N° d'ordre 41052

L'Université Lille 1 - Sciences et Technologies

THESE

présentée pour obtenir le titre de

Docteur

en

Spécialité : Mécanique

Par

SHEN Chen

Contribution à l'étude du cumul de dommage en fatigue multiaxiale

Soutenue le 19/12/2012 devant le jury :

Noureddine BENSEDDIQ	Professeur à l'Université de Lille1	**Directeur de thèse**
Abderrahim TALHA	Enseignant chercheur, H.E.I, Lille	**Co-directeur de thèse**
Zitouni AZARI	Professeur à l'ENIM de Metz	**Rapporteur**
Christine SARRAZIN-BAUDOUX	Directeur de recherche CNRS au LMPM, ENSMA de Poitiers	**Rapporteur**
Abdellatif IMAD	Professeur à l'Université de Lille1	**Examinateur**
Mircea VODA	Professeur à l'Université polytechnique de Timisoara	**Examinateur**

À mon épouse, Xiaoli,

mon fils, Youan,

mes parents, ma famille,

mes amis …

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe « Mécanique et Matériaux » de l'IUT « A » du Laboratoire de Mécanique de Lille (UMR-8107).

Je tiens à remercier vivement tous les membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail et d'avoir ouvert le champ d'importants échanges et discussions le jour de la soutenance grâce à leurs expériences respectives. Ainsi, je remercie Monsieur Abdellatif Imad d'avoir présidé le jury de thèse, Madame Christine Sarrazin-Baudoux et Monsieur Zitouni Azari qui m'ont fait le plaisir et l'honneur de réaliser une des tâches les plus délicates à savoir d'être rapporteurs de ma thèse. Je remercie également, Monsieur Mircea Voda, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail en tant qu'examinateur.

Je tiens, très sincèrement, à exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur Noureddine Benseddiq, pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche, pour ses nombreux conseils qui m'ont permis d'accomplir cette étude. Sa rigueur et ses remarques constructives m'ont permis de travailler avec confiance, persévérance et progression.

Je remercie particulièrement, Monsieur Abderrahim Talha, enseignant chercheur à HEI-Lille, qui m'a encadré au quotidien. Sa disponibilité, son attention et son exigence ont été primordiales dans l'accomplissement de ce travail. Il m'a prodigué de nombreux conseils et a fait preuve d'une grande gentillesse et de beaucoup de patience.

Mes remerciements s'adressent aussi à HEI-Lille via sa direction de la recherche et son département CCM, pour son soutien financier qui a été nécessaire pour la réalisation des travaux expérimentaux. Ces remerciements vont, en particulier, à Monsieur Jean-Michel Mairie.

Je remercie profondément Monsieur Gérard Mesmacque, Professeur émérite, pour toute son aide et ses conseils permanents depuis mon master et lors de la réalisation de ce travail de thèse.

L'étape de la mise au point de la plateforme d'essais multiaxiaux a bénéficié du soutien permanent d'INSTRON, je tiens à remercier tous ses interlocuteurs qui ont toujours été présents face à nos multiples sollicitations.

Je n'oublierais pas, bien sûr, de citer Bernard, Bianca, Fatah, Karim, Larbi, Michel, pour leur soutien et d'avoir été toujours présents quand j'avais besoin d'aide, je vous dis du fond du cœur "merci".

Enfin, je souhaite remercier tous les collègues pour les bons moments que j'ai passés avec vous et pour la chaleureuse ambiance de laboratoire. Dans le désordre merci à Adriana, Amrouche, Amar, Chuy, Cosmin, Didier, Francine, Johnny, Kristian, Martine, Norma, Pedro, Ricardo, Xavier.

Table des Matières

Remerciements 4

Table des Matières 5

Liste des figures 10

Liste des tableaux 15

Introduction générale 18

Chapitre I 20

Prévision de la durée de vie et cumul de dommage en fatigue multiaxiale 20

I.1 Fatigue sous un chargement à amplitude constante 20

I.1.1 Courbe de Wöhler 20

I.1.2 Phases de la propagation d'une fissure 22

I.1.3 Effet de la contrainte moyenne 23

I.2 Cumul du dommage en fatigue 24

I.2.1 Introduction 24

I.2.2 Loi de cumul linéaire 26

I.2.2.1 Loi de Palmgren-Miner 1945 26

I.2.3 Loi de cumul non linéaire fondée sur le changement des propriétés mécaniques en fatigue 27

I.2.3.1 Loi de Marco-Starkey 1954 27

I.2.3.2 Loi de Henry 1955 27

I.2.3.3 Loi de Corten-Dolan 1956 29

I.2.3.4 Loi de Gatts 1961 29

I.2.3.5 Loi de Marin 1962 32

I.2.3.6 Loi de Bui-Quoc 1971 32

I.2.3.7 Loi de Subramanyan 1976 33

I.2.3.8 Loi de Hashin-Rotem 1978 34

I.2.3.9 Damage Curve Approach (DCA) Manson-Halford 1981 35

I.2.3.10 Loi de Hwang-Han 1986 38

I.2.4 Loi de cumul non linéaire fondée sur une longueur et propagation de fissure 39

I.2.4.1 Loi de Shanley 1952 39

I.2.4.2 Loi de Grover 1960 40

I.2.4.3 Double Linear Damage Rule (DLDR) Manson 1965 41

I.2.4.4 Loi de Miller-Zachariah 1977 43

I.2.5 Loi de cumul non linéaire de mécanique de l'endommagement 44

I.2.5.1 Loi de Chaboche 1974 44

I.2.5.2 Loi de Lemaitre-Plumtree 1979 46

I.2.5.3 Loi de Shang 1999, 2006 47

I.2.6 Loi de cumul non linéaire énergétique 48

I.2.6.1 Lois de Kujawski-Ellyin 1984 et Golos-Ellyin 1987 48

I.2.7 Discussion sur les lois de cumul du dommage 50

I.3 Etude de bibliographie de l'essai de fatigue multiaxiale 54

Chapitre II 59

Loi de cumul de dommage DSM et proposition de son extension au cas de sollicitation multiaxiale 59

II.1 Modèle de DSM de cumul de dommage en fatigue uniaxiale 59

II.1.1 Formulation 59

II.1.2 Exemple d'un calcul du dommage 61

II.1.3 Validation du modèle de DSM uniaxial avec les résultats de Rambabu :. 63

II.1.3.1 Essais avec chargement en ordre croissant 65

II.1.3.2 Essais avec chargement en ordre décroissant 68

II.2 Extension du modèle de DSM à la fatigue multiaxiale 73

II.2.1 Critères de fatigue multiaxiale 73

II.2.1.1 Critères de type global 74

II.2.1.2 Critères de type plan critique 75

II.2.2 Critères de fatigue multiaxiale à durée de vie limitée 79

II.2.3 Limites d'endurance 80

II.2.4 Proposition d'un couplage de DSM avec les critères de fatigue à endurance limitée 82

II.2.5 Contraintes équivalentes proposées 84

II.2.6 Implantation numérique 86

II.2.6.1 Calcul de la durée de vie sous un chargement en phase 86

II.2.6.2 Le calcul de la durée de vie sous un chargement hors phase 88

II.3 Validation de la modélisation multiaxiale par les résultats issus de la bibliographie 90

II.3.1 Résultat d'essais de Wang 90

II.3.1.1 Résultat des essais en fatigue avec chargement à amplitude constante 90

II.3.1.2 Résultat d'essais en fatigue avec chargement en deux blocs 92

II.3.2 Validation des résultats de Wang 94

II.3.2.1 Calcul des durées de vie par les critères sous chargements à amplitudes constantes 94

II.3.2.2 Les plans critique 95

II.3.2.3 Essais de cumul de fatigue en phase 99

II.3.2.4 Essais de fatigue multiaxiale sous chargement variable non proportionnel 103

II.4 Conclusion 108

Chapitre III 109

Etude expérimentale 109

III.1 Matériau de l'étude : alliage d'Aluminium 6082-T6 110

III.1.1 Caractéristiques microstructurales 110

III.1.2 Caractéristiques mécaniques 111

III.1.2.1 Caractéristiques statiques : traction uniaxiale 111

III.1.2.2 Caractéristiques dynamiques : fatigue uniaxiale..... 114

III.2 Plateforme d'essais multiaxiale, travaux expérimentaux..... 116

III.2.1 Banc d'essai multiaxial, éprouvette cruciforme..... 116

III.2.2 Eprouvette cruciforme 117

III.2.3 Dispositif d'essais, montage de l'éprouvette 118

III.2.4 Mode de contrôle en configuration modale pour essais de fatigue biaxiale 119

III.2.5 Qualification du banc d'essais à l'aide de l'extensomètre..... 122

III.2.6 Simulation de la traction biaxiale sous Abaqus 128

III.3 Essais de fatigue et de cumul du dommage en fatigue biaxiale..... 132

III.3.1 Protocole de la campagne d'essais équibiaxiaux 133

III.3.1.1 Essais de fatigue biaxiale avec chargement à amplitude constante 133

III.3.1.2 Essai de cumul en fatigue équibiaxiale avec chargements par blocs 135

III.3.1.3 Essai de cumul en fatigue équibiaxiale avec chargements par blocs répétés 138

III.3.2 Fractographie 139

Chapitre IV..... 141

Analyse et interprétation des résultats 141

IV.1 Caractéristiques de fatigue de l'alliage Al-6082-T6..... 141

IV.1.1 Courbes S-N en fatigue uniaxiale et biaxiale 141

IV.1.2 Caractéristiques de fatigue..... 143

IV.2 Détermination des contraintes équivalentes de DSM..... 145

IV.2.1 Prédictions par les critères de fatigue multiaxiale sous chargement constant 145

IV.2.2 Calcul des contraintes équivalentes et identification des paramètres.... 147

IV.3 Confrontation des résultats de prédiction des modèles aux résultats expérimentaux..... 149

IV.3.1. Résultats d'essais et de prédiction par les modèles 149

IV.3.1.1. Essais par blocs en ordre croissant 149

IV.3.1.2. Essais par blocs en ordre décroissant..... 149

IV.3.1.3. Essais par blocs en ordre aléatoire..... 149

IV.3.1.4. Essais par blocs répétés 149

IV.3.2 Analyse des résultats de cumul de fatigue avec chargement par blocs . 154

IV.3.2.1. Représentation des résultats en terme de durée de vie 154

IV.3.2.2. Représentation des résultats en termes de fraction de durée de vie 156

IV.3.2.3. Incertitudes sur les prédictions 156

IV.3.2.4. Représentation des résultats en terme de dommage cumulé..... 159

IV.3.3 Analyse des résultats de cumul en fatigue avec chargement par blocs répétés 161

IV.3.3.1. Représentation des résultats en terme de durée de vie 161

IV.3.3.2. Incertitudes sur les prédictions 161

IV.3.3.3. Représentation des résultats en terme de dommage cumulé..... 162

IV.4 Conclusion 163

Conclusions et perspectives..... 164

Annexe I 167

Résultats des essais de Rambabu et al. 167

A.I.1 Composition chimique..... 167

A.I.2 Essai de fatigue avec chargement constant..... 167

Annexe II..... 169

Résultats des essais de Wang..... 169

A.II.1 Composition chimique de l'alliage d'aluminium LY12CZ 169

A.II.2 Propriété mécanique 169

Annexe III 170

Simulation numérique sous Abaqus..... 170

Bibliographie 176

Liste des figures

Figure I.1 : Présentation d'une courbe de Wöhler 21

Figure I.2 : Les différentes phases de la propagation d'une fissure..... 22

Figure I.3 : Différents types de chargements en fatigue 24

Figure I.4 : Représentation de l'évolution de dommage par fatigue d'un chargement constant 25

Figure I.5 : L'évolution de dommage par fatigue sous un chargement à deux niveaux de contrainte..... 26

Figure I.6 : Schématisation de la modélisation de Gatts..... 30

Figure I.7 : La courbe d'isodommage de loi de Subramanyan 33

Figure I.8: Cas de deux niveaux de chargement par loi de Hashin-Rotem..... 34

Figure I.9 : Un exemple d'application de la loi DCA 36

Figure I.10 : Cumul linéaire et non linéaire du dommage 36

Figure I.11 : Courbes de dommage..... 37

Figure I.12 : Conception du module de fatigue selon Hwang and Han 38

Figure I.13 : Présentation de la loi de Grover. La phase initiation et la phase propagation 40

Figure I.14 : Présentation de DLDR 42

Figure I.15 : Exemple de prédiction de DLDR pour chargement en deux blocs..... 43

Figure I.16 : Cumul non linéaire du modèle de Chaboche 46

Figure I.17 : Energie de déformation élastique et plastique selon Golos et Ellyin..... 49

Figure I.18 : Courbe de dommage selon Golos et Ellyin..... 50

Figure I.19 : Différents type des éprouvettes cruciformes..... 56

Figure I.20 : Les dispositifs et mise en œuvre par Pascoe 1967 57

Figure I.21 : Les dispositifs et la mise en œuvre par Makinde 1992 57

Figure I.22 : Les dispositifs et la mise en œuvre par Itoh 1994..... 58

Figure I.23 : Les dispositifs avec un seul vérin par Vezer et Major 58

Figure II.1 : Illustration des définitions des paramètres du modèle DSM 60

Figure II.2 : Organigramme proposé pour le calcul du dommage de DSM 63

Figure II.3 : Erreurs de prévision de la vie restant en ordre croissant 67

Figure II.4. Erreurs de prévision de la vie restant des essais en ordre décroissant 71

Figure II.5 : Erreurs de prédiction pour différentes lois de cumul..... 71

Figure II.6 : Erreurs absolues des prédictions de différentes lois de cumul du dommage 72

Figure II.7: Principe du critère de type global avec deux variables..... 74

Figure II.8 : Définition d'un plan matériel..... 76

Figure II.9: Définition des différents termes relatifs à la contrainte tangentielle 77

Figure II.10 : Parabole de Gerber dans diagramme de Haigh..... 81

Figure II.11 : Allures des courbes S-N de l'alliage d'aluminium 6082T6 81

Figure II.12 : Organigramme du calcul de σ_{eq}. 82

Figure II.13 : Contrainte σ_{eq} et chargement σ_{xx} en fonction de N_r d'un essai de traction équibiaxiale 83

Figure II.14 : σ_{eq} en fonction de chargement σ_{xx} d'un essai de traction équibiaxiale. 83

Figure II.15 : Organigramme de la détermination de la durée de vie par les critères de type global (Sines) sous un chargement en phase..... 87

Figure II.16 : Organigramme de détermination la durée de vie par les critères de type plan critique (Dang Van et Robert) sous un chargement en phase 88

Figure II.17 : Organigramme de calcul de la durée de vie par les critères de type plan critique (Dang Van et Robert) sous un chargement hors phase..... 89

Figure II.18 : Résultats essais/ prédictions par les critères sous chargements constants 95

Figure II.19 : Plan critique des essais de traction-torsion..... 95

Figure II.20 : Distribution de l'indicateur du critère obtenu selon la méthode du plan critique sous chargement en phase : a) Dang Van, b) Robert..... 97

Figure II.21 : Distribution de l'indicateur du critère obtenu selon la méthode du plan critique sous chargement avec déphasage de 45 ° et 90 °..... 98

Figure II.22 : Comparaison des résultats de prédiction de durée de vie : essais/modèles 101

Figure II.23 : Comparaison des résultats de prédiction de la fraction de vie : essais/modèles 101

Figure II.24 : Comparaison de l'ERP (%) entre les modèles DSM et Miner 102

Figure II.25 : Effet de l'ordre du chargement sur les résultats 105

Figure II.26 : Effet du déphasage sur les résultats 105

Figure II.27 : Comparaison des résultats en termes de fractions de vie 106

Figure II.28 : Comparaison des ERP (%) entre Miner et DSM+Sines 107

Figure III.1 : Structure de l'alliage Al-6082-T6 111

Figure III.2 : Machine d'essais universels Instron 8516 112

Figure III.3 : Dimensions de l'éprouvette de traction monotone 112

Figure III.4 : Courbes de traction monotone de l'alliage Al-6082-T6 113

Figure III.5 : Dimensions de l'éprouvette de fatigue 114

Figure III.6 : Essais de calage de la courbe S-N du matériau Al-6082-T6 115

Figure III.7 : Courbe S-N de l'alliage Al-6082-T6 issue de la base de données du laboratoire 116

Figure III.8 : Vue d'ensemble du dispositif d'essais biaxiaux 117

Figure III.9 : Dimensions de l'éprouvette cruciforme 118

Figure III.10 : Schéma de principe du système d'essais biaxial à 4 vérins 118

Figure III.11 : Vue de la fixation de l'éprouvette cruciforme 119

Figure III.12 : Régulation modale : cas de deux vérins 120

Figure III.13 : Schéma de principe d'une régulation modale : calcul et envoie des signaux modaux aux servovalves 121

Figure III.14 : Configuration de contrôle en force 122

Figure III.15 : Configuration de contrôle en déplacement 122

Figure III.16 : Eprouvette instrumentée avec des jauges de déformation 123

Figure III.17 : Eprouvette instrumentée avec des jauges de déformation 124

Figure III.18 : Mesures des déformations en traction uniaxiale suivant l'axe 1-3 ... 125

Figure III.19 : Mesures des déformations en traction uniaxiale suivant l'axe 2-4 ... 126

Figure III.20 : Mesures des déformations en traction en traction équibiaxiale 127

Figure III.21: Champ de déformation/contrainte en traction équibiaxiale sous 40 kN 129

Figure III.22 : Comparaison calcul/mesure des déformations sur une même face ... 130

Figure III.23 : Comparaison des déformations de traction uniaxiale/biaxiale au centre de l'éprouvette 131

Figure III.24 : Contrainte au centre de l'éprouvette : comparaison traction 1D/2D. 131

Figure III.25 : Processus de fin de vie d'une éprouvette en fatigue biaxiale..... 133

Figure III.26 : Typologie des différents modes d'endommagement des éprouvettes134

Figure III.27 : Comparaison des courbes S-N de traction uniaxiale et biaxiale 135

Figure III.28 : Différentes ordre de chargement pour l'essai biaxial..... 136

Figure III.29 : Typologie des différents modes d'endommagement..... 138

Figure III.30 : Illustration de l'essai biaxial en cumul par blocs répétés..... 139

Figure III.31 : Typologie des différents modes d'endommagements 139

Figure III.32 : Observation de l'amorçage de fissures de fatigue depuis le centre de l'éprouvette 140

Figure IV.1 : (a) Courbe S-N de l'alliage Al-6082-T6 ; (b) Courbe S-N en fatigue équibiaxiale 142

Figure IV.2 : Comparaison des courbes S-N uniaxiale/ équibiaxiale 143

Figure IV.3 : Les limites d'endurance : a) en terme de contrainte maximale ; b) en terme d'amplitude de contrainte ……..144

Figure IV.4 : Prédiction des durées de vie en fatigue équibiaxiale sous chargement constant par les critères de fatigue : a) critère de Sines, b) critère de Dang Van, c) critère de Robert..... 146

Figure IV.5 : Contrainte équivalente et chargement appliqué en fonction du nombre de cycles à la rupture. 148

Figure IV.6 : Contrainte équivalente en fonction du chargement..... 148

Figure IV.7 : Comparaison des résultats de prédiction de durée de vie par les modèles avec les résultats expérimentaux 155

Figure IV.8 : Comparaison des résultats de prédiction de la fraction de durée des modèles de cumul du dommage et des essais 157

Figure IV.9 : Comparaison de l'ERP(%) entre les différents modèles de cumul du dommage 158

Figure IV.10 : Prédictions de cumul du dommage par Miner et DSM+Robert..... 160

Figure IV.11 : Comparaison des résultats de prédiction par les modèles de cumul du dommage et des essais. 161

Figure IV.12 : Comparaison de l'ERP(%) entre les prédictions des différents modèles de cumul du dommage. 162

Figure IV.13 : Prédiction par les modèles de l'évolution du dommage en chargement par blocs répétés. 162

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Récapitulatif des expressions analytiques de la courbe de Wöhler 22

Tableau I.2 : Récapitulation d'application des lois étudiées 52

Tableau I.3 : Paramètres nécessaires des lois étudiées 53

Tableau I.4 : Différentes méthodes d'essai biaxial 55

Tableau II.1 : Essais de fatigue uniaxiale en traction avec deux blocs de chargement par Rambabu et al. 65

Tableau II.2 : Prédiction du nombre de cycles au deuxième bloc de chargement par les lois étudiées « chargement en ordre croissant ».....66

Tableau II.3 : Prédiction du nombre de cycles au deuxième bloc de chargement par les lois étudiées « chargement en ordre décroissant ».....69

Tableau II.4 : Erreurs de prédiction en moyennes des lois étudiées pour tous les essais 71

Tableau II.5 : Caractéristiques de fatigue uniaxiale de l'alliage d'aluminium LY12CZ 90

Tableau II.6 : Résultats d'essais en traction-torsion en phase 91

Tableau II.7 : Résultats d'essais en traction-torsion avec déphasage de 45 °..... 91

Tableau II.8 : Résultats d'essais de traction-torsion avec déphasage de 90 °..... 92

Tableau II.9 : Résultats d'essais traction-torsion en cumul par blocs..... 93

Tableau II.10 : Résultats d'essais de traction-torsion en cumul par blocs avec chargement en déphasage de 45 °..... 93

Tableau II.11 : Résultat de l'essai traction-torsion en cumul par blocs avec chargement en déphasage 90 °..... 94

Tableau II.12 : Angles d'Euler prédits par les critères 96

Tableau II.13 : Résultats d'essais et de prédictions en traction-torsion en cumul de fatigue avec chargement par blocs en phase 100

Tableau II.14 : Comparaison des ERP prédites par les modèles 102

Tableau II.15 : Résultats prédictions/essais de cumul en fatigue : traction-torsion, chargement par blocs, déphasage 45 °..... 104

Tableau II.16 : Résultats prédictions/essais de cumul en fatigue : traction-torsion, chargement par blocs, déphasage 90 °..... 104

Tableau II.17 : Comparaison des ERP (%) prédites par les modèles 107

Tableau III.1 : Composition chimique moyenne des principaux éléments de l'alliage d'aluminium 6082-T6 (% masse)..... 110

Tableau III.2 : Principales caractéristiques mécaniques monotones de l'Al-6082-T6 de l'étude 113

Tableau III.3 : Essais de fatigue uniaxiale « tests de calage »..... 115

Tableau III.4 : Mesures des déformations en traction suivant l'axe 1-3..... 124

Tableau III.5 : Mesures des déformations en traction suivant l'axe 2-4..... 126

Tableau III.6 : Mesures des déformations en traction équibiaxiale 127

Tableau III.7 : Comparaison de la déformation calculée / mesurée 129

Tableau III.8 : Résultats des essais de fatigue équibiaxiale « Chargement à amplitude constante »..... 133

Tableau III.9 : Résultats des essais de cumul de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs à deux niveaux de contrainte »..... 135

Tableau III.10 : Résultats des essais de cumul de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs à trois niveaux de contrainte »..... 136

Tableau III.11 : Résultats des essais de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs répétés »..... 139

Tableau IV.1 : Coefficients de Basquin pour les différents types de limites d'endurance obtenues ave la représentation 145

Tableau IV.2 : Coefficients de Basquin sous différents types de limites d'endurance obtenues avec la représentation 145

Tableau IV.3 : Récapitulatif des contraintes équivalentes à l'état de rupture 147

Tableau IV.4 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre croissant avec deux niveaux de contrainte..... 150

Tableau IV.5 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre croissant avec trois niveaux de contrainte..... 151

Tableau IV.6 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre décroissant avec trois niveaux de contrainte..... 152

Tableau IV.7 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre aléatoire avec trois niveaux de contrainte..... 152

Tableau IV.8 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs répétés 153

Introduction générale

Les enjeux de la compétitivité industrielle s'articulent autour du souci permanent lié à l'allègement des composants mécaniques tout en assurant un fonctionnement sécuritaire vis-à-vis des pièces sollicitées.

Ce double challenge nécessite le développement d'outils prédictifs performants de plus en plus complexes. En effet, ils doivent prendre en compte la diversité des matériaux utilisés et de leurs propriétés (alliages métalliques, polymères, (nano) composites, etc.), leurs mises en œuvre dans les structures mécaniques (multimatériaux, assemblages…) mais également les conditions réelles de leurs utilisations, le plus souvent opérées, sous des chargements multiaxiaux, variables et aléatoires. Ce type de chargement engendre un phénomène de fatigue mécanique qui, le plus souvent, est le principal responsable de défaillance des pièces par fissuration puis par rupture.

Un bon nombre de travaux sur la prévision de l'endommagement par fatigue existe dans la littérature scientifique et notamment à propos des matériaux métalliques. La plupart de ces travaux sont basés sur l'établissement de critères de défaillance, qui peuvent ensuite être utilisés pour la vérification de la tenue en fatigue des structures métalliques travaillant à grand nombre de cycles. A ce propos, l'industriel s'intéresse généralement au domaine de la fatigue polycyclique et cherche d'assurer la tenue de ses pièces jusqu'à un grand nombre de cycles fixé auparavant.

Toutefois, le développement d'un bon outil de prédiction de durée de vie, devrait également intégrer l'effet de l'histoire du chargement, sur le cumul de dommage au cours de l'utilisation de la pièce. A ce niveau, quelques lois de cumul du dommage sont proposées, mais, aucune d'entre elles ne peut prétendre son universalité. Les bureaux d'études sont alors toujours en attente d'un outil de prédiction de durée de vie, simple d'utilisation et qui leur permettra de concevoir et dimensionner correctement leurs pièces vis-à-vis de la fatigue. Cette voie reste encore ouverte en raison de la grande diversité des matériaux, de la complexité des chargements et de l'histoire « individuelle » des sollicitations que peut subir une pièce pour une durée de vie donnée.

Les travaux de cette thèse se situent dans le cadre de l'endommagement et du cumul de dommage en fatigue sous chargement biaxial, jusqu'à l'amorçage d'une macrofissure. On se base sur la loi de cumul de dommage développée en fatigue uniaxiale (DSM « Damage Stress Model ») et on propose une extension au cas multiaxial.

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique développant trois parties. D'abord, on passe en revue les lois de cumul de dommage de la littérature basées sur différentes approches : approche fondée sur la modification des propriétés

mécaniques au cours de la fatigue, approche fondée sur la longueur et la propagation de fissure de fatigue, approche non-linéaire de la mécanique de l'endommagement, approche énergétique, etc. Ensuite, on passe en revue quelques critères de fatigue multiaxiale, notamment de type global (Sines, Crossland) et de type plan critique (McDiarmid, Dang Van, Robert); puis enfin, on évoque les dispositifs d'essais de fatigue multiaxiale et la géométrie des éprouvettes dédiées (barreau circulaire, tube mince, plaque cruciforme …).

Le deuxième chapitre comprend deux parties. Dans la première partie on rappelle le modèle de cumule du dommage DSM dans le cas uniaxial. Les résultats expérimentaux issus de la bibliographie sont utilisés pour la validation du modèle dans le cas d'un chargement uniaxial ainsi que sa performance vis-à-vis des autres modèles. Dans la deuxième partie, on propose une extension du modèle DSM au cas de la fatigue multiaxiale. Cette extension est rendue possible par l'utilisation de critères de fatigue multiaxiale de type global (Sines) et de type plan critique (DangVan et Robert) à durée de vie limitée et par la mise en œuvre d'une méthode itérative programmée sous Matlab fournissant les indicateurs de dommage. Les résultats expérimentaux multiaxiaux en cumul issue de la bibliographie sont utilisés pour la validation de nos propositions ainsi que la performance du modèle vis-à-vis de la loi de Miner.

Dans le troisième chapitre nous présentons les conditions et les résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes cruciformes amincies au centre, en alliage d'aluminium 6082T6. Les résultats d'essais en fatigue biaxiale, qui ont servi de support pour la validation de notre modèle ainsi que la comparaison avec d'autres modélisations les plus courantes, ont été obtenus grâce à la plateforme multiaxiale d'essais de fatigue de notre laboratoire (plateforme à quatre vérins à implantations modulaires) et à un mode original de conduite des essais basé sur la régulation modale. Par ailleurs, une simulation numérique sous le code de calcul Abaqus a permis d'accéder au champ de déformation/contrainte au centre de l'éprouvette. Les résultats de cette simulation ont été corroborés à l'aide d'une éprouvette instrumentée par des jauges de déformation.

Dans le quatrième chapitre, nous comparons les résultats expérimentaux obtenus dans le chapitre III et les résultats prédits par les modèles proposés, en termes de durée de vie totale et de la fraction de durée de vie. L'erreur relative de prédiction (ERP) est calculée pour chaque test pour positionner les modèles proposés par rapport aux résultats expérimentaux et les prévisions du modèle de Miner.

Chapitre I

Prévision de la durée de vie et cumul de dommage en fatigue multiaxiale

En général, les méthodes de prévision de la durée de vie en fatigue des pièces soumises à un chargement variable (uniaxial et multiaxial) se composent des éléments suivants:

- *les données du matériau (monotone et fatigue),*
- *la loi de cumul du dommage par fatigue,*
- *le critère de fatigue (si le chargement est multiaxial),*
- *la méthode de comptage de cycle (si le chargement est aléatoire).*

Dans le premier chapitre, nous présentons la synthèse bibliographique, en tenant en compte des trois premiers éléments, en quatre parties:

Dans un premier temps, nous décrivons la méthodologie de prévision de la durée de vie en fatigue la plus utilisée, qui permettra d'introduire les éléments nécessaires pour les autres approches. Dans la seconde partie nous présenterons les différentes lois de cumul de dommage. Dans la troisième partie nous présenterons les critères de fatigue multiaxiale, en particulier les approches de type global et de type plan critique. Dans la dernière partie de ce chapitre, on résume les dispositifs des essais expérimentaux en fatigue multiaxiale de la bibliographie, notamment ceux en fatigue biaxiale utilisant les éprouvettes cruciformes.

I.1 Fatigue sous un chargement à amplitude constante

Afin d'étudier le phénomène de fatigue sous un chargement variable, il est nécessaire de rappeler certaines notions de la fatigue en chargement constant.

I.1.1 Courbe de Wöhler

Pour déterminer la résistance à la fatigue d'un matériau, il est nécessaire de réaliser des essais sous sollicitations cycliques avec différents niveaux de chargement et de les représenter sous forme de courbes d'équiprobabilité de rupture dite courbe de Wöhler comme le montre la figure I.1.

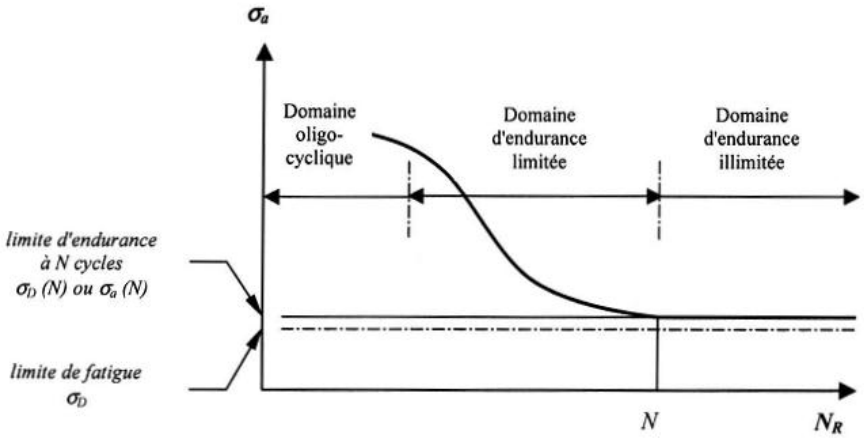


Figure I.1 : Présentation d'une courbe de Wöhler[1]

En général, trois domaines sont distingués dans le diagramme :

1. Le domaine oligocyclique

Il correspond aux niveaux des contraintes appliquées les plus élevés, en général supérieurs à la limite élastique. Le nombre de cycles à la rupture s'étend jusqu'à 10^4 ou 10^5.

2. Le domaine d'endurance limitée

Dans cette zone, la contrainte est inférieure à la limite élastique du matériau. La rupture est atteinte après un nombre de cycles compris approximativement entre 10^4 et 10^6 voire 10^7. La rupture n'est pas accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble. C'est un domaine dans lequel travaillent la plupart des structures. Dans ce domaine, il existe de très nombreuses relations mathématiques reliant la charge (contrainte σ) et le nombre de cycles à la rupture (N_f).

3. Le domaine d'endurance illimitée

La courbe de Wöhler présente généralement une variation de pente plus ou moins marquée autour de 10^6 - 10^7 cycles, suivie d'une zone où la courbe tend vers une limite asymptotique parallèle à l'axe (abscisse) du nombre de cycles (N_f) , où il n'y a pas de rupture par fatigue quel que soit le nombre de cycles appliqués. Cette limite nommée limite de fatigue σ_D.

Pour faciliter l'utilisation industrielle, on introduit la notion de limite de fatigue conventionnelle ou limite d'endurance $\sigma_D(N)$. Il s'agit de la plus grande amplitude de la contrainte σ pour laquelle on constate 50% de rupture après un nombre de cycles (N) qui peut varier entre 10^6 et 10^7.

Plusieurs expressions analytiques ont été proposées pour représenter les courbes de Wöhler, dans les domaines d'endurance limitée ou illimitée. Nous les avons rassemblées dans le tableau I.1 où σ_a est l'amplitude de la contrainte appliquée et A, B, C, a, b, c, β sont les constants de matériau.

Tableau I.1 : Récapitulatif des expressions analytiques de la courbe de Wöhler

Wöhler	$\sigma_a = A - B \cdot logN_f$
Basquin	$ln\sigma_a = A - B \cdot logN_f$ ou $\sigma_a = a \cdot {N_f}^b$
Stromeyer	$ln(\sigma_a - \sigma_D) = A - B \cdot logN_f$ ou $\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{C}{N_f}\right)^{\frac{1}{b}}$
Palmgren	$\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{C}{A + N_f}\right)^{\frac{1}{b}}$
Weibull	$\frac{\sigma_a - \sigma_D}{\sigma_u - \sigma_D} = \left(\frac{C}{A + N_f}\right)^{\frac{1}{b}}$
Corson	$(\sigma_a - \sigma_D) \cdot A^{\sigma_a - \sigma_D} = \frac{C}{N_f}$
Bastenaire	$N_f = \frac{A}{\sigma_a - \sigma_D} \cdot exp\left[-\left(\frac{\sigma_a - \sigma_D}{B}\right)^C\right]$
Kohout & Vêchet	$\sigma_{max} = \sigma_D \cdot \left[\frac{\mathrm{N}_f + B}{\mathrm{N}_f + C}\right]^\beta$

I.1.2 Phases de la propagation d'une fissure

En général, l'évolution d'une fissure de fatigue peut être divisée en trois phases (figure I.2):

1. Phase d'initiation (ou amorçage) de la fissure, microfissure;
2. Phase de propagation de la fissure, stade I, fissure courte;
3. Phase de propagation de la fissure, stade II, fissure longue.

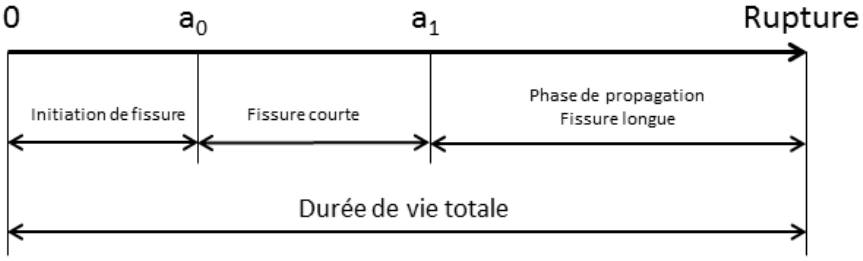


Figure I.2 : Les différentes phases de la propagation d'une fissure

En général, on ne distingue que deux phases, la phase d'initiation et la phase de propagation $N_f = N_i + N_p$.

Dans la phase d'initiation, il faut noter qu'il y a une grande différence entre le mécanisme de la fatigue polycyclique et oligocyclique :

- Pour une pièce soumise à un chargement en fatigue polycyclique, le nombre de cycles imposés, à l'initiation, peut atteindre 90% de la durée de vie totale.

La contrainte appliquée est en générale dans le domaine élastique, sauf pour certains grains orientés préférentiellement où apparait la plasticité localisée. Communément, cette plastification apparait dans les matériaux métalliques sous les bandes de glissement, résultats de l'émergence et de l'arrangement de dislocations.

- Dans le cas de la fatigue oligocyclique, le matériau va se plastifier de manière homogène. Donc la partie d'initiation nécessite un pourcentage de la durée de vie totale moins important par rapport au cas polycyclique.

Il n'existe pas de frontière absolue entre le domaine d'initiation et celui de propagation de la fissure. Le passage d'un domaine à un autre dépend fortement de la microstructure du matériau. La définition de la fin d'un domaine est souvent déterminée par la taille de la fissure qui dépend du modèle à utiliser.

La propagation de la fissure longue par fatigue est étudiée dans la mécanique de la rupture. Le comportement dans cette phase ne rentre pas dans le cadre de nos travaux présentés dans ce manuscrit.

I.1.3 Effet de la contrainte moyenne

La contrainte moyenne, qui est définie par la valeur moyenne des contraintes maximale et minimale, joue un rôle important quel que soit le chargement. Les équations suivantes montrent l'effet de la contrainte moyenne dans le cas de la fatigue en traction alternée :

Goodman:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \qquad \text{(I-1)}$$

Gerber:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \qquad \text{(I-2)}$$

Morrow:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_D} = 1 \qquad \text{(I-3)}$$

Pour les sollicitations complexes, la contrainte moyenne a en général deux influences :

1. Elle crée une accumulation de la déformation plastique progressive par un chargement asymétrique. Beaucoup de recherches ont montré que la contrainte moyenne a un effet bénéfique sur la durée de vie pour un chargement en compression contrairement à un chargement en traction.
2. Elle peut également induire un effet de relaxation, lorsque cette contrainte n'est pas nulle.

I.2 Cumul du dommage en fatigue

I.2.1 Introduction

On peut identifier, en général, quatre types de signaux de chargements différents (figure I.3) :

1. Chargement à amplitude constante.
2. Chargement par blocs : le signal est constitué de plusieurs blocs d'amplitude constante. Le dernier bloc est appliqué jusqu'à rupture. On peut étudier le cumul de dommage selon les séquences de chargement.
3. Chargement par blocs répétés : le signal est constitué de plusieurs boucles des blocs de charge d'amplitude constante, répétées jusqu'à la rupture de la pièce.
4. Chargement aléatoire : le signal aléatoire est le plus proche des cas réels.

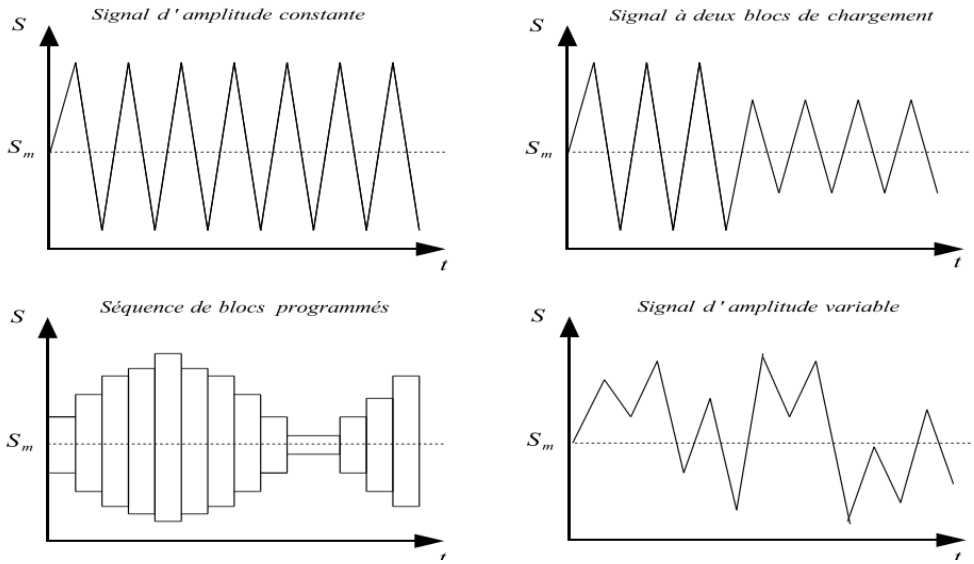


Figure I.3 : Différents types de chargements en fatigue [1]

Tous les chargements mentionnés ci-dessus occasionnent un endommagement et un cumul de dommage par fatigue. Une loi de cumul du dommage est un modèle physique et mathématique permettant d'estimer la durée de vie de la pièce pour des chargements variables. Ce calcul utilise une fonction de dommage D définie par une loi de cumul de dommage. Beaucoup de chercheurs ont développé leurs modèles pour quantifier le dommage par fatigue en prenant en compte les différentes grandeurs physiques. La majorité des lois de cumul du dommage ont été présentées par Newmark[2], Kaechele[3], Hwang et Han[4], Fatemi et Yang[5].

Le dommage évolue en fonction du nombre de cycles comme le montre la figure I.4. Sur cette figure, on peut distinguer deux types de processus:

- Le processus A où l'évolution du dommage augmente d'une façon linéaire avec le nombre de cycles appliqués ou fraction de vie.

- Les processus B et C où l'évolution du dommage augmente de façon non linéaire.

Dans le cas de la fatigue polycyclique, pour la plupart des matériaux métalliques, le cumul de dommage est suivant le processus B. Dans le cas de la fatigue oligocyclique, le dommage se cumule suivant le processus C.

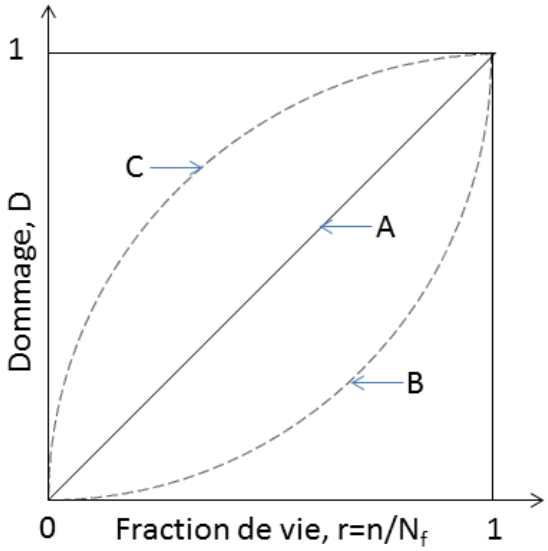


Figure I.4 : Représentation de l'évolution de dommage par fatigue d'un chargement constant

Dans le cas d'un chargement non-constant, le cumul de dommage est beaucoup plus complexe. La figure I.5 représente le chargement le plus simple qui comporte deux niveaux de contrainte σ_H et σ_B, telle que $\sigma_H > \sigma_B$. Cette figure nous montre que:

- si on applique une contrainte de bas niveau suivi d'une autre de haut niveau, la fraction de vie totale, qui est $\sum r = r_{AC} + r_{BD}$, sera supérieure à l'unité.
- si on applique une contrainte de haut niveau suivi d'une autre de bas niveau, la fraction de vie totale, qui est $\sum r = r_{AB} + r_{CD}$, sera inférieure à l'unité.

Cet effet est souvent nommé l'effet de séquence de chargement. Il s'accord avec les résultats expérimentaux.

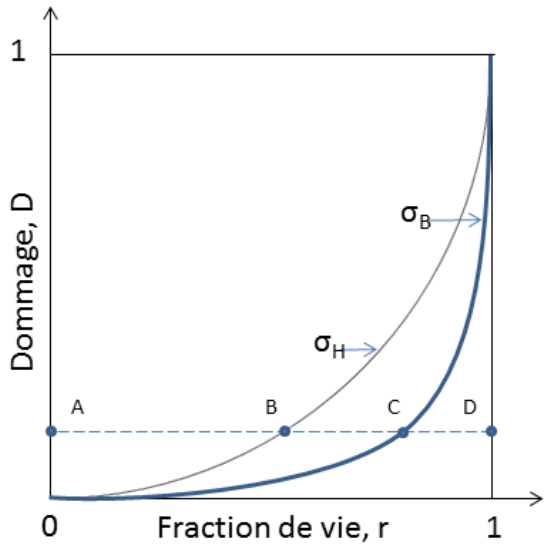


Figure I.5 : L'évolution de dommage par fatigue sous un chargement à deux niveaux de contrainte

I.2.2 Loi de cumul linéaire

I.2.2.1 Loi de Palmgren-Miner 1945

En 1924, A. Palmgren a proposé une notion de dommage linéaire en l'appliquant à la fatigue des roulements à billes en acier. En 1937 B.F. Langer a présenté cette approche pour estimer l'effet de différentes amplitudes de contraintes de chargement. En 1945, M. S. Miner a donné une formulation mathématique pour calculer la durée de vie des pièces d'avions en aluminiums soumises à la fatigue polycyclique sous chargements par blocs[6]. L'expression de dommage qu'il a proposée est :

$$D = \sum r_i = 1 \qquad \text{(I-4)}$$

D dénote l'endommagement,
r_i est la fraction de vie au niveau donné de contrainte, telle que :

$$r_i = \frac{n_i}{N_{fi}} \qquad \text{(I-5)}$$

n_i est le nombre de cycles au niveau donné de contrainte,
N_{fi} est le nombre de cycles à la rupture au niveau donné de contrainte.

Cette loi ne prend pas en compte l'histoire de chargement. L'expression est la même pour la fatigue oligocyclique et polycyclique. La fraction totale est toujours égale à 1 à la rupture, ce qui n'est pas toujours vérifié dans la réalité. Malgré cela elle est largement utilisée car elle est facile et ne nécessite pas la détermination de paramètres supplémentaires, contrairement aux autres lois qu'utilisent un ou plusieurs paramètres qui doivent être déterminés expérimentalement.

I.2.3 Loi de cumul non linéaire fondée sur le changement des propriétés mécaniques en fatigue

I.2.3.1 Loi de Marco-Starkey 1954

Cette loi est considérée comme la première loi de cumul du dommage non linéaire[7]. Les auteurs ont choisi la fraction de vie comme paramètre pour présenter le dommage. Les courbes d'endommagement pour chaque niveau de contraintes sont définies par l'équation :

$$\mathrm{D}_i = \left(\frac{n_i}{N_{fi}}\right)^{m_i} \tag{I-6}$$

Le coefficient m est un exposant dépendant du niveau de sollicitation. Il est toujours supérieur à un.

La rupture intervient quand :

$$\sum_{i=1}^{p} D_i = 1 \tag{I-7}$$

Avec p niveaux de sollicitation.

Cette loi considère que le dommage est une fonction de la fraction de vie. L'évolution du dommage est non linéaire et il y a qu'un seul paramètre à déterminer. Elle est simple à utiliser. Cependant, elle ne précise pas la façon de déterminer ce paramètre et ne prend pas en considération l'ordre d'application des contraintes, ni l'effet de contrainte moyenne.

I.2.3.2 Loi de Henry 1955

La loi de Henry lie l'évolution du dommage du matériau à la variation de sa limite d'endurance σ_D [8].

À l'état initial, $\sigma_D = \sigma_{D0}$

À l'état de rupture, $\sigma_D = 0$

où σ_{D0} est la limite d'endurance à l'état initial.

L'auteur a supposé que :

1. La courbe de Wöhler d'un matériau pour un type de sollicitation peut être représentée par :

$$N_f = \frac{K}{\sigma - \sigma_D} \tag{I-8}$$

où K est une constante du matériau. Si le matériau est vierge, elle est donnée par :

$$N_f = \frac{K_0}{\sigma - \sigma_{D0}} \tag{I-9}$$

2. Le point critique de la pièce étudiée, où se trouve le dommage le plus élevé, peut être considéré comme l'effet d'une entaille de coefficient de concentration de contrainte K_t, l'équation de Henry peut être exprimée par :

$$N_f = \frac{K_0}{K_t(\sigma - \sigma_{D0})} = \frac{K}{\sigma - \sigma_D} \qquad \text{(I-10)}$$

où K_t est défini par $K_t = \frac{K_0}{K} = \frac{\sigma_{D0}}{\sigma_D}$

3. La fonction du dommage, proposée par l'auteur, est définie par :

$$D_i = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_{D_i}}{\sigma_{D0}} \qquad \text{(I-11)}$$

En insérant les équations (1-8), (1-9) et (1-10), l'expression du dommage créée pour n_i cycles est donc :

$$D_i = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0}} = \frac{r_i(\lambda_i - 1)}{\lambda_i - r_i} \qquad \text{(I-12)}$$

où λ_i et r_i sont définis par $\lambda_i = \frac{\sigma}{\sigma_{D0}}$ et $r_i = \frac{n_i}{N_i}$

La loi de Henry applique la méthode des cycles équivalents au cas d'un chargement à plusieurs blocs. Par exemple, pour un chargement à deux niveaux de contrainte σ_1 et σ_2 avec un nombre de cycles appliqués n_1 et le restant n_2 respectivement ; et le dommage produit par le premier niveau sera :

$$D_1 = \frac{r_1(\lambda_1 - 1)}{\lambda_1 - r_1} \qquad \text{(I-13)}$$

La fraction de vie équivalente r_{12} sous le second niveau s'écrit :

$$r_{12} = \frac{D_1 \lambda_2}{D_1 + \lambda_2 - 1} \qquad \text{(I-14)}$$

La fraction de vie résiduelle r_2 au second niveau de la sollicitation avant la rupture est donnée par :

$$r_2 = 1 - \frac{D_1 \lambda_2}{D_1 + \lambda_2 - 1} = \frac{\lambda_1(\lambda_2 - 1)(1 - r_1)}{\lambda_1(\lambda_2 - 1) - r_1(\lambda_2 - \lambda_1)} \qquad \text{(I-15)}$$

Cette loi ne nécessite que les paramètres de fatigue: la limite d'endurance σ_D et la courbe de Wöhler du matériau. Elle prend en compte :

- l'historique et l'ordre de chargement,
- la nature de la sollicitation par l'intermédiaire d'une grandeur mesurable et accessible,
- la limite d'endurance du matériau.

Cependant, l'effet de la contrainte moyenne n'est pas pris en compte. Il faut noter qu'en utilisant cette loi, le chargement appliqué doit respecter la condition de Weibull $\sigma_{D0} < \sigma < 1{,}5 \cdot \sigma_{D0}$.

I.2.3.3 Loi de Corten-Dolan 1956

Les auteurs considèrent que le processus de dommage de fatigue apparaît en surface par la formation des bandes de glissement persistantes, dans lesquelles s'initient et coalescent des microfissures évoluant jusqu'à la rupture [9]. Le dommage D est présenté par :

$$D_i = r_i \cdot {n_i}^{a_i} \tag{I-16}$$

Où r_i et a_i sont des variables dépendant du niveau de contrainte.

Pour faciliter l'utilisation de cette loi, les auteurs proposent un coefficient *d* qui remplace les deux variables précédentes selon la relation:

$$\left(\frac{r_i}{r_j}\right)^{\frac{1}{a_i}} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right)^d \tag{I-17}$$

Selon les auteurs, la valeur moyenne de *d* est de 6,5 pour les aciers et les alliages d'aluminium.

Le cumul de dommage devient donc :

$$\sum \left(\frac{n_i}{N_{f1}}\right) \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1}\right)^d = 1 \tag{I-18}$$

Tel que l'indice 1 présente le niveau de contrainte le plus élevé.

Alors, on peut dire que la loi de Corten-Dolan est sous une forme assez simple puisque il n'y a qu'un seul paramètre *d* à déterminer expérimentalement. Elle prend aussi en compte l'histoire de chargement, mais elle ne prend pas en considération l'effet de la contrainte moyenne. Le cumul dommage est non linéaire.

I.2.3.4 Loi de Gatts 1961

Gatts a proposé cette loi en mentionnant qu'au cours d'un processus de fatigue, la résistance maximale à la traction décroit de manière proportionnelle à la contrainte appliquée [10]. Les principales hypothèses de son formalisme sont :

1. Le dommage est lié à la variation de la résistance maximale en traction monotone R_m par la relation :

$$\frac{dR_{mn}}{dN} = -k \cdot D \cdot R \tag{I-19}$$

où R est une variable homogène,
k est une constante de proportionnalité dépendant du matériau,
R_{mn} est la valeur instantanée de la résistance qui décroit et passe de R_{m0} à R_{mNf}.

2. σ_D est la limite d'endurance instantanée qui est proportionnelle à la résistance R_{mn} par la relation :

$$\sigma_D = C \cdot R_{mn} \tag{I-20}$$

où C est une constante empirique.

À l'état initial, $N = 0$; $R_{mn} = R_{m0}$

À la rupture, $N = N_f$; $R_{mn} = R_{mNf}$

3. Le dommage est définit, pour un chargement de contrainte inférieur à la limite d'endurance, par la relation :

$$D \cdot (R) = \langle R - \sigma_D \rangle^p \tag{I-21}$$

où p est une constante du matériau,

Si $R - \sigma_D \leq 0 \quad \langle R - \sigma_D \rangle = 0$

Si $R - \sigma_D \geq 0 \quad \langle R - \sigma_D \rangle = R - \sigma_D$

4. Il est supposé que la déformation plastique se produit dès que le premier cycle de chargement est appliqué, et qu'elle peut atteindre une valeur supposée critique pour créer le dommage. Dans la figure I.6 on trouve deux droites, la première (0A) représente la partie de déformation élastique par analogie avec la déformation élastique monotone ; et la deuxième droit (AB), qui est également élastique mais avec un module différent de celui de (0A), correspond aux sollicitations d'amplitude supérieures à la limite d'endurance.

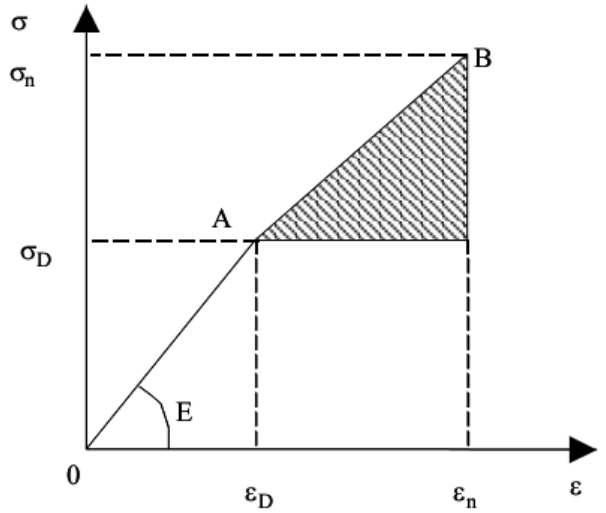


Figure I.6 : Schématisation de la modélisation de Gatts [10]

5. Dans la zone située sous le segment (AB), il existe de petites déformations plastiques, assez critiques pour engendrer la ruine du matériau. Ce dommage est supposé proportionnel à l'énergie correspondant à l'aire hachurée (figure 1.6) :

$$\frac{dR_{mn}}{dN} = -\mathrm{K} \cdot \int_{\sigma_D}^{\sigma} (R - \sigma_D) dR \tag{I-22}$$

Où K est un coefficient de proportionnalité.

6. En fin, il est supposé que la limite d'endurance σ_D et le coefficient K restent constants au $n^{ième}$ cycle, l'intégration de l'équation donne :

$$\frac{d\sigma_D}{dN} = -K' \cdot C \cdot (\sigma - \sigma_D)^2 \qquad \text{(I-23)}$$

avec $K' = \frac{K}{2}$

À l'état initial, $N = 0$ $\sigma_D = \sigma_{D0}$

À la rupture, $N = N_f$ $\sigma_D = C \cdot \sigma = \frac{\sigma_{D0}}{\sigma \cdot R_u}$

L'intégration de l'équation (I-23) donc donne :

$$\rho \cdot N = \frac{1}{\sigma - \sigma_{D0}} - \frac{1}{\sigma - \sigma_{Dn}} \qquad \text{(I-24)}$$

où ρ est une constante. En utilisant les dernières conditions aux limites. L'équation devient donc:

$$\rho \cdot N_f = \frac{1}{\sigma - \sigma_{D0}} - \frac{1}{\sigma \cdot (1 - C)} \qquad \text{(I-25)}$$

Pour simplifier l'utilisation de cette équation on utilise le changement de variable suivant :

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_{D0}} \ , \ \gamma_D = \frac{\sigma_{Dn}}{\sigma_{D0}} \ , \ C = \frac{\sigma_{D0}}{R_u} \ , \ r = \frac{n}{N_r} \qquad \text{(I-26)}$$

On obtient donc :

$$\gamma_D = \gamma \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{r}{1-c} + \frac{\gamma \cdot (1-r)}{\gamma - 1}}\right) \qquad \text{(I-27)}$$

Dans le cas d'un chargement à deux niveaux de contraintes, en utilisant la méthode de contrainte équivalente, on aura :

$$\gamma_{D1} = \gamma_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{r_1}{1-C} + \frac{\gamma_1 \cdot (1-r_1)}{\gamma_1 - 1}}\right) = \gamma_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{r_{12}}{1-C} + \frac{\gamma_2 \cdot (1-r_{12})}{\gamma_2 - 1}}\right) = \gamma_{D2} \qquad \text{(I-28)}$$

avec r_{12}, fraction de vie au second niveau équivalente à r_1, est donne par :

$$r_{12} = \gamma_2 \cdot \frac{(1-C)(\gamma_{D1} - 1)}{(\gamma_2 - \gamma_{D1})(\gamma_2 \cdot C - 1)} \qquad \text{(I-29)}$$

La fraction de vie r_2 au moment de la rupture totale du matériau sous le second niveau de contrainte σ_2 après n_1 cycles appliqués sous σ_1 est égale :

$$r_2 = 1 - \gamma_2 \cdot \frac{(1-C)(\gamma_{D1} - 1)}{(\gamma_2 - \gamma_{D1})(\gamma_2 \cdot C - 1)} \qquad \text{(I-30)}$$

Cette loi prend en compte la nature de la sollicitation par l'intermédiaire de la variation de la limite de fatigue et de la résistance maximale en traction monotone. Le

cumul de dommage est non linéaire, et l'histoire de chargement est prise en compte. Malgré la complexité des hypothèses, cette loi donne une relation qui simplifie son utilisation.

I.2.3.5 Loi de Marin 1962

La loi de Marin est basée sur l'idée que le dommage en fonction de la fraction de vie et lié au changement de la courbe de Wöhler. Elle propose une théorie de dommage cumulatif basée sur l'évolution du dommage en fonction du rapport cyclique et sur des changements dans la courbe SN [11]. Similaire à loi de Corten-Dolan, elle développe la relation en supposant que la courbe de Wöhler est sous la forme $\sigma^k \cdot \mathrm{N} = \mathrm{C}$. La relation d'endommagement peut s'écrire:

$$\left(\frac{r_i}{r_j}\right)^{\frac{1}{a_i}} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right)^d \tag{I-31}$$

Où d est une constante du matériau.

La relation aux différents niveaux de contrainte est donnée par :

$$r_1 + r_2 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^P + r_3 \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)^P = 1 \tag{I-32}$$

avec : $\mathrm{P} = \mathrm{d} - \mathrm{k}$

La loi de Marin était la première qui avait une conception de changement de la courbe de Wöhler. Ceci a été développé par la suite par d'autres chercheurs. Similaire à la loi de Corten-Dolan, elle prend en compte la non linéarité du cumul de dommage mais pas l'influence de la contrainte moyenne.

