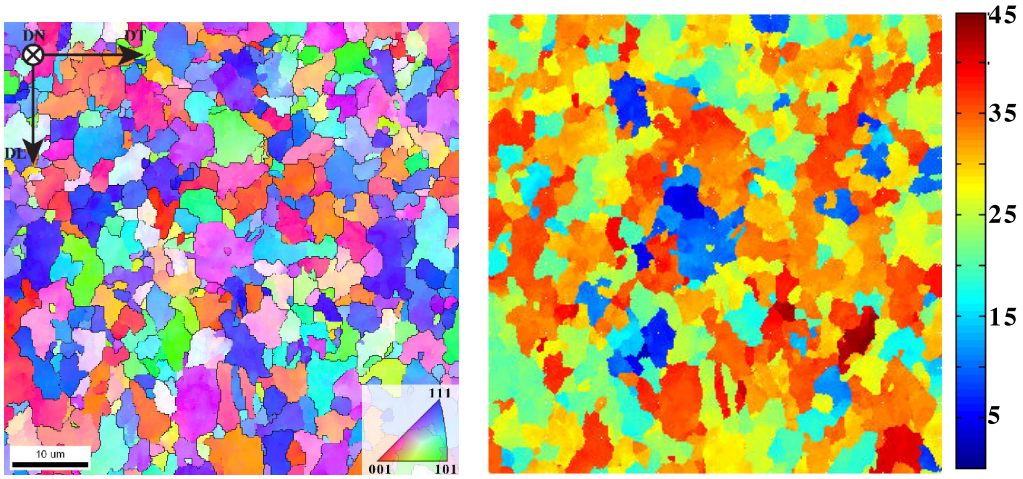
Ainsi pour un matériau avec une forte constante d'anisotropie, le saut d'une configuration à une autre minimisant l'énergie d'anisotropie sera plus difficile qu'un matériau possédant une faible constante d'anisotropie. Un matériau possédant donc une constante d'anisotropie élevée sera magnétiquement dur ce qui se traduit théoriquement par une forte aimantation rémanente M_r, une faible susceptibilité χ, ainsi qu'un fort champ coercitif H_c.

Pour apprécier ce choix et identifier la constante d'anisotropie requise, nous effectuons un

ensemble de simulations comparatives de milieux polycristallins monophasés.

Les textures mesurées expérimentalement sur l'acier DP fournissent les orientations cristallines locales au sein du matériau. Étant restreint dans le plan, ces orientations ne sont pas exploitables pour la modélisation 2D. Pour cette raison nous choisissons de calculer un angle ζ représentatif de l'orientation locale. L'angle ζ représentant le plus petit angle $(acos)$ des projections des directions du repère local ($[100]$, $[010]$, $[001]$) sur une direction du plan $(\vec{x}, \vec{y})$ (4.11). Cette projection permet de redéfinir une texture plane de la microstructure mesurée.

$$\zeta = \text{Inf}\, acos \left\{ \begin{pmatrix} < 100 > \\ < 010 > \\ < 001 > \end{pmatrix} . \vec{x} \right\} \tag{4.11}$$



(a) Texture cristalline d'un acier DP (b) Projection ζ (°)

FIGURE 4.21: Projection du repère cristallin dans la direction $\vec{x}$.

La figure 4.21 illustre le résultat de cette projection pour une texture mesurée sur une coupe DL-DT d'un acier DP. On peut y retrouver une structure en grains voisine de la mesure initiale. Cette opération de projection conserve également une distribution hétérogène des orientations. Nous sélectionnons ensuite une région de 30×30 μm^2 (fig. 4.22) sur laquelle sera effectuée nos différentes modélisations de milieux polycristallins monophasés.

La région est maillée par 5914 éléments triangulaires, et le calcul est couplé. Les frontières de la région sont libres de tout effort. Afin de supprimer tout mouvement de corps rigide, le domaine est maintenu en équilibre à travers 2 nœuds dont certains degrés de liberté sont bloqués (système isostatique).

3.1.1 Résultats

La figure 4.23 illustre le comportement magnétique du polycristal de fer prédit par le modèle micromagnétique 2D. Un temps de calcul total de 180 h a été nécessaire pour effectuer un cycle

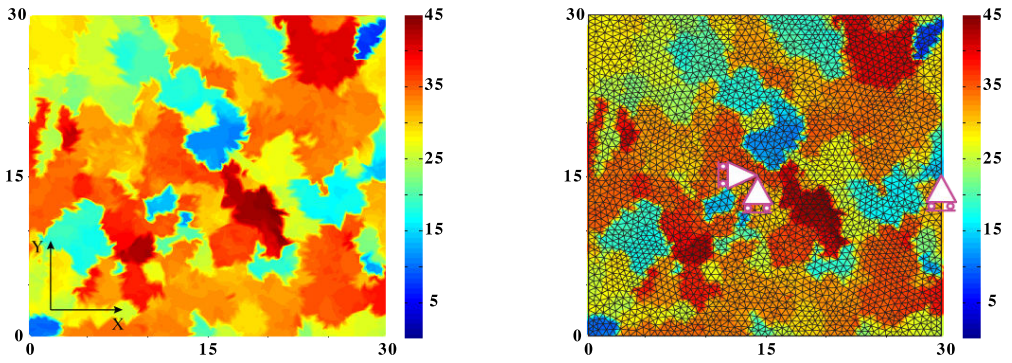
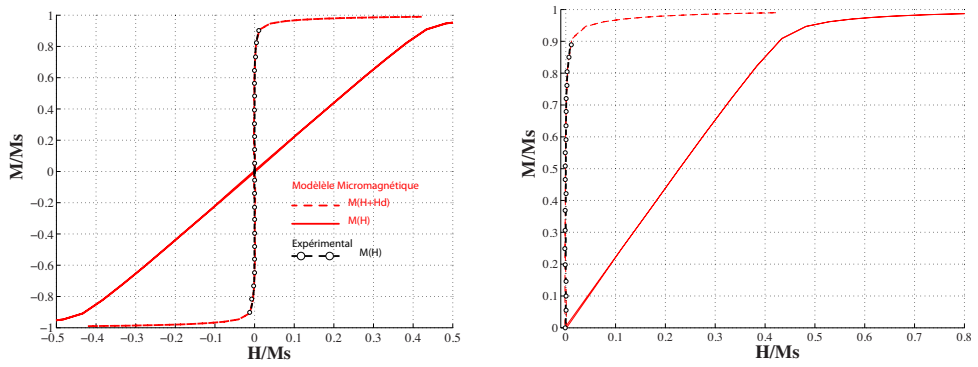


FIGURE 4.22: Zone de modélisation maillée par 5914 éléments à 3059 noeuds : $\vec{x} = DT$, $\vec{y} = -DL$.

d'aimantation complet. Nous le comparons au comportement anhystérétique d'un polycristal de fer mesuré expérimentalement. Le comportement expérimental a été adimensionné par rapport à la saturation du fer $(M_s = 1,71\ 10^6\ A/m)$ pour être comparable au modèle.

On constate que le modèle 2D polycristallin souffre des mêmes défauts évoqués pour le monocristal (effets magnétostatiques dûs à la forme de l'échantillon). Le comportement $M(H)$ expérimental présente bien une susceptibilité plus élevée que le modèle. La correction $M(H+H_d)$ apportée au modèle permet de retrouver une pente comparable aux mesures. Le modèle traduit ainsi assez bien le comportement typique d'un polycristal de fer pur à savoir une forte induction (aimantation) rémanente et un cycle étroit marqué par un faible champ coercitif.

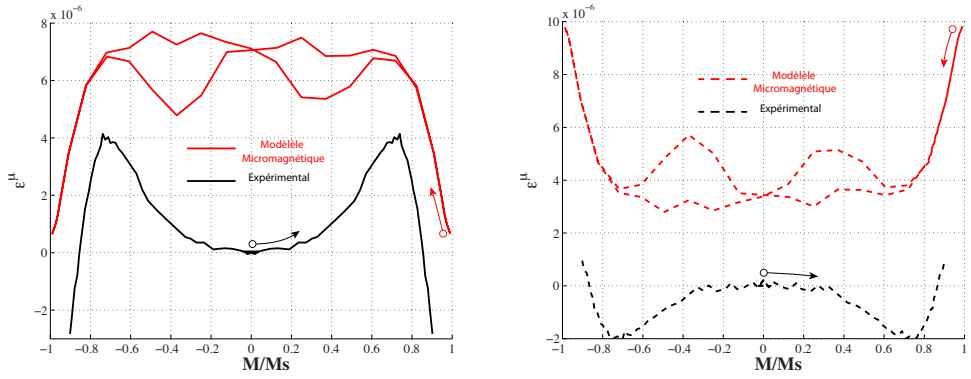


(a) $M(H)$ (b) $M(H)$

FIGURE 4.23: Comparaison expérience modèle : comportement magnétique.

La figure 4.24 illustre la comparaison modèle/essais du comportement magnétostrictif longitudinal E^{μ}_{xx} et transversal E^{μ}_{yy} du polycristal de fer. Les tendances du comportement du polycristal sont présentes. Expérimentalement on a un comportement monotone qui atteint une valeur maximale pour un certain niveau d'aimantation. Par la suite se produit un changement de signe (rotation) de la pente de la magnétostriction $(d\varepsilon^{\mu}/dM)$ puis la saturation. Le modèle

prédit bien un changement de signe de la pente de la magnétostriction pour les mêmes niveaux d'aimantation mesurés. Cependant l'évolution monotone avant le changement de signe de la pente est mal décrite à cause des effets magnétostatiques. Ces effets expliquent également la différence de niveaux de déformation observée en particulier à aimantation nulle.



(a) E^{μ}_{xx} (b) E^{μ}_{yy}

FIGURE 4.24: Comparaison expérience modèle : comportement magnétostrictif.

La figure 4.25 représente la distribution des moments magnétiques obtenue à champ nul. On peut distinguer sur les différents agrandissements, une organisation de la microstructure au sein des grains.

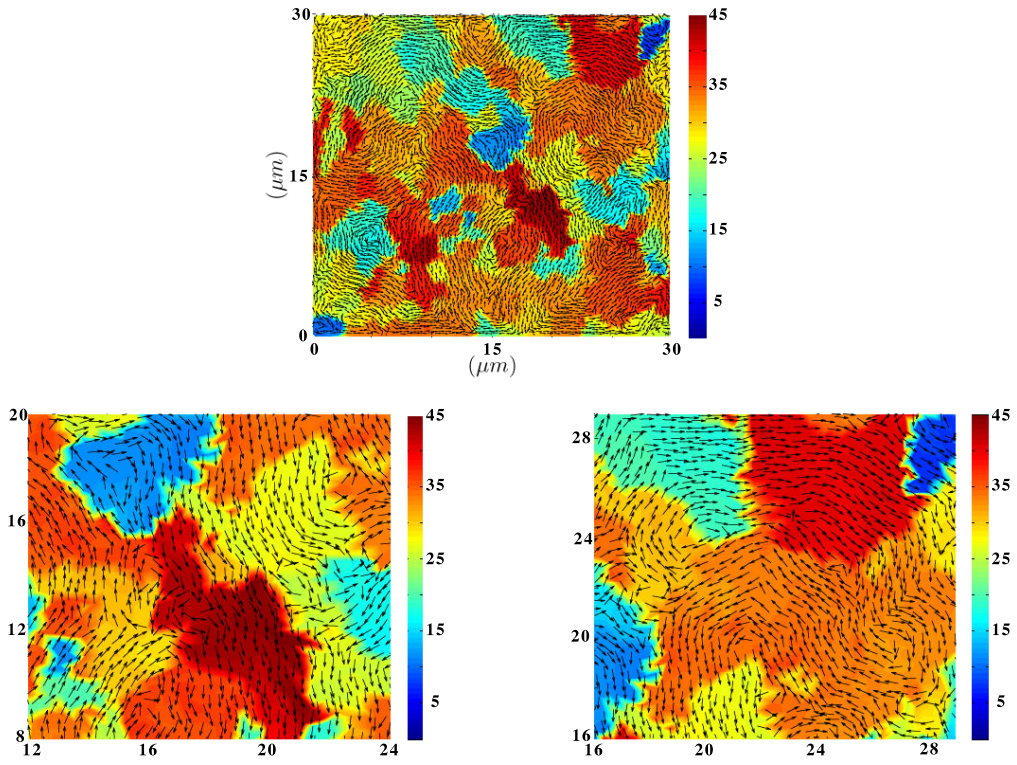
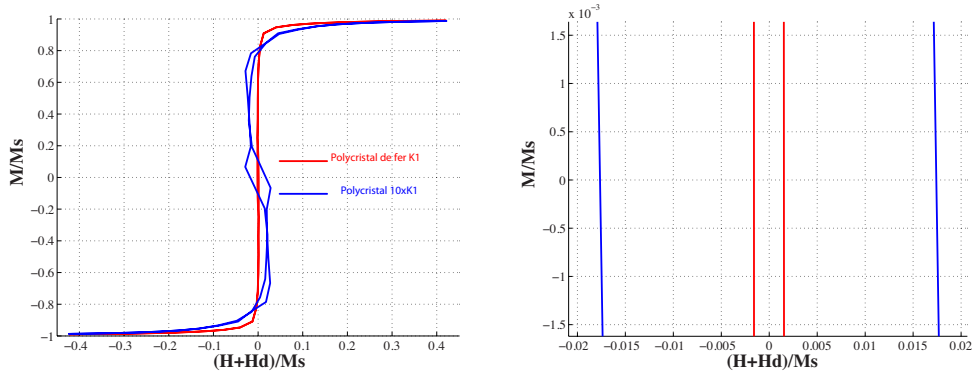


FIGURE 4.25: Configuration de l'aimantation obtenue à champ nul

En considérant le comportement magnétique du fer est sa constante d'anisotropie K_1 comme la référence, nous avons effectué plusieurs simulations afin d'évaluer l'influence de la constante d'anisotropie sur le comportement magnétique et magnétostrictif. Cette démarche nous permet de rechercher une constante d'anisotropie adéquate pour représenter au mieux le comportement de la phase secondaire (acier $C38$). Les conditions de calcul adoptées précédemment (fig. 4.22) sont conservées.

On représente sur les figures 4.26 et 4.27 l'effet de l'augmentation de la valeur de la constante d'anisotropie sur le comportement magnétique et magnétostrictif. La figure 4.26 représente les comportements magnétiques des matériaux corrigés par leurs champs démagnétisants respectifs. On constate qu'avec une constante d'anisotropie de 10 K_1, on retrouve bien un comportement magnétique plus dur que le comportement initial. Ce comportement est caractérisé par de faibles niveaux d'aimantation et un fort champ coercitif en comparaison avec le comportement initial. On retrouve là, les effets souhaités en concordance avec les observations expérimentales. Cependant la modification de l'anisotropie n'a aucune influence sur la susceptibilité. La seule quantité comparable avec les mesures expérimentales est donc le champ coercitif.

Le tableau 4.3 permet d'effectuer la comparaison des champs coercitifs mesurés et simulés. Globalement un facteur 10 existe entre les valeurs mesurées et simulées. Les rapports R_H des champs coercitifs des matériaux (expérimental et modélisé) sont suffisamment proches pour



(a) $M(H+H_d)$ (b) $M(H+H_d)$

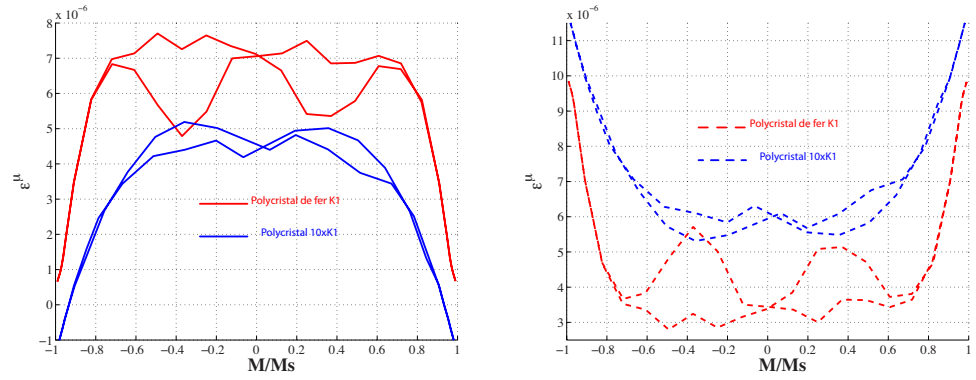
FIGURE 4.26: Influence de la constante d'anisotropie K_1 sur l'aimantation.

