

THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE
DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Louiza BENZAOUK**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

**APPROCHE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN
OXYDE LIQUIDE DANS UN MATERIAU COMPOSITE
AUTOCICATRISANT "MAC"**

Soutenue le : 20 décembre 2013

Après avis de :

MM. J. Bréard, Professeur Université du Havre, LOMC
S. Drapier, Professeur ENSM, Saint Étienne

Rapporteur
Rapporteur

Devant la Commission d'examen formée de :

MM. J. Bréard, Professeur Université du Havre, LOMC
S. Drapier, Professeur ENSM, Saint- Étienne

Rapporteur
Rapporteur

E. Arquis, Professeur IPB, I2M Bordeaux

Directeur de thèse

N. Bertrand, Maître de Conférences Université de Bordeaux, LCTS

Co-encadrant

M. Valat, Maître de Conférences Université de Bordeaux, I2M

Co-encadrant

F. Teyssandier, Directeur de Recherche CNRS, LCTS, Bordeaux

Président

J. Bico, Maître de Conférences ESPCI, PMMH, Paris

Examinateur

C. Descamps, Ingénieur de recherche, Hérakles, Le Haillan

Examinateur

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier le directeur de cette thèse, Pr. Éric Arquis, de m'avoir accueillie au sein du laboratoire et de m'avoir fait confiance malgré les connaissances plutôt légères que j'avais en matière de simulation numérique, puis de m'avoir guidée, encouragée, conseillée, fait beaucoup voyager pendant ces trois ans tout en me laissant une grande liberté, j'espère avoir été à la hauteur.

Mes remerciements vont également à ma co-directrice, Nathalie Bertrand, pour sa gentillesse, sa patience mais surtout pour la relation humaine qu'elle a su développer à mon égard durant cette thèse. Je la remercie chaleureusement pour tous les conseils et remarques qu'elle m'a prodiguée mais surtout pour l'hospitalité dont elle a fait preuve envers moi durant ces trois ans.

J'aimerais aussi remercier mon co-directeur de thèse, Marc Valat, pour la confiance qu'il m'a témoignée du début à la fin de ce travail, pour sa disponibilité à comprendre et à communiquer avec moi et sans oublier ses précieuses intuitions. Grâce à lui j'ai pu apprendre beaucoup de choses fortes utiles pour mes travaux académiques bien sûr, mais aussi pour mon développement personnel. Je n'oublie pas aussi son aide précieuse dans la relecture et la correction de ma thèse, il a eu la pénible tâche de corriger mon français maladroit. La justesse de ses critiques a été très constructive et utile, pour tout cela je lui exprime ma très profonde gratitude.

Je remercie les membres du jury pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse. Messieurs José Bico et Cédric Descamps qui m'ont fait l'honneur d'examiner ma thèse ; je les en remercie profondément. Une pensée particulière à Cédric Descamps qui a été mon ingénieur de suivi (Hérakles) durant ces trois ans. M. Joël Bérard et M. Sylvain Drapier qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et je les en remercie, ils ont également contribué par leurs nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire, et je leur en suis très reconnaissante.

Par l'occasion, je remercie M. Francis Teyssandier pour m'avoir permis de présenter mes travaux de recherches lors des séminaires du LCTS durant ces trois ans. Une occasion qui m'a permis d'avoir des critiques constructives très utiles pour la continuation de mes travaux de recherche.

Je remercie tous ceux sans qui cette thèse ne serait pas ce qu'elle est : aussi bien par les

discussions que j'ai eu la chance d'avoir avec eux, leurs suggestions ou contributions. Je pense ici en particulier à Jeremy Leboi (tes conseils m'étaient d'un grand secours, la relève est assurée pour la mouillabilité, j'espère que tu garderas toujours cet enthousiasme qui te caractérise, un grand bisou aux filles), Alexandre Poux (monsieur le geek avec qui j'ai fait mes premiers pas sous Linux et Latex et j'avoue c'est beaucoup mieux que Windows et Word, bisou à Clémentine), Antoine Lemoine (Ahhhh tu sais que tes vas et viens sans dire un mot dans mon bureau vont me manquer), Ludovic Osmar (Mister cool du laboratoire et toujours tiré à quatre épingle, chapeau!!!), Frédéric Sarret (on a partagé les mêmes galères ou presque, donc je compatis et je te dit courage pour la suite que la force soit avec toi), Florent Girard (Mister salsa, mille merci pour ta carte postale qui par magie a ramené avec elle le soleil de la Nouvelle Calédonie, et tiens le coup pour la suite), Baptiste (je pense te l'avoir dit souvent, la cigarette tue même si elle est électronique, mais bon disons que la faute est à la thèse) et Bruno (après l'Australie ça sera quoi le Japon les Etat Unis pourquoi pas mais toujours accompagné de la salsa).

Un grand Merci à Valérie Thouard et Noémie Ducéré pour tous les moments passés ensemble à la pause-café, dans le bureau de l'une ou de l'autre où de grandes discussions sociologiques voyaient le jour. Je pense qu'elles seraient d'accord avec moi en disant que les collègues d'autre fois laissent place aux amies d'aujourd'hui. Et n'oubliez jamais que dans un laboratoire de mecs la solidarité féminine est la clef.

Je tiens aussi à mentionner le plaisir que j'ai eu à travailler au sein du laboratoire TREFLE, et j'en remercie ici tous les membres, Stéphane Glockner, Sakir Amiroudine et Cedric Lebot, mes plus proches voisins (toujours les premiers au laboratoire et cela me faisait sentir moins seule), Pierre Lubin mon voisin le plus loin mais qui sait se faire entendre (colosse du laboratoire au cœur d'agneau bien évidemment), Mejdî Azaeiz (toujours un voisin mais pas de bureau plutôt de pays « Tunisie » toujours souriant et bien aimable), sans oublier Jean Paul Caltagirone (pour qui la mouillabilité n'a aucun secret), Stéphane Vincent (qui jusqu'à aujourd'hui retrouve des grains de couscous dans sa cuisine) sans oublier Arnaud Erriguible, Jean Toutain, Thomas Milcent, Delphine Lacanette, David Reungoat et bien évidemment les dernières recrues du labos, Julien Deborde et Kevin Dugois.

Pour leurs encouragements et leur assistance aussi bien matérielle que morale qui m'ont permis de faire cette thèse dans de bonnes conditions, je remercie chaudement mes parents mes frères et sœur, ma belle-famille adorée, et surtout mon époux qui malgré la distance a su trouver les mots pour m'encourager et me remonter le morale tout au long de cette thèse.

*Je dédie ce Manuscrit à ma
famille, ma belle-famille et
à Amine qui rend ma vie
plus belle chaque jour.*

Table des matières

Table des figures	10
Liste des tableaux	17
Nomenclature	23
Introduction générale	27
1 État de l'art sur les matériaux composites	31
1.1 Introduction	31
1.2 Composites à matrice carbone ou céramique	32
1.2.1 Composantes principales d'un CMC	34
1.2.1.1 Le renfort fibreux	34
1.2.1.2 La matrice céramique	35
1.2.2 Fissuration et déviation de fissures : rôle de l'interphase	37
1.3 Les composites à matrice céramique auto-cicatrisante	40
1.3.1 Origine et concept des matériaux à matrice multi-séquencées	40
1.3.2 Propriétés des verres cicatrisants	43
2 Introduction des phénomènes aux interfaces	45
2.1 Tension interfaciale	45
2.1.1 Origine physique	45
2.1.2 Définition	46
2.1.3 Pression de Laplace	47
2.1.4 La capillarité	47
2.1.4.1 Longueur capillaire	48
2.2 Mouillage	48
2.2.1 Définition et application	48
2.2.2 Loi de Young-Dupré	49

2.2.3	Paramètre d'étalement S : mouillage parfait et mouillage partiel	50
2.2.4	Hystérésis du mouillage	51
2.3	Aspects hydrodynamiques du mouillage - présentation de quelques modèles	52
2.4	Notions générales sur la modélisation du mouillage dynamique	53
2.5	L'approche hydrodynamique	55
2.5.1	Théorie de Cox-Voinov	56
2.5.2	Le modèle de De Gennes	58
2.5.3	Le modèle moléculaire-cinétique : dissipation à la ligne de contact	59
2.6	Intégration de l'hystérésis dans les modèles de mouillage dynamique	61
2.7	Le degré d'étalement d'une goutte sur un substrat sec	62
2.8	Quelques exemples d'instabilités interfaciales	63
2.8.1	Instabilité de Rayleigh-Plateau	63
2.8.2	Interactions entre les interfaces : pression de disjonction	65
2.8.3	Ecoulement gravitationnel	66
3	Méthodes numériques de résolution des écoulements diphasiques	69
3.1	Les équations de conservation de la mécanique des fluides	69
3.2	Le modèle macroscopique : équations de mouvement et conditions de saut	71
3.3	Le modèle mésoscopique : le modèle à un fluide	73
3.4	Formulation de la tension de surface	77
3.5	Approche et résolution des problèmes diphasiques	78
3.5.1	Méthode des volumes finis et approche des domaines fictifs	79
3.5.2	La discrétisation temporelle	79
3.5.3	Le couplage vitesse-pression	81
3.5.4	La discrétisation spatiale	83
3.6	Les méthodes de suivi d'interfaces	85
3.6.1	Méthodes lagrangiennes : Front Tracking	85
3.6.2	Méthodes eulériennes	86
3.6.3	<i>Smooth-VOF (SVOF)</i> : lissage contrôlé et amélioration du calcul de la courbure	89
3.7	Le traitement des conditions aux limites	92
3.7.1	La modélisation des substrats	92
3.7.2	Mouillabilité et angle de contact apparent	93
4	Vérification numérique et validation physique	97
4.1	Prise en compte de l'angle de contact : choix de la relation du mouillage	98

4.1.1	Comparaison entre les relations de mouillage existantes et détermination de la nouvelle relation	99
4.1.2	Vérification de la relation de mouillage en statique : dépôt d'une goutte sur une surface plane	106
4.2	Validation de la relation de mouillage en dynamique	108
4.2.1	Impact d'une goutte sur une surface plane horizontale	108
4.2.2	Impact d'une goutte sur une surface inclinée	116
4.3	Déplacement gravitaire : comportement du pont liquide dans un tube capillaire sous l'effet de la gravité	122
5	Modélisation et approche industrielle	129
5.1	Enjeux industriels	129
5.2	Contexte et objectifs	132
5.3	Première approche	138
5.3.1	Paramètres adimensionnels associés au problème	138
5.4	Résolution analytique et numérique de l'écoulement d'un pont liquide dans une fissure rectiligne modèle	142
5.4.1	Estimation du temps caractéristique	146
5.4.2	Estimation numérique du temps caractéristique	149
6	Étude numérique de cas industriels	157
6.1	Étude du comportement du pont liquide lors de sa formation	157
6.2	Conditions de stabilité du pont liquide au sein d'une fissure à géométrie complexe	167
6.2.1	Détermination de la hauteur critique du pont liquide	167
6.3	Effet de vibration de parois	174
	Conclusion et perspectives	183
	Bibliographie	187
	Annexe	199
A	Validation du terme centrifuge	199
B	Écoulement d'un pont liquide dans un cylindre	209
C	Détermination expérimentale de l'angle de contact statique du Borosilicate	213

D Évolution d'un pont liquide entre deux plans non parallèles sous l'action d'une force centrifuge	223
---	------------

Table des figures

1.1	Représentation des différentes échelles du composite : pièce en composite à l'échelle macroscopique, tissage des fils non imprégnés à l'échelle mésoscopique, section des fibres à l'échelle microscopique.	31
1.2	Exemples d'applications des CMC : disques de frein en C/C pour l'aéronautique civile et tuyère en C/C du moteur-fusée RL10 B2 [Christin, 02].	33
1.3	Cliché d'un composite à matrice céramique auto-cicatrisante [Carrère, 96].	34
1.4	Mécanismes de cicatrisation matricielle par formation du B_2O_3 [Pailler2004].	36
1.5	Micrographie électronique de la section transversale d'un minicomposite SiC/SiC à interphase nanoséquencée [Bertrand, 99].	37
1.6	Déviations de fissures par les couches de la matrice [Carrère, 96].	38
1.7	Micrographie électronique en transmission de la déviation de fissure dans un minicomposite préparé par CVI pulsée [Bertrand, 00].	38
1.8	Micrographie d'un composite illustrant les différentes couches de la matrice et le séquençage SiC- B_4C -SiC.	39
1.9	Exemple de composite à matrice autocicatrisante séquencée.	40
1.10	Evolution de la viscosité du B_2O_3 en fonction de la teneur en SiO_2 [Werry, 08].	41
1.11	Micrographie électronique d'une matrice multiséquencée déposée sur une fibre de carbone. [Lamouroux, 99].	42
1.12	processus schématique de dégradation par oxydation sans protection du composite C/SiC.	42
1.13	Processus schématique de la cicatrisation d'une matrice multiséquencée réalisée par les couches boro-silicatées.	43
1.14	Cliché MEB de la cicatrisation du composite Cerasep (Snecma), A410 (fibres Hi-Nicalon).	43
2.1	Interaction entre molécules d'un liquide : la tension de surface comme défaut d'interaction à l'interface	46
2.2	Surface élémentaire courbée	47

2.3	Bilan des forces au niveau d'une ligne triple Solide/Liquide/Gaz	49
2.4	Différentes situations de mouillage sur une surface plane. (a) mouillage totale de la surface ($S \geq 0$), (b) mouillage partiel sous forme de calotte sphérique ($S < 0$), (c) mouillage nul	51
2.5	(a) Goutte parfaitement symétrique. (b) Cas d'une goutte restant accrochée sur une paroi inclinée. La symétrie de la goutte est brisée ce qui entraîne une résultante des forces capillaires non nulle.	51
2.6	Illustration du champ de vitesse et de l'orientation des axes pour une goutte s'écoulant sur un substrat.	55
2.7	Les échelles représentatives de l'étalement dynamique d'une goutte,(1) microscopique, (2) mésoscopique (contrôlé par le flux de cisaillement et les effets capillaires), (3) macroscopique (contrôlé par le flux de cisaillement et les forces gravitationnelles).	56
2.8	(a) Interface courbée avançant à la vitesse U sur un substrat. La hauteur du liquide est notée h et dépend de la position x le long du substrat. (b) Angle de contact dynamique en fonction du nombre capillaire, selon le modèle hydrodynamique de Cox et Voinov.	57
2.9	(a) Dièdre avançant sur un substrat. (b) Évolution de l'angle de contact dynamique en fonction du nombre capillaire d'après le modèle de De Gennes. La branche de la courbe en pointillé n'est pas atteinte en pratique.	59
2.10	Modèles pour les angles de contact dynamiques avec inclusion de l'hystérésis de mouillage, supposée induire un simple décalage des lois de mobilité. (a) Loi de Cox-Voinov. (b) Loi de De Gennes.	61
2.11	Rapport d'aspect maximal (Λ) d'un pont liquide en présence de gravité. $Bo(\Delta\rho, R)$ est le nombre de Bond défini à partir du rayon R du pont liquide, de la différence de densité entre le fluide constituant le pont et du bain environnant. Les cercles correspondent aux calculs numériques de Hardy et al. [Hardy, 77]. Les points en forme de carrée sont les rapports d'aspect maximum de ponts, mesurés expérimentalement par Vizika et al. [Vizika, 92] pour trois combinaisons différentes de fluides. La ligne verticale en trait plein représente le rapport d'aspect limite ($\Lambda = \pi$) en l'absence de gravité.	65
2.12	Développement de doigts dans un film d'huile de ricin déposé sur un plan incliné. Veretennikov [Veretennikov, 98].	67
3.1	Différences entre le domaine réel "physique" et le domaine modélisé via l'approche des domaines fictifs.	80

3.2	Maillage MAC décalé en grille pression-vitesse-viscosité en 2D.	84
3.3	Maillage MAC décalé en grille pression-vitesse-viscosité en 3D.	84
3.4	La méthode de suivi de front. La ligne bleue représente l'interface et les points sont les particules qui permettent de la suivre numériquement.	87
3.5	Repérage de l'interface via la méthode VOF-TVD.	88
3.6	Repérage de l'interface via la méthode VOF-PLIC	88
3.7	Comparaison entre la méthode VOF-PLIC (C) et la méthode Smooth-VOF (C^S) obtenue à ($\chi = 1$) pour une fonction de phase circulaire.	91
4.1	Condition initiale du dépôt de goutte sur plan horizontal pour $Bo = 10^{-1}$	101
4.2	<i>ImageJ</i> - mesure automatique de l'angle de contact (en rouge), $C_\infty = 0,7$	102
4.3	Angle mesuré (θ_m) en fonction de l'angle statique imposé (θ_e).	103
4.4	Courbes des relations disponibles et points mesurés avec C_∞ imposé.	104
4.5	Comparaison entre l'angle mesuré à l'équilibre et la courbe de la relation gaussienne obtenue par l'équation (4.5).	105
4.6	Comparaison des relations gaussienne et polynomiale par morceaux avec le cas idéal ($\theta_m = \theta_e$).	106
4.7	Goutte en équilibre apparent. Vue en coupe ($\theta_e = 170^\circ$).	108
4.8	Goutte en équilibre apparent. Vue en coupe ($\theta_e = 30^\circ$)	108
4.9	Simulation par "Thétis" du comportement dynamique de l'impact d'une goutte sur une surface plane (colonne à gauche $\theta = 30^\circ$, et colonne à droite $\theta = 128^\circ$) dans les conditions de simulation du tableau (4.9).	110
4.10	Illustrations du comportement dynamique de l'impact d'une goutte sur le verre (mouillante $\theta = 30^\circ$, colonne de gauche a-e) et sur de la paraffine (non mouillante $\theta = 128^\circ$, colonne de droite f-j) [Wang, 09].	111
4.11	Comparaison pour des temps équivalents entre les résultats expérimentaux de Wang (colonnes à gauche) et ceux de la simulation (colonnes à droite) du comportement de l'impact d'une goutte sur une surface horizontale mouillante 30° (verre) : vue 3D.	112
4.12	Comparaison pour des temps équivalents entre les résultats expérimentaux de Wang (colonnes à gauche) et ceux de la simulation (colonnes à droite) du comportement de l'impact d'une goutte sur une surface horizontale non mouillante 128° (paraffine) : vue 3D.	113
4.13	Comparaison entre les mesures expérimentales [Wang, 09] et les mesures de la simulation numérique du diamètre (d) et de la hauteur (h) d'une goutte impactant une surface horizontale <i>mouillante</i> ($\theta = 30^\circ$).	114

4.14	Comparaison entre les mesures expérimentales [Wang, 09] et les mesures de la simulation numérique du diamètre (d) et de la hauteur (h) d'une goutte impactant une surface <i>horizontale non mouillante</i> ($\theta = 128^\circ$).	115
4.15	Description des conditions initiale du cas de validation de Fujimoto. (a) Conditions initiales, (b) Définitions des mesures effectuées, hauteur et étalement/diamètre au cours du temps.(c) Conditions aux limites utilisés pour la simulation numérique.	117
4.16	Représentation de l'état initial de l'impact de goutte et le maillage associé.	118
4.17	Mesure de l'étalement adimensionné de la goutte. En losange et traits discontinus bleu sont respectivement les résultats expérimentaux et de simulations des auteurs. En traits pleins, nos résultats de simulations pour différents maillages ($\alpha = 30^\circ$).	119
4.18	Vue 3D de l'impact d'une goutte sur une surface inclinée ($d_p, v_0, \alpha = (0, 53mm, 4, 0m/s, 30^\circ)$), a) résultats de simulation du code de calcul "Thétis", b) résultats de simulation numérique de Fujimoto.	120
4.19	Profils de vitesses réalisé par les auteurs, ($d_p, v_0, \alpha = (0, 53mm, 4, 0m/s, 30^\circ)$).	121
4.20	Vue 2D de l'impact d'une goutte dans le cas de Fujimoto ($d_p, v_0, \alpha = (0, 53mm, 4, 0m/s, 30^\circ)$), obtenue par simulation numérique "Thétis".	121
4.21	a) Vue 3D de l'impact d'une goutte obtenue par simulation numérique ($d_p, v_0, \alpha = (0, 53mm, 2, 8m/s, 45^\circ)$), b) Profil de vitesse et champ de pression réalisés par les auteurs.	122
4.22	Schéma illustrant un pont liquide sous l'effet de la gravité.	123
4.23	Schéma illustrant les différentes configurations géométriques adoptées par un pont de 1mm de longueur, au cours du temps, dans un capillaire de rayon équivalent à 127 μ m.	126
4.24	Relevés de l'évolution de la vitesse en fonction de la longueur du pont, comparaison des résultats de la simulation avec l'expérience et la théorie.	126
4.25	Évolution de l'angle de contact dynamique d'avancée en fonction du nombre capillaire telle qu'obtenue par simulation numérique.	127
5.1	Coupe du turboréacteur CF6-6 [CF6, 70].	130
5.2	Représentation schématique du réacteur double flux double corps LEAP-X [Pratt].	130
5.3	Représentation schématique du turboréacteur [Northwest Airlink].	130
5.4	Illustration d'aubes de turbine, a) Représentation schématique d'aubes de turbine, b) Assemblage d'aubes de turbine, c) Dégradation d'aubes de turbine sous l'effet de la température [Rolls-Royce, 86].	131

5.5	Diagramme binaire (SiO_2/B_2O_3).	133
5.6	Retranscription de la courbe du liquidus, température en fonction de la fraction molaire du B_2O_3	133
5.7	Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction des pourcentages massique du SiO_2 pour diverses températures.	134
5.8	Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction de la fraction molaire du SiO_2 pour une température de 900 K (600°C).	134
5.9	Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction de la fraction molaire du B_2O_3 pour une température de 900 K (600°C).	135
5.10	Représentation d'un pont liquide formé au sein d'une fissure rectiligne.	136
5.11	Représentation d'un film liquide formé le long d'une fissure rectiligne.	136
5.12	Schéma représentant les différents types de fissures au sein d'un composite à matrice céramique [Guillaumat, 99].	137
5.13	Clichés représentant différentes formes de fissure, à gauche (déviation d'une fissure à l'interface d'une fibre transverse), à droite (fissures rectilignes traversant des fils longitudinaux, déviation de la fissure au niveau de la matrice) [Forio, 00].	137
5.14	Représentation schématique de la configuration de l'écoulement.	140
5.15	Représentation schématique de la configuration de l'écoulement	142
5.16	Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $1\mu m$ d'épaisseur avec une viscosité de $316Pa.s$ pour différentes vitesses de rotation.	147
5.17	Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $0,1\mu m$ d'épaisseur avec une viscosité de $316Pa.s$ pour différentes vitesses de rotation.	148
5.18	Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $1\mu m$ d'épaisseur avec une viscosité de $632Pa.s$ pour différentes vitesses de rotation.	148
5.19	Description de la situation initiale pour l'écoulement d'un pont liquide dans une fissure modèle : a) dimension du domaine et du maillage, b) vue 2D en amont et en aval du pont liquide.	151
5.20	Film liquide en amont du pont lors de son déplacement sous l'effet de la force centrifuge.	152
5.21	Représentation de l'épaisseur du film liquide obtenu par simulation numérique.	152

6.1	Schéma représentant la formation du pont ainsi que les différentes configurations adoptées lors de son déplacement.	159
6.2	Schéma représentant une configuration adoptée par le pont lors de son déplacement.	161
6.3	Configurations types adoptées par le pont pour $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s. a-1) et a-2) Remplissage progressif de la fissure obtenue pour ($h = 1.10^{-7}$ m, $\omega = [400 - 3000]$ rad/s). b-1) et b-2) Déplacement du pont et formation de bulles d'air pour ($h = 1.10^{-6}$ m, $\omega = [6000 - 9000]$ rad/s). b-3) et b-4) Déplacement du pont et formation de bulles pour ($h = 2.10^{-6}$ m, $\omega = [6000 - 9000]$ rad/s).	165
6.4	Représentation schématique de la configuration initiale du problème.	168
6.5	Représentation de la configuration initiale du problème pour un pont liquide en Borosilicate ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$).	171
6.6	Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$) à $t_1 = 0,86$ s.	171
6.7	Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$) à $t_2 = 1,34$ s.	171
6.8	Vitesse de déplacement du pont liquide en fonction du temps. Illustration de l'augmentation de la vitesse lors du changement de direction à $t_1 = 0,86$ s ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$).	173
6.9	Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$) à $t_4 = 1,66$ s.	173
6.10	Rupture du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$) à $t_5 = 1,81$ s.	173
6.11	Film résiduel après rupture du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1, 35.10^{-14}$ m ³ , $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2, 3^\circ$) à $t_6 = 2$ s.	174
6.12	Configuration initiale du problème. (A) représente l'amplitude d'oscillation des parois, (h) hauteur critique du pont.	175
6.13	Graphe représentant la position de la paroi basse pour une amplitude de 5.10^{-8} m.	178
6.14	Graphe représentant la position de la paroi haute pour une amplitude de 5.10^{-8} m.	178

6.15	Illustration des configurations adoptées par le pont liquide pour diverses amplitudes ($A = 10\%, 20\%, 30\%$, $h = 0,45 \mu\text{m}$, $f = [1 - 10] \text{ kHz}$ et $\Omega = 1.10^{-13} \text{ m}^3$).	179
6.16	Illustration des configurations adoptées par le pont liquide pour diverses amplitudes ($A = 10\%, 20\%, 30\%$, $h = 0,35 \mu\text{m}$, $f = [1 - 10] \text{ kHz}$ et $\Omega = 5.10^{-14} \text{ m}^3$).	179
6.17	Illustration des différentes configurations adoptées par le pont liquide pour ($h = 0,35 \mu\text{m}$, $A = 10\%$, $f = 1 \text{ kHz}$ et $\Omega = 3,5.10^{-14} \text{ m}^3$).	180
A.1	configuration géométrique de l'enceinte en régime stationnaire.	199
A.2	configuration de base.	201
A.3	configuration géométrique du fluide dans l'enceinte en fonction de la vitesse de rotation.	204
C.1	Diagramme de phases SiO_2/B_2O_3 .	214
C.2	Schéma du banc de mouillage.	215
C.3	Photographie du banc de mouillage.	215
C.4	Débit en fonction du pourcentage d'ouverture du débitmètre argon.	216
C.5	Protocole thermique des essais de mouillabilité (pour $T_{\text{exp}} = 550^\circ\text{C}$).	219
C.6	Protocole thermique des essais de mouillabilité (pour $T_{\text{exp}} = 550^\circ\text{C}$).	221
D.1	Description de la configuration du problème	224
D.2	Configuration initiale du pont	227
D.3	Volume initial du pont	229
D.4	Ménisque de recul	232

Liste des tableaux

3.1	Coefficients des schémas de discrétisation temporelle et ordre correspondant	80
4.1	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.	100
4.2	Caractéristiques numériques associées au problème.	101
4.3	Comparaison des relations tanh, cubique, bi-linéaire et polynomiale par morceaux pour $Bo = 10^{-1}$.	102
4.4	Angles de contact mesurés par la relation gaussienne.	104
4.5	Comparaison entre les résultats théoriques et numériques des propriétés de la goutte à l'équilibre pour différents angles de contact.	107
4.6	Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et caractéristiques associées au problème.	109
4.7	Caractéristiques numériques associées au problème.	109
4.8	Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et les caractéristiques associées au problème.	116
4.9	Caractéristiques numériques associés au problème.	118
4.10	Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et caractéristiques associés au problème.	125
4.11	Caractéristiques numériques associées au problème.	125
5.1	Tableau récapitulatif des paramètres et dimensions fondamentales pour le théorème de Vashy-Buckingham.	139
5.2	Caractéristiques géométriques associées au problème.	141
5.3	Caractéristiques physico-chimiques des deux Borosilicates [Werry, 08].	141
5.4	Valeurs des nombres sans dimension pour différentes vitesses de rotation.	141
5.5	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé (Borosilicate (85% B_2O_3 et 15% SiO_2)).	146
5.6	Caractéristiques géométriques du problème.	146
5.7	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.	150
5.8	Caractéristiques géométriques du problème.	150

5.9	Caractéristiques numériques associés au problème.	150
5.10	Comparaison entre les épaisseurs du film liquide calculées théoriquement par la loi de Bretherton et celles obtenues par simulation numérique.	153
5.11	Comparaison entre les vitesses d'écoulement du pont calculées analytiquement et celles obtenues par simulation numérique en fonction de la largeur du pont liquide.	154
6.1	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.	159
6.2	Caractéristiques géométriques du problème.	159
6.3	Caractéristiques numériques associées au problème.	160
6.4	Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne ($V_{inj} = 10^{-5}$ m/s).	166
6.5	Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne ($V_{inj} = 10^{-5}$ m/s).	166
6.6	Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s.	166
6.7	Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s.	166
6.8	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.	168
6.9	Caractéristiques géométriques du problème.	168
6.10	Caractéristiques numériques associées au problème.	169
6.11	Résultats illustrant la compétition entre les forces de pressions et les forces centrifuges pour un pont en Borosilicate pour ($L = 2,7 \cdot 10^{-7}$ m, $\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14}$ m ³ , $h = [2,1 \cdot 10^{-7} - 2,8 \cdot 10^{-7}]$ m et $\omega = 400$ rad/s.	172
6.12	Résultats illustrant la compétition entre les forces de pressions et les forces de centrifugation pour un pont en Borosilicate pour ($L = 2,5 \cdot 10^{-7}$ m, $\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14}$ m ³ , $h = [1 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-7}]$ m et $\omega = 400$ rad/s.	174
6.13	Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.	175
6.14	Caractéristiques géométriques du problème.	176
6.15	Caractéristiques numériques associées au problème.	176
A.1	Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 15 rad/s	206
A.2	Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 30 rad/s	207
A.3	Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 50 rad/s	208

C.1	Tableau présentant les différentes mesures des angles de contacts.	220
-----	--	-----

Nomenclature

Acronymes

B_2O_3	Oxyde de Bore
B_4C	Carbure de Bore
SiO_2	Silice
B	Bore
BN	Nitrure de Bore
BSC	Borosilicate
C	Carbone
CMC	Composite à matrice céramique
CO	Monoxyde de Carbone
GE	General Electric
MAC	Composite à matrice céramique auto-cicatrisante
PyC	Pyrocarbone
Si	Silicium
SiC	Carbure de silicium
VOF	Volume Of Fluid

Lettres grecques

α	Angle d'inclinaison de la paroi	$^{\circ}$
χ	Coefficient de diffusion	$m^2 \cdot s^{-1}$
Δt	Pas de temps	s
δ_I	Distribution de Dirac attachée à l'interface	

γ	Tension de surface	N.m^{-1}
γ_{LS}	Tension de surface liquide-solide	N.m^{-1}
γ_{SG}	Tension de surface solide-gaz	N.m^{-1}
κ	Courbure moyenne de l'interface	m^{-1}
μ	Viscosité dynamique	$\text{kg} \cdot (\text{m.s})^{-1}$
Ω	Volume de goutte	m^3
ω	Force centrifuge	rad.s^{-1}
ρ	Masse volumique	kg.m^{-3}
ρ_i	Masse volumique locale	kg.m^{-3}
σ	Tenseur des contraintes	
τ	Temps adimensionné	
θ	Angle de contact dynamique	$^\circ$
θ_a	Angle de contact d'avancé	$^\circ$
θ_e	Angle de contact statique	$^\circ$
θ_r	Angle de contact de reculé	$^\circ$
φ	Variable monofluide	
A	Amplitude d'oscillation	μm
f	Fréquence d'oscillation	kHz
L_c	Longueur caractéristique instationnaire	m

Lettres latines

α	Angle d'inclinaison de la surface	$^\circ$
$\langle v_x \rangle$	Vitesse moyenne k	m.s^{-1}
\mathbf{c}_k	Fonction de phase	
Id	Matrice identité	
\mathbf{n}_I	Vecteur normale à l'interface	
\mathbf{n}_k	Vecteur normale de la phase k	
\mathbf{u}	Vecteur vitesse	m.s^{-1}

\mathbf{u}_I	Vecteur vitesse de l'interface	m.s^{-1}
\mathbf{u}_k	Vecteur vitesse de la phase k	m.s^{-1}
\mathbf{u}_p	Vecteur vitesse de la paroi k	m.s^{-1}
$\mathcal{Q}_{\rightarrow\updownarrow\leftarrow}$	Débit d'alimentation	m^3/s
$\Pi_{\rightarrow\updownarrow\leftarrow}$	Débit d'alimentation des films	m^3/s
B_s	Terme de pénalisation	
C	Fonction couleur	
C^s	Fonction régularisée	
C_∞	Coefficient de mouillabilité	
D	Tenseur de déformation	
d_i	Elongation	m
d_p	Diamètre initiale de goutte	m
F_{TS}	Force de tension de surface	N
h	Épaisseur de pont	m
l_b	Longueur de bulle	m
l_c	Longueur capillaire	m
L_f	Longueur de fissure	m
L_i	Distance de diffusion	m
P	Pression	Pa
P_k	Pression de la phase k	Pa
R	Rayon de goutte	m
S	paramètre d'étalement	
t_c	Temps caractéristique	s
u_0	Vitesse caractéristique	m.s^{-1}
V	Vitesse de chute	m.s^{-1}
V_0	Vitesse initiale de chute	m.s^{-1}
v_c	Vitesse de croissance	m.s^{-1}

v_d	Vitesse de déplacement	m.s^{-1}
x_1	Distance du pont par rapport à l'axe de rotation.....	m
H	Hauteur de l'enceinte.....	m
L	Largeur du pont.....	m
m	Masse.....	Kg
R	Rayon de l'enceinte.....	m
T	Température.....	K
Z(r)	Profil de l'interface.....	

Paramètres de similitude

Bo	Nombre de Bond	
Bo_r	Nombre de Bond rotationnel	
Ca	Nombre Capilaire	
Re	Nombre de Reynolds	
We	Nombre de Weber	

Introduction générale

Un matériau composite est l'alliance de deux ou plusieurs constituants à l'échelle microscopique, dans le but de conférer au matériau final, à l'échelle macroscopique, un ensemble original de propriétés, que chacun des constituants pris séparément ne possède pas.

Les matériaux composites à matrice céramique (CMC), et plus particulièrement la génération des CMC à matrice auto-cicatrisante (CMC-MAC), sont des matériaux très performants présentant une bonne tenue mécanique et une réfractarité élevée tout en conservant une densité faible. Leur propriétés remarquables font d'eux des matériaux de choix pour des applications aéronautiques et spatiales.

Lors de leur utilisation, les pièces aéronautiques (composites) sont soumises à la fois à des températures élevées et à des grandes vitesses de rotation, conduisant à un processus de fissuration dans la matrice céramique. L'avantage des CMC-MAC (matrice céramique auto-cicatrisante) réside dans la formation d'une phase liquide vitreuse. En effet, l'oxygène, en diffusant dans les fissures matricielles, réagit avec les constituants de la matrice pour former un verre. Celui-ci a la particularité de stopper la propagation de l'oxygène au sein de la fissure et de protéger, ainsi, les fibres de l'oxydation.

La question du devenir de la phase verre cicatrisante au sein de la fissure, par exemple par abaissement de la viscosité et/ou par effet centrifuge devient cruciale ; elle est au cœur de ce travail.

L'objectif de cette thèse réside dans la détermination des conditions favorables à la stabilisation des verres cicatrisants dans une fissure soumise à la rotation.

L'étude expérimentale du comportement de la phase cicatrisante étant très difficile à réaliser, une approche de modélisation est choisie afin de déterminer les conditions défavorables au matériau. L'étude concerne la relation entre les propriétés physico-chimiques

du fluide et de la surface (viscosité, mouillage), la géométrie de la fissure et les conditions d'utilisation (température, vitesse de rotation, vibrations).

La modélisation du mouvement du verre est ainsi entreprise grâce au logiciel Thétis développé à l'I2M. Ce code de calcul permet la modélisation d'écoulements diphasiques par le suivi d'une interface liquide incluant des phénomènes physiques notamment le mouillage, crucial à cette échelle.

La première partie de ce manuscrit est consacrée à la présentation des composites, et plus précisément des composites céramiques à matrice auto-cicatrisante. Puis, une étude bibliographique décrivant les différents phénomènes aux interfaces observables à cette échelle est réalisée.

Par la suite, afin de bien comprendre les possibilités du code de calcul utilisé, le troisième chapitre présente les méthodes de résolution numérique des équations mises en jeu, ainsi que les modèles utilisés pour la prise en compte des phénomènes physiques, tels que la tension de surface et le mouillage.

Le quatrième chapitre concerne la validation de la prise en compte de ces phénomènes dans le code de calcul Thétis. Cette validation est effective grâce à plusieurs cas de calculs dont (i) prise en compte de l'angle de mouillage dans un cas statique, (ii) l'étude de l'impact de gouttes sur des surfaces horizontales et inclinées, en s'intéressant plus particulièrement à leur dynamique, (iii) des cas d'écoulement de pont liquide.

Dans les deux derniers chapitres, les phénomènes décrits précédemment sont replacés dans leur contexte industriel afin d'entreprendre une simulation la plus proche possible des conditions réelles du problème.

Pour ce faire, une étude du comportement du verre dans différentes géométries de fissure est entreprise. En premier lieu, la modélisation est réalisée dans une fissure modèle, assimilée à deux plans parallèles, dans laquelle la croissance et la coalescence des gouttes de fluide conduit à la formation d'un pont. Puis, la fissure étant assimilée à un dièdre, une géométrie plus proche de la réalité est prise en compte.

Cette étude a permis non seulement de déterminer le comportement du pont liquide soumis à une force centrifuge dans différentes configurations, mais aussi d'évaluer les capacités du pont à jouer son rôle de « bouchon » protecteur dans la structure à laquelle la pièce

étudiée appartient.

La force centrifuge, mais aussi d'autres sollicitations, dont les vibrations, mettent à rude épreuve le matériau composite. Le comportement du pont liquide lorsque les parois de la fissure battent, dépend en grande partie de la fréquence d'oscillation, de l'amplitude et du volume de la phase cicatrisante. Ces paramètres sont à prendre en compte afin de déterminer le devenir du bouchon protecteur dans la fissure.

A partir de l'ensemble des résultats obtenus, dans la limite de validité des hypothèses imposées, une synthèse des conditions d'utilisation acceptable pour le matériau est dressée. Elle permet d'identifier les phénomènes limitant le maintien du bouchon visqueux dans la fissure et met en évidence les paramètres clés de ces phénomènes.

Du point de vue industriel, cette approche permet de mieux appréhender la durée de vie de ce type de matériau composite dans le cadre d'utilisation envisagé.

Chapitre 1

État de l'art sur les matériaux composites

1.1 Introduction

Un composite est un assemblage de plusieurs constituants tels que le renfort, la matrice et l'interface. L'association de ces divers constituants permet aux composites d'acquérir des propriétés supérieures à celles des constituants pris séparément. A l'échelle microscopique on trouve le renfort qui peut être sous forme de particules, de fibres courtes ou longues (figure 1.1).

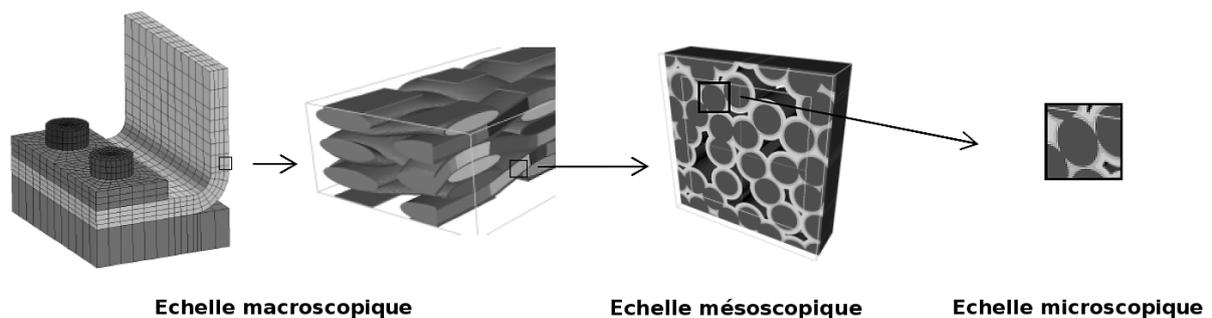


FIGURE 1.1 – Représentation des différentes échelles du composite : pièce en composite à l'échelle macroscopique, tissage des fils non imprégnés à l'échelle mésoscopique, section des fibres à l'échelle microscopique.

Les fibres assemblées forment un élément appelé fil (de 500 à 24000 fibres par fil dans certains composites de carbone). L'orientation et le tissage des fils (échelle mésoscopique) sont choisis en fonction des efforts appliqués au composite.

Les fils sont imprégnés ou infiltrés par une matrice, ce qui permet de protéger les fibres des agressions physico-chimiques liées à l'environnement.

A l'échelle macroscopique, on retrouve la matrice qui a pour rôle de fixer l'orientation des fils afin de conserver les propriétés du composite dans des directions privilégiées.

Le renfort assure la tenue du composite et la reprise des efforts lorsque la matrice est endommagée. L'interface assure la liaison entre les fibres et la matrice, et elle a une grande influence sur le comportement mécanique du composite.

Les composites peuvent être classés selon la morphologie des constituants de renforts (particules sphériques, plaquettes, fibres courtes ou longues...), la disposition des renforts (fibres alignées ou croisées en 2 ou 3 dimensions, distribution aléatoire...) ou la nature de la matrice et du renfort.

Suivant ces critères de classification, on peut distinguer trois classes : les composites à matrice organique, métallique et céramique. Les composites à matrice organique sont constitués d'une matrice polymère organique (thermodurcissable ou thermoplastique) renforcée par des fibres de verres, de carbone, de bore ou autres. Ces composites sont très légers, faciles à mettre en oeuvre et possèdent des caractéristiques mécaniques équivalentes, voire supérieures à celle des aciers, mais ils ne sont pas résistants au-delà de 350°C.

Les composites à matrice métallique assurent un très bon transfert de charge ce qui procure à ces matériaux une haute résistance mécanique et une ténacité élevée de part leur possibilité de déformation plastique. Ils sont renforcés par des particules oxydes ou par des fibres céramiques (C, B, SiC, Al_2O_3 ...).

De nombreuses recherches ont été initiées dans le domaine des composites légers (Aluminium, Titane, Magnésium...) pour l'aéronautique, l'aérospatiale et l'automobile. Leurs capacités restent limitées dans les applications à très haute température, ce qui explique le succès des composites à matrice carbone ou céramique.

1.2 Composites à matrice carbone ou céramique

Les premiers CMCs non oxydes élaborés dans les années 60 étaient des composites de type C/C (fibres et matrice de carbone) afin de dépasser les limites des alliages métalliques et des céramiques monolithiques.

En raison de leurs excellentes propriétés thermomécaniques en atmosphère neutre ou réductrice, leur réfractarité, leur résistance à l'ablation à très hautes températures ainsi qu'à leur faible densité, ces composites ont trouvé leurs premières applications dans le domaine

aérospatial, en tant que divergents de tuyère de moteur de fusée ou encore comme bouclier thermique de corps de rentrée atmosphérique [Christin, 02] [Krenkel, 02] [Naslain, 04] [Christin, 05].

Malgré des propriétés intéressantes à haute température, l'emploi des composites C/C est limité en raison de leur sensibilité à l'oxydation dès 450°C [Choury, 89].

Les premiers composites SiC/SiC (Carbure de Silicium) sont apparus en 1977 avec le remplacement de la matrice de carbone par du carbure de silicium [Christin, 77] [Héraud, 81]. En 1980, les fibres de carbone ont été remplacées par des fibres à base de carbure de silicium. Les travaux de Siron en 1996 et Forio en 1997 [Siron, 96] [Forio, 97] donnent des exemples de structures de composites C/C et C/SiC (figure 1.2).

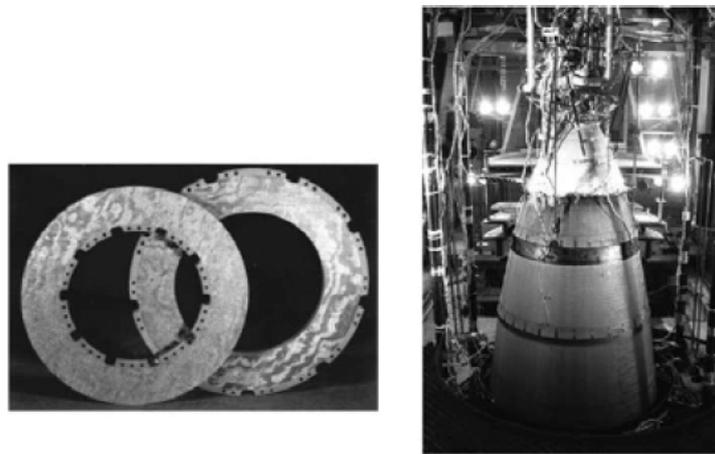


FIGURE 1.2 – Exemples d'applications des CMC : disques de frein en C/C pour l'aéronautique civile et tuyère en C/C du moteur-fusée RL10 B2 [Christin, 02].

L'utilisation de pièces en CMC permet de diminuer la consommation en carburant d'un avion ou encore d'augmenter la charge utile d'une fusée lanceur de satellite. Ces pièces, pouvant fonctionner à des températures élevées, permettent d'augmenter le rendement d'un moteur et diminuer les émissions polluantes de NOx et de CO [Naslain, 04]. En raison de leurs faibles ténacités et tolérance aux dommages, ils ne sont pas adaptés à ce type d'applications.

Les composites thermostructuraux présentent des propriétés mécaniques intéressantes, une conductivité thermique élevée et une bonne résistance à l'oxydation. Ces propriétés exceptionnelles conjuguées à leur faible densité en font des matériaux parfaitement adéquats à la conception de diverses pièces pour navettes spatiales, moteurs d'avions ou encore freins à haute performance (figure 1.2) [Christin, 02].

La dernière génération des composites SiC/SiC, issue des travaux de recherches portant sur l'augmentation de la durée de vie des composites, est de type SiC/(Si-B-C), dans lesquels

l'élément **Bore** est introduit dans la matrice de Silicium sous différentes formes. Il s'agit de composite à matrice céramique **auto-cicatrisante**, décrit au prochain paragraphe.

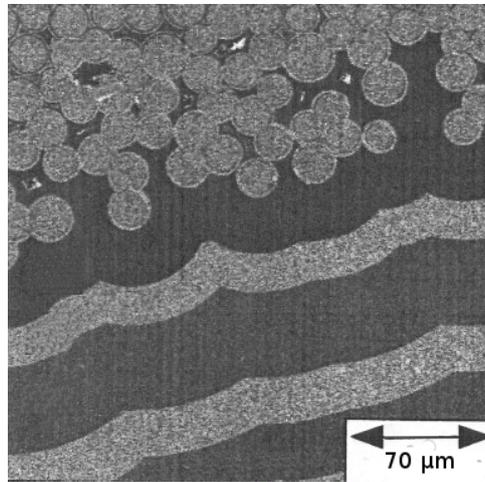


FIGURE 1.3 – Cliché d'un composite à matrice céramique auto-cicatrisante [Carrère, 96].

1.2.1 Composantes principales d'un CMC

1.2.1.1 Le renfort fibreux

Dans les matériaux composites à hautes performances thermomécaniques, le renfort fibreux a pour fonction principale de supporter l'essentiel de la charge appliquée. Les fibres les plus utilisées dans les composites thermostructuraux sont les fibres de carbone et celles en carbure de silicium.

- **Fibres de carbone :**

Il existe une large gamme de fibres de carbone avec des propriétés mécaniques et thermiques différentes, et fabriquées à des coûts relativement faibles. Dans la mesure où elle est protégée de l'oxydation, la fibre de carbone est sans doute le meilleur matériau de renfort. En effet, le carbone est l'un des rares matériaux dont la résistance mécanique augmente avec la température jusqu'à environ 2500°C.

Cependant, le coefficient d'expansion thermique du carbone est anisotrope et différent de celui du carbure de silicium. Par conséquent, les composites C/SiC sont pour la plupart micro-fissurés après élaboration [Sabouret, 96] [Lamouroux, 94]. Ces microfissures facilitent la diffusion de l'oxygène vers les fibres dans des atmosphères oxydantes [Lamouroux, 94]. L'oxygène réagit avec le carbone dès 450°C pour donner des oxydes gazeux (CO, CO₂) menant à une dégradation importante du composite.

- **Fibres de SiC :**

Les fibres de SiC ont une résistance à l'oxydation supérieure aux fibres de carbone. Par ailleurs, le coefficient de dilatation des fibres de SiC étant très proche de celui des matrices céramiques, les composites SiC/SiC ne sont pas microfissurés après élaboration. Les fibres de carbure de silicium de première génération (Nicalon) sont des fibres du type Si-C-O constituées de nanocristaux de SiC et de carbone libre inclus dans une matrice SiC_xO_y amorphe. Ces fibres se décomposent au-dessus de 1100 à 1200 °C. Par conséquent, les composites à matrice céramique comportant ces fibres doivent être élaborés par des procédés basses températures (CVI, PIP...) et leur utilisation est limitée en température.

Les fibres SiC de deuxième génération (Hi-Nicalon) sont des fibres qui ne contiennent pas d'oxygène. Elles sont constituées de nanocristaux de SiC et de carbone libre. Ces fibres ne se décomposent pas à hautes températures car elles ne contiennent pas de phases SiOxCy. Leur résistance au fluage peut être accrue si ces fibres ont subi un traitement thermique, entre 1400 et 1600°C, qui permet de stabiliser leur microstructure [Ichikawa, 95] [Chollon, 95].

Les fibres base SiC de troisième génération (Hi-Nicalon S) sont des fibres SiC stoechiométriques qui ne contiennent pas d'oxygène. Leur taille de grains est relativement importante et leur stabilité thermique est excellente. Ces fibres sont cependant très rigides et leur capacité à être tissées faible. Par ailleurs, ces fibres sont extrêmement coûteuses [Naslain, 04].

1.2.1.2 La matrice céramique

La matrice céramique protège le renfort fibreux du milieu extérieur, assure la cohésion du matériau et transmet les efforts mécaniques. Les premiers CMC étaient composés de fibres et d'une matrice en carbone, mais ceux à matrice SiC restent plus courants en raison d'une meilleure résistance à l'oxydation et d'une plus faible densité [Christin, 02]. Il existe aussi des matrices à base d'oxydes comme SiO_2 , B_2O_3 , Al_2O_3 , MgO ou Li_2O . Ces matrices ont un faible coût de fabrication mais sont limitées en température (< 1000°C).

Suivant les applications, la matrice peut être composée de carbone ou de carbure de silicium. Pour des applications de longue durée (plusieurs milliers d'heures) à moyenne ou haute température [600 – 1400°C] sous atmosphère oxydante, les CMC à matrice SiC sont privilégiés en raison de la formation de SiO_2 visqueux qui protège les fibres.

Cependant, la quantité de SiO_2 formée est négligeable en dessous de 1000°C et le phénomène de protection (auto-cicatrisation) n'intervient pas [Lamouroux, 94] [Goujard, 90] [Goujard, 95].

Pour des températures d'utilisation plus basses ou lors d'un cyclage thermique, l'endommagement du matériau par oxydation de l'interphase et des fibres est alors possible, réduisant ainsi la durée de vie du matériau. Afin d'accroître cette durée de vie, l'élément **Bore** est introduit dans la matrice SiC.

Les composés borés s'oxydent dès 400°C en formant un verre cicatrisant B_2O_3 . La formation de verre par la matrice protège les fibres de deux manières différentes. Dans la première, l'oxygène est consommé, ce qui l'empêche de pénétrer jusqu'aux fibres et d'amorcer leur dégradation. Dans la seconde, les fissures matricielles sont colmatées. Le verre joue le rôle de barrière en empêchant la progression de l'oxygène vers les fibres [Carrère, 96] [Lamouroux, 99] (figure 1.4).

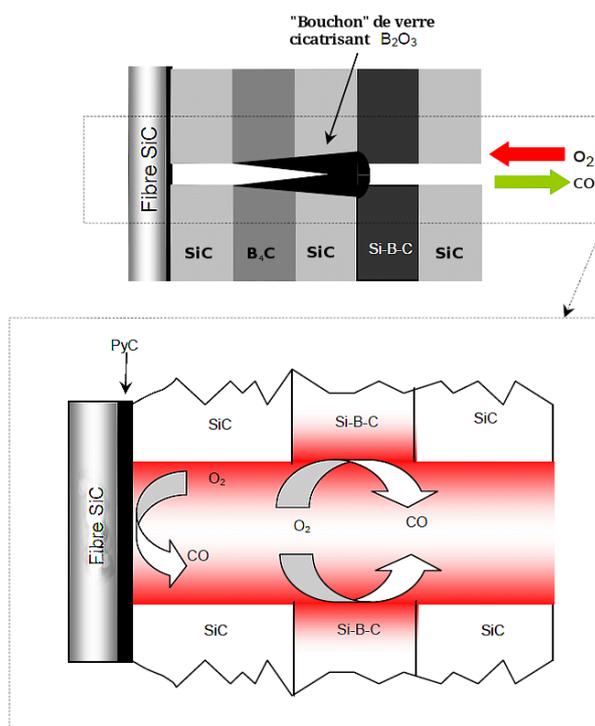


FIGURE 1.4 – Mécanismes de cicatrisation matricielle par formation du B_2O_3 [Pailler2004].

Les modes d'élaboration des matrices dépendent fortement des propriétés du renfort (caractéristiques mécaniques, stabilité chimique, tenue en température...) mais aussi de la matrice qui va lui être associée. Certains procédés comme la CVI permettent de limiter au maximum les contraintes d'origines mécaniques exercées sur le renfort et aussi dans une certaine mesure la réactivité avec le renfort du fait de la température de mise en oeuvre relativement basse [Naslain, 06]. Par contre d'autres procédés comme la compres-

sion à chaud vont nécessiter à la fois des températures et des pressions élevées, sources de dégradations mécaniques ou thermochimiques [Naslain, 95].

1.2.2 Fissuration et déviation de fissures : rôle de l'interphase

L'interphase est une zone de faible épaisseur, séparant les fibres de la matrice, dont les principales fonctions sont d'assurer le transfert de charge entre fibres et matrice, de dévier les fissures matricielles afin de protéger les fibres d'une rupture, de limiter les contraintes résiduelles dues à l'élaboration, d'encaisser les écarts de dilatation thermique entre fibres et matrice et enfin servir de barrière de diffusion dans le cadre de certains procédés d'élaboration [Naslain, 98].

Le principal avantage des CMC réside dans le fait que leur comportement n'est pas fragile comparés aux matériaux céramiques monolithiques qui sont relativement durs et cassants. Cette propriété est atteinte grâce à l'interphase, qui assure la liaison entre les fibres et la matrice. Elle joue un rôle crucial dans la propagation des fissures au sein du composite. D'une épaisseur de 0,1 à 1 μm , elle permet en effet d'éviter la rupture catastrophique des fibres et de la matrice dont le comportement est fragile.

L'interphase peut être soit en pyrocarbone (PyC) ou en nitrure de bore (BN), matériaux à structure cristalline feuilletée bien plus adaptés pour ce rôle [Naslain, 98]. Il est à noter que ces interphases étant sensibles à l'oxydation, il est possible de réaliser des interphases nanoséquencées (figure 1.5) [Dupel, 93] [Heurtevent, 96] [Rebillat, 98] [Bertrand, 98].

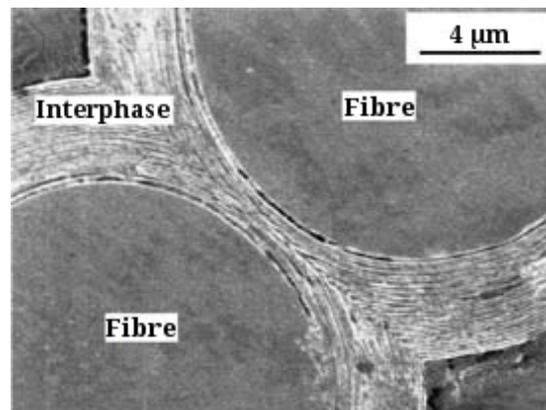


FIGURE 1.5 – Micrographie électronique de la section transverse d'un minicomposite SiC/SiC à interphase nanoséquencée [Bertrand, 99].

Les réseaux de fissures qui se développent lors d'une sollicitation mécanique intense du matériau sont complexes et très importants, car ils forment un chemin d'accès privilégié aux espèces oxydantes vers le coeur du matériau (voir figure (1.6)).

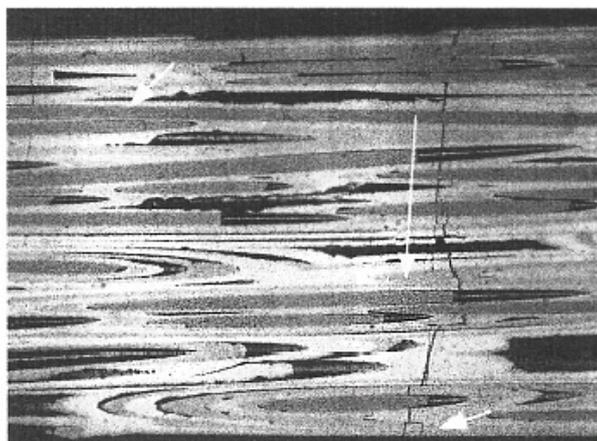


FIGURE 1.6 – Déviation de fissures par les couches de la matrice [Carrère, 96].

Le scénario établi dans les travaux de Fantozzi et al, en 2001 [Fantozzi, 01], Letombe et al, en 2005 [Letombe, 05] et Ladevèze et al, en 2010 [Ladevèze, 10], met en évidence la propagation des fissures dans la matrice inter-torons à partir des macropores où se trouve la zone de concentration des contraintes (figure 1.7).

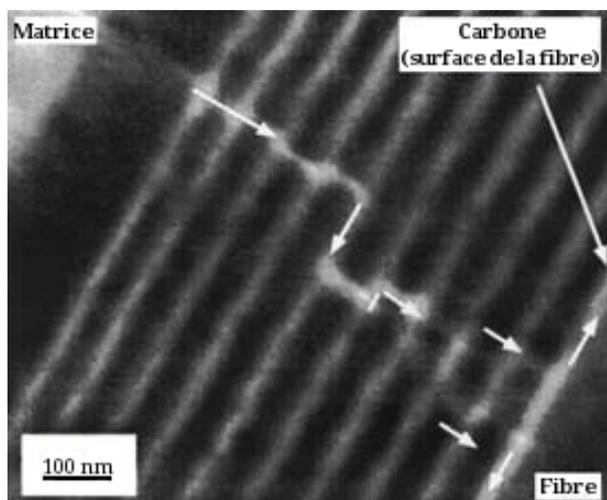


FIGURE 1.7 – Micrographie électronique en transmission de la déviation de fissure dans un minicomposite préparé par CVI pulsée [Bertrand, 00].

Ce schéma est principalement dû à l'interphase qui est constituée d'un matériau (PyC, BN) au comportement fortement anisotrope en raison de sa structure cristalline feuilletée. En effet, cette structure cristalline feuilletée permet lorsqu'une fissure arrive au niveau d'une fibre de la dévier le long de l'interphase, voire même de la stopper. Ceci a l'avantage de retarder la rupture des fibres et donc la dégradation du matériau [Aveston, 71]

[Lacroix, 02] [Martin, 02].

Ce mécanisme important, qui permet d'obtenir un comportement ductile à partir de constituants fragiles, a cependant nécessité de nombreuses études en vue d'une application industrielle [Rebillat, 00] [Carrère, 00].

À noter que les microfissures peuvent s'ouvrir ou se fermer suivant le chargement, d'où une réponse du matériau très différente en traction et en compression [Ladvèze, 95].

Dans la revue détaillée par Lamon en 2001 [Lamon, 01] il a été montré que la fissuration dépend beaucoup de la microstructure du matériau, plus particulièrement pour les composites obtenus par CVI qui ont une structure très hétérogène (torons, macropores ainsi que micropores au sein des torons [Guillaumat, 99]).

L'intercouche de carbure de bore B_4C

La figure (2.5) représente le dépôt de l'intercouche de carbure de bore sous forme de couches séquencées SiC- B_4C -SiC. Pour des températures inférieures à 1500°C la cristallisation est incomplète et les dépôts obtenus sont amorphes. À partir de 1500°C, la cristallisation s'améliore et est plus homogène. Cela permet de conclure que la température influe significativement sur la cristallisation du B_4C .

L'intercouche de carbure de bore B_4C se caractérise par sa capacité à s'oxyder rapidement au contact de l'oxygène à partir de 400°C, pour former un verre B_2O_3 amorphe liquide à partir de 500°C.

Selon la température, ce verre cicatrise les fissures matricielles et ralentit l'arrivée de l'oxygène au contact des fibres, ce qui accroît la durée de vie des CMCs, ce processus de cicatrisation sera étudié plus en détails par la suite [Garitte, 07] [Pasquier, 97].

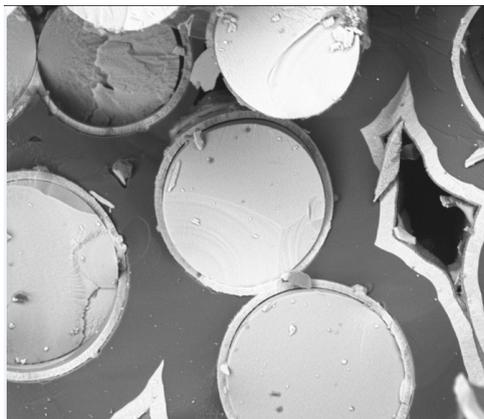


FIGURE 1.8 – Micrographie d'un composite illustrant les différentes couches de la matrice et le séquençage SiC- B_4C -SiC.

1.3 Les composites à matrice céramique auto-cicatrisante

1.3.1 Origine et concept des matériaux à matrice multi-séquencés

Dans le but d'accroître la durée de vie des composites, le **Bore** est introduit sous deux formes différentes dans la matrice de carbure de Silicium, l'une binaire B-C (appelée improprement *Carbure de Bore*) et l'autre ternaire Si-B-C, ceci afin d'élargir la gamme de température de la protection (figure 1.9).

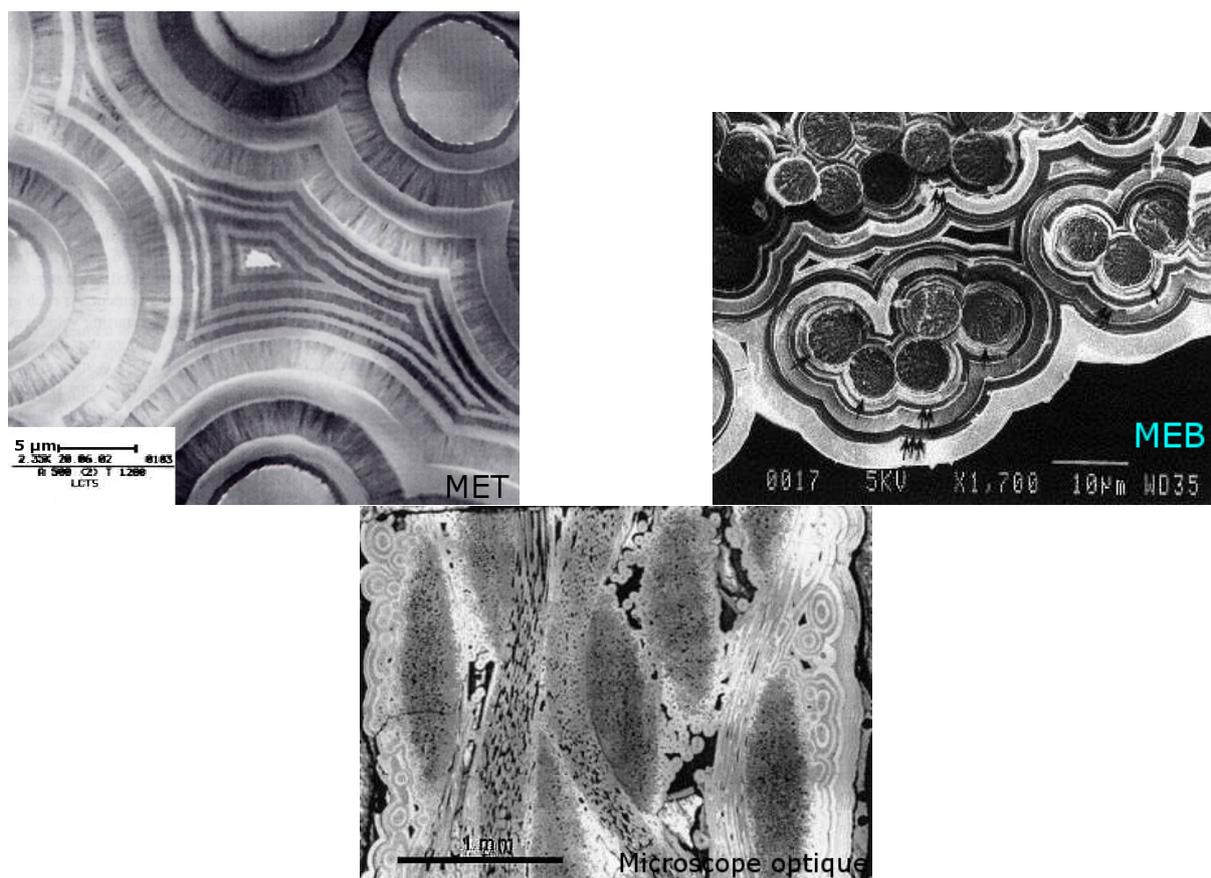


FIGURE 1.9 – Exemple de composite à matrice autocicatrisante séquencée.

L'ajout du Carbure de Bore apporte une protection aux basses températures.

Lors de son oxydation, il forme, dès 450°C, du B_2O_3 liquide faiblement visqueux qui s'écoule à l'intérieur des fissures et ainsi les comble.

Le ternaire Si-B-C est introduit afin de protéger le composite aux moyennes températures. L'oxydation de ce matériau se produit à une température d'autant plus faible que la quantité de Bore est importante. Elle conduit à la formation d'un liquide borosilicaté $B_2O_3 - SiO_2$ plus fluide que le SiO_2 , avec un pouvoir cicatrisant limitant efficacement la

diffusion de l'oxygène.

En effet, la présence de Silice et la formation de liaison Si-O-B augmente la viscosité de la phase cicatrisante par rapport au B_2O_3 pur, et limite la volatilisation de l'oxyde de Bore (voir la figure (1.10)).

