

UNIVERSITE MONTESQUIEU - BORDEAUX IV

ECOLE DOCTORALE ENTREPRISE, ECONOMIE, SOCIETE (E.D. 42)

DOCTORAT ès SCIENCES ECONOMIQUES

Martin ZUMPE

STABILITE MACROECONOMIQUE,
APPRENTISSAGE ET POLITIQUE MONETAIRE

Une approche comparative :
modélisation DSGE versus modélisation multi-agents

Thèse co-dirigée par
M. Marc-Alexandre SÉNÉGAS, Professeur des Universités
M. Murat YILDIZOĞLU, Professeur des Universités

Soutenue le 14 septembre 2012

Jury :

M. Jean-Christophe PEREAU

Professeur, Université Montesquieu - Bordeaux IV

M. Jean-Christophe POUTINEAU

Professeur, Université Rennes 1

M. Marc-Alexandre SÉNÉGAS

Professeur, Université Montesquieu - Bordeaux IV, **co-directeur de thèse**

M. Thomas VALLÉE

Professeur, Université de Nantes, **rapporteur**

M. Patrick VILLIEU

Professeur, Université d'Orléans, **rapporteur**

M. Murat YILDIZOĞLU

Professeur, Université Montesquieu - Bordeaux IV, **co-directeur de thèse**

RESUME

Cette thèse analyse le rôle de l'apprentissage dans deux cadres de modélisation distincts. Dans le cas du nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif, les caractéristiques les plus marquantes des dynamiques d'apprentissage concernent la capacité des règles de politique monétaire à assurer la convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles. Le mécanisme de transmission de la politique monétaire est celui de l'effet de substitution associé au canal de la consommation. Dans le cas d'un modèle multi-agents qui relâche des hypothèses restrictives du nouveau modèle canonique, tout en restant structurellement proche de celui-ci, les variables agrégées évoluent à bonne distance de cet équilibre, et on observe des dynamiques nettement différentes. La politique monétaire influence les variables agrégées de manière marginale via l'effet de revenu du canal de la consommation. En présence d'un processus d'apprentissage social évolutionnaire, l'économie converge vers un faible niveau d'activité économique. L'introduction d'un processus caractérisé par le fait que les agents apprennent individuellement à l'aide de leurs modèles mentaux atténue le caractère dépressif des dynamiques d'apprentissage. Ces différences entre les deux cadres de modélisation démontrent la difficulté de généraliser les résultats du nouveau modèle canonique.

TITLE

MACROECONOMIC STABILITY, LEARNING AND MONETARY POLICY
A comparative approach : DSGE modelling versus agent-based modelling

ABSTRACT

This thesis analyses the role of learning in two different modelling frameworks. In the new canonical model with adaptive learning, the most remarkable characteristics of the learning dynamics deal with the capacity of monetary policy rules to guaranty convergence to the rational expectations equilibrium. The transmission mechanism of the monetary policy is based on the substitution effect associated to the consumption channel. In the case of an agent-based model which relaxes some restrictive assumptions of the new canonical model - but is endowed with a similar structure - aggregate variables evolve at some distance from the rational expectations equilibrium. Monetary policy has a marginal impact on the aggregated variables via the wealth effect of the consumption channel. When agents learn according to an evolutionnary social learning process, the economy converges to regions of low economic activity. The introduction of a process where agents learn individually by using their mental models induces less depressive learning dynamics. These differences between the two modelling frameworks show that the generalisation of the results of the new canonical model is not easy to achieve.

MOTS-CLES

apprentissage adaptatif, nouveau modèle canonique, modélisation dynamique stochastique d'équilibre général, anticipations rationnelles, règles de politique monétaire, détermination, stabilité anticipationnelle, modélisation multi-agents, apprentissage social, apprentissage individuel, modèles mentaux, krigéage.

KEY WORDS

adaptive learning, new canonical model, dynamic stochastic general equilibrium modelling, rational expectations, monetary policy rules, determination, expectational-stability, agent-based modelling, social learning, individual learning, mental models, kriging.

JEL classification : D11, D21, D51, D83, D84, D91, E21, E31, E52.

Groupe de Recherche en Économie Théorique et Appliquée (GREThA)

UMR CNRS 5113

Avenue Léon Duguit

33608 PESSAC

A Muriel, Tania et Pablo

Cette planète (...) avait (...) un problème, à savoir celui-ci : la plupart de ses habitants étaient malheureux la plupart du temps. Bien des solutions avaient été suggérées mais la plupart d'entre elles faisaient largement intervenir la mise en circulation de petits bouts de papier vert, chose curieuse puisque en définitive ce n'étaient pas les bouts de papier vert qui étaient malheureux.

Douglas Adams, *Le Guide du voyageur galactique*

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Marc-Alexandre Sénégas et Murat Yıldızoğlu, pour avoir guidé l'orientation générale de cette thèse, pour des relectures critiques incessantes de la thèse lors des différentes étapes de son élaboration et de la rédaction, pour des discussions stimulantes qui ont été à l'origine de nombreuses idées développées, ainsi que pour un soutien sans faille dans les démarches nécessaires à l'obtention du financement de la dernière année de thèse. J'ajoute des remerciements à Marc-Alexandre Sénégas pour l'initiation dans la modélisation DSGE et à Murat Yıldızoğlu pour l'introduction à la programmation multi-agents, pour la mise à disposition de codes informatiques (notamment celui des réseaux de neurones artificiels) et pour l'exécution de simulations sur le serveur.

Cette thèse doit également beaucoup à la vérification orthographique et grammaticale assurée par Christelle Bellenger et Muriel Roblin, ainsi qu'à l'expertise mathématique et statistique d'Alain Planche, Roger DiCostanzo, Isabelle Salle et Vanessa Bouaroudj. Je suis bien entendu seul responsable des erreurs qui ont pu subsister. Je tiens aussi à remercier Isabelle Salle, Laisa Roi et Mohieddine Rahmouni pour la mise à disposition de fichiers et codes Latex, ainsi qu'à Mathieu Bécue et Olivier Faure-Muret pour une opération de sauvetage de mon ordinateur en fin de thèse sans laquelle celle-ci n'aurait pas pu voir le jour.

J'ai également bénéficié du soutien de Samuel Maveyraud, Nicolas Bédu, Ela Callorda-Fossati, Aurélien Descamps et Coralie Reslinger, qui ont effectué des relectures critiques des premières versions du deuxième chapitre. La thèse a été enrichie par des discussions stimulantes avec Jasmina Arifovic et Isabelle Salle, et par des suggestions bibliographiques d'Emmanuel Carré et de deux rapporteurs anonymes de la *Revue d'Economie Politique*.

Finalement, je remercie Muriel pour sa patience pendant ces cinq dernières années.

Sommaire

Sommaire	v
Introduction générale	1
I Apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique	11
1 Le nouveau modèle canonique : un modèle dynamique stochastique d'équilibre général avec anticipations rationnelles	12
2 Règles de politique monétaire, apprentissage adaptatif et stabilité macroéconomique	70
II Apprentissage et stabilité macroéconomique : vers une approche multi-agents de l'analyse de la politique monétaire	111
3 L'approche multi-agents de la modélisation macroéconomique	112
4 Apprentissage et politique monétaire dans le modèle multi-agents	177
Conclusion générale	255
A Annexes du chapitre 1	263
B Annexes du chapitre 2	276
C Annexes du chapitre 3	284
D Annexes du chapitre 4	298
Bibliographie	411
Table des matières	430

Introduction générale

"Leben ist lernen." (Vivre, c'est apprendre.)

Konrad Lorenz, prix Nobel de physiologie ou médecine de 1973

Cet aphorisme du pionnier de l'éthologie souligne le rôle central de l'apprentissage pour les comportements des organismes dotés d'intelligence.¹ La capacité d'apprendre et l'activité d'apprentissage sont effectivement des traits caractéristiques de ces organismes, et tout particulièrement des êtres humains. L'apprentissage se manifeste par des *modifications du comportement grâce à des expériences répétées qui ont pour objectif l'amélioration des résultats induits par ce comportement.*² La nécessité d'apprendre découle directement du caractère limité des connaissances : un être omniscient n'aurait pas besoin d'apprendre - *il sait*. Dans un contexte économique, Dosi et al. (2003) identifient les limitations suivantes :

"In the most generic term, learning may occur in all circumstances whereby agents have an imperfect understanding of the world in which they operate - either due to lack of information about it, or, more fundamentally, to an imprecise knowledge of its structure - ; or, when they master only a limited repertoire of actions in order to cope with whatever problem they face - as compared to the set of actions that an omniscient observer would be able to conceive - ; or, finally, when they have only a blurred and changing understanding of what their goals and preferences are. " (Dosi et al. 2003)

On remarque qu'il est assez difficile d'imaginer des configurations où aucune de ces limitations ne joue un rôle. L'apprentissage devrait par conséquent être un phénomène omniprésent :

"It is straightforward that learning, so defined, is an ubiquitous characteristic of most economic, and generally, social environments ... " (Dosi et al. 2003)

La question qui se trouve au centre de cette thèse est celle de la nature des dynamiques qui émergent dans une économie structurée par l'apprentissage, i.e. une économie au cœur de laquelle se situe l'apprentissage des agents. Pour reprendre l'aphorisme de Lorenz, on peut reformuler cette problématique centrale de la manière suivante : *comment fonctionne une économie qui apprend et qui est donc vivante ?*

¹Cf. Konrad Lorenz & Franz Kreuzer (1981), *Leben ist Lernen. Von Immanuel Kant zu Konrad Lorenz. Ein Gespräch über das Lebenswerk des Nobelpreisträgers*, Piper, München.

²Cf. les définitions de l'apprentissage (au sens de la psychologie et de la cybernétique) du Nouveau Petit Robert : « *Modifications durables du comportement d'un sujet (humain ou animal) grâce à des expériences répétées (...) Aptitude d'un système à améliorer son fonctionnement par la prise en compte des résultats passés* ».

Pendant longtemps, l'apprentissage a suscité assez peu d'intérêt auprès des économistes (Brenner 2006) et des macro-économistes en particulier. C'est notamment la révolution des anticipations rationnelles qui l'a rayé de l'agenda des sciences économiques : cette révolution a en effet conduit à une conception de la rationalité marquée par des agents quasiment *omniscients* - et donc dispensés de tout effort d'apprentissage. Il convient de souligner qu'il s'agit là d'une vision très discutable de l'hypothèse des anticipations rationnelles : les anticipations rationnelles n'ont pas vocation à modéliser les *comportements* des agents en matière de formation d'anticipations - elles sont au contraire dépourvues de toute dimension comportementale (Sargent 1993, p. 24). L'hypothèse des anticipations rationnelles est en effet un *concept d'équilibre* qui se limite à décrire l'état des anticipations dans une configuration où celles-ci ne contiennent plus d'erreur d'anticipation systématique. Il se pose alors la question du mécanisme qui a permis d'éliminer les erreurs d'anticipations :

"... some early contributions have informally justified rational expectations as the outcome of a trial-and-error process." (Evans & Honkapohja 2001, p. XV)

"... the dynamic elimination of errors is a definition of learning." (Bullard 1991)

Dans cette perspective, les anticipations rationnelles doivent être considérées comme l'*aboutissement* de l'apprentissage des agents. Au moment où le concept des anticipations rationnelles s'est imposé dans la modélisation économique, cette intuition n'a pourtant pas donné lieu à une formalisation du processus d'apprentissage sous-jacent aux anticipations rationnelles, ce qui explique en partie pourquoi cet aspect de l'hypothèse des anticipations rationnelles est progressivement tombé dans l'oubli.

Le regain de l'intérêt pour l'apprentissage date précisément du moment où Bray (1982), Evans (1985), Lucas (1987) et Marcet & Sargent (1989*a,b*) commencent à proposer des formalisations du processus d'apprentissage. Evans & Honkapohja (2001) mettent au point une présentation unifiée et complète de ce nouveau corpus théorique qui est aujourd'hui connu sous le nom d'« apprentissage adaptatif ». La publication du traité de Evans & Honkapohja (2001) a eu une influence considérable sur la modélisation macroéconomique :

"... work on the macroeconomic consequences of learning dynamics is now at the forefront of current developments in macroeconomics." (Aghion et al. 2003)

Dans ce domaine, l'analyse macro-monnaire s'est révélée être un terrain particulièrement fertile : la première décennie du nouveau millénaire a été marquée par l'éclosion d'une littérature foisonnante sur le fonctionnement et les performances de la politique monétaire dans un contexte d'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001).

L'organisation par la Réserve Fédérale d'Atlanta d'une conférence intitulée "Monetary Policy and Learning" le 21 et 22 mars 2003 atteste de l'intérêt grandissant que suscite la problématique des rapports entre politique monétaire et apprentissage. La liste des participants de cette conférence témoigne d'ailleurs de l'importance accordée à cette question par des spécialistes mondialement reconnus de la politique monétaire ; on trouve en effet parmi les participants les deux lauréats 2011 du prix de la banque de Suède, Thomas Sargent et Christopher Sims, et trois futurs banquiers centraux : Anastasios Orphanides,

Lars Svensson et Ben Bernanke. La publication en 2005 de l'édition spéciale "Expectations, Learning and Monetary Policy" du *Journal of Economic Dynamics & Control* (vol. 29, n° 11) confirme le caractère central de cette problématique pour l'analyse macro-monnaire contemporaine.

L'intuition de l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001) est celle d'une économie peuplée par des agents qui se servent d'un *modèle subjectif estimé* pour formuler des anticipations concernant l'état futur de l'économie. Les agents établissent les estimations des paramètres de ce modèle subjectif à l'aide d'algorithmes récursifs. Il convient de souligner que l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) se définit par rapport à l'hypothèse des anticipations rationnelles :

"... rational expectations is justified by the notion that people eliminate systematic forecast errors over time, and the dynamic elimination of errors is a definition of learning. (...) In a deterministic environment, this idea implies that, once learning is complete, people have perfect foresight. In a stochastic environment, it means that the remaining forecast errors are white noise."
(Bullard 1991)

La mise en œuvre des algorithmes récursifs se traduit par l'actualisation permanente des estimations des paramètres du modèle subjectif et induit généralement l'élimination progressive des erreurs de prévision systématiques. *C'est précisément cette amélioration permanente de la qualité du modèle qui est assimilée au processus d'apprentissage.* L'algorithme d'estimation le plus communément utilisé dans la littérature sur l'apprentissage adaptatif est celui des moindres carrés récursifs. Cette mobilisation de la méthode de base des statistiques et de l'économétrie explique pourquoi on qualifie l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) parfois d'apprentissage « statistique » ou « économétrique » (Evans & Honkapohja 2009).

Les hypothèses informationnelles de l'apprentissage adaptatif sont moins restrictives que celles qui caractérisent les anticipations rationnelles (Sargent 1993, p. 21 - 22). Le fait de recourir, dans un modèle donné, à une représentation (sous forme d'apprentissage) des comportements sous-jacents aux anticipations rationnelles, plutôt que de mobiliser directement les anticipations rationnelles, correspond donc à un relâchement des hypothèses informationnelles. L'introduction des algorithmes qui constituent la représentation concrète des comportements d'apprentissage, les algorithmes d'estimation récursifs, induit l'apparition d'un nouveau type de dynamique : les dynamiques d'apprentissage. Ces dynamiques aboutissent dans de nombreuses configurations à un processus de convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles. *L'apprentissage adaptatif constitue donc en quelque sorte une justification asymptotique de l'hypothèse des anticipations rationnelles dans un environnement informationnel moins restrictif.*

Cette mobilisation de l'apprentissage adaptatif s'inscrit clairement dans une démarche positive. Le point de vue retenu dans le cadre de l'analyse de la politique monétaire est en revanche résolument normatif. Dans ce contexte, il convient de rappeler l'influence de l'article fondateur de Taylor (1993) sur la formalisation de la politique monétaire : la modélisation macroéconomique contemporaine privilégie une représentation de la politique monétaire sous forme de *règles* à l'instar de la règle de Taylor (1993). L'introduction

de l'apprentissage adaptatif soulève alors la question d'éventuelles interférences entre les dynamiques d'apprentissage et les règles de politique monétaire. Cette problématique a donné naissance à de nombreuses publications consacrées à l'*étude des propriétés stabilisantes des règles de politique monétaire* (cf. entre autres les travaux de Bullard & Mitra (2002, 2005), Mitra (2003), Evans & Honkapohja (2003*a,b,c*) et Preston (2005, 2006, 2008)). Cette littérature analyse la capacité de stabilisation des règles de politique monétaire à l'aide de deux critères complémentaires : la *détermination de l'équilibre en anticipations rationnelles* dans la version originale du modèle en question (i.e. avec anticipations rationnelles), et la *stabilité sous apprentissage* de cet équilibre dans une version modifiée du modèle avec apprentissage adaptatif.

Le *nouveau modèle canonique* (Woodford 2003*b*, Walsh 2003, Galí 2008) constitue le cadre d'analyse favori de cette littérature. Ce modèle appartient à la famille des modèles *dynamiques stochastiques d'équilibre général* (DSGE) qui mobilisent des principes microéconomiques, et notamment des comportements d'optimisation, pour dériver les dynamiques d'équilibre des variables agrégées. Le nouveau modèle canonique mélange habilement des éléments issus de la théorie du cycle réel (modélisation de type DSGE, chocs réels à l'origine de la cyclicité de l'activité) avec des composantes d'inspiration keynésienne (rigidités nominales, rôle prépondérant de la demande globale). Ce double héritage lui confère un statut relativement consensuel dans le paysage macroéconomique moderne. Le modèle reproduit avec une remarquable économie de moyens des caractéristiques essentielles des grands modèles utilisés en pratique par les banques centrales : Clarida et al. (1999) insistent dans ce contexte notamment sur le rôle crucial des rigidités et des anticipations et sur la capacité des autorités monétaires à influencer l'économie réelle en manipulant le taux d'intérêt nominal. Son statut consensuel et sa proximité structurelle avec les modèles utilisés par les banques centrales expliquent en partie pourquoi le nouveau modèle canonique s'est imposé ces quinze dernières années comme un cadre d'analyse incontournable des propriétés des règles de politique monétaire.³

L'enseignement principal de la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique est que *la prise en compte des dynamiques d'apprentissage permet d'affiner l'analyse des propriétés des règles de politique monétaire*. Le critère de la stabilité sous apprentissage ne confirme en effet que partiellement les résultats normatifs obtenus par le critère de la détermination : il existe des règles qui apparaissent sous anticipations rationnelles exemptées de problèmes d'instabilité (car elles rendent l'équilibre en anticipations rationnelles uniquement déterminé et évitent ainsi les effets déstabilisants liés à l'existence d'équilibres multiples), mais qui induisent l'instabilité de cet équilibre sous apprentissage adaptatif. La seule analyse de la détermination ne permet donc pas de détecter le caractère déstabilisant de ces règles. Grâce à la modélisation de l'apprentissage adaptatif, il est possible d'identifier et d'écarter ces règles qui paraissent peu recommandables dans une optique de stabilisation de l'économie.

³Ce modèle est également connu sous le nom de « Nouveau modèle keynésien » (Clarida et al. 1999, Galí 2008). Selon Galí & Gertler (2007), l'appellation « Nouveau modèle canonique » semble plus adaptée, car l'utilisation de l'adjectif « keynésien » a tendance à faire oublier la contribution de la théorie du cycle réel à la genèse de ce modèle (cf. sur ce point aussi la sous-section 1.1).

Les apports de la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique doivent toutefois être considérés avec précaution. Ce modèle est en effet fondé sur des hypothèses très restrictives en matière d'information et de capacités cognitives des agents. Les résultats obtenus dans le cadre de ce modèle sont donc très spécifiques, i.e. rien ne garantit *a priori* qu'ils sont également valables dans un cadre moins restrictif. L'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) opère certes un relâchement partiel des hypothèses informationnelles du modèle, mais les contributions de Preston (2002, 2005) ont mis en évidence les difficultés conceptuelles et techniques d'une telle démarche. Preston fait remarquer que la méthode d'Evans & Honkapohja (2001) correspond à un remplacement des anticipations rationnelles *en aval*, i.e. dans la forme réduite linéarisée du nouveau modèle canonique, alors qu'un remplacement *en amont*, i.e. dans les équations de base qui décrivent les comportements des agents, paraît plus adéquate. En adoptant cette procédure d'un remplacement en amont, Preston (2002, 2005) trouve une forme réduite du nouveau modèle canonique qui se distingue substantiellement de la forme habituellement retenue dans la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique. Dans le cadre du nouveau modèle canonique, le choix de la méthode (remplacement des anticipations rationnelles en amont ou en aval) n'est pas neutre : il conditionne les résultats de l'analyse des propriétés de règles de politiques monétaires.

Plus fondamentalement, on peut déceler des problèmes d'articulation entre l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) et la structure du nouveau modèle canonique. Les besoins informationnels des agents du nouveau modèle canonique ne s'expliquent en effet pas seulement par la nécessité de formuler des anticipations rationnelles ; ces agents ont également besoin d'information dans le cadre des procédures d'optimisation qui déterminent leurs comportements (en matière d'offre de travail, de demande de biens, etc.). Le relâchement de l'hypothèse des anticipations rationnelles dans la modélisation de Evans & Honkapohja (2001) perd alors beaucoup de son intérêt : tout se passe comme si les agents n'exploitent pas un certain nombre d'informations au moment où ils forment leurs anticipations, bien qu'ils doivent disposer de ces informations, car on sait qu'ils les mobilisent lors de la mise en œuvre des procédures d'optimisation. Les travaux de Preston soulèvent ainsi la question essentielle de la compatibilité de l'apprentissage adaptatif avec une logique d'optimisation.

L'apprentissage adaptatif ne constitue donc pas une réponse totalement satisfaisante au caractère restrictif du nouveau modèle canonique : les gains obtenus en matière de relâchement des hypothèses informationnelles sont associés à des pertes en matière de cohérence du modèle. La question de la généralité des résultats obtenus dans le cadre du nouveau modèle canonique reste dans ces conditions entière. Il s'agit effectivement de savoir si ces résultats sont toujours vérifiés dans un contexte moins restrictif. Cette question paraît cruciale dans la mesure où les êtres humains, i.e. les acteurs qui peuplent les économies du monde réel, disposent généralement de moins d'information et sont dotés de capacités cognitives moins impressionnantes que les agents du nouveau modèle canonique. Lorsque le caractère restrictif des hypothèses est indispensable pour l'obtention des résultats du nouveau modèle canonique, ceux-ci paraissent difficilement transposables aux économies du monde réel.

Dans ce contexte, une catégorie de restrictions mérite une attention particulière : il s'agit des *restrictions d'équilibre* sur lesquelles repose la résolution analytique du nouveau modèle canonique - y compris dans la version du modèle avec apprentissage (cf. par exemple Preston (2005)). On y trouve notamment des *conditions d'apurement* assurant l'égalité entre offre et demande sur les différents marchés. La forme réduite linéarisée du modèle s'obtient de surcroît par log-linéarisation autour d'un équilibre bien particulier : l'état stationnaire du modèle. Le recours massif aux conditions d'équilibre implique que le nouveau modèle canonique (avec anticipations rationnelles et avec apprentissage) est *par construction* inadapté à l'analyse des *situations de déséquilibre* (i.e. inadéquation entre offre et demande sur un marché ; variables endogènes suffisamment éloignées de l'état stationnaire), et qui peuvent être rapprochées de la notion de *crise*. L'importance et le bien-fondé de cette limitation théorique a été confirmé par l'expérience pratique avec les modèles de type DSGE :

"When the crisis came, the serious limitations of existing economic and financial models immediately became apparent. Macro models failed to predict the crisis and seemed incapable of explaining what was happening to the economy in a convincing manner. (...) The atomistic, optimising agents underlying existing models do not capture behaviour during a crisis period." (Trichet 2010)

Ces limites du nouveau modèle canonique soulèvent la question de l'élargissement du champ d'applicabilité de ce modèle. *Comment devrait procéder un modélisateur intéressé par l'étude des configurations non couvertes par le nouveau modèle canonique, et notamment par les configurations de crise ?* Une telle démarche implique nécessairement le relâchement (total ou partiel) des restrictions d'équilibre, et donc la rupture délibérée avec l'approche qui caractérise la littérature sur le nouveau modèle canonique : la modélisation de type DSGE. Jean-Claude Trichet souligne dans cette optique les attraits de la *modélisation économique à base d'agent*, également connue sous l'appellation *modélisation multi-agents* :

"First, we have to think about how to characterise the homo economicus at the heart of any model. (...) We need to deal better with heterogeneity across agents and the interaction among those heterogeneous agents. We need to entertain alternative motivations for economic choices. Behavioural economics draws on psychology to explain decisions made in crisis circumstances (...) Agent-based modelling dispenses with the optimisation assumption and allows for more complex interactions between agents (...) Such approaches are worthy of our attention." (Trichet 2010)

Les modèles multi-agents forment des mondes « artificiels » peuplés par des agents hétérogènes, chacun d'entre eux étant doté d'un ensemble de règles et de procédures qui guident son comportement. La confrontation d'une multitude de ces agents artificiels génère des systèmes qui sont trop complexes pour qu'une résolution analytique soit envisageable : il s'agit des *systèmes complexes adaptatifs*. L'absence d'une solution analytique nécessite le recours à des simulations informatiques pour explorer les propriétés des systèmes complexes. Le passage de la modélisation DSGE vers l'approche multi-agents fait donc disparaître les fortes contraintes induites par la nécessité de garantir la solvabilité analytique

du modèle en question. Il devient alors possible de lever les hypothèses qui encadrent la résolution du nouveau modèle canonique : les conditions d'apurement (qui assurent l'égalité permanente entre offre et demande), l'homogénéité des agents et les comportements d'optimisation.

L'abandon des comportements d'optimisation implique la nécessité de choisir une représentation alternative des comportements. Dans cette thèse, cette représentation s'appuie sur une approche où les agents sont dotés d'une rationalité qui est - au moins initialement - limitée au sens de Simon (1955, 1956). Leur compréhension du fonctionnement de l'économie est assez imparfaite, ce qui les met *de facto* en situation d'apprentissage (cf. la citation de Dosi et al. (2003) plus haut). *Les comportements des agents sont donc supposés être guidés par leur apprentissage.* Sur cette base, le recours à la modélisation multi-agents ouvre la voie à des représentations beaucoup plus riches du processus d'apprentissage. Dans ce contexte, il est utile de faire appel à la distinction proposée par Bullard & Duffy (1999) entre des processus d'apprentissage qui portent sur les anticipations ("learning how to forecast") et des processus orientés vers l'apprentissage des décisions optimales en matière de comportements ("learning how to optimize"). L'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) correspond clairement au premier type d'apprentissage : il est structuré et défini par rapport à l'hypothèse des anticipations rationnelles et reste en quelque sorte prisonnier de la question de la convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles.⁴ L'approche mobilisée dans cette thèse appartient en revanche au deuxième type d'apprentissage, car il porte sur les comportements des agents (i.e. sur les décisions en matière d'offre de travail, de demande de biens etc.) On retient deux modélisations alternatives de cet apprentissage concernant les comportements : *l'apprentissage social évolutionnaire* et *l'apprentissage individuel*. L'apprentissage social est modélisé par un processus qui se rapproche des *algorithmes génétiques* (Holland 1975, 1992) : on y trouve notamment des comportements d'imitation entre les agents qui peuplent le modèle. L'apprentissage individuel est fondé sur l'idée que chaque agent dispose d'un *modèle mental* (Holland et al. 1989) qui lui permet de anticiper les conséquences de ses choix ; suivant la démarche de Yildizoğlu (2001), les modèles mentaux des agents sont représentés par des *réseaux de neurones artificiels*. Avec ces deux formalisations de l'apprentissage, l'équilibre en anticipations rationnelles cesse d'être l'élément structurant central du modèle - c'est maintenant le processus d'apprentissage qui se trouve véritablement au cœur du fonctionnement de l'économie.

La représentation des comportements ne constitue pas l'unique rupture avec le cadre de la modélisation dynamique stochastique d'équilibre général. Dans l'approche multi-agents retenue, on remplace effectivement les agents homogènes du nouveau modèle canonique par des agents caractérisés par une forte hétérogénéité, car ils disposent de stratégies comportementales qui sont - au moins initialement - nettement différentes. Une autre différence marquée entre les deux cadres de modélisation concerne le mécanisme qui gouverne l'allocation des biens et du travail : l'hypothèse d'une égalité parfaite et permanente entre offre et demande est substituée par un mécanisme de rationnement qui permet notamment

⁴La question de la convergence conditionne en effet largement la formalisation de l'apprentissage : il est en effet indispensable de recourir à une formalisation qui permet *a priori* la convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles.

de modéliser des situations de chômage et de pénurie de main d'œuvre. Ces trois ruptures avec le cadre du nouveau modèle canonique sont en effet indispensables pour obtenir un nouveau modèle macroéconomique qui s'inscrit dans la logique de la rationalité limitée et de la prise en compte des situations d'écart par rapport à l'équilibre. Pour ce qui concerne les autres composantes du nouveau modèle canonique, on a fait le choix de maintenir l'ensemble d'éléments qui sont *a priori* compatibles avec cette logique : les structures des marchés sont semblables, le régime de propriétés des firmes et les fonctions de production et d'utilité sont identiques et les firmes utilisent le même schéma en matière de tarification. L'ensemble de ces hypothèses définit un modèle macroéconomique multi-agents qui correspond, à quelques détails près, à un modèle développé par Isabelle Salle, Marc-Alexandre Sénégas, Murat Yıldızoğlu et l'auteur de cette thèse. Le choix d'une grande proximité structurelle par rapport au nouveau modèle canonique s'explique d'abord par un souci de favoriser les comparaisons avec le nouveau modèle canonique. Lorsqu'il s'agit d'expliquer la survenance de dynamiques très différentes de celles qui dominent dans le nouveau modèle canonique, on peut en effet se concentrer sur les hypothèses de rationnement, d'hétérogénéité et des comportements d'apprentissage qui constituent les seules sources potentielles de cette différence. Dans ce sens, la proximité structurelle entre les deux modèles devrait faciliter la compréhension du fonctionnement de ce nouveau modèle multi-agents.

La comparaison des dynamiques générées par les deux modèles est susceptible de nous renseigner sur la robustesse et la généralisation possible des enseignements du nouveau modèle canonique dans un environnement informationnel différent. L'observation de dynamiques semblables constituerait un argument de taille en faveur de la généralité des résultats du nouveau modèle canonique, car on aurait alors la preuve que ces dynamiques ne sont pas conditionnées par les hypothèses les plus restrictives du nouveau modèle canonique. Dans cette perspective, on s'intéressera plus particulièrement à la question d'une éventuelle *convergence* des variables endogènes du modèle multi-agents vers son équilibre « fictif » (défini par la réintroduction dans le modèle multi-agents d'hypothèses d'homogénéité des agents et d'optimisation). Grâce à la grande proximité structurelle entre les deux modèles, on peut rapprocher cet équilibre fictif de l'équilibre du nouveau modèle canonique. Un processus de convergence vers cet équilibre renforcerait de toute évidence l'idée d'une très grande généralité des résultats et des propriétés du modèle standard de la macroéconomie contemporaine.

Il convient de souligner que la question de la convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles ne constitue pas la problématique *principale* de cette thèse. On rappelle que la thèse s'intéresse avant tout à l'étude de la *nature des dynamiques qui émergent dans une économie structurée par l'apprentissage*. Le point crucial est dans ces circonstances le recours à une représentation plus flexible du processus d'apprentissage que celle de l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001).⁵ De surcroît, dans la mesure où cette thèse est consacrée aux rôles stabilisateurs (ou déstabilisateurs) joués par l'apprentissage et par la politique monétaire, elle accordera dans ce contexte une attention

⁵On a vu plus haut que la définition et la formalisation de l'apprentissage adaptatif sont fortement contraintes par les liens logiques avec l'hypothèse des anticipations rationnelles.

particulière à la question des interactions entre le processus d'apprentissage des agents et les règles de politique monétaire mises en œuvre par les autorités monétaires.

Pour développer cette problématique, on adoptera le plan suivant.

Le premier chapitre fournit une présentation unifiée et exhaustive de la version *originale* du nouveau modèle canonique (i.e. avec anticipations rationnelles) et plus précisément du modèle de base de Woodford (2003*b*, p. 238 - 247). Le choix d'un haut niveau de technicité s'explique par le souci de préparer les développements ultérieurs de l'étude. Les questions concernant l'articulation entre le nouveau modèle canonique et l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001) ne peuvent effectivement pas être correctement appréciées en l'absence d'une connaissance technique approfondie du nouveau modèle canonique.

Le deuxième chapitre présente l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) et les principaux enseignements de la littérature consacrée à l'étude de la politique monétaire dans le cadre du nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif. Ce chapitre se termine avec une discussion critique de ces enseignements. La dichotomie souvent évoquée par cette littérature entre le caractère *intrinsèque* de la rationalité des agents dans la version originale du nouveau modèle canonique et le caractère *limité* de cette rationalité dans le modèle avec apprentissage adaptatif paraît discutable : on montre que même dans la version originale du modèle (avec anticipations rationnelles), les comportements des agents ne peuvent pas être considérés comme intrinsèquement rationnels. Une autre limite de l'approche retenue dans ce chapitre réside dans des problèmes d'articulation entre l'apprentissage adaptatif et les fondements microéconomiques du nouveau modèle canonique (cf. *supra* les réflexions s'appuyant sur les travaux de Preston (2002, 2005)).

A partir de ces limites du nouveau modèle canonique et de l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001), le troisième chapitre discute de l'intérêt de l'adoption d'une approche de modélisation alternative : la modélisation multi-agents. Une revue de la littérature consacrée aux modèles macroéconomiques multi-agents met en évidence les caractéristiques centrales de ces modèles. Sur la base de ces éléments, la deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la construction et à l'étude d'un modèle macroéconomique multi-agents. En raison de la grande proximité structurelle avec le nouveau modèle canonique, on peut dans ces circonstances parler d'une version multi-agents du nouveau modèle canonique. Ce modèle ne permet pas de résolution analytique, ses propriétés sont donc explorées à l'aide de simulations informatiques. Pour limiter les coûts en termes de temps de calculs, on fait dans ce contexte appel à la méthode d'échantillonnage NOLH (Near Orthogonal Latin Hypercubes Sampling) (Kleijnen et al. 2005, Cioppa & Lucas 2007) et à une méthode statistique adaptée aux particularités de la méthode NOLH : le Krigéage (Krigé 1951, Matheron 1963). Le modèle multi-agents est à ce stade de son développement marqué par le caractère parfaitement statique des comportements des agents. Cette représentation des comportements est bien entendu peu satisfaisante et assez restrictive, mais elle présente l'avantage de favoriser la compréhension et la mise en évidence des *propriétés structurelles* du modèle ; l'analyse des données générées par ce modèle fa-

cilite ainsi l'appréhension ultérieure du fonctionnement des versions plus développées du modèle multi-agents.

Le quatrième chapitre intègre successivement deux éléments qui faisaient défaut à cette version de base du modèle multi-agents : il introduit des *comportements adaptatifs* qui reflètent la rationalité limitée des agents et il ajoute à la politique monétaire la dimension de *réactivité* (aux performances de l'économie et notamment à l'inflation et au niveau de l'activité économique). Les comportements des agents sont supposés être guidés par leur processus d'apprentissage, dont on retient deux volets alternatifs : l'apprentissage social et l'apprentissage individuel.

Ce modèle constitue le cadre d'analyse dans lequel on examinera l'ensemble des questions que l'on vient de discuter. Les variables endogènes du modèle multi-agents convergent-elles vers l'équilibre « fictif » ? Sinon, quelle est la nature des dynamiques engendrées par le modèle ? Quel rôle joue l'apprentissage dans le fonctionnement du modèle ? La nature des dynamiques est-elle conditionnée par le type d'apprentissage retenu (apprentissage social évolutionnaire ou apprentissage individuel par modèles mentaux) ? Quel est le rôle de la politique monétaire ? Est-elle capable de favoriser la stabilisation de l'économie ? Obtient-on des dynamiques distinctes par l'utilisation de règles de politique monétaire qui traduisent des contraintes informationnelles différentes ? Comment interagissent les processus d'apprentissage des agents privés et les politiques mises en œuvre par les autorités monétaires ?

Première partie

Apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique

Le nouveau modèle canonique : un modèle dynamique stochastique d'équilibre général avec anticipations rationnelles

1.1 Introduction

Les quinze dernières années de l'analyse macroéconomique ont été dominées par un modèle dont l'importance ressort des différentes appellations, très évocatrices, sous lesquelles il est connu : *The New Keynesian Framework* (Galí 2008) et *A New Keynesian Model* (Walsh 2003) sous-entendent que le modèle résume les positions théoriques des Nouveaux Keynésiens ; *the Canonical Model* (Galí & Gertler 2007) lui confère le statut du modèle de référence autour duquel gravitent de nombreux autres modèles appartenant à la même famille ; *The New Neoclassical Synthesis* (Goodfriend & King 1997) suggère un statut comparable à celui de la synthèse néoclassique des années 1960.

Ce modèle dynamique stochastique d'équilibre général est basé sur des fondements microéconomiques assez complets (cf. par exemple McCallum & Nelson (1999), Woodford (2003*b*), Walsh (2003) ou Galí (2008)). Malgré le fait que l'appellation « Nouveau modèle keynésien » soit de loin la plus utilisée, je parlerai ici du *nouveau modèle canonique* dans un souci d'objectivité à l'égard des origines du modèle. Je suis sur ce point l'argument de Galí & Gertler (2007) qui font remarquer que l'utilisation de l'adjectif « keynésien » a tendance à faire oublier la contribution de la théorie du cycle réel dans la genèse du modèle. On pourrait dire la même chose sur la contribution des auteurs monétaristes, notamment celle d'Edward Nelson et Bennett McCallum.

L'idée d'une filiation « keynésienne » du modèle est d'autant plus discutable qu'une partie de ses propriétés fondamentales ne correspondent guère à une vision keynésienne du fonctionnement de l'économie : le chômage est toujours volontaire et le cycle des affaires est généré par des chocs réels, i.e. par des fluctuations du niveau naturel de la production.

L'évocation d'une logique de synthèse (Goodfriend & King 1997, p. 231 - 233) semble plus judicieuse, car le modèle associe à ces propriétés d'inspiration néoclassique des éléments qui s'inscrivent pleinement dans la tradition keynésienne : les rigidités nominales y occupent une place centrale et la politique monétaire est capable d'influencer l'évolution des variables réelles. Toutefois, l'appellation retenue par Goodfriend & King (1997) « The New Neoclassical Synthesis » ne fait pas explicitement référence à cet héritage keynésien.

L'appellation « nouveau modèle canonique » présente l'avantage de contourner la (potentiellement fâcheuse) question de la filiation et de souligner en même temps la place

centrale que ce modèle occupe dans l'analyse macroéconomique contemporaine.

Le caractère synthétique évoqué par Goodfriend et King a sans doute contribué au succès du nouveau modèle canonique : ses fondements microéconomiques (comportement d'optimisation et anticipations rationnelles) le rendent familier, et probablement acceptable, aux yeux des Nouveaux Classiques ; le rôle central accordé à la rigidité des prix favorise à son tour l'adhésion des (Nouveaux) Keynésiens.

Une deuxième raison de son succès réside dans sa faculté à illustrer et reproduire des intuitions fondamentales de la macroéconomie moderne avec une remarquable économie de moyens. Dans son expression la plus simple, le modèle ne comporte que trois équations linéaires, qui constituent un cadre permettant d'étudier le rôle crucial des rigidités nominales et des anticipations dans le fonctionnement de l'économie ainsi que la capacité des autorités monétaires d'influencer l'économie réelle en manipulant le taux d'intérêt nominal (Clarida et al. 1999). En effet, le modèle existe sous deux formes : une forme complète non-linéaire et une forme réduite, obtenue par log-linéarisation autour d'un état stationnaire *déterministe* (au sens de l'anglais *deterministic*, i.e. dépourvu d'éléments stochastiques), qui se manipule assez facilement.

Ce chapitre présente et discute d'abord la dérivation de cette version linéarisée du modèle à partir de ces fondements microéconomiques. Il s'agit d'explicitier les hypothèses sur lesquelles le modèle repose et de mettre en lumière sa structure et son fonctionnement. La fin du chapitre s'intéresse plus particulièrement à la manière dont les fluctuations de l'économie sont appréhendées dans le modèle et aux mécanismes qui permettent à la politique monétaire d'y faire face. Cette présentation du modèle et de son fonctionnement se veut la plus complète, la plus détaillée et la plus technique possible. Cette ambition peut surprendre dans le cadre d'une étude consacrée à l'apprentissage, car l'apprentissage est le grand absent dans le nouveau modèle canonique : *les agents n'y apprennent pas, ils savent* - grâce aux anticipations rationnelles !

Le parti pris de l'exhaustivité et de la technicité s'explique par les liens étroits qui existent entre la littérature consacrée au nouveau modèle canonique et la recherche récente sur l'apprentissage en macroéconomie. En effet, le nouveau modèle canonique est devenu ces dernières années un cadre incontournable pour la modélisation de l'apprentissage en macroéconomie : l'introduction de mécanismes d'apprentissage adaptatif au sens de Evans & Honkapohja (2001) dans la version *originale* du nouveau modèle canonique (i.e. celle où les anticipations des agents sont rationnelles) a donné naissance à la littérature foisonnante sur *l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique*. Dans cette perspective, la présentation à la fois technique et détaillée du nouveau modèle canonique original est une étape préliminaire, indispensable à l'appréciation de la portée de la modélisation de l'apprentissage : pour pouvoir mesurer l'apport de l'introduction de l'apprentissage, il est crucial de bien comprendre le fonctionnement du modèle en absence d'apprentissage.

Cette démarche est assez évidente pour ce qui concerne la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique : ce qui distingue le nouveau modèle canonique avec apprentissage de la version originale du modèle (avec anticipations rationnelles) est justement le fait que les agents apprennent au lieu d'être dotés d'anticipations rationnelles ; toute différence dans le fonctionnement du modèle devrait alors être liée à la présence des mécanismes d'apprentissage et à l'absence des anticipations rationnelles.

Cette thèse cherche à adapter cette approche comparative - au moins partiellement - au domaine de la modélisation multi-agents. Certes, le fonctionnement des modèles multi-agents est tellement éloigné de celui du nouveau modèle canonique original que les comparaisons doivent être manipulées avec la plus grande précaution. Néanmoins, elles peuvent être riches d'enseignement. C'est pourquoi le quatrième chapitre présentera un modèle multi-agents dont la structure est volontairement calquée sur celle du nouveau modèle canonique, faisant en sorte que des comparaisons peuvent être faite de manière ponctuelle. Dans cette optique, la technicité élevée de la présentation du nouveau modèle canonique et de son fonctionnement permettra de mettre en lumière la spécificité des certains aspects du modèle multi-agents. Elle permettra également de mieux comprendre pourquoi ces aspects du modèle multi-agents sont si différents de leurs pendants dans le nouveau modèle canonique, et cela malgré la parenté dans la structure des deux modèles.

Le parti pris d'un niveau de technicité élevé se justifie également par les difficultés conceptuelles et techniques majeures qui sont associées à l'introduction de l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001) dans le nouveau modèle canonique original. L'appréhension de ces difficultés nécessite une très bonne compréhension technique du nouveau modèle canonique original. On peut même penser qu'un certain nombre de ces difficultés ont pour origine une connaissance insuffisamment approfondie du nouveau modèle canonique par les auteurs qui se sont attachés à introduire l'apprentissage adaptatif dans ce modèle. Ces difficultés occuperont une place importante du chapitre 2.

L'exposition du nouveau modèle canonique de ce premier chapitre est essentiellement basée sur Woodford (2003b), complétée par les présentations de Preston (2005) et de Galí (2008). L'ouvrage de Woodford séduit effectivement par son caractère universel : son analyse dépasse le caractère particulier des contributions de Walsh (2003) et Galí (2008), qui sont basées pour l'essentiel sur une fonction d'utilité spécifique, car les analyses de Woodford sont valables pour une famille entière de fonctions d'utilité ; contrairement à Preston qui suppose des marchés financiers incomplet, Woodford modélise dans un contexte de marchés financiers complets.

Le cadre retenu dans ce chapitre - une *économie de production sans frictions monétaires* - correspond au *modèle de base* de Woodford (2003b, p. 238), i.e. à celui du quatrième chapitre de ce traité. Pour caractériser une économie sans frictions monétaires, la littérature anglophone retient l'expression *cashless economy*. L'utilisation de l'adjectif « cashless » ne traduit pas l'inexistence de la monnaie dans une telle économie, mais le fait que les ménages n'ont pas besoin de monnaie pour fluidifier les transactions. Il n'existe donc pas de demande de monnaie à cette fin. Le rôle principal de la monnaie dans une telle économie est celui d'unité de compte. Une différence subtile entre le modèle présenté ici et le modèle de base de Woodford concerne le rôle du gouvernement : la présente exposition se situe dans un cadre marqué par l'absence de biens et services produits par le gouvernement. Le choix de ce cadre est peu restrictif : l'introduction ultérieure d'une production gouvernementale ne modifie guère le comportement du modèle (Woodford 2003b, p. 73-74). Ce choix facilitera la présentation de la dérivation de la version linéarisée du nouveau modèle canonique. Il favorisera également la compréhension des problèmes d'articulation entre l'apprentissage adaptatif et le nouveau modèle canonique, qui feront l'objet d'une discussion approfondie à la fin de cette première partie : en effet, ces problèmes ont juste-

ment été mis en évidence dans le cadre d'une économie sans frictions monétaires et sans production gouvernementale (Preston 2005).

L'ouvrage de Woodford est difficile d'accès pour le lecteur de part ses développements peu linéaires. Une difficulté majeure réside dans l'absence d'une dérivation explicite du modèle de base. En effet, Woodford propose dans le deuxième chapitre de son ouvrage la dérivation d'un modèle linéarisé qui représente une *économie de dotation sans frictions monétaires* ; dans son troisième chapitre, il dérive un modèle décrivant une *économie de production avec frictions monétaires*. On remarque qu'aucune de ces deux versions du nouveau modèle canonique ne correspond vraiment au cadre du modèle de base, i.e. celui d'une *économie de production sans frictions monétaires*.

Le caractère parfois très sommaire des développements analytiques - l'auteur passe d'une équation à l'autre sans expliciter de nombreuses manipulations intermédiaires - représente également un inconvénient. Ce procédé traduit de toute évidence l'extraordinaire maîtrise de Woodford et sa connaissance parfaite des méthodes de résolutions mobilisées par la macroéconomie moderne ; il peut toutefois poser un sérieux problème de compréhension pour le lecteur.

Face à ces deux difficultés, j'ai adopté la démarche suivante : j'ai assemblé des éléments trouvés dans le chapitre 2 et 3 de l'ouvrage de Woodford pour identifier les fondements microéconomiques qui correspondent au contexte du modèle de base : une *économie de production sans frictions monétaires* ; ensuite, j'ai reconstitué les étapes intermédiaires nécessaires à la dérivation d'un modèle linéarisé à partir de ces fondements. Le résultat est un cadre analytique cohérent, détaillé et complet qui se veut compréhensible sans lectures complémentaires. Le fait de disposer d'un tel cadre présente l'avantage de rendre explicite un certain nombre d'hypothèses implicites, ce qui favorisera la compréhension du fonctionnement du modèle.

Les sections 1.2 et 1.3 décrivent comment le nouveau modèle canonique linéarisé peut être dérivé à partir de ses fondements microéconomiques : dans cette optique, les sous-sections 1.2.1 et 1.2.2 présentent les comportements d'optimisation des agents privés de l'économie (le ménage représentatif et les firmes) ; la sous-section 1.2.3 expose les politiques économiques mises en œuvre par les autorités monétaires et budgétaires ; l'équilibre en anticipations rationnelles de l'économie et les conditions d'apurement associées sont l'objet de la sous-section 1.3.1 ; la suite de la section 1.3 montre comment on peut trouver, à partir de cet équilibre, la version linéarisée du modèle à l'aide de techniques de linéarisation autour d'un état stationnaire déterministe.

La section 1.4 se concentre sur des éléments étroitement liés au rôle et au fonctionnement de la politique monétaire. Ainsi, la sous-section 1.4.1 fait l'inventaire des chocs susceptibles de provoquer des déviations de l'économie par rapport à l'état stationnaire. L'existence de ces déviations pose la question de la capacité des autorités monétaires d'agir sur l'ampleur de celles-ci à des fins de stabilisation de l'économie. Dans cette perspective, la sous-section 1.4.2 examine le canal de transmission de la politique monétaire.

La section 1.5 conclut ce chapitre.

1.2 Comportements des agents

1.2.1 Optimisation intertemporelle du ménage

1.2.1.1 Ménage représentatif

Dans la présentation du nouveau modèle canonique de Woodford, l'économie est peuplée par un grand nombre de ménages identiques (Woodford 2003b, p. 64). Pour caractériser les préférences et les comportements de ces ménages, Woodford fait appel à l'hypothèse d'un ménage représentatif. Il ne donne pourtant pas d'indications quant à la signification précise de cette hypothèse.

L'hypothèse de l'agent représentatif permet en effet plusieurs interprétations. Le cas le plus simple est celui où tous les agents sont parfaitement identiques ; comme tous les agents se comportent de la même manière, il suffit de décrire le comportement d'un d'entre eux - l'agent représentatif - pour savoir exactement comment se comportent les autres. Dans ce cas, les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif, i.e. notamment celles qui se trouvent dans sa fonction d'utilité et dans sa contrainte budgétaire, sont des variables individuelles (sa consommation individuelle, ses revenus individuels etc). Les variables agrégées s'obtiennent alors en multipliant les variables individuelles par le nombre d'agents. Selon une deuxième interprétation, on peut considérer l'agent représentatif comme un agent fictif dont les décisions correspondent à l'agrégation des comportements des agents qui peuplent le modèle :

"Consider the most favorable situation, that in which we can construct an individual whose utility-maximising choices correspond to the aggregate choices of the individual in the economy." (Kirman 1992, p. 146)

Dans cette interprétation, les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif ne peuvent être que des variables agrégées. Un cas particulier de cette dernière lecture peut être considéré comme une troisième interprétation de l'hypothèse de l'agent représentatif :

"This assumption allows us to analyze each country's aggregate per capita consumption as if it were decided by a composite individual endowed with the economy's per capita economic resources." (Obstfeld & Rogoff 1996, p. 292)

Les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif sont toujours des variables agrégées, mais il s'agit cette fois-ci de variables *per capita*. De nouveau, on obtient les expressions habituelles des variables agrégées - i.e. des variables qui ne sont pas exprimées *per capita* - en multipliant les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif par le nombre d'agents.

Dans le développement de son modèle, Woodford parle indistinctement du comportement « des ménages » et du comportement « du ménage représentatif ». Il s'agit là d'un indice que Woodford retient la première interprétation de l'agent représentatif, i.e. celle où la représentativité du ménage s'explique par le fait que tous les agents du modèle sont parfaitement identiques. Des éléments formalisés de la présentation du modèle de Woodford confirment cette vision (cf. annexe A.1). Une lecture approfondie de l'ouvrage de Woodford suggère toutefois que les variables qui se réfèrent au ménage représentatif - et donc à tous les ménages du modèle - soient des variables agrégées *per capita* (cf. annexe A.1). Le nouveau modèle canonique associe par conséquent des éléments de la première

et de la troisième interprétation de l'hypothèse de l'agent représentatif : l'économie est peuplée par un grand nombre de ménages qui se comportent tous exactement de la même manière qu'un d'entre eux - le ménage représentatif -, et les variables qui se réfèrent à eux sont des variables *per capita*.

L'hypothèse du ménage représentatif se trouve également dans la présentation du nouveau modèle canonique de Galí (2008). Le cadre retenu par Preston (2005) est différent : il suppose l'existence d'un continuum de ménages, i.e. d'un nombre infini de ménages, qui ne sont d'ailleurs pas parfaitement identiques, car le modèle de Preston admet des dotations de richesse initiale différentes.

1.2.1.2 L'utilité du ménage représentatif

Le ménage représentatif maximise l'espérance de la somme actualisée des utilités ressenties dans les périodes courantes et futures :

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(u(C_t; \varrho_t) - \int_0^1 v(h_t(I); \varrho_t) dI \right) \right]. \quad (1.1)$$

$\beta \in [0, 1]$ est le taux d'escompte du ménage, il représente le degré de sa préférence pour le présent. On remarque que l'utilité ressentie pendant une période donnée est additivement séparable en C et h . Elle dépend effectivement de sa consommation C et de la quantité de travail fournie aux firmes h . On définit C_t par l'index de la consommation de Dixit & Stiglitz (1977)

$$C_t \equiv \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad (1.2)$$

avec $\sigma > 1$. Cet indice agrège les quantités consommées $c_t(i)$ d'un continuum de biens différenciés notés i ($i \in [0, 1]$). La construction de l'indice traduit l'hypothèse d'une élasticité de substitution constante σ entre deux biens différenciés. L'indice de prix associé à (1.2) est

$$P_t \equiv \left(\int_0^1 p_t(i)^{1-\sigma} di \right)^{\frac{1}{1-\sigma}}, \quad (1.3)$$

avec $p_t(i)$ le prix en t du bien différencié i . P_t peut également être interprété comme indice du niveau général des prix de l'économie. Le vecteur (ligne) des chocs stochastiques ϱ_t s'interprète comme un empilement de *perturbations réelles*. Woodford (2003b, p. 64) illustre ce type de choc par l'exemple d'une variation exogène dans l'élasticité de substitution intertemporelle de la consommation agrégée C_t . L'intuition d'un tel choc est un changement dans l'impatience du ménage à l'égard de la consommation (cf. sous-section 1.4.1.2 pour une discussion détaillée des chocs regroupés dans ϱ_t). Pour ϱ_t donné, la fonction d'utilité $u(C; \varrho_t)$ est continue, concave et strictement croissante en C .

$v(h_t(I))$ représente la désutilité de la quantité du travail spécialisé $h(I)$ que le ménage fournit à l'industrie qui utilise le type de travail I . Woodford (2003b, p. 148) suppose que chaque bien différencié i est produit par une seule firme i . Chaque industrie I regroupe l'ensemble des firmes qui utilisent le même type de travail I , avec un continuum

d'industries $I \in [0, 1]$. Rigoureusement, il faudrait utiliser un système de notation basé sur le double continuum $(I, i) \in [0, 1] \times [0, 1]$ (cf. Woodford (2003b, p. 148)). Un double indice renseignerait alors à la fois sur l'identité de la firme et sur l'industrie. Par exemple, $h_t(I, i)$ représenterait le travail fourni par le ménage représentatif à l'industrie I et plus précisément à la firme i . Pour alléger les notations, il est toutefois préférable de ne retenir que l'indice simple qui est pertinent dans le contexte en question. Concernant l'utilité du ménage, il est par exemple suffisant d'indiquer l'industrie I , car cette utilité n'est pas affectée par le fait que ce travail est in fine utilisé par la firme i plutôt que par une autre firme appartenant à la même industrie.

Pour ϱ_t donné, la fonction $v(h ; \varrho_t)$ est continue, convexe et strictement croissante en h .

Le fait que ϱ_t soit un argument des fonctions $u(\cdot ; \varrho_t)$ et $v(\cdot ; \varrho_t)$ n'exclut pas la possibilité que les perturbations qui s'exercent sur les deux fonctions soient indépendantes. Il suffit d'imaginer que des éléments différents du vecteur ϱ_t affectent u et v (Woodford 2003b, p. 144). On pourrait par exemple noter $\varrho_t(u)$ la variable de perturbation affectant u et $\varrho_t(v)$ la variable de perturbation affectant v . Dans ce cas, le vecteur des perturbations s'écrirait $\varrho_t \equiv [\varrho_t(u) \quad \varrho_t(v)]$. Cette écriture correspond au cas simple où chacune des deux fonctions u et v est affectée par une seule variable de perturbation. On pourrait imaginer des cas plus complexes où plusieurs perturbations s'exercent sur chaque fonction. Comme cette complexification ne modifierait pas fondamentalement le fonctionnement du modèle, on peut se contenter du cas simple avec seulement deux perturbations indépendantes $\varrho_t(u)$ et $\varrho_t(v)$. Dans une représentation graphique, ces perturbations se traduiraient par des déplacements des courbes d'iso-utilité (ou d'iso-désutilité) associées à u et v .

Woodford ne se prononce pas sur une éventuelle positivité de u et de v . Toutefois, la positivité de v est mobilisée dans la suite (cf. sous-section 1.3.2.5) On peut donc considérer que la positivité de la fonction v est une hypothèse implicite du modèle.

La continuité de u et v est une autre hypothèse implicite du modèle. En absence de cette hypothèse, la résolution du problème d'optimisation du ménage ne serait pas justifiée (cf. sous-section 1.2.1.5). On peut noter que toutes les fonctions particulières utilisées dans la littérature à des fins d'illustration sont des fonctions continues, cf. par exemple Galí (2008) ou Walsh (2003).

Le fait que les encaisses monétaires ne soient pas un argument de la fonction d'utilité (1.1) traduit l'hypothèse d'absence de frictions monétaires. En effet, la méthode standard de modéliser la présence de frictions monétaires est d'introduire les encaisses réelles $\frac{M_t}{P_t}$ dans la fonction d'utilité (Woodford 2003b, p. 144). Le ménage a alors intérêt à détenir des encaisses monétaires malgré le fait qu'elles soient moins bien rémunérées que les autres actifs financiers. Un tel comportement correspond justement à l'intuition d'une économie avec frictions monétaires : les agents détiennent de la monnaie pour minimiser les coûts associés à ces frictions.⁶

⁶Une méthode alternative de modéliser les frictions monétaires est d'imposer aux agents de verser le prix d'une transaction sous forme de monnaie au moment même où la transaction a lieu. Autrement dit, les agents ont besoin d'encaisses monétaires pour pouvoir réaliser des achats. Cette contrainte est connue dans la littérature anglophone sous le nom de *cash-in-advance constraint* (contrainte d'encaisses préalables).

La fonction d'utilité (1.1) n'apparaît pas dans l'ouvrage de Woodford (2003b). En effet, l'auteur précise une fonction d'utilité qui est adaptée à un contexte d'une économie de dotations sans frictions monétaires (chapitre 2) ainsi qu'une autre qui convient dans le cas d'une économie de production avec frictions monétaires (chapitre 3). C'est à partir de ces deux fonctions que j'ai « reconstitué » l'équation (1.1) comme la fonction d'utilité qui devrait se trouver en amont de la dérivation du modèle de base du quatrième chapitre de Woodford (2003b). Preston (2005) est visiblement arrivé à la même conclusion, car il retient également (1.1).

Avant de préciser les contraintes qui pèsent sur le ménage, il convient de résoudre d'abord la question de la répartition de la consommation agrégée C_t sur les biens différenciés. En effet, on peut alors alléger l'écriture de la contrainte budgétaire du ménage en y insérant l'expression de la répartition optimale.

1.2.1.3 Répartition optimale des biens différenciés

Pour un niveau de dépenses de consommation \mathfrak{Z}_t donné, le ménage représentatif à intérêt de choisir la combinaison des biens différenciés $c_t(i)$ qui lui permet d'acquérir le plus grand C_t possible. Cet intérêt découle du fait que u soit strictement croissant en C_t . Le programme de maximisation en t associé à ce problème s'écrit alors

$$\max_{c_t(i)} \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad \forall i \quad (1.4)$$

$$s/c \quad \mathfrak{Z}_t = \int_0^1 p_t(i) c_t(i) di.$$

On peut résoudre ce problème de maximisation à l'aide du Lagrangien :

$$\mathcal{L} = \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - \lambda_{\mathcal{L}} \left(\int_0^1 p_t(i) c_t(i) di - \mathfrak{Z}_t \right) \quad (1.5)$$

(cf. Galí (2008, p. 61)). On obtient pour tout bien différencié $i \in [0, 1]$ la condition de premier ordre

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t(i)} = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma} \right) c_t(i)^{-\frac{1}{\sigma}} \times \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \times \left(\frac{\sigma}{\sigma-1} \right) - \lambda_{\mathcal{L}} p_t(i) = 0. \quad (1.6)$$

A partir de (1.6), on peut trouver (cf. annexe A.2) la relation entre la quantité consommée de chaque bien différencié et la consommation agrégée

$$c_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\sigma} C_t \quad (1.7)$$

ainsi que l'égalité

$$\int_0^1 p_t(i) c_t(i) di = C_t P_t. \quad (1.8)$$

L'équation (1.7) montre comment le ménage répartit sa consommation agrégée C_t sur les différents biens $c_t(i)$; l'égalité (1.8) permettra par la suite de substituer dans la contrainte budgétaire du ménage le terme $\int_0^1 p_t(i) c_t(i) di$ par $P_t C_t$, i.e. de passer d'une logique d'intégration des dépenses pour chaque bien différencié à une approche en termes de dépense de consommation globale $P_t C_t$.

1.2.1.4 La contrainte budgétaire

Le ménage représentatif se trouve face à la contrainte budgétaire en termes de flux

$$M_t + B_t \leq W_t + \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di - T_t - \int_0^1 p_t(i)c_t(i) di \quad \forall t, \quad (1.9)$$

qui devient, lorsqu'on substitue $\int_0^1 p_t(i)c_t(i) di$ par $C_t P_t$:

$$M_t + B_t \leq W_t + \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di - T_t - C_t P_t \quad \forall t. \quad (1.10)$$

M_t représente la richesse détenue *en fin de période* sous forme d'encaisses monétaires. B_t est la valeur nominale *en fin de période* de la richesse détenue sous forme d'autres actifs financiers, quelque soit leur émetteur (le gouvernement ou des agents privés). W_t est la richesse totale (sous forme de monnaie et d'autres actifs financiers) *en début de période*. Les flux de revenus du ménage sont composés du terme $\int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI$, qui correspond au revenu salarial que le ménage perçoit des différentes industries I ($w_t(I)$ est le salaire payé dans l'industrie I), et du profit agrégé $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$, que les firmes versent au ménage représentatif sous forme de dividendes. Il convient de rappeler que les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif sont des variables *per capita*. L'équation (1.10) indique donc que le ménage représentatif perçoit le profit agrégé *per capita* des firmes, ce qui est cohérent compte tenu de l'hypothèse retenue par rapport au régime de propriété des firmes. En effet, Woodford suppose que chacun des ménages identiques est propriétaire d'une part égale du capital de chaque firme (cf. annexe A.1). T_t désigne les impôts nominaux nets, i.e. des impôts dont on a retranché les flux de transferts à destination où en provenance du ménage représentatif. Le terme $C_t P_t$ désigne la dépense de consommation du ménage.

La contrainte budgétaire (1.10) montre que la richesse monétaire et financière en fin de période doit nécessairement être inférieure ou égale à la richesse héritée de la période précédente, à laquelle on a ajouté les flux des revenus (salaires et dividendes) et dont on a retranché les impôts et les dépenses de consommation.

Il est à première vue surprenant que l'équation (1.10) ne comporte pas de terme qui correspond explicitement aux revenus d'intérêt. Ceci s'explique par le fait que le paiement des intérêts est supposé se produire *entre la fin d'une période et le début de la période suivante*. Par conséquent, W_t comprend *déjà* les intérêts perçus pour les actifs détenus à la fin de la période $t - 1$. En effet, on peut décomposer W_t en

$$W_t = (1 + i_{t-1}^m)M_{t-1} + A_t, \quad (1.11)$$

avec i_{t-1}^m le taux d'intérêt qui rémunère des avoirs en monnaie déposés auprès de la banque centrale. On remarque que dans une « cashless economy », les ménages n'ont pas intérêt de détenir une partie de leurs encaisses monétaires sous forme d'espèces ou de billets de banque ; ils déposent la totalité de leurs encaisses monétaires pour bénéficier de la rémunération i^m . Dans ces conditions, l'équation (1.11) suggère que chaque ménage dispose d'un compte auprès de la banque centrale. A_t est la valeur en t du portefeuille des actifs financiers choisis par le ménage en $t - 1$. La variable W_t est implicitement supposée bornée

(Woodford 2003b, p. 627 - 628). Il s'agit là d'une hypothèse naturelle : l'équation (1.11) montre effectivement que dans le cas contraire, il faudrait supposer que soit la masse monétaire M , soit la valorisation des titres A , soit le taux d'intérêt i^m n'est pas borné. Comme Woodford (2003b, p. 64) suppose des *marchés financiers complets*, ce portefeuille est *a priori* composé d'actifs risqués et non risqués. La valeur de A_t dépend par conséquent de l'état du monde qui se réalise en t . Ce portefeuille a été acheté en $t - 1$ pour son *prix de marché* B_{t-1} . A l'aide de ce prix, on peut définir le *facteur d'actualisation stochastique* $Q_{t,t+1}$. Ce facteur vérifie la relation d'arbitrage

$$B_t = E_t [Q_{t,t+1} A_{t+1}], \quad (1.12)$$

avec E_t l'espérance conditionnelle à l'état du monde en t (Woodford 2003b, p. 66). L'interprétation économique de l'opérateur E_t est celle des anticipations rationnelles, i.e. de l'espérance conditionnelle à l'information disponible en t . On a donc $E_t \equiv E(\cdot | \mathcal{I}_t)$, avec \mathcal{I}_t l'information disponible en t . L'ensemble \mathcal{I}_t contient des informations concernant la réalisation de l'état du monde en t , les réalisations de l'état du monde dans les périodes antérieures à t , ainsi que l'ensemble des états du monde possibles à la période $t + 1$, étant donné l'état du monde qui s'est réalisé en t . Woodford ne dit pas de manière explicite que les agents du modèle sont dotés d'anticipations rationnelles. Toutefois, le fait qu'il qualifie systématiquement les équilibres du modèle de « rational expectations equilibria » (équilibres en anticipations rationnelles) montre que les anticipations rationnelles sont une hypothèse implicite du modèle. Galí confirme ce point de vue :

"Underlying the monetary policy analysis contained in the previous chapters are the assumptions of perfect information and rational expectations, i.e., that both private agents and the central bank know the structure of the economy (specification and parameter values), are able to observe the shocks impinging on the latter, and form expectations in a way consistent with that (correct) model." (Galí 2008, p. 188)

$Q_{t,t+1}$ est « stochastique » dans la mesure où il intègre les risques associés aux actifs dont le rendement dépend des réalisations de l'état du monde. A l'équilibre, $Q_{t,t+1}$ doit être unique. En effet, dans le cas contraire, il existerait des possibilités d'arbitrage inexploitées, ce qui serait en contradiction avec le concept d'équilibre.

On peut remplacer A_{t+1} dans (1.12) par $W_{t+1} - (1 + i_t^m)M_t$ (cf. (1.11)), puis B_t dans (1.10) par (1.12), ce qui donne :

$$(1 - E_t[Q_{t,t+1}](1 + i_t^m))M_t + E_t [Q_{t,t+1}W_{t+1}] \leq W_t + \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di - T_t - C_t P_t \quad \forall t. \quad (1.13)$$

Ensuite, on peut remplacer $E_t[Q_{t,t+1}](1 + i_t^m)$ dans (1.13) par $\frac{1+i_t^m}{1+i_t}$, avec i_t le taux d'intérêt associé à un actif sans risque à maturité d'une période. En effet, pour un tel actif, (1.12) s'écrit

$$B_t = E_t [Q_{t,t+1}(1 + i_t)B_t] \Leftrightarrow \frac{1}{1 + i_t} = E_t [Q_{t,t+1}], \quad (1.14)$$

car $(i_t, B_t) \in \mathcal{I}_t$, ce qui implique $E_t[(1+i_t)B_t] = (1+i_t)B_t$ et donc $E_t[Q_{t,t+1}(1+i_t)B_t] = E_t[Q_{t,t+1}](1+i_t)B_t$. L'actualisation de $1+i_t^m$ par la valeur espérée du facteur d'actualisation $Q_{t,t+1}$ donne alors $\frac{1+i_t^m}{1+i_t}$. On obtient alors pour (1.13) :

$$W_t \geq E_t[Q_{t,t+1}W_{t+1}] + P_t C_t + T_t + \Delta_t M_t - \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI - \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di \quad \forall t \quad (1.15)$$

avec $\Delta_t \equiv \frac{i_t - i_t^m}{1+i_t}$ un indice du coût d'opportunité de la détention de richesse sous forme monétaire. En exprimant l'inégalité (1.15) à la période $t+1$ et en prenant les anticipations rationnelles de la période t des valeurs actuelles des membres droite et gauche de cette inégalité, on trouve

$$E_t[Q_{t,t+1}W_{t+1}] \geq E_t[Q_{t,t+2}W_{t+2}] + E_t[Q_{t,t+1}(P_{t+1}C_{t+1} + \Delta_{t+1}M_{t+1} + T_{t+1})] - E_t\left[Q_{t,t+1}\left(\int_0^1 w_{t+1}(I)h_{t+1}(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_{t+1}(i) di\right)\right], \quad (1.16)$$

en exploitant la loi des espérance itérées, $E_t[E_{t+1}[\mathcal{X}]] = E_t[\mathcal{X}]$, et le fait que $Q_{t,t+1}$ fait partie de l'ensemble d'information \mathcal{I}_{t+1} associée à l'opérateur E_{t+1} . Comme $Q_{t,t+1} \in \mathcal{I}_{t+1}$, on a effectivement :

$$E_t[Q_{t,t+1}E_{t+1}[Q_{t+1,t+2}W_{t+2}]] = E_t[E_{t+1}[Q_{t,t+1}Q_{t+1,t+2}W_{t+2}]] = E_t[Q_{t,t+2}W_{t+2}].$$

On peut par conséquent remplacer le terme $E_t[Q_{t,t+1}W_{t+1}]$ de (1.15) par le membre de droite de (1.16). De la même manière, le terme $E_t[Q_{t,t+2}W_{t+2}]$ peut être remplacé par l'espérance de la valeur actuelle en t de l'expression de (1.15) associée à la période $t+2$. En répétant ce procédé jusqu'à la période $T-1$, on trouve la *contrainte budgétaire intertemporelle*

$$W_t \geq E_t[Q_{t,T}W_T] + \sum_{s=t}^{T-1} E_t[Q_{t,s}(P_s C_s + \Delta_s M_s)] - \sum_{s=t}^{T-1} E_t\left[Q_{t,s}\left(\int_0^1 w_s(I)h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s\right)\right], \quad (1.17)$$

avec $Q_{t,T} \equiv \prod_{s=t+1}^{s=T} Q_{s-1,s}$, qui devient

$$C_t \leq \frac{\sum_{s=t}^{T-1} E_t\left[Q_{t,s}\left(\int_0^1 w_s(I)h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - \Delta_s M_s - T_s\right)\right]}{P_t} + \frac{W_t - E_t[Q_{t,T}W_T] - \sum_{s=t+1}^{T-1} E_t[Q_{t,s}(P_s C_s)]}{P_t} \quad (1.18)$$

lorsqu'on isole C_t .

1.2.1.5 Le programme du ménage

Pour optimiser son niveau d'utilité, le ménage doit faire plusieurs choix. Il doit décider la quantité de travail qu'il souhaite offrir à chaque industrie I . Simultanément, il

choisit le niveau de sa consommation globale. Compte tenu des transferts de richesse des périodes antérieures, et pour des salaires et des prix donnés, ces deux premiers choix déterminent parfaitement la somme qu'il va épargner à la fin de la période en question. Pour transférer cette épargne à la période suivante, il définit un portefeuille d'actifs, composé d'encaisses monétaires et d'autres actifs.⁷ La répartition de l'épargne entre encaisses monétaires et autres actifs constitue le troisième choix que le ménage doit effectuer, et ceci simultanément avec les choix de consommation et d'offre de travail.

Compte tenu de ces trois décisions, il est pertinent de retenir comme variables de choix du programme d'optimisation du ménage la consommation agrégée C , l'offre de travail adressée à chaque industrie I , $h(I)$, et les encaisses monétaires M .

À la période t , le ménage doit choisir le niveau souhaité de chaque variable de choix pour la période t et pour *toutes les périodes suivantes*. Le problème d'optimisation intertemporelle du ménage s'écrit alors $\forall I \in [0, 1]$:

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{t+k}, h_{t+k}(I), M_{t+k}\}_0^\infty} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left(u(C_{t+k}; \varrho_{t+k}) - \int_0^1 v(h_{t+k}(I); \varrho_{t+k}) dI \right) \right] \\ s/c \quad C_t \leq \frac{\sum_{s=t}^{T-1} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - \Delta_s M_s - T_s \right) \right]}{P_t} \\ + \frac{W_t - E_t [Q_{t,T} W_T] - \sum_{s=t+1}^{T-1} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

avec $C_{t+k}, h_{t+k}(I), M_{t+k} \geq 0, \forall I \in [0, 1]$. La positivité de C et de $h(I)$ est basée sur la nature des grandeurs économiques que représentent ces variables. Celle de M s'explique par l'hypothèse que les autorités monétaires émettent une quantité strictement positive de monnaie (cf. sous-section 1.2.3.1) et qu'elles ont le monopole de l'émission monétaire, i.e. le ménage ne peut pas émettre une monnaie privée.

La fonction d'objectif du programme (1.19) ne pose pas de problème en ce qui concerne l'existence d'une solution, car u et v sont des fonctions continues. En revanche, la contrainte budgétaire intertemporelle ne décrit *a priori* pas un ensemble fermé et borné. Pour garantir l'existence d'une solution, Woodford (2003b, p. 67 - 68) ajoute trois conditions supplémentaires qui rendent l'ensemble des contraintes compact :

$$i_t \geq i_t^m \quad \forall t \quad (1.20)$$

$$W_{t+1} \geq - \sum_{T=t+1}^{\infty} E_{t+1} \left[Q_{t+1,T} \left(\int_0^1 w_T(I) h_T(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_T(i) di - T_T \right) \right] \quad (1.21)$$

$$\sum_{T=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,T} \left(\int_0^1 w_T(I) h_T(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_T(i) di - T_T \right) \right] < \infty \quad \forall t. \quad (1.22)$$

⁷Parmi les autres actifs du portefeuille se trouvent des actifs risqués et des actifs sans risques. En fonction de l'état du monde qui se réalisera à la période suivante, le ménage découvrira alors la valeur *réellement* transférée par son épargne. En effet, pour le portefeuille constitué à la fin de la période t , cette valeur est donnée par W_{t+1} , i.e. par la valeur de ce portefeuille en $t + 1$.

Il est bien entendu possible de définir d'autres conditions qui assurent le caractère compact de l'ensemble des contraintes. L'avantage des contraintes (1.20) - (1.22) réside dans le fait qu'elles traduisent des intuitions économiques qui ont un sens dans le cadre du modèle.

La contrainte (1.20) écarte la possibilité d'arbitrage entre monnaie et actifs sans risque. En effet, si (1.20) n'est pas vérifié, le ménage représentatif peut s'endetter en actifs sans risque en effectuant une opération de vente à découvert de \mathcal{N} actifs sans risque. Il investit ensuite la somme empruntée en monnaie. Comme la rémunération de la monnaie est dans ce cas supérieure à celle des actifs sans risque, cette opération dégage le profit $(i^m - i) \times \mathcal{N}$. Le ménage a par conséquent intérêt à vendre à découvert le plus grand nombre d'actifs possible. Dans le cas limite où $\mathcal{N} \rightarrow \infty$, le ménage peut bénéficier d'une consommation infinie.⁸ La lecture mathématique de cette contrainte est la suivante : $i_s \geq i_s^m \Leftrightarrow \Delta_s \geq 0$, car la rémunération nominale des actifs sans risque ne peut pas être négative, i.e. $i_t \geq 0$. Comme $M_s \geq 0$, le terme $\Delta_s M_s$ est positif. Dans ces conditions, ce terme n'est pas susceptible de remettre en question l'existence d'une solution : au terme $\Delta_s M_s$ est associé un signe *néгатif* dans (1.19), ce qui garantit le caractère fermé de l'ensemble des contraintes. Dans le cas contraire, i.e. pour $i_s \leq i_s^m$, le terme $\Delta_s M_s$ deviendrait négatif. Toutes choses égales par ailleurs, l'ensemble des contraintes cesserait d'être borné lorsque le ménage fait tendre M_s vers l'infini.

Les contraintes (1.21) et (1.22) sont nécessaires pour empêcher le ménage de financer une consommation infinie à l'aide d'un système à la Ponzi, i.e. par un endettement explosif. En effet, en finançant sa consommation courante par emprunt, puis le remboursement de cet emprunt par un deuxième emprunt plus élevé, etc., le ménage peut théoriquement bénéficier d'une consommation infinie.

La contrainte (1.21) traduit l'idée que les capacités d'endettement du ménage représentatif sont limitées par ses capacités de remboursement. D'après (1.21) le ménage peut certes transférer à la fin de la période t une richesse négative vers la période $t + 1$. Toutefois, son endettement ne peut pas être supérieur à l'espérance conditionnelle de la valeur actualisée en $t + 1$ de la somme de tous ses revenus nets futurs. Ceci est une hypothèse plausible dans un contexte d'information parfaite et complète, car le ménage ne trouvera pas un créancier pour lui accorder un endettement plus élevé. En effet, tout agent du modèle anticiperait de manière rationnelle que le ménage en question ne sera pas capable de rembourser intégralement une telle dette.

La contrainte (1.22) signifie que l'espérance conditionnelle en t de la valeur actualisée de tous les revenus nets futurs du ménage est bornée. En effet, sans cette contrainte, le ménage pourrait s'engager dans un système à la Ponzi malgré la prudence des créanciers exprimée par (1.21). En effet, si (1.22) n'était pas vérifiée, l'espérance conditionnelle en t de la valeur actualisée de tous les revenus nets futurs du ménage serait *infinie* ; l'intuition

⁸Dans un modèle caractérisé par des ménages parfaitement identiques, les possibilités d'arbitrage devraient disparaître instantanément. Supposons que l'on parte d'une situation où (1.20) n'est pas vérifiée. Comme tous les ménages se comportent de manière identique, ils souhaitent tous vendre à découvert des actifs sans risque. Par conséquent, ils ne trouvent pas de contrepartie pour réaliser cette transaction. Chaque ménage a dans ces conditions intérêt à proposer une rémunération i plus élevée pour persuader un autre ménage d'acheter à terme l'actif sans risque. Le rendement de l'actif sans risque devrait alors augmenter jusqu'à ce que (1.20) soit de nouveau vérifiée.

économique d'une telle situation serait que le ménage n'aurait pas de difficulté de contracter à la fin de la période t une dette infinie, car tous les agents du modèle considèrent qu'il dispose de capacités de remboursement infinies.

La contrainte (1.22) est plausible dans la mesure où des capacités de remboursement infinies n'existent pas dans les économies du monde réel.

Lorsque la condition (1.22) est vérifiée, l'insertion de (1.21) dans la contrainte budgétaire de (1.19) donne (cf. annexe A.3) :

$$C_t \leq \frac{\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - \Delta_s M_s - T_s \right) \right]}{P_t} + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t} \quad (1.23)$$

ou encore

$$\sum_{s=t}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] \leq W_t + \sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right]. \quad (1.24)$$

Grâce aux conditions (1.20) et (1.22), (1.23) décrit un ensemble compact.

Comme W_t et $\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right]$ sont supposés être strictement inférieures à $+\infty$ (cf. (1.11) et (1.22)), on trouve :

$$\sum_{s=t}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] < \infty. \quad (1.25)$$

A ce stade, on ne peut pas encore résoudre le problème du ménage : il n'est pas exprimé sous une forme qui permet le recours aux outils standard de l'analyse microéconomique (théorèmes de Lagrange ou de Kuhn-Tucker). En effet, (1.19) indique que le consommateur doit maximiser par rapport à M_{t+k} , mais M_{t+k} n'est pas argument de la fonction d'utilité du ménage. Le raisonnement suivant permet de contourner cette difficulté. Le fait de détenir de la richesse sous forme d'encaisses monétaires (plutôt que sous d'autres formes) ne procure aucune utilité intrinsèque au ménage. Par conséquent, il n'accepte de stocker sa richesse sous forme monétaire que si la monnaie est au moins aussi bien rémunérée que les autres actifs non risqués. Si ce n'est pas le cas, le ménage renonce à la détention d'encaisses monétaires. On a donc :

$$i_t = i_t^m \quad (1.26)$$

ou

$$M_t = 0. \quad (1.27)$$

Dans ces conditions, M peut être éliminé parmi les variables de choix du ménage. Soit (1.27) est vérifiée : la quantité des encaisses monétaires est alors déjà déterminée, le choix du ménage pour M est déjà faite. Soit (1.26) est vérifiée : dans ce cas, le ménage ne s'intéresse plus à la répartition entre encaisses monétaires et actifs sans risque, qui sont

maintenant des substituts parfaits. De plus, le terme $\Delta_s M_s$ dans la contrainte budgétaire intertemporelle devient égale à zéro, car soit (1.26) est vérifiée et $\Delta_s = 0$, soit (1.27) est vérifiée et $M_s = 0$.⁹ Dans les deux cas, le programme du ménage s'écrit $\forall I \in [0, 1]$:

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_{t+k}, h_{t+k}(I)\}_0^\infty} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left(u(C_{t+k}; \varrho_{t+k}) - \int_0^1 v(h_{t+k}(I); \varrho_{t+k}) dI \right) \right] \\ s/c \quad C_t & \leq \frac{\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right]}{P_t} \\ & \quad + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Les préférences du ménage représentatif satisfont l'hypothèse de non saturation locale. En définissant la nouvelle variable « absence de travail » $\left(- \int_0^1 h(I) dI \right)$, on peut effectivement montrer que les préférences du ménage vérifient la monotonicité forte. Soit deux paniers de consommation et d'absence de travail, $\mathcal{F}_j = (C_{j,t}, C_{j,t+1}, \dots; - \int_0^1 h_{j,t}(I) dI; - \int_0^1 h_{j,t+1}(I) dI; \dots)$, $j = 1, 2$. On suppose que tous les éléments de ces deux paniers sont identiques à l'exception d'un. Si la quantité de cet élément dans le panier \mathcal{F}_1 est strictement supérieure à celle contenue dans \mathcal{F}_2 , on aura $\mathcal{F}_1 \succ \mathcal{F}_2$. Ceci vient des propriétés des fonctions u et v . La monotonicité forte implique à son tour la non saturation locale. Grâce à la non saturation locale, le problème du ménage peut être exprimé avec une contrainte budgétaire sous forme d'égalité :

$$\begin{aligned} C_t & = \frac{\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right]}{P_t} \\ & \quad + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Le fait que la contrainte budgétaire soit maintenant vérifiée sous forme d'égalité implique la *condition de transversalité* (cf. annexe A.4) :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [Q_{t,T} W_T] = 0. \quad (1.30)$$

L'intuition de cette condition est que la valeur actualisée d'une richesse accumulée par le ménage dans un avenir lointain devient négligeable lorsque cet avenir est suffisamment éloigné du présent.

Les méthodes de résolution habituelle du problème du ménage conduisent à une impasse, car elles aboutissent systématiquement à la condition d'Euler

$$E_t [\beta u_C(C_{t+1}; \varrho_{t+1})] - \lambda_{\mathcal{L}} E_t \left[\frac{Q_{t,t+1} P_{t+1}}{P_t} \right] = 0. \quad (1.31)$$

Cette équation pose problème, car la suite du raisonnement mobilise également une équation qui correspond à la condition (1.31) sans opérateur des anticipations rationnelles, i.e.

⁹On verra dans la suite que c'est l'équation (1.26) qui est pertinente, car la stricte positivité de l'offre de monnaie rend (1.27) impossible (cf. 1.2.3.1).

$\beta u_C(C_{t+1}; \varrho_{t+1}) = \lambda_{\mathcal{L}} \frac{Q_{t,t+1} P_{t+1}}{P_t}$. Cette condition ne peut pas être obtenue par la résolution habituelle du programme (1.28). Pour sortir de cette impasse, il convient de suivre l'astuce de Woodford (2003b, p. 70) qui dérive dans un premier temps des conditions d'Euler associées à un contexte de certitude, i.e. qui sont caractérisées par le fait que les variables de la période $t + 1$ ne sont pas considérées comme anticipées (cf. la sous-section prochaine). La justification théorique de ce procédé est la suivante : le fait que le ménage formule à la période t des anticipations revient à dire qu'il associe des probabilités de réalisation à chaque état du monde susceptible de se réaliser en $t + 1, t + 2, \dots$. On peut donc considérer que le ménage, au lieu de résoudre le programme (1.28), résout *pour chacun de ces états* le programme

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{t+k}, h_{t+k}(I)\}_0^\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left(u(C_{t+k}; \varrho_{t+k}) - \int_0^1 v(h_{t+k}(I); \varrho_{t+k}) dI \right) \\ s/c \quad C_t = \frac{\sum_{s=t}^{\infty} Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right)}{P_t} \\ + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} Q_{t,s} (P_s C_s)}{P_t}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

La solution du programme (1.32) peut être trouvée à l'aide du Lagrangien

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left(u(C_{t+k}; \varrho_{t+k}) - \int_0^1 v(h_{t+k}(I); \varrho_{t+k}) dI \right) \\ - \lambda_{\mathcal{L}} \left\{ C_t + \frac{\sum_{s=t}^{\infty} Q_{t,s} \left(- \int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI \right) + \sum_{s=t+1}^{\infty} Q_{t,s} (P_s C_s) + \mathfrak{R}_t}{P_t} \right\} \end{aligned} \quad (1.33)$$

avec $\mathfrak{R}_t \equiv \sum_{s=t}^{\infty} Q_{t,s} \left(- \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di + T_s \right) - W_t$.

1.2.1.6 Conditions d'Euler

Concernant les quantités optimales de la consommation aux périodes t et $t + 1$, on trouve à l'aide du Lagrangien (1.33) les conditions de premier ordre suivantes :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = u_C(C_t; \varrho_t) - \lambda_{\mathcal{L}} = 0 \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}} = \beta u_C(C_{t+1}; \varrho_{t+1}) - \lambda_{\mathcal{L}} \frac{Q_{t,t+1} P_{t+1}}{P_t} = 0, \quad (1.35)$$

avec $u_c(C_t; \varrho_t) \equiv \frac{\partial u(C_t; \varrho_t)}{\partial C_t}$. Les conditions de deuxième ordre du problème du ménage prouvent que (1.34) et (1.35) sont bien associées à un maximum (cf. annexe A.5). En divisant (1.34) par (1.35), on obtient

$$\frac{u_c(C_t; \varrho_t)}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})} = \frac{\beta P_t}{Q_{t,t+1} P_{t+1}}. \quad (1.36)$$

La condition (1.36) doit être vérifiée *pour tout état du monde qui est susceptible de se réaliser à chacune des périodes $t \geq 0$ et pour tout état du monde possible en $t + 1$, compte tenu de l'état du monde qui s'est effectivement réalisé à la période t* (Woodford 2003b, p. 70). $Q_{t,t+1}$ s'interprète dans (1.36) comme la valeur spécifique que le facteur d'actualisation prend dans un état du monde particulier qui est possible à la période $t + 1$.

L'équation (1.36) décrit l'allocation intertemporelle de la consommation du ménage. Celui-ci répartit sa consommation entre les périodes t et $t + 1$ en fonction du niveau des prix en t et $t + 1$, ainsi qu'en fonction du facteur d'actualisation et de sa préférence pour le présent. L'optimalité de cette allocation réside dans le fait que le ratio entre les utilités marginales des consommations en t et en $t + 1$ égalise le rapport des prix associés à ces consommations, ce rapport étant actualisé par le facteur $Q_{t,t+1}$ et pondéré par la préférence pour le présent β .

En réarrangeant la condition (1.36) et en appliquant l'opérateur E_t à ces membres de gauche et de droite, on obtient l'expression

$$E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \right] = E_t \left[\frac{u_c(C_t; \varrho_t)}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{\beta P_t} \right], \quad (1.37)$$

qui est d'après (1.14) équivalente à

$$1 + i_t = \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_c(C_t; \varrho_t)}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{P_t} \right]. \quad (1.38)$$

L'équation (1.38) s'interprète comme (1.36), sauf qu'elle introduit explicitement l'incertitude concernant la réalisation de l'état du monde en $t + 1$.

L'équation (1.38) joue un rôle central dans le nouveau modèle canonique. A l'équilibre général, il est en effet possible de construire à partir de cette équation une courbe de type « IS » (cf. sous-section 1.3.2.3).

Pour ce qui concerne la quantité de travail du type I offerte par le ménage à la période t , le Lagrangien (1.33) donne

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t(I)} = -v_h(h_t(I); \varrho_t) + \lambda_{\mathcal{L}} \frac{w_t(I)}{P_t} = 0, \quad (1.39)$$

avec $v_h(h_t(I); \varrho_t) \equiv \frac{\partial v(h_t(I); \varrho_t)}{\partial h_t(I)}$. Cette condition de premier ordre est bien associée à un maximum (cf. annexe A.5). En divisant (1.39) par (1.34), on trouve la condition standard d'une offre de travail concurrentielle (Galí 2008, p. 17 - 18)

$$\frac{v_h(h_t(I); \varrho_t)}{u_c(C_t; \varrho_t)} = \frac{w_t(I)}{P_t}, \quad (1.40)$$

ce qui est cohérent par rapport aux hypothèses du modèle quant à la structure du marché du travail. Cette structure est effectivement celle de la *concurrence pure et parfaite*. En effet, sur chaque segment I du marché du travail se rencontrent une infinité de firmes qui recrutent le travail spécialisé de type I et un grand nombre de ménages, car chaque

ménage fournit tous les types de travail spécialisé (cf. la fonction d'utilité (1.1)). Par conséquent, firmes *et* ménages se trouvent dans la position d'un preneur de salaire : elles fixent la quantité de travail offerte ou demandée sur le marché du travail en fonction du salaire qui y est actuellement en vigueur. Dans ces conditions, le marché du travail est forcément et en permanence à l'équilibre concurrentiel.

La condition (1.40) montre que le ménage égalise l'utilité marginale de sa consommation et la désutilité marginale du travail du type I . Autrement dit, le ménage augmente son offre de travail tant que l'utilité de la dernière quantité consommée est supérieure ou égale à la désutilité associée à la dernière quantité de travail offerte. L'équation (1.40) réapparaîtra dans la sous-section 1.2.2.2, car elle aura un impact sur les coûts marginaux et le prix optimal des firmes.

Les équations (1.38) et (1.40) résument le comportement d'optimisation du ménage : elles spécifient comment le ménage détermine les quantités de ses variables de choix (consommation et offre de travail), étant donnés les processus $\{P_t\}$ et $\{i_t\}$ qui s'imposent à lui. Le processus $\{P_t\}$ dépend en effet de la tarification mise en œuvre par les firmes tandis que $\{i_t\}$ est placé (indirectement) sous la responsabilité des autorités monétaires.¹⁰ Les deux sous-sections suivantes exposent par conséquent d'abord le comportement des firmes (sous-section 1.2.2), puis celui des autorités monétaires (sous-section 1.2.3).

1.2.2 Maximisation du profit des firmes

Le nouveau modèle canonique suppose l'existence d'un continuum des firmes qui sont *preneurs de salaires* sur le marché du travail car la structure du marché est - comme on vient de voir dans la section précédente - celle de la *concurrence pure et parfaite*.

En revanche, elles sont - dans les limites de leur pouvoir de marché - *faiseurs de prix* sur le marché des biens. La structure du marché des biens est effectivement celle de la *concurrence monopolistique*. Plus précisément, le modèle retient la formalisation de Dixit & Stiglitz (1977). Les différents biens sont des substituts imparfaits, avec σ , l'élasticité de substitution entre deux biens différenciés. Les aspects concurrentiels de cette structure de marché ne constituent d'ailleurs pas la seule limite au pouvoir de fixation des prix des firmes. Cette sous-section montrera que ce pouvoir est également entravé par la rigidité des prix des biens, i.e. par l'inertie des prix du passé.

Bien que la rigidité des prix des biens soit une caractéristique fondamentale du nouveau modèle canonique de base du quatrième chapitre de Woodford (2003b), cette sous-section déroulera le comportement des firmes d'abord dans un contexte de prix flexibles. L'intérêt de ce procédé réside dans le fait que l'équilibre en prix flexibles constitue un point de référence indispensable pour l'étude du comportement du modèle dans son contexte normal de prix rigides.

La rigidité des prix et la double structure de marché vont déterminer le comportement des firmes. Leur pouvoir de fixation des prix - bien que sérieusement limité par l'inertie

¹⁰On verra dans la sous-section 1.2.3.1 que les autorités monétaires fixent i_t^m et non i_t , mais on peut parler d'un contrôle indirect de i_t dans la mesure où l'égalité $i_t^m = i_t$ est systématiquement vérifiée à l'équilibre (cf. 1.3.1.2).

des prix et par les aspects concurrentiels de la structure du marché des biens - leur permet d'appliquer des marges aux coûts marginaux et de réaliser des profits économiques. Le calcul de ces marges nécessite la connaissance des coûts de la firme. Dans une première étape, il convient de présenter la fonction de production des firmes.

1.2.2.1 Fonction de production

Chaque firme i est caractérisée par la fonction de production

$$y_t(i) = \mathcal{A}_t f(h_t(i)), \quad (1.41)$$

avec $y_t(i)$ la quantité du bien i produite par la firme i . On remarque que i renseigne à la fois sur l'identité du bien différencié et sur celle de la firme spécialisée qui produit ce bien. Comme le bien i est produit par une seule firme, on peut utiliser la notation i sans risque de confusion pour désigner le bien et la firme.

La fonction $f(\cdot)$ est croissante et concave (Woodford 2003b, p. 148). Pour éviter des incohérences économiques, en l'occurrence des quantités de biens négatives, elle doit également être positive sur $[0, +\infty]$. \mathcal{A}_t est un facteur qui représente le niveau technique du processus de production. L'indice temporel associé à \mathcal{A} indique que ce niveau est susceptible d'évoluer au cours du temps. Woodford suppose que cette évolution obéit à un processus exogène au modèle, ce qui ouvre la voie à l'intégration du progrès technique dans le modèle. On remarque l'absence d'un indice (i) associé à \mathcal{A} . *Le niveau technique est donc celui de l'économie, partagé par l'ensemble des firmes, quelque soit leur spécialisation.* Le seul facteur de production utilisé par la firme i est le travail $h_t(i)$.

A partir de cette fonction de production, on peut maintenant calculer les coûts de la firme.

1.2.2.2 Coûts de la firme

La fonction de production montre que les salaires sont les seuls coûts auxquels la firme i doit faire face. On a donc le coût total

$$CT_t(i) = w_t(I)h_t(i), \quad (1.42)$$

avec $w_t(I)$ le salaire dans l'industrie I que la firme i paie à ses salariés. Pour la firme i , ce salaire est donné, il est établi sur le segment concurrentiel I du marché de travail.

En substituant $h_t(i)$ dans (1.42) par la fonction réciproque de (1.41), on obtient

$$CT_t(i) = w_t(I) \times f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t). \quad (1.43)$$

Le *coût marginal nominal* de la firme i est donné par

$$S_t(i) \equiv \frac{\partial CT_t(i)}{\partial y_t(i)} = \frac{w_t(I)}{\mathcal{A}_t} \times \Psi(y_t(i)/\mathcal{A}_t), \quad (1.44)$$

avec $\Psi(y_t(i)/\mathcal{A}_t) \equiv \frac{1}{f'(f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t))} = \frac{d(f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t))}{d(y_t(i)/\mathcal{A}_t)}$ une fonction qui est croissante et positive sur l'intervalle $[0, +\infty]$. En divisant par l'indice des prix P_t , on trouve le *coût*

marginal réel de la firme :

$$s_t(i) \equiv \frac{S_t(i)}{P_t} = \frac{w_t(I)}{\mathcal{A}_t P_t} \times \Psi(y_t(i)/\mathcal{A}_t), \quad (1.45)$$

Pour trouver une expression alternative du coût marginal réel dans laquelle ce coût n'est fonction que des quantités produites (et d'un vecteur de perturbations), il est nécessaire d'ajouter des hypothèses d'équilibre. Pour remplacer $w_t(I)$ dans (1.45), on mobilise la condition (1.40) et le fait que l'on a $y_t(i) = c_t(i)$ à l'équilibre partiel du marché du bien i et $Y_t = C_t$ à l'équilibre général (cf. sous-section 1.3.1.1). On exploite également le fait que toutes les firmes de l'industrie I sont confrontées aux mêmes conditions, i.e. elles ont la même fonction de production, elles doivent payer le même salaire et elles sont confrontées à la même demande pour les différents biens qu'elles produisent. Cette identité des conditions implique qu'elles appliquent toutes le même prix $p_t(I)$. A l'équilibre, (1.7) devient pour chaque firme i du secteur I :

$$y_t(i) = Y_t \left(\frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\sigma} = Y_t \left(\frac{p_t(I)}{P_t} \right)^{-\sigma}, \quad (1.46)$$

avec Y_t un indice de la production agrégée défini par

$$Y_t \equiv \left[\int_0^1 y_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}. \quad (1.47)$$

On a donc $y_t(i) = y_t(j) \forall i, j \in I$, i.e. toutes les firmes du secteur I ont des quantités de production identiques, par conséquent elles utilisent des quantités de travail identiques. On trouve pour la production agrégée de l'industrie $y_t(I) = y_t(i)$ et pour sa demande de travail agrégée $h_t(I) = h_t(i)$ (cf. annexe A.6). On peut alors écrire :

$$w_t(I) = \frac{v_h(f^{-1}(y_t(I)/\mathcal{A}_t); \varrho_t) P_t}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \quad (1.48)$$

et on obtient l'expression alternative du coût marginal réel

$$s_t(i) \equiv \frac{S_t(i)}{P_t} = s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \tilde{\varrho}_t), \quad (1.49)$$

avec $s(y_t(i), y_t(I), Y_t, \tilde{\varrho}_t) = \frac{v_h(f^{-1}(y_t(I)/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \times \Psi(y_t(i)/\mathcal{A}_t)$. Le nouveau vecteur des perturbations exogènes $\tilde{\varrho}_t$ regroupe l'ancien vecteur ϱ_t et le processus exogène qui détermine le niveau technique \mathcal{A}_t . Si l'on retient le cas simple où $\varrho_t \equiv [\varrho_t(u) \quad \varrho_t(v)]$, le nouveau vecteur s'écrit $\tilde{\varrho}_t \equiv [\varrho_t(u) \quad \varrho_t(v) \quad \mathcal{A}_t]$. Il n'y a a priori aucune raison plausible qui plaide en faveur de l'existence d'une dépendance entre ϱ_t et \mathcal{A}_t . On retiendra par conséquent dans la suite que ϱ_t est orthogonal à \mathcal{A}_t .

1.2.2.3 Tarification dans un contexte de flexibilité des prix

L'environnement de parfaite flexibilité des prix est caractérisé par le fait que chaque firme peut tarifier en t librement le prix qu'elle souhaite, sans aucune contrainte exercée par les prix appliqués dans les périodes précédentes. De plus, la firme connaît ses fonctions

de coût et observe parfaitement la demande pour son bien (Woodford 2003b, p. 151), qui est donnée par l'équation (1.46) (cf. la sous-section précédente).

Malgré le fait que la firme i soit faiseur du prix $p_t(i)$, elle considère P_t et Y_t dans la fonction de demande (1.46) comme donnés. Ceci paraît normal dans la mesure où les poids du prix $p_t(i)$ dans l'indice P_t et de la production $y_t(i)$ dans l'indice Y_t sont infiniment petits.

Pour un niveau de production $y_t(i)$ donné, i.e. à l'équilibre du marché des biens, le programme de maximisation du profit $\mathcal{P}_t(i)$ de la firme i s'écrit

$$\begin{aligned} \max_{p_t(i)} \mathcal{P}_t(i) &= p_t(i)y_t(i) - w_t(I) \times f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t) \\ s/c \ y_t(i) &= Y_t \left[\frac{p_t(i)}{P_t} \right]^{-\sigma} \end{aligned} \quad (1.50)$$

ou encore

$$\max_{p_t(i)} \mathcal{P}_t(i) = p_t(i)Y_t \left[\frac{p_t(i)}{P_t} \right]^{-\sigma} - w_t(I) \times f^{-1} \left(Y_t \left[\frac{p_t(i)}{P_t} \right]^{-\sigma} / \mathcal{A}_t \right). \quad (1.51)$$

On trouve la condition de premier ordre

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}_t(i)}{\partial p_t(i)} &= p_t^{-\sigma}(i)(1 - \sigma) \frac{Y_t}{P_t^{-\sigma}} \\ &\quad - \frac{w_t(I)}{\mathcal{A}_t} \times \frac{d(f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t))}{d(y_t(i)/\mathcal{A}_t)} \times (-\sigma) \frac{Y_t}{P_t^{-\sigma}} p_t(i)^{-(\sigma+1)} = 0, \end{aligned} \quad (1.52)$$

qui est bien associée à un maximum. En effet, dans le programme (1.50), le chiffre d'affaire de la firme $p_t(i)y_t(i)$ est une fonction croissante concave de $y_t(i)$ et $f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t)$ est une fonction croissante convexe en $y_t(i)$. Comme le terme $w_t(I)f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t)$ est doté d'un signe négatif, le profit est une fonction concave de $y_t(i)$. La contrainte de (1.50), $y_t(i) = Y_t \left[\frac{p_t(i)}{P_t} \right]^{-\sigma}$ (qui correspond aux ventes du bien i), est une fonction décroissante du prix $p_t(i)$, le profit $\mathcal{P}_t(i)$ doit donc être une fonction concave en $p_t(i)$ (Woodford 2003b, p. 154).

Lorsqu'on exprime (1.52) en fonction du coût marginal nominal $S_t(i)$, on trouve l'équation

$$p_t(i) = \mathcal{M}S_t(i), \quad (1.53)$$

avec $\mathcal{M} = \frac{\sigma}{\sigma-1}$, qui indique que la firme i applique la marge \mathcal{M} à son coût marginal nominal.

1.2.2.4 Niveau de production dans un contexte de flexibilité des prix

Une fois le prix optimal $p_t(i)$ donné par l'équation (1.53), il est possible de déterminer la quantité optimale $y_t(i)$. En effet, en divisant (1.53) par l'indice des prix P_t , on trouve le prix relatif que la firme i souhaite fixer :

$$\frac{p_t(i)}{P_t} = \mathcal{M} \frac{S_t(i)}{P_t} = \mathcal{M} s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \tilde{\varrho}_t), \quad (1.54)$$

Comme le ratio $\frac{p_t(i)}{P_t}$ vérifie en même temps (cf. (1.46))

$$\frac{p_t(i)}{P_t} = \left(\frac{y_t(i)}{Y_t} \right)^{-\frac{1}{\sigma}}, \quad (1.55)$$

on trouve la quantité optimale

$$y_t(i) = \{\mathcal{M} s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \tilde{\varrho}_t)\}^{-\sigma} Y_t. \quad (1.56)$$

Pour que l'équation (1.56) ait une solution unique, il faut que le coût marginal réel $s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \tilde{\varrho}_t)$ soit ou bien toujours croissante en $y_t(i)$, ou bien toujours décroissante en $y_t(i)$. Comme la fonction de production $f(h_t(i))$ est croissante et concave, $f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t)$ doit être convexe, par conséquent $\frac{d^2(f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t))}{d(y_t(i)/\mathcal{A}_t)^2}$ est positif. On a alors

$$\frac{\partial s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \tilde{\varrho}_t)}{\partial y_t(i)} = \frac{w_t(I)}{\mathcal{A}_t^2} \times \frac{d^2(f^{-1}(y_t(i)/\mathcal{A}_t))}{d(y_t(i)/\mathcal{A}_t)^2} \geq 0, \quad (1.57)$$

i.e. le coût marginal réel est toujours croissant en $y_t(i)$ et la solution de (1.56) est effectivement unique.

On peut maintenant définir le *niveau naturel de la production* : c'est le niveau de l'indice de la production agrégée Y_t que l'on observe dans le contexte particulier de cette sous-section, i.e. lorsque les prix sont parfaitement flexibles. En effet, toutes les firmes de l'économie se trouvent dans une situation parfaitement identique, ce qui implique qu'elles produisent toutes une quantité *identique* du bien dans la production duquel elles sont spécialisées, i.e. on a $y_t(i) = y_t(j) \forall i, j$. Cette quantité est notée Y_t^n , et on a $y_t(i) = y_t(I) = Y_t = Y_t^n$. L'égalité entre $y_t(i)$ et $y_t(I)$ est justifiée dans l'annexe A.6. Celle entre Y_t^n et Y_t s'explique par la définition de l'indice Y_t et par le fait que Y_t^n est indépendant de i . Dans ces conditions, on a effectivement

$$Y_t \equiv \left[\int_0^1 (y_t(i))^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = \left[\int_0^1 (Y_t^n)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = Y_t^n. \quad (1.58)$$

On remarque que le niveau naturel de la production renseigne en même temps sur le niveau du production de chaque firme i , de chaque industrie I et de l'économie dans son ensemble.

En substituant dans l'équation (1.56) $y_t(i)$, $y_t(I)$ et Y_t par Y_t^n , on obtient :

$$Y_t^n = \{\mathcal{M} s(Y_t^n, Y_t^n, Y_t^n; \tilde{\varrho}_t)\}^{-\sigma} Y_t^n, \quad (1.59)$$

ou encore

$$Y_t^n = \left\{ \mathcal{M} \frac{v_h(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t); \varrho_t) d(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t))}{u_C(Y_t^n; \varrho_t) \mathcal{A}_t d(Y_t^n/\mathcal{A}_t)} \right\}^{-\sigma} Y_t^n. \quad (1.60)$$

La présence du vecteur $\tilde{\varrho}_t$ dans (1.59) montre que le niveau naturel de la production n'est pas statique, mais affecté par des perturbations.

1.2.2.5 Tarification dans un contexte de prix rigides

Pour modéliser la rigidité des prix, le nouveau modèle canonique fait usage d'un mécanisme très simple proposé par Calvo (1983) : les opportunités de fixation des prix arrivent selon un processus exogène de Poisson. Dans un souci de simplifier le raisonnement, Woodford (2003b, p. 179) modifie légèrement la loterie de Calvo : le tirage n'a pas lieu au niveau individuel (i.e. pour chaque firme i), mais au niveau de chaque industrie I . Avec une probabilité $\vartheta \in]0, 1[$, toutes les firmes appartenant à l'industrie I doivent continuer d'appliquer le prix en vigueur à la période précédente ; avec la probabilité $(1 - \vartheta)$ elles peuvent librement choisir leur prix de vente. La probabilité ϑ est la même dans toutes les industries $I \in [0, 1]$. Dans ces conditions, une proportion $1 - \vartheta$ des firmes de l'économie peut ajuster en t le prix de vente et une proportion ϑ des firmes se voit contrainte d'appliquer de nouveau les prix qu'elles avaient déjà utilisés en $t - 1$.

