N° ENSC -

THESE DE DOCTORAT
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Présentée par
Monsieur GAUSSENS Benjamin

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Domaine :
Électronique – Électrotechnique – Automatique

Sujet de la thèse :

Machines synchrones à commutation de flux : de la modélisation numérique et analytique à l'exploration topologique

Thèse présentée et soutenue publiquement à Cachan le 19 Novembre 2013 devant le jury composé de :

M. BARAKAT Georges	Professeur des universités à l'Université du Havre	Rapporteur
M. BRISSET Stéphane	Maître de Conférence à l'Ecole Centrale de Lille	Rapporteur
M. TAKORABET Noureddine	Professeur des universités à l'Université de Lorraine	Examinateur
M. CHILLET Christian	Chercheur CNRS	Examinateur
M. GUGLIELMI Paolo	Professore Associato Politecnico Di Torino	Examinateur
M. SAINT-MICHEL Jacques	Directeur Scientifique de la société Leroy Somer	Examinateur
M. GABSI Mohamed	Professeur des universités à l'ENS Cachan	Directeur de thèse
M. HOANG Emmanuel	Professeur agrégé à l'ENS Cachan	Encadrant de thèse

Laboratoire SATIE ENS CACHAN / CNRS / UMR 8029 61 avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex (France)

Table des matières

Introduction générale **9**

I Modélisation numérique de structures synchrones à commutation de flux double excitation en vue d'un dimensionnement optimal : Cas du fonctionnement en alternateur DC **11**

1 Etat de l'art sur les machines tournantes à double excitation **15**
1.1 Principe des structures à double excitation . . . 15
1.2 Contexte industriel . . . 16
1.3 Critères de classification des topologies à flux réglable . . . 18
1.4 Structures à double excitation . . . 18
1.4.1 Configuration série . . . 18
1.4.2 Configuration parallèle . . . 21
1.5 Les topologies à défluxage mécanique . . . 26
1.6 Autres alternatives . . . 28

2 Principe de fonctionnement de la topologie à commutation de flux double excitation **31**
2.1 Le principe de commutation du flux magnétique d'entrefer . . . 31
2.2 Genèse de la structure à commutation de flux double excitation . . . 33
2.3 Principe de fonctionnement de la structure à commutation de flux hybride . . . 36
2.3.1 Influence du pont magnétique sur le surfluxage . . . 37
2.3.2 Performances à vide d'une structure triphasée hybride à commutation de flux . . . 40
2.4 Comparaison avec des performances à vide avec des résultats expérimentaux . . . 45
2.5 Influence de la caractéristique B(H) sur les performances à vide . . . 46
2.5.1 Influence de la caractéristique sous fort champ H . . . 46
2.5.2 Prise en compte du foisonnement dans les caractéristiques $B(H)$ - Approximation de Fröhlich–Kennelly sous fort champ magnétique . . . 49
2.5.3 Mesure directe de la caractéristique $B(H)$ sous fort champ . . . 52

3 Modélisation numérique en mode générateur en vue d'un dimensionnement optimal **57**
3.1 Modélisation au premier harmonique des structures double excitation à commutation de flux . . . 57
3.1.1 Hypothèses de la modélisation au 1er harmonique . . . 57
3.1.2 Développement du modéle au 1er harmonique . . . 60
3.1.3 Caractéristiques à vide et en court-circuit . . . 61

3.1.4 Evaluation de la puissance convertible P_{max} et comparatif expérimental . . . 65
3.1.5 Avantages et limitations de ce modèle . . . 67
3.2 Couplage circuit-EF . . . 67
3.2.1 Modélisation par un couplage circuit - Elements Finis 2D . . . 68
3.2.2 Mise en oeuvre de la méthode et validation du couplage circuit - EF 2D . . . 70
3.2.3 Méthode de détermination des pertes fer . . . 73
3.3 Augmentation la puissance convertible par ces structures à commutation de flux hybrides . . . 77
3.3.1 Compensation synchrone avec des capacités en série : Principe et modélisation . . . 77
3.3.2 Validation expérimentale de la méthode de compensation et influence de la capacité . . . 79

4 Une structure innovante de machine à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes : Principe de fonctionnement et validation expérimentale 83
4.1 Etat de l'art des structures à commutation de flux double excitation . . . 84
4.2 Topologie de la structure à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes . . . 86
4.3 Principe du contrôle du flux d'excitation dans la nouvelle topologie . . . 87
4.4 Influence de l'hybridation sur les performances électromagnétiques des machines à commutation de flux à aimants . . . 90
4.4.1 Approche par les équations de puissance . . . 91
4.4.2 Etude comparative entre MCF à aimants et hybride avec bobinages d'excitation internes . 92
4.5 Une structure hybride en configuration série ou parallèle ? . . . 95
4.5.1 Influence du nombre de dent rotorique N_r . . . 95
4.5.2 Perméance du bobinage d'excitation . . . 96
4.6 Etude de la sensibilité des performances électromagnétiques à la nuance d'aimant . . . 97
4.6.1 Configuration BEAm ou BEAv : pourquoi ? . . . 98
4.6.2 Influence de la concentration de flux . . . 99
4.6.3 Influence de l'ouverture relative de l'encoche rotorique β_r . . . 100
4.6.4 Performances en charge . . . 101
4.7 Validation expérimentale des performances . . . 103
4.7.1 Elements de conception du prototype . . . 103
4.7.2 Validation expérimentale sur le prototype . . . 104

5 Mise en oeuvre de la démarche de conception par optimisation : Cas des structures à commutation de flux double excitation 109
5.1 Les algorithmes d'optimisation . . . 109
5.2 Le cahier des charges . . . 110
5.3 Choix des contraintes, objectifs et variables d'optimisation . . . 110
5.3.1 Les objectifs de la procédure d'optimisation . . . 110
5.3.2 Les contraintes liées au cahier des charges . . . 111
5.3.3 Les variables d'optimisation . . . 111
5.4 Mise en oeuvre de la démarche d'optimisation . . . 112
5.5 Modélisation technico-économique . . . 113
5.6 Conception optimale de la structure MCF hybride parallèle . . . 114
5.6.1 Etude d'un premier cas : Rayon externe fixe . . . 114
5.6.2 Etude à rayon externe variable . . . 117
5.6.3 Influence des pertes d'excitation . . . 119
5.6.4 Prise en compte des pertes fer . . . 120
5.7 Conception optimale de la structure MCF hybride avec bobinages internes . . . 122
5.7.1 Etude à rayon externe variable . . . 122

5.7.2 Comparatif entre les différentes structures MCF hybrides 125

II Approches analytiques pour la modélisation des structures non-conventionnelles bidimensionelles à excitation statique et bobinées 133

6 Etat de l'art des modélisations analytiques 2D tenant compte de l'effet d'encoche 137

6.1 Modélisations analytiques bidimensionnelles tenant compte de l'effet d'encoche 137

6.1.1 Approche par les fonctions de perméance 138

6.1.2 Approche par la résolution formelle des équations de Maxwell 138

6.1.3 Intérêt de la modélisation analytique des structures à commutation de flux 139

6.2 Bref historique des structures à commutation de flux 139

7 Modélisation analytique des structures à commutation de flux classiques polyphasées simplement excitées par des bobinages d'excitation : Approche par les fonctions de perméance 143

7.1 Méthodologie pour une approche analytique des structures à double saillance 144

7.1.1 Théorème d'Ampère généralisé aux topologies avec entrefer non-uniforme et avec distribution des bobinages quelconque 145

7.2 Détermination analytique de la perméance dans un entrefer double saillant 147

7.2.1 Approche par ligne de champ moyenne sous l'encoche 147

7.2.2 Approche par la résolution formelle des équations Maxwell pour déterminer la perméance d'encoche réelle 150

7.3 Calcul de l'induction radiale d'entrefer à vide 162

7.3.1 Force magnétomotrice créée par les bobinages d'excitation 162

7.3.2 Prédiction du champ d'entrefer à vide par le modèle analytique et comparaison avec des simulations EF 2D 163

7.3.3 Détermination des grandeurs intégrales à vide 170

7.4 Prédiction analytique du champ de réaction magnétique d'induit 177

7.4.1 Forces magnétomotrices créées par les bobinages d'induit 177

7.4.2 Détermination des inductances propres et mutuelles 184

7.5 Validation expérimentale des performances à vide et limitation de l'approche 187

7.5.1 Comparatif analytique et résultats expérimentaux à vide 187

7.5.2 Limitation de l'approche analytique : Influence de la saturation 189

8 Modèle analytique 2D basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans des structures double saillantes excitées par des bobinages statiques 193

8.1 Méthodologie de résolution des équations de Maxwell en magnétostatique 193

8.2 Résolution formelle des équations de Maxwell pour des entrefers double saillances à excitation statique bobinée 195

8.2.1 Structures à excitation statique classiques et non-conventionnelles 195

8.2.2 Définition et résolution du problème 196

8.2.3 Application des conditions aux limites au niveau des interfaces entre zones 202

8.2.4 Mise en forme du système d'équations 211

8.3 Comparaison du modèle analytique avec des simulations Eléments Finis 2D 212

8.4 Expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques intégrales 223

8.4.1 Expressions analytiques des flux, de la force électromotrice (FEM) et de la tension en charge 223

8.4.2 Comparaison avec des simulations Eléments Finis 2D des flux de phase 225

8.4.3 Expression analytique du couple électromagnétique C_{em} 226

8.4.4 Comparaison avec les Elements Finis du couple électromagnetique C_{em} 226

8.5 Autres utilisations de la modélisation par résolution formelle des topologies à commutation de flux 230

8.5.1 Techniques de réduction des ondulations de couple en charge . . . 230
8.5.2 Performances en cas de défauts . . . 231

9 Sur le principe de commutation de flux : Une machine synchrone à champ tournant à fréquence nulle 233
9.1 Fonctionnement à vide . . . 233
9.2 Champ de réaction magnétique d'induit . . . 238
9.3 Origine de la création du couple dans les topologies à commutation de flux . . . 238

10 Méthodes de modélisations analytiques du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques des structures à commutation de flux simplement excitées 241
10.1 Etat de l'art sur la prédiction du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques et sur la détermination des pertes fer associées . . . 241
10.2 Calcul des loci d'induction dans les parties ferromagnétiques à partir des fonctions de perméance 242
10.2.1 Méthode de calcul pour les dents statoriques . . . 242
10.2.2 Méthode de calcul pour les dents rotoriques . . . 247
10.2.3 Méthode de calcul pour les culasses statoriques et rotoriques . . . 249
10.2.4 Comparaison avec les EF 2D des loci d'induction dans les culasses . . . 253
10.3 Calcul des loci d'induction dans les parties ferromagnétiques à partir des modèles formels . . . 263
10.3.1 Méthode de calcul du champ dans les dents statoriques . . . 263
10.3.2 Méthode de calcul pour les culasses statoriques . . . 265
10.4 Prédiction des pertes fer dans les structures à commutation de flux simplement excitées par des bobinages DC . . . 271
10.4.1 Etat de l'art sur la prédiction des pertes fer dans les machines électriques . . . 271
10.4.2 Prédiction des pertes fer à vide . . . 272

11 Etude des performances optimales de la structure MCF simplement excitées par des bobinages DC sur la base des modèles analytiques formels 275
11.1 Méthodologie d'optimisation sur la base des modèles analytiques . . . 275
11.2 Définition du problème d'optimisation : Objectifs, variables et contraintes associées . . . 276
11.2.1 Fonctions objectifs . . . 276
11.2.2 Variables d'optimisation . . . 276
11.2.3 Contraintes . . . 276
11.3 Etude des performances électromagnétiques optimales à volume constant . . . 277
11.3.1 Analyse d'un premier cas référence . . . 277
11.3.2 Influence du nombre de dent rotorique . . . 281
11.3.3 Influence de l'ouverture relative des encoches statoriques : induit et excitation . . . 282
11.3.4 Influence de l'entrefer sur les performances optimales . . . 285
11.3.5 Influence d'une contrainte sur le niveau de saturation dans les parties ferromagnétiques . 287
11.3.6 Influence du nombre de cellules de commutation . . . 289
11.4 Influence de la prise en compte des pertes fer sur les performances optimales des structures MCF simplement excitées par des bobinages . . . 291

III Introduction à la notion d'exploration topologique de structures électromagnetiques sur la base de modèles formels 303

12 Extension du modèle à des topologies à commutation de flux innovantes excitées par des aimants permanents 307
12.1 Structure à commutation de flux simplement excitée par des aimants . . . 307

12.1.1 Définition du problème . . . 308
12.1.2 Expression du potentiel-vecteur A_j dans la $j$ème zone statorique (Zone j) : Cas des zones d'aimant . . . 308
12.1.3 Conditions de continuité du champ magnétique tangentiel H_ν . . . 309
12.1.4 Conditions de continuité du potentiel-vecteur . . . 311
12.1.5 Mise en forme matricielle des équations . . . 312
12.2 Validation Eléments Finis . . . 315
12.2.1 Structure MCF non-conventionnelles excitées par des aimants . . . 315
12.2.2 Structure MCF hybride à dent de rebouclage . . . 324

13 Introduction à la notion d'exploration topologique de structures électromagnétiques sur la base de modèles formels 327
13.1 L'exploration topologique : Qu'es aquò ? . . . 327
13.2 Modèle formel généralisé pour les structures à excitation statiques à aimants . . . 327
13.3 Démarche d'exploration topologique . . . 328
13.3.1 Critères de viabilité des structures . . . 330
13.4 Résultats et analyses . . . 330
13.5 Perspectives de l'approche par exploration topologique . . . 333

Conclusion générale 337

A Compléments au Chapitre 4 : Etude de la sensibilité à la nuance d'aimants 341
A.1 Performances à vide : Influence de l'ouverture relative de la dent rotor β . . . 341
A.2 Performances en charge . . . 343
A.2.1 Fonctionnement moteur . . . 343
A.2.2 Fonctionnement générateur . . . 344

B Compléments au Chapitre 8 : Mise en forme du système matriciel 345
B.1 Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur en $r = R_{re}$ . . . 345
B.2 Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur en $r = R_{si}$ . . . 346
B.3 Continuité du potentiel-vecteur en $r = R_{re}$ . . . 348
B.4 Continuité du potentiel-vecteur en $r = R_{si}$ . . . 349

C Compléments au Chapitre 8 : Validation des distributions de champ d'entrefer par EF 2D pour des structures triphasées MCF classiques et non-conventionnelles 353
C.1 Structrure $24-10$ MCF classique . . . 353
C.2 Structrure $18-11$ MCF à dent de rebouclage . . . 355

D Compléments au Chapitre 12 : Validation EF 2D du modèle analytique pour les structures aimantées 359
D.1 Structure MCF classique à aimants . . . 359
D.2 Structure MCF à dent de rebouclage à aimants . . . 360

Introduction générale

Ce travail de thèse s'est déroulé au sein du laboratoire SATIE de l'ENS de Cachan dans le cadre d'une convention CIFRE avec l'entreprise Leroy Somer (Emerson Group). L'élément déclencheur de ce travail de thèse vient d'une problématique industrielle formulée par mon employeur Leroy Somer. Il s'agissait en l'occurrence du développement d'une nouvelle application de génératrice à courant continu pour groupes électrogènes « Alternateur DC » au niveau du pôle R&D de l'entreprise. Une des contraintes principales de ce projet consistait à disposer d'une excitation réglable et sans contacts glissants. La deuxième contrainte est relative à l'utilisation de redresseurs non-commandés, ceci dans l'objectif de limiter le coût de la solution.

Soucieux de répondre à ce besoin industriel, nous nous concentrerons sur l'étude de structures simple et double excitation avec des sources de champ magnétique statiques et réglables (bobinées). Justement, l'état de l'art que nous présenterons dans la suite, nous permettra d'analyser l'apport de certaines structures potentiellement intéressantes pour cette application, et nous amènera à élaborer et à proposer des structures innovantes.

Les recherches engagées au SATIE (ainsi que dans de nombreuses équipes de recherche) s'inscrivent dans le cadre de cette problématique.

En effet, avec la nécessité grandissante de développer des moyens de production d'énergie de plus en plus performants, moins coûteux et raisonnés du point de vue environnemental, les approches de conception de machines électriques, qui est au cœur de ce problème, évoluent.

Les évolutions que l'on a pu constater portent sur le développement de nouvelles structures, notamment les machines à double excitation, qui permettent d'augmenter les performances sur cycle de fonctionnement. On pense plus particulièrement aux applications de traction électriques, ou plus généralement toutes les applications faisant appel à la variation de vitesse.

Une deuxième évolution concerne la généralisation de la conception optimale de structures électromagnétiques, et même de systèmes couplant les problèmes magnétique, thermique ou encore mécanique. Le développement de ces approches de conception aux moyens d'algorithmes stochastiques a permis de traiter des problèmes complexes avec plusieurs variables et/ou objectifs.

Au regard du caractère innovant de certaines structures étudiées, nous avons été amené à utiliser et à enrichir certaines approches de modélisation afin de tendre vers un dimensionnement optimal de ces machines.

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire essaye de répondre aux précédentes problématiques en proposant de nouvelles perspectives de recherche. Pour ce faire, le manuscrit a été scindé en trois parties.

Dans la première partie, nous répondrons de manière directe aux besoins industriels qui nous ont été posés. Une étude bibliographique approfondie accompagnée de discussions entre l'industriel et l'équipe SETE, nous a amené à choisir, en premier lieu, une structure double excitation à commutation de flux développée au SATIE. Cette machine étudiée et prototypée servira de référence pour la suite des travaux. L'ensemble des structures étudiées dans cette partie tourne autour du principe de commutation du flux. Nous débattrons largement de leur principe de fonctionnement qui reste propre à chaque topologie. Aussi, l'influence des caractéristiques

magnétiques des tôles fera l'objet d'une attention toute particulière. Nous proposerons dans cette première partie une nouvelle structure à commutation de flux hybride qui sera prototypée afin d'en valider le principe. Finalement, la problématique du dimensionnement optimal sera également traitée à partir du cahier des charges industriel pour une application « Alternateur DC ». L'ensemble des résultats seront validés expérimentalement.

A l'issue de cette première partie de l'étude, nous avons montré les intérêts et lacunes des structures à double excitation. Nous avons notamment pu mettre en évidence l'influence des aimants permanents au niveau du coût global de la solution. Ce constat nous a orientés vers une étude plus académique et générale sur des structures sans aimants permanents mais toujours à excitation statique et réglable. L'idée sous jacente restant toujours de limiter le coût des solutions proposées. Cela étant nous nous éloignerons du cadre industriel stricte afin de proposer de nouvelles perspectives de recherche. Cette nouvelle orientation justifiera les développements relatifs à la modélisation analytique.

Cette seconde partie sera donc dédiée aux développements analytiques de modèles magnétostatiques bidimensionnels, principalement pour des structures à commutation de flux simplement excitées par des bobinages DC. Diverses approches de modélisation seront mises en œuvre, soit à partir d'une approche « Force magnétomotrice – Fonction de perméance » soit sur la base de modèles formels. La démarche que nous établirons sera aussi générale que possible afin de pouvoir être étendue facilement à d'autres structures. Nous démontrerons aussi qu'il est possible de prédire le champ dans les parties ferromagnétiques de ces topologies double saillance. Par la suite, il sera possible de déterminer le niveau de pertes fer dans ces structures. Le dernier chapitre de cette deuxième partie sera dédié à la conception optimale de ces structures sur la base de modèles analytiques. Ce sera l'occasion de mettre en évidence l'influence du modèle de pertes fer sur les résultats.

La dernière partie de ce mémoire de thèse fera office de perspective quant aux travaux à venir. Après avoir développé un modèle formel général permettant de traiter les structures à excitation statique aimantées, nous proposerons une nouvelle approche de conception de machines dite « Exploration topologique ». Cette approche vise à explorer aléatoirement certaines structures qui ne sont pas a priori connues afin de voir si elles présentent un intérêt en termes de conversion d'énergie.

Première partie

Modélisation numérique de structures synchrones à commutation de flux double excitation en vue d'un dimensionnement optimal : Cas du fonctionnement en alternateur DC

Cette Partie I répond de manière pragmatique à un problème industriel bien précis : le dimensionnement optimal de structures non-conventionnelles à commutation de flux double excitation. L'organisation de cette partie correspond relativement bien à la chronologie des observations ou réflexions qui ont jalonnées ce début d'étude. Cette partie portant sur la modélisation numérique de structures synchrones à double excitation sera scindée en cinq chapitres :

- Dans ce premier chapitre, nous établirons un état de l'art des topologies de machines permettant un réglage du flux d'excitation autre que le défluxage électronique (injection de courant dans l'axe d). Nous reviendrons plus particulièrement sur le principe des machines à double excitation, combinant aimants permanents et bobinages d'excitation DC. Ce sera aussi l'occasion de présenter les avancées récentes au niveau de ces topologies non-conventionnelles de machines électriques.
- Un deuxième chapitre sera consacré plus particulièrement à la topologie à commutation de flux à double excitation que nous cherchons à modéliser. Nous présenterons en détail son principe de fonctionnement au moyen de simulation Eléments Finis (EF) 2D. Une étude de sensibilité sur les caractéristiques des courbes B(H), notamment sous fort champ ($40kA/m$), viendra valider une partie de ces simulations. Une vérification expérimentale des performances à vide est aussi proposée.
- Dans le 3ème chapitre, le problème du dimensionnement optimal de cette structure MCF hybride en mode générateur est posé. Nous justifierons l'approche par modélisation numérique, et proposerons deux approches distinctes suffisamment génériques pour être facilement étendues à d'autres topologies non-conventionnelles.
- Une structure innovante à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation interne est présentée dans le Chapitre 4. Nous reviendrons sur son principe de fonctionnement qui permet de contrôler le flux d'excitation. Aussi, nous proposerons une validation expérimentale des performances électromagnétiques.
- Enfin, dans le Chapitre 5, ce sera l'occasion de mettre en oeuvre les modélisations précédentes afin de dimensionner de manière optimale les deux structures MCF hybrides que nous aurons étudié au préalable.

Le terme « non-conventionnel » est revenu deux fois dans cette courte introduction. Cela sera effectivement le fil conducteur de ce travail de thèse, toujours autour du thème passionnant des actionneurs non-conventionnels et de leur modélisation.

1

Etat de l'art sur les machines tournantes à double excitation

1.1 Principe des structures à double excitation

Comme nous le rappelions en introduction, les structures à double excitation combinent deux sources créatrices de champ magnétique, à savoir des aimants permanents et des bobines additionnelles d'excitation. L'idée sous-jacente étant d'offrir un degré de liberté additionnel aux concepteurs et utilisateurs de machines électriques en leur permettant de contrôler plus facilement le flux d'excitation.

En effet, les excellentes performances des machines à aimants permanents, que l'on retrouvent dans de nombreuses applications industrielles (automobile, aérospatial, domestique), sont en contradiction avec la tendance actuelle au développement d'applications à vitesse variable. Le flux des aimants restant a priori constant, seul un défluxage électronique, par injection de courant dans l'axe d, permettait d'atteindre certains points de charge à haute vitesse. De plus, il faut souligner que les pertes Joule dans ce mode de fonctionnement dégradent particulièrement les performances énergétiques de ces structures.

L'introduction d'une source de champ additionnelle apparait donc naturelle au regard des arguments précédents. L'hybridation des machines électriques permet de combiner le bon rendement énergétique des machines à aimants permanents, tout en conservant la souplesse de contrôle du flux d'excitation des machines à excitations bobinées [80][4]. On tempérera quelques peu les conclusions précédentes car ces topologies, de part l'ajout d'un bobinage d'excitation additionnel, présenteront des pertes Joule plus importantes pour un encombrement lui aussi augmenté. C'est là que réside la problématique du dimensionnement optimal de ces structures afin qu'elles soient compétitives, à cahier des charges donné, avec des topologies classiques.

On distingue deux grands types de structures à double excitation, série ou parallèle. Dans les machines double excitation série, le flux créé par les bobinages d'excitation emprunte le même chemin magnétique que le flux des aimants. Sur la Figure 1.1.(a), nous proposons un schéma de principe d'une telle structure. Nous complétons cela par les Figure 1.1.(b) et (c), où les trajectoires des lignes de champs avec les aimants permanents seuls ou alors simplement le bobinage d'excitation (les aimants sont remplacés par de l'air) sont présentées. Comme l'on peut le voir, les trajectoires des lignes de champ créées par les deux sources sont confondues, d'où la dénomination de configuration série. L'unique différence vient des fuites d'encoches clairement observables à la Figure 1.1.(c).

Similairement, nous proposons sur la Figure 1.2.(a) un schéma de principe pour la configuration parallèle. Les trajectoires des lignes de champs avec aimants, Figure 1.2.(a), ou avec uniquement les bobines d'excitation, Figure 1.2.(c), ne sont pas les mêmes. Ici, on peut voir que seulement une partie du flux des aimants est embrassée par la bobine d'induit A, l'autre partie de ce flux se rebouclant par la dent comportant le bobinage d'excitation. Surtout, contrairement à la configuration série, les lignes de champs créées par la bobine d'excitation ne se reboucle pas par l'aimant mais directement par la bobine d'induit.

Ceci est particulièrement intéressant car cela signifie que la réluctance de la bobine d'excitation, $\Re_{exc}$, est beaucoup plus faible dans la configuration parallèle que dans la configuration série. En effet, l'entrefer magnétique additionnel (pour la configuration série) que constitue l'aimant fait qu'il faudra une force magnétomotrice d'excitation NI_{exc} plus importante pour obtenir le même niveau d'induction dans l'entrefer. Cela est d'ailleurs

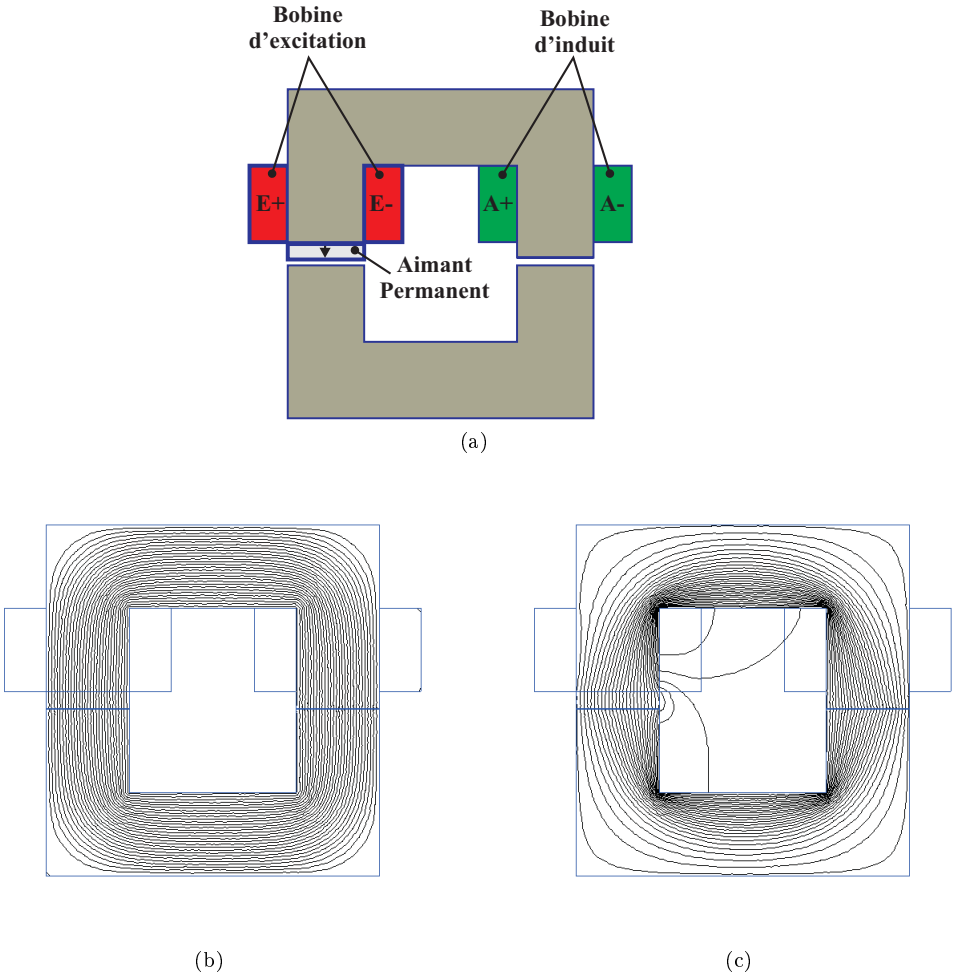


FIGURE 1.1: Principe d'une structure double excitation en configuration série : Schéma de principe (a), trajet des lignes de champs sans courant d'excitation et avec l'aimant magnétisé (b) et cas inverse où seulement les bobines d'excitation sont alimentées et l'aimant est remplacé par de l'air (c)

confirmé par la Figure 1.3 où l'évolution du flux dans la bobine A en fonction de la force magnétomotrice d'excitation NI_{exc} est proposée pour les deux configurations, série et parallèle. On peut observer que pour la configuration parallèle, peu d'ampères.tour d'excitation sont nécessaires afin d'atteindre le flux maximum contrairement à la configuration en série. Aussi, même remarque si l'on souhaite annuler le flux de la bobine d'induit. D'ailleurs, cette annulation du flux, dans le cas de la configuration série, entrainerait une démagnétisation irréversible des aimants.

Par ailleurs, on peut remarquer que d'autres schémas auraient pu être proposés afin d'expliquer le principe de ces machines double excitation série ou parallèle. Cela montre bien la multitude de configurations imaginables en la matière.

1.2 Contexte industriel

Parmi les applications les plus prometteuses pour ces structures double excitation, on peut citer la traction pour des véhicules hybrides. Ce thème de recherche est fortement ancré dans l'historique du SATIE (anciennement LESIR). En effet, les travaux de thèse de Y. Amara [2], L. Vido [79], A. Takorabet [76], S. Hlioui [30] ou B. Nedjar [61] ont tous présenté la modélisation de structures innovantes double excitation pour le transport. Le cahier des charges se résume à une multitude de points de fonctionnement dans le plan couple-vitesse où les points les plus sollicités se trouvent dans des zones de charges partielles. L'apport des structures à double excitation est particulièrement intéressant ici car on peut envisager un dimensionnement afin que le rendement soit optimal pour un cycle. Sur un même cahier des charges les machines à aimants permanents sont défluxées électroniquement pour atteindre certains points de fonctionnement à haute vitesse – faible couple. Cela entraine

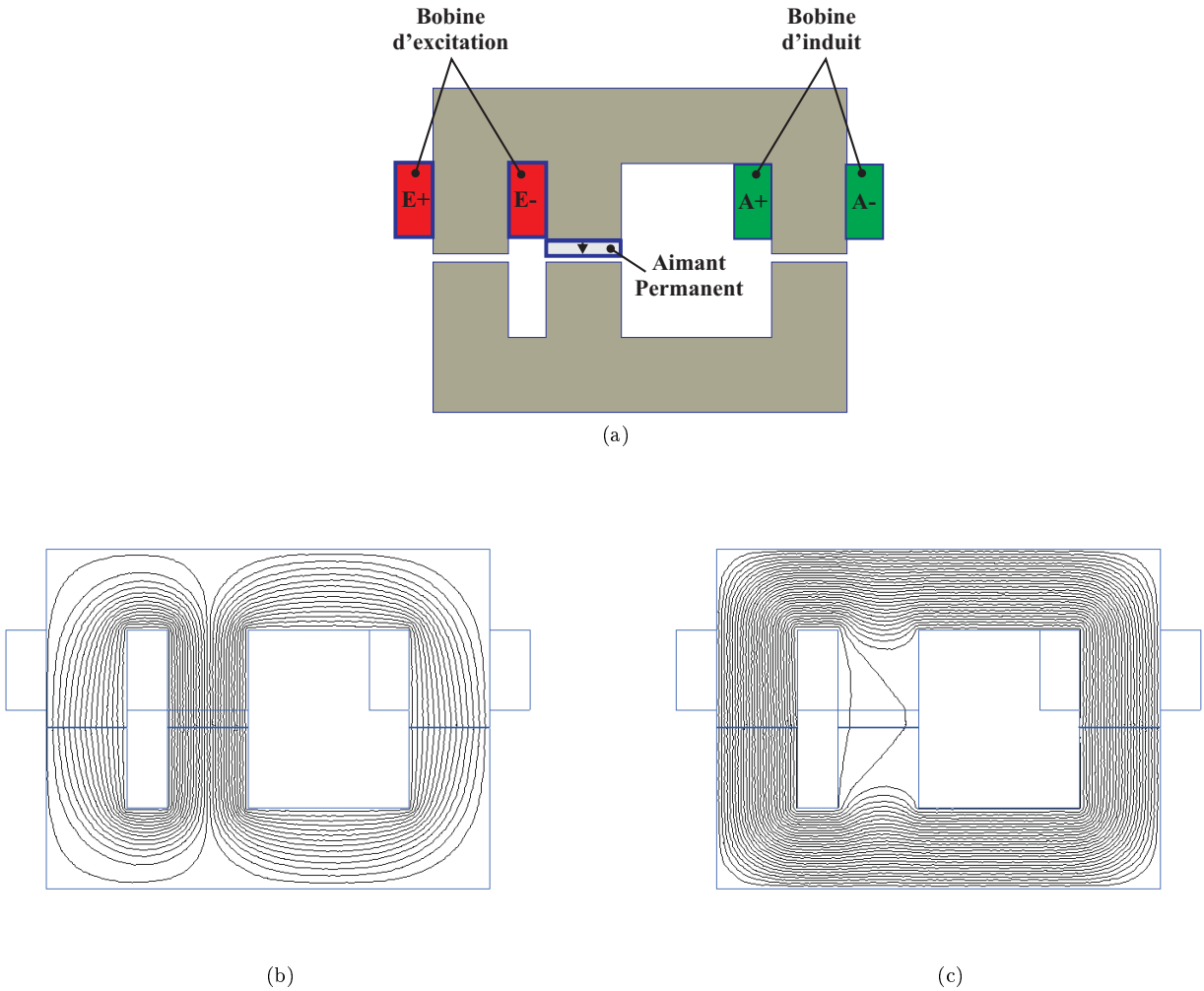


FIGURE 1.2: Principe d'une structure double excitation en configuration parallèle : Schéma de principe (a), trajet des lignes de champs sans courant d'excitation et avec l'aimant magnétisé (b) et cas inverse où seulement les bobines d'excitation sont alimentées et l'aimant est remplacé par de l'air (c)

une augmentation sensible des pertes Joule.

Les structures à double excitation peuvent être utilisées dans d'autres domaines tels que la génération électrique, que ce soit pour des réseaux de bord embarqués (automobile ou avionique) ou pour des applications isolées (groupe électrogène). C'est dans ce dernier cadre applicatif que nous allons explorer la pertinence de certaines solutions utilisant des structures à double excitation associées à un redresseur non-commandé (à diode).

Dans le cadre des économies d'énergie, les dispositifs de production d'énergie délocalisés basés sur des groupes électrogènes sont de plus en plus utilisés en vitesse variable. La structure des alternateurs triphasés conventionnels, souvent à 4 pôles saillants, permet le contrôle de la tension redressée par action sur un bobinage d'excitation requérant la mise en œuvre d'une faible puissance. Cette structure n'est cependant pas optimale pour les conditions de fonctionnement envisagées. En effet, ces dispositifs constitués d'une machine principale, d'une machine auxiliaire d'excitation, d'un pont de diodes tournant, sont encombrants, lourds et souvent limités à cause de la structure complexe des parties tournantes à des vitesses de rotation peu élevées.

Les systèmes basés sur des machines à aimants corrigent en partie ces inconvénients. En contre partie, le contrôle de la tension redressée s'effectue par l'intermédiaire d'une électronique de puissance commandée convertissant la totalité de la puissance électrique et pénalisant lourdement le coût de cette solution. La machine asynchrone, également associée à un onduleur à découpage comporte en plus l'inconvénient de ne pas être autonome. Différentes structures de machines synchrones, comportant un bobinage d'excitation statique permettant de réguler la tension de sortie pour une vitesse donnée et une puissance de sortie variable, associées à un simple pont redresseur à diodes, pourraient constituer une réponse pertinente à la génération d'énergie

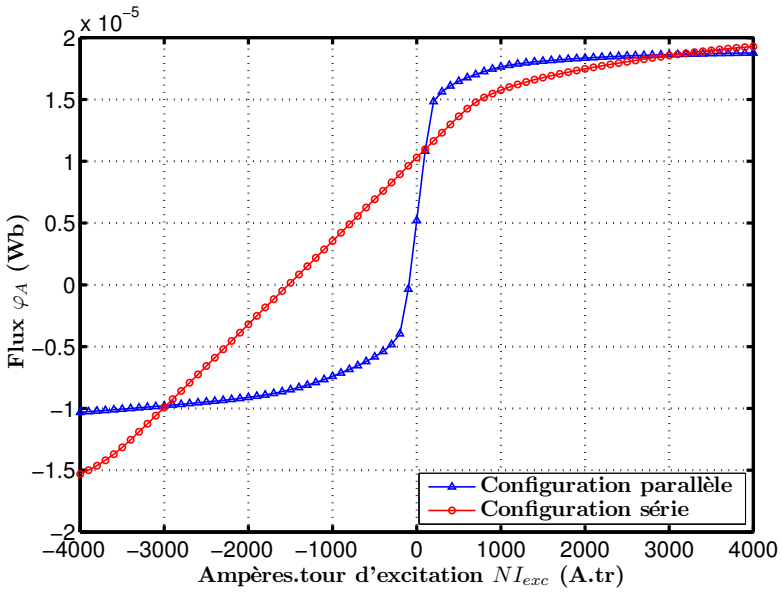


FIGURE 1.3: Évolution du flux embrassé par la bobine A en fonction des ampères tours d'excitation pour les configurations en série et en parallèle

électrique à courant continu.

1.3 Critères de classification des topologies à flux réglable

Nous le notions, l'hybridation ouvre des voies multiples à l'imagination des chercheurs et concepteurs de machines électriques. Nous parlons volontairement de topologies à flux réglable car effectivement, il existe d'autres alternatives aux structures double excitation. Nous pouvons énoncer trois grands groupes de machines électriques permettant de régler le flux d'excitation :

- Les structures à double excitation ;
- Les topologies permettant un défluxage mécanique ;
- Et enfin, des méthodes plus originales qui ne rentrent pas dans les catégories précédentes.

Parmi les approches de classifications des structures à double excitation, certains auteurs choisissent de différencier structures 2D ou 3D [61][87], d'autres par le fait qu'elles soient dans une configuration série ou parallèle [2], et enfin d'autres préfèrent différencier les topologies par la position des deux sources [71][66].

Afin de proposer une classification des topologies à flux réglables qui permette d'avoir une vue générale des topologies que l'on peut retrouver dans la littérature, nous proposons l'organigramme de la Figure 1.4.

Par ailleurs, cette classification est plus qu'utile car elle permet de mettre en évidence les topologies en adéquation avec la contrainte industrielle forte que constitue l'excitation statique (les deux sources, aimants permanents et excitation bobinée, sont localisées au stator).

1.4 Structures à double excitation

1.4.1 Configuration série

Tout d'abord, les structures à double excitation série qui sont moins largement étudiées dans la littérature. En effet, nous avions mis en évidence, dans la première partie de ce chapitre, le risque potentiel de démagnétisation des aimants dans ces structures, et une mauvaise efficacité en terme de contrôle du flux à cause de la réluctance $\Re_{ext}$ élevée de la bobine de double excitation. Cependant, certains auteurs proposent des études sur ces topologies.

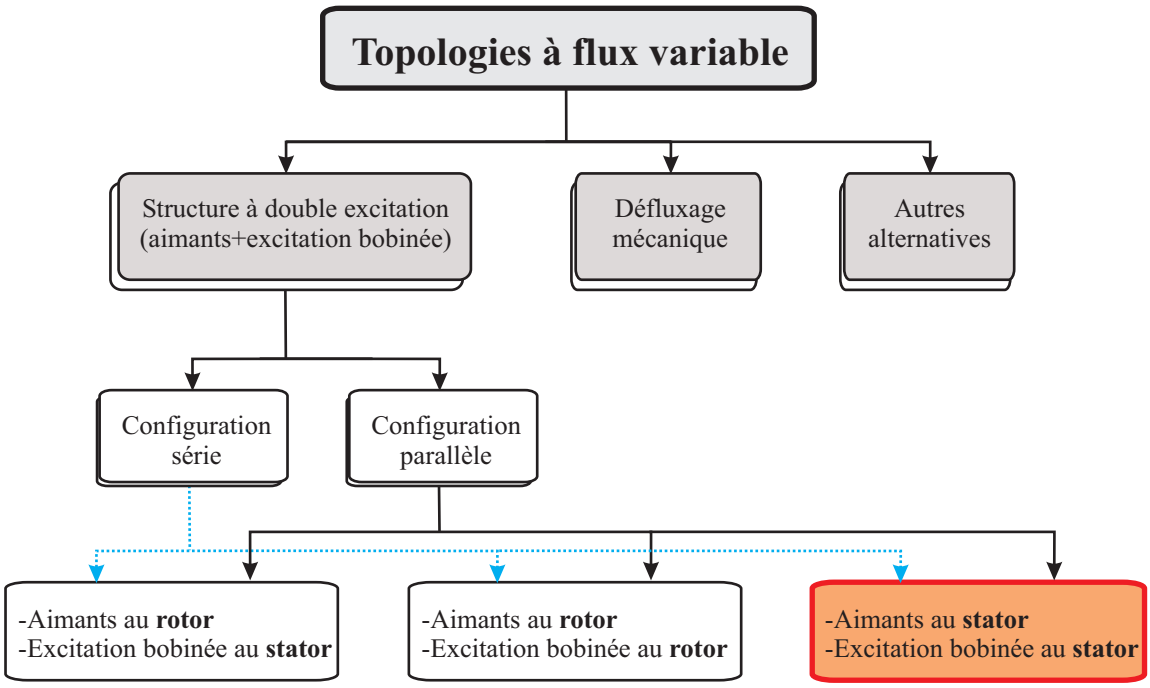


FIGURE 1.4: Organigramme de classification des topologies à flux variable

Les deux sources de champ magnétique au rotor Dans la référence [26], une structure à double excitation basée sur une machine synchrone à rotor saillant à excitation bobinée avec les aimants permanents (*DESM : Doubly Excited Synchronous Machine*) est proposée. Peu de références pour cette catégorie car en plus des problèmes évoqués précédemment, il faut noter aussi que la bobine inductrice est mobile. Il faut donc un système additionnel de bagues-balais qui est à la fois pénalisant au niveau du coût du système mais aussi vis-à-vis de l'entretien et de la fiabilité.

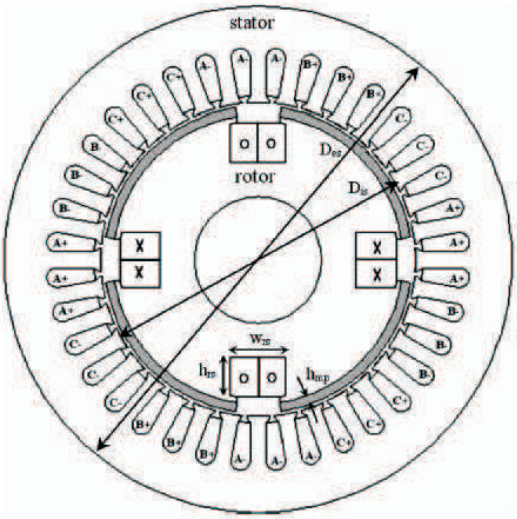


FIGURE 1.5: Structure proposée dans [26] : machine synchrone à rotor saillant à excitation bobinée avec les aimants permanents (*DESM : Doubly Excited Synchronous Machine*)

Une source de champ magnétique statique et une source tournante Par pure logique, la source statique est bien souvent la bobine d'excitation, et la source tournante les aimants. On évite ainsi l'utilisation des systèmes de bagues et de balais afin d'alimenter la bobine inductrice. Dans la référence [45], un moteur pas à pas hybride (*Hybrid Stepper Machine*) est proposé. La structure est relativement complexe (cf. Figure 1.6) avec un aimant annulaire magnétisé suivant l'axe z et intercallé entre deux rotors dentés. Les bobines de double excitation sont statiques et toroïdales. Des culasses de fermeture du flux axiales permettent un rebouclage du

flux de double excitation à travers le rotor et la culasse statorique. Ces culasses, compte tenu de la nature tridimensionnelle du flux, sont réalisées en matériaux SMC (*Sheet Moulding Compounds*).

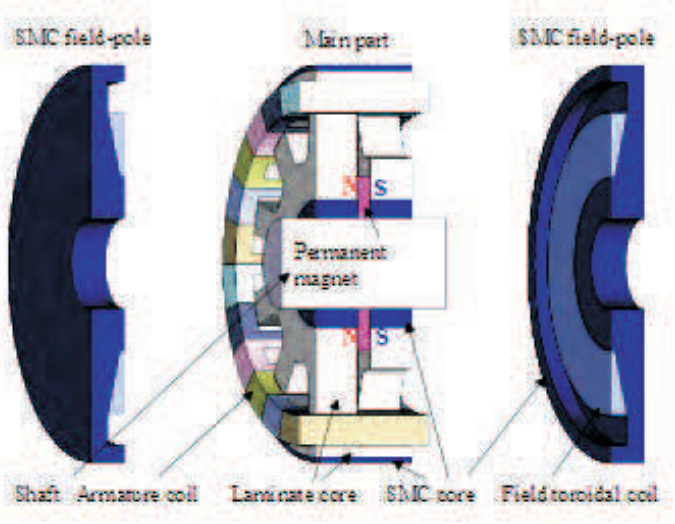
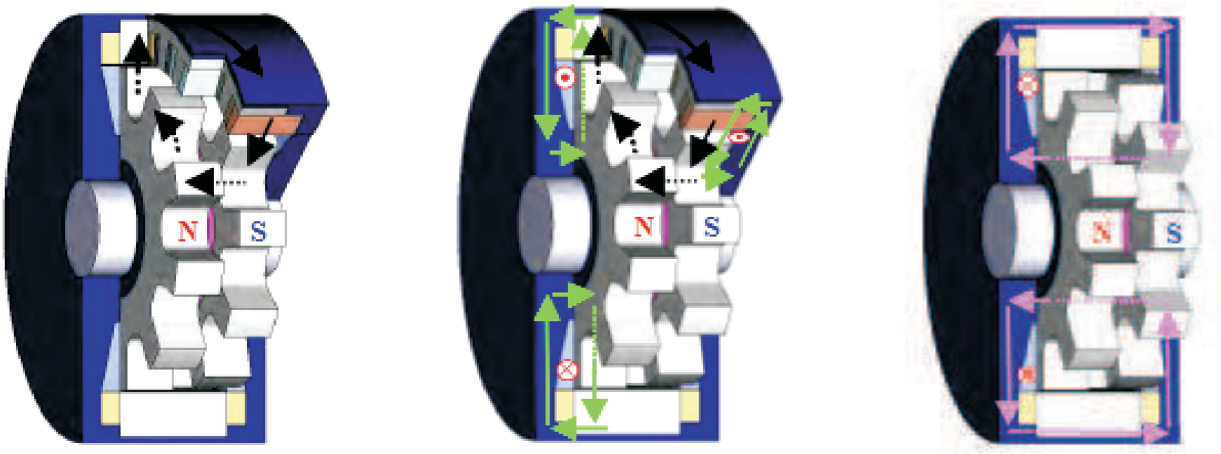


FIGURE 1.6: *Hybrid Stepper Machine* proposée dans [45]

Comme explicité dans la référence [68], suivant le sens d'alimentation des bobines de double excitation, nous passons d'une configuration série (défluxage ou *field weakening*) à une configuration parallèle (surfluxage ou *field stengthening*) (cf. Figure 1.7). Il faut remarquer que pour cette machine, il n'y a pas de risques de démagnétisation des aimants dans la configuration série. En effet, en cas de défluxage, le champ créé par la bobine d'excitation est orienté dans le même sens que celui de magnétisation des aimants. La force magnétomotrice d'excitation a pour effet de favoriser un autre passage pour le flux des aimants, augmentant les fuites de ces derniers, et diminuant globalement le flux inducteur.



(a) Sans courant d'excitation (b) Avec courant d'excitation positif (c) Avec courant d'excitation négatif

FIGURE 1.7: Action du bobinage d'excitation dans la structure *Hybrid Stepper Machine*

Les deux sources de champ magnétique statiques Une première structure hybride comportant les deux sources de champs au stator est dérivé de la machine à réluctance variable (MRV) excitée par des aimants permanents ou *Doubly Salient Permanent Magnet Machine* (DSPM) [50][49]. Le rotor est un rotor classique de machine à réluctance variable (saillant) et ne comporte donc aucunes sources magnétiques. Différentes hybridations de la machine originelle de Lipo ont été proposées dans la littérature.

Dans les références [48][47], un aimant annulaire, magnétisé radialement et directement inséré dans la culasse

statorique vient polariser 3 dents statoriques (bobinage triphasé sur dent) (cf. Figure 1.8). Le bobinage de double excitation est circonférentiel. La structure est bidimensionnelle, et le champ créé par le bobinage de double excitation est bien en série avec celui des aimants. Dans [13], les auteurs proposent une structure similaire avec aimantation radiale.

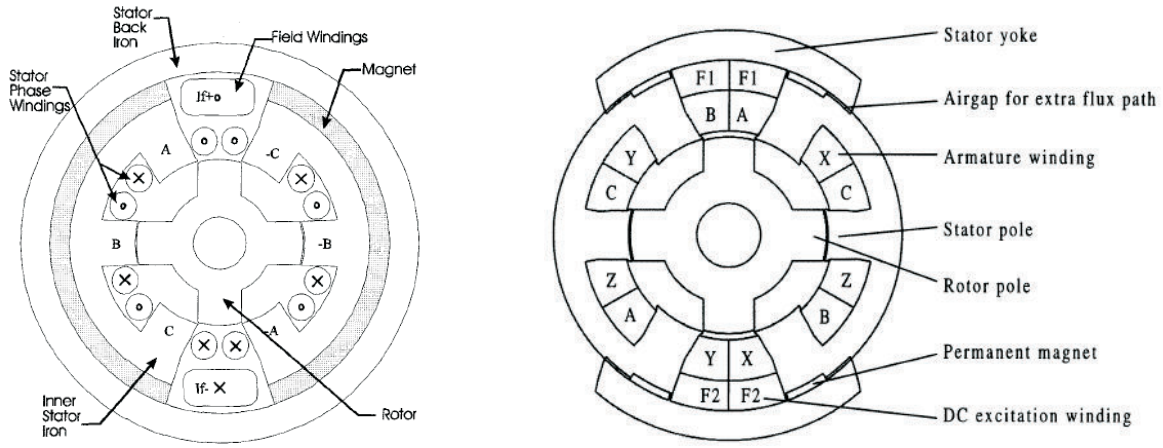


FIGURE 1.8: Structure *DSPM* proposée dans [48][47] (a) et la variante proposée dans [13] (b)

Les auteurs de [212][213], propose une structure similaire où l'aimant reste dans la culasse statorique mais magnétisé tangentiellement (comme pour le structure originelle de Lipo) (cf. Figure 1.9). Le bobinage d'excitation est directement disposé sous l'aimant qui est inséré dans la culasse statorique . Les mêmes auteurs proposent une alternative [213] au problème de la configuration série en rajoutant un court-circuit magnétique afin que les ampères.tour consommés par la double excitation soient plus faibles. La méthode se montre efficace à la fois en surfluxage ou en défluxage.

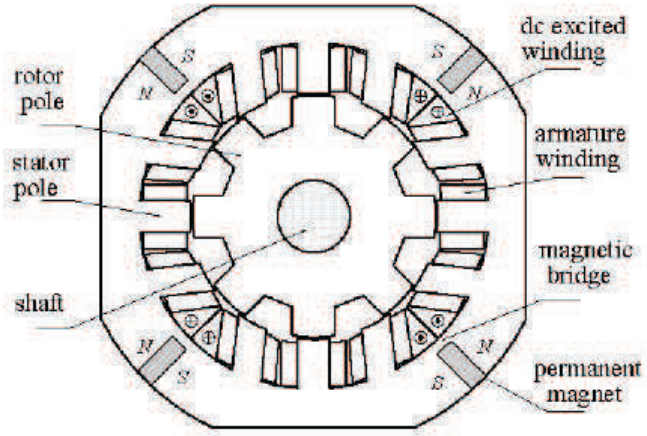


FIGURE 1.9: Structure *DSPM* proposée dans [212][213]

1.4.2 Configuration parallèle

Ces topologies à configuration parallèle sont plus largement étudiées dans la littérature. Nous reprendrons la même classification que pour les configurations séries suivant le positionnement des sources de champ magnétique.

Les deux sources de champ magnétique au rotor Il s'agit des topologies parallèles les moins documentées là-encore à cause du système bagues-balais venant alimenter la bobine inductrice et pénalisant la solution dans son ensemble. On distingue trois grands types de structures hybrides possédant les sources au rotor.

La référence [54] présente une machine synchrone à rotor saillant classique avec une alternance de pôles excités par des aimants permanents en surface ou bobinés (cf. Figure 1.10). Il s'agit de la variante de la configuration série présentée précédemment [26] mais cette fois-ci en configuration parallèle. Cette structure est peu intéressante d'un point de vue couple volumique car les pôles excités par des aimants sont remplacés par des pôles bobinés. A noter la référence [25] où une machine synchrone à aimants enterrés hybrides est étudiée, ou encore les brevets [76] et [59] qui exploitent la concentration de flux sur les pôles aimantés.

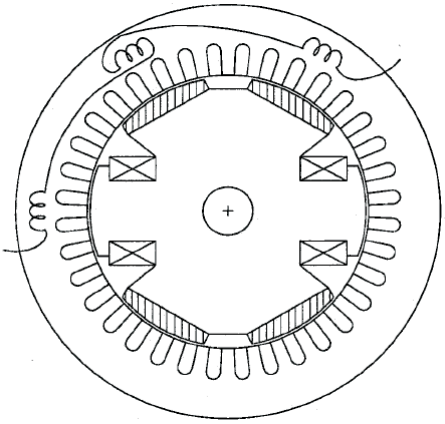


FIGURE 1.10: Structure proposée dans [54] : machine synchrone à rotor saillant avec une alternance de pôles excités par des aimants permanents en surface ou bobinés

Une deuxième catégorie de machine avec toutes les sources au niveau du rotor est à signaler. Dans la référence [60], une machine synchrone classique est présentée (cf. Figure 1.11). Le stator reste identique, en revanche sur l'arbre de la machine, on retrouve un rotor bobinée et un rotor à aimants.

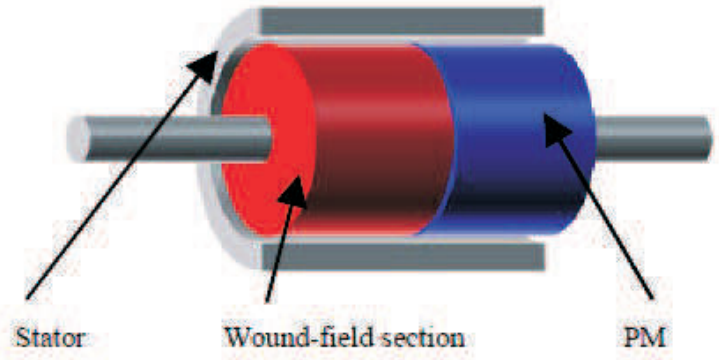


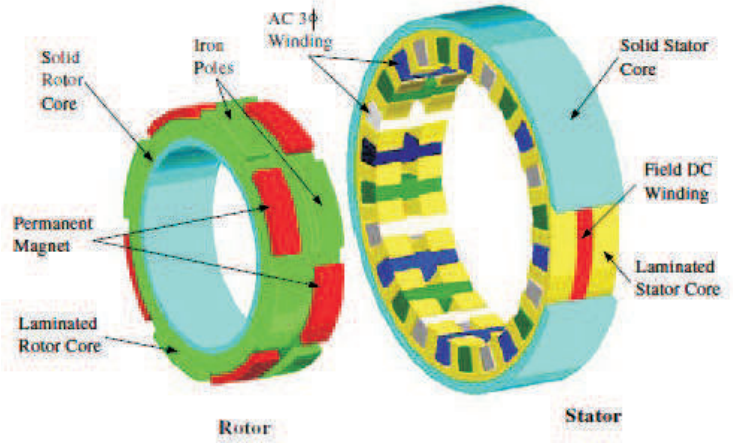
FIGURE 1.11: Structure proposée dans [60] : machine synchrone avec un rotor bobiné et un rotor à aimants

Enfin, il y a les machines à griffes avec la bobine centrale au niveau du rotor qui est tournante et des aimants inter-griffes [42].

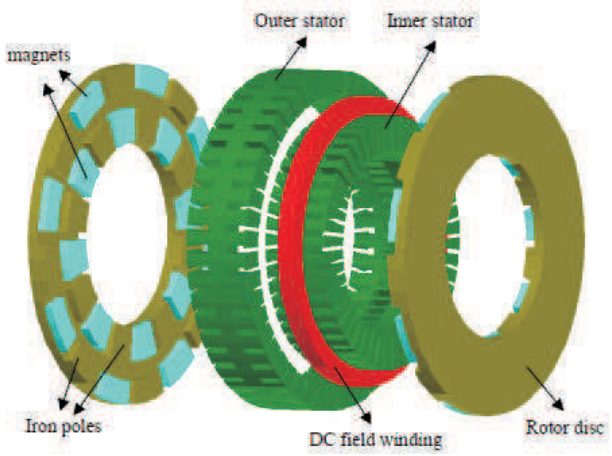
Une source de champ magnétique statique et une source tournante Dans ces structures, nous rencontrons bien souvent des topologies relativement complexes à réaliser avec des trajets de flux tridimensionnels. En effet, ces structures possèdent généralement les aimants au niveau du rotor. Le bobinage d'excitation étant lui statique (bobine toroïdale), on fait souvent appel à des culasses de fermetures axiales permettant un bouclage du flux d'excitation. Nous allons voir que les trajets du flux deviennent rapidement complexes.

Les machines à pôles conséquents ou *Consequent Pole Permanent Magnet Machine* (CPPM) représentent un premier groupe de structures (cf. Figure). Elles ont été proposées par la même équipe de recherche à la fois en version radiale [78][77] ou axiale [6][5]. Ces machines possèdent alternativement des pôles aimantés (Nord-Sud) et des pôles en fer pur (massifs). Le stator est scindé en deux parties distinctes qui viennent enfermer un bobinage

de double excitation toroïdal. Ces structures sont extrêmement complexes d'un point de vue structurel, mais fonctionnelles à en juger par les résultats présentés. A noter la référence [39], où une variante est présentée avec une partie du pôle aimanté qui est remplacée par du fer pur (massif).



(a)



(b)

FIGURE 1.12: Structure à pôles conséquents proposée dans [78][77] en version radiale (a) et dans [6][5] en version axiale (b)

Nous distinguerons aussi les machines homopolaires (ou unipolaires) et bipolaires à bobinage global. Une première structure homopolaire [2][84] avec un rotor comportant deux collecteurs de flux rotoriques avec et sans griffes (matériau massif), et des aimants imbriqués radialement et axiaux, entourant un empilage de tôles. Cette structure est uniquement unipolaire à cause des aimants axiaux. Dans les références [82][81] (cf. Figure 1.13), deux autres structures uni- ou bipolaires sont proposées et comparées à la structure [84]. Ces deux dernières se différencient de la première car elles ne possèdent pas d'aimants axiaux. Leurs rotors est un rotor classique de machine à concentration de flux avec des collecteurs de flux latéraux. Le passage de la configuration unipolaire à bipolaire se fait par action sur les bobines d'excitation (inversion du courant d'excitation sur une des deux bobines.) Là-encore, il faut noter une certaine difficulté en terme de réalisation, néanmoins de bonnes performances sont obtenues comparativement à une machine synchrone classique à aimants enterrés [31]. On notera aussi la machine hybride à circuit imbriqué qui possède elle aussi une bobine annulaire statique [3]. Son rotor possède deux parties isolées magnétiquement, la première permettant un passage du flux d'excitation créé par une bobine fixe et la seconde comportant un circuit magnétique magnétisé par des aimants. La topologie présentée est très complexe à réaliser, et fait figure plutôt de preuve de fonctionnement.

Les machines à griffes avec une bobine d'excitation statique représentent un autre groupe . Bien que statique, la bobine d'excitation reste toujours dans le rotor. Les aimants permanents sont disposés entre les griffes

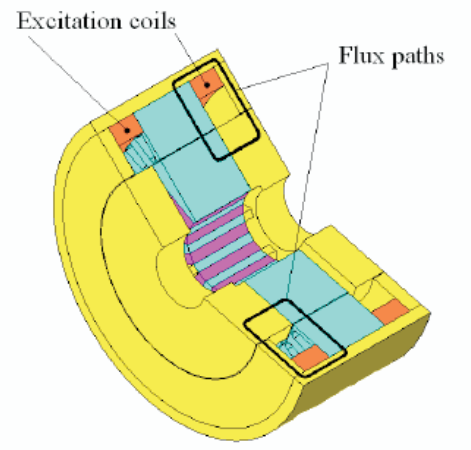


FIGURE 1.13: Structure proposée dans [81] : machine synchrone avec un rotor à concentration de flux, bobinage toroïdal d'excitation et culasses de fermeture axiales

rotoriques [12][19][62].

La machine dite HSUB pour *High-Strength Undiffused Brushless Machine* est atypique de par son fonctionnement. Peu documentée dans la littérature, son principe de fonctionnement pour une structure axiale est explicité dans la référence [37], et son fonctionnement à haute vitesse dans une structure radiale est exploré dans [36]. Dans cette structure, des aimants qui se trouvent au niveau du rotor, permettent de favoriser ou non le flux de fuite de la bobine d'excitation. Cela permet d'assurer un contrôle du flux d'excitation. On est là encore plutôt sur une idée originale mais pas forcement industrialisable.

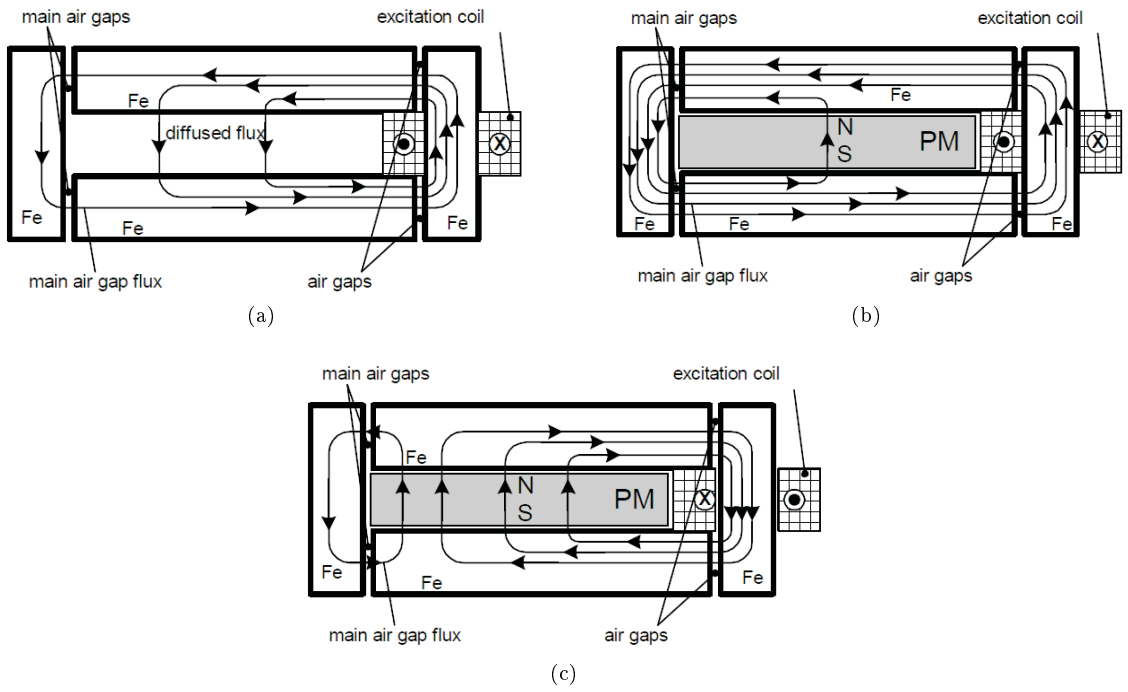


FIGURE 1.14: Structure *High-Strength Undiffused Brushless Machine* proposée dans [37]

Finalement, on citera la structure [83] qui est la duale de la structure [60] mais avec une excitation statique. Le rotor est scindé en deux avec un rotor classique à aimants et un rotor saillant magnétisé par une bobine d'excitation annulaire et statique. A noter la présence d'un entrefer additionnel qui pénalisera forcement un peu l'excitation bobinée.

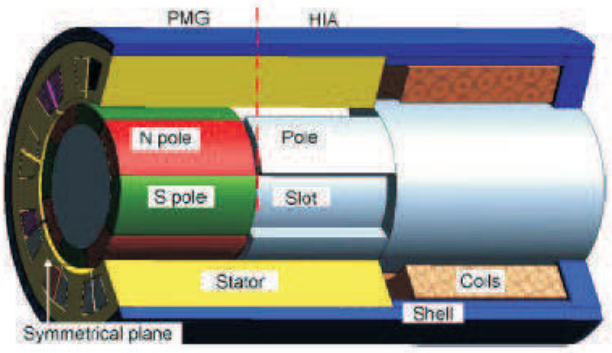


FIGURE 1.15: Structure proposée dans [83] : machine synchrone avec deux rotors, un à aimants et un autre bobiné mais avec un bobinage d'excitation statique

Les deux sources de champ magnétique statiques Ces structures nous intéresserons particulièrement car elles possèdent toutes les sources de champ magnétique au stator. Cela concorde bien avec le contexte industriel de ce travail de thèse. On distingue trois topologies de machines hybrides en configuration parallèle et possédant toutes les sources au stator :

- Les machines à réluctance variable excitées mais en configuration parallèle ;
- Les machines à commutation de flux (MCF) ou *Flux-Switching Machines* ;
- Enfin, les machines à double stator hybrides ou *Doubly-Excited Permanent-Magnet Brushless Machine.*

Certaines topologies à réluctance variable excitées par des aimants et possédant des bobinages de double excitation ont été proposées en configuration parallèle [14][15][213][121] (cf. Figure 1.16). Ces structures possèdent toutes des trajets de flux bidimensionnels. Une topologie tridimensionnelle, se basant toujours sur une MRV excitée, avec des bobines toroïdales latérales qui permettent de contrôler le flux d'excitation des aimants est proposée dans [53].

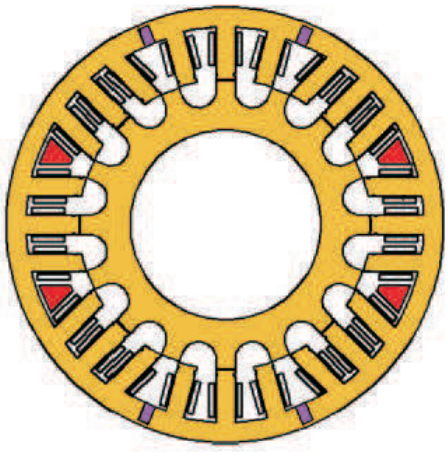


FIGURE 1.16: Structure MRV excitée double excitation proposée dans [14][15][213][121]

Le deuxième ensemble regroupe les structures basées sur le principe de commutation du flux [32]. Nous ne détaillerons pas particulièrement ces machines car nous proposerons un état de l'art dédié aux machines à commutation de flux dans la Chapitre 4. En effet, nous y proposerons une nouvelle topologie hybride à commutation de flux. Ce sera donc l'occasion de la positionner dans l'état des recherches actuelles. Dans la suite de ce chapitre, nous nous concentrerons sur la topologie décrite dans [33].

Ces deux dernières topologies, MRV excitée hybride et MCF hybride, possèdent deux avantages, à savoir un rotor saillant susceptible de fonctionner à haute vitesse, et les sources au niveau du stator facilitant leur refroidissement. En revanche, il faut signaler que l'ajout d'un bobinage de double excitation va forcement pénaliser le couple massique de ces machines.

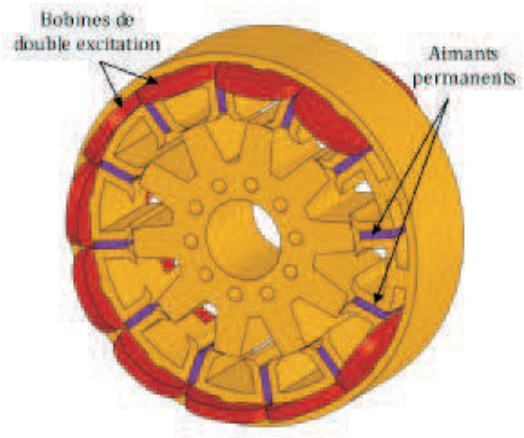


FIGURE 1.17: Structure à commutation de flux double excitation proposée dans [33]

On signalera aussi la structure à double stator hybride proposée dans la référence [160]. Cette dernière topologie est plus complexe avec un rotor externe, et deux stators. Le stator interne possède des aimants permanents magnétisés radialement et des bobinages de double excitation. L'induit est disposé quant à lui sur un stator externe.

1.5 Les topologies à défluxage mécanique

Nous abordons maintenant des structures permettant un contrôle du flux mécaniquement. Ces topologies sont généralement excitées par des aimants permanents. On retrouve dans la littérature différentes alternatives pour défluxer mécaniquement :

- Les machines avec parties rotatives au stator ou au rotor ;
- Des machines avec un ajustement axial de l'entrefer ;
- Finalement, des structures avec flux de fuite contrôlable ou avec des barrières de flux.

Dans les références [11][21], les auteurs proposent un actionneur axial comportant deux rotors entourant un stator sans fer. Les deux rotors peuvent être désalignés afin que le flux embrassé par l'induit soit moindre. Une version duale a été proposée par les mêmes auteurs [22][10], mais cette fois-ci, c'est le stator qui est scindé en deux sections que l'on peut déphaser mécaniquement. La solution où les deux rotors sont désaxés semble être la plus judicieuse d'un point de vue industriel [20].

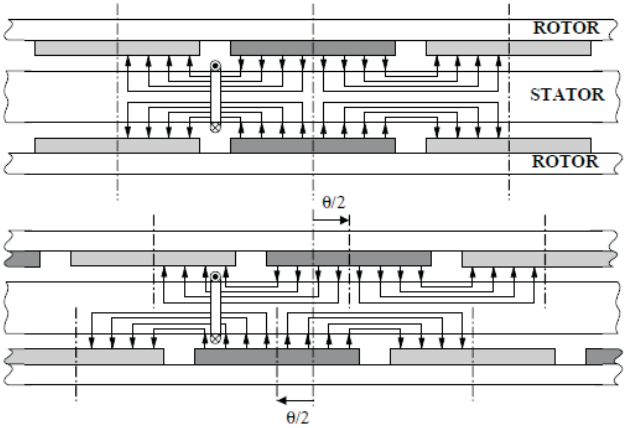


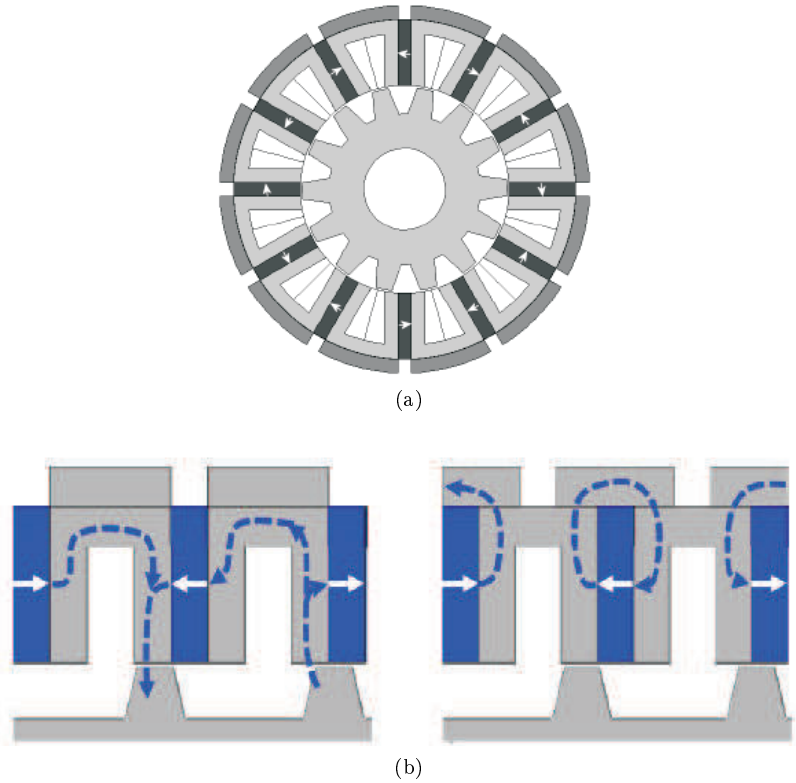
FIGURE 1.18: Structure axiale permettant un defluxage mécanique proposée dans [21]

D'autres topologies avec déplacement du rotor sont proposées par ailleurs. Dans la référence [88], une machine synchrone à aimants en surface avec un double rotor est décrite. L'arbre de cette machine est doté d'un pas

de vis autorisant un écartement des deux rotors tout en désalignant les pôles. Encore, dans la référence [72], on retrouve une machine synchrone avec deux rotors à aimants en surface. Les deux rotors sont séparés par une pièce ferromagnétique mobile qui permet de court-circuiter plus ou moins le flux des aimants. Enfin, dans [43], l'auteur propose une machine synchrone à aimantation radiale avec deux couches d'aimants qui peuvent être déplacées l'une par rapport à l'autre. On est là sur des concepts relativement complexes d'un point de vue mécanique.

Une autre solution afin d'obtenir un défluxage mécanique réside dans l'ajustement de l'entrefer. Les auteurs de [28] propose un actionneur sur ce principe pour un vélo électrique où l'entrefer serait ajustable en utilisant la force centrifuge.

Des structures avec des parties mobiles qui viennent favoriser le flux de fuite constituent un troisième groupe. Dans la référence [55], une machine synchrone à aimants enterrés avec des culasses axiales amovibles est proposée. D'autres structures ont été modifiées avec des court-circuits magnétiques mécaniquement ajustables. Dans [24], trois alternatives pour défluxer mécaniquement la MRV excitée par des aimants sont brevetées. Encore dans la référence [67], la machine à commutation de flux à aimants est court-circuitée magnétiquement par une culasse statorique externe mobile.

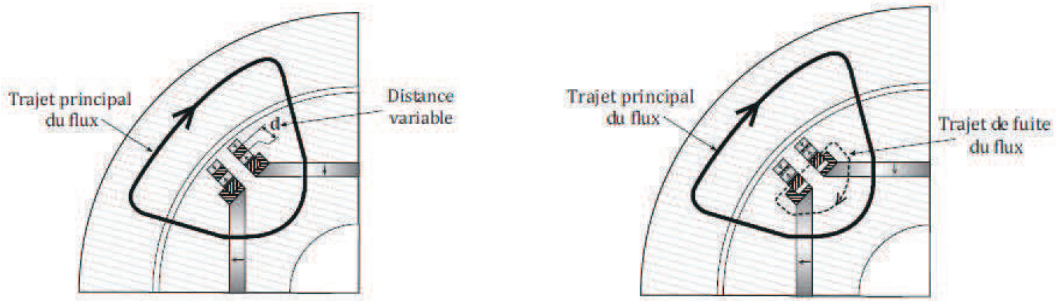


(a)

(b)

FIGURE 1.19: Structure à commutation de flux à aimant avec culasse externe mobile de court-circuit proposée dans [67]

Certains auteurs proposent d'augmenter les fuites des aimants dans des machines synchro-réluctance à aimants avec barrière de flux (ou *Interior Permanent Magnet Flux Barrier Machine*). Dans les références [56][55], les pièces ferromagnétiques sont insérées mécaniquement dans les barrières de flux dans l'axe q. Dans la référence [7], les auteurs proposent d'utiliser deux aimants en répulsion maintenant une pièce ferromagnétique entourée aux basses vitesses par un corps amagnétique (toujours dans les fentes d'axe q). Lorsque la vitesse augmente, la force centrifuge devenant plus importante que les forces de répulsions, la pièce ferromagnétique se déplace radialement, autorisant alors des fuites de l'aimant (cf. Figure 1.20).



(a) (b)

FIGURE 1.20: Structure synchro-réluctante avec pièces mobiles dans l'axe q proposée dans [7] : à basse vitesse (a) et à haute vitesse (b)

1.6 Autres alternatives

Une première solution proposée dans [75] consiste à modifier le nombre de spires de la machine synchrone. L'auteur utilise deux systèmes triphasés qu'il connecte en série ou en parallèle pour contrôler indirectement le flux de la machine.

Les machines synchro-réluctante "hybride" ou BEGA (*Biaxial Excitation Generator for Automobile*) sont proposées dans les références [70][9]. Bien que ces machines possèdent des aimants permanents au rotor et une bobine de double excitation, nous ne les avons pas classées parmi les structures à double excitation. En effet, les aimants dans cette structure, bien souvent des ferrites, ne sont là que pour annuler le flux de fuite d'axe q. Les aimants n'interviennent pas dans la création du couple.

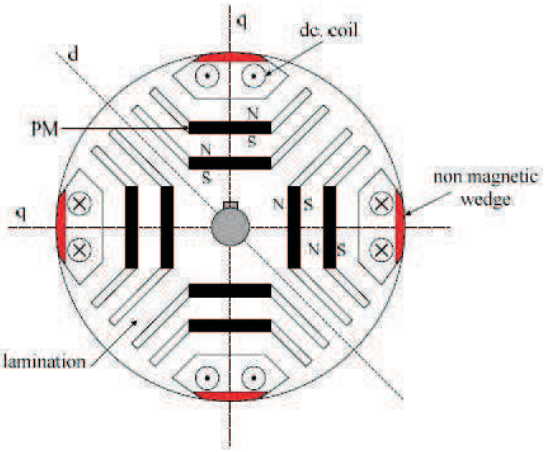


FIGURE 1.21: Structure BEGA (*Biaxial Excitation Generator for Automobile*) proposée dans [70][9]

Finalement, les machines à mémoire de flux ou *Memory Motor* (ou encore *Flux Mnemonic Motor*) sont proposées dans les références [64][63][86]. Ces structures utilisent des nuances d'aimant AlNiCo qui peuvent être facilement démagnétisées ou remagnétisées en utilisant une brève impulsion de courant dans l'axe d. Encore, la combinaison avec des aimants NdFeBr est respectivement détaillée dans les références [52] et [85].

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons proposé un état de l'art des structures à double excitation aussi exhaustif que possible. Après avoir rappelé la principale différence entre structrure double excitation série et parallèle, nous avons détaillé le contexte industriel dans lequel s'est déroulé ce travail de thèse. Nous avons ensuite proposé un critère de classification des topologies à flux réglable en considérant la disposition des sources de champ magnétique. Cette classification nous a permis de déterminer rapidement les structures potentiellement

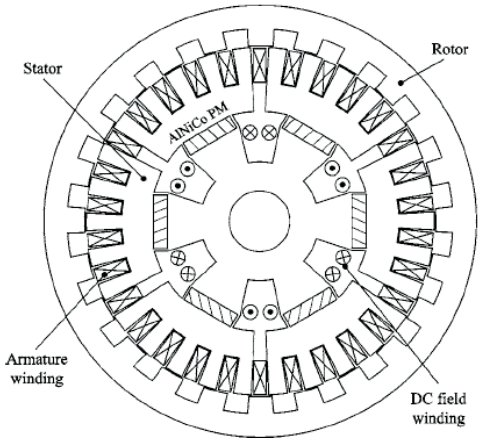


FIGURE 1.22: Structure à mémoire de flux ou *Memory Motor* (ou encore *Flux Mnemonic Motor*) proposée dans [64][63][86]

candidates à la fonction. Parmi elles, une structure à double excitation développée au SATIE (cf. Figure 1.17) a retenu notre attention. Elle sera l'objet du chapitre suivant.

2

Principe de fonctionnement de la topologie à commutation de flux double excitation

La topologie que nous étudierons dans cette partie est une machine à commutation de flux (MCF) double excitation. Cette structure, inventée au laboratoire SATIE, a fait l'objet d'un brevet [34] et de diverses publications [33][35]. Sur la Figure 2.1, une vue 3D de cette topologie MCF double excitation 24 pôles - 20 dents avec :

- les sources de champ magnétique, *i.e.* 24 aimants permanents et le bobinage d'excitation, au stator. Le bobinage de l'induit est un bobinage sur pôle. Chaque pôle comporte un aimant permanent magnétisé tangentiellement et maintenu entre deux dents statoriques. Ce pôle constitue ce que l'on appelle la *cellule de commutation*. Les bobines d'excitation sont disposées en amont de l'induit.
- le rotor est similaire à celui d'une machine à réluctance. Il possède dans le cas de la structure étudiée 20 dents. La structure simple du rotor est particulièrement intéressante pour fonctionner aux hautes vitesses.

Nous commencerons par rappeler le principe de commutation du flux dans un premier temps. Ensuite, nous détaillerons le fonctionnement de la MCF double excitation de la Figure 2.1 au moyen de simulations EF 2D. Nous avions classé cette structure dans la catégorie des machines en configuration parallèle et nous justifierons ceci par la suite. L'influence de la rémanence des aimants sur le principe de fonctionnement de cette machine sera particulièrement explorée. Aussi, nous le disions en introduction, nous mettrons en évidence un fort phénomène de saturation sur cette topologie. Les difficultés que cela entraine au niveau du dimensionnement seront mises en exergue par un comparatif avec des résultats expérimentaux. Finalement, une caractérisation des tôles sous haute fréquence et fort champ magnétique sera proposée afin d'analyser plus finement ces problèmes.

2.1 Le principe de commutation du flux magnétique d'entrefer

Le principe de la commutation du flux magnétique a été proposé dans les années 50 [181]. Ce n'est que dans les années 90 qu'une version triphasée fût proposée (voir Chapitre 2 pour un état de l'art détaillé sur les MCF).

Sur la Figure 2.2, nous proposons une vue linéarisée de la cellule de commutation. Cette cellule comporte un aimant permanent magnétisé suivant l'axe x et entouré par deux pièces ferromagnétiques statoriques en forme de U inversé. Contrairement au machine à reluctance variable, le flux embrassé par la phase n'est pas unipolaire mais bipolaire. En effet, la translation du rotor engendre une modification des trajets de flux dans le stator, comme on peut voir sur les Figures 2.2.(b) et (d). Le flux de la bobine A passe par une valeur maximale positive et minimale négative (cf. 2.3) simplement par la translation du rotor qui vient favoriser le passage du flux dans l'une ou l'autre des pièces ferromagnétiques entourant l'aimant.

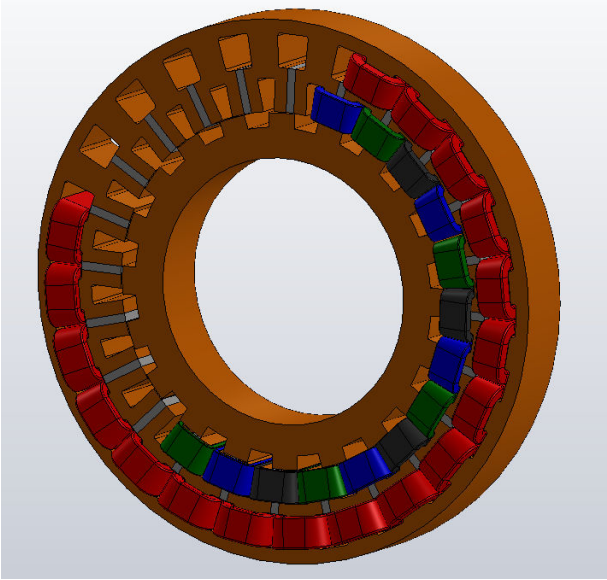


FIGURE 2.1: Vue 3D de la structure à commutation de flux à double excitation

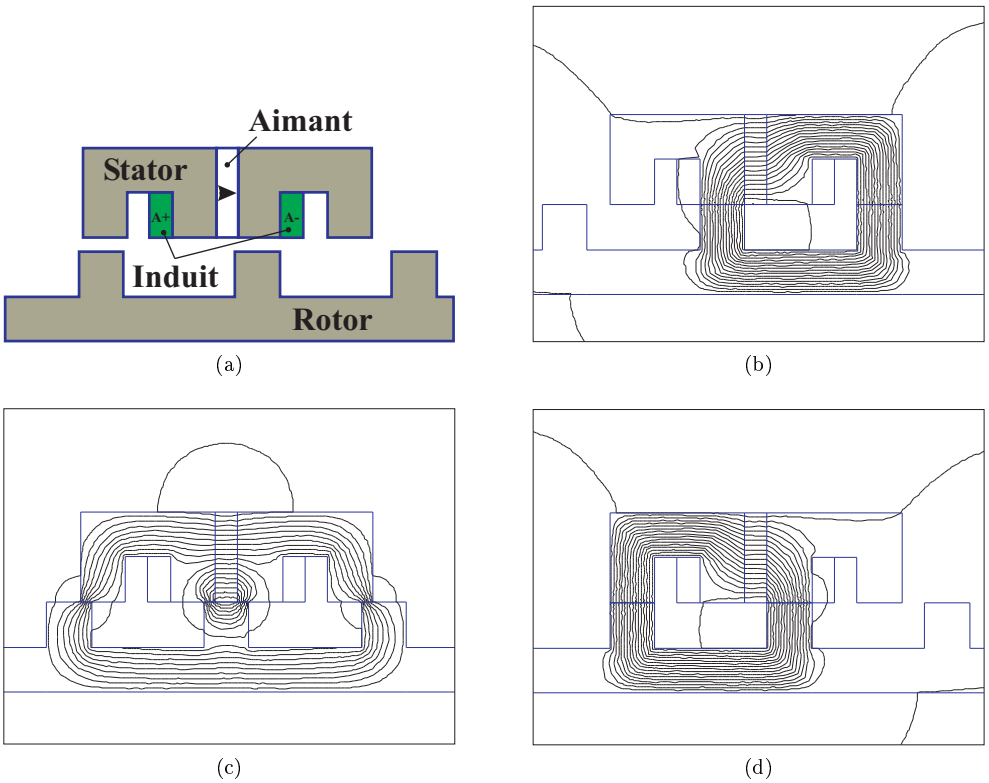


FIGURE 2.2: Principe de la commutation du flux magnétique d'entrefer : (a) Schéma de la cellule de commutation et lignes de champ dans l'axe d (flux maximum) (b), dans l'axe q (c) et pour la position à flux minimum (d)

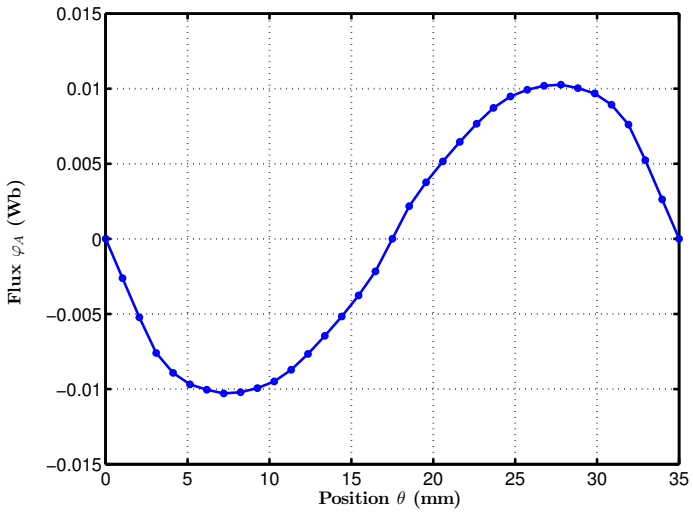


FIGURE 2.3: Evolution du flux φ_A dans la bobine A en fonction de la position θ du rotor

2.2 Genèse de la structure à commutation de flux double excitation

Nous avons présenté dans le paragraphe précédent le principe des machines à commutation du flux. Nous montrerons maintenant comment est née la topologie à double excitation présentée à la Figure 2.1. L'idée étant de faciliter le contrôle du flux d'excitation, impossible dans le cas d'une structure excitée par des aimants, il faut réfléchir à la manière dont la source que représente l'aimant peut être remplacée par un bobinage d'excitation.

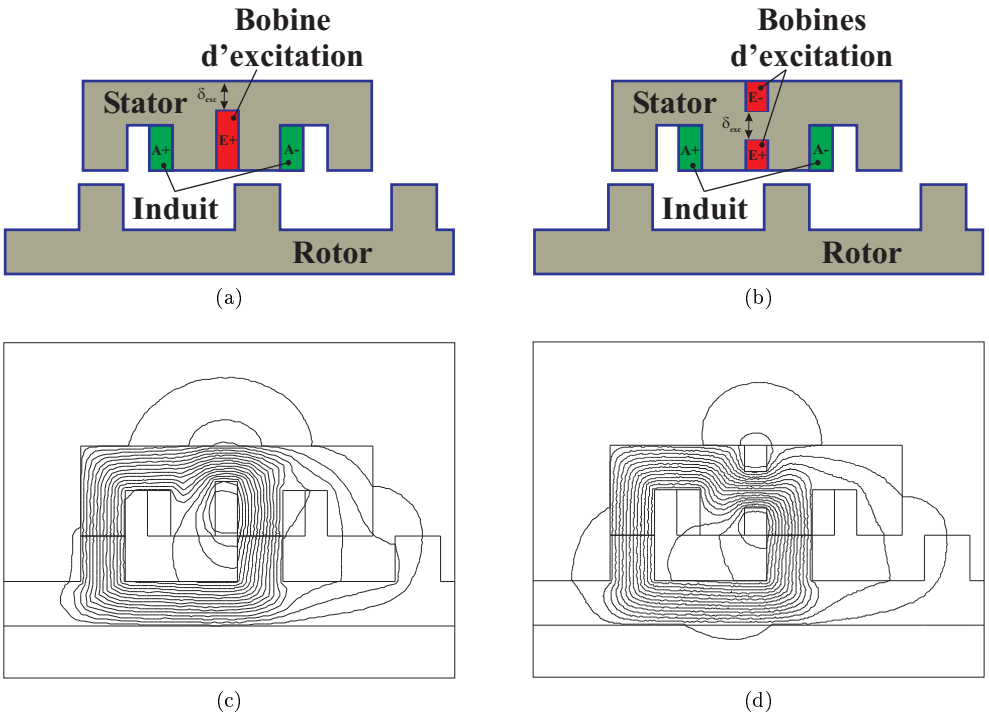


FIGURE 2.4: Configurations bobinées fonctionnant sur le principe de la commutation du flux (a) et (b) et respectivement, les lignes de champ dans l'axe d (flux maximum) (c) et (d) à ampères.tour d'excitation NI_{exc} fixe

Sur les Figures 2.4.(a) et (b), nous proposons deux configurations bobinées permettant de commuter le flux de la même manière que pour la configuration à aimant. On aurait pu imaginer d'autres configurations mais ce sont celles qui viennent naturellement car la localisation de la source du champ est conservée. La principale dif-

férence entre les deux structures reste le nombre de bobines d'excitation nécessaire à la magnétisation du circuit magnétique. Dans la configuration 1 (Figure 2.4.(a)), seulement une "demi-bobine d'excitation" (conducteurs aller par exemple) est nécessaire afin de magnétiser le circuit magnétique. Dans la seconde configuration (Figure 2.4.(a)), une bobine complète est nécessaire (conducteur aller et retour). On pourra parler de bobinage radial. Il est évident qu'une telle configuration n'est pas optimale car les conducteurs retours font face à une très forte reluctance mais surtout ne participent absolument pas à la conversion d'énergie. D'ailleurs, sur la Figure 2.5, où l'on présente les lignes de champs créées quand seulement les conducteurs retours sont alimentés, on peut clairement observer que les conducteurs retours ne créent pas (ou peu) de flux utile.

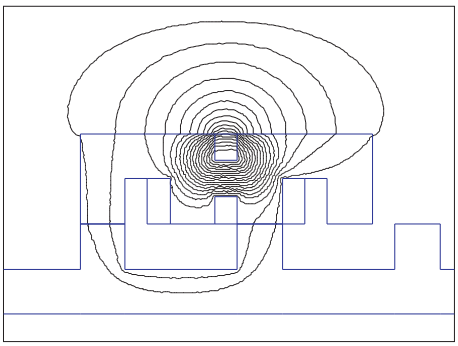
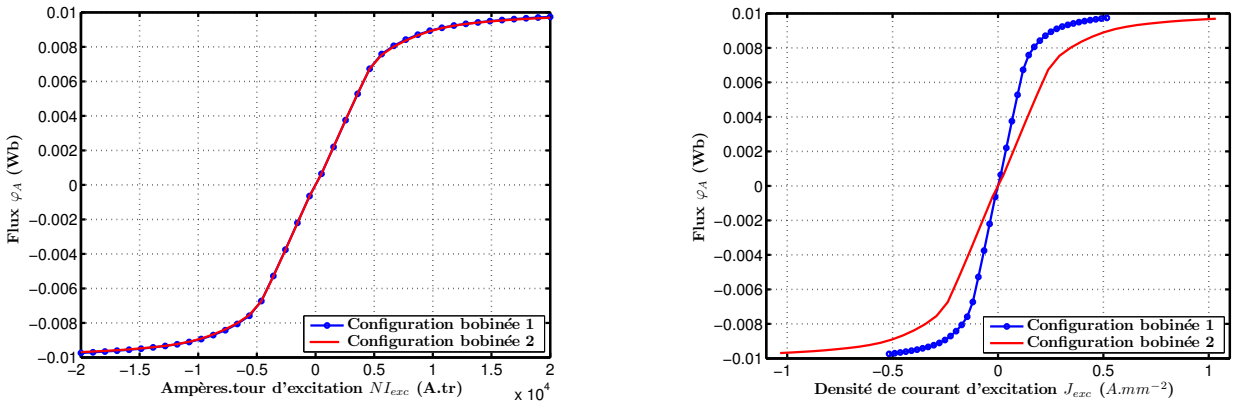


FIGURE 2.5: Lignes de champ créées lorsque seulement les conducteurs retours (externes) sont alimentés

Afin de comparer le plus justement possible les deux configurations bobinées, nous avons conservé la même section de passage du flux au niveau du bobinage (δ_{exc} constant), la même largeur des dents stator et rotor et le même entrefer. Même si sur les Figures 2.4.(c) et (d), les lignes de champ obtenues ne sont pas exactement les mêmes, les flux φ_A embrassés par la phase A sont similaires, à ampères.tour donnés (cf. Figure 2.6.(a)). Même pour de très fortes valeurs de la force magnétomotrice d'excitation NI_{exc}, les flux maximums atteints sont identiques. En revanche, s'il l'on considère l'évolution du flux en fonction de la densité de courant d'excitation J_{exc} (cf. Figure 2.6.(b)) ou encore des pertes Joule associées, la configuration avec bobinage radial est très fortement pénalisée.



(a) (b)

FIGURE 2.6: Evolution du flux maximum dans la phase A en fonction des ampères.tour d'excitation (a) et de la densité de courant d'excitation (b)

Maintenant que nous avons détaillé différentes configurations permettant un contrôle du flux d'excitation, il est facile de proposer une structure hybride utilisant aimants permanents et bobinage d'excitation. Sur la Figure 2.7, nous proposons plusieurs configurations combinant les configurations précédentes simplement excitées par des aimants ou des bobinages.

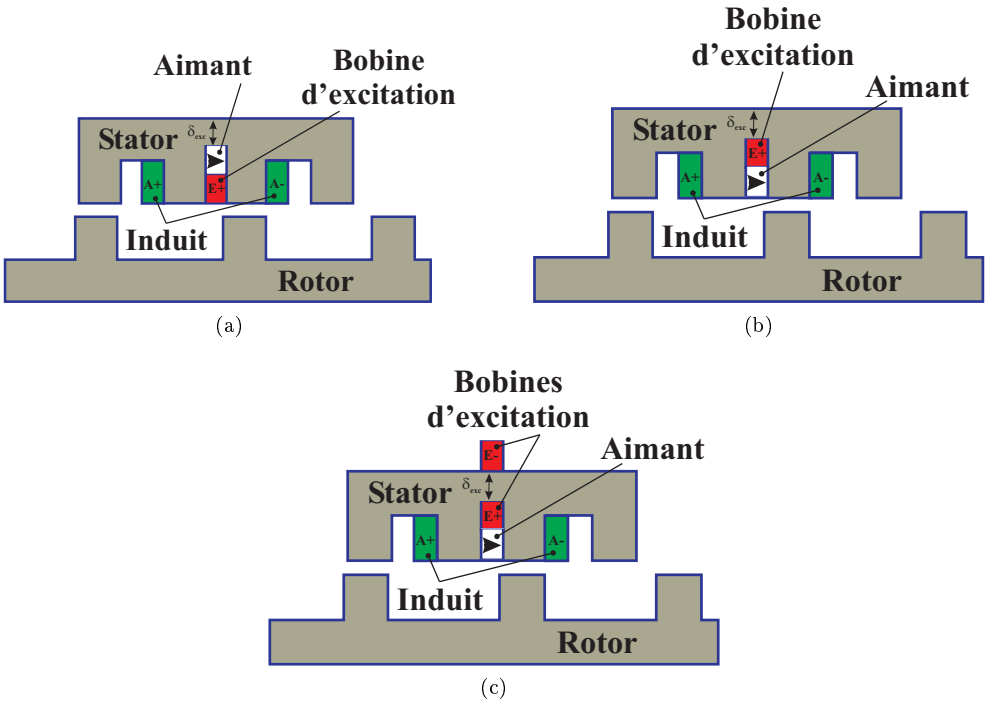
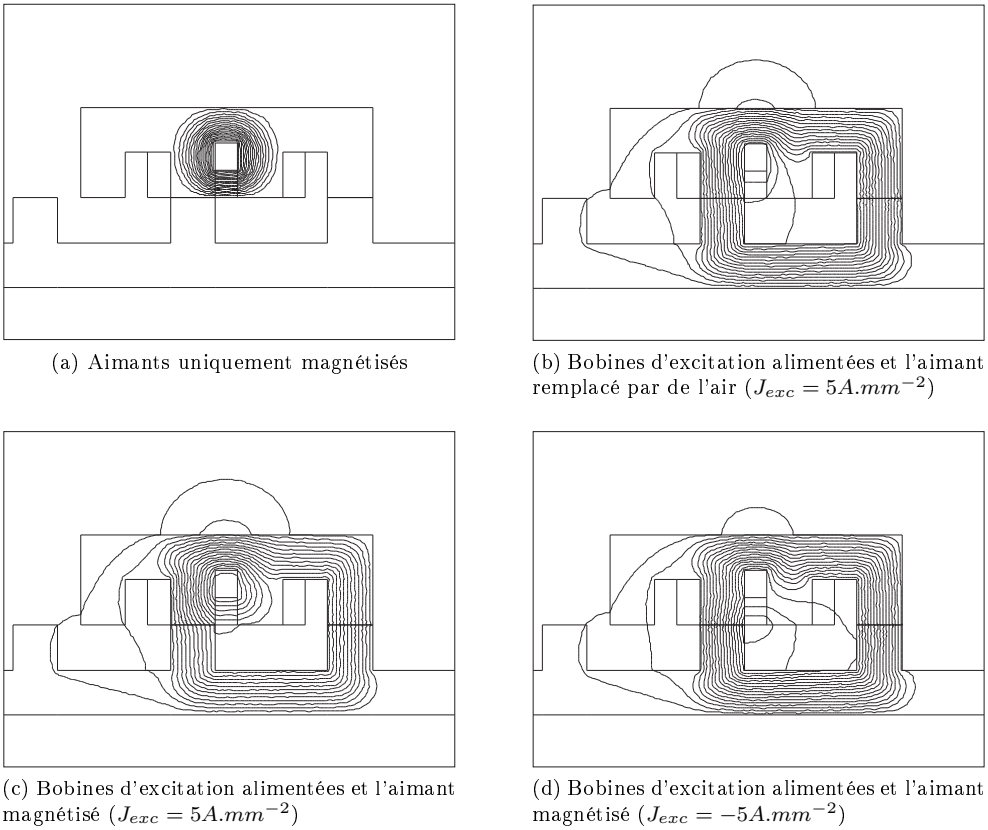


FIGURE 2.7: Schéma de principe de structures hybrides à commutation de flux



(a) Aimants uniquement magnétisés

(b) Bobines d'excitation alimentées et l'aimant remplacé par de l'air ($J_{exc} = 5A.mm^{-2}$)

(c) Bobines d'excitation alimentées et l'aimant magnétisé ($J_{exc} = 5A.mm^{-2}$)

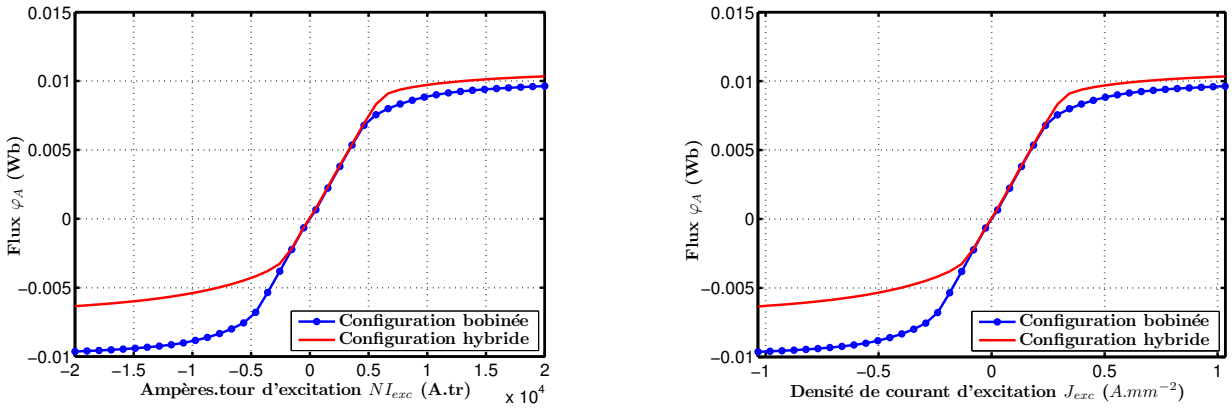
(d) Bobines d'excitation alimentées et l'aimant magnétisé ($J_{exc} = -5A.mm^{-2}$)

FIGURE 2.8: Lignes de champs obtenues par simulations EF 2D sur une cellule élémentaire de machine à commutation de flux hybride pour différentes conditions d'alimentation de la bobine d'excitation

On remarque que les deux premières topologies (Figures 2.7.(a) et (b)) sont duales, avec l'aimant en aval de la bobine d'excitation, et *vice-versa*. La seconde configuration possède l'avantage d'avoir les bobinages d'induit et d'excitation décalés radialement l'un par rapport à l'autre. Cela permet de faciliter la réalisation tout en

diminuant la taille des têtes de bobine. La configuration présentée à la 2.7.(c) a été étudiée dans la référence [74]. Cependant, pour les raisons évoquées précédemment, cette topologie ne semble pas intéressante.

Sur la Figure 2.8, nous représentons la cellule de commutation de flux hybride pour différentes conditions d'alimentation du bobinage d'excitation. Comme l'on peut voir, quand la bobine d'excitation n'est pas alimentée (Figure 2.8.(a)), l'aimant est complètement court-circuité. Le flux dans la phase A est donc nul. Nous montrerons par la suite l'influence du pont magnétique (d'épaisseur δ_{exc}) sur le flux embrassé par la phase. Les lignes de champ obtenues quand on alimente la bobine d'excitation uniquement, l'aimant étant remplacé par de l'air, montre bien qu'il s'agit d'une machine à double excitation à configuration parallèle. Sur les Figures 2.8.(c) et (d), on présente deux cas distincts, correspondant au surfluxage ou au défluxage de la machine.



(a) (b)

FIGURE 2.9: Evolution du flux dans la phase A en fonction des ampères.tour d'excitation NI_{exc} (a) et de la densité de courant (b)

Sur la Figure 2.9, l'évolution du flux maximum en fonction du courant d'excitation est proposé pour la structure hybride et celle bobinée. Comme explicité au préalable, le flux embrassé par la phase pour une force magnétomotrice nulle est lui aussi nul. Comparativement au cas où il n'y a pas d'aimant (excitation bobinée), on remarque que le flux maximum est plus important. Surtout, pour atteindre le même niveau de flux qu'avec l'excitation bobinée, cela nécessite une force magnétomotrice NI_{exc} moindre. Cela signifie que les pertes Joule seront aussi plus faibles pour atteindre le flux maximum. C'est clairement l'adjonction d'aimants permanents dans le circuit magnétique qui permet d'obtenir cet effet. En revanche, nous ne pourrons pas conclure directement sur la manière dont les ampères.tour des aimants et de l'excitation bobinée se combinent.

Concernant, le régime de défluxage, on peut observer, toujours sur la Figure 2.9 que la structure purement bobinée permet de meilleures performances. En effet, dans la structure hybride, le circuit magnétique sera forcément polarisé par l'aimant. Il sera donc moins facile de défluxer.

2.3 Principe de fonctionnement de la structure à commutation de flux hybride

Comme nous le faisions remarquer dans le paragraphe précédent, la consommation des ampères.tour de l'aimant ou de la bobine d'excitation n'est pas encore bien expliquée. En effet, nous avons identifié clairement les trajets des lignes de champ pour chacune des sources de champ (cf. Figure 2.8) mais une question reste entière : *comment se combinent ces sources de champ magnétique ?*

2.3.1 Influence du pont magnétique sur le surfluxage

Afin d'apporter quelques éléments de réponse, nous étudions l'influence de la hauteur du "pont magnétique" sur le fonctionnement de la structure. Nous désignons par "pont magnétique" la zone de fer située en amont de la bobine d'excitation. Nous conservons la cellule élémentaire de la Figure 2.7. Nous avons montré, à la Figure 2.9, que l'hybridation permettait d'améliorer les performances, comparativement à une structure simplement bobinée. Afin de déterminer le potentiel, en terme de flux maximum, de cette structure uniquement excitée par des aimants, nous remplaçons le pont magnétique de court-circuit par de l'air (cf. Figure 2.10).

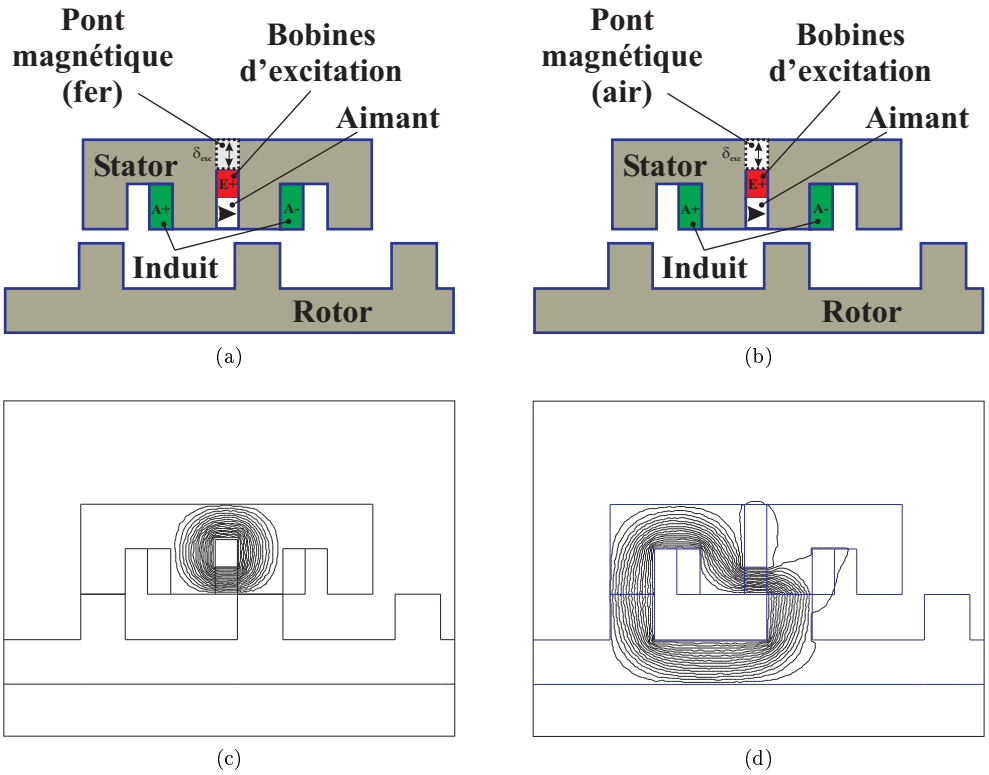


FIGURE 2.10: Schéma de principe de la cellule hybride avec un pont magnétique en fer (a) ou avec de l'air (b) et lignes de champ obtenues (sans l'excitation bobinée) respectivement pour ces deux configurations (c) et (d) afin de déterminer le flux de l'aimant

Comme nous pouvons voir à la Figure 2.10.(d), aux fuites près, nous pouvons déterminer ainsi le flux créé par l'aimant. Nous reprenons donc les résultats présentés à la Figure 2.9 en les comparant au flux de l'aimant. On peut effectivement observer que les flux ne sont pas cumulatifs dans ce cas particulier. Cela souligne un manque d'efficacité de la structure telle qu'elle est conçue. Effectivement, une partie de la force magnétomotrice des aimants (qui représentent une part non-négligeable du coût économique d'une solution) ou des bobinages d'excitation (qui eux représentent un coût en terme de rendement avec des pertes Joule additionnelles) est perdue inutilement.

Considérons maintenant la structure présentée à la Figure 2.12.(a), où le pont magnétique est largement réduit ($\delta_{exc} = 3mm$ contre $8mm$ dans la configuration précédente). Nous conservons le même aimant (dimensions et propriétés magnétiques) et seule l'encoche d'excitation est agrandie. Déjà, en considérant les lignes de champ présentées à Figure 2.12.(b), on remarque que le flux créé par les aimants se scinde en deux, une partie est toujours "court-circuitée" magnétiquement par le pont magnétique et l'autre correspond à un flux utile. Autrement dit, pour $NI_{exc} = 0$, le flux embrassé par la phase ne sera pas nul.

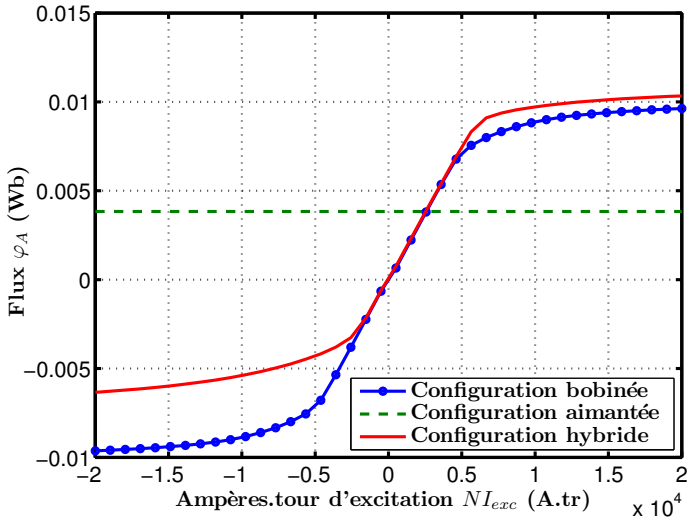
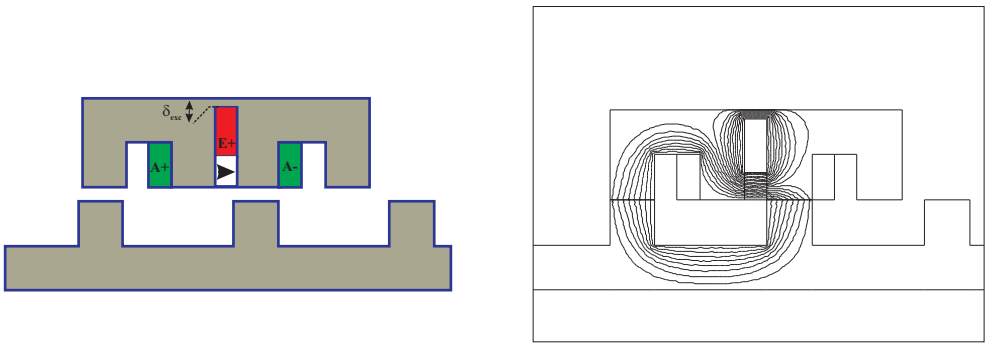


FIGURE 2.11: Evolution du flux de la phase A en fonction des ampères.tour d'excitation NI_{exc} pour la configuration avec un pont magnétique important : excitation purement bobinée, aimanté et hybride



(a) (b)

FIGURE 2.12: Schéma de principe de la cellule hybride avec un pont magnétique en fer d'épaisseur $\delta_{exc} = 3mm$ (a) et lignes de champ obtenues (sans l'excitation bobinée) (b)

Nous nous intéressons maintenant aux performances en terme de surfluxage, présentées à la Figure 2.13. Deux remarques viennent en observant les résultats :

- La première concernant le flux maximum atteint qui est plus faible que dans le cas où le pont magnétique est plus important. Cela s'explique simplement car effectivement nous avons conservé le même aimant, et donc le même potentiel en terme de flux créé par l'aimant. En revanche, le flux créé par la bobine d'excitation est lui beaucoup plus faible. Le pont magnétique, qui offre la plus faible reluctance au passage du flux de la bobine d'excitation, est plus rapidement saturé. La reluctance de la bobine d'excitation, au delà de $NI_{exc} = 1500A.tr$, augmente rapidement, et l'efficacité de la bobine est donc moindre. Quand le pont est plus important, la limite de linéarité du matériau magnétique est atteinte pour $NI_{exc} = 5000A.tr$, le flux maximum créé par la bobine est donc bien plus important (cf. Figure 2.11).
- En revanche, contrairement à ce que l'on avait observé précédemment, les flux créés par l'aimant et la bobine sont pratiquement cumulatifs. Malgré tout, leur somme reste faible car l'épaisseur (faible) du pont magnétique pénalise la bobine d'excitation.

Compte tenu des remarques précédentes, il semble intéressant d'étudier plus en détail l'influence de δ_{exc} sur le flux maximum. Sur la Figure 2.14, l'évolution du flux φ_A en fonction de l'épaisseur du pont magnétique δ_{exc}, pour une force magnétomotrice d'excitation NI_{exc} fixe, est proposée. On observe clairement que plus le pont magnétique est grand, plus le flux maximum est important. On aurait tendance à conclure qu'il faut absolument privilégier une section de passage du flux de la bobine d'excitation.

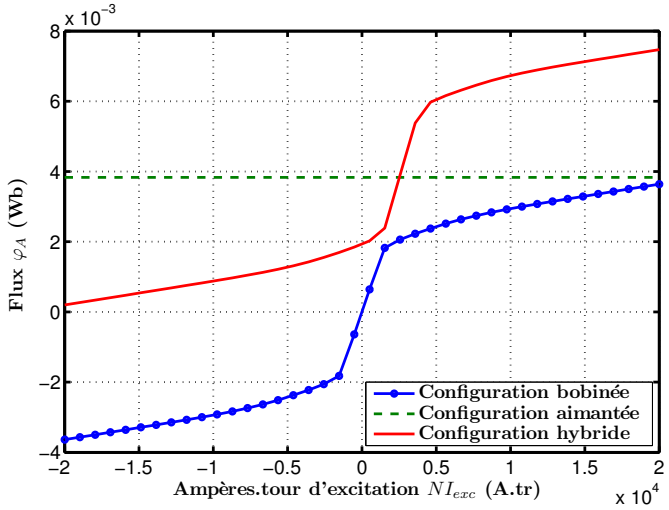


FIGURE 2.13: Evolution du flux de la phase A en fonction des ampères.tour d'excitation NI_{exc} pour la configuration avec un pont magnétique faible : excitation purement bobinée, aimanté et hybride

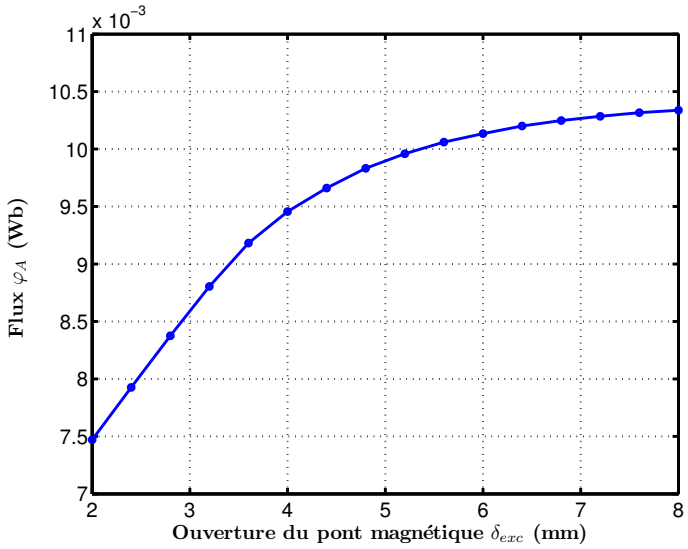
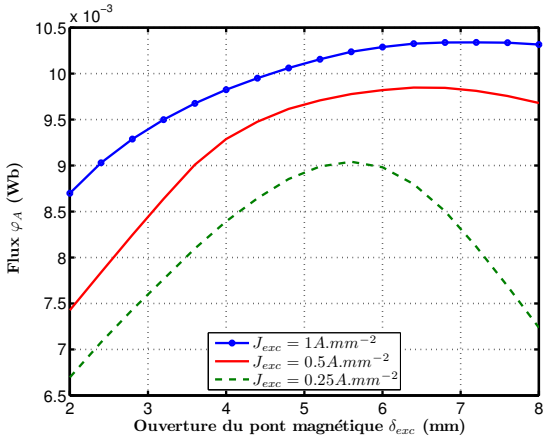
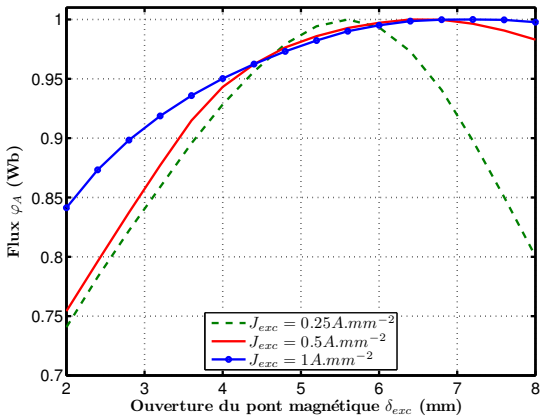


FIGURE 2.14: Evolution du flux de la phase A en fonction de l'épaisseur du pont magnétique δ_{exc} à ampères.tour d'excitation NI_{exc} fixes ($20000A.tr$)

Il faut tempérer cette conclusion, car effectivement, nous travaillons ici à ampères.tour d'excitation NI_{exc} fixes. Le niveau des pertes d'excitation n'est donc pas constant. D'ailleurs sur les Figures 2.15.(a) et (b), l'évolution du flux φ_A en fonction de δ_{exc} pour trois niveaux de pertes Joule d'excitation (ici densité de courant d'excitation J_{exc}) est proposée. En fixant le niveau de pertes Joule admissibles, nous obtenons des optimums. De manière générale, plus la densité de courant J_{exc} est importante, plus l'optimum est atteint pour des valeurs de δ_{exc} importantes. Cela est cohérent car en augmentant la densité de courant J_{exc} admissible, on s'autorise une fenêtre de bobinage plus faible pour le même nombre d'ampères.tour. Le flux maximum obtenu sera lui aussi augmenté, la section de passage augmentant (cf. 2.14).



(a)



(b)

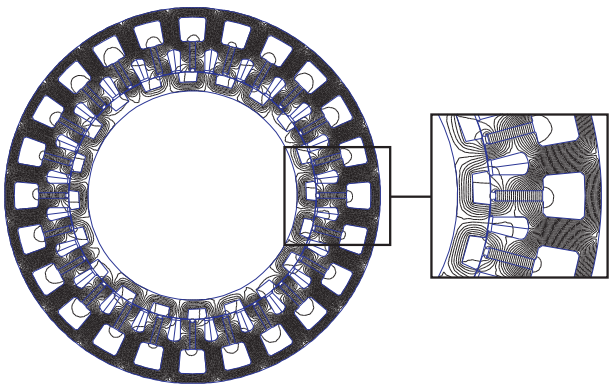
FIGURE 2.15: Evolution du flux de la phase A en fonction de l'épaisseur du pont magnétique δ_{exc} à densité de courant d'excitation J_{exc} fixe

Ce dernier résultat met aussi en évidence la nécessité de disposer d'un outils de dimensionnement optimal de ces structures. En effet, la consommation des ampères.tour (aimant et bobine d'excitation) au niveau de la culasse est relativement complexe.

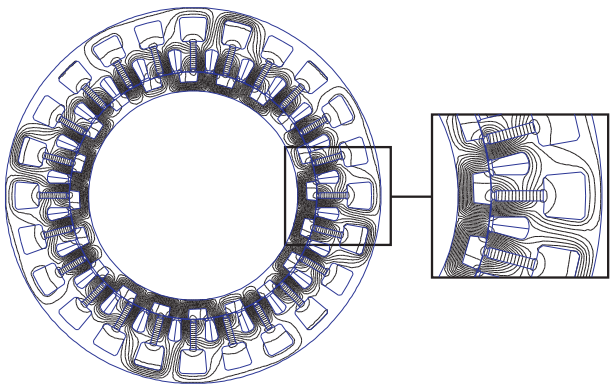
2.3.2 Performances à vide d'une structure triphasée hybride à commutation de flux

Dans les paragraphes précédents, nous travaillions avec une cellule de commutation élémentaire afin de comprendre plus particulièrement le principe de fonctionnement de cette structure. Nous continuons l'investigation en considérant une structure triphasée 24-20 qui a, par ailleurs, été prototypée.

Sur les Figure 2.16.(a) et (b), on retrouve les lignes de champ dans la structure, pour deux densités de courant d'excitation, $J_{exc} = 0A.mm^{-2}$ et $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$. Comme on peut observer, les trajectoires des lignes de champ sont beaucoup plus complexes que lorsqu'on considère une cellule de commutation élémentaire. Néanmoins, sans courant d'excitation (cf. Figure .(a)), on remarque que le flux créé par les aimants est en majorité "court-circuité" par le pont magnétique. Le flux utile est donc faible sans courant d'excitation, malgré la nuance d'aimant terre rare utilisée (NdFeBr avec $B_r = 1.2T$). En alimentant les bobines d'excitation, on observe clairement qu'une majorité des lignes de champ traverse l'entrefer, le flux utile augmente donc.



(a)

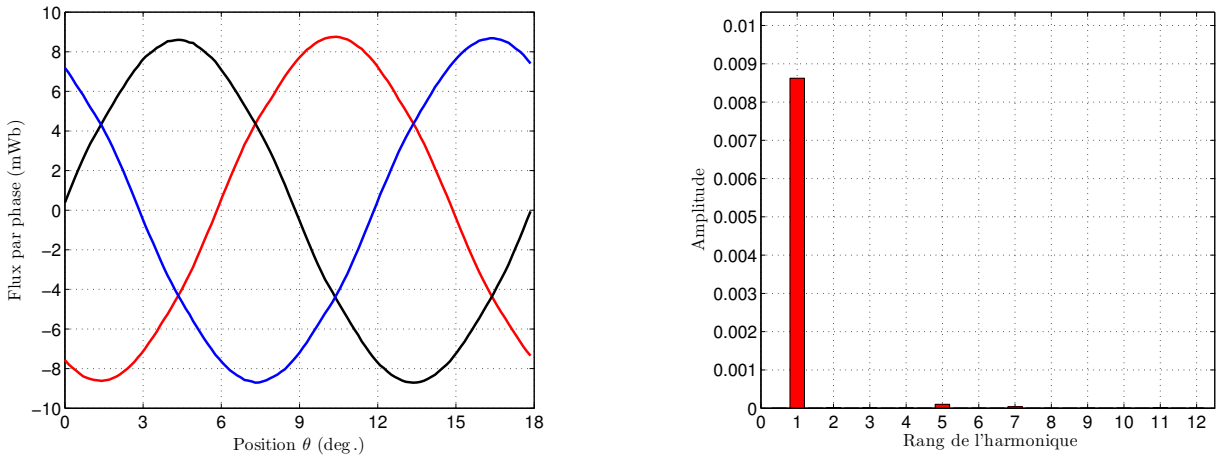


(b)

FIGURE 2.16: Ligne de champ dans la structure 24-20 MCF hybride pour différentes valeurs de la densité de courant d'excitation : $J_{exc} = 0A.mm^{-2}$ (a) et $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$ (b)

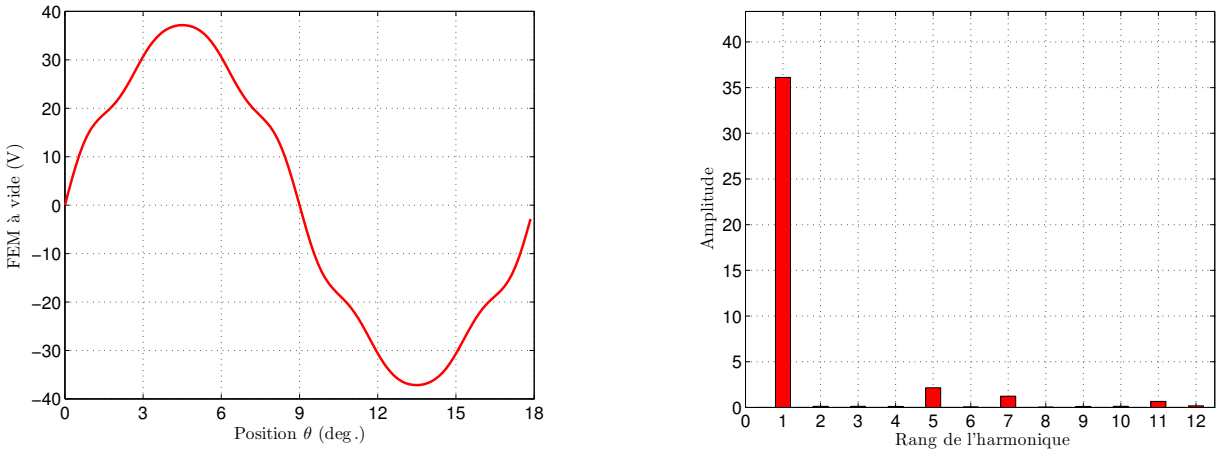
L'évolution du flux par phase en fonction de la position mécanique θ est proposée à la Figure 2.17.(a). Nous

retrouvons bien un système triphasé équilibré, avec des flux bipolaires. Les formes d'onde du flux à vide pour une densité de courant d'excitation nulle (zone non-saturée) contiennent peu d'harmoniques, comme présentée sur la Figure 2.17.(b).



(a) (b)

FIGURE 2.17: Evolution du flux pour chacune des phases de la structure 24-20 pour une densité de courant d'excitation $J_{exc} = 0A.mm^{-2}$ en fonction de l'angle mécanique θ (a) et le contenu harmonique du flux (b)

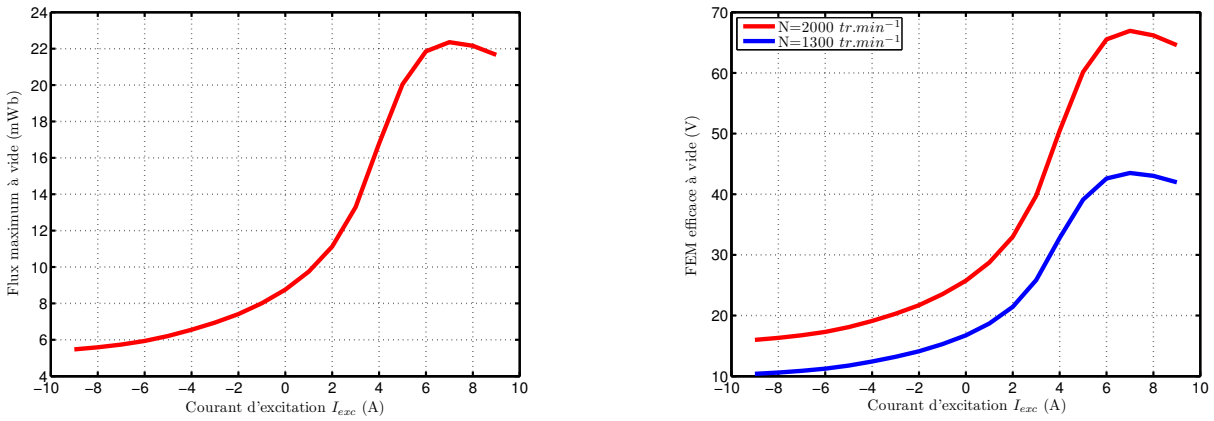


(a) (b)

FIGURE 2.18: Evolution de la force électromotrice (FEM) de la structure 24-20 MCF hybride pour une densité de courant d'excitation $J_{exc} = 0A.mm^{-2}$ en fonction de l'angle mécanique θ (a) et le contenu harmonique de la FEM (b)

La forme d'onde de la FEM pour le prototype est présentée à la Figure 2.18 avec son contenu harmonique. La FEM est symétrique mais présente un contenu harmonique plus marqué. Cette fois-ci, les harmoniques de rang 5, 7 et 11 sont plus importants (effet de la dérivée). Nous reviendrons plus en détail dans la Chapitre 4 sur le contenu harmonique des structures à commutation de flux.

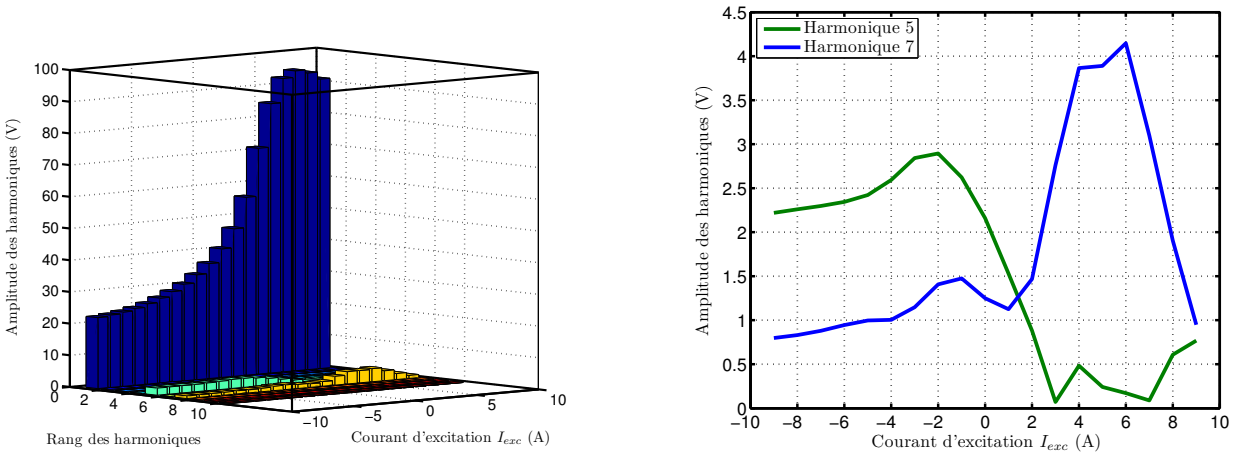
Comportement en surfluxage ou défluxage Nous étudions maintenant le comportement de la machine lorsque l'on modifie le courant d'excitation. La courbe à vide, pour le flux (Figure 2.19.(a)) ou la FEM (Figure 2.19.(b)) dénote un très bon contrôle du flux d'excitation. D'ailleurs, le rapport du flux d'excitation maximal φ_{max} sur le flux minimal φ_{min} est de 4.



(a) (b)

FIGURE 2.19: Evolution du flux maximum par phase (a) et la force électromotrice efficace (FEM) (b) pour la structure 24-20 MCF hybride en fonction du courant d'excitation I_{exc}

Sur la Figure 2.20, l'influence de la saturation sur le contenu harmonique de la FEM est explorée. Lorsque l'on augmente le courant d'excitation I_{exc}, la saturation a tendance à diminuer l'harmonique de rang 5, en revanche celle de rang 7 augmente. Sous très fort courant d'excitation ($I_{exc} > 9$A), la forme d'onde contient très peu d'harmoniques.



(a) (b)

FIGURE 2.20: Evolution du flux maximum par phase (a) et la force électromotrice efficace (FEM) (b) pour la structure 24-20 MCF hybride en fonction du courant d'excitation I_{exc}

En revenant sur la courbe à vide (Figure 2.19), on remarquera quelque chose de très caractéristique à cette machine à commutation de flux hybride, et même plus généralement sur les topologies à commutation de flux bobinées. Au delà d'une certaine valeur de courant d'excitation (ici $7A$), le flux d'excitation s'infléchit. Dans les machines synchrones classiques, lorsque le courant d'excitation augmente, le flux est simplement limité par la saturation du matériau magnétique mais en aucun cas ne diminue.

Pour expliquer ce phénomène, reportons nous à la Figure 2.21. Nous présentons une coupe de la structure lorsque le flux y est maximum (on cale le rotor à cet effet). Les courants d'excitation sont respectivement de $5A$, $7A$ et $9A$. On peut clairement observer qu'en augmentant le courant d'excitation, d'une part les dents statoriques vont saturer de plus en plus. Cela va avoir pour effet premier de limiter le flux d'excitation. Dans le même temps, la bobine d'excitation verra sa reluctance propre $\Re_{exc}$ augmentée. D'ailleurs, entre la Figure 2.21.(a) et (c), on peut observer une augmentation des fuites au niveau de l'encoche d'excitation et la diminution

de l'induction dans la culasse externe.

Un deuxième point concerne le flux de l'aimant qui progressivement crée des fuites de plus en plus importantes. Les équipotentielles se reboucle progressivement sur la dent statorique adjacente, diminuant le flux global sous le pas de bobinage. La combinaison de ces deux actions explique la réduction du flux sous de très forts courants d'excitation. Ce phénomène est propre à cette structure car les deux sources créatrices de champ sont localisées au même endroit.

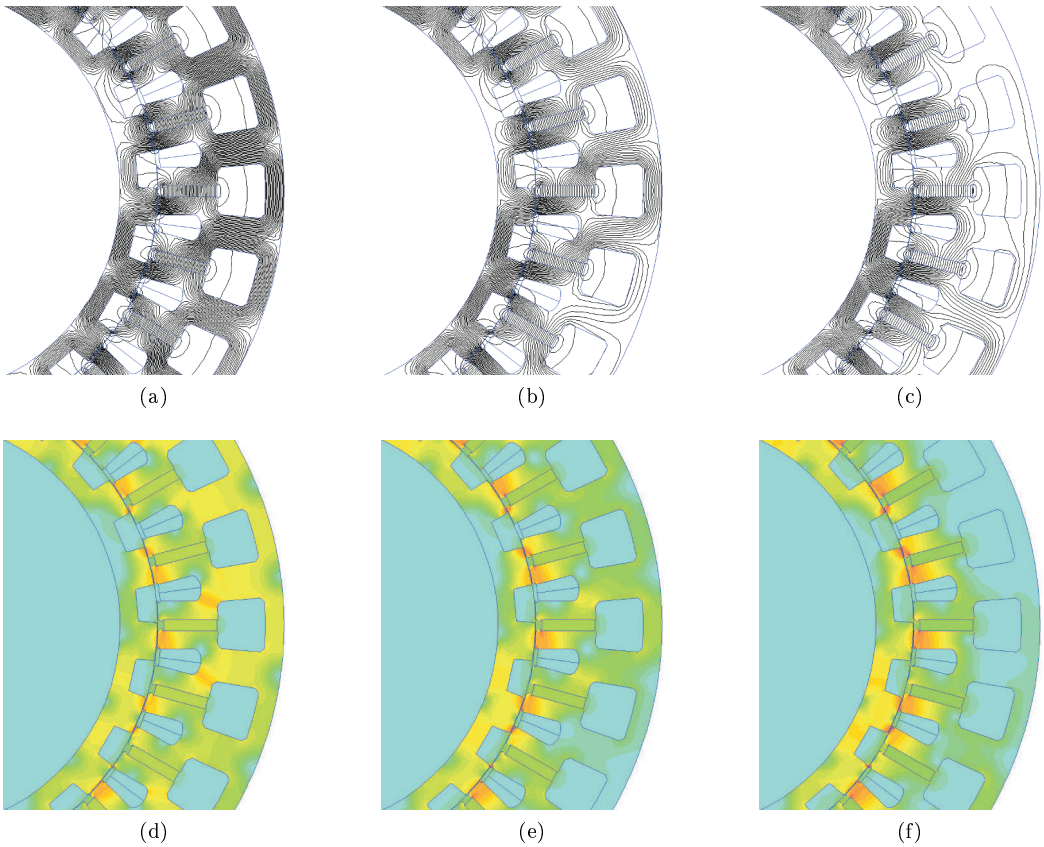
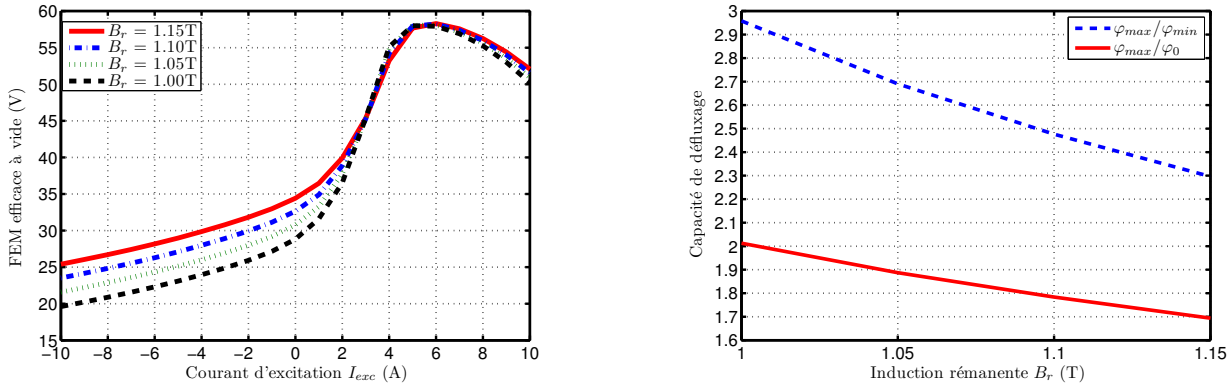


FIGURE 2.21: Lignes de champ (a)(b)(c) et cartographie de l'induction (d)(e)(f) à vide pour différentes valeurs du courant d'excitation

Influence de l'aimantation des aimants Les aimants utilisés pour réaliser le prototype sont des Néodyme-Fer-Bore possédant une induction rémanente B_r de $1.15T$. Comme toutes les structures à commutation de flux possédant des aimants, le phénomène de concentration de flux permet d'atteindre des niveaux d'induction relativement importants dans le bas des dents statoriques, mais surtout dans l'entrefer. L'utilisation de nuances d'aimant moins énergétiques mais aussi moins couteuses, tel que les ferrites sont déjà des solutions pertinentes pour bon nombre d'applications industrielles.

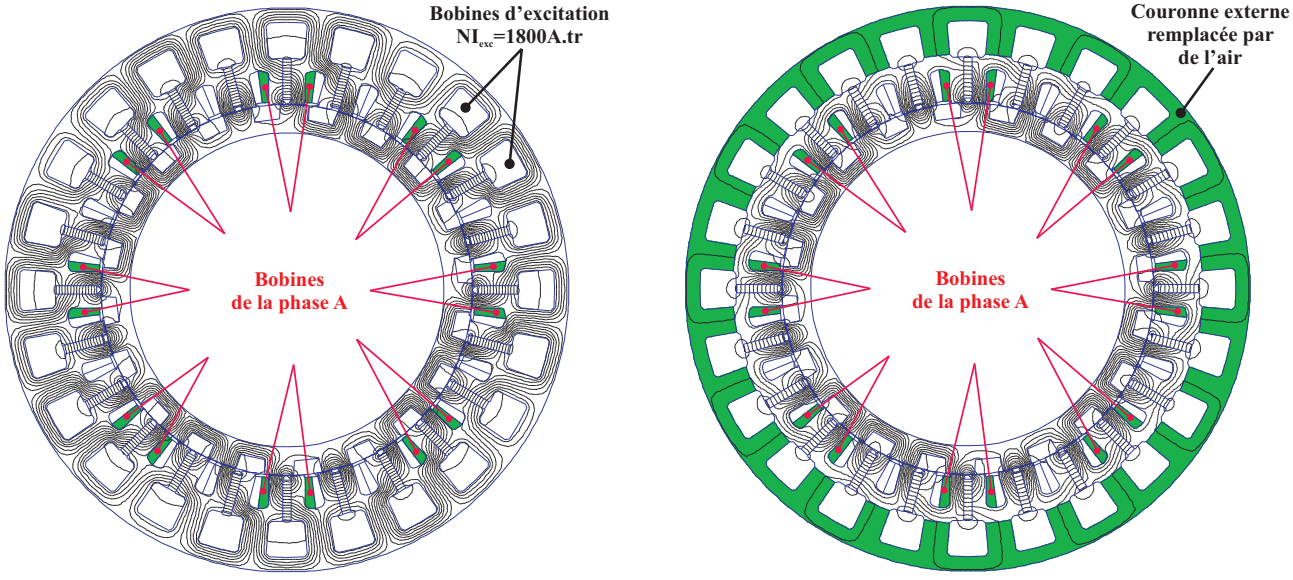
Nous présentons sur la Figure 2.22, l'évolution de la FEM efficace en fonction du courant d'excitation pour différentes valeurs de l'induction rémanente B_r. Sur la Figure 2.22.(a), une étude de sensibilité autour de l'aimantation rémanente effective des aimants est proposée (variation entre 1 et $1.15T$). Ce premier résultat met en évidence qu'à géométrie fixe, la FEM (ou le flux) maximum par phase ne dépend pas de l'induction rémanente B_r des aimants. Le flux maximum que l'on pourra atteindre sera directement lié au niveau de saturation admissible par la tôle dans les dents statoriques. Concernant le défluxage de la structure, assez logiquement, lorsque l'aimant a une rémanence plus faible, le défluxage s'en trouve amélioré, comme le souligne la Figure 2.22.(b). On peut remarquer sur les courbes à vide que plus la rémanence de l'aimant augmente, plus le flux sans courant d'excitation (on notera φ_0) est élevé.



(a) (b)

FIGURE 2.22: Etude de sensibilité autour de la rémanence effective de l'aimant ($B_r = 1.15T$) : Courbe à vide (a) et capacité de défluxage (b)

Compte tenu de ces premiers résultats, il semble évident que l'utilisation des aimants terre rare avec une forte rémanence n'est pas intéressante, ou en tout cas pas optimale. D'ailleurs, pour justifier ceci, sur la Figure 2.23, nous avons déterminé le flux à vide maximum dans la phase A (moyen par cellule) avec un courant d'excitation de $6A$ (ou une force magnétomotrice d'excitation de $1800A.tr$) (cf. Figure 2.23.(a)). Nous avons aussi déterminé le flux propre des aimants lorsque il n'y a pas de "court-circuit" magnétique. Pour ce faire, la couronne externe est remplacée par le l'air (cf. Figure 2.23.(b)) et la bobine d'excitation n'est pas alimentée. Le flux maximum par cellule dans le cas de la structure hybride est de $445\mu Wb$ alors que le flux propre des aimants est de $407.2\mu Wb$. Dans ces conditions, il semble bien que la consommation des ampères.tour n'est pas optimale. Plus particulièrement, le flux additionnel créé par la bobine d'excitation ne représente que 10% du flux propre des aimants. Dans le cas particulier de cette géométrie, il semble que ce soit la largeur de la dent statorique qui vienne limiter la capacité de surfluxage de la structure.



(a) (b)

FIGURE 2.23: Influence de la couronne externe sur les performances à vide : Structure MCF hybride (a) et structure MCF hybride où la couronne externe est remplacée par de l'air (b)

Fort des constatations précédentes, nous complétons cette étude par la Figure 2.24. Cette fois, on s'autorise de plus forte variation de la rémanence de l'aimant B_r. Il est intéressant de remarquer qu'entre une induction rémanente de $0.4T$ et $1.1T$, le flux passe de $18.01mWb$

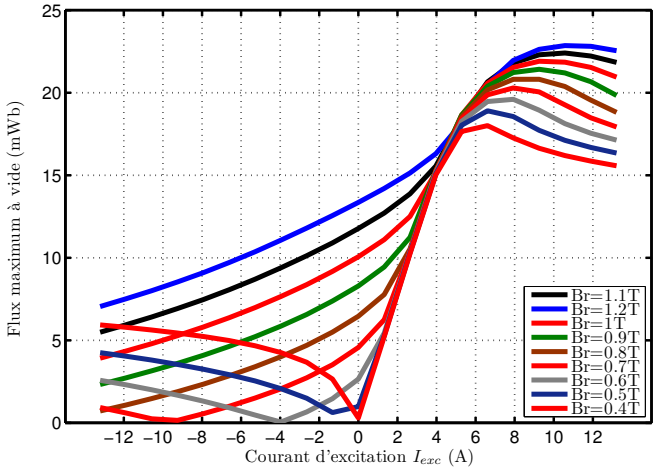


FIGURE 2.24: Influence de l'induction rémanente B_r sur le flux maximum à vide



(a) (b)

FIGURE 2.25: Prototype de la structure hybride 24 aimants stator - 20 dents rotoriques : (a) Stator et (b) zoom sur une cellule de commutation

à $22.85mWb$, soit seulement une augmentation de 27%, pour une rémanence qui a elle augmenté de 175%.

Pour conclure sur cette étude concernant l'aimantation des aimants, un des avantages évident de cette structure reste la forte concentration du flux des aimants. D'ailleurs, nous avons pu mettre en évidence qu'il n'était pas forcément judicieux d'avoir des aimants avec une rémanence forte. Lors de la phase d'optimisation, il sera particulièrement intéressant de considérer la rémanence de l'aimant comme un paramètre à optimiser.

La largeur de la dent statorique semble aussi être un paramètre très influent sur la manière dont les deux sources de champ se combinent. Il faudra là encore considérer ce paramètre avec attention lors du dimensionnement optimal de cette machine.

2.4 Comparaison avec des performances à vide avec des résultats expérimentaux

Comme nous l'avons précisé, un prototype[1] avec une longueur de fer de $45mm$ a été réalisé. Sur la Figure 2.25 on retrouve quelques clichés du prototype, avec son rotor possédant 20 dents et son stator avec 24 aimants. A la Figure 2.26, on compare l'évolution de la FEM en fonction du courant d'excitation I_{exc} simulé par EF 2D et obtenue expérimentalement. Ce premier comparatif fait apparaitre un écart relativement important au niveau de la FEM maximale, de l'ordre de +15%, entre les simulations EF 2D et les essais.

Nous avons, jusqu'alors, détaillé le principe de fonctionnement sans nous soucier de la caractérique $B(H)$ de

1. Un second prototype a été réalisé avec la même tolerie mais une longueur active de 15mm

la tôle magnétique utilisée, quand bien même nous démontrions que les performances à vide étaient intimement liées à la saturation magnétique de certaines régions de la culasse statorique, à savoir le pont magnétique et le bas des dents statoriques. L'influence de la caractéristique $B(H)$ sur les perfomances à vide de cette structure fera donc l'objet de la prochaine section.

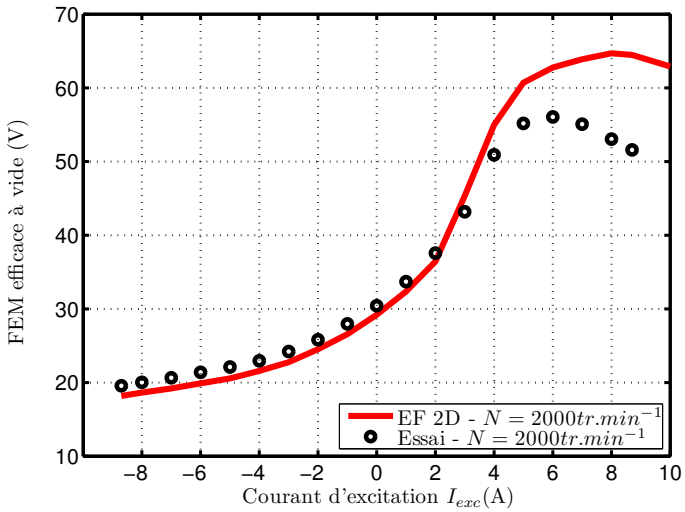


FIGURE 2.26: Comparatif des courbes à vide obtenues par simulations EF 2D et expérimentalement

2.5 Influence de la caractéristique B(H) sur les performances à vide

Afin d'étudier l'influence de la caractéristique B(H) sur les performances à vide, nous proposerons trois approches distinctes :

- la première, en modifiant la caractéristique B(H) donnée par les constructeurs uniquement pour les fortes valeurs du champ magnétique H $(H > 10^4 A/m)$;
- la seconde, en modifiant toujours la caractéristique B(H), afin de tenir compte du foisonnement et en considérant une approximation dite de "Raleigh-Kennely" sous très fort champ ;
- Finalement, une détermination expérimentale sous fort champ sera proposée.