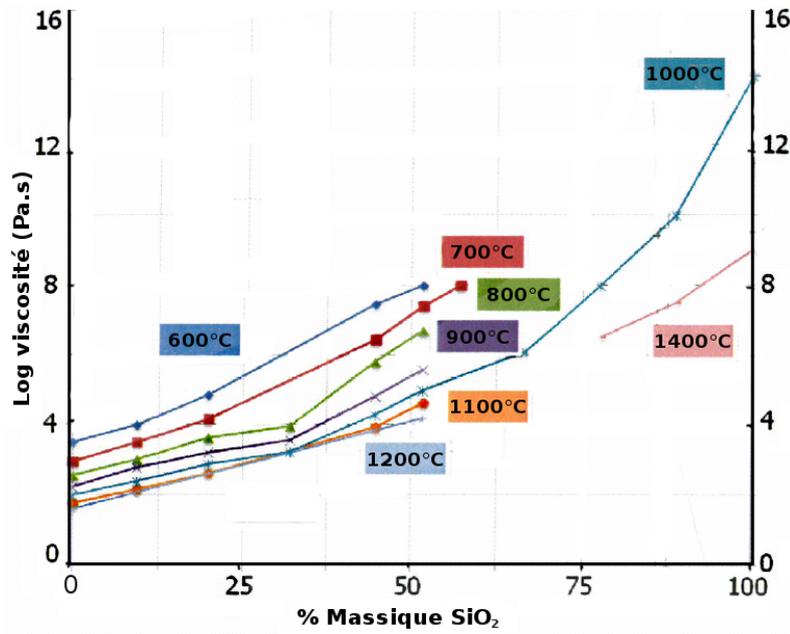


FIGURE 1.10 – Evolution de la viscosité du B_2O_3 en fonction de la teneur en SiO_2 [Werry, 08].

L'oxydation est un phénomène important. Il régit le comportement des CMCs et leur durée de vie. En raison de quoi, une protection contre la diffusion de l'oxygène est nécessaire afin de prolonger la durée de vie, en environnement complexe, du matériau. Les solutions les plus adaptées reposent sur le fait que les oxydes occupent un volume plus important que l'espèce dont ils sont issus. Cette expansion permet de créer un bouchon qui rebouche la fissure.

Le concept de cicatrisation vient donc du fait que ces oxydes, sous forme de verre, ont une viscosité dépendante de la température, permettant un écoulement et une progression du bouchon dans la fissure [Fergus, 95] [Aoki, 01].

Il a été démontré dans les travaux de Guo en 1999 [Guo, 99], que tout système d'autocicatrisation doit prendre en compte l'intervalle thermique d'utilisation de chacun des cicatrisants, afin de couvrir toute la plage thermique d'utilisation du matériau.

Plusieurs méthodes existent afin d'intégrer des cicatrisants au sein de la matrice, celle qui nous intéresse particulièrement est nommée matrice multiséquencée autocicatrisante (figure 1.11) [Tong, 07].

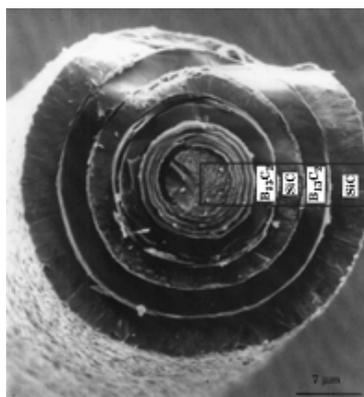


FIGURE 1.11 – Micrographie électronique d'une matrice multiséquentielle déposée sur une fibre de carbone. [Lamouroux, 99].

Ces matrices présentent beaucoup d'avantages d'un point de vue mécanique, mais aussi d'un point de vue résistance à l'oxydation. Les couches séquentielles favorisent la déviation des fissures qui perdent leur énergie en se propageant. La longueur et la tortuosité du chemin de diffusion de l'oxygène vers le coeur du matériau sont ainsi augmentées. La concentration d'oxygène accédant aux fibres et aux interphases fibre-matrice est réduite [Guo, 99] [Viricelle, 01].

Par contre au dessus de 1000 ou 1100°C, SiO_2 , majoritairement produit par l'oxydation des couches de SiC, devient la phase cicatrisante principale. Le schéma représenté par la figure (1.12) illustre le processus de dégradation par oxydation d'une matrice SiC/SiC. Le schéma représenté par la figure (1.13) et le cliché (figure (1.14)) illustrent le processus de cicatrisation réalisé par les couches borosilicatées [Carrère, 96] [Bouillon, 00].

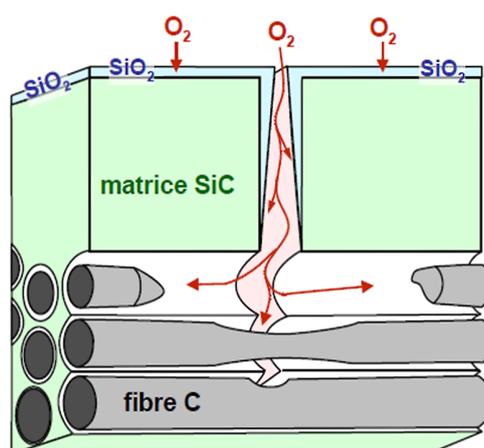


FIGURE 1.12 – processus schématique de dégradation par oxydation sans protection du composite C/SiC.

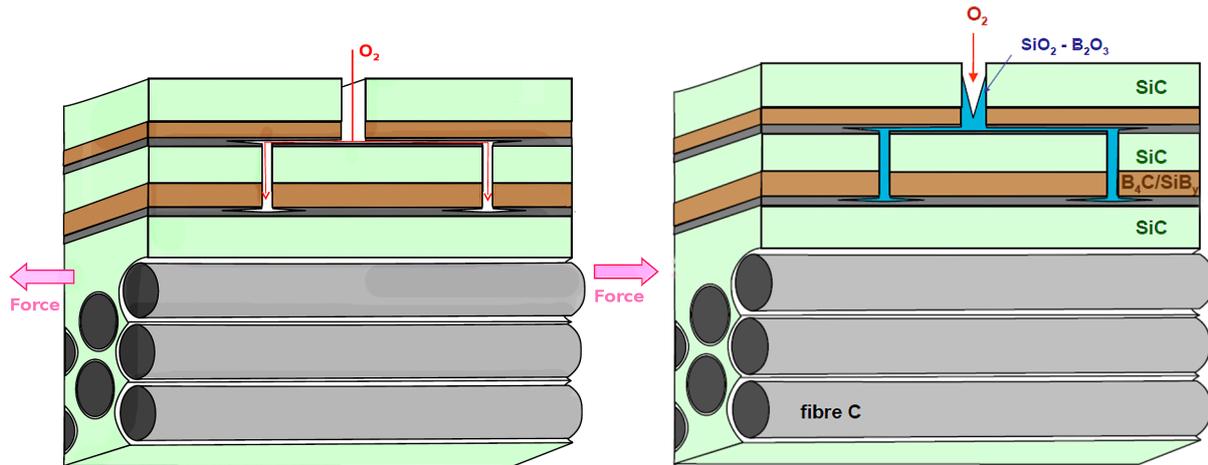


FIGURE 1.13 – Processus schématique de la cicatrisation d'une matrice multiséquencée réalisée par les couches boro-silicatées.

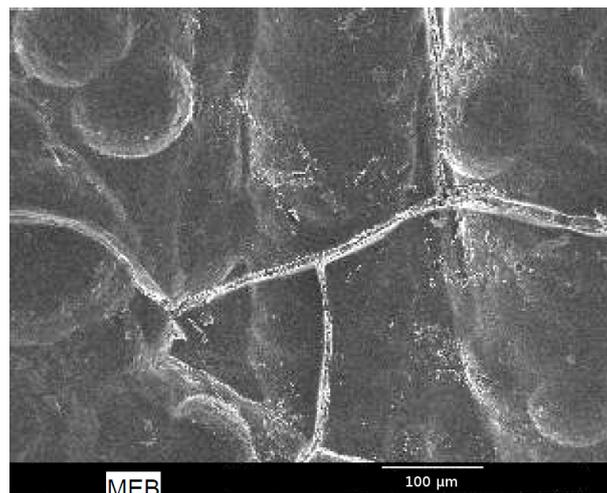


FIGURE 1.14 – Cliché MEB de la cicatrisation du composite Cerasep (Snecma), A410 (fibres Hi-Nicalon).

1.3.2 Propriétés des verres cicatrisants

- **Structure :**

L'oxyde de Bore et la silice présentent des structures amorphes. Le B_2O_3 issus des polyèdres (BO_3 ou BO_4), et la silice est formée du tétraèdre SiO_4 [Hardy, 77]. Les borosilicates sont issus de la formation de liaisons Si-O-B, le mélange des deux réseaux est donc limité par les coordinences différentes du Bore et du Silicium [Gylette, 72].

- **Viscosité :**

La viscosité du B_2O_3 déshydraté varie entre 600°C et 1200°C, de même la viscosité de la silice vitreuse varie entre 900 et 1400°C.

Pour un mélange $B_2O_3-SiO_2$, des mesures de viscosité ont été réalisées pour diverses compositions en fonction de la température, figure (1.10). La viscosité d'un borosilicate est contrôlée par le taux du SiO_2 qui le constitue : pour une composition constante du verre la viscosité diminue lors de l'augmentation de la température, par contre pour une température constante la viscosité augmente avec la teneur en silice du borosilicate. Enfin le mélange SiO_2 et B_2O_3 tend à densifier la structure des verres borosilicatés [Haynes, 70].

Dans ce chapitre, différents types de matériaux composites ont été abordés de façon succincte. Les procédés de mise en œuvre tels que le liquid Composite Modeling (LCM), infusion ou écoulement de résine ne faisant pas partie de l'objectif visé par ce travail n'ont pas été abordés.

Nous mettons particulièrement l'accent sur les composites à matrice auto-cicatrisante et plus précisément sur la dégradation par fissuration que subissent ces matériaux, dégradation qui impacte fortement l'écoulement de la matrice à cette échelle.

Aussi, la capacité de ces matériaux à générer un fluide cicatrisant lui permettant de colmater les fissures a été abordée, sachant que seul l'aspect hydrodynamique du phénomène de cicatrisation sera étudié de façon explicite. La cinétique de formation de ces fluides cicatrisants et les réactions chimiques associées, n'ont pas été pris en compte dans notre étude car le code de calcul utilisé actuellement ne peut prendre en compte ces phénomènes. Afin de répondre à la problématique majeure de la fissuration ainsi qu'à l'aspect hydrodynamique des fluides cicatrisants, il est nécessaire et important d'introduire certaines notions liées aux phénoménologies aux interfaces.

Chapitre 2

Introduction des phénomènes aux interfaces

Les écoulements à surface libre sont des cas fréquemment rencontrés dans l'industrie, mais aussi dans la vie quotidienne : écoulements de gouttes, filets, films liquides... D'un point de vue théorique, il s'agit de problèmes souvent complexes, mettant en jeu des interfaces liquide/gaz/solide, généralement à faibles échelles incluant des effets capillaires. Dans ce chapitre, nous rappelons quelques principes fondamentaux liés au mouillage et à la capillarité. Pour cela, nous introduirons les notions de tension superficielle, de mouillage et d'instabilité aux interfaces, des notions que nous utiliserons dans la suite du manuscrit [Guyon, 01] [De Gennes, 02].

2.1 Tension interfaciale

2.1.1 Origine physique

Une interface est une zone séparant un corps en deux phases (un liquide et sa vapeur) ou deux corps différents (l'eau et de l'huile, verre et de l'eau...). On considère cette zone comme étant infiniment mince et décrite par son aire, cette aire tend à être minimale. On définit pour l'interface une énergie (somme des interactions entre les composants chimiques), qui rapportée à l'unité d'aire est appelée **la tension interfaciale**.

Young et Laplace ont interprété ce phénomène à l'aide des forces intermoléculaires attractives, figure (2.1), qui assurent la cohésion des phases condensées. Pour une interface Liquide/Vapeur par exemple chaque molécule est entourée en moyenne d'un certain nombre de voisines, à l'interface ce nombre est divisé par 2. En considérant une énergie de cohésion par molécule, créer une interface revient donc à perdre une partie de cette

énergie de cohésion. En d'autres termes, amener une molécule vers l'interface coûte de l'énergie [Bico, 00], c'est comme si elle était à moitié arrachée au liquide.

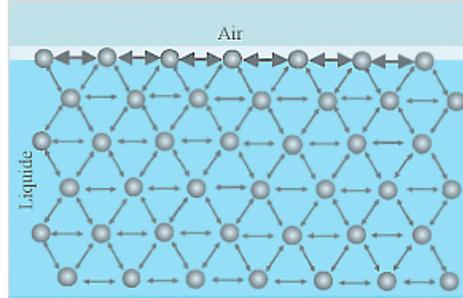


FIGURE 2.1 – Interaction entre molécules d'un liquide : la tension de surface comme défaut d'interaction à l'interface

2.1.2 Définition

Une molécule dans un fluide est soumise à des interactions attractives, exercées par les autres molécules du milieu. Ces forces cohésives peuvent être des forces de type Van Der Waals, des liaisons hydrogène, des liaisons ioniques ou métalliques selon le fluide considéré. Si une molécule se situe à une interface (par exemple avec le gaz), elle subit moins d'interactions attractives que lorsqu'elle était dans le volume du fluide et se retrouve avec un excès d'énergie. L'énergie du système présente alors un terme de surface positif. À cause de ce terme, les liquides ajustent leur forme de façon à minimiser leur surface. La tension superficielle traduit cette énergie de cohésion du liquide, et représente l'augmentation de l'énergie libre F , due à une augmentation de surface A de dA :

$$\gamma = \left(\frac{\partial F}{\partial A} \right)_{T, \Omega, N} \quad (2.1)$$

où (T) est la température du milieu, (Ω) le volume considéré et (N) la quantité de matière dans le volume (Ω).

Dimensionnellement, il s'agit d'une énergie par unité de surface $\gamma = \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right)$ (J/m^2), et donc d'une force par unité de longueur. Les interfaces se comportent alors comme des membranes tendues par cet effet de cohésion du liquide, c'est l'origine du nom de tension superficielle.

Généralement, d'un point de vue chimique, la tension de surface est la somme de composantes dispersives (liaison de Van der Waals) et polaires (liaison hydrogène, ionique), $\gamma_L = \gamma_L^+ + \gamma_L^-$. De même pour le solide ou $\gamma_S = \gamma_S^+ + \gamma_S^-$.

À cause des liaisons hydrogène, l'eau qui est un liquide (polaire) possède une tension superficielle particulièrement élevée, de l'ordre de $70mN/m$ à température ambiante, et l'héptane qui est un liquide (dispersif) possède une tension superficielle de $19mN/m$.

2.1.3 Pression de Laplace

Ce qui fait qu'une bulle reste gonflée, c'est la surpression à l'intérieur de la bulle par rapport à la pression extérieure.

Ce saut de pression à la traversée d'une surface de séparation entre deux fluides est donné par la loi de Laplace (1805) [Landau, 94] :

$$\Delta P = (P_{int} - P_{ext}) = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \gamma \kappa \quad (2.2)$$

où (κ) est la courbure moyenne de la surface, et (R_1 et R_2) ses rayons de courbure principaux (2.2).

Pour une bulle de savon de rayon sphérique R par exemple, ce saut de pression dépend de la tension superficielle, car il y a deux interfaces liquide/gaz pour passer de l'intérieur à l'extérieur de la bulle.

$$\Delta P = (P_{int} - P_{ext}) = 2\gamma \frac{2}{R} = 4\gamma \frac{1}{R} \quad (2.3)$$

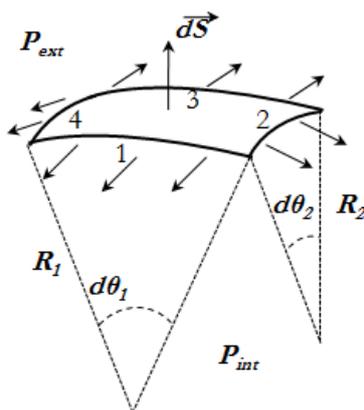


FIGURE 2.2 – Surface élémentaire courbée

2.1.4 La capillarité

La capillarité est une notion qui découle directement de la tension de surface et de la pression de Laplace. On peut aussi définir la tension superficielle comme étant une force

par unité de longueur qui s'exprime en N/m :

$$\gamma = \frac{F_c}{l} \quad (2.4)$$

avec (F_c) une force qui incite une interface donnée à s'étendre, communément appelée force capillaire. Et donc par conséquent on peut définir la pression capillaire comme étant la différence de pression générée à travers une interface courbe entre deux fluides immiscibles.

2.1.4.1 Longueur capillaire

La forme d'une goutte déposée sur un substrat mouillant dépend de son rayon R , car il existe une longueur au delà de laquelle la gravité est négligeable devant les effets capillaires. Cette longueur est appelée « longueur capillaire l_c », elle est estimée en comparant la pression de Laplace (γ/l_c) à la pression hydrostatique ($\rho g l_c$).

L'égalité des deux pressions mène à :

$$l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (2.5)$$

Généralement, la longueur capillaire est de l'ordre de quelques millimètres, 1,5 mm pour une huile silicone à température ambiante.

Pour des échelles de taille supérieures à l_c , la gravité domine les effets capillaires, mais pour des tailles inférieures à (l_c), la gravité est négligeable et les effets capillaires sont dominants.

Si le rayon d'une goutte est inférieur à (l_c), alors la goutte a la forme d'une calotte sphérique (forme de surface minimale), et si ($R > l_c$), elle s'aplatit sous l'effet de la gravité pour former une flaque.

2.2 Mouillage

2.2.1 Définition et application

Nous avons considéré jusque-là, l'interaction entre deux phases ; mais lorsqu'une goutte de pluie se dépose sur une vitre par exemple, nous sommes en présence de trois phases liquide/solide/gaz.

Selon les affinités du liquide avec le solide et le gaz environnant, le liquide va plus ou moins s'étaler. Le contrôle de l'étalement des liquides trouve des applications dans des champs très variés. Par exemple, les verres des lunettes sont enduits d'une surface protectrice pour les rendre hydrophobes, les vêtements ou chaussures sont rendus imperméables, les

pierres poreuses des bâtiments sont protégées contre la pluie. En cosmétique, l'étalement de crèmes est amélioré, ou encore en cuisine, le recouvrement des poêles par du Téflon les rend hydrophobes...

2.2.2 Loi de Young-Dupré

Lorsqu'un équilibre est établi entre les forces de tension de surface agissant sur la ligne triple, cela revient à appliquer un équilibre entre les tensions interfaciales qui s'exercent au niveau de la ligne triple (voir figure (2.3)).

L'équilibre projeté sur le plan de la ligne de contact conduit à la loi de Young (1805) :

$$\gamma \cos \theta_e = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} \quad (2.6)$$

avec θ_e l'angle de contact statique à équilibre.

Notons ici que la projection des forces capillaires sur la verticale (figure 2.3) est équilibrée par une déformation élastique du solide. Si le solide est dur, cette déformation est inobservable.

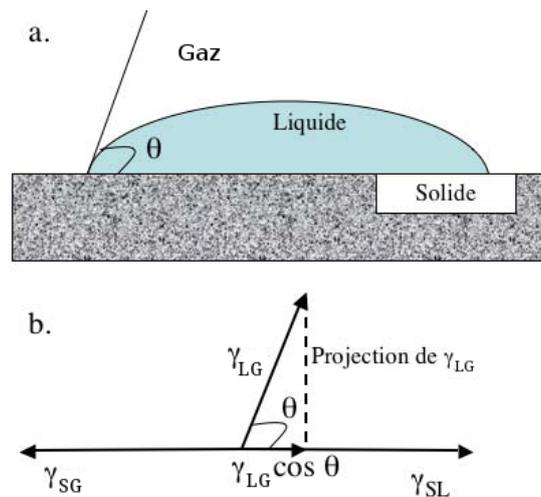


FIGURE 2.3 – Bilan des forces au niveau d'une ligne triple Solide/Liquide/Gaz

L'angle de contact ne dépend que des différentes tensions interfaciales entre liquide, gaz et solide (2.3) :

$$\cos \theta_e = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}}{\gamma} \quad (2.7)$$

où les indices (L , S et G) renvoient respectivement aux phases liquide, solide et gazeuse, et (γ) représente la tension de surface entre liquide et gaz.

Du point de vue expérimentale, (γ_{SL}) n'est pas directement mesurable, la valeur de (γ_{SL}) est souvent obtenue en substituant des mesures de (γ) , (γ_{SG}) et (θ_e) dans l'équation (2.7).

La tension du liquide (γ) peut être mesurée soit par la méthode d'arrachement (platine et anneau) ou par la méthode visuelle (la goutte pendante).

Dans la pratique, la loi de Young n'est pas très correcte car d'autres phénomènes physiques rentrent en jeu tels que, l'évaporation, la dissipation chimique, l'hétérogénéité de surface...

2.2.3 Paramètre d'étalement S : mouillage parfait et mouillage partiel

La tension de surface joue un rôle prédominant dans les phénomènes multiphasiques, caractérisant le contact entre plusieurs phases.

Dans notre travail, les fluides sont en contact avec une phase solide. Il y a un contact solide/liquide qui intervient, contact que nous pouvons caractériser par une combinaison des tensions de surfaces dans le cas d'un mouillage à trois phases solide/liquide/gaz (si existante). Cette combinaison est exprimée dans l'équation (2.8), appelée équation de Marangoni, permettant de caractériser l'étalement S en fonction des tensions de surface des fluides et solides en présence :

$$S = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma) \quad (2.8)$$

Si S est positif, le liquide s'étale complètement sur le substrat pour former un film, c'est à dire que le solide abaisse son énergie en étant mouillé ; on est en situation de mouillage **total** (voir la figure (2.4a)).

Dans le cas opposé, si S est négatif, alors la goutte ne s'étale pas complètement et elle forme à l'équilibre un angle de contact (θ_e) avec le substrat, le mouillage est dit **partiel** (voir la figure (2.4b)).

La ligne à l'interface des trois phases liquide, solide et gazeuse est appelée « ligne de contact » ou « ligne triple »,

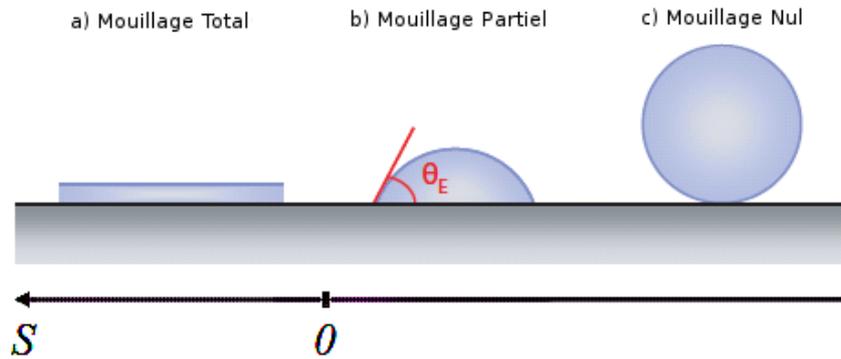


FIGURE 2.4 – Différentes situations de mouillage sur une surface plane. (a) mouillage totale de la surface ($S \geq 0$), (b) mouillage partiel sous forme de calotte sphérique ($S < 0$), (c) mouillage nul

2.2.4 Hystérésis du mouillage

Bien que l'énoncé des lois de Young et de Laplace soit bien connu, il subsiste toujours une problématique, car si la loi de Young suppose l'existence d'un angle de contact d'équilibre unique, on sait très bien qu'une goutte posée sur un solide mouillant est soumise à une force sur la ligne de contact qui peut être égale à $(\gamma \cos \theta_e)$ et dont la résultante est nulle dans le plan du substrat (figure (2.5a)).

Selon le volume et sous l'effet de la gravité, une goutte ne pourrait pas rester à l'équilibre sur une plaque inclinée, même pour de très faibles inclinaisons, pourtant, on a déjà pu voir des gouttes d'eau qui restent accrochées sur une vitre, même verticale. En réalité, il n'y a pas un angle de contact d'équilibre apparent unique (θ_e) Figure(2.5b) .

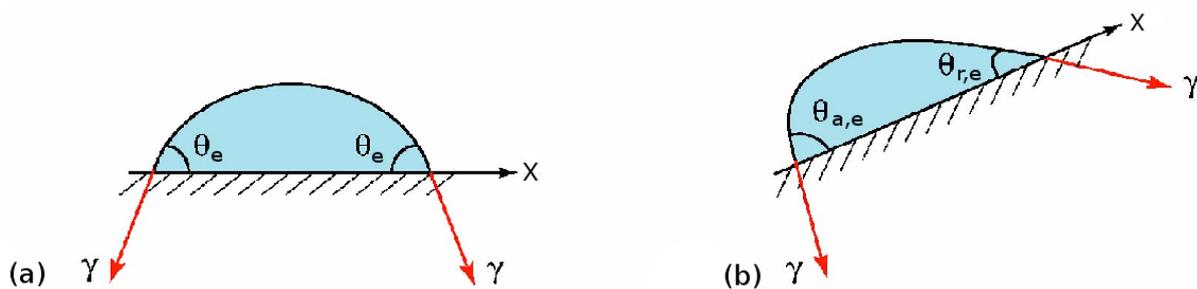


FIGURE 2.5 – (a) Goutte parfaitement symétrique. (b) Cas d'une goutte restant accrochée sur une paroi inclinée. La symétrie de la goutte est brisée ce qui entraîne une résultante des forces capillaires non nulle.

Lorsque le substrat sur lequel repose une goutte est incliné, cette dernière arrive à rester statique, et cela en se dissymétrisant, l'angle de contact à l'équilibre apparent est compris

dans une fourchette comprise entre l'angle de reculée (inférieur à θ_e) et l'angle d'avancée (supérieur à θ_e), (figure (2.5b)). Il en résulte une force d'accrochage par unité de longueur, qui s'oppose au déplacement de la goutte. La différence entre l'angle d'avancée et de reculée porte le nom d'**hystérésis de mouillage** et son origine se trouve dans les imperfections du substrat, la rugosité de surface et les défauts chimiques du solide, entraînant ainsi une différence locale de mouillage [De Gennes, 85] [Joanny, 84].

Hétérogénéité de surface

L'hystérèse est définie empiriquement comme une différence arithmétique entre θ_a et θ_r [Extrand, 98] [Extrand, 04]. Cette différence peut atteindre plusieurs dizaines de degrés et plusieurs facteurs peuvent l'expliquer :

- la rugosité de surface,
- l'hétérogénéité de surface,
- les réarrangements moléculaires.

L'influence de la rugosité sur l'hystérèse de l'angle de contact peut être utilisée afin d'obtenir une surface superhydrophobe (effet lotus par exemple) [Vollmer, 10]. Cet effet a été largement étudié par Bico en (2002) [Bico, 02], Drelich et al., en (1996) [Drelich, 96], Oliver et al., en (1980) [Oliver, 80] mais aussi par Bartell et Shepard en (1953) [Bartell, 53], dans le but d'établir une correction de l'angle de contact en fonction de la rugosité : relation de Wenzel ou de Cassie-Baxter [Whymana, 08].

L'hétérogénéité chimique de la surface joue aussi un rôle important.

Des modélisations ont été proposées par Joanny et de Gennes [Joanny, 84], mais il demeure délicat de chercher à déterminer (θ_e) (2.5a) à partir des mesures de θ_a et θ_r (2.5b) qui sont les seules quantités accessibles expérimentalement. L'équation de Young est, donc, considérée comme valide en prenant comme angle l'angle de contact dynamique d'avancée [Neumann, 79].

2.3 Aspects hydrodynamiques du mouillage - présentation de quelques modèles

Le rôle joué par la ligne triple (Solide/Liquide/Gaz), lors de son déplacement à faible échelle, est très important dans bien des cas, par exemple, dans l'écoulement de gouttes ou de filets sur des surfaces, les techniques d'enduisage... [Kistler, 97]. Cependant, le problème majeur posé par le mouillage dynamique est la vitesse non nulle d'un liquide lorsqu'il

avance, alors que les conditions aux limites de non-glissement à la paroi, souvent utilisées, imposent une vitesse nulle au niveau du substrat.

En effet, la condition d'adhérence bloque la position de la ligne triple dans le cas d'un écoulement diphasique sur une surface solide par exemple. Ce qui explique que la vitesse d'avancée du liquide doit être appliquée à des distances de plus en plus petites, au fur et à mesure qu'on s'approche de la ligne de contact. En d'autres termes, les gradients de vitesse divergent au niveau de la ligne de contact et par conséquent, les contraintes visqueuses divergent elles aussi (voir figure (2.6)).

$$\sigma = \mu \frac{U}{z} \propto \mu \frac{U}{h} \Big|_{h \rightarrow 0} \longrightarrow \infty \quad (2.9)$$

avec μ la viscosité dynamique du fluide.

Grâce à l'équation (2.9) les lignes de contact fictives arrivent à avancer ou à reculer.

Du point de vue de la modélisation, les interactions des forces visqueuses à l'échelle microscopique peuvent être interprétées par une longueur de glissement, c'est à dire qu'elles représentent la distance au solide au delà de laquelle la vitesse du fluide s'annule [De Gennes, 79] [Cox, 86]. Cette longueur de glissement est en général de l'ordre du micron pour des liquides usuels (ordre de grandeur de la force de Van der Waals "une centaine de nanomètres"), aussi elle dépend fortement de la force des interactions liquide/solide et de la rugosité du substrat, ceci n'empêche pas que la condition de non-glissement à la paroi reste, tout de même pertinente pour modéliser les écoulements à une échelle macroscopique, et a été largement vérifiée.

Par conséquent, les angles de contact, dont la connaissance en tant que condition aux limites est nécessaire à la résolution mathématique de problèmes hydrodynamiques, dépendent de l'échelle à laquelle nous les observons. Une étude de mesure des angles de contact dynamiques à différentes échelles a récemment été effectuée [Rio, 05], et les angles qui nous intéressent ici sont les angles de contact apparents, déterminés à une échelle macroscopique donnée, et donnent ainsi une condition aux limites macroscopique (ce qui est toujours le cas expérimentalement).

2.4 Notions générales sur la modélisation du mouillage dynamique

Les recherches menées dans ce domaine ont démontré que l'angle de contact varie lorsque le liquide est en mouvement. La friction de la ligne de contact induit la dissipation de l'énergie et par conséquent un changement de courbure [Ablett, 23]. Ce qui veut dire que dans le cas dynamique la condition aux limites à l'interface est modifiée par rapport au cas

statique. Si on prend l'exemple d'une goutte sur un substrat incliné (avec une inclinaison croissante), on notera que plus la ligne de contact avance vite, plus l'angle de contact dynamique (d'avancée) est grand et inversement [Dussan, 79].

Voinov (1976) [Voinov, 76], Cox (1986) [Cox, 86], De Gennes (1985) [De Gennes, 85] [De Gennes, 86] [De Gennes, 90] et Eggers (2004) [Eggers, 04a], ont développé des théories basées sur les travaux expérimentaux de Hoffmann (1975) [Hoffman, 75], pour prédire les variations de l'angle de contact avec la vitesse de la ligne triple en privilégiant une approche hydrodynamique, dans laquelle la dissipation visqueuse est dominante ($\theta_{micr} = \theta_e$). Il existe aussi d'autres approches pour prédire cette variation, mais elles privilégient par exemple la dissipation microscopique ($\theta_{micr} = \theta_d$) via un processus de cinétique intermoléculaire qui a été mis en place par (Blacke 1969) [Blake, 69] [Blake, 97] ou via l'introduction d'une interface diffuse par (Pomeau 2000) [Pomeau, 00].

D'autres modèles numériques ont tentés de combiner les deux approches, en un modèle moléculaire-hydrodynamique comme celui de De Ruijters en (1999) [Ruijters, 99], ou plus ancien comme celui de Petrov en (1992) [Petrov, 92], qui reprend la même approche que Cox [Cox, 86] avec, cette fois ci, une dépendance de l'angle de contact d'équilibre avec la vitesse obtenue grâce à la cinétique moléculaire ce qui permet à la solution finale d'être dépendante d'un grand nombre de paramètres ajustables (libres).

Tous ces modèles, malgré leurs différences d'approche, s'accordent à dire que l'angle de contact dynamique (θ) peut être représenté par un polynôme G linéaire en vitesse de ligne de contact. Lorsque cette dernière est en déplacement, elle génère une compétition entre les effets de tension superficielle et de viscosité, sachant qu'aux petites échelles auxquelles nous nous plaçons la gravité est négligée.

Afin de donner un sens physique à cette approche, nous exprimerons les variations de l'angle de contact en fonction du nombre capillaire Ca :

$$Ca = \frac{\mu U}{\gamma} \quad (2.10)$$

où (μ) représente la viscosité dynamique du liquide, (γ) la tension superficielle et (U) la vitesse de la ligne de contact.

Comme précisé plus haut les modèles de mouillage dynamique prédisent tous une relation polynomiale G entre l'angle de contact et le nombre capillaire de type (2.11).

$$G(\theta, \theta_e) = Ca \quad (2.11)$$

avec θ_e l'angle de contact statique et θ l'angle dynamique.

Enfin, notons que tous ces modèles ont été développés en supposant les surfaces solides lisses et chimiquement homogènes et donc non hystérétiques. Nous détaillerons dans la

section suivante les différentes approches citées plus haut, mais aussi la prise en compte de l'hystérésis de mouillage dans le cas des solides réels.

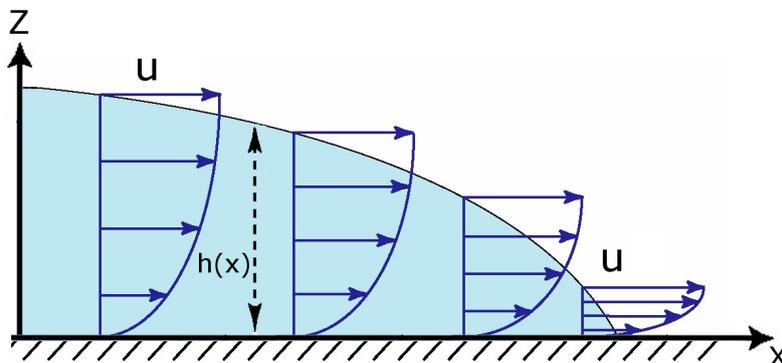


FIGURE 2.6 – Illustration du champ de vitesse et de l'orientation des axes pour une goutte s'écoulant sur un substrat.

2.5 L'approche hydrodynamique

L'approche hydrodynamique de Hoffmann, Cox, Voinov, De Gennes, considère que la dissipation est entièrement attribuée à l'écoulement visqueux, et dans le cadre de l'approximation de lubrification, on peut considérer que, seule la composante (v_x) de la vitesse, perpendiculaire à la ligne de contact est pertinente. Cela s'explique soit par la géométrie qui impose la nullité de la composante parallèle (écoulement quasi parallèle), ou bien parce que nous nous placerons très près de la ligne de contact, et que la vitesse z est automatiquement perpendiculaire à la ligne de contact [Rio, 05].

La figure (2.6) représente la vitesse orthogonale à la ligne de contact. Celle-ci peut alors s'écrire ($v_x(z)$) où z est une coordonnée selon l'axe perpendiculaire au substrat, le champ de vitesse dans le liquide est alors approximativement un demi poiseuille :

$$v_x = \frac{3U}{2h^2}z(2h - z) \quad (2.12)$$

où U est la valeur moyenne de v_x :

$$U = \frac{1}{h} \int_0^h v_x(z) dz \quad (2.13)$$

Voinov en (1976) [Voinov, 76], explique la façon dont la singularité à la ligne de contact est traitée pour un mouillage partiel, et cela en introduisant une longueur de coupure microscopique "a" de dimensions moléculaires, il s'agit de la distance en dessous de laquelle la description hydrodynamique n'a plus aucun sens.

Une démarche similaire est entreprise par Cox en (1986) [Cox, 86], en introduisant plutôt une longueur de glissement moléculaire (L_s slip length) dépendante des caractéristiques de surface du solide et des interactions liquide/solide, mais qui reste quand même petite devant la longueur caractéristique de l'écoulement, qui elle est macroscopique.

De Gennes en (1985) [De Gennes, 85], et récemment Eggers en (2004) [Eggers, 04b], ont pu démontrer que la physique macroscopique ne dépendait que faiblement de la manière dont le glissement était pris en compte, ce qui fait apparaître dans leur modèle un terme logarithmique ($\ln(b/a)$) qui contient à lui seul tout l'effet de la divergence et qui est généralement de l'ordre de 14 pour de faibles angles de contact.

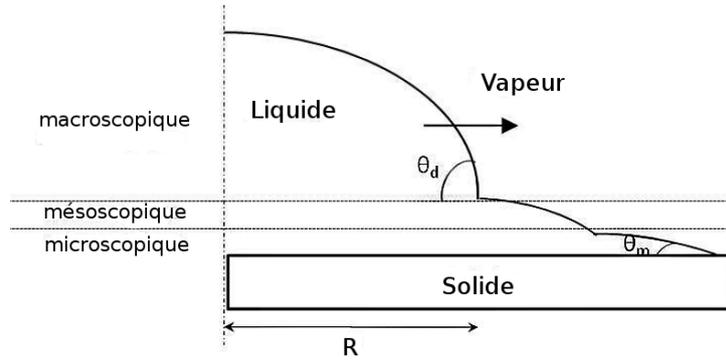


FIGURE 2.7 – Les échelles représentatives de l'étalement dynamique d'une goutte, (1) microscopique, (2) mésoscopique (contrôlé par le flux de cisaillement et les effets capillaires), (3) macroscopique (contrôlé par le flux de cisaillement et les forces gravitationnelles).

2.5.1 Théorie de Cox-Voinov

Dans l'article de Voinov de (1976) [Voinov, 76], le but était de résoudre les équations de Stokes (avec des termes convectifs non linéaires $\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$ et instationnaires $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ négligeables devant celles des forces de frottement visqueux $\mu \Delta \vec{v}$);

$$-\vec{\nabla} p + \mu \vec{\Delta} \vec{v} = \vec{0} \quad (2.14)$$

où (p) désigne la pression et (v) la vitesse du liquide.

Aux échelles où nous nous plaçons (inférieures à la longueur capillaire), la pression s'exprime uniquement par le terme de courbure car la gravité est négligeable :

$$p = \gamma K = -\gamma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

où (h) représente la hauteur de l'interface (voir figure (2.8a)).

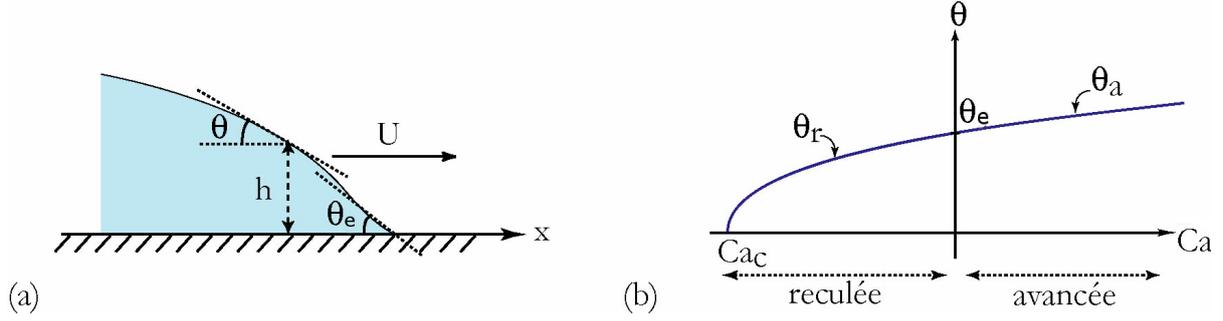


FIGURE 2.8 – (a) Interface courbée avançant à la vitesse U sur un substrat. La hauteur du liquide est notée h et dépend de la position x le long du substrat. (b) Angle de contact dynamique en fonction du nombre capillaire, selon le modèle hydrodynamique de Cox et Voinov.

L'équation (2.12) décrit la vitesse du liquide en demi poiseuille et la dissipation visqueuse $\mu \frac{\partial^2 v_x(z)}{\partial z^2}$ donne un terme $\frac{-3\mu U}{h^2}$.
Il reste alors à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} = 3 \frac{Ca}{h^2} \quad (2.16)$$

Etant donné la difficulté de l'intégration de cette équation, l'interface est considérée comme faiblement courbée et la pente lentement variable et en régime statique, nous avons à l'échelle microscopique \mathbf{a} un angle de contact considéré comme l'angle de contact de Young (θ_e). Cela nous permet de déduire une relation liant le nombre capillaire et l'angle de contact dynamique (θ) (à l'échelle macroscopique \mathbf{b}). Il est important de savoir que la relation peut se mettre sous la forme suivante uniquement lorsque les angles de contact restent inférieurs à $\frac{3\pi}{4}$ (135°) [Voinov, 76].

$$\theta^3 - \theta_e^3 = 9Ca \ln \left(\frac{b}{a} \right) \quad (2.17)$$

D'après Voinov [Voinov, 76] les valeurs de ($a \sim 10^{-9}m$) (taille de quelques molécules) et ($b \sim 10^{-3}m (\sim l_c)$), donnent un ordre de grandeur du terme logarithmique ($\ln(b/a) \sim 10$). À noter que les angles de contact avec lesquels nous travaillons sont inférieurs à $\frac{3\pi}{4}$, la solution pour des angles de contact supérieurs, beaucoup plus complexe, ne rentre pas dans le cadre de notre étude [Cox, 86] [Snoeijer, 06].

Il est intéressant de remarquer que la loi de Cox-Voinov prévoit une transition de mouillage à angle critique de recul nul ($\theta_r = \theta_c = 0$) (une valeur finie du nombre capillaire), où pour des vitesses de recul de la ligne triple suffisamment grandes, le liquide passerait d'un état partiellement mouillant à un état totalement mouillant.

$$\theta_r = \theta_c = 0 \Leftrightarrow \text{Ca} = \text{Ca}_c = \frac{\theta_s^3}{9 \ln(b/a)} \quad (2.18)$$

La figure (2.8b) fait apparaître le nombre capillaire maximal (Ca_c) qu'atteint la ligne de contact lorsqu'elle recule, typiquement pour un angle de contact ($\theta_e = \frac{\pi}{4}$) et ($\ln(b/a) = 10$) il est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$, valeur correspondant à la vitesse critique de démouillage.

On peut déterminer cette vitesse pour l'eau par exemple, dont la tension superficielle est de 72 mN/m et la viscosité de 10^{-3} Pa.s en appliquant la relation suivante ($U = \frac{\gamma \text{Ca}_c}{\mu}$), ce qui donne une vitesse critique de 35 cm/s.

Dans le cas où la ligne recule plus rapidement que cette vitesse, elle ne sera plus capable de démouiller le solide et finira par déposer un film liquide sur le substrat.

2.5.2 Le modèle de De Gennes

La question du mouillage dynamique est traitée par De Gennes d'un point de vue énergétique en (1990) [De Gennes, 90], (1986) [De Gennes, 86] et en (1985) [De Gennes, 85]. L'interface liquide/gaz est supposée localement plane, ce qui veut dire que le liquide forme un dièdre qui avance sur le substrat (voir la figure (6.4a)).

Le travail des forces capillaires est équilibré par la dissipation visqueuse (dans le volume) ($\gamma(\cos \theta - \cos \theta_e)$).

On peut exprimer le travail élémentaire des forces capillaires pendant une durée (dt) par :

$$dW_\gamma = F_\gamma U dt = \gamma(\cos \theta - \cos \theta_e) U dt \quad (2.19)$$

Et celui de la dissipation des forces visqueuse ($3\mu U/h$) par :

$$dW_\mu = \int_{X_{mic}}^{X_{mac}} \frac{3U^2 \mu}{h} dt dx \quad (2.20)$$

En intégrant ce terme en ($1/h$) une divergence apparaît, d'où la nécessité de délimiter une zone dans laquelle les forces capillaires et de friction sont dominantes, (en faisant une troncature de la divergence à une échelle microscopique " X_{mic} " et à une échelle macroscopique " X_{mac} ").

Le travail des forces visqueuses s'écrit finalement :

$$dW_\mu = \mu \frac{3U^2}{\theta} \ln \left(\frac{X_{mac}}{X_{mic}} \right) dt \quad (2.21)$$

Sachant que le logarithme contient entièrement l'effet de la divergence, et que l'équilibre de ces deux travaux conduit au modèle de De Gennes dans l'approximation des faibles angles de contact.

$$\theta(\theta^2 - \theta_e^2) = 6 \text{Ca} \Gamma \quad (2.22)$$

Avec, $\Gamma = \ln(X_{mac}/X_{mic})$, ou X_{mac} est une longueur macrosopique (rayon d'un tube, longueur capillaire), et X_{mic} la taille caractéristique d'une molécule du liquide.

On retrouve alors un polynôme de degré 3 en angle de contact dynamique (θ), proportionnel au nombre capillaire.

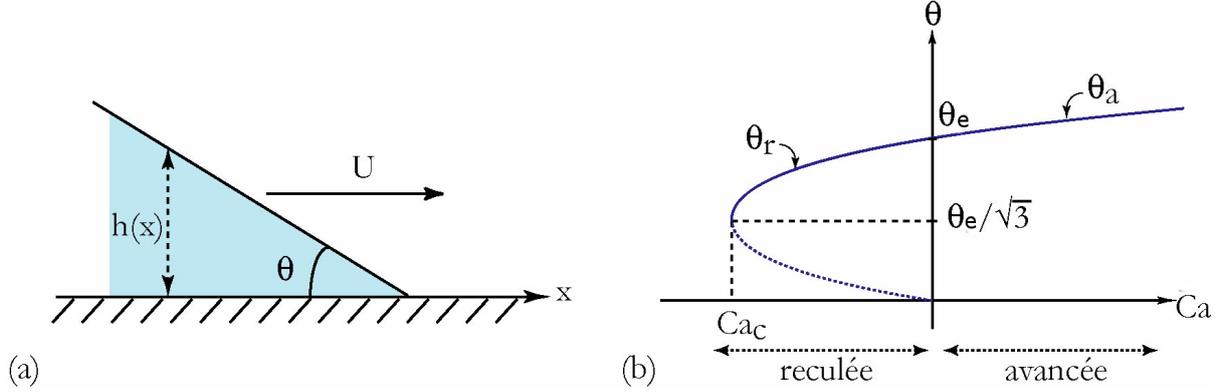


FIGURE 2.9 – (a) Dièdre avançant sur un substrat. (b) Évolution de l'angle de contact dynamique en fonction du nombre capillaire d'après le modèle de De Gennes. La branche de la courbe en pointillé n'est pas atteinte en pratique.

Cependant une différence de l'angle critique à la transition du mouillage entre le modèle de De Gennes et celui de Cox-Voinov existe. Ce dernier prévoit un angle de contact de reculée nul pour une transition de mouillage du deuxième ordre, alors que le modèle de De Gennes prévoit une transition du premier ordre avec un angle dynamique de reculée qui ne peut pas être inférieur à la valeur critique non-nulle (voir figure (6.4b)).

$$\theta_c = \frac{\theta_s}{\sqrt{3}} \quad (2.23)$$

2.5.3 Le modèle moléculaire-cinétique : dissipation à la ligne de contact

La théorie de la cinétique moléculaire propose un mécanisme non-hydrodynamique et très différent de celui vu pour les modèles précédents, afin de décrire l'évolution de l'angle de contact dynamique en fonction de la vitesse de la ligne triple [Blake, 69] [Blake, 93].

Le mouvement de la ligne de contact est considéré ici comme provenant de déplacements moléculaires individuels, qui modifient l'équilibre d'absorption de la ligne de contact (approche se basant sur le traitement statistique du processus de transport), en sachant que dans ce cas la dissipation de l'énergie à la ligne de contact se fait par absorption et désorption, et non pas dans le volume par l'intermédiaire de la viscosité comme dans les approches hydrodynamiques.

En s'appuyant sur la théorie de la cinétique moléculaire des liquides, le modèle suppose que toutes les molécules sont de même taille et se déplacent de site en site grâce à l'énergie d'activation thermique ($k_B T$) (où k_B désigne la constante de Boltzmann et (T) la température absolue du milieu).

À l'équilibre, la fréquence (f_0) de saut d'un site à l'autre est donnée par la statistique de Maxwell-Boltzmann [Guyon, 01] [Ruijters, 99] :

$$f_0 = \frac{k_B T}{h} \exp\left(\frac{\Delta G_0}{k_B T}\right) \quad (2.24)$$

où (h) est la constante de Planck et (ΔG_0) l'énergie libre d'activation (correspondant à la barrière d'énergie à franchir).

Les forces de tension de surface agissent sur la ligne de contact en régissant son déplacement, et leur travail par unité de surface se met sous la forme : ($w = \gamma(\cos\theta_e - \cos\theta)$).

Ces forces entraînent aussi une dissymétrie des fréquences de déplacements parallèles au solide, (f_+ et f_-), qui s'expriment alors comme :

$$f_+ = f_0 \exp\left(\frac{w}{nk_B T}\right) \text{ et } f_- = f_0 \exp\left(-\frac{w}{nk_B T}\right) \quad (2.25)$$

où (n) désigne le nombre de sites par unité de surface.

La vitesse (U) de déplacement de la ligne triple dépend alors de la longueur des sauts des molécules (λ) (qui est de l'ordre de $1/\sqrt{n}$) mais aussi des deux fréquences :

$$U = \lambda(f_+ - f_-) = 2\lambda f_0 sh\left(\frac{w}{nk_B T}\right) \quad (2.26)$$

Au final, la linéarisation du sinus hyperbolique aboutit à une équation de l'évolution de l'angle de contact dynamique en fonction du nombre capillaire [Blake, 97] (en utilisant la modélisation microscopique de la viscosité [Guyon, 01] :

$$\theta^2 - \theta_e^2 = \left(\frac{Qnk_B T}{\lambda f_0 h}\right) Ca \quad (2.27)$$

où Q désigne le flux volumique moléculaire.

Le modèle de la cinétique moléculaire tout comme le modèle hydrodynamique prévoit une transition de mouillage du deuxième ordre, i.e. que l'angle de contact peut s'annuler à la transition du mouillage dynamique.

Eggers [Eggers, 04a] a soulevé une hypothèse dans laquelle la transition, vue de loin, est effectivement du second ordre, et qu'il est possible qu'à petite échelle, les choses soient différentes et que la transition y soit du premier ordre.

2.6 Intégration de l'hystérésis dans les modèles de mouillage dynamique

Le phénomène d'hystérésis de l'angle de contact [Joanny, 84] [Golestanian, 03] est souvent attribué à la rugosité et aux hétérogénéités chimiques du substrat. Car en pratique, les effets d'hystérésis sur le déplacement d'une ligne de contact sont encore mal connus, et les modèles proposés pour le mouillage dynamique négligent tous cette hystérésis, trop compliquée à prendre en compte pour la comparaison avec les expériences.

Alors qu'il est toujours présent dans les expériences, le saut de l'angle de contact entre une ligne triple qui avance ou qui recule, n'est pas reproduit dans ces modèles. Si on prend l'exemple d'une goutte immobile sur un substrat non-mouillant, ces angles de contact peuvent prendre différentes valeurs comprises entre l'angle statique d'avancée ($\theta_{a,e}$) et de reculée ($\theta_{r,e}$), par contre si le substrat est incliné, la goutte se met en mouvement, son angle d'avancée devient supérieur à ($\theta_{a,e}$) et l'angle de reculée inférieur à ($\theta_{r,e}$).

Afin d'intégrer l'hystérésis de mouillage dans les modèles d'angle de contact dynamique vus précédemment, on peut supposer que ça revient à remplacer l'angle de contact statique (θ_e) par ($\theta_{a,e}$) dans le cas d'une ligne qui avance et par ($\theta_{r,e}$) dans celui où elle recule. Les modèles se mettent alors tous sous la forme suivante :

$$G(\theta, \theta_e) = kCa \xrightarrow{\text{hysteresis}} \begin{cases} G(\theta_a, \theta_{a,e}) = +kCa \text{ pour l'avancée} \\ G(\theta_r, \theta_{r,e}) = -kCa \text{ pour le reculée} \end{cases}$$

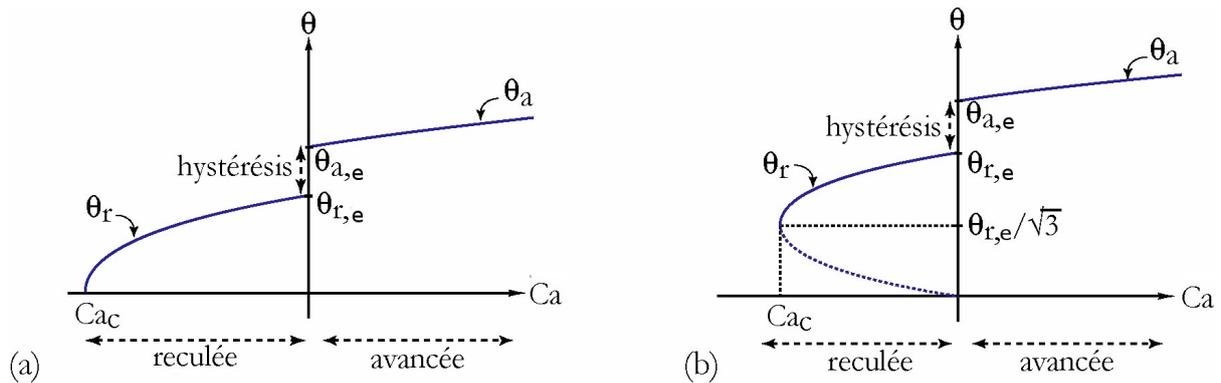


FIGURE 2.10 – Modèles pour les angles de contact dynamiques avec inclusion de l'hystérésis de mouillage, supposée induire un simple décalage des lois de mobilité. (a) Loi de Cox-Voinov. (b) Loi de De Gennes.

L'exactitude de cette hypothèse n'a jamais été prouvée, mais semble plutôt raisonnable, du moins pour les faibles hystérésis.

En prenant en compte l'hystérésis de mouillage de cette façon, les modèles hydrodynamiques de Cox-Voinov et De Gennes prévoient alors les courbes tracées sur la Figure (2.10).

2.7 Le degré d'étalement d'une goutte sur un substrat sec

Dans le cas où l'impact d'une goutte génère une déposition, certains auteurs comme De Gennes [De Gennes, 85], et plus récemment Pasandideh-Fard [Pasandideh-Fard, 96], ont évalué le degré d'étalement maximum de la goutte. Contrairement à l'approche classique qui consistait à photographier l'étalement d'une goutte, et le mesurer par la suite, ces auteurs ont préféré la voie analytique.

Dans le régime où la gravitation est négligeable et le mouillage est total, on peut exprimer l'angle de contact apparent (θ_a), l'épaisseur de la goutte (e) et le rayon ($R(t)$) comme suit :

$$e = \frac{1}{2}R\theta_a \quad (2.28)$$

$$\Omega = \frac{\pi}{2}eR^2 \quad (2.29)$$

où ($\theta_a \ll 1$) et Ω le volume de la goutte. Expérimentalement, il a été démontré que le rayon ($R(t)$) croît rapidement lors des premiers instants de l'étalement, avant de commencer à ralentir jusqu'à atteindre une évolution lente. Les résultats peuvent être représentés (en termes de surface mouillée (πR^2)) par une loi de puissance :

$$\pi R^2(t) \simeq t^n \Omega^p \quad (2.30)$$

Pour l'étalement d'une goutte d'eau sur du verre les résultats de Hyslop (1948) [Hyslop, 48] suggèrent que $n = 0,22$, mais Lelah et Marmur en (1981) [Lelah, 81], ont démontré l'effet que pouvait avoir la température sur la valeur de (n) : à 29°C $n = 0,16$ et à 15°C $n = 0,32$. Le paramètre (p) n'a pas bénéficié d'une étude aussi détaillée, il est estimé à $0,6$ par Lelah et Marmur en (1981).

La relation existante entre l'angle de contact apparent et la vitesse de l'écoulement est décrite par Hoffman [Hoffman, 75] dans ces travaux de 1975 :

$$\text{Ca} = F(\theta_a) \quad (2.31)$$

(U) est la vitesse de déplacement de la ligne de contact :

$$U = \frac{dR}{dt} \simeq \frac{\gamma}{\mu} \theta_a^m \simeq V' \theta_a^m \quad (2.32)$$

Afin de nous affranchir de l'angle de contact, nous utiliserons les équations (2.28), (2.29) (approximation de la calote sphérique) :

$$\frac{dR}{dt} \simeq V' \left(\frac{\Omega}{R^3} \right)^m \quad (2.33)$$

et la loi de l'étalement s'écrit donc :

$$R^{3m+1} \simeq V' t \Omega^m \quad (2.34)$$

Avec :

$$n = \frac{2}{3m+1} \quad (2.35)$$

$$p = \frac{2m}{3m+1} \quad (2.36)$$

2.8 Quelques exemples d'instabilités interfaciales

2.8.1 Instabilité de Rayleigh-Plateau

Dans les prochains chapitres nous serons confrontés à l'étude de certains cas (coalescence, rupture de pont, impact de goutte...), qui mettent en jeu différents phénomènes dont les instabilités d'interfaces que nous détaillerons dans la suite.

Seuil en l'absence de gravité

En l'absence de gravité, une colonne liquide cylindrique devient instable dès que sa hauteur (L) devient plus grande que sa circonférence [Eggers, 97], et le phénomène à l'origine de la rupture de la colonne liquide, en plus du rapport d'aspect est l'instabilité de Rayleigh-Plateau [Rayleigh, 45] [Plateau, 1873].

L'instabilité de Rayleigh-Plateau est gouvernée par la tension de surface, qui tend toujours à réduire l'énergie surfacique d'un système.

$$L > 2\pi R \quad (2.37)$$

Soit en terme de rapport d'aspect :

$$\Lambda = \frac{L}{2R} > \pi \quad (2.38)$$

Pour un rapport d'aspect limite, des perturbations peuvent apparaître et croître au niveau de la colonne (configuration pour laquelle l'énergie de surface est inférieure à celle de la colonne complète) ce qui peut entraîner par la suite sa rupture en gouttes.

Le même mécanisme peut être observé pour la formation de gouttes ou la rupture d'un jet par exemple [Eggers, 97].

Mason [Mason, 70], Haynes [Haynes, 70], Gyllette et Dyson [Gyllette, 72] ont étudié d'un point de vue expérimental et théorique, la forme et la stabilité statique de ponts liquides au repos, cependant ces études se limitaient au cas où la gravité est négligeable.

Or, dans la configuration expérimentale de Plateau, la différence de densité entre les deux fluides, affecte le rapport d'aspect limite mais aussi la forme du pont correspondant.

Influence de la gravité sur le rapport d'aspect maximum

Sur la base de calculs numériques, Hardy et al [Hardy, 77] ont été les premiers à déterminer l'influence de la gravité résiduelle sur le seuil de l'instabilité de Rayleigh-Plateau.

La comparaison entre l'effet de la différence de densité entre les fluides à la tension de surface, peut se faire en évaluant un nombre de Bond caractéristique, afin d'estimer la force prépondérante qui s'oppose à la croissance des déformations.

Dans le cas des ponts liquides, la taille caractéristique qui intervient dans le terme de pression de Laplace est le rayon R du pont, de façon à ce que le nombre de Bond quantifiant les effets de la gravité et de la tension de surface, est donné par :

$$Bo(\Delta\rho, R) = \frac{\Delta\rho g R}{\frac{\gamma}{R}} = \frac{\Delta\rho g R^2}{\gamma} \quad (2.39)$$

Sur la figure (2.11) sont présentés les résultats des calculs de Hardy et al [Hardy, 77], qui donnent le rapport d'aspect limite du pont ($\Lambda = L/2R$) en fonction du nombre de Bond $Bo(\Delta\rho, R)$.

On stabilise de façon identique, pour un même écart de densité, un pont plus dense que le bain environnant et inversement, car la stabilité est indépendante du signe de la différence de densité entre le pont et le bain environnant, c'est pour cette raison que nous avons défini $\rho_1 - \rho_2$.

En l'absence de gravité, on constate que le rapport d'aspect maximal est bien atteint ($Bo = 0, \Lambda = \pi$), car une gravité résiduelle ou un écart de densité même faible, suffit à diminuer significativement le seuil de l'instabilité de Rayleigh-Plateau.

Hormis les techniques expérimentales classiques pour dépasser ce seuil, il existe des méthodes récentes pour stabiliser des ponts liquides, qui ne seront pas présentées dans ce manuscrit car elles ne rentrent pas dans notre cadre d'étude

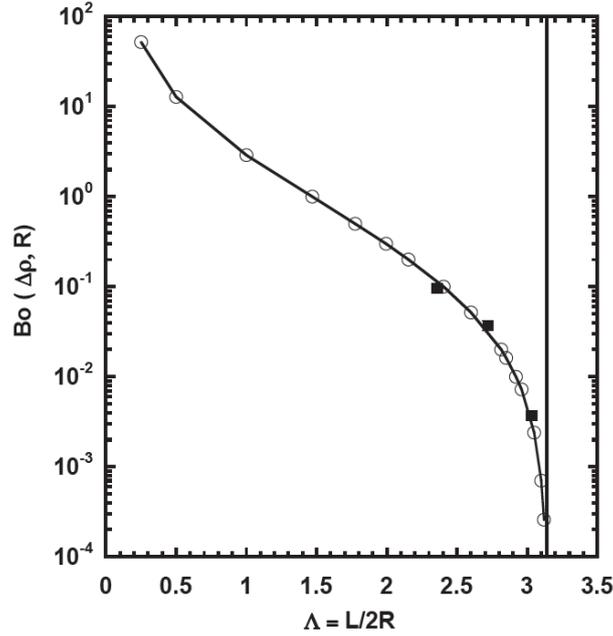


FIGURE 2.11 – Rapport d'aspect maximal (Λ) d'un pont liquide en présence de gravité. $Bo(\Delta\rho, R)$ est le nombre de Bond défini à partir du rayon R du pont liquide, de la différence de densité entre le fluide constituant le pont et du bain environnant. Les cercles correspondent aux calculs numériques de Hardy et al. [Hardy, 77]. Les points en forme de carrée sont les rapports d'aspect maximum de ponts, mesurés expérimentalement par Vizika et al. [Vizika, 92] pour trois combinaisons différentes de fluides. La ligne verticale en trait plein représente le rapport d'aspect limite ($\Lambda = \pi$) en l'absence de gravité.

2.8.2 Interactions entre les interfaces : pression de disjonction

Le concept de pression de disjonction, a été introduit en 1955 par Derjaguin, noté (Π) dans ce travail, il permet de quantifier les interactions entre un film mince d'épaisseur x et ses interfaces (interface liquide-solide ou/et interface liquide-gaz). Dans le cas d'un film mince en contact avec une phase gazeuse et un solide, les forces intermoléculaires provoquent une augmentation de la pression du liquide. Cette augmentation de la pression est appelée pression de disjonction, et lorsque l'interface est plate, elle est égale, à la différence entre la pression de la vapeur et celle du liquide :

$$\Pi = p_v - p_l \quad (2.40)$$

Une analyse thermodynamique a permis de déterminer l'expression mathématique de (Π). Les origines des forces intermoléculaires, à l'origine de la pression de disjonction, sont diverses. Sa description dépend des forces considérées (courte ou longue portée) ainsi que du caractère polaire ou apolaire du liquide.

2.8.3 Ecoulement gravitationnel

Il existe une instabilité qui fait partie de notre quotidien et qui correspond à l'instabilité d'un film liquide dévalant un plan incliné (voir figure (2.12)), cette instabilité est à l'origine des ruisselets d'eau, de pluie zigzagant sur le pare-brise d'une voiture, des doigts se formant dans les films de peinture ou de la déstabilisation du front d'avancée d'une coulée de lave sur un flanc de volcan. Huppert [Huppert, 82] est l'un des premiers à avoir relaté le processus de déstabilisation d'une ligne de contact initialement rectiligne et horizontale, tant du point de vue expérimental que théorique [Hocking, 90] [Moyle, 99].

Si on considère un film liquide de viscosité (μ) déposé sur une plaque solide avec une épaisseur e de film suffisamment importante, les effets gravitationnels domineront.

En effet, lorsqu'une goutte de liquide est déposée sur une surface plane, cette goutte est aplatie par la gravité (car son rayon (R) est supérieur à sa longueur capillaire (l_c)) et finit par former à l'équilibre une galette d'épaisseur (e).

Si par la suite nous inclinons d'un angle α la plaque supportant le film liquide, ce dernier va se mettre en mouvement sous l'influence de la gravité, et une structure de type bourrelet va se mettre en place à la ligne de contact (voir chapitre 4 pour le cas de Fujimoto [Fujimoto, 07]).

à partir du nombre capillaire (Ca) :

$$Ca = \frac{\mu U}{\gamma} \quad (2.41)$$

On peut exprimer la largeur (W) du bourrelet :

$$W \propto eCa^{-1/3} \quad (2.42)$$

Les observations de Huppert [Huppert, 82] ont montré que l'angle d'inclinaison influence la stabilité du bourrelet de manière significative, lorsque l'angle d'inclinaison augmente, la vitesse de l'écoulement devient plus importante et le bourrelet grandit, et plus ces inclinaisons sont importantes plus elles induisent une forte déstabilisation du bourrelet qui se traduit par la formation de doigts de liquide qui avancent plus vite que le bourrelet initial.

Par contre, si l'inclinaison de la plaque est faible et que le liquide est complètement mouillant, le développement des doigts donne lieu à une morphologie en "dents de scie", l'angle de courbure de la plaque agit directement sur l'effet gravitationnel.

L'accumulation de liquide provoque une croissance rapide du bourrelet qui augmente sa surface, et ainsi les effets de tension de surface deviennent déstabilisant et provoquent la formation de doigts de liquide. Par contre la pression hydrostatique tend à stabiliser le

film, ce qui provoque l'existence d'un angle critique d'inclinaison avant l'apparition du phénomène.

Les instabilités de films liquides sont courantes et il n'est pas surprenant de rencontrer la formation de doigts lors du retrait d'un film mince. Le terme, à la source de ces différents mécanismes, est un gradient de force (Saffman-Taylor) ou d'autres propriétés de la surface (Marangoni).