Une firme qui peut modifier son prix de vente à la période t va choisir le prix $p_t^*(i)$ qui maximise l'espérance de la valeur actualisée du profit cumulé pendant les périodes où ce prix reste en vigueur. Pour un niveau de production $y_t(i)$ donné, le programme de maximisation de l'espérance de la valeur actualisée du profit de la firme i s'écrit alors

$$\begin{aligned} \max_{p_t(i)} E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \mathcal{P}_T \right] \\ \text{s/c } y_T(i) = Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma} \end{aligned} \quad (1.61)$$

ou encore

$$\max_{p_t(i)} E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left[p_t(i) Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma} - w_T(I) f^{-1} \left(Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma} / \mathcal{A}_T \right) \right] \right\}. \quad (1.62)$$

Dans ce programme, le facteur ϑ^{T-t} correspond à la probabilité que la firme i utilise à la période T toujours le prix $p_t(i)$. La condition de premier ordre associé au programme (1.62) s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \mathcal{P}_T \right]}{\partial p_t(i)} = 0 = \\ E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(-(\sigma - 1) Y_T \left(\frac{p_t(i)}{P_T} \right)^{-\sigma-1} \left[\frac{p_t(i)}{P_T} - \mathcal{M}s(y_t(i), y_t(I), Y_T; \tilde{q}_T) \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (1.63)$$

et permet de trouver le prix optimal appliqué par la firme. La condition de premier ordre (1.63) est associée à un maximum. En effet, le chiffre d'affaire de la firme dans le programme (1.62) est une fonction croissante concave du terme $Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma}$ et $f^{-1}(y_T(i)/\mathcal{A}_t)$ est une fonction croissante convexe en $Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma}$. Comme le terme $w_T(I) f^{-1}(y_T(i)/\mathcal{A}_t)$ est doté d'un signe négatif, l'espérance de la valeur actualisée du profit est une fonction concave de $Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma}$. Le terme $Y_T \left[\frac{p_t(i)}{P_T} \right]^{-\sigma}$ (les ventes du bien i) est une fonction décroissante du prix $p_t(i)$, l'espérance de la valeur actualisée du profit de la firme $E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \mathcal{P}_T \right\}$ doit donc être une fonction concave en $p_t(i)$.

Le terme $-(\sigma - 1)Y_T \left(\frac{p_t(i)}{P_T}\right)^{-\sigma-1}$ est différent de zéro, car $(\sigma - 1)$, Y_T , P_T et $p_t(i)$ sont supposés être strictement positifs. On trouve par conséquent à partir de la condition de premier ordre (1.63) :

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(\frac{p_t(i)}{P_T} - \mathcal{M}s(y_T(i), y_T(I), Y_T; \tilde{\varrho}_T) \right) \right] = 0 \quad (1.64)$$

ou encore

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(\frac{p_t(i)}{P_T} - \mathcal{M} \frac{v_h(f^{-1}(y_T(I)/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \times \frac{d(f^{-1}(y_T(i)/\mathcal{A}_T))}{d(y_T(i)/\mathcal{A}_T)} \right) \right] = 0. \quad (1.65)$$

Comme toutes les firmes capables d'ajuster leur prix de vente se trouvent devant le même problème d'optimisation, elles choisiront *toutes* un même prix optimal, noté p_t^* . On aura donc une proportion $1 - \vartheta$ des firmes de l'économie qui appliquent le prix $p_t^*(i) = p_t^*$.

Les autres firmes, qui ne peuvent pas ajuster leur prix à la période t , sont tirées de manière aléatoire et indépendante d'une période à l'autre parmi l'ensemble des firmes. L'existence d'un très grand nombre de firmes garantit la validité et l'applicabilité de la loi des grands nombres. Dans ces conditions, on peut considérer que chaque prix particulier faisant partie de la distribution des prix utilisés en $t-1$ réapparaîtra avec la même fréquence dans le sous-ensemble des prix tarifés par les firmes empêchées d'ajuster leur prix de vente. En particulier, la moyenne des prix appliqués en t par ces dernières correspond à la moyenne des prix appliqués à la période précédente par l'ensemble des firmes de l'économie, soit P_{t-1} . Dans ces conditions, l'indice des prix P_t s'écrit :

$$\begin{aligned} P_t &= \left[\int_0^{1-\vartheta} p_t^*{}^{1-\sigma}(i) di + \int_{1-\vartheta}^1 p_{t-1}^{1-\sigma}(i) di \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \\ &= \left[\int_0^{1-\vartheta} p_t^*{}^{1-\sigma} di + \int_{1-\vartheta}^1 P_{t-1}^{1-\sigma} di \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \\ &= [(1 - \vartheta)p_t^*{}^{1-\sigma} + \vartheta P_{t-1}^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \end{aligned} \quad (1.66)$$

Toutes les firmes d'une industrie modifient leur prix de vente à la même période. Comme elles sont toutes parfaitement identiques, elles choisissent toutes le même prix p_t^* . D'ailleurs, les firmes appartenant aux autres industries qui peuvent modifier leur prix de vente à la même période choisissent également p_t^* , car toutes ces firmes se trouvent exactement dans la même situation : elles sont toutes caractérisées par la même fonction de production (1.41) et elles sont toutes confrontées à la même fonction de demande (1.46). Soit y_t^* la demande qui s'adresse à chaque firme qui applique le prix p_t^* . Cette demande est donnée d'après la logique de l'équation (1.46) par :

$$y_t^* = \left(\frac{p_t^*}{P_t} \right)^{-\sigma} Y_t. \quad (1.67)$$

On peut alors remplacer $y_T(i)$ et $y_T(I)$ par y_T^* dans l'équation (1.65) et l'on trouve alors

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \mathcal{M} \frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)} \right) \right] = 0. \quad (1.68)$$

A l'aide de l'équation (1.60), on peut faire apparaître le niveau naturel de la production. Pour cela, on simplifie (1.60) ce qui permet d'écrire :

$$\mathcal{M}^{-1} = \frac{v_h(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t^n; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \frac{\partial(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t))}{\partial(Y_t^n/\mathcal{A}_t)}. \quad (1.69)$$

Maintenant, on peut substituer le terme \mathcal{M} dans (1.68) par l'inverse du membre de droite de (1.69) et l'on obtient ainsi

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \frac{\frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)}}{\frac{v_h(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T^n; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \frac{d(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T))}{d(Y_T^n/\mathcal{A}_T)}} \right) \right] = 0. \quad (1.70)$$

Le prix optimal relatif est alors donné par l'expression :

$$\frac{p_t^*}{P_T} = \frac{\frac{v_h(f^{-1}(y_t^*/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \frac{d(f^{-1}(y_t^*/\mathcal{A}_t))}{d(y_t^*/\mathcal{A}_t)}}{\frac{v_h(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t^n; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \frac{d(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t))}{d(Y_t^n/\mathcal{A}_t)}} - E_t \left[\sum_{T=t+1}^{\infty} \vartheta^{T-t} Q_{t,T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \frac{\frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)}}{\frac{v_h(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T^n; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \frac{d(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T))}{d(Y_T^n/\mathcal{A}_T)}} \right) \right]. \quad (1.71)$$

Woodford (2003b, p. 177) admet que certains aspects de la modélisation de la rigidité des prix à la Calvo sont - selon ses propres mots - « pleinement irréalistes ». Il fait toutefois remarquer que les implications pour le comportement dynamique du modèle sont proches de celles de la modélisation beaucoup plus intuitive qui explique la rigidité des prix par des coûts d'ajustement (Rotemberg 1987). Dans ce contexte, l'hypothèse de la concurrence monopolistique joue un rôle très intéressant, car elle favorise la cohérence interne du modèle : la concurrence pure et parfaite pose effectivement des problèmes d'articulation majeurs avec la justification théorique de la rigidité des prix par les coûts d'ajustement ; en effet, si la rigidité des prix empêchait une firme de baisser son prix pour rejoindre le niveau d'équilibre, elle risquerait de perdre la *totalité* de la demande qui s'adresse à elle. Dans ces conditions, les coûts d'ajustement devraient atteindre des niveaux exorbitants pour justifier le fait que les prix soient rigides. La concurrence monopolistique offre un scénario beaucoup plus cohérent : empêchée de tarifier le prix d'équilibre, la firme perd seulement une partie de sa clientèle, ce qui peut être compatible avec des faibles coûts d'ajustement.

A ce stade, le comportement des agents privés de l'économie est spécifié de manière exhaustive. Avant de décrire l'équilibre associé à ces comportements, il convient de compléter le modèle par la description des comportements des agents publics. La sous-section 1.2.3 est consacrée à ce sujet.

1.2.3 Comportements des autorités politiques

Dans le nouveau modèle canonique, les politiques économiques concernent deux domaines : la politique monétaire, assurée par les autorités monétaires, et la politique budgétaire, dont la charge est confiée aux autorités budgétaires.

1.2.3.1 Politique monétaire

Les autorités monétaires disposent de deux instruments de la politique monétaire : l'offre de monnaie M_t^s , i.e. la quantité de monnaie émise, et le taux d'intérêt i_t^m qui rémunère les avoirs en monnaie auprès de la banque centrale.

Concernant l'offre de monnaie, Woodford (2003*b*, p. 71) se contente de l'hypothèse qu'elle est toujours strictement positive :

$$M_t^s > 0 \quad \forall t. \quad (1.72)$$

Le taux d'intérêt i_t^m est supposé être déterminé en fonction d'une règle de politique monétaire. Le nouveau modèle canonique peut être complété par de nombreuses règles de politique monétaires qui permettent de définir un équilibre en anticipations rationnelles (cf. chapitre 2). Ici, je retiens à titre d'illustration la règle

$$i_t^m = \varphi(\Pi_t/\Pi_t^*, Y_t/Y_t^*, \mathbf{v}_t) \quad (1.73)$$

avec $\Pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$ le facteur d'inflation, Π_t^* et Y_t^* les cibles de l'inflation brute et de la production suivie par les autorités monétaires et \mathbf{v}_t un terme de perturbation. Ce dernier terme correspond à la composante non systématique de la politique monétaire ; \mathbf{v}_t représente notamment des erreurs qui peuvent affecter la conduite de la politique monétaire, comme par exemple des erreurs de mesure ou de contrôle (Woodford 2003*b*, p. 241). Les processus $\{\Pi_t^*\}$, $\{Y_t^*\}$ et $\{\mathbf{v}_t\}$ sont supposés exogènes et non explosifs. Le choix de la règle (1.73) s'explique par le fait que la règle (linéaire) de type Taylor associée à une cible d'inflation égale à zéro,

$$\hat{i}_t = \varphi_\pi \pi_t + \varphi_x x_t, \quad (1.74)$$

peut être considérée comme approximation log-linéaire de (1.73) autour d'un état stationnaire (dans (1.74), \hat{i}_t est le taux d'intérêt exprimé en déviation par rapport à sa valeur à l'état stationnaire, π_t l'inflation et x_t l'écart de production : l'annexe A.7 présente les techniques de log-linéarisation mobilisées dans ce chapitre et la sous-section 1.3.2 expose leur application aux règles de politique monétaires ; la sous-section 1.3.2 donne également des définitions rigoureuses des variables \hat{i}_t , π_t et x_t). L'intérêt de la règle (1.74) réside dans le fait qu'elle joue un rôle important dans la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique (cf. 2).¹¹ La règle non-linéaire (1.73) traduit l'idée que

¹¹Woodford (2003*b*, p. 241) suggère

$$i_t^m = \varphi(\Pi_t/\Pi_t^*, Y_t/Y_t^*, \mathbf{v}_t)$$

comme expression d'une règle de Taylor non-linéaire. Par log-linéarisation autour de l'état stationnaire, Woodford (2003*b*, p. 245) obtient l'expression

$$\hat{i}_t = \varphi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \varphi_x \hat{Y}_t + \bar{\mathbf{v}}_t.$$

les autorités monétaires fixent le taux d'intérêt i_t^m en fonction du décalage de l'inflation brute courante par rapport à sa cible et en fonction du décalage de la production courante par rapport à la cible de production.

1.2.3.2 Politique budgétaire

L'évolution de l'endettement de l'État D_t est supposée être donnée par un processus exogène non explosif (Woodford 2003b, p. 76). Dans ces conditions, la politique budgétaire est spécifiée par le choix de la répartition de cet engagement sur les différents instruments qui permettent de lever les fonds privés correspondants.

Les deux types d'instruments retenus dans le nouveau modèle canonique sont les obligations publiques et la monnaie. La composition des engagements de l'État D_t est donc donnée par l'équation

$$D_t \equiv B_t^s + M_t^s, \quad (1.75)$$

avec B_t^s l'offre d'obligations publiques à la fin de la période t exprimée en termes de leur valeur nominale au moment de l'émission. Pour des raisons de simplicité, les autorités budgétaires sont supposées émettre *un seul type d'obligations publiques : des obligations sans risque à maturité d'une période* (Woodford 2003b, p. 76).

L'impôt nominal net T_t que les autorités monétaires doivent récolter à chaque période pour assurer l'équilibre budgétaire est parfaitement déterminé par la rémunération des obligations publiques i et par les processus $\{D_t\}$ et $\{M_t^s\}$. Dans cette perspective, il convient de spécifier la contrainte budgétaire publique en termes de flux que les autorités budgétaires doivent respecter à chaque période t :

$$B_t^s + T_t + (M_t^s - M_{t-1}^s) = (1 + i_{t-1})B_{t-1}^s + i_{t-1}^m M_{t-1}^s. \quad (1.76)$$

Les ressources des autorités monétaires (regroupées dans le membre de gauche de (1.76)) sont les obligations nouvellement émises à la période t , les impôts nets levés en t et le seigneurage, i.e. la création monétaire entre les périodes $t - 1$ et t . Ces ressources permettent de financer les emplois (regroupés dans le membre de droite de (1.76)) : à la période t , les autorités budgétaires doivent rembourser et rémunérer par le taux d'intérêt sans risque i_{t-1} la totalité des obligations émises en $t - 1$; de plus, elles doivent rémunérer par le taux d'intérêt i_{t-1}^m les avoirs en monnaie que les ménages avaient déposés en $t - 1$ sur leurs comptes auprès de la banque centrale.

En isolant T_t et en substituant B_t^s par $(D_t - M_t^s)$ (d'après l'équation (1.75)), on trouve :

$$T_t = (1 + i_{t-1})(D_{t-1} - \Delta_{t-1} M_{t-1}^s) - D_t. \quad (1.77)$$

Cette dernière équation permet effectivement une lecture en termes de la règle de Taylor classique dès que l'on suppose que les autorités monétaires utilisent le niveau de la production à l'état stationnaire \bar{Y} , comme indicateur (au sens de l'anglais « proxy ») du niveau naturel de la production, Y_t^n (cf. sous-section 1.3.2 pour une définition rigoureuse de \bar{Y}). Dans ce cas, \hat{Y}_t peut être interprété comme approximation de l'écart de production x_t , car $\ln\left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right) \simeq \frac{Y_t - \bar{Y}}{\bar{Y}}$. Je n'ai pas retenu dans ce chapitre cette règle proposée par Woodford dans la mesure où l'utilisation de \hat{Y}_t comme mesure de l'écart de production est incompatible avec l'analyse des conséquences de fluctuations de Y_t^n autour de \bar{Y} qui sont cruciales dans le nouveau modèle canonique.

L'équation (1.77) montre que, pour un taux d'intérêt i_t et pour des processus $\{D_t\}$ et $\{M_t^s\}$ donnés, l'impôt que les autorités budgétaires doivent lever est parfaitement déterminé.

Les comportements de tous les agents du modèle sont maintenant complètement spécifiés. Il se pose alors la question de savoir si ces comportements sont mutuellement compatibles sur tous les marchés du modèle. Dans cette perspective, la section suivante précise d'abord les conditions d'équilibre sur chaque marché, ce qui permettra ensuite de définir l'équilibre général de l'économie.

1.3 L'étude du nouveau modèle canonique à l'équilibre en anticipations rationnelles

1.3.1 Équilibre général

L'équilibre général est notamment caractérisé par l'apurement simultané de tous les marchés à chaque période. On entend par apurement un mécanisme (à préciser pour chaque marché) qui assure que les quantités offertes et demandées soient exactement les mêmes, i.e. offre excédentaire ou demande excédentaire sont nulles.

Concernant les marchés des titres, de la monnaie et des biens, Woodford (2003b, p. 71) présente explicitement les conditions qui garantissent l'apurement.

1.3.1.1 Conditions d'apurement des marchés

La condition d'apurement du marché de la monnaie est

$$M_t = M_t^s \quad \forall t, \quad (1.78)$$

avec M_t^s l'offre de monnaie, i.e. la quantité de monnaie émise par les autorités monétaires.

L'apurement du marché des titres est garanti par la condition

$$A_{t+1} = A_{t+1}^s \quad \forall t, \quad (1.79)$$

avec A_{t+1}^s la valeur de marché au début de la période $t + 1$ de l'ensemble des *obligations publiques* détenues par le ménage représentatif à la fin de la période t (Woodford 2003b, p. 71). Cette définition de l'offre des titres A_{t+1}^s est a priori surprenante, car elle semble plus restrictive que celle de la demande de titres. En effet, A_{t+1} a été préalablement définie comme la valeur du portefeuille des actifs financiers (i.e. des actifs autres que les avoirs en monnaie) choisi par le ménage représentatif (Woodford 2003b, p. 64 - 65). Les titres émis par des agents privés sont donc pris en compte dans la demande de titres A_{t+1} , mais non dans l'offre des titres A_{t+1}^s . Ce changement de logique ne semble pas correspondre à l'introduction d'une hypothèse excluant explicitement des titres privés. En effet, aucune hypothèse de ce type ne se trouve entre les pages 64 et 71 de Woodford (2003b).

Il me semble que l'absence de titres privés dans A_{t+1}^s s'explique par deux éléments de la modélisation des agents privés dans le nouveau modèle canonique : l'absence du

capital dans la fonction de production des firmes et l'hypothèse des ménages parfaitement identiques. L'offre de titres ne peut pas émaner des firmes pour la simple raison qu'elles n'ont pas de besoin de financement. Elles financent le paiement des salaires - leurs seuls coûts de production à cause de l'absence du capital dans la fonction de production - en puisant dans les fonds récoltés lors de la vente des biens produits. Les seuls agents susceptibles d'émettre des titres privés sont alors les ménages. Toutefois, à l'équilibre du marché des titres, l'émission de titres émis par les ménages est nécessairement nulle. En effet, les ménages sont tous supposés parfaitement identiques, ce qui implique que soit ils souhaitent *tous* acheter des titres privés, soit ils souhaitent *tous* vendre de titres privés. Comme les ménages sont les seuls agents susceptibles d'acheter ces titres (les firmes n'interviennent pas sur le marché des titres et le gouvernement intervient exclusivement en tant qu'émetteur d'obligations publiques), la seule quantité d'équilibre pour les titres privés est zéro.

La demande de titres se dirige par conséquent exclusivement vers des titres publics. *On en déduit que le portefeuille du ménage représentatif A_{t+1} ne contient que des obligations publiques.*

Woodford ne précise pas le mécanisme qui garantit l'apurement sur les marchés des titres et de la monnaie. L'explication la plus évidente est celle de la flexibilité des prix d'actifs. Une telle hypothèse (implicite) paraît tout à fait plausible, compte tenu de la flexibilité des prix d'actifs sur les marchés financiers du monde réel.

La flexibilité des prix ne peut pas être le mécanisme qui assure l'apurement sur les marchés des biens. En effet, la condition d'apurement du marché de chaque bien i

$$c_t(i) = y_t(i) \quad \forall t, \quad (1.80)$$

est vérifiée à la fois dans un contexte de prix flexibles *et* dans un contexte de prix rigides. *Le mécanisme responsable pour l'apurement des marchés des biens est l'ajustement mécanique de l'offre à la demande :*

"I assume that the supplier of good i is committed to supply whatever quantity buyers may wish to purchase at the predetermined price $p_t(i)$, and hence to purchase whatever quantity of inputs may turn out to be necessary to fill orders." (Woodford 2003b, p. 155)

Le niveau de production est donc déterminé par la demande Woodford (2003b, p. 242). Il s'agit là d'une des caractéristiques keynésiennes du modèle.

La condition (1.80) implique qu'au niveau agrégé, la demande du ménage représentatif doit vérifier

$$C_t = Y_t \quad \forall t. \quad (1.81)$$

L'ajustement instantané de l'offre à la demande signifie que dans (1.81), c'est bien Y_t qui s'ajuste à C_t .

Woodford ne précise pas la condition d'apurement du marché du travail. Ceci ne veut pourtant pas dire qu'il envisage la possibilité que le marché du travail puisse être en déséquilibre. Une telle configuration semble même impossible dans le nouveau modèle canonique de base, compte tenu de l'hypothèse des salaires parfaitement flexibles (Woodford

2003b, p. 239) : la flexibilité des salaires implique effectivement qu'*aucun déséquilibre ne peut apparaître sur le marché du travail* ; l'apparition d'un écart entre offre et demande de travail aboutirait instantanément à un réajustement du salaire qui ferait disparaître cet écart.

Le fait que Woodford ne donne pas la condition d'apurement du marché du travail s'explique très probablement par le fait qu'il ne mobilise pas cette condition dans le développement ultérieur du modèle.

1.3.1.2 L'équilibre en anticipations rationnelles

Grâce aux conditions d'apurement des marchés et au fait qu'à l'équilibre général, les conditions d'optimalité du ménage représentatif et les conditions de maximisation du profit des entreprises soient simultanément vérifiées, il est maintenant possible de définir l'équilibre général de l'économie en question. Plus précisément, il s'agit de trouver une solution pour le trinôme des variable endogènes $\{P_t, Y_t, i_t\}$.

On s'intéressera d'abord à la définition de l'équilibre général associé au contexte du nouveau modèle canonique de base, i.e. à un contexte de rigidité des prix. Ensuite, on présentera la définition de cet équilibre qui convient dans un contexte de prix flexibles.

Dans cette optique, on substitue dans les équations (1.36) et (1.38) la variable Y à C selon la condition (1.81) et l'on incorpore dans le vecteur ϱ le choc affectant le niveau technique \mathcal{A}_t . On trouve alors :

$$Q_{t,t+1} = \frac{u_C(Y_{t+1}; \varrho_{t+1})}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \frac{\beta P_t}{P_{t+1}} \quad (1.82)$$

et

$$1 + i_t = \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{u_C(Y_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{P_t} \right] \quad (1.83)$$

On exprime maintenant (1.82) à différentes périodes pour trouver $Q_{t,t+1}, Q_{t+1,t+2}, \dots, Q_{T-1,T}$. En faisant la somme de ces éléments, on obtient $Q_{t,T}$, le facteur d'actualisation stochastique entre les périodes t et T :

$$Q_{t,T} = \beta^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \frac{P_t}{P_T}. \quad (1.84)$$

Maintenant, on remplace $Q_{t,T}$ dans (1.30) par le membre de droite de l'équation (1.84) et l'on obtient ainsi

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \left[\beta^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \frac{P_t}{P_T} W_T \right] = 0 \quad (1.85)$$

ou encore

$$\beta^{-t} \frac{P_t}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \lim_{T \rightarrow \infty} E_t \left[\beta^T \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{P_T} W_T \right] = 0, \quad (1.86)$$

car le terme $\beta^{-t} \frac{P_t}{u_C(Y_t; \varrho_t)}$ est borné, indépendant de T et il appartient à l'ensemble d'information \mathcal{I}_t . Comme ce terme est différent de zéro pour $P_t > 0$, l'équation (1.86) implique que

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t \left[\frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{P_T} W_T \right] = 0. \quad (1.87)$$

Ensuite, il convient de remarquer que la conjonction de la stricte positivité de l'offre de monnaie (1.72) et de la condition d'apurement du marché de la monnaie (1.78) implique que la rémunération des avoirs en monnaie auprès de la banque centrale et celle des actifs sans risque doivent être identiques, i.e. $i_t = i_t^m$. En effet, lorsque (1.72) et (1.78) sont simultanément vérifiées, on a forcément

$$M_t > 0, \quad (1.88)$$

i.e. le ménage représentatif détient de la monnaie sur son compte auprès de la banque centrale. Comme le ménage est supposé rationnel, il n'agirait pas ainsi s'il pouvait obtenir une meilleure rémunération en investissant dans d'autres actifs non-risqués (cf. équations (1.26) et (1.27)). On en déduit que la rémunération de la monnaie i_t^m et celle des autres actifs non risqués doivent être strictement identiques, i.e. on a $i_t = i_t^m, \forall t$.

A l'équilibre général, l'équation (1.25) devient alors

$$\sum_{T=t}^{\infty} E_t [Q_{t,T} (P_T Y_T)] < \infty, \quad (1.89)$$

car $C_T = Y_T$ et $\Delta_T = 0$. On substitue ensuite $Q_{t,T}$ par le membre de droite de (1.84) :

$$\sum_{T=t}^{\infty} E_t \left[\beta^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{u_C(Y_t; \varrho_t)} P_t Y_T \right] = \beta^{-t} \frac{P_t}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \sum_{T=t}^{\infty} E_t [\beta^T u_C(Y_T; \varrho_T) Y_T] < \infty, \quad (1.90)$$

Le terme $\beta^{-t} \frac{P_t}{u_C(Y_t; \varrho_t)}$ est fini pour des valeurs finies de P_t et de Y_t , ce qui permet d'écrire :

$$\sum_{T=t}^{\infty} \beta^T E_t [u_C(Y_T; \varrho_T) Y_T] < \infty. \quad (1.91)$$

Comme $i_t = i_t^m$, on peut substituer i_t à i_t^m dans le règle de politique monétaire (1.73) :

$$i_t = \varphi(\Pi_t/\Pi_t^*, Y_t/Y_t^*, \mathbf{v}_t) \quad (1.92)$$

Finalement, on exploite le fait que les conditions d'optimalité du ménage représentatif et les conditions de maximisation du profit des entreprises sont simultanément vérifiées. On peut alors remplacer le terme $Q_{t,T}$ dans (1.70) par le membre de droite de l'équation (1.84) qui provient du comportement optimal du ménage représentatif (cf. équation (1.36)). On obtient

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} \vartheta^{T-t} \beta^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{u_C(Y_t; \varrho_t)} \frac{P_t}{P_T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \times \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)} \right) \right] = 0. \quad (1.93)$$

ou encore, lorsqu'on multiplie les membres de gauche et de droite de (1.93) par le terme $\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{P_t}$

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{P_T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \frac{\frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T)} \times \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)}}{\frac{v_h(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T^n; \varrho_T)} \times \frac{d(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T))}{d(Y_T^n/\mathcal{A}_T)}} \right) \right] = 0. \quad (1.94)$$

Cette opération de multiplication est possible dans la mesure où le terme $\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{P_t}$ est élément de l'ensemble d'information \mathcal{I}_t associée à l'opérateur des anticipations rationnelles E_t , ce qui implique que $\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{P_t} E_t[\mathcal{X}] = E_t \left[\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{P_t} \mathcal{X} \right]$.

Après ces modifications, on aboutit à la définition suivante de l'équilibre général dans le contexte du modèle de base de Woodford (2003b), i.e. dans un contexte de rigidité de prix :

Définition 1 : *Un équilibre en anticipations rationnelles de la version de base du nouveau modèle canonique est un trinôme des processus $\{P_t, Y_t, i_t\}$ qui vérifie les équations*

$$P_t = [(1 - \vartheta)p_t^{*1-\sigma} + \vartheta P_{t-1}^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (1.66)$$

$$1 + i_t = \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{u_C(Y_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{P_t} \right] \quad (1.83)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t [u_C(Y_T; \varrho_T) W_T / P_T] = 0 \quad (1.87)$$

$$\sum_{T=t}^{\infty} \beta^T E_t [u_C(Y_T; \varrho_T) Y_T] < \infty \quad (1.91)$$

$$i_t = \varphi(\Pi_t / \Pi_t^*, Y_t / Y_t^*, \mathbf{v}_t) \quad (1.92)$$

$$E_t \left[\sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} \frac{u_C(Y_T; \varrho_T)}{P_T} \left(\frac{p_t^*}{P_T} - \frac{\frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T)} \times \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)}}{\frac{v_h(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T^n; \varrho_T)} \times \frac{d(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T))}{d(Y_T^n/\mathcal{A}_T)}} \right) \right] = 0 \quad (1.94)$$

à toute période $t \geq 0$, étant donnée les processus de perturbation exogènes (non-explosifs) $\{\tilde{\varrho}_t\}$ et $\{\mathbf{v}_t\}$, une créance publique caractérisée par le processus exogène (non-explosif) $\{D_t\}$ et une offre de monnaie caractérisée par le processus exogène non-explosif $\{M_t^s\}$, avec $M_t^s \geq 0 \forall t$ (Woodford 2003b, p. 241 - 242).

On remarque que l'opérateur des anticipations rationnelles E_t est présente dans trois de ces six équations. L'hypothèse des anticipations rationnelles occupe donc une place centrale dans la définition de l'équilibre général. C'est pour cette raison que la littérature retient pour cet équilibre l'appellation « équilibre en anticipations rationnelles ». ¹²

¹²La définition de l'équilibre en anticipations rationnelles présentée ici modifie très légèrement celle donnée par Woodford (2003b, p. 241 - 242) dans la mesure où elle l'adapte au contexte particulier retenu dans cette présentation, caractérisé par l'absence de biens et services produits par le gouvernement.

Le fait de supposer un environnement caractérisé par la parfaite flexibilité des prix ne modifie pas les comportements des ménages et des autorités monétaires. On retrouve par conséquent les équations (1.83), (1.87), (1.91) et (1.92) dans la définition de l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix flexibles.

En revanche, le comportement des firmes change par rapport à ce que l'on a pu observer dans un contexte de prix rigides. En effet, chaque firme i applique comme prix de vente le prix optimal p_t^* , ce qui implique qu'au niveau agrégé, le indice des prix est égal au prix optimal, i.e. on a $P_t = p_t^*$. D'autre part, sous l'hypothèse des prix flexibles, le niveau agrégé de la production est *par définition* égal au niveau naturel de la production, i.e. on a $Y_t = Y_t^n$. A partir de ces éléments, on peut maintenant définir l'équilibre en anticipations rationnelles dans un environnement de prix flexibles :

Définition 2 : *Un équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique avec prix flexibles est un trinôme des processus $\{P_t, Y_t, i_t\}$ qui vérifie les équations*

$$P_t = p_t^* \quad (1.95)$$

$$Y_t = Y_t^n \quad (1.96)$$

$$1 + i_t = \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_C(Y_t; \varrho_t)}{u_C(Y_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{P_t} \right] \quad (1.83)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t [u_C(Y_T; \varrho_T) W_T / P_T] = 0 \quad (1.87)$$

$$\sum_{T=t}^{\infty} \beta^T E_t [u_C(Y_T; \varrho_T) Y_T] < \infty \quad (1.91)$$

$$i_t = \varphi(\Pi_t / \Pi_t^*, Y_t / Y_t^*, \mathbf{v}_t) \quad (1.92)$$

à toute période $t \geq 0$, étant donnée les processus de perturbation exogènes (non-explosifs) $\{\tilde{\varrho}_t\}$ et $\{\mathbf{v}_t\}$, une créance publique caractérisée par le processus exogène (non-explosif) $\{D_t\}$ et une offre de monnaie caractérisée par le processus exogène non-explosif $\{M_t^s\}$, avec $M_t^s \geq 0 \forall t$.

Les équilibres en anticipations rationnelles sont définies en termes d'équations dont la manipulation n'est pas toujours aisée à cause de leur caractère non-linéaire. La sous-section 1.3.2 montre comment on peut surmonter cette difficulté en mobilisant des techniques de linéarisation.

1.3.2 La dérivation du nouveau modèle canonique linéarisé

A partir des éléments développés préalablement dans cette section, il est maintenant possible de construire une version linéarisée du nouveau modèle canonique de base. Celle-ci est destinée à l'étude d'équilibres associés à des fluctuations *de faible ampleur* autour d'un état stationnaire déterministe. Dans cette perspective, on peut se contenter de linéariser les équations en question (Woodford 2003b, p. 79), i.e. ici les équations (1.66), (1.83), (1.92) et (1.94) du système qui décrit l'équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique de base.

Dans la mesure où l'on procédera à des *log-linéarisations autour de l'état stationnaire déterministe*, il convient de définir d'abord cet état.

1.3.2.1 Définition de l'état stationnaire

Le caractère déterministe de l'état stationnaire se traduit par l'absence totale de chocs, i.e. on a $\mathbf{v}_t = \bar{\mathbf{v}} = 0$, $\varrho_t = \bar{\varrho} = 0$ et $\mathcal{A}_t = \bar{\mathcal{A}}$, avec $\bar{\mathcal{A}}$ la valeur *constante* que prend le niveau technique à l'état stationnaire. Pour simplifier les calculs, on normalise $\bar{\mathcal{A}}$, i.e. on suppose $\bar{\mathcal{A}} = 1$ (Woodford 2003b, p. 225).

L'absence de chocs joue un rôle clé dans la définition du niveau de la production \bar{Y} qui caractérise l'état stationnaire en question : en effet, à cet état stationnaire, toutes les variables de production sont égales à \bar{Y} . On a $Y_t = y_t(i) = y_t^* = Y_t^* = Y_t^n = \bar{Y}$. \bar{Y} est le niveau de l'indice de la production agrégée que l'on observerait dans un contexte de prix parfaitement flexibles *et* en absence de chocs. \bar{Y} est donc un cas particulier du niveau naturel de la production Y_t^n . La définition formelle de \bar{Y} suit d'ailleurs la logique de la définition formelle de Y_t^n . On avait vu que Y_t^n est défini comme le niveau de la production qui est solution de l'équation (1.59). \bar{Y} est le niveau de la production qui est solution de l'équation

$$\bar{Y} = \{ \mathcal{M} s(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{Y}; 0) \}^{-\sigma} \bar{Y} \quad (1.97)$$

(Preston 2005, p. 118). L'intuition de la relation entre Y_t^n et \bar{Y} est que les chocs $\tilde{\varrho}_t$ induisent des variations de Y_t^n autour de sa valeur centrale \bar{Y} .

L'état stationnaire en question est également caractérisé par la parfaite stabilité des prix ($P_t = P_{t-1} = p_t^* = P_t^* = \bar{P} \forall t$, et donc $\Pi_t = \bar{\Pi} = 1, \forall t$). On note cet état stationnaire $(\Pi_t, Y_t, \mathcal{A}_t, \varrho_t, \mathbf{v}_t) = (1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$.

Le choix des niveaux de Π_t et Y_t à l'état stationnaire détermine celui de \bar{i} , i.e. le taux d'intérêt nominal associé à l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$. On trouve effectivement

$$\bar{i} = \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (1.98)$$

par insertion de $(\Pi_t, Y_t, \varrho_t) = (1, \bar{Y}, 0)$ dans (1.83).¹³

L'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ est un équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique avec prix rigides *et* du modèle avec prix flexibles. Pour vérifier cela, il suffit de remplacer dans les équations répertoriées dans les définitions 1 et 2 \mathbf{v}_t et ϱ_t par 0, \mathcal{A}_t par 1, P_t, P_t^*, P_{t-1} et $P_t(i)$ par \bar{P} , i_t par \bar{i} et $Y_t, y_t(i), y_t^*, Y_t^*$ et Y_t^n par \bar{Y} . On constate que ces équations sont alors systématiquement vérifiées. L'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ est effectivement une solution des systèmes décrits par les définitions 1 et 2.

1.3.2.2 Log-linéarisation autour de l'état stationnaire

Pour obtenir des expressions linéarisées des équations qui définissent l'équilibre en anticipations rationnelles, Woodford fait recours à la technique de la log-linéarisation

¹³Dans le cadre plus général d'un état stationnaire $(\bar{\Pi}, \bar{Y}, 1, 0, 0)$, i.e. un état caractérisé par une inflation brute $\bar{\Pi}$ qui n'est pas nécessairement égal à 1, on obtient

$$\bar{i} = \frac{\bar{\Pi} - \beta}{\beta}.$$

autour de l'état stationnaire. Cette approche est pertinente dès que l'on suppose que v_t et les différents chocs regroupés dans le vecteur $\tilde{\varrho}_t$ soient de faible ampleur et induisent par conséquent des perturbations telles que le niveau de la production Y_t reste toujours proche de \bar{Y} et que le facteur d'inflation Π_t se situe au voisinage de $\bar{\Pi}$ (ce qui revient à dire que l'inflation se maintient à proximité de zéro). Les variables agrégées endogènes P_t , Y_t et i_t fluctuent alors en permanence autour de leurs valeurs centrales \bar{P} , \bar{Y} et \bar{i} . Dans ces conditions, on peut approcher la dynamique des variables endogènes par des expressions qui associent le logarithme népérien des variables en question aux développements limités d'ordre 1 de Taylor autour de l'état stationnaire retenu (cette méthode est résumée ci-après sous l'appellation *approximation log-linéaire*) (cf. annexe A.7).

Le fait que les approximations log-linéaires des équations (1.66), (1.83), (1.92) et (1.94) soient établies par rapport à un état stationnaire avec parfaite stabilité des prix ($\bar{\Pi} = 1$) n'empêche pas leur utilisation pour décrire les dynamiques des variables endogènes dans un contexte où la valeur centrale du facteur d'inflation $\bar{\Pi}$ n'est pas exactement égale à 1. A condition que le facteur d'inflation Π_t reste toujours suffisamment proche de 1, les approximations décrivent de manière satisfaisante le comportement des variables endogènes. Ceci implique notamment la possibilité d'analyser des situations où la politique monétaire parvient à faire en sorte que le facteur d'inflation fluctue autour d'une cible Π_t^* qui est légèrement plus grand que 1 (ce qui correspond à une cible d'inflation positive, mais proche de zéro) (Woodford 2003b, p. 179).

On remarque que ces approximations log-linéaires ne peuvent pas être mobilisées pour étudier des situations où Π_t s'éloigne *par définition* assez fortement du voisinage de 1 : déflation prononcée, inflation galopante et hyperinflation.

1.3.2.3 Dérivation de la relation IS

La première étape de la dérivation du modèle linéaire consiste dans l'établissement de l'approximation log-linéaire de l'équation (1.83). On remarque que l'on n'a pas besoin de disposer de versions linéarisées des équations (1.87) et (1.91) pour avoir une idée précise de leur signification : au voisinage de l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 0, 0)$, ces équations sont vérifiées de manière triviale.

La log-linéarisation de (1.83) permet de mettre en évidence une relation linéaire entre des variables qui sont exprimées en déviation par rapport à l'état stationnaire. Pour une variable \mathcal{X}_t quelconque (à l'exception toutefois du taux d'intérêt), cette variable en déviation est définie par $\hat{\mathcal{X}}_t \equiv \ln\left(\frac{\mathcal{X}_t}{\bar{\mathcal{X}}}\right)$, avec $\bar{\mathcal{X}}$ la valeur constante de \mathcal{X}_t à l'état stationnaire. La relation linéaire que l'on peut établir entre ces variables permet une interprétation qui s'approche de l'intuition de la courbe IS de Hicks (1937).

Pour log-linéariser (1.83), on opère d'abord le changement de variable $\mathfrak{k}_t \equiv 1 + i_t$, qui implique $\bar{\mathfrak{k}} \equiv 1 + \bar{i} = \frac{1}{\beta}$. On obtient alors l'approximation log-linéaire de (1.83)

$$\begin{aligned} \bar{\mathfrak{k}} \left(1 + \ln \left(\frac{\mathfrak{k}_t}{\bar{\mathfrak{k}}} \right) \right) &= \frac{1}{\beta} \left(1 + \ln \left(\frac{1 + i_t}{1 + \bar{i}} \right) \right) \\ &\simeq \frac{1}{\beta} E_t \left\{ 1 + \pi_{t+1} + \frac{u_{cc}\bar{Y}}{u_c} (\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t+1}) + \frac{u_{c\varrho}}{u_c} (\varrho_t(u) - \varrho_{t+1}(u)) \right\}, \end{aligned} \quad (1.99)$$

ou encore

$$\hat{i}_t \simeq E_t \left\{ \pi_{t+1} + \frac{u_{cc}\bar{Y}}{u_c} (\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t+1}) + \frac{u_{c\varrho}}{u_c} (\varrho_t(u) - \varrho_{t+1}(u)) \right\}, \quad (1.100)$$

avec $\hat{i}_t \equiv \ln\left(\frac{1+i_t}{1+\bar{i}}\right)$, $\hat{Y}_t \equiv \ln\left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right)$, $\pi_t \equiv \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ l'inflation (nette) entre les périodes $t-1$ et t , $u_{cc} \equiv \frac{\partial u_c(\bar{C}; \bar{\varrho})}{\partial C} = \frac{\partial u_c(\bar{Y}; \bar{\varrho})}{\partial Y}$, $u_c \equiv \frac{\partial u(\bar{C}; \bar{\varrho})}{\partial C} = \frac{\partial u(\bar{Y}; \bar{\varrho})}{\partial Y}$ et $u_{c\varrho} \equiv \frac{\partial u_c(\bar{C}; \bar{\varrho})}{\partial \bar{\varrho}} = \frac{\partial u_c(\bar{Y}; \bar{\varrho})}{\partial \bar{\varrho}}$. Pour i_t et \bar{i} proche de zéro, on a $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+\bar{i}}\right) \simeq i_t - \bar{i}$, i.e. \hat{i}_t est une bonne approximation de l'écart entre le taux d'intérêt nominal courant et le taux d'intérêt nominal de long terme. Pour P_t proche de P_{t-1} , on a $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \simeq \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$, i.e. la variable π_t est une bonne approximation de la définition habituelle de l'inflation (le taux de croissance du niveau général des prix).

En définissant $\phi \equiv -\frac{u_c}{u_{cc}\bar{Y}}$ et $\mathbf{g}_t \equiv -\frac{u_{c\varrho}}{\bar{Y}u_{cc}}\varrho_t(u)$ et en exploitant la linéarité de l'opérateur E_t , on peut réécrire (1.100) sous la forme :

$$\hat{i}_t \simeq E_t[\pi_{t+1}] + \phi^{-1}E_t[\hat{Y}_{t+1}] - \phi^{-1}\hat{Y}_t - \phi^{-1}E_t[\mathbf{g}_{t+1}] + \phi^{-1}\mathbf{g}_t, \quad (1.101)$$

ou encore, en isolant \hat{Y}_t :

$$\hat{Y}_t \simeq E_t[\hat{Y}_{t+1}] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}]) + \mathbf{g}_t - E_t[\mathbf{g}_{t+1}]. \quad (1.102)$$

A ce stade, on introduit dans (1.102) l'écart de production $x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n$ avec $\hat{Y}_t^n \equiv \ln\left(\frac{Y_t^n}{\bar{Y}}\right)$, ce qui permet de remplacer \hat{Y}_t par $x_t + \hat{Y}_t^n$ et \hat{Y}_{t+1} par $x_{t+1} + \hat{Y}_{t+1}^n$.¹⁴ On obtient alors

$$x_t \simeq E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}]) + g_t, \quad (1.103)$$

avec $g_t \equiv E_t[\hat{Y}_{t+1}^n] - \hat{Y}_t^n + \mathbf{g}_t - E_t[\mathbf{g}_{t+1}]$. Exprimée sous forme d'une égalité (i.e. avec $=$ à la place de \simeq), l'équation (1.103) correspond à la relation (IS) de Clarida et al. (1999). Woodford propose une expression équivalente à (1.103) qui fait apparaître le *taux d'intérêt naturel*. Le *taux d'intérêt naturel* r_t^n est le *taux d'intérêt que l'on observerait dans un contexte de parfaite flexibilité des prix et d'absence de l'inflation*. On obtient son expression formelle par l'intégration des égalités $P_{t+1} = P_t$ et $Y_t = Y_t^n \forall t$ dans le membre de droite de l'équation (1.83) :

$$1 + r_t^n \equiv \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_C(Y_{t+1}^n; \varrho_{t+1})}{u_C(Y_t^n; \varrho_t)} \right] \quad (1.104)$$

L'égalité $Y_t = Y_t^n \forall t$ traduit l'hypothèse de la parfaite flexibilité des prix (cf. (1.59)), l'égalité $P_{t+1} = P_t$ est forcément vérifiée dans un contexte d'absence d'inflation. Pour trouver la valeur constante que le taux d'intérêt naturel prend à l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$, on insère $(Y_t^n, \varrho_t) = (\bar{Y}, 0)$ dans le membre de droite de (1.104), ce qui donne :

$$\bar{r}^n = \frac{1 - \beta}{\beta}. \quad (1.105)$$

¹⁴Woodford (2003b, p. 245) définit l'écart de production explicitement comme un écart logarithmique. On peut aussi interpréter x_t en termes d'une approximation logarithmique d'un écart de production défini comme la différence entre la production courante et la production naturel en pourcentage de la production naturelle. En effet, pour Y_t proche de Y_t^n , on a $\ln Y_t - \ln Y_t^n \simeq \frac{Y_t - Y_t^n}{Y_t^n}$.

L'approximation log-linéaire de (1.104) autour de \bar{Y} et \bar{r}^n s'écrit :

$$\hat{r}_t^n \simeq \phi^{-1} \left\{ E_t[\hat{Y}_{t+1}^n] - \hat{Y}_t^n + \mathbf{g}_t - E_t[\mathbf{g}_{t+1}] \right\}, \quad (1.106)$$

avec $\hat{r}_t^n \equiv \ln \left(\frac{1+r_t^n}{1+\bar{r}^n} \right)$. Par conséquent, on peut réécrire (1.103) sous la forme

$$x_t \simeq E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n), \quad (1.107)$$

(cf. Woodford (2003b, p. 246)).

L'équation (1.107) peut être interprétée comme une relation de type « IS », car elle décrit une relation *inverse* entre l'indice agrégé de la production Y_t et le taux d'intérêt réel ex ante $\hat{r}_t \simeq \hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}]$ (cf. annexe A.8 pour la dérivation de cette approximation log-linéaire du taux d'intérêt réel). En effet, (1.107) est équivalente à

$$\ln Y_t \simeq \ln Y_t^n + E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n) \quad (1.108)$$

et donc aussi à

$$Y_t \simeq \exp \{ \ln Y_t^n + E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n) \}. \quad (1.109)$$

On obtient alors

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \hat{r}_t} \simeq -\phi \exp \{ \ln Y_t^n + E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n) \} < 0. \quad (1.110)$$

Woodford décrit la relation (1.83) comme le pendant de la courbe IS de Hicks dans un modèle d'équilibre général avec optimisation intertemporelle. En effet, cette relation permet de retrouver quelques intuitions centrales de la courbe IS

" ... it determines the level of real aggregate demand associated with a given real interest rate, and then since output is demand determined in the present model, it determines the equilibrium level of output associated with a given real interest rate. " (Woodford 2003b, p. 242)

Cette affirmation fait de toute évidence abstraction du fait que les propriétés de l'opérateur E_t ne permettent pas de faire apparaître le taux d'intérêt réel dans l'équation non-linéaire (1.83). En revanche, elle est tout à fait pertinente pour caractériser les comportements décrits par les équations (1.107) et (1.109).

Il est intéressant de constater que les équations (1.103), (1.107) et (1.109) ont été construites à partir de la seule équation (1.83), qui fait partie du système qui décrit l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix rigides *et* du système qui décrit l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix flexibles. Par conséquent, *ces différentes expressions d'une relation de type IS sont vérifiées à la fois dans un environnement de prix rigides et dans un contexte de prix flexibles.*

Toutefois, le fait que Y_t soit systématiquement égal à Y_t^n dans un environnement de prix flexibles permet de simplifier ces équations : (1.107) devient ainsi

$$\hat{i}_t \simeq \hat{r}_t^n + E_t[\pi_{t+1}] \quad (1.111)$$

(Woodford 2003b, p. 79). (1.111) s'interprète comme un cas particulier de la relation de Fisher impliquant le taux d'intérêt naturel \hat{r}_t^n (au lieu du taux d'intérêt réel \hat{r}_t qui caractérise l'expression habituelle de cette relation (Fisher 1930).)

1.3.2.4 Dérivation d'une règle de type Taylor

En log-linéarisant la règle de politique monétaire (1.92) autour de l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$, on peut trouver une règle de politique monétaire qui généralise la règle classique de Taylor (1993).

Dans cette optique, on réécrit d'abord (1.92) sous la forme :

$$1 + i_t = \varphi(\Pi_t/\Pi_t^*, Y_t/Y_t^*, \mathbf{v}_t) + 1 \quad (1.112)$$

A l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$, on a $\Pi_t = \Pi_t^* = \bar{\Pi}$ et donc $\left(\frac{\Pi_t}{\Pi_t^*}\right) = 1$ (Woodford 2003b, p. 78 - 79). On a également $Y_t = Y_t^* = \bar{Y}$, ce qui implique que $\left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right) = 1$.

On remarque que le fait d'analyser le comportement de l'économie au voisinage de l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ revient à se concentrer sur l'analyse des situations où la politique monétaire fonctionne assez bien, car les variables ciblées Π_t et Y_t sont supposées proches de leurs cibles Y_t^* et Π_t^* . Autrement dit, *le recours aux techniques de log-linéarisation exclut les éventuels échecs de la politique monétaire du champ d'analyse.*

On adapte maintenant les hypothèses concernant les propriétés des règles $\varphi(P_t/P_t^*, \mathbf{v}_t)$ et $\varphi(\Pi_t/\Pi_t^*, \mathbf{v}_t)$ qui sont pertinentes dans le cadre de l'économie de dotation du deuxième chapitre de Woodford (2003b); en effet, Woodford suppose que ces deux règles vérifient $\phi(1, 0) = \frac{\bar{\Pi} - \beta}{\beta}$, respectivement $\phi(1, 0) = \frac{1 - \beta}{\beta}$ (Woodford 2003b, p. 78 et 90). Dans le contexte du nouveau modèle canonique de base, il convient de supposer que la fonction de réaction non-linéaire des autorités monétaires (1.92) vérifie

$$\bar{i} \equiv \varphi(1, 1, 0) = \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (1.113)$$

à l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$.¹⁵ On remarque que (1.113) est équivalent à (1.98), i.e. à l'état stationnaire, les conditions de la demande de biens de consommations résumées par (1.98) sont parfaitement compatibles avec la politique monétaire mise en œuvre par les autorités monétaires.

Sous l'hypothèse (1.113), l'approximation log-linéaire de (1.92) s'écrit

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(\pi_t - \pi_t^*) + \frac{\varphi_y}{4} \ln\left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right) + \mathbf{v}_t, \quad (1.114)$$

avec $\varphi_\pi \equiv (1 - \beta) \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_t^*}\right)} \frac{1}{\varphi(1, 1, 0)} = \beta \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_t^*}\right)}$, $\pi_t^* \equiv \ln \Pi_t^*$ et $\varphi_y \equiv (1 - \beta) \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right)} \frac{1}{\varphi(1, 1, 0)} = \beta \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right)}$.¹⁶ On peut faire apparaître dans (1.114) l'écart de production $x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n = \ln Y_t - \ln Y_t^n$ et la valeur centrale de la cible d'inflation $\bar{\pi}$. On obtient ainsi

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \varphi_x x_t + \mathbf{w}_t, \quad (1.115)$$

¹⁵Dans le cas plus général de l'état stationnaire $(\bar{\Pi}, \bar{Y}, 1, 0, 0)$, la fonction de réaction non-linéaire des autorités monétaires (1.92) vérifie

$$\bar{i} \equiv \varphi(\bar{\Pi}, 1, 0) = \frac{\bar{\Pi} - \beta}{\beta}.$$

¹⁶La division de φ_y par quatre est inhabituelle dans des règles de type Taylor. Elle s'explique par le fait que les règles de type Taylor sont normalement exprimées en termes d'un taux d'intérêt annualisé,

avec $\varphi_x \equiv \frac{\varphi_y}{4}$ et $\mathbf{w}_t \equiv \mathbf{v}_t + \varphi_\pi(\bar{\pi} - \pi_t^*) + \varphi_x \ln\left(\frac{Y_t^n}{Y_t^*}\right)$. Le terme \mathbf{w}_t regroupe différentes perturbations associées à la conduite de la politique monétaire : des erreurs de mesure et de contrôle ; des fluctuations de la cible d'inflation courante autour de la cible de long terme ; la présence d'un écart entre la cible de la production et son niveau naturel.

La règle linéaire (1.115) convient à la fois dans un contexte de prix rigides et de prix flexibles : en effet, (1.115) est une approximation log-linéaire de la règle (1.92) qui fait partie du système de l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix rigides *et* du système de l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix flexibles. Toutefois, on peut exploiter le fait que sous prix flexibles l'écart de production est toujours égal à zéro pour simplifier (1.115). On obtient alors sous l'hypothèse de la parfaite flexibilité des prix la règle linéaire :

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \mathbf{w}_t. \quad (1.116)$$

La règle de Taylor (1993) classique est un cas particulier de (1.115) caractérisé par $\mathbf{w}_t = 0$, $\bar{\pi} = 0.02$, $\varphi_\pi = 1.5$, $\varphi_x = 0.5$ et le taux d'intérêt réel à l'état stationnaire correspondant $\bar{r} \equiv \bar{i} - \bar{\pi} = \frac{\bar{\pi} - \beta}{\beta} - \bar{\pi} = 0.02$.¹⁷

Comme $\ln\left(\frac{1+\mathcal{X}_t}{1+\bar{\mathcal{X}}}\right) \simeq \mathcal{X}_t - \bar{\mathcal{X}}$ pour des petites valeurs de \mathcal{X}_t et de $\bar{\mathcal{X}}$, on a $\hat{i}_t \simeq i_t - \bar{i} = i_t - \frac{\bar{\pi} - \beta}{\beta}$. On peut maintenant réécrire (1.115) :

$$i_t \simeq \pi_t + (\varphi_\pi - 1)(\pi_t - \bar{\pi}) + \varphi_x x_t + \bar{r}. \quad (1.117)$$

La substitution de φ_π , φ_x et \bar{r} par 1.5, 0.5 et 0.02 donne l'expression

$$i_t \simeq \pi_t + 0.5(\pi_t - 0.02) + 0.5x_t + 0.02, \quad (1.118)$$

qui peut être assimilée à la règle de Taylor classique (cf. Taylor (1993) et Woodford (2003b, p. 39)).

1.3.2.5 Dérivation de la nouvelle courbe de Phillips

Par log-linéarisation autour de l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ des deux équations (1.66) et (1.94) qui font partie du système qui décrit l'équilibre en anticipations rationnelles *sous prix rigides* (mais pas du système associé à un contexte de flexibilité des prix), on obtient une relation qui peut être interprétée comme « nouvelle courbe de Phillips », i.e. comme une courbe de Phillips « augmentée des anticipations » (*expectations-augmented Phillips curve*, cf. Phelps (1967) et Friedman (1968)).

$\hat{4i}_t$, et d'une mesure annualisée de l'inflation $4\pi_t$ (cf. Woodford (2003b, p. 245) :

$$4\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(4\pi_t - 4\pi_t^*) + \varphi_y \ln\left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right).$$

Cette dernière équation est - au terme de perturbation \mathbf{v}_t près - équivalente à (1.114). La règle de Taylor (1993) classique retient l'inflation cumulée des quatre dernières périodes $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-4}}\right)$ plutôt que l'inflation annualisée $4\pi_t$ suggérée par Woodford.

¹⁷Le fait que la règle non-linéaire est maintenant issue d'une log-linéarisation autour de $(\bar{\pi}, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ implique que les coefficients ne sont plus définis de la même manière que dans le cas d'une log-linéarisation autour de $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$. On a maintenant $\varphi_\pi \equiv \frac{\bar{\pi} - \beta}{\beta} \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}_t}\right)} \frac{1}{\varphi(1, 1, 0)}$ et $\varphi_x \equiv \frac{\bar{\pi} - \beta}{4\beta} \frac{\partial \varphi(1, 1, 0)}{\partial \left(\frac{Y_t}{Y_t^*}\right)} \frac{1}{\varphi(1, 1, 0)}$.

Pour linéariser (1.66), on commence par réécrire l'équation (1.66) sous la forme

$$f(P_t) = (1 - \vartheta)f(p_t^*) + \vartheta f(P_{t-1}), \quad (1.119)$$

avec $f(\mathcal{X}_t) = \mathcal{X}_t^{1-\sigma}$. L'approximation log-linéaire de (1.119) autour de \bar{P} est alors donnée par

$$f(\bar{P})[1 + \epsilon_p(\ln P_t - \ln \bar{P})] \simeq (1 - \vartheta)f(\bar{P})[1 + \epsilon_p(\ln p_t^* - \ln \bar{P})] + \vartheta f(\bar{P})[1 + \epsilon_p(\ln P_{t-1} - \ln \bar{P})], \quad (1.120)$$

avec $\epsilon_p \equiv \frac{f(\bar{P})}{dP} \frac{\bar{P}}{f(\bar{P})}$, qui devient, après simplification,

$$\ln P_t \simeq (1 - \vartheta) \ln p_t^* + \vartheta \ln P_{t-1}. \quad (1.121)$$

En soustrayant $\ln P_t$ des membres de gauche et de droite de l'équation (1.121) on obtient

$$\pi_t \simeq \frac{1 - \vartheta}{\vartheta} \hat{p}_t^*, \quad (1.122)$$

avec $\hat{p}_t^* \equiv \ln \left(\frac{p_t^*}{\bar{P}} \right)$ le logarithme népérien du prix relatif retenu par les firmes qui modifient leur prix en t . L'équation (1.122) servira dans la suite du raisonnement pour remplacer \hat{p}_t^* .

Concernant la log-linéarisation de (1.94), on y remplace toutes les fonctions et variables par leur approximation log-linéaire autour de $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$. Ensuite, on divise les membres de gauche et de droite de l'équation par le terme $u_c(\bar{Y})\bar{P}^{-1}$, ce qui permet de trouver

$$\sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} E_t \left[\ln p_t^* - \ln P_T - \left\{ \epsilon_{uc}(\hat{Y}_T - \hat{Y}_T^n) + (\epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi})(\hat{y}_T^* - \hat{Y}_T^n) \right\} \right] \simeq 0 \quad (1.123)$$

avec $\epsilon_{uc} \equiv -\frac{\partial u_c(\bar{Y})}{\partial Y} \frac{\bar{Y}}{u_c(\bar{Y})}$, $\epsilon_{vh} \equiv \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial Y} \frac{\bar{Y}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}$ et $\epsilon_{\psi} \equiv \frac{d\Psi(\bar{Y})}{dY} \frac{\bar{Y}}{\Psi(\bar{Y})}$. Comme par ailleurs la fonction de demande qui s'adresse aux producteurs qui appliquent à la période T le prix p_t^* est donnée par

$$y_T^* = \left(\frac{p_t^*}{P_T} \right)^{-\sigma} Y_T \quad (1.124)$$

on peut substituer le terme $\hat{Y}_T - \sigma(\ln p_t^* - \ln P_T)$ à \hat{y}_T^* , ce qui permet d'écrire

$$\sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} E_t \left[(\ln p_t^* - \ln P_T)(1 + \sigma(\epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi})) - \left\{ (\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi})(\hat{Y}_T - \hat{Y}_T^n) \right\} \right] \simeq 0 \quad (1.125)$$

ou encore, après division des termes de gauche et de droite de (1.125) par le terme $(1 + \sigma(\epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}))$,

$$\sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} E_t [\ln p_t^* - \ln P_T - \epsilon_Y x_T] \simeq 0, \quad (1.126)$$

avec $\epsilon_Y \equiv \frac{\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}}{1 + \sigma(\epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi})} > 0$ et $x_T \equiv \ln \left(\frac{Y_T}{\bar{Y}} \right) - \ln \left(\frac{Y_T^n}{\bar{Y}} \right) = \ln Y_T - \ln Y_T^n$ l'écart de production à la période T . La stricte positivité du paramètre ϵ_Y s'explique par les propriétés

des fonctions $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ et de la fonction de production $f(\cdot)$: le fait que $u(\cdot)$ soit une fonction croissante concave implique que $\epsilon_{uc} \equiv -\frac{\partial u_c(\bar{Y})}{\partial \bar{Y}} \frac{\bar{Y}}{u_c(\bar{Y})} > 0$; $v(\cdot)$ est une fonction croissante convexe positive et $f^{-1}(\cdot)$ est croissante convexe positive sur $[0, +\infty]$; la fonction composée $v(f^{-1}(\cdot))$ est par conséquent croissante convexe sur $[0, +\infty]$, c'est pourquoi $\epsilon_{vh} \equiv \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial \bar{Y}} \frac{\bar{Y}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))} > 0$; $\Psi(\cdot)$ est une fonction croissante et positive, ce qui implique $\epsilon_\psi \equiv \frac{d\Psi(\bar{Y})}{d\bar{Y}} \frac{\bar{Y}}{\Psi(\bar{Y})} > 0$. Dans ces conditions, ϵ_Y est strictement positif.

En isolant $\ln p_t^*$ et en soustrayant $\ln P_t$ des membres de gauche et de droite de l'équation (1.126), on trouve

$$\hat{p}_t^* \simeq (1 - \vartheta\beta) \sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} E_t \left[\sum_{s=t+1}^T \pi_s + \epsilon_Y x_T \right], \quad (1.127)$$

ou encore

$$\hat{p}_t^* \simeq \sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} E_t [\vartheta\beta\pi_{T+1} + (1 - \vartheta\beta) \epsilon_Y x_T]. \quad (1.128)$$

En mobilisant la loi des espérances itérées ($E_t[E_{t+1}[\mathcal{X}]] = E_t[\mathcal{X}]$) on trouve l'expression

$$\hat{p}_t^* \simeq (\vartheta\beta E_t[\pi_{t+1}] + (1 - \vartheta\beta) \epsilon_Y x_t) + \vartheta\beta E_t[\hat{p}_{t+1}^*], \quad (1.129)$$

qui est équivalente à l'équation (1.128). On peut effectivement exprimer l'équation (1.129) pour la période $t + 1$, ce qui permet de remplacer \hat{p}_{t+1}^* dans le dernier terme de (1.129). On obtient ainsi une nouvelle équation dont le dernier terme comporte la variable \hat{p}_{t+2}^* , que l'on remplace maintenant par (1.129) exprimée à la période $t + 2$, etc. En effectuant ces remplacements successifs, on obtient l'équation (1.128).

On remplace maintenant, d'après l'équation (1.122), dans (1.129) \hat{p}_t^* et \hat{p}_{t+1}^* par $\frac{\vartheta}{1-\vartheta}\pi_t$ et $\frac{\vartheta}{1-\vartheta}\pi_{t+1}$, ce qui permet de trouver

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t \quad (1.130)$$

avec $\lambda \equiv \frac{(1-\vartheta)(1-\vartheta\beta)}{\vartheta} \epsilon_Y > 0$.

L'équation (1.130) permet une interprétation en termes d'une *courbe de Phillips augmentée des anticipations*. Pour voir cela, il suffit de réécrire (1.130) sous la forme

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda(\hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n), \quad (1.131)$$

ce qui montre que l'inflation est positivement corrélée avec le niveau de la production et avec l'inflation anticipée :

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial \hat{Y}_t} \simeq \lambda > 0. \quad (1.132)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial E_t[\pi_{t+1}]} \simeq \beta > 0. \quad (1.133)$$

La nouvelle courbe de Phillips (1.130) n'est vérifiée que dans un environnement de prix rigides. En effet, les équations (1.66) et (1.94) ne font pas partie du système qui définit l'équilibre en anticipations rationnelles sous prix flexibles. Dans un contexte de parfaite flexibilité des prix, les dynamiques des prix et des quantités produites sont exprimées par l'équation linéaire (1.95) ($P_t = p_t^*$) et par le fait que l'écart de production est nécessairement égal à zéro ($x_t = 0$), car on a toujours $Y_t = Y_t^n$ (cf. équation (1.96)).

Introduction d'un choc additif dans la courbe de Phillips En regroupant les trois équations linéarisées (1.107), (1.130) et (1.115), dont la dérivation vient d'être discutée dans cette sous-section, on trouve le système :

$$x_t \simeq E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) \quad (1.107)$$

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t \quad (1.130)$$

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \varphi_x x_t + \mathbf{w}_t. \quad (1.115)$$

Ce système correspond à la version linéarisée du nouveau modèle canonique de base de Woodford.

Malgré la place centrale que ce modèle linéaire occupe dans l'ouvrage de Woodford (2003*b*), la plupart des études normatives des règles de politique monétaire dans le nouveau modèle canonique se situent dans un cadre légèrement différent : la courbe de Phillips retenue dans ces études s'écrit

$$\pi_t \simeq \lambda x_t + \beta E_t[\pi_{t+1}] + u_t \quad (1.134)$$

(cf. par exemple Clarida et al. (1999)). La courbe de Phillips (1.134) caractérise également le cadre d'analyse de la plupart des travaux sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique (cf. chapitre 2).

La différence entre les deux expressions de la courbe de Phillips réside dans le fait que (1.130) soit dépourvue de tout choc additif. Il s'agit là d'une situation très confortable pour les autorités monétaires, car les deux objectifs de la politique monétaire sont systématiquement conciliables : en absence d'un choc additif, la stabilisation de l'écart de production est le meilleur moyen pour assurer la stabilisation de l'inflation. En effet, avec (1.130), l'inflation est essentiellement un phénomène provoqué par un écart de production positif, i.e. par un niveau de production qui se situe au-dessus de son niveau naturel. Dans ces conditions, les autorités monétaires peuvent se contenter de mettre en place une politique monétaire qui vise à stabiliser l'écart de production, i.e. de le ramener à zéro ; *la stabilisation de l'écart de production implique à son tour celle de l'inflation*. La situation est bien différente en présence de la courbe (1.134) : l'introduction du choc additif u_t peut maintenant provoquer des configurations où l'on observe simultanément une inflation négative (déflation) et un écart de production positif. Une politique monétaire visant à stabiliser l'écart de production aurait dans ces conditions la fâcheuse conséquence d'accroître encore la déflation. *Les autorités monétaires doivent alors arbitrer entre stabilisation de l'inflation et stabilisation de l'écart de production*.

Pour pouvoir analyser cet arbitrage, il semble important de disposer d'un modèle dont la courbe de Phillips est caractérisée par la présence d'un choc additif. Cette sous-section présente deux méthodes qui permettent d'introduire un tel choc.

La proposition de Woodford: Variations dans l'élasticité de substitution Woodford (2003*b*, p. 450) propose des variations dans l'élasticité de substitution σ comme fondement microéconomique d'un choc sur les coûts. L'intuition économique de ces variations est un changement dans la perception des ménages concernant la substituabilité entre les biens différenciés produits par les firmes. Lorsque σ augmente, les ménages sont

plus disposés à substituer un bien par un autre, faisant en sorte que le pouvoir de marché des firmes diminue. La conséquence directe de cette augmentation est une diminution de la marge \mathcal{M} , qui cesse alors d'être une constante. Pour tenir compte de ce changement de statut, il convient de doter la marge d'un indice temporel : \mathcal{M}_t .

L'introduction d'une marge qui fluctue au cours du temps ne modifie pas l'expression linéarisée de la courbe de Phillips, on trouve toujours

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t, \quad (1.130)$$

(cf. Woodford (2003b, p. 450)). Grâce à la notion du « niveau de production efficient » Y_t^e , i.e. le niveau de production qui maximise l'utilité des ménages, il est maintenant possible de faire apparaître dans (1.130) un choc additif u_t . Pour cela, il convient d'exprimer la production naturelle Y_t^n en fonction de la production *efficiente* Y_t^e , puis de définir une courbe de Phillips alternative qui établit une relation entre la inflation π_t et l'écart de production *efficient* $x_t^e \equiv \ln Y_t - \ln Y_t^e$.

Le raisonnement est le suivant. En présence d'une marge fluctuante, le prix relatif de la firme i s'écrit (cf. équation (1.54)) :

$$\frac{p_t(i)}{P_t} = \mathcal{M}_t s(y_t(i), y_t(I), Y_t; \varrho_t). \quad (1.135)$$

Au niveau naturel de la production, toutes les firmes produisent la même quantité Y_t^n et fixent un prix identique, faisant en sorte que le prix relatif devient 1. On obtient alors

$$\mathcal{M}_t s(Y_t^n, Y_t^n, Y_t^n; \tilde{\varrho}_t) = 1. \quad (1.136)$$

Le niveau de production Y_t^e qui maximise l'utilité des ménages doit être tel que l'utilité associée à la consommation du dernier bien est égale à la désutilité du travail qui a été nécessaire pour le produire. On a donc :

$$v_h(h_t^e(I); \varrho_t) = u_c(C_t^e; \varrho_t), \quad (1.137)$$

avec $h_t^e(I)$ et C_t^e les quantités de travail et de consommation associée au niveau de production efficient. En utilisant l'égalité $C_t = Y_t$ et la réciproque de la fonction de production (1.41), l'équation (1.137) devient

$$\frac{v_h(f^{-1}(Y_t^e/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t^e; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \times \Psi(Y_t^e/\mathcal{A}_t) = 1 \quad (1.138)$$

ou encore

$$s(Y_t^e, Y_t^e, Y_t^e; \tilde{\varrho}_t) = 1. \quad (1.139)$$

Comme les membres de droite des équations (1.136) et (1.139) sont identiques, on peut maintenant écrire :

$$\mathcal{M}_t s(Y_t^n, Y_t^n, Y_t^n; \tilde{\varrho}_t) = s(Y_t^e, Y_t^e, Y_t^e; \tilde{\varrho}_t) \quad (1.140)$$

On log-linéarise ensuite (1.140) autour d'un état stationnaire défini par $Y_t = \bar{Y}$ et $\mathcal{M}_t = \bar{\mathcal{M}} = 1$; rigoureusement, il serait certes préférable de retenir $\bar{\mathcal{M}} > 1$, mais l'approximation

log-linéaire reste acceptable lorsqu'on suppose que les fluctuations de la marge \mathcal{M}_t ne s'éloignent pas trop fortement de 1. On trouve alors :

$$\ln Y_t^n \simeq \ln Y_t^e - \frac{1}{\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}} \ln \mathcal{M}_t. \quad (1.141)$$

L'équation (1.141) montre que la production naturelle est inférieure à la production efficiente, car $\frac{1}{\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}} \ln \mathcal{M}_t > 0$. Ceci n'est guère surprenant : dans un contexte de concurrence monopolistique, la maximisation du profit de firmes se traduit par un niveau de production qui est inférieur à l'optimum social Y_t^e .

On peut maintenant remplacer dans (1.130) $\ln Y_t^n$ par $\ln Y_t^e - \frac{1}{\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}} \ln \mathcal{M}_t$, ce qui donne

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t^e + u_t, \quad (1.142)$$

avec $u_t \equiv \frac{\lambda}{\epsilon_{uc} + \epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi}} \ln \mathcal{M}_t$.

La proposition de Clarida, Galí et Gertler : fluctuations dans la proportionnalité entre le coût marginal réel et l'écart de production Clarida, Galí et Gertler interprètent le choc sur le coût comme conséquence de l'instabilité de la relation de proportionnalité entre le coût marginal réel et l'écart de production.¹⁸

"The relation for inflation that evolves from the Calvo model takes the form

$$\pi_t = \beta E_t \{ \pi_{t+1} \} + \delta mc_t$$

where mc_t denotes the deviation of (real) marginal cost from its steady state value. To then relate inflation to the output gap, the literature typically makes assumptions on technology, preferences, and the structure of labor markets to justify a proportionate relation between real marginal cost and the output gap, so that $mc_t = \kappa x_t$ holds, where κ is the output elasticity of real marginal cost. (...) In this context, the disturbance u_t is interpretable as reflecting deviations from the condition $mc_t = \kappa x_t$." (Clarida et al. 1999, p. 1667)

Dans la présentation du nouveau modèle canonique de Woodford (2003b), une telle relation de proportionnalité entre le coût marginal réel et l'écart de production n'est pas directement visible. On peut la mettre en évidence dans la log-linéarisation de l'équation (1.94). En effet, le terme

$$\frac{v_h(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \times \frac{d(f^{-1}(y_T^*/\mathcal{A}_T))}{d(y_T^*/\mathcal{A}_T)} \\ \frac{v_h(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T); \varrho_T)}{u_C(Y_T^n; \varrho_T) \mathcal{A}_T} \times \frac{d(f^{-1}(Y_T^n/\mathcal{A}_T))}{d(Y_T^n/\mathcal{A}_T)}$$

correspond justement à la déviation entre le coût marginal réel et sa valeur à l'état stationnaire, noté mc_t par Clarida, Galí et Gertler. On peut alors écrire :

$$mc_T \simeq \epsilon_{uc}(\hat{Y}_T - \hat{Y}_T^n) + (\epsilon_{vh} + \epsilon_{\psi})(\hat{y}_T^* - \hat{Y}_T^n) \quad (1.143)$$

¹⁸Les paramètres δ et κ mentionnés dans la citation qui suit ne correspondent pas aux paramètres δ et κ utilisés dans la présente thèse.

ou encore, en substituant $\hat{Y}_T - \sigma(\ln p_t^* - \ln P_T)$ à \hat{y}_T^* (cf. équation (1.125)) :

$$mc_T \simeq (\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi})x_T - \sigma(\mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi})(\ln p_t^* - \ln P_T) \quad (1.144)$$

Dans (1.144), le facteur de proportionnalité dont parlent Clarida, Galí et Gertler (leur paramètre κ) correspond à $\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi}$. On peut représenter les déviations par rapport à la condition de proportionnalité $mc_T = (\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi})x_T$ sous forme d'un terme stochastique \mathbf{u}_T :

$$mc_T \simeq (\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi})x_T + \mathbf{u}_T - \sigma(\mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_{\psi})(\ln p_t^* - \ln P_T). \quad (1.145)$$

En poursuivant la dérivation de la courbe de Phillips de la même manière que dans la sous-section 1.3.2.5 (cf. les équations (1.123) à (1.130)), on obtient

$$\pi_t \simeq \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t + u_t \quad (1.134)$$

avec $u_t \equiv \frac{(1-\vartheta)(1-\vartheta\beta)}{\vartheta(1+\sigma(\mathbf{e}_{vh}+\mathbf{e}_{\psi}))} \mathbf{u}_t$.

La définition de l'état stationnaire doit maintenant tenir compte de la présence d'un processus de perturbation supplémentaire dans le modèle : à l'état stationnaire déterministe, \mathbf{u}_t doit être égal à zéro. On a donc $(\Pi_t, Y_t, \mathcal{A}_t, \varrho_t, \mathbf{v}_t, \mathbf{u}_t) = (1, \bar{Y}, 1, 0, 0, 0)$.

L'intuition économique que Clarida, Galí et Gertler donnent au terme de perturbation \mathbf{u}_t n'est pas tout à fait compatible avec la vision Woodfordienne du nouveau modèle canonique :

"Deviations from this proportionality condition could be caused, for example, by movements in nominal wages that push real wages away from their 'equilibrium' values due to frictions in the wage contracting process." (Clarida et al. 1999, p. 1667)

En effet, on a vu dans la section 1.2 que Woodford situe son analyse dans un contexte de parfaite flexibilité des salaires, i.e. dans un univers où le processus de détermination des salaires n'est justement pas affecté par des frictions.

Malgré le fait que la lecture de Woodford du choc sur les coûts s'accorde mieux avec la dérivation du nouveau modèle canonique telle qu'elle a été présentée dans ce chapitre, la suite de cette thèse retiendra la courbe de Phillips linéaire (1.134) issue de la proposition de Clarida, Galí et Gertler. Ce choix s'explique par le fait que le deuxième chapitre de la présente étude discutera la littérature consacrée à l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique ; or, cette littérature présente systématiquement la variable x_t comme l'écart de production, elle ne fait pratiquement *jamais* référence à l'écart de production *efficient* qui caractérise la courbe de Phillips (1.142) dérivée sous la proposition de Woodford.

Dans cette perspective, on retient à partir de maintenant le système

$$x_t \simeq E_t[x_{t+1}] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) \quad (IS)$$

$$\pi_t \simeq \lambda x_t + \beta E_t[\pi_{t+1}] + u_t. \quad (CP)$$

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_{\pi}(\pi_t - \bar{\pi}) + \varphi_x x_t + \mathbf{w}_t. \quad (RT)$$

comme version linéarisée du nouveau modèle canonique dans un contexte de rigidité des prix. Le système

$$x_t \simeq 0 \quad (1.146)$$

$$\hat{i}_t \simeq \hat{r}_t^n + E_t[\pi_{t+1}] \quad (1.111)$$

$$\hat{i}_t \simeq \varphi_\pi(\pi_t - \bar{\pi}) + \mathbf{w}_t. \quad (1.116)$$

décrit à son tour la version linéarisée du nouveau modèle canonique qui est adaptée à un environnement de prix flexibles. On retient dans ce dernier système l'équation (1.146), qui provient du modèle de base de Woodford (2003b), i.e. d'un modèle caractérisé par l'absence du choc u_t . Ce choix s'explique par le fait que la relation de proportionnalité entre mc_t et x_t ne peut pas être utilisée dans un contexte de prix flexibles dans la mesure où $x_t = 0 \forall t$. Dans ces conditions, u_t n'a plus de signification théorique, car ce choc représente justement des déviations par rapport à cette relation de proportionnalité (Clarida et al. 1999).

1.4 Le fonctionnement du modèle

1.4.1 Chocs et déviations autour de l'état stationnaire

A partir du moment où l'on a défini un état stationnaire *déterministe*, la survenance d'un choc *aléatoire* a pour conséquence l'apparition d'un écart par rapport à cet état stationnaire. Dans cette perspective, le nouveau modèle canonique linéarisé (*IS*) - (*CP*) - (*RT*) est destiné à l'analyse *locale* du comportement de l'économie au voisinage de l'état stationnaire. Plus précisément, il est censé décrire et expliquer comment et pourquoi les principales variables endogènes x_t , π_t et \hat{i}_t fluctuent autour de leurs valeurs à l'état stationnaire $(0, 0, 0)$ et quel rôle joue la politique monétaire à cet égard.¹⁹

Le fait que x_t , π_t et \hat{i}_t prennent à l'état stationnaire les valeurs $(0, 0, 0)$ s'explique de la manière suivante : cet état est caractérisé par $Y_t = Y_t^n = \bar{Y}$, ce qui implique zéro comme valeur de x_t à l'état stationnaire déterministe, car $x_t \equiv \ln\left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right) - \ln\left(\frac{Y_t^n}{\bar{Y}}\right)$. Zéro est également la valeur de l'inflation $\pi_t \equiv \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ à l'état stationnaire, car à cet état, on a $\frac{P_t}{P_{t-1}} = 1$ et $\ln 1 = 0$. Finalement, la valeur à l'état stationnaire de i_t est égale à $\bar{i} = \frac{1-\beta}{\beta}$. Comme $\hat{i}_t \equiv \ln\left(\frac{1+i_t}{1+\bar{i}}\right)$, on obtient $\ln 1 = 0$ comme valeur de \hat{i}_t à l'état stationnaire.

Cette sous-section présente les différents chocs et leur manière de se propager dans le modèle. Cette présentation ne sera pas organisée autour de la dichotomie habituelle entre *chocs d'offre* et *chocs de demande*, qui est plutôt une source de confusion dans le nouveau modèle canonique. En effet, un lecteur ayant assimilé ce modèle d'une manière quelque peu superficielle pourrait être tenté d'interpréter u_t comme choc d'offre et \hat{r}_t^n comme choc

¹⁹On appelle ici et dans la suite *variables endogènes principales* les variables endogènes qui apparaissent de manière explicite dans le modèle linéarisé (*IS*), (*CP*) et (*RT*), en l'occurrence x_t , π_t et \hat{i}_t . Les variables endogènes qui n'apparaissent pas explicitement dans le modèle, comme par exemple \hat{Y}_t^n , sont appelées *variables endogènes secondaires*. Bizarrement, Woodford (2003b, p. 395) classe \hat{Y}_t^n parmi les variables exogènes du nouveau modèle canonique de base, alors même que sa valeur est déterminée par le modèle et non donnée par un processus extérieur au modèle.

de demande. A priori, une telle lecture peut paraître plausible : le choc \hat{r}_t^n se situe dans l'équation (IS), qui est habituellement présentée comme relation de type IS au sens de Hicks (1937) (Woodford 2003b, p. 246), et u_t intervient dans l'équation (CP), censée traduire les conditions de l'offre (Woodford 2003b, p. 187). Néanmoins, l'identification de \hat{r}_t^n comme choc de demande est discutable :

"The variable is evidently thought of as a demand shock because it is the disturbance term in the Euler equation (...). But because this condition has been written in terms of the output gap x_t rather than the level of output \hat{Y}_t , the composite disturbance \hat{r}_t^n (...) cannot properly be regarded as a pure demand shock, if one supposes the occurrence of transitory disturbances to the natural rate of output." (Woodford 2003b, p. 250)

Toute modification de \hat{Y}_t^n implique effectivement des variations de \hat{r}_t^n (cf. (1.106)). Dans la mesure où des modifications de \hat{Y}_t^n s'interprètent comme des chocs d'offre, on peut difficilement assimiler \hat{r}_t^n à un choc de demande.

Dans ces conditions, la dichotomie chocs d'offre vs. chocs de demande est à manipuler avec la plus grande précaution, et je m'en éloigne ici délibérément. Je me contente d'un inventaire complet de l'ensemble de chocs susceptibles de se produire dans le nouveau modèle canonique. Dans cette optique, la présente sous-section a comme objet d'étudier de manière détaillée comment chacun de ces chocs provoque des déviations de l'économie par rapport à l'état stationnaire déterministe. Si je parle dans la suite de « déviations », de « modifications » ou de « variations » des variables, il est sous-entendu qu'il s'agit chaque fois de déviations, modifications et variations par rapport aux valeurs associées à cet état stationnaire.

1.4.1.1 Inventaire des chocs dans le modèle non-linéaire

Le modèle non-linéaire présenté dans la sections 1.2 et dans la sous-section 1.3.1 comporte les processus de perturbation suivants :

- (a) le processus $\varrho_t(u)$ qui affecte la fonction de l'utilité de la consommation $u(\cdot)$,
- (b) le processus $\varrho_t(v)$ qui affecte la fonction de la désutilité du travail $v(\cdot)$,
- (c) le processus qui détermine le niveau technique \mathcal{A}_t ,
- (d) le processus u_t qui affecte la relation de proportionnalité entre mc_t et x_t .
- (e) le processus v_t qui affecte la règle de politique monétaire $\varphi(\cdot)$.

Les processus $\varrho_t(u)$, $\varrho_t(v)$ et \mathcal{A}_t sont regroupés dans le vecteur $\tilde{\varrho}_t$. Ce regroupement n'a pas été proposé par hasard, car ces trois processus sont des *perturbations réelles* (Woodford 2003b, p. 64). On verra que l'effet exercé par ces chocs sur les variables endogènes principales passe nécessairement par une modification du niveau naturel de la production et du taux d'intérêt. En revanche, les chocs u_t et v_t sont caractérisés par le fait qu'ils parviennent d'éloigner les variables principales endogènes des leurs valeurs à l'état stationnaire sans d'affecter les variables naturelles.

Pour illustrer cela, la suite de cette sous-section présente l'intégralité des étapes et mécanismes qui se situent entre la survenance d'un choc et la modification finale des variables endogènes principales. On parlera à ce sujet de la « propagation des chocs aux variables endogènes principales ». Le raisonnement se fait pour une *règle de politique*

monétaire donnée : on suppose que les autorités monétaires utilisent la règle (RT) . Dans un souci de concentration sur le mécanisme spécifique à chaque type de choc, on neutralise l'influence des autres perturbations : pour analyser les processus $\varrho_t(u)$, $\varrho_t(v)$ et \mathcal{A}_t , on suppose $\mathbf{u}_t = \mathbf{v}_t = 0$; l'analyse de \mathbf{u}_t se fera pour $\varrho_t(u) = \varrho_t(v) = \mathbf{v}_t = 0$ et $\mathcal{A}_t = 1$, et celle de \mathbf{v}_t sous l'hypothèse que $\varrho_t(u) = \varrho_t(v) = \mathbf{u}_t = 0$ et $\mathcal{A}_t = 1$

1.4.1.2 La propagation des chocs aux variables endogènes

La propagation des perturbations réelles L'impact des chocs réels se propage aux variables endogènes principales par les variables naturelles qui jouent un rôle de « variables de relais » : exposées aux chocs *contemporains* regroupés dans $\tilde{\varrho}$, les valeurs des variables naturelles se modifient, et ces modifications se transmettent aux variables endogènes principales. Un deuxième mécanisme de propagation implique les anticipations des chocs réels futurs : ces anticipations exercent un impact sur les variables endogènes principales par l'intermédiaire des anticipations des variables naturelles.

La figure 1.1 présente l'ensemble des mécanismes à l'œuvre dans la propagation des perturbations réelles ; elle met en évidence le rôle central des variables naturelles, car les variables endogènes principales du modèle sont reliées aux chocs $\tilde{\varrho}_t$ par l'intermédiaire des variables naturelles contemporaines \hat{Y}_t^n et de \hat{r}_t^n , et aux chocs futures anticipés $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$ par l'intermédiaire des variables naturelles anticipées $E_t[\hat{Y}_{t+1}^n]$ et de $E_t[\hat{r}_{t+1}^n]$.

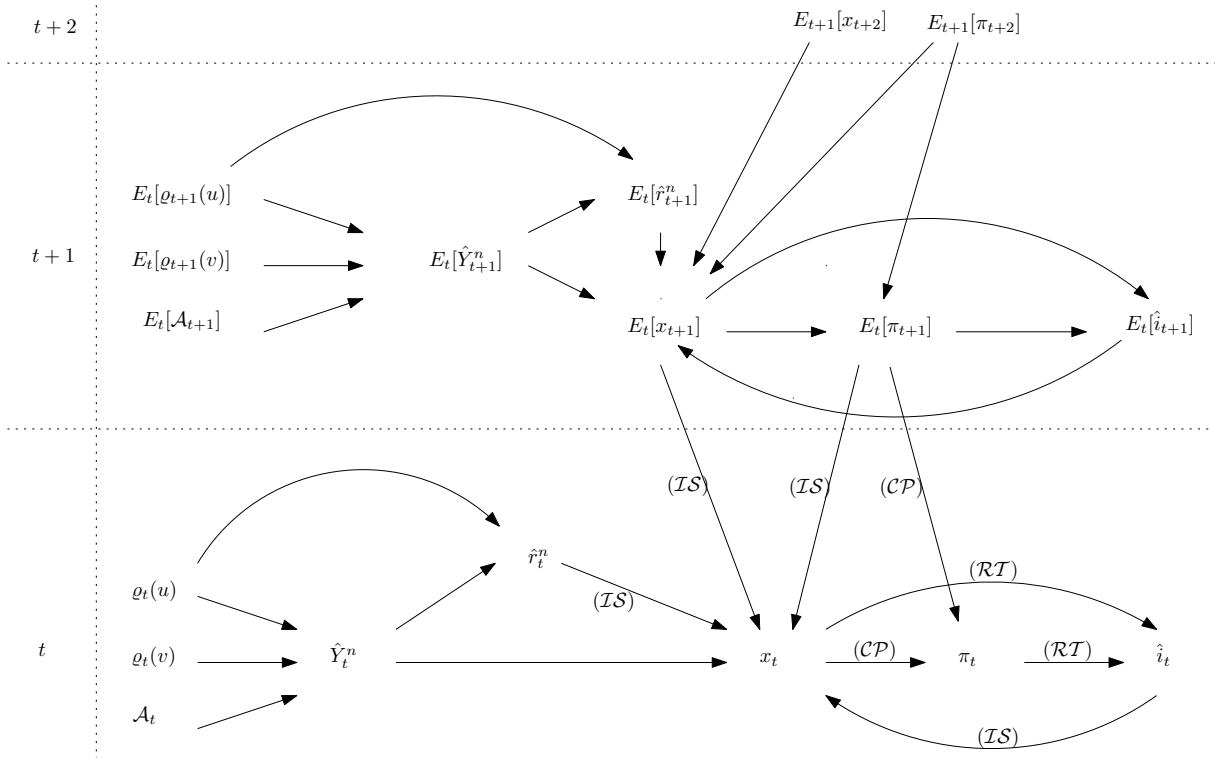


FIG. 1.1 – La propagation des chocs $\tilde{\varrho}_t$ et des chocs anticipés $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$ aux variables endogènes principales x_t , π_t et \hat{i}_t .

L'enchaînement des événements est le suivant : les chocs $\tilde{\varrho}_t$ provoquent des déviations

de \hat{Y}_t^n et de \hat{r}_t^n ; ces déviations provoquent à leur tour la modification de l'écart de production x_t à travers la relation (*IS*) et à travers la définition même de l'écart de production ($x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n$). La variation de x_t entraîne la modification de l'inflation π_t d'après la relation (*CP*). Les variations de x_t et de π_t sont à l'origine de la déviation de \hat{i}_t selon la règle de politique monétaire (*RT*), qui exerce un effet de retour sur x_t (cf. (*IS*)).

Les chocs futurs $\tilde{\varrho}_{t+1}$ ont un impact sur x_t, π_t et \hat{i}_t dans la mesure où ils sont anticipés. En effet, l'anticipation des chocs futurs $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$ est à l'origine des variations de $E_t[\hat{Y}_{t+1}^n]$ et de $E_t[\hat{r}_{t+1}^n]$ qui se répercutent sur $E_t[x_{t+1}]$ et $E_t[\pi_{t+1}]$. Les modifications de $E_t[x_{t+1}]$ et $E_t[\pi_{t+1}]$ se transmettent à leur tour sur x_t et π_t selon les relations (*IS*) et (*CP*).

Lorsqu'il est nécessaire de donner des expressions concrètes aux différentes anticipations mobilisées dans la figure 1.1, il est toujours possible d'ajouter des hypothèses concernant les processus décrivant les perturbations réelles. Ainsi, Bullard & Mitra (2002) supposent que $\{\hat{r}_t^n\}$ suit un processus autorégressif d'ordre 1 (cf. sur ce point la sous-section 2.2.1 du chapitre 2).

La figure 1.1 illustre bien la place centrale des variables naturelles dans la propagation des chocs $\tilde{\varrho}$, mais elle ne permet pas de comprendre pourquoi elles varient sous l'impact de ces chocs. Pour saisir cela, on commence par un rappel de la définition implicite de la production naturelle Y_t^n :

$$\mathcal{M}^{-1} = s(Y_t^n, Y_t^n, Y_t^n; \varrho_t, \mathcal{A}_t), \quad (1.147)$$

(cf. équation (1.59)). Comme on s'intéresse ici aux déviations de Y_t^n par rapport à sa valeur à l'état stationnaire \bar{Y} , on remplace maintenant \mathcal{M}^{-1} dans (1.147) par le membre de droite de l'équation $\mathcal{M}^{-1} = s(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{Y}; \bar{0}; \bar{\mathcal{A}})$ qui définit implicitement \bar{Y} (Preston 2005). On obtient ainsi l'égalité :

$$s(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{Y}; \bar{0}; \bar{\mathcal{A}}) = s(Y_t^n, Y_t^n, Y_t^n; \varrho_t; \mathcal{A}_t), \quad (1.148)$$

ou encore

$$\frac{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}); 0)}{u_C(\bar{Y}; 0) \bar{\mathcal{A}}} \times \frac{d(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}))}{d(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}})} = \frac{v_h(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t); \varrho_t)}{u_C(Y_t^n; \varrho_t) \mathcal{A}_t} \times \frac{d(f^{-1}(Y_t^n/\mathcal{A}_t))}{d(Y_t^n/\mathcal{A}_t)} \quad (1.149)$$

L'expression (1.149) traduit une relation entre Y_t^n et $\tilde{\varrho}_t \equiv [\varrho_t \ \mathcal{A}_t]$, car Y_t^n, ϱ_t et \mathcal{A}_t sont les seules variables dans (1.149). Étant donné que Y_t^n est une variable endogène du modèle et que $\tilde{\varrho}_t$ regroupe des variables exogènes, l'intuition économique de l'équation (1.149) est celle d'une production naturelle Y_t^n qui est fonction des perturbations réelles. L'équation (1.149) montre donc que ce sont bien les chocs $\tilde{\varrho}_t$ qui sont à l'origine des modifications de Y_t^n . Toutefois, cette expression n'est pas très parlante lorsqu'il s'agit de comprendre *comment* les éléments de $\tilde{\varrho}_t$ parviennent à provoquer des variations de Y_t^n . Pour illustrer cela, il convient de nouveau de faire appel aux techniques de linéarisation.

L'approximation log-linéaire de (1.149) autour de l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t^n(\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi) &\simeq \frac{u_{c\varrho}}{u_c} \varrho_t(u) - \frac{v_{h\varrho}}{v_h} \varrho_t(v) \\ &+ \left\{ 1 - \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}))}{\partial \bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}))} - \frac{d\Psi(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}})}{d\bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\Psi(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}})} \right\} \mathbf{a}_t, \end{aligned} \quad (1.150)$$

avec $v_{h\varrho} \equiv \frac{\partial v_h(\bar{Y}/\bar{A};\bar{\varrho})}{\partial \bar{\varrho}}$, $v_h \equiv \frac{\partial v(\bar{h};\bar{\varrho})}{\partial \bar{h}} = \frac{\partial v(\bar{Y}/\bar{A};\bar{\varrho})}{\partial (\bar{Y}/\bar{A})}$ et $\mathbf{a}_t \equiv \ln\left(\frac{\mathcal{A}_t}{\bar{\mathcal{A}}}\right) = \ln \mathcal{A}_t$. L'équation (1.150) est équivalente à

$$\hat{Y}_t^n \simeq \frac{\frac{u_{c\varrho}}{u_c} \varrho_t(u) - \frac{v_{h\varrho}}{v_h} \varrho_t(v) + (1 + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi) \mathbf{a}_t}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi}, \quad (1.151)$$

car on peut montrer que $\mathbf{e}_{vh} = -\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial \bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}$ et $\mathbf{e}_\psi = -\frac{d\Psi(\bar{Y}/\bar{A})}{d\bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\Psi(\bar{Y}/\bar{A})}$ (cf. annexe A.9).

Finalement, on peut remplacer dans (1.151) le terme $\frac{u_{c\varrho}}{u_c} \varrho_t(u)$ par $\phi^{-1} \mathbf{g}_t$ et $-\frac{v_{h\varrho}}{v_h} \varrho_t(v)$ par $\nu \mathbf{h}_t$, avec $\nu \equiv -\frac{v_{hh}\bar{h}}{v_h}$ et $\mathbf{h}_t \equiv \frac{v_{h\varrho}}{hv_{hh}} \varrho_t$:

$$\hat{Y}_t^n \simeq \frac{\phi^{-1} \mathbf{g}_t + \nu \mathbf{h}_t + (1 + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi) \mathbf{a}_t}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi}. \quad (1.152)$$

\hat{Y}_t^n est donc une combinaison linéaire de \mathbf{g}_t , \mathbf{h}_t et de \mathbf{a}_t .

L'intuition de $\mathbf{g}_t \equiv -\frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} \varrho_t(u)$ est dans ce contexte la suivante : la variable de perturbation $\varrho_t(u)$ modifie l'utilité marginale de la consommation u_c . On peut mesurer l'ampleur de cette modification par la variation de la consommation qui serait nécessaire pour maintenir constante l'utilité marginale du revenu du ménage malgré la survenance de ce choc. Le changement de l'utilité marginale est donné par le terme $u_{c\varrho} \varrho_t(u)$, la compensation nécessaire par $-u_{cc} \bar{Y}$. Le signe négatif devant le terme de la compensation s'explique par le fait que $\varrho_t(u) > 0$ *augmente* l'utilité marginale de la consommation. Pour compenser cela, il est nécessaire de diminuer la consommation. L'impact de \mathbf{g}_t sur Y_t^n est donné par $\frac{\phi^{-1}}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi}$. Un choc positif sur l'utilité $\varrho_t(u) > 0$ augmente le niveau naturel de la production dans la mesure où $-\frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} > 0$ et $\frac{\phi^{-1}}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi} > 0$. En effet, le ménage représentatif augmente dans ces conditions son offre de travail, car il tire maintenant plus d'utilité des biens qu'il consomme. On voit ici la difficulté de distinguer entre chocs d'offre et choc de demande. A priori, \mathbf{g}_t s'interprète plutôt comme un choc de demande. Ce choc de demande modifie toutefois les conditions de l'offre, car toute variation de la quantité de biens que le ménage souhaite consommer a des répercussions sur son offre de travail et donc sur le niveau naturel de la production.

La variable de perturbation $\varrho_t(v)$ modifie la désutilité marginale du travail v_h . L'ampleur de cette modification est mesurée par \mathbf{h}_t qui décrit la variation du travail nécessaire pour maintenir constant la désutilité marginale du travail malgré ce choc. Le terme $-v_{h\varrho} \varrho_t(v)$ donne le changement dans la désutilité du travail, $-v_{hh} \bar{Y}$ la compensation nécessaire. L'apparition d'un signe négatif dans les deux termes s'explique par le fait que la désutilité du travail du ménage n'est pas modélisée par la fonction $v(\cdot)$, mais par $-v(\cdot)$ (cf. (1.1)). L'impact de \mathbf{h}_t sur la production naturelle est donnée par $\frac{\nu}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi} < 0$. Un choc $\varrho_t(v) > 0$, i.e. un choc qui augmente la désutilité du travail, diminue le niveau naturel de la production Y_t^n , car il fait baisser l'offre de travail du ménage représentatif.

Un choc positif sur le niveau technique, i.e. $\mathcal{A}_t > 0$, induit une augmentation de la production naturelle Y_t^n , car $\frac{1 + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi}{\mathbf{e}_{uc} + \mathbf{e}_{vh} + \mathbf{e}_\psi} > 0$. Le mécanisme est simple : grâce à l'augmentation de \mathcal{A}_t , les entreprises produisent une plus grande quantité de biens à partir d'une quantité de travail inchangée.

En substituant dans (1.106) \mathbf{g}_t par $-\frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} \varrho_t(u)$ et \mathbf{g}_{t+1} par $-\frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} \varrho_{t+1}(u)$ on obtient

l'expression

$$\hat{r}_t^n \simeq \phi^{-1} \left\{ E_t[\hat{Y}_{t+1}^n] - \hat{Y}_t^n - \frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} \varrho_t(u) + E_t \left[\frac{u_{c\varrho}}{u_{cc}\bar{Y}} \varrho_{t+1}(u) \right] \right\}, \quad (1.153)$$

qui met en évidence les mécanismes qui font en sorte que \hat{r}_t^n varie sous l'impact des chocs courants ϱ_t et des chocs anticipés $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$. En effet, (1.153) montre que des déviations de \hat{Y}_t^n et de $E_t[\hat{Y}_{t+1}^n]$, entraînées par $\tilde{\varrho}_t$ et par $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$, se répercutent sur \hat{r}_t^n . A cet effet indirect, qui passe par l'intermédiaire du niveau naturel de la production, s'ajoute l'impact direct de $\varrho_t(u)$ et de $E_t[\varrho_{t+1}(u)]$ sur \hat{r}_t^n .

La propagation des chocs aux variables endogènes principales est essentiellement localisée dans la relation (IS). Pour souligner le caractère indirect de la propagation, il convient de développer les termes x_t et $E_t[x_{t+1}]$ dans (IS). On obtient ainsi :

$$\hat{Y}_t \simeq \hat{Y}_t^n + E_t[\hat{Y}_{t+1}] - E_t[\hat{Y}_{t+1}^n] - \phi(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) \quad (1.154)$$

L'équation (1.154) met en évidence le rôle des variables de relais \hat{Y}_t^n , \hat{r}_t^n et $E_t[\hat{Y}_{t+1}^n]$ qui assurent la connexion entre les perturbations réelles courantes et anticipées ($\tilde{\varrho}_t$ et $E_t[\tilde{\varrho}_{t+1}]$) et les variables endogènes principales.

Le propagation des chocs u_t et v_t Le terme de perturbation de la courbe de Phillips u_t et le choc de politique monétaire v_t exercent un impact sur les variables endogènes principales d'une manière très différente des perturbations réelles : la propagation de u_t et v_t aux variables endogènes principales se fait *sans le concours intermédiaire des variables naturelles* ; celles-ci restent d'ailleurs figées aux valeurs prises avant la survenance de ces chocs.

On voit sur la figure 1.2 que le choc u_t affecte une des variables endogènes principales du modèle linéaire, en l'occurrence π_t , et cela *sans modification* d'une des variables naturelles du modèle. La variation de π_t générée de cette manière se propage sur \hat{i}_t et sur x_t ; cette dernière variable exerce alors un effet de retour sur π_t et \hat{i}_t . Le choc anticipé $E_t[u_{t+1}]$ fait varier l'inflation anticipée $E_t[\pi_{t+1}]$, ce qui entraîne des déviations de $E_t[\hat{i}_{t+1}]$ et de $E_t[x_{t+1}]$. La variation de $E_t[x_{t+1}]$ provoque des effets de retour sur $E_t[\pi_{t+1}]$ et sur $E_t[\hat{i}_{t+1}]$ qui se propagent à x_t et π_t .

La figure 1.3 montre que l'enchaînement des événements est similaire pour ce qui concerne le choc v_t . Ce choc se propage aux variables endogènes principales *sans modification des variables naturelles*. La déviation de \hat{i}_t générée par le choc de politique monétaire provoque à son tour des déviations de x_t et de π_t ainsi que des effets de retour sur \hat{i}_t . Le choc anticipé $E_t[v_{t+1}]$ fait varier le taux d'intérêt anticipé $E_t[\hat{i}_{t+1}]$, ce qui entraîne des déviations de $E_t[x_{t+1}]$ et de $E_t[\pi_{t+1}]$, qui affectent à travers les relations (IS) et (CP) x_t et de π_t .

Malgré toutes les différences exposées dans cette section, les chocs ϱ_t et v_t ont un point important en commun. Ils « activent » ce que l'on pourrait appeler le moteur du modèle : le terme $(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n)$ dans l'équation (IS) qui correspond à l'écart entre le taux d'intérêt réel et le taux d'intérêt naturel : $(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n)$. A l'état stationnaire $(1, \bar{Y}, 1, 0, 0)$,

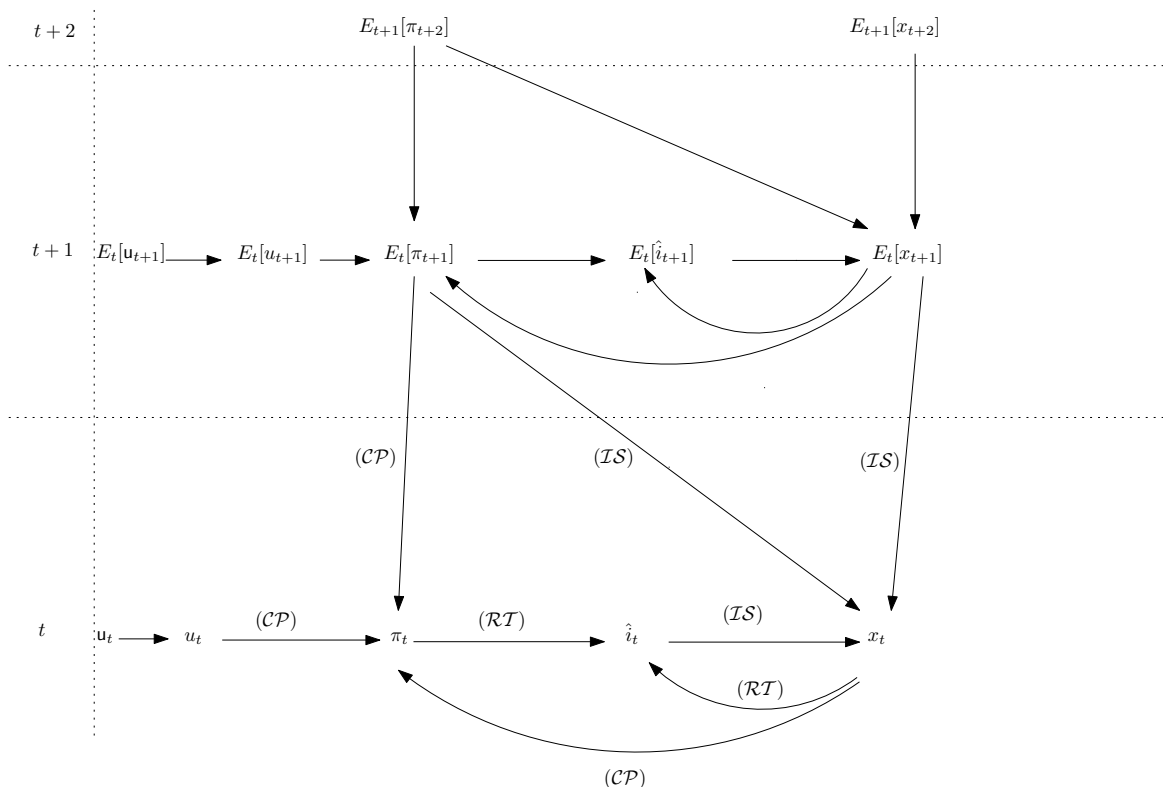


FIG. 1.2 – La propagation du choc u_t et du choc anticipé $E_t[u_{t+1}]$ aux variables endogènes principales x_t , π_t et \hat{i}_t .

l'écart est égal à zéro, car les valeurs associées à l'état stationnaire de \hat{i}_t , de $E_t[\pi_{t+1}]$ et de \hat{r}_t^n sont toutes égales à zéro. La survenance du choc v_t crée un écart positif (en termes absolus) en éloignant \hat{i}_t de zéro. Les chocs réels parviennent au même résultat (i.e. un écart non nul) en modifiant \hat{r}_t^n .

On remarque que le choc u_t n'affecte pas directement le terme $(\hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n)$. Dans la mesure où ce choc ne fait pas partie du modèle de base de Woodford, on comprend mieux pourquoi Woodford fait référence à la filiation Wicksellienne de son modèle : dans le modèle (IS) - (1.130) - (RT), les déviations de l'économie par rapport à l'état stationnaire s'expliquent systématiquement par des modifications de l'écart $(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n)$, qui se trouve justement au cœur de l'analyse de Wicksell (1898).

L'écart entre le taux d'intérêt réel et le taux d'intérêt naturel joue également un rôle important dans le canal de transmission de la politique monétaire que présente la sous-section suivante.

1.4.2 Le canal de transmission de la politique monétaire

La sous-section 1.4.1 a mis en évidence la capacité des chocs d'engendrer des écarts entre les réalisations courantes des variables endogènes et leurs valeurs de long terme. En particulier, les chocs sont susceptibles d'éloigner le facteur d'inflation Π_t et le niveau courant de la production Y_t des cibles Π_t^* et Y_t^* retenues par les autorités monétaires (cf. équation (1.73)). Une telle configuration devrait inciter les autorités monétaires à utiliser

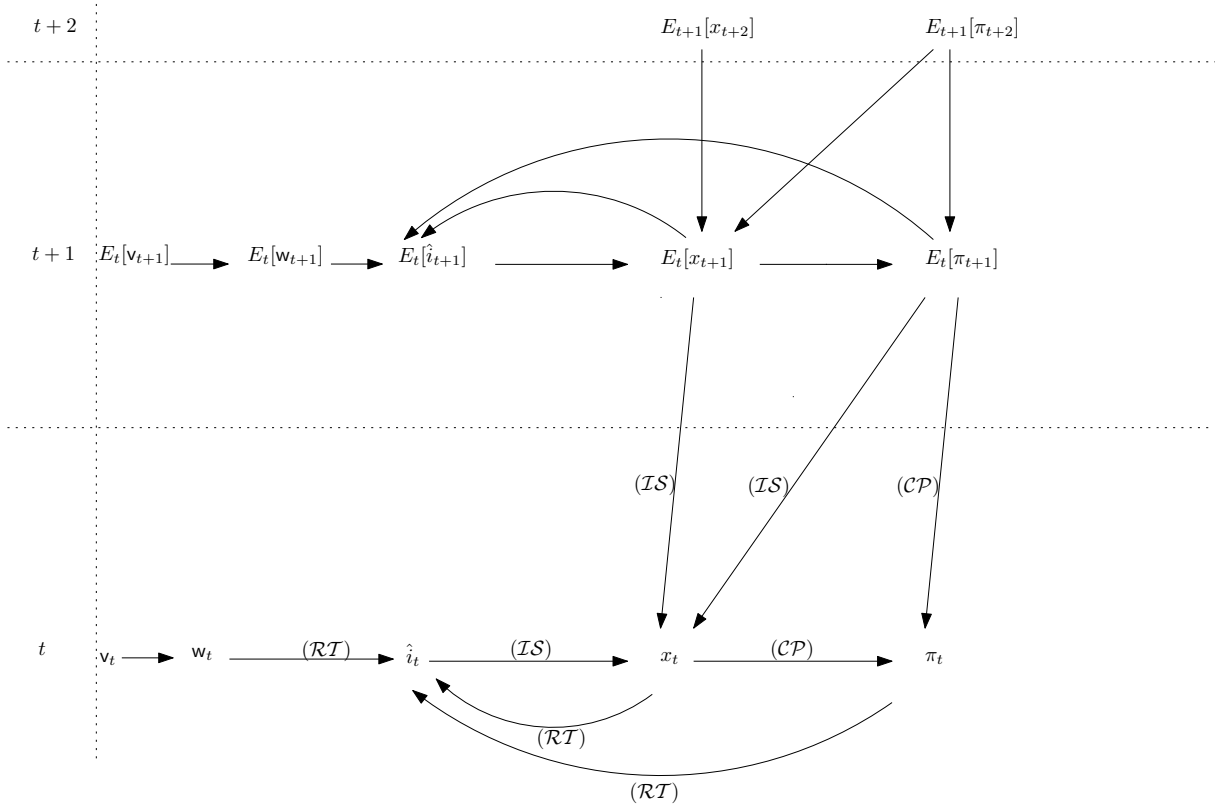


FIG. 1.3 – La propagation du choc w_t et du choc anticipé $E_t[w_{t+1}]$ aux variables endogènes principales x_t, π_t et \hat{i}_t .

des instruments de la politique monétaire pour tenter de réduire l'écart entre les variables courantes et leurs cibles.