	Expérimental	Modèle 2D
$H_c^{fer}\ (A/m)$	324	2550
$H_c^{c38}\ (A/m)$	3024	28900
$R_H = H_c^{\alpha'}/H_c^{\alpha}$	9,33	11,7

TABLE 4.3: Comparaison des quantités mesurées et simulées.

arrêter le choix d'une constante d'anisotropie à une valeur 10 fois supérieure à celle du fer pour la modélisation de l'acier $C38$ trempé et donc de la phase secondaire d'un acier DP.

La figure 4.27 représente le comportement magnétostrictif obtenu. Comme précédemment, le modèle décrit assez mal le comportement magnétostrictif, en particulier avant le changement de signe de la magnétostriction. On observe cependant que l'amplitude des déformations diminue lorsque la contante d'anisotropie augmente. On n'atteint cependant pas l'absence de déformation obtenue expérimentalement. Ce point serait à appréhender pour la suite.



(a) E^{μ}_{xx} (b) E^{μ}_{yy}

FIGURE 4.27: Influence de la constante d'anisotropie K_1 sur la magnétostriction.

Le choix de modélisation de la phase secondaire étant arrêté, l'étape suivante est de réaliser une simulation du comportement d'un acier DP. Nous devons au préalable identifier expérimentalement la répartition et la morphologie des phases au sein d'un acier DP. L'observation des microstructures par EBSD a permis de mesurer la distribution spatiale des orientations cristallographiques. Une capacité moins exploitée des observations EBSD est de permettre la distinction de phases de natures proches au sein d'un matériau. L'identification des phases n'est néanmoins possible que si les différences structurales entre deux phases sont suffisamment grandes. Du fait de leur proximité structurale, la ferrite cubique et la martensite quadratique sont indexées dans le même réseau cubique. Ceci ne permet donc pas en théorie de les distinguer par simple indexation EBSD.

Nous présentons dans la section suivante, différentes méthodes d'analyse des phases que nous mettons en pratique pour l'identification de la phase secondaire.

3.2 Polycristal biphasé

3.2.1 Identification par mesure EBSD des phases

En dépit de sa dépendance vis à vis de l'orientation du cristal, la qualité de diffraction peut être affectée par des irrégularités du réseau cristallographique [14] [15] [47]. Le contraste créé rend alors possible la segmentation de la microstructure en phases distinctes par seuillage d'une quantité pertinente. On distingue en particulier 3 grandeurs permettant de juger de la pertinence d'une indexation EBSD. Ces grandeurs sont pré-définies dans le logiciel OIM Analysis (EDAX TSL) ayant servi au post-traitement des mesures EBSD réalisées précédemment.

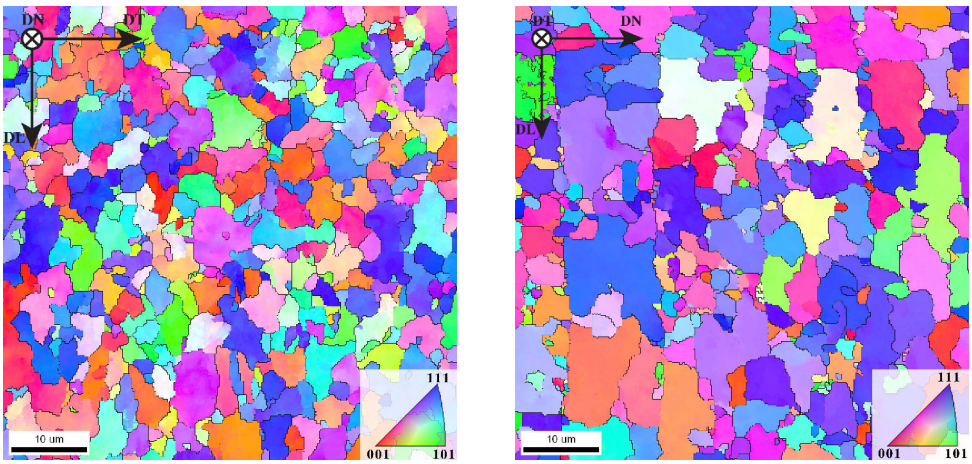
CI *Indice de Confiance*, **IQ** *Indice de Qualité*

L'indice de confiance mesure une probabilité sur l'unicité d'une solution d'orientation par rapport à un nombre fini de solutions possibles. L'indice de qualité est lié à la netteté des diagrammes de Kikuchi. Compte tenu de la complexité du réseau cristallin dans la phase secondaire, on suppose que pour tous les points indexés dans cette phase, la perturbation du réseau cristallin contribue à la dégradation du signal de diffraction.

KAM *Kermel Average Misorientation*

Cet indice mesure des désorientations locales. Les zones où existent de fortes désorientations du réseau cristallin sont en effet susceptibles d'être des sites affectés par la transformation martensitique. Il représente la moyenne des désorientations entre le pixel analysé et les pixels du kernel (pixels voisins), en excluant les désorientations supérieures à un angle limite correspondant à l'angle de désorientation aux joints des grains. Dans notre étude, nous choisissons un kernel au 3ème voisin (soit un rayon de $0,6\ \mu m$). Le seuil de définition d'un joint de grains est fixé à 5° de désorientation.

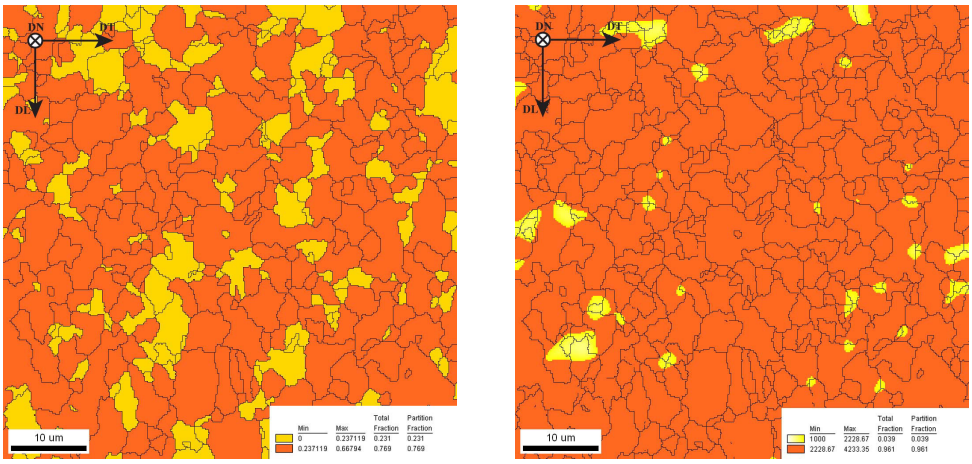
On rappelle sur la figure 4.28 les figures de pôle inverses sur les deux coupes du matériau. La figure 4.29 représente l'identification des phases effectuée sur la coupe DL-DT. La fi-



(a) Coupe DL-DT (b) Coupe DL-DN

FIGURE 4.28: Figure de pôle inverse de l'acier DP 780 #4 .

gure 4.30 représente l'identification des phases effectuée sur la coupe DL-DN. En fonction de la quantité choisie (CI, KAM) , le même niveau de seuillage a été appliqué sur les différentes coupes.

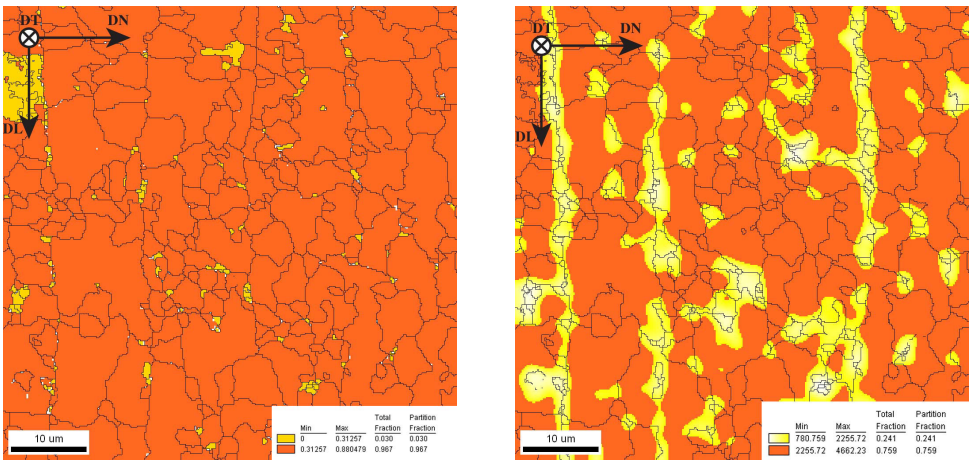


(a) CI : 24% de phase secondaire (b) KAM : 4% de phase secondaire

FIGURE 4.29: Identification des phases sur une coupe DLDT.

Sur la coupe DL-DT (fig. 4.29) on montre que le seuillage par l'IC fournit une quantité de phase secondaire plus réaliste que le KAM. L'homogénéité et la relative grande taille des grains dégrade suffisamment le signal de diffraction lors du balayage de la phase secondaire. Avec un seuil fixé à $0,24$, nous obtenons 24% de phase secondaire.

Sur la coupe DL-DN (fig. 4.30) on montre que le seuillage par la désorientation nous fournit une quantité de phase secondaire plus réaliste contrairement au cas précédent. On suppose que la distribution en bandes des grains de faible dimension favorise une identification par la mesure



(a) CI : 3% de phase secondaire (b) KAM : 24% de phase secondaire

FIGURE 4.30: Identification des phases sur une coupe DL-DN.

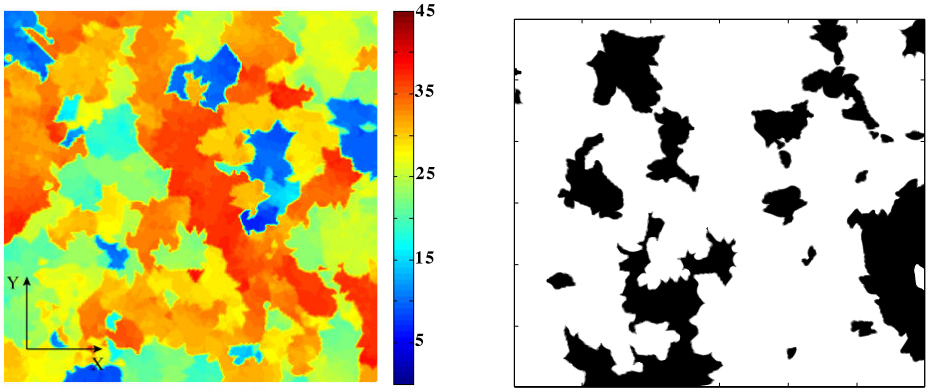
de la désorientation cristalline. De la même manière que précédemment, un seuillage de la désorientation permet de mettre en évidence la distribution en bande de la phase secondaire le long de la direction de laminage. Le seuillage fixé donne une fraction de phase secondaire de 24% en cohérence avec la coupe DL-DT.

Nous disposons à présent d'une distribution d'orientations cristallines et de phases mesurées expérimentalement, et d'un outil de modélisation utilisant l'ensemble des informations microstructurales. Cet outil va nous permettre d'un part de modéliser le comportement magnéto-mécanique d'un acier DP, et d'autre part d'évaluer la sensibilité du modèle micromagnétique aux variations de la microstructure.

3.2.2 Modélisation d'un Polycristal biphasé

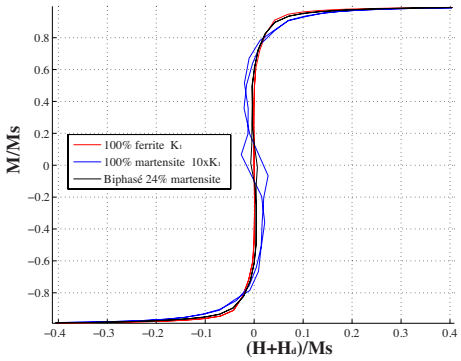
Nous commencerons par mettre en évidence, à l'aide de notre modèle micromagnétique magnéto-mécanique, l'influence d'une microstructure biphasée (ferrito-martensitique). Nous sélectionnons donc une région de 30x30 μm^2 sur la coupe DL-DT. La nature des phases est attribuée en fonction du seuillage réalisé sur la figure 4.29(a). Nous obtenons un matériau biphasé avec 24% martensite (fig. 4.31). Afin d'accéder rapidement aux résultats des calculs, nous réduisons le nombre d'éléments du maillage. La zone est donc maillée à l'aide de 3996 éléments triangulaire associés à 2075 nœuds. 139 h de temps de calcul ont été nécessaires pour réaliser un cycle complet à $\pm 0,9\ M_s$.

La figure 4.32 illustre le comportement magnétique obtenu pour un champ appliqué dans la direction $\vec{x}$ et pour 3 situations (100% ferritique, 100% martensitique, situation biphasée à 24% martensitique). On distingue pour ces 3 situations, 3 comportements bien distincts. À champ constant (fig. 4.32(b)), le niveau d'aimantation du milieu 100% ferritique est plus élevé que celui du milieu 100% de martensite. Le matériau biphasé possède une aimantation intermédiaire entre les deux autres. À aimantation nulle (fig. 4.32(c)), le modèle prédit 3 champs coercitifs distincts. Le champ coercitif du matériau biphasé est borné par celui de la ferrite (le plus bas) et celui de la

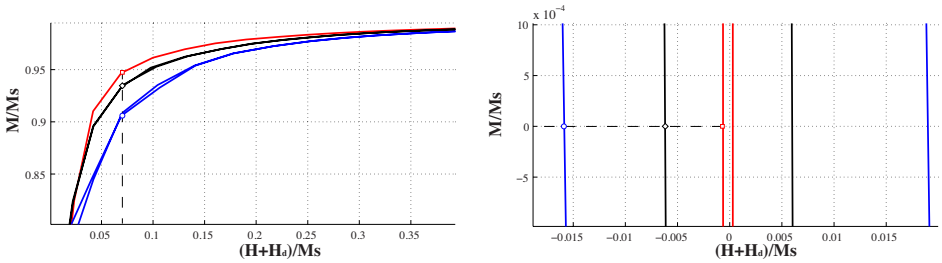


(a) Orientations ζ (°) (b) 24% de phase secondaire

FIGURE 4.31: Zone de simulation : coupe DL-DT.



(a) $M(H+H_d)$



(b) Aimantation à $H = Cst$ (c) Champ coercitif $M \simeq 0$

FIGURE 4.32: Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation.

martensite (le plus haut).