2.5.1 Influence de la caractéristique sous fort champ H

La caractéristique fournie par le constructeur est présentée à la Figure 2.27.(a). Assez classiquement, les caractéristiques B(H) obtenues sous cadre Epstein sont limitées à $10000 - 15000\ A/m$. Le principe de fonctionnement de la topologie étudiée veut que le flux maximum soit atteint pour de fortes valeurs de la force magnétomotrice d'excitation. Il s'agit, nous l'avons vu, de limiter le "court-circuit" magnétique de l'aimant en contrôlant le niveau de saturation dans cette même zone. Les niveaux de saturation atteints sont tels (plus de $2T$ dans l'entrefer) qu'une caractérisation de la courbe $B(H)$ est obligatoire.

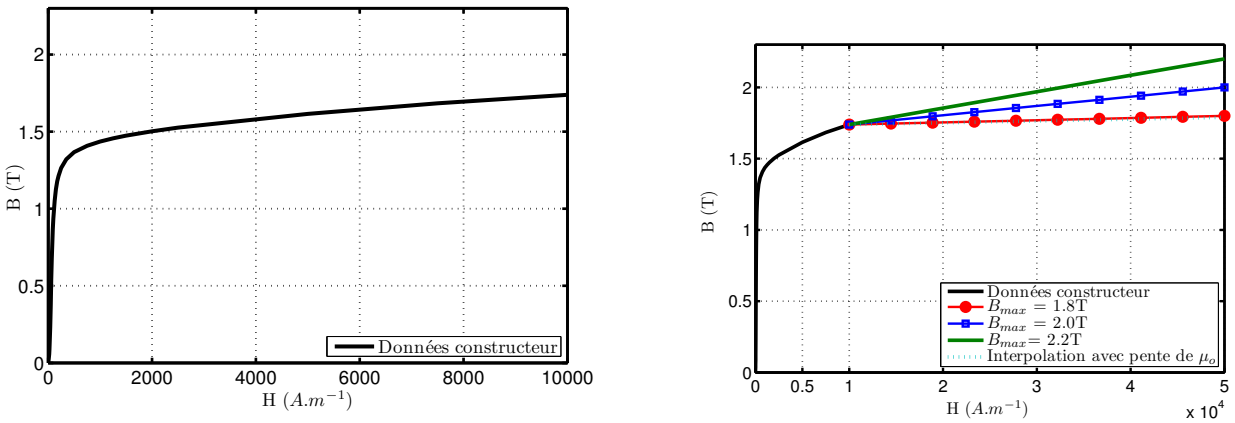


FIGURE 2.27: Caractéristique $B(H)$ pour une tôle $M330-35A$: Constructeur (a) et modifiée (b)

Afin d'étudier justement l'influence de la caractérique $B(H)$, l'évolution de la caractéristique est interpolée linéairement en définissant une aimantation à saturation B_{max} pour un champ magnétique H de $50000A/m$ (cf. Figure 2.27.(b)).

Comparatif avec les résultats expérimentaux Le comparatif entre les essais et les courbes à vide obtenues en considérant les caractéristiques $B(H)$ de la Figure 2.27.(b) est proposé à la Figure 2.28. On peut remarquer qu'effectivement la modification de la caractéristique influe énormément sur le flux maximum atteint. Une bonne concordance avec les résulats expérimentaux est obtenue pour une valeur de $B_{max} = 1.8T$, qui correspond à une interpolation de la courbe $B(H)$ avec une pente de μ_0.

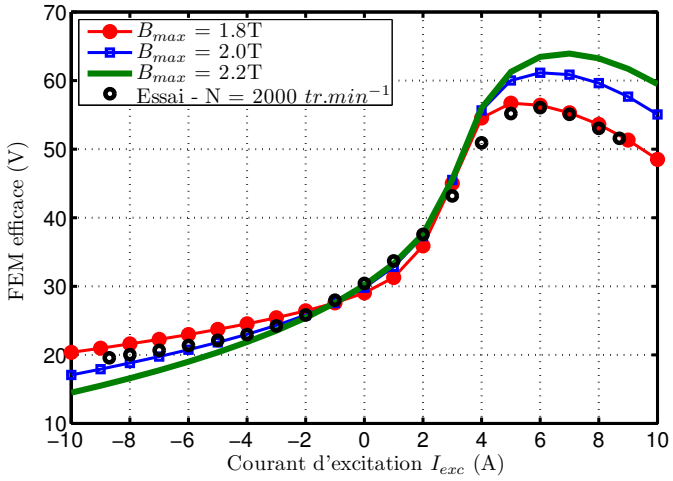
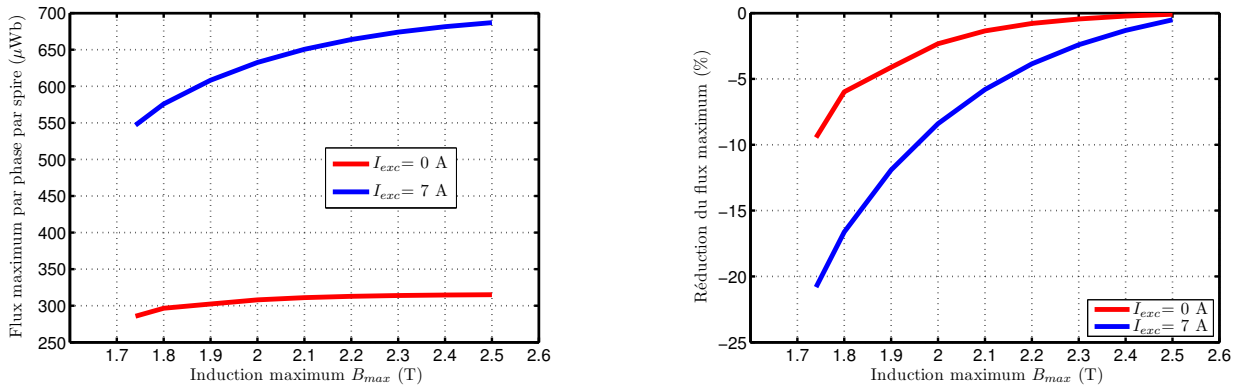


FIGURE 2.28: Courbes à vide obtenues en considérant différentes caractéristiques $B(H)$ et comparatif avec des résultats expérimentaux

Sur la Figure 2.29.(a), nous proposons l'évolution du flux maximum en fonction de B_{max} (B_{max} variant de $1.75T$ à $2.5T$). La variation obtenue pour un courant d'excitation I_{exc} de $7A$ est très significative, et peut atteindre les 20% d'écart. Concernant l'écart sans courant d'excitation, il est moindre, moins de 10% au maximum.

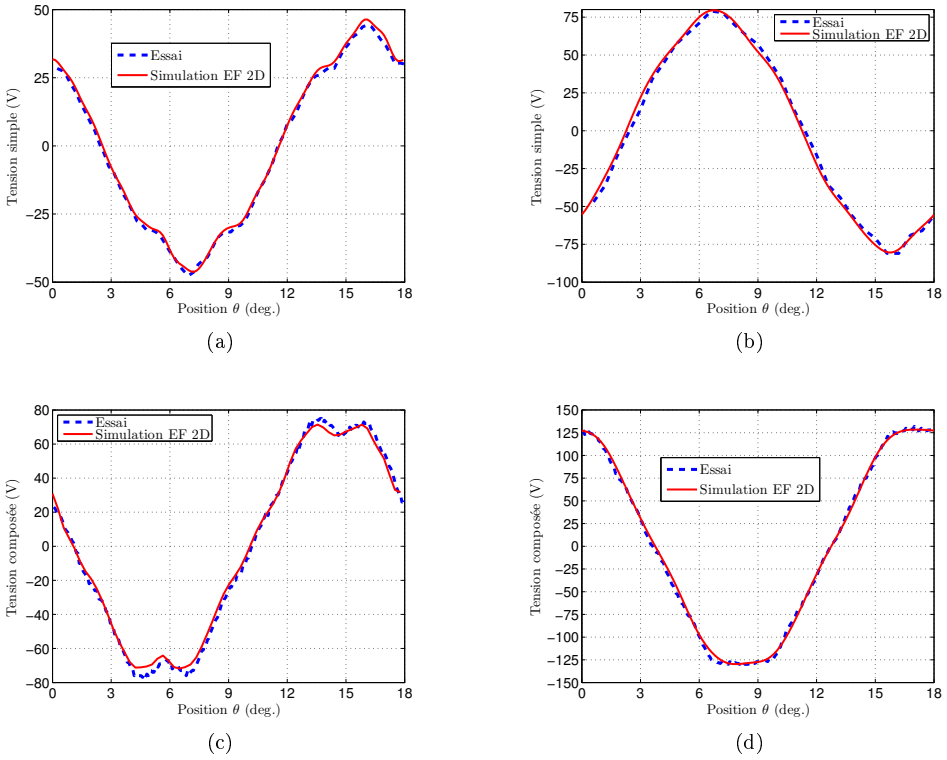


(a) (b)

FIGURE 2.29: Evolution du flux maximum en fonction de B_{max} pour deux valeurs du courants d'excitation I_{exc} (a) et de l'erreur en % par rapport au flux maximum atteint (b)

La caractérisation sous très fort champ apparait être une source forte d'incertitude sur les performances de ces machines à commutation de flux hybride. En terme de dimensionnement, une erreur de 20% n'est pas admissible mais le câlage de la courbe $B(H)$ permet de restituer les résultats expérimentaux assez fidèlement.

Validation des formes d'ondes expérimentales de la FEM Nous concluons cette partie en proposant une validation des formes d'onde de la FEM relévées lors des essais. Là encore, l'approche précédente se révèle assez efficace. En effet, les formes ondes sont en très bon accord lorsque l'on considère la caractérisque $B(H)$ avec une aimantation à saturation $1.8T$.



(a) (b)

(c) (d)

FIGURE 2.30: Comparaison des formes d'onde des tensions simples (a)(b) et composées (c)(d) obtenues par EF 2D et lors des essais pour différents courants d'excitation

Plus particulièrement, on notera la très bonne prédiction du contenu harmonique des FEMs ou des tensions composées. En effet, dans le modèle EF 2D, les becs d'encoche ou encoches de fermeture, ont été modélisés

avec precision (cf. Figure 2.31). D'ailleurs, nous reviendrons dans le Chapitre 7 sur l'influence des ouvertures d'encoche, stator et rotor, sur le comptenu harmonique de la FEM.

Cette méthode, malgré son efficacité, reste quelque peu empirique. En effet, est-il justifiable de considérer une aimantation à saturation de $1.8T$? Physiquement, sans doute que non, car il est peut probable que la perméabilité relative pour des champs magnétiques supérieurs à $10000A/m$ soit déjà unitaire. Dans le paragraphe suivant, nous évaluerons l'influence du foisoinnement sur les résultats et proposerons une seconde alternative pour la prise en compte des champs élevés.

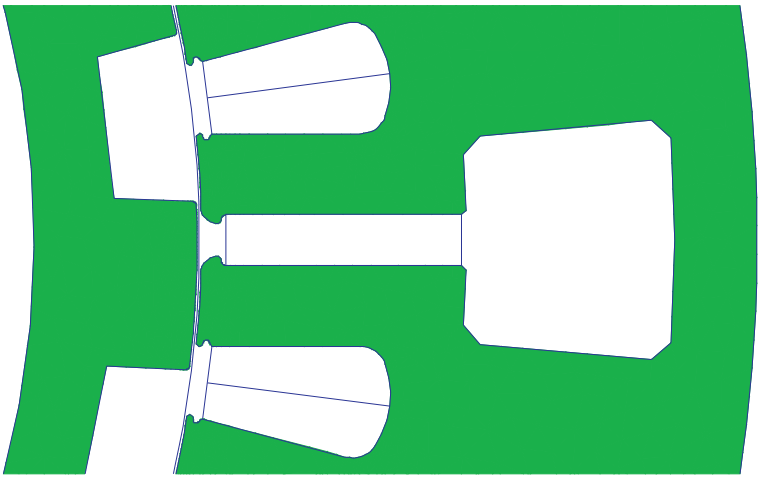


FIGURE 2.31: Géométrie de la cellule de commutation prototypée

2.5.2 Prise en compte du foisonnement dans les caractéristiques $B(H)$ - Approximation de Fröhlich–Kennelly sous fort champ magnétique

Le foisonnement (ou coefficient de foisonnement) correspond à la part de fer réelle contenue sur la longueur de fer L_{fer} du prototype. Il prend donc en compte l'épaisseur de l'isolant entre chacune des tôles ou encore un entrefer résiduel infime quand il y a du jeu entre tôles (si le paquet de tôle n'a pas été pressé par exemple). Ce coefficient permet donc de prendre en compte la section utile sur la longueur de fer. On admet généralement des coefficients de foisonnement k_f de l'ordre de 0.97. Ce dernier peut augmenter dans le cas d'un prototype où la réalisation n'est pas soumise à autant de contraintes qu'une réalisation en série.

Prise en compte du foisonnement dans les caractéristiques $B(H)$ Afin de prendre en compte le coefficient de foisonnement dans les caractéristiques $B(H)$, considérons la coupe idéalisée d'un paquet de tôles à la Figure 2.32. Le champ magnétique appliqué H_{app} est considéré comme étant homogène, on peut alors écrire le flux total comme suit,

$$\begin{aligned}\Phi_{total} &= S_{total} B_{moyen} \\ &= S_{total} \left(B_{air} + B_{tôle}\right) \\ &= S_{total} \left(\mu_0 H_{app} \left(1 - k_f\right) + k_f \left(\mu_0 H_{app} + J_{epstein}\right)\right)\end{aligned} \tag{2.1}$$

avec $J_{epstein}$ l'aimantation propre de la tôle (obtenue grâce au cadre Epstein) et S_{total} la surface totale.

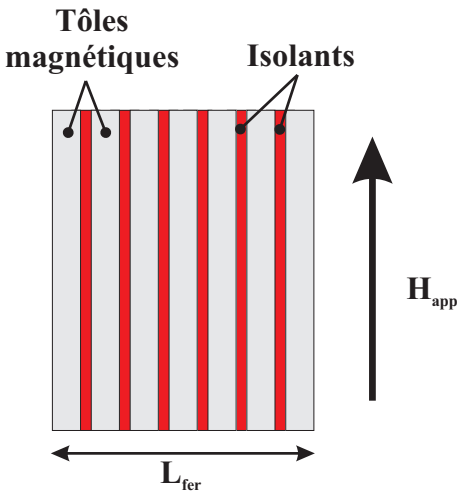
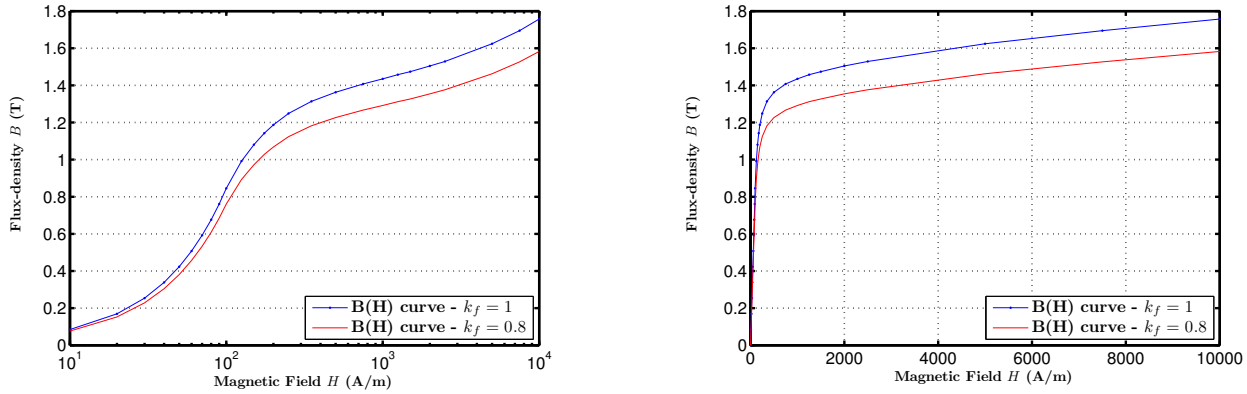


FIGURE 2.32: Coupe idéalisé d'un paquet de tôle avec les tôles magnétiques et leurs isolants

On peut ainsi facilement modifier la caractéristique $B(H)$ afin de prendre en compte le foisonnement de manière directe. Sur la Figure 2.33, deux caractéristiques $B(H)$ avec des coefficients de foisonnnement différents sont données en guise d'exemple.



(a) (b)

FIGURE 2.33: Caractéristiques $B(H)$ pour différentes valeurs du coefficient de foisonnement : échelle semi-log (a) et échelle linéaire (b)

Approximation de Fröhlich–Kennelly pour les forts champs magnétiques La courbe anhystérétique est au coeur des modélisations éléments-finis en magnétostatique. Plusieurs approches afin de proposer des interpolations empiriques de la courbe $B(H)$ ont été proposées au cours du temps. Sans être exhaustif sur la question, nous pouvons citer plus particulièrement les travaux de Fröhlich [27] qui dénifit la magnétisation M par,

$$M = \frac{\alpha H}{1 + \beta H} \tag{2.2}$$

Les coefficients α et β peuvent être ajustés à partir de données expérimentales tant que le rapport $\frac{\alpha}{\beta} = M_s$ est respecté, M_s étant la magnétisation à saturation. Kennely [44] propose lui une approche similaire en passant par la notion de reluctance [2],

$$\rho^* = \frac{1}{\mu - \mu_0} = a + bH \tag{2.3}$$

2. Kennely définit la "reluctance" comme $\rho = \frac{1}{\mu - 1}$ avec $\mu = \frac{B}{H}$.

Les deux approches sont identiques à partir du moment où $\mu_0 a = \frac{1}{\alpha}$ et $\mu_0 b = \frac{1}{M_s} = \frac{\beta}{\alpha}$, on parle alors de modèle de Fröhlich-Kennelly. Weiss a proposé une version de l'équation 2.2 sous forme de séries,

$$M = M_s \left[1 - a\frac{M_s}{H} + \left(a\frac{M_s}{H} \right)^2 + \cdots \right] \tag{2.4}$$

D'autres auteurs ont proposé des approches empiriques [8] afin de modéliser la courbe $B(H)$. Akbaba [1] a modifié l'expression initiale de Fröhlich,

$$B(H) = \frac{H}{\alpha_1 + \beta_1 H^c} \tag{2.5}$$

Le modèle de Frölich-Kennelly, et leurs extensions, sont particulièrement utilisés pour décrire des matériaux magnétorhéologiques [46]. Nous retiendrons finalement l'expression suivante afin de décrire l'évolution de l'induction de la tôle pour les champs magnétiques supérieurs à $10000 A/m$,

$$B(H) = \frac{H}{\gamma + \zeta H} \tag{2.6}$$

A partir de la Figure 2.34.(a), on peut facilement déterminer les coefficients γ et ζ comme suit

$$\gamma = \frac{H_s}{B_s} - \frac{H_s}{J_{sat}} \tag{2.7}$$

$$\zeta = \frac{1}{J_{sat}} \tag{2.8}$$

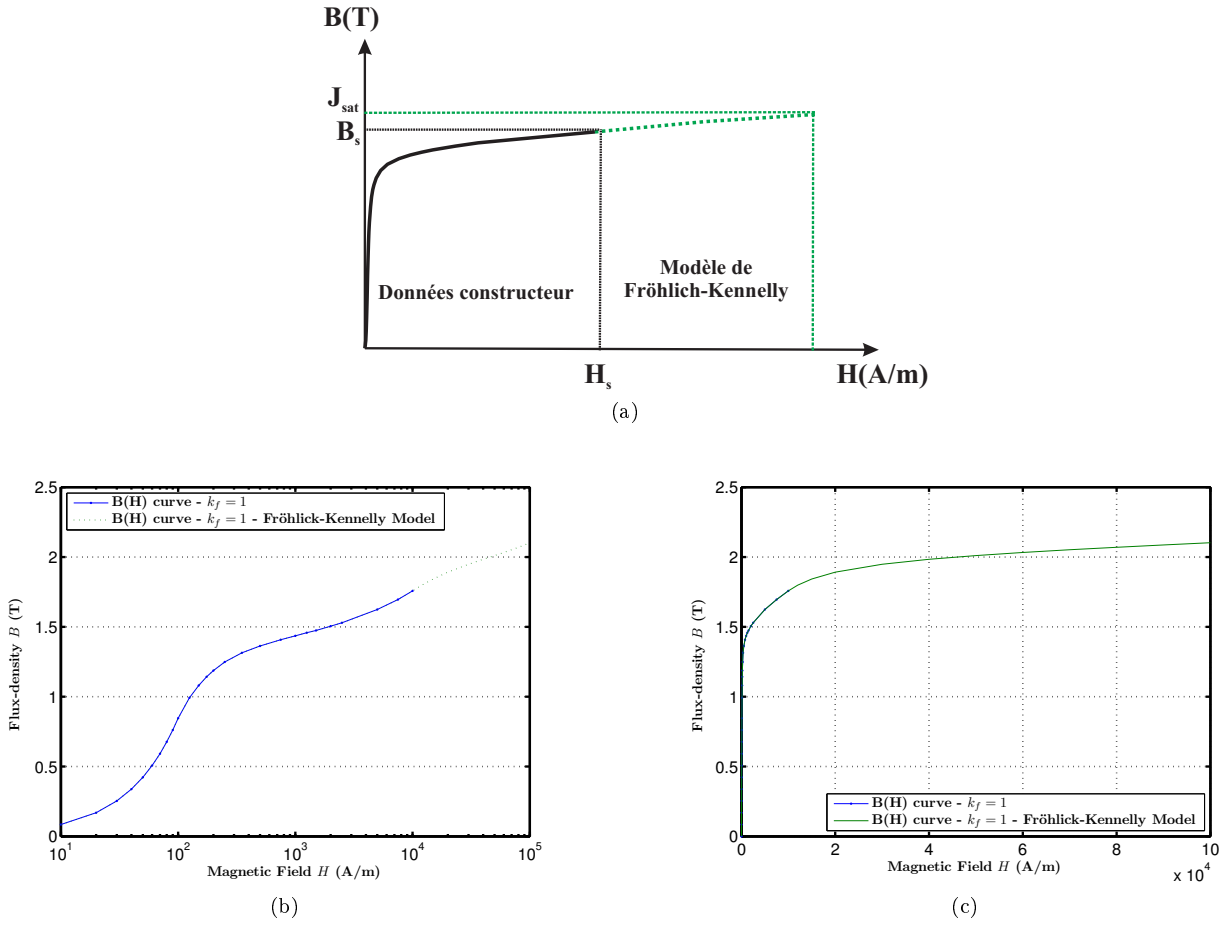


FIGURE 2.34: Extrapolation des caractéristiques $B(H)$ en utilisant le modèle de Fröhlich-Kennelly pour les forts champs : schéma de principe (a), échelle semi-log (b) et échelle linéaire (c)

Sur les Figures 2.34.(b) et (c), la modification des courbes $B(H)$ pour un même coefficient de foisonnement ($k_f = 1$) sont présentées en échelle semi logarithmique ou linéaire. Contrairement à la première modification proposée (cf. Figure 2.27.(b)), la transition au point $(H_s; B_s)$ est beaucoup plus moins discontinue. Nous compléterons cette partie par une comparaison avec l'expérimental.

Comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux Comme précédemment, les simulations EF 2D, en considérant une courbe $B(H)$ modifiée en tenant compte du foisonnement et utilisant le modèle Fröhlich-Kennelly, ont été menées. Un comparatif avec les résultats expérimentaux est proposé à la Figure 2.35.

A mesure que l'on diminue le coefficient de foisonnement, le flux maximum atteint diminue. Il faudrait un foisonnement de près de 0.9 pour expliquer la différence observée initialement avec les expérimentations.

Sur une machine de série, il serait difficile d'admettre un foisonnement aussi faible. Ici en revanche, il s'agit d'un prototype avec des contraintes de réalisation qui sont moins fortes. Par exemple, le paquet de tôle n'a pas été pressé lors du montage, et a été simplement empillé sur l'arbre puis maintenu par deux vis. Cela entraine un baillement des tôles au niveau de l'entrefer qui pourrait expliquer un foisonnement faible.

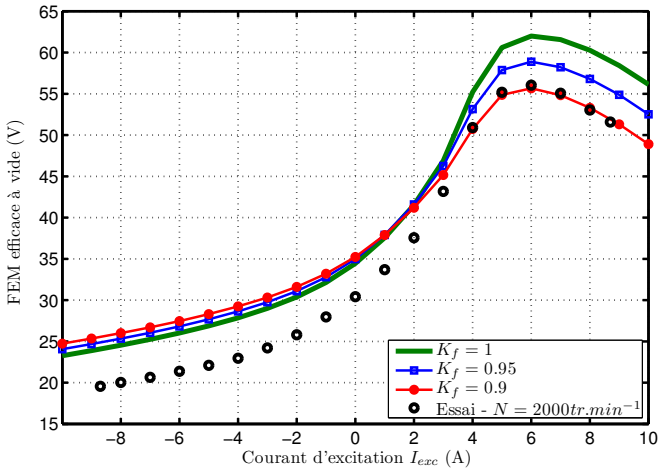


FIGURE 2.35: Courbes à vide obtenues en considérant la caractéristique $B(H)$ modifiée en tenant compte du foisonnement et utilisant le modèle Fröhlich-Kennelly - Comparatif avec des résultats expérimentaux

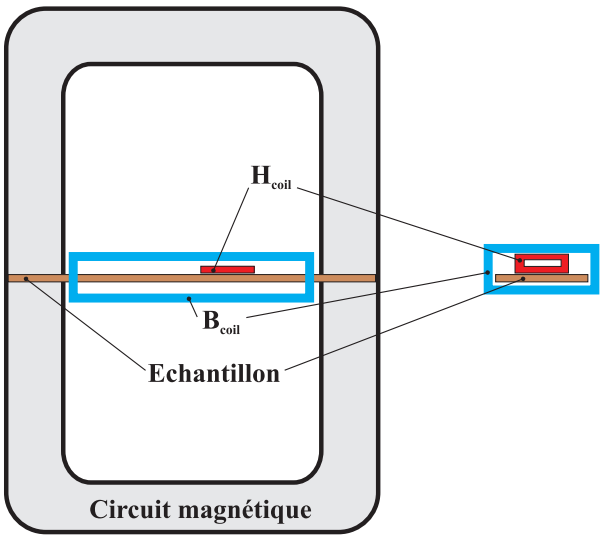
2.5.3 Mesure directe de la caractéristique $B(H)$ sous fort champ

Pour finir cette étude sur l'influence de la caractéristique $B(H)$, nous proposons une mesure directe de la caractéristique anhystérétique sous fort champ.

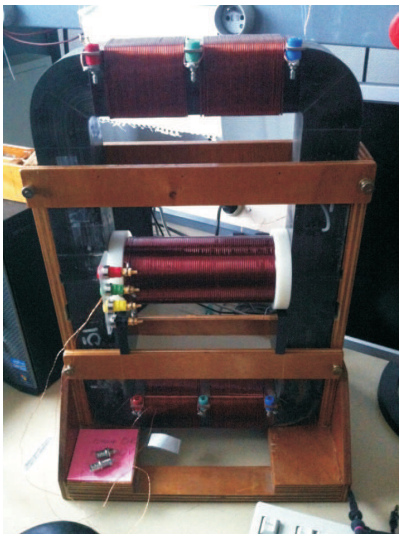
Méthodologie de la mesure Afin de déterminer la caractéristique sous fort champ magnétique, nous utilisons un moyen de mesure appelé perméamètre. A la Figure 2.36, une réprésentation schématique du perméamètre est proposée ainsi une photo du dispositif réel. Afin de mesurer le champ magnétique H, une bobine H_{coil} est disposée au plus près de l'échantillon. L'induction moyenne dans l'échantillon est quant à elle mesurée par l'intermédiaire d'une bobine B_{coil}.

Contrairement au cadre d'Epstein classique, le perméamètre permet d'atteindre des champs magnétiques plus important. En effet, la longueur du chemin magnétique est de $0.94m$ sur cadre d'Epstein contre $0.19m$ pour le perméamètre. Donc, à même force magnétomotrice, le champ magnétique appliqué est plus important avec le perméamètre. A ceci, il faut rajouter le fait que la fenêtre bobinable du perméamètre est plus grande donc on peut rajouter facilement des Ampères.tour.

Caractéristique sous fort champ Les caractéristiques sous fort champ ont été mesurées par la méthode présentée ci-avant sous un champ d'excitation de $1Hz$ jusqu'à $40000A/m$. Généralement, on peut atteindre des



(a) Schéma du perméamètre



(b) Perméamètre utilisé pour les mesures

FIGURE 2.36: Perméamètre

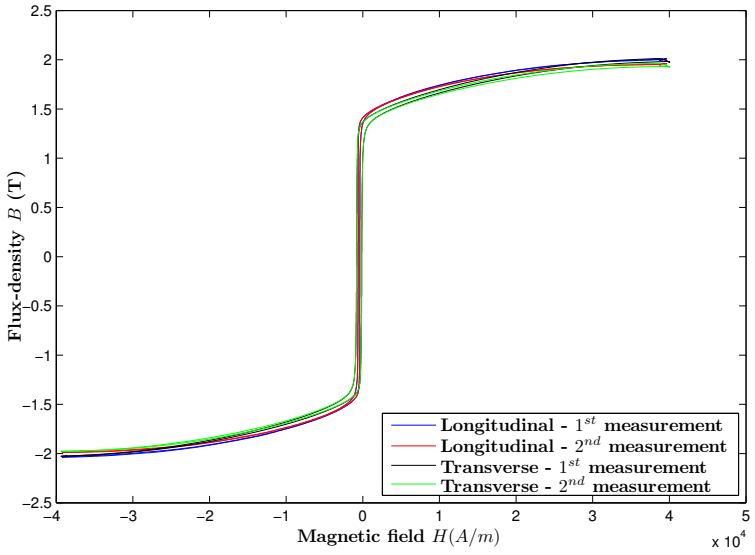
champs pics de $80000A/m$, ce qui aurait été préférable, mais malheureusement l'amplificateur linéaire prévu à cet effet était en panne au moment des expérimentations [3].

Une photo des échantillons de tôle $M330-35A$ est proposé à la Figure. Deux échantillons ont été découpés suivant l'axe longitudinal et transversal afin de moyenner les effets. Les cycles qui ont été acquis sont proposés à la Figure 2.37. Deux relevés par échantillon ont été réalisé, une fois de plus pour moyenner les effets.

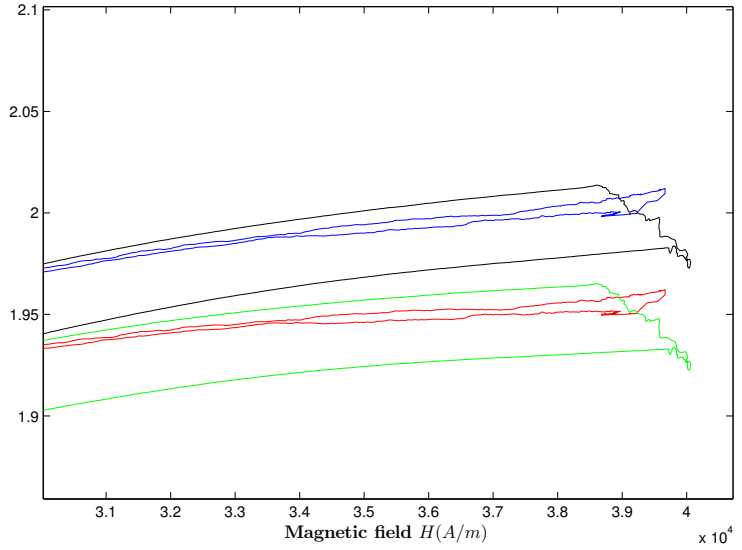
Il est intéressant de noter que l'induction maximum atteinte (pour $H = 40000A/m$) peut varier d'un essai à un autre. La variation est de l'ordre de 2 à 3% d'où l'intérêt de réaliser plusieurs essais afin de moyenner les incertitudes de mesure.

On remarquera aussi que l'échantillon "transverse" possède un cycle plus large. Cela semble normal puisque l'on impose un champ en quadrature avec le sens de lamination du matériau.

3. L'ensemble des expérimentations a été réalisé avec le concours du groupe MME - Matériaux Magnétiques pour l'Energie - et plus particulièrement d'Olivier de la Barrière.



(a)



(b)

FIGURE 2.37: Cycle B(H) aquis à $1Hz$

Finalement, les résultats sont moyennés afin d'obtenir une caractéristique $B(H)$ proposée à la Figure 2.38. Nous superposons sur la même courbe les données constructeurs. On peut observer que la caractéristique obtenue avec le perméamètre nous donne des niveaux d'induction plus faible pour un champ magnétique donné. Pour un champ magnétique H de $10000A/m$ (limite haute des données constructeurs), la différence observée est de 2.6%.

Comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux La caractéristique $B(H)$ a été implémentée dans la simulation EF 2D. Nous tenons compte du foisonnement comme cela a été fait précédemment.

Sur la Figure 2.39, on peut remarquer qu'avec un foisonnement de 0.95, la courbe à vide obtenue est très proche des expérimentations.

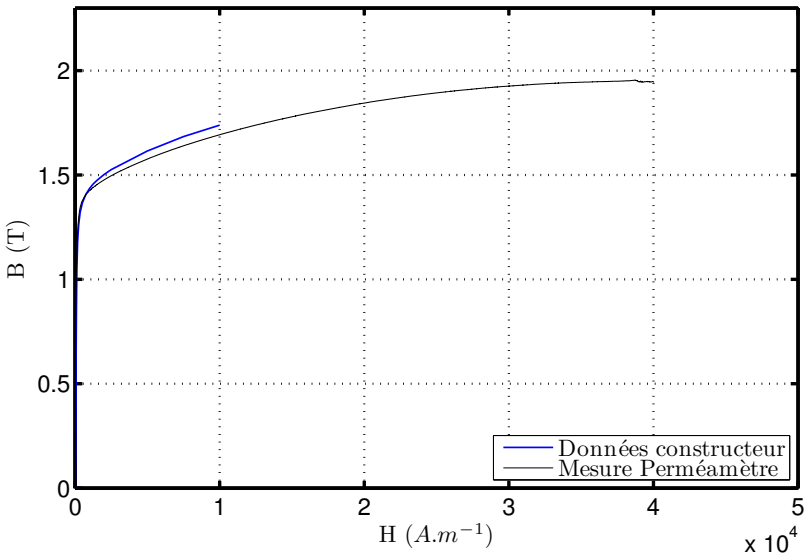


FIGURE 2.38: Courbe $B(H)$ moyennée à partir des cycles présentés à la Figure 2.37

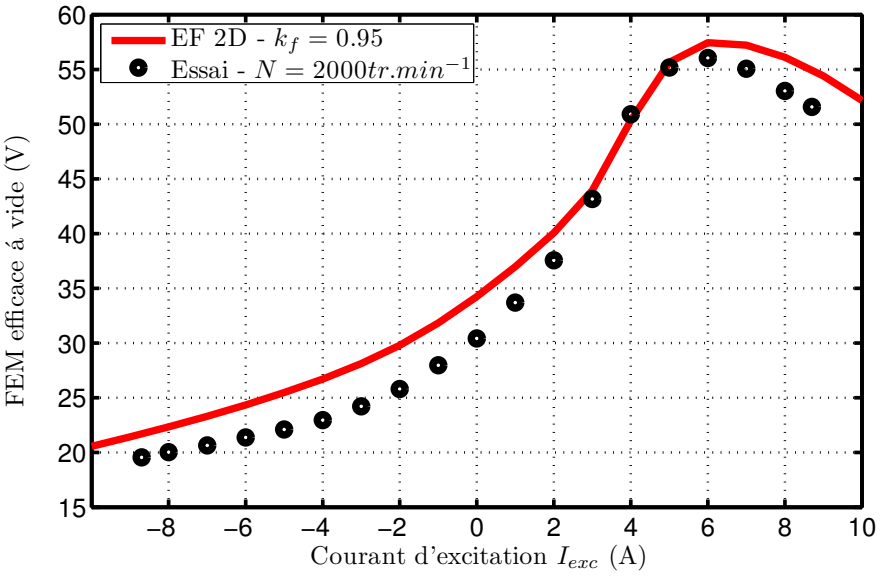


FIGURE 2.39: Comparatif de la courbe à vide à partir des caractéristiques $B(H)$ de la Figure 2.38

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la démarche qui a amené à la création de cette structure à double excitation à commutation de flux. En effet, après avoir rappelé le principe de commutation du flux sur une cellule élémentaire, nous avons essayé de mettre en évidence la manière dont les sources de champ se combinent au stator afin de contrôler le flux d'excitation. L'influence du pont magnétique ainsi que de la nuance d'aimant ont été particulièrement étudiés. Il est ressorti de cette étude une certaine complexité dans la combinaison des sources et aussi, l'intérêt d'utiliser des aimants de plus faible rémanence grâce à la forte concentration du flux au stator.

Nous avons proposé aussi une première validation expérimentale sur un prototype 24-20. Les écarts observés entre simulations EF 2D et expérimentations nous ont amenés à étudier plus particulièrement l'influence de la caractéristique B(H) sur les résultats de simulations. La démarche adoptée lors de cette étude fût progressive. Dans un premier temps, une approche « ingénieur » fut proposée, en interpolant la caractéristique B(H) sous fort champ. Cette première tentative s'est révélée très efficace même si elle ne reposait pas sur des bases physiques solides. Ensuite, une approche un peu plus physique fut mise en œuvre en considérant une interpolation du champ en utilisant l'approximation de Fröhlich-Kennelly sous fort champ et surtout en tenant compte du foisonnement, paramètre que nous avions éludé jusqu'à présent. Finalement, nous avons fini par caractériser expérimentalement un échantillon de tôle M330-35A sous fort champ (40kA/m) grâce à un perméamètre. Les résultats obtenus ont montré que le dimensionnement de cette structure était très sensible aux caractéristiques B(H) notamment sous fort champ, ainsi qu'au coefficient de foisonnement considéré.

3

Modélisation numérique en mode générateur en vue d'un dimensionnement optimal

Dans cette partie, nous détaillerons différentes approches permettant de modéliser cette structure à double excitation débitant sur un pont redresseur sur lequel est connectée une batterie (cf. Figure 3.1). Nous mettrons en évidence les avantages et inconvénients de telles méthodes dans une optique de dimensionnement optimal. Aussi, cette méthode se veut générale, et pourra donc être appliquée à d'autres structures non-conventionnelles.

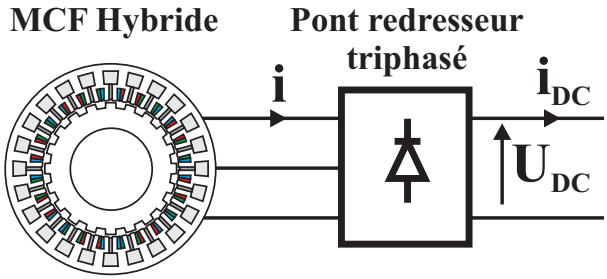


FIGURE 3.1: Schéma de principe de la double excitation

Nous présenterons donc deux modélisations pour ces machines :

- La première, une modélisation au premier harmonique, qui se révèlera particulièrement efficace pour être intégrée dans une routine d'optimisation ;
- La seconde, un couplage circuit (charge R ou RL) avec les EF 2D, permettant de prendre en compte des phénomènes plus fin tel que la détermination des pertes fer dans ces structures.

Dans la dernière partie, nous détaillerons une méthode très efficace permettant une augmentation sensible de la puissance convertible par ces structures. Il s'agit plus particulièrement d'une méthode de compensation synchrone. La pertinence économique d'une telle solution sera aussi discutée.

3.1 Modélisation au premier harmonique des structures double excitation à commutation de flux

3.1.1 Hypothèses de la modélisation au 1er harmonique

Hypothèses Une première approche proposée est une modélisation au premier harmonique de ces structures. Cette modélisation repose sur le modèle très classique de Behn-Eschenburg avec deux hypothèses fortes :

- circuit magnétique de la machine non-saturé ;
- machine à pôles lisses.

Ces deux premières hypothèses apparaissent forcement érronées au premier abord. En effet, dans la partie précédente, nous avons mis en évidence que les performances électromagnétiques de cette structure étaient

étroitement liées au niveau de saturation dans les parties ferromagnétiques. D'autre part, l'entrefer doublement saillant de cette machine MCF hybride est très éloigné de la machine synchrone à pôles lisses (du point de vue topologique).

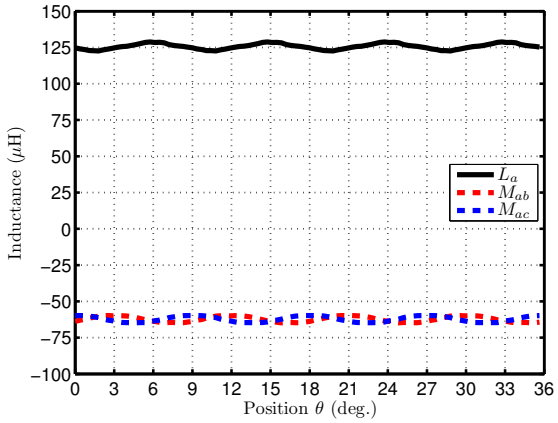
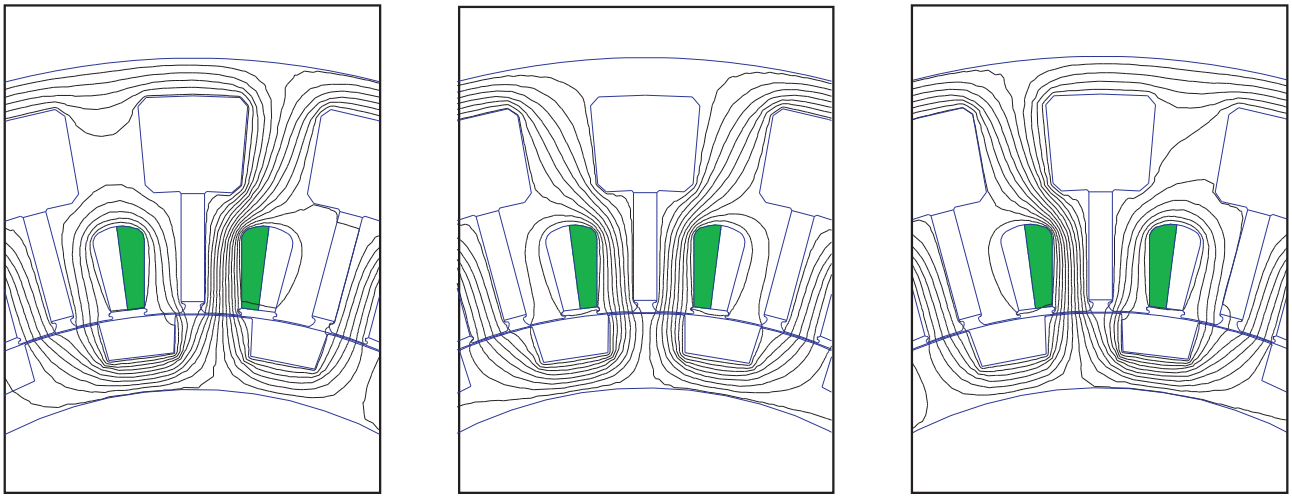


FIGURE 3.2: Evolution des inductances propre et mutuelles pour la structure MCF hybride 24-20 prototypée

Afin de palier au problème de saturation, l'évaluation des caractéristiques à vide (flux maximum à vide) et en court-circuit (nécéssaire à l'évaluation du modèle) se fera par l'intermédiaire de simulations EF 2D saturables. D'ailleurs, le travail réalisé jusqu'alors sur les caractéristiques $B(H)$ se révèle ici particulièrement utile.



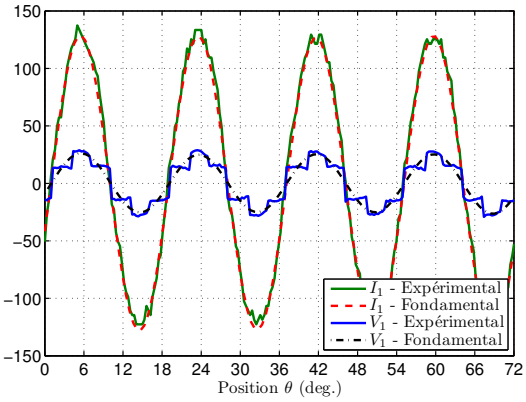
(a) (b) (c)

FIGURE 3.3: Ligne de champ sur une cellule de commutation lorsque seule la phase A est alimentée ($J_A = 2A/mm^2$) : axe d , axe q et flux maximum (axe d)

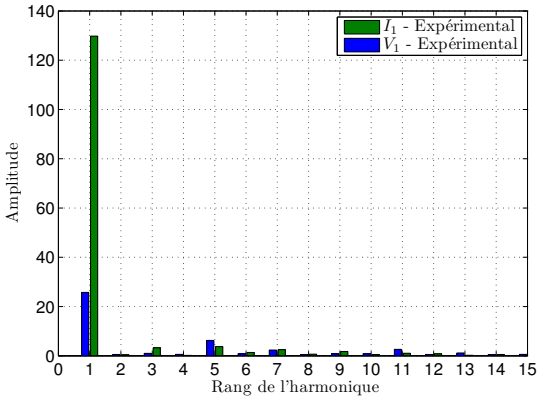
Concernant l'hypothèse d'une structure à pôles lisses, il faut remarquer que ces structures à commutation possèdent des inductances d'axe d et q peu différentes. Le couple réluctant dans ces machines est peu important. D'ailleurs, sur la Figure 3.2, nous présentons l'évolution des inductances propres L_a et mutuelles M_{ab} et M_{ac} pour le prototype MCF hybride 24-20 en fonction de la position du rotor θ. On peut remarquer qu'en effet ces dernières n'évoluent que très faiblement, l'hypothèse d'une structure à pôles lisses n'est pas pas si forte.

Pour expliquer le fait que l'inductance propre est pratiquement constante quelque soit la position du rotor, il faut se rappeler que nous avons un bobinage sur dent dans ces machines (entre deux dents statoriques plus exactement). Le flux moyen créé par la bobine d'induit sous un pôle reste à peu près le même sous un pas dentaire. Autrement dit, la réluctance de la bobine varie peu car la dent rotorique est toujours en vis-à-vis d'une des deux dents statoriques. Ceci est illustré par la Figure 3.3, où l'évolution des lignes de champ dans une

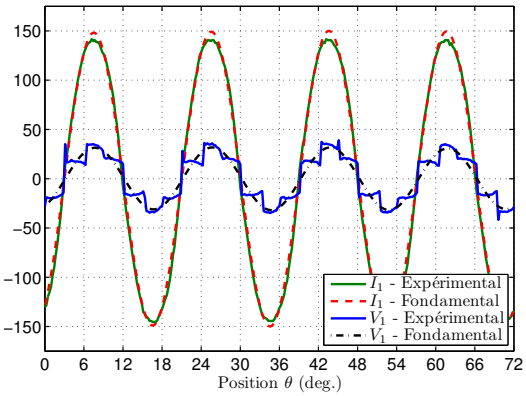
cellule de commutation est presentée (la phase A est alimentée) pour différentes positions du rotor [1].



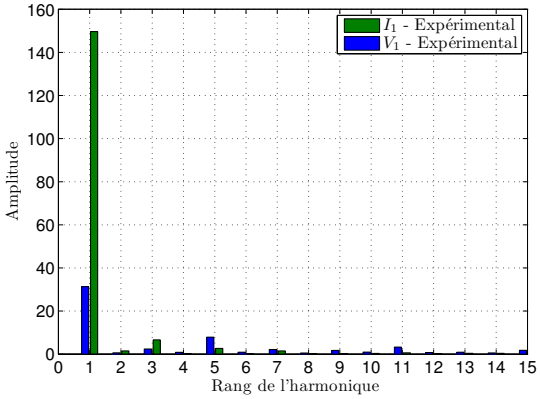
(a) $N = 1300tr/min$



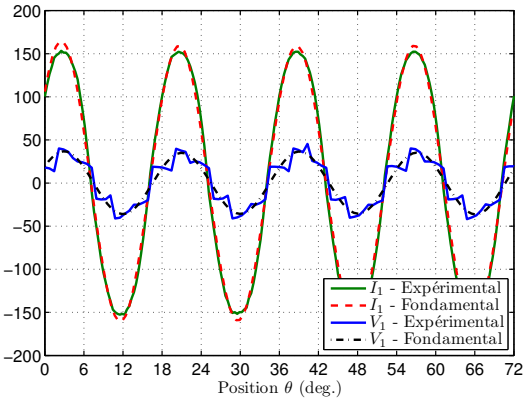
(b) $N = 1300tr/min$



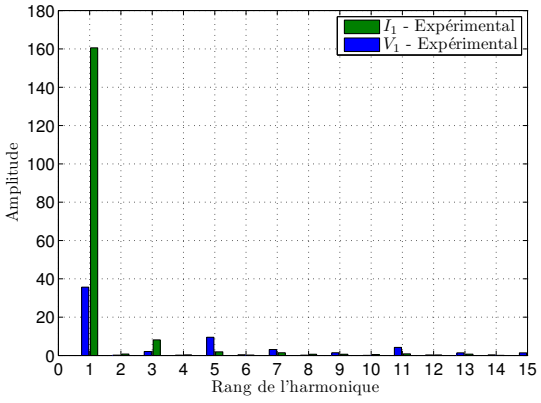
(c) $N = 2000tr/min$



(d) $N = 2000tr/min$



(e) $N = 3000tr/min$



(f)

FIGURE 3.4: Forme d'onde tension simple/courant relevées expérimentalement avec leurs composantes fondamentales pour différentes vitesses (a)(c)(e) - Décompositions harmoniques associées (b)(d)(e)

Hypothèses liées au fonctionnement en alternateur DC et validation expérimentale Une dernière hypothèse est propre au fonctionnement sur pont redresseur. En effet, théoriquement, le fondamental du courant et de la tension simple sont en phase ($\cos\varphi = 1$).

Sur la Figure 3.4, nous présentons les formes d'ondes tension/courant relévées expérimentalement en amont du pont redresseur (côté triphasé) avec leurs composantes fondamentales pour différentes vitesses (1300, 2000

1. On remarquera par ailleurs que la fréquence est double comparativement à la fréquence du flux à vide.

Vitesse (tr/min)	V_{fond} (Vrms)	I_{fond} (Arms)	P_{fond} (W)	P_{2k} (W)	P_{2k+1} (W)	$\frac{P_{harmo}}{P_{fond}} = \frac{P_{2k}+P_{2k+1}}{P_{fond}}$ (%)
1300	18.3	91.9	5016	11	61	1.4
2000	22.2	106	7025	5	68	1.0
3000	25.3	113.8	8527	1	71	0.8

TABLE 3.1: Puissance extraite des fondamentaux du courant et de la tension simple ainsi que de leurs harmoniques paires ou impaires en amont du pont redresseur

et $3000tr/min$). Les décompositions harmoniques de chacun des signaux sont aussi proposées. Un récapitulatif des grandeurs obtenues est proposé dans le Tableau.

Comme nous pouvions l'espérer, les fondamentaux du courant et de la tension simple sont en phase (puissance active maximum). Plus particulièrement, on peut observer que la forme d'onde du courant de phase est très propre avec peu d'harmonique (cf. spectres de la Figure 3.4). Cela se retrouve d'ailleurs sur la part des harmoniques de puissance, notées ici P_{harmo}, sur le fondamental de la puissance active P_{fond}, avec des rapports qui fluctuent autour de 1%. Ce dernier point est très intéressant car il crédibilise l'intérêt d'un modèle au premier harmonique afin d'évaluer les performances de telles structures.

3.1.2 Développement du modéle au 1er harmonique

Le modèle au 1er harmonique se base sur le diagramme de phase du modèle de Behn-Eschenburg que l'on rappelle à la Figure 3.5. On remarquera que la tension simple V et le courant I sont en phase.

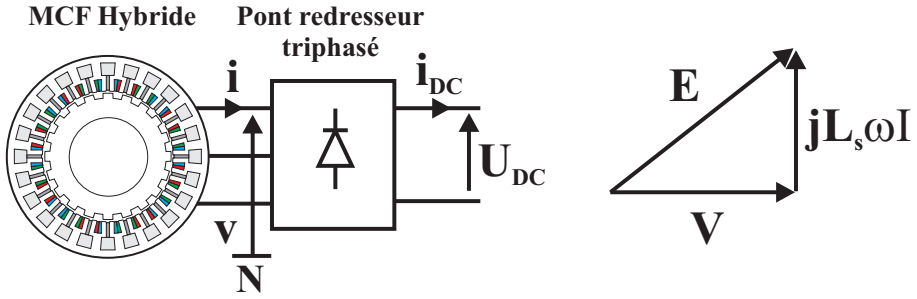


FIGURE 3.5: Schéma de principe de la double excitation

A partir de ce diagramme de phase, il est facile d'exprimer la puissance active côté triphasé P,

$$P = 3VI = P_{DC} \tag{3.1}$$

que l'on condidère égale à la puissance côté continu P_{DC} (au pertes Joule dans le pont redresseur près). On peut reécrire cette expression comme suit,

$$P_{DC} = 3VI_{cc}\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}V}{\varphi_M \omega}\right)^2} \tag{3.2}$$

avec I_{cc} le courant de court-circuit, φ_M le flux maximum par phase, ω la pulsation électrique. Nous identifierons par la suite l'équation 3.2 à l'expression suivante,

$$P_{DC} = P_{max}\left(1 - \frac{N_b}{N}\right)^{\alpha} \tag{3.3}$$

avec P_{max} la puissance maximale théorique (vitesse infinie), N_b la vitesse de base, N la vitesse de rotation et α un paramètre à déterminer expérimentalement. Il s'agit bien sur d'une formulation empirique mais qui reste fidèle à la formulation théorique 3.2. La détermination de la puissance maximale P_{max} est le point le plus important,

$$P_{max} = 3VI_{cc} \tag{3.4}$$

avec

$$V = \frac{2}{\pi\sqrt{2}}U_{DC} \tag{3.5}$$

et

$$I_{cc} = \delta_{cc}\frac{k_b S_b}{n_{sc}} \tag{3.6}$$

où U_{DC} est la tension batterie, k_b le coefficient de remplissage de l'encoche d'induit, S_b la section de l'encoche, n_{sc} le nombre de spire par cellule et δ_{cc} la densité de courant de court-circuit. La vitesse de base N_b peut être définie par,

$$V = n_{cp}n_{sc}\frac{\varphi_M}{\sqrt{2}}N_r N_b\frac{\pi}{30} \tag{3.7}$$

avec n_{cp} le nombre de cellule de commutation par phase, N_r le nombre de dent rotorique (équivalent à un nombre de paire de pôles p). A partir de 3.5, 3.6 et 3.7, on peut redéfinir la puissance maximale théorique de la manière suivante,

$$P_{max} = \frac{\pi}{10\sqrt{2}}n_{cp}n_{sc}\varphi_M N_r N_b\delta_{cc}\frac{k_b S_b}{n_{sc}} \tag{3.8}$$

Dans cette dernière expression, on remarque que P_{max} est fonction de deux termes φ_M et δ_{cc}. Ces deux termes, fonction du courant d'excitation I_{exc}, seront évalués par EF 2D.

3.1.3 Caractéristiques à vide et en court-circuit

Caractéristique à vide La détermination du flux maximum φ_M a déjà été détaillée dans le Chapitre 2. Nous ne reviendrons pas en détail sur ce point mais présenterons uniquement un comparatif entre les simulations EF 2D et des expérimentations ménées sur le prototype avec une longueur de fer de $15mm$. Comme précédemment, la courbe $B(H)$ considérée a été interpolée pour les forts champs magnétiques (cf. Section 2.5).

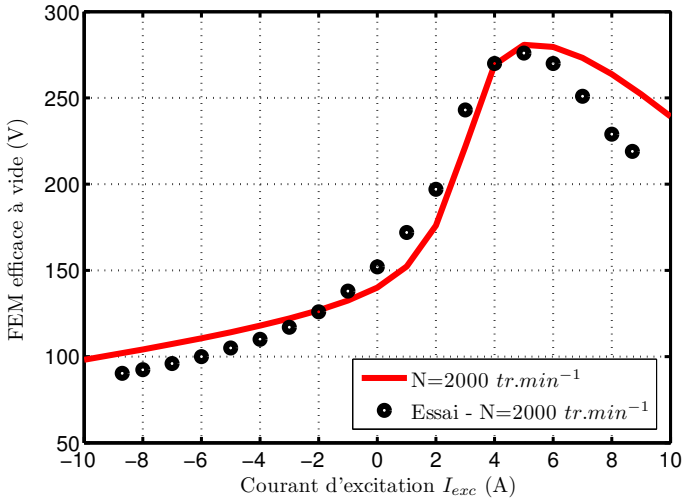
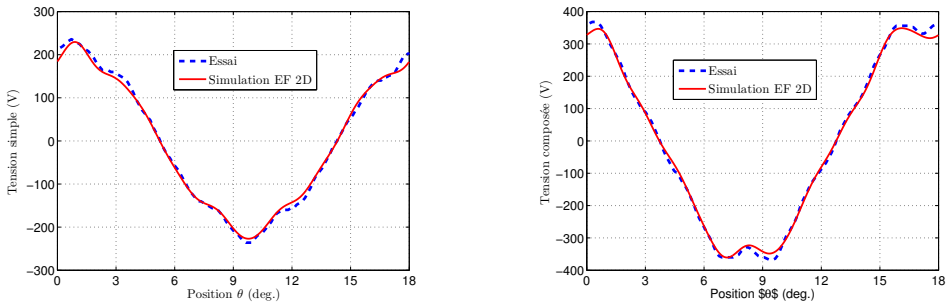
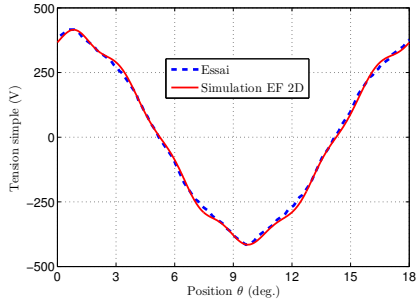


FIGURE 3.6: Evolution de la FEM efficace en fonction du courant d'excitation I_{exc} - Prototype avec une longueur de fer de $15mm$

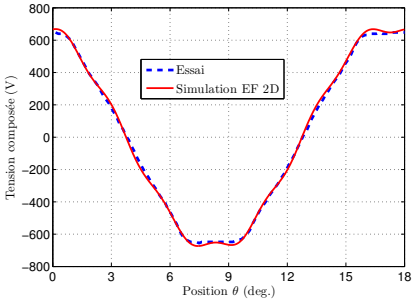


(a) $I_{exc} = 0A$

(b) $I_{exc} = 0A$



(c) $I_{exc} = 5A$



(d) $I_{exc} = 5A$

FIGURE 3.7: Comparaison des formes d'onde des tensions simples (a)(b) et composées (c)(d) obtenues par EF 2D et lors des essais pour différents courants d'excitation - Prototype avec une longueur de fer de $15mm$

L'évolution de la FEM efficace en fonction du courant d'excitation I_{exc} est présentée à la Figure 3.6. Le comparatif entre les simulations EF 2D et les résultats expérimentaux est satisfaisant. On retrouve là-encore le phénomène de réduction du flux (ou de la FEM) sous très fort courant d'excitation.

Concernant l'évolution des tensions simples et composées à la Figure 3.7, les simulations EF 2D permettent de prédire fidèlement les formes d'onde expérimentales, sauf pour les très forts courants d'excitation ($I_{exc} > 6A$).

Caractéristique en court-circuit La détermination du courant de court-circuit nécessite un peu plus d'explications. Le courant de court-circuit I_{cc} correspond au courant de réaction d'induit maximal. Autrement dit, il s'agit du courant permettant d'annuler complètement le flux d'excitation. Sur la Figure 3.8, un organigramme décrivant la méthode permettant de déterminer le courant de court-circuit.

Afin de déterminer le courant de court-circuit, il faut tout d'abord déterminer l'axe d de la structure. Ensuite, en réinjectant dans l'induit un courant créant un flux en directe opposition de phase avec le flux d'excitation,

$$\begin{cases} J_{ph1} = -\delta_{ind} \sin\left(N_r\left(\theta - \theta_d\right)\right) \\ J_{ph2} = -\delta_{ind} \sin\left(N_r\left(\theta - \theta_d\right) - \frac{2\pi}{3}\right) \\ J_{ph3} = -\delta_{ind} \sin\left(N_r\left(\theta - \theta_d\right) - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \tag{3.9}$$

on peut réduire progressivement le flux embrassé par chacune des phases. A la Figure 3.9.(a), on présente l'évolution du flux par phase en fonction de la position rotorique θ pour différentes valeurs de la densité de courant d'induit δ_{ind}. On remarque que le flux embrassé par la phase est réduit progressivement. Aussi, on peut observer que seul le fondamental est affecté, les harmoniques de flux ne sont pratiquement pas impactés. D'ailleurs à la Figure 3.9.(b), où l'on présente l'évolution de certains harmoniques (5 et 7) en fonction de δ_{ind}, on voit que c'est majoritairement le fondamental qui est réduit.

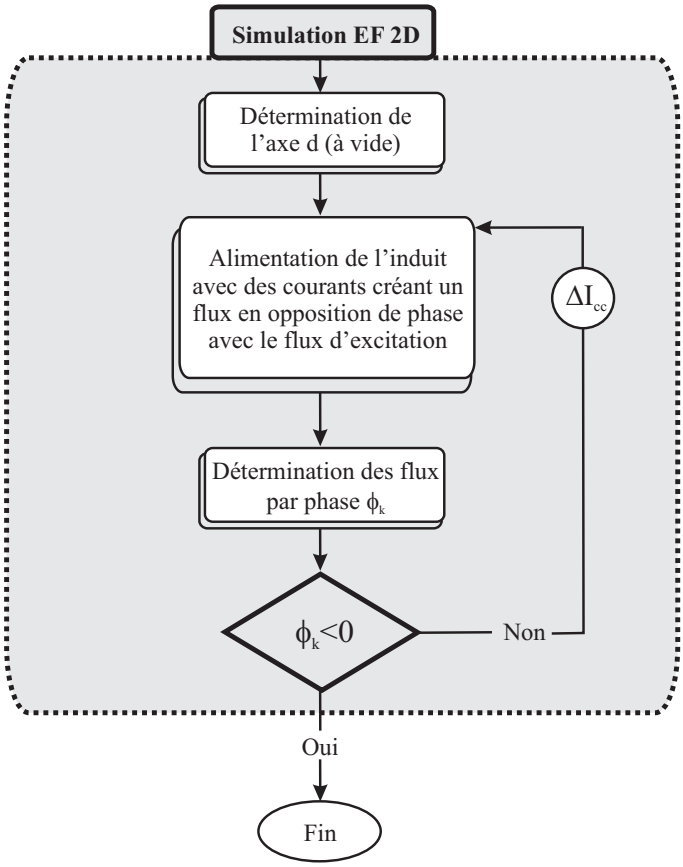
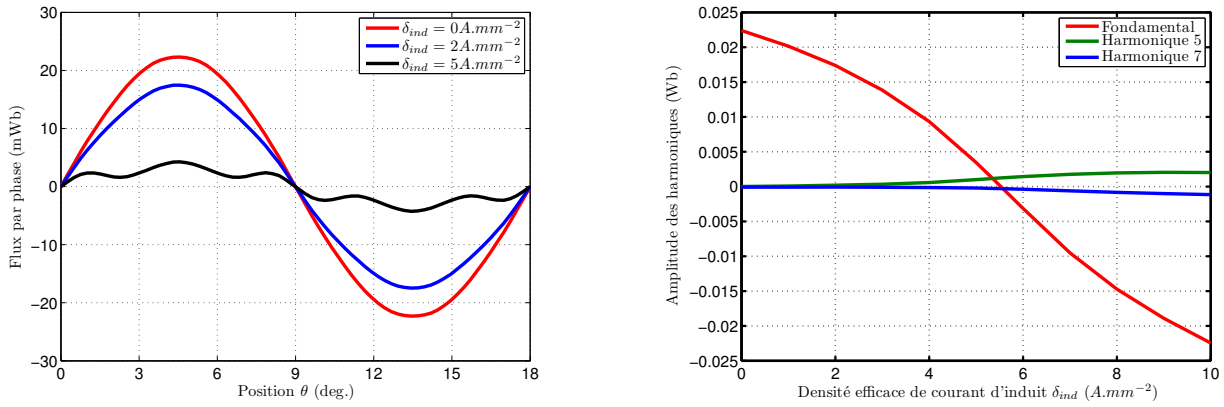


FIGURE 3.8: Organigramme décrivant la méthode de détermination du courant de court-circuit



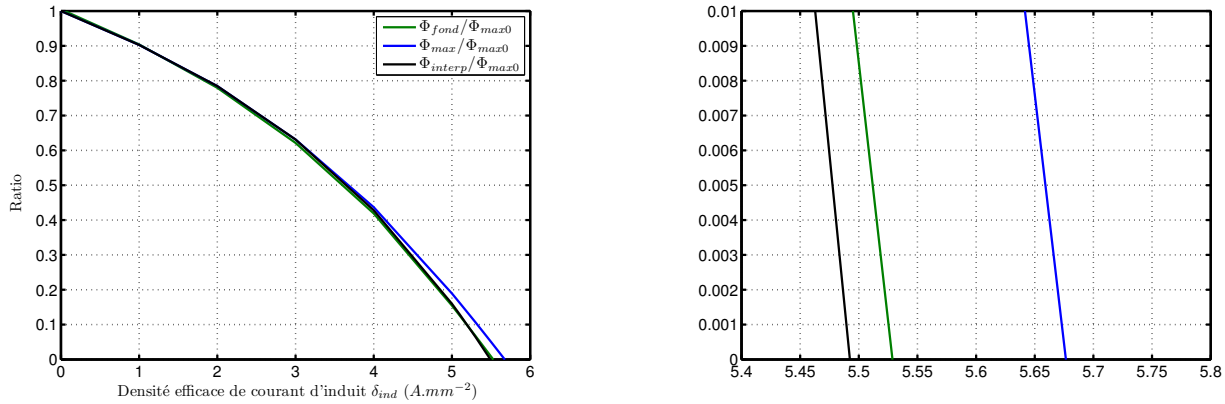
(a) (b)

FIGURE 3.9: Evolution du flux par phase en fonction de la position du rotor θ pour différentes valeurs de δ_{ind} (a) et évolution du fondamental et des harmoniques 5 et 7 en fonction de δ_{ind} (b)

La densité de courant de court-circuit δ_{cc} correspond donc à la densité de de courant d'induit annulant le flux. Sur l'organigramme de la Figure 3.8, nous précisons que la densité de courant d'induit est augmentée graduellement de ΔI_{cc}, jusqu'à ce que le flux $\Phi_k < 0$. En revanche, au niveau du critère d'arrêt, *doit-on considérer le fondamental du flux* Φ_{fond} *ou bien le flux maximum* Φ_{max} *?* Etant donnée que l'on développe un modèle premier harmonique, il serait logique de ne considérer que le fondamental. De manière pratique, la détermination du fondamental nécessite un traitement additionnel des données, ce qui pénalise en temps de calcul la solution. Nous explorons par la suite l'influence de Φ_{fond} et Φ_{max} sur la détermination du courant de court-circuit.

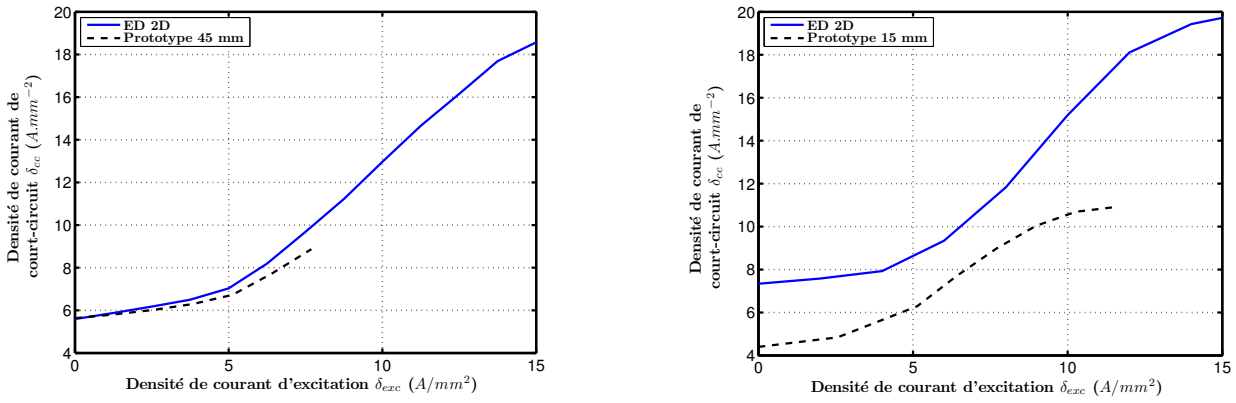
Sur la Figure 3.10, nous proposons l'évolution de chacune de ces valeurs normalisées par rapport au flux maximum Φ_{max0} sans courant d'induit en fonction du courant d'induit δ_{ind}. Les évolutions obtenues sont très similaires. Nous obtenons une densité de courant de court-circuit de $\delta_{cc} = 5.53A/mm^2$ en considérant le ratio Φ_{fond}/Φ_{max0} contre $\delta_{cc} = 5.68A/mm^2$ suivant le ratio Φ_{max}/Φ_{max0}. Cela représente un écart de moins de 3%, ce qui est acceptable.

Finalement, nous proposons une dernière méthode afin de déterminer la densité de courant de court-circuit δ_{cc}. Toujours sur la Figure 3.10, nous avons tracé l'évolution du ratio $\Phi_{interp}/\Phi_{max0}$ qui correspond à une interpolation polynomiale d'ordre 3 du ratio Φ_{max}/Φ_{max0} à partir seulement des premières valeurs de ce dernier. Typiquement, nous déterminons ce ratio par EF 2D pour des densités de courant d'induit inférieures à $3A/mm^2$, au delà de cette valeur, il est interpolé. On remarque que cette méthode est assez efficace puisque la densité de courant de court-circuit obtenues est de $\delta_{cc} = 5.49A/mm^2$.Cette dernière méthode reste donc très satisfaisante tout en autorisant un gain intéressant en terme de temps de calcul.



(a) (b)

FIGURE 3.10: Evolution de différents ratios en fonction de la densité de courant d'induit δ_{ind} (a) et zoom sur l'intersection (b)



(a) $k_{b_{induit}} = 44\%$ (b) $k_{b_{induit}} = 40\%$

FIGURE 3.11: Evolution de la densité de courant de court-circuit δ_{cc} en fonction de la densité de courant d'excitation δ_{exc} ($k_{bexc} = 40\%$) : prototype $45mm$ (a) et $15mm$ (b)

Comparatif expérimental des caractéristiques en court-circuit Nous proposons dans ce paragraphe un comparatif entre le courant de court-circuit calculé à partir de la méthode évoquée précédemment et des résultats expérimentaux. Nous profitons d'avoir deux prototypes avec des toleries identiques mais des longueurs de fer différentes ($45mm$ et $15mm$) afin de réaliser un comparatif plus exhaustif.

Sur la Figure 3.11, nous proposons donc un comparatif entre simulations et expérimentations. On remarquera sur les axes que nous avons choisi de représenter la caractéristique à vide en utilisant des densités de courant afin de s'affranchir des différentes configurations de bobinage des prototypes (nombre de spires par cellule, nombre de voies en parallèle...). La simulation EF 2D donne des résultats assez fidèles avec ceux du prototype $45mm$ (différence de 3% pour $I_{exc} = 5A$) alors que l'on obtient une erreur moyenne d'environ 20% dans le cas du prototype $15mm$.

La différence observée vient clairement d'un effet 3D avec l'inductance additionnelle des têtes de bobines qui n'a pas été prise en compte dans la simulation EF 2D. Cela étant le prototype $15mm$ est exagérément fin par rapport aux têtes de bobine (cf. Figure 3.12).

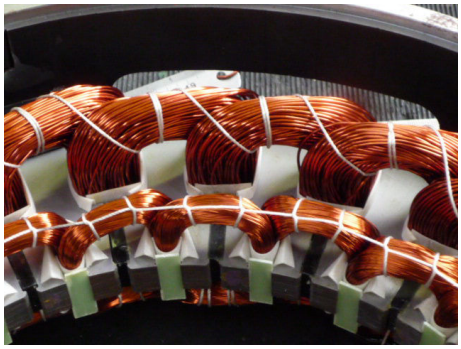


FIGURE 3.12: Stator du prototype $15mm$

3.1.4 Evaluation de la puissance convertible P_{max} et comparatif expérimental

Maintenant que nous avons détaillé la manière de déterminer le flux par phase maximum φ_M et la densité de courant de court-circuit δ_{cc}, il est possible de déterminer la puissance maximale convertible P_{max} à partir de l'expression 3.8.

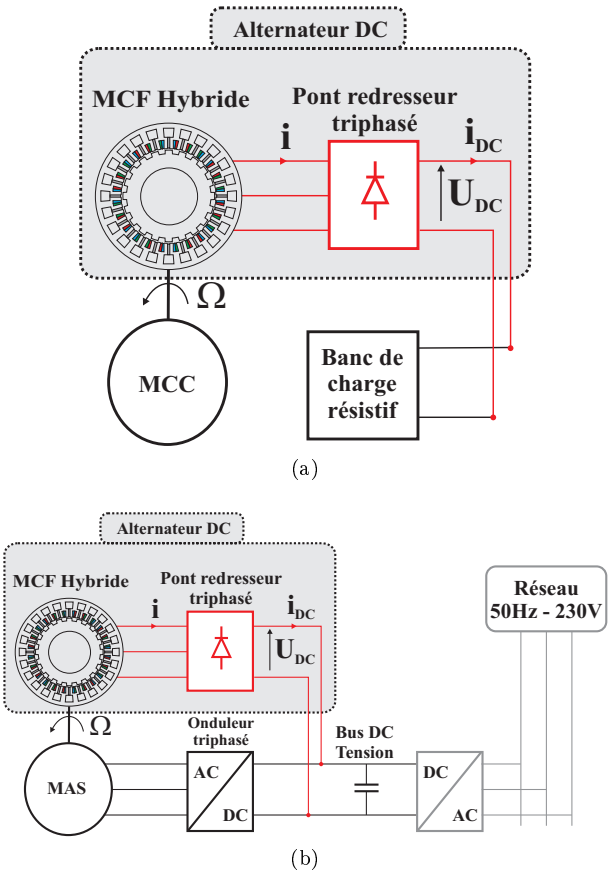


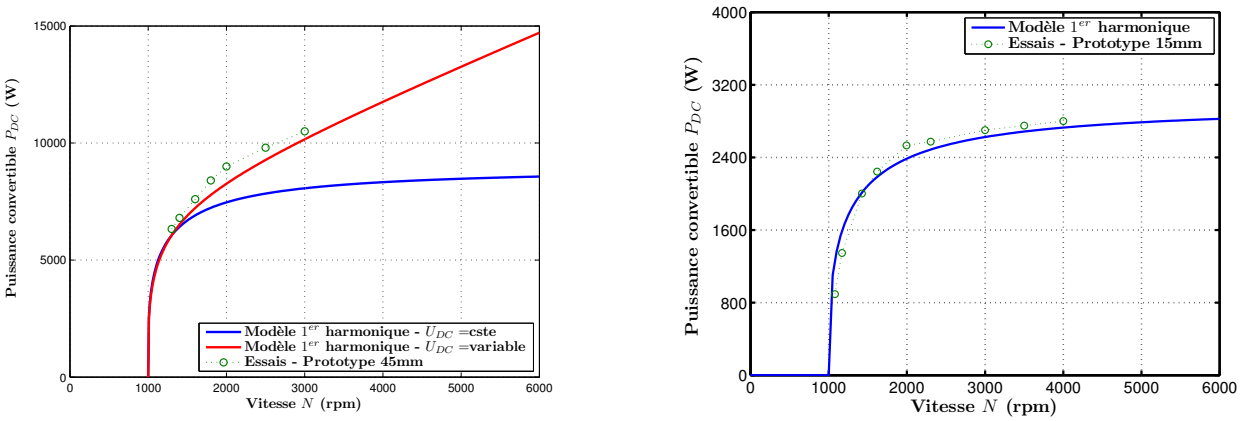
FIGURE 3.13: Montages expérimentaux : prototype $45mm$ (a) et $15mm$ (b)

Description du banc expérimental Les deux prototypes n'ont pas été testé sur le même banc expérimental. En effet, le prototype $45mm$ a été testé en mode alternateur DC débitant sur une charge résistive (la tension côté continu n'étant pas régulée) (cf. Figure 3.13.(a)). Sur ce point, nous différons de la modélisation proposée car l'on supposait une tension U_{DC} constante. Ce prototype était entrainé par une machine à courant continu (MCC) (vitesse d'entrainement maximum $4000tr/min$) lors des expérimentations.

Concernant le prototype avec une longueur de fer de $15mm$, le montage est différent (cf. Figure 3.13.(b)). En effet, nous entrainons l'alternateur par une MAS ($5.5kW$) pilotée par un variateur. La tension de sortie du redresseur U_{DC} est rebouclée directement sur le bus DC du variateur. Cela signifie d'une part que la tension redressée peut être considérée comme constante, et que d'autre part, le réseau ne fournit que les pertes sur la chaine de conversion (pertes Joule dans les différents composants, pertes mécaniques notamment au niveau de la courroie d'entrainement, pertes fer).

Dans les deux bancs expérimentaux, le bobinage d'excitation est alimenté par une source externe additionnelle.

Validation expérimentale Expérimentalement, pour déterminer la puissance maximale convertible à vitesse donnée P_{DC}, on attend une stabilisation thermique des bobinages d'induit et d'excitation. Sur la Figure 3.14, nous proposons un comparatif entre le modèle 1er harmonique et les expérimentations pour les deux prototypes $15mm$ et $45mm$.



(a) (b)

FIGURE 3.14: Comparatif entre le modèle 1er harmonique et les expérimentations : prototype $45mm$ (a) et $15mm$ (b)

Concernant le prototype $45mm$, lorsque l'on considère la tension de sortie U_{DC} constante (cf. Figure 3.14.(a)). Nous observons sauf pour les basses vitesses (proches de la vitesse de base N_b) une mauvaise concordance entre les essais et le modèle. Lors des essais, nous ne maintenions pas la tension de sortie constante en utilisant une charge purement résistive. Il est logique que la puissance réaugmente ($\propto U_{DC}^2$). Nous avons donc adapté le modèle en modifiant la vitesse de base pour chaque point de charge (U_{DC}, N). Les résultats sont présentés à la Figure 3.14.(a) et sont en bien meilleur accord.

Pour le prototype $15mm$, malgré une erreur importante sur l'évaluation du courant de court-circuit, l'évaluation de la puissance reste précise sur une plage de vitesse allant jusqu'à $4000tr/min$.

3.1.5 Avantages et limitations de ce modèle

Un des principaux avantages de ce modèle reste sa simplicité qui va de pair avec une évaluation relativement rapide des performances. Ce dernier point est particulièrement intéressant s'il l'on veut inclure ce modèle dans une procédure d'optimisation. Ce modèle permet en outre de prendre en compte la saturation du matériau magnétique, qui comme nous l'avons vu précédemment, est un paramètre très influant sur les performances de ces machines.

Une des principales limitations de ce modèle reste son incapacité à prédire les pertes fer. En effet, il est possible de déterminer à la fois les pertes Joule d'excitation et d'induit, cependant, afin d'évaluer le rendement complet de la machine, nous avons besoin d'un moyen d'évaluation des pertes fer.

L'évaluation des pertes fer suppose de connaitre l'évolution temporelle des variations d'induction auxquelles les culasses et dents sont soumises. La détermination des pertes fer au moyen d'un modèle circuit couplé avec les EF fera l'objet de la prochaine section. Dans le Chapitre 5, dédié à l'optimisation de ces structures, nous proposerons une approche sensiblement différente, en utilisant un modèle moyen des pertes fer.

3.2 Couplage circuit-EF

Dans cette partie, nous nous intéressons à la détermination des pertes fer par l'intermédiaire d'un couplage circuit-EF. Le couplage se bornera à une charge résistive R (ou éventuellement RL), la non-linéarité du pont redresseur n'est pas modélisée. Pour justifier cela, deux raisons :

– Premièrement, nous avons vu que de considérer le premier harmonique de flux permettait d'évaluer, avec une précision raisonnable, la puissance convertible par cette structure hybride. Le choix d'une charge purement résistive à donc tout son sens.

– Deuxièmement, on pourrait reprocher à cette simplification (charge purement résistive) de ne pas tenir compte des harmoniques temporelles de champ (qui vont éventuellement influer sur le niveau de pertes fer) introduites par la non-linéarité du pont redresseur. Cette remarque serait vraie si l'on ne se rappelait pas de la Figure 3.4. Nous avions montré expérimentalement que le courant de phase était pratiquement sinusoïdal. L'influence des harmoniques de courant introduits par le pont redresseur sur les pertes fer sera vraisemblablement faible.

3.2.1 Modélisation par un couplage circuit - Elements Finis 2D

Nous détaillons dans un premier temps la démarche qui permet de créer un couplage circuit avec un logiciel EF. Nous pouvons considérer que le flux embrassé par chaque phase φ_k, d'une structure hybride $k-$phasée, est fonction de $k+3$ sources de champ distinctes,

$$\varphi_k = f\left(\theta, B_r, I_{exc}, [I_1 \cdots I_k]\right) \tag{3.10}$$

avec θ la position rotorique, B_r la rémanence de l'aimant, I_{exc} le courant d'excitation et $[I_1 \cdots I_k]$ les k courants de phase. Dans la suite, par simplification, nous considèrerons plus particulièrement le cas triphasé. A partir de la loi de Faraday, on peut exprimer la tension induite $U_{r_{1,2,3}}$comme suit,

$$U_{r_{1,2,3}} = -\frac{d\varphi_{1,2,3}\left(\theta, B_r, I_{exc}, I_1, I_2, I_3\right)}{dt} \tag{3.11}$$

En considérant que les sources de champ, B_r et I_{exc}, constantes, la différentielle de $\varphi_{1,2,3}$ s'exprime par,

$$d\varphi_{1,2,3}\left(\theta, B_r, I_{exc}, I_1, I_2, I_3\right) = \frac{\partial\varphi_{1,2,3}}{\partial\theta}d\theta + \frac{\partial\varphi_{1,2,3}}{\partial I_1}dI_1 + \frac{\partial\varphi_{1,2,3}}{\partial I_2}dI_2 + \frac{\partial\varphi_{1,2,3}}{\partial I_3}dI_3 \tag{3.12}$$

A partir de 3.11 et 3.12, nous pouvons redéfinir les tensions induites pour chaque phase comme,

$$\begin{cases} U_{r_1} = -\Omega\left[\underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial\theta}\right)_{I_{1,2,3}}}_{\alpha_1} + \underbrace{\left|\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial I_1}\right)_{\theta,I_{2,3}}\right|}_{\beta_1}\frac{\partial I_1}{\partial\theta} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial I_2}\right)_{\theta,I_{1,3}}}_{\gamma_1}\frac{\partial I_2}{\partial\theta} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial I_3}\right)_{\theta,I_{1,2}}}_{\delta_1}\frac{\partial I_3}{\partial\theta}\right] \\ U_{r_2} = -\Omega\left[\underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\theta}\right)_{I_{1,2,3}}}_{\alpha_2} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial I_1}\right)_{\theta,I_{2,3}}}_{\beta_2}\frac{\partial I_1}{\partial\theta} + \underbrace{\left|\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial I_2}\right)_{\theta,I_{1,3}}\right|}_{\gamma_2}\frac{\partial I_2}{\partial\theta} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial I_3}\right)_{\theta,I_{1,2}}}_{\delta_2}\frac{\partial I_3}{\partial\theta}\right] \\ U_{r_3} = -\Omega\left[\underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial\theta}\right)_{I_{1,2,3}}}_{\alpha_3} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial I_1}\right)_{\theta,I_{2,3}}}_{\beta_3}\frac{\partial I_1}{\partial\theta} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial I_2}\right)_{\theta,I_{1,3}}}_{\gamma_3}\frac{\partial I_2}{\partial\theta} + \underbrace{\left|\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial I_3}\right)_{\theta,I_{1,2}}\right|}_{\delta_3}\frac{\partial I_3}{\partial\theta}\right] \end{cases} \tag{3.13}$$

Sur ce système d'équations, on retrouve l'influence directe de la rotation sur la tension induite au travers du terme $\alpha_{1,2,3}$. Nous avons aussi les termes $\beta_{1,2,3}$, $\gamma_{1,2,3}$ et $\delta_{1,2,3}$ qui représentent en quelque sorte une inductance dynamique. Physiquement, on pourrait considérer ces termes comme étant la réponse de notre système (la machine électrique dans notre cas) à un état donné (niveau de charge ou niveau de saturation dans les parties férromagnétiques dans notre exemple) à une excitation externe (un des courants de phase).

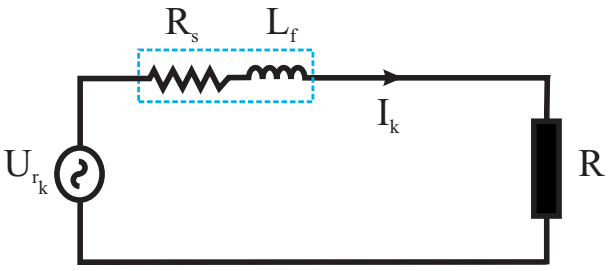


FIGURE 3.15: Schéma équivalent monophasé sur charge résistive

En considérant le schéma équivalent monophasée de la Figure 3.15, nous pouvons écrire que,

$$U_{r_{1,2,3}} - L_{f_{1,2,3}} \frac{dI_{1,2,3}}{dt} - R_{s_{1,2,3}} I_{1,2,3} = R I_{1,2,3} \tag{3.14}$$

avec

$$U_{r_{1,2,3}} = -\Omega \left[\alpha_{1,2,3} + \beta_{1,2,3} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} + \gamma_{1,2,3} \frac{\partial I_2}{\partial \theta} + \delta_{1,2,3} \frac{\partial I_3}{\partial \theta} \right] \tag{3.15}$$

Finalement, à partir de 3.14 et 3.15, nous pouvons obtenir le système suivant,

$$\begin{cases} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} + \frac{(R_{s_1}+R)}{\Omega(\beta_1+L_{f_1})} I_1 = -\frac{\gamma_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \frac{\partial I_2}{\partial \theta} - \frac{\delta_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \frac{\partial I_3}{\partial \theta} - \frac{\alpha_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \\ \frac{\partial I_2}{\partial \theta} + \frac{(R_{s_2}+R)}{\Omega(\gamma_2+L_{f_2})} I_2 = -\frac{\beta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} - \frac{\delta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \frac{\partial I_3}{\partial \theta} - \frac{\alpha_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \\ \frac{\partial I_3}{\partial \theta} + \frac{(R_{s_3}+R)}{\Omega(\delta_3+L_{f_3})} I_3 = -\frac{\beta_3}{(\delta_3+L_{f_3})} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} - \frac{\gamma_3}{(\delta_3+L_{f_3})} \frac{\partial I_2}{\partial \theta} - \frac{\alpha_3}{(\delta_3+L_{f_3})} \end{cases} \tag{3.16}$$

On peut encore réécrire le système ci dessus sous forme matricielle $[A]\left[\dot{X}\right] = [B]\,[X] + [C]$,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{\gamma_1}{(\beta_1+L_{f_1})} & \frac{\delta_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \\ \frac{\beta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} & 1 & \frac{\delta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \\ \frac{\beta_3}{(\delta_3+L_{f_3})} & \frac{\gamma_3}{(\delta_3+L_{f_3})} & 1 \end{bmatrix}}_{[A]} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial I_2}{\partial \theta} \\ \frac{\partial I_3}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{[\dot{X}]} =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{(R_{s_1}+R)}{\Omega(\beta_1+L_{f_1})} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(R_{s_2}+R)}{\Omega(\gamma_2+L_{f_2})} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(R_{s_3}+R)}{\Omega(\delta_3+L_{f_3})} \end{bmatrix}}_{[B]} \underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}}_{[X]} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \\ -\frac{\alpha_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \\ -\frac{\alpha_3}{(\delta_3+L_{f_3})} \end{bmatrix}}_{[C]} \tag{3.17}$$

Le système ci-dessus peut être mis sous forme d'état,

$$[X] = [A]^{-1}\,[B]\,[X] + [A]^{-1}\,[C] \tag{3.18}$$

La discrétisation de ce vecteur amène à écrire,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial I_1}{\partial \theta} = \frac{I_1 - I_{1_0}}{\Delta\theta} \\ \frac{\partial I_2}{\partial \theta} = \frac{I_2 - I_{2_0}}{\Delta\theta} \\ \frac{\partial I_3}{\partial \theta} = \frac{I_3 - I_{3_0}}{\Delta\theta} \end{array} \right\} \Longrightarrow \left[\dot{X}\right] = \frac{1}{\Delta\theta} \left([X] - [X_0]\right) \tag{3.19}$$

Finalement, nous pouvons écrire le vecteur des inconnues comme,

$$[X] = \Delta\theta\,[D]^{-1}\,[A]^{-1}\,[C] + [D]^{-1}\,[X_0] \tag{3.20}$$

avec

$$[D] = [Id] - \Delta\theta\,[A]^{-1}\,[B] \tag{3.21}$$

Pour s'assurer que la somme des courants est nulle à chaque étape de la résolution, on ne peut pas imposer directement la condition suivante $I_1 + I_2 + I_3 = 0$. En effet, la matrice doit être nécessairement inversible pour résoudre le système d'équations. Finalement, on imposera plutôt la condition suivante $\frac{\partial I_1}{\partial\theta} + \frac{\partial I_2}{\partial\theta} + \frac{\partial I_3}{\partial\theta} = 0$. Les matrices $[A]$, $[B]$ et$[C]$ deviennent,

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\gamma_1}{(\beta_1+L_{f_1})} & \frac{\delta_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \\ \frac{\beta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} & 1 & \frac{\delta_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{(R_{s_1}+R)}{\Omega(\beta_1+L_{f_1})} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(R_{s_2}+R)}{\Omega(\gamma_2+L_{f_2})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{(\beta_1+L_{f_1})} \\ -\frac{\alpha_2}{(\gamma_2+L_{f_2})} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

L'extension de la méthode au cas d'une charge RL se fait en remplacant l'inductance de fuite $L_{f_{1,2,3}}$ par une inductance équivalente tenant compte de l'inductance additionnelle L.

3.2.2 Mise en oeuvre de la méthode et validation du couplage circuit - EF 2D

Mise en oeuvre de la méthode La méthode a été implémentée en '*lua*' sous FEMM. A partir de l'expression 3.20, il est possible de déterminer les courants jusqu'à bonne convergence de notre système. A la Figure 3.16, nous proposons un organigramme complet décrivant la méthode de résolution.

Après avoir défini certains paramètres de la simulation comme la vitesse de rotation Ω, la densité de courant d'excitation δ_{exc} ou encore la charge R, la géométrie à simuler est définie. Cela permet d'une part de déterminer certains paramètres comme la résistance statorique R_s, la résistance d'excitation R_{exc} et les éventuelles inductances de fuites des têtes de bobines L_f. D'autre part, une série de simulation EF 2D est initialisée.

Il s'agit en fait de 4 simulations EF 2D qui vont permettre de déterminer respectivement les 4 termesα_k, β_k, γ_k et δ_k. Ensuite, le système différentiel est résolu afin de déterminer la nouvelle valeur des courants d'induit. Le critère d'arrêt porte sur la position finale du moteur car l'on peut estimer que deux périodes électriques sont suffisantes pour converger.

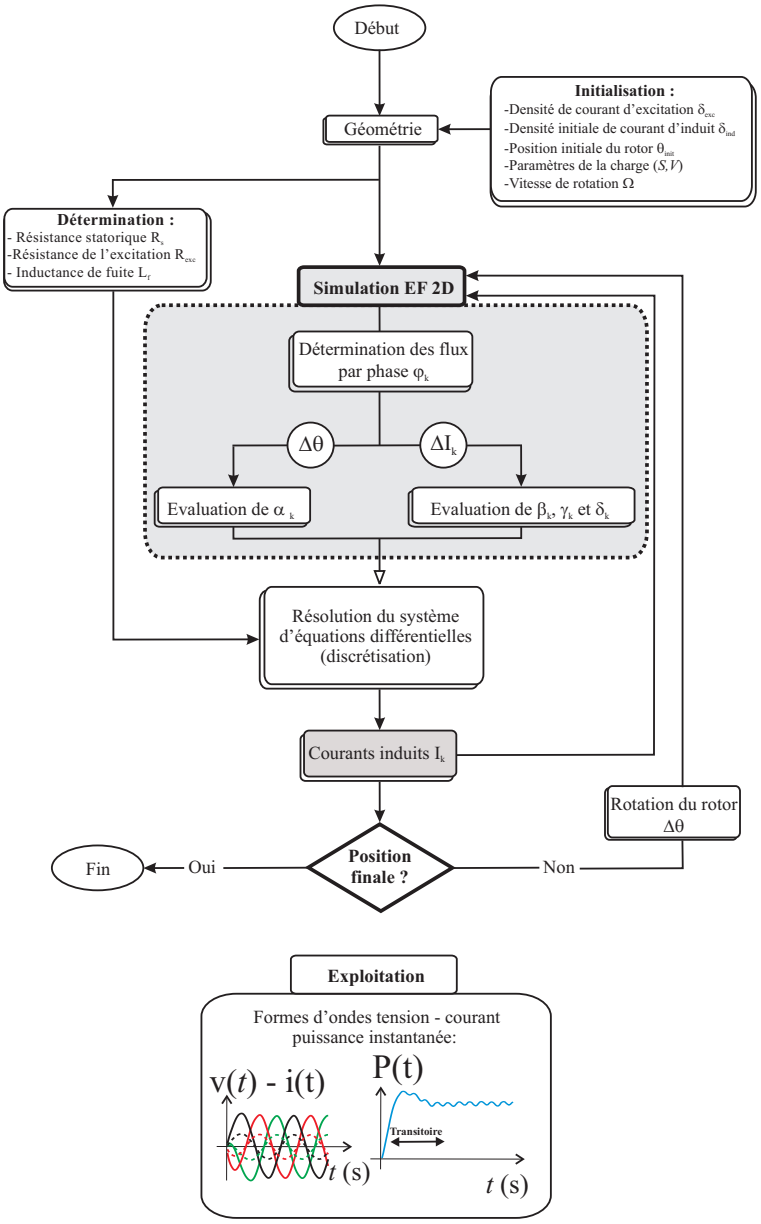
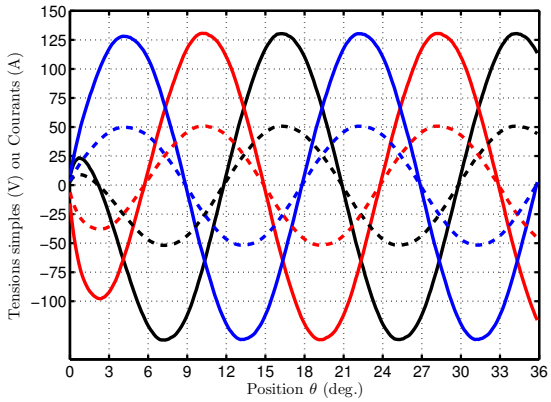
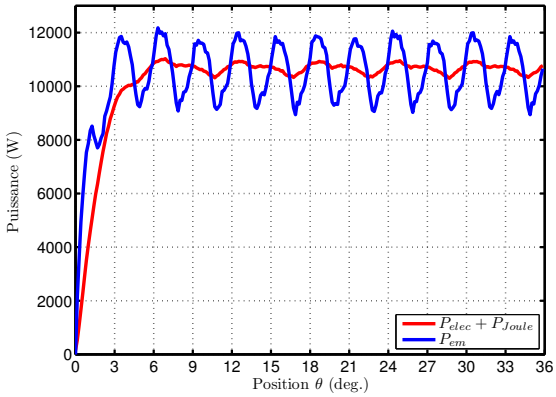


FIGURE 3.16: Organigramme du couplage circuit - EF 2D

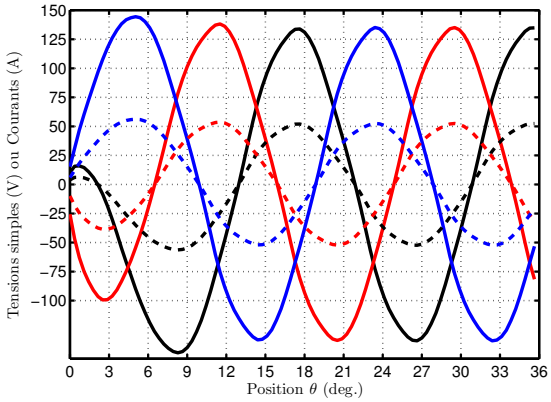
Validation du couplage circuit - EF 2D Ci-après, nous présentons quelques résultats permettant de valider la méthode de couplage. Tout d'abord, sur la Figure 3.17, nous présentons les formes d'ondes des tensions simples et des courants de phase en fonction de la position θ. On peut observer un transitoire sur les graphes présentant les réponses temporelles de tension et de courant un transitoire, qui dure moins d'une période électrique. Même remarque concernant l'évolution temporelle des puissances sur les Figures 3.17.(b) et (d). On peut considérer alors que deux périodes électriques sont suffisantes afin de converger. Comme toute résolution temporelle, la discrétisation joue un rôle essentiel. Suite à de nombreux ajustements, un pas de rotation inférieur à 3.6° électriques (100 pas par période) apparait suffisant pour atteindre le régime permanent. La différence entre la puissance électromagnetique moyenne et la puissance électrique moyenne est de l'ordre de 1%. Par ailleurs, on peut remarquer que tensions et courants sont bien en phase (charge résistive).



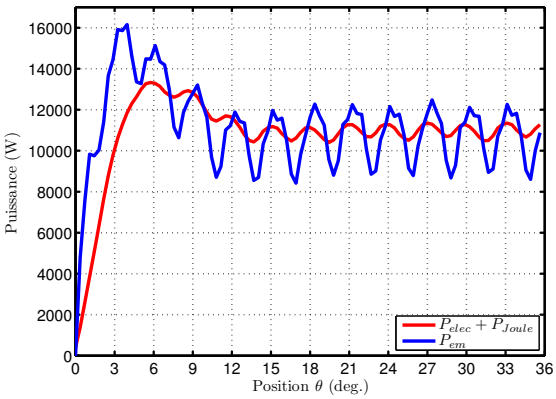
(a) $N = 1300tr/min$ et $I_{exc} = 7.5A$



(b) $N = 1300tr/min$ et $I_{exc} = 7.5A$



(c) $N = 2000tr/min$ et $I_{exc} = 5.5A$



(d) $N = 2000tr/min$ et $I_{exc} = 5.5A$

FIGURE 3.17: Evolution des tensions simples (traits pointillés) et des courants de phase (traits pleins) (a)(c) et de la puissance électrique P_{elec} (avec les pertes Joule d'induit P_{Joule}) et de la puissance électromagnétique P_{em} (calculée par EF 2D avec le tenseur de Maxwell) (b)(d) pour différentes conditions de vitesse et de courant d'excitation

Ces deux points de fonctionnement sont faits à différentes vitesses (1300 et $2000tr/min$) mais pour une puissance électrique de sortie pratiquement similaire (environ $10kW$). Par action sur le courant d'excitation I_{exc}, on peut facilement ajuster la puissance de sortie. Rappelons ici un avantage essentiel de cette structure, son excitation est statique. La régulation du courant d'excitation est donc largement facilitée. Sur le graphe de la Figure 3.18, nous prenons un cahier des charges référence avec une puissance électrique constante ($10kW$) sur une plage de vitesse entre 1300 et $4000tr/min$. Sur le même graphe, nous avons superposé l'évolution du courant d'excitation I_{exc}. Comme on peut voir, en maintenant la puissance constante, le courant d'excitation nécessaire diminue de manière quadratique avec la vitesse. Ce dernier résultat est logique, la puissance électrique P_{elec} étant proportionnelle au carré de la tension, la tension proportionnelle à la vitesse N et au courant d'excitation I_{exc} (hormis en zone de saturation).

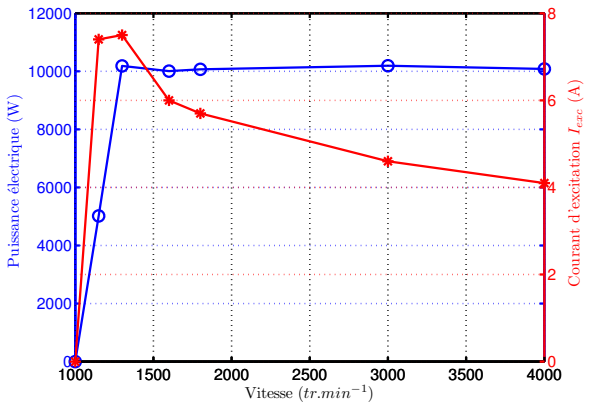


FIGURE 3.18: Evolution de la puissance électrique P_{elec} et du courant d'excitation I_{exc} associé en fonction de la vitesse N

3.2.3 Méthode de détermination des pertes fer

Méthodologie pour déterminer les pertes fer en charge Maintenant que le couplage circuit - EF 2D a été validé, il est possible de déterminer les pertes fer dans notre structure. La démarche est résumée dans l'organigramme de la Figure 3.19.

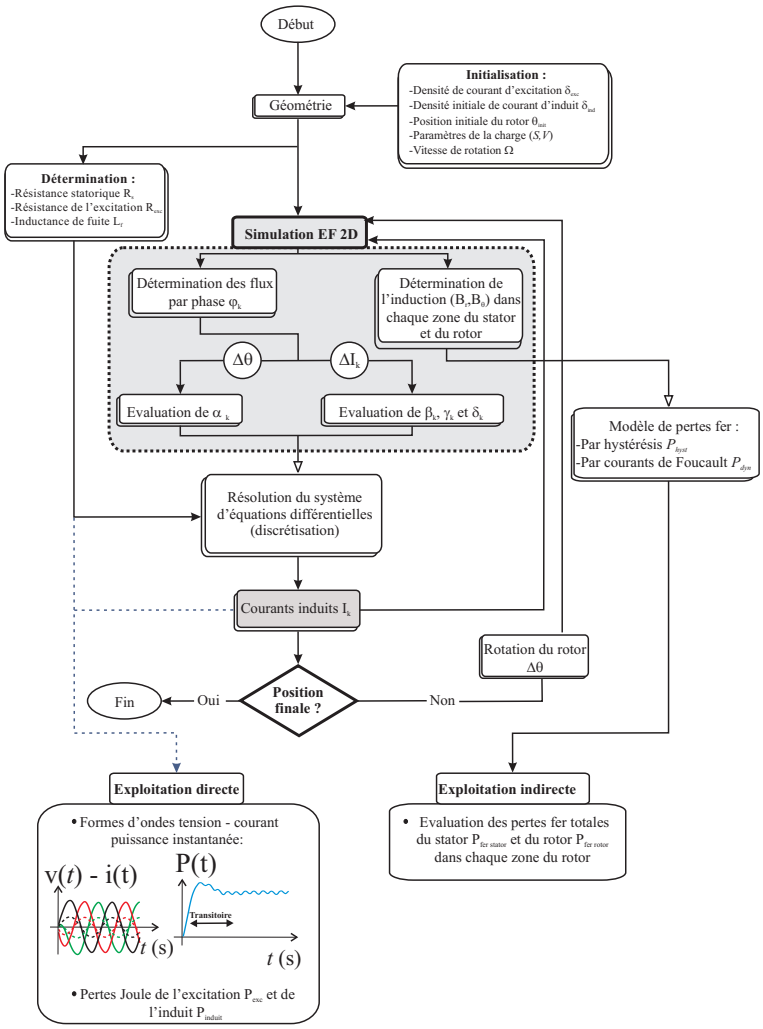


FIGURE 3.19: Organigramme du couplage circuit - EF 2D avec détermination des pertes fer

Le couplage circuit - EF 2D permet de déterminer non seulement la tension induite aux bornes de la structure,

mais aussi l'induction dans les différentes parties de la géométrie, au travers de la simmulation EF 2D. Comme nous le signalons sur l'organigramme, il s'agit d'une exploitation indirecte de la méthode de couplage. Le stator et le rotor sont segmentés en petites zones distinctes (cf. Figure 3.20), où nous venons déterminer les inductions moyennes radiales B_r et tangentielles B_ν.

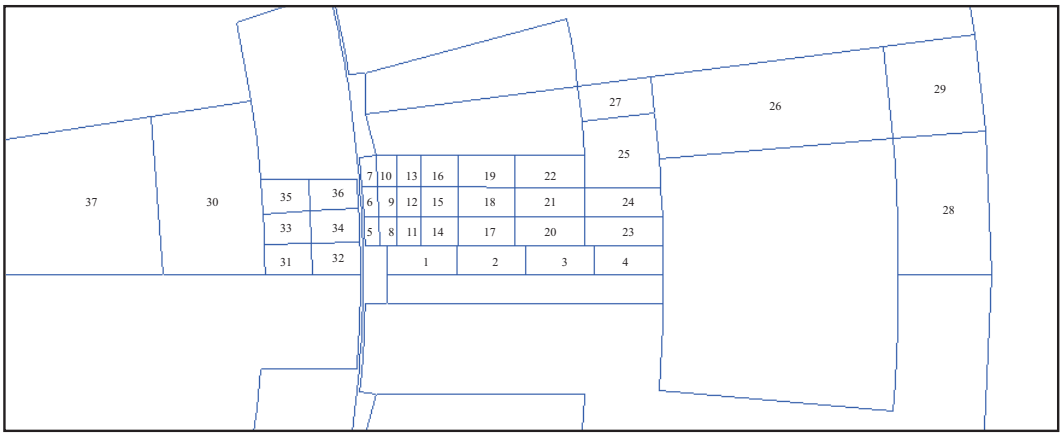


FIGURE 3.20: Discrétisation de la géométrie en zones afin de déterminer l'induction moyenne dans chacune des zones

A partir de la connaissance des deux composantes de l'induction dans chacune des zones, il est possible d'appliquer un modèle de pertes afin d'évaluer les pertes fer dans l'ensemble de la structure. On remarquera que seule une demi cellule a été discrétisée. En effet, ce traitement est relativement lourd en temps de calcul, c'est pour cette raison que nous ne discrétisons pas toute la géométrie. Une deuxième remarque concernant cette hypothèse. Il est vrai que pour deux cellules consécutives appartenant à la même phase, le flux embrassé n'est pas le même [2]. Cela signifie donc que les locis d'induction en charge ne seront pas les mêmes non plus. Cependant, toujours pour une raison de temps de calcul, nous ferons l'hypothèse que la densité de pertes est la même pour chaque cellule (quelque soit la phase considérée) en moyenne sur une période [3].

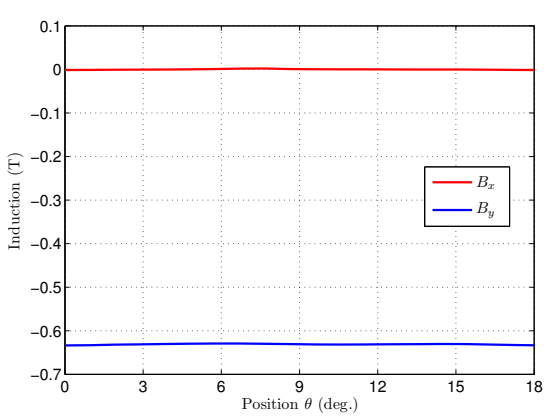
Evaluation des locis d'induction en charge Les locis d'induction que nous avons obtenu pour un point en charge à $1300tr/min$ et un courant d'excitation de $I_{exc} = 7.5A$ sont proposés à la Figure 3.21. Nous avons choisi de montrer l'évolution de l'induction dans trois zones caractéristiques de ces machines à commutation de flux, à savoir les aimants et les dents statoriques et rotoriques.

Sur les Figures 3.21.(a) et (b), décrivant l'induction au niveau des aimants (Zone 2), on remarque qu'il y a très peu de variation de B_y (d'ailleurs le spectre ne montre que les harmoniques et pas la valeur moyenne qui est beaucoup plus importante). Concernant la composante suivant x, cette dernière est nulle, ce qui est logique étant donné que la structure est magnétisée tangentiellement.

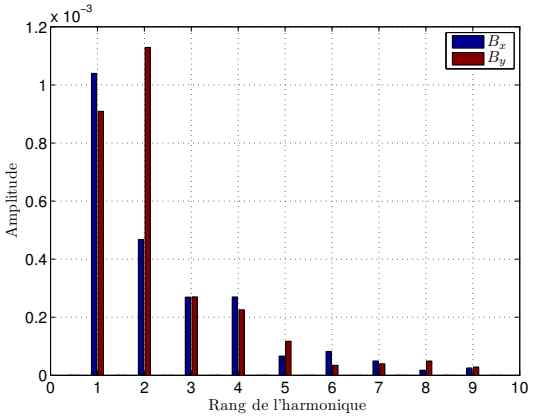
Les composantes de l'induction au niveau de la dent stator (Zone 6), 3.21.(c) et (d), présentent de fortes variations de champ notamment la composante en y qui est bipolaire. La composante en x est quant à elle polarisée. En effet, les deux sources de champ se trouvant au stator, les dents statoriques seront forcément polarisées radialement. Le contenu harmonique est relativement important.

Enfin, les dents rotoriques (Zone 34) présentent des locis d'induction alternatifs avec une valeur moyenne nulle et beaucoup d'harmoniques. On remarquera que la période de ces locis est de 30° mécanique, ce qui correspond à l'écart angulaire entre deux sources de même polarité [4].

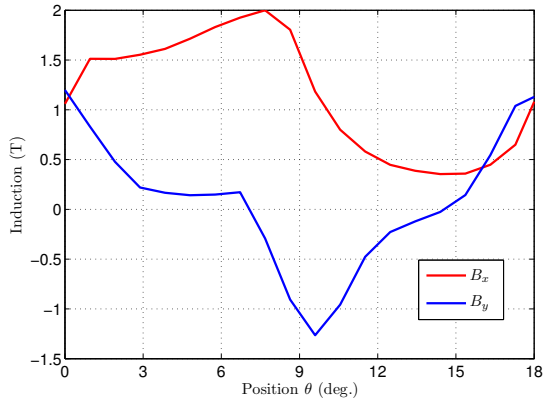
2. Nous reviendrons sur ce point dans le Chapitre 7.
3. La période d'évolution d'un loci d'induction dépend de la localisation de la zone considérée, au stator ou au rotor
4. Au Chapitre 10, nous proposerons des méthodes analytiques de calcul du champ dans les parties ferromagnétiques de ces machines. Nous préciserons donc ce point ultérieurement.



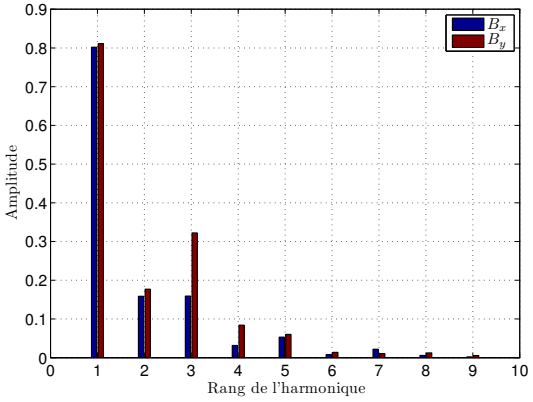
(a) Zone2



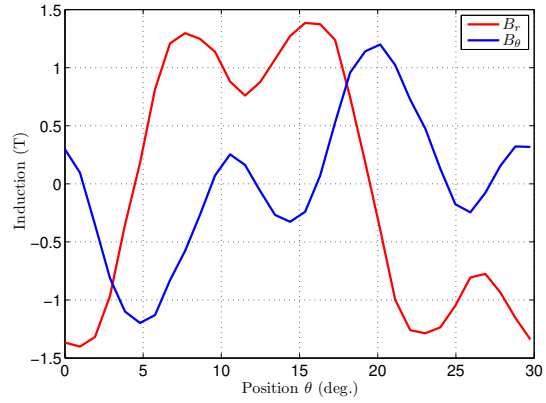
(b) Zone 2



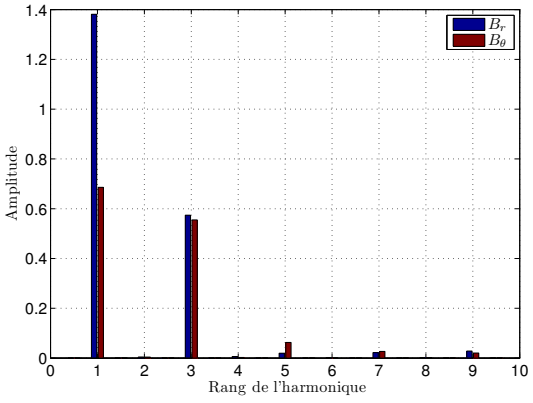
(c) Zone 6



(d) Zone 6



(e) Zone 34



(f) Zone 34

FIGURE 3.21: Loci d'induction pour un point en charge ($1300tr/min$ et $I_{exc} = 7.5A$) avec leurs décompositions harmoniques : au niveau des aimants (a)(b), en bas de la dent stator (c)(d) et en haut de la dent rotor (e)(f)

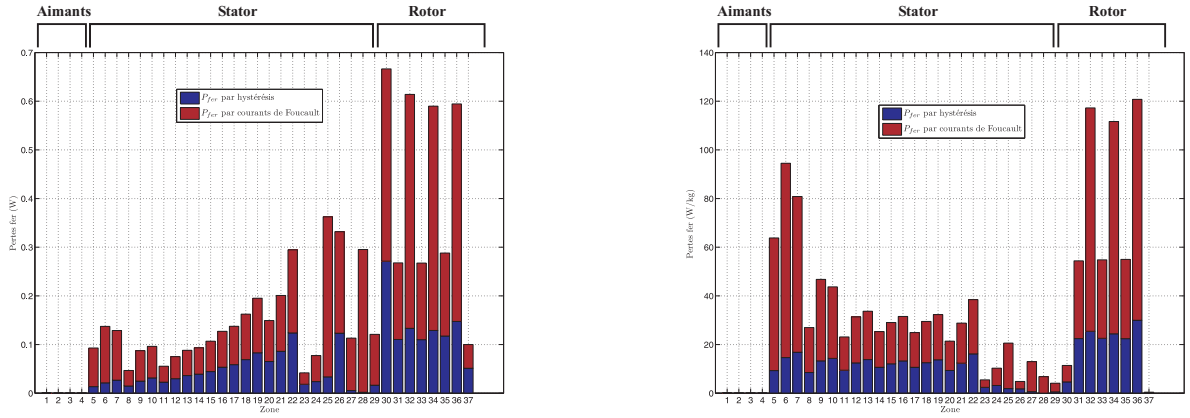
Modèle de pertes fer et évaluation des pertes dans la structure L'évaluation des pertes fer de manière macroscopique à partir des variations d'induction dans les parties ferromagnétiques reste un sujet largement étudié (cf. Section 10.4.1). Nous retiendrons l'expression suivante afin de déterminer la densité de pertes p_x dans chaque zone,

$$p_x(W.m^{-3}) = f_x \left(k_{h_1} \Delta B_{pp} + k_{h_2} \Delta B_{pp}^2\right) + k_e f_x \int_0^{T_x} \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)^2 dt \tag{3.25}$$

Sur la Figure 3.22, l'évolution des pertes fer et de la densité de pertes dans chaque zone est proposée. On peut

noter par exemple que les zones statoriques en bas des dents ont une densité de pertes fer assez importantes. Cela est logique car ces zones sont particulièrement sollicitées avec les pics d'induction assez important. En revanche, elle n'intervient peu sur le bilan global des pertes fer.

Aussi, on peut remarquer que les zones rotoriques présentent des niveaux de pertes fer assez importants.



(a) (b)

FIGURE 3.22: Evaluation des pertes fer (a) et de la densité de pertes (b) dans chaque zone pour un point en charge ($1300tr/min$ et $I_{exc} = 7.5A$)

En reprenant le cahier des charges que l'on s'était fixé précédemment, c'est à dire une puissance constante entre 1300 et $4000tr/min$, nous obtenons une caractéristique linéaire des pertes fer en fonction de la vitesse (cf. Figure 3.23).

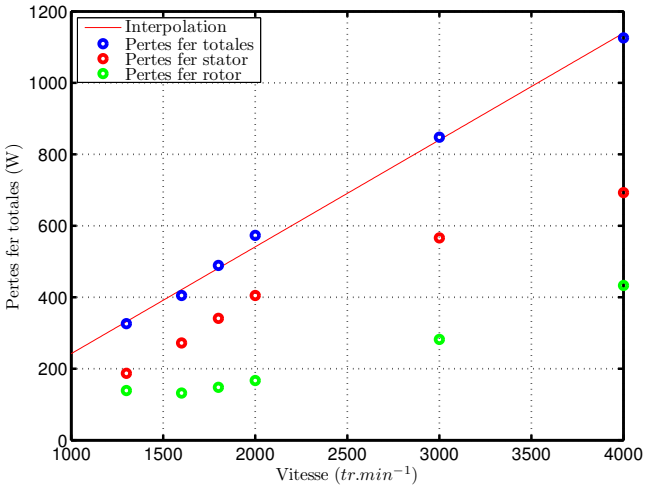


FIGURE 3.23: Evaluation des pertes fer en fonction de la vitesse (fonctionnement à puissance constante)

Contrairement à la machine synchrone classique avec aimants au niveau du rotor, l'influence des pertes fer au rotor est loin d'être négligeable. Elle représente près de 30% des pertes fer totales.

Limitation de l'approche Nous avons vu que cette approche était particulièrement intéressante afin d'évaluer les pertes en charge dans ces structures MCF hybride. En revanche, un point particulièrement pénalisant est le temps de calcul qui avoisine les $1h30$ pour 360 points (deux ou trois périodes électriques). Cette approche ne peut en aucun cas être implémentée dans une procédure d'optimisation car trop coûteuse en temps de calcul. En revanche, elle peut être complémentaire avec la méthode du 1er harmonique, afin d'affiner le dimensionnement d'un prototype.

Dans le Chapitre 5, traitant l'optimisation de ces topologies à commutation de flux hybride, nous proposerons une alternative afin de tenir compte de l'influence des pertes fer directement dans la procédure d'optimisation.

3.3 Augmentation la puissance convertible par ces structures à commutation de flux hybrides

L'amélioration des performances de ces topologies est un point essentiel afin qu'elles puissent rivaliser avec des structures existantes employées dans des applications industrielles. Il existe deux moyens évidents afin d'améliorer les performances de ces structures :

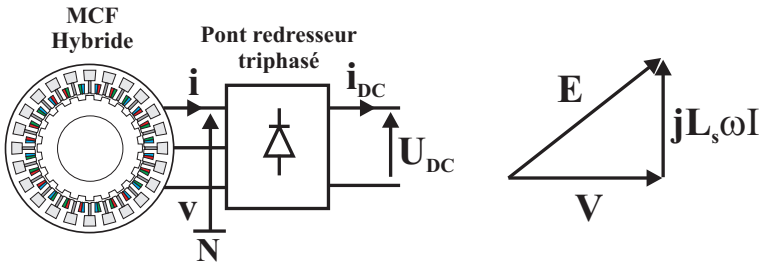
- La première en travaillant le design électromagnétique. Evidemment, la modélisation proposée jusqu'à présent permettra d'améliorer les performances de ces machines en couplant ces modèles avec des algorithmes d'optimisation. Ce point fera l'objet du Chapitre 5. Cependant, il faudra particulièrement s'intéresser à l'influence d'aimants ferrite à faible coût. Encore, l'influence du nombre de dents rotoriques sur les performances sera à explorer [5][113]. D'ailleurs, des recherches récentes montrent que le nombre optimal de dents rotor est proche de la moitié du nombre de dent stator. Autrement formulé, cela signifie que plus l'on se rapproche de la configuration monophasée, plus grande est la puissance convertie.
- Une deuxième approche constisterait à utiliser un circuit redresseur adapté, à savoir un pont redresseur triphasé avec des capacités en série. Cette technique de *compensation synchrone* a déjà été utilisée pour des lignes de transmissions ou encore pour des générateurs à aimants permanents. L'un des inconvénients majeurs de ces structures à commutation de flux reste leur large réactance synchrone X_s. En effet, une inductance trop importante limite directement le courant de court-circuit et donc la puissance de sortie. La solution que nous proposons par la suite semble donc pertinente.

Dans la suite de cette section, nous présenterons la méthode ainsi que des résultats expérimentaux validant la solution. Les limites d'une telle solution seront aussi évoquées.

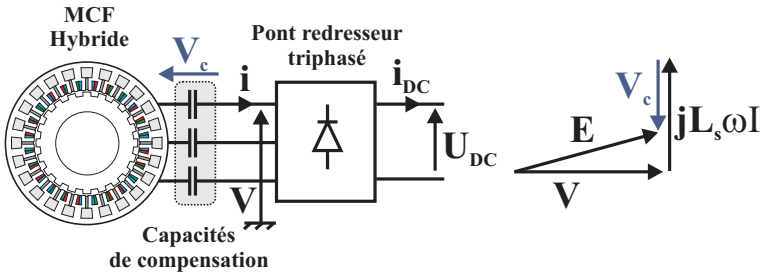
3.3.1 Compensation synchrone avec des capacités en série : Principe et modélisation

Principe de la compensation synchrone sur une association machine - pont redresseur Sur la Figure 3.24, on présente le principe de la compensation synchrone avec des condensateurs connectés en série. Les diagrammes de phase du circuit équivalent au sens du 1er harmonique sont aussi proposés, avec ou sans capacités de compensation. Afin de déterminer la capacité optimale, l'inductance de la phase est nécessaire. Comme l'on peut voir sur la Figure 3.24.(b), la capacité vient diminuer l'effet de la réaction magnétique d'induit. La réactance synchrone apparente sera donc plus faible.

5. L'influence du nombre de dents rotoriques est explorée au Chapitre 7 au moyen d'un modèle analytique linéaire sur des structures à commutation de flux simplement excitées par des bobines DC.



(a)



(b)

FIGURE 3.24: Association de la MCF hybride avec le pont redresseur sans (a) et avec (b) les condensateurs de compensation séries

Modélisation Comme précédemment, nous nous appuierons sur une modélisation au premier harmonique. En considérant, le diagramme de phase équivalent de la 3.24.(b) ainsi que l'expression 3.3, nous pouvons écrire la puissance convertible P_{DC} comme,

$$P_{DC} = P_{max}\left(1 - \frac{N_b}{N}\right)^{\alpha} \gamma_c \tag{3.26}$$

avec γ_c le gain d'un filtre passe-haut. On peut définir γ_c comme,

$$\gamma_c = \frac{\left(\frac{N}{N_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{N}{N_0}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{N}{N_0}\right)\right]^2}} \tag{3.27}$$

avec

$$N_0 = \frac{60}{2\pi}\frac{\omega_0}{p} \tag{3.28}$$

et

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_s C}} \tag{3.29}$$

où ω_0 est la pulsation de résonance et ξ l'amortissement du système (théoriquement nul).

A la Figure 3.25, l'influence de la technique de compensation sur la caracéristique puissance convertible - vitesse est présentée. Les courbes théoriques de la puissance de sortie normalisée $\frac{P_{DC}}{P_{max}}$ en fonction de la vitesse normalisée $\frac{N}{N_b}$ sans ou avec les condensateurs, à partir des expressions 3.3 et3.26, sont proposées. Le terme ξ correspondant à l'amortissement du système sera ajusté expérimentalement.

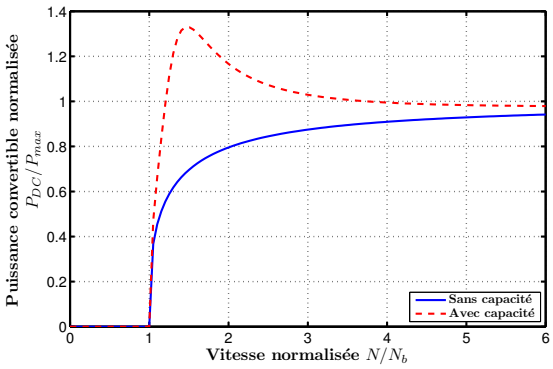


FIGURE 3.25: Influence de compensation synchrone sur les performances de l'association MCF hybride - Pont redresseur

La fréquence de résonance doit être choisie légèrement supérieure à la fréquence de base afin d'obtenir l'effet observé à la Figure 3.25 où la puissance de sortie est très largement augmentée pour les basses vitesses.

3.3.2 Validation expérimentale de la méthode de compensation et influence de la capacité

En considérant $p = 20$, $N_0 = 1.27N_b$, $N_b = 1000tr/min$ et $L_s = 7.2mH$, le comparatif expérimental proposé à la Figure 3.26 démontre un bon accord avec les expressions théoriques. Nous avons utilisé un condensateur de $15\mu F$ lors de cet essai. Le coefficient d'amortissement est nul théoriquement puisque l'on considère un modèle équivalent sans élements dissipatifs comme la résistance de phase R_s. Il a été évalué à $\xi = 0.26$ expérimentalement.

Surtout, aux basses vitesses, la puissance de sortie est largement augmentée. A une vitesse de $1450tr/min$, nous obtenons une puissance de sortie de $4400W$ contre $2000W$ sans condensateur. La puissance de sortie est plus que doublée ici.

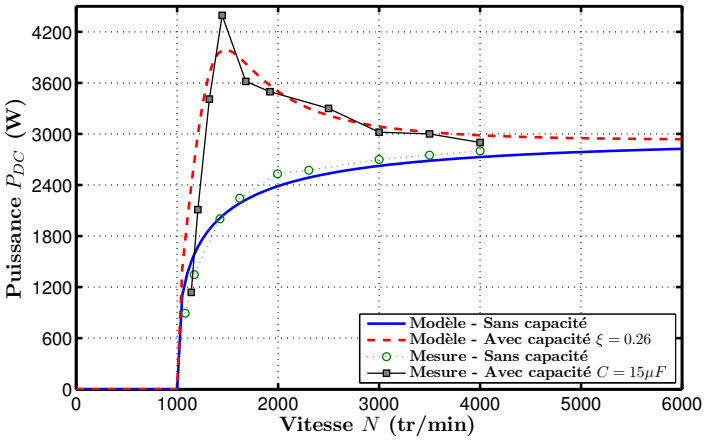
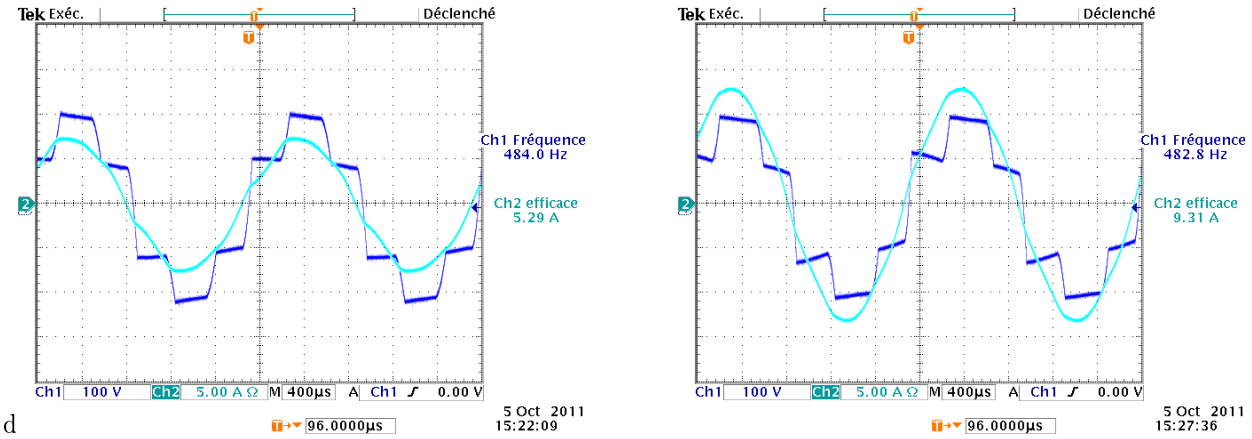


FIGURE 3.26: Evolution de la puissance de sortie P_{DC} sur une plage de vitesse entre 1000 et $4000tr/min$: Comparatif sans et avec capacités de compensation

Sur la Figure 3.27, les formes d'onde côté alternatif de la tension et du courant de phase sont proposées. Pour une vitesse de $1450tr/min$, en utilisant une capacité de $16\mu F$, le gain en puissance est substantiel, de l'ordre de $+80\%$. La tension efficace n'est que très peu affectée. En revanche, le courant d'induit passe de $5.29A$ sans capacité à $9.31A$ avec une capacité.



d

(a) (b)

FIGURE 3.27: Forme d'onde pour un point de fonctionnement à $1450tr/min$: sans capacités (a) et avec capacités de $16\mu F$ (b)

L'influence de la valeur des capacités sur la caractéristique puissance - vitesse est explorée à la Figure 3.28. On remarque que l'optimum est obtenu pour une valeur de capacité de $15\mu F$. Des valeurs plus faibles de la capacité comme $C = 5\mu F$, la fréquence de résonance augmente. Le gain en puissance sera directement limité par le courant de court-circuit aux hautes fréquences mais aussi par les tenues en tension et courant de la capacité.

Dans le cas de fortes valeurs de la capacité, $20\mu F$,$30\mu F$ et $48\mu F$, la fréquence de résonance est trop proche de la vitesse de base N_b, et donc ne sera pas efficace.

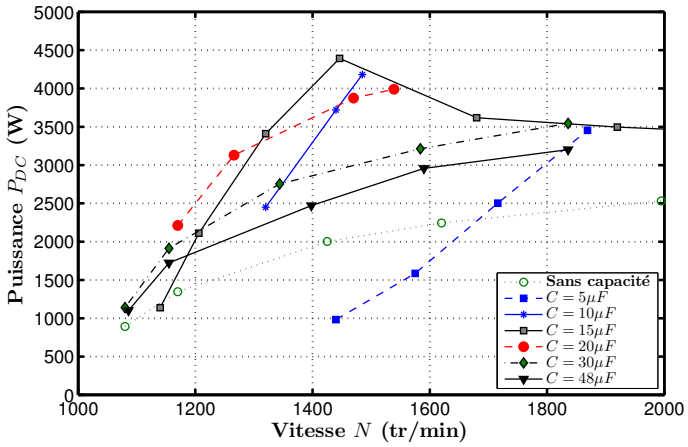


FIGURE 3.28: Influence expérimentale de la capacité de compensation - Evolution de la puissance de sortie P_{DC} en fonction de la vitesse N

Conclusion

Nous avons traité dans ce troisième chapitre la modélisation de ces structures à double excitation à commutation de flux en mode générateur dans une optique de dimensionnement optimal. Deux approches ont été proposées afin de modéliser ces structures. La première approche repose sur une modélisation au premier harmonique de la machine. Une validation expérimentale a été proposée sur deux prototypes (avec des longueurs actives différentes). La principale limite de cette méthode reste la non-prise en compte des pertes fer. Nous avons, à cet effet, développé, en deuxième approche, un couplage circuit - EF 2D afin de pouvoir calculer les niveaux d'induction dans les culasses pour déterminer a postériori le niveau de pertes fer dans la machine. Notons que ce couplage circuit n'est pas utilisable au sein d'une procédure d'optimisation, le temps de calcul étant d'1h30min environ. Lors de la mise en œuvre de la procédure d'optimisation (cf. Chapitre 5) le modèle

au premier harmonique sera utilisé.

Nous avons conclu ce chapitre en proposant une méthode originale de compensation synchrone particulièrement efficace. En effet, la puissance convertie est pratiquement doublée (à vitesse donnée) pour une valeur de capacité adaptée. En revanche, l'ajout d'un élément capacitif n'est pas forcément intéressant d'un point de vue fiabilité.

4

Une structure innovante de machine à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes : Principe de fonctionnement et validation expérimentale

Dans ce chapitre, nous présenterons une nouvelle structure à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes. Cette structure innonvante a été inventée en Janvier 2011 et prototypée un an plus tard, en Mars 2012. Sur la Figure 4.1, une vue $3D$ de la topologie proposée. On remarque que les bobinages d'excitation sont disposés à l'intérieur des encoches d'induit, d'où la dénomination de *structure à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation interne.*

Avant de revenir plus en détail sur cette machine, nous commencerons par établir un état de l'art des structures à double excitation dont le principe de fonctionnement repose sur la commutation du flux. Cela permettra de situer plus facilement l'aspect novatif de cette topologie.

Ensuite, nous décrirons plus particulièrement la topologie proposée et préciserons son principe de fonctionnement permettant un contrôle du flux d'excitation.

Notamment, les combinaisons possibles en terme de bobinage.

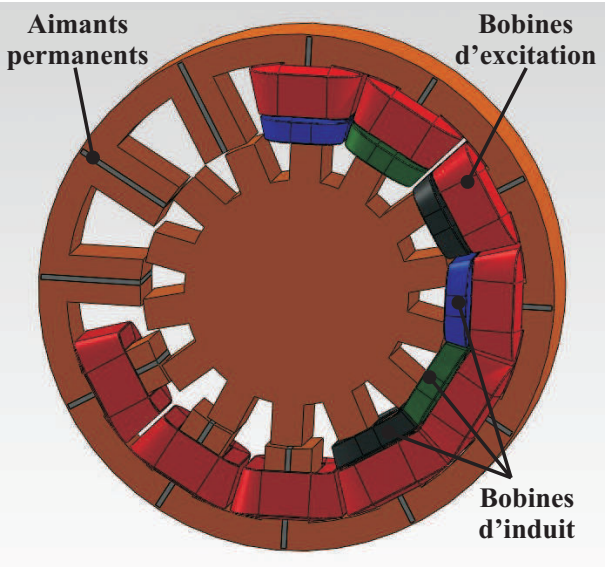
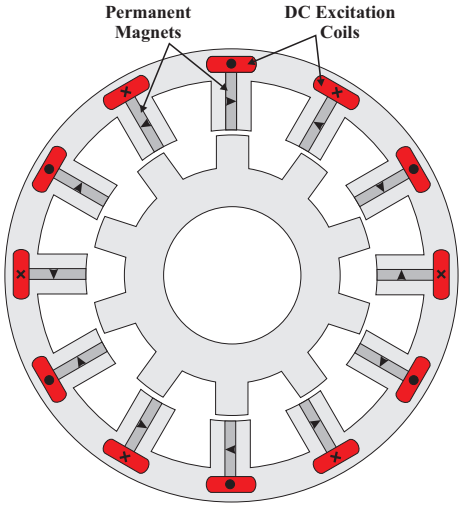
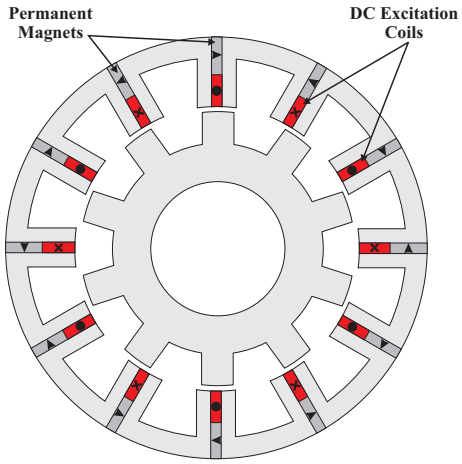


FIGURE 4.1: Structure à commutation de flux double excitation avec bobines d'excitation internes

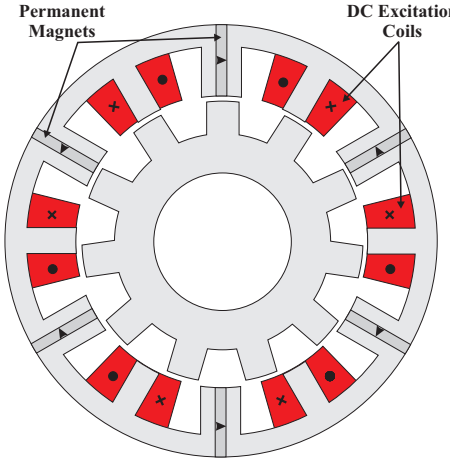
4.1 Etat de l'art des structures à commutation de flux double excitation



(a) Topologie 1 par Hoang *et al. [32]*



(b) Topologie 2 par Wei *et al. [38]*



(c) Topologie 3 par Chen *et al. [17]*

FIGURE 4.2: Structures à commutation de flux double excitation existantes

Lors de l'état de l'art général sur les machines double excitation (cf. Chapitre 1), nous n'avions pas développé la partie concernant les structures MCF hybrides. Nous proposons donc dans cette section un état de l'art des structures à commutation de flux hybride double excitation. On se bornera aux structures cylindriques bidimensionnelles. Dans la littérature, on peut retrouver 3, voire 4 [1] topologies permettant un contrôle du flux d'excitation sur des machines à commutation de flux et chacune basée sur un principe de fonctionnnement différent :

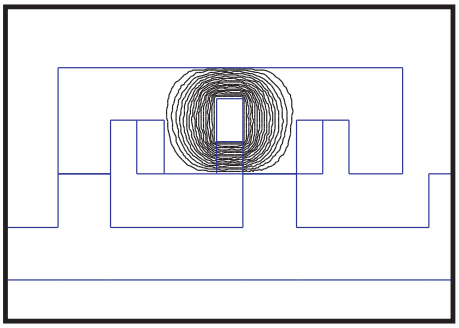
- Tout d'abord la structure proposée par Hoang [33], qui a fait l'objet des Chapitre 2 et 3. C'est la première topologie double excitation à commutation de flux a avoir été proposée. Nous avons vu qu'il s'agissait d'une structure en configuration parallèle. On retrouve d'autres topologies sensiblement identiques à celle-ci. C'est le cas par exemple de la machine proposée par Owen [172] ou encore par Sulaiman [74].
- En 2009, Wei propose une structure [38], où une partie de l'aimant permanent est remplacée par le bobinage d'excitation. Cette structure peut être classée directement dans la catégorie des machines à double excitation série.
- Finalement, Chen et le professeur Zhu proposent en 2010 une dernière structure à commutation de flux

1. Akemakou a proposé des structures où les pôles aimantés sont remplacés par des bobines. Il s'agit donc bien d'une structure MCF hybride.

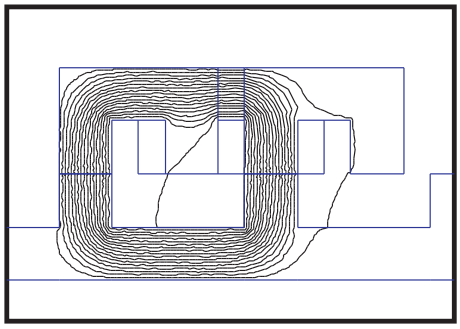
hybride basée sur structure MCF dite "E-core". Dans cette structure un pôle sur deux est remplacé par du fer, et le bobinage d'excitation est disposé autour du pôle en fer. A noter que la structure similaire avec uniquement des bobinages d'excitation a fait l'objet d'un brevet chez la société Moteurs Leroy Somer.

Sur la Figure 4.2, nous proposons une coupe transversale des trois structures évoquées ci-dessus en mettant en évidence la localisation des deux sources de champ, les aimants permanents et les bobines d'excitation.

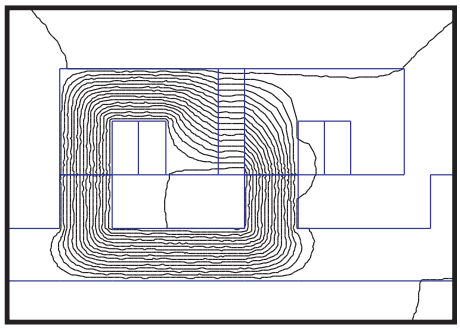
Pour comprendre comment fonctionnent ces structures il suffit de se focaliser sur une cellule de commutation, comme nous l'avions fait dans le Chapitre 2. Ci-après, à la Figure 4.3, nous proposons les trois cellules de commutation élémentaires des topologies précédentes. Il nous à sembler intéressant de montrer qu'à partir d'une cellule élementaire à commutation de flux à aimant, il était possible de l'hybridifier de multiples façons afin de contrôler le flux d'excitation.



(a) Topologie 1 par Hoang *et al. [32]*



(b) Topologie 2 par Wei *et al. [38]*



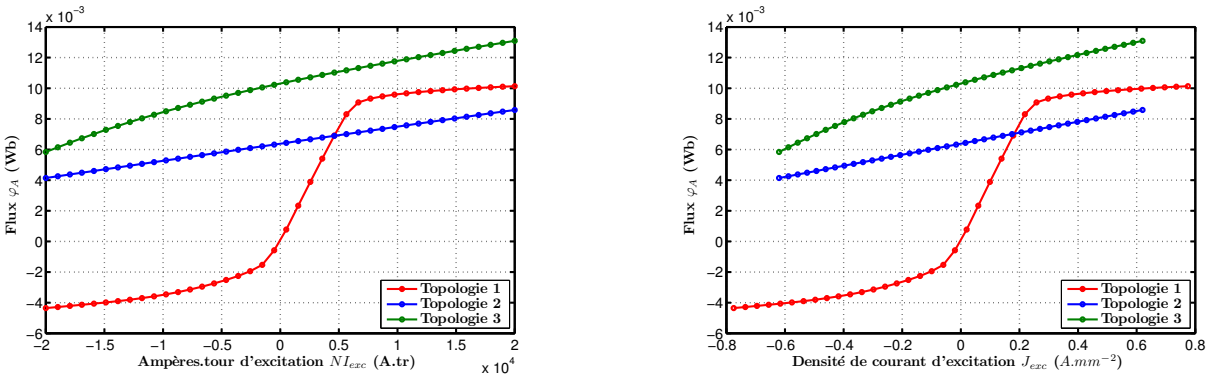
(c) Topologie 3 par Chen *et al. [17]*

FIGURE 4.3: Cellules élementaires des trois topologies de la Figure 4.2 avec traject des lignes de champ

D'ailleurs à la Figure 4.4, nous montrons que pour chaque structures, l'action sur la bobine d'excitation n'est pas le même. Concernant la topologie 1 proposée par Hoang, nous n'y reviendrons pas en détail car cette structure a été largement commentée dans les chapitres précédent. En revanche, on peut remarquer que c'est elle qui permet le meilleur contrôle du flux d'excitation.

La topologie 2 proposée par Wei présente un mauvais contrôle du flux d'excitation. La caractéristique flux d'excitation en fonction des ampères.tour d'excitation est linéaire. En effet, cette structure étant une configuration série, la réluctance du bobinage d'excitation $\Re_{exc}$ est importante. La bobine d'excitation n'est donc pas aussi efficace que pour la topologie 1 et le circuit magnétique est faiblement saturé.

Finalement, la topologie 3 par Chen présente elle aussi un mauvais contrôle du flux d'excitation. En revanche, cette structure possède un flux d'excitation supérieur aux deux précédentes topologies. En effet, contrairement aux deux autres structures où le bobinage d'excitation se situe sur la zone de l'aimant, dans cette structure, on bénéficie d'un espace additionnel dans la direction radiale et donc une plus forte concentration du flux de l'aimant. Un point négatif cependant, cette structure ne fonctionne qu'avec des dents rotoriques impaires et sera donc sujette à des forces radiales non compensées.



(a) (b)

FIGURE 4.4: Evolution du flux de la bobine de phase pour chaque cellules élementaires des trois topologies de la Figure 4.2 en fonction des ampères.tour d'excitation NI_{exc} (a) et de la densité de courant d'excitation J_{exc} (b)

4.2 Topologie de la structure à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes

Maintenant que nous avons précisé l'état des recherches sur ces structures à commutation de flux double excitation, venons en à la topologie innonvante proposée dans ce chapitre. Nous proposions à la Figure 4.1, une vue 3D de la topologie réalisée. On retrouve une coupe transversale de cette machine à la Figure 4.5 avec uniquement la disposition des sources de champ magnétique. Comme on peut observer, cette machine est similaire à la structure à commutation de flux à aimants proposée dans [32]. Les bobinages de double excitation sont disposés à l'intérieur des encoches d'induit. D'ailleurs, les bobinages d'excitation peuvent être bobinés comme des bobines d'induit que l'on viendra par la suite connecter en série, en respectant l'alternance $E+E-$. Les bobines d'induit correspondent à un bobinage classique double couche [2] (cf. Figure 4.1).

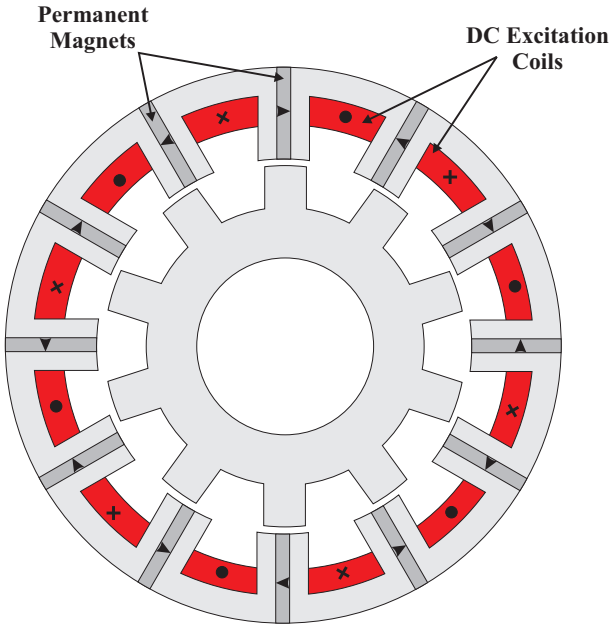


FIGURE 4.5: Coupe transversale de la topologie à commutation de flux double excitation avec bobinages d'excitation internes

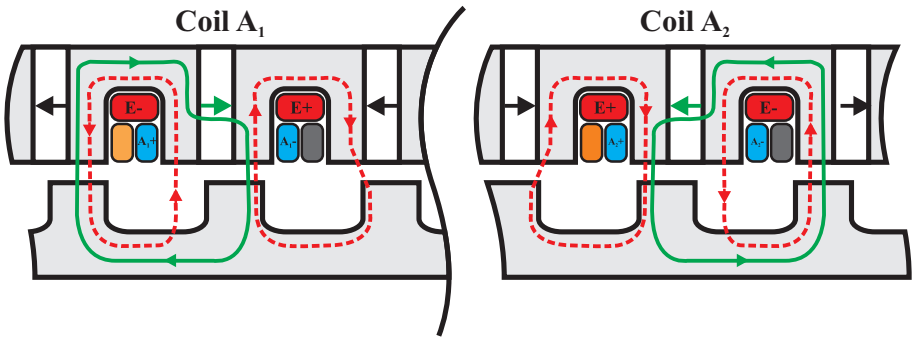
En essayant de faire un comparatif du point de vue de la topologie avec les structures MCF hybrides existantes

2. On pourra se referer au Chapitre 7, où l'on rappele la différence en bobinage simple et double couche, ainsi que l'influence de la combinaison entre de nombre de dent stator et rotor sur le bobinage de l'induit.

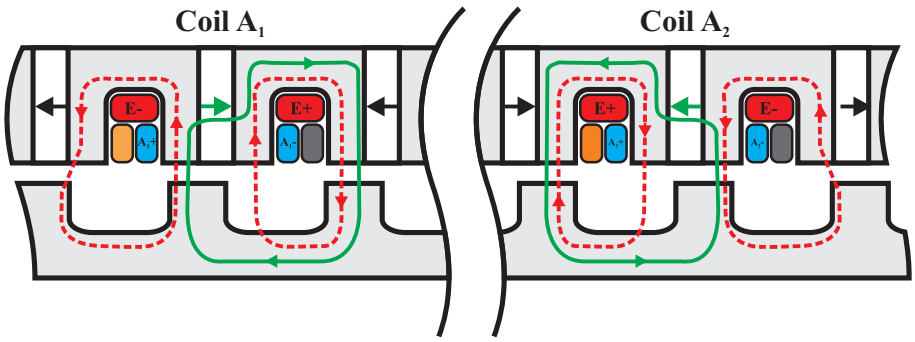
(cf. Figure 4.2), nous ne touchons pas à la zone de l'aimant, contraiment aux topologies 1 et 2 (et similairement à la topologie 3). Nous verrons dans la section suivante ce que cela entraine au niveau des performances à vide. Aussi, cette structure possède un nombre de dents rotoriques pairs, ce qui nous permettra de s'affranchir des problèmes de forces radiales non compensées que l'on retrouve dans la topologie 3.

4.3 Principe du contrôle du flux d'excitation dans la nouvelle topologie

Sur les topologies existantes, il suffit de se concentrer sur une seule cellule élémentaire pour comprendre comment le flux d'excitation est contrôlé. Dans le cas de cette machine, cela est un peu plus complexe. En effet, il faut se concentrer sur deux cellules élementaires, consécutives et appartenant à la même phase, afin de comprendre le fonctionnement de la structure. A cet effet, nous avons représenté sur la Figure 4.6, une vue linéarisée de la structure pour deux position θ du rotor, correspondant au flux maximum et minimum dans la phase A.



(a) Position à flux minimum



(b) Position à flux maximum

FIGURE 4.6: Vue linéarisé de la topologie MCF hybride pour différentes positions : en vert lignes de champ idéalisées des aimants et en rouge celle créées par les bobinages d'excitation

Sur la Figure 4.6.(a), correspondant au flux minimum dans la phase, on remarque que la bobine d'excitation va créer un flux magnétique en opposition avec le flux crée par les aimants sur la bobine A_1. Au contraire, sur la bobine A_2, le flux créé par le bobinage d'excitation est dans le même sens que le flux crée par les aimants.