Dans le cadre des politiques retenues dans la sous-section 1.2.3.1, l'instrument de la politique monétaire est le taux d'intérêt nominal. Ce choix de l'instrument est cohérent dans la mesure où la manipulation du taux d'intérêt nominal permet d'influencer les deux autres variables endogènes principales du modèle linéarisé : l'écart de production et l'inflation. On trouve à partir des équations (IS) et (CP) les dérivées partielles :

$$\frac{\partial x_t}{\partial \hat{i}_t} \simeq -\phi < 0 \tag{1.155}$$

et

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial \hat{i}_t} \simeq -\lambda\phi < 0. \tag{1.156}$$

Les équations (1.155) et (1.156) montrent que - toutes choses égales par ailleurs - une hausse du taux d'intérêt nominal a pour conséquence une baisse de l'écart de production et de l'inflation. Compte tenu des définitions de π_t et de x_t , ces baisses correspondent à des diminutions du facteur d'inflation Π_t et de la production courante Y_t (cf. annexe A.10). Les autorités monétaires peuvent par conséquent exploiter les relations inverses entre \hat{i}_t et les variables ciblées Π_t et Y_t pour réduire l'écart entre les cibles et les réalisations des variables ciblées : il suffit de augmenter \hat{i}_t lorsque $\Pi_t > \Pi_t^*$ (ou $Y_t > Y_t^*$) et de diminuer \hat{i}_t

lorsque $\Pi_t < \Pi_t^*$ (ou $Y_t < Y_t^*$). C'est d'ailleurs exactement ce type de comportement que décrit la fonction de réaction (1.73).

On connaît maintenant le sens et l'ampleur de la réaction des variables endogènes du modèle linéarisé par rapport à une variation de \hat{i}_t . A ce stade du raisonnement se pose la question du mécanisme qui induit la relation inverse entre le taux d'intérêt nominal et les variables ciblées Π_t et Y_t .²⁰ La sous-section suivante répondra à cette question.

1.4.2.1 Le canal de la consommation

Le canal de transmission n'est pas étudié d'une manière très détaillée et explicite dans la littérature consacrée au nouveau modèle canonique : dans l'ouvrage de Woodford (2003b), il n'existe ni de référence d'index, ni de titre de chapitre, de section ou de sous-section consacré au canal de transmission de la politique monétaire. Le manuel de Galí (2008) contient deux références d'index consacrées au canal de transmission, qui renvoient malheureusement soit à l'exposition générale des questions traitées dans l'ouvrage (Galí 2008, p. 1 - 2), soit à un contexte qui est bien différent de celui de la version de base du nouveau modèle canonique (Galí 2008, p. 32). Chez Walsh (2003), l'analyse du canal de transmission se limite à la description littéraire suivante :

"As long as the central bank is able to affect the real interest rate through its control of the nominal interest rate, monetary policy can affect real output. Changes in the real interest rate alter the optimal time path of consumption. An increase in the real rate of interest, for instance, leads households to attempt to postpone consumption. Current consumption falls relative to future consumption." (Walsh 2003, p. 248)

Cette sous-section a l'ambition de donner une présentation formalisée des intuitions proposées par Walsh.

On a vu dans la sous-section 1.3.1.2 que le taux d'intérêt nominal i_t intervient seulement dans deux des six équations qui définissent l'équilibre en anticipations rationnelles : l'équation (1.83), qui exprime notamment les conditions de la demande, et l'équation (1.92) qui décrit comment les autorités monétaires fixent i_t en appliquant la règle de politique monétaire. Cette section fera abstraction de cette dernière équation, car pour les besoins de l'étude du canal de transmission de la politique monétaire, elle attribuera à i_t le statut d'une variable exogène. En effet, l'intérêt de cette étude est de mettre en évidence le mécanisme déclenché par une variation de i_t , et non les raisons qui sont à l'origine de cette variation.

Par conséquent, on peut se concentrer sur l'analyse de l'impact du taux d'intérêt nominal sur la demande, et plus précisément sur la seule composante de la demande représentée dans le nouveau modèle canonique de base : la demande de biens de consommation. Le canal de transmission de la politique monétaire correspond dans ces conditions effectivement au *canal de la consommation* décrit par Walsh (2003)

²⁰La présente section n'a pas l'ambition d'étudier les performances de la règle de politique monétaire (1.73) en termes de stabilisation de l'économie et de la comparer aux performances associées à d'autres règles de politique monétaire. Cette étude occupera une place centrale dans le chapitre 2.

Pour comprendre *comment* s'exerce l'influence du taux d'intérêt nominal sur la demande, il convient de reconstituer le cadre de la version non-linéaire du modèle et notamment la contrainte budgétaire du ménage représentatif.

Modification de la contrainte budgétaire Toute variation du taux d'intérêt nominal modifie la contrainte budgétaire intertemporelle du ménage représentatif ; elle affecte par conséquent les conditions de l'arbitrage entre consommation courante et consommation future.

Pour montrer cela, on revient à la contrainte budgétaire intertemporelle (1.29). Lorsqu'on se place à la période $t+1$, et en tenant compte de tous les états du monde susceptibles de se réaliser en $t+1$, étant donné l'état du monde qui s'est réalisé en t , (1.29) devient

$$Q_{t,t+1} (P_{t+1} C_{t+1} - \mathfrak{Y}_{t+1}) = -P_t C_t - \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} P_s C_s] + W_t + \mathfrak{Y}_t + \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} \mathfrak{Y}_s] \quad (1.157)$$

avec $\mathfrak{Y}_s = \int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s$, ou encore

$$C_{t+1} = \frac{\mathfrak{Y}_{t+1}}{P_{t+1}} + \frac{-P_t C_t - \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} P_s C_s] + W_t + \mathfrak{Y}_t + \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} \mathfrak{Y}_s]}{P_{t+1} Q_{t,t+1}}. \quad (1.158)$$

En prenant les anticipations en t des membres de droite et de gauche de (1.158), on trouve

$$E_t[C_{t+1}] = E_t \left[\frac{\mathfrak{Y}_{t+1}}{P_{t+1}} \right] + E_t \left[\frac{-P_t C_t - \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} P_s C_s] + W_t + \mathfrak{Y}_t + \sum_{s=t+2}^{\infty} E_{t+1} [Q_{t,s} \mathfrak{Y}_s]}{P_{t+1} Q_{t,t+1}} \right] \quad (1.159)$$

ainsi que la dérivée partielle

$$\frac{\partial E_t[C_{t+1}]}{\partial C_t} = \frac{-P_t}{E_t[P_{t+1} Q_{t,t+1}]} \quad (1.160)$$

Dans la mesure où la dérivée partielle (1.160) maintient constantes les variables P_{t+1} et $Q_{t,t+1}$, on y a $E_t[P_{t+1} Q_{t,t+1}] = E_t[P_{t+1}] \times E_t[Q_{t,t+1}]$, ce qui permet d'écrire

$$\frac{\partial E_t[C_{t+1}]}{\partial C_t} = -(1+i_t) \times \frac{P_t}{E_t[P_{t+1}]} \quad (1.161)$$

L'interprétation de (1.161) est la suivante : pour P_t et $E_t[P_{t+1}]$ donné, toute hausse de la consommation courante C_t implique une baisse de la consommation future anticipée $E_t[C_{t+1}]$. L'ampleur de cette baisse est proportionnelle au niveau du taux d'intérêt nominal i_t . En effet, lorsque le ménage augmente sa consommation courante d'une unité du bien, il se prive de $(1+i_t)$ unités de biens de consommation future. Ces $(1+i_t)$ unités correspondent à la diminution du principal de son épargne réelle (égale à une unité du bien) à laquelle s'ajoute la perte de la rémunération associée à cette épargne réelle (égale à i_t unités de biens).

Effets sur la consommation Dans ces conditions, la hausse de i_t incite le ménage représentatif à réduire sa consommation courante C_t pour pouvoir profiter de l'amélioration de la rémunération de l'épargne. Pour voir cela, on isole C_t dans l'équation (1.38) à l'aide de la fonction réciproque de $u_c(C_t; \varrho_t)$:

$$C_t = u_c^{-1}(u_c(C_t; \varrho_t); \varrho_t) = u_c^{-1}\left(\frac{(1+i_t)\beta P_t}{E_t\left[\frac{P_{t+1}}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})}\right]}; \varrho_t\right). \quad (1.162)$$

On obtient la dérivée partielle :

$$\frac{\partial C_t}{\partial i_t} = \frac{\partial u_c^{-1}(u_c(C_t; \varrho_t); \varrho_t)}{\partial u_c(C_t; \varrho_t)} \times \frac{\partial u_c(C_t; \varrho_t)}{\partial i_t}. \quad (1.163)$$

En exprimant (1.163) sous la forme

$$\frac{\partial C_t}{\partial i_t} = \frac{1}{u_{cc}(C_t; \varrho_t)} \times \frac{\beta P_t}{E_t\left[\frac{P_{t+1}}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})}\right]} \quad (1.164)$$

(cf. annexe A.11), on constate que $\frac{\partial C_t}{\partial i_t} < 0$, car $u_{cc}(C_t; \varrho_t) < 0$ et $\frac{\beta P_t}{E_t\left[\frac{P_{t+1}}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})}\right]} > 0$ pour $P_t > 0$ et $P_{t+1} > 0$. L'équation (1.164) montre donc que la hausse du taux d'intérêt nominal induit une baisse de la consommation courante. Cette contraction de la consommation exerce un effet récessif sur l'économie.

1.4.2.2 Le « paradoxe de l'épargne »

La réduction de la consommation courante C_t se répercute sur le niveau de la production, car les firmes ajustent leur niveau de production instantanément au nouveau niveau de la demande de biens de consommation. D'après la condition d'apurement $C_t = Y_t$ (équation (1.81)), on peut remplacer C_t dans (1.164) par Y_t :

$$\frac{\partial Y_t}{\partial i_t} = \frac{\partial C_t}{\partial i_t} = \frac{1}{u_{cc}(C_t; \varrho_t)} \times \frac{\beta P_t}{E_t\left[\frac{P_{t+1}}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})}\right]} < 0, \quad (1.165)$$

i.e. la baisse de la production est *exactement* égale à la baisse de la consommation courante.

La réduction de Y_t , déclenchée par celle de C_t , exerce un effet de retour sur les revenus du ménage représentatif. Les firmes versent effectivement au ménage représentatif des salaires $\int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI$ et des profits $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$. Ces deux types de revenus diminuent sous l'impact de la baisse de la production. L'effet de retour sur les revenus est tel qu'il compense parfaitement la réduction de consommation courante. Autrement dit, *la baisse de la consommation courante du ménage n'a aucun impact sur son épargne*. En effet, le flux de l'épargne \mathcal{S}_t , i.e. la somme d'argent que le ménage ajoute en t à sa richesse W_t , est la différence entre ses revenus et ses dépenses de consommation $C_t P_t$. On rappelle ici que W_t est définie comme la richesse totale du ménage en début de la période t . On a donc

$$\mathcal{S}_t = \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI - C_t P_t. \quad (1.166)$$

Le profit agrégé des firmes est la différence entre leur chiffre d'affaires agrégé et la masse salariale versée au ménage :

$$\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di = Y_t P_t - \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \quad \forall t \quad (1.167)$$

On trouve donc pour l'épargne :

$$\mathcal{S}_t = \left(Y_t P_t - \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \right) + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI - C_t P_t = Y_t P_t - C_t P_t. \quad (1.168)$$

L'impact d'une petite variation du taux d'intérêt nominal sur le flux d'épargne est donné par

$$\frac{\partial \mathcal{S}_t}{\partial i_t} = \frac{\partial(Y_t P_t)}{\partial i_t} - \frac{\partial(C_t P_t)}{\partial i_t}. \quad (1.169)$$

A l'équilibre général, on a $Y_t = C_t$, et (1.169) s'écrit :

$$\frac{\partial \mathcal{S}_t}{\partial i_t} = \frac{\partial(Y_t P_t)}{\partial i_t} - \frac{\partial(Y_t P_t)}{\partial i_t} = 0. \quad (1.170)$$

Le flux d'épargne n'est donc pas affecté par les variations du taux d'intérêt nominal.

Ce phénomène s'explique fondamentalement par le fait que la richesse du ménage représentatif W_t , i.e. le stock de son épargne nominale, ne peut pas être différente de zéro dans la version de base du nouveau modèle canonique (cf. annexe A.12). Elle est par conséquent indépendante du taux d'intérêt nominal.

Le comportement du ménage représentatif en termes d'épargne paraît finalement assez paradoxal : le ménage diminue sa consommation pour augmenter son épargne, mais en faisant cela, il provoque des effets de retour sur ses revenus qui font en sorte que son épargne reste inchangée !

1.5 Conclusion

Depuis longtemps, les macroéconomistes utilisent des versions « ad hoc » de la courbe de Phillips et de la relation *IS*. Ce chapitre a mis en évidence la faculté de la littérature consacrée au nouveau modèle canonique de donner des justifications microéconomiques à ces relations agrégées.

Dans cette perspective, le nouveau modèle canonique peut être considéré comme un corpus théorique permettant de générer des versions particulières de la relation *IS* et de la courbe de Phillips qui sont compatibles avec l'hypothèse de la rationalité intrinsèque des agents. En effet les ménages du modèle maximisent leur utilité et les firmes sont à la recherche du profit maximal ; les deux types d'agents privés sont capables d'établir des anticipations rationnelles.

Un premier apport de cette thèse réside dans l'explicitation des équations décrivant les fondements microéconomiques du nouveau modèle canonique. Par recoupement des éléments des chapitres 2 et 3 de Woodford (2003b), il est possible de reconstituer la fonction d'utilité (1.1). La mise en évidence d'hypothèses implicites du modèle constitue

un deuxième apport de cette étude. Il s'agit notamment des propriétés des fonctions $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ et $f(\cdot)$, de la signification précise de l'hypothèse de l'agent représentatif et du fait que l'épargne de ce ménage est nécessairement égale à zéro à l'équilibre.

Le nouveau modèle canonique analyse les processus qui sont à l'origine des fluctuations dans cette économie : ce sont essentiellement des *perturbations réelles*, i.e. des changements des préférences et du niveau technique. A ces chocs réels s'ajoutent des perturbations qui affectent la politique monétaire ; pour approcher le modèle de Woodford de celui de Clarida et al. (1999), on peut également introduire un processus de perturbation affectant la courbe de Phillips. La présente étude montre toutefois que les deux propositions pour l'introduction d'un tel processus ne sont pas entièrement satisfaisantes du point de vue théorique : elles ne permettent effectivement pas de lever les problèmes d'articulation entre le modèle de Woodford (2003b) et le modèle de Clarida et al. (1999).

Les différents types de chocs sont responsables des fluctuations des variables endogènes du nouveau modèle canonique. Ce chapitre fournit une analyse détaillée du processus de propagation de chaque type de choc, i.e. il montre les étapes intermédiaires qui se situent entre le choc initial et la modification résultante des variables endogènes.

Pour faire face à ces fluctuations, les autorités monétaires peuvent utiliser le taux d'intérêt nominal comme instrument de la politique monétaire. La question du canal de transmission n'occupe pas une place centrale dans la littérature consacrée au nouveau modèle canonique. Cette thèse formalise l'intuition de Walsh (2003) selon laquelle la politique monétaire fonctionne grâce au canal de transmission de la consommation : dans le nouveau modèle canonique, il existe effectivement une relation négative entre le taux d'intérêt nominal et la demande de biens de consommation. Les autorités monétaires peuvent se servir de cette relation pour stabiliser l'économie.

Règles de politique monétaire, apprentissage adaptatif et stabilité macroéconomique

2.1 Introduction

Le nouveau modèle canonique tel qu'il a été présenté dans le premier chapitre de cette étude repose sur des hypothèses fortes : les agents qui peuplent le modèle fondent effectivement leurs choix sur des procédures d'optimisation sous contraintes, et ils sont capables de formuler des anticipations rationnelles. L'introduction d'une modélisation des processus d'apprentissage dans ce modèle rend possible l'approfondissement de l'étude de son comportement. La modélisation de l'apprentissage permet en particulier un relâchement partiel des hypothèses informationnelles très fortes sur lesquelles sont basées les anticipations rationnelles (Sargent 1993, p. 21 - 22). Cet apprentissage dit « adaptatif » a effectivement été formalisé sous forme d'algorithmes d'estimation à l'instar des moindres carrés récursifs (cf. Evans & Honkapohja (2001) pour un traité de référence sur la question).

L'intuition de cette modélisation de l'apprentissage est celle d'une économie peuplée par des agents qui se comportent comme des statisticiens ou des économètres : lorsqu'il s'agit d'anticiper l'état futur de l'économie, ils spécifient un modèle de l'économie et ils estiment ses paramètres à l'aide de la méthode des moindres carrés. L'interprétation de ce comportement en termes d'apprentissage se justifie par le fait que les agents mettent à jour leurs estimations au fur et à mesure qu'ils observent de nouvelles données.

L'utilisation des anticipations basées sur l'apprentissage adaptatif (ci-après *anticipations sous apprentissage*) en lieu et place des anticipations rationnelles modifie en effet substantiellement le fonctionnement du modèle en y introduisant des dynamiques d'apprentissage. La problématique de la stabilité de ces dynamiques se trouve alors au cœur de la littérature sur l'apprentissage, et y occupe une place comparable à la question de la détermination (i.e. l'existence d'un unique équilibre stationnaire en anticipations rationnelles) dans les modèles fondés sur les anticipations rationnelles. Dans certains cas, les dynamiques d'apprentissage font converger l'économie vers l'équilibre en anticipations rationnelles. De ce point de vue, l'introduction de l'apprentissage conduit à une justification asymptotique de l'hypothèse des anticipations rationnelles : même si le modélisateur donne moins d'informations aux agents que sous anticipations rationnelles, les agents finissent par « apprendre » ces informations manquantes en faisant des estimations. Cette lecture de l'apport de l'apprentissage traduit une perspective essentiellement positive.

Dans le cadre du nouveau modèle canonique, la modélisation de l'apprentissage s'inscrit plutôt dans une logique normative. La version linéarisée de ce modèle s'est en effet établie comme un cadre d'analyse incontournable des propriétés de règles de politiques monétaires et tout particulièrement des règles de détermination du taux d'intérêt à l'instar de la règle de Taylor (1993) (cf. par exemple Clarida et al. (1999)). L'étude des dynamiques d'apprentissage complète en effet la méthode utilisée dans ces modèles à des fins d'évaluation des politiques économiques.

Sous anticipations rationnelles, le nouveau modèle canonique est confronté à la possibilité d'équilibres multiples. L'analyse de la détermination du modèle rend possible l'identification des règles de politique monétaires qui stabilisent l'économie en évitant ces problèmes d'indétermination (cf. par exemple Bullard & Mitra (2002)). L'introduction de la modélisation de l'apprentissage dans le modèle permet alors d'examiner la robustesse des résultats produits par l'analyse de la détermination lorsque l'on relâche les hypothèses informationnelles associées aux anticipations rationnelles.

Ce chapitre expose les éléments fondamentaux qui structurent la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique : les problèmes associés aux équilibres multiples et la question de l'indétermination, la formulation précise de la modélisation de l'apprentissage, l'analyse des dynamiques d'apprentissage ainsi que plusieurs concepts auxiliaires. La maîtrise de ces éléments est indispensable, de mon point de vue, à une compréhension solide des enjeux et des intuitions de la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique. Dans cette perspective, ce deuxième chapitre s'attache à une présentation aussi rigoureuse et pédagogique que possible de ces éléments fondamentaux qui structurent la littérature existante. La fin de ce chapitre engagera une discussion critique sur l'interprétation et les limites de la modélisation de l'apprentissage adaptatif dans ce contexte.²¹

Ce chapitre se concentre sur l'exposition de l'apprentissage adaptatif dans la version linéaire du nouveau modèle canonique. Les revues de la littérature de Bullard (2006) et d'Evans & Honkapohja (2007) couvrent également l'apprentissage dans la version non-linéarisée du nouveau modèle canonique ainsi que dans d'autres modèles macro-monétaires. Les règles de politique monétaire retenues dans ce chapitre peuvent être considérées comme « emblématiques » de la littérature concernée pour trois raisons. Premièrement, la sélection de ces règles tient compte de la distinction entre des règles instrumentales *ad hoc* et des règles directement associées à une politique monétaire qui vise à répondre à des conditions d'optimalité (règles dites optimales). Cette distinction a structuré le débat sur les règles de politique monétaires (Svensson 2003, 2005, McCallum & Nelson 2005*a,b*). Deuxièmement, elle prend en considération les deux grandes approches théoriques de la conduite de la politique monétaire optimale : la politique monétaire discrétionnaire et la politique monétaire conduite sous engagement. Troisièmement, ces règles couvrent les deux cas de figure possibles associés à l'apport de l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique : la confirmation et la remise en question du message normatif obtenu par l'analyse de la détermination (sous anticipations rationnelles).

²¹Ce deuxième chapitre de la thèse correspond à une version élargie d'un article publié dans la *Revue d'Economie Politique* (Zumpe 2011).

La confrontation entre la version du nouveau modèle canonique linéaire avec anticipations rationnelles et la version avec anticipations sous apprentissage constitue le fil directeur de la section 2.2. A chacune de ces deux configurations est associé un critère d'évaluation des performances des règles de politique monétaire. La section 2.2 présente d'abord la version originale du modèle avec anticipations rationnelles. Elle décrit et illustre les questions liées à la multiplicité des équilibres qui se posent dans ce cadre. Elle expose ensuite le nouveau modèle canonique avec apprentissage et présente le critère d'évaluation des règles adaptée dans ce contexte : la stabilité sous apprentissage. La section 2.3 présente les règles de politique monétaire retenues dans ce chapitre et des résultats normatifs concernant la capacité de ces règles à stabiliser l'économie à l'aune des critères de la détermination du modèle et de la stabilité sous apprentissage. La section 2.4 est consacrée aux questions particulières qui s'imposent lorsqu'on confronte le nouveau modèle canonique à l'apprentissage adaptatif, et notamment à la question de la modélisation de l'hétérogénéité des agents. La section 2.5 engagera une discussion critique sur la nature de la rationalité dans les deux versions du modèle et sur les limites techniques et conceptuels de l'introduction de l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique. La section 2.6 conclut.

2.2 Détermination et stabilité sous apprentissage : une présentation théorique des enjeux de la politique monétaire

2.2.1 Le cadre d'analyse

Pour alléger les notations, et dans un souci d'harmonisation avec les notations utilisées dans la littérature sur l'apprentissage adaptatif, on renoncera dans ce deuxième chapitre au « chapeau » de \hat{i}_t et on mettra un signe d'égalité à la place du signe d'égalité approximative « \simeq ». De plus, on supposera, toujours en conformité avec la littérature sur l'apprentissage adaptatif, que la règle (linéaire) de politique monétaire ne soit pas affectée par des perturbations, i.e. on a $w_t = 0$, et que la cible d'inflation retenue par les autorités monétaires soit égale à zéro, ce qui implique que $\bar{\pi} = 0$. Dans ces conditions, les équations (1.103), (1.134) et (1.115) s'écrivent :

$$x_t = E_t[x_{t+1}] - \phi(i_t - E_t[\pi_{t+1}]) + g_t \quad (\text{IS})$$

$$\pi_t = \beta E_t[\pi_{t+1}] + \lambda x_t + u_t \quad (\text{CP})$$

$$i_t = \varphi_\pi \pi_t + \varphi_x x_t \quad (\text{RT})$$

On ajoute maintenant l'hypothèse selon laquelle les perturbations g_t et u_t suivent des processus autorégressifs d'ordre 1 :

$$g_t = \mu g_{t-1} + \tilde{g}_t \quad (2.1)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (2.2)$$

où $|\mu|$ et $|\rho|$ appartiennent à l'intervalle $[0, 1]$ et \tilde{g}_t et \tilde{u}_t sont *iid* avec des moments $(0, \sigma_g^2)$ et $(0, \sigma_u^2)$.

Les équations (IS) - (CP) - (2.1) - (2.2), complétées par une règle de politique monétaire *quelconque* (i.e. pas forcément comme ici par la règle (RT)), constituent le cadre d'analyse standard de la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique. C'est par exemple le cadre retenu dans la revue de la littérature d'Evans & Honkapohja (2003b).

Le système décrivant le nouveau modèle canonique linéarisé peut également être exprimé sous forme matricielle. Dans le cas général, i.e. en retenant une règle de politique *quelconque* parmi les règles qui seront examinées dans ce deuxième chapitre, le système (IS) - (CP) - (règle de politique monétaire) - (2.1) - (2.2) peut être exprimé sous la forme :

$$y_t = ME_t[y_{t+1}] + Ny_{t-1} + Pv_t. \quad (\text{NMC})$$

$$\nu_t = F\nu_{t-1} + \tilde{\nu}_t, \quad (2.3)$$

avec $y_t = \begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \end{bmatrix}$, $E_t[y_{t+1}] = \begin{bmatrix} E_t[x_{t+1}] \\ E_t[\pi_{t+1}] \end{bmatrix}$, $\nu_t = \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix}$ et $\tilde{\nu}_t = \begin{bmatrix} \tilde{g}_t \\ \tilde{u}_t \end{bmatrix}$. M , N et P sont des matrices 2×2 dont les éléments diffèrent en fonction de la règle utilisée pour compléter le modèle (cf. annexe B.1).

Pour de nombreuses règles de politique monétaire, tous les éléments de la matrice N sont égaux à zéro, ce qui permet l'écriture matricielle simplifiée :

$$y_t = ME_t[y_{t+1}] + Pv_t. \quad (\text{NMC}')$$

Ceci est par exemple le cas lorsqu'on retient la règle de type Taylor (RT) (cf. annexe B.1).

Les représentations matricielles du nouveau modèle canonique linéaire (NMC) et (NMC') sont des outils indispensables à la compréhension des éléments présentés dans la suite de cette section. Elles se trouvent au cœur de l'analyse de la détermination du modèle ; des versions légèrement modifiées de (NMC) et (NMC') serviront ensuite dans le cadre de la modélisation de l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001).

2.2.2 La question de la détermination

Le nouveau modèle canonique est un modèle à anticipations rationnelles. Une des caractéristiques des modèles à anticipations rationnelles est leur exposition au problème de l'indétermination. L'indétermination désigne une situation où un modèle possède plusieurs équilibres stationnaires en anticipations rationnelles (ci-après *équilibres rationnels*). Un modèle déterminé est caractérisé par l'unicité de l'équilibre rationnel.

La multiplicité des équilibres rationnels rend la conduite de la politique monétaire potentiellement délicate. En effet, le caractère stationnaire de tous les équilibres multiples n'empêche pas qu'ils puissent être associés à des fluctuations des variables endogènes inégales. Parmi ces équilibres peuvent figurer ainsi des équilibres marqués par des variations de l'inflation et de l'écart de production qui sont disproportionnellement grandes par rapport aux fluctuations des variables exogènes (Woodford 2003b, p. 253). Ceci est

notamment le cas des équilibres « en taches solaires » (Shell 2008). Il s'agit d'équilibres caractérisés par le fait que les variables endogènes dépendent, par le canal des anticipations, de variables *a priori* non-pertinentes.

Les autorités monétaires cherchent à faire en sorte que l'économie se positionne sur un équilibre marqué par le caractère **limité** des fluctuations de l'écart de production et de l'inflation. Elles devraient par conséquent préférer une règle compatible avec un tel équilibre, considéré comme « désirable » (Woodford 2003a). Dans un contexte d'indétermination, cette règle est malheureusement également compatible avec d'autres équilibres rationnels. Rien ne garantit alors que l'économie se positionne effectivement sur l'équilibre désirable et non sur un autre. Il est même envisageable que l'économie passe spontanément d'un équilibre à un autre. Pour toutes ces raisons, l'indétermination du modèle favorise la volatilité de l'inflation et de l'écart de production.

Dans le nouveau modèle canonique, l'indétermination n'est toutefois pas une fatalité. En adoptant des règles de politique monétaire appropriées, les autorités monétaires peuvent assurer la détermination du modèle. Pour savoir si le nouveau modèle canonique est déterminé ou indéterminé *en présence d'une règle de politique monétaire donnée*, la méthode de Blanchard & Kahn (1980) est en général mobilisée. On utilise une écriture alternative pour (NMC), qui correspond à la forme standard utilisée par Blanchard et Kahn :

$$\begin{bmatrix} y_{t+1}^L \\ E_t[y_{t+1}] \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} y_t^L \\ y_t \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix}, \quad (\text{BK})$$

avec $y_t^L = y_{t-1}$. Les éléments des matrices A et K sont communiqués dans l'annexe B.2.

Proposition 1 *Le nouveau modèle canonique linéaire (NMC) - (2.3) possède une seule solution stationnaire si et seulement si deux valeurs propres de A se situent à l'extérieur et les deux autres à l'intérieur du cercle unitaire (Blanchard & Kahn 1980) (cf. aussi annexe B.2).*

Le cas particulier où l'équation (NMC) permet l'écriture simplifiée (NMC'), i.e. par exemple en présence de la règle (RT), est un cadre propice à l'exposition des problèmes liés à l'indétermination. On débouche dans ce cadre moins complexe sur la proposition suivante :

Proposition 2 *Lorsque le nouveau modèle canonique peut être exprimé sous la forme (NMC') - (2.3), il possède un seul équilibre rationnel stationnaire si et seulement si les deux valeurs propres de la matrice M se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire (Woodford 2003b, p. 670).*

La question de l'indétermination et la solution avec nombre minimal de variables d'état

Pour Bennett McCallum, l'indétermination des modèles à anticipations rationnelles n'est qu'une curiosité théorique (McCallum 2003). Il considère en effet que chaque modèle à anticipations rationnelles possède une seule solution pertinente : la « solution fondamentale » qui est décrite par la *solution avec nombre minimal de variables d'état*. Dans la littérature anglophone, on parle de la *minimum state variable solution* ou de la *MSV-solution*. Cette solution (pour chaque variable endogène) s'écrit comme une fonction **linéaire** de l'ensemble **minimal** des variables exogènes ou prédéterminées du modèle. McCallum définit cet ensemble minimal de la manière suivante :

" (...) let us now define a **minimal** set of state variables as one from which it is impossible to delete (...) any single variable, or group of variables, while continuing to obtain a solution valid for all admissible parameter values."
(McCallum 1983)

Tout modèle possède une solution avec nombre minimal de variables d'état, et celle-ci est unique par construction (McCallum 2003).

Dans le cadre du nouveau modèle canonique (NMC') - (2.3), l'équation (2.5) n'est pas une solution avec nombre minimal de variables d'état. En retirant de cette solution les variables $g_{t-1}, u_{t-1}, x_{t-1}, \pi_{t-1}$ et o_t , on obtient effectivement une solution qui reste valable pour tous les paramètres admis et qui comporte comme seules variables d'état g_t et u_t : la solution (2.4). Cette dernière solution est la solution au nombre minimal de variables d'état du nouveau modèle canonique. En effet, des solutions qui ne comportent pas simultanément les variables g_t et u_t ne sont valables que pour des combinaisons particulières des paramètres du modèle. La solution (2.5) est une solution de type « bulle » d'après la terminologie de McCallum (1983) : l'impact des variables $g_{t-1}, u_{t-1}, x_{t-1}, \pi_{t-1}$ et o_t s'explique exclusivement par le fait que les agents anticipent l'existence d'un tel impact. Il s'agit donc d'une anticipation auto-réalisatrice. Une solution de bulle au sens de McCallum (1999) n'est pas forcément explosive. D'ailleurs, une solution avec nombre minimal de variables d'état n'est pas forcément stationnaire.

Le raisonnement de McCallum remet en question la pertinence de la question de l'indétermination. En effet, parmi toutes les solutions possibles d'un modèle, McCallum considère qu'une seule est économiquement plausible : la solution fondamentale. Dans ces conditions, l'existence de solutions théoriques alternatives n'a plus d'importance. Selon (McCallum 2003), ces solutions décrivent des équilibres qui ne sont pas susceptibles de se produire dans des économies du monde réel. Ceci ne veut pas dire que la solution fondamentale est toujours souhaitable d'un point de vue normatif. Les agents économiques ont par exemple intérêt à éviter des situations décrites par une solution fondamentale explosive, car celles-ci sont marquées par la forte variabilité des variables endogènes.

Lorsque les deux valeurs propres de M se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire, le modèle

(NMC') - (2.3) admet effectivement une seule solution **stationnaire** (annexe B.3) :

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} M^j P E_t[\nu_{t+j}] = \check{a} + \check{c}\nu_t \quad (2.4)$$

avec $\check{a} = 0$ et $\check{c} = \sum_{j=0}^{\infty} M^j P F^j$. Il apparaît, de plus, que cette solution correspond à ce qui est connu dans la littérature comme la solution « fondamentale » du nouveau modèle canonique (cf. encadré « La question de l'indétermination et la solution avec nombre minimal de variables d'état »).

Toutes les autres solutions sont non-stationnaires. Parmi celles-ci figure par exemple la solution :

$$y_t = M^{-1}[-M\Phi - P]F^{-1}\nu_t + \Phi\nu_{t-1} + M^{-1}y_{t-1} + o_t, \quad (2.5)$$

avec Φ une matrice quelconque et $\{o_t\}$ un processus borné donné qui vérifie

$$o_{t+1} + M^{-1}[-M\Phi - P]F^{-1}\check{\nu}_{t+1} = y_{t+1} - E_t[y_{t+1}] \quad (2.6)$$

et donc

$$E_t[o_{t+1}] = 0 \quad (2.7)$$

$\{o_t\}$ peut dépendre des processus « en taches solaires », i.e. de variables qui sont *a priori* non-pertinentes (en anglais : *extraneous variables*) pour le comportement de l'économie, mais susceptibles d'exercer quand même un impact sur la dynamique économique par un mécanisme d'anticipations auto-réalisatrices.²² Dans la configuration en question, les deux valeurs propres de M^{-1} se situent à l'extérieur du cercle unitaire. La solution (2.4) ne peut donc pas être retenue, car elle décrit dans ces conditions un processus explosif. Toute valeur de y différente de zéro déclenche en effet un processus auto-entretenu qui éloigne de plus en plus y de zéro.

La solution (2.5) est en revanche stationnaire dans le cas symétrique où, pour Φ donnée, M^{-1} possède deux valeurs propres à l'intérieur du cercle unitaire. Le modèle possède maintenant une *infinité de solutions*, car il existe autant de solutions de la forme (2.5) que de combinaisons des matrices Φ et des processus $\{o_t\}$. Le modèle est donc indéterminé. La solution (2.4) est dans ce cas stationnaire à condition que la somme $\sum_{j=0}^{\infty} M^j P F^j$ converge, ce qui dépend des éléments qui composent les matrices M et F . Quand cette somme ne converge pas, la solution (2.4) n'est pas définie. Ceci ne veut pas dire que le modèle ne possède plus de solution fondamentale. Il existe toujours une telle solution, c'est-à-dire une solution qui a la forme fonctionnelle de (2.4) : $y_t = \check{\alpha} + \check{\beta}\nu_t$. Elle aura dans ce cas un coefficient associé au vecteur ν_t différent de $\check{c} = \sum_{j=0}^{\infty} M^j P F^j$. Le modèle est également indéterminé quand une valeur propre de M se trouve à l'intérieur et l'autre à l'extérieur du cercle unitaire (cf. appendix A.1. dans Honkapohja & Mitra (2004)).

²²L'exemple des taches solaires, malgré le fait qu'il relève plutôt de la plaisanterie scientifique (Shell 2008), illustre bien l'intuition d'une telle variable. Le cycle de 11 ans des taches solaires peut théoriquement induire un cycle économique qui soit en phase avec ce phénomène astronomique : lorsque les agents anticipent que l'activité économique fluctue au rythme du cycle des taches solaires, ces anticipations peuvent devenir auto-réalisatrices.

Lorsque l'économie est gouvernée par la solution (2.5), les autorités monétaires ne disposent d'aucun moyen de sélectionner le processus $\{o_t\}$ particulier qui entre dans l'équation (2.5). Ceci constitue un redoutable problème pour les autorités monétaires lorsque $\{o_t\}$ est un processus très volatil, car l'équation (2.5) montre que les fluctuations du processus $\{o_t\}$ amplifient celles des variables endogènes y . Quand $\{o_t\}$ dépend des variables *a priori* non-pertinentes, la solution (2.5) peut être qualifiée d'équilibre en taches solaires (Honkapohja & Mitra 2004).

Le seul moyen de mettre l'économie à l'abri des fluctuations associées au processus $\{o_t\}$ est de garantir le caractère déterminé du modèle. Les autorités monétaires ont dans ce cas la certitude que l'économie soit gouvernée par la solution (2.4), i.e. par l'équilibre en anticipations rationnelles décrit par la solution fondamentale (ci-après *équilibre fondamentale*). Ceci est d'autant plus souhaitable si (2.4) correspond effectivement à l'équilibre « désirable ».²³

Pour illustrer comment les autorités monétaires peuvent effectivement faire en sorte que le modèle soit déterminé, on se situe dans le cas où la règle de politique monétaire retenue est la règle (RT). Dans ce cas, elles doivent adopter une règle de type (RT) particulière à laquelle est associée une matrice M dont les deux valeurs propres se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire. Une telle conduite de la politique monétaire peut être rapprochée du concept du « management des anticipations » de Woodford (2003b) : en retenant une règle qui garantit que les deux valeurs propres de M se situent à l'intérieur du cercle unitaire, les autorités monétaires font en sorte que les anticipations des agents prennent la forme

$$E_t[y_{t+1}] = \check{a} + \check{c}F\nu_t \quad (2.8)$$

associée à l'équilibre (2.4) et non la forme

$$E_t[y_{t+1}] = M^{-1}[-M\Phi - P]F^{-1}\nu_t + \Phi\nu_t + M^{-1}y_t, \quad (2.9)$$

associée à la solution (2.5).

Sur la base de la proposition 2, on trouve la proposition suivante concernant les propriétés de la règle (RT) qui sont requises pour garantir le caractère déterminé du modèle :

Proposition 3 *Le nouveau modèle canonique linéaire est déterminé en présence de la règle de type Taylor (RT) si et seulement si l'inégalité*

$$\varphi_\pi + \frac{1 - \beta}{\lambda} \varphi_x > 1 \quad (\text{PT})$$

est vérifiée (Bullard & Mitra 2002).

Les autorités monétaires ont donc intérêt de retenir une règle (RT) *particulière* qui vérifie l'inégalité (PT) : dans ce cas, elles ont la certitude que l'économie soit gouvernée par la

²³On verra dans la sous-section 2.3.2 que en présence de règles optimales, l'équilibre fondamental correspond systématiquement à l'équilibre désirable ; en cas de l'utilisation d'autres type de règles, il paraît raisonnable de supposer que les autorités monétaires parviennent à sélectionner des règles particulières associées à un équilibre fondamental caractérisé par la faiblesse des fluctuations des variables endogènes.

solution (2.4), ce qui revient à dire qu'elle échappe à la volatilité associée à la solution (2.5).

(PT) peut être interprétée comme extension du « principe de Taylor », adaptée à une perspective de long terme (Woodford 2003*b*, p. 254). Selon le principe de Taylor, toute règle qui réagit à une hausse d'un pour cent de l'inflation par une hausse du taux nominal **inférieure** à un pour cent est incapable de maîtriser l'inflation (Taylor 2005). En présence des anticipations naïves ($E_t\pi_{t+1} = \pi_t$) qui caractérisent l'analyse originale de Taylor (1993), l'augmentation de l'inflation induit en effet dans ces conditions une baisse du taux réel ex ante. Cette baisse favorise alors la production et provoque en dernière conséquence une hausse supplémentaire de l'inflation. Le respect du principe de Taylor permet d'interrompre ce processus auto-entretenu et cumulatif de l'inflation grâce au fait qu'une augmentation de l'inflation induit une hausse du taux réel ex ante (Taylor 2005). L'inégalité (PT) adapte l'intuition du principe de Taylor au cadre dynamique du nouveau modèle canonique. Lorsque les autorités monétaires utilisent la règle (RT) avec des coefficients de réaction qui respectent l'inégalité (PT), toute hausse **permanente** de l'inflation d'un pour cent provoque une hausse du taux nominal de plus d'un pour cent. En effet, selon la nouvelle courbe de Phillips (CP), une augmentation permanente de l'inflation d'un pour cent implique une hausse de l'écart de production de $\frac{1-\beta}{\lambda}$ point de pourcentage. La partie gauche de l'équation (PT) indique par conséquent l'augmentation du taux nominal provoquée par une hausse permanente de l'inflation d'un pour cent. Dans ces conditions, le taux réel ex ante ne peut qu'augmenter (Woodford 2003*b*). Le principe de Taylor peut être rapproché du processus cumulatif de Wicksell (1898) (Woodford 2003*b*, p. 262 - 263).

Le premier chapitre de cette thèse a montré que le nouveau modèle canonique repose sur des hypothèses fortes : entre autres, ce modèle suppose que les anticipations des agents sont rationnelles. Pour pouvoir formuler ce type d'anticipations, les agents doivent connaître le vrai modèle de l'économie et les vraies valeurs de tous ses paramètres. Cette hypothèse informationnelle peut paraître excessive (Sargent 1993, p. 21-22). De plus, les anticipations rationnelles excluent la possibilité que les anticipations des agents se trouvent - même temporairement - « en dehors de l'équilibre » rationnel (Evans & Honkapohja 2006). Le fait d'exclure cette éventualité paraît assez irréaliste notamment après l'apparition d'un changement structurel de l'économie ou suite à la mise en place d'une nouvelle politique monétaire (Honkapohja & Mitra 2004). Finalement, les anticipations rationnelles font abstraction du processus de coordination des agents (Bullard & Mitra 2002). Ces différentes limites des anticipations rationnelles ont contribué à l'émergence de la littérature sur l'apprentissage adaptatif au sens de Evans & Honkapohja (2001) : il s'agit là d'une vision statistique, plus précisément « économétrique », de l'apprentissage.

2.2.3 La question de la stabilité sous apprentissage adaptatif

L'apprentissage adaptatif peut être appréhendé comme une « déviation minimale » par rapport aux anticipations rationnelles (Bullard 2006). En effet, l'apprentissage adaptatif fixe un niveau d'information légèrement inférieur à celui des anticipations rationnelles. Les agents sont seulement supposés ignorer le vrai modèle de l'économie ainsi que les vraies

valeurs de ses paramètres et cherchent à les identifier. Pour ce faire, ils formulent un modèle subjectif et estiment ses paramètres en exploitant toutes les informations disponibles pour établir ensuite leurs anticipations sur cette base (Evans & Honkapohja 2009).

L'actualisation supposée perpétuelle de ces informations et estimations reflète l'apprentissage des agents : ils cherchent ainsi en permanence à améliorer leurs connaissances concernant le fonctionnement de l'économie. La littérature retient comme représentation de cet apprentissage par rapport aux estimations des paramètres du modèle subjectif une version récursive des moindres carrés ordinaires, ce qui explique pourquoi on utilise parfois le terme d'apprentissage « économétrique » (Evans & Honkapohja 2009). Les bases de cette modélisation ont été développées entre autres par Bray (1982), Evans (1985), Lucas (1987) et Marcat & Sargent (1989*a,b*). Evans & Honkapohja (2001) donnent une présentation unifiée et complète de ce corpus théorique.

Les anticipations rationnelles restent le point de référence incontournable pour la littérature sur l'apprentissage adaptatif. Dans des nombreux modèles, l'apprentissage adaptatif induit un processus de convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles : ceci est par exemple le cas du *cobweb* (Evans & Honkapohja 2001). L'apprentissage adaptatif peut alors être compris comme le processus *en amont* des anticipations rationnelles, le processus qui permet aux agents d'être dotés d'anticipations rationnelles (Bullard 2006).

Lorsque l'introduction de l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique est abordée, la question principale à laquelle la littérature s'attache est de savoir si l'économie converge en présence d'apprentissage vers la solution fondamentale et, dès lors, d'identifier comment les caractéristiques des règles de politique monétaire interviennent à cet égard. Pour pouvoir répondre à ces questions, la sous-section 2.2.3.1 présente d'abord la modélisation de l'apprentissage adoptée dans le cadre du nouveau modèle canonique et discute les méthodes analytiques retenues pour ce faire.

2.2.3.1 Apprentissage et anticipations

La présentation de la modélisation de l'apprentissage par l'algorithme des moindres carrés nécessite une modification du nouveau modèle canonique. Pour tenir compte du relâchement de l'hypothèse des anticipations rationnelles, il convient en effet de réécrire le modèle (NMC) - (2.3) à l'aide de l'opérateur E_t^* .²⁴ Cet opérateur englobe des anticipations qui sont rationnelles et autres que rationnelles. On obtient à la place de (IS) et (CP) les équations

$$x_t = E_t^*[x_{t+1}] - \phi(i_t - E_t^*[\pi_{t+1}]) + g_t \quad (\text{IS}^*)$$

$$\pi_t = \lambda x_t + \beta E_t^*[\pi_{t+1}] + u_t \quad (\text{CP}^*)$$

et le modèle (NMC) - (2.3) peut être alors exprimé dans le cas général comme

$$y_t = M E_t^*[y_{t+1}] + N y_{t-1} + P v_t \quad (\text{NMC}^*)$$

²⁴Le passage de l'opérateur des anticipations rationnelles E_t à l'opérateur E_t^* n'est pas neutre. Il doit être cohérent avec les fondements microéconomiques du modèle dynamique stochastique d'équilibre général. La controverse entre Preston (2005, 2006) et Honkapohja et al. (2002) met en évidence les difficultés liées à ce changement d'opérateur (cf. sous-section 2.5.2).

$$\nu_t = F\nu_{t-1} + \tilde{\nu}_t. \quad (2.3)$$

Selon l'approche par l'apprentissage, les agents ignorent les éléments des matrices de paramètres M , N et P (alors qu'ils connaissent ces éléments sous anticipations rationnelles). Pour former leurs anticipations, les agents utilisent des techniques économétriques adaptées aux séries temporelles (Evans & Honkapohja 2009). Ils établissent des prévisions fondées sur des estimations économétriques de leur modèle subjectif de l'économie.

La première étape de cette procédure consiste donc en la formulation de ce modèle subjectif, dont on donne ici la forme réduite :

$$y_t = a + by_{t-1} + c\nu_t \quad (2.10)$$

avec $a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_\pi \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{x\pi} \\ b_{\pi x} & b_{\pi\pi} \end{bmatrix}$ et $c = \begin{bmatrix} c_{xg} & c_{xu} \\ c_{\pi g} & c_{\pi u} \end{bmatrix}$. La forme fonctionnelle du modèle subjectif n'est pas arbitraire. Cette forme est effectivement celle que revêt la solution avec nombre minimal de variables d'état (ci-après *solution avec minimum de variables*) (McCallum 1983), qui est la solution stationnaire unique si le nouveau modèle canonique (avec anticipations rationnelles) est déterminé. La présence de la constante a dans (2.10) s'explique par le fait que les agents doivent tenir compte de la possibilité que les cibles d'inflation et de l'écart de production sont différentes de zéro (Bullard & Mitra 2002). Le choix de la solution au minimum de variables comme modèle subjectif des agents est une hypothèse centrale de la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique. La sous-section 2.4.2 montrera que les principaux résultats de cette littérature dépendent crucialement de cette hypothèse.

Compte tenu de ces deux hypothèses, les agents sont capables d'estimer les matrices de paramètres a , b et c en régressant y sur ν , 1 et les réalisations passées de y à l'aide de la méthode des moindres carrés ordinaires. L'actualisation de ces estimations est par la suite modélisée par les moindres carrés récursifs. L'algorithme des moindres carrés récursifs se présente comme suit :

$$\xi_t = \xi_{t-1} + \gamma_t R_t^{-1} z_{t-1} \varepsilon_t^T \quad (2.11)$$

$$R_t = R_{t-1} + \gamma_t (z_{t-1} z_{t-1}^T - R_{t-1}). \quad (2.12)$$

$\xi_t^T = (a_t, b_t, c_t)$ est la matrice des estimations réalisées à la période t . Le terme dit « de gain » γ_t détermine le poids de l'observation la plus récente. Dans le cas des moindres carrés récursifs, on a $\gamma_t = t^{-1}$. R_t est la matrice des moments empiriques de deuxième ordre nécessaire au calcul des estimations par la méthode des moindres carrés récursifs, $z_t^T = (1, y_{t-1}^T, \nu_t^T)$ est le vecteur des régresseurs et $\varepsilon_t = y_{t-1} - \xi_{t-1}^T z_{t-1}$ l'erreur de prévision la plus récente. Cet algorithme donne un poids identique aux observations de y et de ν de chaque période. Ceci est reflété par le fait que le gain t^{-1} diminue au fur et à mesure que le nombre d'observations augmente.

A partir du modèle subjectif (2.10) et des estimations ξ_t obtenues par les moindres carrés récursifs, c'est-à-dire avec (2.11) - (2.12) doté du terme de gain $\gamma_t = t^{-1}$, on trouve à chaque période l'expression de la *loi de mouvement perçue* (ci-après *loi perçue*) par les agents :

$$y_t = a_t + b_t y_{t-1} + c_t \nu_t + \eta_t. \quad (\text{LMP})$$

avec η_t un terme d'erreur. La loi perçue, qui combine les estimations des paramètres de la période t avec la forme fonctionnelle du modèle subjectif, permet aux agents de formuler des prévisions économétriques sur y . Elle traduit la croyance implicite des agents que l'économie se situe en t à l'équilibre fondamental (2.10), tel qu'ils le perçoivent.

Les agents sont donc supposés formuler des anticipations qui sont basées sur leur propre processus d'apprentissage (ci-après *anticipations par apprentissage*). Autrement dit, ils établissent des prévisions pour y_{t+1} à partir de la loi perçue :

$$E_t^*[y_{t+1}] = a_t + b_t (a_t + b_t y_{t-1} + c_t \nu_t) + c_t F \nu_t. \quad (2.13)$$

La prévision (2.13) est basée sur l'hypothèse informationnelle que les agents disposent des observations de ν_t et de y_{t-1} au moment où ils forment leurs anticipations, mais non de celles de y_t . On peut donc exprimer les anticipations par apprentissage de la manière suivante : $E_t^*[y_{t+1}] = E(y_{t+1} | \mathcal{I}_t = F; a_0, a_1, \dots, a_{t-1}, a_t; b_0, \dots, b_t; c_0, \dots, c_t; \nu_0, \dots, \nu_t; y_0, \dots, y_{t-1})$.²⁵

Comme tous les agents privés, i.e. les ménages et les firmes, sont supposés utiliser le même modèle subjectif et le même algorithme d'apprentissage, ils aboutissent à des prévisions identiques. Le modèle (NMC*) est donc caractérisé par l'homogénéité des anticipations des agents du secteur privé et donc par leur coordination implicite.

On dispose maintenant de deux versions du nouveau modèle canonique linéaire : une basée sur des anticipations rationnelles, l'autre sur les anticipations par apprentissage. L'existence de deux modélisations alternatives des anticipations pose la question de la robustesse des recommandations en termes de politique monétaire obtenues à partir de l'analyse de la détermination. Concernant l'exemple illustratif des règles de type (RT) (cf. sous-section 2.2.2), on peut se demander si les autorités monétaires ont intérêt de respecter la même condition concernant le choix des paramètres φ_π et φ_x (cf. proposition 3), quelle que soit la modélisation des anticipations retenue. Pour répondre à cette question, la sous-section suivante analysera l'impact de l'apprentissage sur le comportement dynamique du modèle.

2.2.3.2 La stabilité sous apprentissage

Le fait de remplacer les anticipations rationnelles par des anticipations par apprentissage a des conséquences sur les propriétés du nouveau modèle canonique. Ce changement d'hypothèse introduit en effet une deuxième source de dynamique dans le modèle : les dynamiques d'apprentissage (en anglais : *learning dynamics*).

Ces dynamiques sont complexes, car elles s'inscrivent dans le cadre d'une relation d'interdépendance entre les variables endogènes y_t et les estimations a_t , b_t et c_t . D'une part, les estimations a_t , b_t et c_t dépendent des observations des variables endogènes ($y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, \dots$) d'après l'algorithme des moindres carrés récursifs (cf. équation (2.11)). D'autre part, ces estimations exercent un effet de retour sur les réalisations des variables endogènes. Pour montrer cet effet, il convient de remplacer $E_t^* y_{t+1}$ dans l'équation (NMC*)

²⁵Rigoureusement, on devrait inclure dans \mathcal{I}_t les équations (2.3) et (LMP), dont la connaissance est indispensable pour établir la forme fonctionnelle du membre droit de (2.13).

par son expression tirée de (2.13). On obtient ainsi l'expression :

$$y_t = M[I + b_t]a_t + [Mb_t^2 + N]y_{t-1} + (M[b_t c_t + c_t F] + P)\nu_t, \quad (\text{LMR})$$

qui montre que tout changement des estimations a_t , b_t ou c_t a un impact sur les variables endogènes y_t . L'équation (LMR) décrit l'état de l'équilibre en t conditionnel à la prévision formulée en t (2.13), i.e. l'équilibre conditionnel aux croyances contemporaines des agents. Elle permet effectivement de trouver à chaque période t - pour des estimations a_t , b_t et c_t données - les réalisations des variables endogènes. Ces réalisations s'interprètent comme l'*équilibre transitoire* de l'économie dans la mesure où (LMR) évolue au cours du temps en fonction des évolutions de a_t , b_t et c_t . Par opposition à la loi perçue - qui sert de base à l'élaboration des prévisions des agents - l'équation (LMR) est dénommée la *loi de mouvement réelle* (ci-après *loi réelle*, en anglais : *Actual Law of Motion*.) Lorsque les anticipations des agents sont basées sur l'apprentissage (équation (2.13)), la loi réelle décrit le vrai fonctionnement de l'économie. La loi réelle est en effet le pendant de l'équation (NMC) dans un contexte d'apprentissage et le système (LMR) - (2.3) caractérise de manière complète le nouveau modèle canonique avec anticipations par apprentissage.

L'analyse de la dynamique d'apprentissage part dans le cas général de l'hypothèse implicite que les agents formulent une loi perçue initiale

$$y_1 = a_1 + b_1 y_0 + c_1 \nu_1 + \eta_1 \quad (2.14)$$

qui se situe au voisinage de l'équilibre fondamental

$$y_t = \check{a} + \check{b}y_{t-1} + \check{c}\nu_t \quad (2.15)$$

Ceci revient à dire que le vecteur des paramètres (a_1, b_1, c_1) se trouve au voisinage des paramètres de l'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$. Cette hypothèse implicite se déduit du fait que la méthode d'Evans & Honkapohja (2001) fait appel aux outils qui sont destinés à l'analyse locale, comme par exemple la stabilité asymptotique (Evans & Honkapohja 2001, chapitre 6). Le recours à cette hypothèse n'est pas toujours nécessaire. Il existe effectivement des cas particuliers où la convergence vers l'équilibre fondamental est globale, c'est-à-dire elle se produit pour tout modèle subjectif initial.

On se concentre ensuite sur l'analyse de la stabilité de l'équilibre fondamental (2.15) sous apprentissage. Cet équilibre est dit *stable sous apprentissage* lorsque, en partant des estimations initiales (a_1, b_1, c_1) , les estimations (a_t, b_t, c_t) convergent vers les paramètres associés à l'équilibre fondamental : $(a_t, b_t, c_t) \rightarrow (\check{a}, \check{b}, \check{c})$. Il est pour cela essentiel d'analyser le comportement dynamique des estimations (a_t, b_t, c_t) .

A cet effet, Evans & Honkapohja (2001) mobilisent la relation entre la loi réelle et la loi perçue. Ces deux lois sont caractérisées par la même forme fonctionnelle, à savoir celle d'un modèle linéaire avec un vecteur de constantes, le vecteur y_{t-1} et le vecteur exogène ν_t . On peut alors résumer la différence entre la loi perçue et la loi réelle par la différence entre les matrices des paramètres de ces lois. Ceci se fait concrètement à l'aide d'une application T , qui associe aux paramètres estimés de la loi perçue ceux de la loi réelle :

$$(a_t, b_t, c_t) \rightarrow T(a_t, b_t, c_t) \equiv (M[I + b_t]a_t, Mb_t^2 + N, M[b_t c_t + c_t F] + P). \quad (2.16)$$

Cette application vaut à tout instant du temps. Elle traduit l'impact des croyances, i.e. de la loi perçue, sur les réalisations des variables endogènes, qui sont elles, décrites par la loi réelle. L'intérêt de (2.16) réside dans le fait que les paramètres de l'équilibre fondamental définissent un point fixe $(\check{a}, \check{b}, \check{c}) = T(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ de cette application. Dans ces conditions, on dispose d'une méthode simple pour prouver que les estimations (a_t, b_t, c_t) convergent vers $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ à partir d'un point situé au voisinage de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$. On suppose ici que le voisinage de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est suffisamment restreint pour que l'application (2.16) n'y possède pas d'autres points fixes. Il suffit de montrer que la distance entre les estimations (a_t, b_t, c_t) et les « vrais » paramètres $(M[I + b_t]a_t, Mb_t^2 + N, M[b_t c_t + c_t F] + P)$ se réduit inexorablement au cours du temps. Ceci revient à dire que les estimations et les « vrais » paramètres convergent vers le point fixe.

Toutefois, le comportement dynamique des estimations (a_t, b_t, c_t) et des « vrais » paramètres $(M[I + b_t]a_t, Mb_t^2 + N, M[b_t c_t + c_t F] + P)$ est difficile à analyser dans le cadre d'une modélisation en temps discret (cf. annexe B.4). L'utilisation des techniques d'approximation stochastique (cf. Robbins & Monro (1951) et (Benveniste et al. 1990, partie II, chapitre 3)) permet alors d'approcher ce comportement dynamique au voisinage de l'équilibre fondamental par le biais d'une équation différentielle associée (l'annexe B.4 présente brièvement ces techniques, une présentation détaillée se trouve dans (Evans & Honkapohja 2001)). L'équation différentielle prend la forme :

$$\frac{d}{d\tau}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = T(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) - (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}), \quad (\text{EDA})$$

avec $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ des valeurs des estimations (a_t, b_t, c_t) qui se trouvent au voisinage de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ et qui sont maintenues constantes pour une estimation donnée. L'équation (EDA) montre comment ces estimations, sur lesquelles sont basées les anticipations par apprentissage, sont ajustées à chaque instant du temps artificiel τ (cf. annexe B.4 pour la définition du temps artificiel). Le terme de correction $T(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) - (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ correspond à l'écart entre les paramètres de la loi réelle et ceux de la loi perçue. La disparition progressive de cet écart implique la convergence de l'équilibre transitoire vers l'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$. Dans ce cas, la littérature sur l'apprentissage parle d'un équilibre fondamental qui est *stable sous anticipations* (ci-après *A-stable*, en anglais : *expectational stable* et *E-stability*). La définition rigoureuse de l'A-stabilité est la suivante : *Un point fixe $(\check{a}, \check{b}, \check{c}) = T(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est dit A-stable si l'équation différentielle (EDA) est localement asymptotiquement stable au point $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$* (Evans & Honkapohja 2001, p. 140). Ceci signifie que, pour des estimations initiales proches de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$, les estimations restent au voisinage de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ et convergent vers $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ (Evans & Honkapohja 2001, p. 94).

L'A-stabilité de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ sous l'équation différentielle associée (EDA) détermine à son tour sa stabilité sous apprentissage. Ce lien entre l'A-stabilité et la stabilité sous apprentissage est connue dans la littérature sous le nom de « principe de l'A-stabilité » :

Proposition 4 *L'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est **stable sous apprentissage** si et seulement si ce dernier est A-stable sous l'équation différentielle associée (EDA) (Evans & Honkapohja 2003b).*

L'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est A-stable lorsque toutes les valeurs propres des matrices Jacobiennes $DT_a = M(I + \check{b})$, $DT_b = \check{b}^T \otimes M + I \otimes M\check{b}$ et $DT_c = F^T \otimes M + I \otimes M\check{b}$ ont des parties réelles inférieures à 1 (cf. annexe B.5). Grâce au principe de l'A-stabilité, on obtient alors les conditions pour la stabilité sous apprentissage de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ à l'aide des valeurs propres de DT_a , DT_b et DT_c .

L'intuition de l'A-stabilité est la suivante : tout écart des anticipations (2.13) par rapport aux anticipations associées au point fixe $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ induit une réalisation des variables endogènes qui exerce un effet de retour sur les estimations des agents. Si l'équilibre est A-stable, cet effet est amortissant et les estimations de la période suivante sont, dans ce cas, telles que l'écart est plus petit que l'écart initial. L'équilibre transitoire converge par suite vers l'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$. Dans le cas contraire, lorsque l'équilibre fondamental est un point fixe qui est A-instable, on est en présence d'un processus qui creuse l'écart. L'équilibre transitoire s'éloigne alors progressivement du point fixe (Evans & Honkapohja 2003b).

2.2.3.3 La stabilité sous apprentissage comme critère de sélection de la solution pertinente

Avant d'exposer les considérations *normatives* qui dominent dans la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique, on va rapidement présenter l'intérêt de la modélisation de l'apprentissage dans une perspective *positive*.

Dans un contexte d'indétermination, l'A-stabilité a été proposée comme critère permettant de sélectionner parmi les solutions multiples celles qui sont économiquement plausibles (Evans 1985, Evans & Honkapohja 2001, p. 20). Selon cette approche, les solutions A-instables sont considérées comme peu plausibles, car elles ne sont pas susceptibles de se réaliser dans un contexte où les agents sont engagés dans un processus d'apprentissage. Le moindre choc structurel déclenche en effet des dynamiques d'apprentissage divergentes, c'est-à-dire des dynamiques qui éloignent inexorablement l'économie de ces solutions. Seules les solutions A-stables paraissent pertinentes dans un modèle avec apprentissage, car elles sont caractérisées par des dynamiques d'apprentissage convergentes.

La stabilité sous apprentissage joue également un rôle central dans les travaux de McCallum (2002, 2003) sur l'indétermination. Contrairement à Evans et Honkapohja, McCallum ne recommande pas l'A-stabilité elle-même comme critère de sélection : il mobilise l'A-stabilité pour appuyer sa proposition de considérer la solution avec nombre minimal de variables d'état comme l'unique solution pertinente. En effet, cette solution est en général A-stable. De plus, dans le nouveau modèle canonique, des solutions autres que la solution avec minimum de variables ne sont pas A-stables (McCallum 2003). L'analyse de l'apprentissage fournit alors une justification supplémentaire pour la proposition de McCallum de ne pas tenir compte des solutions alternatives à la solution avec minimum de variables.

Cette correspondance entre A-stabilité et solution avec minimum de variables n'est pourtant pas parfaite. Evans & Honkapohja (1992) présentent un modèle dont la solution avec minimum de variables est A-instable. McCallum (2002) remet en question le raisonnement d'Evans & Honkapohja (1992) en soulignant le caractère invraisemblable

des paramètres retenus. Lorsque le modèle en question est interprété comme un modèle macroéconomique, ces paramètres impliquent effectivement un comportement aberrant des autorités monétaires : lorsqu'elles observent une hausse du niveau des prix, elles augmentent la masse monétaire! McCallum (2002) tire la conclusion que la solution avec nombre minimal de variables d'état est A-stable dans « tous ou presque tous les modèles sensés ».

2.2.3.4 La stabilité sous apprentissage en présence de la règle (RT)

Selon le raisonnement développé dans la section 2.2, les autorités monétaires devraient choisir la règle de politique monétaire sur la base de l'analyse de la détermination du modèle. La prise en compte des dynamiques d'apprentissage intervient désormais dans cette décision. En effet, les dynamiques d'apprentissage introduisent un deuxième mécanisme qui peut empêcher l'économie de se positionner sur l'équilibre « désirable » que les autorités monétaires souhaitent atteindre.

On en vient alors à utiliser la détermination du modèle et la stabilité sous apprentissage comme des critères complémentaires. La littérature recommande ainsi des règles qui garantissent que l'équilibre rationnel stationnaire soit unique et que les dynamiques d'apprentissage convergent vers ce même équilibre. Ces règles sont alors stabilisantes dans un sens précis. Premièrement, en assurant que l'économie se positionne sur l'équilibre désirable, elles évitent l'amplification des fluctuations des variables ciblées qui caractérisent les équilibres en taches solaires. Deuxièmement, elles garantissent que l'économie converge vers l'équilibre désirable après la survenance d'un choc structurel qui l'a éloignée de cet équilibre - sans toutefois la faire sortir de son voisinage.

A ce stade du développement de la modélisation de l'apprentissage au sens d'Evans & Honkapohja (2001), on dispose de tous les éléments nécessaires à la mobilisation de l'apprentissage adaptatif dans cette perspective normative : un modèle macroéconomique, la formulation précise des anticipations par apprentissage et les techniques qui permettent d'analyser les dynamiques d'apprentissage. Pour illustrer la mobilisation concrète de ces éléments, on va précéder comme dans la présentation de l'analyse de la détermination sous anticipations rationnelles (cf. sous-section 2.2.2) : on se concentrera dans un premier temps au cas particulier où les autorités monétaires utilisent la règle de type Taylor (RT).

En présence de la règle (RT), le nouveau modèle canonique avec anticipations par apprentissage est décrit par l'expression matricielle

$$y_t = ME_t^*[y_{t+1}] + Pv_t. \quad (2.17)$$

$$\nu_t = F\nu_{t-1} + \tilde{\nu}_t, \quad (2.3)$$

Le fait que dans (2.17), la matrice associée aux variables endogènes passées N soit nulle, implique que le modèle subjectif des agents s'écrit maintenant :

$$y_t = a + c\nu_t. \quad (2.18)$$

Les prévisions pour $t + 1$ deviennent par conséquent :

$$E_t^*[y_{t+1}] = a_t + c_t F\nu_t, \quad (2.19)$$

et l'on trouve l'équation différentielle associée simplifiée :

$$\frac{d}{d\tau}(\bar{a}, \bar{c}) = T(\bar{a}, \bar{c}) - (\bar{a}, \bar{c}). \quad (\text{EDA}')$$

Pour savoir si l'équilibre fondamental (\check{a}, \check{c}) est A-stable, il suffit maintenant de connaître les valeurs propres de la matrice M (cf. annexe B.5). On obtient ainsi le résultat suivant :

Proposition 5 *Le principe de Taylor (PT) constitue la condition nécessaire et suffisante pour que l'équilibre fondamental (\check{a}, \check{c}) soit A-stable en présence de la règle de type Taylor (RT) (Bullard & Mitra 2002).*

On remarque qu'en présence de la règle de type Taylor (RT), l'analyse de la stabilité sous apprentissage confirme *parfaitement* les résultats de l'analyse de la détermination. La prise en compte des dynamiques d'apprentissage par les autorités monétaires n'est donc pas susceptible de modifier les décisions basées sur le critère de la détermination.

Ce résultat n'est toutefois pas général, i.e. il n'est pas vérifié pour toutes les règles de politique monétaire. La section 2.3 montrera effectivement qu'il existe des règles de politique monétaire pour lesquelles les conditions de la détermination du modèle et les conditions de la stabilité sous apprentissage ne sont pas identiques.

2.3 Règles de politique monétaire et stabilité macroéconomique

La section précédente a donné un premier exemple illustratif de l'utilisation normative des critères de la détermination du modèle sous anticipations rationnelles et de la stabilité sous apprentissage. Cette section généralise cette démarche : dans un premier temps, elle présentera des règles de politique monétaire qui ont été proposées soit par la littérature sur la version originale du nouveau modèle canonique (i.e. avec anticipations rationnelles), soit par la littérature consacrée à l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique ; la sous-section 2.3.2 passera ensuite en revue les résultats normatifs obtenus à l'aide de ces deux critères complémentaires.

2.3.1 Règles de politique monétaire : une typologie

Comme dans le premier chapitre de cette thèse, le taux d'intérêt nominal est supposé être (indirectement) contrôlé par les autorités monétaires qui l'utilisent comme l'instrument de leur politique monétaire. Ce contrôle peut être modélisé via une règle de fixation du taux d'intérêt.

Cette sous-section présente différentes règles de politique monétaire selon une typologie qui repose largement sur la distinction entre règles optimales et règles instrumentales *ad hoc* proposée par Evans & Honkapohja (2003a). Les règles optimales découlent d'une démarche d'optimisation des autorités monétaires. Quant aux règles instrumentales *ad*

hoc, elles sont spécifiées de manière exogène en fonction des conditions économiques courantes. Cette distinction entre règles instrumentales *ad hoc* et règles optimales (optimal policy rules) qui caractérise la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique (Evans & Honkapohja 2003*a,b*, Bullard 2006) peut être reliée à celle proposée par Svensson (2003) entre règles instrumentales et « règles spécifiques en termes d'objectifs » (specific targeting rules), sans s'y conformer tout à fait.

2.3.1.1 Règles instrumentales *ad hoc*

John B. Taylor (1993) a proposé une règle instrumentale qui est désormais connue sous le nom de « règle de Taylor ». Selon cette règle (ou des variantes de celle-ci), les autorités monétaires fixent le taux d'intérêt nominal en fonction des déviations de l'inflation et de l'écart de production par rapport aux cibles visées en la matière. Lorsque celles-ci sont égales à zéro, une formulation générique d'une règle de « type Taylor » dans le nouveau modèle canonique est donnée par l'équation (RT) qui a été déjà introduite dans la sous-section 2.2.1

$$i_t = \varphi_\pi \pi_t + \varphi_x x_t \quad (\text{RT})$$

et dont la dérivation à partir d'une règle non-linéaire a été présentée dans la sous-section 1.3.2.4.²⁶ L'intuition des règles de type Taylor est que les autorités monétaires tiennent compte de l'inflation et de l'écart de production lorsqu'elles prennent des décisions de politique monétaire. Ce type de comportement apparaît par exemple dans les minutes de la Réserve Fédérale (Romer & Romer 2002). Taylor (1993) donne également une justification empirique pour sa règle en générant à partir de celle-ci une série théorique du taux d'intérêt nominal qui est très proche de la série historique des Federal Funds Rates entre 1987 et 1992.

Une autre règle instrumentale qui a attiré l'intérêt des économistes est une règle de type Taylor basée sur les anticipations :

$$i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \varphi_x E_t^*[x_{t+1}], \quad (2.20)$$

L'opérateur E_t^* englobe ici des anticipations rationnelles et autres que rationnelles (dont notamment les anticipations par apprentissage). (Bullard & Mitra 2002) donnent deux interprétations à l'équation (2.20) : les autorités monétaires réagissent soit à leurs propres anticipations des variables endogènes, soit aux anticipations des agents qu'elles observent. Sous cette dernière interprétation, (2.20) tombe sous la critique de Bernanke & Woodford (1997). Ces auteurs déconseillent en effet aux autorités monétaires de déterminer le taux d'intérêt nominal en fonction des anticipations d'inflation des agents, car ce type de politique monétaire peut induire des problèmes d'indétermination. Pour éviter ces problèmes,

²⁶La règle de Taylor originale retient $\varphi_\pi = 1.5$, $\varphi_x = 0.5$, une cible d'inflation de 2% et un taux d'intérêt réel de long terme de 2%. Par ailleurs, l'absence de constante dans (RT) s'explique par le fait que le taux d'intérêt nominal est exprimé dans cette équation en déviation par rapport à son niveau à l'état stationnaire, ainsi que par le choix d'une cible d'inflation égale à zéro. Le choix de la cible d'inflation égale à zéro dans (RT) répond à un souci de simplicité. Les résultats concernant la détermination et la stabilité sous apprentissage ne sont généralement pas affectés par le choix de la cible d'inflation (cf. par exemple Bullard & Mitra (2002) et Evans & Honkapohja (2006)).

Bernanke et Woodford recommandent aux banques centrales de baser leurs décisions de politique monétaire sur leurs propres prévisions, et non sur les anticipations des agents.

Bullard & Mitra (2002) proposent deux autres règles basées sur une réaction *ad hoc* des autorités monétaires à l'inflation et à l'écart de production. Les autorités monétaires fixent le taux nominal soit en fonction des réalisations passées des variables endogènes

$$i_t = \varphi_\pi \pi_{t-1} + \varphi_x x_{t-1} \quad (2.21)$$

soit en fonction des anticipations des valeurs contemporaines de ces variables

$$i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_t] + \varphi_x E_t^*[x_t]. \quad (2.22)$$

L'incorporation du taux d'intérêt nominal de la période précédente permet de capter le caractère fortement inertiel de la politique monétaire. Cette inertie a été mise en évidence entre autres par Rudebusch (1995). A partir des règles (2.20) et (2.21), on obtient ainsi :

$$i_t = \varphi_\pi \pi_{t-1} + \varphi_x x_{t-1} + \varphi_i i_{t-1} \quad (2.23)$$

et

$$i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \varphi_x E_t^*[x_{t+1}] + \varphi_i i_{t-1} \quad (2.24)$$

(Bullard & Mitra 2005).

2.3.1.2 Règles optimales

Les règles optimales sont habituellement présentées comme résultant de la minimisation d'une fonction de perte intertemporelle qui modélise la désutilité ressentie par les autorités monétaires lorsque les variables π_t et x_t s'éloignent de leurs cibles (que l'on suppose ici égales à zéro) :

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s [\pi_{t+s}^2 + \alpha x_{t+s}^2]. \quad (2.25)$$

α est le poids accordé à l'objectif de stabilisation de l'activité. Les expressions des règles de fixation du taux d'intérêt nominal qui découlent de la minimisation de (2.25) sont différentes selon le contexte dans lequel s'inscrit la politique monétaire. Dans cette perspective, il convient de distinguer entre un contexte de politique monétaire *discrétionnaire* et un contexte d'*engagement*.

Règles optimales dans un contexte de discrétion Le contexte de politique monétaire discrétionnaire est défini par l'incapacité des autorités monétaires à s'engager de manière crédible sur la politique monétaire future à mener.

Dans ces conditions, la minimisation sous contrainte de la fonction de perte (2.25) donne la condition de premier ordre

$$\lambda \pi_t + \alpha x_t = 0. \quad (2.26)$$

Les autorités monétaires peuvent utiliser des règles en termes d'instrument implicites qui respectent cette condition d'optimisation : ce sont alors des règles (instrumentales) dites *optimales*. Evans & Honkapohja (2003b) retiennent par exemple :

$$i_t = \delta_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \delta_x E_t^*[x_{t+1}] + \delta_g g_t + \delta_u u_t. \quad (2.27)$$

$$i_t = \psi_g g_t + \psi_u u_t. \quad (2.28)$$

avec $\delta_\pi, \delta_x, \delta_g, \delta_u, \psi_g$ et ψ_u déterminés en fonctions des paramètres $\phi, \lambda, \beta, \rho$ et α . La règle (2.27) est fondée sur les chocs et sur les anticipations. Selon la terminologie d'Evans & Honkapohja (2003b), il s'agit d'une règle **basée sur les anticipations**. Les anticipations contenues dans la règle (2.27) sont celles formulées par les agents et observées par les autorités monétaires (Evans & Honkapohja 2003b). (2.28) est un exemple d'une règle *basée uniquement sur les fondamentaux*, i.e. sur les chocs g_t et u_t . Dans la littérature anglophone, la distinction est celle entre *fundamentals based rules* et *expectations based rules* (Evans & Honkapohja 2003b).

A l'équilibre optimal et sous l'hypothèse des anticipations rationnelles, (2.27) et (2.28) sont équivalentes. Cette équivalence n'est cependant pas systématiquement vérifiée lorsqu'on admet des anticipations qui peuvent différer des anticipations rationnelles (étant donné que la dérivation dans le cas des anticipations rationnelles repose sur l'hypothèse de l'équilibre).

Sous l'hypothèse des anticipations rationnelles, Clarida et al. (1999) proposent dans le contexte de la politique monétaire discrétionnaire la règle optimale

$$i_t = \left(1 + \frac{(1-\rho)\lambda}{\rho\alpha\phi}\right) E_t[\pi_{t+1}] + \phi^{-1} g_t. \quad (2.29)$$

Cette règle est équivalente à (2.27) et (2.28) à l'équilibre optimal (et sous l'hypothèse des anticipations rationnelles).

Règles optimales dans un contexte d'engagement Le contexte d'engagement est défini par le fait que les autorités monétaires peuvent s'engager de manière crédible sur la politique monétaire future à mener. Lorsque cet engagement est possible, les autorités monétaires peuvent réaliser des gains d'utilité par rapport à la politique discrétionnaire (Clarida et al. 1999). En supposant que la politique monétaire sous engagement ait été initialisée dans le passé, la minimisation sous contrainte de (2.22) donne la nouvelle condition d'optimalité

$$\lambda\pi_t + \alpha(x_t - x_{t-1}) = 0. \quad (2.30)$$

Par correspondance avec le cas sous discrétion, Evans & Honkapohja (2006) définissent la règle « basée sur les anticipations » sous engagement

$$i_t = \delta_L x_{t-1} + \delta_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \delta_x E_t^*[x_{t+1}] + \delta_g g_t + \delta_u u_t. \quad (2.31)$$

et la règle « fondamentale » sous engagement

$$i_t = \psi_x x_{t-1} \psi_g g_t + \psi_u u_t. \quad (2.32)$$

Sous l'hypothèse des anticipations rationnelles, Clarida et al. (1999) proposent dans le contexte d'engagement la règle optimale

$$i_t = \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha\phi}\right) E_t[\pi_{t+1}] + \phi^{-1}g_t. \quad (2.33)$$

McCallum & Nelson (2004) proposent une règle qui permet d'approcher la politique monétaire optimale sous engagement. Ils suggèrent que les autorités monétaires ajustent le taux d'intérêt nominal en fonction des déviations entre les réalisations de variables endogènes et la condition d'optimalité (2.26) :

$$i_t = \pi_t + \zeta \left[\pi_t + \frac{\alpha}{\lambda}(x_t - x_{t-1}) \right]. \quad (2.34)$$

avec $\zeta > 0$. Cette règle permet également une variante *orientée vers le future* (au sens de l'anglais *forward looking*); dans ce cas, Evans & Honkapohja (2003a) proposent la spécification

$$i_t = E_t^{CB}[\pi_{t+1}] + \zeta \left[E_t^{CB}[\pi_{t+1}] + \frac{\alpha}{\lambda}(E_t^{CB}[x_{t+1}] - E_t^{CB}[x_t]) \right]. \quad (2.35)$$

Cette spécification est fondée sur les anticipations rationnelles formulées par les autorités monétaires, noté E_t^{CB} .

Svensson & Woodford (2003) proposent une règle dite « hybride » qui associe des éléments de la règle fondamentale (2.32) et de la règle (2.34) :

$$i_t = \psi_x x_{t-1} \psi_g g_t + \psi_u u_t + \zeta \left[\pi_t + \frac{\alpha}{\lambda}(x_t - x_{t-1}) \right]. \quad (2.36)$$

2.3.1.3 Autres règles de politique monétaire

Cette thèse tient également compte de deux règles de politique monétaire dont la classification pose problème dans la dichotomie retenue entre règles instrumentales *ad hoc* et règles optimales. Il s'agit de la règle de ciblage du PIB nominal (McCallum & Nelson 1999, Hall & Mankiw 1994) et de la règle "k-pourcent" de Friedman (1948, 1959). Cette dernière peut effectivement être exprimée sous forme d'une règle de fixation du taux nominal lorsqu'elle est adossée à une fonction de demande de monnaie (Evans & Honkapohja 2003c).

Ces deux règles ne découlent pas d'une logique d'optimisation, ce qui les rapproche des règles instrumentales *ad hoc*. Toutefois, leur manipulation exige la connaissance des paramètres du nouveau modèle canonique linéarisé (cf. Evans & Honkapohja (2003c) et Mitra (2003)). Il s'agit là d'une propriété caractéristique des règles optimales.

Dans la version originale du nouveau modèle canonique, les anticipations des agents sont rationnelles. Il convient alors de remplacer l'opérateur E_t^* par celui de l'espérance conditionnelle E_t lorsque les règles (2.20), (2.22), (2.24), (2.27) et (2.31) sont mobilisées dans ce cadre. Symétriquement, l'opérateur E_t doit être remplacé par E_t^* lorsqu'on utilise les règles (2.29), (2.33) et (2.35) dans le nouveau modèle canonique avec apprentissage.

TAB. 2.1 – Pouvoir de stabilisation des règles de politique monétaire

Règle	Détermination	Stabilité sous apprentissage
Règle de Taylor classique (RT) $i_t = \varphi_\pi \pi_t + \varphi_x x_t$	Déterminé si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat analytique (Bullard & Mitra 2002)]	Stable si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat analytique (Bullard & Mitra 2002)]
Règle de Taylor avec anticipations (2.20) $i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \varphi_x E_t^*[x_{t+1}]$	Déterminé si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ et $\varphi_\pi + \frac{1+\beta}{\lambda} \varphi_x < 2\phi^{-1} \frac{1+\beta}{\lambda} - 1$ [Résultat analytique (Bullard & Mitra 2002)]	Stable si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat analytique (Bullard & Mitra 2002)]
Règle de Taylor avec valeurs passées des variables endogènes (2.21) $i_t = \varphi_\pi \pi_{t-1} + \varphi_x x_{t-1}$	Condition suffisante pour la détermination : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ et $\varphi_\pi + \frac{1+\beta}{\lambda} \varphi_x < 2\phi^{-1} \frac{1+\beta}{\lambda} - 1$ [Résultat analytique (Bullard & Mitra 2002)]	Stable si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2002)]
Règle de Taylor avec anticipations contemporaines (2.22) $i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_t] + \varphi_x E_t^*[x_t]$	Déterminé si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2002)]	Stable si et seulement si : $\varphi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \varphi_x > 1$ [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2002)]
Règle de Taylor retardée avec valeurs passées des variables endogènes (2.23) $i_t = \varphi_\pi \pi_{t-1} + \varphi_x x_{t-1} + \varphi_\pi i_{t-1}$	Conditions de détermination moins contraignante que sous la règle (2.21) [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2005)]	Conditions de stabilité proches de celles observées sous la règle (2.21) [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2005)]
Règle de Taylor retardée avec anticipations (2.24) $i_t = \varphi_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \varphi_x E_t^*[x_{t+1}] + \varphi_\pi i_{t-1}$	Conditions de détermination moins contraignante que sous la règle (2.20) [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2005)]	Conditions de stabilité proches de celles observées sous la règle (2.20) [Résultat numérique (Bullard & Mitra 2005)]
Règle optimale basée sur les anticipations (2.27) $i_t = \delta_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \delta_x E_t^*[x_{t+1}] + \delta_g g_t + \delta_u u_t$	Déterminé pour toute combinaison des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]	Stable pour toute combinaison des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]
Règle optimale fondamentale (2.28) $i_t = \psi_g g_t + \psi_u u_t$	Indéterminé pour toute combinaison des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]	Instable pour toute combinaison des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]

Règle	Détermination	Stabilité sous apprentissage
Règle optimale de (Clarida et al. 1999) (2.29) $i_t = \left(1 + \frac{(1-\rho)\lambda}{\rho\alpha\phi}\right) E_t[\pi_{t+1}] + \phi^{-1}g_t$	Déterminé ou indéterminé selon les paramètres : Indéterminé pour ρ proche de 0. [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]	Stable pour toute combinaison admise des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2003b)]
Règle optimale sous engagement basée sur les anticipations (2.31) $i_t = \delta_L x_{t-1} + \delta_\pi E_t^*[\pi_{t+1}] + \delta_x E_t^*[x_{t+1}] + \psi_g g_t + \psi_u u_t$	Déterminé pour toute combinaison admise des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2006)]	Stable pour toute combinaison admise des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2006)]
Règle optimale fondamentale sous engagement (2.32) $i_t = \psi_x x_{t-1} + \psi_g g_t + \psi_u u_t$	Déterminé ou indéterminé selon les paramètres : déterminé pour le calibrage de Woodford (1999) avec $\alpha > 0.16$ et le calibrage de Clarida et al. (2000) avec $\alpha > 0.47$. [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2006)]	Instable pour toute combinaison admise des paramètres [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2006)]
Règle optimale sous engagement de (Clarida et al. 1999) (2.33) $i_t = \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha\phi}\right) E_t[\pi_{t+1}] + \phi^{-1}g_t$	Peut conduire vers l'indétermination [Communication imprécise du résultat, (Evans & Honkapohja 2006)]	Stable ou instable selon les paramètres [Communication imprécise du résultat, (Evans & Honkapohja 2006)]
Règle d'approximation de la politique monétaire optimale (2.34) $i_t = i_t = \pi_t + \zeta \left[\pi_t + \frac{\alpha}{\lambda}(x_t - x_{t-1})\right]$ (2.34)	Déterminé [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2006) (Evans & Honkapohja 2006)]	Stable [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2006)]
Règle d'approximation orientée vers futur (2.35) $i_t = E_t^{CB}[\pi_{t+1}] + \zeta[E_t^{CB}[\pi_{t+1}] + \frac{\alpha}{\lambda}(E_t^{CB}[x_{t+1}] - E_t^{CB}[x_t])]$ (2.34)	Déterminé pour ζ suffisamment faible [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2006)]	Stable pour ζ suffisamment faible [Résultat analytique (Evans & Honkapohja 2006)]
Règle hybride (2.36) $i_t = \psi_x x_{t-1} \psi_g g_t + \psi_u u_t + \zeta \left[\pi_t + \frac{\alpha}{\lambda}(x_t - x_{t-1})\right]$	Déterminé pour ζ suffisamment élevé [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2003a)]	Stable pour ζ suffisamment élevé [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2003a)]
Règle de ciblage du PIB nominal	Déterminé [Résultat analytique (Mitra 2003)]	Stable [Résultat analytique (Mitra 2003)]
Règle k-pourcent de Friedman	Déterminé [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2003c)]	Stable [Résultat numérique (Evans & Honkapohja 2003c)]

2.3.2 Capacités stabilisatrices des règles de politique monétaire

Le tableau 1 énonce les résultats concernant la détermination et la stabilité sous apprentissage pour l'ensemble des règles répertoriées dans la sous-section 2.3.1. Ces résultats ont été obtenus par la méthode de Blanchard & Kahn (1980) pour ce qui concerne l'analyse de la détermination et à l'aide des équations différentielles associées (EDA) et (EDA') pour l'analyse de la stabilité sous apprentissage. Certains résultats ont été trouvés par des méthodes numériques, car des résultats analytiques ne sont pas disponibles pour toutes les règles présentées dans la sous-section 2.3.1.

Ce tableau permet d'identifier les règles qui peuvent être considérées comme stabilisant : il s'agit des règles qui garantissent simultanément la détermination et la stabilité sous apprentissage (Evans & Honkapohja 2003a). Dans le cas des règles optimales, les autorités monétaires parviennent dans ces conditions à faire en sorte que soit l'économie se positionne directement sur l'équilibre « désirable », soit les dynamiques d'apprentissage la font converger vers cet équilibre. En effet, l'équivalence entre l'équilibre fondamental et l'équilibre désirable est vérifiée par la dérivation même des règles optimales. Cette équivalence n'est pas vérifiée pour les règles instrumentales *ad hoc*. On peut toutefois supposer que les autorités monétaires sélectionnent - éventuellement par tâtonnement - des combinaisons des coefficients de réaction φ_π , φ_x (et φ_i pour les règles retardées), qui induisent un équilibre fondamental doté de propriétés intéressantes, i.e. notamment caractérisées par la faiblesse des fluctuations des variables endogènes.

Le tableau 1 montre que la modélisation de l'apprentissage permet de détecter le caractère déstabilisant d'une règle qui aurait échappé à une analyse relevant d'une modélisation sous anticipations rationnelles. En effet, la règle fondamentale sous engagement (2.32) rend le système déterminé pour les calibrages des paramètres proposés par Woodford (1999) et par Clarida et al. (2000) (Evans & Honkapohja 2006). Si les autorités monétaires supposaient la présence des anticipations rationnelles et d'une de ces combinaisons favorables, rien ne s'opposerait à l'adoption de cette règle. Or, lorsque les anticipations sont en réalité basées sur l'apprentissage, la règle (2.32) provoque des dynamiques d'apprentissage qui éloignent l'économie de l'équilibre rationnel. En effet, Evans & Honkapohja (2006) montrent que l'équilibre rationnel associé à cette règle n'est pas **A-stable pour toute combinaison des paramètres structurels**. Les autorités monétaires ont donc intérêt à tenir compte du caractère éventuellement non-rationnel des anticipations des agents.

L'analyse de la stabilité sous apprentissage confirme globalement les choix en termes de règles de politique monétaire fondés sur l'étude de la détermination sous anticipations rationnelles. La plupart des règles qui permettent d'éviter les difficultés liées à la multiplicité des équilibres garantissent également des bonnes performances dans un contexte d'apprentissage. Toutefois, le cas de la règle fondamentale sous engagement (2.28) montre que les deux critères ne sont pas redondants, mais complémentaires.

2.4 Extensions du modèle et robustesse des résultats

Les résultats concernant la stabilité sous apprentissage exposés dans la section précédente sont valables dans le cadre bien délimité des hypothèses du nouveau modèle cano-

nique avec apprentissage. Pour tester le caractère général de ces résultats, la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique étudie l'impact de l'introduction d'hypothèses alternatives. Ces tests de robustesse concernent les aspects suivants : l'utilisation de l'algorithme des moindres carrés récursifs comme algorithme d'apprentissage, les informations à la disposition des agents et l'homogénéité des agents privés.

2.4.1 Autres algorithmes d'apprentissage

La littérature consacrée à l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique est marquée par la prédominance de l'apprentissage représenté par les moindres carrés récursifs. Des algorithmes alternatifs ont cependant été mobilisés pour tester la robustesse des résultats obtenus de cette manière.

Evans & Honkapohja (2003b) attestent de cette robustesse dans un contexte de politique monétaire discrétionnaire avec un algorithme fondé sur le *gradient stochastique* :

$$\xi_t = \xi_{t-1} + \gamma_t z_{t-1} \varepsilon_t^T \quad (2.37)$$

Cet algorithme d'apprentissage ne tient pas compte des moments empiriques du deuxième ordre.

Dans un contexte de politique monétaire avec engagement, Evans & Honkapohja (2006) analysent l'impact de l'introduction de l'algorithme alternatif des *moindres carrés à gains constants*. Celui-ci est défini par (2.11) - (2.12) avec un terme de gain constant, $\gamma_t = \gamma > 0$. Les résultats trouvés avec les moindres carrés récursifs sont robustes dans la mesure où la stabilité sous apprentissage n'est pas affectée par l'emploi des moindres carrés à gains constants.

Cependant, une vérification plus systématique (i.e. notamment pour l'ensemble des règles) de la robustesse des résultats par rapport au recours aux moindres carrés à gains constants semble prometteuse pour deux raisons. Premièrement, cet algorithme d'apprentissage traduit une intuition intéressante : il est adapté à un contexte où les agents soupçonnent l'économie d'être caractérisée par des instabilités structurelles. En effet, il donne un poids plus élevé aux observations les plus récentes. Deuxièmement, l'emploi de cet algorithme a été associé à l'émergence de dynamiques d'apprentissage très particulières qui ont été analysées dans d'autres modèles macroéconomiques (Sargent 1999, Cho et al. 2002, Sargent & Williams 2005). Il s'agit des *dynamiques d'évasion* qui éloignent temporairement l'économie du voisinage de l'équilibre de référence. Bullard & Cho (2005) montrent que les dynamiques d'évasion peuvent émerger dans le cadre du nouveau modèle canonique linéarisé. Ceci est le cas lorsque l'estimation des agents privés de la cible d'inflation a un impact sur la cible effectivement retenue par les autorités monétaires.

2.4.2 Des hypothèses informationnelles alternatives

La robustesse des résultats par rapport aux hypothèses informationnelles du modèle mérite également d'être analysée.

Le nouveau modèle canonique avec apprentissage tel qu'il est présenté dans la sous-section 2.2.3 est basé sur l'hypothèse implicite que les autorités monétaires connaissent les

vrais paramètres de l'économie. En effet, sans cette supposition elles seraient incapables d'utiliser les règles optimales dont les coefficients sont fonction des paramètres ϕ , λ , β , ρ et α . Evans & Honkapohja (2003b) relâchent cette hypothèse. Ils supposent que les autorités monétaires ne connaissent pas ϕ et λ et qu'elles doivent se contenter des estimations de ces paramètres. Le modèle est maintenant caractérisé par la simultanéité de l'apprentissage des autorités monétaires (sur ces paramètres) et des agents privés (sur les paramètres de leur modèle subjectif). Les auteurs trouvent que ce changement d'hypothèse n'a aucun impact sur les résultats concernant la stabilité sous apprentissage en présence des règles optimales basées sur les anticipations. Ceci est vrai à la fois dans le contexte d'une politique monétaire discrétionnaire et dans celui d'une politique monétaire avec engagement (Evans & Honkapohja 2003a,b).

La règle optimale basée sur les anticipations (2.27) repose par ailleurs sur l'hypothèse implicite que les autorités monétaires observent parfaitement les anticipations des agents du secteur privé. Evans & Honkapohja (2003b) assouplissent cette supposition en admettant que ces observations peuvent être entachées par des erreurs de mesure. Lorsque ces erreurs prennent la forme d'un bruit blanc, les résultats de la sous-section 2.2.3 restent valables : en présence de la règle (2.27), le modèle est toujours stable sous apprentissage (Evans & Honkapohja 2003b).

Une des hypothèses centrale du nouveau modèle canonique avec apprentissage est l'identité entre la forme fonctionnelle du modèle subjectif et celle de la solution au minimum de variables. C'est grâce à cette identité que l'utilisation de certaines règles de politiques monétaires permet de faire converger l'économie vers l'équilibre fondamental. En effet, cette convergence devient impossible lorsque le modèle subjectif ne comporte pas toutes les variables de la solution au minimum de variables du modèle en question (Evans & Honkapohja 2003b). Par ailleurs, le fait d'ajouter au modèle subjectif des variables qui ne font pas partie de la solution au minimum de variables, peut rendre les conditions de convergence plus restrictives (Evans & Honkapohja 2001).

2.4.3 La question de l'hétérogénéité des agents

Les résultats présentés dans la section 2.3 proviennent d'un modèle caractérisé par l'homogénéité des agents. Cette sous-section présente comment le relâchement de l'hypothèse d'agents homogènes peut être opéré dans une logique d'apprentissage.

Honkapohja & Mitra (2005) analysent la stabilité sous apprentissage dans un contexte où les autorités monétaires ne peuvent pas observer les anticipations des agents. Les anticipations des agents privés peuvent alors différer de celles des autorités monétaires. Les auteurs analysent ce cas à l'aide de la généralisation de la méthode d'Evans & Honkapohja (2001) qui englobe des configurations où les agents sont hétérogènes (cf. aussi Honkapohja & Mitra (2006)). Pour tenir compte de l'hétérogénéité entre agents privés et autorités monétaires, ils substituent à (NMC*) l'équation :

$$y_t = M_P E_{P,t}^* y_{t+1} + M_{CB} E_{CB,t}^* y_{t+1} + P v_t \quad (2.38)$$

M_P représente la réaction (via (IS*) et (CP*)) des agents du secteur privé (P) à leurs anticipations $E_{P,t}^*$ et M_{CB} la réaction (via la règle de politique monétaire) des autorités

monétaires (CB) à leurs anticipations $E_{CB,t}^*$ (Honkapohja & Mitra 2005). (2.39) suppose implicitement que les différents agents du secteur privé forment des anticipations homogènes.

Suivant la méthode de Honkapohja & Mitra (2006), ils distinguent entre l'hétérogénéité transitoire et l'hétérogénéité persistante. L'hétérogénéité **transitoire** est basée 1) sur des lois initiales perçues différentes entre agents privés et autorités monétaires et 2) des séries des termes de gain γ_t de l'algorithme d'apprentissage différentes (tout en convergeant vers une même constante positive). L'hétérogénéité **persistante** est définie soit par des séries de termes de gain qui peuvent converger vers des constantes différentes selon le type d'agent, soit par le fait que, dans le contexte concerné, chaque type d'agent (P et CB) est doté d'un algorithme d'apprentissage spécifique, l'un utilisant les moindres carrés récursifs (2.11) - (2.12) et l'autre celui du gradient stochastique (2.37).

L'introduction de l'hétérogénéité persistante modifie les résultats de Bullard & Mitra (2002) et d'Evans & Honkapohja (2003b, 2006) par rapport à la stabilité sous apprentissage obtenus dans un contexte d'anticipations homogènes. Concernant la règle de type Taylor avec anticipations (2.20), la règle optimale basée sur les anticipations (2.27) et la règle (2.29) de Clarida et al. (1999), les conditions de la stabilité sous apprentissage deviennent plus restrictives. Il existe effectivement des combinaisons des paramètres telles que le modèle devient instable lorsque les autorités monétaires utilisent ces règles (Honkapohja & Mitra 2005). La condition de la stabilité en présence de la règle d'approximation orientée vers le futur (2.35) est également affectée par la prise en compte de l'hétérogénéité persistante. Plus la série des termes de gain des autorités monétaires converge vers des valeurs faibles, plus il devient nécessaire d'augmenter le paramètre ζ de la règle pour éviter l'instabilité sous apprentissage (Honkapohja & Mitra 2006). En revanche, les résultats d'Bullard & Mitra (2002), Evans & Honkapohja (2003b, 2006) concernant la stabilité sous apprentissage en présence de ces trois règles sont robustes par rapport à l'hétérogénéité transitoire.

Giannitsarou (2003) analyse l'impact de l'*hétérogénéité de l'apprentissage*, i.e. de l'hétérogénéité entre les processus d'apprentissage des différents agents. Cette hétérogénéité se répercute sur les anticipations, faisant en sorte que pour deux agents hétérogènes i et j , on a $E_{i,t}^*(\cdot) \neq E_{j,t}^*(\cdot)$. L'auteure exclut explicitement tout autre élément d'hétérogénéité, comme par exemple celle traduite par la différence entre les matrices de réaction M_P et M_{CB} dans Honkapohja & Mitra (2005). Giannitsarou modélise l'hétérogénéité de l'apprentissage d'une manière très proche de celle mobilisée par Honkapohja & Mitra (2005, 2006). La différence dans l'apprentissage peut porter sur les lois perçues initiales, sur les séries des termes de gain et sur l'algorithme d'apprentissage (moindre carrés récursifs ou gradient stochastique). Le cadre d'analyse est un modèle général qui permet d'étudier « tout modèle stochastique linéaire qui peut être écrit en forme réduite et qui contient (...) des anticipations courantes des variables futures » (Giannitsarou 2003). Giannitsarou trouve que l'hétérogénéité des lois perçues initiales, associée à l'utilisation de l'algorithme des moindres carrés, ne modifie pas les conditions pour la stabilité sous apprentissage obtenus dans un modèle avec agents homogènes. En revanche, les autres formes de l'hétérogénéité de l'apprentissage sont susceptibles de transformer ces conditions.

Ces deux approches de l'hétérogénéité s'accordent sur le fait que les résultats obtenus sous l'hypothèse de l'homogénéité des agents *ne sont pas robustes par rapport à l'introduction d'agents hétérogènes*. L'homogénéité des agents est donc une hypothèse centrale qui conditionne sensiblement les résultats normatifs que l'on peut mettre en évidence dans le cadre du nouveau modèle canonique avec apprentissage.

2.5 Limites du nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif

La fin de ce deuxième chapitre est consacrée aux problèmes d'articulation entre les deux volets de la littérature revisitée dans la première partie de cette thèse : la littérature sur les fondements microéconomiques du nouveau modèle canonique et la littérature sur l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001) dans le cadre du nouveau modèle canonique linéarisé.

La sous-section 2.5.1 expose la première critique qui vise la lecture dominante du clivage entre les deux versions du nouveau modèle canonique (avec anticipations rationnelles et avec apprentissage). Cette lecture est largement inspirée par la dichotomie *rationalité intrinsèque* versus *rationalité limitée*. La sous-section 2.5.2 développe ensuite les problèmes d'articulation techniques entre les deux volets de la littérature mis en évidence par Preston (2002, 2005).

2.5.1 Anticipations rationnelles, apprentissage adaptatif et rationalité

La littérature consacrée à l'apprentissage adaptatif ou « économétrique » revendique sans ambiguïté le statut d'un projet de recherche qui vise à formaliser le concept de la rationalité limitée :

"The idea of bounded rationality might be implemented by requiring that the agents in the model be more like the econometricians (...) We can interpret the idea of bounded rationality broadly as a research program to build models populated by agents who behave like working economists or econometricians."
(Sargent 1993, p. 22).

Dans cette perspective, l'existence de deux versions du nouveau modèle canonique s'interprète comme reflet de la dichotomie entre rationalité intrinsèque et rationalité limitée : le modèle original (avec anticipations rationnelles) est associé à la rationalité intrinsèque, le nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif à la rationalité limitée. Cette vision des choses n'est pourtant pas entièrement satisfaisante. En effet, on verra que les deux versions du modèle se caractérisent par des comportements des agents qui apparaissent peu rationnelles.

Evans & Honkapohja (2001, p. 32) précisent de manière très explicite pourquoi la rationalité des agents doit être considérée comme limitée dans un contexte d'apprentissage adaptatif : les agents estiment un modèle subjectif dont ils pensent que les paramètres sont

constants (cf. équation (2.10)) ; or, sous anticipations par apprentissage, le vrai modèle de l'économie est caractérisé par le fait que ces paramètres varient au cours du temps (cf. équation (LMR)). *La limitation de la rationalité des agents réside donc dans le fait qu'ils estiment les paramètres du modèle de l'économie à partir d'un modèle **mal spécifié**.*

Le caractère rationnel du comportement des agents privés dans le nouveau modèle canonique original (avec anticipations rationnelles) est présenté de manière détaillée dans les ouvrages consacrés aux fondements microéconomiques de ce modèle (cf. sous-sections 1.2.1 et 1.2.1) : les ménages maximisent leur utilité sous contrainte budgétaire et les firmes leur profit sous contrainte de la demande qui s'adresse à elles ; de plus, les deux types d'agent forment des anticipations rationnelles. Ce dernier aspect de la rationalité des agents reste toutefois un peu flou : en effet, le contenu de l'ensemble d'information \mathcal{I}_t associé aux anticipations rationnelles n'est pas communiqué de manière très explicite. J'ai trouvé dans les références standard de la littérature consacrée au nouveau modèle canonique un seul passage qui donne une idée relativement précise du contenu de l'ensemble d'information :

"Underlying the monetary policy analysis contained in the previous chapters are the assumptions of perfect information and rational expectations, i.e., that both private agents and the central bank know the structure of the economy (specification and parameter values), are able to observe the shocks impinging on the latter, and form expectations in a way consistent with the (correct) model." (Galí 2008, p. 188).

Malgré l'absence de formalisation de cette présentation du contenu de l'ensemble d'information, cette citation suggère clairement que les anticipations des agents soient modélisées sous la forme du *cas de référence des anticipations rationnelles*. Ce cas de référence est notamment caractérisé par le fait que l'ensemble d'information inclut la structure entière du modèle :

"Individuals act as if they know the model and form expectations accordingly. (...) Let I_t denote the information set available at time t . This information set has three components : knowledge of the structure of the model ; knowledge of government policies in operation ; and knowledge of past values of economic variables." (Begg 1982, p. 30 et 72)

"In rational expectations models it is usually assumed that individual know (or behave as if they know) the true economic model (...) Actually, the information set I_t should be enlarged by incorporating the entire economic model which is thought of as ruling the (at least, economic) world." (Salge 1997, p. 18)

Toutefois, nous allons voir que le comportement du ménage représentatif du nouveau modèle canonique semble guère compatible avec l'hypothèse d'un agent qui bénéficie d'un ensemble d'information complet. Une méthode qui permet de montrer cela est de comparer le comportement de consommation et d'épargne du ménage représentatif du modèle avec celui d'un *ménage hypothétique* doté d'un ensemble d'information complet, i.e. un ensemble qui inclut notamment le « vrai » modèle de l'économie. Ce « vrai » modèle est - entre autres - caractérisé par la condition d'apurement sur le marché des biens (1.81)

et par l'équation comptable du profit agrégé (1.167). On aurait donc ((1.81), (1.167)) $\in I_t(h)$, avec $I_t(h)$ l'ensemble d'information du ménage hypothétique.