I.2.3.6 Loi de Bui-Quoc 1971

Cette loi est basée sur l'idée que le cumul de dommage se traduit par la réduction de la limite d'endurance du matériau pendant le chargement [12][13]. Bui-Quoc a montré la dépendance de la limite d'endurance instantanée à la valeur de la résistance maximale instantanée à la rupture selon la relation suivante :

$$\left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right) = \left(\frac{R_m}{R_{m0}}\right)^m \tag{I-33}$$

Où m est une constante proche de 8 pour les alliages d'aluminium et les aciers doux.

La diminution de la limite d'endurance en fonction du nombre de cycles est donnée par la relation:

$$\frac{d\left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right)}{dn} = -\frac{1}{a} \cdot \left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right)^b \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_{D0}} - \frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right)^2 \tag{I-34}$$

Où a et b sont des constantes dépendant du matériau.

À l'état initial, $\sigma_D = \sigma_{D0}$

À la rupture, $\sigma_D = \sigma_{D0} \cdot \left(\frac{\sigma}{R_m}\right)^m$

L'expression du dommage s'écrit,

$$D = \frac{\sigma_{D0}-\sigma_D}{\sigma_{D0}-\sigma_{Df}} = \frac{\frac{n}{N_f}}{1+\left(\frac{\sigma-\sigma_{D0}\cdot\left(\frac{\sigma}{R_m}\right)^m}{\sigma-\sigma_{D0}}\right)\cdot\left(1-\frac{n}{N_f}\right)} \quad \text{(I-35)}$$

Où σ_{Df} est la limite d'endurance atteinte à la rupture. À l'état de rupture,

$$\sum D_i = \frac{\frac{n_i}{N_{fi}}}{1+\left(\frac{\sigma_i-\sigma_{D0}\cdot\left(\frac{\sigma_i}{R_m}\right)^m}{\sigma_i-\sigma_{D0}}\right)\cdot\left(1-\frac{n_i}{N_{fi}}\right)} = 1 \quad \text{(I-36)}$$

La loi de Bui-Quoc peut décrire la non linéarité du dommage. Elle prend en considération la nature de la sollicitation à partir de la limite d'endurance instantanée. Elle peut s'appliquer à tous types de chargements sauf aux chargements de niveau inférieur à celui de la limite d'endurance. L'histoire du chargement n'est que partiellement prise en compte.

I.2.3.7 Loi de Subramanyan 1976

Subramanyan a remarqué que la courbe de Wöhler peut s'exprimer par une relation linéaire dans un diagramme log-log (figure I.7). Il suppose que toutes les droites convergent vers la limite d'endurance du matériau [14]. La courbe de Wöhler du matériau vierge délimite le domaine de fatigue utilisable. Le dommage élémentaire D_i peut être mesuré à l'aide de la pente de la ligne d'isodommage considérée et celle de la courbe de durée de vie :

$$D_i = \frac{tan\theta}{tan\theta_k} = \frac{logN_D - logN_{fi}}{logN_D - logn_i} \quad \text{(I-37)}$$

Où N_D est le nombre de cycles correspondant à la limite d'endurance,

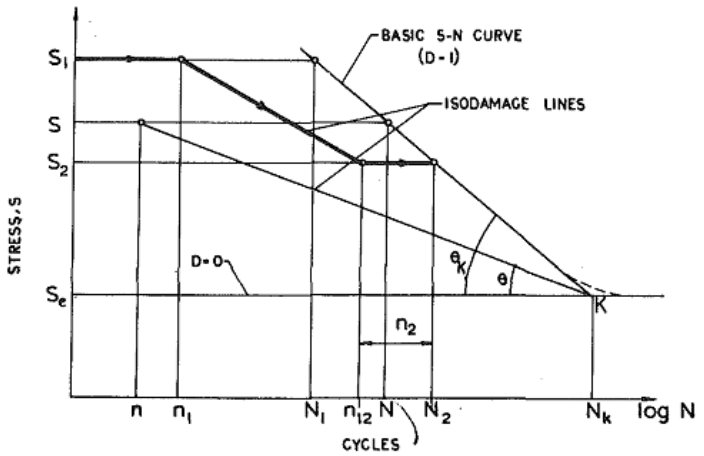


Figure I.7 : La courbe d'isodommage de loi de Subramanyan [14]

Dans le cas de deux niveaux de chargement, en utilisant la méthode des cycles équivalents, le dommage D_1 peut s'écrire :

$$D_1 = \frac{tan\theta}{tan\theta_k} = \frac{logN_D - logN_{f1}}{logN_D - logn_1} = \frac{logN_D - logN_{f2}}{logN_D - logn_{12}} \quad \text{(I-38)}$$

Où n_{12} est le nombre de cycle équivalent de cycles.

Le nombre de cycles restant au deuxième niveau de chargement n_2 est égal :

$$n_2 = N_{f2} - n_{12} \quad \text{(I-39)}$$

La loi de Subramanyan est simple à appliquer et ne nécessite que la courbe de Wöhler et la limite de fatigue du matériau. Elle prend en compte la non linéarité de l'endommagement et l'histoire de chargement. Cependant, elle est conditionnée par le chargement qui doit être au-dessus de la limite de fatigue.

I.2.3.8 Loi de Hashin-Rotem 1978

Le formalisme de la loi de cumul proposée par les auteurs est basé sur le concept de la courbe de l'évolution du dommage [15][16] (cf. figure I.8). Pour la courbe de Wöhler où le point (σ,N) présente une durée de vie correspond à un niveau de contrainte appliqué, l'application du même chargement mais avec un nombre de cycles inférieur n (figure I.8), nous donne une durée de vie restante qui doit être dans la zone entourée par les deux courbes.

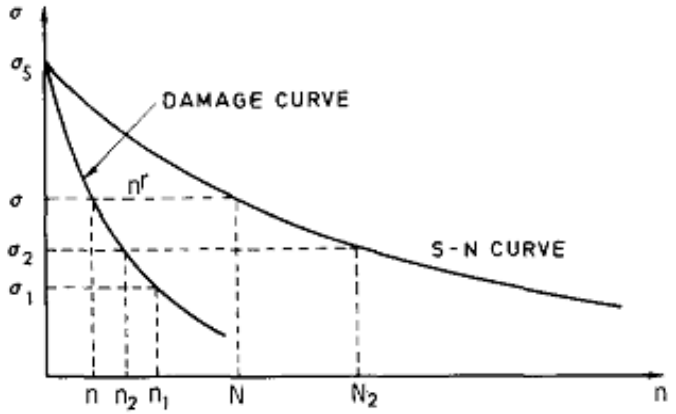


Figure I.8: Cas de deux niveaux de chargement par loi de Hashin-Rotem [15]

La forme de semi-log de la courbe de Wöhler est:

$$s = 1 + \Gamma \cdot \log N_f \quad \text{(I-40)}$$

Avec $s = \frac{\sigma}{R_m}$

Où Γ est un paramètre à déterminer par interpolation.

Cette forme peut être aussi utilisée pour la courbe de dommage comme suit :

$$s = 1 + \gamma \cdot \log(n) \tag{I-41}$$

Cette droite de dommage doit passer au point (R_m, 0),

Avec $\gamma = \frac{s_1 - 1}{\log(n_1)}$ et $s_1 = \frac{\sigma_1}{R_m}$

Pour un chargement à deux niveaux de contrainte σ_1 avec nombre de cycles appliqués n_1 et σ_2 avec un nombre de cycles restant n_2 :

$$s_2 = 1 + \frac{\log(N_{f2} - n_2)}{log n_1} \cdot (s_1 - 1) \tag{I-42}$$

La durée de vie restant au deuxième niveau est donc :

$$n_2 = N_{f2} - n_1^{\frac{1-s_2}{1-s_1}} \tag{I-43}$$

Cette expression peut être mise sous la forme :

$$\left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\frac{1-s_2}{1-s_1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1 \tag{I-44}$$

La durée de vie totale pour les deux niveaux de contrainte est donc :

$$N = 1 + \frac{n_2}{N_{f2}} - \left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\frac{1-s_2}{1-s_1}} \tag{I-45}$$

Et on peut montrer facilement donc :

$N > 1,\ si\ \sigma_1 > \sigma_2$

$N < 1,\ si\ \sigma_1 < \sigma_2$

La loi de Hashin-Rotem ne nécessite que la courbe de Wöhler et la contrainte maximale en chargement monotone. Elle est simple du point de vue de sa mise en application et prend en considération l'histoire de chargement. Cependant, à cause de l'incertitude de la courbe de Wöhler, cette loi n'est performante que dans la zone du faible nombre de cycles.

I.2.3.9 Damage Curve Approach (DCA) Manson-Halford 1981

Richart et Newmark en 1948 supposent que chaque chargement correspondant à une courbe d'évolution peut être tracé dans le diagramme D-N_f (figure I.9).

Cette idée a été développée par Manson et Halford en 1981[17]. Ces auteurs postulent que la courbe D-N_f d'évolution du dommage sous chargement constant et le nombre de cycles appliqués à chaque niveau de contrainte peut être présentée par la relation à la base de la fraction de vie. Par exemple, dans la figure I.9, si on applique une fraction de vie $r_1 = \frac{n_1}{N_{f1}} = 0{,}3$ sous un niveau de contrainte correspondant à une durée de vie de 10^3, le dommage sera représenté par la courbe OA. Ensuite,

l'application d'un autre niveau de contrainte correspondant à durée de vie 10^5 cycles et pour la fraction de vie $r_2 = \frac{n_2}{N_{f2}} = 0{,}1$, nous donne un dommage sous la forme de la courbe BC. Au dernier niveau de chargement, avec un autre niveau de contrainte correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles, la fraction de vie restante r_3 au dernier niveau peut se mesurer sur le diagramme, et dans ce cas elle vaut 0,02. On peut aussi vérifier que la totalité des fractions de vie est inférieure à l'unité (0,3+0,1+0,02=0,42).

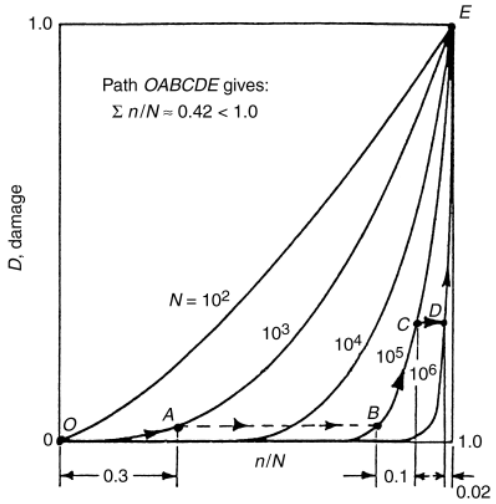


Figure I.9 : Un exemple d'application de la loi DCA[18]

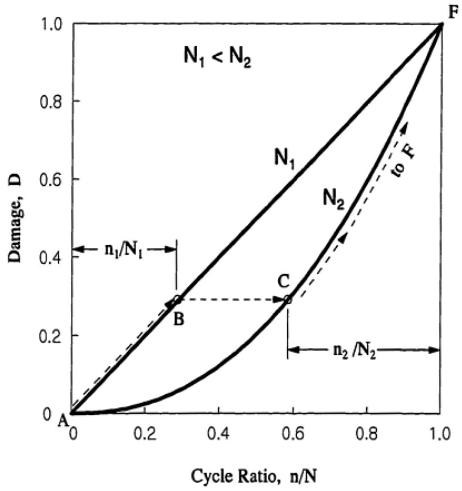


Figure I.10 : Cumul linéaire et non linéaire du dommage [18]

La construction du diagramme de D-r est un élément indispensable à cette loi. Manson et Halford ont proposé une relation basée sur la croissance de la longueur d'une fissure fictive vers une longueur de fissure maximale acceptable :

$$a = a_0 + (a_f - a_0) \cdot \left(\frac{n}{N_f}\right)^{\alpha_f} \qquad \text{(I-46)}$$

Où a_0 est la longueur de fissure initiale,

n est le nombre de cycles appliqué entrainant une longueur de fissure a,

a_f est la longueur de fissure à la rupture,

N_f représente le nombre de cycles à la rupture pour une fissure de longueur a_f,

L'exposent α_f est un paramètre empirique donné par la relation

$$\alpha_f = \frac{2}{3} \cdot N_f^{0,4} \tag{I-47}$$

On obtient enfin :

$$\mathrm{D} = \frac{1}{0,18} \cdot \left[a_0 + (0,18 - a_0) \cdot \left(\frac{n}{N_f}\right)^{\frac{2}{3}N_f{}^{0,4}} \right] \tag{I-48}$$

Les auteurs ont remarqué que l'utilisation de la longueur de fissure dans le calcul est délicate. Une des courbes d'évolution du dommage peut être exprimée à partir d'une droite de référence (figure I.11).

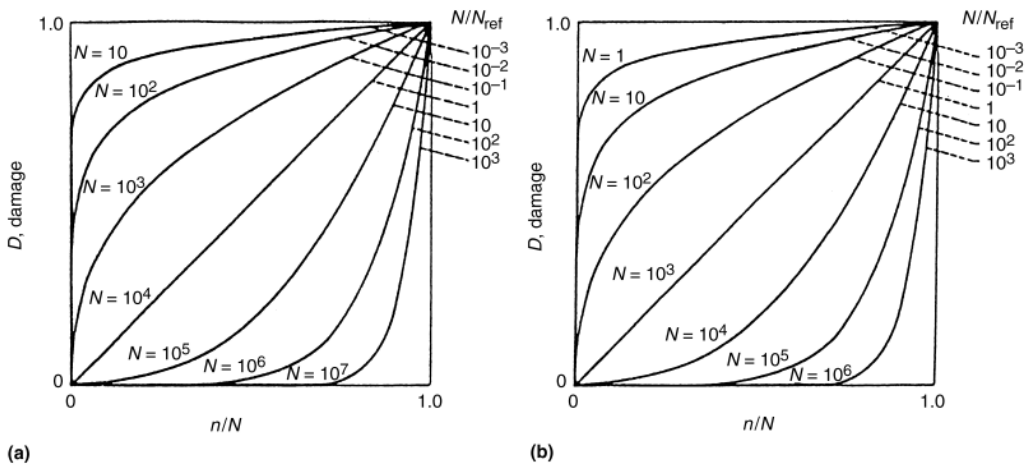


Figure I.11 : Courbes de dommage [18]

a) Pour une durée de vie de référence 10^4 , b) Pour une durée de vie de référence 10^3

Ils ont proposé dans une version simplifiée et empirique :

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_{fi}}\right)^{\left(\frac{N_{fi}}{N_{ref}}\right)^{0,4}} \tag{I-49}$$

Où N_{ref} est une durée de vie de référence.

Pour un chargement à deux niveaux de contrainte σ_1 et σ_2 et un nombre de cycles appliqués n_1 et n_2 respectivement (figure I.11), si on prend N_{f2} comme la durée de vie par référence on a alors :

$$D_1 = \left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\left(\frac{N_{f1}}{N_{ref}}\right)^{0,4}} \tag{I-50}$$

$$D_2 = \frac{n_2}{N_{ref}} = \frac{n_2}{N_{f2}} \tag{I-51}$$

La durée de vie totale est :

$$D = D_1 + D_2 = \left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\left(\frac{N_{f1}}{N_{f2}}\right)^{0,4}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1 \qquad \text{(I-52)}$$

Cette loi de cumul est basée sur l'évolution du dommage à partir de la longueur de fissure fictive. Cette relation est simple à utiliser et permet de prendre en considération l'effet de séquence (histoire du chargement). Elle ne nécessite que la durée de vie à chaque niveau de chargement et un coefficient « 0,4 » donné par Manson et Halford. Cependant, ce coefficient est uniforme pour tous les matériaux, ce qui est un point restant à prouver.

I.2.3.10 Loi de Hwang-Han 1986

Hwang et Han ont proposé cette loi dans le calcul de la durée de vie pour des matériaux composite-fibre [4]. Les auteurs définissent le dommage à partir les déformations appliquées. Les hypothèses proposées sont:

1. la déformation cumulée est proportionnelle au nombre de cycles.
2. Il existe un nouveau paramètre F « le module de fatigue », illustré dans figure I.12). Il ressemble au module de Young, dont l'expression est donnée par :

$$\mathrm{F}(n, r) = \frac{\sigma}{\varepsilon(n)} = \sigma_u \cdot \frac{r}{\varepsilon(n)} \qquad \text{(I-53)}$$

Avec $r = \frac{\sigma}{\sigma_u}$, σ_u est la contrainte ultime.

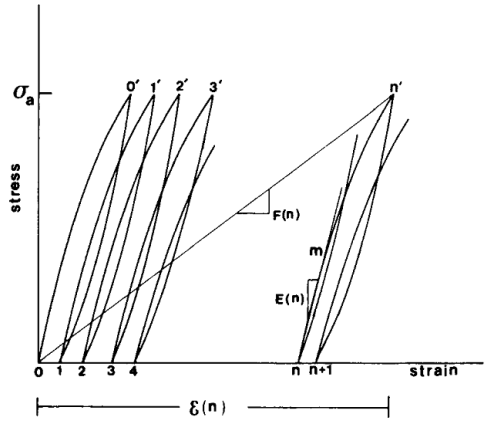


Figure I.12 : Conception du module de fatigue selon Hwang and Han [4]

À l'état initial, $F_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon} \approx \mathrm{E}$

À la rupture, $F_f = \frac{\sigma}{\varepsilon_f}$

L'incrément de F en fonction du nombre de cycles est: $\frac{dF}{dn} = -A \cdot c \cdot n^{c-1}$ (I-54)

Où A et c sont des constantes du matériau.

L'intégrale n de n_1 à n_2 dans l'équation (I-54) devient :

$$\mathrm{F}(n_2) - \mathrm{F}(n_1) = -A \cdot (n_2^c - n_1^c) \quad \text{(I-55)}$$

Cette formalisation est générale, si on pose à un moment quelconque n_2=n et n_1=0, l'équation (I-55) devient :

$$\mathrm{F}(n) - \mathrm{F}(0) = -A \cdot n^c \quad \text{(I-56)}$$

À l'état de rupture, n=N_f, l'équation (I-56) sera :

$$\mathrm{F}_f - F_0 = -A \cdot {N_f}^c \quad \text{(I-57)}$$

La durée de vie à la rupture est donc :

$$\mathrm{N}_f = \left[B \cdot \left(1 - \frac{F_f}{F_0}\right)\right]^{\frac{1}{c}} \quad \text{(I-58)}$$

Avec $\mathrm{B} = \frac{F_0}{A}$

Pour simplifier, on considère que le coefficient r peut représenter le rapport de F_f sur F_0 soit:

$$\mathrm{r} = \frac{\sigma}{\sigma_u} = \frac{F_f}{F_0} \quad \text{(I-59)}$$

La durée de vie est alors exprimée par :

$$\mathrm{N}_f = [B \cdot (1 - r)]^{\frac{1}{c}} \quad \text{(I-60)}$$

Pour le cas de deux niveaux de contrainte :

$$n_2 = \left[B \cdot \left(1 - (r_2 - r_1) \cdot \left(1 - \frac{n_1^c}{B}\right)\right)\right]^{\frac{1}{c}} \quad \text{(I-61)}$$

La loi de Hwang et Han prend en compte la non linéarité du cumul de dommage. Elle présente une nouvelle conception du dommage en intégrant un nouveau paramètre : module de fatigue F. Cependant, les constantes B et c du matériau restent à déterminer par des essais de fatigue.

I.2.4 Loi de cumul non linéaire fondée sur une longueur et propagation de fissure

I.2.4.1 Loi de Shanley 1952

Shanley postule que le chargement cyclique entraine la formation d'une fissure à partir des bandes de glissement. Le dommage en fatigue peut donc être exprimé par la longueur de fissure [19]. La longueur de fissure instantanée peut s'exprimer par la relation :

$$\mathrm{L} = L_0 \cdot \sigma_i^b \cdot e^{-c \cdot \sigma^b \cdot n_i} \quad \text{(I-62)}$$

Où L_0 est la taille de la fissure initiale. b et c sont des constantes du matériau issues de l'expression de la courbe de Wöhler :

$$N_{fi} = \frac{1}{c \cdot \sigma_i^b} \tag{I-63}$$

A la rupture, la longueur de fissure critique L_c est alors égale:

$$L_c = L_0 \cdot \sigma_i^b \cdot e^{-c \cdot \sigma^b \cdot n_{fi}} \tag{I-64}$$

L'évolution totale de l'endommagement est donnée par la relation :

$$D = \sum \left(\frac{L}{L_c}\right)^{1-\frac{n_i}{N_{fi}}} = \sum \left(e^{c \cdot \sigma^b \cdot (N_{fi} - n_i)}\right)^{1-\frac{n_i}{N_{fi}}} = 1 \tag{I-65}$$

Cette loi exprime la non linéarité du cumul de dommage du matériau, ainsi que l'histoire du chargement. L'application de cette loi est simple car il n'y a pas de paramètre particulier à déterminer. Elle ne nécessite que la courbe de Wöhler sous une forme particulière et transformable à partir de la loi de Basquin.

I.2.4.2 Loi de Grover 1960

Grover propose une méthode de calcul du cumul du dommage basée sur la séparation des deux phases d'endommagement par fatigue : la phase d'initiation ou amorçage et la phase de propagation de fissure [20]. Chacune de ces deux phases comprend un nombre de cycles propres notés respectivement N_i et N_p. La durée de vie du matériau à la rupture s'exprime donc par :

$$N_f = N_i + N_p \tag{I-66}$$

Le nombre de cycles à l'initiation d'une fissure macroscopique est exprimé en fonction du nombre total de cycles à rupture :

$$N_i = a \cdot N_f \tag{I-67}$$

Où a est un coefficient compris entre 0 et 1. Il dépend du matériau et présente la particularité de diminuer lorsque le niveau de contrainte augmente (cf. figure I.13).

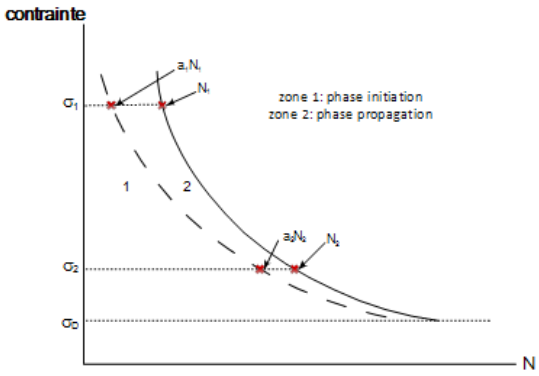


Figure I.13 : Présentation de la loi de Grover. La phase initiation et la phase propagation

Pour le chargement à deux niveaux de contrainte on distingue deux cas:

1er cas :

Si le nombre de cycle appliqué au 1er niveau $n_1 < a_1 N_{f1}$

Le nombre de cycle additionnel pour la phase initiation est :

$$\frac{n_1}{a_1 \cdot N_{f1}} + \frac{X_2}{a_2 \cdot N_{f2}} = 1 \qquad \text{(I-68)}$$

Où X_2 est le nombre de cycles restant dans la phase d'initiation pour le deuxième niveau de contrainte.

Le nombre de cycles restant à la rupture s'exprime alors par la relation :

$$n_2 = X_2 + N_{f2}(1 - a_2) \qquad \text{(I-69)}$$

soit,

$$\frac{n_2}{N_{f2}} = 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} + \left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right) \cdot \frac{n_1}{N_{f1}} \qquad \text{(I-70)}$$

2nd cas :

Si le nombre de cycle applique au 1er niveau, $n_1 > a_1 N_{f1}$

L'expression finale peut être écrite sous la forme :

$$\frac{n_2}{N_{f2}} = 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} + \left(\frac{a_1 - a_2}{1 - a_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{n_1}{N_{f_1}}\right) \qquad \text{(I-71)}$$

L'auteur a appliqué a=0,62 et a=0,13 pour la phase polycyclique et oligocyclique respectivement dans le cas des aciers; et a=0,62 et a=0,15 pour les alliages d'aluminium.

Cette loi est basée sur la séparation des deux phases de la fissure (initiation et propagation), qui est une excellente idée. Elle est simple à appliquer et prend en compte l'évolution non linéaire de dommage, ainsi que l'effet de séquence (histoire du chargement). Probablement par manque de résultats expérimentaux, Grover n'a pas proposé l'expression de « a » pour compléter la loi. De plus La difficulté réside dans le choix du critère de détection de l'amorçage.

I.2.4.3 Double Linear Damage Rule (DLDR) Manson 1965

Manson a proposé la règle de dommage bilinéaire basée sur l'idée de Grover, en tenant compte de l'idée que la durée de vie totale N_f est séparée en deux phases : une phase d'initiation ou d'amorçage de la fissure N_a et une phase de propagation de la fissure N_p. Chacune des deux phases étant modélisée par une loi d'évolution linéaire du dommage.

Si la durée de vie N_f <730 cycles, la phase d'amorçage est négligée. L'apparition d'une fissure est immédiate dès que la charge est appliquée [21]. L'auteur propose alors:

- la phase d'initiation de fissure $\mathrm{N_a} = 0$
- la phase propagation de fissure $\mathrm{N_p} = N_f$

Si la durée de vie N_f >730 cycles, l'auteur propose alors:

- la phase d'initiation de fissure $\mathrm{N_a} = \mathrm{N_f} - 14 \cdot \mathrm{N_f}^{0,6}$
- la phase propagation de fissure $N_p = 14 \cdot N_f^{0,6}$

La figure I.14 montre l'évolution des deux phases en fonction de la durée de vie totale. Elle montre que, pour la fatigue oligocyclique, la phase de propagation est plus importante que la phase d'amorçage ; par contre pour la fatigue polycyclique la phase d'amorçage est plus importante que la phase de propagation.

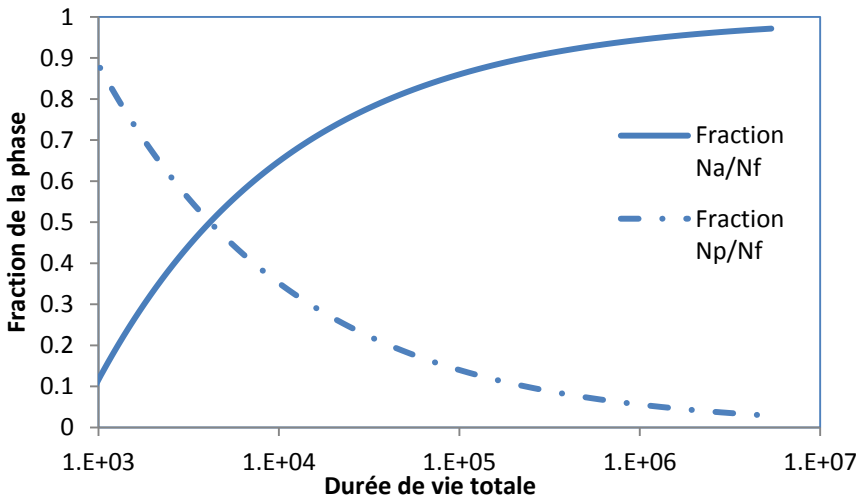


Figure I.14 : Présentation de DLDR

La figure I.15 illustre l'évolution des fractions de vie r_1 et r_2 à la rupture pour un chargement à deux niveaux de contraintes (Haut-Bas et Bas Haut). Sur la figure, nous observons que pour un chargement bas-haut, la totalité des fractions de durée de vie est inférieure à 1. Par contre, pour un chargement haut-bas, la totalité des fractions de durée de vie est supérieure à 1.

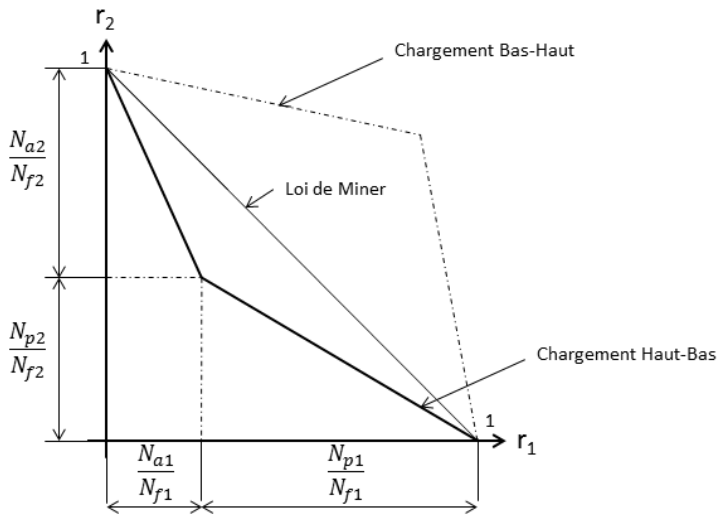


Figure I.15 : Exemple de prédiction de DLDR pour chargement en deux blocs [18]

La loi de DLDR prend en compte l'histoire de chargement et est adaptable à la plupart des chargements (polycyclique et oligocyclique). La courbe de Wöhler n'est pas indispensable pour l'application de cette loi. L'utilisation de cette loi est facile et la détermination précise de la frontière entre l'amorçage et la propagation de fissure devient le point décisif de cette loi. Il faut remarquer que, pour les auteurs ces deux coefficients (14 et 0,6) sont deux constantes indépendantes du matériau. Cependant, l'effet de la contrainte moyenne n'est pas pris en charge.

I.2.4.4 Loi de Miller-Zachariah 1977

La loi de cumul proposée par Miller et Zachariah est basée sur la séparation de la phase d'initiation et la phase de propagation des fissures [22]. Le dommage par fatigue est exprimé par l'accroissement de la longueur de fissure. Les auteurs proposent de séparer l'accumulation de dommage par fatigue en quatre phases, dont les deux premiers concernent les petites fissures :

1. initiation de fissure ou propagation de microfissure,
2. propagation de fissure stage I,
3. propagation de fissure stage II (grand fissure),
4. la rupture.

Les auteurs proposent la relation suivante pour la propagation de fissure durant cette phase [23]:

$$\frac{da}{dN} = A \cdot (\Delta\gamma)^{\alpha} \cdot (d - a) \qquad \text{(I-72)}$$

Où a est la longueur de la petite fissure,

$\Delta\gamma$ est l'étendue du cisaillement appliqué,

A et α sont deux constantes qui caractérisent le matériau,

d est la longueur des petites fissures concernées de l'ordre de la distance.

Dans la deuxième phase de propagation, la vitesse de propagation dépend du niveau de contrainte. La modélisation de la propagation pour cette phase est présentée par la relation :

$$\frac{da}{dN} = B \cdot (\Delta\gamma)^{\beta} \cdot a - C \qquad \text{(I-73)}$$

Où B et β sont deux constantes du matériau,

C est un coefficient constant qui représente le seuil de propagation.

La limite de cette phase de la propagation est liée au niveau de contrainte appliquée, à la longueur de fissure et au facteur d'intensité de contrainte. Dans la troisième phase, la propagation de la grande fissure est exprimée par la mécanique linéaire de la rupture.

La loi de Miller considère que le dommage est défini par la longueur de fissure, qui est mesurable et accessible. Elle prend en compte l'histoire du chargement. Cependant, la difficulté de cette loi est dans le nombre importants des coefficients à déterminer.

I.2.5 Loi de cumul non linéaire de mécanique de l'endommagement

La mécanique d'endommagement basée sur la mécanique des milieux continus et sur la thermodynamique, est un outil pour étudier non seulement le phénomène de fatigue, mais aussi le fluage, l'endommagement statique ou leur couplage. L'endommagement D est considéré comme un processus de détérioration progressive de la matière suivant des phénomènes physiques intervenant à l'échelle microscopique ou mesoscopique. L'endommagement D a d'abord été proposé par Kachanov pour résoudre le problème du fluage en 1958 puis Rabotnov a proposé d'introduire la notion de contrainte effective en 1969.

I.2.5.1 Loi de Chaboche 1974

En 1974, J.L. Chaboche a introduit la mécanique de l'endommagement dans le domaine de la fatigue polycyclique [24]. Chaboche suppose que l'endommagement peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dD}{dN} = \mathrm{F}(\Delta\sigma, \sigma_m, h, f, T, D) \qquad \text{(I-74)}$$

Où Δσ l'amplitude de contrainte nominale appliquée,

σ_m contrainte moyenne au cours d'un cycle.

h est un paramètre d'histoire,

f est la fréquence de la sollicitation,

T est la température.

Toute la structure de ce modèle repose sur la notion de contrainte effective. Afin de considérer une évolution non linéaire du dommage (figure I.16), l'incrément d'endommagement pour le cas de fatigue polycyclique proposé par Chaboche est de la forme :

$$\mathrm{dD} = D^{\alpha} \cdot \left[\frac{\sigma_{max}-\sigma_{moy}}{M}\right]^{\beta} dN \qquad \text{(I-75)}$$

Avec

$$\mathrm{M} = M_0 \cdot \left(1 - b \cdot \sigma_{moy}\right) \qquad \text{(I-76)}$$

$$\alpha = 1 - \mathrm{a} \cdot \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_u}\right)^{\gamma-\beta} \qquad \text{(I-77)}$$

Où σ_{max} et σ_{moy} sont respectivement la contrainte maximale et la contrainte moyenne,

σ_u est la contrainte ultime,

M_0, β, γ et b sont les constantes du matériau, la relation entre β et γ peut s'exprimer par $\beta = 0{,}55\gamma$

α est donc devient :

$$\alpha = 1 - \mathrm{a} \cdot \left(\frac{\Sigma_{max}-\Sigma_{moy}-\Sigma_D\cdot\left(1-b\cdot\Sigma_{moy}\right)}{\Sigma_u-\Sigma_{moy}}\right)^{0,45} \qquad \text{(I-78)}$$

Où σ_D est la limite de fatigue (R=-1).

Après intégration de D dans l'équation (I-73) de 0 à 1, il est possible d'obtenir le nombre de cycles à la rupture par l'expression suivante:

$$N_f = \frac{\sigma_u-\sigma_{moy}}{a\cdot\langle\sigma_{max}-\sigma_{moy}-\sigma_D\cdot\left(1-b\cdot\sigma_{moy}\right)\rangle} \cdot \left[\frac{\sigma_{max}-\sigma_{moy}}{M}\right]^{-\beta} \qquad \text{(I-79)}$$

Pour un chargement avec deux niveaux de contrainte on aura alors :

$$N_{f2} = -N_{f1} \cdot ln\left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right) \cdot \left[\frac{\sigma_{max1}-\sigma_{moy1}}{\sigma_{max2}-\sigma_{moy2}}\right]^{-\beta} \qquad \text{(I-80)}$$

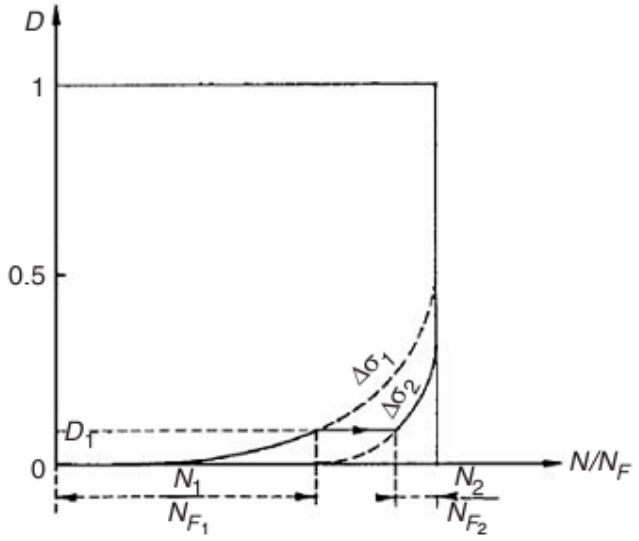


Figure I.16 : Cumul non linéaire du modèle de Chaboche [25]

L'extension de cette loi à la fatigue multiaxiale a été développée par Chaboche lui-même, elle est basée sur l'utilisation des invariants du tenseur des contraintes. Chaudonneret a développé cette modélisation avec les critères de fatigue multiaxiale de Sines et de Crossland [26]. L'incrément d'endommagement en cas de chargement multiaxial est donné par la relation

$$\mathrm{dD} = D^{\alpha} \cdot \left[\frac{A_{II}}{M}\right]^{\beta} dN \qquad \text{(I-81)}$$

Où M représente une valeur moyenne de contrainte hydrostatique,

A_{II} est une fonction concernant la double maximisation de J_2, donnée par:

$$A_{II} = \frac{1}{2} \cdot \max_{t_0}\left(\max_{t}\left[J_2 \cdot \left(\sigma(t) - \sigma(t_0)\right)\right]\right) \qquad \text{(I-82)}$$

Où t et t_0 sont respectivement le temps instantané et initial.

La loi de Chaboche est une loi globale en physique. Elle est une loi complète, car elle prend en compte l'histoire de chargement, ainsi que l'effet de la contrainte moyenne pour tout rapport de contrainte. Elle est applicable aux sollicitations uniaxiales, multiaxiales, et même aux autres sollicitations voire leurs combinaison. Cependant, cette la loi comporte un nombre important de paramètres qui sont difficiles à déterminer.

I.2.5.2 Loi de Lemaitre-Plumtree 1979

Sur le même principe que la loi de Chaboche, Lemaitre et Plumtree ont proposé une modélisation pour la fatigue oligocyclique sous chargement contrôlé par la déformation [27]. L'incrément d'endommagement est alors exprimé par :

$$\frac{\delta D}{\delta n} = \frac{(1-D)^{-p}}{(p+1)N_f(\Delta\varepsilon)} \qquad \text{(I-83)}$$

Où p est une constante dépendant du matériau,

N_f est la durée de vie en termes de déformation ;

$\Delta\varepsilon$ est l'amplitude de la déformation appliquée.

Après l'intégration de (I-81), on peut déduire l'expression suivante du dommage :

$$D = 1 - \left[1 - \frac{n}{N_f}\right]^{\frac{1}{p+1}} \tag{I-84}$$

Pour un chargement avec deux niveaux de contrainte :

$$\sum D = D_1 + D_2 = 1 \tag{I-85}$$

$$n_2 = N_{f2} - N_{f2} \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\frac{1}{p+1}}\right)^{p+1} \tag{I-86}$$

I.2.5.3 Loi de Shang 1999, 2006

En 1999, Shang et al. ont proposé une loi de cumul en fatigue uniaxiale similaire à celle de Chaboche [28]. L'incrément d'endommagement proposé par les auteurs est exprimé par :

$$\frac{dD}{dN} = (1 - D)^{\alpha \cdot (\Delta\sigma/2, \sigma_{moy})} \left(\frac{\sigma_{max} - \sigma_{moy}}{M(\sigma_{moy})}\right)^{\beta} \tag{I-87}$$

Avec
$$\alpha(\Delta\sigma/2, \sigma_m) = 1 - \frac{H\langle\frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_l\sigma_m\rangle}{a \cdot \ln\left|\frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_l\sigma_m\right|} \tag{I-88}$$

Où a, p, M et β sont les constantes dépendant du matériau,

$\Delta\sigma$ est l'amplitude de la contrainte appliquée,

σ_l est la limite de fatigue,

H(x) est une fonction Heaviside, pour x>0, H(x)=1 ; pour x<0, H(x)=0.

Shang et al., en 2006, ont proposé une extension au cas multiaxial en changeant l'amplitude de contrainte par l'amplitude de la contrainte équivalente de Von Mises, et la contrainte moyenne par la pression hydrostatique [29]. Les auteurs proposent l'incrément de dommage pour la fatigue multiaxiale non-proportionnelle :

$$dD = (1 - D)^{\alpha \cdot (\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}/2, \sigma_H)} \left(\frac{K\left(\frac{\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}}{2}\right)^n}{M_0(1 - b'\sigma_H)}\right)^{\beta} dN \tag{I-89}$$

Avec
$$\frac{\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot \left(2N_f\right)^b + \varepsilon_f' \cdot \left(2N_f\right)^c \tag{I-90}$$

Où M_0 et b' sont des constantes dépendant du matériau,

σ_f', ε_f', b et c sont des constantes définies à partir de propriétés de fatigue uniaxiale,

Après intégration de 0 à 1, l'évolution de dommage est :

$$D = 1 - \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{\frac{a \cdot \ln\left|K \cdot \left(\frac{\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}}{2}\right)^n - \sigma_{-1} \cdot (1 - 3b\sigma_H)\right|}{H \cdot \left(K \cdot \left(\frac{\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}}{2}\right)^n - \sigma_{-1} \cdot (1 - 3b\sigma_H)\right)}} \quad \text{(I-91)}$$

I.2.6 Loi de cumul non linéaire énergétique

I.2.6.1 Lois de Kujawski-Ellyin 1984 et Golos-Ellyin 1987

Kujawski et Ellyin sont également partis des deux phases de la propagation de la fissure : la partie d'initiation et la partie de propagation. Ils considèrent que pendant le chargement cyclique, l'énergie de déformation plastique dissipée est un paramètre qui permet de décrire l'endommagement par fatigue [30][31]. Cette loi est également basée sur l'idée de la courbe de dommage. L'énergie dissipée est de la forme :

$$W_f = K \cdot N_f^{\alpha} \quad \text{(I-92)}$$

Où K et α sont des constantes du matériau.

Les hypothèses proposées par ces auteurs sont :

1. pour la phase d'initiation, la limite de fatigue est définie par ΔW_e et la durée de vie N_e.
2. pour la phase de propagation, une autre limite de fatigue «apparente » est définie par l'énergie de déformation plastique ΔW_e* et la durée de vie N_e*.
3. La courbe de la durée de vie est sous la forme :

$$\Delta W = K \cdot N_f^{\alpha - 1} \quad \text{(I-93)}$$

Dans la courbe de dommage représentée (Energie- nombre de cycles) en log-log, toutes les droites doivent converger à N_e pour la phase d'initiation et à N_e* pour la phase de propagation.

A partir de ces hypothèses où le chargement correspondant a ΔW_1 appliqué au nombre de cycles n_1 on déduit :

$$\frac{\Delta W_1}{\Delta W^*} = \left(\frac{n_1}{N^*}\right)^{\xi} \quad \text{(I-94)}$$

Avec

$$\xi = \frac{log\left(\frac{\Delta W_1}{\Delta W^*}\right)}{log\left(\frac{n_1}{N^*}\right)} \quad \text{(I-95)}$$

Où ξ est le paramètre représentatif d'un niveau d'endommagement.

Golos et Ellyin ont proposé une autre loi qui est décrite par l'énergie de déformation totale en prenant en compte l'influence de contrainte moyenne [32][33].

L'énergie de déformation totale est alors :

$$\Delta W^t = \Delta W^e + \Delta W^p \tag{I-96}$$

Où ΔW^e et ΔW^p sont respectivement la partie élastique et la plastique de l'énergie de déformation respectivement (figure I.17).

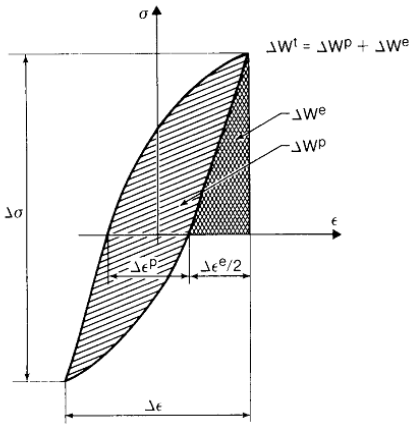


Figure I.17 : Energie de déformation élastique et plastique selon Golos et Ellyin [32]

Pour la partie plastique, les auteurs proposent deux fonctions pour deux types de matériau:

- Pour un Masing matériau (règle de Masing : cf. livret de Lemaitre et Chaboche [34]) :

$$\Delta W^p = \frac{1-n'}{1+n'} \cdot \Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon^p \tag{I-97}$$

- Pour un non-Masing matériau :

$$\Delta W^p = \frac{1-n^*}{1+n^*} \cdot (\Delta\sigma - \delta\sigma_0) \cdot \Delta\varepsilon^p + \delta\sigma_0 \cdot \Delta\varepsilon^p \tag{I-98}$$

Avec $$\delta\sigma_0 = \Delta\sigma - \Delta\sigma^* = \Delta\sigma - 2E_0^* \cdot \left(\frac{1}{2}\Delta\varepsilon^p\right)^{n^*} \tag{I-99}$$

Où n' et n^* sont les constantes d'écrouissage de déformation cyclique.

Pour la partie élastique la fonction 'Energie' est donnée par la formule :

$$\Delta W^e = \frac{1}{2E} \cdot \left(\frac{1}{2}\Delta\sigma + \sigma_{moy}\right)^2 \tag{I-100}$$

ΔW^t est devient donc :

$$\Delta W^t = \frac{1-n^*}{1+n^*} \cdot (\Delta\sigma - \delta\sigma_0) \cdot \Delta\varepsilon^p + \delta\sigma_0 \cdot \Delta\varepsilon^p + \frac{1}{2E} \cdot \left(\frac{1}{2}\Delta\sigma + \sigma_{moy}\right)^2 \tag{I-101}$$

Pour simplifier l'utilisation, les auteurs ont proposé une autre fonction :

$$\Delta W^t = K \cdot N_f^{\alpha} + C \qquad \text{(I-102)}$$

Où C est l'énergie élastique non endommageant.

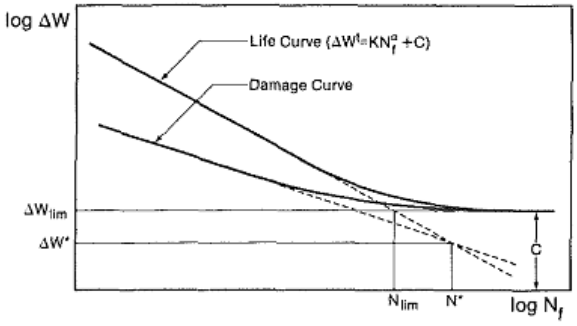


Figure I.18 : Courbe de dommage selon Golos et Ellyin [33]

Ces deux lois, basées sur l'approche énergétique et les courbes de dommage, prennent en compte la non linéarité du cumul de dommage, ainsi que l'effet de la contrainte moyenne. Le dommage est décrit par l'énergie de déformation dissipée. Cela permet une application à toutes les sollicitations. Cependant, le nombre des coefficients à identifier est important.

I.2.7 Discussion sur les lois de cumul du dommage

La recherche bibliographique nous a permis d'évaluer la faisabilité des lois existantes pour la prédiction de la durée de vie pour toute sollicitation avec cumul de dommage en fatigue.

Le tableau I.2 récapitule les différentes lois étudiées et leur domaine d'application pour différents types de chargement. Certains facteurs sont nécessaires pour choisir la loi 'convenable'.

Dans un premier temps, l'expression du dommage de chaque loi est présentée. On peut remarquer que les théories reliant le dommage à la fraction de vie, ainsi que la loi de Grover et DLDR ne nous donnent aucune expression du dommage D.

Ainsi, beaucoup de recherches ont montré la différence entre les mécanismes observés en fatigue polycyclique et ceux liées au domaine oligocyclique. Donc, Il peut paraître surprenant d'obtenir des résultats pertinents dans ces deux domaines avec la même loi. La possibilité de distinguer entre la fatigue polycyclique et oligocyclique reste un élément essentiel de comparaison.

Enfin, parmi ces lois de cumul étudiées, seules les lois de Chaboche et de Shang et les approches énergétiques peuvent être étendues au cas d'une sollicitation multiaxiale et prenant en compte l'effet de la contrainte moyenne dans l'expression du dommage. Pour les autres lois de cumul la prise en compte de la contrainte moyenne nécessite l'utilisation de la courbe de Wöhler correspondante. Par exemple, si on applique un chargement avec deux niveaux de contrainte dont le rapport de

charge est de 0,5, nous devons utiliser la courbe de Wöhler avec ce rapport de charge pour l'appliquer à la loi de Miner.

Il faut aussi noter que toutes les lois étudiées (sauf la loi de Miner) prennent en compte la non linéarité du dommage et l'effet de la contrainte moyenne. Le tableau I.3 récapitule les paramètres, les caractéristiques de chargement monotone et de fatigue et permet un choix pertinent entre les différentes lois. Il faut remarquer que la courbe de Wöhler n'est pas un élément indispensable pour la pluparts des lois. Par exemple, si on applique un chargement avec deux niveaux de contrainte, il nous suffit d'avoir le nombre de cycles à la rupture de ces deux niveaux de contrainte pour appliquer à Loi de Miner.

De nombreuses lois nécessitent la détermination de paramètres expérimentaux. Certains sont donnés comme constants (loi de Corten-Dolan et DLDR). Par contre, d'autres ne sont pas toujours faciles à déterminer, car les auteurs ne donnent pas les informations suffisantes sur la méthode d'identification et de calage de ces paramètres.

Il n'existe pas une loi de cumul de dommage par fatigue, qui permet de prendre correctement en compte l'ensemble de tous les facteurs. La complexité des lois augmente avec le nombre des facteurs utilisés. C'est pour cette raison que la loi de Miner est toujours utilisée malgré ses défauts connus.

Tableau I.2 : Récapitulation d'application des lois étudiées

Loi	Expression du dommage	Possibilité de distinguer entre fatigue olygo/poly	Chargement multiaxial	Contrainte moyenne
Miner	$\mathrm{D}_i = \frac{n_i}{N_{fi}}$			
Marco-Starkey	$\mathrm{D}_i = \left(\frac{n_i}{N_{fi}}\right)^{m_i}$			
Henry	$\mathrm{D}_i = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_{D_i}}{\sigma_{D0}}$		Possible	
Gatts	$\frac{dR_{mn}}{dN} = -\mathrm{k} \cdot \mathrm{D} \cdot (\mathrm{R})$			
Bui Quoc	$\mathrm{D} = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0} - \sigma_{Df}}$			
Corten-Dolan	$D_i = r_i \cdot {n_i}^{a_i}$			
Marin	$\left(\frac{r_i}{r_j}\right)^{\frac{1}{a_i}} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right)^{d}$ (1)			
Subramanyan	$\mathrm{D}_i = \frac{tan\theta}{tan\theta_k} = \frac{logN_D - logN_{fi}}{logN_D - logn_i}$			
Hashin-Rotem	(1)			
DCA	$\mathrm{D} = \frac{1}{0{,}18} \cdot \left[a_0 + (0{,}18 - a_0) \cdot \left(\frac{n}{N_f}\right)^{\frac{2}{3}{N_f}^{0{,}4}}\right]$			
Hwang-Han	(1)			
Shanley	$D_i = \left(\frac{L}{L_c}\right)^{1-\frac{n_i}{N_{fi}}}$			
Grover	(1)	×		
DLDR	(1)	×		
Miller-Zachariah	$\frac{da}{dN} = B \cdot (\Delta\gamma)^{\beta} \cdot a - C$ (1)			
Chaboche	$\mathrm{dD} = D^{\alpha} \cdot \left[\frac{\Sigma_{max} - \Sigma_{moy}}{M}\right]^{\beta} dN$	×	×	×
Lemaitre-Plumtree	$D = 1 - \left[1 - \frac{n}{N_f}\right]^{\frac{1}{p+1}}$			
Shang	$dD = (1-D)^{\alpha \cdot (\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}/2, \sigma_H)} \left(\frac{\mathrm{K}\left(\frac{\Delta\varepsilon_{eq}^{cr}}{2}\right)^{n}}{M_0(1 - b'\sigma_H)}\right)^{\beta} dN$		×	×
Ellyin	(1)		×	×

(1) pas d'expression de D

Tableau I.3 : Paramètres nécessaires des lois étudiées

Loi	Caractéristiques monotones	Caractéristiques de fatigue			Paramètres donnés	Paramètres à déterminer
		Courbe de Wöhler	Limite d'endurance/ limite de fatigue	Durée de vie de chaque niveau N_f		
Miner				×		
Marco-Starkey				×		m (m>1)
Henry			×	×		
Gatts	σ_u		×	×		
Bui Quoc	R_m		×	×		
Corten-Dolan				×	d=6,5	
Marin		×		×		k,c par courbe de Wöhler
Subramanyan		×	×	×		
Hashin-Rotem	σ_u ou Rm	×		×		
DCA				×	0,4	
Hwang-Han	σ_u					B, c
Shanley		×		×		b,c par courbe de Wöhler
Grover				×		0<a<1
DLDR				×	14 et 0,6	
Miller-Zachariah				×		A, B, a, d, C, α, β, Δγ
Chaboche	σ_u		×	×		M_0, β, γ et b
Lemaitre-Plumtree				×		p
Shang	σ_u		×	×		b, c, M_0, b', σ_f', ε_f'
Ellyin				×		K, C, α

I.3 Etude de bibliographie de l'essai de fatigue multiaxiale

L'essai de fatigue uniaxial est bien sur limité aux états uniaxiaux de chargement. Cependant la plupart des pièces et des structures sont soumises à des chargements multiaxiaux complexes. Aussi des essais de fatigue multiaxiale sont nécessaires pour appréhender ces chargements et valider les critères multiaxiaux proposés.

Pour réaliser un essai de fatigue multiaxiale, il faut créer un état local de contraintes ou de déformations complexes (hors uniaxial) dans l'éprouvette. En pratique, il y a deux types d'essais pour générer ces états complexes :

- soit une charge simple pour une géométrie complexe, par exemple, l'essai biaxial cruciforme;
- soit une charge complexe en utilisant une géométrie simple, par exemple, l'essai tube mince en chargeant traction-torsion ou pression interne/externe.

<u>Différentes méthodes d'essai biaxial</u>

Les éprouvettes des essais de fatigue multiaxiale ont le plus souvent les géométries suivantes:

a. le barreau circulaire,
b. le tube mince,
c. la plaque cruciforme.

Toutes ces informations sont détaillées dans le livret de Socie et Marquis [35], Found [36] et Zouani [37]. Dans le tableau I.4, les trois types d'éprouvettes les plus utilisées sont présentés :

a. Barreau circulaire en flexion-torsion

Une éprouvette circulaire subit une combinaison de flexion et de torsion. Ce type d'essais, grâce à la facilité de mise en œuvre et le calcul non complexe du champ de contraintes et de déformations, il est souvent utiliser par les auteurs. Les premiers utilisateurs furent Lanza(1886), Mason(1917) jusqu'au récemment Downing et Galliart (1985) et d'autres dans la dernière décade.

b. Tube creux à paroi mince

Après le succès du barreau circulaire, les chercheurs ont mis au point d'autres types d'essais pour obtenir différents rapports de biaxialité. Depuis le dernier demi-siècle, à l'aide du développement du contrôle des machines servo-hydrauliques, le tube mince s'est imposé pour les essais multiaxiaux. Grace à sa géométrie simple, le champ de déformation et le gradient de contrainte radiale sont considérés constants, le tube mince est alors soumis à des sollicitations de type traction, torsion, flexion, pression interne, pression externe et leurs combinaisons. Cependant, ses points faibles sont évidents : ne convient pas à l'étude des grandes déformations, et à des matériaux utilisés sous forme de tôle.

Tableau I.4 : Différentes méthodes d'essai biaxial [37]

Cas	Forme	Méthode d'essai	Illustration	Rapport de biaxialité
a	barreau circulaire	Torsion - Flexion		$-1 \leq R \leq 0$
b	Tube mince creux	Tension - Torsion		$-1 \leq R \leq 0$
		Tension - Pression interne		$0 \leq R \leq 1$
		Tension - Torsion - Pression interne		$-1 \leq R \leq 1$
c	Plaque cruciforme	Traction biaxiale		$-1 \leq R \leq 1$

c. Eprouvette cruciforme

Ce type d'essais nécessite un banc avec quatre vérins hydrauliques en position orthogonale, et une mise en charge dans un seul plan. En littérature, Ives 1965 est le premier qui a utilisé ce type d'essais pour l'étude de la fatigue oligocyclique, ainsi que Pascoe 1967[38]. Bedkowski 1994, Wu 2006[39], Bonnand 2009[40] et Barbier 2009[41] ont fait l'essai avec ce type d'éprouvette pour la fatigue polycyclique.

D'autres auteurs ont utilisé ce type d'éprouvettes dans différents domaines. Ye 2008[42], Hanji 2012[43] les ont utilisées pour étudier les structures soudées. Zhang et al. 2007[44] pour l'étude du fluage-fatigue. Hamam 2005 [45] les ont utilisées pour la propagation de fissure. Itoh, Sakane et Ohnami 1994 [46] les ont utilisées pour l'étude de la fatigue oligocyclique biaxiale à haute température. Smits et al. 2007[47], Lecompte et Smits [48] les ont utilisées pour étudier les matériaux composites.

A partir de 1970, la géométrie de ce type d'éprouvettes est l'objet de nombreux travaux. Wilson et White 1971[49], Parsons et Pascoe 1975[50], Shimizu 1985[51], Makinde 1988[52] 1992[53], Demmerle 1993[54], Smits 2006[55], Hannon 2008[56], Abdelhay 2009[57] ont optimisé le système biaxial cruciforme. Vezer et Major ont réalisé leurs essais biaxiaux sur un polymère avec un système utilisant un seul vérin [58].

Il y a différentes formes d'éprouvettes cruciformes pour obtenir différents états de contrainte biaxiale. Selon Socie et Marquis [35], les géométries les plus utilisées sont les suivantes (cf. figure I.22):

- Eprouvette avec rayon
- Eprouvette avec encoches sur patte
- Eprouvette avec sections réduites au centre

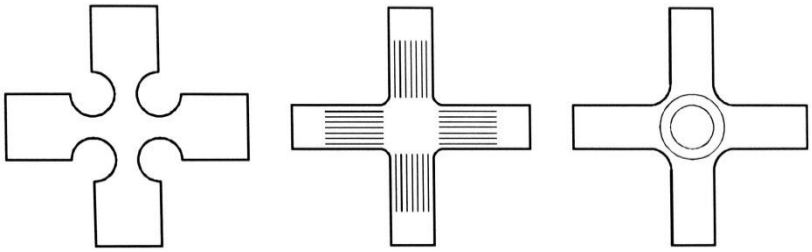


Figure I.19 : Différents type des éprouvettes cruciformes [35]

Le choix de l'éprouvette est spécifié selon le type d'essai. Le premier et le troisième type d'éprouvette sont utilisés pour l'étude de la fatigue. Avec le premier type d'éprouvette, la concentration de contrainte évoquée sur le rayon et la contrainte sur le centre d'éprouvette augmente avec la dimension de rayon. Le deuxième type d'éprouvette est souvent utilisé pour la propagation de la fissure, parce qu'il peut fournir un champ de contrainte et de déformation constante.

Eprouvette avec les sections réduites au centre

La difficulté de ce type d'essais est que l'analyse de résultat est complexe, voire difficile, car le champ de déformation reste non constant, la relation contrainte-déformation est donc non constante. Sa géométrie complexe influe sur la propagation de la fissure (microscopique ou macroscopique) est peu interférer sur la durée de vie. Sa géométrie complexe est exigeante en usinage et il est souvent difficile d'obtenir des géométries absolument identiques. Wilson et White 1971 [49] ont attesté qu'il est difficile de produire une zone de déformation uniforme pour une éprouvette à section réduite. La détection de l'amorçage de la fissure reste un problème difficile à résoudre. Malgré son coût et sa difficulté de réalisation, ce type d'éprouvettes reste largement utilisé. Le choix de type d'essais est non seulement un choix de rapport de biaxialité mais aussi de la disponibilité du dispositif.