Observons maintenant l'action de la bobine d'excitation lorsque l'on se trouve dans une position à flux maximum, sur la Figure 4.6.(b). Concernant la bobine A_1, on remarque que le flux des aimants et celui créé par la bobine d'excitation sont orientés de la même manière. Sur la bobine A_2, ces deux flux sont en opposition. Finalement, on se retrouve ici dans la situation inverse de celle présentée à la Figure 4.6.(a).

On a là quelque chose d'antagoniste. En effet, l'action de la bobine d'excitation, quelque soit la position du rotor, semble avoir deux effets inverses sur les deux bobines appartenant à la même phase. *Comment se fait-il alors que l'on puisse contrôler le flux de phase ?*

Afin de répondre à cette question, l'influence locale du bobinage d'excitation sur le flux total ou global serait

un premier élement qu'il conviendrait de préciser. Pour ce faire, nous proposons à la Figure 4.7 l'évolution du flux par bobine indépendante (A_1 et A_2) en fonction de la position θ et pour différentes valeurs de la densité de courant d'excitation δ_{exc}.

On peut remarquer sur la Figure 4.7.(a), les flux des bobines A_1 et A_2 sont légèrement asymétriques. Sur le spectre présenté à la Figure 4.7.(d), on retrouve un harmonique 2 sur les flux indépendants A_1 et A_2, en revanche leur somme est parfaitement sinusoïdale. On se retrouve ici avec une structure à commutation de flux classique à aimants.

Sur la Figure 4.7.(b), la densité de courant d'excitation est fixée à $5A.mm^{-2}$. Plusieurs observations sont à faire sur ce graphe. Premièrement, les deux bobines sont décalées avec une composante moyenne positive pour la bobine A_1 et négative A_2. Une deuxième remarque concernant l'évolution du flux des deux bobines. L'aternance positive de la bobine A_1 est atténuée, tout comme l'aternance négative de la bobine A_2. Enfin, le flux total (somme A_1 et A_2) est parfaitement sinusoïdal. D'ailleurs, le spectre montre bien que le flux total reste bien sinusoïdal mais avec une amplitude moindre du fondamental. Finalement, nous retrouvons bien l'action de la bobine d'excitation présentée à la Figure 4.6. Cette dernière introduit une composante homopolaire sur chaque cellule de commutation. Cette composante homopolaire sera positive pour la bobine A_1 et négative pour la bobine A_2. D'ailleurs, le spectre de la Figure 4.7.(e), montre bien les composantes homopolaires qui s'annulent mutuellement.

Cette composante homopolaire va avoir pour effet de saturer localement le matériaux. Lors des alternances positive et négative, le matériau est déjà sollicité. L'effet de la saturation sera d'autant plus fort à ce moment là. Ce dernier commentaire permet d'expliquer l'atténuation de l'alternance positive de la bobine A_1 et de l'alternance négative de la bobine A_2. Il s'agit vraisemblablement d'un effet de saturation local.

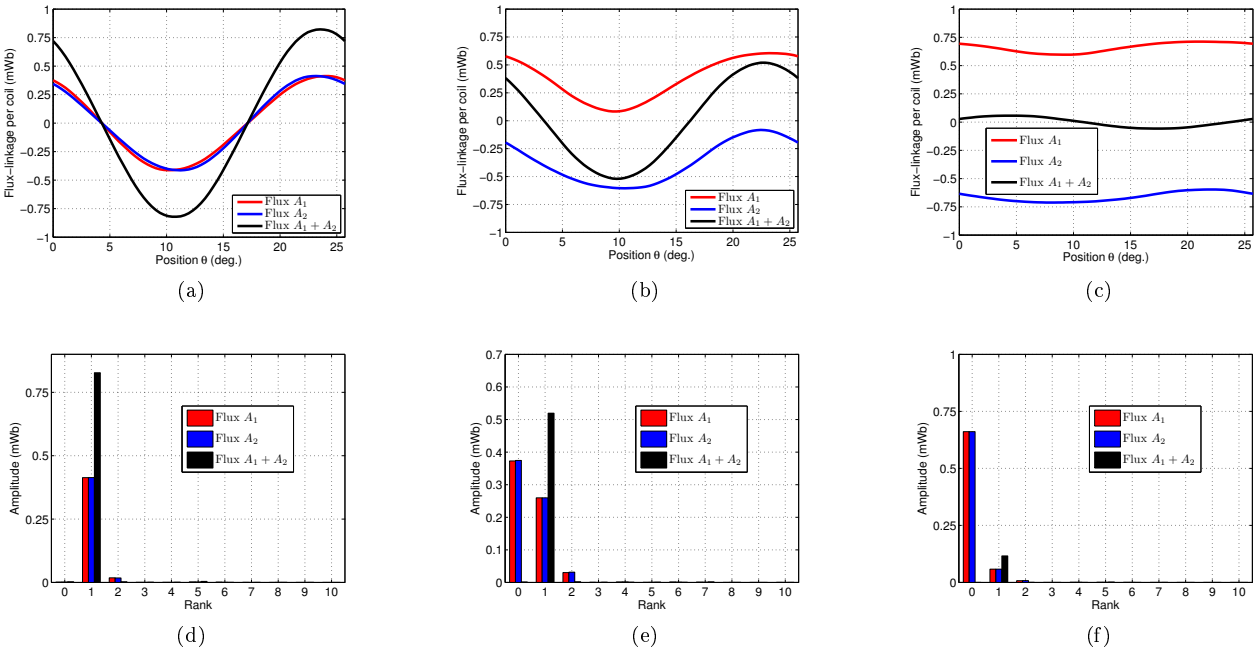


FIGURE 4.7: Evolution du flux par bobine indépendante (A_1 et A_2) mais appartenant à la même phase en fonction de la position - Simulation EF 2D sur une structure possédant 12 aimants au stator et 14 dents au rotor - Evolution en fonction de la densité de courant d'excitation $\delta_{exc} = 0A.mm^{-2}$ (a), $\delta_{exc} = 5A.mm^{-2}$ (a), $\delta_{exc} = 10A.mm^{-2}$ (a) et les spectres associés (d)(e)(f)

En observant l'évolution des spectres, malgré une action locale des bobines d'excitation, il est intéressant de remarquer que le flux total de phase reste presque sinusoïdal sans composante moyenne. De part son principe de fonctionnement, cette topologie se distingue particulièrement des autres structures existantes.

Sur la Figure 4.8, nous proposons l'évolution du flux moyen par phase en fonction de la densité de courant d'excitation δ_{exc}. On remarque que le flux maximum est atteint pour une densité de courant nulle. L'augmen-

tation du courant d'excitation ne permet que de défluxer la structure. En ce sens, cette topologie avec bobinage interne se différencie complètement des structures existantes (cf. Figure 4.4).

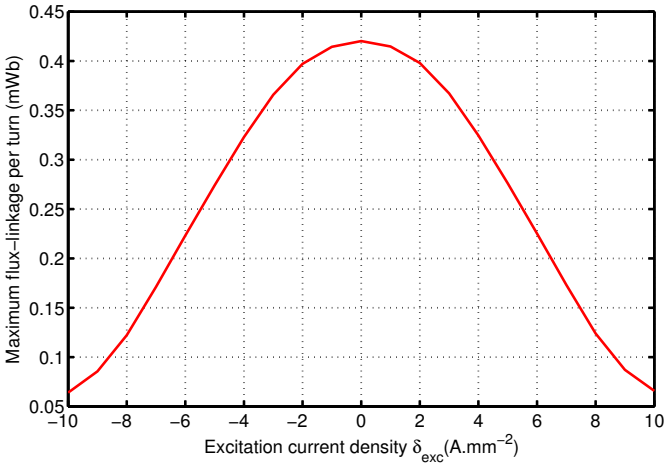
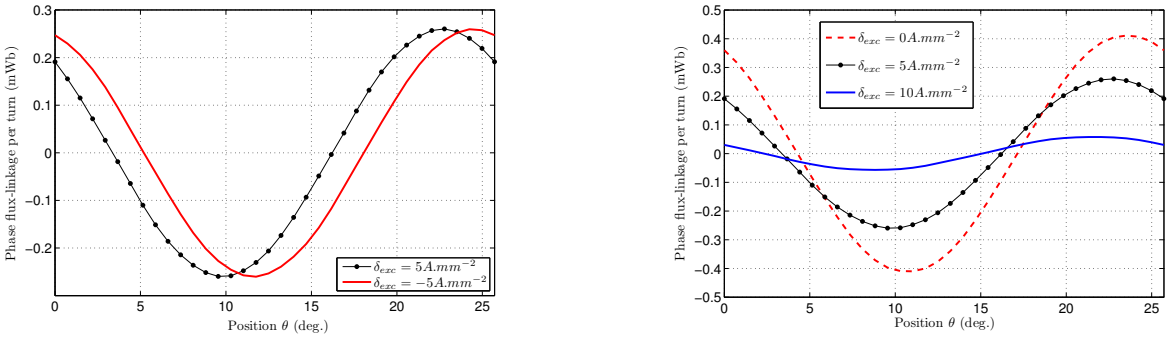


FIGURE 4.8: Evolution du flux par phase en fonction de la densité de courant d'excitation δ_{exc}

Finalement le flux maximum dans cette structure est fixé par les aimants permanents. Ce dernier point est particulièrement intéressant. En effet, cela signifie que dans cette topologie la puissance maximum va de pair avec le rendement maximum. Il n' y aura pas de pertes Joule additionnelles quand l'on fonctionne à puissance maximum. Cela n'est pas le cas pour l'ensemble des structures précédentes.

On remarquera aussi que l'action de la bobine d'excitation est le même quelque soit le sens du courant d'excitation. Cela se comprend facilement en se reportant à la Figure 4.6. En effet, en inversant le sens du courant, cela reviendrai à permuter les bobines A_1 et A_2, mais en aucun cas ne modifierai le principe de fonctionnement. En revanche, l'inversion du sens d'alimentation introduit un petit déphasage au niveau du flux de phase comme le souligne la Figure 4.9.(a).



(a) (b)

FIGURE 4.9: Evolution du flux par phase en fonction de la position θ pour différentes densités de courant d'excitation δ_{exc}

D'ailleurs, sur la Figure 4.9.(b), où est présentée l'évolution du flux de phase pour différentes valeurs de la densité de courant d'excitation δ_{exc}, on remarque bien que le déphasage s'accentue en augmentant δ_{exc}. Afin d'explorer un peu plus ce phénomène, nous proposons à la Figure 4.10 l'évolution du flux maximum pour une position mécanique $\theta_{max} = 23.5°$ (ce qui correspond à l'angle mécanique où le flux de phase est maximum pour une densité de courant d'excitation nulle) et lorsque $\theta_{max}\,(\delta_{exc})$, c'est à dire variable. On peut observer que le déphasage n'est pas très significatif car il n'engendre pas une erreur importante sur l'évalutation du flux maximum dans la phase.

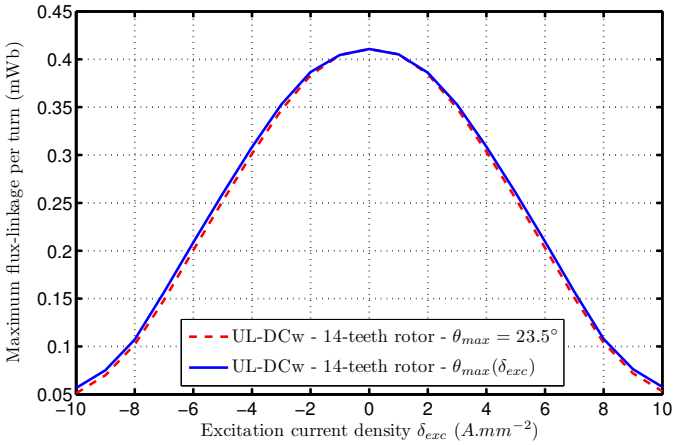


FIGURE 4.10: Evolution du flux par phase en fonction de la densité de courant d'excitation δ_{exc} pour une position mécanique $\theta_{max} = 23.5°$ et pour $\theta_{max}\,(\delta_{exc})$

Un dernier point que nous aborderons dans cette section concerne le bobinage d'excitation. En effet, la disposition des bobines d'excitation au même endroit que les bobines d'induit fait que chaque bobine d'excitation embrassera un flux alternatif. Cependant, sur la Figure 4.11, nous montrons que le flux embrassé par l'ensemble du bobinage DC (toutes les bobines en série) ne présente pas de variation très importante. Au contraire, le flux de la bobine d'excitation est pratiquement constant. Celà signifie que la FEM induite sur le bobinage DC ne viendra pas perturber la source de tension DC outre mesure.

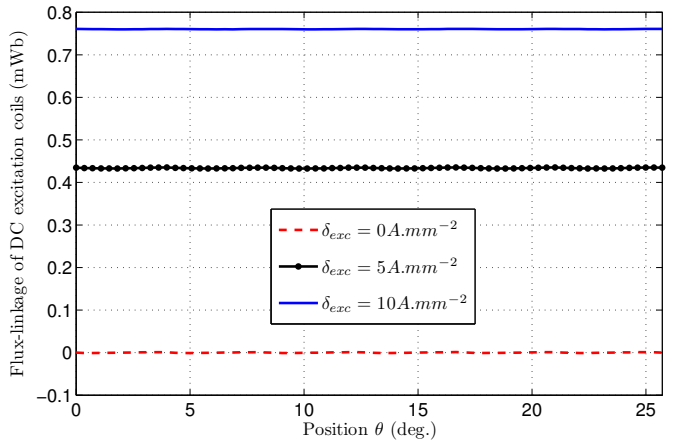


FIGURE 4.11: Evolution du flux de la bobine d'excitation en fonction de la position θ pour différentes densités de courant d'excitation δ_{exc}

4.4 Influence de l'hybridation sur les performances électromagnétiques des machines à commutation de flux à aimants

Dans cette section, nous essayons de déterminer l'influence de l'hybridation sur les performances des machines à aimants à commutation de flux. Cette nouvelle structure à commutation de flux étant très proche structurellement de la machine classique à commutation de flux à aimants, il faudrait savoir si la place allouée à la bobine d'excitation dans l'encoche normalement dédiée uniquement à l'induit ne pénalise pas trop les performances électromagnétriques.

Ce comparatif ne peut se faire qu'entre cette nouvelle structure hybride et la structure classique à aimants. En effet, les autres machines à commutation de flux présentent des principes trop éloignés pour qu'un compratif simple puisse se faire. Il faudra inévitablement passer par une phase d'optimisation pour pouvoir faire un

comparatif.

4.4.1 Approche par les équations de puissance

Afin de proposer un comparatif qualitatif, nous baserons notre étude sur les équations de puissance générales. En considérant l'équation 3.8, on peut déterminer la puissance maximum convertible P_{max}.

Machine à commutation de flux à aimants La puissance maximum convertible par les structures MCF à aimants P_{max_a} est fonction de deux termes, NI_{cc_a} les ampères.tour de courant de court-circuit et Φ_{exc_a} le flux d'excitation,

$$P_{max_a} \propto NI_{cc_a}.\Phi_{exc_a} \tag{4.1}$$

avec

$$\Phi_{exc_a} \propto B_r.h_{a_h} \tag{4.2}$$

et

$$NI_{cc_a} \propto \delta_{cc_a}.S_{ind_a} \tag{4.3}$$

B_r étant la rémanence de l'aimant (que l'on considèrera constante $1.2T$) et h_{a_a} la hauteur de l'aimant (saturation négligée) ($h_{a_a} = R_{ext_a} - R_{int_a}$).

Machine à commutation de flux double excitation avec bobinage d'excitation interne Concernant cette structure, en ne considérant que la puissance maximum convertible et pas un régime de défluxage, il est possible d'exprimer P_{max_h} similairement,

$$P_{max_h} \propto NI_{cc_h}.\Phi_{exc_h} \tag{4.4}$$

avec

$$\Phi_{exc_h} \propto B_r.h_{a_h} \tag{4.5}$$

et

$$NI_{cc_h} \propto \delta_{cc_h}.S_{ind_h}.\left(\frac{\Phi_{exc_h}}{\Phi_{exc_a}}\right) \tag{4.6}$$

On remarque que l'on vient moduler la valeur de NI_{cc_h} par le ratio des flux d'excitation. Sur la Figure 4.12, une encoche est représentée, l'aire de la surface comprise entre les rayons R_1 et R_2 peut s'exprimer de manière générale comme suit,

$$S_{R_1-R_2} = \frac{\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{N_s} - \frac{R_2}{4}\left(l_{ds}\sqrt{4 - \left(\frac{\left(\frac{e_a}{2} + l_{ds}\right)}{R_2}\right)^2} + 4R_2 \arcsin\left(\frac{\left(\frac{e_a}{2} + l_{ds}\right)}{2R_2}\right)\right) + \frac{R_1}{4}\left(l_{ds}\sqrt{4 - \left(\frac{\left(\frac{e_a}{2} + l_{ds}\right)}{R_1}\right)^2} + 4R_1 \arcsin\left(\frac{\left(\frac{e_a}{2} + l_{ds}\right)}{2R_1}\right)\right) \tag{4.7}$$

Cette dernière expression permettra de déterminer facilement S_{ind_a} et S_{ind_h}. Les pertes Joule peuvent s'exprimer ainsi,

$$P_{J_a} \propto S_{ind_a}.\delta^2_{cc_a} \tag{4.8}$$

pour la machine à aimants, et

$$P_{J_h} \propto S_{ind_h}.\delta^2_{cc_h} \tag{4.9}$$

pour la machine hybride. La longueur active de la machine est considérée fixe.

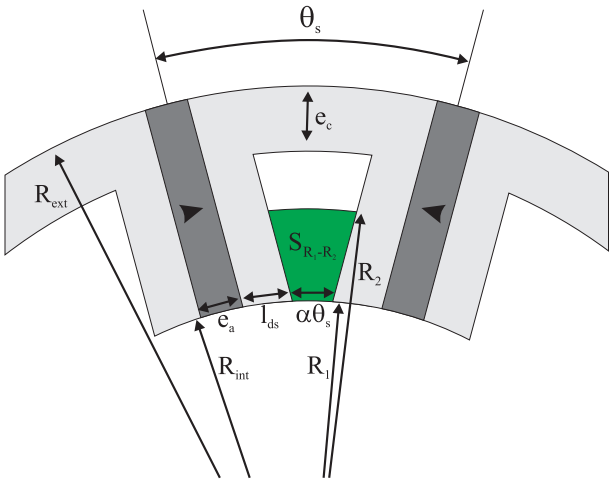


FIGURE 4.12: Schéma de l'encoche à modéliser

4.4.2 Etude comparative entre MCF à aimants et hybride avec bobinages d'excitation internes

Sur la base du modèle précédent, nous explorons l'influence de l'hybridation sur les performances de la structure. Un coefficient d'hybridation ς_{hyb} servira à la comparaison. On le définira comme étant le ratio des surfaces d'induit avec et sans bobines d'excitation,

$$\varsigma_{hyb} = \frac{S_{ind_h}}{S_{ind_a}} \tag{4.10}$$

A titre d'exemple, un ratio de 0.3 signifiera que 70% de la fenêtre d'induit initiale sera allouée à la bobine d'excitation. Cela signifie que plus le coefficient d'hybridation est important, plus la section dédiée à l'excitation est faible. Dans la suite, nous proposerons plusieurs cas de figure afin d'évaluer l'influence de ς_{hyb} sur les performances électromagnétiques. Pour ce faire nous fixerons certains paramètres géométriques. D'après [91], l'ouverture optimale $\alpha\theta_s$ de l'encoche d'une MCF à aimants doit être égale à la largeur de la dent l_{ds},

$$l_{ds} = R_{int}\alpha\theta_s \tag{4.11}$$

En effet, en diminuant la largeur de dent l_{ds}, d'un côté on augmente la section disponible pour l'encoche d'induit mais d'une autre côté la dent est plus saturée et le flux d'excitation diminue. En augmentant la largeur de la dent stator, celle-ci sera moins saturée mais à pertes Joule équivalente, le couple électromagnétique diminue. L'équivalence proposée par Zhu [91] semble donc logique. Nous considèrerons donc ces dimensions. Aussi, nous considèrerons que l'épaisseur d'aimant e_a et l'épaisseur de culasse externe sont tout deux égaux à la largeur de dent l_{ds}.

Diamètre externe fixe Premier cas considéré, lorsque le diamètre externe de la structure est fixe. Autrement dit, nous choisissons une MCF à aimants de référence, et observons l'impact de coefficient d'hybridation ς_{hyb} sur la puissance maximum convertible théorique.

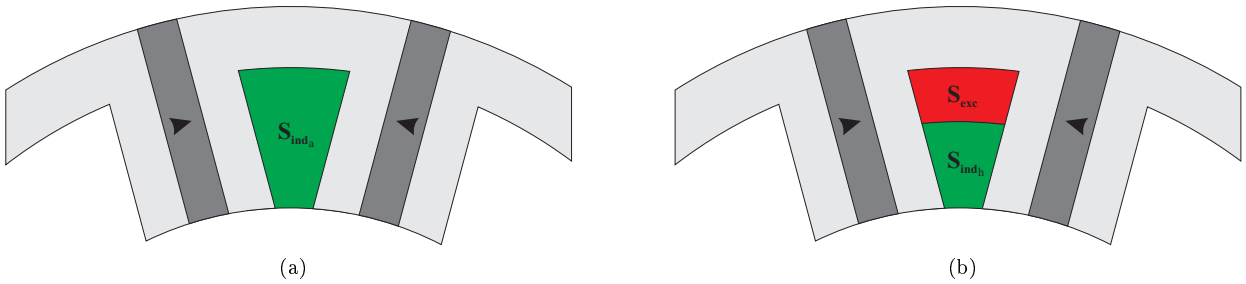


FIGURE 4.13: Schéma de la cellule de commutation avec une diamètre externe fixe : Structure MCF à aimants de référence (a) et structure hybride (b)

En considérant le diamètre externe fixe, nous nous retrouvons dans la situation illustrée à la Figure 4.13. Il y a donc deux études possibles :

- Premièrement, à pertes Joule fixe, comment évolue la puissance maximum convertible en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb} ?
- Deuxièmement, lorsque la puissance maximum reste constante, comment évoluent les pertes Joule de l'induit toujours en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb} ?

Afin de répondre à la première interrogation, nous proposons à la Figure 4.14, l'évolution du ration P_{max_h}/P_{max_a} en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb} à pertes Joule d'induit fixes. La courbe présente une évolution quadratique ce qui parait logique puisque nous imposons les pertes Joule d'induit fixes. Plus le ratio d'hybridation est grand, plus l'on va tendre vers une puissance convertible P_{max_h} proche de la puissance de la puissance convertible par la structure MCF à aimants P_{max_a}.

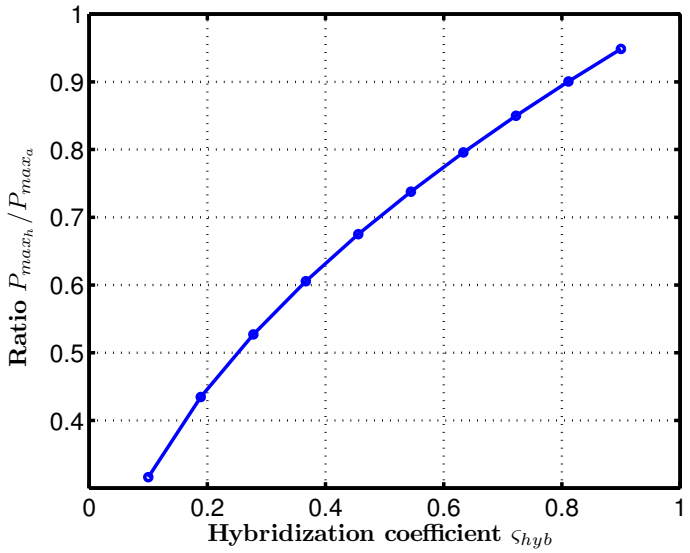


FIGURE 4.14: Evolution du ratio P_{max_h}/P_{max_a} en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb} avec les pertes Joule d'induit fixes

Sur la Figure 4.15, l'évolution du ration P_{J_h}/P_{J_a} en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb}, en considérant une puissance convertible constante, est proposée. Forcement, puisque le diamètre externe est fixe (la surface d'encoche l'est aussi), le niveau de pertes dans l'induit va augmenter en considérant une puissance convertible constante. C'est bien ce que l'on observe sur la Figure 4.15. A mesure que la surface de l'encoche dédiée à l'excitation augmente (quand ς_{hyb} diminue), les pertes Joule d'induit augmentent. A titre d'exemple, si 50% de la surface de bobinage est alouée à au bobinage d'excitation, les pertes Joule d'induit auront doublé.

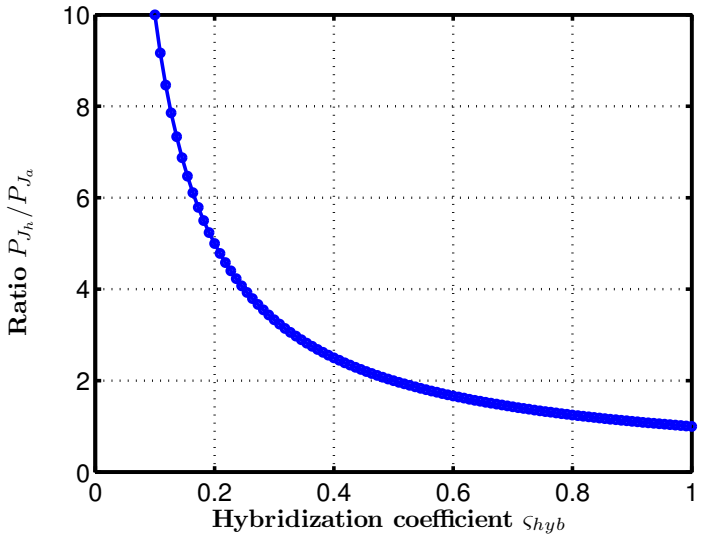


FIGURE 4.15: Evolution du ratio P_{J_h}/P_{J_a} en fonction du coefficient d'hybridation ς_{hyb} avec le ratio P_{max_h}/P_{max_a} fixe

Diamètre externe variable Maintenant, nous nous permettons de modifier le diamètre externe de la géométrie initiale. La Figure 4.16 présente schématiquement la modification que l'on s'autorise.

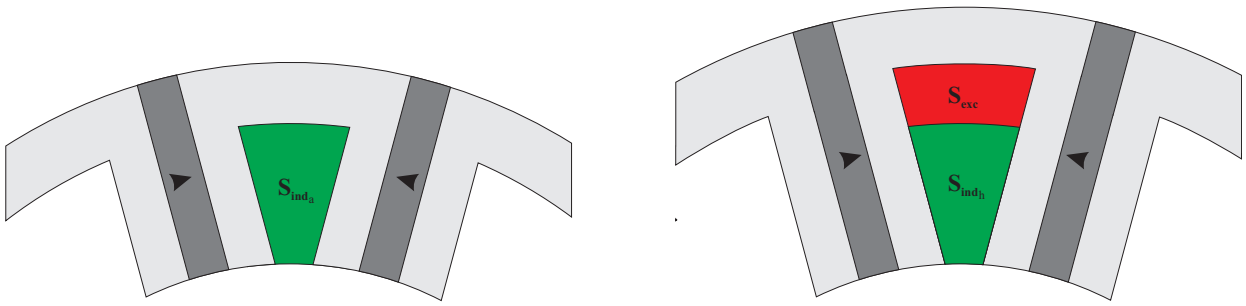


FIGURE 4.16: Schéma de la cellule de commutation avec une diamètre externe variable : Structure MCF à aimants de référence (a) et structure hybride (b)

Sur la Figure 4.17 nous présentons l'évolution du ratio P_{J_h}/P_{J_a} en fonction du ratio R_{ext_h}/R_{ext_a} en considérant la puissance convertible constante et pour différentes valeurs du coefficient d'hybridation ς_{hyb}. Les intersections entre les caractéristiques isopuissances et la droite constante pour un ratio P_{J_h}/P_{J_a} unitaire permettent de déterminer l'augmentation de volume nécéssaire afin de converser les mêmes pertes Joule et la même puissance convertible. En conservant toujours le même exemple, avec un coefficient d'hybridation $\varsigma_{hyb} = 0.7$, il faudra augmenter de 5% environ le rayon externe R_{ext_h} (le rayon interne $R_{ext_h} = R_{ext_a}$ restant fixe).

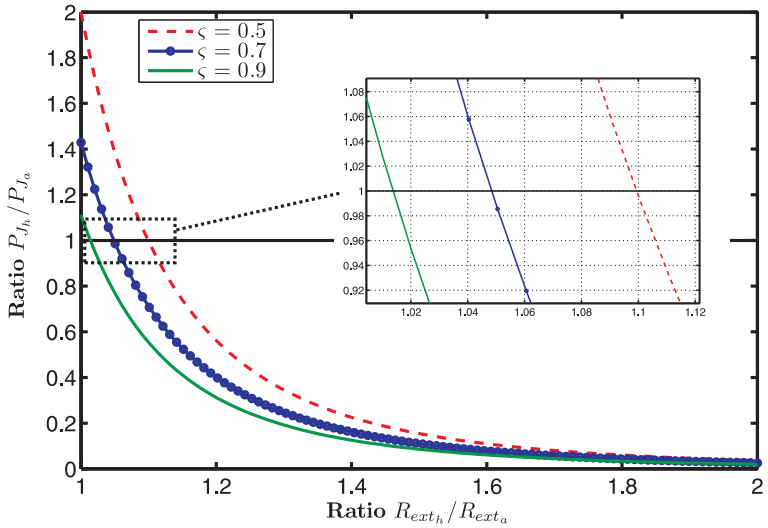


FIGURE 4.17: Evolution du ratio P_{J_h}/P_{J_a} en fonction du ratio R_{ext_h}/R_{ext_a} avec le ratio P_{max_h}/P_{max_a} fixe

4.5 Une structure hybride en configuration série ou parallèle ?

Dans cette section, nous essayerons de répondre à la question suivante : *s'agit-il d'une structure double excitation en configuration série ou parallèle ?* En effet, nous n'avons pas encore renseigné cette question qui est particulièrement importante du point de vue des performances en défluxage.

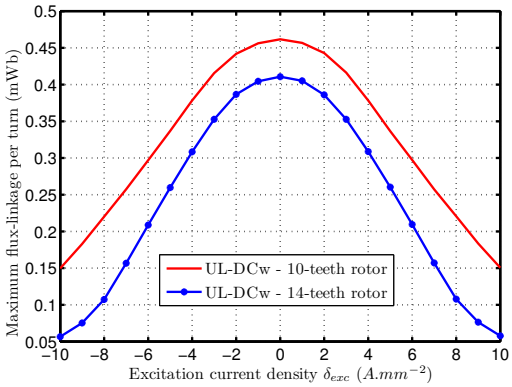
4.5.1 Influence du nombre de dent rotorique N_r

Nous explorons dans un premier temps l'influence du nombre de dentd rotoriqued N_r sur les performances en défluxage d'une structure possédant 12 aimants au stator. Deux configurations de rotor sont considérées avec 10 ou 14 dents. Nous considèrerons une ouverture relative de l'encoche rotor $\beta_r = 0.6$.

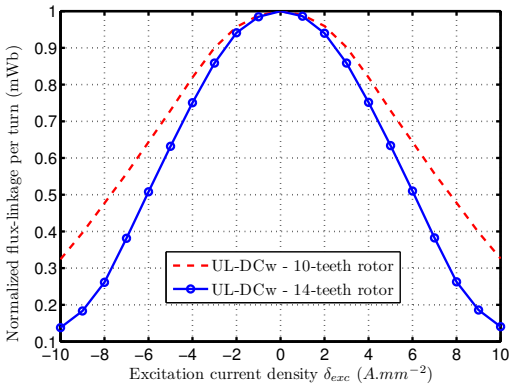
Nous retrouvons bien sur la Figure 4.18.(a) l'évolution du flux d'excitation en fonction de la densité de courant d'excitation avec uniquement un régime de défluxage quelque soit le nombre de dents rotoriques. Le flux maximum obtenu par EF 2D pour la strcture avec 10 dents rotoriques est de $\varphi_{max} = 460\mu Wb$ (pour $\delta_{exc} = 0A.mm^{-2}$) contre $410\mu Wb$ pour la structure avec 14 dents rotor. Bien évidemment, on ne peut pas conclure directement que la structure avec 10 dents est meilleure, cependant l'écart avoisine les 10%. Il faudra explorer plus en détail l'influence de l'ouverture relative de l'encocheβ_r qui est restée fixe ici.

Pour les deux configurations de rotor, le contrôle du flux est bon. En revanche, en se référant aux Figures 4.18.(b) et (c), on peut observe que la configuration avec 14 dents est plus efficace. En effet, en considérant une densité de courant d'excitation $\delta_{exc} = 10A.mm^{-2}$, le rapport de défluxage $\xi = 3$ pour la configuration avec 10 dents rotoriques contre 10 pour la configuration avec 14 dents.

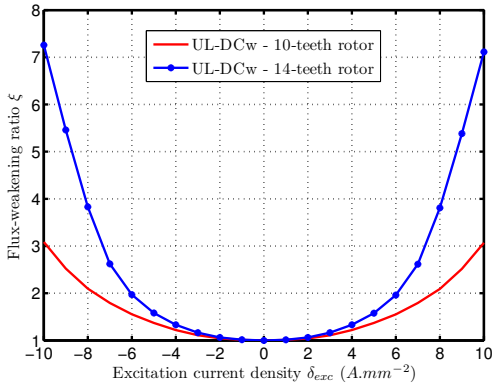
Cette observation est particulièrement intéressante car celà signifie que la combinaison dent stator - rotor $N_s - N_r$ est étroitement reliée à l'efficacité des bobines d'excitation. Nous explorons ceci dans le paragraphe suivant.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.18: Influence du nombre de dents rotoriques N_r sur les performances à vide : Evolution du flux maximum par phase (a), du flux maximum par phase normalisé par le flux maximum à $I_{exc} = 0A$ (b) et du rapport de défluxage ξ (inverse du flux normalisé) (c)

4.5.2 Perméance du bobinage d'excitation

La remarque faite dans le paragraphe précedent mais en évidence une étroite relation entre le nombre de dent rotorique et l'efficacité de la bobine. Autrement dit, il semble bien que la perméance du bobinage d'excitation varie fortement d'une configuration rotorique à une autre. Pour la configuration avec 10 dents rotor, la perméance de la bobine d'excitation est plus importante que dans le cas de la configuration avec 14 dents.

Pour expliquer cela, nous avons tracer les lignes de champs dans notre structure où seules les bobines d'excitation sont alimentées et les aimants sont remplacés par de l'air. Sur la Figure 4.19, le rotor est positionné dans l'axe d de la machine pour les deux configurations rotoriques.

Comme on peut voir sur la Figure 4.19, nous avons représenté en rouge le trajet principal des lignes de champs. Il est clair que le trajet emprunté par les lignes de champ de la configuration avec 10 dents rotor est bien plus réluctante que celle avec 14 dents rotor. En effet, sur la Figure 4.19.(a), le flux principal doit traverser l'aimant (malgré la présence d'un pont magnétique de $1mm$). Au contraire, dans la configuration avec 14 dents les lignes de champ peuvent se reboucler directement par la dent adjacente car le pas dentaire rotorique θ_r est plus petit. La réluctance est donc plus faible dans cette dernière configuration, et l'efficacité en terme de contrôle du flux d'excitation d'autant plus grande.

Finalement, pour répondre à la question que l'on s'était posée en début de section, la classification de cette structure hybride va dépendre de la combinaison entre le nombre de dent stator N_s et rotor N_r. La structure avec 14 dents rotor peut être classée dans la catégorie double excitation parallèle alors que celle avec 10 dents rotor est définitivement une double excitation série.

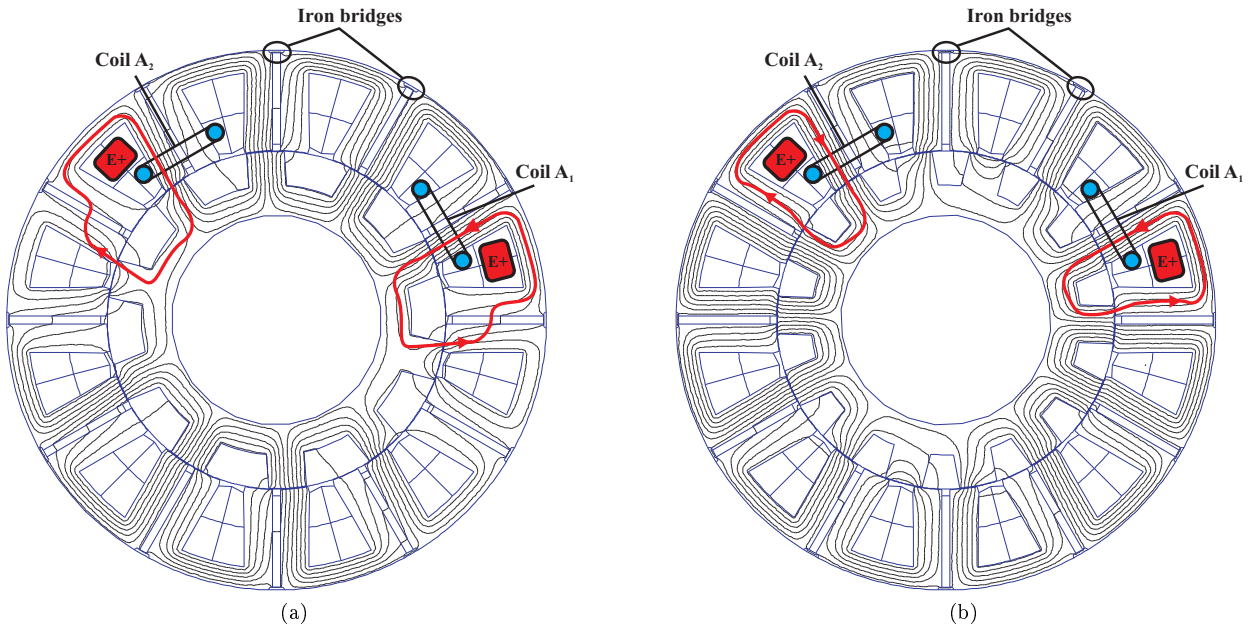


FIGURE 4.19: Lignes de champ créées dans la structure avec seulement les bobines d'excitation alimentées (les aimants sont remplacés par de l'air) : 10 dents rotor (a) et 14 dents rotor (b)

4.6 Etude de la sensibilité des performances électromagnétiques à la nuance d'aimant

Une des principales caractériques de cette structure reste la disposition des bobinages d'excitation au niveau de l'induit et donc une place plus importante dans la direction radiale pour les aimants. Nous précisions dans la Section 4.1 que l'on pouvait bénéficier de cette concentration de flux accrue qui permettrait :

- d'utiliser les aimants permanents terre rare NdFeBr pour des applications nécessitant un fort couple massique ;
- ou encore, d'utiliser des aimants ferrite pour des applications faibles coût.

L'objectif de cette section sera de mettre en évidence l'influence de trois nuances d'aimants sur les performances. Nous considèrerons donc une nuance d'aimant NbFeBr avec une rémanence $B_r = 1.2T$, une nuance NdFeBr "plasto-aimant" avec $B_r = 0.6T$ et aussi des ferrites avec $B_r = 0.4T$.

La géométrie que l'on considèrera pour cette étude est présentée à la Figure 4.20. Il s'agit d'une topologie avec 24 aimants au stator et 20 dents rotoriques.

Nous avons conservé les dimensions du prototype présenté à la Figure 2.25, c'est à dire le même rotor. Aussi, les diamètres interne et externe sont conservés. Nous pouvons donc jouer uniquement sur les dimensions de la cellule. La largeur des dents stator ainsi que celle de l'aimant ne sont pas modifiées par rapport au prototype.

Nous proposons pour cette étude de considérer deux configurations de bobinage présentées à la Figure 4.20. La première sera désignée par BEAm, ou UL-DCw, lorsque le bobinage d'excitation est disposé en fond d'encoche. La seconde, BEAv ou LL-DCw, correspondra au cas inverse, lorsque le bobinage d'excitation est disposé en aval de la bobine d'induit. La longueur active reste de $45mm$ (dans un premier temps).

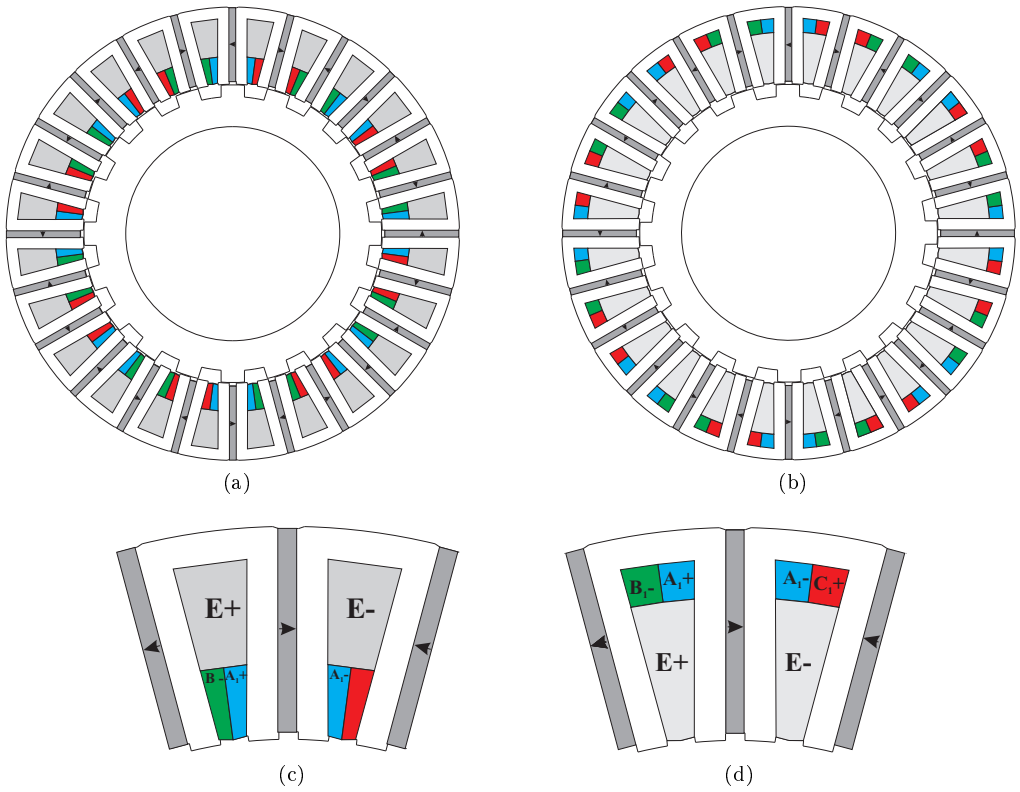


FIGURE 4.20: Configuration des bobinages d'excitation en amont (BEAm) (UL-DCw pour *Upper Located DC-winding*) (a)(c) ou en aval (BEAv) (LL-DCw pour *Lower Located DC-winding*) (b)(d)

4.6.1 Configuration BEAm ou BEAv : pourquoi ?

En effet, on peut se demander pourquoi nous avons décidé de considérer les deux configurations de bobinage. La réponse est simple et peut se résumer par la Figure 4.21. En explorant, les performances de cette nouvelle structure, nous nous sommes aperçu que la disposition du bobinage d'excitation en amont ou en aval du bobinage induit influait de manière non-négligeable sur les performances en défluxage.

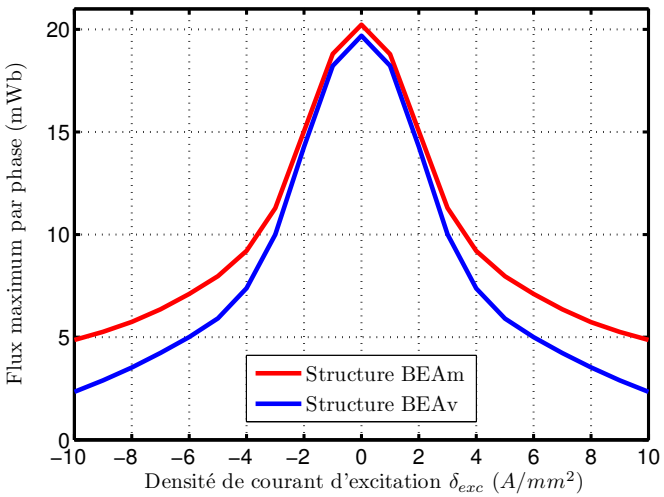


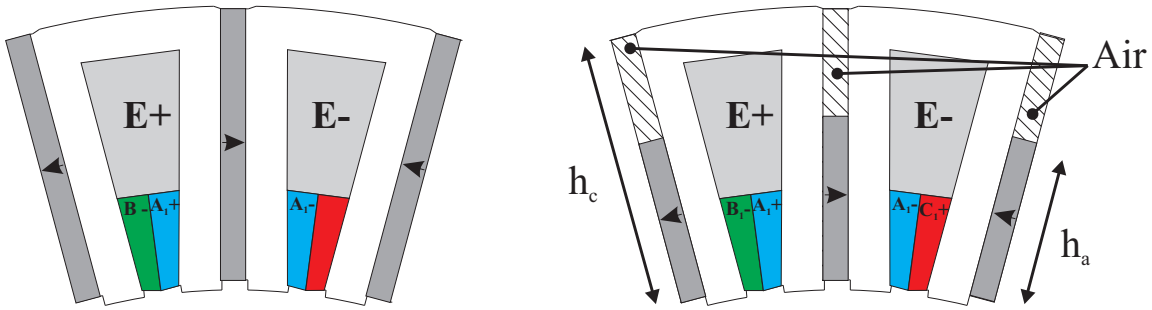
FIGURE 4.21: Evolution du flux maximum par phase en fonction du courant d'excitation δ_{exc}

En effet, la configuration BEAv, lorsque le bobinage d'excitation est au plus proche de l'entrefer permet un meilleur contrôle du flux d'excitation. Pour expliquer cela, il faut se reporter aux Figures 4.20.(c) et (d). On peut voir que les deux cellules sont relativement hautes ou alongées. Cela va donc favoriser les fuites d'encoches

pour la bobine d'excitation en amont et donc diminuer l'éfficacité de cette configuration en défluxage.

4.6.2 Influence de la concentration de flux

Nous commencerons par explorer l'influence de la concentration de flux dans cette structure. Sur la Figure 4.22, nous présentons la modification que l'on s'autorise.



(a) (b)

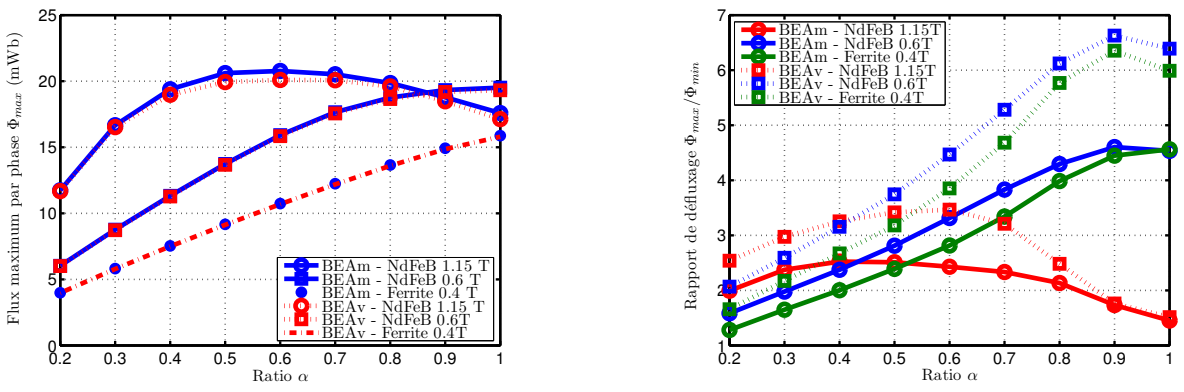
FIGURE 4.22: Modification de la cellule de commutation de structure hybride avec bobines d'excitation internes pour évaluer l'influence de la concentration du flux : Cellule initiale (a) et cellule modifiée (b)

Dans cette structure, la puissance convertible maximum est directement fonction du flux maximum. L'influence du ratio de concentration de flux α,

$$\alpha = \frac{h_a}{h_c} \tag{4.12}$$

sur le flux maximum par phase est proposé à la Figure 4.23.(a). De manière générale, les configurations en "amont" (BEAm) ou en "aval" (BEAv) permettent d'atteindre le même niveau de flux par phase. On peut seulement noter un léger avantage pour la configuration BEAm.

Surtout, il est intéressant d'observer que pour des nuances d'aimants NdFeBr, à partir d'un ratio de concentration de flux α de $0.5-0.6$, le flux maximum atteint n'augmente plus. Au contraire, cela pénalise la structure car le flux de phase a tendance à diminuer. On remarquera les bonnes performances à vide pour la nuance NdFeBr "plasto-aimant" avec $B_r = 0.6T$. Le flux maximal atteint que fait pour un ratio α unitaire et reste très proche de la nuance NdFeBr $1.15T$ ($19.51mWb$ contre $20.77mWb$). Ce premier résultat met en évidence l'intérêt de l'effet de concentration du flux dans cette structure. D'ailleurs, dans le chapitre suivant, dédié à l'optimisation de ces structures, il sera intéressant de considérer la rémanence de l'aimant comme un des paramètres à optimiser.



(a) (b)

FIGURE 4.23: Influence du ratio de concentration de flux α sur le flux maximum par phase Φ_{max} (a) et sur le rapport de défluxage Φ_{max}/Φ_{min}

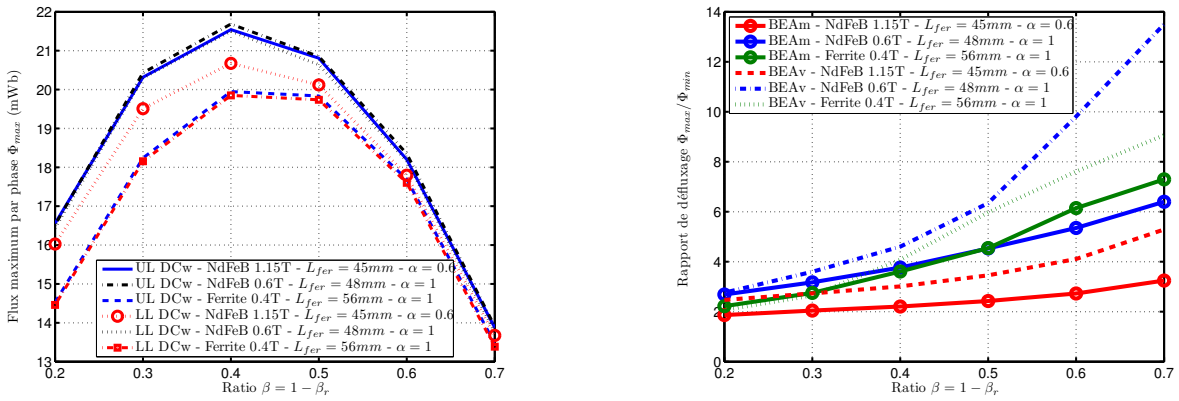
Sur la Figure 4.23.(b), l'influence de ratio α sur le rapport de défluxage Φ_{max}/Φ_{min} est proposé. A noter que Φ_{min} est déduit pour une densité de courant d'excitation $\delta_{exc} = 5A.mm^{-2}$. Ce choix est arbitraire mais correspond à une densité de courant acceptable d'un point de vue thermique (convection naturelle). De manière générale, plus la rémanence est importante, plus faible est le rapport de défluxage. On notera que les configurations en "aval" permettent un meilleur défluxage. Nous avions déjà observé ceci à la Figure 4.21, où en effet le contrôle du flux d'excitation était meilleur dans la configuration "aval" qu' "amont".

4.6.3 Influence de l'ouverture relative de l'encoche rotorique β_r

Maintenant que nous avons déterminé paramétriquement le ratio de concentration de flux α optimal, nous ajustons les longueurs actives de chaque machine obtenue afin d'avoir le même flux à vide que la structure NdFeBr $1.15T$ avec un ratio de concentration du flux α de 0.6. Ci-après les structures modifiées :

- pour la nuance NdFeBr avec $B_r = 0.6T$, la longueur active est fixée à $48mm$ avec un ratio de concentration de flux $\alpha = 1$;
- pour la nuance ferrite $0.4T$, la longueur active passe à $56mm$ avec $\alpha = 1$.

L'idée dernière cette modification étant évaluer, même grossièrement, l'impact sur le volume. En considérant donc les trois structures (chacune avec deux configurations de bobinage) précédentes, nous avons modifié paramétriquement l'ouverture relative de la dent rotorique $\beta = 1 - \beta_r$. Les résultats sont présentés à la Figure 4.24.



(a) (b)

FIGURE 4.24: Influence de l'ouverture relative de la dent rotorique β sur le flux maximum par phase Φ_{max} (a) et sur le rapport de défluxage Φ_{max}/Φ_{min}

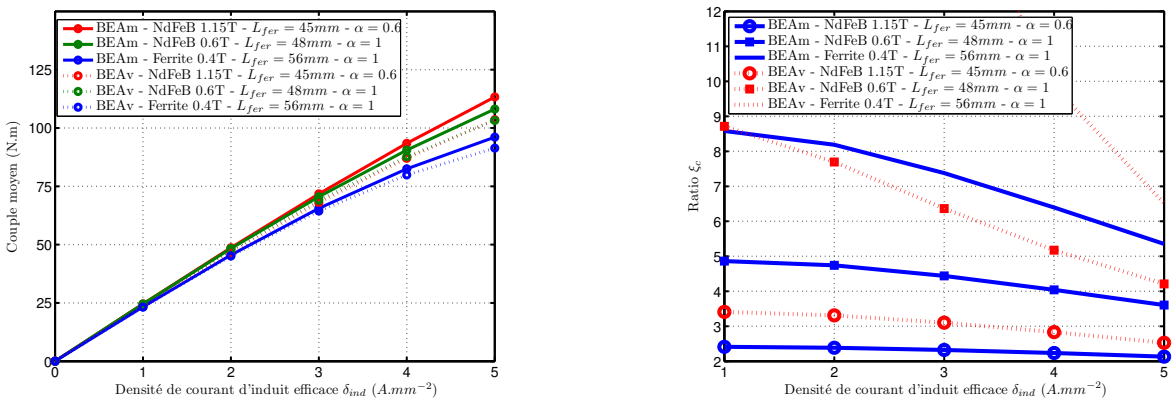
On peut remarquer que le flux maximum est atteint pour une valeur de $\beta = 0.4$, pour chacune des structures considérées. Cela nous donne une indication intéressante pour l'optimisation. Il faudra considérer à la fois l'ouverture de la dent statorique et rotorique pendant la phase d'optimisation. En effet, ce cas précis, nous avons considéré le stator fixe. Et on peut remarquer que l'ouverture de dent rotor optimale correspond à une largeur de dent rotor et stator à peu près équivalente.

Concernant, le rapport de défluxage, on peut observer que ce dernier augmente à mesure que l'ouverture de la dent rotorique augmente. Cela semble logique. En effet, à mesure que l'ouverture de la dent rotor augmente, la réluctance de la bobine d'excitation $\Re_{exc}$ va avoir tendance à diminuer. Le contrôle du flux d'excitation sera d'autant plus efficace.

Cette étude à vide est complétée en Annexe A, où l'influence de l'ouverture d'encoche β sur le contenu harmonique est étudiée.

4.6.4 Performances en charge

Fonctionnement en moteur Nous alimentons les structures considérées précédemment avec des courants triphasés sinusoïdaux avec un angle de charge δ permettant d'obtenir le couple moyen maximum à densité de courant d'induit fixe (et densité de courant d'excitation δ_{exc} nulle). L'évolution du couple moyen en fonction de la densité de courant d'induit δ_{ind}.



(a) (b)

FIGURE 4.25: Evolution du couple moyen maximum (a) et du ratio de contrôle du couple ξ_c (b) en fonction de la densité efficace de courant d'induit δ_{ind}

Comme précédemment, la nuance NdFeBr $0.6T$ présente des performances très intéressantes. Le couple moyen pour cette nuance d'aimant est inférieur de 4.4% au couple moyen obtenu avec des aimants NbFeBr $1.15T$ ($108N.m$ contre $113N.m$) pour une densité efficace de courant d'induit de $\delta_{ind} = 5A.mm^{-2}$. L'écart avec des ferrites est un peu plus important car il atteint 15% (couple moyen de $96N.m$).

Comme nous l'avions observé à vide, la configuration amont présente des performances meilleures en charge que la configuration aval. L'écart se situe au alentour de 10% ce qui ne peut être négligé. Pour expliquer cela, il faut se rappeler de la disposition des deux bobinages. Lorsque la bobine d'excitation est située en fond d'encoche (configuration BEAm), nous avions montré que les performances en défluxage étaient moins bonnes à cause des fuites d'encoches plus importantes. Ici, c'est l'effet inverse, lorsque l'induit est situé en fond d'encoche (configuration BEAv), il va présenter plus de fuites. Les performances en charge seront donc plus faibles.

En Annexe A, une série de résultats en charge en fonctionnement moteur est proposée. Les performances en défluxage et l'influence de l'ouverture relative de la dent rotorique β sont notamment proposées.

Fonctionnement en générateur Afin d'évaluer les performances en générateur, nous nous appuierons sur le modèle couplant EF 2D - charge résistive, présenté dans la Section 3.2. Nous commencerons donc par la Figure 4.26, où est représentée l'évolution de la puissance électrique en fonction de la position mécanique θpour les 3 structures (avec 2 configurations de bobinage). Plusieurs remarques concernant ces résultats :

- Tout d'abord, l'écart de puissance entre nuances d'aimants est très significatif. A titre d'exemple, considérons la nuance NdFeBr $1.15T$ (configuration BEAm) avec une puissance de sortie de $17.5kW$. La même configuration avec une nuance d'aimants NdFeBr $0.6T$ atteint difficilement $12kW$. L'écart est de 32% alors qu'en fonctionnement moteur l'écart n'était que de 4.4%. Concernant le fonctionnement moteur, cela reste à relativiser car il aurait peut-être fallu augmenter la densité de courant d'induit.
- Deuxième observation concerne l'écart entre les configurations BEAm et BEAv, il est là aussi très important (entre 38 et 40%). Dans le cas du fonctionnement générateur, c'est l'inductance de fuite d'encoche, plus importante dans le cas de la configuration BEAv, qui vient pénaliser cette configuration.

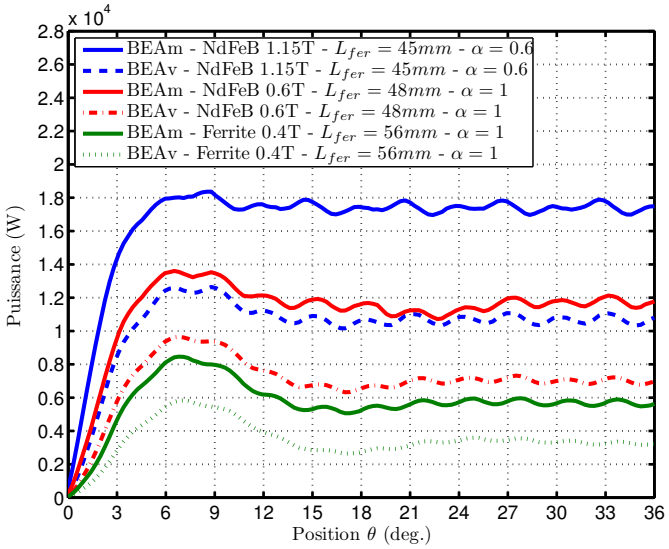


FIGURE 4.26: Evolution de la puissance électrique en fonction de la position mécanique θ - $2000tr/min$

Les performances de la structure en matériau ferrite sont particulièrement mauvaises si l'on s'en réfère à la Figure 4.26 ($5.5kW$ pour la configuration BEAm). Nous proposons à la Figure 4.27, une étude portant sur l'influence de l'épaisseur de l'aimant E_a, pour cette structure ferrite uniquement. L'épaisseur de l'aimant est augmentée tout en conservant l'ouverture d'encoche stator constante.

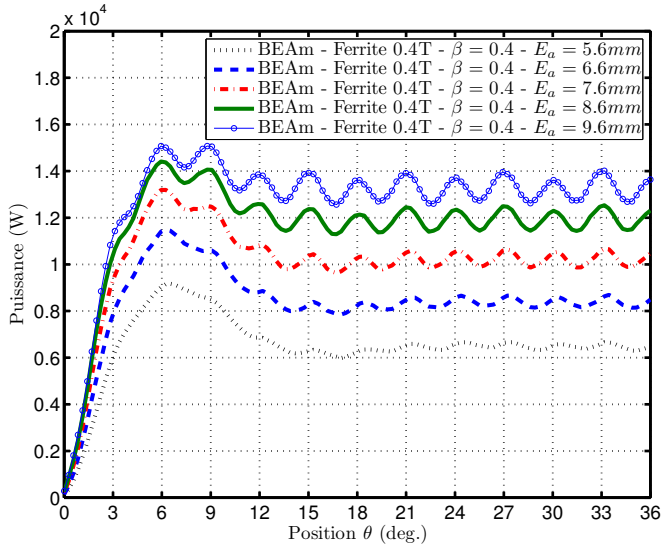


FIGURE 4.27: Influence de l'épaisseur de l'aimant E_a sur la puissance de sortie - $2000tr/min$

On peut observer que les performances sont bien meilleures en augmentant l'épaisseur de l'aimant. Cela s'explique car en augmentant l'épaisseur de l'aimant, la réaction d'induit est plus faible (entrefer équivalent augmenté) et donc la chute de tension en charge sera elle aussi plus faible.

Cette section fût l'occasion de mettre en évidence les bonnes performances de cette structure hybride avec bobinages d'excitation internes avec des nuances d'aimant moins nobles. L'effet de concentration de flux accru dans cette topologie est un avantage indéniable qu'il faudra exploiter. Les performances en moteur sont particulièrement encourageantes d'après cette étude paramétrique. Cependant, les derniers résultats sur l'influence de l'épaisseur d'aimant en fonctionnement génératrice montre bien que cette topologie nécessite d'être optimisée. D'ailleurs, avant d'aborder le dernier chapitre de cette partie dédié à l'optimisation de ces structures MCF hybrides, nous proposerons une validation expérimentale du principe de fonctionnement ainsi que des

performances électromagnétiques dans la section suivante.

4.7 Validation expérimentale des performances

Un prototype a été réalisé, principalement afin de valider le principe de fonctionnement que nous avons décrit dans la Section 4.3. Nous détaillerons dans un premier quelques élements de conception du protype. Ensuite, une deuxième partie sera dédiée à la validation expérimentale des performances à vide. Finalement, une étude expérimentale des performances en charge à haute vitesse sera proposée.

4.7.1 Elements de conception du prototype

La réalisation de ce prototype avait pour but principal de valider le fonctionnement. La conception de cette machine n'a pas fait l'objet d'un dimensionnement optimal comme nous le présenterons au Chapitre 5. En effet, nous nous sommes appuyé sur une étude paramétrique à vide et l'expérience au sein du laboratoire afin de déterminer les principales dimensions du prototype. Il s'agit d'une structure avec 12 aimants au stator.

Influence du pont magnétique sur les courbes à vide Comme toute structure à commutation de flux à aimants, les pièces ferromagnétiques en forme de U au stator forment un même ensemble mécanique grâce à un petit pont magnétique (faible, environ $1mm$). Ce pont forme un court-circuit magnétique qui vient pénaliser un peu les performances à vide. Sur la Figure 4.28, nous représentons les courbes à vide avec et sans pont magnétique.

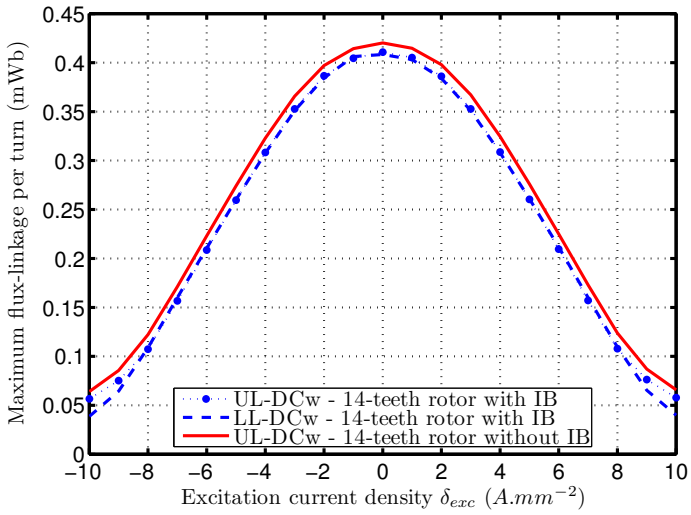
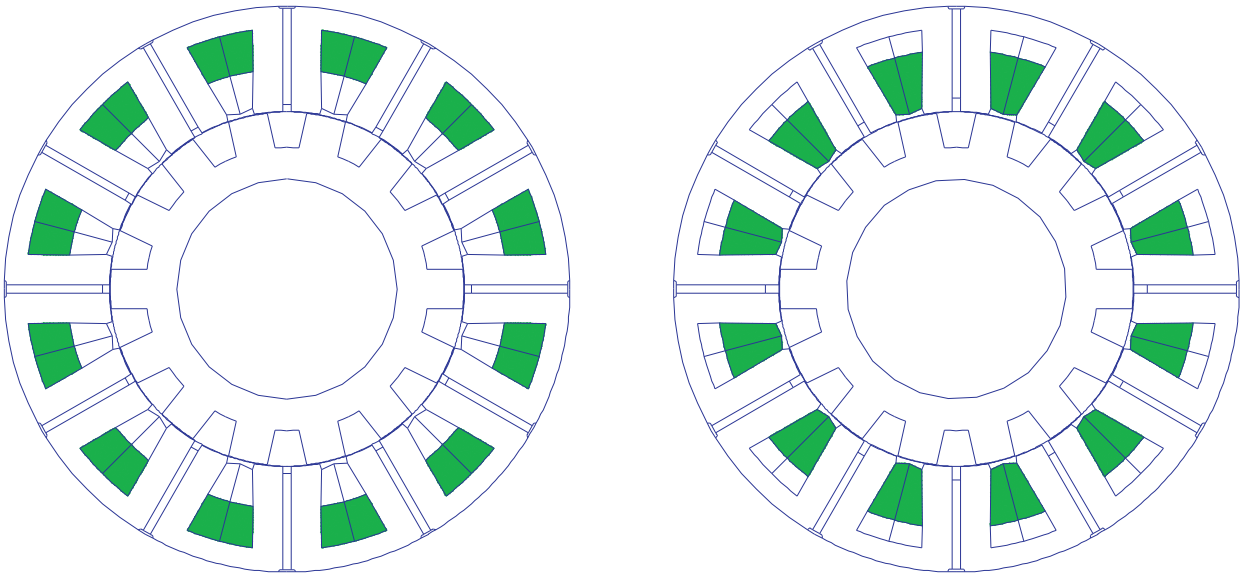


FIGURE 4.28: Evolution du flux par phase en fonction de la densité de courant d'excitation avec et sans pont magnétique : pour la configuration amont (UL-DCw) et aval (LL-DCw)

On remarque que pour la configuration UL-DCw avec pont magnétique (IB pour *Iron Bridge*), le flux maximum atteint est de $408\mu Wb$ contre $420\mu Wb$, soit une diminution de 3%. A part réduire le pont magnétique (dans la limite de la tenue mécanique), il n'est pas possible de s'affranchir de ce problème.

Influence de la configuration amont ou aval Toujours sur la Figure 4.28, nous présentons l'évolution de flux maximum en fonction de δ_{exc} pour les configurations en amont et en aval. D'ailleurs, à la Figure 4.29, nous rappelons les deux configurations possibles. Contrairement à ce que l'on avait pu observer avec une configuration 48-20 étudiée dans la section précédente (cf. Figure 4.21), il n'y a presque aucune différence entre les deux configurations pour la machine 24-14. Cela confirme l'hypothèse avancée précédemment, à savoir que les fuites d'encoches étaient responsables de la différence observée. Ici, seulement pour les très fortes valeurs de la densité de courant δ_{exc}, il est possible d'observer une différence.

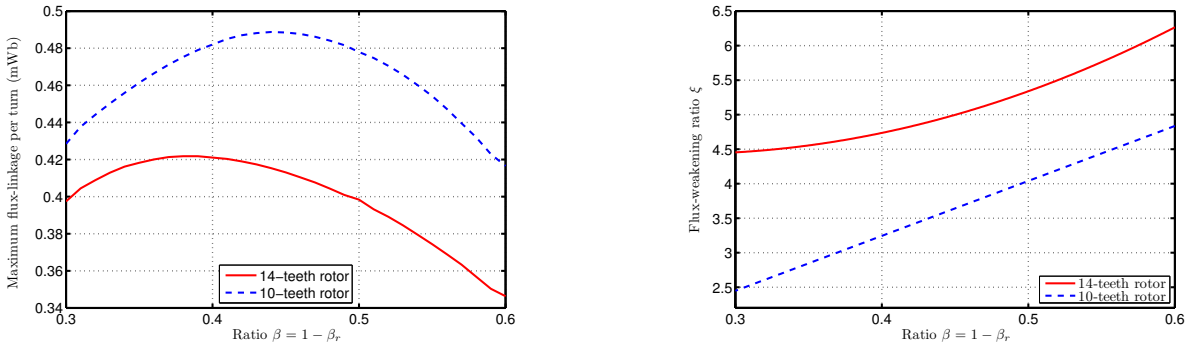


(a) (b)

FIGURE 4.29: Configuration avec bobinage d'excitation en amont (UL-DCw) (a) ou en aval (LL-DCw) (b) - Localisation des bobinages d'excitation en vert

Influence de l'ouverture de l'encoche rotorique β_r Nous proposons à la Figure 4.30.(a) l'évolution du flux par phase en fonction de l'ouverture relative de la dent rotor $1-\beta_r$ pour les structures 24-10 et 24-14. La structure avec 10 dents rotoriques atteint un flux maximal de $490\mu Wb$ (pour $1-\beta_r = 0.44$) contre $420\mu Wb$ pour la structure 24-14 (pour $1-\beta_r = 0.39$).

En revanche, concernant le contrôle du flux, le ratio de défluxage ξ est meilleur pour la structure 24-14 ($\xi = 4.7$ avec $1-\beta_r = 0.44$) que pour la structure 24-10 ($\xi = 3.5$ avec $1-\beta_r = 0.39$).



(a) (b)

FIGURE 4.30: Influence de l'ouverture relative de l'encoche rotorique β_r : Evolution du flux maximum par phase (a) et du ratio de défluxage ξ

4.7.2 Validation expérimentale sur le prototype

Une prototype avec 12 aimants au stator a donc été réalisé. Nous présentons ci-après une série de photo du prototype à la Figure 4.31 et ses dimensions principales dans le Tableau 4.1. La structure a été réalisée dans sa configuration aval, c'est à dire que l'induit est placé en fond d'encoche et le bobinage d'excitation est au plus près de l'entrefer.

	HE-FSM with inner DC windings	
Nombre de phases q	3	
Nombre de dents stator N_s	24	
Nombre de dents rotor N_r	10	14
Rayon externe du stator (mm)	90	
Longueur active (mm)	30	
Entrefer (mm)	0.3	
Rayon externe du rotor (mm)	56.2	
Epaisseur des aimants (mm)	2.6	
Largeur des dents rotoriques (mm)	18	12.6
Induction rémanente (T)	1.15	
Nombre de tours par bobines d'excitation	85	
Nombre de tours par bobines d'induit	60	

Table 4.1: Dimensions principales du prototype



(a) (b)

(c) (d)

FIGURE 4.31: Photos du prototype réalisé

Comparatif expérimental à vide Nous avons réalisé deux rotors, 10 et 14 dents. Comme nous le disions en introduction de cette section, ce prototype a été réalisé avant tout pour valider le principe de contrôle du flux d'excitation. Grâce à ces deux rotors, nous allons pouvoir mettre en évidence le passage d'une structure double excitation série à parallèle.

A la Figure 4.32, nous présentons un relevé expérimental des FEMs efficaces en fonction du courant d'excitation I_{exc}. Ces premiers résultats expérimentaux montrent effectivement qu'il est facile de contrôler le flux d'excitation dans cette structure. Il s'agit là d'une première validation expérimentale.

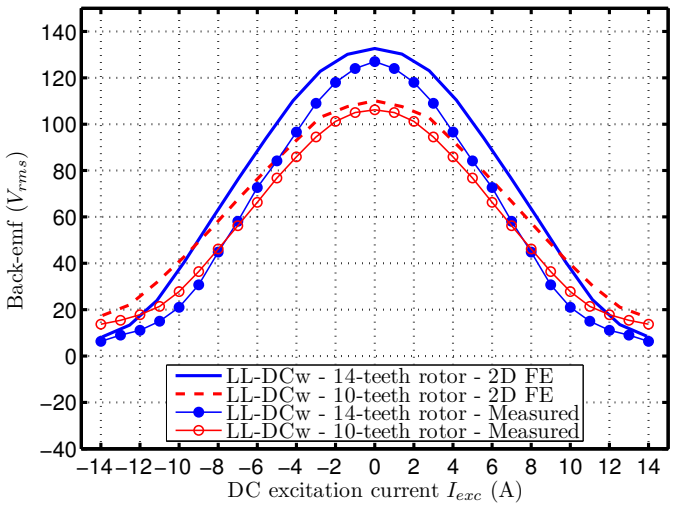


FIGURE 4.32: Comparatif entre expérimentations et simulations EF 2D des FEMs efficaces en fonction du courant d'excitation I_{exc} à $1500tr/min$

Les simulations EF 2D restituent assez fidèlement les courbes à vide relevées expérimentalement. Au niveau de la FEMs maximale ($I_{exc} = 0A$), la différence est acceptable ($4 - 5\%$). Au niveau du défluxage, notamment pour un courant d'excitation de $7A$, l'écart est plus importante ($15 - 20\%$). Nous n'avons pas pu expliquer ce résultat jusqu'à présent.

Surtout, nous remarquons que la structure avec 14 dents permet un meilleur contrôle de la FEMs que la structure avec 10 dents. Effectivement, le ratio de défluxage ξ_d pour la configuration 14 dents rotor est de 20 (expérimental) contre 7.8 dans la configuration avec 10 dents rotor. Comme nous l'avons expliqué dans la Section 4.5, nous passons ici d'une structure hybride en configuration parallèle (14 dents) à une structure en configuration série (10 dents). Cette observation est donc validée expérimentalement ici.

Fonctionnement en alternateur DC Le prototype a été testé sur le même banc expérimental que celui présenté à la Figure 3.13. L'idée de cette partie étant de démontrer l'intérêt de cette topologie pour une application haute vitesse.

Malheureusement, une désaimantation partielle des aimants lors du test sur la configuration 24-10 en charge a retardé les expérimentations. La validation en charge ne sera donc pas détaillée dans ce chapitre.

Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce Chapitre 4 à une nouvelle structure à commutation de flux hybride. Au moyen de simulation EF 2D, nous avons pu expliquer comment le flux d'excitation pouvait être contrôlé dans cette structure avec bobinages d'excitation internes. En effet, une composante homopolaire (de polarité différente) est injectée sur deux bobines consécutives appartenant à la même phase. Ce principe de fonctionnement a été validé avec un prototype réalisé au laboratoire. Aussi, l'influence du nombre de dents rotoriques a été étudié et nous avons pu démontrer que cela intervenait directement sur la capacité de défluxage de la

machine. On passe d'une structure double excitation série (10 dents rotor) à une double excitation parallèle (14 dents rotor), tout en conservant le même stator.

Une étude théorique sur l'influence de coefficient d'hybridation a été proposée, mettant en évidence par exemple l'impact du bobinage d'excitation sur la puissance convertible (à volume donné).

Une étude sur l'influence de la nuance d'aimant a aussi été détaillée dans ce chapitre à la fois en fonctionnement moteur et générateur (grâce au couplage circuit présenté au 3ème chapitre). Trois nuances d'aimants ont été considérées à savoir des NdFeBr $1.15T$, des NdFeBr "plasto-aimant " $0.6T$ et enfin des ferrites $0.4T$. L'étude a montré, une fois de plus, que la forte concentration de flux de ces topologies à commutation du flux permettait de se passer des nuances d'aimants avec une forte rémanence.

5

Mise en oeuvre de la démarche de conception par optimisation : Cas des structures à commutation de flux double excitation

Introduction

L'objectif de ce chapitre est l'étude des performances des structures à commutation de flux double excitation sur la base du modèle au premier harmonique que nous avons décrit dans le Chapitre 3.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons surtout à la démarche afin de la valider sur un cahier des charges donné. Ce sera aussi l'occasion de proposer un comparatif optimisé entre les deux structures à commutation de flux que nous avons présenté dans les Chapitres 2 et 4.

Nous présenterons dans un premier temps les différents algorithmes d'optimisation qui s'offrent à nous afin de concevoir de manière optimale ces structures MCF hybrides.

Ensuite, nous rappelerons le cahier des charges relatif à l'application alternateur DC recherchée. Les limitations technologiques relatives à ces structures seront aussi évoquées.

Après avoir développé quelques aspects concernant la méthodologie mise en oeuvre, nous présenterons le problème d'optimisation avec les différents objectifs, contraintes et variables.

5.1 Les algorithmes d'optimisation

Quand on parle d'algorithme d'optimisation, il existe deux méthodes générales :

- Les méthodes déterministes : Elles permettent de déterminer l'optimum local d'un problème mono- ou multi-objectifs. Cette dernière méthode n'est pas vraiment adaptée pour des problèmes présentant des domaines de variation importants et non-linéaires. Parmi les méthodes déterministes les plus connues, nous pouvons citer la méthode du gradient ou encore la méthode du Simplexe.
- Les méthodes stochastiques : *A contrario* des méthodes déterministes, ces méthodes font intervenir une part d'aléatoire afin de couvrir au maximum l'espace des solutions. Bien évidemment, cela permettra de tendre vers des optimum globaux. Ces modèles sont fondés sur des prinicipes physiques ou biologiques. Algorithmes génétiques, recuit simulé, colonies de fourmis, essaims particulaires sont autant de méthodes stochastiques que l'on retrouve dans la littérature.

L'utilisation d'algorithmes d'optimisation se démocratisent de plus en plus ces dernières années, que ce soit pour la conception de machine à reluctance variable [58] ou de machines à aimants [73][41][29][57][23].

Au sein du SATIE, le thème de la conception optimale a aussi été l'objet de beaucoup d'attention. Deux algorithmes d'optimisation ont notamment été utilisé : l'algorithme génétique *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA II)* et aussi l'algorithme l'évolutionnaire se basant sur les essaims particulaires (*Particle Swarm Optimization*).

Dans ce Chapitre, nous utiliserons exclusivement l'algorithme d'optimisation NSGA II. Le principe général de cet algorithme a largement été détaillé dans la référence [40]. Nous y reviendrons brièvement. Parmi une

population d'individus, chacun composé de gènes, un tirage aléatoire (dans les intervalles de variation que le concepteur défini) permet d'initialiser le processus. A la suite de l'évaluation des fonctions objectifs, les meilleurs individus sont conservés pour la génération suivante. Lors d'un renouvelement de génération, deux processus garantissent une certaine diversité :

- les croissements : qui permettent de générer un individu fils à partir de deux ou plusieurs individus parents. Nous considèrerons un coefficient de croissement de 0.8. Les croissements permettent d'explorer "localement" l'espace des solutions à partir de solutions déjà intéressantes (les meilleurs individus de la génération précédente).
- les mutations : qui permettent - elles - de tendre vers des optima globaux en créant des individus fils possédant des gènes tirés, tout ou en partie, aléatoirement. Nous considèrerons ici un coefficient de croissement de 0.2.

5.2 Le cahier des charges

Dans ce chapitre, nous appliquons la méthodologie de conception optimale à un cahier des charges bien défini. Il s'agit de dimensionner une structure double excitation fonctionnant en alternateur DC capable de débiter $10kW$ entre 1300 et $2000tr/min$. La Figure 5.1 résume ce cahier des charges, relativement simple.

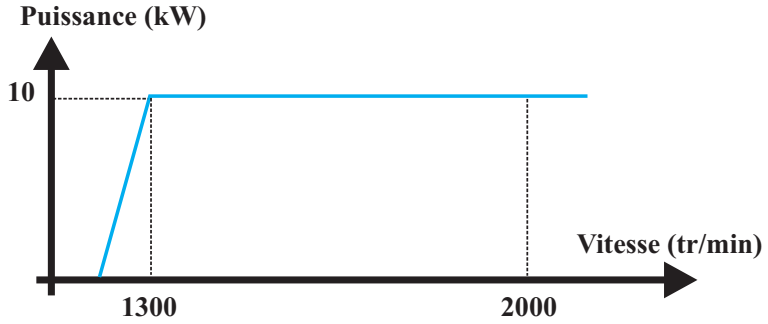


FIGURE 5.1: Cahier des charges de l'application alternateur DC

L'application télécom visée par cette structure n'impose pas de contraintes spécifiques sur le volume. En revanche, la solution se doit d'être économique tout en assurant un rendement de l'ordre de 80% (rendement machine). Bien évidemment, ces contraintes de réalisation ou de dimensionnement vont se traduire en contraintes algorithmiques par la suite.

5.3 Choix des contraintes, objectifs et variables d'optimisation

Dans cette section, nous détaillerons le choix des contraintes, des objectifs ainsi que des variables d'optimisation. Ces choix découlent d'ailleurs en partie du cahier des charges.

5.3.1 Les objectifs de la procédure d'optimisation

Le choix de l'algorithme NSGA II nous permet de définir plusieurs objectifs afin d'obtenir un ensemble de solution optimale qui seront représentés sous forme d'un front de Pareto.

Le cadre industriel dans lequel nous nous trouvons impose forcement que l'un des objectifs soit le coût de la solution. Cela à d'autant plus de sens que la solution visée est une solution à faible coût. Dans la Section 5.5, nous détaillons justement la modélisation technico-économique de la solution.

Le second objectif sera répresenté par les pertes du système. Le modèle au premier harmonique ne permettant pas d'évaluer les pertes fer, on se contentera de déterminer les pertes Joule d'induit et d'excitation. Ce deuxième objectif, image du rendement, est antinomique. En effet, l'accroissement des pertes (diminution du rendement à puissance donnée) permettra de tendre vers des solutions à plus faible côut.

5.3.2 Les contraintes liées au cahier des charges

Comme nous le précisions, le cahier des charges est peu contraignant. Afin de simplifier l'étude, nous fixerons quelques contraintes sous les objectifs et sur les variables optimisation.

Premièrement, nous disions que le système n'était pas contraint en volume. Cependant, le rayon extérieur sera borné à $180mm$. Il s'agit une contrainte que l'on s'impose car elle reste cohérente avec la solution déjà proposée par Leroy Somer.

D'autres contraintes géométriques seront fixées comme l'entrefer e égal à $0.5mm$. L'ouverture relative des dents rotoriques ne sera pas non plus modifiée. Nous conserverons une ouverture relative de 0.5. Lors de cette optimisation, nous nous concentrerons sur les parties actives, c'est à dire le stator.

Une contrainte par rapport au pertes d'excitation qu'il convient de limiter. En effet, notamment pour la structure hybride présentée au Chapitre 2, on se rend vite compte que le principal problème de ces structures hybrides réside dans le dimensionnement de l'excitation. Nous sommes obligé de magnétiser chaque cellule de commutation ce qui entraine rapidement des pertes d'excitation très élevées. Afin de ne pas pénaliser outre mesure l'électronique d'alimentation de la bobine d'excitation, une étude de coût à permis d'établir qu'une puissance d'excitation maximale de $1200W$ était admissible.

Le cas des pertes d'excitation dépendra beaucoup de la structure considérée. En effet, pour la structure hybride avec bobinages d'excitation internes, la puissance maximum P_{max} sera dimensionnée pour une puissance d'excitation nulle (de part son fonctionnement).

La puissance maximale convertible sera fixée à $15kW$ afin de satisfaire la contrainte de puissance du cahier des charges.

Nous considèrerons aussi que le flux d'excitation doit être facilement controlé afin de satisfaire facilement au cahier des charges. Nous imposerons donc un ratio de défluxage minimal de 2. Nous verrons par la suite comment cela a été implémenté numériquement.

5.3.3 Les variables d'optimisation

Les variables d'optimisation vont dépendre de la structure considérée. En effet, dans ce chapitre, nous considèrerons deux structures hybrides MCF :

- Celle présentée au Chapitre 2, que l'on dénommera MCF hybride parallèle ;
- Celle présentée au Chapitre 4, la MCF hybride avec bobinages d'excitation internes.

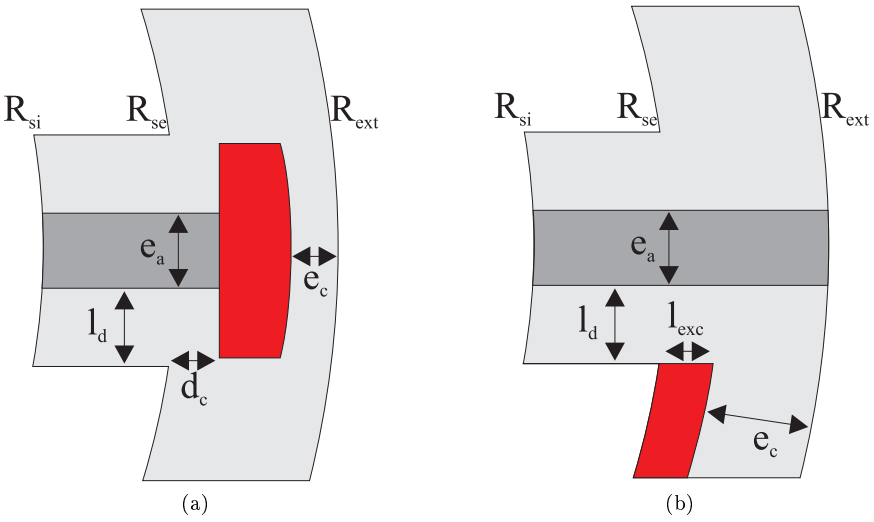


FIGURE 5.2: Stator des structures MCF hybrides avec les paramètres associés

Comme nous le précisions, nous ne travaillerons que sur la partie active, le stator. Les deux stators des structures évoquées ci-avant sont présentés à la Figure 5.2.

Structure MCF hybride parallèle Concernant la structure hybride parallèle, les variables d'optimisation seront :

- L_a la longueur active de la machine ;
- k_r le ratio des rayons interne et externe statoriques :

$$k_r = \frac{R_{si}}{R_{ext}} \tag{5.1}$$

- k_{e_a} le ratio entre l'épaisseur de l'aimant e_a et le quart du pas dentaire statorique :

$$k_{e_a} = 2N_s \frac{e_a}{\pi R_{si}} \tag{5.2}$$

- k_{h_e} le ratio entre la hauteur de la bobine d'excitation et la hauteur du stator (en limitant la hauteur de la bobine d'induit) :

$$k_{h_e} = \frac{(R_{ext} - R_{se}) - e_c - d_c}{(R_{ext} - R_{si}) - e_c - d_c - \frac{\pi}{2N_s} R_{si}} \tag{5.3}$$

- R_{ext} le rayon externe statorique.

Structure MCF hybride avec bobinages d'excitation internes Concernant la structure hybride avec bobinages d'excitation internes, nous avons opté pour les mêmes variables d'optimisation exception faite du ratio k_{h_e} que l'on définit comme :

$$k_{h_e} = \frac{l_{exc}}{(R_{ext} - R_{si}) - e_c} \tag{5.4}$$

On remarquera que le nombre de variable d'optimisation est relativement faible (5 au maximum) afin de ne pas avoir des temps de calculs trop importants.

5.4 Mise en oeuvre de la démarche d'optimisation

A la Figure 5.3, l'organigramme de la procédure d'optimisation que nous avons mise en oeuvre est proposée. Cette procédure s'est faite sous l'environnement *Matlab* avec un couplage avec le logiciel EF 2D *Femm*.

Concernant la partie de modélisation EF 2D, l'évaluation de la puissance maximale admissible P_{max} (qui est une contrainte) sera évaluée. C'est cette partie qui est la plus coûteuse en temps de calcul. Aussi, de part leur principe de fonctionnement bien différents, il faudra adapter la routine suivant la structure MCF hybride considérée.

Concernant la structure MCF hybride parallèle, nous placerons directement le rotor dans l'axe d. Ensuite, en augmentant progressivement la densité de courant d'excitation δ_{exc}, nous déterminerons la courbe à vide de la structure. Afin de ne pas augmenter trop le temps de calcul, nous considèrerons 7 points sur cette courbe à vide. Le flux maximum pour la géométrie considérée sera ainsi déterminé, ainsi que la densité de courant d'excitation associée $\delta_{exc_{MAX}}$. Par la suite, la densité de courant de court-circuit δ_{cc} sera déterminée par la méthode détaillée au Chapitre 3. Le ratio de défluxage correspondra au ratio entre le flux maximum et le flux pour une densité de courant d'excitation nulle.

Pour la géométrie MCF hybride avec bobinages d'excitation internes, le flux maximum est atteint pour une densité de courant d'excitation nulle. Nous n'avons pas besoin de déterminer la courbe à vide. En revanche, nous déterminerons le flux pour une densité de courant d'excitation de $5A.mm^{-2}$ afin de déterminer le ratio de défluxage. Cette valeur est prise de manière arbitraire.

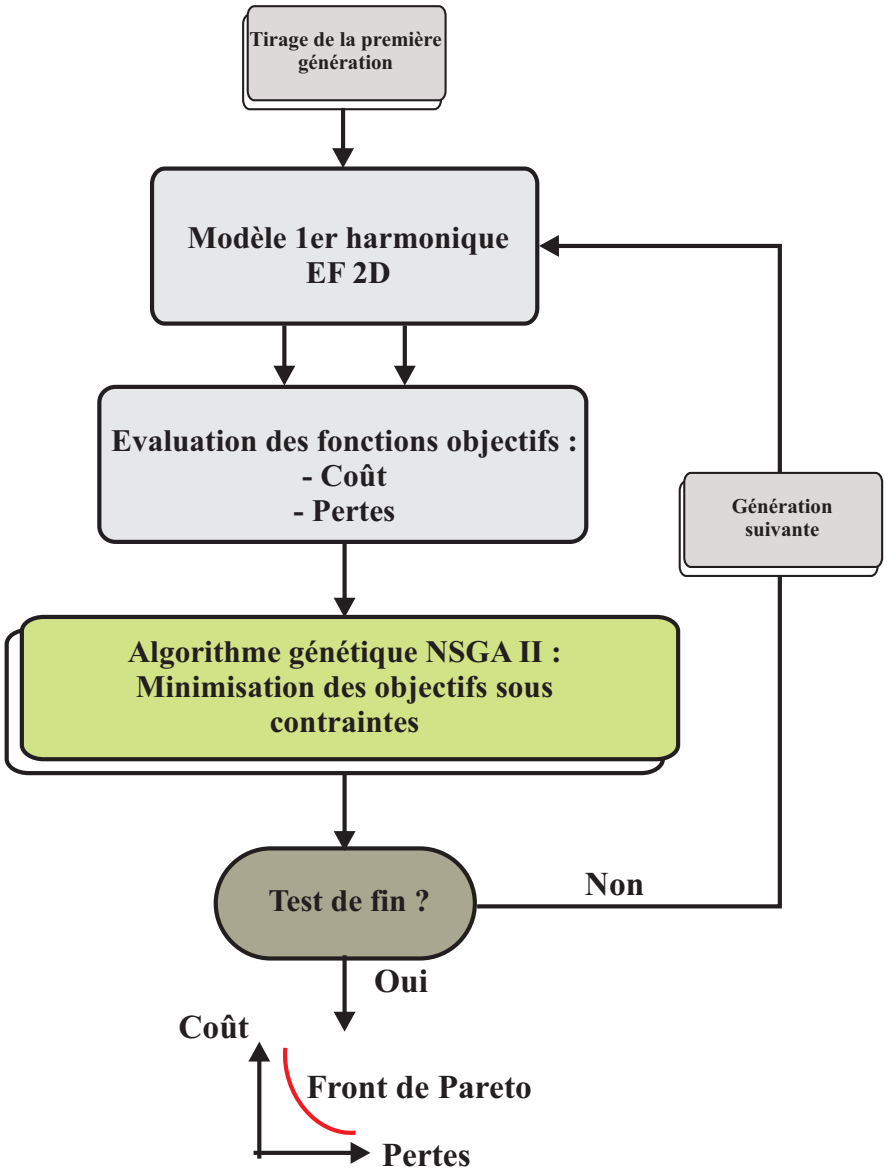


FIGURE 5.3: Synoptique de la procédure d'optimisation

5.5 Modélisation technico-économique

Une des deux fonctions objectifs que nous avons posé nécéssite une évaluation du coût des solutions explorées. Nous nous contenterons d'évaluer le coût des matières premières sans considérer le coût de l'électronique d'alimentation. Nous l'avions précisé auparavant, la contrainte sur la puissance d'excitation maximale nous permet de s'affranchir de ce calcul.

A partir des masses de matières actives, on peut facilement définir le coût de chacune des géométries. Dans le Tableau 5.1, le coût massique pour chaque matière première est proposé. Il est bien évident qu'il s'agit de données variables dans le temps qui sont susceptibles d'influer grandement sur les résultats de l'optimisation. En effet, imaginons que les aimants ne présentent plus un coût massique de 15€/kg mais de 7.5€/kg, équivalent au cuivre donc. Il est fort à parier que l'algorithme d'optimisation tendra vers des solutions avec plus d'aimants, l'objectif étant de minimiser les pertes.

Aussi, on remarquera que nous optons directement pour une solution avec des aimants ferrite (induction rémanente de $0.4T$). En effet, les aimants NdFeBr, utilisé sur les prototypes, représentent un poste de coût trop important. Nous n'avons donc pas considérer cette nuance dans l'optimisation de ces structures.

A noter, sauf mentions contraires, que la masse de fer correspondra à la masse exacte, est non pas au carré

Matière première	Coût massique (€/kg)
Fer	1.06
Cuivre	7.5
Aimants (Ferrite)	15

TABLE 5.1: Coût massique des différents matériaux

($L_a R_{ext}^2$) comme on peut le faire classiquement. En effet, des techniques permettent de faire des découpes de stators sectorisés (découpage Slinky) et donc permettent de diminuer les chutes.

5.6 Conception optimale de la structure MCF hybride parallèle

Nous commencerons par présenter quelques résultats d'optimisation sur la structure MCF hybride parallèle. Différentes études de cas seront proposées et analysées.

5.6.1 Etude d'un premier cas : Rayon externe fixe

Nous considérons pour cette première étude une structure avec un rayon externe fixe de $180mm$. Cette valeur correspond au rayon externe des deux prototypes que nous avons réalisé. Les deux objectifs à minimiser sont toujours le coût et les pertes Joule.

Variables d'optimisation et intervalles associés Nous considèrerons 4 variables d'optimisation dans cette étude de cas. Il s'agissait ici d'effectuer un comparatif avec le prototype réalisé. Les intervalles que nous considérons sont rappelés dans le Tableau 5.2. Nous choisirons 40 générations avec une population de 40 individus lors de cette optimisation.

Variable	Intervalle
L_a	$[60; 120]$
k_r	$[0.5; 0.9]$
k_{e_a}	$[0.5; 0.98]$
k_{h_e}	$[0.1; 1]$

TABLE 5.2: Intervalles de variation des paramètres d'optimisation

Paramètres fixes Le rayon externe est bien évidemment fixé dans cette étude. Les dimensions du rotor sont elle aussi fixées comme nous le précisions précédemment. Les grandeurs d_c et e_c sont fixées égales à l_d, la largeur de la dent stator.

Contraintes d'optimisation Seules deux contraintes sont considérées ici. Celle portant sur la puissance maximale convertible qui doit être supérieure à $15kW$, et la seule contrainte portant sur le ratio de défluxage (au miminum égal à 2).

Analyse des résultats d'optimisation Sur la Figure 5.4, nous présentons l'ensemble des solutions optimales obtenues ainsi que le front de Pareto (en rouge). Les deux objectifs à minimiser étaient le coût et les pertes Joule totales. Nous avions opté pour 40 individus et 40 générations lors de cette première étude. Nous choisissons 3 machines sur l'ensemble des solutions Pareto-optimales. Les paramètres géométriques de ces machines sont résumés au Tableau 5.3 et les géométries respectives sont présentées à la Figure 5.5.

On peut remarquer tout d'abord que les trois structures possèdent un flux à vide pratiquement nul sans courant d'excitation. En effet, à la Figure 5.5, on remarque que les aimants ferrites sont court-circuités complètement. Cela est dû à l'utilisation d'aimants ferrites.

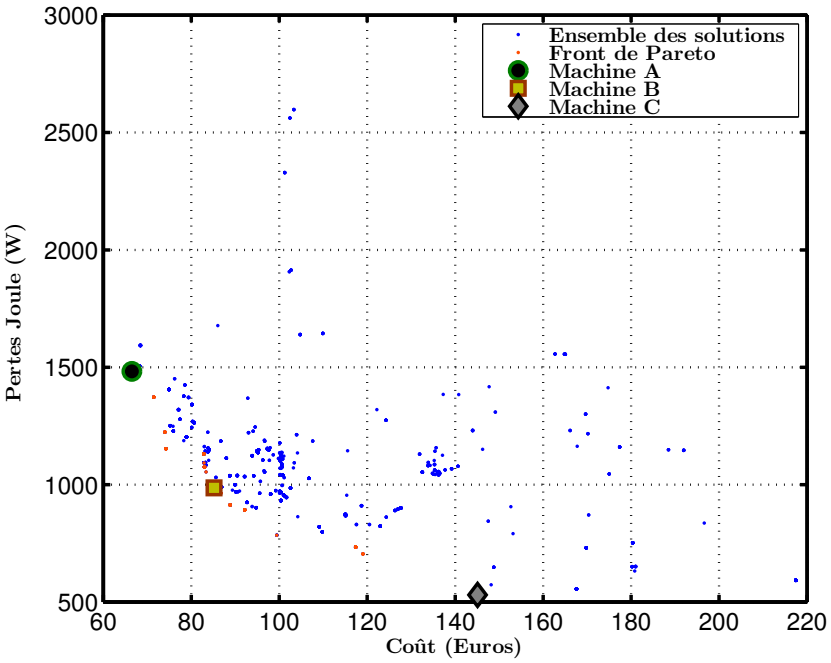


FIGURE 5.4: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe fixe

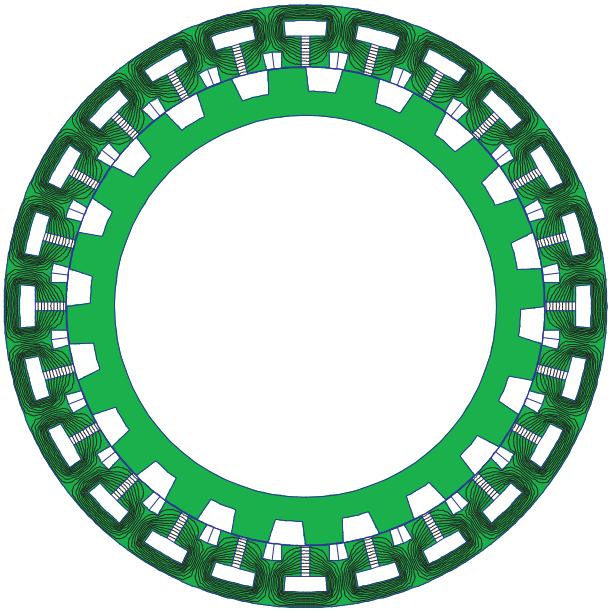
	L_a	k_r	k_{e_a}	k_{h_e}
Machine A $\{66.49€; 1482W\}$	74.6143	0.7949	0.5611	0.9947
Machine B $\{85.18€; 986.1W\}$	73.8800	0.7427	0.6119	0.7706
Machine C $\{145.1€; 530.1W\}$	88.2993	0.6356	0.7362	0.6536

TABLE 5.3: Paramètres géométriques des machines A, B et C

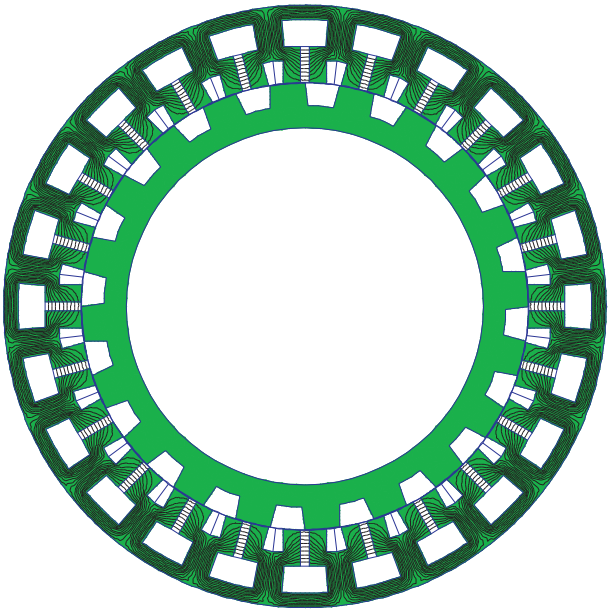
Ensuite les résultats que l'on obtient restent logiques. En effet, la machine A, qui présente le coût le plus faible et les pertes Joule les plus élevées, possède un rayon d'entrefer important (k_r important pour maximiser le flux à vide). Cela entraine une réduction de la surface bobinable au stator et donc des pertes Joule plus importante. Au contraire, la machine C possède des pertes Joule moins importantes ($530.1W$) pour un coût beaucoup plus important lui aussi (145.1€). Afin d'augmenter l'espace bobinage au stator, l'algorithme d'optimisation à tendance à diminuer k_r (diminution du rayon d'entrefer), tout en augmentant la longueur active (pour conserver le flux à vide). Cela se paie rapidement au niveau du coût.

Au regard des géométries obtenues, on peut facilement cibler que la problématique en terme de pertes restent les pertes Joule d'excitation qui restent beaucoup plus importantes que les pertes Joule d'induit. D'ailleurs, pour la machine A, le coefficient k_{h_e} est en butée afin de maximiser la surface de l'encoche d'excitation. Nous verrons par la suite l'influence d'une contrainte sur le niveau des pertes Joule d'excitation.

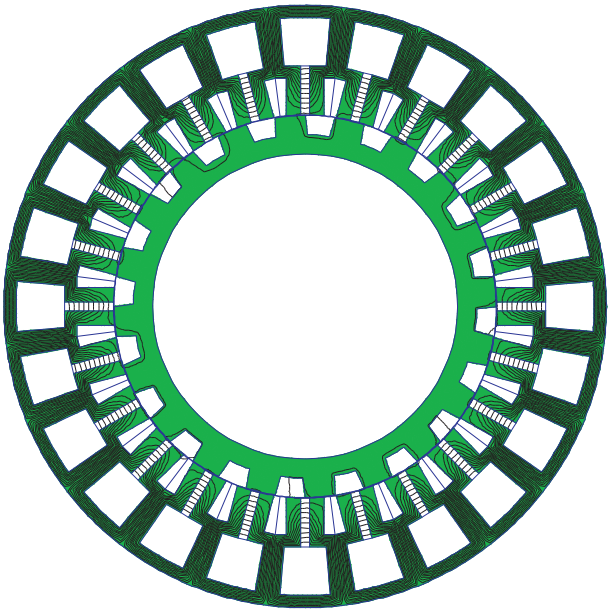
Sur le Tableau 5.4 nous précisons les postes de dépenses pour chacune des structures. On peut remarquer que le fer représente un poste de dépense relativement constant. Cela est à mettre en relation avec le coût massique qui est faible comparativement aux aimants et au cuivre. En revanche, en terme de pourcentage, c'est le poste de dépense le plus important pour la machine A (41% du coût total) contre 32% pour la machine B et 22% pour la machine C.



(a) Machine A $\{66.49€; 1482W\}$



(b) Machine B $\{85.18€; 986.1W\}$



(c) Machine C $\{145.1€; 530.1W\}$

FIGURE 5.5: Géométrie des machines A, B et C - Rayon externe fixe

On retrouve dans ce tableau l'influence des pertes d'excitation. Lorsque la fenêtre de bobinage de l'encoche d'excitation est prise grande afin de minimiser les pertes Joule, le coût du bobinage d'excitation explose. Il représente pas moins de 44% du coût total de la solution C.

	Fer	Cuivre - Excitation	Cuivre - Induit	Aimants
Machine A $\{66.49€; 1482W\}$	27.57€	16.50€	9.50€	12.92€
Machine B $\{85.18€; 986.1W\}$	27.38€	29.44€	12.98€	15.38€
Machine C $\{145.1€; 530.1W\}$	31.63€	63.81€	23.93€	25.73€

TABLE 5.4: Postes de dépenses pour les machines A, B et C

Une dernière remarque concernant la solution A qui tend à minimiser la quantité d'aimants. Effectivement, les aimants représentent le coût massique le plus élevé dans notre exemple. C'est donc un poste de dépense qui peut varier rapidement. L'algorithme, dans ce cas présent, à tendance à favoriser l'excitation bobinée. En

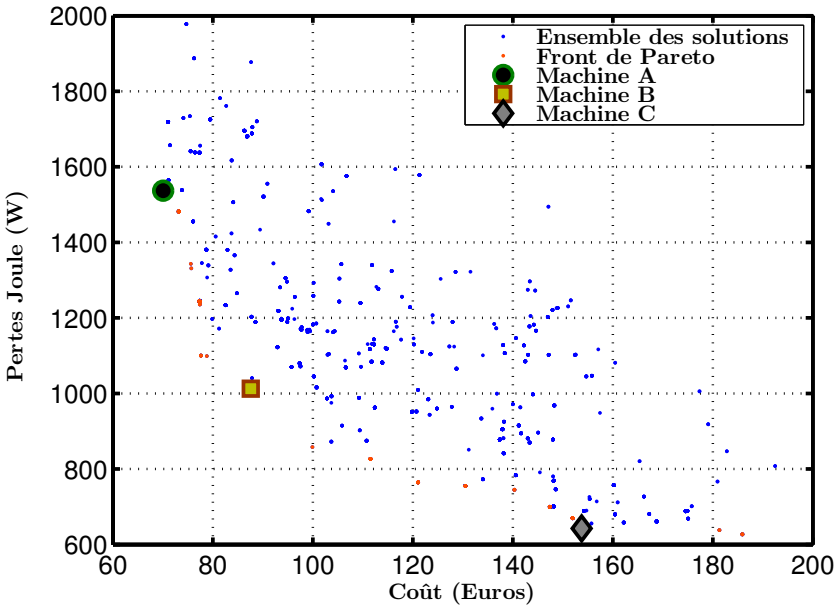


FIGURE 5.6: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe variable

revanche, si le coût massique des aimants était sensiblement similaire à celui du cuivre, on pourrait s'attendre à une solution favorisant une excitation aimantée.

5.6.2 Etude à rayon externe variable

Contrairement à l'étude précédente, nous n'imposons pas le rayon externe de la machine. Nous avons donc une cinquième variable R_{ext} avec un intervalle de variation rappelé au Tableau 5.5. Nous choisissons 50 individus pour 50 générations.

Variable	Intervalle
L_a	$[60; 120]$
k_r	$[0.5; 0.9]$
k_{e_a}	$[0.5; 0.98]$
k_{h_e}	$[0.1; 1]$
R_{ext}	$[135; 180]$

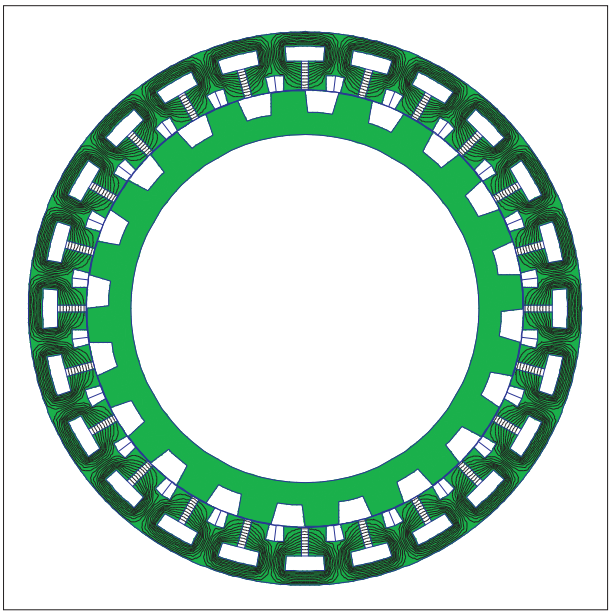
TABLE 5.5: Intervalles de variation des paramètres d'optimisation

Les résultats de l'optimisation sont proposés à la Figure 5.6. Nous présentons l'ensemble des solutions répondant aux critères sur la puissance maximum P_{max} ainsi que les solutions Pareto-optimales. Comme précédemment, nous choisissons 3 structures sur le front de Pareto. Les paramètres géométriques sont rappelés dans le Tableau 5.6. La solution à plus faible coût (Machine A) privilégie un diamètre externe plus faible avec une longueur active plus importante. Le rayon d'alésage est lui relativement important avec $k_r = 0.79$. Pour les deux autres machines (B et C), le rayon externe tend vers la butée haute. Il semble que l'algorithme maximise l'espace disponible au stator afin de minimiser les pertes Joule (d'excitation notamment). D'ailleurs, on peut observer que le coefficient k_r diminue en même temps que les pertes Joule statoriques.

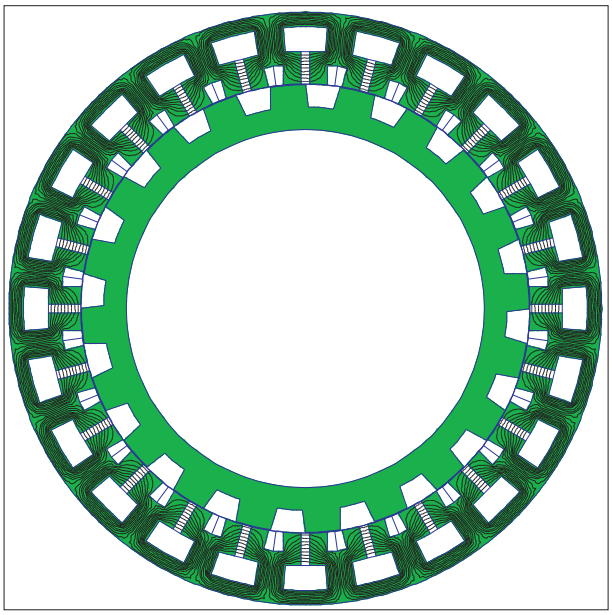
Nous nous sommes intéressés aux différents postes de dépense dans ces trois structures. Les résulats sont présentés dans le Tableau 5.7. Pour la machine A présentant le plus faible coût, le fer reste le poste de dépense le plus important (42% du coût global). Si l'on regarde l'évolution de chaqe poste de dépense, on peut remarquer que c'est au niveau de l'excitation (encore) que la variation est la plus forte. Entre la machine A et la machine C, certes les pertes Joule passent de $1537W$ à $642.6W$, mais cela se fait au détriment de l'excitation qui voit son côut plus que triplé (de 17.10€ à 69.85€).

	L_a	k_r	k_{e_a}	k_{h_e}	R_{ext}
Machine A $\{70.05€; 1537W\}$	96.1674	0.7905	0.5296	0.9503	164.9304
Machine B $\{87.6€; 1012.7W\}$	86.3094	0.7579	0.6181	0.8648	176.7172
Machine C $\{153.3€; 642.6W\}$	98.5293	0.6441	0.7565	0.7056	179.2198

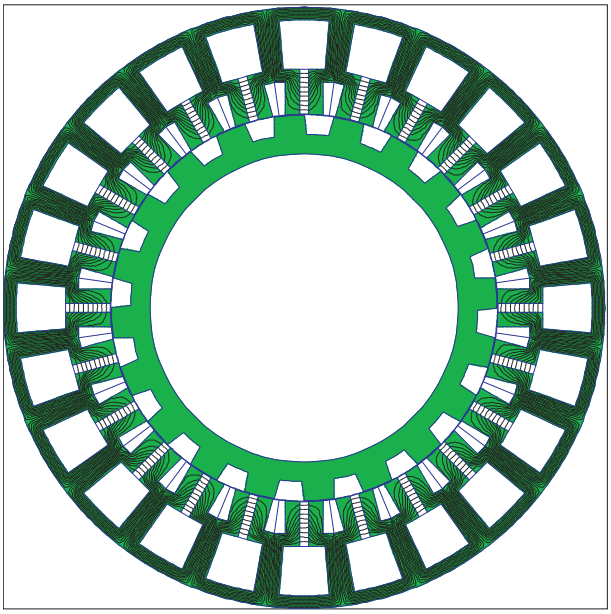
TABLE 5.6: Paramètres géométriques des machines A, B et C - Rayon externe variable



(a) Machine A $\{70.05€; 1537W\}$



(b) Machine B $\{87.6€; 1012.7W\}$



(c) Machine C $\{153.3€; 642.6W\}$

FIGURE 5.7: Géométrie des machines A, B et C - Rayon externe variable

	Fer	Cuivre - Excitation	Cuivre - Induit	Aimants
Machine A $\{70.05€; 1537W\}$	29.95€	17.10€	9.64€	13.36€
Machine B $\{87.6€; 1012.7W\}$	30.66€	29.10€	11.58€	16.24€
Machine C $\{153.3€; 642.6W\}$	34.79€	69.85€	22.07€	27.04€

TABLE 5.7: Postes de dépenses pour les machines A, B et C - Rayon externe variable

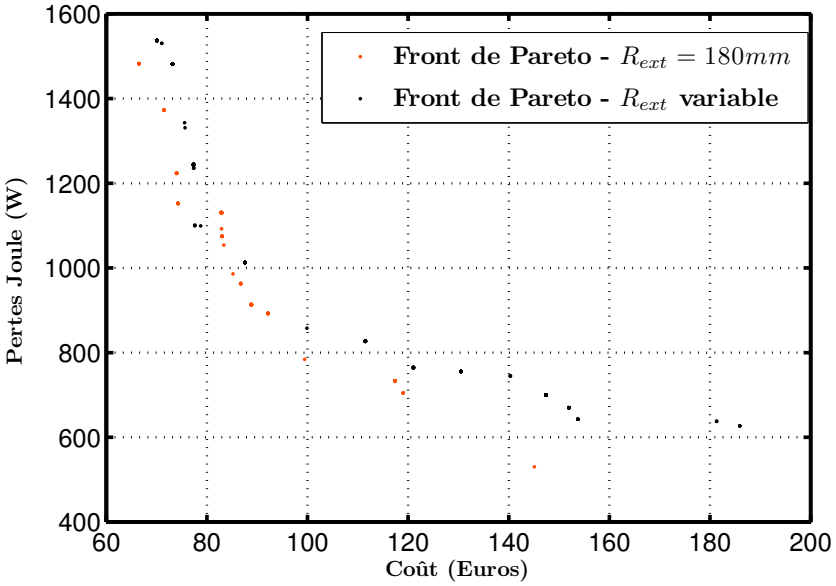


FIGURE 5.8: Comparatif des solutions Pareto-optimales : Diamètre externe fixe et variable

Nous retrouvons ici des résultats assez proches de ceux que l'on avait obtenu avec un diamètre externe fixe. D'ailleurs, la Figure 5.8, nous proposons l'évolution des solutions Pareto-optimales avec diamètre fixe et variable. On peut observer que les deux fronts sont très similaires. Cela semble logique puisque l'on a mis en évidence juste avant que les solutions obtenues avec diamètre externe variable avaient tendance à tendre vers la butée haute ($180mm$).

5.6.3 Influence des pertes d'excitation

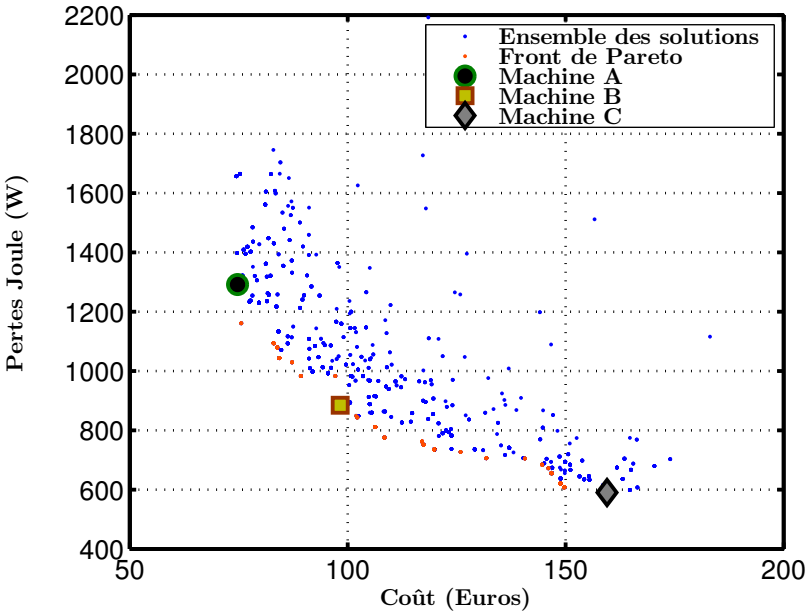


FIGURE 5.9: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe variable - Contrainte sur les pertes d'excitation

Nous avons pour mettre en évidence que le dimensionnement de l'excitation restait un point critique. En effet, comme nous l'avons précisé, l'électronique d'alimentation n'est pas considérée dans l'étude à partir du moment où l'on reste en dessous de $1200W$ d'excitation.

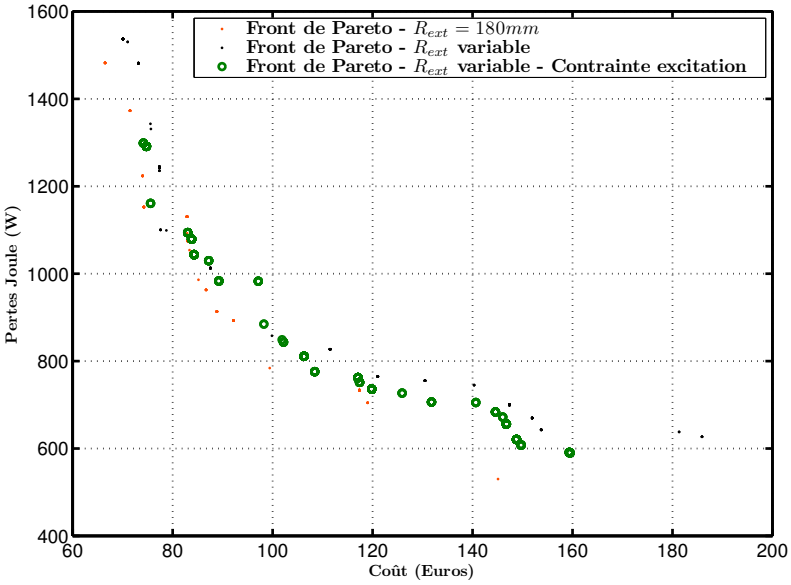


FIGURE 5.10: Comparatif des solutions Pareto-optimales : Diamètre externe fixe et variable avec et sans contrainte sur le niveau des pertes d'excitation

Nous imposons donc une contrainte sur les pertes d'excitation afin que ces dernières sous inférieures à $1200W$. Les résultats de l'optimisation sont proposés à la Figure 5.9. Il est intéressant de remarquer que les solutions Pareto-optimales atteignent des niveau de pertes Joule moins importantes. Cela est la conséquence directe de l'introduction d'une contrainte sur le niveau des pertes d'excitation. D'ailleurs cette contrainte n'a de conséquence que sur les structures à faible coût (et donc avec un fort niveau de pertes). A la Figure 5.10, nous proposons un comparatif avec les solutions obtenues précédemment sans la contrainte sur les pertes d'excitation. On peut remarquer en effet que les solutions Pareto optimales sont très proches entre elles, seules les structures à très faible coût sont impactées par cette contrainte. L'écart de coût pour la solution la moins chère (Machine A) est respectivement de 4€ (R_{ext} variable) et 7.65€ (R_{ext} fixe) soit entre 5 et 10% du coût de la solution. Cela n'est donc pas négligeable.

	Fer	Cuivre - Excitation	Cuivre - Induit	Aimants
Machine A $\{74.75€; 1291W\}$	24.97€	20.09€	13.46€	16.23€

TABLE 5.8: Postes de dépenses pour la machine A - Rayon externe variable - Contrainte sur les pertes d'excitation

5.6.4 Prise en compte des pertes fer

Une des limitations de l'approche au 1er harmonique reste la non prise en compte des pertes fer. Nous avions montré que l'approche couplage circuit - EF 2D permettait de déterminer les loci d'induction dans les parties ferromagnétiques pour ensuite appliquer un modèle de pertes fer. En revanche, le temps de calcul n'était pas acceptable pour être combiné avec une procédure d'optimisation.

Puisque nous ne pouvons remonter directement aux loci d'induction dans le fer, nous faisons l'hypothèse que l'ensemble des tôles stator et rotor sont le siège de loci sinusoidaux d'amplitude $1.5T$ respectivement aux fréquences du fondamental des loci statorique et rotorique. Nous déterminerons ainsi une valeur des pertes fer pour chacune des structures. Bien évidemment, il ne s'agit pas là d'évaluer précisément le niveau de pertes fer mais plutôt de pondérer le coût de la tôle en pénalisant les structures qui seraient trop gourmandes. Dans les Chapitres 10 et 11, la prédiction des pertes fer dans une structure MCF excitée par des bobinages DC est ménée de manière rigouseuse au moyen de modélisations analytiques. Ici, l'objectif est tout autre.

Nous proposons à la Figure 5.11 les résultats de l'optimisation. Nous avons opté pour une optimisation

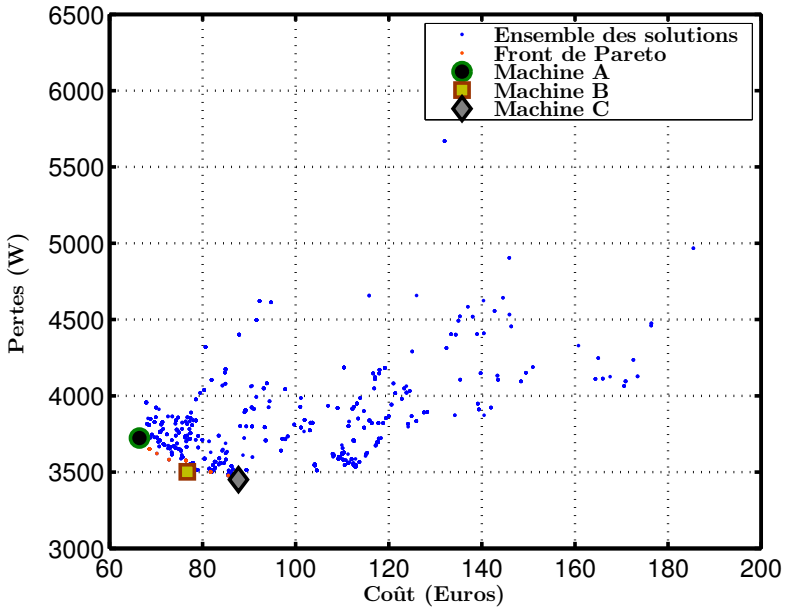


FIGURE 5.11: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe variable - Influence des pertes fer

	L_a	k_r	k_{e_a}	k_{h_e}	R_{ext}
Machine A $\{66.44€; 3723.5W\}$	67.2987	0.7753	0.7280	0.7996	174.9614
Machine B $\{76.71€; 3502W\}$	69.5073	0.7667	0.9184	0.8154	177.2876
Machine C $\{87.70€; 3450.6W\}$	67.5628	0.7134	0.7517	0.7261	176.3445

TABLE 5.9: Paramètres géométriques des machines A, B et C - Rayon externe variable - Influence des pertes fer

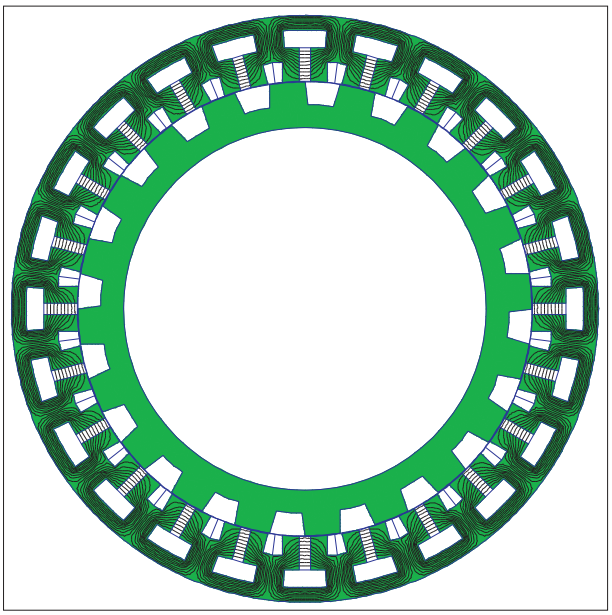
avec 50 générations et 50 individus. On peut remarquer rapidement une première chose. Les solutions Pareto-optimales se concentrent sur un intervalle de coût plus fin, compris entre 66.44€ et 87.70€, alors que dans la Section 5.6.2, cette intervalle était beaucoup plus large (entre 70.05€ et 185.9€).

Les paramètres géométriques des trois structures sélectionnées parmis les solutions Pareto-optimales sont détaillés dans le Tableau 5.9 et une vue transversale est proposée à la Figure 5.12. On peut remarquer que les 3 structures sont très proches géométriquement, avec des longueurs actives et des rayons externes très proches. La principale différence entre les machines A et B se fait au niveau du coefficient k_{e_a} avec des aimants plus fins pour la machine A et une surface d'encoche d'excitation légèrement plus faible. La machine C possède elle un rayon d'alésage plus faible afin d'augmenter la fenêtre bobinable de l'excitation.

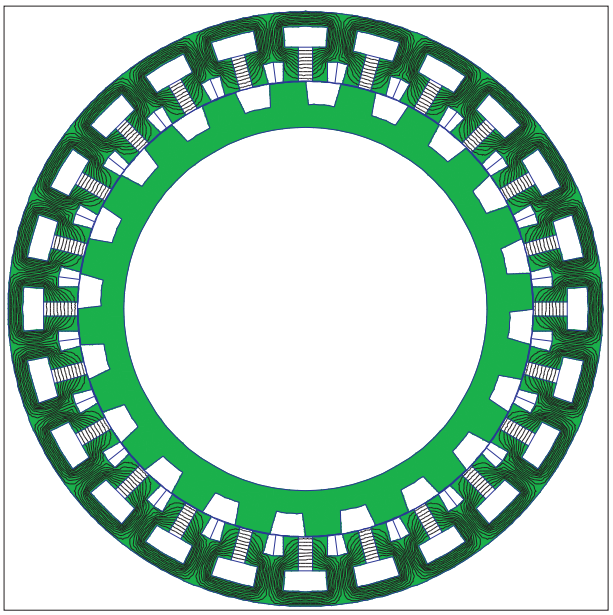
Si maintenant, on s'intéresse à l'analyse du coût présentée au Tableau 5.10, on remarquera que le fer reste une dépense à peu près constante pour les 3 structures. Surtout, le fer à diminuer de 6.7€ (cf. Tableau 5.7 où le fer était à 29.95€ pour la machine A). Ce résultat est dû à l'effet de la pénalité que l'on a introduite au travers des pertes fer sur la masse de tôles. On voit clairement que l'algorithme privilégie les structures moins gourmandes en fer.

	Fer	Cuivre - Excitation	Cuivre - Induit	Aimants
Machine A $\{66.44€; 3723.5W\}$	23.28€	17.32€	10.31€	15.53€
Machine B $\{76.71€; 3502W\}$	24.21€	21.25€	10.78€	20.47€
Machine C $\{87.70€; 3450.6W\}$	23.65€	33.20€	13.49€	17.34€

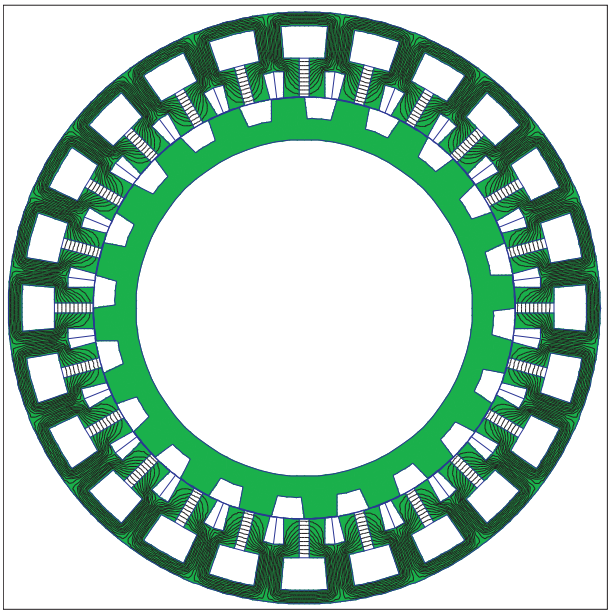
TABLE 5.10: Postes de dépenses pour les machines A, B et C - Rayon externe variable - Influence des pertes fer



(a) Machine A $\{66.44€; 3723.5W\}$



(b) Machine B $\{76.71€; 3502W\}$



(c) Machine C $\{87.70€; 3450.6W\}$

FIGURE 5.12: Géométrie des machines A, B et C - Rayon externe variable - Influence des pertes fer

5.7 Conception optimale de la structure MCF hybride avec bobinages internes

Dans cette section, nous nous intéressons à la structure MCF hybride avec bobinages internes étudiée dans le Chapitre 4. Ce sera aussi l'occasion de comparer cette structure avec celle étudiée dans la section précédente.

5.7.1 Etude à rayon externe variable

Dans cette étude, nous travaillons à volume non-contraint. Nous considérons donc 5 variables d'optimisation avec des intervalles de variations qui sont rapellées dans le Tableau 5.11. On remarquera par exemple que l'on limite la place de l'excitation au maximum à 50% de la surface de l'encoche.

Les résultats de l'optimisation proposé à la Figure 5.13 ont été obtenus en considérant 40 individus pour 40 générations. Les solutions Pareto-optimales se trouvent dans une intervalle de prix de 115€ à 165€ pour des

Variable	Intervalle
L_a	$[60; 120]$
k_r	$[0.5; 0.85]$
k_{e_a}	$[0.6; 0.98]$
k_{h_e}	$[0.1; 0.5]$
R_{ext}	$[135; 180]$

TABLE 5.11: Intervalles de variation des paramètres d'optimisation

	L_a	k_r	k_{e_a}	k_{h_e}	R_{ext}
Machine A $\{115.8€; 365.9W\}$	68.6207	0.7125	0.9793	0.4791	177.1157
Machine B $\{134.3€; 254.5W\}$	75.2320	0.6891	0.9795	0.3880	176.6601
Machine C $\{165.3€; 155.6W\}$	98.1736	0.6768	0.7582	0.3235	178.7684

TABLE 5.12: Paramètres géométriques des machines A, B et C - Rayon externe variable

pertes Joule allant de $155W$ à $366W$.

Comme précédemment, nous avons choisi 3 machines sur ce front de Pareto. Les paramètres géométriques de ces machines sont détaillés au Tableau 5.12.

Les coupes transversales de ces trois structures sont proposées à la Figure 5.14. Première observation, afin de limiter les pertes Joule d'induit, l'algorithme a tendance à allouer plus d'espace pour l'induit que pour l'excitation. En effet, entre la Machine A ($365.9W$) et la Machine C ($155.6W$), le coefficient k_{h_e} passe de 47.91% dédié à l'excitation à seulement 32.35%. En revanche, en diminuant l'espace relatif alloué à l'excitation, la section de l'encoche doit augmenter afin d'atteindre un niveau suffisant d'Ampère.tour d'excitation (densité de courant d'excitation fixée à $5A.mm^{-2}$). Cela va se traduire par un rayon d'alésage plus faible (k_r diminue) et une longueur active plus importante.

A noter aussi que le rayon externe se concentre vers la borne haute de son intervalle de variation. On retrouve les résulats que nous avions mis en évidence avec la 1ère structure MCF hybride. Nous avions montré que l'algorithme avait tendance à privilégier des structures à fort diamètre.

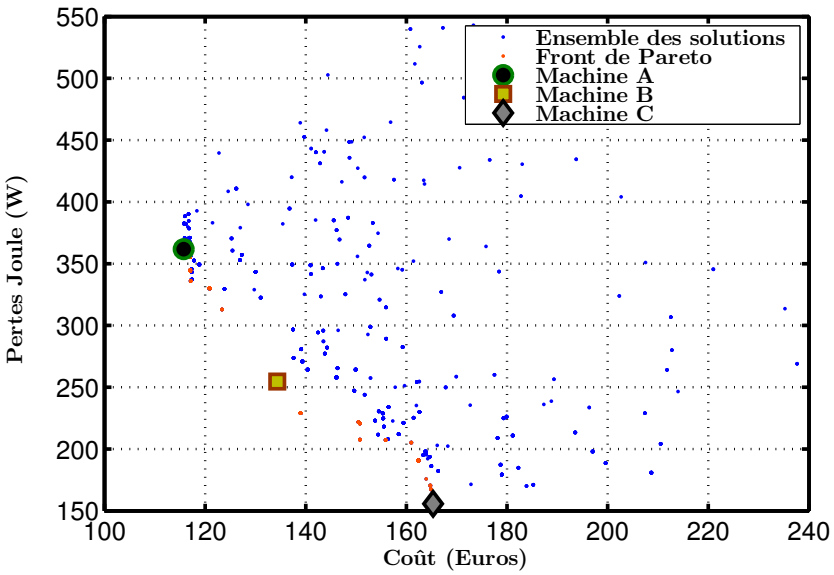
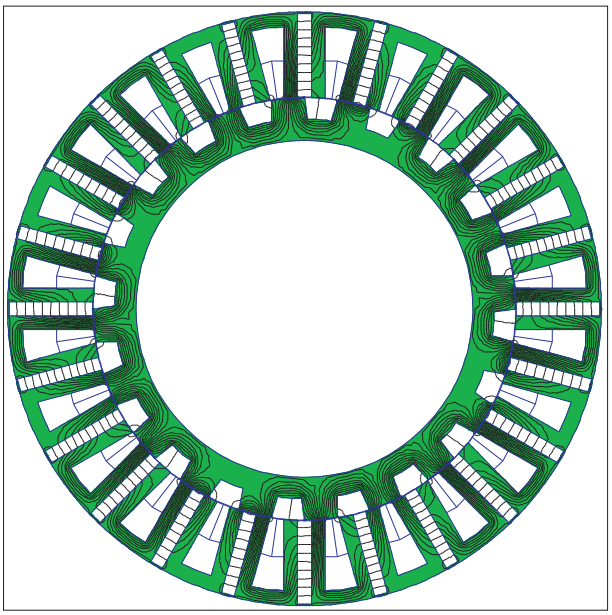
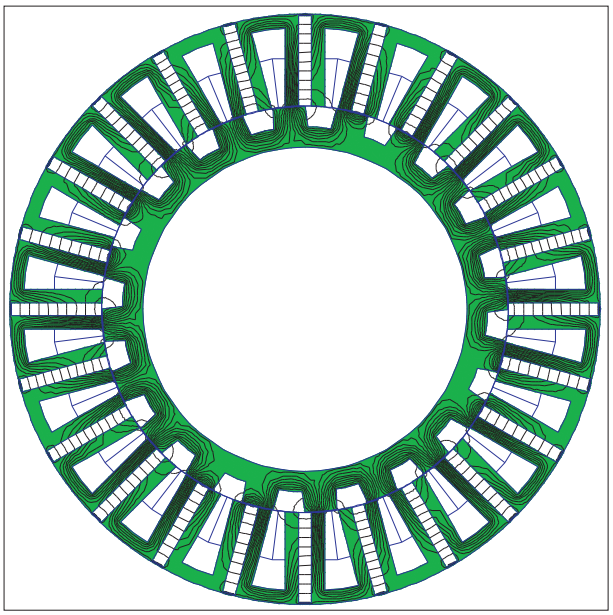


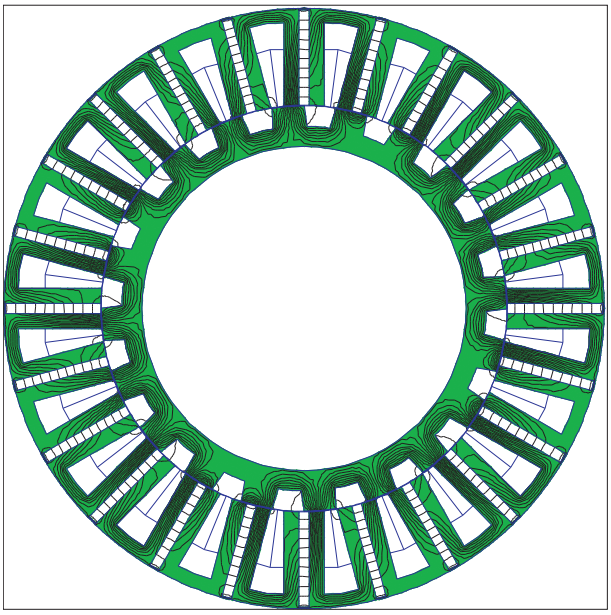
FIGURE 5.13: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe variable



(a) Machine A $\{115.8€; 365.9W\}$



(b) Machine B $\{134.3€; 254.5W\}$



(c) Machine C $\{165.3€; 155.6W\}$

FIGURE 5.14: Géométrie des machines A, B et C - Rayon externe variable

Aussi, comme nous l'avions fait avec la structure MCF hybride parallèle, il est intéressant d'analyser les postes de dépense. Pour les 3 structures sélectionnées, on peut remarquer que les aimants représentent le poste de dépense le plus important : $43,2\%$ du coût de la structure A, 42.6% du coût de la structrure B et enfin 36.5% du coût de la machine C. Le coût massique des aimants est directement à mettre en cause dans ce résultat. En effet, dans cette structure la puissance maximale admissible repose uniquement sur le flux créé par les aimants.

Concernant les autres postes de dépense, dans la machine A, on peut observer une équi-répartition des coûts du fer et du cuivre (excitation et induit). Même remarque concernant la machine B, où l'on concède une légère augmentation du cuivre dédié à l'induit afin de minimiser les pertes. Finalement, la machine C voit le coût du bobinage d'induit (toujours pour minimiser les pertes Joule) et du fer augmenter sensiblement en raison d'une longueur active beaucoup plus importante que les deux premières solutions.

	Fer	Cuivre - Excitation	Cuivre - Induit	Aimants
Machine A $\{115.8€; 365.9W\}$	21.77€	22.80€	21.16€	50.05€
Machine B $\{134.3€; 254.5W\}$	23.80€	22.99€	30.41€	57.15€
Machine C $\{165.3€; 155.6W\}$	33.76€	25.87€	45.30€	60.37€

TABLE 5.13: Postes de dépenses pour les machines A, B et C - Rayon externe variable

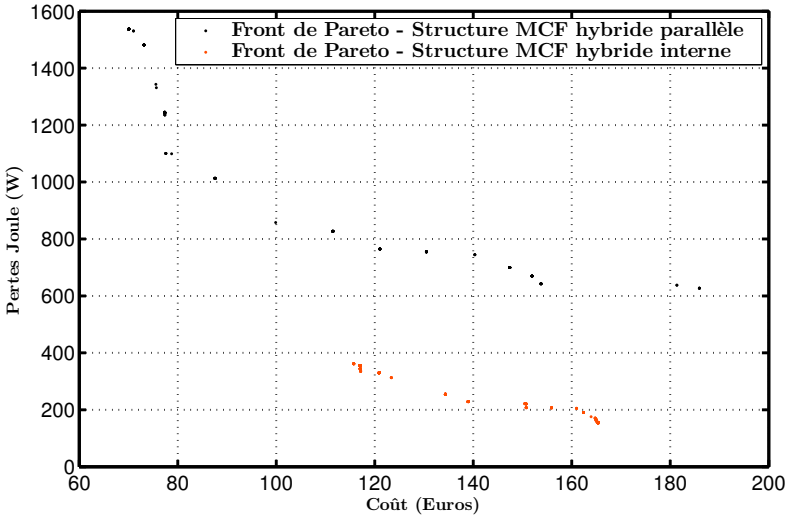


FIGURE 5.15: Front de Pareto - Pertes Joule et coût - Rayon externe variable

5.7.2 Comparatif entre les différentes structures MCF hybrides

Nous proposons un comparatif entre les deux structures MCF hybrides que nous avons étudié jusqu'alors. Nous considèrerons les résultats d'optimisation à volume non-contraint. Nous présentons donc les solutions Pareto-optimales dans les deux cas à la Figure 5.15.

Nous pouvons faire plusieurs remarques concernant ce résultat. Tout d'abord, il apparait clairement que les deux structures possèdent des résultats difficillement comparables. En effet, la 1ère structure, MCF hybride parallèle nous arrivons à obtenir des structures à très faible coût (environ 70€). Au contrainte, le coût minimal pour la structrure MCF hybride est de 115.7€.

Pour expliquer cette différence, l'analyse du coût de ces deux structures montrent que c'est le coût des aimants qui pénalise la structure MCF hybride avec bobinages internes. En effet, le poste de dépense "Aimants permanents" représente 50.05€ pour la MCF hybride interne contre 13.36€ (cf. Tableau 5.7) pour la structure MCF hybride parallèle.

Si l'on s'intéresse aux pertes Joule, la structure MCF hybride interne possède peu de pertes Joule (à puissance maximum) de part son principe de fonctionnement. En consentant un coût plus élevé, le rendement atteint sera meilleur. Tout dépendra donc de l'application visée, et de l'utilisation que l'on souhaite faire de la machine. Compte tenu du cahier des charges que l'on s'est fixé, la structure MCF hybride parallèle semble être la meilleure candidate grâce à son faible coût. Au contraire, sur une application à plus fort rendement, ce serait la structure MCF hybride avec bobinages internes qui serait la plus intéressante.

Conclusion

Ce chapitre fut dédié à l'optimisation des deux structures double excitation à commutation de flux présentées aux Chapitres 2 et 4. Après avoir détaillé la procédure d'optimisation mise en œuvre, les contraintes et les variables d'optimisation, nous avons présenté un certain nombre de résultats satisfaisants le cahier des charges industriel. Deux fonctions objectifs devaient être minimisées lors de cette étude : le coût matière de la structure

ainsi que les pertes Joule statoriques.

Nous avons fait le choix de ne traiter uniquement des structures avec des aimants ferrites. En effet, malgré les bonnes performances obtenues au Chapitre 4 par des structures avec des nuances NdFeBr $0.6T$, les difficultés pour chiffrer cette nuance d'aimant nous ont amenés à ne pas les considérer lors de la phase de dimensionnement optimal.

Plusieurs études ont été proposées dans ce chapitre, à volume fixe, à rayon externe variable, avec une contrainte sur les pertes Joule, en tenant compte du niveau de pertes fer. Finalement, cela nous a permis d'aboutir à un comparatif optimal entre les deux structures MCF hybrides. Nous avons pu montrer que dans le cadre de l'application faible coût recherchée, la structure MCF hybride parallèle présente de meilleurs arguments. Au contraire, la structure MCF hybride avec bobinages d'excitation internes est pénalisée en termes de coût par un volume d'aimant plus élevé. Le rendement est lui bien meilleur car justement l'excitation bobinée n'est pas nécessaire pour atteindre la puissance maximum. Cette dernière structure sera donc plus intéressante sur une application nécessitant un rendement meilleur.

Bibliographie Partie *I*

[1] MEHMET AKBABA. A modified froelich's type equation for accurate modeling of magnetising characteristic of magnetic cores. *Electric Machines & Power Systems*, 19(3) :303–311, 1991.

[2] Y. Amara. *Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation : Application au véhicule hybride.* PhD thesis, ENS Cachan - SATIE, 2001.

[3] Y. Amara, J. Lucidarme, M. Gabsi, M. Lecrivain, A.H.B. Almed, and A.D. Akemakou. A new topology of hybrid synchronous machine. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 37(5) :1273–1281, 2001.

[4] Y. Amara, L. Vido, M. Gabsi, E. Hoang, A. Hamid Ben Ahmed, and M. Lecrivain. Hybrid excitation synchronous machines : Energy-efficient solution for vehicles propulsion. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 58(5) :2137–2149, 2009.

[5] M. Aydin, Surong Huang, and T.A. Lipo. Performance evaluation of an axial flux consequent pole pm motor using finite element analysis. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, volume 3, pages 1682–1687 vol.3, 2003.

[6] M. Aydin, Surong Huang, and T.A. Lipo. A new axial flux surface mounted permanent magnet machine capable of field control. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, volume 2, pages 1250–1257 vol.2, 2002.

[7] Kou Baoquan, Li Chunyan, and Cheng Shukang. A new flux weakening method of permanent magnet synchronous machine. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 500–503 Vol. 1, 2005.

[8] James P. Barton. Empirical equations for the magnetization curve. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 52(2) :659–664, 1933.

[9] I. Boldea, V. Coroban-Schramel, G. Andreescu, F. Blaabjerg, and S. Scridon. Bega starter/alternator - vector control implementation and performance for wide speed range at unity power factor operation. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(1) :150–158, 2010.

[10] F.G. Capponi, R. Terrigi, F. Caricchi, and L. Del Ferraro. Active output voltage regulation for an ironless axial-flux pm automotive alternator with electromechanical flux weakening. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(5) :1785–1793, 2009.

[11] F. Caricchi, F. Crescimbini, F. Giulii Capponi, and L. Solero. Permanent-magnet, direct-drive, starter/alternator machine with weakened flux linkage for constant-power operation over extremely wide speed range. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1626–1633 vol.3, 2001.

[12] C.C. Chan, K.T. Chau, J.Z. Jiang, W. Xia, M. Zhu, and R. Zhang. Novel permanent magnet motor drives for electric vehicles. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 43(2) :331–339, 1996.

[13] K.T. Chau, J.Z. Jiang, and Yong Wang. A novel stator doubly fed doubly salient permanent magnet brushless machine. In *Magnetics Conference, 2003. INTERMAG 2003. IEEE International*, pages GQ–06, 2003.

[14] K.T. Chau, J.Z. Jiang, and Yong Wang. A novel stator doubly fed doubly salient permanent magnet brushless machine. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(5) :3001–3003, 2003.

[15] K.T. Chau, Y.B. Li, J.Z. Jiang, and S. Niu. Design and control of a pm brushless hybrid generator for wind power application. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(10) :3497–3499, 2006.

[16] J.T. Chen and Z.Q. Zhu. Winding configurations and optimal stator and rotor pole combination of flux-switching pm brushless ac machines. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 25(2) :293–302, 2010.

[17] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, S. Iwasaki, and R. Deodhar. A novel hybrid excited flux-switching brushless ac machines for ev/hev applications. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE*, pages 1 –6, sept. 2010.

[18] Zhihui Chen, Nan Zhou, and Xiaoli Meng. Analysis on a novel doubly salient machine. In *Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008. International Conference on*, pages 3522–3525, 2008.

[19] Yang Chengfeng, Lin Heyun, and Guo Jian. Magnetic field analysis of hybrid excitation brushless claw-pole motor with three-dimensional finite element method. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 664–666 Vol. 1, 2005.

[20] L. Del Ferraro, F. Caricchi, and F.G. Capponi. Analysis and comparison of a speed-dependant and a torque-dependant mechanical device for wide constant power speed range in afpm starter/alternators. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 21(3) :720–729, 2006.

[21] L. Del Ferraro, F. Caricchi, F. Giulii Capponi, and G. De Donato. Axial-flux pm starter/alternator machine with a novel mechanical device for extended flux weakening capabilities. In *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*, volume 3, pages 1413–1419 vol.3, 2004.

[22] L. Del Ferraro, F. Giulii Capponi, R. Terrigi, F. Caricchi, and O. Honorati. Ironless axial flux pm machine with active mechanical flux weakening for automotive applications. In *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, volume 1, pages 1–7, 2006.

[23] Yao Duan and D.M. Ionel. A review of recent developments in electrical machine design optimization methods with a permanent-magnet synchronous motor benchmark study. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 49(3) :1268–1275, 2013.

[24] L. Feng, L. Yuefeng, and Thomas A. Lipo. Field weakening for a doubly salient motor with stator permanent magnets, 1993.

[25] T. Finken and K. Hameyer. Study of hybrid excited synchronous alternators for automotive applications using coupled fe and circuit simulations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(6) :1598–1601, 2008.

[26] D. Fodorean, A. Djerdir, l.-A. Viorel, and A. Miraoui. A double excited synchronous machine for direct drive application - design and prototype tests. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 22(3) :656–665, 2007.

[27] O. Fröhlich. Investigation of dynamoelectric machines and electric power transmission and theoretical conclusions therefrom. *Z. Electrotech,*, 2 :134, 1881.

[28] H. Haruyoshi, I. Hiroyuki, M. Keiko, N. Shinya, O. Tomohiro, and T. Junji. Rotating electric machine with adjustable airgap, 2003.

[29] H.M. Hasanien, A.S. Abd-Rabou, and S.M. Sakr. Design optimization of transverse flux linear motor for weight reduction and performance improvement using response surface methodology and genetic algorithms. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 25(3) :598–605, 2010.