Lorsqu'on suppose que le ménage connaît les équations (1.81) et (1.167), il convient de modifier le programme de maximisation (1.28). On peut en effet réécrire (1.167) sous la forme :

$$Y_t P_t = \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \quad \forall t, \quad (2.39)$$

puis remplacer Y_t dans (2.39) par le membre de gauche de (1.81) :

$$C_t P_t = \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \quad \forall t. \quad (2.40)$$

La connaissance de (2.40) modifie les anticipations rationnelles du ménage dans la contrainte budgétaire intertemporelle (1.29). On a effectivement

$$\begin{aligned} E_t \left[\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \right] &= E_t[C_t P_t] = C_t P_t \\ E_t \left[Q_{t,t+1} \left(\int_0^1 \mathcal{P}_{t+1}(i) di + \int_0^1 w_{t+1}(I) h_{t+1}(I) dI \right) \right] &= E_t[Q_{t,t+1}(C_{t+1} P_{t+1})] \\ E_t \left[Q_{t,t+2} \left(\int_0^1 \mathcal{P}_{t+2}(i) di + \int_0^1 w_{t+2}(I) h_{t+2}(I) dI \right) \right] &= E_t[Q_{t,t+2}(C_{t+2} P_{t+2})] \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.41)$$

L'introduction de ces égalités dans (1.29) donne la nouvelle contrainte budgétaire

$$W_t = 0. \quad (2.42)$$

Il convient de reformuler maintenant le programme de maximisation (1.28). Comme on a trouvé la nouvelle contrainte budgétaire (2.42) en introduisant (2.40) (pour $t, t+1, t+2, \dots$) dans la contrainte du programme (1.28), on doit ajouter (2.40) (pour $t, t+1, t+2, \dots$) aux contraintes de ce programme. On a alors :

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{t+k}, h_{t+k}(I)\}_0^\infty} E_t \left[\sum_{k=0}^\infty \beta^k \left(u(C_{t+k}; \varrho_{t+k}) - \int_0^1 v(h_{t+k}(I); \varrho_{t+k}) dI \right) \right] \\ s/c \quad W_t = 0 \\ C_t P_t = \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \\ C_{t+1} P_{t+1} = \int_0^1 \mathcal{P}_{t+1}(i) di + \int_0^1 w_{t+1}(I) h_{t+1}(I) dI \\ C_{t+2} P_{t+2} = \int_0^1 \mathcal{P}_{t+2}(i) di + \int_0^1 w_{t+2}(I) h_{t+2}(I) dI \\ \dots \end{aligned} \quad (2.43)$$

On remarque que les contraintes associées aux périodes $t, t+1, t+2, \dots$ ne comportent aucun élément d'intertemporalité : dans la contrainte associée à la période t , toutes les

variables portent l'indice temporel t , dans celle associée à $t+1$, toutes les variables portent l'indice temporel $t+1$, etc. Dans ces conditions, les choix du ménage effectués à la période t n'ont pas d'impact sur la formulation de son problème de maximisation aux périodes $t+1, t+2, \dots$. Le problème du ménage cesse d'être un problème intertemporel. Le ménage peut alors se contenter de maximiser son utilité période par période. Le problème de maximisation devient par conséquent :

$$\begin{aligned} \max_{C_t, h_t(I)} &= u(C_t; \varrho_t) - \int_0^1 v(h_t(I); \varrho_t) dI \quad \forall t \\ \text{s/c } W_t &= 0 \\ C_t P_t &= \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di + \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI. \end{aligned} \quad (2.44)$$

On trouve alors à l'aide du Lagrangien

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= u(C_t; \varrho_t) - \int_0^1 v(h_t(I); \varrho_t) dI \\ &\quad - \lambda_{\mathcal{J},1} W_t - \lambda_{\mathcal{J},2} \left(C_t P_t - \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di - \int_0^1 w_t(I) h_t(I) dI \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

les conditions de premier ordre :

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial C_t} = u_c(C_t; \varrho_t) - \lambda_{\mathcal{J},2} P_t = 0 \quad (2.46)$$

et

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial h_t(I)} = -v_h(h_t(I); \varrho_t) + \lambda_{\mathcal{J},2} w_t(I) = 0. \quad (2.47)$$

En divisant (2.47) par (2.46), on retrouve

$$\frac{v_h(h_t(I); \varrho_t)}{u_c(C_t; \varrho_t)} = \frac{w_t(I)}{P_t}. \quad (1.40)$$

Concernant la période $t+1$, le choix optimal de C_{t+1} et de $h_{t+1}(I)$ obéit à la condition

$$\frac{v_h(h_{t+1}(I); \varrho_{t+1})}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})} = \frac{w_{t+1}(I)}{P_{t+1}}, \quad (2.48)$$

etc.

Les équations (1.40) et (2.49) montrent qu'un ménage doté d'un ensemble d'information complet établit ses choix de consommation et d'épargne sans tenir compte des conditions de rémunération de l'épargne, i.e. indépendamment de i_t . La comparaison du comportement de ce ménage hypothétique avec celui du ménage représentatif du nouveau modèle canonique est saisissant : l'équation

$$1 + i_t = \beta^{-1} E_t \left[\frac{u_c(C_t; \varrho_t)}{u_c(C_{t+1}; \varrho_{t+1})} \frac{P_{t+1}}{P_t} \right] \quad (1.38)$$

met en évidence le fait que le ménage représentatif du nouveau modèle canonique effectue ses choix de consommation (et d'épargne) en fonction du taux d'intérêt nominal i_t . On

en déduit que son ensemble d'information ne peut pas être complet, il ne peut notamment pas contenir la structure totale du modèle de l'économie. Bien entendu, cette déduction contredit l'affirmation de Galí citée plus haut.

L'absence de connaissance de la structure totale du modèle de l'économie induit un comportement de consommation (et d'épargne) que l'on pourrait qualifier d'erratique : le ménage représentatif établit ses choix de consommation en fonction d'une variable non pertinente : le taux d'intérêt nominal. Chaque fois que le taux d'intérêt nominal augmente, le ménage diminue sa consommation courante pour profiter des meilleures conditions de rémunération de son épargne. Toutefois, *cet effort n'est jamais récompensé*, car malgré la contraction de la consommation, l'épargne du ménage ne peut pas devenir positive.

Ce type de comportement est surprenant, car il intervient dans la version du nouveau modèle canonique qui est censé modéliser le fonctionnement de l'économie dans un univers où les agents sont dotés d'une rationalité intrinsèque. Un ménage intrinsèquement rationnel ne devrait pas faire dépendre ses choix de consommation et d'épargne de i_t : *lorsque l'épargne du ménage ne peut pas être différente de zéro, les variations du taux d'intérêt nominal n'ont aucun impact sur les conditions d'arbitrage entre consommation courante et consommation future*. L'aspect le plus troublant de ce comportement est l'incapacité du ménage représentatif de tirer des conclusions des échecs passés de ses efforts d'épargne. Malgré le fait que chaque tentative de constituer une épargne positive s'est soldée par un échec, le ménage est incapable d'en déduire qu'il ferait mieux de ne plus tenir compte des variations de i_t .

La vision d'un ménage représentatif doté d'une rationalité intrinsèque semble donc discutable. Son comportement de consommation et d'épargne comporte des éléments fortement irrationnels. La dichotomie entre rationalité intrinsèque et rationalité limitée ne paraît donc pas très pertinente pour classer les deux versions du nouveau modèle canonique. Il s'agit plutôt de deux modèles peuplés par des agents qui ne se comportent pas d'une manière totalement rationnelle. Dans la version originale du nouveau modèle canonique, la limitation de la rationalité du ménage consiste dans son incapacité de comprendre (et surtout d'apprendre!) que son épargne ne peut pas être différente de zéro ; à cette incapacité s'ajoute dans le nouveau modèle canonique avec apprentissage la mauvaise spécification du modèle que le ménage utilise pour estimer les paramètres du modèle de l'économie.

Il convient toutefois de remarquer que dans la version originale du nouveau modèle canonique, la limitation de la rationalité du ménage représentatif est « intuitive » et non formelle. En effet, la rationalité d'un agent est toujours définie par rapport à l'ensemble d'information dont il dispose. Le comportement erratique du ménage représentatif du nouveau modèle canonique s'explique intégralement par le fait qu'il ignore la structure totale du modèle de l'économie. A partir de cet « handicap », il fait des choix qui sont parfaitement cohérents. Formellement, ce ménage est donc effectivement doté d'une rationalité intrinsèque. Le fait que cette rationalité formelle soit compatible avec une incapacité totale de tenir compte des expériences du passé peut d'ailleurs être interprété comme une nouvelle facette du *manque de structure* que Sen (1977) reproche aux « imbéciles rationnelles » (en anglais : *rational fools*) de la théorie économique traditionnelle.

2.5.2 Apprentissage adaptatif et fondements microéconomiques : la critique de Preston

Les premiers travaux consacrés à l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique font l'impasse sur la dérivation des équations (IS^{*}) et (CP^{*}) à partir des fondements microéconomiques de ce modèle. Les auteurs y présentent généralement (IS^{*}) et (CP^{*}) comme la version linéarisée du nouveau modèle canonique (cf. Bullard & Mitra (2002), Mitra (2003), Evans & Honkapohja (2003a,b)). Cette présentation traduit une certaine insouciance dans l'appréhension du nouveau modèle canonique : en effet, ce ne sont pas les équations (IS^{*}) et (CP^{*}), caractérisées par la présence des *anticipations par apprentissage*, qui décrivent correctement le nouveau modèle canonique linéarisé, mais les équations à *anticipations rationnelles* (IS) et (CP). Le lecteur de ces travaux fondateurs ne peut pas s'empêcher de penser que les auteurs ont remplacé dans les équations (IS) et (CP) l'opérateur des anticipations rationnelles E_t par celui des anticipations par apprentissage E_t^* sans vérifier si un tel procédé est cohérent avec la dérivation de ces équations linéarisées à partir des fondements microéconomiques du modèle.

Les contributions de Preston (2002, 2005) ont le mérite de poser la question de la compatibilité entre le nouveau modèle canonique linéarisé et la modélisation de l'apprentissage à la Evans & Honkapohja (2001). Concrètement, il s'agit de savoir si les équations (IS^{*}) et (CP^{*}) constituent un cadre approprié pour l'analyse de la stabilité sous apprentissage. La réponse de Preston à cette question est négative, car il affirme que le comportement d'agents dotés par des anticipations par apprentissage est correctement décrit par un modèle linéarisé qui est sensiblement différent de (IS^{*}) et (CP^{*}). Honkapohja, Mitra et Evans ont réagi à cette remise en cause de leur travaux par une note qui a comme objectif de prouver que leur modèle et celui de Preston sont équivalents lorsqu'on exploite soigneusement la totalité des hypothèses retenues par Preston (Honkapohja et al. 2002)

En partant d'une présentation critique de la controverse entre Preston (2002, 2005) et Honkapohja et al. (2002), cette sous-section cherche à dégager une vision nouvelle du problème de la compatibilité entre le nouveau modèle canonique et la modélisation de l'apprentissage.

2.5.2.1 Le modèle de Preston

Preston (2005) remplace l'opérateur E_t par E_t^* non pas *en aval* (dans les équations déjà linéarisées (IS) et (CP)), mais *en amont*, i.e. dans les équations qui décrivent les fondements microéconomiques. Il retient des fondements microéconomiques qui diffèrent légèrement de ceux proposés par Woodford (2003b). La différence la plus marquante dans les fondements microéconomiques réside dans le fait que Preston ne fait pas appel à une modélisation à agent représentatif. Le modèle de Preston est peuplé d'un continuum de ménages (Preston 2005, p. 87), i.e. par une infinité de ménages. Chaque ménage i cherche à maximiser la fonction

$$E_{i,t}^* \left[\sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} \left(u(C_{i,T}; \varrho_T) - \int_0^1 v(h_{i,t}(j); \varrho_T) dj \right) \right], \quad (2.49)$$

avec $C_{i,t}$ la consommation du ménage i et $h_{i,t}(j)$ le travail que i effectue auprès de la firme j . L'expression (2.49) illustre une des conséquences de l'abandon de la modélisation à agent représentatif : les variables associées aux ménages portent maintenant un indice qui renseigne sur l'identité du ménage en question. On remarque également l'opérateur des anticipations $E_{i,t}^*$ qui englobe anticipations rationnelles et autres que rationnelles de l'agent **individuel** i . $E_{i,t}^*$ n'est pas à confondre avec l'opérateur E_t^* utilisé dans les sections 2.2 et 2.3 et qui traduit les anticipations - rationnelles et autres que rationnelles - du ménage représentatif. Preston définit l'opérateur $E_{i,t}^*$ par la relation $E_t^* \equiv \int_i E_{i,t}^* di$, ce qui revient à reinterpréter E_t^* comme opérateur des anticipations agrégées *de tous les ménages*. Preston (2005, p. 88) suppose que l'opérateur $E_{i,t}^*$ vérifie la loi des espérances itérées $E_{i,t}^*[\mathcal{X}] = E_{i,t}^* [E_{i,t+1}^*[\mathcal{X}]]$; cette loi n'est généralement pas vérifiée pour l'opérateur agrégé E_t^* - sauf dans le cas particulier des anticipations rationnelles (Preston 2005, p. 95).

La modélisation du marché des titres constitue une autre dissimilitude de taille entre les fondements microéconomiques de Woodford (2003b) et ceux retenus par Preston (2005). Contrairement à Woodford, qui suppose des *marchés financiers complets* (cf. sous-section 1.2.1.4), Preston fait l'hypothèse d'un marché de titres *incomplet* : le seul actif non monétaire permettant le transfert intertemporel de richesses est un actif sans risque à maturité d'une période. Dans ces conditions, la contrainte budgétaire du ménage i à la période t s'écrit :

$$M_{i,t} + B_{i,t} \leq (1 + i_{t-1}^m)M_{i,t-1} + (1 + i_{t-1})B_{i,t-1} + P_t Y_{i,t} - T_t - P_t C_{i,t}. \quad (2.50)$$

Dans la contrainte (2.50), $B_{i,t}$ s'interprète maintenant comme la richesse détenue en t par i sous forme de l'actif sans risque et $M_{i,t}$ comme l'épargne monétaire, i.e. la richesse détenue sous forme d'avoirs monétaires déposés auprès de la banque centrale. $P_t Y_{i,t}$ représente le revenu non financier du ménage i en t . L'absence de l'indice i dans la variable T_t s'explique par le fait qu'il s'agit d'un impôt forfaitaire, i.e. chaque ménage i paie exactement le même impôt.

Une dernière différence concerne la description de l'ensemble d'information des agents :

"Agents are assumed to know (...) their own preferences and constraints, and, more generally, they correctly understand the mapping from their actions to their expected payoff, given a probability distribution for the variables that are outside their control. However, they are not assumed to know anything of the true economic model of how those variables outside of their control are determined. For instance, they do not know that other agents have preferences just like their own and that agents form expectations the way that they do, even if these things are true within the model." (Preston 2005, p. 83)

La précision de cette citation tranche avec le flou qui règne sur ce point dans la littérature consacrée à la version originale du nouveau modèle canonique avec anticipations rationnelles et qui est à l'origine des visions opposées concernant le contenu de cet ensemble d'information (cf. le point de vue exprimé par Galí (2008, p. 188) et les conclusions tirées dans la sous-section 2.5.1 de cette thèse).

A partir de ces fondements microéconomiques, Preston (2005) dérive les expressions linéarisées suivantes :

$$x_t = E_t^* \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} [(1 - \beta)x_{T+1} - \phi(i_T - \pi_{T+1}) + g_T] \quad (2.51)$$

$$\pi_t = \lambda x_t + E_t^* \sum_{T=t}^{\infty} (\vartheta\beta)^{T-t} [\lambda\vartheta\beta x_{T+1} + (1 - \vartheta)\beta\pi_{T+1} + u_T]. \quad (2.52)$$

Le modèle de Preston (2.51) - (2.52) se distingue de manière substantielle du cadre (IS^{*}) et (CP^{*}) retenu dans les travaux de Bullard, Mitra, Evans et Honkapohja. En effet, l'horizon des anticipations de l'inflation et de l'écart de production est différent. Dans le modèle de Preston, les agents tiennent compte des anticipations pour *toutes les périodes futures*. Dans le modèle (IS^{*}) et (CP^{*}), ils n'utilisent que les anticipations qui concernent la *période suivante*.

La différence marquée entre le modèle de Preston et les équations (IS^{*}) et (CP^{*}) qu'utilisent Bullard & Mitra (2002) et Evans & Honkapohja (2003*a,b,c*) suggère que ces dernières ne soient pas correctement dérivées des fondements microéconomiques du nouveau modèle canonique. On pourrait penser que le fait de remplacer l'opérateur E_t par E_t^* *en aval*, i.e. dans la version déjà linéarisée du modèle, et non dans les équations décrivant les fondements microéconomiques du modèle, constitue un erreur de méthode. Selon Preston (2002, p. 5), cette erreur consiste plus précisément dans le fait que le cadre d'analyse retenu par Bullard & Mitra (2002) repose en partie sur l'hypothèse des anticipations rationnelles. Preston montre effectivement que l'introduction des anticipations rationnelles dans (2.51) - (2.52) permet de retrouver les équations (IS) et (CP) en exploitant la loi des espérances itérées $E_t[\mathcal{X}] = E_t[E_{t+1}[\mathcal{X}]]$ (Preston 2005, p. 95 - 96). Dans la mesure où Preston considère que 1) la mobilisation de la loi des expériences itérées est indispensable pour établir l'équivalence entre (2.51) - (2.52) et (IS) - (CP) et 2) que cette loi n'est pas vérifiée pour l'opérateur agrégé E_t^* , tout porte effectivement à croire que les équations (IS^{*}) et (CP^{*}) reposent partiellement sur l'hypothèse des anticipations rationnelles.

L'emploi des équations (2.51) - (2.52) confirme parfaitement les résultats de Bullard & Mitra (2002) obtenus dans le cadre du modèle (IS^{*}) - (CP^{*}) (Preston 2005). En revanche, le résultat concernant la règle basée sur les anticipations sous engagement (2.31) n'est pas robuste par rapport aux modifications du cadre d'analyse. Cette règle est confrontée à des problèmes de stabilité sous apprentissage dans le modèle de Preston, mais non dans le modèle (IS^{*}) - (CP^{*}) (Evans & Honkapohja 2006, Preston 2008).

2.5.2.2 La réponse de Honkapohja, Mitra et Evans

La pertinence de cette analyse a été remise en question par Honkapohja et al. (2002, 2011), qui cherchent à prouver que les équations (IS^{*}) et (CP^{*}) sont tout à fait compatibles avec la démarche de Preston de remplacer l'opérateur E_t par E_t^* dans les équations qui décrivent les fondements microéconomiques du modèle.

L'argument central mobilisé par Honkapohja, Evans et Mitra est le fait que la loi des espérances itérées est vérifiée pour l'opérateur agrégé E_t^* . En effet, ils rappellent

que dans le cadre d'analyse retenu dans la version originale de la critique de Preston (2002), les anticipations des agents sont supposés homogènes. Dans ces conditions, on a $E_t^* \equiv \int_i E_{i,t}^* di = E_{i,t}^*$, ce qui implique que $E_t^*[\mathcal{X}] = E_t^*[E_{t+1}^*[\mathcal{X}]]$ (Honkapohja et al. 2002, p. 12). Cet argument paraît évidemment moins pertinent lorsqu'il s'agit de réfuter la version la plus récente de la critique de Preston (2005), car le cadre retenu dans cette contribution admet explicitement des anticipations hétérogènes. Honkapohja et al. (2002, p. 11) tiennent compte de cette faiblesse de leur argumentaire en soulignant que l'égalité $E_t^* = E_{i,t}^*$ reste vérifiée dans *leur* modèle à agent représentatif - et donc pas dans le cadre d'analyse de Preston (2005).

Les différences entre le modèle de Preston et celui utilisé par Honkapohja, Mitra et Evans semblent donc conditionnées par les hypothèses concernant la nature des agents qui peuplent le modèle. Le modèle de Preston (2.51) - (2.52) semble pertinent dans un contexte d'agents hétérogènes ; lorsqu'on suppose des agents parfaitement identiques, des simplifications de (2.51) - (2.52) permettent de décrire le fonctionnement du modèle par les équations (IS^{*}) et (CP^{*}). C'est probablement pour cette raison que les publications les plus récentes présentent les deux modèles sans privilégier l'une ou l'autre (cf. Evans & Honkapohja (2009)).

Les choses sont néanmoins un peu plus complexes. En effet, pour retrouver l'équation (IS^{*}) à partir de (2.51), Honkapohja et al. (2002) font appel à l'hypothèse que les agents savent que l'apurement du marché des biens implique l'égalité $C_{i,t} = Y_t \forall t$.

"We assume that each agent observes this equality from historical data, and thus forecasts its consumption next period by its forecast of aggregate output."
(Honkapohja et al. 2002, p. 14)

Preston rejette explicitement cette hypothèse :

"... market-clearing conditions are part of the set of rational expectations equilibrium restrictions that agents are attempting to learn - why are they more likely to be endowed with knowledge of one restriction over another ?" (Preston 2005, p. 99)

Il s'agit là d'un argument que l'on peut difficilement récuser : la modélisation de l'apprentissage perd effectivement beaucoup de son intérêt lorsqu'on donne aux agents trop d'information dès le départ. A la lumière de cet argument, le modèle (IS^{*}) et (CP^{*}) paraît finalement fondé sur des bases théoriques qui ne sont pas exemptes de contradictions.

2.5.2.3 Une « critique de la critique » de Preston

Preston (2002, 2005) pose indiscutablement des questions pertinentes ; en revanche, on peut avoir des doutes sur la pertinence de ses réponses. En effet, on peut mettre en évidence des incohérences dans les travaux de Preston.

En étudiant étape par étape la dérivation du modèle de Preston (2.51) - (2.52), on s'aperçoit que les agents utilisent un ensemble d'information beaucoup plus large que celui décrit dans la citation de la page 83 de Preston (2005). En effet, il convient de tenir compte du fait que la formation des anticipations n'est pas la seule raison qui explique pourquoi les agents ont besoin d'information ; ils mobilisent également de l'information à l'occasion

des différentes opérations d'optimisation qui caractérisent le nouveau modèle canonique. En observant dans tous les détails ces opérations, on peut alors reconstituer l'ensemble d'information dont les agents doivent disposer. La logique de cette démarche est proche de celle des préférences révélées ; on pourrait alors parler d'un « ensemble d'information révélé ».

Cette approche est particulièrement fructueuse dans les cas de l'équation

$$\hat{C}_{i,t} = (1 - \beta)\varpi_{i,t} + E_{i,t}^* \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} \left[(1 - \beta)\hat{Y}_{i,T} - \beta\sigma(\hat{i}_T - \hat{\pi}_{T+1}) + \beta(g_T - g_{T+1}) \right], \quad (2.53)$$

qui décrit comment chaque ménage détermine son niveau de consommation et qui correspond à une étape intermédiaire dans la dérivation de (2.51). La fonction d'utilité individuelle (2.49) et la contrainte budgétaire intertemporelle

$$W_{i,t} \geq \sum_{j=0}^{\infty} R_{t,t+j} [P_{t+j}C_{i,t+j} + \Delta_{t+j}M_{i,t+j} - (P_{t+j}Y_{i,t+j} - T_{t+j})], \quad (2.54)$$

avec $R_{t,t+j} \equiv \prod_{s=1}^j \left(\frac{1}{1 + i_{t+s-1}} \right)$, constituent les points de départ de la construction de (2.53) (cf. Preston (2005, p. 115)). En exploitant la condition d'apurement sur le marché de la monnaie $M_t = M_t^s$ et le fait que la masse monétaire offerte par les autorités monétaires M_t^s soit strictement positive, on peut éliminer le terme $\Delta_{t+j}M_{i,t+j}$ de l'équation (2.54), car dans ces conditions, on a $i_t = i_t^m$, ce qui implique que $\Delta_t = 0 \forall t$ (cf. sous-section 1.2.3.2). Preston introduit ensuite l'hypothèse que les autorités budgétaires n'émettent pas d'obligations et qu'elles lèvent une quantité d'impôt qui permet justement de rémunérer les avoirs en monnaie, i.e. le fait que

$$T_t = (1 + i_{t-1})M_{t-1} - M_t \quad (2.55)$$

pour réécrire (2.54) sous la forme :

$$\mathbf{W}_{i,t} \geq \sum_{j=0}^{\infty} R_{t,t+j} [P_{t+j}C_{i,t+j} - P_{t+j}Y_{i,t+j}], \quad (2.56)$$

avec $\mathbf{W}_{i,t} \equiv (1 + i_{t-1})B_{i,t-1}$. Toutefois, la seule mobilisation de l'équation (2.55) n'est pas suffisante pour trouver (2.56). En effet, dans (2.54), on a $W_{i,t} \equiv (1 + i_{t-1}^m)M_{i,t-1} + (1 + i_{t-1})B_{i,t-1}$. Pour passer de (2.54) à (2.56), il est encore nécessaire de montrer que $M_{t-1} = M_{i,t-1} \forall i$. La seule possibilité de justifier cette égalité consiste dans l'introduction de l'hypothèse selon laquelle chaque ménage détient la même quantité de richesse sous forme de monnaie. Dans ces conditions, on a $M_{i,t-1} = \int_i M_{i,t-1} di = M_{t-1}$ et l'équation (2.56) est effectivement valable.

Par log-linéarisation autour de l'état stationnaire $(Y_t, P_t, i_t, \varrho_t) = (\bar{Y}, \bar{P}, \frac{1-\beta}{\beta}, 0)$ et en prenant l'anticipation par apprentissage $E_{i,t}^*$ des membres de gauche et de droite de l'équation résultante, (2.56) devient

$$E_{i,t}^* \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} \hat{C}_{i,t} = \varpi_{i,t} + E_{i,t}^* \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} \hat{Y}_{i,t}. \quad (2.57)$$

La maximisation de la fonction d'utilité (2.49) sous contrainte de (2.54) donne (entre autres) l'équation d'Euler non-linéaire

$$\frac{1}{1+i_t} = \beta E_{i,t}^* \left[\frac{P_t}{P_{t+1}} \times \frac{U_c(C_{i,t+1}, \varrho_{t+1})}{U_c(C_{i,t}, \varrho_t)} \right] \quad (2.58)$$

On log-linéarise ensuite pour chaque ménage i l'équation d'Euler (2.58). On obtient l'équation d'Euler linéaire

$$\hat{C}_{i,t} = E_{i,t}^* \hat{C}_{i,t+1} - \sigma(\hat{i}_T - E_{i,t}^* \hat{\pi}_{T+1}) + g_T - E_{i,t}^* g_{T+1}. \quad (2.59)$$

on procédant de la même manière que dans la sous-section 1.3.2.3.²⁷

En substituant (2.59) dans (2.57), on obtient l'équation (2.53) qui représente, selon Preston, le comportement de consommation optimal d'un ménage doté des anticipations par apprentissage (Preston 2005, p. 90).

Il est intéressant de faire à ce stade un inventaire (probablement non exhaustif) de toutes les informations mobilisées par les ménages pour être capables de trouver l'équation (2.53) :

- a) la fonction d'utilité individuelle (2.49) ;
- b) la contrainte budgétaire individuelle (2.54) ;
- c) la stricte positivité de la masse monétaire $M_t^s > 0$;
- d) le mode de détermination de l'impôt forfaitaire : $T_t = (1 + i_{t-1})M_{t-1} - M_t$;
- e) la condition d'apurement sur le marché de la monnaie $M_t = M_t^s$;
- f) le fait que chaque ménage détient exactement la même quantité de monnaie.

On remarque que cette liste répertorie exclusivement les informations qui sont indispensables à la formulation du programme d'optimisation du ménage. Elle ne contient pas les informations supplémentaires qui sont mobilisées dans les opérations de log-linéarisation ; en effet, les ménages n'ont pas besoin de log-linéariser pour déterminer leurs choix ; c'est le modélisateur qui a intérêt de log-linéariser pour mettre en évidence les propriétés fondamentales des relations non-linéaires.

Le décalage entre cette liste et le contenu de l'ensemble d'information des agents évoqué dans la citation de Preston reproduite plus haut est assez saisissant. Les points e) et f) sont de toute évidence en contradiction avec l'affirmation de Preston selon laquelle les agents ne disposent pas d'informations concernant les caractéristiques des autres agents ainsi que sur le fonctionnement du vrai modèle de l'économie. En revanche, les points c) et d) ne posent pas de problème dès que l'on suppose que les autorités monétaires et budgétaires informent les agents du secteur privé des politiques économiques mises en œuvre. Il s'agit là d'une hypothèse tout à fait plausible.

²⁷Preston utilise dans sa présentation du modèle l'opérateur des anticipations rationnelles E_t dans l'équation d'Euler non-linéaire, et non l'opérateur $E_{i,t}^*$ (Preston 2005, p. 115). Il s'agit là certainement d'une erreur de notation, car il retient bien l'opérateur $E_{i,t}^*$ dans la relation d'Euler linéarisée (Preston 2005, p. 89).

Dans ce contexte, deux aspects méritent une discussion un peu plus approfondie. La mobilisation de l'information répertoriée sous le point e) signifie que dans le modèle de Preston, les ménages doivent connaître les conditions d'apurement sur le marché de la monnaie. C'est assez curieux, car on a vu que dans la controverse avec Honkapohja et al. (2002), Preston rejette explicitement l'idée de doter d'emblée les agents des conditions d'apurement des marchés. On rappelle que Preston fait remarquer que dans le contexte d'un modèle avec apprentissage, les conditions d'apurement font justement partie des restrictions associées à l'équilibre en anticipations rationnelles que les agents cherchent à apprendre. La portée de cette critique se trouve évidemment amoindrie par le fait que Preston fait sensiblement la même chose qu'il reproche à Honkapohja, Mitra et Evans.

Le deuxième point qui mérite une discussion détaillée est l'hypothèse (implicite) selon laquelle chaque ménage détient la même quantité d'épargne monétaire $M_{i,t}$. Cette hypothèse va quelque peu à l'encontre de l'esprit du modèle de Preston. Un des apports des travaux de Preston réside justement dans le relâchement partiel de l'hypothèse de l'agent représentatif. Certes, les différents ménages sont tous caractérisés par la même fonction d'utilité (2.49) ; ils ne sont pourtant pas complètement identiques, car Preston admet des dotations de richesses initiales qui diffèrent entre ménages et qui induisent des comportements de consommation différents :

"Agents having a positive initial wealth endowment, $\varpi_{i,t} > 0$, will have higher than average consumption (...), while those having a negative initial wealth endowment, $\varpi_{i,t} < 0$, will have lower than average consumption." (Preston 2005, p. 97)

L'hypothèse d'une épargne monétaire identique pour tous les ménages revient à réintroduire des éléments de la modélisation à agents représentatif dans le seul domaine où elle a été relâchée, à savoir dans la dotation de richesse initiale des agents. Il est d'ailleurs pour le moins curieux que même les ménages dotés d'une richesse initiale négative détiennent une richesse monétaire initiale positive. Techniquement, cela est possible : il suffit de supposer que la richesse initiale détenue sous forme d'actifs non-monnaïres $B_{i,t}$ soit négative et plus grand - en termes absolus - que la richesse initiale détenue sous forme monétaire $M_{i,t}$.

Ces incohérences dans la dérivation du modèle de Preston peuvent certes apparaître comme des aspects relevant d'une technicité poussée à l'outrance - et donc à la signification douteuse. Je suis pourtant persuadé que la technicité des questions soulevées dans cette sous-section ne limite pas leur portée. Au contraire, il ne s'agit, à mon avis, que des manifestations concrètes d'un problème conceptuel plus fondamental : le nouveau modèle canonique et la modélisation de l'apprentissage à la Evans & Honkapohja (2001) obéissent à des logiques trop différentes pour être compatibles. En effet, l'intérêt de l'apprentissage adaptatif réside dans sa capacité de restreindre l'information dont les agents disposent pour pouvoir formuler leurs anticipations. Cette restriction de l'information va toutefois à l'encontre de la nature des comportements des agents du nouveau modèle canonique : les différentes opérations d'optimisation exigent en effet beaucoup d'information.

Dans la littérature sur le nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif, tout se passe comme si les agents privés disposaient de deux ensembles d'information :

un premier ensemble destiné aux démarches d'optimisation et un deuxième pour déterminer leurs anticipations. Curieusement, ces deux ensembles d'information semblent être étanches : ainsi, ils ne peuvent pas exploiter des informations sur la structure du « vrai » modèle de l'économie pour former leurs anticipations (on rappelle que la littérature sur l'apprentissage adaptatif suppose qu'ils estiment les paramètres d'un modèle mal spécifié!); toutefois, on vient de voir qu'ils utilisent ce même type d'information dans leurs opérations d'optimisation.

2.6 Conclusion

Ce deuxième chapitre a fait le point sur les apports de la modélisation de l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique. L'enseignement principal de la littérature sur les propriétés des règles de politique monétaire revisitée réside dans le fait que les résultats normatifs obtenus dans la version originale du modèle avec anticipations rationnelles ne sont que partiellement confirmés. Les deux approches ne donnent pas toujours des recommandations identiques en termes de politique monétaire. Par exemple, l'analyse des propriétés de la règle fondamentale avec engagement montre que la modélisation de l'apprentissage permet parfois de détecter le caractère déstabilisant d'une règle, qui aurait échappé à un examen reposant sur une modélisation avec anticipations rationnelles.

La modélisation de l'apprentissage permet ainsi d'affiner l'analyse normative des règles de politique monétaire dès lors que les anticipations sous apprentissage délimitent un espace plus large que celui associé aux anticipations rationnelles. Au lieu de se limiter à l'analyse ponctuelle de l'équilibre en anticipations rationnelles, la méthode d'Evans & Honkapohja (2001) rend accessible l'étude du comportement de l'économie au voisinage de cet équilibre en s'appuyant sur des dynamiques d'apprentissage. Un nouveau critère, la stabilité par rapport à l'apprentissage, complète celui de la détermination utilisé dans les modèles à anticipations rationnelles.

Le caractère « self-contained » de la présentation des éléments fondamentaux de l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique peut être considéré comme un premier apport de ce chapitre. En effet, les articles consacrés à l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique répondent de manière inégale à cette propriété. Pour appréhender les éléments de cette littérature, il est en effet nécessaire de consulter : les annexes de Woodford (2003b) pour une présentation technique des problèmes liés à l'indétermination ; Blanchard & Kahn (1980) pour l'analyse du caractère déterminé ou indéterminé des modèles à anticipations rationnelles ; McCallum (1983) pour pouvoir saisir l'intuition de la MSV-solution ; le dixième chapitre d'Evans & Honkapohja (2001) pour la méthode permettant de déterminer les conditions de l'A-stabilité ; et Sargent (1993) pour la définition du temps dit « artificiel ».

Ce chapitre a également mis en évidence les limites d'une classification de deux versions du nouveau modèle canonique (avec anticipations rationnelles et avec anticipations par apprentissage) inspirée par la dichotomie entre rationalité intrinsèque et rationalité limitée. Les anticipations rationnelles mobilisées dans la version originale du nouveau modèle canonique ne correspondent effectivement pas au cas de référence des anticipations

rationnelles, i.e. le cas où les agents connaissent la structure du « vrai » modèle de l'économie. De ce fait, le comportement de consommation et d'épargne du ménage représentatif comporte des éléments qui paraissent peu conformes à l'image d'un agent intrinsèquement rationnel. Le fait de doter le ménage de la connaissance de cette structure implique que son problème d'optimisation cesse d'être un problème intertemporel. Le ménage se contente alors d'optimiser période par période, privant le modèle ainsi de l'essentiel de son caractère dynamique.

Un autre enseignement important de ce chapitre concerne l'hétérogénéité des agents : le relâchement de l'hypothèse de l'homogénéité des agents modifie le comportement du modèle (Giannitsarou 2003, Honkapohja & Mitra 2005, Preston 2008). L'hétérogénéité est donc à prendre en compte dans les extensions du nouveau modèle canonique avec apprentissage et ses répercussions sur les résultats doivent être examinées en tant que telles. Il convient d'ailleurs de remarquer que dans la littérature revisitée, l'hétérogénéité est généralement introduite en doses « homéopathiques » : la seule forme d'hétérogénéité admise dans le modèle de Honkapohja & Mitra (2005) concerne les différences entre autorités monétaires et agents privés, i.e. tous les agents privés sont supposés parfaitement homogènes ; chez Preston (2005), le seul élément d'hétérogénéité réside dans le fait que les dotations de richesse initiales des ménages sont différentes. Il est finalement assez surprenant que l'introduction d'une hétérogénéité si peu prononcée puisse avoir autant de répercussions sur les résultats. Dans ces conditions, il paraît important d'étudier l'impact d'une hétérogénéité plus forte et plus généralisée sur le fonctionnement du modèle. La question de l'hétérogénéité se trouvera au cœur de la deuxième partie de cette thèse : en effet, les méthodes spécifiques utilisées par les modèles multi-agents se prêtent particulièrement bien à la modélisation de l'hétérogénéité.

Finalement, ce deuxième chapitre a exposé les difficultés techniques qui se présentent lors de l'introduction des anticipations par apprentissage dans le nouveau modèle canonique. Les travaux de Preston (2002, 2005) ont le mérite d'avoir provoqué un débat scientifique consacré à ces difficultés. J'interprète les critiques prononcées par Preston à l'égard du nouveau modèle canonique avec apprentissage comme expression d'une contradiction plus fondamentale : la raison d'être de l'approche par l'apprentissage au sens d'Evans & Honkapohja (2001) est sa faculté de restreindre les informations à la disposition des agents ; toutefois, cette restriction est en contradiction avec les importants besoins informationnels des opérations d'optimisation qui jouent un rôle central dans le nouveau modèle canonique. Face à cette contradiction fondamentale qui caractérise le nouveau modèle canonique avec apprentissage, la deuxième partie de la présente étude examinera en détail un cadre théorique qui permet de retrouver une plus grande cohérence interne : elle relâchera l'hypothèse selon laquelle les agents fondent leur comportement sur ses opérations d'optimisation.

Deuxième partie

Apprentissage et stabilité
macroéconomique : vers une approche
multi-agents de l'analyse de la politique
monétaire

L'approche multi-agents de la modélisation macroéconomique

3.1 Introduction

La première partie de cette thèse a été consacrée à la littérature sur l'*apprentissage adaptatif* (Evans & Honkapohja 2001) dans le *cadre du nouveau modèle canonique* (Woodford 2003b, Walsh 2003, Galí 2008). La mise en regard de ces deux corpus théoriques a donné naissance à un cadre d'analyse qui est devenu incontournable pour la macroéconomie monétaire contemporaine.

La richesse des enseignements et des résultats tirés de ce cadre d'analyse ne doit toutefois pas faire oublier l'existence de limites d'ordre empirique et théorique. Trichet (2010) insiste notamment sur l'incapacité des modèles *dynamiques stochastiques d'équilibre général* (et donc du nouveau modèle canonique) à appréhender et prédire la crise qui a commencé en 2007. Cette limite empirique s'explique essentiellement par le recours massif aux conditions d'équilibre et aux techniques de log-linéarisation autour de l'état stationnaire qui rendent les modèles DSGE par construction inadéquats pour l'analyse de *situations de déséquilibre* (i.e. marchés non apurés, anticipations non conformes à l'équilibre rationnel ; variables endogènes suffisamment éloignées de l'état stationnaire du modèle), et donc aussi pour l'étude des configurations de crise. La modélisation DSGE constitue de toute évidence une approche convenable pour l'explication de la relative stabilité de l'époque de la *grande modération* (Stock & Watson 2002), mais elle se révèle assez impuissante pour appréhender des fluctuations substantielles qui caractérisent la période « post-modérée » actuelle.

D'autres limites du cadre d'analyse retenu dans la première partie de la thèse sont d'ordre théorique. Il s'agit notamment des questions discutées dans les sous-sections 2.5 et 2.6, en l'occurrence les interrogations sur les caractéristiques de la rationalité des ménages du nouveau modèle canonique et les problèmes d'articulation entre l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) et les fondements microéconomiques du nouveau modèle canonique.

Il convient dès lors de poser la question de la robustesse du cadre d'analyse composé du nouveau modèle canonique et de l'apprentissage adaptatif. Cette question paraît cruciale en raison du caractère très restrictif de nombreuses hypothèses mobilisées : information abondante, capacités cognitives des agents hautement développées, homogénéité des agents, égalité à chaque période entre offre et demande sur l'ensemble des marchés, etc. Le caractère restrictif de ces hypothèses soulève la question de la généralité des enseignements et résultats dérivés de ce cadre. Il s'agit effectivement de savoir si ces résultats sont

toujours vérifiés dans un contexte moins restrictif, i.e. lorsqu'on relâche (partiellement ou intégralement) ces hypothèses.

A cet égard, on doit souligner le cadre relativement limité de la représentation du processus d'apprentissage chez Evans & Honkapohja (2001) : l'apprentissage porte exclusivement sur les anticipations des agents, et la formalisation de ce processus est fortement contrainte par la nécessité de ne pas exclure d'emblée une éventuelle convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles. On est donc très loin d'une modélisation qui fait de l'apprentissage le véritable cœur de l'économie, faisant ainsi écho au rôle crucial que l'apprentissage devrait logiquement jouer dans la quasi-totalité des environnements économiques et sociaux (cf. sur ce point la citation de Dosi et al. (2003) dans l'introduction générale). C'est pour cette raison que l'on détache dans cette deuxième partie de l'étude l'apprentissage du concept des anticipations rationnelles. Ce choix permet en effet de retenir des représentations plus libres, et donc potentiellement plus riches, du processus d'apprentissage. Grâce à la place centrale occupée dans cette nouvelle approche par l'apprentissage des agents, il devient maintenant possible d'aborder la *problématique centrale de la nature des dynamiques qui émergent dans une économie structurée par l'apprentissage*. Dans ce contexte, on s'intéressera tout particulièrement à l'analyse des *dynamiques hors équilibre*, i.e. des dynamiques qui ne se situent pas nécessairement à proximité de l'équilibre en anticipations rationnelles. L'intérêt de ces dynamiques réside dans le fait qu'il s'agit de phénomènes non-couverts par le nouveau modèle canonique. L'étude de ces configurations est donc susceptible d'aboutir à des enseignements novateurs et originaux.

L'intérêt porté sur les configurations en dehors de l'équilibre implique la nécessité d'abandonner les restrictions d'équilibre, et donc l'approche de la modélisation de type DSGE. Le relâchement des hypothèses les plus restrictives du nouveau modèle canonique paraît opportun dans la perspective d'une étude de la robustesse des apports de ce modèle. Par conséquent, on ne fera plus appel dans cette deuxième partie aux hypothèses d'apurement automatique des marchés, d'homogénéité des agents, d'information abondante et de capacités cognitives hautement développées. Il n'est toutefois pas suffisant de savoir quelles hypothèses du modèle devraient être relâchées : la question cruciale est par quelles hypothèses alternatives on souhaite les remplacer. Concernant l'hypothèse d'apurement des marchés, la réponse à cette question est presque tautologique : le fait d'admettre la possibilité d'un déséquilibre entre offre et demande implique que des agents peuvent être victimes de rationnement. On utilise donc des *règles de rationnement* pour remplacer les mécanismes d'apurement du nouveau modèle canonique (cf. *infra*).

La réponse est également assez évidente pour ce qui concerne l'homogénéité des agents : l'hypothèse alternative est bien entendue celle de l'hétérogénéité des agents. Dans ce contexte, il est évidemment souhaitable de développer des formalisations de l'hétérogénéité qui permettent de dépasser l'hétérogénéité *a minima* que l'on a déjà rencontrée dans le cadre du nouveau modèle canonique avec apprentissage (cf. les sous-sections 2.4.3 et 2.5.2).

La conjonction d'un niveau très élevé d'informations à la disposition des agents et de capacités cognitives hautement développées définit le paradigme de la rationalité *globale* ou *intrinsèque* de la théorie économique traditionnelle. Le relâchement de ces deux éléments a été théorisé par Simon (1955, 1956) dans ses travaux sur la rationalité *limitée* ou

procédurale :

"Broadly stated, the task is to replace global rationality of economic man with a kind of rational behaviour that is compatible with the access to information and the computational capacities that are actually possessed by organisms, including man ..." (Simon 1955)

Simon propose un processus de décision connu sous l'appellation *satisficing* qui est adapté à un contexte d'information restreinte et de capacités cognitives limitées : les agents se contentent des solutions considérées comme satisfaisantes et évitent ainsi les efforts intellectuels considérables et la dépense excessive de temps nécessaire à l'identification de la solution optimale (Simon 2008).²⁸

Compte tenu de ces éléments, il apparaît opportun de faire appel à un cadre d'analyse qui (i) prévoit le fonctionnement des marchés via des règles de rationnement, (ii) admet l'hétérogénéité des agents et (iii) mobilise des règles de comportement directement inspirés des procédures de la rationalité limitée de Simon. Dans cette optique, la *modélisation économique à base d'agent* (en anglais : *agent-based modelling*), également connue sous l'appellation *modélisation multi-agents*, constitue une approche prometteuse.²⁹ Celle-ci mobilise en effet des agents hétérogènes et des comportements dits *adaptatifs*, i.e. des règles de décision heuristiques qui s'inscrivent dans la logique de la rationalité procédurale. Les modèles multi-agents peuvent être appréhendés comme des « mondes artificiels » peuplés par des *agents artificiels adaptatifs* (Holland & Miller 1991). Ces agents sont *artificiels* dans la mesure où ils sont dotés d'une forme d'intelligence artificielle au sens informatique du terme : il s'agit de représentations simplifiées des processus de prise de décision des êtres humains sous forme de commandes informatiques.³⁰ Ils sont *adaptatifs* dans un sens précis : (i) une valeur (traduisant une utilité, une performance etc.) peut être associée aux actions qu'ils mènent dans leur environnement et (ii) les agents modifient leurs comportements pour faire en sorte que cette valeur augmente au cours du temps (cf. la notion de satisficing) (Holland & Miller 1991). C'est cette procédure d'*adaptation* des comportements qui traduit le caractère limité et procédural de la rationalité de ces agents.

L'originalité de l'approche multi-agents réside dans l'aspect *ascendant* de la démarche, i.e. elle prend comme points de départ les agents individuels pour arriver *in fine* aux entités et comportements agrégés. Cette approche ascendante, qui traduit un respect scrupuleux des principes de l'individualisme méthodologique, est connue dans la littérature anglophone comme « bottom-up modelling ». On l'oppose habituellement à l'*approche descendante* de la modélisation (en anglais : *top-down modelling*), qui est caractérisée par la mobilisation des propriétés ou des conditions qui s'appliquent aux entités agrégées, comme par exemple des conditions d'équilibre (Miller & Page 2007, p. 66).

²⁸On verra dans le chapitre 4 que des comportements guidés par l'apprentissage des agents constituent une représentation plausible d'un tel processus de décision.

²⁹La présente étude utilisera dans la suite exclusivement l'expression « multi-agents » qui convient mieux dans la syntaxe de la langue française que la traduction trop littérale « à base d'agents » (pour *agent-based*).

³⁰On peut remarquer que le fait même de modéliser l'intelligence est vecteur d'artificialité. Dans ce sens, l'intelligence des agents des modèles multi-agents n'est pas plus artificielle que celle des agents dotés de la rationalité intrinsèque de la théorie économique traditionnelle.

Le fait de confronter dans un modèle plusieurs agents artificiels adaptatifs (ou plusieurs types d'agents) mène à la genèse d'un *système complexe adaptatif*. La complexité de ces systèmes se manifeste par trois aspects : (i) chaque agent interagit avec d'autres agents de son environnement ; le système est donc caractérisé par l'existence d'un réseau d'agents interactifs ; (ii) le comportement agrégé et dynamique du système provient des (inter)actions individuelles menées par les différents agents - on parle dans ce contexte de l'émergence des caractéristiques agrégées ; (iii) la description du comportement agrégé du système ne nécessite pas une connaissance approfondie des comportements individuels des agents (Holland & Miller 1991). La caractéristique la plus emblématique des systèmes complexes réside dans le fait que les interactions entre les différentes entités rendent impossible une prédiction calculatoire du comportement du système. La mise en œuvre de simulations opérées dans une version informatisée du modèle constitue dans ces conditions la seule méthode permettant d'apprécier les propriétés fondamentales et le fonctionnement du modèle en question.

Il convient de remarquer qu'une telle utilisation des outils informatiques (i.e. une utilisation motivée par les limites des méthodes analytiques) n'est pas une particularité des modèles multi-agents. Lorsque une résolution analytique s'avère infaisable, les modèles traditionnels mobilisent également des outils informatiques, notamment pour mettre en œuvre des méthodes d'exploration numérique (cf. par exemple la sous-section 2.3.2). Ce qui caractérise la modélisation multi-agents est le fait que le code informatique qui décrit les comportements des agents devient une *partie intégrante du modèle* :

"Next, collections of these agent-based objects will be 'solved' by allowing the objects to interact directly with one another using computation. When computation is applied to such problems, it very much becomes part of the theory."
(Miller & Page 2007, p. 65)

La programmation d'un modèle multi-agents n'est donc pas réductible à une étape purement technique. Au contraire, l'obligation de programmer le modèle peut être considérée comme un des atouts majeurs de la modélisation multi-agents, car elle force le modélisateur à construire son modèle avec une très grande précision. Dans cette perspective, la modélisation multi-agents parvient à réconcilier la précision des modèles mathématiques traditionnels et la flexibilité des modèles littéraires :

"Computational models represent an interesting trade-off between flexibility and precision. Computational models are remarkably flexible in their ability to capture a variety of behaviours. (...) At the same time, computational models also require a high degree of precision. The computer program contains all the information about the assumptions of the model in a relatively compact form. Moreover, for the program to compile, there must be some level of logical consistency among the various parts of the program." (Miller & Page 2007, p. 79 - 80).

On mobilise dans cette deuxième partie de la thèse l'approche multi-agents et les principes de la rationalité limitée dans le cadre du développement d'un nouveau modèle macroéconomique ; ce modèle a été construit conjointement par Isabelle Salle, Marc-Alexandre Sénégas, Murat Yıldızoğlu et l'auteur de la présent étude. *L'originalité de la*

démarche de modélisation retenue réside dans le choix de rester délibérément très proche du nouveau modèle canonique. Ce choix favorise la comparaison des résultats et s'inscrit donc dans une logique de recherche incrémentale. La proximité avec le nouveau modèle canonique permettra également de vérifier la robustesse des résultats de ce modèle *en dehors de l'équilibre en anticipations rationnelles*, et donc le caractère général de ces résultats. Ce nouveau modèle comportera évidemment toutes les caractéristiques essentielles des modèles multi-agents (rationnement, hétérogénéité, règles de comportements inspirées de la rationalité limitée), mais on cherche à conserver les éléments du nouveau modèle canonique qui sont compatibles avec ces caractéristiques. On maintiendra par exemple le régime de propriété des firmes, le schéma de détermination des prix et les fonctions de production et d'utilité ; le modèle comportera également des éléments qui traduisent les structures des marchés du travail et des biens du nouveau modèle canonique.

Vu l'importance de l'équilibre en anticipations rationnelles pour le fonctionnement du nouveau modèle canonique, il paraît souhaitable de disposer dans la version multi-agents du modèle d'un « équilibre virtuel », i.e. d'un point de référence pouvant être considéré comme *conceptuellement proche de la notion de l'équilibre en anticipations rationnelles*. Grâce à la grande proximité structurelle entre le nouveau modèle canonique et la version multi-agents de ce modèle, il est effectivement possible de définir un tel équilibre virtuel. Le fait de disposer de cet équilibre constitue un avantage non négligeable, car la notion de « valeur d'équilibre » acquiert alors un sens dans les deux versions du modèle, ce qui facilitera considérablement les comparaisons.

La section suivante présente la littérature récente sur la modélisation macroéconomique multi-agents. La structure de cette revue de la littérature découle de la problématique centrale de la présente étude, à savoir l'élargissement du champ d'applicabilité du nouveau modèle canonique ; on examinera donc avec un intérêt particulier les éléments qui se substituent dans les modèles multi-agents aux hypothèses les plus restrictives de la théorie économique traditionnelle. Il s'agit notamment d'identifier et de présenter les différentes représentations de l'hétérogénéité retenues, ainsi que les règles de comportement et de rationnement utilisées. Cette revue de la littérature conduit vers un bilan sommaire de la modélisation macroéconomique multi-agents qui fait l'inventaire de ses principaux résultats normatifs et positifs, mais aussi de ses faiblesses et limites. Ce bilan constitue le point de départ pour l'exposition du travail de modélisation (section 3.3 et chapitre 4) qui représente l'apport principal de la présente étude. La section 3.3 doit être comprise comme une étape préliminaire qui introduit des éléments techniques : méthode d'échantillonnage, protocole des simulations et outils analytiques (sous-sections 3.3.2 et 3.3.3). Cette introduction se fait dans le cadre d'un modèle, présenté dans la sous-section 3.3.1, que l'on peut qualifier d'« embryonnaire » ; le véritable sens économique de ce modèle ne se dévoilera qu'après l'introduction d'éléments complémentaires (cf. le chapitre 4). La présentation et l'analyse des résultats obtenus dans ce modèle embryonnaire dans la sous-sections 3.3.4 poursuit un double objectif. Il s'agit d'abord de se familiariser dans un cadre simple et relativement stable avec les éléments techniques évoqués plus haut ; puis, la stabilité de l'environnement favorise la mise en évidence de propriétés structurelles du modèle (comme par exemple le rôle clé de la richesse initiale des ménages) qui persisteront

dans des versions plus développées du modèle que l'on rencontrera dans le quatrième chapitre. La compréhension du fonctionnement de cette version extrêmement simplifiée du modèle constitue donc une étape indispensable pour mener à bien ultérieurement l'analyse de ces versions plus complètes. La section 3.4 conclut ce troisième chapitre.

3.2 La modélisation macroéconomique multi-agents : une revue de la littérature

Cette section ne vise pas à fournir un inventaire complet de la littérature consacrée aux modèles macroéconomiques de type multi-agents ; elle ne prétend pas non plus à l'exhaustivité concernant la présentation des questionnements, hypothèses et résultats des contributions passées en revue. Il s'agit d'abord de présenter des travaux qui s'inscrivent dans une problématique proche de celle poursuivie dans cette thèse. L'exposition de quelques éléments fondamentaux des modèles macroéconomiques multi-agents en question permettra ensuite au lecteur de situer le modèle multi-agents qui se trouve au cœur de cette deuxième partie : quels sont les éléments de ce modèle qui le rapprochent des modèles passés en revue ; et quels sont les éléments qui l'en distinguent et qui constituent donc son originalité ?

3.2.1 Les questions abordées par les modèles macroéconomique multi-agents

Les faiblesses théoriques des modèles dynamiques stochastiques d'équilibre général (DSGE) constituent la véritable force motrice de la littérature consacrée à la modélisation macroéconomique multi-agents. Les auteurs des contributions présentées dans cette revue de la littérature évoquent notamment deux problèmes liés à ces faiblesses : premièrement, elles fragilisent les apports de la modélisation de type DSGE ; deuxièmement, la structure des modèles de type DSGE ne permet pas d'aborder un certain nombre des questions. Dans cette perspective, la modélisation multi-agents est considérée comme une approche théorique alternative capable de remédier à ces deux inconvénients des modèles DSGE :

"These new tools, which are being adapted from disciplines varied as physics, biology, computer science, and psychology, allow the profession to move beyond DSGE models to more comprehensive, and potentially more meaningful, models." (Collander et al. 2008).

Perspectives positives et normatives Bruun (2007) et Raberto et al. (2007, 2008) s'interrogent explicitement sur la validité des résultats normatifs de la modélisation DSGE. Les réflexions de Gaffeo et al. (2008) et d'Oeffner (2008) sous-entendent des interrogations sur la robustesse des apports positifs et normatifs.

Pour Bruun (2007), l'absence d'un véritable rôle exercé par la monnaie dans le nouveau modèle canonique fragilise les résultats concernant la performance des règles de politique monétaire obtenus dans ce modèle. Elle propose de vérifier la pertinence de ces résultats dans le cadre d'un modèle macroéconomique multi-agents qui met la monnaie et plus

généralement les variables nominales au cœur du fonctionnement de l'économie. Il s'agit d'une extension du *modèle multi-agents d'une économie monétaire de production* (en anglais : *Agent-Based Monetary Production Economy*), qui avait comme ambition d'amorcer le développement d'un corps théorique pouvant servir de fondement microéconomique à la théorie Keynésienne (Bruun 1999).

Raberto et al. (2007, 2008) posent la question de la robustesse des résultats normatifs obtenus dans des modèles de type DSGE. Ces résultats ont été trouvés grâce au recours massif aux conditions d'équilibre, ce qui rend douteux leur applicabilité dans des configurations de déséquilibre. Les auteurs étudient dans cette perspective différentes règles de politique monétaire dans un modèle développé à partir du modèle multi-agents de Raberto et al. (2005). Ce modèle est caractérisé par le face-à-face entre une seule firme monopolistique et une multitude de ménages hétérogènes dont le comportement est gouverné par des règles adaptatives (Raberto et al. 2007, 2008).³¹

Gaffeo et al. (2008) reconnaissent sans ambiguïté l'intérêt d'une modélisation d'équilibre général, mais ils se montrent très critiques à l'égard des choix en matière de formalisation de ce qu'ils appellent l'interprétation *Walrasienne* de l'équilibre général, i.e. les modèles DSGE. Les auteurs font un inventaire rapide des éléments constitutifs de ces modèles qu'ils considèrent comme défaillants : la difficulté d'attribuer un rôle à la monnaie ; l'absence d'unicité et de stabilité de l'équilibre dans des conditions générales ; l'absence de prise en compte des problèmes d'agrégation lors de la mobilisation de l'hypothèse de l'agent représentatif ; la position centrale du commissaire-priseur qui collecte et redistribue gratuitement de l'information et qui organise les échanges par ajustement des prix et des quantités.

Face à ces faiblesses théoriques, Gaffeo et al. (2008) discutent la nécessité de développer une approche de modélisation alternative qui s'inspire de la *tradition classique britannique* (Marshall, Keynes et leurs disciples). Ils identifient la modélisation macroéconomique multi-agents comme un cadre de modélisation prometteur qui permet notamment de remplacer le couple *agent représentatif optimisateur / commissaire-priseur* par des processus de décisions décentralisés mis en œuvre par des agents hétérogènes et adaptatifs.

Oeffner (2008) s'interroge sur la réalité du caractère « microéconomique » des fondements des modèles de type DSGE. Il considère en effet que le recours à l'hypothèse de l'agent représentatif et aux conditions d'équilibre s'inscrit plutôt dans une logique *descendante* que dans une approche *ascendante*. Ceci est évidemment problématique pour une littérature qui se revendique de l'individualisme méthodologique. Le développement de modèles macroéconomiques multi-agents avec une structure résolument ascendante constitue pour Oeffner un étape indispensable pour l'émergence d'une macroéconomie dotée de véritables fondements microéconomiques.

³¹La structure du modèle d'origine (Raberto et al. 2005) est symétrique par rapport au modèle de Raberto et al. (2007, 2008) : un ménage représentatif unique se trouve en face d'une multitude de firmes dotées de règles de formulation des anticipations hétérogènes. Ce modèle constitue le cadre de l'analyse de l'interdépendance entre les variables dites « financières » (prix des actifs, offre de crédit) et des variables dites « macroéconomiques » : taux d'intérêt, inflation etc. Raberto et al. (2005).

L'élargissement du champ d'applicabilité Dosi et al. (2008*a,b*) et Ashraf & Howitt (2008) soulignent la capacité des modèles multi-agents à aborder des questions de recherche qui ne peuvent pas être traitées dans un cadre de type DSGE.

Dosi et al. (2008*a,b*) se montrent critiques à l'égard de la manière dont les modèles issus de la théorie du cycle réel (y compris le nouveau modèle canonique) tiennent compte du processus de changement technologique. Ils considèrent notamment que l'hypothèse de chocs technologiques *négatifs* est difficilement acceptable ; c'est pourtant sur cette hypothèse que repose l'explication des fluctuations conjoncturelles proposée par la théorie du cycle réel (Dosi et al. 2008*b*). Les auteurs regrettent en même temps le clivage qui existe entre les modèles de croissance, qui expliquent la tendance haussière qui caractérise les séries temporelles macroéconomiques, et les modèles de court terme qui étudient les fluctuations autour de cette tendance (Dosi et al. 2008*a*). Cette véritable « division du travail » entre les modèles de long terme et les modèles de court terme constitue un obstacle à l'analyse des interdépendances entre le processus de changements de technologie et les fluctuations conjoncturelles.

Dosi et al. (2008*b*) proposent un modèle multi-agents qui dépasse la dichotomie traditionnelle entre *court terme* et *long terme*, et qui favorise par conséquent l'étude du rôle des changements technologiques dans la genèse des cycles des affaires. Dosi et al. (2008*a*) élargissent ce modèle en y ajoutant une formalisation explicite du rôle et du comportement du gouvernement. Les auteurs utilisent ce modèle modifié dans une perspective normative : ils y étudient les effets de politiques « schumpeteriennes » qui visent à favoriser l'innovation et les politiques « keynésiennes » de redistribution.

La place prépondérante qu'occupe la lutte contre l'inflation dans les pratiques des Banques centrales constitue le point de départ de la contribution de Ashraf & Howitt (2008). Les auteurs soulignent la difficulté d'expliquer cette focalisation sur la maîtrise de l'inflation dans le cadre des modèles de type DSGE : l'inflation n'y dispose généralement pas de la capacité d'exercer des effets réels substantiels ; alternativement, cette capacité existe dans certains modèles, mais elle dépend alors crucialement d'hypothèses hautement implausibles.³²

Une justification possible de la focalisation des banques centrales sur la lutte contre l'inflation réside dans l'existence éventuelle d'entraves exercées par l'inflation sur le fonctionnement des mécanismes de marché qui coordonnent les activités des agents économiques. La pertinence de cette hypothèse ne peut malheureusement pas être étudiée dans le cadre d'une modélisation de type DSGE, car celle-ci repose (via la mobilisation des anticipations rationnelles et des conditions d'équilibre) sur la coordination parfaite des croyances et des actions des agents. La vérification de cette hypothèse nécessite donc un cadre de modélisation alternatif. Ashraf & Howitt (2008) proposent l'approche macroéconomique multi-agents qui est caractérisée par l'absence de toute coordination *ex ante* des agents ; le modèle mobilisé dans cette démarche est une extension du modèle multi-agents que Howitt & Clower (2000) ont utilisé pour étudier les capacités auto-organisationnelles des économies décentralisées.

³²Ceci est par exemple le cas du nouveau modèle canonique : les effets réels sont intimement liés au processus de rigidité de Calvo (1983) et notamment à la contrainte faite aux firmes de servir *toute la demande* qui s'adresse à elles (Ashraf & Howitt 2008).

3.2.2 Les caractéristiques des modèles macroéconomique multi-agents

Cette sous-section expose les caractéristiques clés des modèles multi-agents retenus dans le cadre de cette revue de la littérature. Cette présentation est organisée autour des problématiques et notions centrales de la présente étude : quelles sont les formalisations de l'hétérogénéité et des règles de comportement et de rationnement susceptibles de traduire le relâchement des hypothèses le plus restrictives de la modélisation de type DSGE (homogénéité, optimisation et apurement des marchés) ? Quel rôle joue la politique monétaire ? Ces questions cruciales seront abordées après une description succincte de la structure générale des modèles passés en revue.

3.2.2.1 L'architecture des modèles

Les modèles macroéconomique multi-agents correspondent à des économies « artificielles » dans lesquelles opèrent les processus de prise de décision des différents agents ainsi que leurs interactions. En général, ces interactions se produisent dans un ensemble de marchés interdépendants qui organisent les échanges des éléments qui garantissent le fonctionnement des économies en question : facteurs de production, biens produits, revenus et éventuellement des titres. Ce système constitue idéalement un *système clos* : il devrait fonctionner sans création *ex nihilo* et sans « destruction *in nihilo* » d'un de ces éléments, i.e. sans fuite vers une dimension extérieure au modèle.

Les agents Les agents qui peuplent ces économies artificielles appartiennent généralement à plusieurs *types d'agents*, la distinction habituelle étant celle entre les *ménages* et les *firmes*. Concernant ces dernières, les modèles distinguent parfois entre les firmes du secteur des biens de consommation et les firmes du secteur des biens d'investissement. Les firmes et les ménages - et éventuellement les banques commerciales (qui existent dans certains modèles) - forment ensemble le secteur *privé* de l'économie.³³ À côté de ces agents privés, on rencontre souvent des agents *institutionnels*, par exemple des syndicats, et des agents *publics* : le gouvernement et la Banque centrale.

Les marchés Deux marchés peuvent être considérés comme indispensables au bon fonctionnement de tout modèle macroéconomique multi-agents : le *marché du travail* et le *marché des biens de consommation*. Tous les modèles passés en revue dans cette section modélisent en effet ces deux marchés. Selon la taille et la complexité des modèles, d'autres marchés viennent en complément : le *marché des biens d'investissement*, le *marché du crédit* et les *marchés financiers* (marché d'actions et marché d'obligations).

³³Le modèle de Howitt & Clower (2000) et ses extensions par Ashraf & Howitt (2008) et Ashraf et al. (2010) constituent une exception dans la mesure où l'on n'y trouve pas le clivage habituel entre ménages et firmes. Ces modèles sont effectivement habités par un seul type d'agents privés - les *transacteurs* - qui peuvent revêtir plusieurs rôles : celui du consommateur, de l'intervenant sur le marché financier, du travailleur et du commerçant. Selon leurs parcours individuels, les transacteurs travaillent soit comme producteurs indépendants qui vendent leur production à un magasin, soit ils deviennent propriétaires d'un de ces magasins. Dans le premier cas, leur statut se rapproche de celui des ménages, dans le deuxième cas de celui des firmes.

Cette architecture générale des modèles macroéconomiques multi-agents offre au modélisateur une grande panoplie de choix. Les modèles les plus parcimonieux se contentent d'un nombre très restreint de types d'agents et de marchés. Ainsi, le modèle de Gaffeo et al. (2008) ne retient que trois types d'agents et de marchés : les ménages, les firmes et les banques qui interagissent sur les marchés du travail, des biens de consommation et du crédit.

Le modèle EURACE (Deissenberg et al. 2008, van der Hoog et al. 2008, Dawid et al. 2008, Raberto et al. 2010) incarne l'autre extrême : il s'agit d'un modèle de grande envergure (au sens de l'anglais *large scaled model*) censé représenter le fonctionnement de l'économie de l'Union Européenne. On y trouve des ménages, des firmes appartenant aux deux secteurs (biens de consommation et d'investissement), des banques, plusieurs gouvernements nationaux et une Banque centrale. EURACE comporte un marché d'actions, un marché d'obligations, un marché du crédit ainsi que pas moins de 268 marchés du travail et des biens de consommation *régionaux*. EURACE est en effet un des rares modèles macroéconomiques multi-agents dotés d'une dimension spatiale : 27 pays subdivisés en 268 régions y sont représentés. Un autre modèle qui comporte une dimension spatiale est celui de Bruun (1999), qui modélise notamment l'impact des relations de voisinage sur les comportements de consommation des ménages (cf. *infra*).

3.2.2.2 Règles de comportements

Les modèles passés en revue dans cette section sont caractérisés par une très grande variété des règles de comportement. On propose de classer ces règles en cinq catégories.

Adaptation en fonction des performances passées Le trait commun des règles classées dans cette première catégorie est que les agents maintiennent ou modifient leurs comportements en tenant compte des résultats que ces comportements ont permis d'obtenir dans le passé.

Les décisions en matière de détermination du niveau de production sont gouvernées par des règles de ce type dans le modèle de Bruun (1999). Les firmes du secteur des biens de consommation augmentent leur production de 10 % lorsqu'elles ont réalisé des profits positifs à la période précédente ; dans les cas contraire, elles diminuent leur production de 10 %. Une règle similaire est appliquée par les firmes du secteur des biens d'investissement : les firmes ayant réalisé un profit positif à la période précédente cherchent à obtenir 50 % de contrats de livraison supplémentaire ; en cas de profit négatif, leurs objectifs consistent en la moitié des contrats de livraison de la période précédente (Bruun 1999).

Dans le modèle de Dosi et al. (2008b), les firmes du secteur des biens de consommation ajustent les marges qu'elles appliquent au coût moyen pour déterminer leurs prix de vente en fonction de l'évolution de leur parts de marché. Les firmes qui ont enregistré une progression de leur part de marché à la période précédente augmentent leur marge, tandis que la marge des autres firmes diminue (Dosi et al. 2008b).

Les firmes du modèle Gaffeo et al. (2008) modifient leur prix de vente et leur niveau de production en fonction de la quantité de biens qu'elles n'ont pas pu écouler à la période précédente : lorsque cette quantité est positive, les firmes diminuent leur prix et leur niveau

de production ; dans le cas où toute la production a été écoulee, les firmes augmentent prix et niveau de production.³⁴

Comportements de lissage Raberto et al. (2007) intègrent dans leur modèle un fait stylisé de la macroéconomie, à savoir la relative stabilité de la consommation par rapport aux fluctuations du revenu (Friedman 1957). Les auteurs modélisent ce phénomène par une règle de consommation directement inspirée par le travaux de Deaton (1991) : chaque ménage i compare son revenu réel courant avec le revenu réel moyen observée pendant les T^i dernières périodes. Les ménages épargnent lorsque leur revenu courant est élevé (par rapport au revenu réel moyen) et désépargnent lorsqu'il est faible.

Cette règle de lissage de la consommation a également été retenue dans le modèle de Raberto et al. (2008) et dans EURACE.

Comportements imitatifs Cette troisième catégorie de règles est caractérisée par le fait que les agents imitent soit les comportements d'autres agents individuels, soit le comportement moyen d'un (sous)ensemble d'agents.

On rencontre ce type de règle dans le modèle de Bruun (1999) : les ménages qui peuplent ce modèle sont supposés déterminer leur niveau de consommation nominale en fonction de la consommation nominale moyenne observée dans leur voisinage.³⁵

Dans le modèle de Dosi et al. (2008a), les firmes du secteur des biens d'investissement cherchent à imiter les innovations réalisées par leur concurrents. La formalisation de ce processus d'imitation est largement inspiré par le modèle de Nelson & Winter (1982). En effet, la probabilité d'avoir accès à l'innovation d'un concurrent dépend positivement des dépenses en *recherche & développement* (ci-après R & D) engagées par la firme en question.³⁶

Réaction aux variables d'état La spécification de fonctions de réaction aux réalisations de variables d'état est fréquente dans les modèles macroéconomiques multi-agents.

Le *taux d'intérêt nominal* qui rémunère les dépôts bancaires est la variable d'état clé dans le modèle de Bruun (1999) : les ménages comparent effectivement les rendements passés de leur portefeuille d'actions avec ce taux d'intérêt, et ils déterminent en fonction de cette comparaison leur position, courte ou longue, sur le marché des actions.

Dans le modèle de Oeffner (2008), les arbitrages entre épargne et consommation dépendent de l'évolution du *taux d'intérêt réel* : les ménages augmentent leur taux d'épargne lorsqu'ils observent un taux d'intérêt réel qui dépasse sa moyenne historique.

³⁴On aurait pu classer cette règle de comportement également dans la catégorie des « réactions aux variables d'état » (cf. *infra*), car les décisions en matière de production et de tarification de chaque firme ne dépendent pas exclusivement de la quantité des biens non écoulés, mais aussi du rapport entre le prix de vente appliqué par la firme en question et le prix de vente moyen (Gaffeo et al. 2008).

³⁵Cette consommation moyenne n'est pas le déterminant unique de la consommation des ménages. Ceux-ci tiennent également compte de leur richesse monétaire et financière (Bruun 1999).

³⁶Plus précisément, les firmes de ce secteur partagent leurs investissements en R & D entre les dépenses de R & D d'innovation et les dépenses de R & D d'imitation (Dosi et al. 2008a).

D'autres variables d'état retenues dans le modèle de Oeffner (2008) sont les *prix des biens de consommation* et l'*écart de production du secteur des biens d'investissement*. Chaque firme du secteur des biens de consommation est spécialisée dans la production d'un des deux biens de consommation qui existent dans l'économie. Les firmes augmentent leur niveau de production lorsque le prix unique du bien qu'elles produisent est supérieur à leur coût marginal (en effet, la loi du prix unique est vérifiée dans ce secteur, cf. la sous-section 3.2.2.3). Dans le cas contraire, leur niveau de production diminue.

Les prix de vente appliqués par les firmes du secteur de l'investissement incorporent un taux de marge, car elles disposent d'un pouvoir de marché. Le taux de marge individuel de chaque firme du secteur dépend positivement de l'écart de production du secteur (Oeffner 2008).

Réaction aux estimations Dans le modèle de Dosi et al. (2008a), la demande de facteurs de production (travail et biens d'investissement) des firmes du secteur des biens de consommation dépend de leurs *estimations de la demande* qui s'adressera à elles. Chaque firme cherche en effet à se procurer les facteurs de production nécessaires pour pouvoir servir cette demande. L'anticipation de cette demande est naïve : la firme considère en effet que celle-ci restera stable par rapport à la période précédente.

La détermination des prix d'achat des magasins dans le modèle de Ashraf & Howitt (2008) dépend de leurs *objectifs de stock* qui peuvent être assimilés à des *estimations de la demande*, et qui correspondent pour chaque magasin à la moyenne historique des biens vendus par période. Lorsque un magasin ne parvient pas à se procurer assez de biens pour maintenir son objectif de stock, il augmente son prix d'achat.

Dans le modèle EURACE, le niveau de production de chaque firme dépend de son estimation de la demande qui s'adressera à elle sur les différents marchés de biens régionaux. Cette estimation est basée sur les réalisations de cette demande dans le passé. (Dawid et al. 2008).

3.2.2.3 Fonctionnement des marchés et règles de rationnement

Le marché du travail Toutes les contributions passées en revue dans cette section supposent l'existence de mécanismes de rationnement sur le marché de travail. Malheureusement, elles ne précisent pas toujours le fonctionnement exact de ces mécanismes et notamment le mode de désignation des agents rationnés.

Bruun (1999) propose un mécanisme de rationnement des ménages qui comporte une *dimension spatiale*. En effet, dans ce modèle, chaque ménage habite une cellule rectangulaire située sur un tore (un tube courbé refermé sur lui-même) et il achète des biens de consommation dans sa cellule ou dans les cellules de son voisinage. Les firmes embauchent *localement*, i.e. elles choisissent prioritairement les habitants des cellules où elles ont pu vendre leur production à la période précédente.

Dans le modèle de Gaffeo et al. (2008) les ménages adressent des candidatures à leur ancien employeur et à M autres firmes. Chaque firme constitue deux listes de candidatures : une première liste regroupe les candidatures de leurs anciens salariés, la deuxième celles envoyées par d'autres ménages. Lorsque la demande de travail d'une firme dépasse son effectif de la période précédente, elle embauche prioritairement ses anciens salariés

et elle choisit de manière aléatoire de nouveaux employés dans la deuxième liste jusqu'à satisfaction de sa demande de travail. Dans le cas contraire, elle classe ses anciens salariés en ordre décroissant de leurs salaires et elle licencie autant de ménages que nécessaire en commençant par le haut de cette liste. Les ménages licenciés tentent alors de se faire embaucher par une des M autres firmes à lesquelles ils ont adressé leur candidature, mais dans le cas où la demande de travail cumulée des M firmes est insuffisante, certains ménages seront rationnés sur le marché du travail. Il est également possible que des firmes soient victimes de rationnement : ceci se produit lorsqu'une firme souhaite augmenter son effectif, mais les ménages regroupés dans la deuxième liste ont déjà été embauchés par d'autres firmes.

Raberto et al. (2008) supposent que le seul employeur de l'économie, une firme monopolistique, connaît (grâce à son statut particulier) l'offre de travail agrégée. Cette connaissance lui permet de faire des choix en matière du niveau de production qui lui évite d'être victime de rationnement. En revanche, les ménages peuvent être rationnés sur le marché du travail, auquel cas les chômeurs sont désignés de manière aléatoire. On parle de *rationnement aléatoire* ou *proportionnel* pour désigner ce type de mécanisme de rationnement.

Le modèle de Ashraf & Howitt (2008) est caractérisé par l'existence d'une relation durable entre les propriétaires des magasins et les producteurs individuels qui fabriquent les biens commercialisés dans les magasins. Le rationnement des producteurs est la conséquence du *processus de sortie* des magasins, i.e. de la fermeture des magasins qui réalisent des profits insuffisants.

Les marchés des biens Les mécanismes de rationnement retenus sur les marchés des deux types de biens sont essentiellement basés sur la comparaison des prix de vente des offreurs, i.e. le rationnement pénalise prioritairement les offreurs qui pratiquent les prix les plus élevés. Ces types de mécanismes peuvent être rapprochés du *rationnement efficace* sans y correspondre parfaitement.³⁷

L'ordre d'entrée des ménages sur le marché des biens de consommation du modèle de Gaffeo et al. (2008) est généré de manière aléatoire. Chaque ménage cherche à satisfaire sa demande nominale de biens de consommation auprès d'un sous-ensemble de Z firmes qui comporte nécessairement la plus grande firme (en termes de quantités produites) ainsi que $Z - 1$ autres firmes qu'il choisit aléatoirement. Le ménage classe les Z firmes par ordre croissant de leur prix de vente et il commence à dépenser son budget destiné à l'achat de biens de consommation (sa demande nominale) en achetant prioritairement chez les firmes placées en tête de cette liste. Si le ménage ne parvient pas à dépenser la totalité de ce budget auprès des Z firmes, il est rationné et se voit contraint à épargner la somme résiduelle, qui doit donc être considérée comme une épargne forcée.

³⁷On parle de rationnement efficace lorsque les consommateurs qui désirent le plus un bien sont servis en premier, ce qui garantit que le surplus des consommateurs soit maximal. Une traduction directe de ce principe dans les modèles multi-agents présentés dans cette section n'est pas possible, car on ne connaît pas la valorisation des biens par les uns et les autres. Un mécanisme de rationnement qui pénalise les firmes qui appliquent les prix les plus élevés devrait produire des effets agrégés similaires : il comprime le surplus accaparé par les firmes et réserve par conséquent un surplus très élevé aux ménages, ce qui justifie le rapprochement à une logique de rationnement efficace.

Dans le modèle EURACE, le rationnement sur le marché des biens de consommation concerne essentiellement les firmes. Les ménages se rendent sur le marché des biens de consommation de leur région et ils choisissent ces biens en fonction de leur prix : la probabilité d'un bien d'être choisi par un ménage décroît avec son prix de vente (Dawid et al. 2008).

On rencontre un mécanisme similaire sur le marché des biens d'investissement du modèle d'Oeffner (2008). L'appariement entre les commandes émises par les firmes du secteur de la consommation et les firmes du secteur de l'investissement se fait effectivement en fonction des prix appliqués par ces dernières. La probabilité d'une commande d'être affectée à une firme du secteur de l'investissement est une fonction décroissante de son prix de vente.

Dosi et al. (2008a) ajoutent une deuxième variable pour déterminer la demande qui s'adresse à chaque firme. Cette dernière est en effet fonction de l'évolution de son prix de vente et de sa capacité à avoir servi toute la demande s'adressant à elle pendant la dernière période.

Le marché du crédit Le modèle EURACE modélise un processus de rationnement des firmes sur le marché du crédit. Les banques concourent au financement de l'activité réelle de l'économie dans les limites des règles prudentielles qui s'imposent à elles. Si le fait d'accorder un crédit à une firme donnée a pour conséquence que la banque dépasse un seuil critique d'exposition au risque, celle-ci refuse ce crédit et la firme en question est victime de rationnement (Raberto et al. 2010).

Il convient de souligner que la littérature consacrée à la modélisation macroéconomique multi-agents reprend parfois l'hypothèse d'apurement des marchés qui domine dans le nouveau modèle canonique (cf. les chapitres 1 et 2), faisant en sorte qu'aucun agent ne soit rationné. Ceci est par exemple le cas des marchés des biens de consommation dans le modèle de Oeffner (2008) : un processus de tâtonnement y est supposé déterminer le prix d'équilibre unique de chacun des deux biens de consommation, i.e. le seul prix qui permet en même temps aux ménages d'effectuer les dépenses de consommation prévues pour le bien en question et d'écouler la production agrégée des firmes spécialisées dans ce bien.

3.2.2.4 Hétérogénéité des agents

Facultés de production hétérogènes Pour modéliser l'hétérogénéité des firmes, plusieurs modèles présentés dans cette section dotent les firmes de *capacités de production spécifiques*.

Gaffeo et al. (2008) modélisent l'hétérogénéité des firmes par des fonctions de production individuelles. Cette hétérogénéité des fonctions de productions s'explique par des parcours différents en matière d'investissements en R & D . Chaque firme investit en effet une fraction de ses profits nets en R & D , faisant en sorte que sa productivité est déterminée par son histoire.

Dans le modèle de Dosi et al. (2008a), l'hétérogénéité des firmes du secteur de biens de consommation se manifeste dans le fait que chaque firme dispose d'un parc de machines

spécifique. Une première différence est de nature quantitative : le nombre de machines utilisées varie d'une firme à l'autre. A cela s'ajoute une différence qualitative : en effet, la productivité des machines dépend de leur moment de fabrication, les machines les plus récentes étant les plus productives. La productivité des firmes est donc fonction de la répartition de leur stock de capital entre différentes générations de machines.

Hétérogénéité des salariés Le travail fourni par les ménages dans le modèle EURACE est supposé hétérogène, car chaque ménage est caractérisé par une habilité au travail (en anglais : « labour skill ») distincte (Deissenberg et al. 2008). Cette hétérogénéité permet notamment de modéliser les écarts qui existent entre les niveaux de qualification des salariés en Europe de l'ouest et en Europe de l'est.

Préférences hétérogènes des ménages Le modèle de Raberto et al. (2007) modifie de manière marginale les hypothèses retenues dans Raberto et al. (2008) en y introduisant des salaires de réserves spécifiques à chaque ménage. L'hétérogénéité des salaires de réserve peut être interprétée comme manifestation du fait que la désutilité du travail varie entre les différents ménages.

Ashraf & Howitt (2008) supposent une économie caractérisée par l'existence de N types de biens différents et de $N(N - 2)$ agents, ou *transacteurs* selon la terminologie mobilisée par Ashraf et Howitt. Les transacteurs possèdent tous des préférences différentes, car chaque transacteur souhaite consommer une combinaison unique de deux types de biens.

Autres vecteurs d'hétérogénéité Dans le modèle de Bruun (1999), l'hétérogénéité des ménages réside dans les différences qui existent entre leurs règles de consommation. Le niveau de consommation nominal souhaité de chaque ménage dépend en effet de la consommation nominale moyenne qu'il observe dans son voisinage.

Raberto et al. (2008) captent l'hétérogénéité des ménages par la « profondeur de leur mémoire », i.e. par le nombre T^i de périodes passées dont chaque ménage i tient compte pour calculer son revenu moyen qui intervient dans sa règle de consommation (cf. la sous-section 3.2.2.2). Des niveaux d'aversion pour le risque individuels sont un deuxième vecteur d'hétérogénéité proposé par Raberto et al. (2008).

Raberto et al. (2005) étudient une structure de l'économie qui peut être considérée comme symétrique par rapport à celle retenue par Raberto et al. (2008) : une multitude de firmes hétérogènes se trouvent face à un seul consommateur représentatif. L'hétérogénéité des firmes réside dans des anticipations d'inflation différentes qui induisent des décisions distinctes en matière d'investissement. Les firmes disposent par conséquent de stocks de capital différents.

Dans le modèle de Gaffeo et al. (2008), les banques sont hétérogènes dans la mesure où elles appliquent des marges différentes au taux d'escompte de la Banque centrale.

Des différences de marge sont également porteur d'hétérogénéité dans la contribution de Ashraf & Howitt (2008) : chaque magasin est effectivement caractérisé par un taux de marge spécifique.

3.2.2.5 La politique monétaire

La plupart des modèles macroéconomiques multi-agents dotés d'une représentation de la politique monétaire retiennent le taux d'intérêt nominal comme instrument de la politique monétaire.

Règles de type Taylor Plusieurs travaux proposent des règles de détermination du taux d'intérêt nominal qui suivent la logique des règles de type Taylor.

Ashraf & Howitt (2008) retiennent une formalisation de la politique monétaire caractérisée par le fait que la Banque centrale utilise une version non-linéarisée de la règle de Taylor classique (RT) ; la politique monétaire du modèle de Oeffner (2008) est modélisée par une fonction de réaction aux anticipations de l'inflation et de l'écart de production avec terme de lissage qui est proche de la règle (2.24) (cf. la sous-section 2.3.1.1 pour la formulation des règles (RT) et (2.24)). Raberto et al. (2008) utilisent deux règles : une fonction de réaction à l'écart de production qui peut être considérée comme cas particulier de la règle de Taylor classique, ainsi qu'une règle aléatoire : la Banque centrale tire le taux d'intérêt nominal dans une distribution uniforme.

Autres règles de politique monétaire Une extension du modèle de Bruun (1999) introduit des autorités monétaires qui utilisent des règles de politique monétaire pour fixer le taux d'intérêt nominal (Bruun 2007). La particularité de la première règle proposée par Bruun réside dans le fait qu'elle est fondée sur un objectif intermédiaire de masse monétaire : les autorités augmentent le taux d'intérêt de 1 % lorsqu'elles observent une augmentation de la masse monétaire de 10 %. Bruun expérimente également avec une règle alternative qui détermine le taux d'intérêt nominal en fonction du niveau des prix des actions.

Le modèle EURACE constitue une exception dans la mesure où l'instrument de la politique monétaire n'est pas le taux d'intérêt nominal. La Banque centrale peut effectivement mettre en œuvre des politiques dites *quantitatives* (au sens de l'anglais : *quantitative easing*), i.e. elle achète les obligations publiques non absorbées par les agents privés de l'économie (Raberto et al. 2010).

3.2.3 Apports et limites de la modélisation macroéconomique multi-agents

Grâce à la spécificité des hypothèses et des méthodes de modélisation, les modèles macroéconomiques multi-agents peuvent donner un éclairage nouveau sur des questions centrales de la macroéconomie. Cette section présente les principaux apports positifs et normatifs de la modélisation macroéconomique multi-agents et discute les difficultés spécifiques qui caractérisent cette approche.

3.2.3.1 Apports positifs

Les apports positifs de la modélisation macroéconomique multi-agents concernent essentiellement l'analyse des causes de la cyclicité de l'activité économique et l'étude des

mécanismes de transmission de la politique monétaire.

La genèse des cycles des affaires La plupart des modèles multi-agents présentés dans ce chapitre sont caractérisés par leur capacité à engendrer des fluctuations des variables agrégées. Cette propriété émergente des modèles permet une interprétation en termes des cycles des affaires. Pour autant, la modélisation macroéconomique multi-agents ne propose pas une explication unifiée et homogène de la genèse de ces cycles.

Pour Bruun (1999), les cycles des affaires s'expliquent par des fluctuations sur le marché des actions qui se transmettent aux marchés des biens avec le concours des mécanismes de rationnement.

Dans le modèle de Gaffeo et al. (2008), les interactions entre différents agents (ménages, firmes et banques) dotés de règles de comportement individuelles génère au niveau agrégé des fluctuations de la production qui ressemblent au schéma des cycles des affaires ; le modèle reproduit également des phénomènes interprétables comme des *dépressions*, i.e. des épisodes marqués par une forte contraction de la production agrégée. Gaffeo et al. (2008) expliquent les dépressions par des faillites de très grandes firmes.³⁸ Cette capacité du modèle à reproduire des faits stylisés de la macroéconomie prouve selon Gaffeo et al. (2008) que le pouvoir explicatif des modèles macroéconomiques multi-agents peut rivaliser avec celui des modèles de type DSGE.

Dans le modèle Eurace, les cycles s'expliquent par des interactions entre l'économie réelle et la sphère financière, et plus particulièrement par l'endettement des firmes. La hausse du niveau d'endettement fait augmenter le nombre de firmes qui font faillite. Le non-remboursement des crédits de ces firmes peut contraindre les banques à rationner le crédit, ce qui risque de pousser d'autres firmes à la faillite par manque de financement ; ces faillites en cascade se traduisent par des licenciements massifs et en dernière conséquence par une forte diminution de la demande agrégée et de la production (Raberto et al. 2010).

Ces résultats montrent que la modélisation macroéconomique multi-agents a su dépasser le caractère parfaitement exogène des processus qui sont à l'origine des cycles des affaires dans le nouveau modèle canonique (cf. sur ce point la sous-section 1.4.1.1). Elle a notamment montré que la prise en compte des interactions entre les sphères réelle et financière permet d'endogénéiser l'explication de la cyclicité de l'activité économique. Il s'agit là d'une lecture des cycles des affaires qui paraît très convaincante, tout particulièrement à la lumière des événements d'automne 2008.

La transmission de la politique monétaire Les modèles macroéconomiques multi-agents proposent plusieurs mécanismes de transmission de la politique monétaire.

Pour Bruun (2007), la politique monétaire parvient à influencer le niveau de l'activité économique par un *canal des cours des actions* : ces cours dépendent du taux d'intérêt,

³⁸Cette lecture de la dépression n'est pas très intuitive, car Gaffeo et al. (2008) font référence aux faillites de *firmes du secteur des biens*, et non aux faillites bancaires. En effet, si des grandes faillites bancaires figurent parmi les événements emblématiques des crises de 1929 et de 2008, les faillites industrielles ont beaucoup moins marqué les esprits.

car les consommateurs tiennent compte du taux d'intérêt lorsqu'ils arbitrent entre l'achat d'actions et le dépôt de leur épargne auprès de la banque ; toute modification des cours des actions se transmet ensuite sur le marché des biens et donc sur le niveau de la production, car la richesse financière est dans ce modèle supposée être un des déterminants des comportements de consommation.

Raberto et al. (2008) retiennent un mécanisme de transmission fondé sur un *canal du crédit*. Dans leur modèle, la hausse du taux d'intérêt augmente les coûts de production de la firme, car elle doit emprunter de l'argent pour avancer les salaires de ses travailleurs (payables avant la vente des biens produits par la firme). La firme monopolistique réagit à cette augmentation de ses coûts par une hausse du prix de vente. La demande (réelle) des ménages pour le bien de consommation diminue (dans un premier temps) à cause de cette hausse du prix, ce qui oblige la firme à restreindre son niveau de production. Raberto et al. (2008) font remarquer que ce canal de transmission induit une *corrélation positive entre les variations du taux d'intérêt et l'inflation*. De ce fait, la politique monétaire ne fonctionne pas du tout de la même manière que dans le nouveau modèle canonique (cf. la sous-section 1.4.2) et dans l'immense majorité des modèles macroéconomiques « traditionnels » : lorsque la Banque centrale souhaite diminuer l'inflation, elle a intérêt de *diminuer* le taux d'intérêt !

Oeffner (2008) propose un mécanisme de transmission de la politique monétaire qui passe par le *canal des investissements* : la hausse du taux d'intérêt par la Banque centrale augmente les coûts d'opportunité associés à l'activité des firmes du secteur des biens de consommation ; ces firmes renoncent alors à l'expansion de leur niveau de production et donc aux investissements associés à cette expansion ; la baisse de la demande des biens d'investissements réduit à son tour les revenus et les dépenses de consommation des travailleurs employés dans l'industrie des biens d'investissements et donc la demande agrégée de biens de consommation ; en dernière conséquence, l'écart de production diminue, ce qui correspond à un relâchement des pressions inflationnistes.

Un fait marquant de la modélisation macroéconomique multi-agents est l'absence d'un mécanisme de transmission fondé sur le *canal de la consommation*. Il s'agit là d'une divergence fondamentale entre le fonctionnement des modèles multi-agents et celui du nouveau modèle canonique. On a effectivement vu dans la sous-section 1.4.2 que le canal de la consommation se trouve au cœur du mécanisme de transmission de la politique monétaire du nouveau modèle canonique (notamment dans la version de base de ce modèle présenté dans le quatrième chapitre de Woodford (2003b)).

L'absence du canal de la consommation dans les modèles multi-agents s'explique probablement par les difficultés discutées par Oeffner (2008). L'intégration d'un canal de la consommation dans un modèle multi-agents se heurte au problème suivant :

"In this case, inflation is rising up to hyperinflation, in situations of high nominal and real interest rates. (...) rising nominal interest rates induce rising present interest incomes, which in turn induce strong nominal consumption growth (based upon present interest incomes) and thus inflation. This induces again rising interest rates, and so on." (Oeffner 2008, p. 73)

D'un point de vue empirique, cette dynamique inflationniste décrite par Oeffner est difficilement justifiable :

"By contrast, evidence from central banking practices as well as from monetary theory suggests that rising interest rates, nominal and especially real interest rates imply downside pressure on inflation." (Oeffner 2008, p. 73)

Il est *a priori* surprenant que les difficultés mises en évidence par Oeffner ne perturbent pas le fonctionnement du mécanisme de transmission du nouveau modèle canonique. L'explication de l'immunité du nouveau modèle canonique par rapport à ces difficultés se trouve dans la sous-section 1.4.2.2 et dans l'annexe A.12 de la présente étude : dans la version de base du nouveau modèle canonique, *l'épargne d'équilibre de chaque ménage est forcément égale à zéro* ; dans ces conditions, la hausse du taux d'intérêt ne fait pas augmenter les revenus d'intérêt des ménages, car ces revenus sont à leur tour nécessairement égaux à zéro. Par conséquent, les capacités de dépense des ménages ne sont pas affectées par les variations du taux d'intérêt ; les dépenses de consommation des ménages ne peuvent donc pas exercer des pressions inflationnistes.

Les effets réels de l'inflation Le modèle de Ashraf & Howitt (2008) propose une explication nouvelle et originale des effets réels de l'inflation : celle-ci augmente la dispersion des prix relatifs dans l'économie, ce qui implique une hausse du nombre de faillites de magasins et par conséquent une hausse du nombre de transacteurs qui ne peuvent pas vendre leur production. Sachant que les biens de consommation ne peuvent être stockés que dans des magasins, une telle situation conduit à une destruction d'une partie de la production et donc à une consommation agrégée plus faible que dans un contexte de parfaite stabilité des prix.

3.2.3.2 Apports normatifs

Enseignements pour la politique monétaire Un premier résultat normatif de la modélisation macroéconomique multi-agents porte sur la cible d'inflation des autorités monétaires. Ashraf & Howitt (2008) recommandent une cible d'inflation faiblement positive (autour de 1 %), pour mettre l'économie à l'abri des contre-performances associées à des niveaux d'inflation plus élevés. En effet, comme vu supra (cf. la sous-section 3.2.3.1), les niveaux de la consommation et de la production agrégée diminuent dans ce modèle avec l'inflation.

La contribution de Raberto et al. (2007) remet en cause « l'agressivité » des règles de politique monétaire préconisée par la littérature sur le nouveau modèle canonique (cf. notamment la sous-section 2.3.2). Raberto et al. (2007) recommandent des coefficients de réaction à l'écart de production intermédiaires : des coefficients très élevés permettent certes une meilleure stabilisation de l'inflation, mais au prix d'une réduction importante du niveau de production. L'utilisation de coefficients traduisant une réaction d'intensité moyenne paraît judicieuse, car elle procure aux ménages l'utilité collective la plus élevée.

Autres enseignements Ashraf et al. (2010) mettent en évidence les limites de la réglementation prudentielle du secteur bancaire. Lorsque le contexte économique est parti-

culièrement dégradé (en anglais : *worst case scenario*), les règles prudentielles bloquent le processus d'entrée de nouveaux magasins, induisant ainsi une baisse marquée de la consommation agrégée.

En dépassant la dichotomie entre *court terme* et *long terme*, Dosi et al. (2008a) mettent évidence une complémentarité entre les politiques « schumpeteriennes » et « keynésiennes ». En effet, le modèle de Dosi et al. (2008a) illustre l'interdépendance entre les politiques en faveur de l'innovation (qui s'inscrivent habituellement dans une vision de long terme), et les politiques « court-termistes » de redistribution des revenus. Le fait d'arrêter le dispositif de redistribution exerce des effets sur les fluctuations de court terme, mais aussi sur la croissance de long terme. En effet, en absence de ce dispositif, qui exerce un effet amortissant sur la demande, toute baisse transitoire de la production réduit l'investissement en R & D, ce qui implique des sentiers de la croissance de la productivité et de la production moins favorables.

3.2.3.3 Les difficultés spécifiques de la modélisation macroéconomique multi-agents

Dans la littérature passée en revue dans cette sous-section, on a pu identifier deux difficultés récurrentes : le paramétrage des modèles et la prise en compte des taux d'intérêt élevés.

Le paramétrage des modèles multi-agents Dans les modèles macroéconomiques multi-agents, le choix des valeurs des paramètres est généralement très peu guidé par des contraintes d'ordre théorique. Cette situation met le modélisateur devant la lourde responsabilité d'exécuter des simulations informatiques avec une combinaison *pertinente* des paramètres de son modèle (ou éventuellement avec plusieurs combinaisons pertinentes).

La méthode la plus communément retenue est l'identification des combinaisons qui génèrent des distributions des variables endogènes dotées de propriétés souhaitables. Dosi et al. (2008a) établissent une *combinaison de référence* capable de reproduire des *faits stylisés*. Gaffeo et al. (2008) et Oeffner (2008) se contentent d'écarter des jeux des paramètres qui génèrent des dynamiques « pathologiques ». Ashraf & Howitt (2008) et Ashraf et al. (2010) calibrent les paramètres pour qu'ils soient cohérents par rapport aux données empiriques de l'économie américaine.

Au delà de ces procédures, quelques auteurs mettent en œuvre des tests de robustesse. Ceci est notamment le cas de Dosi et al. (2008a,b) et de Gaffeo et al. (2008). Oeffner (2008) définit un *espace expérimental* qu'il explore à l'aide de la méthode d'échantillonnage NOLH (cf. pour les détails la sous-section 3.3.2.2).

La démarche retenue par Bruun (1999, 2007) et Raberto et al. (2007, 2008) semble plus problématique : les auteurs désignent sans justification particulière une valeur numérique à chaque paramètre. Ce choix ressemble alors beaucoup à une procédure *ad hoc* qui soulève la question du caractère potentiellement artificiel des résultats obtenus par les simulations informatiques.

Taux d'intérêts élevés et dynamiques divergentes Les modèles macroéconomiques multi-agents sont caractérisés par une certaine vulnérabilité aux effets exercés par des taux d'intérêts élevés. Des taux élevés sont en effet susceptibles de déclencher des dynamiques divergentes des variables agrégées nominales.

Il convient de distinguer deux types de processus provoqués par des taux d'intérêt nominaux élevés.

Dans des modèles où les mécanismes de rationnement jouent un rôle marginal, des taux d'intérêt élevés déclenchent des dynamiques inflationnistes très prononcées. L'enchaînement des événements est très bien décrit dans la contribution de Oeffner (2008) (cf. aussi la sous-section précédente) : toute hausse du taux d'intérêt augmente les revenus des épargnants et partant leurs capacités de dépense. La seule manière d'équilibrer dans ces conditions offre et demande des biens de consommation consiste en une hausse des prix de ces biens : la baisse du pouvoir d'achat de la monnaie neutralise alors le gonflement des capacités de dépense des ménages. En absence d'une baisse ultérieure du taux d'intérêt, le niveau général des prix diverge vers $+\infty$.

On verra dans la section 3.3 et dans le chapitre 4 que la hausse des capacités de dépense des ménages peut avoir des conséquences bien différentes dans un cadre où le marché des biens de consommation est gouverné par une logique de rationnement. Dans un tel contexte, les ménages ne parviennent pas toujours à dépenser l'intégralité des montants prévus à cet effet ; ils se retrouvent alors avec une épargne forcée qui augmente d'ailleurs rapidement, car elle est particulièrement bien rémunérée. La richesse nominale des ménages (i.e. le « stock » d'épargne) croît en effet exponentiellement, et cela aussi longtemps que le taux d'intérêt nominal reste strictement positif.

Ces dynamiques divergentes posent problème pour une littérature qui insiste beaucoup sur la capacité des modèles multi-agents de reproduire des faits stylisés de la macroéconomie. En effet, ces dynamiques ne correspondent pas à des faits stylisés. Il n'existe aucun exemple historique d'un processus prolongé de croissance exponentielle de la richesse des ménages. Des épisodes d'hyperinflation ont certes marqué l'histoire du capitalisme, mais il convient de souligner que celles-ci ont toujours été limitées dans le temps.³⁹ En revanche, le processus décrit par Oeffner (2008) s'auto-perpétue ; ceci est notamment le cas lorsque la politique monétaire est représentée par une fonction de réaction à l'inflation.

Il est *a priori* étonnant que la problématique des dynamiques divergentes n'ait été abordée que dans la contribution d'Oeffner (2008). L'absence de cette problématique dans les autres travaux présentés dans cette section s'explique probablement par le recours à des hypothèses qui empêchent (ou freinent substantiellement) le développement des dynamiques divergentes.

³⁹Toute économie affectée par l'hyperinflation finit par trouver un moyen de mettre fin à ce processus ; jusqu'à présent, aucun épisode d'hyperinflation n'a duré plus de dix ans.

Ainsi, Gaffeo et al. (2008) évoquent un « souci de simplicité » dans la modélisation pour justifier l'hypothèse d'un taux d'intérêt appliqué aux dépôts bancaires égal à zéro. Il est évident que dans ces conditions, le taux d'intérêt ne peut pas exercer une influence sur les revenus des ménages, faisant en sorte que l'élément déclencheur des deux dynamiques discutées plus haut disparaît.

Dans le modèle de Dosi et al. (2008a), le taux d'intérêt nominal est fixé à 1 %. Raberto et al. (2007, 2008) supposent que le taux d'intérêt qui rémunère l'épargne des ménages est égal à 0.5%. Ces hypothèses restreignent évidemment l'effet exercé sur les capacités de dépense des ménages. Les conséquences les plus spectaculaires se produiront probablement après la dernière période prise en considération : les simulations informatiques s'arrêtent effectivement à la 1000^{ème} période dans Raberto et al. (2007) et à la 900^{ème} période dans Raberto et al. (2008).

Ashraf & Howitt (2008) supposent que le gouvernement lève un impôt dont le montant est tel qu'il garantit que le ratio *dette publique / PIB* reste inférieur à un certain seuil. Dans la mesure où la dette publique constitue dans ce modèle la contrepartie de l'épargne des ménages, cette hypothèse permet d'éviter une croissance exponentielle de l'épargne agrégée. Aussi astucieux que ce mécanisme puisse être pour encadrer efficacement la dynamique de l'épargne, il paraît théoriquement fragile. En effet Ashraf & Howitt (2008) *ne précisent pas l'utilisation faite des impôts collectés*.⁴⁰ A ce titre, ce mécanisme ne semble pas satisfaire aux exigences d'une modélisation *close* telles qu'elles ont été formulées par Charlotte Bruun :

"The model must be complete in the sense that all accounting rules must be respected. This is necessary in order to avoid possible fallacies of composition. Whenever an agent in the system pays out money there must be a recipient, and whenever an agent receives money there must be a spender." (Bruun 1999)

Dans le modèle Ashraf & Howitt (2008), tout se passe comme si les impôts payés par les ménages ne soient jamais reçus par le gouvernement ; ou alors, le gouvernement reçoit bien ces impôts, mais il n'en fait aucune utilisation.⁴¹

⁴⁰On pourrait penser que le gouvernement utilise les fonds levés pour rembourser sa dette. Cette lecture du modèle ne paraît pas convaincante. Premièrement, il n'existe aucune trace d'une telle hypothèse dans la contribution de Ashraf & Howitt (2008). Deuxièmement, un tel mécanisme laisserait la dette publique inchangée : en effet, tout montant récolté par le gouvernement auprès des ménages sous forme d'impôt serait dans ce cas immédiatement retourné aux ménages sous forme de remboursement de la dette, laissant l'épargne agrégée et donc aussi sa contrepartie parfaitement inchangée.

⁴¹Un problème similaire existe dans le modèle de Dosi et al. (2008a). En effet, dans ce modèle, les profits des firmes semblent disparaître, ils ne sont ni réinvestis, ni distribués aux propriétaires des firmes.

TAB. 3.1 – Modèles macroéconomiques multi-agents

Référence	Objet	Caractéristiques du modèle	Apport
Bruun (1999)	Développement de fondements microéconomiques de la théorie Keynésienne ; étude du processus qui génère les cycles des affaires.	Modèle avec dimension spatiale. Comportements adaptatifs des agents ; consommation des ménages fonction de la consommation moyenne du voisinage.	Positif : Cyclicité de l'investissement et de la consommation provoquée par celle du marché des actions.
Howitt & Clower (2000)	Analyse des capacités d'auto-organisation des économies décentralisées.	Consommateurs / producteurs doivent échanger pour consommer leurs biens préférés ; organisation des échanges dans des magasins spécialisés.	Positif : Émergence d'une économie monétaire d'échange à partir d'une autarcie initiale. Un des biens produits acquiert le statut de monnaie-marchandise.
Raberto et al. (2005)	Analyse des interactions entre variables financières et macroéconomiques.	Un ménage représentatif ; firmes avec anticipations hétérogènes.	Positif : Variables agrégées réelles dépendent fortement de l'offre du crédit et du niveau de l'épargne.
Bruun (2007)	Analyse des performances de règles de politique monétaire.	Introduction de règles de politique monétaire dans le modèle de Bruun (1999).	Normatif : Deux règles testées ne stabilisent pas l'économie.
Raberto et al. (2007)	Analyse des performances des règles de politique monétaire.	Hétérogénéité des salaires de réserves des ménages ; un secteur productif monopolistique ; existence d'un marché du crédit.	Normatif : Banque centrale doit déterminer l'agressivité de sa fonction de réaction à l'écart de production en tenant compte de la distribution des salaires de réserves.
Raberto et al. (2008)	Analyse des performances des règles de politique monétaire.	Hétérogénéité des ménages ; un secteur productif monopolistique ; existence d'un marché du crédit et des marchés financiers.	Normatif : Fonction de réaction à l'écart de production fonctionne mieux que politique aléatoire ; mise en garde contre règles trop agressives.
Oeffner (2008)	Développement d'un modèle avec structure ascendante. Focalisation sur questions méthodologiques.	Organisation des ménages et firmes en syndicats. Taux d'épargne différenciés en fonction de sources de revenu. Mécanisme d'apurement sur le marché des biens de consommation.	Positif : Modèle génère faits stylisés (cycle des affaires, courbe de Phillips) ; canal de l'investissement de la politique monétaire.

Référence	Objet	Caractéristiques du modèle	Apport
Gafféo et al. (2008)	Développement d'une approche alternative aux modèles DSGE.	Modélisation basée sur des processus de décisions décentralisés mises en œuvre par des agents adaptatifs hétérogènes.	Normatif : Pouvoir explicatif comparable aux modèles DSGE ; reproduction de faits stylisés (dépressions, cycles des affaires).
Ashraf & Howitt (2008)	Étude des effets réels de l'inflation.	Modèle de Howitt & Clower (2000) avec politique monétaire.	Normatif : Dispersion des prix augmente le nombre de faillites de magasins et partant le rationnement des producteurs individuels.
Dosi et al. (2008a)	Analyse des effets induits par des politiques « schumpeteriennes » (soutien à l'innovation) et « keynésiennes » (redistribution).	Extension du modèle de Dosi et al. (2008b) avec formalisation des comportements du gouvernement et des investissements en $R \& D$.	Positif : Mise en évidence de la complémentarité des politiques schumpeteriennes et keynésiennes.
Dosi et al. (2008b)	Analyse de l'interdépendance entre changements technologiques et fluctuations conjoncturelles dans un modèle qui lève le clivage court terme / long terme.	Innovation des firmes du secteur des biens d'investissement ; comportements adaptatifs des firmes du secteur des biens de consommation.	Positif : Reproduction de faits stylisés : processus de croissance auto-entretenu ; fluctuations conjoncturelles ; caractère pro-cyclique de la consommation et de l'investissement ; caractère contre-cyclique des marges.
Ashraf et al. (2010)	Étude du rôle des banques et des implications des règles prudentielles imposées au secteur bancaire.	Modèle de Ashraf & Howitt (2008) avec secteur bancaire.	Normatif : Effets pervers des règles prudentielles : éventuel blocage du processus d'entrée de nouveaux magasins ; contraction de la production agrégée.
EURACE (Deissenberg et al. 2008, van der Hoog et al. 2008, Dawid et al. 2008, Raberto et al. 2010)	Étude des liens entre les sphères réelle et financière dans un modèle multi-agents / multi-pays de l'Union Européenne.	Présence de : une Banque centrale commune, plusieurs gouvernements nationaux, un grand nombre de marchés régionaux du travail et des biens. Comportements adaptatifs des agents.	Positif : Reproduction des faits stylisés. La hausse de l'endettement des firmes favorise la croissance, mais amplifie les fluctuations.