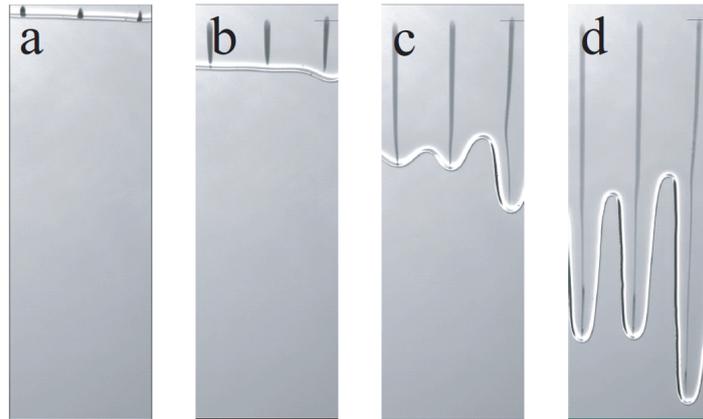


FIGURE 2.12 – Développement de doigts dans un film d'huile de ricin déposé sur un plan incliné. Veretennikov [Veretennikov, 98].

Dans ce chapitre, les notions importantes telles que la tension superficielle, le mouillage (angle statique et dynamique) ont été introduites. La notion d'hystérésis d'angle de contact est explicitée.

L'accent est mis sur la dynamique de la ligne de contact triple qui conditionne l'aspect de courbure du pont liquide. Un état de l'art sur les approches hydrodynamiques (Cox, Voinov, De Gennes) et la cinétique intermoléculaire (Blake, De Ruijters) montre que le problème de modélisation reste ouvert et qu'il est intéressant de combiner ces deux approches en introduisant une notion de temps caractéristique permettant le couplage.

Pour la suite de ce travail, l'étude numérique se basera sur une approche stochastique et hydrodynamique, basée sur la théorie de raccord des ménisques macroscopiques par le biais de longueur de coupure. Cette approche est souvent utilisée pour décrire la dynamique apparente de la ligne de contact triple. Sachant que le modèle numérique utilisé pour imposer un angle de contact s'affranchit de la condition de glissement à la paroi.

Chapitre 3

Méthodes numériques de résolution des écoulements diphasiques

3.1 Les équations de conservation de la mécanique des fluides

Conservation de la masse

La conservation de la masse exprime le fait que chaque constituant conserve sa masse dans le domaine fixe D . Si les fluides sont immiscibles, alors nous avons :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho_i dv = 0 \quad (3.1)$$

où (ρ_i) est la masse volumique locale partielle du constituant i au sein du mélange.

Afin de rendre compte des réactions chimiques il est possible pour chaque espèce d'introduire le taux de production massique (w_i) dans l'équation précédente :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho_i dv = w_i \quad (3.2)$$

Grâce à la dérivée particulaire, les équations sont reformulées comme suit :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho_i dv = \iiint_D \left(\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i \right) dv \quad (3.3)$$

avec (\mathbf{u}_i) la vitesse du constituant (i) .

En l'absence du terme du taux de production massique (w_i) , la forme locale de l'équation de conservation de la masse peut s'exprimer par :

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i = 0 \quad (3.4)$$

ou alors en développant la dérivée particulaire :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u}_i) = 0 \quad (3.5)$$

De plus, dans le cas de fluides purs ou de mélanges homogènes isotropes (fluide fictif unique), nous pouvons sommer les équations ((3.5)) de chaque constituant pour obtenir :

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u}_i) \right) = 0 \quad (3.6)$$

La masse volumique d'un mélange pouvant se mettre sous la forme d'une somme des masses volumiques partielles des constituants :

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i \quad (3.7)$$

et la vitesse barycentrique du domaine étant donnée par une expression semblable,

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=1}^n (\rho_i \mathbf{u}_i) \quad (3.8)$$

alors nous pouvons écrire la loi de conservation de la masse grâce à l'expression suivante pour tout le domaine D :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.9)$$

Conservation de la quantité de mouvement

La loi fondamentale de la dynamique à l'échelle du domaine s'exprime de la manière suivante :

$$\iiint_D \rho \gamma dv = \iiint_D \mathbf{f} dv + \iint_{\Sigma} \sigma \cdot \mathbf{n} ds \quad (3.10)$$

avec σ le tenseur des contraintes de Cauchy et \mathbf{f} les forces de volume.

Le théorème de la divergence permet de reformuler cette expression :

$$\iiint_D \rho \gamma dv = \iiint_D \mathbf{f} dv + \iiint_D \nabla \cdot \sigma dv \quad (3.11)$$

Cette dernière expression nous permet de déduire la première loi de Cauchy (la loi de conservation de la quantité de mouvement locale) du fait de la continuité des fonctions et la linéarité de l'intégration :

$$\rho \gamma = \mathbf{f} + \nabla \cdot \sigma \quad (3.12)$$

En variables d'Euler, la conservation de la quantité de mouvement pour tout le domaine D , s'écrit :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \mathbf{u}^2 + \nabla \times \mathbf{u} \times \mathbf{u} \right) = \mathbf{f} + \nabla \cdot \sigma \quad (3.13)$$

L'état de déformation d'un fluide est caractérisé par le tenseur taux de déformation (D) symétrique par construction.

Pour un fluide newtonien, la relation entre le tenseur des contraintes (σ) et le tenseur taux de déformation est linéaire.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} \delta_{ij} + 2\mu \mathbf{D} \quad (3.14)$$

La divergence du tenseur des contraintes s'exprime alors :

$$\nabla \cdot \sigma = -\nabla p + \nabla (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) \quad (3.15)$$

Et donc l'introduction de la loi de comportement dans la loi de Cauchy pour un fluide newtonien visqueux conduit à :

$$\rho \gamma = -\nabla p + \mathbf{f} + \nabla (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})) \quad (3.16)$$

Enfin, les équations de Navier-Stokes sont obtenues :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \mathbf{f} + \nabla (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})) \quad (3.17)$$

Dans l'équation de Navier-Stokes donnée ci-dessus, les hypothèses de base ne sont pas prises en compte. Ce système d'équation est représentatif des écoulements de fluides visqueux dans toutes les situations et notamment celles correspondant à la notion de milieu continu. Il ne possède pas de solution générale mais son utilisation depuis près d'un siècle n'a cessé de montrer sa validité, en sachant que celle-ci n'a jamais été ni confirmé, ni infirmée.

3.2 Le modèle macroscopique : équations de mouvement et conditions de saut

En mécanique des milieux continus, le principe fondamental de la dynamique appliqué à un fluide visqueux permet d'obtenir les équations du mouvement (Navier-Stokes). Dans le cas d'un écoulement multiphasique, les équations de Navier-Stokes sont valables dans chaque sous domaine occupé par l'une des phases.

Au système d'équations de Navier-Stokes (3.18) doivent donc être ajoutées des relations de conservation décrivant les interactions de contact entre les phases en présence.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \left(\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) \right) = \nabla p + \rho \mathbf{g} \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) \end{array} \right. \quad (3.18)$$

avec (ρ) et (μ) respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique, discontinues au niveau de l'interface de la phase considérée.

Entre deux fluides, il existe une interface considérée comme une surface d'échange permettant, par exemple, des transferts de masse, de quantité de mouvement et de chaleur d'un fluide vers l'autre.

Considérons un volume élémentaire représentatif coupé par l'interface, dans lequel deux milieux fluides indicés (k) coexistent, possédant chacun une vitesse locale (\mathbf{u}_k) de part et d'autre de l'interface. Les quantités de mouvement $(\rho_k \mathbf{u}_k)$, associées aux fluides (k) , sont conservées au travers de l'interface (conservation de la masse totale).

Il est donc normal que la même quantité de mouvement $(\rho_1 \mathbf{u}_1)$ perdue par le fluide 1, soit retrouvée dans le fluide 2.

Soit (\mathbf{n}_I) la normale à l'interface pour l'élément de surface considéré et (\mathbf{u}_I) la vitesse de cette interface, nous obtenons :

$$\rho_1 (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}_I - \mathbf{u}_I) = \rho_2 (\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n}_I - \mathbf{u}_I) \quad (3.19)$$

Dans le cas de l'absence de changement de phase, les flux de masses relatifs à la position de l'interface sont nuls, et l'équation (3.19) donne :

$$\mathbf{u}_I = \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}_I = \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n}_I \quad (3.20)$$

Cette équation traduit la continuité des vitesses normales à travers l'interface. Les vitesses tangentiels peuvent être aussi considérées comme continues à la surface de contact, car c'est un effet vérifié expérimentalement.

Cette propriété de l'écoulement diphasique montre l'absence de glissement local entre deux phases en présence, ce qui nous permet de reformuler l'expression comme une relation de saut à l'interface :

$$(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \cdot \mathbf{n}_I = [[\mathbf{u}]] \cdot \mathbf{n}_I = 0 \quad (3.21)$$

De plus la conservation de la quantité de mouvement à travers l'interface peut être obtenue par la projection du tenseur des contraintes sur la normale à un élément de surface local [Scardovelli, 99] [Bonometti, 07] :

$$(\mu_1 [\nabla \mathbf{u}_1 + \nabla^T \mathbf{u}_1] - p_1 \text{Id}) \cdot \mathbf{n}_I = (\mu_2 [\nabla \mathbf{u}_2 + \nabla^T \mathbf{u}_2] - p_2 \text{Id} + \gamma \kappa) \cdot \mathbf{n}_I \quad (3.22)$$

où (\mathbf{Id}) est la matrice identité et (κ) la courbure moyenne de l'interface, exprimée comme étant la somme des courbures principales.

Les équations de Navier-Stokes (3.18) associées aux relations de saut (3.22), (3.21) fournissent un modèle adapté à la simulation numérique des problèmes de mécanique des fluides, principalement en présence d'écoulement multiphasiques, à condition de résoudre l'écoulements dans un seul des fluides en présence.

Pour cela, il faudrait donc construire un maillage adapté à chaque phase, et résoudre le système (3.18) en vérifiant que les propriétés physiques des fluides restent constantes.

Sachant que la relation de saut entre chaque sous domaine correspond à une des conditions aux limites pour chaque maillage, elle doit être vérifiée. Il est donc impératif que le système soit mis à jour tant du point de vue maillage (pour s'accorder au mieux à la nouvelle topologie de l'écoulement) que du point de vue mathématique (respect de la régularité géométrique imposée). Cette formulation d'un problème de mécanique des fluides est par contre irréaliste pour calculer l'écoulement global dans tout un macro-domaine.

Pour cela, il faut reformuler le modèle par une approche différente où chaque phase ne sera pas séparée des autres lors de la résolution.

3.3 Le modèle mésoscopique : le modèle à un fluide

Les équations décrites précédemment sont valables uniquement dans chaque phase fluide prise séparément. Pour déterminer le champ de vitesse dans tout le domaine de calcul, il est nécessaire d'introduire une équation supplémentaire permettant de connaître quelle phase est présente dans tout le domaine.

Cette approche de modélisation consistant à résoudre les mêmes équations avec la prise en compte de la nature de la phase est dite "modèle à un fluide" ou modèle mésoscopique. En accord avec la discrétisation sur maillage fixe cartésien, cette approche permet de s'affranchir de la position de l'interface par rapport au maillage.

Pour connaître la position des phases dans le domaine pour un écoulement diphasique, il convient de définir des fonctions c_k (où l'indice correspond à la phase k), telles que :

$$\begin{aligned}
 c_1(x, y, z, t) &= 1 && \text{dans les zones contenant le fluide 1} \\
 c_1(x, y, z, t) &= 0 && \text{dans les zones ne contenant pas le fluide 1} \\
 c_2(x, y, z, t) &= 1 && \text{dans les zones contenant le fluide 2} \\
 c_2(x, y, z, t) &= 0 && \text{dans les zones ne contenant pas le fluide 2}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

Les fluides traités tout au long de ce travail sont supposés être immiscibles, il existe donc une relation de complémentarité entre les fonctions (c_k) . Ainsi, la somme de ces fonctions vaut 1.

Le transport des fonctions de phase (c_k) s'effectue en fonction de la vitesse de l'interface (\mathbf{u}_I) et cette relation peut être décrite via une équation cinématique de type advection :

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla c_k = 0 \quad (3.24)$$

Pour un écoulement diphasique, il convient de repérer uniquement la présence d'une des phases par une fonction indicatrice de phase définie sur tout le domaine, appelée fonction *couleur* notée (C) [Vincent, 00].

Cette fonction (C) a pour valeur 0 dans l'un des fluides, et 1 dans le second, en sachant que toutes les propriétés physiques et thermodynamiques des fluides sont recalculées en fonction de la distribution de (C) dans le domaine, par des lois arithmétiques. Notons que Pianet et al. [Pianet, 10] ont mis en évidence d'autres relations possibles.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)C \\ \mu &= \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)C \end{aligned} \quad (3.25)$$

Il est très difficile de représenter numériquement l'interface au travers des équations de conservation et des relations précédentes. La position de l'interface est une donnée essentielle pour écrire les relations de sauts. Plusieurs approches, comme le "Ghost Fluid" [Gibou, 05], permettent de résoudre directement les équations de conservation dans chacune des phases par l'intégration des relations de saut dans la discrétisation des opérateurs. Nous avons fait le choix de ne pas suivre cette approche pour représenter les principales caractéristiques de l'écoulement, car la vision volumique du modèle à un fluide diphasique nous semble plus adéquate.

Le modèle à 1 fluide se base principalement sur la construction d'un unique système d'équations, composé des deux phases non miscibles et d'une interface elle-même dotée de propriétés matérielles [Kataoka, 86].

$$c_k(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x} \in \text{phase } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.26)$$

Les propriétés que (c_k) doit vérifier sont :

$$\begin{aligned} \sum_k c_k &= 1 \\ c_k c_{k'} &= \delta_{kk'} c_k \\ \nabla c_k &= -\mathbf{n}_k \delta_I \end{aligned} \quad (3.27)$$

où (\mathbf{n}_k) est la normale à la phase k et (δ_I) la distribution de Dirac attachée à l'interface I qui vaut 1 à l'interface et 0 ailleurs. Le gradient de distribution de la fonction couleur (C) est non nul uniquement à l'interface, et il est orienté dans le sens opposé au vecteur normal.

La vitesse de l'interface ($\mathbf{u}_I \neq \mathbf{u}_k$) régit la cinématique de l'interface localisée par c_k . Cette vitesse \mathbf{u}_I à l'instant \mathbf{t} d'un point de l'espace situé sur l'interface est donnée dans le repère de celle ci (\mathbf{n}, \mathbf{t}) par :

$$\mathbf{u}_I = (\mathbf{u}_I \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \mathbf{u}_I^t \mathbf{t} \quad (3.28)$$

Contrairement à la vitesse de l'interface, la vitesse géométrique de déplacement donnée par la composante normale à la vitesse de l'interface, est indépendante du système de coordonnées. Une condition de non-glissement est souvent indiquée pour traiter la composante tangentielle de la vitesse de l'interface. De ces hypothèses, ajoutées à l'égalité des vitesses de phases normales à l'interface, nous pouvons obtenir l'égalité des vitesses de phases à l'interface $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_1$ en diphasique. La relation suivante permet donc de suivre l'évolution de l'interface :

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla c_k = 0 \quad (3.29)$$

Nous avons pour le moment les équations de Navier-Stokes qui s'appliquent dans chaque phase, et une fonction indicatrice de phase valide sur tout le domaine y compris à l'interface associée à des relations de saut. Il s'agit donc d'une formulation presque complète du modèle à un fluide diphasique. La suite de la résolution est détaillée ci dessous :

Convolution par (c_k)

En utilisant l'équation (3.27) et en multipliant les équations de Navier-Stokes de chaque phase nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} c_k \nabla \cdot \mathbf{u}_k = \nabla \cdot (c_k \mathbf{u}_k) + \mathbf{u}_k \mathbf{n}_k \delta_I = 0 \\ \left(\frac{\partial c_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} - \rho_k \mathbf{u}_k \frac{\partial c_k}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (c_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) + (\rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) \mathbf{n}_k \delta_I = \\ - (\nabla c_k p_k + p_k \mathbf{n}_k \delta_I) + c_k \rho_k \mathbf{g} + (\nabla \cdot (2c_k \mu_k \mathbf{S}_k) + (2\mu_k \mathbf{S}_k \mathbf{n}_k \delta_I)) \end{array} \right. \quad (3.30)$$

avec : $\mathbf{S}_k = 1/2(\nabla \mathbf{u}_k + \nabla^T \mathbf{u}_k)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) + \gamma \kappa \mathbf{n}_I \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = 0 \end{array} \right. \quad (3.33)$$

Ce système (3.33) n'est pas fermé, car nous avons cinq équations pour six inconnues (\mathbf{u}, p, C, κ). Dans la section suivante nous verrons comment formuler un modèle plus complet, en prenant en compte des relations de saut, qui ne sont plus exprimées explicitement dans le système d'équations de Navier-Stokes, afin de réécrire le terme de tension de surface.

3.4 Formulation de la tension de surface

Le saut de contrainte normale à l'interface entre deux fluides dépend de la tension de surface et de la courbure locale de l'interface.

En supposant qu'il n'y a pas de changement de phase, ni de glissement local entre les phases, les relations de saut disparaissent après convolution. Seul apparaît un terme source dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, appelé (F_{TS}), qui est lié aux forces interfaciales. Ce terme s'exprime en fonction d'un coefficient de tension de surface (γ), lié aux propriétés interfaciales à l'échelle moléculaire, à la courbure (κ) et à la normale locale à l'interface (\mathbf{n}_I), en tout point M :

$$\mathbf{F}_{TS}(M) = \gamma \kappa(M) \mathbf{n}_I(M) \delta_I \quad (3.34)$$

D'un point de vue numérique, il est très difficile d'accéder au paramètre géométrique (κ). Il devient donc nécessaire d'exprimer (\mathbf{F}_{TS}) en fonction de paramètres connus facilement et précisément.

Pour contourner cette difficulté Brackbill et al. [Brackbill, 92] ont conçu un modèle dans lequel les forces tangentielles à l'interface sont sommées sur un contour (ds) d'un élément de volume élémentaire. Localement, si $\mathbf{t}(M)$ est une force tangentielle à l'interface, alors la résultante de la tension superficielle est égale à l'intégrale curviligne sur ce contour ds des tensions superficielles de tous les points M .

Une expression de la courbure (κ) en fonction de la normale unitaire (\mathbf{n}_I^u) à l'interface a été obtenue, grâce à des transformations sur les opérateurs différentiels :

$$\kappa = -(\nabla \cdot \mathbf{n}_I^u)(M) \quad (3.35)$$

Et donc, la force volumique de tension de surface peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{F}_{TS}(M) = -\gamma(\nabla \cdot \mathbf{n}^u_I)(M)\mathbf{n}_I(M)\delta_I \quad (3.36)$$

Le gradient du taux de présence permet de décrire la normale unitaire à l'interface (localement) :

$$\mathbf{n}^u_I = \frac{\nabla C}{\|\nabla C\|} \quad (3.37)$$

alors que $\mathbf{n}_I(M)\delta_I = \nabla C$.

Nous pouvons à présent donner une formulation du modèle à un fluide diphasique bien posée. Des équations (3.37), (3.35) nous obtenons le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\mu[\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) - \gamma \left(\nabla \cdot \frac{\nabla C}{\|\nabla C\|} \right) \nabla C \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = 0 \end{array} \right. \quad (3.38)$$

Cette formulation est en bon accord avec la résolution numérique du problème diphasique équivalent sur un maillage cartésien fixe.

3.5 Approche et résolution des problèmes diphasiques

Il existe deux méthodologies différentes pour résoudre l'aspect diphasique. La première dite "Lagrangienne", considère l'interface entre deux fluides comme condition limite du problème et consiste à discrétiser un seul des deux fluides. Les équations de Navier-Stokes permettent de déterminer le mouvement d'un fluide sans prendre en considération le deuxième.

Un maillage adaptatif est nécessaire pour suivre avec précision la déformation de l'interface et les phénomènes qui lui sont associés en fonction du temps.

L'inconvénient de cette méthode réside dans la reconstruction de l'interface et des conditions limites (pour chaque itération), très coûteuse en temps de calculs. Ce Coût est d'autant plus important que la déformation est marquée.

La deuxième dite "Eulérienne", consiste à discrétiser les équations sur la totalité du domaine. Les conditions limites ne dépendent pas de l'interface existante entre les fluides

car elles sont externes. Cette méthode, en plus d'être peu coûteuse en temps de calcul, a l'avantage de s'adapter parfaitement au maillage cartésien uniforme.

D'autre part, elle est intéressante car les phénomènes de rupture de l'interface ne posent pas de problèmes de structure. Elle autorise aussi la prise en compte de l'angle de contact en tant que condition limite, comme par exemple dans le cas du dépôt de gouttes [Fukai, 95]. Cependant, cette méthode nécessite la détermination de la position et la géométrie de l'interface en utilisant l'équation d'advection et à travers de la variable C . Ceci ne permet que d'approcher la valeur exacte de la position de l'interface.

Le code de calcul *Thétis* développé à I2M permet la résolution des équations de Navier-Stokes couplées avec l'équation de l'énergie grâce au modèle un fluide, dont l'originalité consiste en la discrétisation de type volumes finis effectuée sur un maillage cartésien fixe à deux grilles décalées.

3.5.1 Méthode des volumes finis et approche des domaines fictifs

Le code de calcul *Thétis* est basé sur l'approche des domaines fictifs qui consiste en la conceptualisation du domaine d'étude sous la forme de plusieurs sous-domaines vus comme un unique milieu, possédant des propriétés physiques variables à la fois dans le temps et dans l'espace. Ainsi, le domaine d'étude "réel" est considéré comme continu mais est divisé en sous-domaines dits "fictifs", qui expriment les différents états locaux de la matière. L'intérêt de cette démarche est de considérer un système d'équations unique pour chaque variable physique : vitesse, température, concentration...

Le schéma (3.1), montre le décalage entre la réalité du domaine et la vision de la modélisation qui résulte de cette approche.

Cette approche initiée par Saul'ev [Saul'ev, 63] a été développée par Jean-Paul Caltagirone et Eric Arquis [Arquis, 84]. Le modèle à un fluide entre dans ce cadre de modélisation, et cette modélisation a été étendue aux situations fluide-fluide et fluide-solide. L'introduction du terme de Darcy dans les équations de Navier-Stokes a permis de traiter les solides comme des fluides imperméables de très haute viscosité, et ainsi de ne traiter qu'un seul système d'équation de Navier-Stokes [Khadra, 00].

3.5.2 La discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle signifie le découpage de l'axe du temps en un nombre fini de portions appelées pas de temps noté Δt . Ainsi, chaque dérivée continue et temporelle sera approximée au temps considéré, par un développement en série de Taylor tronquée à l'ordre 1 (schéma d'Euler) ou à l'ordre 2 (schéma de Gear) selon la précision choisie.

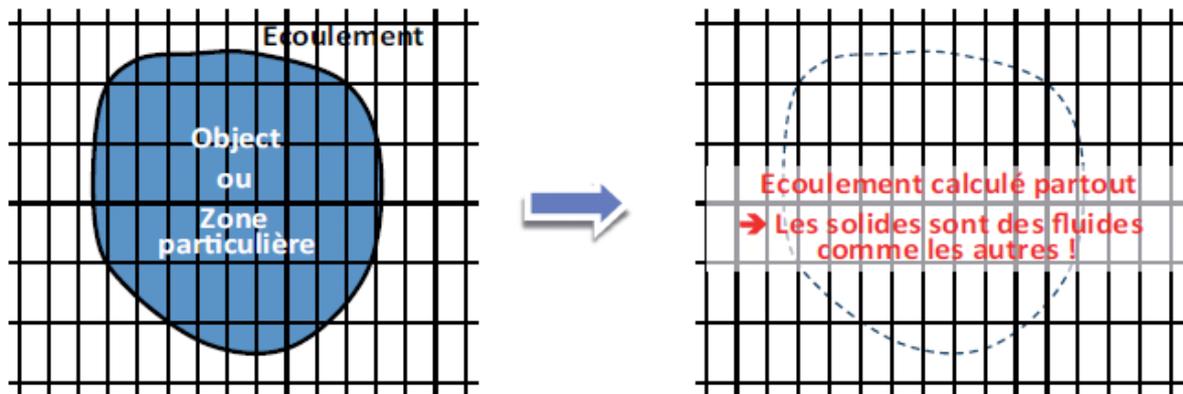


FIGURE 3.1 – Différences entre le domaine réel "physique" et le domaine modélisé via l'approche des domaines fictifs.

En discrétisant en temps le terme $(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t})$, nous obtenons la forme générale suivante :

$$\left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right|^{n+1} = \frac{\alpha \mathbf{u}^{n+1} + \beta \mathbf{u}^n + \Gamma \mathbf{u}^{n-1}}{\Delta t} \quad (3.39)$$

où les coefficients (α , β et Γ) permettent de définir l'ordre de troncature de la série de Taylor (voir tableau (3.1)).

Schéma	α	β	Γ
Ordre1 : Euler	1	-1	0
Ordre2 : Gear	3/2	- 4/2	1/2

Tableau 3.1 – Coefficients des schémas de discrétisation temporelle et ordre correspondant

L'utilisation du schéma d'ordre 1 (Euler) est suffisant pour les cas stationnaires, alors que les cas instationnaires doivent être traités par un schéma d'ordre 2 (Gear). Le schéma d'ordre 2 nécessite de stocker plus d'informations, car l'accès au temps (t_{n-1}) est indispensable. Le traitement implicite du système continu permet l'expression de tous les termes des équations de conservation au temps (t_{n+1}) sauf pour le terme non linéaire advectif, linéarisé ainsi :

$$(\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} \approx (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} = \nabla \cdot (\mathbf{u}^{n+1} \otimes \mathbf{u}^n) - \mathbf{u}^{n+1} (\nabla \cdot \mathbf{u}^n) \quad (3.40)$$

La divergence numérique n'étant jamais totalement nulle pour les écoulements incompressibles, le terme $(\nabla \cdot (\mathbf{u}^{n+1} \otimes \mathbf{u}^n) - \mathbf{u}^{n+1} (\nabla \cdot \mathbf{u}^n))$ est discrétisé spatialement afin de traiter

En introduisant l'équation (3.43) dans l'équation (3.42), un système d'équation (3.44), correspondant à la formulation par le Lagrangien Augmenté du modèle un fluide est obtenu :

$$\left\{ \begin{array}{l} p^{n+1} = p^n - dp \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \\ \frac{\partial \rho^n \mathbf{u}}{\partial t} \Big|^{n+1} + \nabla \cdot (\rho^n \mathbf{u}^{n+1} \otimes \mathbf{u}^n) = -\nabla p^n + dr \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1}) + \rho \mathbf{g} \\ \quad + \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u}^{n+1} + \nabla^T \mathbf{u}^{n+1}]) + \mathbf{F}_{TS}^n \end{array} \right. \quad (3.44)$$

Afin d'assurer correctement la résolution du système (3.44), les paramètres (dp , dr) introduits dans la méthode du Lagrangien Augmenté doivent être fixés par l'utilisateur.

Sachant que ($dp = dr$) il est nécessaire d'adapter la valeur de dr afin de prendre en compte correctement la pénalisation de la divergence de vitesse induite par le terme $dr \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1})$. Nous utiliserons des méthodes d'adaptation automatique du paramètre de Lagrangien Augmenté, développées plus en détail dans les travaux de [Vincent, 04] [Vincent, 10]. De plus, ces méthodes permettent d'obtenir une valeur adaptée au problème multiphasique.

Ainsi, en début de simulation, le paramètre dr n'est pas fixé de manière arbitraire, il est recalculé à chaque itération temporelle, dr devient donc un dr optimal, fonction du temps et de l'espace.

En considérant une itération en temps du Lagrangien Augmenté, de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (3.44) sous une forme adimensionnée, et en posant L_0 , t_0 , u_0 et p_0 valeurs de référence respectivement pour l'unité spatiale, l'unité de temps, l'unité de vitesse et l'unité de pression, alors nous pouvons réécrire l'équation de la manière suivante :

$$\rho \frac{u_0}{t_0} \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \frac{u_0^2}{L_0} (\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^{n+1} \otimes \mathbf{u}^n)) - \frac{u_0}{L_0^2} (dr \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1})) = -\frac{p_0}{L_0} \nabla p^n \\ + \rho \mathbf{g} + \frac{u_0}{L_0^2} \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u}^{n+1} + \nabla^T \mathbf{u}^{n+1}]) + \frac{\mathbf{F}_{TS}}{L_0^2} \quad (3.45)$$

Pour mettre en évidence le terme dr du Lagrangien Augmenté devant les termes de pression, de viscosité, d'inertie et de gravité, l'équation (3.45) est multipliée par $\frac{L_0^2}{u_0}$ et nous obtenons :

$$\begin{aligned} \rho \frac{L_0^2}{t_0} \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + u_0 L_0 (\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^{n+1} \otimes \mathbf{u}^n)) - (dr \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1})) = -\frac{p_0 L_0}{u_0} \nabla p^n \\ + \frac{L_0^2}{u_0} \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u}^{n+1} + \nabla^T \mathbf{u}^{n+1}]) + \frac{\mathbf{F}_{TS}}{u_0} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Nous constatons que dr est comparable à une viscosité et peut être réécrit comme suit :

$$dr(t, M) = \kappa \max \left(\rho(t, M) \frac{L_0^2}{u_0}, \rho(t, M) u_0 L_0, \rho(t, M) \frac{L_0^2}{u_0} g, \frac{p_0 L_0}{u_0}, \mu(t, M), \frac{\gamma}{u_0} \right) \quad (3.47)$$

Cette méthode peut, de plus, être étendue aux autres forces et aux termes sources.

L'un des points faibles de cette méthode est la détermination des paramètres dimensionnels nécessaire à la définition de $dr(t, M)$.

Une autre approche dite Lagrangien Augmenté Adaptatif Algébrique (LAAA ou 3AL) permet d'y remédier. En traitant le paramètre du Lagrangien Augmenté comme un terme algébrique, cela permet à certains coefficients du système linéaire d'être prépondérants, tout en respectant certaines contraintes afin de résoudre les équations de conservation. Les détails de cette méthode sont dans l'article de Vincent et al. [Vincent, 10].

3.5.4 La discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale des équations de conservation s'effectue sur un maillage structuré orthogonal par Volumes Finis, qui est une méthode basée sur l'intégration locale de l'équation (3.44) sur chaque volume de contrôle élémentaire, délimité par les noeuds de pression et centré sur les noeuds de vitesse.

Les grilles de discrétisation sont décalées en vitesse et en pression du fait du type de l'approche utilisée "Markers And Cells" (MAC). Les figures (3.2), (3.3) permettent de visualiser les trois grilles.

La valeur de la divergence du champ de vitesse sur les noeuds de pression, au centre des volumes élémentaires de contrôle est naturellement obtenue grâce au décalage existant entre les champs de vitesse et de pression, qui permet aussi d'éviter les oscillations de pression induites par les maillages de type collocatif. L'exactitude des résultats dépend de la méthode de discrétisation utilisée.

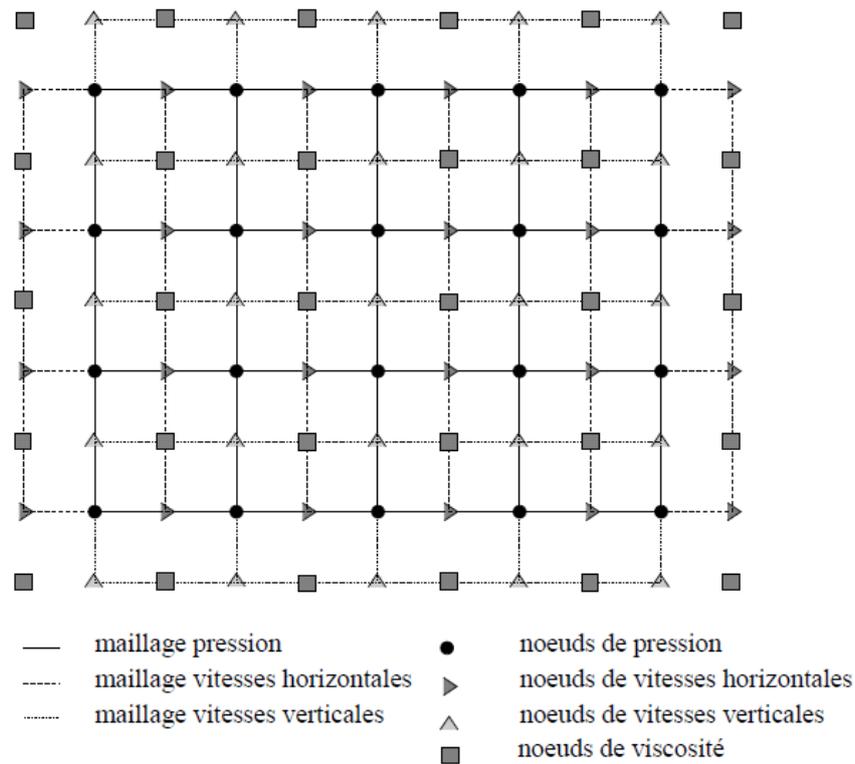


FIGURE 3.2 – Maillage MAC décalé en grille pression-vitesse-viscosité en 2D.

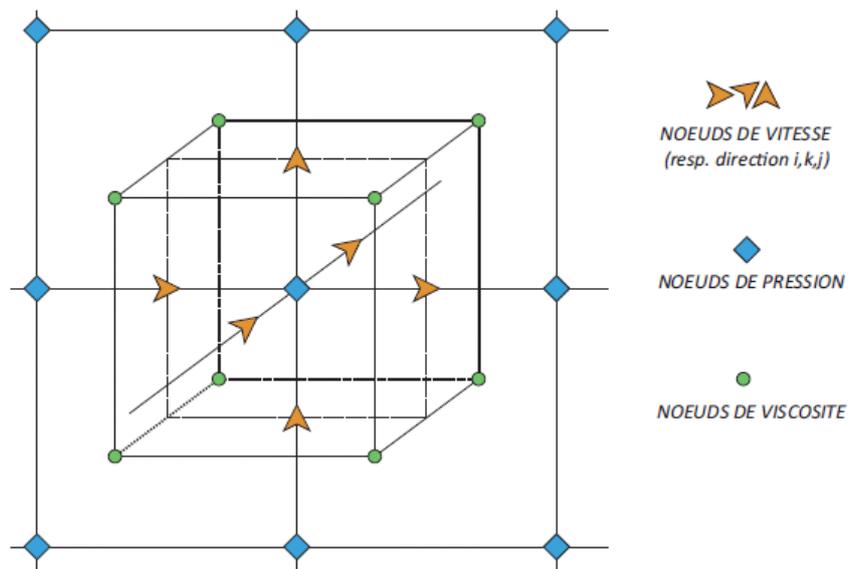


FIGURE 3.3 – Maillage MAC décalé en grille pression-vitesse-viscosité en 3D.

Le schéma de type *Centré* (du second ordre), correspond à une approximation de la

variable sur la limite à l'aide d'une série de Taylor tronquée à l'ordre 1.

Dans le schéma de type *emphUpwind* (du premier ordre), la valeur de la variable est remplacée aux limites du volume, par celle située en amont/aval suivant son signe.

Le schéma *Hybride* sélectionne un des deux schémas précédents suivant le nombre de Péclet de maille, et il exprime le rapport entre les forces convectives et diffusives. Si "Pe" est inférieur ou égal à 2, le schéma est centré sinon le schéma est un schéma *upwind*.

Une revue détaillée des schémas numériques existants a été réalisée par Patankar [Patankar, 80], qui décrit leur utilisation en se basant sur leur stabilité vis-à-vis de la diffusion numérique et de leur précision.

3.6 Les méthodes de suivi d'interfaces

La simulation des écoulements diphasiques, avec prise en compte dans la description des problèmes étudiés de l'interface entre les deux phases, peut être abordée suivant différentes méthodes. Il est alors important d'évaluer leurs potentiels respectifs, en tenant compte de l'objectif du travail. La littérature recense différentes méthodes, à savoir les méthodes lagrangiennes ou "front tracking" (méthode des marqueurs et maillages mobiles) et les méthodes eulériennes ou "front capturing" (la méthode Volume Of Fluid, VOF, et la méthode Level Set). Les méthodes lagrangiennes sont a priori plus précises que les méthodes eulériennes pour certaines configurations en raison de leur formalisme [Rider, 95].

3.6.1 Méthodes lagrangiennes : Front Tracking

Les méthodes de marqueurs consistent à ensemercer l'interface de points mobiles qui, reliés entre eux, définissent l'interface. Ces marqueurs peuvent former un second maillage autour de celle-ci, maillage formé par des éléments fictifs.

Les propriétés géométriques de l'interface, telles que la courbure et la normale (donc l'orientation de l'interface) sont déduites de la courbure générée par ces points. Cela permet alors d'évaluer les forces visqueuses et capillaires dans les différentes équations de conservation.

Cette méthode a été introduite par Unverdi dans les années 1990 [Unverdi, 92], avant d'être utilisée par Bunner et Tryggvason en 2000 [Tryggvason, 00] pour simuler les mouvements tridimensionnels créés par une suspension de bulles.

De ce point de vue, la méthode des marqueurs semble particulièrement intéressante. Toutefois, elle est limitée à des écoulements possédant des interfaces peu déformées. En effet, la distribution des marqueurs est très complexe à gérer, par exemple lors de rupture ou de coalescence de gouttes.

Plusieurs travaux ont permis de pallier ce problème et de simuler par exemple la coalescence de deux bulles. Shin et Juric [Shin, 02] ont utilisé deux représentations de l'interface, l'une s'appuyant sur un maillage mobile (et donc évolutif), l'autre étant basée sur une fonction indicatrice de phase (et continue).

Ainsi, malgré une précision moindre comparée aux méthodes lagrangiennes, les méthodes eulériennes sont couramment employées pour l'étude des écoulements diphasiques, et bénéficient d'améliorations constantes.

3.6.2 Méthodes eulériennes

Les méthodes eulériennes sont utilisées sur maillage fixe. Une fonction indicatrice de phase continue dans l'espace permet de localiser la présence du fluide en tout point du domaine. L'interface est alors reconstruite à partir du champ de vitesse dans les différents fluides.

Par exemple, pour un écoulement diphasique (eau-air), la valeur de la fonction de phase est égale à 0 dans les cellules qui ne contiennent que de l'eau est égale à 1 quand il n'y a que de l'air. L'interface est alors définie comme une succession de points où la fonction passe de 0 à 1.

Cette fonction de phase peut être physiquement interprétable : c'est localement le taux de présence de phase, appelée aussi la fraction volumique de phase (Volume Of Fluid, notée *VOF* par la suite). Son caractère continu permet de bien simuler les phénomènes rupture et de coalescence, etc.

Cette fraction volumique de phase doit alors être transportée dans le domaine en résolvant son équation d'évolution (de nature hyperbolique, type équation d'advection), puis de reconstruire la distribution dans le domaine des différentes propriétés thermodynamiques à l'aide des valeurs de la fraction volumique et de ses gradients. Cependant, il est très difficile de représenter numériquement les variations de la fraction volumique lors de la traversée de l'interface.

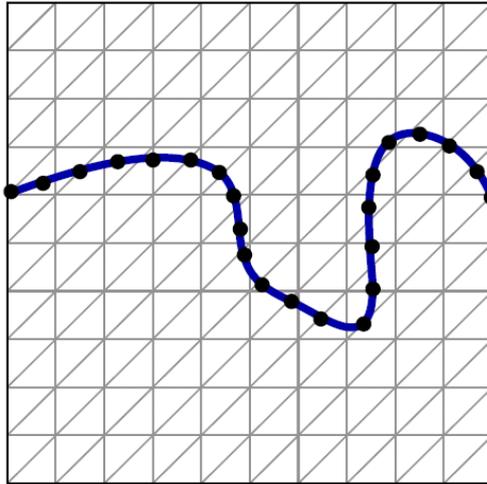


FIGURE 3.4 – La méthode de suivi de front. La ligne bleue représente l'interface et les points sont les particules qui permettent de la suivre numériquement.

Level Set

La fonction *Level Set* est définie comme une fonction continue correspondant à la distance à l'interface décrite dans certains articles [Sethian, 96] [Trontin, 08] [Osher, 88], comme étant une fonction nulle sur l'interface, positive dans l'une des phases et négative dans l'autre avec une pente unitaire. La valeur de la fonction distance correspond au nombre d'unités qui sépare l'endroit localisé par cette valeur de l'interface [Sussman, 97].

Les propriétés géométriques et la position de l'interface en sont aisément déduites, facilitant le calcul des termes décrivant la dynamique de l'interface.

Cette méthode présente un inconvénient majeur : la perte de masse numérique engendrée par une réinitialisation nécessaire à chaque pas de temps pour assurer un gradient unitaire de la fonction. En effet, celle-ci a tendance à dévier de sa valeur et cela doit être corrigé, afin de ne pas recourir à des maillages déraisonnés.

L'avantage de cette méthode de suivi d'interface est l'absence de reconstruction de l'interface comme dans les méthodes VOF coûteuse et difficile à implémenter sur des configurations autres que cartésiennes. Dans l'approche *Level-Set*, des algorithmes de redistanciation afin d'assurer la conservation de la masse et limiter la diffusion numérique. De plus, cette approche peut être facilement étendue à des maillages non structurés et des configurations en trois dimensions.

Enfin, elle permet de simuler un large éventail de phénomènes physiques multiphasiques comme la croissance de cristaux métalliques, le changement de phase, la ligne triple (exemple d'une lentille à l'interface entre deux milieux).

VOF-TVD

Cette méthode est basée sur l'utilisation d'un schéma de discrétisation de type Lax-Wendroff pour la résolution de l'équation d'advection [Vincent, 99].

La méthode TVD permet d'utiliser des schémas d'ordre élevé loin des zones de fortes variations. Elle adopte un schéma d'ordre 1 pour ces zones afin d'éviter les oscillations inhérentes à ce type d'équations. L'inconvénient de la méthode VOF-TVD réside dans le fait que c'est une méthode à diffusion numérique non nulle, mais qui a montré une bonne performance en présence de forces de tension superficielle.

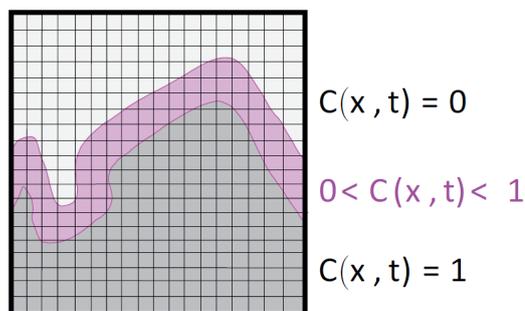


FIGURE 3.5 – Repérage de l'interface via la méthode VOF-TVD.

VOF-PLIC

Cette méthode peut être définie comme étant une reconstruction géométrique linéaire par morceaux de l'interface entre deux fluides à l'aide de segments de droite avec une orientation qui reste à déterminer, à partir de la fraction volumique contenue dans chaque volume élémentaire de contrôle. Elle a été introduite par Youngs [Youngs, 82] et implémentée dans le code de calcul Thétis [Toutant, 07] [Breil, 01].

Dans cette méthode l'inconnue est la position de l'interface avant reconstruction. Elle est déterminée grâce à la reconstruction opérée sur le champ de fraction volumique, (reconstruction par morceaux).

Par la suite, l'interface est déplacée (étape d'advection du champ de fraction volumique) via l'utilisation du champ de vitesse du fluide, qui représente une grande difficulté dans cette méthode [Lopez, 05] [Biaussier, 04]. Par la suite, les flux volumiques qui passent entre les différentes cellules sont déterminés pour construire le nouveau champ de

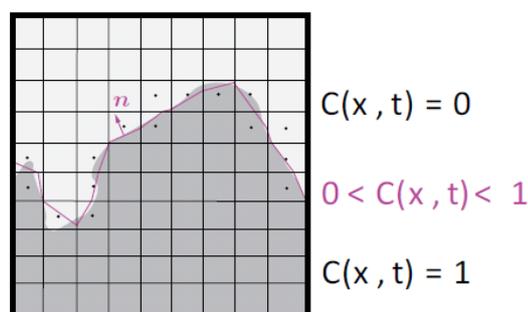


FIGURE 3.6 – Repérage de l'interface via la méthode VOF-PLIC

fraction volumique. La figure (3.6) expose la construction linéaire par morceaux de l'interface et donc sa localisation précise.

3.6.3 *Smooth-VOF (SVOF)* : lissage contrôlé et amélioration du calcul de la courbure

La bonne représentation des effets capillaires est essentiellement liée à la précision du calcul de la courbure. Pour cela, différentes méthodes de lissage de la fonction issue du *VOF* ont été développées. Par exemple Lafaurie et al. [Lafaurie, 94] appliquent n fois (typiquement 2 fois) un filtre de type Laplacien sur la fonction issue du *VOF* et utilisent les cellules voisines de l'interface pour réaliser le lissage.

Popinet et al. [Popinet, 09] développent une méthode tout aussi intéressante. Grâce à une fonction hauteur, ils recalculent la courbure moyenne via des différences finies appliquées à la dérivée de la fonction hauteur.

Les conditions d'application de ces méthodes sont pertinentes, mais notre approche doit permettre non seulement d'améliorer la courbure mais aussi d'imposer un comportement de mouillage précis (décrit par la suite).

Sachant que le gradient de la fonction issue du *VOF-PLIC* est restreint sur une maille, un lissage (Smooth *VOF* ou *SVOF*) de la fonction issue du *VOF-PLIC* (sans accentuer la diffusion comme pour la méthode *VOF-TVD*) est mis en place, afin de permettre un calcul de la courbure locale plus précis.

Comme pour le *VOF-PLIC*, on associe au *SVOF* une fonction couleur lissée notée C^s .

Cette fonction doit respecter le critère de la localisation du $C(M) = 0,5$ en tout point M de l'interface, c'est à dire $C^s(M) = C(M) = 0,5$ afin que le calcul des moyennes des masses volumiques et des viscosités se fassent grâce à cette approche, et ainsi caractériser le bon fluide.

Il est à noter que la fonction *SVOF* a pour unique but d'améliorer le calcul discret de la courbure locale, mais ne doit en aucune manière remplacer la fonction *VOF-PLIC*, pour respecter la conservation de la masse intrinsèque à *VOF-PLIC*.

Nous devons donc propager sur une épaisseur fixée la fonction *VOF-PLIC* dans la direction normale à l'interface et donc selon C . Pour cela nous devons élaborer notre approche comme un modèle physique de diffusion d'une grandeur scalaire (comme la diffusion de la chaleur ou la diffusion d'une espèce chimique).

L'équation de la diffusion d'une espèce F s'exprime :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \nabla F) = 0 \quad (3.48)$$

avec (α) strictement positif, et correspondant à la diffusivité de l'espèce, δ est la longueur de diffusion qui peut s'exprimer en fonction d'un temps caractéristique τ_D , la longueur de diffusion obéit à l'équation suivante :

$$\delta = \sqrt{\alpha\tau_D} \quad (3.49)$$

En fixant le paramètre de diffusion α à une valeur unitaire et en discrétisant l'équation précédente, pour $\alpha = 1$ on obtient :

$$\nabla \cdot \left(\frac{\delta^2}{\tau_D} \nabla F^{n+1} \right) + F^{n+1} = F^n \quad (3.50)$$

En résolvant l'équation (3.50) N fois nous avons :

$$\begin{cases} 1 \leq n \leq N - 1 \\ \tau_D = N\Delta t^F \\ F^0 = Cst \text{ (comme condition initiale)} \end{cases} \quad (3.51)$$

Une diffusion contrôlée sur une épaisseur δ est ainsi obtenue avec un maintien de $F = F^0$ loin de la zone de diffusion. L'analogie est donc faite avec la fonction issue du *VOF-PLIC*, notée (C) et permettant de former la nouvelle fonction *SVOF* (C^S).

Une équation de type Helmholtz est à résoudre avec la condition initiale $C^{S,0} = C$:

$$-\nabla \cdot \chi \nabla C^{S,n+1} + C^{S,n+1} = C^{S,n} \quad (3.52)$$

où χ est un coefficient de diffusion à exprimer en fonction du maillage et d'une discrétisation en temps particulière,

En fixant $\tau_D = L^2/\chi$, on obtient $\chi = L_i \Delta h^2 / N \Delta t^F$.

Avec L_i la distance de diffusion de part et d'autre de l'interface repérée par $C^S = 0,5$ (en nombre de mailles, donc sans dimension), et Δh la dimension locale de la grille de discrétisation utilisée.

L'équation (3.52) est discrétisée implicitement en espace et en schéma centré, afin d'être consistante avec les approximations opérées sur les équations de Navier-Stokes et le pas de temps interne Δt^F est choisi unitaire. Après résolution, nous obtenons la fonction C^S telle que décrite. L'algorithme pour obtenir (C^S) est :

$$\begin{aligned} & F^1 = C \\ & \mathbf{for} \quad k = 1 \longrightarrow N - 1 \mathbf{do} \\ & \quad -\nabla \cdot \frac{L_i \Delta h^2}{N} \nabla C^{S,k+1} + C^{S,k+1} = F^n \\ & \quad F^{k+1} = C^{S,k+1} \\ & \mathbf{end for} \end{aligned} \quad (3.53)$$

D'après cet algorithme $C^S = C^{S,k+1} = C^{S,N}$. La figure (3.7) montre les différences entre *VOF-PLIC* et *SVOF*, et notamment l'isosurface $C = 0,5$.

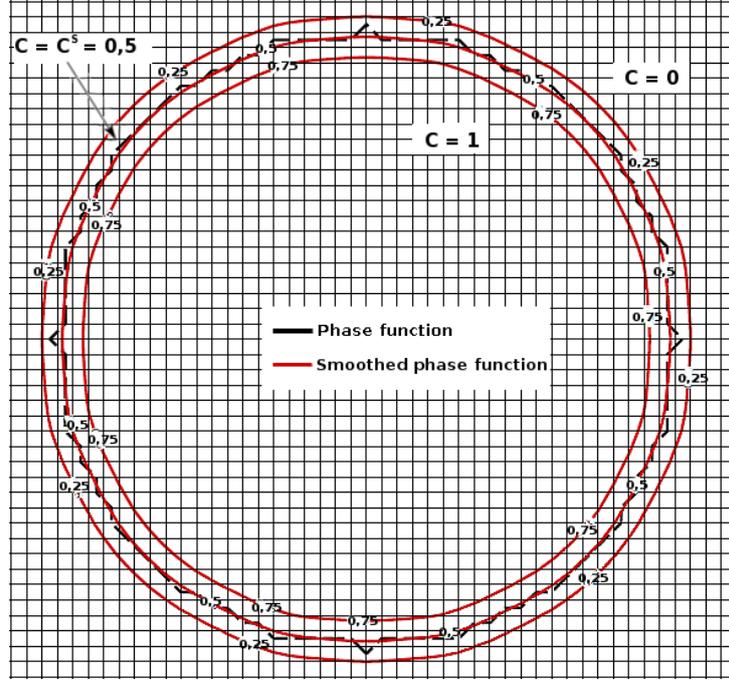


FIGURE 3.7 – Comparaison entre la méthode VOF-PLIC (C) et la méthode Smooth-VOF (C^S) obtenue à ($\chi = 1$) pour une fonction de phase circulaire.

Pianet et al. [Pianet, 10], ont réalisé une validation de cette méthode, par la simulation de remontée de bulles de gaz dans un fluide très visqueux (acier liquide).

Dans le code de calcul *Thétis* le modèle de tension de surface de Brackbill [Brackbill, 92] est utilisé pour la prédiction du terme de tension de surface. Par contre, il est utilisé via la méthode *SVOF* et non pas *VOF*, car la méthode *VOF* donne une mauvaise prédiction de la courbure locale.

Pour déterminer correctement la courbure, la fonction (C^S) issue du lissage SVOF est utilisée. Au final, la formulation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement devient finalement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = & - \nabla p + \rho g \\ & + \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) - \gamma \left(\nabla \cdot \frac{\nabla C^S}{\|\nabla C^S\|} \right) \nabla C^S \end{aligned} \quad (3.54)$$

3.7 Le traitement des conditions aux limites

Les choix (système d'équations et maillage fixe) que nous adopterons vont nécessiter un traitement particulier des conditions aux limites. Afin de pouvoir utiliser un seul système d'équations pour résoudre l'écoulement dans tout le domaine, nous avons introduit les conditions aux limites directement dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, sous la forme de termes de pénalisation $\mathbf{Bi}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_\infty)$ [Angot, 89], cite58 où \mathbf{Bi} est une matrice qui pilote le type de pénalisation sur la limite et \mathbf{u}_∞ est la condition limite en vitesse que l'on souhaite imposer.

Une condition aux limites généralisées en vitesse de type flux surfacique est ainsi construite :

$$-\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_S = \mathbf{Bi}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_\infty) \quad (3.55)$$

\mathbf{n} étant la normale extérieur unitaire à la limite surfacique S .

Si $\mathbf{Bi} \rightarrow 0$, nous modélisons une condition limite de type Neumann (flux de vitesse normal nul) ($\partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{n} = 0$).

Si $\mathbf{Bi} \rightarrow +\infty$ une condition limite de type Dirichlet est imposée ($\mathbf{u} = \mathbf{u}_\infty$) est imposé sur la limite.

Le système d'équation à résoudre devient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{Bi}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_\infty) \right) = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) \end{array} \right. \quad (3.56)$$

Ce traitement particulier de la condition à la limite s'adapte également parfaitement à la discrétisation par la méthode des Volumes Finis et au choix de maillage décalé.

Grâce à cette méthode de pénalisation nous pouvons prendre en compte des parois solides ou des obstacles dans le domaine de la simulation, mais aussi imposer différents types de conditions aux limites assez facilement sans changer la discrétisation de la matrice.

3.7.1 La modélisation des substrats

Un substrat (obstacle) bien que solide et sans vitesse, doit être traité comme un fluide particulier afin d'assurer une cohérence dans notre approche numérique.

Pour résoudre l'écoulement, l'ajout d'un terme supplémentaire à l'équation de Navier-Stokes du mouvement est nécessaire pour prendre en compte le caractère fixe du substrat, en le considérant comme un milieu poreux.

Le terme de Brinkman \mathbf{Br} , adapté d'une loi de type Darcy et agissant comme un terme de pénalisation, influe au travers de la perméabilité de la zone considérée sur l'écoulement :

$$\mathbf{Br} = -\frac{\mu}{K}(\mathbf{u} - u_0) \quad (3.57)$$

avec μ la viscosité et K la perméabilité, u_0 la vitesse de référence. Si nous attribuons une valeur particulière à la perméabilité dans une zone donnée, nous pouvons donc pénaliser l'écoulement dans cette zone.

Ainsi, si une maille possède une perméabilité infinie, le comportement est de type fluide car le terme devient nul et aucune modification des équations de Navier-Stokes n'est réalisée. Au contraire, lorsque la valeur de K tend vers 0, le terme Brinkman \mathbf{Br} devient prépondérant et fait donc tendre u vers la valeur désirée u_0 et ainsi si cette valeur est nulle, nous aurons une zone solide imperméable.

Cette méthode de pénalisation à l'ordre 1 est donc une approche intéressante pour imposer une valeur donnée à une variable dans une zone précise. Nous verrons que cette approche sera aussi utilisée pour imposer un angle de contact statique sur une paroi ou un obstacle.

3.7.2 Mouillabilité et angle de contact apparent

Nous avons mis en évidence dans les sections précédentes un enjeu majeur de la simulation des écoulements multiphasiques, mais aussi le traitement de la courbure à l'interface entre les fluides en présence pour le calcul du terme de force de tension surfacique.

Pour cela, nous avons utilisé une nouvelle approche originale, *SVOF* basée sur la méthode *VOF-PLIC*, motivée par son côté conservatif et son approche correcte de la courbure locale, offrant aussi de nombreux avantages quant au traitement de problèmes complexes comme la coalescence numérique de gouttes par exemple.

Par la suite, nous mettrons en place une méthode pour imposer des propriétés de mouillage sur une paroi grâce à une approche par pénalisation, qui constitue une première contribution aux travaux de cette thèse, et offre un cadre d'étude assez vaste.

Pénalisation de la fonction (*SVOF*) : traitement de l'angle de contact

Cette approche est basée sur la prise en compte d'un angle de contact statique, sans contrainte sur l'angle de contact dynamique.

En effet, ces dernières années, beaucoup de travaux ont été consacrés au traitement numérique de l'angle de contact [Dussan, 79] ou de [Manservigi, 09] [Roisman, 08] [Schonfeld, 09].

Dans ces travaux, le plus souvent une condition de glissement est imposée sur la paroi dont on veut modifier les propriétés de mouillage. Comme pour Dussan [Dussan, 79], une relation de fermeture à la paroi avec l'angle de contact est nécessaire, de la même manière qu'il est devenu commun d'appliquer à la fois une loi de comportement pour l'angle en dynamique, et d'imposer un angle statique sur les parois. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles demandent à priori de connaître l'angle de contact dynamique et l'interface ce qui n'est pas le cas dans les problèmes réels [Legendre, 07].

C'est pour cela que notre approche est basée sur le choix d'un angle statique, sans contraindre forcément l'angle de contact dynamique.

Nous avons fait appel à des méthodes de pénalisation à l'ordre 1 pour imposer une contrainte sur la présence d'obstacle dans les équations de Navier-Stokes.

Il peut être judicieux d'utiliser la méthode *SVOF* dans le cadre de la mouillabilité pour mieux appréhender les propriétés de mouillabilité d'une paroi solide et d'imposer le choix d'un angle de contact statique ou dynamique. Cette voie permet à la fois de traiter avec efficacité le terme de tension de surface (et donc les phénomènes au point triple de co-existence entre les fluides et le solide) et de ne pas corrompre la distribution spatiale de la fonction de suivi d'interface et de fluides initialement calculée.

En ajoutant un terme de pénalisation dans l'équation (3.52) nous imposons une pénalisation du même type que la pénalisation de type Brinkman dans les solides :

$$-\nabla \cdot \chi \nabla C^{S,n+1} + C^{S,n+1} + \mathbf{B}_s (C^{S,n+1} - C_\infty^S) = C^{S,n} \quad (3.58)$$

où le terme \mathbf{B}_s est le terme de pénalisation contrôlant le comportement du milieu en fonction de la localisation du point d'intérêt.

C_∞^S est une valeur adaptée de la fonction lissée *SVOF* pour obtenir l'angle de contact désiré. Cette grandeur varie entre 0 (paroi parfaitement non mouillante) et 1 (paroi mouillante totalement).

La thèse de R.Guillaument [Guillaument, 10] a permis de mettre en évidence une relation existante entre la valeur pénalisée à la paroi et l'angle de contact statique apparent, grâce à une confrontation numérique dans des conditions identiques pour l'impact d'une goutte sur une paroi horizontale [Wang, 09], afin de calibrer le rapport entre l'angle de contact et la valeur de pénalisation C_∞^S .

Cette première étude a donc permis de développer une relation rappelée ci-dessous, permettant l'utilisation de ce modèle de manière simplifiée pour l'utilisateur

$$C_\infty = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta_e < 15 \\ 7,79 \cdot 10^{-7} \theta_e^3 - 1,89 \cdot 10^{-4} \theta_e^2 + 4,51 \cdot 10^{-3} \theta_e + 9,49 \cdot 10^{-1} & \text{si } 15 \leq \theta_e \leq 150 \\ 0 & \text{si } 150 \leq \theta_e \leq 180 \end{cases} \quad (3.59)$$

En imposant uniquement un angle de contact statique, une dynamique au niveau de la ligne triple est perceptible, et confère à l'interface et à la ligne triple un comportement physique cohérent. Il semble donc que fixer l'angle apparent suffit à réaliser des simulations via cette approche, même pour les angles de contact dynamiques.

Le chapitre suivant est en partie dédié à l'amélioration de cette relation de mouillage, à l'extension à notre problème, mais aussi à la validation pour des cas tests en statique et en dynamique. Pour cela, il faut que cette nouvelle relation de mouillage puisse capter de manière précise les faibles fluctuations de l'angle de contact.

Chapitre 4

Vérification numérique et validation physique

L'étalement d'une goutte sur une surface plane ou inclinée est une problématique assez difficile à étudier, car le comportement mouillant de la surface dépend de phénomènes physico-chimiques complexes sur des échelles différentes [Blake, 06] [Dussan, 79] [De Gennes, 85].

Ces difficultés rendent très compliquée la réalisation de simulations numériques du mouvement de la ligne de contact. En effet, la description numérique de la déformation d'une goutte ainsi que sa mise en mouvement sur une surface inclinée requiert des modèles et des méthodes numériques adaptés, principalement lors de la transition de la statique vers la dynamique.

De plus, lors de la résolution des équations de Navier-Stokes, une dissipation visqueuse numérique au niveau de la ligne de contact apparaît. Cet effet est induit par les conditions standards de non glissement [Huh, 71].

Certaines études récentes prétendent avoir développé des méthodes où ces problèmes sont gérés de manière correcte [Spelt, 10]. La différence entre ces études réside dans l'approche utilisée dans la description de la déformation de l'interface et son déplacement. Certaines de ces études mettent en avant la méthode VOF, tandis que d'autres mettent en avant la méthode Front-Tracking ou la méthode Level-Set.

Un autre point de divergence entre les méthodes développées est la stratégie adoptée afin d'imposer un angle de contact en mouvement. Certaines utilisent une condition de non glissement avec un angle de contact statique, et d'autres utilisent un angle statique avec une condition de glissement sur une épaisseur fixe ou un angle de contact dynamique apparent.

Un point faible, et commun, à la plupart des approches utilisées est la non prise en

compte des effets électrostatiques de Van der Waals, effets d'une amplitude importante aux échelles moléculaires, ce qui a pour conséquence l'impossibilité d'une résolution directe par simulation numérique (DNS : Direct Numerical Simulation). Afin de prendre en compte ces effets aux petites échelles, ces études s'accordent sur l'approche à adopter, à savoir l'utilisation de modèles sous-mailles.

Dupont et Legendre [Dupont, 10] ont réalisé une étude sur le comportement d'une goutte déposée sur une paroi inclinée, où les équations de Navier-Stokes sont résolues par une approche MUF qui utilise une méthode de transport corrective de flux (FCT) pour décrire le transport de l'interface et un modèle (CSF) [Brackbill, 92] pour la description du terme de tension de surface.

En ce qui concerne la modélisation de l'angle de contact, deux façons de faire existent. Dans la première, la valeur de la fraction volumique du liquide à l'interface, laquelle est liée à l'angle de contact et à la normale à cette interface, est imposée. Dans la seconde, la vitesse de glissement locale à l'interface de la paroi est imposée, et ainsi, tendre vers une loi de type Cox qui permet de prendre en compte la dynamique de l'angle de contact.

Que l'on choisisse une méthode ou l'autre, le fait d'imposer une relation entre les grandeurs intervenant dans la description de l'angle de contact induit une *pénalisation* de la dynamique de ce dernier, mais un choix doit être fait. Quant à la question de la validité des expériences décrites dans la section suivante, le cas de gouttes en équilibre sur plans horizontaux permettront d'y répondre.

4.1 Prise en compte de l'angle de contact : choix de la relation du mouillage

Dans cette section, nous déterminerons une relation optimale entre l'angle de contact statique et la valeur C_∞ qui sera pénalisée. Cette relation, qui peut être déterminée pour des limites et obstacles différents, sera utilisée dans la fonction Smooth-VOF (SVOF). Différentes relations ont été implémentées dans le code de calcul "Thétis", et engendrent toutes des comportements différents.

La relation de mouillage choisie doit présenter un rapport d'erreur raisonnable entre l'angle de contact statique apparent (obtenu à l'équilibre) et l'angle de contact statique telqu'imposé dans le code via la pénalisation de C^s .

L'étude et la validation de la nouvelle relation dans le modèle de mouillabilité, s'appuient sur des travaux expérimentaux reconnus comme référence sur le sujet [Legendre, 07]. Ces derniers seront utilisés comme point de comparaison pour les résultats de la simulation. De plus, ils serviront à l'étude de gouttes posées ou déposées sur des surfaces planes,

tendant vers une position d'équilibre imposée par l'angle de contact statique.

Selon la mouillabilité de la surface, une goutte déposée sur celle-ci prend une forme qui respecte l'angle de contact (macroscopique) à l'équilibre, et son étalement a pour effets la minimisation de l'énergie surfacique et le respect de la loi de Young aux erreurs numériques près.

Il existe une affinité particulière entre la goutte et la surface, que l'on peut observer expérimentalement et numériquement, à travers l'angle de contact à l'équilibre et les propriétés géométriques de l'étalement de la goutte.

Des relations entre (C_∞) et l'angle statique (θ_e) existent déjà dans le code "Thétis". A partir de simulations numériques, nous avons mené une étude comparative entre ces relations afin de déterminer la plus appropriée et la plus précise sur l'ensemble du domaine des valeurs de θ .

4.1.1 Comparaison entre les relations de mouillage existantes et détermination de la nouvelle relation

"Thétis", le code de calcul utilisé pour la réalisation de ce travail, contient quatre relations qui lui permettent d'imposer un angle de contact statique. Ces relations lient l'angle de contact statique, par le biais d'une relation de mouillage, à un paramètre numérique C_∞ . C_∞ est un artifice numérique correspondant à un fluide sans viscosité ni masse volumique qui varie entre 0 "mouillage nul" et 1 "mouillage total". Cette technique est appliquée à la première maille du substrat ce qui permet de lui donner une propriété de mouillage.

Cette méthode permet d'obtenir une dynamique de l'angle de contact, au cours de l'étalement, simplement en imposant un angle de contact statique initial. Ainsi, nous obtenons pour l'état stationnaire, un angle de contact apparent (mesuré) proche de l'angle de contact statique imposé dans le code.