[30] S. Hlioui. *Etude d'une machine synchrone à double excitation - Contribution à la mise en place d'une plate-forme de logiciels en vue d'un dimensionnement optimal.* PhD thesis, UTBM, 2008.

[31] S. Hlioui, L. Vido, Y. Amara, M. Gabsi, M. Lecrivain, and A. Miraoui. Pm and hybrid excitation synchronous machines : Performances comparison. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–6, 2008.

[32] E. Hoang, A. H. Ben-Ahmed, and J. Lucidarme. Switching flux permanent magnet polyphased synchronous machines. In *7th European Conference on Power Electronics and Applications*, volume 3, pages 903–908, 1997.

[33] E. Hoang, M. Lecrivain, and M. Gabsi. A new structure of a switching flux synchronous polyphased machine with hybrid excitation. In *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, pages 1–8, 2007.

[34] E. Hoang, M. Lecrivain, and M. Gabsi. Flux-switching dual-excitation electrical machine, 2007.

[35] E. Hoang, M. Lecrivain, S. Hlioui, and M. Gabsi. Hybrid excitation synchronous permanent magnets synchronous machines optimally designed for hybrid and full electrical vehicle. In *Power Electronics and ECCE Asia (ICPE ECCE), 2011 IEEE 8th International Conference on*, pages 153 –160, 30 2011-june 3 2011.

[36] J.S. Hsu, T.A. Burress, S.T. Lee, R. H. Wiles, C. L. Coomer, J.W. McKeever, and D.J. Adams. 16,000-rpm interior permanent magnet reluctance machine with brushless field excitation. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE*, pages 1–6, 2008.

[37] J.S. Hsu, Seong-Taek Lee, and L.M. Tolbert. High-strength undiffused brushless (hsub) machine. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE*, pages 1–8, 2008.

[38] Wei Hua, Ming Cheng, and Gan Zhang. A novel hybrid excitation flux-switching motor for hybrid vehicles. 45(10) :4728 –4731, oct. 2009.

[39] Wang Huijun, An Zhongliang, Tang Renyuan, and Niu Yingli. Design of a hybrid excitation permanent magnet synchronous with low voltage regulation. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 480–483 Vol. 1, 2005.

[40] X. Jannot. *Modélisation et optimisation d'un ensemble convertisseur-machine. Application aux systèmes d'entrainement à haute vitesse.* PhD thesis, Supelec, 2010.

[41] L. Jolly, M.A. Jabbar, and Liu Qinghua. Design optimization of permanent magnet motors using response surface methodology and genetic algorithms. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(10) :3928–3930, 2005.

[42] H. Kanazawa, K. Miyata, K. Kawabata, K. Maki, K. Tahara, S. Sasaki, and R. Takahata. Claw pole generator with permanent magnets, 2002.

[43] I. Kazuyuki, 2007.

[44] A. E. Kennelly. Magnetic reluctance. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, VIII(1) :483–533, 1891.

[45] T. Kosaka, Y. Kano, N. Matsui, and C. Pollock. A novel multi-pole permanent magnet synchronous machine with smc bypass core for magnet flux and smc field-pole core with toroidal coil for independent field strengthening/weakening. In *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, pages 10 pp.–P.10, 2005.

[46] C.H. Lee, F. Reitich, M.R. Jolly, H.T. Banks, and K. Ito. Piecewise linear model for field-responsive fluids. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 37(1) :558–560, 2001.

[47] F. Leonardi, T. Matsuo, Y. Li, T.A. Lipo, and P. McCleer. Design considerations and test results for a doubly salient pm motor with flux control. In *Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE*, volume 1, pages 458–463 vol.1, 1996.

[48] Y. Li and T.A. Lipo. A doubly salient permanent magnet motor capable of field weakening. In *Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC '95 Record., 26th Annual IEEE*, volume 1, pages 565–571 vol.1, 1995.

[49] Yuefeng Liao, F. Liang, and T.A. Lipo. A novel permanent magnet motor with doubly salient structure. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 31(5) :1069–1078, 1995.

[50] Thomas A. Lipo, Yuefeng Liao, and Feng Liang. Doubly salient variable reluctance machine with stationary permanent magnets or auxiliary field windings, 1995.

[51] Chunhua Liu, K.T. Chau, J.Z. Jiang, Xinhua Liu, and Zheng Wang. Design and control of a doubly-excited permanent-magnet brushless integrated-starter-generator for hybrid electric vehicles. In *Industry Applications Conference, 2007. 42nd IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2007 IEEE*, pages 1702–1709, 2007.

[52] Hengchuan Liu, Heyun Lin, Shuhua Fang, and Xueliang Huang. Investigation of influence of permanent magnet shape on field-control parameters of variable flux memory motor with fem. In *Automation Congress, 2008. WAC 2008. World*, pages 1–4, 2008.

[53] Yi Longfang, Hu Qiansheng, and Yu Li. Static characteristics of a novel two-way hybrid excitation brushless motor. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 710–713 Vol. 1, 2005.

[54] Xiaogang Luo and T.A. Lipo. A synchronous/permanent magnet hybrid ac machine. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 15(2) :203–210, 2000.

[55] Lei Ma, M. Sanada, S. Morimoto, and Y. Takeda. Advantages of ipmsm with adjustable pm armature flux linkage in efficiency improvement and operating range extension. In *Power Conversion Conference, 2002. PCC-Osaka 2002. Proceedings of the*, volume 1, pages 136–141 vol.1, 2002.

[56] Lei Ma, M. Sanada, S. Morimoto, Y. Takeda, and N. Matsui. High efficiency adjustable speed control of ipmsm with variable permanent magnet flux linkage. In *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, volume 2, pages 881–887 vol.2, 1999.

[57] A. Mahmoudi, S. Kahourzade, N.A. Rahim, and W.P. Hew. Design, analysis, and prototyping of an axial-flux permanent magnet motor based on genetic algorithm and finite-element analysis. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 49(4) :1479–1492, 2013.

[58] B. Mirzaeian, M. Moallem, V. Tahani, and C. Lucas. Multiobjective optimization method based on a genetic algorithm for switched reluctance motor design. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(3) :1524–1527, 2002.

[59] A. Mutter. Elektrische mashine und deren anwendung zum fahrzeugbetrieb, 1993.

[60] N. Naoe and T. Fukami. Trial production of a hybrid excitation type synchronous machine. In *Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001. IEEE International*, pages 545–547, 2001.

[61] B. Nedjar. *Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation.* PhD thesis, ENS Cachan - SATIE, 2011.

[62] Youyuan Ni, Qunjing Wang, Xiaohua Bao, and Weiguo Zhu. Optimal design of a hybrid excitation claw-pole alternator based on a 3-d mec method. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 644–647 Vol. 1, 2005.

[63] V. Ostovic. Memory motors. *Industry Applications Magazine, IEEE*, 9(1) :52–61, 2003.

[64] V. Ostovic. Memory motors-a new class of controllable flux pm machines for a true wide speed operation. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 4, pages 2577–2584 vol.4, 2001.

[65] R.L. Owen, Z.Q. Zhu, and G.W. Jewell. Hybrid-excited flux-switching permanent-magnet machines with iron flux bridges. 46(6) :1726 –1729, june 2010.

[66] R. Owen, Z.Q. Zhu, J.B. Wang, D.A. Stone, and I. Urquhart. Review of variable-flux permanent magnet machines. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pages 1–6, 2011.

[67] R. Owen, Z.Q. Zhu, J.B. Wang, D.A. Stone, and I. Urquhart. Mechanically adjusted variable-flux concept for switched-flux permanent-magnet machines. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pages 1–6, 2011.

[68] I. Ozawa, T. Kosaka, and N. Matsui. Less rare-earth magnet-high power density hybrid excitation motor designed for hybrid electric vehicle drives. In *Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09. 13th European Conference on*, pages 1–10, 2009.

[69] S. E. Rauch and L. J. Johnson. Design principles of flux-switch alternators. *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 74(3) :1261 –1268, jan. 1955.

[70] S. Scridon, I. Boldea, L. Tutelea, F. Blaabjerg, and A.E. Ritchie. Bega-a biaxial excitation generator for automobiles : comprehensive characterization and test results. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 41(4) :935–944, 2005.

[71] Wang Shanming, Xia Yonghong, Wang Xiangheng, Su Pengsheng, Huang Shaogang, and Zhang Anming. State of the art of hybrid excitation permanent magnet synchronous machines. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2010 International Conference on*, pages 1004–1009, 2010.

[72] Y. Shibukawa, 2006.

[73] Dong-Joon Sim, Dong-Hyeok Cho, Jang-Sung Chun, Hyun-Kyo Jung, and Tae-Kyoung Chung. Efficiency optimization of interior permanent magnet synchronous motor using genetic algorithms. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 33(2) :1880–1883, 1997.

[74] E. Sulaiman, T. Kosaka, and N. Matsui. A novel hybrid excitation flux switching synchronous machine for a high-speed hybrid electric vehicle applications. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pages 1–6, 2011.

[75] M.M. Swamy, T.J. Kume, A. Maemura, and S. Morimoto. Extended high speed operation via electronic winding change method for ac motors. In *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*, volume 1, pages –614, 2004.

[76] A. Takorabet. *Dimensionnement d'une machine synchrone à double excitation de structure innovante pour une application alternateur automobile.* PhD thesis, ENS Cachan -SATIE, 2008.

[77] J.A. Tapia, F. Leonardi, and T.A. Lipo. A design procedure for a pm machine with extended field weakening capability. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, volume 3, pages 1928–1935 vol.3, 2002.

[78] J.A. Tapia, F. Leonardi, and T.A. Lipo. Consequent pole permanent magnet machine with field weakening capability. In *Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001. IEEE International*, pages 126–131, 2001.

[79] L. Vido. *Etude d'actionneurs électriques à double excitation destinés au transport : Dimensionnement de structures synchrones.* PhD thesis, ENS Cachan - SATIE, 2004.

[80] L. Vido, Y. Amara, M. Gabsi, E. Hoang, and M. Lecrivain. Apport des machines synchrones à double excitation pour la traction automobile : application aux véhicules électriques ou hybrides. *Revue de l'Electricité et de l'Electrotechnique (REE)*, 10 :25–32, 2006.

[81] L. Vido, Y. Amara, M. Gabsi, M. Lecrivain, and F. Chabot. Compared performances of homopolar and bipolar hybrid excitation synchronous machines. In *Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005*, volume 3, pages 1555–1560 Vol. 3, 2005.

[82] L. Vido, M. Gabsi, M. Lecrivain, Y. Amara, and F. Chabot. Homopolar and bipolar hybrid excitation synchronous machines. In *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, pages 1212–1218, 2005.

[83] Fu Xinghe and Zou Jibin. Numerical analysis on the magnetic field of hybrid exciting synchronous generator. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(10) :4590–4593, 2009.

[84] Y. Amara, E. Hoang, M. Gabsi, M. Lecrivain, A.H. Ben Ahmed, and S. Dérou. Measured performances of a new hybrid excitation synchronous machine. *EPE Journal*, 12(2) :42–50, 2002.

[85] Chen Yiguang, Pan Wei, Wang Ying, Tang Renyuan, and Wang Jing. Interior composite-rotor controllable-flux pmsm - memory motor. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 446–449 Vol. 1, 2005.

[86] Chuang Yu, K.T. Chau, Xinhua Liu, and J.Z. Jiang. A flux-mnemonic permanent magnet brushless motor for electric vehicles. *Journal of Applied Physics*, 103(7) :07F103–07F103–3, 2008.

[87] Chao hui Zhao and Yang guang Yan. A review of development of hybrid excitation synchronous machine. In *Industrial Electronics, 2005. ISIE 2005. Proceedings of the IEEE International Symposium on*, volume 2, pages 857–862 vol. 2, 2005.

[88] G. Zhou, T. Miyazaki, S. Kawamata, D. Kaneko, and N. Hino. Development of variable magnetic flux motor suitable for electric vehicle. In *Power Electronics Conference (IPEC), 2010 International*, pages 2171–2174, 2010.

[89] Xiaoyong Zhu and Ming Cheng. A novel stator hybrid excited doubly salient permanent magnet brushless machine for electric vehicles. In *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, volume 1, pages 412–415 Vol. 1, 2005.

[90] Xiaoyong Zhu, Ming Cheng, Wei Hua, Jianzhong Zhang, and Wenxiang Zhao. Design and analysis of a new hybrid excited doubly salient machine capable of field control. In *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, volume 5, pages 2382–2389, 2006.

[91] Z.Q. Zhu, Y. Pang, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, and A. Pride. Analysis of electromagnetic performance of flux-switching permanent-magnet machines by nonlinear adaptive lumped parameter magnetic circuit model. 41(11) :4277 – 4287, nov. 2005.

Deuxième partie

Approches analytiques pour la modélisation des structures non-conventionnelles bidimensionelles à excitation statique et bobinées

La première partie de ce manuscrit fut dédiée à une étude numérique de structures à double excitation à commutation de flux. Nous avons essayé de répondre de manière directe à un besoin industriel pour une application « Alternateur DC ». Au cours de nos études, qui ont portées notamment sur le coût de ses structures hybrides, nous avons été amenés à réfléchir à d'autres structures onéreuses en aimants permanents. Avec la suppression des aimants, il nous est possible d'utiliser d'autres approches de modélisation, ouvrant ainsi d'autres perspectives à ce travail.

Cette seconde partie sera donc dédiée à la modélisation analytique des structures non-conventionnelles à excitation statique. Nous traiterons uniquement de structures excitées par des bobinages DC, le cas aimanté sera présenté dans la 3ème partie. Cette partie se divisera en 5 chapitres :

- Premièrement, un état de l'art des modélisations analytiques sera dressé. Nous reviendrons sur les différentes méthodologies existantes. Aussi, nous rapellerons les limitations de tels modèles.
- Un second chapitre sera dédié à la modélisation analytique des structures MCF excitées par des bobinages DC à partir des fonctions de perméance. Ce sera l'occasion de détailler particulièrement les configurations à commutation de flux fonctionnelles. Autrement dit, nous explorerons les relations entre nombres de dents stator N_s et rotor N_r.
- Une approche basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell sera proposée dans le Chapitre 8. La méthode sera appliquée aux structures classiques et non-conventionnelles basées sur le principe de commutation de flux et excitées par des bobinages DC. L'approche par le tenseur de Maxwell afin d'évaluer le couple instantané reste une méthode particulièrement précise.
- Dans le neuvième chapitre, sur la base de la modélisation analytique présentée au Chapitre 8, nous détaillerons une observation intéressante : les topologies à commutation de flux pourraient être classifiées comme des structures synchrones à fréquence nulle.
- Le Chapitre 10 sera dévolu à la modélisation analytique dans les parties ferromagnétiques d'un structure double saillance à excitation statique. La méthode proposée se basera aussi bien sur l'approche par les fonctions de perméance que sur la résolution formelle des équations de Maxwell. Le calcul des pertes fer associées sera aussi détaillé dans ce chapitre.
- Finalement, les performances optimales sur la base des modèles analytiques développés précédemment seront proposées dans le Chapitre 11.

6

Etat de l'art des modélisations analytiques 2D tenant compte de l'effet d'encoche

Le thème de la modélisation analytique électromagnétique est un thème largement développé dans la littérature. Il convient donc de limiter l'état de l'art. Les modèles qui seront développés par la suite le seront suivant les hypothèses de la magnétostatique. Les structures seront bidimensionnelles et plus particulièrement cylindriques.

Les structures tridimensionnelles ne seront pas abordées dans ce travail de thèse bien que certaines des approches que nous détaillerons par la suite pourraient être étendues aux cas 3D. Un état de l'art sur les modélisations tridimensionnelles est proposé dans la thèse de de la Barrière [103], et sur la modélisation des machines à aimant dans cette référence [189]. On citera aussi la référence [169], où l'auteur présente une approche de modélisation générale 3D pour des structures cylindriques, avec ou sans zone d'encoche, en utilisant une formulation en potentiel scalaire et un développement en séries de Fourier spatiales bidimensionnelles.

Un deuxième aspect dans les modélisations analytiques rencontrées dans la litérrature concerne la prise en compte ou pas de la saillance. En effet, la modélisation d'une machine synchrone classique à aimants en surface a largement été détaillée dans la littérature, soit par une approche ampérienne [111], soit en révolvant l'équation de Poisson dans la zone d'aimant [208] [1]. Quelque soit la méthode, le stator denté est lissé par l'intermédiaire du coefficient de Carter [112]. Les phénomènes locaux tel que l'effet d'encoche sur l'induction radiale sont mal modélisés. Cependant, cette approximation est valide lorsque l'on s'intéresse aux valeurs intégrales comme le flux d'excitation par exemple.

Dans le cas des structrures à commutation de flux, le champ d'entrefer est très harmonique. C'est bien évidemment la double saillance de la structure qui est responsable de cet effet. En revanche, en terme de modélisation, il est inconcevable de ne pas tenir compte de l'effet d'encoche car celui-ci reste étroitement lié au principe de fonctionnement. Nous essayerons de préciser aussi exhaustivement que possible les différentes approches analytiques permettant de tenir compte de l'effet d'encoche.

6.1 Modélisations analytiques bidimensionnelles tenant compte de l'effet d'encoche

Nous pouvons distinguer dans la littérature deux approches tenant compte de l'effet d'encoche :

- l'approche par les fonctions de perméance. Il s'agit en fait d'une fonction venant moduler le champ d'entrefer calculé dans le cas d'un entrefer lisse.
- l'approche par résolution formelle des équations de Maxwell dans les parties à faible perméabilité (aimants permanents, entrefer et zone d'encoche).

Quelque soit la méthode considérée, une des hypothèses fortes de ces modélisations reste la linéarité des matériaux ferromagnétiques. Nous verrons pas la suite les simplifications que cela entraine.

1. On citera aussi la référence [206] où l'auteur étant la méthode au calcul du champ d'entrefer dû aux courants induits.

6.1.1 Approche par les fonctions de perméance

La modélisation par fonctions de perméance reste une approche de modélisation très souvent employée par de nombreux auteurs. Nous pouvons distinguer quatre approches dans la littérature :

- Premièrement, une approche par la transformation conforme. Carter fût d'ailleurs l'un des premiers à utiliser la transformation conforme pour déterminer son fameux coefficient. Zhu, dans la référence [207], en reprenant le travail de [133], propose une fonction de modulation de l'induction radiale d'entrefer. Pour ce faire, il suppose une encoche infiniment profonde et aucune intéraction entre encoches. Markovic, dans son travail de thèse [165][166], a proposé une solution permettant de tenir compte de l'intéraction entre encoches mais aussi du fond d'encoche. Cependant, cette méthode requiert une transformation conforme numérique, on ne peut donc pas obtenir une expression analytique de la solution. On remarquera que ces approches viennent moduler uniquement la composante radiale (pour une structure cylindrique) de l'induction. La seconde composante de l'induction n'est pas considérée dans ces approches. Pour palier à cela, les auteurs de la référence [151], propose de calculer dans un premier temps la composante radiale en se servant de la fonction de modulation proposée par Zhu. Cette expression de l'induction radiale sert alors de conditions aux limites pour recalculer le potentiel scalaire dans l'entrefer et donc déterminer les deux composantes de l'induction.
- Une seconde approche doit être signalée. Il s'agit des fonctions de perméances complexes. Cette méthode à été proposée par Zarko [203][202] et s'appuie sur une exploitation plus grande des propriétés de la transformation complexe. La composante imaginaire permet de remonter au champ tangentiel tout en tenant compte de l'influence mutuelle entre encoches. Les résultats obtenus avec cette approche sur des machines à aimants en surface [108][110] sont convaincants. Cependant, comme cela est signalé dans l'article [215], cette méthode est beaucoup plus coûteuse en temps de calcul comparativement à la fonction de perméance développée par Zhu.
- Une troisième approche afin de déterminer une fonction de modulation s'appuie sur des lignes de champ idéalisées sous une encoche. Cette dernière approche est particulièrement efficace pour des structures à faible entrefer et surtout double saillante, telles que les machines asynchrones [137], les machines à aimants permanents synchro-reluctantes [162], synchrones à pôles saillants [122] ou encore à aimants permanents en surface [178] ou "Halbach type"[182]. Ces modèles ont particulièrement été utilisées afin d'étudier les problématiques de bruit des machines [191][143][154]. Ces fonctions de modulation idéalisées sont très efficaces en terme de temps de calcul, d'autant plus quand on traite une structure à double saillance. En revanche, seul la composante radiale est calculée.
- La quatrième approche pourrait être plutôt associée à des modélisations de type semi-numérique car elle fait appel à des techniques de discrétisation spatiale. Nous ne détaillerons pas plus cette approche mais le lecteur intéressé peut se rapporter à la référence [142].

6.1.2 Approche par la résolution formelle des équations de Maxwell

La résolution formelle des équations de Maxwell devient au fur et à mesure des années une technique de plus en plus utilisée. En effet, elle permet d'obtenir, toujours sous couvert d'un matériau magnétique linéaire, les champs tangentiel et radial d'entrefer avec une très bonne précision. Cela permet notamment de calculer les couples de détente, les ondulations de couple en charge ou encore les forces magnétiques de manière fidèle.

L'idée générale de cette approche est de déterminer l'expression générale du potentiel, scalaire ou vecteur, dans différentes zones de la machine. C'est d'ailleurs pour cela que l'on parle de *subdomain model* dans les communications internationales. Une fois que l'expression du potentiel est obtenu, les conditions aux limites sont appliquées à l'interface entre chaque zones afin de déterminer le potentiel de manière numérique. Nous reviendrons dans le Chapitre 7 sur la méthodologie relative à cette approche analytique.

Difficile d'établir avec exactitude l'origine de tels modèles, mais nous pouvons citer Ittstein [145] ou encore Ackermann [93] qui sont parmis les premiers à appliquer cette méthode dans les années 90. Depuis, de nombreux travaux ont fait l'objet d'une publication concernant des structures radiales [162][160][153][105][126][148][163][104],

axiales [204][99]ou encore linéaires (plane ou tubulaire) [194][194][107][193][136][94].

La tendance actuelle est d'appliquer ces modèles à des structures de plus en plus réalistes et complexes, telles que les structures à double excitation [100][109] ou encore des structures à aimants en surface avec des becs d'encoche [198][199][102][190]. Aussi, certains auteurs ont utilisé de tes modèles afin d'étudier l'effet de l'excentricité du rotor [152][151][150][157][132].

Il faut noter que beaucoup d'équipes de recherche françaises sont particulièrement actives dans le domaine de la modélisation analytique, *Espanet et Dubas* à Belfort, *Barakat et Amara* au Havre, *Lubin* à Nancy et enfin *de la Barrière* à Cachan. Au niveau international, deux équipes sont particulièrement en vue, *Zhu* à Shieffield et *Lomonova* à Eindhoven.

6.1.3 Intérêt de la modélisation analytique des structures à commutation de flux

Bien souvent, les modélisations de type Elements Finis 2D sont préférées afin de déterminer les performances électromagnétiques des structures à commutation de flux car la prise en compte de la non-linéarité du matériau magnétique est nécéssaire. Nous ne pouvons argumenter le contraire, tant et si bien que nous avons nous même pris la même voie de modélisation dans la Partie *I* de ce travail de thèse. *Alors pourquoi donc orienter notre travail sur ce domaine particulier ?*

Premièrement, c'est un domaine relativement vierge en terme de publications. Une seule publication référencée le fut en 2010 par l'équipe d'Eindhoven [135] portant sur la modélisation analytique d'une structure triphasée 24-10 à aimants permanents en utilisant les techniques de développement en séries harmoniques.

Deuxièmement, les structures à commutation de flux simplement excitées par des bobines d'excitation DC sont très peu documentées elles aussi dans la littérature. De part leur fonctionnement, similaire à une machine synchrone saillante à rotor bobinée, elles restent non saturées sur une plage de courant d'excitation. Les modélisations développées par la suite seront donc valides jusqu'à une certaine valeur de la force magnétomotrice d'excitation. Cette hypothèse de linéarité reste valide dans le cas d'un fonctionnement à haute vitesse.

Aussi, dans une optique de dimensionnenment optimal, la rapidité du modèle analytique est particulièrement intéressante afin de prédimensionner une structure.

Enfin, nous reviendrons sur la flexibilité qu'offre une approche analytique pour étudier divers phénomènes tels que les forces magnétiques (qui induisent des vibrations ou encore du bruit d'origine électromagnétique) ou encore une modification de la géométrie. Cette remarque est d'autant plus vraie que les structures à commutation de flux sont des topologies non-conventionnelles. Elles ne sont donc pas comprises parfaitement. Nous démontrerons dans la suite de ce travail que les modélisations analytiques développées nous ont permis de comprendre et de mettre en évidence bons nombres de phénomènes.

6.2 Bref historique des structures à commutation de flux

Nous avions détaillé dans une Chapitre 4 les différentes topologies à commutation de flux double excitation. Dans ce paragraphe, nous reviendrons sur l'historique général de ces structures. Pour autant que l'on sache, la première machine électrique se basant sur le principe de commutation de flux fut proposée dans les années 50 par *Rauch* [181] (cf. Figure 6.1).

Il faudra attendre près de 40 ans avant que l'intérêt renaisse pour ces structrures ; tout d'abord avec *Lipo* [183] qui travaillera sur une structure monophasée, et ensuite avec *Hoang* [139] qui proposera la première structure triphasée excitée par des aimants [2]. Deux versions de machines triphasées sont proposées dans cet article. La première, présentée à la Figure 6.2.(a) avec un stator sectorisée, dérive de la structure monophasée que l'on aurait déphasée spatialement (3 machines monophasées) afin d'obtenir un système triphasé. La seconde possède un stator complet (cf. 6.2.(b)) et présente une conversion de l'énergie meilleure car effectivement toute la surface d'entrefer est utilisée.

2. Il souligne par ailleurs que cette structure peut être excitée par des bobinages aussi sans rentrer plus dans les détails.

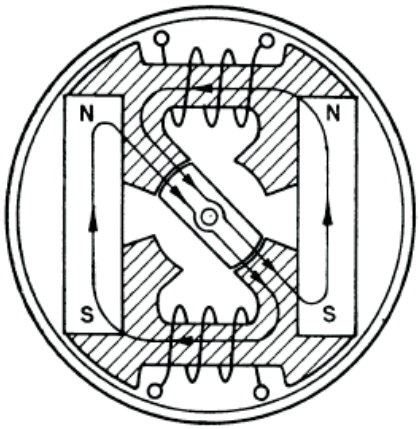
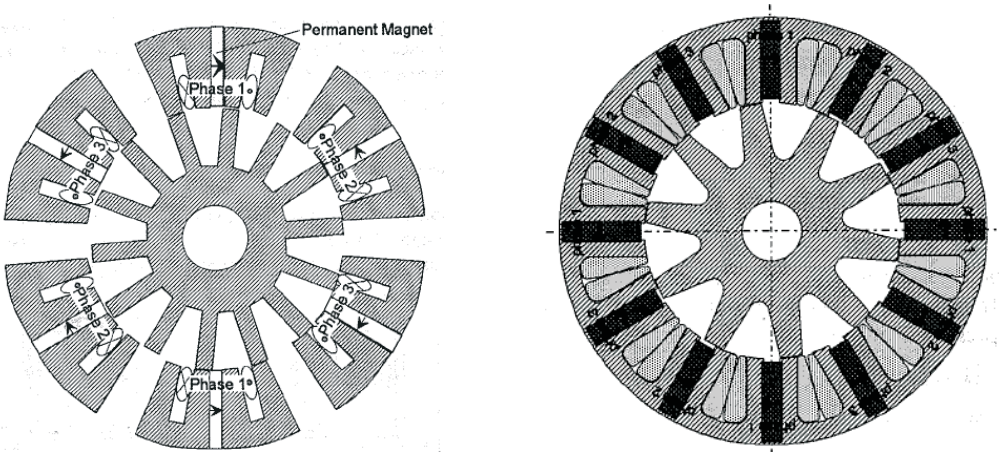


FIGURE 6.1: Structure proposée par Rauch [181]



(a) (b)

FIGURE 6.2: Structures proposées par Hoang [139] : version sectorisée (a) et version avec stator complet (b)

Dès lors, la communauté scientifique s'est emparé de cette topologie triphasée en proposant des raffinements au niveau du design ou alors de nouvelles topologies. La majorité des recherches concernent des structures excitées par des aimants permanents avec des études sur :

- l'amélioration des performances electromagnétiques sur la topologie classique :
  - l'influence de la géométrie [211][209] ;
  - réduction du couple de détente [192] [214] ou des ondulations de couple en charge [128][147] ;
  - pertes par courants induits dans les culasses externes non-magnétiques[175], dans les bobinages d'induit [186] ou dans les aimants [210] ;
  - l'annulation des harmoniques de FEM [141] ;
  - l'effet des têtes de bobines [213][121] ;
  - l'influence du nombre de phases [187] ;
  - l'influence du bobinage et du nombre de dents [113][114][173][115] ;
  - l'influence des pertes fer [174][140] ;
  - en version axiale [158][138] ou linéaire (tubulaire ou plat) [195][196][216].
- la détection de défaut par les vibrations [171] ou l'amélioration des performances en cas de défauts [155][156][92].
- des structures multi-dents ou *multi-tooth PM flux-switching machines* avec [205][116][197].
- des structures avec moins d'aimants comme la structure *E-Core* [118][180] ou *C-Core* [119][170][117].
- des structures *sandwitched PM flux-switching* [129][161].
- des structures avec rotor modulaire [149][188].

– des structures à flux transverse [201][200].

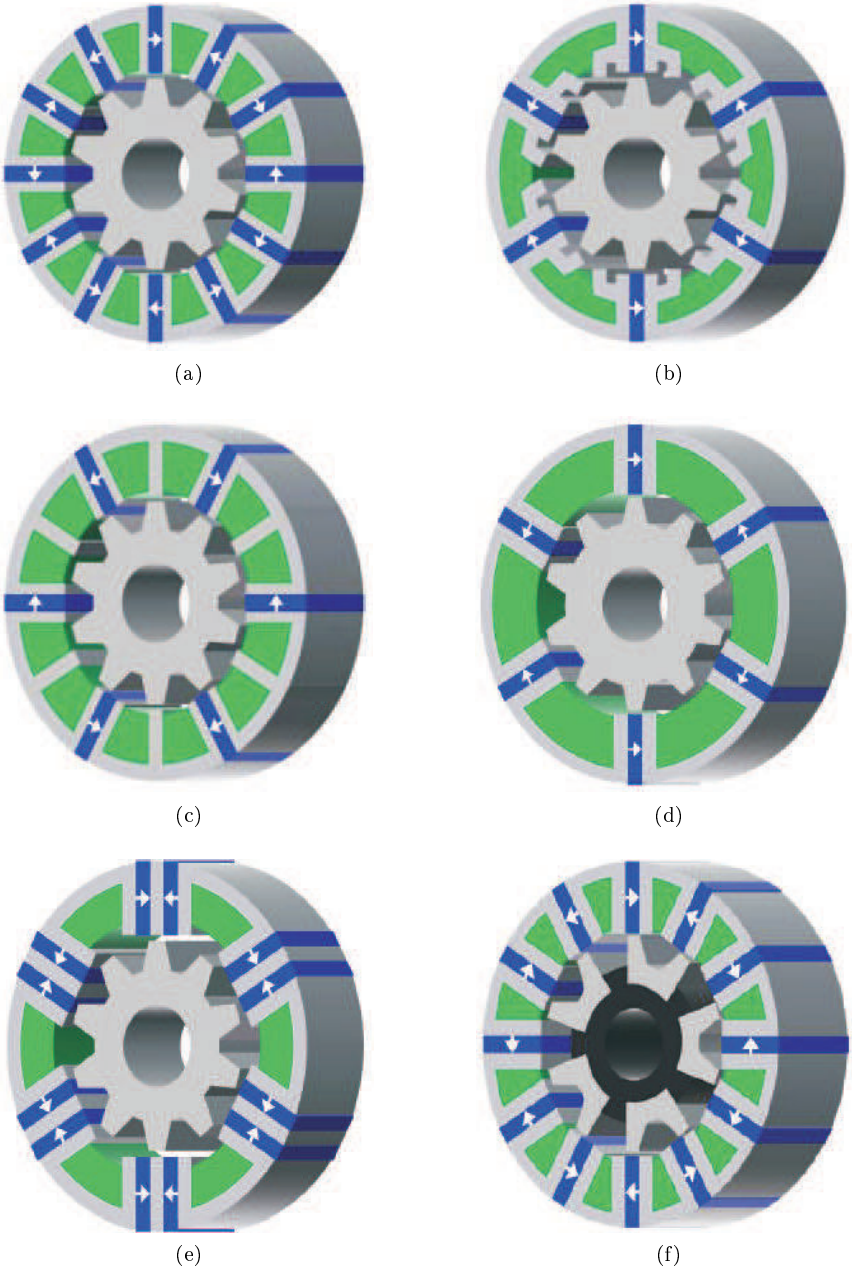


FIGURE 6.3: Structure MCF à aimants : classique [139] (a), multi-dents [205] (b), E-core [118] (c), C-core [117] (d), sandwitched [129] (e) et rotor modulaire [188] (f)

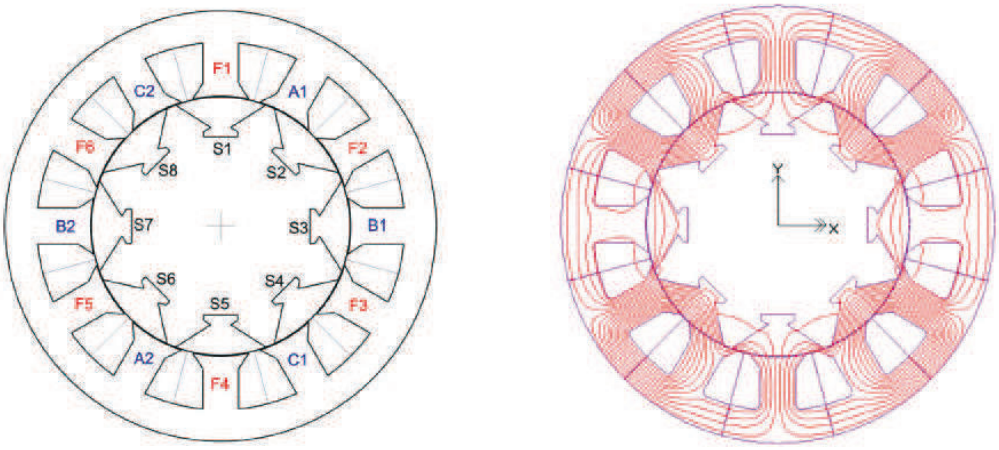
Sur la Figure 6.3, nous proposons quelques vues des structures évoquées ci-avant. Le principal grief des structures à aimants reste leur limitation à fonctionner en défluxage, engendrant des pertes Joule additionnelles ainsi qu'un risque de démagnétisation important. Les structures à commutation de flux hybrides constituent donc une première réponse à ce problème. Nous avons déjà proposé dans le Chapitre 4 un état de l'art des structures hybrides à commutation de flux. Nous ne reviendrons donc pas sur ces topologies.

Une autre problématique reste le coût des structures nécéssitant des aimants permanents. D'un point de vue industriel, l'utilisation d'aimants terre rare ne semble pas avantageuse.

Une solution repose donc dans l'utilisation de structure uniquement excitée par des bobinages DC. Comme nous l'évoquions précédemment, aucune approche de modélisation analytique pour ces structures n'est disponible dans la littérature. En revanche, certains auteurs présentent des études au moyen de simulations EF 2D.

Nous avons relevé deux topologies de machine à commutation de flux excitée par des bobinages. Dans les

références [176][177][120], la machine à commutation de flux classique est présentée (les aimants sont remplacés par des bobines). Une seconde structure, avec rotor modulaire, est proposée par *Zulu* dans les références [218][219][220][217] (cf. Figure 6.4).



(a) (b)

FIGURE 6.4: Structure proposée par Zulu [218][219][220][217] : Structure 12 dents stator et 8 sections au rotor (a) et lignes de champ dans la structure (b)

Conclusion

Ce chapitre introductif avait pour vocation de présenter les différentes approches de modélisation que l'on peut trouver dans la littérature afin de tenir compte de l'effet d'encoche. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux techniques de modélisation permettant de tenir compte de l'encochage. Ce fut l'occasion de mettre en évidence un réel besoin car effectivement peu d'auteurs se sont intéressés à la modélisation analytique de ces machines à commutation de flux, préférant bien souvent des outils de modélisation numérique éprouvés tels que les EF. Finalement, au travers d'un bref historique sur les structures à commutation de flux, on a aussi pu souligner l'engouement suscité par ces structures.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons à la modélisation analytique des structures à commutation de flux simplement excitées classiques multiphases à partir des fonctions de perméance.

7

Modélisation analytique des structures à commutation de flux classiques polyphasées simplement excitées par des bobinages d'excitation : Approche par les fonctions de perméance

Introduction

Dans ce chapitre, nous développerons une approche analytique dédiée aux structures à commutation de flux classique exictées par des bobinages DC. La géométrie que nous chercherons à modéliser est présentée à la Figure 7.1. Dans cet exemple, nous considérons une structure triphasée avec un stator comportant un nombre de dents statoriques N_s égal à 24 et 10 dents rotoriques (N_r).

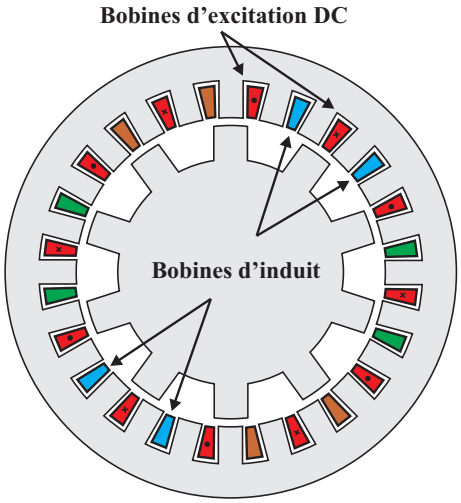


FIGURE 7.1: Structure à commutation de flux 24-10 simplement excitée par des bobines d'excitation DC

Nous détaillerons dans un premier temps l'approche de modélisation par les fonctions de perméance et précisant les hypothèses majeures qui sont faites. Nous démontrerons notamment que contrairement à la théorie classique décrivant la modélisation par les fonctions de perméance et la calcul de la force magnétomotrice, le potentiel scalaire du rotor est dépendant de l'angle de rototation θ. Aussi, l'accent sera mis sur le calcul de la perméance d'entrefer, où une méthode originale pour calculer la perméance d'encoche sera proposée.

Ensuite, nous validerons le modèle par comparaison avec des simulations EF 2D linéaires[1]. La première partie de l'étude se fera à vide pour des structures variées (mono- ou polyphasées). Nous mettrons en évidence l'influence de la combinaison stator-rotor $N_s - N_r$ sur les performances à vide ainsi que sur les forces magnétiques d'entrefer agissant sur le rotor. Les expressions analytiques des grandeurs intégrales telles que le flux d'excitation seront aussi proposées pour deux configurations de bobinages : simple et double couche. Une classification des

1. Sauf mentions contraires, les simulations EF sont toujours faites en considérant un matériau magnétique linéaire.

machines à commutation de flux susceptibles de fonctionner sera aussi proposée.

Une seconde partie de l'étude sera dédiée à la réaction magnétique d'induit dans ces structures. En se basant sur l'étude à vide, il sera possible de proposer des fonctions de bobinage générale dépendant de la combinaison $N_s - N_r$ ainsi que du nombre de phases. Les expressions générales des forces magnétomotrices d'induit seront aussi détaillées. Le champ de réaction d'induit calculé analytiquement sera là encore confronté aux résultats de simulations EF pour validation.

Finalement, une validation expérimentale du contenu harmonique de la FEM viendra conclure ce chapitre.

7.1 Méthodologie pour une approche analytique des structures à double saillance

Afin de modéliser analytiquement les structures à double saillance, et plus particulièrement l'ensemble des structures à commutation de flux classiques simplement excitées, on se doit de développer une méthodologie qui soit efficace (sinon aucun intérêt !) mais surtout suffisamment générale pour être adaptable et réutilisable sur un grand nombre de structures. Compte tenu des symétries peu évidentes à traiter (bien souvent à π voire à 2π [2]), nous avons opté dans ce chapitre pour une approche par fonctions de perméance. La géométrie double saillante que l'on considérera pour cette modélisation est présentée à la Figure .

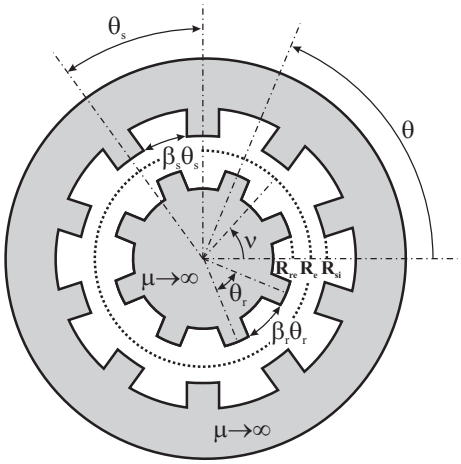


FIGURE 7.2: Géométrie double saillante avec $N_s = 10$ et $N_r = 8$

Dans la théorie classique décrivant l'approche par fonctions de perméance et force magnétomotrice, l'induction radiale d'entrefer B_r peut s'écrire,

$$B_r(\nu, \theta) = \mu_0 FMM(\nu)\,\Lambda(\nu, \theta) \tag{7.1}$$

avec FMM la force magnétomotrice d'entrefer, Λ la perméance d'entrefer, μ_0 la perméabilité relative de l'air, ν une position fixe dans l'entrefer et θ la position relative du rotor par rapport à un repère fixe initial. Cette expression dérive directement du théorème d'Ampère en supposant que les culasses stator et rotor sont infiniment perméables ($\mu \to \infty$). Autrement dit, cela signifie que la chute de potentiel magnétique dans les culasses est supposée nulle. La perméance d'entrefer peut s'exprimer ainsi,

$$\Lambda(\nu, \theta) = \frac{1}{g(\nu, \theta)} \tag{7.2}$$

avec $g(\nu, \theta)$ l'entrefer équivalent de la structure considérée. La machine à commutation de flux est double saillante, et en considérant la Figure 7.3, il est possible d'exprimer l'entrefer équivalent $g(\nu, \theta)$ comme suit,

2. Sauf mention contraire, on parlera toujours d'angle mécanique.

$$g(\nu,\theta) = e + \delta_s(\nu) + \delta_r(\nu,\theta) \tag{7.3}$$

avec e l'entrefer effectif, et δ_s et δ_r les entrefers additionnels introduits par la saillance statorique et rotorique. On remarquera que la rotation est directement prise en compte dans le terme $\delta_r(\nu,\theta)$.

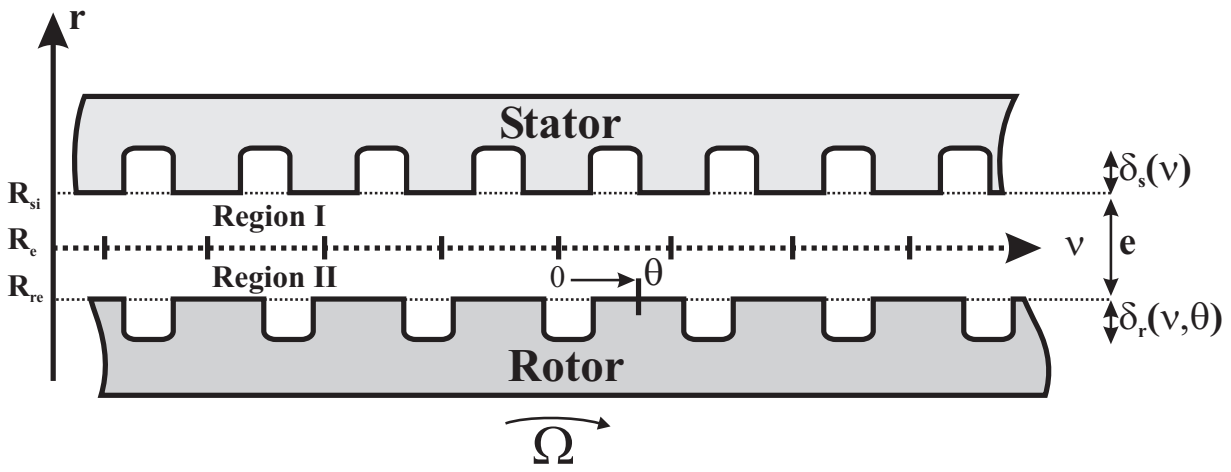


FIGURE 7.3: Structure à commutation de flux 24-10 simplement excitée par des bobines d'excitation DC

7.1.1 Théorème d'Ampère généralisé aux topologies avec entrefer non-uniforme et avec distribution des bobinages quelconque

Dans la suite de ce paragraphe, nous montrerons que l'expression de l'induction radiale B_r donnée en 7.1 doit être modifiée comme suit,

$$B_r(\nu,\theta) = \mu_0 FMM(\nu,\theta)\,\Lambda(\nu,\theta) \tag{7.4}$$

L'unique modification apportée à l'expression 7.1 réside dans le fait que le forme magnétomotrice est fonction de la position θ. Cela peut paraître déroutant pour le lecteur car les bobinages étant fixes, il serait logique de supposer que ce terme est indépendant de la position θ.

Afin de démontrer cela, considèrons la Figure 7.4. On remarque que l'entrefer est non-uniforme avec une distribution des bobinages quelconque. Notre idée étant de développer un modèle général, en considérant la structure présentée à la Figure 7.4 aucunes hypothèses sur la géométrie ou le bobinage ne sont faites.

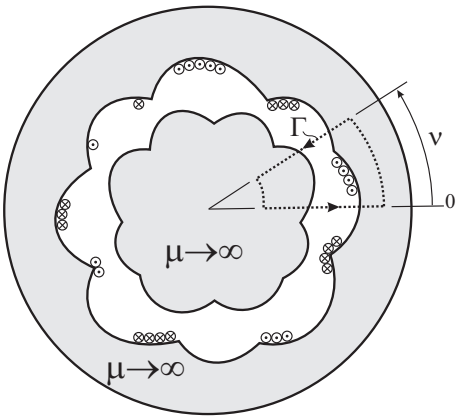


FIGURE 7.4: Topologie avec entrefer non-uniforme et avec distribution des bobinages quelconque

En appliquant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale au contour Γ, on peut écrire

$$\oint_{\Gamma} \overrightarrow{H_r}(r,\nu).\overrightarrow{dl} = \int_{S} \overrightarrow{J_z}(r,\nu).\overrightarrow{dS}$$
$$= FMM(\nu) \tag{7.5}$$

où $FMM(\nu)$ représente les ampères.tour cumulés sur l'intervalle $[0;\nu]$. Comme précisé précédemment, si l'on considère la chute de potentiel magnétique dans les culasses nulles, alors il vient

$$\oint_{\Gamma} \overrightarrow{H_r}(r,\nu).\overrightarrow{dl} = \int_{entrefer} \overrightarrow{H_r}(r,\nu).\overrightarrow{dl}$$
$$= \underbrace{H_r(\nu)\, g(\nu,\theta)}_{\Delta V_\nu(\nu,\theta)} - \underbrace{H_r(0)\, g(0,\theta)}_{\Delta V_0(\theta)} \tag{7.6}$$

Les termes ΔV_0 et ΔV_ν correspondent simplement aux chutes de potentiel magnétique dans l'entrefer pour les angles 0 et ν. La fonction $g(\nu,\theta)$ représente toujours l'entrefer équivalent, qui est ici non-uniforme. A partir de 7.5 et 7.6, on peut écrire que

$$H_r(\nu,\theta) = \frac{FMM(\nu) + \Delta V_0(\theta)}{g(\nu,\theta)} \tag{7.7}$$

L'expression précédente nous permet déjà de déduire que la force magnétomotrice est bien fonction de la position θ puisque qu'elle est définie à une chute de potentiel magnétique initiale ΔV_0 près. On remarquera aussi que si l'on considère un entrefer uniforme, on retombe sur l'expression 7.5. Il convient maintenant de déterminer l'expresion de ΔV_0. La conservation du flux d'entrefer à travers la surface d'entrefer S_e nous pousse à écrire que

$$\int_{S_e} \overrightarrow{B_r}.\overrightarrow{dS} = 0 \tag{7.8}$$

qui peut se réécrire en considérant l'expression 7.7,

$$\int_{S_e} \overrightarrow{B_r}.\overrightarrow{dS} = \mu_0 \int_0^{L_{fer}} \int_0^{2\pi} \overrightarrow{H_r}(\nu).\overrightarrow{dS}$$
$$= \mu_0 L_{fer} R_{moy} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{FMM(\nu)}{g(\nu,\theta)}.d\nu + \underbrace{H_r(0)\, g(0,\theta)}_{\Delta V_0(\theta)} \int_0^{2\pi} \frac{1}{g(\nu,\theta)}.d\nu \right\} = 0 \tag{7.9}$$

avec R_{moy} le rayon d'entrefer moyen et L_{fer} la longueur active. Finalement, la chute de potentiel magnétique ΔV_0 peut s'écrire,

$$\Delta V_0(\theta) = -\frac{\int_0^{2\pi} \frac{FMM(\nu)}{g(\nu,\theta)}.d\nu}{\int_0^{2\pi} \frac{1}{g(\nu,\theta)}.d\nu} = -\frac{\int_0^{2\pi} FMM(\nu)\,\Lambda(\nu,\theta).d\nu}{\int_0^{2\pi} \Lambda(\nu,\theta).d\nu} \tag{7.10}$$

Par la suite, nous montrerons que dans le cas des machines à commutation de flux, il est nécessaire de déterminer la valeur de ΔV_0 sous peine de fortes erreurs lors de l'évaluation du champ d'entrefer. Dans la littératre, la plupart des auteurs font cette approximation (négliger ΔV_0). Cela étant, nous avons trouvé dans la référence [127], la même démonstration pour le cas d'un rotor excentré.

7.2 Détermination analytique de la perméance dans un entrefer double saillant

Afin de déterminer une expression analytique de l'induction radiale d'entrefer, nous avons notamment besoin de connaitre la perméance d'entrefer Λ[3]. L'entrefer étant double saillant, nous avons choisi l'approche qui consiste à scinder en deux l'entrefer existant pour traiter séparément les saillances statoriques. C'est finalement ce que l'on a proposé à la Figure 7.3 en introduisant deux termes δ_s et δ_r correspondant aux entrefers équivalents additionnels introduits par la saillance stator et rotor respectivement.

Nous proposerons une résolution analytique sur un motif simple constitué d'une encoche statorique en vis-à-vis avec un rotor lisse. En dupliquant ce motif en fonction des configurations que l'on souhaite étudier, on pourra remonter à la perméance d'entrefer. Comme précisé dans la Chapitre 6, on retrouve plusieures approches afin de calculer la perméance d'encoche. Deux approches visant à modéliser l'effet d'encoche seront considérées :

- La première, plus classique, en considérant une ligne de champ moyenne sous l'encoche, pour abouttir à une fonction $\delta(\theta)$ représentant l'enterfer additionnel introduit par l'encochage ;
- La seconde, assez originale, en résolvant de manière formelle les équations de Maxwell dans un motif élementaire d'encoche. La méthode du développement en série du potentiel scalaire permettra d'aboutir à une fonction perméance réelle $\delta(r, \theta)$ sur un seul motif, et tenant compte de toute la géométrie de l'encoche.

7.2.1 Approche par ligne de champ moyenne sous l'encoche

Cas d'une seule encoche Afin de déterminer la perméance moyenne sous l'encoche, nous considérons les lignes de champ idéalisées proposées à la Figure 7.5. Comme on peut voir, l'hypothèse faite est que l'encoche est infiniment profonde. Les lignes de champ idéalisées décrivent aussi des arcs de cercle.

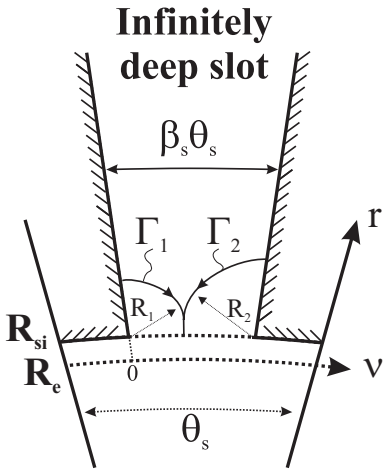


FIGURE 7.5: Trajectoires idéalisées des lignes de champ sous une encoche infiniment profonde

La perméance est une fonction $\frac{2\pi}{N_s} = \theta_s$ périodique que l'on peut définir sur l'intervalle $[0; \theta_s]$. L'angle ν représente une position mécanique dans l'entrefer par rapport à un repère fixe. L'angle mécanique de rotation du rotor sera lui désigné par θ. La longueur des arcs de cercle Γ_1 et Γ_2 s'exprime

$$\begin{cases} \Gamma_1 = \pi R_{si} \sin\left(\frac{\nu}{2}\right) \\ \Gamma_2 = \pi R_{si} \sin\left(\frac{\beta_s\theta_s}{2} - \frac{\nu}{2}\right) \end{cases} \tag{7.11}$$

A partir de 7.11, il est possible de déterminer l'expression de l'entrefer additionnel $\delta_s(\nu)$,

3. Le calcul des forces magnétomotrices d'excitation ou de réaction d'induit seront détaillées dans la suite.

$$\delta_s(\nu) = \begin{cases} \frac{\pi R_{si}}{2} \frac{\sin\left(\frac{\nu}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta_s\theta_s}{2}-\frac{\nu}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta_s\theta_s}{4}\right)\cos\left(\frac{\nu}{2}-\frac{\beta_s\theta_s}{4}\right)} & ,\forall\nu\in[0;\beta_s\theta_s] \\ 0 & ,\forall\nu\in[\beta_s\theta_s;\theta_s] \end{cases} \tag{7.12}$$

En linéarisant cette expression, il est possible de la mettre sous forme d'une série de Fourier l'entrefer additionnel $\delta_s(\nu)$. Après quelques lignes de calcul, on peut écrire que :

$$\delta_s(\nu) \sim a_0^{(I)} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{(I)} \cos\left(nN_s\nu\right) + b_n^{(I)} \sin\left(nN_s\nu\right) \tag{7.13}$$

avec la valeur moyenne $a_0^{(I)}$

$$\begin{aligned} a_0^{(I)} &= \frac{1}{T}\int_0^{\theta_s} \delta_s(\nu)d\nu \\ &= \frac{R_{si}\left(\pi\beta_s\right)^2}{6N_s} \end{aligned} \tag{7.14}$$

et les coefficients de Fourier suivant

$$\begin{aligned} a_n^{(I)} &= \frac{2}{T}\int_0^{\theta_s} \delta_s(\nu)\cos\left(nN_s\nu\right)d\nu \\ &= -\frac{R_{si}}{2N_sn^2}\left\{\left(1+\cos\left(2\pi n\beta_s\right)\right) - \frac{1}{\pi n\beta_s}\sin\left(2\pi n\beta_s\right)\right\} \end{aligned} \tag{7.15}$$

et

$$\begin{aligned} b_n^{(I)} &= \frac{2}{T}\int_0^{\theta_s} \delta_s(\nu)\sin\left(nN_s\nu\right)d\nu \\ &= \frac{R_{si}}{2N_sn^2}\left\{\frac{1}{\pi n\beta_s}\left(1-\cos\left(2\pi n\beta_s\right)\right) - \sin\left(2\pi n\beta_s\right)\right\} \end{aligned} \tag{7.16}$$

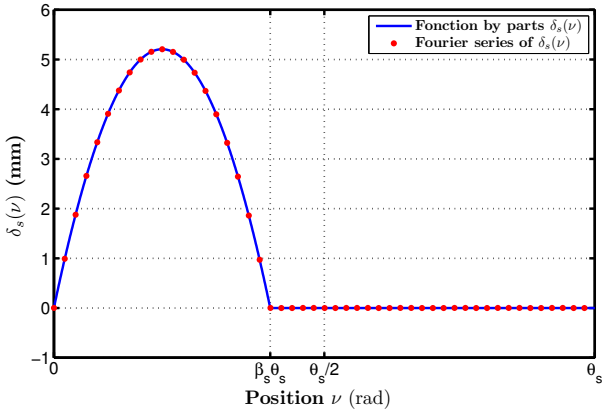


FIGURE 7.6: Evolution de la fonction représentant d'entrefer additionnel $\delta_s(\nu)$: Fonction réelle (7.12) et son développement en séries de Fourier (7.13)

Sur la Figure 7.6, l'évolution de l'entrefer additionnel δ_s en fonction de la position dans l'entrefer ν est présentée. Le comparatif entre le développement en série de Fourier et la fonction réelle est très bon. Il faut

simplement noter que ce développement en séries de Fourier est valide tant que $N_s > 3$. Cependant, une structure avec stator possédant moins de trois encoches reste peu probable...

A la suite d'un développement similaire pour la saillance rotor, il est possible d'exprimer $\delta_r(\nu, \theta)$ sous forme d'une série de Fourier en tenant compte de la rotation θ,

$$\delta_r(\nu,\theta) \sim a_0^{(II)} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{(II)} \cos\left(nN_r\left(\nu-\theta\right)\right) + b_n^{(II)} \sin\left(nN_r\left(\nu-\theta\right)\right) \tag{7.17}$$

avec la valeur moyenne $a_0^{(II)}$

$$a_0^{(II)} = \frac{R_{re}\left(\pi\beta_r\right)^2}{6N_r} \tag{7.18}$$

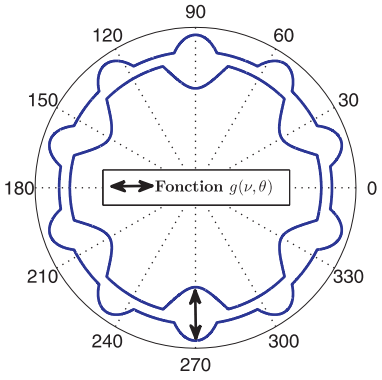
et les coefficients de Fourier suivant

$$a_n^{(II)} = -\frac{R_{re}}{2N_r n^2}\left\{\left(1+\cos\left(2\pi n\beta_r\right)\right) - \frac{1}{\pi n\beta_r}\sin\left(2\pi n\beta_r\right)\right\} \tag{7.19}$$

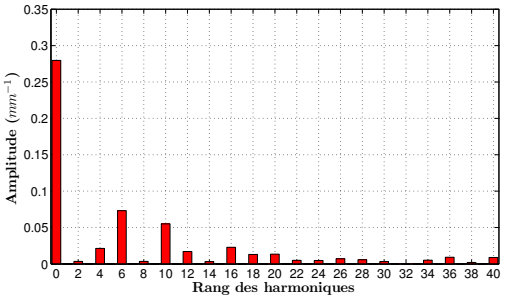
et

$$b_n^{(II)} = \frac{R_{re}}{2N_r n^2}\left\{\frac{1}{\pi n\beta_r}\left(1-\cos\left(2\pi n\beta_r\right)\right) - \sin\left(2\pi n\beta_r\right)\right\} \tag{7.20}$$

A partir des expressions 7.2, 7.3, 7.13 et 7.17, il est possible de déterminer l'entrefer équivalent $g(\nu, \theta)$. Sur la Figure 7.7.(a), l'évolution de l'entrefer équivalent $g(\nu, \theta)$ en coordonnées cylindriques pour une structure 10-6. Le spectre de la fonction de perméance $\Lambda(\nu, \theta)$ est proposé à la Figure 7.7.(a). On retrouve classiquement les harmoniques introduits par les saillances stator $|iN_s|$ et rotor $|iN_r|$, avec i entier. On retrouve aussi l'intéraction entre les deux ondes de perméance, c'est à dire les harmoniques $i\,|N_s - N_r|$ et $i\,|N_s + N_r|$.



(a) Evolution de l'entrefer équivalent défini par la fonction $g(\nu, \theta = 0)$ (Distance entre les deux courbes bleues) pour une structure 10-6 plots : $\beta_s = \beta_r = 0.5$ et $R_{si} = 50mm$ et $e = 2mm$



(b) Décomposition harmonique de la fonction de perméance $\Lambda(\nu, \theta = 0)$

FIGURE 7.7: Modélisation analytique de l'entrefer équivalent et harmoniques d'espace de la fonction de perméance pour une structure 10-6

Extension au cas de deux encoches adjacentes Cette méthode peut être étendue aux cas où deux encoches successives n'ont pas la même ouverture relative. Par exemple, on pourrait étudier l'influence de la technique de "teeth pairing" sur la forme de FEM ou sur l'ondulation de couple comme l'on réalisé différents auteurs sur des machines à flux reversé (Flux reversal machine) [124]. Comme précédemment, les entrefers additionnels δ_s et δ_r peuvent se mettre sous forme d'une série de Fourier. Après quelques pages (et erreurs) de calcul...

$$\delta_s(\nu) \sim a_0^{(I)} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{(I)} \cos\left(n\frac{N_s}{2}\nu\right) + b_n^{(I)} \sin\left(n\frac{N_s}{2}\nu\right) \tag{7.21}$$

avec la valeur moyenne $a_0^{(I)}$

$$a_0^{(I)} = \frac{R_{si}\pi^2\left(\beta_{s_{exc}}^2 + \beta_{s_{ph}}^2\right)}{12N_s} \tag{7.22}$$

et les coefficients de Fourier suivant :

$$a_n^{(I)} = \frac{2R_{si}}{N_s n^2}\left\{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{s_{exc}}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{exc}}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{exc}}\right)\right)\right.$$
$$\left. + \cos\left(3n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{s_{ind}}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{ind}}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{ind}}\right)\right)\right\} \tag{7.23}$$

et

$$b_n^{(I)} = \frac{2R_{si}}{N_s n^2}\left\{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{s_{exc}}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{exc}}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{exc}}\right)\right)\right.$$
$$\left. + \sin\left(3n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{s_{ind}}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{ind}}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{s_{ind}}\right)\right)\right\} \tag{7.24}$$

De la même manière, on peut définir l'entrefer additionnel introduit par l'encochage du rotor comme suit

$$\delta_r(\nu,\theta) \sim a_0^{(II)} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{(II)} \cos\left(n\frac{N_r}{2}(\nu-\theta)\right) + b_n^{(II)} \sin\left(n\frac{N_r}{2}(\nu-\theta)\right) \tag{7.25}$$

avec

$$a_0^{(II)} = \frac{R_{re}\pi^2\left(\beta_{r_1}^2 + \beta_{r_2}^2\right)}{12N_r} \tag{7.26}$$

$$a_n^{(II)} = -\frac{2R_{re}}{N_r n^2}\left\{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{r_1}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_1}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_1}\right)\right)\right.$$
$$\left. + \cos\left(3n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{r_2}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_2}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_2}\right)\right)\right\} \tag{7.27}$$

$$b_n^{(II)} = \frac{2R_{re}}{N_r n^2}\left\{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{r_1}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_1}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_1}\right)\right)\right.$$
$$\left. + \sin\left(3n\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{2}{\pi n\beta_{r_2}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_2}\right) - \cos\left(n\frac{\pi}{2}\beta_{r_2}\right)\right)\right\} \tag{7.28}$$

Cela permettra de tenir compte du fait que les encoches d'excitation et d'induit peuvent avoir des ouvertures relatives différentes. On précise que les termes $\beta_{s_{exc}}$, $\beta_{s_{ind}}$, β_{r_1} et β_{r_2} correspondent respectivement à l'ouverture relative des encoches stator d'excitation et d'induit, et rotor (deux encoches adjacentes).

7.2.2 Approche par la résolution formelle des équations Maxwell pour déterminer la perméance d'encoche réelle

L'approche que nous proposons dans ce paragraphe va permettre de déterminer l'expression analytique de la perméance d'encoche réelle en tenant compte des dimensions de l'encoche. L'approche générale de résolution des équations de Maxwell sera détaillée dans la partie introductive du Chapitre 8.

Définition du problème, hypothèses associées et conditions aux limites Contrairement à l'approche précédente, l'encoche n'est pas supposée infinie. Sur la Figure 7.8, on retrouve la géométrie élementaire que l'on souhaite modéliser avec les conditions aux limites associées. Nous considérons que les bords de l'encoche sont radiaux afin de simplifier la résolution. R_e correspond au rayon moyen d'entrefer. Nous avons divisé la géométrie en deux zones distinctes : la région I (entrefer) et la région II (encoche). Une solution en potentiel scalaire ψ est proposée par la suite.

L'absence de sources de champs (aimants ou densité de courant) dans la géométrie considérée nous permet de déduire que le champ est régit par l'équation de Laplace,

$$\begin{cases} \Delta\psi^{(I)} = 0 \\ \Delta\psi^{(II)} = 0 \end{cases} \tag{7.29}$$

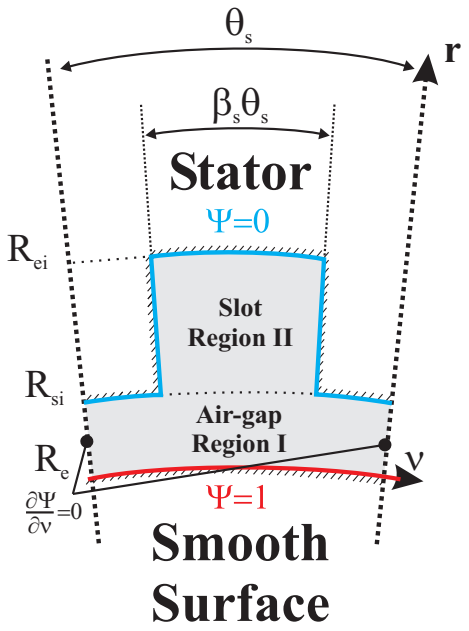


FIGURE 7.8: Géométrie de l'encoche avec les conditions aux limites associées

Nous imposons le potentiel scalaire $\psi = 1$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = R_e$) alors que pour l'interface au niveau du stator ψ est forcé à 0. Ce faisant, les conditions aux limites suivantes peuvent être définies,

$$\psi^{(I)}\left(R_e, \nu\right) = 1 \text{ pour } \nu \in \left[-\frac{\theta_s}{2}; \frac{\theta_s}{2}\right] \tag{7.30}$$

$$\psi^{(I)}\left(R_{si}, \nu\right) = 0 \text{ pour } \nu \in \left[-\frac{\theta_s}{2}; -\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \cup \left[\frac{\beta_s\theta_s}{2}; \frac{\theta_s}{2}\right] \tag{7.31}$$

$$\psi^{(I)}\left(R_{ei}, \nu\right) = 0 \text{ pour } \nu \in \left[-\frac{\beta_s\theta_s}{2}; \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \tag{7.32}$$

$$\psi^{(I)}\left(r, \pm\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right) = 0 \text{ pour } r \in [R_{si}; R_{ei}] \tag{7.33}$$

Nous considérons aussi des conditions de Neumann de part et d'autre de la région d'entrefer,

$$\frac{\psi^{(I)}\left(r, \pm\frac{\theta_s}{2}\right)}{\partial\nu} = 0 \text{ pour } r \in [R_e; R_{si}] \tag{7.34}$$

Solution générale de l'équation de Laplace dans la région I (l'entrefer) Comme nous avons rappelé précédemment, l'expression du champ dans la région d'entrefer doit satisfare à l'équation de Laplace 7.29, qui peut s'exprimer en coordonnées cylindriques,

$$\frac{\partial^2\psi^{(I)}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi^{(I)}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi^{(I)}}{\partial\nu^2}=0 \tag{7.35}$$

avec $\psi^{(I)}=\psi^{(I)}(r,\nu)$. La solution générale de 7.35 peut être déterminée par la méthode de séparation des variables r et ν. Ce faisant, on peut rechercher une solution de la forme,

$$\psi^{(I)}(r,\nu)=\rho(r)\,\Theta(\nu) \tag{7.36}$$

En considérant les conditions de Neumann 7.34, on peut rechercher des solutions de la forme,

$$\psi^{(I)}(r,\nu)=a_0^{(I)}(r)+\sum_{k\geqslant 1}a_k^{(I)}(r)\cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right] \tag{7.37}$$

En substituant 7.37 dans 7.35,

$$\begin{aligned}\frac{d^2a_0^{(I)}}{dr^2}+\sum_{k\geqslant 1}\frac{d^2a_k^{(I)}}{dr^2}cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right]&\\ +\frac{1}{r}\frac{da_0^{(I)}}{dr}+\sum_{k\geqslant 1}\frac{1}{r}\frac{da_k^{(I)}}{dr}cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right]&\\ -\left(\frac{\pi}{\theta_s}\right)^2\sum_{k\geqslant 1}\frac{k^2}{r^2}a_k^{(I)}cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right]=0&\end{aligned} \tag{7.38}$$

nous obtenons un système formé de deux équations différentielles,

$$\begin{cases}\frac{d^2a_0}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{da_0}{dr}=0\\ \frac{d^2a_k}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{da_k}{dr}-\left(k\frac{\pi}{\theta_s}\right)^2\frac{a_k}{r^2}=0 \quad ,\forall k\geq 1\end{cases} \tag{7.39}$$

Les solutions générales des équations formant le système précédent sont,

$$\begin{cases}a_0(r)=C_0\ln(r)+C_0'\\ a_k(r)=C_k^{(1)}r^{k\frac{\pi}{\theta_s}}+C_k^{(2)}r^{-k\frac{\pi}{\theta_s}} \quad ,\forall k\geq 1\end{cases} \tag{7.40}$$

En considérant la condition aux limites définie par 7.30, on peut écrire que :

$$\begin{cases}a_0(R_e)=1\\ a_k(R_e)=0 \quad ,\forall k\geq 1\end{cases} \tag{7.41}$$

Finalement,

$$\begin{cases}C_0'=1-C_0\ln(R_e)\\ C_k^{(1)}=-C_k^{(2)}R_e^{-2k\frac{\pi}{\theta_s}} \quad ,\forall k\geq 1\end{cases} \tag{7.42}$$

d'où

$$\begin{cases}a_0(r)=C_0\ln\left(\frac{r}{R_e}\right)+1\\ a_k(r)=\underbrace{-C_k^{(2)}R_e^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}}_{C_k^{(3)}}\left[\left(\frac{r}{R_e}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}}-\left(\frac{r}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \quad ,\forall k\geq 1\end{cases} \tag{7.43}$$

La forme générale du potentiel scalaire $\psi^{(I)}$ dans la région I se trouve mise sur la forme suivante

$$\begin{aligned}\psi^{(I)}(r,\nu) &= 1 + C_0 \ln\left(\frac{r}{R_e}\right) + \sum_{k\geqslant 1} C_k^{(3)} \left[\left(\frac{r}{R_e}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}} - \left(\frac{r}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] \\ &= 1 + C_0 \ln\left(\frac{r}{R_e}\right) + \sum_{k\geqslant 1} \underbrace{C_k^{(3)} \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}}}_{C_k} \left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}} - \underbrace{\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}}_{\lambda_1} \left(\frac{r}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] \\ &= 1 + C_0 \ln\left(\frac{r}{R_e}\right) + \sum_{k\geqslant 1} C_k \left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}} - \lambda_1 \left(\frac{r}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{7.44}$$

Les coefficients C_0 et C_k seront à déterminer ultérieurement.

Solution générale de l'équation de Laplace dans la région II (l'encoche) La même approche est proposée pour l'encoche (région II) afin de déterminer l'expression du potentiel scalaire dans cette région. Là encore, il s'agit de résoudre l'équation de Laplace donnée en 7.29,

$$\frac{\partial^2 \psi^{(II)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi^{(II)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \psi^{(II)}}{\partial \nu^2} = 0 \tag{7.45}$$

Toujours par la méthode de séparation des variables, et en considérant la condition aux limites 7.33, nous recherchons des solutions de la forme,

$$\psi^{(II)}(r,\nu) = \sum_{q\geqslant 1} b_q^{(II)}(r) \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \tag{7.46}$$

En réinjectant cette expression dans l'équation de Laplace, $\forall q \geq 1$, on peut écrire que,

$$\frac{d^2 b_q}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{db_q}{dr} - \left(\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\right)^2 \frac{q^2}{r^2} b_q = 0 \tag{7.47}$$

En considérant la condition aux limites 7.32, on peut écrire,

$$b_q(r) = d_q \left[\left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - \left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}\right] \tag{7.48}$$

Finalement, on peut exprimer le potentiel dans la Zone (II) comme :

$$\begin{aligned}\psi^{(II)}(r,\theta) &= \sum_{q\geqslant 1} d_q \left[\left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - \left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \\ &= \sum_{q\geqslant 1} \underbrace{d_q \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}}_{D_q} \left[\left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} \underbrace{\left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}}_{\lambda_2} - \left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \qquad (7.49) \\ &= \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - \left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}}\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \qquad (7.50)\end{aligned}$$

Les coefficients D_q constituent des inconnues. Nous préciserons par la suite comment les déterminer.

Conditions aux interfaces Maintenant que nous avons exprimé le potentiel dans chacune des régions, il va falloir exprimer les conditions aux interfaces afin de déterminer les coefficients inconnus C_0, C_k et D_q. La

détermination de ces coefficients ne peut se faire de manière directe , tout simplement car les fréquences spatiales entre chaque zone diffèrent. Nous aurons donc recours à la méthode des intégrales de frontière.

Continuité du potentiel en $r = R_{si}$ La première condition que l'on doit assurer concerne la continuité du pontentiel scalaire à l'interface entre les deux zones. En considèrant que le potentiel est continu sur l'interface, on peut écrire que

$$\psi^{(I)}\left(R_{si},\nu\right) = \begin{cases} 0 & ,\forall \nu \in \left[-\frac{\theta_s}{2};-\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \cup \left[\frac{\beta_s\theta_s}{2};\frac{\theta_s}{2}\right] \\ \psi^{(II)}\left(R_{si},\nu\right) & ,\forall \nu \in \left[-\frac{\beta_s\theta_s}{2};\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \end{cases} \tag{7.51}$$

que l'on peut encore écrire,

$$\begin{aligned} &1 + C_0 \ln\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right) + \sum_{k\geqslant 1} C_k \left[1 - \lambda_1 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] \\ &\quad = \begin{cases} 0 & ,\forall \nu \in \left[-\frac{\theta_s}{2};-\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \cup \left[\frac{\beta_s\theta_s}{2};\frac{\theta_s}{2}\right] \\ \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{r}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] & ,\forall \nu \in \left[-\frac{\beta_s\theta_s}{2};\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \end{cases} \end{aligned} \tag{7.52}$$

Le deuxième terme de l'égalité (7.52) doit être développé sous forme une série de Fourier sur l'intervale $\left[-\frac{\theta_s}{2};\frac{\theta_s}{2}\right]$ avec pour valeur moyenne

$$\begin{aligned} 1 + C_0 \ln\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right) &= \frac{1}{\theta_s} \int_{-\frac{\theta_s}{2}}^{\frac{\theta_s}{2}} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] d\nu \\ &= \frac{1}{\theta_s} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \underbrace{\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}} \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] d\nu}_{\alpha_q} \\ &= \frac{1}{\theta_s} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \alpha_q \end{aligned} \tag{7.53}$$

Pour les termes harmoniques, on peut écrire que $\forall k \geq 1$,

$$\begin{aligned} &C_k \left[1 - \lambda_1 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] \\ &\quad = \frac{2}{\theta_s} \int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] d\nu \\ &\quad = \frac{2}{\theta_s} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \underbrace{\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}} \sin\left[q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu + \frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right] \cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right] d\nu}_{\alpha_{q,k}} \\ &\quad = \frac{2}{\theta_s} \sum_{q\geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}} - 1\right] \alpha_{q,k} \end{aligned} \tag{7.54}$$

Continuité de la dérivée normale du potentiel en $r = R_{si}$ La deuxième condition que l'on doit assurer concerne la continuité de la dérivé normale du potentiel, toujours à l'interface entre les deux zones. En considérant que la dérivée normale du potentiel est continue en $r = R_{si}$ (continuité de la composante normale de $\vec{B}$ entre deux milieux de même perméabilité), on peut écrire la relation suivante,

$$\frac{\partial \psi^{(I)}}{\partial r} \mid_{r=R_{si}} = \frac{\partial \psi^{(II)}}{\partial r} \mid_{r=R_{si}} \quad \forall \nu \in \left[-\frac{\beta_s \theta_s}{2}; \frac{\beta_s \theta_s}{2} \right] \tag{7.55}$$

Sachant que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi^{(I)}}{\partial r} &= \frac{C_0}{r} + \frac{\pi}{\theta_s} \sum_{k \geqslant 1} k C_k \left[\underbrace{\frac{1}{R_{si}}}_{\lambda_3} \left(\frac{r}{R_{si}} \right)^{k \frac{\pi}{\theta_s} - 1} + \underbrace{\frac{\lambda_1}{R_r}}_{\lambda_4} \left(\frac{r}{R_r} \right)^{-k \frac{\pi}{\theta_s} - 1} \right] \cos \left[k \frac{\pi}{\theta_s} \left(\nu + \frac{\theta_s}{2} \right) \right] \\ &= \frac{C_0}{r} + \frac{\pi}{\theta_s} \sum_{k \geqslant 1} k C_k \left[\lambda_3 \left(\frac{r}{R_{si}} \right)^{k \frac{\pi}{\theta_s} - 1} + \lambda_4 \left(\frac{r}{R_e} \right)^{-k \frac{\pi}{\theta_s} - 1} \right] \cos \left[k \frac{\pi}{\theta_s} \left(\nu + \frac{\theta_s}{2} \right) \right] \end{aligned} \tag{7.56}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi^{(II)}}{\partial r} &= \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} \sum_{q \geqslant 1} q D_q \left[\underbrace{\frac{\lambda_2}{R_{ei}}}_{\lambda_5} \left(\frac{r}{R_{ei}} \right)^{q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} + \underbrace{\frac{1}{R_{si}}}_{\lambda_3} \left(\frac{r}{R_{si}} \right)^{-q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} \right] \sin \left[q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} \left(\nu + \frac{\beta_s \theta_s}{2} \right) \right] \\ &= \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} \sum_{q \geqslant 1} q D_q \left[\lambda_5 \left(\frac{r}{R_{ei}} \right)^{q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} + \lambda_3 \left(\frac{r}{R_{si}} \right)^{-q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} \right] \sin \left[q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} \left(\nu + \frac{\beta_s \theta_s}{2} \right) \right] \end{aligned} \tag{7.57}$$

Finalement, $\forall q \geq 1$, on peut écrire que,

$$\begin{aligned} &\frac{\pi}{\beta_s \theta_s} q D_q \left[\lambda_5 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}} \right)^{q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} + \lambda_3 \right] \\ &= \frac{2}{\beta_s \theta_s} \int_{-\frac{\beta_s \theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s \theta_s}{2}} \left\{ \frac{C_0}{R_{si}} + \frac{\pi}{\theta_s} \sum_{k \geqslant 1} k C_k \left[\lambda_3 + \lambda_4 \left(\frac{R_{si}}{R_e} \right)^{-k \frac{\pi}{\theta_s} - 1} \right] \cos \left(k \frac{\pi}{\theta_s} \left(\nu + \frac{\theta_s}{2} \right) \right) \right\} \sin \left(q \frac{\pi}{\beta_s \theta_s} \left(\nu + \frac{\beta_s \theta_s}{2} \right) \right) d\nu \end{aligned} \tag{7.58}$$

En développant cette intégrale,

$$\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}qD_q\left[\lambda_5\left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}-1}+\lambda_3\right]$$
$$=\frac{2}{\beta_s\theta_s}\frac{C_0}{R_{ci}}\underbrace{\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}}\sin\left(q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu+\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right)d\nu}_{\alpha_q}$$
$$+\frac{2\pi}{\beta_s\theta_s^2}\sum_{k\geq1}kC_k\left[\lambda_3+\lambda_4\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}-1}\right]\underbrace{\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}}\cos\left(k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right)\sin\left(q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu+\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right)d\nu}_{\alpha_{q,k}}$$
$$=\frac{2}{\beta_s\theta_s}\frac{C_0}{R_{ci}}\alpha_q+\frac{2\pi}{\beta_s\theta_s^2}\sum_{k\geq1}kC_k\left[\lambda_3+\lambda_4\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}-1}\right]\alpha_{q,k}\quad(7.59)$$

A partir de 7.53, 7.54 et 7.59, l'ensemble des inconnues C_0, C_k et D_q peuvent être déterminées. Nous détaillerons par la suite la méthode utilisée.

Détermination des intégrales $\alpha_{q,k}$ et α_q L'intégrale $\alpha_{q,k}$ est développée ci-après, pour deux cas de figures,

$\forall q\neq\beta_s k$,

$$\alpha_{q,k}=\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}}\cos\left(k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu+\frac{\theta_s}{2}\right)\right)\sin\left(q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu+\frac{\alpha\theta_s}{2}\right)\right)d\nu$$
$$=\frac{\beta_s\theta_s q\left(\cos\left(\frac{k\pi}{2}\left(1-\beta_s\right)\right)-\cos\left(\frac{k\pi}{2}\left(1+\beta_s\right)\right)(-1)^q\right)}{\pi\left(q^2-\beta_s^2k^2\right)}\quad(7.60)$$

$\forall q=\beta_s k$,

$$\alpha_{q,k}=\frac{\beta_s\theta_s}{2}\left\{\sin\left(\frac{k\pi}{2}\left(\beta_s-1\right)\right)+\frac{1}{2\pi k\beta_s}\left(\cos\left(\frac{k\pi}{2}\left(1-\beta_s\right)\right)-\cos\left(\frac{k\pi}{2}\left(1+3\beta_s\right)\right)\right)\right\}\quad(7.61)$$

On pourrait aussi exprimer $\alpha_{q,k}$ sous forme de sinus cardinaux [4],

$$\alpha_{q,k}=\frac{\beta_s\theta_s}{2}\left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(q+k\right)\right)sinc\left(\frac{q+\beta_s k}{2}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(q-k\right)\right)sinc\left(\frac{q-\beta_s k}{2}\right)\right\}\quad(7.62)$$

Cela permettra lors de l'implémentation numérique de s'affranchir d'un test inévitable sur la condition d'égalité ou d'inégalité des termes q et $\beta_s k$. Cela va sans dire que ce test est coûteux en temps de calcul à mesure que le nombre d'harmoniques augmente. Finalement, l'intégrale α_q peut s'exprimée,

$$\alpha_q=\int_{-\frac{\beta_s\theta_s}{2}}^{\frac{\beta_s\theta_s}{2}}\sin\left(q\frac{\pi}{\beta_s\theta_s}\left(\nu+\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right)\right)d\nu$$
$$=\frac{\beta_s\theta_s}{q\pi}\left(1-(-1)^q\right)\quad(7.63)$$

4. Cette idée a été proposée par de la Barrière [103].

Mise en forme du système d'équation Afin de déterminer les séries de coefficients C_0, C_k et D_q, il faut mettre les égalités 7.53, 7.54 et 7.59, sous forme matricielle. Pour faciliter la lecture, nous rappelons ci-après les trois égalités constituant le système d'équation,

$$C_0 \ln\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right) + 1 = \frac{1}{\theta_s} \sum_{q \geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s \theta_s}} - 1\right] \alpha_q \tag{7.64}$$

Aussi, $\forall k \geq 1$,

$$C_k \left[1 - \lambda_1 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] = \frac{2}{\theta_s} \sum_{q \geqslant 1} D_q \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s \theta_s}} - 1\right] \alpha_{q,k} \tag{7.65}$$

Et enfin, $\forall q \geq 1$,

$$\begin{aligned} &\frac{\pi}{\beta_s \theta_s} q D_q \left[\lambda_5 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} + \lambda_3\right] \\ &\qquad = \frac{2}{\beta_s \theta_s} \frac{C_0}{R_{ci}} \alpha_q + \frac{2\pi}{\beta_s \theta_s^2} \sum_{k \geq 1} k C_k \left[\lambda_3 + \lambda_4 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s} - 1}\right] \alpha_{q,k} \end{aligned} \tag{7.66}$$

Afin de déterminer le coefficient C_0, ainsi que les séries de coefficients C_k et d_q, on écrit (7.64), (7.65) et (7.66) sous forme matricielle. Le nombre d'harmoniques reste borné à une valeur N. Cette partie est souvent fastidieuse et souvent source d'erreur, c'est pourquoi nous prenons soin à bien la détailler. Pour ce faire on définit les matrices et les vecteurs suivants :

$$[D_1] = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \left[\lambda_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s \theta_s}} - 1\right] & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}}_{N*N} \tag{7.67}$$

$$[D_2] = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \left[1 - \lambda_1 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s}}\right] & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}}_{N*N} \tag{7.68}$$

$$[D_3] = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & q\left[\lambda_5 \left(\frac{R_{si}}{R_{ei}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_s \theta_s} - 1} + \lambda_3\right] & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}}_{N*N} \tag{7.69}$$

$$[D_4] = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k\left[\lambda_3 + \lambda_4 \left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)^{-k\frac{\pi}{\theta_s} - 1}\right] & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}}_{N*N} \tag{7.70}$$

$$[\alpha_q] = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_q = \frac{\beta_s \theta_s}{q\pi}\left(1-(-1)^q\right) \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix}}_{N*1} \tag{7.71}$$

$$[C_k] = \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_k \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix}}_{N*1} \tag{7.72}$$

$$[D_q] = \underbrace{\begin{bmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_q \\ \vdots \\ D_N \end{bmatrix}}_{N*1} \tag{7.73}$$

$$[\alpha_{q,k}] = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_{q,1} \\ \vdots \\ \alpha_{q,k} \\ \vdots \\ \alpha_{q,N} \end{bmatrix}}_{N*1} ou\, [\alpha_{k,q}] = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_{k,1} \\ \vdots \\ \alpha_{k,q} \\ \vdots \\ \alpha_{k,N} \end{bmatrix}}_{N*1} \tag{7.74}$$

Finalement, on peut écrire que,

$$\begin{cases} (7.64) \Leftrightarrow C_0 \underbrace{\ln\left(\frac{R_{si}}{R_e}\right)}_{\gamma_1} + 1 = \frac{1}{\theta_s} [\alpha_q]^T [D_1] [D_q] \\ (7.65) \Leftrightarrow [D_2] [C_k] = \frac{2}{\theta_s} [\alpha_{k,q}]^T [D_1] [D_q] \\ (7.66) \Leftrightarrow \underbrace{\frac{\pi}{\beta_s \theta_s}}_{\gamma_2} [D_3] [D_q] = \underbrace{\frac{2}{\beta_s \theta_s R_{si}}}_{\gamma_3} [\alpha_q] C_0 + \underbrace{\frac{2\pi}{\beta_s \theta_s^2}}_{\gamma_4} [\alpha_{q,k}]^T [D_4] [C_k] \end{cases} \tag{7.75}$$

Ce qui mène au système matriciel suivant :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_1 & [0] & -\frac{1}{\theta_s} [\alpha_q]^T [D_1] \\ [0] & [D_2] & -\frac{2}{\theta_s} [\alpha_{k,q}]^T [D_1] \\ -\gamma_3 [\alpha_q] & -\gamma_4 [\alpha_{q,k}]^T [D_4] & \gamma_2 [D_3] \end{bmatrix}}_{L} \underbrace{\begin{bmatrix} C_0 \\ C_k \\ D_q \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ [0] \\ [0] \end{bmatrix}}_{U} \tag{7.76}$$

Les coefficients sont obtenus après inversion de la matrice L,

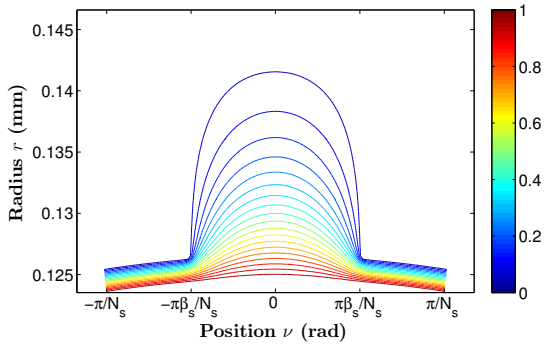
$$X = L^{-1} U \tag{7.77}$$

Vérification par comparaison avec les éléments finis Dans ce paragraphe, une vérification par éléments finis de la fonction de perméance relative calculée analytiquement est proposée. L'ensemble de la résolution matricielle détaillée précédemment a été implémentée sous *Matlab*. Cela nous permet donc de déterminer la distribution du potentiel scalaire dans chacune des régions. Il nous est aussi possible de déterminer le champ magnétique dans la géométrie. En effet, les composantes radiale et tangentielle de H peuvent s'exprimer,

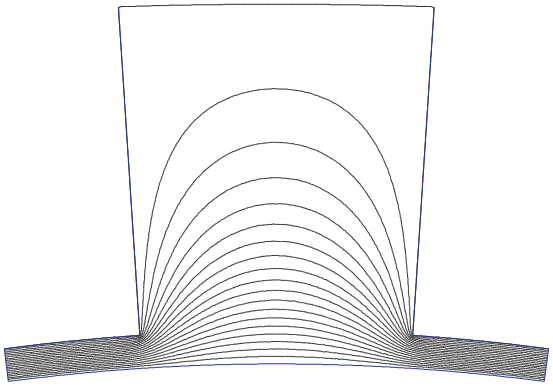
$$\begin{cases} H_\nu = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \nu} \\ H_r = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases} \tag{7.78}$$

La perméance relative est obtenue en normalisant le champ $H_r(R_e, \nu)$ par le champ en bordure de domaine $H_r(R_e, \frac{\theta_s}{2}) = \frac{2}{e}$,

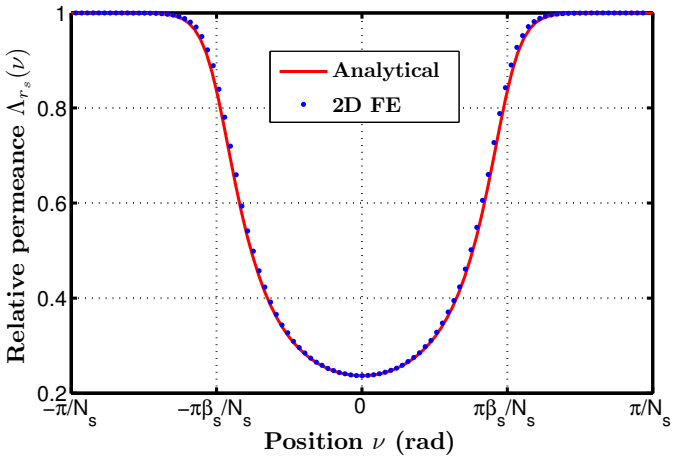
$$\Lambda_{r_s}(\nu) = \frac{e}{2}\left\{-\frac{C_0}{R_e} - \frac{\pi}{\theta_s}\sum_{k\geqslant 1} kC_k\left[\lambda_3\left(\frac{R_e}{R_{si}}\right)^{k\frac{\pi}{\theta_s}-1} + \lambda_4\right]\cos\left[k\frac{\pi}{\theta_s}\left(\nu + \frac{\theta_s}{2}\right)\right]\right\} \tag{7.79}$$



(a) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées analytiquement ($N_s = 24$)



(b) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées par EF ($N_s = 24$)

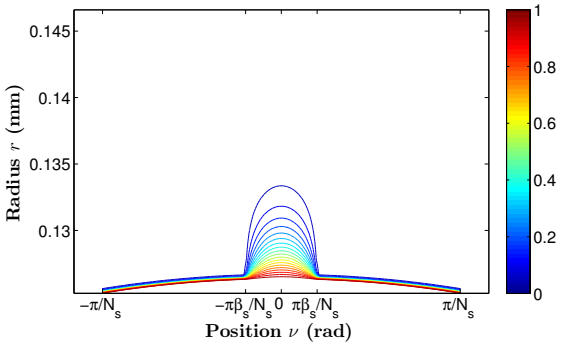


(c) Perméance relative Λ_r obtenue analytiquement et par EF 2D

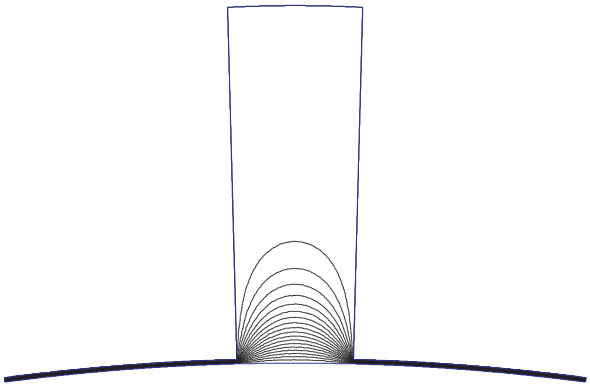
FIGURE 7.9: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour l'évaluation de la perméance relative réelle sous l'encoche : $\frac{e}{2} = 4mm$, $\beta_s = 0.5$, $D_{al} = 253.2mm$ et $H_s = 20mm$

Dans la suite, différentes configurations sont étudiées pour valider pleinement le modèle. Nous commencerons avec la Figure 7.9 où nous considérons l'encoche une structure avec 24 dents stator et un entrefer de $8mm$. Comme on peut le voir, la distribution analytique du potentiel scalaire dans toute la géométrie sont en bon accord avec la distribution obtenue par EF 2D. Surtout, on peut voir que les conditions à l'interface entre les deux zones sont parfaitement respectées. Une deuxième remarque concerne l'évolution de la fonction de perméance relative qui

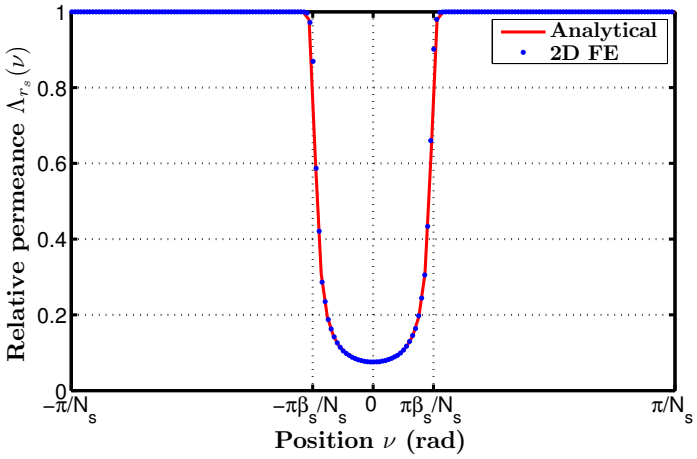
est présentée dans la Figure 7.9.(c). Là encore, le comparatif avec les EF 2D montre une bonne évaluation de la fonction de perméance relative par le modèle formel. Surtout, il est intéressant de remarquer que la perméance relative commence à diminuer avant le bord d'encoche ($\nu = \pm\frac{\beta_s \pi}{N_s}$). C'est à dire que le champ commence à décroitre avant que l'on se trouve en vis-à-vis de l'encoche. Ce phénomène physique n'est pas identifiable avec la fonction de perméance développée dans la partie 7.2.1.



(a) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées analytiquement ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.2$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées par EF ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.2$

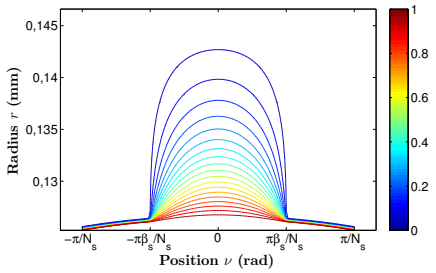


(c) Perméance relative Λ_r analytiquement et par EF 2D

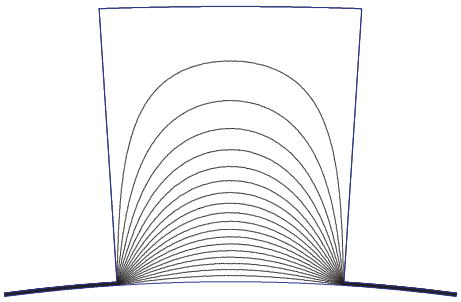
FIGURE 7.10: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour l'évaluation de la perméance relative réelle sous l'encoche : $\frac{e}{2} = 0.25mm$, $\beta_s = 0.2$, $D_{al} = 253.2mm$ et $H_s = 20mm$

Sur les Figures 7.10, 7.11 et 7.12, nous étudions l'influence de l'ouverture d'encoche sur l'évolution de la fonction de perméance. On peut observer qu'à mesure que l'ouverture relative de l'encoche stator β_s augmente, le champ pénètre de plus en plus dans l'encoche. Cela signifie que l'hypothèse d'une encoche infiniment profonde reste valide pour les entrefers faibles. En revanche, lorsque β_s augmente, on observe très clairement l'interaction avec le fond d'encoche.

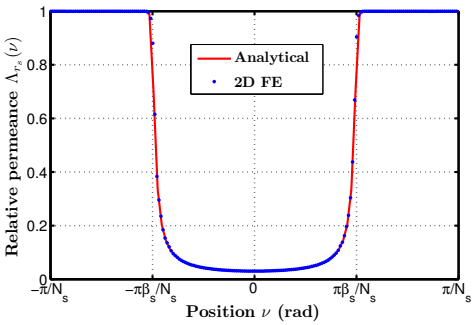
Une deuxième remarque concerne la variation du champ proche de l'ouverture d'encoche. Contrairement au cas précédent, cette fois ci, la chute de la fonction de perméance est plus subite et intervient proche de $\nu = \pm\frac{\beta_s \pi}{N_s}$. L'entrefer considéré ici est bien plus faible qu'au cas précédent, $e = 0.5mm$. Cela signifie que dans le cas de structure avec entrefer faible, l'approche par ligne de champ moyenne est une approche valide.



(a) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées analytiquement ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.5$

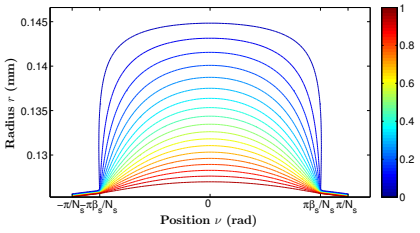


(b) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées par EF ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.5$

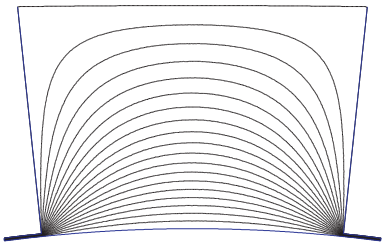


(c) Perméance relative Λ_r analytiquement et par EF 2D

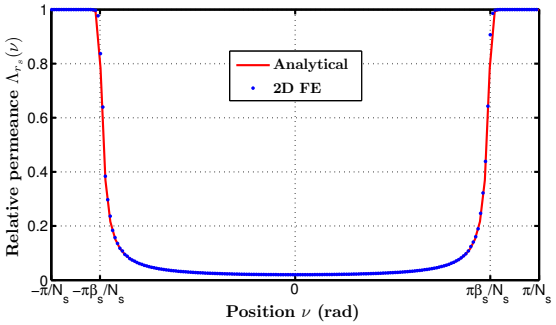
FIGURE 7.11: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour l'évaluation de la perméance relative réelle sous l'encoche : $\frac{e}{2} = 0.25mm$, $\beta_s = 0.5$, $D_{al} = 253.2mm$ et $H_s = 20mm$



(a) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées analytiquement ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.8$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel scalaire ψ sous une encoche calculées par EF ($N_s = 24$) avec $\alpha = 0.8$



(c) Perméance relative Λ_r analytiquement et par EF 2D

FIGURE 7.12: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour l'évaluation de la perméance relative réelle sous l'encoche : $\frac{e}{2} = 0.25mm$, $\beta_s = 0.8$, $D_{al} = 253.2mm$ et $H_s = 20mm$

De la fonction de perméance relative à la fonction de perméance réelle de l'entrefer double saillant Jusqu'à présent, nous avons proposé la manière de calculer la fonction de perméance Λ_{r_s} pour le stator uniquement. La même démarche doit être réitérée pour calculer la fonction de perméance Λ_{r_r} pour le rotor mais nous ne la détaillerons pas ici dans un soucis de synthèse. L'expression de la perméance d'entrefer de la structure double saillante peut s'exprimer,

$$\Lambda(\nu,\theta) = \frac{2}{e}\left(\frac{\Lambda_{r_s}(\nu)\,\Lambda_{r_r}(\nu,\theta)}{\Lambda_{r_s}(\nu)+\Lambda_{r_r}(\nu,\theta)}\right) \tag{7.80}$$

7.3 Calcul de l'induction radiale d'entrefer à vide

Maintenant que le calcul de la fonction de perméance a été détaillé, nous préciserons dans cette section le calcul de l'induction B_r dans l'entrefer en fonctionnement à vide. Pour ce faire, nous proposerons une expression générale de la force magnétomotrice d'excitation FMM_{exc}. Nous comparerons les résultats analytiques avec de nombreuses simulations EF. Ce sera l'occasion de proposer une classification des structures à commutation de flux classiques. L'expression générale des grandeurs intégrales telles que le flux ou la FEM sera détaillé suivant la classification de la structure considérée.

7.3.1 Force magnétomotrice créée par les bobinages d'excitation

Sur la Figure 9.3, la distribution du bobinage d'excitation dans une structure classique est présentée avec la FMM associée. La FMM d'excitation est une fonction $\frac{8\pi}{N_s}$ périodique que l'on peut définir sur l'intervalle $\left[0;\frac{8\pi}{N_s}\right]$,

$$FMM_{exc}(\nu) = \begin{cases} \frac{n_s I_{exc}}{\beta_s\theta_s}\nu & ,\forall\nu\in\left[0;\frac{\beta_s\theta_s}{2}\right] \\ \frac{n_s I_{exc}}{2} & ,\forall\nu\in\left[\frac{\beta_s\theta_s}{2};\theta_s\left(2-\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ \frac{-n_s I_{exc}}{\beta_s\theta_s}(\nu-2\theta_s) & ,\forall\nu\in\left[\theta_s\left(2-\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s\left(2+\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ \frac{-n_s I_{exc}}{2} & ,\forall\nu\in\left[\theta_s\left(2+\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s\left(4-\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ \frac{n_s I_{exc}}{\beta_s\theta_s}(\nu-4\theta_s) & ,\forall\nu\in\left[\theta_s\left(4-\frac{\beta_s}{2}\right);4\theta_s\right] \end{cases} \tag{7.81}$$

La FMM d'excitation peut s'exprimer sous la forme d'une série de Fourier

$$FMM_{exc}(\nu) \sim \sum_{n=1,3,5\ldots}^{+\infty} b_n \sin\left(n\frac{N_s}{4}\nu\right) \tag{7.82}$$

avec

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T}\int_0^{4\theta_s} FMM_{exc}(\nu)\sin\left(n\frac{N_s}{4}\nu\right)d\nu \\ &= \frac{8n_s I_{exc}}{\beta_s(n\pi)^2}\sin\left(n\frac{\beta_s\pi}{4}\right) \end{aligned} \tag{7.83}$$

Cette dernière expression est valide quelque soit le nombre de phases q pour une configuration MCF classique.

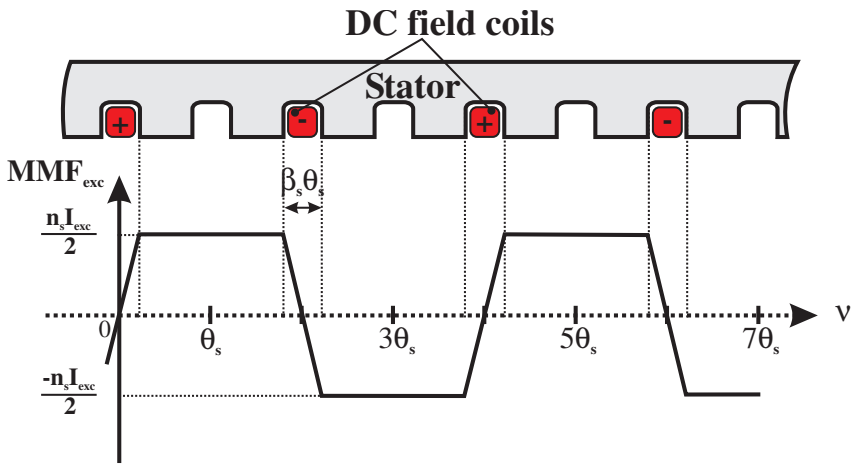


FIGURE 7.13: Distribution du bobinage d'excitation et force magnétomotrice associée

7.3.2 Prédiction du champ d'entrefer à vide par le modèle analytique et comparaison avec des simulations EF 2D

Maintenant que nous avons déterminé une expression de la force magnétomotrice d'excitation FMM_{exc}, il est possible de déterminer le champ d'entrefer en considérant l'expression 7.4. Nous considèrerons dans cette partie à vide la fonction de perméance déterminée à partir des lignes de champ moyennes sur l'encoche. Nous rappelons par ailleurs que l'expression de la force magnétotrice $FMM_{exc}(\nu,\theta)$ s'exprime comme suit,

$$FMM_{exc}(\nu,\theta) = FMM_{exc}(\nu) + \Delta V_0(\theta)$$

avec

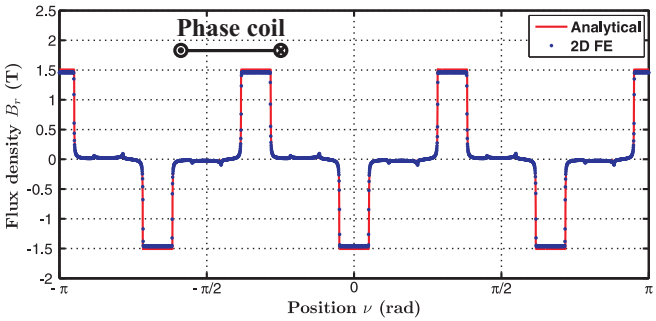
$$\Delta V_0(\theta) = -\frac{\int_0^{2\pi} MMF_{exc}(\nu)\,\Lambda(\nu,\theta)\,d\nu}{\int_0^{2\pi} \Lambda(\nu,\theta)\,d\nu} \tag{7.84}$$

Structures monophasées Nous commencerons par comparer les prédictions du champ d'entrefer avec des simulations EF 2D dans le cas le plus simple, c'est à dire des configurations monophasées. Pour ces structures à commutation de flux monophasées, les combinaisons entre nombre de dents rotoriques N_r et statoriques N_s sont définies par,

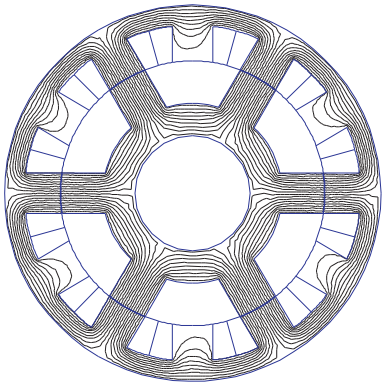
$$N_s = 2N_r \tag{7.85}$$

Sur la Figure 7.14, nous considérons une structure monophasée 12-6. Nous comparons le champ d'entrefer calculé à vide et obtenu par EF 2D pour différentes positions du rotor et une force magnétomotrice d'excitation $1200A.tr$. La distribution obtenue analytiquement est très fidèle aux simulations EF 2D avec un écart au niveau des pics d'induction de l'ordre de 3%.

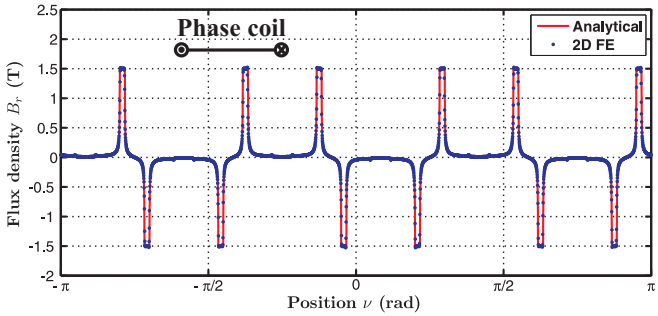
Nous avons représenté la localisation d'une bobine d'induit sur les distributions d'induction. Il est intéressant d'observer directement le phénomène de commutation du flux localement. En effet, on peut voir clairement une inversion du flux sous le pas de bobinage qui permet d'obtenir un flux d'excitation bipolaire.



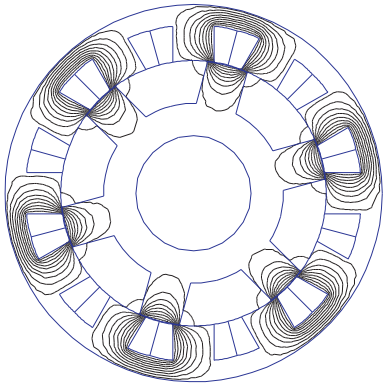
(a) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\mid_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r=\frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe d) : $\beta_s=0.6$ et $L_{ds}=L_{dr}$



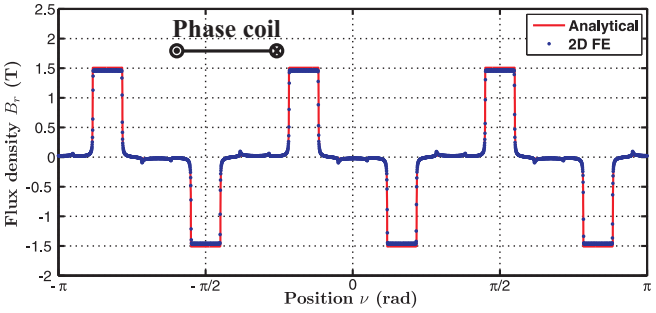
(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux maximum (Axe d)



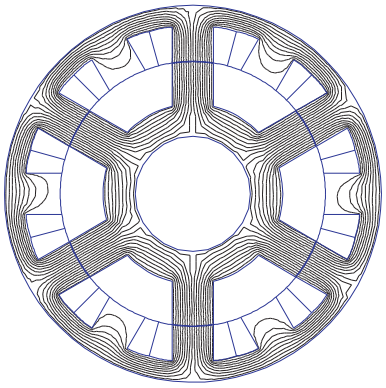
(c) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r=\frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe q) : $\beta_s=0.6$ et $L_{ds}=L_{dr}$



(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux nul (Axe q)



(e) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r=\frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (flux minimum) : $\beta_s=0.6$ et $L_{ds}=L_{dr}$



(f) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux minimum

FIGURE 7.14: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure monophasée 12-6 plots et pour différentes positions du rotor

Influence du courant d'excitation I_{exc} sur l'induction radiale B_r Nous considérons la configuration monophasée 12-6 plots présentée dans le paragraphe précédent. Sur la Figure , l'influence du courant d'excitation sur la distribution du champ d'entrefer est présentée. Comme attendu, l'amplitude des pics du champ d'excitation est directement propositionnelle à la force magnétomotrice d'excitation avec une erreur relative constante.

Une deuxième remarque sur ce résultat concernant l'amplitude des pics qui est proche de $2T$. Cela amène directement à une des limitations des modélisations analytiques, à savoir peut-on considérer le modèle toujours valide pour ces valeurs d'induction. Nous apporterons quelques élements de réponse par la suite.

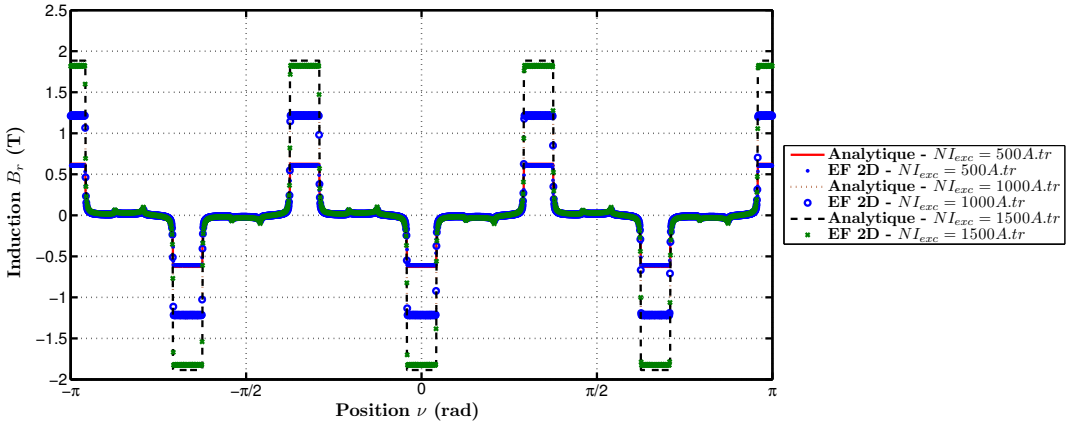
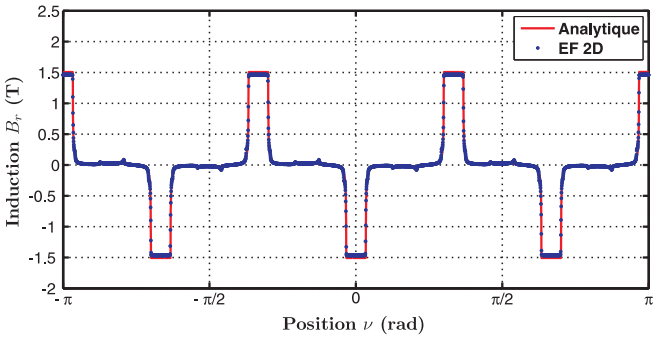
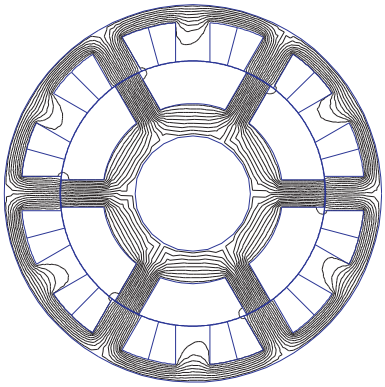


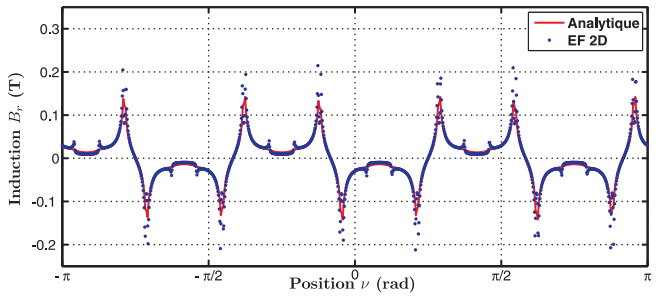
FIGURE 7.15: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure monophasée 12-6 plots pour différents NI_{exc} d'excitation



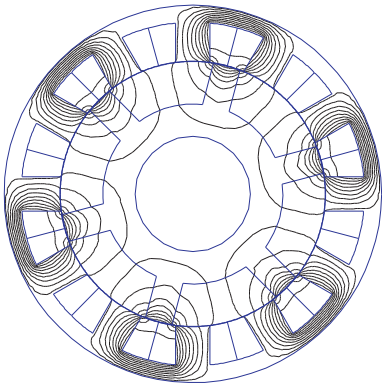
(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe d) : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.2$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux maximum (Axe d)



(c) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe q) : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.2$



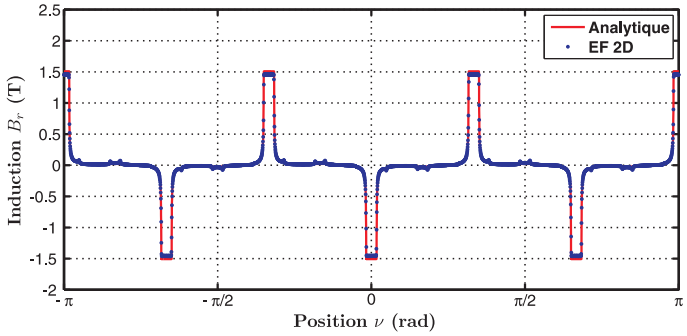
(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux nul (Axe q)

FIGURE 7.16: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure monophasée 12-6 plots pour différentes ouvertures relatives d'encoches statorβ_s et rotor β_r

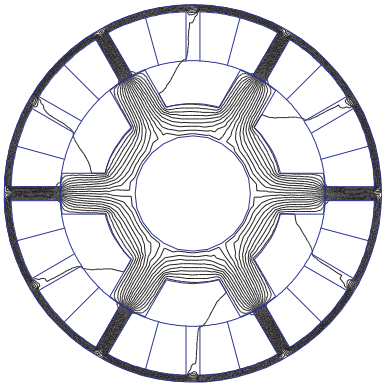
Influence de l'ouverture relative des encoches statoriques β_s et rotoriques β_r On présente ici dans ce paragraphes des configurations peu évidentes à modéliser. Dans les deux cas de figures, présentés aux Figures 7.16 et 7.17, la largeur de la dent rotor est choisie inférieure à l'ouverture de l'encoche statorique. Cela signifie que dans l'axe q aucune partie du stator et du rotor ne seront en vis-à-vis.

Premièrement à la Figure 7.16, nous avons choisi une dent rotor plus fine que la dent stator. On peut observer

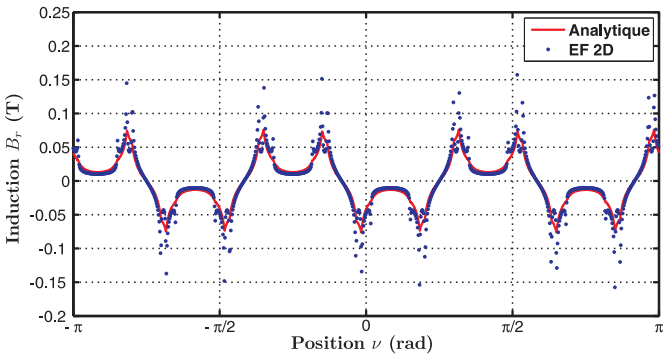
que dans l'axe d, la prédiction du champ d'entrefer est très fidèle à la simulation EF 2D. En revanche, dans l'axe q, le champ est beaucoup plus difficile à prédire. En effet, comme le souligne la Figure 7.16.(d), les lignes de champ empruntent des trajectoires indirectes (rebouclage sur les bords d'encoche). Malgré tout, il faut noter que ce cas de figure reste complexe voire improbable.



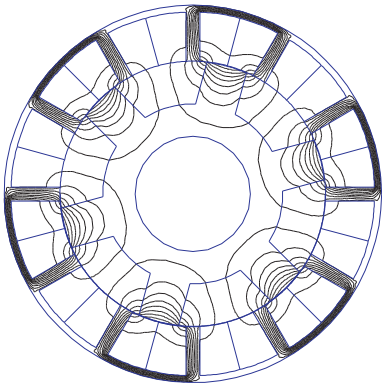
(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe d) : $\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux maximum (Axe d)



(c) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D (dans l'axe q) : $\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$

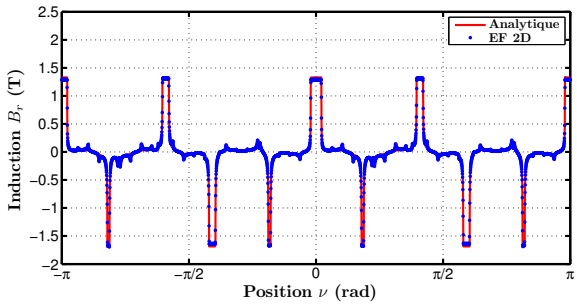


(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-6 plots : Position à flux nul (Axe q)

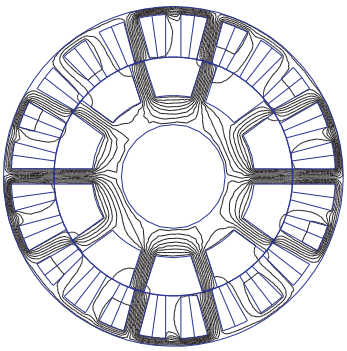
FIGURE 7.17: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure monophasée 12-6 plots pour différentes ouvertures relatives d'encoches statorβ_s et rotor β_r

Sur la Figure 7.17, même chose mais cette fois ci, la dent stator est beaucoup plus fine que la dent rotor. Dans l'axe d, la prédiction reste toujours valide. En revanche, dans l'axe q, même constat que précédemment. Le modèle a des difficultés à prédire avec exactitude le champ d'entrefer. Il faut encore souligner que la géométrie considérée dans cet exemple reste une aberration d'un point de vue électrotechnique. Cependant, il est important de préciser les limitations d'un tel modèle.

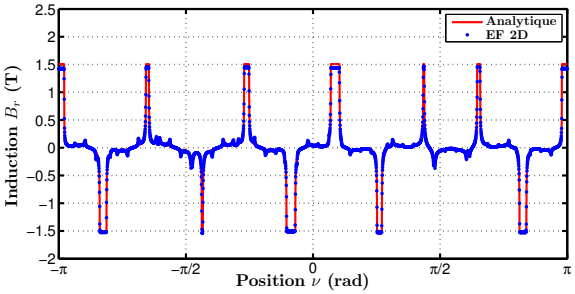
Structures polyphasées Nous abordons le cas plus complexe des structures polyphasées. La complexité ne réside pas dans la modélisation même de ces structures car nous avons déjà proposé des outils avancés permettant de prédire analytiquement le champ d'entrefer. C'est plutôt au niveau du choix de combinaisons de dent stator N_s - rotor N_r que se pose la question. Historiquement, les structures triphasées à aimants permanents ont été proposées et étudiées avec 10 dents rotor. Par la suite, certains auteurs ont proposé de nombreuses études au moyen de simulation EF 2D pour des structures excitées par des aimants. Leur approche est bien souvent itérative, et donc vraie pour la configuration étudiée mais pas pour une autre. Finalement, la question à laquelle nous essayerons d'apporter des réponses dans cette section sera la suivante : *quelles sont les configurations $N_s - N_r$ à commutation de flux présentant un potentiel de conversion d'énergie ?* Sur cette dernière question, très générale, nous mettrons à profit la modélisation analytique que nous avons détaillée jusqu'à présent.



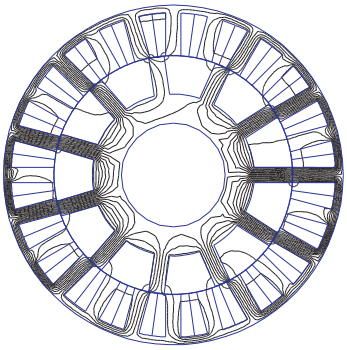
(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$



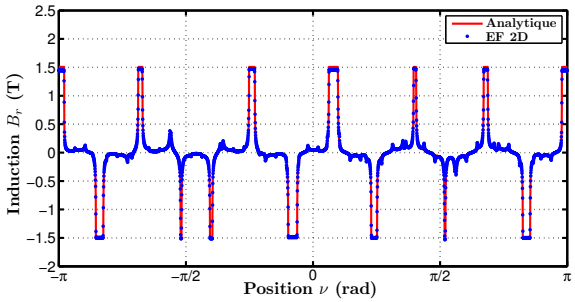
(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-10 plots



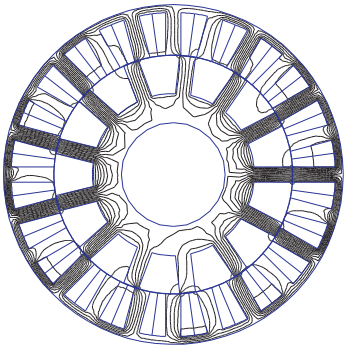
(c) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$



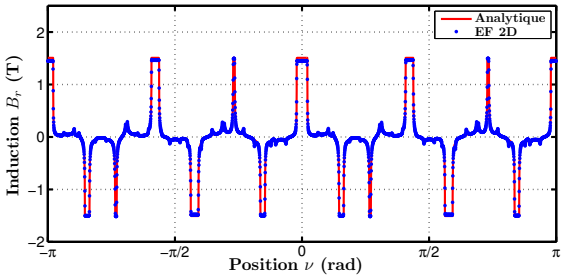
(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-11 plots



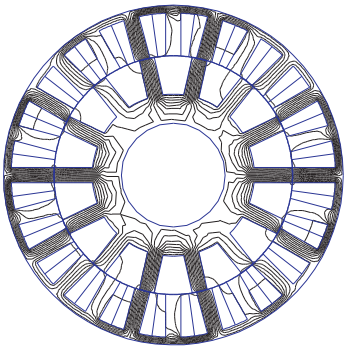
(e) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(f) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-13 plots



(g) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$



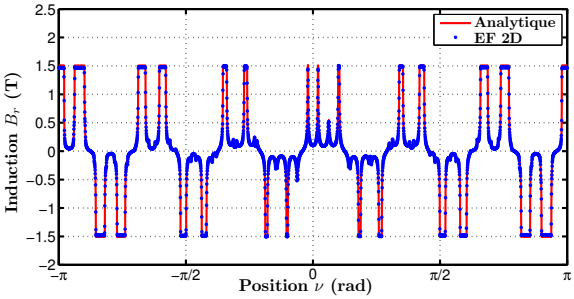
(h) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-14 plots

FIGURE 7.18: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure triphasée avec 24 plots stator et différentes configurations rotoriques

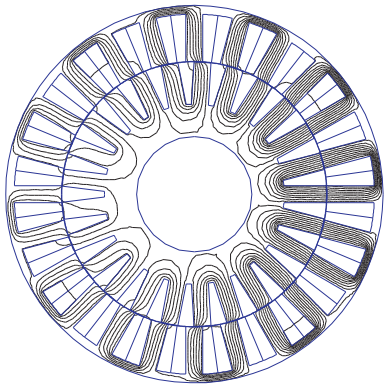
Structures triphasées Nous commençons dans un premier temps par proposer la distribution de l'induction radiale B_r dans l'entrefer de structure triphasée avec respectivement 10, 11, 13 et 14 dents rotoriques (cf. Figure 7.18) . Comme on peut observer, le champ d'entrefer présente un très fort contenu harmonique pour les 4 configurations. Malgré tout, le comparatif entre les prédictions analytiques et EF 2D est très bon, avec un écart maximal de l'ordre de 3% au niveau des pics d'induction.

Pour les configurations avec un nombre de dent rotor N_r pair, le champ d'entrefer est $\pi-$périodique. Par contre, lorsque N_r est impair, la distribution du champ d'entrefer est $2\pi-$périodique. Nous proposons pour la suite l'utilisation de deux coefficients qui nous permettrons de différencier les structures présentant le meilleur potentiel : $\gamma = pgcd(N_s, N_r)$ et n_c. γ fera référence à la périodicité du champ d'entrefer $B_r(\nu, \theta)$, autrement dit $2\pi/\gamma-$périodique. n_c fera référence au nombre de bobines d'une même phase possédant des flux différents. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe 7.3.3.

L'intérêt de l'approche proposée réside aussi dans la capacité à évaluer l'ensemble des combinaisons $N_s - N_r$. La preuve par l'exemple sur la figure suivante avec le champ d'entrefer d'une structure 24-25 plots. Du point de vue de la conversion d'énergie cette structure n'est pas intéressante mais c'est la capacité du modèle à explorer d'autres configurations qu'il faut retenir ici.



(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$

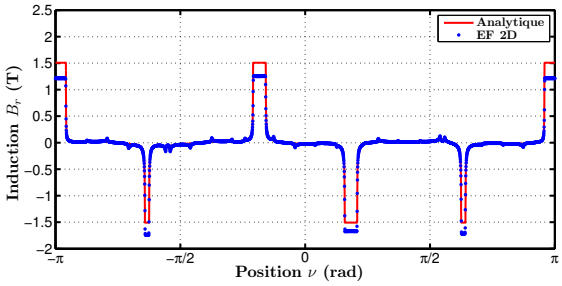


(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-25 plots

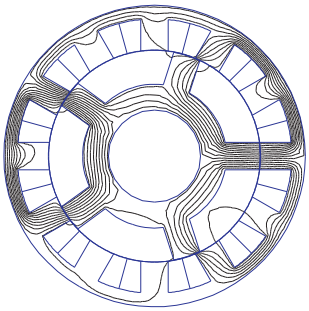
FIGURE 7.19: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure 24-25 plots

Influence du terme ΔV_0 sur la prédiction du champ d'entrefer Nous avons proposé dans le paragraphe une expression modifiée de la FMM. Nous montrerons ici que la négligeance de ce terme entraine une erreur importante sur l'évaluation du champ d'entrefer. Sur les Figures 7.20 et 7.21, nous présentons la distribution avec et sans le terme ΔV_0.

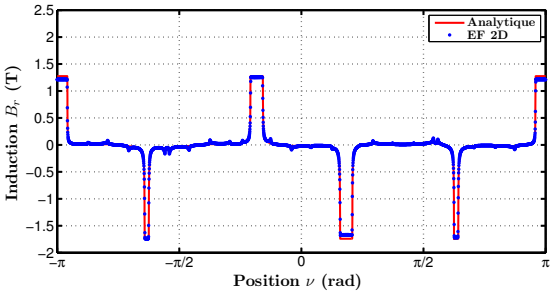
On peut observer que pour certaines configurations (12-5 ou 24-10 plots notamment), l'erreur relative au niveau de l'induction maximum est importante ($\backsimeq$ 10%). Il apparait que l'induction moyenne sur l'ensemble de l'entrefer n'est pas nulle, la conservation du flux d'entrefer n'est donc pas assurée. Cette erreur locale sur l'induction est particulièrement préjudiciable à la détermination des performances à vide. En effet, dans ces structures à commutation, la conversion d'énergie se fait localement (sur une dent stator). Toute erreur sur la prédiction du champ d'entrefer localement entrainera forcement une erreur plus lourde sur l'évaluation du flux d'excitation.



(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement sans le terme ΔV_0 et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$

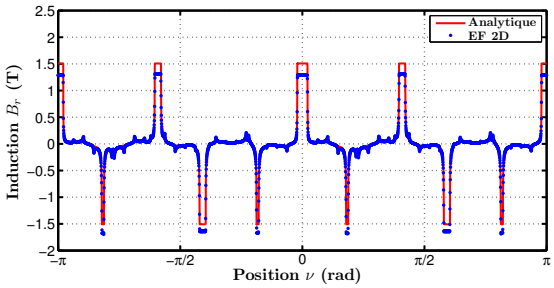


(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 12-5 plots

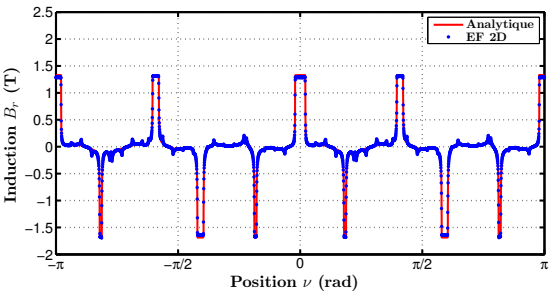


(c) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement avec le terme ΔV_0 et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.20: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure triphasée avec 12-5 avec une force magnétomotrice d'excitation FMM_{exc} définie avec ou sans le terme ΔV_0



(a) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement sans le terme ΔV_0 et par EF 2D pour une structure 12-5 plots : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$



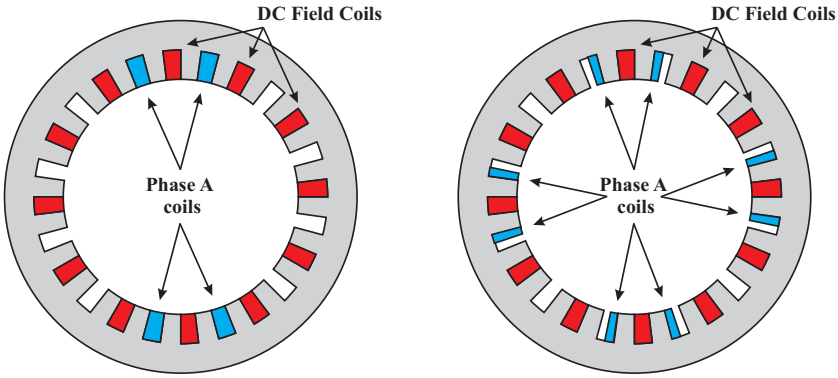
(b) Evolution de l'induction radiale B_r au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement avec le terme ΔV_0 et par EF 2D pour une structure 24-10 plots : $\beta_s = 0.5$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.21: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure triphasée avec 24-10 avec une force magnétomotrice d'excitation FMM_{exc} définie avec ou sans le terme ΔV_0

7.3.3 Détermination des grandeurs intégrales à vide

Maintenant que la prédiction analytique du champ d'entrefer a été validée par EF 2D. Nous proposons dans cette partie de déterminer le flux d'excitation par phase (ou la FEM) sur la base du modèle analytique.

Dans cette partie, nous distinguerons aussi les structures polyphasées avec simple ou double couche (*single-layer* ou *double-layer*). Dans la Figure 7.22, nous rappelons sur une structure possédant 24 dents statoriques la différence entre simple et double couche. Typiquement, dans le cas d'un bobinage simple couche, chaque encoche stator dédiée à l'induit n'abrite qu'une seule phase. Au contrainte, dans le cas d'un bobinage double couche, on retrouve deux phases dans la même encoche.



(a) Simple couche (b) Double couche

FIGURE 7.22: Bobinage simple et double couche pour un stator avec 24 dents

Nous déterminerons le flux de manière analytique par intégration du champ d'entrefer sous le pas de bobinage de l'induit. Le flux par EF 2D sera déterminé par moyennage du potentiel vecteur A sur la surface de l'encoche.

Structures monophasées Nous commençons comme précédemment par les structures monophasées. Dans le cas monophasé, chaque phase bobine embrasse le même flux φ_s. Afin d'évaluer le flux embrassé par chaque bobine, on intègre directement l'induction radiale B_r sur le pas de la spire moyenne. On peut donc écrire que

$$\varphi_s(\theta) = R_e L_a \int_{\frac{\theta_s}{2}}^{\frac{5\theta_s}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu \tag{7.86}$$

dans le cas d'un bobinage simple couche,

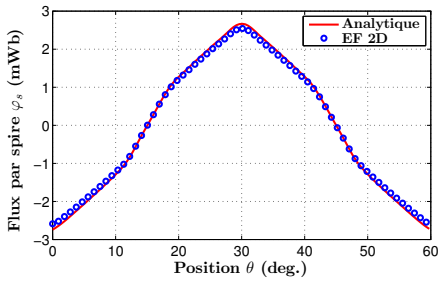
$$\varphi_s(\theta) = R_e L_a \int_{\frac{\theta_s\left(1+\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}}^{\frac{\theta_s\left(5-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu \tag{7.87}$$

dans le cas d'un bobinage double couche. Les flux moyens par spire sont très proches étant donné que dans les configurations monophasées les pas d'intégration sont presque similaires. La force électromotrique est déduite classiquement du flux par dérivation par rapport à θ :

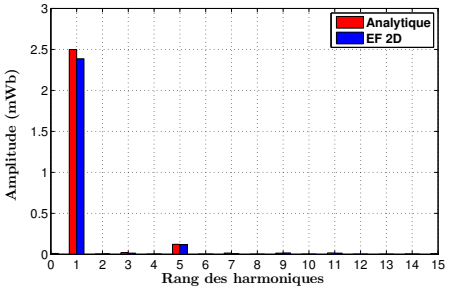
$$E_s = -N_{tsp}\Omega\frac{\pi}{30}\frac{d\varphi_s}{d\theta} \tag{7.88}$$

avec Ω la vitesse de rotation en tr/min.

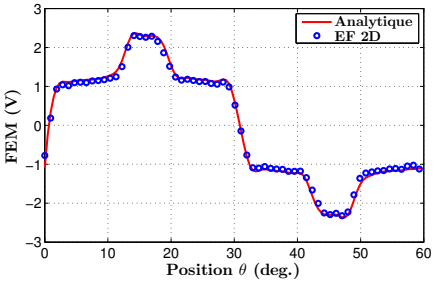
Sur les Figures 7.23 et 7.24, l'évolution du flux moyen par spire et de la FEM en fontion de la position θ sont proposés pour deux configurations monophasés, respectivement $12-6$ et $24-12$.



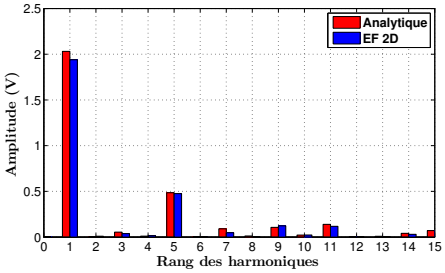
(a) Evolution du flux par phase par spire φ_s calculé analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(b) Décompositions harmoniques du flux φ_s pour la structure 12-6 plots

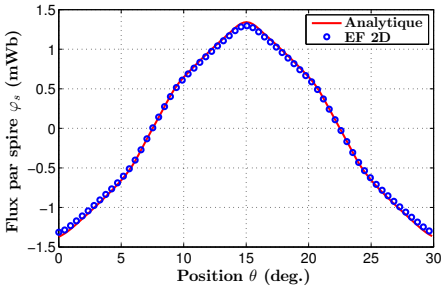


(c) Evolution de la FEM par phase par spire E_s calculé analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$, $NI_{exc} = 1200\,A.tr$ et pour $N = 1300 tr.min^{-1}$

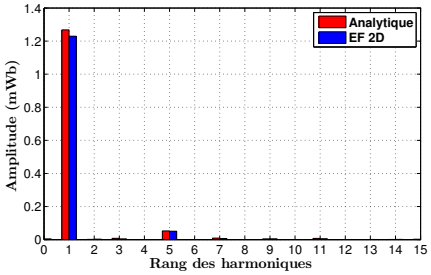


(d) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 12-6 plots

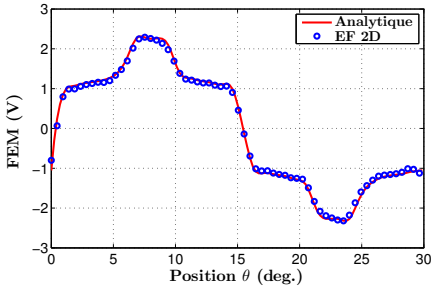
FIGURE 7.23: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure 12-6 plots



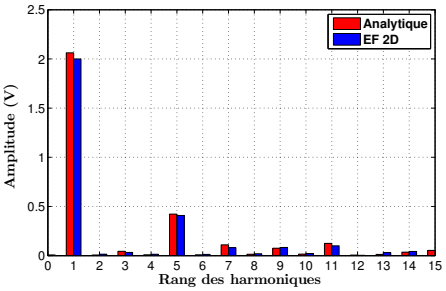
(a) Evolution du flux par phase par spire φ_s calculé analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(b) Décompositions harmoniques du flux φ_s pour la structure 24-12 plots



(c) Evolution de la FEM par phase par spire E_s calculé analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$, $NI_{exc} = 1200\,A.tr$ et pour $N = 1300 tr.min^{-1}$



(d) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 24-12 plots

FIGURE 7.24: Comparatif entre le modèle analytique et EF pour une structure 24-12 plots

Les flux et les FEMs calculés analytiquement et par EF 2D sont en bon accord. Nous proposons une décomposition harmonique pour chacun des signaux obtenus. L'écart sur le fondamental n'excède pas les $3-4\%$. Malgré le fort contenu harmonique, le modèle analytique est capable de restituer fidèlement les résultats EF.

Structures polyphasées Nous abordons maintenant le cas des structures polyphasées (en prenant toujours comme exemple les structures triphasées avec 24 dents stator). Contrairement aux configurations monophasées, le flux embrassé par chaque bobine d'une même phase n'est pas le même. Ce phénomène a été rapporté pour la première fois dans la référence [212] sur une machine MCF à aimants. Par la suite, les expressions générales des flux moyens par spire en fonction de la configuration de bobinage, du nombre de phases q et des coefficients γ et n_c, sont proposées.

Nous nous intéressons par la suite aux configurations respectant l'égalité suivante,

$$N_r = \frac{N_s}{2} \pm \gamma \tag{7.89}$$

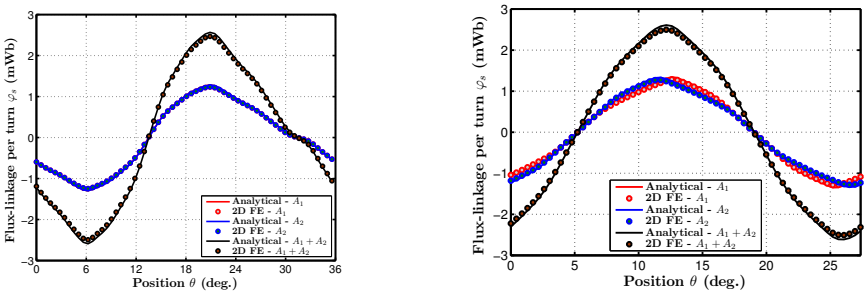
En effet, lors de notre exploration avec le modèle analytique des structures polyphasées, ces configurations nous sont apparues les plus prometteuses en terme de conversion de l'énergie. En revanche, on ne prétend pas que les configurations ne respectant pas cette égalité doivent être systématiquement rejetées.

Configuration simple couche Pour les configurations simple couche possédant $\gamma \geq 2$ et avec $n_c = N_s/4q\gamma$, le flux moyen par spire s'exprime comme dans l'expression 7.86. En effet, cela revient à avoir $n_c = 1$, et donc les flux embrassés par chacune des bobines de la même phase sont identiques.

En ce qui concerne les configurations possédant $\gamma = 1$, $n_c = N_s/4q$ est égal à 2. Le flux moyen par spire peut s'exprimer par,

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{n_c-1} (-1)^i \int_{\frac{\theta_s(1+8qi)}{2}}^{\frac{\theta_s(5+8qi)}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.90}$$

Sur la Figure 7.25, l'évolution du flux par spire φ_s en fonction de la position θ pour deux configurations rotoriques avec $N_r = 10$ et 13 est présentée. Le comparatif entre calcul analytique et EF 2D est là encore bon. L'écart au niveau du flux maximum avoisine les 3% ce qui est tout a fait acceptable. Comme le souligne la Figure 7.25.(b), pour un nombre de dent rotor N_r impair, γ est égal à 1, il faut évaluer le flux sur deux bobines adjacentes (car celui diffère d'une bobine à l'autre). Au contraire, lorsque $\gamma = 2$, seul le flux sur une des bobines de phase est nécéssaire (cf. Figure 7.25.(a)).

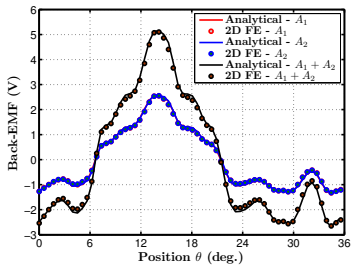


(a) 10 dents rotor - $\gamma = 2$ - $n_c = 1$ (b) 13 dents rotor - $\gamma = 1$ - $n_c = 2$

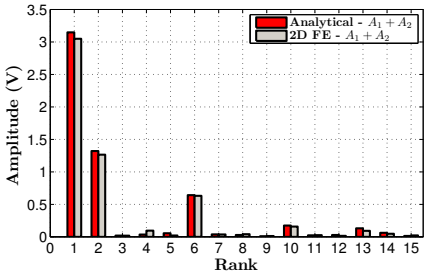
FIGURE 7.25: Comparatif du flux par spire calculé avec le modèle analytique et par EF 2D pour une structure avec 24 dents stator en configuration simple couche : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

Les FEMs (et la décomposition spectrale associée) pour les deux configurations précédentes avec 10 et 13 dents rotor sont proposées à la Figure 7.26. Nous considérons une vitesse de $1300 tr.min^{-1}$. Malgré un contenu

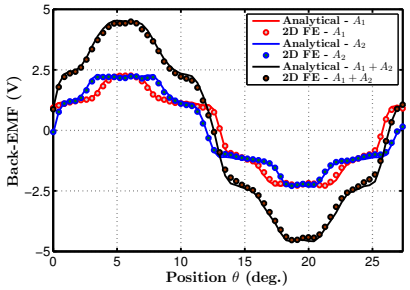
harmonique riche, le modèle reste très fidèle aux EF 2D avec une erreur sur le fondamental de FEM oscillant entre $3-4\%$.



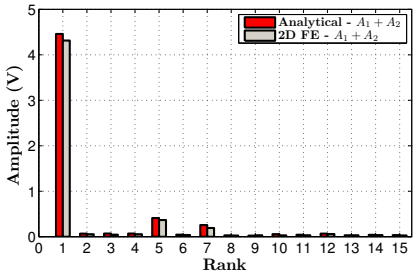
(a) Forme d'onde - 10 dents rotor - $\gamma = 2$ - $n_c = 1$



(b) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 24-10 plots



(c) Forme d'onde - 13 dents rotor - $\gamma = 1$ - $n_c = 2$



(d) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 24-13 plots

FIGURE 7.26: Comparatif de la FEM par spire calculée avec le modèle analytique et par EF 2D pour une structure avec 24 dents stator en configuration simple couche : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$, $NI_{exc} = 1200\,A.tr$ et $N = 1300 tr.min^{-1}$

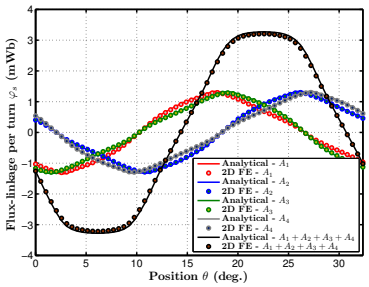
Configuration double couche Dans le cas des configurations en double couche, n_c s'exprime comme $N_s/2q\gamma$. Dans le cas des configurations possédant $\gamma \geq 2$ et $n_c = 2$, le flux moyen par spire peut s'exprimer par

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{n_c-1} \int_{\frac{\theta_s\left(1+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}}^{\frac{\theta_s\left(5+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.91}$$

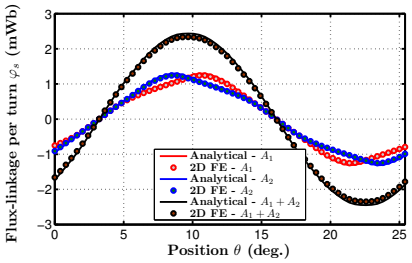
Les configurations possédant $\gamma = 1$ et $n_c = 2$, l'expression précédente permet de déterminer le flux moyen par spire. En revanche, concernant les configurations avec $\gamma = 1$ et $n_c = 4$, le flux moyen par spire peut s'exprimer par

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{\frac{n_c}{2}-1} (-1)^i \int_{\frac{\theta_s\left(1+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}}^{\frac{\theta_s\left(5+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu - \sum_{i=\frac{n_c}{2}}^{n_c-1} (-1)^i \int_{\frac{\theta_s\left(1+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}}^{\frac{\theta_s\left(5+4qi-\frac{\beta_s}{2}\right)}{2}} B_r(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.92}$$

Une fois de plus le modèle analytique se révèle robuste. En effet, que ce soit pour évaluer le flux moyen par spire, Figure 7.27, ou la FEM, Figure 7.28, le comparatif montre une bonne détermination analytique de ces deux quantités. La configuration 24-11 possédent 4 bobines de phases qui embrassent chacune un flux différent ($n_c = 4$). Le flux totalisé dans la phase est malgré tout assez propre, mais l'on peut remarquer que le déphasage important entre les groupes de bobines $A_1 - A_3$ et $A_2_A_4$ est très pénalisant en terme de flux maximum atteint. La FEM obtenue (cf. Figure 7.28.(b)) fait ressortir les harmoniques 3, 5 et 9 plus particulièrement.

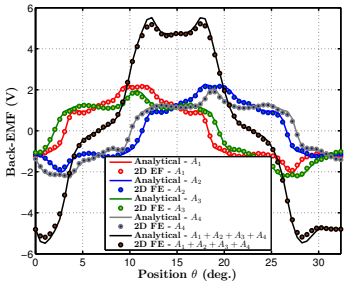


(a) 11 dents rotor - $\gamma = 1$ - $n_c = 4$

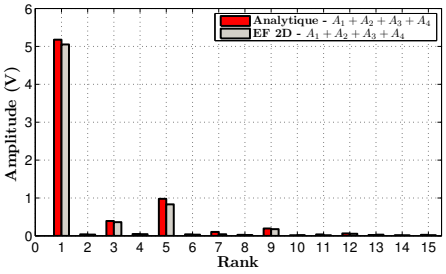


(b) 14 dents rotor - $\gamma = 2$ - $n_c = 2$

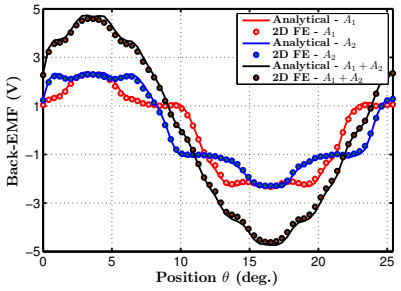
FIGURE 7.27: Comparatif du flux par spire calculé avec le modèle analytique et par EF 2D pour une structure avec 24 dents stator en configuration double couche : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



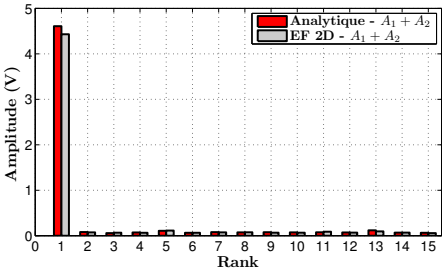
(a) Forme d'onde - 11 dents rotor - $\gamma = 1$ - $n_c = 4$



(b) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 24-11 plots



(c) Forme d'onde - 14 dents rotor - $\gamma = 2$ - $n_c = 2$



(d) Décompositions harmoniques de la FEM E_s pour la structure 24-14 plots

FIGURE 7.28: Comparatif de la FEM par spire calculée avec le modèle analytique et par EF 2D pour une structure avec 24 dents stator en configuration double couche : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$, $NI_{exc} = 1200\,A.tr$ et $N = 1300 tr.min^{-1}$

Quid du comportement harmonique de ces structures ? Sur l'ensemble des configurations que nous avons étudiées jusqu'alors, nous avons oublié de mettre en évidence un phénomène particulièrement intéressant. Les configurations possédant $n_c \geq 2$ présentent bien souvent des flux sur les bobines indépendantes avec un fort contenu harmonique et surtout dissymétriques. Cela signifie que l'on retrouve des harmoniques paires sur le spectre de ces dernières. En revanche, le flux totalisé est lui symétrique avec moins d'harmoniques.