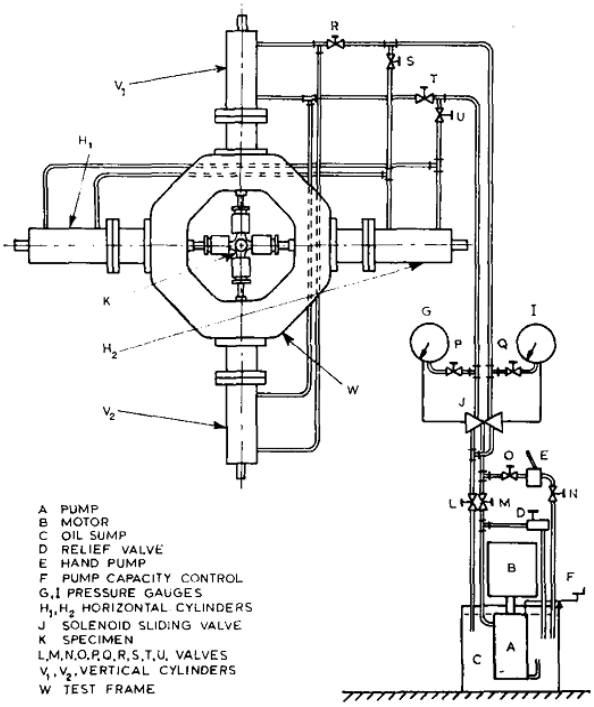


Figure I.20 : Les dispositifs et mise en œuvre par Pascoe 1967 [38]

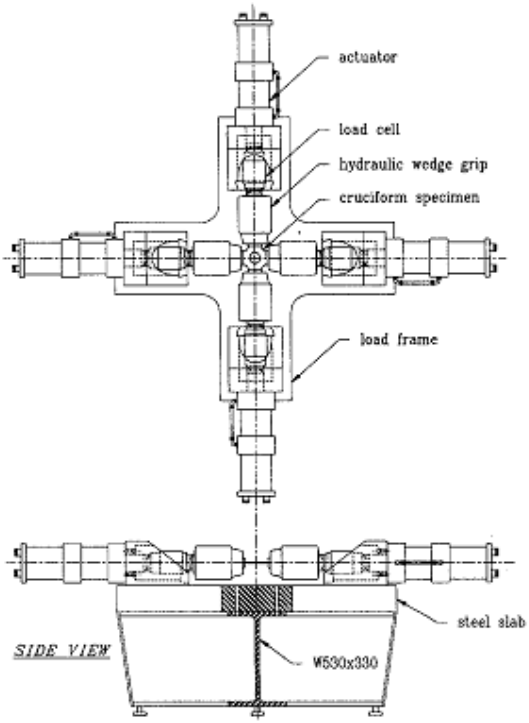


Figure I.21 : Les dispositifs et la mise en œuvre par Makinde 1992[53]

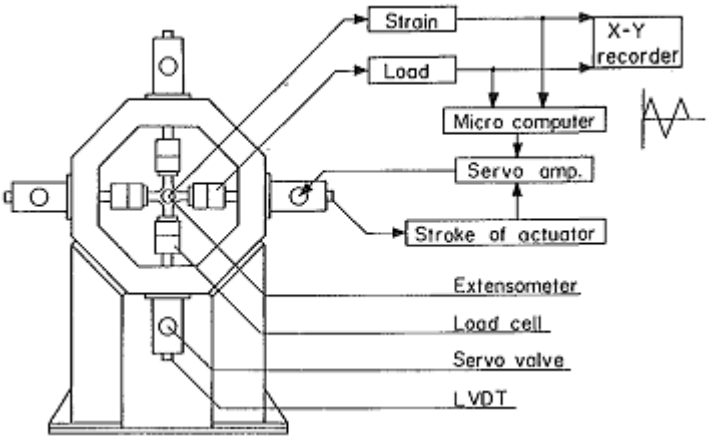


Figure I.22 : Les dispositifs et la mise en œuvre par Itoh 1994[46]

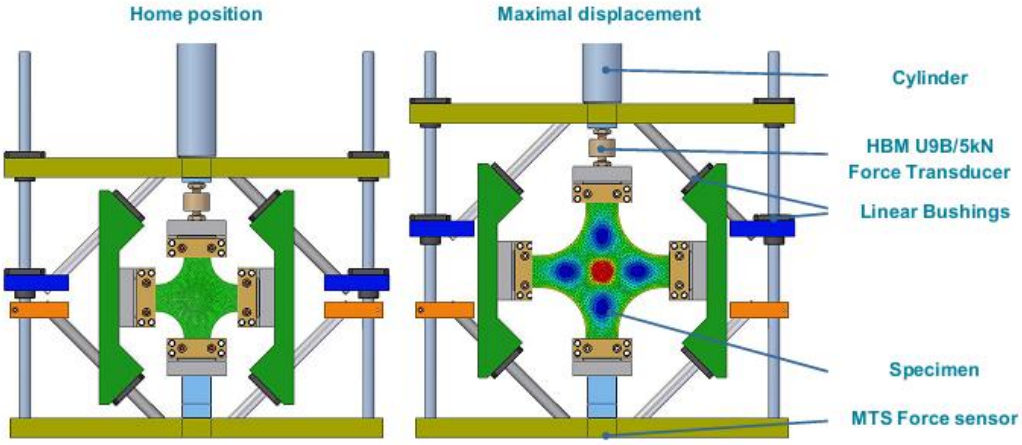


Figure I.23 : Les dispositifs avec un seul vérin par Vezer et Major [58]

Chapitre II

Loi de cumul de dommage DSM et proposition de son extension au cas de sollicitation multiaxiale

Dans l'étude bibliographique du chapitre précédent, nous avons évoqué les différentes approches des lois de cumul de dommage en fatigue pour les matériaux métalliques. L'objectif de ce chapitre est de présenter une loi de cumul de dommage non linéaire, basée sur la notion de la « contrainte endommagée » ou DSM « Damage Stress Model », ainsi que notre contribution à l'extension de ce modèle au cas du chargement multiaxial.

Ce chapitre comporte trois parties. Dans la première partie, on présente le modèle DSM ayant été développé dans le cas uniaxial, ainsi que son application et validation[59]. *La deuxième partie est dédiée à l'extension de ce modèle aux cas des chargements multiaxiaux en le couplant à une série de critère de fatigue multiaxiale (Sines, Dang Van et Robert). Enfin, la troisième partie est consacrée à la validation du modèle DSM multiaxial par les résultats expérimentaux en traction-torsion de Wang* [60][61]. *La validité de cette nouvelle proposition vis-à-vis de ces résultats est discutée à la fin de ce chapitre.*

II.1 Modèle de DSM de cumul de dommage en fatigue uniaxiale

En 2003, le modèle DSM (Damage Stress Model) a été proposé par Mesmacque et Santos [62][63], en introduisant un nouvel indicateur de dommage basé sur la « contrainte endommagée ». La loi proposée est une loi non linéaire qui prend en compte l'effet de l'histoire du chargement. Le modèle proposé est connecté à la courbe S-N expérimentale du matériau et ne nécessite pas de nouveaux paramètres à identifier, ce qui rend son utilisation aisée.

II.1.1 Formulation

Le calcul du dommage par le modèle de la contrainte endommagée est donné par l'équation II-1. La figure II.1 représente la démarche de calcul du dommage engendré successivement par un chargement variable à deux blocs de contraintes.

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} \qquad \text{(II-1)}$$

avec D_i représentant l'endommagement correspondant à la contrainte σ_i appliquée au $i^{ème}$ bloc, la contrainte endommagee σ_{edi} et σ_u est la contrainte ultime du matériau. Par

convention, comme les autres lois de cumul, lorsque D=0, l'éprouvette est vierge et sans aucun dommage, et lorsque D=1, l'éprouvette atteint l'état de rupture.

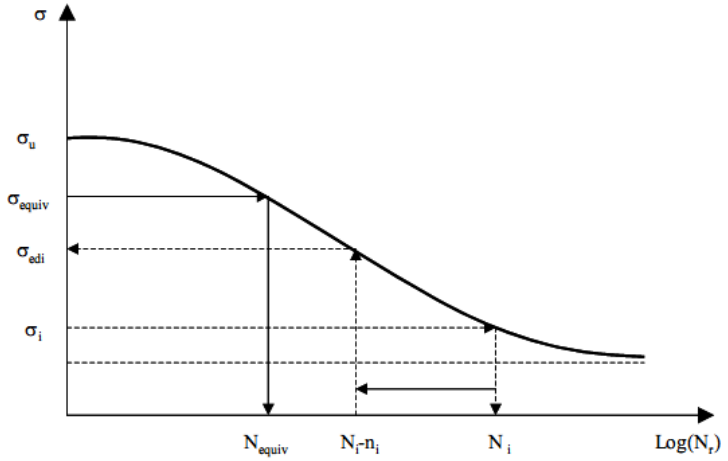


Figure II.1 : Illustration des définitions des paramètres du modèle DSM[62]

La contrainte endommagée à l'étape i correspond à la durée de vie restant à l'étape i, déterminée par courbe de Wöhler.

$$\sigma_{edi} = f\left(N_{fi} - n_i\right) \tag{II-2}$$

Au moment de passage du bloc i au bloc i+1, par la continuité de dommage, on a:

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} = \frac{\sigma_{eq(i+1)} - \sigma_{i+1}}{\sigma_u - \sigma_{i+1}} \tag{II-3}$$

Où $\sigma_{eq(i+1)}$ est la contrainte équivalente endommagée au bloc i+1, donc:

$$\sigma_{eq(i+1)} = D_i \cdot (\sigma_u - \sigma_{i+1}) + \sigma_{i+1} \tag{II-4}$$

Le nombre de cycles restant (durée de vie résiduelle) au bloc i+1 est déterminé par la courbe de Wöhler inverse:

$$n_{res(i+1)} = f^{-1}\left(\sigma_{eq(i+1)}\right) \tag{II-5}$$

Choix de la courbe de Wöhler :

Puisque la courbe de Wöhler a été prise en compte pendant chaque transformation, il est inévitable de vérifier son influence. Une comparaison entre deux modèles a été effectuée:

- Le modèle de Basquin :

$$\sigma(N_f) = a \cdot {N_f}^b \tag{II-6}$$

- Le modèle de Kohout & Vêchet

$$\sigma(N_f) = \sigma_D \cdot \left[\frac{N_f+B}{N_f+C}\right]^\beta \tag{II-7}$$

Les données expérimentales montrent qu'il n'y a pas de différence notable entre les résultats prédits par ces deux modèles dans le cas la fatigue à grand nombre de cycle. Nous choisissons souvent le modèle de Basquin grâce à sa simplicité.

II.1.2 Exemple d'un calcul du dommage

Pour mettre en évidence la démarche du calcul, nous présentons ici un exemple pour un chargement à trois blocs de contrainte, en utilisant le modèle de Basquin pour la courbe de Wöhler :

- Au premier bloc $\sigma_1(N_{f1})$: après application de n_1 cycles le nombre résiduel de cycles est :

$$N_{res1} = N_{f1} - n_1 \tag{II-8}$$

À ce nombre de cycles, on fait correspondre la contrainte endommagée σ_{ed1} sur la courbe de Wöhler du matériau :

$$\sigma_{ed1} = a \cdot (N_{f1} - n_1)^b \tag{II-9}$$

Le dommage qui correspond à (σ_1 , n_1) est:

$$D_1 = \frac{\sigma_{ed1}-\sigma_1}{\sigma_u-\sigma_1} \tag{II-10}$$

- Au passage du premier bloc au deuxième bloc, par la continuité de dommage, on a

$$D_1 = \frac{\sigma_{ed1}-\sigma_1}{\sigma_u-\sigma_1} = \frac{\sigma_{eq2}-\sigma_2}{\sigma_u-\sigma_2} \tag{II-11}$$

La contrainte endommagée équivalente au deuxième bloc (σ_{eq2}) est donc calculée par

$$\sigma_{eq2} = D_1 \cdot (\sigma_u - \sigma_2) + \sigma_2 \tag{II-12}$$

Le nombre de cycles restant au deuxième bloc N_{res2} est calculé par l'inverse de modèle de Basquin

$$N_{\text{res2}} = \left(\frac{\sigma_{eq2}}{a}\right)^{\frac{1}{b}} \quad \text{(II-13)}$$

A la fin du deuxième bloc, la contrainte endommagée σ_{ed2} correspond au nombre de cycles restant, ainsi que le dommage D_2 peuvent être déduit :

$$\sigma_{ed2} = a \cdot (N_{res2} - n_2)^b \quad \text{(II-14)}$$

$$D_2 = \frac{\sigma_{ed2} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2} \quad \text{(II-15)}$$

- Au passage du deuxième bloc au troisième bloc, par la continuité de dommage, on a

$$D_2 = \frac{\sigma_{eq2} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2} = \frac{\sigma_{eq3} - \sigma_3}{\sigma_u - \sigma_3} \quad \text{(II-16)}$$

La contrainte endommagée équivalente au deuxième bloc (σ_{eq3}) est donc calculée par

$$\sigma_{eq3} = D_2 \cdot (\sigma_u - \sigma_3) + \sigma_3 \quad \text{(II-17)}$$

Le nombre de cycles restant au deuxième bloc N_{res3} est calculé par l'inverse de modèle de Basquin

$$N_{\text{res3}} = \left(\frac{\sigma_{eq3}}{a}\right)^{\frac{1}{b}} \quad \text{(II-18)}$$

A la fin du troisième bloc, car la rupture, soit

$$D = 1 \quad \text{(II-19)}$$

Le nombre de cycles à rupture correspondant au 3ème bloc de contrainte σ_3, est égal à N_{res3} est donné par :

$$n_3 = N_{res3} \quad \text{(II-20)}$$

L'algorithme général du calcul du cumul du dommage est donné dans la figure II.2 ci-dessous :

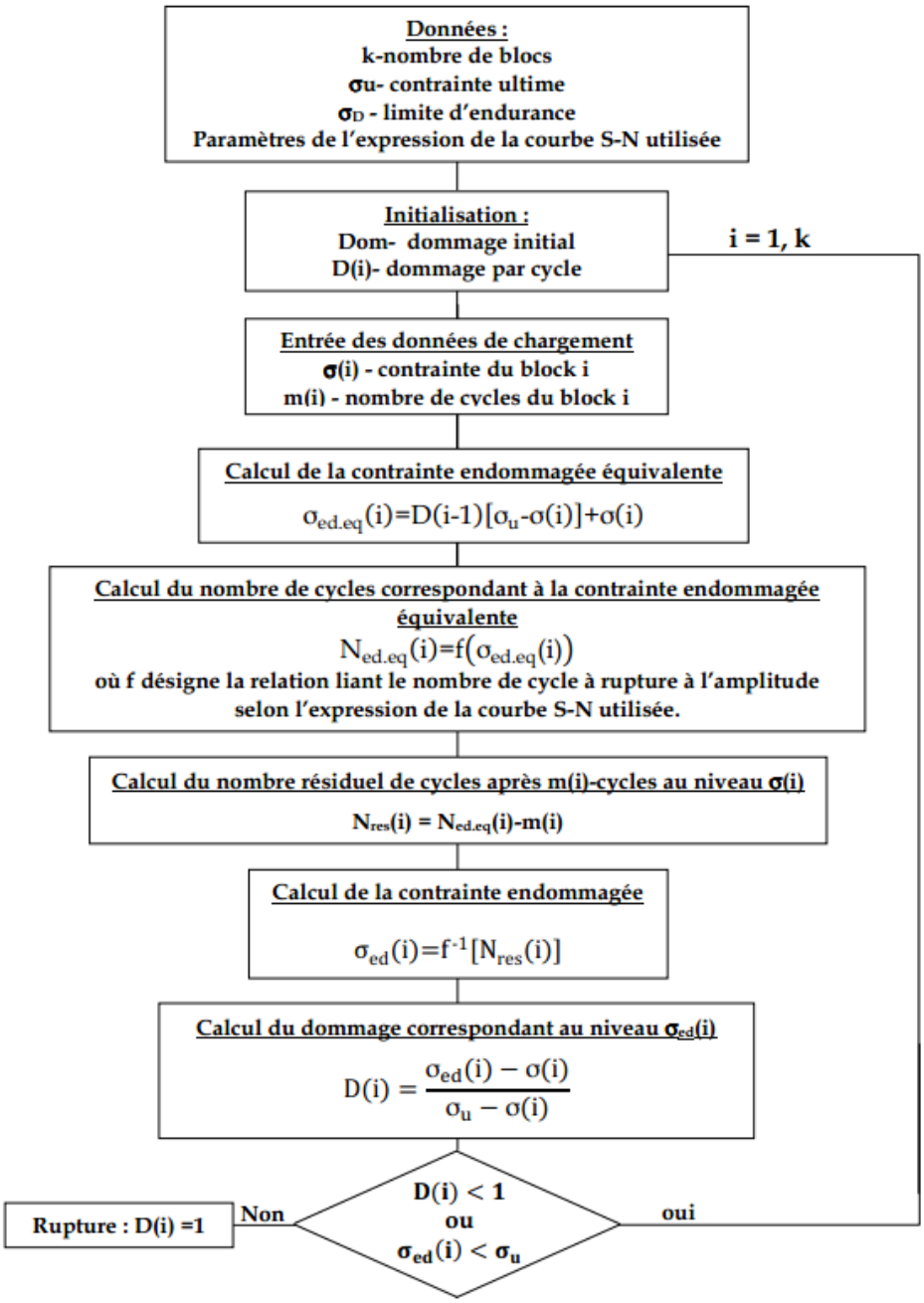


Figure II.2 : Organigramme proposé pour le calcul du dommage de DSM [64]

II.1.3 Validation du modèle de DSM uniaxial avec les résultats de Rambabu :

Cette partie est consacrée à la confrontation des résultats expérimentaux uniaxiaux tirés de la bibliographie avec les prédictions des lois étudiées, et en particulier avec le résultat de prédiction du modèle DSM.

Rambabu et al. (2009) ont réalisé plusieurs séries d'essais de fatigue uniaxiale en traction sur l'aluminium 2014[59] avec un rapport de contrainte irrégulier (R=-0,7). Ces essais prennent on compte l'effet de cumul de la fatigue en utilisant deux blocs de contraintes.

La durée de vie totale de l'essai est considérée comme le facteur le plus représentatif lors de la comparaison entre les performances des différentes lois de cumul de fatigue. Ce choix est basé sur le fait que cette durée de vie est facilement mesurable, ainsi qu'utilisable dans les bureaux d'études.

On peut considérer l'erreur relative de prévision (ERP) comme un autre moyen pour évaluer les performances des lois, cette erreur est définie par l'expression :

$$ERP\% = \frac{Valeur\ expérimentale - valeur\ de\ prédiction}{Valeur\ expérimentale} \times 100\% \qquad \text{(II-21)}$$

En général, lorsque l'ERP est inférieure à 20% en valeur absolue, la loi de cumul pourra être considérée comme une loi de bonne précision. Par définition si ERP>0 la loi est dite conservative et si ERP<0 elle est non conservative [23]. L'erreur moyenne absolue, qui évalue la performance moyenne des lois pour tous résultats, est définie par :

$$Erreur\ moyenne\ absolue = \sum_{i=1}^{n} \frac{|ERP\%|}{n} \qquad \text{(II-22)}$$

La composition chimique du matériau, le résultat de l'essai uniaxial, et le calcul des coefficients de Basquin sous différents rapports de contraintes appliquées, sont données dans Annexe I. La valeur de la contrainte ultime n'est pas mentionnée dans les travaux de Rambabu, nous avons alors pris la valeur existant dans la littérature, qui est σ_u=494MPa [65]. Le tableau II.1 montre les résultats de la durée de vie résiduelle au deuxième blocs de chargement (valeurs soulignées). Les essais numérotés de 32 à 37 sont réalisés avec un chargement en ordre haut-bas, ceux de 38 et 39 sont dans l'ordre bas-haut.

Tableau II.1 : Essais de fatigue uniaxiale en traction avec deux blocs de chargement par Rambabu et al. [59]

N° essai	Bloc	R	σ_{max} (MPa)	σ_{moy}	σ_{amp} (MPa)	σ_{min} (MPa)	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$
32	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	1,33
	2	-0,7	300	45	254,9	-209,9	98866	91820	1,08	
33	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	1,40
	2	-0,7	300	45	254,9	-209,9	105117	91820	1,14	
34	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	0,74
	2	-0,7	250	37,5	212,5	-175,0	172073	352893	0,49	
35	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	0,70
	2	-0,7	250	37,5	212,5	-175,0	157375	352893	0,45	
36	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	2,61
	2	-0,7	275	41,3	233,8	-192,5	409691	174193	2,35	
37	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	1,29
	2	-0,7	275	41,3	233,8	-192,5	180698	174193	1,04	
38	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	0,96
	2	-0,7	350	52,5	297,5	-245,0	20499	29188	0,70	
39	1	-0,7	325	48,8	276,3	-227,5	13000	50538	0,26	1,70
	2	-0,7	350	52,5	297,5	-245,0	42192	29188	1,45	

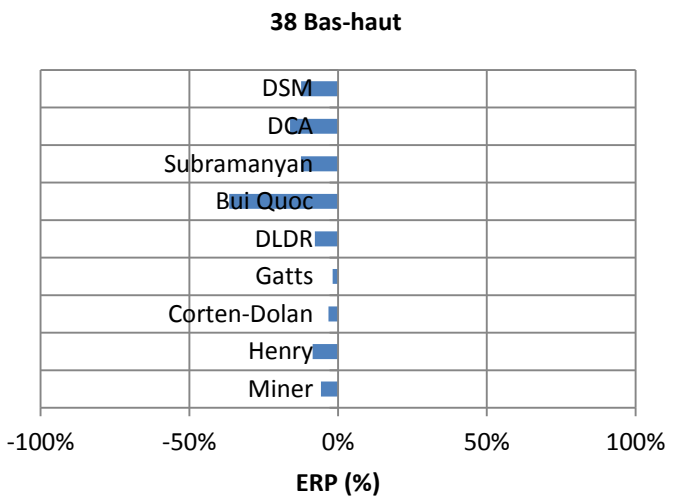
II.1.3.1 Essais avec chargement en ordre croissant

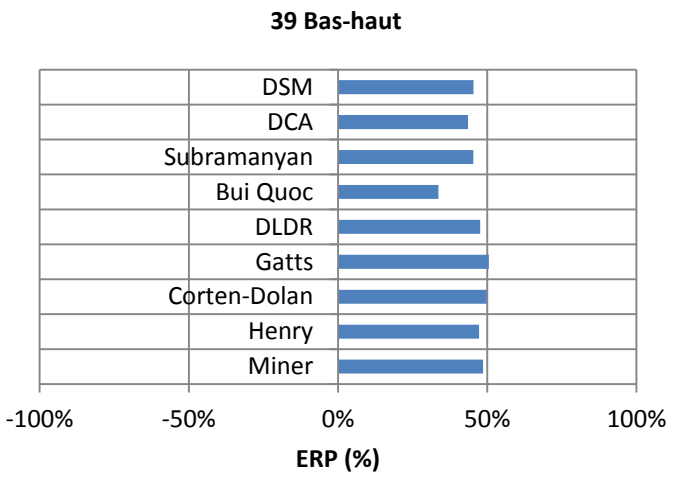
Sur le tableau II.2 figurent les résultats de prédiction par les lois de cumul étudiées ainsi que ceux obtenus par notre modèle DSM correspondant au chargement en ordre croissant haut-bas (essais n°38 et 39).

Les figures II.3 représentent l'ERP de chaque loi étudiée. Nous remarquons que pour l'essai 39, les prédictions de toutes les lois sont loin des résultats expérimentaux, cependant, elles restent des lois de type conservatif, ce qui correspond théoriquement à une assez bonne prédiction. En revanche, pour l'essai 38, les prédictions des lois de Gatts et Corten-Dolan sont proches des valeurs expérimentales. Quant à la loi DSM et pour les deux essais, elle fournit un résultat correct comparé par rapport à l'expérience.

Tableau II.2 : Prédiction du nombre de cycles au deuxième bloc de chargement par les lois étudiées « chargement en ordre croissant »

	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérimental	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
38	325,0	13000	50538	0,26	0,96	20499	21680	22252	21157	20872	22095	27999	23057	23809	23046
	350,0	20499	29188	0,70											
						ERP%	-5,76%	-8,55%	-3,21%	-1,82%	-7,79%	-36,59%	-12,48%	-16,15%	-12,42%
39	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérimental	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325,0	13000	50538	0,26	1,70	42192	21680	22252	21157	20872	22095	27999	23057	23809	23046
	350,0	42192	29188	1,45											
						ERP%	48,62%	47,26%	49,86%	50,53%	47,63%	33,64%	45,35%	43,57%	45,38%





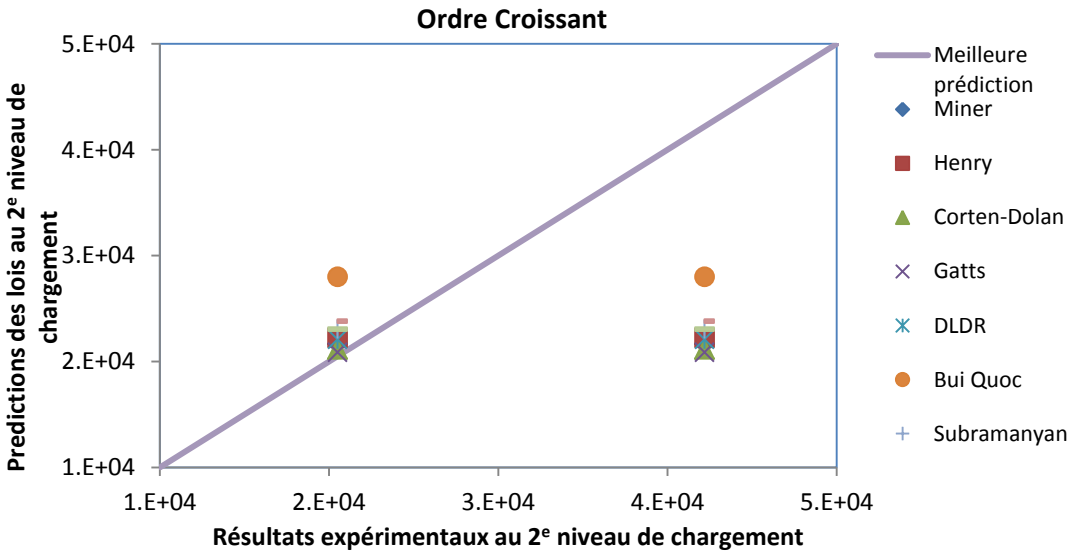


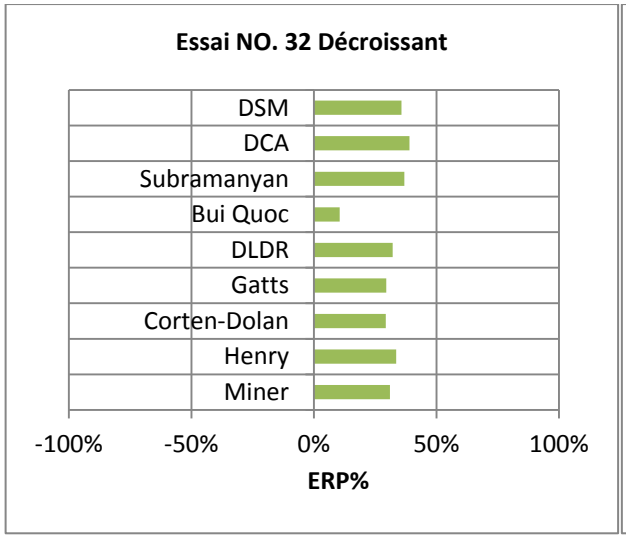
Figure II.3 : Erreurs de prévision de la vie restant en ordre croissant

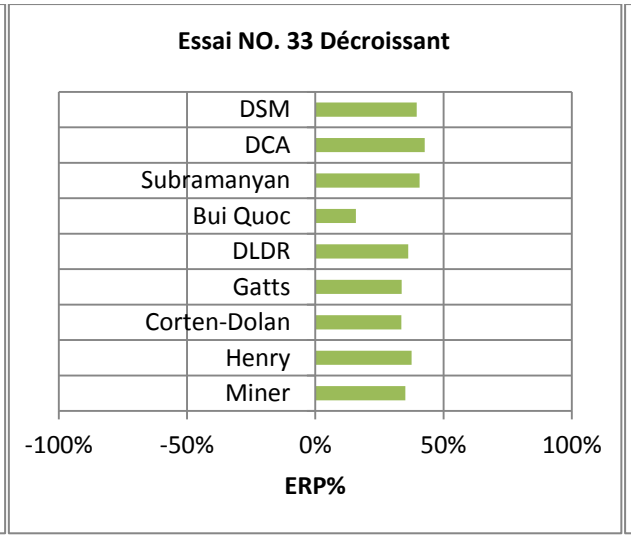
II.1.3.2 Essais avec chargement en ordre décroissant

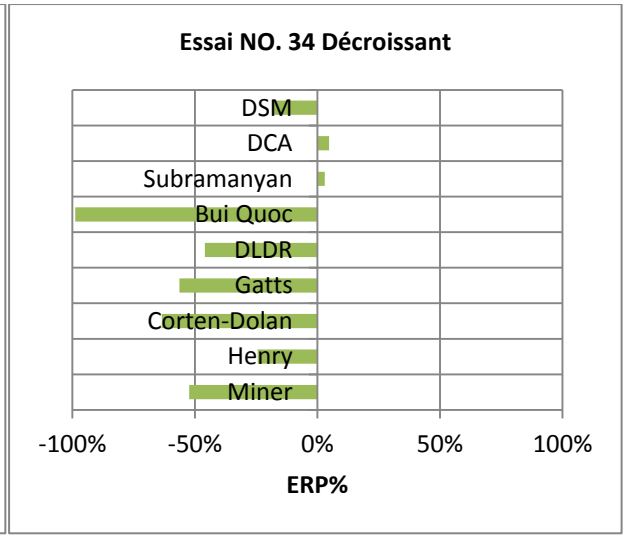
Le tableau II.3 rassemble les résultats de prédiction des différentes lois analysées correspondant aux essais avec chargement en ordre décroissant haut – bas (essais 32 à 37). Les figures II.4 permettent d'apprécier, pour chaque essai individuellement, l'ERP associée à chacune des lois de prédiction. Nous pouvons remarquer que les prédictions délivrées par le modèle DSM, d'ailleurs comme la plupart des autres lois, sous-estiment la durée de vie résiduelle par rapport aux résultats escomptés expérimentalement, mis à part les essais 34 et 35 pour lesquels DSM est non conservatif.

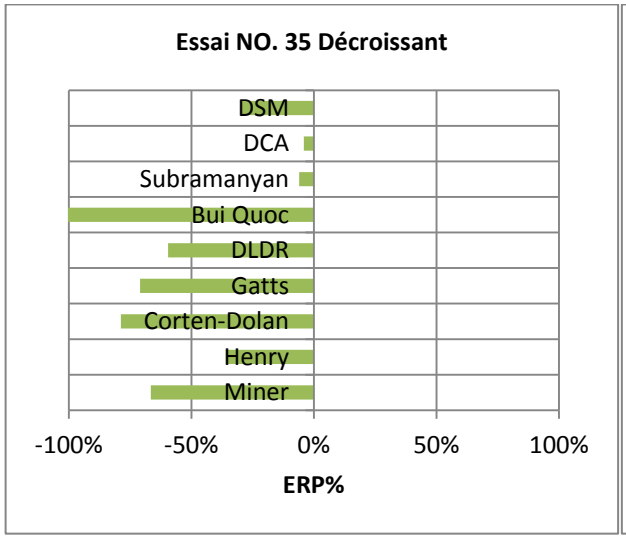
Tableau II.3 : Prédiction du nombre de cycles au deuxième bloc de chargement par les lois étudiées « chargement en ordre décroissant »

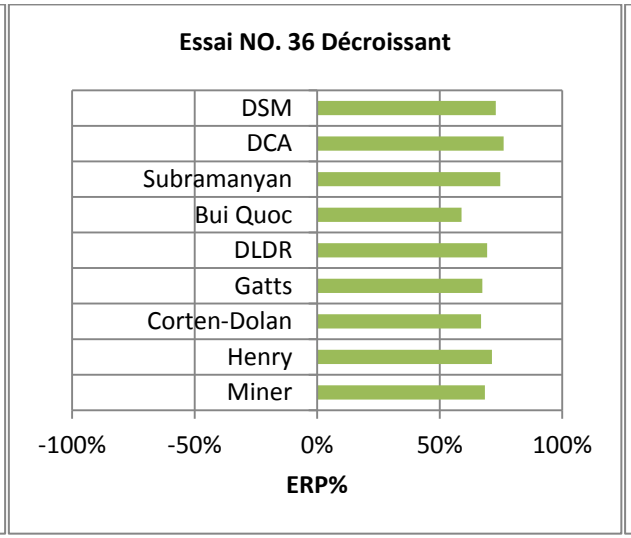
N° Essai	σ_{max} (MPa)	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
32	325	13000	50538	0,26	1,33	98866	68201	65661	69853	69713	67070	88460	62377	60303	63556
	299,8	98866	91820	1,08											
						ERP%	31,02%	33,59%	29,35%	29,49%	32,16%	10,53%	36,91%	39,01%	35,72%
33	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325	13000	50538	0,26	1,40	105117	68201	65661	69853	69713	67070	88460	62377	60303	63556
	299,8	105117	91820	1,14											
						ERP%	35,12%	37,54%	33,55%	33,68%	36,19%	15,85%	40,66%	42,63%	39,54%
34	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325	13000	50538	0,26	0,74	172073	262118	213982	281349	268997	251061	342095	166884	163823	203872
	250	172073	352893	0,49											
						ERP%	-52,33%	-24,36%	-63,51%	-56,33%	-45,90%	-98,81%	3,02%	4,79%	-18,48%
35	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325	13000	50538	0,26	0,70	157375	262118	213982	281349	268997	251061	342095	166884	163823	203872
	250	157375	352893	0,45											
						ERP%	-66,56%	-35,97%	-78,78%	-70,93%	-59,53%	-117,38%	-6,04%	-4,10%	-29,55%
36	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325	13000	50538	0,26	2,61	409691	129385	117473	135687	133423	125441	168277	103441	98060	110994
	275	409691	174193	2,35											
						ERP%	68,42%	71,33%	66,88%	67,43%	69,38%	58,93%	74,75%	76,06%	72,91%
37	σ_{max}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$	Expérience	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
	325	13000	50538	0,26	1,29	180698	129385	117473	135687	133423	125441	168277	103441	98060	110994
	275	180698	174193	1,04											
						ERP%	28,40%	34,99%	24,91%	26,16%	30,58%	6,87%	42,75%	45,73%	38,57%

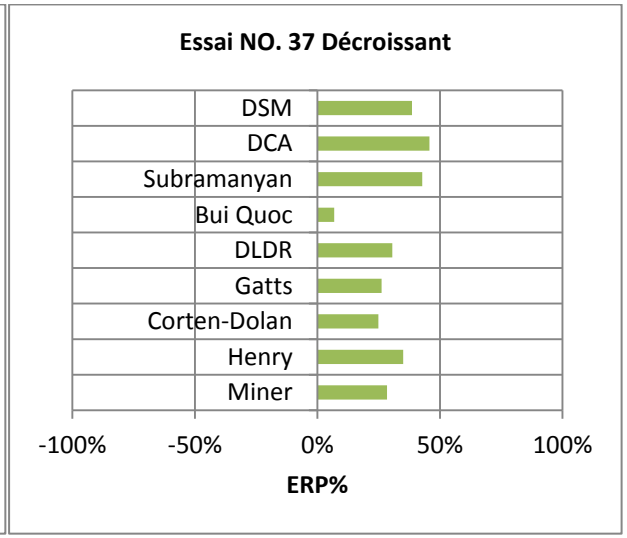

Essai NO. 32 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%


Essai NO. 33 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%


Essai NO. 34 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%


Essai NO. 35 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%


Essai NO. 36 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%


Essai NO. 37 Décroissant
DSM
DCA
Subramanyan
Bui Quoc
DLDR
Gatts
Corten-Dolan
Henry
Miner
-100%
-50%
0%
50%
100%
ERP%

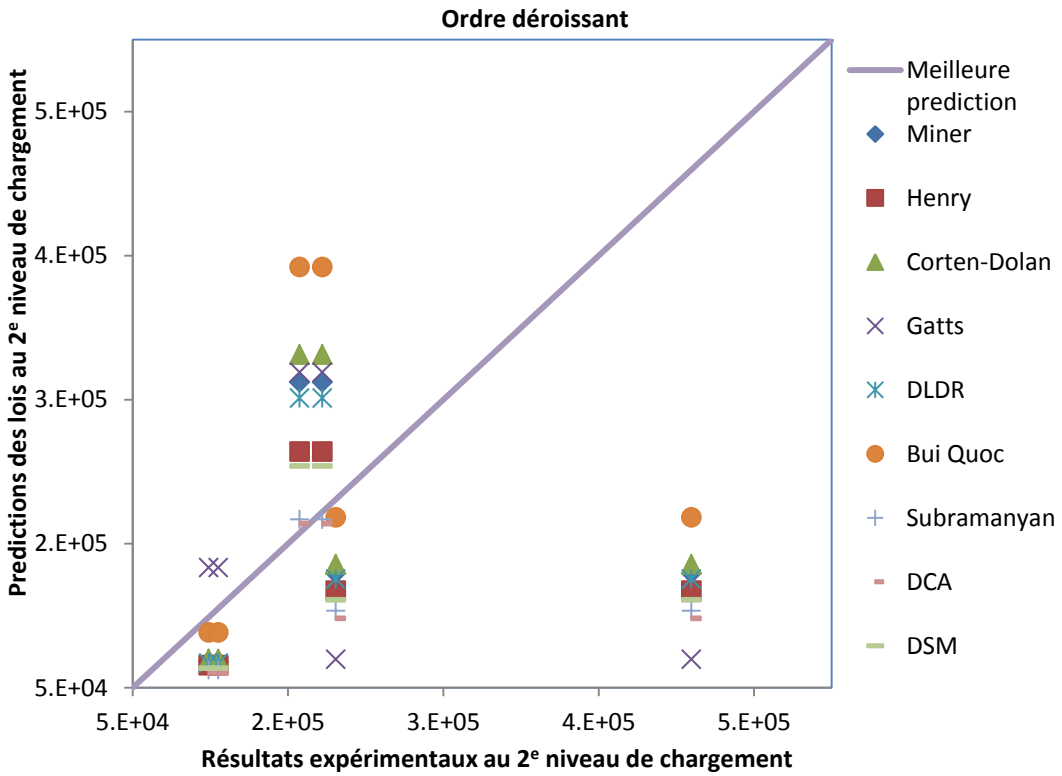


Figure II.4. Erreurs de prévision de la vie restant des essais en ordre décroissant

Afin de mettre en relief les performances des lois que nous étudions, nous calculons les erreurs absolues moyennes des prédictions. Ces valeurs sont confinées dans le tableau II.4 et illustrées par la figure II.5.

Tableau II.4 : Erreurs de prédiction en moyennes des lois étudiées pour tous les essais

	Miner	Henry	Corten-Dolan	Gatts	DLDR	Bui Quoc	Subramanyan	DCA	DSM
Erreur absolue	42,03%	36,70%	43,75%	42,05%	41,15%	47,32%	32,75%	34,01%	36,57%

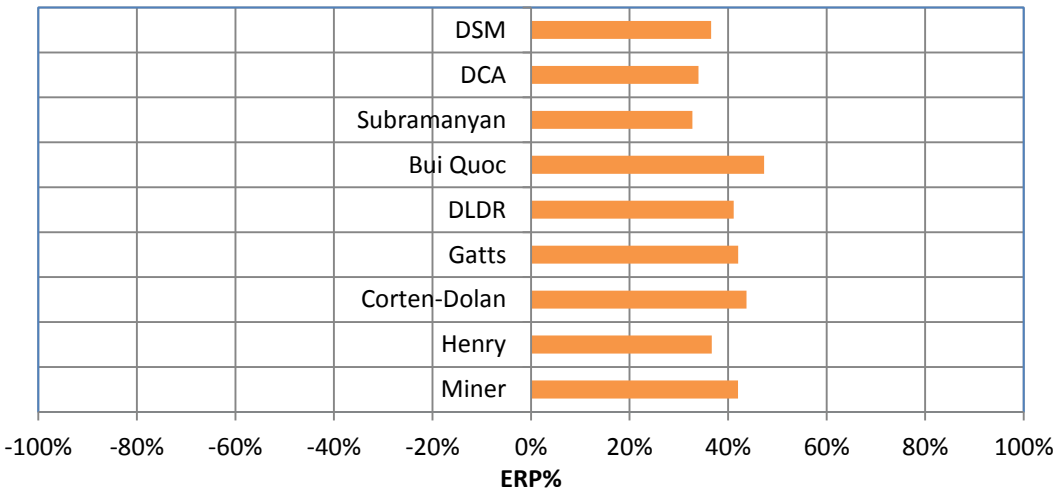


Figure II.5 : Erreurs de prédiction pour différentes lois de cumul

Les différentes comparaisons entre le résultat de prédiction du modèle DSM et les résultats de prédictions des autres lois issues de la littérature, montrent que le résultat de cumul du dommage fourni par DSM approche mieux la prédiction de référence (i.e. expérimental), ceci est valable excepté dans le cas des modèles DCA et Subramanyan.

La figure II.6 permet de visualiser la remarque ci-dessus. On représente l'ERP en fonction du numéro de l'essai. Pour une loi donnée, plus sa fluctuation est voisine de 0%, plus la stabilité de sa prédiction est bonne. On peut alors constater que les prédictions de DSM sont relativement bonnes par rapport aux autres modèles.

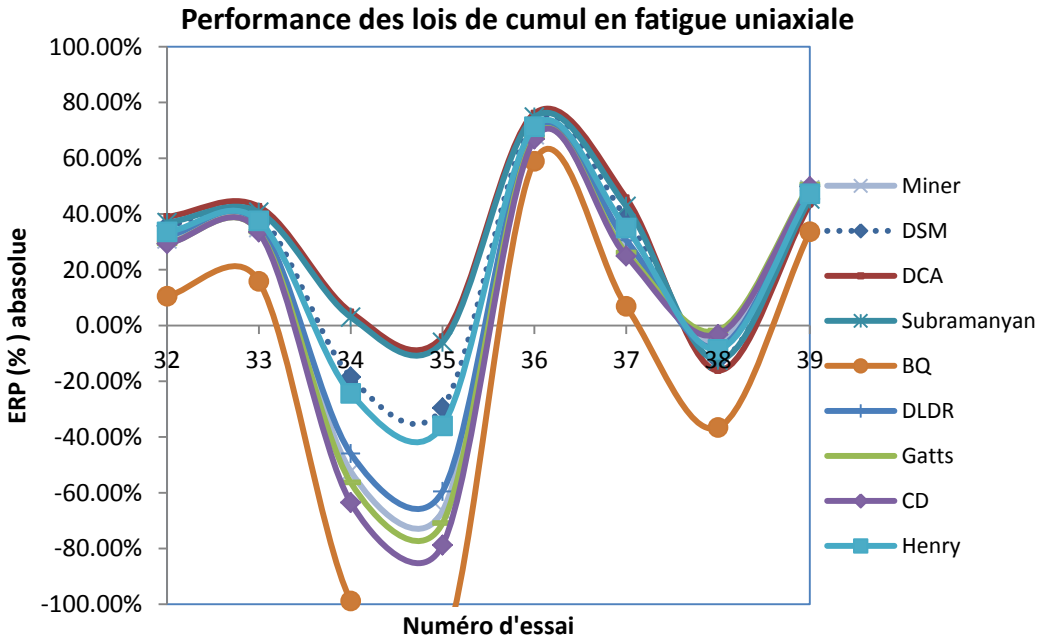


Figure II.6 : Erreurs absolues des prédictions de différentes lois de cumul du dommage

II.2 Extension du modèle de DSM à la fatigue multiaxiale

Notre objectif est de proposer une formulation visant à développer le modèle de cumule du dommage DSM dans le cas de chargement multiaxial. Ce développement consiste en un couplage avec les critères de fatigue multiaxiale, par l'intermédiaire de la contrainte équivalente qui sera choisie et associer à chacun des critères. Afin de faciliter la lecture du reste de ce mémoire, on donne un récapitulatif des variables de contrainte et des coefficients associés rentrant explicitement en compte dans le modèle proposé.

E	Indicateur de dommage	α_{SI} β_{SI}	Coefficients du critère de Sines
N	Nombre de cycles au cours d'un essai	a_{DV} b_{DV}	Coefficients du critère de Dang Van
N_f	Nombre de cycles à la rupture sous chargement uniaxial	α_{RB} β_{RB} θ_{RB}	Coefficients de critère de Robert
N_r	Nombre de cycles à la rupture sous chargement multiaxial	H_{moy}	Contrainte moyenne d'hydrostatique
α	Rapport de limite de fatigue en torsion sur traction (0,5577)	$\tau_{oct,a}$	Amplitude de cisaillement octaédrique
σ_{-1}	Limite d'endurance sous traction alternée	τ_{-1}	Limite d'endurance sous torsion alternée
σ_0	Limite d'endurance sous traction répétée		

II.2.1 Critères de fatigue multiaxiale

De la même façon que les critères de résistance (écoulement plastique), les critères de fatigue multiaxiale permettent de savoir si l'endommagement produit par le chargement multiaxial dépasse celui produit par le chargement au-dessus de limite de la fatigue conventionnelle uniaxiale. Quand le paramètre de dommage choisi (E ou D) atteint une valeur supérieure à certain seuil, on définit la ruine de la structure. Pour la raison de simplicité, on normalise souvent ce seuil à l'unité, soit :

$$\begin{cases} E < 1 & non\ rupture \\ E > 1 & rupture\ prédite \end{cases}$$

Nous nous limiterons à la présentation des principaux critères de type global et de type plan critique.

II.2.1.1 Critères de type global

Dès les années 50, les chercheurs ont commencé à s'intéresser au problème de fatigue sous chargement multiaxial. L'idée générale est de trouver un ou des invariants ou contraintes équivalentes qui peuvent représenter l'état de dommage, avec ou sans l'utilisation des caractéristiques usuelles de la fatigue des matériaux. C'est-à-dire on réduit le problème multiaxial complexe en un problème avec invariants ou contraintes équivalentes. Dans la plupart des cas, deux variables linéaires sont proposées par critère. Le principe de ces deux variables X_1 et X_2 est illustré dans la figure II.7.

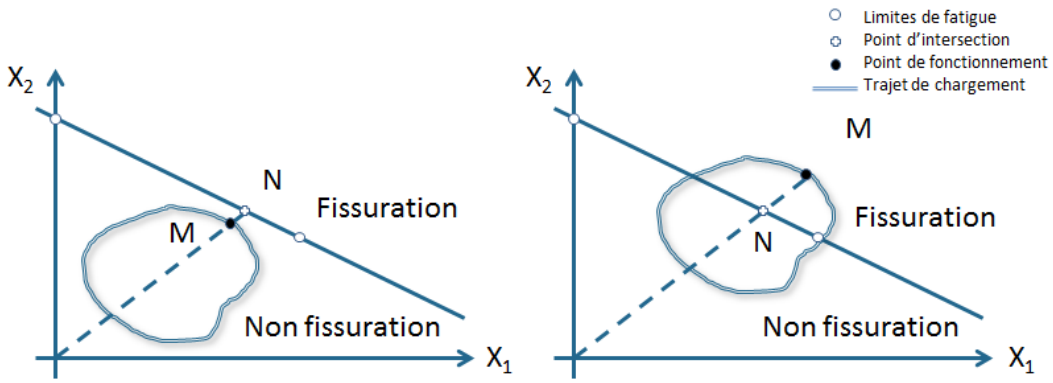


Figure II.7: Principe du critère de type global avec deux variables

Critère de Sines 1955

Pour Sines l'amplitude de contrainte octaédrique tangentielle et la contrainte hydrostatique moyenne sont les deux invariants nécessaires pour la détermination de la durée de vie en chargement multiaxial [66]. Il a fait ce choix pour deux raisons. Premièrement, la contrainte octaédrique représente la valeur de cisaillement globale et la contrainte hydrostatique représente une valeur de la traction ou compression. Deuxièmement, lorsque la direction normale d'un plan octaédrique est toujours la même pour les trois axes principaux, Sines a considéré la contrainte octaédrique tangentielle comme un effet « moyen » de glissement sur ces différents plans. L'équation du critère de fatigue s'écrit:

$$\tau_{oct,a_{max}} + \alpha_{Si} \cdot \Sigma_{H_{moy}} \leq \beta_{Si} \qquad \text{(II-23)}$$

Ou bien :

$$E_{si} = \frac{\tau_{oct,a_{max}} + \alpha_{Si} \cdot \Sigma_{H_{moy}}}{\beta_{Si}} \qquad \text{(II-24)}$$

Où $\tau_{oct,a_{max}}$ est l'amplitude de contrainte octaédrique tangentielle,

$\Sigma_{H_{moy}}$ est la contrainte hydrostatique moyenne.

Les coefficients α et β peuvent être déterminés par un essai de fatigue uniaxiale. Par exemple, pour les essais de fatigue en torsion alternée et traction répétée, ces deux coefficients peuvent être écrits sous la forme :

$$\alpha_{Si} = \left(\sqrt{6} \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} - \sqrt{2}\right)$$

$$\beta_{Si} = \sqrt{\frac{2}{3}}\tau_{-1}$$

Critère de Crossland 1956

Presque dans le même temps que Sines, Crossland définit un critère qui ressemble beaucoup à celui de Sines, sauf que la contrainte hydrostatique moyenne a été remplacée par la contrainte hydrostatique maximale [67].

$$\tau_{oct,a_{max}} + \alpha_{Cr} \cdot \Sigma_{H_{max}} \leq \beta_{Cr} \qquad \text{(II-25)}$$

Ou encore :

$$E_{cr} = \frac{\tau_{oct,a_{max}} + \alpha_{Cr} \cdot \Sigma_{H_{max}}}{\beta_{Cr}} \qquad \text{(II-26)}$$

Où $\Sigma_{H_{max}}$ est la contrainte hydrostatique maximale.

Les coefficients sont calculés par des essais uniaxiaux :

$$\alpha_{Cr} = \left(\sqrt{6} \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{2}\right)$$

$$\beta_{Cr} = \sqrt{\frac{2}{3}}\tau_{-1}$$

En pratique, ces deux critères sont faciles à appliquer que ceux utilisant le cisaillement maximal, puisque la contrainte octaédrique est facile à calculer si l'état de contrainte est connu. Pour cette raison, le critère de Sines et Crossland sont largement utilisés aujourd'hui. En revanche, ces critères prennent uniquement en compte les contraintes invariantes, ils ne peuvent pas traiter les chargements non proportionnels. Cela constitue une limite à leur utilisation par rapport à d'autres critères de fatigue.

II.2.1.2 Critères de type plan critique

La fatigue multiaxiale décrite par un état de contrainte multiaxiale est d'une manière générale plus sévère que celle uniaxiale. Les composantes du tenseur de contraintes participent en principe à l'endommagement du matériau. La compréhension de la combinaison des charges externes pour produire des contraintes et déformations à l'endroit critique d'une structure ou d'un composant est un élément fondamental pour comprendre et évaluer la fatigue multiaxiale. Les critères de fatigue de type plan critique, définissent un plan matériel quelconque P avec sa normale unitaire *n* et deux angles d'Euler γ et φ. Sur l'ensemble des plans explorés ainsi définis ces critères utilisent la contrainte tangentielle τ_n et la contrainte normale σ_{nn}.

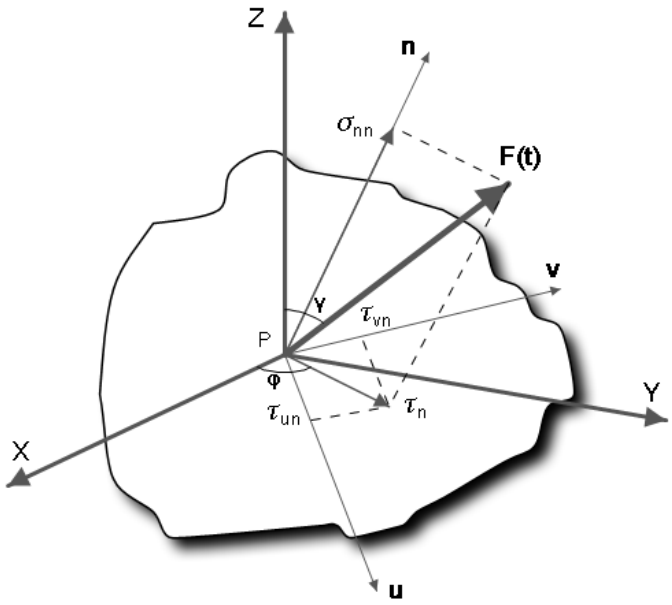


Figure II.8 : Définition d'un plan matériel

La figure II.8 illustre la définition d'un plan matériel. Dans le repère (0, u, v) du plan P, le vecteur de contrainte tangentielle τ_n appartient à ce plan et décrit une trajectoire, qui est appelée trajet de chargement.

$$\mathrm{F(t)} = [\sigma(t)]n \tag{II-27}$$

$$\sigma_{nn}(\mathrm{t}) = \mathrm{n}[\sigma(t)]n \tag{II-28}$$

$$\tau_n(t) = \sqrt{\sigma_{un}^2(t) + \sigma_{vn}^2(t)} \tag{II-29}$$

Avec :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} sin\gamma \cdot cos\varphi \\ sin\gamma \cdot sin\varphi \\ cos\gamma \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} -sin\varphi \\ cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -cos\gamma \cdot cos\varphi \\ -cos\gamma \cdot sin\varphi \\ sin\gamma \end{pmatrix} \tag{II-30}$$

$$\sigma_{un}(t) = u[\sigma(t)]n \tag{II-31}$$

$$\sigma_{vn}(t) = v[\sigma(t)]n \tag{II-32}$$

Pour la contrainte normale les relations sont similaires à ceux de la fatigue uniaxiale. Le vecteur 'contrainte normale' σ_{nn} qui agit sur le plan matériel P est décomposé en deux parties σ_{nnm} et σ_{nna}: composante moyenne et composante alternative déterminées à partir de σ_{nnmax} la contrainte normale maximale et σ_{nnmin} la contrainte normale minimale,

$$\sigma_{nnm} = \frac{\sigma_{nnmax} + \sigma_{nnmin}}{2} \tag{II-33}$$

$$\sigma_{nna} = \frac{\sigma_{nnmax} - \sigma_{nnmin}}{2} \tag{II-34}$$

$$\sigma_{nna}(t) = \sigma_{nn}(t) - \sigma_{nnm} \tag{II-35}$$

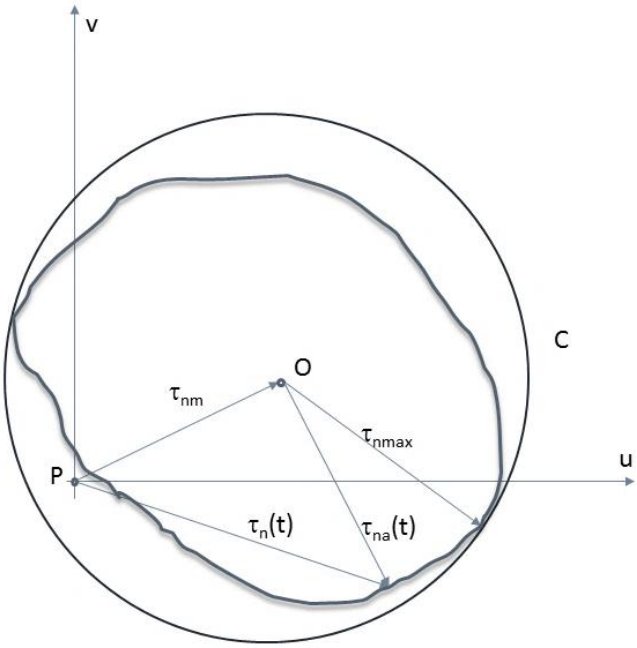


Figure II.9: Définition des différents termes relatifs à la contrainte tangentielle

Pour les contraintes tangentielles, les composantes sont représentées sur la figure II.9 à l'instant t, la contrainte tangentielle τ_n est décomposé en deux parties : τ_{nm} contrainte tangentielle moyenne et τ_{na} contrainte tangentielle alternative (amplitude).

Les auteurs des critères de types plan critique considèrent que le comportement en fatigue en un point donné est imposé par le plan matériel le plus sollicité ou endommagé. Certaines combinaisons linéaires de grandeurs de contrainte, liées à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement agissant sur ce plan, ont été choisies par les différents critères. La plupart d'entre eux peuvent être appliqués pour les chargements proportionnels et non proportionnels.

Pour les chargements proportionnels, l'accumulation de dommage dans le plan le plus endommagé défini par sa normale ne change pas. L'endommagement se calcule aisément à partir des composantes normale et tangentielle de la contrainte. Par contre pour les chargements non proportionnels les chemins de chargement sont variables, et l'accumulation de dommage est variable sur chaque plan. Ces critères prenant en compte les champs de contraintes ou des déformations locaux peuvent prédire l'angle d'initiation de la fissure.

Les recherches valident la conception du plan critique, car la fissure est souvent amorcée sur les bandes de glissement en deux stades, le stade I dans le plan de contrainte tangentielle maximale et le stade II dans le plan de contrainte normale maximale.

Critère de McDiarmid 1974

La première formulation proposée par McDiarmid date de 1974[68]. Le principe est de chercher le plan qui en un point donné donne la valeur maximum du cisaillement.

Leurs relations sont établies en fonction de l'amplitude du cisaillement maximal et de la contrainte normale dans le même plan on obtient alors:

$$E_{MD} = \frac{\left(1-\frac{2\sigma_{nnm}}{R_m}\right)^{-\frac{1}{2}}\tau_{na}+\alpha\cdot\sigma_{nna}{}^{\frac{3}{2}}}{\beta} \qquad \text{(II-36)}$$

Avec

$$\alpha = \frac{\tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2}}{\left(\frac{\sigma_{-1}}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\beta = \tau_{-1}$$

Critère de DangVan 1974

Etabli en 1973[69] puis amélioré en 1989[70], le critère de DangVan est considéré comme un des critères de la fatigue multiaxiale les plus performants. Ce critère s'inspire du modèle d'Orowan pour l'évaluation de l'écrouissage uniaxial. Il est applicable pour un matériau homogène isotrope à l'échelle macroscopique. Dang Van considère que le dommage par fatigue du matériau s'amorce aux structures les plus défavorablement orientés à l'échelle microscopique ou mésoscopique. Le seuil de dommage est donné par la relation :

$$E_{DV} = \max_t \frac{\tau_{\max}(t)+a\cdot\sigma_h(t)}{b} \qquad \text{(II-37)}$$

Les coefficients sont obtenus par l'essai de fatigue uniaxiale,

$$a = 3\cdot\left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2}\right)$$

$$b = \tau_{-1}$$

Où:

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}}{\frac{f_{-1}}{3}}$$

$$\beta = \tau_{-1}$$

Critère de Robert 1992

Robert a défini un indicateur d'endommagement de type plan critique. Il dissocie les influences respectives des parties moyenne et alternée de la contrainte normale et les combine avec la partie alternée de la contrainte tangentielle [71][72]. L'indicateur d'endommagement est une maximisation à chaque instant, il peut être écrit par la relation :

$$E_n = \max_t \frac{\tau_{na}(t)+\alpha\cdot\sigma_{nna}(t)+\beta\cdot\sigma_{nnm}(t)}{\theta} \quad \text{(II-38)}$$

Le plan critique est celui qui maximise la valeur de E_n,

$$E_{RB} = \max_n(E_n) = \max_n(\max_t \frac{\tau_{na}(t)+\alpha\cdot\sigma_{nna}(t)+\beta\cdot\sigma_{nnm}(t)}{\theta}) \quad \text{(II-39)}$$

Les coefficients peuvent être obtenus par les relations suivantes :

$$\alpha = \frac{\frac{2\cdot\tau_{-1}}{\sigma_{-1}}-1}{\sqrt{\frac{2\cdot\tau_{-1}}{\sigma_{-1}}\cdot\left(2-\frac{2\cdot\tau_{-1}}{\sigma_{-1}}\right)}}$$

$$\theta = \tau_{-1}\cdot\sqrt{\alpha^2+1}$$

$$\beta = \frac{2\theta}{\sigma_0} - \frac{\sigma_0}{8\theta} - \alpha$$

II.2.2 Critères de fatigue multiaxiale à durée de vie limitée

En général, le critère de fatigue multiaxiale est représentépar la fonction de fatigue suivante :

$$E([\sigma(t)], \sigma_{-1}, \sigma_0, \tau_{-1}) \quad \text{(II-40)}$$

Lorsque la limite d'endurance du matériau est atteinte, cette fonction est définie par :

$$E([\sigma(t)], \sigma_{-1}, \sigma_0, \tau_{-1}) = 1 \quad \text{(II-41)}$$

Où $[\sigma(t)]$ représente le tenseur de contraintes.