Les quatre relations de mouillage sont présentées ci dessous :

Relation bilinéaire :

$$C_\infty = \begin{cases} \frac{286 - \theta_e}{286} & \text{si } 0 \leq \theta_e < 128 \\ \frac{170 - \theta_e}{75} & \text{si } 128 \leq \theta_e < 170 \\ 0 & \text{si } 170 \leq \theta_e \end{cases} \quad (4.1)$$

Relation cubique :

$$C_\infty = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta_e < 15 \\ 7,79 \cdot 10^{-7} \theta_e^3 - 1,89 \cdot 10^{-4} \theta_e^2 + 4,51 \cdot 10^{-3} \theta_e + 9,49 \cdot 10^{-1} & \text{si } 15 \leq \theta_e \leq 150 \\ 0 & \text{si } 150 \leq \theta_e \leq 180 \end{cases} \quad (4.2)$$

Relation tangente hyperbolique :

$$C_\infty = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta_e < 10 \\ 0,5(-\tanh(0,025(\theta_e - 90)) + 1) & \text{si } 10 \leq \theta_e \leq 170 \\ 0 & \text{si } 170 \leq \theta_e \leq 180 \end{cases} \quad (4.3)$$

Relation polynomiale par morceaux :

$$C_\infty = \begin{cases} -4,8 \cdot 10^{-3} \theta_e + 1 & \text{si } 0 \leq \theta_e < 45 \\ -8,2 \cdot 10^{-3} \theta_e + 1,1908 & \text{si } 45 \leq \theta_e \leq 95 \\ 8,10^{-5} \theta_e^2 - 2,65 \cdot 10^{-2} \theta_e + 2,2 & \text{si } 95 < \theta_e \leq 170 \\ 0 & \text{si } 170 \leq \theta_e \leq 180 \end{cases} \quad (4.4)$$

Pour comparer ces quatre relations, nous nous proposons de les tester dans une configuration où le nombre de Bond est faible (10^{-1}). Le tableau 4.1 donne les caractéristiques physicochimiques associées à une goutte de 1 mm de diamètre, déposée sur une surface plane, solide, sans rugosité, dans une enceinte fermée sans confinement

Fluide utilisé	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$	$l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$
Eau	1000	10^{-3}	0,072	2,7 mm

Tableau 4.1 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.

La taille de la goutte est plus petite que la longueur capillaire (l_c), cela implique que les forces capillaires prédominent et les forces gravitationnelles peuvent donc être négligées. Dans la figure (4.1), sont rappelées toutes les informations concernant la géométrie et les conditions aux limites imposées à ce cas, en sachant que la paroi inférieure aura une propriété de mouillage imposée par le modèle de mouillabilité.

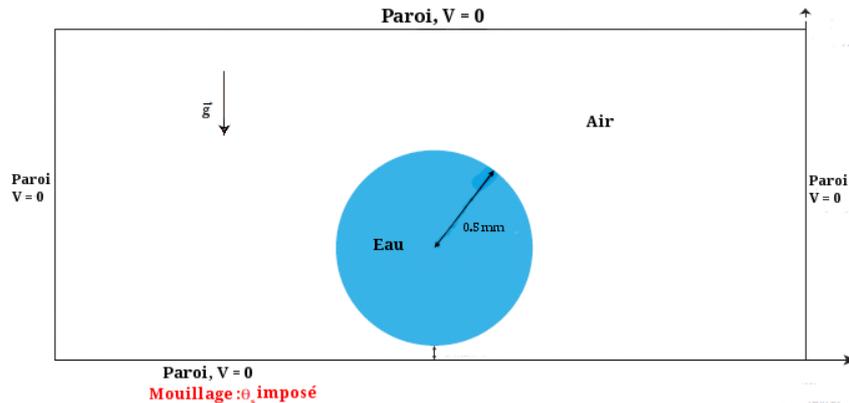


FIGURE 4.1 – Condition initiale du dépôt de goutte sur plan horizontal pour $Bo = 10^{-1}$.

Afin que l'angle de contact statique reste fixe sur la paroi inférieure, une pénalisation par la méthode (SVOF) est réalisée sur la première maille du domaine.

Les paramètres numériques relatifs à ce cas ont été fixés, et sont représentés par le tableau suivant :

Type de maillage	2D Cartésien
Nombres de mailles (x, y, z)	(400*100)
Type de grille	Constante
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Upwind
Résidus	10^{-15}
Pas de temps	10^{-2} s

Tableau 4.2 – Caractéristiques numériques associées au problème.

La mesure de l'angle de contact a été réalisée via le logiciel (*ImageJ*) et du contenu additionnel (plugin) *DropAnalysis* développé par l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Ce logiciel permet une mesure semi-automatique des angles de contact à partir d'une photographie de goutte.

Cet outil utilise un format de cliché particulier, où il est nécessaire d'avoir la goutte et son reflet. La première étape d'analyse consiste à ajouter le reflet de la goutte obtenue par Thétis avant la soumission de l'image, au format JPEG, à l'analyse semi-automatique (*d'ImageJ*).

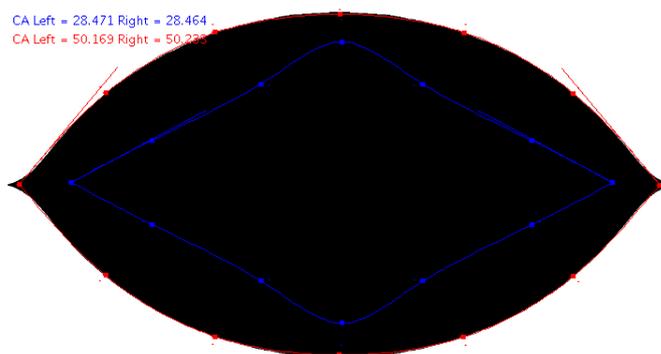


FIGURE 4.2 – *ImageJ* - mesure automatique de l'angle de contact (en rouge), $C_\infty = 0,7$.

Les mesures d'angle de contact apparent (voir table 4.3 et figure 4.3) montrent que la relation polynomiale par morceaux est la plus adaptée au cas d'une goutte d'eau avec un nombre de Bond faible. L'inconvénient de cette loi est sa discontinuité. Il serait préférable d'utiliser une loi continue sur tout le domaine $[0, \pi]$.

		tanh		cubique		bi-linéaire		pol. morc.	
θ_e	θ_m	err. abs.	θ_m	err. abs.	θ_m	err. abs.	θ_m	err. abs.	
10,00	4,71	5,29		10,00	7,50	2,51	6,17	3,83	
30,00	5,94	24,06	9,84	20,16	17,06	12,94	25,51	4,49	
70,00	41,97	28,03	59,81	10,19	39,02	30,98	58,33	11,67	
100,00	101,80	1,80	102,86	2,85	51,46	48,54	102,35	2,35	
140,00	140,48	0,47	144,56	4,56	93,79	46,21	136,46	3,54	
170,00	171,71	1,71	172,52	2,52	174,90	4,90	170,09	0,09	
moyenne		10,23		8,38		24,35		4,33	
écart type		12,42		6,70		20,46		3,91	

Tableau 4.3 – Comparaison des relations tanh, cubique, bi-linéaire et polynomiale par morceaux pour $Bo = 10^{-1}$.

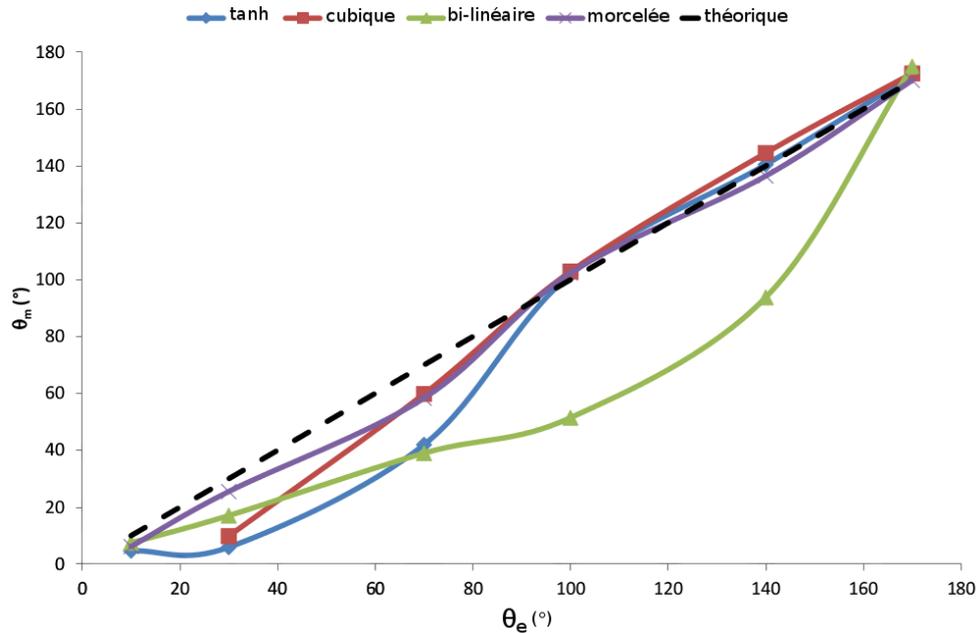


FIGURE 4.3 – Angle mesuré (θ_m) en fonction de l'angle statique imposé (θ_e).

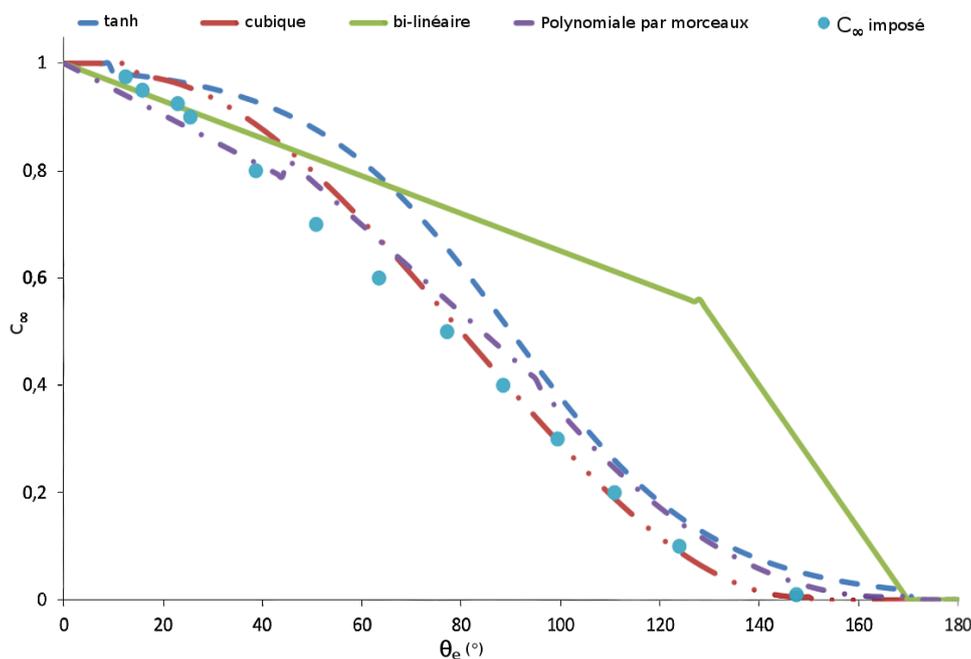
Détermination d'une nouvelle relation continue

Afin de bien déterminer la nouvelle relation de mouillage, nous allons reproduire le cas précédent en s'assurant que ($0 \leq C_\infty \leq 1$), (0 correspond à un angle de contact de 180° et 1 à un angle de contact de 0°). Nous mesurons avec *ImageJ* la valeur de l'angle de contact statique apparent (θ_m) adopté par la goutte pour chaque valeur de (C_∞) comprise entre 0 et 1. Les résultats sont représentés dans la figure (4.4).

Cette figure illustre l'écart existant entre les différentes relations de mouillage et les points C_∞ mesurés. On observe que la relation polynomiale par morceaux est celle qui se rapproche le plus des mesures de (C_∞), tandis que la bi-linéaire est celle qui s'en éloigne le plus.

La nouvelle relation est déduite en ajustant une fonction, somme de deux gaussiennes, au nuage de points formé par les deux relations les plus proches, à savoir la relation polynomiale et cubique (voir l'équation (4.5)). Nous avons utilisé le logiciel *Matlab* pour réaliser cela.

$$C_\infty = 0,9944 \exp\left(-\left(\frac{(\theta_e - 1,237)}{68,47}\right)^2\right) + 0,2122 \exp\left(-\left(\frac{(\theta_e - 81,81)}{38,11}\right)^2\right) \quad (4.5)$$

FIGURE 4.4 – Courbes des relations disponibles et points mesurés avec C_∞ imposé.

Vérification de la relation continue

Afin de valider la nouvelle relation, nous l'utiliserons dans une nouvelle expérience de dépôt de goutte sur une surface plane. Les nouveaux résultats sont comparés au précédent (ceux obtenus pour C_∞ imposé).

valeur initiale de l'angle de contact statique	Relation gaussienne	
	θ_m	err. abs.
θ_e		
10,00	15,00	5,00
30,00	28,00	2,00
50,00	50,50	0,50
70,00	69,00	1,00
100,00	106,00	6,00
140,00	144,00	4,00
170,00	166,50	3,50
écart type		1,06
erreur moyenne		3,14

Tableau 4.4 – Angles de contact mesurés par la relation gaussienne.

Le tableau (4.4) regroupent les résultats des mesures d'angles de contact apparents qui sont retranscrits par la suite sur la figure (4.5).

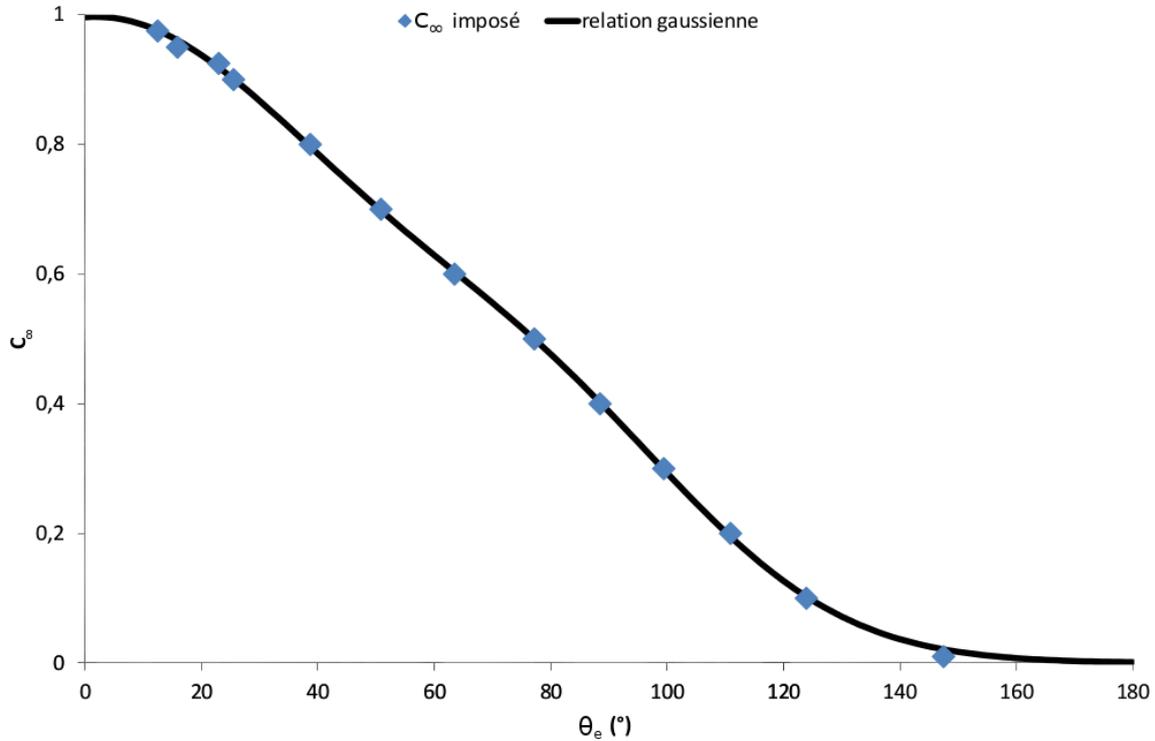


FIGURE 4.5 – Comparaison entre l'angle mesuré à l'équilibre et la courbe de la relation gaussienne obtenue par l'équation (4.5).

De la figure (4.5) et le tableau (4.4), nous en déduisons un bon accord entre les points de mesure de (C_∞) et la relation gaussienne sur tout l'intervalle d'angle de contact, notamment les plus faibles.

Comparaison entre la relation discontinue "polynomiales par morceaux" et la relation continue "gaussienne"

Chacune des deux relations polynomiale par morceaux et gaussienne permet d'imposer des angles de contact sur une large gamme, de façon correcte. Il est assez difficile de déterminer celle qui donne effectivement les meilleurs résultats. Pour cela, nous allons faire une comparaison entre ces deux relations afin de statuer sur l'utilisation par le code de calcul de l'une ou l'autre des relations.

Dans la figure (4.6), on remarque que la relation gaussienne est plus proche de la théorie que la relation polynomiale par morceaux, ce qui nous permet de trancher en faveur de

la relation gaussienne.

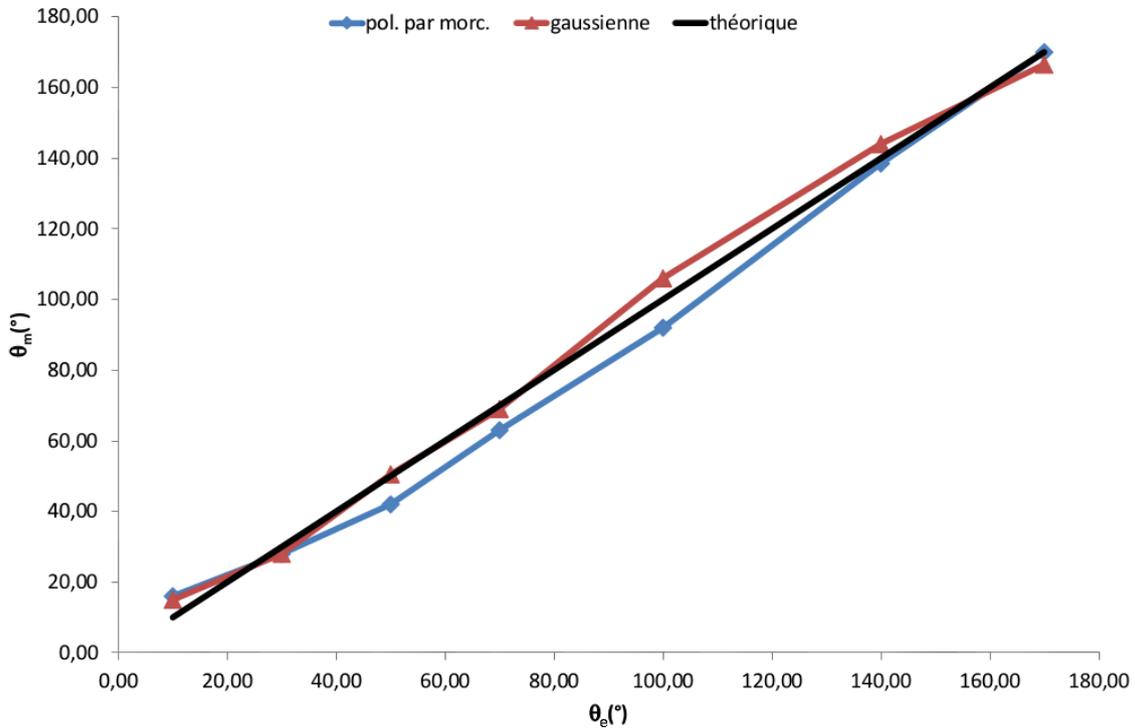


FIGURE 4.6 – Comparaison des relations gaussienne et polynomiale par morceaux avec le cas idéal ($\theta_m = \theta_e$).

4.1.2 Vérification de la relation de mouillage en statique : dépôt d'une goutte sur une surface plane

Nous allons reproduire dans cette section le cas, vu précédemment, du dépôt d'une goutte sur une surface plane, dont les caractéristiques physicochimiques et numériques sont représentés respectivement dans les tableaux (4.1) et (4.9).

L'objectif de ce cas test est la vérification des angles de contact à l'équilibre, et le bon accord en termes de pression vis-à-vis de la pression de Laplace, car à l'équilibre, la pression interne est supérieure à la pression ambiante, et cette surpression est quantifiable. Le tableau (4.5) présente les mesures à l'équilibre de l'angle de contact, de la pression et du rayon de courbure de la goutte.

La pression de Laplace théorique dans la goutte à l'équilibre a été déterminée en utilisant le rayon de courbure de la goutte mesuré numériquement à l'équilibre ($\Delta P = \gamma/R_{mesure}$). Le rayon de courbure théorique de la goutte a été déterminé en utilisant la différence de pression mesurée numériquement ($R_{theorique} = \gamma/\Delta P_{mesuree}$).

$\theta_{e,impose}$	R_{mesure} (m)	ΔP_{mesure} (Pa)	$R_{theorique}$ via ΔP_{mesure} (m)	$\Delta P_{theorique}$ via R_{mesure} (Pa)	$\theta_{equilibre,mesure}$
10	9,50.10 ⁻³	7	1,03.10 ⁻²	7,50	15
30	1,30.10 ⁻³	48	1,50.10 ⁻³	55,38	28
50	1,10.10 ⁻³	60	1,20.10 ⁻³	65,45	50
70	7,00.10 ⁻⁴	100	7,20.10 ⁻⁴	103,00	69
110	4,50.10 ⁻⁴	155	4,65.10 ⁻⁴	160,00	106
140	4,50.10 ⁻⁴	166	4,34.10 ⁻⁴	160,00	144
170	5,00.10 ⁻⁴	160	4,50.10 ⁻⁴	144,00	167

Tableau 4.5 – Comparaison entre les résultats théoriques et numériques des propriétés de la goutte à l'équilibre pour différents angles de contact.

Les valeurs numériques obtenues par Thétis grâce à la méthode (SVOF), en ce qui concerne le rayon de courbure de la goutte et la différence de pression, montrent un bon accord avec les valeurs théoriques, de même que l'angle à l'équilibre, mesuré par le logiciel *ImageJ* qui utilise l'approximation de la sphère (4.6) respecte bien la valeur imposée :

$$\theta = 2.\tan^{-1}.(2h/2r) \quad (4.6)$$

Pour que le logiciel calcule l'angle de contact, il suffit de pointer les contours de la goutte (une meilleure qualité d'image peut minimiser les incertitudes).

Pour ce faire, il est possible d'estimer le volume de la goutte en considérant la goutte comme sphérique (équation (4.7)), et dans ce cas on peut choisir entre l'angle de contact ou un étalonnage de longueur :

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{6}\pi h^3 + \frac{1}{2}\pi h r^2 \\ V &= \frac{\pi r^3}{3} (2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta) \\ V &= \frac{\pi h^3}{3} \frac{\sin^3\theta}{1 - \cos^2\theta} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Malgré l'absence d'une condition dite d'angle de contact dynamique, notre modèle permet de prendre en compte correctement l'évolution de l'angle de contact au cours du temps en imposant uniquement un angle de contact statique apparent dans le code.

Les figures (4.7) et (4.8) mettent en évidence des écoulements internes aux gouttes (des recirculations) près de la ligne de contact, qui sont attribués aux effets antagonistes de la gravité et de la tension de surface, ce qui permet d'assurer un maintien à la goutte.

Cependant, il est fort probable qu'en plus de ces effets antagonistes, il y ait une contribution numérique liée au modèle lui même (approximation de la courbure dans la zone de ligne triple).

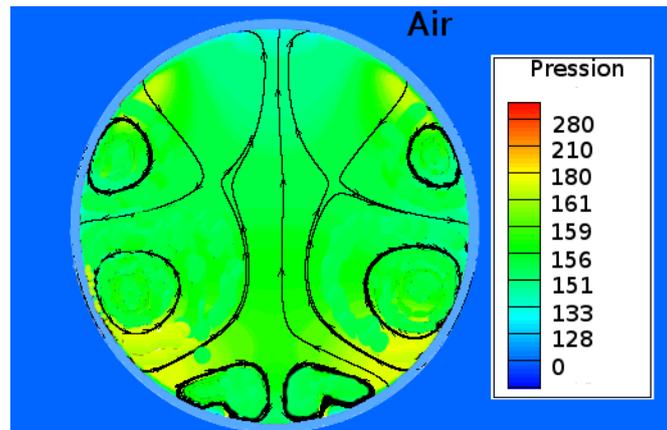


FIGURE 4.7 – Goutte en équilibre apparent. Vue en coupe ($\theta_e = 170^\circ$).

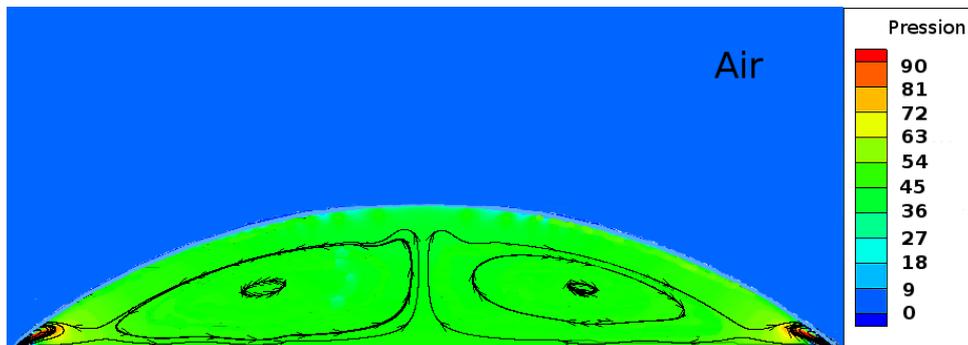


FIGURE 4.8 – Goutte en équilibre apparent. Vue en coupe ($\theta_e = 30^\circ$).

4.2 Validation de la relation de mouillage en dynamique

4.2.1 Impact d'une goutte sur une surface plane horizontale

Dans la partie précédente nous avons pu vérifier la précision de notre méthode (SVOF) lorsqu'on fixe l'angle de contact statique. Nous avons pu démontrer l'existence d'une bonne adéquation entre les valeurs numériques et les prédictions physiques à l'équilibre. Du fait de cet accord, il est légitime d'utiliser cette méthode.

La méthode numérique utilisée pour fixer l'angle de contact statique n'est pas, a priori, adaptée aux phénomènes dynamiques. En particulier, on peut s'interroger sur la variation de l'angle de contact en fonction des conditions dynamiques qu'on peut étudier et comparer à la littérature.

Notre étude numérique porte sur les travaux expérimentaux de Wang [Wang, 09], menés sur une goutte impactant des surfaces horizontales mouillantes et non mouillantes.

Les propriétés du fluide utilisé et les conditions de l'expérience numérique sont présentées dans le tableau suivant (4.6) :

Fluide utilisé		Eau
Masse volumique	(kg/m^3)	1000
Viscosité	($Pa.s$)	10^{-3}
Tension superficielle	(N/m)	0,072
Diamètre de la goutte	(mm)	2,15
Vitesse d'impact	(m/s)	0,514
Angle de contact	(θ°)	{30; 128}
Nombre de Weber		8
Nombre de Reynolds		1120

Tableau 4.6 – Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et caractéristiques associées au problème.

Les paramètres numériques relatifs à ce cas sont présentés par le tableau suivant :

Type de maillage	3D Cartésien
Nombre de mailles (x, y, z)	120*60*120
Type de grille	Constante
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schema	Upwind
Résidus	10^{-10}
Pas de temps	4.10^{-5} s

Tableau 4.7 – Caractéristiques numériques associées au problème.

Les figures (4.9) et (4.10) représentent respectivement les résultats obtenus par simulation numérique et les résultats expérimentaux de l'auteur.

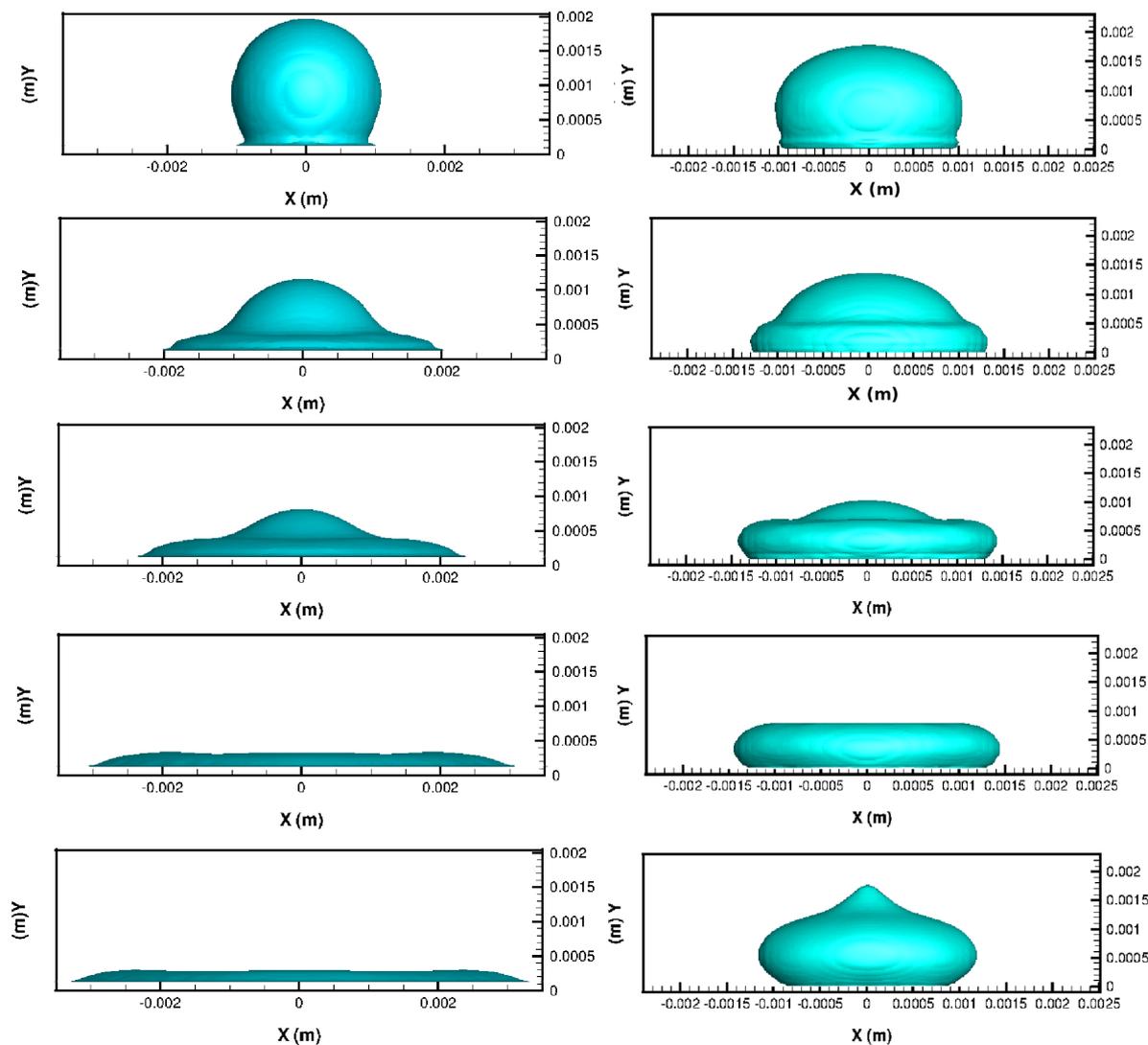


FIGURE 4.9 – Simulation par "Thétis" du comportement dynamique de l'impact d'une goutte sur une surface plane (colonne à gauche $\theta = 30^\circ$, et colonne à droite $\theta = 128^\circ$) dans les conditions de simulation du tableau (4.9).

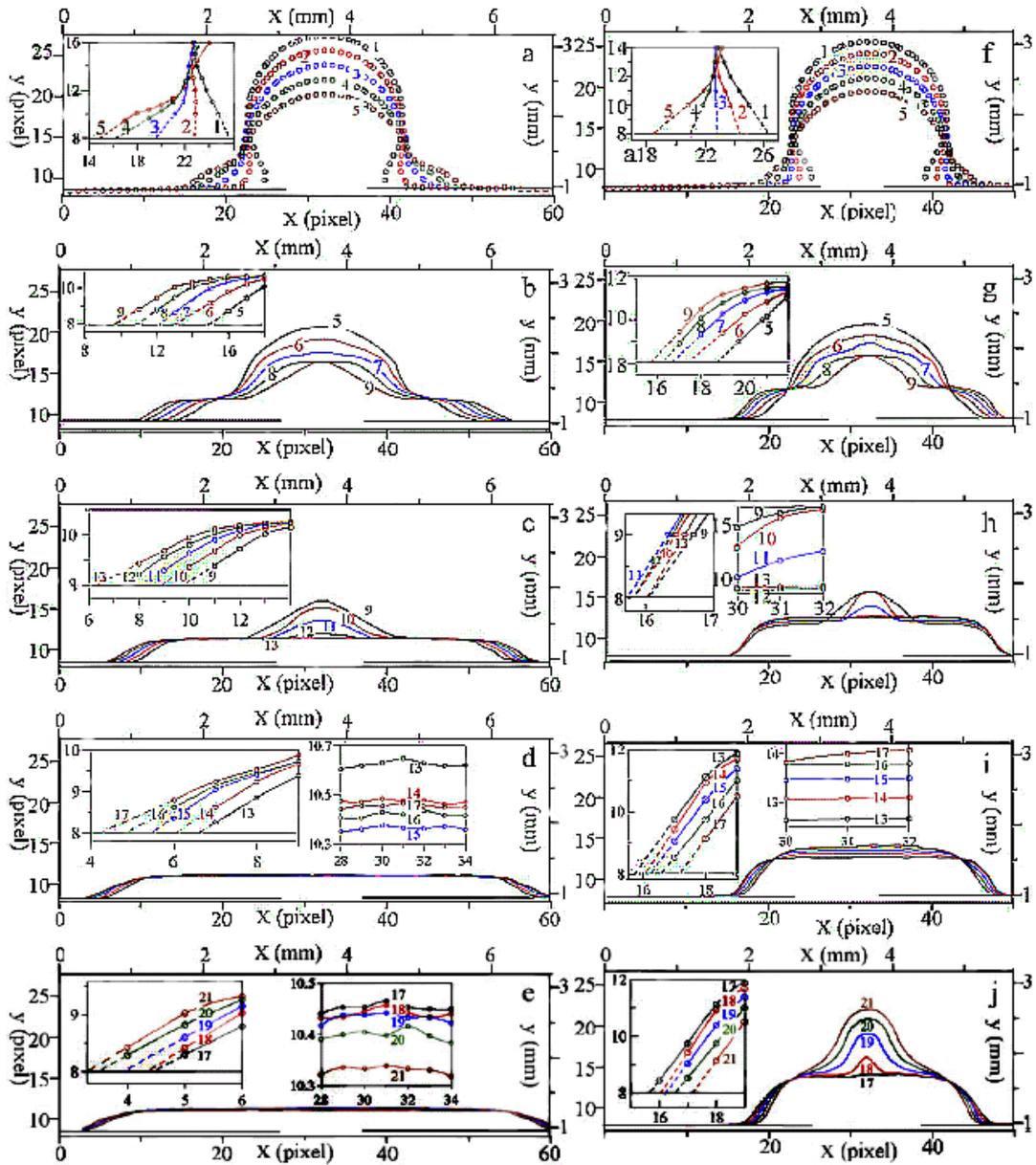


FIGURE 4.10 – Illustrations du comportement dynamique de l'impact d'une goutte sur le verre (mouillante $\theta = 30^\circ$, colonne de gauche a-e) et sur de la paraffine (non mouillante $\theta = 128^\circ$, colonne de droite f-j) [Wang, 09].

Les figures (4.11) et (4.12) regroupent les vues tri-dimensionnelles obtenues expérimentalement par les auteurs et nos résultats obtenus par simulation numérique aux mêmes instants, lors de l'étalement de la goutte. Il est intéressant de constater que les formes des gouttes obtenues numériquement au cours de l'étalement, coïncident qualitativement avec les formes expérimentales.

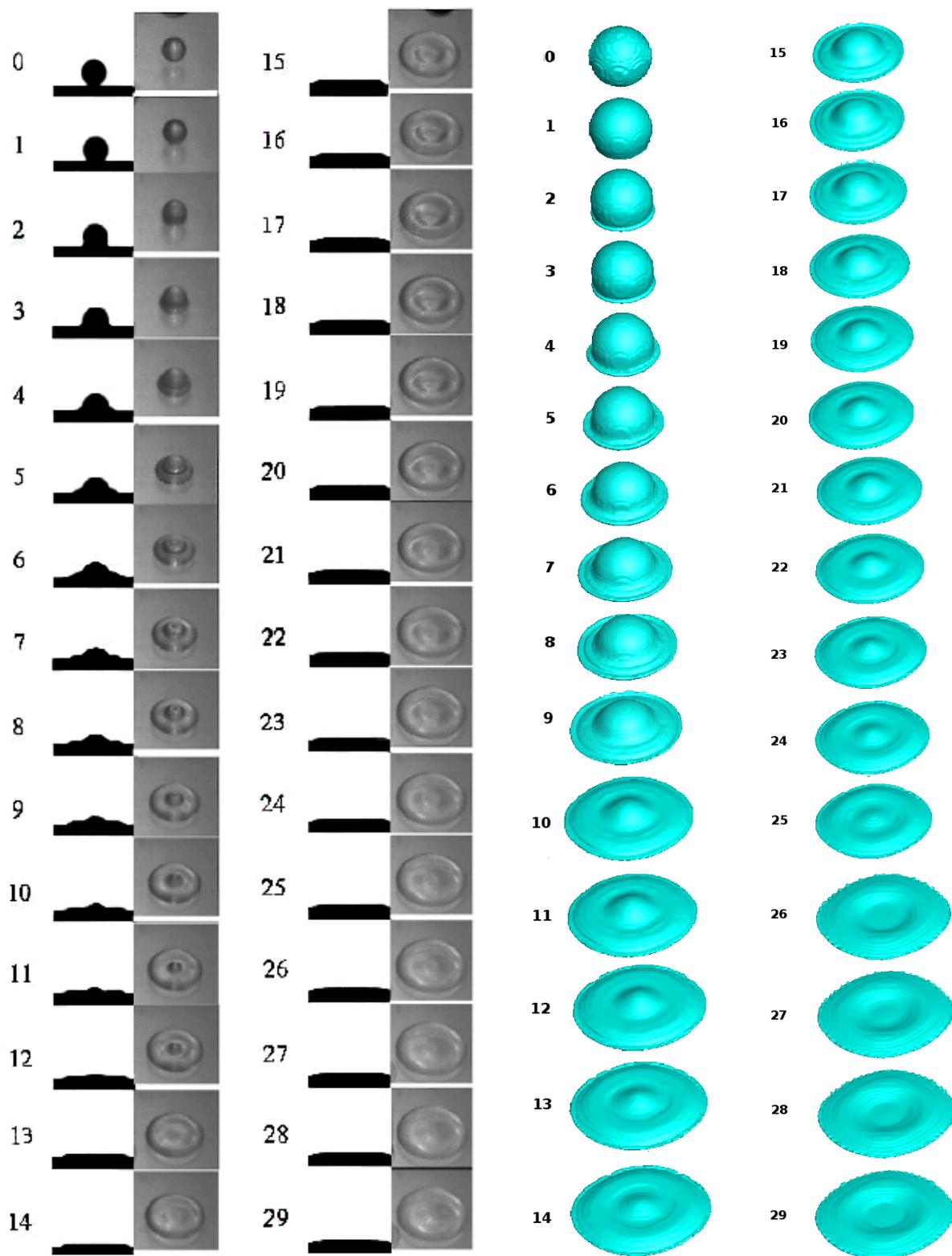


FIGURE 4.11 – Comparaison pour des **temps équivalents** entre les résultats expérimentaux de Wang (colonnes à gauche) et ceux de la simulation (colonnes à droite) du comportement de l'impact d'une goutte sur une surface horizontale mouillante 30° (verre) : vue 3D.

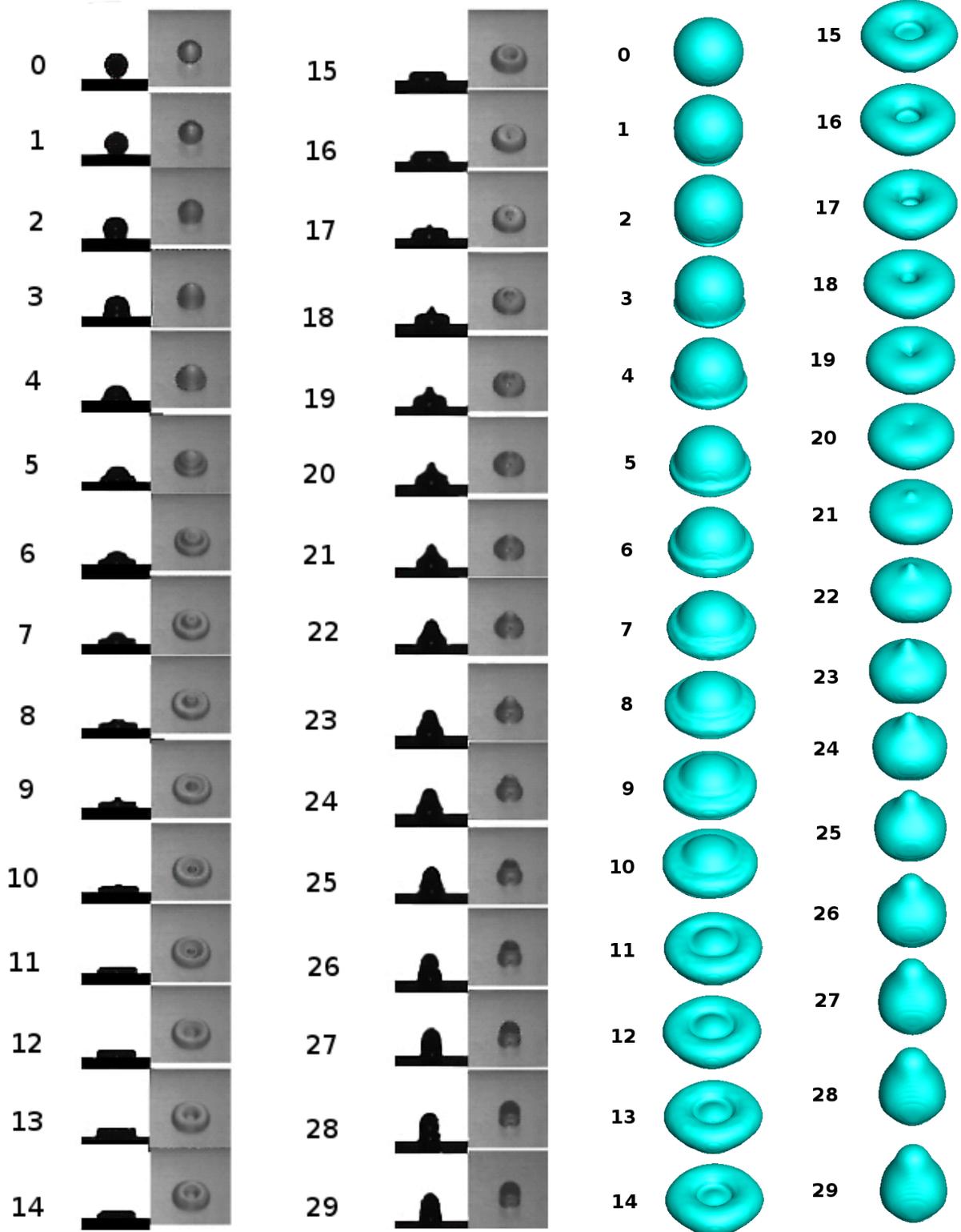


FIGURE 4.12 – Comparaison pour des **temps équivalents** entre les résultats expérimentaux de Wang (colonnes à gauche) et ceux de la simulation (colonnes à droite) du comportement de l'impact d'une goutte sur une surface horizontale non mouillante 128° (paraffine) : vue 3D.

Pour confirmer les accords quantitatifs entre les simulations que nous avons menées et les résultats de la littérature nous allons effectuer une comparaison quantitative sur les grandeurs facilement observable des systèmes. Une mesure de la hauteur ainsi que du diamètre de la goutte à chaque instant lors de l'impact à été réalisée, et les résultats obtenus sont représentés par la figure (4.13) pour le cas mouillant et sur la figure (4.14) pour le cas non mouillant. Ces résultats sont comparés aux résultats expérimentaux de Wang.

Les courbes des graphes de la hauteur et du diamètre numériques de la goutte suivent la même tendance que celles qui représentent les résultats expérimentaux, que ce soit pour le cas mouillant ou non mouillant.

Lors de son étalement, dans le cas mouillant, la goutte voit sa hauteur diminuer au fur et à mesure que son diamètre augmente au cours du temps (voir figure (4.13)).

La hauteur de la goutte chute rapidement lors des premiers instants de l'étalement, jusqu'à 80% de sa hauteur initiale, à environ 4 ms, pour finir progressivement par atteindre sa hauteur d'équilibre (0,23 mm) au bout de 8 ms.

À contrario le diamètre lui, augmente progressivement au cours du temps jusqu'à atteindre 3 fois sa taille initiale au bout de 8 ms.

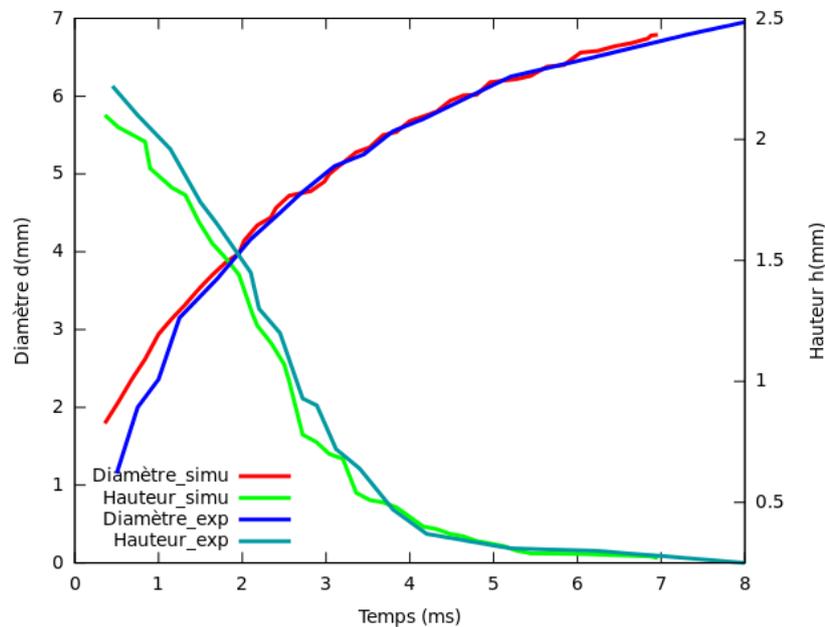


FIGURE 4.13 – Comparaison entre les mesures expérimentales [Wang, 09] et les mesures de la simulation numérique du diamètre (d) et de la hauteur (h) d'une goutte impactant une surface horizontale *mouillante* ($\theta = 30^\circ$).

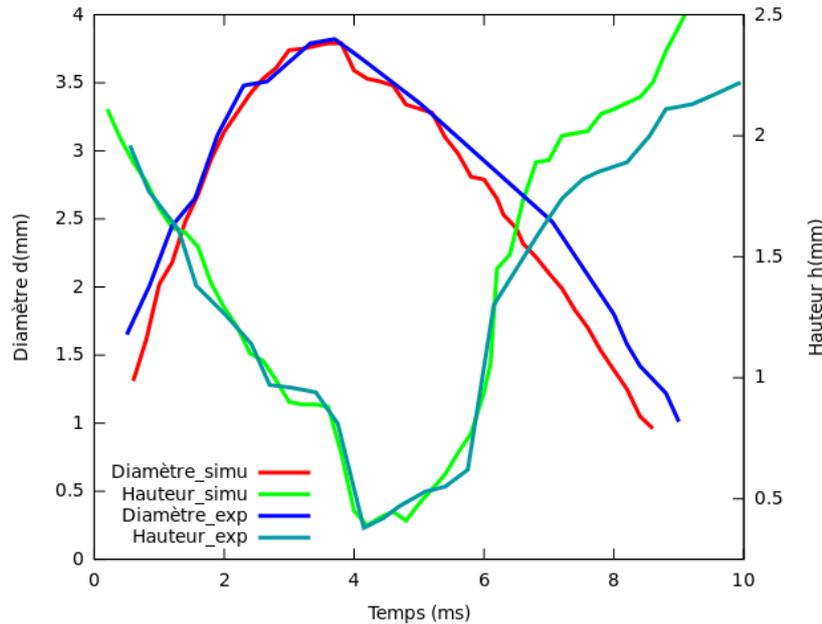


FIGURE 4.14 – Comparaison entre les mesures expérimentales [Wang, 09] et les mesures de la simulation numérique du diamètre (d) et de la hauteur (h) d'une goutte impactant une surface *horizontale non mouillante* ($\theta = 128^\circ$).

Le fait que le profil "numérique" adopté par la goutte coïncide avec le profil expérimental est en soi un résultat satisfaisant cependant les écarts observés peuvent être attribués au modèle numérique de la mouillabilité ou à la simulation elle même ou encore aux erreurs de mesure.

Quoiqu'il en soit, l'accord entre simulation et expérience (pour le cas mouillant), est globalement très satisfaisant et permet de montrer que le modèle de mouillabilité utilisé par Thétis permet de représenter correctement l'évolution d'une goutte impactant une surface plane.

Ces écarts par contre, sont bien plus prononcés au sein du profil adopté par la goutte lors de son étalement sur un substrat non mouillant. On observe sur la figure (4.14) que lorsque la goutte impacte le substrat non mouillant avec une vitesse initiale, cela provoque un étalement brusque de la goutte qui se traduit par une chute brutale de sa hauteur et une augmentation rapide de son diamètre, pour un temps toujours équivalent à celui du cas mouillant (4 ms) . Par la suite et sous l'effet de la tension de surface la goutte se recroqueville et cela se traduit par une augmentation de sa hauteur et en parallèle la diminution de son diamètre.

Sur cette figure on constate l'existence d'un léger décalage temporel lors du recroquevillement, cela signifie que l'intersection observée entre la hauteur et le diamètre de la goutte

se fait à 6.95 ms pour l'expérimental, alors qu'elle est de 6.45 ms pour la simulation. Ce décalage est probablement dû au fait que l'impact dans un cas non mouillant est beaucoup plus brusque, puisqu'il y a variation non monotone du diamètre et de la hauteur.

4.2.2 Impact d'une goutte sur une surface inclinée

Les expériences réalisées par Fujimoto et al. [Fujimoto, 07] où une large gamme d'expérimentations sur l'impact d'une goutte liquide sur des surfaces horizontales et inclinées a été menée, fournissent un nouveau cas permettant de tester les modèles de mouillabilité implémentés dans Thétis.

Les auteurs ont déjà pu faire une comparaison de leurs résultats expérimentaux avec le code de calcul qu'ils ont développé.

Il est intéressant de voir, que ce code de calcul a des points en commun avec le nôtre, du fait que tous deux utilisent l'approche des volumes finis, une fonction couleur pour déterminer les différentes phases coexistantes, un schéma VOF pour le suivi d'interface et le modèle CSF pour les forces de tension de surface.

Contrairement à notre code de calcul, les auteurs n'introduisent pas de modèle pouvant imposer un angle de contact, ils appliquent plutôt deux valeurs d'angles de contact, l'un pour faire avancer la goutte quand la vitesse est positive (θ_a), et l'autre pour la faire reculer quand la vitesse est négative (θ_r), et cela afin de simuler le phénomène d'hystérésis d'angle de contact.

Nous avons donc choisi, d'étudier numériquement le comportement de l'impact d'une goutte sur une surface plane inclinée par rapport à l'axe vertical, les propriétés du fluide utilisé sont présentées dans le tableau suivant :

Fluide utilisé		Eau
Masse volumique	ρ (kg/m^3)	1000
Viscosité	μ ($Pa.s$)	10^{-3}
Tension superficielle	γ (N/m)	0,072
Diamètre de la goutte	d_p (mm)	0,53
Vitesse d'impact	V_0 (m/s)	4
Angle d'inclinaison	α ($^\circ$)	30
Nombre de Weber	We	116
Nombre de Reynolds	Re	2200

Tableau 4.8 – Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et les caractéristiques associées au problème.

Sur la figure (4.15), sont rapportées les conditions aux limites du cas de validation et les définitions des différentes mesures effectuées au cours du temps, entre autres l'étalement. Les relevés expérimentaux de ces paramètres seront confrontés à ceux de la simulation par la suite.

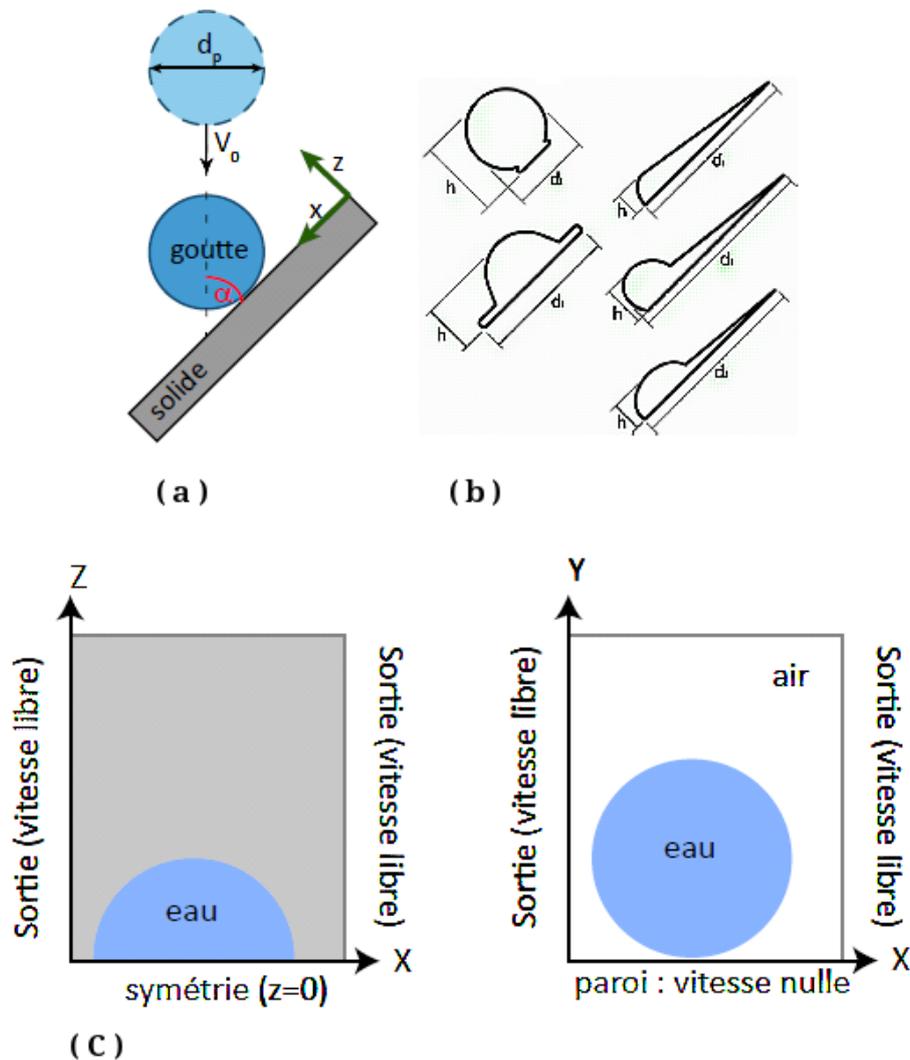


FIGURE 4.15 – Description des conditions initiale du cas de validation de Fujimoto. (a) Conditions initiales, (b) Définitions des mesures effectuées, hauteur et étalement/diamètre au cours du temps.(c) Conditions aux limites utilisés pour la simulation numérique.

Pour imposer proprement l'angle de contact, une pénalisation du SVOF est réalisée sur la première maille du domaine (suivant l'axe y).

Les paramètres numériques de cette étude ont été fixés (voir tableau (4.9)).

Type de maillage	3D Cartesien
Nombres de mailles (x, y, z)	350*112*150
	262*84*112
	175*56*75
Type de grille	Exponentielle
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	BiCG-Stab2
Schema	Upwind
Résidus	10^{-6}
Pas de temps	$5 \cdot 10^{-7}$s

Tableau 4.9 – Caractéristiques numériques associés au problème.

Le maillage exponentiel, représenté dans la figure (4.16), permet de capter les déformations proches de la paroi et de donner une meilleure précision des mesures effectuées. L'état initial ainsi que le maillage sont représentés sur la figure (4.16).

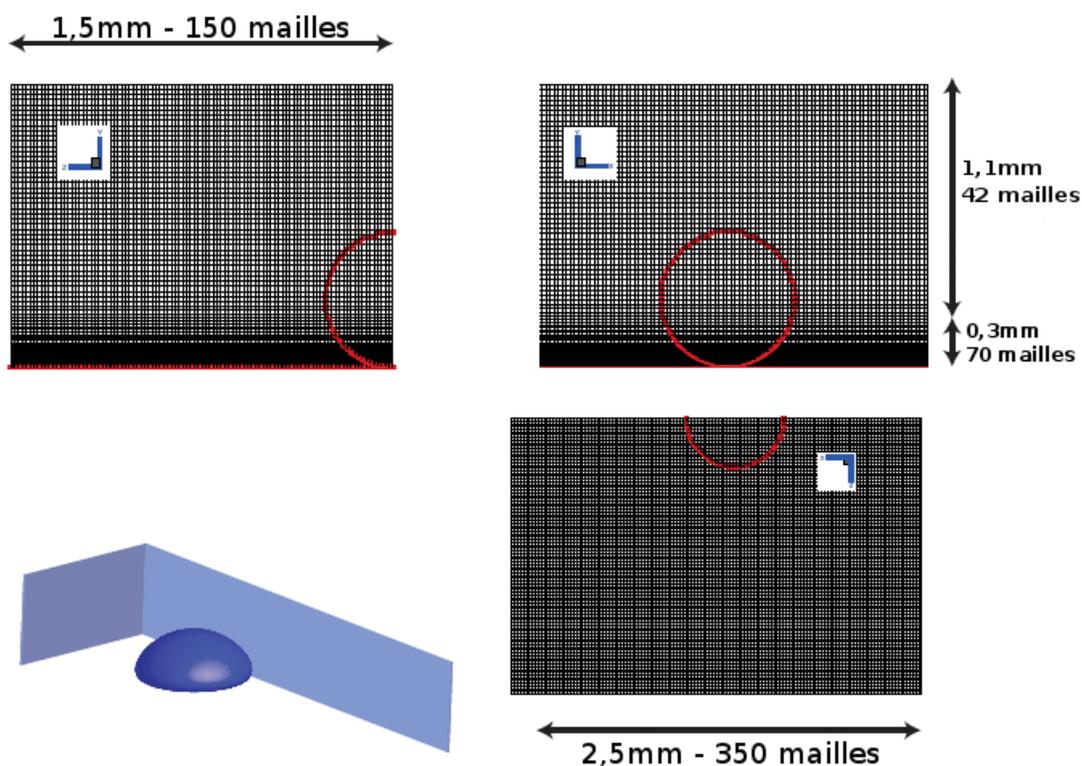


FIGURE 4.16 – Représentation de l'état initial de l'impact de goutte et le maillage associé.

Sur la figure (4.17) nous avons représenté les mesures de l'évolution de l'élongation adi-

mensionnée par rapport au diamètre initial (d_i/d_p) en fonction du temps, lui-même adimensionné en fonction du rapport : vitesse initiale sur diamètre initial (V_0/d_p), dans le but de comparer les valeurs expérimentales et simulées des auteurs avec nos résultats de simulations pour différents maillages.

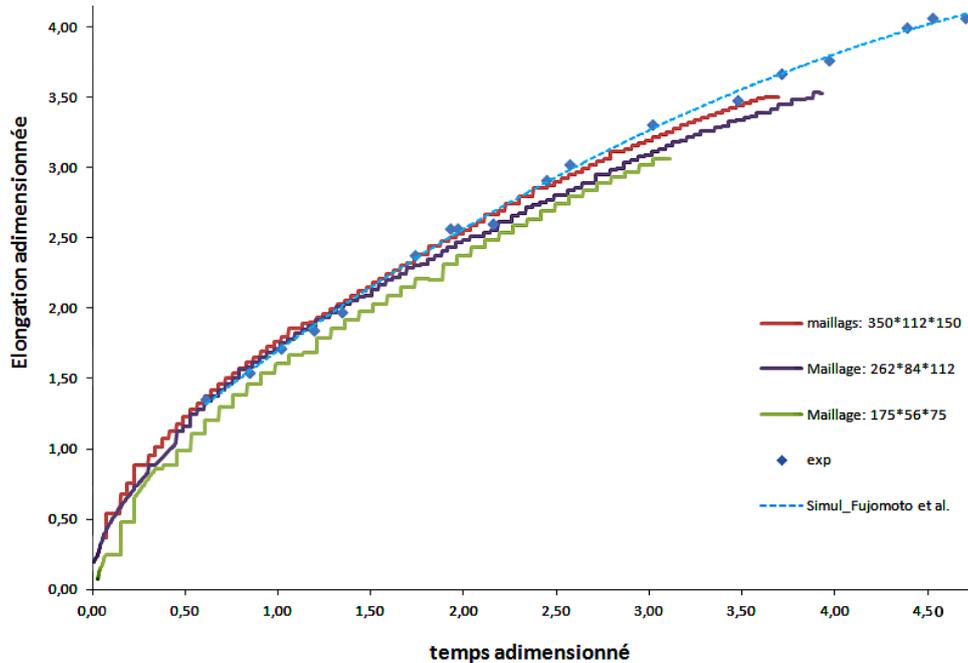


FIGURE 4.17 – Mesure de l'étalement adimensionné de la goutte. En losange et traits discontinus bleu sont respectivement les résultats expérimentaux et de simulations des auteurs. En traits pleins, nos résultats de simulations pour différents maillages ($\alpha = 30^\circ$).

Nous pouvons observer un bon accord entre les résultats expérimentaux et simulé des auteur (en trait bleu pointillé) et nos résultats de simulation en trait plein.

Les écarts existants entre simulations et expériences sont assez faibles, et sont inversement proportionnels au raffinement du maillage.

On peut supposer aussi que l'excellent accord entre les résultats expérimentaux et la simulation des auteurs est sans doute lié à l'ajustement des angles de contact dynamiques qui n'est pas réalisé sous Thétis.

Une vue 3D de l'étalement de la goutte, représentée dans la figure ((4.18), met en évidence la bonne concordance des coupes 3D que nous obtenons par simulation à celles qu'obtiennent les auteurs par simulation, et aux mêmes instants (figure (4.20)).

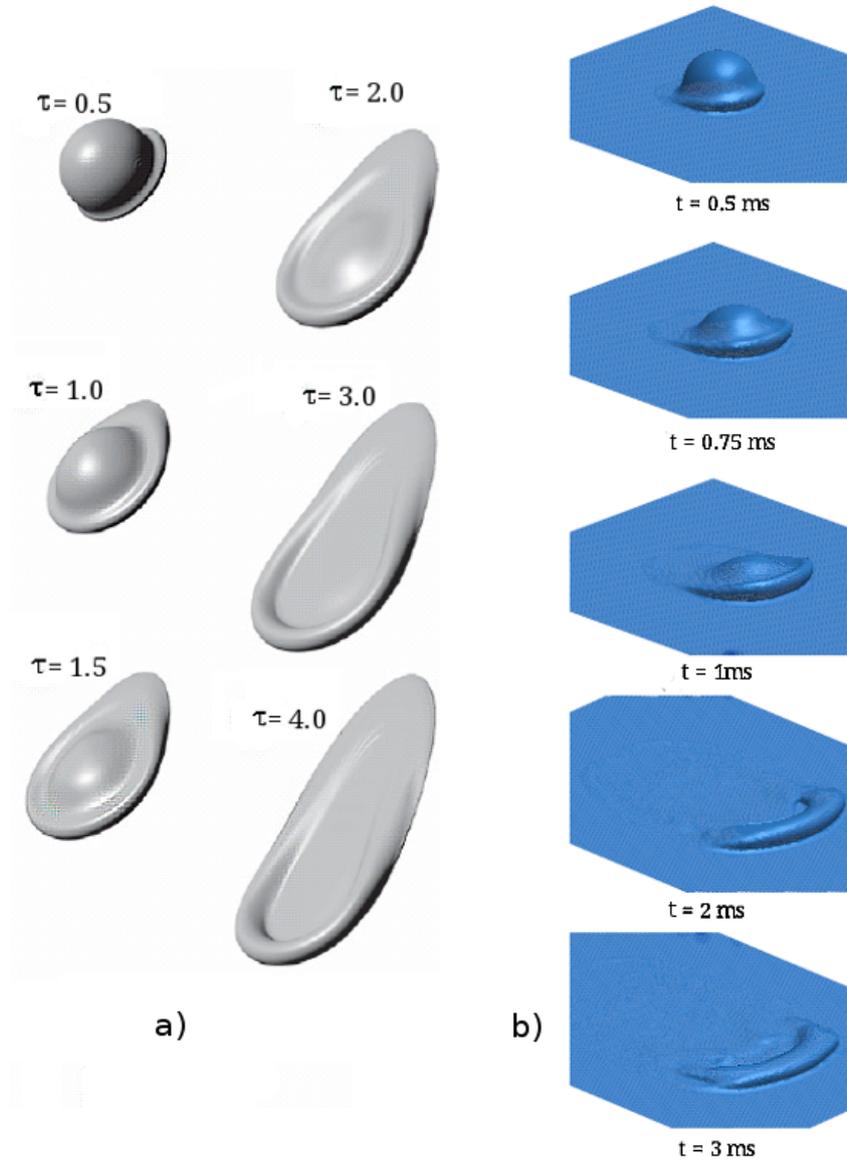


FIGURE 4.18 – Vue 3D de l'impact d'une goutte sur une surface inclinée $(d_p, v_0, \alpha) = (0,53\text{mm}, 4,0\text{m/s}, 30^\circ)$, a) résultats de simulation du code de calcul "Thétis", b) résultats de simulation numérique de Fujimoto.

Par ailleurs, une étude des écoulements à l'échelle locale de la goutte au cours du temps a été entreprise, afin d'observer plus précisément les écoulements mis en jeu.