La figure 4.33 représente la déformation de magnétostriction longitudinale prédite par le modèle. On constate que la magnétostriction reste globalement mal décrite avant la rotation de l'aimantation. Cependant les niveaux de déformation atteints à aimantation constante sont clairement différents. Le fer présente le niveau le plus élevé, la martensite le plus bas, et le modèle biphasé un niveau intermédiaire. Les tendances expérimentales sont bien respectées en dépit des

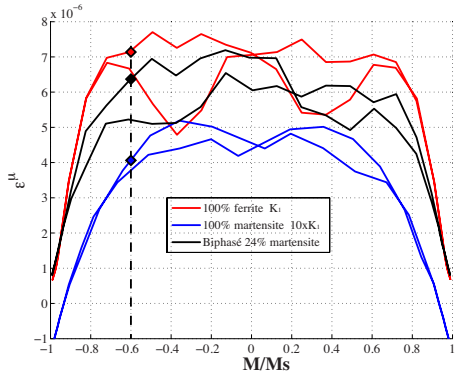
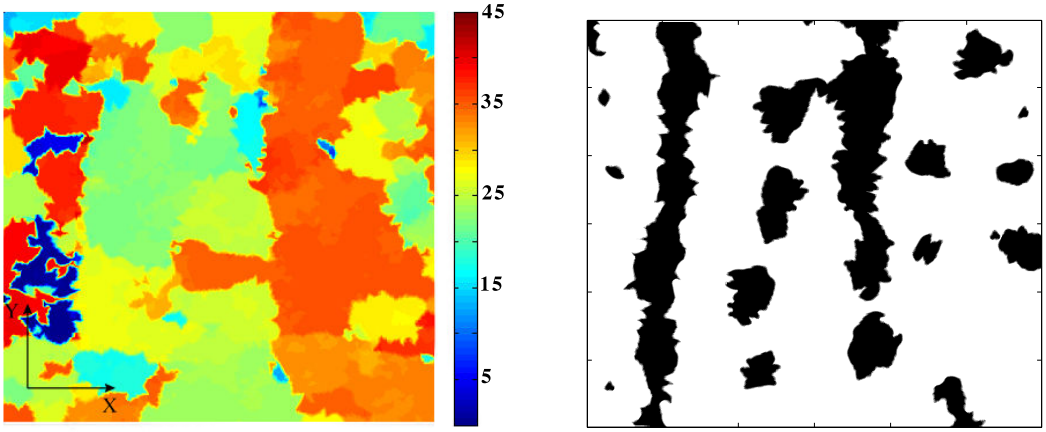


FIGURE 4.33: Influence de la microstructure biphasée sur la magnétostriction.

effets magnétostatiques et de la description partielle de la magnétostriction de la phase secondaire.

Bien que la restriction dans le plan accentue les effets démagnétisants, il est intéressant de noter que le modèle micromagnétique retranscrit assez fidèlement les différences expérimentales entre la ferrite, la martensite (C38 trempé) et le milieu biphasé.

Nous sélectionnons sur la coupe DL-DN (fig. 4.30(b)) une zone de même dimension que la précédente (fig. 4.34). La microstructure présente cette fois ci une bande martensitique pour une fraction volumique identique à la précédente. Nous conservons le même maillage et les mêmes conditions aux limites que lors des calculs précédents. Les propriétés sont attribuées en fonction des orientations et des phases obtenues sur cette coupe (fig. 4.34). 135 h de temps de calcul ont été nécessaires pour accéder au cycle complet à $\pm\, 0,9\ M_s$.

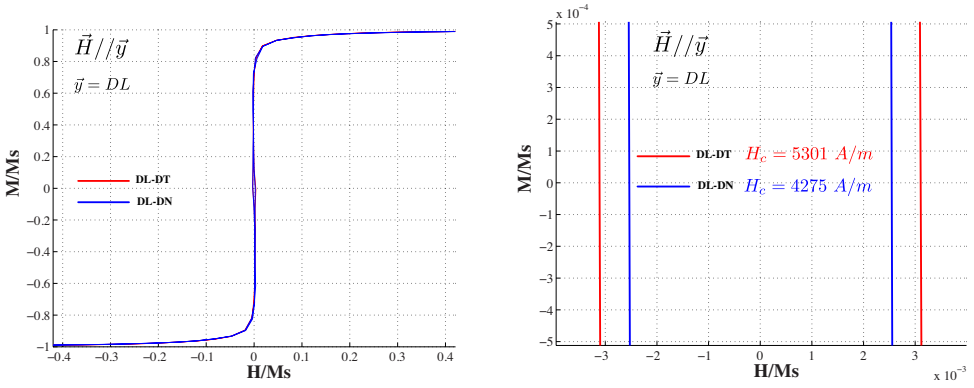


(a) Orientations ζ (°) (b) 24% de phase secondaire

FIGURE 4.34: Zone de simulation : coupe DL-DN.

La figure 4.35(a) illustre les résultats de la modélisation pour un champ appliqué suivant la direction $\vec{y}$ correspondant à la direction de laminage. La proportion de phase étant inchangée

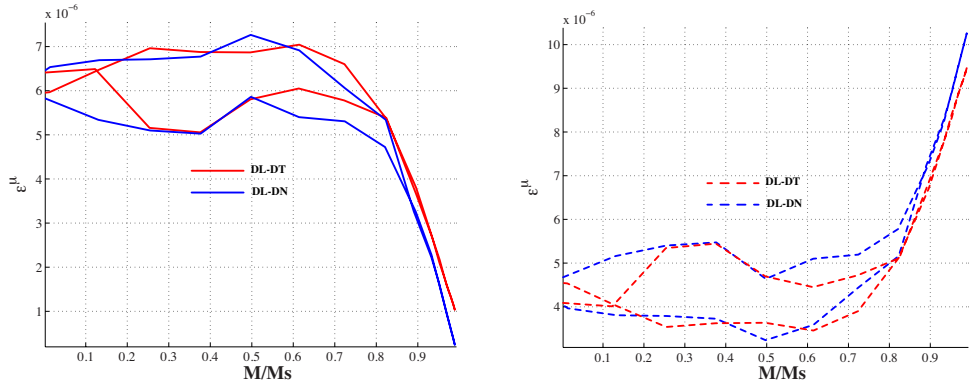
par rapport au cas précédent, on compare sur la même figure le comportement magnétique et magnétostrictif obtenu pour les deux morphologies de phase secondaire. On constate qu'à fraction volumique égale, on obtient des comportements magnétiques sensiblement identiques entre la microstructure en îlots et la microstructure en bandes. Une distinction entre les deux morphologies de phase secondaire peut être néanmoins faite sur leur champ coercitif représenté (fig. 4.35(b)). On observe que la morphologie de phase secondaire en îlots (coupe DL-DT) présente un champ coercitif plus élevé que la morphologie en bandes (coupe DL-DN).



(a) $M(H_y)$ (b) $M(H_y)$

FIGURE 4.35: Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation : $\vec{H}//\vec{y}$.

Les comportements magnétostrictifs longitudinaux (dans la direction du champ E_L^μ) et transversaux (E_T^μ) sont également comparés sur la figure 4.36. On constate qu'il existe une différence de niveau de déformation d'une microstructure à une autre. Cette différence apparaît au cours du cycle à champ nul. Elle devient plus faible lorsque le mécanisme de rotation est activé.

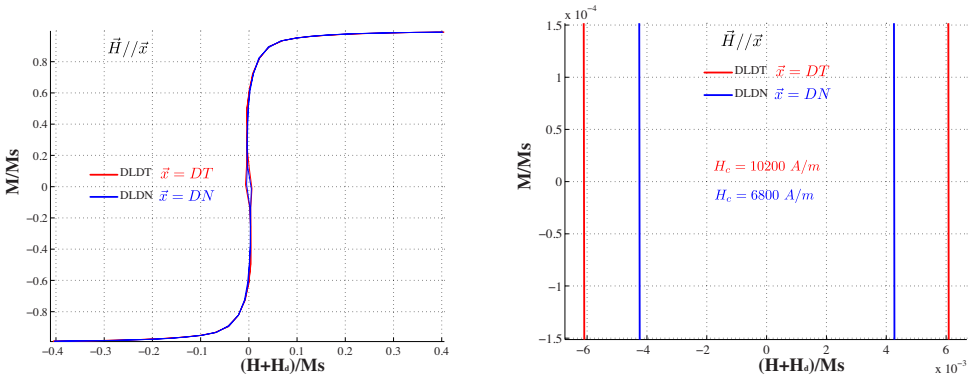


(a) E_L^μ (b) E_T^μ

FIGURE 4.36: Influence de la microstructure biphasée sur la magnétostriction.

On représente également sur la figure 4.37 le comportement magnétique des deux microstructures obtenu lorsque que le champ est appliqué dans la direction orthogonale au laminage. Les

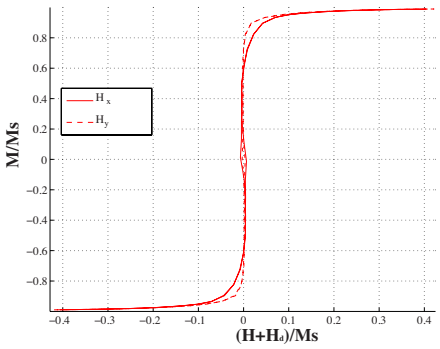
observations précédentes restent valables. Cependant par rapport résultats précédents, on observe une chute du niveau d'aimantation à l'approche de la saturation et une augmentation des champs coercitifs. Le champ coercitif le plus élevé étant obtenu pour la la microstructure en îlots (coupe DL-DT). Ces variations traduisent une anisotropie du comportement magnétique prédit par le modèle.



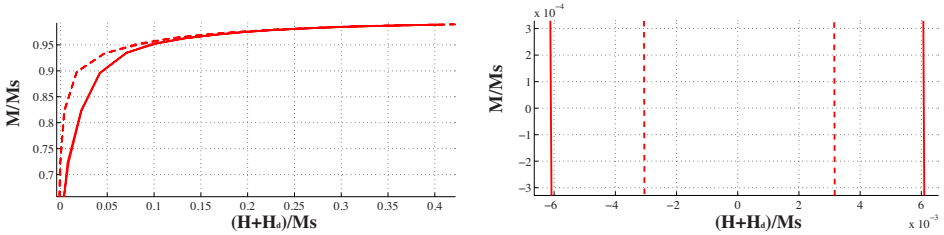
(a) $M(H_y)$ (b) $M(H_y)$

FIGURE 4.37: Influence de la microstructure biphasée sur l'aimantation : $\vec{H}//\vec{x}$.

Les figures 4.38 et 4.39 permettent d'apprécier l'influence de la direction de sollicitation magnétique sur le comportement autrement dit, de mettre en évidence l'anisotropie de ce comportement. H_y et H_x désignent respectivement le champ magnétique appliqué dans la direction de laminage et dans la direction orthogonale (direction normale ou direction transversale). Entre une morphologie en bandes et en îlots, le comportement magnétique suivant la direction de laminage est proche. En effet, une sollicitation magnétique suivant cet axe a tendance à adoucir le comportement magnétique. Ceci se traduit par un faible champ coercitif et une forte aimantation à champ constant.

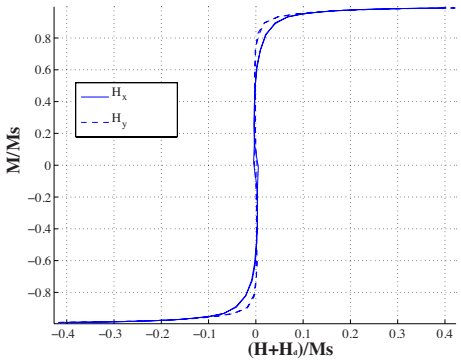


(a) $M(H)$

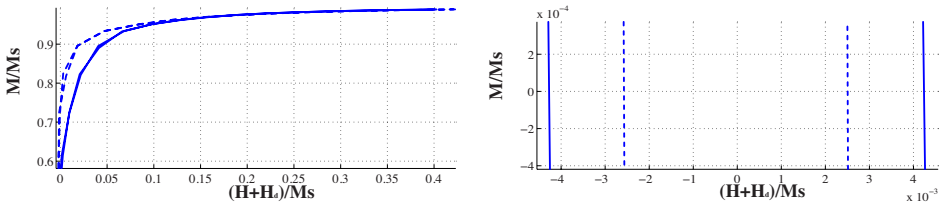


(b) aimantation à $H = Cst$ (c) Champ coercitif

FIGURE 4.38: Influence de la direction du champ sur le comportement magnétique : coupe DL-DT.



(a) $M(H)$



(b) aimantation à $H = Cst$ (c) Champ coercitif

FIGURE 4.39: Influence de la direction du champ sur le comportement magnétique : coupe DL-DN.

3.2.3 bilan de la modélisation 2D

La modélisation 2D apporte des résultats satisfaisants et en concordance avec les observations expérimentales. En particulier, le modèle monocristallin nous a permis de retrouver des microstructures typiques telles qu'on peut les retrouver sur des films minces de matériaux ferromagnétiques. Le couplage magnéto-élastique permet d'ailleurs de stabiliser la microstructure magnétique initiale (effet d'affinement). On a ainsi pu retrouver les effets classiques d'une contrainte sur le comportement (modélisation de la susceptibilité, effet ΔE) et la microstructure magnétique (raffinement et rotation des domaines).

Le passage au polycristal monophasé a été l'occasion d'introduire des paramètres microstructuraux dans ce modèle. Le choix des contantes de modélisation de la phase secondaire en particulier a été basé sur les observations expérimentales. La constante d'anisotropie K_1 a été augmentée par rapport à la valeur de référence du fer. Il a en effet été montré que cette constante peut être reliée à la densité de défauts et à son influence sur la mobilité des parois. Les simulations réalisées ont montré que le comportement magnétique est durci artificiellement par cette méthode. Les résultats du modèle polycristallin rejoignent les observations expérimentales. Cependant les quantités moyennes issues de la modélisation sont encore surestimées. Ceci rend délicat la comparaison avec l'expérience. Le modèle prédit en effet un comportement magnétique anisotrope du polycristal biphasé (comportement que l'on ne retrouve pas expérimentalement). L'introduction d'une microstructure biphasée a néanmoins montré la sensibilité du modèle micromagnétique 2D. Une distinction est ainsi possible entre différentes microstructures. Cette distinction porte essentiellement sur les niveaux d'aimantation à champ constant, l'aire des cycles (champ coercitif) et les niveaux de déformation.

Le principal désavantage de l'approche 2D est de maximiser l'effet démagnétisant dû à la forme du milieu. Cet effet contribue au déséquilibre de la microstructure (fraction volumique des domaines). Le passage d'une configuration à minimum d'énergie (magnétostatique) nécessite alors des niveaux de champ et de contrainte beaucoup trop forts comparativement à ce qui peut être envisagé réellement. Des limitations numériques sont également à noter. Le temps de calcul a par exemple été multiplié par 4 pour le calcul monocristallin avec l'apport du couplage magnéto-mécanique. Ce facteur de temps est également fortement dépendant du nombre de degrés de liberté du calcul. Le gain réalisé en ajoutant cette contribution énergétique est cependant non négligeable et permet de se rapprocher de la réalité physique. Il serait possible de réduire considérablement ce temps en relaxant les conditions de convergence employées.

Un passage à une modélisation 3D est cependant nécessaire afin de réduire les effets magnétostatiques observés pour le calcul 2D.

4 Résultats de modélisation micromagnétique 3D

Nous terminerons ce chapitre en présentant les résultats des calculs 3D pour la modélisation de milieux biphasés. Le passage à la simulation 3D introduit de nouvelles difficultés liées au calcul du champ démagnétisant (stockage de mémoire). Ce problème limite le nombre de degrés de liberté que nous pouvons traiter, et par conséquent les volumes physiques modélisés.

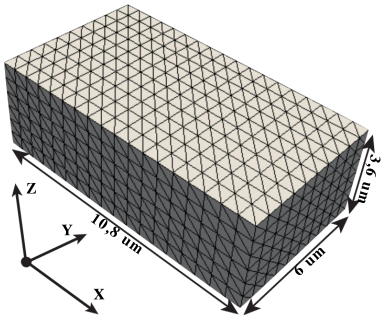
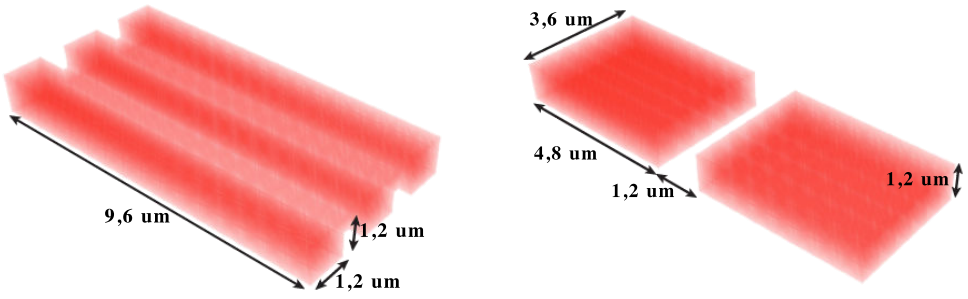


FIGURE 4.40: Volume de modélisation 6480 tétraèdres 1463 nœuds. .