Un bon critère multiaxial est donc celui qui conclut àune limite d'endurance (E=1) lorsque le cycle multiaxial qui lui est appliqué correspond à la limite d'endurance du matériau. Dans la plupart des cas, il est construit à partir de deux composantes, l'une prend en compte l'effet de la contrainte de cisaillement et l'autre traduit l'effet de la contrainte normale.

Selon J.L. Robert, tous les critères de fatigue multiaxiale dans la littérature sont « transposables » au cas de la durée de vie limitée [71].

C'est-à-dire que les critères de fatigue multiaxiale, sont convertibles àune durée de vie N_f cycles, en considérant alors comme limites d'endurance la normalisation par rapport à celles obtenues lors des essais simples de fatigue à N_f cycles. Ces critères prennent alors souvent en compte les trois limites de fatigue uniaxiale suivantes en :

- Traction alternée symétrique σ_{-1} (N_f)
- Traction répétée σ_0(N_f)
- Torsion alternée symétrique τ_{-1}(N_f)

La fonction (II-41) devient donc :

$$E\big([\sigma(t)], \sigma_{-1}(N_f), \sigma_0(N_f), \tau_{-1}(N_f)\big) = 1 \qquad \text{(II-42)}$$

Le nombre de cycle N_f est déterminé en résolvant de façon itérative l'équation E(N)=1. Lorsqu'on fait le calcul de E pour une valeur de référence de la durée de vie N_0, on obtient deux possibilités :

- E<1, le critère prévoit des niveaux de contraintes à l'endurance non dangereux, le nombre de cycles recherchés est supérieur à N_0 ;
- E>1, la prédiction du critère à la rupture, le nombre de cycles recherchés est inférieur à N_0.

II.2.3 Limites d'endurance

Cette démarche itérative, pour la détermination de la durée de vie N_f, nécessite au préalable la connaissance des courbes de Wöhler obtenues expérimentalement. Cependant, le nombre de courbes de Wöhler est limité par les moyens du laboratoire. Le calcul de ces données sera effectué sous les hypothèses suivantes :

- Par la proposition de Robert, le rapport $\tau_{-1}(N)/_{\sigma-1}(N)$ est constant et égal à une valeur α :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} = 0{,}5577 \qquad \text{(II-43)}$$

- La parabole de Gerber dans le diagramme de Haigh, comme illustré dans la figure II.10 est utilisée sous la forme suivante :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \qquad \text{(II-44)}$$

La limite d'endurance est donc :

$$\sigma_{-1} = \frac{\sigma_a}{1-\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2} \qquad \text{(II-45)}$$

Par exemple, si on connait $\sigma_{-1}(N_f)$ dans le cas de l'absence de σ_0, on trouve $\sigma_a=\sigma_m$ dans la parabole de Gerber on aura :

$$\sigma_{-1} = \frac{\sigma_a}{1-\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_u}\right)^2} \qquad \text{(II-46)}$$

Il s'agit de trouver les solutions de σ_a :

$$\sigma_{-1} \cdot \frac{\sigma_a^2}{\sigma_u^2} + \sigma_a - \sigma_{-1} = 0 \qquad \text{(II-47)}$$

Ce σ_a est le même que le σ_0 recherché.

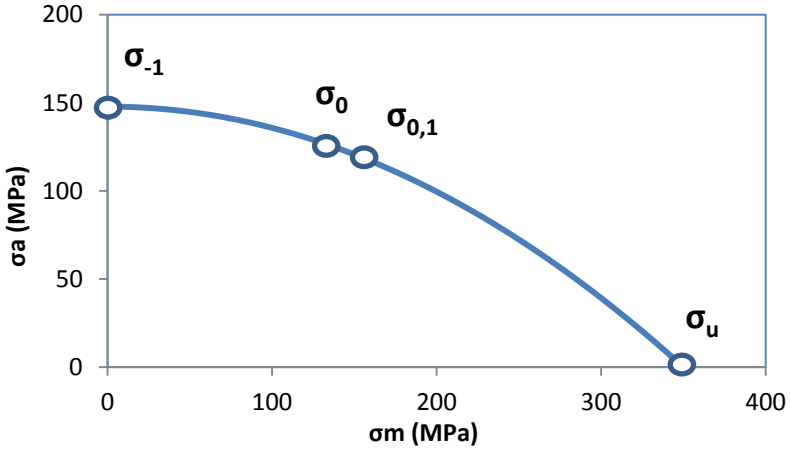


Figure II.10 : Parabole de Gerber dans diagramme de Haigh

Il faut remarquer que :

- premièrement, grâce à la parabole de Gerber et la proposition de Robert, seules une des courbes de Wöhler est connue, les autres limites d'endurance sont déterminables (rapport de charge R quelconque). Le calcul dépend de la disponibilité des données d'essais;
- deuxièmement et en théorie, ces courbes de limites d'endurance en fonction du nombre de cycles ne dépendent que du matériau étudié. Les valeurs de ces courbes peuvent être affectées par les conditions d'essais et la dispersion des résultats permettant d'établir les courbes S-N.

La figure II.11 montre un exemple de l'allure des courbes S-N de l'alliage d'aluminium 6082T6 qui va faire l'objet de la compagne expérimentale qui nous présenterons au chapitre III. Ici, $\sigma_{0,1max}$ représente la contrainte maximale correspondant aux essais initiaux avec un rapport de charge R=0,1, à partir de laquelle, les trois autres limites d'endurance ont été calculées pour chaque nombre de cycle N.

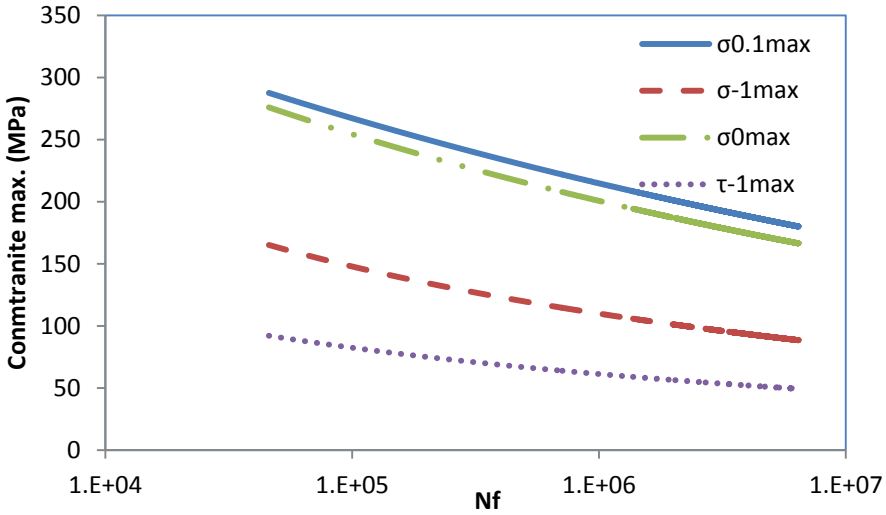


Figure II.11 : Allures des courbes S-N de l'alliage d'aluminium 6082T6

II.2.4 Proposition d'un couplage de DSM avec les critères de fatigue à endurance limitée

Dans le but de construire un modèle facile à intégrer dans une loi de cumul de fatigue multiaxiale, nous proposons dans cette partie une loi de cumul de fatigue DSM couplée à une sélection de critères de fatigue multiaxiale issus de la littérature scientifique dans la matière. L'originalité de cette modélisation consiste à introduire la contrainte équivalente associée à un critère multiaxial permettant de refléter les effets essentiels de la fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles sans rajouter aucun autre paramètre supplémentaire.

Notre nouvelle modélisation est construite autour de cinq points :

1. Le calcul des limites d'endurance du matériau et les coefficients du critère en fonction du nombre de cycles ;
2. Le calcul de l'état de contrainte multiaxiale pour le chargement étudié ;
3. Le calcul du nombre de cycles N_r de telle sorte que les coefficients et les contraintes s'accordent avec l'équation du critère à la rupture E=1 ;
4. Le calcul de la contrainte équivalente en fonction du nombre de cycle $\sigma_{eq}(N_r)$: par exemple, dans le cas du critère de Sines, la démarche de calcul de σ_{eqsi} est illustrée dans la figure II.12.
5. Le couplage avec le modèle DSM en remplaçant la courbe de S-N_f par la courbe de σ_{eq}-N_f et le chargement par la contrainte équivalente correspondante et qui dépend fortement du numéro de cycle sollicité.

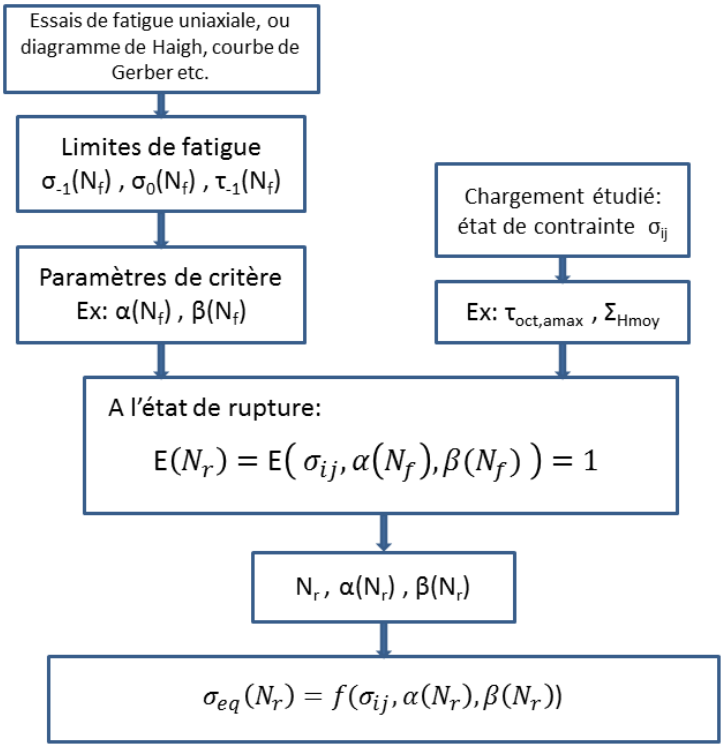


Figure II.12 : Organigramme du calcul de σ_{eq}.

La courbe représentant la variation de σ_{eq} en fonction du nombre de cycles que nous avons trouvé est une courbe similaire à la courbe de Wöhler comme le montre la figure II.13. Elle nous donne la possibilité d'appliquer le modèle DSM dans le cas multiaxial tout simplement en changeant le chargement appliqué par la contrainte équivalente.

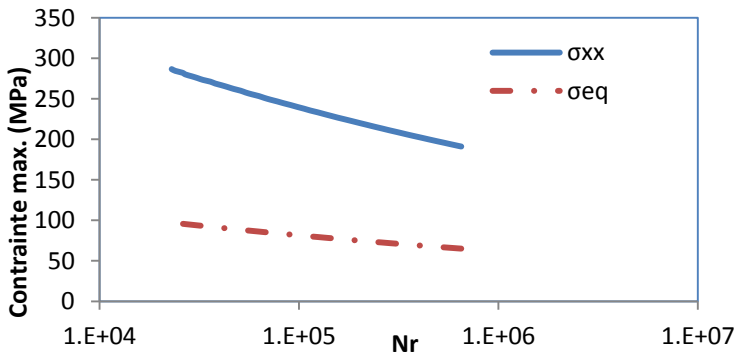


Figure II.13 : Contrainte σ_{eq} et chargement σ_{xx} en fonction de N_r d'un essai de traction équibiaxiale

<u>Calcul du cumul du dommage par le modèle DSM avec la contrainte équivalente</u>

Nous rappelons que le modèle de DSM indique que :

$$D_i = \frac{\sigma_{ed}-\sigma_i}{\sigma_u-\sigma_i} = \frac{\sigma_{equiv}-\sigma_{i+1}}{\sigma_u-\sigma_{i+1}} \qquad \text{(II-48)}$$

En remplaçant σ_i par σ_{i_eq}, qui représente le chargement multiaxial trouvé par itération comme on le montre par la suite (§II.2.4), on obtient :

$$D_i = \frac{\sigma_{ed_eq}-\sigma_{i_eq}}{\sigma_u-\sigma_{i_eq}} = \frac{\sigma_{equiv_eq}-\sigma_{i+1_eq}}{\sigma_u-\sigma_{i+1_eq}} \qquad \text{(II-49)}$$

Sur la figure II.14, nous représentons le chargement σ_{eq} en fonction du chargement σ_{xx} d'un essai de traction équibiaxiale. L'endommagement sous chargement multiaxial est donné par expression suivante:

$$D_i = \frac{\sigma_{ed_eq}-\sigma_{i_eq}}{\sigma_u-\sigma_{i_eq}} \qquad \text{(II-50)}$$

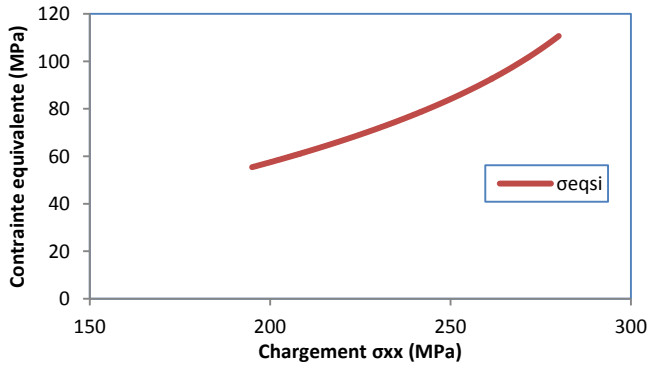


Figure II.14 : σ_{eq} en fonction de chargement σ_{xx} d'un essai de traction équibiaxiale

II.2.5 Contraintes équivalentes proposées

La contrainte équivalente est une contrainte représentative, au sens du critère multiaxial, de l'état multiaxial du chargement. Cette contrainte est indispensable pour le couplage du modèle DSM avec le critère de fatigue multiaxiale pour permettre de calculer le dommage non-linaire, ainsi que la durée de vie. Ici, nous proposons trois contraintes équivalentes : Sines σ_{eqSI}, Dang Van σ_{eqDV} et Robert σ_{eqRB}.

La contrainte équivalente de Sines a été choisie, parce qu'elle est simple à appliquer et représentative d'un type de critère global, en plus elle donne une bonne prédiction dans le cas où les directions principales des contraintes sont fixes au cours du chargement, c'est-à-dire le cas proportionnel et en phase. Les autres critères, de type plan critique, donnent une bonne prédiction dans le cas des chargements non proportionnels (c.à.d. avec déphasage).

Contrainte équivalente de Sines :

Pour une durée de vie limitée, le critère de Sines s'écrit,

$$E_{si}(N) = \frac{\tau_{oct,a} + \alpha_{Si}(N) \cdot \Sigma_{H_{moy}}}{\beta_{Si}(N)} \qquad \text{(II-51)}$$

Avec les coefficients:

$$\alpha_{Si}(N) = \left(\sqrt{6} \cdot \frac{\tau_{-1}(N)}{\sigma_0(N)} - \sqrt{2}\right) \qquad \text{(II-52)}$$

$$\beta_{Si}(N) = \sqrt{\frac{2}{3}}\tau_{-1}(N) \qquad \text{(II-53)}$$

A l'état de rupture,

$$E_{si}(N_r) = \frac{\tau_{oct,a} + \alpha_{Si}(N_r) \cdot \Sigma_{H_{moy}}}{\beta_{Si}(N_r)} = 1 \qquad \text{(II-54)}$$

La contrainte équivalente de Sines σ_{eqsi} peut être écrite :

$$\sigma_{eqsi}(N) = \tau_{oct,a} + \alpha_{Si}(N) \cdot \Sigma_{H_{moy}} \qquad \text{(II-55)}$$

À l'état de la rupture, cette contrainte devient :

$$\sigma_{eqsi}(N_r) = \tau_{oct,a} + \alpha_{Si}(N_r) \cdot \Sigma_{H_{moy}} = \beta_{Si}(N_r) \qquad \text{(II-56)}$$

Cette relation permet de déterminer la valeur N_r qui présente la durée de vie correspondant à l'état de contrainte à étudier. Elle nécessite la connaissance les courbes de Wöhler σ_{-1}, σ_0, et τ_{-1} en fonction du nombre de cycles. L'autre intérêt de cette relation est que $\sigma_{eqsi}(N_r)$ a la même valeur que β_{si} pour le même nombre de cycles (N_r) à l'état de rupture. Comme $\beta_{si}(N)$ est connu, on peut alors établir facilement la relation σ_{eqSI}-N_r. En conséquence, cette modélisation ne nécessite pas d'autres paramètres.

Contrainte équivalente de Dang Van :

L'indicateur du critère de Dang Van s'écrit,

$$E_n = max_t \frac{\tau_{max}(t) + a_{DV}(N) \cdot \sigma_h(t)}{b_{DV}(N)} \quad \text{(II-57)}$$

avec :

$$a_{DV}(N) = 3 \cdot \left(\frac{\tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} - \frac{1}{2}\right) \quad \text{(II-58)}$$

$$b_{DV}(N) = \tau_{-1}(N) \quad \text{(II-59)}$$

Similaire à la contrainte équivalente de Sines, la contrainte équivalente de Dang Van est:

$$\sigma_{eqDV} = \tau_{max} + a(N) \cdot \sigma_h \quad \text{(II-60)}$$

A l'état de rupture,

$$\sigma_{eqDV}(N_r) = \tau_{max} + a_{DV}(N_r) \cdot \sigma_h = b_{DV}(N_r) \quad \text{(II-61)}$$

<u>Contrainte équivalente de Robert :</u>

L'indicateur du critère s'écrit,

$$E_n = max_t \frac{\tau_{na}(t) + \alpha_{RB}(N) \cdot \sigma_{nna}(t) + \beta_{RB}(N) \cdot \sigma_{nnm}(t)}{\theta_{RB}(N)} \quad \text{(II-62)}$$

Le plan critique est défini par le plan qui a la valeur maximum de E_n,

Avec :

$$\alpha_{RB} = \frac{\frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} - 1}{\sqrt{\frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} \cdot \left(2 - \frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)}\right)}} \quad \text{(II-63)}$$

$$\theta_{RB} = \tau_{-1}(N) \cdot \sqrt{{\alpha_{Rb}}^2 + 1} \quad \text{(II-64)}$$

$$\beta_{RB} = \frac{2\theta_{RB}}{\sigma_0(N)} - \frac{\sigma_0(N)}{8\theta_{RB}} - \alpha_{RB} \quad \text{(II-65)}$$

De manière similaire aux contraintes équivalentes précédentes, la contrainte équivalente de Robert s'écrit :

$$\sigma_{eqRB} = \tau_{na} + \alpha_{RB}(N) \cdot \sigma_{nna} + \beta_{RB}(N) \cdot \sigma_{nnm} \quad \text{(II-66)}$$

A l'état de rupture,

$$\sigma_{eqRB}(N_r) = \tau_{na} + \alpha_{RB}(N_r) \cdot \sigma_{nna} + \beta_{RB}(N_r) \cdot \sigma_{nnm} = \theta_{RB}(N_r) \quad \text{(II-67)}$$

Pour les contraintes équivalentes proposées, il faut remarquer que:

- σ_{eq} dépend non seulement des coefficients du critère choisi, qui est en fonction du nombre de cycles à la rupture, mais aussi du chargement appliqué;

- La contrainte équivalente ne présente qu'un seul état de contrainte produit par le chargement. Si le chargement est changé, σ_{eq} doit suivre le changement. Par exemple, la contrainte équivalente pour le chargement de traction-torsion de k=0,5 n'est pas la même dans le cas d'un chargement de k=1 ($k=\tau_{xy}/\sigma_{xx}$). Par conséquent, leurs courbes de variation σ_{eq}-N_f sont différentes.

II.2.6 Implantation numérique

En pratique, pour le calcul des contraintes équivalentes de chaque type de chargement (en phase ou hors phase), on est souvent confronté à la résolution d'une équation non linéaire. C'est-à-dire pour une fonction E donnée, on rechercher une valeur de N_r tel que :

$$E(\Sigma(t), \alpha(N_r), \beta(N_r) \dots) = 1 \qquad \text{(II-68)}$$

En général, il n'y a pas d'algorithme déterminé permettant de trouver une solution. On est donc obliger d'utiliser des méthodes itératives.

II.2.6.1 Calcul de la durée de vie sous un chargement en phase

Dans le cas d'un chargement en phase, le chargement maxi est connu permettant le calcul de la contrainte équivalente. Dans ce cas du chargement en phase, le calcul est indépendant du temps. Pour le critère de Sines les calculs réalisés requièrent seulement deux boucles d'itération comme le montre l'organigramme illustré dans la figure II.15. On définit deux limites du chargement étudié qui constitue un intervalle $[\sigma_{min}, \sigma_{max}]$ dans lequel se situe le chargement de l'essai réel. On peut également définir, deux limites en termes de durée de vie $[N_{min}, N_{sup}]$, garantissant le travail dans le domaine de la fatigue polycyclique permettant d'économiser le temps de calcul.

Pour chaque niveau de contrainte σ appliquée, au départ N est pris égale à N_{min}, puis on calcule les coefficients du critère et l'indicateur E. Si cet indicateur est supérieur à l'unité, on peut noter que la valeur N est la durée de vie sous le niveau de chargement σ. Si cet indicateur est inférieur à l'unité, on augmente la valeur du nombre de cycles N. On répète ce calcul jusqu'à ce que E soit égal à l'unité. Une fois E est supérieur à l'unité, le processus peut continuer au chargement suivant, sauf si le niveau de chargement atteint la valeur maximale prédéfinie. Finalement, on trouve les durées de vie correspondant aux différents chargements.

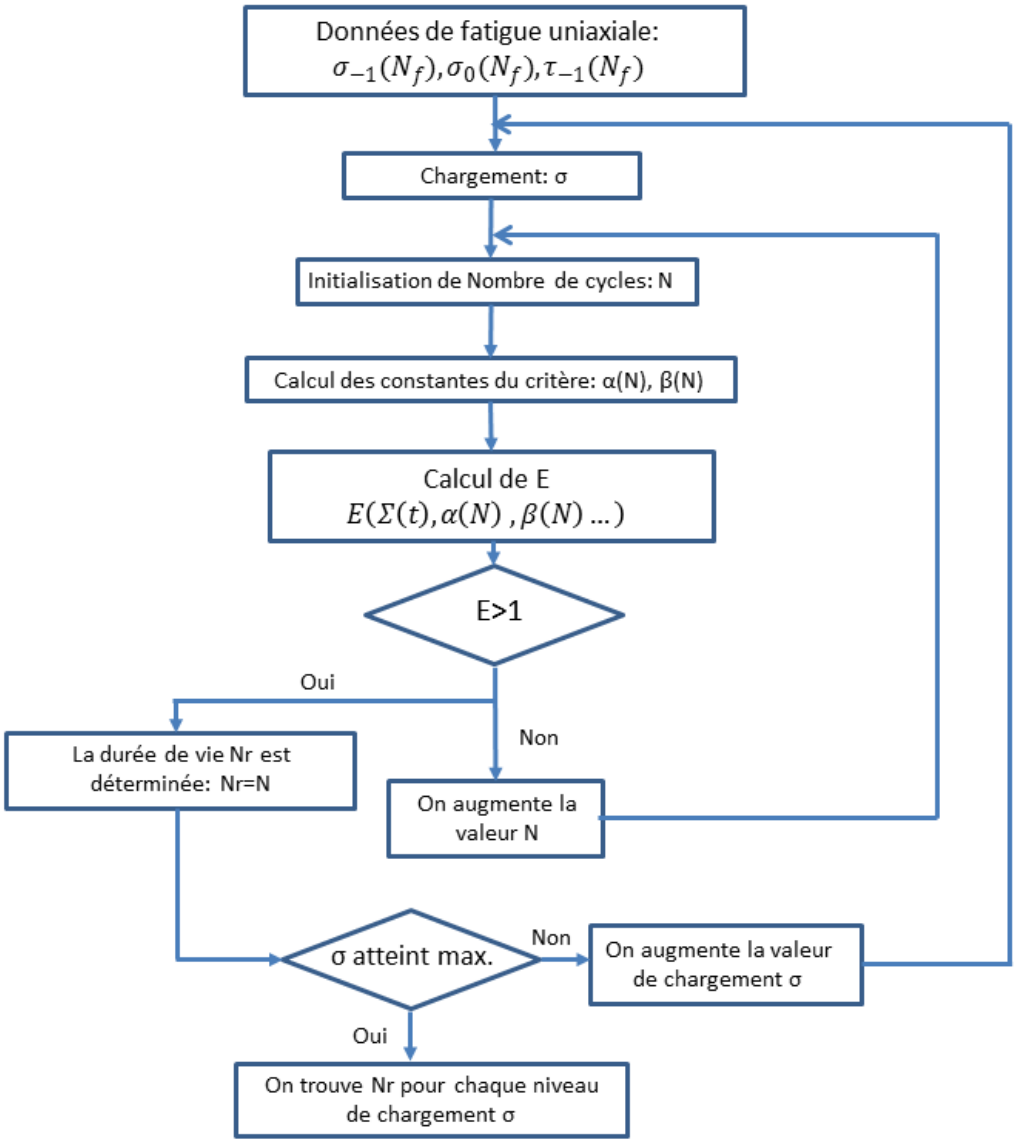


Figure II.15 : Organigramme de la détermination de la durée de vie par les critères de type global (Sines) sous un chargement en phase

De la même manière, l'organigramme des durées de vie correspondant aux différents chargements prédits par les critères de Dang Van et Robert est illustré par la figure II.16. Par contre, ces deux critères sont basés sur la conception de type plan critique, l'itération requiert quatre boucles incluant deux boucles pour chercher les plans critiques. La détermination de ces contraintes équivalentes est donc plus délicate. Ici, les angles d'Euler varient dans un intervalle de 0 ° à 90 °.

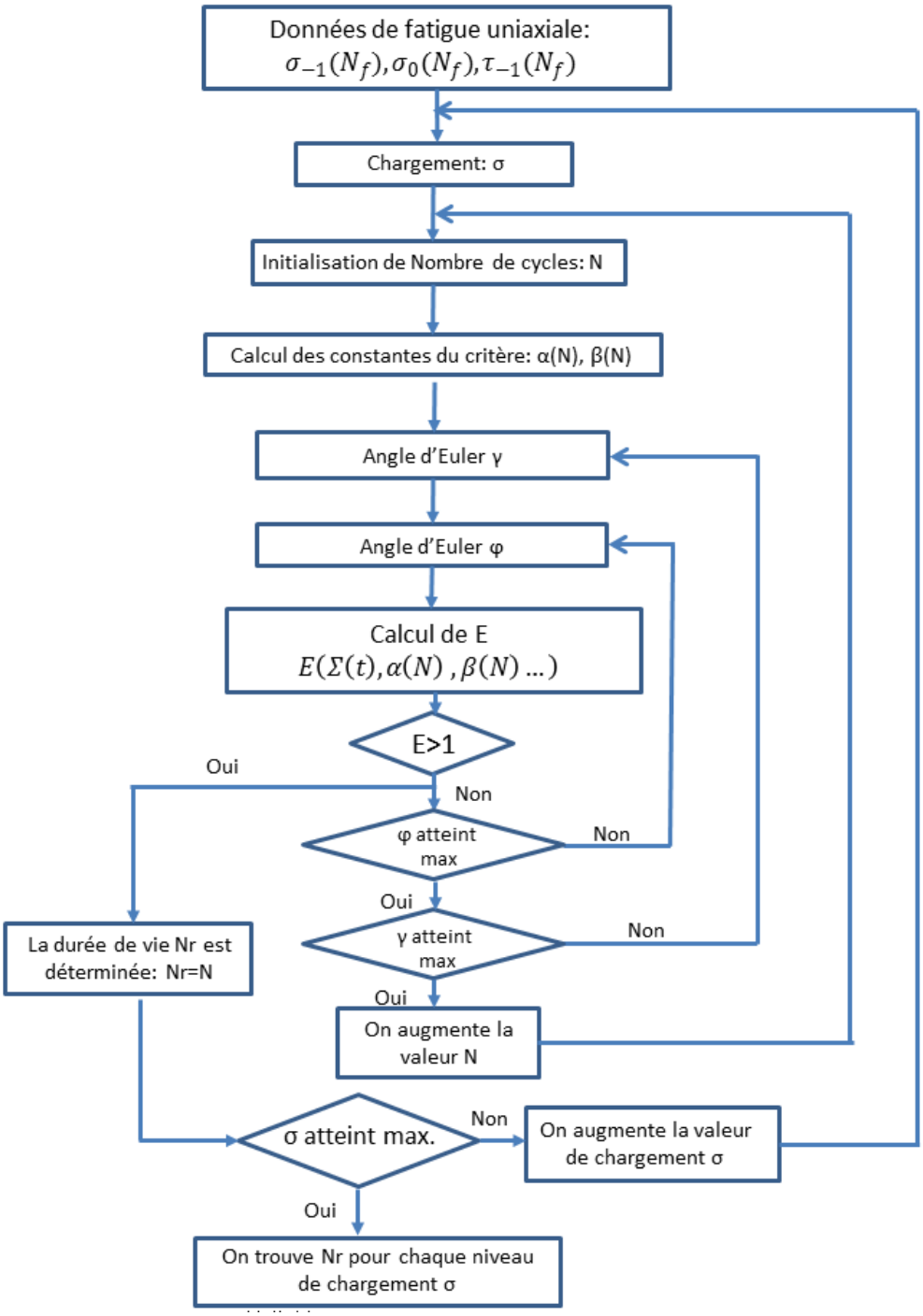


Figure II.16 : Organigramme de détermination la durée de vie par les critères de type plan critique (Dang Van et Robert) sous un chargement en phase

II.2.6.2 Le calcul de la durée de vie sous un chargement hors phase

Le calcul de la contrainte équivalente devient encore beaucoup plus compliqué sous un chargement hors phase (figure II.17). Comme le critère de Sines est basé sur les contraintes invariantes, alors il ne peut pas être utilisé. L'itération dans le cas des critères de Dang Van et de Robert fait intervenir cinq boucles, puisque leur indicateurs E ne dépend pas seulement du chargement, du nombre de cycles appliqués et des angles d'Euler, mais aussi du temps. On ajoute donc une boucle d'itération en

fonction d'un indicateur du temps (t). Souvent, cet indicateur t varie entre 0 à 1 seconde avec 101 incréments, soit de 0,01 seconde pour chaque incrément.

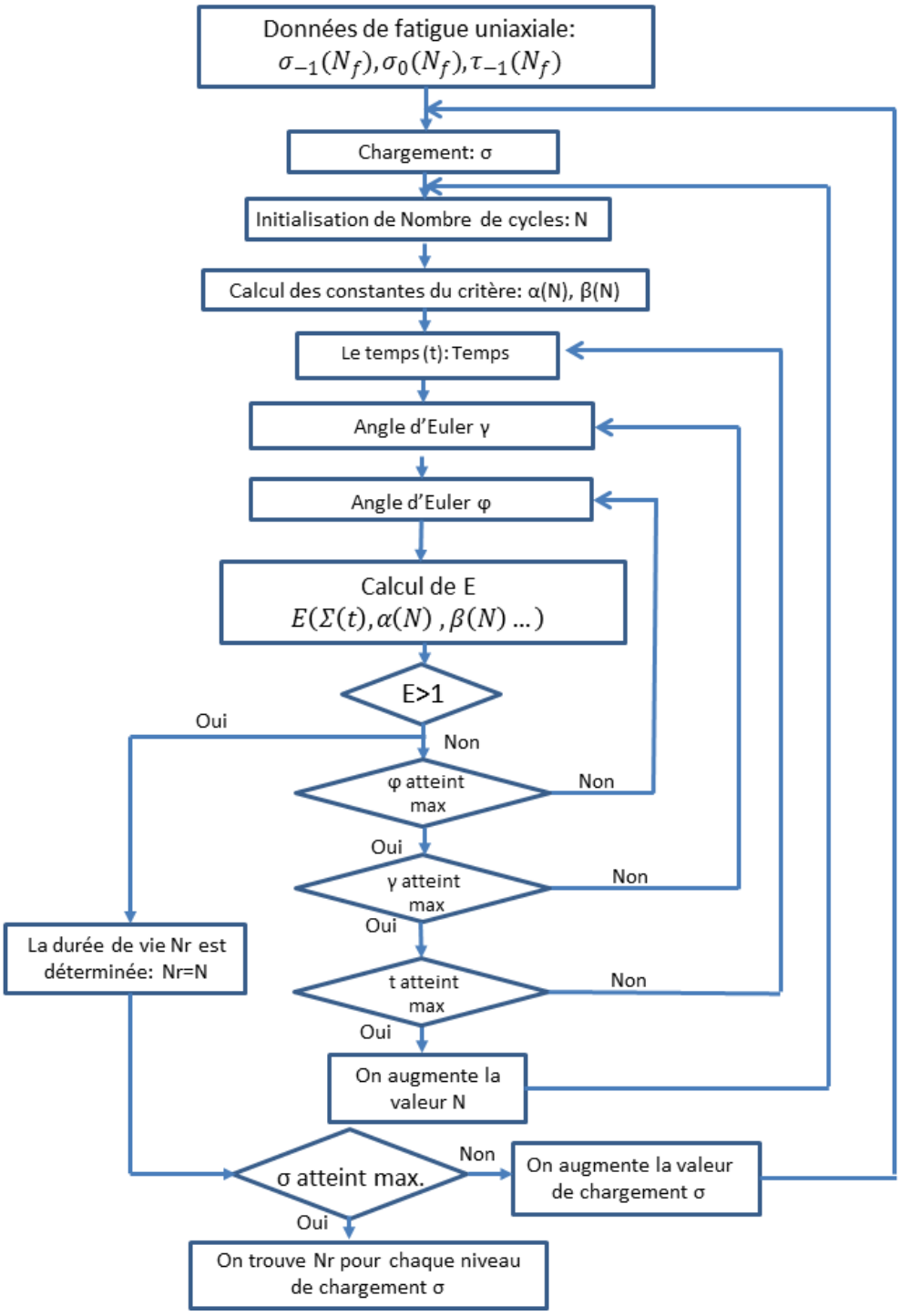


Figure II.17 : Organigramme de calcul de la durée de vie par les critères de type plan critique (Dang Van et Robert) sous un chargement hors phase

Il faut noter que la précision de l'itération est contrôlable par l'incrément des cycles et l'incrément de chargement appliqué. Par exemple, lorsque le chargement étudié varie de 180 MPa à 280 MPa, l'incrément de contrôle pourra être de 1 MPa ou 0,1 MPa, ce qui influence la précision de la prédiction.

II.3 Validation de la modélisation multiaxiale par les résultats issus de la bibliographie

Dans cette partie, nous proposons de valider la modélisation multiaxiale développée auparavant en utilisant les résultats expérimentaux relatifs à des essais en traction-torsion de Wang obtenus sur l'alliage d'aluminium LY12CZ et qui sont tirés de ses travaux [60][61]. La description des matériaux étudiés est donnée dans l'Annexe II, sachant que la contrainte ultime σ_u est de 545MPa.

II.3.1 Résultat d'essais de Wang

II.3.1.1 Résultat des essais en fatigue avec chargement à amplitude constante

Les essais uniaxiaux :

Deux types d'essais de fatigue uniaxiale ont été effectués, la traction alternée et la torsion alternée. Les coefficients de la courbe S-N uniaxiale, sous la forme de Basquin $\sigma = a \cdot N_f^b$, sont présentés dans le tableau II.5.

Tableau II.5 : Caractéristiques de fatigue uniaxiale de l'alliage d'aluminium LY12CZ

Type d'essai	Traction R=-1	Torsion R=-1
a	974,48	536,77
b	-0,101	-0,109
R^2	0,7045	0,6453

R^2 régression linéaire

Les essais multiaxiaux :

Trois types d'essai de fatigue multiaxiale en traction-torsion ont été réalisés, avec chargement en phase, déphasage 45° et déphasage 90°. Il faut noter que le rapport entre le chargement en torsion et en traction k (σ_{xy}/σ_{xx}) égale à 0,577, ainsi que le rapport de charge R ($\sigma_{min}/\sigma_{max}$) est de -1. L'auteur a appliqué une contrainte équivalente σ_{eq} pour présenter l'ensemble de l'état de contrainte de traction-torsion :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{{\sigma_{xx}}^2 + 3 \cdot {\tau_{xy}}^2}$$

1. Chargements proportionnels en phase :

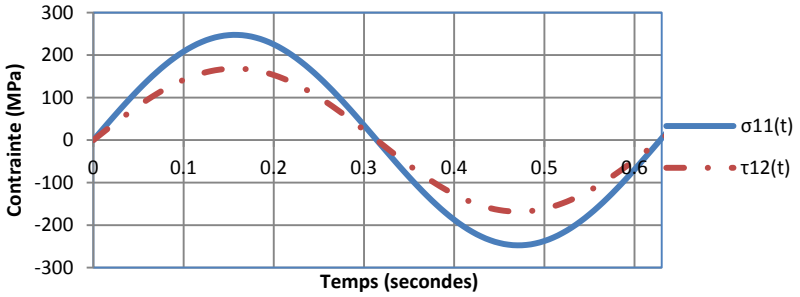


Tableau II.6 : Résultats d'essais en traction-torsion en phase

Essai	Niveau	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	σ_{amp}	τ_{amp}	n_i	N_{f50i}
316	1	-1	350	247,52	142,91	247,52	142,91	13824	
317	1	-1	350	247,52	142,91	247,52	142,91	13329	
318	1	-1	350	247,52	142,91	247,52	142,91	12173	16831
319	1	-1	350	247,52	142,91	247,52	142,91	24725	
320	1	-1	350	247,52	142,91	247,52	142,91	24360	
335	1	-1	300	212,16	122,5	212,16	122,5	51494	
337	1	-1	300	212,16	122,5	212,16	122,5	33391	
340	1	-1	300	212,16	122,5	212,16	122,5	44203	50585
341	1	-1	300	212,16	122,5	212,16	122,5	81622	
342	1	-1	300	212,16	122,5	212,16	122,5	53386	
398	1	-1	250	176,81	102,08	176,81	102,08	405312	
399	1	-1	250	176,81	102,08	176,81	102,08	381483	
400	1	-1	250	176,81	102,08	176,81	102,08	348696	377694
401	1	-1	250	176,81	102,08	176,81	102,08	424156	
402	1	-1	250	176,81	102,08	176,81	102,08	336097	

N_{f50} est une durée de vie médiane (présente une probabilité de 50%)

2. Chargements avec déphasage de 45 °

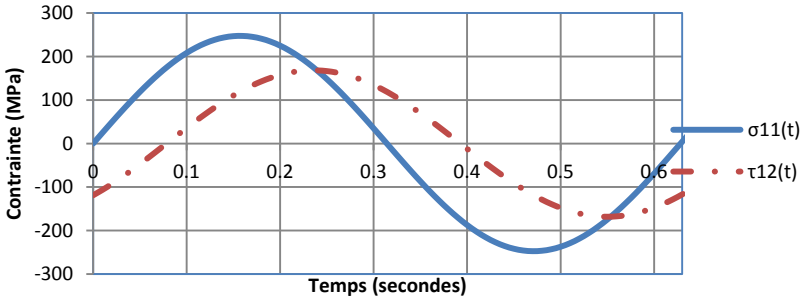


Tableau II.7 : Résultats d'essais en traction-torsion avec déphasage de 45 °

Essai	Niveau	ϕ	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	N_f	N_{f50}
3021	1	45°	-1	350	247,52	142,91	10432	
3022	1	45°	-1	350	247,52	142,91	7900	
3023	1	45°	-1	350	247,52	142,91	11487	10229
3024	1	45°	-1	350	247,52	142,91	12715	
3025	1	45°	-1	350	247,52	142,91	9305	

3047	1	45°	-1	300	212,16	122,5	18800	31340
3048	1	45°	-1	300	212,16	122,5	34334	
3049	1	45°	-1	300	212,16	122,5	29048	
3051	1	45°	-1	300	212,16	122,5	51813	
3080	1	45°	-1	250	176,81	102,08	198490	348899
3081	1	45°	-1	250	176,81	102,08	619530	
3082	1	45°	-1	250	176,81	102,08	109071	
3083	1	45°	-1	250	176,81	102,08	623110	
3084	1	45°	-1	250	176,81	102,08	618572	

3. Chargements avec déphasage de 90 °

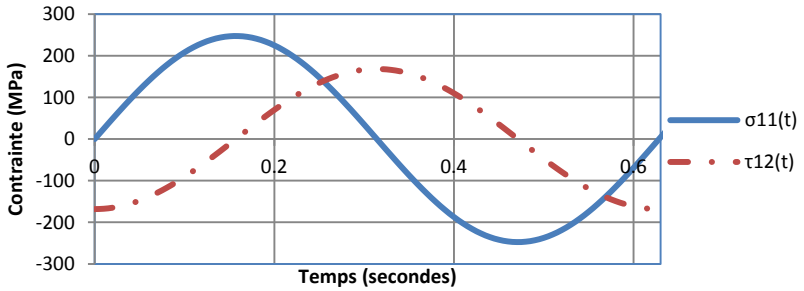


Tableau II.8 : Résultats d'essais de traction-torsion avec déphasage de 90 °

Essais	Niveau	ϕ	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	N_f	N_{f50}
3026	1	90°	-1	350	247,52	142,91	7297	11067
3027	1	90°	-1	350	247,52	142,91	13947	
3028	1	90°	-1	350	247,52	142,91	11190	
3029	1	90°	-1	350	247,52	142,91	6658	
3030	1	90°	-1	350	247,52	142,91	21898	
3052	1	90°	-1	300	212,16	122,5	21911	30173
3053	1	90°	-1	300	212,16	122,5	30558	
3054	1	90°	-1	300	212,16	122,5	43640	
3055	1	90°	-1	300	212,16	122,5	33002	
3056	1	90°	-1	300	212,16	122,5	25934	
3066	1	90°	-1	250	176,81	102,08	104315	85684
3067	1	90°	-1	250	176,81	102,08	74855	
3068	1	90°	-1	250	176,81	102,08	88715	
3069	1	90°	-1	250	176,81	102,08	64209	
3070	1	90°	-1	250	176,81	102,08	103859	

II.3.1.2 Résultat d'essais en fatigue avec chargement en deux blocs

1. Chargements proportionnels en phase :

Tableau II.9 : Résultats d'essais traction-torsion en cumul par blocs

Essai	Niveau	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$
3103	1	-1	350	247,52	142,91	8416	16831	0,5	0,82
	2	-1	250	176,81	102,08	120183	377694	0,32	
3104	1	-1	350	247,52	142,91	8416	16831	0,5	0,57
	2	-1	250	176,81	102,08	25192	377694	0,07	
3105	1	-1	350	247,52	142,91	8416	16831	0,5	0,66
	2	-1	250	176,81	102,08	58771	377694	0,16	
3106	1	-1	250	176,81	102,08	188847	377694	0,5	1,29
	2	-1	350	247,52	142,91	13337	16831	0,79	
3107	1	-1	250	176,81	102,08	188847	377694	0,5	0,85
	2	-1	350	247,52	142,91	5903	16831	0,35	
3108	1	-1	250	176,81	102,08	188847	377694	0,5	0,9
	2	-1	350	247,52	142,91	6719	16831	0,4	

2. Chargements avec déphasage de 45 °:

Tableau II.10 : Résultats d'essais de traction-torsion en cumul par blocs avec chargement en déphasage de 45 °

Essai	Niveau	ϕ	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$
3092	1	45°	-1	350	247,52	142,91	5115	10229	0,5	0,61
	2	45°	-1	250	176,81	102,08	38764	348899	0,11	
3093	1	45°	-1	350	247,52	142,91	5115	10229	0,5	0,59
	2	45°	-1	250	176,81	102,08	31212	348899	0,09	
3094	1	45°	-1	350	247,52	142,91	5115	10229	0,5	0,97
	2	45°	-1	250	176,81	102,08	163219	348899	0,47	
3096	1	45°	-1	250	176,81	102,08	174450	348899	0,5	1,52
	2	45°	-1	350	247,52	142,91	10385	10229	1,02	

3. Chargements avec déphasage de 90 °:

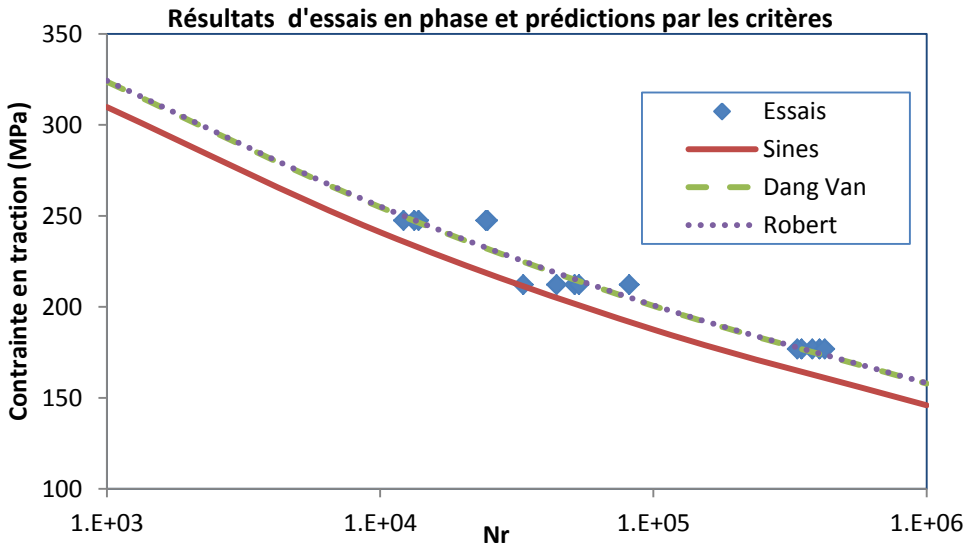
Tableau II.11 : Résultat de l'essai traction-torsion en cumul par blocs avec chargement en déphasage 90 °

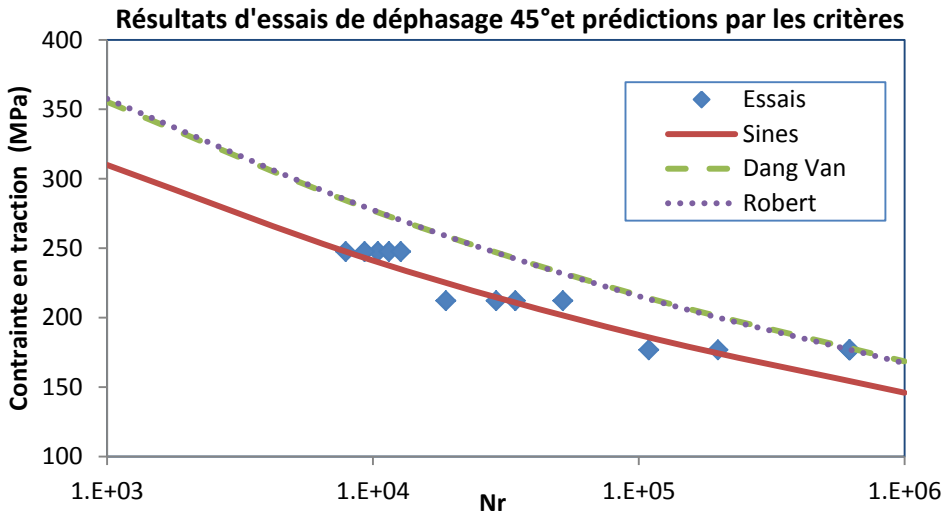
Essai	Niveau	ϕ	R	σ_{eq}	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	n_i	N_{fi}	n_i/N_i	$\Sigma n_i/N_i$
3085	1	90°	-1	350	247,52	142,91	5534	11067	0,50	0,67
	2	90°	-1	250	176,81	102,08	14782	85684	0,17	
3086	1	90°	-1	350	247,52	142,91	5534	11067	0,50	0,79
	2	90°	-1	250	176,81	102,08	24691	85684	0,29	
3087	1	90°	-1	350	247,52	142,91	5534	11067	0,50	0,58
	2	90°	-1	250	176,81	102,08	6916	85684	0,08	
3088	1	90°	-1	250	176,81	102,08	21421	85684	0,25	0,92
	2	90°	-1	350	247,52	142,91	7467	11067	0,67	
3089	1	90°	-1	250	176,81	102,08	42842	85684	0,50	1,14
	2	90°	-1	350	247,52	142,91	7134	11067	0,64	
3090	1	90°	-1	250	176,81	102,08	42842	85684	0,50	1,14
	2	90°	-1	350	247,52	142,91	7129	11067	0,64	
3091	1	90°	-1	250	176,81	102,08	42842	85684	0,50	1,58
	2	90°	-1	350	247,52	142,91	11916	11067	1,08	

II.3.2 Validation des résultats de Wang

II.3.2.1 Calcul des durées de vie par les critères sous chargements à amplitudes constantes

Le calcul de durée de vie sous chargements constants, en prenant en compte la méthode de la durée de vie limitée et la méthode itérative, prédits par les critères de Sines, Dang Van et Robert sont réalisés. La figure II.18, illustre les prédictions par rapport aux résultats expérimentaux, dans le cas des chargements en phase, avec un déphasage de 45 °et avec un déphasage de 90 °.





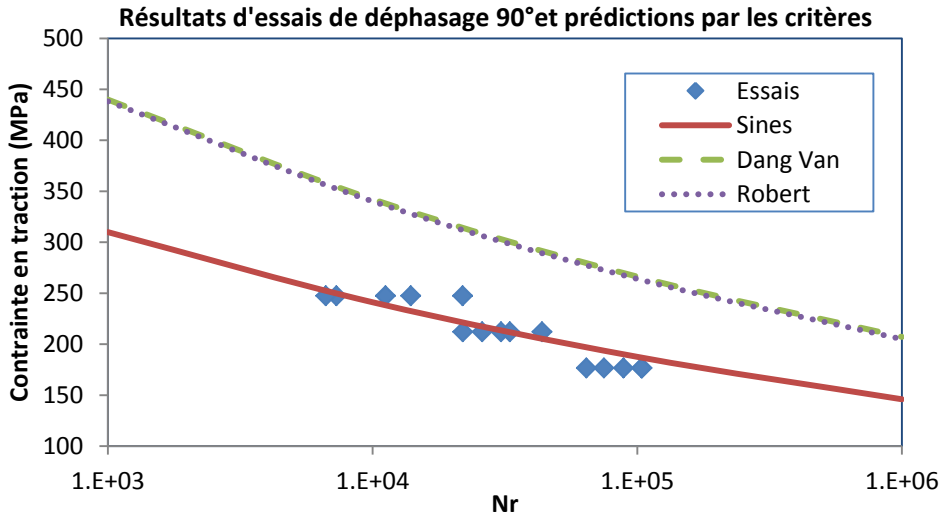


Figure II.18 : Résultats essais/ prédictions par les critères sous chargements constants

II.3.2.2 Les plans critique

Dans le cas de prédiction du critère de Dang Van et Robert, le plan critique est utilisé. La figure II.19 illustre la définition du plan critique.

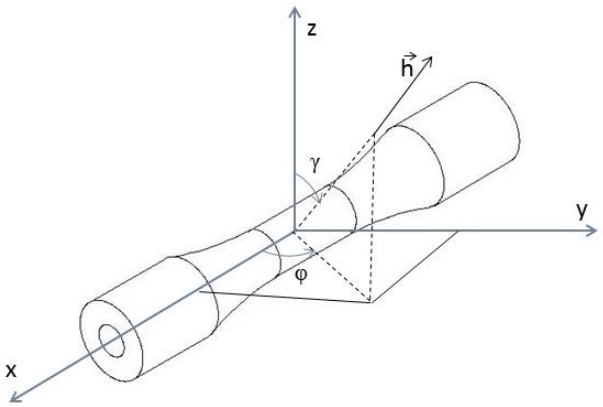


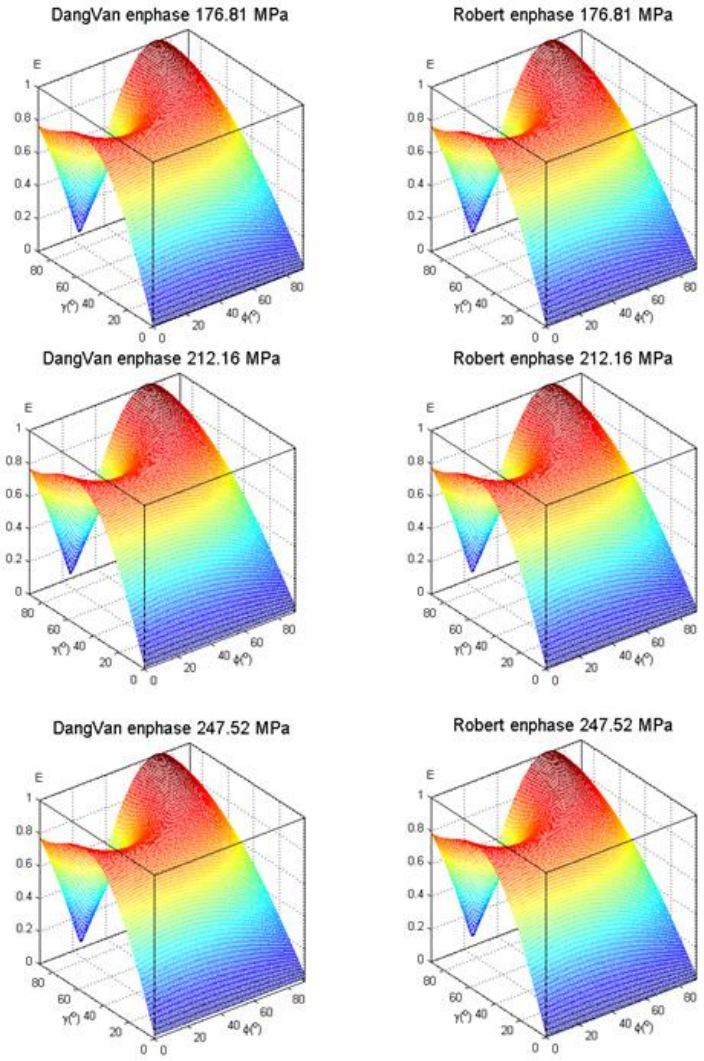
Figure II.19 : Plan critique des essais de traction-torsion

Les prédictions du plan critique par les critères sont données dans le tableau II.12. On constate que la différence entre les deux critères n'est pas significative.

Tableau II.12 : Angles d'Euler prédits par les critères

Phase	N° d'essais	σ_{xxmax}	τ_{xymax}	Dang Van		Robert	
				γ(°)	φ(°)	γ(°)	φ(°)
En phase	316	247.52	142.91	90	69	90	69
	335	212.16	122.5	90	70	90	69
	398	176.81	102.08	90	70	90	70
45°	321	247.52	142.91	90	70	90	70
	347	212.16	122.5	90	70	90	70
	380	176.81	102.08	90	71	90	70
90°	326	247.52	142.91	90	0	90	0
	352	212.16	122.5	90	1	90	1
	366	176.81	102.08	90	88	90	1

Afin d'analyser l'influence du plan critique des critères, le calcul des indicateurs de critère E_{DV} et E_{RB} en fonction des angles d'Euler a été réalisé. Sur les figures II.20 et II.21, nous observons que les distributions de E_{DV} et E_{RB} sont proches pour tous les chargements concernés.



a) b)

Figure II.20 : Distribution de l'indicateur du critère obtenu selon la méthode du plan critique sous chargement en phase : a) Dang Van, b) Robert

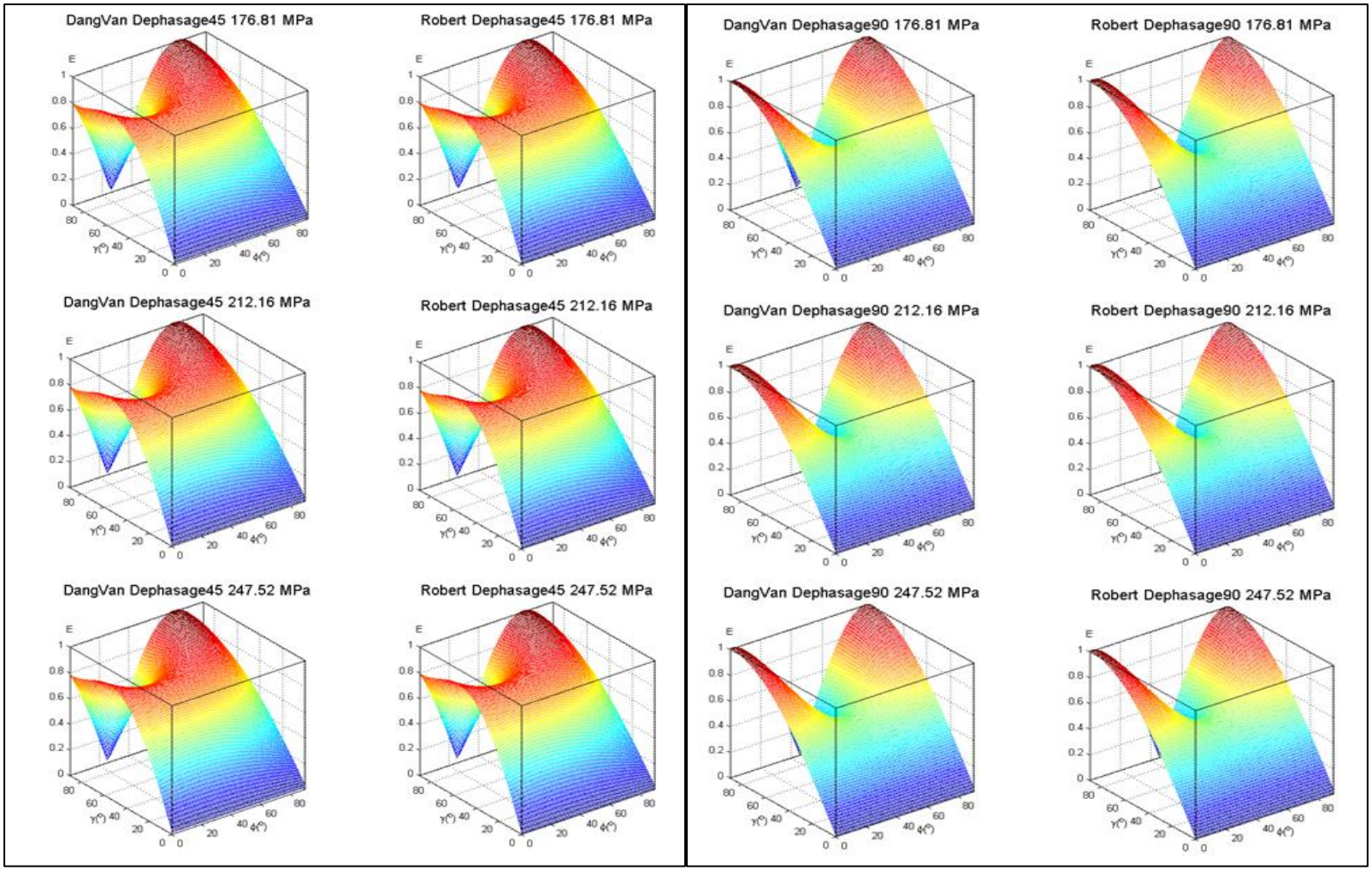


Figure II.21 : Distribution de l'indicateur du critère obtenu selon la méthode du plan critique sous chargement avec déphasage de 45 ° et 90 °

II.3.2.3 Essais de cumul de fatigue en phase

Calcul de la durée de vie totale :

Les calculs des prédictions des durées de vie restantes par les modèles proposés (les critères couplés au DSM) et la loi de Miner sont montrés dans le tableau II.13. N_{f50} est une durée de vie qui présente une probabilité de survie de 50%, elle était donnée par Wang en analysant les résultats des essais en traction-torsion avec chargement constant. Comme les prédictions de Sines sont conservatives par rapport aux résultats expérimentaux et la rupture est prévue au 1er niveau de chargement, alors on ne prend pas en compte ce modèle dans la comparaison.