Sur la figure (4.20) sont représentées les coupes réalisées dans le plan médian de la goutte avec le champ de vitesse.

Aussi nous observons grâce au champ de pression l'existence d'une surpression lors de l'impact, qui finira par se dissiper tout au long de la déformation.



FIGURE 4.19 – Profils de vitesses réalisé par les auteurs, $(d_p, v_0, \alpha) = (0,53\text{mm}, 4,0\text{m/s}, 30^\circ)$.

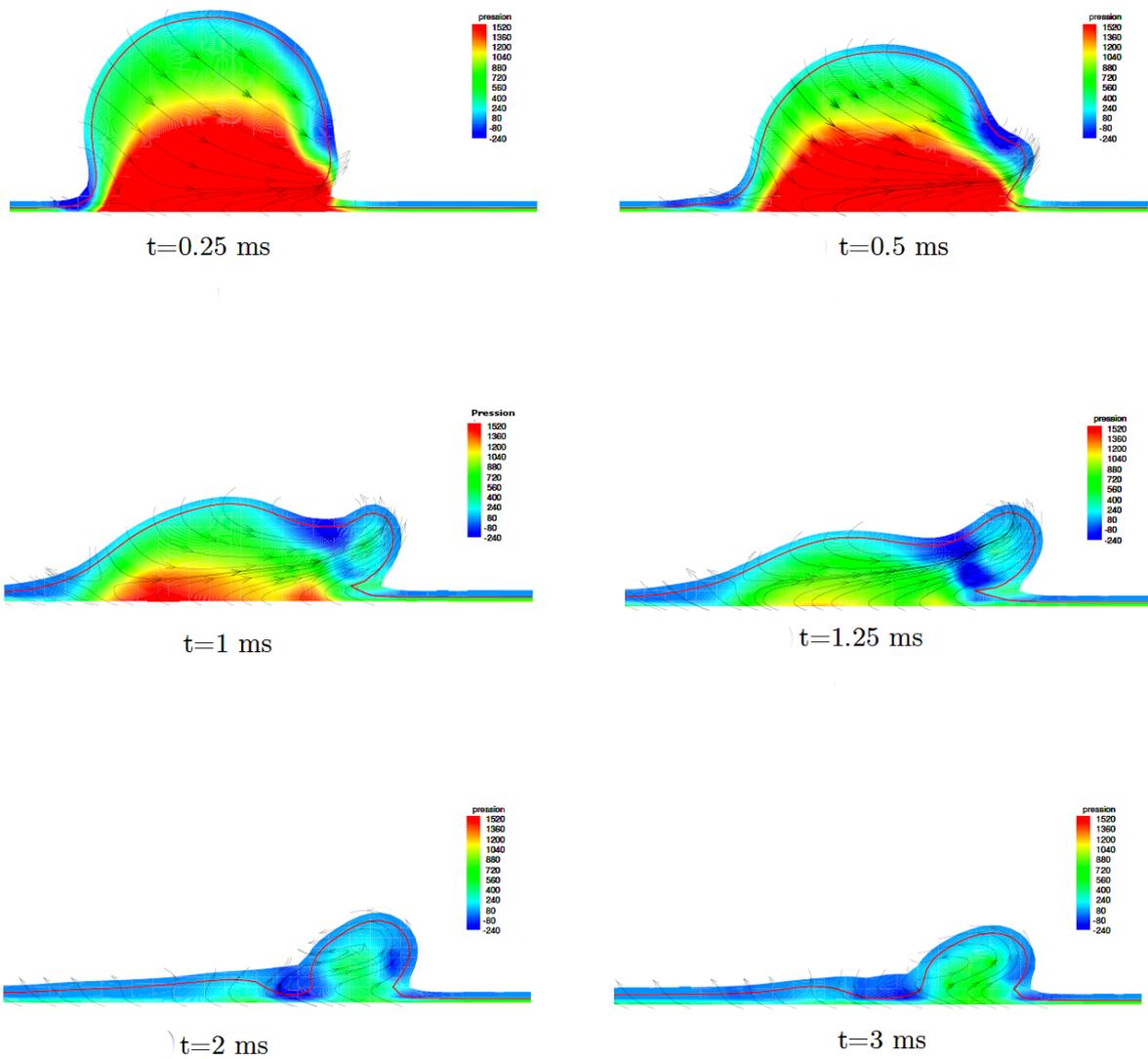


FIGURE 4.20 – Vue 2D de l'impact d'une goutte dans le cas de Fujimoto $(d_p, v_0, \alpha) = (0,53\text{mm}, 4,0\text{m/s}, 30^\circ)$, obtenue par simulation numérique "Thétis".

Etant donné que les auteurs dans cette publication n'ont pas fait d'étude du champ de pression pour une inclinaison à 30° , ils nous est impossible de faire une comparaison de nos résultats sur ce paramètre là.

Cependant, ces données sont disponibles pour une inclinaison de 45° l'étude du champ de pression à été réalisée par les auteurs, voir figure (4.21).

On peut y observer l'existence d'une surpression de la goutte lors de l'impact, surpression que nous avons constatée sur nos champs de pression pour une inclinaison de 30° , aussi, cette surpression dans les deux cas finit par se dissiper au cours de l'évolution de la goutte.

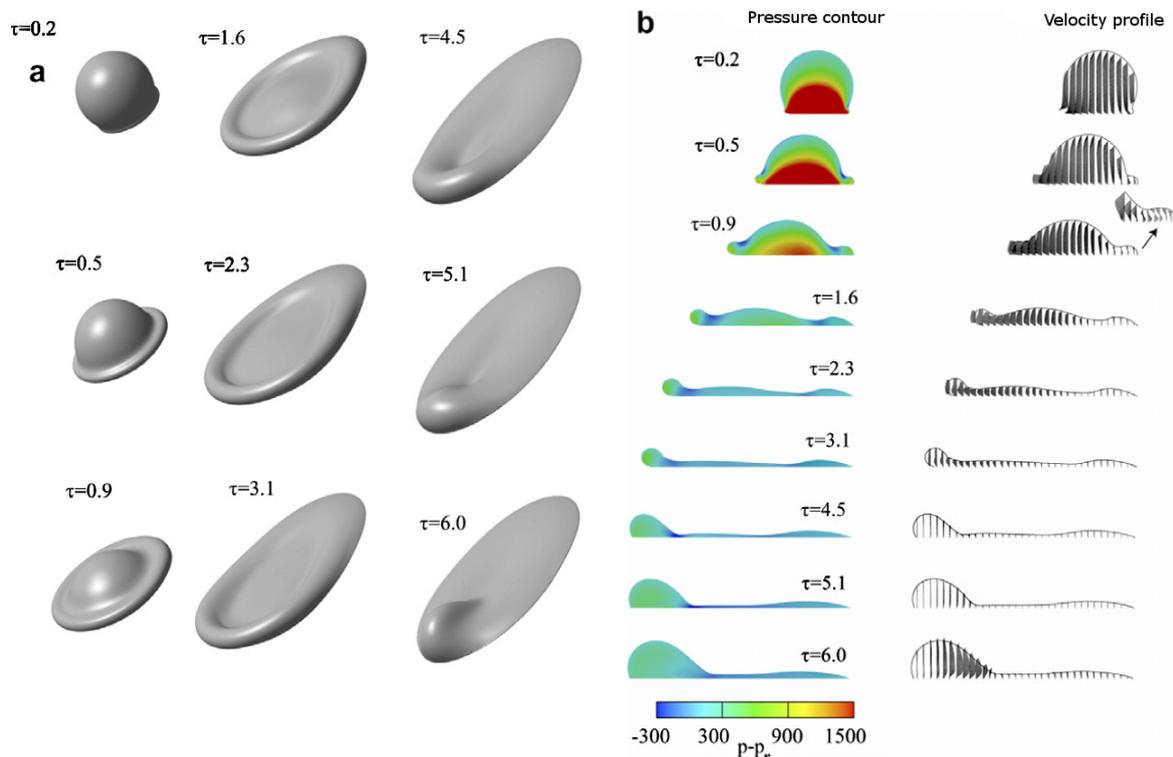


FIGURE 4.21 – a) Vue 3D de l'impact d'une goutte obtenue par simulation numérique $(d_p, v_0, \alpha) = (0, 53mm, 2, 8m/s, 45^\circ)$, b) Profil de vitesse et champ de pression réalisés par les auteurs.

4.3 Déplacement gravitaire : comportement du pont liquide dans un tube capillaire sous l'effet de la gravité

Le principal objectif de cette section est d'étudier le comportement d'un pont liquide dans un tube capillaire sous l'action de la gravité.

L'intérêt de ce cas, est qu'il s'approche plus de la problématique à laquelle nous nous intéressons d'une part, et d'autre part il va permettre au travers des résultats de Bico et Quéré [Bico, 01] de valider nos résultats obtenus et de comparer l'angle d'avancée obtenu aux valeurs données par la loi d'Hoffman-Tanner pour diverses configurations.

La gravité est le terme moteur de la mise en mouvement du pont, mais ne joue pas sur les effets aux interfaces. Ceux-ci s'opposent au déplacement du pont à travers des variations dynamiques des rayons de courbure des interfaces avant et arrière. On suppose que la forme du pont en déplacement peut être représentée selon le schéma de la figure (4.22).

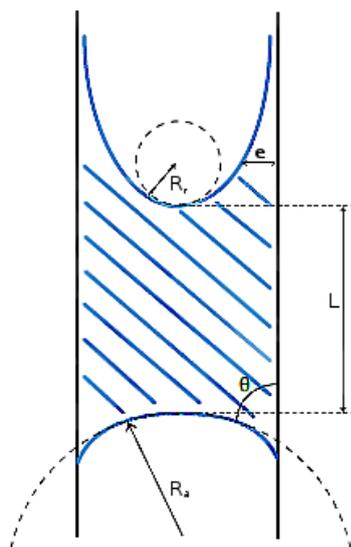


FIGURE 4.22 – Schéma illustrant un pont liquide sous l'effet de la gravité.

Le pont de longueur moyenne L se déplace avec une vitesse quasi stationnaire V . A l'avant du pont, l'angle de contact entre l'interface et la paroi est noté θ_a et varie en fonction de la vitesse de l'interface. A l'arrière, le pont laisse un film liquide derrière lui dont l'épaisseur dépend également de la vitesse de déplacement.

Les rayons de courbure avant et arrière du pont engendrent un gradient de pression au sein de ce dernier. L'écart entre ces rayons de courbure de l'interface agit donc comme un frein au déplacement.

Dans ce cas nous étudions plus particulièrement l'influence de la vitesse de déplacement du pont sur l'angle de contact d'avancée décrit par la loi de Hoffman-Tanner [Tanner, 79] d'une part et d'autre part sur l'épaisseur du film en aval du pont liquide décrit par la loi de Bretherton [Bretherton, 61].

Celles-ci permettent de connaître pour des écoulements dans des tubes capillaires et circulaires, les relations entre l'angle de contact dynamique, l'épaisseur du film liquide et le

nombre capillaire.

La loi de Hoffman-Tanner exprime la relation entre l'angle de contact d'avancée (θ_a) et le nombre capillaire de l'écoulement

$$\theta_a = \alpha Ca^{1/3} \quad (4.8)$$

La loi de Bretherton donne l'épaisseur du film mouillant en aval d'un ménisque se déplaçant en fonction du nombre capillaire

$$\frac{e}{R} = \frac{2,9e_\infty}{R} = 1,34Ca^{2/3} \quad (4.9)$$

En régime permanent la dissipation visqueuse équilibre la pression hydrostatique diminuée de la différence de pression de Laplace on obtient l'équation (4.10).

$$\frac{8\mu V}{R^2}L = \rho gL + \frac{2\gamma \cos\theta}{R} - \frac{2\gamma}{R-e} \quad (4.10)$$

En introduisant ces deux relations dans l'équation (4.10), on obtient l'équation du mouvement :

$$\frac{8\mu V}{R^2}L = \rho gL - \frac{2\gamma}{R} \left(\frac{(6\Gamma)^2/3}{2} + 1,34 \right) Ca^2/3 \quad (4.11)$$

avec, Γ le logarithme du rapport des longueurs de coupure (a et b) qui apparaissent dans le modèle de De Gennes (voir chapitre 2 section (1.5)), Ca le nombre Capillaire défini par $Ca = \mu V/\gamma$, et $\beta = (6\Gamma)^2/2 + 1,34$, avec Γ égale à 15 lorsque le tube est sec.

À noter qu'en régime permanent, la dissipation visqueuse compense la gravité. Cela permet donc de déterminer une vitesse limite de déplacement du pont supposée de type Poiseuille.

$$V_{limite} = \frac{\rho g R^2}{8\mu} \quad (4.12)$$

En introduisant l'expression de V_{limite} dans l'équation (4.11) on obtient :

$$L = \frac{\beta}{2} \left(\frac{\gamma R}{\rho g} \right)^{1/3} \frac{(V/V_{limite})^{2/3}}{1 - V/V_{limite}} \quad (4.13)$$

Si on définit L^* la longueur caractéristique équivalente à $L^* = \beta/2 (\gamma R/\rho g)^{1/3}$, l'équation (4.13) se met sous la forme suivante :

$$L = L^* \frac{(V/V_{limite})^{2/3}}{1 - V/V_{limite}} \quad (4.14)$$

Le problème a été étudié expérimentalement [Bico, 01]) et nous nous proposons de réaliser une expérience numérique équivalente concernant le déplacement d'un pont liquide dans un tube capillaire soumis uniquement à l'effet de la gravité et du mouillage.

Fluide utilisé		Silicone
Masse volumique	(kg/m^3)	950
Viscosité	($Pa.s$)	16,7
Tension superficielle	(N/m)	20,6
Rayon du tube capillaire	(μm)	127
Angle de contact	θ°	0

Tableau 4.10 – Propriétés physico-chimiques du fluide utilisé et caractéristiques associées au problème.

Les paramètres numériques de cette étude sont indiqués dans le tableau (4.11).

Type de maillage	2D Cartésien
Dimensions du maillage (x, y, z)	4500*245
Type de grille	Constante
Pas d'espace	5.10^{-7} m
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Upwind
Résidus	10^{-10}
Pas de temps	10^{-5} s

Tableau 4.11 – Caractéristiques numériques associées au problème.

Il est à noter que le maillage utilisé pour ce cas est relativement fin. Cela est nécessaire si on veut mesurer correctement l'épaisseur du film résiduel laissé derrière.

Par contre, cela a engendré un temps de calcul très long, du fait du rapport (longueur/largeur) du pont qui est relativement important, mais aussi pour suivre suffisamment longtemps son mouvement.

Les différentes configurations géométriques adoptées par le pont à différents temps sont représentées dans la figure (4.23), où t_0 représente l'état initial du pont, t_1 l'état de mise en mouvement de descente, t_2 et t_3 le pont en cours de déplacement.

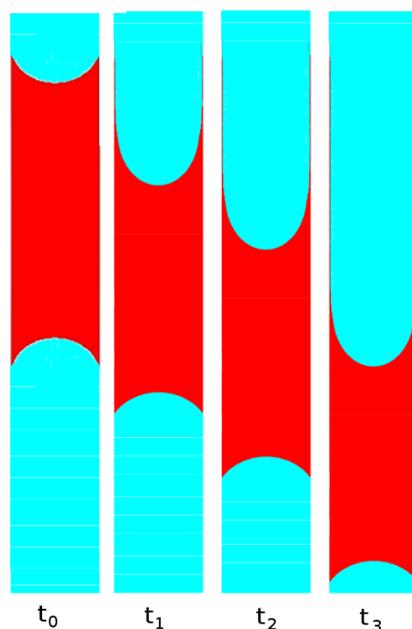


FIGURE 4.23 – Schéma illustrant les différentes configurations géométriques adoptées par un pont de 1mm de longueur, au cours du temps, dans un capillaire de rayon équivalent à $127\mu\text{m}$.

La vitesse moyenne de chute est relevée pour diverses longueurs du pont liquide, ainsi que l'évolution de l'angle de contact d'avancée pour de faibles nombres capillaires.

Ces données sont rapportées sur la figure (4.25) et confrontées aux relevés des expériences.

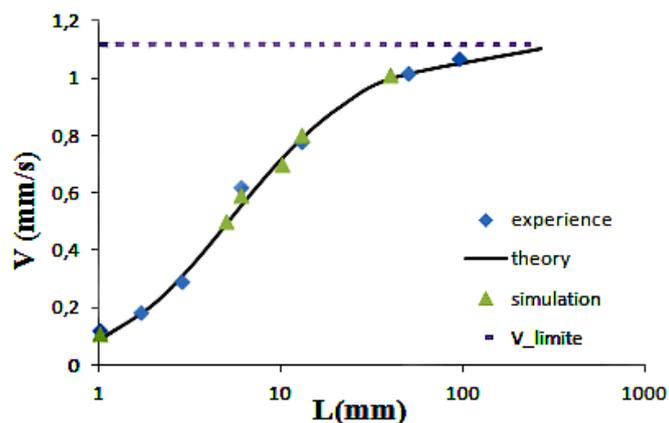


FIGURE 4.24 – Relevés de l'évolution de la vitesse en fonction de la longueur du pont, comparaison des résultats de la simulation avec l'expérience et la théorie.

Les différents résultats obtenus semblent être en bon accord. Comme la vitesse est étroitement liée aux rayons de courbure des interphases, on peut supposer qu'ils sont correc-

tement décrits par Thétis.

Il est intéressant de voir que la vitesse de chute du pont est d'autant plus importante que celui-ci est long, de ce fait la gravité joue un rôle plus important.

Même si les effets capillaires tendent à faire ralentir le pont liquide (l'angle de contact d'avancé fait aplatis le ménisque avant et l'angle de reculée voit sa courbure accentuée par le film laissé derrière), celui-ci chute quand même plus vite.

Par ailleurs, nous avons effectué des mesures de l'évolution de l'angle de contact dynamique d'avancée en fonction du nombre capillaire pour le cas particulier du mouillage total. Les résultats sont retranscrits sur la figure (4.25).

On peut y observer que l'angle de contact d'avancée est une fonction du nombre capillaire à la puissance 1/3 et cela coïncide donc avec la loi de Hoffman-Tanner.

D'autre part, d'après le modèle de De Genne [De Gennes, 85] $\theta = (6\Gamma)^{1/3} Ca^{1/3}$, avec $\Gamma = 15$ on obtient $\theta = 4,48xCa^{1/3}$. La valeur obtenue par simulation 4,41 se compare avec celle donnée par le modèle de De Genne 4,48. L'erreur relative est inférieure à 2%

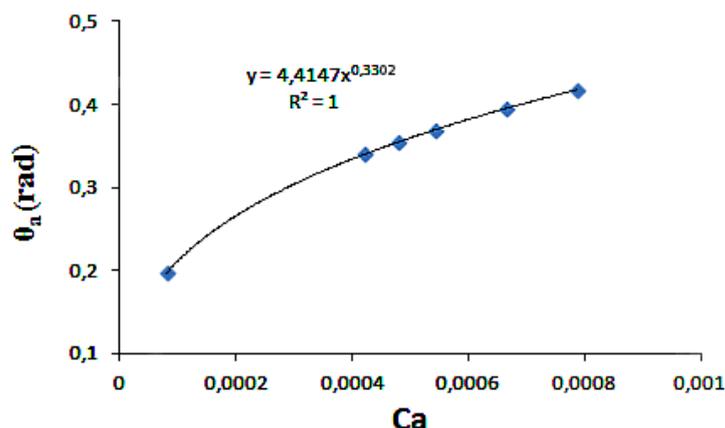


FIGURE 4.25 – Évolution de l'angle de contact dynamique d'avancée en fonction du nombre capillaire telle qu'obtenue par simulation numérique.

À noter que nous avons fait une validation simple de la loi de Hoffman-Tanner. Ceci dit, il existe dans la bibliographie des travaux beaucoup plus complexes ayant utilisés cette loi entre autres pour l'écoulement de goutte, l'imprégnation de surfaces texturées, l'imprégnation en milieux fibreux [Ben Abdelwahed, 11]...

Aussi grâce à la loi de Bretherton (4.9) il a été possible de calculer l'épaisseur du film laisser derrière ($e = 1,1 \mu\text{m}$) et de la comparer avec celle obtenue par simulation numérique ($e = 1,23 \mu\text{m}$), ce qui permet de constater l'existence d'un bon accord entre les valeurs obtenues par simulation et la relation (4.9).

La première partie de ce travail a consisté en une présentation des phénomènes particuliers pouvant intervenir dans notre problème entre autres le phénomène de cicatrisation liés aux composites à matrice céramique autocicatrisante, les phénomènes interfaciaux liés au comportement du pont liquide ainsi qu'une présentation détaillée du code de calcul utilisé. Ce code de calcul permet la prise en compte de ces phénomènes grâce à des modèles particuliers tel que le modèle CSF pour les forces de tension de surface mais aussi le modèle de mouillabilité qui est déterminant pour décrire les systèmes qui mettent en jeu l'évolution d'une ligne triple.

Ce dernier, a bénéficié d'une étude plus approfondie qui a permis l'établissement d'une nouvelle relation de mouillage de type gaussienne. De ce fait, ce modèle a été soumis à une validation par des cas tests que nous avons présentés dans ce chapitre.

Au final, nous avons pu démontrer les capacités de notre modèle de mouillabilité, via son approche de lissage contrôlé de l'interface SVOF, à améliorer sensiblement les simulations réalisées. Cela a permis d'accéder à des comportements complexes via un seul paramètre d'entrée à savoir l'angle de contact statique.

Les cas de validation montrent un bon accord entre la simulation et les résultats expérimentaux,

Cependant, pour le problème qui nous intéresse, il faut noter qu'une part importante des phénomènes est fortement liée au mouillage réactif, qu'il n'est pas question de prendre en compte dans Thétis dans le cadre du présent travail.

Chapitre 5

Modélisation et approche industrielle

5.1 Enjeux industriels

Ce travail rentre dans le cadre du programme moteur LEAP-X (Leading Edge Aviation Propulsion) qui est un turboréacteur de nouvelle génération conçu dans le cadre du LEAP56, en vue d'offrir des avancées inédites et révolutionnaires en termes de motorisation. Détenu par Snecma et General Electric, le LEAP-X est officiellement annoncé en 2008. Il est destiné à équiper la future génération d'avions civils monocouloirs.

Les performances attendues résultent principalement de l'allégement du moteur, de l'augmentation de son rendement et d'une réduction de la consommation en carburant de 15% (les émissions de NOx de 50%, le CO₂ de 16% et le bruit de 15 dB).

L'amélioration des performances par rapport aux moteurs actuels est rendue possible grâce à une forte optimisation thermodynamique, à une meilleure maîtrise de la conception 3D et à l'émergence des matériaux composites (composites à matrice céramique (CMC)) par le développement de procédés industriels innovants.

La répartition du travail entre GE et Snecma se fera suivant le même schéma utilisé lors du programme CFM International : Snecma se chargera de la conception et la fabrication de la soufflante, du compresseur basse pression, de la turbine basse pression (BP) ainsi que la tuyère d'éjection des gaz, tandis que GE aura la responsabilité du corps haute pression (compresseur haute pression, chambre de combustion, turbine haute pression) ainsi qu'une partie de l'intégration [[Safran, 09](#)].

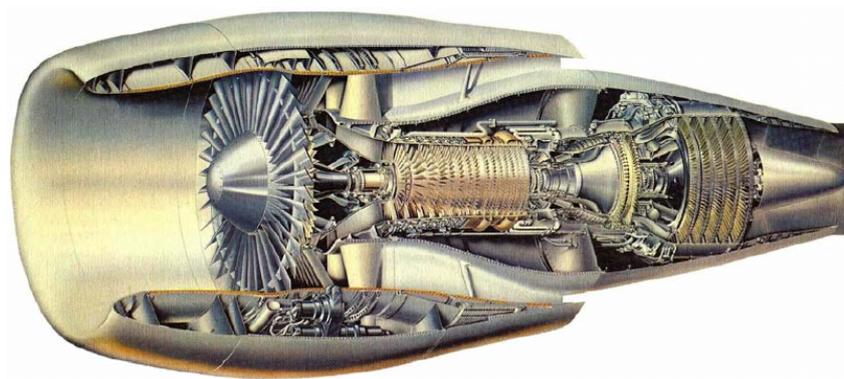


FIGURE 5.1 – Coupe du turboréacteur CF6-6 [CF6, 70].

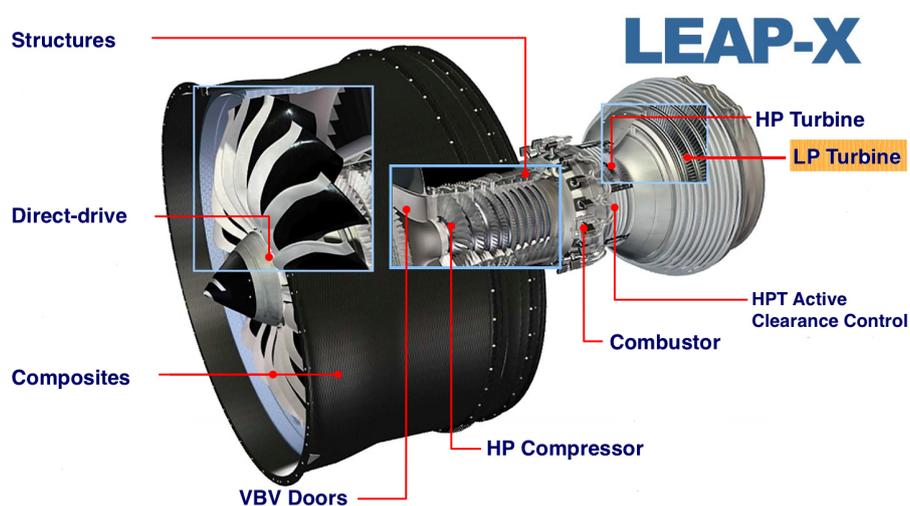


FIGURE 5.2 – Représentation schématique du réacteur double flux double corps LEAP-X [Pratt].

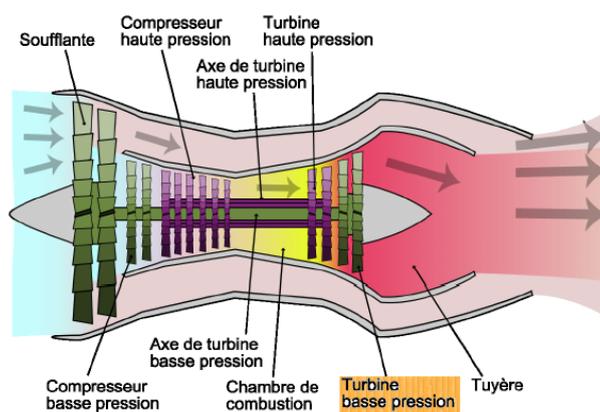


FIGURE 5.3 – Représentation schématique du turboréacteur [Northwest Airlinck].

Le LEAP-X sera un réacteur double flux double corps avec un taux de dilution de l'ordre de 10 et un fort taux de compression. Le diamètre de la soufflante sera compris entre 70 et 74 pouces (178 à 188 cm).

La technologie utilisée pour la fabrication des aubes de soufflante est tout à fait unique. Elle repose sur l'utilisation de matériaux composites tissés 3D associés au procédé RTM (Resin Transfer Molding, moulage par injection de résine) qui réduit considérablement la masse de l'aube et augmente la durée de vie [Safran, 09].

Les aubes de turbines basse pression (figure (5.4)) sont elles aussi réalisées pour la première fois avec des composites à matrice céramique (CMC). Le gain de masse attendu sera de près de 450 kg, par rapport à une technologie type CFM56.

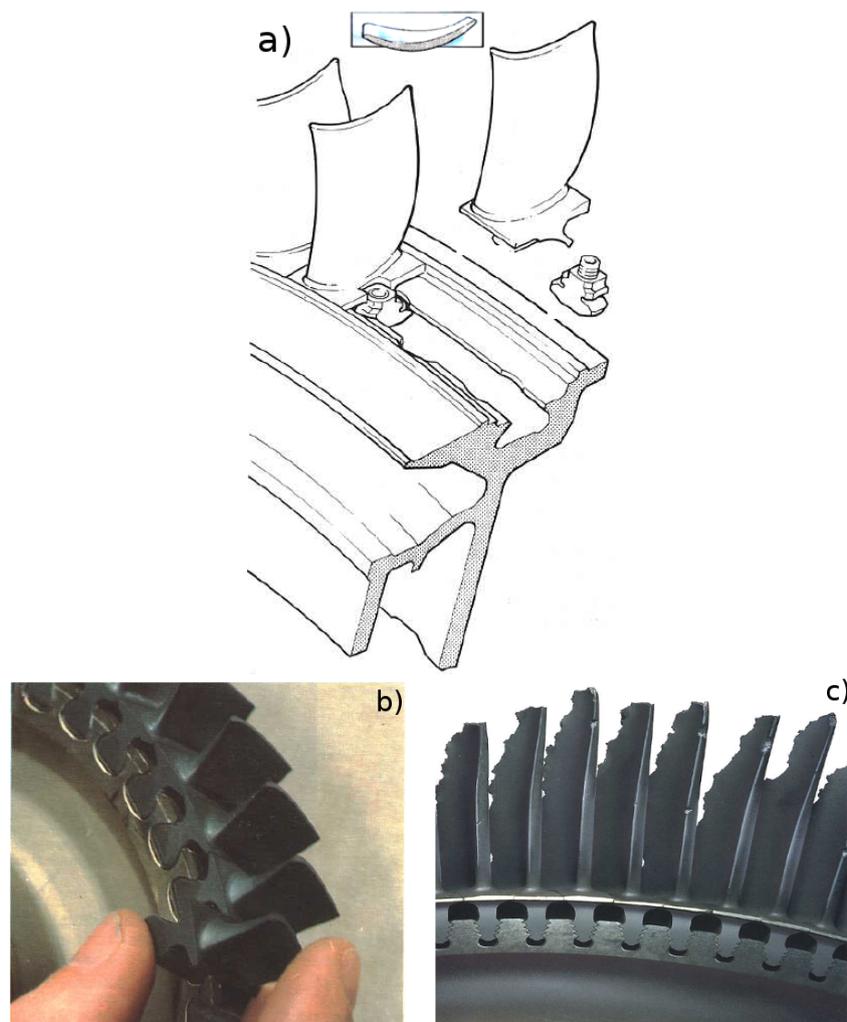


FIGURE 5.4 – Illustration d'aubes de turbine, a) Représentation schématique d'aubes de turbine, b) Assemblage d'aubes de turbine, c) Dégradation d'aubes de turbine sous l'effet de la température [Rolls-Royce, 86].

5.2 Contexte et objectifs

Le LEAP-X a permis l'émergence de matériaux composites et leur utilisation dans différentes parties du réacteur. De ce fait, beaucoup d'études ont été menées afin d'améliorer ces composites et de les adapter aux domaines d'utilisation voulus (aéronautique, aérospatiale...). Ceci a conduit au développement du matériau autocicatrisant, ayant comme spécificité une matrice multicouche (assemblage de divers matériaux, SiC, B₄C, C...) lui conférant la capacité à générer des fluides cicatrisants lors de son oxydation.

Le choix du fluide à étudier est très difficile, car la formation de ces verres est fortement dépendante de la température. Le contexte industriel impose justement une contrainte sur la température. Celle-ci est de 900K (627°C).

Parmi les verres générés par la matrice autocicatrisante, deux d'entre eux sont hors du champ d'investigation :

le *SiO₂*, généré aux hautes températures entre 1000 et 1100°C, et le *B₂O₃* généré aux basses températures entre 450 et 600°C.

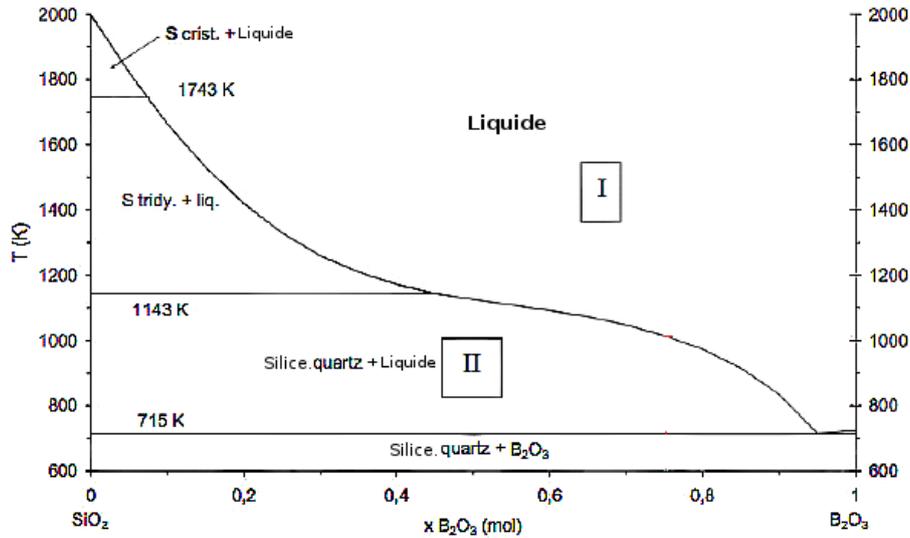
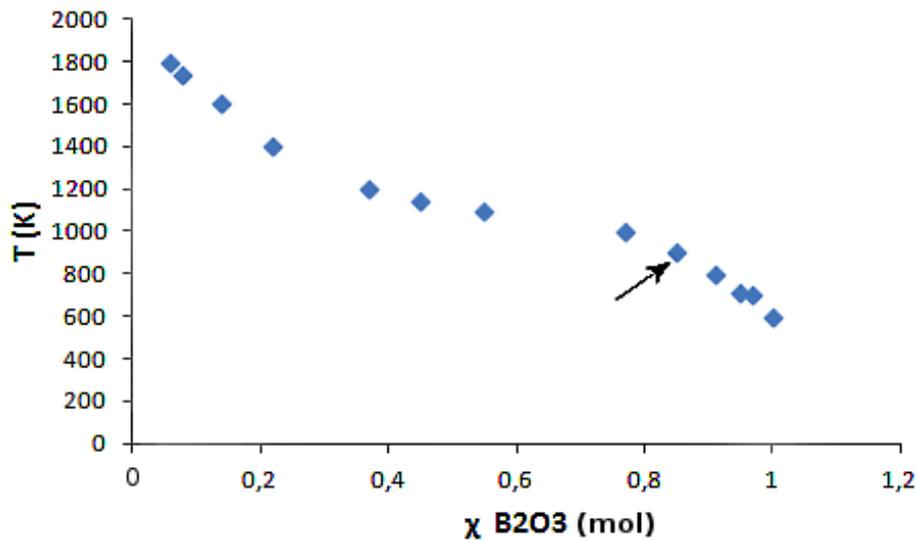
Il reste donc le Borosilicate (BSC), qui est un mélange de *SiO₂* et de *B₂O₃*, généré aux températures intermédiaires entre [600 – 1000°C].

Maintenant que le choix du verre est évident, il reste à déterminer les proportions de *SiO₂* et de *B₂O₃* à utiliser.

Grâce au diagramme binaire du *SiO₂*, *B₂O₃* (figure (5.5)), il est possible de déterminer les pourcentages molaires de chaque verre. Par contre, il est impératif que les points de mesures se fassent exactement sur la courbe du liquidus, afin de s'assurer que les verres formés soient liquides.

Selon la température et les pourcentages molaires des verres, par exemple (85%*B₂O₃* et 15%*SiO₂*), (65%*B₂O₃* et 35%*SiO₂*) ou (50%*B₂O₃* et 50%*SiO₂*), le diagramme binaire (figure (5.5)) permet de former différents types de Borosilicate.

Étant donné que nous sommes limités par la température (900 K), un seul choix s'offre à nous, voir figure (5.6).

FIGURE 5.5 – Diagramme binaire (SiO_2/B_2O_3).FIGURE 5.6 – Retranscription de la courbe du liquidus, température en fonction de la fraction molaire du B_2O_3 .

La figure (5.6) permet de déterminer la fraction molaire du B_2O_3 , il nous faut donc déterminer sa viscosité.

Le graphe (5.7) permet de connaître la viscosité du Borosilicate pour la température de 900 K (627°C) en fonction des pourcentages de fractions massique du SiO_2 .

En convertissant les fractions massique du SiO_2 en fractions molaires on obtient le graphe (5.8). Ce dernier permet de déduire les fractions molaires du B_2O_3 (voir figure 5.9).

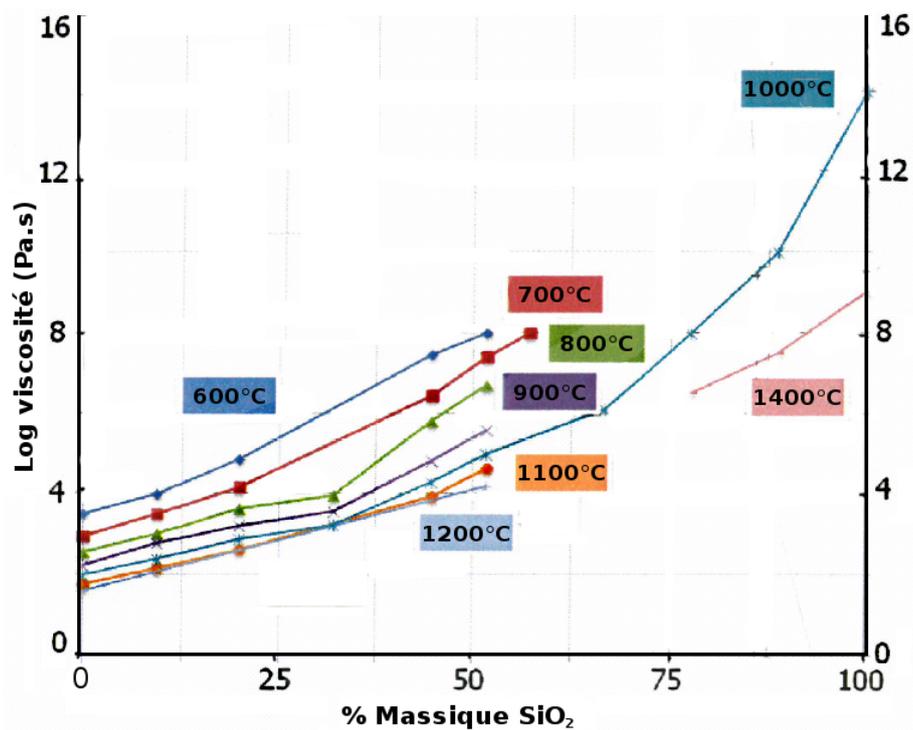


FIGURE 5.7 – Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction des pourcentages massique du SiO_2 pour diverses températures.

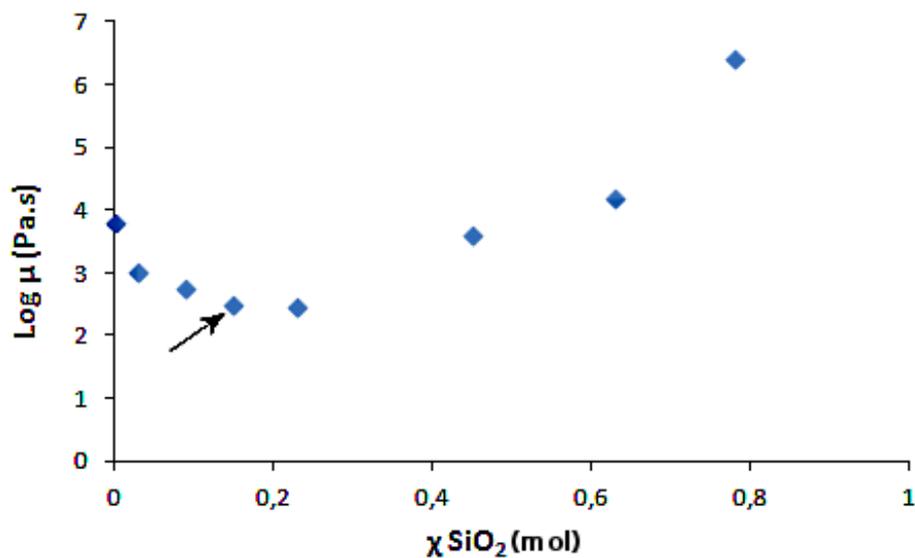


FIGURE 5.8 – Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction de la fraction molaire du SiO_2 pour une température de 900 K (600°C).

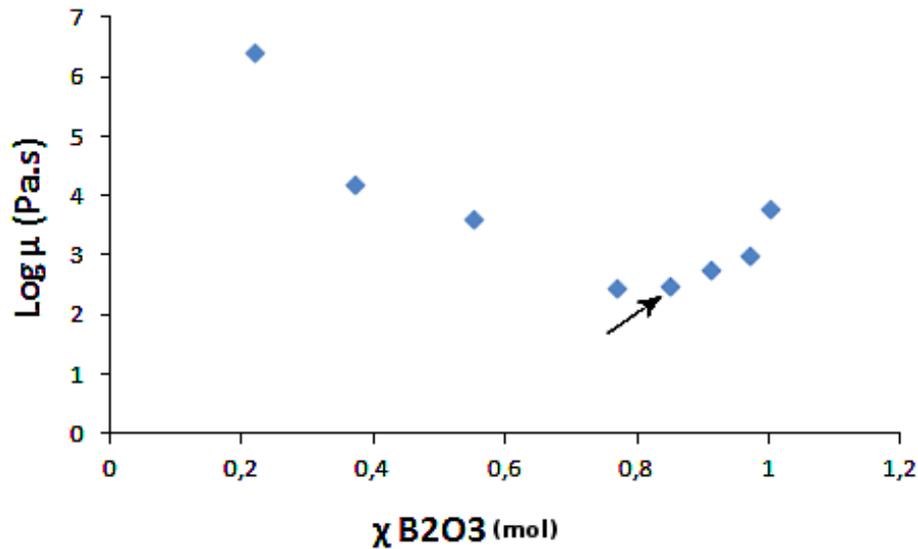


FIGURE 5.9 – Représentation de la viscosité du Borosilicate en fonction de la fraction molaire du B_2O_3 pour une température de 900 K (600°C).

Au final, pour la température de 900 K imposée par le contexte industriel, le liquide utilisé durant tout ce travail de thèse est le *Borosilicate* à ($85\%B_2O_3$ et $15\%SiO_2$) pour une viscosité de 316 Pa.s.

À noter que le principal inconvénient des CMCs (composite à matrice céramique) est l'apparition de fissure.

Les matériaux autocicatrisants n'empêchent guère l'apparition de ces fissures, généralement générées lors du procédé de fabrication ou lors de sollicitations mécaniques intenses. Par contre, ces matériaux ont la capacité de combler les fissures grâce aux fluides cicatrisants produits lors de l'oxydation. Ils ralentissent la propagation de l'oxygène et protègent la fibre (cœur du matériau).

L'objectif de ce travail consiste donc à étudier le comportement de ces fluides cicatrisants au sein d'une fissure (qui peut être de différentes géométries), lorsque le matériau est soumis aux conditions d'utilisation réelles.

De ce fait, différentes hypothèses sont envisageables quant au devenir des fluides cicatrisants réels, selon que la cinétique de formation du verre est rapide ou lente.

Lorsque la croissance et la coalescence des gouttes de fluide cicatrisant formées de part et d'autre des parois de la fissure est assez rapide (voir figure (5.10)), un pont liquide est obtenu faisant office de barrière de protection et d'un bon moyen permettant de ralentir

la diffusion de l'oxygène. Dans le cas contraire, un film liquide se forme le long des parois. Les conditions nécessaires à la protection du matériau ne sont alors plus remplies (voir figure (5.11)).

Ici, l'hypothèse retenue est que les deux parties réactives (gouttes) se font face, ce qui n'est pas forcément le cas dans la réalité.

Il faut savoir que nous nous affranchirons dans cette étude de la cinétique de formation de ces verres, car le code de calcul actuel n'est pas adapté pour la prise en compte des réactions chimiques qui y sont associées (ces dernières représentent à elles seules une voie de recherche à part entière). Au final, on considère que les fluides cicatrisants sont déjà présents au sein de la fissure sous forme de ponts liquides constitués d'un volume de fluide initial.

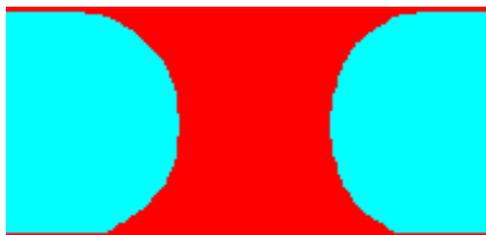


FIGURE 5.10 – Représentation d'un pont liquide formé au sein d'une fissure rectiligne.

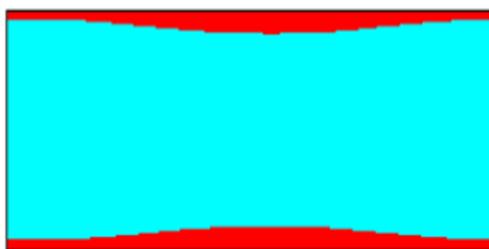


FIGURE 5.11 – Représentation d'un film liquide formé le long d'une fissure rectiligne.

Les fissures présentes dans les matériaux composites peuvent être de géométrie variable : rectiligne, dièdre ou plus complexe encore sous forme de marche d'escalier (redirection des fissures au passage des couches). Celle-ci permet de ralentir voire même de stopper la propagation d'une fissure au sein du matériau. Cette géométrie est principalement due à la présence de pyrocarbone dans le matériau composite. Sa forme lamellaire feuilletée permet la déviation des fissures de leur trajectoire initiale, tout en ralentissant leur propagation. Les cas de calcul développés dans cette thèse sont réalisés sur des fissures de forme rectiligne et dièdre. Ces fissures ont une épaisseur variant de 0,1 à 1 μm et une longueur de

l'ordre de $100\ \mu\text{m}$ (voir figure (5.13)). Ces valeurs arbitraires correspondent aux caractéristiques de fissures que l'on peut observer au microscope.

Les fissures en marche d'escalier ne sont pas introduites dans nos travaux, par manque de temps et d'informations relatives à leurs caractéristiques géométriques.

Une fissure, malgré la complexité de sa géométrie, présente toujours une dimension très faible devant les deux autres.

Par ailleurs, nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable, celui où la force centrifuge est orientée selon l'axe de la fissure.

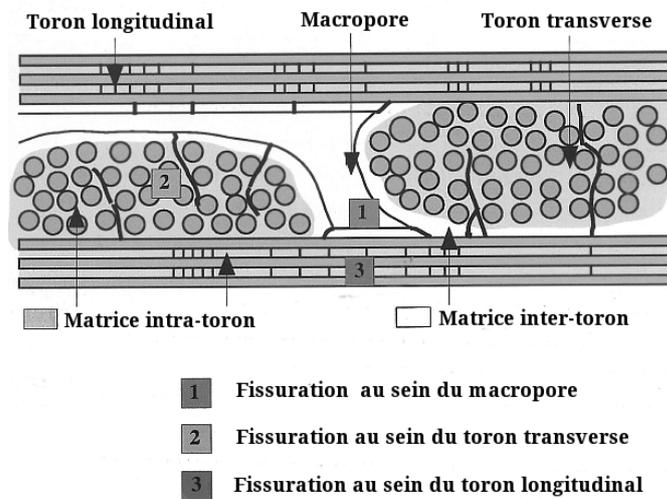


FIGURE 5.12 – Schéma représentant les différents types de fissures au sein d'un composite à matrice céramique [Guillaumat, 99].

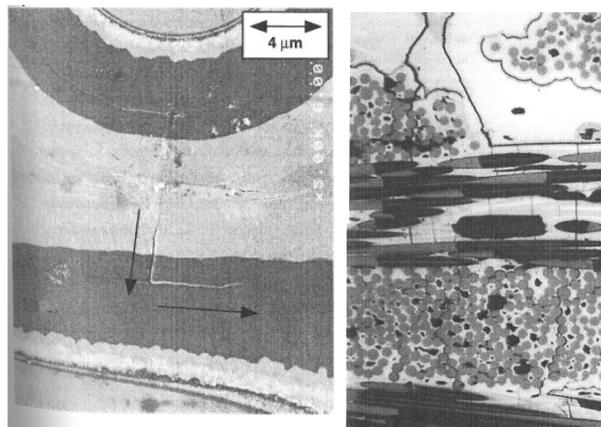


FIGURE 5.13 – Clichés représentant différentes formes de fissure, à gauche (déviation d'une fissure à l'interface d'une fibre transverse), à droite (fissures rectilignes traversant des fils longitudinaux, déviation de la fissure au niveau de la matrice) [Forio, 00].

5.3 Première approche

Étant données les dimensions de la fissure et les viscosités des fluides mis en jeu, le nombre de Reynolds sera très faible. Si, dans une première approche, une géométrie simplifiée de la fissure est prise en compte, alors nous pouvons formuler le problème de telle façon à obtenir une solution analytique. Cette solution analytique est utile pour mettre en évidence les paramètres d'influence et conduire à des règles simples sur le devenir du verre dans la fissure.

Cette première approche consiste donc à introduire un modèle analytique qui permet de prendre en compte les paramètres du problème. Il s'agit d'étudier le comportement d'un pont liquide lorsqu'il est soumis à diverses sollicitations (externe telle que la centrifugation et interne telle que les effets interfaciaux). Les paramètres choisis pour notre étude sont les suivants :

- La fissure : nous choisissons dans un premier temps une fissure rectiligne assimilée à deux plans parallèles avec une épaisseur comprise entre 0,1 et 1 μm et une longueur de 100 μm .

- Le fluide utilisé durant tout ce travail de thèse est le *Borosilicate* obtenu pour (85% B_2O_3 et 15% SiO_2). Cela permet de se rapprocher davantage des cas réels, sachant que ce fluide assure la protection contre l'oxydation dans la gamme de température [900 , 1273 K].

- Au final, le dispositif est soumis à une force centrifuge principalement due à la rotation des aubes de turbine d'intensité variable.

Les sections suivantes sont dédiées à la présentation du modèle analytique et à son utilisation dans le cadre de notre problème, tant du point de vue théorique que numérique et cela en respectant les paramètres cités ci-dessus. Cela passe d'abord par une prise en compte numérique du terme centrifuge via un cas test simple, permettant sa validation dans le code de calcul (Thétis).

Il est judicieux, par contre, avant d'entamer cette étude, de faire une analyse dimensionnelle du problème afin de mettre en évidence les paramètres adimensionnels qui y sont associés.

5.3.1 Paramètres adimensionnels associés au problème

Une goutte placée entre deux plans parallèles peut conduire à la formation d'un pont liquide. De nombreux paramètres physiques jouent un rôle dans le comportement de ce pont. Pour mieux quantifier l'influence de ces paramètres, nous pouvons introduire des nombres adimensionnels, rendant compte des compétitions entre les différents phénomènes.

L'application du théorème de Vashy-Buckingham, selon lequel le nombre de paramètres indépendants peut être réductible par le nombre de dimensions fondamentales, nous permet de détailler les nombres adimensionnels et les rapports qu'ils représentent.

Grandeurs	Symboles	Unité S.I	Équation aux dimensions
Longueur caractéristique de l'écoulement	L	m	L
Vitesse caractéristique de l'écoulement	V	ms^{-1}	LT^{-1}
Masse volumique du fluide	ρ	kgm^{-3}	ML^{-3}
Viscosité dynamique du fluide	μ	$kgm^{-1}.s^{-1}$	$ML^{-1}T^{-1}$
Tension superficielle du fluide	γ	$kg.s^{-2}$	MT^{-2}
Constante de gravité	g	ms^{-2}	LT^{-2}
Vitesse de rotation	ω	s^{-1}	T^{-1}

Tableau 5.1 – Tableau récapitulatif des paramètres et dimensions fondamentales pour le théorème de Vashy-Buckingham.

le nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\rho Lu_0}{\mu} \quad (5.1)$$

avec ρ la masse volumique, L la longueur caractéristique, u_0 la vitesse caractéristique et μ la viscosité dynamique.

Le nombre de Reynolds (Re) permet de déterminer le type de régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) et compare les forces d'inertie aux forces visqueuses.

le nombre de Weber

$$We = \frac{\rho Lu_0^2}{\gamma} \quad (5.2)$$

avec γ la tension superficielle.

Le nombre de Weber (We) compare les forces d'inertie aux forces de tension superficielle. Sa valeur permet par exemple de prédire le fractionnement d'une goutte.

le nombre capillaire

$$Ca = \frac{u_0 \mu}{\gamma} \quad (5.3)$$

Le nombre capillaire (Ca) est le rapport des effets visqueux et de la tension superficielle.

le nombre de Bond gravitationnel

$$Bo_g = \frac{\rho g L h}{\gamma} \quad (5.4)$$

avec L et h respectivement la largeur et l'épaisseur du pont.

Le nombre de Bond gravitationnel (Bo_g) permet de déterminer l'influence de la gravité sur l'écoulement grâce au rapport des forces de gravité sur les forces de tension superficielle.

le nombre de Bond rotationnel

$$Bo_r = \frac{\rho\omega^2 x_1 Lh}{\gamma} \quad (5.5)$$

avec ω la force centrifuge, x_1 la distance séparant le pont liquide de l'axe de rotation de la pièce.

Le nombre de Bond rotationnel (Bo_r) détermine l'influence de la force centrifuge sur l'écoulement par le rapport des forces volumiques sur les forces de tension superficielle.

Évaluation des nombres sans dimension pour notre configuration

La figure (5.14) illustre la configuration adoptée pour l'étude du comportement des fluides cicatrisants.

Les tableaux (5.2) et (5.3) présentent les caractéristiques géométriques de la fissure et les caractéristiques physico-chimiques des **Borosilicates**, fluide utilisé pour différentes fractions molaires SiO_2/B_2O_3 .

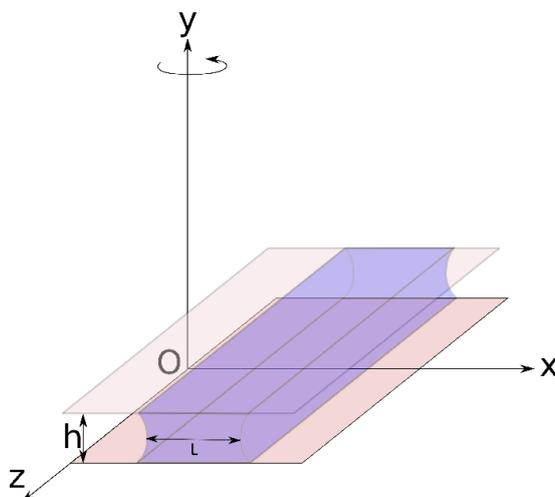


FIGURE 5.14 – Représentation schématique de la configuration de l'écoulement.

Longueur de la fissure	$L_f(\mu\text{m})$	100
Épaisseur de la fissure	$h(\mu\text{m})$	[0, 1 – 1]
Longueur du pont	$L(\mu\text{m})$	10
Vitesse de rotation	$\omega(\text{rad/s})$	[100 – 400]
Distance séparant le pont de l'axe de rotation	$x_1(\text{m})$	[0, 1 – 0, 5]

Tableau 5.2 – Caractéristiques géométriques associées au problème.

Caractéristiques physico-chimiques	BSC(85% B_2O_3 et 15% SiO_2)	BSC(55% B_2O_3 et 45% SiO_2)
Densité	2.19	2.19
Tension superficielle(N/m)	0.1	0.1
Viscosité (Pa.s)	316	3981

Tableau 5.3 – Caractéristiques physico-chimiques des deux Borosilicates [Werry, 08].

Il est à noter que les valeurs des vitesses utilisées pour quantifier les nombres sans dimensions ont été calculées à partir de l'équation (5.24) du modèle analytique développé en détail dans la section suivante (5.4).

Le tableau ci-dessous présente les valeurs des nombres sans dimension pour un pont liquide de $10\mu\text{m}$ de longueur sur $0,1\mu\text{m}$ de largeur dans une fissure de $0,1\mu\text{m}$ d'épaisseur, distant de $0,5\text{m}$ de l'axe de rotation, pour différentes valeurs de vitesse de rotation.

x_1 (m)	ω (rad/s)	u_0 (m/s)	R_e	W_e	C_a	Bo_r
0,3	100	$1,7 \cdot 10^{-11}$	$1,2 \cdot 10^{-17}$	$6,6 \cdot 10^{-25}$	$5,5 \cdot 10^{-8}$	$6,6 \cdot 10^{-7}$
0,3	200	$6,9 \cdot 10^{-11}$	$4,8 \cdot 10^{-17}$	$1,0 \cdot 10^{-23}$	$2,2 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$
0,3	300	$1,6 \cdot 10^{-10}$	$1,1 \cdot 10^{-16}$	$5,3 \cdot 10^{-23}$	$4,9 \cdot 10^{-7}$	$5,9 \cdot 10^{-6}$
0,3	400	$2,8 \cdot 10^{-10}$	$1,9 \cdot 10^{-16}$	$1,7 \cdot 10^{-22}$	$8,8 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-5}$

Tableau 5.4 – Valeurs des nombres sans dimension pour différentes vitesses de rotation.

L'équation (5.24) met en jeu différents paramètres dont l'angle de contact d'avancée θ_a et l'angle de contact de reculée θ_r . Afin de simplifier le calcul, nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable, c'est à dire pour $\theta_a = \theta_r$.

Les valeurs obtenues pour les différents nombres adimensionnels sont relativement faibles (voir table 1.4).

La valeur du nombre de Reynolds indique que les effets visqueux sont prédominants vis-à-vis des effets inertiels. Le régime d'écoulement ici est un régime de *Stokes rampant*.

Le nombre Capillaire et le nombre de Weber ont eux aussi des valeurs très faibles, démontrant ainsi que la tension de surface est prédominante vis-à-vis respectivement des effets visqueux et des effets d'inertie. Ce résultat est néanmoins à relativiser, car les forces de tension de surface n'interviennent que par la différence existante entre les courbures des deux ménisques du pont liquide.

Cette étude permet de mettre en évidence une variante du nombre de Bond qui est le nombre de Bond rotationnel mettant en compétition les forces de tension de surface et les forces volumiques (force centrifuge). Les valeurs obtenues sont relativement faibles, ce qui indique la prédominance de la tension de surface vis-à-vis de la force centrifuge.

Cette étude dimensionnelle nous permet d'avancer que trois paramètres régissent le comportement du pont liquide au sein de la fissure (μ , γ et ω). Selon la variation des ces paramètres, différentes configurations peuvent être obtenues. Par contre, dans notre cas d'étude (voir tableau ci-dessus), la configuration possible est celle où la tension de surface est prédominante, du fait de la différence entre les rayons de courbure du pont liquide.

5.4 Résolution analytique et numérique de l'écoulement d'un pont liquide dans une fissure rectiligne modèle

Nous cherchons à modéliser l'écoulement d'un pont liquide entre deux plans parallèles sous l'action de la force centrifuge. La configuration retenue est décrite sur la figure (5.15), c'est une coupe en 2D de la figure (5.14)

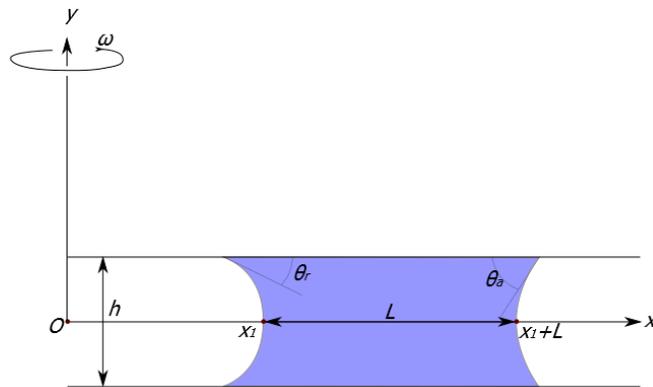


FIGURE 5.15 – Représentation schématique de la configuration de l'écoulement

On note h la hauteur de la fissure, θ_a et θ_r les angles de contact respectivement d'avancée et de reculée, L la longueur du pont liquide dans la direction de l'écoulement et $x_1(t)$ l'abscisse correspondant à la position du ménisque interne du pont liquide (distance par rapport à l'axe de rotation).

On suppose que l'ensemble du dispositif est en rotation autour de l'axe Oy à la vitesse angulaire ω .

On suppose que le liquide qui constitue le pont est un fluide newtonien incompressible. On note μ et ρ la viscosité dynamique et la masse volumique du fluide. Pour décrire le déplacement du pont liquide, on écrit, d'une part, l'équation de continuité (5.6) et, d'autre part, la composante de l'équation de Navier-Stokes dans la direction de l'écoulement (Ox) en négligeant le terme d'inertie ($Re \ll 0$) :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad (5.6)$$

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \rho \omega^2 x \quad (5.7)$$

L'équation de continuité (5.6) montre que la vitesse du fluide est une fonction des seules variables y et t .

L'analyse de l'équation (5.7) montre alors qu'elle est composée, d'une part, de termes qui ne dépendent que de x et de t (termes de pression et centrifuge) et, d'autre part, de termes qui ne dépendent que de y et de t (termes d'accélération et visqueux).

On a donc :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x \omega^2 = K_1(t) \quad (5.8)$$

où $K_1(t)$ est une fonction du temps à définir. On peut alors déterminer le champ de pression dans le pont liquide à partir de l'intégration de la relation (5.8) :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x \omega^2 = K_1(t) \quad (5.9)$$

Il vient immédiatement :

$$p(x, t) = -K_1(t)x + \frac{1}{2}\rho\omega^2 x^2 + K_2(t) \quad (5.10)$$

La prise en compte des conditions aux limites permet de déterminer les expressions des fonctions $K_1(t)$ et $K_2(t)$. Pour cela, on impose, dans un souci de simplicité, la pression de part et d'autre du pont liquide. En utilisant la loi de Laplace, on montre que si la pression dans le gaz de part et d'autre du pont liquide est uniforme et égale à la pression atmosphérique p_0 , on a :

$$p(x_1) = p_0 - \frac{\gamma \cos \theta_r}{h} \quad (5.11)$$

$$p(x_1 + L) = p_0 - \frac{\gamma \cos \theta_a}{h} \quad (5.12)$$

où γ est la tension superficielle du liquide.

En imposant les conditions aux limites (A.7) et (A.8) au champ de pression (A.6), il vient :

$$K_1(t) = \frac{1}{L} \left[\frac{1}{2} \rho \omega^2 L (2x_1 + L) - \frac{\gamma}{h} (\cos \theta_a - \cos \theta_r) \right] \quad (5.13)$$

$$K_2(t) = p_0 - \frac{\gamma \cos \theta_r}{h} + \frac{1}{2} \rho x_1^2 \omega^2 - \frac{1}{L} \left[\frac{\gamma}{h} (\cos \theta_a - \cos \theta_r) - \frac{1}{2} \rho \omega^2 L^2 \right] \quad (5.14)$$

Il reste à déterminer le profil de vitesse dans le pont liquide. Pour cela, on doit résoudre l'équation suivante :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = K_1(t) \quad (5.15)$$

La position du ménisque interne est effectivement une fonction du temps puisque l'on a :

$$x_1(t) = x_{1_0} + \int_0^t \langle v_x \rangle dt \quad (5.16)$$

où x_{1_0} représente l'abscisse initiale du ménisque interne et $\langle v_x \rangle$ la vitesse moyenne du fluide dans la direction x . Si l'on impose de plus au terme transitoire d'être petit devant le terme visqueux, on a :

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -K_1(t) \quad (5.17)$$

L'intégration de l'équation (A.13) ne pose pas de difficulté et on aboutit finalement à :

$$v_x = \frac{-K_1(t)}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (5.18)$$

On impose une condition de symétrie au centre de la fissure :

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (5.19)$$

et une condition d'adhérence à la paroi de la fissure :

$$\langle v_x \rangle_{y=\frac{h}{2}} = 0 \quad (5.20)$$

La prise en compte des conditions (A.15) et (5.20) dans (A.3) permet d'exprimer le champ de vitesse dans la fissure sous la forme :

$$\langle v_x \rangle = \frac{-K_1(t)}{2\mu} \left(\left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right) \quad (5.21)$$

On peut alors calculer la vitesse moyenne du fluide dans la fissure :

$$\langle v_x \rangle = \frac{2}{h} \int_0^{h/2} v_x dy \quad (5.22)$$

Après intégration, il vient :

$$\langle v_x \rangle = \frac{K_1(t)}{12\mu} h^2 \quad (5.23)$$

dont l'expression complète s'écrit finalement :

$$\langle v_x \rangle = \frac{\frac{1}{L} \left[\frac{1}{2} \rho \omega^2 L (2x_1 + L) - \frac{\gamma}{h} (\cos \theta_a - \cos \theta_r) \right]}{12\mu} h^2 \quad (5.24)$$

On peut alors définir un **temps caractéristique de l'écoulement** t_c par :

$$t_c = \frac{L_f}{\langle v_x \rangle} \quad (5.25)$$

où L_f est une longueur caractéristique de la fissure. Il vient :

$$t_c = \frac{12\mu L_f L}{\left[\frac{1}{2} \rho \omega^2 L (2x_1 + L) - \frac{\gamma}{h} (\cos \theta_a - \cos \theta_r) \right] h^2} \quad (5.26)$$

Si on suppose les effets capillaires négligeables (angles de contact d'avancée et de reculée peu différents), l'expression de t_c se simplifie sous la forme :

$$t_c = \frac{12\mu L_f}{\left(\frac{1}{2} \rho \omega^2 (2x_1 + L) \right) h^2} \quad (5.27)$$

avec t_c le temps caractéristique nécessaire au pont liquide pour parcourir toute une fissure de longueur L_f .

Nous rappelons que cette étude a été menée pour une fissure modèle assimilée à deux plans parallèles contenant un pont liquide (voir figure (5.15)). La même étude a été réalisée pour une fissure cylindrique (voir annexe (B)).

Dans ce cas là, la relation du temps caractéristique obtenue est de la même forme à un facteur près. On opte alors pour une application numérique avec une fissure modèle, sachant que la géométrie de la fissure réelle est plus proche des deux plans parallèles.

5.4.1 Estimation du temps caractéristique

Grâce à la relation déterminée précédemment, il est possible de quantifier l'effet des différents paramètres sur le comportement du pont liquide.

Caractéristiques physico-chimiques du fluide à 900 K

Le liquide utilisé pour l'évaluation du temps caractéristique est le **Borosilicate** généré par la matrice oxydée à une température de 900 K.