Afin de mettre en évidence cette observation, nous reviendrons sur le flux présenté à la Figure 7.27.(b) (ou encore la FEM de la Figure 7.28.(c)). On peut remarquer que le spectre de la FEM est particulièrement propre. Nous proposons à la Figure 7.29 le spectre du flux de chaque bobine (A_1 et A_2) ainsi que du flux totalisé ($A_1 + A_2$). On retrouve des harmoniques de rang 2 et 4 sur le spectre des bobines indépendantes. En revanche, le flux totalisé est symétrique avec les harmoniques 2 et 4 nuls. Finalement, les spectres de rang pair se compensent mutuellement entre bobines indépendantes.

Aussi, il est nécéssaire d'expliquer pourquoi le flux de chaque bobine indépendante n'est pas le même. Ce

phénomène est propre au structures à commutation de flux. La raison est purement géométrique. Lorsque l'on atteint le flux maximum sur la bobine A_2, la position relative entre la dent stator et rotor sur la cellule de commutation de la bobine à A_2 n'est pas la même que celle pour la bobine A_1. Le flux maximum n'est donc pas atteint pour la même position rotorique θ sur les deux bobines (A_1 et A_2). On pourrait introduire les notions d'axe d locaux, propres aux cellules de commutation (ou aux bobines indépendantes) et l'axe d classique (position à flux maximum sur la phase entière).

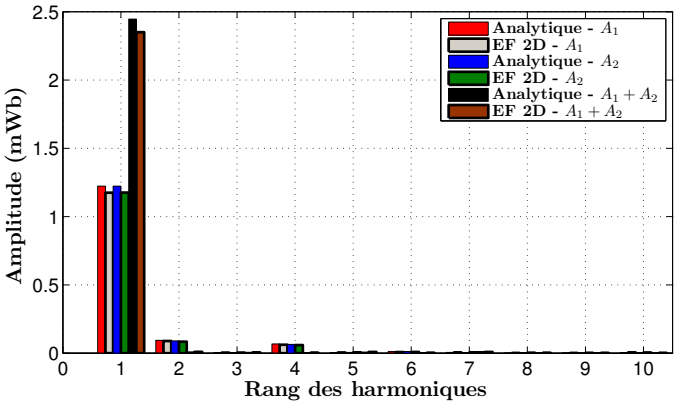


FIGURE 7.29: Décomposition harmonique du flux par spire de la configuration 24 - 14 présenté à la Figure 7.27.(b)

Calcul de la force magnétique radiale $\vec{F_r}$ Nous explorons un dernier point par l'intermédiaire de notre modèle analytique. Les forces magnétiques radiales dans l'entrefer, si elles ne sont pas compensées, peuvent créer un balourd magnétique. Ce dernier point est particulièrement intéressant à étudier car il peut engendrer beaucoup de vibrations et de bruit acoustique d'origine magnétique.

La pression magnétique radiale $\vec{P_r}$ va s'exprimer classiquement (tenseur de Maxwell ou méthode des travaux virtuels) à partir de la composante radiale de l'induction magnétiqueB_r et de la composante tangentielle du champ magnétique H_t

$$\vec{P_r} = \frac{B_n^2 \left(\frac{\mu_f - 1}{\mu_0 \mu_f}\right) - H_t^2 \left(\mu_0 \left(1 - \mu_f\right)\right)}{2} \tag{7.93}$$

La composante tangentielle H_t peut être négligée étant donné que la perméabilité relative du fer μ_f est très grande devant celle de l'air. Cela nous arrange car le modèle analytique que nous avons développé permet uniquement de remonter à la composante radiale de l'induction B_r. L'expression 7.93 peut se simplifier sous la forme

$$\vec{P_r} \approx \frac{B_n^2}{2\mu_0} \tag{7.94}$$

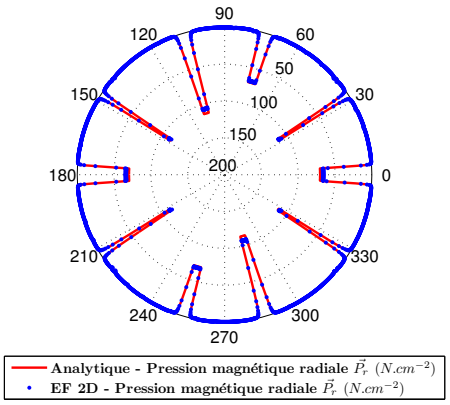
A partir de l'expression de la pression magnétique, on peut évaluer la force magnétique totale qui s'exerce sur le rotor, et ceux pour différentes positions de ce dernier. Les forces résultantes dans l'entrefer (pour chaque position ν) peuvent se décomposer suivant les axes x et y comme suit

$$\begin{cases} F_x\left(\theta\right) = R_e L_a \int_0^{2\pi} \left(\frac{-B_r^2}{2\mu_0}\right) \cos\left(\nu\right) d\nu \\ F_y\left(\theta\right) = R_e L_a \int_0^{2\pi} \left(\frac{-B_r^2}{2\mu_0}\right) \sin\left(\nu\right) d\nu \end{cases} \tag{7.95}$$

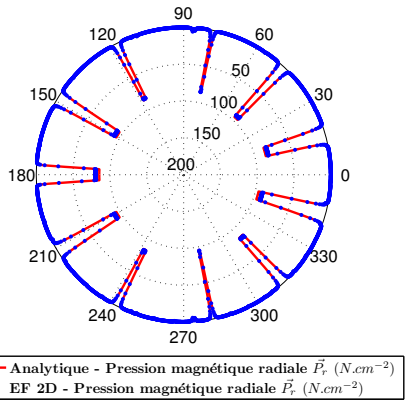
Nous proposons dans un premier temps une représentation en coordonnées polaires de la pression magnétique déterminée par EF 2D et analytiquement sur la Figure 7.30. La distribution obtenue par le modèle analytique,

et l'amplitude de la pression magnétique sont en bon accord avec les simulations EF 2D (environ 6% d'écart au niveau des pics de pression). Nous avons réalisé l'étude sur des structures triphasées avec 24 dents stator et des configurations de rotor variables (10, 11, 13 et 14 dents rotor) double couche.

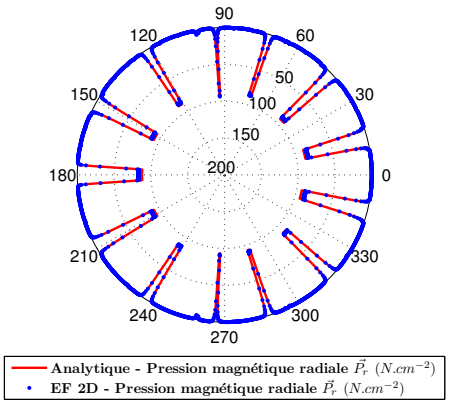
Il est intéressant de remarquer que les configurations avec $\gamma = 1$ (11 et 13 dents rotor) ne présentent pas des distributions de pression magnétique symétriques. Au contraire, pour les configurations avec 10 et 14 dents au rotor, les distributions de pression magnétique sont symétriques.



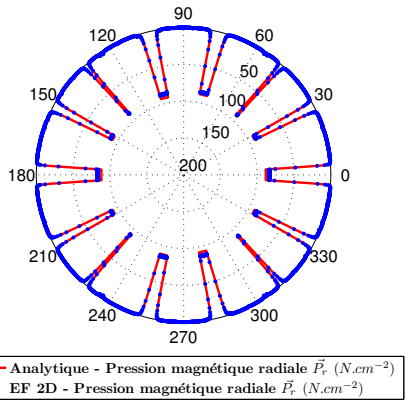
(a) Pression magnétique radiale $\vec{P}_r$ pour une structure 24-10 plots calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(b) Pression magnétique radiale $\vec{P}_r$ pour une structure 24-11 plots calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(c) Pression magnétique radiale $\vec{P}_r$ pour une structure 24-13 plots calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

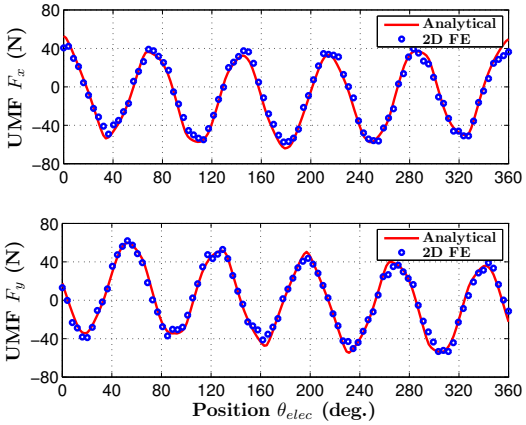


(d) Pression magnétique radiale $\vec{P}_r$ pour une structure 24-14 plots calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

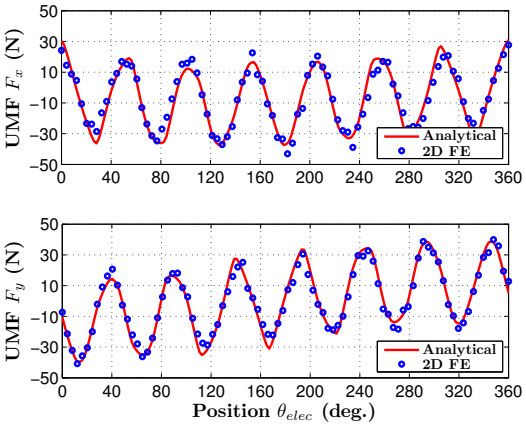
FIGURE 7.30: Evaluation de la pression magnétique radiale $\vec{P}_r(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour différentes structures triphasées (24 plots statoriques) à une position θ fixe du rotor

Ce sont donc les configurations (24-11 et 34-13) qui sont susceptibles de présenter des forces magnétiques non-compensées (ou *UMF* pour *Unbalanced Magnetic Forces*). D'ailleurs, à partir de l'expression 7.95, on a pu déterminer l'évolution des composantes F_x et F_y en fonction de la position électrique θ_{elec}. Sur la Figure 7.31, on représente F_x et F_y pour les rotors 11 et 13 dents [5].

5. Les configurations 10 et 14 dents ne sont pas représentées car l'intégrale est nulle, on obtient seulement une erreur numérique.



(a) Structure 24-11 : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(b) Structure 24-13 : $\beta_s = 0.6$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

FIGURE 7.31: Evaluation des forces magnétiques non-compensées avec le modèle analytique et EF pour une structure avec 24 dents stator et en fonction de la position électrique θ_{elec}

La distribution analytique est relativement fidèle et permet de bien évaluer l'évolution des forces F_x et F_y. On peut observer qu'effectivement ces forces sont non négligeables, atteignant par moment $50N.m$. Lors du choix d'une structure, il faudra donc privilégier des topologies avec peu ou pas d'UMF.

7.4 Prédiction analytique du champ de réaction magnétique d'induit

Nous aborderons maintenant le calcul du champ de réaction magnétique d'induit. Pour ce faire, nous nous appuierons sur les explorations réalisées à vide pour déduire la distribution des bobinages d'induit pour des configurations simple ou double couche. Là encore, on ne prétend pas qu'il s'agisse des seules configurations de bobinages possibles. Il s'agit de configurations qui sont revenues régulièrement dans notre étude, ce qui nous a permis de généraliser à q phases.

Dans la suite, nous proposerons systématiquement l'expression générale des forces magnétomotrices d'une phase de l'induit sous forme de série de Fourier. Aussi, la fonction de perméance utilisée afin de déterminer le champ d'entrefer sera la fonction de perméance formelle que nous avons détaillé dans le paragraphe 7.2.2.

7.4.1 Forces magnétomotrices créées par les bobinages d'induit

Configuration simple couche Sur la Figure 7.32, nous proposons les deux configurations de bobinage simple couche (avec la FMM d'induit associée) que nous avons pu déterminer à partir des résultats à vide. Nous nous

concentrerons dans un premier temps sur la configuration proposée à la Figure 7.32.(a). Cette configuration de bobinage simple couche correspond aux cas où $\gamma \geq 2$ avec $n_c = N_s/4q\gamma$. Cette FMM peut être définie sur l'intervalle $[0; 4q\theta_s]$ comme

$$FMM_q(\nu) = \begin{cases} \frac{N_{sq}I_q}{2} - \delta_0 & ,\forall\nu \in \left[0; \left(1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{-N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}(\nu - \theta_s) - \delta_0 & ,\forall\nu \in \left[\left(1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{-N_{sq}I_q}{2} - \delta_0 & ,\forall\nu \in \left[\left(1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(4q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{N_{sq}I_q(\nu - (4q-1)\theta_s)}{\beta_s\theta_s} - \delta_0 & ,\forall\nu \in \left[\left(4q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(4q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{N_{sq}I_q}{2} - \delta_0 & ,\forall\nu \in \left[\left(4q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; 4q\theta_s\right] \end{cases} \tag{7.96}$$

avec

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{1}{T}\int_0^{4q\theta_s} FMM_q(\nu, \delta_0 = 0)\, d\nu \\ &= \frac{N_{sq}I_q}{2}\left(\frac{1-q}{q}\right) \end{aligned} \tag{7.97}$$

En exprimant la fonction par parties ci-dessus sous forme d'une série de Fourier, nous arrivons au résultat suivant,

$$FMM_q(\nu) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos\left(n\frac{N_s}{4q}\nu\right) \tag{7.98}$$

avec

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T}\int_0^{4q\theta_s} FMM_q(\nu)\cos\left(n\frac{N_s}{4q}\nu\right) d\nu \\ &= \frac{8qN_{sq}I_q}{\beta_s(n\pi)^2}\left\{\sin\left(n\frac{2\pi}{q}\right)\sin\left(n\frac{\pi\beta_s}{4q}\right)\right\} \end{aligned} \tag{7.99}$$

Le même calcul est appliquée à la FMM décrite à la Figure 7.32.(b) où $\gamma = 1$ avec $n_c = 2$. En effet, la fonction par parties peut s'exprimer par

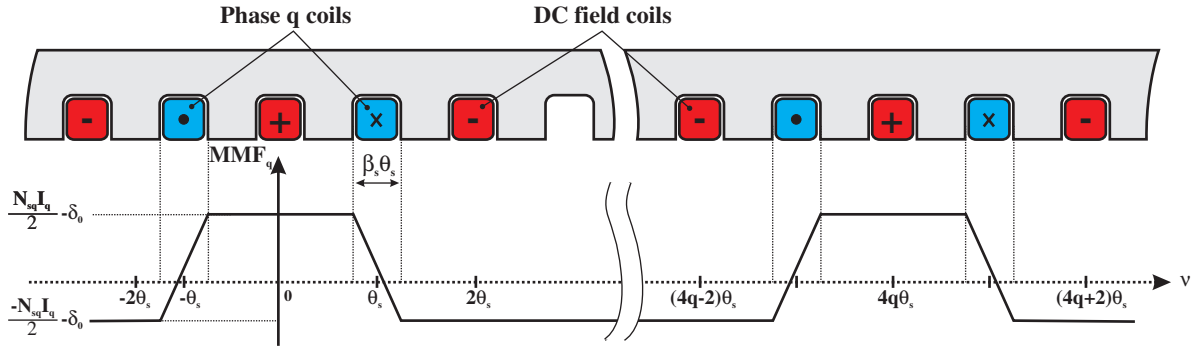
$$FMM_q(\nu) = \begin{cases} 0 & ,\forall\nu \in \left[0; \left(2q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \left(2q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) & ,\forall\nu \in \left[\left(2q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(2q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ N_{sq}I_q & ,\forall\nu \in \left[\left(2q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(2q + 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{-N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \left(2q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) & ,\forall\nu \in \left[\left(2q + 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(2q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ 0 & ,\forall\nu \in \left[\left(2q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(6q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{-N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \left(6q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) & ,\forall\nu \in \left[\left(6q - 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(6q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ -N_{sq}I_q & ,\forall\nu \in \left[\left(6q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(6q + 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \left(6q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) & ,\forall\nu \in \left[\left(6q + 1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \left(6q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ 0 & ,\forall\nu \in \left[\left(6q + 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; 2\pi\right] \end{cases} \tag{7.100}$$

Comme précédemment, la fonction par parties définie ci-avant peut être mise sous forme d'une série de Fourier sur l'intervalle $[0; 2\pi]$

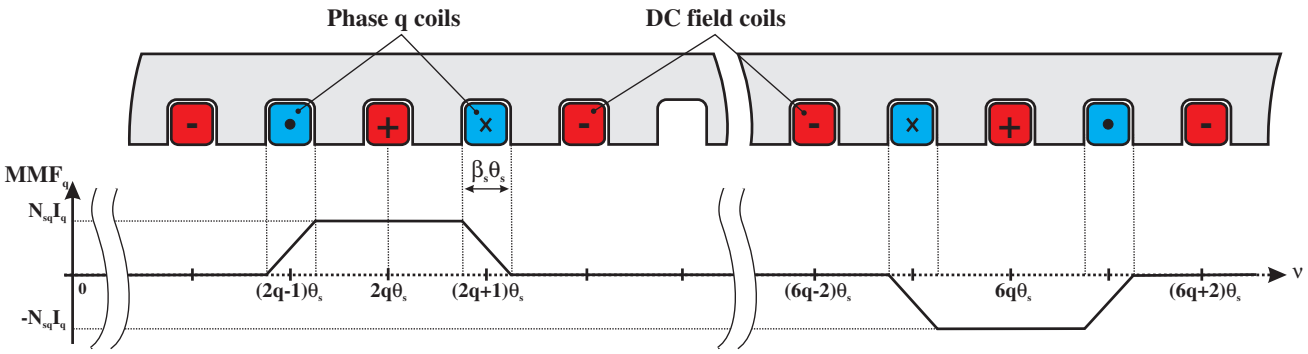
$$FFM_q(\nu) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\nu) \tag{7.101}$$

avec :

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T}\int_0^{2\pi} FFM_q(\nu)\sin(n\nu)\,d\nu \\ &= \frac{2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s\pi n^2}\left\{\begin{array}{c} \sin\left(n\left(2q+1+\frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right)-\sin\left(n2q+1\theta_s\right) \\ +\sin\left(n\left(6q-1+\frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right)-\sin\left(n\left(6q-1\right)\theta_s\right) \end{array}\right\} \end{aligned} \tag{7.102}$$



(a) $\gamma \geq 2$



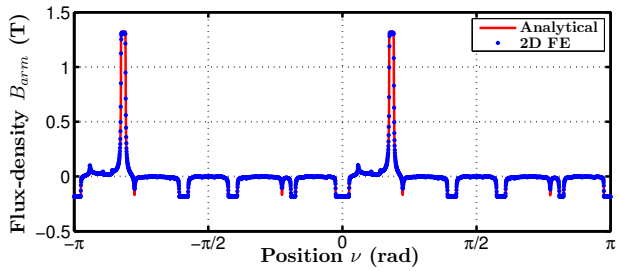
(b) $\gamma = 1$ et avec $n_c = 2$

FIGURE 7.32: Force magnétomotrice créée par les bobinages d'induit pour une configuration simple couche

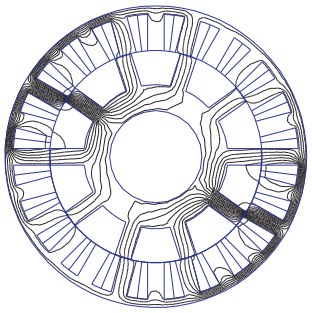
Validation par EF 2D des champs de réaction d'induit dans les structures en configuration simple couche Nous proposons dans ce paragraphe de valider le modèle analytique de réaction d'induit sur les deux configurations de bobinage simple couche évoquées dans le paragraphe précédent. Nous considèrerons pour toute cette partie dédiée au calcul du champ de réaction d'induit que les ampère.tours $N_{sq}I_q$ sont de $600A.tr$.

Sur la Figure 7.33, les champs de réaction d'induit d'une structure triphasée simple couche avec 10 ou 14 dents rotor ($\gamma = 2$) sont proposés. Seul la phase 1 est alimentée. On peut observer que les distributions obtenues sont $\pi-$périodiques, et que les résultats analytiques et EF 2D sont en bon accord. L'écart relatif sur le pic de réaction d'induit est de l'ordre de 2%. On observe clairement l'influence de la double saillance sur le champ de réaction d'induit qui introduit un très fort contenu harmonique.

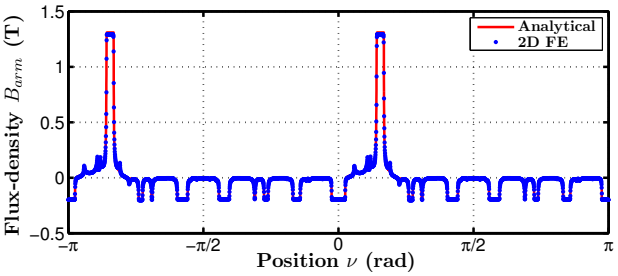
Nous avons aussi validé le modèle sur des configurations possédant $\gamma = 1$, toujours en simple couche. Les résultats sont proposés à la Figure 7.34. Il s'agit de deux structures 24-11 et 24-13, avec donc un nombre de dents rotoriques impairs. Le modèle analytique que nous avons développé nous permet de prédire assez fidèlement le champ d'entrefer. Cela étant, on peut remarquer que certaines lignes de champs qui fuitent ne peuvent être prises en compte par cette approche de modélisation. L'erreur relative sur le pics d'induction ne dépasse pas les



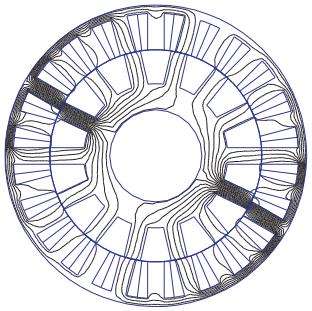
(a) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-10 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-10

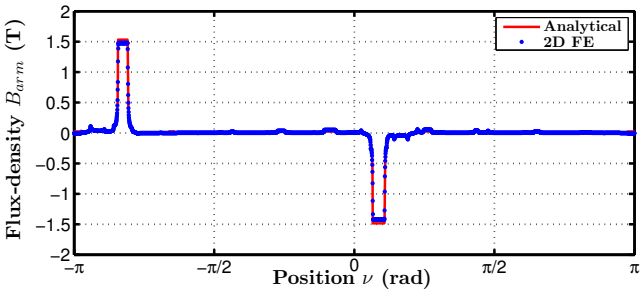


(c) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-14 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

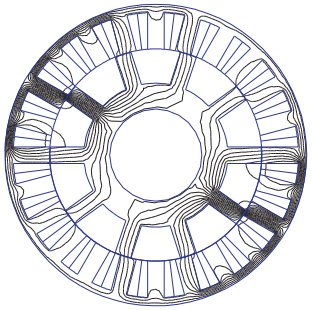


(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-14

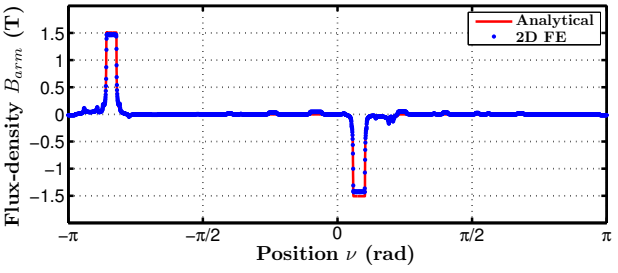
FIGURE 7.33: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure monophasée avec 24 dents stator et $\gamma = 2$



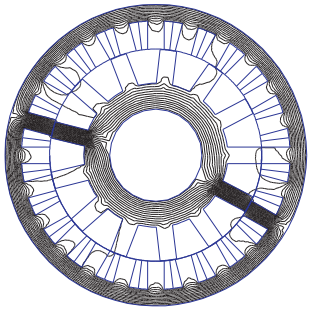
(a) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-11 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-11

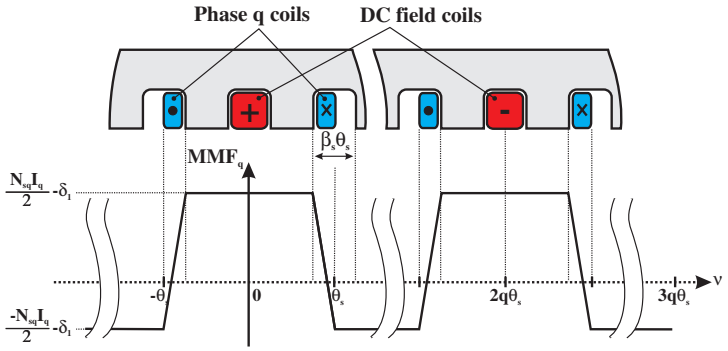


(c) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-13 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

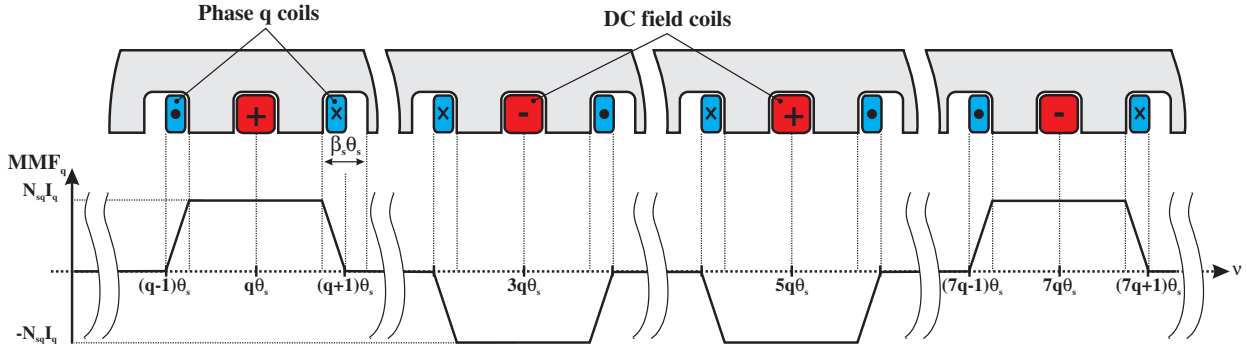


(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-13

FIGURE 7.34: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure monophasée avec 24 dents stator, $\gamma = 1$ et $n_c = 2$



(a) $\gamma \geq 2$ ou $\gamma = 1$ avec $n_c = 2$



(b) $\gamma = 1$ avec $n_c = 4$

FIGURE 7.35: Force magnétomotrice créée par les bobinages d'induit pour une configuration double couche

4% ce qui reste raisonnable.

Il faut remarquer aussi que dans le cas des configurations avec $\gamma = 1$, les pics d'induction atteints sont généralement plus importants que dans le cas où $\gamma = 2$. Cela sous-entend une réaction magnétique d'induit plus importante et donc des performances en charge plus faibles.

Configuration douche couche Nous nous intéressons maintenant aux configurations de bobinage double couche. Sur la Figure 7.35, deux distributions de bobinages que nous avons retenues, toujours après une analyse à vide de diverses structures.

Nous proposons, dans un premier temps, une expression de la FMM créée par la distribution de bobinage présentée à la Figure 7.35.(a). La fonction par partie peut être définie sur l'intervalle $[0; 2q\theta_s]$ comme suit

$$FMM_q(\nu) = \begin{cases} \frac{N_{sq}I_q}{2} - \delta_1 & ,\forall \nu \in \left[0; \left(1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{-2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \theta_s\left(1 - \frac{\beta_s}{4}\right)\right) - \delta_1 & ,\forall \nu \in \left[\left(1 - \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; \theta_s\right] \\ \frac{-N_{sq}I_q}{2} - \delta_1 & ,\forall \nu \in \left[\theta_s; (2q-1)\,\theta_s\right] \\ \frac{2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}\left(\nu - \theta_s\left(2q - 1 + \frac{\beta_s}{4}\right)\right) - \delta_1 & ,\forall \nu \in \left[(2q-1)\,\theta_s; \left(2q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right] \\ \frac{N_{sq}I_q}{2} - \delta_1 & ,\forall \nu \in \left[\left(2q - 1 + \frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s; 2q\theta_s\right] \end{cases} \tag{7.103}$$

avec

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{1}{T}\int_0^{2q\theta_s} FMM_q\left(\nu, \delta_1 = 0\right) d\nu \\ &= \frac{N_{sq}I_q}{2}\left(1 - \frac{\beta_s}{4} - \frac{q}{2}\right) \end{aligned} \tag{7.104}$$

Le développement en série de Fourier de la fonction précédente devient

$$FMM_q(\nu) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos\left(n\frac{N_s}{2q}\nu\right) \tag{7.105}$$

avec :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T}\int_0^{2q\theta_s} FFM_q(\nu)\cos\left(n\frac{N_s}{2q}\nu\right)d\nu \\ &= \frac{4qN_{sq}I_q}{\beta_s(n\pi)^2}\left\{\cos\left(n\frac{\pi}{q}\left(1-\frac{\beta_s}{2}\right)\right)-\cos\left(n\frac{\pi}{q}\right)\right\} \end{aligned} \tag{7.106}$$

Nous opérons le même calcul pour la FMM définie à la Figure 7.35.(b). Il s'agit des configurations possédant $\gamma = 1$ et $n_c = 4$. La fonction peut se définir par partie comme

$$FMM_q(\nu) = \begin{cases} 0 & ,\forall\nu \in [0;\theta_s(q-1)] \\ \frac{2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}(\theta-\theta_s(q-1)) & ,\forall\nu \in \left[\theta_s(q-1);\theta_s\left(q-1+\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ N_{sq}I_q & ,\forall\nu \in \left[\theta_s\left(q-1+\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s\left(q+1-\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ \frac{-2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}(\theta-\theta_s(q+1)) & ,\forall\nu \in \left[\theta_s\left(q+1-\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s(q+1)\right] \\ 0 & ,\forall\nu \in [\theta_s(q+1);\theta_s(3q-1)] \\ \frac{-2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}(\theta-\theta_s(3q-1)) & ,\forall\nu \in \left[\theta_s(3q-1);\theta_s\left(3q-1+\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ -N_{sq}I_q & ,\forall\nu \in \left[\theta_s\left(3q-1+\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s\left(3q+1-\frac{\beta_s}{2}\right)\right] \\ \frac{2N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s}(\theta-\theta_s(3q+1)) & ,\forall\nu \in \left[\theta_s\left(3q+1-\frac{\beta_s}{2}\right);\theta_s(3q+1)\right] \\ 0 & ,\forall\nu \in \left[\theta_s(3q+1);\frac{\pi}{\gamma}\right] \end{cases} \tag{7.107}$$

L'extension de cette fonction sous la forme d'une série de Fourier nous amène à écrire,

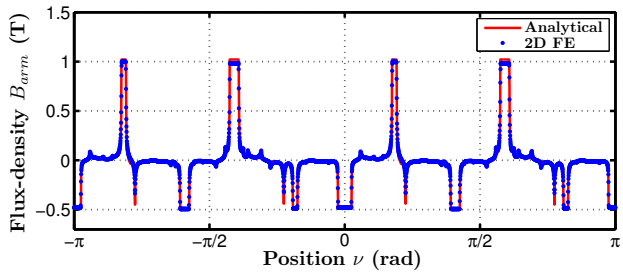
$$FMM_q(\nu) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n\cos(n\nu) \tag{7.108}$$

avec

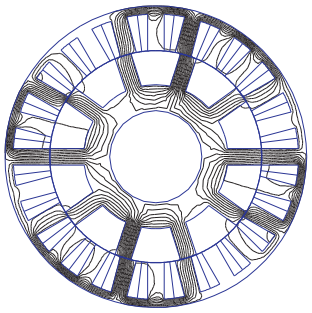
$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T}\int_0^{2\pi} FFM_q(\nu)\cos(n\nu)\,d\nu \\ &= \frac{4N_{sq}I_q}{\beta_s\theta_s\pi\gamma n^2}\left\{\begin{array}{c} \cos\left(n\left(q-1+\frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right)-\cos(n(q-1)\theta_s) \\ +\cos\left(n\gamma\theta_s\left(q+1+\frac{\beta_s}{2}\right)\right)-\cos(n(q+1)\theta_s) \\ +\cos(n(3q-1)\theta_s)-\cos\left(n\left(3q-1+\frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) \\ +\cos(n(3q+1)\theta_s)-\cos\left(n\left(3q+1-\frac{\beta_s}{2}\right)\theta_s\right) \end{array}\right\} \end{aligned} \tag{7.109}$$

Validation par EF 2D des champs de réaction d'induit dans les structures en configuration double couche Nous validons maintenant par EF 2D les prédictions analytiques du champ de réaction d'induit pour les configurations double couche que nous avons présenté dans le paragraphe précédent. Nous considérons toujours une force magnétomotrice de $600A.tr$ avec uniquement la phase 1 qui est alimentée.

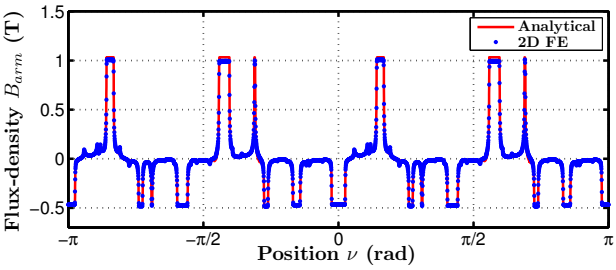
Nous commencerons avec les configurations possédant 10 et 14 dents rotor ($\gamma = 2$), présentées à la Figure 7.36. Les prédictions analytiques sont en très bon accord avec les simulations EF 2D, avec un écart au niveau des



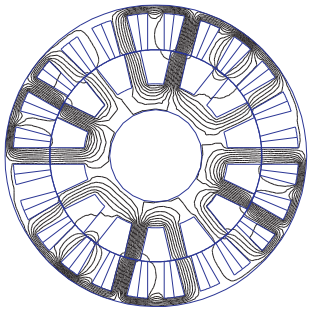
(a) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-10 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-10

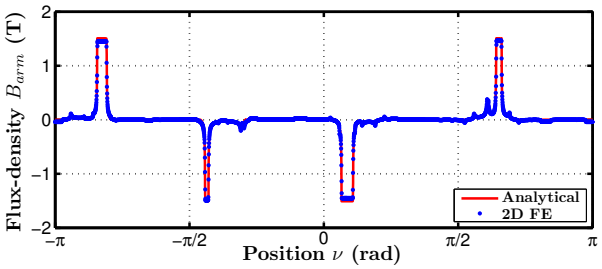


(c) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-14 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

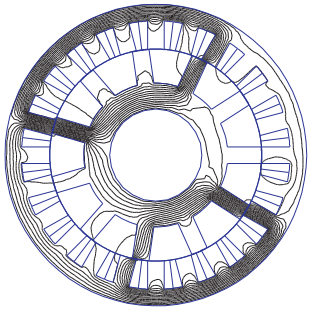


(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-14

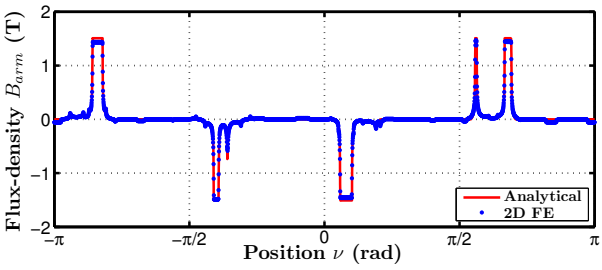
FIGURE 7.36: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure monophasée avec 24 dents stator et $\gamma = 2$



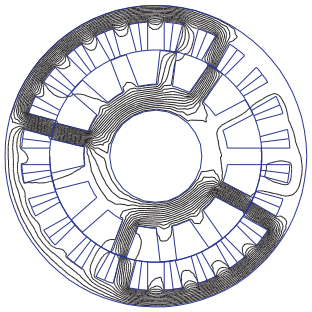
(a) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-11 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-11



(c) Evolution de l'induction radiale $B_r(\nu,\theta)\,|_{r=R_e}$ au niveau de l'entrefer moyen ($r = \frac{D_{al}-e}{2}$) calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-13 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(d) Lignes équipotentielles du potentiel vecteur A dans la structure 24-14

FIGURE 7.37: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure monophasée avec 24 dents stator et $\gamma = 1$ (avec $n_c = 4$)

pics d'induction de l'ordre de 2% au maximum. Comme précédemment, le champ de réaction d'induit possède un fort contenu harmonique.

Concernant, les distributions à la Figure 7.37, elles correspondent respectivement à des rotors de 11 et 13 dents ($\gamma = 1$). La prédiction analytique est une fois de plus fidèle (3% d'erreur au niveau des pics). Il faut remarquer que les pics d'induction sont très localisés pour ces deux dernières structures. Cela signifie que les lignes de champ (cf. Figures 7.37.(b) ou (d)) se rebouclent uniquement par la phase 1. Ces structures ne possèdent donc pas ou peu de mutuelles inductances. Dans la section suivante où nous calculerons les inductances de ces structures, nous mettrons en évidence directement ce phénomène.

Une dernière remarque vient en ce qui concerne les pics d'induction atteints. Comme dans le cas de la configuration simple couche, on peut observer que les configurations avec $\gamma = 1$ possèdent des pics d'induction locaux plus importants que pour les configurations avec $\gamma = 2$. La réaction d'induit devrait donc être plus grande.

Aussi, il est intéressant de comparer les structures avec $\gamma = 2$ en simple ou double couche. On peut observer que les pics d'induction atteints pour les configurations double couche sont plus faibles que pour les configurations simple couche ($1T$ contre $1.3T$). Les performances en charge devraient donc être meilleures dans le cas de configurations double couche.

7.4.2 Détermination des inductances propres et mutuelles

Maintenant que nous avons démontré que le modèle était capable de déterminer assez fidèlement le champ de réaction d'induit, il est possible de déterminer les inductances propres et mutuelles. Ce sera l'occasion pour nous de valider le fait que certaines structures ne possèdent pas de mutuelles inductances.

Aussi, quand on parle du calcul des inductances dans la machine, en général, on distingue l'inductance d'entrefer, qui comme son nom l'indique correspond au flux traversant l'entrefer, et l'inductance de fuite d'encoche. On pourrait aussi rajouter l'inductance des têtes de bobines. Ces deux dernières valeurs sont utiles lorsque l'on souhaite remonter de la tension interne de la machine à la tension aux bornes. De nombreuses références traitent de manière analytique la détermination des inductances d'encoches [131] ou des têtes de bobines (par la méthode des images) [101][184].

Nous nous concentrerons donc sur la détermination analytique de l'inductance d'entrefer en tenant compte du nombre de phases q et des configurations de bobinage comme précédemment. L'inductance d'entrefer est déterminée par intégration du champ d'entrefer sur le pas moyen de la bobine. L'inductance propre se définit comme

$$L_s(\theta) = N_{tpp} \frac{\varphi_s(\theta)}{I_q} \tag{7.110}$$

et l'inductance mutuelle comme

$$M_k(\theta) = N_{tpp} \frac{\varphi_k(\theta)}{I_q} \tag{7.111}$$

avec N_{tpp} le nombre de tours en série par phase, φ_s le flux propre de la bobine alimentée et φ_k le flux embrassé par les bobines adjacentes ($k \in [1; q-1]$). Dans la suite nous détaillerons donc le calcul des termes $\varphi_s$et φ_k pour les différentes configurations que nous avons évoqué dans les paragraphes précédent. Nous noterons le champ de réaction d'induit B_{arm} dans la suite de cette section.

Configuration simple couche Dans le cas des configurations simple couche avec $\gamma \geq 2$, le flux propre peut s'exprimer par

$$\varphi_k(\theta) = R_e L_a \int_{-\theta_s}^{\theta_s} B_{arm}(\nu, \theta) d\nu \tag{7.112}$$

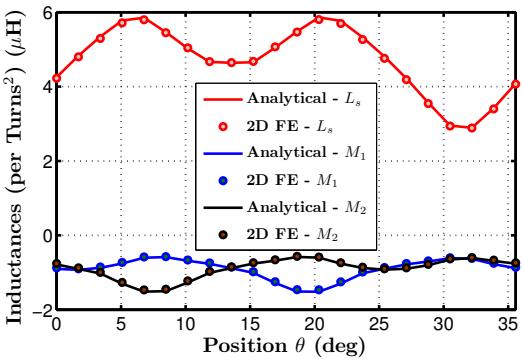
alors que le flux embrassé par les bobines adjacentes peut lui s'exprimer comme,

$$\varphi_m(\theta) = R_e L_a \int_{(4k-1)\theta_s}^{(4k+1)\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta)d\nu \tag{7.113}$$

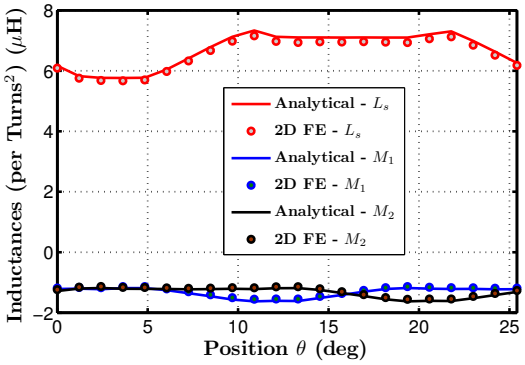
Concernant les configurations possédant $\gamma = 1$ et $n_c = 2$, le flux propre se trouve être

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c}\left\{\sum_{i=0}^{n_c-1}(-1)^i \int_{(2q(1+2i)-1)\theta_s}^{(2q(1+2i)+1)\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta)d\nu\right\} \tag{7.114}$$

en revanche, l'expression des inductances mutuelles n'est pas détaillée car elles sont nulles.

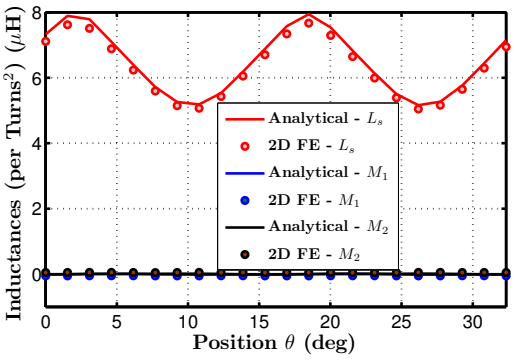


(a) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-10 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

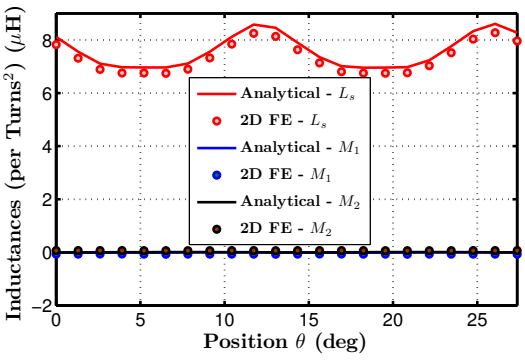


(b) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-14 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.38: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure triphasée en configuration simple couche avec 24 dents stator et $\gamma = 2$



(a) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-11 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-13 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.39: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure triphasée en configuration simple couche avec 24 dents stator et $\gamma = 1$ et $n_c = 2$

Sur la Figure 7.38, nous présentons l'évolution des inductances propre et mutuelles des structures simple couche possédant $\gamma \geq 2$. Il s'agit de structures triphasées avec 10 et 14 dents rotoriques. Premièrement, le modèle analytique est capable de prédire l'inductance assez fidèlement. En effet, l'erreur entre le modèle analytique et les EF 2D reste de l'ordre de 3%. L'inductance varie assez fortement avec la position du rotor θ dans le cas du rotor avec 10 dents. Si l'on se remémore le Chapitre 3, une des hypothèses afin de développer le modèle au premier harmonique était que l'inductance variait peu en fonction de la position θ. Dans le cas de cette structure

24-10 simple couche, cette hypothèse serait donc fausse. Dans le cas de la configuration 24-14 simple couche, à la Figure 7.38.(b), il est intéressant de voir que les variations de l'inductance propre sont moins franches.

Concernant les structures avec $\gamma = 1$ et $n_c = 2$, nous avons souhaité quand même présenter l'évolution des inductances mutuelles. C'est à la Figure 7.39 que l'on retrouve l'évolution des inductances propres et mutuelles pour des rotors 11 et 13 dents. Comme nous l'avions expliqué, les mutuelles inductances sont bien nulles. L'évolution des inductances propres, comme dans le cas où $\gamma \geq 2$. Le comparatif avec les EF 2D est là encore bon avec des écarts toujours de l'ordre de $3-4\%$.

Configuration double couche Maintenant, nous proposons de déterminer l'évolution des inductances propres et mutuelles pour les configurations double couche. Nous commençons par les cas avec $\gamma \geq 2$ ou $\gamma = 1$ avec $n_c = 2$, nous pouvons exprimer le flux propre par

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{n_c-1} \int_{(2qi-1+\frac{\beta_s}{4})\theta_s}^{(2qi+1-\frac{\beta_s}{4})\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.115}$$

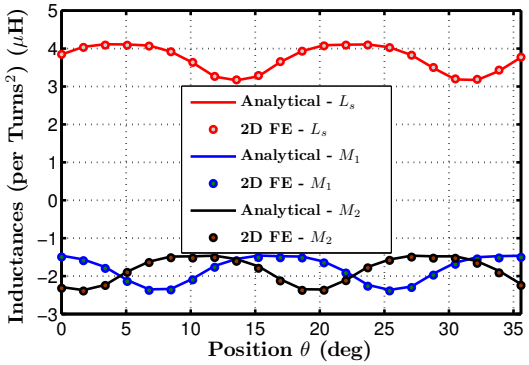
et les flux des bobines adjacentes par

$$\varphi_k(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{n_c-1} \int_{(2(qi+k)-1+\frac{\beta_s}{4})\theta_s}^{(2(qi+k)+1-\frac{\beta_s}{4})\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.116}$$

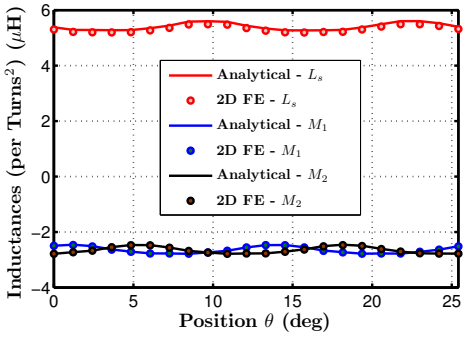
Pour les configurations possédant $\gamma = 1$ et $n_c = 4$, le flux propre s'exprime comme

$$\varphi_s(\theta) = \frac{R_e L_a}{n_c} \left\{ \sum_{i=0}^{\frac{n_c}{2}-1} (-1)^i \int_{(2(qi+k)-1+\frac{\beta_s}{4})\theta_s}^{(2(qi+k)+1-\frac{\beta_s}{4})\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta) d\nu - \sum_{i=\frac{n_c}{2}}^{n_c-1} (-1)^i \int_{(2(qi+k)-1+\frac{\beta_s}{4})\theta_s}^{(2(qi+k)+1-\frac{\beta_s}{4})\theta_s} B_{arm}(\nu,\theta) d\nu \right\} \tag{7.117}$$

et comme précédemment, nous ne préciserons pas l'expression des mutuelles qui sont nulles.



(a) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-10 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



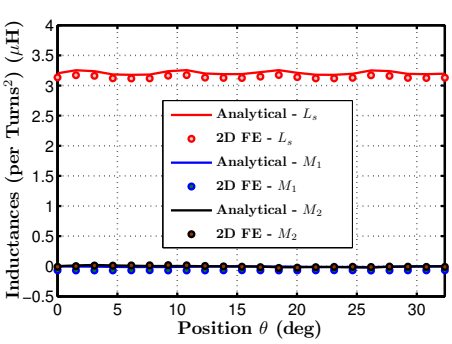
(b) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-14 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.40: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure triphasée en configuration double couche avec 24 dents stator et $\gamma = 2$

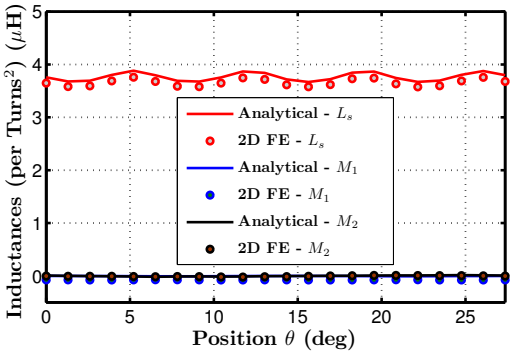
Nous validons par EF 2D l'évolution des inductances pour les configurations possédant $\gamma \geq 2$ ou $\gamma = 1$ avec $n_c = 2$. L'évolution des inductances est proposée à la Figure 7.40. Il s'agit toujours des structures avec 10 et 14 dents rotoriques. Le comparatif entre modèle analytique et EF 2D est toujours bon (erreur 2%). Il est intéressant de remarquer que pour la structure avec 14 dents au rotor, l'inductance propre varie peu. Au contraire, pour la

structure avec 10 dents, l'inductance propre présente plus de variations en fonction de la position. Une fois de plus, il faut remarquer que suivant la combinaison $N_s - N_r$, l'évolution des inductances propre et mutuelles ne présente pas la même allure.

L'évolution des inductances pour des structures possédant $\gamma = 1$ et $n_c = 4$ (11 et 13 dents au rotor) est proposée à la Figure 7.41. Dans ces deux cas, les inductances propres obtenues sont presque constantes en fonction de la position θ. Aussi, nous avons quand même évalué les inductances mutuelles de manière analytique (et par EF 2D), et ces dernières sont bien nulles.



(a) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-11 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$



(b) Evolution des inductances propres et mutuelles θ calculée analytiquement et par EF 2D pour une structure 24-13 : $\beta_s = 0.6$ et $L_{ds} = L_{dr}$

FIGURE 7.41: Comparatif entre le modèle analytique et EF 2D pour une structure triphasée en configuration simple couche avec 24 dents stator et $\gamma = 1$ et $n_c = 4$

7.5 Validation expérimentale des performances à vide et limitation de l'approche

Dans cette partie, nous proposerons une validation expérimentale des performances à vide sur un prototype simple excitation. Ce sera l'occasion de mettre en évidence, l'intérêt afin de déterminer le contenu harmonique de ces structures mais surtout les limitations de telles approches vis-à vis de la saturation magnétique.

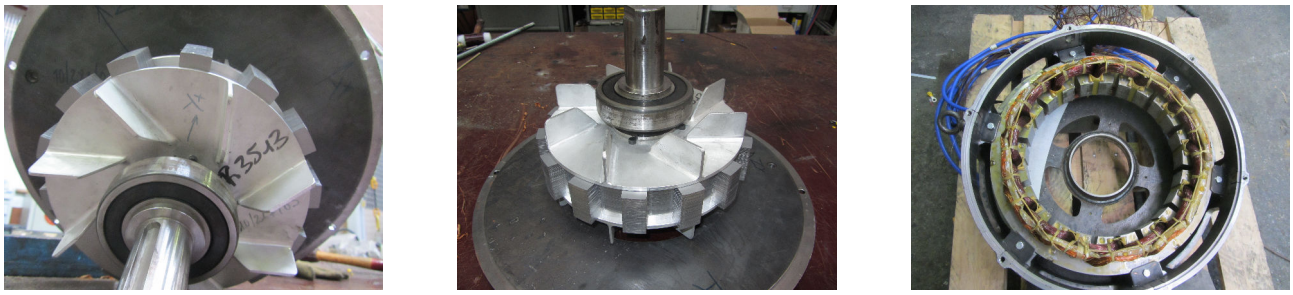
Ce comparatif a été réalisé sur deux machines. Un premier prototype comportant 24 dents stator et 14 dents rotor a été réalisé chez *Moteurs Leroy Somer*. Il s'agit d'une structure simplement excitée classique avec une bobinage double couche. Quelques photos du prototype sont proposées à la Figure .

Le second prototype correspond en fait à la structure 48-20 hybride étudiée au Chapitre 2. Nous avons profité d'un changement d'aimant sur cette structure pour relever l'allure des FEMs en configuration simplement excitée par des bobinages.

7.5.1 Comparatif analytique et résultats expérimentaux à vide

Prototype MCF 24-14 simple excitation bobinée Pour valider les résultats expérimentaux pour le prototype 24-14, nous utilisons la fonction de perméance relative basée sur la résolution des équations de Maxwell. L'ouverture relative des encoches d'induit et d'excitation sont sensiblement égales ($\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ph}} = 0.3032$). Les largeurs des dents stator et rotor sont égales. Sur la Figure 7.43, l'évolution de la FEM calculée analytiquement et expérimentale pour différentes valeurs de la force magnétomotrice d'excitation NI_{exc}.

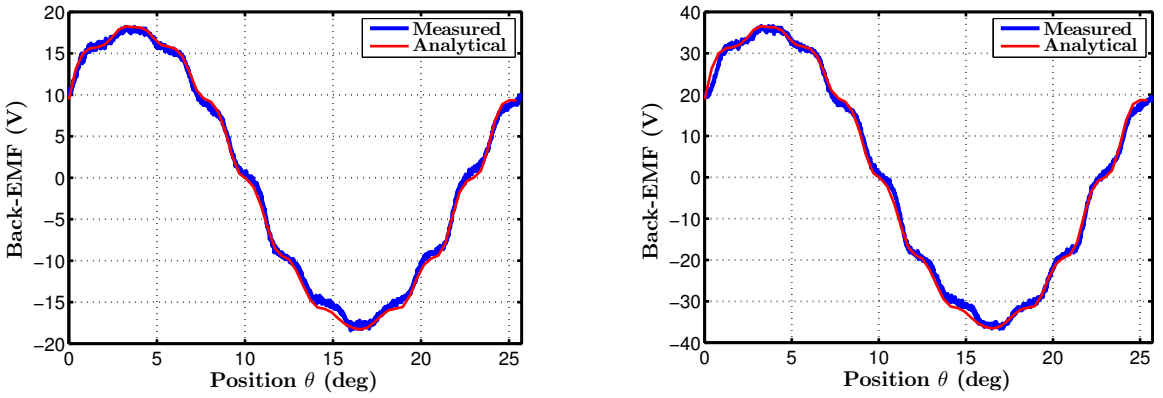
Nous pouvons observer que le modèle analytique permet de prédire avec précision à la fois l'amplitude et le contenu harmonique de la FEM.



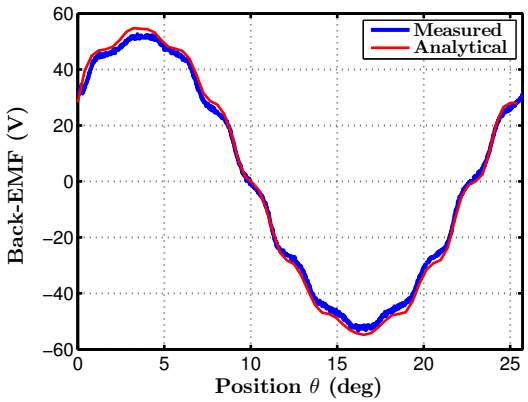
(a) Rotor (b) Rotor (c) Stator

(d) Stator (e) Stator (f) Machine montée dans son carter de protection

FIGURE 7.42: Photographie du prototype 24-14 simplement excitée par des bobinages



(a) $NI_{exc} = 300A.tr$ (b) $NI_{exc} = 600A.tr$



(c) $NI_{exc} = 900A.tr$

FIGURE 7.43: Evolution de la FEM - Comparatif entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux pour un prototype triphasé 24-14 plots : pour différents courants d'exitation et une vitesse de $1300rpm$

Prototype MCF 48-20 simple excitation bobinée Nous avons donc pu relever la FEM du prototype 48-20. Nous utiliserons la formulation donnée dans le paragraphe 7.2.1 qui permettait de tenir compte de deux encoches adjacentes d'ouvertures différentes. L'ouverture relative de l'encoche d'induit $\beta_{s_{ph}}$ est de 0.526, pour l'encoche d'excitation $\beta_{s_{exc}}$ est de 0.367, et finalement pour le rotor l'ouverture relative β_r est de 0.5.

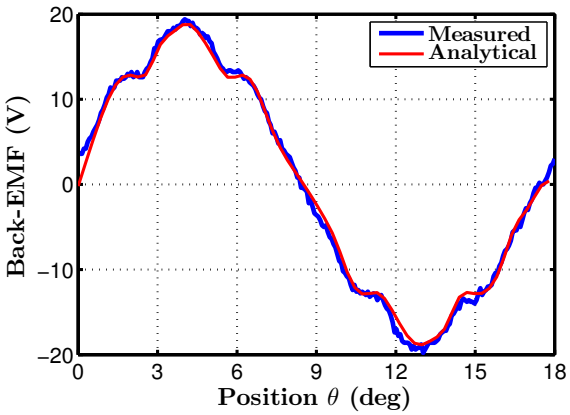


FIGURE 7.44: Evolution de la FEM - Comparatif entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux pour un prototype triphasé 48-20 plots : pour différents courants d'exitation et une vitesse de $1300rpm$ et $NI_{exc} = 300A.tr$

Sur la Figure 7.44, l'évolution de la FEM à $1300tr/min$ est proposée. La prédiction avec le modèle analytique est à encore très bonne. Le contenu harmonique est bien évalué par le modèle analytique.

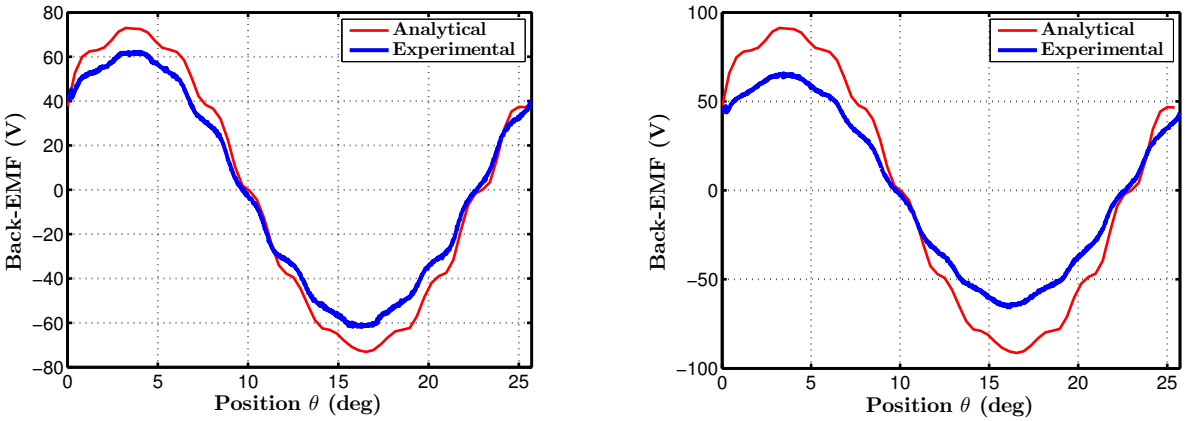
Cette deuxième validation expérimentale démontre bien la robustesse du modèle analytique que nous avons développé.

7.5.2 Limitation de l'approche analytique : Influence de la saturation

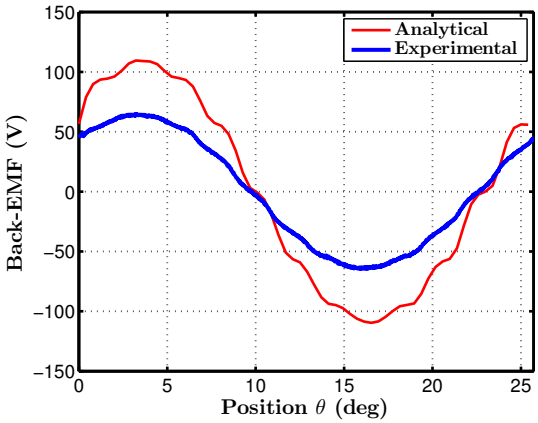
La saturation magnétique des culasses reste une problématique non-résolue de manière analytique. En tout cas, dans cette section, nous souhaitons mettre en évidence ce phénomène de saturation qui constitue une limitation à l'utilisation des modèles analytiques.

Comme on peut observer sur la Figure 7.45 à mesure que l'on augmente les ampères.tour d'excitation NI_{exc}, l'écart entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux est de plus en plus importante. Aussi, on peut observer sur les relevés expérimentaux que le contenu harmonique de la FEM diminue à mesure que l'on sature. Le graphe présenté à la Figure 7.46 met encore plus en évidence la différence entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux. En effet, les expérimentations ont été conduites pour des très fortes valeurs de courants d'excitation. Typiquement, le courant nominal correspond à $2000A.tr$. Le modèle analytique est quant à lui valide jusqu'à $1000A.tr$.

Malgré cette limitation, les modèlisations analytiques restent des outils formidables afin d'explorer des structures non-conventionnelles. Ce comparatif entre modélisation analytique et expérimental nous a permis de définir plus précisément le domaine de validité de notre approche.



(a) $NI_{exc} = 1200A.tr$ (b) $NI_{exc} = 1500A.tr$



(c) $NI_{exc} = 1800A.tr$

FIGURE 7.45: Evolution de la FEM - Comparatif entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux pour un prototype triphasé 24-14 plots : pour différents courants d'exitation et une vitesse de $1300rpm$

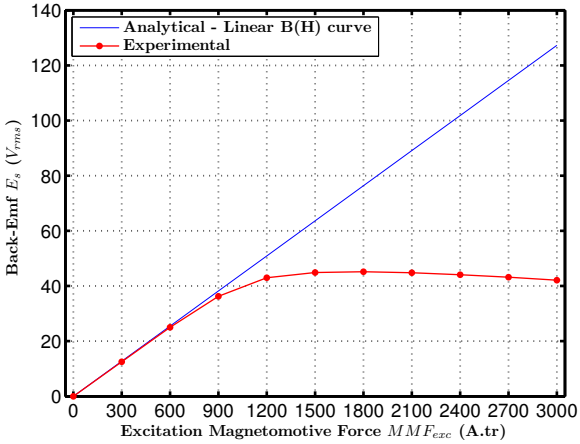


FIGURE 7.46: Evolution de la FEM en fonction de la force magnétomotrice d'excitation NI_{exc} - Comparatif entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux pour un prototype triphasé 24-14 plots : pour une vitesse de $1300tr/min$

Conclusion

Dans ce Chapitre 7, une approche de modélisation des structures à commutation de flux classiques multi-phases excitées par des bobinages DC a été détaillée. L'approche "Force magnétomotrice – perméance d'entrefer" nécessite la connaissance de ces deux derniers termes.

Concernant la perméance d'entrefer, deux méthodes ont été proposées :

- La première en considérant des lignes de champ idéalisées sous l'encoche pour déduire la perméance relative d'encoche pour ensuite remonter à la perméance de l'entrefer doublement saillant ;
- La deuxième approche repose sur la résolution formelle dans une encoche réelle en imposant une différence de potentiel scalaire unitaire ; c'est-à-dire en tenant compte du fond d'encoche. Cette approche s'est montrée bien plus précise dans le cas d'entrefer important. On peut notamment observer la décroissance du champ en s'approchant du bord d'encoche.

Une fois que la perméance d'entrefer fut définie, il a fallut déterminer les forces magnétomotrices des bobinages. Nous avons d'abord commencé par l'excitation, où nous proposons un développement en séries de Fourier. Nous avons pu par la suite déterminer les champs d'entrefer (induction radiale uniquement) et valider ses prédictions analytiques par EF 2D (linéaire). Les grandeurs intégrales telles que le flux de phase (ou FEMs) on pu être déterminées pour une variété de configurations simple ou double couches, ou encore avec des combinaisons stator-rotor différentes. Nous avons pu mettre en évidence que certaines de ces configurations allaient générer des forces magnétiques d'entrefer non-compensées. Cette étude à vide a permis de mettre en évidence certaines configurations potentiellement intéressantes en termes de conversion de l'énergie. Cela nous a permis aussi de déterminer les forces magnétomotrices des bobinages d'induit pour remonter au champ de réaction d'induit dans ces machines (validation par EF 2D).

Finalement, une validation expérimentale à vide fut proposée sur deux prototypes 24-14 triphasé (réalisé chez Leroy Somer) et 48-20. Le modèle développé s'est montré très performant pour prédire le contenu harmonique de la FEM. Nous avons conclut ce chapitre en présentant les limitations de cette approche, à savoir la saturation dans les parties ferromagnétiques.

8

Modèle analytique 2D basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans des structures double saillantes excitées par des bobinages statiques

Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons une approche basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans les zones à faible perméabilité. Comme nous l'avions précisé dans l'état de l'art dédié aux modélisations analytiques, cette approche de modélisation est de plus en plus utilisée. La démarche proposée ici se veut à la fois complémentaire du premier travail de modélisation analytique présenté au Chapitre 7, tout en proposant une généralisation aux structures à excitation bobinée et statique.

Nous exposerons dans un premier temps la démarche générale à suivre afin de résoudre les équations de Maxwell dans des géométries bidimensionnelles en magnétostatique. Nous préciserons les hypothèses qui régissent l'établissement de tels modèles.

Une deuxième partie sera consacrée à la dérivation du modèle analytique et à son implémentation numérique. L'implémentation numérique sera particulièrement détaillée car il s'agit d'une étape crutiale dans la mise en oeuvre de tels modèles, étape bien souvent ponctuée d'erreurs...

Une validation du modèle analytique au moyen de simulation EF 2D viendra compléter l'étude. Tout d'abord, sur une géométrie quelconque possédant 24 dents stator et 5 dents rotor. Par la suite, nous nous intéresserons aux structures triphasées classiques à commutation de flux mais aussi à une topologie originale à dent de rebouclage. L'idée étant de démontrer la puissance de ces modèles afin d'explorer de nouvelles géométries ou topologies.

Finalement, nous présenterons quelques techniques de réduction des ondulations de couple dans les structures simplement excitées par des bobinages classiques.

8.1 Méthodologie de résolution des équations de Maxwell en magnétostatique

Dans un premier temps, nous reviendrons sur la démarche à suivre lors de l'établissement de tels modèles. La démarche que nous allons décrire par la suite est similaire à celle que l'on a suivie dans le Chapitre 8, lorsque l'on a déterminé de manière formelle la perméance sous une encoche.

La mise en oeuvre est précisée sur l'organigramme, et se divise en plusieurs étapes :

- Premièrement, une simplification de la géométrie. En effet, afin de pouvoir appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre les équations aux dérivées partielles, la géométrie que l'on considère doit disposer de bords radiaux ou circulaires.
- Ensuite, la géométrie doit être divisée en sous-domaine d'où la dénomination anglo-saxonne de *subdomain models*. Les sources de champ magnétique associées à chacun des domaines doivent être définies.

– Après, il faut déterminer l'expression du potentiel-vecteur $\vec{A}$ par la méthode de séparation des variables et en tennant compte des diverses hypothèses simplificatrices. Parmis ces hypothèses, on retrouvera l'hypothèse de la linéarité du matériau magnétique qui constitue les culasses stator et rotor.
– La méthode des intégrales de frontière permettra de former un système linéaire liant l'ensemble des coefficients inconnus dans les expressions du potentiel-vecteur dans chaque zones.
– L'implémentation numérique du système permettra finalement de déterminer numériquement la valeur des termes inconnus, et donc la distribution du potentiel-vecteur dans toute la géométrie.
– Finalement, les grandeurs intégrales telles que le flux de phase ou encore le couple (par le tenseur de Maxwell) peuvent être obtenues.

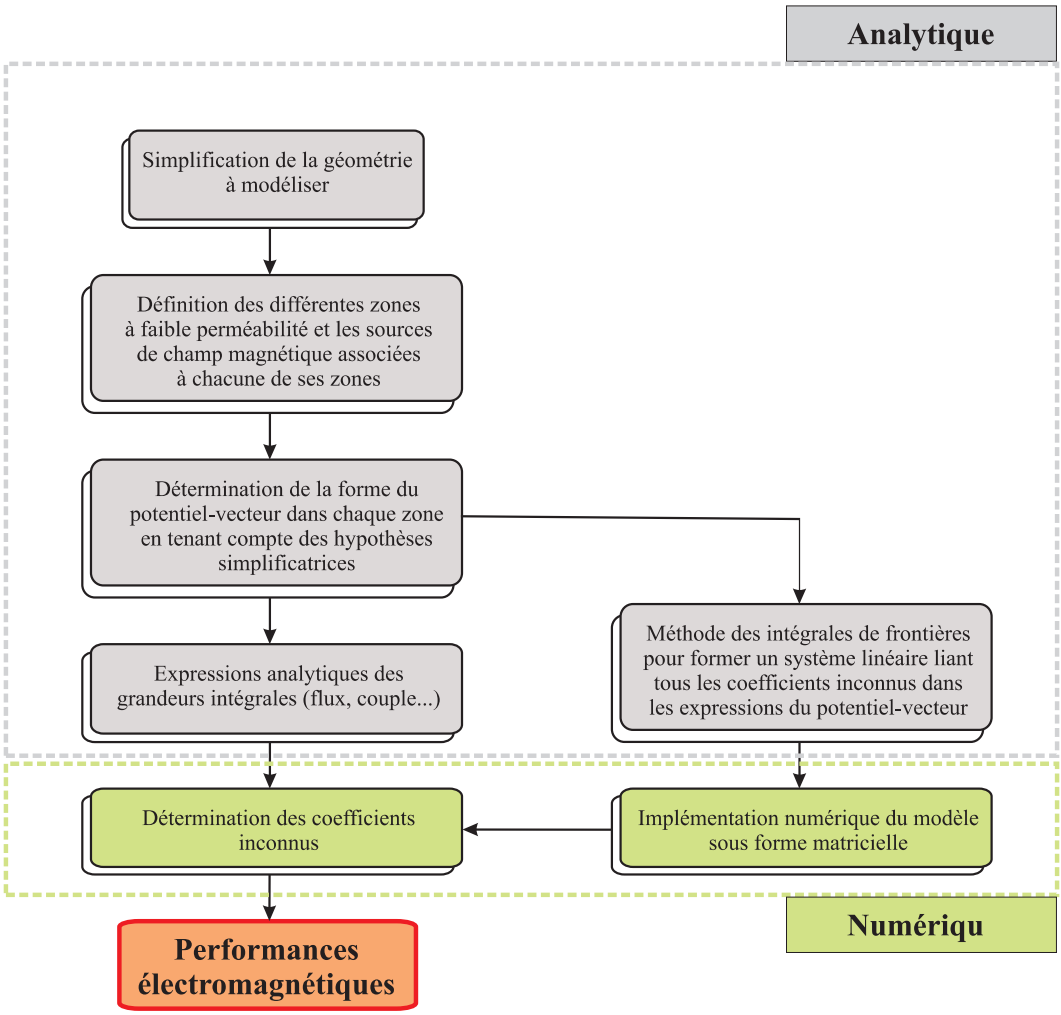


FIGURE 8.1: Organigramme présentant la méthode de résolution des équations de Maxwell en magnétostatique

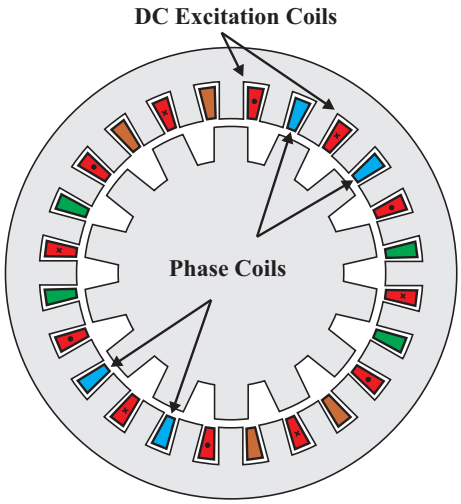
On remarquera sur l'organigramme que cette méthode de résolution se scinde en deux groupes, une partie analytique et une partie numérique pour la résolution. Certains auteurs préfèrent employer le terme de modèle semi-analytique. Ce terme reste à mon sens confus car on est loin des méthodes par réseaux de perméance, qualifiées souvent de méthodes semi-numériques.

En plus de cette présentation générale de la méthodologie à suivre, je recommenderai aussi l'article écrit par *Lubin* [164], qui me semble très didactique. Il détermine, en suivant les mêmes étapes décrites précédemment, l'expression formelle du champ dans une machine avec un rotor saillant et un stator lisse sur lequel il applique une densité linéique de courant au niveau du rayon interne.

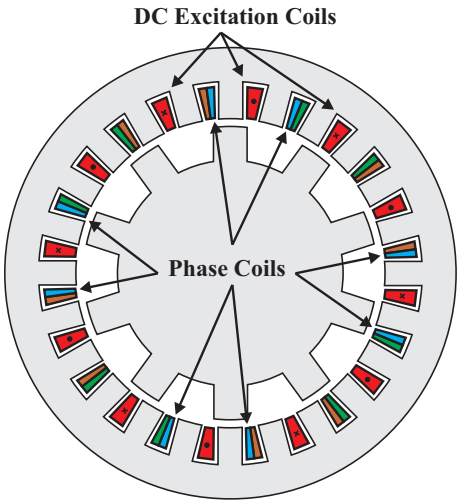
8.2 Résolution formelle des équations de Maxwell pour des entrefers double saillances à excitation statique bobinée

8.2.1 Structures à excitation statique classiques et non-conventionnelles

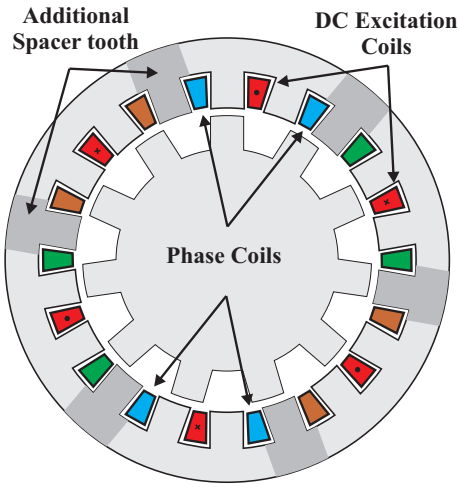
Comme nous le disions en introduction, avant de se lancer dans la modélisation, il convient de définir précisement ce que l'on veut modéliser. L'ojectif de ce chapitre est de proposer un outil de modélisation maléable afin de pouvoir tester rapidement de nouvelles topologies. Pour illuster ce propos, à la Figure 8.2 on présente quelques structures à commutation de flux simplement excitées par des bobines. Tout d'abord, sur les Figures 8.2.(a) et (b), on retrouve les géométries classiques en configuration simple ou double couche. A la Figure 8.2.(c), il s'agit d'une géométrie à commutation de flux avec dent de rebouclage.



(a) Géométrie MCF classique simple couche



(b) Géométrie MCF classique double couche



(c) Géométrie MCF non-conventionnelle avec dent de rebouclage

FIGURE 8.2: Géométries classiques et non-conventionnelles à commutation de flux simplement excitées par des bobinages

Aussi, la structure à réluctance variable avec des bobinages DC additionnels (ou *Variable Flux Reluctance Machines With DC-Field Coil in Stator*) proposée dans la référence [159] pourrait être modélisée par la méthode que nous allons décrire.

8.2.2 Définition et résolution du problème

La structure que nous proposons de modéliser dans ce chapitre est présentée à la Figure 11.1. Cette géométrie de base permettra de tester l'une ou l'autre des structures présentées dans le paragraphe précédent.

Comme nous pouvons le voir à la Figure 11.1, la géométrie se scinde en trois types de zones, les encoches statoriques qui abriterons les bobinages d'excitation ou d'induit, l'entrefer et enfin les encoches rotoriques. Il faut noter que les bords des encoches sont radiaux et les fonds d'encoches circulaires.

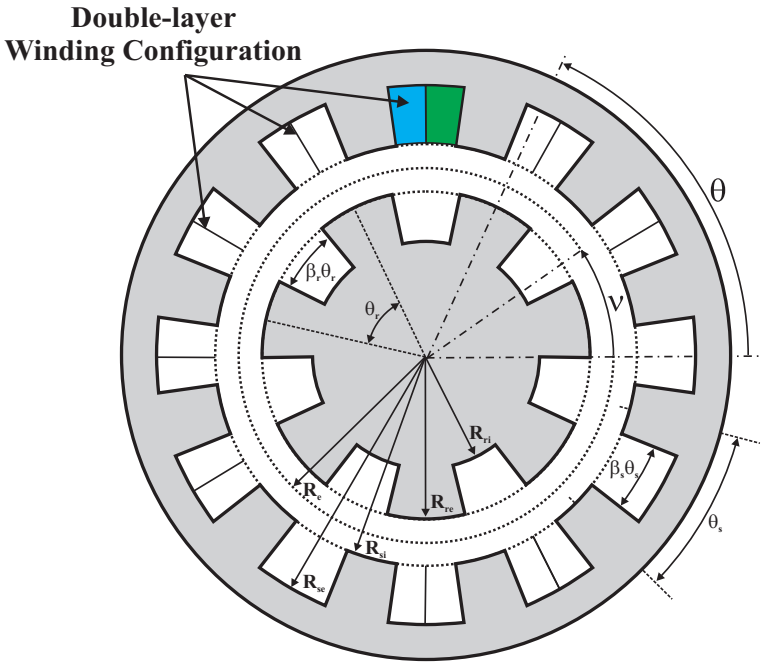


FIGURE 8.3: Géométrie de base à modéliser

Définition générale du problème On cherche à déterminer le champ d'entrefer dans cette géométrie double saillante en résolvant les équations de Maxwell dans chaque zones ou régions. Le potentiel-vecteur $\overrightarrow{A}(r,\nu) = A(r,\nu)\overrightarrow{u_z}$ est régi par une équation de Laplace dans les zones sans sources externes (densité de courant nulle), c'est-à-dire au niveau des encoches rotoriques et de l'entrefer,

$$\begin{cases} \Delta A_i = 0 & \text{, pour les encoches rotoriques (Zone } i\text{)} \\ \Delta A_I = 0 & \text{, pour l'entrefer (Zone } I\text{)} \end{cases} \tag{8.1}$$

et par une équation de Poisson au niveau des encoches statoriques (Zone q),

$$\Delta A_j = -\mu_0 J_q \tag{8.2}$$

La méthode utilisée dans les paragraphes ci-après se base sur une résolution formelle des équations de Maxwell par un développement en série de Fourier du potentiel-vecteur $\overrightarrow{A}(r,\nu)$. Dans un premier temps, la forme du potentiel dans chacune des zones est déduite.

Expression du potentiel-vecteur A_i dans la $i$ème encoche rotorique (Zone i) Comme vu précédemment, la distribution du potentiel dans l'encoche est régi l'équation de Laplace 8.1. En coordonnées cylindriques, nous pouvons écrire encore

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_i}{\partial \nu^2} = 0 \text{ pour } \begin{cases} r \in [R_{ri}, R_{re}] \\ \nu \in [\theta_i, \theta_i + \beta_{r_i}\theta_{rs}] \end{cases} \tag{8.3}$$

Sur la Figure 8.4, on retrouve la géométrie élémentaire d'une encoche rotorique avec les conditions aux limites associées. Classiquement, la perméabilité assumée infinie du fer, nous permet de considérer des conditions aux limites de Neumann nulles sous chacunes des bordures de l'encoche,

$$\frac{\partial A_i\left(r, \nu = \alpha_i \pm \frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\right)}{\partial \nu} = 0 \text{ pour } r \in [R_{ri}, R_{re}] \tag{8.4}$$

ainsi qu'en fond d'encoche,

$$\frac{\partial A_i\left(r = R_{ri}, \nu\right)}{\partial r} = 0 \text{ pour } \nu \in [\theta_i, \theta_i + \beta_{r_i}\theta_r] \tag{8.5}$$

avec $\theta_i = \alpha_i + \theta$ et $\alpha_i = \theta_r\left(1 - \frac{\beta_{r_i}}{2}\right)$. On rappelle par ailleurs que θ_r représente le pas dentaire rotorique $\left(\frac{2\pi}{N_r}\right)$, θ la position du rotor et le coefficient i la $i$ème encoche du rotor.

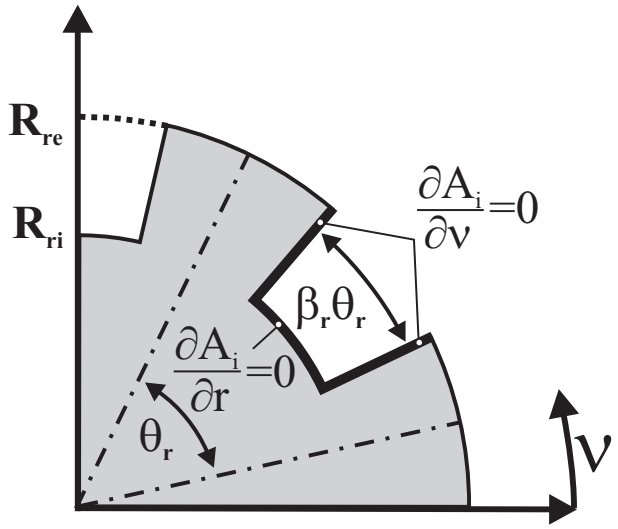


FIGURE 8.4: Géométrie des encoches rotoriques et conditions aux limites associées

On recherche une solution au problème défini en 8.3 par la méthode de séparation des variables. Compte tenu des conditions aux limites 8.4, on se permet de rechercher des solutions sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} A_i(r, \nu) &= \rho_i(r)\Theta(\nu) \\ &= a_0^{(i)}(r) + \sum_{k \geqslant 1} a_k^{(i)}(r) \cos\left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu - \theta_i)\right) \end{aligned} \tag{8.6}$$

Réinjecter cette expression dans l'équation de Laplace 8.3, nous permet d'obtenir deux équations de Euler suivant r

$$\begin{cases} r^2 \frac{\partial^2 a_0^{(i)}}{\partial r^2} + r \frac{\partial a_0^{(i)}}{\partial r} = 0 \\ r^2 \frac{\partial^2 a_k^{(i)}}{\partial r^2} + r \frac{\partial a_k^{(i)}}{\partial r} - \left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\right)^2 a_k^{(i)} = 0 \quad , \forall k \geqq 1 \end{cases} \tag{8.7}$$

Les solutions pour le terme moyen $a_0^{(i)}$ se trouvent facilement après changement de variable ($V_0^{(i)}(r) = \frac{\partial a_0^{(i)}}{\partial r}$). Concernant les termes harmoniques $a_k^{(i)}$, on fait appel aux fonctions harmoniques, en recherchant des solutions de la forme $a_k^{(i)}(r) = r^\alpha$. Tout calcul fait, on abouttit aux solutions suivantes :

$$\begin{cases} a_0^{(i)}(r) = A_0^{(i)} + B_0^{(i)} \ln(r) \\ a_k^{(i)}(r) = A_k^{(i)} r^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + B_k^{(i)} r^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} \quad , \forall k \geqq 1 \end{cases} \tag{8.8}$$

Finalement, l'expression générale du potentiel-vecteur A_i dans la $i$ème encoche donnée en 8.6 devient

$$A_i(r,\nu) = A_0^{(i)} + B_0^{(i)}\ln(r) + \sum_{k\geqslant 1}\left[A_k^{(i)} r^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + B_k^{(i)} r^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}\right]\cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu-\theta_i)\right) \tag{8.9}$$

En considérant la condition aux limites 8.5,

$$\begin{aligned}\left.\frac{\partial A_i(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{ri}} &= 0 \\ &= \frac{B_0^{(i)}}{R_{ri}} - \sum_{k\geqslant 1}\left[\left(-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\right)A_k^{(i)}R_{ri}^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}-1} + \left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\right)B_k^{(i)}R_{ri}^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}-1}\right]\cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu-\theta_i)\right)\end{aligned} \tag{8.10}$$

on peut simplifier l'expression 8.9 en déterminant les coefficient $B_0^{(i)}$ et $B_k^{(i)}$,

$$\begin{cases} B_0^{(i)} = 0 \\ B_k^{(i)} = A_k^{(i)} R_{ri}^{-2k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} \end{cases} \tag{8.11}$$

On retiendra au final l'expression suivante pour le potentiel-vecteur A_i dans les encoches rotoriques,

$$\begin{aligned} A_i(r,\nu) &= A_0^{(i)} + \sum_{k\geqslant 1}\underbrace{A_k^{(i)}R_{ri}^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}}_{A_k^{(i)}}\left[\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + \left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}\right]\cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu-\theta_i)\right) \\ &= A_0^{(i)} + \sum_{k\geqslant 1}\underbrace{A_k^{(i)}\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}}_{A_k^{(i)}}\left[\underbrace{\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}}_{\beta_1}\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + \left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}\right]\cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu-\theta_i)\right) \\ &= A_0^{(i)} + \sum_{k\geqslant 1}A_k^{(i)}\left[\beta_1\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + \left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}\right]\cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}(\nu-\theta_i)\right) \end{aligned} \tag{8.12}$$

Expression du potentiel-vecteur A_I dans l'entrefer Là encore, la détermination du potentiel-vecteur A_I se solde par une équation de Laplace,

$$\frac{\partial^2 A_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_I}{\partial \nu^2} = 0 \text{ pour } \begin{cases} r\in[R_{re},R_{si}] \\ \nu\in[0,2\pi] \end{cases} \tag{8.13}$$

Compte-tenu du manque de symétrie de la géométrie à modéliser suivant la configuration $N_s - N_r$, on considère l'entrefer complet (solutions 2π-périodiques). Par un raisonnement similaire, on peut trouver l'expression générale du potentiel-vecteur A_I dans l'entrefer (Zone I),

$$A_I(r,\nu) = A_0^{(I)} + B_0^{(I)}\ln(r) + \sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)} r^{-n} + B_n^{(I)} r^n\right]\cos(n\nu) + \left[C_n^{(I)} r^{-n} + D_n^{(I)} r^n\right]\sin(n\nu)$$

$$= A_0^{(I)} + B_0^{(I)}\ln(r) + \sum_{n\geqslant 1}\left[\underbrace{\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}^n}}_{A_n^{(I)}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + \underbrace{\frac{B_n^{(I)}}{R_{si}^n}}_{B_n^{(I)}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\cos(n\nu) + \left[\underbrace{\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}^n}}_{C_n^{(I)}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + \underbrace{\frac{D_n^{(I)}}{R_{si}^n}}_{D_n^{(I)}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\sin(n\nu)$$

$$= A_0^{(I)} + B_0^{(I)}\ln(r) + \sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + B_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\cos(n\nu) + \left[C_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + D_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\sin(n\nu) \tag{8.14}$$

La condition de jauge sur le potentiel-vecteur A_I impose $div\vec{A} = 0$ (Jauge de Coulomb). On peut simplifier l'expression précédente comme suit,

$$A_I(r,\nu) = \sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + B_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\cos(n\nu) + \left[C_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + D_n^{(I)}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\sin(n\nu) \tag{8.15}$$

les termes $A_0^{(I)}$ et $B_0^{(I)}$ étant nuls.

Expression du potentiel-vecteur A_j dans la $j$ème encoche statorique (Zone j) Dans chacune des encoches statoriques (Zone j), le potentiel-vecteur A_j est régi par l'équation de Poisson suivante,

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_j}{\partial \nu^2} = -\mu_0 J_j \tag{8.16}$$

où J_j représente la densité de courant dans $j$ème encoche. Cette densité de courant peut se développer en série de Fourier en considérant la distribution des bobinages dans l'encoche présentée à la Figure 8.5 .

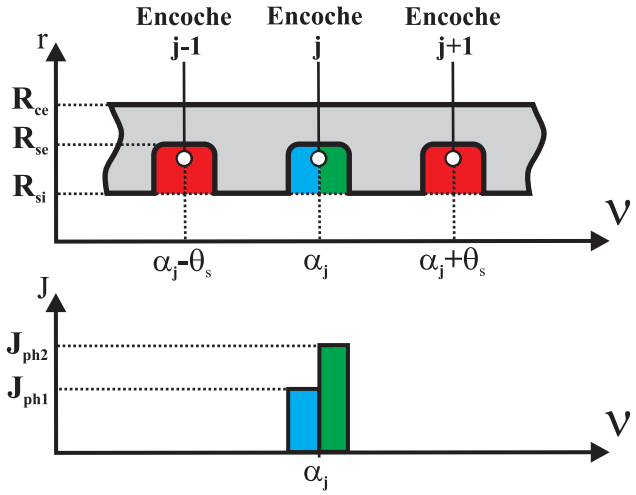


FIGURE 8.5: Géométrie des encoches statoriques et conditions aux limites associées

On considère un bobinage double couche (deux phases différentes dans la même encoche), le cas du bobinage

simple couche découle simplement en égalisant les densités de courant J_{ph_1} et J_{ph_2}.

$$J_j(\nu) = \begin{cases} J_{ph_1} & ,\forall \nu \in \left[\alpha_j - \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}, \alpha_j\right] \\ J_{ph_2} & ,\forall \nu \in \left[\alpha_j, \alpha_j + \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}\right] \end{cases} \tag{8.17}$$

Finalement, densité de courant J_j peut s'écrire sous forme d'une série de Fourier en considérant la fonction $J_j(\nu)$ périodique sur $2\beta_{s_j}\theta_s$,

$$J_j(\nu) = J_{j_0} + \sum_{q \geqslant 1} J_{jq} \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \text{ pour } \nu \in \left[\theta_j, \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right] \tag{8.18}$$

avec $\theta_j = \alpha_j - \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}$ et . Aussi, nous obtenons,

$$J_{j_0} = \frac{J_{ph_1} + J_{ph_2}}{2} \tag{8.19}$$

pour la valeur moyenne, et

$$\begin{aligned} J_{jq} &= \frac{2}{T} \int_{\theta_j}^{2\beta_{s_j}\theta_s + \theta_j} J_j(\nu) \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\nu\right) d\nu \\ &= \frac{2\left(J_{ph1} - J_{ph_2}\right)}{q\pi} \sin\left(q\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{8.20}$$

pour le coefficient de Fourier. Cette expression de la densité de courant nous sera utile par la suite afin de déterminer une solution particulière à l'équation de Poisson 8.16.

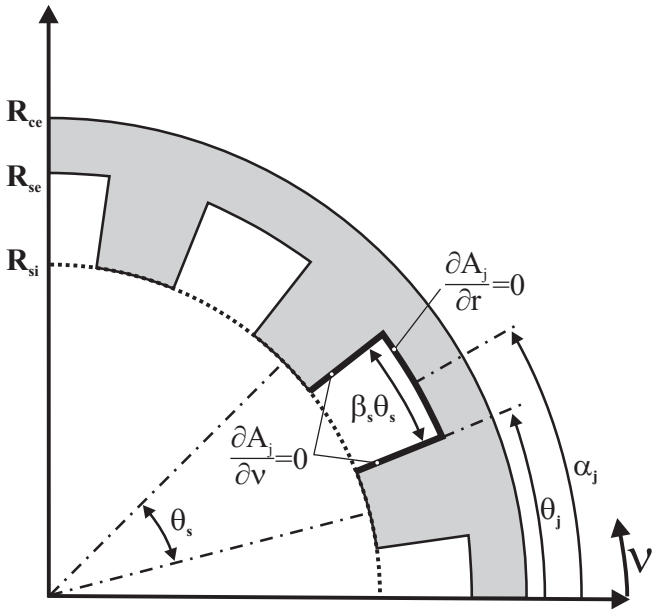


FIGURE 8.6: Géométrie des encoches statoriques et conditions aux limites associées

Sur la Figure 8.6 est représentée la géométrie d'une encoche statorique avec les conditions aux limites associées. Comme précédemment, on retrouve des conditions de Neumann homogènes au niveau des interfaces air-fer, le fer étant lui-même considéré comme infiniment perméable. Pour déterminer l'expression du potentiel-vecteur A_j, solution de l'équation de Poisson 8.16, on recherche dans un premier temps une solution à l'équation homogène $\Delta A_j = 0$. Etant donné les conditions de Neumman sur les bords de l'encoche statorique,

$$\frac{\partial A_j\left(r,\nu=\alpha_j\pm\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}\right)}{\partial\nu}=0 \text{ pour } r\in[R_{si},R_{se}] \tag{8.21}$$

on recherche des solutions, séparant les variables, sous la forme suivante,

$$A_j(r,\nu)=a_0^{(j)}(r)+\sum_{k\geqslant 1}a_k^{(j)}(r)\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right) \tag{8.22}$$

Après réinjection de cette expression dans l'équation homogène, on raisonne de manière similaire au cas des encoches rotoriques pour obtenir l'expression A_j. Tout calcul fait, on obtient l'expression générale suivante pour le potentiel-vecteur dans l'encoche,

$$A_j(r,\nu)=A_0^{(j)}+B_0^{(j)}\ln(r)+\sum_{q\geqslant 1}\left[A_q^{(j)}r^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+B_q^{(j)}r^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right) \tag{8.23}$$

Il nous reste maintenant à déterminer une solution particulière A_{j_p} à l'équation de Poisson 8.16. A noter que le terme moyen $A_0^{(j)}$ sera englobé dans la partie moyenne $C_0(r)$ de la solution particulière. Considérant la forme de la densité de courant J_j (voir Equation 8.27), nous recherchons une solution particulière de la forme,

$$A_{j_p}(\nu)=C_0(r)+\sum_{q\geqslant 1}C_q(r)\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right) \tag{8.24}$$

En ce qui concerne le terme moyen $C_0(r)$, on se retrouve avec l'équation différentielle suivante,

$$\frac{\partial^2 C_0(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial C_0(r)}{\partial r}=-\mu_0 J_{j0} \tag{8.25}$$

L'équation ci-dessus a pour solution particulière en recherchant des solutions de la forme $C_0(r)=\gamma r^2$,

$$C_0(r)=-\frac{\mu_0 J_{j0}}{4}r^2 \tag{8.26}$$

Concernant les termes harmoniques, $\forall q\geqq 1$, on aboutit à l'équation suivante,

$$\frac{\partial^2 C_q(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial C_q(r)}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2 C_q(r)=-\mu_0 J_{jq} \tag{8.27}$$

Ensuite, on peut rechercher une solution particulière C_{q_p} à l'équation 8.27 sous la forme $C_{q_p}(r)=\gamma r^2$, et finalement, on peut écrire que,

$$C_{q_p}(r)=-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}r^2 \tag{8.28}$$

La solution particulière A_{j_p} à l'équation de Poisson 8.16 se trouve être,

$$A_{j_p}(\nu)=-\mu_0\frac{J_{j0}}{4}r^2+C_1^{(j)}-\sum_{q\geqslant 1}\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}r^2\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right) \tag{8.29}$$

Cela étant cette solution particulière ne respecte pas la conditions de Neumann en $r=R_{se}$, qui pour rappel se trouve être (voir Figure 8.6),

$$\frac{\partial A_j\left(r=R_{se},\nu\right)}{\partial r}=0 \text{ pour } \nu\in\left[\theta_j,\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right]$$

$$=\frac{B_0^{(j)}}{R_{se}}-2\mu_0\frac{J_{j0}}{4}R_{se}+\sum_{q\geqslant 1}\left[\left(-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)A_q^{(j)}R_{se}^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}+\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)B_q^{(j)}R_{se}^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}-2\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}R_{se}\right]$$
$$\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right) \tag{8.30}$$

Cela nous permet de déterminer et d'éliminer certains coefficients,

$$\begin{cases}B_0^{(j)}=\mu_0\frac{J_{j0}}{2}R_{se}^2\\ B_q^{(j)}=2\mu_o\frac{J_{jq}}{\left(4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2\right)\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}R_{se}^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}+2}+A_q^{(j)}R_{se}^{-2q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\end{cases} \tag{8.31}$$

On vient alors modifier l'expression 8.23 pour en tenir compte. Tout calcul fait, l'expression générale du potentiel-vecteur A_j dans l'encoche statorique se trouve être,

$$A_j\left(r,\nu\right)=A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(r\right)-\frac{r^2}{2}\right)+\sum_{q\geqslant 1}\left\{\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\right.$$
$$\left.\left[\underbrace{A_q^{(j)}R_{se}^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{A_q^{(j)}}\left[\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(r^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]\right\}$$
$$=A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(r\right)-\frac{r^2}{2}\right)+\sum_{q\geqslant 1}\left\{\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\right.$$
$$\left.\left[\underbrace{A_q^{(j)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{A_q^{(j)}}\left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+\underbrace{\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{\beta_2}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(r^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]\right\}$$
$$=A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(r\right)-\frac{r^2}{2}\right)+\sum_{q\geqslant 1}\left\{\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\right.$$
$$\left.\left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+\beta_2\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(r^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]\right\} \tag{8.32}$$

8.2.3 Application des conditions aux limites au niveau des interfaces entre zones

Maintenant que la distribution du potentiel dans les différentes zones est connue, on utilise la méthode des intégrales de frontières afin de poser un système d'équations linéaires et déterminer ainsi les coefficients inconnus dans les expressions du potentiel-vecteur dans les différentes zones. Entre deux zones possédant une interface commune, on doit vérifier au niveau de cette interface à la fois la continuité du potentiel ainsi que la continuité de la dérivée normale.

Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur Comme nous venons de l'introduire, nous devons assurer la continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur au niveau de l'interface encoche rotor-entrefer (en $r=R_{re}$) ainsi qu'au niveau de l'interface encoche stator-entrefer. Sur la Figure 8.7, une vue schématique de cette condition aux interfaces est proposée.

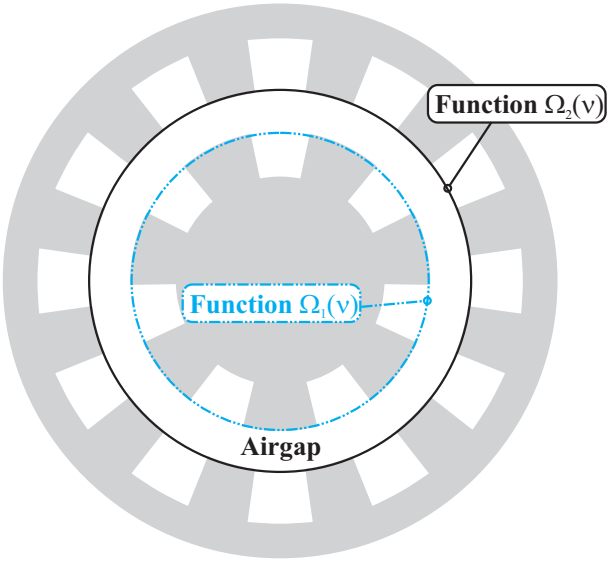


FIGURE 8.7: Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur aux interfaces entre l'entrefer et les encoches stator ou rotor

Ces deux conditions aux interfaces s'explicitent comme suit,

$$\left.\frac{\partial A_I(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} = \Omega_1(\nu) = \begin{cases} \left.\frac{\partial A_i(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} & \text{pour } \nu \in [\theta_i, \theta_i + \beta_{r_i}\theta_r] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{8.33}$$

et par,

$$\left.\frac{\partial A_I(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} = \Omega_2(\nu) = \begin{cases} \left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} & \text{pour } \nu \in [\theta_j, \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{8.34}$$

On remarque ici que le potentiel, quand on ne se trouve pas en face d'une encoche, doit satisfaire une condition de Neumann homogène. L'hypothèse d'un matériau infiniment perméable permet de considérer le champ tangentiel nul au niveau des interfaces air-fer.

Les seconds membres des équalités 8.33 et 8.34 sont ensuite développés en séries de Fourier afin de les égaliser aux termes inconnus dans l'expression du potentiel-vecteur d'entrefer A_I. Tout d'abord, nous développons chacunes des deux fonctions Ω_1 et Ω_2 sous forme de série de Fourier,

$$\Omega_1(\nu) = \sum_{n \geqslant 1} \Upsilon_{1n}\cos(n\nu) + \Gamma_{1n}\sin(n\nu) \tag{8.35}$$

avec les coefficients de Fourier Υ_{1n} et Γ_{1n},

$$
\begin{aligned}
\Upsilon_{1n} &= \frac{1}{\pi}\int_{0}^{2\pi} \left.\frac{\partial A_i\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} \cos\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \left.\frac{\partial A_i\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} \cos\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1k} \underbrace{\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\left(\nu-\theta_i\right)\right)\cos\left(n\nu\right) d\nu}_{\alpha_{k,n,i}} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1k}\alpha_{k,n,i}
\end{aligned}
\tag{8.36}
$$

avec

$$
\Lambda_{1ki} = \left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\right)\left[\frac{1}{R_{re}} - \frac{\beta_1}{R_{ri}}\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}-1}\right] \tag{8.37}
$$

et

$$
\begin{aligned}
\alpha_{k,n,i} &= \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\left(\nu-\theta_i\right)\right)\cos\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \begin{cases}
\frac{n\left(\beta_{r_i}\theta_r\right)^2\left(\sin(n\theta_i)-\sin\left(n\left(\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r\right)\right)(-1)^k\right)}{(k\pi)^2-\left(n\beta_{r_i}\theta_r\right)^2} & \text{pour } k\pi \neq n\beta_{r_i}\theta_r \\
\frac{\beta_{r_i}\theta_r\cos(n\theta_i)}{2} - \frac{\sin(n\theta_i)-\sin\left(n\theta_i+2n\beta_{r_i}\theta_r\right)}{4n} & \text{pour } k\pi = n\beta_{r_i}\theta_r
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{8.38}
$$

Dans le chapitre précédent, lorsque nous avions développé la fonction de perméance de manière formelle en résolvant les équations de Maxwell, nous avions abouti à une intégrale similaire (produit de fonctions trigonométriques). Nous avions alors donné, sans plus d'explications, une expression générale sous forme d'un produit d'une fonction trigonométrique et d'un sinus cardinal, évitant alors une quelconque condition d'égalité ou d'inégalité sur les termes au dénominateur. Il est possible ici d'utiliser la même technique et, à la suite d'un calcul relativement long, il est possible d'exprimer $\alpha_{k,n,i}$ de la sorte,

$$
\begin{aligned}
\alpha_{k,n,i} = \frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\Bigg\{&\cos\left(n\left(\theta_i+\frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\right)-k\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}-\frac{n\beta_{r_i}}{N_r}\right) \\
&+\cos\left(n\left(\theta_i+\frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\right)+k\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}+\frac{n\beta_{r_i}}{N_r}\right)\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{8.39}
$$

De la même manière que pour le terme Υ_{1n}, nous pouvons déduite le terme Γ_{1n},

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{1n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \left.\frac{\partial A_i\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} \sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \left.\frac{\partial A_i\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{re}} \sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1k} \underbrace{\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\left(\nu-\theta_i\right)\right)\sin\left(n\nu\right) d\nu}_{\sigma_{k,n,i}} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1k}\sigma_{k,n,i}
\end{aligned}
\tag{8.40}
$$

avec

$$
\begin{aligned}
\sigma_{k,n,i} &= \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\left(\nu-\theta_i\right)\right)\sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \begin{cases}
\frac{-n\left(\beta_{r_i}\theta_r\right)^2\left(\cos(n\theta_i)-\cos\left(n\left(\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r\right)\right)(-1)^k\right)}{(k\pi)^2-\left(n\beta_{r_i}\theta_r\right)^2} & \text{pour } k\pi \neq n\beta_{r_i}\theta_r \\
\frac{\beta_{r_i}\theta_r\sin(n\theta_i)}{2}+\frac{\cos(n\theta_i)-\cos\left(n\theta_i+2n\beta_{r_i}\theta_r\right)}{4n} & \text{pour } k\pi = n\beta_{r_i}\theta_r
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{8.41}
$$

Là encore, il est possible d'écrire $\sigma_{k,n,i}$ sous forme d'un produit de sinus cardinaux comme suit,

$$
\begin{aligned}
\sigma_{k,n,i} = \frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\Bigg\{&\sin\left(n\left(\theta_i+\frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\right)-k\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}-\frac{n\beta_{r_i}}{N_r}\right) \\
&+\sin\left(n\left(\theta_i+\frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2}\right)+k\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}+\frac{n\beta_{r_i}}{N_r}\right)\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{8.42}
$$

Maintenant que la fonction $\Upsilon_1\left(\nu\right)$ est connue, nous pouvons déterminer les coefficients $A_n^{(I)}$ et $C_n^{(I)}$ par simple identification. Il en sera de même pour les coefficients $B_n^{(I)}$ et $D_n^{(I)}$, une fois que la fonction $\Upsilon_2\left(\nu\right)$ aura été développée en série de Fourier. On rappelle que

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial A_I\left(r,\nu\right)}{\partial r} = &\sum_{n\geqslant 1} n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n-1}\right]\cos\left(n\nu\right) \\
&+ n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n-1}\right]\sin\left(n\nu\right)
\end{aligned}
\tag{8.43}
$$

et donc, nous pouvons écrire que

$$
\begin{cases}
\Upsilon_{1n} = n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}+\frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \\
\Upsilon_{2n} = n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\right] \\
\Gamma_{1n} = n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}+\frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \\
\Gamma_{2n} = n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\right]
\end{cases}
\tag{8.44}
$$

Les termes Υ_{2n} et Γ_{2n} sont donnés ci-après,

$$\Omega_2(\nu) = \sum_{n \geqslant 1} \Upsilon_{2n} \cos(n\nu) + \Gamma_{2n} \sin(n\nu) \tag{8.45}$$

avec les coefficients de Fourier Υ_{2n} et Γ_{2n},

$$\begin{aligned}
\Upsilon_{2n} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r} \right|_{r=R_{si}} \cos(n\nu)\, d\nu \\
&= \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \left. \frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r} \right|_{r=R_{si}} \cos(n\nu)\, d\nu \\
&= \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \underbrace{\mu_0 \frac{J_{j0}}{2} R_{si} \left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}} \right)^2 - 1 \right)}_{\beta_3} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos(n\nu)\, d\nu}_{\alpha_{n,j}} \right. \\
&\quad \left. + \sum_{q \geqslant 1} A_q^{(i)} \Lambda_{1qj} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} (\nu - \theta_j) \right) \cos(n\nu)\, d\nu}_{\alpha_{q,n,j}} - \Lambda_{2qj} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} (\nu - \theta_j) \right) \cos(n\nu)\, d\nu}_{\alpha_{q,n,j}} \right\} \\
&= \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \beta_3 \alpha_{n,j} + \sum_{q \geqslant 1} A_q^{(i)} \Lambda_{1q} \alpha_{q,n,j} - \Lambda_{2q} \alpha_{q,n,j} \right\}
\end{aligned} \tag{8.46}$$

avec

$$\Lambda_{1qj} = q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} \left[-\frac{1}{R_{si}} + \frac{\beta_2}{R_{se}} \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} - 1} \right] \tag{8.47}$$

$$\Lambda_{2qj} = 2\mu_o \frac{J_{jq}}{4 - \left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} \right)^2} \left(R_{si} - R_{se} \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} - 1} \right) \tag{8.48}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{q,n,j} &= \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} (\nu - \theta_j) \right) \cos(n\nu)\, d\nu \\
&= \begin{cases} \frac{n\left(\beta_{s_j}\theta_s\right)^2 \left(\sin(n\theta_j) - \sin\left(n\left(\theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right) \right) (-1)^q \right)}{(q\pi)^2 - \left(n\beta_{s_j}\theta_s \right)^2} & \text{pour } q\pi \neq n\beta_{s_j}\theta_s \\ \frac{\beta_s \theta_s \cos(n\theta_j)}{2} - \frac{\sin(n\theta_j) - \sin\left(n\theta_j + 2n\beta_{s_j}\theta_s \right)}{4n} & \text{pour } q\pi = n\beta_{r_i}\theta_r \end{cases}
\end{aligned} \tag{8.49}$$

qui s'expriment encore sous forme de sinus cardinaux,

$$\begin{aligned}
\alpha_{q,n,j} = \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} &\left\{ \cos\left(n\left(\theta_j + \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} \right) - q\frac{\pi}{2} \right) \operatorname{sinc}\left(\frac{q}{2} - \frac{n\beta_{s_j}}{N_s} \right) \right. \\
&\left. + \cos\left(n\left(\theta_j + \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} \right) + q\frac{\pi}{2} \right) \operatorname{sinc}\left(\frac{q}{2} + \frac{n\beta_{s_j}}{N_s} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{8.50}$$

et avec,

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{2n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \left.\frac{\partial A_j\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} \sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s} \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \left.\frac{\partial A_j\left(r,\nu\right)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} \sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \underbrace{\mu_0 \frac{J_{j0}}{2} R_{si}\left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^2 - 1\right)}_{\beta_{3j}} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \sin\left(n\nu\right) d\nu}_{\sigma_{n,j}} \right. \\
&\left. + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)} \Lambda_{1qj} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\sin\left(n\nu\right) d\nu}_{\sigma_{q,n,j}} - \Lambda_{2qj} \underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\sin\left(n\nu\right) d\nu}_{\sigma_{q,n,j}} \right\} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \beta_{3j}\sigma_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)} \Lambda_{1q}\sigma_{q,n,j} - \Lambda_{2q}\sigma_{q,n,j} \right\}
\end{aligned}
\tag{8.51}
$$

avec,

$$
\begin{aligned}
\sigma_{q,n,j} &= \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\sin\left(n\nu\right) d\nu \\
&= \begin{cases} \frac{-n\left(\beta_{s_j}\theta_s\right)^2\left(\cos(n\theta_j)-\cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)(-1)^q\right)}{\left(q\pi\right)^2-\left(n\beta_{s_j}\theta_s\right)^2} & \text{pour } q\pi \neq n\beta_{s_j}\theta_s \\ \frac{\beta_{s_j}\theta_s\sin(n\theta_j)}{2} + \frac{\cos(n\theta_j)-\cos\left(n\theta_j+2n\beta_{s_j}\theta_s\right)}{4n} & \text{pour } q\pi = n\beta_{r_i}\theta_r \end{cases}
\end{aligned}
\tag{8.52}
$$

Sous forme de sinus cardinaux, peuvent s'exprimer

$$
\begin{aligned}
\sigma_{q,n,j} = \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} &\left\{ \sin\left(n\left(\theta_j+\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}\right) - q\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{q}{2}-\frac{n\beta_{s_j}}{N_s}\right)\right. \\
&\left. + \sin\left(n\left(\theta_j+\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}\right) + q\frac{\pi}{2}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{q}{2}+\frac{n\beta_{s_j}}{N_s}\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{8.53}
$$

Continuité du potentiel-vecteur La deuxième condition aux limites que l'on doit satisfaire porte sur la continuité du potentiel-vecteur au niveau des interfaces entre l'entrefer et les encoches stator ou rotor (cf. Figure 8.8).

Tout d'abord, la continuité du potentiel au niveau des encoches rotoriques en $r = R_{re}$, nous permet d'écrire que

$$
A_i\left(r,\nu\right)|_{r=R_{re}} = A_I\left(r,\nu\right)|_{r=R_{re}} \text{ pour } \nu \in \left[\theta_i, \theta_i+\beta_{r_i}\theta_r\right]
\tag{8.54}
$$

En développant en série de Fourier le potentiel-vecteur A_I au dessus de l'encoche, on peut déterminer les coefficients $A_0^{(i)}$ et $A_k^{(i)}$ comme suit,

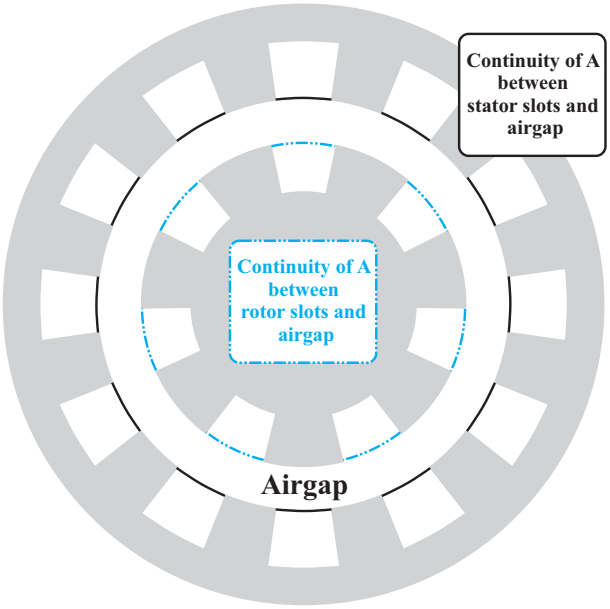


FIGURE 8.8: Continuité du potentiel-vecteur aux interfaces entre l'entrefer et les encoches stator ou rotor

$$A_0^{(i)} = \frac{1}{\beta_{r_i}\theta_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} A_I\left(r = R_{re}, \nu\right) d\nu$$

$$= \frac{1}{\beta_{r_i}\theta_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \cos\left(n\nu\right) + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \sin\left(n\nu\right) \right\} d\nu$$

$$= \frac{1}{\beta_{r_i}\theta_r} \sum_{n\geqslant 1} \left\{ \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \underbrace{\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(n\nu\right) d\nu}_{\alpha_{n,i}} + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \underbrace{\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \sin\left(n\nu\right) d\nu}_{\sigma_{n,i}} \right\}$$

$$= \frac{1}{\beta_{r_i}\theta_r} \sum_{n\geqslant 1} \left\{ \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \alpha_{n,i} + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n \right] \sigma_{n,i} \right\} \tag{8.55}$$

avec,

$$\alpha_{n,i} = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(n\nu\right) d\nu$$

$$= \frac{\sin\left(n\left(\theta_i + \beta_{r_i}\theta_r\right)\right) - \sin\left(n\theta_i\right)}{n} \tag{8.56}$$

et

$$\sigma_{n,i} = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \sin(n\nu)\, d\nu$$
$$= \frac{\cos(n\theta_i) - \cos(n(\theta_i + \beta_{r_i}\theta_r))}{n} \tag{8.57}$$

et

$$A_k^{(i)} \left[\beta_1 \left(\frac{R_{re}}{R_{ri}} \right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}} + 1 \right] = \frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} A_I(r = R_{re}, \nu) \cos\left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r} (\nu - \theta_i) \right) d\nu$$

$$= \frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \cos(n\nu) + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \sin(n\nu) \right\} \cos\left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r} (\nu - \theta_i) \right) d\nu$$

$$= \frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r} \sum_{n\geqslant 1} \left\{ \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r} (\nu - \theta_i) \right) \cos(n\nu)\, d\nu \right.$$
$$\left. + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta_{r_i}\theta_r} \cos\left(k \frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r} (\nu - \theta_i) \right) \sin(n\nu)\, d\nu \right\}$$
$$= \frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \alpha_{k,n,i} + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)} \left(\frac{R_{re}}{R_{si}} \right)^n \right] \sigma_{k,n,i} \right\} \tag{8.58}$$

Même chose concernant les encoches statoriques où la continuité du potentiel en $r = R_{si}$ nous permet d'écrire que

$$A_j(r,\nu)|_{r=R_{si}} = A_I(r,\nu)|_{r=R_{si}} \text{ pour } \nu \in [\theta_j, \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s] \tag{8.59}$$

On calcule tout d'abord le terme moyen de l'expression du potentiel vecteur dans les encoches statoriques,

$$A_0^{(j)} + \mu_0 \frac{J_{j0}}{2} \left(R_{se}^2 \ln(R_{si}) - \frac{R_{si}^2}{2} \right) = \frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s} \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} A_I(r = R_{si}, \nu)\, d\nu$$

$$= \frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s} \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + B_n^{(I)} \right] \cos(n\nu) + \left[C_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + D_n^{(I)} \right] \sin(n\nu) \right\} d\nu$$
$$= \frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + B_n^{(I)} \right] \alpha_{n,j} + \left[C_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + D_n^{(I)} \right] \sigma_{n,j} \right\} \tag{8.60}$$

$$\alpha_{n,j} = \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \cos(n\nu)\, d\nu$$
$$= \frac{\sin\left(n\left(\theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right)\right) - \sin(n\theta_j)}{n} \tag{8.61}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{n,j} &= \int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} \sin(n\nu)\, d\nu \\ &= \frac{\cos(n\theta_j) - \cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)}{n}\end{aligned} \tag{8.62}$$

et pour les termes harmoniques,

$$\begin{aligned}&\left[A_q^{(j)}\left[1+\beta_2\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] - \mu_o \frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si}^2 - \frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right] \\ &= \frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} A_I\left(r=R_{si},\nu\right)\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)d\nu \\ &= \frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n} + B_n^{(I)}\right]\alpha_{q,n,j} + \left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n} + D_n^{(I)}\right]\sigma_{q,n,j}\right\}\end{aligned} \tag{8.63}$$

Le système final à résoudre est formé par les équations,

$$\begin{cases}\Upsilon_{1n} = n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}} + \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \\ \Upsilon_{2n} = n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1} + \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\right] \\ \Gamma_{1n} = n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}} + \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \\ \Gamma_{2n} = n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1} + \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\right]\end{cases} \tag{8.64}$$

$$\Upsilon_{1n} = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1ki}\alpha_{k,n,i} \tag{8.65}$$

$$\Upsilon_{2n} = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\beta_{3j}\alpha_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\alpha_{q,n,j} - \Lambda_{2qj}\alpha_{q,n,j}\right\} \tag{8.66}$$

$$\Gamma_{1n} = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1ki}\sigma_{k,n,i} \tag{8.67}$$

$$\Gamma_{2n} = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\beta_{3j}\sigma_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\sigma_{q,n,j} - \Lambda_{2qj}\sigma_{q,n,j}\right\} \tag{8.68}$$

$$\begin{aligned}&A_0^{(i)} = \\ &= \frac{1}{\beta_{r_i}\theta_r}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left\{\left[A_n^{(I)} + B_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\alpha_{n,i} + \left[C_n^{(I)} + D_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\sigma_{n,i}\right\}\right\}\end{aligned} \tag{8.69}$$

$$A_k^{(i)}\left[\beta_1\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}+1\right]=$$
$$=\frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}+B_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\alpha_{k,n,i}+\left[C_n^{(I)}+D_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\sigma_{k,n,i}\right\} \tag{8.70}$$

$$A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(R_{si}\right)-\frac{R_{si}^2}{2}\right)=$$
$$=\frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{n,j}\right\} \tag{8.71}$$

$$\left[A_q^{(j)}\left[1+\beta_2\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si}^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{q,n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{q,n,j}\right\} \tag{8.72}$$

8.2.4 Mise en forme du système d'équations

Nous avons défini précédemment un système de 8 équations comportant 8 inconnues,

$$\left.\begin{matrix}A_n^{(I)}\\B_n^{(I)}\\C_n^{(I)}\\D_n^{(I)}\end{matrix}\right\}\text{Entrefer (Zone I)}$$
$$\left.\begin{matrix}A_0^{(i)}\\A_k^{(i)}\end{matrix}\right\}\text{Encoches rotoriques (Zone i)}$$
$$\left.\begin{matrix}A_0^{(j)}\\A_q^{(j)}\end{matrix}\right\}\text{Encoches statoriques (Zone j)}$$

Les expressions du potentiel-vecteur dans chacunes des zones s'écrit sous la forme de séries infinies. Nous bornerons le nombre d'harmoniques à certaines valeurs,

$$\begin{aligned}\max(n)&=N &&\text{, dans l'entrefer}\\ \max(k)&=K &&\text{, dans les encoches rotoriques}\\ \max(q)&=Q &&\text{, dans les encoches statoriques}\end{aligned} \tag{8.73}$$

Cela étant, on peut remarquer que les termes harmoniques forment un système qui peut être résolu indépendamment (6 équations - 6 inconnues), et que les termes moyens n'interviennent pas directement dans la détermination des coefficients d'entrefer (Zone I). Nous déterminerons *a posteriori* les valeurs moyennes du potentiel-vecteur dans les encoches rotoriques $A_0^{(i)}$ et statoriques $A_0^{(j)}$ à partir des coefficients d'entrefer.

La mise en forme du système matriciel est détaillée en Annexe B. Finalement, on peut écrire le système matriciel suivant,

$$LX=U \tag{8.74}$$

où L peut être définie comme,

$$L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & [0] & [0] & -[S1]\left[\alpha_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] & [0] \\ [0] & [0] & -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & -[S1]\left[\sigma_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] & [0] \\ [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] & [0] & [0] & -[S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] \\ [0] & [0] & [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] & -[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] \\ \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T & \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T[D4] & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T[D4] & -[D3_{ki}] & [0] \\ \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T & [0] & -[D5_{qj}] \end{bmatrix} \tag{8.75}$$

U , le vecteur source se définit comme,

$$M = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ \left\{[S1]\left[\alpha_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right] - [S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ \left\{[S1]\left[\sigma_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right] - [S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ [0] \\ [\Lambda_{3qj}] \end{bmatrix} \tag{8.76}$$

et enfin X, le vecteur des coefficients inconnus s'exprime comme

$$X = \begin{bmatrix} A_n^{(I)} \\ B_n^{(I)} \\ C_n^{(I)} \\ D_n^{(I)} \\ A_k^{(i)} \\ A_q^{(j)} \end{bmatrix} \tag{8.77}$$

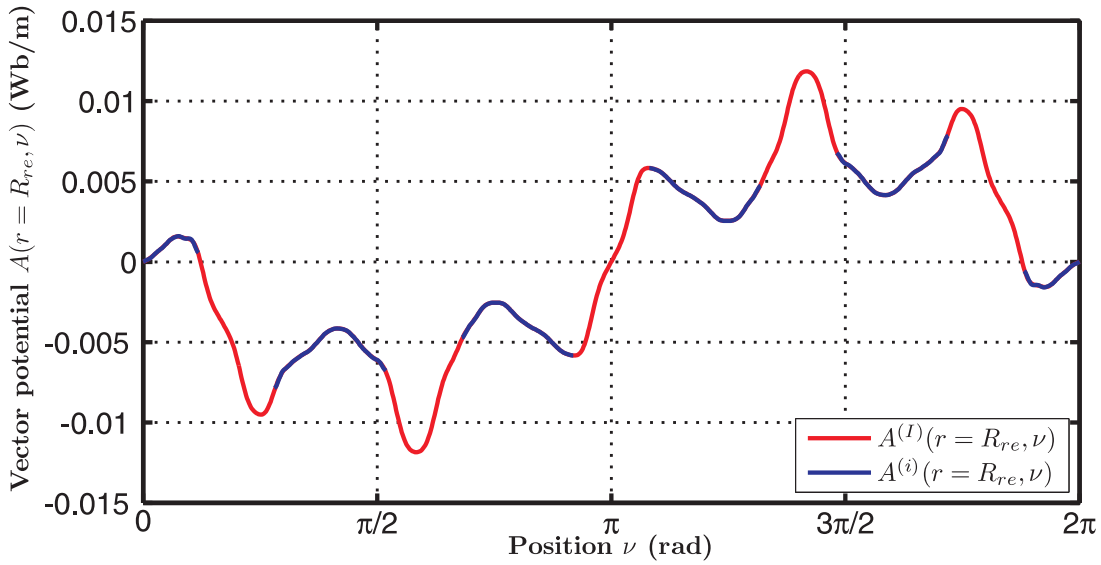
8.3 Comparaison du modèle analytique avec des simulations Eléments Finis 2D

Une fois que le système matriciel a été implémenté et les coefficients inconnus déterminés, nous avons accès directement au potentiel-vecteur dans l'entrefer (Zone I) ainsi qu'au niveau des encoches rotoriques (Zones i) et statoriques (Zones j). Afin de valider le modèle analytique formel, nous effectuons une comparaison avec différentes grandeurs calculées par EF 2D.

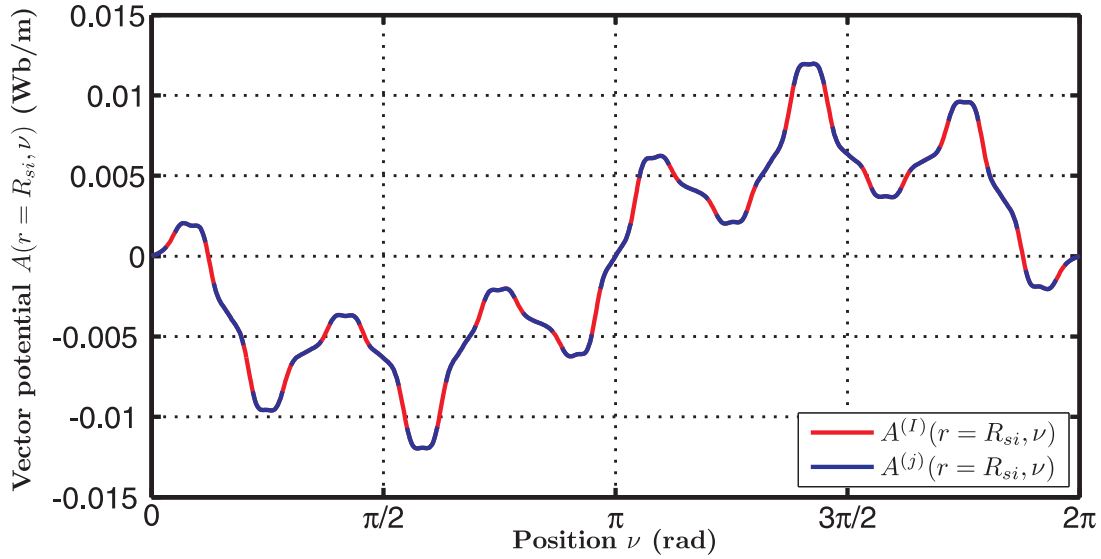
Validation des conditions aux limites

La méthode des intégrales de frontières nous permettait de raccorder deux zones disctinctes en assurant à la fois la continuité du potentiel-vecteur au niveau de l'interface entre ces deux zones mais aussi en imposant la continuité de la dérivée normale. Ci-après, nous présentons un comparatif entre les valeurs du potentiel-vecteur et de leurs dérivées au niveau des frontières rotor-entrefer et stator entrefer, soit respectivement en $r = R_{re}$ et R_{si}.

Tout d'abord, nous présentons à la Figure 8.9, l'évolution du potentiel à l'interface entre le rotor et l'entrefer et aussi au niveau de l'interface stator-entrefer. Comme on peut l'observer, la condition de continuité du potentiel-vecteur est très bien respectée. En effet, sous chaques encoches statoriques ou rotoriques, le potentiel-vecteur calculé est égal au potentiel d'entrefer (au niveau des interfaces).



(a) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculé analytiquement à l'interface rotor-entrefer



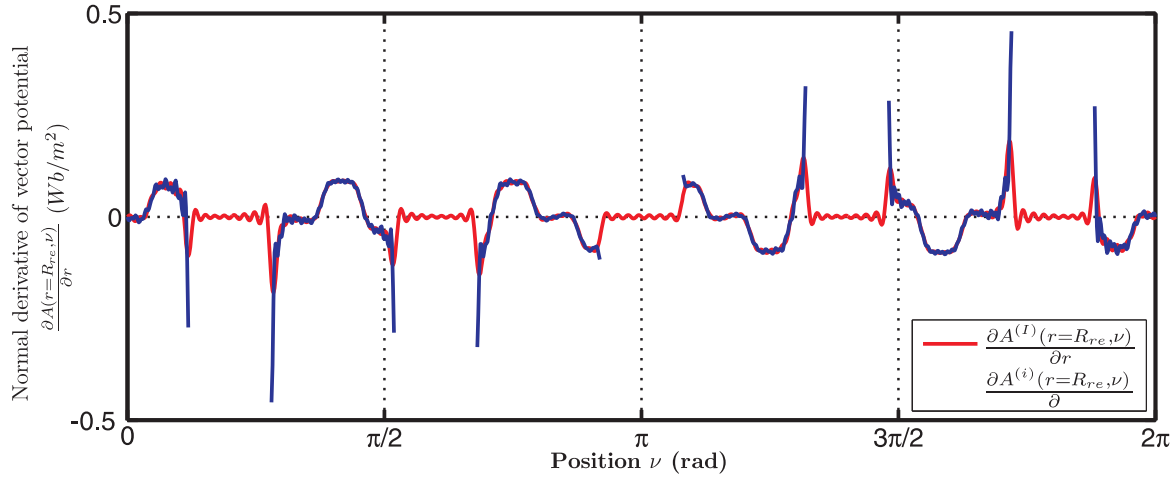
(b) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculé analytiquement à l'interface stator-entrefer

FIGURE 8.9: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ avec le modèle analytique au niveau des interfaces entre le rotor et l'entrefer (a) et entre le stator et l'entrefer (b) pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$- $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$ - $N = 100$ - $K = Q = 50$ - $e = 5mm$

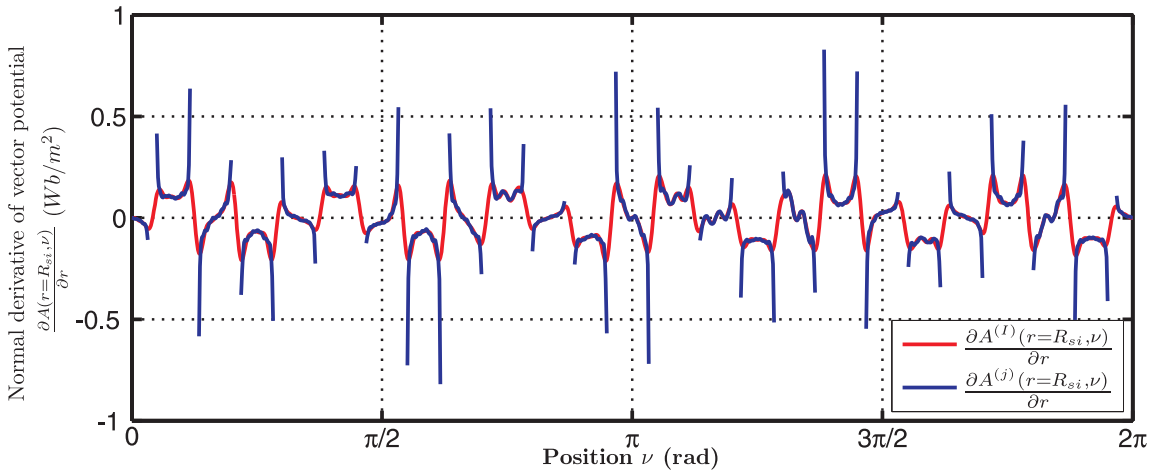
Même chose pour la condition de continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur que l'on valide à la Figure 8.10. Là encore, on peut observer que lorsque l'on se trouve en face d'une dent stator ou rotor, la dérivée normale s'annule. Cela signifie que la condition de Neumann que l'on impose est bien prise en compte. Lorsque l'on se trouve en face d'une encoche rotor ou stator, le champ tangentiel est bien conservé.

Expressions analytiques des composantes radiales et tangentielles de l'induction $B^{(I)}$ (ou du champ magnétique $H^{(I)}$) dans l'entrefer

Nous pouvons déterminer les composantes radiales et tangentielles de l'induction à partir de l'expression du potentiel-vecteur $A^{(I)}$ dans l'entrefer comme suit,



(a) Dérivée normale du potentiel-vecteur $\frac{\partial A(r,\nu)}{\partial r}$ calculée analytiquement à l'interface rotor-entrefer



(b) Dérivée normale du potentiel-vecteur $\frac{\partial A(r,\nu)}{\partial r}$ calculée analytiquement à l'interface stator-entrefer

FIGURE 8.10: Evaluation de la dérivée normale du potentiel $\frac{\partial A(r,\nu)}{\partial r}$ avec le modèle analytique au niveau des interfaces entre le rotor et l'entrefer (a) et entre le stator et l'entrefer (b) pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$- $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$ - $N = 100$ - $K = Q = 50$ - $e = 5mm$

$$\overrightarrow{B} = rot\left(\overrightarrow{A}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} B_r^{(I)}(r,\nu) = \frac{1}{r}\frac{\partial A^{(I)}(r,\nu)}{\partial \nu} \\ B_\nu^{(I)}(r,\nu) = -\frac{\partial A^{(I)}(r,\nu)}{\partial r} \end{cases} \tag{8.78}$$

Finalement, nous retiendrons les expressions suivantes,

$$B_r^{(I)}(r,\nu) = \sum_{n\geqslant 1} n\left[\frac{C_n^{(I)}}{r}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + \frac{D_n^{(I)}}{r}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\cos(n\nu) - n\left[\frac{A_n^{(I)}}{r}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n} + \frac{B_n^{(I)}}{r}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n}\right]\sin(n\nu) \tag{8.79}$$

pour la composante radiale, et,

$$B_\nu^{(I)}(r,\nu) = \sum_{n\geqslant 1} n\left[\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n-1} - \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n-1}\right]\cos(n\nu) + n\left[\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{r}{R_{re}}\right)^{-n-1} - \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{n-1}\right]\sin(n\nu) \tag{8.80}$$

pour la composante tangentielle. Les champs magnétiques associés viennent directement puisque l'on se trouve dans l'air ($\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$) .

Comparaison avec les simulations EF 2D

Structure double saillante quelconque

On remarquera que dans un premier temps, nous n'avons pas sélectionné une configuration qui fonctionne sur le principe de la commutation de flux. Nous avons considéré une machine double saillante quelconque avec de nombreuses dents statoriques ($N_s = 24$) très fines et peu de dents rotoriques ($N_r = 5$). L'intérêt étant de montrer que la méthode reste très précise même dans des cas extrêmes. Effectivement, dans la géométrie que nous avons choisi, l'entrefer très important favorisant ainsi les fuites encoches. Malgré tout, nous gardons une précision très bonne. Dans les comparatifs que nous allons présenter par la suite, nous considèrerons 100 harmoniques d'entrefer ($N = 100$) et 20 harmoniques dans les encoches statoriques et rotoriques ($K = Q = 20$).

Sur la Figure 8.11, la distribution du potentiel-vecteur $\vec{A}$ dans la structure par le modèle analytique et par simulation EF 2D sont présentées. On peut remarquer que le modèle analytique permet d'obtenir des distributions très fidèles à celles obtenues par EF 2D. On peut remarquer, visuellement, que les conditions portant sur la continuité du potentiel-vecteur ainsi que sur la continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur sont bien respectées.

Pour valider un peu plus le modèle, nous proposons à la Figure 8.12 une distribution du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long de l'entrefer moyen. Le comparatif avec les EF 2D est très bon. Ce point est particulièrement intéressant du point de vue du champ tangentiel, que l'on ne pouvait pas déterminer précédemment et qui va permettre de déterminer le couple électromagnétique par l'intermédiaire du tenseur de Maxwell.

Nous avons effectué la même chose en alimentant uniquement une phase. En effet, sur la Figure 8.13, seuls les bobinages d'excitation sont alimentés en configuration simple couche. Cela revient à ne considérer aucun harmonique dans l'expression de la densité de courant ($J_{jq} = 0$). Les distributions du potentiel-vecteur obtenues analytiquement reflètent bien celles obtenues par EF 2D.

Nous proposons aussi à la Figure 8.14 une distribution du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long de l'entrefer moyen. Les prédictions analytiques sont très bonnes, notamment sur le champ tangentiel qui présente un fort contenu harmonique.

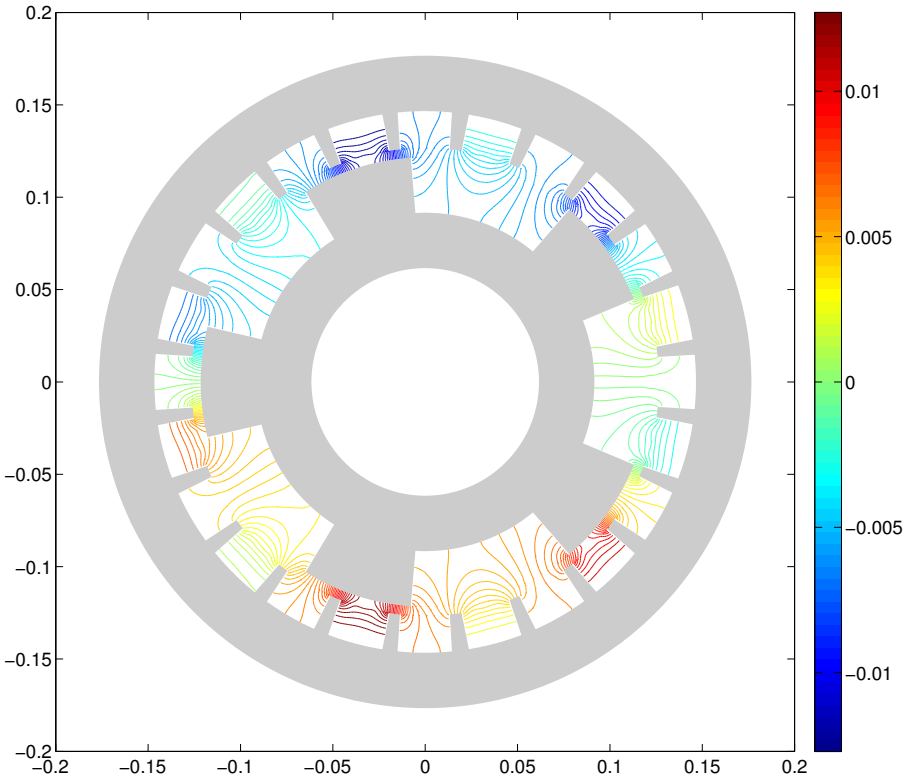
De manière générale, le champ dans cette structure est très fortement harmonique. L'utilisation de cette méthode, où le potentiel-vecteur est développée en séries de Fourier, prend donc tout son sens.

Influence du nombre d'harmoniques sur la convergence du modèle

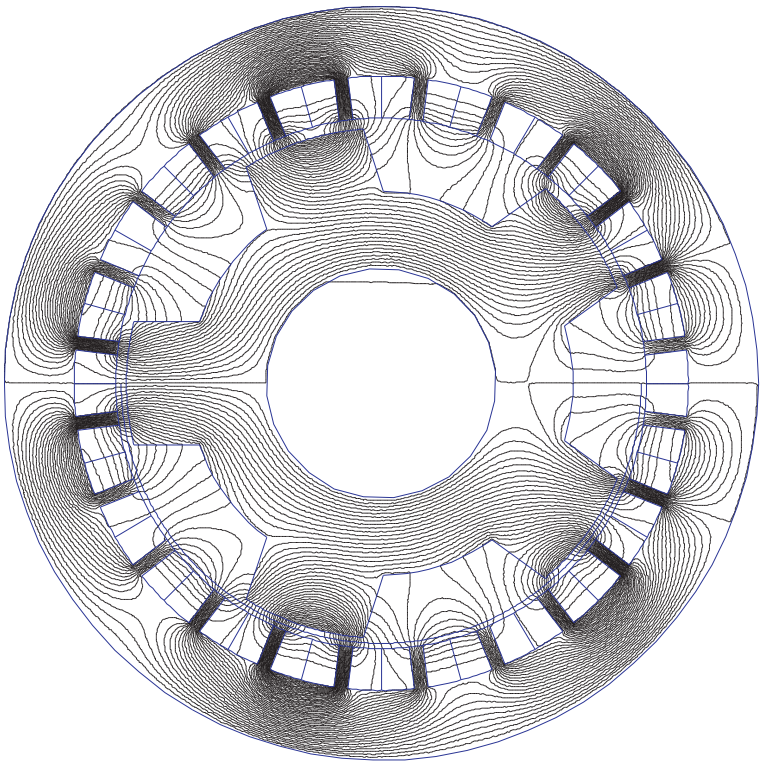
Justement en parlant de développement en séries harmoniques, on peut se demander quel nombre d'harmoniques il est souhaitable de considérer dans le modèle. Nous avons essayé de donner quelques élements de réponse dans ce paragraphe.

Tout d'abord à la Figure 8.15.(a), l'évolution de l'erreur quadratique moyenne entre le modèle analytique et EF 2D est proposée pour un nombre d'harmoniques d'encoche rotor et stator fixe. L'erreur quadratique est calculée sur la valeur du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$. Il est intéressant de remarquer qu'il existe un nombre d'harmoniques d'entrefer N pour lequel l'erreur est minimale. Ce nombre varie entre 40 et 80 suivant le nombre d'harmoniques d'encoche considéré.

Sur la Figure 8.15.(b), nous avons tracé l'évolution de l'erreur minimale atteinte en fonction du nombre d'harmoniques K ou Q (le nombre d'harmoniques d'entrefer variant jusqu'à 200). Il est intéressant de remarquer qu'au delà de 20 harmoniques d'encoche, l'erreur minimale atteinte n'évolue presque plus. Le nombre d'harmoniques d'entrefer pour lequel l'erreur quadratique est minimale (en fonction du nombre d'harmoniques

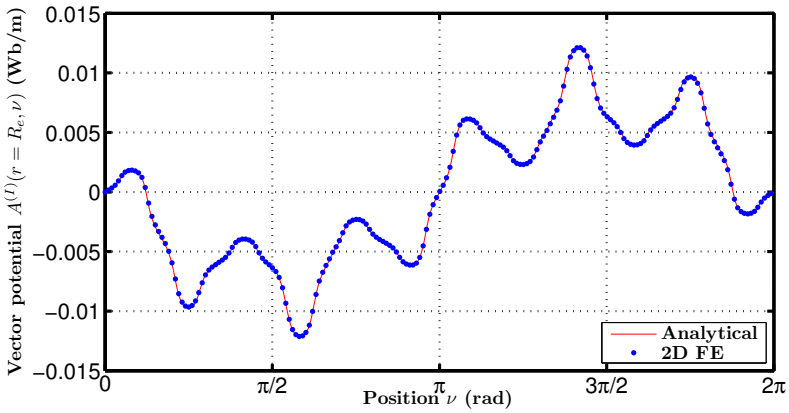


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

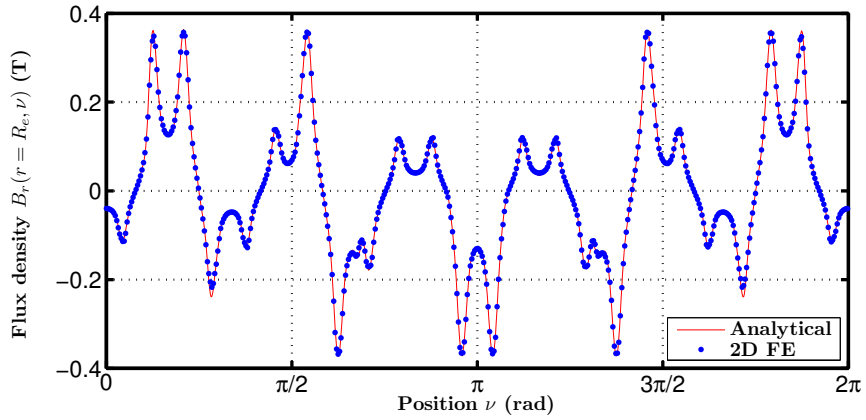


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

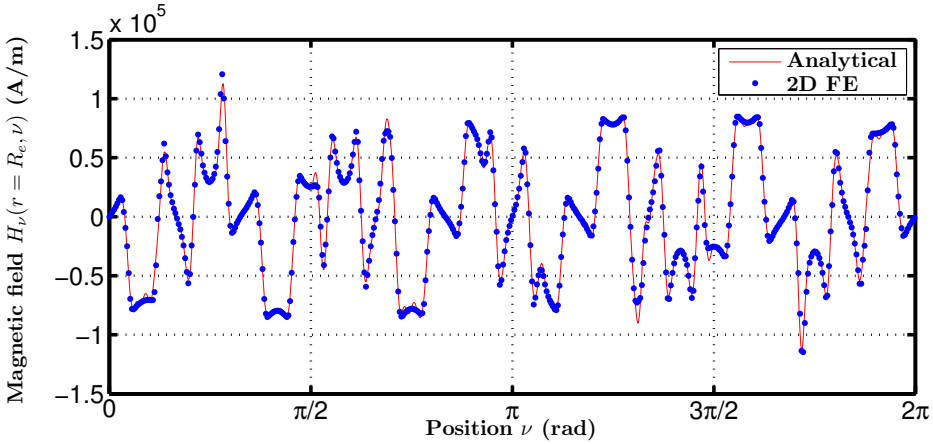
FIGURE 8.11: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$- $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r=R_e,\nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

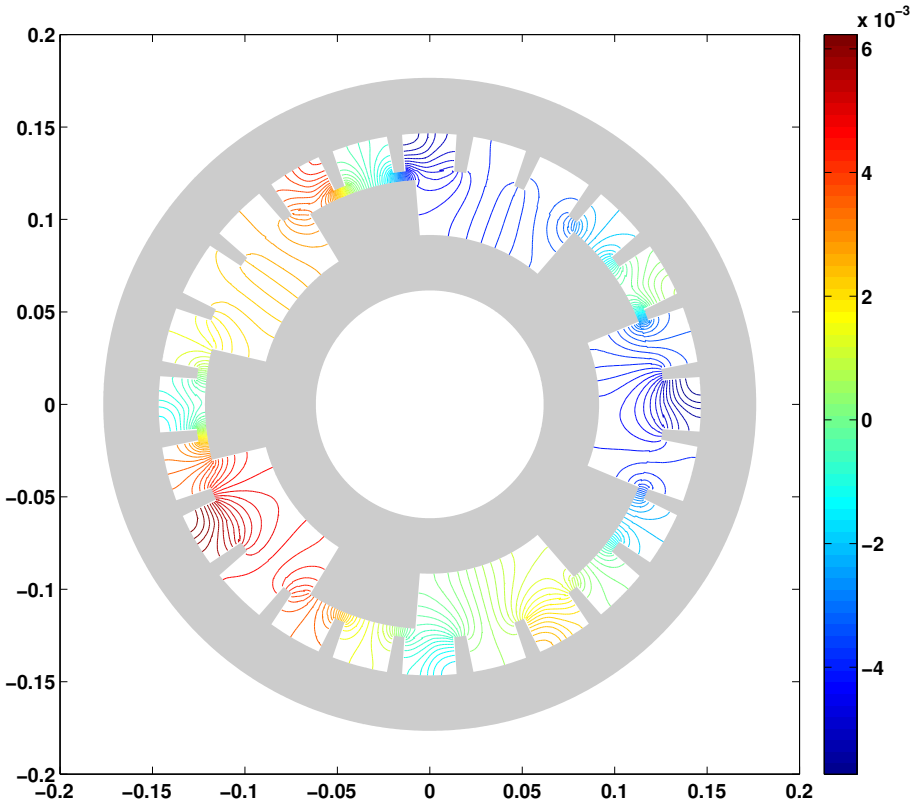


(b) Induction radiale $B_r(r=R_e,\nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

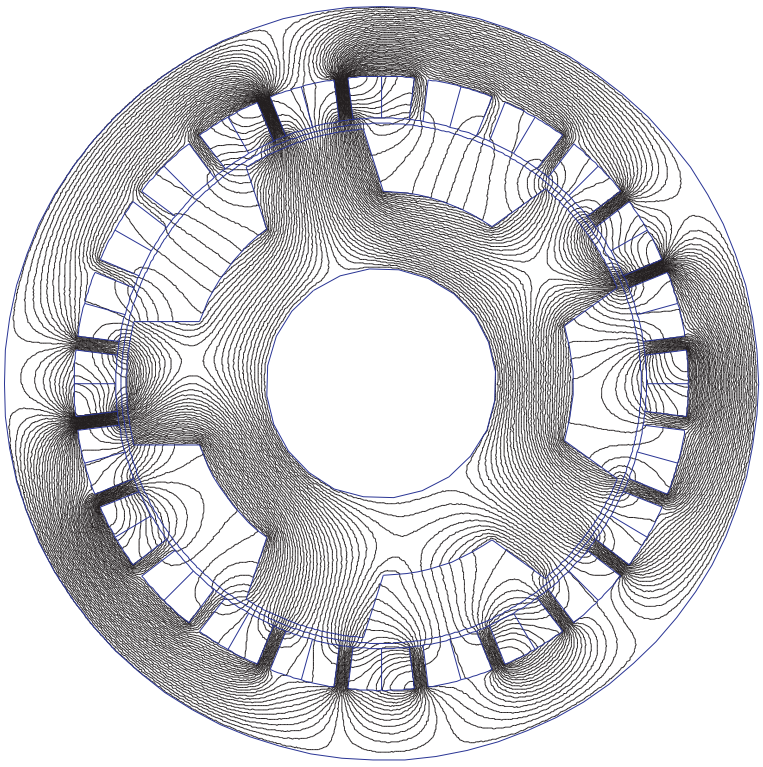


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r=R_e,\nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

FIGURE 8.12: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r=R_e,\nu)$, de l'induction radiale $B_r(r=R_e,\nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r=R_e,\nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

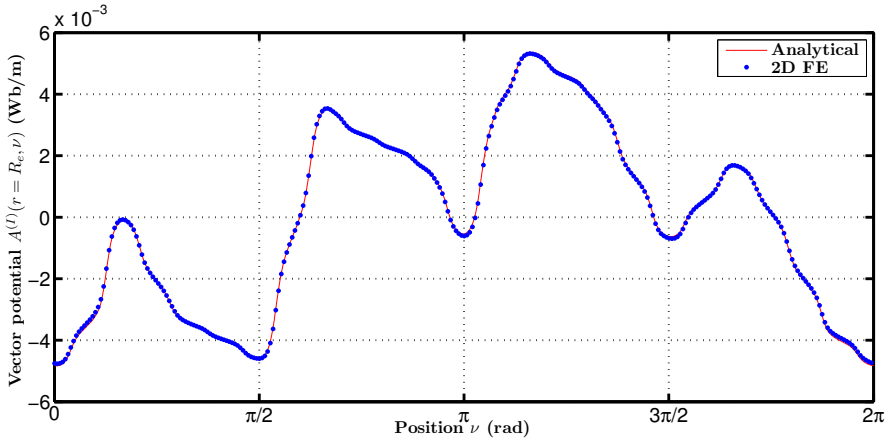


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

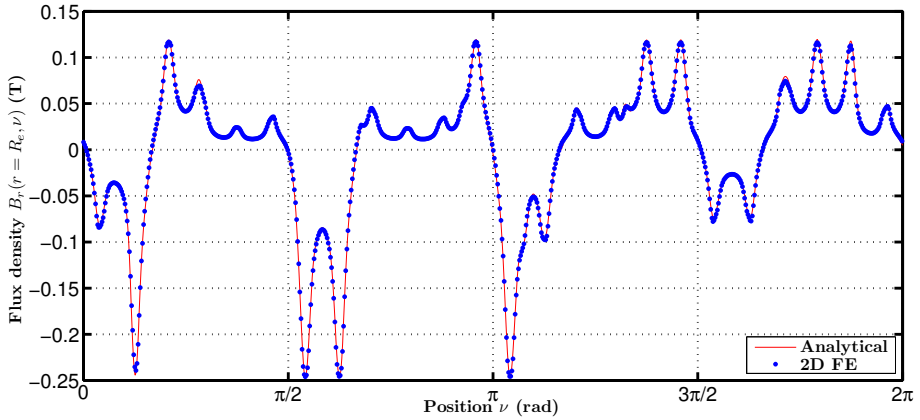


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

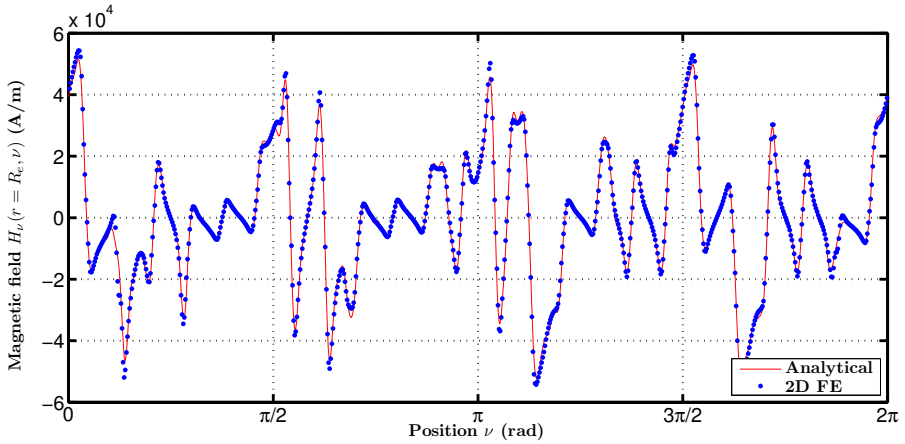
FIGURE 8.13: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{ph_1} = 5A.mm^{-2}$ - $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

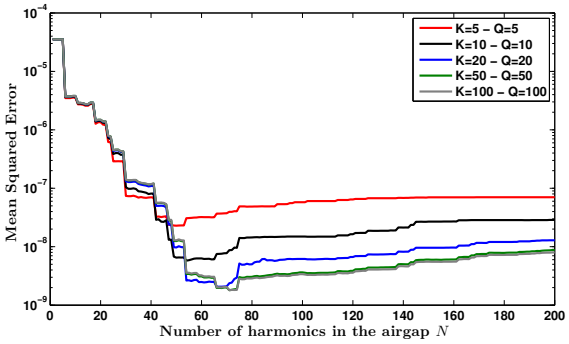


(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

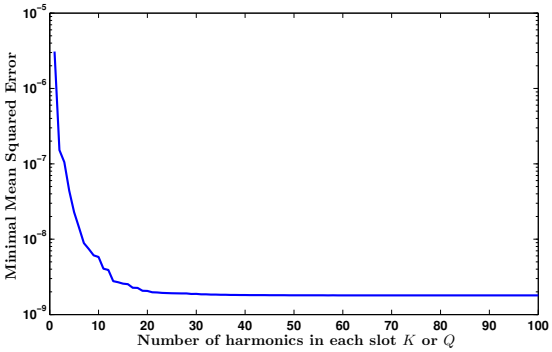


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.8$ et $\beta_r = 0.6$

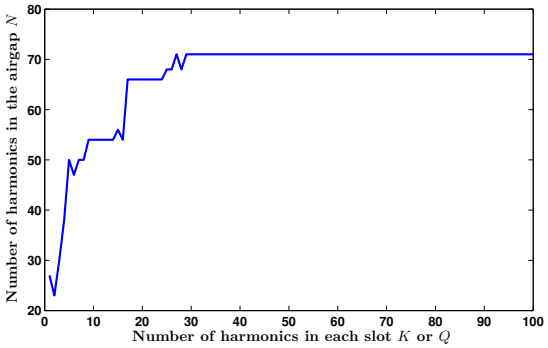
FIGURE 8.14: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{ph_1} = 5A.mm^{-2}$- $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Erreur moyenne quadratique entre le modèle analytique et EF 2D en fonction du nombre d'harmoniques d'entrefer N et avec un nombre d'harmoniques d'encoches stator Q et rotor K fixe



(b) Erreur quadratique moyenne minimale en fonction du nombre d'harmoniques d'encoches stator Q ou rotor K - Balayage du nombre d'harmoniques d'entrefer N entre 0 et 200



(c) L'évolution du nombre d'harmoniques d'entrefer N en fonction du nombre d'harmoniques d'encoches stator Q ou rotor K pour l'erreur quadratique moyenne minimale

FIGURE 8.15: Influence du nombre d'harmoniques sur l'évaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $J_{exc} = 5A.mm^{-2}$ - $e = 5mm$ - $\beta_s = 0.8$ - $\beta_r = 0.6$

K ou Q) est donnée à la Figure 8.15.(c). Au delà de 30 harmoniques d'encoche, 70 harmoniques d'entrefer sont nécéssaires afin de bien évaluer le potentiel d'entrefer.