Nous nous limiterons donc dans le cadre de la modélisation à un volume de $16,8 \times 6 \times 3,6\ \mu m^3$ discrétisé en 6430 tétraèdres et 1463 nœuds (fig 4.40). Nous modéliserons différentes configurations de la microstructure résumées ci-dessous.

1. Monocristal de fer (fig. 4.40).
2. Monocristal de martensite (fig. 4.40).
3. Milieux biphasés à fraction de phases identique $(17,8\%)$.
   (a) Bandes martensitiques (fig. 4.41(a))
   (b) Îlots de martensite (fig. 4.41(b))

   Les îlots et bandes martensitiques sont incluses dans le volume initial (fig. 4.40) pour la modélisation du milieu biphasé.

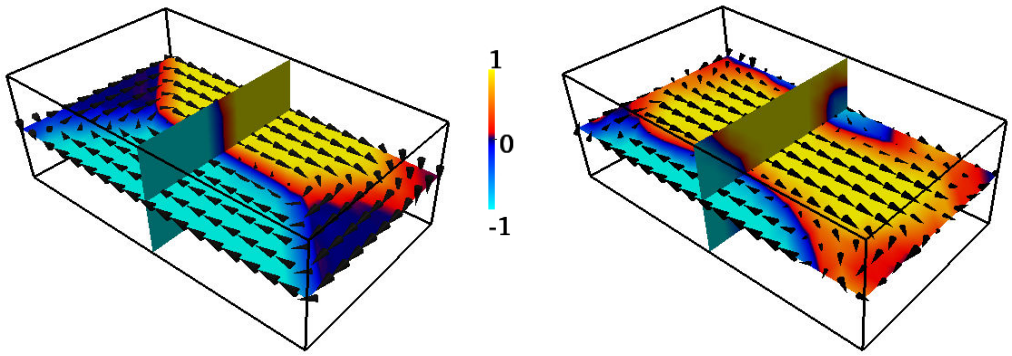


(a) Bandes $(17,8\%)$ C3 (b) Îlots $(17,8\%)$ C5

FIGURE 4.41: Modélisation d'inclusions martensitiques.

La première configuration est celle d'un monocristal de fer. Les constantes magnétiques et mécaniques restent inchangées par rapport au cas $2D$ (à part le tenseur d'élasticité). La seconde configuration est celle d'un monocristal de martensite. Les constantes magnétiques et mécaniques restent identiques à celles du fer en dehors de la constante d'anisotropie qui a été fixée à 10 fois celle du fer. Pour ces deux situations, nous conservons la même orientation cristalline qui nous permet de définir un axe d'anisotropie colinéaire au grand axe de la structure $(\vec{x})$. La troisième situation est celle d'un milieu biphasé à $17,8\%$ de phase secondaire. On fait varier la morphologie des inclusions de manière à comparer l'effet d'inclusions en bandes (fig. 4.41(a)) ou en îlots (fig. 4.41(b)).

La figure 4.42 représente, sur des plans médians du milieu, la distribution des moments magnétiques obtenue à champ nul pour les premières configurations (fer pur et martensite pure). On y représente sur l'échelle la projection $\vec{m}.\vec{x}$ des moments magnétiques.



(a) 100% ferrite (b) 100% martensite

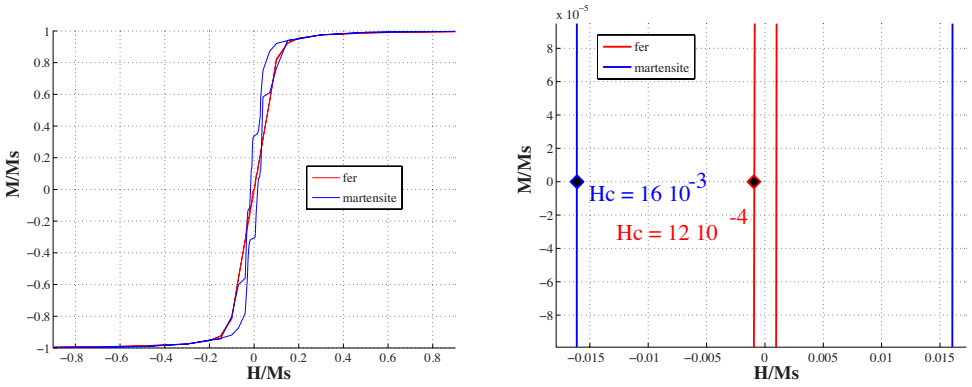
FIGURE 4.42: Résultats de modélisation sur des monocristaux : projection $\vec{m}.\vec{x}$.

Le monocristal de fer (fig. 4.42(a)) présente une structure de Landau minimisant l'énergie magnétostatique. Le monocristal martensitique (fig. 4.42(b)) présente en revanche une microstructure bi-domaine qui favorise l'apparition de pôles magnétiques et donc augmente l'énergie magnétostatique comparativement au fer.

Cette différence de microstructure a un effet sur leurs comportements magnétiques et magnétostrictifs respectifs tel que l'on peut l'observer figures 4.43 et 4.44. On constate tout d'abord que le passage à une modélisation 3D (combinée à une forme plus allongée du milieu) permet de minimiser les effets magnétostatiques rencontrés en 2D. La principale conséquence est une susceptibilité magnétique plus élevée et une déformation initiale $(\vec{H} = \vec{0})$ réduite pour les deux matériaux. On constate également que la martensite présente un hystérésis et un champ coercitif plus importants que la ferrite d'un rapport 13.

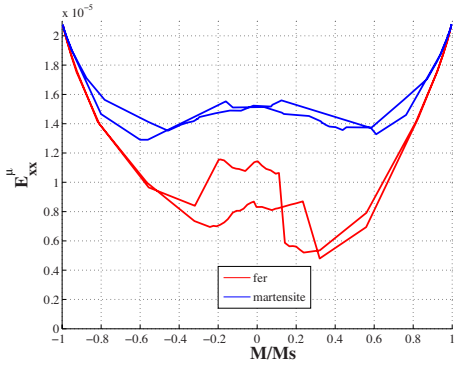
Leurs comportements magnétostrictifs se distinguent également avec des amplitudes de déformation plus élevées dans le fer. Pour nos deux matériaux, cette déformation s'effectue bien à

volume constant $(E^{\mu}_{xx} + E^{\mu}_{yy} + E^{\mu}_{zz} = 0)$.

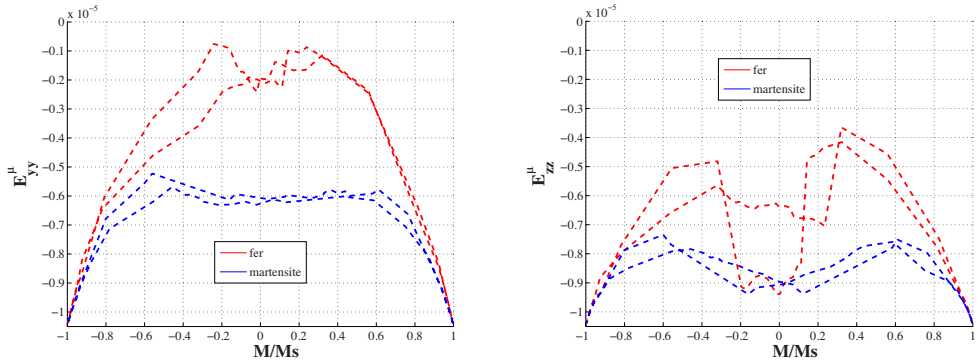


(a) $M(H)$ (b) $M(H)$

FIGURE 4.43: Comportement magnétique.



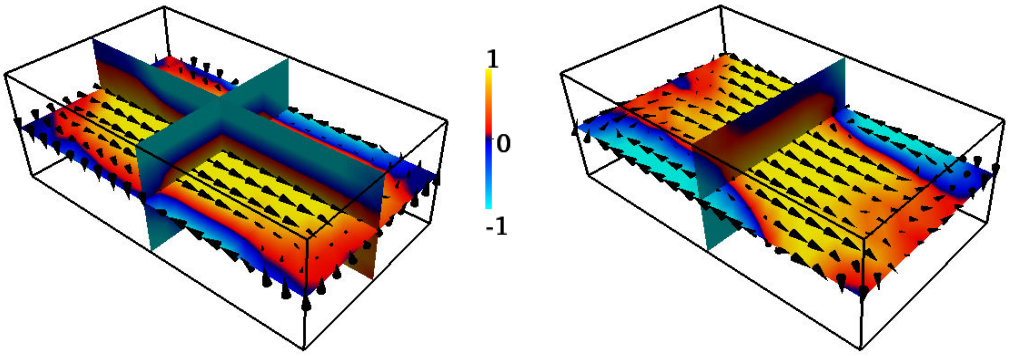
(a) $E^{\mu}_{xx}(M)$



(b) $E^{\mu}_{yy}(M)$ (c) $E^{\mu}_{zz}(M)$

FIGURE 4.44: Comportement magnétostrictif.

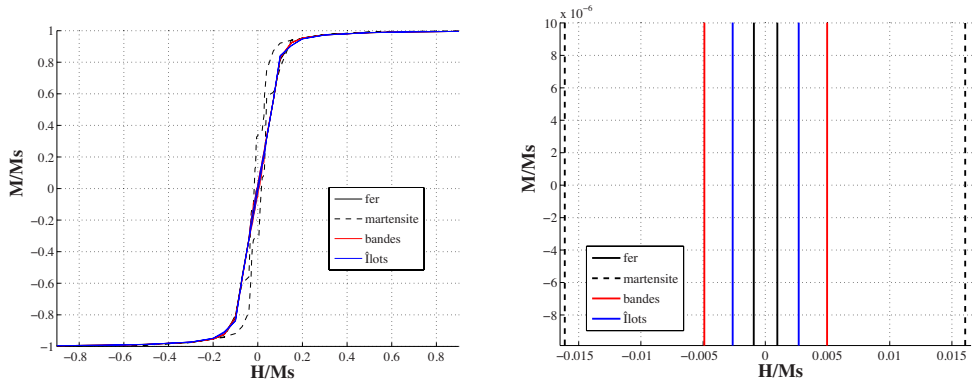
Nous nous intéressons maintenant à l'influence d'une microstructure biphasée sur le comportement magnétique et magnétostrictif. On représente sur la figure 4.45 la configuration des moments magnétiques obtenue à champ nul et pour les deux cas d'inclusions martensitiques. On constate que, d'une distribution à une autre, on retrouve une microstructure bi-domaine similaire à celle du modèle 100% martensitique. La morphologie des inclusions semble avoir peu d'influence.



(a) Bandes (b) Îlots

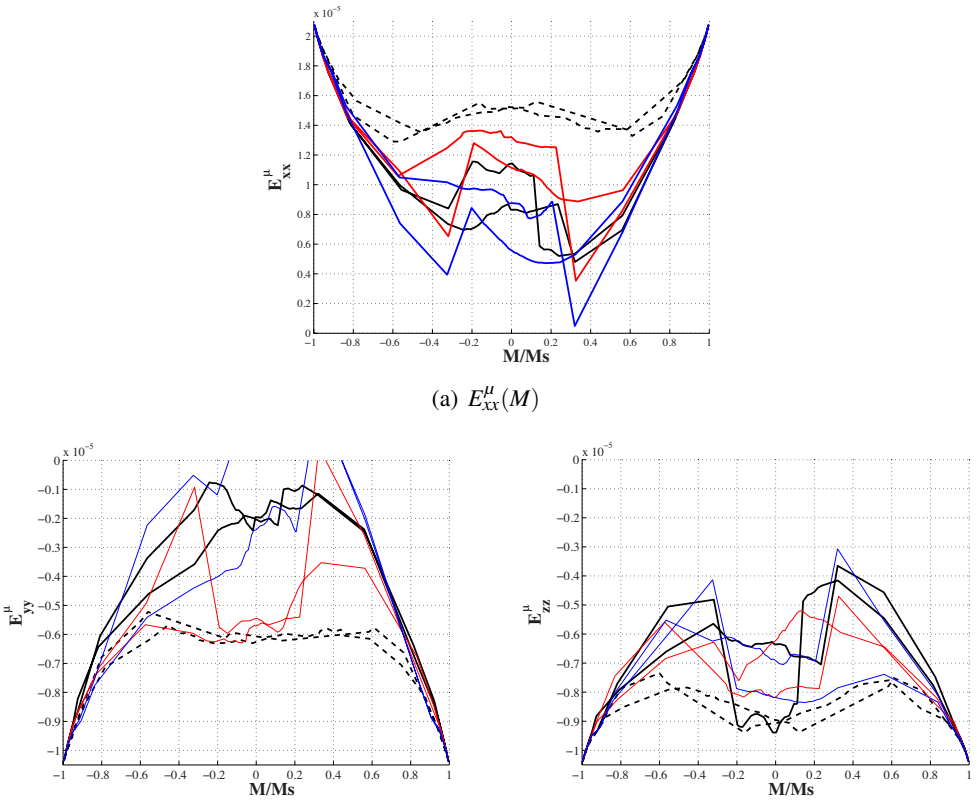
FIGURE 4.45: Résultats de modélisation sur des milieux biphasés : projection $\vec{m}.\vec{x}$.

Si leur microstructure magnétique se rapproche plus de celle du matériau 100% martensitique, leur comportement magnétique (fig. 4.46) et magnétostrictif (fig. 4.47) présente plus de similarités avec ceux du matériau 100% ferritique. Les modèles biphasés possèdent des susceptibilités équivalentes au fer. À aimantation nulle, leur champ coercitif est notamment différent : la microstructure en bandes conduit à un champ coercitif plus élevé que la microstructure en îlots. La magnétostriction montre des variations qui relèvent plus de l'erreur numérique.



(a) $M(H)$ (b) $M(H)$

FIGURE 4.46: Influence de la phase secondaire sur le comportement magnétique.



(a) $E^{\mu}_{xx}(M)$

(b) $E^{\mu}_{yy}(M)$

(c) $E^{\mu}_{zz}(M)$

FIGURE 4.47: Influence de la phase secondaire sur le comportement magnétostrictif.

On en conclut qu'à fraction volumique de phase secondaire identique, la morphologie de celle-ci influence très peu le comportement magnétique et magnétostrictif. Cette observation doit être nuancée. Nos calculs sont en effet réalisés sur un volume très réduit, qui pourrait par conséquent être considéré comme non représentatif. On ne peut pas non plus exclure l'existence d'effets de bords.

5 Bilan

Nous avons abordé au cours de ce chapitre différents aspects de la modélisation des matériaux ferromagnétiques. Il s'agissait tout d'abord de valider l'approche micromagnétique magnéto-mécanique sur des structures simples, puis de mettre en place la stratégie de modélisation adoptée pour d'une part modéliser le comportement magnétique et magnétostrictif d'un acier DP et d'autre part évaluer la sensibilité de la réponse magnétique aux variations de microstructure.

La simplification 2D nous a permis de mettre en évidence l'effet de la contrainte résiduelle (induite par la configuration en domaines) sur la résolution des parois magnétiques ainsi que l'influence d'un chargement mécanique sur le comportement magnétique et magnétostrictif. Les observations expérimentales telles que l'effet ΔE et l'évolution de la susceptibilité sous contrainte ont pu être retrouvées grâce au modèle micromagnétique magnéto-mécanique mis en place. Le choix d'augmenter la constante d'anisotropie a pour conséquence d'accroître la barrière énergétique à franchir entre deux configurations minimisant l'énergie. C'est la stratégie que nous avons adoptée pour représenter la martensite. L'effet sur le comportement est observable sur le champ coercitif et l'hystérésis. L'effet de la texture cristalline et de la microstructure biphasée sur le comportement magnéto-mécanique se traduit de la même manière sur la taille du cycle et le niveau d'aimantation et de déformation.

Le passage à une modélisation 3D est plus problématique et requiert des ressources et des temps de calcul plus importants. La modélisation est donc limitée à des volumes de faible dimension à faible nombre de degrés de liberté. Les calculs réalisés n'ont apporté aucune information supplémentaire par rapport aux modélisation 2D mis à part une sensibilité supposée du champ coercitif à la distribution de la phase secondaire contrairement aux tendances observées en 2D. Ce point reste pour le moment discutable.