Ses caractéristiques sont regroupées dans le tableau (5.5). De même les paramètres géométriques associés au problème sont présentés dans le tableau (5.6).

Fluide utilisé	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$
Borosilicate	2195	316	0,1

Tableau 5.5 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé (Borosilicate (85% B_2O_3 et 15% SiO_2)).

Caractéristiques géométriques du problème

Longueur de la fissure	$L_f(\mu m)$	100
Largeur du pont	$L(\mu m)$	10
Épaisseur de la fissure	$h(\mu m)$	[1 – 0,1]
Vitesse de rotation	$\omega(rad/s)$	[100 – 400]
Distance séparant le pont de l'axe de rotation	$x_1(m)$	[0,1 – 0,5]

Tableau 5.6 – Caractéristiques géométriques du problème.

L'évolution du temps caractéristique de l'écoulement calculé à partir de la relation (5.27) est donnée sur les figures ci-dessous pour différentes épaisseurs de fissure et de viscosité,

en fonction de la vitesse angulaire (ω).

Les courbes des graphes (5.16), (5.17) et (5.18) présentent toutes la même allure : une décroissance progressive du temps caractéristique entre 150 et 250 rad/s puis, une stabilisation entre 300 et 400 rad/s. Ce palier est néanmoins plus marqué pour des distances à l'axe de rotation comprises entre 20 et 50 cm.

Par contre, pour une distance à l'axe de rotation de 10 cm, on constate qu'au-delà de 300 rad/s le temps caractéristique continue à décroître progressivement au lieu de se stabiliser. Au final, pour une même vitesse angulaire, plus le pont est initialement distant de l'axe de rotation moins il met de temps à parcourir la fissure.

Il est à noter que nous nous sommes affranchis des effets capillaires susceptibles de maintenir le pont liquide plus longtemps au sein de la fissure, et cela en nous plaçant dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire lorsque $\theta_a = \theta_r$, et la force centrifuge est suivant l'axe de la fissure.

Une comparaison entre les deux graphes (5.16) et (5.17) montre que le temps caractéristique est fortement dépendant de l'épaisseur de la fissure. Pour une même distance du pont par rapport à l'axe de rotation à la même vitesse centrifuge, on obtient un facteur 100 entre les deux temps.

En effet, d'après l'équation (5.27), le temps caractéristique est exprimé en fonction de $1/h^2$, avec (h) l'épaisseur de la fissure.

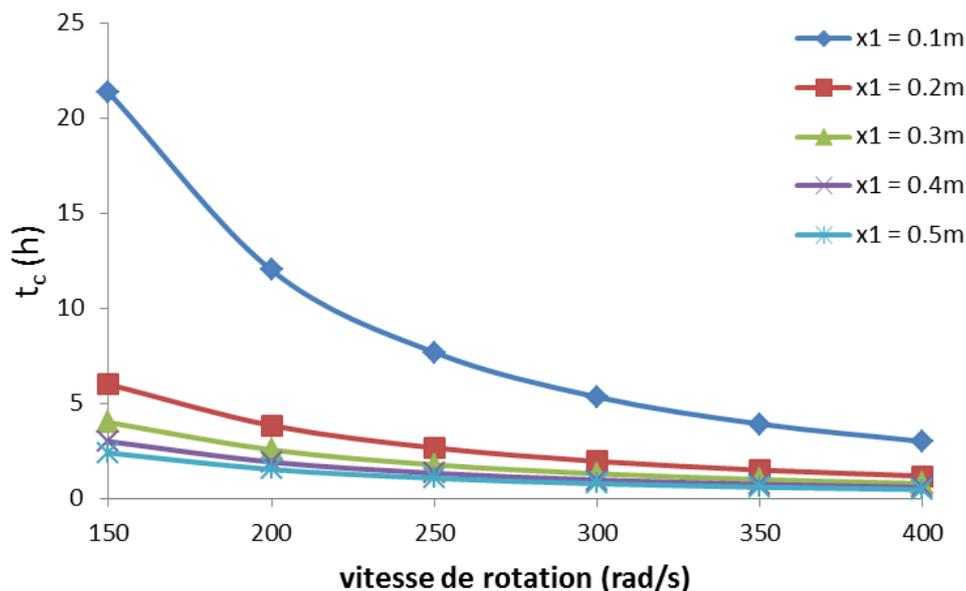


FIGURE 5.16 – Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $1\mu\text{m}$ d'épaisseur avec une viscosité de $316\text{Pa}\cdot\text{s}$ pour différentes vitesses de rotation.

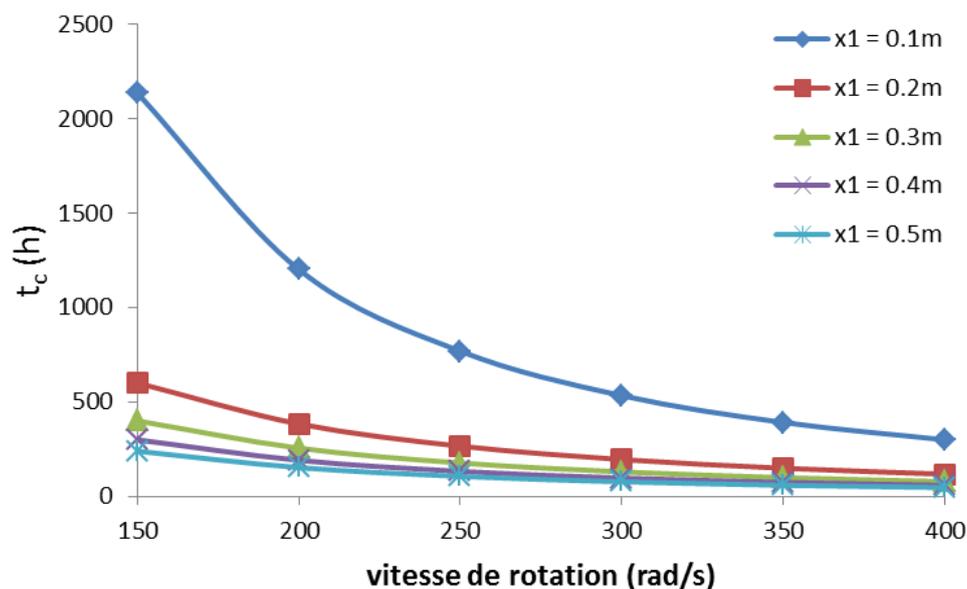


FIGURE 5.17 – Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $0,1\mu\text{m}$ d'épaisseur avec une viscosité de 316Pa.s pour différentes vitesses de rotation.

En multipliant par la suite la viscosité du fluide par deux, on arrive à montrer d'après le graphe (5.18) qu'il existe une relation importante liant le temps caractéristique à la viscosité du fluide étudié (équivalente à un facteur 10 entre les deux viscosités).

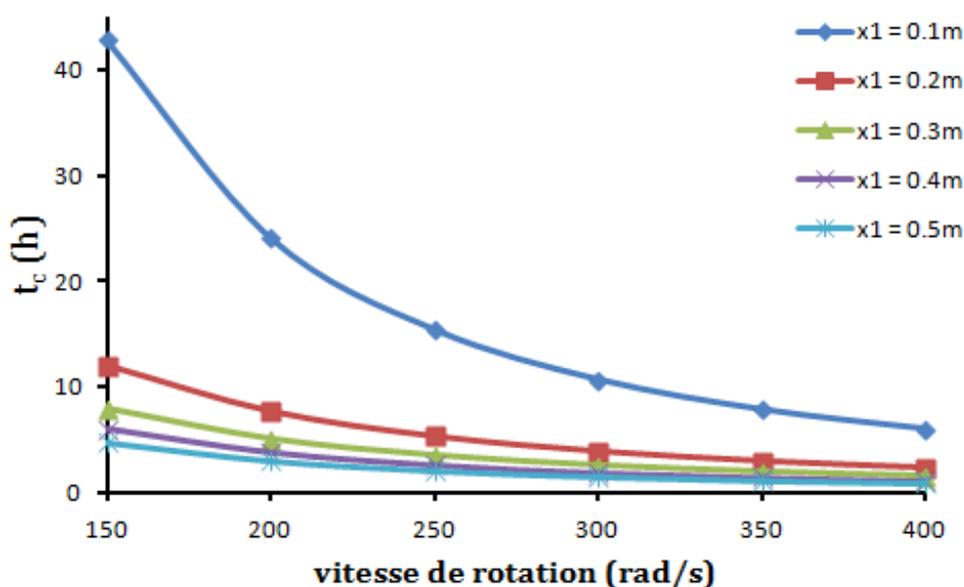


FIGURE 5.18 – Temps caractéristique de l'écoulement du pont liquide dans une fissure de $1\mu\text{m}$ d'épaisseur avec une viscosité de 632Pa.s pour différentes vitesses de rotation.

En sachant que la vitesse de rotation pénalisante pour notre problème se situe entre 350 et 400 rad/s, et que l'épaisseur de fissure qui se rapproche le plus de la réalité est de 0,1 μm , cela nous permet d'avancer que le temps de séjour du pont au sein de la fissure peut varier entre 60 et 390 heures c'est-à-dire entre 2,5 jours et 16,3 jours.

Par conséquent, ce temps de séjour permet au pont liquide d'assurer une protection optimale du matériau contre l'oxydation durant plusieurs jours et donc plusieurs cycles.

On en conclut que le temps caractéristique de l'écoulement d'un pont liquide dans une fissure rectiligne modèle est associé à deux paramètres importants, l'un géométrique (épaisseur de fissure) et l'autre physico-chimique (viscosité du fluide), pouvant tous deux influencer positivement ou négativement le comportement du pont liquide et son aptitude à protéger les fibres de l'oxydation.

5.4.2 Estimation numérique du temps caractéristique

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus par le modèle, une simulation numérique permettant la détermination du temps caractéristique de l'écoulement a été réalisée.

Aussi, pour une meilleure approximation du temps caractéristique, et une comparaison correcte avec les résultats du modèle, il est important de prendre en compte le terme centrifuge.

Pour cela, il a été implémenté dans le code de calcul et vérifié numériquement. Le cas test utilisé est une enceinte contenant un liquide et soumise à la centrifugation. Les résultats analytiques du profil adopté par l'interface du liquide sont en bon accord avec le profil d'interface obtenu par simulation. Pour plus de détails, se référer à l'annexe (A).

Le temps caractéristique du Borosilicate est de 3h minimum. Un cas de calcul avec ce fluide est assez coûteux en mémoire et en temps de calcul (205h X 16 procs). Un changement de fluide (avec une viscosité plus faible) s'impose afin d'obtenir un temps de calcul plus court et raisonnable.

Le fluide utilisé est un fluide **fictif** dont les caractéristiques physico-chimiques se rapprochent de celle de l'eau, excepté la viscosité qui est choisie 10000 fois supérieure à celle de l'eau. Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau suivant :

$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$
1000	10	0,072

Tableau 5.7 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.

Le tableau (5.8) présente les paramètres géométriques associés à la fissure

Longueur de la fissure	$L_f(\mu m)$	100
Largueur du pont	$L(\mu m)$	10
Épaisseur de la fissure	$h(\mu m)$	1
Vitesse de rotation	$\omega(rad/s)$	3700
Distance séparant le pont de l'axe de rotation	$x_1(m)$	0,9

Tableau 5.8 – Caractéristiques géométriques du problème.

Tableau représentant les paramètres numériques liés au problème :

Type de maillage	2D Cartésien
Nombre de mailles (x, y, z)	15000 * 150
Type de grille	Exponentielle
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Upwind
Résidus	10^{-12}
Pas de temps	2.10^{-7} s

Tableau 5.9 – Caractéristiques numériques associés au problème.

Les conditions initiales associées au problème sont représentées par la figure (5.19). Les dimensions du domaine et du maillage et les conditions aux limites utilisées y sont données, ainsi qu'une vue 2D en amont et en aval du pont liquide.

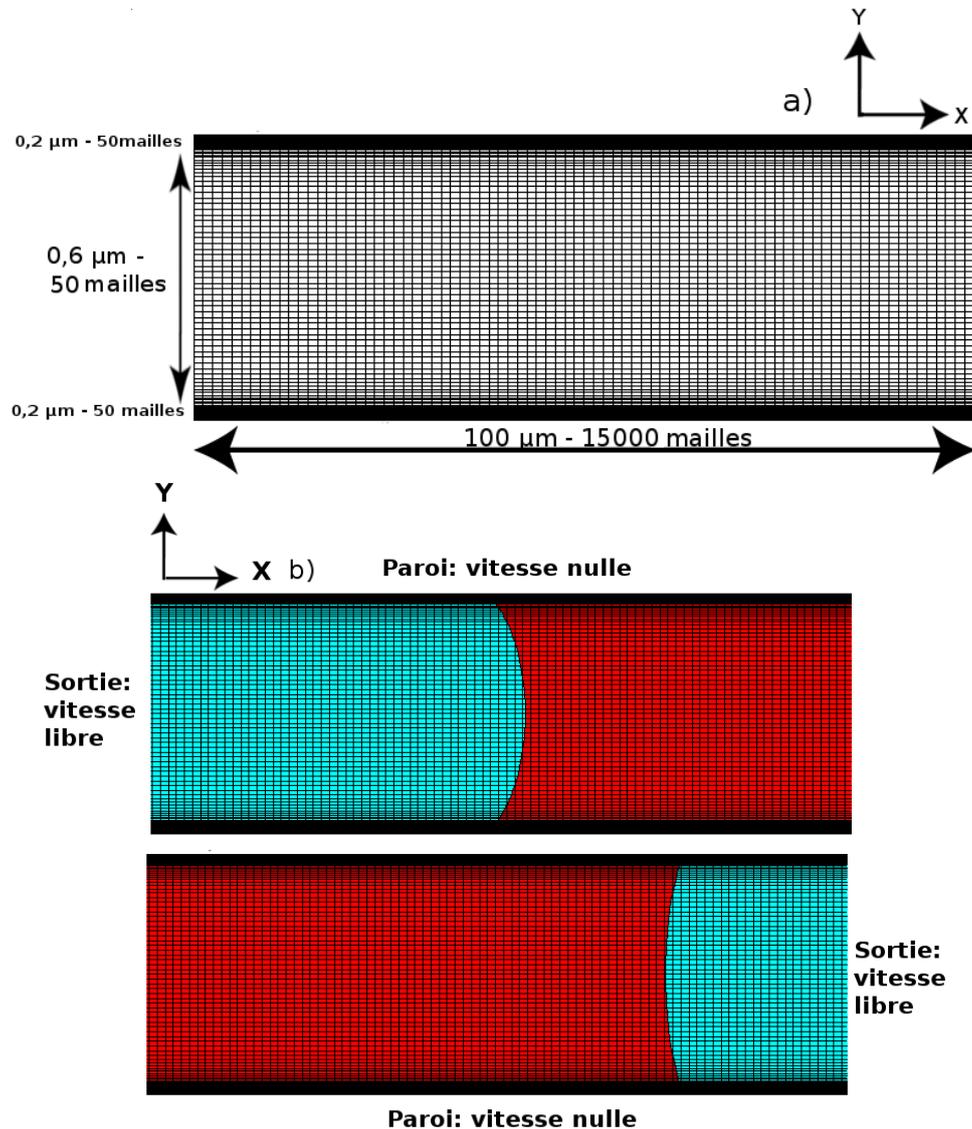


FIGURE 5.19 – Description de la situation initiale pour l'écoulement d'un pont liquide dans une fissure modèle : a) dimension du domaine et du maillage, b) vue 2D en amont et en aval du pont liquide.

Comme le montrent les résultats du chapitre 4 section (2.3), le déplacement du pont liquide le long de la fissure engendre la formation d'un film liquide en aval du pont (voir figure (5.20)).

Dans le cas présent, on constate qu'au bout de 100 μm (longueur de la fissure à parcourir) le pont liquide finit par se rompre du fait qu'au fur et à mesure de son déplacement, il laisse derrière lui un film liquide. Ce film provoque l'amincissement progressif du pont et finit par engendrer sa rupture.

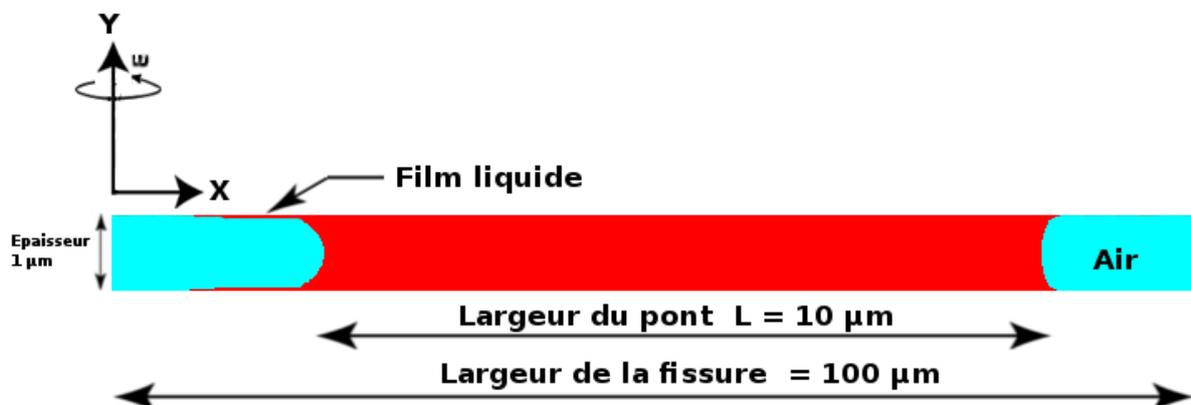


FIGURE 5.20 – Film liquide en amont du pont lors de son déplacement sous l’effet de la force centrifuge.

Grâce à la loi de Bretherton équation (5.28), il est possible de calculer l’épaisseur du film liquide laissé derrière, et donc de la comparer à celle obtenue par la simulation numérique (voir figure (5.21)).

$$\frac{e}{R} = 1,34Ca^{2/3} \quad (5.28)$$

où e représente l’épaisseur du film et Ca le nombre capillaire $\frac{u_0\mu}{\gamma}$.

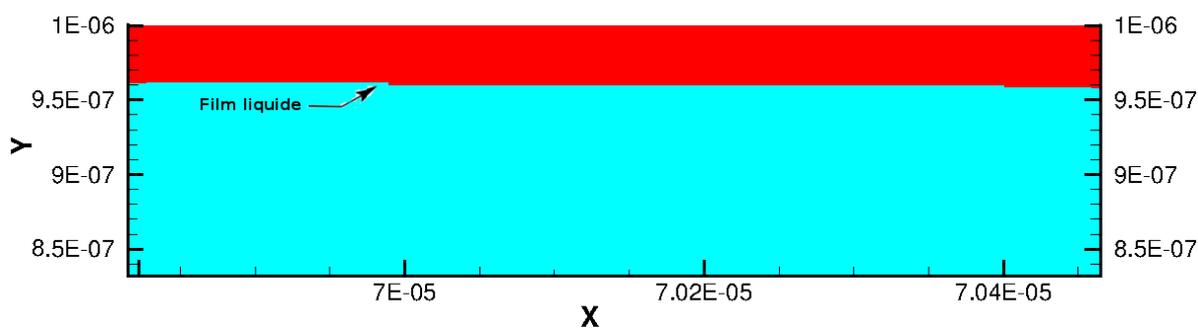


FIGURE 5.21 – Représentation de l’épaisseur du film liquide obtenu par simulation numérique.

Le tableau suivant (5.10) exprime les différentes valeurs numériques et théoriques obtenues pour l’épaisseur du film liquide qui subsiste en amont du pont.

Une comparaison a pu être effectuée entre les résultats de la simulation et ceux obtenus grâce au modèle par le biais de l’équation (5.28).

$Ca_{\text{Théorique}}$	$Ca_{\text{Simulé}}$	Épaisseur du film théorique (m)	Épaisseur du film simulée (m)
$1,426.10^{-2}$	$[8,165.10^{-3} - 3,123.10^{-2}]$	$2,3472.10^{-7}$	$4,4653.10^{-7}$
$1,426.10^{-2}$	$[1,002.10^{-2} - 3,124.10^{-2}]$	$2,3472.10^{-7}$	$4,4980.10^{-7}$
$1,426.10^{-2}$	$[1,359.10^{-2} - 4,189.10^{-2}]$	$2,3472.10^{-7}$	$4,5508.10^{-7}$

Tableau 5.10 – Comparaison entre les épaisseurs du film liquide calculées théoriquement par la loi de Bretherton et celles obtenues par simulation numérique.

Selon les résultats présentés dans le tableau (5.10), les valeurs de l'épaisseur du film liquide obtenues par simulation sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par la loi de Bretherton.

Bien que la valeur de l'épaisseur obtenue par simulation soit deux fois supérieure à celle obtenue par la loi (5.28), à l'échelle de la fissure 100 μm , il est difficile d'obtenir un meilleur accord compte tenu des échelles d'épaisseur du film qui nécessiteraient un maillage binaire trop raffiné qui plus est cette différence d'épaisseur est probablement liée à l'utilisation de la méthode (SVOF) avec un maillage exponentiel. Sachant que cette méthode de lissage de l'interface a été principalement conçue pour un maillage structuré (carré) cela peut justifier l'écart obtenu entre les deux résultats.

Le maillage exponentiel utilisé ici (figure 5.19) est de plus en plus fin en s'approchant des parois. Cela nous permet de bien visualiser le film et par conséquent de mieux le mesurer. Cependant, les erreurs de mesures restent possibles.

Dans tous les cas où le phénomène de mouillage intervient, la première maille est utilisée pour imposer un angle de contact, ici de 20° .

Or, le code de calcul n'est pas supposé prendre en compte ce phénomène. De part sa conception, le modèle de mouillabilité fait introduire une fonction (C_∞) qui se traduit par l'application d'un fluide fictif au niveau des premières mailles du substrat auxquelles on veut imposer un angle de contact statique.

Cela ne permet donc pas une bonne prise en compte du film liquide laissé par le pont lors de son déplacement. Cela peut donc expliquer la différence qui existe entre les valeurs de l'épaisseur du film mesuré par la loi de Bretherton et celles issues de la simulation.

Le tableau (5.11) présente les résultats des valeurs de vitesses obtenues par simulation et par le modèle pour différentes largeurs du pont liquide, ainsi que les temps caractéristiques associés.

Largeur du pont (m)	$V_{\text{Analytique}}$ (m/s)	V_{Simulee} (m/s)	t_c analytique (s)	t_c simulé (s)
$0,220 \cdot 10^{-5}$	$1,02674 \cdot 10^{-4}$	$[5,87252 \cdot 10^{-5} - 2,2491 \cdot 10^{-4}]$	0,973	[1,702 - 0,446]
$0,620 \cdot 10^{-5}$	$1,02675 \cdot 10^{-4}$	$[7,21547 \cdot 10^{-5} - 2,2497 \cdot 10^{-4}]$	0,973	[1,385 - 0,444]
$0,820 \cdot 10^{-5}$	$1,02675 \cdot 10^{-4}$	$[9,78956 \cdot 10^{-5} - 3,1064 \cdot 10^{-4}]$	0,973	[1,021 - 0,358]

Tableau 5.11 – Comparaison entre les vitesses d’écoulement du pont calculées analytiquement et celles obtenues par simulation numérique en fonction de la largeur du pont liquide.

Le modèle analytique ne permet pas de prévoir l’apparition du film liquide. Ceci nous empêche donc de faire une comparaison correcte des temps caractéristiques obtenus par le modèle et par la simulation.

Afin d’y remédier, nous allons comparer les vitesses obtenues (via le modèle et la simulation) pour différentes largeurs du pont liquide.

Grâce à l’équation (5.27) qui met en jeu la largeur du pont et sa vitesse, nous pouvons calculer cette dernière et la comparer à celle obtenue par simulation numérique pour une longueur de pont identique.

D’après le tableau (5.11) la variation du paramètre (largeur du pont) impacte peu la valeur de la vitesse théorique, et par conséquent celle du temps caractéristique.

En effet, dans l’équation (5.27) la largeur du pont est additionnée au paramètre x_1 (distance du pont par rapport à l’axe de rotation) dont la dimension est estimée à quelques centimètres, alors que la largeur du pont liquide est de l’ordre de quelques microns.

De ce fait, la largeur du pont liquide peut être négligeable devant x_1 (voir tableau (5.11)). Ceci explique que les valeurs des vitesses théoriques obtenues sont très proches les unes des autres. Ainsi, dans le modèle théorique, nous supposons que le régime est établi.

On constate que la vitesse simulée du pont liquide est d’autant plus importante que la largeur du pont est grande. Ce résultat est lié aux effets d’angles dynamiques.

Aussi, les gammes de vitesses obtenues par simulation numérique varient du simple au double de la valeur de la vitesse théorique obtenue pour des largeurs de pont identiques. Les mêmes observations sont faites pour le temps caractéristique.

Il est à noter que des effets de bord (extrémités du domaine) peuvent intervenir. En effet, l’écoulement du pont peut être perturbé par des effets parasites, ce qui expliquerait peut être cette différence entre les vitesses et donc, les temps caractéristiques.

Au final, la gamme de valeurs numériques obtenues, que ce soit pour la vitesse ou pour le temps caractéristique, englobe la valeur théorique de ces dernières. Cela permet d’avan-

cer que même si ces valeurs ne sont pas proches les unes des autres, il n'empêche qu'elles sont du même ordre de grandeur, et d'un point de vue dimensionnel, cela reste acceptable.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons considéré la pièce étudiée dans son contexte industriel (la turbine). Cela a mis en évidence des paramètres pouvant influencer le comportement de la pièce, tels que la force centrifuge, les propriétés des fluides cicatrisants et la géométrie de la fissure.

Chacun de ces paramètres est associé à des phénomènes détaillés précédemment, et le choix de chacun d'eux est primordial.

Pour la géométrie de la fissure, il était nécessaire de vérifier les capacités du code à prendre en compte des géométries complexes. Le choix du fluide s'est basé sur les contraintes thermiques associées au matériau.

Une première approche analytique a été entreprise. Elle a permis de développer un modèle prenant en compte tous les phénomènes et paramètres étudiés précédemment et les remplaçant dans leur contexte industriel.

La détermination du paramètre (t_c) a rendu la comparaison avec le code de calcul possible. De ce fait, on a pu quantifier les rôles respectifs des paramètres : vitesse de rotation, distance par rapport à l'axe de rotation, ainsi que la viscosité du fluide sur le comportement du pont liquide au sein de la fissure.

Dans la suite de nos travaux, nous démontrerons dans un premier temps le comportement que peut adopter un pont liquide dans des fissures de géométrie un peu plus complexe, plus proche de la réalité, et dans, un second temps, nous étudierons le comportement du pont liquide lorsqu'il est soumis au phénomène de vibration des parois induit par la rotation de la turbine.

Chapitre 6

Étude numérique de cas industriels

L'objectif de ce travail réside dans la prédiction du comportement du pont liquide lors de sa formation au sein d'une fissure.

On sous-entend par comportement l'aptitude du pont à colmater la fissure de manière à protéger le matériau de l'oxydation.

Le colmatage par le pont liquide est mis à rude épreuve dans un contexte industriel d'utilisation de la pièce.

Le fait que la pièce étudiée (l'aube) soit entraînée dans un mouvement de rotation par la turbine induit a priori des configurations du pont liquide complètement différentes selon la vitesse de rotation de la pièce. Ajouté à cela des phénomènes complexes liés à la dimension et à la géométrie de la fissure, et on se trouve en présence d'un pont dont le devenir est incertain quant à son pouvoir colmatant.

Si maintenant, on s'intéresse à l'effet que peut avoir la combinaison de ces phénomènes sur le pont liquide lors de sa formation dans la fissure, on peut déduire les conditions nécessaires à sa stabilité, et donc, des paramètres pouvant influencer positivement ou négativement son rôle de bouchon protecteur.

6.1 Étude du comportement du pont liquide lors de sa formation

Nous nous sommes affranchis de l'étude de la formation du pont liquide dans une fissure, simplement parce que cela nécessitait une maîtrise des réactions chimiques qui interviennent, le code de calcul actuel est dépourvu d'un modèle permettant de prendre en compte ces phénomènes là, qui sont inclus dans d'autres codes comme celui développé à

l'INRIA [[Drean, 10](#)].

Afin de simuler correctement la formation du pont liquide, on conserve le modèle de fissure utilisé précédemment représenté par deux plans parallèles.

Par la suite, deux micro gouttes sont placées initialement de part et d'autre des parois de la fissure. Pour modéliser la création de la phase verre, du liquide cicatrisant est injecté continuellement à un débit constant au sein de celle-ci. Le dispositif total est en rotation à la vitesse angulaire (ω).

Il est à noter que le code de calcul ne requiert pas de modèle de coalescence, et donc celle-ci se fait numériquement. En faisant croître les gouttes, on arrive à les fusionner et à former au final un pont liquide. Ce phénomène est bien pris en compte par "Thétis".

La figure (6.1) illustre la démarche entreprise pour simuler la croissance est la coalescence des gouttes ainsi que la formation du pont liquide, on y distingue les deux situations principales rencontrées lors des simulation (cas (a) et (b) décrit ci-dessous).

Différents paramètres influent sur le comportement du pont, nous avons entre autre, le débit d'injection du liquide, la vitesse de rotation de la pièce, la distance du pont par rapport à l'axe de rotation et l'épaisseur de la fissure. Selon que ces paramètres sont plus au moins importants, l'une ou l'autre de ces deux configurations est obtenue lors des premiers instants de la formation du pont ($t = t_1$).

La première (a) décrit la propagation du pont liquide dans toute la fissure y compris dans le sens opposé à la force centrifuge. La deuxième (b) décrit le déplacement du pont liquide uniquement dans le sens de la force centrifuge, avec un volume de pont initial différent de celui de la configuration précédente.

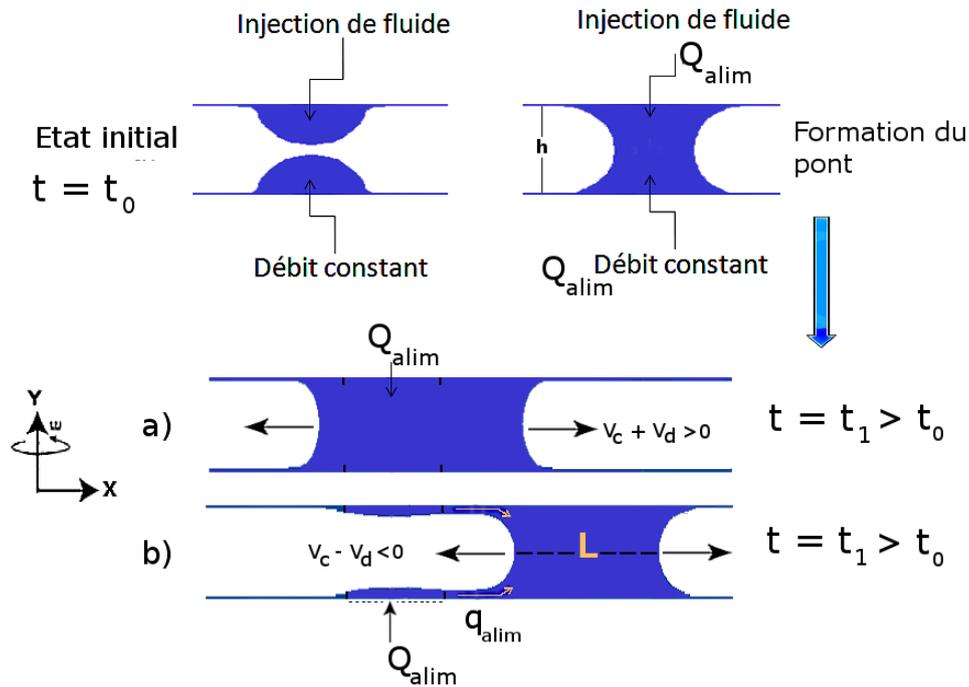


FIGURE 6.1 – Schéma représentant la formation du pont ainsi que les différentes configurations adoptées lors de son déplacement.

Le tableau suivant regroupe les caractéristiques physico-chimiques du **Borosilicate**, liquide utilisé dans ce travail.

Fluide utilisé	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$
Borosilicate	2195	316	0,1

Tableau 6.1 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.

Le tableau (6.2) présente les paramètres associés au problème :

Longueur de la fissure	$L_f(\mu m)$	100
Épaisseur de la fissure	$h(\mu m)$	[0,1 – 2]
Vitesse d'injection du fluide	$V(m/s)$	1.10^{-5}
Largeur de la zone d'injection	$l(m)$	1.10^{-6}
Vitesse de rotation de la pièce	$\omega(rad/s)$	[400 – 9000]
Distance séparant le pont de l'axe de rotation	$x_1(m)$	[0,1 – 0,5]

Tableau 6.2 – Caractéristiques géométriques du problème.

Une étude toujours en cours au LCTS sur les composites à matrice autocicatrisante a

permis d'estimer la cinétique de formation des verres cicatrisants. Grâce à cette étude nous avons pu déduire le débit de l'injection afin de simuler la formation des verres.

Le tableau (6.3) présente les paramètres numériques utilisés pour les calculs.

Type de maillage	2D Cartésien
Nombre de mailles (x, y, z)	3000 * 30
Type de grille	Constante
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Upwind
Résidus	10^{-13}
Pas de temps	10^{-4} s
Angle de contact	20°

Tableau 6.3 – Caractéristiques numériques associées au problème.

Une étude de la sensibilité au maillage a été entreprise. Il en résulte une très faible sensibilité du comportement du pont par rapport au maillage : une trentaines de mailles suffisent à représenter ces phénomènes.

Dans tout ce chapitre, l'angle de contact statique imposé dans le code est de 20° . Cette valeur a été obtenue suite à une étude expérimentale que nous avons réalisée au LCTS, et qui a permis la mesure de l'angle de contact à l'équilibre pour différents verres cicatrisants. Une description plus détaillée de l'expérience et des résultats obtenus est présenté en annexe (C).

La figure(6.2) illustre les différents paramètres associés à la formation du pont liquide. Celui-ci se déplace dans le sens de la force centrifuge. Ceci dit, son déplacement est suffisamment lent pour lui permettre de rester pendant un certain temps dans la zone d'injection avant d'être emporté par la force centrifuge.

Cela se traduit donc par une vitesse de croissance du pont sur la zone d'alimentation (V_c) plus élevée que la vitesse de son déplacement (V_d) due à la centrifugation.

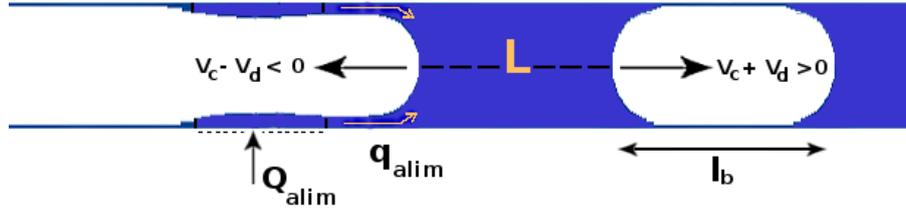


FIGURE 6.2 – Schéma représentant une configuration adoptée par le pont lors de son déplacement.

En utilisant la conservation du volume pour le pont on obtient :

$$\frac{d}{dt}(h1L) = 2Q_{alim} \quad (6.1)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{2Q_{alim}}{h} \quad (6.2)$$

D'autre part, sous l'effet de l'injection seule le ménisque droit du pont se déplace à la vitesse (V_c) et le ménisque gauche aussi, la vitesse de croissance du pont s'écrit donc :

$$V_c = \frac{1}{2} \frac{dL}{dt} = \frac{2Q_{alim}}{h} \quad (6.3)$$

avec L la largeur du pont, V_c vitesse de croissance du pont et Q_{alim} le débit d'alimentation au niveau de la zone d'alimentation.

Si, la vitesse de rotation donne un effet centrifuge orienté dans le sens droit, le pont liquide se déplace vers la droite avec une vitesse V_d .

Les tableaux ((C.1), (6.6) et (6.7)) regroupent les différents paramètres pouvant influencer le comportement du pont liquide.

Entre autres le nombre de Bond qui relie ces paramètres entre eux, décrit la compétition existante entre les effets de centrifugation et ceux de la tension de surface.

$$Bo = \frac{\rho\omega^2 x_1 h L_c}{\gamma} \quad (6.4)$$

L_c est une longueur caractéristique instationnaire du pont liquide.

Sa valeur minimale est égale à la longueur initiale du pont liquide formé à $t = t_1$, et sa valeur maximale est égale à la longueur du pont ou des ponts liquides qui se forment à $t > t_1$.

Sur la figure (6.3) ont été retranscrites les configurations adoptées par le pont liquide lors de son déplacement au sein de la fissure sous l'effet de la force centrifuge pour ($t > t_1$). On y distingue deux configurations et diverses variantes pour chacune des configurations.

La configuration a) : le pont liquide couvre toujours la zone d'alimentation. La vitesse de croissance du pont (V_c) est beaucoup plus importante que sa vitesse de déplacement (V_d) (voir 6.4).

Du fait que la vitesse de déplacement du pont soit faible comparée à sa vitesse de croissance, le pont liquide croît lentement toute en remplissant la fissure au fur et à mesure.

Le nombre de Bond obtenu dans ces conditions là, est lui aussi relativement faible (voir tableau (C.1)), ce qui permet de dire que les forces de tensions de surface soient prédominantes par rapport aux effets de centrifugation, et donc un remplissage quasi total de la fissure est assuré, ce qui induit sa protection de l'oxydation (voir configuration a-1 de la figure (6.3)).

Cette configuration est obtenue principalement pour des vitesses de rotation comprises entre 400 et 3000 rad/s, quelle que soit la distance du pont par rapport à l'axe de rotation et quelle que soit l'épaisseur de la fissure et le débit injecté.

Cela nous permet d'avancer que la *configuration a)*, adoptée par le pont dans les conditions d'utilisation réelles de la pièce imposées par le contexte industriel ($\omega = 400$ rad/s, $h = 0,1$ μm et $x_1 = 0,1$ m) semble être celle où la fissure est complètement colmatée et le matériau protégé de l'oxydation.

La configuration b) de la figure (6.3) quant à elle, est obtenue lorsque le pont liquide finit par ne plus recouvrir la zone d'alimentation, c'est à dire lorsque ($V_c < V_d$) (voir le tableaux (6.4)).

Plusieurs cas sont alors envisageables selon l'intensité de la force centrifuge imposée.

Bien que (V_c) soit plus faible que (V_d), cette dernière est relativement faible. Le film résiduel laissé derrière est mince et ne permet pas d'alimenter le pont liquide depuis la zone d'alimentation (voir configuration b-1 de la figure (6.3)).

Le pont ne peut pas croître tant qu'il est sur la zone d'alimentation (l).

En supposant que le temps passé par le pont sur la zone d'alimentation depuis sa formation est égal à $\tau = l/(V_c - V_d)$ et que le débit d'alimentation sert totalement à la croissance

du pont, la longueur du pont liquide s'écrit :

$$L = l + \frac{2Q_{alim}}{h}\tau \quad (6.5)$$

Si on injecte l'expression de (τ) dans la relation précédente :

$$L = l + \frac{2Q_{alim}}{h} \frac{l}{V_c - V_d} \quad (6.6)$$

Lorsque le pont liquide ne couvre plus la zone d'alimentation, il ne croît plus, car au fur et à mesure qu'il se déplace il laisse une partie de son volume dans les films résiduels qui couvrent les parois.

Il se forme alors, au niveau de la zone d'alimentation, deux excroissances qui vont donner lieu à la formation d'un nouveau pont (figure (6.3)).

Le temps nécessaire à la formation du nouveau pont peut être approximativement estimé à $\tau_p = h/2V_{inje}$ où (V_{inje}) et la vitesse d'injection du liquide équivalente à (Q_{alim}/lh).

Étant donné que la formation se fait assez lentement, du fait du débit d'injection, l'air environnant pénètre dans le pont liquide et forme des bulles qui restent piégées à l'intérieur.

La longueur de ces bulles peut être estimée à :

$$l_b = V_d\tau_p \quad (6.7)$$

Par ailleurs, lorsqu'on augmente la force centrifuge typiquement à 9000 rad/s, le pont liquide se déplace plus rapidement et donc (V_d) augmente. Le film résiduel formé derrière est plus épais et on suppose qu'il permet d'alimenter le pont même lorsque celui-ci ne couvre plus la zone d'alimentation (voir configuration (b-3) de la figure (6.3)).

De ce fait, la croissance du pont continue après son déplacement au-delà de la zone d'injection.

Si on note (q_{alim}) le débit d'alimentation du pont au travers des films (voir figure(6.2)), la vitesse de croissance du pont lorsqu'il se trouve au-delà de la zone d'injection s'écrit comme suit :

$$V_c^* = \frac{q_{alim}}{h - 2e} \quad (6.8)$$

où (e) représente l'épaisseur moyenne du film et vaut (3.10^{-8} m) et ($q_{alim} = 1,5.10^{-19}$ m³/s).

Par contre, si on suppose que le débit d'alimentation (Q_{alim}) est supérieur au débit dans le film formé derrière le pont ($Q_{alim} > q_{alim}$), il y aura formation d'une excroissance au niveau de la zone d'injection qui, à son tour, formera un nouveau pont qui piègera de nouvelles bulles.

La longueur de cette bulle est donnée par :

$$l_b = (V_d - V_c^*) \frac{h}{2V_{inj}^*} \quad (6.9)$$

où ($V_{inj}^* = (Q_{alim} - q_{alim})/lh$).

Si on explicite l'expression de (l_b), on obtient :

$$l_b = \left(V_d - \frac{q_{alim}}{h - 2e} \right) \frac{h}{2V_{inj}^*} \quad (6.10)$$

À noter que (V_{inj}^*) étant plus faible que (V_{inj}), on pourrait s'attendre, dans ce cas de figure, à ce que la longueur des bulles soit supérieure à celle obtenue dans le cas précédent (où les vitesses de rotation étaient plus faibles). Mais la diminution du terme $V_d - \frac{q_{alim}}{h - 2e}$ par rapport à (V_d) peut être plus importante que celle de (V_{inj}^*) par rapport à (V_{inj}).

Dans ce cas, la longueur des bulles obtenues est plus faible et la longueur des ponts est plus grande (voir tableaux (6.4)).

Comme on peut le voir dans la figure (6.3), plus la vitesse de rotation est importante plus la longueur des ponts liquides est grande et celles des bulles plus petite .

D'après les tableaux (C.1, 6.7) le nombre de Bond est variable au cours du temps, et est compris entre une valeur faible, obtenue pour une longueur du pont liquide mesurée aux premiers instants de sa formation à $t = t_1$, et une valeur assez élevée obtenue lorsque le pont remplit la fissure à $t > t_1$.

Par ailleurs, quand l'épaisseur de fissure augmente, typiquement à 2 μ m, tout en gardant une force centrifuge relativement élevée (9000 rad/s), on obtient le cas (b-4) qui est la configuration la plus pénalisante pour notre problème.

Dans le cas considéré, on suppose que ($Q_{alim} = q_{alim}$), ce qui ne permet plus la formation d'un nouveau pont.

Celui-ci est propulsé par les effets de centrifugation, et se déplace au sein de la fissure tout en laissant derrière lui un film résiduel qui est à la fois alimenté par la zone d'injection

et par le pont liquide lui même. Cela se traduit par l'amincissement du pont au fur et à mesure et son fractionnement vers la fin.

Les valeurs du nombre de Bond obtenues sont relativement élevées (voir tableau (6.7)), ce qui pénalise la tension de surface et favorise largement les forces de centrifugation.

Au final, on constate que la vitesse de rotation impacte fortement le comportement du pont liquide, ce qui se traduit par la formation de ponts successifs entre lesquels des bulles d'air, de longueurs différentes selon l'intensité de la rotation, peuvent être piégées.

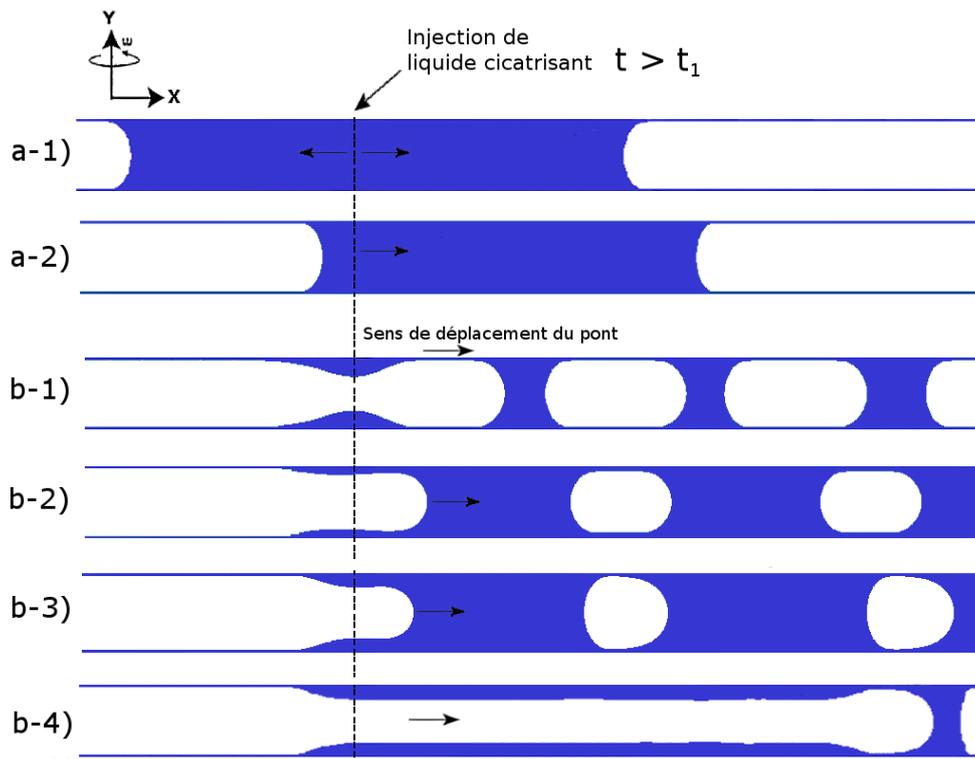


FIGURE 6.3 – Configurations types adoptées par le pont pour $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s. a-1) et a-2) Remplissage progressif de la fissure obtenue pour ($h = 1.10^{-7}$ m, $\omega = [400 - 3000]$ rad/s). b-1) et b-2) Déplacement du pont et formation de bulles d'air pour ($h = 1.10^{-6}$ m, $\omega = [6000 - 9000]$ rad/s). b-3) et b-4) Déplacement du pont et formation de bulles pour ($h = 2.10^{-6}$ m, $\omega = [6000 - 9000]$ rad/s).

ω (rad/s)	h (m)	$\mathcal{Q}_{\uparrow\downarrow}$ (m ³ /s)	V_c (m/s)	V_d (m/s)	L_b (m)	τ_p (s)	Configurations
[400 – 3000]	1.10^{-7}	1.10^{-18}	1.10^{-11}	$1, 3.10^{-13}$			a
6000	1.10^{-6}	1.10^{-17}	1.10^{-11}	$3, 7.10^{-5}$	$1, 8.10^{-6}$	5.10^{-2}	b-1
9000	2.10^{-6}	1.10^{-17}	1.10^{-11}	$4, 1.10^{-5}$	$1, 54.10^{-6}$	$3, 8.10^{-2}$	b-2

Tableau 6.4 – Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne ($V_{inj} = 10^{-5}$ m/s).

ω (rad/s)	h (m)	x_1 (m)	L_c (m)	Nombre de Bond (Bo)	Configurations
[400 – 3000]	1.10^{-7}	[0, 1 – 0, 5]	[1.10^{-6} – 1.10^{-5}]	[$3, 5.10^{-5}$ – $9, 8.10^{-2}$]	a-1

Tableau 6.5 – Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne ($V_{inj} = 10^{-5}$ m/s).

ω (rad/s)	h (m)	x_1 (m)	L_c (m)	Nombre de Bond (Bo)	Configurations
6000	1.10^{-6}	0, 1	[1.10^{-6} – 1.10^{-5}]	[8.10^{-2} – 8.10^{-1}]	a-2
		0, 5		[$3, 6.10^{-1}$ – 3, 6]	b-1
	2.10^{-6}	0, 5	[1.10^{-6} – 1.10^{-5}]	[$7, 9.10^{-1}$ – 7, 9]	b-3

Tableau 6.6 – Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s.

ω (rad/s)	h (m)	x_1 (m)	L_c (m)	Nombre de Bond (Bo)	Configurations
9000	1.10^{-6}	0, 5	[1.10^{-6} – 1.10^{-5}]	[$8, 9.10^{-1}$ – 8, 9]	b-2
	2.10^{-6}	0, 5	[1.10^{-6} – 2.10^{-7}]	[1, 7 – $3, 5.10^{-1}$]	b-4

Tableau 6.7 – Tableau présentant les différents paramètres qui influent sur le comportement du pont liquide dans une fissure rectiligne $V_{inj} = 10^{-5}$ m/s.

En respectant rigoureusement les conditions d'utilisation ($\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0, 1$ ou $0, 5$ m, et $h = 1.10^{-7}$ m), il est possible de former un unique pont liquide entier sans bulle d'air pouvant remplir toute la fissure, ce qui a priori, semble conduire à une mise en place stable du pont liquide.

Cependant le fait que le pont liquide croisse de façon indéfini serait à discuter.

6.2 Conditions de stabilité du pont liquide au sein d'une fissure à géométrie complexe

Dans cette section, nous étudierons le comportement du pont liquide dans une fissure modèle autre que celle vue précédemment.

La géométrie de fissure choisie est celle d'un dièdre, i.e. une fissure assimilée à deux plans, dont l'un est incliné d'un angle α . Le dispositif total est soumis par la suite à la force centrifuge.

Il est à noter que dans ce travail la longueur de la fissure est constante, de ce fait, elle est considérée comme étant une contrainte supplémentaire qu'il est possible de lever.

La question qui se pose est la suivante : dans les conditions réelles d'utilisation de la pièce, à partir de quelle hauteur le pont liquide n'est plus susceptible d'assurer la protection du matériau ?

Ce cas nous permettra d'y répondre, mais aussi de déterminer les conditions nécessaires à la stabilité du pont liquide dans la géométrie de fissure considérée.

Dans la section suivante, nous utiliserons ce paramètre pour dimensionner correctement la hauteur de la fissure, afin d'observer les effets que peuvent avoir les vibrations de parois induites par la rotation de la turbine sur le comportement du pont liquide, et plus précisément sur sa résistance à la rupture.

6.2.1 Détermination de la hauteur critique du pont liquide

On s'intéresse à la mise en mouvement d'un pont liquide placé entre deux plans non parallèles sous l'action d'une force centrifuge, dans le but d'évaluer la hauteur critique du pont avant rupture.

Le problème décrit sur la figure (6.4), représente un pont liquide placé dans une fissure assimilée à un dièdre.

Le ménisque qui avance forme avec la paroi un angle de contact d'avancée (θ_a), et le ménisque qui recule laisse derrière lui un film mouillant d'épaisseur (e) dont la valeur peut être fournie par la loi de Bretherton.

Sur la figure (6.4) l'inclinaison du plan est très fortement exagérée et la longueur du pont a été réduite pour faire apparaître l'ensemble des grandeurs décrivant le système.

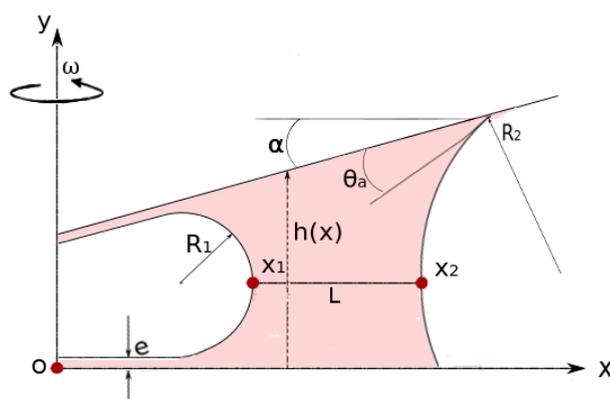


FIGURE 6.4 – Représentation schématique de la configuration initiale du problème.

Le pont liquide est constitué de **Borosilicate**, dont les caractéristiques physico-chimiques sont présentées dans le tableau suivant :

Fluide utilisé	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$
Borosilicate	2195	316	0,1

Tableau 6.8 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.

Dans cette section, la longueur de la fissure a été réduite, elle passe de 100 μm à 10 μm . On verra en effet par la suite qu'il n'est pas nécessaire d'avoir une longueur importante pour mesurer la hauteur critique.

Le tableau (6.9) présente les paramètres associés au problème :

Longueur de la fissure	$L_f(\mu m)$	10
Volume du pont liquide	$\Omega (m^3)$	1,35.10⁻¹⁴
Angle d'inclinaison de la paroi	$\alpha (^\circ)$	2,3
Vitesse de rotation de la pièce	$\omega(rad/s)$	400
Distance séparant le pont de l'axe de rotation	$x_1(m)$	[0,1 – 0,5]

Tableau 6.9 – Caractéristiques géométriques du problème.

Il est à noter que l'angle d'inclinaison utilisé n'est pas choisi arbitrairement. On se base sur le fait que l'épaisseur d'une fissure est souvent comprise entre 0,1 et 0,5 μm , ce qui au final pour un dièdre dont les extrémités sont comprises entre ces épaisseurs là, donne un angle d'ouverture très faible.

Le tableau (6.10) présente les paramètres numériques liés à la résolution du problème :

Type de maillage	2D Cartésien
Nombre de mailles (x, y, z)	1875 * 95
Type de grille	Constante
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Centre
Résidus	10^{-12}
Pas de temps	10^{-6} s
Angle de contact	20°

Tableau 6.10 – Caractéristiques numériques associées au problème.

Il est à noter que le type de maillage utilisé par le code de calcul est un maillage structuré rectangulaire, ce qui rend difficile son adaptation à une géométrie en forme de dièdre notamment la paroi inclinée, qui se présente comme "une marche d'escalier".

L'imposition d'une condition de mouillage sur toute la structure nous oblige à utiliser des mailles carrées dans tout le domaine (grille constante et non exponentielle), cela afin d'imposer correctement un angle de contact.

Les figures et tableaux présentés ci-dessous, illustrent le comportement adopté par le pont liquide lors de la rotation de la pièce. Celui-ci se déroule en deux étapes :

Étape 1 : le pont liquide en Borosilicate formé dans une fissure assimilée à un dièdre est soumis à des sollicitations externes notamment la centrifugation.

Cependant d'autres phénomènes internes, les effets capillaires, interviennent pour contrebalancer les effets de la centrifugation (F_c).

Ces phénomènes, liés principalement à la géométrie de la fissure induisent un déplacement spontané du pont liquide vers la partie étroite du dièdre.

Ce déplacement est lié à la différence entre les rayons de courbure du pont liquide qui se manifeste par une force de pression (F_p).

(F_p) peut s'exprimer comme suit :

$$\Delta p = \frac{\gamma}{R} \quad (6.11)$$

avec (R) le rayon de courbure du pont liquide

$$F_p = \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{L} \Omega \quad (6.12)$$

avec (L) la largeur du pont, (Ω) le volume initial du pont liquide, Δp_1 et Δp_2 différence de pression mesurée de part et d'autre du pont liquide .

La force de centrifugation (F_c) peut s'approximer par :

$$F_c = m x_1 \omega^2 \quad (6.13)$$

avec (m), (ω), (x_1), respectivement la masse, la force centrifuge et la distance séparant le pont de l'axe de rotation.

Le comportement adopté par le pont liquide dans la figure (6.6) lors des premiers instants de son déplacement, révèle l'existence d'une compétition entre (F_c) la force de centrifugation et (F_p) la force de pression. Celle-ci résulte des différences de courbures entre les deux ménisques et qui sont initialement prédominants.

Comme on peut le voir dans le tableau (6.11), où la valeur des forces de pressions est plus élevée que la force centrifuge quelle que soit la distance séparant le pont de l'axe de rotation.

Lors de son déplacement, le ménisque en arrière du pont liquide laisse derrière lui un film résiduel d'épaisseur (e), dont la mesure numérique est assez délicate. Le maillage n'étant pas suffisamment précis, cela rend en effet difficile l'évaluation de son épaisseur.

Initialement, les effets de courbures font que le pont se déplace vers la partie étroite de la fissure, mais les effets dynamiques réduisent ces effets de courbures.

En effet, le film résiduel laissé derrière le ménisque de reculée diminue le rayon de reculée alors que l'augmentation de l'angle d'avancée tend à augmenter le rayon d'avancée.

Par contre, dans le cas où les effets dynamiques sont suffisants, on peut supposer que l'effet centrifuge puisse devenir prédominant (voir tableau (6.12)).

Initialement dirigé vers la partie étroite du dièdre, le pont rebrousse chemin sous l'influence de la force centrifuge qui régit désormais son déplacement (figure (6.7)).

Il est à noter que le temps nécessaire pour que le pont liquide puisse rebrousse chemin a été quantifié, et est de l'ordre de 0,86s.

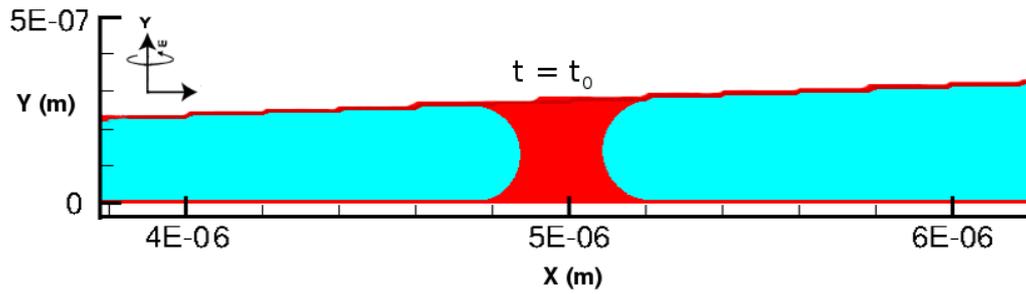


FIGURE 6.5 – Représentation de la configuration initiale du problème pour un pont liquide en Borosilicate ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3$, $\omega = 400 \text{ rad/s}$, $x_1 = 0,5 \text{ m}$ et $\alpha = 2,3^\circ$).

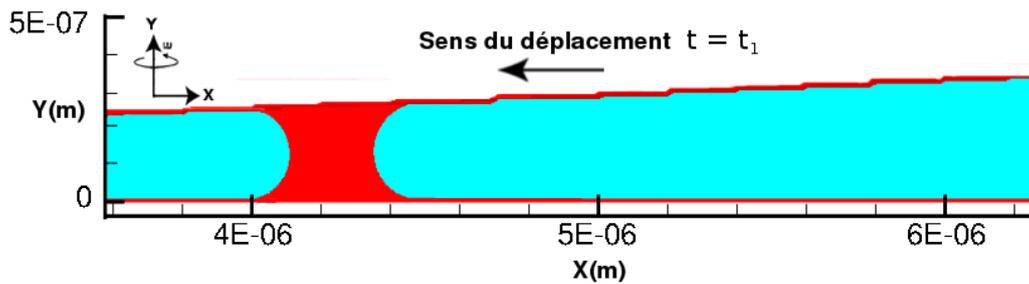


FIGURE 6.6 – Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3$, $\omega = 400 \text{ rad/s}$, $x_1 = 0,5 \text{ m}$ et $\alpha = 2,3^\circ$) à $t_1 = 0,86 \text{ s}$.

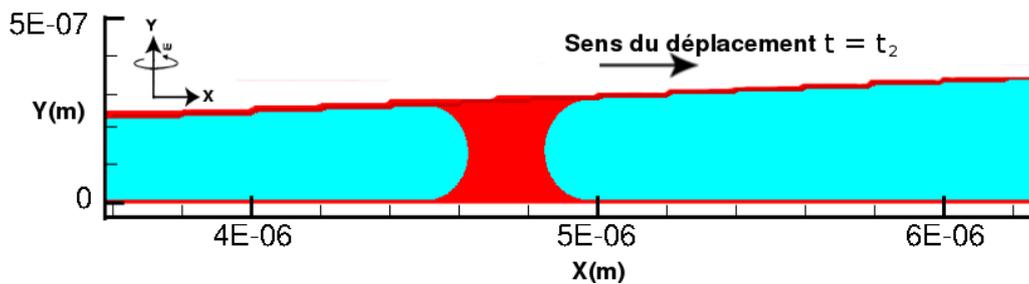


FIGURE 6.7 – Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3$, $\omega = 400 \text{ rad/s}$, $x_1 = 0,5 \text{ m}$ et $\alpha = 2,3^\circ$) à $t_2 = 1,34 \text{ s}$.

Durée de déplacement du pont t (s)	$t < 0,86$		
Distance du pont de l'axe de rotation \mathbf{x}_1 (m)	0,1	0,25	0,5
Différence de pression Δp_1 (Pa)	719231	719222	719225
Différence de pression Δp_2 (Pa)	718096	718097	718097
Force de pression \mathbf{F}_p (N)	$4,85 \cdot 10^{-5}$	$4,82 \cdot 10^{-5}$	$4,87 \cdot 10^{-5}$
Force centrifuge \mathbf{F}_c (N)	$1,96 \cdot 10^{-6}$	$4,95 \cdot 10^{-6}$	$9,96 \cdot 10^{-6}$
Comparaison entre (\mathbf{F}_p) et (\mathbf{F}_c)	$(\mathbf{F}_p) > (\mathbf{F}_c)$	$(\mathbf{F}_p) > (\mathbf{F}_c)$	$(\mathbf{F}_p) > (\mathbf{F}_c)$

Tableau 6.11 – Résultats illustrant la compétition entre les forces de pressions et les forces centrifuges pour un pont en **Borosilicate** pour $(L = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3, h = [2,1 \cdot 10^{-7} - 2,8 \cdot 10^{-7}] \text{ m}$ et $\omega = 400 \text{ rad/s}$.

Étape 2, Le déplacement du pont liquide s'effectue suivant la direction de la force centrifuge, vers la partie large du dièdre. Dès lors, le ménisque d'avancée observé, lorsque le pont se dirige vers la partie étroite, devient alors le ménisque de reculée et inversement.

Ce déplacement s'effectue à vitesse assez élevée, probablement due au fait qu'une partie de la surface est prémouillée par le film résiduel (figure (6.8)).

Il est à noter que cette fois-ci les effets dynamiques favoriseront plutôt les effets de courbure (figure (6.9)), de ce fait le pont liquide devrait changer de direction et aller vers la partie étroite de la fissure.

Le résultat obtenu par simulation numérique n'est pas celui attendu. En effet, le tableau (6.12) illustre une comparaison entre les forces de pression et les forces de centrifugation. Ces dernières s'intensifient progressivement au fur et à mesure que le pont liquide s'éloigne de l'axe de rotation.

Le pont poursuit donc son déplacement vers la partie large de la fissure tout en laissant derrière lui un film résiduel qui provoque l'amincissement progressif du pont.

Ce dernier au bout d'une certaine distance de déplacement finit par se rompre du fait de l'élargissement de la paroi de la fissure. Par conséquent, le pont liquide n'est plus en mesure d'assurer son rôle de bouchon protecteur (figure (6.10) et (6.11)).

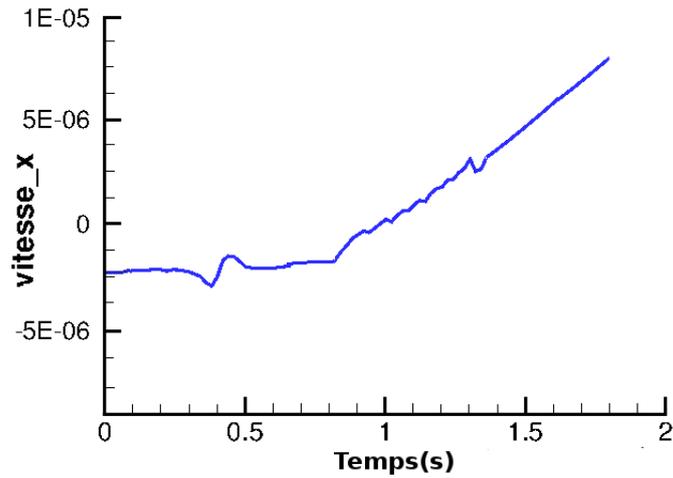


FIGURE 6.8 – Vitesse de déplacement du pont liquide en fonction du temps. Illustration de l'augmentation de la vitesse lors du changement de direction à $t_1 = 0,86$ s ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14}$ m³, $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2,3^\circ$).

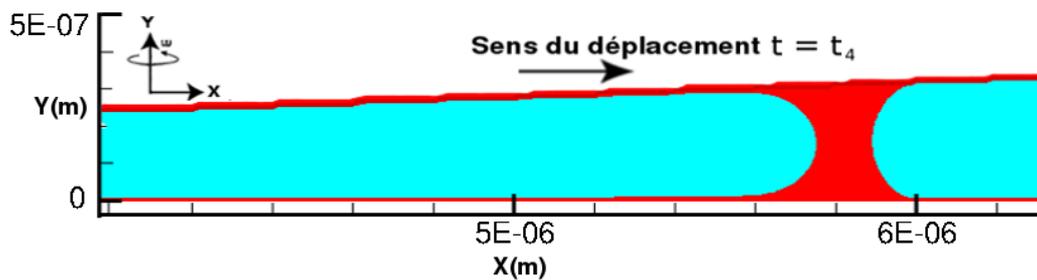


FIGURE 6.9 – Représentation du mouvement du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14}$ m³, $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2,3^\circ$) à $t_4 = 1,66$ s.

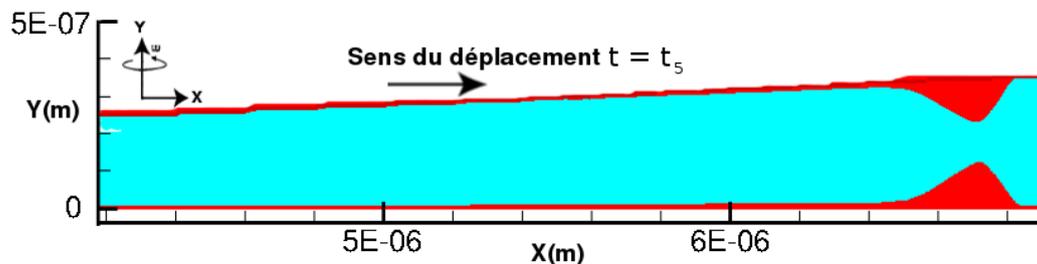


FIGURE 6.10 – Rupture du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14}$ m³, $\omega = 400$ rad/s, $x_1 = 0,5$ m et $\alpha = 2,3^\circ$) à $t_5 = 1,81$ s.