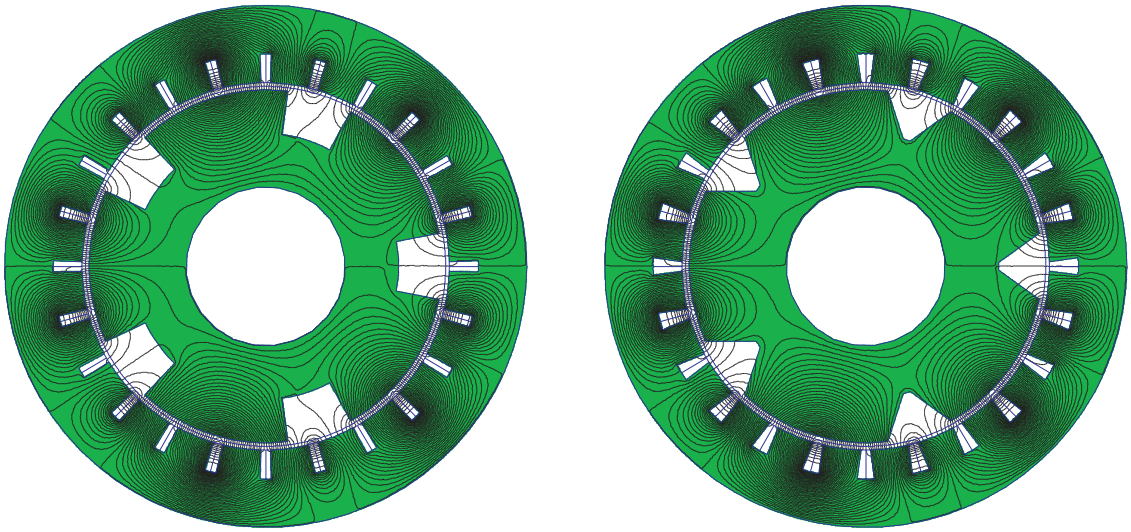
Influence de la géométrie sur la prédiction du champ d'entrefer

L'une des principales hypothèses que l'on a posé au tout début de la résolution analytique reste la considération d'encoches à bord radiaux. Cela est bien évidemment nécessaire au développement du modèle analytique puisque l'on détermine des solutions par la méthode de la séparation des variables. Il faut donc que les conditions aux limites (de Neumann) considérées soient homogènes suivant une des deux grandeurs - r ou ν - constituant notre repère de travail. Afin de déterminer si effectivement, cette modification géométrique influence grandement l'évaluation du champ d'entrefer, nous considèrons une structure 24/5 comme précédemment mais avec des dents statoriques et rotoriques beaucoup plus larges. Nous travaillerons ici à Ampère.tour d'excitation fixe NI_{exc} étant donné que l'on vient modifier la géométrie des encoches, et donc leurs surfaces.

Premièrement, penchons nous sur la Figure 8.16, où sont représentées les distributions du potentiel-vecteur $\vec{A}$ obtenues par EF 2D (avec dents droites ou avec des bords radiaux) et analytiquement (bords radiaux obligatoirement). On remarque que la structure est choisie volontairement afin de mettre en évidence plus facilement les modifications sur la distribution du champ.

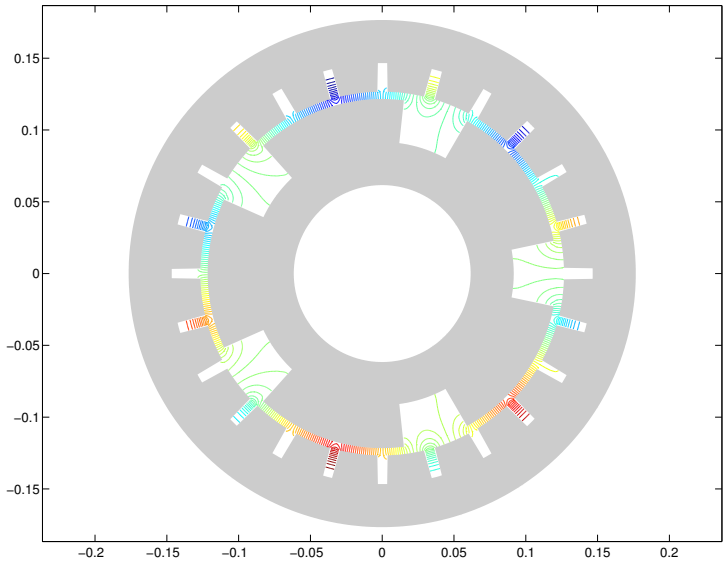
Si l'on compare les distributions de $\vec{A}$ obtenues analytiquement et par EF 2D à bords radiaux, le comparatif est plutôt bon. Les encoches statoriques alimentées fuitent énormément car elles sont peu épaisses. Aussi, les dents rotoriques étant relativement larges, les bobines situées en vis-à-vis créent un champ d'entrefer qui est principalement radial. Au contraire, les bobines alimentées qui se trouvent en vis-à-vis d'une encoche rotor,

créent, elles, des lignes de champ qui se rebouclent sur les bords d'encoches rotor.



(a) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée par EF 2D avec encoches à bords radiaux -$\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$

(b) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée par EF 2D avec dents droites -$\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$

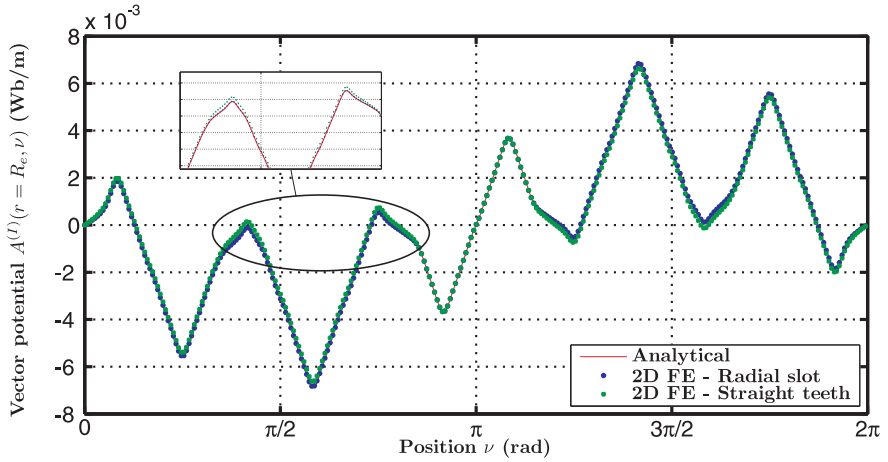


(c) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement (encoches à bords radiaux) -$\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$

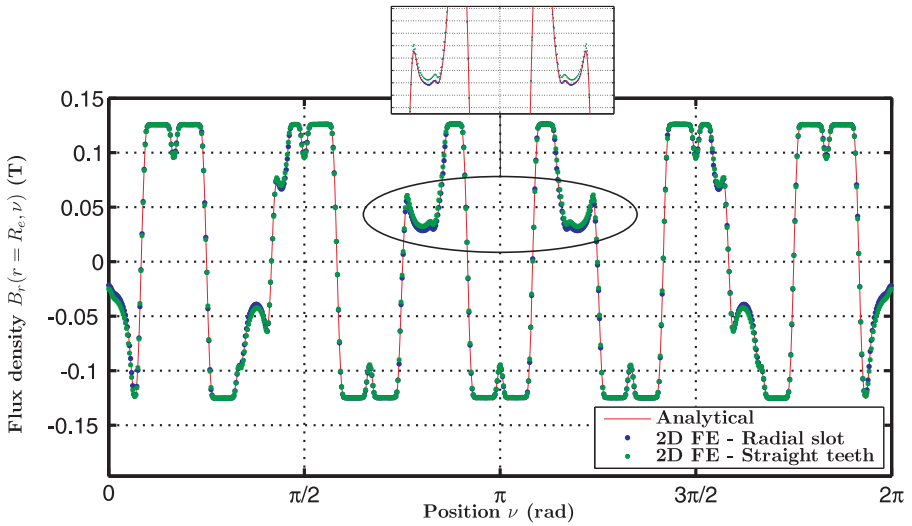
FIGURE 8.16: Influence de la géométrie pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$

Pour évaluer l'infuence de la géométrie sur le champ d'entrefer, nous proposons, comme précédemment, à la Figure 8.17, une distribution du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long de l'entrefer moyen, pour les trois cas de figures (cf. Figure 8.16).

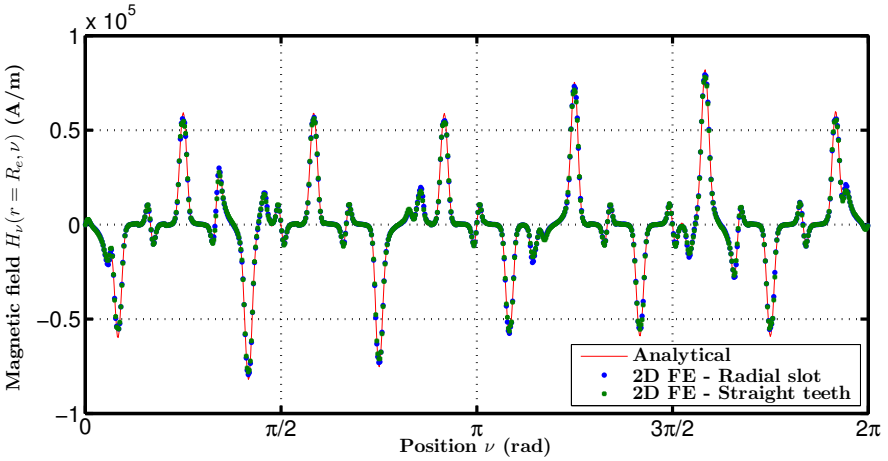
On remarque une légère différence sur l'évalutation du potentiel-vecteur $A(r = R_e, \nu)$. Sur l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$, le pic d'induction n'est pas modifié. En revanche, la modification intervient pour des valeurs plus faibles de l'induction. Il s'agit des zones d'entrefer en vis-à-vis des encoches rotoriques. Il est intéressant de remarquer que l'induction d'entrefer est légèrement plus grande dans le cas des configurations à dent droite. En effet, dans le cas des dents droites, la perméance d'encoche est légèrement plus grande que dans le cas des dents à bords radiaux.



(a) Potentiel-vecteur $A(r = R_e, \nu)$ calculée par EF 2D avec encoches à bord radiaux -$\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D -$\beta_s = 0.2$ et $\beta_r = 0.3$



(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D

FIGURE 8.17: Influence de la géométrie sur l'évaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique pour une structure quelconque (24 plots statoriques et 5 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$

Concernant le champ tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$, il n'y a pas de différences notables à relever.

Finalement, l'hypothèse d'une géométrie à bords radiaux impacte peu les distributions du champ d'entrefer. D'ailleurs, dans la suite de ce chapitre, nous validerons le modèle sur des structures MCF classiques et non-conventionnelles.

Structure à commutation de flux triphasée

Nous considérons maintenant des structures à double saillance à commutation de flux. Dans le chapitre précédent, nous avions mis en évidence que seul un choix judicieux de la combinaison en nombre de dent stator - rotor ($N_s - N_r$) permettait d'obtenir une commutation du flux. D'ailleurs, ce fût l'occasion de proposer une règle générale (sans être exhaustive...) qui permettait de prédéterminer les combinaisons $N_s - N_r$ présentant le plus fort potentiel de conversion d'énergie. Dans un souci de concision, nous nous intéresserons ici uniquement aux configurations triphasée $24 - 10$ MCF classique et $18 - 11$ MCF à dent de rebouclage. L'ensemble des distributions sera présenté en Annexe C. Les prédictions analytiques du champ à vide, de réaction magnétique d'induit et en charge sont toutes en très bon accord avec les simulations EF 2D.

8.4 Expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques intégrales

8.4.1 Expressions analytiques des flux, de la force électromotrice (FEM) et de la tension en charge

A partir du modèle d'entrefer formel développé précedemment, nous pouvons remonter à l'expression de la force électromotrice (FEM) de manière formelle là encore. Contrairement au modèle basé sur les fonctions de perméances (qui donnaient d'ailleurs satisfaction pour l'évaluation de la FEM), nous n'allons pas intégrér le champ d'entrefer sous le pas de la bobine mais plutôt utiliser l'expression du potentiel-vecteur dans les encoches, que l'on rappele ci-après,

$$A^{(j)}(r,\nu) = A_0^{(j)} + \mu_0 \frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2 \ln(r) - \frac{r^2}{2}\right) + \sum_{q \geqslant 1}\left\{\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right)\right.$$
$$\left.\left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + \beta_2\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] - \mu_o \frac{J_{jq}}{4 - \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(r^2 - \frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]\right\} \quad (8.81)$$

En considérant une densité de courant uniforme aux niveaux des encoches, le flux moyen sur l'encoche peut être déterminé en moyennant le potentiel-vecteur sur la surface de l'encoche S_{slot},

$$\varphi_k^{(j)} = \frac{2L_a}{S_{slot}} \int_{R_{si}}^{R_{se}} \int_{\theta_j + \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}(k-1)}^{\theta_j + \frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2}k} A^{(j)}(r,\nu)\, r dr d\nu \quad (8.82)$$

pour la $k^{\text{ième}}$ bobine de la $j^{\text{ième}}$ encoche dans un bobinage double couche ($k = 1$ ou 2), ou alors pour un bobinage simple couche, le flux moyen sur la $j^{\text{ième}}$ encoche,

$$\varphi^{(j)} = \frac{L_a}{S_{slot}} \int_{R_{si}}^{R_{se}} \int_{\theta_j}^{\theta_j + \beta_{s_j}\theta_s} A^{(j)}(r,\nu)\, r dr d\nu \quad (8.83)$$

avec,

$$S_{slot} = \int_{R_{si}}^{R_{se}} \int_{0}^{\beta_{s_j}\theta_s} r dr d\nu = \frac{\left(R_{se}^2 - R_{si}^2\right)}{2} \beta_{s_j}\theta_s \tag{8.84}$$

Tout calcul fait, l'expression du flux moyen dans le cas d'un bobinage double couche s'exprime par

$$\begin{aligned}
\varphi_k^{(j)} = A_0^{(j)} L_a + \frac{2L_a}{S_{slot}} \Bigg\{ & \frac{\beta_{s_j\theta_s}}{2} \mu_0 \frac{J_{j0}}{2} \left(\frac{R_{se}^4}{2} \left(\ln\left(R_{se}\right) - \frac{3}{4} \right) - \frac{R_{se}^2 R_{si}^2}{2} \left(\ln\left(R_{si}\right) - \frac{1}{2} \right) + \frac{R_{si}^4}{8} \right) \\
& + \sum_{q \geqslant 1} \left(\frac{\beta_{s_j}\theta_s \left(\sin\left(\frac{kq\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{q\pi(k-1)}{2}\right) \right)}{p\pi} \right) \\
& \Bigg\{ A_q^{(j)} \left[\left(\frac{1}{-\Gamma_q + 2} \right) \left(R_{se}^2 \left(\frac{R_{se}}{R_{si}} \right)^{-\Gamma_q} - R_{si}^2 \right) + \left(\frac{\beta_2}{\Gamma_q + 2} \right) \left(R_{se}^2 - R_{si}^2 \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{\Gamma_q} \right) \right] \\
& - \mu_o \frac{J_{jq}}{\left(4 - \Gamma_q^2\right)} \left(\left(\frac{R_{se}^4 - R_{si}^4}{4} \right) + \frac{2}{\left(\Gamma_q\right)\left(\Gamma_q + 2\right)} \left(\left(R_{se}R_{si}\right)^2 \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{\Gamma_q} - R_{se}^4 \right) \right) \Bigg\} \Bigg\}
\end{aligned} \tag{8.85}$$

avec,

$$\Gamma_q = q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s} \tag{8.86}$$

et par,

$$\varphi^{(j)} = A_0^{(j)} L_a + \frac{L_a}{S_{slot}} \left\{ \beta_{s_j\theta_s} \mu_0 \frac{J_{j0}}{2} \left(\frac{R_{se}^5}{2} \left(\ln\left(R_{se}\right) - \frac{7}{6} \right) - \frac{R_{si}^5}{2} \left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}} \right)^2 \left(\ln\left(R_{si}\right) - 1 \right) - \frac{1}{6} \right) \right) \right\} \tag{8.87}$$

pour un bobinage simple couche. Dans le cas où l'on se trouve à vide ($J_{jq} = 0$), ces expressions se réduisent à,

$$\begin{aligned}
\varphi_k^{(j)} = A_0^{(j)} L_a + \frac{2L_a}{S_{slot}} \Bigg\{ & \frac{\beta_{s_j\theta_s}}{2} \mu_0 \frac{J_{j0}}{2} \left(\frac{R_{se}^5}{2} \left(\ln\left(R_{se}\right) - \frac{7}{6} \right) - \frac{R_{si}^5}{2} \left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}} \right)^2 \left(\ln\left(R_{si}\right) - 1 \right) - \frac{1}{6} \right) \right) \\
& + \sum_{q \geqslant 1} \Bigg\{ A_q^{(j)} \frac{\beta_{s_j}\theta_s \left(\sin\left(\frac{kq\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{q\pi(k-1)}{2}\right) \right)}{p\pi} \\
& \left[\left(\frac{1}{-\Gamma_q + 2} \right) \left(R_{se}^2 \left(\frac{R_{se}}{R_{si}} \right)^{-\Gamma_q} - R_{si}^2 \right) + \left(\frac{\beta_2}{\Gamma_q + 2} \right) \left(R_{se}^2 - R_{si}^2 \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{\Gamma_q} \right) \right] \Bigg\} \Bigg\}
\end{aligned} \tag{8.88}$$

pour le cas d'un bobinage double couche. L'expression du flux d'une encoche dans le cas d'un bobinage simple couche n'est pas modifié. En effet, l'expression 8.88 est indépendante de J_{jq}. Maintenant que l'expression du flux sur une zone d'encoche est déterminé, nous pouvons classiquement déterminé le flux total embrassé par la bobine. Afin de réaliser la bonne interconnexion entre chacune des zones d'encoches, on se réfèrera au chapitre précédent où différentes fonctions de bobinage avaient été proposées. On rappelle que l'interconnexion des bobines est directement dépendant de la combinaison entre le nombre de dents statoriques et rotoriques. Il faudra aussi dans la plupart des cas déterminer le flux embrassé par plusieurs bobines de la même phase afin de déterminer le flux total. En guise d'exemple, considérons une topologie triphasée avec 24 dent statoriques (N_s) et 10 ou 14 dents rotoriques (N_r). La matrice de connexion des bobines est la suivante,

$$C = \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right] \tag{8.89}$$

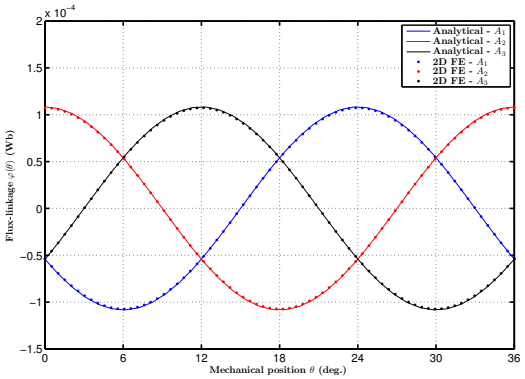
Pour la structure MCF à dent de rebouclage $18-11$, la matrice de connexion sera

$$C = \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right] \tag{8.90}$$

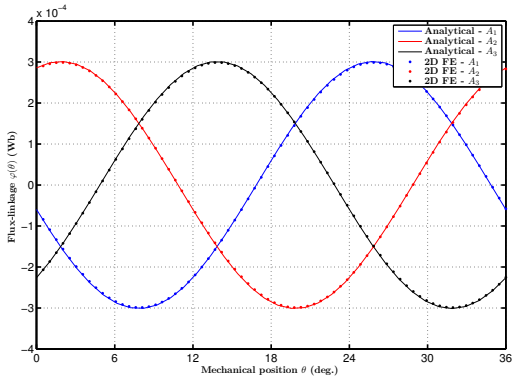
Finalement, grâce à cette matrice de connexion, le modèle analytique que l'on vient de développer est facilement adaptable à de nouvelles topologies.

8.4.2 Comparaison avec des simulations Eléments Finis 2D des flux de phase

A partir des expressions du flux proposées dans la section précédente, nous avons pu déterminer analytiquement comment ce dernier évolue en fonction de la position. A la Figure 8.18, l'évolution de flux moyen par phase en fonction de θ pour une structure MCF classique $24-10$ (double couche) est proposée. Comme on peut le voir, on retrouve bien un flux bipolaire caractéristique des structures à commutation du flux. Que ce soit à vide ou en charge, l'évaluation du flux de phase obtenu analytiquement est très bonne, avec un écart proche de 1% comparativement aux résultats EF 2D.



(a) Flux à vide calculé analytiquement et par EF 2D : $NI_{exc} = 1200A.tr$

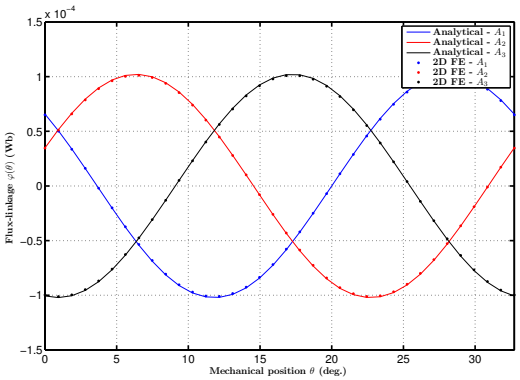


(b) Flux en charge calculé analytiquement et par EF 2D : $NI_{exc} = 1200A.tr$ et $NI_{ph} = 500A.tr$

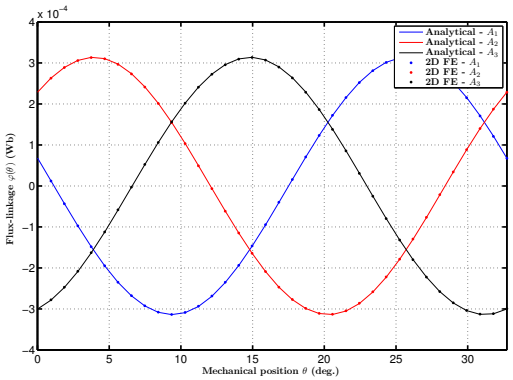
FIGURE 8.18: Evolution du flux moyen par phase avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF classique (24 plots statoriques et 10 rotoriques) en fonction de la position θ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

Même remarque concernant la topologie MCF $18-11$ à dent de rebouclage (simple couche)(cf. Figure 8.19), où l'écart entre la prédiction analytique et les simulations EF 2D est très faible (toujours de l'ordre du %).

Nous ne détaillerons pas plus cette partie sur la prédiction du flux de phase car ce point a largement été abordé lors du chapitre précédent.



(a) Flux à vide calculé analytiquement et par EF 2D : $NI_{exc} = 1200A.tr$



(b) Flux en charge calculé analytiquement et par EF 2D : $NI_{exc} = 1200A.tr$ et $NI_{ph} = 500A.tr$

FIGURE 8.19: Evolution du flux moyen par phase avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) en fonction de la position θ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

8.4.3 Expression analytique du couple électromagnétique C_{em}

Nous déterminons le couple par l'intermédiaire du tenseur de Maxwell étant donné que nous avons accès à la fois à la composante radiale de l'induction $B_r^{(I)}$et la composante tangentielle du champ magnétique $H_\nu^{(I)}$. Nous intégrerons directement le tenseur des contraires sur un cylindre fictif situé à mi-entrefer ($r = R_e$) en le multipliant par le rayon d'entrefer R_e,

$$C_{em}(\theta) = L_a R_e^2 \int_0^{2\pi} B_r^{(I)}(r = R_e, \nu)\, H_\nu^{(I)}(r = R_e, \nu)\, d\nu \tag{8.91}$$

avec θ la position relative du rotor par rapport à sa position initiale.

A partir des expressions données, le couple instantané de la structure peut s'exprimer par,

$$C_{em} = \frac{L_a R_e^2}{\mu_0} \pi \sum_{n \geqslant 1} \chi_{1n}\chi_{3n} - \chi_{2n}\chi_{4n} \tag{8.92}$$

avec,

$$\chi_{1n} = n\left[\frac{C_n^{(I)}}{R_e}\left(\frac{R_e}{R_{re}}\right)^{-n} + \frac{D_n^{(I)}}{R_e}\left(\frac{R_e}{R_{si}}\right)^{n}\right] \tag{8.93}$$

$$\chi_{2n} = n\left[\frac{A_n^{(I)}}{R_e}\left(\frac{R_e}{R_{re}}\right)^{-n} + \frac{B_n^{(I)}}{R_e}\left(\frac{R_e}{R_{si}}\right)^{n}\right] \tag{8.94}$$

$$\chi_{3n} = n\left[\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_e}{R_{re}}\right)^{-n-1} - \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_e}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \tag{8.95}$$

$$\chi_{4n} = n\left[\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_e}{R_{re}}\right)^{-n-1} - \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_e}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] \tag{8.96}$$

8.4.4 Comparaison avec les Elements Finis du couple électromagnetique C_{em}

Nous comparons maintenant le couple en charge obtenu analytiquement et par Elements Finis 2D. Le logiciel FEMM propose notamment deux méthodes pour déterminer le couple, toute deux basées sur le tenseur de Maxwell :

– La première par intégration directe du tenseur de Maxwell sur un cylindrique situé à mi-entrefer. Il s'agit donc du pendant numérique de la méthode analytique proposée précédemment.
– La seconde, dite méthode du tenseur de Maxwell pondéré ou moyenné ("Weighted Stress Tensor"), repose sur une intégrale volumique du tenseur de Maxwell. L'idée initiale de cette méthode repose sur le fait que le couple est théoriquement indépendant du rayon. On procède donc à un moyennage du couple calculé sur différents contours dans l'entrefer.

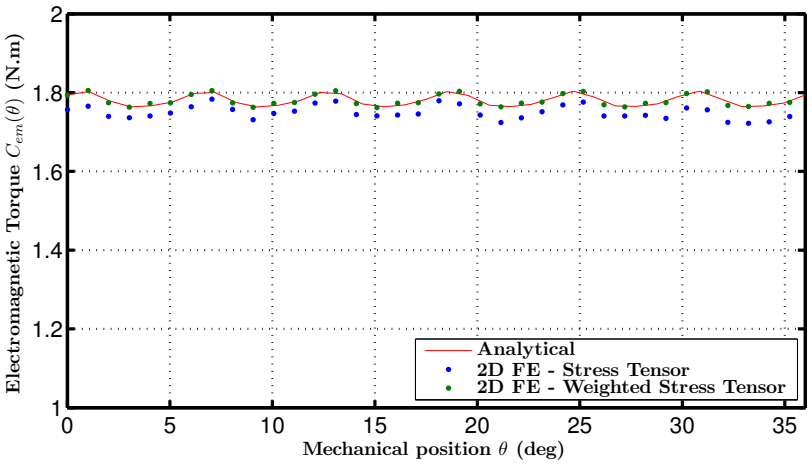


FIGURE 8.20: Evolution du couple calculé analytiquement et par Eléments Finis (suivant deux méthodes) en fonction de la position du rotor θ pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasés d'amplitude $NI_{ph} = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $e = 5mm$

Sur la Figure 8.20, l'évolution du couple C_{em} en fonction de la position rotorique θ est présenté. Le modèle analytique permet d'évaluer avec une très bonne précision à la fois le couple moyen de la structure ainsi que son ondulation de couple. D'ailleurs, cette ondulation de couple reste ici très faible, confirmant le fait que la structure à commutation de flux simplement excitée, malgré sa double saillance, ne possède pas un couple reluctant élevé.

Aussi, nous pouvons remarquer que les deux méthodes Elements Finis (même maillage) ne permettent pas d'obtenir un résultat en tout point identique. Une erreur relative sur le couple moyen (de l'ordre de 1%) subsiste. La méthode du tenseur de Maxwell pondéré est vraisemblablement moins sensible au maillage et permet une meilleure évaluation du couple. Cela se comprend car la méthode classique du tenseur de Maxwell nécéssite une évaluation de l'induction radiale B_r et du champ magnétique tangentiel H_ν en un rayon fixe, tous deux déterminés par des dérivations locales du potentiel-vecteur A, et donc sujettent à des erreurs numériques [1].

Par la suite, nous proposons une étude assez classique pour démontrer la robustesse du modèle afin d'être implémenter dans une procédure d'optimisation. L'étude se focalisera sur la structure $24-10$ à commutation de flux classique. Tout d'abord, à la Figure 8.21, l'évolution du couple élèctromagnétique C_{em} en fonction de l'angle de charge δ est proposée. Le comparatif avec les simulations EF 2D est très bon. La structure est alimentée par des courants sinusoïdaux d'amplitude $NI_{ph} = 250A.tr$ et avec une force magnétomotrice d'excitation fixée à $NI_{exc} = 500A.tr$. L'évolution du couple moyen en fonction de l'angle de charge est similaire à celle que

1. Fort de cette observation, il nous a semblé intéressant de voir si cette méthode pouvait être appliquée au modèle analytique afin d'en augmenter la convergence. Nous déterminons donc le couple comme précédemment par l'intermédiaire du tenseur de Maxwell en moyennant l'expression obtenue sur l'entrefer d'épaisseur e. Finalement, l'expression suivante sera retenue,

$$\begin{aligned} C_{em_{\text{pondéré}}}(\theta) &= \frac{L_a}{e}\int_{R_{re}}^{R_{si}}\int_{0}^{2\pi} r^2 B_r^{(I)}(r,\nu)\, H_\nu^{(I)}(r,\nu)\, d\nu dr \\ &== \frac{L_a}{\mu_0 e}\pi \sum_{n\geqslant 1} 2n^2 \left(A_n^{(I)} D_n^{(I)} - B_n^{(I)} C_n^{(I)}\right)\left(\frac{R_{si}-R_{re}}{R_{si}^n R_{re}^{-n}}\right) \end{aligned} \tag{8.97}$$

Cela étant, après implémenation numérique, cette dernière expression s'est révélée donner des résultats très proches ($\epsilon < 10^{-6}$). En effet, l'entrefer étant relativement fin, la variation du couple pour différents rayon d'entrefer reste marginale. Finalement, le moyennage du couple suivant l'entrefer apporte peu dans ce cas là.

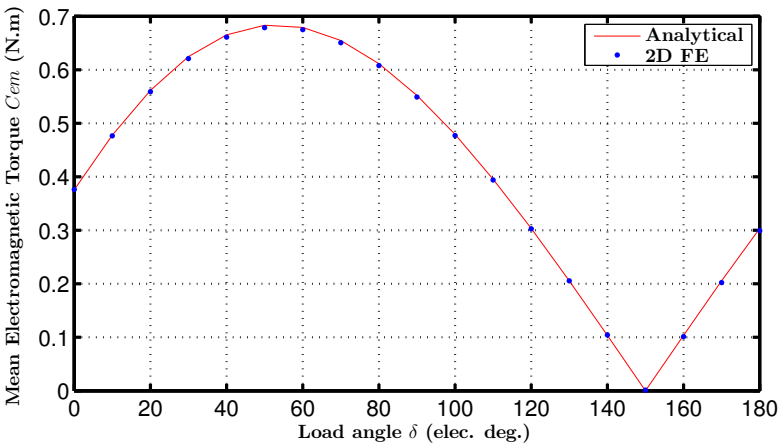
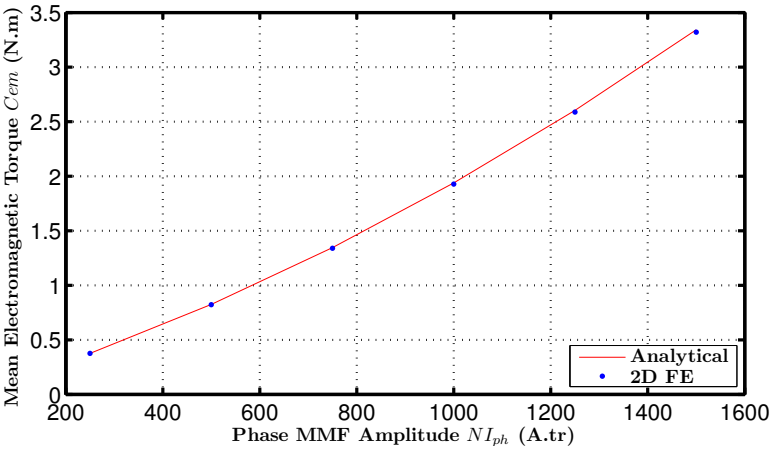
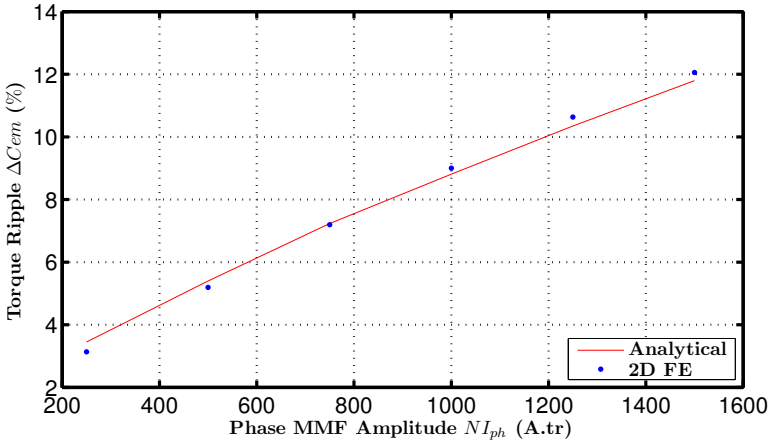


FIGURE 8.21: Evolution du couple moyen calculé analytiquement et par Eléments Finis (suivant deux méthodes) en fonction d'angle de charge δ pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 500A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées d'amplitude $NI_{ph} = 250A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $e = 5mm$

l'on obtient pour des machines synchrones classiques à aimants en surface, avec une périodicité à 180 dégrés électriques.

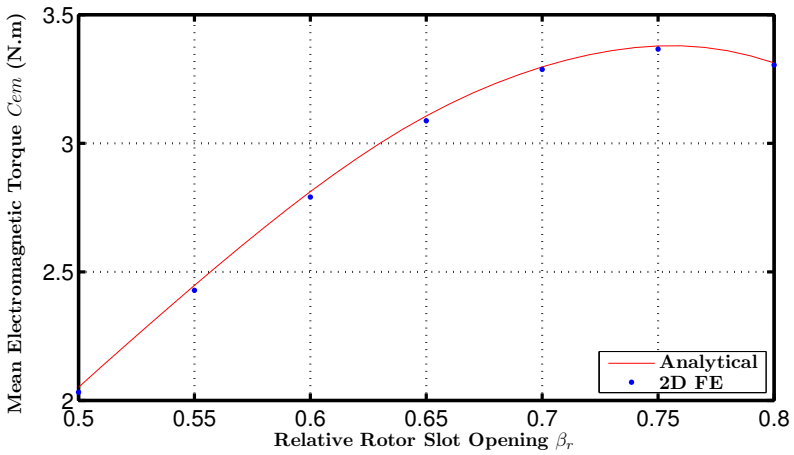


(a) Couple moyen en fonction de NI_{ph}

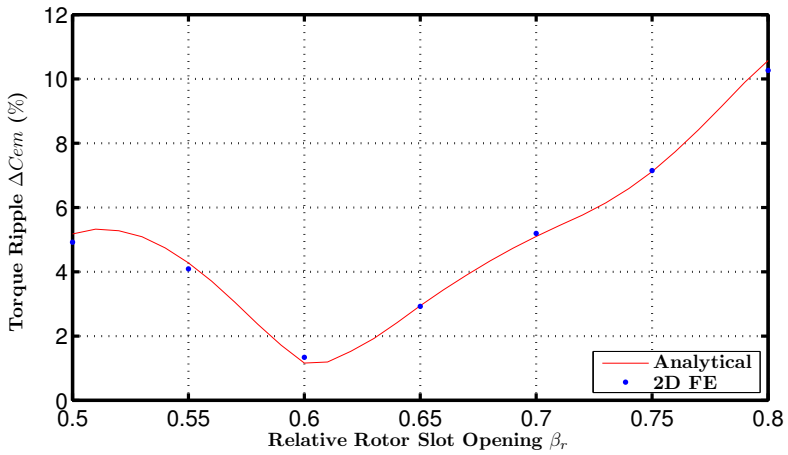


(b) Ondulation de couple en fonction de NI_{ph}

FIGURE 8.22: Evolution du couple moyen et l'ondulation de couple ΔC_{em} calculées analytiquement et par Eléments Finis (suivant deux méthodes) en fonction du courant de phase NI_{ph} pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1500A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées - $\delta = 0$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $e = 5mm$



(a) Couple moyen en fonction de β_s



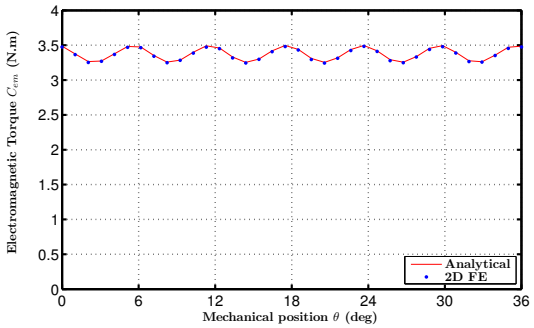
(b) Ondulation de couple en fonction de β_r

FIGURE 8.23: Evolution du couple moyen et l'ondulation de couple ΔC_{em} calculées analytiquement et par Eléments Finis en fonction de l'ouverture relative de la dent rotor β_r pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées - $\delta = 0$ - $\beta_s = 0.5$ - $e = 5mm$

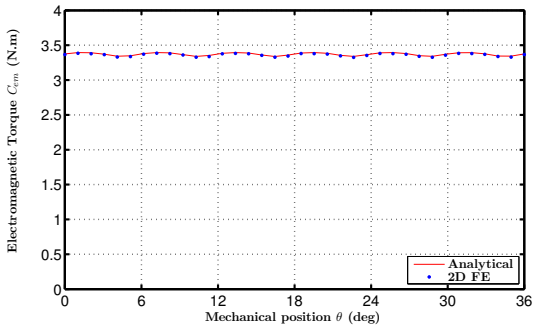
Nous continuons l'exploration du modèle à la Figure 8.22, où l'évolution du couple moyen C_{em} et de l'ondulation de couple ΔC_{em} en fonction des Ampère.tours de phase NI_{ph} est proposée. Les Ampères.tour d'excitation NI_{exc} et l'angle de charge sont fixés. Le comparatif avec les EF 2D est très bon. L'évolution de C_{em} et ΔC_{em} est pratiquement linéaire dans ce cas de figure.

Encore, à la Figure 8.23, une autre étude portant sur l'influence de l'ouverture relative de l'encoche rotorique β_r est proposée. On y retrouve l'évolution du couple moyen C_{em} et de l'ondulation de couple ΔC_{em} en fonction de β_r. Les ampères.tour d'excitation NI_{exc} et de phase NI_{ph} sont fixes, ainsi que l'angle de charge δ. Les prévisions analytiques sont en très bon accord avec les simulations EF 2D. Concernant le couple moyen C_{em}, on atteint une valeur maximale pour une ouverture de l'encoche rotorique β_r avoisinant 0.75. Concernant l'ondulation de couple, cette dernière est minimale pour β_r proche de 0.6. Il faut noter que l'évolution de l'ondulation couple est fortement non-linéaire, mais malgré tout, le modèle analytique reste capable de prédire son évolution.

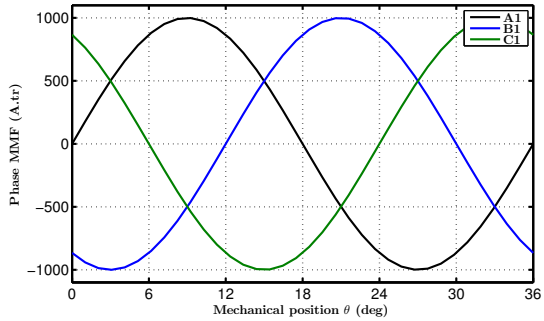
Cet ensemble de validations met en évidence une certaine robustesse du modèle, et surtout, démontre son intérêt dans l'optique d'une conception optimale de ces structures à commutation de flux.



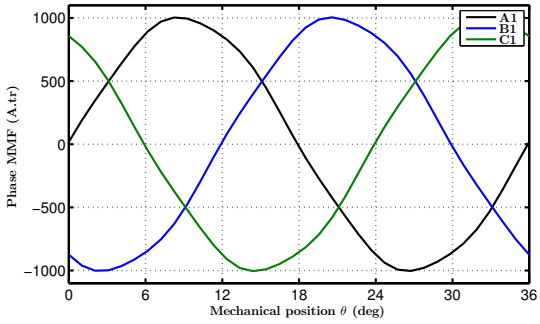
(a) Couple instantané avec courants sinusoïdaux



(b) Couple instantané avec injection d'harmoniques de rang 5



(c) Courants d'alimentation sinusoïdaux



(d) Courants d'alimentation harmoniques : Injection de rang 5

FIGURE 8.24: Evolution du couple instantané $C_{em}(\theta)$ analytiquement et par Eléments Finis en fonction de la position du rotor θ pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées $NI_{ph} = 1000A.tr$ - $\delta = 0°$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.75$ - $e = 5mm$- $\delta_m = 270°$ - $NI_{ph_m} = 20A.tr$

8.5 Autres utilisations de la modélisation par résolution formelle des topologies à commutation de flux

Dans la section précédente, nous nous sommes attachés à démontrer l'aptitude du modèle analytique formel à évaluer les performances électromagnétiques (flux, fem et couple électromagnétique) dans une optique de dimensionnement optimal. Nous détaillons maintenant quelques applications ou utilisations possibles de ce type de modèles. En effet, l'intérêt de cette approche ne se borne pas uniquement à la conception électrotechnique. Afin d'illustrer nos propos, nous présenterons donc deux utilisations possibles du modèle formel :

- La première, portera sur la réduction des harmoniques de couple ;
- et la seconde, portera sur l'utilisation de ces modèles en cas de défauts.

8.5.1 Techniques de réduction des ondulations de couple en charge

Injection d'harmoniques sur les courants de phases

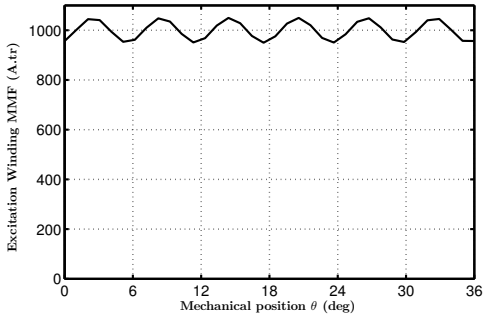
L'injection d'harmoniques de courants permet de réduire les ondulations de couple. Nous considérerons pour l'exemple la configuration 24-10 présentée à la Figure 8.23 possédant le couple moyen le plus important, c'est à dire avec $\beta_r = 0.75$. Cette configuration possède une ondulation de couple de 7.4% pour un couple moyen de $3.37\,N.m$. Nous considèrerons des courants d'alimentation suivants,

$$NI_{ph_k}(\theta) = NI_{ph}\sin\left(N_r\theta - (k-1)120 - \delta\right) + \sum NI_{ph_m}\sin\left(m\left(N_r\theta - (k-1)120 - \delta_m\right)\right) \tag{8.98}$$

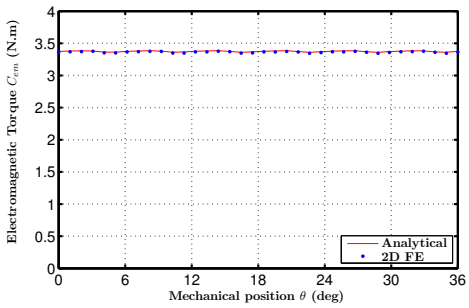
avec m, NI_{ph_m} et δ_m respectivement le rang, l'amplitude et la phase de l'harmonique de courant injectée. Par

Rang de l'harmonique de courant m	Rang de l'ondulation de couple
2	3
4	3
5	6
7	6
8	9
10	9

TABLE 8.1: Harmoniques de courant et harmoniques de couple associées pour une structure MCF classique $24-10$ double couche



(a) Courant d'excitation avec injection de rang 6



(b) Couple instantané avec injection d'harmoniques de rang 6

FIGURE 8.25: Evolution du couple instantané $C_{em}(\theta)$ analytiquement et par Eléments Finis en fonction de la position du rotor θ pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1000A.tr$ (Ampère tour d'excitation moyen) - Courants de phases sinusoidaux triphasées $NI_{ph} = 1000A.tr$ - $\delta = 0°$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.75$ - $e = 5mm$- $\delta_m = 10°$ - $NI_{exc} = 50A.tr$

l'intermédiaire du modèle analytique formel, nous déterminons les harmoniques de courants susceptibles de créer (ou compenser) les ondulations du couple en charge. Elles sont listées dans le Tableau 8.1.

Les ondulations de couple en charge correspondent principalement à un rang 6 (cf. Figure 8.24.(a)). D'après le Tableau 8.1, les harmoniques de courant de rang 5 et 7 sont créatrices d'un rang 6 sur le couple.

Le résultat de l'injection de courant est présenté à la Figure 8.24.(b). L'ondulation de couple est réduite à 1.6% en conservant la valeur moyenne du couple. Surtout, en terme de pertes Joule, cela représente une augmentation de 5%.

Injection d'harmoniques sur le courant d'excitation

Une autre proposition afin de diminuer les ondulations de couple serait de contrôler directement le courant d'excitation I_{exc}. Nous injectons cette fois directement des harmoniques de rang 6, car le couple moyen est directement proportionnel au niveau d'excitation.

Les résultats sont proposés à la Figure 8.25 et sont validés par EF 2D. Finalement, l'ondulation de couple est réduite à moins d'1% en conservant la valeur moyenne du couple. Cette technique bien qu'intéressante est difficilement réalisable d'un point de vue expérimental. En effet, la bobine d'excitation est alimentée en tension. La constante de temps sera forcément importante car l'inductance de la bobine est elle aussi très importante. Celà ne permettra donc pas une régulation efficace du courant d'excitation.

8.5.2 Performances en cas de défauts

Une dernière application où ces modèles formels pourraient être utilisés serait dans le calcul des performances en cas de défaut, et par la suite la reconfiguration des phases défaillantes. En guise d'exemple, nous proposons à

la Figure 8.26, l'évolution du couple instantané en fonction de la position θ lorsque l'on perd un bras d'onduleur. On se retrouve avec un couple ondulatoire très important. Le modèle analytique formel permet cependant de prédire fidèlement l'évolution du couple instantané.

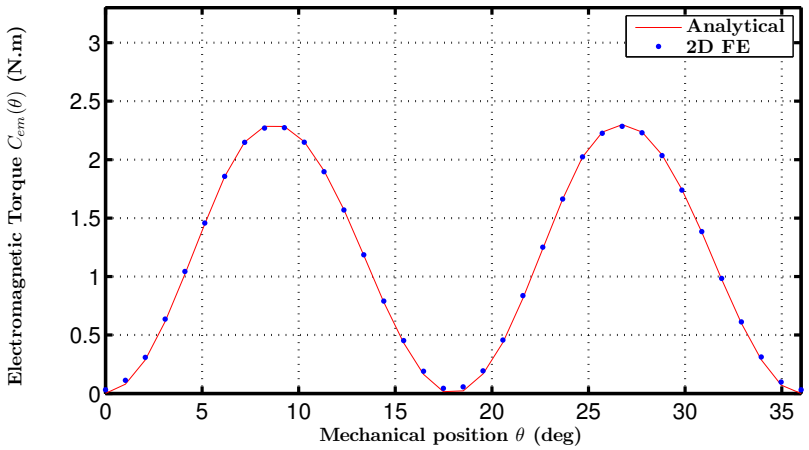


FIGURE 8.26: Evolution du couple moyen et l'ondulation de couple ΔC_{em} calculés analytiquement et par Eléments Finis dans le cas d'une phase ouverte pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées - $\delta = 0$ - $\beta_s = 0.5$ - $e = 5mm$

Conclusion

Ce Chapitre 8 fut dédié à la modélisation analytique basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell pour des structures double saillance excitées par des bobinages DC. Effectivement, nous avions pu voir dans le Chapitre 7 (approche par fonctions de perméance) que l'extension du modèle à d'autres topologies était difficile. L'approche présentée dans ce dernier chapitre est beaucoup plus générale et permet de traiter des topologies non-conventionnelles.

Après avoir rappelé la démarche à suivre afin de résoudre les équations de Maxwell en magnétostatique, nous avons appliqué cette méthodologie à une structure double saillance excitée par des bobinages DC au stator. Nous avons déterminé l'expression du potentiel-vecteur dans chaque zones de la structure considérée, puis en appliquant des conditions d'interface entre chaque zones (au moyen de la méthode des intégrales de frontières), nous avons pu déterminer les coefficients inconnus régissant le potentiel-vecteur dans l'entrefer. Cela nous a permis de déterminer les composantes radiale et tangentielle du champ d'entrefer. Les grandeurs intégrales comme que le couple ou le flux de phase ont pu être déterminées. A noter que le couple est calculé ici en appliquant le tenseur de Maxwell puisque l'on peut déterminer les composantes radiale et tangentielle. De nombreuses validations par comparaisons avec les EF 2D sont venues valider l'approche que ce soit pour la prédiction du champ d'entrefer (à vide ou pour la réaction magnétique d'induit), le flux ou encore le couple instantané. La validation par EF 2D a aussi porté sur une nouvelle topologie de machine avec dents de rebouclage. Nous avons démontré ainsi la capacité de ce modèle à traiter des structures innovantes.

Dans la dernière section de ce chapitre, nous avons proposé d'autres utilisations de ce type de modèle. La première utilisation concernait l'injection d'harmonique de courant dans l'induit ou dans l'excitation afin de réduire les ondulations de couple. Une validation par comparaison avec les EF 2D fut aussi proposée. Enfin, nous proposons l'utilisation de ce type d'approche afin de prédire le fonctionnement en cas de défauts. Là encore, le modèle s'est montré très précis pour déterminer le couple en cas de perte d'un bras d'alimentation.

9

Sur le principe de commutation de flux : Une machine synchrone à champ tournant à fréquence nulle

Introduction

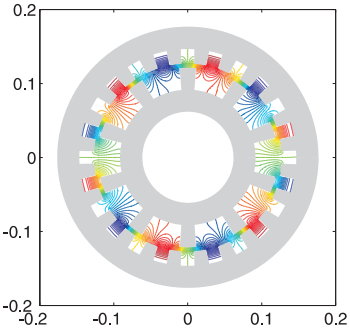
L'idée de ce paragraphe est venue d'une réflexion, ou plutôt d'une observation réalisée par mon encadrant de thèse E. Hoang. Dans son manuscript d'HDR, il réalise l'observation suivante aux moyens de relevés par Elements Finis :

- *Le fondamental de l'induction dans une structure à commutation de flux triphasée 12/10 excitée par des aimants permanents est indépendant de la position du rotor.*

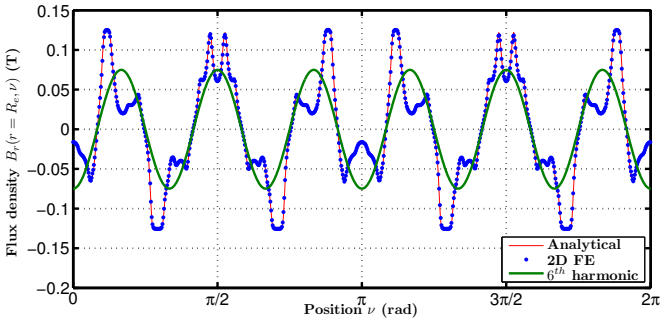
Finalement, le principe de commutation du flux est maintenant bien défini. Cela étant, le principe de fonctionnement du point de vue de la théorie des champs reste une question non-renseignée jusqu'à présent. Et même si cela ne fera pas vraiment avancer le "Schmilbilibili...", une explication théorique sera la bien venue. Nous préciserons par la suite l'observation initiale en la validant et précisant son fondement théorique au moyen du modèle analytique.

9.1 Fonctionnement à vide

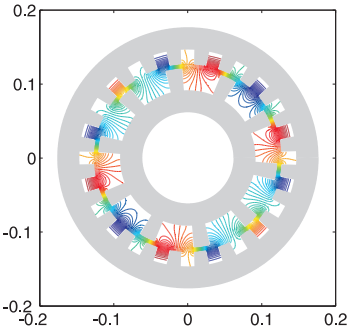
Nous considérons dans un premier temps un fonctionnement à vide de la machine. Ci-après, à la Figure 9.1, nous relevons l'induction radiale $B_r^{(I)}(r = R_e, \nu)$ par EF et la comparons au champ calculé analytiquement pour une topologie 24-10. On en profite pour superposer le $6^{\text{ème}}$ harmonique de cette induction d'entrefer, là encore déterminée au moyen du modèle analytique. Nous préciserons théoriquement pourquoi le $6^{\text{ème}}$harmonique par la suite.



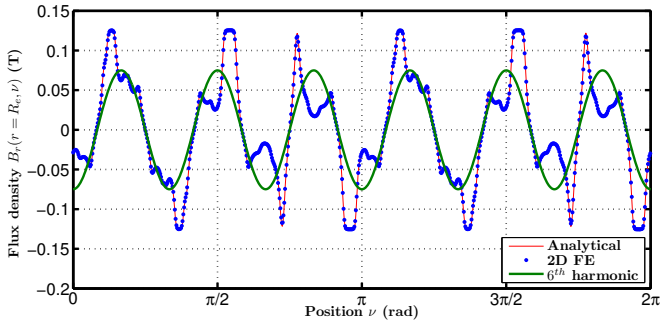
(a) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



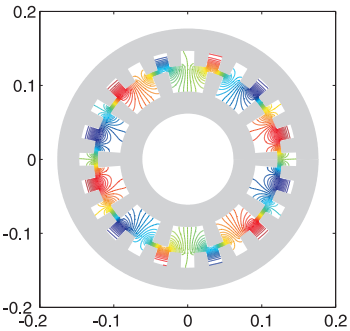
(b) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



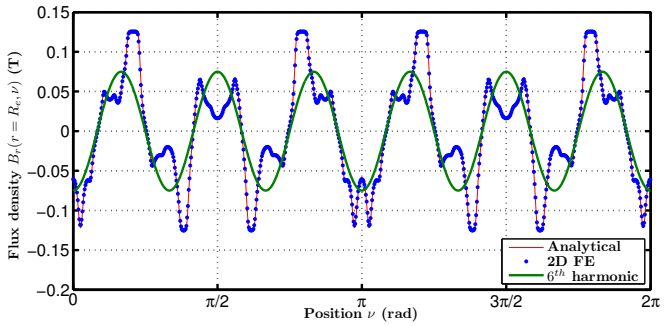
(c) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$



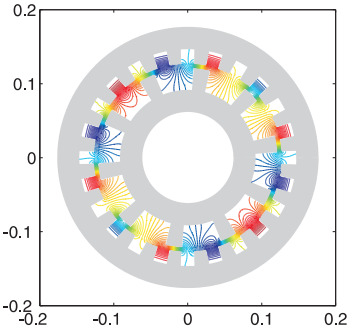
(d) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$



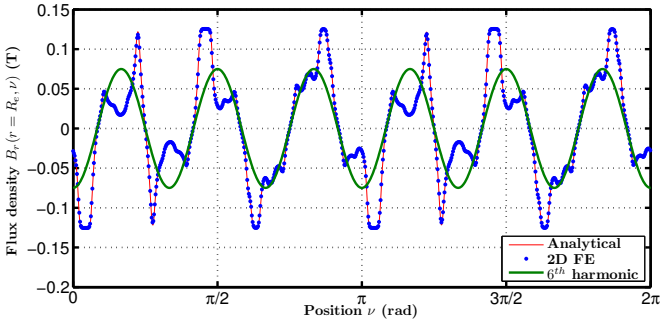
(e) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$



(f) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$

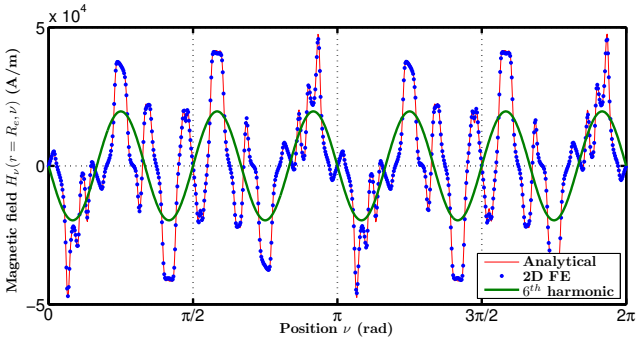


(g) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

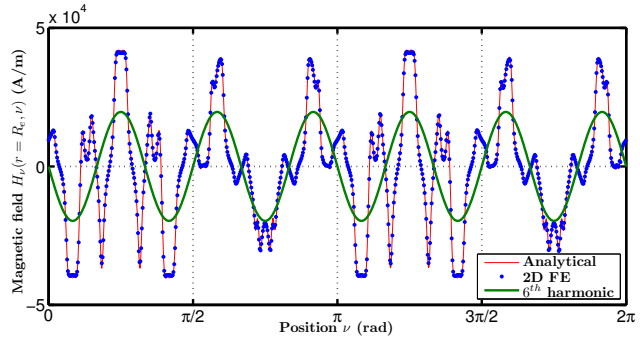


(h) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

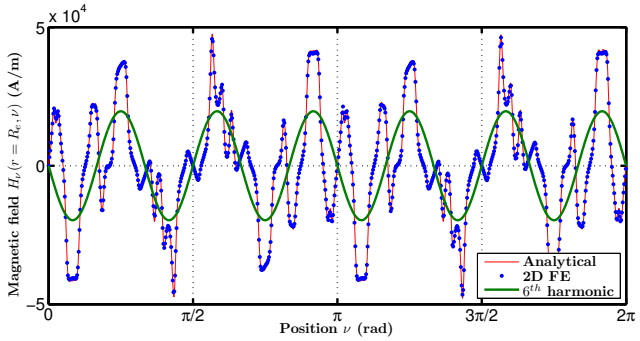
FIGURE 9.1: Evolution de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ (par EF 2D et analytiquement) et de son $6^{\text{ème}}$ harmonique pour une structure triphasée 24 dents statoriques et 10 rotoriques en fonction de la position du rotor θ - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$



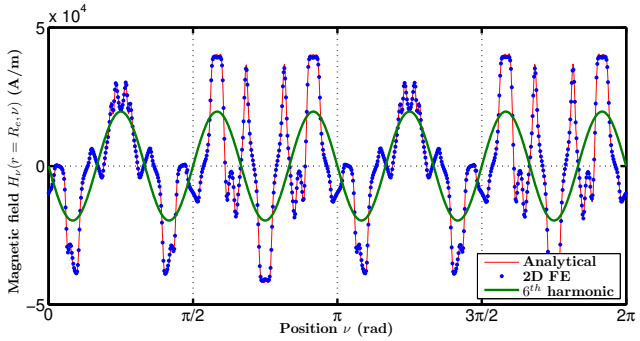
(a) Comparatif entre champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



(b) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$



(c) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$



(d) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $6^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

FIGURE 9.2: Evolution du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ (par EF 2D et analytiquement) et de son $6^{\text{ème}}$ harmonique pour une structure triphasée 24 dents statoriques et 10 rotoriques en fonction de la position du rotor θ - $NI_{exc} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$

Quand on observe les relevés d'induction radiale $B_r^{(I)}(r = R_e, \nu)$ sur la Figure 9.1, il apparait que le 6^{ème}harmonique est indépendant de la position du rotor θ. Il semble donc que le champ tournant créé dans la structure ne soit pas synchrone mais fixe, d'où cette dénomination de **MACHINE SYNCHRONE À CHAMP TOURNANT À FRÉQUENCE NULLE**. Ce fonctionnement s'apparente donc aux excitatrices inversées ou encore aux machines à courant continu, sauf que dans le cas des machines à commutation de flux, la commutation n'est pas mécanique mais bien électromagnétique.

Pour expliquer théoriquement la cause de ce champ fixe, il convient de se rapeller de l'évolution de la force magnétomotrice créée par les bobinages d'excitation. Nous rappelons à la Figure 9.3 la forme d'onde proposée dans le Chapitre 7. Nous avions démontrer que cette FMM était forcément indépendante de la position du rotor, le bobinage d'excitation étant disposé au stator. Pour être plus rigoureux, seuls les harmoniques de cette FMM étaient indépendants de la position. En effet, nous avions montré que la valeur moyenne $\kappa_c(\nu, \theta)$ de la FMM dépendait de la position rotorique.

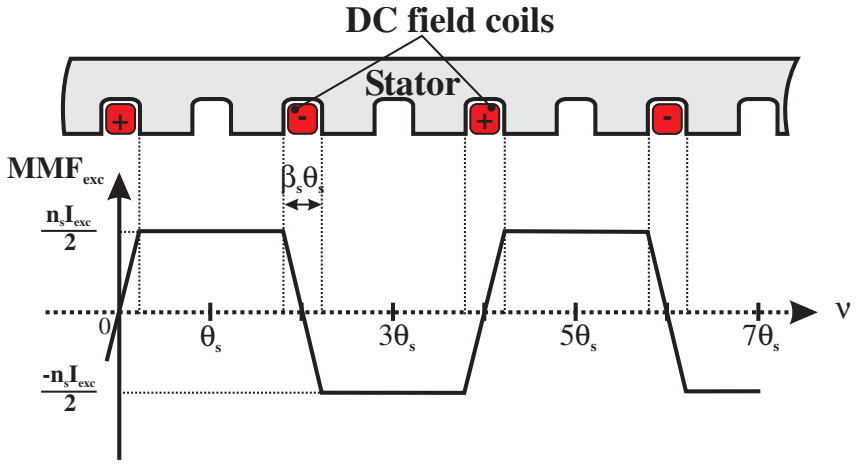
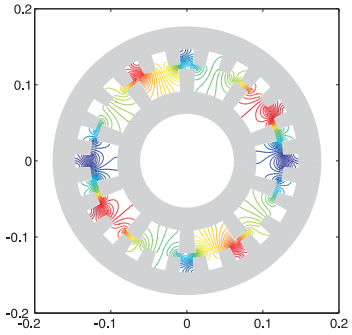


FIGURE 9.3: Distribution du bobinage d'excitation et force magnétomotrice associée

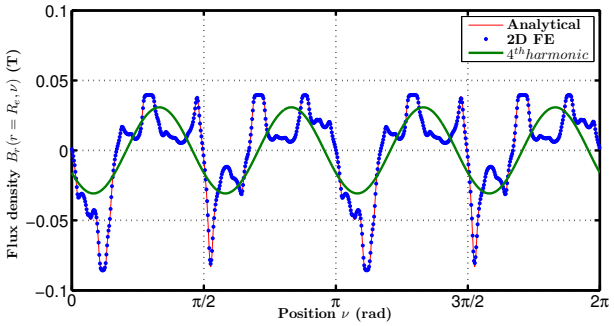
Finalement, l'induction radiale $B_r^{(I)}(r = R_e, \nu)$ étant propositionnelle à la FMM d'excitation, nous retrouvons donc **des composantes harmoniques de l'induction radiale fixes quelque soit la position du rotor aux fréquences du fondamental de la FMM d'excitation ainsi que pour les multiples de cette fréquence**. Ce résultat est aussi vérifié sur la composante tangentielle du champ magnétique (cf. Figure 9.2) ce qui est normal puisque l'on se trouve dans l'air. En terme mathématique, seuls les composantes harmoniques de rang $k\frac{N_s}{4}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) resteront statiques, la FMM d'excitation étant $\frac{8\pi}{N_s}$-périodique. Ce sont par ailleurs ces harmoniques qui présentent la plus forte amplitude, comme le montre la décomposition spectrale de l'induction radiale (cf. Figure 9.6). La topologie 24-10 utilisée dans notre démonstration, présentera donc une composante d'induction fixe pour les rangs 6 et multiples [1].

Aussi, il semble opportun d'étendre la conclusion précédente à l'ensemble des structures à excitation statique (excitée par des aimants permanants ou des bobinages d'ailleurs). Il est vraisemblable que ces dernières présenterons toujours des composantes harmoniques du champ d'excitation indépendante de la position du rotor à la fréquence (et ses multiples) du fondamental de leur FMM d'excitation. Pour s'en convaincre, imaginons qu'une topologie quelconque présentant une excitation statique (et donc des harmoniques de FMM indépendante de la position du rotor) viennent exciter un entrefer constant. L'induction radiale aura donc, à un coefficient près (correspondant à la perméance d'entrefer) la même allure, et donc le même contenu harmonique. Introduisons maintenant, une voire deux saillances sur cet entrefer constant. On va venir moduler ou distordre en quelque sorte le champ d'entrefer initial mais en aucun cas modifier la distribution spatiale des harmoniques créées par la FMM.

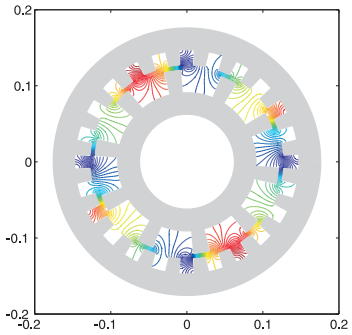
1. On notera que le rang 4 est relativement important à vide mais ce dernier est vraisemblablement crée par les harmoniques de perméance.



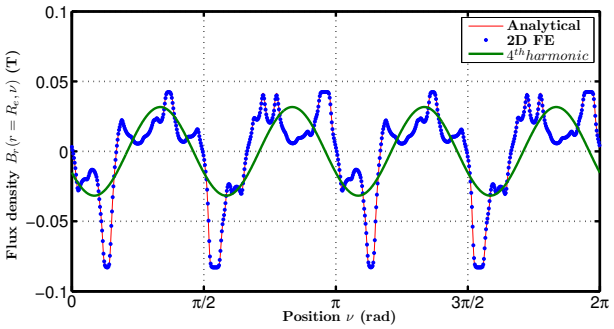
(a) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



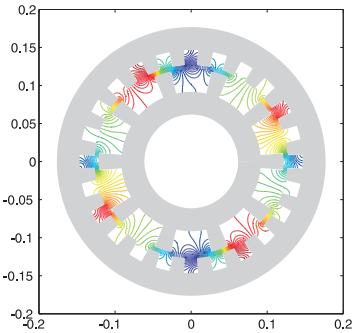
(b) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $4^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



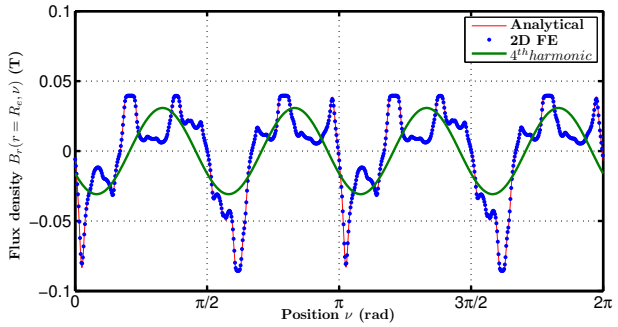
(c) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$



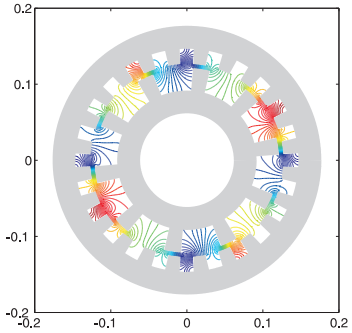
(d) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $4^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$



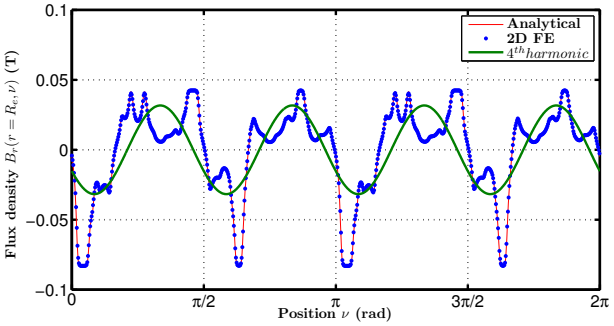
(e) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$



(f) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $4^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$



(g) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

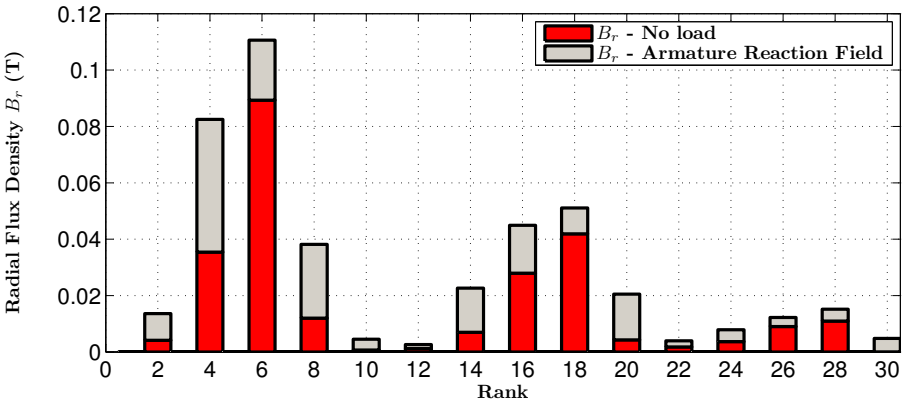


(h) Comparatif entre l'induction normale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - $4^{\text{ème}}$harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

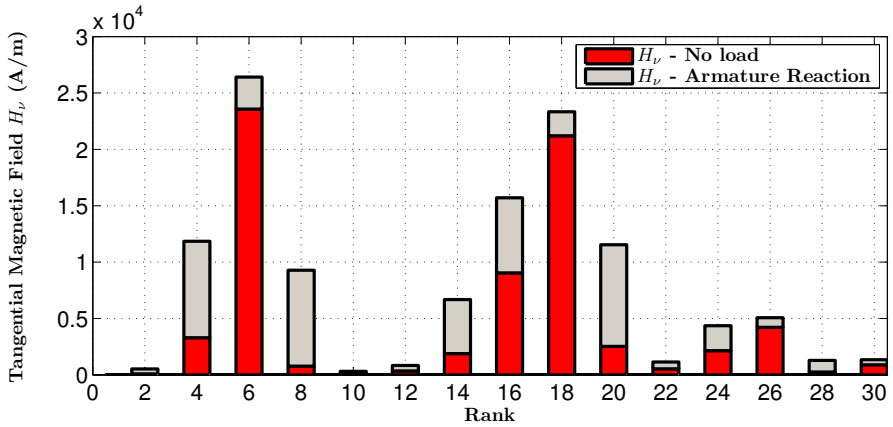
FIGURE 9.4: Evolution de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ (par EF 2D et analytiquement) et de son $4^{\text{ème}}$ harmonique pour une structure triphasée 24 dents statoriques et 10 rotoriques en fonction de la position du rotor θ - $NI_{ph_A} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$

9.2 Champ de réaction magnétique d'induit

Le champ de réaction magnétique d'induit est quant à lui plus complexe à traiter de manière exhaustive. En effet, la dépendance de la distribution des forces magnétomotrices de l'induit par rapport à la combinaison $N_s - N_r$ rendrait laborieux une telle entreprise. Aussi, nous ne considèrerons que la topologie triphasée 24-10 à bobinage double couche. Compte tenu des distributions présentées à la Figure 9.4, la FMM d'induit est $\frac{4q\pi}{N_s}$-périodique. Les rangs 4 et ses multiples devraient rester statiques. Cela est confirmé sur les Figures 9.4 et 9.5 , où sont représenter les champs d'entrefer obtenue quand on alimente seulement une des phases d'induit.



(a) Décomposition harmonique de l'induction radiale $B_r\,(r = R_e, \nu)$ - Position du rotor $\theta = 0$



(b) Décomposition harmonique du champ magnétique tangentiel $H_\nu\,(r = R_e, \nu)$ - Position du rotor $\theta = 0$

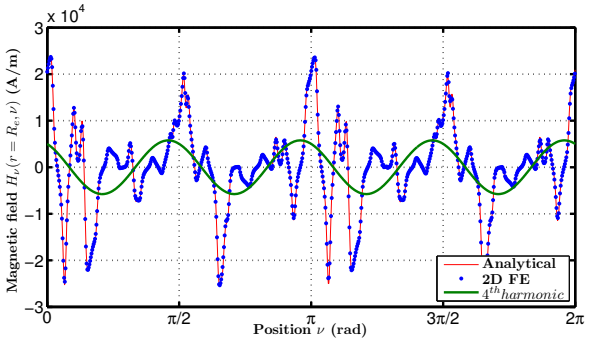
FIGURE 9.6: Décompositions harmoniques de l'induction radiale $B_r\,(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu\,(r = R_e, \nu)$ en charge, en distinguant les contributions du champ à vide et de la réaction magnétique d'induit - Position fixe du rotor $(\theta = 0)$ pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées d'amplitude $NI_{ph} = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $e = 5mm$

9.3 Origine de la création du couple dans les topologies à commutation de flux

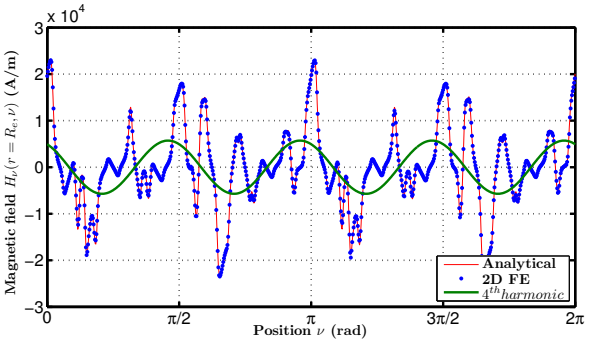
Maintenant que l'on a remarqué qu'à la fois les champs à vide et de réaction d'induit comportaient des composantes harmoniques statiques, nous nous intéressons aux composantes harmoniques du couple instantané.

Tout d'abord à la Figure 9.7.(a), le spectre du couple pour une position fixe du rotor. On se rend compte que se sont les harmoniques 4 et 6 (et leurs multiples) qui crée le couple moyen. Aussi, on remarquera que le rang 8 est négatif, venant diminuer le couple moyen.

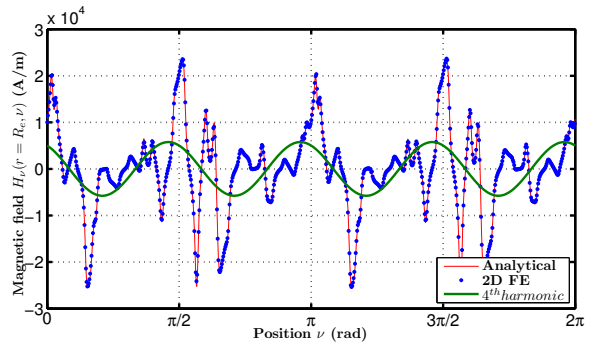
A la Figure9.7.(b), l'évolution de certains harmoniques en fonction de la position rotorique θ est proposée.



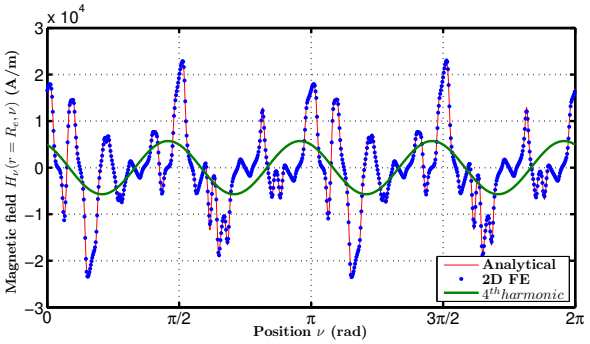
(a) Comparatif entre champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - 4^{ème}harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = 0$



(b) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - 4^{ème}harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{4}$

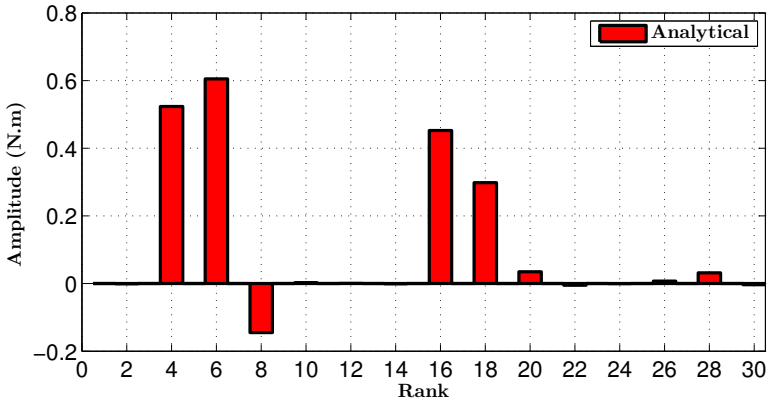


(c) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - 4^{ème}harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{\theta_r}{2}$

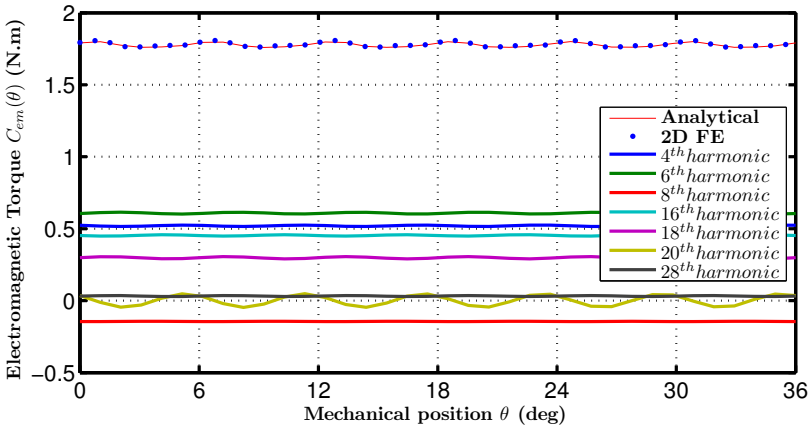


(d) Comparatif entre le champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculé par EF 2D et analytiquement - 4^{ème}harmonique de l'induction -$\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$ - Position du rotor $\theta = \frac{3\theta_r}{4}$

FIGURE 9.5: Evolution du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ (par EF 2D et analytiquement) et de son 4ème harmonique pour une structure triphasée 24 dents statoriques et 10 rotoriques en fonction de la position du rotor θ - $NI_{ph_A} = 1000A.tr$ - $e = 5mm$



(a) Décomposition harmonique du couple - Position du rotor $\theta = 0$



(b) Harmoniques du couple instantané $C_{em}(\theta)$

FIGURE 9.7: Décomposition harmonique du couple pour une position fixe du rotor ($\theta = 0$) pour une structure triphasée 24-10 - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - Courants de phases sinusoidaux triphasées d'amplitude $NI_{ph} = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $e = 5mm$

On remarque, là encore que les composantes harmoniques du couple sont à peu près constantes avec la position. Seul l'harmonique 20 présente une valeur moyenne nulle et une ondulation de rang 6. Il s'agit là d'un couple reluctant dû à la saillance de la machine. Sa contribution sur le couple moyen est d'ailleurs nulle.

Conclusion

« *Sur le principe de la commutation du flux : une machine synchrone à champ tournant à fréquence nulle* » un titre attrayant pour un chapitre finalement très court. L'idée derrière ce chapitre était de présenter un résultat ou une observation particulièrement intéressante voir paradoxale pour un électrotechnicien. Une machine synchrone à champ fixe. L'origine de la création du couple dans cette structure reste quand même originale, et l'approche analytique nous a permis d'en savoir plus. L'étude n'est sans doute pas terminée, mais ce résultat amènera vraisemblablement d'autres pistes de réflexions. L'approche par « Exploration topologique » fait notamment partie des idées qui résultent de cette étude.

10

Méthodes de modélisations analytiques du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques des structures à commutation de flux simplement excitées

Introduction

Dans cette partie, nous proposons et détaillons une approche analytique permettant de déterminer le champ magnétique dans les parties ferromagnétiques des structures simplement excitées à commutation de flux. Cela permettra par la suite d'évaluer les pertes magnétiques dans les dents et culasses statoriques et rotoriques. Le développement de ce modèle est nécessaire afin d'être inclus dans une procédure d'optimisation plus générale tenant compte du niveau de pertes fer dans ces structures. Aussi, on pourra utiliser ce modèle afin de vérifier que le niveau d'induction dans les parties ferromagnétiques n'est pas surestimé. Effectivement, le modèle analytique développé jusqu'alors s'appuie sur une hypothèse de linéarité du matériau magnétique. Lors d'une optimisation de ces structures, il faudra donc vérifier que nous travaillons toujours dans la zone de linéarité du matériau magnétique afin de ne pas surestimer les performances ou alors les pertes magnétiques. Le travail présenté dans ce chapitre se scindera en deux parties :

- Premièrement, on va déterminer de manière analytique les locus d'induction dans les parties ferromagnétiques à partir du modèle d'induction d'entrefer ;
- Dans une seconde partie, le modèle servira de base à l'application de modèles de pertes fer, uni ou bidimentionnel.

10.1 Etat de l'art sur la prédiction du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques et sur la détermination des pertes fer associées

Alors que la modélisation analytique du champ d'entrefer est un thème relativement bien documenté, peu de références traitent du calcul du champ dans les parties ferromagnétiques. Beaucoup d'auteurs privilégient les EF 2D afin de déterminer l'induction tout en tenant compte de la saturation locale [97]. C'est un des avantages indéniables des modélisations EF 2D. La contrepartie des EF 2D reste toujours un temps de calcul long, et surtout une faible extensibilité en comparaison des modèles analytiques.

Concernant les modélisations analytiques dans les parties ferromagnétiques, on retrouve différentes approches. La plupart des auteurs utilisent les modèles d'entrefer pour remonter à l'induction dans les dents ou culasses par des méthodes de concentration ou conservation du flux d'entrefer [185][123][95]. Les fuites d'encoches sont négligées et les loci d'induction dans les culasses sont supposés unidirectionnels dans les dents et les culasses. A notre connaissance, le travail de modélisation le plus avancé dans ce domaine est proposé dans [103]. Les locis d'induction dans le stator d'une structure synchrone à aimants permanents sont déterminés à

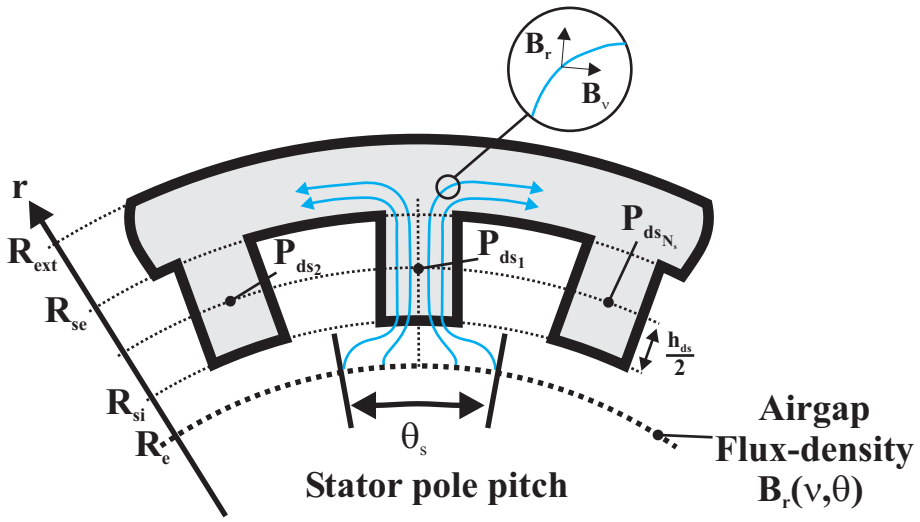


FIGURE 10.1: Concentration du flux d'entrefer sous un pas dentaire statorique afin d'évaluer l'induction dans la dent stator

partir d'un modèle formel. L'influence des fuites d'encoches sur les locis d'induction est donc prise en compte. Aussi, le caractère bidimensionnel du champ dans la culasse stator est aussi modélisé.

Les travaux présentés dans la suite de ce chapitre s'incrivent dans la continuité de ce qu'a proposé *De la barrière* en étendant la méthode aux cas des structures MCF simplement excitées double saillante. Dans les chapitres précédents, deux approches de modélisation de ces structures simplement excitées ont été présentées (cf. Chapitre 7 et 8). Les modélisations dans le fer que l'on proposera par la suite se baseront sur la prédiction du champ d'entrefer par les fonctions de perméances ou par la résolution formelle des équations de Maxwell. Nous préciserons les limitations relatives à chacune des approches.

10.2 Calcul des loci d'induction dans les parties ferromagnétiques à partir des fonctions de perméance

La détermination du niveau d'induction dans les parties ferromagnétiques de manière analytique n'est pas chose aisée d'autant plus que l'on considère ici des topologies à double saillance. On ne peut pas résonnablement espérer développer un modèle exact de l'induction dans chacune des zones de notre structure. Cela étant, certaines hypothèses simplificatrices nous permettrons d'évaluer ces loci d'induction avec une précision raisonnable. Les paragraphes suivants exposent le principe de calcul pour les parties ferromagnétiques statoriques et rotoriques.

10.2.1 Méthode de calcul pour les dents statoriques

Le calcul de l'induction dans les dents statoriques reposent sur l'hypothèse que l'ensemble du flux d'entrefer sous un pas dentaire stator se concentre dans la dent statorique en vis-à-vis. La Figure 10.1 illustre cet effet de concentration, où l'on considère une induction constante sur toute la hauteur de la dent. Cela revient en fait à négliger les éventuelles fuites d'encoche car l'on rappelle que dans ces topologies, le stator est le siège d'une densité de courant. Aussi, cette approximation signifie que l'on suppose le champ aux niveaux des dents unidirectionnel uniquement (suivant l'axe r). Dans un premier temps, nous négligerons ce phénomène et mettrons en évidence son influence lors du comparatif avec des simulations EF 2D.

Finalement, en considérant la Figure 10.1, l'induction B_{ds_j} de la $j^{\text{ème}}$ dent stator peut s'exprimer comme suit,

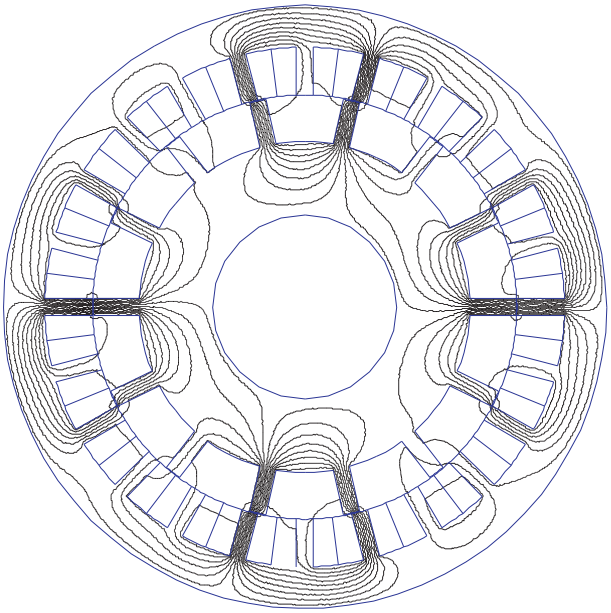


FIGURE 10.2: Lignes équipotentielles du potentiel vecteur $\vec{A}$ dans la structure 24-14 plots à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

$$B_{ds_j}(\theta) = \zeta_s \int_{(j-1)\theta_s}^{j\theta_s} B_r(\nu, \theta)\, d\nu \tag{10.1}$$

avec $B_r(\nu, \theta)$ l'induction d'entrefer à partir de la fonction de perméance, dont le calcul a été détaillé dans le Chapitre 7, et ζ_s le facteur de concentration statorique qui est défini par

$$\zeta_s = \frac{R_e}{R_{si}\theta_s \left(1 - \left(\frac{\beta_{s_{ind}} + \beta_{s_{exc}}}{2}\right)\right)} \tag{10.2}$$

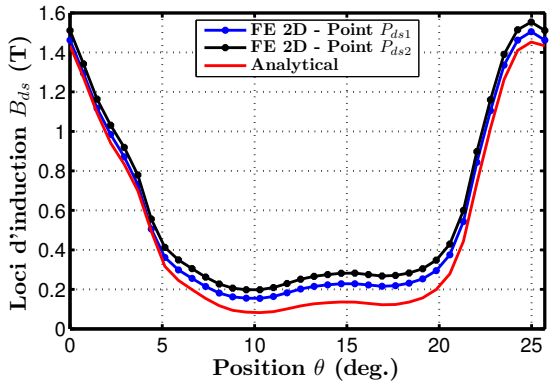
Dans l'expression de ζ_s, on tient compte du fait que deux encoches adjacentes (excitation et induit) n'ont pas la même ouverture d'encoche relative ($\beta_{s_{ind}}$ et $\beta_{s_{exc}}$ respectivement). La largeur de la dent stator est supposée constante.

Vérifications par Elements Finis 2D des loci d'induction dans les dents statoriques

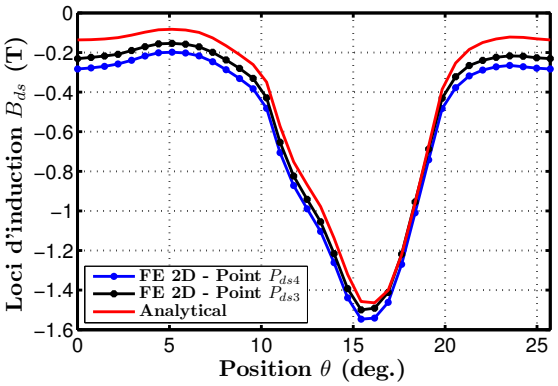
Fonctionnement à vide Nous allons maintenant confronter le modèle analytique à un modèle EF 2D linéaire. Cette hypothèse de linéarité nous permet d'ailleurs d'étudier séparément le fonctionnement à vide et la réaction magnétique d'induit de la même manière que lorsqu'on avait développé le modèle d'induction d'entrefer. Une évolution temporelle des loci d'induction dans les dents stator est proposée ci-après pour différentes positions sur rotor. Le fonctionnement en charge s'obtenant simplement par sommation des formes d'onde.

Nous traitons dans un premier temps le cas du fonctionnement à vide sur une topologie 24-14 plots (cf. Figure 10.2). L'évolution des loci d'induction calculés analytiquement et par EF 2D sont présentés à la Figure 10.3. On remarque que deux dents adjacentes voient exactement la même évolution d'induction au déphasage près et si l'on ne considère que la norme de cette onde d'induction. D'ailleurs la décomposition harmonique de ces deux ondes d'induction est strictement identique. On retrouve l'effet de la commutation du flux avec des loci d'induction polarisés dans chacune des dents (soit positivement ou négativement).

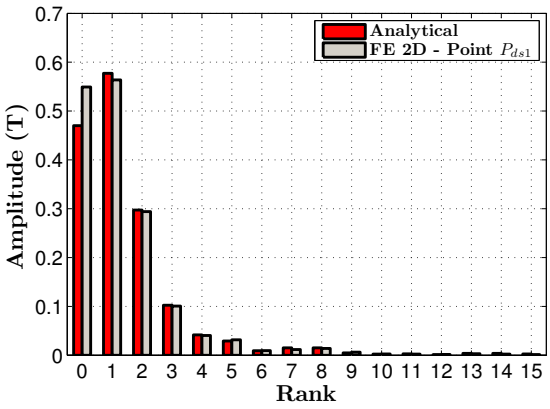
Le modèle analytique nous donne une bonne évaluation du contenu harmonique de l'induction dans les dents. Seule la valeur moyenne de ce loci d'induction est sous estimée. Cela s'explique car en faisant l'hypothèse d'une concentration du flux d'entrefer, nous avons négligé les fuites d'encoches. Ces fuites d'encoches sont loin d'être négligeables car elles viennent saturer plus rapidement les dents. Nous proposerons par la suite deux approches



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds2})



(b) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 2) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds3} et P_{ds4})



(c) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.3: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

pour tenir compte de ce phénomène.

Aussi, l'hypothèse d'une induction constante est validée ici par EF (dans le cas où les dents sont relativement fines) où l'on observe peu de différence entre les loci aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds_2} ou encore P_{ds3} et P_{ds_4} . En effet, nous montrerons par la suite que le champ s'épanouit plus rapidement à la jointure entre les dents et la culasse lorsque l'ouverture de la dent augmente.

Influence de l'ouverture de dent Nous décidons donc de considérer maintenant la géométrie présentée à la Figure 10.4. La largeur des dents stator et rotor est sensiblement augmentée ($\beta_s = 0.3$).

Le comparatif entre les niveaux d'induction calculés par EF 2D pour les points P_{ds_1} et P_{ds_2} et analytiquement sont proposés à la Figure 10.5. Il est intéressant de voir que l'évolution de l'induction est complètement modifiée, et notamment son contenu harmonique (cf. Figure 10.5.(b)). Le modèle permet d'évaluer avec une bonne précision le niveau d'induction au point P_{ds_1}. En revanche, le loci en sortie de dent est très mal évalué. En fait, comme nous l'avions précisé juste avant, le champ s'épanouit plus rapidement dans la culasse lorsque la dent est large. On passe alors d'un champ purement radial à un champ bidirectionnel dans cette zone. C'est pour cela que le modèle prédit difficilement l'évolution locale de la composante radiale au niveau de l'interface entre les dents et la culasse stator.

Sur la Figure 10.6, la carte d'induction au niveau de la dent stator est présentée. Effectivement, on retrouve bien une diminution de l'induction à mesure que l'on se rapproche de la culasse. En revanche, en calculant

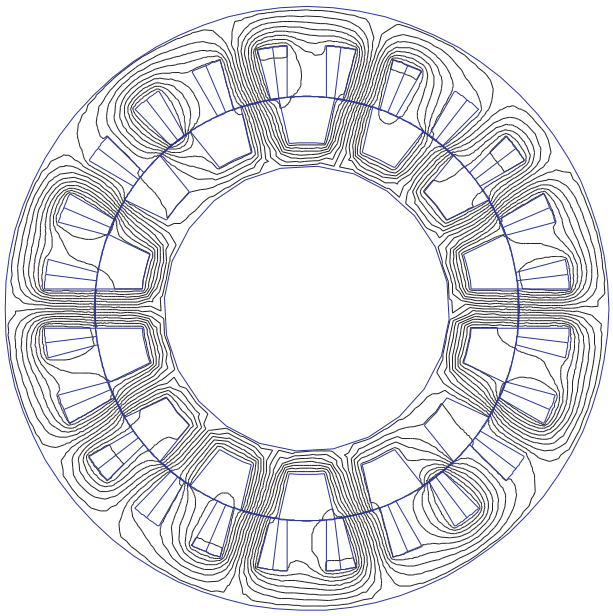
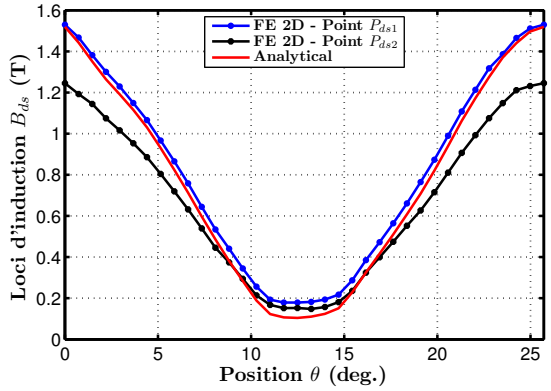
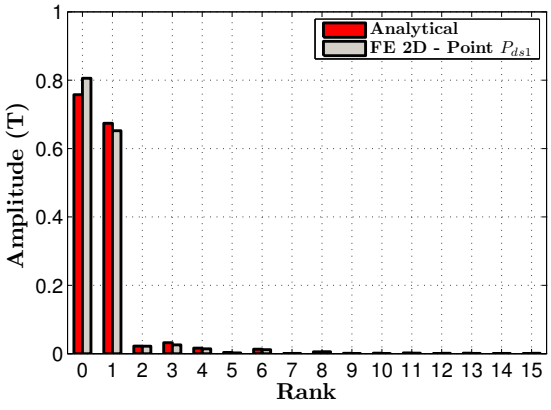


FIGURE 10.4: Lignes équipotentielles du potentiel vecteur $\vec{A}$ dans la structure 24-14 plots à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds2})



(b) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.5: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

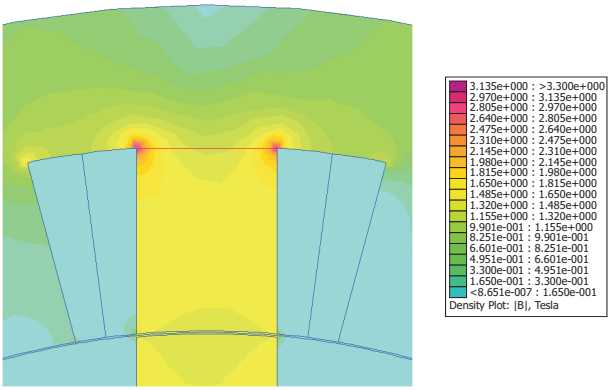


FIGURE 10.6: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

l'induction moyenne le long de l'interface dent-culasse (ligne rouge sur la Figure 10.6), l'induction moyenne est de $1.51T$ ce qui reste très proche des $1.52T$ déterminé à la Figure 10.5.(a). Cela montre bien que les fuites d'encoches à vide sont négligeables et que le modèle à base des fonctions de perméance reste valide.

Champ de réaction d'induit Une deuxième comparaison se fait dans le cas où seule une phase est alimentée (champ de réaction d'induit). On considère une force magnétomotrice sur la phase 1 constante et égale à $600A.tr$ (cf. Figure 10.7). Les autres phases ne sont pas alimentées.

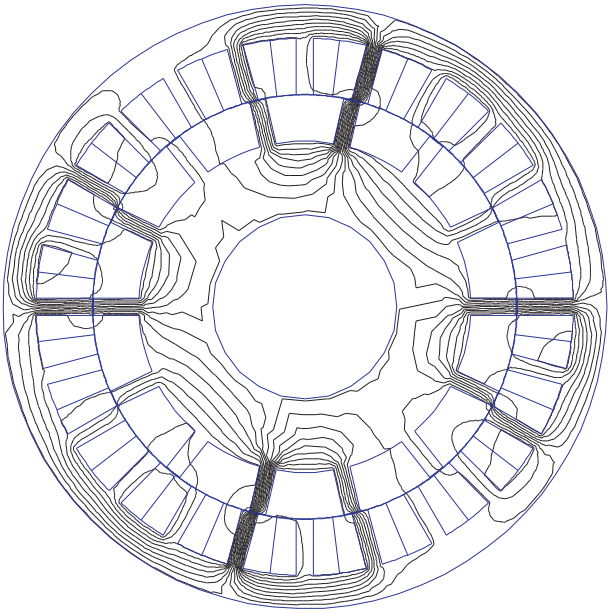
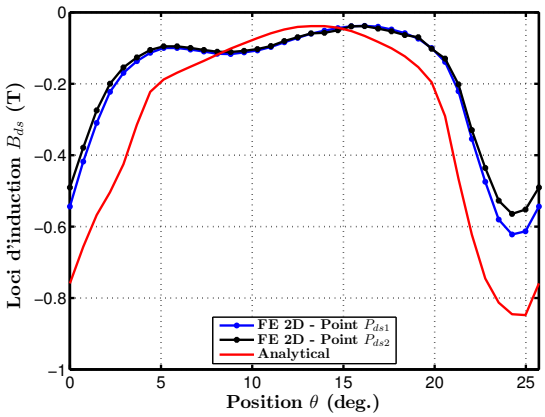


FIGURE 10.7: Lignes équipotentielles du potentiel vecteur $\vec{A}$ dans la structure 24-14 plots à vide - Réaction magnétique d'induit : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{ph} = 600\,A.tr$

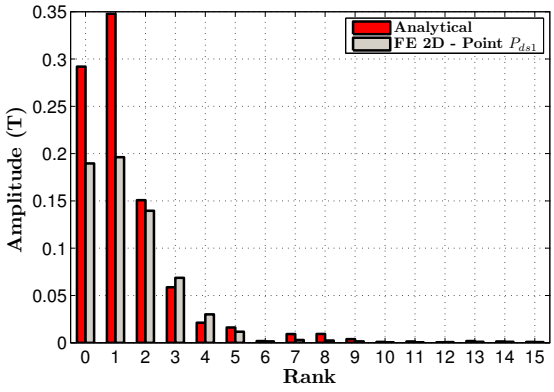
Sur la Figure 10.8 est présentée l'évolution de l'induction radiale dans la dent stator prédite par le modèle analytique et par EF 2D. La prédiction cette fois-ci est mauvaise. Il s'agit de l'effet des fuites d'encoches qui ne sont bien évidemment pas prises en compte dans le modèle se basant sur les fonctions de perméance.

La prise en compte des fuites d'encoche reste une des limitations de ce modèle analytique du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques. Cependant, à vide, les résultats restent fidèles aux simulations par EF 2D.

Prise en compte des fuites d'encoches Il y a deux manières d'aborder ce problème afin de déterminer la valeur de ce flux de fuite d'encoche qui vient s'additionner au flux d'entrefer,



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds2})



(b) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.8: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques - Réaction magnétique d'induit : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

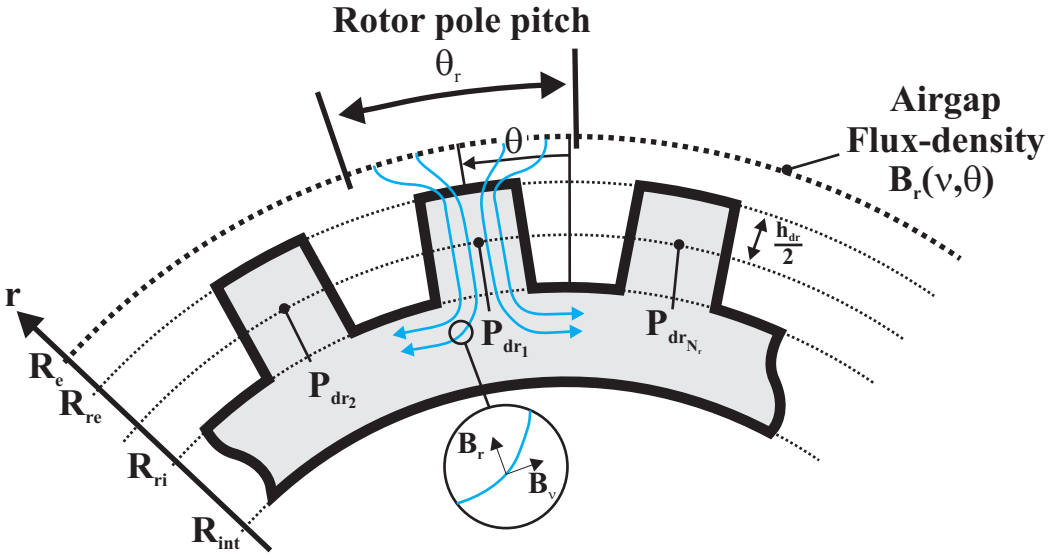


FIGURE 10.9: Concentration du flux d'entrefer sous un pas dentaire rotorique afin d'évaluer l'induction dans la dent rotor

- Soit par l'intermédiaire d'un schéma réluctant modélisant les fuites d'encoche pour tenir compte du flux additionnel à mesure que l'on se rapproche de la culasse ;
- Soit en considérant une résolution formelle des équations de Maxwell dans un entrefer double saillant afin de déterminer l'expression (et donc la valeur) du potentiel-vecteur $\vec{A}$ en tout point de l'entrefer et des zones d'encoche. Bien que plus complexe mathématiquement, les fuites d'encoches seraient modélisées implicitement dans un tel modèle. Une telle approche est proposée dans la Section 10.3.

10.2.2 Méthode de calcul pour les dents rotoriques

Concernant les dents rotoriques, pour évaluer l'induction de ces dernières, nous considérons la même méthode que pour les dents statoriques, c'est-à-dire une concentration du flux d'entrefer dans la dent rotor en vis-à-vis. Les encoches rotoriques n'étant pas porteuses de bobinages, le phénomène de fuite d'encoche ne sera pas pris en compte. La Figure 10.9 présente, comme pour le cas des dents statoriques, l'hypothèse de concentration du

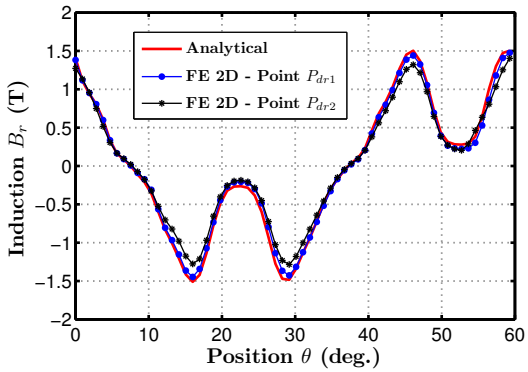
flux d'entrefer sur le pas dentaire rotorique.

L'induction dans la $i^{\text{ème}}$ dent rotorique peut s'exprimer par l'intégrale glissante suivante,

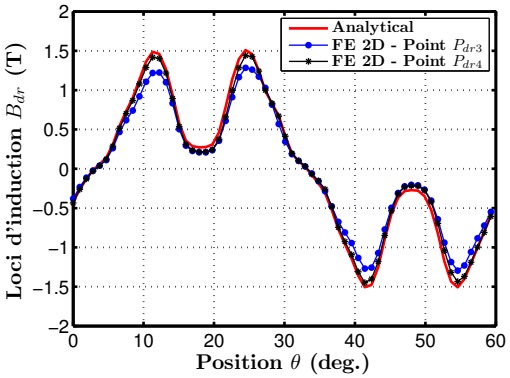
$$B_{dr_i}(\theta) = \zeta_r \int_{(i-1)\theta_s+\theta}^{i\theta_s+\theta} B_r(\nu,\theta)\, d\nu \tag{10.3}$$

avec $B_r(\nu,\theta)$ l'induction d'entrefer, dont le calcul a été détaillé précedemment, et ζ_r le facteur de concentration statorique qui est défini par

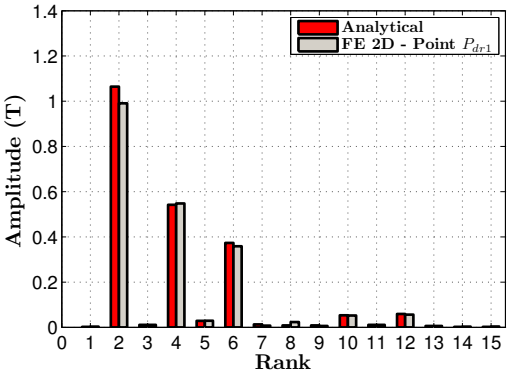
$$\zeta_r = \frac{R_e}{R_{re}\theta_r(1-\beta_r)} \tag{10.4}$$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent rotor 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{dr1} et P_{dr2})



(b) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent rotor 2) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{dr3} et P_{dr4})



(c) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.10: Comparatif des loci d'induction dans les dents rotoriques à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

A la Figure 10.10, l'évolution des loci d'induction pour deux dents adjacentes est présentée. Nous sommes dans un fonctionnement à vide avec une force magnétomotrice d'excitation de $NI_{exc} = 1200A.tr$. Le modèle analytique permet de prédire fidèlement les loci d'induction dans les dents rotoriques. On peut remarquer que contrairement aux dents stator, les loci d'induction ne sont pas polarisés. En revanche, l'évolution du champ suppose la présence de cycles mineurs.

Nous ne détaillerons pas comme précédemment l'influence de l'ouverture de la dent (rotor dans ce cas) sur les prédictions du champ dans la dent. En effet, les résultats sont similaires et les conclusions seront donc les

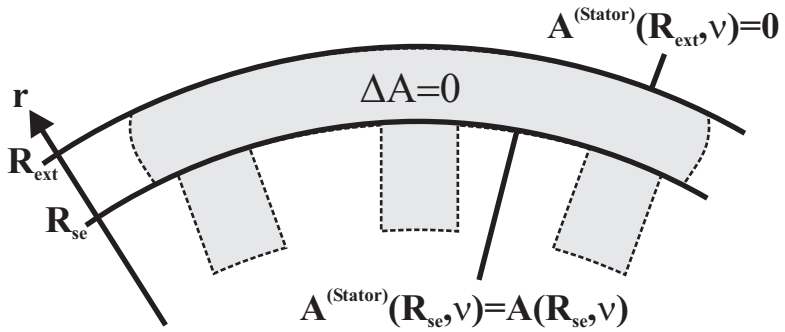


FIGURE 10.11: Problème de Dirichlet et conditions aux limites associées afin de déterminer le champ dans les culasses

mêmes. Le champ de réaction d'induit n'est pas non plus proposée car là encore les conclusions seront les mêmes. Les fuites d'encoche sont quand même plus faibles, les encoches rotor ne possédant pas de bobinages.

10.2.3 Méthode de calcul pour les culasses statoriques et rotoriques

Le calcul de l'induction dans les culasses statoriques et rotorique proposé dans cette section permettra de prendre en compte le caractère bidirectionnel du champ dans les culasses. La méthode générale repose sur la résolution d'un problème de Dirichlet avec des conditions aux limites que nous détaillerons par la suite.

Problème de Dirichlet et conditions aux limites associées Sur la Figure 10.11, le problème de Dirichlet à résoudre pour la culasse stator est proposé. La distribution du potentiel-vecteur $\vec{A}$ est régie par l'équation de Laplace, en supposant le matériau constituant les culasses homogène.

Concernant les conditions aux limites, nous imposerons le potentiel-vecteur nul au niveau du rayon externe de la structure. Cette hypothèse semble judicieuse dans le cas d'une topologie MCF simplement excitée par des bobinages. En effet les sources de champ sont entourées par des culasses dont la perméabilité est très grande devant celle de l'air. On peut donc considérer que le champ restera toujours à l'intérieur des culasses. Cela n'est pas forcément le cas pour des structures MCF excitées par des aimants.

La deuxième condition aux limites consistera à déterminer l'évolution du potentiel-vecteur en $r = R_{se}$.

Conditions aux limites au niveau du rayon interne de la culasse stator $r = R_{se}$ et du rayon interne de la culasse rotor $r = R_{ri}$ Afin de déterminer les conditions aux limites au niveau du rayon interne de la culasse stator $r = R_{se}$ et du rayon interne de la culasse rotor $r = R_{ri}$, nous considérons que les culasses sont excitées localement par les loci d'induction que l'on a déterminé dans les dents. Finalement, l'évolution de l'induction radiale au niveau du rayon interne de la culasse stator peut être déterminée en considérant la Figure 10.12.

Nous développons sous forme d'une série de Fourier l'induction radiale à l'interface entre les dents statoriques et la culasse statorique en $r = R_{se}$,

$$B_r\left(r = R_{se}, \nu\right) = \sum_{n \geqslant 1} A_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} \cos\left(n\gamma\nu\right) + B_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} \sin\left(n\gamma\nu\right) \tag{10.5}$$

avec

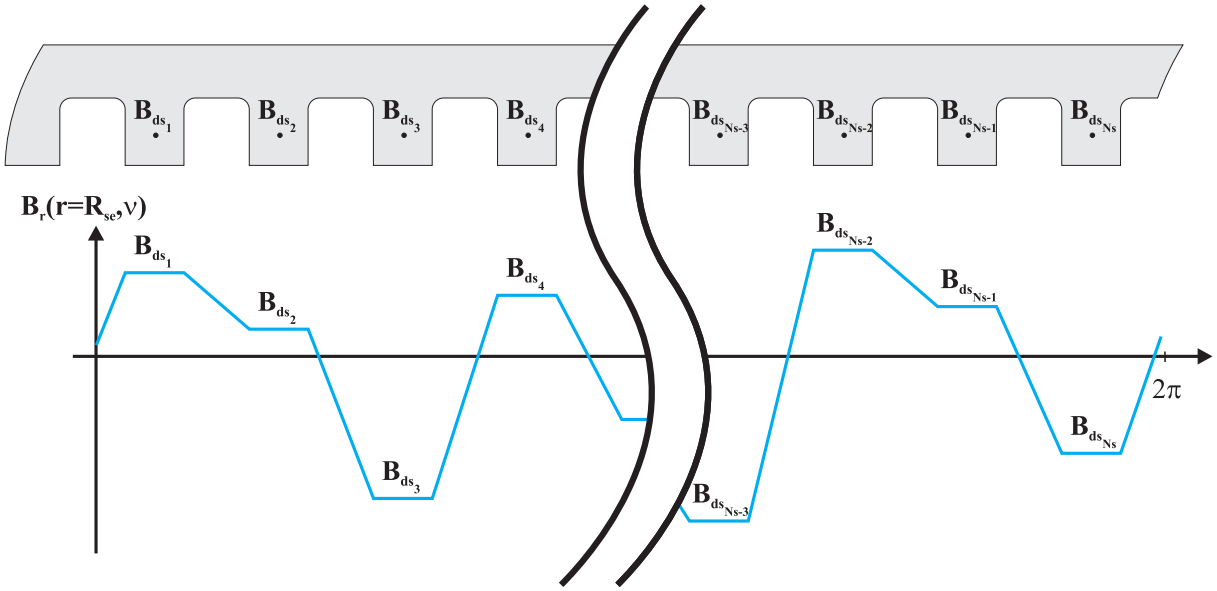


FIGURE 10.12: Evaluation de l'induction radiale le long du rayon interne de la culasse statorique $r = R_{se}$

$$
\begin{aligned}
A_n^{(B_{r_{stator}})} &= \frac{\gamma}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\gamma}} B_{ds_j}(\nu,\theta) \cos(n\gamma\nu)\, d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \int_{\frac{\theta_s}{2}(2j-\beta_{s_j}-1)}^{\frac{\theta_s}{2}(2j+\beta_{s_j}-1)} B_{ds_j}(\nu,\theta) \cos(n\gamma\nu)\, d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \frac{B_{ds_j}}{n\pi} \left\{ \sin\left(\frac{n\gamma\theta_s}{2} \left(\beta_{s_j} - 2j + 1\right) \right) \right. \\
&\left. + \sin\left(\frac{n\gamma\theta_s}{2} \left(\beta_{s_j} + 2j - 1\right) \right) \right\}
\end{aligned} \tag{10.6}
$$

$$
\begin{aligned}
B_n^{(B_{r_{stator}})} &= \frac{\gamma}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\gamma}} B_{ds_j}(\nu,\theta) \sin(n\gamma\nu)\, d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \int_{\frac{\theta_s}{2}(2j-\beta_{s_j}-1)}^{\frac{\theta_s}{2}(2j+\beta_{s_j}-1)} B_{ds_j}(\nu,\theta) \sin(n\gamma\nu)\, d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi} \sum_{j=1}^{N_s} \frac{B_{ds_j}}{n\pi} \left\{ \cos\left(\frac{n\gamma\theta_s}{2} \left(\beta_{s_j} - 2j + 1\right) \right) \right. \\
&\left. - \cos\left(\frac{n\gamma\theta_s}{2} \left(\beta_{s_j} + 2j - 1\right) \right) \right\}
\end{aligned} \tag{10.7}
$$

De la même manière, nous développons sous forme d'une série de Fourier l'induction radiale à l'interface entre les dents rotoriques et la culasse rotorique en $r = R_{ri}$,

$$
B_r(r = R_{ri}, \nu) = \sum_{k \geqslant 1} A_n^{(B_{r_{rotor}})} \cos(n\gamma\nu) + B_n^{(B_{r_{rotor}})} \sin(n\gamma\nu) \tag{10.8}
$$

avec

$$
\begin{aligned}
A_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)} &= \frac{\gamma}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\gamma}} B_{dr_i}(\nu,\theta)\cos(n\gamma\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\int_{\frac{\theta_r}{2}\left(2i-\beta_{r_i}-1\right)}^{\frac{\theta_r}{2}\left(2i+\beta_{r_i}-1\right)} B_{dr_i}(\nu,\theta)\cos(n\gamma\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi}\sum_{i=1}^{N_s}\frac{B_{dr_i}}{n\pi}\left\{\sin\left(\frac{n\gamma\theta_r}{2}\left(\beta_{r_i}-2i+1\right)\right)\right. \\
&\left.+\sin\left(\frac{n\gamma\theta_r}{2}\left(\beta_{r_i}+2i-1\right)\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{10.9}
$$

$$
\begin{aligned}
B_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)} &= \frac{\gamma}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\gamma}} B_{dr_i}(\nu,\theta)\sin(n\gamma\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\int_{\frac{\theta_r}{2}\left(2i-\beta_{r_i}-1\right)}^{\frac{\theta_r}{2}\left(2i+\beta_{r_i}-1\right)} B_{dr_i}(\nu,\theta)\sin(n\gamma\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\gamma}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\frac{B_{dr_i}}{n\pi}\left\{\cos\left(\frac{n\gamma\theta_r}{2}\left(\beta_{r_i}-2i+1\right)\right)\right. \\
&\left.-\cos\left(\frac{n\gamma\theta_r}{2}\left(\beta_{r_i}+2i-1\right)\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{10.10}
$$

A partir des expressions ci-avant, et en considérant la jauge de Coulomb ($div\vec{A}=0$), nous pouvons déterminer l'expression des potentiels qui vont venir exciter les culasses rotoriques et statoriques,

$$
A(r=R_{ri},\nu)=\sum_{k\geqslant 1}\frac{A_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}}{n\gamma}\sin(n\gamma\nu)-\frac{B_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}}{n\gamma}\cos(n\gamma\nu) \tag{10.11}
$$

et

$$
A(r=R_{se},\nu)=\sum_{k\geqslant 1}\frac{A_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)}R_{se}}{n\gamma}\sin(n\gamma\nu)-\frac{B_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)}R_{se}}{n\gamma}\cos(n\gamma\nu) \tag{10.12}
$$

Solution générale de l'équation de Laplace dans les culasses rotorique et statorique La forme générale du potentiel-vecteur dans la culasse rotorique peut s'exprimer comme

$$
A^{(Rotor)}(r,\nu)=\sum_{n\geqslant 1}A_n^{(Rotor)}\left(-R_{int}^{-2n}r^n+r^{-n}\right)\cos(n\gamma\nu)+B_n^{(Rotor)}\left(-R_{int}^{-2n}r^n+r^{-n}\right)\sin(n\gamma\nu) \tag{10.13}
$$

et la forme générale du potentiel dans la culasse statorique se trouve être,

$$
A^{(Stator)}(r,\nu)=\sum_{n\geqslant 1}A_n^{(Stator)}\left(-R_{ext}^{-2n}r^n+r^{-n}\right)\cos(n\gamma\nu)+B_n^{(Stator)}\left(-R_{ext}^{-2n}r^n+r^{-n}\right)\sin(n\gamma\nu) \tag{10.14}
$$

Le problème de Dirichlet que l'on souhaite résoudre impose la continuité des potentiels en $r=R_{se}$ pour la

culasse statorique et en $r = R_{ri}$ pour la culasse rotorique.

Finalement par simple identification, il est possible d'exprimer les constantes $A_n^{(Rotor)}$, $B_n^{(Rotor)}$, $A_n^{(Stator)}$ et $B_n^{(Stator)}$

$$\begin{cases} A_n^{(Rotor)} = & -\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})}}{n\gamma} \frac{R_{ri}}{\left(-R_{int}^{-2n} R_{ri}^{n} + R_{ri}^{-n}\right)} \\ B_n^{(Rotor)} = & \frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})}}{n\gamma} \frac{R_{ri}}{\left(-R_{int}^{-2n} R_{ri}^{n} + R_{ri}^{-n}\right)} \\ A_n^{(Stator)} = & -\frac{B_n^{(B_{r_{stator}})}}{n\gamma} \frac{R_{se}}{\left(-R_{ext}^{-2n} R_{se}^{n} + R_{se}^{-n}\right)} \\ B_n^{(Stator)} = & \frac{A_n^{(B_{r_{stator}})}}{n\gamma} \frac{R_{se}}{\left(-R_{ext}^{-2n} R_{se}^{n} + R_{se}^{-n}\right)} \end{cases} \tag{10.15}$$

Pour des raisons de convergence, nous mettrons l'expression du potentiel vecteur sous la forme suivante

$$\begin{aligned} A^{(Rotor)}(r,\nu) = \sum_{n \geqslant 1} & -\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})} R_{ri}}{n\gamma} \left(\frac{-\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n} + \left(\frac{R_{int}}{r}\right)^{n} \left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1 + \left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}} \right) \cos(n\gamma\nu) \\ & + \frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})} R_{ri}}{n\gamma} \left(\frac{-\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n} + \left(\frac{R_{int}}{r}\right)^{n} \left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1 + \left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}} \right) \sin(n\gamma\nu) \end{aligned} \tag{10.16}$$

et

$$\begin{aligned} A^{(Stator)}(r,\nu) = \sum_{n \geqslant 1} & -\frac{B_n^{(B_{r_{stator}})} R_{se}}{n\gamma} \left(\frac{-\left(\frac{R_{ext}}{r}\right)^{-n} \left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n} + \left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n} + 1} \right) \cos(n\gamma\nu) \\ & + \frac{A_n^{(B_{r_{stator}})} R_{se}}{n\gamma} \left(\frac{-\left(\frac{R_{ext}}{r}\right)^{-n} \left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n} + \left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n} + 1} \right) \sin(n\gamma\nu) \end{aligned} \tag{10.17}$$

Une fois que le potentiel-vecteur a été déterminé, il est possible de remonter aux composantes radiales et tangentielles de l'induction dans la culasse à partie de l'expression suivante,

$$\begin{cases} B_r = \frac{1}{r} & \frac{\partial A}{\partial \nu} \\ B_\nu = - & \frac{\partial A}{\partial r} \end{cases} \tag{10.18}$$

Finalement, on retiendra les expressions suivantes

$$\begin{aligned} B_r^{(Stator)}(r,\nu) = \frac{1}{r} \sum_{n \geqslant 1} & \left[A_n^{(B_{r_{stator}})} R_{se} \left(\frac{-\left(\frac{R_{ext}}{r}\right)^{-n} \left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n} + \left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n} + 1} \right) \cos(n\gamma\nu) \right. \\ & \left. + B_n^{(B_{r_{stator}})} R_{se} \left(\frac{-\left(\frac{R_{ext}}{r}\right)^{-n} \left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n} + \left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n} + 1} \right) \sin(n\gamma\nu) \right] \end{aligned} \tag{10.19}$$

pour la composante radiale $B_r^{(Stator)}$, et

$$B_{\nu}^{(Stator)}(r,\nu) = -\sum_{n\geqslant 1}\left[-\frac{B_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)}R_{se}}{\gamma}\left(\frac{-\frac{1}{R_{ext}}\left(\frac{r}{R_{ext}}\right)^{n-1}\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n}-\frac{1}{R_{se}}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n-1}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n}+1}\right)\cos(n\gamma\nu)\right.$$
$$\left.+\frac{A_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)}R_{se}}{\gamma}\left(\frac{-\frac{1}{R_{ext}}\left(\frac{r}{R_{ext}}\right)^{n-1}\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n}-\frac{1}{R_{se}}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{-n-1}}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n}+1}\right)\sin(n\gamma\nu)\right] \tag{10.20}$$

pour la composante tangentielle $B_{\nu}^{(Stator)}$ de l'induction dans la culasse stator. Concernant la culasse rotor, on abouttit à

$$B_r^{(Rotor)}(r,\nu) = \frac{1}{r}\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}\left(\frac{-\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n}+\left(\frac{R_{int}}{r}\right)^{n}\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\cos(n\gamma\nu)\right.$$
$$\left.+B_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}\left(\frac{-\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n}+\left(\frac{R_{int}}{r}\right)^{n}\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\sin(n\gamma\nu)\right]$$

pour la composante radiale $B_r^{(Rotor)}$ et

$$B_{\nu}^{(Rotor)}(r,\nu) = -\sum_{n\geqslant 1}\left[-\frac{B_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}}{\gamma}\left(\frac{-\frac{1}{R_{ri}}\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n-1}-\frac{1}{R_{int}}\left(\frac{r}{R_{int}}\right)^{-n-1}\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\cos(n\gamma\nu)\right.$$
$$\left.+\frac{A_n^{\left(B_{r_{rotor}}\right)}R_{ri}}{\gamma}\left(\frac{-\frac{1}{R_{ri}}\left(\frac{r}{R_{ri}}\right)^{n-1}-\frac{1}{R_{int}}\left(\frac{r}{R_{int}}\right)^{-n-1}\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\sin(n\gamma\nu)\right]$$

pour la composante tangentielle $B_{\nu}^{(Rotor)}$.

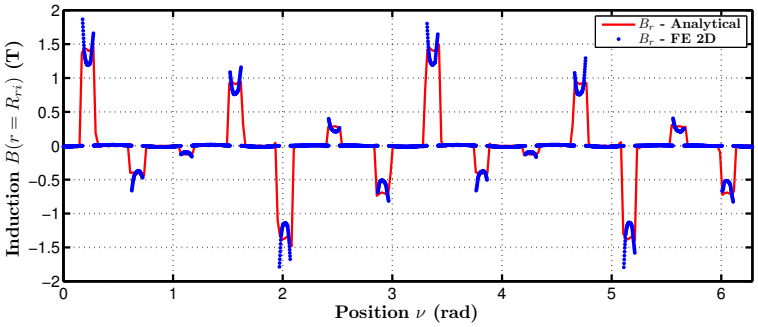
10.2.4 Comparaison avec les EF 2D des loci d'induction dans les culasses

Lors de cette comparaison, nous nous bornerons aux fonctionnement à vide qui a été validé dans la section précédente. Nous validerons donc les prédictions du champ qui est bidirectionnel.

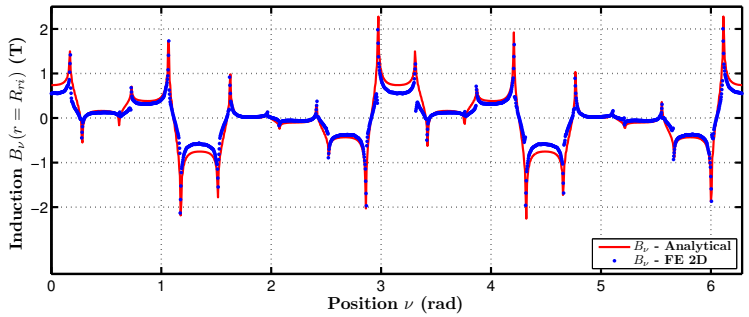
Conditions aux limites Nous nous intéressons dans une premier temps aux conditions aux limites au niveau du rayon externe du rotor ($r = R_{ri}$). Sur la Figure 10.13, l'évolution des composantes radiale et tangentielle de l'induction entre les dents rotoriques et la culasse rotor est présentée. Un comparatif est fait avec les EF 2D pour la structure présentée à la Figure 10.2.

Concernant la composante radiale $B_r^{(Rotor)}$, on peut remarquer que la distribution obtenue est quelque peu différente. En effet, en mileu de dent, l'induction est plus faible (par EF 2D) qu'en bord de dent. Le modèle analytique suppose que l'induction est constante. En revanche, l'induction moyenne est bien prédite au moyen du modèle analytique.

Concernant la composante radiale $B_{\nu}^{(Rotor)}$, toujours en $r = R_{ri}$, la prédiction analytique reste en bon accord avec les valeurs obtenues avec les EF 2D.

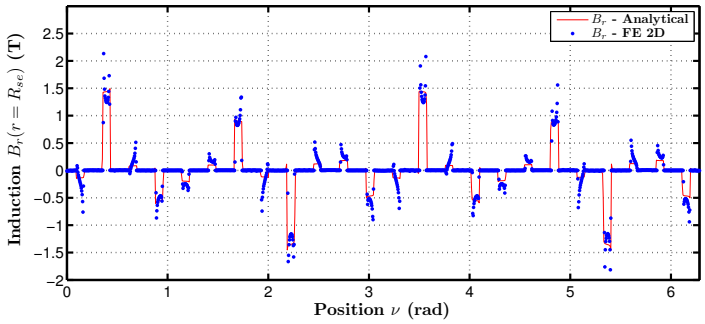


(a) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Rotor)}$

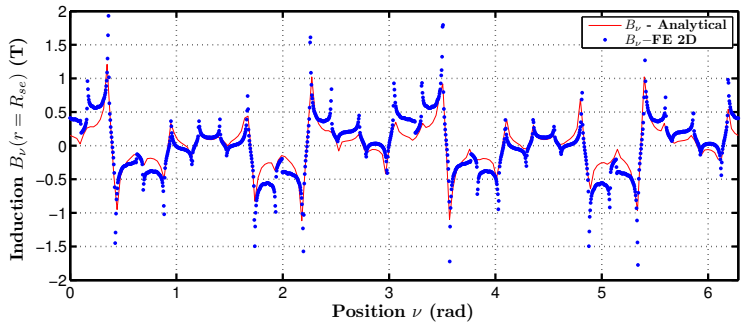


(b) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Rotor)}$

FIGURE 10.13: Conditions aux limites à l'interface entre les dents rotoriques et la culasse en $r = R_{ri}$ strucutre à dents fines présentée à la Figure 10.2 et à vide ($NI_{exc} = 1200A.tr$) : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

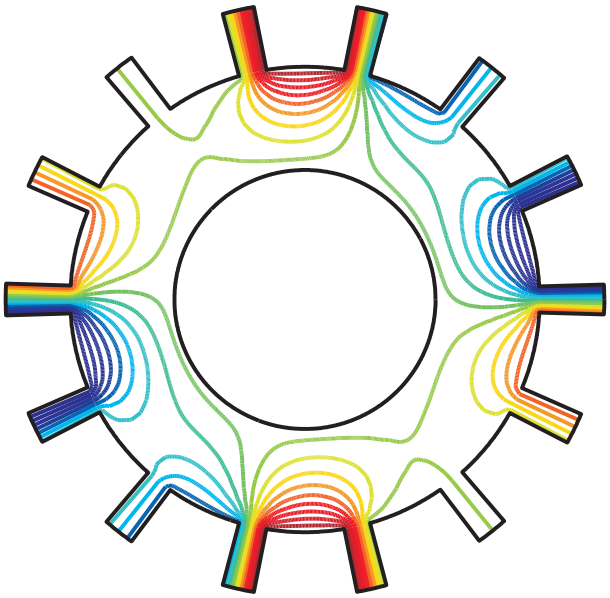


(a) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Rotor)}$

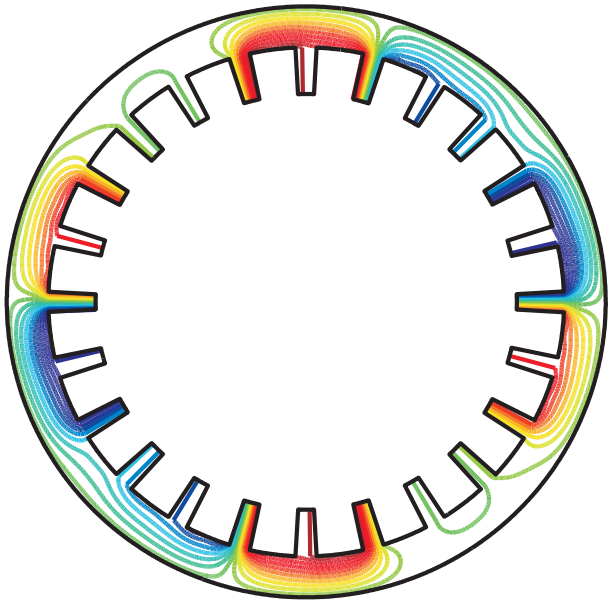


(b) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Rotor)}$

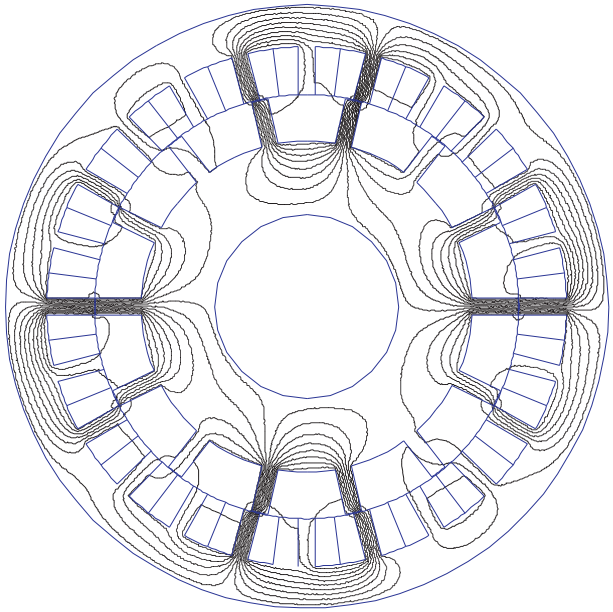
FIGURE 10.14: Conditions aux limites à l'interface entre les dents statoriques et la culasse en $r = R_{se}$ strucutre à dents fines présentée à la Figure 10.2 et à vide ($NI_{exc} = 1200A.tr$) : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Distribution des équipotentielles du potentiel-vecteur dans le rotor



(b) Distribution des équipotentielles du potentiel-vecteur dans le rotor



(c) Distribution des équipotentielles du potentiel-vecteur déterminée par EF 2D

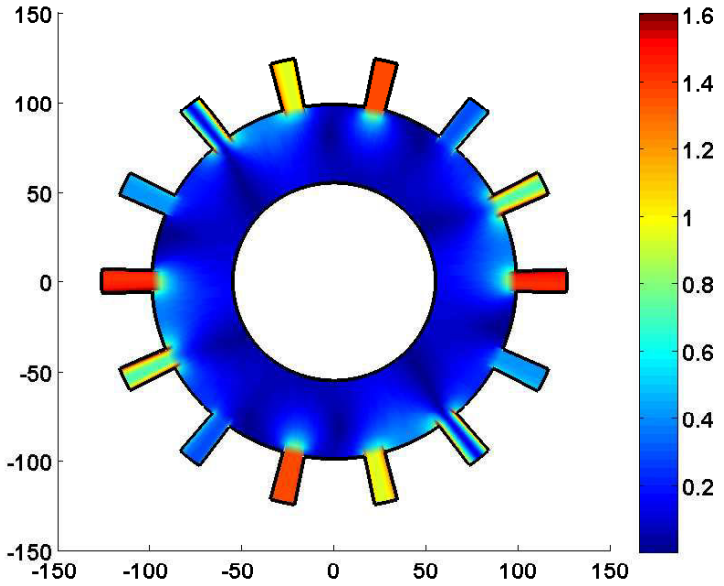
FIGURE 10.15: Distribution du potentiel-vecteur au niveau du stator et du rotor à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

Le même comparatif a été réalisé au niveau de l'interface entre les dents statoriques et la culasse stator, en $r = R_{se}$. Comme nous pouvons le voir à la Figure 10.14, la prédiction de la composante radiale de l'induction $B_r^{(Stator)}$ présente des différences locales avec le résultat obtenu par EF 2D. En revanche, l'induction moyenne sous chacune des dents reste bien prédite.

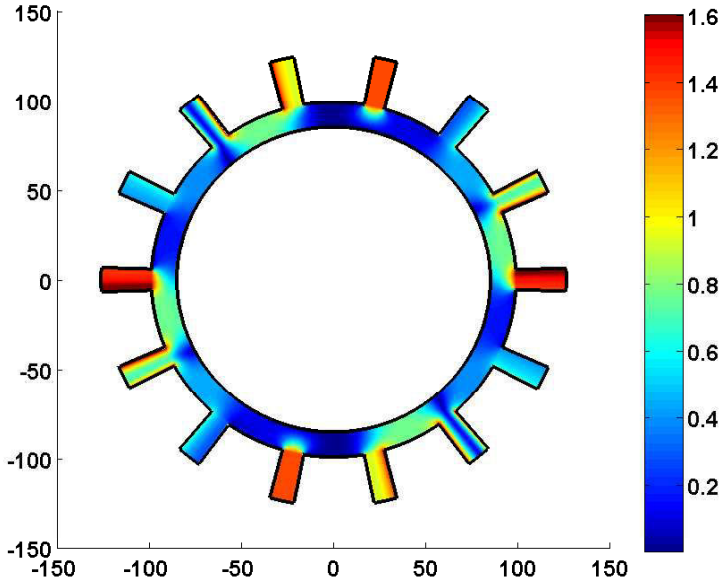
La composante tangentielle $B_\nu^{(Stator)}$ présente quant à elle des différences un peu plus marquées. Il s'agit de l'effet des fuites d'encoches qui ne sont pas prises en compte avec ce modèle.

Distribution du potentiel-vecteur et de l'induction dans les culasses Dès lors, il est possible de déterminer la distribution du potentiel-vecteur dans les culasses à partir des expressions que nous avons détaillé dans la section précédente. Sur la Figure 10.15, les distributions du potentiel-vecteur calculées analytiquement dans les culasses statorique et rotorique sont proposées. Le comparatif avec la distribution obtenue par EF 2D

(cf. Figure 10.15.(c)) est bon.



(a) Culasse rotorique large



(b) Culasse rotorique fine

FIGURE 10.16: Distribution de l'induction $\left|B^{(Rotor)}\right|$ dans le rotor à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

Une fois le potentiel-vecteur déterminé, il est possible de déduire la distribution de l'induction. L'exemple est donné à la Figure 10.16 où est présentée la distribution de l'induction $\left|B^{(Rotor)}\right|$ au niveau du rotor. Sur cette figure deux rotors sont considérés, avec une culasse plus ou moins fine. Il est intéressant de remarquer que lorsque la culasse est importante, Figure 10.16.(a), l'induction décroît rapidement à mesure que l'on s'éloigne des interfaces culasse-dent. En revanche, si l'on considère la Figure 10.16.(b) avec une culasse rotorique plus

fine, on peut observer que cette dernière est plus saturée.

Tout ceci illustre le fait que ce modèle analytique du champ dans les parties ferromagnétiques pourrait être utilisé afin de vérifier que la contrainte au niveau de l'induction (modèle linéaire) n'est pas dépassée lors de la phase d'optimisation.

Détermination des loci bidirectionnels dans les culasses statorique et rotorique Un intérêt majeur de la modélisation proposée est de pouvoir déterminer les composantes radiale et tangentielle de l'induction dans les culasses. Nous avons montré dans le paragraphe précédent qu'effectivement la distribution du potentiel-vecteur dans les culasses obtenue analytiquement était fidèle aux résultats obtenus par EF 2D. Nous essayons d'étendre le validation du modèle en déterminant directement les loci dans les culasses de manière analytique pour les comparer par la suite aux EF 2D. Sur la Figure 10.17, un schéma présentant une zone statorique (délimitée par les rayons R_1et R_2 et par les angles ν_1 et ν_2) où nous déterminerons les inductions moyennes radiale et tangentielle.

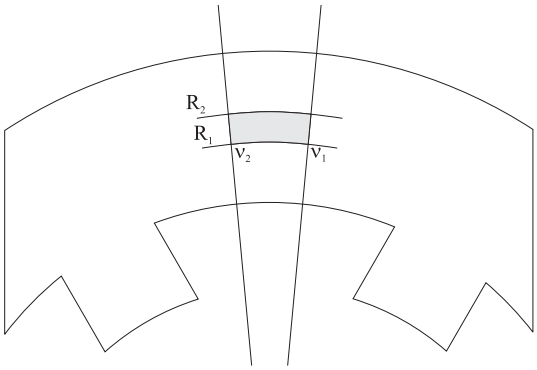


FIGURE 10.17: Schéma de principe pour le calcul dans les zones statoriques

Inductions moyennes dans la culasse statorique Tout d'abord, la surface d'une zone s'exprime comme

$$S = \frac{\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{2}\left(\nu_2 - \nu_1\right) \tag{10.21}$$

Ensuite, en moyennant localement l'induction entre $[R_1, R_2]$ et $[\nu_1, \nu_2]$, nous pouvons exprimer l'induction radiale moyenne $B_{r_{mean}}^{(Stator)}$ dans cette zone comme

$$B_{r_{mean}}^{(Stator)}(r,\nu) = \frac{1}{S}\int_{R_1}^{R_2}\int_{\nu_1}^{\nu_2} B_r^{(Stator)}(r,\nu)\, r dr d\nu$$

$$= \frac{1}{S}\left\{\left[\frac{A_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} R_{se}}{\gamma}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^2\right)}{2R_{ext}}\right)\left(\frac{R_{se}}{R_{ext}}\right)+R_{se}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2}+1}\right)\left(\sin(\gamma\nu_2)-\sin(\gamma\nu_1)\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{B_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} R_{se}}{\gamma}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^2\right)}{2R_{ext}}\right)\left(\frac{R_{se}}{R_{ext}}\right)+R_{se}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2}+1}\right)\left(\cos(\gamma\nu_2)-\cos(\gamma\nu_1)\right)\right]\right.$$

$$+\sum_{n\geqslant 2}\left[\frac{A_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} R_{se}}{n\gamma}\left(\frac{-\frac{R_{ext}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ext}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ext}}\right)^{n+1}\right)\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n}+\frac{R_{se}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{se}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{se}}\right)^{-n+1}\right)}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n}+1}\right)\right.$$

$$.\left(\sin(n\gamma\nu_2)-\sin(n\gamma\nu_1)\right)$$

$$\left.-\frac{B_n^{\left(B_{r_{stator}}\right)} R_{se}}{n\gamma}\left(\frac{-\frac{R_{ext}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ext}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ext}}\right)^{n+1}\right)\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-n}+\frac{R_{se}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{se}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{se}}\right)^{-n+1}\right)}{-\left(\frac{R_{ext}}{R_{se}}\right)^{-2n}+1}\right)\right.$$

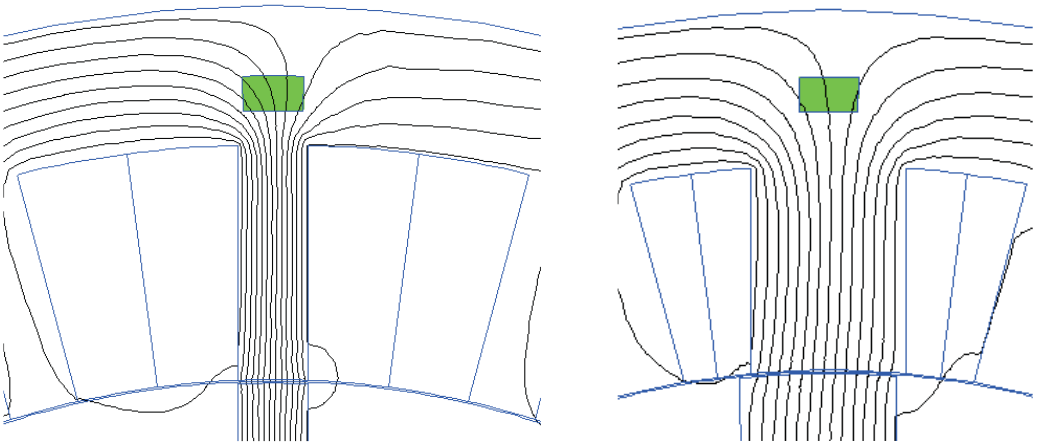
$$\left.\left.\left.