3.3 Un modèle multi-agents élémentaire structurellement proche du nouveau modèle canonique

La section précédente a fait le point sur les questionnements, les caractéristiques centrales et les apports de la littérature consacrée aux modèles macroéconomiques de type multi-agents. Dans le cadre de cette thèse, ce bilan constitue le point de départ pour une contribution à l'avancement de la macroéconomie multi-agents qui se veut novatrice et originale. L'originalité de la démarche réside notamment dans le choix de développer un modèle multi-agents qui reste délibérément proche du nouveau modèle canonique, favorisant ainsi les comparaisons entre les deux modèles dans une perspective de recherche incrémentale. L'intérêt de ce modèle consiste également dans l'intégration ultérieure (cf. le chapitre 4) de comportements *explicites* d'apprentissage qui sont absents des modèles passés en revue dans la section 3.2. Ce modèle a été construit conjointement par Isabelle Salle, Marc-Alexandre Sénégas, Murat Yıldızoğlu et l'auteur de cette thèse.

3.3.1 Présentation du modèle multi-agents

Cette sous-section expose une première esquisse de ce modèle macroéconomique multi-agents qui est caractérisée par une relative stabilité de l'environnement économique. Cette stabilité est propice à la mise en évidence de propriétés structurelles fondamentales que l'on retrouvera dans les versions plus affinées du modèle du chapitre 4.

La sous-section 3.3.1.1 décrit les hypothèses qui constituent le socle de ce modèle. Grâce à la grande proximité structurelle avec le nouveau modèle canonique, ce modèle dispose d'un équilibre « virtuel » que l'on peut rapprocher de la notion de l'équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique. La sous-section 3.3.1.2 est consacrée à la dérivation de cet équilibre virtuel.

3.3.1.1 Hypothèses

L'économie représentée par le modèle est habitée par m firmes, n ménages et une Banque. Les firmes produisent un seul type de bien en utilisant comme unique facteur de production le travail fourni par les ménages. Comme la version de base du nouveau modèle canonique (Woodford 2003*b*, chapitre 4), le modèle multi-agents fait donc abstraction des questions relatives au capital. Le bien est supposé *périssable*, les agents n'ont par conséquent aucun intérêt à le stocker. Les ménages adoptent des stratégies d'offre de travail et de demande (réelle) de biens. Ils reçoivent des salaires, des profits versés par les firmes et des revenus d'intérêt qu'ils répartissent entre épargne et dépenses de consommation. Les firmes établissent des stratégies de demande de travail et de salaire nominal. La confrontation entre ménages et firmes a lieu sur deux marchés gouvernés par des mécanismes de rationnement : le marché du travail et le marché du bien. La Banque établit le taux d'intérêt nominal qui rémunère l'épargne des ménages.

Séquence des événements La séquence des événements est la suivante dans le modèle.

1. Initialisation des stratégies des firmes et des ménages, de la richesse des ménages et du taux d'intérêt nominal fixe.
2. Les échanges sur le marché du travail déterminent les quantités de travail échangées entre firmes et ménages, les coûts des firmes et les revenus de travail des ménages.
3. Les firmes distribuent aux ménages les profits de la période précédente ; les épargnants reçoivent les revenus d'intérêt de l'épargne déposée sur leur compte en banque à la période précédente (les ménages endettés payent la charge de la dette).
4. Les firmes produisent les biens de consommation et fixent leurs prix de vente. Le marché du bien alloue la production agrégée des firmes aux ménages. L'épargne de chaque ménage est déterminée par la différence entre sa capacité de dépense et les dépenses de consommation effectivement enregistrées.
5. Les profits des firmes, les utilités des ménages et les variables agrégées du modèle sont calculés.
6. L'économie entre dans la période suivante : on passe à l'étape 2, etc.

Durée des périodes Dans un souci de simplicité, une période du modèle est supposée correspondre à un an. Cette hypothèse présente l'avantage de faire disparaître des éventuelles différences entre les horizons temporels de certaines variables clés du modèle.⁴²

Les stratégies des agents Chaque ménage i est caractérisé par un vecteur de stratégies (h_i^o, c_i^d) , avec h_i^o son offre de travail et c_i^d sa demande (réelle) du bien, i.e. la quantité du bien unique que i souhaite consommer.⁴³ Chaque ménage i tire au moment de l'initialisation du modèle h_i^o dans la distribution uniforme $\mathcal{U}(0.01, 2)$ et c_i^d dans $\mathcal{U}(0.01, 2 \times (\frac{n}{m})^{-\alpha})$.

La distribution de c_i^d a été retenue pour assurer que la demande réelle de biens ne soit pas totalement déconnectée des capacités de production de l'économie.⁴⁴ Offre et demande de biens devraient donc être du même ordre de grandeur, sans pour autant être identiques, ce qui implique que l'on aura généralement des phénomènes de rationnement sur le marché du bien.

⁴²Ces difficultés sont susceptibles d'apparaître dans le chapitre 4 lors de l'introduction des règles de politique monétaire dans le modèle. Lorsqu'on retient par exemple une périodicité mensuelle, il convient de distinguer entre l'inflation *mensuelle* et l'inflation *annuelle* ; en effet l'inflation par période du modèle correspond dans ce cas de figure à l'inflation mensuelle, mais les règles de type Taylor sont habituellement formulées sous la forme d'une fonction de réaction à l'inflation annuelle. Le même problème se pose pour l'écart de production, avec comme difficulté supplémentaire le fait que l'horizon temporel de prédilection de la production est le trimestre (cf. les données trimestrielles du PIB fournies par la plupart des instituts de statistiques).

⁴³Les variables avec un exposant « d » désignent dans ce chapitre des variables qui expriment une demande. Les variables d'offre sont dotées de l'exposant « o ».

⁴⁴L'offre de travail de chaque ménage est régulièrement distribuée autour de 1.005, ce qui donne une offre de travail agrégée moyenne proche de n . Lorsqu'on suppose une répartition égale de cette offre sur les m firmes, on arrive à une production agrégée moyenne proche de $m \times (\frac{n}{m})^{1-\alpha} = m^\alpha n^{1-\alpha}$ (cf. *infra* la fonction de production (3.8)). La demande de chaque ménage est régulièrement distribuée autour de $(\frac{n}{m})^{-\alpha} + 0.005$, ce qui donne une demande agrégée moyenne qui est également proche de $m^\alpha n^{1-\alpha}$; on a effectivement $n \times (\frac{n}{m})^{-\alpha} = m^\alpha n^{1-\alpha}$.

Chaque firme j dispose d'un vecteur de stratégies (h_j^d, w_j) , avec h_j^d sa demande de travail et w_j le salaire nominal offert que j s'engage à payer par unité de travail fourni. Elle tire w_j dans la distribution uniforme $\mathcal{U}(0.01, 1)$ et h_j^d dans $\mathcal{U}(0.01, 2 \times \frac{n}{m})$.

Le choix de la distribution de h_j^d s'explique de nouveau par le souci d'assurer une certaine cohérence entre les valeurs prises par l'offre et la demande agrégée de travail. On évite ainsi des configurations peu plausibles où la valeur de l'une de ces variables agrégées correspond au double ou au triple de l'autre.

On suppose dans cette première version du modèle la *fixité des stratégies*, i.e. les agents gardent leurs stratégies initiales jusqu'à la dernière période de chaque simulation :

$$\begin{aligned} h_{i,t}^o &= h_i^o \quad \forall i, \forall t \\ c_{i,t}^d &= c_i^d \quad \forall i, \forall t \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} h_{j,t}^d &= h_j^d \quad \forall j, \forall t \\ w_{j,t} &= w_j \quad \forall j, \forall t. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Cette contrainte *ad hoc* sur le choix des stratégies des agents s'inscrit dans une logique de complexification progressive du modèle. Il s'agit d'instaurer dans un premier temps un environnement très stable qui permet de tirer des enseignements sur les propriétés fondamentales du modèle, et notamment sur la nature des interactions entre les marchés du travail et du bien et sur le rôle joué par les mécanismes de rationnement. L'hypothèse de la fixité des stratégies est bien entendu très restrictive ; elle sera relâchée au chapitre 4 au cours duquel on va endogénéiser la détermination des stratégies des agents via des processus d'apprentissage.

Le marché du travail Le marché du travail est caractérisé par un mécanisme qui se rapproche du *rationnement efficace*. Le choix de ce mécanisme s'explique par la volonté de construire un modèle multi-agents dont les structures sont proches de celles du nouveau modèle canonique. D'une part, les hypothèses concernant le fonctionnement du marché du travail doivent préserver les atouts de la modélisation multi-agents et notamment la possibilité de modéliser des situations « hors équilibre ». Il s'agit d'admettre des situations où des agents sont victimes de rationnement, i.e. des ménages condamnés au chômage ou des firmes confrontées à une pénurie de main-d'œuvre. D'autre part, la recherche de la proximité structurelle avec le nouveau modèle canonique rend souhaitable un fonctionnement du marché du travail qui se rapproche de la structure du marché du travail retenue dans ce modèle, en l'occurrence de la concurrence pure et parfaite. Le mécanisme du rationnement retenu répond à cette double exigence : en effet, il admet des situations de rationnement (chômage, pénurie de main-d'œuvre) tout en maximisant le surplus réalisé par les ménages sur le marché du travail. C'est cette dernière propriété qui rapproche ce mécanisme des conditions de la concurrence pure et parfaite, car celle-ci garantit également un surplus maximal des ménages.

Le mécanisme de rationnement fonctionne de la manière suivante. Les firmes sont classées par ordre décroissant des salaires nominaux qu'elles offrent aux ménages ; les ménages sont classés par ordre décroissant de leur offre de travail. La firme située à la première place de la liste des firmes commence par embaucher le ménage qui se trouve en tête de la

liste des ménages. Chaque firme j qui a réussi à embaucher une quantité de travail égale à sa demande de travail $h_{j,t}^d$ sort de la liste et laisse sa place à la firme rangée directement derrière elle ; chaque ménage i qui a pu placer l'intégralité de son offre de travail $h_{i,t}^o$ auprès des firmes sort de la liste et laisse sa place au ménage rangé directement derrière lui. Ainsi, les firmes les plus « généreuses » embauchent prioritairement les ménages les plus « travailleurs ». Les échanges sur le marché du travail cessent lorsqu'elles aboutissent à une situation où soit l'offre, soit la demande de travail est complètement épuisée. La quantité agrégée de travail échangé H_t est donc égale à

$$H_t = \min(H_t^o, H_t^d), \quad (3.3)$$

avec $H_t^o \equiv \sum_i h_{i,t}^o$ et $H_t^d \equiv \sum_j h_{j,t}^d$. Lorsque la totalité des échanges ont été effectués sur le marché du travail, la quantité de travail embauchée par chaque firme $h_{j,t}$ et la quantité de travail fournie par chaque ménage $h_{i,t}$ sont parfaitement déterminées. Dans la mesure où le salaire nominal associé à chaque échange entre une firme et un ménage est connu, il est possible de calculer le coût de travail $w_{j,t} \times h_{j,t}$ de chaque firme j . On peut également calculer les revenus de travail $w_{i,t} \times h_{i,t}$ de chaque ménage i , avec $w_{i,t}$ le salaire du ménage i ; lorsque i a fourni du travail à des firmes appliquant des salaires différents, $w_{i,t}$ est la moyenne (pondérée par les quantités de travail fournies) des différents salaires offerts par les firmes en question.

A priori, rien ne garantit que le marché du travail se situe dans une situation d'équilibre, i.e. qu'on a $H_t = H_t^o = H_t^d$. Il est donc possible que des agents soient rationnés : en cas de pénurie de main-d'œuvre, il existe au moins une firme avec $h_{j,t}^d > h_{j,t}$; en cas de chômage involontaire, il existe au moins un ménage avec $h_{i,t}^o > h_{i,t}$.

Capacités de dépense des ménages A l'issue du marché du travail et avant l'ouverture du marché du bien, le ménage i dispose d'un montant total des capacités de dépenses, noté $r_{i,t}$, qu'il doit répartir entre dépenses de consommation et épargne. Ce montant est déterminé par le *revenu du travail* (cf. le paragraphe précédent), les *profits* versés aux ménages et les *revenus de l'épargne* :

$$r_{i,t} = w_{i,t}h_{i,t} + \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}}{n} + (1 + i_{t-1})b_{i,t-1}, \quad (3.4)$$

avec $p_{j,t-1}$ le profit réalisé par la firme j en $t-1$, i_{t-1} le taux d'intérêt nominal appliqué par la Banque en $t-1$ et $b_{i,t-1}$ le montant de la richesse nominale déposée par le ménage i sur son compte en banque à la période $t-1$.

Le deuxième terme du membre de droite de l'équation (3.4) reflète le régime de propriété des firmes : comme dans le nouveau modèle canonique, on suppose que chaque ménage possède exactement un n -ième des parts de chaque firme j , $j = 1, \dots, m$; par conséquent, chaque firme j verse à chaque ménage exactement un n -ième de ses profits $p_{j,t-1}$ (ou de ses pertes lorsque $p_{j,t-1} < 0$). On remarque que les firmes versent leurs profits aux ménages avec une période de retard. Il est en effet impossible de calculer et de distribuer le profit des firmes avant le déroulement intégral des échanges sur le marché du bien. Ceci implique que les ménages ne peuvent pas puiser dans les profits de la période t pour financer en t leurs dépenses sur le marché du bien.

Le troisième terme du membre de droite de l'équation (3.4) peut être décomposé en deux parties : $b_{i,t-1}$ correspond à l'épargne nominale déposée par le ménage i en $t - 1$ et dont il peut disposer à la période t . $i_{t-1}b_{i,t-1}$ représente la rémunération associée au dépôt de cette épargne entre $t - 1$ et t , i.e. les revenus d'intérêt perçus par le ménage i .

On suppose que chaque ménage i est confronté à la *contrainte de liquidité*

$$c_{i,t}p_{i,t} \leq \max(0, r_{i,t}), \quad (3.5)$$

avec $p_{i,t}$ le prix payé par le ménage i ; lorsque i a acheté des biens auprès de firmes appliquant des prix différents, $p_{i,t}$ est la moyenne (pondérée par les quantités du bien achetées) des différents prix appliqués par les firmes en question. La contrainte de liquidité (3.5) montre que la somme totale payée pendant la période t par i pour l'achat de biens de consommation, $c_{i,t}p_{i,t}$, ne peut pas dépasser ses capacités de dépense $r_{i,t}$ (lorsque celles-ci sont positives). Cette hypothèse a été formulée pour empêcher des stratégies de type Ponzi où les ménages financent de manière délibérée une consommation importante par un endettement explosif. Il est toutefois possible que $b_{i,t}$ (la richesse nominale du ménage i à la période t) devienne négative. En effet, il se peut que i s'endette « par défaut », i.e. contre sa volonté; ceci se produit lorsque les pertes distribuées par les firmes sont plus élevées que les revenus de travail et les revenus de l'épargne. Dans une telle configuration, $b_{i,t}$ et $r_{i,t}$ deviennent négatives; $b_{i,t}$ représente alors la dette du ménage auprès de la Banque (et $i_t b_{i,t}$ le service associé à cette dette). On remarque que la contrainte de liquidité (3.5) implique dans ce cas de figure une consommation égale à zéro, ce qui devrait provoquer des niveaux d'utilité particulièrement peu élevés (cf. *infra*).

La contrainte de liquidité (3.5) permet de déterminer la *demande solvable* $c_{i,t}^{sol}$ du ménage i

$$c_{i,t}^{sol} = \min \left(c_{i,t}^d, \frac{r_{i,t}}{p_{i,t}} \right), \quad (3.6)$$

i.e. la quantité de biens que le ménage souhaite se procurer et que l'état de ses capacités de dépenses permet effectivement d'acquérir.

La présence dans l'équation (3.4) de variables dotées de l'indice temporel $t - 1$, en l'occurrence i_{t-1} et $b_{i,t-1}$, implique la nécessité de connaître les *valeurs initiales* de ces variables. En l'absence de valeurs associées à une période (fictive) $t = 0$, on est effectivement incapable de calculer la capacité de dépense dont disposent les ménages à la première période $t = 1$.

Le choix du taux d'intérêt initial i_0 ne pose pas de problème. On verra effectivement par la suite que cette première version du modèle multi-agents est caractérisée par la présence d'un taux d'intérêt nominal fixe \bar{i} . On suppose par conséquent que ce taux s'applique déjà au moment de l'initialisation : $i_0 = \bar{i}$.

Concernant la richesse nominale initiale, on retient l'hypothèse

$$b_{i,0} = \bar{b} \quad \forall i, \quad (3.7)$$

i.e. tous les ménages commencent dans des conditions identiques en matière de richesse. Cette hypothèse va quelque peu à l'encontre de l'esprit du modèle, car elle homogénéise les situations initiales des ménages. Le recours à cette hypothèse se justifie par le fait que

l'on ne souhaite pas introduire une diversité arbitraire dans le modèle. L'hétérogénéité entre les agents est censée émerger du comportement du modèle.⁴⁵

Production de biens La quantité de biens $y_{j,t}^o$ produite par la firme j est déterminée par la quantité de travail $h_{j,t}$ qu'elle a embauchée sur le marché de travail et par sa fonction de production

$$y_{j,t}^o = A_t h_{j,t}^{1-\alpha}, \quad (3.8)$$

avec $A > 0$ et $0 \leq \alpha \leq 1$, i.e. comme dans le nouveau modèle canonique, la fonction de production est croissante et concave (cf. Woodford (2003b, p. 146)). La fonction (3.8) est identique à la fonction de production retenue dans la présentation du nouveau modèle canonique de Galí (2008, p. 18). Toutes les firmes $j, j = 1, \dots, m$ sont dotées de la même technologie de production, ce qui revient à dire que les paramètres A_t et α sont identiques pour toutes les firmes. Suivant le modèle de base de Woodford (2003b, p. 225), A_t est normalisé à 1. On fait donc abstraction des questions relatives au progrès technique.

Détermination du prix de vente Pour rester proche de la structure du marché des biens du nouveau modèle canonique (concurrence monopolistique), on suppose que chaque firme j dispose d'un certain pouvoir de marché. Grâce à ce pouvoir, elle peut appliquer une marge μ sur son coût marginal, ce qui donne l'expression suivante de la détermination du prix de vente de la firme j :

$$p_{j,t} = (1 + \mu) \times \frac{w_{j,t} (y_{j,t}^o)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{1 - \alpha}. \quad (3.9)$$

avec $\frac{w_{j,t} (y_{j,t}^o)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{1 - \alpha}$ le coût marginal de la firme j .⁴⁶ On suppose que la marge ne peut pas être négative, i.e. on a $\mu \geq 0$. Le paramètre de marge μ est le même pour toutes les firmes : comme dans le nouveau modèle canonique, chaque firme bénéficie donc d'un pouvoir de marché identique. Notons que l'équation (3.9) correspond exactement au schéma de fixation des prix du nouveau modèle canonique (cf. Galí (2008, p. 44)).

Flexibilité des prix Cette première version du modèle ne comprend pas d'élément pouvant être considéré comme « l'équivalent dans un contexte multi-agents » du processus de Calvo (1983), i.e. d'une contrainte exogène qui limite la possibilité des firmes de modifier leurs prix de vente (par rapport aux prix appliqués à la période précédente). Cette différence notable par rapport au nouveau modèle canonique s'explique par le fait qu'un tel équivalent fera de toute façon son apparition au chapitre 4 de cette étude :

⁴⁵L'hypothèse 3.7 a également été retenue pour des raisons purement techniques : la méthode de l'analyse de la sensibilité utilisée dans cette étude (ANOVA fonctionnelle basée sur un modèle de Krigéage ordinaire) ne peut pas être appliquée à des paramètres individuels qui varient en fonction des agents et à travers les réplifications, mais uniquement à des paramètres globaux qui restent stables lors des réplifications d'un même scénario établi par le plan d'expérience (cf. sur ce point les sous-sections 3.3.2.2 et 3.3.3.3). Le choix d'une richesse initiale homogène s'explique par le souci de ne pas exclure d'emblée la possibilité d'étudier le rôle joué par la richesse initiale dans le modèle, à travers l'analyse de la sensibilité.

⁴⁶Le coût total de la firme correspond en effet à sa masse salariale $w_{j,t} h_{j,t} = w_{j,t} y_{j,t}^{\frac{1}{1-\alpha}}$.

il s'agit des processus d'apprentissage qui rendent les prix partiellement rigides et qui ressemblent à ce titre beaucoup à la formalisation de Calvo (1983).

A ce stade du développement du modèle, les prix peuvent donc être considérés comme « flexibles ». La notion de flexibilité n'a pourtant pas le même sens que dans le nouveau modèle canonique, où elle traduit avant tout la capacité des prix à se positionner instantanément à un niveau garantissant l'apurement du marché du bien. La situation est bien différente dans le modèle multi-agents : on verra dans le paragraphe qui suit que la liberté donnée aux firmes de pouvoir modifier les prix de vente à leur guise n'implique pas l'apurement du marché du bien.

Le marché du bien Les firmes sont classées par ordre croissant de leur prix de vente $p_{j,t}$ et elles rencontrent des ménages qui sont classés par ordre décroissant de leur demande réelle du bien $c_{i,t}^d$. Les firmes les moins « chères » vendent donc leur production aux ménages « porteurs » de la plus grande demande. Cette manière d'organiser les rencontres sur le marché du bien maximise le surplus des ménages. Le mécanisme de rationnement se rapproche à ce titre du rationnement efficace sans y correspondre tout à fait.

Les échanges sur le marché du bien cessent lorsqu'ils aboutissent à une situation où soit l'offre agrégée, soit la demande solvable agrégée $C_t^{sol} \equiv \sum_{i=1}^n c_{i,t}^{sol}$ est complètement épuisée. Comme pour le marché du travail, il est possible que des agents soient rationnés sur le marché de biens. Lorsque la demande solvable est insuffisante, il existe au moins une firme avec $y_{j,t}^o > y_{j,t}$. En cas d'insuffisance de l'offre, il existe au moins un ménage avec $c_{i,t}^{sol} > c_{i,t}$.

A ce moment, on connaît parfaitement la quantité du bien vendu par chaque firme $y_{j,t}$ et la quantité du bien achetée par chaque ménage $y_{i,t}$. Sachant que le ménage i n'a aucun intérêt à stocker des biens périssables, on connaît maintenant aussi la quantité de biens consommés :

$$c_{i,t} = y_{i,t}, \quad (3.10)$$

i.e. i consomme l'intégralité des biens qu'il vient d'acheter. Dans la mesure où le prix associé à chaque échange entre une firme et un ménage est connu, il est maintenant possible de calculer le chiffre d'affaires $p_{j,t} \times y_{j,t}$ et le profit $\mathbf{p}_{j,t}$ de chaque firme j :

$$\mathbf{p}_{j,t} = p_{j,t}y_{j,t} - w_{j,t}h_{j,t}. \quad (3.11)$$

On peut également calculer les dépenses de consommation $c_{i,t} \times p_{i,t}$ de chaque ménage i . Comme on connaît à ce stade les quantités du biens consommées et du travail fourni par i , on peut aussi calculer son utilité à l'aide de la fonction :

$$u_{i,t} = \frac{c_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{h_{i,t}^{1+\phi}}{1+\phi}, \quad (3.12)$$

avec $\sigma \neq 1$. L'équation (3.12) correspond à la fonction d'utilité retenue dans la présentation de Galí (2008) du nouveau modèle canonique. Pour que (3.12) partage les propriétés de la fonction d'utilité du nouveau modèle canonique, i.e. pour qu'elle soit croissante concave en $c_{i,t}$ et croissante convexe en $h_{i,t}$ (cf. la sous-section 1.2.1.2 du chapitre 1), il faut que $\sigma \geq 0$ et $\phi \geq 0$.

Épargne des ménages Lorsque la capacité de dépense du ménage i s'avère supérieure aux dépenses de consommation effectivement enregistrées, i.e. lorsque $r_{i,t} > c_{i,t}p_{i,t}$, le ménage épargne la somme excédentaire, i.e. il dépose le montant

$$b_{i,t} = r_{i,t} - c_{i,t}p_{i,t}. \quad (3.13)$$

sur son compte en banque.

Calcul des variables agrégées Les variables agrégées du modèle s'obtiennent par sommation des variables individuelles. On trouve ainsi la richesse nominale agrégée des ménages $B_t \equiv \sum_{i=1}^n b_{i,t}$, la quantité agrégée du travail (embauchée par les firmes et fournie par les ménages) $H_t \equiv \sum_{j=1}^m h_{j,t} = \sum_{i=1}^n h_{i,t}$ et la consommation agrégée des ménages $C_t \equiv \sum_{i=1}^n c_{i,t}$; $Y_t^o \equiv \sum_{j=1}^m y_{j,t}^o$ est l'offre agrégée des firmes, i.e. la somme de biens produits en t ; $Y_t \equiv \sum_{j=1}^m y_{j,t} (= C_t)$ correspond à la production agrégée vendue par les firmes (et donc achetée et consommée par les ménages). $U_t \equiv \sum_{i=1}^n u_{i,t}$ est l'utilité agrégée des ménages et $P_t = \sum_{j=1}^m p_{j,t}$ le profit agrégé des firmes.

Lorsqu'il s'agit de définir l'écart de production, il convient de tenir compte du caractère périssable des biens qui implique l'impossibilité d'assimiler le stock de biens invendus $Y_t^o - Y_t$ à un investissement. Ces biens périssent en effet à la fin de la période t et ne peuvent donc pas être consommés en $t + 1$. Dans ces conditions, il ne paraît pas très judicieux d'utiliser la production agrégée Y_t^o dans la définition de l'écart de production, car cette variable englobe potentiellement des quantités importantes qui ne seront jamais consommées. Il est préférable de définir l'écart de production à partir de la production vendue $Y_t (= C_t)$. On obtient alors $x_t \equiv \frac{Y_t - Y_t^*}{Y_t^*} (= \frac{C_t - Y_t^*}{Y_t^*})$, avec Y_t^* le niveau de production associé à l'équilibre du modèle (cf. la sous-section 3.3.1.2 pour la définition de Y_t^*).

$W_t \equiv \frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}}$ et $P_t \equiv \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t} y_{j,t}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}$ sont des indices (pondérés par les quantités échangées) du niveau général des salaires et des prix. A partir de P_t , on peut calculer l'inflation : $\pi_t \equiv \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$.

Activités de la Banque Suivant une idée de Raberto et al. (2008), on suppose que la Banque remplit simultanément les fonctions d'une banque commerciale et celles de la Banque centrale.

La collecte des dépôts et l'octroi de crédits rémunérés aux ménages endettés « par défaut » correspondent aux activités commerciales de la Banque. Les activités qui se situent normalement dans le domaine réservé de la Banque centrale sont le choix du taux d'intérêt nominal et la gestion de la masse monétaire. En effet, la Banque est dotée de la capacité de créer et de détruire de la monnaie. Lorsque les revenus d'intérêt qu'elle doit payer aux épargnants dépassent les paiements d'intérêt qu'elle perçoit de la part des ménages endettés, la Banque crée la quantité de monnaie nécessaire pour combler la différence. Dans le cas symétrique, elle détruit les unités monétaires excédentaires.

Dans cette première version du modèle, le mode de détermination du taux d'intérêt nominal i_t est extrêmement simple. La Banque choisit à la première période un taux d'intérêt fixe \bar{i} qu'elle maintient inchangé jusqu'à la dernière période. On a donc :

$$i_t = \bar{i} \quad \forall t. \quad (3.14)$$

Cette fixité du taux d'intérêt a été retenue pour les mêmes raisons que la fixité des stratégies des agents (cf. *supra*) : on cherche à établir dans un premier temps un environnement stable qui favorise la mise en évidence des caractéristiques structurelles du modèle multi-agents. Vu le caractère rudimentaire de ce mode de détermination de i_t , on peut à ce stade difficilement parler d'une véritable politique monétaire. Il manque notamment la dimension réactive de la politique monétaire, i.e. la capacité de la Banque de moduler le taux d'intérêt en fonction des performances de l'économie (inflation, niveau de la production agrégée, etc). Cette dimension sera introduite dans le chapitre 4.

3.3.1.2 L'équilibre du modèle

A ce stade, on dispose de l'ensemble des hypothèses qui décrivent le modèle multi-agents. Il est maintenant possible de donner une définition précise de l'équilibre « virtuel » évoqué dans la section 3.1, i.e. du point de référence qui se rapproche de la notion de l'équilibre en anticipations rationnelles défini dans le nouveau modèle canonique. Il s'agit de l'équilibre que l'on observerait si

- *a*) les comportements des agents étaient guidés par des procédures d'optimisation (et non par des stratégies fixes),
- *b*) un mécanisme d'apurement assurerait en permanence l'égalité entre offre et demande de travail et de biens,
- *c*) le marché du travail était caractérisé par un fonctionnement concurrentiel.

Les hypothèses *a*), *b*) et *c*) n'ont pas été choisies par hasard : elles figurent parmi les restrictions dont l'utilisation permet la résolution de la version de base du nouveau modèle canonique (cf. chapitre 1). La définition de l'équilibre « virtuel » du modèle multi-agents est donc fondée sur des restrictions qui sont co-substantielles à la détermination de l'équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique. C'est à ce titre que l'on peut rapprocher l'équilibre « virtuel » de la notion de l'équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique.⁴⁷

Sous les restrictions *a*), *b*) et *c*), on trouve les expressions suivantes qui décrivent l'équilibre du modèle multi-agents (cf. l'annexe C.1 pour la résolution du modèle sous ces restrictions) :

$$h_{j,t}^* = \left[\frac{1-\alpha}{1+\mu} \left(\frac{m}{n} \right)^{-\sigma-\phi} \right]^{\frac{1}{\sigma(1-\alpha)+\phi+\alpha}} \quad (3.15)$$

$$y_{j,t}^* = (h_{j,t}^*)^{1-\alpha}. \quad (3.16)$$

$$h_{i,t}^* = \frac{m}{n} \times h_{j,t}^*, \quad (3.17)$$

⁴⁷Il existe toutefois une différence conceptuelle importante entre l'équilibre en anticipations rationnelles et l'équilibre virtuel. Ce dernier correspond à un équilibre *quasi-statique*, i.e. il est valable dans une logique d'optimisation période par période. L'absence d'anticipations dans cette première version du modèle multi-agents implique en effet que l'équilibre virtuel ne peut pas tenir compte de la dimension intertemporelle qui est présente dans l'équilibre en anticipations rationnelles du nouveau modèle canonique (et du rôle du taux d'intérêt réel à cet égard).

$$c_{i,t}^* = \frac{m}{n} \times y_{j,t}^*, \quad (3.18)$$

$$u_{i,t}^* = \frac{(c_{i,t}^*)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(h_{i,t}^*)^{1+\phi}}{1+\phi}, \quad (3.19)$$

$$H_t^* = m \times h_{j,t}^* = n \times h_{i,t}^*, \quad (3.20)$$

$$Y_t^* = m \times y_{j,t}^* = n \times c_{i,t}^* = C_t^*, \quad (3.21)$$

$$U_t^* = n \times u_{i,t}^*, \quad (3.22)$$

$$\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^* = \frac{1-\alpha}{(1+\mu)(h_{j,t}^*)^\alpha}, \quad (3.23)$$

$$\left(\frac{P_t}{P_t}\right)^* = Y_t^* - \left(\frac{W_t}{P_t}\right)^* H_t^*, \quad (3.24)$$

avec $h_{j,t}^*$ la quantité optimale de travail embauché par la firme j , $y_{j,t}^*$ la quantité optimale de biens produits par la firme j , $h_{i,t}^*$ la quantité optimale de travail fournie par le ménage i , $c_{i,t}^*$ la quantité optimale de biens consommés par le ménage i , $u_{i,t}^*$ l'utilité du ménage i associée au travail optimal $h_{i,t}^*$ et à la consommation optimale $c_{i,t}^*$, H_t^* la quantité optimale du travail agrégé, Y_t^* la quantité optimale de la production agrégée, C_t^* la quantité optimale de la consommation agrégée, U_t^* l'utilité agrégée optimale, $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^*$ le salaire réel d'équilibre et $\left(\frac{P_t}{P_t}\right)^*$ le profit réel agrégé d'équilibre.

3.3.2 Protocole des simulations

L'étude des comportements et des propriétés fondamentales du modèle multi-agents est fondée sur des simulations informatiques et sur l'analyse statistiques des réalisations des variables générées par ces simulations. Cette sous-section présente de manière détaillée le protocole des simulations et justifie les choix qui ont été faits en la matière.

3.3.2.1 Espace de paramètres

Le modèle multi-agents que l'on vient de présenter comporte six paramètres. Les paramètres structurels α , μ , σ , ϕ , le paramètre d'initialisation de la richesse \bar{b} et le paramètre de politique monétaire \bar{i} .

Il n'existe à ce jour pas de consensus dans la communauté scientifique sur les valeurs numériques les plus appropriées pour ces paramètres. Concernant les paramètres structurels $(\alpha, \mu, \sigma, \phi)$, Rotemberg & Woodford (1997) proposent le vecteur des valeurs numériques $(0.25, 0.145, 0.16, 0.603)$, tandis que Galí (2008, p. 52) retient $(0.33, 0.2, 1, 1)$. Dans ces conditions, le choix d'une combinaison particulière des valeurs numériques est forcément arbitraire et ne constitue donc pas une approche satisfaisante. Il paraît préférable d'identifier pour chaque paramètre l'ensemble des valeurs plausibles qui doivent être couvertes par les simulations.

Paramètres structurels Les propriétés du modèle multi-agents impliquent des restrictions d'ordre théorique sur les valeurs des paramètres structurels : on a vu que $0 \leq \alpha \leq 1$, $\mu \geq 0$, $\sigma \geq 0$ (avec en même temps $\sigma \neq 1$) et $\phi \geq 0$. Toutefois, ces restrictions ne suffisent pas pour établir une paramétrisation *opérationnelle*, i.e. une paramétrisation qui permet d'effectuer des simulations informatiques. En effet, ces restrictions d'ordre théorique ne définissent pas les bornes supérieures des valeurs admises des paramètres μ , σ et ϕ . De plus, des valeurs numériques de α proche de 1 posent des problèmes de lisibilité économique, car la quantité de biens produits est dans ces configurations largement déconnectée de la quantité de travail utilisée dans le processus de production. Cette déconnexion devient même parfaite dans le cas limite $\alpha = 1$ (on aurait alors $y_{j,t} = 1$, et cela quelque soit la quantité de travail utilisée par la firme j).

Pour pallier ces inconvénients, on modifie ces restrictions de la manière suivante.

- Pour ce qui concerne le paramètre α , on écarte des valeurs proches de 1 qui traduisent des conditions de production invraisemblables. Dans cette perspective, on retient $\alpha \in [0, 0.5]$, où $\alpha = 0$ correspond au cas limite des rendements constants.
- Concernant μ , il s'agit de définir une borne supérieure. La littérature suggère que les marges sur le coût marginal ne dépassent généralement pas 100% (cf. par exemple Martins & Scarpetta (1999)). On suppose par conséquent $\mu \in [0, 1]$.
- On retient pour σ l'intervalle $[0, 0.95]$. Ce choix s'explique par la restriction $\sigma \neq 1$ et par la nécessité de tenir compte du fonctionnement du marché des biens. En effet, la contrainte de liquidité et le mécanisme de rationnement sont susceptibles d'engendrer des situations où un ou plusieurs ménages sont privés de consommation ($\exists i$ tel que $c_{i,t} = 0$). Pour éviter des problèmes de définition de l'utilité, il convient alors d'écartier des valeurs de σ supérieures à 1 (cf. sur ce point la fonction d'utilité (3.12)).
- Aucun argument d'ordre théorique permet de définir une valeur maximale pour ϕ ; on prend donc de manière *ad hoc* comme borne supérieure la valeur 1, i.e. on a $\phi \in [0, 1]$.

Richesse nominale initiale Aucun élément d'ordre théorique ne peut être mobilisé pour restreindre les valeurs possibles du paramètre \bar{b} qui renseigne sur la dotation initiale des ménages en matière de richesse nominale. La question principale que l'on peut se poser par rapport à \bar{b} est la suivante : est-ce que le modèle fonctionne de la même manière lorsqu'il est initialisé avec une richesse positive et avec une richesse négative ? Dans cette optique, il paraît intéressant de choisir un intervalle des valeurs possibles qui couvre les deux cas. Des tests préliminaires ont montré que les dynamiques observables avec $[-1, 1]$ sont essentiellement les mêmes qu'avec $[-2, 2]$ ou $[-3, 3]$. On retient de manière quelque peu *ad hoc* : $\bar{b} \in [-2, 2]$.

Valeur fixe du taux d'intérêt nominal On prend $\bar{i} \in [0, 0.05]$. Cet intervalle couvre approximativement la fourchette des taux directeurs appliqués par la Reserve Fédérale et par la Banque Centrale Européenne ces dix dernières années.

type de paramètre	paramètre	ensemble des valeurs admises
paramètres structurels	α	[0, 0.5]
	μ	[0, 1]
	σ	[0, 0.95]
	ϕ	[0, 1]
paramètre d'initialisation	\bar{b}	[-2,2]
paramètre politique	\bar{i}	[0, 0.05]

TAB. 3.2 – Intervalles des valeurs admises des paramètres retenus pour les simulations informatiques du modèle.

3.3.2.2 Échantillonnage des combinaisons des paramètres par la méthode NOLH

Les hypothèses concernant les valeurs admises des différents paramètres du modèle (cf. la sous-section 3.3.2.1) sont résumées dans le tableau TAB. 3.2. Le tableau montre que les simulations informatiques du modèle doivent « balayer » un *espace expérimental* (en anglais : *experimental area*) assez étendu. Cet espace correspond à un hypercube de dimension 6. Le recours à la méthode de Monte Carlo, i.e. aux tirages aléatoires dans l'espace expérimental, impliquerait dans ce contexte des coûts computationnels importants, qui se multiplieraient d'ailleurs dans des versions plus élaborées du modèle caractérisées par la présence de 10 à 20 paramètres (cf. le chapitre 4). L'utilisation des méthodes développées par la littérature sur les *plans d'expériences* (en anglais : *design of experiments*) permet de réduire drastiquement ces coûts (cf. Kleijnen et al. (2005) pour une présentation de l'état de l'art en matière de plans d'expériences). En effet, ces méthodes permettent de sélectionner un ensemble représentatif de *scénarios* (i.e. de combinaisons particulières de valeurs numériques pour chaque paramètre) appartenant à l'espace expérimental. Parmi ces différentes méthodes, on retiendra ici l'*échantillonnage des hypercubes latins presque orthogonaux* (en anglais : *Near Orthogonal Latin Hypercube Sampling* (Cioppa & Lucas 2007), (ci-après : *NOLH échantillonnage*)).

Le choix de la méthode d'échantillonnage NOLH s'explique par le fait qu'elle conjugue des propriétés intéressantes. Le coût computationnel y est particulièrement faible grâce à un nombre très restreint de scénarios sélectionnés : pour les 6 paramètres du tableau TAB. 3.2, l'échantillonnage par NOLH aboutit à la définition d'un ensemble de seulement 17 scénarios. Un deuxième avantage de cette méthode réside dans sa capacité à remplir convenablement l'espace expérimental, i.e. de distribuer les scénarios sélectionnés à travers la totalité des sous-espaces de l'espace expérimental (Cioppa & Lucas 2007, p. 45). Cela signifie en particulier que l'échantillonnage par NOLH évite une concentration des scénarios dans les périphéries de l'espace expérimental qui se ferait au détriment de l'exploration des sous-espaces situés plus au centre de celui-ci (Kleijnen et al. 2005, p. 274). Finalement, l'échantillonnage par NOLH permet de définir une *matrice de scénarios* (i.e. une matrice qui renseigne sur les valeurs numériques prises par chaque paramètre dans chaque scénario) presque orthogonale, i.e. les corrélations entre deux colonnes de cette matrice sont faibles (par exemple comprises dans l'intervalle $[-0.03, 0.03]$ (Cioppa & Lucas 2007, p. 45)).

Ces deux dernières propriétés visent à favoriser l'analyse des résultats des simulations à l'aide d'un *méta-modèle* telle que la recommandent Kleijnen et al. (2005, p. 265).⁴⁸ Ainsi, le remplissage convenable de l'espace expérimental dispense de la nécessité de formuler des hypothèses concernant la nature de la surface de réponses du méta-modèle ; il permet effectivement de détecter des irrégularités dans la surface de réponses du méta-modèle (i.e. des pointes, des seuils, etc.) qui pourraient rester inaperçues en présence de scénarios qui se concentrent sur les périphéries de l'espace expérimental (Kleijnen et al. 2005, p. 274). Le fait que la matrice des scénarios soit presque orthogonale devrait à son tour avantager la mise en œuvre des régressions en évacuant des problèmes de colinéarité (Kleijnen et al. 2005, p. 273) ; cette propriété devrait également favoriser l'analyse de la sensibilité du méta-modèle.

A l'aide d'une feuille de calcul élaborée par Sanchez (2005), on a établi la matrice de scénarios NOLH du modèle multi-agents :

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}
1	0.313	0.95	0.406	0.375	-1	0.047
2	0.063	0.238	0.438	0.563	-2	0.016
3	0.125	0.416	0.031	0.25	0.5	0.041
4	0.188	0.594	0.156	1	0.25	0.006
5	0.75	0.891	0.219	0.125	-0.75	0
6	1	0.297	0.188	0.813	-1.75	0.038
7	0.625	0.178	0.5	1.313	1.5	0.022
8	0.563	0.831	0.375	0.938	1.25	0.031
9	0.5	0.475	0.25	0.5	0	0.025
10	0.688	0	0.094	0.625	1	0.003
11	0.938	0.713	0.063	0.438	2	0.034
12	0.875	0.534	0.469	0.75	-0.5	0.009
13	0.813	0.356	0.344	0	-0.25	0.044
14	0.25	0.059	0.281	0.875	0.75	0.05
15	0	0.653	0.313	0.188	1.75	0.013
16	0.375	0.772	0	0.688	-1.5	0.028
17	0.438	0.119	0.125	0.063	-1.25	0.019

3.3.2.3 Nombre de réplifications, de périodes et d'agents

Les simulations informatiques explorent le fonctionnement du modèle multi-agents dans les 17 scénarios sélectionnés par NOLH échantillonnage. Dans ce contexte, il convient de tenir compte du *caractère non déterministe* du modèle : la présence d'éléments stochastiques (en l'occurrence le tirage aléatoire des stratégies initiales) implique que les trajectoires des variables endogènes engendrées sous un même scénario peuvent être très différentes. Dans ces conditions, toute analyse fondée sur une seule simulation par scénario est susceptible de donner une vision erronée du fonctionnement du modèle : premièrement, une simulation unique ne permet pas d'appréhender l'hétérogénéité des trajectoires qui peuvent se produire dans un scénario donné ; deuxièmement, un tel procédé est inadapté

⁴⁸On fera dans la présente étude appel à un méta-modèle de *Krigéage ordinaire* (cf. la sous-section 3.3.3.3).

pour détecter le caractère potentiellement atypique et exceptionnel d'une trajectoire observée lors d'une simulation. Le recours à des *réplications* est la méthode habituelle qui permet de faire face à ces difficultés : on effectue pour chaque scénario plusieurs simulations. Dans la présente étude, on retient 20 réplications par scénario, ce qui implique un nombre total de $17 \times 20 = 340$ simulations.

Dans cette première version du modèle multi-agents, la durée des simulations est limitée à 120 périodes. Cette limitation se justifie par le fait que la quasi-totalité des variables endogènes agrégées se stabilisent parfaitement avant $t = 120$. Ceci est notamment les cas de toutes les variables agrégées réelles. La seule variable agrégée dont la valeur change de période en période au delà de $t = 120$ est la richesse nominale agrégée des ménages B_t .

On retient par ailleurs dans le cadre des simulations $n = 100$ et $m = 10$, l'économie est donc peuplée par 100 ménages et 10 firmes. Ce choix d'un nombre relativement restreint d'agents se justifie par le souci de limiter le temps de calcul des simulations. Cet élément deviendra important dans des versions plus complexes du modèles que l'on rencontrera dans le chapitre 4.

3.3.3 Outils analytiques

Cette sous-section est consacrée aux outils dont on fera usage pour analyser les observations générées par simulation informatique. Après une présentation rapide des *outils descriptifs* mobilisés, elle introduit la technique statistique retenue, le *Krigéage* ordinaire.

3.3.3.1 Indices de positionnement

Pour chaque variable endogène agrégée X_t du modèle, l'expression

$$\frac{X_t - X_t^*}{X_t^*} \quad (3.25)$$

définit l'indice agrégé de la distance relative (en pourcentage) par rapport à la valeur d'équilibre X_t^* , avec $X_t = \{H_t, Y_t^o, C_t, U_t, \frac{P_t}{P_t}, \frac{W_t}{P_t}\}$ et $X_t^* = \{H_t^*, Y_t^*, C_t^*, U_t^*, \left(\frac{P_t}{P_t}\right)^*, \left(\frac{W_t}{P_t}\right)^*\}$. Une valeur de (3.25) proche de zéro indique que la variable agrégée en question se situe à proximité de sa valeur d'équilibre.

Dans ce troisième chapitre, l'intérêt principal de ces indices de positionnement par rapport à l'équilibre réside dans leur capacité de favoriser les comparaisons entre des réalisations d'une même variable obtenue dans différents scénarios NOLH.

On peut illustrer cette capacité par l'exemple de deux observations de la production agrégée Y_t^o : soit $Y_{t,0}^o$ une réalisation obtenue dans un scénario avec $\alpha = 0$ et $Y_{t,0.5}^o$ dans un scénario avec $\alpha = 0.5$. Le fait que $Y_{t,0}^o \gg Y_{t,0.5}^o$ n'est pas très parlant en soi, car les rendements de la fonction de production sont très différents dans les deux scénarios. L'information supplémentaire que $\frac{Y_{t,0}^o - Y_{t,0}^{o,*}}{Y_{t,0}^{o,*}} \simeq \frac{Y_{t,0.5}^o - Y_{t,0.5}^{o,*}}{Y_{t,0.5}^{o,*}}$ suggère par contre que les différences entre les rendements expliquent la différence entre les deux observations : en effet, la distance relative par rapport à la production agrégée d'équilibre est approximativement la même pour $Y_{t,0}^o$ et pour $Y_{t,0.5}^o$.

Dans des versions plus élaborées du modèle multi-agents, l'indice (3.25) pourra être réinterprété comme *indice de convergence*. En effet, on verra par la suite que le caractère assez statique des principales variables endogènes qui prévaut dans cette première version du modèle laissera la place à des comportements beaucoup plus dynamiques dans le chapitre suivant. L'indice (3.25) permettra alors d'appréhender la question de la convergence des variables agrégées vers les valeurs associées à l'équilibre.

3.3.3.2 Boîtes à moustaches dynamiques

Des graphiques représentant l'évolution au cours du temps des variables (ou des indices de positionnement) constituent un moyen simple pour repérer visuellement les propriétés dynamiques fondamentales du modèle multi-agents. Toutefois, l'illustration du comportement d'une variable lors d'une simulation *particulière* ne présente qu'un intérêt très limité, car le choix du scénario (parmi les 17 scénarios sélectionnés par NOLH échantillonnage) et de la réplication (sur les 20 répliques effectuées) ne peut être que arbitraire. Des graphiques représentant l'évolution des *boîtes à moustache* des variables en question semblent mieux adaptés dans un contexte de multiplication des simulations, car ils permettent de synthétiser les résultats des 340 simulations effectuées. En traçant les positions des quartiles, les boîtes à moustaches renseignent effectivement sur le profil des réalisations des variables et des indices générés dans les 340 différentes simulations. Les conventions retenues dans la représentation des distributions par des boîtes à moustaches peuvent être consultées dans l'annexe C.2.

3.3.3.3 Analyse statistique par *Krigéage*

Les séries des variables endogènes obtenues par simulation dans le modèle multi-agents qui constitue le cadre d'analyse de cette deuxième partie de la présente étude résistent généralement à une lecture purement intuitive, et cela malgré le caractère parfaitement connu des hypothèses de ce modèle. Le modèle est effectivement trop complexe pour que l'on puisse comprendre immédiatement les mécanismes qui y sont à l'œuvre, car il contient notamment les interactions entre deux marchés.

Le recours à la *méta-modélisation* est souvent utile pour rendre le fonctionnement d'un tel modèle intelligible : on appelle *méta-modèle* une représentation simplifiée de la relation *intrants* \rightarrow *réalisations des variables endogènes* administrée par le code d'un modèle informatique (van Beers & Kleijnen 2003).⁴⁹ La méta-modélisation permet notamment de répondre à deux questions fondamentales : *i*) quelle est la *nature des relations* entre les intrants et les variables endogènes d'un modèle ? *ii*) quelle est l'*importance relative des différents intrants* : quels sont les intrants dont les variations expliquent l'essentiel des variations des variables endogènes, et quels intrants contribuent peu ou pas à ces variations (analyse de la sensibilité).

La forme habituelle de ces méta-modèles - la régression linéaire - est toutefois inadaptée à la méthode de détermination des scénarios (i.e. des combinaisons des valeurs des

⁴⁹On utilise ici le terme « intrants » au sens de l'anglais *inputs*.

paramètres) retenue dans la présente étude : en effet, le nombre très restreint de scénarios définis par NOLH implique un grillage assez grossier des intervalles des paramètres et par conséquent des distances relativement importantes entre les points retenus dans les simulations. Un moyen très simple de contourner ce problème est de procéder à l'interpolation entre les points désignés par les scénarios de type NOLH. C'est pour cette raison que la présente étude mobilise une modélisation fondée sur le principe de l'interpolation : le *Krigéage* (cf. les travaux fondateurs de la géostatistique de Krige (1951) et Matheron (1963), Roustant et al. (2010) pour une présentation exhaustive des questions techniques et Oeffner (2008) pour une première application du Krigéage à la modélisation macroéconomique multi-agents.)

Les estimations d'un méta-modèle de Krigéage fournissent notamment deux outils statistiques : l'*analyse de la sensibilité* se fait par la méthode de l'analyse fonctionnelle de la variance (ci-après *ANOVA fonctionnelle*); les *prévisions marginales* mettent en évidence la nature des relations entre les différents intrants et les variables endogènes du modèle.

Estimation par un méta-modèle de *Krigéage* Dans le cadre du modèle multi-agents de la sous-section 3.3.1, un méta-modèle de *Krigéage ordinaire* peut être formalisé de la manière suivante.⁵⁰

Soit $\mathbf{x} \equiv [\phi \ \sigma \ \dots \ \bar{i}] \in D \subset \mathbb{R}^6$ le vecteur des six paramètres du modèle multi-agents. On rappelle que dans la présente étude, le Krigéage ordinaire a vocation à dégager les mécanismes qui gouvernent les réalisations des variables endogènes du modèle. A titre d'illustration, on s'intéressera ici à la production agrégée vendue Y ; plus précisément, on retient comme variable endogène la *moyenne* de la production agrégée vendue \bar{Y} : cette moyenne est calculée sur les 20 réplifications exécutées dans chaque scénario NOLH et sur les 13 réalisations de Y enregistrées pendant chaque réplification lors des périodes $t = \{1, 10, 20, 30, \dots, 120\}$ (cf. aussi l'annexe C.3). Le recours à la production agrégée *moyenne* comme variable endogène s'explique par le fait que le Krigéage est une méthode adaptée au cadre déterministe de la géologie et de la géostatistique : *a priori*, il ne convient pas pour l'analyse des données caractérisées par le fait qu'une combinaison donnée des intrants est susceptible de générer des réalisations différentes des variables endogènes. Pour garantir que la relation *intrants* \rightarrow *réalisations des variables endogènes* soit bien une application (au sens mathématique du terme), van Beers & Kleijnen (2004) recommandent d'appliquer dans un contexte non-déterministe le Krigéage non pas directement aux réalisations des variables, mais aux observations moyennes des variables.⁵¹

⁵⁰Cette formalisation est l'application de la présentation générale du Krigéage de Roustant et al. (2010) au cas particulier du modèle de la sous-section 3.3.1. Pour les détails techniques, cf. l'annexe C.3.

⁵¹Cela implique d'ailleurs l'impossibilité de retenir les variables agrégées exogènes du modèle (H_t^o , H_t^d , etc.) comme variables explicatives du modèle de Krigéage. En effet, les valeurs prises par ces variables sont tirées de manière aléatoire lors de l'initialisation de chaque réplification. La loi des grands nombres assure dans ces conditions que l'on obtient pour les différents scénarios NOLH de *valeurs moyennes* quasiment identiques de ces variables exogènes (quasi-absence de variance dans les séries). Retenir ces variables comme variables explicatives du modèle de Krigéage reviendrait à faire du Krigéage avec un terme constant. Toutefois, le modèle de Krigéage adapté au cadre du modèle multi-agents se caractérise justement pas l'absence d'une constante (cf. l'annexe C.3). Les seuls éléments qui peuvent être considérés

Le méta-modèle de Krigéage ordinaire de la production agrégée moyenne est décrit par l'équation

$$\bar{Y}(x) = m(x) + Z(x), \quad (3.26)$$

avec $m(x)$ la fonction dite d'*effet moyen* et $Z(x)$ un *champ aléatoire gaussien* (en anglais : *gaussian random field*). L'effet moyen $m(x)$ est supposé être une combinaison linéaire des paramètres du modèle multi-agents ; les poids associés aux différents paramètres, notés $\beta_\phi, \beta_\sigma, \dots, \beta_i$, sont *a priori* inconnus et doivent être estimés. Le champ aléatoire gaussien $Z(x)$ est caractérisé par le fait que pour deux vecteurs de paramètres du modèle multi-agents, u et v , la distribution jointe de $\bar{Y}(u)$ et $\bar{Y}(v)$ suit une loi normale multivariée,

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}(u) \\ \bar{Y}(v) \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} m(u) \\ m(v) \end{bmatrix}, \sigma_z^2 \begin{bmatrix} 1 & C(u, v) \\ C(v, u) & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (3.27)$$

dont la variance σ_z^2 est un facteur d'échelle et dont les covariances $C(\cdot)$ sont définies par une fonction de corrélation $R(u, v, \theta)$; σ_z^2 et le vecteur $\theta \equiv [\theta_\phi \ \theta_\sigma \ \dots \ \theta_i]^T$ sont des paramètres inconnus qui doivent être estimés (cf. l'annexe C.3). Il convient de choisir une fonction de corrélation R dotée de la propriété suivante : *la covariance entre u et v décroît avec la distance entre u et v* . Dans le cadre de l'analyse des résultats de simulations basées sur des scénarios sélectionnés par NOLH, c'est cette propriété fondamentale qui permet de tirer avantage du Krigéage : elle traduit en effet l'hypothèse selon laquelle les réalisations (fictives, car non simulées) des variables endogènes associées à un scénario *inexploré* par NOLH devraient être corrélées avec les observations des variables endogènes obtenues avec des scénarios simulés les plus proches ; ainsi, le Krigéage parvient à combler par interpolation les écarts entre les 17 scénarios sélectionnés par NOLH.

Le Krigéage ordinaire estime les paramètres σ_z^2 et $\theta \equiv [\theta_\phi \ \theta_\sigma \ \dots \ \theta_i]^T$ par la méthode du maximum de vraisemblance et partant le vecteur $\beta \equiv [\beta_\phi \ \beta_\sigma \ \dots \ \beta_i]^T$. Pour une nouvelle combinaison des paramètres du modèle multi-agents, $x^{(0)}$, on obtient alors la prévision suivante du méta-modèle de Krigéage ordinaire (noté OK) :

$$m_{OK}(x^{(0)}) = x^{(0)}\hat{\beta} + c(x^{(0)})^T C^{-1}(\bar{y} - X^T \hat{\beta}) \quad (3.28)$$

avec X la matrice des scénarios sélectionnés par NOLH et $c(x^{(0)})$ le vecteur des covariances entre le nouveau scénario $x^{(0)}$ et les 17 scénarios regroupés dans X .

Analyse de la sensibilité L'objectif principal de l'analyse de la sensibilité est d'attribuer les variations d'une variable endogène (par exemple \bar{Y}) aux variations des intrants du modèle. Par comparaison des contributions des différents intrants aux variations du modèle estimé (3.26) de la variable endogène \bar{Y} , il est alors possible de faire apparaître l'influence exercée par chaque intrant sur cette variable ; partant, on peut hiérarchiser les intrants, i.e. on classe les intrants selon leur capacité à influencer les réalisations de la variable en question.

La méthode d'analyse de la sensibilité que l'on retient dans la présente étude est l'ANOVA fonctionnelle (cf. Sacks et al. (1989), Jeong et al. (2005) et l'annexe C.3 pour comme intrants du modèle de Krigéage sont donc les six paramètres établis par NOLH.

les détails techniques de cette méthode). L'ANOVA fonctionnelle estime d'abord les *effets principaux*, i.e. les effets exercés sur la variable endogène du modèle de Krigéage par chaque intrant pris de manière isolée, ainsi que les *effets d'interaction* exercés conjointement par deux intrants deux-à-deux distincts. Ensuite, cette méthode calcule, pour l'ensemble des intrants, des variances associées aux effets principaux et aux effets d'interactions. Finalement, l'ANOVA fonctionnelle décompose la variance totale du modèle de Krigéage estimé en ces variances associées aux effets principaux et aux effets d'interaction. Pour chaque intrant, cette décomposition se fait par le calcul du ratio entre la variance associée à l'effet principal (au numérateur) et la variance totale du modèle de Krigéage estimé (au dénominateur); de la même manière sont construits des ratios associés aux effets d'interactions. Ces différents ratios renseignent donc sur la *proportion de la variance totale du modèle qui s'explique par les variances des différents intrants pris isolément et par les covariances des intrants pris deux-à-deux distinctement*.

On présente dans cette étude les résultats de l'analyse de la sensibilité sous forme de tableaux fournis par le logiciel d'estimation *JMP 9*. Ces tableaux reproduisent pour chaque intrant le ratio (*variance associée à l'effet principal / variance totale*) et les ratios (*variance associée à l'effet d'interaction / variance totale*) pour chaque combinaison deux-à-deux distincte avec les autres intrants du modèle. Finalement, ces tableaux contiennent également des indicateurs dits de la « sensibilité totale », il s'agit pour chaque intrant du ratio (*somme des variances associées à l'effet principal et aux effets d'interaction / variance totale*).

Prévision marginale Les effets principaux associés aux différents intrants du modèle permettent d'effectuer des prévisions marginales (cf. l'annexe C.3 pour la formule de prévision). Ces prévisions sont à la base des graphiques dits « du modèle marginal » fournis par *JMP 9* : on y trouve pour chaque intrant du modèle de Krigéage en abscisse l'intervalle expérimental de l'intrant en question et en ordonnée les prévisions marginales correspondant. L'aspect de la courbe des prévisions marginales (croissant, plat, décroissant, linéaire, non-linéaire, etc) renseigne sur la nature de la relation *intrant* \rightarrow *réalisations de la variable endogène*.

3.3.4 Résultats des simulations

Cette sous-section présente et analyse les résultats des simulations effectuées dans le modèle multi-agents décrit dans la sous-section 3.3.1. Ces simulations ont été exécutées sur la plateforme de simulation *Netlogo*, version 4.1.1 (Wilensky 1999) et analysées à l'aide des logiciels *R*, version 2.10.1 (R Development Core Team 2010) et *JMP 9*.

A ce stade du développement du modèle multi-agents, on se concentrera à l'étude des *propriétés structurelles* du modèle, i.e. aux éventuels effets d'interaction entre les deux marchés, au rôle joué par les mécanismes de rationnement et à la question du financement de la consommation. Dans ce contexte, on portera une attention particulière à la *relation entre les efforts engagés par les agents et les récompenses qu'ils reçoivent en contrepartie* : quelle est la nature de cette relation, comment et pourquoi évolue-t-elle au cours du temps, et quelles sont les effets agrégés qui en découlent ?

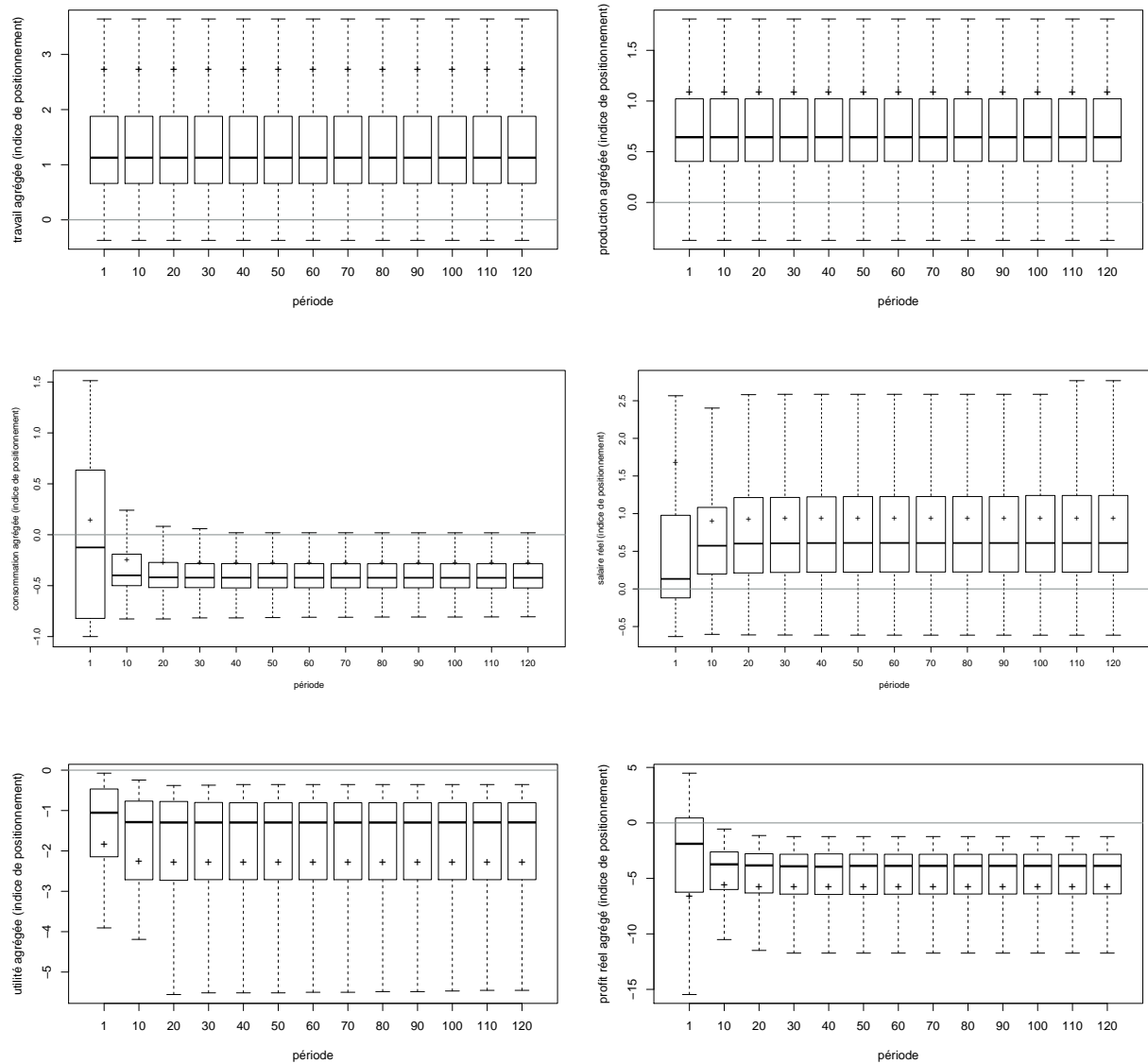


FIG. 3.1 – Évolution des distributions des indices de positionnement de H_t (en haut à gauche), Y_t^o (en haut à droite), C_t (au milieu à gauche), $\frac{W_t}{P_t}$ (au milieu à droite), U_t (en bas à gauche) et $\frac{P_t}{P_t}$ (en bas à droite).

On réserve la démarche comparative par rapport aux résultats et au fonctionnement du nouveau modèle canonique à des versions plus développées du modèle multi-agents qui endogénéisent les comportements des agents en matière de choix de leurs stratégies (cf. le chapitre 4).

3.3.4.1 Présentation des résultats

La présentation des résultats qui suit se concentre sur les dynamiques des variables H_t , Y_t^o , C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$. La focalisation sur ces variables réelles s'explique par le fait que celles-ci renseignent mieux que les variables nominales (W_t , P_t , etc.) et les variables notionnelles (H_t^o , H_t^d , C_t^d , etc.) sur la relation *efforts* \rightarrow *récompenses* que l'on vient d'évoquer. Le travail agrégé H_t et la production agrégée Y_t^o traduisent en effet les efforts des ménages et des firmes. L'utilité agrégée U_t et le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ résument à leur tour les récompenses. La consommation agrégée C_t ($= Y_t$, la production vendue) et le niveau général du salaire réel $\frac{W_t}{P_t}$ sont des variables agrégées intermédiaires qui permettent d'apprécier la nature de la relation entre efforts et récompenses. L'utilité des ménages dépend effectivement en partie de la consommation C_t , tandis que les profits des firmes sont co-déterminés par la production vendue $Y_t (= C_t)$. $\frac{W_t}{P_t}$ représente pour les firmes le coût réel du travail et pour les ménages la rémunération réelle du travail.

Les graphiques regroupés dans la figure FIG. 3.1 montrent l'évolution au cours du temps des distributions des indices de positionnement (distance relative à l'équilibre virtuel) de H_t , Y_t^o , C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$; ces graphiques synthétisent les dynamiques de ces variables réelles lors des 340 simulations effectuées.

La caractéristique la plus marquante des graphiques de la figure FIG. 3.1 est le fait que les *boîtes à moustaches des indices de positionnement du travail agrégé H_t et de la production agrégée Y_t^o ne varient pas au cours du temps*. L'invariabilité des distributions de H_t et de Y_t^o traduit la stabilité parfaite de ces deux variables agrégées lors de chaque réplication : pour un scénario NOLH donné et pour une initialisation donnée des stratégies des firmes et de ménages, H_t et Y_t^o prennent à chaque période exactement la même valeur numérique (cf. FIG. C.2 dans l'annexe C.4.1).

Les distributions des autres variables réelles sont caractérisées par des variations qui se produisent surtout pendant les 30 premières périodes ; à partir de $t = 40$, ces distributions deviennent à leur tours quasi-invariables.

On observe pour les indices de positionnement de C_t , U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ une baisse initiale des valeurs centrales qui se stabilisent ensuite à des niveaux inférieurs à zéro. On remarque également un rétrécissement prononcé des boîtes à moustaches des indices de positionnement de C_t et $\frac{P_t}{P_t}$ qui traduit une plus forte concentration des observations autour des médianes. A partir de $t = 40$, les boîtes à moustaches des indices de C_t , U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ se situent essentiellement en-dessous de zéro, ce qui signifie que la plupart des observations de ces variables se trouvent à un niveau inférieur à leur « valeur d'équilibre ».

L'évolution de l'indice de positionnement de $\frac{W_t}{P_t}$ est caractérisée par une augmentation prononcée des valeurs centrales (à l'exception de la moyenne entre $t = 1$ et $t = 10$) et par des boîtes de moustaches qui se stabilisent partir de $t = 20$ à un niveau tel que le premier quartile se trouve au-dessus de zéro.

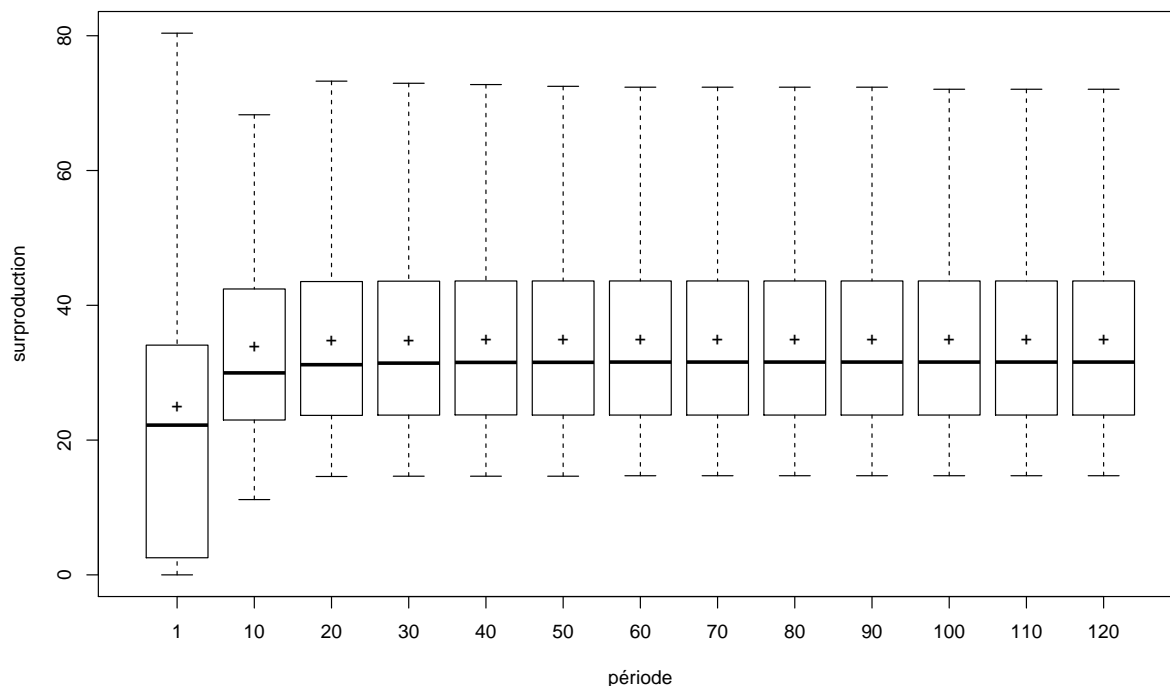


FIG. 3.2 – Évolution des distributions de la surproduction ($Y_t^o - Y_t$) .

Les graphiques de la figure FIG. 3.1 mettent en évidence une *dégradation du rapport entre les efforts engagés et les récompenses reçues*. En effet, malgré des efforts agrégés constants des ménages et des firmes (cf. l'invariabilité de H_t et de Y_t^o), on assiste pendant les 30 premières périodes à une baisse des médianes de l'utilité agrégée et du profit réel agrégé. Cette dégradation se manifeste par une contraction substantielle (en moyenne et en médiane) de la consommation agrégée (et donc de la production vendue) ; celle-ci est accompagnée d'une hausse du niveau général du salaire réel. La concomitance de la diminution de la consommation et de la hausse du salaire réel est *a priori* surprenante : dans la mesure où une hausse du salaire réel améliore les capacités de dépenses des ménages, on pouvait s'attendre à ce que la consommation et le salaire réel varient systématiquement dans le même sens.

On peut remarquer que les graphiques de la figure FIG. 3.1 suggèrent l'existence d'une quantité non négligeable de biens invendus. En effet, plus de 75 % des observations de l'indice de Y_t^o se situent à des niveaux positifs, tandis que les réalisations de l'indice de $C_t (= Y_t)$ sont essentiellement inférieures à zéro (plus de 75 % des réalisations à partir de $t = 10$). La figure FIG. 3.2 confirme l'existence d'une *surproduction substantielle*, qui progresse d'ailleurs en moyenne et en médiane pendant les 20 premières périodes

Les graphiques de la figure FIG. 3.1 synthétisent les *comportements globaux* des variables réelles sur les 340 simulations, mais ils masquent l'existence d'une forte hétérogénéité des dynamiques. En effet, la nature même des dynamiques des variables réelles (hausse ou baisse des valeurs centrales, concentration progressive des distributions ou non)

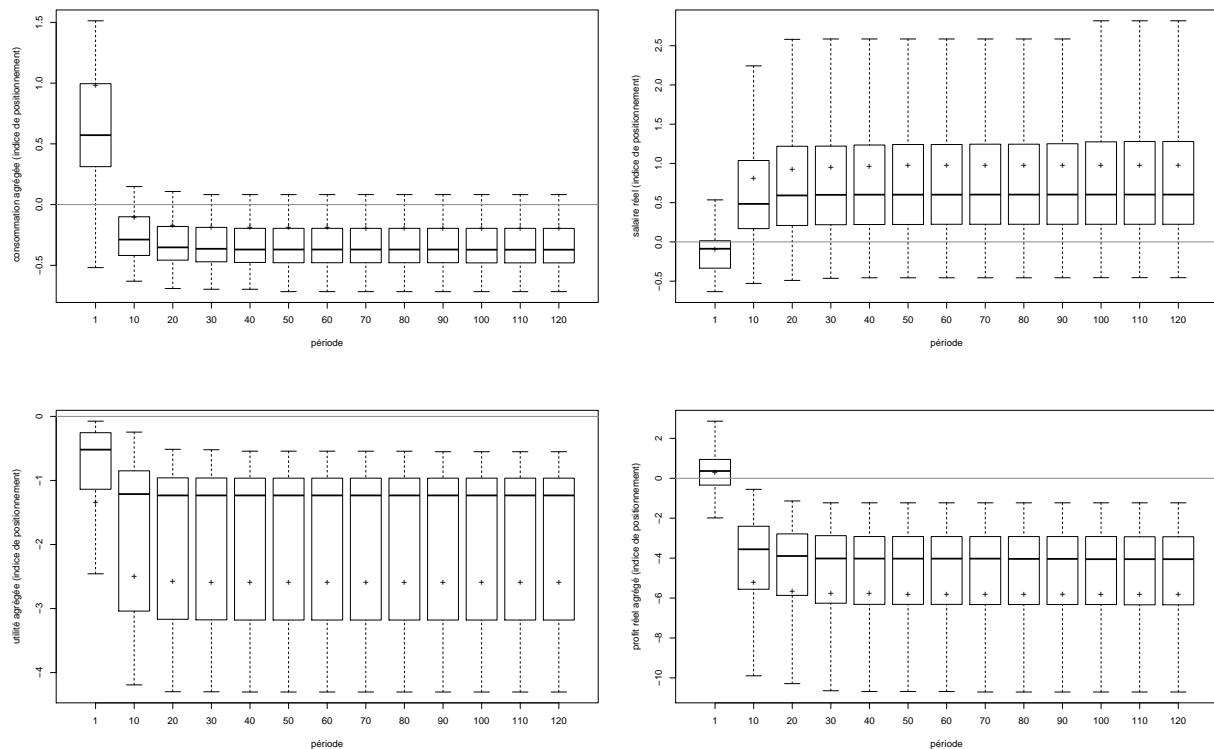


FIG. 3.3 – Évolution des distributions des indices de positionnement de C_t (en haut à gauche), $\frac{W_t}{P_t}$ (en haut à droite), U_t (en bas à gauche) et $\frac{P_t}{P_t}$ (en bas à droite) dans les scénarios NOLH qui vérifient $\bar{b} \in [0, 2]$.

varie en fonction des scénarios NOLH retenus. Le paramètre qui joue dans ce contexte un rôle clé est \bar{b} , la richesse initiale des ménages. Il est utile de distinguer entre deux cas de figure : celui où les ménages sont dotés d'une richesse initiale positive ($\bar{b} \in [0, 2]$) et celui où cette richesse initiale est strictement négative ($\bar{b} \in [-2, 0[$).

Les graphiques de la figure FIG. 3.3 montrent que le sous-ensemble des scénarios NOLH avec $\bar{b} \in [0, 2]$ est caractérisé par des évolutions des valeurs centrales qualitativement comparables à celles observables en présence du plan d'expérience original (i.e. pour $\bar{b} \in [-2, 2]$), mais quantitativement différentes : les valeurs centrales des indices de positionnement de C_t , U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ y diminuent plus nettement pendant les 30 premières périodes qu'avec le plan d'expérience original (cf. FIG. 3.1) ; l'augmentation des valeurs centrales des indices de $\frac{W_t}{P_t}$ est également plus prononcée.

Par contre, le fait de doter les ménages d'une richesse initiale négative induit des évolutions radicalement différentes. On voit sur les graphiques de la figure FIG. 3.4 un mouvement de hausse des moyennes et des médianes des indices de positionnement de C_t , U_t et $\frac{P_t}{P_t}$, et une diminution pour ce qui concerne $\frac{W_t}{P_t}$.

On constate donc une *dégradation du rapport entre efforts et récompenses pour les scénarios NOLH avec $\bar{b} \in [0, 2]$ et une amélioration pour les scénarios qui vérifient $\bar{b} \in [-2, 0[$. La dégradation du rapport qui est observable en présence du plan d'expérience original (i.e. avec $\bar{b} \in [-2, 2]$) s'explique par le fait que les mouvements associés aux*

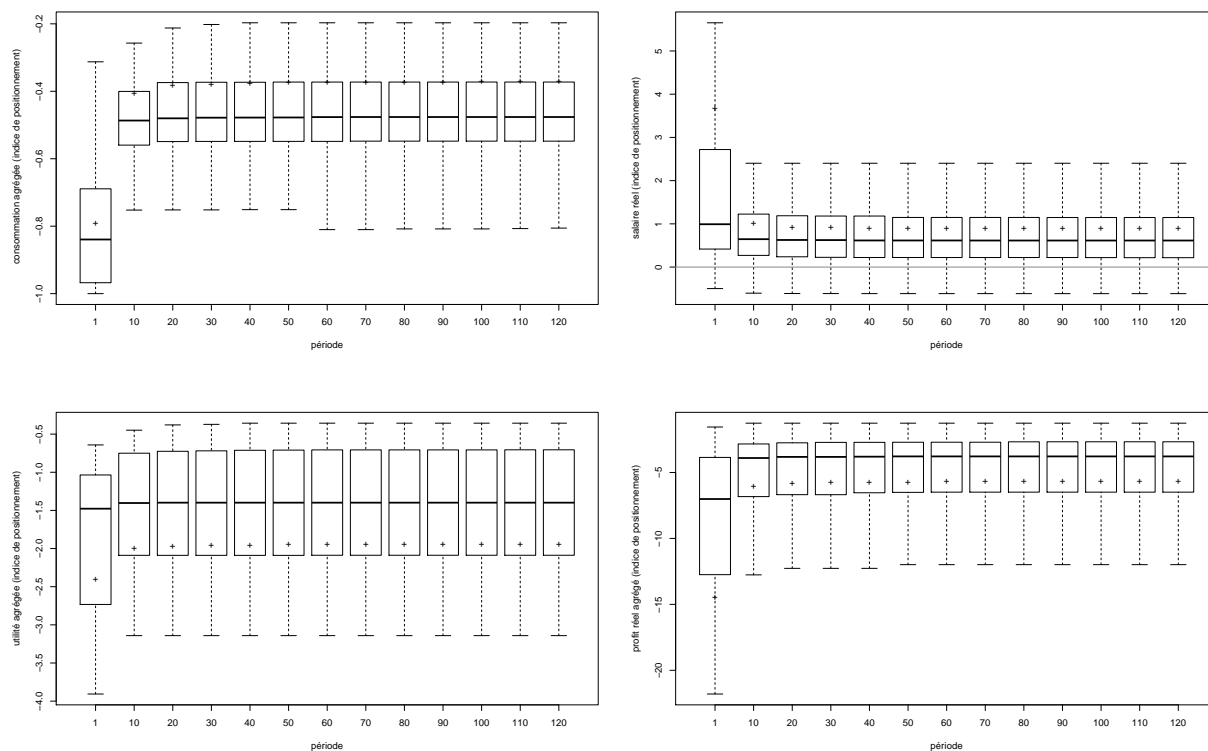


FIG. 3.4 – Évolution des distributions des indices de positionnement de C_t (en haut à gauche), $\frac{W_t}{P_t}$ (en haut à droite), U_t (en bas à gauche) et $\frac{P_t}{P_t}$ (en bas à droite) dans les scénarios NOLH vérifiant $\bar{b} \in [-2, 0[$.

dotations initiales positives sont plus prononcés que celles qui se produisent avec des dotations négatives.

3.3.4.2 Analyse des résultats

L'objectif prioritaire de cette sous-section est de répondre aux questions qui s'imposent à la lecture des résultats que l'on vient d'exposer. Quelle est l'explication de l'invariabilité parfaite des distributions du travail agrégé et de la production agrégée? Pourquoi les autres variables agrégées ne sont-elles pas affectées par cette invariabilité? Pour quelles raisons leurs mouvements se limitent au 30 premières périodes de chaque simulation? Comment s'explique l'influence exercée par la richesse initiale sur l'évolution de la relation *efforts* \rightarrow *récompenses*?

Une analyse de la sensibilité viendra compléter cette démarche et permettra de donner des éclaircissements supplémentaires sur le fonctionnement du modèle.

Invariabilité de H_t et de Y_t^o La stabilité parfaite de H_t et de Y_t^o au cours de chaque réplication s'explique par l'hypothèse de la fixité des stratégies des ménages et des firmes (cf. les équations (3.1) et (3.2)). Chaque ménage se trouve à la période $t = 2$ *exactement* au même rang de la liste des ménages qu'en $t = 1$, car les offres de travail individuelles n'ont pas changé entre ces deux périodes : $h_{i,2}^o = h_{i,1}^o \forall i$. Le même raisonnement peut être

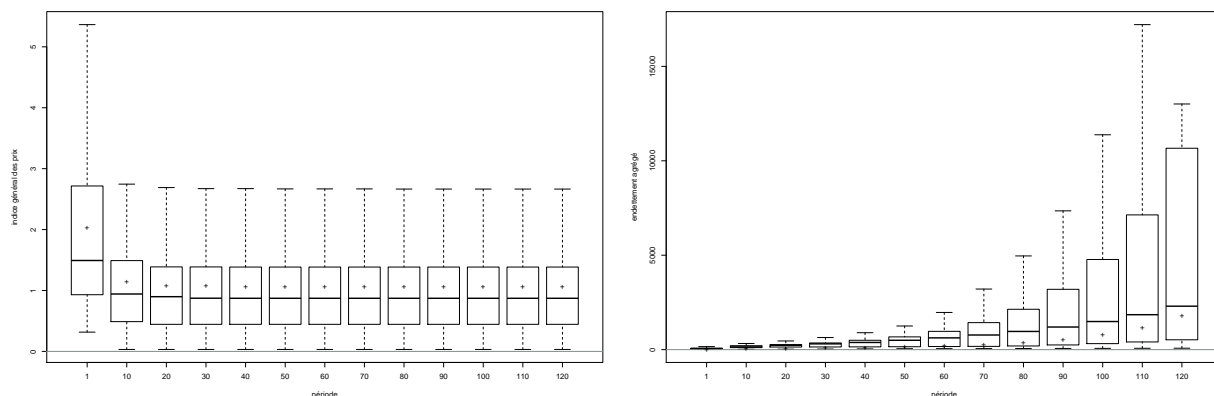


FIG. 3.5 – Évolution des distributions de l'indice général des prix P_t (à gauche) et de la richesse nominale des ménages B_t (à droite) dans les scénarios NOLH vérifiant $\bar{b} \in [0, 2]$

appliqué aux firmes : chaque firme se trouve en $t = 2$ au même rang de la liste des firmes qu'en $t = 1$, car les propositions individuelles en matière de salaire nominal n'ont pas changé : $w_{j,2} = w_{j,1} \forall j$. On assiste donc à une *reproduction à l'identique* des échanges sur le marché du travail, ce qui a comme conséquence inévitable la stabilité parfaite du travail agrégé fourni par les ménages et embauché par les firmes : $H_2 = H_1$. Le même schéma se répète jusqu'à la dernière période, i.e. on a $H_1 = H_2 = \dots = H_{120}$.⁵²

Grâce à la reproduction à l'identique des échanges sur le marché du travail, chaque firme se retrouve en $t = 2$ exactement avec la même quantité de travail à sa disposition qu'en $t = 1$: $h_{j,2} = h_{j,1} \forall j$. Ceci implique $y_{j,2}^o = y_{j,1}^o \forall j$, car la fonction de production (3.8) ne varie pas au cours du temps. Par sommation des productions individuelles des firmes, on obtient $Y_1^o = Y_2^o = \dots = Y_{120}^o$.

Cette explication de l'invariabilité de H_t et de Y_t^o soulève la question de la variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ pendant les 30 premières périodes de chaque simulation. Comment expliquer les mouvements très prononcés de ces variables dans un cadre caractérisé par la fixité parfaite des stratégies utilisées par les agents au cours d'une simulation ? Pour répondre à cette question, il convient de nouveau de distinguer entre les configurations où les ménages sont dotés d'une richesse positive et celles caractérisées par une richesse initiale négative. En effet, les figures FIG. 3.3 et FIG. 3.4 mettent en évidence une opposition marquée entre les dynamiques observables dans ces deux cas de figure.

Variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ en présence de $\bar{b} \in [0, 2]$ La variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ soulève la question de l'origine des mouvements de ces variables agrégées réelles. On sait à ce stade que les conditions de l'offre et de la demande sur le marché du travail sont parfaitement figées pendant chaque simulation. On peut donc éliminer le marché du travail comme source des mouvements des variables.

⁵²La reproduction à l'identique des échanges sur le marché du travail garantit d'ailleurs que chaque firme distribue en permanence la même masse salariale aux ménages. On a par conséquent $\sum_{j=1}^m w_{j,1} h_{j,1} = \dots = \sum_{j=1}^m w_{j,120} h_{j,120}$. La définition de l'indice général du salaire réel ($W_t \equiv \frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{H_t}$) implique dans ces conditions sa fixité parfaite lors d'une simulation : $W_1 = \dots = W_{120}$.

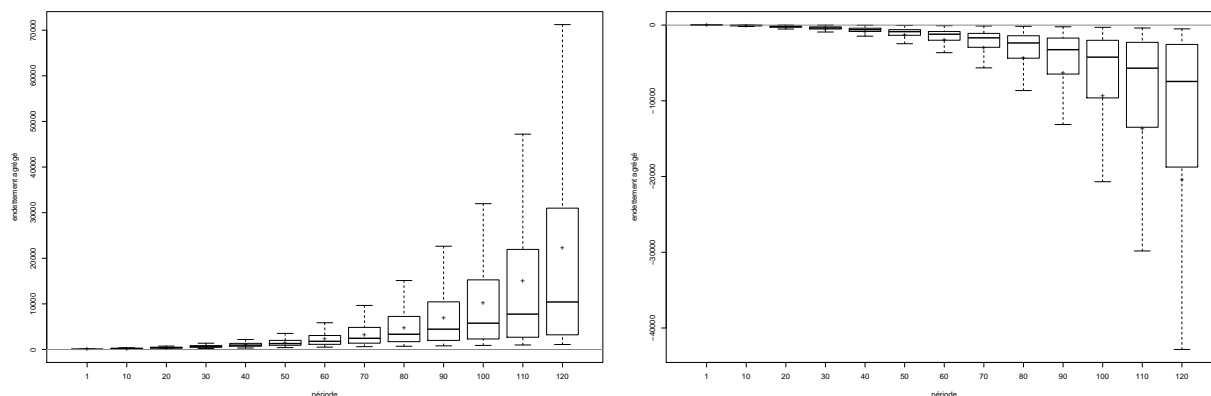


FIG. 3.6 – Évolution des distributions de la richesse nominale des ménages non contraints B_t^1 (à gauche) et des ménages contraints B_t^2 (à droite) dans les scénarios NOLH qui vérifient $\bar{b} \in [0, 2]$.

On sait également que le salaire nominal $w_{j,t}$ appliqué par chaque firme j et sa quantité de production $y_{j,t}^o$ ne varient pas lors d'une simulation, ce qui implique la fixité parfaite de ses coûts de production et donc aussi de son prix de vente (cf. l'équation (3.9)) : $p_{j,1} = p_{j,2} = \dots = p_{j,120} \forall j$. Les conditions de l'offre sont par conséquent immuables lors d'une simulation, ce qui justifie leur élimination comme source potentielle de variabilité.

La variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ provient donc des modifications des conditions de la demande sur le marché du bien. On rappelle qu'en présence d'une richesse initiale positive, ce marché est caractérisé par la contraction des biens échangés (cf. le graphique des indices de positionnement de C_t dans la figure 3.3) ; on observe également une baisse du niveau général des prix (cf. le graphique de P_t dans la figure FIG. 3.5) ; la conjonction de ces deux phénomènes souligne l'état dépressif du marché des biens et suggère par conséquent une insuffisance de la demande de biens.

Il convient toutefois de remarquer qu'il ne peut pas s'agir d'une insuffisance de la demande « intrinsèque » $C_t^d \equiv \sum_{i=1}^n c_{i,t}^d$, i.e. de la quantité de biens que les ménages souhaitent consommer. En effet, d'après l'équation (3.1), les demandes individuelles $c_{i,t}^d$ ne varient pas pendant une simulation. Dans ces conditions, **la seule explication plausible de la baisse des quantités échangées est une dégradation des capacités de dépense des ménages qui rend insolvable une partie croissante de la demande intrinsèque**. Le graphique représentant l'évolution de la distribution de la richesse nominale B_t semble infirmer cette hypothèse, car elle montre que la richesse nominale à la disposition des ménages augmente progressivement (cf. la figure FIG. 3.5). Un examen plus approfondi de l'évolution de B_t montre toutefois que seule une partie des ménages profite de cette augmentation. Ce fait peut être mis en évidence par une analyse différenciée des capacités de dépenses des ménages. A cet effet, on divise les ménages en deux groupes : le premier groupe est composé des ménages qui parviennent à acheter la quantité de biens qu'ils souhaitent consommer ($c_{i,t} = c_{i,t}^d$) ; dans le deuxième groupe, on trouve tous les ménages pour qui l'inégalité $c_{i,t} < c_{i,t}^d$ est vérifiée. Les graphiques de la figure FIG. 3.6 montrent la dualité de l'évolution de B_t : la richesse nominale détenue par les

ménages du premier groupe B_t^1 diverge vers $+\infty$, tandis que celle du deuxième groupe, notée B_t^2 , diverge vers $-\infty$.⁵³

Pour expliquer la divergence des dynamiques entre les deux groupes de ménages, on réécrit la contrainte budgétaire (C.5) du ménage i sous la forme :

$$\Delta b_{i,t} = \bar{w}_i \bar{h}_i - c_{i,t} p_{i,t} + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1}, \quad (3.29)$$

avec $\Delta b_{i,t} = b_{i,t} - b_{i,t-1}$ et $p_{i,t} \equiv \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}}{n}$. Les notations \bar{w}_i et \bar{h}_i rappellent que la fixité parfaite des stratégies des agents fait en sorte que i fournit à chaque période la même quantité de travail aux firmes ($h_{i,t} = \bar{h}_i \forall i, \forall t$) et qu'il reçoit en contrepartie toujours le même salaire ($w_{i,t} = \bar{w}_i \forall i, \forall t$).

L'évolution de la richesse nominale du ménage i dépend du rapport entre ses revenus et ses dépenses de consommation. Dans ce contexte, on peut distinguer trois cas :

$$\Delta b_{i,t} \begin{cases} > 0 & \text{si } \bar{w}_i \bar{h}_i + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1} > c_{i,t} p_{i,t} \\ = 0 & \text{si } \bar{w}_i \bar{h}_i + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1} = c_{i,t} p_{i,t} \\ < 0 & \text{si } \bar{w}_i \bar{h}_i + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1} < c_{i,t} p_{i,t}. \end{cases} \quad (3.30)$$

Le premier de ces trois cas décrit la dynamique de la richesse des ménages « travailleurs et parcimonieux », i.e. des ménages caractérisés par une offre de travail relativement élevée par rapport à leur demande réelle de biens. Le fait de disposer d'une forte offre de travail implique que ces ménages se trouvent en tête de la liste qui organise les appariements entre firmes et ménages sur le marché du travail ; partant, les salaires de ces ménages figurent parmi les plus élevés de l'économie. Leur revenus du travail sont donc particulièrement élevés, et leur revenus totaux $\bar{w}_i \bar{h}_i + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1}$ dépassent largement leurs faibles dépenses de consommation. Ces ménages épargnent l'excédent de revenus $\bar{w}_i \bar{h}_i + p_{i,t} + \bar{b}_{i,t-1} - c_{i,t} p_{i,t}$ (cf. l'équation (3.13)), ce qui explique que leur richesse nominal $b_{i,t}$ augmente. Ce processus s'auto-renforce au cours du temps, car l'accumulation progressive de la richesse nominale $b_{i,t}$ crée des revenus d'épargne $\bar{b}_{i,t-1}$ de plus en plus élevés. C'est essentiellement cette dynamique que l'on observe sur le graphique de la richesse nominale des ménages non contraints B_t^1 (FIG. 3.6).

Le dernier des trois cas décrit par l'équation (3.30) correspond aux ménages dotés d'une offre de travail relativement faible par rapport à leur demande de biens : les ménages « oisifs et dépensiers ». Le caractère peu élevé de leur offre de travail place ces ménages à la fin de la liste d'appariement du marché du travail, ils reçoivent donc des salaires particulièrement faibles. La faiblesse de leurs revenus de travail implique que leurs revenus totaux ne suffisent pas pour couvrir l'intégralité de leurs dépenses de consommation. Dans un premier temps, la consommation de ces ménages n'est toutefois pas affectée par la faiblesse de leurs revenus. En effet, ces ménages puisent dans leur richesse nominale pour financer une partie de leur consommation. Il s'agit de nouveau d'un processus qui s'auto-alimente : la contraction des richesses nominales des ménages « oisifs et dépensiers » diminue leurs revenus d'épargne $\bar{b}_{i,t-1}$, ce qui les oblige de puiser de plus en plus fortement

⁵³La divergence de $B_t \equiv B_t^1 + B_t^2$ vers $+\infty$ s'explique par le fait que B_t^1 diverge plus rapidement vers $+\infty$ que B_t^2 vers $-\infty$.

dans $b_{i,t}$. On remarque que cette manière de financer la consommation ne peut pas durer éternellement, car elle épuise progressivement la richesse nominale $b_{i,t}$ des ménages en question.⁵⁴

Dans un premier temps, ce mode de financement de la consommation des ménages « oisifs et dépensiers » laisse les variables agrégées réelles parfaitement figées. Ni la consommation de ce type de ménages, ni celles des ménages « travailleurs et parcimonieux » est à ce stade contrainte par des capacités de dépenses insuffisantes. On est dans ces conditions en présence de la détermination suivante de la quantité de biens vendue par les firmes (Y_t) et consommée par les ménages (C_t) :

$$Y_t = C_t = \begin{cases} C_t^d & \text{si } C_t^d \leq Y_t^o \\ Y_t^o & \text{si } C_t^d > Y_t^o \end{cases} \quad \forall t \leq t_{cr} - 1 \quad (3.31)$$

avec t_{cr} la première période durant laquelle un ménage doit renoncer *pour des raisons financières* à une partie de sa consommation souhaitée.⁵⁵ Tant que la richesse nominale $b_{i,t}$ compense la faiblesse des revenus des ménages « oisifs et dépensiers », le mécanisme de rationnement fait correspondre la quantité de biens échangés soit à la production agrégée des firmes Y_t^o , soit à la demande réelle agrégée C_t^d .

La stabilité (temporaire) de C_t implique celle des trois autres variables agrégées réelles U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$. On assiste effectivement sur le marché du bien au même phénomène déjà décrit sur le marché du travail : pour $t \leq t_{cr} - 1$, chaque firme et chaque ménage se trouvent de période en période *exactement* à la même place dans la liste qui organise l'appariement sur le marché du bien ; tant que $t \leq t_{cr} - 1$, les échanges sur ce marché se reproduisent donc à l'identique. On obtient à partir de là la fixité des utilités agrégées ($U_1 = U_2 = \dots = U_{t_{cr}-1}$), des niveaux généraux du salaire réel ($\frac{W_1}{P_1} = \frac{W_2}{P_2} = \dots = \frac{W_{t_{cr}-1}}{P_{t_{cr}-1}}$) et des profits réelles agrégés ($\frac{P_1}{P_1} = \frac{P_2}{P_2} = \dots = \frac{P_{t_{cr}-1}}{P_{t_{cr}-1}}$).

L'épuisement des ressources financières initiales des ménages « oisifs et dépensiers » explique pourquoi les variables agrégées réelles C_t , U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$ commencent à varier à partir de la période t_{cr} : l'insuffisance des capacités de dépenses oblige (au moins) un ménage à renoncer à une partie de sa consommation désirée C_t^d . On note ce ménage i_{cr} et on a dans les configurations caractérisées par $C_t^d \leq Y_t^o$:

$$\exists i_{cr} \text{ tel que } r_{i_{cr},t_{cr}} < C_{i_{cr}}^d p_{i_{cr},t_{cr}}, \quad (3.32)$$

avec $p_{i_{cr},t_{cr}}$ le prix du bien auquel i_{cr} est confronté à la période t_{cr} et qui est déterminé par la position que i_{cr} occupe dans la liste d'appariement du marché de biens (cf. *infra*

⁵⁴La divergence de B_t^2 vers $-\infty$ est *a priori* surprenante : les ménages en question doivent effectivement cesser de consommer dès que $b_{i,t}$ s'approche de zéro, car leur capacité de dépense devient alors négative ; on pourrait donc s'attendre à une stabilisation de $b_{i,t}$ au voisinage de zéro. En réalité, $b_{i,t}$ continue à diminuer à cause de l'hypothèse selon laquelle les firmes distribuent leur profits aux ménages : on voit effectivement dans la figure FIG. 3.3 que ces profits sont systématiquement négatifs, car les firmes ne parviennent généralement pas à écouler l'intégralité de leur production (cf. le graphique de la surproduction dans la figure FIG. 3.2.)

⁵⁵La période t_{cr} est plus précisément définie comme la première période où au moins un ménage doit renoncer pour des raisons financières à une partie de sa consommation souhaitée *sans que cette contraction puisse être entièrement compensée par l'augmentation de la consommation d'autres ménages.*

pour les configurations caractérisées par $C_t^d > Y_t^o$). Dans la mesure où le modèle multi-agents suppose que les ménages ne sont pas autorisés à financer leur consommation par endettement, i_{cr} consomme la quantité maximale de biens qu'il peut acheter compte tenu de sa capacité de dépense $r_{i_{cr},t_{cr}}$ et du prix $p_{i_{cr},t_{cr}}$:

$$c_{i_{cr},t_{cr}} = \frac{r_{i_{cr},t_{cr}}}{p_{i_{cr},t_{cr}}} < C_{i_{cr}}^d. \quad (3.33)$$

La quantité de biens achetée et consommée par le ménage i_{cr} se contracte donc entre les périodes $t_{cr} - 1$ et t_{cr} , ce qui implique au niveau agrégé :

$$Y_t = C_t < C_t^d \quad \text{si} \quad C_t^d \leq Y_t^o \quad \forall t \geq t_{cr}. \quad (3.34)$$

Dans les configurations telles que $C_t^d > Y_t^o$, l'existence du ménage i_{cr} , et donc de la période t_{cr} , n'est pas garantie : elle dépend du fait que la contraction de la demande induite par l'épuisement des richesses nominales des ménages « oisifs et dépendants » soit suffisamment importante pour que la *demande solvable agrégée* $C_t^{sol} \equiv \sum_{i=1}^{100} c_{i,t}^{sol}$ devienne inférieure à Y_t^o . Ceci est généralement le cas lorsque l'écart entre C_t^d et Y_t^o est relativement faible et lorsque la baisse de la consommation du ménage i_{cr} n'est pas intégralement compensée par une augmentation de la consommation d'autres ménages.⁵⁶ On a alors

$$Y_t = C_t < Y_t^o \quad \text{si} \quad C_t^d > Y_t^o \quad \forall t \geq t_{cr}, \quad (3.35)$$

i.e. la contraction de la demande fait en sorte que les firmes se trouvent en situation de rationnement sur le marché du bien. Dans le cas contraire où i_{cr} et t_{cr} n'existent pas, les quantités vendues et consommées sont déterminées par l'équation

$$Y_t = C_t = Y_t^o \quad \text{si} \quad C_t^d > Y_t^o \quad \forall t. \quad (3.36)$$

Les variables agrégées réelles restent donc parfaitement stables sur toute la durée des simulations.

Les variations de variables agrégées réelles U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$ s'expliquent par les contractions de la consommation agrégée et de la production agrégée vendue. Une première conséquence de cette contraction est la baisse de l'indice général des prix P_t , qui s'explique par le fonctionnement du mécanisme de rationnement sur le marché du bien : toute contraction de la production agrégée vendue se traduit en effet par une diminution des ventes des

⁵⁶Dans la configuration $C_t^d > Y_t^o$, une telle compensation intégrale est théoriquement envisageable, car des ménages « travailleurs et parcimonieux » qui disposent d'une capacité de dépense suffisante pour augmenter leur niveau de consommation se trouvent rationnés sur le marché du bien. La diminution de la consommation de i_{cr} fait en sorte que ces ménages ne sont plus victimes de rationnement, ce qui rend possible un scénario où ils augmentent leur consommation au fur et à mesure que la consommation de i_{cr} diminue. En pratique, une telle compensation parfaite est excessivement rare, car elle se heurte généralement au problème suivant : la quantité cumulée de biens que les ménages « travailleurs et parcimonieux » ne peuvent pas se procurer à cause du rationnement est habituellement faible, car ces ménages sont justement caractérisés par la faiblesse de leur demande réelle de biens. Cette quantité est donc la plupart du temps insuffisante pour contrebalancer l'effet de la contraction de la consommation du ménage i_{cr} ; ceci est d'autant plus vrai que la condition de l'équation (3.32) est généralement vérifiée pour plusieurs ménages dotés d'une demande réelle importante.

firmes qui appliquent les prix les plus élevés de l'économie. Dans ces conditions, P_t ne peut que baisser (cf. annexe C.4.2). Compte tenu de la stabilité parfaite de l'indice général des salaires W_t , la baisse de P_t fait mécaniquement monter le salaire réel agrégé (cf. le graphique du salaire réel dans la figure FIG. 3.3) :

$$\frac{W_{t_{cr}}}{P_{t_{cr}}} > \frac{W_{t_{cr}-1}}{P_{t_{cr}-1}}. \quad (3.37)$$

La contraction de la consommation agrégée C_t n'implique pas nécessairement une diminution de l'utilité agrégée U_t ; U_t ne dépend en effet pas uniquement de la quantité totale de biens consommés, mais aussi de la répartition de ces biens sur l'ensemble des ménages : une baisse de C_t qui induit une répartition plus régulière peut engendrer une augmentation de l'utilité agrégée. Cet effet n'est pas susceptible de se produire dans les configurations telles que $C_t^d < Y_t^o$, car ce sont les firmes qui sont rationnées sur le marché du bien. La consommation de chaque ménage correspond avant la période t_{cr} exactement à sa demande réelle c_i^d . Aucun ménage n'est donc disposé à augmenter sa consommation lorsque le ménage i_{cr} se voit obligé en t_{cr} de restreindre sa consommation. Dans ces conditions, on observe une diminution de l'utilité individuelle du ménage i_{cr} entre $t_{cr} - 1$ et t_{cr} , accompagnée de la stabilité parfaite des utilités individuelles des autres ménages. On obtient par sommation des utilités individuelles une baisse de l'utilité agrégée :

$$U_{t_{cr}} < U_{t_{cr}-1} \quad (3.38)$$

En cas de rationnement des ménages sur le marché du bien, l'effet d'une baisse de C_t sur U_t est théoriquement indéterminé. Il est effectivement possible que la diminution de la consommation du ménage i_{cr} soit partiellement compensée par une hausse de la consommation des ménages qui ont été victimes de rationnement jusqu'à la période t_{cr} (cf. la note de bas de page 56 sur la page précédente). La baisse de consommation agrégée peut donc aboutir à une répartition plus régulière des biens de consommation sur l'ensemble des ménages qui fait augmenter l'utilité agrégée. En pratique, un tel enchaînement des événements ne se produit pratiquement jamais ; le graphique de l'utilité agrégée de la figure FIG. 3.3 montre d'ailleurs la prépondérance de l'effet négatif exercé par la baisse de la consommation agrégée sur l'utilité agrégée.

L'influence de la baisse de la production agrégée vendue Y_t sur le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ est également ambiguë. Toute contraction de Y_t diminue les chiffres d'affaires agrégés des firmes $\sum_{j=1}^m p_{j,t} y_{j,t}$; compte tenu de la invariabilité des coûts de production (cf. le paragraphe précédent), on aboutit nécessairement à une baisse du profit nominal agrégé $P_t \equiv \sum_{j=1}^m p_{j,t} y_{j,t} - \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}$. L'effet net sur le profit agrégé réel $\frac{P_t}{P_t}$ dépend de l'ampleur relative des contractions du profit agrégé nominal P_t et de l'indice général des prix P_t . Dans l'immense majorité des cas, c'est la baisse du profit nominal qui l'emporte, i.e. la baisse de la production vendue Y_t est accompagnée d'une baisse du profit réel agrégé (cf. le graphique du profit réel agrégé dans la figure FIG. 3.3).

On retient de cette analyse que la variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ s'explique par la dégradation des capacités de dépense des ménages caractérisés par une faible offre de travail et une forte demande de biens. Une fois leur richesse initiale épuisée, ces ménages « oisifs et dépensiers » sont contraints de diminuer leur consommation de biens. L'amélioration

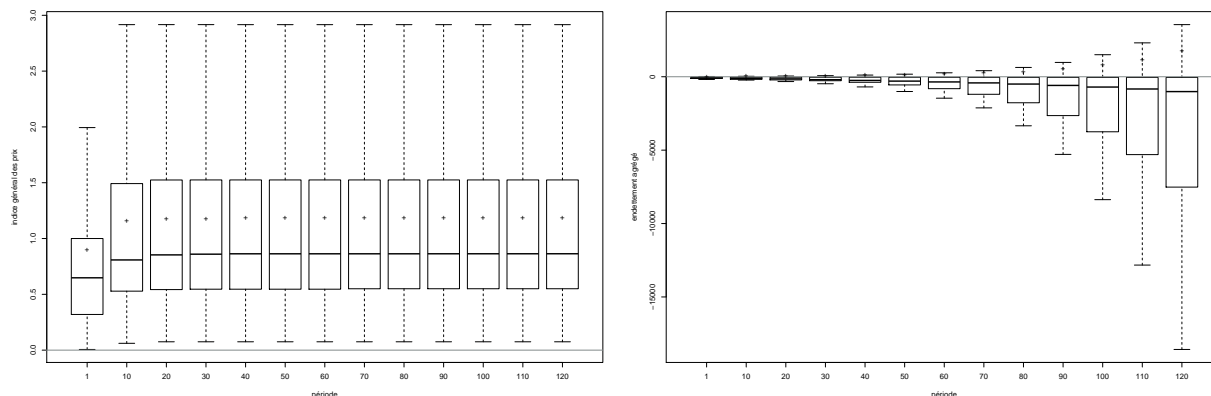


FIG. 3.7 – Évolution des distributions de l'indice général des prix P_t (à gauche) et de la richesse nominale des ménages B_t (à droite) dans les scénarios NOLH vérifiant $\bar{b} \in [-2, 0[$

des capacités de dépenses des autres ménages que l'on observe dans la figure FIG. 3.6 n'est pas susceptible de compenser cette baisse de la consommation : la quantité de biens consommée par les ménages qui bénéficient de cette amélioration correspond déjà à leur demande réelle de biens, ils n'ont donc aucune envie d'augmenter leur consommation de biens.

Variabilité en présence de $\bar{b} \in [-2, 0[$ Dans les scénarios NOLH qui vérifient $\bar{b} \in [-2, 0[$, la variabilité de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ s'explique également par des modifications des capacités de dépense des ménages. Le graphique de C_t de la figure FIG. 3.4 et le graphique de gauche de la figure 3.7 mettent en évidence une augmentation de la consommation agrégée et du niveau général des prix ; la conjonction de ces deux observations suggère une amélioration des capacités de dépense des ménages. Néanmoins, le graphique de droite de la figure FIG. 3.7 montre clairement que la richesse nominale agrégée des ménages B_t diminue progressivement.