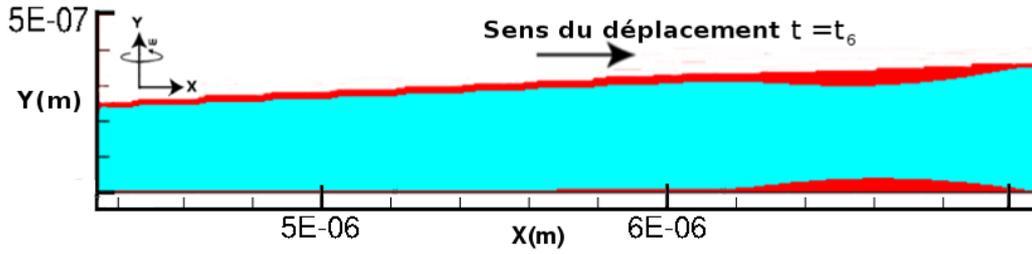


FIGURE 6.11 – Film résiduel après rupture du pont liquide dans une fissure en forme de dièdre ($\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3$, $\omega = 400 \text{ rad/s}$, $x_1 = 0,5 \text{ m}$ et $\alpha = 2,3^\circ$) à $t_6 = 2\text{s}$.

Durée de déplacement du pont t (s)	$t > 0,86$		
Distance du pont de l'axe de rotation x_1 (m)	0,1	0,25	0,5
Différence de pression Δp_1 (Pa)	519202	519198	520296
Différence de pression Δp_2 (Pa)	519098	519096	519098
Force de pression F_p (N)	$5,36 \cdot 10^{-6}$	$5,37 \cdot 10^{-6}$	$5,36 \cdot 10^{-6}$
Force centrifuge F_c (N)	$6,06 \cdot 10^{-6}$	$7,75 \cdot 10^{-6}$	$1,53 \cdot 10^{-5}$
Comparaison entre (F_p) et (F_c)	$(F_p) < (F_c)$	$(F_p) < (F_c)$	$(F_p) < (F_c)$

Tableau 6.12 – Résultats illustrant la compétition entre les forces de pressions et les forces de centrifugation pour un pont en **Borosilicate** pour ($L = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $\Omega = 1,35 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3$, $h = [1 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-7}] \text{ m}$ et $\omega = 400 \text{ rad/s}$).

On constate qu'il faut pas moins de 2 secondes pour qu'un pont en Borosilicate puisse parcourir une distance de $3,5 \mu\text{m}$ et se fractionner à une hauteur critique de $0,35 \mu\text{m}$.

Cette hauteur est bien entendu liée au volume initial du pont liquide, et à une inclinaison particulière de la paroi supérieure du dièdre, mais aussi aux propriétés physicochimiques du liquide, en particulier la tension de surface et la viscosité.

Dans la section qui suit, nous utiliserons cette hauteur critique, considérée comme étant une menace à la stabilité et la durée de vie du pont liquide, afin d'étudier et de comprendre l'effet que peuvent avoir les vibrations des parois de la fissure sur le pont liquide.

6.3 Effet de vibration de parois

Jusqu'à présent, nous avons utilisé deux géométries différentes pour étudier le comportement du pont de Borosilicate lorsqu'il est soumis à divers phénomènes. Cela a permis de déterminer plusieurs paramètres pouvant influencer considérablement son comportement, entre autres : la viscosité du fluide, le temps caractéristique de l'écoulement, la géométrie

de la fissure (hauteur critique) et la vitesse de rotation de la pièce.

Les conditions d'utilisation de la pièce (dans une turbine tournante), induit implicitement le phénomène de vibration des parois de la fissure. Ce phénomène, important, est présent durant toute la durée d'utilisation de la pièce. Il est donc primordial de comprendre l'effet qu'il peut avoir sur la stabilité du pont liquide.

Pour ce faire, le code de calcul a été adapté aux besoins de la simulation, et cela en imposant aux parois de la fissure un mouvement de type sinusoïdal.

Les parois de la fissure sont assimilées à deux plans parallèles, plus pratique pour imposer correctement des vitesses. La figure (6.12) illustre les conditions de cette simulation.

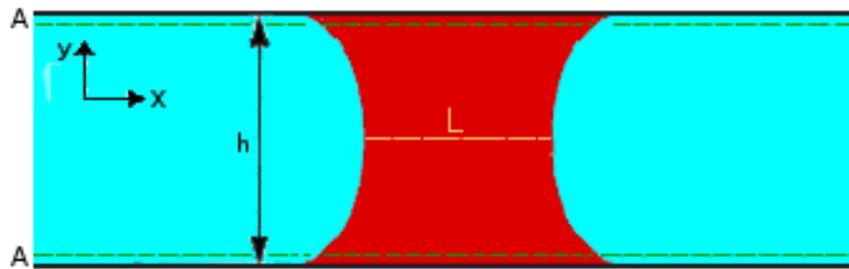


FIGURE 6.12 – Configuration initiale du problème. (A) représente l'amplitude d'oscillation des parois, (h) hauteur critique du pont.

La simulation consiste à mettre un pont liquide entre deux plans parallèles assimilés à une fissure, dont l'épaisseur est équivalente à la hauteur critique déterminée dans la section précédente.

Par ailleurs, il faut savoir que la hauteur critique est liée au volume de pont utilisé.

De ce fait, pour une analyse correcte de l'effet des vibrations sur le pont liquide à cette hauteur, il est important de rester proche du volume initial du pont afin d'observer son comportement sous l'effet des vibrations, et non pas sous l'effet de la hauteur de la fissure. Lorsque l'équilibre du pont est établi, nous simulerons l'oscillation des parois pour différentes fréquences et amplitudes (voir figure (6.15)).

Le pont liquide est constitué de **Borosilicate**, dont les caractéristiques physico-chimiques sont présentées dans le tableau suivant :

Fluide utilisé	$\rho(kg/m^3)$	$\mu(Pa.s)$	$\gamma(N/m)$
Borosilicate	2195	316	0,1

Tableau 6.13 – Caractéristiques physico-chimiques du fluide utilisé.

Le tableau (6.14) présente les paramètres géométriques associés à la fissure :

Longueur de la fissure	$L_f(\mu\text{m})$	10
Épaisseur de la fissure	$h(\mu\text{m})$	[0, 35 – 0, 45]
Volume du pont liquide	$\Omega (\text{m}^3)$	[5.10⁻¹⁴ – 1.10⁻¹³]
Fréquence d'oscillation de la pièce	$f(\text{kHz})$	[1 – 10]
Amplitude	$A(\mu\text{m})$	[3, 5.10⁻² – 13, 5.10⁻²]

Tableau 6.14 – Caractéristiques géométriques du problème.

Il est à noter que la variation de l'amplitude (A) se calcule sur la base de la hauteur critique utilisée. Pour un volume donné, l'amplitude (A) est équivalente à 10, 20 ou 30% de la hauteur critique (h) correspondante au volume concerné.

Le tableau (6.15) présente les paramètres numériques liés au problème :

Type de maillage	2D Cartésien
Nombre de mailles (x, y, z)	2000 * 1800
Type de grille	Constante
Méthode	Lagrangien Augmenté
Solveur	Mumps
Schéma	Centre
Résidus	10⁻¹³
Pas de temps	1.10⁻⁷ s
Angle de contact	20°

Tableau 6.15 – Caractéristiques numériques associées au problème.

Pour permettre aux parois de vibrer nous allons utiliser une méthode de pénalisation volumique en vitesse du domaine de calcul.

Tout d'abord il faut savoir que pour nos calculs une approche par des domaines fictifs est utilisée, où chaque phase (fluide ou solide) est considérée comme un domaine fluide caractérisé par des propriétés rhéologiques spécifiques, chaque phase étant repérée par la fonction indicatrice de phase. Ainsi le domaine de simulation est virtuellement séparé en plusieurs sous-domaines

La méthode de pénalisation quant à elle est une approche souvent employée afin de prendre en compte des obstacles dans le domaine de simulation, notamment lors de l'utilisation de maillages structurés comme c'est le cas dans Thétis.

Il s'agit donc d'utiliser un seul système d'équations pour l'ensemble du domaine de simulation et d'ajouter des termes de pénalisation au problème physique initial.

Explicitement il faut ajouter $\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_p)$ à l'équation de quantité de mouvement :

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) + \nabla p - \nabla \cdot (\mu[\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}]) - \rho \mathbf{g} = 0 \quad (6.14)$$

\mathbf{u}_p est la vitesse (du sous domaine) que l'on veut imposer et \mathbf{B} est un tenseur d'ordre 2 dont les coefficients B_{ij} doivent être définis.

Si $B_{ij} \rightarrow \infty$, le champ de vitesse devient ($\mathbf{u} = \mathbf{u}_p$) et si $B_{ij} \rightarrow 0$, le terme de pénalisation s'annule et on retrouve l'équation classique de Navier-Stokes.

Les vitesses instantanées locales sont imposées par cette méthode au niveau des mailles situées sur les frontières du domaine.

Afin de prendre en compte les oscillations des parois, on sera amené à pénaliser les mailles qui sont incluses dans le domaine solide, du fait du déplacement de la frontière.

Pour représenter la position de la frontière et sa vitesse au cours du temps nous avons :

$$\begin{cases} Y_{bas}(t) &= \frac{A}{2} \cos(\omega t + \pi) + \frac{A}{2} \\ Y_{haut}(t) &= \frac{A}{2} \cos(\omega t) + h - \frac{A}{2} \end{cases} \quad (6.15)$$

$$\begin{cases} V_{bas}(t) &= -\frac{A}{2} \sin(\omega t + \pi) \\ V_{haut}(t) &= -\frac{A}{2} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (6.16)$$

où $A/2$, est l'amplitude d'oscillation des parois de la fissure, et h l'épaisseur de la fissure. ω , est la vitesse angulaire ou encore la pulsation, elle est égale à $2\pi f$, où f est la fréquence d'oscillation.

Les figures ((6.13) et (6.14)), représentent un mouvement sinusoïdal illustrant les positions adoptées par les parois en fonction du temps. On constate que celles-ci se déplacent en opposition de phase.

Il est à noter que le déplacement des parois en opposition de phase représente le choix le plus pénalisant pour le pont liquide, car dans les conditions réelles d'utilisation de la pièce les parois vibrent probablement en phase (on peut imaginer que les pales sont traversées par des ondes de longueur d'onde plus grande que la taille caractéristique d'une d'une fissure).

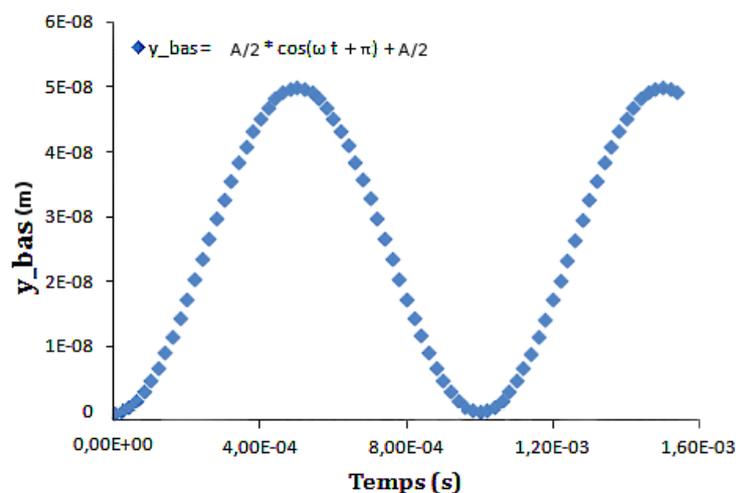


FIGURE 6.13 – Graphe représentant la position de la paroi basse pour une amplitude de 5.10^{-8} m.

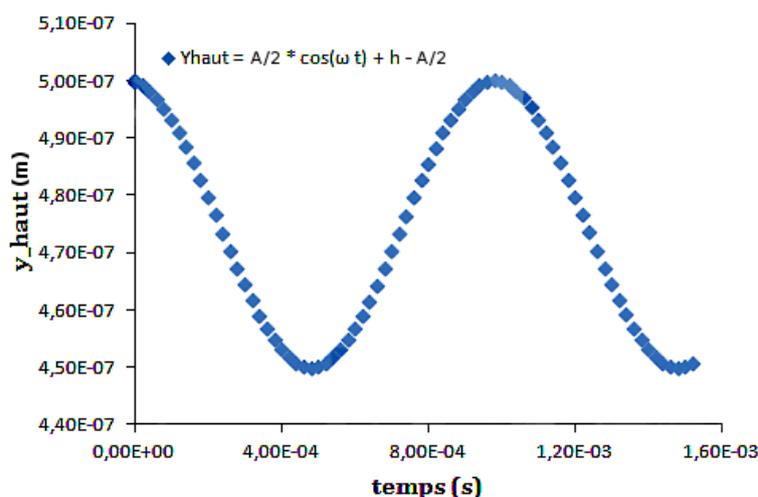


FIGURE 6.14 – Graphe représentant la position de la paroi haute pour une amplitude de 5.10^{-8} m.

Les figures ((6.15) et (6.16)), exposent l'effet subi par le pont liquide lors des vibrations de parois pour deux volumes de pont différents, et donc de hauteurs de pont différentes. La fréquence d'oscillation des parois varie de 1 à 10 kHz. Cette dernière est considérée comme étant la plus pénalisante et est illustrée par les figures (6.15) et (6.16).

On observe une similitude dans les comportements obtenus quel que soit le volume et la hauteur. Ces comportements sont constatés aussi bien pour une fréquence de 1 kHz que pour 10 kHz.

Par contre, l'effet produit par les parois sur le pont liquide diffère selon l'amplitude. Le

Le pont passe d'une configuration très étirée, pour une amplitude faible, à une configuration plus compacte au fur et à mesure que les parois se rapprochent.

Cette constatation reste valable pour les deux volumes utilisés quelle que soit la fréquence de vibration.

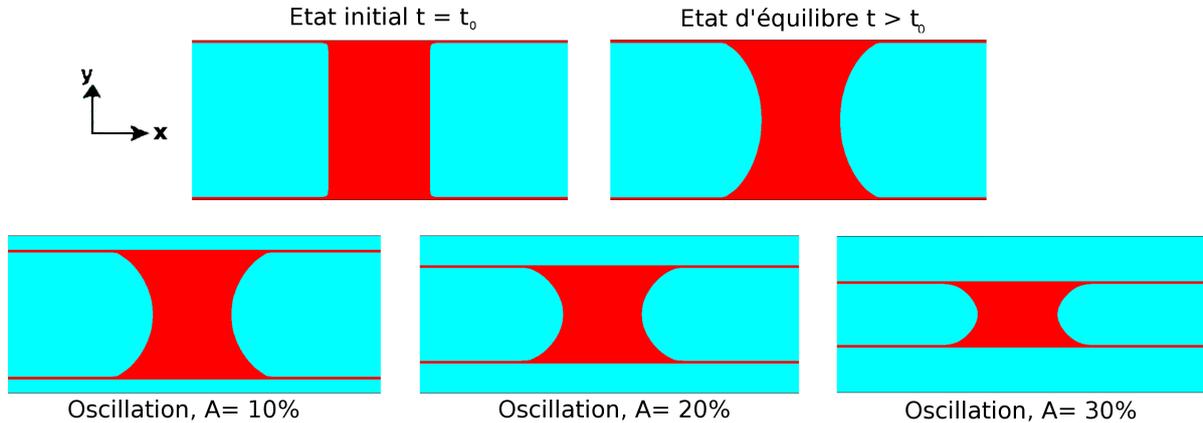


FIGURE 6.15 – Illustration des configurations adoptées par le pont liquide pour diverses amplitudes ($A = 10\%, 20\%, 30\%$, $h = 0,45 \mu\text{m}$, $f = [1 - 10] \text{ kHz}$ et $\Omega = 1.10^{-13} \text{ m}^3$).

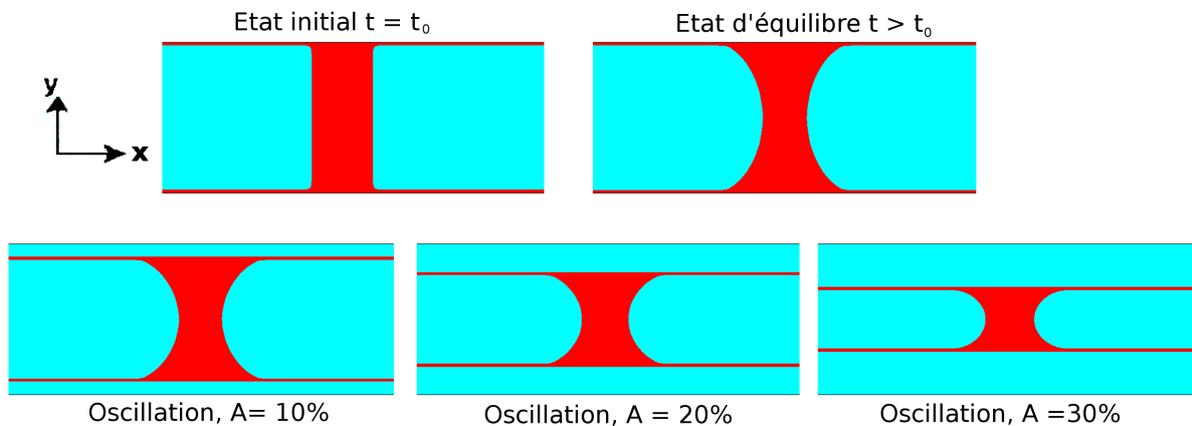


FIGURE 6.16 – Illustration des configurations adoptées par le pont liquide pour diverses amplitudes ($A = 10\%, 20\%, 30\%$, $h = 0,35 \mu\text{m}$, $f = [1 - 10] \text{ kHz}$ et $\Omega = 5.10^{-14} \text{ m}^3$).

De ce fait, le pont liquide défini par ce volume résiste parfaitement aux vibrations induites par les parois, il reste donc stable.

Si le pont liquide est sollicité dans les conditions réelles d'utilisation et pour un volume supérieur au volume associé à la hauteur critique, celui-ci reste stable et assure ainsi son rôle de barrière de protection.

Posons nous la question suivante : est il possible d'affirmer cela pour un pont liquide dont le volume se rapproche dangereusement du volume critique ?

Afin d'y répondre, nous avons envisagé de nous rapprocher le plus possible du volume associé à la hauteur critique déterminée dans la section précédente.

Le but étant toujours la détermination des conditions de stabilité du pont liquide dans une fissure qui oscille.

Pour cela, nous avons choisi un volume initial inférieur au volume précédent ($\Omega = 5.10^{-14} \text{ m}^3$).

Les résultats obtenus sont retranscrits sur la figure (6.17), qui expose les divers comportements adoptés par le pont liquide au cours du temps.

On constate que la stabilité du pont au cours du temps est mise à rude épreuve par les vibrations induites des parois, cela se traduit au final par une rupture du pont liquide.

Cette rupture s'explique probablement par le fait que le volume initial du pont liquide est loin d'être suffisant pour lui permettre de rester accroché aux parois de la fissure lorsque ces dernières oscillent.

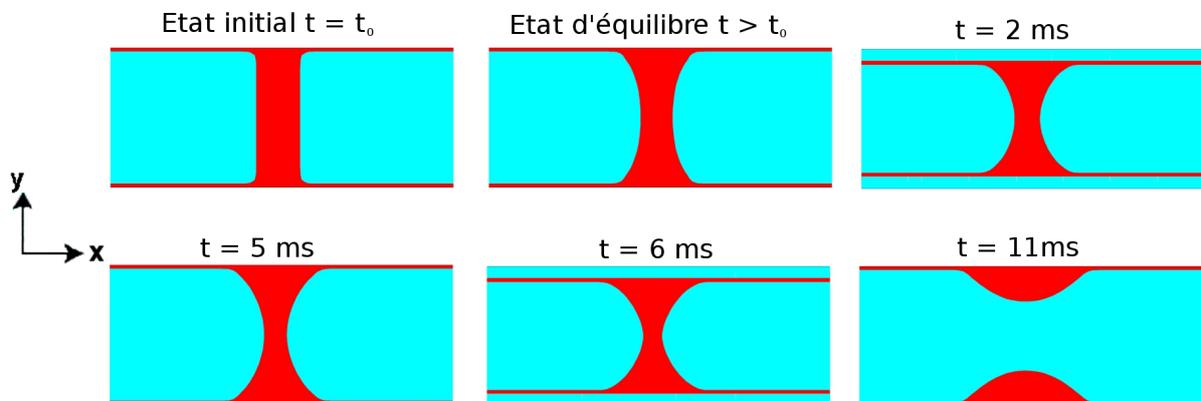


FIGURE 6.17 – Illustration des différentes configurations adoptées par le pont liquide pour ($h = 0,35 \mu\text{m}$, $A = 10\%$, $f = 1 \text{ kHz}$ et $\Omega = 3,5.10^{-14} \text{ m}^3$).

Au final, tant que le pont liquide est sollicité dans les conditions réelles d'utilisation, il n'y a aucune raison pour que le pont liquide n'assure pas son rôle de bouchon protecteur, étant donné qu'il reste stable. Par contre, il est impératif de respecter un certain volume de fluide (plus élevé que le volume critique) pour que le pont liquide puisse protéger durablement le matériau.

Par ailleurs, aucune simulation n'a été entreprise au-delà des conditions imposées par le contexte industriel, de ce fait, pour des fréquences supérieures à 10 kHz où des ampli-

tudes supérieures à 30% de la hauteur, on ne peut affirmer que le pont remplira son rôle protecteur.

À noter que ce phénomène a très peu été étudié aux petites échelles (de l'ordre du micron), ni aux très hautes températures (entre 600 et 1000°C). Il est donc très difficile de statuer quant au comportement réel du pont liquide, sachant que les résultats obtenus par simulation numérique n'ont pas été confrontés à d'autres résultats numériques ou expérimentaux.

Conclusion et perspectives

Les propriétés des matériaux composites à matrice autocicatrisante, répondent à un certain nombre de besoins industriels. En particulier, l'aptitude de la matrice à former un bouchon protecteur au sein d'une fissure, vis-à-vis d'un environnement oxydant, est fondamentale pour la durée de vie du matériau.

Dans ce travail, on a pu montrer que, selon les conditions d'utilisation, le rôle protecteur du bouchon visqueux pouvait, ou non, rester effectif. Après avoir recensé les différents phénomènes physiques influençant le devenir du bouchon protecteur, une étude par simulation numérique a été entreprise.

Cette démarche a nécessité de déterminer des situations géométriques simples mais néanmoins représentatives du problème réel, pour décrire des phénomènes physiques complexes influençant le comportement du bouchon protecteur.

Les phénomènes d'interface et de mouillage, qui interviennent dans la description de la mobilisation d'un pont liquide dans une fissure micrométrique constituent, dans cette approche, des phénomènes relativement importants compte tenu des dimensions du système étudié. L'écoulement étant hydrodynamiquement simple, les nombres adimensionnels du problème notamment le Reynolds sont très faibles.

Dans un premier temps, l'aptitude de l'outil numérique utilisé (Thétis) à prendre en compte les effets de mouillage sur un écoulement a été testée sur un certain nombre de cas issus de la littérature.

La confrontation des résultats de simulations avec les résultats de la littérature a montré que les modèles implantés dans l'outil numérique décrivaient de façon étonnamment précise des problèmes dynamiques de déplacement de la ligne triple.

A partir de cette conclusion, des cas géométriquement simples, représentatifs du problème posé, ont été envisagés.

Ils ont permis de mettre en évidence l'importance relative des effets centrifuges et des effets d'interface et de mouillage sur la mobilisation d'un pont liquide dans une géométrie

bien identifiée.

On a pu montrer, en particulier, que dans une fissure micrométrique ou submicrométrique de géométrie plane limitée par deux plans parallèles, (seuls) les effets capillaires peuvent contrebalancer les effets centrifuges. Or, dans des systèmes ouverts (chaque ouverture de la fissure étant à la pression atmosphérique) les effets capillaires ne jouent un rôle qu'au travers de la différence de courbure des interfaces.

Cette différence de courbure n'apparaît qu'au travers d'effets dynamiques dans notre étude (hystérésis de l'angle de contact, dépôt d'un film mouillant en aval du ménisque de reculée).

Si ces effets sont négligés, une résolution analytique du problème peut être menée moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Le modèle analytique obtenu permet alors de décrire l'évolution d'un pont liquide sous l'action des seules forces centrifuge et de pression. Un temps caractéristique traduisant la durée de vie du pont dans la fissure a aussi été défini.

Ce temps caractéristique constitue un premier paramètre mettant en relief les effets visqueux par rapport aux effets centrifuges.

Il permet aussi, certes de façon grossière, de définir des conditions "acceptables" d'utilisation du matériaux.

Les simulations numériques ont permis, ensuite, de décrire le problème en levant l'ensemble des simplifications imposées précédemment.

Les résultats obtenus donnent des temps caractéristiques cohérents vis à vis de ceux issus du modèle analytique.

Globalement, les résultats obtenus montrent que les temps caractéristiques pour les fluides retenus et le type de pont liquide formé sont compatibles avec l'utilisation envisagée du matériau industriellement.

Dans la suite, les conditions de formation du pont liquide ont été étudiées.

On a pu montrer dans la configuration simple des deux zones réactives placées en vis à vis, que la formation du pont résultait de la compétition entre la vitesse de formation des gouttes du fluide à la surface des zones réactives, et de la vitesse de déplacement des masses fluides sous l'action de la force centrifuge.

Trois configurations ont été identifiées en fonction de la vitesse d'injection et de l'intensité de la force centrifuge. Cependant, pour des effets de l'ordre de grandeur de ceux mis en œuvre dans la réalité, un pont liquide doit se former.

La configuration adoptée par le pont liquide pour les conditions réelles d'utilisations,

semble être la plus pertinente, car elle offre une meilleure protection du matériau contre l'oxydation, étant donné que le pont liquide se propage dans toute la fissure y compris dans le sens opposé à la force centrifuge. Le pouvoir colmatant du pont liquide est très important dans ces conditions là, c'est à dire pour une fissure de $0,1 \mu\text{m}$ d'épaisseur avec une vitesse de rotation de 400 rad/s .

Cependant, pour des conditions opératoires autres que celle imposé par l'industriel, deux configurations différentes peuvent être adoptées par le pont liquide selon l'intensité de la force centrifuge mais aussi de l'épaisseur de la fissure.

La moins contraignante des configurations reste celle obtenue pour une épaisseur de fissure de $1 \mu\text{m}$, car même si des bulles d'air arrivent à pénétrer dans le pont liquide, ce dernier assure quand même un minimum la protection de la fissure. En revanche, lorsque l'épaisseur augmente typiquement à $2 \mu\text{m}$, le pont liquide ne joue plus son rôle de bouchon protecteur, car lors de sa formation il est immédiatement étalé par la force centrifuge relativement importante à 9000 rad/s , et fini par se rompre. En effet lors de son déplacement le pont liquide laisse un film résiduel derrière lui qui provoque son amincissement progressif.

Ce qui est à retenir de ces résultats quant à la protection du matériau, c'est que celle-ci passe par le colmatage total de la fissure et cela dans des conditions industrielles de 400 rad/s et $0,1 \mu\text{m}$ d'épaisseur de fissure, une protection moyenne de la fissure pour des conditions de 6000 à 9000 rad/s pour une fissure de $1 \mu\text{m}$, et une protection quasi nulle lorsque la fissure passe à $2 \mu\text{m}$ d'épaisseur pour 9000 rad/s .

Pour finir, des situations géométriques et physiques plus complexes ont été étudiées. La première est représentée par une fissure formée par deux plans non parallèles (en forme de dièdre) formant un petit angle de quelques degrés.

L'idée principale dans ce cas de figure, est d'évaluer l'intégrité du pont se déplaçant vers la partie large de la fissure. En effet, la forme géométrique du pont liquide étant dépendante de sa position dans la fissure, la rupture du pont sous l'effet d'instabilités est a priori envisageable.

Ce type d'instabilité a été observé uniquement pour des largeurs de pont qui tendent vers zéro.

Ceci donne un critère géométrique de rupture du pont dépendant de la taille du pont et de l'angle dièdre de la fissure.

La seconde variante correspond à la mise en vibration des parois de la fissure qui cherche

à approcher l'état vibratoire de la pièce au sein de la quelle se trouve la fissure. Ce cas a été envisagé pour une fissure formée de deux plans parallèles vibrant en phase ou en opposition de phase. Là encore, des déstabilisations du pont ont été observées en fonction de la fréquence de vibrations.

La rupture du pont liquide pour un certain volume sous l'effet des vibrations est physiquement mal comprise, et une étude approfondie devrait être menée pour permettre de donner une interprétation à ces résultats.

Les perspectives de ce travail seraient d'approfondir l'étude de certains cas comme le dièdre, en faisant varier le volume du pont liquide. Une relation reliant le volume et la hauteur éclaircirait les conditions de rupture du pont par exemple. Aussi, la variation de l'angle dièdre de la fissure pourrait aboutir à une discussion quant à son effet réel sur le pont.

Outre ce cas, l'étude des vibrations de parois pourrait, elle aussi, bénéficier d'une étude plus approfondie, dans le cas où les fréquences et l'amplitude d'oscillation par exemple sont au-delà des conditions industrielles, et cela afin d'observer l'impact des vibrations sur la rupture du pont.

Comme perspective à long terme pour ce travail, il serait intéressant de prendre en compte plus finement certains phénomènes dont nous nous sommes affranchi, car le code de calcul tel qu'il est actuellement ne peut pas les prendre en compte, et notamment la cinétique de formation des verres et les réactions chimiques associées.

Le mouillage réactif lui aussi n'a pas été pris en compte dans ce travail. Très difficile à prendre en compte lors de nos expérimentations (mesure de l'angle de contact), aussi, la littérature offre très peu d'informations concernant ce phénomène pour le fluide et le substrat utilisé dans cette thèse. Ces deux phénomènes ouvrent à eux seuls une nouvelle voie de recherche, certes plus axée sur la chimie de formation du verre, mais qui permettrait de mieux appréhender les enjeux industriels tels que la durée de vie des matériaux utilisés. Le choix de la fissure suggéré pour la suite de ce travail, est bien évidemment, la fissure brisée (en forme d'escalier). Celle-ci est très complexe mais en même temps très représentative de ce qui se passe en pratique, en effet les fissures ne sont pas toujours rectilignes. Donc, c'est tout naturellement qu'il faudrait se diriger vers ce type de fissure, afin de définir les conditions à risque d'une mobilité de la phase liquide au sein du composite.

Bibliographie

- [Ablett, 23] Ablett R., An investigation of the angle of contact between paraffin wax and water, *Phil. Mag.*, 46, 244-256, 1923.
- [Amestoy, 00] Amestoy P., Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 184(2-4), 501-520, 2000.
- [Angot, 89] Angot P., Contribution à l'étude des transferts thermiques dans des systèmes complexes ; application aux composants électroniques, *PhD thesis, Université de Bordeaux 1*, 1989.
- [Aoki, 01] Aoki T., Hatta H., Hitomi T., Fufuda H., Shiota I., SiC/C multi-layered coating contributing to the antioxidation of c/c composites and the suppression of through-thickness cracks in the layer, *Carbon*, 39, 1477-83, 2001.
- [Arquis, 84] Arquis E., Caltagirone J P., Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide - milieu poreux : application à la convection naturelle, *C. R. Acad. Sci. Seri II b*, 299, 1-4, 1984.
- [Aveston, 71] Aveston J., Cooper G., Kelly A., Single and multiple fracture. In The Properties of Fiber Composites, *Conference Proceedings, National Physical Laboratory, Guildford IPC Science and Tech. Press, Surrey, England, 1971*.
- [Bartell, 53] Bartell F., Shepard J., Surface roughness as related to hysteresis of contact angles.ii. the systems paraffin-3 molar calcium chloride solution-air and paraffin-glycerol-air, *Journal of Physical Chemistry*, 57(4), 455-458, 1953.
- [Ben Abdelwahed, 11] Mohamed Amine BEN ABDELWAHED Mecanisme d'impregnation en milieux fibreux : modélisation et application à la mise en oeuvre des matériaux composites à fibres longues, *Thèse de doctorat de l'Université du Havre*. 2011.
- [Bertrand, 98] Bertrand S., Lavaud J.F., ElHadi R., Vignolles G., Pailler R., The thermal gradient-pulse flow CVI process : A new chemical vapor infiltration technique for

- the densification of fibre preforms, *Journal of the European Ceramic Society*, 18(7), 857-70, 1998.
- [Bertrand, 99] Bertrand S., Forio P., Pailler R., Lamon J., Hi-Nicalon/SiCminicomposites with (pyrocarbone/SiC)_n nanoscale multilayered interphases, *Journal of the American Ceramic Society*, 82(9), 2465-73, 1999.
- [Bertrand, 00] Bertrand S., Droillard C., Pailler R., Bourrat X., Naslain R., TEM structure of multilayered interphases in SiC/SiC composites, *Journal of the European Ceramic Society*, 20(1), 1-13, 2000.
- [Biaussier, 04] Biaussier B., Guignard S., Marcer R., Fraunié P., D two phase flows numerical simulations by SL-VOF method, *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 45, 2004.
- [Bico, 00] Bico J., Quéré D., Mécanismes d'imprégnation : Surfaces texturées, Bigouttes, Poreux, 2000
- [Bico, 01] Bico J., Quéré D., Falling slugs, *J. Colloid Interface Sc*, 243, 262-264, 2001.
- [Bico, 02] Bico J., Thiele U., Quéré D., Wetting of textured surfaces, *Colloids and Surfaces Part A : Physiochemical and Engineering Aspects* 206, 2002 : 41-46, 2002.
- [Blake, 69] Blake T.D., Haynes J.M., Kinetics of liquid/liquid displacement, *J. Coll. Int. Sci.*, 30, 421-423, 1969.
- [Blake, 93] Blake T.D., Dynamic contact angles and wetting kinetics, Wettability, *Ed. J.C. Berg (Marcel Dekker, New York)*, 251-309, 1993.
- [Blake, 97] Blake T.D., Ruschak K.J., Wetting : static and dynamic contact lines, Liquid Film Coating - Scientific Principles and their Applications, *Éd. Kistler S.F., Schweitzer P.M., Chapman, Hall*, 63-97, 1997.
- [Blake, 06] Blake T.D., The physics of moving wetting lines, *Journal of Colloid and Interface Science*, 299, 1-13, 2006.
- [Bonometti, 07] Bonometti T., Magnaudet J., An interface-capturing method for incompressible two-phase flows. validation and application to bubble dynamics, *International Journal of Multiphase Flow*, 33(2), 109-133, 2007.
- [Bouillon, 00] Bouillon E., Abbe F., Mechanical and thermal properties of a self-healing matrix composite and determination of the life time duration, *Ceramic engineering and Sciences proceedings* 21, 3, 2000.
- [Brackbill, 92] Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C., A continuum method for modeling surface tension, *Journal of Computational Physics*, 100(2), 335-354, 1992.
- [Breil, 01] Breil J., Caltagirone J.-P., Three dimensional computer simulation of mould filling with n fluids by vof plic and projection methods, *ICCFD*, 743-748, 2001.

-
- [Bretherton, 61] Bretherton F., The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.*, 10, 166, 1961.
- [Carrère, 96] Carrère P., Comportement thermomécanique d'un composite de type SiC/SiC, *Thèse de Doctorat, n°1592, Université Bordeaux I, 1996*
- [Carrère, 00] Carrère N., Martin E., Lamon J., The influence of the interphase and associated interfaces on the deflection of matrix cracks in ceramic matrix composites, *Composites Part A*, 31, 1179–1190, 2000.
- [CF6, 70] CF6 High Bypass Turbofan, *Ohio, General Electric Aircraft Engine Group, 1970.*
- [Cox, 86] Cox R.G., The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1 : Viscous flows, *J. Fluid Mech.*, 168, 169-194, 1986.
- [Chandra, 91] Chandra S., Avedisian C.T., On the collision of a droplet with a solid surface, *Proc. R. Soc. London, vol. A 432(13)*, 2771-2789, 1991.
- [Choury, 89] Choury J.J., Thermostructural composite materials in aeronautics and space applications, *Proceedings Of GIFAS Aeronautical and Space conference, Bangalore, Delhi, India, 1-18, 1989.*
- [Chollon, 95] Chollon G., Pailler R., Naslain R., Olry P., Structure, composition and mechanical behavior at high temperature of the oxygen-free hi-nicalon fiber, *Ceram. Trans*, 58, 299-04, 1995.
- [Christin, 77] Christin F., Naslain R., Hagenmuller P., Choury J.J., Pièce poreuse carbonée densifiée in-situ par dépôt chimique en phase vapeur de matériaux réfractaires autres que le carbone et procédé de fabrication, *brevet français, 77/26979, 1977.*
- [Christin, 02] Christin F., Design, fabrication and application of thermostructural composites (TSC) like C/C, C/SiC and SiC/SiC composites, *Advanced Engineering Materials*, vol. 4(12), 903–12, 2002.
- [Christin, 05] Christin F., A global approach to fiber nD architectures and self-sealing matrices : from research to production, *International Journal of Applied Ceramic Technology*, vol. 2(2), 97–104, 2005.
- [De Gennes, 79] De Gennes P.-G., Ecoulements viscométriques de polymères enchevêtrés, *C. R. Acad.Sci.*, 288 (IIb),1979.
- [De Gennes, 85] De Gennes P.-G., Wetting : statics and dynamics, *Reviews of Modern Physics*, 57(3), 827-862, 1985.
- [De Gennes, 86] De Gennes P.-G ., Deposition of Langmuir-Blodgett layers, *Colloid Polymer Sci.*, 264, 463-465, 1986.

- [De Gennes, 90] De Gennes P.-G., Hua X., Levinson P., Dynamics of wetting : local contact angles, *J. Fluid Mech.*, 212, 55-63, 1990.
- [De Gennes, 02] De Gennes P.-G., Brochart-Wyart F., Quéré D. Gouttes, bulles, perles et ondes, *Éd. Belin, Collection Échelles*, 2002.
- [Drean, 10] Drean V., Ricchiuto M., Vignolles G. Two-dimensional oxydation modelling of MAC composite materials : part II *Rapport de recherche n° 7418, INRIA, 2010.*
- [Drelich, 96] Drelich J., Miller J.D., Good R.J., The effect of drop (bubble) size on advancing and receding contact angles for heterogeneous and rough solid surfaces as observed with sessile-drop and captive-bubble techniques, *Journal of Colloid and Interface Science*, 179 (1), 37-50, 1996.
- [Dussan, 79] Dussan E.-B., On the spreading of liquids on solid surfaces : Static and dynamic contact lines, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11(1), 371-400, 1979.
- [Dupel, 93] Dupel P., CVD/CVI pulsée du pyrocarbone - Application aux matériaux composites thermostrostructuraux, *Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1993.*
- [Dupont, 10] Jean-Baptiste Dupont, Dominique Legendre Numerical simulation of static and sliding drop with contact angle hysteresis, *Journal of Computational Physics* 229, 2453-2478, 2010.
- [Eggers, 97] Eggers J., Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows, *Rev. Mod. Phys.*, 69(3), 865-929, 1997.
- [Eggers, 04a] Eggers J., Hydrodynamic theory of forced dewetting, *Phys. Rev. Lett.*, 93, 094502, 2004a.
- [Eggers, 04b] Eggers J., Towards a description of contact line motion at higher capillary numbers, *Phys. Fluids*, 16, 3491-3494, 2004b.
- [Extrand, 98] Extrand C.W. A thermodynamic model for contact angle hysteresis, *Journal of Colloid and Interface Science*, 207 (1), 11-19, 1998.
- [Extrand, 04] Extrand C.W. Contact angles and their hysteresis as a measure of liquid-solid adhesion, *Langmuir*, 20 (10), 4017-21, 2004.
- [Fantozzi, 01] Fantozzi G., Reynaud P., Rouby D., Thermomechanical behaviour of long fibres ceramic-ceramic composites, *Silicates industriels*,(9-10), 109-119, 2001.
- [Fergus, 95] Fergus J., Worrel W., Silicon-carbide/boroncontaining coatings for the oxydation protection of graphite, *Carbon*, 33, 537-543, 1995.
- [Forio, 97] Forio P., Influence de l'endommagement sur le comportement thermomécanique d'un composite C/SiC, *Rapport interne au L.C.T.S., ref. 97-PF/2, 1997*

-
- [Forio, 00] Forio P., Comportement thermomécanique et durée de vie d'un composite SiC/SiC à matrice séquencée et autocatrisante, *Thèse de doctorat, n° 2171, Université de Bordeaux 1, 2000.*
- [Fujimoto, 07] Tong A.Y., Fujimoto H., Shiotani Y., Three dimensional numerical analysis of the deformation behavior of droplets impinging a solid substrate, *International Journal of Multiphase Flow*, 33, 317–332, 2007.
- [Fukai, 95] Fukai J., Shiiba Y., Yamamoto T., Miyatake O., Wetting effects on the spreading of a liquid droplet colliding with a flat surface : Experiment and modeling, *Phys. Fluids*, 1995, vol 7(2), 236-247
- [Garitte, 07] Garitte E., Etude de l'oxydation/corrosion des composites céramiques", Thèse de doctorat, Université Bordeaux1, n° 3484, 2007.
- [Gibou, 05] Gibou F., Fedkiw R., A fourth order accurate discretization for the laplace and heat equations on arbitrary domains, with applications to the stefan problem, *Journal of Computational Physics*, 202(2), 577–601, 2005.
- [Golestanian, 03] Golestanian R., Raphael E., Roughening transition in a moving contact line, *Phys. Rev. E*, 67, 031603-1-14, 2003.
- [Goujard, 90] Goujard S., Vandenbulcke L., Rey J., Chauet J.L., Tawil H., Matériaux composites protégés contre la corrosion et procédé pour son élaboration, *Brevet francais N°9013323, EP 483009, US 5246736, 1990.*
- [Goujard, 95] Goujard S., Charvet J.L., Leluan J.L., Abbé F., Lamazouade G., Matériaux composite protégé contre l'oxydation par une matrice autocatrisante et son procédé de fabrication, *Brevet francais N° 95 03606, 1995.*
- [Guillaumat, 99] Guillaumat L., Lamon J., Comportement mécanique et endommagement de composites 2d sic/sic, *Revue des Composites et Matériaux avancés*, 9, 183–203, 1999.
- [Guillaument, 10] Guillaument R., Modélisation des problèmes de lubrification et d'écoulements polyphasiques dans un procédé de laminage, *PhD thesis, Université de Bordeaux spécialité mécanique, 2010.*
- [Guo, 99] Guo Q., Song J., Liu L., Zhang B., Relationship between oxidation resistance and structure of b4c-sic/c composites with self-healing properties, *Carbon*, 37, 33–44, 1999.
- [Gustafsson, 78] Gustafsson I., On first and second order Symmetric factorization methods for the solution of elliptic difference equations, *Technical report, Chalmers University of Technology, 1978.*

- [Guyon, 01] Guyon E., Hulin J.-P., Petit L. Hydrodynamique physique, Nouvelle édition revue et augmentée, *Éd. CNRS, EDP Sciences, Collection Savoirs actuels, Paris, 2001.*
- [Gylette, 72] Gylette R.D., Dyson D.C., Stability of axisymmetric liquid-fluid interfaces towards general disturbances, *Chem. Eng., 3, 196-199, 1972.*
- [Hardy, 77] Hardy S.C, Coriell S.R, Cordes M.R., Stability of liquid zones, *J. Colloid Interface Sci., 60(1), 126-136, 1977.*
- [Haynes, 70] Haynes J.M., Stability of a fluid cylinder, *J. Colloid Interface Sci., 32(4), 652-654, 1970.*
- [Healy, 01] Healy W.M., Hartley J.G., Abdel-Khalik S.I., Surface wetting effects on the spreading of liquid droplets impacting on a solid surface at low Weber numbers, *INT. J. Heat Mass Trans.. vol. 44, 235-240, 2001.*
- [Heurtevent, 96] Heurtevent F., Matériaux multicouches nanoséquencés - Application en tant qu'interphases dans des composites thermostrostructuraux, *Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1996.*
- [Héraud, 81] Héraud L., Christin F., Naslain R., Hagenmuller P., Properties and applications of oxidation resistant composite materials obtained by SiC-infiltration, *Proc. 8th Int. Conf. CVD, J.M. Blocher et al., eds., The Electrochem. Soc., Pennington, 782, 1981.*
- [Hocking, 90] Hocking L.M., *J. Fluid Mech., 211, 392, 1990.*
- [Hoffman, 75] Hoffman R.L., A study of the advancing interface : I. Interface shape in liquid-gas systems, *Journal of Colloid and Interface Science 50, 228-241, 1975.*
- [Huh, 71] Huh C., Scriven L.E., Hydrodynamic model of steady movement of a solid/liquid/fluid contact line, *J. Coll. Int. Sc., 35 (1), 85-101, 1971.*
- [Huppert, 82] Huppert H.E., *Nature, 300, 427, 1982.*
- [Hyppia, 48] Hyppia J., *Anal. Chem. 20, 1039. 1948.*
- [Ichikawa, 95] Ichikawa H., Okamura K., Seguchi T., Oxygen-free ceramic fibers from organosilicon precursors and E-beam curing, *Ceramic Transactions 58, 65-74, 1995.*
- [Johnson, 64] Johnson R.E, Dettre R.H, Contact Angle, in Wettability and Adhesion, *Adv. Chem. Ser 43, 112, 1964.*
- [Joanny, 84] Joanny J.F., De Gennes P.-G., A model for contact angle hysteresis, *J. Chem. Phys., 81 (1), 552-562, 1984.*

-
- [Kataoka, 86] Kataoka I., Local instant formulation of two-phase flow, *International Journal of Multiphase Flow*, 12(5), 745–758, 1986.
- [Khadra, 94] Khadra K., Méthodes adaptatives de raffinement local multigrille, applications aux équations de Navier-Stokes et de l'énergie, *PhD thesis, Université de Bordeaux 1*, 1994.
- [Khadra, 00] Khadra K., Angot P., Parneix S., Caltagirone J.-P., Fictitious domain approach for numerical modelling of Navier-Stokes equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 34(8), 651–684, 2000.
- [Kistler, 97] Kistler S.F., Schwetzer P.M., Liquid film coating – Scientific principles and their technological implications, *Ed. Chapman, Hall*, 1997.
- [Krenkel, 02] Krenkel W., Heidenreich B., Renz R., C/C-SiC composites for advanced friction systems, *Advanced Engineering Materials*, vol. 4(7), 427–36, 2002.
- [Lacroix, 02] Lacroix C., Leguillon D., Martin E., The influence of an interphase on the deflection of a matrix crack in a ceramic-matrix composite, *Composites science and technology*, 62(4), 519–523, 2002.
- [Ladvèze, 95] Ladvèze P., Modeling and simulation of the mechanical behavior of CMCs, *In High-Temperature Ceramic-Matrix Composites I (TH-CMC-1)*, 1995.
- [Ladevèze, 10] Ladevèze P., Passieux J.-C., Néron D., The latin multiscale computational method and the proper generalized decomposition, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21-22), 1287 – 1296, 2010.
- [Lafaurie, 94] Lafaurie B., Nardone C., Scardovelli R., Zaleski S., Zanetti G., Modeling merging and fragmentation in multiphase flows with surfer, *Journal of Computational Physics*, 113, 134–147, 1994.
- [Lamouroux, 99] Lamouroux F., Bertrand S., Pailler R., Naslain R., Cataldi M., "Oxidation resistant carbon-fiber-reinforced ceramic matrix composites, *Composites Sciences and Technology*, vol. 59, 1073-1085, 1999.
- [Lamouroux, 94] Lamouroux F., Camus G., Oxidation effects on the mechanical properties of 2D woven C/SiC composites, *Journal of the European Ceramic Society* 14, no. 2, 177-188, 1994.
- [Lamon, 01] Lamon J., A micromechanics-based approach to the mechanical behavior of brittle-matrix composites, *Composites science and technology*, 61(15), 2259–2272, 2001.
- [Landau, 94] Landau L., Lifchitz E., Mécanique des fluides, *Ellipses*, 1994.

- [Legendre, 07] Legendre D., Dupont J.-B., Morgante A.-M., Simulation numérique de l'hystéresis du mouillage d'une goutte sur une paroi, *18ème Congrès Français de Mécanique (Grenoble), AFM, 2007.*
- [Lelah, 81] Lelah M., Marmur A., *J Colloid Interface Sci.* 82, 518. 1981.
- [Letombe, 05] Letombe S., Modélisation du couplage oxydation/ endommagement dans les composites à matrice céramique, *Thèse de doctorat, ENS-Cachan, 2005.*
- [Lopez, 05] Lopez J., Hernandez J., Gomez P., Faura F., An improved PLIC-VOF method for tracking thin fluid structures in incompressible two-phase flows, *J. Comp. Phy.* 208, 51–74, 2005.
- [Manservigi, 09] Manservigi S., Scardovelli R., A variational approach to the contact angle dynamics of spreading droplets, *Computers and Fluids*, 38(2), 406–424, 2009.
- [Mason, 70] Mason G., An experimental determination of the stable length of cylindrical liquid bubbles, *J. Colloid Interface Sci.*, 32(1), 172–176, 1970.
- [Martin, 02] Martin E., Leguillon D., Lacroix C., An energy criterion for the initiation of interface failure ahead of a matrix crack in brittle matrix composites, *Composite Interfaces*, 9(2), 143–156, 2002.
- [Mei, 06] Mei H., Cheng L.F., Zhang L.T., Damage mechanisms of C/SiC composites subjected to constant load and thermal cycling in oxidizing atmosphere, *Scripta Materialia*, vol. 54 (2), 163–68, 2006.
- [Moyle, 99] Moyle D.T, Chen M.-S., Homsy G.M., *Int. J. Multiphase Flow*, 25, 1243, 1999.
- [Naslain, 95] Naslain R., The concept of layered interphases in SiC/SiC, *Ceram.Trans.* 58, 23-39, 1995.
- [Naslain, 98] Naslain R., The design of the fibre-matrix interfacial zone in ceramic matrix composites, *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 29, no. 9-10, 489–96, 1998.
- [Naslain, 04] Naslain R., Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors : an overview, *Composites Science and Technology*, vol. 64(2), 155–70, 2004.
- [Naslain, 06] Naslain R., Langlais F., Vignoles G., Pailler R., The CVI-process : State of the art and perspective, *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 27, 373-86, 2006.
- [Neumann, 79] Neumann A., Good R., Techniques of Measuring Contact Angles, *Experimental Methods in Surface and Colloid Science*, 11, 1979.

-
- [Northwest Airlink] Northwest Airlink 3701, Core Lock à 41000 pieds, <http://www.securiteaerienne.com/node/171>
- [Oliver, 80] Oliver J. P., Hu, C., Mason S. G., An experimental study of some effects of solid surface roughness on wetting, *Colloids and Surfaces*, 1 (1), 79–104, 1980.
- [Opila, 97] Opila E., Hann JR R., Paralineer oxidation of cvd sic in water vapor, *Journal of the American Ceramic Society*, 80(1), 197–205, 1997.
- [Osher, 88] Osher S., Sethian J.-A., Front propagating with curvature-dependent speed : algorithms based on hmilton-jacobi fomulations, *Journal of Computational Physics*, 79, 12–49, 1988.
- [Pasandideh-Fard, 96] Pasandideh-Fard M., Qiao Y.M., Chandra S., Mostaghimi M., Capillary effects during droplet impact on a solide surface, *Phys. Fluids*, 8(3), 650–659. 1996.
- [Patankar, 80] Patankar S., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. *Hemisphere Pub. Corp.*, 1980.
- [Pasquier, 97] Pasquier S., Comportement thermomécanique d'un composite de type SiC/SiC à interphase séquencée, effet de l'environnement, *Thèse de doctorat, Université Bordeaux1*, no 1727, 1997.
- [Petrov, 92] Petrov P.G., Petrov J.G., A combined molecular-hydrodynamic approach to wetting kinetics, *Langmuir*, 8, 1762–1767, 1992.
- [Pianet, 10] Pianet G., Vincent S., Leboi J., Caltagirone J.-P., Anderhuber M., compressible gas bubbles with a smooth volume tracking 1-fluid method, *Journal of Multiphase Flow*, 36, 273–283, 2010.
- [Plateau, 1873] Plateau J., Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires, *Gauthier Villars, Paris*, 1873.
- [Pomeau, 00] Pomeau Y., Représentation de la ligne de contact mobile dans les équations de la mécanique des fluides, *C. R. Acad. Sci., Mécanique des fluides*, 328 (IIb), 411–416, 2000.
- [Popinet, 09] Popinet S., An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows, *Journal of Computational Physics*, 228, 5838–5866, 2009.
- [Pratt] Pratt and Whitney PW1100G Geared Turbofan Engine The Flying Engineer. Technically and Operationally Commercial Aviation, <http://theflyingengineer.com/flightdeck/pw1100g-gtf/>
- [Rayleigh, 45] Rayleigh J.W.S., The theory of sound, *Dover, New York*, 1945.

- [Rebillat, 98] Rebillat F., Lamon J., Naslain R., Properties of multilayered interphases in SiC/SiC chemical-vapro-infiltrated composites with « weak » and « strong » interphases, *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 81 (9), 2315–26, 1998.
- [Rebillat, 00] Rebillat F., Lamon J., Guette A., The concept of a strong interface applied to sic/sic composites with bn interphase, *Acta Materialia*, 48, 4609–4618, 2000.
- [Rider, 95] Rider W., Kothe D., Stretching and tearing interface tracking methods, AIAA, *12th AIAA CFC conference*, 95–1717, 1995.
- [Rio, 05] Rio E., Daerr A., Andreotti B., Limat L., Boundary conditions in the vicinity of a dynamic contact line : experimental investigation of viscous drops sliding down an inclined plane, *Phys. Rev. Lett.*, 94, 0245031-4, 2005.
- [Roisman, 08] Roisman I.V., Opfer L., Tropea C., Raessi M., Mostaghimi J., Chandra S., Drop impact onto a dry surface : Role of the dynamic contact angle, *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 322(1-3), 183–191, 2008.
- [Rolls-Royce, 86] Rolls-Royce plc The jet engine. *Fifth edition. Reprinted 1996 with revisions*, 1986.
- [Ruijters, 99] Ruijters M.J., Blake T.D., De Coninck J., Dynamic wetting studied by molecular modeling simulations of drop spreading, *Langmuir*, 15, 7836-7847, 1999.
- [Safran, 09] Safran., Safran magazine, Fevrier, 8-09, 2009.
- [Sabouret, 96] Sabouret E., Composites à matrice Nitrure de Silicium et fibres de carbone : Elaboration, comportement mécanique, *PhD Thesis, University of Limoges-France*, 1996.
- [Saul'ev, 63] Saul'ev V.K., On the solution of some boundary value problems on high performance computers by fictitious domain method, *Siberian Math. Journal*, 4, 912–925, 1963.
- [Scardovelli, 99] Scardovelli R., Zaleski S., Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 31(1), 567–603, 1999.
- [Schonfeld, 09] Schonfeld F., Hardt S., Dynamic contact angles in CFD simulations, *Computers and Fluids*, 38(4), 757–764, 2009.
- [Sethian, 96] Sethian J., Level Set methods and fast marching methods, *Cambridge University Press*, 1996.
- [Shin, 02] Shin S., Juric D., Modeling Three-Dimensional multiphase flow using a level contour reconstruction method for front tracking without connectivity, *Journal of Computational Physics*, 180(2), 427–470, 2002.

-
- [Siron, 96] Siron O., Approche micro-macro du comportement micro-macro du comportement mécanique et de la rupture d'un composite carbone-carbone à architecture fibreuse multidirectionnelle, *Thèse de doctorat n°1498, Université de Bordeaux I, 1996.*
- [Snoeijer, 06] Snoeijer J.H., Free surface flows with large slopes : beyond lubrication theory, *Phys. Fluids*, 18, 021701, 2006.
- [Spelt, 10] Spelt P.D.M., A level-set approach for simulations of flows with multiple moving contact lines with hysteresis, *Journal of Computational Physics*, 207, 385–404, 2005.
- [Sussman, 97] Sussman M., Smereka P., Axisymmetric free boundary problems, *J. Fluid Mech.*, 341, 269–294, 1997.
- [Tanner, 79] Tanner H., The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces, *J. Phys. D : Appl. Phys*, 12, 1473–1484, 1979.
- [Tong, 07] Tong C., Cheng L., Yin X., Zhang L., Xu Y., Oxidation behavior of 2d c/sic composite modified by sib4 particles in inter-bundle pores, *Composites Science and Technology*, 2007.
- [Toutant, 07] Toutant A., Lubin P., Sagaut P., Numerical simulation of phase separation and a priori two-phase les filtering, *Computers and Fluids*, 2007.
- [Trontin, 08] Trontin P., Vincent S., Estivalezes J.-L., Caltagirone J.-P., Detailed comparisons of front-capturing methods for turbulent two-phase flow simulations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 56, 1543–1549, 2008.
- [Tryggvason, 00] Tryggvason G., Bunner B., Esmaeel, A., Juriv D., Al-Rawahi N., Tauber W., Han J., Nas J., Jan Y.-J., A front-tracking method for the computations of multiphase flow, *J. Comp. Phy.* 169, 708–759, 2000.
- [Unverdi, 92] Unverdi S., Tryggvason G., A front tracking method for viscous incompressible multi-fluid flows, *J. Comp. Phy.* 100, 25–37, 1992.
- [Van Der Vorst, 92] Van Der Vorst H.A., Bi-CGSTAB : a fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of non-symmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, (13), 631–644, 1992.
- [Veretennikov, 98] Veretennikov I., Indeikina A., Chang H.C., *J. Fluid. Mech.*, 373, 81, 1998.
- [Vincent, 99] Vincent S., Caltagirone J.-P., Efficient solving method for unsteady incompressible interfacial flow problems, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30(6), 795–811, 1999.

- [Vincent, 00] Vincent S., Caltagirone J.-P., One cell local multigrid method for solving unsteady incompressible multi-phase flows, *Journal of Computational Physics*, (163), 172–215, 2000.
- [Vincent, 04] Vincent S., Caltagirone J.-P., Lubin P., Randrianarivelo T.N., An adaptive augmented lagrangian method for three-dimensional multimaterial flows, *Computers and Fluids*, 33(10), 1273–1289, 2004.
- [Vincent, 10] Vincent S., Sarthou A., Caltagirone J.-P., Sonilhac F., Février P., Mignot C., Pianet G., Augmented lagrangian and penalty methods for the simulation of two phase flows interacting with moving solids. application to hydroplaning flows interacting with real tire tread patterns, *Journal of Computational Physics*, 2010
- [Viricelle, 01] Viricelle J.P., Goursat P., Bahloul-Hourlier D., Oxydation behavior of a multilayered ceramic-matrix composites (SiC)f/C/(SiBC)m, *Comp. Sci. Tech.*, 61, 607-614, 2001.
- [Vizika, 92] Vizika O., Saville D.A., The electrodynamic deformation of drops suspended in liquids in steady and oscillatory electric fields, *J. Fluid Mech.*, 239, 1–21, 1992.
- [Voinov, 76] Voinov O.V., Hydrodynamics of wetting, *Fluid Dyn.*, 11, 714-721, 1976.
- [Vollmer, 10] Vollmer D., Hybrid raspberry-like particles for superhydrophobic surfaces, Nuremberg, Germany. *World Congress on Particle Technology.(Ed.)*, 2010.
- [Wang, 09] Wang G., Rothmayer A.P., Thin water films driven by air shear stress through roughness, *Computers and Fluids*, 38(2), 235–246, 2009.
- [Werry, 08] Werry S., Etude de la réaction de composites à matrice céramique à haute température, *Thèse de doctorat, Université de Perpignan*, 2008.
- [Whymana, 08] Whymana G., Bormashenko E., Stein T., The rigorous derivation of young, cassie-baxter and wenzel equations and the analysis of the contact angle hysteresis phenomenon, *Chemical Physics Letters*, 450 (4-6), 355–359, 2008.
- [Youngs, 82] Youngs D.L., Morton K.W., Baines M.J., Time-dependent multimaterial flow with large fluid distortion. Numerical Methods for Fluid Dynamics, *Academic Press, New-York*, 1982.

Annexe A

Validation du terme centrifuge

Validation du terme centrifuge : calcul du profil d'une surface libre dans une enceinte en rotation en régime stationnaire

La prise en compte de l'effet centrifuge dans la résolution des équations de Navier-Stokes, a nécessité son implémentation dans le code de calcul utilisé (Thétis), ainsi que sa validation sur un cas simple.

Pour ce faire, nous avons comparé les résultats de la simulation du profil de la surface d'un liquide dans une enceinte en rotation aux résultats théorique dans le cas stationnaire (figure (C.1)).

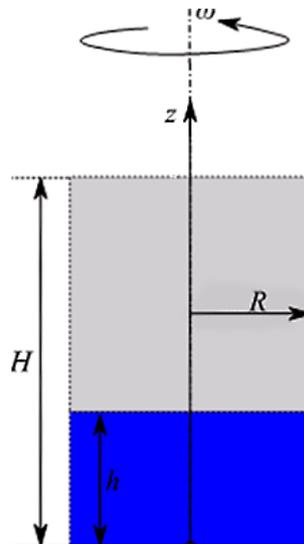


FIGURE A.1 – configuration géométrique de l'enceinte en régime stationnaire.

Statique des fluides :

$$-\vec{\nabla}p + \rho r\omega^2\vec{e}_r + \rho\vec{g} = \vec{0} \quad (\text{A.1})$$

En projetant sur les directions verticale et radiale on obtient :

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \omega^2 = 0 \quad (\text{A.3})$$

L'intégration de (A.2) donne :

$$p = -\rho g z + F(r) \quad (\text{A.4})$$

et celle de (A.3)

$$p = \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2 + G(z) \quad (\text{A.5})$$

Les équations (A.4) et (A.5) montrent que le champ de pression peut se mettre sous la forme :

$$p = \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2 - \rho g z + C \quad (\text{A.6})$$

La surface libre est une isobare (la valeur de la pression y est partout égale à p_0).

Les isobares sont des paraboloides de révolution définis par :

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r \omega^2}{g} \quad (\text{A.7})$$

ou encore :

$$Z(r) = \begin{cases} \frac{\omega^2}{2g} r^2 + K & \text{si } < H \\ H & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

où K est une constante qui dépend de la valeur de ω . Pour trouver la valeur de K (A.8), on utilise le volume initial (de forme cylindrique (voir Figure)) du fluide qui s'écrit :

$$V_0 = \pi R^2 h \quad (\text{A.9})$$

où R est le rayon de la centrifugeuse et h la hauteur de fluide initiale avant rotation (??). En régime stationnaire, le volume du fluide dans le paraboloides de révolution, défini par l'équation (A.9), est donné par :

$$\int_{r_{min}}^{r_{max}} 2\pi r \left(\frac{\omega^2}{2g} r^2 + K \right) dr + \pi h (R^2 - r_{max}^2) = V_0 \quad (\text{A.10})$$

Après intégration, on obtient :

$$V_0 = 2\pi (r_{max}^2 - r_{min}^2) \left[\frac{\omega^2}{8g} (r_{max}^2 + r_{min}^2) + \frac{K}{2} \right] + \pi h (R^2 - r_{max}^2) \quad (\text{A.11})$$

Si la vitesse de rotation augmente à partir de la configuration de base, deux situations opposées, et qui dépendent de la géométrie du bol et du volume de fluide dans le bol, se présentent à nous. Dans la première, la base du parabolôïde atteint le fond du bol avant que la partie supérieure de l'interface n'atteigne le sommet du bol. Dans la seconde, c'est l'inverse qui se produit (voir figure).

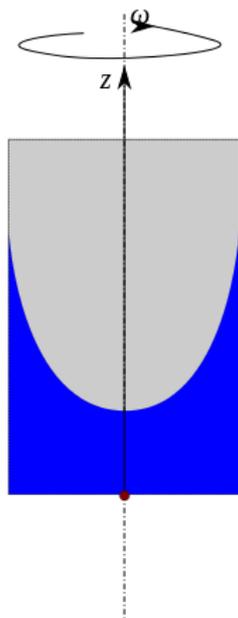


FIGURE A.2 – configuration de base.

Dans la configuration de base, le rayon maximum est égal au rayon du bol et le rayon minimum est égal à 0. Il vient alors :

$$V = 2\pi R^2 \left[\frac{\omega^2}{8g} R^2 + \frac{K}{2} \right] = \pi h R^2 \quad (\text{A.12})$$

d'où :

$$K = h - \frac{R^2 \omega^2}{4g} \quad (\text{A.13})$$

On note la vitesse de rotation limite à l'équilibre, où la base du parabolôïde atteint le fond du bol, par ω_{c_1} , qu'on détermine en prenant $K = 0$ (K correspond à l'abscisse de la base du parabolôïde). On obtient alors :

$$\omega_{c_1} = \sqrt{\frac{4gh}{R^2}} \quad (\text{A.14})$$

On note la vitesse de rotation limite à l'équilibre, où la partie supérieure de l'interface atteint le sommet du bol à partir de la configuration de base, par ω_{c_2} , qui est la valeur pour laquelle $r_{max}^2 = R^2$ dans l'expression de $r_{max}^2 = 2g/\omega^2(H - K)$. On obtient alors :

$$\omega_{c_2} = \sqrt{\frac{4g(H-h)}{R^2}} \quad (\text{A.15})$$

Si $\omega_{c_1} < \omega_{c_2}$, *i.e.* la vitesse de rotation augmente, la configuration de l'interface suivra le déroulement indiqué dans la Figure (A.3), sinon celui indiqué dans la Figure 3.

A noter que si $\omega_{c_1} < \omega_{c_2}$, il faut que $h < H - h$.