Inductions moyennes dans la culasse rotorique Les mêmes calculs ont été menés afin de déterminer les composantes radiale et tangentielle moyennes de l'induction dans la culasse rotorique. Ci-après, on retrouve l'expression de l'induction moyenne radiale $B_{r_{mean}}^{(Rotor)}$ dans une zone du rotor,

$$
\begin{aligned}
B_{r_{mean}}^{(Rotor)}(r,\nu) &= \frac{1}{S}\int_{R_1}^{R_2}\int_{\nu_1}^{\nu_2} B_r^{(Rotor)}(r,\nu)\, r dr d\nu \\
&= \frac{1}{S}\left\{\left[\frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{\gamma}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^{2}\right)}{2R_{ri}}\right)+\left(\frac{R_{int}^2}{R_{ri}}\right)\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2}}\right)(\sin(\gamma\nu_2)-\sin(\gamma\nu_1))\right.\right. \\
&\quad \left.\left.-\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{\gamma}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^{2}\right)}{2R_{ri}}\right)+\left(\frac{R_{int}^2}{R_{ri}}\right)\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2}}\right)(\cos(\gamma\nu_2)-\cos(\gamma\nu_1))\right]\right. \\
&\quad +\sum_{n\geqslant 2}\left[\frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{n\gamma}\left(\frac{-\frac{R_{ri}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ri}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ri}}\right)^{n+1}\right)+\frac{R_{int}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{int}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{int}}\right)^{-n+1}\right)\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\right. \\
&\quad .(\sin(n\gamma\nu_2)-\sin(n\gamma\nu_1)) \\
&\quad \left.-\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{n\gamma}\left(\frac{-\frac{R_{ri}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ri}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ri}}\right)^{n+1}\right)+\frac{R_{int}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{int}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{int}}\right)^{-n+1}\right)\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\right. \\
&\quad \left.\left.(\cos(n\gamma\nu_2)-\cos(n\gamma\nu_1))\right]\right. \qquad (10.24)
\end{aligned}
$$

et pour la composante tangentielle moyenne $B_{\nu_{mean}}^{(Rotor)}$ on obtient,

$$
\begin{aligned}
B_{\nu_{mean}}^{(Rotor)}(r,\nu) &= \frac{1}{S}\int_{R_1}^{R_2}\int_{\nu_1}^{\nu_2} B_\nu^{(Rotor)}(r,\nu)\, r dr d\nu \\
&= -\frac{1}{S}\left\{\left[-\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{\gamma^2}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^{2}\right)}{2R_{ri}}\right)-\left(\frac{R_{int}^2}{R_{ri}}\right)\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2}}\right)(\sin(\gamma\nu_2)-\sin(\gamma\nu_1))\right.\right. \\
&\quad \left.\left.-\frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{\gamma^2}\left(\frac{-\left(\frac{\left(R_2^2-R_1^{2}\right)}{2R_{ri}}\right)-\left(\frac{R_{int}^2}{R_{ri}}\right)\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2}}\right)(\cos(\gamma\nu_2)-\cos(\gamma\nu_1))\right]\right. \\
&\quad +\sum_{n\geqslant 2}\left[-\frac{B_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{n\gamma^2}\left(\frac{-\frac{R_{ri}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ri}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ri}}\right)^{n+1}\right)-\frac{R_{int}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{int}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{int}}\right)^{-n+1}\right)\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\right. \\
&\quad \left.(\sin(n\gamma\nu_2)-\sin(n\gamma\nu_1))\right] \\
&\quad \left.-\frac{A_n^{(B_{r_{rotor}})}R_{ri}}{n\gamma^2}\left(\frac{-\frac{R_{ri}}{(n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{ri}}\right)^{n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{ri}}\right)^{n+1}\right)-\frac{R_{int}}{(-n+1)}\left(\left(\frac{R_2}{R_{int}}\right)^{-n+1}-\left(\frac{R_1}{R_{int}}\right)^{-n+1}\right)\left(\frac{R_{int}}{R_{ri}}\right)^{n}}{-1+\left(\frac{R_{ri}}{R_{int}}\right)^{-2n}}\right)\right. \\
&\quad \left.(\cos(n\gamma\nu_2)-\cos(n\gamma\nu_1))\right] \qquad (10.25)
\end{aligned}
$$



(a) Structure avec ouverture de l'encoche stator $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$

(b) Structure avec ouverture de l'encoche stator $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$

FIGURE 10.18: Zone de calcul des loci d'induction dans la culasse statorique

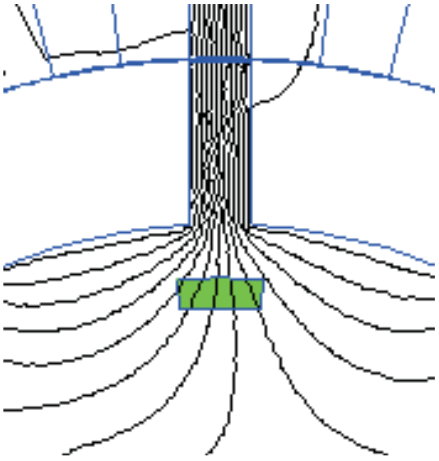


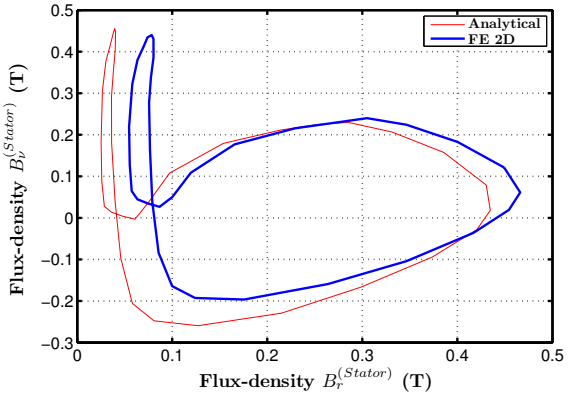
FIGURE 10.19: Zone de calcul des loci d'induction dans la culasse rotorique

Comparaisons avec les résulats EF 2D Maintenant que les expressions analytiques des loci d'induction dans chaque zone des culasses stator et rotor ont été obtenues. Sur la Figure 10.18, la zone de calcul dans la culasse statorique est présentée. On considère deux configurations, avec des dents statoriques fines ou larges. La zone choisie pour notre validation se trouve directement en vis-à-vis de la dent statorique. Cette zone, nous le verrons par la suite, présente des loci d'induction particulièrement complexes. Pour le rotor, nous considèrerons aussi la zone en vis-à-vis de la dent rotorique (cf. Figure 10.19)

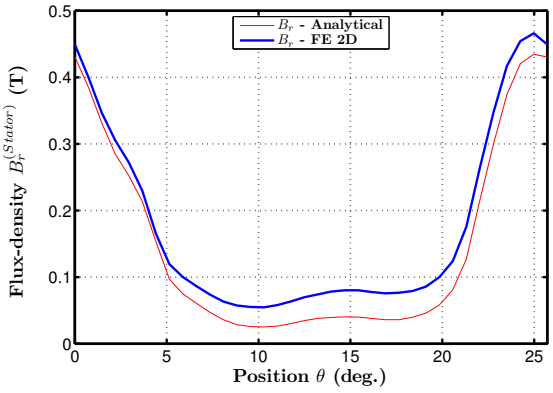
Nous commençons par comparer les loci obtenus dans la culasse statorique dans le cas du stator à dents fines. Le comparatif est présenté à la Figure 10.20. La forme générale du loci d'induction est bien restituée malgré sa complexité. La composante tangentielle est bien évalué mais une erreur perdure sur le champ radial. Cette erreur est normale. En effet, nous nous servons de l'induction calculée dans chaque dent (stator ou rotor) afin de définir le champ qui vient exciter la culasse. Et nous avions déjà une petite erreur au niveau du pic d'induction.

La même comparaison est proposée à la Figure 10.21, mais cette fois-ci pour un stator avec des dents plus larges. La forme générale du loci est assez bien restituée par le modèle analytique. Des écarts, à la fois sur la composante tangentielle et radiale sont quand même observables. Néanmoins, la précision du modèle (5 à 6%) reste quand même bonne. Il faut aussi noter que la forme d'onde du loci est complètement modifiée quand on passe d'une structure avec petites dents à une structure avec grosses dents. Le modèle analytique, malgré quelques approximations, permet de prédire assez fidèlement les varaiations du champ dans les culasses.

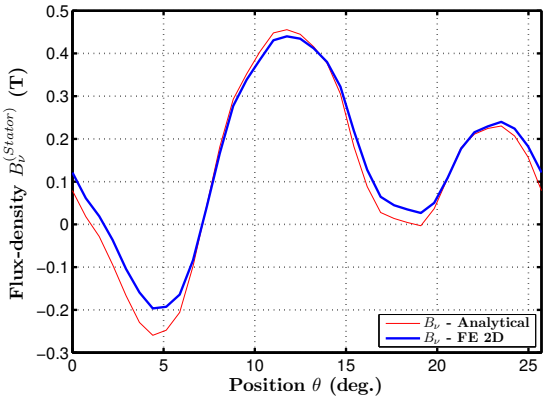
Nous terminerons notre comparaison avec les EF 2D par la Figure 10.22. Le loci obtenu analytiquement et



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement et par EF 2D dans la culasse stator

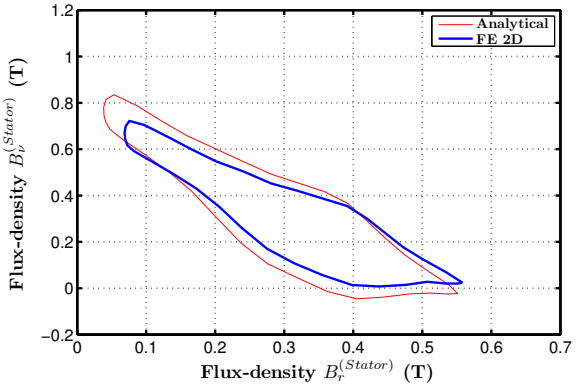


(b) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Stator)}$

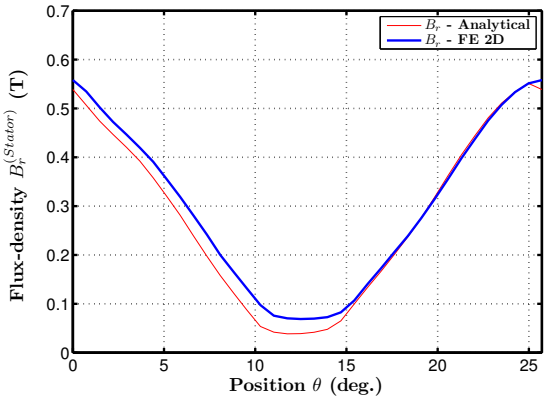


(c) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Stator)}$

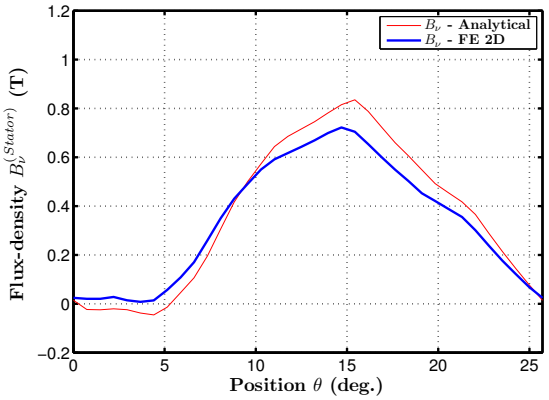
FIGURE 10.20: Comparatif des loci d'induction dans la culasse statorique calculés analytiquement et par EF 2D à vide pour la structure présentée à la Figure 10.2 : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement et par EF 2D dans la culasse stator

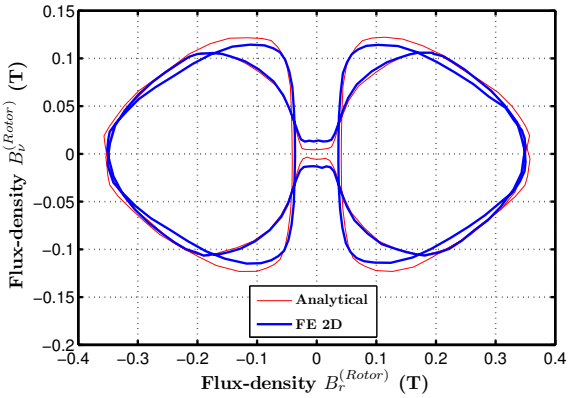


(b) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Stator)}$

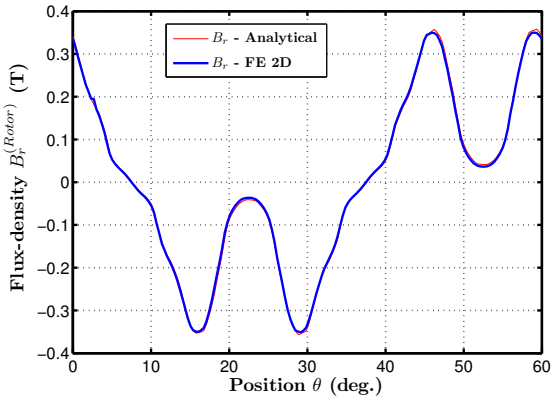


(c) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Stator)}$

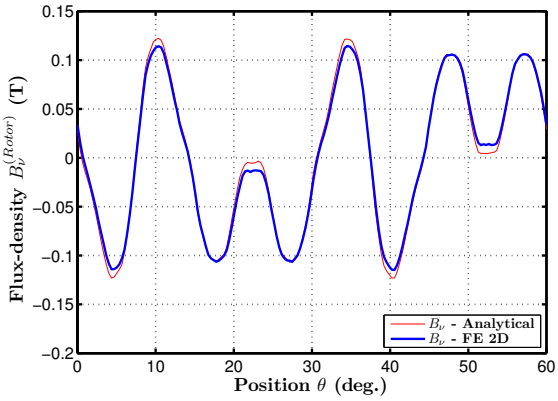
FIGURE 10.21: Comparatif des loci d'induction dans la culasse statorique calculés analytiquement et par EF 2D à vide pour la structure présentée à la Figure 10.4 : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement et par EF 2D dans la culasse rotor



(b) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Rotor)}$



(c) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Rotor)}$

FIGURE 10.22: Comparatif des loci d'induction dans la culasse rotorique calculés analytiquement et par EF 2D à vide pour la structure présentée à la Figure 10.4 : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.3$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

par EF 2D dans la zone du rotor est présenté. La prédiction dans le cas du rotor est très fidèle aux simulations EF 2D. En effet, contrairement au cas du stator, les fuites d'encoche ne viennent pas perturber les prédictions analytiques. Aussi, on notera là encore que le loci obtenu par la culasse rotor est particulièrement complexe.

10.3 Calcul des loci d'induction dans les parties ferromagnétiques à partir des modèles formels

Dans cette partie, nous détaillerons une autre approche permettant de calculer les champs dans les parties ferromagnétiques de la structure MCF excitées par des bobines à partir du modèle formel développé dans la Chapitre 8. Nous détaillerons uniquement l'approche sur le stator. En effet, le principal grief de la méthode se basant sur les fonctions de perméance était de ne pas prendre en compte les fuites ce qui entrainait une mauvaise prédiction du champ de réaction d'induit dans les dents et les culasses statoriques.

10.3.1 Méthode de calcul du champ dans les dents statoriques

Nous proposons dans un premier temps un calcul dans les dents statoriques. L'hypothèse que le champ dans la dent est unidirectionnel (radial) est conservée. Le modèle formel que nous avons développé au Chapitre 8 nous permet de déterminer le potentiel-vecteur dans les encoches statoriques. A partir de la Figure 10.23, il est possible d'exprimer l'induction magnétique radiale moyenne en un rayon fixe de la $j^{\text{ème}}$ dent stator,

$$B_{ds_j}(r) = \frac{A^{(j)}(r, \nu = \theta_j) - A^{(j-1)}\left(r, \nu = \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right)}{r(1-\beta_{s_j})\theta_s} \tag{10.26}$$

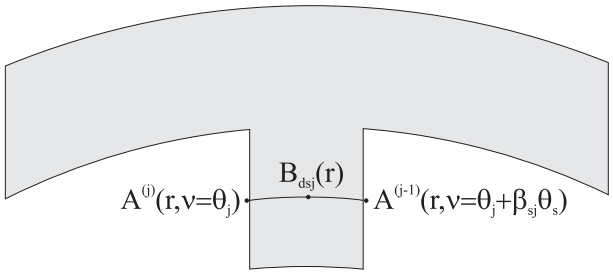
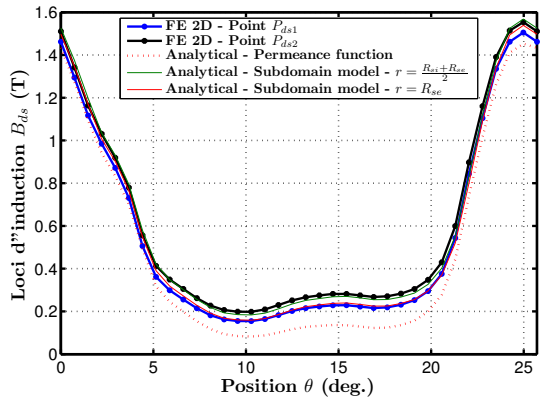
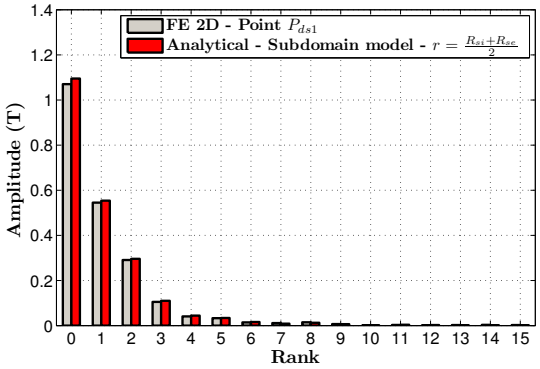


FIGURE 10.23: Schéma décrivant le calcul de l'induction moyenne $B_{ds_j}(r)$ dans la dent statorique

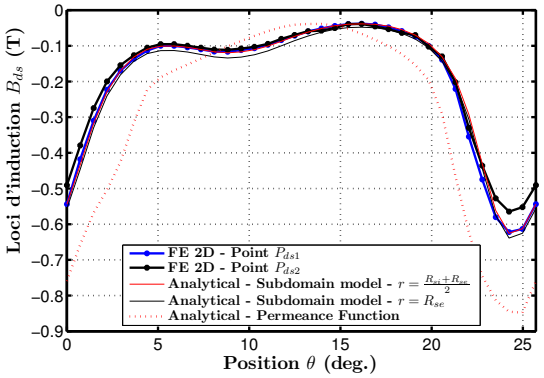


(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds2})

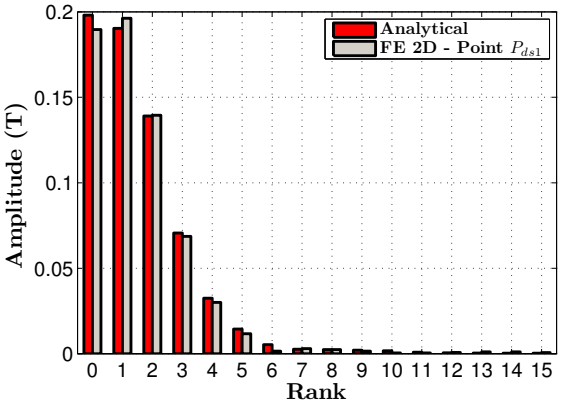


(b) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.24: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques à vide : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator 1) et par EF 2D (aux niveaux des points P_{ds1} et P_{ds2})



(b) Décomposition harmonique des loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement (dent stator) et par EF 2D (point P_{ds1})

FIGURE 10.25: Comparatif des loci d'induction dans les dents statoriques - Réaction magnétique d'induit : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{ph} = 600\,A.tr$

Vérifications par Elements Finis 2D des loci d'induction dans les dents statoriques Nous validons dans ce paragraphe la formulation précédente afin de déterminer le champ moyen au niveau des culasses en un rayon donné. Tout d'abord à vide, nous considérons toujours la structure de la Figure 10.2. Le comparatif entre le modèle analytique et les EF 2D est très bon (cf. Figure 10.24) à vide. Nous rappelons d'ailleurs l'évolution du loci calculé avec le modèle se basant sur les fonctions de perméance. La prédiction est bien meilleure avec le modèle formel.

Nous pouvons faire la même remarque concernant le loci obtenu dans la configuration réaction magnétique d'induit. En effet, la prédiction par l'intermédiaire du modèle formel est très bonne. Au contraire, le modèle se basant sur les fonctions de perméance restait approximatif car il ne tient pas compte des fuites d'encoches.

Dans un soucis de concision, nous ne présenterons pas les loci dans le rotor car les deux modèles (fonction de perméance ou formel) permettent de prédire avec fidélité les loci.

10.3.2 Méthode de calcul pour les culasses statoriques

Dans cette section, nous étendons le modèle formel au calcul du champ dans les culasses, toujours en tenant compte du caractère bidirectionnel de ce champ. La méthode reste similaire à ce que nous avons développé dans la Section 10.2.3. Nous résolvons toujours un problème de Dirichlet afin de déterminer l'expression du potentiel-vecteur dans les culasses. En revanche, la condition aux limites nous permettant de résoudre ce problème est modifiée. En effet, à partir du modèle formel, une proposerons une nouvelle condition aux limites permettant de prendre en compte les fuites d'encoche.

Conditions aux limites au niveau du rayon interne de la culasse stator $r = R_{se}$ La condition aux limites que nous proposons est présentée à la Figure 10.26. Comme on peut le voir, elle porte sur le développement du potentiel-vecteur $A^{(Stator)}(r = R_{se}, \nu)$ le long du rayon interne de la culasse en considérant le modèle formel d'entrefer.

On rapelle ci-après l'expression du potentiel-vecteur $A^{(j)}$ au niveau des encoches,

$$A^{(j)}(r,\nu) = A_0^{(j)} + \mu_0 \frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2 \ln(r) - \frac{r^2}{2}\right) + \sum_{q\geqslant 1}\left\{\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\right.$$
$$\left.\left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + \beta_2\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] - \mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(r^2 - \frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{r}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]\right\} \quad (10.27)$$

Il faut développer sous forme d'une série de Fourier l'expression suivante du potentiel-vecteur

$$A^{(Stator)}(r = R_{se}, \nu) = \begin{cases} A^{(j)}(r = R_{se}, \nu) & \text{pour } \nu \in \left[\theta_j, \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right] \\ \Delta_j & \text{pour } \nu \in \left[\theta_j + \beta_{s_j}\theta_s; \theta_j + \theta_s\right] \end{cases} \quad (10.28)$$

avec Δ_j une fonction que l'on définit comme,

$$\Delta_j(r = R_{se}, \nu) = \underbrace{A^{(j)}\left(r = R_{se}, \nu = \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right)}_{\alpha_j} + \left(\nu - \theta_j - \beta_{s_j}\theta_s\right).$$
$$\underbrace{\frac{A^{(j+1)}(r = R_{se}, \nu = \theta_{j+1}) - A^{(j)}\left(r = R_{se}, \nu = \theta_j + \beta_{s_j}\theta_s\right)}{(1-\beta_{s_j})\theta_s}}_{\beta_j}$$
$$= \alpha_j + \frac{\left(\nu - \theta_j - \beta_{s_j}\theta_s\right)}{(1-\beta_{s_j})\theta_s}.\beta_j \quad (10.29)$$

où

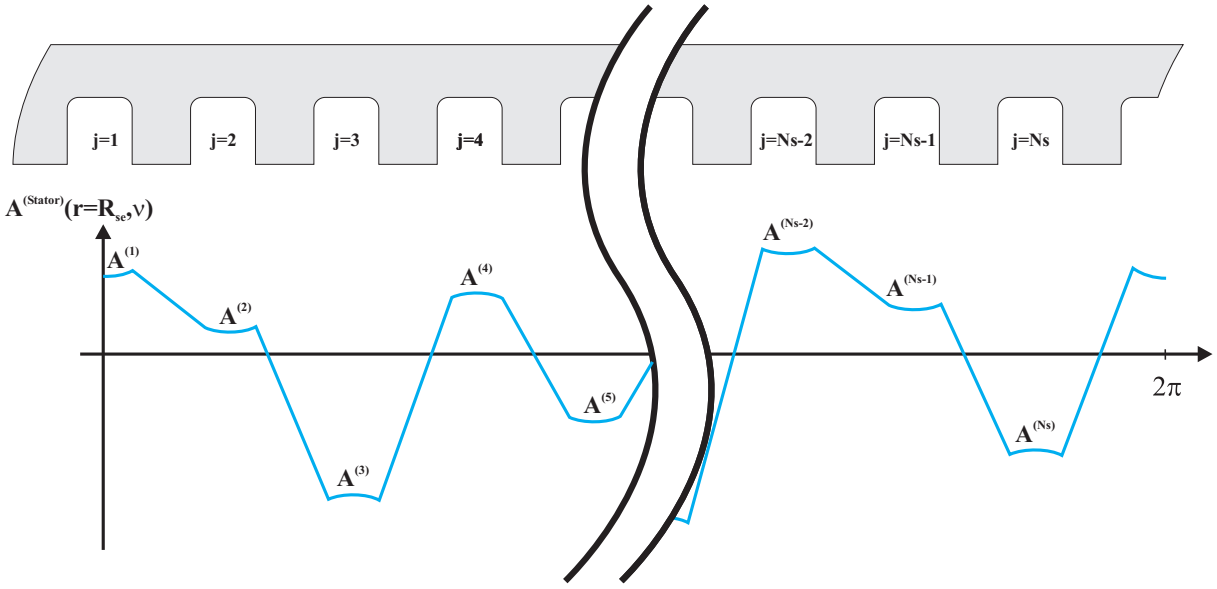


FIGURE 10.26: Evaluation du potentiel le long du rayon interne de la culasse statorique $r = R_{se}$

$$\alpha_j == A_0^{(j)} + \mu_0 \frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2 \ln\left(R_{se}\right) - \frac{R_{se}^2}{2}\right) + \sum_{q\geqslant 1}\{(-1)^q \left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + \beta_2\right] - \mu_o \frac{J_{jq}R_{se}^2}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(1 - \frac{2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\right)\right]\right\} \tag{10.30}$$

et

$$\beta_j = \left(A_0^{(j+1)} - A_0^{(j)} + \mu_0 \frac{\left(J_{(j+1)0} - J_{j0}\right)}{2}\left(R_{se}^2 \ln\left(R_{se}\right) - \frac{R_{se}^2}{2}\right)\right) + \sum_{q\geqslant 1}\{(-1)^q \left[\left(A_q^{(j+1)} - A_q^{(j)}\right)\left[\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + \beta_2\right] - \mu_o \frac{\left(J_{(j+1)q} - J_{jq}\right)R_{se}^2}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(1 - \frac{2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\right)\right]\right\} \tag{10.31}$$

Finalement, nous developpons $A^{(Stator)}\left(r = R_{se}, \nu\right)$ en série de Fourier en considérant deux fonctions $\Delta 1_j$ et $\Delta 2_j$. La premier fonction s'exprime comme

$$\Delta 1_j\left(\nu\right) = \sum_{n\geqslant 1} \Xi_{1n}\cos\left(n\nu\right) + \Pi_{1n}\sin\left(n\nu\right) \tag{10.32}$$

avec les coefficients de Fourier Ξ_{1n} et Π_{1n},

$$
\begin{aligned}
\Xi_{1n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} A^{(j)}\left(r=R_{se},\nu\right)\cos\left(n\nu\right)d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} A^{(j)}\left(r=R_{se},\nu\right)\cos\left(n\nu\right)d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\Bigg\{\underbrace{\left(A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(R_{se}\right)-\frac{R_{se}^2}{2}\right)\right)}_{\gamma_1}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(n\nu\right)d\nu}_{\alpha_{n,j}} \\
&+\sum_{q\geqslant 1}\underbrace{\left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+\beta_2\right]-\mu_o\frac{J_{jq}R_{se}^2}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(1-\frac{2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\right)\right]}_{\Lambda_{1q}} \\
&\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\cos\left(n\nu\right)d\nu}_{\alpha_{q,n,j}}\Bigg\} = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\gamma_1\alpha_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}\Lambda_{1q}\alpha_{q,n,j}\right\}
\end{aligned}
\tag{10.33}
$$

et

$$
\begin{aligned}
\Pi_{1n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} A^{(j)}\left(r=R_{se},\nu\right)\sin\left(n\nu\right)d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s} A^{(j)}\left(r=R_{se},\nu\right)\cos\left(n\nu\right)d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\Bigg\{\underbrace{\left(A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(R_{se}\right)-\frac{R_{se}^2}{2}\right)\right)}_{\gamma_1}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\sin\left(n\nu\right)d\nu}_{\sigma_{n,j}} \\
&+\sum_{q\geqslant 1}\underbrace{\left[A_q^{(j)}\left[\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}+\beta_2\right]-\mu_o\frac{J_{jq}R_{se}^2}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(1-\frac{2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\right)\right]}_{\Lambda_{1q}} \\
&\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)\sin\left(n\nu\right)d\nu}_{\sigma_{q,n,j}}\Bigg\} = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\gamma_1\sigma_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}\Lambda_{1q}\sigma_{q,n,j}\right\}
\end{aligned}
\tag{10.34}
$$

avec les coefficients $\alpha_{q,n,j}$, $\sigma_{q,n,j}$, $\alpha_{n,j}$ et $\sigma_{n,j}$ qui ont déjà été developpé au Chapitre 8. La fonction $\Delta 2_j$ s'exprime elle comme suit,

$$\Delta 2_j(\nu) = \sum_{n\geqslant 1} \Xi_{2n}\cos(n\nu) + \Pi_{2n}\sin(n\nu) \tag{10.35}$$

avec les coefficients de Fourier Ξ_{2n} et Π_{2n},

$$\begin{aligned}
\Xi_{2n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \left(\alpha_j + \left(\nu - \theta_j - \beta_{s_j}\theta_s\right)\beta_j\right)\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\alpha_j \underbrace{\int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\cos(n\nu)\,d\nu}_{\varsigma_{n,j}} + \beta_j \underbrace{\int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\left(\nu-\theta_j-\beta_{s_j}\theta_s\right)\cos(n\nu)\,d\nu}_{\varsigma_{q,n,j}}\right\} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\{\alpha_j\varsigma_{n,j} + \beta_j\varsigma_{q,n,j}\}
\end{aligned} \tag{10.36}$$

avec

$$\begin{aligned}
\varsigma_{n,j} &= \int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= -\frac{\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) - \sin\left(n\left(\theta_j+\theta_s\right)\right)}{n}
\end{aligned} \tag{10.37}$$

et

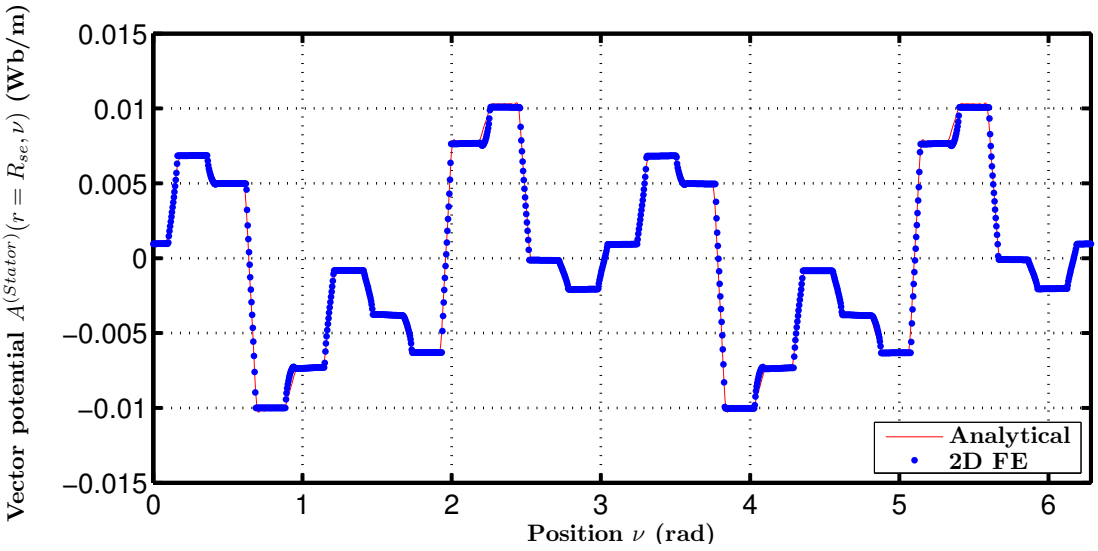
$$\begin{aligned}
\tau_{n,j} &= \int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\sin(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) - \cos\left(n\left(\theta_j+\theta_s\right)\right)}{n}
\end{aligned} \tag{10.38}$$

et encore,

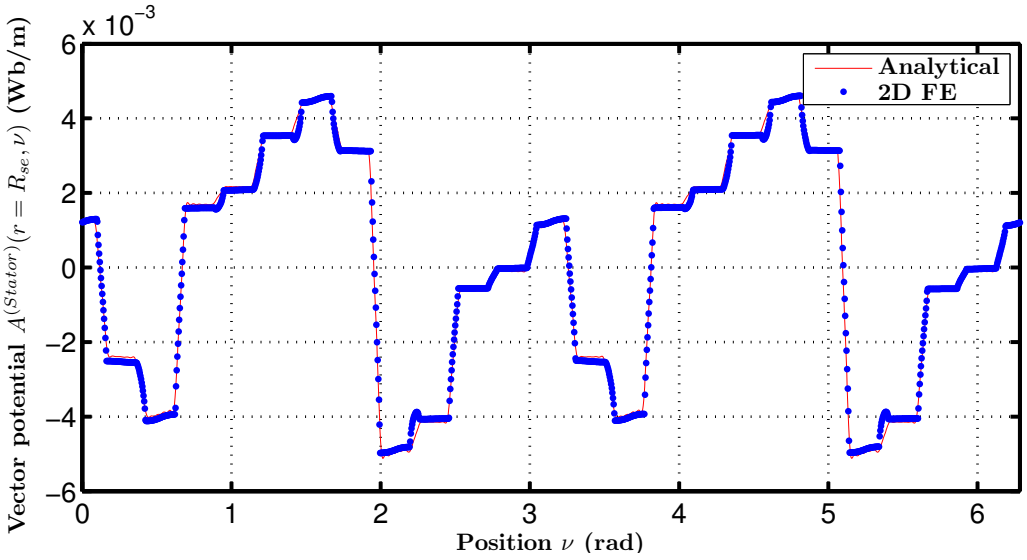
$$\begin{aligned}
\varsigma_{q,n,j} &= \int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\left(\nu-\theta_j-\beta_{s_j}\theta_s\right)\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\cos\left(n\left(\theta_j+\theta_s\right)\right) - \cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) + n\theta_s\left(\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) - \beta_{s_j}\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)\right)}{n^2}
\end{aligned} \tag{10.39}$$

et

$$\begin{aligned}
\varsigma_{q,n,j} &= \int_{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}^{\theta_j+\theta_s}\left(\nu-\theta_j-\theta_s\right)\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{\cos\left(n\left(\theta_j+\theta_s\right)\right) - \cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) + n\theta_s\left(\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right) - \beta_{s_j}\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)\right)}{n^2}
\end{aligned} \tag{10.40}$$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(Stator)}\,(r = R_{se}, \nu)$ à vide $(NI_{exc} = 1200A.tr)$



(b) Potentiel-vecteur $A^{(Stator)}\,(r = R_{se}, \nu)$ - Réaction magnétique d'induit $(NI_{ph} = 600A.tr)$

FIGURE 10.27: Conditions aux limites à l'interface entre les dents statoriques et la culasse stator en $r = R_{se}$ pour la structure à dents fines présentée à la Figure 10.2 : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$

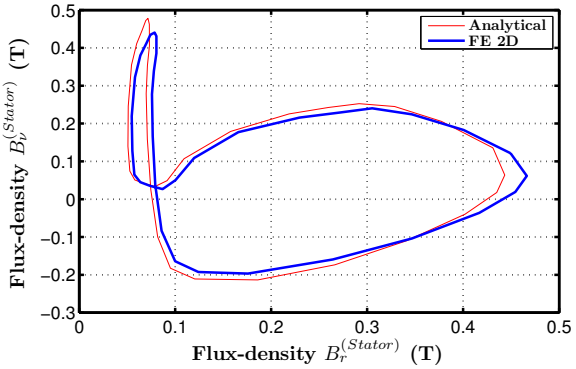
Finalement, la condition aux limites s'exprimera,

$$A^{(Stator)}\,(r = R_{se}, \nu) = \Delta 1_j\,(\nu) + \Delta 2_j\,(\nu) \tag{10.41}$$

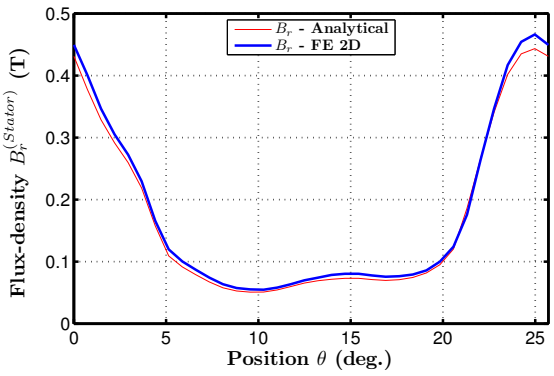
La résolution du problème de Dirichlet ne sera pas détaillée car elle est en tout point similaire à ce que nous avions fait à la Section 10.2.3.

Comparaison avec les résultats EF 2D Nous comparons dans un premier temps la distribution du potentiel le long du rayon interne de la culasse statorique obtenue analytiquement et par EF 2D. La prédiction du potentiel est très bonne, que ce soit à vide (cf. Figure 10.27.(a)) ou dans le cas de la réaction magnétique d'induit (cf. Figure10.27.(b)). Cela signifie bien que les fuites d'encoche sont prises en compte par cette méthode.

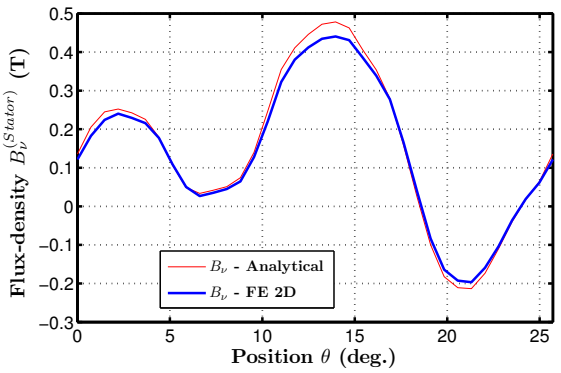
Nous validons maintenant les loci d'induction que nous avons déterminé au niveau de la culasse statorique. Tout d'abord à vide, à la Figure 10.28, où le comparatif avec les résultats obtenus par EF 2D est très bon. D'ailleurs, il est possible de se référer la Figure 10.20, pour observer que le modèle formel permet une bien meilleure prédiction du champ dans la culasse.



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement et par EF 2D dans la culasse stator

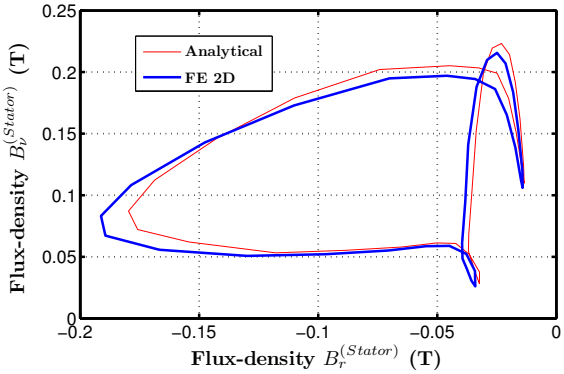


(b) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Stator)}$

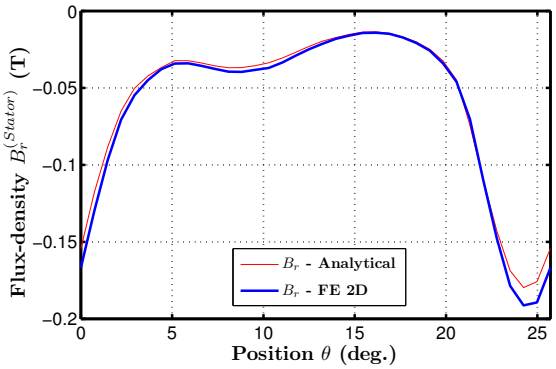


(c) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Stator)}$

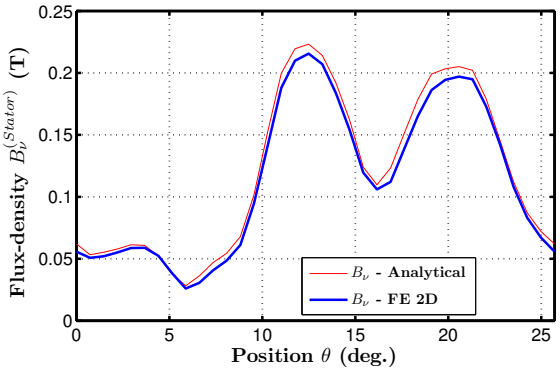
FIGURE 10.28: Comparatif des loci d'induction dans la culasse statorique calculés analytiquement et par EF 2D à vide pour la structure présentée à la Figure 10.2 : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{exc} = 1200\,A.tr$



(a) Loci d'induction pour une structure 24-14 plots calculés analytiquement et par EF 2D dans la culasse stator



(b) Composante radiale de l'induction $B_r^{(Stator)}$



(c) Composante tangentielle de l'induction $B_\nu^{(Stator)}$

FIGURE 10.29: Comparatif des loci d'induction dans la culasse statorique calculés analytiquement et par EF 2D pour la structure présentée à la Figure 10.2 - Réaction magnétique d'induit : $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}} = 0.7$, $L_{ds} = L_{dr}$ et $NI_{ph} = 600\,A.tr$

Un deuxième et dernier comparatif est proposé à la Figure 10.29. Il s'agit du cas de la réaction magnétique d'induit où seule la phase 1 est alimentée. Là encore, malgré un loci très complexe, le champ est bien prédit grâce au modèle analytique formel.

10.4 Prédiction des pertes fer dans les structures à commutation de flux simplement excitées par des bobinages DC

Le développement de ces modélisations analytiques dans les parties ferromagnétiques vont nous permettre de prédire les pertes fer dans ces structures simplement excitées. Dans cette partie, l'idée est de présenter la démarche d'évaluation des pertes fer. Nous utiliserons uniquement le modèle se basant sur les fonctions de perméance, même si bien évidemment le modèle formel serait tout aussi efficace. Nous commencerons par proposer un état de l'art rapide sur les modélisations des pertes fer dans les machines électriques. Ensuite, nous calibrerons un modèle classique à partir de résultats expérimentaux. Finalement, nous préciserons le domaine de validité de cette approche.

10.4.1 Etat de l'art sur la prédiction des pertes fer dans les machines électriques

Nous proposons un état de l'art, non-exhaustif, sur la modélisation des pertes fer dans les machines électriques. Dans la littérature, on peut distinguer, en simplifiant, deux approches dans la prédiction des pertes fer :

– La première approche, plus physicienne, s'intéresse plus aux phénomènes responsables des pertes fer et

à leurs modélisation. On pourra citer les travaux de *Bertotti* [106] qui a proposé notamment la théorie de séparation des pertes dans les matériaux doux. On peut encore citer *Mayergoyz* [168] qui, utilisant les modèles de Preisach, a pu modéliser les cycles mineurs dans les tôles. D'autres études très intéressantes portant sur l'influence de la polarisation [144], l'influence des loci bidirectionnels [96][179] ou encore des formes d'ondes [130] ont été proposées. Le principal grief de bons nombres de ces méthodes réside soit dans des temps de calcul assez important, soit dans la nécéssité à réaliser de nombreuses expérimentations (ce qui exige de posséder aussi les bons appareils de mesure).

– La deuxième approche est plus pragmatique, voire empirique. Il s'agit de modèles paramétriques plus ou moins améliorés. Le modéle de Steinmetz constitue une des premières approches proposées dans la littérature. Dans la référence [134], un éventail de formulations sont détaillées.

Dans notre travail, nous avons opté pour la deuxième approche. Le modèle de pertes fer est proposé ci-après, et dérive de la théorie de Bertotti avec un terme correspondant aux pertes quasi-statiques, dynamiques classiques et excédentaires,

$$P_{iron}(W/m^3) = k_h f_x B_m^{\alpha} + \frac{k_e}{T}\int_0^T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt + \frac{k_a}{T}\int_0^T \left|\frac{dB}{dt}\right|^{1.5} dt \tag{10.42}$$

Compte tenu de la complexité des loci que nous avons obtenus, avec des cycles mineurs et polarisés au stator, ce modèle semble être une très bonne alternative, notamment du point de vue temps de calcul. Concernant les loci bidirectionnels, nous ferons l'hypothèse que les pertes des composantes radiale et tangentielle se somment.

10.4.2 Prédiction des pertes fer à vide

Grâce au prototype MCF 24-14, que nous avons présenté dans le Chapitre 7, nous avons pu relever les pertes fer à vide par l'intermédiaire d'un couplemètre. Sur cette structure simplement excitée, il est facile de séparer les pertes mécaniques des pertes totales afin de déterminer les pertes fer.

Une série d'éssais pour différentes forces magnétomotrices d'excitation et différentes vitesses, nous a permis de déterminer l'évolution des pertes fer.

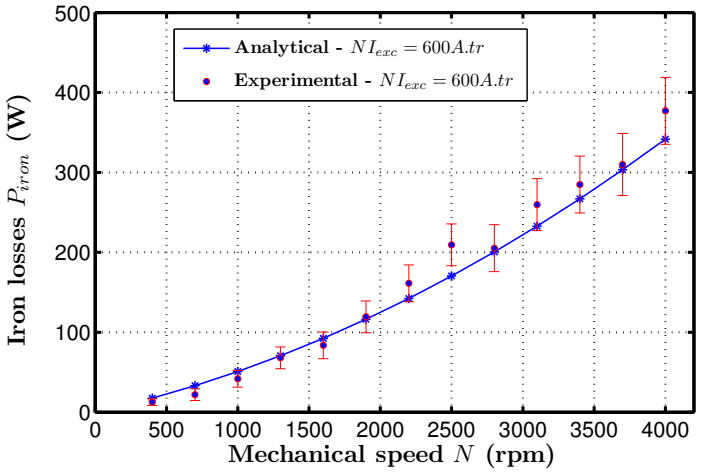
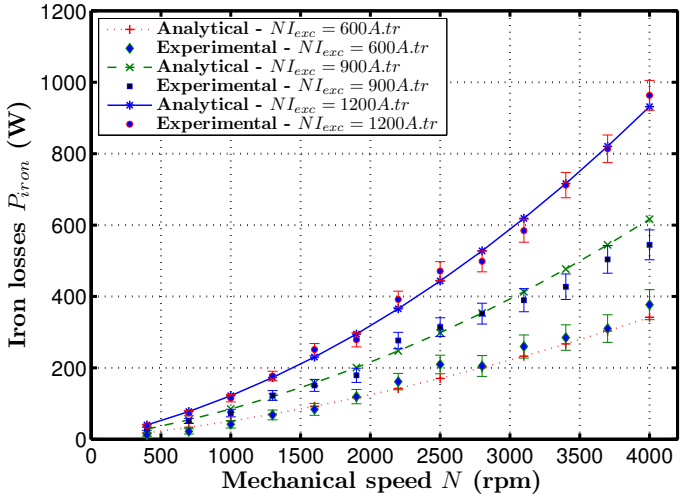


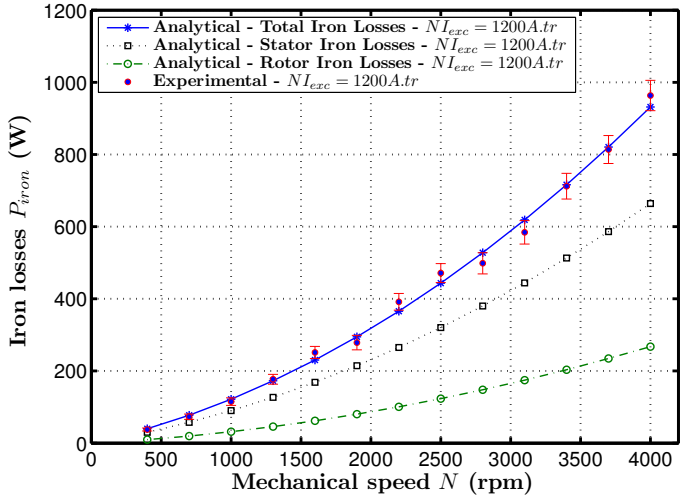
FIGURE 10.30: Evolution des pertes fer totales en fonction de la vitesse et pour une force magnétomotrice d'excitation $NI_{exc} = 600\,A.tr$

Calibration du modèle de pertes fer Les pertes fer dans les dents statoriques et rotoriques ainsi que dans les culasses sont évaluées à partir du modèle analytique se basant sur les fonctions de perméance. Nous avons opté arbitrairement pour 100 zones dans les culasses statorique (1/24ième du stator) et rotorique (1/14ième du rotor).

Nous proposons de calibrer le modèle sur une série d'essais pour un même courant d'excitation ($NI_{exc} = 600A.tr$). Les coefficients sont donc déterminés par moindres carrés. Le comparatif est d'ailleurs proposé à la Figure 10.30. Nous avons obtenu les coefficients suivant pour le modèle : $\alpha = 1.1043$, $k_h = 502.75$, $k_e = 0.012$ et $k_a = 0.001$.



(a) Pour différentes valeurs de NI_{exc}



(b) $NI_{exc} = 1200A.tr$ - Composantes des pertes fer dans le stator et le rotor

FIGURE 10.31: Evolution des pertes fer totales en fonction de la vitesse et pour différentes forces magnétomotrices d'excitation NI_{exc}

Prédiction des pertes fer à vide Maintenant que nous avons calibrer le modèle, nous vérifions qu'il est bien capable de prédire les pertes pour différents niveaux d'induction. A la Figure 10.31.(a), l'évolution des pertes fer est proposée pour 3 niveaux de courant d'excitation. On peut noter que le modèle est capable d'estimer avec une bonne précision les pertes fer totales en fonction de la vitesse pour les autres niveaux de courant d'excitation.

Aussi, cette étude nous a permis de mettre en évidence que les pertes fer rotoriques sont loin d'être négligeables. En effet, sur la Figure 10.31.(a), l'évolution des pertes fer au stator et au rotor pour $NI_{exc} = 1200A.tr$ est présentée. On peut remarquer que les pertes fer au rotor représentent près de 28% des pertes totales (le volume de fer au rotor représentant 39% du volume total).

Limitations de l'approche La limitation principale de cette approche reste toujours la non-prise en compte de la saturation. Cela va avoir pour effet de surévaluer les pertes fer assez largement lorsque l'on va quitter la

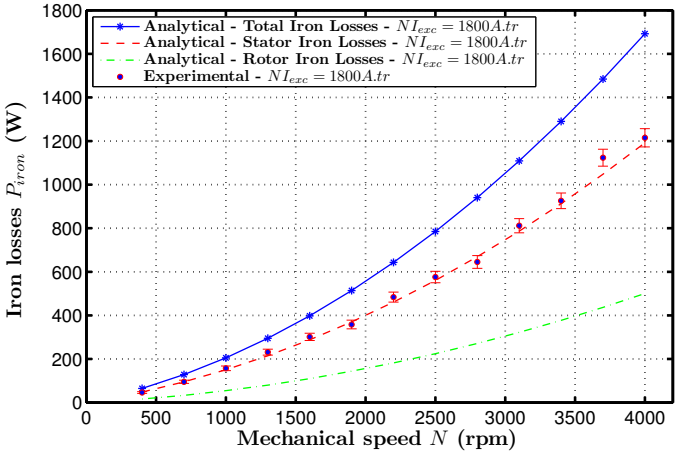


FIGURE 10.32: Evolution des pertes fer totales en fonction de la vitesse et pour une force magnétomotrice d'excitation $NI_{exc} = 1800\,A.tr$

zone de linéarité du matériau magnétique (cf. Figure 10.32). En effet, l'augmentation des pertes fer diminue très rapidement lorsque l'on se rapproche de la saturation. Du point de vue de l'optimisation, la contrainte sur le niveau de saturation dans les culasses apparaît donc nécéssaire non seulement par rapport aux performances électromagnétiques pures (couple, flux) mais aussi par rapport à l'évaluation des pertes.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé différentes méthodes de modélisation du champ magnétique dans les parties ferromagnétiques des structures à commutation de flux simplement excitées par des bobinages DC.

Nous avons mis à profit les résultats des Chapitres 7 et 8 afin de déterminer le champ dans les culasses de ces machines. En effet, nous nous servons du champ d'entrefer afin de déterminer l'induction dans les parties ferromagnétiques. Plusieurs hypothèses étaient nécessaires afin de formuler le problème. Premièrement, le champ au niveau des dents rotor et stator est considéré purement radial. En revanche, la modélisation proposée pour les culasses a permis de prendre en compte l'aspect bidirectionnel du champ dans les culasses. En effet, en déduisant de manière judicieuse une condition aux limites aux interfaces « dents-culasses », nous avons été capables de remonter aux composantes radiale et tangentielle du champ dans les culasses.

Deux approches ont été proposées dans ce chapitre. La première à partir de l'approche par fonction de perméance. Le principal grief de cette méthode reste la non-prise en compte des fuites d'encoche. Malgré tout, à vide, les résultats sont très pertinents. Une seconde approche basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell a permis de solutionner ce problème. Des comparaisons par EF 2D ont été proposées afin de valider l'ensemble des modèles.

Finalement, une fois que les loci d'induction ont été déduits, il nous était possible d'appliquer un modèle de pertes fer. A partir de résultats expérimentaux, nous avons pu calibrer le modèle de pertes fer sur une série d'essais (pour un même courant d'excitation). Par la suite, le modèle ainsi calibré s'est montré capable de prédire fidèlement les essais expérimentaux pour d'autres niveaux d'excitation. Une fois de plus, nous avons pu mettre en évidence que la saturation du matériaux restait la limitation principale de l'approche.

11

Etude des performances optimales de la structure MCF simplement excitées par des bobinages DC sur la base des modèles analytiques formels

Introduction

Dans ce Chapitre 11 qui constituera le dernier chapitre de la Partie *II*, nous proposons une étude des performances de la structure MCF simplement excitée par des bobinages DC sur la base des modèles analytiques. Il ne s'agira pas dans ce chapitre de proposer une étude économique de cette structure mais plutôt d'essayer de tirer des enseignements de dimensionnement sur ces structures. Le modèle analytique formel que nous avons développé au Chapitre 8 sera utilisé à ces fins.

Dans la première section de ce chapitre, nous nous intéresserons aux performances optimales de ces structures en considérant différentes contraintes, variations de paramètres ou fonctions objectifs. Par exemple, l'influence du nombre de dent sur les performances électromagnétiques sera étudiée. Nous procèderons donc à une étude exploratrice par le billet de l'algorithme d'optimisation.

Dans la seconde partie, nous étudierons l'influence du modèle de pertes fer, développé au Chapitre 10, sur les performances optimales de ces structures.

11.1 Méthodologie d'optimisation sur la base des modèles analytiques

L'association d'un modèle analytique avec un algorithme d'optimisation stochastique est une approche régulièrement employée dans la littérature [125][167][103][146]. L'avantage principal des modèles analytiques restent leur rapide exécution, qui autorise une large exploration des domaines de variation afin de déterminer les optima globaux.

Dans ce chapitre, nous utiliserons toujours un algorithme stochastique se basant sur la méthode des essaims particulaires. Cette méthode a largement été détaillée dans la thèse de *J. Aubry* [98]. Nous renvoyons les lecteurs désireux d'en savoir plus vers ce travail.

La méthode des essaims particulaires est née dans les années 90. Comme son nom le suggère, cette méthode s'inspire du vivant. Contrairement aux algorithmes génétiques, tel que le NSGA II, qui s'appuient sur une forme d'élitisme de la population, la méthode des essaims particulaires se base sur la collaboration des individus entre eux.

11.2 Définition du problème d'optimisation : Objectifs, variables et contraintes associées

Comme nous l'avions fait dans le chapitre précédent, on se doit de préciser les grandes lignes des différentes études qui suivront dans ce chapitre. Cela passe donc par la définition de fonctions objectifs, de variables et de contraintes.

11.2.1 Fonctions objectifs

Les fonctions objectifs seront amenées à évoluer suivant l'étude que l'on mène. Ci-après une liste de fonctions objectifs que nous serons amenés à évaluer : couple moyen, ondulation de couple, pertes Joule d'induit ou d'excitation, couple moyen sur pertes, pertes fer...

11.2.2 Variables d'optimisation

Concernant les variables d'optimisation, nous rapellons à la Figure 11.1, la géométrie que nous avons pu modéliser avec tout les paramètres géométriques associés.

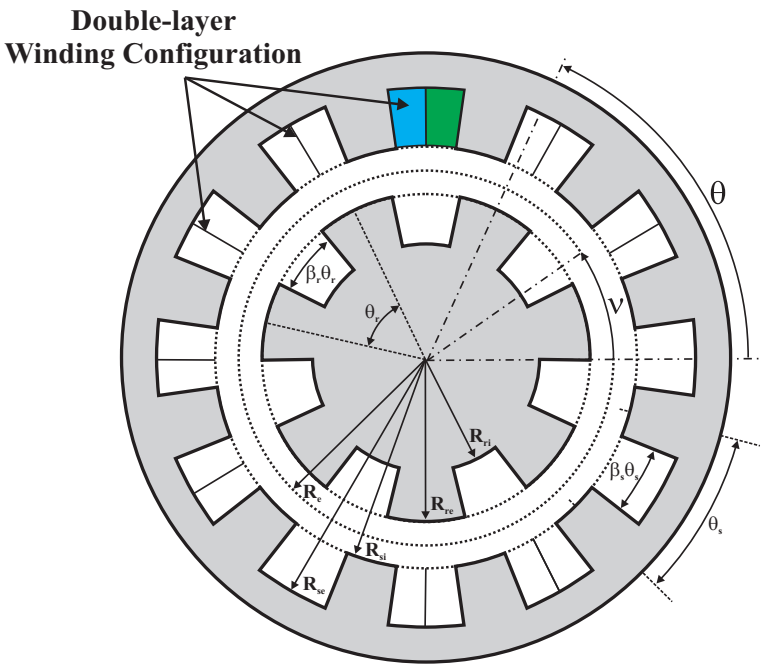


FIGURE 11.1: Géométrie de base à modéliser

Concernant l'alimentation, nous considèrerons une alimentation sinusoïdale avec des amplitudes fixées au préalable. Le seul paramètre variable sera l'angle de charge δ. L'idée n'étant pas d'évaluer l'ensemble onduleur de tension-machine, mais plutôt d'utiliser l'algorithme génétique afin d'explorer les performances de cette structure. Nous nous détachons donc aussi de l'application alternateur DC qui a largement été étudiée dans la Partie *I*.

11.2.3 Contraintes

Là encore, les contraintes seront détaillées pour chaque études que nous mènerons. Nous nous intéresserons notamment à l'influence du niveau de pertes d'excitation sur les performances électromagnétiques. L'influence du niveau d'induction maximal admissible dans les parties ferromagnétiques fera l'objet d'une étude.

11.3 Etude des performances électromagnétiques optimales à volume constant

Nous choisissons de travailler dans cette section à volume constant. Cela nous semble effectivement la meilleure approche afin de tirer facilement des enseignements sur le design des ces structures en limitant les variables d'optimisation. Nous considèrerons une structure avec un diamètre externe D_{ext} de $360mm$ et une longueur active de $45mm$.

11.3.1 Analyse d'un premier cas référence

Nous commençons notre étude en considérant une structure avec 24 dents statoriques et 10 dents rotoriques. Les objectifs de cette optimisation sont :

- Maximisation du couple électromagnétique moyen ;
- Minimisation des pertes Joule (induit et excitation).

En ce qui concernent le couple moyen, nous utilisons le tenseur de Maxwell. Nous considérons 36 positions rotoriques par période électrique afin de déterminer le couple instantané. Ensuite, on moyenne ces valeurs pour déterminer le couple moyen.

Paramètres fixes Nous fixons différents paramètres géométriques, d'alimentation et du modèle analytique (harmoniques). On peut retrouver ces paramètres dans le Tableau 11.1. On remarquera que l'on a choisi un entrefer assez important ($5mm$) pour s'affranchir des problèmes de saturation. La culasse statorique est fixée à $10mm$.

Concernant le modèle analytique, nous considérons 100 harmoniques d'entrefer, et 20 harmoniques d'encoche (stator et rotor).

Paramètres	Valeur
Rayon R_{se}	$170mm$
Entrefer e	$5mm$
Ampères.tour d'induit NI_{ph}	$500A.tr$
Ampères.tour d'excitation NI_{exc}	$1200A.tr$
Nombre d'harmoniques d'entrefer N	100
Nombre d'harmoniques statorique Q	20
Nombre d'harmoniques rotorique K	20

TABLE 11.1: Paramètres fixes lors de l'optimisation

Variables d'optimisation et intervalles Les variables d'optimisation sont au nombre de 5 dans cette première étude. On retrouvera les intervalles de variations dans le Tableau 13.1.

Variables d'optimisation	Intervalle
Ouverture relative des encoches statoriques β_s	$[0.1; 0.8]$
Ouverture relative des encoches rotoriques β_r	$[0.1; 0.8]$
Hauteur de l'encoche statorique H_{es}	$[5mm; 70mm]$
Hauteur de l'encoche rotorique H_{er}	$[5mm; 90mm]$
Angle de charge δ	$[0; 180]$

TABLE 11.2: Variables d'optimisation et intervalles associés

Il y aura pas de contraintes particulières lors de cette étude.

Résultats et analyses Nous proposons maintenant les résultats que nous avons obtenus à la fin de cette optimisation. A noter que nous avons opter pour 3600 particules (60*60). Cela correspond à un temps de

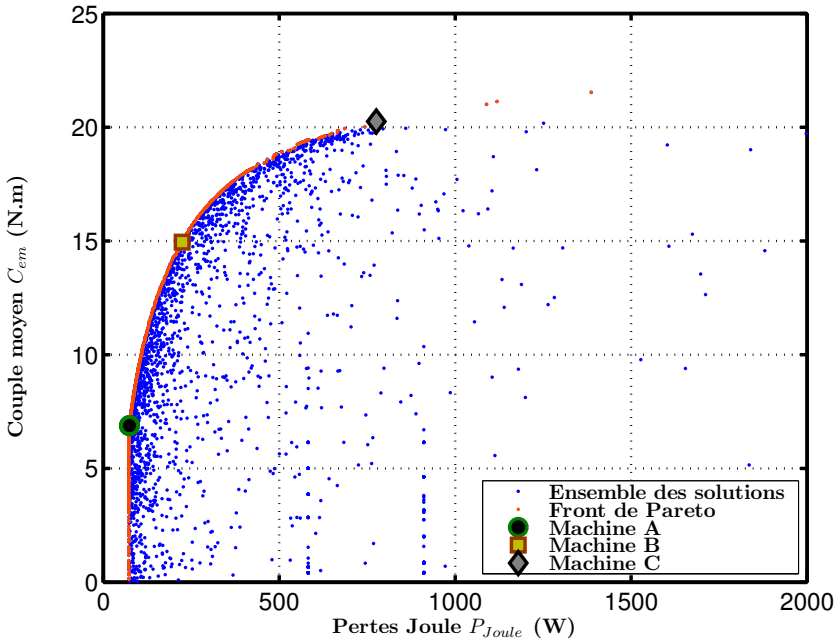


FIGURE 11.2: Résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

Variables d'optimisation	Machine A $\{74.2\,W; 6.883\,N.m\}$	Machine B $\{204.1\,W; 14.95\,N.m\}$	Machine C $\{775.7\,W; 20.25\,N.m\}$
β_s	0.7846	0.4097	0.2703
β_r	0.6695	0.6281	0.5759
H_{es}	$70mm$	$42.1mm$	$17.7mm$
H_{er}	$74mm$	$85.3mm$	$46mm$
δ	57.295°	56.31°	60.9152°

TABLE 11.3: Grandeurs géométries des machines A, B et C

calcul de moins de 4 heures. Sur la Figure 11.2, nous proposons l'ensemble des solutions testées lors de cette optimisation dans le plan Couple moyen - Pertes Joule. Le front de Pareto obtenu est mis en évidence en rouge.

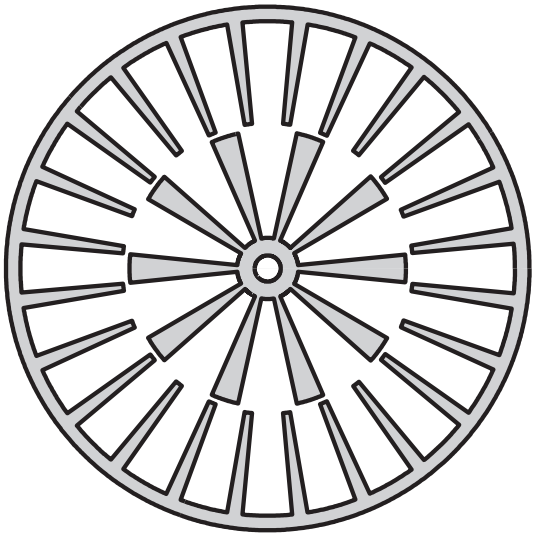
Etant donné qu'il n'y a pas de contraintes, et surtout que les intervalles de variation sont assez larges, les couples de solutions sont très dispersés : de $\{72.77\,W; 0.1551\,N.m\}$ à $\{1387\,W; 21.53\,N.m\}$.

Afin d'étudier plus en détails les réponses obtenues, nous choisissons 3 machines sur le front de Pareto. Les grandeurs géométriques de chacune des structures sont détaillées dans le Tableau 11.3. Nous proposons aussi une coupe transversale des géométries obtenues à la Figure 11.3.

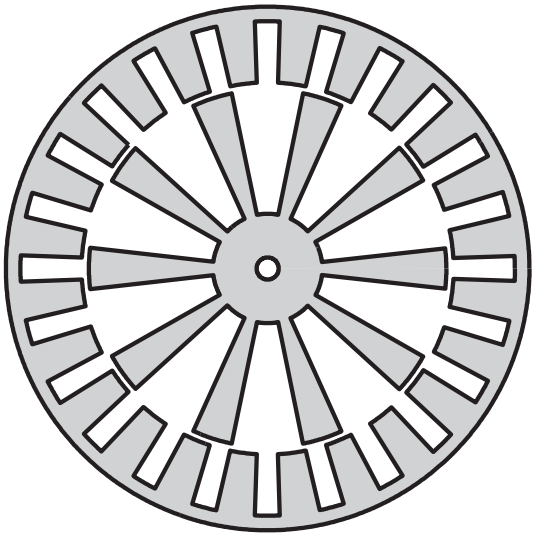
Commençons par la machine A, qui présente les pertes Joule minimales. On peut clairement observer que l'algorithme tend à augmenter la surface des encoches statoriques. Cela se fait en augmentant β_s et H_{es} qui sont tout deux très proches des butées. Bien évidemment, cela se fait au détriment du couple.

A contrario, pour les solutions que représentent les machines B et C, le couple moyen augmente progressivement en acceptant aussi des pertes Joule plus importantes. Les surfaces d'encoche statoriques diminuent à mesure que les pertes Joule augmentent.

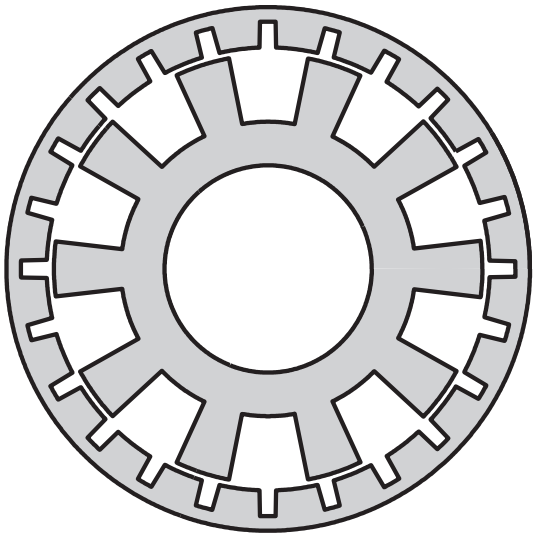
On notera aussi que l'algorithme à tendance à proposer des encoches rotoriques assez profondes. Cela pour limiter d'éventuelles fuites qui peuvent pénaliser le couple. Finalement, on notera que l'algorithme tend vers des géométries avec des dents rotoriques légèrement plus larges que les dents statoriques. Cela est logique physiquement, car si la dent rotorique est trop large alors l'excitation est court-circuitée magnétiquement, ce qui entraine de moins bonnes performances.



(a) Machine A



(b) Machine B



(c) Machine C

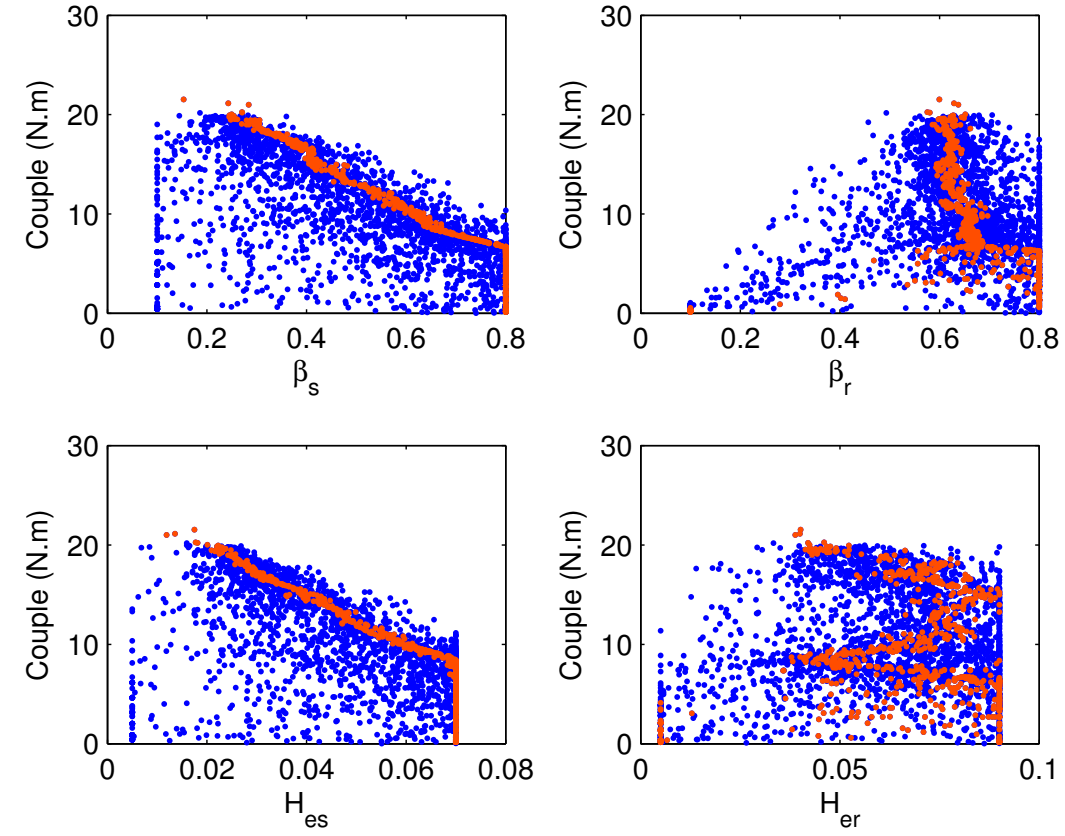
FIGURE 11.3: Coupes transversales des machines A, B et C

Il est aussi intéressant d'observer la distribution des variables d'optimisation qui correspondent aux solutions constituant notre Pareto-optimal. A la Figure 11.4, les évolutions des fonctions objectifs en fonction des variables sont proposées.

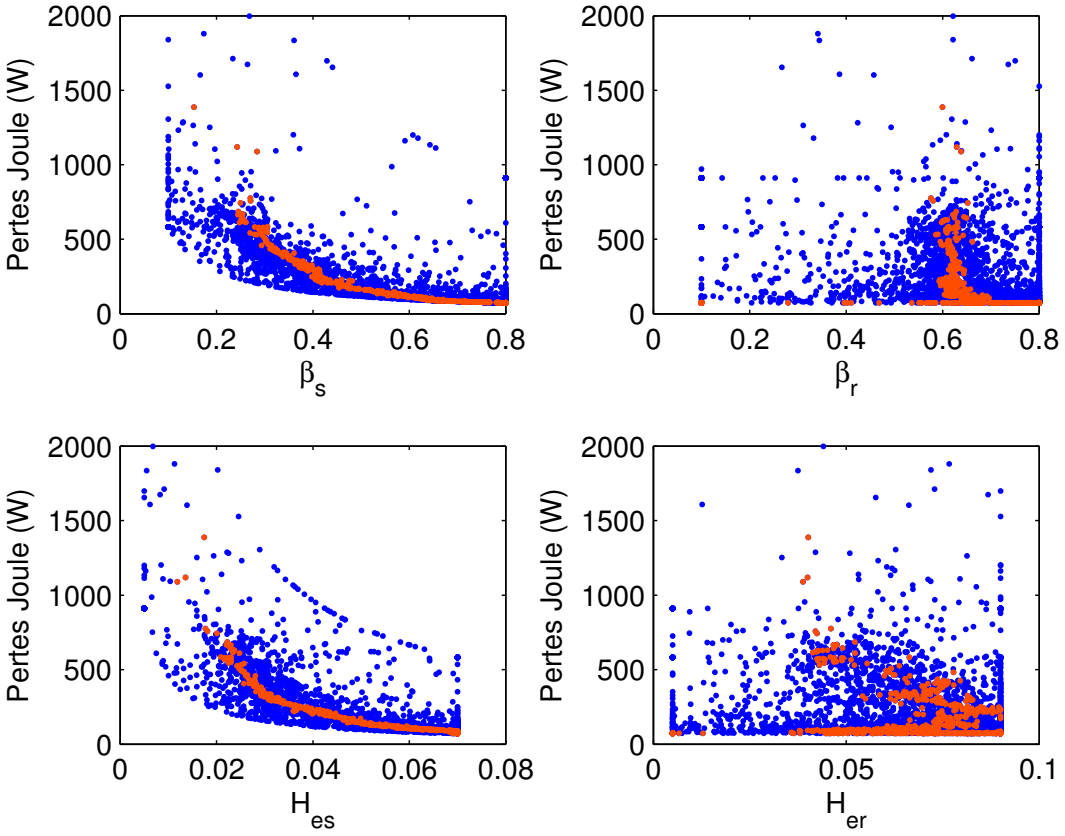
La hauteur de l'encoche statorique H_{es} et son ouverture relative β_s, pour les solutions Pareto-optimales, évoluent de manière linéaire avec le couple moyen C_{em}. Pour ces mêmes variables, les pertes Joule sont inversement proportionnelles. Cela est logique à partir du moment où nous fixons les Ampères.tour d'excitation et d'induit. A noter que l'algorithme ne trouve pas (ou peu) de solutions optimales pour des ouvertures relatives très faibles ($\beta_s < 0.25$).

Concernant l'ouverture relative de l'encoche rotorique β_r, on obtient un résultat intéressant. L'ensemble des solutions Pareto-optimales se concentrent sur des valeurs de β_r proche de 0.62. Ce paramètre semble être relativement indépendant des autres.

Enfin, nous avions noté précédemment que la hauteur de l'encoche rotorique H_{er} était assez importante. Les résultats présentés à la Figure 11.4 semblent confirmer en partie cette observation. En effet, la majeure partie des solutions Pareto-optimale se situent dans la deuxième moitié de l'intervalle de variation de H_{er}.



(a) Fonction objectif - Couple moyen C_{em}



(b) Fonction objectif - Pertes Joule

FIGURE 11.4: Evolution des fonctions objectifs en fonction des variables

11.3.2 Influence du nombre de dent rotorique

Nous continuons notre exploration en modifiant le nombre de dent rotorique. Nous passons à une structure possédant 14 dents au rotor. Le comparatif des fronts de Pareto est proposé à la Figure 11.5.

On peut remarquer qu'à volume donné, la configuration avec 14 dents rotoriques ne permet pas d'atteindre un couple aussi important que la configuration avec 10 dents rotoriques. Ce dernier résultat est quelque peu étonnant car la configuration avec 14 dents a généralement une FEM plus importante que la structure avec 10 dents. Cependant, il faut se garder de conclure que l'une ou l'autre des structures est meilleures que l'autre.

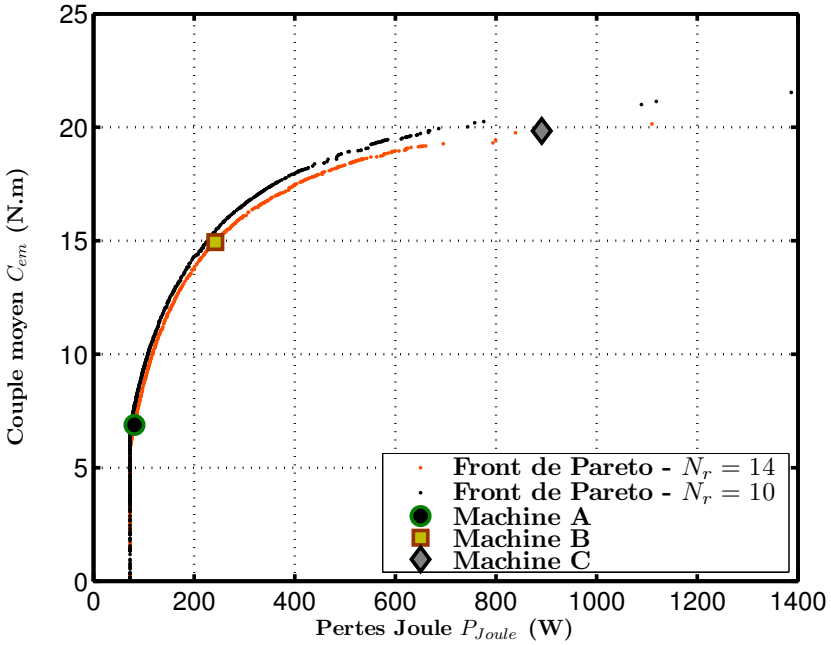


FIGURE 11.5: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour la structure 24-10 et 24-14 - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

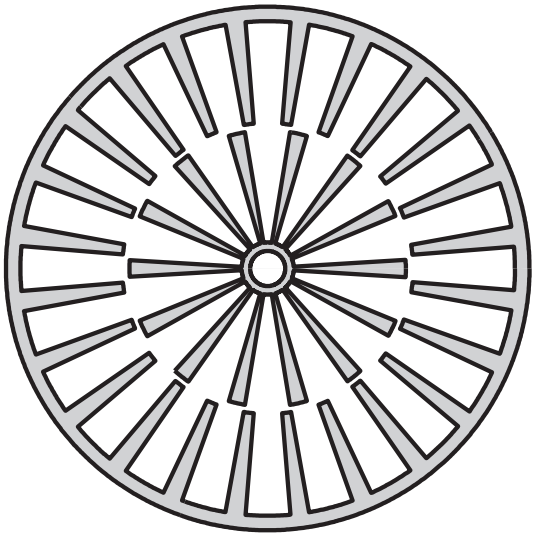
Comme précédemment, nous proposons trois structures choisies parmi les solutions Pareto-optimales. Leurs coupes transversales sont présentées à la Figure 11.6.

Variables d'optimisation	Machine A $\{81.39\ W; 6.883\ N.m\}$	Machine B $\{242.1\ W; 14.94\ N.m\}$	Machine C $\{890.9\ W; 19.84\ N.m\}$
β_s	0.7153	0.4601	0.3953
β_r	0.7122	0.6376	0.6332
H_{es}	$70mm$	$34.2mm$	$10.4mm$
H_{er}	$77.1mm$	$69.1mm$	$65.9mm$
δ	117.25°	122.2533°	112.7985°

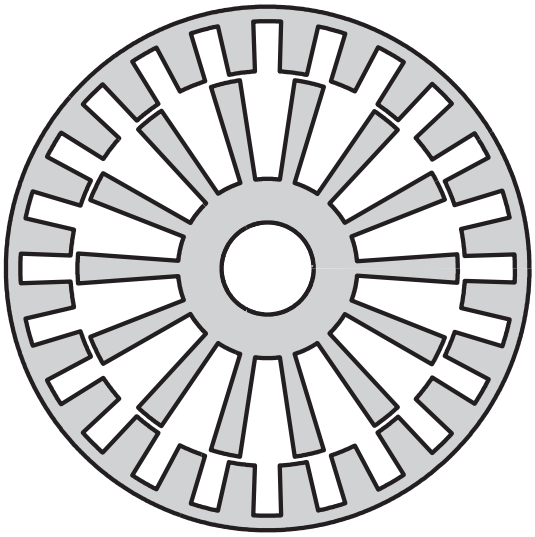
TABLE 11.4: Grandeurs géométries des machines A, B et C

L'évolution des paramètres est à peu près similaire à celle que nous avions observé sur la structure 24-10. Par exemple, afin de miniser au maximum les pertes Joule (Machine A), la variable H_{es} part en butée. On peut remarquer cependant que la configuration 24-10 posséde un diamètre alésage plus important, mais malgré tout le couple moyen maximum atteint reste plus faible que la structure 24-10. Nous verrons par la suite si cela est toujours le cas avec un entrefer plus faible.

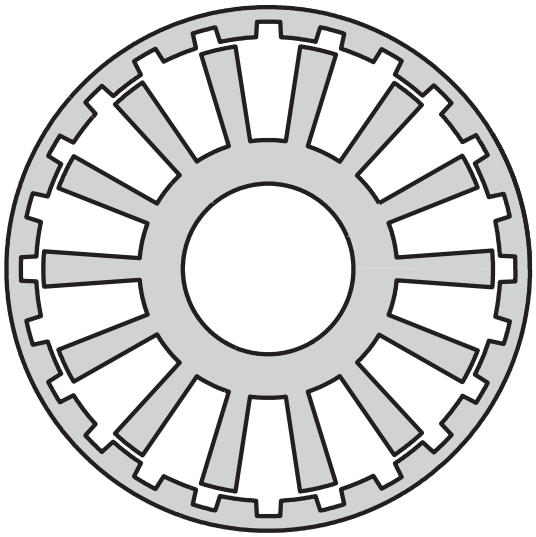
Comme précédemment, on peut remarquer que l'algorithme tend vers des hauteurs d'encoches rotoriques importantes afin de maximiser le couple. D'ailleurs, à la Figure 11.7, nous présentons l'évolution du couple moyen en fonction des différentes variables. On remarque cette fois-ci que les ouvertures relatives du stator β_s inférieures à 0.35 ne sont pas privilégiées afin d'augmenter le couple moyen.



(a) Machine A



(b) Machine B



(c) Machine C

FIGURE 11.6: Coupes transversales des machines A, B et C - Structure 24-14

Concernant l'ouverture relative du rotor β_r, on peut remarquer que des solutions Pareto-optimales se concentrent vers des valeurs de β_r de 0.65. Comme précédemment, cette variable semble être indépendantes des autres.

Enfin, les solutions Pareto-optimales considèrent des hauteurs de la dent rotor H_{er} assez importantes et comprises dans la moitié haute de l'intervalle de variation.

Ces deux premières études ont ouverts ou posés différents questionnements sur :

- L'influence des ouvertures d'encoches statoriques d'induit et d'excitation ;
- L'influence du nombre de cellules de commutation ;
- L'influence de l'épaisseur d'entrefer.

Dans la suite, nous poursuivrons donc avec ces études afin d'apporter quelques éléments de réponse.

11.3.3 Influence de l'ouverture relative des encoches statoriques : induit et excitation

Dans cette étude, nous considérons que l'ouverture relative des encoches d'excitation et d'induit ne sont égales. Cela constitue une variable additionnelle dans la procédure d'optimisation. Au final, nous avons 6 variables d'optimisation : $\beta_{s_{exc}}$, $\beta_{s_{ind}}$, β_r, H_{es}, H_{er} et δ. L'intervalle de variation est le même.

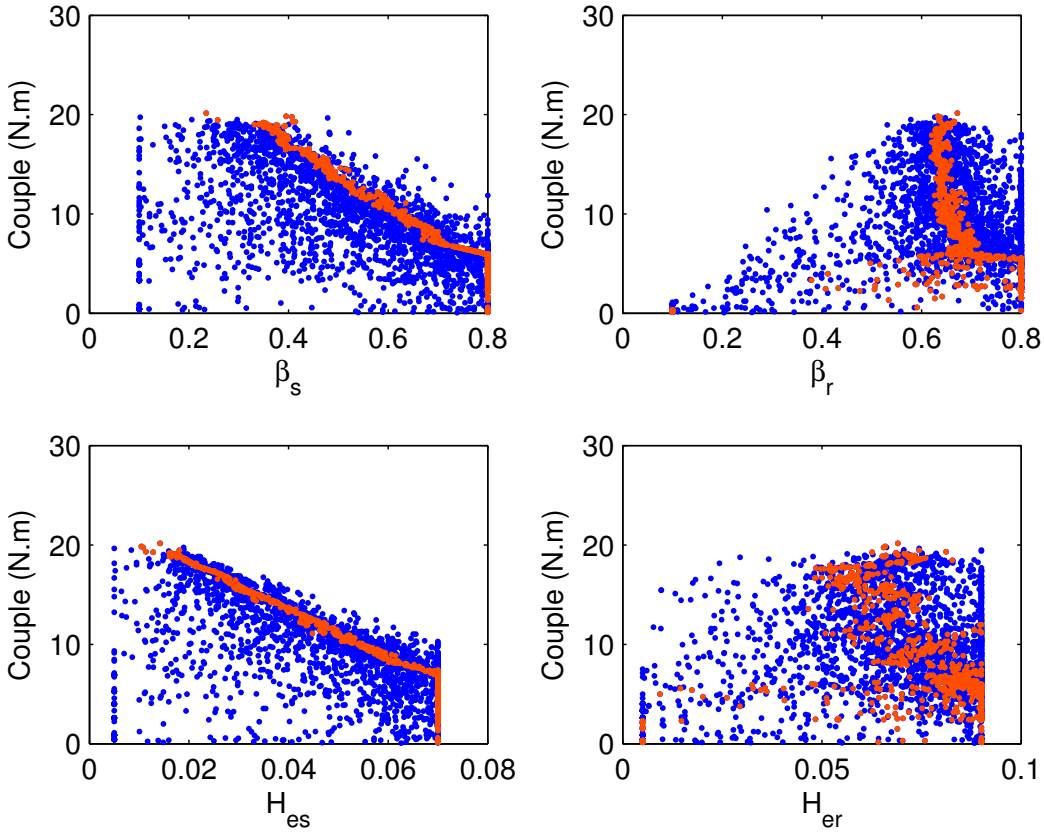


FIGURE 11.7: Evolution du couple moyen en fonction des variables

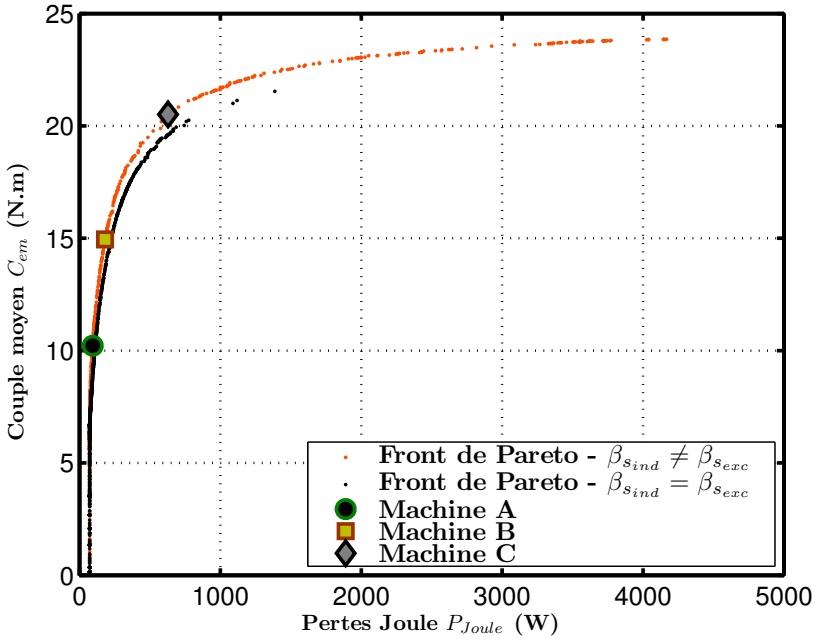


FIGURE 11.8: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour la structure 24-10 avec - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

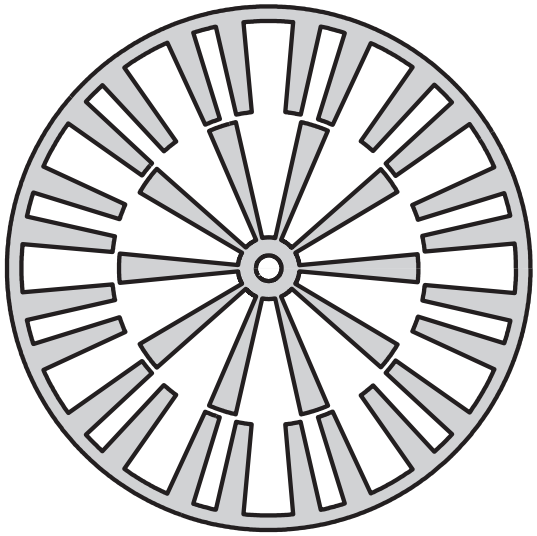
Sur la Figure 11.8, nous proposons un comparatif pour la structure 24-10 avec $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}}$ et inversement, $\beta_{s_{exc}} \neq \beta_{s_{ind}}$. On peut observer que lorsque $\beta_{s_{exc}} \neq \beta_{s_{ind}}$, il est possible d'atteindre des valeurs de couple

supérieure au cas où $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}}$ pour un même niveau de pertes Joule.

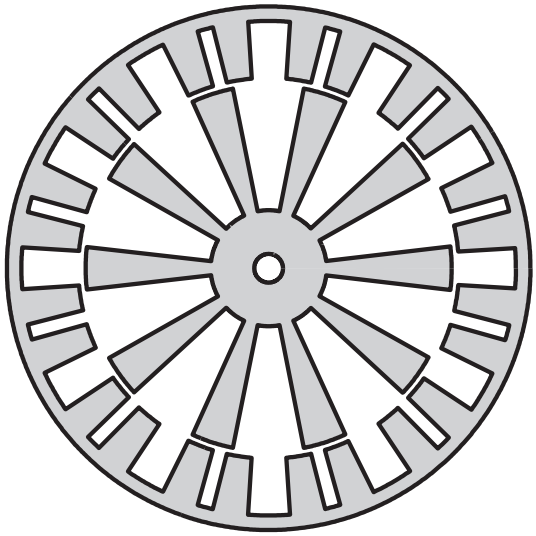
Les grandeurs géométriques des machines A, B et C sont proposées dans le Tableau 11.5. De manière générale, l'encoche d'excitation est favorisée à l'encoche d'induit. En effet, vu que l'on fixe les Ampères.tour d'excitation et que ces derniers ($NI_{exc} = 1200A.tr$) sont supérieurs à ceux de l'induit ($NI_{ph} = 500A.tr$), l'algorithme tend à augmenter l'encoche d'excitation afin de diminuer les pertes Joule. Les vues transversales de ces trois structures (cf. Figure 11.9) confirment bien cette observation.

Variables d'optimisation	Machine A $\{94.18\,W; 10.22\,N.m\}$	Machine B $\{181.5\,W; 14.85\,N.m\}$	Machine C $\{624.4\,W; 21.51\,N.m\}$
$\beta_{s_{exc}}$	0.7867	0.6645	0.3963
$\beta_{s_{ind}}$	0.3950	0.2617	0.1601
β_r	0.6870	0.6155	0.6145
H_{es}	$62.1mm$	$39.1mm$	$18.2mm$
H_{er}	$81.7mm$	$86mm$	$89.2mm$
δ	49.2403°	58.07°	55.5490°

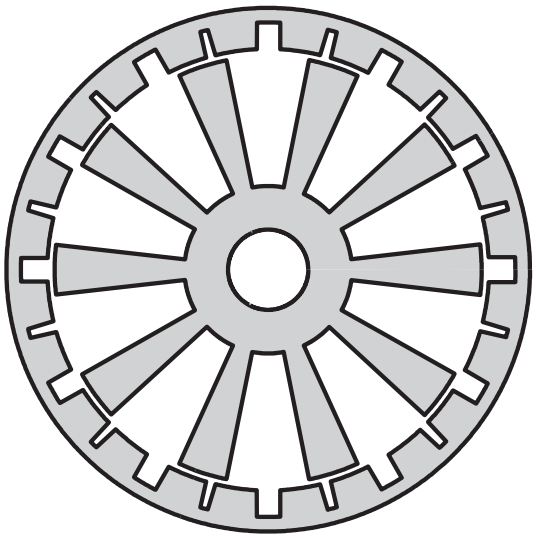
TABLE 11.5: Grandeurs géométries des machines A, B et C



(a) Machine A



(b) Machine B



(c) Machine C

FIGURE 11.9: Coupes transversales des machines A, B et C - Structure 24-10

La même étude a été menée pour la configuration 24-14. Nous nous contenterons de présenter le comparatif des solutions Pareto-optimales à la Figure 11.10. Contrairement à ce que l'on avait pu observer avec la configuration 10 dents, les performances sont à peu près équivalentes (légèrement meilleures pour les fortes valeurs de pertes Joule) que l'on soit dans le cas où $\beta_{s_{exc}} \neq \beta_{s_{ind}}$ et le cas $\beta_{s_{exc}} = \beta_{s_{ind}}$.

D'ailleurs, les ouvertures relatives de l'induit et de l'excitation sont à peu près équivalentes pour les solutions Pareto-optimales (cf. Tableau 11.6).

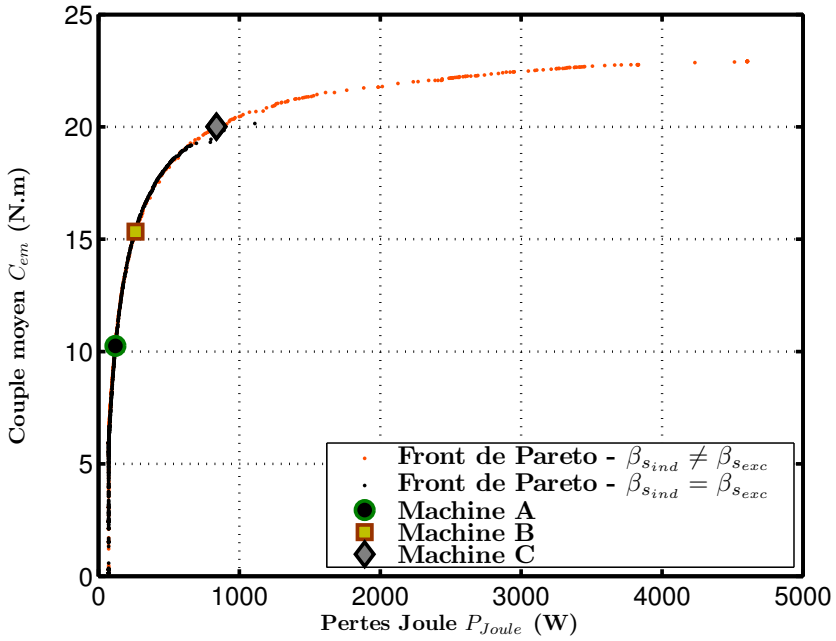


FIGURE 11.10: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour la structure 24-14 avec - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

Variables d'optimisation	Machine A $\{120.3\,W; 10.25\,N.m\}$	Machine B $\{236.1\,W; 15.34\,N.m\}$	Machine C $\{837.9\,W; 20.01\,N.m\}$
$\beta_{s_{exc}}$	0.6353	0.4764	0.3151
$\beta_{s_{ind}}$	0.5554	0.5274	0.3848
β_r	0.6148	0.6324	0.6383
H_{es}	$52.7mm$	$29.8mm$	$13.6mm$
H_{er}	$76.2mm$	$82.7mm$	$75.3mm$
δ	114.9138°	122.5592°	121.8140°

TABLE 11.6: Grandeurs géométries des machines A, B et C

11.3.4 Influence de l'entrefer sur les performances optimales

Dans cette section, nous explorons l'influence de l'entrefer sur les performances électromagnétiques de cette structure MCF bobinée. Nous choisissons un entrefer nominal de $0.5mm$. Il s'agit d'une valeur plus réaliste.

Sur la Figure 11.11, nous proposons la distribution des solutions Pareto-optimales pour les configurations 24-10 et 24-14. Nous considérons toujours $\beta_{s_{exc}} \neq \beta_{s_{ind}}$ lors de cette optimisation.

Premièrement, les performances en couple sont forcément bien meilleures étant donné que l'on travaille avec un entrefer plus fin.

Deuxième remarque, contrairement à ce que l'on avait obtenu précédemment, le couple obtenu avec la structure 24-14 est largement supérieur à la structure 24-10 pour un même niveau de pertes Joule. Nous

proposons à la Figure 11.12, un comparatif des géométries obtenues à iso-pertes Joule ($\approx 500W$) et à iso-couple ($\approx 67N.m$). Les paramètres géométriques sont rapellés dans le Tableau 11.7.

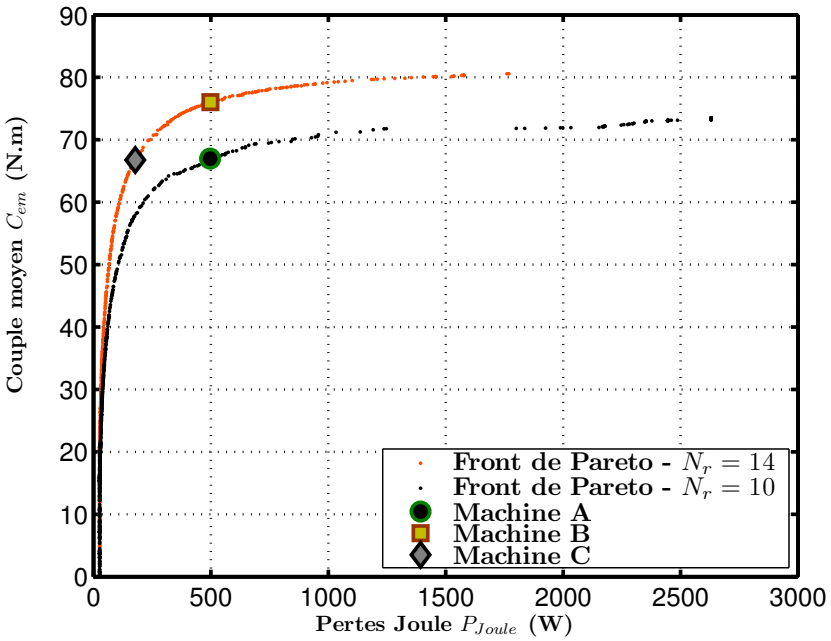


FIGURE 11.11: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour la structure 24-10 et 24-14 - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

Variables d'optimisation	Machine A $\{496.7\,W; 66.98\,N.m\}$ 10 dents rotor	Machine B $\{497.8\,W; 76.03\,N.m\}$ 14 dents rotor	Machine C $\{178.2\,W; 66.75\,N.m\}$ 14 dents rotor
$\beta_{s_{exc}}$	0.2373	0.1729	0.3107
$\beta_{s_{ind}}$	0.1	0.3363	0.3510
β_r	0.5223	0.5141	0.5331
H_{es}	$17.8mm$	$12.4mm$	$23.3mm$
H_{er}	$24mm$	$41.9mm$	$60.6mm$
δ	58.33°	119.95°	119.1410°

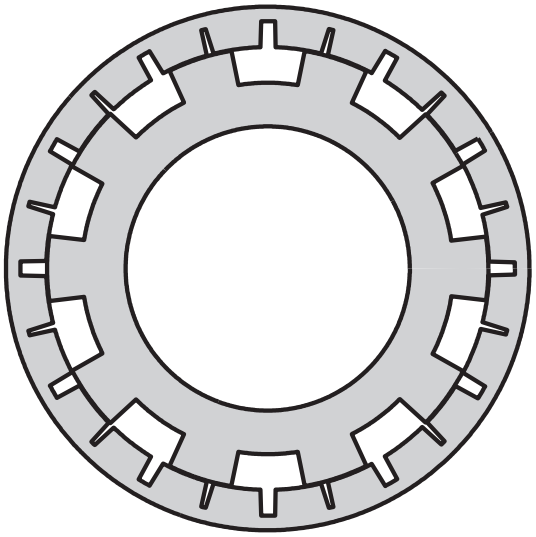
TABLE 11.7: Grandeurs géométries des machines A, B et C

Si l'on considère les résultats à iso-pertes Joule, on peut remarquer que l'algorithme favorise l'encoche d'excitation dans le cas de la structure 24-10 alors que pour la structure 24-14 c'est l'encoche d'induit qui est favorisée. Au global, la somme des pertes Joule, induit et excitation, est à peu près équivalente pour les deux structures (Machines A et B) alors que le couple atteint par la structure 24-14 est de $76.03N.m$ contre $66.98N.m$ pour la géométrie 24-10. Cela représente près de 15% de couple en plus.

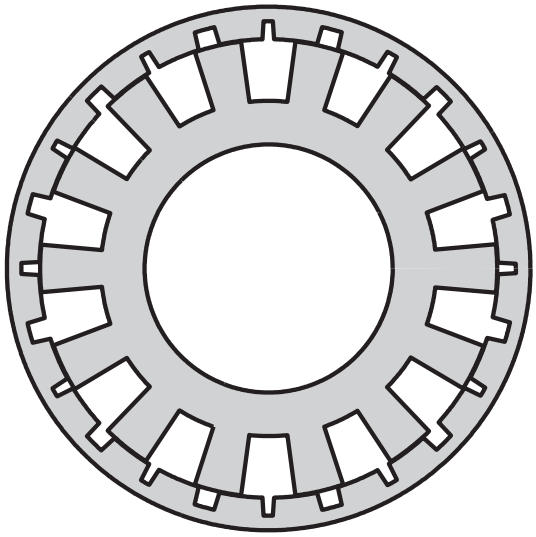
Si maintenant on s'intérèsse à la comparaison iso-couple, avec les machines A et C, la structure 24-14 a des encoches plus larges. Les pertes Joule sont donc plus faibles, $178.2W$ contre $496.7W$ dans le cas de la configuration 24-10 pur le même couple moyen. Cela représente 64% de pertes Joule en moins ce qui est important.

En revanche, il faut tempérer ce dernier résultat car l'augmentation de la surface d'encoche (qui autorise une nette diminution des pertes Joule) entraine par ailleurs la réduction de la largueur des dents statoriques. Le niveau de saturation des dents aura donc tendance à augmenter.

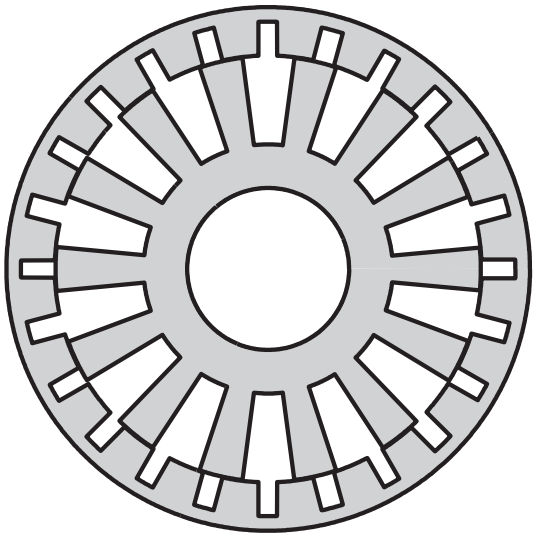
Dans la suite de ce travail, nous proposons d'inclure une contrainte sur le niveau d'induction au niveau des dents afin de vérifier que l'hypothèse majeure de notre modèle analytique soit valide.



(a) Machine A - Structure 24-10



(b) Machine B - Structure 24-14



(c) Machine C - Structure 24-14

FIGURE 11.12: Coupes transversales des machines A, B et C

11.3.5 Influence d'une contrainte sur le niveau de saturation dans les parties ferromagnétiques

Nous introduisons dans la procédure d'optimisation une contrainte sur le niveau de saturation dans ces structures. Pour ce faire, nous mettrons à profit le modèle analytique développé au Chapitre 10 permettant de déterminer le champ dans les parties ferromagnétiques.

Nous imposerons donc que l'induction dans différentes zones ne dépassent pas $1.5T$. On estime que cela correspond à l'entrée dans le coude de saturation de la caractéristique $B(H)$.

Les dents statoriques sont les parties les plus facilement sujettent à la saturation. On veillera à ce que l'induction dans les dents, sur toute la période électrique, ne dépasse pas $1.5T$. Nous conservons toujours 36 points par période électrique. Cela est un peu gourmand en temps de calcul mais permet d'évaluer avec précision la contrainte maximum en induction qui pèsera sur la dent stator.

Nous pourrions imposer aussi des contraintes au niveau des dents rotoriques ou encore des culasses stator et rotor mais ces zones nous semblent moins sollicitées.

Nous proposons à la Figure 11.13, les solutions Pareto-optimales pour la structure 24-10 et 24-14 avec et sans la contrainte sur le niveau d'induction. On peut clairement observer que la structure avec 14 dents sature

très peu contrairement à la structure 10 dents qui voit ses performances largement diminuer entre le cas avec et sans contrainte sur l'induction. Ce résultat est en accord avec ce que nous obtenions expérimentalement avec la structure 24-14. En effet, nous avions pu observer expérimentalement que nous entrions dans le coude de saturation pour une force magnétomotrice d'excitation de $1200A.tr$.

La structure 24-14 présente un flux par phase plus faible, ce qui entraine moins de saturation, mais bénéficie d'une fréquence électrique 40% plus importante. Il est possible de retrouver le phénomène au Chapitre 7 lorsque nous présentions les distributions de l'induction radiale dans l'entrefer. En effet, nous avions alors des pics d'induction qui étaient plus important pour la structure avec 10 dents au rotor.

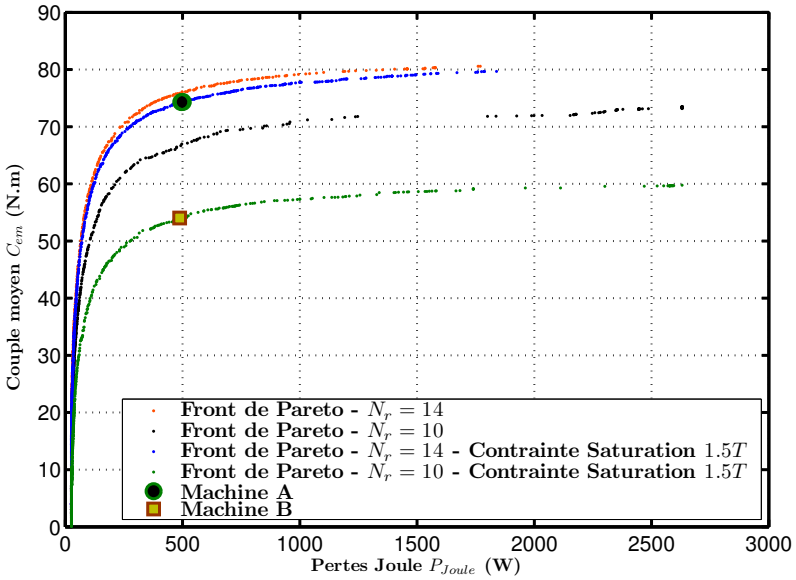


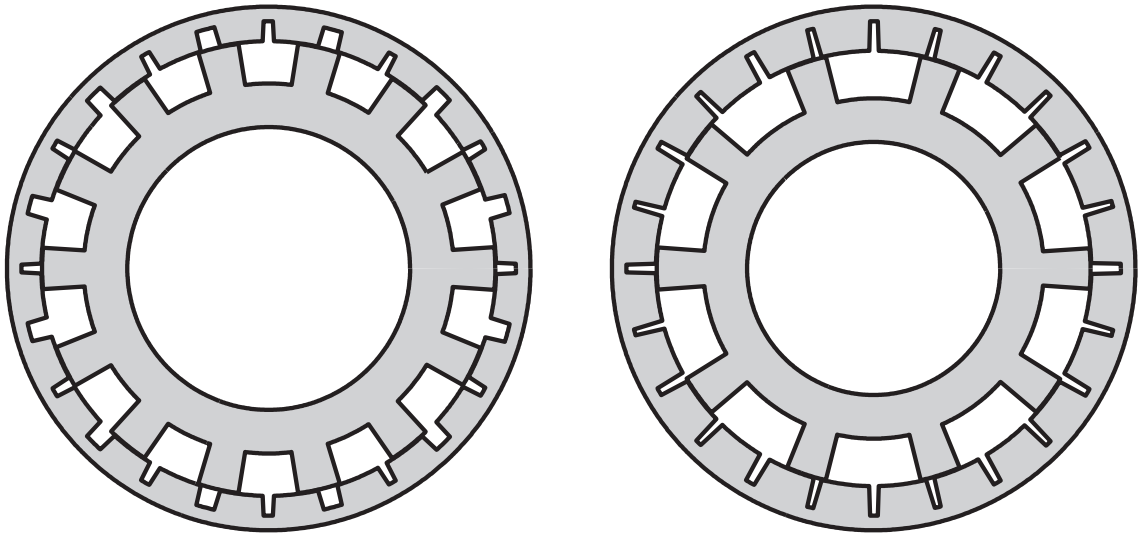
FIGURE 11.13: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour la structure 24-10 et 24-14 avec la contrainte sur le niveau de saturation dans les dents statoriques - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

Nous proposons dans la suite les géométries à iso-pertes ($\approx 500W$). Les grandeurs géométriques de ces deux structures sont présentées dans le Tableau 11.8. On peut noter que la géométrie 24-14 présente un diamètre d'alésage plus important. L'algorithme d'optimisation favorise l'encoche d'induit plutôt que l'encoche d'excitation. Nous avions déjà remarqué ce phénomène précédemment.

Variables d'optimisation	Machine A $\{501.1\,W; 74.32\,N.m\}$ 14 dents rotor	Machine B $\{487.6\,W; 54.02\,N.m\}$ 10 dents rotor
$\beta_{s_{exc}}$	0.1562	0.1530
$\beta_{s_{ind}}$	0.3146	0.1167
β_r	0.5713	0.6860
H_{es}	$13.7mm$	$20.3mm$
H_{er}	$28.6mm$	$32.2mm$
δ	124.82°	74.25°

TABLE 11.8: Grandeurs géométries des machines A et B

Ce résultat reste quand même intéressant car ils ouvrent d'autres perspectives d'étude. En effet, la structure avec 14 dents semble plus intéressante au niveau du couple grâce notamment à une fréquence électrique plus importante. En revanche, quid des pertes fer dans ces structures ? Nous étudierons ce point par la prochaine section.



(a) Machine A - Structure 24-14 (b) Machine B - Structure 24-10

FIGURE 11.14: Coupes transversales des machines A et B

11.3.6 Influence du nombre de cellules de commutation

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à l'influence du nombre de cellules de commutation sur les performances optimales. Nous considérons toujours les mêmes Ampères.tour d'excitation et d'induit. La contrainte sur le niveau de saturation est conservée. Il en est de même pour la contrainte sur le niveau de saturation que l'on garde égale à $1.5T$.

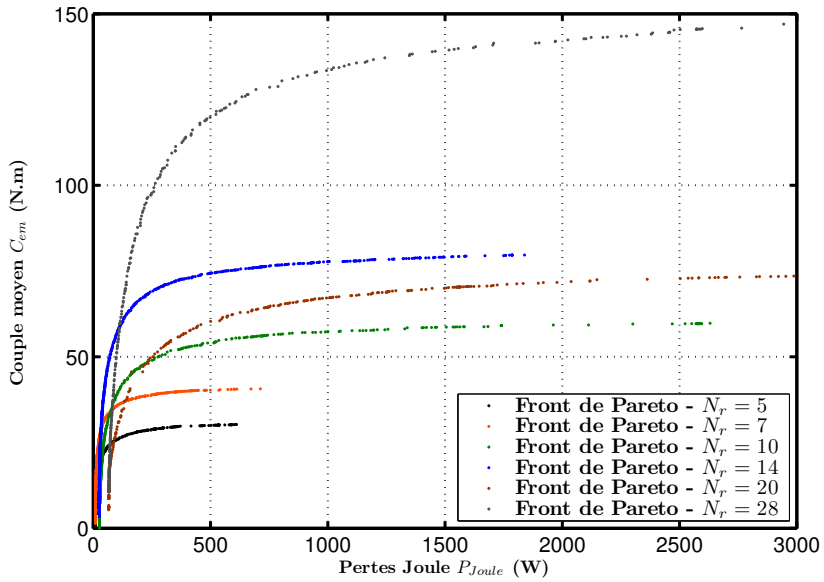


FIGURE 11.15: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour les structures 12-5 et 12-7, 24-10 et 24-14, 48-20 et 48-28 avec la contrainte sur le niveau de saturation dans les dents statoriques - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

A la Figure 11.15, les solutions Pareto-optimales sont présentées pour différentes structures : 12-5 et 12-7, 24-10 et 24-14, 48-20 et 48-28. Plusieurs remarques doivent être faite concernant ces résultats.

Généralement, les structures avec $7k$ (k entier) dents présentent des performances meilleures que les structures $5k$. La raison reste une saturation plus rapide au niveau des dents stators et aussi des fréquences électriques respectives de plus en plus élevées.

En revanche, en terme de pertes, effectivement l'augmentation du nombre de cellules permet d'augmenter le couple maximum atteint mais cela se fait au détriment des pertes Joule qui explosent.

Il semble donc intéressant de modifier le plan des objectifs. Nous nous intéresserons plutôt à l'objectif "Couple sur pertes Joule" en fonction d'un second objectif le "Couple". L'objectif "Couple sur pertes Joule" reste l'image du rendement qu'il faut maximiser (à volume fixe). Nous proposons donc à la Figure 11.16 l'évolution des solutions Pareto-optimales pour ces deux objectifs.

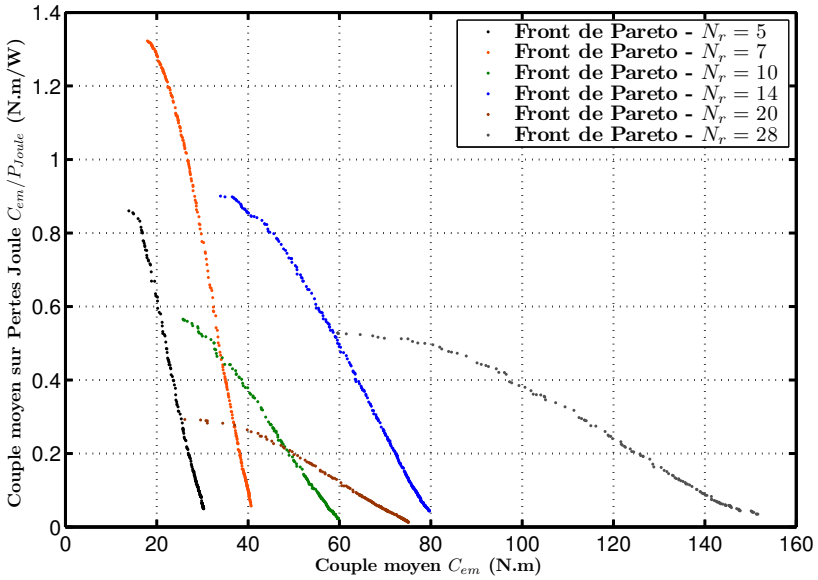


FIGURE 11.16: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour les structures 12-5 et 12-7, 24-10 et 24-14, 48-20 et 48-28 avec la contrainte sur le niveau de saturation dans les dents statoriques - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule}

Il est intéressant de remarquer comme précédemment que les topologies avec $7k$ dents au rotor présentent un meilleur compromis vis-à-vis des deux objectifs - Couple sur pertes Joule et Couple.

La configuration 12-7 présente le meilleur rendement ($1.323N.m/W$) pour un couple assez faible ($17.98N.m$). Nous utilisons le terme de rendement même si celui-ci est impropre puisqu'il s'agit du couple sur pertes Joule. En revanche, le rendement de cette structure s'effondre rapidement à mesure que le couple augmente. Il faut aussi noter que cette structure possède un nombre de dent impair, et sera la siège de forces magnétiques d'entrefer non-compensées.

La configuration 24-14 présente un rendement moindre ($0.9003N.m/W$ pour $33.96N.m$) que la topologie 12-7. En revanche, elle permet d'atteindre des valeurs de couple plus importantes (jusqu'à $80N.m$).

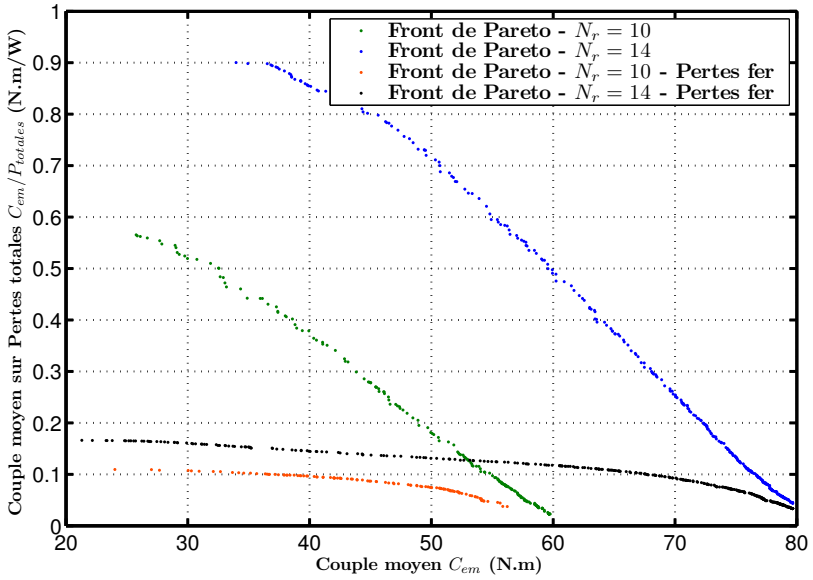
Enfin, la configuration 48-28 permet d'atteindre des valeurs de couple très importantes moyennant des pertes Joule beaucoup plus importantes et donc un rendement qui s'effondre.

Finalement, l'augmentation du nombre de cellules semble être bénéfique du point de vue du couple moyen. On bénéficie pleinement de l'augmentation de la fréquence électrique. En revanche, le rendement s'effondre au fur et à mesure que l'on multiplie les cellulles de commutation. En effet, il est nécéssaire de magnétiser localement chacunes des cellules ce qui augmente considérablement les pertes d'excitation. Dans le cas que nous avons considéré, les têtes de bobines représentent plus du double de la longueur active. L'augmentation des pertes d'excitation n'est donc pas proportionnelle au nombre de cellules.

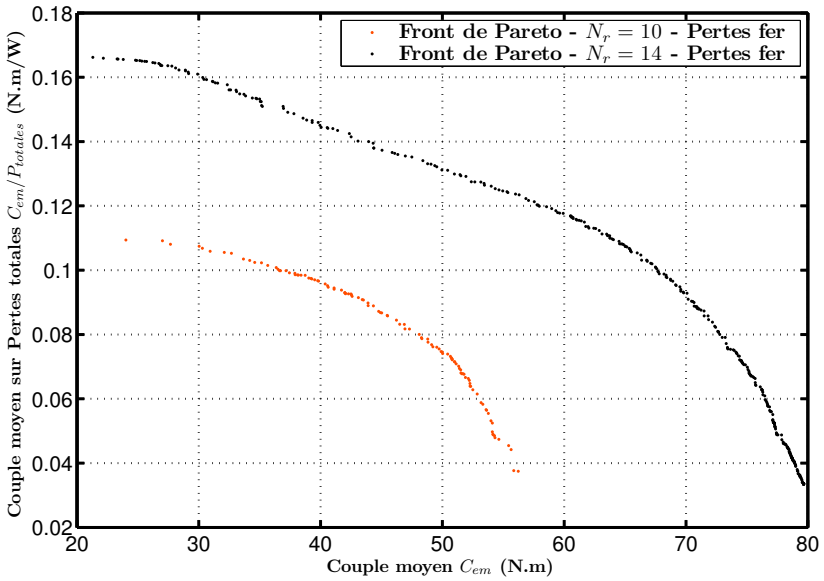
Dernier point que nous n'avons évoqué jusqu'à présent concerne le niveau de pertes fer. En effet, nous considérons jusqu'alors uniquement l'ensemble des pertes Joule stator mais pas les pertes fer. Il est certain qu'une structure telle que la topologie 48-28 sera largement pénalisée au niveau du rendement à cause de sa fréquence électrique élevée. Nous explorerons dans la section suivante l'influence des pertes fer sur les performances des structures MCF simplement excitées par des bobinages.

11.4 Influence de la prise en compte des pertes fer sur les performances optimales des structures MCF simplement excitées par des bobinages

Dans cette section le modèle de pertes fer utilisé est celui développé dans le Chapitre 10. Nous utiliserons d'ailleurs les mêmes paramètres du modèle de pertes fer. L'idée étant de montrer l'influence de la prise en compte de ce modèle sur les performances optimales de ces machines. L'idée principale est de compléter l'étude comparative que l'on a menée jusqu'alors entre la configuration 24-10 et 24-14 en incluant les pertes fer.



(a)



(b)

FIGURE 11.17: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour les structures 24-10 et 24-14 avec la contrainte sur le niveau de saturation dans les dents statoriques - Couple moyen C_{em} et pertes Joule P_{Joule} - Influence des pertes fer

L'évaluation des pertes fer se fera pour une vitesse de rotation de $1300 tr/min$. Nous conservons la contrainte

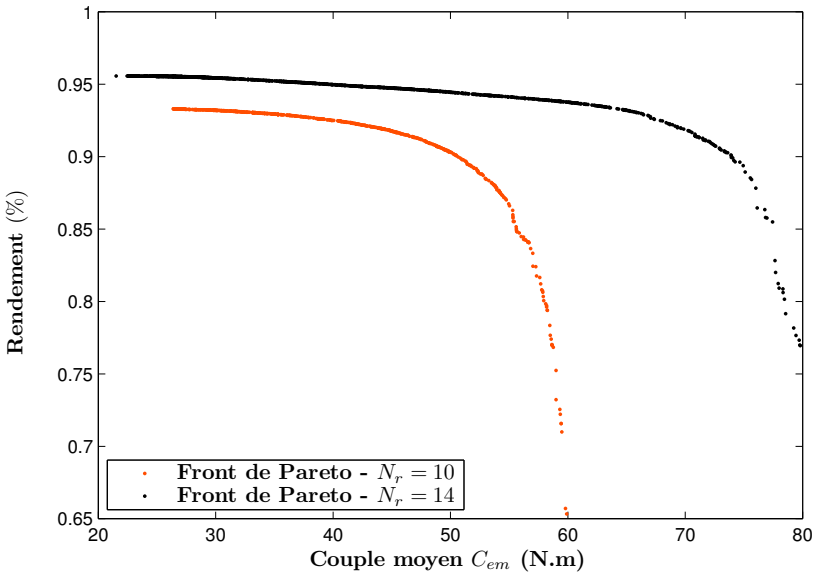


FIGURE 11.18: Comparatif des résultats de l'optimisation dans le plan des objectifs pour les structures 24-10 et 24-14 avec la contrainte sur le niveau de saturation dans les dents statoriques - Rendement incluant les pertes fer et Couple moyen C_{em}

imposant un niveau d'induction inférieur à $1.5T$. D'ailleurs, nous avions montré qu'au delà de cette valeur le modèle de pertes fer n'était plus valide lui aussi.

Nous considérons 101 zones dans le stator et le rotor afin de déterminer les loci d'induction. Le calcul se fera sur un pas dentaire, et on fera l'hypothèse que le niveau de pertes sur un pas dentaire est le même sur les autres. A partir des loci d'induction, nous appliquerons le modèle de pertes fer.

Nous minimiserons cette fois les pertes totales qui sont la somme des pertes Joule et des pertes fer.

Tout d'abord, à la Figure 11.17.(a), nous reprenons les résultats dans le plan "Couple sur pertes Joule - Couple" des structures 24-10 et 24-14 en les comparant aux résultats prenant en compte les pertes fer. On peut observer que le rendement chute de manière très importante. Cela démontre bien la nécéssité de prendre en compte le niveau de pertes fer.

En revanche, comme le souligne la Figure 11.17.(b), les résultats montrent que la structure 24-14 présente des performances optimales meilleures que la topologie 24-10. Malgré une fréquence électrique 40% plus importante, le rendement reste meilleur. Pour expliquer cela, deux remarques peuvent être faite. Premièrement, la structure 24-14 sature moins rapidement. C'est à dire que pour un même niveau d'induction dans le fer, le couple atteint sera plus important. Il est donc normal d'avoir un ratio "Couple moyen sur pertes totales" plus important.

Deuxième remarque, toujours pour un même niveau d'induction dans le fer, la structure avec 14 dents rotor, possède des dents plus fine et donc une masse de fer généralement plus faible.

Ces deux remarques peuvent expliquer que l'on n'ait pas une augmentation sensible des pertes fer lorsque l'on passe d'une structure avec 10 dents rotor à une structure avec 14 dents rotor.

Nous terminerons ce chapitre en proposant directement l'évolution du rendement à $1300tr/min$ en fonction du couple moyen. Les résultats de l'optimisation sont présentés à la Figure 11.18. La structure avec 14 dents rotoriques possède un rendement toujours supérieur à la structure avec 10 dents rotoriques à couple donné. Le rendement maximal atteint est de 0.956 pour la structure 24-14 contre 0.933 pour la structure 24-10. Surtout, lorsque l'on s'autorise des rendements plus faibles mais avec un couple moyen plus important, la configuration $24-14$ devient nettement plus intéressante. Par exemple pour une rendement de 0.85, le couple moyen atteint est de $77.44N.m$ avec le rotor 14 dents, contre $55.36N.m$ avec 10 dents.

Conclusion

Ce Chapitre 11 fut dédié à l'étude des performances optimales des structures simplement excitées par des bobinages. Nous nous sommes limités aux structures classiques triphasées avec 24 dents statoriques.

L'idée générale de cette étude était d'associer un algorithme d'optimisation stochastique avec le modèle électromagnétique développé au Chapitre 8. Nous ne nous sommes pas fixés de cahier des charges particulier pour se détacher de l'application « Alternateur DC ». L'idée était de tirer des résultats d'optimisation certaines généralités quant au dimensionnement de ces structures. Une contrainte sur le niveau de saturation a aussi permis de rester dans le domaine de validité de notre modèle analytique. L'influence du nombre de cellules de commutation fut également explorée. Nous avons pu montrer que les configurations possédant $7k$ dents rotor étaient plus performantes en terme de couple que les structures avec $5k$ dents rotor.

Une deuxième étude visait à démontrer l'influence des pertes fer sur les performances (rendement notamment) de ces structures. Nous nous sommes intéressés à deux configurations 24-10 et 24-14. On rappelle que ces deux structures possèdent un même stator mais des fréquences électriques différentes. L'étude a montré que la structure 24-14 possède systématiquement un rendement supérieur (à couple donné). Bien évidemment, cette étude repose sur un point de fonctionnement et donc une vitesse. L'influence sur cycle de fonctionnement fait partie des perspectives de ce travail.

Bibliographie Partie *II*

[92] M.O.E. Aboelhassan, T. Raminosoa, A. Goodman, L. De Lillo, and C. Gerada. Performance evaluation of a vector-control fault-tolerant flux-switching motor drive. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 60(8) :2997–3006, 2013.

[93] B. Ackermann and R. Sottek. Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors. *Electrical Engineering*, 78(2) :117–125, 1995.

[94] Y. Amara and G. Barakat. Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent-magnet tubular linear machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(11) :3870–3884, 2010.

[95] Y. Amara, Jiabin Wang, and D. Howe. Stator iron loss of tubular permanent-magnet machines. 41(4) :989 – 995, july-aug. 2005.

[96] Carlo Appino, Fausto Fiorillo, and Carlo Ragusa. One-dimensional/two-dimensional loss measurements up to high inductions. *Journal of Applied Physics*, 105(7) :07E718 –07E718–3, apr 2009.

[97] K. Atallah, Z.Q. Zhu, and D. Howe. An improved method for predicting iron losses in brushless permanent magnet dc drives. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 28(5) :2997–2999, 1992.

[98] J. Aubry. *Optimisation du dimensionnement d'une chaîne de conversion électrique directe incluant un système de lissage de production par supercondensateurs : application au houlogénérateur SEAREV*. PhD thesis, ENS Cachan, 2011.

[99] Jaouad Azzouzi, G. Barakat, and B. Dakyo. Quasi-3-d analytical modeling of the magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 20(4) :746–752, 2005.

[100] H. Bali, Y. Amara, G. Barakat, R. Ibtiouen, and M. Gabsi. Analytical modeling of open circuit magnetic field in wound field and series double excitation synchronous machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(10) :3802–3815, 2010.

[101] D. Ban, D. Zarko, and I. Mandic. Turbogenerator end winding leakage inductance calculation using a 3-d analytical approach based on the solution of neumann integrals. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, volume 3, pages 1576–1582 vol.3, 2003.

[102] Georges Barakat and Yacine Amara. Analytical modeling of flat and tubular linear pm machines with surface-mounted magnets and semi-closed slots. *IEEJ Journal of Industry Applications*, 1(2) :78–88, 2012.

[103] Olivier. de la Barrière. *Modèles analytiques électromagnétiques bi et tri dimensionnels en vue de l'optimisation des actionneurs disques. Etude théorique et expérimentale des pertes magnétiques dans les matériaux granulaires*. PhD thesis, ENS Cachan, 2010.

[104] O. de la Barriere, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, and M. LoBue. Two-dimensional analytical airgap field model of an inset permanent magnet synchronous machine, taking into account the slotting effect. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 49(4) :1423–1435, 2013.

[105] A. Bellara, Y. Amara, G. Barakat, and B. Dakyo. Two-dimensional exact analytical solution of armature reaction field in slotted surface mounted pm radial flux synchronous machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(10) :4534–4538, 2009.

[106] Giorgio Bertotti. *Hysteresis in magnetism : for physicists, materials scientists, and engineers.* Access Online via Elsevier, 1998.

[107] N. Bianchi. Analytical field computation of a tubular permanent-magnet linear motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 36(5) :3798–3801, 2000.

[108] K. Boughrara, B.L. Chikouche, R. Ibtiouen, D. Zarko, and O. Touhami. Analytical model of slotted air-gap surface mounted permanent-magnet synchronous motor with magnet bars magnetized in the shifting direction. 45(2) :747 –758, feb. 2009.

[109] K. Boughrara, R. Ibtiouen, and T. Lubin. Analytical prediction of magnetic field in parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet machines accounting for tooth-tips and shape of polar pieces. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(7) :2121–2137, 2012.

[110] K. Boughrara, R. Ibtiouen, D. Zarko, O. Touhami, and A. Rezzoug. Magnetic field analysis of external rotor permanent-magnet synchronous motors using conformal mapping. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(9) :3684–3693, 2010.

[111] N. Boules, W.-R. Canders, and H. Weh. Analytische bestimmung des nutungseinflusses auf die feldverteilung und die wirbelstromverluste in dauermagneterregten synchronmaschinen. *Archiv für Elektrotechnik*, 62(4-5) :283–293, 1980.

[112] F. W. Carter. Airgap induction. *Elect. World*, 38 :884–888, 1901.

[113] J.T. Chen and Z.Q. Zhu. Winding configurations and optimal stator and rotor pole combination of flux-switching pm brushless ac machines. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 25(2) :293–302, 2010.

[114] J.T. Chen and Z.Q. Zhu. Influence of the rotor pole number on optimal parameters in flux-switching pm brushless ac machines by the lumped-parameter magnetic circuit model. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(4) :1381–1388, 2010.

[115] J.T. Chen and Z.Q. Zhu. Comparison of all- and alternate-poles-wound flux-switching pm machines having different stator and rotor pole numbers. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(4) :1406–1415, 2010.

[116] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, and D. Howe. Stator and rotor pole combinations for multi-tooth flux-switching permanent-magnet brushless ac machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(12) :4659–4667, 2008.

[117] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, S. Iwasaki, and R.P. Deodhar. Influence of slot opening on optimal stator and rotor pole combination and electromagnetic performance of switched-flux pm brushless ac machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(4) :1681–1691, 2011.

[118] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, S. Iwasaki, and R. Deodhar. A novel e-core flux-switching pm brushless ac machine. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*, pages 3811–3818, 2010.

[119] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, S. Iwasaki, and R. Deodhar. Comparison of losses and efficiency in alternate flux-switching permanent magnet machines. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–6, 2010.

[120] J.T. Chen, Z.Q. Zhu, S. Iwasaki, and R. Deodhar. Low cost flux-switching brushless ac machines. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE*, pages 1 –6, sept. 2010.

[121] Yu Chen, Z.Q. Zhu, and D. Howe. Three-dimensional lumped-parameter magnetic circuit analysis of single-phase flux-switching permanent-magnet motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 44(6) :1701–1710, 2008.

[122] G. Dajaku and D. Gerling. Stator slotting effect on the magnetic field distribution of salient pole synchronous permanent-magnet machines. 46(9) :3676 –3683, sept. 2010.

[123] Fang Deng. An improved iron loss estimation for permanent magnet brushless machines. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 14(4) :1391–1395, 1999.

[124] R.P. Deodhar, S. Andersson, I. Boldea, and T.J.E. Miller. The flux-reversal machine : a new brushless doubly-salient permanent-magnet machine. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 33(4) :925–934, 1997.

[125] F. Dubas. *Conception d'un moteur rapide à aimants permanents pour l'entraînement de compresseurs de piles à combustible*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2006.

[126] F. Dubas and C. Espanet. Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect : No-load vector potential and flux density calculation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(5) :2097–2109, 2009.

[127] J. Faiz and I. Tabatabaei. Extension of winding function theory for nonuniform air gap in electric machinery. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(6) :3654–3657, 2002.

[128] Weizhong Fei, P.C.-K. Luk, Jian-Xin Shen, Bin Xia, and Yu Wang. Permanent-magnet flux-switching integrated starter generator with different rotor configurations for cogging torque and torque ripple mitigations. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(3) :1247–1256, 2011.

[129] W.Z. Fei and J.X. Shen. Novel permanent magnet switching flux motors. In *Universities Power Engineering Conference, 2006. UPEC '06. Proceedings of the 41st International*, volume 2, pages 729–733, 2006.

[130] F. Fiorillo and A. Novikov. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 26(5) :2904–2910, 1990.

[131] A. Foggia. Méthodes de calcul des inductances de fuites. *Techniques de l'ingénieur Généralités sur les machines électriques tournantes*, base documentaire : TIB250DUO.(ref. article : d3440), 2013. fre.

[132] Jiajing Fu and Changsheng Zhu. Subdomain model for predicting magnetic field in slotted surface mounted permanent-magnet machines with rotor eccentricity. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(5) :1906–1917, 2012.

[133] William John Gibbs. *Conformal transformations in electrical engineering*. 1958.

[134] Youguang Guo, Jian Guo Zhu, Jinjiang Zhong, Haiyan Lu, and Jian Xun Jin. Measurement and modeling of rotational core losses of soft magnetic materials used in electrical machines : A review. 44(2) :279 –291, feb. 2008.

[135] B. L J Gysen, E. Ilhan, K.J. Meessen, J. J H Paulides, and E.A. Lomonova. Modeling of flux switching permanent magnet machines with fourier analysis. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(6) :1499–1502, 2010.

[136] B. L J Gysen, E.A. Lomonova, J. J H Paulides, and A. J A Vandenput. Analytical and numerical techniques for solving laplace and poisson equations in a tubular permanent-magnet actuator : Part i. semi-analytical framework. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(7) :1751–1760, 2008.

[137] V. Hamata and B. Heller. *Harmonic field effects in induction machines*. Elsevier Scientific Pub. Co., 1977.

[138] Li Hao, Mingyao Lin, Xuming Zhao, Xinghe Fu, Z. Q. Zhu, and Ping Jin. Static characteristics analysis and experimental study of a novel axial field flux-switching permanent magnet generator. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(11) :4212–4215, 2012.

[139] E. Hoang, A. H. Ben-Ahmed, and J. Lucidarme. Switching flux permanent magnet polyphased synchronous machines. In *7th European Conference on Power Electronics and Applications*, volume 3, pages 903–908, 1997.

[140] E. Hoang, S. Hlioui, M. Lecrivain, and M. Gabsi. Experimental comparison of lamination material case of switching flux synchronous machine with hybrid excitation. In *Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09. 13th European Conference on*, pages 1–7, 2009.

[141] Wei Hua, Ming Cheng, Z.Q. Zhu, and D. Howe. Analysis and optimization of back emf waveform of a flux-switching permanent magnet motor. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 23(3) :727–733, 2008.

[142] E. Ilhan, M.F.J. Kremers, E.T. Motoasca, J.J.H. Paulides, and E.A. Lomonova. Spatial discretization methods for air gap permeance calculations in double salient traction motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 48(6) :2165–2172, 2012.

[143] D.H. Im, J.H. Chang, S.C. Park, B.I. Kwon, J.P. Hong, and B.T. Kim. Analysis of radial force as a source of vibration in an induction motor with skewed slots. 33(2) :1650 –1653, mar 1997.

[144] S. Ishikawa, S. Yanase, and Y. Okazaki. Ac magnetic properties of electrical steel sheet under two-dimensional dc-biased magnetization. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(4) :1413–1416, 2012.

[145] H.G. Ittstein. Analytische berechnung der rastmomente eines zweipoligen dauermagneterregten gleichstrommotors. *Archiv für Elektrotechnik*, 75(4) :283–292, 1992.

[146] X. Jannot, J. C Vannier, C. Marchand, M. Gabsi, J. Saint-Michel, and D. Sadarnac. Multiphysic modeling of a high-speed interior permanent-magnet synchronous machine for a multiobjective optimal design. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 26(2) :457–467, 2011.

[147] Hongyun Jia, Ming Cheng, Wei Hua, Wenxiang Zhao, and Wenlong Li. Torque ripple suppression in flux-switching pm motor by harmonic current injection based on voltage space-vector modulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(6) :1527–1530, 2010.

[148] Linni Jian, K.T. Chau, Yu Gong, Chuang Yu, and Wenlong Li. Analytical calculation of magnetic field in surface-inset permanent magnet motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(10) :4688–4691, 2009.

[149] Meng-Jia Jin, Can-Fei Wang, Jian-Xin Shen, and Bing Xia. A modular permanent-magnet flux-switching linear machine with fault-tolerant capability. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(8) :3179–3186, 2009.

[150] U. Kim and D.K. Lieu. Effects of magnetically induced vibration force in brushless permanent-magnet motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(6) :2164–2172, 2005.

[151] U. Kim and D.K. Lieu. Magnetic field calculation in permanent magnet motors with rotor eccentricity : with slotting effect considered. 34(4) :2253 –2266, jul 1998.

[152] U. Kim and D.K. Lieu. Magnetic field calculation in permanent magnet motors with rotor eccentricity : without slotting effect. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 34(4) :2243–2252, 1998.

[153] P. Kumar and P. Bauer. Improved analytical model of a permanent-magnet brushless dc motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(10) :2299–2309, 2008.

[154] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, and P. Brochet. Optimal slot numbers for magnetic noise reduction in variable-speed induction motors. 45(8) :3131 –3136, aug. 2009.

[155] G.J. Li, J. Ojeda, E. Hoang, and M. Gabsi. Thermal-electromagnetic analysis of a fault-tolerant dual-star flux-switching permanent magnet motor for critical applications. *Electric Power Applications, IET*, 5(6) :503 –513, july 2011.

[156] Guangjin Li, J. Ojeda, E. Hoang, M. Gabsi, and M. Lecrivain. Thermal-electromagnetic analysis for driving cycles of embedded flux-switching permanent-magnet motors. 61(1) :140 –151, jan. 2012.

[157] J.T. Li, Z.J. Liu, and L. H A Nay. Effect of radial magnetic forces in permanent magnet motors with rotor eccentricity. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(6) :2525–2527, 2007.

[158] Mingyao Lin, Li Hao, Xin Li, Xuming Zhao, and Z.Q. Zhu. A novel axial field flux-switching permanent magnet wind power generator. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(10) :4457–4460, 2011.

[159] X. Liu and Z.Q. Zhu. Electromagnetic performance of novel variable flux reluctance machines with dc-field coil in stator. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 49(6) :3020–3028, 2013.

[160] Z.J. Liu and J.T. Li. Analytical solution of air-gap field in permanent-magnet motors taking into account the effect of pole transition over slots. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(10) :3872–3883, 2007.

[161] Kaiyuan Lu, P.O. Rasmussen, S.J. Watkins, and F. Blaabjerg. A new low-cost hybrid switched reluctance motor for adjustable-speed pump applications. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(1) :314–321, 2011.

[162] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik, and A. Rezzoug. Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine. 43(8) :3406 –3410, aug. 2007.

[163] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug. Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(7) :2611–2621, 2010.

[164] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug. Exact analytical method for magnetic field computation in the air gap of cylindrical electrical machines considering slotting effects. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(4) :1092–1099, 2010.

[165] Miroslav Markovic. *Magnetic field analysis in electric motors using conformal mapping.* PhD thesis, STI, Lausanne, 2004.

[166] M. Markovic, M. Jufer, and Y. Perriard. Reducing the cogging torque in brushless dc motors by using conformal mappings. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2) :451–455, 2004.

[167] M. Markovic and Y. Perriard. Optimization design of a segmented halbach permanent-magnet motor using an analytical model. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(7) :2955–2960, 2009.

[168] Isaak D Mayergoyz. *The Classical Preisach Model of Hysteresis.* Springer, 1991.

[169] K.J. Meessen, B. L J Gysen, J. J H Paulides, and E.A. Lomonova. General formulation of fringing fields in 3-d cylindrical structures using fourier analysis. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(8) :2307–2323, 2012.

[170] W. Min, J.T. Chen, Z.Q. Zhu, Y. Zhu, M. Zhang, and G.H. Duan. Optimization and comparison of novel e-core and c-core linear switched flux pm machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(8) :2134–2141, 2011.

[171] X. Ojeda, G.J. Li, and M. Gabsi. Fault diagnosis using vibration measurements of a flux-switching permanent magnet motor. In *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on*, pages 2091–2096, 2010.

[172] R.L. Owen, Z.Q. Zhu, A.S. Thomas, G.W. Jewell, and D. Howe. Alternate poles wound flux-switching permanent-magnet brushless ac machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(2) :790–797, 2010.

[173] R.L. Owen, Z.Q. Zhu, A.S. Thomas, G.W. Jewell, and D. Howe. Alternate poles wound flux-switching permanent-magnet brushless ac machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(2) :790–797, 2010.

[174] Y. Pang, Z.Q. Zhu, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, and A. Pride. Investigation of iron loss in flux-switching pm machines. In *Power Electronics, Machines and Drives, 2008. PEMD 2008. 4th IET Conference on*, pages 460–464, 2008.

[175] Y. Pang, Z.Q. Zhu, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, and A. Pride. Eddy current loss in the frame of a flux-switching permanent magnet machine. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(10) :3413–3415, 2006.

[176] C. Pollock and M. Wallace. The flux switching motor, a dc motor without magnets or brushes. In *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, volume 3, pages 1980 –1987 vol.3, 1999.

[177] H. Pollock, C. Pollock, R.T. Walter, and B.V. Gorti. Low cost, high power density, flux switching machines and drives for power tools. In *Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, volume 3, pages 1451 – 1457 vol.3, oct. 2003.

[178] A.B. Proca, A. Keyhani, A. El-Antably, Wenzhe Lu, and Min Dai. Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 18(3) :386–391, 2003.

[179] C. Ragusa, C. Appino, and F. Fiorillo. Magnetic losses under two-dimensional flux loci in fe-si laminations. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 316(2) :454 – 457, 2007.

[180] T. Raminosoa, C. Gerada, and M. Galea. Design considerations for a fault-tolerant flux-switching permanent-magnet machine. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 58(7) :2818–2825, 2011.

[181] S. E. Rauch and L. J. Johnson. Design principles of flux-switch alternators. *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 74(3) :1261 –1268, jan. 1955.

[182] S. Sadeghi and L. Parsa. Multiobjective design optimization of five-phase halbach array permanent-magnet machine. 47(6) :1658 –1666, june 2011.

[183] B. Sarlioglu, Yifan Zhao, and T.A. Lipo. A novel doubly salient single phase permanent magnet generator. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1994., Conference Record of the 1994 IEEE*, pages 9 –15 vol.1, oct 1994.

[184] A. Schramm and D. Gerling. Analytical calculation of the end winding leakage inductance based on the solution of neumann integrals. In *Industrial Electronics, 2005. ISIE 2005. Proceedings of the IEEE International Symposium on*, volume 2, pages 851–855 vol. 2, 2005.

[185] G.R. Slemon and X. Liu. Core losses in permanent magnet motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 26(5) :1653–1655, 1990.

[186] A.S. Thomas, Z.Q. Zhu, and G.W. Jewell. Proximity loss study in high speed flux-switching permanent magnet machine. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(10) :4748–4751, 2009.

[187] A.S. Thomas, Z.Q. Zhu, R.L. Owen, G.W. Jewell, and D. Howe. Multiphase flux-switching permanent-magnet brushless machine for aerospace application. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(6) :1971–1981, 2009.

[188] A.S. Thomas, Z.Q. Zhu, and L.J. Wu. Novel modular-rotor switched-flux permanent magnet machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 48(6) :2249–2258, 2012.

[189] Huguette Tiegna, Yacine Amara, and Georges Barakat. Overview of analytical models of permanent magnet electrical machines for analysis and design purposes. *Mathematics and Computers in Simulation*, 90(0) :162 – 177, 2013. <ce :title>ELECTRIMACS 2011- {PART} I</ce :title>.

[190] H. Tiegna, A. Bellara, Y. Amara, and G. Barakat. Analytical modeling of the open-circuit magnetic field in axial flux permanent-magnet machines with semi-closed slots. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(3) :1212–1226, 2012.

[191] S.P. Verma and A. Balan. Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors. 9(2) :404 –412, jun 1994.

[192] Daohan Wang, Xiuhe Wang, and Sang-Yong Jung. Reduction on cogging torque in flux-switching permanent magnet machine by teeth notching schemes. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(11) :4228–4231, 2012.

[193] Jiabin Wang and D. Howe. Tubular modular permanent-magnet machines equipped with quasi-halbach magnetized magnets-part i : magnetic field distribution, emf, and thrust force. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(9) :2470–2478, 2005.

[194] Jiabin Wang, G.W. Jewell, and D. Howe. A general framework for the analysis and design of tubular linear permanent magnet machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 35(3) :1986–2000, 1999.

[195] Jiabin Wang, Weiya Wang, K. Atallah, and D. Howe. Design considerations for tubular flux-switching permanent magnet machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(11) :4026–4032, 2008.

[196] J. Wang, W. Wang, R. Clark, K. Atallah, and D. Howe. A tubular flux-switching permanent magnet machine. *Journal of Applied Physics*, 103(7) :07F105–07F105–3, 2008.

[197] Yu Wang and Zhiquan Deng. A multi-tooth fault-tolerant flux-switching permanent-magnet machine with twisted-rotor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(10) :2674–2684, 2012.

[198] L. J. Wu, Z.Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins. Subdomain model for predicting armature reaction field of surface-mounted permanent-magnet machines accounting for tooth-tips. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(4) :812–822, 2011.

[199] L. J. Wu, Z.Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins. An improved subdomain model for predicting magnetic field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(6) :1693–1704, 2011.

[200] Jianhu Yan, Heyun Lin, Yi Feng, Z.Q. Zhu, Ping Jin, and Yujing Guo. Cogging torque optimization of flux-switching transverse flux permanent magnet machine. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 49(5) :2169–2172, 2013.

[201] Jianhu Yan, Heyun Lin, Yunkai Huang, Hengchuan Liu, and Z.Q. Zhu. Magnetic field analysis of a novel flux switching transverse flux permanent magnet wind generator with 3-d fem. In *Power Electronics and Drive Systems, 2009. PEDS 2009. International Conference on*, pages 332–335, 2009.

[202] D. Zarko, D. Ban, and T.A. Lipo. Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping. 44(1) :52 –65, jan. 2008.

[203] D. Zarko, D. Ban, and T.A. Lipo. Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance. 42(7) :1828 – 1837, july 2006.

[204] Yuriy N. Zhilichev. Three-dimensional analytic model of permanent magnet axial flux machine. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 34(6) :3897–3901, 1998.

[205] Z.Q. Zhu, J.T. Chen, Y. Pang, D. Howe, S. Iwasaki, and R. Deodhar. Analysis of a novel multi-tooth flux-switching pm brushless ac machine for high torque direct-drive applications. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(11) :4313–4316, 2008.

[206] Z.Q. Zhu and D. Howe. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors. ii. armature-reaction field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 29(1) :136–142, 1993.

[207] Z.Q. Zhu and D. Howe. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors. iii. effect of stator slotting. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 29(1) :143–151, 1993.

[208] Z.Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte, and B. Ackermann. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors. i. open-circuit field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 29(1) :124–135, 1993.

[209] Z.Q. Zhu and X. Liu. Individual and global optimization of switched flux permanent magnet motors. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pages 1–6, 2011.

[210] Z.Q. Zhu, Y. Pang, J.T. Chen, R.L. Owen, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, and A. Pride. Analysis and reduction of magnet eddy current loss in flux-switching permanent magnet machines. In *Power Electronics, Machines and Drives, 2008. PEMD 2008. 4th IET Conference on*, pages 120–124, 2008.