Il est dans ce contexte de nouveau très instructif de comparer la richesse des ménages qui parviennent à acheter la quantité de biens qu'ils souhaitent consommer (B_t^1) et celle des ménages qui n'y arrivent pas (B_t^2). Le graphique de gauche de la figure FIG. 3.8 met en évidence la divergence de B_t^1 vers $+\infty$, ce qui prouve que les capacités de dépense d'une partie des ménages s'améliorent progressivement. Ceci est notamment le cas des ménages dont les revenus de travail sont plus élevés que la charge de la dette et les profits distribués par les firmes :

$$\bar{w}_i \bar{h}_i + \bar{p}_{i,t} + \bar{i} \bar{b}_{i,t-1} > 0. \quad (3.39)$$

Il convient de se rappeler que les firmes distribuent des profits qui sont généralement négatifs à cause de l'impossibilité d'écouler la totalité de leur production (cf. le graphique de la surproduction dans la figure FIG. 3.2). La plupart des ménages en question ne peuvent initialement pas consommer ($c_{i,t} = 0$), car le fait d'être doté de $\bar{b} < 0$ rend leur capacité de dépense $r_{i,t}$ négative. Grâce à des revenus de travaux substantiels, ces ménages parviennent à rembourser leur dette initiale. Leur richesse nominale $b_{i,t}$ augmente, faisant en sorte que leur capacité de dépense franchit tôt ou tard le seuil de zéro. La quantité de

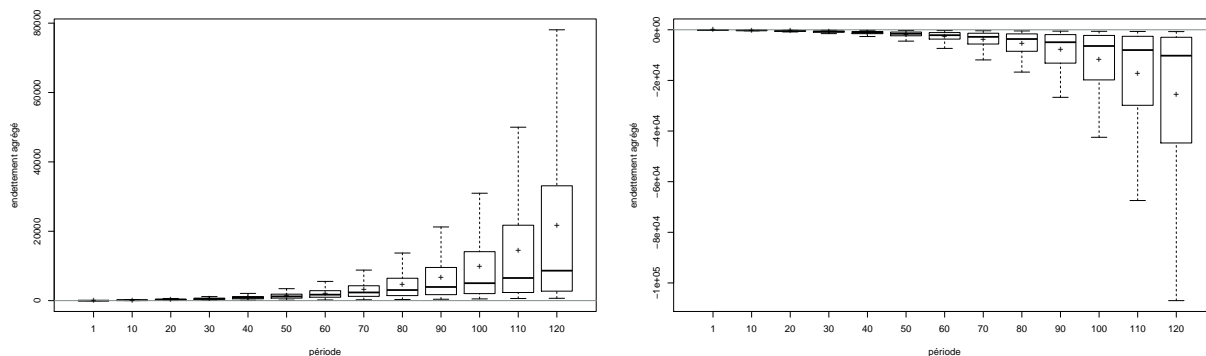


FIG. 3.8 – Évolution des distributions de la richesse nominale des ménages non contraints B_t^1 (à gauche) et des ménages contraints B_t^2 (à droite) dans les scénarios NOLH qui vérifient $\bar{b} \in [-2, 0[$.

biens achetés et consommés par ces ménages devient par conséquent strictement positive et est alors égale à :

$$c_{i,t} = \min \left(c_i^d, \frac{r_{i,t}}{p_{i,t}} \right) > 0. \quad (3.40)$$

L'équation (3.40) montre que cette quantité est limitée soit par la capacité de dépense réelle du ménage i , soit par sa demande réelle du bien.⁵⁷ L'offre agrégée des firmes est en général suffisamment importante pour que les ménages ne soient pas affectés par des phénomènes de rationnement sur le marché du bien.

Le passage vers une consommation positive que l'on vient de discuter est un premier élément qui explique la hausse de la consommation agrégée que l'on observe sur le graphique de C_t dans la figure FIG. 3.4.⁵⁸ La conséquence immédiate de cette hausse de la consommation agrégée est la hausse des profits nominaux réalisés par les firmes : pour des coûts de production parfaitement fixes, ces firmes accroissent leurs ventes et donc leurs chiffres d'affaires. Les profits distribués aux ménages augmentent par conséquent, ce qui favorise de nouveau leur capacité de dépense $r_{i,t}$: les ménages qui n'ont pas encore atteint le niveau de leur demande réelle de biens c_i^d augmentent leur consommation. Ainsi, un cercle vertueux se met en place : la hausse de la consommation des ménages alimente la hausse des profits qui induit à son tour une hausse supplémentaire de la consommation.

Les effets de la hausse de C_t sur les autres variables agrégées réelles sont symétriques aux effets de la baisse de C_t dans les scénarios où $\bar{b} \in [0, 2]$. L'augmentation de la consommation agrégée et de la production agrégée vendue fait en sorte que certaines firmes pratiquant des prix de vente relativement élevés ne sont plus rationnées sur le marché du bien. Dans ces conditions, l'indice général des prix augmente nécessairement (cf. l'annexe

⁵⁷On peut remarquer que les variables agrégées B_t^1 et B_t^2 ne sont pas toujours associées aux mêmes ménages. La richesse nominale d'un ménage i qui consomme au début d'une simulation $c_{i,t} < c_i^d$ est prise en compte dans B_t^2 ; lorsque ce ménage parvient à augmenter sa consommation telle que $c_{i,t} = c_i^d$, sa richesse est comptabilisée dans B_t^1 .

⁵⁸L'existence d'une surproduction élevée garantit d'ailleurs que cette augmentation de la consommation agrégée n'est pas contrainte par le mécanisme de rationnement. Ce sont effectivement les firmes qui sont rationnées sur le marché du bien.

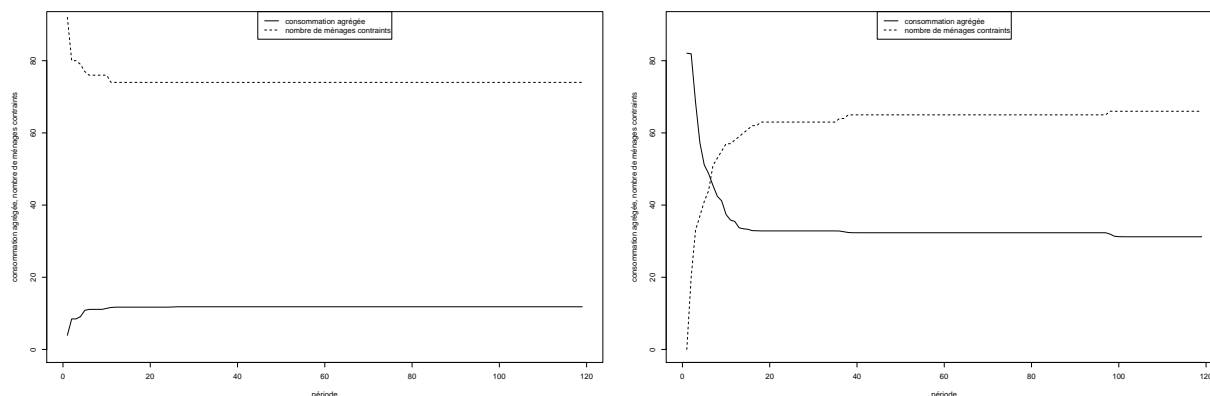


FIG. 3.9 – Chronogrammes de la consommation agrégée C_t et du nombre de ménages contraints par leur capacité de dépenses pour $\bar{b} = -1$ (graphique de gauche, coefficient de corrélation : -0.9902) et pour $\bar{b} = 2$ (graphique de droite, coefficient de corrélation : -0.9789).

C.4.2), provoquant une diminution du salaire réel agrégé. La conjonction d'un effort de travail constant et d'une hausse de la consommation favorise les utilités individuelles des ménages, ce qui se traduit au niveau agrégé par une hausse de U_t . Finalement, on observe une augmentation du profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$: la hausse du profit nominal P_t est donc plus prononcée que celle de l'indice général des prix P_t .

Vérifications du rôle central des capacités de dépense On a procédé à deux vérifications du rôle joué par les capacités de dépense des ménages.

La première démarche de vérification est fondée sur une variable indicatrice qui compte le nombre d'agents contraints par $r_{i,t}$, i.e. les ménages qui ne peuvent pas acheter la quantité de biens souhaitée c_i^d à cause d'une insuffisance de leur capacité de dépense (et non parce qu'ils sont victimes de rationnement sur le marché du bien).

La figure 3.9 permet d'étudier les co-mouvements de cette variable indicatrice et de la consommation agrégée dans deux simulations particulières.⁵⁹ On y observe une corrélation inverse presque parfaite.

Une deuxième démarche de vérification consiste en la mise en œuvre de simulations de contrôles qui neutralisent l'influence des modifications des capacités de dépense des ménages. Une manière simple de précéder est de doter tous les ménages d'une richesse initiale tellement élevée qu'elle ne s'épuise pas lors de 120 périodes prises en considération dans les simulations. A l'aide de simulations préliminaires, on a pu établir qu'une dotation initiale de $\bar{b} = 160$ est suffisante pour créer une telle configuration. On obtient grâce à ces simulations de contrôle des graphiques des distributions de C_t , U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$ qui témoignent de la *stabilité parfaite des distributions* des indices de positionnement, i.e. les boîtes à

⁵⁹Le choix d'une autre réplcation ou d'autres scénarios NOLH ne modifierait pas la propriété fondamentale des graphiques de la figure FIG. 3.9, en l'occurrence le caractère flagrant de la relation inverse entre les deux variables représentées.

moustaches de ces variables ressemblent à celles de H_t et de Y_t^o dans la figure 3.1 (cf. annexe C.4.3).

Le point commun entre ces deux vérifications est qu'elles permettent d'observer le comportement du modèle dans des configurations où *l'influence des capacités de dépense $r_{i,t}$ sur les variables endogènes est figée*. Ceci est clairement le cas dans les simulations de contrôle, car on y maintient en permanence un effet maximal : la richesse initiale $\bar{b} = 160$ est tellement élevée qu'aucun ménage ne doit restreindre sa consommation pour des raisons financières. Cette manière de rendre *immuable* l'effet exercé par $r_{i,t}$ fait totalement disparaître la variabilité de C_t , U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$. *A contrario*, on peut en déduire que les mouvements de ces mêmes variables dans les simulations originales s'expliquent justement par le fait que l'influence des capacités de dépense varie dans des configurations où les ménages sont dotés d'une richesse initiale comprises entre -2 et 2 .

Dans les graphiques de la figure FIG. 3.9, l'effet exercé par les capacités de dépenses peut être considéré comme approximativement constant à partir du moment où le nombre de ménages contraints ne varie plus, i.e. pour $t > 15$ dans le graphique de gauche et pour $t > 100$ dans le graphique de droite. On observe que les réalisations de la consommation agrégée se stabilisent *exactement au même moment*. Cette simultanéité corrobore fortement l'idée selon laquelle les variations de C_t , U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$ trouvent leur source dans la variabilité de l'effet exercé par les capacités de dépenses des ménages.

Analyse de la sensibilité On procède finalement à une analyse de la sensibilité basée sur une estimation d'un modèle de Krigéage ordinaire. La plupart des enseignements que l'on peut tirer de cette analyse sont évidents et largement prévisibles. L'intérêt principal de cette analyse de la sensibilité ne réside d'ailleurs pas dans ces enseignements, mais dans le fait qu'elle constitue un point de référence pour les versions plus complexes du modèle multi-agents que l'on rencontrera dans le chapitre 4.

Cette analyse de la sensibilité se limite aux variables réelles agrégées susceptibles d'être influencées par (au moins un) des six paramètres du plan d'expérience NOLH. On a effectivement vu dans la sous-section 3.3.3.3 que dans le cadre du Krigéage ordinaire, ces paramètres sont les seuls éléments qui peuvent être considérés comme intrants du modèle. C'est pour cette raison que l'on ne retient pas la variable H_t pour l'analyse de la sensibilité. Les réalisations de H_t sont en effet déterminées par le choix des stratégies individuelles d'offre et de demande de travail et par le mécanisme de rationnement sur le marché du travail : aucun de ces éléments ne fait intervenir un paramètre du plan d'expérience.

Il convient également de souligner que l'on retient exclusivement les variables agrégées moyennes (de type \bar{X}) dans la formulation du méta-modèle de Krigéage ordinaire, et non les indices de positionnement associés (de la forme $\frac{\bar{X} - X_t^*}{X_t^*}$). Ce choix s'explique par le fait que les valeurs d'équilibre X_t^* sont définies en fonction des paramètres structurels α , μ , σ et ϕ (cf. les équations (3.16) à (3.24)). Le recours aux indices de positionnement impliquerait alors que ces paramètres structurels apparaissent dans les membres de gauche et de droite de l'équation du méta-modèle de Krigéage ordinaire (3.26), ce qui risque d'induire des estimations erronées.

Estimation de la production agrégée moyenne									
		Sensibilités globales		Effets d'interaction					
	$\hat{\theta}$	sensibilité	effet principal	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}
α	6,040	0,9994	0,9983	.	0	0,0003	0	0,0007	0
μ	0,0004	0,0003	0,0002	0	.	0	0	0	0
σ	0,021	0,0005	0,0001	0,0003	0	.	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
\bar{b}	0,0005	0,0007	0	0,0007	0	0	0	.	0
\bar{i}	0,213	0,0002	0,0002	0	0	0	0	0	.

$m_{OK} : 74,614 \quad s_{OK}^2 : 1011,636 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 69,504 \quad \hat{\tau}^2 = 0,000001$

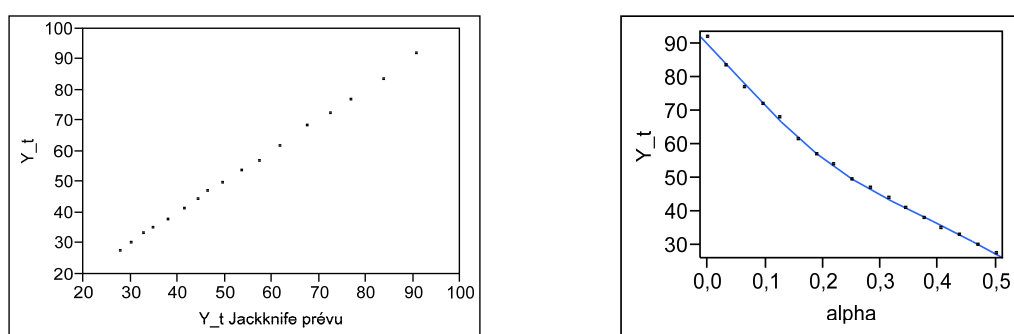


FIG. 3.10 – Tableau de l'ANOVA fonctionnelle de l'estimation de \bar{Y}^o et graphiques associés : nuage de points (\bar{Y}^o / \hat{Y}^o) (à gauche) et graphique des prévisions marginales de α (à droite).

La figure FIG. 3.10 présente les résultats de l'ANOVA fonctionnelle associée aux estimations par Krigéage ordinaire de la production agrégée moyenne \bar{Y}^o dans un tableau. En-dessous de ce tableau se trouve le nuage de points (*réalisation de \bar{Y}^o / Jackknife-prévision de \bar{Y}^o par le modèle de Krigéage*) qui permet d'apprécier la qualité de l'estimation : celle-ci augmente effectivement avec la concentration du nuage de points autour de la première bissectrice. On découvre finalement le graphique de la prévision marginale du seul paramètre suffisamment influent (contribution à la variance totale supérieure à 5%), en l'occurrence α . Le tableau de l'ANOVA fonctionnelle de \bar{U} et les graphiques associés se trouvent dans la figure FIG. 3.12 (cf. *infra*). Les tableaux et graphiques des autres variables agrégées réelles ainsi que les peuvent être consultés dans l'annexe C.4.4.

Le tableau de l'ANOVA fonctionnelle de la figure FIG. 3.10 souligne le rôle primordial du paramètre α , qui explique à lui seul 99.83% de la variabilité de \bar{Y}^o . Le graphique des prévisions marginales de α met en évidence une relation inverse entre \bar{Y}^o et α . Ces résultats peuvent être considérés comme fiables, car le nuage de points (\bar{Y}^o / \hat{Y}^o) indique une estimation d'une très bonne qualité.

Le caractère décroissant de la relation entre \bar{Y}^o et α s'explique par le fait que le paramètre α traduit le degré de décroissance des rendements de la fonction de production

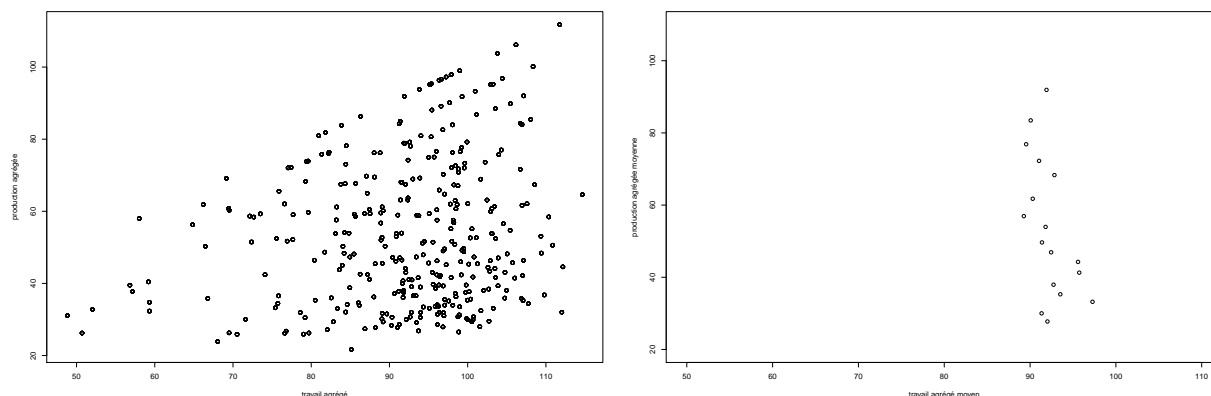


FIG. 3.11 – Nuages des points H_l/Y_l^o (graphique de gauche) et (\bar{H}/\bar{Y}^o) (graphique de droite).

(3.8) : plus α est élevé, plus les rendements sont décroissants. Pour une quantité de travail *donnée*, on obtient alors des niveaux de production de moins en moins élevés lorsqu'on augmente la valeur de α .

L'extraordinaire pouvoir d'explication du paramètre α est due à l'*absence de tout autre élément susceptible d'influencer les réalisations de \bar{Y}^o* . Dans ce contexte, il convient de souligner que le Krigéage ordinaire s'applique aux observations *moyennes* des variables du modèle multi-agents. Les nuages de points de la figure FIG. 3.11 montrent que le passage d'une représentation qui distingue entre les observations de H_l et Y_l^o enregistrées lors des 20 différentes réplifications ($l = 1, 2, \dots, 20$) vers une représentation des valeurs moyennes de ces variables ($\bar{H} \equiv \frac{1}{20} \sum_{l=1}^{20} H_l$ et $\bar{Y}^o \equiv \frac{1}{20} \sum_{l=1}^{20} Y_l^o$) fait quasiment disparaître la variabilité du travail agrégé, mais pas celle de la production agrégée.⁶⁰ Dans le cadre du modèle de Krigéage, la quantité de travail à la disposition des firmes peut donc être considérée comme *pratiquement donnée*. Elle n'est par conséquent pas un bon candidat pour expliquer la variabilité de la production agrégée moyenne \bar{Y}_t^o . Les hypothèses concernant le fonctionnement du marché du travail et le processus de production ne suggèrent d'ailleurs aucun autre élément susceptible de provoquer des variations de \bar{Y}^o - à l'exception bien entendu du paramètre α : les variations de α traduisent le fait que les rendements de la fonction de production varient fortement entre les différents scénarios NOLH. Dans ces conditions, il est tout à fait normal que l'ANOVA fonctionnelle attribue la quasi-totalité de la variabilité de \bar{Y}^o au paramètre α .

L'ANOVA fonctionnelle de la **consommation agrégée moyenne** \bar{C} désigne α et, dans une moindre mesure, \bar{b} comme paramètres influents du modèle : l'effet principal de α explique 92.61% de la variabilité de \bar{C} , celui de \bar{b} 5.76%. Les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence une relation négative entre \bar{C}_t et α ainsi qu'une relation positive entre \bar{C} et \bar{b} . Le nuage de points $\bar{C}/\hat{\bar{C}}$ est fortement concentré autour de la

⁶⁰On rappelle que les réalisations du travail agrégé et de la production agrégée sont parfaitement stables lors d'une simulations particulière : $H_{t=1,l} = H_{t=2,l} = \dots H_{t=120,l}$ et $Y_{t=1,l}^o = Y_{t=2,l}^o = \dots Y_{t=120,l}^o$. Il n'existe donc pas de variabilité temporelle susceptible de jouer un rôle comparable à la variabilité engendrée par l'existence de plusieurs réplifications.

première bissectrice, les résultats des estimations sont donc *a priori* fiables.

Les hypothèses du modèle multi-agents suggèrent l'interprétation suivante de ces résultats. Le caractère négatif de la relation entre \bar{Y}^o et α (cf. *supra*) se transmet à la relation entre \bar{C} et α par l'intermédiaire du mécanisme de rationnement. On rappelle ici que la production agrégée Y_t^o constitue la borne supérieure de la consommation agrégée C_t : lorsque la demande agrégée réelle des ménages dépasse le niveau de la production agrégée (et lorsque cette demande est solvable), une partie des ménages est rationnée sur le marché du bien et l'on observe $C_t = Y_t^o$. On assiste alors à l'enchaînement suivant : des valeurs élevées de α réduisent les niveaux de la production agrégée Y_t^o (cf. *supra*), faisant en sorte que les valeurs possibles de C_t soient plafonnées à des niveaux plus faibles ; le mécanisme de rationnement du marché du bien contraint dans ces conditions de plus en plus souvent les ménages (pour une demande réelle donnée) ; on observe donc plus souvent des réalisations peu élevées de C_t et partant une consommation agrégée moyenne \bar{C} plus faible.

Dans d'autres configurations, aucun ménage n'est victime de rationnement sur le marché du bien. La consommation individuelle des différents ménages correspond alors soit à leur demande réelle de biens ($c_{i,t} = c_i^d$), soit elle est limitée par leur capacité de dépense ($c_{i,t} = \frac{r_{i,t}}{p_{i,t}}$). Ce dernier cas de figure explique l'existence d'une relation positive entre \bar{b} et \bar{C} : la capacité de dépense $r_{i,t}$ des ménages augmente avec leur richesse initiale \bar{b} ; par conséquent, on observe un accroissement de la consommation individuelle de tous les ménages qui sont contraints par leur capacité de dépense ; par sommation des consommations individuelles, on obtient une consommation agrégée qui varie positivement avec \bar{b} .

L'estimation du Krigéage ordinaire du **salaire réel agrégé moyen** $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ met en évidence l'importance des paramètres α et μ . L'ANOVA fonctionnelle attribue 85.22% de la variabilité de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ à α et 8.49% à μ . Les graphiques des prévisions marginales font apparaître des relations décroissantes entre $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ et chacun de ces deux paramètres. Le nuage de point ($\frac{\bar{W}}{\bar{P}} / \frac{\hat{W}}{\hat{P}}$) suggère une estimation de bonne qualité.

Ces résultats renvoient au rôle joué par α et μ dans la détermination de l'indice général des prix P_t . En remplaçant dans la formule de P_t les prix de vente $p_{j,t}$ par le membre de droite de l'équation (3.9) et $y_{j,t}$ par le membre de droite de (3.8), on obtient l'expression :

$$P_t = \frac{\frac{1+\mu}{1-\alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha}} \quad (3.41)$$

Soient μ'' et μ' deux taux de marge tels que $\mu'' > \mu'$; on note $P_t(\mu'')$ et $P_t(\mu')$ les indices de prix associés à ces deux taux. Pour des distributions *données* de $h_{j,t}$ et $w_{j,t}$, on a

$$\frac{\frac{1+\mu''}{1-\alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha}} > \frac{\frac{1+\mu'}{1-\alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha}} \quad (3.42)$$

et donc $P_t(\mu'') > P_t(\mu')$.⁶¹ Aucun résultat général de ce type ne peut malheureusement

⁶¹Ces distributions ne sont certes pas données au sens strict du terme ; on observe toutefois des distributions des $w_{j,t}$ et des $h_{j,t}$ qui se ressemblent beaucoup lors des différentes simulations, car les conditions sur le marché du travail sont à chaque simulation identiques : tirage des stratégies dans les mêmes distributions uniformes, fixité parfaite des stratégies de la première à la dernière période, fonctionnement identique du mécanisme de rationnement du marché du travail.

Estimation de l'utilité agrégée moyenne									
		Sensibilités globales		Effets d'interaction					
	$\hat{\theta}$	sensibilité	effet principal	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}
α	1,953	0,0767	0,0108	.	0	0,0434	0	0,0203	0,0023
μ	0	0	0	0	.	0	0	0	0
σ	2,364	0,8784	0,7359	0,0434	0	.	0	0,0874	0,0117
ϕ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
\bar{b}	0,062	0,1488	0,0366	0,0203	0	0,0874	0	.	0,0045
\bar{i}	42,994	0,0479	0,0293	0,0023	0	0,0117	0	0,0045	.
$m_{OK} : 131,761$		$s_{OK}^2 : 79998,961$		$-2*\text{Log-vraisemblance} : 209,008$				$\hat{\tau}^2 = 0$	

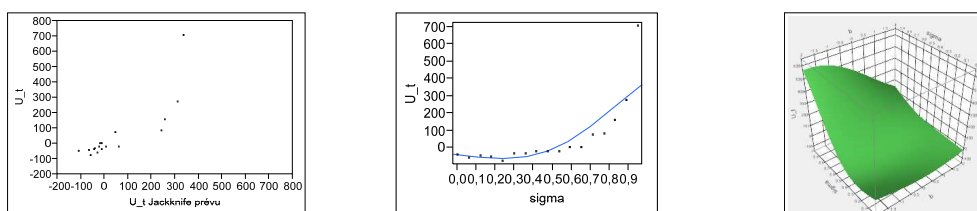


FIG. 3.12 – Tableau de l'ANOVA fonctionnelle de l'estimation de \bar{U} et graphiques associés : nuage de points (\bar{U} / \hat{U}) (à gauche) ; graphique des prévisions marginales de σ (au milieu) ; graphique de la surface de réponse de \bar{U} à σ et \bar{b} (les autres paramètres étant fixés à la valeur centrale de leur intervalle : $\phi = 0.5$, $\alpha = 0.25$, etc) (à droite).

être dégagé concernant les indices de prix $P_t(\alpha'')$ et $P_t(\alpha')$, avec $\alpha'' > \alpha'$. On peut toutefois affirmer qu'en présence des distributions des $h_{j,t}$ que l'on rencontre dans les simulations, on a systématiquement $P_t(\alpha'') > P_t(\alpha')$. Chaque firme tire effectivement sa demande de travail dans la loi uniforme $\mathcal{U}(0.01, 2 \times \frac{n}{m})$, ce qui donne $E(H_t^d) \simeq n$; chaque ménage tire son offre de travail dans $\mathcal{U}(0.01, 2)$, faisant en sorte que $E(H_t^o) \simeq n$. Dans ces conditions, le rationnement sur le marché du travail n'affecte jamais la majorité des firmes et on obtient des distributions de $h_{j,t}$ qui sont caractérisées par le fait que des réalisations de type $h_{j,t} < 1$ sont assez rares. Ceci implique que $\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha''} < \sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha'}$ et donc

$$\frac{\frac{1+\mu}{1-\alpha''} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha''}} > \frac{\frac{1+\mu}{1-\alpha'} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}^{1-\alpha'}}. \quad (3.43)$$

Il convient de souligner que les inégalités (3.42) et (3.43) ne tiennent pas compte des implications du rationnement des firmes sur le marché du bien. Dans la mesure où les prix de vente des firmes augmentent avec les paramètres μ et α , l'exposition au rationnement est plus élevée avec (α'', μ'') qu'avec (α', μ') ; le rationnement se traduit par des quantités de biens invendues qui ne sont plus comptabilisés au numérateur de P_t et qui exercent donc un effet baissier sur l'indice général des prix. L'effet net d'une hausse des paramètres μ et α sur P_t est donc ambiguë. Les résultats de l'estimation par Krigéage de P_t montrent que les effets décrits par les inégalités (3.42) et (3.43) l'emportent sur cet éventuel effet

du mécanisme de rationnement. Les graphiques des prévisions marginales montrent clairement que l'indice général des prix varie dans le même sens que les paramètres μ et α et que c'est justement la variabilité de μ et α qui est à l'origine des variations de P_t (cf. FIG. C.6 dans l'annexe C.4.4).

D'autre part, on est en présence de réalisations de l'indice général *moyen* des salaires \bar{W} quasiment invariables. Ceci s'explique par le fait que chaque firme détermine son salaire nominal $w_{j,t}$ par tirage dans une loi uniforme $\mathcal{U}(0.01, 1)$. On obtient ainsi lors de chaque réplication un indice général des salaires W_t relativement proche de l'espérance de cette loi uniforme.⁶² Le passage à l'indice moyen (sur les 20 réplifications de chaque scénario NOLH) $\bar{W} = \frac{1}{20} \sum_{l=1}^{20} W_l$ renforce encore la concentration des observations.

La conjonction des propriétés de \bar{P} et \bar{W} induit le caractère décroissant des relations entre $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ et les paramètres μ et α évoqué plus haut : la quasi-constance de \bar{W} implique en effet que $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ varie symétriquement par rapport à \bar{P} .

Le nuage des points \bar{U} / \hat{U} est peu concentré autour de la première bissectrice ; les résultats de l'estimation de l'**utilité agrégée moyenne** \bar{U} sont donc à prendre avec précaution. Cette estimation attribue 73.59% de la variabilité de \bar{U} à l'effet principal de σ et 8.74% à l'effet d'interaction entre σ et \bar{b} .

Les résultats de l'estimation sont en partie troublants : le graphique de la surface de réponse de \bar{U} à σ et \bar{b} met en évidence des réalisations très élevées de \bar{U} dans des configurations où σ est proche de sa valeur maximale 0.95 et \bar{b} de sa valeur minimale -2 . Ce deuxième élément est totalement contre-intuitif, car il n'existe aucun mécanisme dans le modèle multi-agents par lequel une richesse initiale particulièrement faible pourrait augmenter la consommation des ménages ou diminuer leur effort de travail, et donc favoriser leur utilité. L'absence totale de ϕ dans l'estimation ($\hat{\theta}_\phi = 0$) est également assez incompréhensible : ϕ et σ jouent un rôle semblable dans la fonction d'utilité (3.12), les deux paramètres devraient par conséquent contribuer dans des ordres de grandeur comparables à la variabilité de \bar{U} .

Une interprétation trop poussée de ces résultats ne semble guère justifiée à cause de la mauvaise qualité de l'estimation du modèle de Krigéage (cf le nuage de points (\bar{U} / \hat{U})). Un moyen simple d'améliorer cette estimation consiste dans le choix d'un scénario NOLH qui autorise le paramètre ϕ à varier plus fortement. Pour $\phi \in [0, 8]$, on obtient un nuage de points assez concentré autour de la première bissectrice et des contributions comparables de σ et ϕ à la variabilité de \bar{U} (34.74% et 50.58%).

Les paramètres α et μ exercent une influence majeure sur le **profit réel agrégé moyen** $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$. Le paramètre α explique 77.9% des variations de $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$, tandis que μ contribue à hauteur de 11.72%. Les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence le caractère croissant des relations entre le profit réel agrégé moyen et ces deux paramètres. Le nuage de points indique $\frac{\bar{P}}{\bar{P}} / \hat{\bar{P}}$ une estimation d'une qualité acceptable.

L'influence positive de α et μ sur $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ traduit le fait que toute augmentation d'un de ces paramètres augmente le profit nominal agrégé des firmes. Par sommation des profits

⁶²Dans la mesure où les firmes qui proposent les salaires les moins élevés sont plus souvent rationnés sur le marché du travail, on observe des distributions de W_t dont la moyenne est légèrement plus élevée que l'espérance de la loi uniforme $\mathcal{U}(0.01, 1)$.

individuels des firmes $\mathbf{p}_{j,t} = p_{j,t}y_{j,t} - w_{j,t}h_{j,t}$ et en remplaçant $p_{j,t}$ par le membre de droite de l'équation (3.9) et $y_{j,t}$ par le membre de droite de (3.8), on obtient en effet l'expression suivante du profit nominal agrégé :

$$P_t = \frac{\mu + \alpha}{1 - \alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}. \quad (3.44)$$

Soient $P_t(\mu'')$, $P_t(\mu')$, $P_t(\alpha'')$ et $P_t(\alpha')$ les profits nominaux agrégés associés à μ'' , μ' , α'' et α' . On a d'après (3.44) : $P_t(\mu'') > P_t(\mu')$ et $P_t(\alpha'') > P_t(\alpha')$. L'intuition de ces inégalités est que toute hausse de α et μ augmente les chiffres d'affaires des firmes tout en laissant les coûts de production inchangés. Ce raisonnement ne tient toutefois pas compte des éventuels effets indirects exercés par le mécanisme de rationnement des firmes sur P_t : des prix de vente plus élevés impliquent pour les firmes une plus grande probabilité d'être rationnées sur le marché du bien et donc une contraction de leur chiffre d'affaire. L'estimation par Krigéage de P_t montre que ces effets indirects ne sont pas susceptibles de neutraliser l'effet direct des augmentations de α et μ sur P_t : P_t varie positivement avec α et μ (cf. la figure FIG. C.8 dans l'annexe C.4.4).

L'effet net des augmentations des paramètres α et μ sur le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ est ambiguë, car elles provoquent simultanément des augmentations du numérateur et du dénominateur de $\frac{P_t}{P_t}$. Les résultats de l'estimation par Krigéage de $\frac{P_t}{P_t}$ montre que le profit réel agrégé moyen varie positivement avec α et μ , suggérant que le profit nominal agrégé progresse plus rapidement que l'indice général des prix suite à des accroissements de α et μ .

3.4 Conclusion

Au regard des limites des modèles de type DSGE en général et du nouveau modèle canonique en particulier, ce troisième chapitre a engagé une réflexion sur les enjeux scientifiques d'une modélisation macroéconomique alternative : la modélisation multi-agents. L'intérêt principal des modèles multi-agents réside dans le fait qu'ils sont fondés sur des *hypothèses beaucoup moins restrictives* que les modèles DSGE, ce qui implique une plus grande généralité des résultats obtenus dans le cadre multi-agents. La modélisation multi-agents permet notamment de couvrir des configurations s'écartant de l'équilibre en anticipations rationnelles qui sont de fait exclues des analyses menées dans le cadre des modèles de type DSGE.

Une rapide revue de la littérature a fait le point sur les caractéristiques fondamentales des modèles macroéconomiques multi-agents : la représentation des comportements par des règles adaptatives, le rôle central des mécanismes de rationnement et l'hétérogénéité des agents, trois éléments qui sont d'ailleurs intimement liés à la capacité des modèles multi-agents à fonctionner en présence d'hypothèses peu restrictives et de modéliser des configurations en dehors de l'équilibre en anticipations rationnelles.

Le principal apport positif de la littérature revisitée réside dans le fait qu'elle propose des lectures alternatives de la cyclicité de l'activité économique et de l'impact de la

politique monétaire ; on retient dans ce contexte notamment l'absence du canal de transmission de la politique monétaire qui domine dans le nouveau modèle canonique : le canal de la consommation.

Il convient toutefois de tenir compte du fait que l'approche multi-agents de la modélisation macroéconomique se trouve actuellement toujours dans un stade embryonnaire. Les apports de cette modélisation, et notamment les résultats normatifs, sont par conséquent à prendre avec la plus grande précaution. Dans ces conditions, on ne peut que souscrire à l'avertissement formulé par Ashraf et Howitt :

" (...) we see our contribution at this stage as being more methodological than substantive. " (Ashraf & Howitt 2008)

Cette remarque d'Ashraf et Howitt rappelle au juste titre que l'apport principal de la littérature présentée dans ce chapitre réside justement dans l'exploration des possibilités offertes par l'application des méthodes de la modélisation multi-agents à un contexte macroéconomique.

La revue de la littérature a finalement mis en évidence une limite majeure de la modélisation macroéconomique multi-agents : il s'agit de la difficulté de faire fonctionner ces modèles correctement en présence de taux d'intérêt relativement élevés.

Le nouveau modèle multi-agents présenté dans la sous-section 3.3 s'inscrit dans une démarche quelque peu différente de celle qui caractérise la plupart des modèles multi-agents passés en revue : il vise l'exploration des mécanismes macroéconomiques dans un cadre qui reste délibérément proche de celui du nouveau modèle canonique. L'objectif de ce modèle est en effet d'étudier la robustesse et la généralité des apports du nouveau modèle canonique : sont-ils toujours valables dans un cadre qui apparaît moins restrictif et qui englobe notamment des situations d'écart par rapport à l'équilibre associé aux anticipations rationnelles et à des logiques d'optimisation.

La proximité avec le nouveau modèle canonique se traduit par le maintien d'un ensemble de composantes du nouveau modèle canonique qui sont *a priori* compatibles avec un cadre multi-agents : structures des marchés semblables, régime de propriété des firmes identique, mêmes spécifications des fonctions de production et d'utilité ainsi que du schéma de détermination du prix de vente. En revanche, on a mobilisé des éléments de la modélisation multi-agents pour lever les hypothèses les plus restrictives du nouveau modèle canonique. Il s'agit notamment de l'hypothèse d'apurement des marchés qui a été remplacée par un mécanisme de rationnement efficace qui gouverne les interactions individuelles sur les différents marchés. Les comportements d'optimisation ont également été abandonnés : on suppose dans cette première version du modèle multi-agents que les agents déterminent leurs stratégies par tirage aléatoire.

Pour analyser ce nouveau modèle multi-agents, on a procédé à des simulations informatiques. Dans un souci d'économie des capacités de calcul et du temps nécessaire pour le déroulement des simulations, on a utilisé un plan d'expérience établi par la méthode NOLH (échantillonnage des hypercubes latins presque orthogonaux). Cette méthode permet de couvrir l'espace expérimental du modèle avec un nombre des simulations relativement restreint, mais au prix de distances relativement importantes entre les points de

l'espace expérimental retenus par NOLH. Pour remédier à cet inconvénient, on analyse les résultats des simulations à l'aide de la méthode du Krigéage ordinaire qui procède par interpolation entre les points du plan d'expérience désignés par NOLH.

Le résultat le plus marquant des simulations est la grande stabilité des variables agrégées données en termes réels. On observe notamment la fixité parfaite du travail agrégé fourni par les ménages et de la production agrégée des firmes. D'autres variables sont caractérisées par des mouvements importants au début de chaque simulation qui s'estompent rapidement, laissant la place à une quasi-invariabilité. Ces mouvements s'expliquent intégralement par les modifications des capacités de dépense des ménages : par exemple, les ménages qui disposent de revenus de travail peu élevés puisent au début de chaque simulation dans leur richesse initiale pour financer leur consommation. Une fois cette richesse initiale épuisée, ils sont contraints de restreindre leur niveau de consommation. La contraction de la consommation agrégée provoquée par ce mécanisme se répercute ensuite à d'autres variables agrégées réelles. Le niveau de consommation des ménages en question se stabilise ensuite à un niveau très faible, voir nul, induisant la quasi-invariabilité de l'ensemble des variables agrégées réelles.

L'absence de dynamiques très prononcées dans cette première version du modèle multi-agents s'est révélée avantageuse pour la mise en évidence de ses propriétés structurelles : c'est dans ce cadre quasiment statique que l'on a pu aisément identifier le rôle clé des capacités de dépenses. Le manque flagrant d'éléments dynamiques constitue toutefois une caractéristique très restrictive de cette version du modèle. Ainsi, les agents du modèle ne réagissent pas lorsque leurs stratégies aboutissent à des mauvaises performances. Par exemple, les firmes ne modifient pas leurs stratégies malgré le fait qu'elles réalisent des profits fortement négatifs (cf. la figure FIG. 3.1). La figure FIG 3.2 montre d'ailleurs l'existence d'une surproduction importante, qui devrait normalement inciter les firmes à restreindre leur niveau de production ; il n'en est rien. Cette caractéristique peu convaincante du modèle a une explication simple : les agents tirent leurs stratégies aléatoirement au début de chaque simulation et les laissant ensuite inchangées jusqu'à la fin de la simulation, et cela quelque soient les performances atteintes grâce à ces stratégies. *Tout se passe comme si on avait remplacé les comportements d'optimisation du nouveau modèle canonique par des comportements totalement irrationnels*, et non par des comportements susceptibles de traduire la logique de la rationalité limitée.

Un modèle marqué par de tels comportements irrationnels ne constitue de toute évidence pas un cadre propice à l'étude de la généralité et de la robustesse des apports du nouveau modèle canonique. Cette étude ne pourra se faire que dans un modèle qui propose une représentation acceptable des comportements décisionnels des agents, et notamment une modélisation qui s'inscrit dans le cadre conceptuel de la rationalité limitée. Cette question de la modélisation des comportements se trouvera au cœur du chapitre 4 de la présente étude. Dans ce chapitre, les comportements des agents seront en effet guidés par des processus d'apprentissage : la capacité d'apprentissage des agents exprime alors leur rationalité.

Apprentissage et politique monétaire dans le modèle multi-agents

4.1 Introduction

Les hypothèses comportementales retenues dans les différents cadres d'analyse abordés dans cette thèse peuvent être qualifiées d'« extrêmes ». Les comportements d'optimisation retenus dans le nouveau modèle canonique supposent la *rationalité intégrale* des agents. Le modèle multi-agents du chapitre 3 mérite d'être critiqué pour des raisons opposées : les décisions prises par les agents sont parfaitement dépourvues de motivations économiques, car ces derniers tirent aléatoirement leurs stratégies à la première période et les gardent ensuite obstinément pendant toute la durée d'une simulation ; ce type de comportement paraît très irrationnel. Un premier objectif de ce quatrième chapitre réside dans la formulation d'hypothèses comportementales qui se situent entre ces deux extrêmes : ni trop rationnelles, ni trop irrationnelles, et qui s'inscrivent donc dans la logique de la *rationalité limitée*.

Dans cette perspective, on fera dans ce chapitre appel à des comportements guidés par des *processus d'apprentissage*. L'apprentissage se manifeste en effet par des *modifications du comportement (d'un agent) grâce à des expériences répétées qui ont pour objectif l'amélioration des résultats induits par ce comportement*.⁶³ La quête d'une amélioration des résultats traduit clairement une démarche rationnelle de l'agent en question. Pour rendre l'apprentissage compatible avec les principes de la rationalité *limitée*, il convient cependant de répondre aux exigences de Herbert Simon en matière de modélisation de la rationalité limitée : il s'agit en effet de définir des comportements conciliables avec les capacités cognitives et les conditions d'accès à l'information auxquelles sont confrontés les êtres humains (cf. la citation de Simon (1955) dans la section 3.1). Des processus d'apprentissage fondés sur des ensembles d'information restreints et qui mobilisent des algorithmes peu sophistiqués peuvent être considérés comme des formalisations convenables des comportements d'agents dotés d'une rationalité limitée au sens de Simon.

On retiendra dans ce chapitre des objets de l'apprentissage différents de ceux qui dominent dans la littérature sur l'apprentissage à la Evans & Honkapohja (2001) dans le nouveau modèle canonique. On rappelle que le processus d'apprentissage porte dans cette littérature sur les anticipations agrégées concernant l'inflation et l'écart de production (cf.

⁶³Cf. les définitions de l'apprentissage (au sens de la psychologie et de la cybernétique) du Nouveau Petit Robert : « *Modifications durables du comportement d'un sujet (humain ou animal) grâce à des expériences répétées (...) Aptitude d'un système à améliorer son fonctionnement par la prise en compte des résultats passés* ».

la sous-section 2.5.2.1).⁶⁴ L'apprentissage dans ce quatrième chapitre porte en revanche sur les stratégies comportementales des agents privés du modèle : les ménages sont engagés dans un processus d'apprentissage qui a comme objectif la découverte de stratégies performantes d'offre de travail et de demande de biens ; les firmes cherchent quant à elles à découvrir de bonnes stratégies en matière de demande de travail et de fixation du salaire nominal. On fera dans ce contexte certes appel à des anticipations, mais il convient de souligner que ces anticipations sont d'une nature très différentes de celles mobilisées dans la littérature sur l'apprentissage dans le nouveau modèle canonique : premièrement, ces anticipations concernent les performances associées aux différentes stratégies (et non l'inflation et l'écart de production) ; deuxièmement, il s'agira d'anticipations *individuelles* (et non d'anticipations *agrégées*).

Une deuxième restriction sérieuse de la version du modèle multi-agents étudiée dans le troisième chapitre réside dans l'absence d'une politique monétaire réactive. L'utilisation d'un taux d'intérêt invariant est de toute évidence difficilement acceptable dans le cadre d'une étude consacrée à la politique monétaire. Cette faiblesse du modèle sera levée dans ce quatrième chapitre : on donnera à la politique monétaire une dimension réactive à l'aide de règles de politique monétaire, i.e. on supposera (comme dans la partie I de la présente étude) que la Banque détermine le taux d'intérêt nominal en fonction de l'état actuel de l'économie.

Grâce à l'introduction de comportements dignes de ce nom et à la prise en compte du caractère réactif de la politique monétaire, on disposera d'un modèle qui permet d'appréhender la question de la généralité et de la robustesse des résultats du nouveau modèle canonique dans un univers de rationalité limitée. Ces résultats sont-ils toujours vérifiés lorsqu'on relâche les principales hypothèses restrictives discutées dans la section 3.1 (focalisation sur les situations d'équilibre, apurement des marchés, homogénéité des agents, information abondante et capacités cognitives hautement développées) ? Dans cette perspective, ce quatrième chapitre cherche à vérifier si l'introduction des caractéristiques essentielles de la modélisation multi-agents (logique de rationnement, hétérogénéité des agents, comportements guidés par l'apprentissage) a comme conséquence (ou non) la disparition du statut très particulier qu'occupe l'équilibre en anticipations rationnelles dans le nouveau modèle canonique. En d'autres termes *existe-t-il dans une version multi-agents du nouveau modèle canonique des forces qui font converger l'économie vers l'équilibre en anticipations rationnelles* (ou son équivalent dans un cadre multi-agents), et cela à partir d'une situation initiale relativement éloignée de cet équilibre. L'intérêt de la question de la convergence réside dans le fait qu'elle est susceptible de *donner un nouvel éclairage sur le réductionnisme du nouveau modèle canonique* : le recours massif dans ce modèle à des hypothèses très restrictives apparaîtrait effectivement moins problématique si l'on pouvait mettre en évidence une convergence généralisée vers l'équilibre en anticipations rationnelles. Dans une telle configuration, le modélisateur aurait en effet la garantie que l'économie se situe - au bout d'un certain temps - à proximité de l'équilibre pour lequel

⁶⁴Cf. Bullard & Duffy (1999) pour une étude sur l'apprentissage concernant l'inflation future dans le cadre d'un modèle à générations imbriquées. La démarche de Bullard et Duffy est proche de celle poursuivie dans ce quatrième chapitre dans la mesure où les agents apprennent à l'aide d'un algorithme génétique (Holland 1975, 1992) qui est adapté au contexte de la rationalité limitée à la Simon.

les résultats de la littérature sur le nouveau modèle canonique sont valables. Il s'agit là d'un élément très important, car on peut raisonnablement penser que l'économie se comporte approximativement de la même manière à l'équilibre en anticipations rationnelles et à proximité de cet équilibre.⁶⁵ La mise en évidence d'un processus de convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles donnerait donc une portée plus générale aux résultats du nouveau modèle canonique. Dans ces conditions, le réductionnisme du nouveau modèle canonique devrait être considéré comme un choix judicieux en matière de modélisation.

L'intérêt du modèle multi-agents de ce quatrième chapitre ne se limite pas à la seule question de la convergence vers l'équilibre. Il permet également d'étudier les dynamiques propres engendrées par les interactions entre des règles de politique monétaire et des processus d'apprentissage des agents privés. L'analyse de ces interactions dans le cadre d'un modèle d'équilibre général de type multi-agents constitue un terrain de recherche encore relativement vierge. Les contributions qui s'y rapprochent le plus sont celles de Delli Gatti et al. (2004), Arifovic et al. (2007) et Kostyshyna (2011). On constate toutefois des différences importantes entre ces travaux et la présente étude : la contribution de Delli Gatti et al. (2004) ne s'intéresse pas au processus d'apprentissage des agents privés, mais à celui de la Banque centrale ; les modèles de Arifovic et al. (2007) et de Kostyshyna (2011) ne peuvent pas être considérés comme des véritables modèles multi-agents, car l'apprentissage y intervient effectivement au niveau agrégé, et non au niveau individuel (cf. *infra*).

La proximité structurelle entre le modèle multi-agents et le nouveau modèle canonique devrait *a priori* favoriser cette analyse. Les propriétés du nouveau modèle canonique sont en effet bien connues grâce aux nombreuses études sur la macroéconomie monétaire qui ont retenu ce modèle comme cadre d'analyse (cf. les chapitre 1 et 2). Les changements induits par les éléments de la modélisation multi-agents (logique de rationnement, hétérogénéité des agents, comportements guidés par l'apprentissage) devraient dans ces conditions être assez facilement détectables.

Dans cette perspective, on a opté dans ce chapitre pour une démarche progressive : l'introduction de l'apprentissage et des règles de politique monétaire se fait en deux temps. Ce procédé devrait permettre de distinguer les modifications dans le fonctionnement du modèle (tel qu'il a été appréhendé dans le chapitre 3) provoquées par les comportements d'apprentissage et celles liées à l'apparition des règles de politique monétaire.

La section 4.2 introduit deux formalisations distinctes des comportements d'apprentissage des agents privés. La dimension réactive de la politique monétaire apparaît dans la section 4.3 qui est consacrée à l'analyse des performances de différentes règles de politique monétaire en matière de stabilisation de l'inflation et du niveau d'activité. La section 4.4 conclut.

⁶⁵Cette supposition est toutefois à manipuler avec précaution. On rappelle que certains résultats obtenus pour un équilibre donné ne sont pas valables dans des configurations où les variables endogènes du modèle se situent à une distance infime de cet équilibre. On a effectivement vu dans la sous-section 2.3.2 qu'un écart minimal par rapport à l'équilibre en anticipations rationnelles peut engendrer des processus divergents qui éloignent l'économie progressivement de cet équilibre.

4.2 Le modèle multi-agents avec apprentissage

Cette section est consacrée à l'introduction de véritables comportements dans le modèle multi-agents - des comportements qui faisaient justement défaut à la version embryonnaire du modèle étudiée dans le chapitre 3 de la présente étude. Ces comportements correspondent plus précisément à des processus d'apprentissage qui guident les décisions des agents privés du modèle.

Dans cette optique se pose évidemment la question de la représentation la plus appropriée du processus d'apprentissage. Pour Charles Goodhart, l'apprentissage repose essentiellement sur l'échange d'information entre des individus :

"What do we normally do when we are ignorant? One common response is to ask a friend, or alternatively we go to somebody else whose knowledge on the subject is rather greater than our own (...) a process in which people are not endowed with complete knowledge, but need to learn, will inevitably involve interpersonal interactions, with resulting information cascades and herding."
(Goodhart 2003)

Bullard (2006) interprète ce type d'apprentissage comme un processus d'*apprentissage social* et propose une modélisation de ce processus à l'aide d'algorithmes génétiques (Holland 1975, 1992). Suivant cette recommandation, on introduit un processus d'*apprentissage social évolutionnaire* qui mobilise une partie des opérateurs clés des algorithmes génétiques, et notamment des opérateurs d'*imitation* et d'*expérimentation*. Le partage d'information décrit par Goodhart se traduit alors par le fait que les agents observent des stratégies découvertes par d'autres agents et les performances générées grâce à ces stratégies : lorsqu'ils considèrent le niveau de performances atteint comme satisfaisant, ils imitent ces stratégies. L'expérimentation modélise le fait que les agents utilisent parfois des stratégies nouvelles pour tester leurs capacités à engendrer des performances élevées.

L'apprentissage social évolutionnaire ne constitue toutefois pas une représentation totalement satisfaisante des comportements des agents. Elle fait effectivement l'impasse sur une dimension centrale du nouveau modèle canonique : l'*orientation vers le futur* (au sens de l'anglais : *forward-looking*) des comportements des agents qui nécessite notamment la prise en compte des *anticipations* des agents. L'introduction des anticipations dans un modèle avec apprentissage social évolutionnaire est toutefois problématique : pour qu'elles aient un sens, les anticipations des agents doivent en effet conditionner les décisions des agents. Le processus d'imitation qui se trouve au cœur de l'apprentissage social impliquerait dans ces conditions l'*homogénéité* des anticipations des agents, ce qui est évidemment en contradiction avec l'esprit de la modélisation multi-agents (cf. *infra*). On se trouve donc devant le double défi de représenter les anticipations des agents et de modéliser l'apprentissage des agents sans faire appel à un processus d'imitation. Dans cette perspective, on adapte une formalisation alternative du processus d'apprentissage proposée par Yıldızoğlu (2001) qui permet de satisfaire à ces deux exigences : on suppose que les agents formulent leurs anticipations grâce à des *modèles mentaux*, i.e. des représentations simplifiées et subjectives du fonctionnement de l'économie ; chaque agent établit ainsi des anticipations pour l'ensemble des stratégies candidates dont il dispose, puis il choisit la stratégie à laquelle est associée la performance anticipée la plus élevée.

L'apprentissage des agents porte dans cette formalisation non pas directement sur les stratégies, mais sur la qualité des modèles mentaux : les agents ajustent leurs modèles en fonction des erreurs d'anticipations pour parvenir à une meilleure adaptation de ces modèles à l'environnement économique (et donc à une meilleure capacité prédictive). On retient dans la présente étude des *réseaux de neurones artificiels* (Holland et al. 1989) pour représenter les modèles mentaux.

Il convient de souligner que le processus d'ajustement du modèle mental se situe au niveau individuel, i.e. chaque agent met en œuvre les ajustements nécessaires sans tenir compte des expériences et des démarches faites en la matière par les autres agents. *On est donc en présence d'un processus d'apprentissage individuel.* Cette deuxième formalisation permet par conséquent d'étudier l'impact de l'introduction d'un processus appartenant à la famille de l'apprentissage individuel sur le fonctionnement du modèle multi-agents. Le fait de couvrir ainsi les deux grands types d'apprentissage constitue un avantage pour la présente étude : dans des configurations où il n'existe *a priori* aucun élément théorique indiquant la nature particulière du processus d'apprentissage (social ou individuel), il est préférable d'explorer les deux formalisations alternatives (Vriend 2000).

L'organisation de cette section tient compte de la distinction fondamentale entre apprentissage social et individuel. La sous-section 4.2.1 retient des comportements guidés par un processus d'apprentissage social évolutionnaire. Le cas de l'apprentissage individuel par modèles mentaux est étudié dans la sous-section 4.2.2.

4.2.1 L'apprentissage social dans le modèle multi-agents

Avant de spécifier dans la sous-section 4.2.1.2 le processus d'apprentissage social retenu pour modéliser les comportements des agents dans le modèle multi-agents, on présente dans la sous-section 4.2.1.1 un algorithme d'exploration qui se trouve à la base de la plupart des formalisations de l'apprentissage social en économie : l'algorithme génétique de Holland (1975, 1992). Cet algorithme est fortement inspiré par les mécanismes que Darwin (1859) a identifiés comme moteurs de l'évolution des espèces.

4.2.1.1 La version canonique de l'algorithme génétique

Dans un environnement marqué par le caractère limité de la rationalité des agents et par la complexité des systèmes adaptatifs, l'algorithme génétique présente un triple avantage. Premièrement, il s'agit d'un algorithme qui peut être appliqué à des informations quantitatives codées sous la forme d'une chaîne de caractères binaires (0 ou 1) ; ces informations permettent dans de nombreux contextes une interprétation en termes de *règles de décisions*, i.e. une lecture qui est cohérente avec le concept de la rationalité limitée (cf. la section 3.1). Deuxièmement, il s'agit d'un algorithme qui fonctionne grâce à l'amélioration perpétuelle des performances par rapport à une situation donnée ; ce type de fonctionnement fait clairement écho à l'idée du *satisficing* associé à la rationalité limitée (Goldberg 1991, p. 8). Troisièmement, cet algorithme est mieux adapté que les méthodes de résolution habituelles (méthodes calculatoires et méthodes numériques) aux environnements complexes qui caractérisent les modèles peuplés par des agents artificiels adaptatifs :

"The genetic algorithm of John Holland was devised to find maxima of 'rugged landscapes' that lack the smoothness that Newton's method exploits. Holland's idea was to turn loose on the landscape a population of sexually active artificial beings that would evolve itself to the top of the hill." (Sargent 1993, p. 74)

En effet, l'algorithme génétique fonctionne même dans des espaces qui ne remplissent pas les conditions de continuité et de dérivabilité qui sont indispensables lorsqu'on veut utiliser les méthodes calculatoires (Goldberg 1991, p. 2).

L'algorithme génétique est une succession d'opérations appliquées à une population de chaînes de caractères. Dans la modélisation économique de type multi-agents, ces chaînes représentent habituellement des règles de décision concernant des quantités d'une grandeur économique. Pour fixer les idées, on peut par exemple imaginer que chaque ménage artificiel d'un modèle macroéconomique multi-agents est doté d'une chaîne qui précise la quantité de travail que ce ménage va offrir sur le marché du travail. La version canonique de l'algorithme génétique retient un code binaire, i.e. les chaînes sont exclusivement composées de 0 et de 1. L'utilisation de chaînes binaires ne pose pas de difficulté particulière tant que la valeur de la quantité en question correspond un nombre entier : chaque nombre entier peut effectivement être exprimé sous forme d'une chaîne binaire, à condition que cette chaîne soit suffisamment longue. Prenons une chaîne binaire de longueur $\mathbf{S} = 3$. Avec cette chaîne, on peut écrire les nombres entiers 0, 1, 2, ..., 7. On a en effet

$$\begin{aligned} 0 &= 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 (= 000) \\ 1 &= 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 (= 001) \\ 2 &= 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 (= 010) \\ &\dots \\ 7 &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 (= 111), \end{aligned}$$

avec la chaîne binaire écrite entre parenthèses. Pour écrire les nombres entiers entre 0 et 15, on aurait besoin d'une chaîne de longueur $\mathbf{S} = 4$, etc.

L'utilisation des chaînes binaires n'empêche pas l'application de l'algorithme génétique à des grandeurs économiques dont les réalisations peuvent être différentes d'un nombre entier. Par exemple, lorsqu'on veut représenter le pourcentage du revenu qu'un ménage dépense pour l'achat des biens de consommation, on pourrait prendre un ensemble fini de nombres rationnels défini par $\mathbf{q} = \frac{\mathbf{r}}{100}$, avec \mathbf{r} un nombre entier $\in [0, 1, 2, \dots, 63]$, i.e. un nombre que l'on peut écrire avec une chaîne binaire de longueur $\mathbf{S} = 6$ (on a en effet $63 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + \dots + 1 \times 2^0$). On obtient ainsi l'ensemble des nombres rationnels $[0, 0.01, 0.02, \dots, 0.63]$, qui peut être considéré comme convenable lorsque le modélisateur suppose qu'aucun ménage ne dépense plus que 63% de ses revenus pour sa consommation, et que la grille des valeurs discrètes retenue dans cet ensemble soit suffisamment fine. Si le modélisateur souhaite une grille plus fine et un taux de consommation maximal de 100%, il peut par exemple utiliser un ensemble fini de nombres rationnelles défini par $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{t}}{255}$, avec \mathbf{t} un nombre entier écrit avec une chaîne binaire de longueur $\mathbf{S} = 8$. On obtient ainsi l'ensemble des nombres rationnels $[0, 0.00392, 0.00784, \dots, 1]$.

De manière générale, on peut exprimer un ensemble fini de nombres réels $\mathbf{x} \in \mathfrak{X}$ par la formule $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{\eta}}{\mathbf{b}-\mathbf{a}}$, avec $\mathbf{\eta}$ un nombre entier élément de l'ensemble des entiers que l'on

peut écrire sous forme d'une chaîne binaire de longueur \mathbf{S} ; cette démarche suppose des valeurs convenables pour \mathbf{S} et pour les nombres réels \mathbf{a} et \mathbf{b} , i.e. des valeurs qui permettent effectivement de décrire de cette manière l'ensemble fini de nombres réels que l'on souhaite représenter (Sargent 1993, p. 74). Le fait que cette écriture soit fondée sur des nombres entiers implique le caractère fini et discret de l'ensemble \mathfrak{X} . Pour passer à un ensemble continu, il faudrait effectivement utiliser une chaîne binaire de longueur $\mathbf{S} = \infty$.

Revenons à l'exemple initial où chaque ménage artificiel est doté d'une règle de décision, codée sous forme d'une chaîne binaire de longueur \mathbf{S} , qui renseigne sur la quantité de travail qu'il va offrir. Si chacun des \mathbf{N} ménages est doté d'une seule règle de décision, on est en présence d'une population de \mathbf{N} chaînes binaires de longueur \mathbf{S} .

L'algorithme génétique permet de s'approcher des maxima d'une application non-négative $f : \mathfrak{X} \rightarrow \mathfrak{R}$ (Sargent 1993, p. 74). Cette faculté de l'algorithme génétique dépend toutefois de la stabilité du problème abordé (i.e. de la fonction f). Les modèles multi-agents économiques sont généralement caractérisés par l'évolution perpétuelle de l'environnement (et on verra que le nouveau modèle multi-agents avec apprentissage ne constitue pas une exception à cet égard). Dans ces conditions, l'algorithme génétique peut être considéré comme formalisation du comportement adaptatif des agents : ceux-ci essaient de conformer leurs actions à l'environnement économique ; le changement continu de l'environnement les empêche toutefois d'atteindre des comportements optimaux (Vallée & Yildizoglu 2004). Dans notre exemple, on peut imaginer que l'algorithme est employé pour adapter les règles de décisions (éléments de \mathfrak{X}) en matière d'offre de travail à l'évolution du contexte économique et de procurer ainsi aux ménages des niveaux d'utilité élevés (éléments de \mathfrak{R}).

Pour remplir ces objectifs, l'algorithme applique les opérateurs génétiques *reproduction proportionnelle à la performance*, *croisement* et *mutation* à la population de chaînes :

- a. L'opérateur *reproduction proportionnelle à la performance* (en anglais : *fitness-proportional reproduction*) calcule d'abord pour chaque \mathfrak{x}_i , $i = 1, 2, \dots, \mathbf{N}$ (et donc aussi pour chaque chaîne binaire associée η_i) la valeur de sa « performance » $f(\mathfrak{x}_i)$ ainsi que sa performance relative $\frac{f(\mathfrak{x}_i)}{\sum_{j=1}^{\mathbf{N}} f(\mathfrak{x}_j)}$ (Sargent 1993, p. 74). Dans notre exemple, ceci revient à calculer pour chaque règle de décision en termes d'offre de travail le niveau d'utilité ressenti par le ménage artificiel qui l'a utilisée (à partir de la quantité de biens consommés et du travail effectué par ce ménage). Dans une deuxième étape, l'opérateur crée \mathbf{N} copies de chaînes binaires de la population initiale. Il procède en tenant compte des performances relatives de chaque chaîne, i.e. la probabilité de la chaîne η_i (associée à \mathfrak{x}_i) d'être copiée est donnée par la performance relative de \mathfrak{x}_i . Après l'intervention de cet opérateur, on est en présence d'un ensemble de copies qui est caractérisé par le fait que la proportion des chaînes les plus performantes soit plus importante que dans la population initiale ; les chaînes moins performantes se trouvent dans cet ensemble dans une proportion réduite ; les chaînes les moins performantes ont éventuellement même disparu.
- b. L'opérateur *croisement* (en anglais : *crossover*) tire aléatoirement deux chaînes binaires dans l'ensemble des copies ; il choisit ensuite aléatoirement un nombre entier

\mathbf{k} entre 1 et $\mathbf{S} - 1$; finalement, il intervertit les caractères compris entre les positions 1 et \mathbf{k} dans les deux chaînes en question. Supposons à titre d'illustration des chaînes binaires de longueur $\mathbf{S} = 3$; l'opérateur croisement tire d'abord les deux chaînes (010) et (111) ; il tire ensuite le nombre entier $\mathbf{k} = 2$, ce qui implique que la séparation des deux chaînes tirées s'effectue entre le deuxième et le troisième caractère de la chaîne. On a donc (01|0) et (11|1). Finalement, l'opérateur associe la partie de gauche de la première chaîne à la partie de droite de la deuxième chaîne et la partie de gauche de la deuxième chaîne à la partie de droite de la première chaîne, ce qui donne (011) et (110). Parmi les chaînes pas encore soumises à cette procédure, il tire de nouveau deux chaînes binaires et effectue les mêmes manipulations, jusqu'au moment où, l'on a un ensemble de \mathbf{N} chaînes binaires engendrées de cette manière.

- c. L'opérateur *experimentation* fait « basculer » avec une faible probabilité pr_{ex} (cf. la sous-section 4.2.1.3 pour l'ordre de grandeur des valeurs de pr_{ex}) chaque caractère de chaque chaîne : en cas de « succès », un caractère ayant la valeur 0 prend alors la valeur 1 (et inversement).⁶⁶

L'objectif de ces opérations est de créer à partir de la population initiale de chaînes une nouvelle population qui est mieux adaptée à son environnement (Holland & Miller 1991), i.e. la performance agrégée devrait être plus élevée dans la nouvelle population de chaînes que dans la population initiale. Dans un contexte où l'algorithme atteint cet objectif, on aurait

$$\sum_{j=1}^{\mathbf{N}} f(\mathbf{x}_{j,t}) > \sum_{j=1}^{\mathbf{N}} f(\mathbf{x}_{j,t-1}), \quad (4.1)$$

avec $\mathbf{x}_{j,t}$ la réalisation de \mathbf{x}_j à la période t .

L'introduction de l'algorithme génétique dans un modèle économique soulève la question de l'intuition que l'on veut donner à cet algorithme et aux opérateurs génétiques qui le composent. Dans la modélisation macroéconomique, on suppose souvent que les chaînes binaires correspondent à des règles de décision des agents du modèle. Dans un tel contexte, l'interprétation la plus évidente de l'opérateur *reproduction proportionnelle à la performance* est celui d'un processus d'imitation : chaque agent observe les différentes règles de décisions et les performances obtenues par les agents qui les utilisent ; lorsqu'il s'agit de choisir une nouvelle règle pour la prochaine période, l'agent sera particulièrement tenté par des règles qui ont procuré à leur détenteur une performance relative élevée ; l'attractivité de ces règles les prédispose alors à être massivement copiées par les agents du modèle, ce qui explique leur progression dans la population des règles. L'opérateur *experimentation* s'interprète de la manière suivante : les agents modifient leur règle de décision pour explorer d'éventuelles possibilités d'amélioration. L'intuition économique de l'opérateur *croisement* est moins évidente. Arifovic (2000) l'interprète comme formalisation de l'échange d'information entre agents.

On remarque que la mise en œuvre des opérateurs *reproduction proportionnelle à la performance* et *croisement* repose sur une circulation intense d'information entre les agents du modèle.

⁶⁶Pour désigner l'opérateur *experimentation*, la littérature sur l'apprentissage parle souvent d'un processus de *mutation* (cf. par exemple Sargent (1993, p. 75)).

"They [note de l'auteur : the genetic algorithms] exploit mutual information inherent in the population ..." (Sargent 1993, p. 74)

C'est la mise en commun de l'information détenue par l'ensemble des agents du modèle qui permet à l'algorithme génétique (dans un contexte favorable) d'identifier progressivement les règles les mieux adaptées à l'environnement économique. L'interprétation dominante de l'algorithme génétique est par conséquent celle d'un processus d'apprentissage *social*. Cette interprétation paraît d'autant plus justifiée que tout se passe comme si l'ensemble des agents utilisait *conjointement* un algorithme génétique, et non comme si chaque agent mobilisait individuellement son propre algorithme (Arifovic 2000).

La version canonique de l'algorithme génétique présentée dans cette sous-section n'est pas la seule qui a été mobilisée par la modélisation macroéconomique. Un algorithme alternatif comportant seulement les opérateurs *reproduction proportionnelle à la performance* et *mutation* mérite une attention particulière : le fait de renoncer à l'opérateur *croisement* est effectivement une manière élégante d'éviter les difficultés d'interprétation associée à cet opérateur (Arifovic 2000). Un autre avantage de cet algorithme réside dans le fait qu'il peut être *directement* appliqué à des nombre réels, i.e. on peut économiser le passage par le codage binaire et par l'expression $x = \frac{y}{b-a}$. En effet, l'intérêt principal de l'utilisation de cette expression réside dans le fait qu'elle permet à l'opérateur *croisement* de procéder à l'inversion des parties de droite et de gauche de deux chaînes binaires η . Avec un algorithme sans l'opérateur *croisement*, il devient alors possible de modéliser l'apprentissage par rapport à un ensemble *continu* de règles de décisions, car le caractère *discret* de l'ensemble de règles dans la version canonique de l'algorithme génétique s'explique par le recours aux nombres entiers sous codage binaire.

Arifovic et al. (2007) étudient l'impact de l'introduction d'un algorithme génétique dans la version linéarisée du nouveau modèle canonique. L'objectif de cette démarche est de savoir si les conditions qui assurent la stabilité sous apprentissage de ce modèle changent lorsqu'on remplace l'apprentissage par les moindres carrés étudié par Bullard & Mitra (2002) par un processus d'apprentissage social. Les auteurs trouvent des conditions de convergence vers la solution fondamentale moins restrictives qu'en présence d'un processus d'apprentissage par les moindres carrés. Les résultats d'Arifovic et al. (2007) sont à prendre avec précaution, car la critique de Preston (2002, 2005) (cf. sous-section 2.5.2) s'applique de la même manière à l'apprentissage par un algorithme génétique qu'à l'apprentissage par les moindres carrés. Le remplacement des anticipations rationnelles par des anticipations fondées sur l'apprentissage social dans la version *déjà linéarisée* du nouveau modèle canonique est d'ailleurs peu compatible avec les principes de la modélisation multi-agents : agir de cette manière revient à introduire *en aval* une hétérogénéité entre agents qui n'existe pas *en amont*, i.e. dans les équations de base qui définissent la version non-linéaire du nouveau modèle canonique. Une telle démarche ne correspond pas vraiment à l'*approche ascendante* de la modélisation multi-agents. Pour développer une version multi-agents du nouveau modèle canonique conforme à l'approche ascendante, il conviendrait d'introduire l'hétérogénéité des agents dans les équations de base de la version non-linéaire du nouveau modèle canonique. Rien ne garantit que l'on puisse dériver à

partir d'un tel modèle non-linéaire le modèle linéarisé retenu dans l'étude d'Arifovic et al. (2007).

Dans sa revue de la littérature, Arifovic (2000) décrit le rôle joué par des algorithmes génétiques dans de nombreux autres modèles. On y trouve notamment des présentations du modèle du Cobweb (Arifovic 1994) et de plusieurs modèles macroéconomiques (Arifovic 1995, Bullard & Duffy 1998*a,b*, 1999, Arifovic 1998, Arifovic et al. 1997) augmentés d'un processus d'apprentissage par algorithme génétique. Arifovic (1995) introduit un algorithme génétique dans une économie à générations imbriquées (en anglais : *overlapping generations economy*) avec monnaie fiduciaire. Les agents vivent pendant deux périodes : ils sont dotés pendant la première période d'un bien de consommation périssable, et ils souhaitent consommer ce bien pendant les deux périodes. Le gouvernement finance son déficit budgétaire pour création monétaire. Sous l'hypothèse des anticipations rationnelles, ce modèle est caractérisé par l'existence de deux équilibres stationnaires, l'un étant associé à une faible inflation, l'autre à un niveau d'inflation élevé (Marcet & Sargent 1989*c*). Dans le modèle de Arifovic (1995), l'algorithme génétique modélise un processus d'apprentissage social par rapport aux règles de consommation des agents. L'économie converge dans ce modèle vers l'équilibre à faible inflation, confirmant les résultats trouvés par Marcet & Sargent (1989*c*) dans une version du modèle avec apprentissage par les moindres carrés. D'autres études sur des modèles à générations imbriquées avec algorithmes génétiques ont été réalisées par Arifovic (1998) et Bullard & Duffy (1998*a,b*, 1999). Les contributions de Bullard & Duffy (1998*a,b*, 1999) se distinguent par le fait que l'apprentissage porte sur des anticipations, et non sur des règles de comportements. Arifovic et al. (1997) analysent le comportement du modèle de croissance de Azariadis & Drazen (1990) en présence d'un algorithme génétique. La version originale du modèle permet d'étudier les avantages de la formation professionnelle (en anglais : *training*) sous l'hypothèse des anticipations parfaites (en anglais : *perfect foresight*) : lorsque les agents ne consacrent pas assez de temps pendant leur jeunesse à la formation, l'économie reste piégée dans un état stationnaire avec faibles revenus ; un deuxième état stationnaire avec revenus élevés est associé à un effort de formation suffisant. Arifovic et al. (1997) lèvent l'hypothèse des anticipations parfaites et supposent que la population des règles concernant le temps consacré à la formation évolue selon un processus d'apprentissage social modélisé par un algorithme génétique. Dans cette configuration, l'économie converge vers l'état stationnaire avec revenus élevés, quelques soient les conditions initiales.

4.2.1.2 Le modèle multi-agents avec apprentissage social évolutionnaire

On enrichit maintenant le modèle multi-agents de la manière suivante : les stratégies des agents ne sont plus supposées être le résultat d'un tirage aléatoire, elles sont désormais déterminées par un processus d'apprentissage social évolutionnaire.⁶⁷ Avec l'introduction

⁶⁷Ce changement d'hypothèse n'a d'ailleurs aucun impact sur l'équilibre « néoclassique » du modèle. On a vu dans la sous-section 3.3.1.2 que cet équilibre virtuel correspond à une situation où le tirage aléatoire des stratégies est remplacé par des procédures d'optimisation. Dans la nouvelle version du modèle, il convient de modifier de manière marginale cette définition : l'équilibre virtuel est défini comme la situation observable dans un contexte où le processus d'apprentissage social est remplacé par des procédures d'optimisation. Les valeurs d'équilibre des variables endogènes restent le même que celles

de ce processus dans le modèle multi-agents, on parvient pour la première fois à modéliser convenablement les comportements : les agents adaptent leurs stratégies en fonction des conditions économiques qu'ils observent, ce qui traduit leur rationalité ; en même temps, ils doivent se contenter d'un ensemble d'information assez restreint et de techniques de calculs peu sophistiqués qui reflètent le caractère limité de cette rationalité.

L'apprentissage social des agents est modélisé à l'aide de deux opérateurs génétiques : l'*expérimentation aléatoire* et l'*imitation* qui se rapproche de l'opérateur *reproduction proportionnelle à la performance* discuté dans la sous-section 4.2.1.1. Ces deux opérateurs interviennent à la fois dans le processus d'apprentissage des firmes et dans celui des ménages.

Apprentissage des firmes Le processus d'imitation des firmes traduit l'intuition selon laquelle des profits élevés attirent l'attention des firmes concurrentes. On suppose effectivement que la probabilité que les comportements d'une firme soient imités augmente avec les profits qu'elle a réalisés grâce à ces comportements. Avec une *probabilité d'imitation* fixe, notée pr_{im} , la firme j peut imiter les stratégies utilisées à la période t par une autre firme, qu'elle utilisera alors à la période $t + 1$. Un tirage aléatoire d'un réel entre 0 et 1 détermine l'identité de la firme k que j imitera. Dans ce contexte, on peut considérer l'intervalle $[0, 1]$ comme le disque tournant d'un jeu de roulette biaisé dans laquelle chaque firme k occupe un espace proportionnel à sa probabilité d'être imitée $pr_{k,t}^{imit}$

$$pr_{k,t}^{imit} = \frac{\exp(\mathbf{p}_{k,t})}{\sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{p}_{j,t})}. \quad (4.2)$$

L'équation (4.2) montre que des firmes qui ont réalisé à la période t des profits élevés ont plus de chances d'être imitées que des firmes avec des profits plus faibles, car les premiers occupent un espace plus large sur le disque biaisé.⁶⁸ Lorsque le tirage aléatoire désigne k comme la firme à être imitée par j , j adoptera à la période $t + 1$ le nouveau vecteur de stratégies :

$$(h_{j,t+1}^d, w_{j,t+1}) = (h_{k,t}, w_{k,t}), \quad (4.3)$$

i.e. j copie le salaire nominal *payé* et la quantité de travail *embauchée* par k à la période t .

On remarque que dans l'équation (4.3), j n'imité pas la stratégie de demande de travail *initiale* de k , mais la quantité de travail embauchée *in fine* par k . Cette dernière peut effectivement différer de la stratégie de demande de travail initiale à cause des mécanismes de rationnement. Cette hypothèse est loin d'être neutre : on verra dans la sous-section 4.2.1.4 que l'hypothèse alternative d'une imitation de la stratégie de demande de travail *ex ante* ($h_{j,t+1}^d = h_{k,t}^d$) génère des dynamiques radicalement différentes de celles que l'on observe en présence du processus d'imitation (4.3).

Il convient donc de justifier pourquoi on retient dans le modèle le processus décrit par l'équation (4.3) plutôt que le processus alternatif fondé sur l'imitation des stratégies *ex*

proposées dans la section 3.3.1.2, i.e. les expressions (3.15) à (3.24) sont toujours valables dans cette nouvelle version du modèle multi-agents.

⁶⁸Le recours à la fonction exponentielle dans (4.2) s'explique par la nécessité de gérer simultanément des profits positifs et négatifs.

ante. Une première justification du processus (4.3) est qu'il est plus facile pour les autres firmes d'observer la quantité de travail effectivement embauchée par k que sa stratégie de demande de travail, i.e. son intention initiale en matière du travail à embaucher. Supposer l'observabilité des intentions, et pas seulement celle des actes, correspond effectivement à un élargissement important de l'ensemble d'information des agents, ce qui éloignerait le processus d'apprentissage social de la logique de la rationalité limitée. Deuxièmement, le profit réalisé par k , qui « attirera » par la suite l'attention des imitateurs, ne dépend pas de la demande de travail initiale, i.e. de la stratégie $h_{k,t}^d$, mais bien de la quantité de travail effectivement embauchée $h_{k,t}$. Il est logique que c'est cette quantité effective qui sera adoptée par les imitateurs, car ceux-ci ne disposent d'aucune information sur les profits procurés par la stratégie initiale $h_{k,t}^d$.

La mise en œuvre d'expérimentations aléatoires constitue une deuxième source de modification des stratégies de la firme j : avec une *probabilité d'expérimentation* fixe, notée pr_{ex} , j expérimente une nouvelle stratégie de demande de travail. Elle tire cette stratégie dans la distribution normale $\mathcal{N}\left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_{j,t}, \sigma_{ex}\right)$, avec $\sigma_{ex} > 0$ un paramètre qui détermine le degré de dispersion de cette distribution. Avec la même probabilité fixe pr_{ex} , la firme explore également une nouvelle stratégie de salaire nominal, qu'elle tire aléatoirement dans la distribution normale $\mathcal{N}\left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_{j,t}, \sigma_{ex}\right)$. Lorsque la demande de travail moyenne $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_{j,t}$ et le salaire nominal moyen $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_{j,t}$ sont suffisamment proches de zéro, ces tirages aléatoires peuvent engendrer des stratégies de demandes de travail négatives et de salaires nominaux négatifs. Pour éviter de telles configurations, qui sont économiquement dépourvues de sens, tout tirage qui donne à $h_{j,t}^d$ ou à $w_{j,t}$ une valeur inférieure à 0.01 est immédiatement transformé en 0.01.⁶⁹

Lorsque la firme j ne peut ni imiter des stratégies d'autres firmes, ni entreprendre une expérimentation aléatoire, elle gardera en $t + 1$ les mêmes stratégies qu'en t ,

$$(h_{j,t+1}^d, w_{j,t+1}) = (h_{j,t}^d, w_{j,t}), \quad (4.4)$$

faisant en sorte que ses coûts de production et son prix de vente restent inchangés. Cette configuration se produit avec la probabilité $(1 - pr_{im}) \times (1 - pr_{ex})$.

Apprentissage des firmes et rigidité des prix Le processus d'apprentissage des firmes rend les prix de vente partiellement rigides : lorsqu'une firme ne modifie ni son salaire nominal, ni sa demande de travail, elle est confrontée à la période t aux mêmes coûts de production qu'en $t - 1$, faisant en sorte que son prix de vente reste figé. On a donc :

$$p_{j,t} = p_{j,t-1}. \quad (4.5)$$

Une telle configuration de maintien du prix de vente se produit avec la probabilité $(1 - pr_{im}) \times (1 - pr_{ex})$. Le processus d'apprentissage social introduit donc une rigidité partielle des prix qui ressemble beaucoup à la modélisation proposée par Calvo (1983), où chaque

⁶⁹On remarque que ce comportement d'expérimentation ne correspond pas tout à fait au processus retenu dans la version canonique de l'algorithme génétique, car il ne s'agit pas ici de faire basculer des caractères binaires de 0 à 1 (et inversement).

firme se trouve condamnée avec une probabilité fixe $\vartheta \in]0, 1[$ de laisser son prix de vente inchangé (cf. la sous-section 1.2.2.5).⁷⁰

Dans la mesure où le processus d'apprentissage assure déjà une rigidité partielle des prix, l'introduction dans le modèle d'un processus de rigidité « ad hoc » à la Calvo (1983) (tel que adopté dans le nouveau modèle canonique) ne semble pas justifié.

Apprentissage des ménages L'apprentissage social des ménages ressemble fortement à celui des firmes : la probabilité que les comportements d'un ménage soient imités augmente avec le niveau d'utilité que ce ménage a atteint. Avec la probabilité pr_{im} , le ménage i peut imiter les stratégies utilisées à la période t par un autre ménage. Un tirage aléatoire dans l'intervalle $[0, 1]$ détermine l'identité du ménage l que i imitera. Chaque ménage l occupe dans cet intervalle un espace proportionnel à sa probabilité d'être imité $pr_{l,t}^{imit}$

$$pr_{l,t}^{imit} = \frac{\exp(u_{l,t})}{\sum_{i=1}^n \exp(u_{i,t})}, \quad (4.6)$$

qui est une fonction croissante de son utilité $u_{l,t}$. Lorsque le tirage aléatoire désigne l comme le ménage à être imité par i , i adoptera à la période $t + 1$ le vecteur de stratégies :

$$(h_{i,t+1}^o, c_{i,t+1}^d) = (h_{l,t}, c_{l,t}). \quad (4.7)$$

L'équation (4.7), montre que i n'imité pas les stratégies *ex ante* $h_{l,t}^o$ et $c_{l,t}^d$, mais la quantité de travail effectivement fournie par l aux firmes, $h_{l,t}$, et la quantité de biens effectivement consommée $c_{l,t}$. La justification de cette hypothèse rejoint celle déjà évoquée pour le processus d'imitation des firmes. Les quantités effectivement échangées par l , $h_{l,t}$ et $c_{l,t}$, sont plus facilement observables pour les autres ménages que ses intentions en matière de offre de travail et de demande de biens : le processus décrit par l'équation (4.7) traduit donc mieux la logique de la rationalité limitée qu'un processus alternatif fondé sur l'imitation des intentions du ménage l .

Avec la probabilité fixe pr_{ex} , le ménage i expérimente une nouvelle stratégie d'offre de travail. Il tire cette stratégie dans la distribution normale $\mathcal{N}(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t}, \sigma_{ex} \times \frac{m}{n})$. Avec la même probabilité fixe, le ménage explore également une nouvelle stratégie de demande réelle du bien, qu'il tire aléatoirement dans la distribution normale $\mathcal{N}(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{i,t}, \sigma_{ex} \times \frac{m}{n})$. Le ratio de calibrage $\frac{m}{n}$ permet dans ce contexte de tenir compte de la taille respective des deux types d'agents. Il existe effectivement $\frac{n}{m}$ fois plus de ménages que de firmes dans l'économie, ce qui implique que la quantité de travail moyenne embauchée par firme ($\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_{j,t}$) est $\frac{n}{m}$ fois plus grand que le travail moyen fourni par ménage ($\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t}$). Pour un même paramètre σ_{ex} , on obtient ainsi grâce au ratio de calibrage des processus d'exploration caractérisés par des tirages aléatoires dans des espaces dont l'étendue est identique en *en termes relatives* (i.e. en pourcentage des paramètres de positions des deux lois normales $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t}$ et $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_{j,t}$).

Pour éviter des stratégies négatives, tout tirage qui donne une valeur inférieure à 0.01 à $h_{i,t}^o$ ou à $c_{i,t}^d$ est immédiatement transformé en 0.01.

⁷⁰On remarque qu'en cas de rationnement de la firme sur le marché du travail, le maintien des stratégies ne garantit plus l'immuabilité des coûts de production et du prix de vente.

Avec la probabilité $(1 - pr_{im}) \times (1 - pr_{ex})$, le ménage i se trouve dans l'impossibilité d'imiter de stratégies d'autres ménages et d'entreprendre des expérimentations aléatoires. Il garde alors en $t + 1$ les mêmes stratégies qu'en t :

$$(h_{i,t+1}^o, c_{i,t+1}^d) = (h_{i,t}^o, c_{i,t}^d). \quad (4.8)$$

4.2.1.3 Le protocole des simulations

Avec l'introduction du processus d'apprentissage, le modèle multi-agents comporte maintenant trois paramètres supplémentaires : pr_{im} , pr_{ex} et σ_{ex} . La mise en œuvre des simulations dans le modèle multi-agents avec apprentissage social nécessite donc la définition d'un nouveau espace des paramètres et l'élaboration d'un nouvel plan d'expérience NOLH.

Espace des paramètres La littérature sur l'apprentissage social donne peu d'indications sur les valeurs numériques les plus appropriées pour les *paramètres d'apprentissage* pr_{im} , pr_{ex} et σ_{ex} .

Le paramètre d'imitation pr_{im} est absent dans la plupart des algorithmes génétiques mobilisés comme représentation d'un processus d'apprentissage social (cf. par exemple les contributions d'Arifovic et al. (2007) et de Vallée & Yıldızoğlu (2009) ainsi que la totalité des modèles présentés dans la revue de la littérature d'Arifovic (2000)). Les algorithmes en question génèrent effectivement les nouvelles populations (de règles, d'estimations, etc.) à l'aide d'opérateurs de type *sélection* ou *reproduction proportionnelle à la performance*, et cela sans que le recours à ces opérateurs soit limité par une probabilité d'imitation. Dans ces conditions, on ne peut faire appel à la littérature sur l'apprentissage social pour délimiter l'espace couvert par le paramètre pr_{im} . On a donc choisi d'une manière quelque peu *ad hoc* l'intervalle $[0.05, 0.3]$.

La plupart des indications données par la littérature sur les valeurs numériques de la probabilité d'expérimentation ne sont pas applicables à notre paramètre pr_{ex} , car elles concernent la probabilité qu'un caractère d'une chaîne binaire change de valeur (de 0 à 1 ou inversement).⁷¹ Le paramètre pr_{ex} de notre modèle multi-agents désigne en revanche la probabilité qu'un agent donné modifie une de ces stratégies. Dans une configuration semblable, Arifovic et al. (2007) retiennent une probabilité d'expérimentation de 10 %. Des simulations préliminaires ont toutefois montré que dans le modèle multi-agents, des probabilités autour de 10% induisent des variations qui peuvent être considérées comme excessives. Par conséquent, on suppose dans la présente étude un intervalle de valeurs possibles qui couvre également des probabilités nettement plus faibles : $pr_{ex} \in [0.01, 0.1]$.

La littérature sur l'apprentissage social ne donne aucune indication directe sur les valeurs numériques appropriées du paramètre de dispersion σ_{ex} . En effet, aucun autre modèle ne retient exactement le même processus d'expérimentation que celui décrit dans la sous-section 4.2.1.2. Le processus le plus semblable est probablement celui du modèle de Arifovic et al. (2007); ce processus est caractérisé par la présence d'un paramètre

⁷¹Les recommandations concernant l'ordre de grandeur appropriée pour cette probabilité vont de 0.1% (Dawid 1999, p. 46) à 1% (Vallée & Yıldızoğlu 2004).

de dispersion compris entre 0.38 et 2.76. Ces valeurs ne sont toutefois pas directement transposables au modèle multi-agents de la présente étude, car rien ne garantit *a priori* que les valeurs numériques prises par les variables dont on considère la dispersion se situent à des niveaux comparables ; de plus, il existe des différences structurelles entre les deux processus d'expérimentation qui rendent délicate toute démarche de comparaison.⁷² On retient finalement pour σ_{ex} un intervalle de valeurs numériques possibles dont l'ordre de grandeur est relativement proche de celui utilisé par Arifovic et al. (2007) : $\sigma_{ex} \in [0.5, 2]$.

En ajoutant les intervalles des valeurs admises des paramètres pr_{im} , pr_{ex} et σ_{ex} aux intervalles de α , μ , σ , ϕ , et \bar{b} présentés dans la sous-section 3.3.2.1, on obtient un nouveau espace expérimental de dimension 8. On trouve le plan d'expérience NOLH associé à cet espace expérimental à l'aide de la feuille de calcul de Sanchez (2005). Ce nouveau plan d'expérience peut être consulté dans l'annexe D.1.

Nombre de réplifications, de périodes et d'agents On retient dans ce chapitre le même nombre de réplifications et d'agents que dans la version embryonnaire du modèle multi-agents présentée dans le chapitre 3 : on a donc 100 ménages et 10 firmes ($n = 100$, $m = 10$) et on exécute pour chaque scénario NOLH 20 réplifications.

Le maintien du nombre de périodes semble en revanche inopportun. Contrairement au modèle du chapitre 3, les variables endogènes ne se stabilisent pas parfaitement au bout de 120 périodes. Pour pouvoir analyser ces mouvements ultérieurs à $t = 120$, on retient une durée dix fois plus longue. Une prolongation des simulations au-delà de $t = 1200$ pourrait certes fournir des informations supplémentaires, mais le coût en termes de temps de calcul deviendrait alors prohibitif. On se limite donc pour chaque simulation à une durée de 1200 périodes. Les variables endogènes agrégées sont enregistrées à la fin des périodes $t = \{1, 100, 200, \dots, 1200\}$.

4.2.1.4 Présentation et analyse des résultats

Cette sous-section présente et analyse les résultats des simulations exécutées dans le modèle multi-agents avec apprentissage social. On s'intéresse ici à la nature des dynamiques des variables agrégées ; on abordera dans ce contexte également la question de la convergence vers l'équilibre « virtuel » (cf. la sous-section 3.3.1.2). Cette dernière question ne se pose pas pour les variables agrégées *nominales*, car l'équilibre virtuel est défini en termes réels.

Évolution des variables agrégées réelles L'observation de l'évolution des boîtes à moustaches des indices de convergence (cf. la sous-section 3.3.3.1) permet de détecter

⁷²Arifovic et al. (2007) supposent un processus de passage de l'estimation ancienne (*old*) vers l'estimation nouvelle (*new*) :

$$new = old + random * deviation * \left(1 - 0.95 * \frac{t}{T}\right),$$

avec *random* un nombre aléatoire tiré de la distribution normale $\mathcal{N}(0, 1)$, t la période pendant laquelle se produit le processus d'expérimentation et T le nombre total de périodes dans une simulation. La dispersion du processus d'expérimentation est déterminée par le paramètre *deviation*, avec $deviation \in [0.38, 2.76]$.

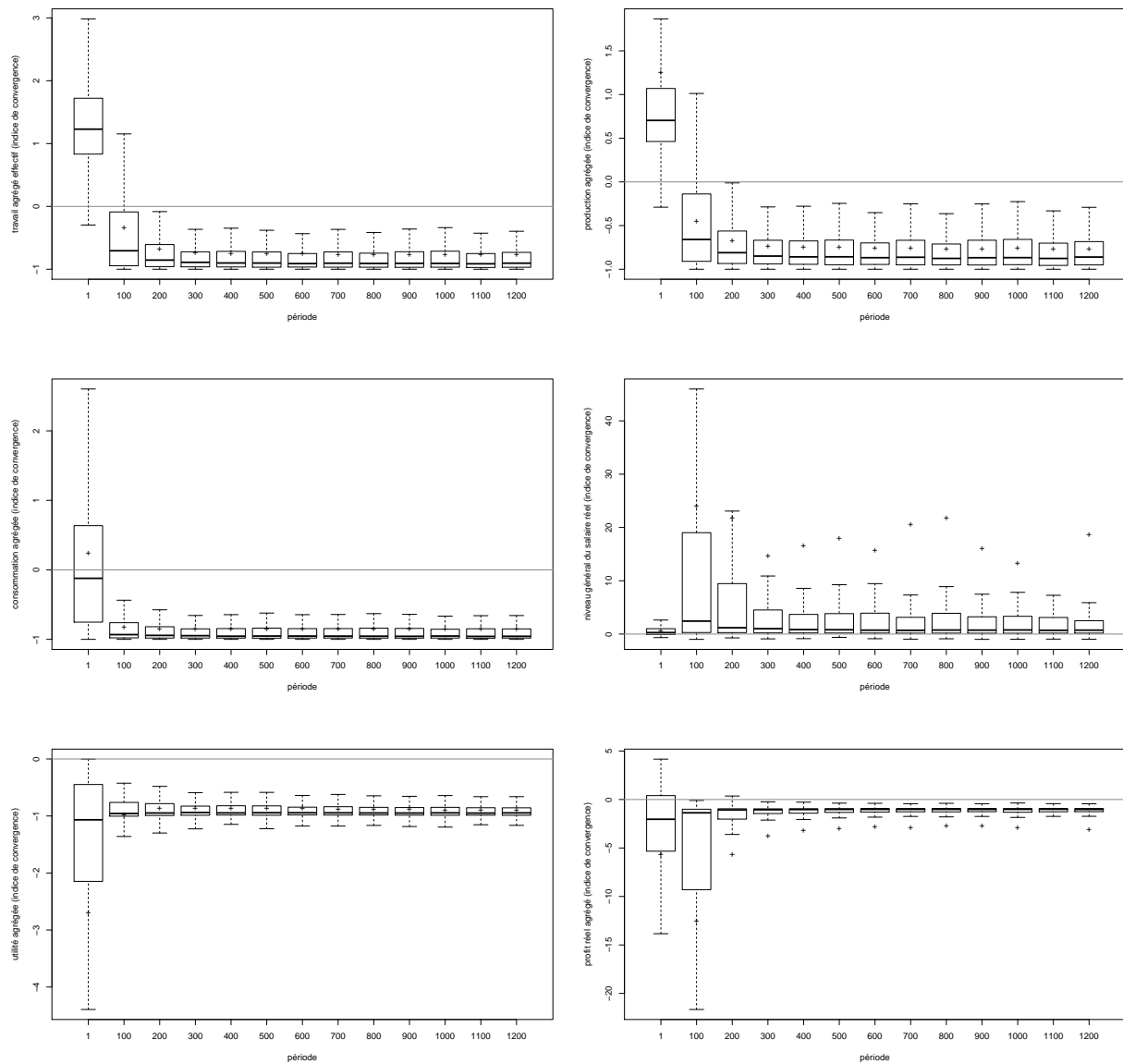


FIG. 4.1 – Évolution sous apprentissage social des distributions des indices de convergence des variables réelles : le travail agrégé H_t (en haut à gauche), la production agrégée Y_t^o (en haut à droite), la consommation agrégée C_t (au milieu à gauche), le salaire réel agrégé $\frac{W_t}{P_t}$ (au milieu à droite), l'utilité agrégée U_t (en bas à gauche) et le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ (en bas à droite).

d'éventuels processus de convergence vers l'équilibre virtuel du modèle multi-agents. Un tel processus se traduit par le fait que la médiane et la moyenne des indices se stabilisent autour de zéro, accompagné d'un rétrécissement progressif de la distance interquartile (et donc de la taille des boîtes à moustache), i.e. le premier et le troisième quartile se rapprochent également de zéro.

Les graphiques de la figure FIG. 4.1 montrent l'évolution des distributions des indices de convergence des variables agrégées réelles de H_t , Y_t^o , C_t , U_t , $\frac{W_t}{P_t}$ et $\frac{P_t}{P_t}$. La seule variable agrégée qui vérifie au moins une partie des propriétés d'un processus de convergence vers l'équilibre virtuel est le salaire réel agrégé $\frac{W_t}{P_t}$. A partir d'une distribution initiale de l'indice de convergence de $\frac{W_t}{P_t}$ relativement concentrée autour de zéro, on observe entre $t = 1$ et $t = 100$ un mouvement vers des valeurs positives, accompagné d'une augmentation très prononcée de la dispersion de la distribution. Ensuite, la médiane de l'indice se rapproche de zéro et la distribution de l'indice se concentre de nouveau autour de cette valeur. Ces mouvements ressemblent donc à un processus de convergence du salaire réel agrégé vers sa valeur d'équilibre à partir de $t = 100$. Il convient toutefois de remarquer que la distribution observable en $t = 1200$ est moins concentrée autour de zéro que celle observable en $t = 1$. Il s'agit donc d'une convergence tout à fait relative. D'ailleurs, on peut constater que la moyenne de l'indice de convergence du salaire réel ne converge pas vers zéro.

Les indices de convergence des autres variables agrégées réelles se dirigent également vers une valeur particulière, mais celle-ci ne correspond pas à la valeur associée à l'équilibre virtuel du modèle : on observe effectivement un mouvement initial (entre $t = 1$ et $t = 300$) qui rapproche les moyennes et les médianes des indices de convergence de H_t , Y_t^o , C_t , U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ de la valeur -1 . Compte tenu de la construction des indices de convergence, ce mouvement équivaut à un processus où les variables réelles en question tendent vers zéro.⁷³ Les variables se dirigent donc en direction d'un équilibre marqué par l'absence de toute activité économique et que l'on pourrait à ce titre qualifier d'équilibre « mort » :

Proposition 6 *Dans le modèle multi-agents avec apprentissage social, le travail agrégé H_t , la production agrégée Y_t^o , la consommation agrégée C_t , l'utilité agrégée U_t et le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ tendent entre $t = 1$ et $t = 300$ vers un équilibre caractérisé par une activité économique inexistante.*

Le processus décrit dans la proposition 6 ne correspond pas à un processus de convergence aboutie, car il prend fin avant que les variables réelles n'aient pu atteindre l'équilibre « mort ». Les valeurs centrales des indices de convergence de H_t , Y_t^o , C_t et U_t se stabilisent effectivement à partir de $t = 300$ légèrement au-dessus de -1 , ce qui traduit la persistance d'un niveau minimal d'activité :

Proposition 7 *Dans le modèle multi-agents avec apprentissage social, l'économie se stabilise à partir de $t = 300$ dans une configuration marquée par le maintien d'un faible niveau d'activité.*

⁷³On a effectivement $\frac{X_t - X_t^*}{X_t^*} = -1 \Leftrightarrow X_t = 0$ (cf. aussi la définition des indices de positionnement dans la sous-section 3.3.3.1).

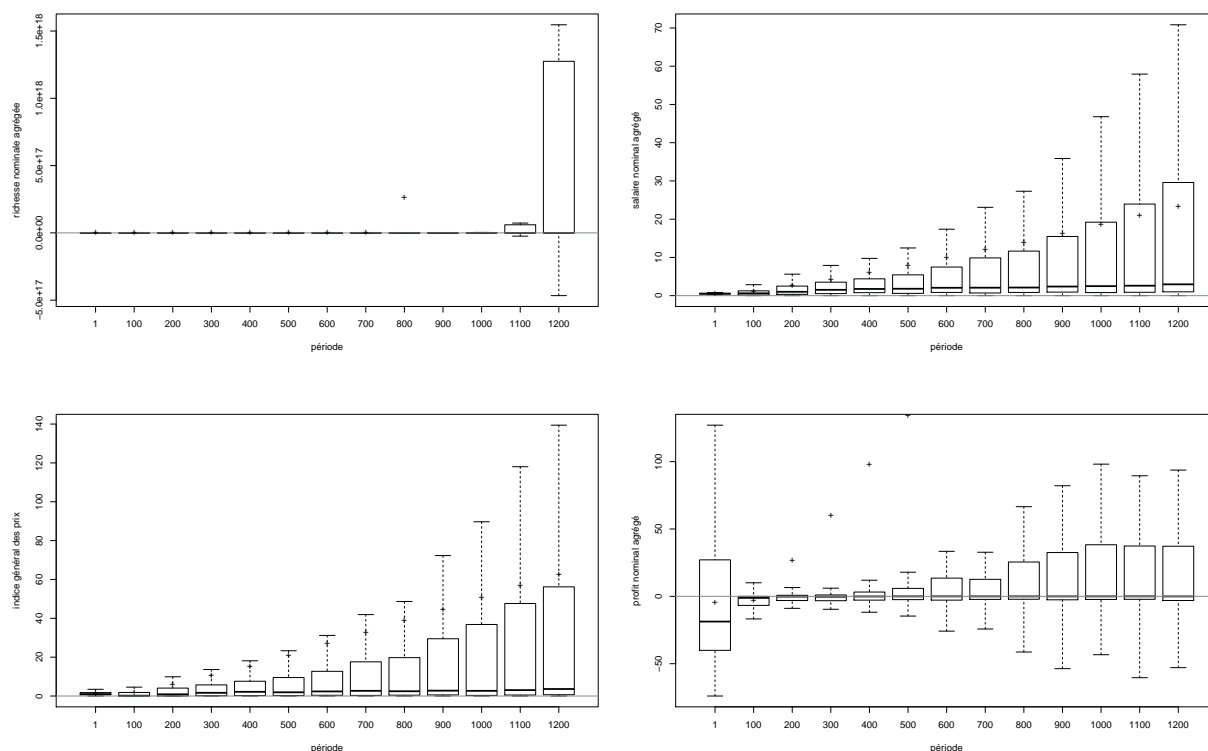


FIG. 4.2 – Évolution sous apprentissage social des distributions des variables nominales : la richesse nominale agrégée B_t (en haut à gauche), le niveau général des salaires W_t (en haut à droite), le niveau général des prix P_t (en bas à gauche) et le profit nominal agrégé P_t (en bas à droite).

Pour ce qui concerne $\frac{P_t}{P_t}$, cette stabilisation de valeurs centrales se situe en-dessous de -1 . Le maintien de cette activité génère donc des profits réels qui sont en moyenne et en médiane négatifs. Les distributions des indices de convergence des variables en question sont initialement assez dispersées ; elles se concentrent entre $t = 1$ et $t = 300$ fortement autour de -1 .⁷⁴ Ce mouvement de concentration cesse dès la période $t = 300$.

La convergence des variables agrégées réelles vers l'équilibre « mort » constitue une évolution curieuse de la relation entre les efforts engagés par les agents et les récompenses qu'ils reçoivent en contrepartie. Les agents finissent en effet par fournir des efforts minimaux (voir nuls), et ils se contentent des niveaux d'utilité et de profit associés à une telle situation d'absence (ou de quasi-absence) d'activité. Au niveau agrégé, cette évolution hautement dépressive de l'activité économique correspond paradoxalement à une amélioration de la situation des agents. L'utilité des ménages à l'équilibre « mort » est en effet plus élevée qu'à la période $t = 1$, i.e. au moment ils fournissent encore un effort de travail substantiel. Le même constat peut être fait pour les firmes : leur profit réel agrégé augmente en moyenne et en médiane par rapport au profit réalisé en $t = 1$.

⁷⁴Les distributions des indices de convergence des variables H_t , Y_t^o , C_t se concentrent plus précisément *au-dessus* de -1 . En effet, ces variables ne peuvent pas prendre des valeurs négatives, faisant en sorte que les indices de convergence associés sont nécessairement supérieurs ou égaux à -1 .

Évolution des variables agrégées nominales Pour ce qui concerne les évolutions des variables nominales agrégées (cf. la figure FIG. 4.2), on retient principalement le caractère divergent des dynamiques de la richesse nominale agrégée B_t , du niveau général des salaires W_t et du niveau général des prix P_t :

Proposition 8 *Dans le modèle multi-agents avec apprentissage social, les valeurs centrales de la richesse nominale agrégée B_t , du niveau général des salaires W_t et du niveau général des prix P_t tendent vers $+\infty$.*

La divergence de B_t vers $+\infty$ est tellement rapide qu'elle crée une illusion optique : les distributions de B_t antérieures à $t = 1100$ ne sont pas parfaitement concentrées en zéro comme le semble indiquer le graphique de la richesse nominale agrégée dans la figure FIG. 4.2, elles sont même très fortement dispersées.⁷⁵ Comme dans le modèle multi-agent du chapitre 3, le comportement agrégé de la richesse nominale se décompose en des dynamiques individuelles très hétérogènes. La plateforme de simulation *Netlogo* permet d'observer et de sauvegarder ces dynamiques sous forme de « micro-données », i.e. de variables *individuelles* des agents. Ces micro-données montrent qu'une partie des ménages voit sa richesse diverger vers $-\infty$, tandis que les autres ménages profitent d'une divergence vers $+\infty$. Le nombre de ménages appartenant à ces deux groupes dépend essentiellement de la richesse initiale \bar{b} : pour $\bar{b} \leq -0.25$, la majorité des ménages est confrontée à une dynamique divergeant vers $-\infty$; ce type de dynamique est minoritaire dans des scénarios qui vérifient $\bar{b} \geq 0$. A partir de ces distributions individuelles, on obtient au niveau agrégé une divergence de B_t vers $+\infty$ dans des scénarios NOLH qui vérifient $\bar{b} \geq 0$ et une divergence vers $-\infty$ dans les scénarios avec $\bar{b} \leq -0.25$.⁷⁶ Le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.2 synthétise les dynamiques de la richesse nominale agrégée B_t sur l'ensemble des 33 scénarios NOLH.⁷⁷

Les dynamiques de W_t et P_t sont beaucoup moins spectaculaires que celle de B_t . On observe une croissance exponentielle de la moyenne et du troisième quartile Q_3 de ces variables ; en revanche, la progression de la médiane est nettement moins rapide et ressemble plutôt à un processus de croissance linéaire.

Finalement, on remarque pour le profit nominal agrégé P_t un mouvement initial de concentration de la distribution autour de zéro, suivi à partir de la période $t = 300$ d'un mouvement en sens inverse. La moyenne de P_t diverge dès la première période avec une très grande vitesse, faisant en sorte qu'elle sort du cadre du graphique à la période $t = 500$.

⁷⁵Cette dispersion est rendue invisible par un effet d'échelle : la représentation de la dernière observation de B_t rend nécessaire une augmentation de l'échelle du graphique d'une telle ampleur qu'elle écrase visuellement les distributions de B_t entre $t = 1$ et $t = 1000$.

⁷⁶Pour $\bar{b} = -0.125$, on observe qu'à peu près le même nombre de répliques génère des divergences vers $-\infty$ et vers $+\infty$.

⁷⁷A cause de l'illusion optique évoquée plus haut, les dynamiques divergeant vers $-\infty$ sont sous-représentées dans ce graphique. En effet, B_t tend plus rapidement vers $+\infty$ dans les scénarios avec $\bar{b} \geq 0$ qu'elle tend vers $-\infty$ sous $\bar{b} \leq -0.25$. L'augmentation de l'échelle qui s'impose pour représenter les valeurs les plus élevées de B_t fait en sorte que la plupart des observations négatives se confond visuellement avec la valeur zéro. Les boîtes à moustaches de B_t suggèrent que 75 % des simulations aboutissent à une divergence vers $+\infty$. Ceci n'est pourtant pas le cas : le premier quartile Q_1 se situe effectivement bien en-dessous de zéro, mais l'écart entre Q_1 et zéro disparaît sous l'effet de l'augmentation de l'échelle.