Conclusion & Perspectives

Les aciers DP se distinguent par leurs excellentes performances mécaniques. Ces performances sont dues à leur microstructure composite à matrice ferritique (ductile) et à inclusions martensitiques (rigides). Cette microstructure complexe est le résultat d'un traitement thermomécanique comportant des phases de recuit, de maintien et de trempe. Toute variation dans ce procédé conduit à des modifications de la microstructure et du comportement mécanique. Des moyens de contrôle en ligne exploitant les propriétés magnétiques de ces aciers se sont révélées pertinentes de par leur sensibilité aux évolutions des paramètres microstructuraux. Dans la perspective d'enrichir les modèles d'identification du système de mesure magnétique 3MA, il a été jugé pertinent de développer une approche de modélisation topologique permettant de comprendre les liens complexes entre microstructure et comportement magnétique.

La campagne expérimentale effectuée sur les différentes nuances d'un acier DP 780 a été l'occasion d'observer l'impact de l'évolution de sa microstructure sur le comportement magnétique. L'analyse microstructurale nous a permis de déterminer deux matériaux équivalents aux phases de cet acier (le fer ARMCO et l'acier $C38$ trempé après un traitement d'austénitisation de 30 *min*). La caractérisation du comportement de ces matériaux a été réalisée. Nous avons montré que le comportement de l'acier $C38$ trempé pouvait être assimilé à celui du fer pur sous contrainte. Ce constat à motivé notre choix de représenter les deux phases par les mêmes constantes physiques. L'observation microstructurale a également fourni des distributions spatiales d'orientations cristallines.

Plusieurs modèles de la littérature permettent de modéliser le comportement magnétique et le couplage magnéto-mécanique. Les modèles macroscopiques sont certes intéressants par leur approche phénoménologique et simplifiée. La microstructure n'y est clairement pas suffisamment représentée pour qu'une telles approches puissent permettre une identification de la distribution de phase secondaire dans les aciers DP. L'approche multi-échelle et ses dérivées sont une alternative à l'approche micromagnétique. Une description partielle de la microstructure du matériau modélisé y est intégrée. Cette description partielle interdit toutefois la distinction entre différentes morphologies de la microstructure. Le modèle micromagnétique statique que nous avons choisi a l'avantage de ne faire aucune hypothèse sur l'homogénéité des champs. Sa flexibilité permet de décrire des microstructures complexes et d'y intégrer des contributions supplémentaires telles que le couplage magnéto-mécanique. Ce modèle nécessite de faire appel à des algorithmes d'optimisation et à des méthodes de calcul coûteuses en ressources numériques (stockage mémoire, temps).

La modélisation 2D nous a permis de valider sur le cas du monocristal notre approche micromagnétique du couplage magnéto-mécanique. On a ainsi pu mettre en évidence l'effet de la contrainte inhérente à la formation des domaines, et l'effet d'une contrainte appliquée sur le raffi-

nement de la microstructure magnétique. Plusieurs résultats expérimentaux ont pu être retrouvés. La modélisation des phases à été toutefois plus délicate. En effet sur la base de nos résultats expérimentaux, nous avons fait le choix de décrire les deux phases de notre acier DP par les mêmes constantes. D'un point de vue numérique la pertinence de ce choix a été remise en cause. Une analogie entre la densité de défauts (dislocations, contrainte résiduelle), la constante d'anisotropie et le champ coercitif a été établie dans la littérature. Cette analogie nous a permis d'attribuer la dureté magnétique de la phase secondaire (acier $C38$ trempé) à une modification de son anisotropie. Afin de modéliser la phase secondaire, nous avons donc modifié sa constante d'anisotropie initiale.

Les modélisations polycristallines et monophasées ont montré des similarités avec les mesures expérimentales. Nous avons pu constater l'impact de la modification de la constante d'anisotropie sur le comportement magnétique et magnétostrictif initial du fer. Le rapprochement avec les mesures expérimentales n'a cependant été possible que sur l'aire des cycles (champ coercitif), et les niveaux d'aimantation à champ constant. La magnétostriction est assez mal décrite avant des niveaux d'aimantation correspondant à la rotation des moments magnétiques. Nous avons cependant pu constater que le modèle décrit assez bien les variations d'amplitude des déformations en fonction de l'état microstructural (fer, martensite, biphasé 24%). La présence d'une microstructure biphasée est assez bien captée par le modèle. Cependant, à fraction de phase secondaire identique, la sensibilité du modèle à une microstructure en bandes ou en îlots n'est pas clairement démontrée.

La modélisation 2D s'est montrée suffisamment pertinente pour l'illustration du comportement magnéto-mécanique. En dehors du coût supplémentaire en ressource informatique dû à la contribution magnéto-élastique, le principal défaut de la simplification 2D est lié aux effets magnétostatiques dominants (forme parallélépipédique du milieu).

Le passage à une modélisation 3D permet de diminuer les effets magnétostatiques. Cependant, à ce passage à la modélisation 3D correspond un coût non négligeable en terme de ressources numériques. Nous avons été fortement limités en taille du problème et en nombre de degrés de liberté à traiter. Malgré cette limitation, les modélisations 3D ont été suffisamment concluantes.

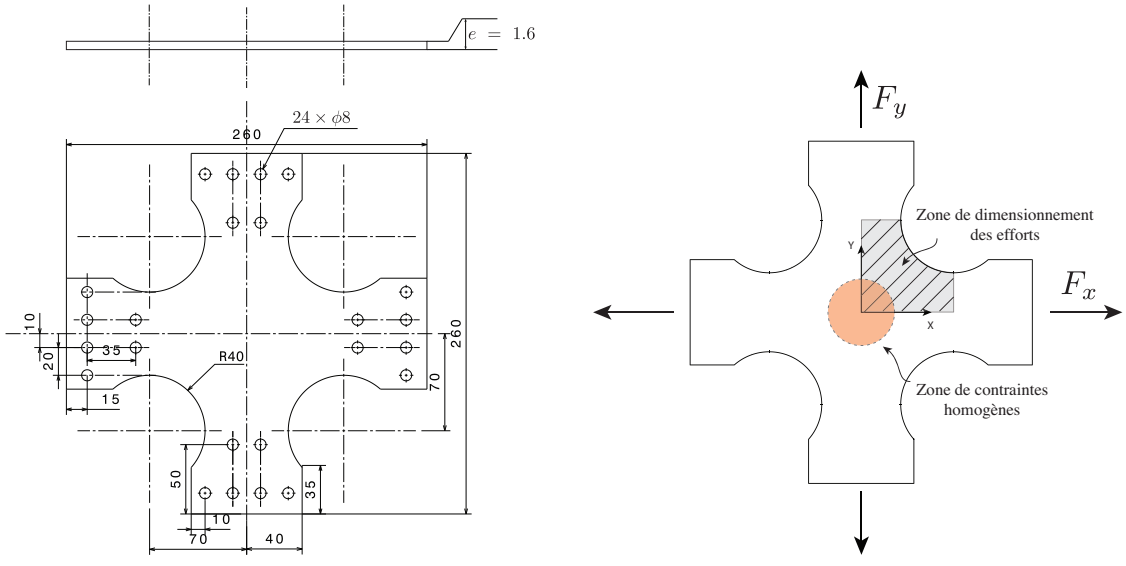
Des efforts sont encore à fournir en terme de modélisation. Ces efforts continueront dans le cadre du projet RFCS Européen (Product Uniformity Control). Ce projet vise entre autres à augmenter le nombre de degrés de liberté par l'emploi de méthodes numériques améliorées. Les approches multi-échelles micromagnétiques constituent également une piste envisageable pour le traitement de grands volumes à grand nombre de degré de liberté.

En terme de microstructure, il sera certainement nécessaire de descendre de plusieurs échelles afin de mieux comprendre le comportement complexe de la phase secondaire (modélisation des défauts). Ce changement d'échelle permettra de décrire l'interaction parois/défauts responsable du comportement de la phase secondaire. La modélisation de cette phase gagnerait également en précision par une redéfinition du tenseur ou des constantes de magnétostriction. La flexibilité du modèle micromagnétique offre la possibilité d'y introduire des contributions supplémentaires (potentiel chimique, déformation thermique, etc). Enfin pour les applications dynamiques à haute fréquence, l'intégration des équations de Landau-Lifshitz-Gilbert sera certainement indispensable.

Annexe A

Éprouvette biaxiale

Une difficulté particulière de la mesure sous chargement multiaxial est la maitrise de l'homogénéité du champ de contrainte appliqué dans un volume suffisant pour être accessible à la mesure magnétique. La maitrise des conditions aux limites mécaniques permettant d'assurer l'état de contrainte souhaité dans la zone homogène est donc un paramètre important pour la mesure magnétique sous chargement multiaxial. Pour cette raison, la géométrie des éprouvettes en croix (fig. A.1(a)) a fait l'objet d'un pré-dimensionement (fig. A.1(b)) permettant d'une part de vérifier l'homogénéité de l'état de contrainte, et d'autre part de déterminer la matrice de couplage effort/contrainte permettant l'asservissement en effort des mors de la machine.



(a) dessin de définition

(b) dimensionnement des efforts

FIGURE A.1: Dimensionnement des efforts appliqués aux mors.

Le pré-dimensionnement a été réalisé par une modélisation élément finis 2D (contrainte plane) de l'éprouvette. Le choix a été fait de modéliser un matériau avec un comportement isotrope dont les constantes mécaniques $(E = 200\ Gpa,\ \nu = 0.27)$ correspondent avec celles d'un acier DP standard. La zone de dimensionnement est également réduite au quart de la géométrie pour tenir

compte de la symétrie de l'éprouvette (fig. A.1(b)).

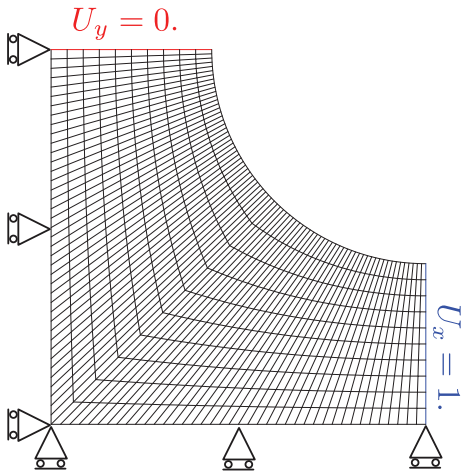
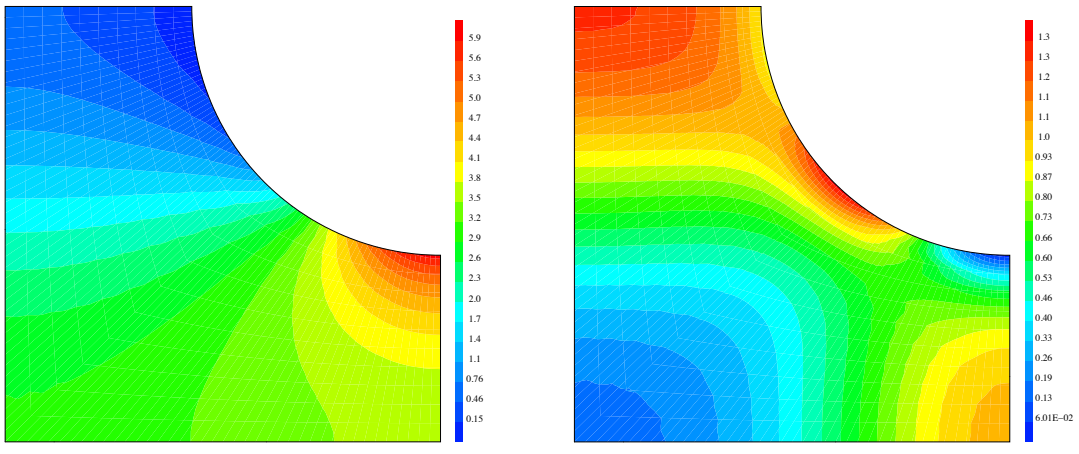


FIGURE A.2: Modèle éléments finis.

La figure A.2 représente le modèle éléments finis utilisé dans le cadre de ce pré-dimensionnement. On peut y voir les conditions aux limites de symétrie sur les axes de l'éprouvette, et de déplacements imposés (U_x, U_y) sur les faces de serrage des mors. Compte tenu de ce chargement, on obtient une réponse en contrainte représentée par la figure A.3. Cette première étape nous permet bien de vérifier l'homogénéité de la contrainte dans la zone centrale de rayon : $r \leq 10\ mm$.



(a) σ_{xx} (GPa) (b) σ_{yy} (GPa)

FIGURE A.3: Simulation FEM (CASTEM) de la zone homogène.

Les mors de la machine de traction étant asservis en effort, le pilotage de la contrainte dans la zone centrale de l'éprouvette passe par le pilotage des efforts sur les mors. En supposant le comportement du matériau parfaitement linéaire élastique, on peut définir un opérateur linéaire $\mathcal{L}$ reliant la contrainte aux efforts imposés sur les bords.

$$\hat{\sigma} = \mathcal{L}.\hat{F} \tag{A.1}$$

soit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

Avec α et β les coefficients de l'opérateur linéaire aussi appelé matrice de couplage efforts/contraintes.

$$\beta = \frac{F_x * \sigma_{yy} - F_y * \sigma_{xx}}{F_x^2 - F_y^2} \qquad \alpha = \frac{\sigma_{xx} - (\beta * F_y)}{F_x} \tag{A.3}$$

Les efforts F_i apparaissant dans (A.3) sont définis par l'intégration de la contrainte normale sur les surfaces extérieures ($[BD]$, $[FE]$), et les contraintes σ_{ii} sont définies au centre (A) de l'éprouvette tel qu'illustré sur la figure A.4.

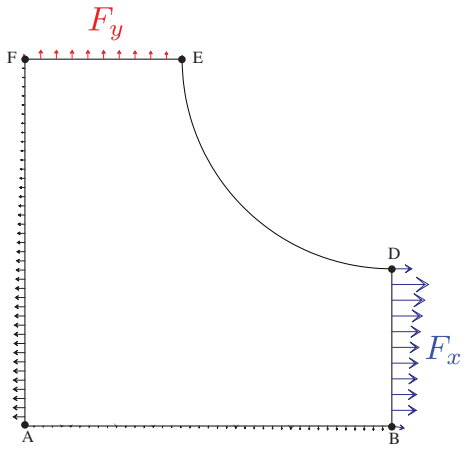


FIGURE A.4: Réaction aux appuis.

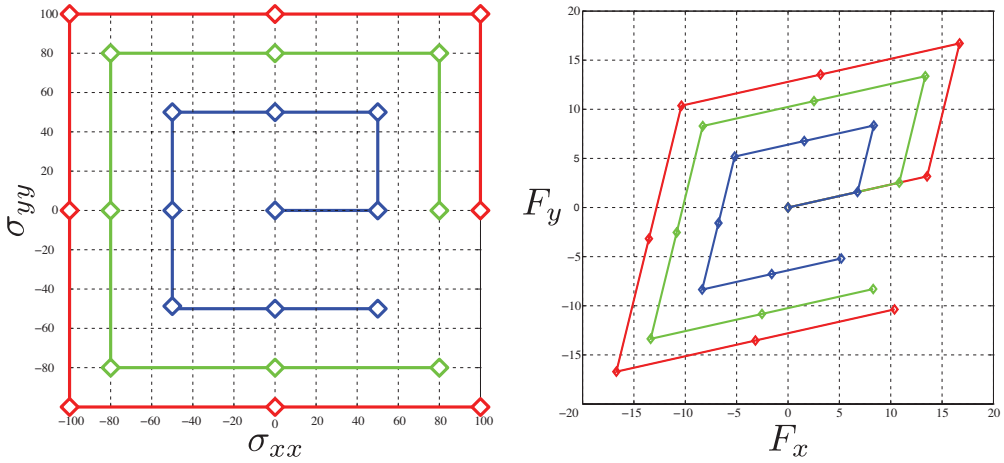
L'intégration du vecteur contrainte sur les bords nous permet de déterminer les efforts résultants :

$$F_x = 2 * e \int_B^D \sigma.\vec{n}\, dl = \ 4040\ N \qquad F_y = 2 * e \int_F \sigma.\vec{n}\, dl = \ 1160\ N \tag{A.4}$$

avec l'état de contrainte $\sigma_{xx} = 3000\ MPa$, $\sigma_{yy} = 170\ MPa$ calculé au point A (fig. A.4), on peut exprimer analytiquement les coefficients de la matrice de couplage :

$$\alpha = 0,0078\ mm^{-2} \qquad \beta = -0,0018\ mm^{-2} \tag{A.5}$$

Ceci nous permet de tracer un plan de chargement mécanique expérimental définissant des points de contraintes pour lesquels les mesures magnétiques sont effectuées (fig. A.5).