La figure II.22 montre les durées de vie prédites par les modèles proposés et le modèle de Miner par rapport aux valeurs expérimentales pour un chargement en ordre croissant et décroissant. D'après ces résultats on peut constater que :

1. Les modèles proposées et la loi de Miner ont de bonnes prédictions dans le cas des chargements croissants ;
2. Les prédictions des chargements croissants sont largement meilleures que celles des chargements décroissants ;
3. Dans ces deux cas de chargement : le modèle DSM+Robert et DSM+Dang Van, donnent des résultats plus performants que ceux de Miner.

Tableau II.13 : Résultats d'essais et de prédictions en traction-torsion en cumul de fatigue avec chargement par blocs en phase

Résultats expérimentaux										Miner		DSM+SI					DSM+DV					DSM+RB				
N° Essai	Niveau	R	σ_{max} (MPa)	τ_{max} (MPa)	n_i	N_{f50i}	n_i/N_i	Total	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total
3103	1	-1	247,5	142,9	8416	16831	0,50	128599	0,82	188836	197252	1,09	7734	-	-	-	0,63	13365	0,83	69618	78034	0,66	12800	0,84	58306	66722
	2	-1	176,8	102,1	120183	377694	0,32					-	168809				0,20	340083				0,18	320686			
3104	1	-1	247,5	142,9	8416	16831	0,50	33608	0,57	188836	197252	1,09	7734	-	-	-	0,63	13365	0,83	69618	78034	0,66	12800	0,84	58306	66722
	2	-1	176,8	102,1	25192	377694	0,07					-	168809				0,20	340083				0,18	320686			
3105	1	-1	247,5	142,9	8416	16831	0,50	67187	0,66	188836	197252	1,09	7734	-	-	-	0,63	13365	0,83	69618	78034	0,66	12800	0,84	58306	66722
	2	-1	176,8	102,1	58771	377694	0,16					-	168809				0,20	340083				0,18	320686			
3106	1	-1	176,8	102,1	188847	377694	0,50	202184	1,29	8416	197263	1,12	168809	-	-	-	0,56	340083	1,16	8110	196957	0,59	320686	1,17	7388	196235
	2	-1	247,5	142,9	13337	16831	0,79					-	7734				0,61	13365				0,58	12800			
3107	1	-1	176,8	102,1	188847	377694	0,50	194750	0,85	8416	197263	1,12	168809	-	-	-	0,56	340083	1,16	8110	196957	0,59	320686	1,17	7388	196235
	2	-1	247,5	142,9	5903	16831	0,35					-	7734				0,61	13365				0,58	12800			
3108	1	-1	176,8	102,1	188847	377694	0,50	195566	0,90	8416	197263	1,12	168809	-	-	-	0,56	340083	1,16	8110	196957	0,59	320686	1,17	7388	196235
	2	-1	247,5	142,9	6719	16831	0,40					-	7734				0,61	13365				0,58	12800			

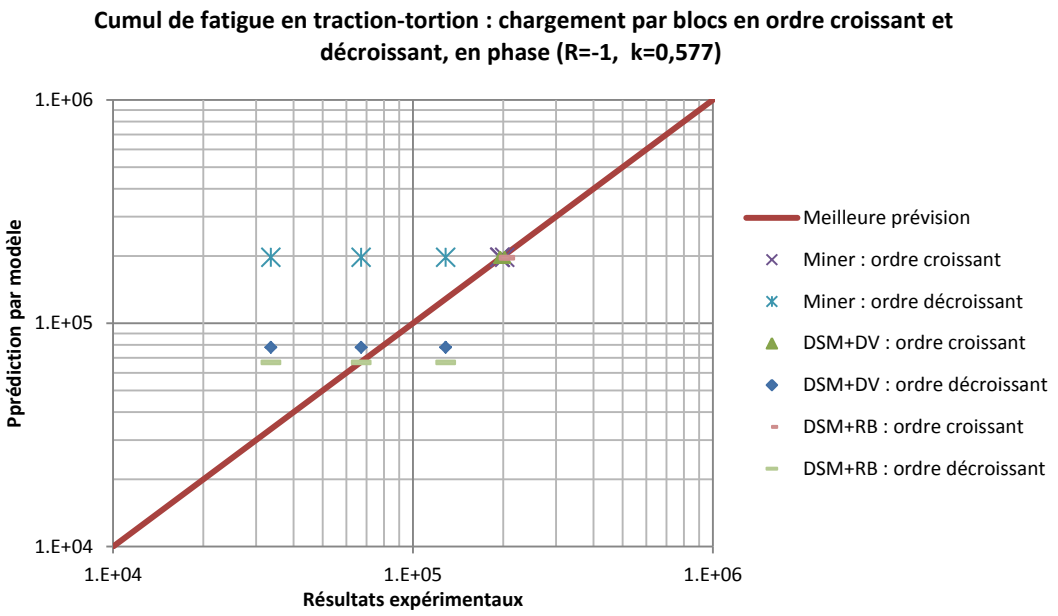


Figure II.22 : Comparaison des résultats de prédiction de durée de vie : essais/modèles

<u>Calcul de la fraction de vie :</u>

La comparaison entre les résultats expérimentaux et les prédictions par les modèles en termes de la fraction de vie est illustrée dans la figure II.23.

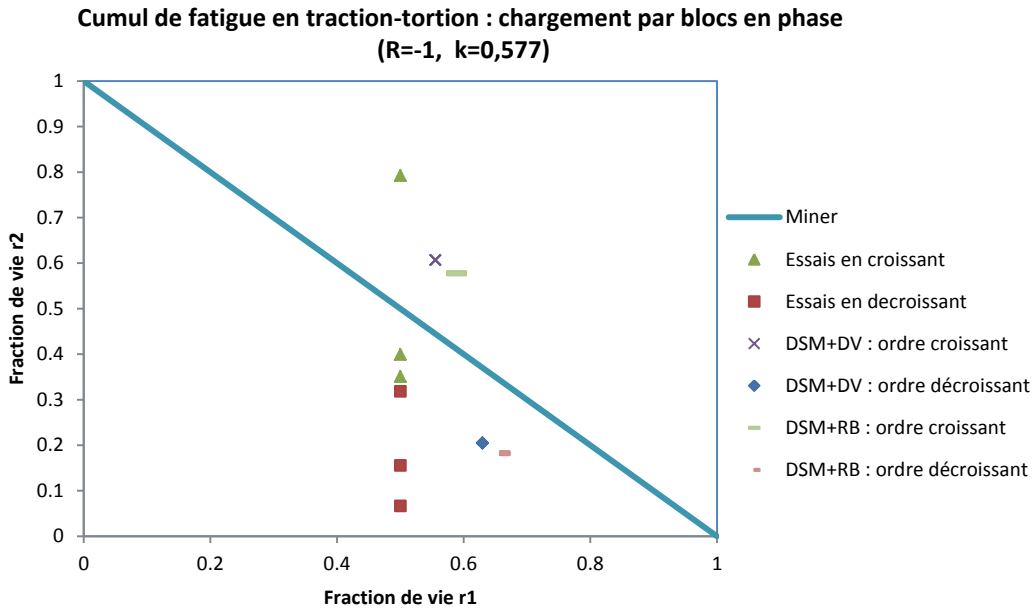


Figure II.23 : Comparaison des résultats de prédiction de la fraction de vie : essais/modèles

Calcul de l'ERP :

Les calculs d'ERP des modèles sont représentés dans le tableau II.14. Les meilleures prédictions sont soulignées. Pour les six résultats trouvés, le modèle DSM +Robert présente la meilleure prédiction (quatre fois mieux). En plus, ce modèle et DSM+Dang Van sont proches et meilleures que celui de Miner. La figure II.24 montre les erreurs calculées par rapport aux valeurs de l'expérimentation avec ERP.

Tableau II.14 : Comparaison des ERP prédites par les modèles

Numéro d'Essai	ERP (%)			
	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
3103	-53,39%	-	39,32%	48,12%
3104	-486,92%	-	-132,19%	-98,53%
3105	-193,59%	-	-16,14%	0,69%
3106	2,43%	-	2,59%	2,94%
3107	-1,29%	-	-1,13%	-0,76%
3108	-0,87%	-	-0,71%	-0,34%

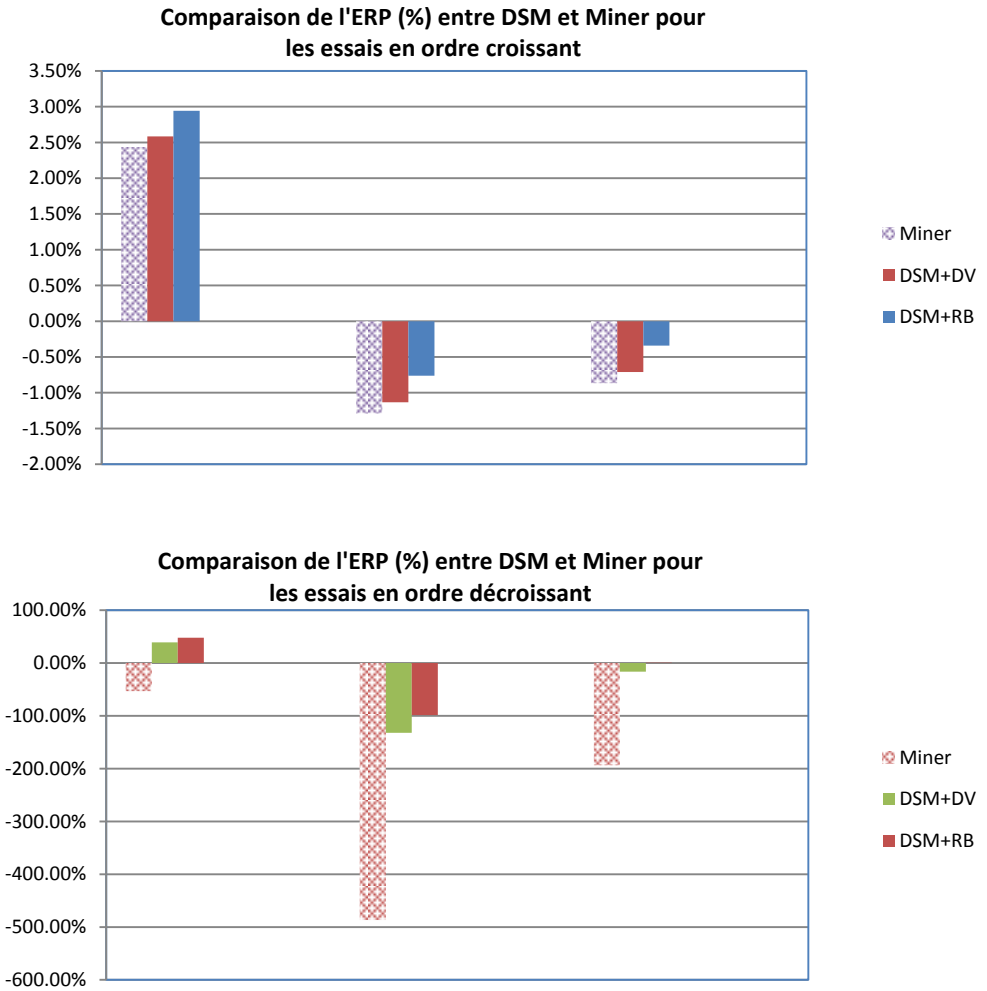


Figure II.24 : Comparaison de l'ERP (%) entre les modèles DSM et Miner

II.3.2.4 Essais de fatigue multiaxiale sous chargement variable non proportionnel

Calcul de durée de vie :

Les tableaux II.15 et II.16 montrent les résultats expérimentaux et les prédictions données par les modèles pour les essais de fatigue en cumul du dommage sous chargement déphasé (45 ° et 90 °).

La figure II.25 illustre les durées de vie prédites par les modèles proposés et le modèle Miner par rapport aux valeurs expérimentales sous chargement en ordre croissant et décroissant. La figure II.26 illustre la même prédiction en termes des différents déphasages de chargement. Sur ces figures nous pouvons remarquer que le modèle DSM +Sines est le plus proche des résultats expérimentaux.

Tableau II.15 : Résultats prédictions/essais de cumul en fatigue : traction-torsion, chargement par blocs, déphasage 45 °

ϕ	Résultats expérimentaux										Miner		DSM+SI					DSM+DV					DSM+RB				
	Essais	Niveau	R	σ_{max} (MPa)	τ_{max} (MPa)	n_i	N_{f50i}	n_i/N_i	Total	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	Total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	Total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	Total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	Total
45°	3092	1	-1	247,52	142,91	5115	10229	0,50	43879	0,61	174432	179547	0,66	7764	0,85	32867	37982	0,18	27944	0,91	453490	458605	0,18	28941	0,91	450203	455318
		2	-1	176,81	102,08	38764	348899	0,11					0,19	169203				0,73	624766				0,74	617314			
	3093	1	-1	247,52	142,91	5115	10229	0,50	36327	0,59	174432	179547	0,66	7764	0,85	32867	37982	0,18	27944	0,91	453490	458605	0,18	28941	0,91	450203	455318
		2	-1	176,81	102,08	31212	348899	0,09					0,19	169203				0,73	624766				0,74	617314			
	3094	1	-1	247,52	142,91	5115	10229	0,50	168334	0,97	174432	179547	0,66	7764	0,85	32867	37982	0,18	27944	0,91	453490	458605	0,18	28941	0,91	450203	455318
		2	-1	176,81	102,08	163219	348899	0,47					0,19	169203				0,73	624766				0,74	617314			
	3096	1	-1	176,81	102,08	174450	348899	0,50	184835	1,52	5114	179564	1,03	169203	-	-	-	0,28	624766	1,09	22727	197177	0,28	617314	1,09	22881	197331
		2	-1	247,52	142,91	10385	10229	1,02					-	7764				0,81	27944				0,81	28941			

Tableau II.16 : Résultats prédictions/essais de cumul en fatigue : traction-torsion, chargement par blocs, déphasage 90 °

ϕ	Résultats expérimentaux										Miner		DSM+SI					DSM+DV					DSM+RB				
	Essais	Niveau	R	σ_{max} (MPa)	τ_{max} (MPa)	n_i	N_{f50i}	n_i/N_i	Total	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total	n_i/N_i	N_{fi}	$\Sigma n_i/N_i$	N restant	total
90°	3085	1	-1	247,52	142,91	5534	11067	0,50	20316	0,67	42838	48372	0,71	7764	0,86	25508	31042	0,03	188461	0,98	3903146	3908680	0,03	187785	0,98	3863793	3869327
		2	-1	176,81	102,08	14782	85684	0,17					0,15	169203				0,96	4.00E+06				0,96	4.00E+06			
	3086	1	-1	247,52	142,91	5534	11067	0,50	30225	0,79	42838	48372	0,71	7764	0,86	25508	31042	0,03	188461	0,98	3903146	3908680	0,03	187785	0,98	3863794	3869328
		2	-1	176,81	102,08	24691	85684	0,29					0,15	169203				0,96	4.00E+06				0,96	4.00E+06			
	3087	1	-1	247,52	142,91	5534	11067	0,50	12450	0,58	42838	48372	0,71	7764	0,86	25508	31042	0,03	188461	0,98	3903146	3908680	0,03	187785	0,98	3863795	3869329
		2	-1	176,81	102,08	6916	85684	0,08					0,15	169203				0,96	4.00E+06				0,96	4.00E+06			
	3088	1	-1	176,81	102,08	21421	85684	0,25	28888	0,92	8300	29721	0,13	169203	1,04	7122	28543	0,05	408629	1,05	187818	209239	0,01	4.00E+06	1,00	187137	208558
		2	-1	247,52	142,91	7467	11067	0,67					0,92	7764				1,00	188461				1,00	187785			
	3089	1	-1	176,81	102,08	42842	85684	0,50	49976	1,14	5534	48376	0,25	169203	1,08	6442	49284	0,10	408629	1,10	187175	230017	0,01	4.00E+06	1,00	186489	229331
		2	-1	247,52	142,91	7134	11067	0,64					0,83	7764				0,99	188461				0,99	187785			
	3090	1	-1	176,81	102,08	42842	85684	0,50	49971	1,14	5534	48376	0,25	169203	1,08	6442	49284	0,10	408629	1,10	187175	230017	0,01	4.00E+06	1,00	186489	229331
		2	-1	247,52	142,91	7129	11067	0,64					0,83	7764				0,99	188461				0,99	187785			
	3091	1	-1	176,81	102,08	42842	85684	0,50	54758	1,58	5534	48376	0,25	169203	1,08	6442	49284	0,10	408629	1,10	187175	230017	0,01	4.00E+06	1,00	186489	229331
		2	-1	247,52	142,91	11916	11067	1,08					0,83	7764				0,99	188461				0,99	187785			

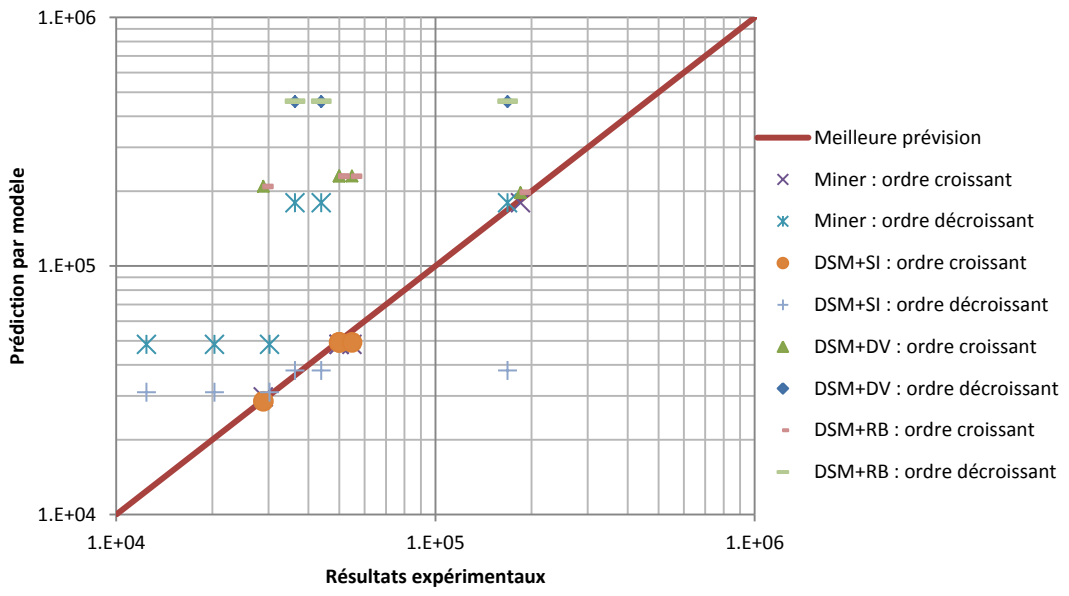


Figure II.25 : Effet de l'ordre du chargement sur les résultats

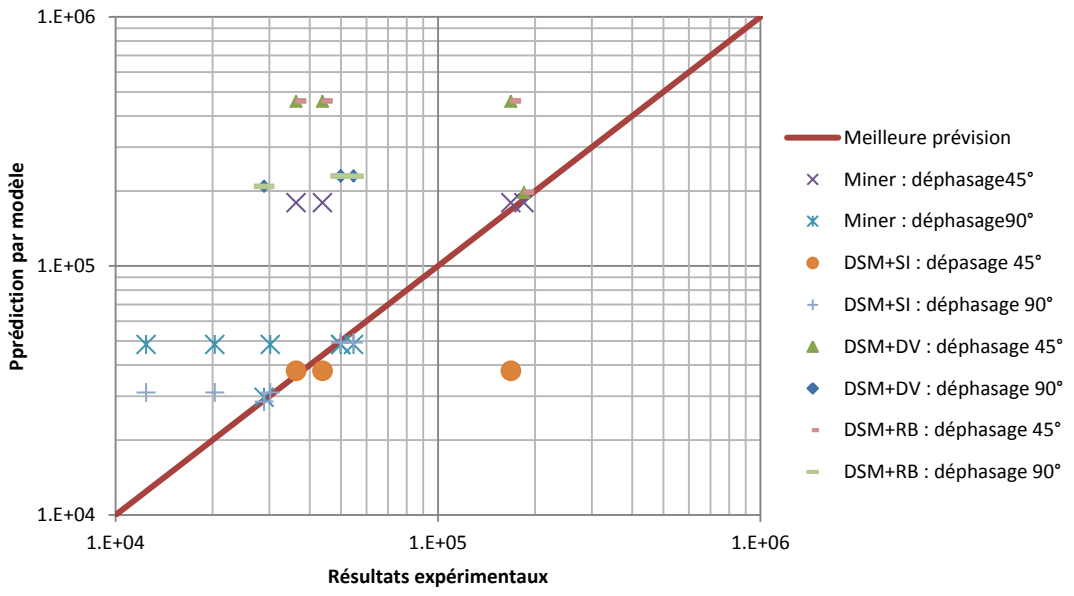


Figure II.26 : Effet du déphasage sur les résultats

<u>Calcul de la fraction de vie :</u>

Sur la figure II.27 nous avons représenté les prédictions de la fraction de vie donnée par les différents modèles proposés par rapport aux résultats expérimentaux.

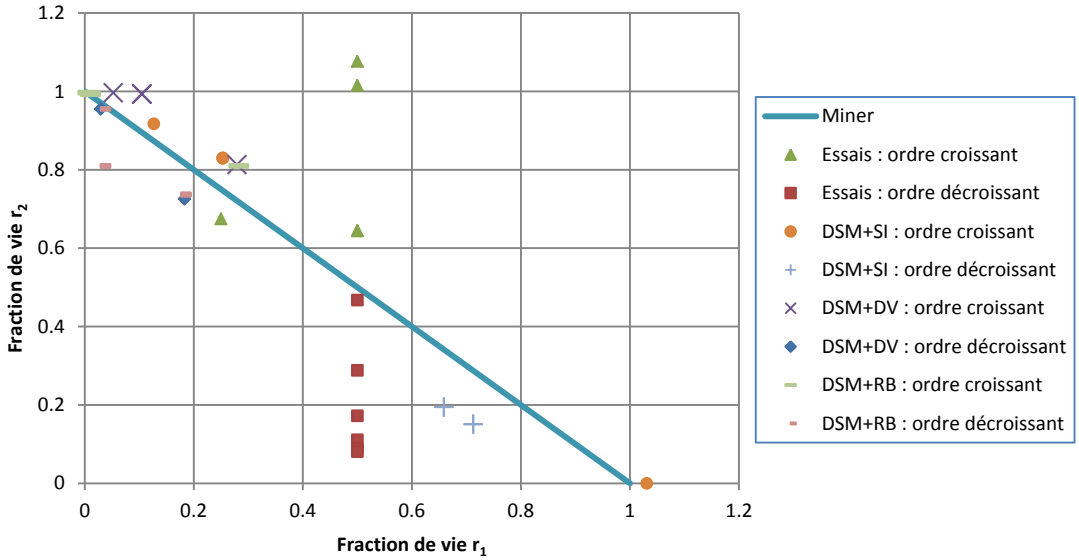


Figure II.27 : Comparaison des résultats en termes de fractions de vie

<u>Calcul d'ERP :</u>

Les calculs d'ERP des modèles sont représentés dans le tableau II.17, dans lequel les meilleures prédictions sont soulignées. Parmi les onze résultats, le modèle DSM+Sines représente la meilleure prédiction (neuf fois mieux). La figure II.28 montre les erreurs calculées par rapport aux valeurs de l'expérimentation en terme d'ERP. Comme les prédictions de DSM+Dang Van et DSM+Robert ont énormément d'erreur, alors on les néglige dans la comparaison. Sur ces figures, nous remarquons, en général, que le modèle DSM+Sines donne un écart inférieur par rapport à celui de Miner.

Tableau II.17 : Comparaison des ERP (%) prédites par les modèles

ϕ	Essai	ERP%			
		Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
45°	3092	-309,19%	13,44%	-945,16%	-937,67%
	3093	-394,25%	-4,56%	-1162,44%	-1153,39%
	3094	-6,66%	77,44%	-172,44%	-170,49%
	3096	2,85%	-	-6,68%	-6,08%
90°	3085	-138,10%	-52,80%	-19139,42%	-18945,71%
	3086	-60,04%	-2,70%	-12831,94%	-12701,75%
	3087	-288,53%	-149,33%	-31295,02%	-30978,95%
	3088	-2,88%	1,19%	-624,31%	-621,95%
	3089	3,20%	1,38%	-360,25%	-358,88%
	3090	3,19%	1,37%	-360,30%	-358,93%
	3091	11,66%	10,00%	-320,06%	-318,81%

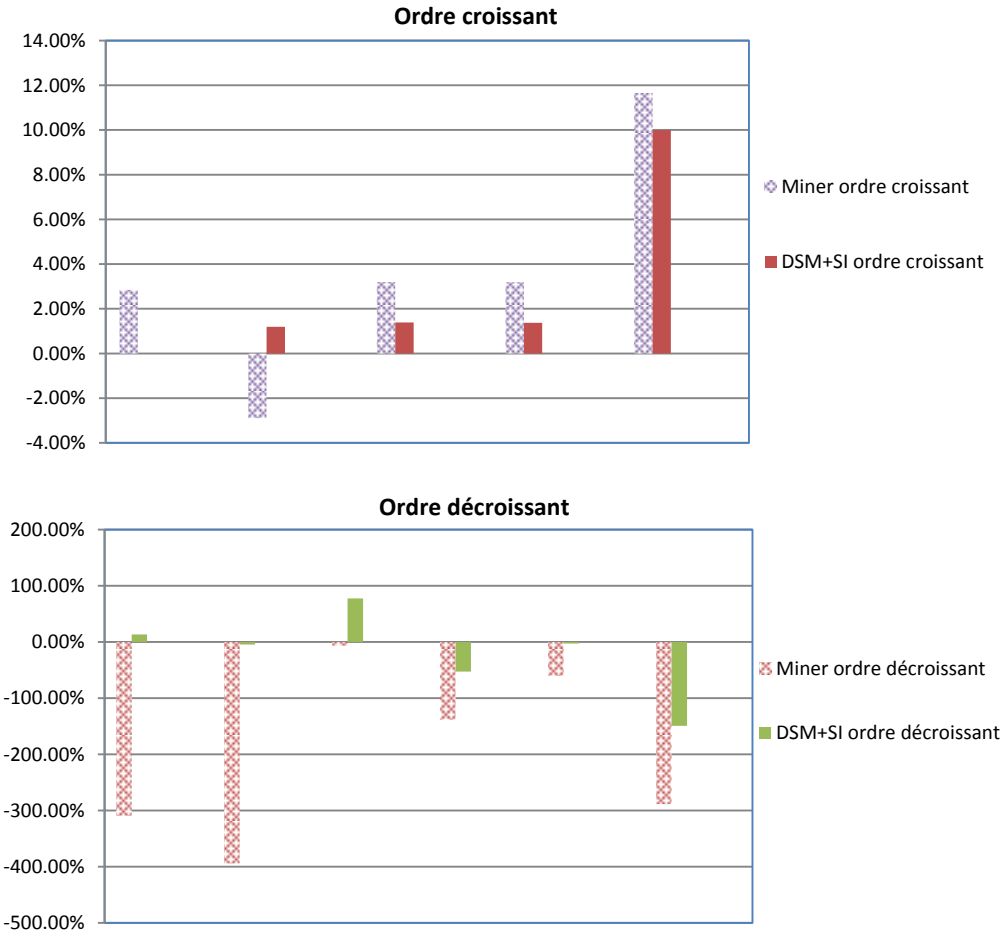


Figure II.28 : Comparaison des ERP (%) entre Miner et DSM+Sines (en ordre croissant/décroissant)

II.4 Conclusion

Le modèle de DSM est basé essentiellement sur la courbe de Wöhler, qui permet de transposer la contrainte appliquée au nombre de cycle à la rupture ainsi que l'équation qui relie la contrainte endommagée à la contrainte équivalente pour donner une relation entre un niveau de chargement et le niveau suivant.

Ce modèle a permis la découverte d'une autre approche pour prédire la durée de vie en fatigue sous un chargement variable. Il prend en compte l'histoire du chargement et l'effet de cumul du dommage non linéaire. En plus, Il ne nécessite aucun nouveau paramètre du matériau sauf, bien entendu, la courbe de Wöhler et la contrainte ultime, qui sont des éléments essentiels de la fatigue. Par conséquent, on peut appliquer facilement ce modèle.

Le couplage de DSM et les critères de fatigue multiaxiale, basé sur les critères de fatigue, permet l'élargissement du domaine d'application aux sollicitations complexes. Dans ce cas, la précision de la prédiction du modèle DSM dépend fortement de la précision du critère choisi. On peut noter que la prédiction de la loi de Miner nécessite la connaissance de la durée de vie pour chaque niveau de chargement multiaxiale, en revanche, notre modèle peut prédire directement la durée de vie en chargement multiaxial à partir des données uniaxiales.

La confrontation des résultats des prédictions trouvées par les modèles avec les résultats expérimentaux nous montre que le modèle DSM se distingue généralement par une bonne prédiction, voire meilleure que celle de Miner. La seule inquiétude de ce modèle est qu'il dépend fortement de la courbe de Wöhler du matériau, pourtant cette courbe résulte des résultats expérimentaux. La qualité des résultats expérimentaux (conditions d'essais, dispersions des résultats, etc.) et le critère de fatigue multiaxiale choisi sont les clefs de ce modèle.

Chapitre III
Etude expérimentale

Le principal objectif visé par ces travaux expérimentaux est d'étudier l'endommagement en fatigue polycyclique sous chargements multiaxiaux de l'alliage d'aluminium 6082 T6. Pour ce faire, nous nous proposons de réaliser cette étude selon deux volets :

- *Le premier volet concerne la caractérisation de l'endommagement en fatigue (mode de rupture, durée de vie) : deux campagnes d'essais sont dédiées, une série d'essais en fatigue sous sollicitations uniaxiales à amplitude constante et une autre série en fatigue sous sollicitations équibiaxiales.*

- *Le deuxième volet concerne la caractérisation du cumul du dommage en fatigue multiaxiale : également deux campagnes d'essais sont dédiées, l'une par application de chargements par blocs de sollicitations différentes et l'autre par application de chargements par blocs répétés de sollicitations différentes.*

Les résultats expérimentaux seront mis à profit pour valider ou invalider un certain nombre de lois de cumul d'endommagement citées dans l'étude bibliographique, puis ensuite de confronter la loi de cumul d'endommagent que nous avons proposée. Pour ce faire, nous nous basons sur les résultats expérimentaux issus d'essais uniaxiaux et biaxiaux. Ces données sont issues soit de notre expérimentation propre soit d'expérimentations de d'autres auteurs.

Nous présentons le matériau étudié, les moyens d'essais (machine uniaxiale et banc multiaxial), le protocole expérimental ainsi que le programme d'essais développé. Après avoir établi la courbe de Wöhler du matériau, indispensable pour toutes les analyses en fatigue, on réalise les essais de fatigue biaxiale qui permettent de caractériser l'effet de cumul du dommage.

Les essais de fatigue biaxiale réalisés dans le cadre de cette étude sont constitués de deux catégories d'essais en fonction de la nature du chargement considéré :

- *La première catégorie correspond aux chargements par blocs, utilisant deux ou trois différents niveaux de chargement et dont le dernier chargement est appliqué jusqu'à rupture de l'éprouvette. Ces chargements peuvent être appliqués dans un ordre croissant de type Bas-Haut (ex. 1-2-3), décroissant de type Haut-Bas (3-2-1) ou aléatoire (ex. 1-3-2).*

- *La deuxième catégorie correspond aux chargements en blocs de séquences répétés utilisant deux niveaux de chargement. Les chargements sont appliqués sur de faibles nombres de cycles et on choisit pour le deuxième chargement une durée égale à deux ou trois fois celle du premier chargement. On répète la séquence des deux chargements jusqu'à la rupture. Du fait de ce caractère répétitif (1-2-1-2-1-2…), on peut considérer que l'ordre d'application des chargements n'impacte pas notoirement l'effet de cumul du dommage.*

III.1 Matériau de l'étude : alliage d'Aluminium 6082-T6

Le matériau à la base de cette étude expérimentale est un alliage d'aluminium de désignation Al-6082-T6. Il s'agit d'une nuance de la série 6000 constituée par une combinaison Aluminium+Magnésium+Silicium et qui a subi un durcissement par une trempe et revenu (T6). Cette élaboration lui confère de très bonnes caractéristiques mécaniques avec la meilleure résistance mécanique de la série, il possède une excellente aptitude d'usinabilité et de soudabilité et également une bonne tenue à la corrosion. En conséquence, l'alliage Al-6082-T6 est qualifié de matériau structural et se trouve donc très adapté à l'industrie du transport et bon nombre d'autres applications industrielles : structures de véhicules routiers et ferroviaires et aéronautiques, structures au sol, charpente, mats de bateaux. L'utilisation de cet alliage contribue également à l'allègement des structures industrielles dans une large gamme d'utilisation.

Le matériau utilisé est fourni sous forme de plaques laminées de $8 \times 1270 \times 2620\ mm^3$, dans lesquelles les éprouvettes sont découpées au laser avant d'être usinées avec une machine à commande numérique permettant de fournir les lots d'éprouvettes de différentes géométries selon les essais préconisés.

III.1.1 Caractéristiques microstructurales

La composition chimique a été déterminée par une analyse (EDS) sous microscope électronique à balayage (MEB). La composition moyenne est conforme de la norme EN 573-3: 2009[73], ainsi que celle du fournisseur (Tableau III.1).

Tableau III.1 : Composition chimique moyenne des principaux éléments de l'alliage d'aluminium 6082-T6 (% masse)

Eléments		Mg	Si	Fe	Cu	Mn	Cr	Zn	Al
Analyse EDS		1,08	1,24	0,22	0,04	0,85	0,021	0,045	Le reste
Standard	Min	0,6	0,7	0	0	0,4	0	0	
	Max	1,2	1,3	0,5	0,1	1	0,25	0,2	

Pour mettre en évidence la morphologie des différents grains, une analyse microstructurale a été faite. Après une attaque chimique au réactif de Keller pour une

durée de 45 secondes, la microstructure du matériau a été observée en microscope optique et au MEB (figure III.1). La taille moyenne des grains est de 120 µm.

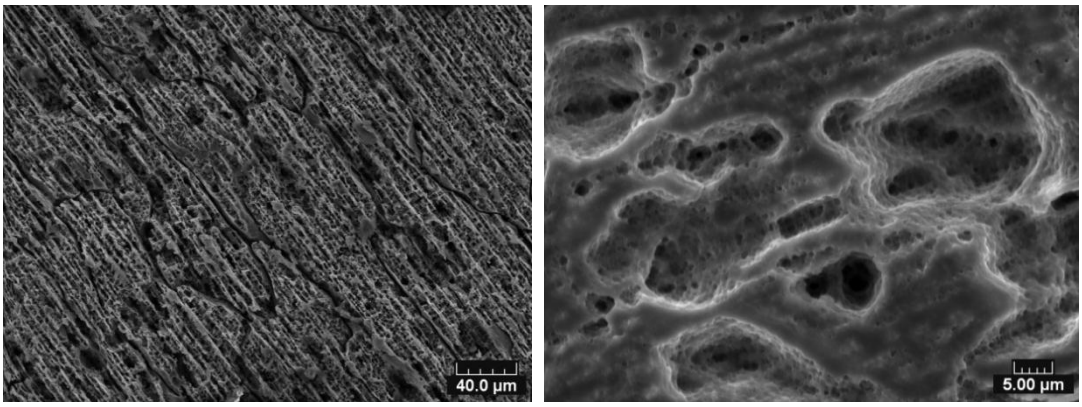


Figure III.1 : Structure de l'alliage Al-6082-T6

III.1.2 Caractéristiques mécaniques

III.1.2.1 Caractéristiques statiques : traction uniaxiale

Les essais de traction monotone permettant de caractériser le matériau sont réalisés sur la machine servo-hydraulique d'essais universels Instron de référence 8516 (figure III.2), équipée d'une cellule de force de capacité 100 kN et d'un vérin développant une course de 150 mm (±75 mm). Un extensomètre (L_0=12,5mm) de marque Instron est utilisé pour la mesure de la déformation localisée au centre de l'éprouvette. Chaque éprouvette subit une préparation avant l'essai : la zone de coupe est ébavurée puis ensuite polie.

Le pilotage de l'essai et l'acquisition des données peut se faire en selon trois asservissements, en charge, en déplacement ou en déformation (via un extensomètre). Ce pilotage est réalisé par les modules RS Console et Max faisant partie des logiciels Instron.

Concernant nos essais de traction, le pilotage de l'essai est réalisé en contrôle position avec une vitesse de déformation égale à $10^{-4}s^{-1}$. Avant le démarrage de chaque essai, on veille à calibrer et mettre à zéro les capteurs de mesure.

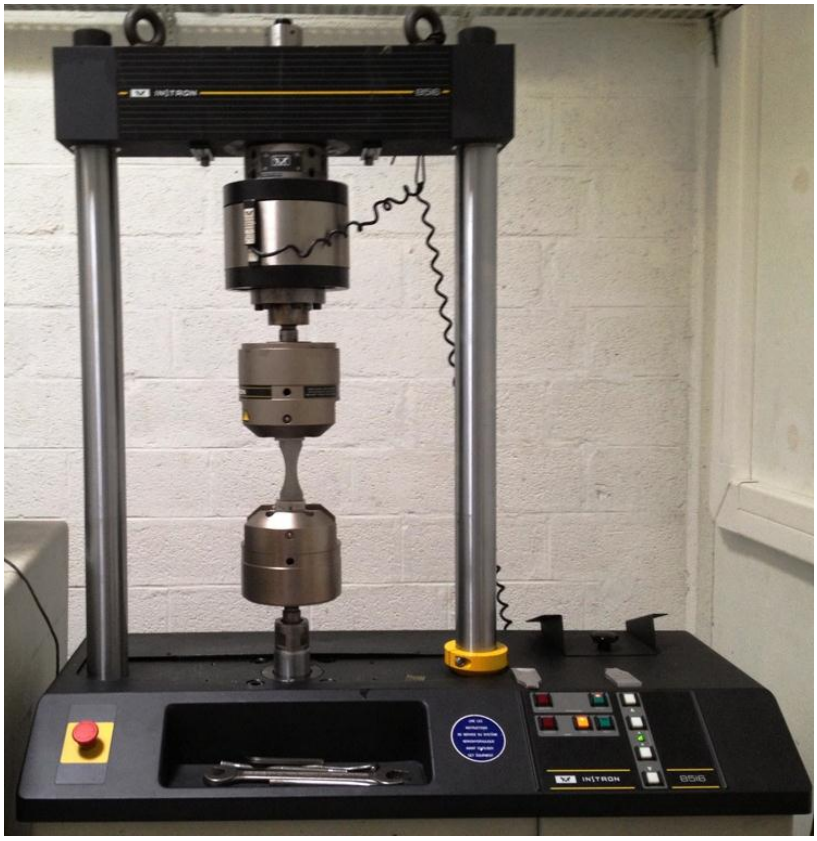


Figure III.2 : Machine d'essais universels Instron 8516

L'éprouvette plate utilisée est de forme haltère normalisée ASTM E8[74]. La figure ci-dessous en donne les dimensions.

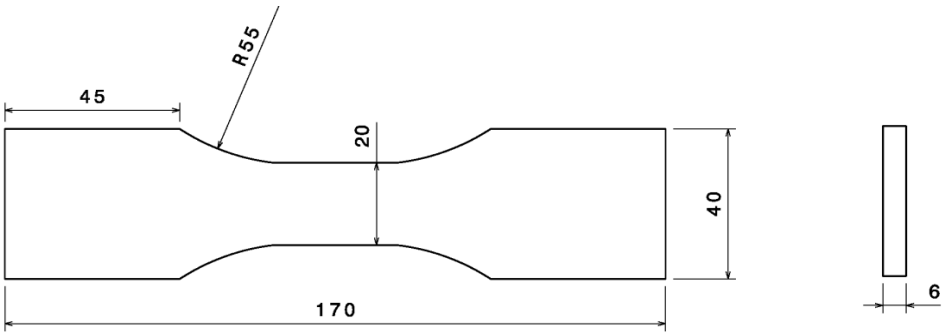


Figure III.3 : Dimensions de l'éprouvette de traction monotone (unité le mm)

Résultats :

Trois éprouvettes, découpées dans le sens du laminage, ont été testées. A titre d'exemple, nous donnons ci-après l'une des courbes de traction représentée sur un digramme où l'on superpose les deux courbes nominale et rationnelle (figure III.3). La représentation rationnelle permet de déterminer la loi de comportement plastique du matériau dans la zone d'écrouissage. Cette loi de la forme : $\sigma = K.\varepsilon_p^n$ dont on précisera le coefficient d'écrouissage n ainsi que le paramètre K de résistance du matériau.

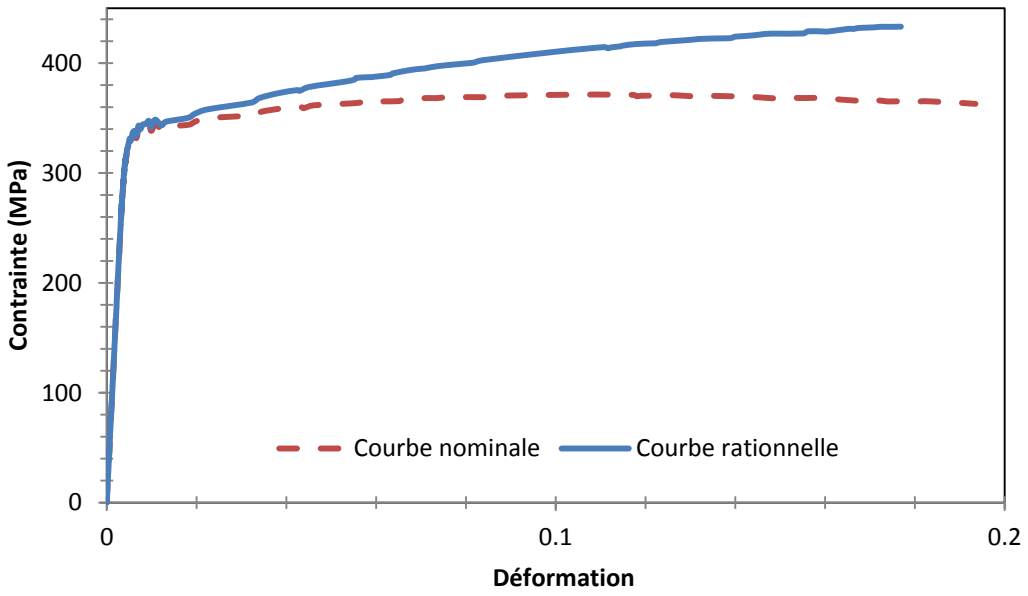


Figure III.4 : Courbes de traction monotone de l'alliage Al-6082-T6

Les caractéristiques mécaniques moyennes sont extraites, ainsi, on obtient pour le module d'élasticité longitudinal, la limite élastique et la résistance ultime les valeurs suivantes :

Tableau III.2 : Principales caractéristiques mécaniques monotones de l'Al-6082-T6 de l'étude

	E (GPa)	R_e (MPa)	R_m (MPa)	Elong. à charge max. A_r(%)	HV	K	n
Essais	72,5	290	337	11,5	110	440	0,08
Données fournisseur	71	288	322	16	96		

Avec la notation suivante :

E : Module d'Young

R_e : contrainte de limite d'élasticité

R_m : résistance maximale à l'extension

A_r : allongement à la charge maximale

HV : dureté Vickers

K : coefficient d'écrouissage

n : exposant d'écrouissage

La connaissance des caractéristiques mécaniques monotones du matériau nous permettent, en particulier, de conduire les essais de caractérisation dynamique dans le domaine polycyclique.

III.1.2.2 Caractéristiques dynamiques : fatigue uniaxiale

Les essais de fatigue uniaxiale sont également réalisés sur la machine servo-hydraulique Instron 8516 décrite précédemment. On adopte un rapport de charge R=0,1 pour éviter l'état de compression. Le logiciel MAX d'Instron est utilisé pour piloter les essais, il est configuré pour enregistrer les valeurs crêtes de la sollicitation en fonction du nombre de cycles au cours de l'essai. La charge cyclique à amplitude constante est appliquée à une fréquence de 20 Hz.

L'éprouvette plate utilisée est usinée selon la norme ASTM E466 [75]. La figure ci-dessous en précise les dimensions.

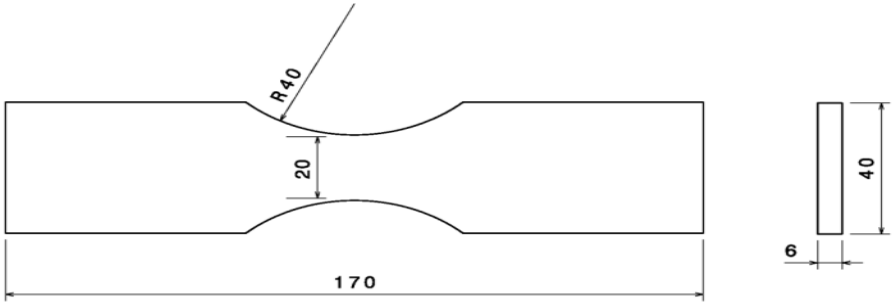


Figure III.5 : Dimensions de l'éprouvette de fatigue (unité le mm)

Afin de garantir au mieux la cohérence des résultats en diminuant la dispersion des mesures, nous avons veillé à reproduire, autant que possible, les mêmes conditions opératoires pour toutes les éprouvettes (ébavurage et polissage, amarrage aux mors de la machine (alignement, serrage).

Notre laboratoire disposant d'une base de données assez étoffée dans le domaine des essais de fatigue concernant l'alliage Al-6082-T6 et obtenue dans les mêmes conditions d'essais citées ci-dessus. En effet, cet alliage a été à la base de plusieurs travaux de recherche au sein du laboratoire [62][76][77] . Afin de valider le lot de nos éprouvettes, nous avons convenu d'en tester un nombre réduit (7 éprouvettes) selon 3 niveaux de contrainte, ce qui constitue en quelque sorte une série d'essais de calage pour vérifier s'il l'on travaille bien sur le même matériau. Le résultat a été très probant : nos résultats correspondent bien aux résultats existants et par conséquent on peut recourir à notre base de données le cas échéant.

Résultats :

Tableau III.3 : Essais de fatigue uniaxiale « tests de calage »

N° d'essai	σ_{max} (MPa)	σ_{min} (MPa)	σ_{moy} (MPa)	σ_{amp} (MPa)	(%) de R_e	Nr (Cycles)	Nr Moyen
1	241,67	24,17	132,92	108,75	0,84	311 245	283541
2	241,67	24,17	132,92	108,75	0,84	278 267	
3	241,67	24,17	132,92	108,75	0,84	261 112	
4	258,33	25,83	142,08	116,25	0,90	159 549	142864
5	258,33	25,83	142,08	116,25	0,90	126 178	
6	275,00	27,50	151,25	123,75	0,95	66 785	76760
7	275,00	27,50	151,25	123,75	0,95	86 735	

Avec les résultats de ce tableau, on représente la contrainte maximale σ_{max} en fonction du nombre de cycles à la rupture N_r et on obtient la courbe suivante :

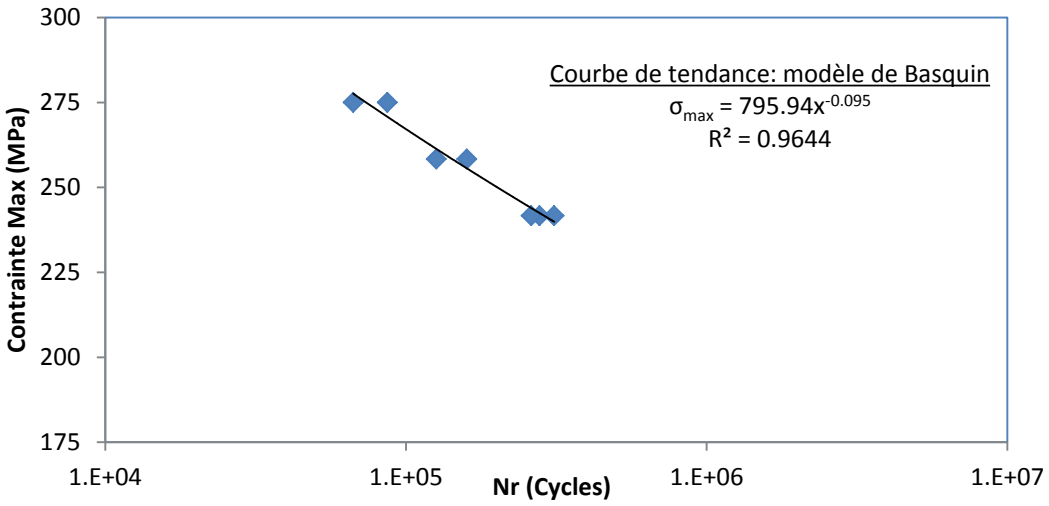


Figure III.6 : Essais de calage de la courbe S-N du matériau Al-6082-T6

En reportant, ci-dessous, les résultats plus complets de la courbe S-N obtenue au sein de notre laboratoire [77] nous constatons que nos résultats se situent bien sur la courbe existante et par conséquent, nous pouvons tirer profit des résultats existants pour la suite de nos analyses.

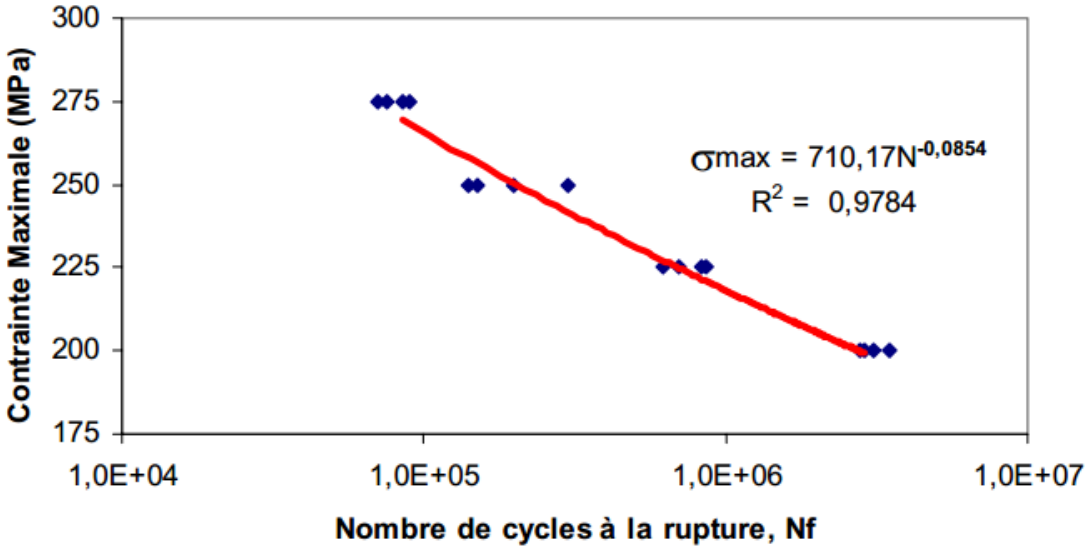


Figure III.7 : Courbe S-N de l'alliage Al-6082-T6 issue de la base de données du laboratoire [77]

La connaissance des caractéristiques statiques et dynamiques du matériau sera mise à profit ultérieurement pour le calcul des données de fatigue du matériau nécessaires pour aborder l'étude du cumul du dommage. Nous signalons que la courbe de Wöhler des alliages d'aluminium ne présente pas une limite d'endurance très franche, la courbe a toujours tendance à décroitre et on a l'habitude de définir une limite d'endurance correspondant à un nombre de cycles situé le plus souvent entre 10^6 et 10^7.

III.2 Plateforme d'essais multiaxiale, travaux expérimentaux

III.2.1 Banc d'essai multiaxial, éprouvette cruciforme

La campagne d'essais de fatigue biaxiale est réalisée au moyen de la plateforme d'essais multiaxiale de notre laboratoire (figure III.8). Les principaux moyens expérimentaux sont :

- Une plateforme sous forme d'un marbre métallique de dimensions 5m x 3m , équipé d'un maillage à rails permettant la disposition des vérins et la fixation de composants ou de structures de façon modulable,
- 4 vérins servo-hydrauliques de capacité 100 kN : 2 vérins de course totale ± 25 mm pouvant fonctionner à haute fréquence (jusqu'à 150 Hz selon l'amplitude de a déplacement du vérin) et 2 vérins de course totale ± 75 mm fonctionnant à plus basse fréquence (jusqu'à 50 Hz selon l'amplitude de déplacement du vérin).
- Le pilotage des vérins par la console et le contrôleur numérique Instron série 8800,

- Le pilotage des essais par les progiciels RS Labsite de IST (Instron Structural Testing Systems) : génération des consignes, acquisition et traitement des données.

Les vérins peuvent être pilotés en contrôle force, déplacement ou déformation. Ils peuvent travailler en pilotage individuel vérin par vérin, en pilotage de groupe en configuration de maître-esclave ou encore en pilotage modal qui est le mode adapté pour conduire nos essais de fatigue biaxiale de type X-Y sur les éprouvettes cruciformes.

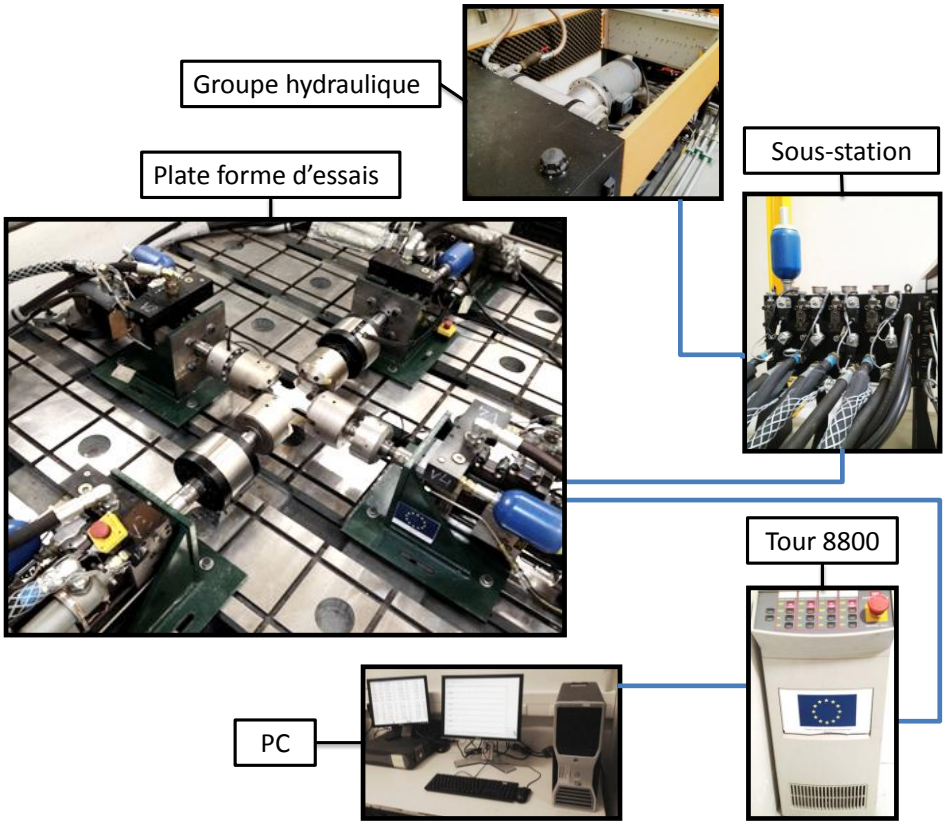


Figure III.8 : Vue d'ensemble du dispositif d'essais biaxiaux

III.2.2 Eprouvette cruciforme

Les éprouvettes cruciformes, issues du même alliage d'aluminium 6082-T6, sont caractérisées par une forme particulière réalisée sur une machine d'usinage à commande numérique, ses dimensions sont comme l'indique la Figure III.9, il s'agit d'un évidement de la partie centrale qui permet de ramener l'épaisseur initialement de 8 mm à une épaisseur de 1 mm au centre, lieu concentrateur de contrainte et donc initiateur de l'amorçage de fissures de fatigue.

Avant d'être testée, chaque éprouvette subit un polissage graduel avec une taille de grain de 320 µm puis de 500 µm et enfin de 1200 µm.

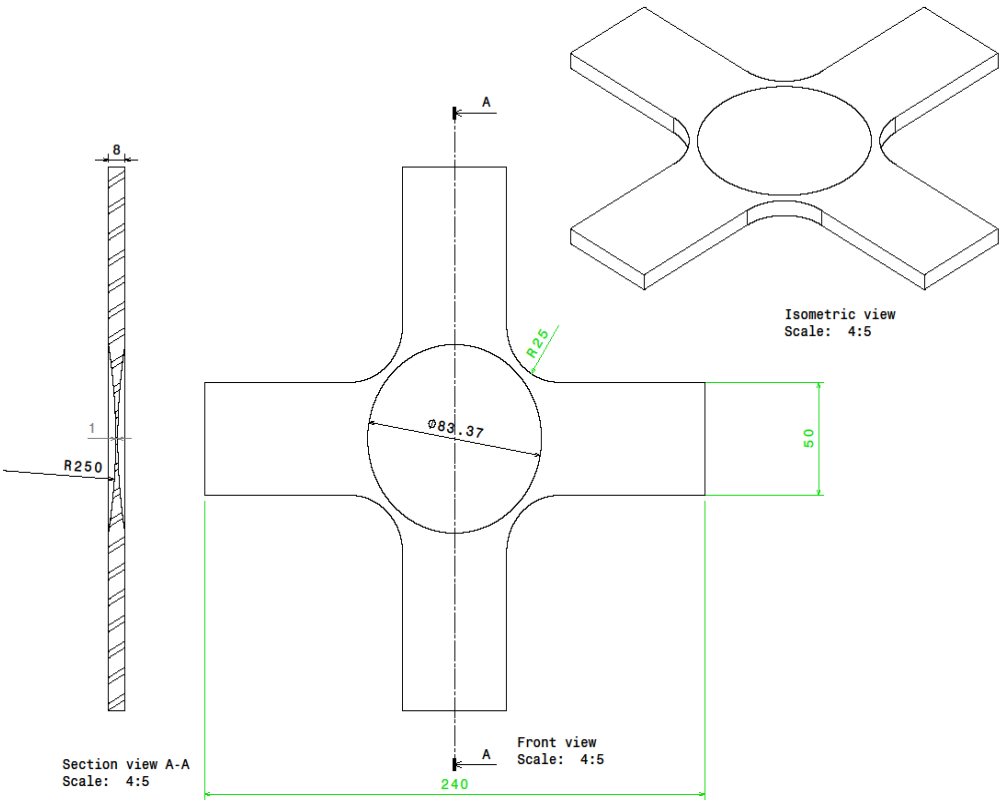


Figure III.9 : Dimensions de l'éprouvette cruciforme

III.2.3 Dispositif d'essais, montage de l'éprouvette

Les 4 vérins sont disposés selon deux axes perpendiculaires en plaçant 2 vérins de même série sur l'un des axes, un axe V1-V3 relatif aux vérins de course ± 75 mm et un axe V2-V4 de course ± 25 mm (figure III.10).