Si $\omega < \min(\omega_{c_1}, \omega_{c_2})$, le fluide est dans la configuration de base, et l'équation décrivant l'interface est donnée :

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right) + h \quad (\text{A.16})$$

Dans le cas 1 ($h < H - h$), si la vitesse de rotation est comprise entre ω_{c_1} et ω'_{c_1} , intervalle dans lequel le sommet du paraboloïde atteint le sommet du bol, le rayon maximum est R et le rayon minimum est compris entre 0 et R . On a alors :

$$V = 2\pi(R^2 - r_{min}^2) \left[\frac{\omega^2}{8g} \left(R^2 - r_{min}^2 \right) + \frac{k}{2} \right] = \pi h R^2 \quad (\text{A.17})$$

Sachant que dans ce cas :

$$r_{min}^2 = -K \frac{2g}{\omega^2} \quad (\text{A.18})$$

on obtient alors :

$$2 \left(R^2 + K \frac{2g}{\omega^2} \right) \left[\frac{\omega^2}{8g} \left(R^2 - K \frac{2g}{\omega^2} \right) + \frac{k}{2} \right] = h R^2 \quad (\text{A.19})$$

La résolution de l'équation précédente permet de trouver l'expression de K :

$$K = -\frac{R^2 \omega^2}{2g} + R \omega \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (\text{A.20})$$

Alors, la valeur de ω pour laquelle l'équilibre correspond à un paraboloïde dont la partie supérieure coïncide avec le sommet du bol peut être déterminée et sera notée ω'_{c_1} :

$$\omega'_{c_1} = \frac{H}{R} \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (\text{A.21})$$

En résumé si $\omega_{c_1} < \omega < \omega'_{c_1}$:

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} (r^2 - R^2) + R\omega \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (\text{A.22})$$

Dans le cas 2 ($h > H - h$), si la vitesse de rotation est comprise entre ω_{c_2} et ω'_{c_2} , vitesse pour laquelle la base du paraboloidé atteint le fond du bol, le rayon maximum est r_{max} (compris entre 0 et R) et le rayon minimum est nul. On a alors :

$$V = 2\pi r_{max}^2 \left[\frac{\omega^2}{8g} r_{max}^2 + \frac{k}{2} \right] + \pi H (R^2 - r_{max}^2) = \pi H R^2 \quad (\text{A.23})$$

La résolution de l'équation précédente donne :

$$K = H - \sqrt{\frac{R^2 \omega^2 (H - h)}{g}} \quad (\text{A.24})$$

ω'_{c_2} est déterminée, en prenant $K = 0$ où K représente l'ordonnée de la base du paraboloidé. On obtient :

$$\omega'_{c_2} = \sqrt{\frac{gH^2}{R^2(H - h)}} \quad (\text{A.25})$$

En résumé si $\omega_{c_2} < \omega < \omega'_{c_2}$:

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + H - \sqrt{\frac{\omega^2 R^2 (H - h)}{g}} \quad (\text{A.26})$$

Dans les cas 1 et 2 lorsque, $\omega_{c_1} > \omega'_{c_1}$ et/ou $\omega_{c_2} > \omega'_{c_2}$, le rayon maximum est égal à $r_{max} < R$ et le minimum est égal à $r_{min} > 0$.

$$K = \frac{1}{2} \left[H - \frac{R^2 \omega^2}{g} \left(1 - \frac{h}{H} \right) \right] \quad (\text{A.27})$$

En résumé si, $\omega_{c_1} > \omega'_{c_1}$ et/ou $\omega_{c_2} > \omega'_{c_2}$,

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + \frac{1}{2} \left[H - \frac{\omega^2 R^2}{g} \left(1 - \frac{h}{H} \right) \right] \quad (\text{A.28})$$

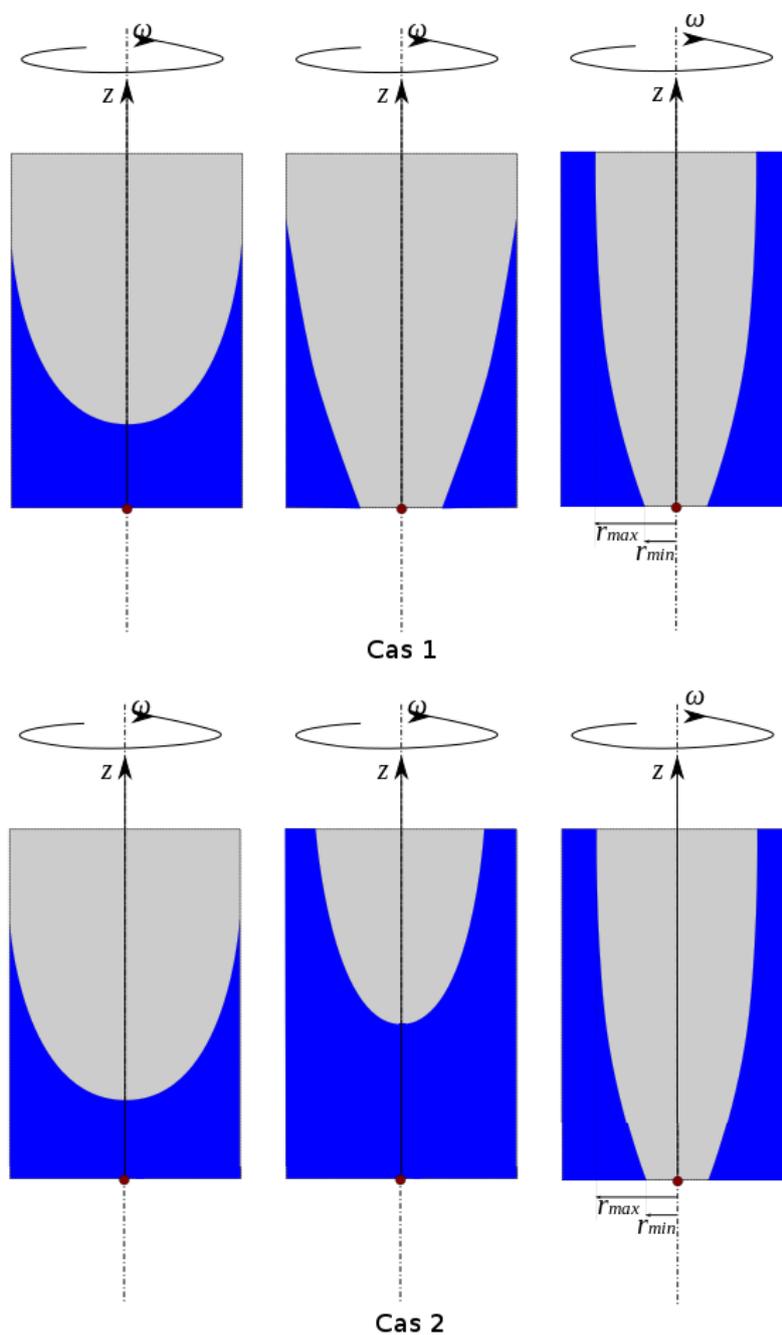


FIGURE A.3 – configuration géométrique du fluide dans l'enceinte en fonction de la vitesse de rotation.

Vérification numérique du terme centrifuge

Afin de vérifier que le terme centrifuge est bien pris en compte par le code de calcul, un cas test a été validé. Il s'agit de l'étude des profils d'interfaces obtenus lors la rotation d'une enceinte contenant un fluide.

L'enceinte utilisée mesure 0,1m de diamètre et 0,6m de hauteur dont 0,15m sont occupé par un liquide et 0,45m par un gaz (air) (voir figure (C.1)).

Tout le dispositif (enceinte + fluide) est soumis à une vitesse de rotation (ω), dont sont déterminées par modèle analytique.

Le liquide utilisé est de **l'eau** de masse volumique 1000kg/m^3 , la tension de surface à 72 mN/m et la viscosité à 1 Pa.s .

Paramètres numériques du problème :

L'étude se fait en 2D axisymétrique, avec comme maillage une grille constante, la résolution des équations de Navier-Stokes se fait par la méthode du Lagrangien Augmenté Adaptatif Algébrique via un schéma centré et un solveur direct de type Mumps. Les résidus obtenus sont de l'ordre de 10^{-11} , pour un pas de temps de $4,1.10^{-6}\text{s}$.

Les tableaux ci-dessous ((A.1), (A.2), (A.3)) sont résumés les différents résultats obtenus théoriquement et par simulation numérique.

L'équation $Z(r)$ qui décrit l'évolution de l'interface du liquide en fonction du rayon de l'enceinte et de la vitesse de rotation, nous permet d'obtenir théoriquement les différents profils d'interfaces et ainsi faire des comparaisons avec ceux obtenus par simulation.

Une étude de convergence à été menée afin de déterminer l'effet du maillage sur les solutions numériques, les résultats sont donnés les tableaux ci-dessous.

On observe, l'existence d'une bonne concordance entre les profils d'interfaces obtenus par la théorie ($Z(r)_{thorique}$) et ceux obtenus par simulation numérique ($Z(r)_{simule}$) pour différents maillages ($600*100$, $1200*200$, $2400*400$) et différentes valeurs de la vitesse de rotation.

D'après ces résultats on peut conclure que le terme centrifuge est bien pris en compte par le code de calcul (Thétis).

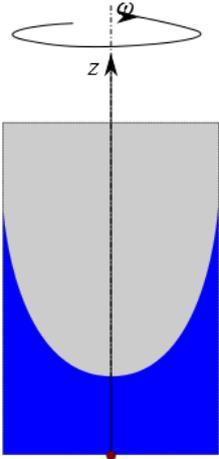
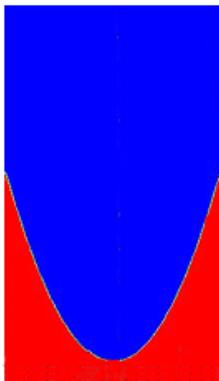
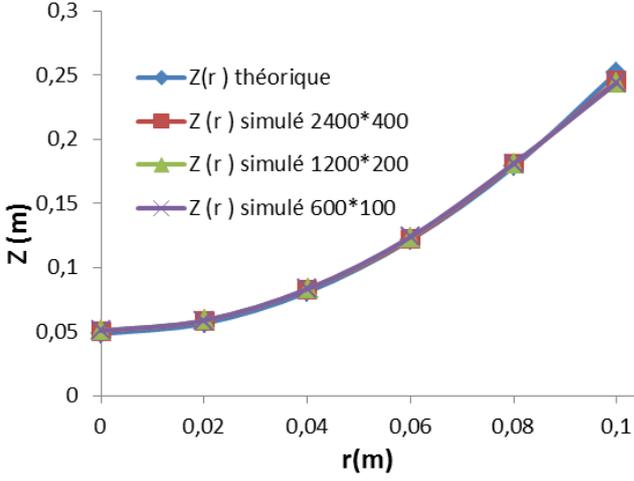
Gamme de rotation (rad/s)	$\omega = 15$																																			
Equation décrivant l'interface $Z(r)$	$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right) + h$																																			
Schéma qualitatif de l'interface																																				
Interface simulée																																				
Etude de convergence	 <p>The graph plots the interface height Z in meters against the radial distance r in meters. It compares the theoretical parabolic curve with numerical simulations using three different mesh resolutions: 2400x400 (red squares), 1200x200 (green triangles), and 600x100 (purple crosses). The theoretical curve is shown as a blue line with diamond markers. The simulation results closely follow the theoretical curve, demonstrating convergence.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>r (m)</th> <th>Z (m) théorique</th> <th>Z (m) simulé 2400*400</th> <th>Z (m) simulé 1200*200</th> <th>Z (m) simulé 600*100</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,05</td> <td>0,05</td> <td>0,05</td> <td>0,05</td> </tr> <tr> <td>0,02</td> <td>0,06</td> <td>0,06</td> <td>0,06</td> <td>0,06</td> </tr> <tr> <td>0,04</td> <td>0,08</td> <td>0,08</td> <td>0,08</td> <td>0,08</td> </tr> <tr> <td>0,06</td> <td>0,12</td> <td>0,12</td> <td>0,12</td> <td>0,12</td> </tr> <tr> <td>0,08</td> <td>0,18</td> <td>0,18</td> <td>0,18</td> <td>0,18</td> </tr> <tr> <td>0,1</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> </tr> </tbody> </table>	r (m)	Z (m) théorique	Z (m) simulé 2400*400	Z (m) simulé 1200*200	Z (m) simulé 600*100	0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,02	0,06	0,06	0,06	0,06	0,04	0,08	0,08	0,08	0,08	0,06	0,12	0,12	0,12	0,12	0,08	0,18	0,18	0,18	0,18	0,1	0,25	0,25	0,25	0,25
r (m)	Z (m) théorique	Z (m) simulé 2400*400	Z (m) simulé 1200*200	Z (m) simulé 600*100																																
0	0,05	0,05	0,05	0,05																																
0,02	0,06	0,06	0,06	0,06																																
0,04	0,08	0,08	0,08	0,08																																
0,06	0,12	0,12	0,12	0,12																																
0,08	0,18	0,18	0,18	0,18																																
0,1	0,25	0,25	0,25	0,25																																

Tableau A.1 – Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 15 rad/s

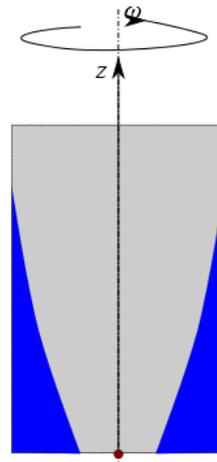
Gamme de rotation (rad/s)

$$\omega = 30$$

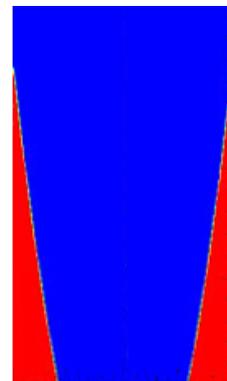
Equation décrivant l'interface Z(r)

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right) + R\omega^2 \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Schéma qualitatif de l'interface



Interface simulée



Etude de convergence

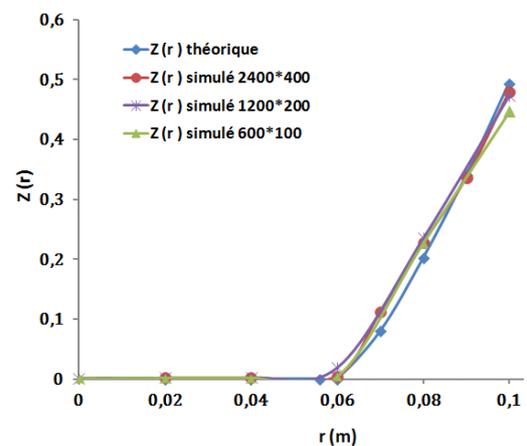


Tableau A.2 – Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 30 rad/s

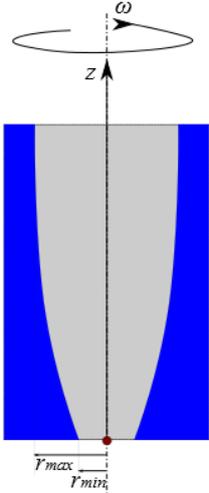
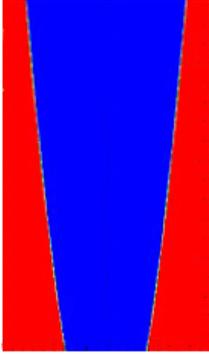
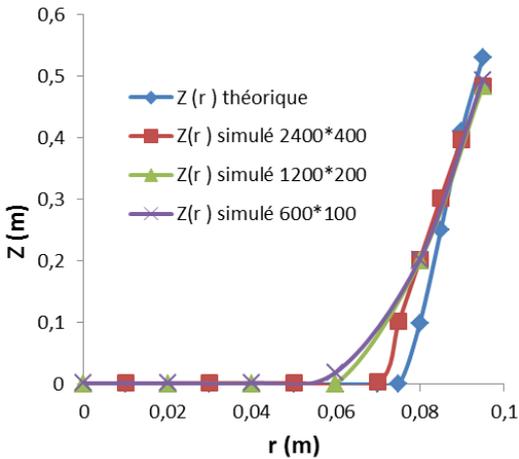
Gamme de rotation (rad/s)	$\omega = 50$
Equation décrivant l'interface $Z(r)$	$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + \frac{1}{2} \left[H - \frac{R^2 \omega^2}{g} \left(1 - \frac{h}{H} \right) \right]$
Interface théorique	
Schéma qualitatif de l'interface	
Etude de convergence	

Tableau A.3 – Comparaison entre les interfaces théoriques et numériques pour différents maillages et une vitesse de rotation égale à 50 rad/s

Annexe B

Écoulement d'un pont liquide dans un cylindre

Dans cette partie nous présentons la solution analytique représentative de l'écoulement d'un pont liquide compris dans un cylindre sous l'effet de la force centrifuge.

Pour décrire ce déplacement, on écrit l'équation de continuité et la composante de l'équation de Navier–Stokes suivant la direction de l'écoulement (Oz) en coordonnées cylindriques, en négligeant toujours le terme d'inertie.

En utilisant le raisonnement précédent on obtient :

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} \right] + \rho \omega^2 Z \quad (\text{B.2})$$

L'équation de continuité montre que la vitesse du fluide est une fonction des variables r et t . On a donc :

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} \right] = \frac{\partial p}{\partial z} + \rho \omega^2 Z = K_1(t) \quad (\text{B.3})$$

Où $K_1(t)$ est une fonction du temps à définir. On peut alors déterminer le champ de pression et il vient immédiatement que :

$$p(z, t) = -K_1(t)z + \frac{1}{2}\rho\omega^2 z^2 + K_2(t) \quad (\text{B.4})$$

Pour déterminer les expressions des fonctions $K_1(t)$ et $K_2(t)$, on utilise les conditions aux limites imposées au champ de pression, il vient :

$$K_1(t) = \frac{1}{L} \left[\frac{1}{2}\rho\omega^2 L(2z + L) - \frac{2\sigma}{R} (\cos\theta_a - \cos\theta_r) \right] \quad (\text{B.5})$$

$$K_2(t) = \frac{2\sigma \cos\theta_r}{R} + \frac{1}{2}\rho\omega^2 z^2 - \frac{1}{L} \left[\frac{2\sigma}{R} (\cos\theta_a - \cos\theta_r) - \frac{1}{2}\rho\omega^2 L^2 \right] Z^2 \quad (\text{B.6})$$

Il reste à déterminer le profil de vitesse dans le pont liquide. Pour cela, on doit résoudre l'équation suivante :

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} \right] = K_1(t) \quad (\text{B.7})$$

Si le terme transitoire est petit devant le terme visqueux, et après intégration on obtient :

$$v_z = \frac{-K_1(t)}{4\mu} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (\text{B.8})$$

La condition de symétrie et d'adhérence à la paroi de la fissure donne :

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$(v_r)_{r=R} = 0 \quad (\text{B.10})$$

Ce qui permet de mettre le champ de vitesse dans la fissure sous la forme :

$$v_z = \frac{K_1(t)}{4\mu} \left[\left(\frac{R}{2} \right)^2 - \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right] \quad (\text{B.11})$$

et de calculer la vitesse moyenne du fluide dans la fissure :

$$\langle v_z \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R v_z 2\pi r dr \quad (\text{B.12})$$

Après intégration, on obtien :

$$\langle v_z \rangle = \frac{K_1(t)}{8\mu} R^2 \quad (\text{B.13})$$

On peut alors définir un temps caractéristique de l'écoulement t_c par :

$$t_c = \frac{L_f}{\langle v_z \rangle} \quad (\text{B.14})$$

où L_f est une longueur caractéristique de la fissure. il en découle que :

$$t_c = \frac{8\mu L_f L}{\left[\frac{1}{2} \rho \omega^2 L (2z_1 + L) - \frac{2\sigma}{R} (\cos \theta_a - \cos \theta_r) \right] R^2} \quad (\text{B.15})$$

Si on suppose les effets capillaires négligeables, et si on x_1 est égal à $L_f = 2$, avec $L_f \gg L$, aloes t_c s'écrit :

$$t_c = \frac{8\mu L_f}{\frac{1}{2} \rho \omega^2 (2z_1 + L) R^2} \quad (\text{B.16})$$

Annexe C

Détermination expérimentale de l'angle de contact statique du Borosilicate

Dans ce travail, un paramètre important, et qui doit être déterminé est l'affinité existante entre le substrat (matrice séquencée SiC, B_4C , C) et le liquide cicatrisant.

Selon cette affinité, le liquide adopte deux types de comportement. Un comportement de type mouillant, où le liquide s'étale sur le substrat, ou un comportement de type non mouillant, où le liquide se recroqueville.

Afin de déterminer ce paramètre pour le liquide cicatrisant, nous avons mené une étude expérimentale

L'étude menée rentre dans le cadre d'un stage de fin d'étude de "Damien Houguenague", à qui on a demandé de déterminer l'angle de contact statique formé par le liquide cicatrisant sur un substrat séquencé lors d'un mouillage non réactif.

Le liquide cicatrisant choisit est l'oxyde de Bore (B_2O_3), car le Borosilicate est un mélange de SiO_2 et du B_2O_3 et la composition peut être déterminée à l'aide du diagramme de phase (SiO_2/B_2O_3). Le diagramme de phase est compliqué à obtenir expérimentalement et nécessite un temps beaucoup plus important que ce dont on dispose.

Les substrats séquencés (SiC/B_4C) représentatifs de la matrice autocicatrisante ont été élaborés grâce à une technique de frittage par le laboratoire partenaire CIRIMAT à Toulouse.

Ces substrats se présentent sous la forme de petites pastilles cylindriques, d'une longueur de 12mm et d'un diamètre de 20mm, la moitié du cylindre étant composée de $B_4C(s)$ et l'autre de $SiC(s)$.

Les essais consistent à placer le verre de Borosilicate sur l'interface du substrat séquencé et plus précisément au niveau de la jonction entre les couches, afin d'observer son comportement.

Selon l'affinité existante entre le verre et le substrat bicouche, celui-ci adopte différents comportements : soit il se déplace spontanément vers la partie du substrat qu'il mouille le mieux ou il s'étale simplement sur l'interface en formant un angle d'équilibre.

Les essais de mouillabilité permettent de prévoir le comportement réelle d'une goutte de verre cicatrisant dans une matrice auto-cicatrisante fissurée.

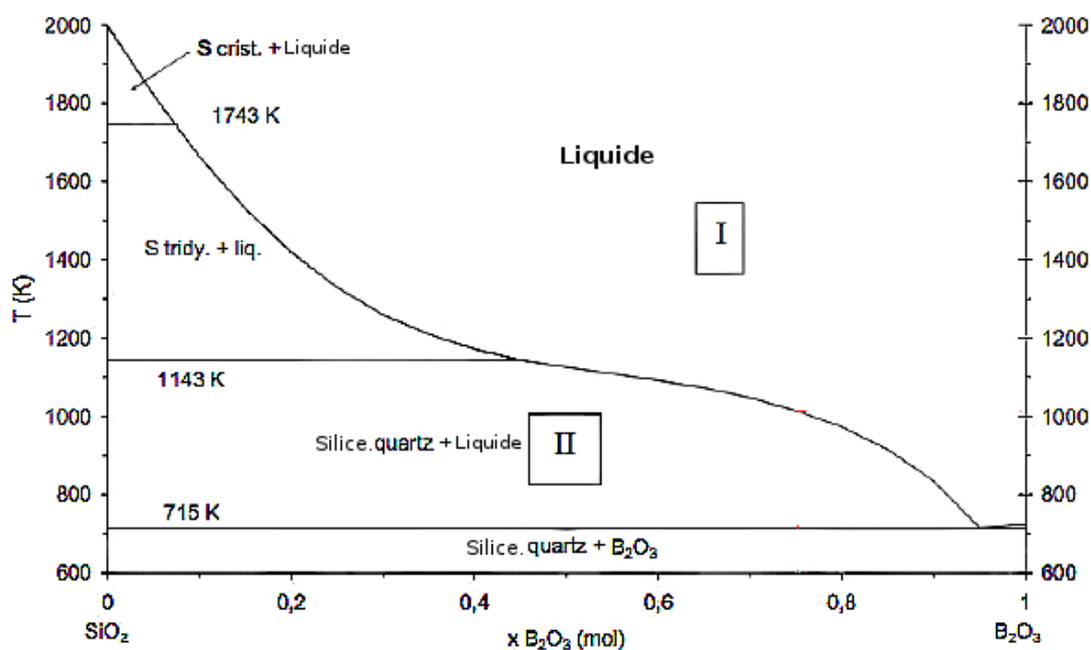


FIGURE C.1 – Diagramme de phases SiO_2/B_2O_3 .

Le dispositif expérimental est décrit dans les figure ci-dessous.

Les figures ((C.2), (C.3)) presente les elements qui constites le banc de mouillage.

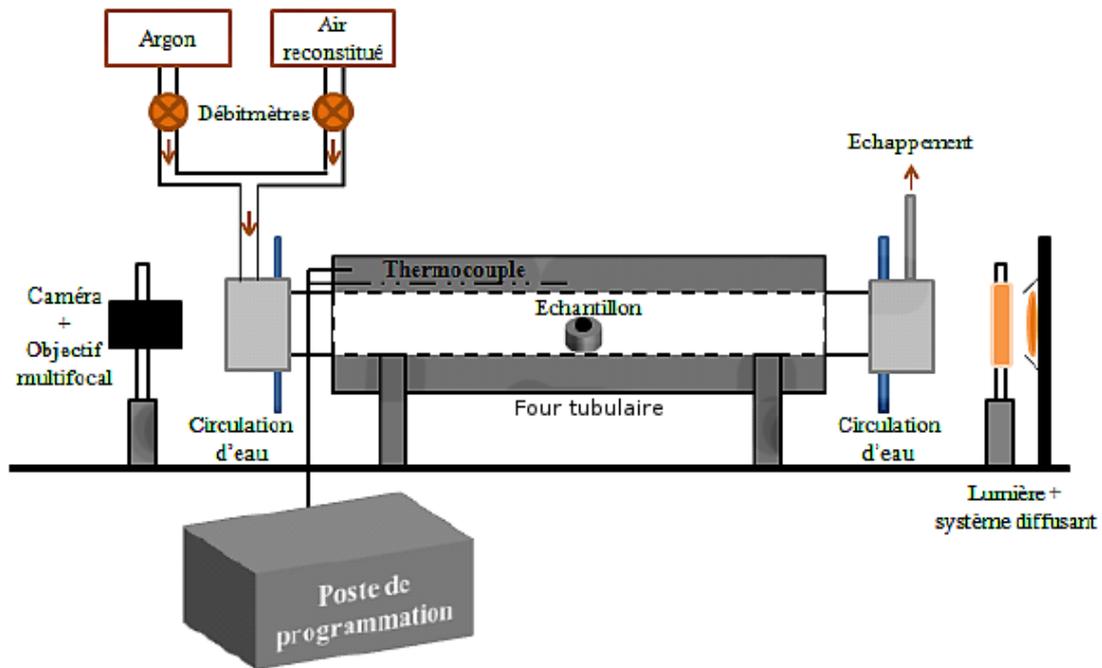


FIGURE C.2 – Schéma du banc de mouillage.

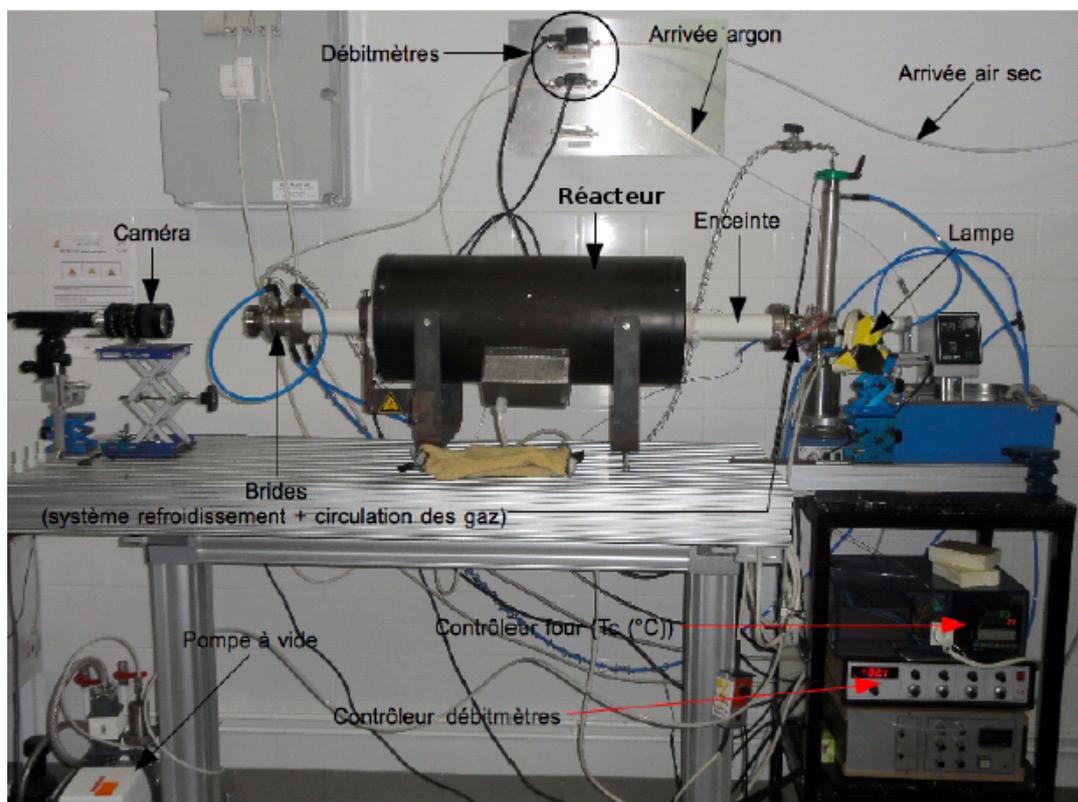


FIGURE C.3 – Photographie du banc de mouillage.

Il est nécessaire avant toute essais d'étalonner les différents instruments du procédé (le four et les débitmètres gazeux), afin de s'assurer de la reproductibilité et de la précision des mesures.

Il est aussi nécessaire de pouvoir contrôler l'atmosphère du système. Sachant que les substrats sont très sensibles à l'oxydation à haute température, et l'oxyde de bore étant hygroscopique, la montée en température au sein du four se fera sous argon, puis sous air sec vers la fin (le plus tard possible).

Aà noter que les arrivées respectivement de l'air sec et de l'argon sont régulées par deux débitmètres massiques, qui sont reliés à un contrôleur multicanal qui permet de régler le pourcentage d'ouverture des débitmètres.

Le but de cette manipulation étant d'avoir des débits assez faibles car les fissures dans les "MAC" sont de l'ordre de quelques microns.

Etalonnage débitmètre Argon

On remarque que le débitmètre de l'argon permet des débits bien plus important que celui de l'air. Le débitmètre de l'air limitera donc la vitesse des gaz dans le four.

la vitesse maximale possible pour l'air est de 0,28cm/s. Cette valeur est cohérente avec l'aérodynamique dans une fissure. D'après la tendance du graphique, le pourcentage d'ouverture du débitmètre, pour avoir une vitesse d'argon dans le four de 0,28cm/s, est de 5,5%.

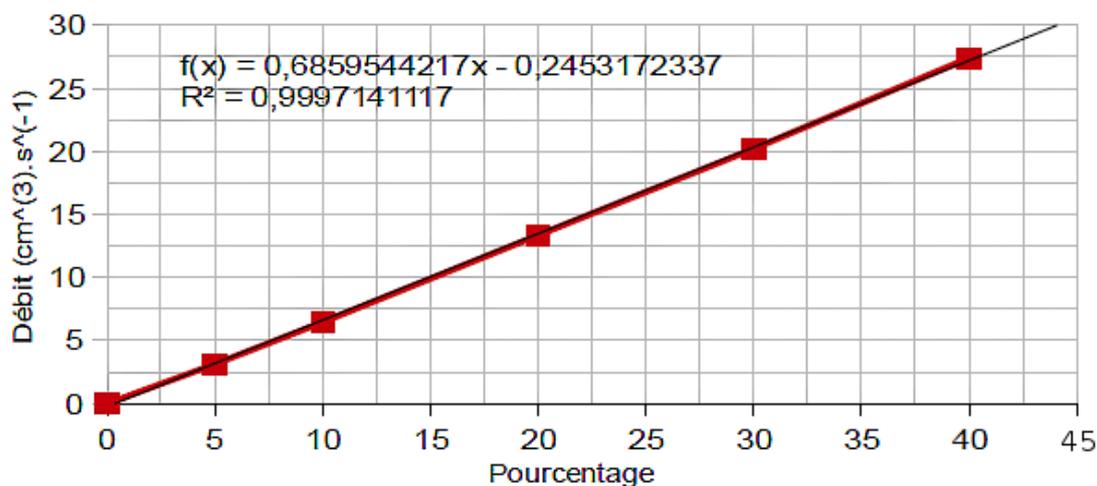


FIGURE C.4 – Débit en fonction du pourcentage d'ouverture du débitmètre argon.

Caractérisation thermique du four

Le four du banc de mouillage est constitué d'un réacteur résistif cylindrique de longueur 60cm, dans lequel est inséré un tube creux en mullite de longueur 1,10m et de diamètre intérieur 4cm, qui joue le rôle d'enceinte.

Cette enceinte est fermée à ses extrémités par des brides métalliques équipées de hublots en quartz permettant de visualiser l'échantillon, elle est équipée d'un système de refroidissement à eau (uniquement pour les brides), et d'un système de circulation des gaz. La conception de l'enceinte ne prévoit pas de système de refroidissement autre la convection naturelle. Le réacteur peut être programmé et contrôlé grâce à un contrôleur de type REX-P250. Un thermocouple relié à ce contrôleur est inséré entre la paroi interne du réacteur et la paroi externe de l'enceinte.

Il est très important de connaître avec précision la température du substrat.

Il existe très certainement un gradient thermique entre la position du thermocouple relié au contrôleur, qui est la référence pour la programmation, et l'intérieur de l'enceinte.

L'absence de système de refroidissement et la conception du four lui confère une très forte inertie thermique, il a été long et difficile d'effectuer un étalonnage précis.

Différents protocoles ont été mis au point afin de permettre une bonne comparaison entre la température dite « de consigne », qui correspond à la température indiquée par le thermocouple du contrôleur, et la température réelle, mesurée par un thermocouple placé au cœur de l'enceinte, dans différentes conditions.

La mesure de la température réelle a soulevé beaucoup de questions. En effet, étant donné le très faible diamètre de l'enceinte, le rayonnement thermique de la paroi perturberait les mesures.

Il a été décidé que le thermocouple serait placé sur la plaque de SiC, dans l'enceinte. La température « réelle » ainsi mesurée devrait être représentative de la température des verres étudiés.

L'endroit le plus chaud du four est donc, comme on pouvait s'y attendre, au centre du réacteur. Mais cette expérience a permis de mettre en évidence le gradient thermique longitudinale, et de prévoir l'existence d'une zone pouvant être considérée comme isotherme, couvrant un disque de deux à trois centimètres de diamètre où les essais doivent être effectués.

Préparation des échantillons : Elaboration des verres et substrats

Le verre utilisé a été réalisé à partir de poudre d'oxyde de bore pure à 99,7%.

L'élaboration se fait dans un creuset en platine dopé au bore et à l'or (pour éviter que le verre ne remonte les parois par capillarité) et à l'aide d'un four à sol mobile pouvant

atteindre une température de 1500°C. La structure amorphe du verre est obtenue grâce à un traitement thermique.

Étant donné que le B₂O₃ est très hygroscopique, il est gardé dans un dessiccateur sous vide, pour éviter la formation d'acide borique par réaction avec l'humidité ambiante.

Les substrats sont sous la forme de pastille de B₄C et de SiC (monolithiques), et deux pastilles bicouches (B₄C/SiC).

Les pastilles monolithiques font chacune 20mm de diamètre sur 6mm de haut, et les bicouches font 20mm de diamètre sur 12mm de haut (6mm de B₄C et 6mm de SiC).

La difficulté majeure réside dans la découpe de plusieurs lamelles. La dureté de ces matériaux est extrêmement élevée, ce qui rend la découpe très difficile.

Il est important que les liaisons intermoléculaires à l'interface des multicouches soit maintenues.

Protocole de montée en température des essais

Afin de satisfaire toutes les obligations visant à préserver le verre et le substrat, afin de garantir la validité des résultats (mise sous vide avant le début de l'essai, montée en température sous argon, palier de déshydratation à 250°C...), plusieurs protocoles ont été testés afin de trouver une procédure optimale et reproductible.

La comparaison des courbes d'étalonnage thermique sous balayage d'air et d'argon nous montre que l'air permet au four d'avoir une température réelle plus proche de la température de consigne, et une montée en température plus rapide, plus efficace ; alors que l'argon, gaz froid et inerte, conduit beaucoup moins bien la chaleur émise par les parois de l'enceinte.

Cela pose un problème, étant donné que la montée en température doit se faire sous argon et qu'il faut passer sous air seulement à la température d'étude.

En effet, le passage sous air provoque une perte de contrôle de la température du four, dont l'inertie peut conduire à un dépassement de plus de 30°C de la température expérimentale, avec un temps de mise à l'équilibre très long.

Ce phénomène perturbe évidemment les résultats. La solution technique retenue est de compenser cette perte de contrôle, au moment du passage sous air, en abaissant la vitesse de montée en température. Le protocole choisi consiste à passer sous air 20°C avant la température expérimentale, tout en réduisant la vitesse de 5°C/min à 2°C/min. Cette action permet de compenser l'effet du passage sous air et ainsi, le four atteint une température ne dépassant que de quelques degrés Celsius la température voulue et se met à l'équilibre à la température expérimentale très rapidement.

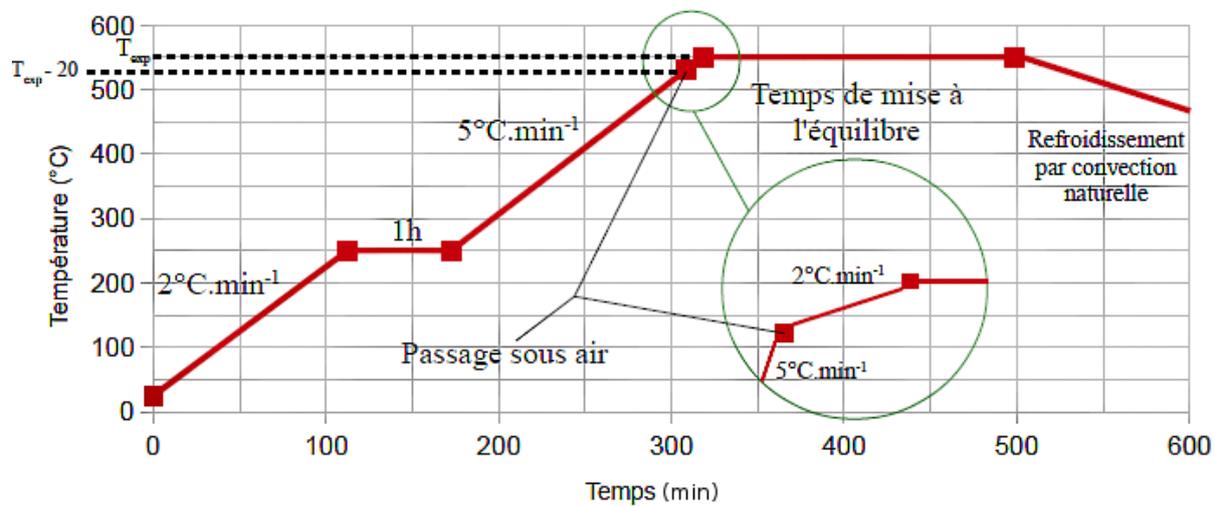


FIGURE C.5 – Protocole thermique des essais de mouillabilité (pour $T_{\text{exp}} = 550^{\circ}\text{C}$).

Résultats expérimentaux

N° de photo	T_{relle} (°C)	$t_{equilibre}$ (min)	Atmosphère	θ (B_4C)	θ (SiC)
1	495		Argon	117	85
2	542		Air	107	85
3	550	0	Air	78	84
4	553	5	Air	65	71
5	552	10	Air	55	64
6	550	15	Air	49	51
7	550	20	Air	47	47
8	550	25	Air	43	43
9	550	30	Air	39	40
10	550	35	Air	36	35
11	550	40	Air	37	34
12	550	45	Air	32	31
13	550	50	Air	31	31
14	550	55	Air	30	30
15	550	60	Air	28	29
16	550	65	Air	30	30
17	550	70	Air	28	29
18	550	75	Air	28	26
19	550	80	Air	27	26
20	550	85	Air	27	26
21	550	90	Air	25	25
22	550	95	Air	23	25
23	550	100	Air	23	22
24	550	105	Air	22	23

Tableau C.1 – Tableau présentant les différentes mesures des angles de contacts.

On remarque que sous argon, l'angle de contact formé sur le B_4C est supérieur à celui sur le SiC , ce qui déforme la goutte de verre.

Mais dès l'insertion de l'air, l'angle de contact formé sur le sur B_4C diminue brutalement cinq minutes après avoir atteint la température expérimentale.

On observe par la suite une décroissance simultanée des deux angles, qui se stabilisent à une valeur d'environ 20° , avec un temps de mise à l'équilibre de 105 minutes.

Le changement brutale de comportement de la goutte lors du passage sous air est la preuve qu'à basse température, l'introduction de l'oxygène entraîne un étalement brusque de la goutte, ce qui signifie que des réactions interfaciales ont lieu, et qu'elles favorisent la mouillabilité du B_2O_3 sur le bicouche (voir figure (C.6)).

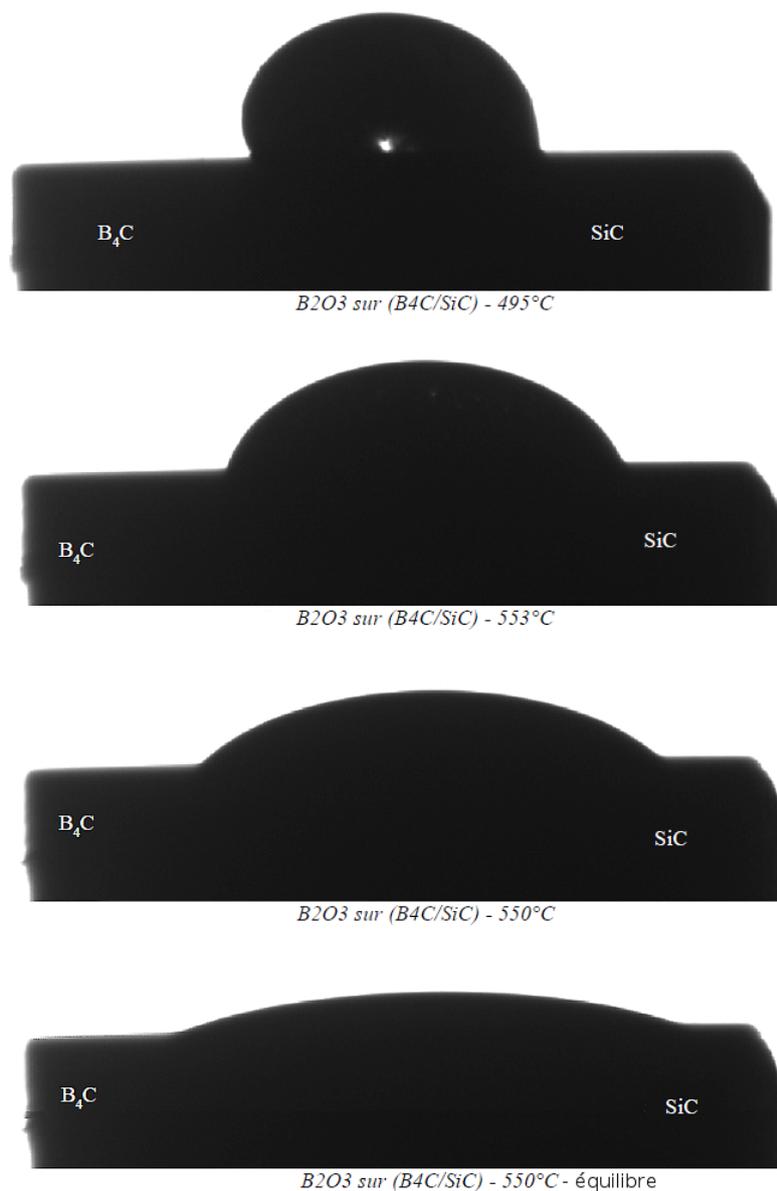


FIGURE C.6 – Protocole thermique des essais de mouillabilité (pour $T_{exp} = 550^\circ C$).

On constate que la goutte ne se déplace pas sur le matériau, elle reste au niveau de

Chapitre C. Détermination expérimentale de l'angle de contact statique du Borosilicate

la jonction entre le B_4C et le SiC toute en ayant un penchant pour le côté du B_4C qu'elle mouille mieux. Elle forme au bout d'un temps suffisamment long, un angle moyen d'équilibre, qui dépend de la mouillabilité du liquide sur chacun des deux matériaux.

Annexe D

Évolution d'un pont liquide entre deux plans non parallèles sous l'action d'une force centrifuge

Un pont liquide, placé entre deux plans non parallèles sous l'action d'une force centrifuge, se déplace spontanément dans la direction dans laquelle les plans se rapprochent [?]. Le modèle développé permet de prendre en compte l'action des forces visqueuses et des effets capillaires. Pour décrire de façon dynamique les effets capillaires, on utilise les lois de Hoffman-Tanner-Voinov et de Bretherton.

Description du problème

La figure [D.1](#) qui représente un pont liquide se déplaçant vers la droite, résume toute la problématique. Le ménisque qui avance, noté ménisque 2, forme avec la paroi un angle de contact d'avancée θ_a que l'on suppose décrit par la loi de Hoffman-Tanner-Voinov. Le ménisque qui recule, noté ménisque 1, laisse derrière lui un film mouillant d'épaisseur e dont la valeur est fournie par la loi de Bretherton. L'axe de symétrie du système est confondu avec l'axe (Ox) . Chacun des plans forme un angle α avec l'axe de symétrie. On choisit un système d'axe tel que l'axe Ox se confond avec l'axe de symétrie et l'axe Oy est vertical ascendant. Le pont a une longueur L et correspond à la distance qui sépare les points d'intersections des deux ménisques avec l'axe de symétrie. Le point d'intersection du ménisque 1 avec l'axe de symétrie est noté x_1 , celui du ménisque 2 est noté x_2 . Sur la figure [D.1](#) l'inclinaison des deux plans est fortement exagérée et la longueur du pont a été réduite pour faire apparaître l'ensemble des grandeurs décrivant le système.

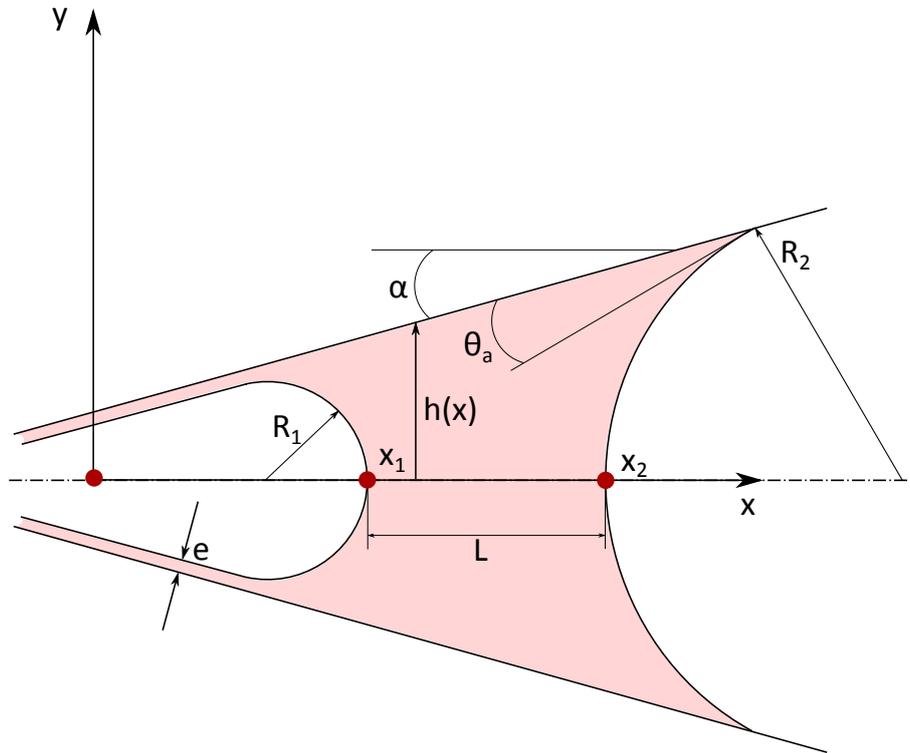


FIGURE D.1 – Description de la configuration du problème

Loi de Hoffman-Tanner

On définit le nombre capillaire de l'écoulement par :

$$Ca = \frac{\mu V}{\gamma} \quad (D.1)$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide, γ la tension superficielle et V une vitesse caractéristique que l'on prendra égale à :

$$V = \frac{1}{h} \int_0^h v_x dy \quad (D.2)$$

La vitesse V représente ainsi la vitesse moyenne du pont.

La loi de Hoffman-Tanner donne la valeur de l'angle de contact d'avancée dynamique en fonction du nombre capillaire et est donnée par :

$$\theta_a = \phi Ca^{\frac{1}{3}} \quad (D.3)$$

où ϕ est une constante numérique.

Loi de Bretherton

Lorsqu'un ménisque sépare un fluide mouillant et un fluide non mouillant, recule le long d'une paroi solide, il laisse derrière lui un film dont l'épaisseur e peut être décrite par la loi de Bretherton :

$$e = \lambda C a^{\frac{2}{3}} \quad (\text{D.4})$$

où λ est la longueur caractéristique de l'écoulement.

Équations du modèle

Conservation de la quantité de mouvement et équation de continuité

On suppose que l'écoulement est quasi-parallèle. En effet, l'équation de continuité permet d'écrire pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{D.5})$$

Le premier terme est de l'ordre de grandeur de $\frac{v_x}{L}$ alors que le second est de l'ordre de grandeur $\frac{v_y}{h}$. Il vient alors, compte tenu de l'équation de continuité (D.5), que $v_y \approx \frac{h}{L} v_x$. Si on suppose que la distance entre les deux plans est faible devant la longueur du pont ($h \ll L$), on justifie l'hypothèse d'écoulement quasi-parallèle. Dans ces conditions, les termes d'inertie de l'équation de Navier-Stokes sont négligeables. Les composantes suivant Ox et Oy des équations de Navier-Stokes se réduisent à :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right\} + \rho x \omega^2 \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{D.7})$$

L'équation (D.7) permet de conclure que la pression ne dépend pas de y .

En comparant les ordres de grandeur des deux termes entre accolade de l'équation (D.6), il vient que :

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \approx \frac{v_x}{L^2} \quad (\text{D.8})$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \approx \frac{v_x}{h^2} \quad (\text{D.9})$$

On peut donc négliger le premier terme devant l'autre. Cette approximation permet de simplifier l'équation (D.6) :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \rho x \omega^2 \quad (\text{D.10})$$

En intégrant l'équation (D.10) selon y , on obtient :

$$\int_0^{h(x)} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} dy = \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x \omega^2 \right\} h(x) + \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} (h(x)) \quad (\text{D.11})$$

On définit le débit-volume de fluide par :

$$Q = 2 \int_0^{h(x)} v_x dy \quad (\text{D.12})$$

On obtient alors :

$$\frac{1}{2} \rho \frac{\partial Q}{\partial t} = \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x \omega^2 \right\} h(x) + \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} (h(x)) \quad (\text{D.13})$$

Le dernier terme de l'équation précédente peut être représenté par :

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} (h(x)) \approx \frac{Q}{2h^2(x)} \quad (\text{D.14})$$

On peut alors intégrer l'équation (D.13) en x , en la divisant au préalable par $h(x)$, ce qui donne :

$$\frac{1}{2} \rho \frac{dQ}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{h(x)} = \left\{ p(x_1) - p(x_2) + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (x_2^2 - x_1^2) \right\} + \mu \int_{x_1}^{x_2} \frac{Q}{2h^3(x)} dx \quad (\text{D.15})$$

À ce stade, on note d'une part que h s'exprime sous la forme (α petit) :

$$h(x) = h_o + \frac{\alpha}{2} x \quad (\text{D.16})$$

et que les pressions en x_1 et x_2 sont données par la loi de Laplace, soit :

$$p(x_1) = p_o - \frac{\gamma}{R_1} \quad (\text{D.17})$$

$$p(x_2) = p_o - \frac{\gamma}{R_2} \quad (\text{D.18})$$

On obtient finalement :

$$\frac{\rho}{\alpha} \ln \left(\frac{h_o + \frac{\alpha}{2} x_2}{h_o + \frac{\alpha}{2} x_1} \right) \frac{dQ}{dt} = \left\{ \gamma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (x_2^2 - x_1^2) \right\} + \frac{\mu Q}{4} \left(\frac{1}{(h_o + \frac{\alpha}{2} x_1)^2} - \frac{1}{(h_o + \frac{\alpha}{2} x_2)^2} \right) \quad (\text{D.19})$$

L'équation (D.19) permet à priori de déterminer l'évolution de la position du pont, à condition de connaître la relation liant R_1 et R_2 à x_1 et x_2 en fonction du nombre capillaire d'une part et la relation liant x_1 à x_2 au travers du volume initial connu du pont d'autre part.

Détermination des conditions initiales

On suppose que le volume initial du pont V_o est connu, ainsi que sa position initiale donnée par x_{1_o} . Les courbures initiales des ménisques sont obtenues à partir de l'angle de contact d'équilibre θ_e . La configuration géométrique initiale du pont est présentée sur la figure D.2.

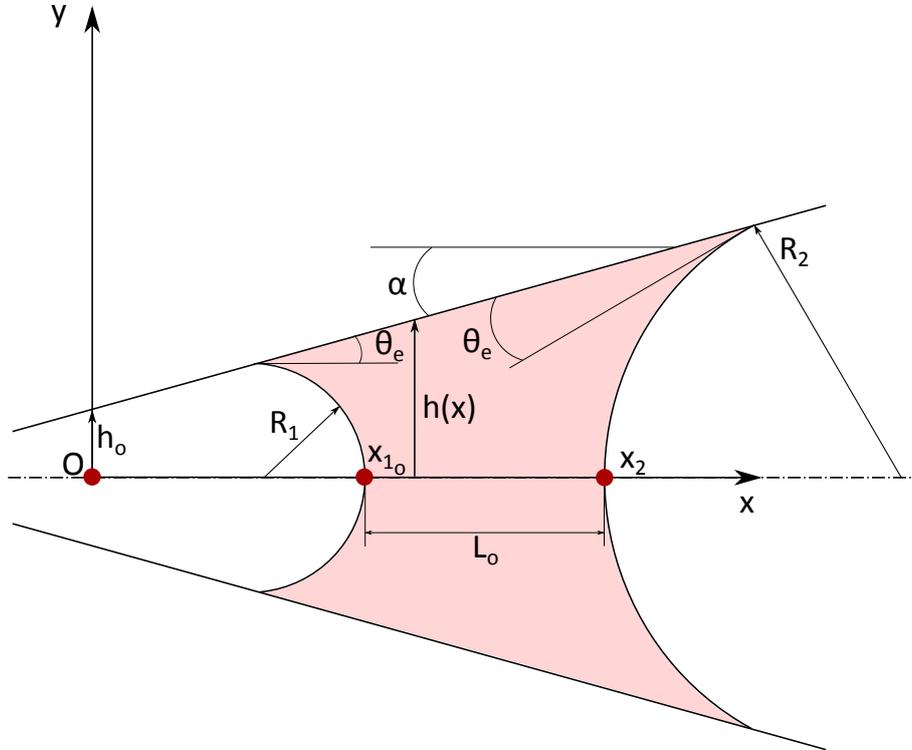


FIGURE D.2 – Configuration initiale du pont

Calcul des rayons de courbure initiaux des deux ménisques

Les expressions à l'instant initial des rayons de courbure R_1 et R_2 en fonction de x_{1_o} et de x_{2_o} sont obtenues à partir de considérations géométriques simples, et sont données par :

$$R_1 = \frac{x_{1_o} + \frac{h_o}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}{\frac{\cos\left(\theta_e - \frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} + 1 - \sin\left(\theta_e - \frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{D.20})$$

$$R_2 = \frac{x_{2_o} + \frac{h_o}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}{\frac{\cos\left(\theta_e + \frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - 1 + \sin\left(\theta_e + \frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{D.21})$$

Relation entre le volume initial du pont et la longueur du pont

Comme pour les rayons de courbure, le volume initial du pont peut être calculé en fonction de x_{1_o} et x_{2_o} à partir de relations géométriques simples. Compte-tenu de la géométrie du problème, on calcule le volume du pont par unité de largeur. Le volume du pont s'obtient en déterminant l'aire totale d'une section droite de pont (voir figure D.3). Pour cela, on évalue l'aire totale A à laquelle on retranche l'aire correspondant à la courbure des deux ménisques que l'on notera respectivement A_1 et A_2 , et on obtient :

$$A = 2 \int_{x_1 - \delta_1}^{x_2 + \delta_2} \left[\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) (x - x_1 + \delta_1) + \lambda_1 \right] dx \quad (\text{D.22})$$

Après calcul :

$$A = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) [(x_2 + \delta_2)^2 - (x_1 - \delta_1)^2] + 2 \left[(\delta_1 - x_1) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \lambda_1 \right] (x_2 + \delta_2 - x_1 + \delta_1) \quad (\text{D.23})$$

où δ_1 et δ_2 sont définis respectivement par :

$$\delta_1 = R_1 (1 - \sin \psi_1) \quad (\text{D.24})$$

et

$$\delta_2 = R_2 (1 - \sin \psi_2) \quad (\text{D.25})$$

Dans les équations (D.24) et (D.25), les angles ψ_1 et ψ_2 sont donnés respectivement par :

$$\psi_1 = \theta_e - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{D.26})$$

et

$$\psi_2 = \theta_e + \frac{\alpha}{2} \quad (\text{D.27})$$

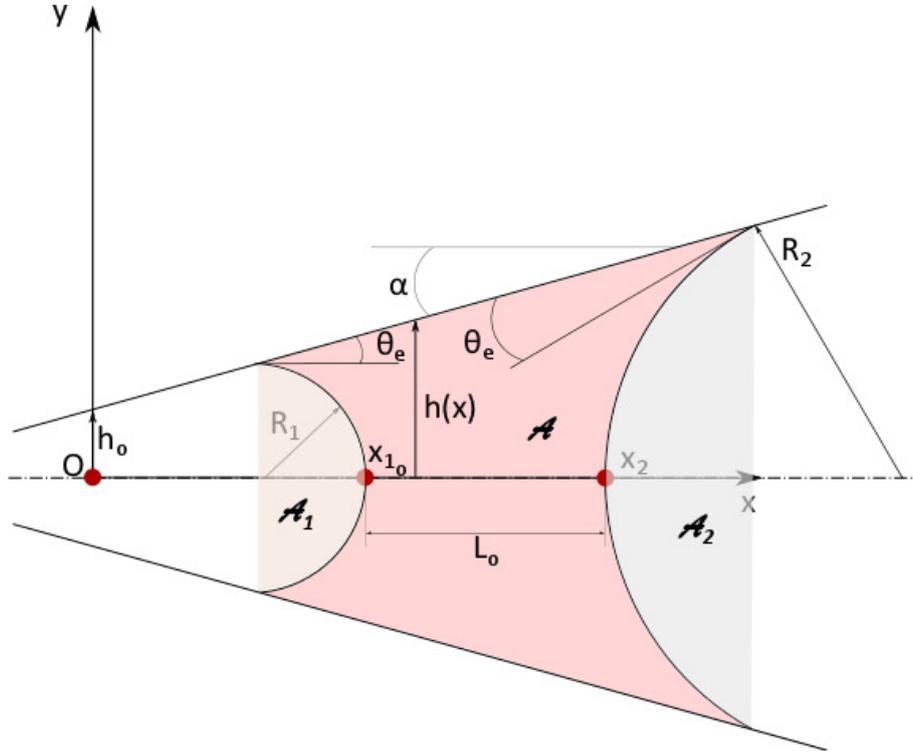


FIGURE D.3 – Volume initial du pont

L'aire correspondant à la courbure du ménisque 1 est donnée par :

$$A_1 = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2} - \psi_1} \int_{\frac{R_1 \sin \psi_1}{\cos \theta}}^{R_1} r dr d\theta \quad (\text{D.28})$$

Soit après calcul :

$$A_1 = R_1^2 \left(\frac{\pi}{2} - \psi_1 - \frac{1}{2} \sin(2\psi_1) \right) \quad (\text{D.29})$$

De même, on calcule l'aire du ménisque 2 :

$$A_2 = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2} - \psi_2} \int_{\frac{R_2 \sin \psi_2}{\cos \theta}}^{R_2} r dr d\theta \quad (\text{D.30})$$

Soit après calcul :

$$A_2 = R_2^2 \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 - \frac{1}{2} \sin(2\psi_2) \right) \quad (\text{D.31})$$

Le volume initial du ménisque s'exprime donc en fonction de x_{1_0} et de x_{2_0} et a pour expression :

$$\begin{aligned}
 V_o = & \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) [(x_{2_o} + \delta_2)^2 - (x_{1_o} - \delta_1)^2] \\
 & + 2 \left[(\delta_1 - x_{1_o}) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \lambda_1 \right] (x_{2_o} + \delta_2 - x_{1_o} + \delta_1) \\
 & - R_1^2 \left(\frac{\pi}{2} - \psi_1 - \frac{1}{2} \sin(2\psi_1) \right) \\
 & - R_2^2 \left(\frac{\pi}{2} - \psi_2 - \frac{1}{2} \sin(2\psi_2) \right)
 \end{aligned} \tag{D.32}$$

Relations complémentaires

Positions des deux ménisques

Il faut établir deux relations complémentaires liant x_1 et x_2 à $Q(t)$. Ces deux relations s'obtiennent en écrivant la conservation de la masse. Il vient :

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{Q}{2h_1} \tag{D.33}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{Q}{2h_2} \tag{D.34}$$

Rayon de courbure du ménisque d'avancée

Le rayon de courbure du ménisque d'avancée est donné par la relation établie précédemment (D.21), dans laquelle l'angle de contact d'équilibre est remplacé par l'angle de contact d'avancée donné par la loi de Hoffman-Tanner. On a si le ménisque avance vers la gauche (côté où la fissure se rétrécit) :

$$R_1 = \frac{x_{1_o} + \frac{h_o}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}{\frac{\cos\left(\theta_a - \frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} + 1 - \sin\left(\theta_a - \frac{\alpha}{2}\right)} \tag{D.35}$$

Sinon le ménisque avance vers la droite (côté où la fissure s'élargit) et on obtient :

$$R_2 = \frac{x_{2_o} + \frac{h_o}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}{\frac{\cos\left(\theta_a + \frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - 1 + \sin\left(\theta_a + \frac{\alpha}{2}\right)} \tag{D.36}$$

Rayon de courbure du ménisque de recul

Le ménisque de recul d'un fluide mouillant laisse derrière lui un film mouillant dont l'épaisseur est donnée par la loi de Bretherton. Le mouvement d'un pont liquide dans un tube capillaire, sous l'action de la gravité a été décrit théoriquement et validé expérimentalement [?]. Le raccordement du ménisque au film mouillant, d'épaisseur e_{inf} , (voir figure D.4) se fait via une zone dont l'épaisseur au niveau du ménisque est e , avec :

$$\frac{e}{h} = 3,88C_a^{\frac{2}{3}} \quad (\text{D.37})$$

On peut alors calculer le rayon de courbure du ménisque de recul dans les deux cas suivants :

– Le ménisque de recul est le ménisque 1 :

$$R_1 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{2}} \left(h_o + \frac{\alpha}{2}x_1 - \frac{e}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right) \quad (\text{D.38})$$

– Le ménisque de recul est le ménisque 2 :

$$R_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{2}} \left(h_o + \frac{\alpha}{2}x_1 - \frac{e}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right) \quad (\text{D.39})$$

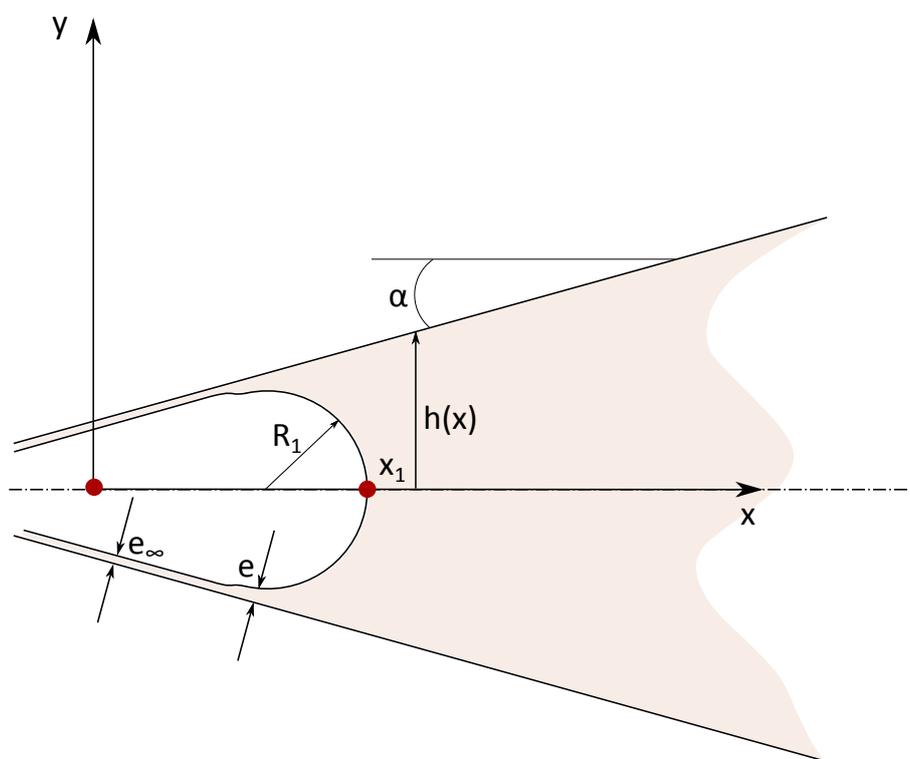


FIGURE D.4 – Ménisque de recul