(a) Contrainte recherchée(MPa) (b) Pilotage des verins ASTREE (kN)

FIGURE A.5: Trajet de chargement expérimental.

Annexe B

Modélisation multidomaine

Ce modèle prend son origine dans la configuration en domaines magnétiques des matériaux magnétiques. On considère un monocristal de fer de symétrie cubique divisé en 6 familles de domaines notés α (axes $< 100 >$ du cristal) correspondant aux 6 directions de facile aimantation (figure B.1a). On note $\vec{\gamma}_\alpha = (\gamma_{1_\alpha}\ \gamma_{2_\alpha}\ \gamma_{3_\alpha})^T$ le vecteur directeur de chacun des domaines (B.1). Il est colinéaire au vecteur aimantation $\vec{M}_\alpha = M_s.\vec{\gamma}_\alpha$, où M_s désigne l'aimantation à saturation du matériau. Le vecteur aimantation est initialement confondu avec les axes du cristal. Sous l'effet d'un chargement magnétique ou mécanique, les fractions de domaines ainsi que les directions d'aimantation changent.

$$\vec{\gamma}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\phi_\alpha \sin\theta_\alpha & \sin\theta_\alpha \sin\phi_\alpha & \cos\theta_\alpha \end{pmatrix}^T \tag{B.1}$$

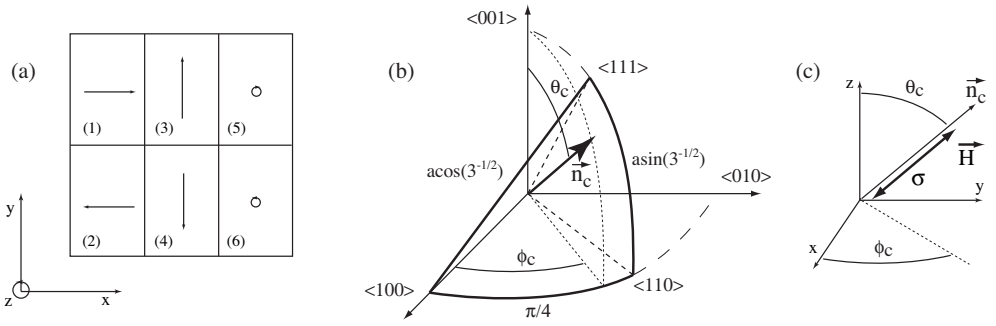


FIGURE B.1: (a) Représentation simplifiée du monocristal ; (b-c) Triangle standard et paramétrage du chargement.

Si on utilise des hypothèses de déformation et de champ homogène sur le cristal [21], l'énergie libre totale par domaine W_α est la somme de trois contributions énergétiques :

– L'énergie de champ : $W_{H_\alpha} = -\mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha$.

– L'énergie magnéto-mécanique : $W_{\sigma_\alpha} = -\sigma : \varepsilon^{\mu}_{\alpha}$.

– L'énergie magnétocristalline : $W_{K_\alpha} = K_1 \left(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2\right)$

μ_0 est la perméabilité du vide ($4\pi.10^{-7}$ H/m), $\vec{H}$ et ϖ sont le champ magnétique et le tenseur des contraintes appliqués au cristal, ε_α^μ est le tenseur de magnétostriction du domaine considéré (B.2), K_1 est la constante d'anisotropie principale du matériau.

$$\varepsilon_\alpha^\mu = \frac{3}{2}\begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2-\frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_3) \\ & \lambda_{100}(\gamma_2^2-\frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_2\gamma_3) \\ sym & & \lambda_{100}(\gamma_3^2-\frac{1}{3}) \end{pmatrix} \tag{B.2}$$

$$\vec{n_c} = \begin{pmatrix} \cos\phi_c\sin\theta_c & \sin\theta_c\sin\phi_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}^T \tag{B.3}$$

Compte tenu de la symétrie cubique du cristal, une direction de chargement (champ magnétique ou traction uniaxiale) trouve son équivalent dans le triangle standard défini par les axes [100], [110] et [111] du cristal (figure B.1b). On considère une direction de chargement $\vec{n}_c$ définie par les deux angles sphériques ϕ_c et θ_c (B.3). Les directions de chacun des domaines minimisent par définition l'énergie libre totale. Compte tenu de la restriction au triangle standard, il est possible de réaliser une minimisation analytique. On aboutit par exemple aux expressions suivantes pour le domaine (1) de la figure B.1a :

$$\begin{aligned} \phi^1(H,\sigma,\vec{n}_c) &= \frac{\mu_o M_s H\phi_c + \arctan\left(\frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma\sin(2\phi_c)\right)}{\mu_o M_s H + 2K_1 + 3\lambda_{100}\sigma\cos(2\phi_c)} \\ \theta^1(H,\sigma,\vec{n}_c) &= \frac{\pi}{2} - \frac{\mu_o M_s H(\frac{\pi}{2}-\theta_c) + \arctan\left(\frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma\sin(2(\frac{\pi}{2}-\theta_c)\right)}{\mu_o M_s H + 2K_1 + 3\lambda_{100}\sigma\cos(2(\frac{\pi}{2}-\theta_c))} \end{aligned} \tag{B.4}$$

avec $\vec{H} = H.\vec{n}_c$ et $\vec{\sigma} = \sigma.\vec{n}_c$ les vecteurs champ magnétique et contrainte. Les fractions de chaque domaine f^α sont ensuite obtenues en utilisant une relation explicite inspirée d'une fonction statistique de Boltzmann [21] :

$$f_\alpha = \frac{exp(-A_s.W_\alpha)}{\sum_\alpha exp(-A_s.W_\alpha)} \tag{B.5}$$

A_s est un paramètre proportionnel à la susceptibilité initiale χ_0 du matériau tel que $A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2}$. Le comportement étant considéré homogène dans le monocristal, les règles d'homogénéisation s'appliquent pour le calcul des valeurs moyennes de l'aimantation et de la déformation :

$$\begin{cases} \vec{M} = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha \\ E^\mu = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \end{cases} \tag{B.6}$$

On aboutit à un modèle capable de rendre compte du comportement magnéto-mécanique d'un monocristal. Or, puisque toutes les directions de chargement possibles peuvent être restreintes au triangle standard, le comportement d'un polycristal isotrope est nécessairement donné par un chargement le long d'une direction appartenant à ce triangle. La non linéarité des phénomènes en présence implique que cette direction n'est pas une direction moyenne, et est susceptible de changer d'orientation avec la contrainte ou le niveau du champ magnétique imposés. On fait l'hypothèse que ce changement est assez petit pour être négligé [57]. La direction moyenne théorique est obtenue pour $\phi_c = 39^\circ$ et $\theta_c = 78^\circ$ [56].

1 Modélisation d'un acier DP, localisation des champs

La présence de plusieurs phases de nature différente crée une perturbation locale du champ (magnétique ou mécanique) imposé à chacune des phases. Le champ local ne vaut ainsi généralement pas le champ moyen. On parle de localisation du champ macroscopique considéré. On considère le milieu biphasé (f,m). On note I une inclusion, jouée alternativement par la phase ferritique f ou la phase martensitique m.

Le champ magnétique local $\vec{H}_I$ vu par la phase I est une fonction complexe du champ macroscopique $\vec{H}$ et des propriétés du milieu moyen. Dans le cas d'un problème d'inclusion sphérique [21], et en utilisant une hypothèse de champ homogène par phase et de comportement linéaire, la relation de localisation prend la forme :

$$\vec{H}_I = \vec{H} + \frac{1}{3+2\chi_o}\left(\vec{M} - \vec{M}_I\right) \tag{B.7}$$

χ_0 et $\vec{M}$ représentent la susceptibilité et l'aimantation du milieu moyen, $\vec{M}_I$ étant l'aimantation de l'inclusion. L'extension au comportement non linéaire suppose d'utiliser une susceptibilité sécante pour la définition de χ_0, soit $\chi_0 = \|\vec{M}\|/\|\vec{H}\|$. Cette approche est appliquée à la microstructure biphasée (f,m). On obtient :

$$\vec{H}_f = \vec{H} + \tfrac{1}{3+2\chi_o}\left(\vec{M} - \vec{M}_f\right) \quad ; \quad \vec{H}_m = \vec{H} + \tfrac{1}{3+2\chi_o}\left(\vec{M} - \vec{M}_m\right) \tag{B.8}$$

avec :

$$\vec{H} = f_f\vec{H}_f + f_m\vec{H}_m \quad ; \quad \vec{M} = f_f\vec{M}_f + f_m\vec{M}_m \tag{B.9}$$

Les champs $\vec{H}_f$ et $\vec{H}_m$ sont introduits en entrée de deux calculs multidomaines. Ces calculs fournissent une aimantation par phase, puis une moyenne permettant une nouvelle évaluation des champs locaux. Ce processus est itéré jusqu'à stabilité des grandeurs magnétiques (illustré figure B.3a).

La solution du problème d'inclusion d'Eshelby constitue la base de la modélisation du comportement des milieux hétérogènes en mécanique. La déformation de magnétostriction ε^μ_I est la déformation que subirait l'inclusion considérée en l'absence de la résistance exercée par la matrice. Aux contraintes d'incompatibilité s'ajoute une contrainte associée au chargement extérieur σ. Si de plus on décompose les déformations en une somme de déformation élastique et de déformation de magnétostriction et qu'on considère les constantes d'élasticité homogènes (même constantes élastiques pour les deux phases), on aboutit à la formulation suivante de la contrainte σ_I dans l'inclusion I :

$$\sigma_I = \sigma + \mathbb{C}(\mathbb{I} - \mathbb{S}^E) : (\varepsilon^\mu - \varepsilon^\mu_I) \tag{B.10}$$

$\mathbb{C}$ est le tenseur d'élasticité du milieu ; $\mathbb{S}^E$ est le tenseur d'Eshelby, ne dépendant que des paramètres matériau de la matrice et de la forme de l'inclusion. ε^μ est le tenseur de magnétostriction moyen. Cette approche est appliquée à la microstructure biphasée (f,m) en considérant des modules et des formes identiques. On obtient :

$$\sigma_f = \sigma + \mathbb{C}(\mathbb{I} - \mathbb{S}^E) : (\varepsilon^\mu - \varepsilon^\mu_f) \qquad \sigma_m = \sigma + \mathbb{C}(\mathbb{I} - \mathbb{S}^E) : (\varepsilon^\mu - \varepsilon^\mu_m) \tag{B.11}$$

avec :

$$\sigma = f_f \sigma_f + f_m \sigma_m \quad ; \quad \varepsilon^\mu = f_f \varepsilon_f^\mu + f_m \varepsilon_m^\mu \tag{B.12}$$

Les champs σ_f et σ_m sont introduits en entrée de deux calculs multidomaines au même titre que les champs magnétiques. Ces calculs fournissent une déformation et une aimantation par phase, puis des moyennes permettant une nouvelle évaluation des champs mécaniques et magnétiques locaux. Ce processus est itéré jusqu'à stabilité des grandeurs. Restant dans un cadre mécanique linéaire, la mise en place numérique de cette deuxième localisation ne pose pas de problème majeur.

2 Résultats expérimentaux et modélisation

Une première étape a consisté à identifier les paramètres du modèle multidomaine pour les deux phases. Nous disposons d'échantillons de fer pur et d'un acier $XC100$ trempé à l'eau dont la structure est 100% martensitique (étude précédente qui n'utilisait pas le $C38$). La figure B.2 regroupe les résultats expérimentaux obtenus pour les deux matériaux (comportements magnétique et magnétostrictif). Les simulations à l'aide du modèle multidomaine monophasé sont présentées sur les mêmes figures. Le tableau B.1 regroupe les paramètres utilisés. Ceux du fer pur sont issus de la littérature. Les paramètres de la martensite sont mal documentés. Nous avons procédé à une optimisation pour leur évaluation. Le coude de saturation est relativement mal décrit par le modèle pour les deux matériaux. C'est un défaut associé à l'hypothèse de champ homogène intrinsèque au modèle multidomaine.

	$\theta_c(^\circ);\phi_c(^\circ)$	λ_{100}	λ_{111}	$K_1(J.m^{-3})$	$M_s(A.m^{-1})$	$A_s(m^3.J^{-1})$
ferrite	88;41	21.10^{-6}	-21.10^{-6}	$4,8.10^4$	$1,71.10^6$	$3,5.10^{-3}$
martensite	90;36	3.10^{-6}	3.10^{-6}	10.10^4	$1,05.10^6$	4.10^{-4}

TABLE B.1: Paramètres utilisés pour la modélisation.

Une fois les paramètres du comportement de la ferrite et de la martensite identifiés, il est possible de simuler le milieu biphasé. On utilise une fraction de 42% de martensite (fraction identifiée à partir des micrographies). Il s'agit là encore de résultats sur un DP antérieur à celui utilisé dans le corps du texte. La figure B.3 permet d'apprécier l'effet de la procédure de localisation en champ (le calcul se fait en contrainte homogène). La figure B.3a illustre la convergence des champs locaux après quelques itérations : la phase magnétiquement dure (martensite) voit un champ plus élevé que le champ moyen ; le champ perçu par la ferrite est plus faible que le champ moyen. La figure B.3b montre l'effet de cette localisation sur le comportement magnétique. On constate que l'aimantation moyenne prévue est plus faible avec localisation. La figure B.4 nous montre le résultat des simulations comparé aux résultats expérimentaux. Comme on peut le voir, le comportement magnétique est bien décrit par le modèle, passé $600A.m^{-1}$, on voit que la procédure de localisation n'a plus qu'un effet marginal. On constate que la déformation de magnétostriction est surestimée à aimantation élevée. La procédure de localisation en contrainte devrait permettre d'améliorer ce résultat.

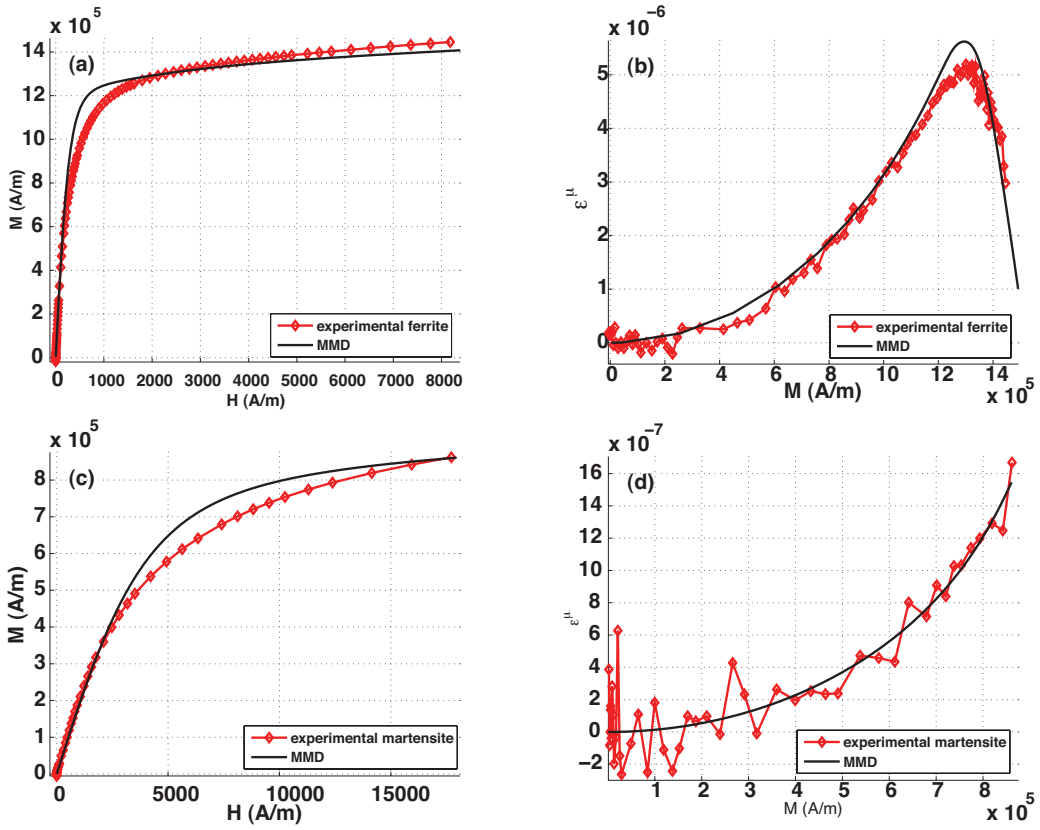


FIGURE B.2: Comportements magnétique (a,c) et magnétostrictif (b,d) du fer pur (a,b) et de la martensite pure (c,d) - comparaisons modèle/expérience.