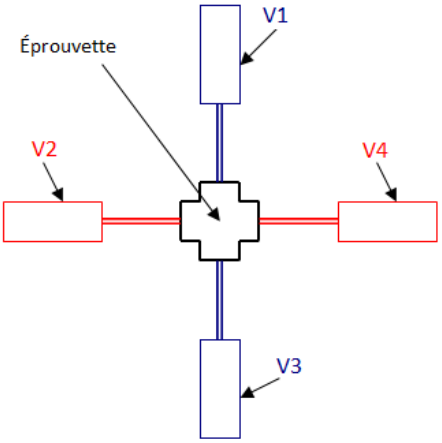


Figure III.10 : Schéma de principe du système d'essais biaxial à 4 vérins

Les vérins sont maintenus sur le marbre à rails, à l'avant, à l'aide d'équerres réalisées avec des cornières renforcées et à l'arrière à l'aide d'un ensemble bride-semelle permettant une fixation rigide et identique du corps des quatre vérins (figure III.11).

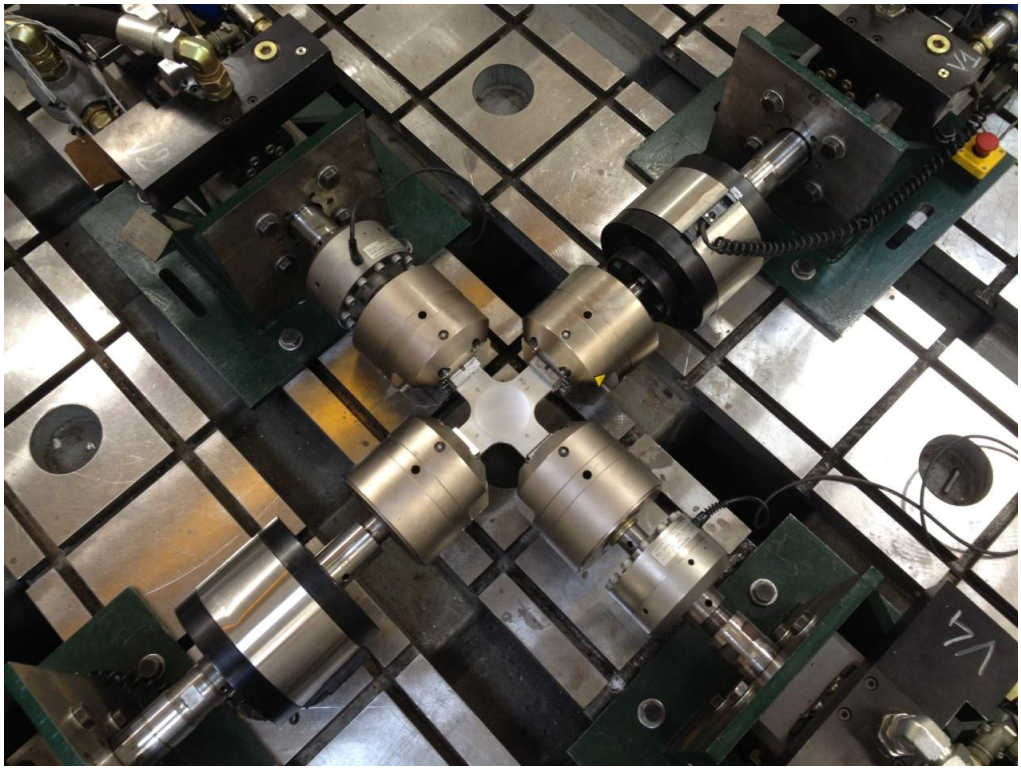


Figure III.11 : Vue de la fixation de l'éprouvette cruciforme

III.2.4 Mode de contrôle en configuration modale pour essais de fatigue biaxiale

Notre choix de piloter les vérins en mode de contrôle dit « modal » est guidé par la motivation suivante : le centre de l'éprouvette de test ne doit pas bouger pendant le déroulement de l'essai de fatigue. Pour ce faire, la régulation modale est bien adaptée.

a) Qu'est-ce que la régulation modale ?

Lorsqu'on travaille en fatigue multiaxiale, on est sur des postes de contrôle multi-vérins (multi-axes), et par conséquent, le mouvement donné à l'un des vérins affecte le mouvement des autres vérins et canaux de contrôle. Cela dépend de la nature de l'essai envisagé, à savoir, si l'on veut déplacer l'échantillon d'une façon particulière ou si l'on veut déplacer un axe de manière particulière : le déplacement de l'échantillon affecte alors la position des autres axes.

Par exemple, si on prend le cas de deux vérins (V1 et V3), comme illustré dans la figure III.12, si l'on veut appliquer des mouvements de déformation égaux à chaque extrémité d'une éprouvette fixée entre deux vérins tout en maintenant la position centrale de l'échantillon inchangée, il faut appliquer le même mouvement à chaque vérin en même temps. Ce qui se fait en pratique c'est qu'au lieu d'envoyer la même commande aux deux vérins, la fonction « Contrôle modal » du logiciel IST permet de relier les capteurs de position sur chacun des vérins en créant de nouveaux contrôleurs « modaux » et des canaux de contrôle de capteurs « modaux ».

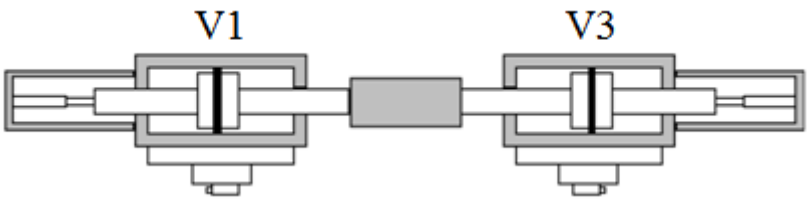


Figure III.12 : Régulation modale : cas de deux vérins

En définissant les paramètres de rétroaction et de compensation de valve, vous ne devrez introduire qu'un signal vers votre nouveau contrôleur modal pour actionner les deux vérins en même temps. Étant donné qu'il y a deux vérins, on doit configurer deux boucles de contrôle, l'une de ces boucles contrôle le mouvement « en phase » des vérins (déformation), l'autre contrôle le mouvement «anti-phase» des vérins (position centrale).

En utilisant la fonction « Contrôle modal » pour combiner ou relier des capteurs sur différents vérins, on doit créer de nouveaux canaux de capteurs et de nouveaux contrôleurs. Ils sont différents des capteurs et des contrôleurs individuels associés aux vérins individuels ; on est donc amené à affecter de nouveaux noms de type modal appelés aussi «virtuels» ainsi que des limites modales dites « primaires », des afficheurs sur des échelles pleines modales et des ensembles d'unités modales appropriés.

La fonction « contrôle modal » permet de configurer le système multiaxial selon trois modes de compensation :

- **Compensation croisée de rétroaction :** La compensation croisée de rétroaction permet de modifier les signaux de rétroaction à destination et en provenance des capteurs sur différents vérins pour configurer la régulation modale pour les applications linéaires.
- **Compensation croisée géométrique** : La totalité de la compensation requise n'est pas linéaire. La compensation croisée géométrique permet de modifier les signaux de rétroaction à destination et en provenance de capteurs qui se trouvent sur différents vérins pour des applications non linéaires.
- **Compensation croisée du courant des servovalves** : Ce type de régulation est basé sur l'utilisation de la compensation croisée des courants des servovalves. Ceci garantit la synchronisation des signaux appliqués aux servovalves qui contrôlent le déplacement des vérins modaux reliés. En appliquant la compensation croisée des courants des servovalves, qui est appliquée après le signal PID dans le circuit de commande, les vérins réagissent alors plus

rapidement et de manière plus précise aux signaux de la commande modale. (figure III.13)

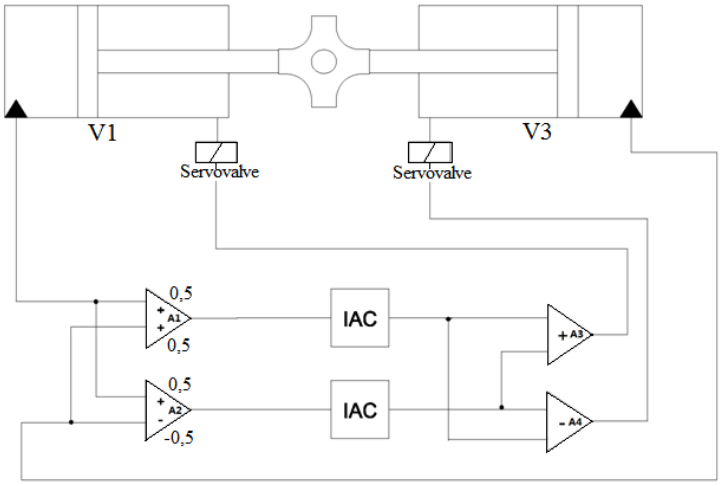


Figure III.13 : Schéma de principe d'une régulation modale : calcul et envoie des signaux modaux aux servovalves

Concernant nos essais, nous imposons que le centre de l'éprouvette reste fixe, pour ce faire, la compensation est de type « position du centre imposée » est choisie. Les vérins V1-V3 forment alors un premier groupe modal correspondant à l'axe modal « 1 » et les vérins V2-V4 forment un deuxième groupe modal correspondant à l'axe modal « 2 » : tout se passe comme si on avait 2 vérins uniquement. Les vérins V1 et V2 sont pilotés en force tandis que les vérins V3 et V4 sont pilotés en position. La compensation modale fait en sorte que l'interaction entre les vérins se déroule de manière à ce que le centre de l'éprouvette reste toujours fixe. Lorsque nous donnons une consigne de force à V1 et V2 (deux valeurs de charges réelles), les vérins V3 et V4 se déplacent de façon à maintenir la position centrale à sa valeur initiale ; les valeurs réelles sont recalculées en valeurs modales auxquelles correspondent de nouveaux signaux de consigne au niveau des courants des servovalves (figures III.14 et III.15).

A titre d'exemple, les relations qui traduisent les valeurs réelles en valeurs modales, pour l'axe V1-V3 sont les suivantes :

$$V1_{\text{modale}} = \frac{V1_{\text{réelle}} + V3_{\text{réelle}}}{2}$$

$$V3_{\text{modale}} = \frac{V1_{\text{réelle}} - V3_{\text{réelle}}}{2}$$

L'avantage d'utiliser ces relations est que lorsque les valeurs des forces $V1_{\text{réelle}} = V3_{\text{réelle}}$, la valeur $V1_{\text{modale}} = V1_{\text{réelle}}$ et $V3_{\text{modale}} = 0$.

Les relations peuvent utilisées inversement, c'est-à-dire lorsqu'on contrôle les valeurs modales, $V1_{modale}$ égale à la valeur demandée et $V3_{modale}$ égale à zéro, les valeurs réelles sont absolument identiques.

$$V1_{réelle} = V1_{modale} + V3_{modale}$$

$$V3_{réelle} = V1_{modale} - V3_{modale}$$

Le calcul des signaux permettant la compensation est réalisé par selon les schémas ci-dessous selon le cas de contrôle : en force ou en déplacement.

Pour tous nos essais, c'est l'asservissement modal qui sera appliqué.

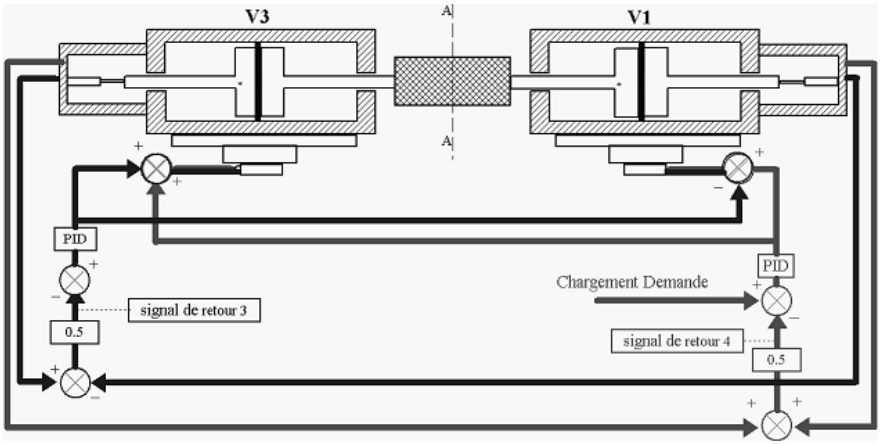


Figure III.14 : Configuration de contrôle en force

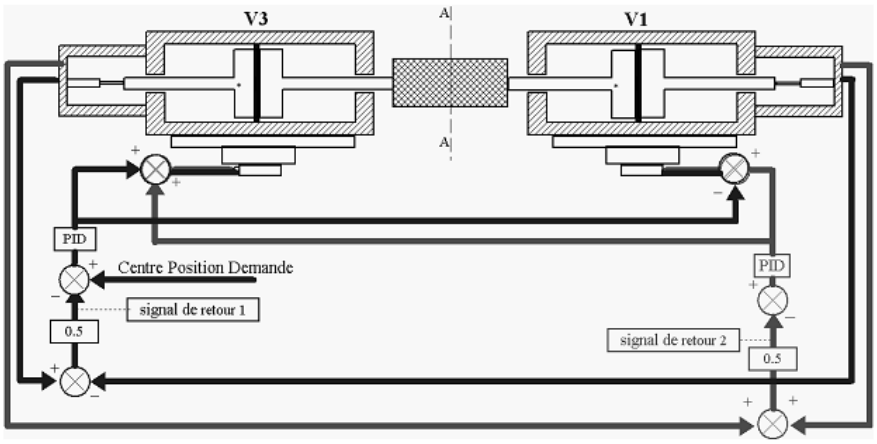


Figure III.15 : Configuration de contrôle en déplacement

III.2.5 Qualification du banc d'essais à l'aide de l'extensomètre

L'alignement des vérins et le respect d'une bonne orthogonalité entre les deux axes ont été réalisés au mieux. Il en est également de même pour le montage de l'éprouvette et son amarrage aux quatre mors, nous avons veillé à ce que le maximum de soin soit apporté à la symétrie et planéité de la mise en place de l'éprouvette. Il s'agit, en effet, d'un point important pour les essais biaxiaux afin de réduire au maximum l'introduction d'effets parasites (mauvais alignement, déflexions…) qui modifieraient

l'état de contrainte biaxiale et qui pourraient même porter préjudice au bon fonctionnement du mécanisme des vérins, ces aspects sont décrits dans les travaux de Wu[39] et Lecompte et al.[48].

Afin de vérifier la qualité du dispositif d'essai, ainsi que le bon fonctionnement de l'asservissement modal, nous avons réalisé des essais statiques avec une éprouvette cruciforme instrumentée. Six jauges de déformation sont implantées : 2 jauges bidirectionnelles (J1-J2) et (J3-J4) de marque Kyowa sont collées au centre de l'éprouvette sur les faces avant et arrière et 2 jauges unidirectionnelles (J5 et J6) de marque Vishay Micromesure sont collées en dehors de la zone usinée.

Les signaux issus des différentes jauges sont acheminés vers un boitier multivoies pour le conditionnement et l'affichage de la déformation. Les figures ci-dessous (figure III.16 et III.17), illustrent cette instrumentation.

Ces jauges forment trois couples de jauges qui se correspondent au regard de leurs emplacements : J1 avec J3, J2 avec J4 et J5 avec J6. Les mesures vont confirmer la qualification du dispositif d'essai pour les tests de fatigue biaxiale. On enregistre les valeurs des déformations en fonction de la charge variant entre 0 et 40 kN par paliers de 5kN. Par ailleurs, nous avons vérifié le retour élastique après chargement.

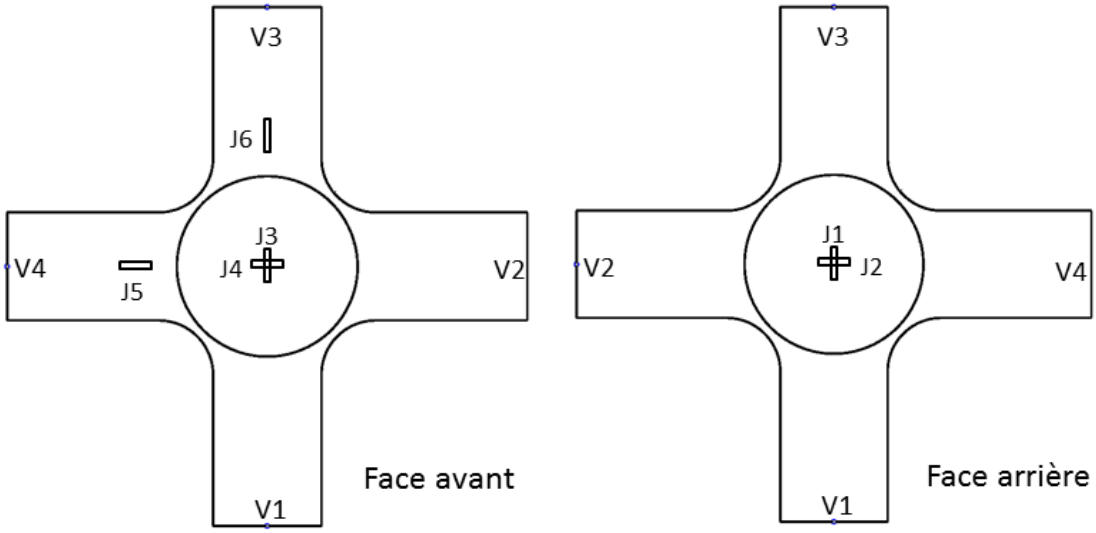


Figure III.16 : Eprouvette instrumentée avec des jauges de déformation

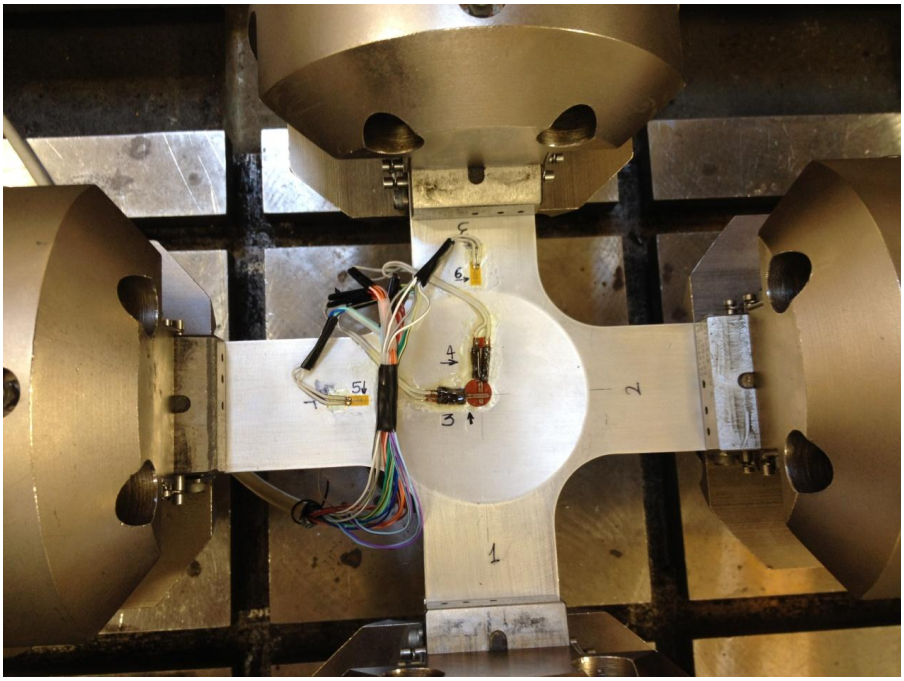


Figure III.17 : Eprouvette instrumentée avec des jauges de déformation

a) Test de traction uniaxiale suivant l'axe 1-3

Pour ce test, l'éprouvette est fixée uniquement aux vérins V1 et V3 et on relève les valeurs des déformations en fonction de la charge appliquée. Les valeurs mesurées sont consignées dans le tableau suivant :

Tableau III.4 : Mesures des déformations en traction suivant l'axe 1-3

Charge (kN)	J1	J2	J3	J4	J5	J6
	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)
0	0	0	0	0	0	0
5	595	-362	620	-320	33	158
10	1166	-726	1263	-625	87	297
15	1775	-1090	1858	-946	121	427
20	2375	-1446	2683	-1272	136	561
25	2953	-1795	3111	-1660	155	684
30	3567	-2150	3760	-1927	177	803
35	4200	-2505	4370	-2277	202	902
40	4855	-2875	5012	-2619	239	1010

Ce qui permet de tracer les courbes de tendances suivantes :

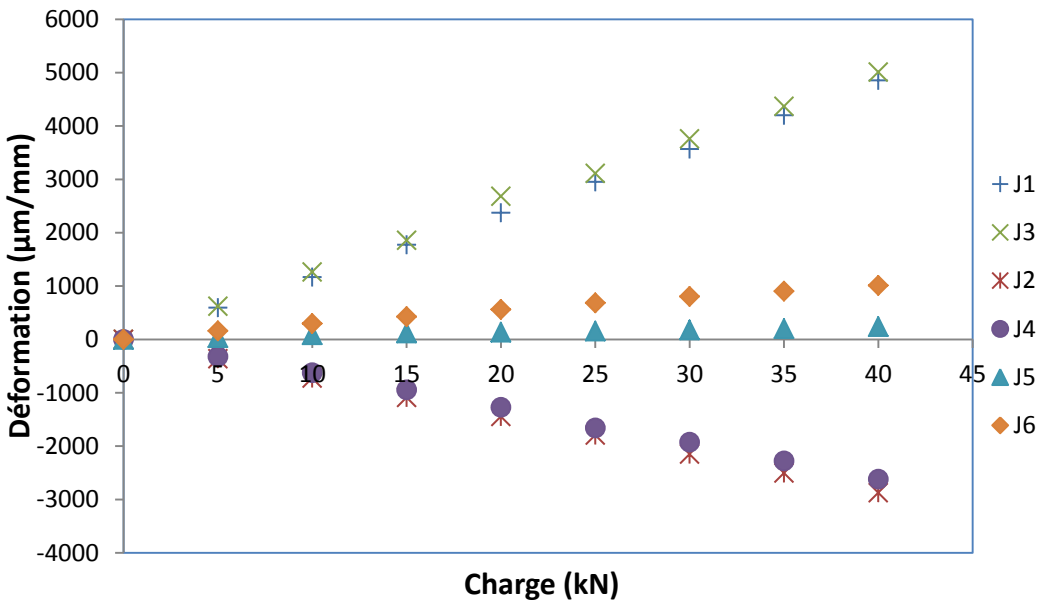


Figure III.18 : Mesures des déformations en traction uniaxiale suivant l'axe 1-3

Ces courbent mettent bien en évidence la bonne corrélation qui existe entre les déformations mesurées par les couples de jauges puisque les déformations enregistrées par deux jauges homologues se superposent quasiment.

Au centre de l'éprouvette et du fait de la forme usinée, il existe une différence typique entre le comportement longitudinal et transversal en termes de déformations et on peut faire le constat suivant :

- La déformation longitudinale d'extension mesurée par le couple de jauges (J1,J3) s'accompagne d'une déformation transversale de **compression** mesurée par le couple de jauges (J2,J4) laquelle redevient une déformation d'extension plus loin (J5).
- La déformation longitudinale au centre (J1,J3) est à peu près égale à 5 fois la déformation au loin (J6).
- La déformation longitudinale au centre (J1,J3) est à peu près égale à 2 fois la valeur absolue de la déformation transversale (J2,J4).
- La déformation transversale au centre (J2,J4) est en valeur absolue 10 fois celle au loin (J5).

On notera finalement que pour le sens transversal, l'état de compression au centre (J2,J4) évolue vers un état d'extension plus loin (J5). La modélisation numérique sous ABAQUS de ce test de traction biaxiale, une fois validée par l'expérimentation, nous donnera plus de détails sur le comportement XY de la déformation et notamment sur la délimitation de la zone centrale (cf. III.2.6).

b) Test de traction uniaxiale suivant l'axe 2-4

Pour ce test, l'éprouvette est fixée uniquement aux vérins V2 et V4 et on relève les valeurs des déformations en fonction de la charge appliquée. Les valeurs mesurées sont consignées dans le tableau suivant :

Tableau III.5 : Mesures des déformations en traction suivant l'axe 2-4

Charge (kN)	J1	J2	J3	J4	J5	J6
	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)
0	0	0	0	0	0	0
5	-325	597	-353	580	107	8
10	-665	1205	-690	1205	228	20
15	-991	1775	-1030	1825	353	38
20	-1366	2415	-1358	2420	484	56
25	-1705	2980	-1687	3065	612	78
30	-2065	3595	-2026	3688	743	99
35	-2414	4205	-2360	4310	872	122
40	-2792	4855	-2730	5059	1000	143

Ce qui permet de tracer les courbes de tendances suivantes :

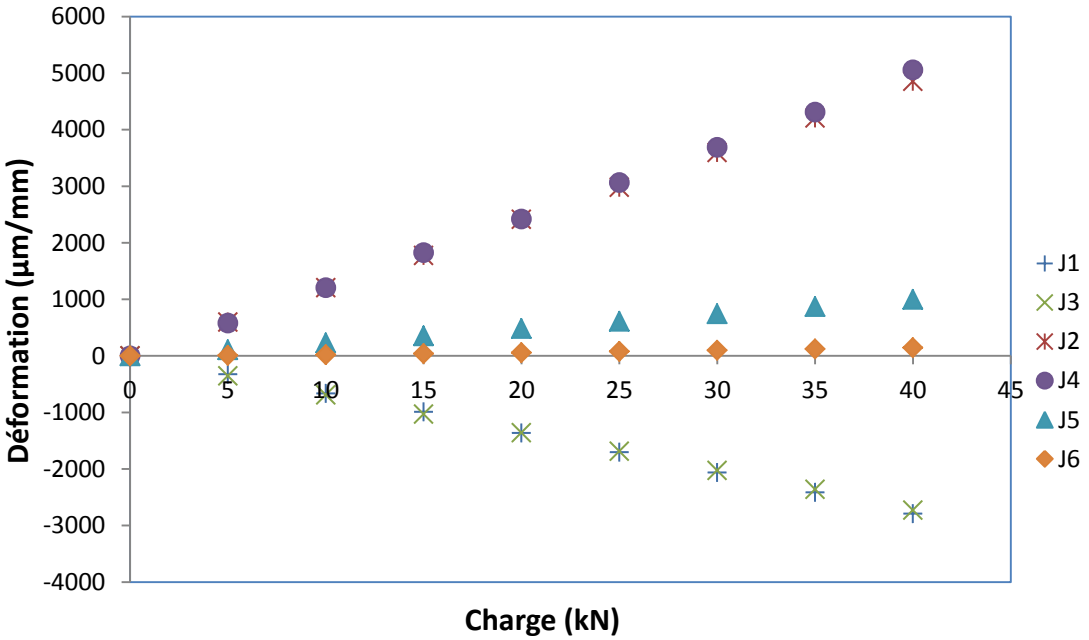


Figure III.19 : Mesures des déformations en traction uniaxiale suivant l'axe 2-4

Pour cet axe 2-4, nous trouvons que les tendances d'évolution des déformations sont inversées par rapport à celles de l'axe orthogonal 1-3, ce qui est cohérent, bien entendu. On peut formuler des remarques similaires à celles du test précédent.

c) Test de traction équibiaxiale

Pour ce test, l'éprouvette est amarrée aux quatre vérins. On relève les valeurs des déformations en fonction de la charge appliquée de manière équibiaxiale. Les valeurs mesurées sont consignées dans le tableau suivant :

Tableau III.6 : Mesures des déformations en traction équibiaxiale

Charge (kN)	J1	J2	J3	J4	J5	J6
	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)
0	0	0	0	0	0	0
5	256	226	288	268	162	145
10	490	457	562	545	319	277
15	735	688	845	832	468	411
20	988	940	1130	1090	619	542
25	1231	1193	1408	1370	772	675
30	1488	1440	1687	1643	920	805
35	1756	1686	1965	1907	1068	950
40	2020	1927	2253	2175	1225	1088

Ce qui permet de tracer, en adoptant les mêmes échelles que précédemment, les courbes de tendances suivantes :

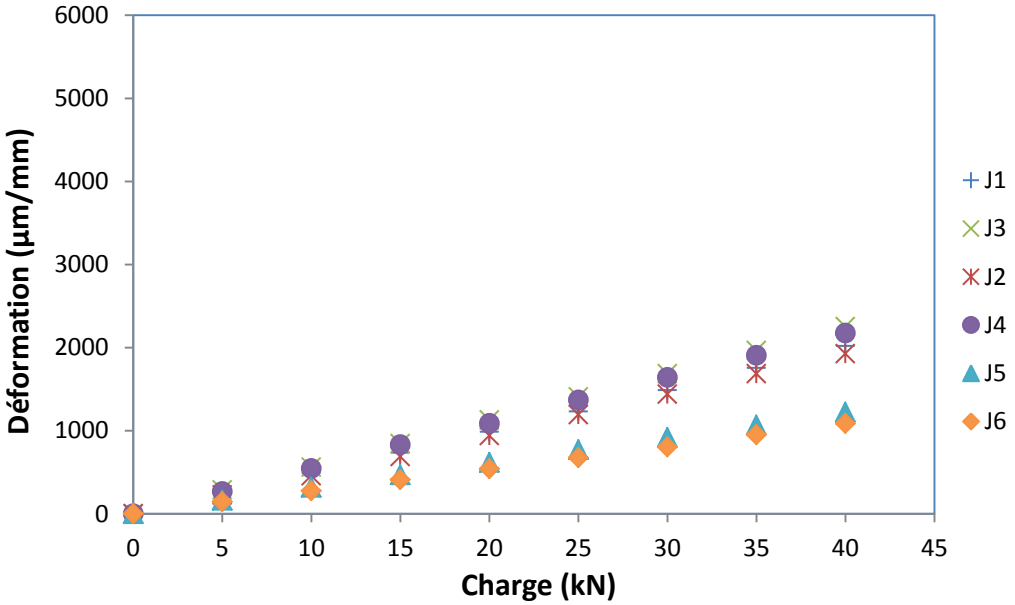


Figure III.20 : Mesures des déformations en traction en traction équibiaxiale

Le résultat de cet essai montre encore une fois la bonne corrélation qui existe entre les réponses de chaque paire de capteurs en correspondance, en effet, nous enregistrons la même déformation entre J1&J2, entre J3&J4 et entre J5&J6. Le comportement biaxial est bien respecté. La légère différence de mesure au centre que l'on observe entre les deux faces est probablement due aux incertitudes d'implantation des jauges.

Conclusion

De manière générale, l'ensemble de ces mesures mettent bien en évidence la bonne corrélation qui existe entre les déformations mesurées par les couples de jauges (J1, J3), (J2, J4) et (J5, J6) dont les emplacements se correspondent sur l'éprouvette. L'essai de traction équibiaxiale prouve que le comportement biaxial est respecté par le choix du pilotage de type modal, ce qui nous permet d'engager la campagne d'essais

en fatigue biaxiale de manière sereine. Par ailleurs, l'essai équibiaxial donne une indication sur le caractère isotrope du matériau de l'éprouvette c'est-à-dire que le sens du laminage ne paraît pas influencer.

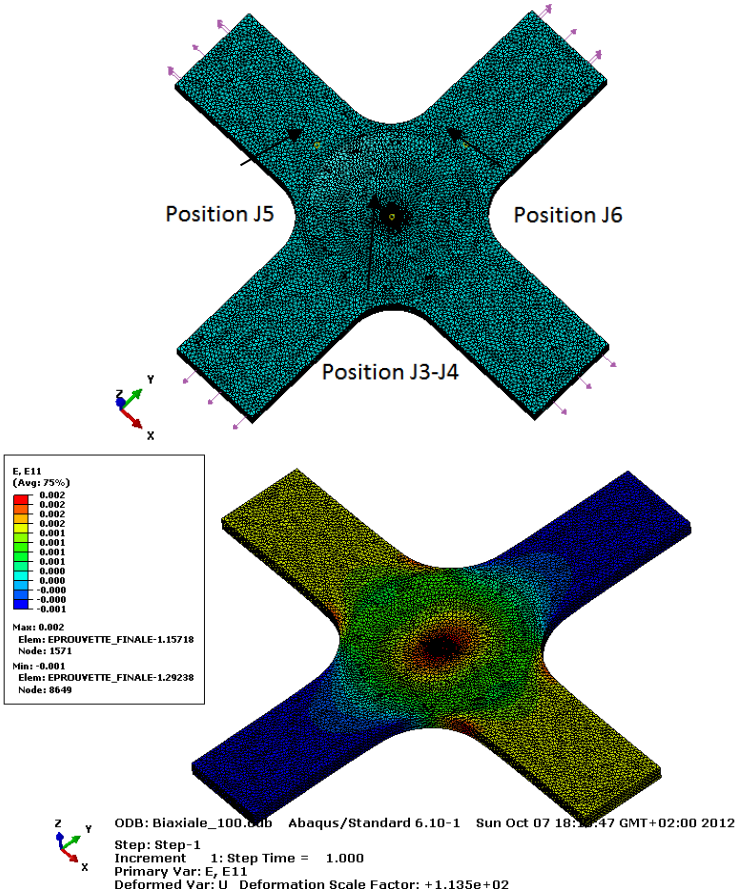
III.2.6 Simulation de la traction biaxiale sous Abaqus

a) Détermination du champ de déformation/contrainte dans l'éprouvette cruciforme numériquement

Compte tenu de la géométrie de notre éprouvette cruciforme, il ne nous est pas facile de déterminer, par un calcul analytique, la déformation sous chargement biaxial. L'accès au champ de déformation (ou de contrainte) dans l'éprouvette est rendu possible grâce à une modélisation numérique sous le code de calcul ABAQUS. La simulation est alors réalisée pour différentes configurations de chargement et on valide le modèle avec les mesures issues des jauges de déformation. (cf. Annexe III).

Sur les figures ci-dessous, nous donnons le résultat d'un exemple de calcul correspondant à une force appliquée de 40kN sur chacun des points d'attaches de l'éprouvette. On représente le calcul de la déformation selon les axes X et Y ainsi que la contrainte de Von Mises en tout point de l'éprouvette.

Modèle de calcul



Déformation

ε_{11} ou ε_{22}

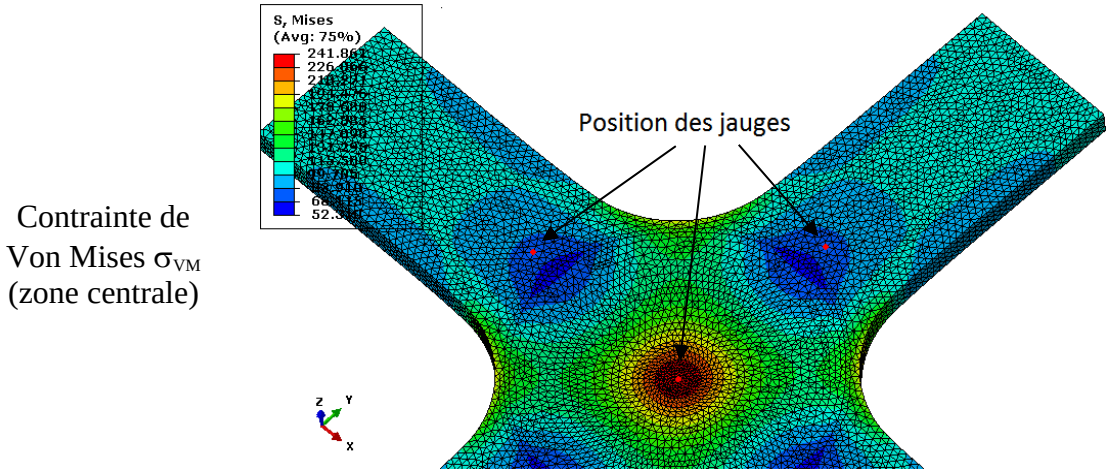


Figure III.21: Champ de déformation/contrainte en traction équibiaxiale sous 40 kN

b) Comparaison calcul/mesure de déformation

Le résultat de calcul des déformations, en traction biaxiale sous 40 kN, permet de :

- Faire une analyse de la distribution du champ de déformation au centre et au voisinage du centre, ainsi, nous pouvons constater que la région de déformation maximale est la région située dans le cercle centré sur le milieu de l'éprouvette et de diamètre d'environ 1 cm.

- Faire la comparaison avec les mesures réalisées par les jauges de déformation aux endroits où sont localisés ces capteurs, ainsi, le tableau ci-dessous, dresse la comparaison de l'ensemble des valeurs mesurées et de celles calculées aux positions des jauges.

Tableau III.7 : Comparaison de la déformation calculée / mesurée

Charge (kN)	J1	J2	J3	J4	J5	J6
	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)	(µm/mm)
5	285 / 256	285 / 225	285 / 288	285 / 268	134 / 162	133 / 145
10	571 / 490	571 / 457	571 / 562	571 / 545	267 / 319	266 / 277
15	856 / 735	856 / 688	856 / 845	856 / 832	401 / 468	399 / 411
20	1141 / 988	1141 / 940	1141 / 1130	1141 / 1090	534 / 619	532 / 542
25	1427 / 1231	1427 / 1193	1427 / 1408	1427 / 1370	668 / 772	664 / 675
30	1712 / 1488	1712 / 1440	1712 / 1687	1712 / 1643	801 / 920	797 / 805
35	1998 / 1756	1998 / 1686	1998 / 1965	1998 / 1907	935 / 1068	930 / 950
40	2283 / 2020	2283 / 1927	2283 / 2253	2283 / 2175	1068 / 1225	1063 / 1088

L'ensemble des valeurs de ce tableau montre que les valeurs calculées collent assez bien aux valeurs mesurées. A titre d'exemple, l'erreur calculée est voisine de 2%

pour la comparaison avec les jauges J3 et J6 et de 4% pour la comparaison avec J4. La figure ci-dessous en est l'illustration.

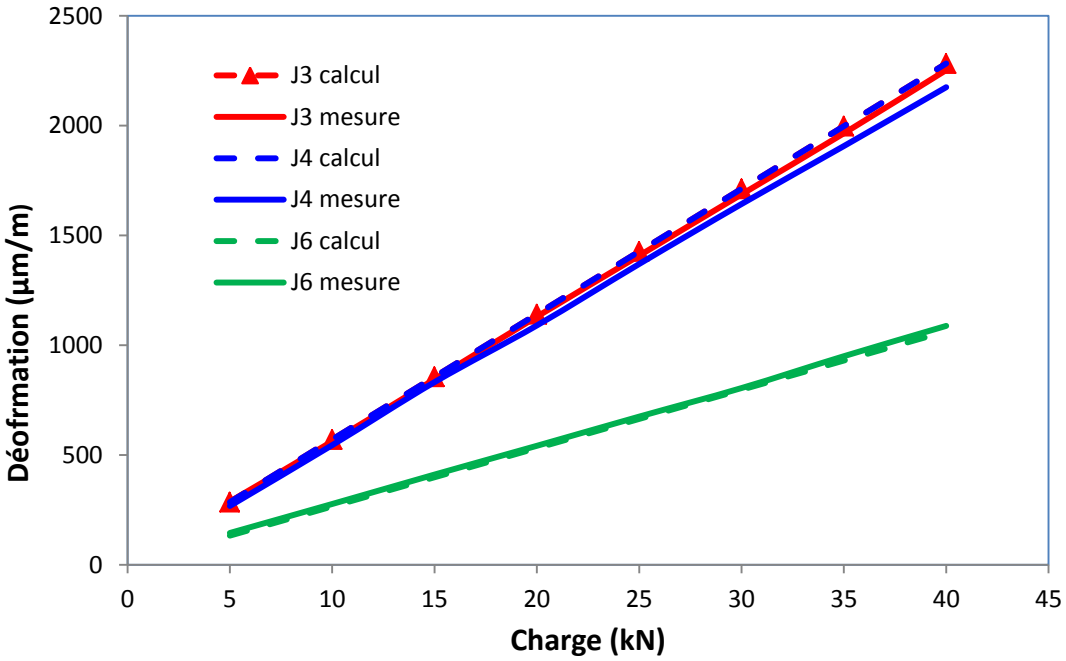


Figure III.22 : Comparaison calcul/mesure des déformations sur une même face

c) Effet de la biaxialité

Comme nous l'avion expliqué précédemment, les mesures extensométriques ont montré que l'essai de traction uniaxial sur l'éprouvette cruciforme crée bien entendu, une déformation d'extension selon l'axe de l'application de la force, mais, crée également une déformation de compression selon l'axe transversal dans la **zone centrale** de l'éprouvette, cette déformation de compression redevient d'extension à partir d'une certaine distance du centre.

Nous avons vérifié que le calcul Abaqus prédit le même comportement que celui décrit précédemment.

Le phénomène de compression n'est pas observé dans le cas de la traction biaxiale.

De plus, les valeurs des déformations atteintes dans le cas biaxial sont largement inférieures à celles du cas uniaxial. Si on se limite à l'analyse au centre de l'éprouvette soumise à 40 kN, entre les déformations longitudinales et transversales, on vérifie aussi bien par le calcul que par les mesures que nous avons typiquement les rapports suivants:

$$\frac{\varepsilon_L(1D)}{\varepsilon_L(2D)} \approx 2,4 \quad ; \quad \frac{\varepsilon_T(1D)}{\varepsilon_T(2D)} \approx 1,4$$

La figure ci-dessous montre la comparaison entre les déformations mesurées au centre de l'éprouvette dans le cas de la traction uniaxiale et biaxiale, sur la face où sont situées les jauges J1 (axe longitudinal en 1D) et J2 (axe transversal en 1D).

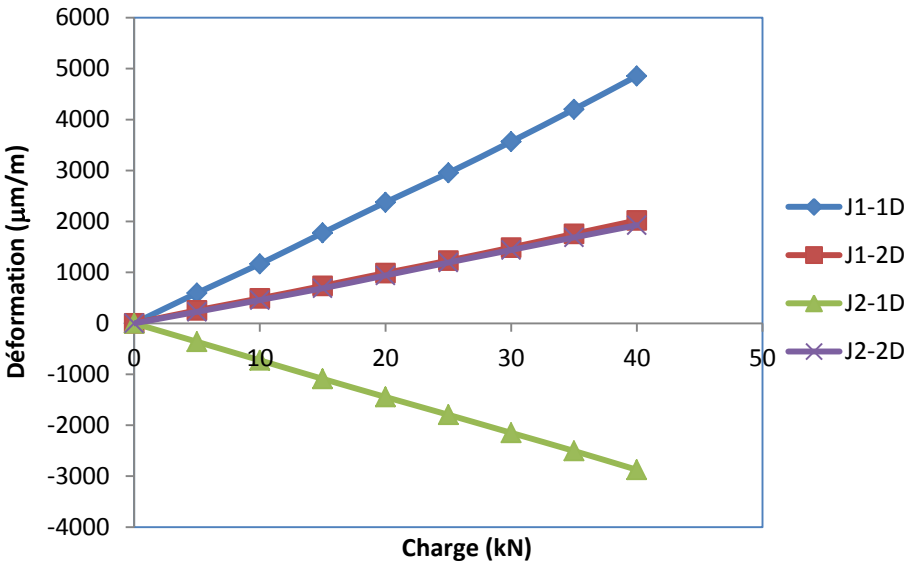


Figure III.23 : Comparaison des déformations de traction uniaxiale/biaxiale au centre de l'éprouvette

Cet écart en déformation, se traduit par un écart en contrainte assez important, ainsi au centre de l'éprouvette, nous avons les valeurs de contrainte de Von Mises suivantes :

Traction uniaxiale Traction biaxiale

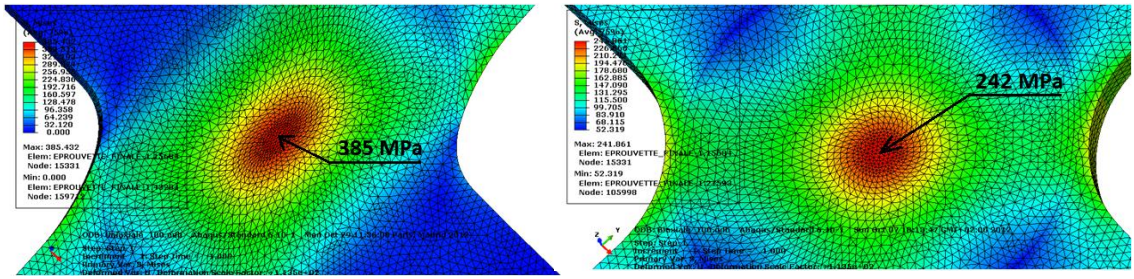


Figure III.24 : Contrainte au centre de l'éprouvette : comparaison traction 1D/2D

Conclusion :

Les résultats de calcul EF étant corroborés par les résultats expérimentaux, nous pouvons valider le modèle et l'utiliser de manière fiabilisée pour accéder au champ de déformation/contrainte en tout point de l'éprouvette. En particulier, ces résultats seront mis à profit pour définir le programme expérimental en fatigue biaxiale (voir ultérieurement). Nous notons, en particulier, que la valeur de la contrainte de Von mises calculée au centre de l'éprouvette est voisine de 242 MPa et on rappelle la limite d'élasticité du matériau qui est de 290MPa.

III.3 Essais de fatigue et de cumul du dommage en fatigue biaxiale

Si la base des données de la littérature est très riche en ce qui concerne les essais de fatigue uniaxiaux et ce pour un bon nombre de matériaux métalliques, il en est loin d'être de même pour les essais biaxiaux et notamment les essais biaxiaux de type XY (cf. I.3 page 51). Il en est également de même pour la pratique des essais : les normes des essais biaxiaux sont pratiquement inexistantes comparativement par rapport aux essais uniaxiaux qui sont régis par des normes bien définies selon la nature du test et le type du matériau.

Notre système d'essais étant modulaire, un choix fait lors de l'acquisition du matériel par le laboratoire, pour des raisons pratiques en relation avec la demande des industriels partenaires. Cet avantage, devient quelque peu pénalisant dans la configuration du test biaxial XY. En effet, pour garantir une biaxialité parfaite, il faudrait pouvoir réaliser un positionnement et un alignement quasi parfaits des quatre vérins avec l'éprouvette cruciforme, chose qui n'est pas forcément très aisée à faire. Le défaut de positionnement n'est pas facilement quantifiable.

a) Préparation d'un essai

Afin que l'asservissement en régulation modale soit réalisé au mieux, on place sur chacun des deux axes modaux deux vérins de technologie identique : l'axe modal V1-V3 (± 75 mm) et l'axe modal V2-V4 (± 25 mm). Un point important également réside dans le réglage des boucles d'asservissement des vérins (valeurs des PID), en effet, il faut absolument s'assurer que le comportement dynamique des deux vérins soit identique : chose assez délicate dans la réalité.

Du faite de cette configuration, la fréquence optimale de conduite des essais a été fixée à la valeur de 5 Hz, valeur assez basse, certes, mais au-delà de laquelle les signaux de retour sont parasités.

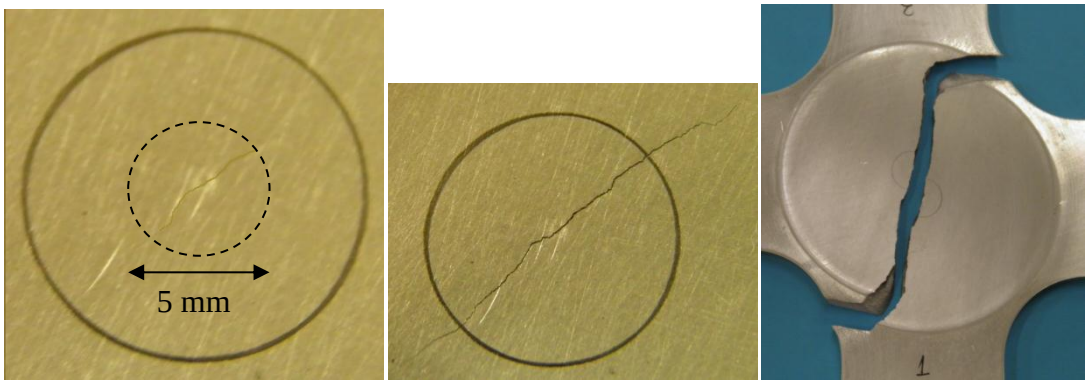
Lors du déroulement de chaque test, on procède à l'enregistrement les valeurs des positions et forces modales pour les quatre vérins et ce jusqu'à rupture de l'éprouvette.

b) Méthode de détection de l'amorçage de fissure de fatigue

Nous admettons que la rupture de l'éprouvette est obtenue dès l'amorçage d'une fissure de fatigue. On occulte par conséquent, toute la phase de propagation dans notre étude. Nous rappelons que le critère d'amorçage de fissuration est souvent pris comme critère d'endommagement et de rupture dans un bon nombre de travaux de recherche.

Une caméra numérique a été utilisée pour la détection de l'amorçage de fissure, focalisant sur le centre de l'éprouvette, lieu prévu à l'amorçage, et reliée à un écran haute définition. Dès lors qu'une fissure est observée, on relève la valeur du nombre de cycles correspondant. On poursuit ensuite l'essai jusqu'à rupture complète de l'éprouvette. Comme le montre les figures ci-dessous, le processus d'endommagement

est initié au centre de l'éprouvette, lieu de la concentration de contrainte. La fissure créée se propage, le plus souvent suivant la bissectrice jusqu'à rupture totale. Nous avons également constaté que d'autres modes de ruine peuvent se produire (cf. plus haut).



a) Phase d'amorçage b) Phase de propagation c) Mode de rupture

Figure III.25 : Processus de fin de vie d'une éprouvette en fatigue biaxiale

Une analyse post-traitement de l'enregistrement temporel du test après rupture, nous permet de remonter avec plus de finesse, à l'instant d'amorçage et donc au nombre de cycles associé qui constitue l'information recherchée. Cette analyse est basée sur l'exploitation des enregistrements temporels des niveaux d'amplitude de chacun des vérins, que ce soit en force ou en position.

III.3.1 Protocole de la campagne d'essais équibiaxiaux

Comme nous l'avions dit auparavant, nous avons réalisé trois catégories d'essais, avec chargement à amplitude constante, avec chargement par blocs et avec chargement par blocs répétés. Tous les chargements sont appliqués de manière équibiaxiale. Ci-après, nous présentons uniquement le programme de ces essais, quant à l'exploitation des résultats expérimentaux correspondants, ils feront l'objet du prochain chapitre IV.

III.3.1.1 Essais de fatigue biaxiale avec chargement à amplitude constante

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble de ces essais (éprouvettes E5 à E18). Tous ces essais sont réalisés en phase, à la fréquence de 5 Hz et avec un rapport de charge R=0,1.

Tableau III.8 : Résultats des essais de fatigue équibiaxiale « Chargement à amplitude constante »

N°	F_x (Axe 1-3)		F_y (Axe 2-4)		σ_{VM}	% de R_e	N_r
	F_{max}	σ_{max}	F_{max}	σ_{max}			
	(kN)	(MPa)	(kN)	(MPa)	(MPa)		
E5	36	90	36	90	217	75	607416
E6	36	90	36	90	217	75	1200000
E7	40	100	40	100	241	84	1380088

E8	43	107,5	43	107,5	259	90	172630
E9	40	100	40	100	241	84	536348
E10	43	107,5	43	107,5	259	90	208397
E11	40	100	40	100	241	84	675545
E12	43	107,5	43	107,5	259	90	127514
E13	40	100	40	100	241	84	160984
E14	40	100	40	100	241	84	953281
E15	45	112,5	45	112,5	271	94	140039
E16	36	90	36	90	217	75	472644
E17	40	100	40	100	241	84	788626
E18	36	90	36	90	217	75	1534476

Les images suivantes montrent les différents modes d'endommagement et de rupture de ces éprouvettes.

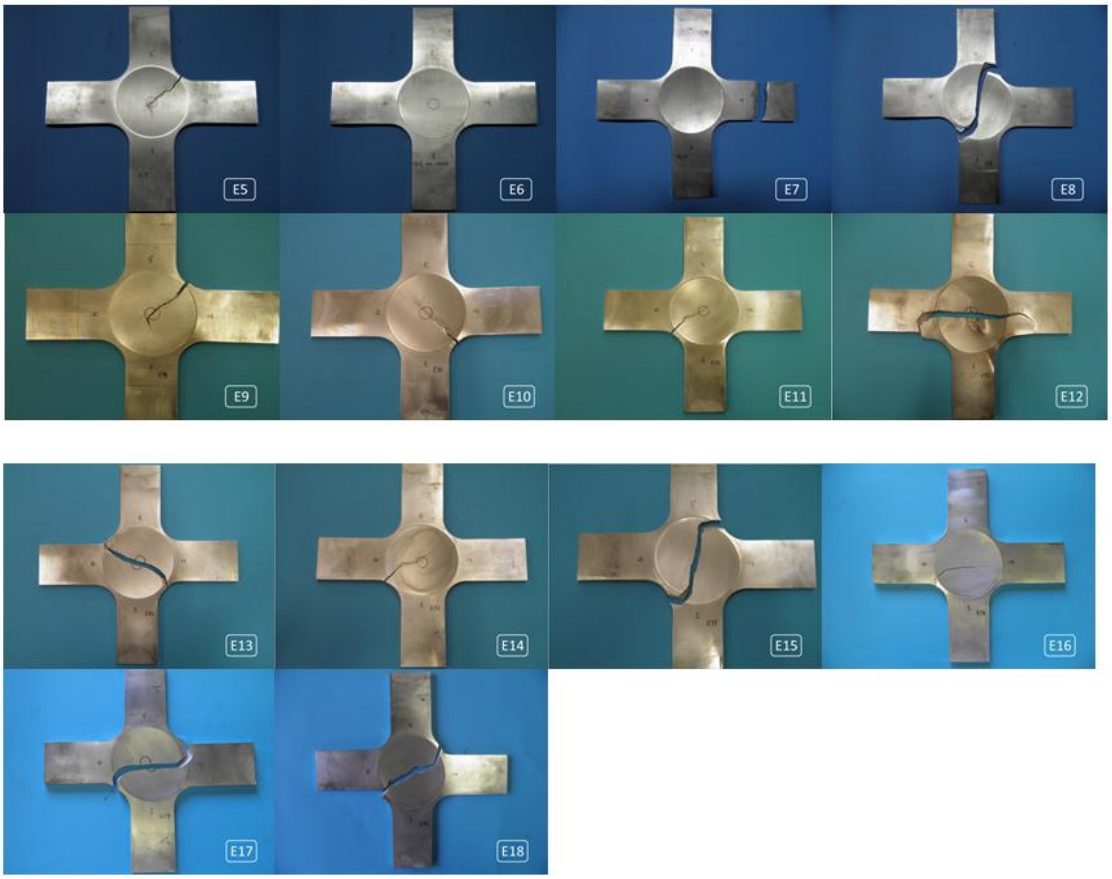


Figure III.26 : Typologie des différents modes d'endommagement des éprouvettes

Nous pouvons tracer alors la courbe S-N biaxiale, une courbe de Wöhler en quelque sorte, que nous nous proposons de comparer avec la vraie courbe de Wöhler issue des essais 1D. Ce qui donne le résultat suivant :

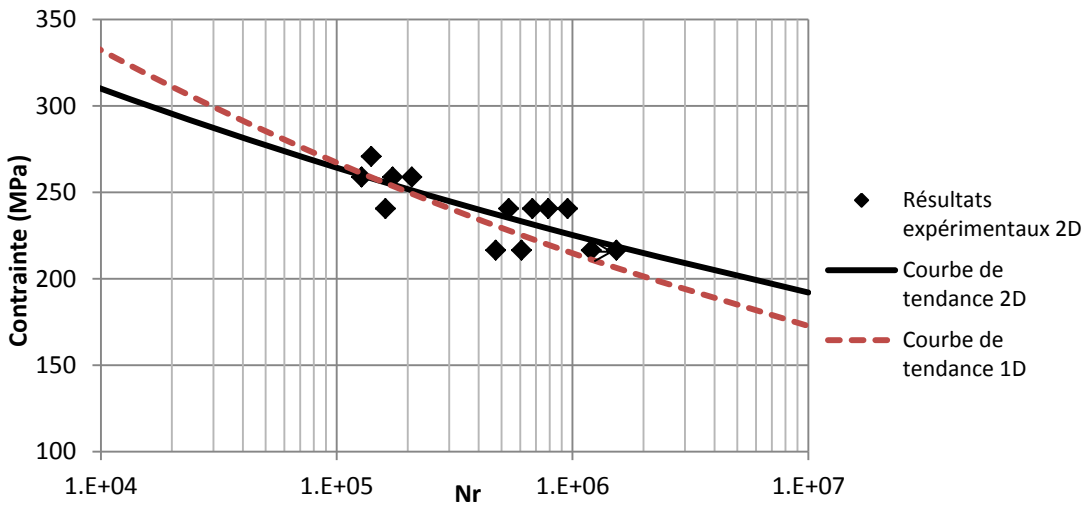


Figure III.27 : Comparaison des courbes S-N de traction uniaxiale et biaxiale

III.3.1.2 Essai de cumul en fatigue équibiaxiale avec chargements par blocs

Afin d'étudier l'effet du chargement sur le cumul d'endommagement en fatigue équibiaxiale, nous avons procédé à l'analyse de deux types d'essais :

1) Essais de cumul d'endommagement avec 2 niveaux de chargement constitués par 2 blocs. Quatre essais sont dédiés (éprouvettes E1 à E4 du tableau III.9 ci-dessous). Les 2 blocs sont appliqués toujours dans le même ordre.