A ce stade se pose la question de l'explication des résultats que l'on vient de décrire. Quelles sont les *forces dépressives* qui sont à l'origine de la contraction de l'activité économique dans le modèle multi-agents avec apprentissage social ? Comment expliquer que ces forces dépressives n'aboutissent pas à une extinction totale de l'activité économique, mais plutôt à une stabilisation à un niveau très faible ? Quelle est la particularité du salaire réel agrégé qui permet à cette variable de converger vers sa valeur d'équilibre ? Quelle est la raison de la divergence de la richesse nominale agrégée ? Pour pouvoir répondre à ces questionnements, il est crucial de comprendre le fonctionnement du modèle multi-agents. L'estimation du méta-modèle de Krigéage ordinaire constitue dans cette perspective une étape importante.

Identification des paramètres les plus influents L'ANOVA fonctionnelle basée sur l'estimation du méta-modèle de Krigéage ordinaire permet d'identifier les paramètres les plus influents et partant les principaux mécanismes qui gouvernent le fonctionnement du modèle multi-agents. Les nuages de points (*observations / prévisions par Krigéage*) indiquent une qualité acceptable de la plupart des estimations et donc la fiabilité des résultats fournis par l'ANOVA fonctionnelle.⁷⁸ Les estimations de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ et $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ sont d'une moindre qualité et doivent par conséquent être interprétées avec précaution. Les résultats de l'ANOVA fonctionnelle peuvent être consultés dans l'annexe D.2.

L'ANOVA fonctionnelle des variables agrégées réelles par Krigéage ordinaire met en évidence le rôle central joué par les paramètres \bar{b} et σ :

- L'effet principal de \bar{b} explique une partie substantielle des variations de \bar{H} (26.7%), \bar{Y}^o (16.5%), \bar{C} (39.62%), $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ (41.20%) et $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ (18.06%) ; les effets d'interaction entre \bar{b} et d'autres paramètres contribuent également à la variabilité de \bar{C} (avec σ : 5.36% et avec pr_{im} : 9.30%), de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ (avec α : 9.56%, avec pr_{ex} : 5.38% et avec σ_{ex} : 21.17%) et de $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ (avec α : 33.71%).
- Le paramètre σ contribue directement à la variabilité de \bar{H} (30.40%), de \bar{Y}^o (21.49%), de \bar{C} (9.81%) et de \bar{U} (59.12%) et par effet d'interaction à celle de \bar{Y}^o (avec α : 5.51%), de \bar{C} (avec \bar{b} : 5.36%) et de \bar{U} (avec ϕ : 15.40% et avec σ_{ex} : 6.29%).

Les paramètres structurels α et ϕ exercent une influence moins prononcée sur les variables agrégées réelles. On note dans ce contexte notamment la contribution de α à la variabilité de \bar{Y}^o et de \bar{C} et, dans une moindre mesure, celle de ϕ aux variations de \bar{H} et de \bar{U} .

Les paramètres d'apprentissage jouent un rôle secondaire, leur influence se limite essentiellement aux effets d'interaction exercés conjointement avec d'autres paramètres ; on remarque toutefois des effets principaux non négligeables de pr_{im} sur \bar{C} , de Pr_{ex} sur $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ et de σ_{ex} sur $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$.

L'influence des paramètres \bar{i} et μ sur le comportement du modèle est assez marginale. La contribution de \bar{i} se limite aux effets d'interaction exercés avec d'autres paramètres,

⁷⁸On remarque que les nuages de points sont moins concentrés autour de la première bissectrice que dans les estimations du modèle multi-agents du chapitre 3. Cette dégradation de la qualité des estimations est due au fait que le processus d'apprentissage social introduit d'éléments stochastiques supplémentaires dans le modèle.

celle de μ est quasiment inexistante.

Cette hiérarchisation de l'influence exercée par les différents paramètres permet de tirer un certain nombre d'enseignements sur le fonctionnement du modèle qui permettent d'expliquer les résultats des simulations présentées dans la sous-section précédente. On commence par l'étude de la propriété la plus marquante du modèle multi-agents avec apprentissage social : le caractère fortement dépressif de l'évolution de l'activité économique.

La contraction initiale de l'activité On s'attache dans ce paragraphe à identifier les forces dépressives qui sont responsables de la forte contraction de l'activité économique lors des 300 premières périodes des simulations. Il est difficilement concevable que le paramètre qui contribue le plus aux variations des variables agrégées réelles, en l'occurrence \bar{b} , n'intervienne pas d'une manière ou d'une autre dans ce contexte.

Pour dégager le rôle exact joué par \bar{b} , il convient d'identifier la nature des effets exercés par ce paramètre sur les variables qui renseignent sur le niveau de l'activité économique, i.e. notamment sur H_t , Y_t^o et C_t . *Les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence le caractère positif des relations entre \bar{b} et les variables agrégées réelles moyennes \bar{H}_t , \bar{Y}_t^o et \bar{C}_t : on observe pour des richesses initiales relativement élevées des estimations marginales \hat{H}_t , \hat{Y}_t^o et \hat{C}_t qui sont supérieures à celles obtenues pour des richesses initiales plus restreintes ou négatives. Cette relation positive entre \bar{b} et le niveau d'activité s'inscrit toutefois dans un contexte qui est globalement dépressif : la richesse initiale n'y a peut-être pas la faculté d'accroître l'activité, mais une augmentation de \bar{b} permet au moins de freiner la contraction de l'activité économique.*

Pour comprendre de quelle manière \bar{b} peut influencer les réalisations des variables H_t , Y_t^o et C_t , on peut tenir compte de la place que ce paramètre occupe dans le modèle multi-agents avec apprentissage social : \bar{b} intervient exclusivement dans l'équation (3.4) qui définit la capacité de dépense du ménage $r_{i,t}$, et plus précisément dans $r_{i,t=1}$, i.e. dans la détermination de cette capacité à la première période des simulations. *C'est donc l'augmentation des capacités de dépenses initiales qui exerce une influence positive sur H_t , Y_t^o et C_t .*

Cette influence positive s'oppose aux forces dépressives qui gouvernent le modèle multi-agents avec apprentissage social et freine ainsi le processus de contraction de l'activité économique. L'enchaînement des événements est le suivant. Une augmentation de la richesse initiale \bar{b} accroît les capacités de dépenses des ménages. Dans les configurations où la consommation agrégée C_t et la production agrégée vendue Y_t sont contraintes par les capacités de dépenses des ménages, on assiste alors une hausse de C_t et de Y_t et par conséquent à une diminution du nombre de firmes rationnées sur le marché du bien. Les firmes qui échappent de cette manière au rationnement sont caractérisées par des prix de vente élevés et donc aussi par une forte demande de travail (cf. le schéma de détermination des prix (3.9)). Ces firmes parviennent maintenant à écouler leur production et elles réalisent des profits positifs. D'après le processus d'apprentissage social retenu, la probabilité que les stratégies de ces firmes soient imitées augmente grâce à la hausse de leurs profits, faisant en sorte que des stratégies de demande de travail élevées se diffusent plus facilement dans l'économie. On obtient ainsi une demande de travail agrégée H_t^d plus importante.

Il en découle une augmentation de la quantité de travail fournie (et embauchée) H_t dans l'ensemble des configurations où $H_t = H_t^d < H_t^o$.

Cette relation positive entre \bar{b} et H_t se transmet mécaniquement sur la production agrégée des firmes. La production de chaque firme j est en effet déterminée de manière exhaustive par la quantité de travail embauchée par j et par le paramètre α qui caractérise le degré de décroissance des rendements de sa fonction de production.⁷⁹

L'influence positive exercée par des niveaux élevés de la richesse initiale parvient à *freiner* la contraction de l'activité économique, mais elle n'est pas suffisamment importante pour l'*empêcher* de se manifester au fil du temps. On est effectivement en présence de forces qui œuvrent dans des sens opposés, et les graphiques de la figure FIG. 4.1 montrent que *ce sont les forces dépressives qui l'emportent, et non l'effet positif associé à une richesse initiale élevée.*

A ce stade du raisonnement, on n'a toujours pas identifié les forces dépressives qui sont la source de la contraction de l'activité économique. L'ANOVA fonctionnelle associée aux estimations du modèle par Krigéage ordinaire ne donne malheureusement aucune indication permettant d'expliquer cette caractéristique fondamentale du modèle. Ceci n'est d'ailleurs guère surprenant : la contraction de l'activité économique est un phénomène temporel et par conséquent difficilement analysable dans le cadre du méta-modèle de Krigéage ordinaire qui fait justement abstraction de toute dimension temporelle. On fait donc appel à des micro-données pour faire apparaître les mécanismes qui sont à l'origine de ce phénomène. En observant l'évolution des variables individuelles dans une ou plusieurs simulations particulières, on peut se faire une idée de la nature des processus qui génèrent la contraction de l'activité. La vérification des hypothèses formulées à partir d'une telle *lecture intuitive* des micro-données se fera ensuite par des simulations de contrôle (cf. *infra*).

Les micro-données du modèle multi-agents avec apprentissage social suggèrent que le caractère globalement dépressif de l'évolution de l'activité s'explique par la conjonction de trois mécanismes qui se renforcent mutuellement.

Le premier de ces mécanismes correspond à un comportement de type « passager clandestin » des ménages : pris isolément, chaque ménage doté d'une richesse nominale positive a intérêt de ne pas travailler et de puiser dans sa richesse pour acheter des biens de consommation produits grâce à l'effort de travail d'autres ménages. Le couple de stratégies $(c_{i,t}^d, h_{i,t}^o) = (\tilde{c}, 0)$, avec $\tilde{c} > 0$, traduit ce type de comportement. La spécification de la fonction d'utilité retenue dans le modèle multi-agents explique l'attractivité de cette stratégie. La fonction (3.12) est effectivement croissante en $c_{i,t}$ (la consommation réelle du ménage i) et décroissante en $h_{i,t}$ (la quantité de travail fourni par i). Lorsque la capacité de dépense d'un ménage i est suffisamment élevée pour financer l'achat de \tilde{c} biens de

⁷⁹Les estimations par Krigéage de \bar{H}_t et de \bar{Y}_t^o reflètent cette dépendance de la production agrégée par rapport au travail agrégé H_t . L'ANOVA fonctionnelle de \bar{Y}_t^o contient effectivement l'ensemble des informations qualitatives de l'ANOVA fonctionnelle de \bar{H}_t et y ajoute les effets exercés par le paramètre α . Les différences quantitatives entre l'ANOVA de \bar{Y}_t^o et l'ANOVA de \bar{H}_t s'expliquent par la variabilité supplémentaire associée à l'introduction de α ; celle-ci fait mécaniquement baisser les contributions des autres paramètres à la variabilité globale de \bar{Y}_t^o .

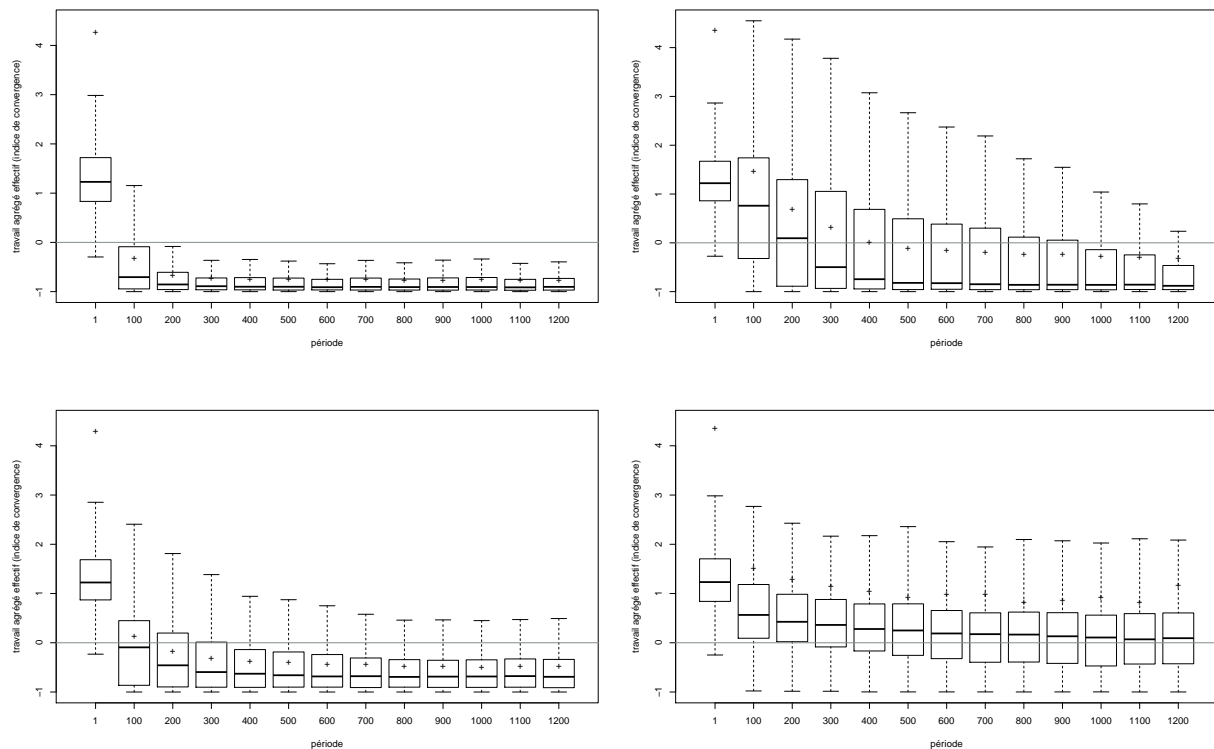


FIG. 4.3 – Évolution des distributions des indices de convergence du travail agrégé H_t dans les simulations d'origine (en haut à gauche) et dans des simulations de contrôle : avec une fonction d'utilité tronquée (en haut à droite), avec établissement aléatoire des listes des firmes sur les marchés du travail et du bien (en bas à gauche) et avec des processus d'imitation et d'expérimentation basés sur les stratégies *ex ante* (en bas à droite).

consommation, i.e. pour $(1 + \bar{i})b_{i,t-1} + p_{i,t} \geq \tilde{c}p_{i,t}$, on a

$$u_{i,t}(\tilde{c}, 0) > u_{i,t}(\tilde{c}, \tilde{h}), \quad (4.9)$$

avec $\tilde{h} > 0$, i.e. l'utilité procurée par la stratégie du passager clandestin est supérieure à celle associée à un effort de travail positif. Supposons qu'un ménage k emploie le couple de stratégies $(\tilde{c}, 0)$ et qu'un autre ménage $l \neq k$ soit caractérisé par l'utilisation du couple (\tilde{c}, \tilde{h}) ; on a dans cette configuration

$$u_{i,t}(\tilde{c}, 0) > u_{k,t}(\tilde{c}, \tilde{h}) \Rightarrow pr_{k,t}^{imit} > pr_{l,t}^{imit}, \quad (4.10)$$

car la probabilité d'un couple de stratégies d'être imitée est positivement liée à l'utilité ressentie par le ménage « porteur » de ces stratégies (cf. l'équation (4.6)). L'algorithme de l'apprentissage social assure donc que le couple de stratégies $(\tilde{c}, 0)$ est plus souvent imité que le couple (\tilde{c}, \tilde{h}) . L'apprentissage social permet ainsi la diffusion du couple de stratégies $(\tilde{c}, 0)$ et des stratégies apparentées, i.e. des stratégies caractérisées par une forte demande réelle de biens et une faible offre de travail. Cette diffusion se fait au détriment du couple de stratégies (\tilde{c}, \tilde{h}) et d'autres stratégies qui ont une plus faible probabilité d'être imitées. On obtient au niveau agrégé une contraction progressive de H_t qui entraîne à son tour la diminution de la production agrégée Y_t^o et, partant, celle de la consommation agrégée C_t .

Des simulations de contrôle fondées sur la fonction d'utilité tronquée

$$u_{i,t} = \frac{c_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (4.11)$$

permettent de vérifier la justesse du raisonnement que l'on vient de développer. Avec la fonction tronquée (4.11), le travail fourni par les ménages aux firmes ne leur procure aucune désutilité : les ménages ne sont plus incités à se comporter en passagers clandestins, i.e. à réduire leur stratégie d'offre de travail. On a en particulier

$$u_{l,t}(\tilde{c}, 0) = u_{k,t}(\tilde{c}, \tilde{h}) \Leftrightarrow pr_{k,t}^{imit} = pr_{l,t}^{imit}, \quad (4.12)$$

i.e. le couple de stratégies (\tilde{c}, \tilde{h}) a la même probabilité d'être imité que $(\tilde{c}, 0)$ et l'avantage en matière de diffusion du couple $(\tilde{c}, 0)$ a disparu. On peut donc s'attendre à ce que le travail fourni agrégé H_t soit plus élevé dans ces simulations de contrôle que dans les simulations originales, i.e. celles exécutées dans le modèle multi-agents avec la fonction d'utilité (3.12). Cette attente est confirmée par les deux graphiques de haut de la figure FIG. 4.3. Les moyennes et les médianes des distributions des indices de convergence de H_t sont systématiquement plus élevées dans les simulations avec la fonction d'utilité tronquée (graphique de gauche) que dans les simulations originales (graphique de droite). Cependant, les deux graphiques mettent en évidence une convergence des distributions vers des valeurs très faibles (proches de la valeur théorique minimale -1), avec un rythme de contraction de l'activité nettement moins soutenu dans les simulations de contrôle que dans les simulations d'origine. On en conclut que *la disparition de la raison d'être du comportement de passager clandestin ne permet pas de faire disparaître l'évolution dépressive de l'activité économique*. On en déduit que ce type de comportement n'est pas suffisant pour expliquer la contraction de l'activité. Ce résultat des simulations de contrôle suggère la présence d'autres éléments qui réduisent le niveau de l'activité économique.

Un deuxième mécanisme dépressif que l'on a pu identifier grâce à la lecture intuitive des données individuelles réside dans la surexposition des « grands employeurs », i.e. des firmes qui utilisent une grande quantité de travail $h_{j,t}$, au mécanisme de rationnement sur le marché du bien. Supposons que la firme l utilise la quantité de travail $h_{l,t} = h'$ pour produire $y_{l,t}^o = y'$ biens et que la firme $k \neq l$ produit $y_{k,t}^o = y''$ biens à partir de $h_{k,t} = h''$, avec $y'' > y'$ et $h'' > h'$. Pour un salaire \tilde{w} donné, on a $p_{l,t}(h') < p_{k,t}(h'')$, car

$$\frac{1+\mu}{1-\alpha} \tilde{w}(h')^\alpha < \frac{1+\mu}{1-\alpha} \tilde{w}(h'')^\alpha \quad \forall \alpha > 0. \quad (4.13)$$

Cette différence entre les prix de vente de l et k implique que k se trouve derrière l dans la liste qui organise les rencontres entre firmes et ménages sur le marché du bien. *La probabilité d'être victime de rationnement sur ce marché est donc plus élevée pour k que pour l* . Dès que le rationnement $y'' - y_{k,t}$ dépasse le seuil critique

$$y'' - y_{k,t} = (h'')^{1-\alpha} - \left(\frac{h'}{h''}\right)^\alpha + \frac{1-\alpha}{1+\mu} \times \frac{h' + h''}{(h'')^\alpha}, \quad (4.14)$$

le profit de la firme k devient inférieur à celui réalisé par l (cf. annexe D.3), ce qui implique une plus grande probabilité d'être imité de l :

$$p_{k,t}(h'') < p_{l,t}(h') \Leftrightarrow pr_{k,t}^{imit} < pr_{l,t}^{imit}. \quad (4.15)$$

La stratégie d'une faible demande de travail (h') se diffuse donc dans la population des firmes au détriment de (h''). Au niveau agrégé, on en déduit notamment une contraction de la demande agrégée de travail H_t^d et donc une baisse du travail agrégé H_t dans toutes les configurations où $H_t = H_t^d < H_t^o$, i.e. les situations où le mécanisme de rationnement du marché du travail affecte les ménages.

On procède de nouveau à des simulations de contrôle afin de s'assurer de l'exactitude de ce raisonnement. Pour neutraliser l'effet exercé par le positionnement des firmes dans la liste qui organise les rencontres sur le marché du bien, on retient un classement aléatoire des firmes dans cette liste.⁸⁰ La figure FIG. 4.3 montre que les indices de convergence de H_t générés par ces simulations de contrôle (graphique en bas à gauche) sont plus élevés en moyenne et en médiane que les réalisations de ces indices dans les simulations d'origine (graphique en haut à gauche). Les simulations de contrôle sont également caractérisées par une convergence moins rapide des distributions vers des faibles valeurs de H_t . Ces observations confirment l'idée développée plus haut selon laquelle la surexposition des « grands employeurs » au mécanisme de rationnement exerce un effet dépressif sur l'activité économique : le fait d'établir une exposition identique des grands et des petits employeurs au mécanisme de rationnement permet effectivement de générer des niveaux d'activités plus élevés.

La diffusion des stratégies à faible offre et demande de travail est favorisée par des interactions entre les mécanismes de rationnement et le processus d'apprentissage social qui constituent ainsi la troisième force dépressive du modèle multi-agents. Le caractère dépressif de ces interactions s'explique par le fait que les processus d'imitation et d'expérimentation ne s'appliquent pas aux stratégies *ex ante* des agents en matière d'offre de travail et de demande de travail et de biens ($h_{i,t}^o$, $h_{j,t}^d$ et $c_{i,t}^d$), mais aux réalisations *in fine* des variables individuelles correspondantes ($h_{i,t}$, $h_{j,t}$ et $c_{i,t}$). En cas d'imitation de la firme j , ce n'est donc pas sa stratégie *ex ante* $h_{j,t}^d$ qui est adoptée par une de ses concurrentes, mais la quantité de travail qu'elle a effectivement embauchée $h_{j,t}$: or, $h_{j,t}$ est inférieure à $h_{j,t}^d$ en cas de rationnement de j sur le marché du travail. Le même constat peut être dressé concernant l'offre de travail et la demande réelle de bien du ménage i . Dans ce contexte, *le processus d'imitation agit en quelque sorte comme mécanisme révélateur des avantages objectifs des stratégies à faible offre et demande de travail*. Les ménages qui se retrouvent à cause du rationnement avec une faible quantité de travail fournie aux firmes enregistrent des niveaux d'utilité relativement élevés, ce qui incite d'autres ménages à adopter à leur tour des stratégies à faible offre de travail. Les firmes qui produisent des faibles quantités de biens à cause du rationnement sur le marché du travail sont moins exposées au risque de

⁸⁰On retient dans le cadre de ces simulations de contrôle également un classement aléatoire des firmes dans la liste qui organise les rencontres sur le marché du travail. Il s'agit de neutraliser d'éventuels effets qui transitent par les stratégies du salaire nominal et qui se répercutent sur les coûts de production et donc sur les prix de vente des firmes. On peut par exemple imaginer que des stratégies de type h'' soient corrélées à des propositions généreuses en matière de salaire nominal : les firmes qui proposent les salaires les plus élevés sont en effet les moins affectées par le mécanisme de rationnement sur le marché du travail. La consultation des micro-données n'a toutefois pas indiqué l'existence d'une telle corrélation. On observe assez systématiquement des configurations où le processus d'imitation induit l'identité des salaires nominaux proposés par la plupart des firmes. Le raisonnement fondé sur un salaire nominal \tilde{w} donné (cf. *supra*) n'est donc pas très éloigné de la réalité du fonctionnement du modèle.

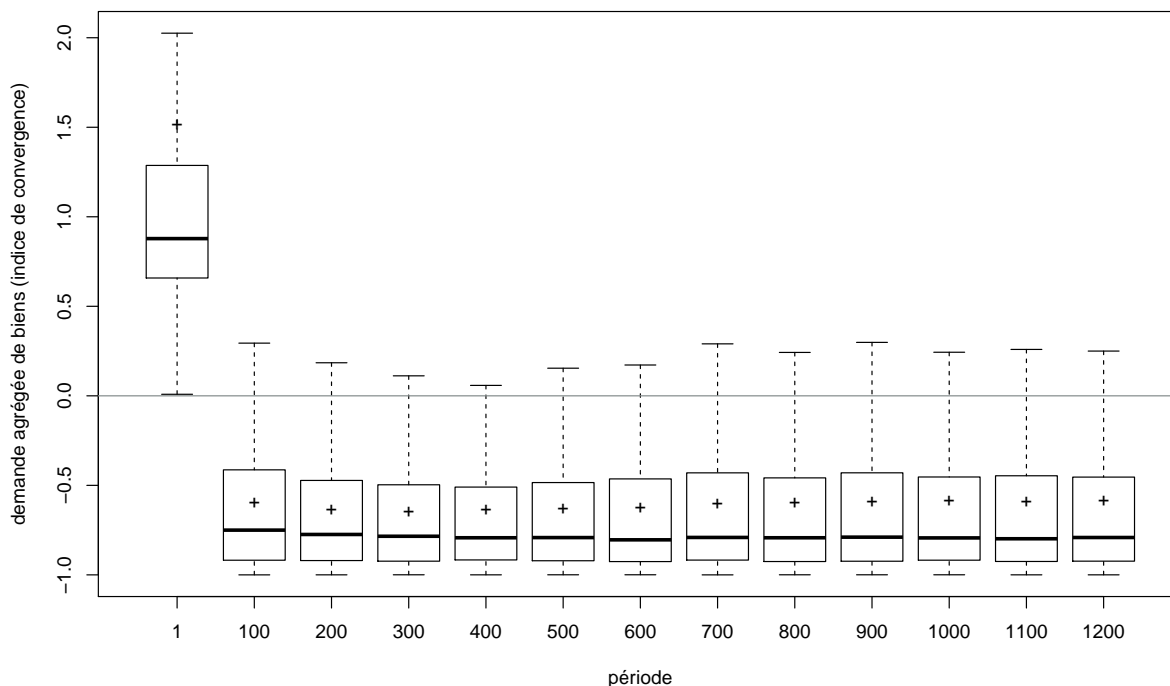


FIG. 4.4 – Évolution des distributions des indices de convergence de la demande agrégée de biens C_t^d dans les simulations d'origine.

rationnement sur le marché du bien, elles réalisent donc des profits faiblement positifs (ou nuls), ce qui constitue une performance appréciable dans un contexte général de profits négatifs (cf. le graphique en bas de la figure FIG. 4.2 et notamment les distributions qui correspondent à la phase de contraction de l'économie entre $t = 1$ et $t = 300$) ; les faibles quantités de travail ayant engendré ces profits sont donc imitées par d'autres firmes.⁸¹

L'influence des mécanismes de rationnement semble donc se limiter à une simple accélération du processus d'apprentissage : grâce au rationnement, les agents sont rapidement confrontés à des stratégies à faible quantité d'offre et de demande de travail et ils apprennent alors plus rapidement (que dans un modèle sans rationnement) à se comporter en passager clandestin. Le rationnement semble ainsi favoriser la rationalité des agents, car il accélère la découverte de stratégies qui sont objectivement avantageuses.

Pour vérifier le bien fondé de cette vision des interactions entre rationnement et apprentissage social, on a exécuté des simulations de contrôle dans une version du modèle

⁸¹La diffusion des stratégies à faible quantité est encore accélérée par le fait que le processus d'expérimentation s'appuie sur la moyenne des réalisations *in fine*, et non sur la moyenne des stratégies *ex ante* adoptées par les agents. En effet, les stratégies expérimentales $h_{i,t+1}^o, h_{j,t+1}^d$ et $c_{i,t+1}^d$ sont tirées dans les distributions normales $\mathcal{N}\left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_{j,t}, \cdot\right)$, $\mathcal{N}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t}, \cdot\right)$ et $\mathcal{N}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{i,t}, \cdot\right)$. Dans le mesure où l'intervention des mécanismes de rationnement fait en sorte que $\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_{j,t} \leq \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_{j,t}^d$, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{i,t}^o$ et $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_{i,t} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m c_{i,t}^d$, le processus d'expérimentation engendre des stratégies qui sont caractérisées par des quantités espérées inférieures (ou égales) à la moyenne des stratégies *ex ante*.

où les processus d'imitation et d'expérimentation s'appliquent aux stratégies *ex ante*, et non aux réalisations *in fine* des variables individuelles. Le graphique en bas à droite de la figure FIG. 4.3 montre que les indices de convergence du travail agrégé H_t ne convergent plus vers une valeur proche de -1 ; on observe plutôt une translation vers le bas des distributions qui se stabilisent à partir de $t = 700$ dans une configuration où la moyenne reste constamment positive et où la médiane converge vers 0. Autrement dit, le travail agrégé reste dans les simulations de contrôle en moyenne et en médiane au-dessus de sa valeur d'équilibre. Cette simulation de contrôle montre que l'hypothèse selon laquelle le processus d'apprentissage social s'appuie sur des réalisations observées (*in fine*) des variables est co-substantielle à l'émergence de la propriété fondamentale du modèle multi-agents avec apprentissage social, en l'occurrence la convergence de l'économie vers l'équilibre « mort ». Le rôle des interactions entre rationnement et apprentissage social dépasse donc largement le cadre d'une simple accélération du processus d'apprentissage. On peut même considérer qu'elles représentent la principale force dépressive du modèle, car le fait de fonder le processus d'apprentissage sur des réalisations *ex ante* induit des dynamiques nettement moins dépressives qui se caractérisent notamment par une convergence en médiane du travail agrégé vers la valeur associée à l'équilibre virtuel.

L'idée selon laquelle le rationnement favorise la rationalité des agents, en accélérant la découverte de stratégies objectivement avantageuses, est également discutable. Les interactions entre rationnement et apprentissage social aboutissent en effet à une diffusion mécanique des stratégies à faible quantité, et cela même lorsque ces stratégies ne procurent aucun avantage objectif aux agents. L'évolution de l'indice de convergence de la demande réelle de biens C_t^d est très instructive à cet égard : le graphique FIG. 4.4 montre que dans les simulations d'origine, les distributions de l'indice de C_t^d se contractent fortement pendant les 100 premières périodes, puis elles se stabilisent à des faibles niveaux (autour de -0.8). La diffusion des stratégies à faible quantité de demande de biens ne procure pourtant aucun avantage aux ménages, au contraire : les ménages disposant d'une capacité de dépense élevée se voient contraints de renoncer à des quantités consommées plus élevées, ce qui diminue leur utilité. Cette évolution de C_t^d s'explique par la confrontation de deux effets opposés : *i*) Les stratégies à forte quantité de biens demandés engendrent des niveaux d'utilité plutôt élevés, ce qui favorise leur probabilité d'être imitée. *ii*) Le mécanisme de rationnement réduit numériquement une bonne partie des stratégies de demande de biens qui sont ensuite imitées avec une faible probabilité (car elles induisent des faibles niveaux d'utilité). Le graphique FIG. 4.4 suggère que c'est le deuxième effet qui l'emporte dans le modèle multi-agents avec apprentissage social. Les stratégies à faible quantité de biens demandés représentent effectivement une fraction suffisamment importante de l'ensemble des stratégies pour surcompenser l'infériorité de leurs probabilités d'être imitées, faisant en sorte qu'elles se diffusent au détriment des stratégies à forte quantité de biens demandés.

Ce deuxième effet semble également jouer un rôle crucial dans le processus de convergence du travail agrégé H_t vers zéro dans les simulations d'origine. Le fait d'appliquer dans une simulation de contrôle le processus d'apprentissage social aux stratégies *ex ante* laisse effectivement inchangée la supériorité théorique des stratégies à faible offre et demande de travail. Le fait que H_t ne converge plus vers zéro dans cette simulation de contrôle (cf. le graphique en bas à droite de FIG. 4.3) suggère que la seule supériorité théorique des stratégies à faible offre et demande de travail n'exerce pas des effets dépressifs notables.

La diffusion mécanique des stratégies à faible quantité est donc incontournable pour générer les dynamiques dépressives que l'on observe dans les simulations d'origine (i.e. dans le graphique en haut à gauche de FIG. 4.3).

On peut retenir à ce stade que les interactions entre rationnement et apprentissage social constituent la principale force dépressive du modèle et que c'est notamment la diffusion mécanique des stratégies à faible quantité qui joue un rôle capital dans le processus de contraction de l'activité économique.

La persistance d'une activité minimale La discussion des forces dépressives dans le paragraphe précédent n'a pas fait apparaître d'élément susceptible d'arrêter le processus de contraction de l'activité économique. Une explication plausible pour le maintien d'un faible niveau d'activité est l'existence d'une force expansionniste dans le modèle multi-agents. Compte tenu du caractère globalement dépressif des dynamiques du modèle, cette force devrait être plus faible que les forces dépressives présentées plus haut ; toutefois, elle devrait être suffisamment importante pour empêcher l'extinction totale de l'économie.

L'identification de cette force expansionniste n'est malheureusement pas évidente dans le cadre des simulations d'origine, car celles-ci sont justement marquées par la prépondérance des dynamiques dépressives. Pour identifier cette force, on a donc fait appel à des simulations de contrôle qui permettent de neutraliser au moins temporairement l'influence des forces dépressives : on a simulé le modèle multi-agents en retenant les initialisations suivantes des stratégies d'offre et de demande de travail et de demande de biens : $h_{j,t}^d = h_{i,t}^o = c_{i,t}^d = 0$. Avec ces initialisations, l'économie démarre dans une configuration d'absence d'échanges sur les marchés du travail et du bien. Autrement dit, l'économie est initialisée à l'équilibre « mort ». Dans ces conditions, tout mouvement haussier des variables réelles traduit nécessairement l'influence de la force expansionniste du modèle. Le graphique de gauche de la figure FIG. 4.5 illustre les effets exercés par cette force : on observe effectivement que le travail agrégé s'éloigne de l'équilibre mort et qu'il se dirige vers des niveaux qui sont à partir de $t = 300$ sensiblement les mêmes que ceux observés dans les simulations d'origine.

Dans le cadre de ces simulations de contrôle, l'estimation par Krigéage de \bar{H}_t identifie σ_{ex} et \bar{b} comme paramètres clés. Les graphiques des prévisions marginales montrent des relations positives entre \bar{H}_t et ces deux paramètres (cf. la figure FIG. D.7 dans l'annexe D.2). L'identification de σ_{ex} comme paramètre influent souligne que le maintien de l'activité doit être étroitement lié au processus d'expérimentation. Ce résultat est *a priori* surprenant : le processus d'expérimentation génère aussi bien des stratégies en-dessous qu'au-dessus des réalisations moyennes des variables concernées ; on pourrait donc s'attendre à ce que les effets haussiers et baissiers exercés par ce processus sur le niveau d'activité se neutralisent à peu près. Le caractère positif de la relation entre \bar{H}_t et σ_{ex} est fondé sur la *troncature du processus d'expérimentation* à proximité de zéro : tout tirage inférieur à 0.01 est transformé en la valeur numérique 0.01. A partir d'une situation de quasi-absence d'échanges sur le marché du travail, le processus d'expérimentation injecte ainsi régulièrement des stratégies à quantités positives dans l'économie. Ces quantités sont d'autant plus importantes que l'écart-type associé au processus d'expérimentation

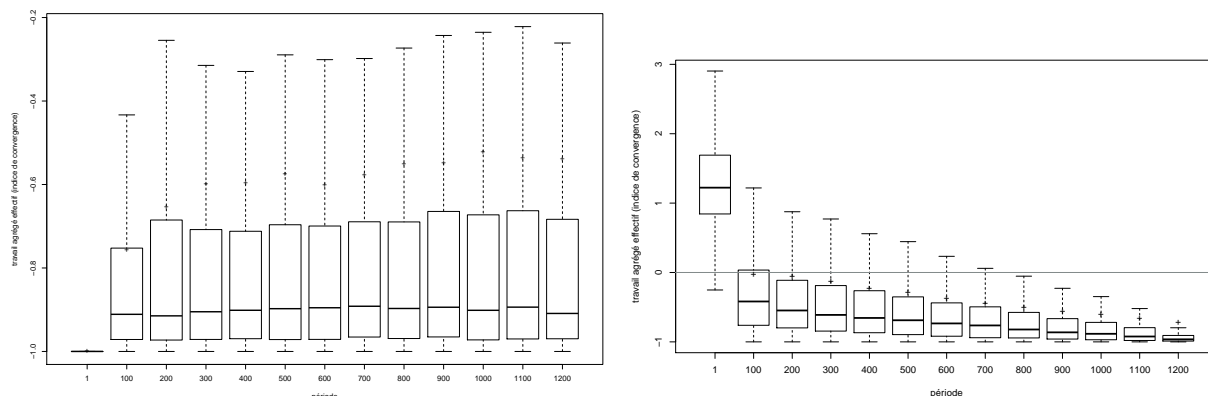


FIG. 4.5 – Évolution des distributions des indices de convergence du travail agrégé H_t dans des simulations de contrôle : initialisation des simulations à l'équilibre « mort » (à gauche) et simulations générées par un processus d'expérimentation à écart-type décroissant (à droite).

est élevé, ce qui explique la relation positive entre \bar{H}_t et σ_{ex} . Dès que ces injections aboutissent à une configuration où l'on observe simultanément $H_t^o > 0$ et $H_t^d > 0$, une quantité de travail positive $H_t = \min(H_t^o, H_t^d)$ est échangée sur le marché du travail, induisant un niveau de production Y_t^o positif. Ce redémarrage de l'activité peut se transmettre à la consommation agrégée C_t à condition qu'il existe des ménages qui disposent simultanément d'une demande de biens positive ($c_{i,t}^d > 0$) et de capacités de dépense positives ($r_{i,t} > 0$). Ce dernier élément explique l'influence substantielle du paramètre \bar{b} sur \bar{H}_t mise en évidence par l'ANOVA fonctionnelle. En effet, avec $\bar{b} < 0$, la plupart des ménages se retrouvent avec une capacité de dépense négative et on observe donc peu de ménages qui vérifient simultanément $c_{i,t}^d > 0$ et $r_{i,t} > 0$, ce qui limite la quantité de biens achetés et consommés. Dans ces conditions, les firmes qui produisent ces biens, i.e. les firmes avec une demande de travail $h_{j,t}^d > 0$, réalisent des profits négatifs, car elles ne parviennent pas à écouler la totalité de leur production. La probabilité que ces stratégies de demande de travail positives soient imitées est relativement faible, car ces stratégies sont associées à des profits négatifs. Avec $\bar{b} > 0$, les ménages disposent majoritairement d'une capacité de dépense positive, ce qui favorise le niveau de consommation et les profits des firmes qui utilisent des stratégies de demande de travail positives. Partant, ces stratégies ont une plus grande probabilité d'être imitées et elles se diffusent dans la population des firmes, faisant en sorte que H_t^d s'accroît. H_t augmente alors avec \bar{b} dans l'ensemble des configurations où le travail agrégé est contraint par la demande de travail, i.e. dans des configurations telles que $H_t = H_t^d < H_t^o$.

Pour vérifier la justesse de ce raisonnement, on a exécuté des simulations de contrôle dont la particularité réside dans la décroissance de l'écart-type du processus d'expérimentation : les nouvelles stratégies des ménages sont tirées dans $\mathcal{N}(\cdot, \sigma_{ex} \times \frac{m}{n} \times (1 - \frac{t}{1200}))$, celles des firmes dans $\mathcal{N}(\cdot, \sigma_{ex} \times (1 - \frac{t}{1200}))$. L'écart-type décroît donc avec t et devient égal à zéro à la période finale $t = 1200$. Le graphique de droite de la figure FIG. 4.5 montre qu'avec ce processus d'expérimentation modifié, l'économie converge inéluctable-

ment vers l'équilibre « mort » : le quantité de travail échangée se contracte au fur et à mesure que l'écart-type de ce processus diminue. Cette contraction de H_t traduit le fait que le processus d'expérimentation injecte des stratégies à quantités positives dont les valeurs numériques sont de moins en moins élevées en raison de la décroissance de l'écart-type.

La stabilisation de l'activité économique à un faible niveau s'interprète donc comme le résultat de la confrontation entre les forces dépressives qui poussent l'économie vers l'équilibre « mort » et les effets expansionnistes associés à la troncature des distributions issues du processus d'expérimentation à proximité de cet équilibre :

Proposition 9 *La confrontation entre les effets expansionnistes du processus d'expérimentation et les forces dépressives du modèle multi-agents avec apprentissage social (comportements de type passager clandestin des ménages, surexposition des grands employeurs au mécanisme de rationnement sur le marché du bien, interactions entre les mécanismes de rationnement et le processus d'apprentissage social) induit un faible niveau d'activité économique.*

La divergence de \mathbf{B}_t Le mécanisme à l'origine de la divergence de \mathbf{B}_t dans le modèle multi-agents du troisième chapitre de la présente étude (cf. la sous-section 3.3.4.2) est robuste par rapport à l'introduction de l'apprentissage social évolutionnaire. A partir d'une réécriture de la contrainte budgétaire (C.5) du ménage i , on peut mettre en évidence un mécanisme qui ressemble beaucoup au processus identifié dans le modèle du troisième chapitre :

$$\Delta b_{i,t} = w_{i,t}h_{i,t} + \mathbf{p}_{i,t} + \bar{i}b_{i,t-1} - p_{i,t}c_{i,t}. \quad (4.16)$$

L'ampleur relative des dépenses de consommation $p_{i,t}c_{i,t}$ et des revenus $w_{i,t}h_{i,t} + \mathbf{p}_{i,t} + \bar{i}b_{i,t-1}$ lors des premières périodes de chaque simulation est décisive pour la détermination de la trajectoire de $b_{i,t}$. Des revenus qui restent pendant ces premières périodes substantiellement plus élevés que les dépenses déclenchent en effet une *croissance auto-entretenu* de $b_{i,t}$.⁸² Cette propriété du modèle s'explique par le caractère exponentiel du processus des intérêts composés. Au fur et à mesure que les termes $w_{i,t}h_{i,t}$, $p_{i,t}c_{i,t}$ et $\mathbf{p}_{i,t}$ deviennent petits par rapport à $\bar{i}b_{i,t-1}$, la dynamique décrite par l'équation (4.16) s'approche en effet du processus des intérêts composés. Deux forces agissent dans ce sens : *i*) La partie non dépensée des revenus est épargnée, faisant en sorte que $b_{i,t}$ augmente. *ii*) La contraction de l'activité économique entraîne la diminution des quantités de travail et de biens échangées, ce qui se traduit par une forte baisse de $w_{i,t}h_{i,t}$, $p_{i,t}c_{i,t}$ et $\mathbf{p}_{i,t}$. On arrive rapidement à un point où le poids des termes $w_{i,t}h_{i,t}$, $p_{i,t}c_{i,t}$ et $\mathbf{p}_{i,t}$ devient négligeable. La dynamique de la richesse nominale correspond alors approximativement au processus des intérêts composés :

$$\Delta b_{i,t} \simeq \bar{i}b_{i,t-1}. \quad (4.17)$$

L'équation (4.17) décrit un processus explosif, il tend vers $+\infty$ pour $b_{i,t-1} > 0$.

⁸²Le nombre de périodes à partir duquel cette croissance auto-entretenu s'affirme varie en fonction des réplifications et des scénarios NOLH entre 25 et 300 périodes.

Il convient de remarquer que ce même processus aboutit à une divergence vers $-\infty$ pour $b_{i,t-1} < 0$. Ce dernier cas correspond à la dynamique de la richesse des ménages dont les dépenses de consommation dépassent leurs revenus pendant les premières périodes d'une simulation. Très rapidement, ces ménages ne peuvent plus acheter des biens de consommation, car le financement de la consommation par endettement est interdit dans le modèle multi-agents. Malgré des dépenses de consommation égale à zéro, la richesse de ces ménages devient négative. Cette évolution de la richesse nominale s'explique dans un premier temps par le fait que les profits distribués par les firmes aux ménages sont généralement négatifs. L'accumulation des profits négatifs déclenche ensuite un processus de décroissance auto-entretenu de $b_{i,t}$ qui est essentiellement porté par l'effet des intérêts composés.

Mouvements du salaire agrégé réel La « convergence » du salaire agrégé vers sa valeur à l'équilibre virtuel s'interprète essentiellement comme le résultat d'une illusion optique : $\frac{W_t}{P_t}$ s'éloigne lors des 100 premières périodes d'une manière tellement spectaculaire de sa valeur d'équilibre $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^*$ que le retour ultérieur vers des distances moins importantes entre $\frac{W_t}{P_t}$ et $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^*$ ressemble visuellement à une dynamique de convergence.

La compréhension de la dynamique de $\frac{W_t}{P_t}$ passe donc en premier lieu par l'explication de la divergence initiale de cette variable. La lecture des micro-données montre que le rationnement des firmes sur le marché du bien joue un rôle essentiel dans ce mouvement de divergence. L'enchaînement des événements est le suivant. Des progressions de la quantité de biens invendus n'ont pas d'impact (direct) sur le salaire nominal agrégé W_t , mais elles sont susceptibles d'induire une forte contraction du niveau général des prix P_t : la pondération des prix de vente $p_{j,t}$ les plus élevés dans l'indice $P_t \equiv \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t} y_{j,t}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}$ diminue ou devient égale à zéro, car ce sont prioritairement les firmes qui appliquent les prix les plus élevés qui ne parviennent plus à écouler leur production. On assiste alors à des hausses parfois spectaculaires du ratio $\frac{W_t}{P_t}$ qui atteint alors des niveaux pouvant aller jusqu'à $\frac{W_t}{P_t} = 200$.

La « convergence » entre les périodes $t = 100$ et $t = 1200$ s'explique par l'affaiblissement progressif de ce mécanisme au cours des simulations. En effet, les firmes sont de moins en moins affectées par les effets exercés par le rationnement sur le marché du bien (cf. *infra* pour l'explication de ce phénomène). Dans ce contexte, il est utile d'étudier le comportement de $\frac{W_t}{P_t}$ dans le cas extrême de l'affaiblissement du mécanisme de rationnement des firmes, i.e. dans des configurations où aucune firme n'est rationnée sur le marché du bien. On peut montrer que dans ces configurations, la détermination du salaire réel agrégé s'obtient via l'équation :

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{1 - \alpha}{1 + \mu} \times \frac{Y_t}{H_t}. \quad (4.18)$$

(cf. annexe D.4). En pratique, on observe alors des réalisations de $\frac{W_t}{P_t}$ qui sont généralement inférieures à l'unité. Cette observation s'explique par la conjonction de deux éléments. Premièrement, le ratio $\frac{1-\alpha}{1+\mu}$ est nécessairement inférieur ou égal à 1 dans l'espace expérimental retenu dans les simulations (car $\alpha, \mu \geq 0$). On constate deuxièmement que le

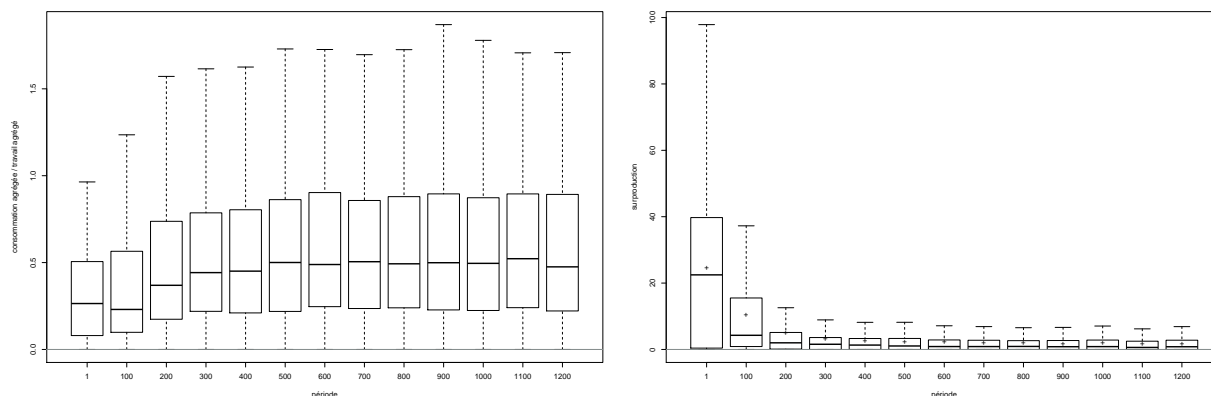


FIG. 4.6 – Évolution du ratio Y_t/H_t (graphique de gauche) et de la surproduction Y_t^s (graphique de droite) dans le modèle multi-agents avec apprentissage social.

processus d'expérimentation réinjecte de quantités de travail qui sont la plupart du temps suffisamment élevées pour que le caractère décroissant des rendements de la fonction de production induise des configurations telles que $Y_t < H_t$ (cf. le graphique de gauche de la figure FIG. 4.6).⁸³ L'affaiblissement du mécanisme de rationnement se traduit donc par la multiplication des réalisations du salaire réel agrégé qui vérifient $\frac{W_t}{P_t} < 1$, ce qui ressemble visuellement à un mouvement de convergence de $\frac{W_t}{P_t}$ vers sa valeur d'équilibre : les réalisations de $\frac{W_t}{P_t}$ se contractent au fur et à mesure que le mécanisme de rationnement s'affaiblit et *elles se rapprochent donc des valeurs d'équilibre du salaire agrégé réel*, car celles-ci qui sont elles-mêmes caractérisées par l'inégalité $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^* < 1$ (dans les scénarios NOLH retenus pour les simulations, les valeurs d'équilibre du salaire réel vérifient en effet $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^* \leq 0.716$).

Le chaînon manquant de l'interprétation de la dynamique de $\frac{W_t}{P_t}$ est l'explication de l'affaiblissement du rationnement des firmes sur le marché du bien que l'on observe dans le graphique de droite de la figure FIG. 4.6. Ce graphique montre en effet que la *surproduction* des firmes Y_t^s , i.e. la quantité de biens produits par les firmes qui n'ont pas trouvés acheteur sur le marché du bien, diminue fortement au cours des simulations. L'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{Y}_t^s identifie α , \bar{b} , \bar{i} et pr_{im} comme paramètres clés ; les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence des relations négatives entre \bar{Y}_t^s et α , \bar{b} , \bar{i} et pr_{im} (cf. la figure FIG. D.8 dans l'annexe D.2). On déduit de ces résultats trois forces principales qui gouvernent le processus qui génère les réalisations de la surproduction :

- i) La quantité de biens invendus diminue mécaniquement avec la quantité de biens produits, car on a nécessairement $Y_t^s \leq Y_t^o$. C'est cette relation quelque peu banale qui explique l'influence de α sur \bar{Y}_t^s : pour une quantité de travail donnée, le niveau de production agrégé Y_t diminue avec α , car les rendements de la fonction de production deviennent de plus en plus décroissants.

⁸³On remarque que cette inégalité n'est pas vérifiée pour des quantités de H_t qui sont trop proches de zéro, car pour $h_{j,t} < 1$, on a $y_{j,t}^o = h_{j,t}^{1-\alpha} > h_{j,t}$.

- ii) \bar{b} et \bar{i} traduisent l'effet des capacités de dépenses des ménages sur la surproduction : il est évident que ces capacités sont positivement reliées à la richesse initiale \bar{b} ; l'influence de \bar{i} sur les capacités de dépenses correspond à l'effet des intérêts composés, qui démultiplie la richesse d'une partie des ménages (cf. à ce sujet aussi le paragraphe précédent). Les capacités de dépenses varient donc positivement avec \bar{b} et \bar{i} , faisant en sorte que la quantité de biens invendus *pour des raisons financières* diminue avec \bar{b} et \bar{i} .
- iii) En imitant les stratégies à faible demande de travail, les firmes parviennent à éviter des situations de rationnement sur le marché du bien : la surproduction diminue donc au fur et à mesure que la probabilité d'imitation pr_{im} s'accroît.

On rappelle ici que les variables endogènes et exogènes du modèle de Krigéage correspondent aux *réalisations moyennes* des variables en question, le méta-modèle de Krigéage ordinaire fait donc disparaître la dimension temporelle du modèle multi-agents. Pour expliquer la contraction progressive de la surproduction telle que l'on observe dans la figure FIG. 4.6, il convient de transposer les trois forces que l'on vient d'identifier au cadre dynamique du modèle multi-agents :

- i) On a vu dans la sous-section précédente que la production agrégée Y_t^o se contracte fortement lors des 300 premières périodes des simulations (cf. la proposition 6). Cette contraction se répercute mécaniquement sur la surproduction Y_t^s , car $Y_t^s \leq Y_t^o$.
- ii) Le paragraphe précédent a mis en évidence l'amélioration des capacités de dépenses des ménages au cours des simulations sous l'impact de l'effet des intérêts composés (cf. aussi le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.2). La quantité de biens invendus pour des raisons financières devrait donc diminuer au cours des simulations.
- iii) L'imitation des stratégies à faible demande de travail prend un certain temps, notamment dans des scénarios NOLH caractérisés par des faibles probabilités d'imitation. Ce temps d'apprentissage explique pourquoi la contraction de Y_t^o ne se fait pas instantanément, mais s'étale sur au moins 300 périodes.

On retient de ce paragraphe que la « convergence » du salaire réel agrégé s'interprète essentiellement comme une illusion d'optique créée par une forte divergence initiale. Cette lecture de la dynamique de $\frac{W_t}{P_t}$ est d'autant plus convaincante que la description des évolutions de $\frac{W_t}{P_t}$ dans la sous-section précédente a déjà soulevé des questionnements sur la réalité du processus de convergence de $\frac{W_t}{P_t}$. On rappelle dans ce contexte notamment le fait que la population d'observations de $\frac{W_t}{P_t}$ est moins concentrée autour de $\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^*$ en $t = 1200$ qu'en $t = 1$.

4.2.2 La prise en compte des anticipations : modèles mentaux et apprentissage individuel

Le modèle multi-agents avec apprentissage social est dépourvu d'une dimension essentielle de la macroéconomie moderne : l'*orientation vers le futur* (au sens de l'anglais : *forward-looking*) des comportements des agents. Dans le cadre du nouveau modèle canonique, cette orientation vers le futur se traduit par le fait que les agents formulent

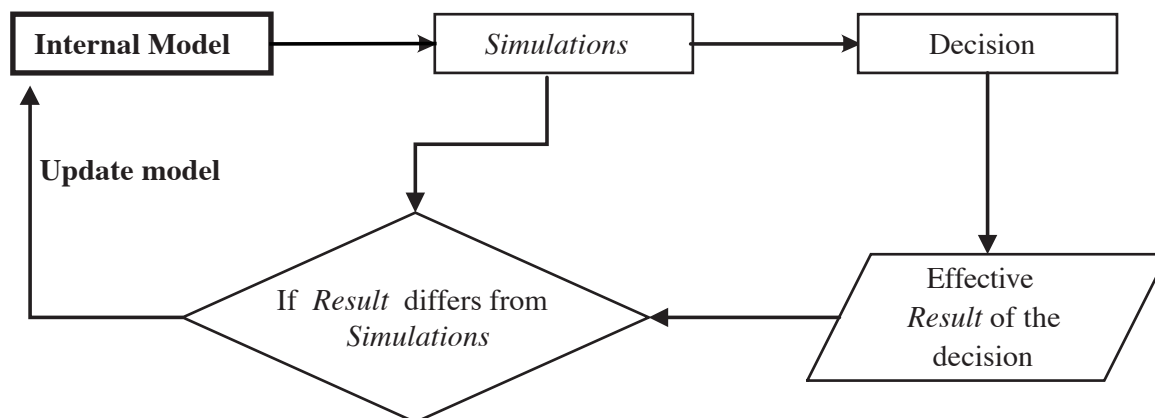


FIG. 4.7 – Schéma de l'apprentissage individuel et du processus de décision des agents dans le modèle de Yıldızoğlu (2001).

des anticipations qu'ils intègrent dans les procédures d'optimisations par lesquelles ils déterminent leurs comportements. Dans la perspective d'une démarche de modélisation proche du nouveau modèle canonique, l'introduction des anticipations dans le modèle multi-agents paraît alors cruciale.

L'articulation de ces anticipations avec le processus d'apprentissage social évolutionnaire présenté dans la sous-section 4.2.1.2 est pourtant problématique. Pour que l'introduction des anticipations ait un sens, il est en effet nécessaire que celles-ci conditionnent les comportements des agents (i.e. les choix en matière des stratégies de salaire et de demande de travail des firmes et en matière des stratégies d'offre de travail et de demande de biens des ménages). L'apprentissage social évolutionnaire, et plus particulièrement le processus d'imitation, semblent mal conçus pour répondre d'une manière satisfaisante à cette nécessité : l'imitation mécanique d'une stratégie observée auprès d'un autre agent suggère que l'imitateur dispose des mêmes anticipations que l'agent qu'il est en train d'imiter. Dans le cas contraire, il devrait en effet modifier la stratégie imitée pour l'adapter à ses propres anticipations. La logique même du processus d'imitation sous-entend donc l'*homogénéité des anticipations*, ce qui est difficilement acceptable dans le cadre d'un modèle multi-agents.

La prise en compte d'anticipations hétérogènes requiert donc une modification profonde de la représentation de l'apprentissage. Il s'agit notamment de construire un processus d'apprentissage qui soit compatible avec le fait que les agents font appel à leurs anticipations *individuelles* dans le cadre de la détermination de leurs comportements. Yıldızoğlu (2001) propose - dans un contexte fort différent - une formalisation de l'apprentissage qui correspond assez fidèlement à ce schéma (cf. la figure FIG. 4.7). Les agents choisissent des actions en fonction de leurs *résultats anticipés*. Ces anticipations proviennent de simulations exécutées dans un *modèle mental* (au sens de l'anglais : *internal model* (Holland et al. 1989)) dont est doté chaque agent :

"This model summarizes the state of the agent's knowledge and evolves as a consequence of evolution of this knowledge. This approximate model can be

called the internal model of the agent. It guides the decision process since it enables the agent to test the connections between the alternatives of choice and their consequences." (Yildizoğlu 2001)

L'évolution permanente de l'environnement économique qui caractérise notre modèle multi-agents constitue une deuxième justification pour la mobilisation du concept du modèle mental. Yıldizoğlu et al. (2011) font remarquer que l'apprentissage social repose fondamentalement sur la découverte par un agent de la stratégie qui a donné les meilleures performances *dans le passé*. Une telle approche est problématique dans un modèle marqué par des modifications incessantes du contexte économique : les bonnes performances de la stratégie en question peuvent être liées à un contexte particulier qui a prévalu dans le passé, mais qui n'est plus nécessairement vérifié au moment où l'agent utilise cette stratégie. Il serait de toute évidence avantageux pour l'agent d'être capable de formuler des anticipations concernant les performances des stratégies dans des contextes où elles n'ont jamais été utilisées. Les modèles mentaux permettent justement d'appréhender cette capacité des agents de *généraliser* : l'agent dispose d'une représentation *subjective et simplifiée* du fonctionnement de l'économie qui lui permet de faire des *expériences de l'esprit* (au sens de l'allemand : *Gedankenexperimente*), i. e. de tester à l'intérieur de son modèle mental les performances de différentes stratégies candidates (qui ont pu être ou non utilisées par le passé) *dans les conditions du présent*. Il obtient ainsi des performances anticipées pour l'ensemble des stratégies candidates et peut alors choisir la stratégie associée à la performance anticipée la plus élevée. Il convient de préciser que l'hypothèse des modèles mentaux ne constitue pas une rupture avec les principes de la rationalité limitée. Les agents ne disposent en effet pas du vrai modèle de l'économie, mais seulement d'une représentation simplifiée du fonctionnement de l'économie.

L'apprentissage des agents consiste dans ces conditions en l'actualisation continue du modèle mental que chaque agent opère en fonction des résultats qu'il a obtenu dans le passé. Dès que ces résultats ne s'accordent pas avec les résultats anticipés par ce modèle, il corrige son modèle mental pour tenir compte de cette erreur d'anticipation. Il convient de souligner que Yıldizoğlu (2001) suppose dans ce contexte un processus d'*apprentissage individuel*. L'intégration du processus proposé par Yıldizoğlu (2001) dans notre modèle multi-agents signifie donc le passage vers une logique d'apprentissage individuel. L'exploration des dynamiques associées à l'apprentissage individuel constitue un enrichissement appréciable pour la présente étude. L'apprentissage social domine certes la représentation de l'apprentissage dans les sciences économiques (Arifovic & Maschek 2006) et plus généralement dans les sciences sociales (Vriend 2000). Ce constat n'est pourtant pas justifié par une quelconque supériorité de l'apprentissage social. La prédominance de l'apprentissage social est même surprenante, car la psychologie se concentre plutôt sur l'étude de l'apprentissage individuel (Brenner 2006). On ne peut pas non plus évoquer des évidences empiriques pour justifier l'hégémonie de l'apprentissage social : les résultats de l'économie expérimentale montrent plutôt la réticence des sujets testés à l'égard du comportement fondamental de l'apprentissage social : l'imitation (cf. par exemple Bosch-Domènech & Vriend (2003)).

Dans le cadre de la modélisation multi-agents, le principal atout de l'apprentissage social réside dans le fait qu'il est plus facile à programmer que l'apprentissage individuel ;

cette facilité de programmation peut être interprétée comme signe d'une plus grande *parcimonie* de l'apprentissage social (Vriend 2000). Il convient de remarquer que cet argument repose implicitement sur l'idée que les processus induits par l'apprentissage individuel aboutissent *grosso modo* aux mêmes dynamiques et aux mêmes résultats que l'on peut observer en présence de l'apprentissage social. Dans ce cas, l'apprentissage social permettrait effectivement de modéliser de manière simple, mais fondamentalement correcte, les processus plus complexes liés à l'apprentissage individuel. Cette vision des choses semble toutefois aujourd'hui dépassée par les connaissances sur les dynamiques associées aux deux types d'apprentissage : Vriend (2000) et Vallée & Yildizoğlu (2009) montrent que dans le cas de l'oligopole, les dynamiques induites par l'apprentissage social et par l'apprentissage individuel peuvent être *qualitativement différentes*, impliquant la convergence vers des équilibres distincts.

Lorsque le contexte économique ne donne pas des indications claires sur la nature du processus d'apprentissage (social ou individuel), Vriend conseille au modélisateur d'adopter une démarche prudente :

"The lesson to draw here is that the computational modeling choice between individual and social learning algorithms should be made more carefully, since there may be significant implications for the outcomes generated." (Vriend 2000)

Cette thèse rejoint cette attitude prudente. Elle explorera effectivement dans cette sous-section les implications de l'introduction d'un processus d'*apprentissage individuel par rapport au modèle mental* à la Yildizoğlu (2001). De cette manière elle couvre les deux grandes approches de la représentation de l'apprentissage : l'apprentissage social (cf. *infra*) et l'apprentissage individuel.

Il se pose alors la question de la formalisation de l'apprentissage individuel à retenir parmi les trois approches qui dominent dans la modélisation multi-agents : les *algorithmes génétiques individuels* (Arifovic 1994), les *systèmes de classifieurs* (Holland 1975, 1992, Holland et al. 1989, Wilson 1995) et les *réseaux de neurones artificiels* (Sargent 1993, Yildizoğlu 2001). Dans le cadre d'un processus d'apprentissage individuel qui accorde une place importante aux modèles mentaux des agents et aux anticipations issues de ces modèles mentaux, le recours exclusif aux algorithmes génétiques individuels et la mobilisation des systèmes de classifieurs ne semblent pas entièrement satisfaisants. Ni les modèles mentaux des agents, ni leurs anticipations ne peuvent être facilement représentés sous forme d'algorithmes génétiques individuels. Les systèmes de classifieurs reposent sur des règles de décisions qui sont activées (ou non) en fonction de l'état de l'environnement : dans ce processus de décision, les anticipations des agents jouent certes un rôle non négligeable, mais la formulation des anticipations reste implicite (Holland et al. 1989). Il est notamment impossible de séparer les anticipations des actions auxquelles elles sont associées (Yildizoğlu et al. 2011).⁸⁴ Les réseaux de neurones artificiels constituent en revanche une approche commode et bien adaptée au cadre requis : elles donnent en effet

⁸⁴Cf. Lettau & Uhlig (1999) pour un système de classifieurs simplifié qui correspond à un processus d'*apprentissage par renforcement* (au sens de l'anglais : *reinforcement learning*) fondé sur les performances passées des stratégies.

lieu à une formulation *explicite* des modèles mentaux et des anticipations des agents. Cette thèse fait par conséquent appel à cette formalisation particulière pour représenter les modèles mentaux. Il convient de souligner que l'algorithme d'apprentissage individuel retenu dans cette sous-section englobe un réseau de neurones artificiels et un algorithme génétique individuel : le réseau de neurones modélise le processus qui permet à l'agent en question d'actualiser son modèle mental et de formuler des anticipations concernant les performances des différentes stratégies répertoriées dans sa population de stratégies ; l'algorithme génétique individuel crée de la nouveauté dans cette population, i.e. il modifie la population de stratégies prises en considération par le modèle mental et garantit ainsi que l'agent ne reste pas durablement contraint par la population de stratégies tirée au moment de l'initialisation du modèle.⁸⁵

4.2.2.1 Les réseaux de neurones artificiels

Cette sous-section est consacrée à une présentation des réseaux de neurones artificiels qui est largement inspirée par celles de Dawid (1999, p. 17 - 21), de Sargent (1993, p. 54 - 60) et de Yıldızoğlu et al. (2011).

Supposons qu'il existe une fonction qui détermine les réalisations d'une ou plusieurs variables endogènes à partir des réalisations de variables exogènes. On va ici appeler cette fonction la *vraie fonction*. Un réseau de neurones artificiels peut être conçu comme une approximation de cette vraie fonction. Un tel réseau constitue effectivement une forme fonctionnelle entre des *éléments intrants* (les variables exogènes) et des *éléments sortants* (les variables endogènes). L'approximation fournie par un réseau de neurones est le résultat du calibrage de ses paramètres (p_{ij} et q_j dans la figure FIG. 4.8), i.e. du processus qui attribue une valeur numérique particulière à chaque interconnexion du réseau à partir des séries historiques des éléments intrants et sortants. On parle dans ce contexte de l'*entraînement* du réseau de neurones : à chaque période dite « d'entraînement », on soumet au réseau soit l'intégralité des observations (passées) des éléments intrants et sortants, soit un nombre donné d'observations (en l'occurrence les plus récentes) ; le réseau effectue alors un certain nombre d'itérations qui corrigent l'erreur entre les valeurs des variables endogènes prédites par le réseau et les observations effectives de ces variables. Chaque itération se traduit par un ajustement des paramètres p_{ij} et q_j qui corrige une fraction prédéfinie de l'erreur résiduel. Cette succession d'ajustements vise à minimiser l'erreur de prévision du réseau de neurones artificiels, ce qui s'interprète comme une amélioration de l'adaptation du réseau à son environnement (i.e. à la vraie fonction). La prise en compte de nouvelles observations des éléments intrants et sortants aboutit donc généralement à une modification des paramètres : la forme fonctionnelle qui approche la

⁸⁵Des recherches préliminaires avec un processus d'apprentissage individuel qui repose exclusivement sur des algorithmes génétiques individuels ont montré les limites de cette approche. Ces recherches n'ont effectivement pas permis de dégager des enseignements complémentaires par rapport à ceux obtenus avec des réseaux de neurones artificiels qui interagissent avec des algorithmes génétiques individuels (cf. la sous-section 4.2.2.3). Dans la mesure où ce premier processus ne permet pas de représenter les modèles mentaux et les anticipations des agents, on a renoncé à la poursuite de ces recherches : d'un point de vue théorique, ce cadre d'analyse est moins attractif que celui qui associe réseaux de neurones artificiels et algorithmes génétiques individuels.

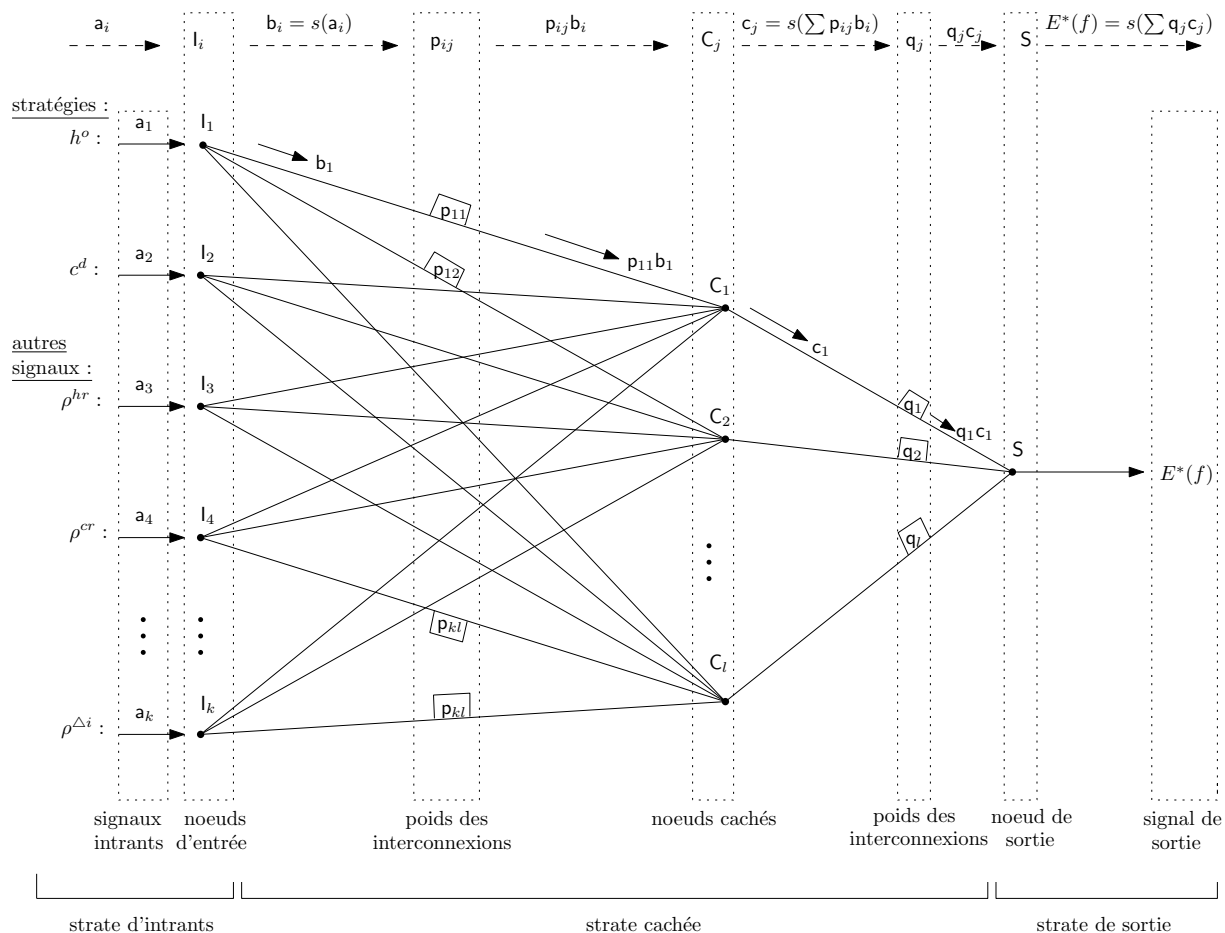


FIG. 4.8 – Structure du réseau de neurones artificiels du modèle multi-agents avec une stratè cachée.

« vraie » fonction varie par conséquent au cours du temps.

Une meilleur approximation de la vraie fonction peut être atteinte grâce à l'introduction de nœuds dits « cachés » dans le réseau :

Proposition 10 *Toute fonction mesurable au sens de Borel entre deux espaces de dimension finie peut être approchée par un réseau de neurones unidirectionnel avec une fonction d'activation sigmoïde ; en augmentant le nombre de neurones appartenant aux strates cachées du réseau, la précision de l'approximation peut être rendu arbitrairement grande (Hornik et al. 1989).*

Ces nœuds cachés sont regroupés dans une ou plusieurs *strates cachées* qui se situent entre les strates d'intrants et de sortie (cf. la figure FIG. 4.8). Les réseaux de neurones artificiels couvrent donc une large gamme de formes fonctionnelles : d'une simple fonction linéaire (en cas d'absence de nœuds cachés) aux fonctions qui deviennent de plus en plus complexes au fur et à mesure qu'augmente le nombre de nœuds cachés.^{86,87} Cette grande facilité avec laquelle on peut moduler l'architecture d'un réseau de neurones artificiels fait

⁸⁶Le nombre de nœuds cachés s'interprète par conséquent comme un indicateur de la complexité du réseau.

⁸⁷Cela dépend aussi de la fonction d'activation retenue (cf. l'encadré « Éléments techniques des réseaux

en sorte qu'il peut être considéré comme une approximation particulièrement flexible de la vraie fonction.

Éléments techniques des réseaux de neurones artificiels

Les réseaux de neurones artificiels opèrent une transformation des signaux environnementaux regroupés dans la strate d'intrants. Le réseau de la figure FIG. 4.8 transforme par exemple les signaux intrants $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k$ en la performance anticipée $E^*(f)$ (avec k le nombre de neurones regroupés dans la strate d'intrants).

Cette transformation fonctionne de la manière suivante. Les signaux \mathbf{b}_i envoyés par les neurones \mathbf{l}_i sont fonction des signaux d'intrants reçus :

$$\mathbf{b}_i = s(\mathbf{a}_i),$$

avec s une fonction dite d'*activation*, comme par exemple la fonction sigmoïde :

$$s(\mathbf{a}_i) = \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{a}_i)}.$$

Les signaux envoyés par les neurones \mathbf{l}_i sont amplifiés par les poids des interconnexions \mathbf{p}_{ij} . Les neurones \mathbf{C}_j de la strate cachée reçoivent ainsi les signaux $\mathbf{p}_{ij}\mathbf{b}_i$, qu'ils transforment dans les signaux \mathbf{c}_j d'après la formule :

$$\mathbf{c}_j = s\left(\sum_{i=1}^k \mathbf{p}_{ij}\mathbf{a}_i\right).$$

Les signaux \mathbf{c}_j sont à leur tour amplifiés par les poids des interconnexions \mathbf{q}_j . Le neurone de sortie \mathbf{S} reçoit donc les signaux $\mathbf{q}_j\mathbf{c}_j$, qu'il transforme en signal de sortie \hat{f} :

$$E^*(f) = s\left(\sum_{j=1}^l \mathbf{q}_j\mathbf{c}_j\right),$$

avec l le nombre de neurones regroupés dans la strate cachée.

Plusieurs algorithmes ont été proposés pour entraîner des réseaux de neurones artificiels. Leur point commun est qu'ils ajustent les valeurs numériques des paramètres du réseau ($\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_j$ dans notre exemple) d'une manière qui vise à minimiser l'erreur de prévision $f - E^*(f)$ (Dawid 1999, p. 20), avec f la performance déterminée par la vraie fonction (celle que l'on cherche à approcher par le réseau de neurones). L'algorithme d'entraînement le plus communément utilisé dans ce contexte est celui de la rétro-propagation des erreurs de Werbos (1974).

L'utilisation des réseaux de neurones artificiels est relativement récente en économie et se concentre essentiellement sur des applications dans les domaines de la finance, de la

de neurones artificiels ») : avec la fonction sigmoïde, on peut effectivement obtenir des relations non-linéaires en absence de nœuds cachés.

théorie des jeux ainsi que sur l'étude des équilibres (ou déséquilibres) partiels (cf. Evans & Honkapohja (2001, p. 369-370) pour une revue de la littérature). Cho & Sargent (1997) utilisent dans le cadre d'un jeu répété à la Kydland & Prescott (1977) un réseau très simple pour modéliser un processus d'apprentissage qui porte sur la crédibilité de la Banque centrale. Heinemann (2000) applique l'apprentissage par réseaux de neurones à une version non-linéaire du modèle du Cobweb et identifie les conditions de convergence vers l'équilibre en anticipations rationnelles de Muth (1961). Yıldızoğlu (2001) introduit des firmes dotées de réseaux de neurones artificiels dans le modèle de Nelson & Winter (1982) et montre que ce type d'apprentissage favorise les performances de l'industrie par rapport à d'autres types de comportement (et notamment par rapport à l'apprentissage par algorithmes génétiques). Yıldızoğlu et al. (2011) étudient la capacité de consommateurs à apprendre la règle de consommation de Allen & Carroll (2001); les auteurs montrent que l'apprentissage par réseaux de neurones engendre des comportements de consommations qui sont nettement plus performants que ceux observables en présence de processus d'apprentissage social ou d'apprentissage par algorithmes génétiques individuels.

4.2.2.2 Le modèle multi-agents avec anticipations et apprentissage individuel

Cette sous-section présente la manière dont on introduit des réseaux de neurones artificiels dans notre modèle multi-agents afin de prendre en compte des anticipations et de modéliser l'apprentissage individuel via des modèles mentaux. La forme particulière des réseaux de neurones qui a été retenue est celle proposée par Yıldızoğlu (2001), dont on a adapté le code informatique pour le rendre compatible avec la structure du modèle multi-agents.

La démarche générale adoptée est toujours celle d'une recherche incrémentale qui vise à favoriser les comparaisons des résultats avec ceux obtenus dans des versions du modèle multi-agents développées plus haut, et notamment dans le modèle analysé dans la sous-section 4.2.1. Cette approche implique la nécessité d'éviter des bouleversements trop importantes par rapport aux versions antérieures du modèle multi-agents. La multiplication des modifications est en effet problématique pour l'interprétation des résultats : les séries générées par la version modifiée du modèle risquent d'être radicalement différentes de celle de la version antérieure, sans que l'on puisse identifier l'effet exact exercé par chaque modification individuelle sur la structure des séries. Par conséquent, on a limité l'introduction du processus d'apprentissage individuel par modèles mentaux aux seuls ménages. Les firmes apprennent donc toujours selon le processus d'apprentissage social évolutionnaire. Le choix de doter les ménages (et non les firmes) de modèles mentaux s'explique par la volonté d'explorer l'effet de substitution associé au canal de consommation dans un cadre multi-agents : on a vu que dans le nouveau modèle canonique, cet effet est exclusivement fondé sur les comportements des ménages (cf. la sous-section 1.4.2.1).

Rôle du modèle mental dans le modèle multi-agents On a vu qu'un avantage majeur de l'utilisation des modèles mentaux réside dans la possibilité de représenter des comportements orientés vers le futur. Cela signifie concrètement que les ménages ne s'intéressent pas seulement à l'utilité ressentie à la période courante, $u_{i,t}$, mais aussi aux

utilités ressenties dans les $\psi_{hrz.}$ périodes suivantes, $u_{i,t+1}, u_{i,t+2}, \dots, u_{i,t+\psi_{hrz.}}$. Le paramètre $\psi_{hrz.}$ représente alors l'horizon temporel des ménages : lorsque le ménage prend des décisions concernant son offre de travail et sa demande de biens, il le fait avec l'intention d'obtenir des utilités élevées lors des $\psi_{hrz.}$ périodes qui suivent ces décisions (cf. le schéma de la figure FIG. 4.9). Dans ce contexte, on suppose que les ménages ont une préférence pour le présent, i.e. l'influence des utilités futures diminue avec l'éloignement temporel. Les comportements des ménages visent en effet à générer des réalisations élevées de la performance $f_{i,t}$:

$$f_{i,t} = g(\beta, \psi_{hrz.}; (u_{i,t+j})_{j=0,1,\dots,\psi_{hrz.}}) \quad (4.19)$$

$$= \frac{0.01}{0.01 + 0.99 \times \exp(-0.2[u_{i,t} + \beta u_{i,t+1} + \dots + \beta^{\psi_{hrz.}} u_{i,t+\psi_{hrz.}}])},$$

avec $0 < \beta < 1$ un paramètre qui renseigne sur le degré de préférence pour le présent des ménages. On voit dans l'équation (4.19) que la performance est une fonction du flux (pondéré) d'utilités ressenties entre t et $t + \psi_{hrz.}$. Les pondérations des utilités futures diminuent au fur et à mesure que la période de survenance de cette utilité se situe dans un futur lointain (cf. la suite des pondérations associées : $1, \beta, \beta^2, \dots, \beta^{\psi_{hrz.}}$).⁸⁸

L'utilisation faite du modèle mental par les ménages répond à une interrogation précise : les ménages disposent d'un certain nombre de stratégies candidates, et ils souhaitent employer le couple de stratégies $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d)$ qui leur procure la performance $f_{i,t}$ la plus élevée. L'identification du meilleur couple de stratégies suppose idéalement la connaissance de la fonction $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d) \rightarrow f_{i,t}$. Vu la structure du modèle multi-agents, cette relation est probablement hautement complexe : les performances d'un couple de stratégies donné dépendent notamment de l'état actuel dans lequel se trouve l'économie ; de plus, on peut imaginer que l'apprentissage des firmes et des autres ménages fait évoluer la fonction au cours du temps. Dans ces conditions, des ménages dotés d'une rationalité limitée ne peuvent pas connaître la *vraie* fonction stochastique $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d) \rightarrow f_{i,t}$.⁸⁹ En revanche, ils peuvent utiliser leur modèle mental pour formuler une approximation subjective de cette fonction. Une fois cette approximation établie, il suffit de soumettre au modèle mental l'ensemble des stratégies candidates et des informations sur l'état actuel de l'économie pour que celui-ci calcule la performance anticipée associée à chaque couple de stratégies ; le ménage en question choisira alors le couple doté de la performance anticipée la plus élevée (cf. *infra* pour le détails de ce processus de choix).

Architecture des réseaux de neurones La figure FIG. 4.8 établit le schéma du réseau de neurones artificiels qui a été retenu pour représenter le modèle mental de chaque ménage i .⁹⁰ L'architecture de ce réseau est caractérisé par une strate d'intrants comportant 13

⁸⁸La fonction (4.19) a été retenue pour éviter des problèmes liés à la gestion d'utilités négatives dans le processus d'apprentissage : les utilités négatives sont effectivement transformées en valeurs positives grâce à l'utilisation de la fonction exponentielle au dénominateur du membre de droite de (4.19).

⁸⁹La présence d'éléments stochastiques dans les processus d'apprentissage des ménages et des firmes implique que cette relation ne peut pas être déterministe.

⁹⁰Pour simplifier le schéma, on a retenu dans la figure FIG. 4.8 le cas particulier où le réseau dispose d'une seule strate cachée et on n'a pas représenté les intrants $\rho_t^b, \rho_t^{\Delta b}, \rho_t^{\Delta \pi}, \rho_t^{\Delta W}, \rho_t^{\Delta B}, \rho_t^{\Delta Y}, \rho_t^{\Delta P}$ et $\rho_t^{\Delta w}$ qui se situent entre ρ_t^{cr} et $\rho_t^{\Delta i}$ (cf. *infra*).

éléments et par une strate de sortie composée d'un seul neurone qui fournit le signal de sortie. Le réseau est également doté de $\psi_{sch.}$ strates cachées (cf. la sous-section 4.2.2.3 pour les différentes valeurs numériques que $\psi_{sch.}$ peut prendre). La fonction sigmoïde a été retenue comme fonction d'activation.

Parmi les 13 intrants se trouvent onze variables binaires que le ménage considère comme pertinents pour se faire une idée *i)* de l'état dans lequel se trouve actuellement l'économie et *ii)* de sa situation économique individuelle.⁹¹ Il s'agit des variables binaires suivantes :

1. ρ_t^{hr} , qui prend la valeur 1 si i est victime de rationnement sur le marché du travail à la période t et 0 sinon ;
2. ρ_t^{cr} , qui prend la valeur 1 si i est victime de rationnement sur le marché du bien en t et 0 sinon ;
3. ρ_t^b , qui prend la valeur 1 si i est endetté en t (i.e. si $b_{i,t} < 0$) et 0 sinon ;
4. $\rho_t^{\Delta b}$, qui prend la valeur 1 si la richesse nominale de i a augmenté entre $t - 1$ et t ($b_{i,t} > b_{i,t-1}$) et 0 sinon ;
5. $\rho_t^{\Delta \pi}$, qui prend la valeur 1 si l'inflation a augmenté entre $t - 1$ et t ($\pi_{i,t} > \pi_{i,t-1}$) et 0 sinon ;
6. $\rho_t^{\Delta W}$, qui prend la valeur 1 si le salaire nominal agrégé a augmenté entre $t - 1$ et t ($W_t > W_{t-1}$) et 0 sinon ;
7. $\rho_t^{\Delta B}$, qui prend la valeur 1 si le ratio richesse *nominal agrégée* / *production agrégée nominale* a augmenté entre $t - 1$ et t ($\frac{B_t}{Y_t P_t} > \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1} P_{t-1}}$) et 0 sinon ;
8. $\rho_t^{\Delta Y}$, qui prend la valeur 1 si la production agrégée vendue a augmenté entre $t - 1$ et t ($Y_t > Y_{t-1}$) et 0 sinon ;
9. $\rho_t^{\Delta P}$, qui prend la valeur 1 si le profit agrégé nominal a augmenté entre $t - 1$ et t ($P_t > P_{t-1}$) et 0 sinon ;
10. $\rho_t^{\Delta w}$, qui prend la valeur 1 si le salaire nominal de i a augmenté entre $t - 1$ et t ($w_{i,t} > w_{i,t-1}$) et 0 sinon ;
11. $\rho_t^{\Delta i}$, qui prend la valeur 1 si le taux d'intérêt nominal a augmenté entre $t - 1$ et t ($i_t > i_{t-1}$) et 0 sinon.

Les deux intrants complémentaires sont les stratégies du ménage : $h_{i,t}^o$ et $c_{i,t}^d$. Il convient de souligner dans ce contexte qu'il s'agit là du couple de stratégies *effectivement choisies* par le ménage en question (et non de l'ensemble des stratégies candidates). Le signal de sortie correspond à la performance anticipée $E_{i,t}^*(f_{i,t})$, associée au couple de stratégies employé.

Avec ces éléments intrants et sortant, le réseau de neurones établit la forme fonctionnelle $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d, \rho_t^{hr}, \rho_t^{cr}, \rho_t^b, \rho_t^{\Delta b}, \rho_t^{\Delta \pi}, \rho_t^{\Delta W}, \rho_t^{\Delta B}, \rho_t^{\Delta Y}, \rho_t^{\Delta P}, \rho_t^{\Delta w}, \rho_t^{\Delta i}) \rightarrow E_{i,t}^*(f_{i,t})$, i.e. il fournit

⁹¹L'observabilité par les ménages de variables agrégées qui renseignent sur l'état de l'économie constitue une hypothèse restrictive. On peut imaginer que l'économie en question s'est dotée d'un institut statistique qui met ces variables agrégées à la connaissance des agents.

à partir des stratégies effectivement choisies par le ménage i et des informations sur l'état actuelle de l'économie et sur la situation individuelle du ménage en question une prévision de la performance que le ménage peut atteindre grâce à l'utilisation de ces stratégies. Cette forme fonctionnelle représente l'approximation par le modèle mental de i de la vraie fonction $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d) \rightarrow f_{i,t}$.

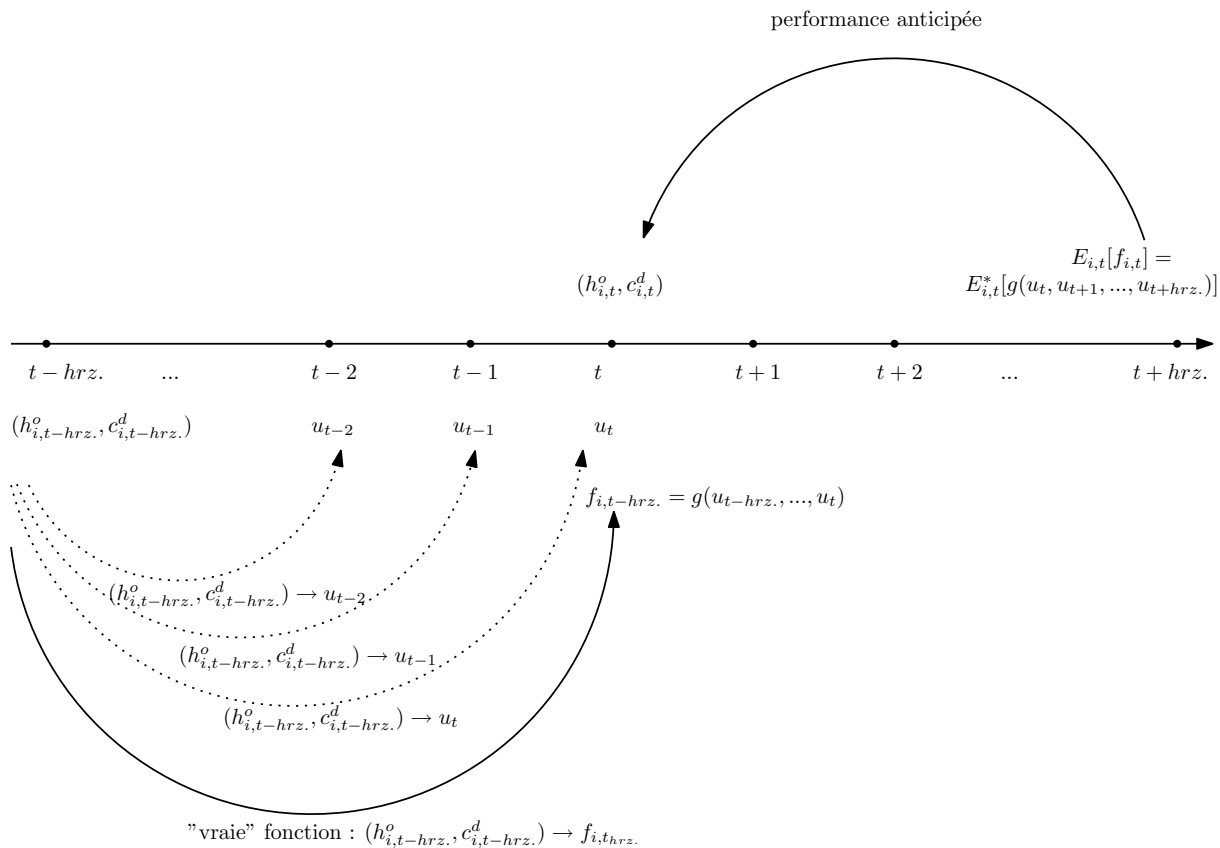


FIG. 4.9 – Schéma de l'imbrication temporelle de la performance observée $f_{i,t}$ et de la performance anticipée $E_{i,t}^*(f_{i,t})$. Le couple de stratégies utilisé en $t - hrz$. influence les réalisations des utilités dans les périodes ultérieures. A la période t , on peut calculer à partir de ces réalisations la performance $f_{i,t-hrz}$. Le choix du couple de stratégies adopté en t se fait en fonction du flux des utilités anticipées pour les hrz . périodes consécutives à ce choix (de t à $t + hrz$).

Entraînement des réseaux de neurones La justesse de l'anticipation $E_{i,t}^*(f_{i,t})$ fournie par le modèle mental peut être appréciée ψ_{hrz} périodes plus tard, car à ce moment-là, le ménage connaît la totalité des utilités réellement ressenties entre t et $t + \psi_{hrz}$. Il est donc possible de calculer en $t + \psi_{hrz}$ l'erreur de prévision $f_{i,t} - E_{i,t}^*(f_{i,t})$ (cf. sur ce point aussi la figure FIG 4.9). Cette erreur de prévision se trouve au cœur du processus d'apprentissage individuel, car elle constitue une mesure de la qualité du modèle mental. Cette erreur traduit en effet le décalage entre la vraie fonction $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d) \rightarrow f_{i,t}$ et l'approximation fournie par le modèle mental : $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d, \rho_t^{hr}, \rho_t^{cr}, \rho_t^b, \rho_t^{\Delta b}, \rho_t^{\Delta \pi}, \rho_t^{\Delta W}, \rho_t^{\Delta B}, \rho_t^{\Delta Y}, \rho_t^{\Delta P}, \rho_t^{\Delta w}, \rho_t^{\Delta i}) \rightarrow E_{i,t}^*(f_{i,t})$. Plus l'erreur de prévision est élevée, moins le modèle mental est fiable pour anticiper les

conséquences des décisions prises en matière d'offre de travail et de demande de biens. Les ménages tentent par conséquent de modifier leur modèle mental d'une manière qui permet de réduire les erreurs de prévision. Le processus d'apprentissage correspond alors à l'amélioration continue de la qualité du modèle mental grâce à une meilleure adaptation à l'environnement économique. Il s'agit concrètement d'ajuster les poids associés aux connexions entre les différents neurones du réseau.

L'ajustement se fait par un processus dit d'*entraînement* du réseau de neurones artificiels qui intervient à chaque période et qui vise à minimiser l'erreur de prévision. On soumet au réseau les séries historiques des éléments intrants et des réalisations de la performance $f_{i,t}$. On utilise ici uniquement les données des ψ_q dernières périodes pour entraîner le réseau de neurones, i.e. le processus d'entraînement effectué à la période t mobilise les données enregistrées entre $t - \psi_q$ et t . Ce choix s'explique par le fait que la nature de la relation entre $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d)$ et $f_{i,t}$ est susceptible d'évoluer au cours du temps (en raison notamment de l'apprentissage des firmes et des autres ménages). La prise en compte de données très anciennes (antérieures à ψ_q) risque dans ces conditions d'aboutir à une moins bonne adaptation du modèle mental à l'environnement économique *actuel*. L'entraînement correspond concrètement à une succession de ψ_{iter} corrections des poids associés aux connexions entre les différents neurones du réseaux : pendant chacune de ces itérations, les poids sont modifiés d'une manière qui permet de corriger la fraction ψ_τ de l'erreur résiduelle.

Choix des stratégies Chaque ménage i est doté de ψ_{chrn} vecteurs de stratégies $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d, f_{i,t})$. Les éléments de ces vecteurs sont initialisés par tirage aléatoire dans la distribution uniforme continue $\mathcal{U}(0, 1)$. Ce changement dans l'intervalle d'initialisation par rapport à la version du modèle multi-agents avec apprentissage social est justifié par les contraintes des réseaux de neurones artificiels : il convient en effet de s'assurer que les signaux d'entrée se situent de préférence entre 0 et 1 (et surtout qu'ils ne dépassent jamais 2) pour garantir un fonctionnement correct des réseaux.

Pour choisir le vecteur de stratégies qui déterminera ses décisions en matière d'offre de travail et de demande de biens, le ménage i fait systématiquement appel à son modèle mental. Ce modèle permet en effet de formuler des anticipations de la performance pour chacun de ses ψ_{chrn} vecteurs de stratégies : pour cela, on prend la version la plus actualisée du réseau de neurones, i.e. celle avec des poids associés aux connexions corrigés à la dernière période, et on fixe pour les onze derniers neurones de la strate d'intrants les valeurs les plus récentes des variables binaires ; puis, on complète ces informations par chaque couple de stratégies dont dispose le ménage ; le réseau de neurones calcule alors la performance anticipée pour chacun de ces ψ_{chrn} couples. Le ménage i compare les différentes performances anticipées de cette manière et choisit le vecteur de stratégies avec la performance anticipée la plus élevée. Après ψ_{hrz} périodes, le ménage a pris connaissance du flux d'utilité généré par ce vecteur, ce qui lui permet de calculer une nouvelle observation de la performance $f_{i,t}$ et de remplacer l'ancienne observation de la performance répertoriée dans le vecteur $(h_{i,t}^o, c_{i,t}^d, f_{i,t})$.

Un modèle de l'apprentissage individuel qui se limitait aux éléments que l'on vient de

décrire se heurterait à un problème de taille : chaque ménage i se trouverait prisonnier des ψ_{chrms} . vecteurs de stratégies tirés au moment de l'initialisation du modèle. On remarque en effet que le modèle mental ne modifie nullement les stratégies $h_{i,t}^o$ et $c_{i,t}^d$, qui resteraient dans ces conditions immuables de la première à la dernière période d'une simulation. Une telle configuration est difficilement acceptable, car elle traduit un manque de flexibilité flagrant de la part des ménages. Ceux-ci seraient en effet parfaitement incapables d'explorer de nouvelles stratégies, et cela même dans des situations où la totalité des couples de stratégies dont ils disposent se solderaient par des performances médiocres. Pour remédier à cet inconvénient, on fait appel aux algorithmes génétiques individuels qui introduisent de la nouveauté dans les populations des stratégies des ménages.

Algorithmes génétiques individuels Les algorithmes génétiques individuels des ménages mobilisent les opérateurs de *reproduction proportionnelle à la performance*, de *croisement des stratégies* et d'*exploration*. Contrairement à l'entraînement du réseau qui se produit à chaque période, ces opérateurs n'interviennent que toutes les ψ_{crois} . périodes.

L'opérateur de reproduction proportionnelle à la performance fonctionne exactement de la même manière que dans la version canonique de l'algorithme génétique (cf. la sous-section 4.2.1.1). Il calcule pour chacune des ψ_{chrms} . stratégies du ménage i la *performance relative*, i.e. le ratio entre la performance associée à cette stratégie et la somme des performances associées à l'ensemble des stratégies du ménage. L'opérateur crée ensuite ψ_{chrms} . copies des stratégies appartenant à la population telle qu'elle existait avant l'intervention de cet opérateur. La probabilité de chaque stratégie d'être copiée est égale à sa performance relative.

Avec la probabilité de croisement pr_ψ , chaque vecteur de stratégies du ménage i est croisé avec un autre vecteur choisi aléatoirement dans la population de stratégies de i . On a le processus de croisement suivant :

$$\begin{aligned}\hat{h}_{i,t+1}^o &= \frac{\hat{h}_{i,t}^o + \tilde{h}_{i,t}^o}{2} \\ \hat{c}_{i,t+1}^d &= \frac{\hat{c}_{i,t}^c + \tilde{c}_{i,t}^d}{2}\end{aligned}\tag{4.20}$$

avec $(\hat{h}_{i,t}^o, \hat{c}_{i,t}^c)$ le vecteur affecté par le processus de croisement et $(\tilde{h}_{i,t}^o, \tilde{c}_{i,t}^c)$ le vecteur aléatoirement choisi dans la population. Il convient de remarquer que le processus de croisement intervient *après* le choix des stratégies, i.e. les nouvelles stratégies issues de ce processus ne peuvent être employées qu'à la période suivante. L'inconvénient de ce processus de croisement est qu'il peut aboutir à une exploration insuffisante des périphéries de l'intervalle $[0, 1]$. L'équation (4.20) montre que par exemple les nouvelles stratégies de l'offre de travail $\hat{h}_{i,t+1}^o$ sont nécessairement comprises entre la valeur maximale et la valeur minimale prises par $h_{i,t}^o$ dans l'ancienne population de stratégies (i.e. dans la population telle qu'elle existait avant l'intervention du processus de croisement).

La couverture des périphéries de l'intervalle $[0, 1]$ est assurée par un processus d'exploration. Avec la probabilité fixe pr_{ex} , chaque vecteur de stratégies du ménage i est affecté par ce processus. Dans un premier temps, l'objet du processus est aléatoirement choisi

parmi les deux stratégies du vecteur $(h_{i,t}^o$ ou $c_{i,t}^d$), puis sa valeur numérique est remplacée par un réel issu d'un tirage aléatoire dans la distribution uniforme $\mathcal{U}(0, 1)$; l'autre stratégie du vecteur en question reste inchangée. Ce processus intervient directement après le croisement des stratégies. Autrement dit, il est possible qu'une stratégie qui vient juste être créée par croisement est immédiatement retransformée par le processus d'exploration.

Apprentissage social des firmes Le processus d'apprentissage des firmes est exactement le même que dans la version du modèle multi-agents avec apprentissage social : l'apprentissage des firmes est fondé sur les processus d'imitation et d'expérimentation déjà décrits dans la sous-section 4.2.1.2.

4.2.2.3 Les simulations avec apprentissage individuel

Protocole des simulations Avec l'introduction du processus d'apprentissage individuel, le modèle multi-agents comporte neuf paramètres supplémentaires : β , ψ_τ , pr_ψ , $\psi_{hrz.}$, $\psi_{sch.}$, ψ_q , $\psi_{iter.}$, $\psi_{chrm.}$ et $\psi_{crois.}$.

La littérature sur le nouveau modèle canonique suppose de manière assez consensuelle un paramètre de préférence pour le présent égal à 0.99 (cf. par exemple Rotemberg & Woodford (1997) et Galí (2008, p. 52)). La volonté de construire un modèle multi-agents proche du nouveau modèle canonique se traduit par des valeurs possibles de β pas trop éloignées de cette valeur numérique. On retient par conséquent $\beta \in [0.9, 0.99]$.

Le choix des ensembles des valeurs possibles des autres paramètres associés à l'apprentissage individuel a été guidé par le souci de favoriser le processus d'apprentissage par modèles mentaux. Dans cette optique, on s'est directement inspiré des paramètres qui assurent le bon fonctionnement de ce processus dans la contribution de Yıldızoğlu et al. (2011). On retient donc pour les paramètres continus les intervalles suivants : $\psi_\tau \in [0.05, 0.3]$ et $pr_\psi \in [0.01, 0.4]$. Les ensembles des valeurs possibles des paramètres discrets sont $\psi_{hrz.} \in \{0, 1, 2, \dots, 14\}$, $\psi_{sch.} \in \{2, 3, 4\}$, $\psi_q \in \{10, 11, 12, \dots, 100\}$, $\psi_{iter.} \in \{10, 11, 12, \dots, 30\}$, $\psi_{chrm.} \in \{15, 16, 17, \dots, 30\}$ et $\psi_{crois.} \in \{1, 2, \dots, 50\}$. Il convient de souligner que les valeurs numériques prises par les paramètres associés au processus d'apprentissage individuel ont de toute façon une influence assez limitée sur le comportement du modèle multi-agents (cf. les résultats du Krigéage ordinaire dans l'annexe D.6).

La différence la plus notable entre ces valeurs et le paramétrage de Yıldızoğlu et al. (2011) concerne le paramètre ψ_q , pour lequel on explore des valeurs numériques qui sont en partie nettement moins élevées que la valeur unique retenue par Yıldızoğlu et al. (2011) ($\psi_q = 150$). Ce choix se justifie par l'instabilité du problème soumis à l'apprentissage des ménages dans la présente étude : la prise en compte de données trop anciennes lors du processus d'entraînement risque dans ces conditions d'aboutir à une moins bonne adaptation des modèles mentaux à l'état actuel de l'environnement économique (cf. *supra*).⁹²

A partir des ensembles des valeurs possibles des paramètres que l'on vient de discuter, on obtient via Sanchez (2005) une matrice de 128 scénarios NOLH consultable dans

⁹²Le problème auquel sont confrontés les agents dans Yıldızoğlu et al. (2011) est en revanche stable, i.e. la relation que les agents tentent à approcher par leurs modèles mentaux n'est pas susceptible d'évoluer au cours du temps, ce qui explique le choix d'un paramètre ψ_q relativement élevé dans cette contribution.

l'annexe D.5.

Présentation et analyse des résultats Les graphiques de la figure FIG. 4.10 montrent l'évolution des distributions des indices de convergence des variables agrégées réelles H_t , Y_t^o , C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$.⁹³ On y remarque le caractère légèrement dépressif des dynamiques du travail agrégé H_t et de la production agrégée Y_t^o , dont les valeurs centrales diminuent de manière quasiment continue. La distribution de la consommation agrégée C_t ne varie en revanche pratiquement pas au cours du temps. Le salaire réel $\frac{W_t}{P_t}$ semble converger vers sa valeur associée à l'équilibre virtuel. Finalement, on observe pour l'utilité agrégée U_t et pour le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ des dynamiques faiblement expansionnistes : les valeurs centrales de U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ poursuivent des tendances globalement positives, et ceci notamment pendant les 400 premières périodes.

Les évolutions des variables agrégées nominales sont représentées dans les graphiques de la figure FIG. 4.11. On y observe la divergence vers $+\infty$ du niveau général des salaires W_t , du niveau général des prix P_t et du profit nominal agrégé P_t . Les mouvements de la richesse nominale agrégée sont plus difficiles à déceler à cause de l'échelle retenue dans le graphique de B_t . La consultation des données enregistrées par Netlogo met en évidence le fait que la médiane de B_t tend vers $+\infty$, et sa moyenne vers $-\infty$.

Les résultats obtenus pour les variables agrégées réelles constituent un changement notable par rapport à ce que l'on vu dans le modèle multi-agents avec apprentissage social : *l'introduction de l'apprentissage individuel des ménages atténue le caractère dépressif des dynamiques des variables agrégées réelles*. L'évolution des distributions de H_t et Y_t^o traduit certes toujours une logique légèrement dépressive, mais la force d'attraction de l'équilibre « mort » (caractérisé par l'absence de toute activité économique) est de toute évidence moins prononcée que dans la version du modèle multi-agents avec apprentissage social : les valeurs centrales de H_t , Y_t^o , C_t se stabilisent nettement au-dessus de la valeur -1 qui correspond à l'équilibre « mort ».

Pour expliquer ces observations, on fait de nouveau appel aux estimations des variables réelles agrégées moyennes par un méta-modèle de Krigéage ordinaire. Les résultats de l'ANOVA fonctionnelle identifient clairement \bar{b} comme paramètre clé du modèle (cf. l'annexe D.6) : l'effet principal de \bar{b} explique une partie substantielle de la variabilité de \bar{H} (66.33 %), \bar{Y}^o (41.59 %), \bar{C} (60.49 %), \bar{U} (6.13 %), et $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ (37.62 %). Les paramètres α , σ , pr_{im} et pr_{ex} exercent une influence moins prononcée sur les variations des variables agrégées réelles. Finalement, on constate le rôle marginal des paramètres associés au processus d'apprentissage individuel, dont l'influence se limite essentiellement au profit réel agrégé $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ (7.52 % des variations expliquées par l'effet principal de ψ_{hrz}).

Les résultats du Krigéage ordinaire concernant \bar{b} et α sont dans la continuité de ceux obtenus dans le cadre du modèle multi-agents avec apprentissage social. La nature des re-

⁹³Les simulations du modèle multi-agents avec apprentissage individuel sont très couteuses en termes de temps de calcul. On a donc fait appel à l'outil *BehavioursSpace* mise à disposition par la plateforme de simulation Netlogo, qui permet une accélération très prononcée des simulations, mais qui est moins flexible pour ce qui concerne la gestion de l'enregistrement des données. C'est pour cette raison que l'on se trouve malheureusement dans l'incapacité de représenter les distributions de la période $t = 1$.