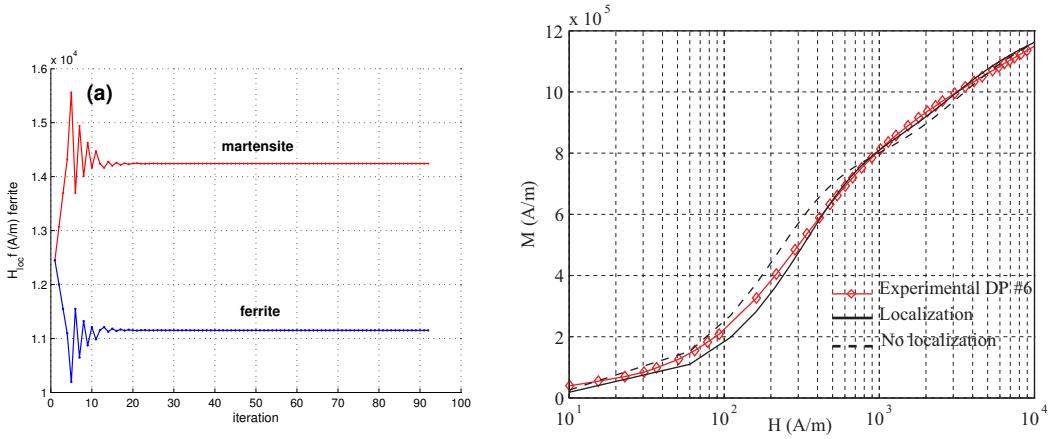


FIGURE B.3: Illustration de la localisation (f_m=42%) - (a) Convergence des champs locaux pour $H = 1,25.10^4$ A.m^{-1} -(b) Comportement magnétique : expérience et simulation.

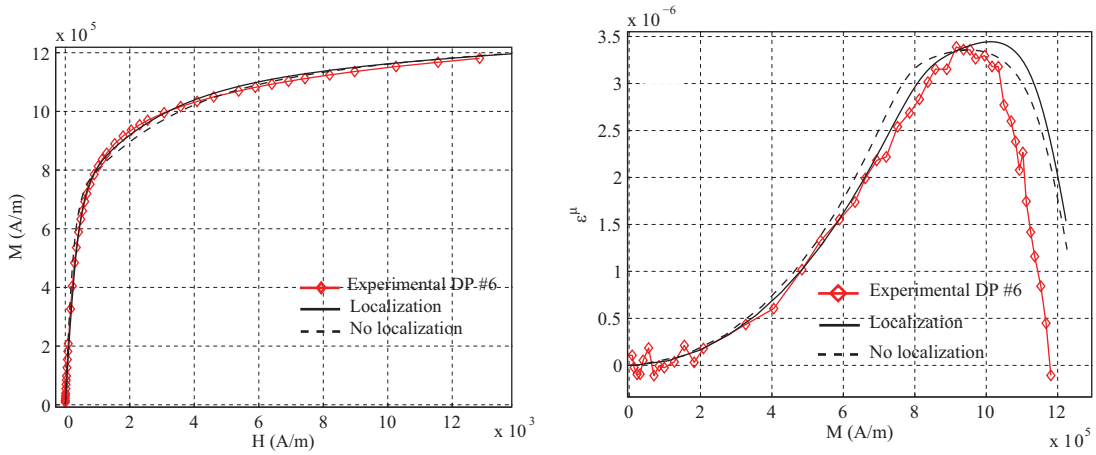


FIGURE B.4: Comparaison modèle/expérience pour le comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du dual-phase (f_m=42%)

3 Conclusion

Le modèle proposé permet une estimation rapide du comportement magnéto-mécanique d'une microstructure biphasée. Cette estimation requiert de connaître le comportement de chacune des phases. On constate une surestimation du comportement magnétostrictif, imputable à la non prise en compte de la localisation en contrainte ou à une modélisation trop simpliste (magnétostriction isotrope) de la martensite. La technique développée peut servir à faire dialoguer des méso-modèles micromagnétiques.

Annexe C

Définition de la contrainte équivalente - équivalence en aimantation

La contrainte équivalente est définie comme une contrainte uniaxiale fictive appliquée dans la direction du champ qui conduit à un comportement magnétique identique à celui obtenu sous chargement multiaxial. Dans sa version la plus évoluée, elle est définie à partir d'une équivalence en aimantation. La difficulté majeure est que l'aimantation dépend non-linéairement de la contrainte et du champ magnétique. L'approche proposée dans [43] utilise un modèle de monocristal équivalent, défini comme un ensemble cohérent de domaines magnétiques.

1 Formulation générale

L'équation (C.1) donne la définition de l'aimantation macroscopique du polycristal en utilisant le modèle multi-échelle de substitution : un matériau isotrope est considéré comme un ensemble de domaines magnétiques réparties également dans le volume. La définition de la fraction volumique est donnée par la relation de Boltzmann (C.2).

$$\vec{M} = \int_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} d\alpha \tag{C.1}$$

$$f_{\alpha} = \frac{\exp\left(-A_s.W_{\alpha}\right)}{\int_{\alpha} \exp\left(-A_s.W_{\alpha}\right)} \tag{C.2}$$

Nous supposons maintenant que seuls les termes énergétiques associés au chargement doivent être pris en compte. Cette hypothèse signifie de négliger le rôle de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline dans le processus d'aimantation. En outre le champ magnétique et la contrainte sont censés être uniformes dans le milieu. Nous obtenons la définition suivante de la fraction volumique d'un domaine α :

$$f_{\alpha} = \frac{\exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)}{\int_{\alpha} \exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)} \tag{C.3}$$

L'aimantation sous contrainte multiaxiale σ est donnée par :

$$\vec{M} = \int_\alpha \frac{\exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))}{\int_\alpha \exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))d\alpha} \vec{M}^\alpha d\alpha \tag{C.4}$$

Cette expression doit être comparée à l'aimantation obtenue lorsque le matériau est soumis à une contrainte uniaxiale σ_u appliquée dans la direction du champ :

$$\vec{M}_u = \int_\alpha \frac{\exp\left(A_s \sigma_u : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))}{\int_\alpha \exp\left(A_s \sigma_u : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))d\alpha} \vec{M}^\alpha d\alpha \tag{C.5}$$

La contrainte uniaxiale σ_u correspond finalement à la contrainte équivalente σ_{eq} si $\vec{M}$=$\vec{M}_u$. σ_{eq} est alors la solution de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} &\int_\alpha \frac{\exp\left(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))}{\int_\alpha \exp\left(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))d\alpha} \vec{M}^\alpha d\alpha \\ &\qquad = \int_\alpha \frac{\exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))}{\int_\alpha \exp\left(A_s \sigma : \varepsilon_\alpha^\mu + A_s \mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha\right))d\alpha} \vec{M}^\alpha d\alpha \end{aligned} \tag{C.6}$$

avec $\sigma_{eq} = {}^t\vec{h}\sigma_{eq}\vec{h}$.

L'identification analytique n'est pas immédiate. Certains travaux antérieurs ont montré que l'intégration analytique peut être obtenue en considérant, soit un champ magnétique nul, soit une contrainte nulle [21][19]. Bien qu'une résolution numérique soit envisageable, l'objectif a été de proposer une expression analytique de la contrainte équivalente. Il s'agit en pratique de simplifier l'équation (C.6) de manière à identifier σ_{eq}.

2 Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente

L'idée générale est de remplacer l'intégrale de volume par une somme discrète sur un nombre limité de domaines [57]. Les domaines doivent être répartis de manière isotrope. La première distribution admissible est une distribution cubique (premiers termes de la décomposition sphérique), où seulement six familles de domaines, dont l'axe d'aimantation, correspond aux six axes $< 100 >$ d'un cube élémentaire (fig. C.2) dans le repère $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$. Le système de coordonnées est défini à partir de la direction du champ appliqué de telle sorte que : $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ =$(\vec{h},\vec{t}_1,\vec{t}_2)$. Cette structure est simultanément soumise à un champ magnétique $\vec{H}$ (C.7) et à un tenseur des contraintes multiaxial σ (C.8).

$$\vec{H} = H\vec{x} \tag{C.7}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{xyz} \tag{C.8}$$

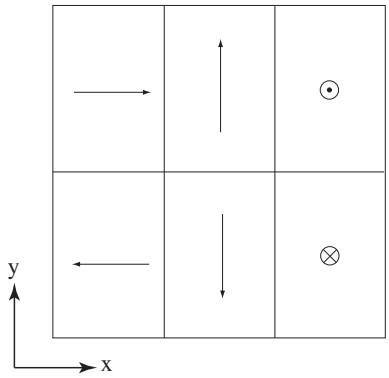


FIGURE C.1: Assemblage de domaines représentatif du matériau soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte.

La définition du tenseur de déformation de magnétostriction diffère de celle généralement utilisée pour un domaine, car le comportement moyen doit être en accord avec le comportement du matériau isotrope qu'il est sensé modéliser. En absence de rotation, la définition du tenseur de déformation de magnétostriction dans le repère du domaine (rd) est donnée par :

$$\varepsilon^{\mu}_{\alpha} = \begin{pmatrix} \lambda_m & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\lambda_m & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\lambda_m \end{pmatrix}_{rd} \tag{C.9}$$

λ_m est la magnétostriction maximale qui peut être atteinte pour un matériau isotrope. Ce paramètre peut être identifié à partir de mesures expérimentales, mais peut également être défini à partir de la valeur des coefficients de magnétostriction à saturation du monocristal λ_{100} or λ_{111}. Dans un travail antérieur [21], il a pu être montré que le paramètre λ_m dépend de l'anisotropie magnétocristalline du cristal : $\lambda_m = \frac{2}{5}\lambda_{100}.k_a$ pour les matériaux à constante magnétocristalline K_1 positive (comme le fer) et $\lambda_m = \frac{3}{5}\lambda_{111}.k_b$ pour les matériaux à constante magnétocristalline K_1 négative (tels que le nickel). k_a et k_b dépendent des constantes élastiques du monocristal [19] et des hypothèses choisies pour la description du matériau. Par exemple, si nous utilisons l'hypothèse de contrainte homogène (Reuss), on obtient $k_a = k_b = 1$; l'utilisation de l'hypothèse de déformation homogène (Voigt) conduit à $k_a = 5\mu_a/(2\mu_a + 3\mu_b)$ et$k_b = 5\mu_b/(2\mu_a + 3\mu_b)$, μ_a et μ_b étant les modules de cisaillement cubiques du monocristal. Par souci de simplicité, nous choisirons $k_a = k_b = 1$ pour les applications numériques.

La contrainte équivalente doit maintenant vérifier une version discrète de l'équation (C.6) de sorte que :

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=1..6} \frac{\exp\left(A_s\sigma_{eq} : \varepsilon^{\mu}_{\alpha} + A_s\mu_0\vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)}{\sum_{\alpha=1..6}\exp\left(A_s\sigma_{eq} : \varepsilon^{\mu}_{\alpha} + A_s\mu_0\vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)}\vec{M}_{\alpha} \\ = \sum_{\alpha=1..6} \frac{\exp\left(A_s\sigma : \varepsilon^{\mu}_{\alpha} + A_s\mu_0\vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)}{\sum_{\alpha=1..6}\exp\left(A_s\sigma : \varepsilon^{\mu}_{\alpha} + A_s\mu_0\vec{H}.\vec{M}_{\alpha}\right)}\vec{M}_{\alpha} \end{aligned} \tag{C.10}$$

L'énergie potentielle d'une famille de domaines vaut maintenant :

$$W_{\alpha} = -\mu_0\vec{H}.\vec{M}_{\alpha} - \sigma : \varepsilon^{\mu}_{\alpha} \tag{C.11}$$

Ce terme d'énergie peut être écrit pour chacune des six familles de domaines soumise à la contrainte multiaxiale et au champ magnétique :

$$\begin{aligned}
W_1 &= -\mu_0 H.M_s - \sigma_{xx}.\lambda_m + \sigma_{yy}.\tfrac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz}.\tfrac{\lambda_m}{2} \\
W_2 &= \mu_0 H.M_s - \sigma_{xx}.\lambda_m + \sigma_{yy}.\tfrac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz}.\tfrac{\lambda_m}{2} \\
W_3 = W_4 &= -\sigma_{yy}.\lambda_m + (\sigma_{xx}+\sigma_{zz}).\tfrac{\lambda_m}{2} \\
W_5 = W_6 &= -\sigma_{zz}.\lambda_m + (\sigma_{xx}+\sigma_{yy}).\tfrac{\lambda_m}{2}
\end{aligned}$$

On peut remarquer que les contraintes de cisaillement σ_{xy}, σ_{xz} and σ_{yz} n'apparaissent pas dans le résultat. Après calcul, le terme de droite de l'équation (C.10) devient :

$$M_s \, \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)\ \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}} \, \vec{x} \tag{C.12}$$

avec

$$\begin{aligned}
\mathrm{A} &= \cosh(\mu_0 M_s A_s H)\ \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \tfrac{\sigma_{yy}}{2} - \tfrac{\sigma_{zz}}{2})) \\
\mathrm{B} &= \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \tfrac{\sigma_{xx}}{2} - \tfrac{\sigma_{zz}}{2})) \\
\mathrm{C} &= \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \tfrac{\sigma_{xx}}{2} - \tfrac{\sigma_{yy}}{2}))
\end{aligned}$$

Si nous considérons maintenant un état de contrainte uniaxiale équivalent, l'énergie potentielle d'une famille de domaine est donnée par :

$$W_\alpha = -\mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha - \varpi_{eq} : \varepsilon^\mu_\alpha \tag{C.13}$$

Nous obtenons les termes énergétiques suivants pour les six familles de domaine :

$$\begin{aligned}
W_1 &= -\mu_0 H.M_s - \sigma_{eq}.\lambda_m \\
W_2 &= \mu_0 H.M_s - \sigma_{eq}.\lambda_m \\
W_3 = W_4 &= \sigma_{eq}.\tfrac{\lambda_m}{2} \\
W_5 = W_6 &= \sigma_{eq}.\tfrac{\lambda_m}{2}
\end{aligned}$$

Après calcul, le terme de gauche de l'équation (C.10) devient :

$$M_s \, \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)\ \exp(A_s\lambda_m\sigma_{eq})}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H)\ \exp(A_s\lambda_m\sigma_{eq}) + 2\ \exp(-\frac{1}{2}A_s\lambda_m\sigma_{eq})} \, \vec{x} \tag{C.14}$$

Les expressions (C.12) et(C.14) peuvent être réécrites respectivement selon :

$$M_s \, \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}} \, \vec{x} \tag{C.15}$$

et

$$M_s \, \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{2\ \exp(-\frac{1}{2}A_s\lambda_m\sigma_u)}{\exp(A_s\lambda_m\sigma_u)}} \, \vec{x} \tag{C.16}$$

σ_{eq} étant la solution de l'équation (C.10), l'égalité des expressions (C.15) et (C.16) permet d'aboutir à :

$$\exp(\frac{3}{2}A_s\lambda_m\sigma_{eq}) = \frac{2\ \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))} \tag{C.17}$$

et finalement après quelques calculs :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3A_s\lambda_m} \ln\left[\frac{2\ \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))}\right] \tag{C.18}$$

Cette définition peut être généralisée à n'importe quel repère ($\vec{h}$,$\vec{t}_1$,$\vec{t}_2$) associé à la direction du champ $\vec{h}$ ($\vec{t}_1$ et $\vec{t}_2$ appartiennent au plan orthogonal). Nous notons k le produit $A_s\lambda_m$, seul paramètre matériau de l'expression :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3k} \ln\left[\frac{2\exp(\frac{3k}{2}{}^t\vec{h}\,\mathbf{s}\,\vec{h})}{\exp(\frac{3k}{2}{}^t\vec{t}_1\,\mathbf{s}\,\vec{t}_1) + \exp(\frac{3k}{2}{}^t\vec{t}_2\,\mathbf{s}\,\vec{t}_2)}\right] \tag{C.19}$$

où $\mathbf{s}$ est le déviateur des contraintes tel que

$$\mathbf{s} = \sigma - \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\sigma)\mathbf{1} \tag{C.20}$$

A partir des définitions de A_s et λ_m, et en utilisant une hypothèse de contrainte homogène (k_a=k_b=1) on obtient :

$$k = \frac{6\chi_0\lambda_{100}}{5\mu_0 M_s^2} \tag{C.21}$$

pour les matériaux à anisotropie magnétocristalline positive

$$k = \frac{9\chi_0\lambda_{111}}{5\mu_0 M_s^2} \tag{C.22}$$

pour les matériaux à anisotropie magnétocristalline négative.