Tableau III.9 : Résultats des essais de cumul de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs à deux niveaux de contrainte »

N°	Niveau de bloc	Fx (Axe1-3) F_{max} (kN)	Fy (Axe2-4) F_{max} (kN)	σ_{VM} (MPa)	% de R_e	Nombre de cycles n_i	Nombre de cycles N_r
E1	1er	33	33	199	69%	200000	509691
	2e	40	40	241	84%	309691	
E2	1er	33	33	199	69%	200000	274374
	2e	40	40	241	84%	74374	
E3	1er	33	33	199	69%	200000	251084
	2e	40	40	241	84%	51084	
E4	1er	33	33	199	69%	200000	307852
	2e	40	40	241	84%	107852	

2) Essais de cumul d'endommagement avec 3 niveaux de chargement. Dix-sept essais sont dédiés (éprouvettes E22 à E38 du tableau III.9). Les 3 blocs sont appliqués dans un ordre croissant (E22 à E26), décroissant (E27 à E32) ou encore sans ordre « ordre aléatoire » (E33 à E38). Ces trois chargements sont illustrés par les figures suivantes :

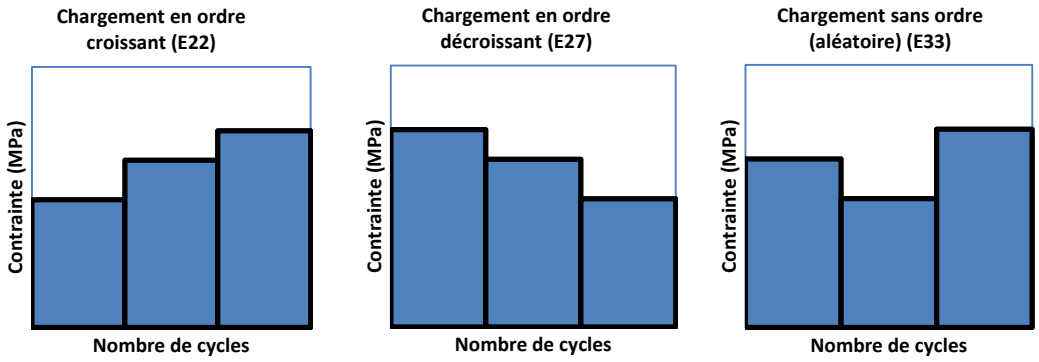


Figure III.28 : Différentes ordre de chargement pour l'essai biaxial

Tableau III.10 : Résultats des essais de cumul de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs à trois niveaux de contrainte »

N°	Niveau de bloc	Fx (Axe1-3) F_{max} (kN)	Fy (Axe2-4) F_{max} (kN)	σ_{VM} (MPa)	% de R_e	Nombre de cycles n_i	Nombre de cycles N_r
E22	1er	38	38	229	79%	100000	276336
	2e	42	42	253	88%	50000	
	3e	45	45	271	94%	126336	
E23	1er	38	38	229	79%	100000	405615
	2e	42	42	253	88%	50000	
	3e	45	45	271	94%	255615	
E24	1er	38	38	229	79%	100000	295002
	2e	42	42	253	88%	50000	
	3e	45	45	271	94%	145002	
E25	1er	38	38	229	79%	300000	503976
	2e	42	42	253	88%	100000	
	3e	45	45	271	94%	103976	
E26	1er	38	38	229	79%	300000	573716
	2e	42	42	253	88%	100000	
	3e	45	45	271	94%	173716	
E27	1er	45	45	271	94%	30000	910000
	2e	42	42	253	88%	80000	
	3e	38	38	229	79%	800000	
E28	1er	45	45	271	94%	100000	106515
	2e	42	42	253	88%	6515	
	3e	38	38	229	79%	-	

E29	1er	45	45	271	94%	30000	1163710
	2e	42	42	253	88%	80000	
	3e	38	38	229	79%	1053710	
E30	1er	45	45	271	94%	50000	780681
	2e	42	42	253	88%	100000	
	3e	38	38	229	79%	630681	
E31	1er	45	45	271	94%	50000	74691
	2e	42	42	253	88%	24691	
	3e	38	38	229	79%	-	
E32	1er	45	45	271	94%	50000	430281
	2e	42	42	253	88%	100000	
	3e	38	38	229	79%	280281	
E33	1er	42	42	253	88%	100000	246655
	2e	38	38	229	79%	146655	
	3e	45	45	271	94%	-	
E34	1er	42	42	253	88%	100000	210911
	2e	38	38	229	79%	110911	
	3e	45	45	271	94%	-	
E35	1er	42	42	253	88%	80000	566950
	2e	38	38	229	79%	300000	
	3e	45	45	271	94%	186950	
E36	1er	42	42	253	88%	80000	511736
	2e	38	38	229	79%	300000	
	3e	45	45	271	94%	131736	
E37	1er	34	42	232	80%	400000	612076
	2e	37	38	252	88%	100000	
	3e	40	45	273	95%	112076	
E38	1er	34	42	232	80%	400000	698601
	2e	37	38	252	88%	100000	
	3e	40	45	273	95%	198601	

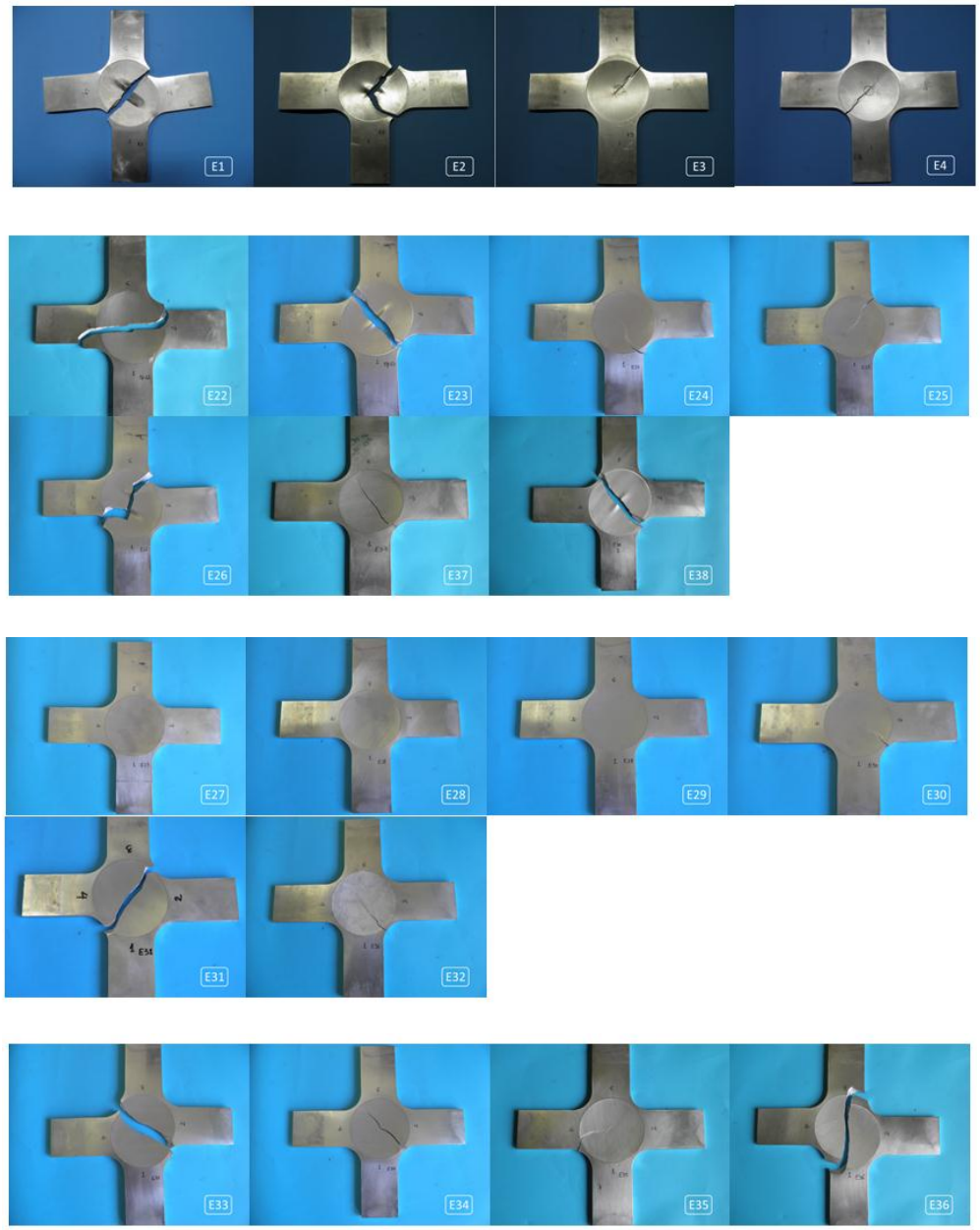


Figure III.29 : Typologie des différents modes d'endommagement

III.3.1.3 Essai de cumul en fatigue équibiaxiale avec chargements par blocs répétés

Le chargement est constitué d'une séquence de 2 blocs et on répète cette séquence (appelée alors boucle) jusqu'à rupture de l'éprouvette. Trois essais sont dédiés (éprouvettes E19 à E21 du tableau III.11). Ce chargement est illustré par la figure suivante :

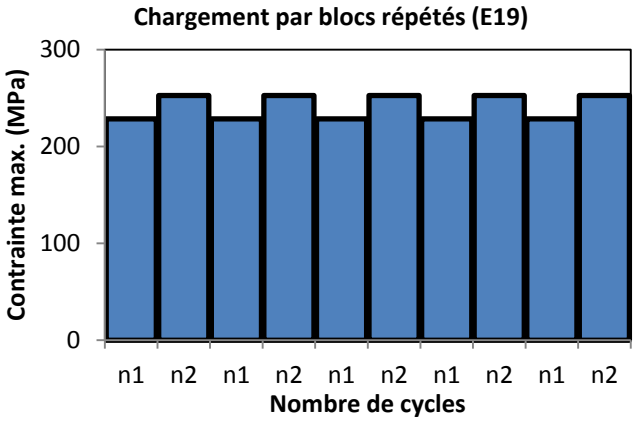


Figure III.30 : Illustration de l'essai biaxial en cumul par blocs répétés

Tableau III.11 : Résultats des essais de fatigue équibiaxiale « Chargement par blocs répétés »

N°	Fx (Axe1-3)	Fy (Axe2-4)	Nb. de cycles en une boucle	Nr
	F_{max}	F_{max}		
	(kN)	(kN)		
E19	36	36	200	847332
	40	40	100	
E20	36	36	200	290018
	40	40	100	
E21	36	36	200	1084739
	40	40	100	

Figure III.31 : Typologie des différents modes d'endommagements

III.3.2 Fractographie

Dans le but d'une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement des éprouvettes en fonction de la variété des conditions de chargement, une analyse fractographique d'un échantillon d'éprouvettes endommagées a été réalisée grâce à des observations au Microscope électronique en Balayage (MEB). Les sites d'amorçages ont été recherchés grâce à des observations délicates des faciès et des arêtes des faciès de rupture ainsi que le repérage de l'orientation des stries de fatigue.

Les photos de la figure III.32 montrent un exemple d'observation microstructurale faite sur l'éprouvette E17. Le site d'amorçage a été identifié par l'observation des différentes stries correspondant à l'initiation et à la propagation des fissures de fatigue en différents points du facies. On montre également que leurs orientations respectives convergent vers un site d'amorçage unique, soit le centre de l'éprouvette.

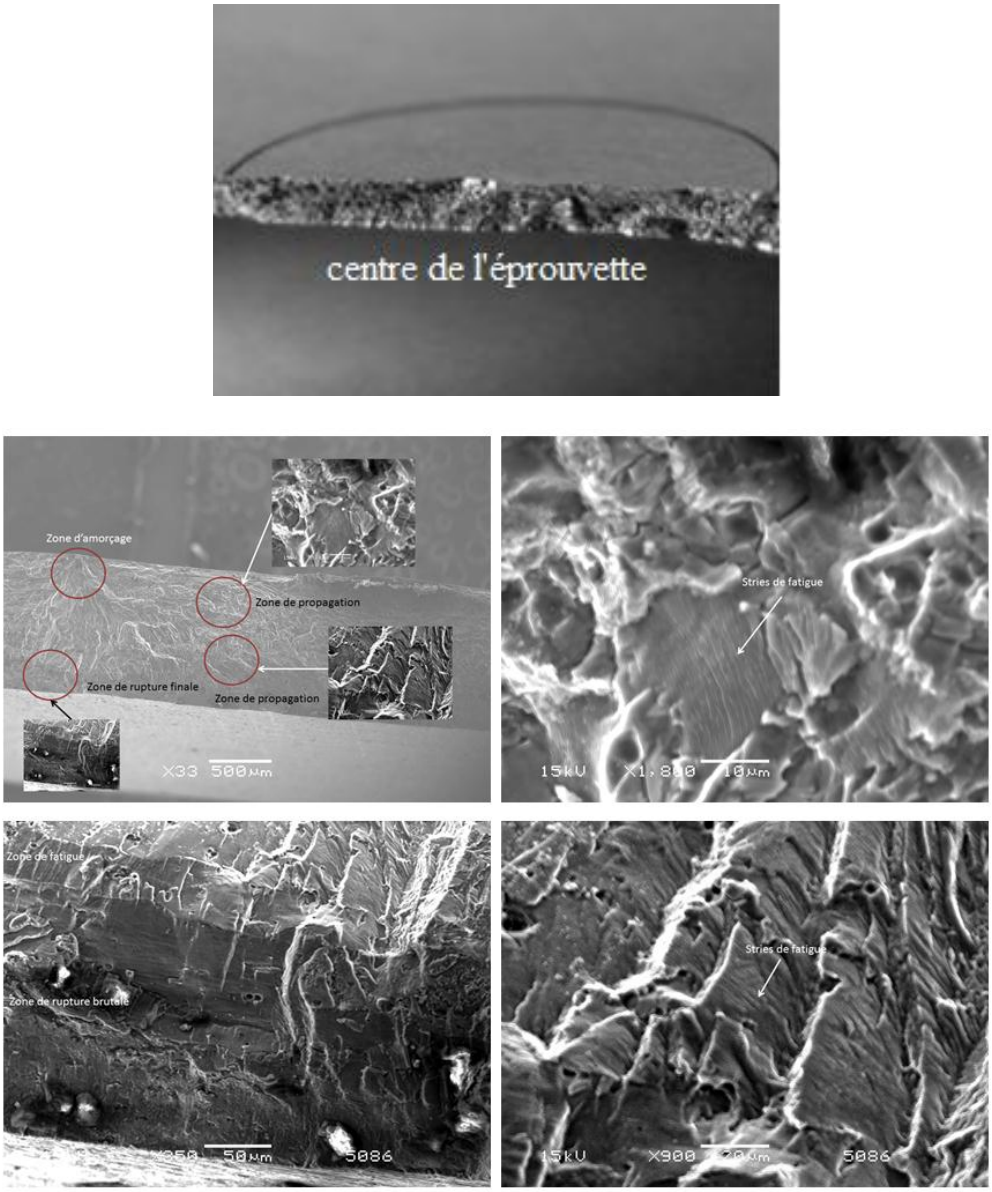


Figure III.32 : Observation de l'amorçage de fissures de fatigue depuis le centre de l'éprouvette

Chapitre IV
Analyse et interprétation des résultats

Dans ce chapitre, nous nous proposons de tirer profit des résultats de l'étude expérimentale présentée au chapitre précédent notamment pour tester quelques critères et lois de cumul en fatigue multiaxiale.

Le chapitre comporte trois parties, la première partie est consacrée au calcul des limites d'endurance sous les trois types de chargement (σ_{-1}, σ_0, τ_{-1}) à partir des résultats d'essais uniaxiaux avec R=0,1. Dans la deuxième partie, on détermine les contraintes équivalentes en prenant en compte certains critères de fatigue multiaxiaux (critère de Sines, critère de Dang Van et critère de Robert). Enfin et dans la troisième partie, nous comparons les durées de vie obtenues avec de nos résultats d'essais biaxiaux avec les résultats de prévision délivrés par certaines lois de cumul en fatigue multiaxiale (Miner, DSM+Sines, DSM+Dang Van, DSM+Robert).

IV.1 Caractéristiques de fatigue de l'alliage Al-6082-T6

IV.1.1 Courbes S-N en fatigue uniaxiale et biaxiale

L'utilisation du modèle de prévision de durée de vie et de calcul d'endommagement DSM que nous proposons au chapitre II (cf. II.2.3), nécessite au préalable la connaissance de la courbe de Wöhler du matériau rappelée par la figure IV.1 (a).

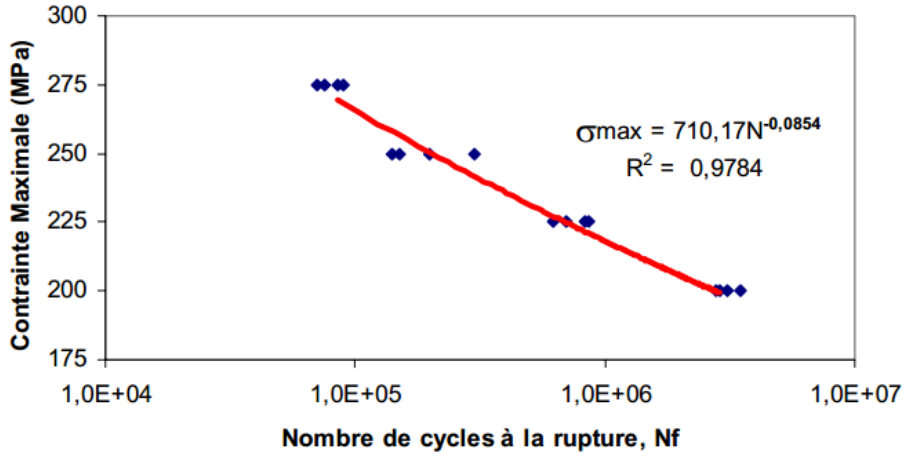
De manière analogue à la courbe de Wöhler, nous avons réalisé des essais de façon à établir la courbe S-N en fatigue équibiaxiale. Cette courbe est rappelée par la figure IV.1 (b). Un premier constat réside dans la dispersion des durées de vie, le cas biaxial se caractérise par une dispersion beaucoup plus importante que celle du cas uniaxial. Cette différence pourrait être expliquée en partie par la nature même de l'essai biaxial, à savoir en particulier :

- Les incertitudes inhérentes à l'usinage de l'éprouvette,
- L'incertitude liée aux alignements des vérins,
- La difficulté de réaliser une biaxialité parfaite de l'éprouvette lors de son amarrage aux vérins.

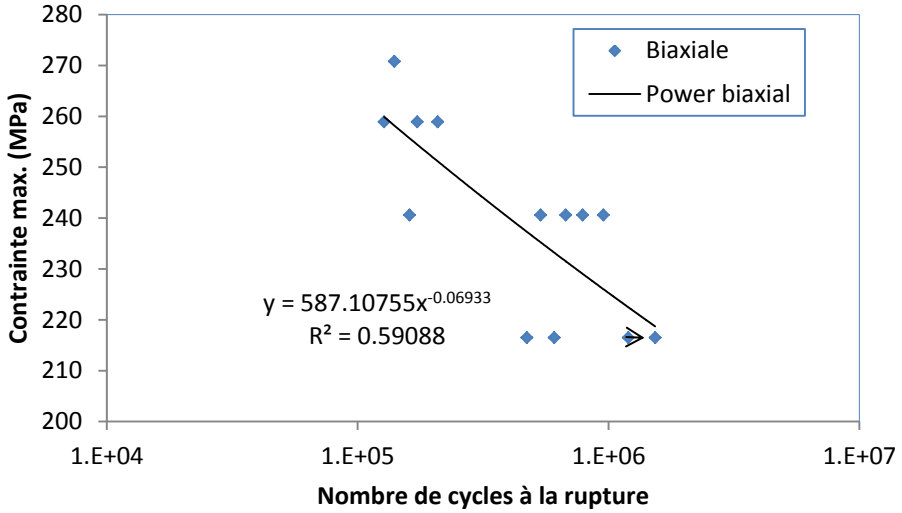
La courbe S-N équibiaxiale nous servira de deux manières, d'abord pour vérifier les performances des critères de fatigue multiaxiale (Sines, Dang Van, Robert) qui se fera au paragraphe IV.2.1, ensuite, pour déterminer les durées de vie de l'éprouvette sous différents niveaux de chargement par l'application de la loi de Miner. Bien entendu,

nous pourrons d'ores et déjà nous attendre à une prédiction qui sera affectée par la dispersion des résultats de la courbe S-N biaxiale.

Sur la figure IV.2, nous superposons les résultats S-N des deux cas uniaxial et équibiaxial afin de faciliter leur comparaison.



(a)



(b)

Figure IV.1 : (a) Courbe S-N de l'alliage Al-6082-T6 ; (b) Courbe S-N en fatigue équibiaxiale

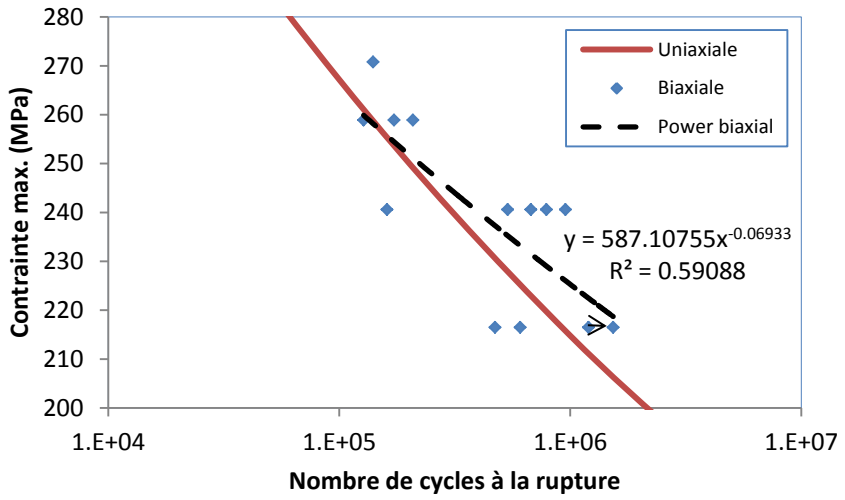


Figure IV.2 : Comparaison des courbes S-N uniaxiale/ équibiaxiale

IV.1.2 Caractéristiques de fatigue

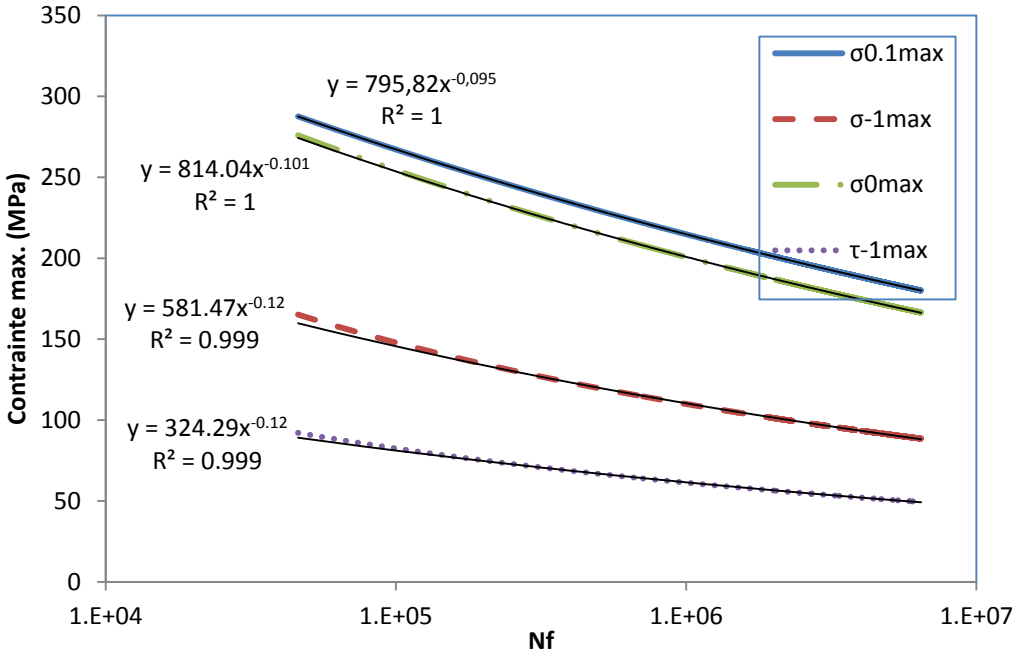
Comme évoqué au chapitre II, l'un des enjeux industriel majeurs est de pouvoir disposer d'un outil permettant de dimensionner et de concevoir les produits devant tenir en fatigue. En pratique, on ne recherche pas la limite en fatigue théorique pour laquelle on obtient une durée de vie infinie, mais, on utilise plutôt la limite d'endurance déterminée pour une grande durée de vie cependant limitée entre 10^7 et 3.10^7 cycles. Ce qui fait appel à aux limites d'endurances du matériau $(\sigma_{-1}, \sigma_0, \tau_{-1})$ peuvent être estimées par les courbes S-N.

Avant la mise en application du modèle de prévision de durée de vie DSM, il nous est nécessaire de déterminer les limites d'endurances en fatigue uniaxiale du matériau à l'aide des courbes S-N correspondant aux rapports de charge en contraintes répétées et en contraintes alternées symétriques.

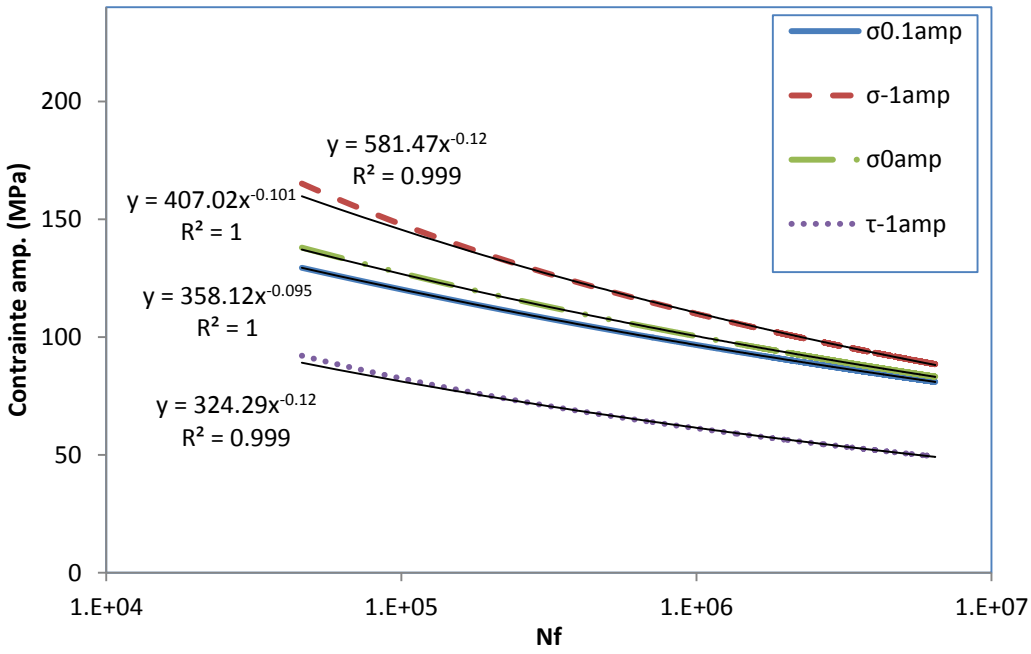
La détermination de ces courbes a été réalisée, sous Matlab, à partir de la connaissance de la courbe S-N en traction de rapport de charge R=0,1, tout en se basant sur une modélisation simplifiée (diagramme de Haigh utilisant le modèle de la parabole de Gerber). Les courbes résultantes de cette modélisation sont représentées sur un diagramme à échelle linéaire-logarithmique.

Il faut noter que, pour nos essais (R=0,1), la valeur de la contrainte maximale est différente de la valeur de l'amplitude de la contrainte, il est donc nécessaire d'étudier les résultats dans les deux cas : contrainte maximale et amplitude de la contrainte.

La figure IV.3 représente les tendances des courbes S-N obtenues pour les différents rapports de charge : $\sigma_{0,1}(N), \sigma_{-1}(N), \sigma_0(N), et\ \tau_{-1}(N)$. La figure IV.3 a) représente la contrainte maximale et la figure IV.3 b) représente l'amplitude de la contrainte. Les courbes de tendance associées à ces courbes S-N sont représentées sous la forme de Basquin. Le tableau IV.1 et IV.2 récapitulent l'ensemble des coefficients de Basquin pour les deux représentations a) et b).



a)



b)

Figure IV.3 : Les limites d'endurance : a) en terme de contrainte maximale ; b) en terme d'amplitude de contrainte

Tableau IV.1 : Coefficients de Basquin pour les différents types de limites d'endurance obtenues ave la représentation

Coefficients de Basquin	$\sigma_{0,1}$max	σ_{-1}max	$\sigma_0$max	τ_{-1}max
a	795,82	581,47	814,04	324,29
b	-0,0948	-0,12	-0,101	-0,12

Tableau IV.2 : Coefficients de Basquin sous différents types de limites d'endurance obtenues avec la représentation

Coefficients de Basquin	$\sigma_{0,1}$amp	σ_{-1}amp	$\sigma_0$amp	τ_{-1}amp
a	358,12	581,47	407,02	324,29
b	-0,095	-0,12	-0,101	-0,12

IV.2 Détermination des contraintes équivalentes de DSM

IV.2.1 Prédictions par les cirières de fatigue multiaxiale sous chargement constant

Pour examiner les prédictions des modèles dans le cas du cumul en fatigue en chargement par blocs, il nous semble nécessaire d'évaluer leurs performances pour les chargements constants. À cet effet, nous avons calculé les durées de vie de chaque niveau de contrainte, en respectant les conditions d'essai, par la méthode de durée de vie limitée, cette dernière a été présentée dans le chapitre II.

La figure IV.4 montre les résultats obtenus sous Matlab par les critères de fatigue multiaxiaux utilisés (Sines, Dang Van, Robert). On peut remarquer que les critères de Sines et Dang Van sont conservatifs, alors que le critère de Robert présente une très bonne prédiction. Ces résultats sont confirmés par les résultats de nos essais en cumul de fatigue.

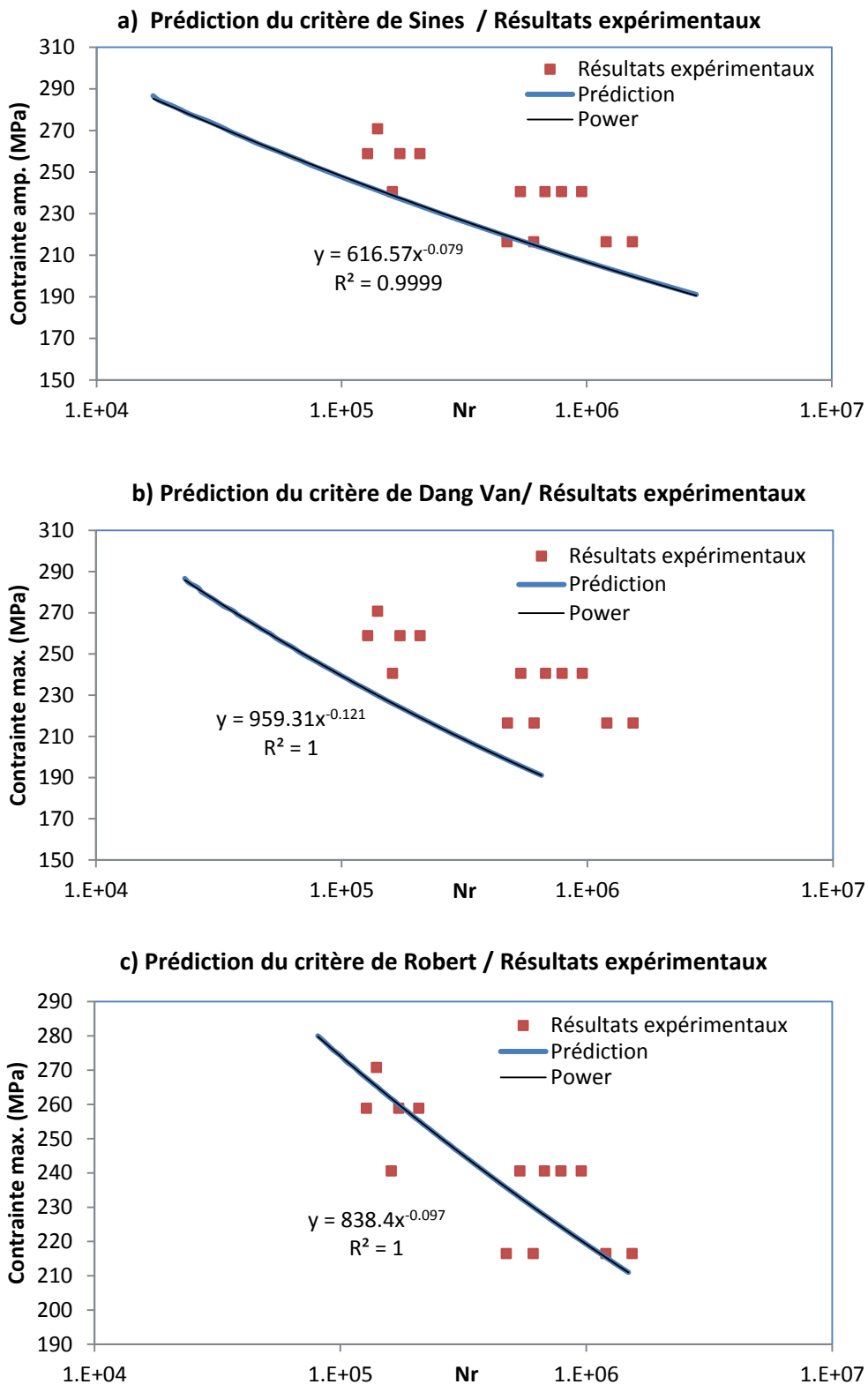


Figure IV.4 : Prédiction des durées de vie en fatigue équibiaxiale sous chargement constant par les critères de fatigue : a) critère de Sines, b) critère de Dang Van, c) critère de Robert

IV.2.2 Calcul des contraintes équivalentes et identification des paramètres

La contrainte équivalente est l'élément le plus important dans tout le processus de prédiction de la durée de vie. Elle prend en compte non seulement l'état de la contrainte subi par les éprouvettes pendant chaque essai, mais aussi contient des coefficients représentant les propriétés du matériau étudié. Le tableau IV.3 récapitule les fonctions des contraintes équivalentes des trois propositions (Sines, Dang Van, Robert).

À l'état de la rupture, la contrainte équivalente est égale à l'un de ces coefficients. De ce fait, le calcul de la contrainte équivalente revient donc au calcul de ce coefficient.

Tableau IV.3 : Récapitulatif des contraintes équivalentes à l'état de rupture

Sines	$\sigma_{eqSI}(N_r) = \tau_{oct,a} + \alpha_{SI}(N_r) \cdot \Sigma_{H_{moy}} = \beta_{SI}(N_r)$	$\beta_{SI}(N) = \sqrt{\frac{2}{3}}\tau_{-1}(N)$
Dang Van	$\sigma_{eqDV}(N_r) = \tau_{max} + a_{DV}(N_r) \cdot \sigma_h = b_{DV}(N_r)$	$b_{DV}(N) = \tau_{-1}(N)$
Robert	$\sigma_{eqRB}(N_r) = \tau_{na} + \alpha_{RB}(N_r) \cdot \sigma_{nna} + \beta_{RB}(N_r) \cdot \sigma_{nnm} = \theta(N_r)$	$\theta_{RB} = \tau_{-1}(N) \cdot \sqrt{\alpha_{RB}{}^2 + 1}$ $\alpha_{RB} = \frac{\frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} - 1}{\sqrt{\frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)} \cdot \left(2 - \frac{2 \cdot \tau_{-1}(N)}{\sigma_{-1}(N)}\right)}}$

Sur le figure IV.5, on représente deux sortes de courbes de tendance : l'une concerne le chargement appliqué en fonction de la durée de vie et l'autre concerne l'amplitude de la contrainte équivalente en fonction de la durée de vie pour les trois critères (Sines noté SI, Dang Van noté DV, Robert noté RB).

Sur la figure IV.6, on représente pour les mêmes critères, les courbes de tendance de la contrainte équivalente en fonction du chargement appliqué.

Les relations issues de ces courbes de tendance nous permettent de traduire le chargement en contrainte équivalente, ce qui nous permet de mettre en application notre modèle.

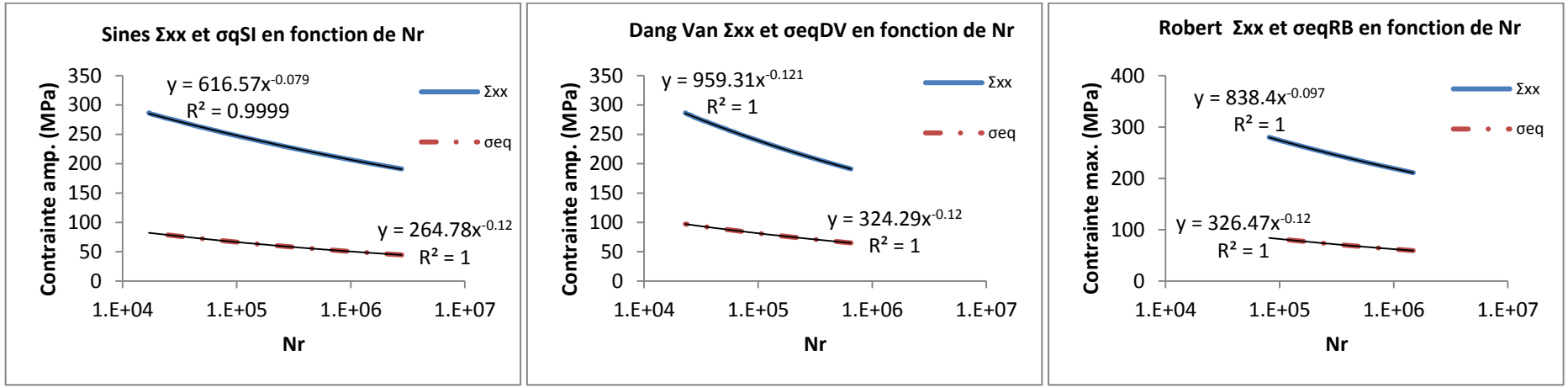


Figure IV.5 : Contrainte équivalente et chargement appliqué en fonction du nombre de cycles à la rupture.

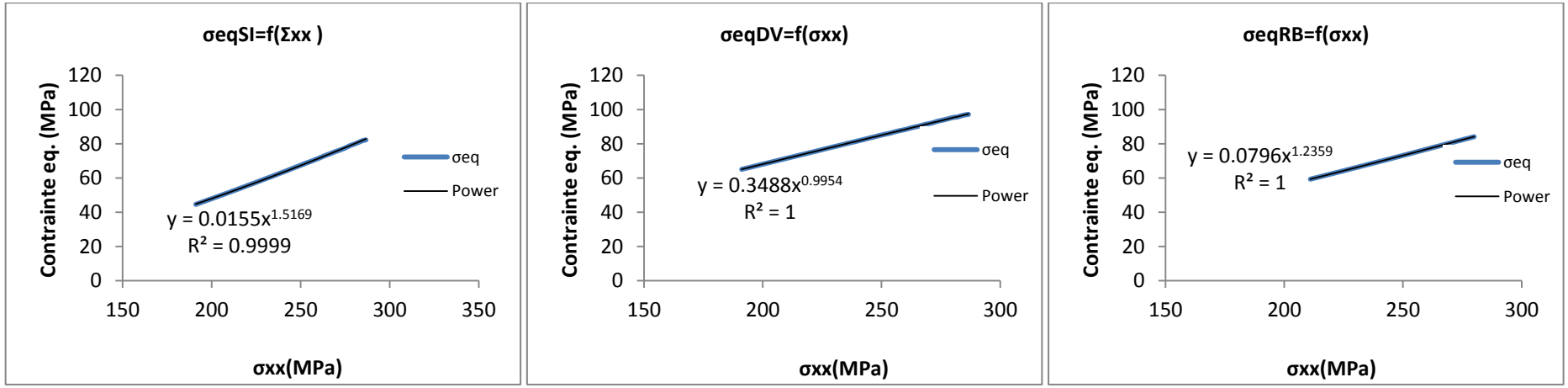


Figure IV.6 : Contrainte équivalente en fonction du chargement.

IV.3 Confrontation des résultats de prédiction des modèles aux résultats expérimentaux

IV.3.1. Résultats d'essais et de prédiction par les modèles

Dans cette partie, les résultats expérimentaux, ainsi que les résultats de prédiction du nombre de cycles au dernier niveau de contrainte sont présentés. Les résultats de prédiction sont issus des modèles de Miner, DSM+Sines, DSM+Dang Van et DSM+Robert. On notera que, pour les résultats expérimentaux, le cumul du dommage est calculé en utilisant le modèle de Miner.

IV.3.1.1. Essais par blocs en ordre croissant

Pour les essais de cumul de fatigue avec chargement par blocs en ordre croissant (bas-moyen-haut), nous regroupons l'ensemble des résultats dans les tableaux IV.4 (blocs à 2 niveaux) et IV.5 (blocs à 3 niveaux). Les valeurs de ces tableaux permettent de comparer le résultat expérimental (valeur notée Exp.) aux résultats de prédiction par les quatre critères.

Le principe de lecture du tableau se fait de la manière suivante : le $i^{ème}$ bloc est appliqué pendant un certain nombre de cycles (n_i) et le dernier bloc est appliqué jusqu'à la rupture de l'éprouvette. N_{fi} étant la durée de vie correspondant à n_i, fournie par la courbe S-N en fatigue biaxiale. La fraction de durée de vie r_i est égale au rapport n_i/N_{fi}. En ce qui concerne le dernier bloc appliqué, on fait figurer la valeur du nombre de cycles restants obtenu expérimentalement et par nos quatre modèles de prédiction. On utilise le signe « - », lorsque la prédiction pour les essais à trois niveaux de chargements est obtenue au deuxième niveau de chargement.

IV.3.1.2. Essais par blocs en ordre décroissant

Le tableau IV.6 récapitule de façon analogue qu'avant les conditions et les résultats des essais de cumul de fatigue avec le chargement par trois blocs en ordre décroissant (haut-moyen-bas).

IV.3.1.3. Essais par blocs en ordre aléatoire

Le tableau IV.7 regroupe les conditions et les résultats correspondant aux essais de cumul de fatigue avec le chargement par blocs en ordre quelconque, ici, on adopte l'ordre moyen-bas-haut.

IV.3.1.4. Essais par blocs répétés

De même que ci-dessus, le tableau IV.8 récapitule les conditions et les résultats des essais de cumul de fatigue avec le chargement par blocs répétés. En fait, on construit une boucle contenant deux blocs de chargement qu'on fait répéter jusqu'à rupture de l'éprouvette. Les deux blocs de chargement sont de 216,5 MPa et 240,6 MPa et chacun de ces deux blocs est appliqué pendant 200 cycles et 100 cycles respectivement.

Tableau IV.4 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre croissant avec deux niveaux de contrainte

		1er niveau = 198,5 MPa		2nd niveau = 240,6 MPa						Total $\Sigma(n_i/N_{fi})$					ERP (%)			
		ni	Nfi	Exp.	Nfi	Miner	DSM+Sines	DSM+Dang Van	DSM+Robert	Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
E1	n_i	200000	6207222	309691	387263	374785	135202	109822	361304	509691	574785	335202	309822	561304	-12,77%	34,23%	39,21%	-10,13%
	r_i	0,032		0,80		0,97	0,35	0,28	0,93	0,83	1	0,38	0,32	0,97				

		1er niv.= 216,5 MPa		2nd niveau = 240,6 MPa						Total $\Sigma(n_i/N_{fi})$					ERP (%)			
		ni	Nfi	Exp.	Nfi	Miner	DSM+Sines	DSM+Dang Van	DSM+Robert	Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
E2	n_i	200000	1774838	74374	387263	343624	102703	66142	323842	274374	543624	302703	266142	523842	-98,13%	-10,32%	3,00%	-90,92%
	r_i	0,113		0,12		0,89	0,27	0,17	0,84	0,23	1,00	0,38	0,28	0,95				
E3	n_i	200000	1774838	51084	387263	343624	102703	66142	323842	251084	543624	302703	266142	523842	-116,51%	-20,56%	-6,00%	-108,63%
	r_i	0,113		0,08		0,89	0,27	0,17	0,84	0,19	1,00	0,38	0,28	0,95				
E4	n_i	200000	1774838	107852	387263	343624	102703	66142	323842	307852	543624	302703	266142	523842	-76,59%	1,67%	13,55%	-70,16%
	r_i	0,113		0,17		0,89	0,27	0,17	0,84	0,29	1,00	0,38	0,28	0,95				

Tableau IV.5 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre croissant avec trois niveaux de contrainte

		1er niv.= 228,5 MPa		2nd niv.= 252,7 MPa		3e niveau = 270,8 MPa						Total $\Sigma(n_i/N_{fi})$					ERP (%)			
		ni	Nfi	ni	Nfi	Exp.	Nfi	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
E22	n_i	100000	815144	50000	190828	126336	70356	43290	2999	-	76862	276336	193290	152999	-	226862	30,05%	44,63%	-	17,90%
	r_i	0,12		0,26		1,80		0,62	0,04	-	1,09	2,18	1	0,43	-	1,48				
E23	n_i	100000	815144	50000	190828	255615	70356	43290	2999	-	76862	405615	193290	152999	-	226862	52,35%	62,28%	-	44,07%
	r_i	0,12		0,26		3,63		0,62	0,04	-	1,09	4,02	1	0,43	-	1,48				
E24	n_i	100000	815144	50000	190828	145002	70356	43290	2999	-	76862	295002	193290	152999	-	226862	34,48%	48,14%	-	23,10%
	r_i	0,12		0,26		2,06		0,62	0,04	-	1,09	2,45	1	0,43	-	1,48				
E25	n_i	300000	815144	100000	190828	103976	70356	7594	-	-	20836	503976	407594	-	-	420836	19,12%	-	-	16,50%
	r_i	0,37		0,52		1,48		0,11	-	-	0,30	2,37	1	-	-	1,19				
E26	n_i	300000	815144	100000	190828	173716	70356	7594	-	-	20836	573716	407594	-	-	420836	28,96%	-	-	26,65%
	r_i	0,37		0,52		2,47		0,11	-	-	0,30	3,36	1	-	-	1,19				

Tableau IV.6 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre décroissant avec trois niveaux de contrainte

		1er niv.= 270.8 MPa		2nd niv.= 252.7 MPa		3e niveau = 228.5 MPa						Total $\Sigma(n_i/N_{fi})$					ERP (%)			
		ni	Nfi	ni	Nfi	Exp.	Nfi	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
E27	n_i	30000	70356	80000	190828	800000	815144	125834	-	-	200902	910000	235834	-	-	310902	74,08%	-	-	65,83%
	r_i	0,43		0,42		0,98		0,15	-	-	0,25	1,83	1	-	-	1.09				
E29	n_i	30000	70356	80000	190828	1053710	815144	125834	-	-	200902	1163710	235834	-	-	310902	79.73%	-	-	73,28%
	r_i	0,43		0,42		1,29		0,15	-	-	0,25	2,14	1	-	-	1,09				
E30	n_i	50000	70356	100000	190828	630681	815144	-	-	-	40883	780681	-	-	-	190883	-	-	-	75,55%
	r_i	0,71		0,52		0,77		-	-	-	0,05	2,01	-	-	-	1,28				
E32	n_i	50000	70356	100000	190828	280281	815144	-	-	-	40883	430281	-	-	-	190883	-	-	-	55,64%
	r_i	0,71		0,52		0,34		-	-	-	0,05	1,58	-	-	-	1,28				

Tableau IV.7 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs en ordre aléatoire avec trois niveaux de contrainte

		1er niv.= 252,7 MPa		2nd niv.=228,5 MPa		3e niveau = 270,8 MPa						Total $\Sigma(n_i/N_{fi})$					ERP (%)			
		ni	Nfi	ni	Nfi	Exp.	Nfi	Miner	DSM+ SI	DSM+ DV	DSM+ RB	Exp.	Miner	DSM+ SI	DSM+ DV	DSM+ RB	Miner	DSM+ SI	DSM+ DV	DSM+ RB
E35	n_i	80000	190828	300000	815144	186950	70356	14968	-	-	25223	566950	394968	-	-	405223	30,33%	-	-	28,53%
	r_i	0,42		0,37		2,66		0,21	-	-	0,36	3,44	1	-	-	1,15				
E36	n_i	80000	190828	300000	815144	131736	70356	14968	-	-	25223	511736	394968	-	-	405223	22,82%	-	-	20,81%
	r_i	0,42		0,37		1,87		0,21	-	-	0,36	2,66	1	-	-	1,15				

Tableau IV.8 : Comparaison des résultats expérimentaux / prédictions en fatigue biaxiale avec chargement par blocs répétés

		1er niv.= 216,5 MPa		2nd niv.= 240,6 MPa		Total d'un bloc répété	Prédiction du nombre de cycles					Prédiction du nombre de boucle de blocs répétés					ERP (%)			
		ni	Nfi	ni	Nfi		Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Exp.	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB	Miner	DSM+SI	DSM+DV	DSM+RB
E19	n_i	200	1774838	100	387263	300	847332	808824	288600	156900	682200	2824	2696	962	523	2274	4,54%	65,94%	81,48%	19,49%
	r_i	0,00011		0,000258		0,00037														
E20	n_i	200	1774838	100	387263	300	290018	808824	288600	156900	682200	967	2696	962	523	2274	-178,89%	0,49%	45,90%	-135,23%
	r_i	0,00011		0,000258		0,00037														
E21	n_i	200	1774838	100	387263	300	1084739	808824	288600	156900	682200	3616	2696	962	523	2274	25,44%	73,39%	85,54%	37,11%
	r_i	0,00011		0,000258		0,00037														

IV.3.2 Analyse des résultats de cumul de fatigue avec chargement par blocs

IV.3.2.1. Représentation des résultats en terme de durée de vie

La figure IV.7 illustre les résultats de la prédiction des modèles sous sollicitations par blocs appliqués en ordre croissant, décroissant et aléatoire. Les résultats d'essais se situent dans le domaine de la fatigue polycyclique, entre 10^5 et 10^6 cycles.

La comparaison des résultats de prédiction par les modèles avec les résultats expérimentaux montre que les modèles sont généralement conservatifs. Seuls la loi de Miner (mis à part le cas du chargement décroissant) et le modèle DSM+Robert ont la capacité de prédire tous les essais.

La comparaison des résultats de prédiction par les modèles avec les résultats expérimentaux montre que les modèles sont généralement conservatifs. Seuls la loi de Miner (mis à part le cas du chargement décroissant) et le modèle DSM+Robert sont à même de fournir un résultat de prédiction pour l'ensemble des essais que nous avons réalisés.

De plus et pour tous les cas de chargement, le modèle DSM+Robert présente les prédictions les plus proches des valeurs expérimentales par rapport aux prédictions obtenues par le modèle de Miner.

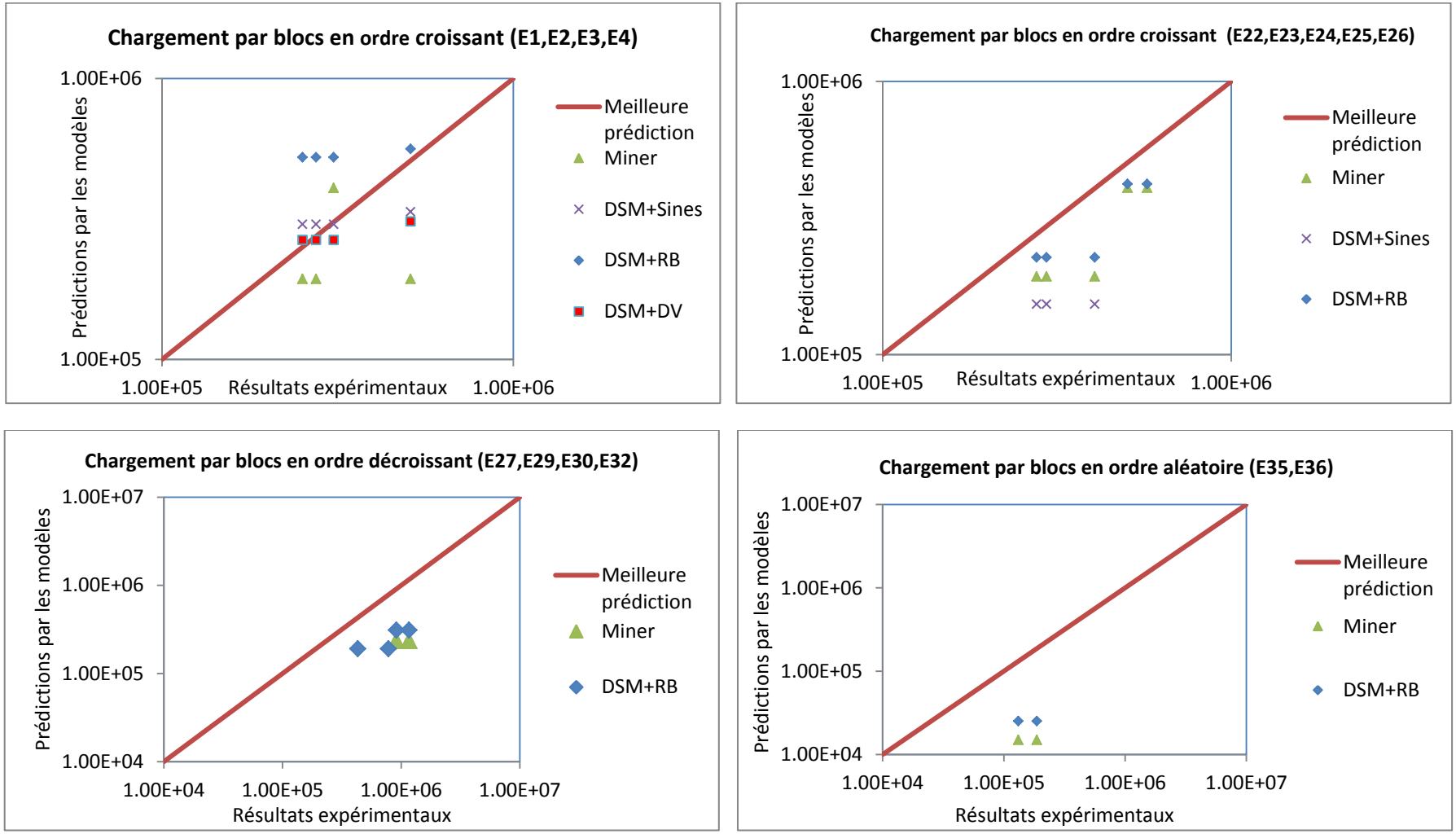


Figure IV.7 : Comparaison des résultats de prédiction de durée de vie par les modèles avec les résultats expérimentaux

IV.3.2.2. Représentation des résultats en termes de fraction de durée de vie

Les résultats en termes de fraction des durées de vie sont illustrés dans la figure IV.8. On rappelle que le modèle de Miner donne toujours une fraction de durée de vie égale à 1 et qui est représentée une droite sur la figure. Les résultats expérimentaux sont parfois loin de l'unité. Le résultat de prédiction du modèle DSM+Robert reste le modèle le plus proche des résultats expérimentaux.

IV.3.2.3. Incertitudes sur les prédictions

Les tableaux IV.4, IV.5, IV.6 et IV.7 donnent les erreurs relatives des résultats obtenus par les différents calculs. L'erreur est déterminée par la formule (II.21).

La figure IV.9 visualise la comparaison entre les quatre modèles en termes de l'ERP pour les chargements par blocs (croissants, décroissants et aléatoires).

Les résultats obtenus montrent que, pour DSM+Robert, l'intervalle de variation de l'erreur relative de prédiction (ERP), qui est de -108,63% à 75,55%, représente une variation moindre que celle du modèle de Miner (-116,51% à 79,73%). Les prévisions du DSM+Robert restent plus sécuritaires que celles de Miner et ne surdimensionnent donc pas les structures lors de la conception.