[211] Z.Q. Zhu, Y. Pang, J.T. Chen, Z.P. Xia, and D. Howe. Influence of design parameters on output torque of flux-switching permanent magnet machines. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008. VPPC '08. IEEE*, pages 1–6, 2008.

[212] Z.Q. Zhu, Y. Pang, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, and A. Pride. Analysis of electromagnetic performance of flux-switching permanent-magnet machines by nonlinear adaptive lumped parameter magnetic circuit model. 41(11) :4277 – 4287, nov. 2005.

[213] Z.Q. Zhu, Y. Pang, W. Hua, M. Cheng, and D. Howe. Investigation of end effect in permanent magnet brushless machines having magnets on the stator. *Journal of Applied Physics*, 99(8) :08R319–08R319–3, 2006.

[214] Z.Q. Zhu, A.S. Thomas, J.T. Chen, and G.W. Jewell. Cogging torque in flux-switching permanent magnet machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(10) :4708–4711, 2009.

[215] Z.Q. Zhu, L.J. Wu, and Z.P. Xia. An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines. 46(4) :1100 –1115, april 2010.

[216] Z. Q. Zhu, X. Chen, J. T. Chen, D. Howe, and J. S. Dai. Novel linear flux-switching permanent magnet machines. In *Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008. International Conference on*, pages 2948–2953, 2008.

[217] A. Zulu, B. Mecrow, and M. Armstrong. Investigation of the dq-equivalent model for performance prediction of flux-switching synchronous motors with segmented-rotors. PP(99) :1, 2011.

[218] A. Zulu, B.C. Mecrow, and M. Armstrong. Topologies for wound-field three-phase segmented-rotor flux-switching machines. In *Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2010), 5th IET International Conference on*, pages 1 –6, april 2010.

[219] A. Zulu, B.C. Mecrow, and M. Armstrong. A wound-field three-phase flux-switching synchronous motor with all excitation sources on the stator. 46(6) :2363 –2371, nov.-dec. 2010.

[220] A. Zulu, B.C. Mecrow, and M. Armstrong. Prediction of performance of a wound-field segmented-rotor flux-switching synchronous motor using a dq-equivalent model. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6, sept. 2010.

Troisième partie

Introduction à la notion d'exploration topologique de structures électromagnetiques sur la base de modèles formels

Dans cette 3ème et dernière partie, nous présenterons quelques perspectives de recherche qui apparaissent à la suite des modélisations analytiques que nous avons développées jusqu'alors. Cette partie se divisera en deux chapitres :

- Un premier chapitre sera dédié à l'extension des modélisations analytiques formelles pour des structures aimantées et hybrides à excitation statique ;
- Dans le 13ème et dernier chapitre, nous présenterons une nouvelle notion ou approche : *l'exploration topologique* sur la base de modèle analytique formel.

12

Extension du modèle à des topologies à commutation de flux innovantes excitées par des aimants permanents

Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons de modéliser les structures à commutation de flux excitées par des aimants permanents. L'idée première est de proposer un modèle suffisamment général afin de pouvoir être étendu au différents structures MCF non-conventionnelles excitées par des aimants. Nous verrons par la suite que ce modèle peut être utilisé afin de déterminer les performances électromagnétiques de structures MCF hybrides. Le modèle développé sera validé par comparaison avec des simulations EF 2D.

L'idée seconde de ce chapitre est de proposer une base analytique au chapitre qui va suivre et qui traitera d'exploration topologique.

12.1 Structure à commutation de flux simplement excitée par des aimants

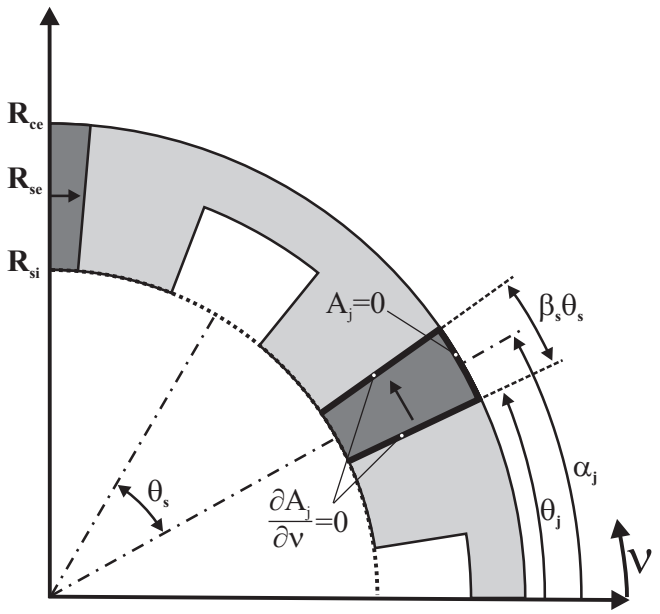


FIGURE 12.1: Géométrie des encoches statoriques pour une structure à commutation de flux excitée par des aimants et conditions aux limites associées

La topologie que nous avons étudié précédemment peut très bien être excitée par des aimants. D'ailleurs, le pas à faire pour modéliser cette machine n'est pas très grand compte tenu de la proximité entre la commutation

de flux simplement excitée par des bobines et celle pas des aimants permanents. Finalement, seules les zones d'encoches vont être modifiées une fois sur deux pour accueuillir un aimant. La Figure 12.1 nous présente la géométrie du stator à modéliser.

Nous appliquerons la méthodologie décrite au Chapitre 8, afin de déterminer l'expression du potentiel-vecteur dans toute la géométrie.

12.1.1 Définition du problème

Nous ne reprendrons pas les expressions du potentiel-vecteur dans les encoches rotoriques, dans l'entrefer et dans les encoches statoriques car cela a déjà été détaillé dans le Chapitre 8. Nous nous concentrerons donc uniquement sur la zone d'aimant dans ce chapitre.

Le potentiel-vecteur dans la zone d'encoche accueuillant l'aimant est régi par l'équation de Poisson suivante,

$$\Delta A_j = -\nabla \times \overrightarrow{B} \tag{12.1}$$

Compte tenu de la polarisation du milieu aimanté dans lequel on se trouve, on considère que ce milieu suit la loi idéale suivante,

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \overrightarrow{H} + \mu_0 \overrightarrow{M} \tag{12.2}$$

avec $\overrightarrow{M}$ l'aimantation du matériau et μ_r sa perméabilité relative (proche de 1). Finalement, on retiendra que

$$\Delta A_j = -\mu_0 \nabla \times \overrightarrow{M} \tag{12.3}$$

Aussi, comme nous pouvons le voir sur la Figure, nous imposons des conditions de Neumann de part et d'autre du bord d'encoche accueuillant l'aimant,

$$\frac{\partial A_j \left(r, \nu = \alpha_j \pm \frac{\beta_{s_j} \theta_s}{2} \right)}{\partial \nu} = 0 \text{ pour } r \in [R_{si}, R_{ce}] \tag{12.4}$$

En revanche, on imposera un potentiel-vecteur nul sur tout le rayon externe R_{ce} de la machine, et tout particulièrement au niveau de la face externe de l'aimant,

$$A_j \left(r = R_{ce}, \nu \right) = 0 \text{ pour } \nu \in \left[\theta_j, \theta_j + \beta_{s_j} \theta_s \right] \tag{12.5}$$

Il s'agit d'une hypothèse assez forte du point de vue de la modélisation. Effectivement, généralement les machines à commutation de flux excitées par des aimants, chaque aimant sont "court-circuité" magnétiquement par de petits ponts magnétiques qui viennent assurer un maintien mécanique de l'ensemble du stator. Cela doit être négligé du point de vue de la modélisation étant donné l'hypothèse de linéarité du matériau ferromagnétique.

12.1.2 Expression du potentiel-vecteur A_j dans la $j$ème zone statorique (Zone j) : Cas des zones d'aimant

Dans chacune des encoches statoriques (Zone j), le potentiel-vecteur A_j est régi par l'équation de Poisson 12.1, qui s'écrit en coordonées cylindriques,

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \nu^2} = -\frac{\mu_0}{r} \left(M_\nu - \frac{\partial M_r}{\partial \nu} \right) \tag{12.6}$$

où $M_r$et M_ν représente respectivement les composantes radiales et tangentielles de l'aimantation. Dans le cas de la structure à commutation de flux, l'aimantation est purement tangentielle et s'exprime,

$$M_\nu = (-1)^{\left(\frac{j}{2}+1\right)} \frac{B_{rem}}{\mu_0} \tag{12.7}$$

avec $j = 2, 4, 6 \ldots$

En considérant les conditions de Neumann définies en 12.4, on recherche des solutions, séparant les variables, sous la forme suivante,

$$A_j(r,\nu) = a_0^{(j)}(r) + \sum_{k \geqslant 1} a_k^{(j)}(r) \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \tag{12.8}$$

Après réinjection de cette expression dans l'équation homogène, on obtient l'expression générale suivante pour le potentiel-vecteur dans la zone d'aimant,

$$A_j(r,\nu) = B_0^{(j)} + A_0^{(j)} \ln(r) + A_p(r) + \sum_{q \geqslant 1} \left[A_q^{(j)} r^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + B_q^{(j)} r^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \tag{12.9}$$

Une solution particulière A_p à l'équation 12.6 peut être obtenue en recherchant des solutions de la forme Cr. Finalement, on obtient,

$$A_j(r,\nu) = B_0^{(j)} + A_0^{(j)} \ln(r) - \mu_0 M_\nu r + \sum_{q \geqslant 1} \left[A_q^{(j)} r^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} + B_q^{(j)} r^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \tag{12.10}$$

La condition 12.5 assurant la nullité du potentiel-vecteur en $r = R_{ce}$ nous permet d'éliminer certaines inconnues,

$$\begin{cases} B_0^{(j)} = \mu_0 M_\nu R_{ce} - A_0^{(j)} \ln(R_{ce}) \\ B_q^{(j)} = -A_q^{(j)} R_{ce}^{-2q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} \end{cases} \tag{12.11}$$

pour finalement réecrire le potentiel sous la forme,

$$\begin{aligned} A_j(r,\nu) &= A_0^{(j)} \ln\left(\frac{r}{R_{ce}}\right) - \mu_0 M_\nu (r - R_{ce}) + \sum_{q \geqslant 1} \underbrace{A_q^{(j)} R_{ce}^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{A_q^{(j)}} \left[\left(\frac{r}{R_{ce}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} - \left(\frac{r}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] \\ &\qquad . \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \\ &= A_0^{(j)} \ln\left(\frac{r}{R_{ce}}\right) - \mu_0 M_\nu (r - R_{ce}) + \sum_{q \geqslant 1} \underbrace{A_q^{(j)} \left(\frac{R_{ce}}{R_{si}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{A_q^{(j)}} \left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} - \underbrace{\left(\frac{R_{ce}}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}}_{\beta_4} \left(\frac{r}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] \\ &\qquad . \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \\ &= A_0^{(j)} \ln\left(\frac{r}{R_{ce}}\right) - \mu_0 M_\nu (r - R_{ce}) + \sum_{q \geqslant 1} A_q^{(j)} \left[\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} - \beta_4 \left(\frac{r}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right] . \cos\left(q \frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu - \theta_j)\right) \end{aligned} \tag{12.12}$$

12.1.3 Conditions de continuité du champ magnétique tangentiel H_ν

Maintenant que l'expression du potentiel dans la zone des aimants a été obtenue, nous appliquons les conditions de continuité. La première condition que l'on se doit d'assurer concerne la continuité du champ magnétique tangentiel en $r = R_{si}$. Ici, contrairement à ce que nous avions imposé dans le Chapitre 8, nous ne pouvons pas imposer directement la continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur car l'entrefer et l'aimant sont deux milieux différents du point de vue magnétique.

Pour les zones statoriques possédant des aimants, il est possible d'écrire,

$$\begin{aligned}
&\left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} + \mu_0 M_\nu = \\
&= \frac{A_0^{(j)}}{r} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(j)} \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)\left[-\frac{1}{R_{si}}\left(\frac{r}{R_{si}}\right)^{-q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1} - \beta_4\frac{1}{R_{ce}}\left(\frac{r}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right]\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right) \\
&= \frac{A_0^{(j)}}{R_{si}} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(j)} \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)\left[-\frac{1}{R_{si}} - \frac{\beta_4}{R_{ce}}\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right]\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)
\end{aligned}$$

Finalement, seule la fonction $\Omega_2(\nu)$ est modifiée,

$$\Omega_2(\nu) = \sum_{n\geqslant 1} \Upsilon_{2n}\cos(n\nu) + \Gamma_{2n}\sin(n\nu) \tag{12.13}$$

avec les coefficients de Fourier Υ_{2n} et Γ_{2n},

$$\begin{aligned}
\Upsilon_{2n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} \underbrace{+\mu_0 M_\nu}_{\text{Aimants uniquement}}\right)\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\left(\left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} + \mu_0 M_\nu\right)\cos(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left\{\underbrace{\mu_0\frac{J_{j0}}{2}R_{si}\left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^2-1\right)}_{\beta_{3j}}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos(n\nu)\,d\nu}_{\alpha_{n,j}}\right. \\
&\quad \left. + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\cos(n\nu)\,d\nu}_{\alpha_{q,n,j}} - \Lambda_{2qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\cos(n\nu)\,d\nu}_{\alpha_{q,n,j}}\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left\{A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos(n\nu)\,d\nu}_{\alpha_{n,j}}\right. \\
&\quad \left. + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(j)}\Lambda_{4qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\cos(n\nu)\,d\nu}_{\alpha_{q,n,j}}\right\} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left(\beta_3\alpha_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\alpha_{q,n,j} - \Lambda_{2qj}\alpha_{q,n,j}\right)\right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left(A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\alpha_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{4qj}\alpha_{q,n,j}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{12.14}$$

avec

$$\Lambda_{4qj} = \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)\left[-\frac{1}{R_{si}} - \frac{\beta_4}{R_{ce}}\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right] \tag{12.15}$$

et avec,

$$\begin{aligned}
\Gamma_{2n} &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} \underbrace{+\mu_0 M_\nu}_{\text{Aimants uniquement}}\right)\sin(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\left(\left.\frac{\partial A_j(r,\nu)}{\partial r}\right|_{r=R_{si}} + \mu_0 M_\nu\right)\sin(n\nu)\,d\nu \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left\{\underbrace{\mu_0\frac{J_{j0}}{2}R_{si}\left(\left(\frac{R_{se}}{R_{si}}\right)^2-1\right)}_{\beta_{3j}}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\sin(n\nu)\,d\nu}_{\sigma_{n,j}}\right. \\
&\quad \left.+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\sin(n\nu)\,d\nu}_{\sigma_{q,n,j}} - \Lambda_{2qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\sin(n\nu)\,d\nu}_{\sigma_{q,n,j}}\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left\{A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\sin(n\nu)\,d\nu}_{\sigma_{n,j}}\right. \\
&\quad \left.+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{4qj}\underbrace{\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}(\nu-\theta_j)\right)\sin(n\nu)\,d\nu}_{\sigma_{q,n,j}}\right\} \\
&= \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left(\beta_3\sigma_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\sigma_{q,n,j}-\Lambda_{2qj}\sigma_{q,n,j}\right)\right. \\
&\quad \left.+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left(A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\sigma_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{4qj}\sigma_{q,n,j}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{12.16}$$

12.1.4 Conditions de continuité du potentiel-vecteur

La deuxième condition que l'on doit assurer concerne la continuité du potentiel-vecteur en $r = R_{si}$. Cette condition nous permet donc d'écrire que

$$A_j(r,\nu)|_{r=R_{si}} = A_I(r,\nu)|_{r=R_{si}} \text{ pour } \nu \in \left[\theta_j, \theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right] \tag{12.17}$$

On calcule tout d'abord le terme moyen de l'expression du potentiel vecteur dans les encoches statoriques,

$$\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left[A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(R_{si}\right)-\frac{R_{si}^2}{2}\right)\right]+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left[A_0^{(j)}\ln\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)-\mu_0 M_\nu\left(R_{si}-R_{ce}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}A_I\left(r=R_{si},\nu\right)d\nu$$

$$=\frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\cos\left(n\nu\right)+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sin\left(n\nu\right)\right\}d\nu$$

$$=\frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{n,j}\right\} \tag{12.18}$$

$$\alpha_{n,j}=\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\cos\left(n\nu\right)d\nu$$

$$=\frac{\sin\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)-\sin\left(n\theta_j\right)}{n} \tag{12.19}$$

$$\sigma_{n,j}=\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}\sin\left(n\nu\right)d\nu$$

$$=\frac{\cos\left(n\theta_j\right)-\cos\left(n\left(\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s\right)\right)}{n} \tag{12.20}$$

et pour les termes harmoniques,

$$\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left[A_q^{(j)}\left[1+\beta_2\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si}^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]$$

$$+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left[A_q^{(j)}\left[1-\beta_4\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]\right]$$

$$=\frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\int_{\theta_j}^{\theta_j+\beta_{s_j}\theta_s}A_I\left(r=R_{si},\nu\right)\cos\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left(\nu-\theta_j\right)\right)d\nu$$

$$=\frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{q,n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{q,n,j}\right\} \tag{12.21}$$

12.1.5 Mise en forme matricielle des équations

Maintenant que les conditions de continuité du potentiel-vecteur et du champ tangentiel ont été exprimées. Nous présenterons la mise en forme du système matriciel dans la suite uniquement au niveau du rayon interne statorique R_{si}.

Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur en $r=R_{si}$ $\quad\forall n>1$, nous pouvons écrire,

$$n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\right]=\frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\beta_{3j}\alpha_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{1q}\alpha_{q,n,j}-\Lambda_{2q}\alpha_{q,n,j}\right\}$$
$$=\frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left(\beta_3\alpha_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\alpha_{q,n,j}-\Lambda_{2qj}\alpha_{q,n,j}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left(A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\alpha_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{3qj}\alpha_{q,n,j}\right)\right\} \quad (12.22)$$

et donc, sous forme matricielle,

$$\left[[D2]\left[A_n^{(I)}\right]+\frac{1}{R_{si}}[Id]\left[B_n^{(I)}\right]\right]=[S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{1qj}\right]\left[A_q^{(i)}\right]+\left\{[S1]\left[\alpha_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right]-[S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{2qj}\right]\right\}$$
$$+[S2]\left[\alpha_{n,j}\right]\left[A_0^{(j)}\right]+[S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{4qj}\right]\left[A_q^{(i)}\right] \quad (12.23)$$

$$[\Lambda_{4qj}]=\begin{bmatrix}[\Lambda_{4q}]^{(j=1)} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & [\Lambda_{4q}]^{(j)} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & [\Lambda_{4q}]^{(j=N_s)}\end{bmatrix} \quad (12.24)$$

avec,

$$[\Lambda_{4q}]^{(j)}=\begin{bmatrix}\ddots & & & \\ & \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)\left[-\frac{1}{R_{si}}-\frac{\beta_4}{R_{ce}}\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right] & & \\ & & \ddots & \end{bmatrix}^{(j)} \quad (12.25)$$

De la même manière, nous pouvons écrire $\forall n>1$,

$$n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1}+\frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\right]=\frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left(\beta_3\sigma_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\sigma_{q,n,j}-\Lambda_{2qj}\sigma_{q,n,j}\right)\right. \quad (12.26)$$
$$\left.+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left(A_0^{(j)}\frac{1}{R_{si}}\sigma_{n,j}+\sum_{q\geqslant 1}A_q^{(i)}\Lambda_{4qj}\sigma_{q,n,j}\right)\right\} \quad (12.27)$$

qui devient sous forme matricielle,

$$\left[[D2]\left[C_n^{(I)}\right]+\frac{1}{R_{si}}[Id]\left[D_n^{(I)}\right]\right]=[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{1qj}\right]\left[A_q^{(i)}\right]+\left\{[S1]\left[\sigma_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right]-[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{2qj}\right]\right\}$$
$$+[S2]\left[\sigma_{n,j}\right]\left[A_0^{(j)}\right]+[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{4qj}\right]\left[A_q^{(i)}\right] \quad (12.28)$$

Continuité du potentiel-vecteur en $r=R_{si}$ Pour $\forall q>1$, nous pouvons écrire,

$$\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left[A_q^{(j)}\left[1+\beta_2\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]-\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si}^2-\frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\right]$$
$$+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left[A_q^{(j)}\left[1-\beta_4\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]\right]=\frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{q,n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{q,n,j}\right\} \tag{12.29}$$

que l'on peut réécrire sous forme matricielle,

$$\begin{aligned}\left[[D5_{qj}]\left[A_q^{(j)}\right]+[\Lambda_{3qj}]\right]+\left[[D7_{qj}]\left[A_q^{(j)}\right]\right]=\\ =\left\{[\alpha_{n,q,j}]^T\left[[D6]\left[A_n^{(I)}\right]+B_n^{(I)}\right]+[\sigma_{n,q,j}]^T\left[[D6]\left[C_n^{(I)}\right]+\left[D_n^{(I)}\right]\right]\right\}\end{aligned} \tag{12.30}$$

avec,

$$[D7_{qj}]=\begin{bmatrix}[D_{7q}]^{(j=1)} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & [D_{7q}]^{(j)} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & [D_{7q}]^{(j=N_s)}\end{bmatrix} \tag{12.31}$$

avec,

$$[D_{7q}]^{(j)}=\begin{bmatrix}\ddots & & \\ & \left[1-\beta_4\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} & \\ & & \ddots\end{bmatrix} \tag{12.32}$$

Et pour le terme moyen,

$$\begin{aligned}\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left[A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln(R_{si})-\frac{R_{si}^2}{2}\right)\right]+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left[A_0^{(j)}\ln\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)-\mu_0 M_\nu\left(R_{si}-R_{ce}\right)\right]\\ =\frac{1}{\beta_{s_j}\theta_s}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+B_n^{(I)}\right]\alpha_{n,j}+\left[C_n^{(I)}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n}+D_n^{(I)}\right]\sigma_{n,j}\right\}\end{aligned} \tag{12.33}$$

qui devient sous forme matricielle,

$$\begin{aligned}\frac{(1-(-1)^{(j+1)})}{2}\left[A_0^{(j)}+\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln(R_{si})-\frac{R_{si}^2}{2}\right)\right]+\frac{(1-(-1)^{j})}{2}\left[A_0^{(j)}\ln\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right)-\mu_0 M_\nu\left(R_{si}-R_{ce}\right)\right]\\ =\left\{[\alpha_{n,j}]^T\left[[D6]\left[A_n^{(I)}\right]+\left[B_n^{(I)}\right]\right]+[\sigma_{n,j}]^T\left[[D6]\left[C_n^{(I)}\right]+\left[D_n^{(I)}\right]\right]\right\}\\ =\left[[D8_j]\left[A_0^{(j)}\right]+[\Lambda_{5j}]\right]+\left[[D9_j]\left[A_0^{(j)}\right]+[\Lambda_{6j}]\right]\end{aligned} \tag{12.34}$$

avec

$$[D8_j] = \begin{bmatrix} \cdots & \beta_{s_j}\theta_s & \cdots \end{bmatrix} \tag{12.35}$$

$$[D9_j] = \begin{bmatrix} \cdots & \beta_{s_j}\theta_s \ln\left(\frac{R_{si}}{R_{ce}}\right) & \cdots \end{bmatrix} \tag{12.36}$$

$$[\Lambda_{5j}] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \beta_{s_j}\theta_s\mu_0\frac{J_{j0}}{2}\left(R_{se}^2\ln\left(R_{si}\right) - \frac{R_{si}^2}{2}\right) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{12.37}$$

$$[\Lambda_{6j}] = \begin{bmatrix} \vdots \\ -\beta_{s_j}\theta_s\mu_0 M_\nu\left(R_{si} - R_{ce}\right) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{12.38}$$

Système matriciel final

$$L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & [0] & [0] & -[S1]\left[\alpha_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] \\ [0] & [0] & -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & -[S1]\left[\sigma_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] \\ [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] \\ \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T & \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T[D4] & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T[D4] & -[D3_{ki}] \\ \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T & [0] \\ \left[\alpha_{n,j}\right]^T[D6] & \left[\alpha_{n,j}\right]^T & \left[\sigma_{n,j}\right]^T[D6] & \left[\sigma_{n,j}\right]^T & [0] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [0] \\ -[j+1]\left[S1\right]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] - [j]\left[S1\right]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{4qj}] & -[j]\left[S2\right]\left[\alpha_{n,j}\right] \\ -[j+1]\left[S1\right]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] - [j]\left[S1\right]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{4qj}] & -[j]\left[S2\right]\left[\sigma_{n,j}\right] \\ [0] & [0] \\ -[j+1]\left[D5_{qj}\right] - [j]\left[D7_{qj}\right] & [0] \\ [0] & -[j+1]\left[D8_j\right] - [j]\left[D9_j\right] \end{bmatrix} \tag{12.39}$$

$$M = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ [j+1]\left\{\left[S1\right]\left[\alpha_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right] - \left[S1\right]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ [j+1]\left\{\left[S1\right]\left[\sigma_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right] - \left[S1\right]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ [0] \\ [j+1]\left[\Lambda_{3qj}\right] \\ [j+1]\left[\Lambda_{5j}\right] + [j]\left[\Lambda_{6j}\right] \end{bmatrix} \tag{12.40}$$

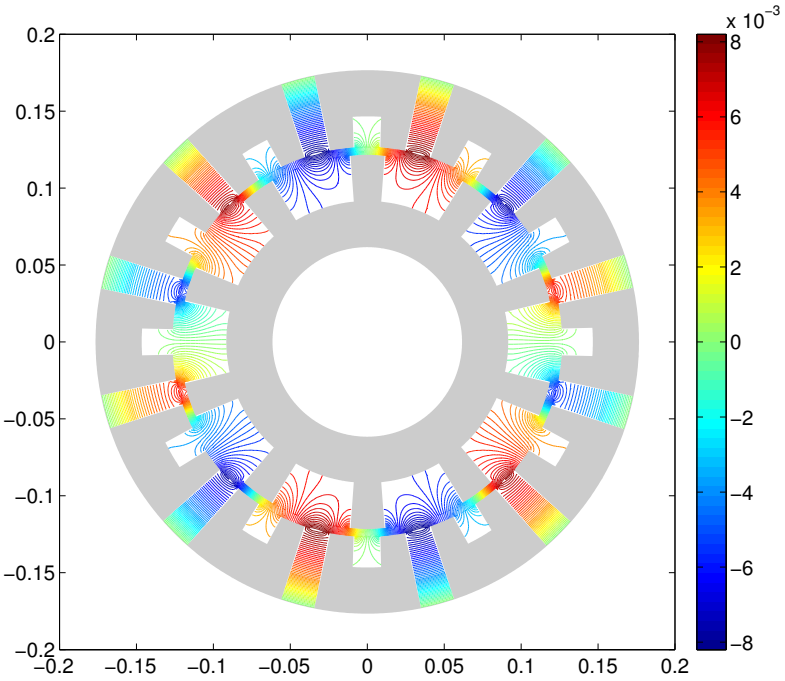
Le système matriciel présenté ci-dessus peut finalement être résolu sous Matlab afin de déterminer les coefficients inconnus dans les expressions du potentiel-vecteur dans chaque zone.

12.2 Validation Eléments Finis

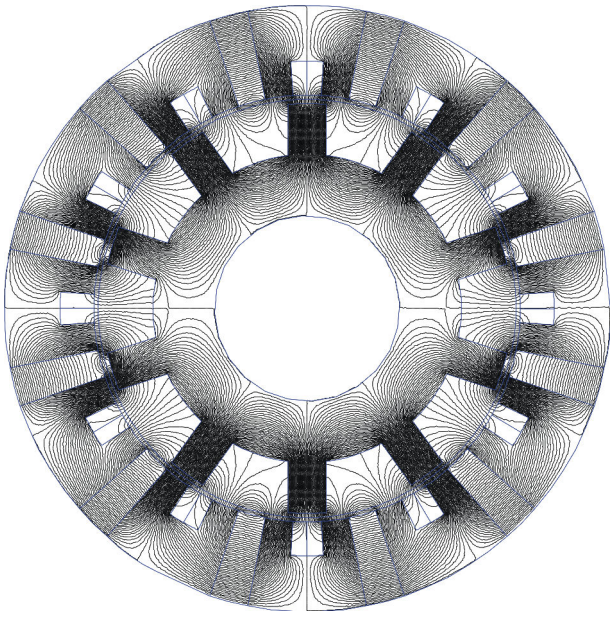
12.2.1 Structure MCF non-conventionnelles excitées par des aimants

Structure MCF classique à aimants Nous validons dans un premier temps le modèle analytique sur une MCF 24-10 classique excitée par des aimants. Nous proposons à la Figure 12.2 la distrubution du potentiel-

vecteur dans l'ensemble de la géométrie à vide (seul les aimants sont magnétisés et le courant d'induit est nul). On peut observer que la distribution prédite analytiquement reflète très bien les résultats obtenus par EF 2D.



(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



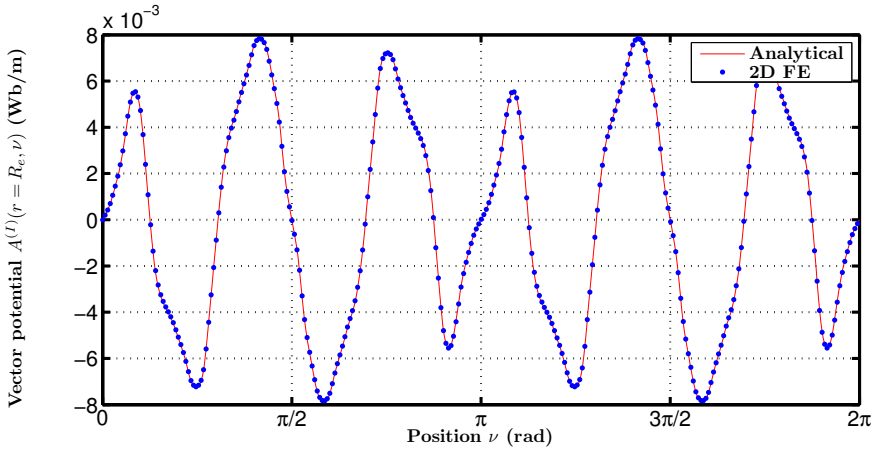
(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE 12.2: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - A vide

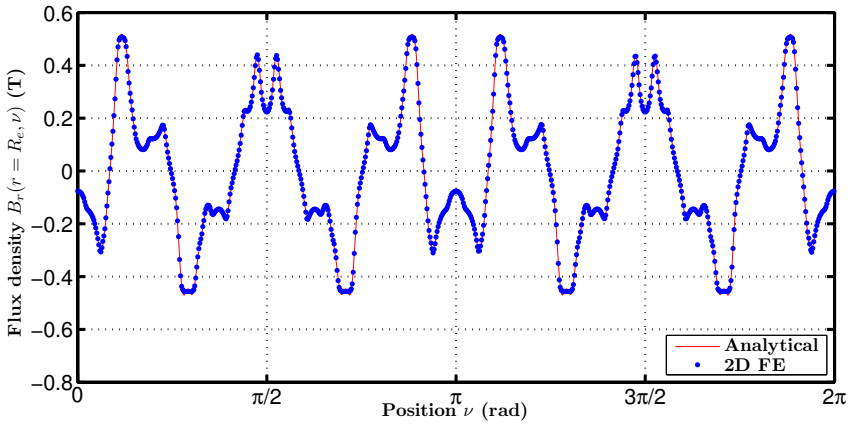
Nous complétons ceci en proposant à la Figure 12.3 l'évaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et Elements Finis 2D. Une fois de plus, malgré des champs d'entrefer très harmoniques, le modèle analytique arrive à prédire fidèlement les distributions obtenues par EF 2D.

Nous continuons la validation en considérant le champ de réaction d'induit. L'induction rémanente B_{rem}

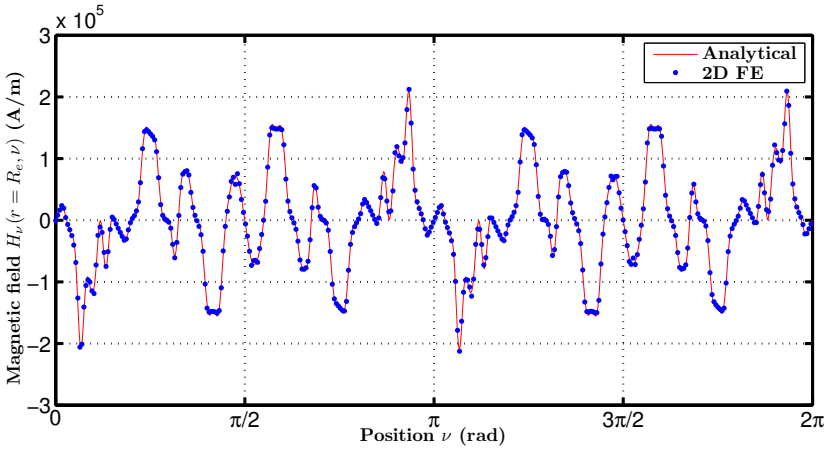
des aimants est fixée à 0. Seule une phase de l'induit est alimentée. La distribution du potentiel-vecteur dans l'ensemble de la géométrie est proposée à la Figure 12.4. L'évaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et Elements Finis 2D sont comparés à la Figure 12.5.



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

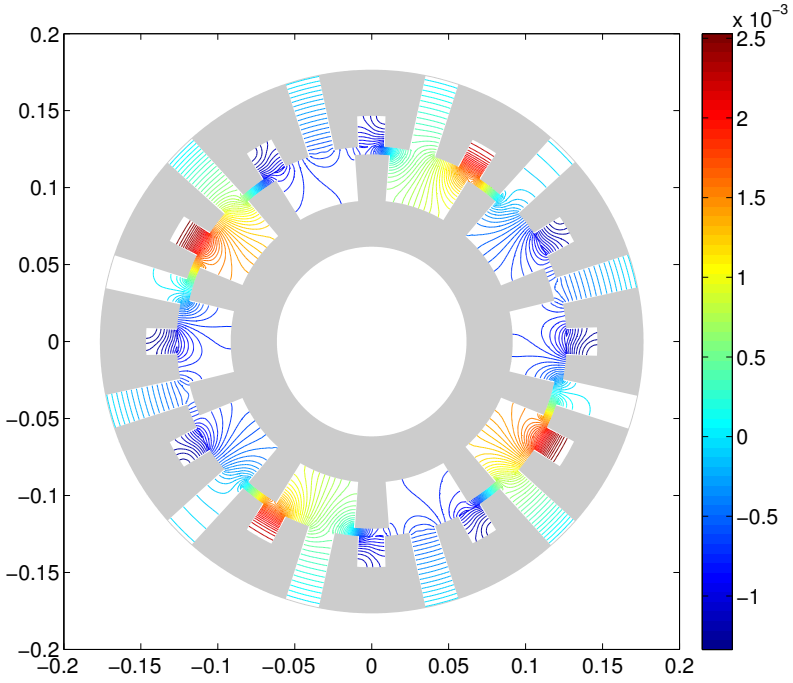


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

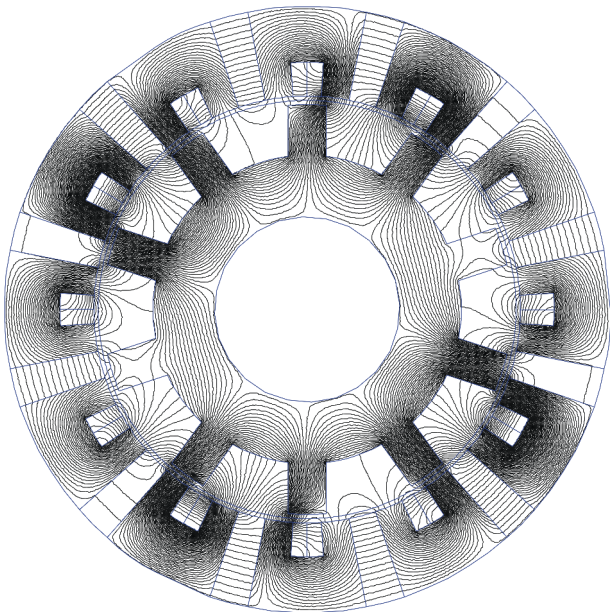
FIGURE 12.3: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - A vide

Les distribution du potentiel-vecteur dans la géométrie sont en très bon accord avec les distributions obtenues par EF 2D. En ce qui concernent les distributions d'entrefer, là aussi, les résultats analytiques et EF 2D sont très proches.

Le fonctionnement en charge est présenté dans l'Annexe D. Les résultats obtenus avec le modèle analytique restent fidèles aux simulations EF 2D.

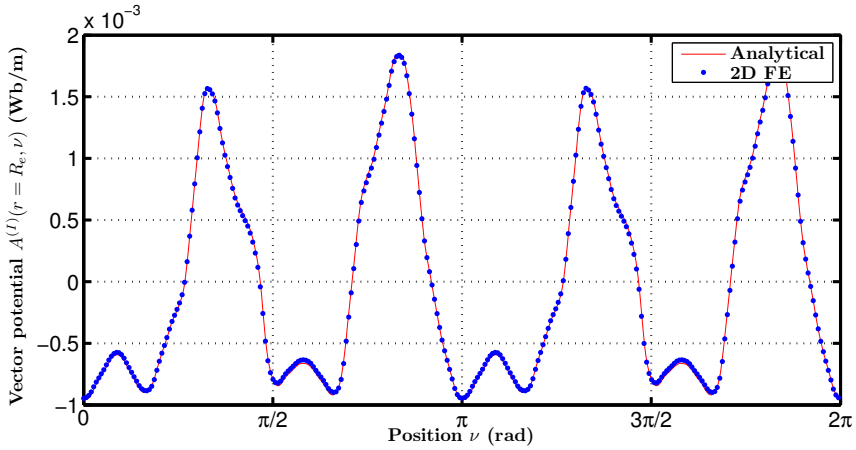


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

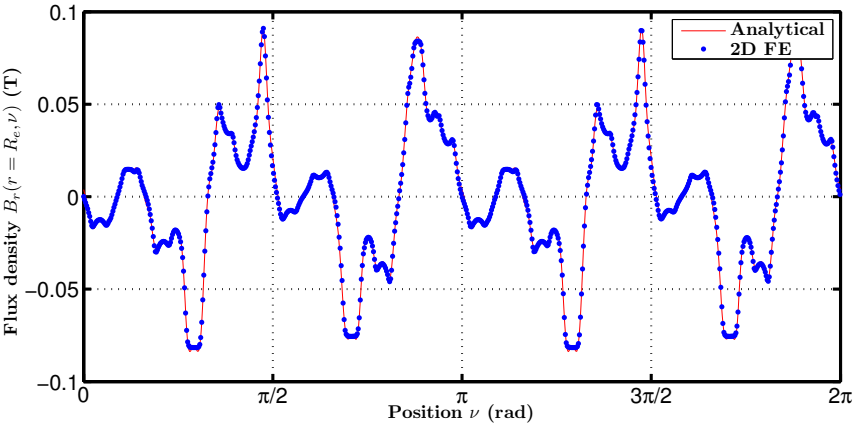


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

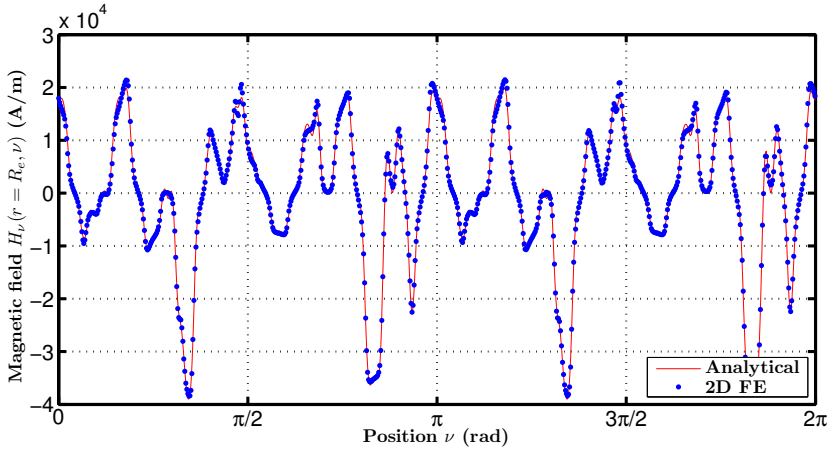
FIGURE 12.4: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Réaction magnétique d'induit $NI_{phase} = 500A.tr$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



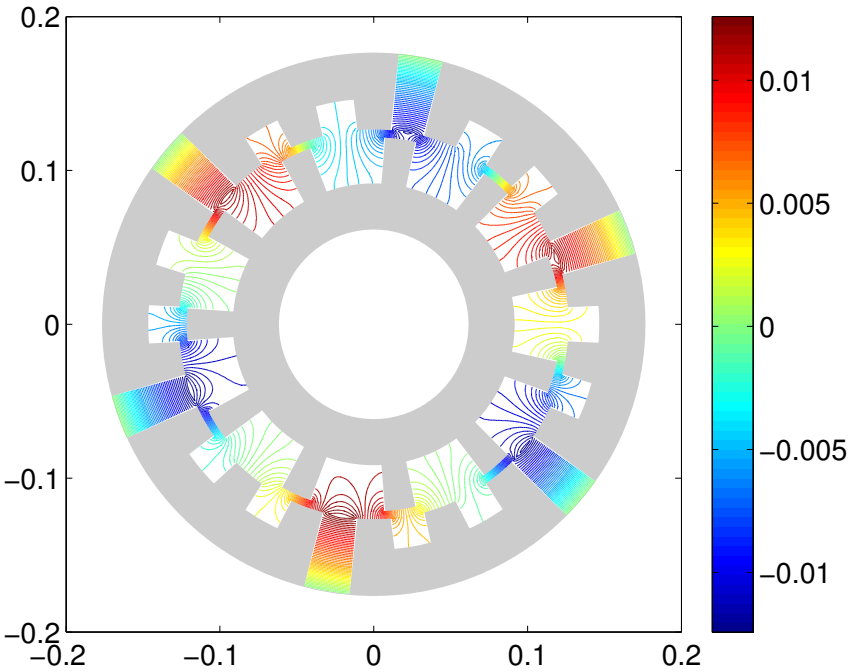
(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE 12.5: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Réaction magnétique d'induit $NI_{phase} = 500A.tr$

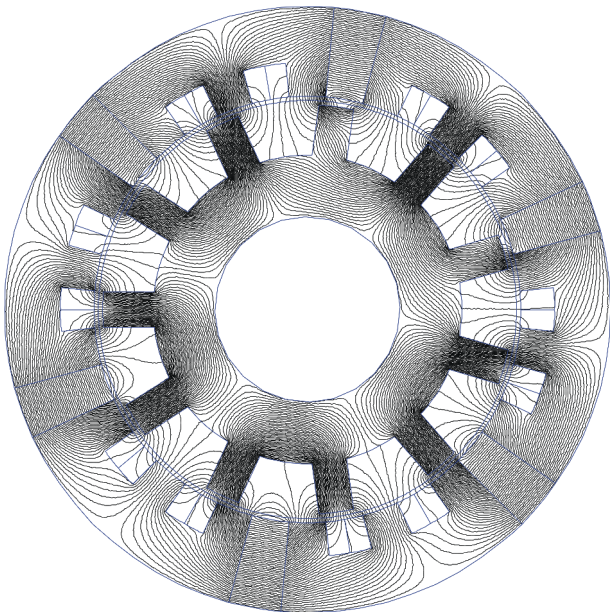
Structure MCF à dent de rebouclage à aimants Ensuite, nous considérons une MCF 18-11 excitée par des aimants. Il s'agit du pendent de la topologie à dent de rebouclage mais excitée par des aimants. Au prix de modification au niveau de la résolution matricielle, il est possible d'étendre la méthode analytique précédente pour les structures double saillantes à excitation statique par aimants magnétisés tangentiellement.

Comme nous l'avons fait avec la structure MCF classique à aimants, nous proposons une validation par comparaison avec les EF 2D. Tout d'abord à vide, nous proposons à la Figure 12.6 la distribution du potentiel-vecteur dans la géométrie. Comme on peut l'observer, le comparatif avec les EF 2D est bon.

Nous proposons aussi un comparatif de la distribution du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et Elements Finis 2D à la Figure 12.7. Là encore le comparatif est très bon avec les EF 2D.

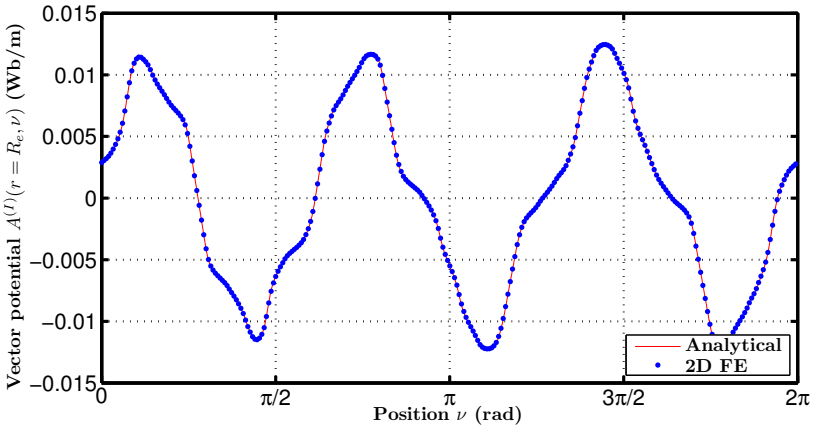


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

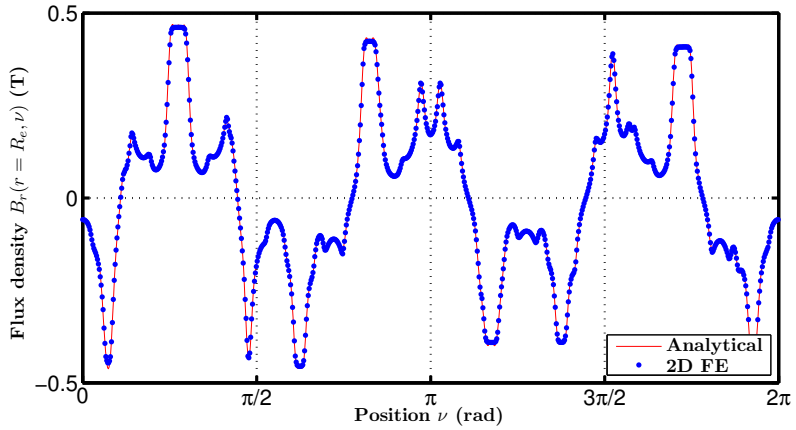


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

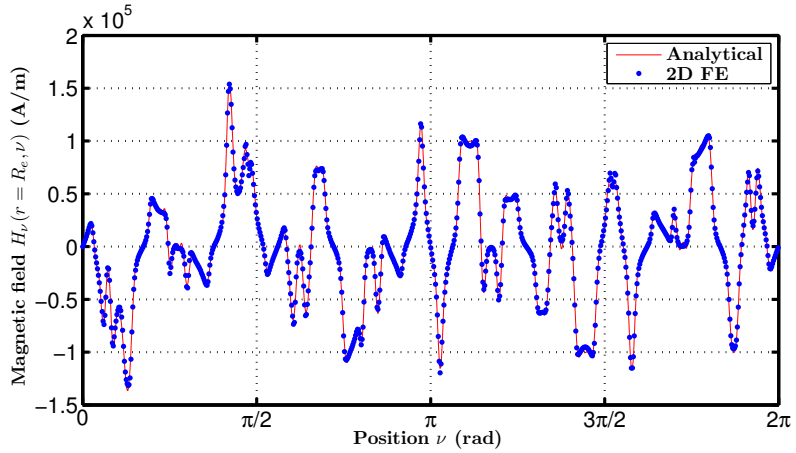
FIGURE 12.6: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

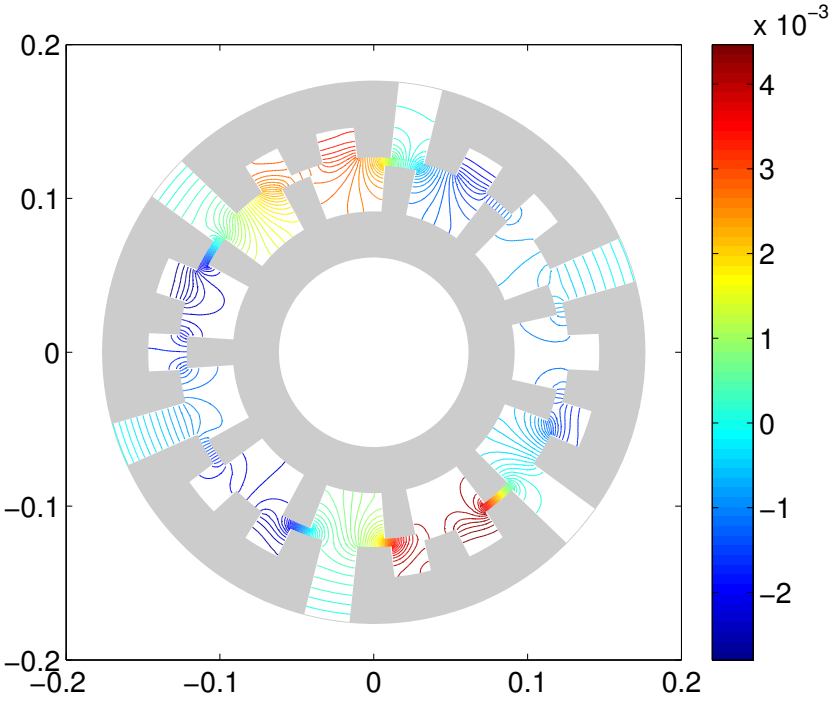


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

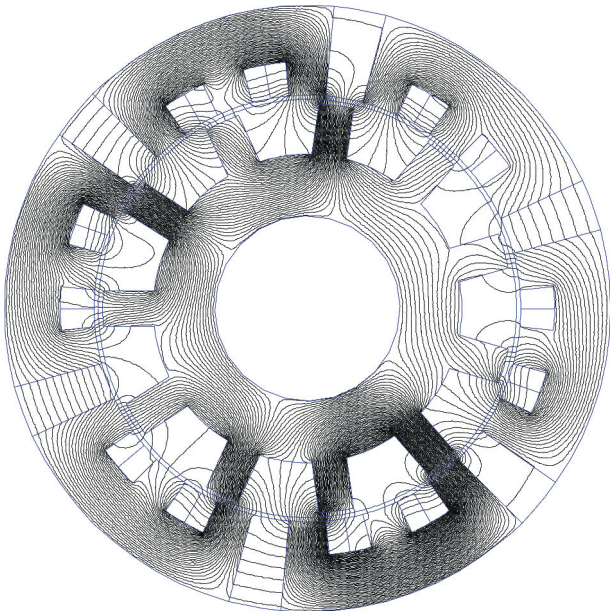
FIGURE 12.7: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage 18 plots statoriques et 11 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

Nous effectuons la même comparaison dans le cas de la réaction magnétique d'induit. L'induction rémanente est fixée à 0 et on alimente seulement une phase. On considère toujours la structure MCF 18-11. Nous proposons à la Figure 12.8 la distribution du potentiel-vecteur dans l'ensemble de la géométrie. Le modèle analytique est

capable de prédire fidèlement la distribution de A.



(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

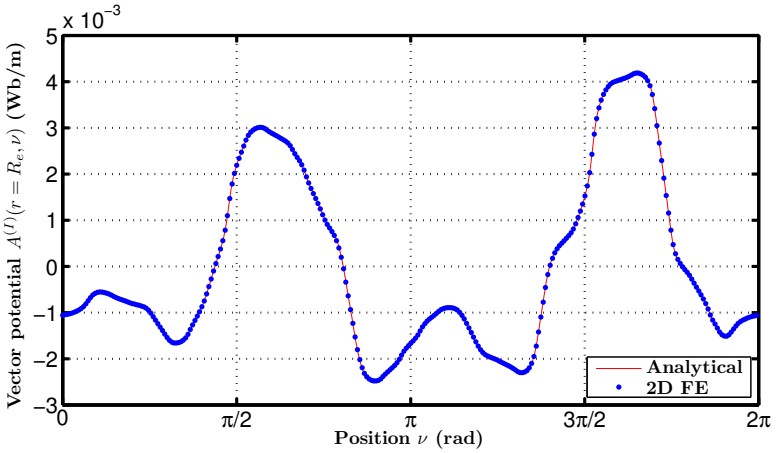


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

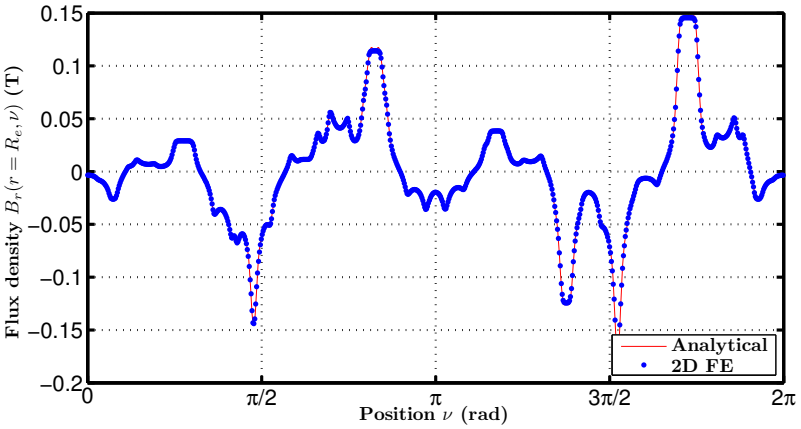
FIGURE 12.8: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Réaction magnétique d'induit $NI_{phase} = 375A.T = tr$

Pour valider un peu plus le modèle, nous proposons la distribution du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer à la Figure 12.9.

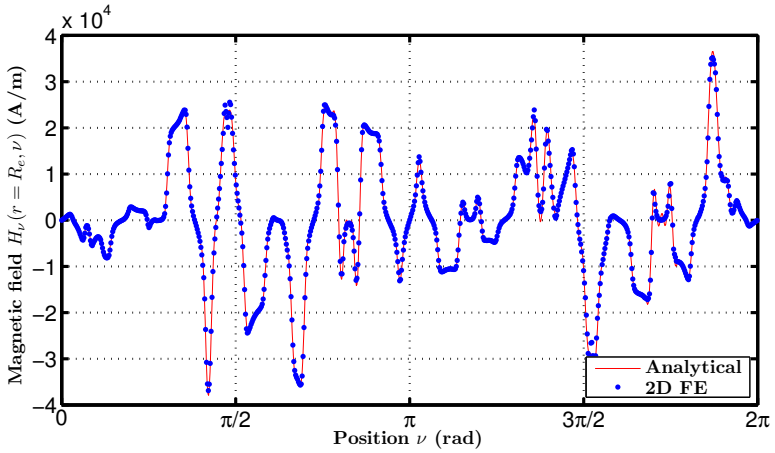
En Annexe D, nous proposons les distributions du potentiel-vecteur en charge pour cette structure MCF 18-11 à dent de rebouclage.



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



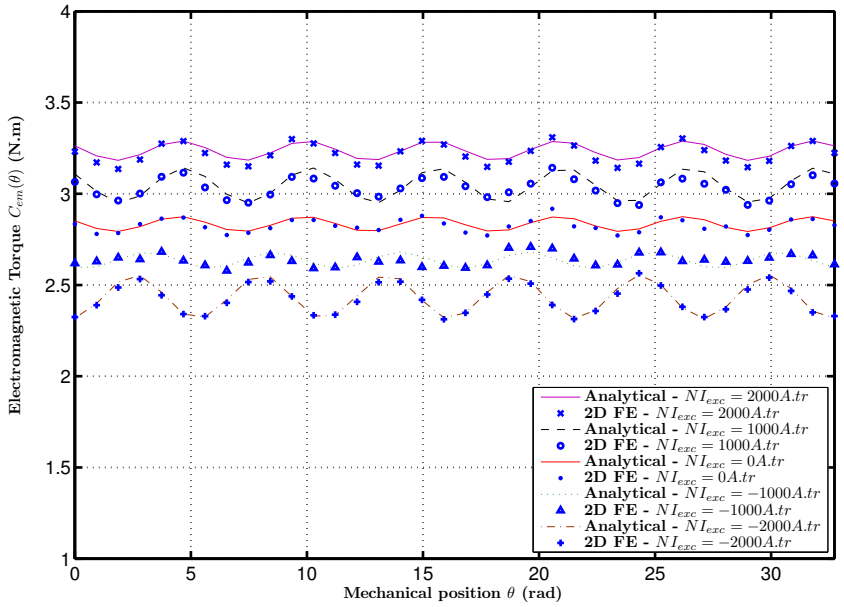
(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE 12.9: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage 18 plots statoriques et 11 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Réaction magnétique d'induit $NI_{phase} = 375A.T = tr$

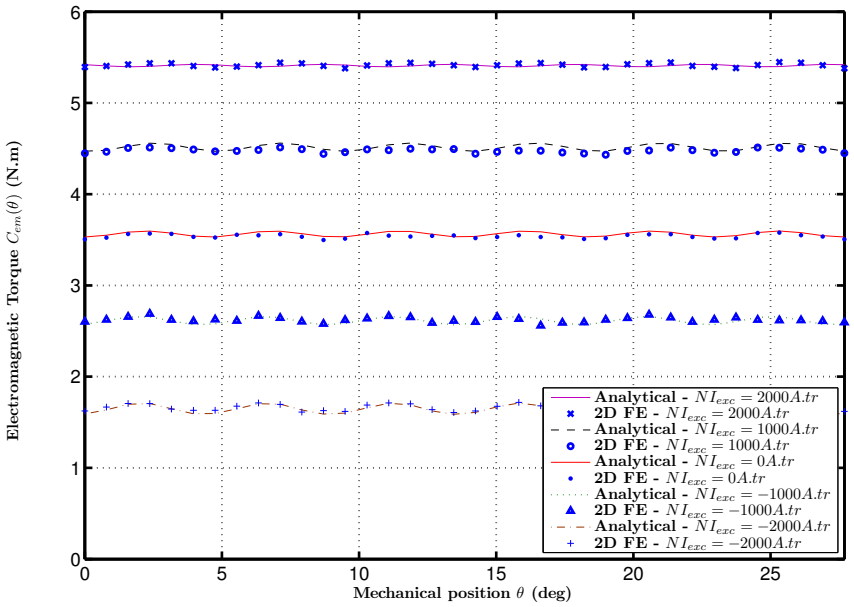
Maintenant que les champs d'entrefer ont été validés, il est possible de déterminer, par l'intermédiaire du modèle analytique, le flux par phase ou encore le couple électromagnétique. Pour des raisons de synthèse, nous ne présenterons pas ces résultats.

12.2.2 Structure MCF hybride à dent de rebouclage

Nous terminerons ce chapitre en démontrant que le modèle développé peut être utilisé afin de déterminer les performances électromagnétiques de structures MCF hybrides. Bien évidemment, ce modèle, compte tenu de l'hypothèse de linéarité du matériaux magnétiques, ne peut être utilisé pour des structures MCF hybrides telle que celle présentée au Chapitre 2. En revanche, il est tout à fait possible d'utiliser ce modèle dans le cas de la structure MCF hybride à dent de rebouclage ou E-Core (cf. Chapitre 4).



(a) Configuration avec 11 dents rotoriques



(b) Configuration avec 13 dents rotoriques

FIGURE 12.10: Evaluation du couple instantané calculé analytiquement et par EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage doublement excitée 18 plots statoriques et un nombre différent de dents rotoriques - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Charge $NI_{phase} = 500A.tr$ et différents NI_{exc}

Nous présenterons dans cette section uniquement un comparatif entre le couple instantané calculé analytiquement et par EF 2D. Ce comparatif est proposé à la Figure 12.10. Nous considérons deux rotors, un avec 11 dents et le second avec 13 dents. Nous évaluons le couple pour différentes valeurs de la force magnétomotrice d'excitation NI_{exc}.

Comme on peut le voir, le modèle analytique arrive à prédire fidèlement le couple moyen et l'ondulation de couple quelque soit la valeur de NI_{exc}. Il est intéressant de remarquer aussi que dans le cas de la structure avec un rotor de 11 dents, la variation du couple moyenne en fonction de NI_{exc} est beaucoup plus faible que dans le cas du rotor avec 13 dents.

Conclusion

Dans ce 12ème chapitre, nous proposons une extension au modèle de Chapitre 8 afin d'étendre la modélisation aux structures aimantées (excitation statique toujours). Ce modèle va servir de base à l'approche par exploration topologique présentée au chapitre suivant.

Une fois le modèle mis en œuvre, nous l'avons validé par comparaisons avec les EF 2D sur des structures à commutation de flux classique et non-conventionnelle à aimants. Nous avons profité de l'occasion pour étendre la validation à des structures double excitation à commutation de flux. Nous avons pu montrer que le modèle était capable de prédire fidèlement le couple instantané pour différents niveaux d'excitation et différentes combinaisons stator-rotor.

La mise en équation de ce modèle nous permet une très grande flexibilité. Cette liberté sera exploitée au travers d'une nouvelle approche d'exploration topologique présentée dans le prochain chapitre.

13

Introduction à la notion d'exploration topologique de structures électromagnétiques sur la base de modèles formels

Introduction

Bien souvent, les modélisations formelles sont utilisées afin de déterminer les performances électromagnétiques d'une topologie de machine donnée. Nous avons pu d'ailleurs montrer dans le Chapitre 11 que ce type de modélisation était particulièrement intéressant en le couplant à un algorithme d'optimisation stochastique. D'autres utilisations de ces modèles sont possibles. On peut penser par exemple à la prédiction du bruit d'origine magnétique où l'utilisation de modèle analytique est très avantageux. Nous avons montré dans le Chapitre 10 que l'on pouvait déterminer le champ dans les parties ferromagnétiques de ces structures sur la base de modèles formels. Il s'agit bien évidemment de problématiques fortement liées aux dimensionnements des machines électriques.

L'idée détaillée dans ce chapitre est de proposer une nouvelle approche à la génération de structures : ***l'exploration topologique***. Ce chapitre se veut court et fera office de perspective à donner au travail de cette thèse.

13.1 L'exploration topologique : Qu'es aquò ?

La notion d'exploration topologique doit être dissociée du terme d'optimisation topologique. En effet, quand on parle d'optimisation topologique, il s'agit de modifier les dimensions géométriques de la structure existante et fonctionnelle. On peut citer les références [222][221] qui traitent d'optimisation topologique.

Au contraire, le terme d'exploration topologique fait référence à l'investigation de structures ignorées *a priori* afin de voir si elles sont capables de générer du couple. La question qu'il convient de se poser est la suivante : *Comment révéler des structures ignorées ?*

C'est à ce point qu'intervient la modélisation analytique formelle que nous avons développée dans le chapitre précédent. En effet, nous avons démontré la validité du modèle analytique pour prédire les performances électromagnétiques de structures MCF non-conventionnelles à aimants et hybrides. Nous avons généralisé le modèle afin de pouvoir déterminer les performances de structures quelconques.

13.2 Modèle formel généralisé pour les structures à excitation statiques à aimants

Dans cette section, nous ne présenterons pas directement le modèle généralisé en soit car il s'agit simplement de modifier les conditions aux limites portant sur la continuité du potentiel-vecteur A et sur la continuité du champ magnétique tangentiel H_ν dans la résolution numérique.

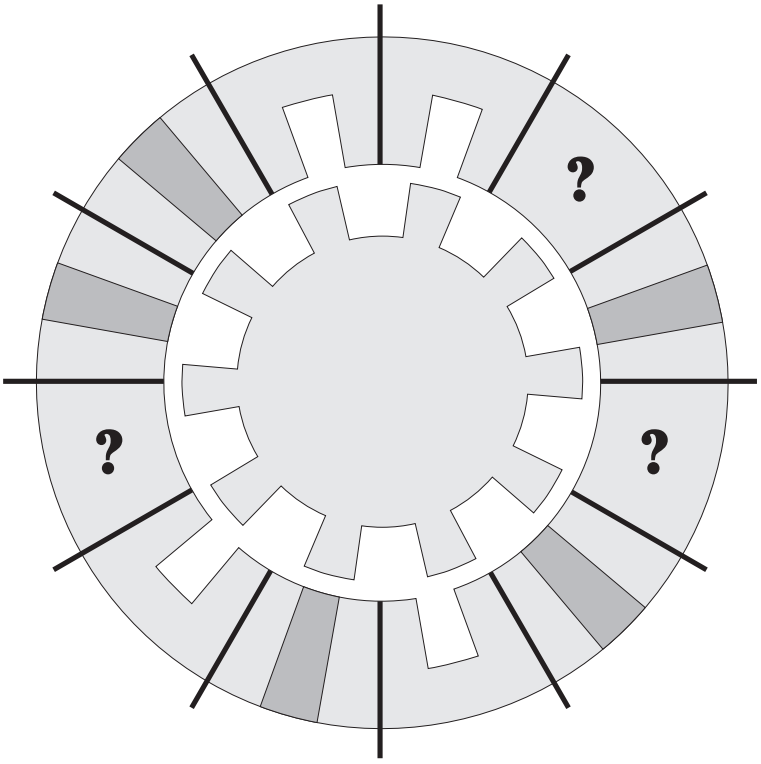


FIGURE 13.1: Géométrie génélarisée à excitation statique à aimants

Sur la Figure 13.1, nous présentons une vue d'une géométrie généralisée. Nous considérons un rotor saillant avec N_r dents. Le stator est quant à lui défini par N_s zones. Ces zones qui peuvent être aléatoirement un aimant magnétisé radialement, l'orientation de la magnétisation positive ou négative restant à définir, ou alors une encoche avec un bobinage double couche. Comme le souligne la Figure 13.1, il y a trois zones non définies. On pourrait choisir de même un aimant ou une encoche d'induit.

13.3 Démarche d'exploration topologique

La démarche que nous avons mise en oeuvre est résumée dans l'organigramme de la Figure 13.2. L'organigramme est constitué de 3 étapes principales :

- Premièrement, la détermination des éléments constituant la géométrie ;
- Ensuite, la définition de la distribution spatiale de ces éléments : typiquement, la distribution des sources de champ magnétique ;
- Enfin, l'évaluation des performances électromagnétiques et confrontation à certains critères de viabilité que nous définirons par la suite.

La détermination des éléments constiuant la géométrie se base sur des tirages aléatoires qui sont décrits ci-après :

- Détermination aléatoire du nombre de dents rotoriques N_r. Cette valeur est comprise entre 1 et 30.
- Détermination aléatoire du nombre de dents statoriques N_s. Cette valeur, comprise entre 5 et 50, doit être paire absolument.
- Détermination du nombre de motifs au stator N_{motif}. Nous définissons comme étant un motif un répétition régulière d'une alternance bien définie d'aimants. Cette répétition se fera N_{motif}-fois. La valeur de N_{motif} ne peut être égale ni à 1, ni à N_s.
- Détermination du nombre de zones aimantées N_{aimant}. Il y a un critère qui impose que le nombre d'aimants par motif soit entier.
- Détermination du nombre de bobines dans le stator $N_{bobines}$. Cette valeur doit être divible par 3 car nous considérerons des structures triphasées.

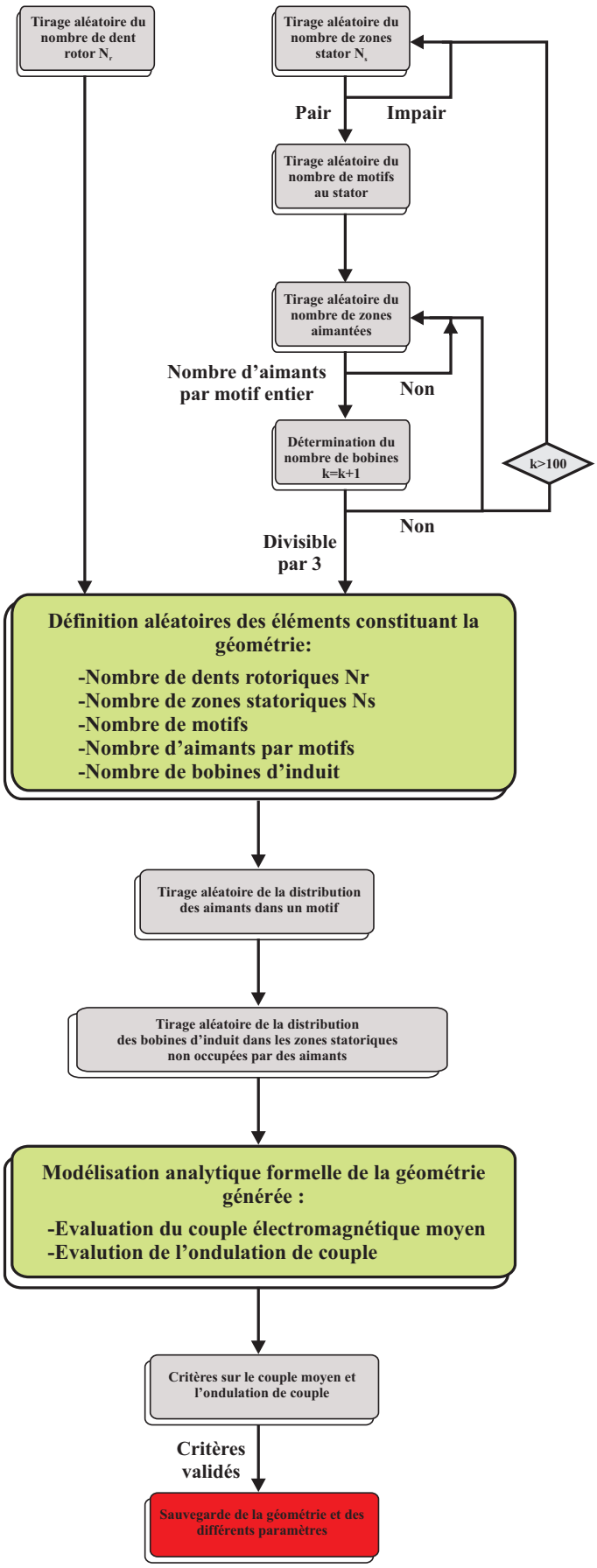


FIGURE 13.2: Organigramme pour la génération de structures électromagnétiques à excitation statique par des aimants

Une fois que l'on a défini l'ensemble des éléments qui constituerons la future géométrie, nous devons définir une distribution spatiale pour l'ensemble des sources. Nous ferons l'hypothèse que la distribution des aimants est symétrique. La périodicité correspondra au nombre de motif ($2\pi/N_{motif}$-périodiques si N_{motif} pairs et π/N_{motif}-périodiques si N_{motif} impairs).

Au contraire aucune hypothèse ne sera faite concernant la distribution des bobinages d'induit.

Un tirage aléatoire permettra de définir la distribution des aimants dans un motif. L'aimantation des zones d'aimants sera alternée. Ensuite, un second tirage aléatoire permet de définir la distribution du bobinage triphasé dans les zones encoches vacantes.

La 3ème et dernière étape sera d'évaluer le couple instantané pour déterminer sa valeur moyenne et son ondulation. Nous confronterons ensuite ces deux valeurs à des critères de viabilité. Si les critères sont valides, nous conserverons la géométrie.

13.3.1 Critères de viabilité des structures

Afin d'estimer si une géométrie est intéressante du point de vue de la conversion d'énergie, il a fallu définir des critères de viabilité. Ces critères sont au nombre de deux et sont définis par la suite :

- un couple moyen $C_{em_{moy}}$ supérieur à $1N.m$;
- une ondulation de couple inférieure à 100%. L'ondulation de couple est définie comme,

$$\Delta C_{em} = \frac{max\left(C_{em}\right) - min\left(C_{em}\right)}{C_{em_{moy}}}.100 \tag{13.1}$$

Différents paramètres, géométriques et d'alimentation ont été fixés afin de limiter le temps de simulation et d'explorer le maximum de configurations. Tout ces paramètres sont présentés dans la Tableau 13.1.

Variables fixées	Intervalle
Ouverture relative des encoches statoriques β_s	0.5
Ouverture relative des encoches rotoriques β_r	0.7
Hauteur de l'encoche statorique H_{es}	$20mm$
Hauteur de l'encoche rotorique H_{er}	$30mm$
Entrefer e	$5mm$
Longueur active L_{fer}	$45mm$
Diamètre externe D_{ext}	$360mm$
Induction rémanente B_r	$0.4T$
Ampères.tour de phase NI_{ph}	800
Angle de charge δ	0

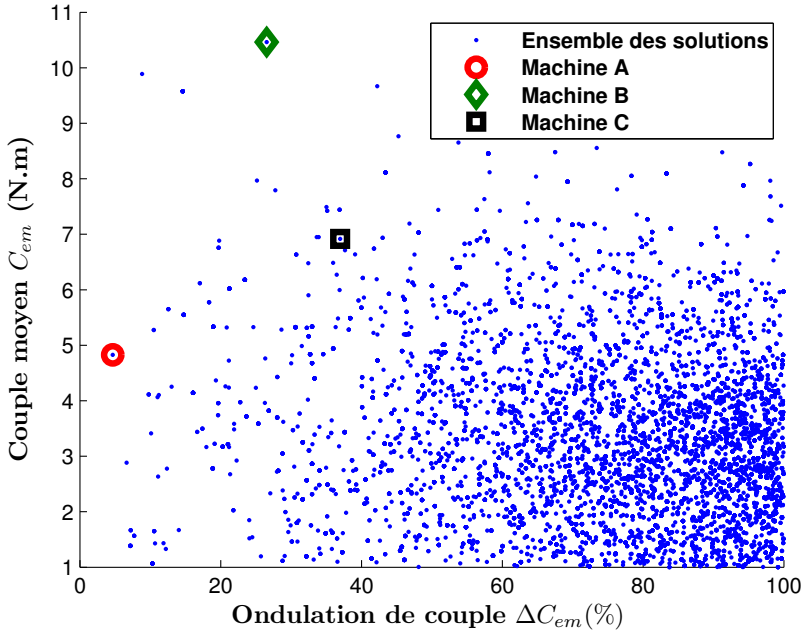
TABLE 13.1: Variables fixées lors de la procédure d'exploration topologique

On remarquera notamment que l'angle de charge est considéré fixe. Afin d'évaluer le couple instantané, nous considérons 36 positions rotoriques. Nous considérons 100 harmoniques d'entrefer et 20 harmoniques d'encoche dans le modèle formel.

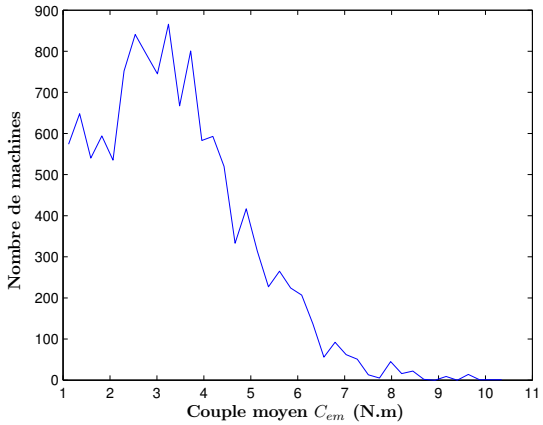
13.4 Résultats et analyses

La procédure d'exploration topologique a tourné pendant de longs mois. Au final, près de 2.5 millions de topologies répondant aux contraintes de faisabilité ont été testées. Seulement 12000 structures répondaient aux critères de viabilité que l'on présentait juste avant. Cela représente moins de 0.5% de l'ensemble des structures testées.

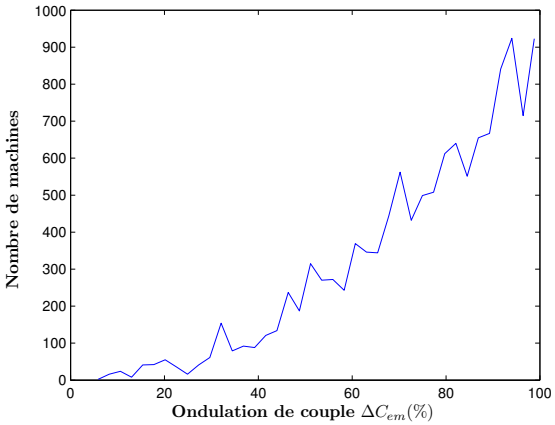
A la Figure 13.3.(a), nous présentons la distribution des topologies qui respectent les critères de viabilité. Nous proposons aussi les distributions du nombre de machines en fonction du couple moyen et de l'ondulation du couple respectivement aux Figures 13.3.(b) et (c). Il faut noter que la majorité des structures possède un couple moyen proche de $3-4N.m$ pour une ondulation de couple proche des 90%.



(a) Distribution des solutions dans l'espace - C_{em} - ΔC_{em}



(b) Distribution des solutions en fonction du couple moyen



(c) Distribution des solutions en fonction de l'ondulation de couple

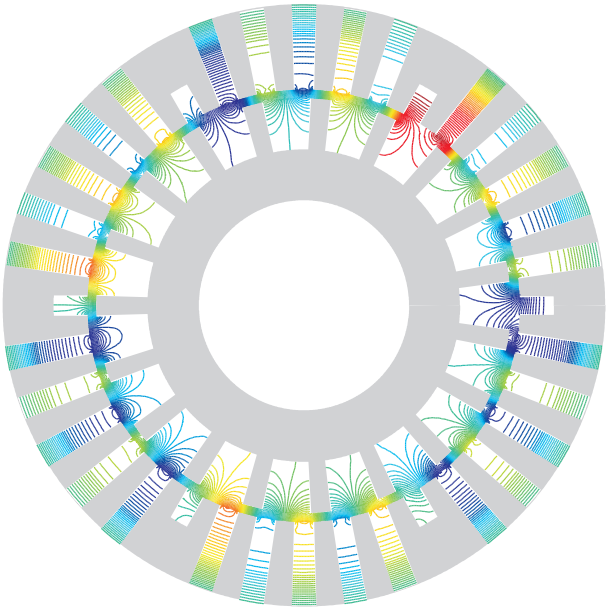
FIGURE 13.3: Distribution des topologies respectant les critères de viabilité

Il est difficile de présenter ces 12000 structures. Nous avons donc fait le choix d'en sélectionner quelques unes afin de montrer la fonctionnalité de l'approche. Nous avons choisi une structure avec très faible ondulation de couple (Machine A), une seconde structure avec le couple maximum (Machine B) et enfin une structure intermédiaire (Machine C).

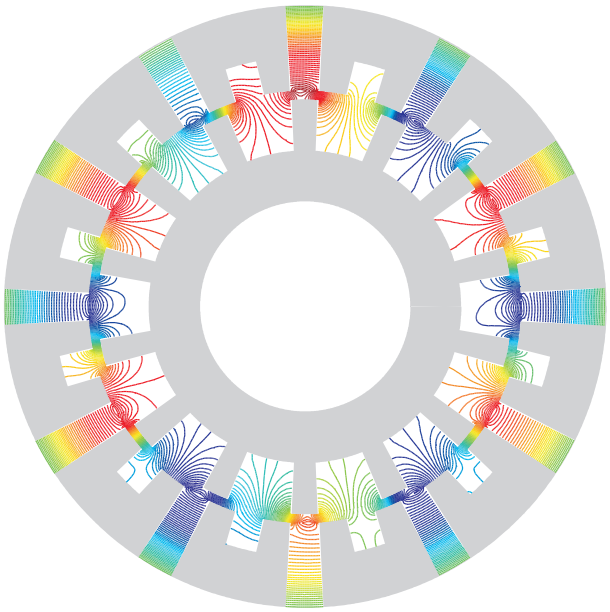
Sur la Figure 13.4, les géométries de ces trois structures sont présentées. On reconnaitra la structure MCF classique 24-14 (Machine B). Les deux autres topologies sont complètement innovantes et à notre connaissance jamais présentées. C'est bien là que réside l'intérêt de cette nouvelle approche, dans sa capacité à explorer des géométries nouvelles que le concepteur de machines électriques n'auraient pas eu l'idée ou tout simplement le temps matériel. Le couple instantané de ces structures est proposé à la Figure 13.4.(d).

Nous continuons l'explotation des résultats en proposant la distribution des machines suivant le nombre d'aimants, le nombre de zones statoriques N_s et le nombre de dents rotoriques N_r, respectivement aux Figures 13.5.(a), (b) et (c). On peut remarquer que beaucoup de structures possédant $6k$ aimants respectent les critères de viabilité.

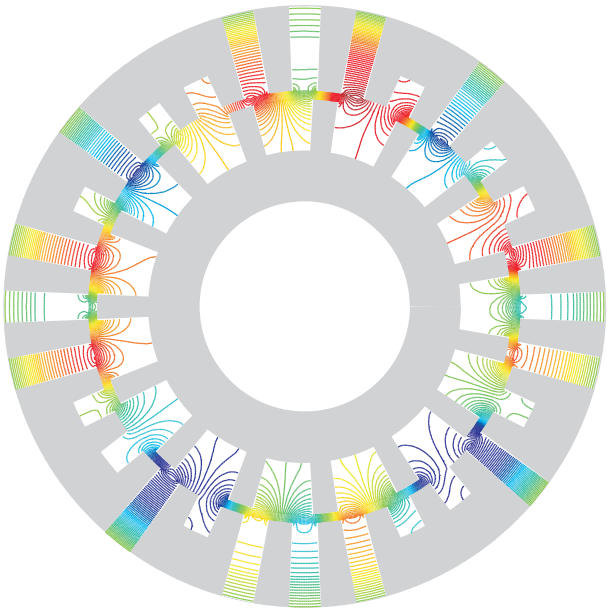
Concernant le nombre de zones statoriques, les structures avec $N_s = 4k$ sont les plus représentés dans cette



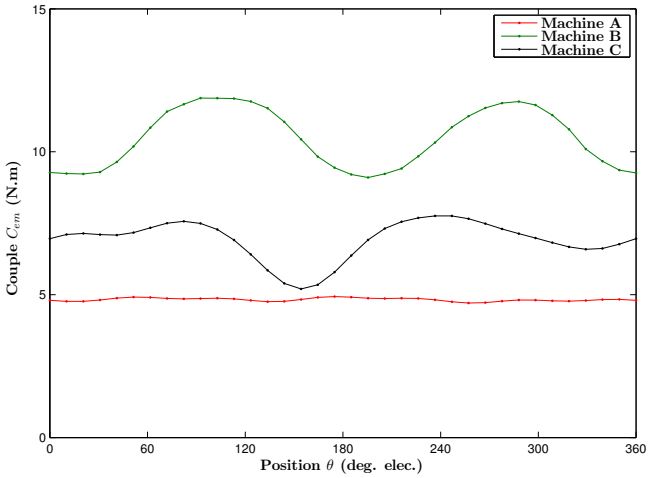
(a) Machine A - $N_s = 36$ et $N_r = 19$



(b) Machine B - $N_s = 24$ et $N_r = 14$

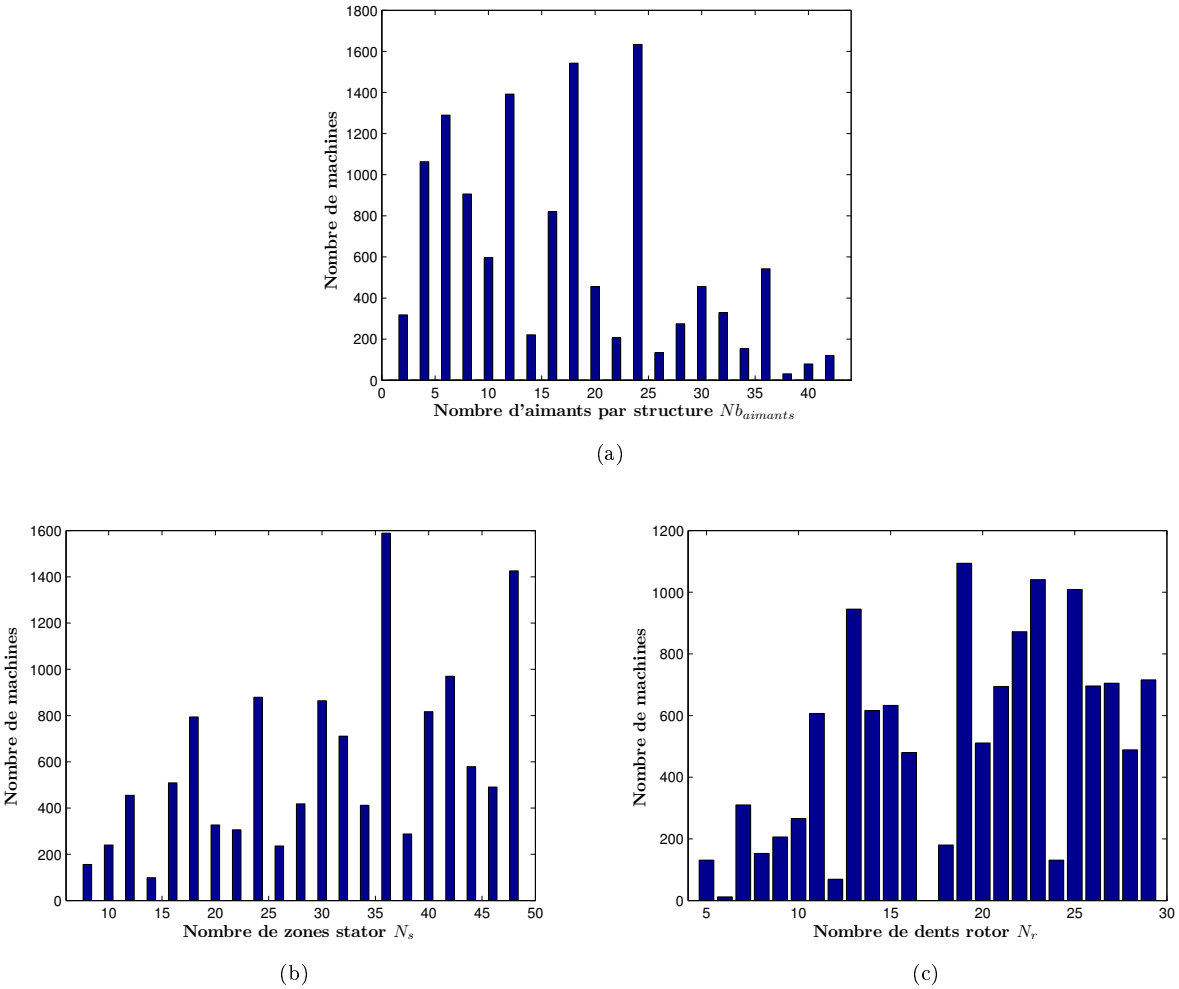


(c) Machine C - $N_s = 28$ et $N_r = 15$



(d)

FIGURE 13.4: Géométrie des machines A, B et C (a)(b)(c) et l'évolution du couple instantané (d)



(a)

(b)

(c)

FIGURE 13.5: Distribution des machines en fonction du nombre d'aimants (a), du nombre de zones stator N_s(b) et du nombre de dents rotoriques (c)

distribution. Les structures avec $N_s = 36$ et 48 sortent du lot assez nettement.

Enfin, la distribution des machines suivant le nombre de dents rotoriques N_r montrent que les structures possèdant N_r impair sont les plus représentées.

13.5 Perspectives de l'approche par exploration topologique

L'objectif premier de ce chapitre était de présenter la notion d'exploration topologique sur la base de modèles formels. Au travers des résultats présentés ci-avant, nous avons pu démontrer la validité de l'approche et surtout son potentiel.

De nombreuses perspectives se présentent pour exploiter encore ce modèle :

- Tout d'abord, l'angle de charge a été fixé. Il faudra déterminer pour chacune des structures l'angle de charge optimal qui maximise le couple moyen.
- A la suite de cette étape, les structures les plus prometteuses devront être comparées entre elles en utilisant la méthodologie d'optimisation décrite au Chapitre 12.

Bibliographie Partie *III*

[221] Thibaut Labbé, Ernest Matagne, and Bruno Dehez. Topology optimization of electromagnetic devices using oriented iron microstructures. *COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 31(5) :1408–1416, 2012.

[222] T. Labbe, B. Dehez, M. Markovic, and Y. Perriard. Torque-to-weight ratio maximization in pmsm using topology optimization. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–5, 2010.

Conclusion générale

Ce mémoire de thèse s'est articulé autour de la modélisation de structures électromagnétiques non-conventionnelles. Afin de tirer un bilan des travaux réalisés, nous proposons de scinder cette conclusion en deux parties. Tout d'abord, nous essayerons de faire une synthèse des différents chapitres en mettant en évidence l'originalité du travail. Ensuite, une deuxième partie sera consacrée aux perspectives à court et moyen termes.

Synthèse des travaux réalisés

Nous détaillons ci-après l'apport de chacun des chapitres que nous avons proposé dans ce mémoire.

Tout d'abord le Chapitre 1, où nous avons proposé un état de l'art des structures permettant un contrôle du flux d'excitation. La classification que nous avons proposée repose sur la distribution des sources de champ magnétique dans les diverses structures. Cela a permis d'identifier plus facilement les éventuelles structures candidates à l'application « Alternateur DC ».

Le second chapitre était dédié à l'étude d'une première structure de machine à commutation de flux hybride parallèle. Nous nous sommes particulièrement intéressés au principe de fonctionnement de cette structure, notamment à travers l'étude de la combinaison des sources de champ au niveau du stator. Cette étude a été complétée par une validation expérimentale des performances à vide. Les premiers comparatifs ont mis en évidence la nécessité d'une étude approfondie sur l'influence des caractéristiques $B(H)$ sur les simulations EF 2D. A travers différentes approches, nous avons pu isoler plusieurs facteurs influents. Tout d'abord, la forte sensibilité des résultats face à la caractérisation du matériau sous fort champ nous a amené à déterminer expérimentalement la caractéristique $B(H)$ pour des champs magnétiques atteignant $40000 A/m$. Cette étude a permis de mettre en évidence la combinaison complexe des sources au niveau du stator, notamment en raison du phénomène de saturation. Cela a fait ressortir l'importance ou l'intérêt d'utiliser un algorithme d'optimisation lors de la phase de dimensionnement.

Dans le Chapitre 3, la modélisation des performances en générateur DC a été abordée. Deux approches différentes ont été détaillées. La première approche de modélisation se base sur la méthode du 1er harmonique. Nous avons pu valider l'approche sur plusieurs prototypes. Le principal défaut de cette méthode repose sur le fait que le niveau de pertes fer ne peu être prédit. La seconde approche repose sur un couplage circuit – EF 2D. Là, le niveau de pertes fer peut-être prédit, cela étant cette méthode n'est pas cohérente au niveau du temps de calcul avec les multiples évaluations de modèle que requièrent les procédures d'optimisation. Finalement, nous avons proposé une méthode originale de compensation synchrone afin d'augmenter la puissance convertible des structures MCF hybrides débitant sur pont de diodes. Les résultats expérimentaux ont montré que l'on pouvait plus que doubler la puissance électrique convertie (sur certains points de fonctionnement).

A la suite, nous avons proposé au Chapitre 4 une nouvelle structure MCF hybride avec bobinages d'excitation internes. Afin de bien mettre en évidence l'aspect novateur de cette machine, nous avons proposé un état de l'art

des structures MCF à double excitation. Cette structure, atypique, permet d'atteindre le flux maximum sans courant d'excitation, l'action des bobinages d'excitation ne permettant que de réduire le flux d'excitation. Nous avons pu montrer que cet effet était du à deux composantes homopolaires de polarités différentes venant agir sur deux bobines adjacentes appartenant à la même phase. Ces effets combinés permettent alors de contrôler le flux d'excitation. Une approche qualitative des performances de cette structure MCF hybride comparativement à une structure MCF excitée a été proposée lors de ce chapitre. Ce fut l'occasion de montrer l'influence du bobinage d'excitation sur les performances électromagnétiques au travers d'un coefficient d'hybridation. Nous avons pu aussi démontrer que cette structure pouvait être classifiée comme double excitation parallèle ou série suivant la combinaison entre le nombre de dents stator et rotor. Finalement, un prototype a été réalisé afin de valider le principe de fonctionnement et une première partie des résultats expérimentaux a été détaillée. Nous avons pu aussi explorer l'influence du nombre de dents rotoriques expérimentalement, notamment sur les performances en défluxage.

Le Chapitre 5 vient conclure cette 1ère partie. Nous avons proposé une étude des performances optimales des deux précédentes structures MCF hybrides en utilisant un algorithme génétique NSGA-II. A partir d'un cahier des charges, nous avons choisi deux fonctions objectifs à minimiser : les pertes Joule et le coût matière de la solution. Différentes études sont proposées sur la base du modèle 1er harmonique. Le comparatif entre les deux structures MCF hybrides a fait apparaitre clairement que chacune des structures pouvait être intéressante en fonction de l'application visée. Dans le cadre d'une application faible coût, la structure MCF hybride parallèle semble être la plus intéressante. Au contraire, pour une application avec un rendement élevé, la structure MCF hybride avec bobinages d'excitation internes apparait comme plus prometteuse, grâce aux faibles pertes Joule à puissance maximale.

Le Chapitre 6 est le chapitre introductif de la seconde partie de ce manuscrit. Cette partie étant dédiée à la modélisation analytique de structures MCF, nous proposons un état de l'art des approches analytiques permettant de modéliser le champ d'entrefer dans des structures avec saillance. Nous profitons aussi de ce chapitre pour présenter l'ensemble des structures à commutation de flux que nous avons pu relever dans la littérature.

Dans le Chapitre 7, nous proposons une première approche analytique basée sur les fonctions de perméance pour des structures MCF excitées par des bobinages DC. Différentes approches ont été proposées afin de déterminer la perméance d'encoche, soit en considérant des lignes de champs idéales, soit de manière formelle par résolution des équations de Maxwell. Par l'intermédiaire de cette première approche analytique, nous avons pu mettre en évidence que certaines structures étaient plus intéressantes que d'autres en terme de conversion d'énergie. L'influence de la combinaison stator-rotor sur le bobinage (simple ou double couche) fût particulièrement explorée et systématiquement validée par EF 2D que ce soit à vide ou pour le champ de réaction d'induit. La détermination des grandeurs intégrales telles que le flux à vide ou encore les forces magnétiques d'entrefer ont été proposées. Une validation expérimentale des performances à vide est venue compléter cette étude, démontrant une très bonne précision (hors saturation).

Le Chapitre 8 s'inscrit dans la lignée du chapitre précédent mais avec pour objectif de plus généraliser l'approche de modélisation. Une résolution formelle des équations de Maxwell pour une structure double saillance excitées par un bobinage DC statique est détaillée. Là encore de nombreuses validations par l'intermédiaire des EF 2D sont proposées que ce soit sur le champ d'entrefer, le flux de phase ou encore le couple électromagnétique instantané. Nous avons pu démontrer le caractère général de ce modèle en déterminant les performances électromagnétiques d'une structure MCF non-conventionnelle à dent de rebouclage sans aucune modification complexe du modèle.

Dans le Chapitre 9, nous avons souhaité faire état d'une observation particulièrement intéressante sur ces structures à commutation de flux. En effet, nous avons pu démontrer que certains harmoniques du champ d'entrefer étaient fixes. C'est d'ailleurs pour cela que nous avons introduit le terme de machine synchrone à champ tournant à fréquence nulle, en opposition aux machines synchrones classiques à champ tournant. En poursuivant cette étude, toujours par le biais du modèle analytique formel, nous avons pu montrer que ces mêmes rangs étaient responsables de la création de couple utile dans les structures à commutation de flux. Ce

chapitre est d'ailleurs en partie responsable de l'initiative menée au Chapitre 13 sous l'approche par exploration topologique.

Le Chapitre 10 a permis de développer des techniques de modélisation analytique du champ dans les parties ferromagnétiques de structures complexes telle que la machine à commutation de flux. L'approche que nous avons développée nous a permis de déterminer le champ magnétique de manière précise malgré des loci d'induction très complexes. Surtout, nous avons pu tenir compte du caractère bidirectionnel du champ dans les culasses, ou encore des fuites d'encoches. Diverses comparaisons avec les EF 2D ont permis de valider l'approche. Ce modèle du champ magnétique dans les culasses a ensuite permis de calibrer un modèle de pertes fer à partir de résultats expérimentaux.

Le Chapitre 11 vient conclure la Partie *II* par une étude sur les performances optimales de ces structures MCF classiques excitées par des bobinages DC. Là , nous nous sommes éloignés du contexte industriel fixé dans le Chapitre 5 en proposant une étude plus ouverte. L'algorithme d'optimisation utilisé est un algorithme se basant sur les essaims particulaires. Les différentes études ont permis d'étudier l'influence du nombre de dents rotoriques, du nombre de cellules de commutation, de l'ouverture des encoches – afin d'en tirer certaines conclusions quant au dimensionnement de ces machines. Ce fut aussi l'occasion d'étudier l'influence des pertes fer à partir du modèle calibré au Chapitre 10.

Perspectives

Parmi les perspectives à donner à ce mémoire, plusieurs études peuvent venir à l'esprit.

Tout d'abord, les Chapitres 11 et 12, qui constituent la 3ème partie de ce manuscrit, doivent être inclus dans les perspectives à donner à ce travail. En effet, les modélisations analytiques sont souvent utilisées pour du pré-dimensionnement de structures électromagnétiques. L'approche d'exploration topologique essaye d'utiliser ces techniques de modélisation à d'autres fins : la création de structures ayant une viabilité du point de vue de la conversion de l'énergie. On pourrait imaginer étendre la méthode à des structures avec excitation tournante au rotor.

Un second point concerne le calcul des pertes fer de manière numérique en fonctionnement générateur. Actuellement, un calcul post optimisation est nécessaire, mais il faudrait réfléchir à la manière (autre que celle que nous avons proposée) d'inclure ce calcul lors de la phase d'optimisation.

Concernant la structure MCF hybride avec bobinages d'excitation internes, la finalisation des essais en charge est un travail que nous effectuerons à court terme une fois que le prototype sera de nouveau fonctionnel.

En conclusion du Chapitre 8, nous proposions d'autres utilisations des modèles analytiques formels, notamment l'utilisation de tels modèles afin de prédire le comportement de ces machines en cas de défaut. C'est un point sur lequel il faudrait s'investir par la suite. Nous avions aussi montré qu'il était possible de contrôler les ondulations de couple par injection d'harmoniques de courant, même si cela semble complexe à mettre en oeuvre expérimentalement. Nous pourrions aussi utiliser ce type d'approche afin de déterminer les vibrations et le bruit acoustique d'origine magnétique dans ces structures qui restent relativement "bruyantes". Un travail de thèse au SATIE est d'ailleurs en cours sur cette thématique.

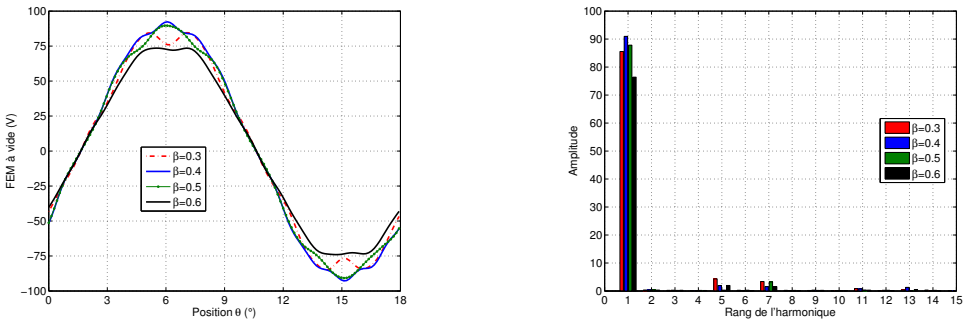
Il serait aussi possible de coupler ce modèle magnétique avec un modèle thermique pour tenir compte de l'échauffement des bobinages. Cela permettrait de rajouter une contrainte additionnelle sur la température maximale des bobinages lors de l'optimisation.

Finalement, la modélisation analytique fut au cœur de ce travail de thèse. Une des principales limitations reste la non prise en compte de la saturation. Nous avons pu montrer que cela pouvait entrainer des écarts relativement importants avec les expérimentations. Ce sujet est à n'en pas douter une question fondamentale à résoudre.

A

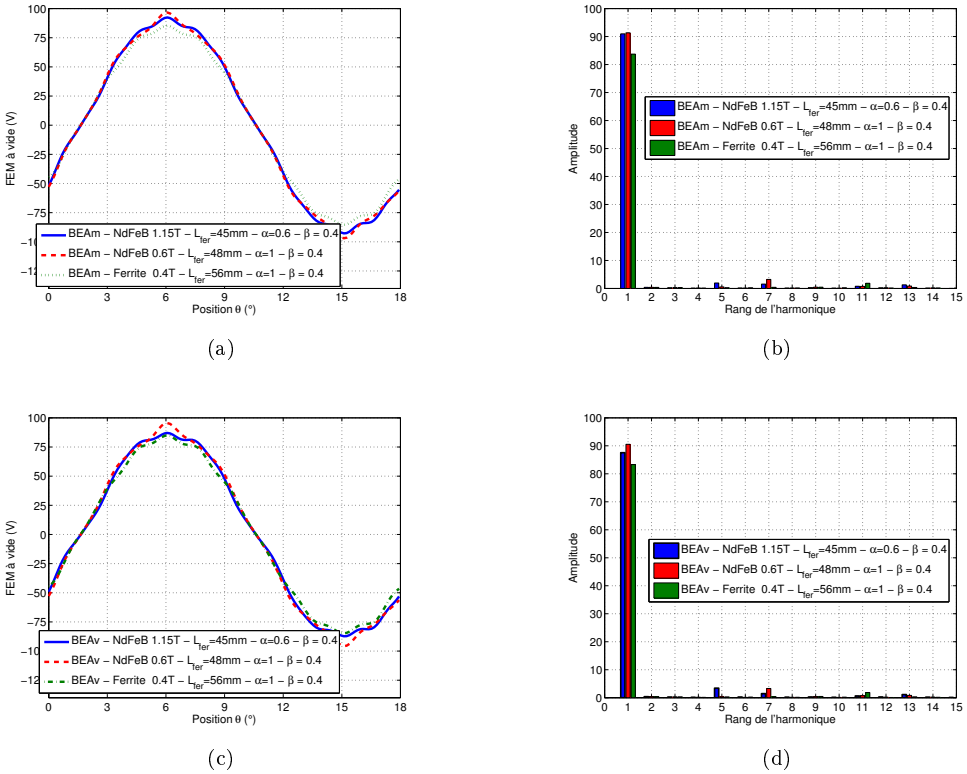
Compléments au Chapitre 4 : Etude de la sensibilité à la nuance d'aimants

A.1 Performances à vide : Influence de l'ouverture relative de la dent rotor β



(a) (b)

FIGURE A.1: Evolution de la FEM ($\delta_{exc} = 0A.mm^{-2}$) pour différents ratios β (a) et les spectres associés (b) pour la configuration BEAm avec des aimants NdFeBr $1.15T$



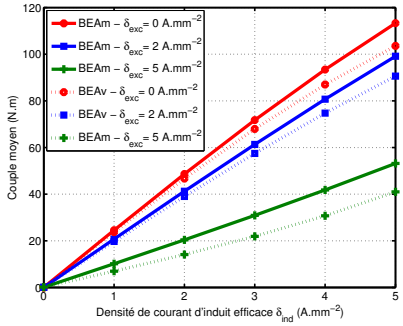
(a) (b)

(c) (d)

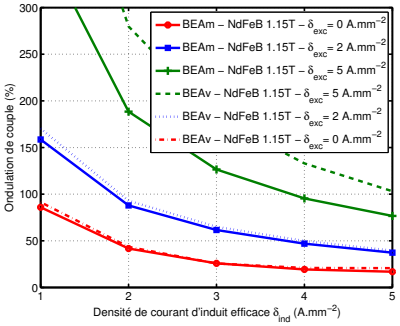
FIGURE A.2: Evolution de la FEM (avec$\delta_{exc} = 0A.mm^{-2}$) pour différents ratios β (a) et les spectres associés (b) pour la configuration BEAm avec des aimants NdFeBr $1.15T$

A.2 Performances en charge

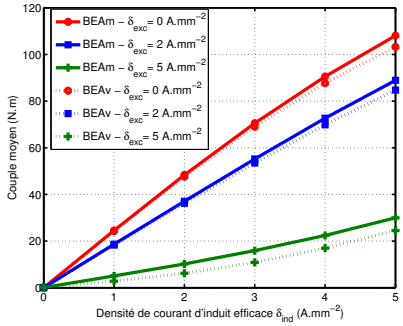
A.2.1 Fonctionnement moteur



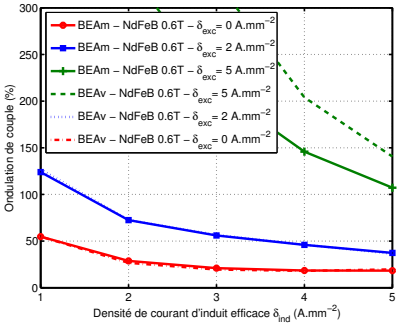
(a) NdFeBr 1.15T



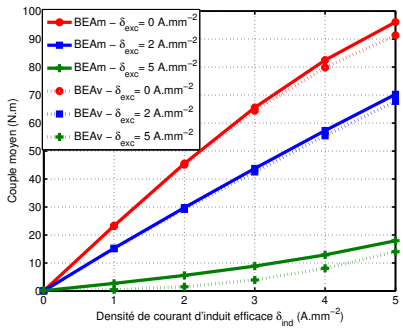
(b) NdFeBr 1.15T



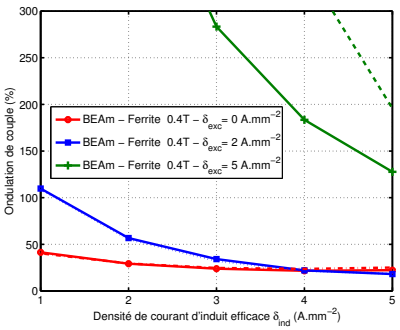
(c) NdFeBr 0.6T



(d) NdFeBr 0.6T

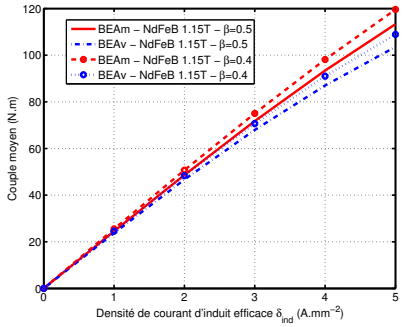


(e) Ferrite 0.4T

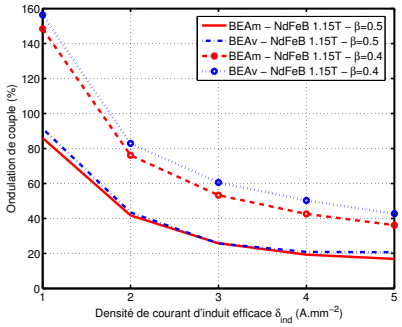


(f) Ferrite 0.4T

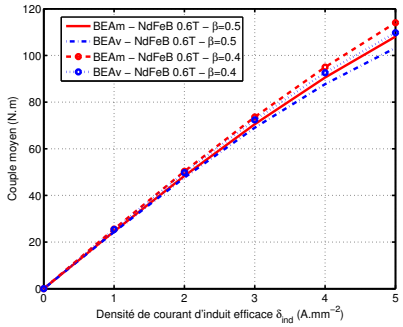
FIGURE A.3: Evolution du couple moyen (a)(c)(e) et de l'ondulation de couple (b)(d)(f) pour différentes valeurs de la densité de courant d'excitation δ_{exc}



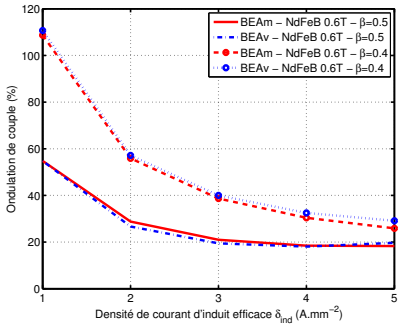
(a) NdFeBr 1.15T



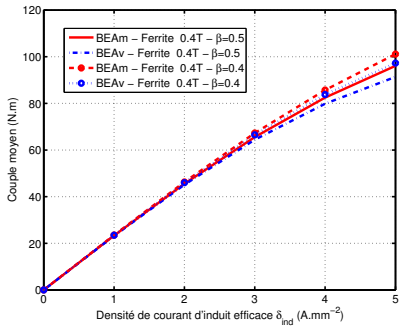
(b) NdFeBr 1.15T



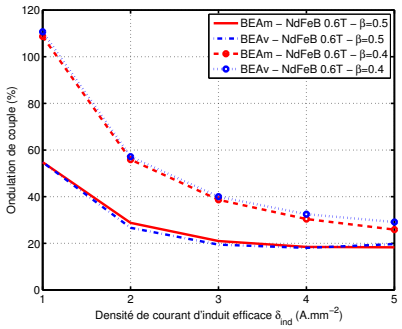
(c) NdFeBr 0.6T



(d) NdFeBr 0.6T



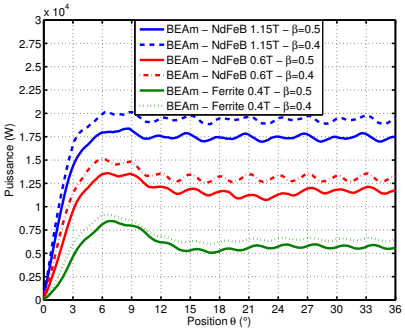
(e) Ferrite 0.4T



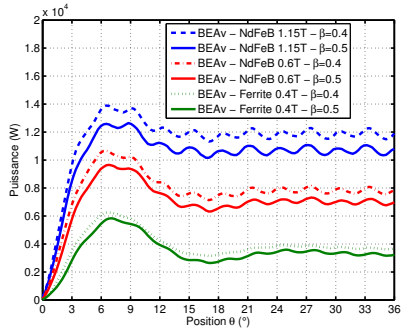
(f) Ferrite 0.4T

FIGURE A.4: Influence de l'ouverture relative de la dent rotor β sur le couple moyen (a)(c)(e) et cofficient de contrôle du couple ξ_c (b)(d)(f)

A.2.2 Fonctionnement générateur



(a)



(b)

FIGURE A.5: Influence de l'ouverture relative de la dent rotor sur la puissance électrique : Configuration BEAm (a) et BEAv (b)

B

Compléments au Chapitre 8 : Mise en forme du système matriciel

B.1 Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur en $r = R_{re}$

$\forall n > 1$, nous pouvons écrire,

$$n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}} + \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1ki}\alpha_{k,n,i} \tag{B.1}$$

qui devient sous forme matricielle,

$$\left[-\frac{1}{R_{re}}\left[Id\right]\left[A_n^{(I)}\right] + \left[D1\right]\left[B_n^{(I)}\right]\right] = \left[S1\right]\left[\alpha_{k,n,i}\right]^T\left[\Lambda_{1ki}\right]\left[A_k^{(i)}\right] \tag{B.2}$$

avec,

$$\left[D1\right] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \frac{1}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.3}$$

$$\left[S1\right] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \frac{1}{n\pi} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.4}$$

$$\left[\alpha_{k,n,i}\right]^T = \left[\begin{array}{cccc} \left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,1} & \cdots & \alpha_{n,k,1} & \cdots & \alpha_{n,K,1} \end{array}\right]^{(i=1)} & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,1} & \cdots & \alpha_{n,k,i} & \cdots & \alpha_{n,K,i} \end{array}\right]^{(i)} & \\ & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,N_r} & \cdots & \alpha_{n,k,N_r} & \cdots & \alpha_{n,K,N_r} \end{array}\right]^{(i=N_r)} & \end{array}\right] \tag{B.5}$$

$$\left[\Lambda_{1ki}\right] = \begin{bmatrix} \left[\Lambda_{1k}\right]^{(i=1)} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \left[\Lambda_{1k}\right]^{(i)} & \\ & & & \ddots \\ & & & \left[\Lambda_{1k}\right]^{(i=N_r)} \end{bmatrix} \tag{B.6}$$

avec,

$$[\Lambda_{1k}]^{(i)} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \left(k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}\right)\left[\frac{1}{R_{re}} - \frac{1}{R_{ri}}\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-2k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}-1}\right] & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{(i)} \tag{B.7}$$

De la même manière, on peut écrire $\forall n > 1$,

$$n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}} + \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^{n-1}\right] = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{N_r}\sum_{k\geqslant 1} A_k^{(i)}\Lambda_{1ki}\sigma_{k,n,i} \tag{B.8}$$

ce qui donne sous forme matricielle,

$$\left[-\frac{1}{R_{re}}[Id]\left[C_n^{(I)}\right] + [D1]\left[D_n^{(I)}\right]\right] = [S1]\left[\sigma_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}]\left[A_k^{(i)}\right] \tag{B.9}$$

avec,

$$[\sigma_{k,n,i}]^T = \left[\begin{array}{cccc} \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,1} & \cdots & \sigma_{n,k,1} & \cdots & \sigma_{n,K,1}\end{array}\right]^{(i=1)} & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,1} & \cdots & \sigma_{n,k,i} & \cdots & \sigma_{n,K,i}\end{array}\right]^{(i)} & \\ & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,N_r} & \cdots & \sigma_{n,k,N_r} & \cdots & \sigma_{n,K,N_r}\end{array}\right]^{(i=N_r)} & \end{array}\right] \tag{B.10}$$

B.2 Continuité de la dérivée normale du potentiel-vecteur en $r = R_{si}$

$\forall n > 1$, nous pouvons écrire,

$$n\left[-\frac{A_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1} + \frac{B_n^{(I)}}{R_{si}}\right] = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\beta_{3j}\alpha_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1q}\alpha_{q,n,j} - \Lambda_{2q}\alpha_{q,n,j}\right\} \tag{B.11}$$

et donc, sous forme matricielle,

$$\left[[D2]\left[A_n^{(I)}\right] + \frac{1}{R_{si}}[Id]\left[B_n^{(I)}\right]\right] = [S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}]\left[A_q^{(i)}\right] + \left\{[S1][\alpha_{n,j}][\beta_{3j}] - [S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \tag{B.12}$$

$$[D2] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & -\frac{1}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.13}$$

$$[\alpha_{q,n,j}]^T = \left[\left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,1} & \cdots & \alpha_{n,q,1} & \cdots & \alpha_{n,Q,1} \end{array} \right]^{(j=1)} \cdots \left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,j} & \cdots & \alpha_{n,q,j} & \cdots & \alpha_{n,Q,j} \end{array} \right]^{(j)} \right.$$
$$\left. \cdots \left[\begin{array}{ccccc} \alpha_{n,1,N_s} & \cdots & \alpha_{n,q,N_s} & \cdots & \alpha_{n,Q,N_s} \end{array} \right]^{(j=N_s)} \right] \quad \text{(B.14)}$$

$$[\Lambda_{1qj}] = \left[\begin{array}{ccccc} [\Lambda_{1q}]^{(j=1)} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & [\Lambda_{1q}]^{(j)} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & [\Lambda_{1q}]^{(j=N_s)} \end{array} \right] \quad \text{(B.15)}$$

avec,

$$[\Lambda_{1q}]^{(j)} = \left[\begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\left[-\frac{1}{R_{si}} + \frac{1}{R_{se}}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{2q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right] & \\ & & \ddots \end{array} \right]^{(j)} \quad \text{(B.16)}$$

$$[\alpha_{n,j}] = \left[\left[\begin{array}{c} \alpha_{1,1} \\ \vdots \\ \alpha_{N,1} \end{array} \right] \cdots \left[\begin{array}{c} \alpha_{1,j} \\ \vdots \\ \alpha_{N,j} \end{array} \right] \cdots \left[\begin{array}{c} \alpha_{1,N_s} \\ \vdots \\ \alpha_{N,N_s} \end{array} \right] \right] \quad \text{(B.17)}$$

$$[\beta_{3j}] = \left[\begin{array}{c} \beta_{3,1} \\ \vdots \\ \beta_{3,N_s} \end{array} \right] \quad \text{(B.18)}$$

$$[\Lambda_{2qj}] = \left[\begin{array}{c} [\Lambda_{2q}]^{(j=1)} \\ \vdots \\ [\Lambda_{2q}]^{(j)} \\ \vdots \\ [\Lambda_{2q}]^{(j=N_s)} \end{array} \right] \quad \text{(B.19)}$$

avec,

$$[\Lambda_{2q}]^{(j)} = \left[\begin{array}{c} \vdots \\ 2\mu_o\frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si} - R_{se}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}-1}\right) \\ \vdots \end{array} \right]^{(j)} \quad \text{(B.20)}$$

De la même manière, nous pouvons écrire $\forall n > 1$,

$$n\left[-\frac{C_n^{(I)}}{R_{re}}\left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n-1} + \frac{D_n^{(I)}}{R_{si}}\right] = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N_s}\left\{\beta_{3j}\sigma_{n,j} + \sum_{q\geqslant 1} A_q^{(i)}\Lambda_{1qj}\sigma_{q,n,j} - \Lambda_{2qj}\sigma_{q,n,j}\right\} \quad \text{(B.21)}$$

qui devient sous forme matricielle,

$$\left[[D2]\left[C_n^{(I)}\right]+\frac{1}{R_{si}}[Id]\left[D_n^{(I)}\right]\right]=[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{1qj}\right]\left[A_q^{(i)}\right]+\left\{[S1]\left[\sigma_{n,j}\right]\left[\beta_{3j}\right]-[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T\left[\Lambda_{2qj}\right]\right\} \quad \text{(B.22)}$$

$$\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T = \left[\begin{array}{cccc} \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,1} & \cdots & \sigma_{n,q,1} & \cdots & \sigma_{n,Q,1} \end{array}\right]^{(j=1)} & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,j} & \cdots & \sigma_{n,q,j} & \cdots & \sigma_{n,Q,j} \end{array}\right]^{(j)} & \\ & \cdots & \left[\begin{array}{ccccc} \sigma_{n,1,N_s} & \cdots & \sigma_{n,q,N_s} & \cdots & \sigma_{n,Q,N_s} \end{array}\right]^{(j=N_s)} & \end{array}\right] \quad \text{(B.23)}$$

$$\left[\sigma_{n,j}\right]=\left[\begin{array}{ccccc} \left[\begin{array}{c} \sigma_{1,1} \\ \vdots \\ \sigma_{N,1} \end{array}\right] & \cdots & \left[\begin{array}{c} \sigma_{1,j} \\ \vdots \\ \sigma_{N,j} \end{array}\right] & \cdots & \left[\begin{array}{c} \sigma_{1,N_s} \\ \vdots \\ \sigma_{N,N_s} \end{array}\right] \end{array}\right] \quad \text{(B.24)}$$

B.3 Continuité du potentiel-vecteur en $r = R_{re}$

Pour $\forall k > 1$, nous pouvons écrire,

$$A_k^{(i)}\left[\beta_1\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}+1\right]= = \frac{2}{\beta_{r_i}\theta_r}\left\{\sum_{n\geqslant 1}\left[A_n^{(I)}+B_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\alpha_{k,n,i}+\left[C_n^{(I)}+D_n^{(I)}\left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n\right]\sigma_{k,n,i}\right\} \quad \text{(B.25)}$$

qui devient sous forme matricielle,

$$[D3_{ki}]\left[A_k^{(i)}\right]= = \left\{\left[\alpha_{n,k,i}\right]^T\left[\left[A_n^{(I)}\right]+[D4]\left[B_n^{(I)}\right]\right]+\left[\sigma_{n,k,i}\right]^T\left[\left[C_n^{(I)}\right]+[D4]\left[D_n^{(I)}\right]\right]\right\} \quad \text{(B.26)}$$

$$[D3_{ki}]=\left[\begin{array}{cccc} [D_{3k}]^{(i=1)} & & & \\ & \ddots & & \\ & & [D_{3k}]^{(i)} & \\ & & & \ddots \\ & & & [D_{3k}]^{(i=N_r)} \end{array}\right] \quad \text{(B.27)}$$

avec,

$$[D_{3k}]^{(i)}=\left[\begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \left[\left(\frac{R_{re}}{R_{ri}}\right)^{-2k\frac{\pi}{\beta_{r_i}\theta_r}}+1\right]\frac{\beta_{r_i}\theta_r}{2} & \\ & & \ddots \end{array}\right] \quad \text{(B.28)}$$

$$[D4] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \left(\frac{R_{re}}{R_{si}}\right)^n & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.29}$$

$$[\alpha_{n,k,i}]^T = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{k,1,1} & \cdots & \alpha_{k,n,1} & \cdots & \alpha_{k,N,1} \end{bmatrix}^{(i=1)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \alpha_{k,1,i} & \cdots & \alpha_{k,n,i} & \cdots & \alpha_{k,N,i} \end{bmatrix}^{(i)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \alpha_{k,1,N_r} & \cdots & \alpha_{k,n,N_r} & \cdots & \alpha_{k,N,N_r} \end{bmatrix}^{(i=N_r)} \end{bmatrix} \tag{B.30}$$

$$[\sigma_{n,k,i}]^T = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{k,1,1} & \cdots & \sigma_{k,n,1} & \cdots & \sigma_{k,N,1} \end{bmatrix}^{(i=1)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \sigma_{k,1,i} & \cdots & \sigma_{k,n,i} & \cdots & \sigma_{k,N,i} \end{bmatrix}^{(i)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \sigma_{k,1,N_r} & \cdots & \sigma_{k,n,N_r} & \cdots & \sigma_{k,N,N_r} \end{bmatrix}^{(i=N_r)} \end{bmatrix} \tag{B.31}$$

B.4 Continuité du potentiel-vecteur en $r = R_{si}$

Pour $\forall q > 1$, nous pouvons écrire,

$$\begin{aligned} &\left[A_q^{(j)} \left[1 + \beta_2 \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} \right] - \mu_o \frac{J_{jq}}{4 - \left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2} \left(R_{si}^2 - \frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)} \left(\frac{R_{si}}{R_{se}} \right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}} \right) \right] = \\ &= \frac{2}{\beta_{s_j}\theta_s} \left\{ \sum_{n\geqslant 1} \left[A_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + B_n^{(I)} \right] \alpha_{q,n,j} + \left[C_n^{(I)} \left(\frac{R_{si}}{R_{re}} \right)^{-n} + D_n^{(I)} \right] \sigma_{q,n,j} \right\} \end{aligned} \tag{B.32}$$

que l'on peut réécrire sous forme matricielle,

$$\begin{aligned} &\left[[D5_{qj}] \left[A_q^{(j)} \right] + [\Lambda_{3qj}] \right] = \\ &= \left\{ [\alpha_{n,q,j}]^T \left[[D6] \left[A_n^{(I)} \right] + B_n^{(I)} \right] + [\sigma_{n,q,j}]^T \left[[D6] \left[C_n^{(I)} \right] + \left[D_n^{(I)} \right] \right] \right\} \end{aligned} \tag{B.33}$$

avec,

$$[D5_{qj}] = \begin{bmatrix} [D_{5q}]^{(j=1)} & & & \\ & \ddots & & \\ & & [D_{5q}]^{(j)} & \\ & & & \ddots \\ & & & [D_{5q}]^{(j=N_s)} \end{bmatrix} \tag{B.34}$$

avec,

$$[D_{5q}]^{(j)} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \left[1 + \left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{2q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right]\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.35}$$

$$[D6] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \left(\frac{R_{si}}{R_{re}}\right)^{-n} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \tag{B.36}$$

$$[\alpha_{n,q,j}]^T = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{q,1,1} & \cdots & \alpha_{q,n,1} & \cdots & \alpha_{q,N,1} \end{bmatrix}^{(j=1)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \alpha_{q,1,j} & \cdots & \alpha_{q,n,j} & \cdots & \alpha_{q,N,j} \end{bmatrix}^{(j)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \alpha_{q,1,N_s} & \cdots & \alpha_{q,n,N_s} & \cdots & \alpha_{q,N,N_s} \end{bmatrix}^{(j=N_s)} \end{bmatrix} \tag{B.37}$$

$$[\sigma_{n,q,j}]^T = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{q,1,1} & \cdots & \sigma_{q,n,1} & \cdots & \sigma_{q,N,1} \end{bmatrix}^{(j=1)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \sigma_{q,1,j} & \cdots & \sigma_{q,n,j} & \cdots & \sigma_{q,N,j} \end{bmatrix}^{(j)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \sigma_{q,1,N_s} & \cdots & \sigma_{q,n,N_s} & \cdots & \sigma_{q,N,N_s} \end{bmatrix}^{(j=N_s)} \end{bmatrix} \tag{B.38}$$

$$[\Lambda_{3qj}] = \begin{bmatrix} [\Lambda_{3q}]^{(j=1)} \\ \vdots \\ [\Lambda_{3q}]^{(j)} \\ \vdots \\ [\Lambda_{3q}]^{(j=N_s)} \end{bmatrix} \tag{B.39}$$

avec,

$$[\Lambda_{3q}]^{(j)} = \begin{bmatrix} \vdots \\ -\mu_o \frac{J_{jq}}{4-\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)^2}\left(R_{si}^2 - \frac{2R_{se}^2}{\left(q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}\right)}\left(\frac{R_{si}}{R_{se}}\right)^{q\frac{\pi}{\beta_{s_j}\theta_s}}\right)\frac{\beta_{s_j}\theta_s}{2} \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{B.40}$$

Finalement, on peut écrire,

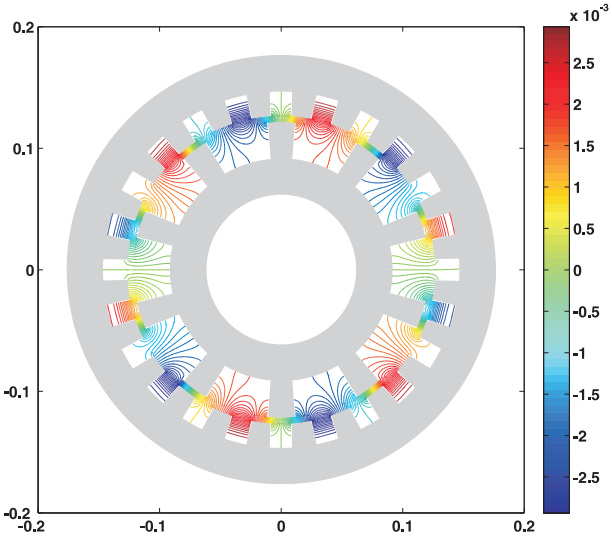
$$L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & [0] & [0] & -[S1]\left[\alpha_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] & [0] \\ [0] & [0] & -\frac{1}{R_{re}}[Id] & [D1] & -[S1]\left[\sigma_{k,n,i}\right]^T[\Lambda_{1ki}] & [0] \\ [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] & [0] & [0] & -[S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] \\ [0] & [0] & [D2] & \frac{1}{R_{si}}[Id] & [0] & -[S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{1qj}] \\ \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T & \left[\alpha_{n,k,i}\right]^T[D4] & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T & \left[\sigma_{n,k,i}\right]^T[D4] & -[D3_{ki}] & [0] \\ \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\alpha_{n,q,j}\right]^T & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T[D6] & \left[\sigma_{n,q,j}\right]^T & [0] & -[D5_{qj}] \end{bmatrix} \tag{B.41}$$

$$U = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ \left\{[S1]\left[\alpha_{n,j}\right][\beta_{3j}] - [S1]\left[\alpha_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ \left\{[S1]\left[\sigma_{n,j}\right][\beta_{3j}] - [S1]\left[\sigma_{q,n,j}\right]^T[\Lambda_{2qj}]\right\} \\ [0] \\ [\Lambda_{3qj}] \end{bmatrix} \tag{B.42}$$

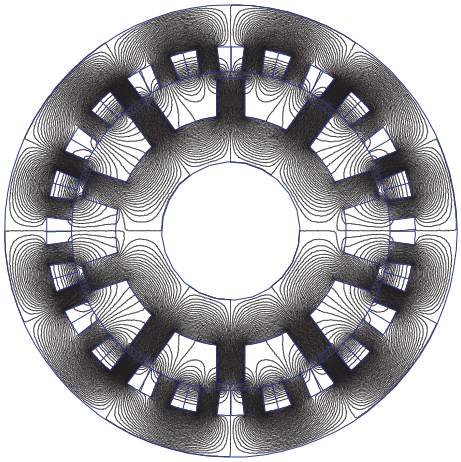
C

Compléments au Chapitre 8 : Validation des distributions de champ d'entrefer par EF 2D pour des structures triphasées MCF classiques et non-conventionnelles

C.1 Structrure 24 – 10 MCF classique

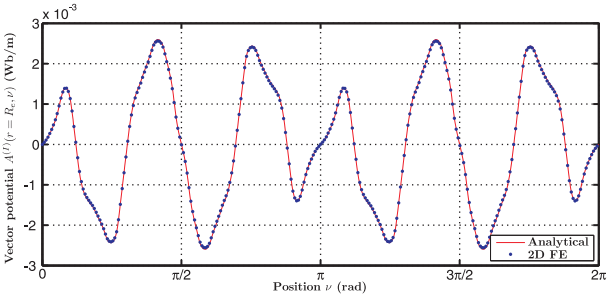


(a) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

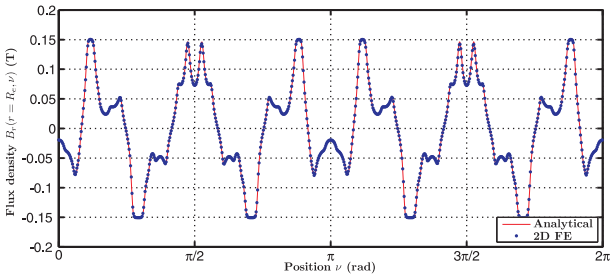


(b) Potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

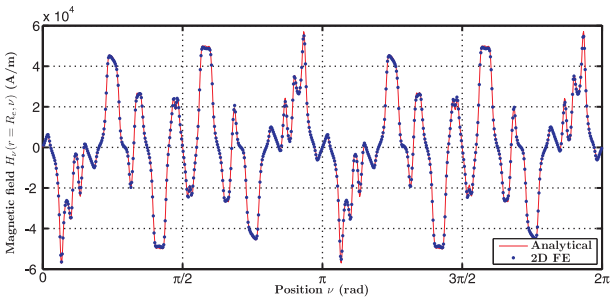
FIGURE C.1: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r,\nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF classique (24 plots statoriques et 10 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - A vide - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

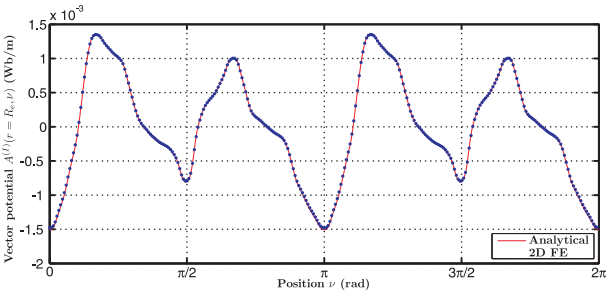


(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

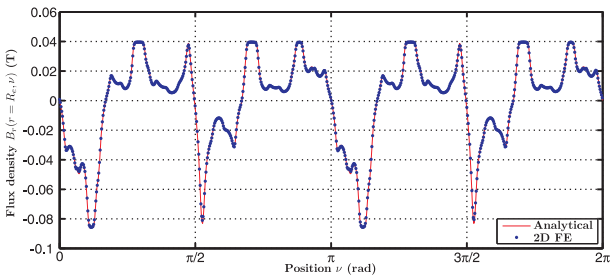


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

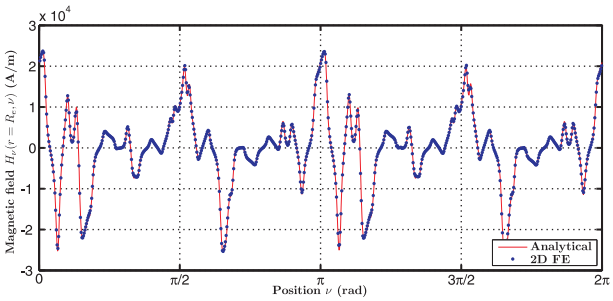
FIGURE C.2: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF classique (24 plots statoriques et 10 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - A vide - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

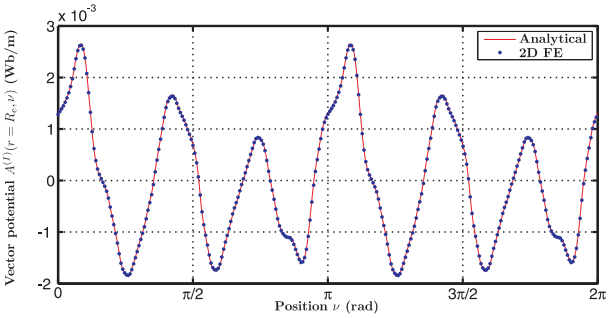


(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.7$ et $\beta_r = 0.5$

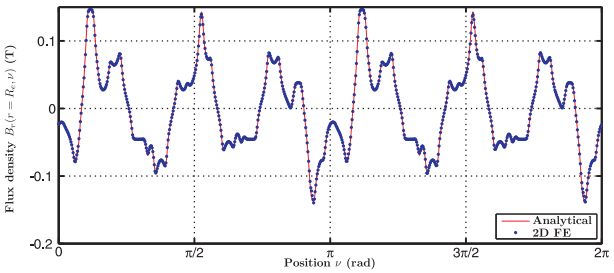


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

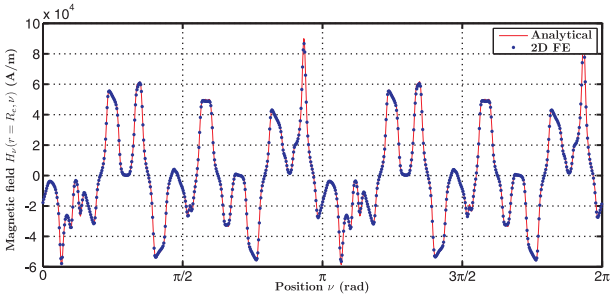
FIGURE C.3: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF classique (24 plots statoriques et 10 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - Réaction magnétique d'induit - $NI_a = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



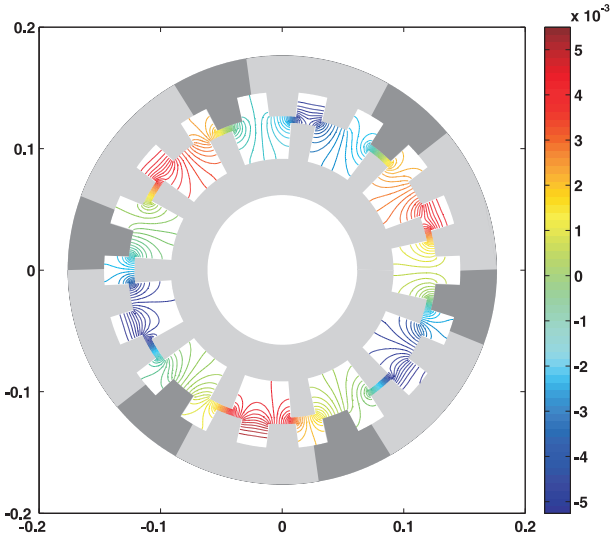
(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



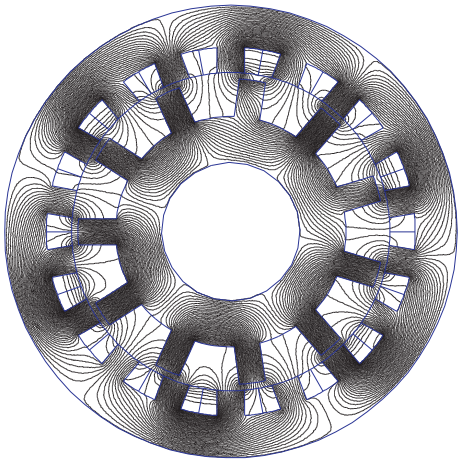
(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE C.4: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF classique (24 plots statoriques et 10 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - En charge - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $NI_a = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

C.2 Structrure $18 - 11$ MCF à dent de rebouclage

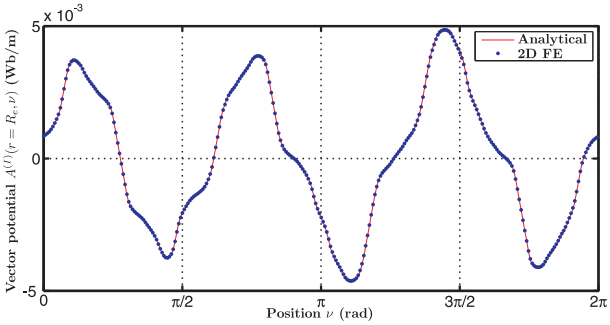


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

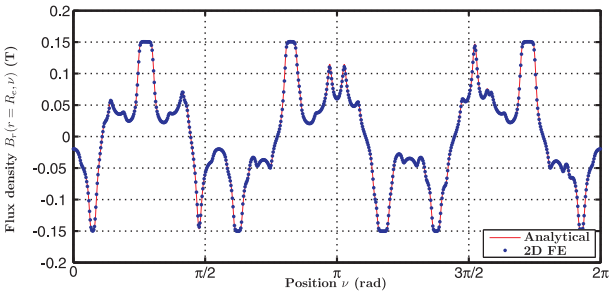


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

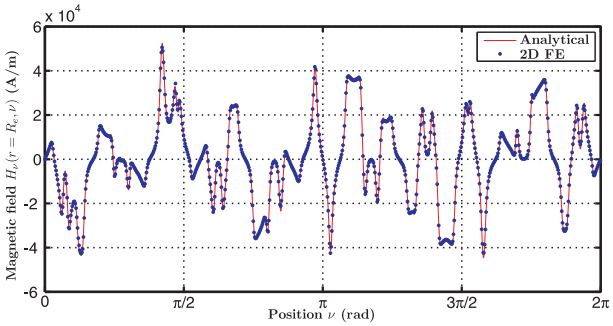
FIGURE C.5: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - A vide - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

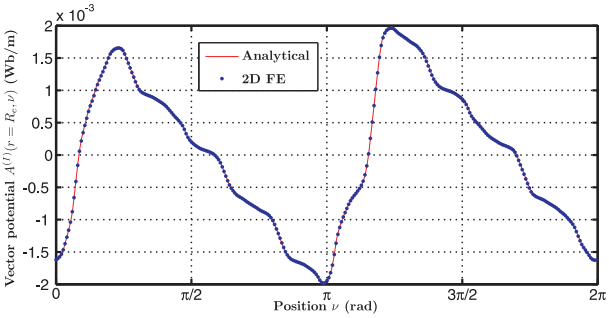


(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

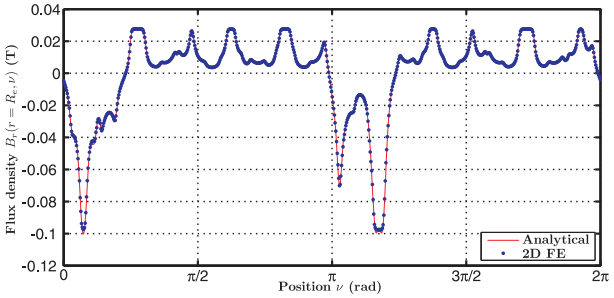


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

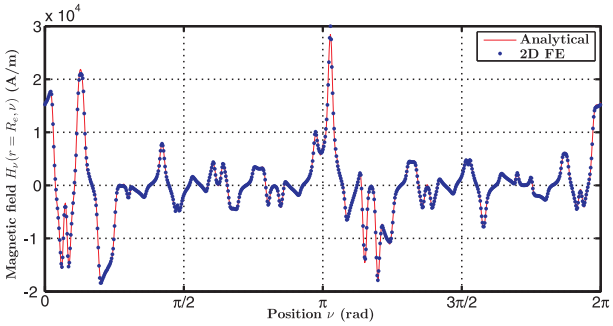
FIGURE C.6: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - A vide - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

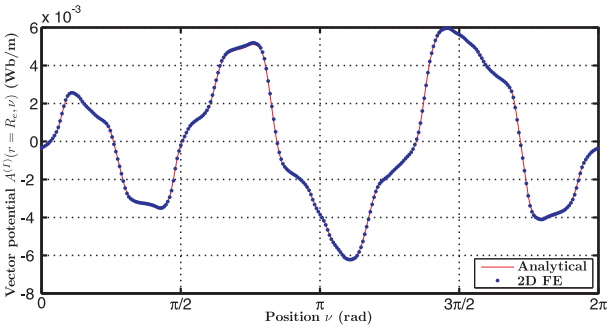


(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

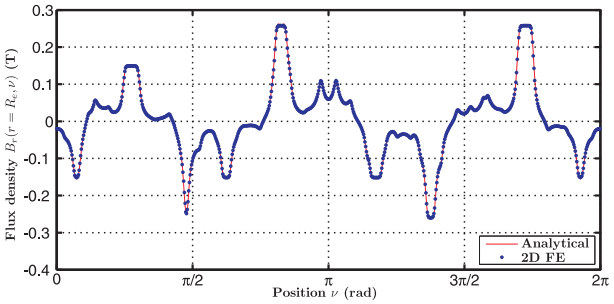


(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

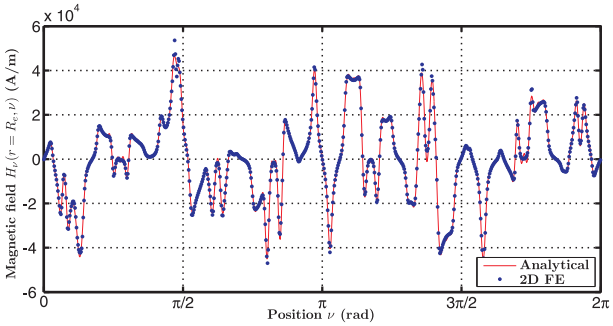
FIGURE C.7: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - Réaction magnétique d'induit - $NI_a = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



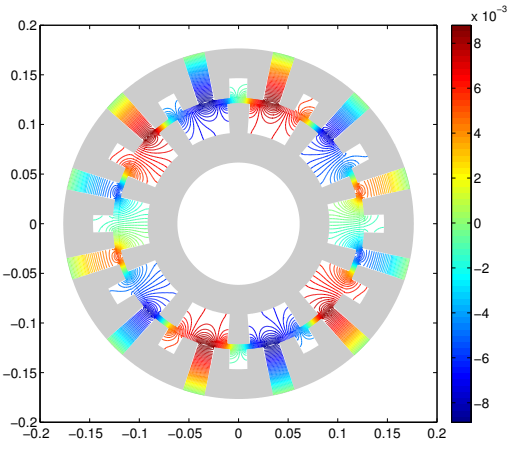
(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE C.8: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - En charge - $NI_{exc} = 1200A.tr$ - $NI_a = 500A.tr$ - $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 150$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$

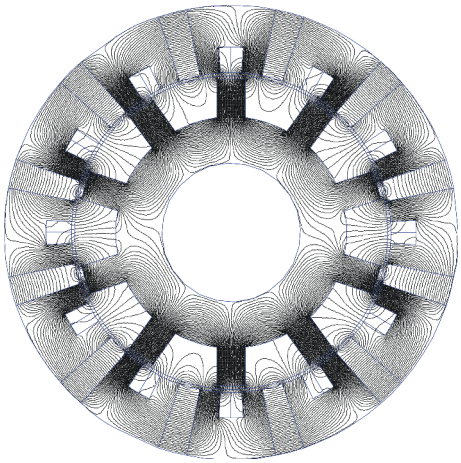
D

Compléments au Chapitre 12 : Validation EF 2D du modèle analytique pour les structures aimantées

D.1 Structure MCF classique à aimants

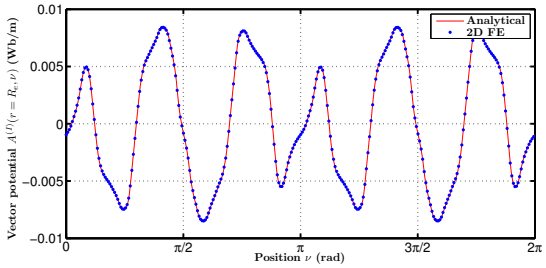


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

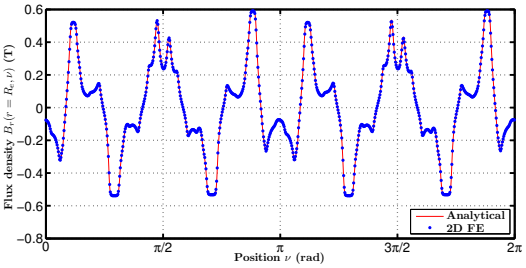


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

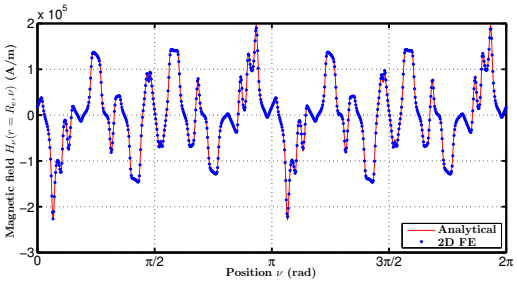
FIGURE D.1: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Charge $NI_{phase} = 500A.tr$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



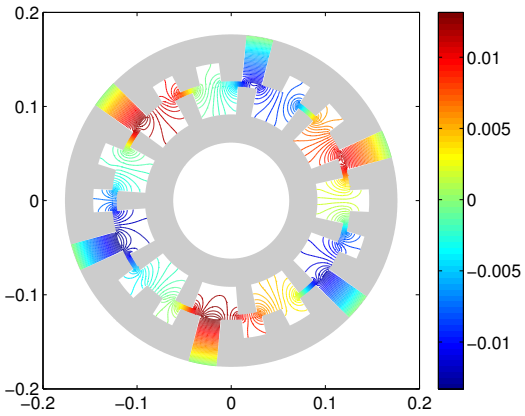
(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



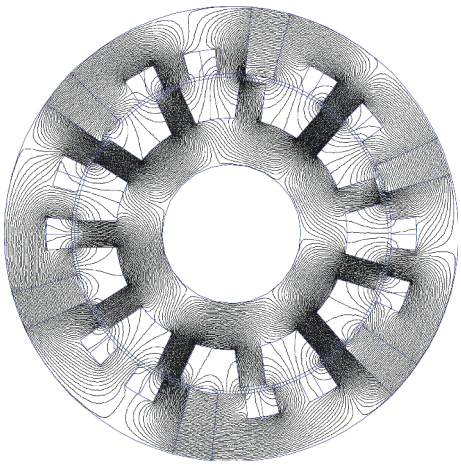
(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE D.2: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure 24 plots statoriques et 10 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Charge $NI_{phase} = 500A.tr$

D.2 Structure MCF à dent de rebouclage à aimants

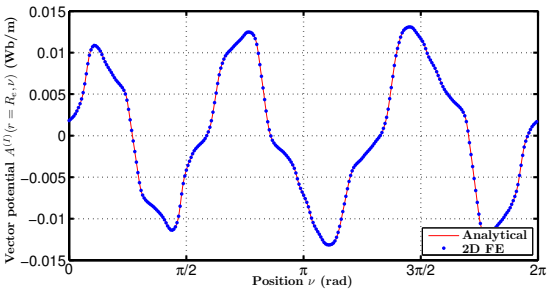


(a) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée analytiquement avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

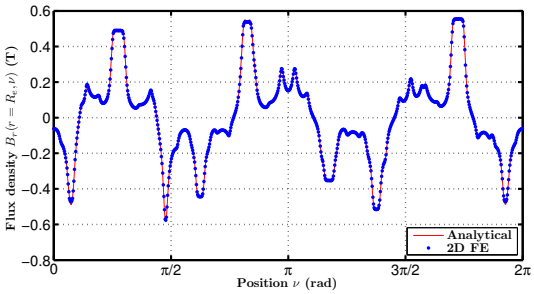


(b) Potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ calculée par EF 2D avec $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

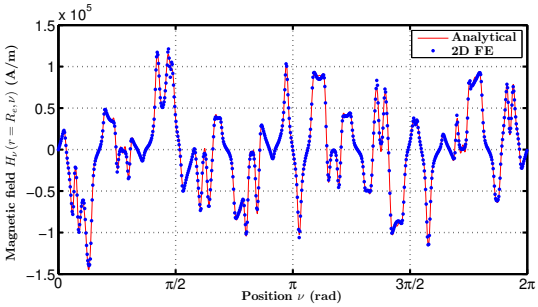
FIGURE D.3: Evaluation du potentiel-vecteur $A(r, \nu)$ dans l'ensemble de l'entrefer double saillant avec le modèle analytique et EF 2D pour une structure MCF à dent de rebouclage (18 plots statoriques et 11 rotoriques) à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Charge $NI_{phase} = 375A.T = tr$



(a) Potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(b) Induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$



(c) Champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ calculée analytiquement et par EF 2D : $\beta_s = 0.5$ et $\beta_r = 0.7$

FIGURE D.4: Evaluation du potentiel-vecteur $A^{(I)}(r = R_e, \nu)$, de l'induction radiale $B_r(r = R_e, \nu)$ et du champ magnétique tangentiel $H_\nu(r = R_e, \nu)$ le long du contour d'entrefer avec le modèle analytique et EF pour une structure MCF à dent de rebouclage 18 plots statoriques et 11 rotoriques à une position θ fixe du rotor - $B_{rem} = 0.4T$- $\beta_s = 0.5$ - $\beta_r = 0.7$ - $N = 100$ - $K = Q = 20$ - $e = 5mm$ - Charge $NI_{phase} = 375A.T = tr$