χ_0 représente la susceptibilité anhystérétique initiale du matériau, μ_0 la perméabilité du vide et M_s l'aimantation à saturation du matériau. Cette définition de la contrainte équivalente nécessite d'utiliser des paramètres matériau habituellement accessibles.

Dans le cas particulier d'un état de contrainte biaxial (σ_1,σ_2) et d'un champ appliqué suivant la direction $\vec{x} = \vec{h} = \vec{e}_1$, on obtient :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3k} \ln\left(\frac{2\exp\left(\frac{3}{2}k\sigma_1\right)}{1+\exp\left(\frac{3}{2}k\sigma_2\right)}\right) \tag{C.23}$$

3 Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente : situation bidimensionnelle

Les simulations micromagnétiques correspondant au chargement multiaxial ont été réalisées dans un cadre 2D en contraintes planes. Les vecteurs aimantations des domaines sont restreints au plan. Nous avons pu constater que les courbes d'iso-susceptibilité obtenues étaient de pente 1 alors que la contrainte équivalente écrite dans un cadre tridimensionnel et les résultats expérimentaux aboutissent à des iso-valeurs non linéaires de pente moyenne 2. Nous souhaitons observer si la

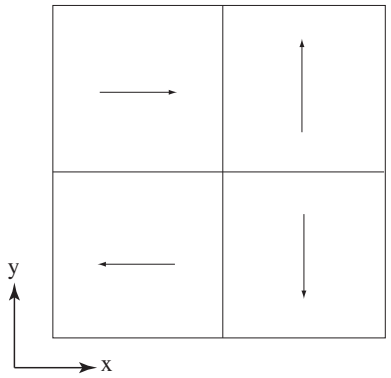


FIGURE C.2: Assemblage de domaines bidimensionnels soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte.

restriction 2D est à l'origine de cette différence de pente.

On considère une distribution bidimensionnelle de domaines :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{xyz} \tag{C.24}$$

L'énergie potentielle d'une famille de domaines vaut toujours :

$$W_\alpha = -\mu_0 \vec{H}.\vec{M}_\alpha - \sigma : \varepsilon_\alpha^\mu \tag{C.25}$$

Ce terme d'énergie peut être écrit pour chacune des quatre familles de domaines soumis à la contrainte multiaxiale et au champ magnétique :

$$\begin{aligned} W_1 &= -\mu_0 H.M_s - \sigma_{xx}.\lambda_m + \sigma_{yy}.\tfrac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz}.\tfrac{\lambda_m}{2} \\ W_2 &= \mu_0 H.M_s - \sigma_{xx}.\lambda_m + \sigma_{yy}.\tfrac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz}.\tfrac{\lambda_m}{2} \\ W_3 &= W_4 = -\sigma_{yy}.\lambda_m + (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}).\tfrac{\lambda_m}{2} \end{aligned}$$

Les expressions à gauche et à droite de l'équation (C.10) peuvent être réécrites respectivement selon :

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{2\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}} \vec{x} \tag{C.26}$$

et

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{2\exp(-\frac{1}{2}A_s\lambda_m\sigma_u)}{\exp(A_s\lambda_m\sigma_u)}} \vec{x} \tag{C.27}$$

σ_{eq} étant la solution de l'équation (C.10), l'égalité des expressions (C.26) et (C.27) permet d'aboutir à :

$$\exp(\frac{3}{2}A_s\lambda_m\sigma_{eq}) = \frac{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))} \tag{C.28}$$

En utilisant le repère $(\vec{h},\vec{t}_1,\vec{t}_2)$ on obtient une expression indépendante de tout paramètre matériau :

$$\sigma_{eq} = {}^t\vec{h}\,\mathbf{s}\,\vec{h} - {}^t\vec{t}_1\,\mathbf{s}\,\vec{t}_1 \tag{C.29}$$

Dans le cas particulier d'un état de contrainte biaxial (σ_1,σ_2) et d'un champ appliqué suivant la direction $\vec{x} = \vec{h} = \vec{e}_1$, on obtient :

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_2 \tag{C.30}$$

Les iso-valeurs ainsi obtenues sont bien des droites de pente 1. La distribution 2D des domaines est bien à l'origine de la carte d'iso-valeurs de susceptibilité de pente 1 obtenues à partir du modèle micromagnétique du monocristal de fer sous contrainte biaxiale.

Bibliographie

[1] A Aharoni. *Introduction to the theory of ferromagnetism*. OXFORD university press 2nd edition, 1996.

[2] M F Ashby. *Engineering Materials 2*. Butterworth-Heinemann, 1998.

[3] B A Auld. *Acoustic fields and waves in solids*, volume 1. Wiley New York, 1973.

[4] D Z Bai. Micromagnetic simulation of effect of stress-induced anisotropy in soft magnetic thin films. *J Appl Phys*, 95(11) :6864–6866, 2004.

[5] A Bayram. Effects of microstructure and notches on the mechanical properties of dual-phase steels. *Materials Characterization*, 43(4) :259–269, 1999.

[6] R Becker. *Ferromagnetismus*. Springer, Berlin, 1939.

[7] A Bergqvist. A stress-dependent magnetic preisach hysteresis model. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 27(6) :4796–4798, 1991.

[8] M Bernadou. On the numerical analysis of magnetostrictive materials. *IIOS Press*, pages 45–53, 2000.

[9] M Bernadou and S He. Numerical simulations of ferromagnetic microsctructures : Motion of the walls and effect on non magnetic impurities. *Journal of Intelligent Material Mystems and Structures*, 16 :1015–1023, 2005.

[10] G Bertotti. Dynamic generalisation of scalar preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28 :2599–2601, 1992.

[11] R M Bozorth. *Ferromagnetism*. Van Nostrand, 1951.

[12] W F Brown. Micromagnetics. *Interscience Publisher*, 1963.

[13] N Buiron. A micro-macro model for magnetostriction and stress effect on magnetisation. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, pages 868–870, 1999.

[14] M Calcagnotto. Orientation gradients and geometrically necessary dislocations in ultrafine grained dual-phase steels studied by 2d and 3d ebsd. *Materials Science and Engineering A*, 527(10) :2738–2746, 2010.

[15] M Calcagnotto. Deformation and fracture mechanisms in fine and ultrafine grained ferrite/martensite dual-phase steels and the effect of aging. *Acta Materialia*, 59(2) :658–670, 2011.

[16] J Catty. *Etude des relations entre la microstructure, l'état de contrainte d'une part, les propriétés magnétiques & magnétostrictives d'autre part, dans du fer pur & des alliages à bas carbone*. PhD thesis, INSA (Lyon), 1995.

[17] S Chikazumi. *Physics of Ferromagnetism*. Clarendon Press OXFORD 2nd edition, 1997.

[18] B Cullity. *Introduction to magnetic Materials*. Addison-Weslry Publishinqi Company, 1972.

[19] L Daniel. An analytical model for the δe effect in magnetic materials. *European physical journal. Applied physics*, 2009.

[20] L Daniel and N Galopin. A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to terfenol-d single and polycrystals. *European physical journal Applied physics*, 42(2) :153, 2008.

[21] L Daniel, O Hubert, and R Billardon. Reversible magneto-elastic behavior : A multiscale approach. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(3) :1018–1042, 2008.

[22] Du Trémolet de Lacheisserie. *Magnétisme 1- Fondements*. EDP Sciences Collection Grenoble Science, 2000.

[23] G Dobmann. *Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VII)*. IOS Press, 2006.

[24] G Dobmann. Industrial application of 3ma. *5th International Conference Structural Integrity of Welded Structures (ISCS2007), Timisora, Romania*, 2007.

[25] G Dobmann. Physical basics and industrial applications of 3ma. *12th International Workshop on Electromagnetic Nondestructive Evaluation (ENDE2007), Cardiff, UK*, 2007.

[26] D François, A Pineau, and A Zaoui. *Comportement mécanique des matériaux : viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact*. Hermes, 1995.

[27] D R Fredkin. Hybrid method for computing demagnetizing fields. *IEEE Transactions on Magnetics*, 26(2) :415–417, 1990.

[28] Y Gabi. *Modélisation FEM du système de contrôle non destructif 3MA en ligne de production des aciers Dual Phase*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2012.

[29] F George and Voort Vander. *Atlas of Time-Temperature Diagrams for Irons and Steels : Irons and Steels*. ASM International, 1991.

[30] S Ghanei. Eddy current nondestructive evaluation of dual phase steel. *Materials and Design*, 50 :491– 496, 2013.

[31] T L Gilbert. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(6) :3443–3449, 2004.

[32] C Gourdin. *Identification et modélisation du comportement électromagnétoélastique de structures ferromagnétiques*. PhD thesis, UPMC Paris *VI*, 1998.

[33] L Greengard. A fast adaptive multipole algorithm for particle simulations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 9(4), 1988.

[34] H Hauser. Energetic model of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Applied Physics*, 75(5) :2584–2597, 1994.

[35] N Hayashi. Calculation of demagnetizing field distribution based on fast fourier transform of convolution. *Japan J Appl Phys*, 35 :6065–6073, 1996.

[36] S He. *Modelisation et simulation numerique de materiaux magnetostrictifs*. PhD thesis, Paris VI, 1999.

[37] W Heisenberg. Zur theorie des ferromagnetismus. *Z Phys*, 49(9-10) :619–636, 1928.

[38] R Hertel and H Kronmüller. Adaptive finite element mesh refinement techniques in three-dimensional micromagnetic modeling. *IEEE Transaction on Magnetics*, 34 :3922–3930, 1998.

[39] A Hubert. *Magnetic Domains The analysis of Magnetic Microstructure*. Springer, 1998.

[40] O Hubert. A new experimental set-up for the characterisation of magneto-mechanical behaviour of materials submitted to biaxial stresses application to fe-co alloys. *Przeglad Elektrotechniczny*, 81 :19–23, 2005.

[41] O Hubert. Influence of biaxial stresses on the magnetic behaviour of an iron-cobalt sheet – experiments and modelling. *Przedglad Elektrotecniczny*, 83 :70, 2007.

[42] O Hubert and L Daniel. Equivalent stress criteria for the effect of stress on magnetic behavior. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(8) :3089–3092, 2010.

[43] O Hubert and L Daniel. Energetical and multiscale approaches for the definition of an equivalent stress for magneto-elastic couplings. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 323(13) :1766–1781, 2011.

[44] A Hug. *Etude par mesure du bruit Barkhausen de la microstructure et de l'état de contrainte d'aciers biphasés*. PhD thesis, INSA (Lyon), 2007.

[45] D C Jiles. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(1) :27–35, 2008.

[46] D C Jiles and D L Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 61 :48–60, 1986.

[47] J Kadkhodapour. Experimental and numerical study on geometrically necessary dislocations and non-homogeneous mechanical properties of the ferrite phase in dual phase steels. *Acta Materialia*, 59(11) :4387–4394, 2011.

[48] S Kikuchi. Diffraction of cathode rays by mica. *Japanese Journal of Physics*, 5, 1928.

[49] D Kinderlehrer and L Ma. Computational hysteresis in modeling magnetic systems. *IEEE Transactions on Magnetics Magn*, 30(6), 1994.

[50] B Krebs. *Caractérisation et prévision des structures en bandes dans les aciers Dual Phase. Lien avec les propriétés d'endommagement*. PhD thesis, Université Paul Verlaine-Metz, 2009.

[51] H Kronmüller. *Micromagnetism and the microstructure of ferromagnetic solids*. Cambridge University Press, 2003.

[52] H Kronmüller and B Gröger. Domains, domain walls and the coercive field of amorphous ferromagnets. *Journal de Physique*, 42(9) :1285–1292, 1981.

[53] S Labbé. Resolution rapide des equations de maxwell quasi-stationnaires : matrices toeplitz multi-niveaux application au micromagnerisme. *C R Acad Sci*, 327(1) :415–420, 1998.

[54] S Labbé. *Simulation numerique du comportement hyperfrequence des materiaux ferromagnetiques*. PhD thesis, Paris XIII, 1998.

[55] L Landeau and E Lifshitz. On the theory of dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. *Phys Z Sowjetunion*, 8(153) :101–114, 1935.

[56] S Lazreg. *Identification inverse d'états multiaxiaux élasto-plastiques par méthode magnétique*. PhD thesis, ENS-CACHAN, 2011.

[57] S Lazreg and O Hubert. A multidomain modeling of the magneto-elastic behavior for non-destructive evaluation. *J Appl Phys*, 2011.

[58] V Maurel. *Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques*. PhD thesis, ENS-CACHAN, 2002.

[59] M Mazinani and W J Poole. Effect of martensite plasticity on the deformation behavior of a low-carbon dual-phase steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 38(2) :328–339, 2007.

[60] L Néel. Propriétés d'un ferromagnétique cubique en grains fins. *CR Acad Sci*, 224 :1488–1490, 1947.

[61] J L Pouchou. *L'analyse EBSD Principes et application*. EDp Sciences, 2002.

[62] F Preisach. über die magnetische nachwirkung. *Zeitschrift für physik*, 94(5-6) :277–302, 1935.

[63] W Rave. Corners and nucleation in micromagnetics. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 183, 1998.

[64] K J Rizzo. *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique dissipatif*. PhD thesis, ENS-CACHAN, 2012.

[65] M J Sablik and D C Jiles. Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(4) :2113–2123, 1993.

[66] O Saquet. *Caractérisation des aciers par bruit Barkhausen*. PhD thesis, INSA (Lyon), 1997.

[67] T Schrefl. Simulation of magnetization reversal in polycrystalline patterned co elements. *J Appl Phys*, 85(8) :6169–6171, 1999.

[68] H P Shen and T C Lei. Microscopic deformation behavior of martensitic ferritic dual phase steels. *Materials Science and Technology*, 2(1) :28–33, 1986.

[69] Y C Shu. Micromagnetic modeling of magnetostrictive materials under intrinsic stress. *Mechanics of Materials*, 36 :975–997, 2004.

[70] A Sipeky and A Ivanyi. Preisach type stress dependent magnetic vector hysteresis model. *Physica B : Condensed Matter*, 403(2-3) :491–495, 2008.

[71] A C Stauffer. Microstructural banding and failure of a stainless steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 35(4) :1317–1324, 2004.

[72] S Sun and M Pugh. Properties of thermomechanically processed dual-phase steels containing fibrous martensite. *Materials Science and Engineering*, A335, 2002.

[73] L Weil. Le champ coercitif. *J phys Radium*, 12(3) :437–447, 1951.

[74] P Weiss and G Foex. *Le magnétisme*. A Colin, 1926.

”It always seems impossible until it’s done.”
Nelson Mandela
1918-2013.