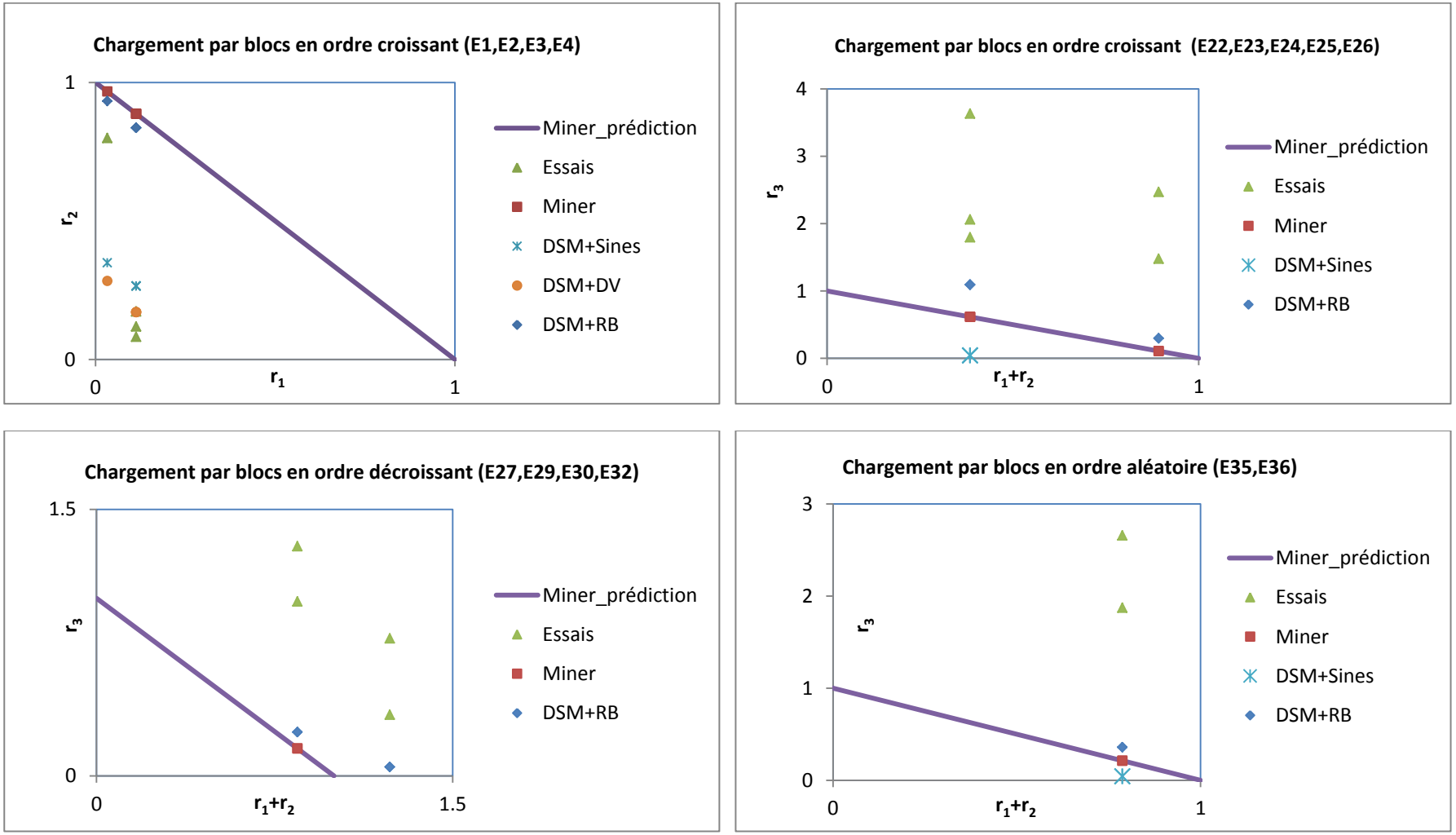


Figure IV.8 : Comparaison des résultats de prédiction de la fraction de durée des modèles de cumul du dommage et des essais

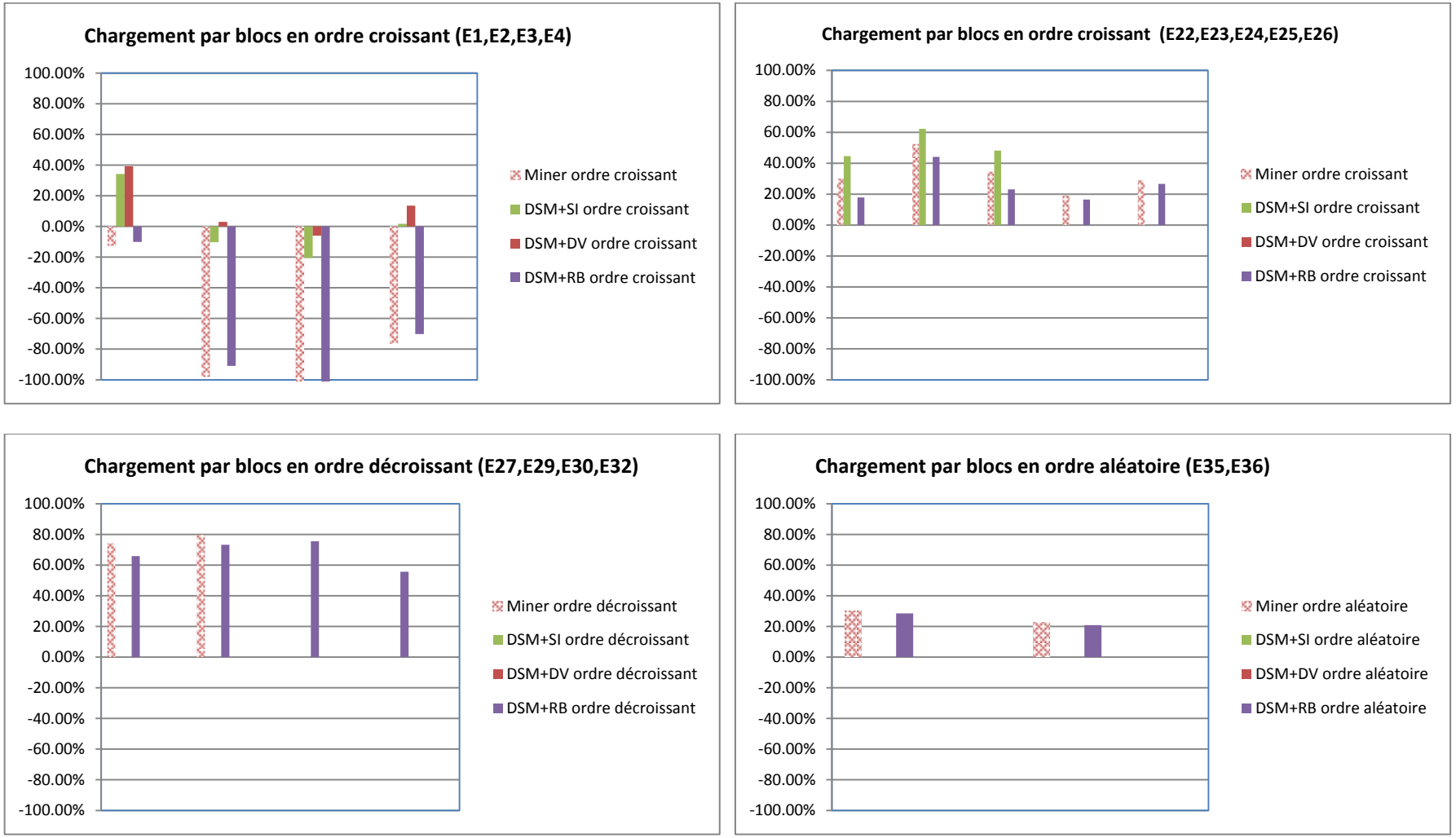


Figure IV.9 : Comparaison de l'ERP(%) entre les différents modèles de cumul du dommage

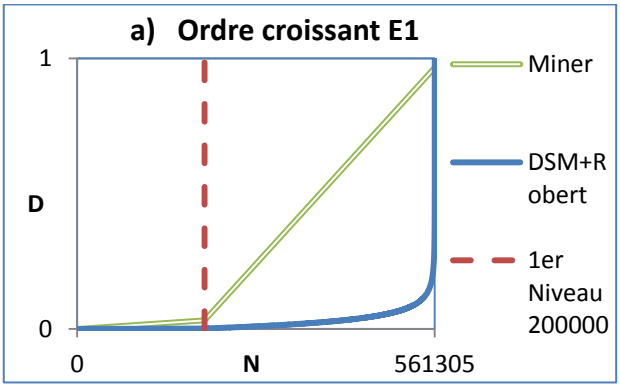
IV.3.2.4. Représentation des résultats en terme de dommage cumulé

Pour cette analyse, nous présentons l'évolution du dommage en fonction de la durée de vie prédite par les deux modèles DSM+Robert et Miner. Le cumul du dommage est représenté sur les sept graphiques de la figure IV.10 pour un chargement croissant (a, b, c, d), décroissant (e, f) et par blocs aléatoires (g). L'ensemble de ces courbes nous permet de mieux visualiser l'évolution de la variable d'endommagement « D » en fonction du nombre de cycles.

La prédiction donnée par la loi de Miner est toujours linéaire. La courbe est constituée par des portions de droites associées aux chargements élémentaires. Ainsi, on peut observer pour chaque bloc de chargement, la pente de la droite qui lui correspond varie en fonction du niveau de la contrainte appliquée. Ainsi l'évolution du dommage ne dépend pas de l'endommagement actuel de l'éprouvette.

Contrairement à l'endommagement donné par Miner, celui donné par DSM+Robert évolue de façon non-linéaire. Cela tient de la définition intrinsèque de la variable d'endommagement « D » qui dans le cas DSM+Robert, permet à chaque actualisation du calcul du dommage de tenir compte du dommage précédent. Il apparaît donc, que ce modèle permet de prendre en compte l'histoire du chargement et par conséquent est un modèle de prédiction qui peut s'avérer plus représentatif de la réalité.

La différence d'évolution du dommage entre les deux modèles peut être aisément observée sur les graphiques. Pour le chargement en ordre croissant, l'évolution du dommage de Miner se situe toujours au-dessous des diagonales alors que pour le chargement en ordre décroissant, cette évolution est toujours située au-dessus des diagonales. En revanche et pour les trois types de chargement analysés, l'endommagement associé à DSM+Robert se démarque par une évolution assez différente de Miner et peut être décrite en deux phases distinctes : une première phase (la plus longue en terme de nombre de cycles de fatigue) dans laquelle le dommage évolue d'une manière très légère mais régulière et une deuxième phase (de durée très limitée qui a lieu en fin de vie) caractérisée par une évolution très rapide du dommage conduisant à une ruine rapide. Ce comportement est plus cohérent avec le mode d'endommagement qui est observé dans le domaine de la fatigue polycyclique.



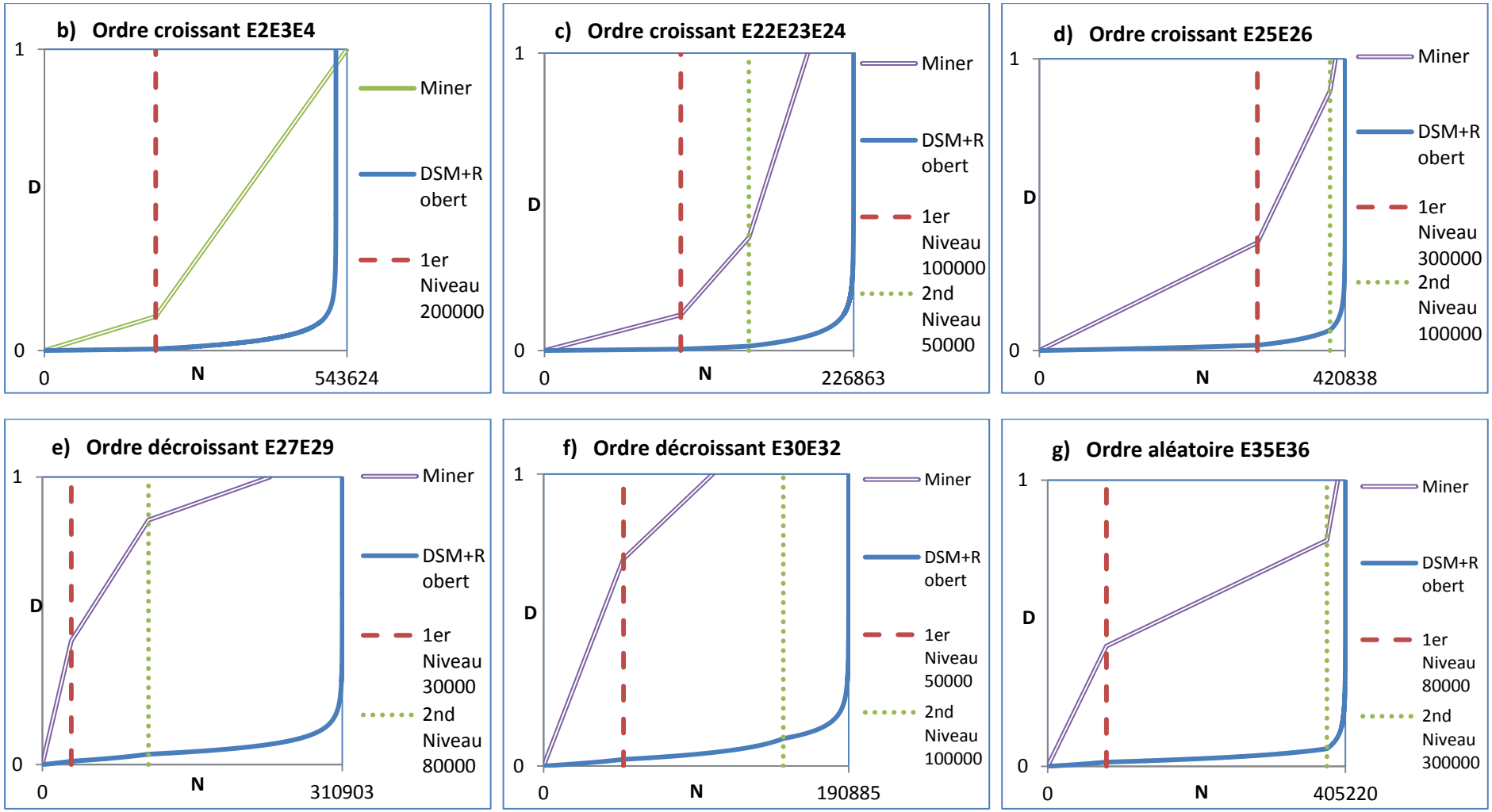


Figure IV.10 : Prédictions de cumul du dommage par Miner et DSM+Robert

IV.3.3 Analyse des résultats de cumul en fatigue avec chargement par blocs répétés

IV.3.3.1. Représentation des résultats en terme de durée de vie

Les résultats des essais de fatigue par blocs répétés et les prédictions de durée de vie (i.e. nombre de blocs répétés) sont donnés dans le tableau IV.8. La figure IV.11 illustre les résultats de la prédiction des modèles pour ce type de chargement. Trois essais ont été effectués dans les mêmes conditions de chargement. Sur la figure on peut observer que, par rapport aux autres prédictions, les prédictions par Miner et DSM+RB sont plus proches des résultats expérimentaux. De ce fait, ces prédictions sont de nature conservative.

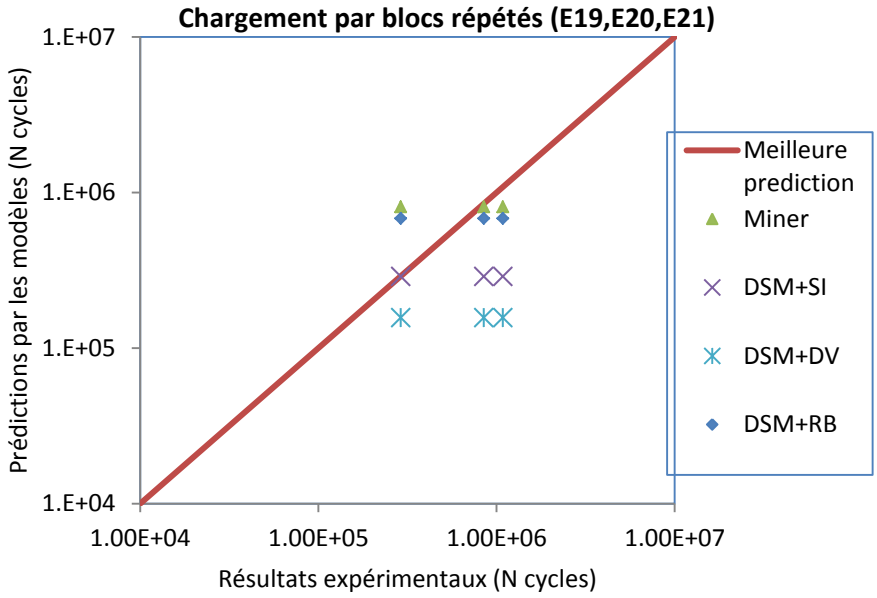


Figure IV.11 : Comparaison des résultats de prédiction par les modèles de cumul du dommage et des essais.

IV.3.3.2. Incertitudes sur les prédictions

La figure IV.12 résume l'ensemble des calculs de l'ERP pour chacun des quatre modèles. On peut noter que les lois de Miner et DSM+RB donnent des prédictions approximatives alors que DSM+SI et DSM+DV donnent les prédictions conservatives.

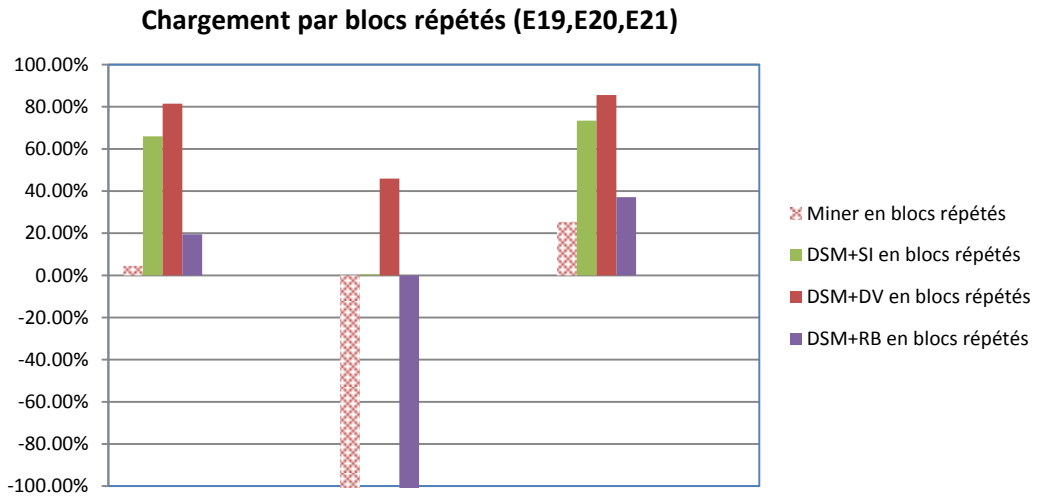


Figure IV.12 : Comparaison de l'ERP(%) entre les prédictions des différents modèles de cumul du dommage.

IV.3.3.3. Représentation des résultats en terme de dommage cumulé

Sur la figure IV.13 on représente l'évolution du dommage relatif à la prédiction donnée par les quatre modèles. Le comportement de la loi de Miner est toujours linéaire. Les prédictions de DSM (DSM+SI, DSM+DV et DSM+RB) sont caractérisées par des évolutions similaires à celles du cas de cumul de dommage en chargement par blocs.

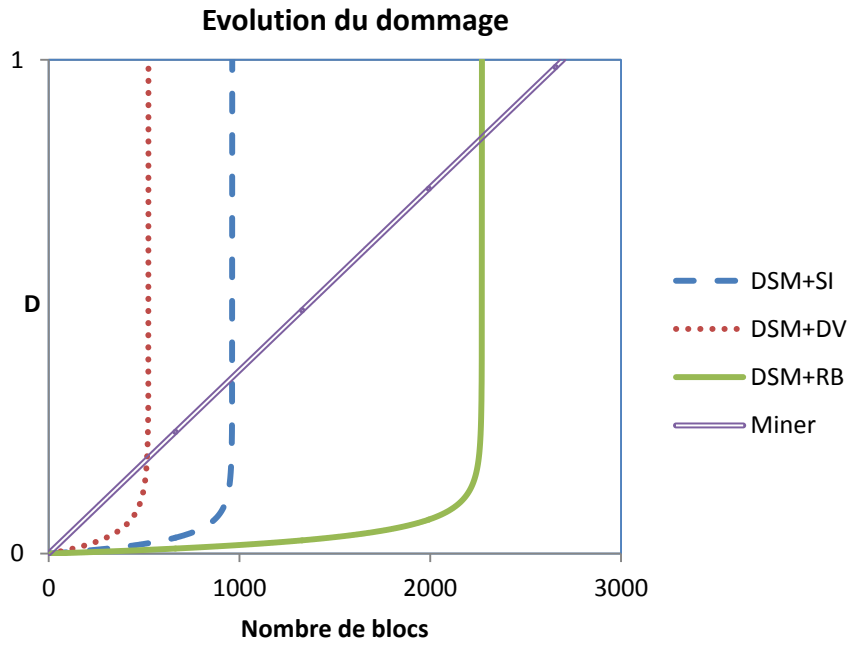


Figure IV.13 : Prédiction par les modèles de l'évolution du dommage en chargement par blocs répétés.

IV.4 Conclusion

Les essais uniaxiaux fournissent les données nécessaires pour la réalisation de prédictions des modèles en multiaxiaux. En effet, ces données permettent de déterminer les différents coefficients dans les expressions des critères en fonction du nombre de cycles à la rupture.

Les résultats tirés des essais équibiaxiaux nous permettent de vérifier les critères multiaxiaux et on est à même d'évaluer la performance de chacun de trois critères choisis pour notre étude. Au regard de nos résultats des essais en fatigue équibiaxiale, c'est le critère de Robert qui semble donner la meilleure prédiction par rapport aux autres.

Concernant le cumul du dommage en fatigue avec chargement par bloc, une analyse comparative montre que seule la loi de Miner et DSM+RB sont aptes à prédire correctement la durée de vie et ceci est valable pour tous les types de chargements que nous avons étudiés. D'après nos analyses, le modèle DSM+RB fournit un meilleur résultat de prévision que la loi de Miner.

Concernant le cumul, de dommage en fatigue avec chargement par blocs répétés, tous les quatre modèles de prévision sont capables de prédire des résultats corrects par rapport à nos résultats d'essais. D'après nos analyses, le modèle DSM+RB fournit un résultat de prévision proche de la loi de Miner.

Le modèle prévisionnel de durée de vie DSM est une loi de cumul non linaire dont l'expression est de type exponentiel. Dans le cas de la fatigue uniaxiale, la contrainte endommagée est directement égale à la contrainte de la sollicitation due au chargement. En revanche, dans le cas de la fatigue multiaxiale, cette contrainte est remplacée par une contrainte équivalente dépendant du critère de fatigue choisi. La prédiction du modèle DSM est donc fortement liée au critère de fatigue multiaxial associée.

Conclusions et perspectives

Conclusions

La synthèse de la revue bibliographique présentée dans cet ouvrage a montré que les lois de cumul du dommage en fatigue (uniaxiales ou multiaxiales) existant pour la prédiction de la durée de vie ne tiennent pas compte de tous les facteurs influents, notamment, les facteurs liés à la diversité des chargements de fatigue que l'on peut rencontrer et à la manière de caractérisation du cumul du dommage. De plus, la plupart de ces lois nécessitent des paramètres expérimentaux liés à la nature du matériau sous certaines sollicitations, et qui souvent, ne sont pas faciles à déterminer. Notre étude bibliographique a montré que plupart des lois de prédiction n'ont pas encore été validées pour un chargement général mais uniquement dans des conditions de chargement uniaxial. Le modèle de cumul du dommage le plus utilisé par les bureaux d'études, vu sa simplicité de mise en œuvre, est le modèle de cumul linéaire de Miner. Ce modèle a l'inconvénient d'ignorer l'histoire du chargement en fatigue.

En 2003, un modèle non linéaire de cumul du dommage en fatigue, nommé DSM, est proposé. Il s'agit d'un nouvel indicateur : la notion de la contrainte endommagée. Cet indicateur nécessite la connaissance de la courbe S-N dans le domaine d'application du chargement et permet une prévision de la durée de vie qui prend en compte l'histoire du chargement. En plus, ce modèle reste facile à appliquer puisqu'il ne nécessite aucun programme expérimental supplémentaire d'identification des constantes.

Le travail de cette thèse constitue une contribution au traitement du problème de prédiction de durée de vie et de cumul du dommage en fatigue multiaxiale. Afin de pouvoir prédire la durée de vie des composants soumis à un chargement uni ou multiaxial en cumul par fatigue. Pour ce faire, notre étude intégrée comportant trois volets : le 1er volet concerne l'extension du modèle DSM du cas uniaxial au cas multiaxial, le 2ème volet concerne le développement d'une technique expérimentale permettant d'imposer et de conserver, pendant tout le déroulement du test de fatigue, un état de contrainte biaxial dans une éprouvette ayant une géométrie cruciforme et amincie au centre. Enfin, le 3ème volet est dédié à la mise en œuvre des résultats d'essais pour valider la nouvelle modélisation multiaxiale.

1. Extension du modèle DSM du cas uniaxial au cas multiaxial.

Dans un premier temps et en nous servant de données d'essais tirées de la littérature, nous avons procédé à la validation du modèle DSM dans le cas de chargement uniaxial et réalisé la comparaison avec d'autres lois de cumul existantes. Nous avons ensuite, proposé une modélisation basée sur le modèle DSM uniaxial couplé à trois critères de fatigue multiaxiale (Sines, Dang Van et Robert). Ce couplage

est basé sur la contrainte équivalente au sein de la modélisation, qui nécessite la connaissance de la courbe S-N uniaxiale et l'état de contrainte au cours de la sollicitation en fatigue. Cette modélisation utilise les critères conçus dans le domaine de la fatigue à durée de vie limitée et une méthode d'itération a été programmée sous Matlab fournissant les indicateurs de dommage. Cette nouvelle modélisation multiaxiale, a l'avantage, de prendre en considération l'effet non linéaire de cumul du dommage ainsi que l'histoire de chargement. En particulier, il ne nécessite aucun paramètre supplémentaire mise à part la connaissance de courbe de Wöhler.

L'utilisation du modèle avec les données issues d'essais de la bibliographie montre que, dans le cas d'un chargement en phase, les modèles DSM+Robert et DSM+Dang Van, donnent de meilleurs résultats de prédiction de l'indicateur de dommage et de durée de vie par rapport à la loi de Miner. De même, dans le cas d'un chargement hors phase, le modèle DSM+Sines s'avère plus performant que le modèle de Miner.

2. Développement et mise en œuvre d'une technique expérimentale d'essais en fatigue biaxiale.

Un temps important a été consacré à la réalisation de l'étude expérimentale. Nous avons mis en place un dispositif d'essais en fatigue biaxial exigeant quatre vérins à positions modulaires et un asservissement original dénommé « régulation modale ». Ensuite, nous avons réalisé plusieurs applications sous formes de programmes d'essais (avec chargement à niveau constant et plusieurs niveaux de chargements). La campagne expérimentale, en fatigue biaxiale, a été menée sur une cinquantaine d'éprouvettes usinées à partir de l'alliage d'aluminium 6082-T6, un matériau très prisé par l'industrie du transport qui par ailleurs est très présente dans notre région du Nord-Pas-de-Calais. Parallèlement aux essais, une simulation numérique a été conduite sous le code de calcul EF Abaqus et dont les résultats de calcul ont été corroborés par les résultats d'essais effectués sur une éprouvette instrumentée par des jauges de déformation.

La caractérisation du matériau à la base de nos travaux a fait l'objet d'essais de traction uniaxiale, de fatigue uniaxiale et de fatigue biaxiale.

Les essais de fatigue biaxiale, réalisés en contrôle de charge, ont été conduits sur les éprouvettes d'Al-6082-T6 à la température ambiante. Ils sont constitués de deux catégories d'essais en fonction de la nature du chargement considéré : les essais avec chargement à amplitude constante et les essais avec chargement à niveau variable. Les essais de fatigue biaxiale avec le chargement à niveau variable sont constitués du chargement par blocs (en ordre croissant, décroissant et aléatoire) et du chargement par blocs de séquences répétées.

3. Mise en œuvre des résultats d'essais pour valider notre proposition du modèle multiaxiale.

Les résultats d'essais sur les éprouvettes cruciformes Al-6082-T6, avec chargements par blocs croissants, décroissants et aléatoires ont été utilisés pour valider la modélisation proposée. Les résultats montrent que le modèle DSM+Robert présente le meilleur accord avec les résultats expérimentaux comparativement aux autres modèles. Pour les résultats d'essais avec chargement par blocs répétés, le modèle DSM+Robert fournit un résultat de prévision proche de celui de la loi de Miner.

Perspectives

Afin d'approfondir la connaissance sur le sujet et de vérifier la validité de la modélisation suggérée, les travaux de recherche réalisés dans cette thèse pourraient être poursuivis. Les principales recommandations sont en relations avec les quatre remarques suivantes :

1. Puisque les critères de fatigue multiaxiale choisis pour notre étude sont des critères de type formulation en contrainte, un modèle similaire pourrait être développé avec des formulations en déformation ou en énergie. Toutefois, la méthodologie suivie dans cet ouvrage reste valable pour atteindre cet objectif.

2. Les essais réalisés dans le cadre de cette thèse sont loin d'être exhaustifs, on pourrait enrichir la banque de données expérimentale en cumul du dommage en fatigue multiaxiale en complétant la panoplie des types de chargements. On pourrait, par exemple, envisager l'étude des chargements biaxiaux avec différents rapports de biaxialité, des chargements biaxiaux hors phase, des chargements aléatoires et de manière plus générale toute autre combinaison de chargements sur les deux axes.

3. La validité du modèle proposé devra être vérifiée en utilisant les résultats d'essais de fatigue obtenus sous des conditions de chargement autres que celles considérées dans cet ouvrage, par exemple le chargement multiaxial généralisé couplé avec un chargement thermique, l'application sur une structure réelle sous sollicitations réelles (ex. avec des assemblages soudés et rivetés, etc.)

4. Etudier l'impact de la géométrie de l'éprouvette d'essais de fatigue biaxiale afin d'évaluer la pertinence des résultats de prédiction de durée de vie. Nous pensons à l'optimisation des conditions d'essais et notamment ce qui concerne les techniques de détection précise de l'amorçage des fissures ainsi que de leurs propagations.

Annexe I

Résultats des essais de Rambabu et al.

A.I.1 Composition chimique

Tableau A.I.1 : Composition chimique de l'alliage d'aluminium 2014 en poids moyen (%)

Cu	Mg	Si	Fe	Mn	Zn	Al
5	0,45	0,78	0,1	0,75	0,009	Reste

A.I.2 Essai de fatigue avec chargement constant

Les auteurs ont réalisé des essais en fatigue uniaxiale sous différentes rapport de charge sans effet de cumul, le résultat est dans le tableau A.I.2.

Tableau A.I.2 : Résultat de l'essai de traction uniaxiale de l'alliage d'aluminium 2014

N	R	N_f	σ_{max}	σ_{min}	σ_{amp}
1	-1	5825	375	-375	375
2	-1	5560	375	-375	375
3	-1	38093	325	-325	325
4	-1	11205	325	-325	325
5	-1	70937	275	-275	275
6	-1	146294	275	-275	275
7	-1	482461	225	-225	225
8	-1	424086	225	-225	225
9	-0,5	34598	375	-187,5	281,25
10	-0,5	63820	375	-187,5	281,25
11	-0,5	43324	375	-187,5	281,25
12	-0,5	698337	290	-145	217,5
13	-0,5	642883	290	-145	217,5
14	-0,5	1343364	275	-137,5	206,25
15	-0,7	16123	375	-262,5	318,75
16	-0,7	18150	375	-262,5	318,75
17	-0,7	*	325	-227,5	276,25
18	-0,7	47364	325	-227,5	276,25
19	-0,7	50311	325	-227,5	276,25
20	0,05	41540	375	18,75	178,125
21	0,05	64798	375	18,75	178,125
22	0,05	4008920	350	17,5	166,25
23	0,05	1274104	325	16,25	154,375

*non confondu

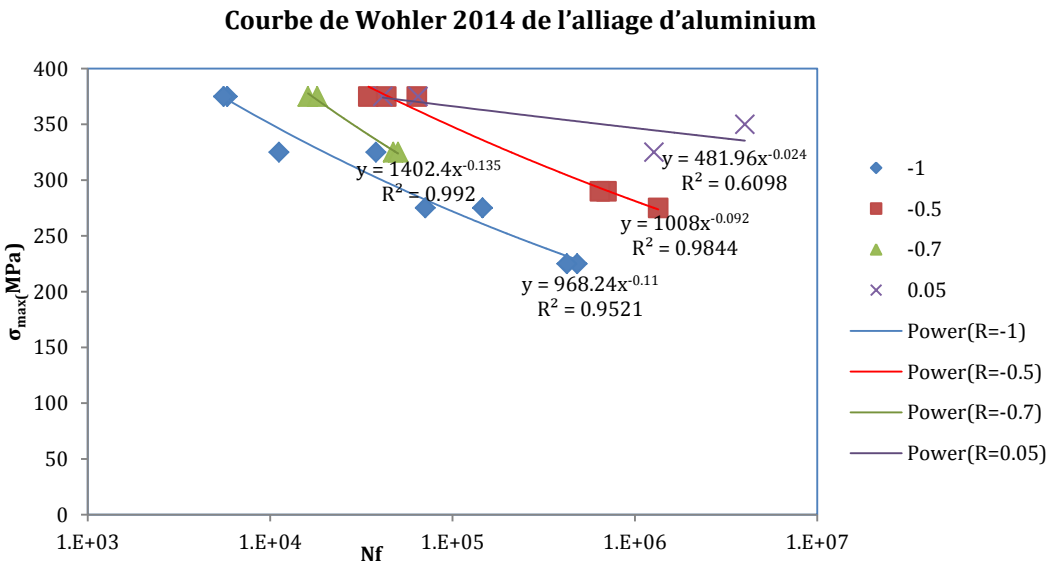


Figure A.I.1 : Courbe de Wöhler de traction uniaxiale de l'alliage d'aluminium 2014 sous différents rapports de contrainte.

Avec ces résultats, on résume les coefficients de Basquin sous différentes rapport de charge dans le tableau A.I.3.

Tableau A.I.3 : Coefficients de Basquin sous différentes rapport de charge

	R=-1	R=-0,5	R=-0,7	R=0,05
a	968,24	1402,4	1008	481,96
b	-0,11	-0,135	-0,092	-0,024

Annexe II

Résultats des essais de Wang

A.II.1 Composition chimique de l'alliage d'aluminium LY12CZ

Tableau A.II.1 : Composition chimique de l'alliage d'aluminium LY12CZ en poids moyen%

Cu	Mg	Fe	Si	Zn	Ni	Al
4,34	1,48	0,29	<0,15	<0,1	<0,05	reste

A.II.2 Propriétés mécanique

Tableau A.II.2 : Propriétés mécanique de l'alliage d'aluminium LY12CZ

E(GPa)	σy(MPa)	σu(MPa)	ν	σu(MPa)	εf	K(MPa)	n
73	400	545	0,33	643,44	0,18	849,78	0,158

Annexe III

Simulation numérique sous Abaqus

Dans cette partie, la simulation numérique a été réalisée dans le but de calculer des contraintes au centre de l'éprouvette soumise à un chargement contrôlé en force. Un modèle d'élément fini est créé à l'aide d'Abaqus pour simuler un cycle de chargement.

Mesh

En se basant sur la symétrie de la charge et la géométrie de l'éprouvette et afin de simplifier le modèle, un quart d'éprouvette est considéré. La géométrie est créée sous Catia, puis importée sous Abaqus et les dimensions sont illustrées dans la figure A.III. 1.

L'élément choisi est C3D10M (modified second-order tetrahedral elements), avec 21344 d'élément et 34710 nœuds (figure A.III.2). Le maillage est plus raffiné au centre de l'éprouvette, où la contrainte la plus élevée est attendue.

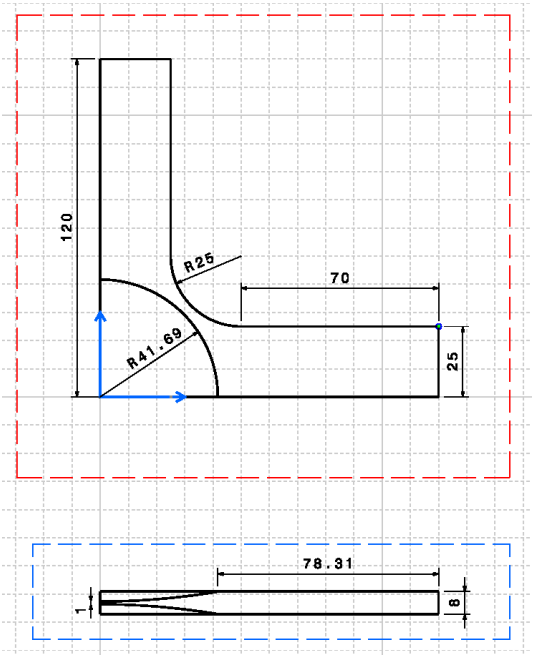


Figure A.III.1 : Dimension d'un quart de l'éprouvette

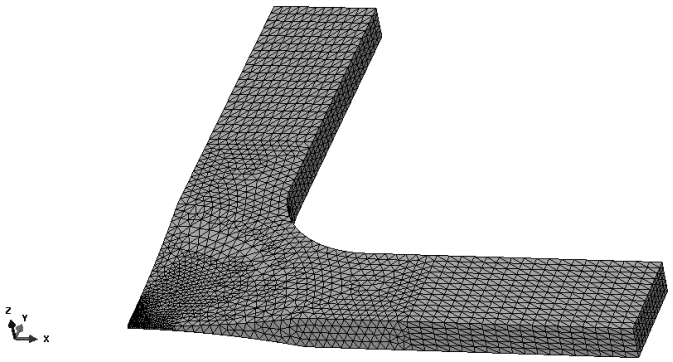


Figure A.III.2 : Maillage globale du modèle

Condition aux limites et chargement

Le modèle comprend trois zones :

- Deux zones correspondant aux deux bras de l'éprouvette qui servent à sa fixation; la liaison avec les mors des vérins au niveau de ces bras est de type encastrement. Dans cette zone, une technologie dite « rigid body » est réalisée en liant les nœuds ou les éléments associés à un point de référence pour avoir un comportement identique pendant toute la simulation.

- Une troisième zone constituée par la région centrale de l'éprouvette, qui est l'objet de cette étude (figure A.III.3).

Les conditions aux limites sont fixées de la façon suivante : par symétrie, le bord de l'éprouvette (sauf la partie encastrée) suivant l'axe X est considéré de XSYMM (U1=UR2=UR3=0) et le bord de l'éprouvette suivant l'axe Y est considéré de YSYMM (U2=UR1=UR3=0). Le chargement, qui est en accord avec l'essai expérimental, est de type pression d'une amplitude cyclique sous forme sinus avec un rapport de charge R, soit un rapport entre la pression minimale P_{min} et la pression maximale P_{max}, égale à 0,1.

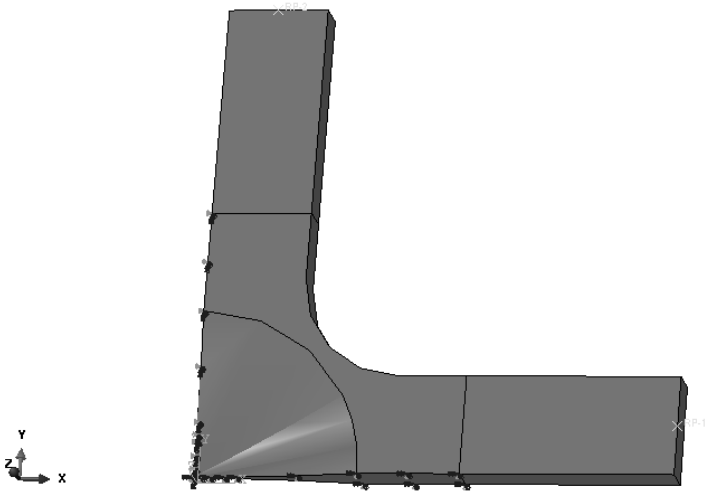


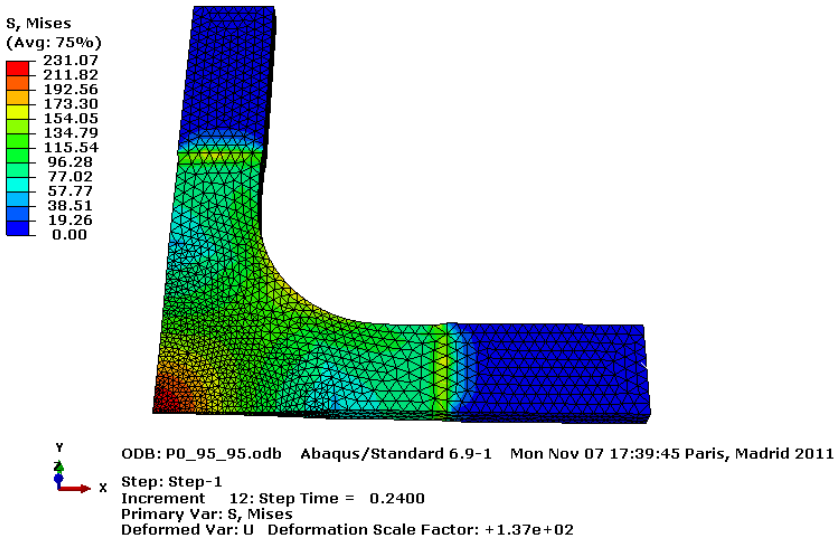
Figure A.III.3 : Condition aux limites de l'essai biaxial

Résultat

La figure A.III.4 montre un exemple du résultat de distribution des contraintes équivalentes de Von Mises d'un essai avec chargement équibiaxial de 95MPa ce qui correspond à une charge appliquée par le vérin de 38 kN. Sur cette figure, on peut bien constater que la contrainte la plus élevée est exactement localisée au centre de l'éprouvette.

Comme l'initiation de la fissure commence toujours à la surface, et pour faciliter l'analyse, le point étudié est choisi et illustré dans la figure A.III.5. La figure A.III.6 montre la variation des contraintes normales de S11, S22, S33 du point étudié en fonction du temps. Il est évident que l'amplitude de S11 et S22 est de même grandeur, ce qui est en accord avec la condition de symétrie de la charge et de la géométrie de l'éprouvette.

De la même manière, plusieurs simulations sont faites pour avoir les amplitudes maximales des contraintes sous différentes charges (tableau A.III.1). L'ensemble des résultats de calcul nous permet de mettre en évidence la relation entre la force ou la pression du vérin et l'amplitude de contrainte subie par l'éprouvette pour appliquer la charge pendant les essais.



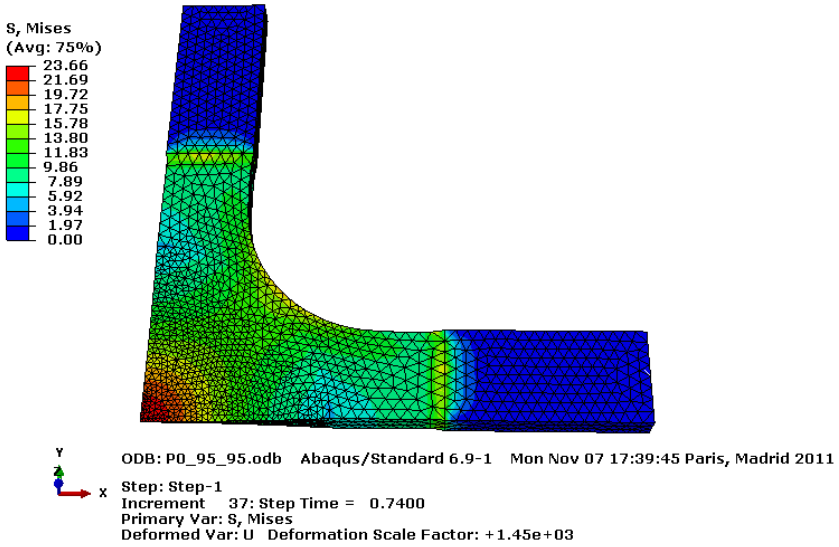


Figure A.III.4 : Valeur maximum et minimum de contrainte Mises de d'un essai équibiaxial

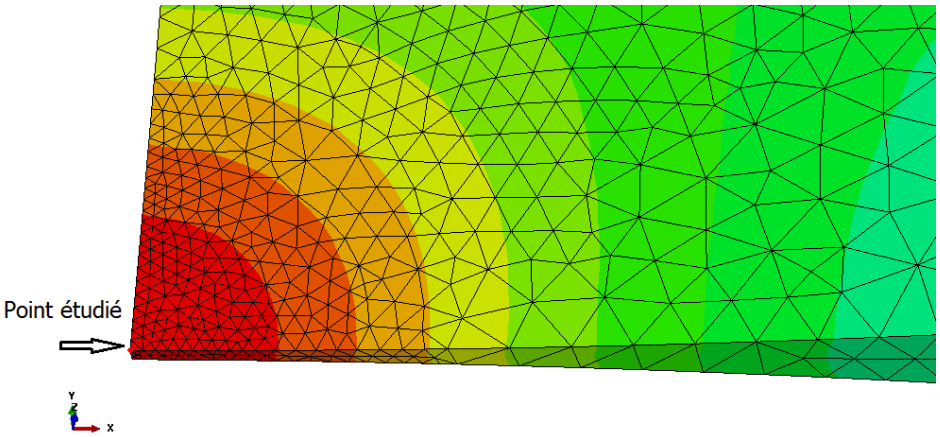


Figure A.III.5 : Point étudié dans la simulation

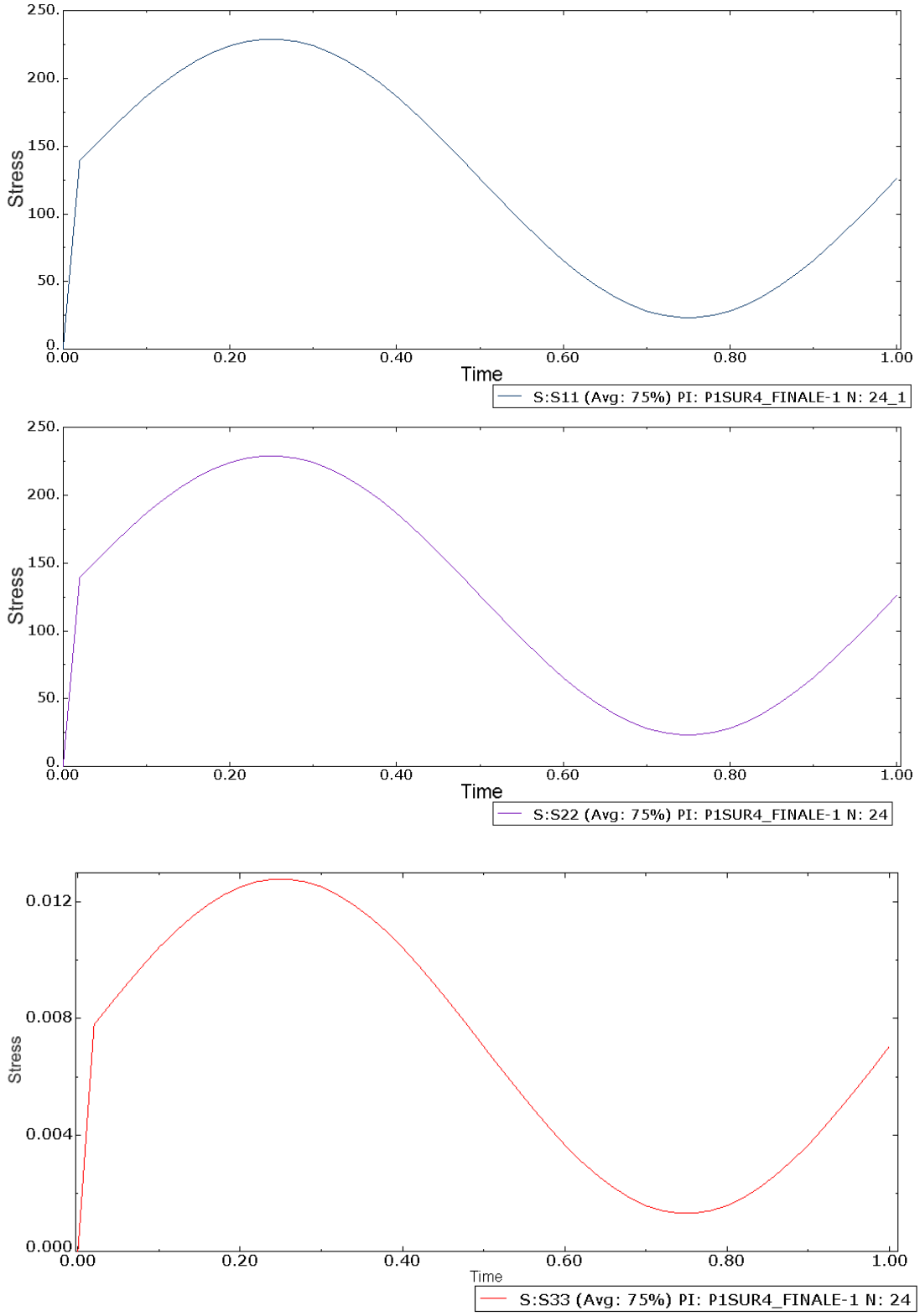


Figure A.III.6 : Composantes de contrainte S11, S22, S33 d'un point étudié d'un essai équibiaxial (charge de 38kN, R=0,1)

Tableau A.III.1 : Calcul des contraintes au centre d'éprouvette sous chargement équibiaxial. R=0,1 et R_e=288MPa

Force (kN)	σ_{MISES} (MPa)	% de Re	σ_{11} (MPa)	σ_{22} (MPa)	σ_{33} (MPa)	σ_{12} (MPa)	σ_{13} (MPa)	σ_{23} (MPa)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)
33	199	69%	199	199	0,17	0,00718	-0,30	-0,0279	0,17	199	199
34	205	71%	205	205	0,18	0,0074	-0,31	-0,0288	0,18	205	205
35	211	73%	211	211	0,18	0,00761	-0,32	-0,0296	0,18	211	211
36	217	75%	217	217	0,19	0,00783	-0,33	-0,0305	0,19	217	217
37	223	77%	223	223	0,20	0,00805	-0,34	-0,0313	0,19	223	223
38	229	79%	229	229	0,20	0,00827	-0,35	-0,0322	0,20	229	229
39	235	81%	235	235	0,21	0,00848	-0,36	-0,033	0,21	235	235
40	241	84%	241	241	0,21	0,0087	-0,36	-0,0339	0,21	241	241
41	247	86%	247	247	0,17	-0,0319	-0,14	-0,0615	0,17	247	247
42	253	88%	253	253	0,17	-0,0327	-0,14	-0,063	0,17	253	253
43	259	90%	259	259	0,18	-0,0335	-0,15	-0,0645	0,18	259	259
44	265	92%	265	265	0,18	-0,0342	-0,15	-0,066	0,18	265	265
45	271	94%	271	271	0,19	-0,035	-0,15	-0,0675	0,19	271	271
46	277	96%	277	277	0,19	-0,0358	-0,16	-0,069	0,19	277	277
47	283	98%	283	283	0,19	-0,0366	-0,16	-0,0705	0,19	283	283
48	289	100%	289	289	0,20	-0,0373	-0,16	-0,072	0,20	289	289

Bibliographie

[1] M. Jabbado, Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables, Ecole Polytechnique, 2006.

[2] N.M. Newmark, A review of cumulative damage in fatigue, 1950.

[3] L. Kaechele, Review and analysis of cumulative-fatigue-damage theories, 1963.

[4] W. Hwang, K.S. Han, Cumulative Damage Models and Multi-Stress Fatigue Life Prediction, Journal of Composite Materials. 20 (1986) 125–153.

[5] A. Fatemi, L. Yang, Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for homogeneous materials, International Journal of Fatigue. 20 (1998) 9–34.

[6] M.A. Miner, S.M. Calif, Cumulative Damage in Fatigue, Journal of Applied Mechanics. 12 (1945) 159–164.

[7] S.M.Marco, W.L.Starkey, A concept of fatigue damage, Trans. ASME. (1954) 627–632.

[8] D.L.Henry, A theory of fatigue damage accumulation in steel, Trans. of the ASME. 77 (1955) 913–918.

[9] H.T.Corten, T.J.Dolan, Cumulative fatigue damage, Proc. Intern. Conf. On Fatigue of Metals. Institution of Mechanical Engineering and American Society of Mechanicall Engineering. 34 (1956) 235–246.

[10] R.R. Gatts, Cumulative fatigue damage with random loading, Journal of Basic Engineering. 84 (1962) 403.

[11] J. Marin, Mechanical behavior of engineering materials, Journal of the Franklin Institute. 273 (1962) 445.

[12] T. Bui-Quoc, J. Dubuc, A. Bazergui, A. Biron, Cumulative Fatigue Damage Under Stress-Controlled Conditions, Journal of Basic Engineering. (1971) 691–698.

[13] T. Bui-Quoc, Cumulative Damage with Interaction Effect Due to Fatigue Under Torsion Loading, Experimental Mechanics. (1982) 180–187.

[14] S. Subramanyan, A Cumulative Damage Rule Based on the Knee Point of the S-N Curve, Journal of Engineering Materials and Technology. (1976) 316–321.

[15] Z. Hashin, C. Laird, Cumulative damage under two level cycling: Some theoretical predictions and test data, Fatigue of Engineering Materials and Structures. 2 (1980) 345–350.

[16] Z. Hashin, A. Rotem, A Cumulative Damage Theory of Fatigue Failure, Materials Science and Engineering. 34 (1978) 147–160.

[17] S.S. Manson, G.R. Halford, Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage, International Journal of Fracture. 17 (1981) 169–192.

[18] S.S. Manson, G.R. Halford, Cumulative fatigue damage, in: Fatigue and Durability of Structural Materials, 2006: pp. 123–156.

[19] F.R. Shanley, A theory of fatigue based on unbonding during reversed slip, The Rand Corporation. (1952) P350.

[20] H. Grover, An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage, Symposium on Fatigue of Aircraft Structures. (1960) 120–124.

[21] S.S. Manson, J.C. Freche, C.R. Endign, Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue, NASA Technical Note D-3839. (1967).

[22] K.J. Miller, K.P. Zachariah, Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 12 (1977) 262–270.

[23] K. Ngargueudedjim, Contribution à l'étude des lois d'endommagement en fatigue, INSA Lyon, 2003.

[24] J.L. Chaboche, Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire, Revus Francais De Mecanique. (1974) 71–82.

[25] J.L. Chaboche, Continuous damage mechanics - A tool to describe phenomena before crack initiation, Nuclear Engineering and Design. 64 (1981) 233–247.

[26] M. Chaudonneret, A Simple and Efficient Multiaxiai Fatigue Damage Model for Engineering Applications of Macro-Crack Initiation, Journal of Engineering Materials and Technology. 115 (1993) 373–379.

[27] J. Lemaitre, A. Plumtree, Application of Damage Concepts to Predict Creep-Fatigue Failures, J. Eng. Mater. Technol. 101 (1979) 284–292.

[28] D. Shang, A nonlinear damage cumulative model for uniaxial fatigue, International Journal of Fatigue. 21 (1999) 187–194.

[29] D. Shang, G. Sun, J. Deng, C. Yan, Nonlinear cumulative damage model for multiaxial fatigue, Frontiers of Mechanical Engineering in China. 1 (2006) 265–269.

[30] D. Kujawski, F. Ellyin, A cumulative damage theory for fatigue crack initiation and propagation, International Journal of Fatigue. 6 (1984) 83–88.

[31] D. Kujawski, F. Ellyin, On the concept of cumulative fatigue damage, Internahonal Journal of Fracture. 37 (1988) 263–278.

[32] K. Golos, F. Ellyin, Generalisation of cumulative damage criterion to multilevel cyclic loading, Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 7 (1987) 169–176.

[33] K. Golos, F. Ellyin, A Total Strain Energy Density Theory for Cumulative Fatigue Damage, Journal of Pressure Vessel Technology. vol. 110 (1988) 36–41.

[34] J. Lemaitre, J.L. Chaboche, Mécanique des matériaux solides, 2e ed., Dunod, 2004.

[35] D.F. Socie, G.B. Marquis, Multiaxial Fatigue Introduction, Society of Automotive Engineers, Inc. (2000).

[36] M.S. Found, U.S. Fernando, K.J. Miller, Requirements of a New Multiaxial Fatigue Testing Facility, Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853. (1985) 11–23.

[37] A. Zouani, Etude de la fatigue sous l'effet d'un état biaxial de contraintes en tension à haute température, Ecole Polytechnique de Montréal, 1998.

[38] K.J. Pascoe, V. J.W.R.de, Low cycle fatigue of steels under biaxial straining, Journal of Strain Analysis. 2 (1967) 117–126.

[39] B. Wu, Contribution à l'étude des critères de fatigue multiaxiaux pour les assemblages soudés en alliage d'aluminium, Université de Lille1, 2003.

[40] V. Bonnand, J.L. Chaboche, H. Cherouali, Experimental And Theoretical Comparison Of Some Multiaxial Fatigue Design Criteria In The Context Of Life Assessment Of Rotating Parts In Turboengines, ICAF 2009, Bridging The. (2009) 743–764.

[41] G. Barbier, Fatigue biaxiale à grand nombre de cycles: étude expérimentale et modèle d'endommagement à deux échelles probabiliste, LMT-Cachan, 2009.

[42] N. Ye, T. Moan, Improving fatigue life for aluminium cruciform joints by weld toe grinding, 10th International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures. (2008).

[43] T. Hanji, K. Saiprasertkit, C. Miki, Low- and high-cycle fatigue behavior of load-carrying cruciform joints with incomplete penetration and strength under-match, International Journal of Steel Structures. 11 (2012) 409–425.

[44] S. Zhang, M. Harada, K. Ozaki, M. Sakane, Multiaxial creep–fatigue life using cruciform specimen, International Journal of Fatigue. 29 (2007) 852–859.

[45] R. Hamam, S. Pommier, F. Bumbieler, Mode I fatigue crack growth under biaxial loading, International Journal of Fatigue. 27 (2005) 1342–1346.

[46] T. Itoh, M. Sakane, M. Ohnami, High Temperature Multiaxial Low Cycle Fatigue of Cruciform Specimen, Journal of Engineering Materials and Technology. 116 (1994) 90.

[47] A. Smits, C. Ramault, A. Makris, D. Hemelrijck, A Review of Biaxial Test Methods for Composites, EXPERIMENTAL ANALYSIS OF NANO AND ENGINEERING MATERIALS AND STRUCTURES. (2007) 933–934.

[48] D. Lecompte, a Smits, H. Sol, J. Vantomme, D. Vanhemelrijck, Mixed numerical–experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens, International Journal of Solids and Structures. 44 (2007) 1643–1656.

[49] I.H. Wilson, D.J. White, Cruciform specimens for biaxial fatigue tests: An investigation using finite-element analysis and photoelastic-coating techniques, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 6 (1971) 27–37.

[50] M.W. Parsons, K.J. Pascoe, Development of a biaxial fatigue testing rig, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 10 (1975) 1–9.

[51] K. Shimizu, S. Takahashi, Some propositions on caustics and an application to the biaxial-fracture problem, Experimental Mechanics. (1985) 154–160.

[52] R. Ferron, A. Makinde, Design and Development of a Biaxial Strength Testing Device, Journal of Testing and Evaluation, JTEVA. 16 (1988) 253–256.

[53] A. Makinde, L. Thibodeau, K.W. Neale, Development of an apparatus for biaxial testing using cruciform specimens, Experimental Mechanics. 32 (1992) 138–144.

[54] S. Demmerle, J.P. Boehler, Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens, J.Mech.Phys.Solids. 41 (1993) 143–181.

[55] A. Smits, D. Vanhemelrijck, T. Philippidis, A. Cardon, Design of a cruciform specimen for biaxial testing of fibre reinforced composite laminates, Composites Science and Technology. 66 (2006) 964–975.

[56] A. Hannon, P. Tiernan, A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal, Journal of Materials Processing Technology. 198 (2008) 1–13.

[57] A. Abdelhay, O. Dawood, A. Bassuni, A Newly Developed Cruciform Specimens Geometry for Biaxial Stress Evaluation Using NDE, 13th International Conference on AEROSPACE SCIENCES & AVIATION TECHNOLOGY. (2009) 1–9.

[58] S. Vezér, Z. Major, Development of an in-plane biaxial test setup for monotonic and cyclic tests of elastomers, (2008) 2.

[59] D. V. Rambabu, V.R. Ranganath, U. Ramamurty, A. Chatterjee, Variable stress ratio in cumulative fatigue damage: Experiments and comparison of three models, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 224 (2010) 271–282.

[60] Y. Wang, Fatigue Behavior and Fatigue Life Prediction of Metals under Multiaxial Cyclic Loading (金属材料的多轴疲劳行为与寿命估算,王英玉), Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (南京航空航天大学), 2005.

[61] Y. Wang, W. Yao, A multiaxial fatigue criterion for various metallic materials under proportional and nonproportional loading, International Journal of Fatigue. 28 (2006) 401–408.

[62] S.J. Garcia Miranda, Developpement d’un nouveau modèle d'endommagement et de cumul de dommage en fatigue sous sollicitations variables, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2003.

[63] G. Mesmacque, S. Garcia, A. Amrouche, C. Rubiogonzalez, Sequential law in multiaxial fatigue, a new damage indicator, International Journal of Fatigue. 27 (2005) 461–467.

[64] N. Nadjitonon, Contribution à la modélisation de l’endommagement par fatigue, Université blaise pascal-Clermont II, 2010.

[65] N.E. Dowling, Mean Stress Effects in Stress-Life and Strain-Life Fatigue, SAE Technical Paper. 01-2227 (2004).

[66] G. Sines, Failure of materials under combined repeated stresses with superimposed, 1955.

[67] B. Crossland, Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel, in: Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Fatigue on Metals, London,, 1956: pp. 138–149.

[68] D. McDiarmid, Cumulative damage in fatigue under multiaxial stress conditions, IMechE. 188 (1974) 423–430.

[69] K. Dang Van, Sur la résistance à la fatigue des métaux, Sciences Et Techniques De l'Armement. 47, 3ème f (1973).

[70] K. Dang Van, B. Griveau, O. Message, On a new multiaxial fatigue limit criterion- Theory and application, Biaxial and Multiaxial Fatigue. EGF3. (1989) 479–496.

[71] J. Robert, Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires, 100, 1992.

[72] B. Werber, Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999.

[73] B.E. 573-3:2009, Aluminium and aluminium alloys — Chemical composition and form of wrought products, (2009).

[74] A. E8/E8M-11, Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials, (2011) 1–27.

[75] E466-07, Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials 1, Annual Book of ASTM Standards. i (2007) 1–5.

[76] A. AID, Cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale sous sollicitations variables, Universite Djillali Liabes de Sidi-Bel-Abbes, 2006.

[77] P. Cadenas, Influence du pré-endommagement en fatigue endurance sur les propriétes mécaniques statiques d'un alliage d'aluminium 6082-T6, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2009.