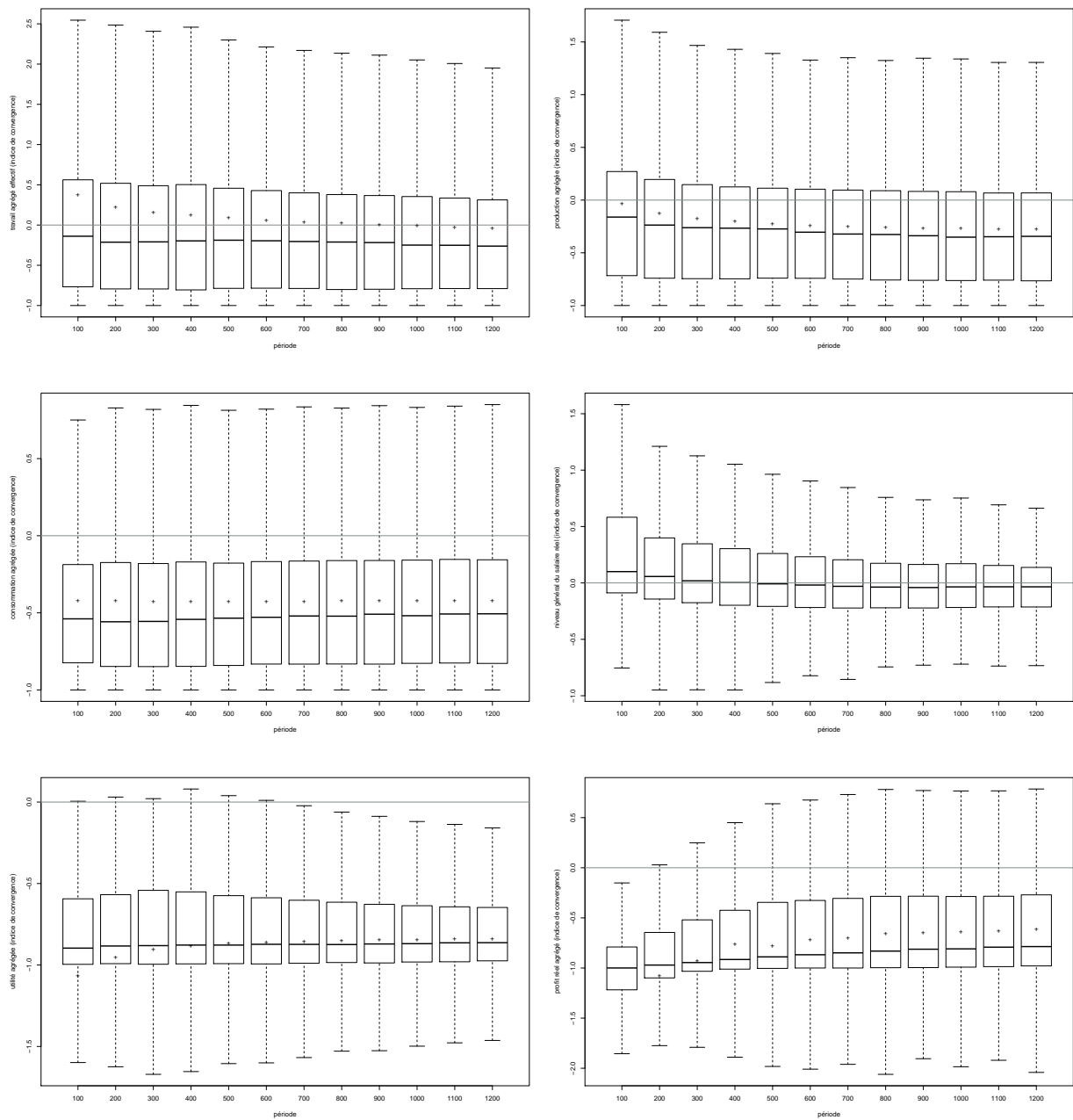


FIG. 4.10 – Évolution sous apprentissage individuel des distributions des indices de convergence des variables réelles : le travail agrégé H_t (en haut à gauche), la production agrégée Y_t^o (en haut à droite), la consommation agrégée C_t (au milieu à gauche), le salaire réel agrégé $\frac{W_t}{P_t}$ (au milieu à droite), l'utilité agrégée U_t (en bas à gauche) et le profit réel agrégé $\frac{P_t}{P_t}$ (en bas à droite).

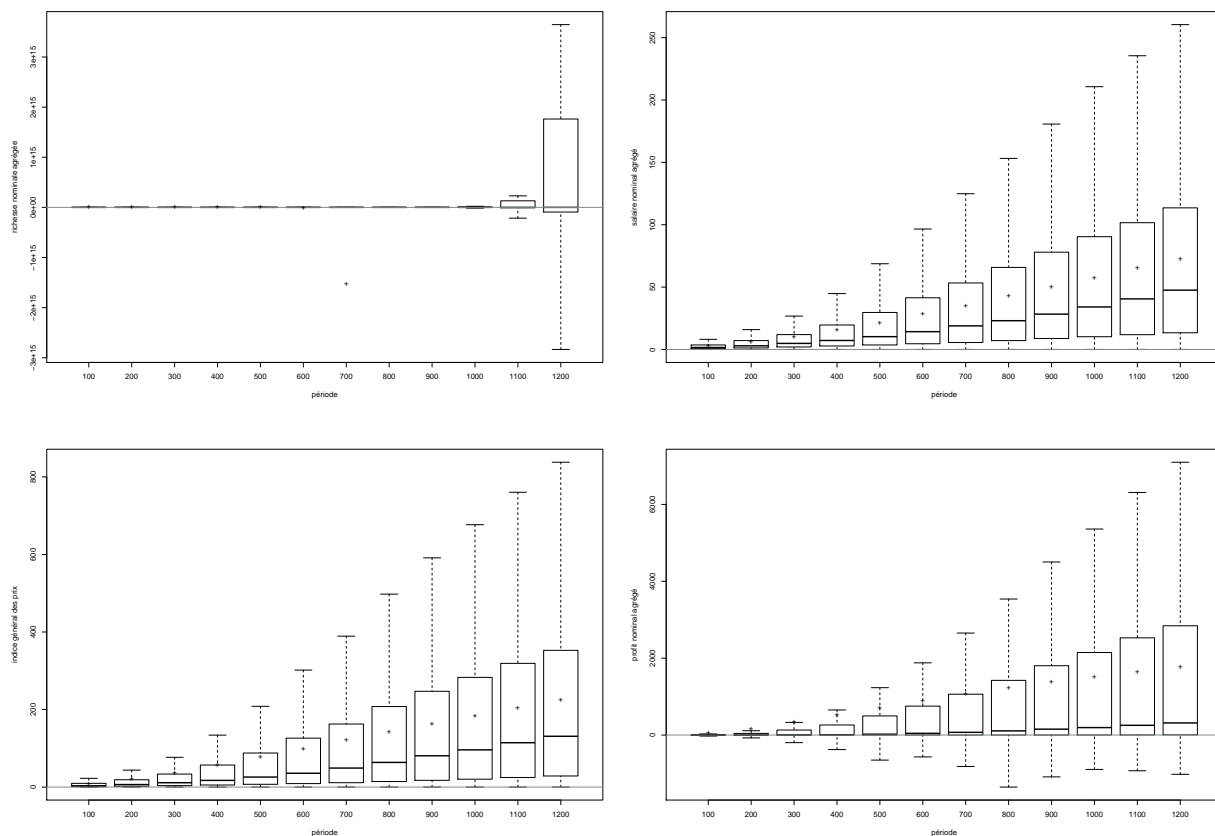


FIG. 4.11 – Évolution sous apprentissage individuel des distributions des variables nominales : la richesse nominale agrégée B_t (en haut à gauche), le niveau général des salaires W_t (en haut à droite), le niveau général des prix P_t (en bas à gauche) et le profit nominal agrégé P_t (en bas à droite).

lations entre les variables réelles agrégées et les paramètres influents est d'ailleurs globalement la même sous apprentissage social et sous apprentissage individuel (cf. les graphiques des prévisions marginales des paramètres influents dans les annexes D.2 et D.6).

La continuité des résultats obtenus pour la richesse initiale \bar{b} s'explique par le fait que les firmes apprennent toujours selon le processus d'apprentissage social évolutionnaire. Or, le mécanisme par lequel \bar{b} influence les variables réelles agrégées est en effet sensiblement le même que dans la version du modèle avec apprentissage social : toute hausse de la richesse initiale \bar{b} accroît les capacités de dépenses des ménages, faisant en sorte que la consommation agrégée C_t et la production agrégée vendue Y_t augmentent (dans des configuration où elles étaient contraintes par les capacités de dépense) ; les firmes dotées d'une forte demande de travail (et donc caractérisées par des prix de vente élevés) sont par conséquent moins exposées aux phénomènes de rationnement sur le marché du bien, ce qui favorise leurs profits ; la probabilité que des stratégies de forte demande de travail soient imitées augmente, ce qui se traduit par un accroissement de H_t et Y_t^o (dans des configuration où $H_t = H_t^d < H_t^o$). On obtient ainsi la relation positive entre \bar{b} et les variables \bar{H} , \bar{Y}^o , \bar{C} et $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ que l'on observe dans les graphiques des prévisions marginales de \bar{b} (cf. l'annexe D.6).

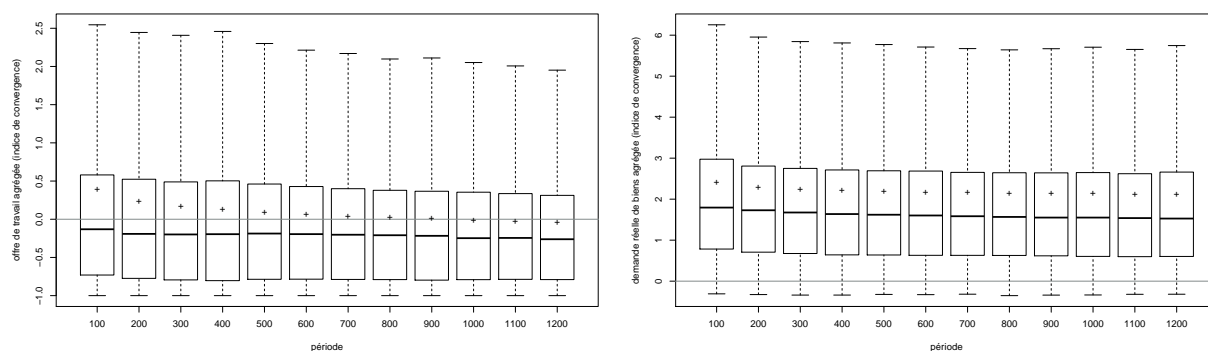


FIG. 4.12 – Évolution sous apprentissage individuel des distributions des indices de convergence de l'offre agrégée de travail H_t^o (à gauche) et de la demande réelle agrégée de biens C_t^d (à droite).

Ce mécanisme ne permet pourtant pas de comprendre comment l'apprentissage individuel par modèles mentaux parvient à atténuer le caractère dépressif des dynamiques des variables agrégées réelles. Les graphiques de la figure FIG. 4.12 sont assez instructives à cet égard. On y constate une relative stabilité des distributions de l'offre de travail agrégée H_t^o et de la demande réelle agrégée de biens C_t^d qui tranche avec la contraction rapide de ces variables dans un contexte d'apprentissage social (cf. par exemple la figure FIG. 4.4). Cette différence notable s'explique par le fait que l'apprentissage individuel des ménages n'est pas affecté par la force dépressive principale du modèle avec apprentissage social, en l'occurrence les interactions entre les mécanismes de rationnement et le processus d'apprentissage social évolutionnaire qui aboutissent à une diffusion quasiment mécanique des stratégies à faible quantité (cf. la sous-section 4.2.1.4). Cette force ne peut pas agir dans le modèle multi-agents avec apprentissage individuel par modèles mentaux, et cela pour deux raisons. Premièrement, *le mécanisme de rationnement ne modifie pas directement les populations de stratégies des ménages* ; lorsqu'un ménage utilise par exemple une stratégie donnée $h_{i,t}^o$ et se trouve ensuite contraint sur le marché du travail ($h_{i,t}^o < h_{i,t}$), c'est la stratégie *ex ante* $h_{i,t}^o$ qui reste dans sa population de stratégies d'offre de travail, et non la réalisation *in fine* du travail fourni $h_{i,t}$ (contrairement à ce qui se passe sous apprentissage social avec la population de stratégies en cas d'imitation d'un ménage rationné) ; ce raisonnement est également valable en cas de rationnement d'un ménage sur le marché du bien ($c_{i,t}^o < c_{i,t}$). Deuxièmement, une utilité élevée réalisée grâce à un comportement de passer clandestin *par défaut* (à cause du rationnement : $h_{i,t}^o < h_{i,t}$) va être interprétée par le modèle mental comme signe de la pertinence de la stratégie *ex ante* $h_{i,t}^o$, faisant en sorte que la performance associée à $h_{i,t}^o$ augmente. Ce phénomène se traduit au niveau agrégé par un renforcement des stratégies à forte quantité de travail offerte.

La stabilité des distributions de H_t^o et C_t^d s'explique également par les hypothèses retenues en matière du processus d'exploration des ménages : celui-ci ne s'appuie pas sur les moyennes des réalisations courantes de H_t et C_t (comme sous apprentissage social), mais il réinjecte régulièrement des stratégies tirées aléatoirement dans $\mathcal{U}(0, 1)$. Le processus d'exploration a donc tendance à recréer continuellement les conditions initiales : les populations initiales des stratégies des ménages proviennent en effet également de tirages

aléatoires dans $\mathcal{U}(0, 1)$. Dans ces conditions, on comprend mieux pourquoi les distributions de H_t^o et C_t^d changent assez peu par rapport aux distributions initiales.

Le processus d'apprentissage individuel introduit d'ailleurs de nouvelles contraintes sur H_t^o et C_t^d qui devraient exercer des effets stabilisants supplémentaires. Les stratégies individuelles $h_{i,t}^o$ et $c_{i,t}^d$ appartiennent en effet nécessairement à l'intervalle $[0, 1]$: le tirage des stratégies initiales s'effectue dans la distribution uniforme $\mathcal{U}(0, 1)$; le processus de croisement crée de nouvelles stratégies en calculant la moyenne de deux stratégies qui vérifient $0 \leq h_{i,t}^o \leq 1$ (respectivement $0 \leq c_{i,t}^d \leq 1$) ; dans ces conditions, le processus de croisement ne peut engendrer des stratégies telles que $h_{i,t}^o \geq 1$ (respectivement $c_{i,t}^d \geq 1$) ; le processus d'exploration n'est pas non plus susceptible de créer de telles stratégies, car il tire les nouvelles valeurs numériques dans la distribution $\mathcal{U}(0, 1)$.⁹⁴ L'offre de travail agrégée et la demande réelle agrégée de biens sont donc bornées : on a $H_t^o \leq 100$ et $C_t^d \leq 100$ (en raison du nombre de ménages, $n = 100$). Ces contraintes ne remettent pourtant pas en question la capacité des modèles mentaux à découvrir les valeurs d'équilibre de l'offre de travail et de la demande réelle de biens. Pour les scénarios NOLH retenus dans les simulations, ces valeurs d'équilibre vérifient effectivement $h_{i,t}^* \in [0.0203, 0.9033]$ et $c_{i,t}^* \in [0.0372, 0.870]$, i.e. elles se situent toutes dans l'intervalle $[0, 1]$ que les modèles mentaux sont capables d'explorer.

Malgré ces éléments structurellement stabilisants, les distributions de l'indice de convergence de H_t^o enregistrent une légère tendance baissière poursuivie par les valeurs centrales et le troisième quartile. Ce résultat montre la capacité des modèles mentaux à détecter les avantages objectifs des stratégies à faible quantité de travail offerte (et donc des comportements de type passager clandestin).

La légère contraction de l'offre de travail agrégé H_t^o se transmet au travail agrégé H_t dans l'ensemble des configurations où le rationnement sur le marché du travail affecte les firmes (i.e. lorsque $H_t = H_t^o < H_t^d$), ce qui explique la tendance faiblement baissière de l'indice de convergence H_t que l'on peut observer dans la figure FIG. 4.10. La contraction de H_t se répercute à son tour sur la production agrégée Y_t^o par l'intermédiaire de la fonction de production.

La conjugaison de cette baisse de Y_t^o et de la quasi-stabilité de la consommation agrégée $C_t (= Y_t)$ se traduit, sans surprise, par une diminution de la surproduction Y_t^s (cf. la figure FIG. 4.13). C'est cette évolution de Y_t^s qui explique les mouvements du salaire réel $\frac{W_t}{P_t}$ qui ressemblent *a priori* à un processus de convergence vers la valeur associée à l'équilibre virtuel. Le mécanisme à l'œuvre est fondamentalement le même déjà évoqué dans le cadre du modèle multi-agents avec apprentissage social (cf. la sous-section 4.2.1.4). La survenance d'une surproduction substantielle au début des simulations exerce un effet baissier sur le niveau général des prix P_t tout en laissant inchangé le niveau général des salaires W_t . On obtient ainsi de nombreuses réalisations d'un ratio $\frac{W_t}{P_t}$ relativement élevé, ce qui explique l'asymétrie (par rapport à zéro) et la forte dispersion de la distribution de l'indice de convergence du salaire réel que l'on observe à la période $t = 100$. Ce mécanisme s'affaiblit au fur et à mesure que la surproduction Y_t^s diminue : il y a de moins en moins de réalisations très élevées du ratio $\frac{W_t}{P_t}$, ce qui se traduit par des distributions de l'indice

⁹⁴Ces hypothèses impliquent que $h_{i,t}^o \in [0, 1]$ et $c_{i,t}^d \in [0, 1]$; elles favorisent ainsi le fonctionnement des réseaux de neurones artificiels en assurant que l'ensemble des signaux intrants se situent entre 0 et 1.

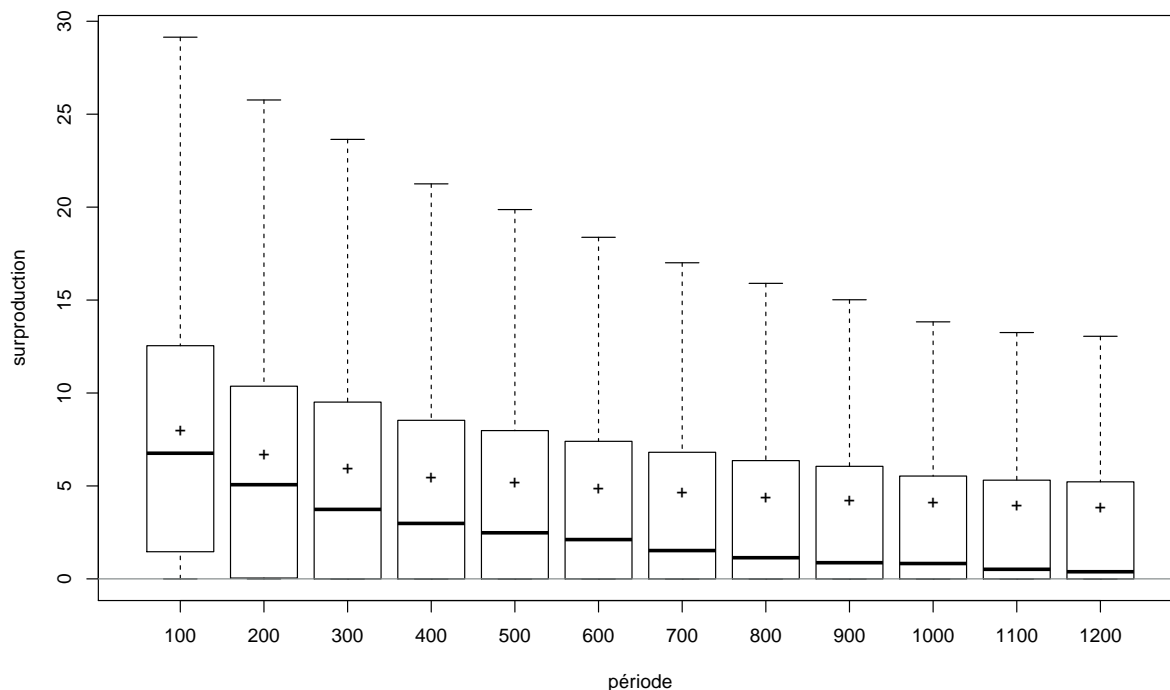


FIG. 4.13 – Évolution sous apprentissage individuel de la surproduction Y_t^s .

de convergence de plus en plus concentrées autour de zéro ; cette évolution ressemble visuellement à un processus de convergence du salaire réel vers l'équilibre virtuel. L'outil *BehaviorSpace* de la plateforme de simulation Netlogo ne permet malheureusement pas d'enregistrer les réalisations de $\frac{W_t}{P_t}$ de la période $t = 1$; on ne peut donc pas formellement affirmer que la « convergence » de $\frac{W_t}{P_t}$ constitue en réalité plutôt une illusion optique provoquée par une très forte divergence initiale, comme cela a été le cas dans le modèle multi-agents avec apprentissage social. Sachant que l'introduction de l'apprentissage individuel n'a pas modifié la structure du modèle, on est vraisemblablement en présence d'un phénomène du même type.

Les graphiques des indices de convergence de H_t et de C_t de la figure FIG. 4.10 mettent en évidence une évolution favorable de la relation entre les efforts engagés par les ménages et les récompenses qu'ils reçoivent en contrepartie : malgré une légère diminution de leur effort de travail, les ménages parviennent à maintenir leur niveau de consommation. La conjugaison de ces deux éléments se traduit très logiquement par une amélioration (toutefois assez modeste) de l'utilité agrégée U_t (cf. l'évolution des valeurs centrales de l'indice de convergence de U_t dans la figure FIG. 4.10).

4.3 L'introduction de la politique monétaire dans le modèle multi-agents

Jusqu'à présent, la politique monétaire a été modélisée d'une manière extrêmement rudimentaire : la Banque établit le taux d'intérêt nominal indépendamment des conditions économiques. Ce schéma d'établissement du taux d'intérêt est tellement simpliste qu'on peut difficilement parler d'une véritable politique monétaire.

L'apport de cette sous-section réside dans l'endogénéisation du taux d'intérêt : celui-ci n'est plus choisi de manière exogène, mais en fonction des performances de l'économie en matière d'inflation et d'activité économique.

4.3.1 La politique monétaire dans le modèle multi-agents

Dans le modèle multi-agents, l'exercice de la politique monétaire englobe le choix du taux d'intérêt nominal et la gestion de la masse monétaire. Cette dernière ne peut pas être considérée comme un instrument de la politique monétaire à part entière, car les décisions de création et de destruction monétaire répondent passivement aux évolutions des dépôts et de crédits accordés aux ménages (cf. la sous-section 3.3.1.1). Le véritable instrument de la politique monétaire est le taux d'intérêt nominal. Pour déterminer ce taux, la Banque fait appel à des règles de politique monétaire.

4.3.1.1 Objectifs et règles de politique monétaire

L'objectif de la Banque est la stabilisation de l'inflation π_t et de l'écart de production x_t , i.e. la Banque souhaite que les réalisations de π_t et x_t soient les plus proches possibles de ses cibles π^C et x^C . On suppose dans la présente étude dans un souci de simplicité des cibles d'inflation et de l'écart de production égales à zéro, on a donc $\pi^C = x^C = 0$. Cet objectif peut être formalisé à l'aide de la fonction de perte

$$U_{CB,t} = \pi_t^2 + \tau x_t^2, \quad (4.21)$$

avec $U_{CB,t}$ la désutilité ressentie par la Banque à la période t et τ le paramètre qui décrit l'importance accordée par la Banque à l'objectif de stabilisation de l'écart de production x_t . Ce paramètre joue donc un rôle comparable à celui du paramètre α de la fonction de perte du nouveau modèle canonique linéarisé (1.26) (à ne pas confondre avec le paramètre α de la fonction de production du modèle multi-agents!). Dans le cas extrême où $\tau = 0$, la Banque est indifférente aux fluctuations de l'écart de production et s'intéresse exclusivement à la stabilisation de l'inflation. Il convient de souligner que (4.21) s'interprète comme la *désutilité objective*, i.e. la désutilité que la Banque ressentait si elle connaissait le vrai niveau de la production naturelle Y_t^* , faisant en sorte qu'elle puisse calculer le vrai écart de production. La connaissance de Y_t^* est évidemment difficilement acceptable dans le cadre d'un modèle inspiré par la rationalité limitée. Dans ce contexte, on souligne le fait qu'il n'existe aucune rétroaction des observations de $U_{CB,t}$ sur les décisions de la Banque en matière de choix du taux d'intérêt nominal. Ce n'est donc pas véritablement la Banque elle-même qui observe les réalisations de $U_{CB,t}$, mais plutôt un observateur omniscient du

modèle (le lecteur de la présente étude, par exemple), qui peut à l'aide de l'équation (4.21) se faire une idée objective de la pertinence de la politique monétaire.

Le nombre de règles étudiées dans cette sous-section est nettement inférieur à ce qu'on a vu au deuxième chapitre de la présente étude. Cette réduction du nombre de règles s'explique par deux éléments :

- i) L'hypothèse selon laquelle la Banque connaît parfaitement les paramètres structurels de l'économie est difficilement conciliable avec la logique de la rationalité limitée qui prévaut dans le modèle multi-agents ; on abandonne par conséquent l'ensemble de règles optimales qui sont fondées sur la connaissance des valeurs prises par les paramètres structurels.
- ii) On renonce dans le cadre de la présente étude à toute tentative de modéliser les anticipations de la Banque, car une telle démarche se traduirait par une complexification supplémentaire du modèle ; ce choix implique la non-prise en compte de l'ensemble de règles mobilisant les anticipations de l'inflation et de l'écart de production.

On retient alors six règles de politique monétaire. Une première règle modélise une politique monétaire *non-systématique*, i. e. le choix du taux d'intérêt nominal se fait indépendamment des réalisations des variables endogènes agrégées :

$$i_t = e_t, \quad (\text{R } 1)$$

avec e_t un processus qui suit la loi uniforme $\mathcal{U}(0, e_c)$, avec $e_c > 0$. Cette règle diffère de la représentation de la politique monétaire retenue dans le chapitre 3 dans la mesure où le taux d'intérêt varie avec (R 1) de période en période, tandis qu'il reste dans le chapitre 3 inchangé pendant toute la durée d'une simulation. On retient par la suite $e_c = 0.05$, ce qui implique que la Banque établit le taux d'intérêt nominal de manière aléatoire entre 0 % et 5 %. On a vu dans la sous-section 3.3.2.1 que cette amplitude des fluctuations correspond approximativement à la fourchette des taux directeurs appliqués ces dix dernières années par la Réserve Fédérale et par la Banque Centrale Européenne.

Une règle systématique de référence est donnée par la fonction de réaction aux réalisations de l'inflation et de l'écart de production :

$$i_t = (1 + \pi_t)^{\varphi_\pi} \times (1 + x_t)^{\varphi_x} - 1, \quad (\text{R } 2)$$

avec φ_π le coefficient de réaction à l'inflation et φ_x le coefficient de réaction à l'écart de production. Par log-linéarisation du membre de droite de (R 2) autour de $\bar{\pi} = \bar{x} = 0$, on obtient l'expression

$$i_t \simeq \varphi_\pi \ln(1 + \pi_t) + \varphi_x \ln(1 + x_t). \quad (4.22)$$

Pour des réalisations de π_t et de x_t proche de zéro, on a $\ln(1 + \pi_t) \simeq \pi_t$ et $\ln(1 + x_t) \simeq x_t$. La règle (R 2) s'interprète donc comme une version non-linéaire de la règle classique de Taylor (1993). Le choix de cette règle de Taylor non-linéaire (plutôt que de la règle de Taylor classique) s'explique par un souci de cohérence avec le caractère non-linéaire du

modèle multi-agents.⁹⁵

Il convient toutefois de souligner que la règle (R 2) ne paraît pas excessivement plausible dans une modélisation d'inspiration multi-agents, car elle suppose que la Banque connaît parfaitement le niveau de production associé à l'équilibre néoclassique Y_t^* , ce qui revient à dire qu'elle observe les paramètres structurels α , σ , ϕ et μ du modèle (cf. la sous-section 4.2.1.2). La limitation des hypothèses informationnelles qui caractérise la modélisation multi-agents suggère plutôt des configurations dans lesquelles la Banque doit se contenter d'*estimations de l'écart de production*. Deux méthodes d'estimations ont été formalisées dans la présente étude. Dans la règle (R 3), la Banque utilise la moyenne mobile de la production vendue comme estimateur de la production naturelle :

$$i_t = (1 + \pi_t)^{\varphi_\pi} \times \left[1 + \frac{Y_t - \left(\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k} \right)}{\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}} \right]^{\varphi_x} - 1. \quad (\text{R } 3)$$

L'équation (R 3) montre que l'estimation de la production naturelle est basée sur les q dernières observations de la production vendue. Cette méthode d'estimation s'approche de celle retenue dans l'article fondateur de Taylor (1993).⁹⁶

Le fait que l'estimation de la production naturelle dans la règle (R 3) est exclusivement fondée sur les observations de la production *vendue* est conceptuellement insatisfaisant, car la production vendue Y_t reflète souvent les conditions de la demande (lorsque $Y_t^d < Y_t^o$), et non les conditions de l'offre. Ceci est gênant dans la mesure où la *production naturelle est une mesure des capacités d'offre de l'économie*. Il paraît donc *a priori* souhaitable de définir une estimation de la production naturelle qui soit fondée sur des variables qui renseignent exclusivement sur les conditions de l'offre, comme par exemple la production totale des firmes Y_t^o . Toutefois, l'utilisation d'une telle estimation dans une règle de politique monétaire serait hautement problématique. En effet, on a forcément $Y_t \leq Y_t^o$, car les firmes ne peuvent pas vendre des biens qu'elles n'ont pas préalablement produits. Dans ces conditions, tout estimateur de la production naturelle basé sur Y_t^o aboutirait à une situation où l'écart de production estimé est systématiquement négatif. Ceci introduirait un biais dans la politique monétaire appliquée par la Banque, car un écart de production estimé négatif induit dans la logique des règles de type Taylor un taux d'intérêt plus faible. De toute évidence, on touche ici aux limites de la transposabilité des concepts du nouveau modèle canonique au cadre multi-agents. Pour pallier ces inconvénients, on propose un estimateur alternatif de la production naturelle qui est relativement détaché des conditions de la demande : $Y_t^{n,est.}$ correspond à la réalisation de la production vendue qui a été observée à la même période que le *maximum historique de l'utilité agrégée* U_t des ménages. Chaque fois que la Banque un nouveau maximum de l'utilité agrégée, elle remplace son ancienne estimation de la production naturelle par l'observation associée (i.e.

⁹⁵On remarque que la règle (R 2) ne comporte pas de terme constant (susceptible de capter par exemple le taux d'intérêt d'équilibre) ; des simulations préliminaires avec cette règle augmentée d'un terme constant ont effectivement montré que l'on obtient sensiblement les mêmes résultats qu'en présence de la règle (R 2).

⁹⁶Taylor (1993) estime la cible de production de la FED en calculant pour chaque année le PIB théorique que l'on aurait observé si l'économie américaine avait connu un taux de croissance constant de 2.2% ; la valeur de 2.2% correspond au taux de croissance moyenne du PIB réel américain entre 1984 et 1992.

contemporaine de cette observation de U_t) de la production vendue. Avec cet estimateur, on obtient la règle

$$i_t = (1 + \pi_t)^{\varphi_\pi} \times \left(1 + \frac{Y_t - Y_t^{n,est.}}{Y_t^{n,est.}} \right)^{\varphi_x} - 1. \quad (\text{R } 4)$$

L'intuition de la règle (R 4) est que la Banque observe l'utilité agrégée des ménages - par exemple par voie de sondages.

Les deux dernières règles retenues modélisent le caractère fortement inertiel de la politique monétaire mis en évidence par Rudebusch (1995) en introduisant dans les règles (R 3) et (R 4) le paramètre de lissage $\varphi_i \in [0, 1]$:

$$i_t = \varphi_i \times \left[(1 + \pi_t)^{\varphi_\pi} \times \left(1 + \frac{Y_t - \left(\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k} \right)}{\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}} \right)^{\varphi_x} - 1 \right] + (1 - \varphi_i) i_{t-1}. \quad (\text{R } 5)$$

et

$$i_t = \varphi_i \times \left[(1 + \pi_t)^{\varphi_\pi} \times \left(1 + \frac{Y_t - Y_t^{n,est.}}{Y_t^{n,est.}} \right)^{\varphi_x} - 1 \right] + (1 - \varphi_i) i_{t-1}. \quad (\text{R } 6)$$

Avec les règles (R 5) et (R 6), l'ajustement du taux d'intérêt aux conditions économiques, i.e. aux réalisations de l'inflation et aux estimations de l'écart de production, se fait plus progressivement qu'avec les règles (R 3) et (R 4), et ceci d'autant plus que φ_i se situe à proximité de zéro.

On remarque que les expressions des règles *réactives*, i.e. les règles (R 2) à (R 6) qui réagissent d'une manière ou d'une autre aux réalisations de l'inflation et du niveau de l'activité économique, sont susceptibles de générer des taux d'intérêt nominaux négatifs. Ceci est par exemple le cas de la règle (R 2) lorsque π_t et x_t sont simultanément inférieurs à zéro. Dans la mesure où des taux d'intérêt nominaux négatifs sont difficilement justifiables dans le cadre du modèle multi-agents, on instaure une borne inférieure pour i_t . Toute valeur de i_t inférieure à zéro est immédiatement transformée en la valeur $i_t = 0$.⁹⁷

4.3.1.2 Transmission de la politique monétaire dans un cadre multi-agents

La sous-section 1.4.2 a montré que les décisions de politique monétaire se transmettent dans le nouveau modèle canonique aux variables endogènes par l'intermédiaire du canal de la consommation, et plus précisément grâce à un *effet de substitution* : toute hausse du taux d'intérêt nominal i_t améliore les conditions de rémunération de l'épargne, ce qui incite les ménages à substituer de l'épargne à une partie de leurs dépenses de consommation courantes. Le deuxième effet susceptible de modifier la consommation suite à des variations de i_t , l'effet revenu (cf. la sous-section 3.2.3.1), ne peut pas jouer à l'équilibre du nouveau modèle canonique : cet effet est nécessairement inexistant, car l'épargne d'équilibre des ménages est toujours égale à zéro dans le nouveau modèle canonique (cf. la sous-section 1.4.2.2 et l'annexe A.12).

⁹⁷L'émission des obligations allemandes à des taux négatifs en décembre 2011 s'explique par des phénomènes qui ne sont pris en compte dans le modèle multi-agents, en l'occurrence une méfiance prononcée des investisseurs à l'égard de la solidité du secteur bancaire ainsi qu'une spéculation sur la désintégration de la zone euro.

Compte tenu de la structure du modèle multi-agents, on devrait s'attendre à ce que le mécanisme de transmission de la politique monétaire fonctionne d'une manière très différente. On a effectivement vu dans la sous-section 4.2.1.4 que l'épargne des ménages (et donc aussi la richesse nominale accumulée grâce aux efforts successifs d'épargne) est généralement différente de zéro, ce qui signifie que l'effet revenu est susceptible d'exercer une influence sur la consommation des ménages. Vu la rapidité avec laquelle la richesse nominale des ménages tend vers $+\infty$ (ou vers $-\infty$), on peut d'ailleurs s'attendre à un effet revenu extrêmement puissant.

L'effet de substitution paraît en revanche assez fragile dans le cadre du modèle multi-agents. La version du modèle avec apprentissage social est en effet caractérisé par l'absence complète d'anticipations des ménages, des firmes et de la Banque. On voit mal comment un effet de substitution pourrait émerger dans un modèle dépourvu de tout élément pouvant être considéré comme étant *orienté vers le futur* (au sens de l'anglais *forward-looking*). Cette dimension existe en revanche dans le modèle multi-agents avec apprentissage par réseaux de neurones, qui devrait logiquement faire coexister les deux effets. On peut toutefois douter de la visibilité de l'effet de substitution, qui risque de disparaître derrière un effet revenu que l'on anticipe très puissant.

4.3.2 Apprentissage social et politique monétaire

Cette sous-section est consacrée à l'étude des effets exercés par la politique monétaire sur le fonctionnement du modèle multi-agents avec apprentissage social. Avant de passer à la présentation et à l'analyse des résultats des simulations, il convient de préciser les changements dans le protocole des simulations rendus nécessaires par l'introduction de la politique monétaire.

4.3.2.1 Espace expérimental et protocole des simulations

La prise en compte d'une politique monétaire réactive se traduit par l'introduction de cinq paramètres supplémentaires dans le modèle : φ_π , φ_x , q et φ_i et τ . Il convient alors de définir les intervalles des valeurs admises de ces paramètres de politique monétaire.

Espaces des paramètres politiques La sous-section 2.3.2 a montré que $\varphi_\pi = 1$ constitue une valeur critique pour le principe de Taylor : pour $\varphi_x = 0$, des règles de type Taylor avec $\varphi_\pi \geq 1$ parviennent dans le nouveau modèle canonique à stabiliser l'économie, ce qui n'est pas le cas lorsque $\varphi_\pi < 1$. Les simulations de la présente étude retiennent pour le coefficient de réaction à l'inflation φ_π l'intervalle $[0, 2]$. Cet intervalle a été choisi en fonction de la valeur critique $\varphi_\pi = 1$, car celle-ci correspond exactement à la valeur centrale de cet intervalle.

La littérature sur le nouveau modèle canonique n'a pas mis en évidence une valeur critique pour le coefficient de réaction à l'écart de production φ_x qui aurait pu guider le choix de l'espace couvert par les simulations. On suppose donc de manière *ad hoc* que $\varphi_x \in [0, 2]$, i.e. on retient le même intervalle que pour le coefficient de réaction à l'inflation.

Le paramètre q traduit l'horizon des observations prises en compte dans l'estimation du niveau naturel de la production. On suppose ici que les autorités monétaires utilisent une estimation de moyen terme de la production naturelle. On obtient ainsi à partir des définitions habituelles du court terme (en-dessous de deux périodes) et du long terme (au-delà de 20 périodes) pour q l'ensemble des valeurs admises $\{2, 3, 4, \dots, 20\}$.

Les valeurs prises par le paramètre de lissage φ_i sont nécessairement supérieures ou égales à 0 et inférieures ou égales à 1. On a donc $\varphi_i \in [0, 1]$.

Le paramètre τ est forcément supérieur ou égal à 0, car une valeur négative de τ traduirait une préférence de la Banque pour des écarts de production élevés (en valeur absolue). En revanche, il n'existe aucune valeur qui pourrait être considérée comme borne supérieure de τ . On retient donc de manière quelque peu *ad hoc* : $\tau \in [0, 2]$.

Matrice des scénarios NOLH Avec l'intégration de ces cinq paramètres supplémentaires, on est maintenant en présence d'un espace expérimental de dimension 13, et on peut trouver à l'aide de la feuille de calcul de Sanchez (2005) une nouvelle matrice de 65 scénarios NOLH qui peut être consultée dans l'annexe D.7.

Pour étudier de manière exhaustive les propriétés des règles de politique monétaire, il conviendrait de confronter chacune des 65 combinaisons des paramètres ϕ , σ , α , μ , \bar{b} , pr_{im} , pr_{ex} et σ_{ex} répertoriées dans cette matrice NOLH avec des combinaisons de φ_π , φ_x , q et φ_i et τ qui balaient convenablement l'espace expérimental de ces paramètres de politique monétaire. Dans cette optique, on pourrait croiser les 8 premières colonnes de la matrice NOLH de scénarios de l'annexe D.7 avec une matrice NOLH des cinq paramètres de politique monétaire (ce qui donnerait une matrice de 17 scénarios qui peut être consultée dans l'annexe D.8). Un tel procédé aboutirait toutefois à pas moins de 1105 scénarios et donc à 22100 simulations, ce qui impliquerait des coûts exorbitants en termes de temps de calcul lors des simulations du modèle multi-agents et lors des estimations du méta-modèle de Krigéage ordinaire. Le nombre de simulations associées à la matrice NOLH de l'annexe D.7 est beaucoup plus restreint : cette matrice permet de balayer l'espace expérimental avec seulement 1300 simulations. Cette réduction importante du nombre de simulations se fait au prix d'une perte d'information : il est tout à fait possible que la politique monétaire exerce des effets spécialement bénéfiques (ou spécialement néfastes) dans des configurations où une combinaison particulière des paramètres structurelles ($\phi, \sigma, \alpha, \mu, \bar{b}, pr_{im}, pr_{ex}, \sigma_{ex}$) soit confrontée à une combinaison particulière des paramètres de politiques monétaires ($\varphi_{pi}, \varphi_x, q, \varphi_i, \tau$) ; si le plan d'expérience NOLH de l'annexe D.7 ne confronte pas ces deux combinaisons des paramètres dans un même scénario, cette propriété des règles de politique monétaire ne peut pas être détectée à l'aide des simulations.

Pour avoir une idée plus précise de l'ampleur de cette perte d'information, on a simulé le multi-agents avec apprentissage social et en présence la règle de politique monétaire (R 2) selon deux protocoles différents : *i*) des simulations fondées sur 20 répliques des 1105 scénarios obtenus par croisement des 8 premières colonnes de la matrice NOLH de l'annexe D.7 avec la matrice NOLH des paramètres politiques (cf. l'annexe D.8) et *ii*) des simulations fondées sur 20 répliques des 65 scénarios NOLH du plan d'expériences de

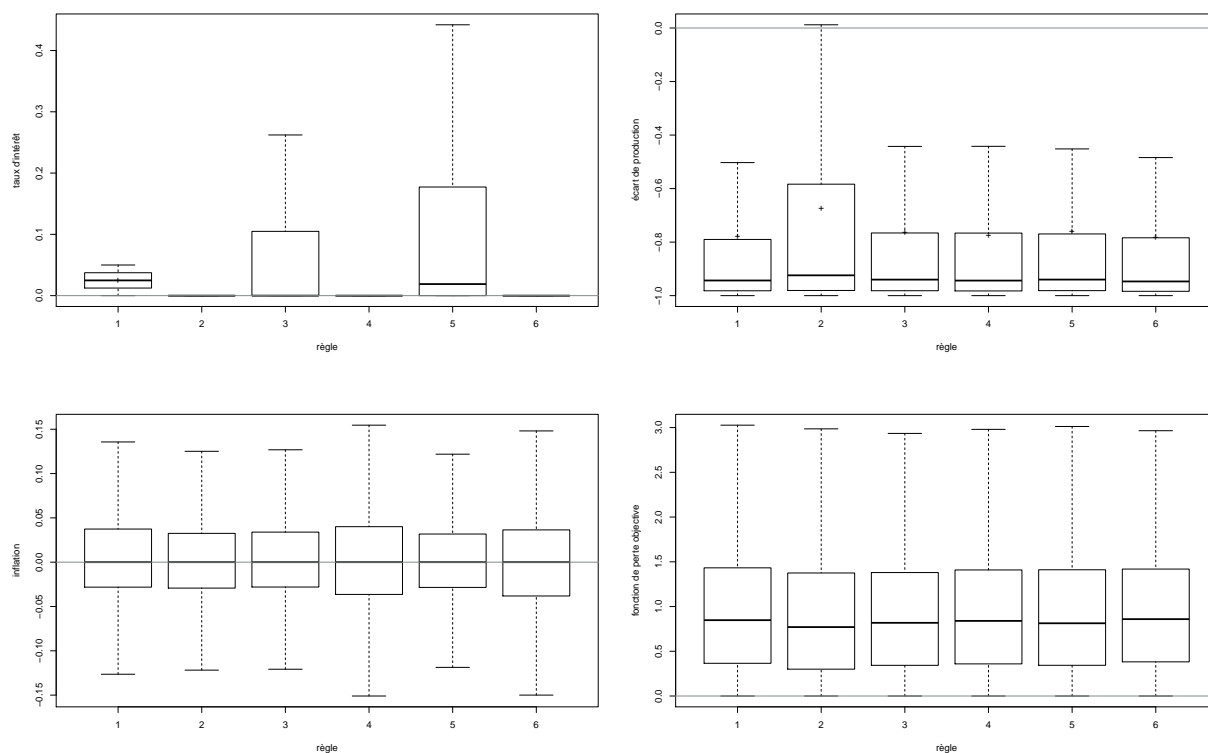


FIG. 4.14 – La politique monétaire sous apprentissage social : règles de politique monétaire et distributions du taux d'intérêt i_t , de l'écart de production x_t , de l'inflation π_t et de la fonction de perte $U_{CB,t}$.

l'annexe D.7. La comparaison des résultats obtenus à partir des deux protocoles montre que les pertes informationnelles associées à l'utilisation de la matrice de scénarios de l'annexe D.7 peuvent être considérées comme acceptables, car elles ne déforment pas radicalement la nature des distributions des variables agrégées et les résultats de l'analyse de la sensibilité (cf. l'annexe D.8). On retient donc par la suite cette matrice de 65 scénarios NOLH.

4.3.2.2 Analyse des résultats des simulations

Les graphiques de la figure FIG. 4.14 révèlent les propriétés fondamentales des six règles de politiques monétaires retenues : ils permettent en effet de comparer les distributions du taux d'intérêt nominal i_t , de l'écart de production x_t , de l'inflation π_t et de la fonction de perte $U_{CB,t}$ générées par chacune de ces règles.

Distributions du taux d'intérêt nominal On observe une forte concentration des distributions du taux d'intérêt nominal i_t autour de zéro en présence des règles (R 2), (R 4) et (R 6) (cf. le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14). On a effectivement avec ces trois règles plus de 75 % des observations de i_t qui vérifient $i_t = 0$, ce qui se traduit par des boîtes à moustaches réduites à un segment, car la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 se superposent parfaitement.

Ce phénomène s'explique par le fait que la production vendue Y_t ($= C_t$) se situe la plupart du temps à un niveau substantiellement inférieur aux valeurs de référence retenues pour ces trois règles (Y_t^* dans le cas de la règle (R 2), $Y_t^{n,est}$ dans le cas des règles (R 4) et (R 6)), ce qui implique des réalisations fortement négatives de l'écart de production (estimé). Le taux d'intérêt calculé par les règles (R 2), (R 4) et (R 6) est dans de telles configurations très souvent inférieur à zéro. Ceci est notamment le cas dans des scénarios caractérisés par un faible coefficient de réaction à l'inflation φ_π et par un fort coefficient de réaction à l'écart de production φ_x . On obtient alors *in fine* des taux d'intérêt égaux à zéro à cause de l'existence de la borne inférieure pour le taux d'intérêt nominal ($i_t \geq 0$).

Le fait que la règle (R 3) utilise $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$, i.e. la moyenne mobile des q dernières observations de Y_t , comme valeur de référence empêche la survenance d'écarts de production estimés qui sont fortement et durablement négatifs. Tout mouvement de baisse prolongée de Y_t induit en effet une baisse consécutive de $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$, faisant en sorte que l'écart ne peut devenir aussi considérable qu'en présence des règles (R 2), (R 4) et (R 6). Les taux d'intérêt calculés par la règle (R 3) sont dans ces conditions nettement moins souvent négatifs. On obtient par conséquent *in fine* un nombre moins élevé de réalisations où le taux d'intérêt est égal à zéro (cf. le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14 qui indique 50 % d'observations telles que $i_t > 0$, contre moins de 25 % avec les règles (R 2), (R 4) et (R 6)).

Le même raisonnement est valable pour la deuxième règle qui mobilise $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$ comme valeur de référence, en l'occurrence la règle (R 5). La présence du terme de lissage dans la règle (R 5) favorise encore davantage des réalisations positives du taux d'intérêt : on observe effectivement sur le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14 une médiane strictement positive de i_t en présence de la règle (R 5) qui indique plus de 50 % de réalisations strictement positives du taux d'intérêt.

L'explication de la forme de la boîte à moustache associée à la règle (R 1) est triviale : le fait de tirer i_t dans la loi uniforme $\mathcal{U}(0, 0.05)$ implique une médiane égale à 0.025 et des quartiles qui vérifient $Q_1 = 0.0125$ et $Q_3 = 0.0375$. C'est exactement cette distribution que l'on dans le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14

Il convient de souligner une particularité de la règle (R 2) qui jouera un rôle important dans le mécanisme de transmission de la politique monétaire (cf. *infra*) : dans des scénarios caractérisés par une richesse initiale \bar{b} positive, (R 2) induit *au début des simulations* des réalisations de i_t qui sont en partie très élevées (cf. le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.15). Cette propriété s'explique par le fait qu'en présence d'une richesse initiale positive, les capacités de dépenses des ménages sont initialement assez élevées : on observe par conséquent des réalisations de $C_t (= Y_t)$ qui sont parfois très nettement supérieures à Y_t^* ; les écarts de production fortement positifs induisent alors des taux d'intérêt particulièrement élevés. Ce phénomène disparaît généralement au cours des simulations sous l'impact des forces dépressives qui gouvernent le modèle multi-agents avec apprentissage social : les taux d'intérêt poursuivent la tendance baissière de l'écart de production et deviennent la plupart du temps égaux à zéro (cf. la forte concentration de i_t autour de zéro en présence de la règle (R 2) sur le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14).

La règle (R 3) est également susceptible de provoquer au début des simulations des

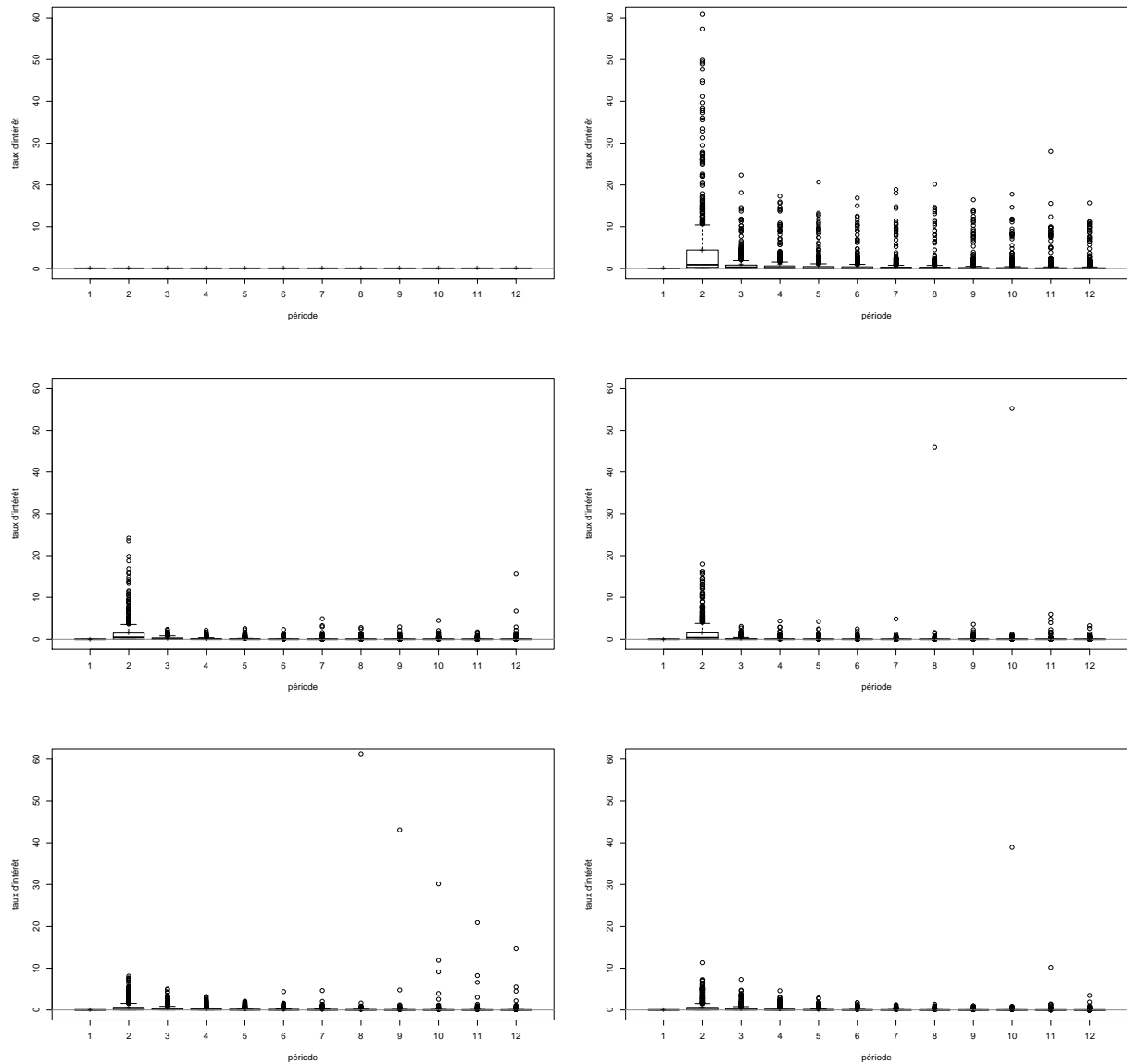


FIG. 4.15 – Évolution du taux d'intérêt i_t lors des douze premières périodes dans des scénarios avec $\bar{b} \geq 0$ sous apprentissage social : avec les règles (R 1) (en haut à gauche), (R 2) (en haut à droite), (R 3) (au milieu à gauche), (R 4) (au milieu à droite), (R 5) (en bas à gauche) et (R 6) (en bas à droite). Les valeurs extrêmes ont été prises en compte pour mettre en évidence la capacité de la règle (R 2) à générer au début des simulations des taux d'intérêt particulièrement élevés.

réalisations élevées de i_t (cf. le graphique de droite de la figure FIG. 4.15). Le phénomène est toutefois nettement moins prononcé qu'en présence de la règle (R 2). Ceci s'explique de nouveau par le fait que l'écart entre Y_t et la moyenne mobile $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$ ne peut pas devenir aussi important que l'écart entre Y_t et la valeur de référence Y_t^* associée la règle (R 2).

Les estimations des méta-modèles de Krigéage ordinaire du taux d'intérêt moyen \bar{i} de chaque scénario NOLH (sur les 20 répliques et les 13 périodes enregistrées) mettent en évidence une faible contribution des paramètres de politique monétaire à la détermination du taux d'intérêt (cf. l'annexe D.10). Le seul paramètre qui intervient systématiquement et de manière significative est le coefficient de réaction à l'inflation φ_π , dont l'effet principal explique 20.23 % de la variabilité de \bar{i} avec la règle (R 2), 18.01 % avec (R 3), 22.91 % avec (R 4), 43.29 % avec (R 5) et 19.39 % avec (R 6). Les graphiques des prévisions marginales montrent une relation positive entre φ_π et \bar{i} , et ceci notamment pour $\varphi_\pi > 1.5$. Ce résultat traduit la capacité des règles dotées d'un fort coefficient de réaction à l'inflation à générer des réalisations strictement positives du taux d'intérêt : même dans des situations où Y_t est très inférieur à la valeur de référence de la règle en question (Y_t^* , $Y_t^{n,est}$ ou $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$), le taux d'intérêt peut devenir positif sous l'effet conjugué d'un fort coefficient φ_π et d'une inflation courante π_t très élevée.

Distributions de l'écart de production Le graphique en haut à droite de la figure FIG. 4.14 met en évidence les avantages de la règle (R 2) en matière de stabilisation de l'écart de production x_t :

Proposition 11 *La règle (R 2) génère dans un contexte d'apprentissage social des observations de x_t qui sont significativement plus élevées que celles engendrées par les cinq autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 0.1 %, cf. le tableau D.1 dans l'annexe D.9).*

Dans ce contexte, il convient de tenir compte du fait que la totalité des règles testées engendrent des distributions de x_t qui se situent essentiellement en-dessous de la cible « objective » $x^C = 0$. Des observations de x_t relativement élevées correspondent dans ces conditions généralement à des distances moins importantes entre x_t et sa cible x^C en présence de la règle (R 2) et donc à une meilleure stabilisation de l'écart de production autour de sa cible.⁹⁸

Pour expliquer les bonnes performances de la règle (R 2) en matière de stabilisation de x_t , on prend l'estimation du méta-modèle de Krigéage ordinaire de la production vendue $\bar{Y}_t (= \bar{C}_t)$ comme point de départ.⁹⁹ L'ANOVA fonctionnelle associée à cette estimation

⁹⁸Cette lecture du niveau relativement élevé des observations de x_t sous (R 2) n'est pas toujours pertinente : dans un nombre restreint de simulations, x_t est nettement plus élevé que x^C sous la règle (R 2), générant une distance par rapport à x^C qui peut devenir plus importante qu'en présence des autres règles de politique monétaire.

⁹⁹L'utilisation d'un méta-modèle de l'écart de production $x_t \equiv \frac{Y_t - Y_t^*}{Y_t^*}$ poserait problème dans la mesure où Y_t^* est défini par les paramètres α , μ , σ et ϕ . On aurait alors un modèle de Krigéage ordinaire caractérisé par le fait que ces paramètres apparaissent simultanément dans les membres de gauche et de droite de l'équation à estimer (3.26).

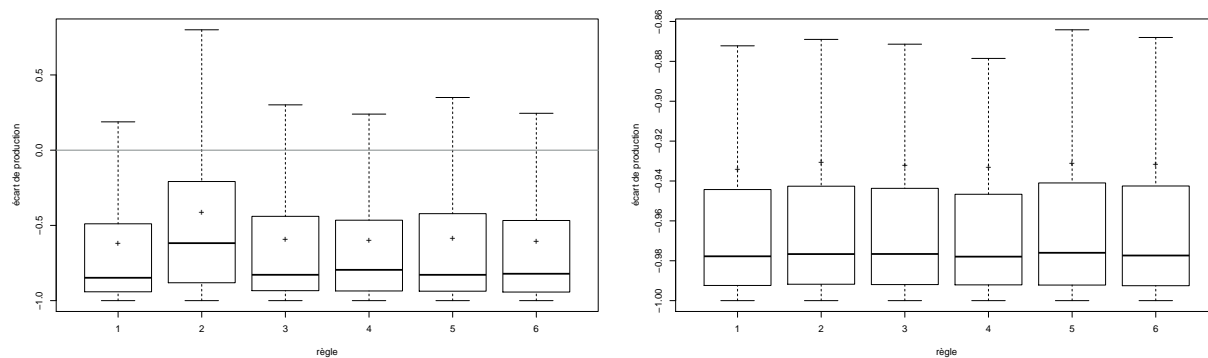


FIG. 4.16 – L'écart de production sous apprentissage social en présence des six règles de politique monétaire dans des scénarios caractérisés par $\bar{b} \geq 0$ (graphique de gauche) et par $\bar{b} < 0$ (graphique de droite).

identifie la richesse initiale \bar{b} comme paramètre clé du méta-modèle (cf. l'annexe D.10) : l'effet principal de \bar{b} explique effectivement 55,45 % de la variabilité de \bar{C}_t en présence de la règle (R 2), 51,90 % en présence de (R 3), 51,34 % en présence de (R 4), 54,79 % en présence de (R 5) et 46,26 % en présence de (R 6). Les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence une relation croissante entre \bar{b} et \bar{C}_t (surtout pour des valeurs de \bar{b} comprises entre -0.5 et 1.5). En comparant ces résultats avec ceux de l'ANOVA fonctionnelle dans la version du modèle multi-agents avec un taux d'intérêt fixe \bar{i} , on s'aperçoit que le pouvoir d'explication de \bar{b} est plus important sous ces règles réactives ((R 2) à (R 6)). En présence d'un taux fixe \bar{i} , l'effet principal de \bar{b} explique seulement 39,62 % de la variabilité de C_t (cf. le tableau de l'ANOVA de C_t dans l'annexe D.2). *Tout se passe comme si l'introduction des règles réactives renforçait l'effet exercé par la richesse initiale \bar{b} sur la production vendue*, suggérant l'existence d'une interaction entre \bar{b} et ces règles réactives. Ce phénomène de renforcement semble particulièrement prononcé dans le cas de la règle qui induit les réalisations les plus élevées de l'écart de production, en l'occurrence la règle (R 2).

Il est dans ce contexte très instructif de décomposer le graphique en haut à gauche de la FIG. 4.14 qui représente les distributions de x_t en fonction des six règles de politique monétaire. Cette décomposition donne la figure FIG. 4.16 qui distingue entre les scénarios caractérisés par une richesse initiale \bar{b} positive (graphique de gauche) et les scénarios où \bar{b} est négative (graphique de droite). On remarque dans la figure FIG. 4.16 que les distributions de x_t sont assez homogènes dans les scénarios avec $\bar{b} < 0$; on observe en revanche le statut très particulier de la distribution de x_t sous la règle (R 2) dans les scénarios avec $\bar{b} \geq 0$: la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 sont nettement plus élevés sous (R 2) qu'en présence des autres règles de politique monétaire.

La lecture des micro-données indique le mécanisme suivant comme explication de ce phénomène. Il existe dans le modèle multi-agents une relation étroite entre la richesse nominale des ménages et le niveau d'activité $Y_t (= C_t)$. Plus la richesse des ménages $b_{i,t}$ est élevée, plus ils consomment, profitant d'un relâchement de la contrainte exercée par leur capacité de dépenses $r_{i,t}$. L'utilisation de la règle (R 2) est susceptible d'introduire

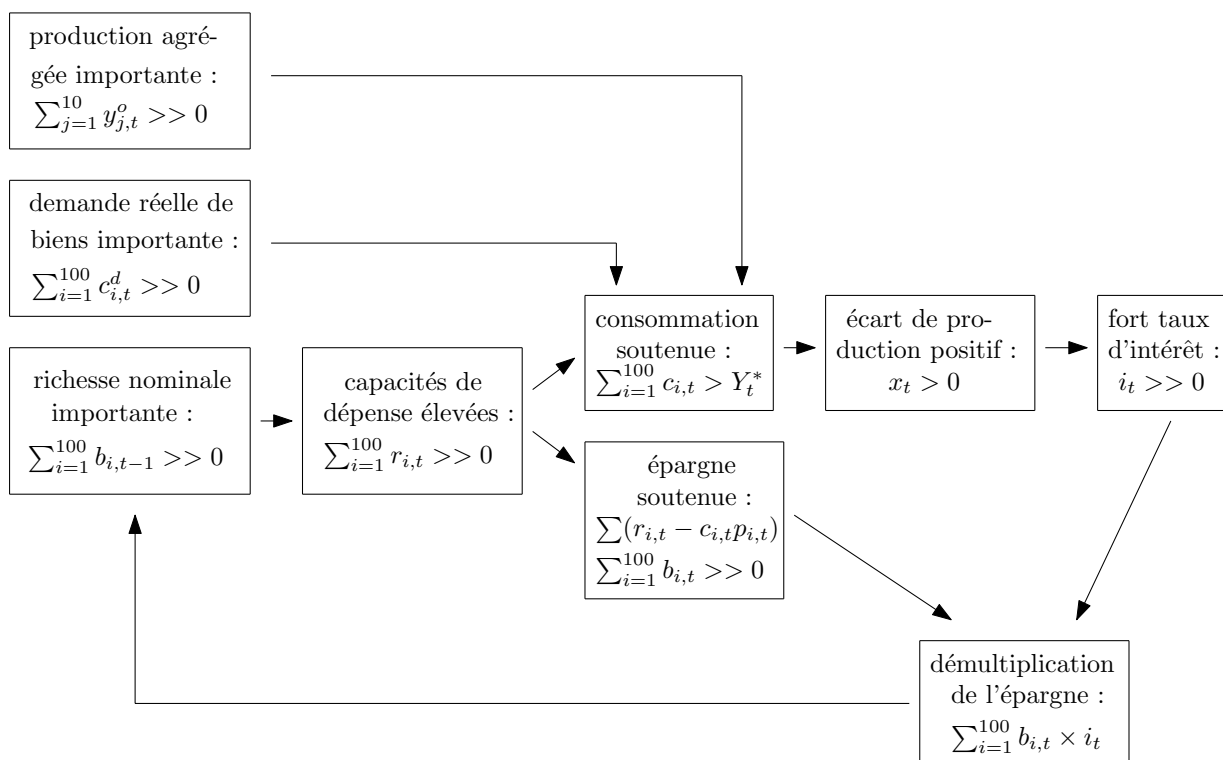


FIG. 4.17 – Mécanisme de transmission de la politique monétaire sous apprentissage social avec la règle (R 2).

un processus de rétroaction positive impliquant $b_{i,t}$ et i_t qui améliore progressivement les capacités de dépenses des ménages : lorsque le modèle est initialisé avec une richesse initiale positive ($\bar{b} > 0$), les ménages disposent d'une capacité de dépense initiale plutôt élevée ; ils consomment beaucoup, faisant en sorte que Y_t peut devenir supérieur à Y_t^* . L'écart de production x_t est donc positif, ce qui aboutit d'après la règle (R 2) à un taux d'intérêt nominal assez élevé qui favorise encore davantage la richesse nominale des ménages. Ceux-ci dépensent en effet rarement la totalité de leur capacité de dépense initiale $r_{i,0}$, soit parce que leur stratégie de consommation est initialement trop faible ($p_{i,t}c_{i,t}^d < r_{i,t}$), soit parce qu'ils sont victimes de rationnement sur le marché du bien ($p_{i,t}c_{i,t} < p_{i,t}c_{i,t}^d \leq r_{i,t}$). Ils déposent la partie non dépensée de leur richesse sur leur compte en Banque et profitent par conséquent de revenus d'intérêt qui peuvent devenir très importants (on observe effectivement sur le graphique de gauche de la figure FIG. 4.15 des taux d'intérêt pouvant aller jusqu'à $i_t = 60$, ce qui signifie que la richesse détenue par chaque ménage est multipliée par 60 entre deux périodes). Dans ces conditions, on aboutit parfois à des configurations où la richesse nominale de chaque ménage tend vers $+\infty$. *Le niveau de l'activité économique Y_t n'est donc plus contraint par les capacités de dépenses des ménages.* Le schéma de la figure FIG. 4.17 résume ce mécanisme de transmission de la politique monétaire associé à la règle (R 2).

Les règles (R 1), (R 3) et (R 5) génèrent des distributions du taux d'intérêt qui sont nettement plus élevées que celles observables en présence de la règle (R 2) (cf. le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.14). On pourrait donc *a priori* imaginer que le processus de rétroaction positive décrit par le schéma de la figure FIG. 4.17 devrait mieux

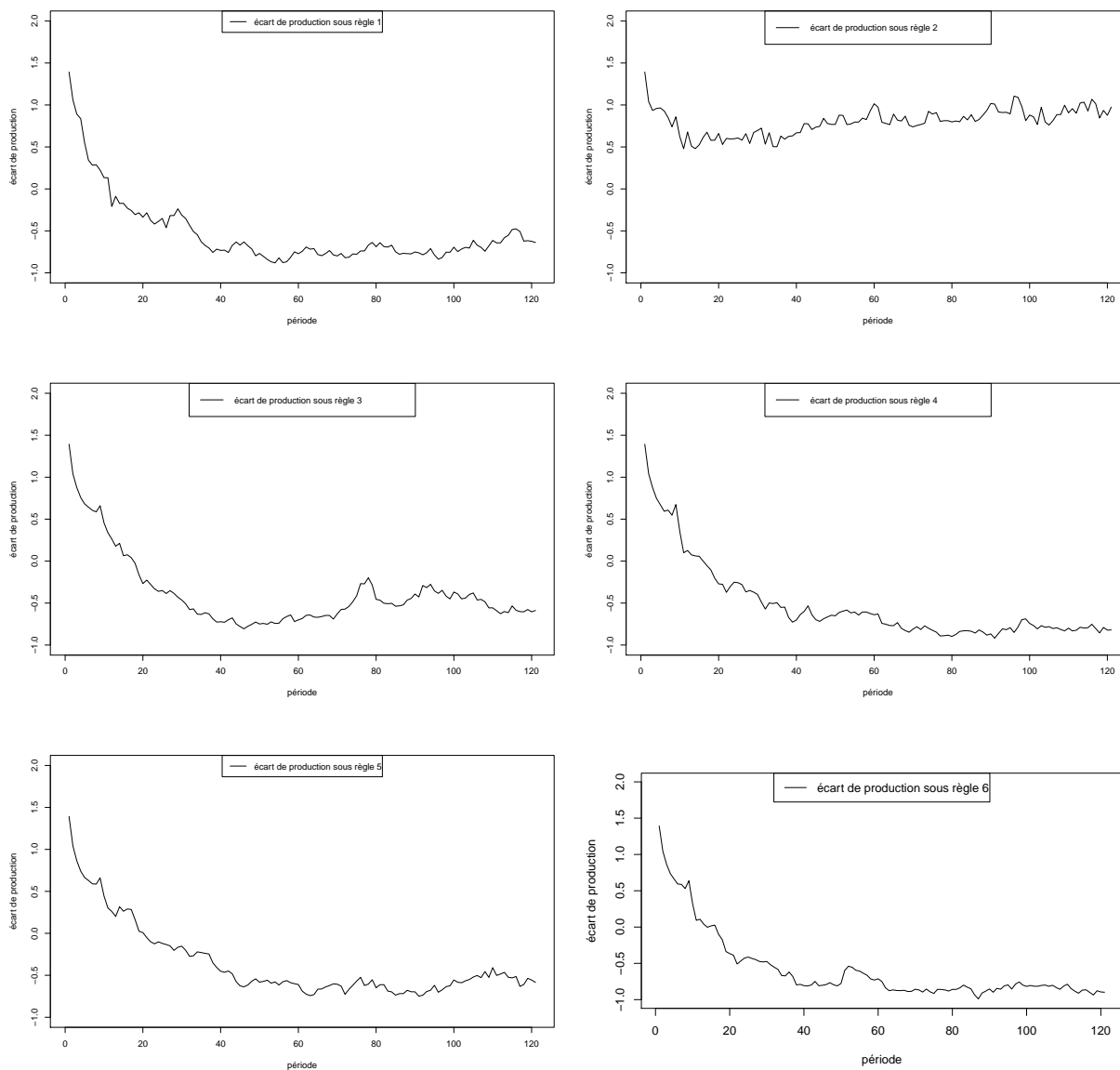


FIG. 4.18 – Évolution de l'écart de production dans le scénario 31 en présence des six règles de politique monétaire lors des 120 premières périodes d'une simulation : avec les règles (R 1) (en haut à gauche), (R 2) (en haut à droite), (R 3) (au milieu à gauche), (R 4) (au milieu à droite), (R 5) (en bas à gauche) et (R 6) (en bas à droite).

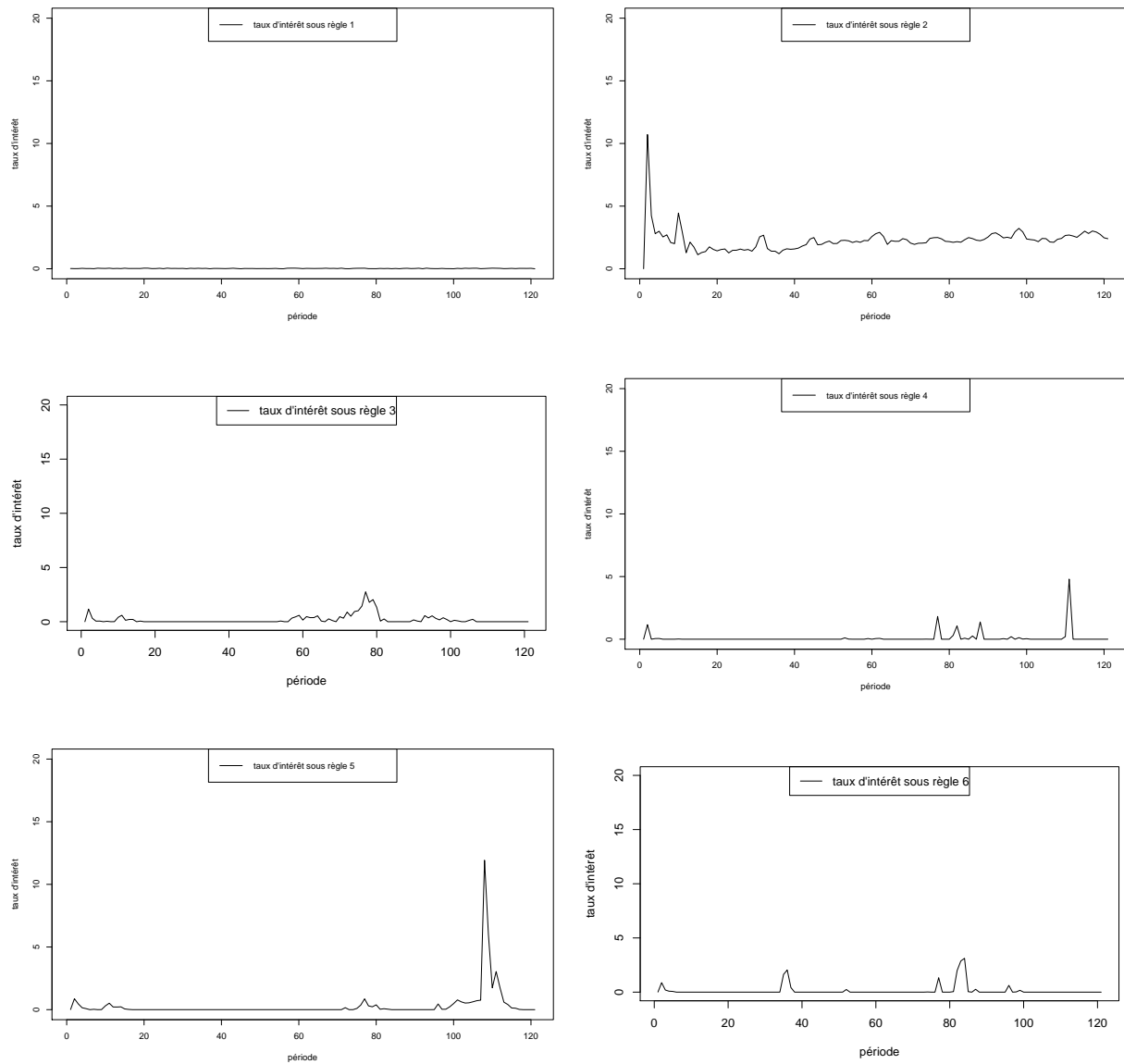


FIG. 4.19 – Évolution du taux d'intérêt nominal dans le scénario 31 en présence des six règles de politique monétaire lors des 120 premières périodes d'une simulation : avec les règles (R 1) (en haut à gauche), (R 2) (en haut à droite), (R 3) (au milieu à gauche), (R 4) (au milieu à droite), (R 5) (en bas à gauche) et (R 6) (en bas à droite).

fonctionner en présence de ces trois autres règles de politique monétaire. La proposition 11 montre toutefois clairement que cette vision des choses ne correspond pas à la réalité du modèle. L'élément crucial pour le processus de rétroaction est en effet le niveau des taux d'intérêt *au début des simulations*. L'avantage de la règle (R 2) réside justement dans sa capacité à générer au début des simulations des taux d'intérêt plus élevés que ceux observables en présence des règles (R 1), (R 3) et (R 5). Le fait que ces trois règles induisent *par la suite* des taux d'intérêt substantiellement plus élevés n'exerce pas une influence majeure sur les réalisations de l'écart de production. Une fois l'économie située à proximité de l'équilibre « mort », l'expansion des capacités de dépense des ménages associée à des taux d'intérêt relativement élevés n'est plus susceptible de favoriser le niveau d'activité économique. On se situe en effet dans une configuration où les niveaux de la production et de la demande réelle de biens sont déjà tellement faibles que des hausses des capacités de dépense des ménages ne parviennent plus à générer des impulsions positives sur le niveau d'activité : le fait de donner aux ménages des moyens de dépense supplémentaires ne change pas (ou peu) leur niveau de consommation, car il ne souhaitent généralement pas consommer plus (i.e. ils ont adopté des faibles stratégies $c_{i,t}^d$), et les firmes ne fournissent de toute façon pas une offre suffisamment élevée pour faire face à une augmentation de la consommation.

L'avantage de la règle (R 2) réside dans sa faculté à retarder et à freiner la convergence de l'économie vers l'équilibre « mort ». Le processus de rétroaction positive décrit dans le schéma de la figure FIG. 4.17 neutralise en effet (temporairement) un des éléments déclencheurs de ce processus de convergence : l'insuffisance des capacités de dépense des ménages qui réduit les quantités achetées par les ménages et qui provoque par conséquent la propagation des stratégies à faible demande de biens par l'intermédiaire du processus d'imitation des ménages. Il convient de remarquer que l'utilisation de la règle (R 2) ne permet généralement pas à l'économie d'échapper définitivement à la convergence vers l'équilibre « mort » : on observe la plupart du temps une lente érosion des réalisations de Y_t qui finissent alors au voisinage de cet équilibre. Ce sont donc en général les forces dépressives du modèle multi-agents qui l'emportent sur les effets expansionnistes du processus de rétroaction positive.

Le freinage du processus de convergence exercé par la règle (R 2) fonctionne d'autant mieux que le coefficient de réaction à l'écart de production φ_x et la richesse initiale \bar{b} sont élevés. Il existe d'ailleurs un scénario où le processus de rétroaction positive est tellement puissant que l'économie échappe dans un nombre de réplifications non négligeable à la force d'attraction de l'équilibre « mort » : il s'agit du scénario 31, qui vérifie $\varphi_x = 1.938$ et $\bar{b} = 1.813$ (cf. la matrice des scénarios NOLH dans l'annexe D.10).

Les graphiques 4.18 et 4.19 illustrent le processus de rétroaction positive que l'on vient de décrire en traçant les courbes représentant l'évolution de x_t et de i_t entre $t = 1$ et $t = 120$ dans une réplification particulière du scénario 31. On observe que le processus de rétroaction permet d'obtenir en présence de la règle (R 2) des réalisations de l'écart de production qui sont durablement positives. Cette observation s'explique par le fait que la règle (R 2) induit lors des cinq premières périodes des taux d'intérêt extrêmement élevés qui démultiplient les richesses nominales des ménages $b_{i,t}$ et les orientent ainsi sur un sentier explosif : la plupart des ménages voit leur richesse nominale $b_{i,t}$ tendre

vers $+\infty$. Y_t n'est donc plus contraint par les capacités de dépense des ménages, ce qui explique le niveau exceptionnellement élevé de l'écart de production sur toute la durée de la simulation. On remarque que l'existence de capacités de dépense quasiment illimitées ne suffit pas pour engendrer un processus de divergence de Y_t vers $+\infty$: ceci s'explique par le fait que Y_t reste toujours contraint par l'évolution de l'offre de travail des ménages H_t^o et par leur demande de biens C_t^d .

Les autres règles de politique monétaire ne parviennent pas à faire émerger ce schéma extrêmement favorable au développement de l'activité économique. En effet, ces règles n'induisent pas des taux d'intérêt suffisamment élevés lors des premières périodes de la simulation. On observe certes des taux d'intérêt nominaux très élevés en présence de la règle (R 5), mais cet épisode intervient assez tardivement (entre $t = 108$ et $t = 111$) : le problème est que le niveau de production et la demande réelle de biens se sont déjà nettement érodés à ce moment. Ceci est d'ailleurs également le cas de la richesse nominale de la plupart des ménages. Les seuls ménages qui disposent toujours d'une richesse nominale plutôt élevée sont ceux caractérisés par une très faible demande de biens $c_{i,t}^d$ (justement parce qu'ils puisent peu dans cette richesse pour financer leur consommation). L'augmentation spectaculaire de i_t aboutit alors à une configuration où la richesse nominale des « grands consommateurs » tend $-\infty$, et celle des « petits consommateurs » vers $+\infty$: *les ménages qui veulent consommer ne le peuvent pas et les ménages qui peuvent consommer ne le veulent pas*. Dans de telles conditions, la hausse du taux d'intérêt n'est pas susceptible de bouleverser l'évolution de Y_t . On observe effectivement une augmentation très modérée de Y_t qui coïncide avec la forte hausse de i_t entre $t = 108$ et $t = 111$.

On a vu dans la sous-section 4.3.1.1 que la règle (R 2) n'est pas réellement en phase avec les hypothèses informationnelles du modèle multi-agents. Dans le cadre de ce modèle, (R 2) ne peut donc pas être considérée comme une règle *opérationnelle*, mais plutôt comme un *point de référence* (au sens de l'anglais : *benchmark*). Il convient alors d'identifier la règle opérationnelle qui génère les meilleures performances en matière de stabilisation de x_t :

Proposition 12 *Les règles (R 3) et (R 5) génèrent dans un contexte d'apprentissage social des observations de x_t qui sont significativement plus élevées que celles engendrées par les règles (R 1), (R 4) et (R 6) (pour un niveau de significativité de 5 %). Les différences entre les réalisations de x_t sous (R 3) et (R 5) ne sont pas significatives (cf. le tableau D.1 dans l'annexe D.9).*

Le caractère significatif des différences entre les règles (R 3) et (R 5) d'un côté et les règles (R 1), (R 4) et (R 6) de l'autre côté ne doit pas faire oublier que ces différences sont d'une très faible ampleur. Le fait d'utiliser la règle (R 5) permet par exemple d'obtenir une distribution de x_t dont la médiane est seulement 0.34 % plus élevée qu'avec (R 1), 0.37 % plus élevée qu'avec (R 4) et 0.7 % plus élevée qu'avec (R 6) (cf. les tableaux de l'annexe D.9).¹⁰⁰ Dans ces conditions, il convient de retenir que le choix des règles opérationnelles les plus performantes ((R 3) et (R 5)) ne permet qu'une amélioration très modeste en matière de stabilisation de l'écart de production.

¹⁰⁰Les différences entre les quartiles sont parfois un peu plus prononcées, on observe notamment que Q_3 est 2.41 % plus élevé sous (R 3) que sous (R 1).

Distributions de l'inflation Les réalisations de l'inflation π_t les plus faibles s'observent en présence de la règle (R 6) :

Proposition 13 *La règle (R 6) génère dans un contexte d'apprentissage social des observations de π_t qui sont significativement plus faibles que celles engendrées par les règles (R 1), (R 2), (R 3) et (R 5) (pour un niveau de significativité de 5 %, cf. le tableau D.2 dans l'annexe D.9).*

L'inflation est en revanche plutôt élevée en présence de la règle (R 1). Cette règle induit des réalisations de π_t significativement plus élevées que les règles (R 2), (R 4) et (R 6) (pour un niveau de significativité de 10 %, cf. le tableau D.2 dans l'annexe D.9).

L'ANOVA fonctionnelle associée aux estimations du méta-modèle de Krigéage ordinaire de l'inflation moyenne $\bar{\pi}_t$ identifie clairement la richesse initiale \bar{b} comme paramètre clé : l'effet principal de \bar{b} explique 32.57 % de la variabilité de $\bar{\pi}$ en présence de la règle (R 2), 32.32 % avec (R 3) et 18.79 % et avec (R 6).¹⁰¹ Les graphiques des prévisions marginales mettent en évidence une relation décroissante entre \bar{b} et $\bar{\pi}$ (cf. l'annexe D.10). On n'a malheureusement pas pu dégager le mécanisme à l'origine de cette relation, la lecture des micro-données s'est révélée infructueuse à cet égard. Cette lecture ne donne pas non plus des éléments d'éclairage sur les sources des différences entre les distributions de l'inflation engendrées par les différentes règles de politique monétaire.

Dans la mesure où la totalité des règles génère des distributions de l'inflation fortement concentrées autour de zéro, les propriétés des règles (R 6) et (R 1) discutées plus haut ne permettent pas de se faire une idée précise concernant leur capacité de stabilisation de π_t autour de sa cible π^C : des faibles niveaux d'inflation ne correspondent pas nécessairement à des faibles distances entre π_t et π^C , elles peuvent également traduire la multiplication d'observations où l'inflation est fortement négative. Dans ces conditions, il est très difficile, sinon impossible, de tirer des conclusions d'ordre normatif à partir du graphique de la inflation dans la figure FIG. 4.14 et du tableau D.2. Il convient alors de faire appel à la fonction de perte 4.21, qui tient explicitement compte de la distance entre les variables π_t et x_t et leurs cibles π^C et x^C .

Distributions de la fonction de perte Le graphique de la fonction de perte de la Banque $U_{CB,t}$ en bas à droite dans la figure FIG. 4.14 suggère la supériorité normative de la règle (R 2) : cette règle induit des « pertes » qui sont inférieures à celles observées en présence des cinq autres règles. Le test de Wilcoxon confirme ce résultat :

Proposition 14 *La règle (R 2) génère dans un contexte d'apprentissage social des observations de $U_{CB,t}$ qui sont significativement moins élevées que celles associées aux cinq autres règles de politique monétaire testées (cf. le tableau D.3 dans l'annexe D.9).*

Le caractère non-opérationnel de la règle (R 2) rend souhaitable la mise en évidence de la règle opérationnelle la plus performante dans une perspective normative :

¹⁰¹On ne dispose pas d'une estimation pour la règle (R 4), car le algorithme d'estimation du maximum de vraisemblance ne converge pas. Dans le cas de la règle (R 5), l'ANOVA fonctionnelle n'identifie pas \bar{b} comme paramètre influent. Ce résultat est à prendre avec la plus grande précaution, car le nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\pi}$) suggère une estimation d'une très mauvaise qualité (cf. l'annexe D.10).

Proposition 15 *Les règles (R 3) et (R 5) génèrent dans un contexte d'apprentissage social des observations de $U_{CB,t}$ qui sont significativement moins élevées que celles engendrées par les règles (R 1), (R 4) et (R 6) (pour un niveau de significativité de 1 %). Les différences entre les réalisations de $U_{CB,t}$ sous (R 3) et (R 5) ne sont pas significatives (cf. le tableau D.3 dans l'annexe D.9).*

On remarque de nouveau la faible ampleur des différences quantitatives entre les règles (R 3) et (R 5) d'une coté et les règles (R 1), (R 4) et (R 6) de l'autre coté. Le choix des règles opérationnelles les plus performantes ((R 3) et (R 5)) ne permet donc qu'une amélioration très modeste de l'utilité ressentie par la Banque.

4.3.2.3 Le canal de transmission de la politique monétaire

Les simulations confirment les attentes formulées dans la sous-section 4.3.1.2 concernant le rôle majeur joué par l'effet revenu dans le processus de transmission de la politique monétaire. Celui-ci est bien à l'origine des bonnes performances de la règle (R 2) en matière de stabilisation de l'écart de production. Il convient toutefois de souligner que le mécanisme décrit dans la sous-section 4.3.2.2 correspond à un canal de la consommation qui fonctionne « à l'inverse », car ce n'est pas par une baisse du taux d'intérêt que la Banque peut favoriser l'activité économique. Au contraire, ce sont des hausses du taux d'intérêt (qui interviennent suffisamment tôt dans des scénarios NOLH) avec $\bar{b} > 0$ qui exercent un effet bénéfique sur le niveau d'activité grâce à l'augmentation de la richesse détenue par les ménages.

Il peut paraître surprenant qu'un mécanisme de transmission qui fonctionne à contre-sens puisse exercer un effet stabilisant sur le niveau de l'activité. On devrait plutôt s'attendre à des boucles de rétroaction déstabilisantes : la hausse du taux d'intérêt augmente l'écart de production, faisant en sorte que le taux d'intérêt augmente davantage (en raison de la positivité du coefficient de réaction à l'écart de production φ_x), etc. Ce mécanisme déstabilisant ne se déclenche pas dans le modèle multi-agents avec apprentissage social à cause du caractère globalement dépressif des dynamiques qui gouvernent ce modèle. Les forces dépressives présentées dans la sous-section 4.2.1.4 sont suffisamment puissantes pour empêcher l'écart de production de suivre un processus explosif vers $+\infty$. On observe généralement une convergence de Y_t vers des valeurs proches de zéro (et donc de l'écart de production vers -1); toutefois, dans des scénarios avec $\bar{b} > 0$, et après une phase initiale caractérisée par des taux d'intérêt élevés, cette convergence est moins rapide, car l'effet revenu a permis aux ménages d'accumuler une richesse nominale importante qui favorise leur niveau de consommation. C'est ce freinage du processus de convergence vers l'équilibre « mort » qui explique les bonnes performances de la règle (R 2) en matière de stabilisation de l'écart de production x_t : on observe grâce à ce mécanismes moins souvent des réalisations de x_t proches de -1 qu'avec les autres règles de politique monétaire testées.

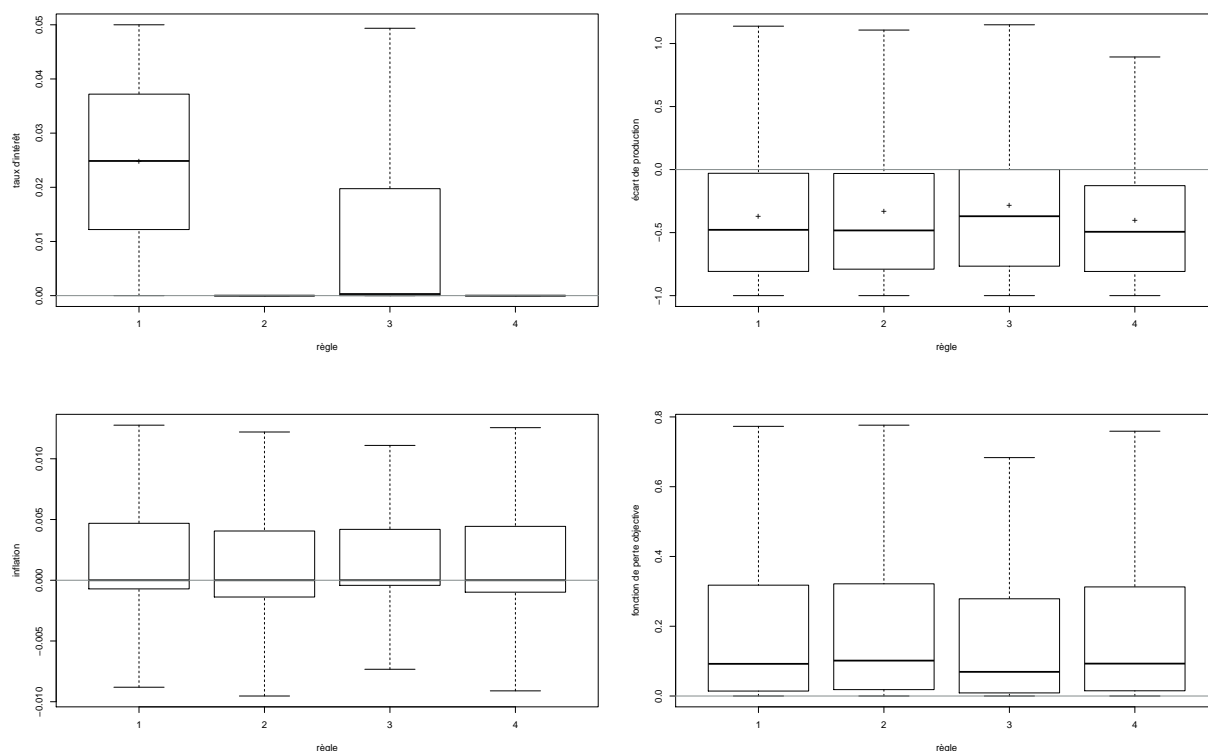


FIG. 4.20 – La politique monétaire sous apprentissage individuel : règles de politique monétaire et distributions du taux d'intérêt i_t (en haut à gauche), de l'écart de production x_t (en haut à droite), de l'inflation π_t (en bas à gauche) et de la fonction de perte $U_{CB,t}$ (en bas à droite).

4.3.3 Politique monétaire et apprentissage individuel par modèles mentaux

On examine dans cette sous-section les performances des règles (R 1) à (R 4) en matière de stabilisation de l'inflation et de l'écart de production. On renonce ici à l'analyse des règles de lissage (R 5) et (R 6) dont on a vu qu'elles génèrent sous apprentissage social *grosso modo* les mêmes résultats que les règles correspondantes sans lissage ((R 3) et (R 4)).

4.3.3.1 Présentation et analyse des résultats

Distributions du taux d'intérêt Les distributions du taux d'intérêt nominal ressemblent fortement à celles observées sous apprentissage social évolutionnaire. On observe sur le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.20 des distributions fortement concentrées autour de zéro en présence des règles (R 2) et (R 4), avec (au moins) 75 % des réalisations du taux d'intérêt égales à zéro ; la règle (R 3) induit en revanche plus de 50 % d'observations caractérisées par un taux d'intérêt nominal strictement positif : la médiane de la distribution de i_t se situe en effet légèrement au-dessus de zéro.

Ces résultats s'expliquent de nouveau par l'écart entre les réalisations de Y_t et les

valeurs de références retenues pour le calcul de l'écart de production estimé. L'écart de Y_t par rapport à Y_t^* et $Y_t^{n,est}$ est généralement très prononcé, ce qui implique que les taux d'intérêt calculés par les règles (R 2) et (R 4) sont très souvent négatifs; ces taux négatifs se transforment ensuite en des réalisations telles que $i_t = 0$ en raison de la borne inférieure du taux d'intérêt nominal. En revanche, Y_t ne peut pas s'écarter durablement de sa moyenne mobile $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$, ce qui limite en présence de la règle (R 2) le nombre de réalisations caractérisées par des écarts de productions fortement négatifs; on obtient donc *in fine* moins souvent des taux d'intérêt égaux à zéro.

Les distributions de l'écart de production L'introduction de l'apprentissage individuel par modèles mentaux fait disparaître les avantages de la règle (R 2) établis sous apprentissage social évolutionnaire (cf. la proposition 11). On constate maintenant la supériorité de la (R 3) en matière de stabilisation de l'écart de production x_t :

Proposition 16 *La règle (R 3) génère dans un contexte d'apprentissage individuel des observations de x_t qui sont significativement plus élevées que celles engendrées par les trois autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 0.1 %, cf. le tableau D.4 dans l'annexe D.12).*

Il convient de souligner que l'on se situe dans une configuration où au moins 75 % des réalisations de l'écart de productions sont négatives (cf. le graphique en haut à gauche de la figure FIG. 4.20). La capacité de la règle (R 3) à engendrer des écarts de production plus élevés se traduit dans un tel contexte par des écarts $x_t - x^C$ moins importants et donc par une meilleure stabilisation de x_t autour de sa cible $x^C = 0$.

Les bonnes performances de la règle (R 3) s'expliquent par les effets bénéfiques exercés par des taux d'intérêt élevés sur les capacités de dépense des ménages. Il ne s'agit toutefois pas exactement du même mécanisme qui domine dans la version du modèle multi-agents avec apprentissage social évolutionnaire (cf. la sous-section 4.3.2.2 et notamment le schéma de la figure FIG. 4.17). Le fait que l'économie se trouve en présence de l'apprentissage individuel relativement éloignée de l'équilibre « mort » induit en effet des changements notables dans le fonctionnement de la politique monétaire. La capacité des taux d'intérêt élevés à démultiplier l'épargne des ménages exerce un effet expansionniste sur la consommation agrégée *pendant toute la durée des simulations* (et non seulement lors des premières périodes comme cela a été le cas sous apprentissage social).

Le schéma de la figure FIG. 4.21 présente le mécanisme à œuvre. Sous apprentissage individuel, la demande réelle des ménages se situe *durablement* à un niveau passablement éloigné de zéro; ceci est également le cas de la production agrégée des firmes. Toute hausse des capacités de dépenses des ménages est dans ces conditions susceptible de stimuler la consommation agrégée, car les ménages souhaitent effectivement augmenter leur consommation et l'offre des firmes est suffisamment importante pour faire face à un tel accroissement de la demande solvable.

Les graphiques de la figure FIG. 4.22 mettent en évidence les avantages liés à l'utilisation de la règle (R 3) dans un tel contexte : cette règle induit des taux d'intérêt qui sont durablement plus élevés que ceux observables en présence des règles (R 2) et (R 4).

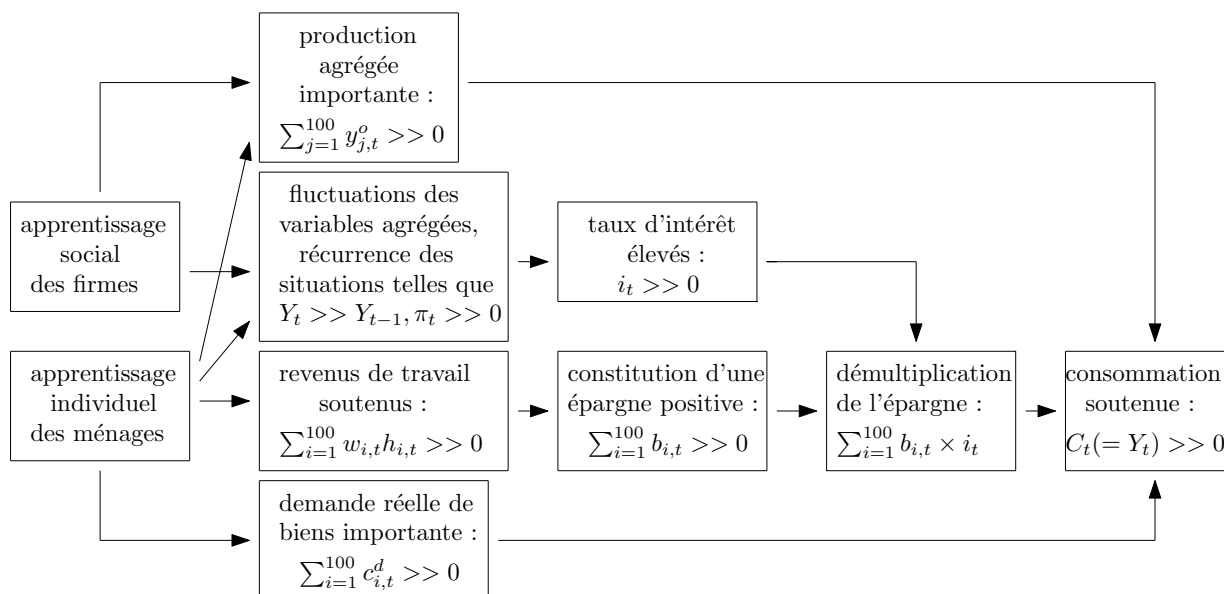


FIG. 4.21 – Mécanisme de transmission de la politique monétaire sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 3)

Cette propriété de la règle (R 3) s'explique fondamentalement par le fait que les processus d'apprentissage des firmes et des ménages provoquent des fluctuations incessantes des variables agrégées du modèle multi-agents : on observe ainsi assez régulièrement des réalisations élevées de l'inflation π_t et des mouvements qui font monter (temporairement) la production agrégée vendue Y_t à un niveau nettement plus élevé que celui atteint par sa moyenne mobile $\frac{1}{q} \sum_{k=0}^{q-1} Y_{t-k}$. Ces configurations aboutissent en présence de la règle (R 3) à des réalisations élevées du taux d'intérêt (cf. le schéma de la figure FIG. 4.21). Un deuxième avantage de cette règle réside dans le fait qu'elle génère des taux d'intérêt relativement élevés au début des simulations (cf. les graphiques de la figure FIG. 4.15) qui orientent l'épargne des ménages sur un sentier positif dans des scénarios NOLH avec $\bar{b} \geq 0$. C'est cette dernière propriété qui fait défaut à la règle (R 1) et qui explique ainsi ses mauvaises performances en matière de stabilisation de l'écart de production. Le fait que (R 1) génère à partir de la période $t = 200$ des taux d'intérêt supérieurs à ceux observables en présence de la règle (R 3) est de toute évidence insuffisant pour compenser ce défaut.

La règle la moins performante en matière de stabilisation de l'écart de production est celle qui induit les réalisations les moins élevées (en médiane) du taux d'intérêt nominal (cf. les graphiques de la figure FIG. 4.22) :

Proposition 17 *La règle (R 4) génère dans un contexte d'apprentissage individuel des observations de x_t qui sont significativement plus faibles que celles engendrées par les trois autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 0.1 %, cf. le tableau (cf. le tableau D.4 dans l'annexe D.12)).*

Ce résultat souligne l'importance des effets stimulants exercés par des taux d'intérêt élevés sur la consommation agrégée, et partant sur l'écart de production.

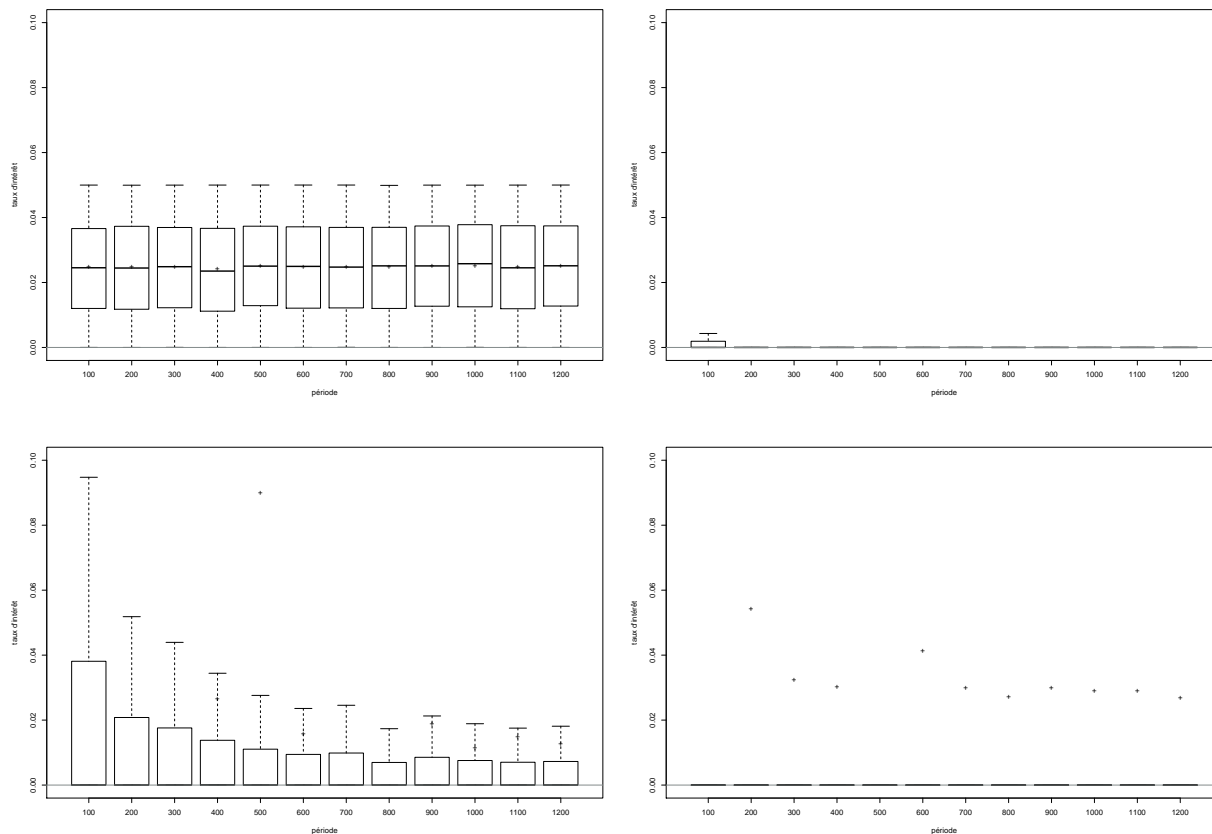


FIG. 4.22 – Évolution des taux d’intérêt sous apprentissage individuel en présence des règles (R 1) (en haut à gauche), (R 2) (en haut à droite), (R 3) (en bas à gauche) et (R 4) (en bas à droite).

Distributions de l’inflation Les réalisations de l’inflation π_t les moins élevées s’observent en présence de la règle (R 2) :

Proposition 18 *La règle (R 2) génère dans un contexte d’apprentissage individuel des observations de π_t qui sont significativement plus faibles que celles engendrées par les trois autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 5 %, cf. le tableau D.5 dans l’annexe D.12).*

Les règles (R 1) et (R 3) induisent à leur tour des réalisations de l’inflation qui sont significativement plus élevées que celles observables en présence des règles (R 2) et (R 4) (pour un niveau de significativité de 5 %, cf. le tableau D.5 dans l’annexe D.12).

Ces résultats ne permettent pourtant pas de tirer des conclusions d’ordre normatif. Comme dans la version du modèle multi-agents avec apprentissage social, on observe en effet de nombreuses réalisations négatives de π_t . Dans ces conditions, un faible niveau d’inflation ne peut pas être assimilé à une bonne performance en matière de stabilisation autour de la cible π^C : une telle observation traduit éventuellement une forte déflation et donc un écart important entre π_t et π^C .

Le graphique en bas à gauche de la figure FIG. 4.20 suggère dans cette optique des avantages associés à la règle (R 3). Cette règle génère certes des réalisations plutôt élevées

de l'inflation, mais celles-ci sont assez concentrée autour de $\pi^C = 0$. On observe notamment un premier quartile très proche de $\pi^C = 0$. L'utilisation de la règle (R 2) paraît en revanche moins recommandable que pourrait laisser croire la proposition 18 : le premier quartile est plus éloigné de $\pi^C = 0$ qu'en présence de trois autres règles testées, ce qui sous-entend des écarts $\pi_t - \pi^C$ relativement importants et donc une moindre capacité de la règle (R 2) à stabiliser l'inflation autour de sa cible.

Dans ces conditions, il convient de faire appel aux distributions de la perte de la Banque $U_{CB,t}$ pour se faire une idée précise des performances engendrées par les différentes règles de politique monétaire.

Distributions de la fonction de perte Lorsque la Banque souhaite minimiser la perte $U_{CB,t}$ (cf. la fonction de perte (4.21)), elle a intérêt à utiliser la règle (R 3) :

Proposition 19 *La règle (R 3) génère dans un contexte d'apprentissage individuel des observations de $U_{CB,t}$ qui sont significativement moins élevées que celles engendrées par les trois autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 0.1 %, cf. le tableau D.6 dans l'annexe D.12).*

La fonction de perte (4.21) désigne sans ambiguïté la règle (R 2) comme la règle la moins performante :

Proposition 20 *La règle (R 2) génère dans un contexte d'apprentissage individuel des observations de $U_{CB,t}$ qui sont significativement plus élevées que celles engendrées par les trois autres règles de politique monétaire testées (pour un niveau de significativité de 0.1 %, cf. le tableau D.6 dans l'annexe D.12).*

4.3.3.2 La transmission de la politique monétaire

Les résultats que l'on vient de discuter confirment le statut central de l'effet revenu que l'on avait déjà observé dans la version du modèle avec apprentissage social évolutionnaire. C'est bien cet effet revenu qui se trouve de nouveau au cœur du mécanisme de transmission de la politique monétaire (cf. le schéma de la figure FIG. 4.21). Comme dans le cas de l'apprentissage social, ce mécanisme de transmission correspond d'ailleurs à un canal de la consommation « à l'inverse » : lorsque la Banque souhaite stimuler l'activité économique, elle a intérêt à *augmenter* le taux d'intérêt nominal.

A ce stade du raisonnement, il convient de se poser la question du rôle joué par un éventuel effet de substitution : la hausse du taux d'intérêt incite-t-elle les ménages à renoncer à une partie de leur consommation pour profiter de l'amélioration de la rémunération de leur épargne ? Dans le modèle multi-agents avec apprentissage individuel, on ne peut pas exclure d'emblée l'émergence de tels comportements orientés vers le futur, car les ménages sont maintenant dotés d'un modèle mental qui leur permet de formuler des anticipations.

Les résultats des estimations par Krigéage ordinaire suggèrent toutefois que les comportements orientés vers le futur jouent un rôle marginal. Pour se faire une idée de l'influence exercée par ces comportements, il convient en effet d'étudier les résultats de

l'ANOVA fonctionnelle pour le paramètre $\psi_{hrz.}$ qui renseigne sur l'étendue de l'horizon temporel des ménages. On trouve de très faibles contributions à la variabilité de \bar{C}_t en présence des trois règles réactives retenues dans les simulations : 0.0001 % avec la règle (R 2), 0.009 % avec la règle (R 3) et 0 % avec la règle (R 4). Autrement dit, *l'étendue de l'horizon temporel n'a pratiquement pas d'incidence sur le fonctionnement du modèle*. Le comportement des ménages ne semble donc pas affecté par leur degré de myopie temporelle. On va mal comment un effet de substitution pourrait émerger dans un tel contexte.

4.4 Conclusion

Ce quatrième chapitre a été consacré aux deux éléments majeurs qui faisaient défaut au modèle multi-agent présenté dans le chapitre 3 : des comportements dignes de ce nom, susceptibles de refléter le caractère limité de la rationalité des agents, et l'aspect réactif de la politique monétaire, i.e. l'ajustement du taux d'intérêt en fonction de l'état courant de l'économie.

Pour représenter les comportements des agents, on fait dans ce chapitre appel à deux processus d'apprentissage : l'apprentissage *social* évolutionnaire et l'apprentissage *individuel* par modèles mentaux, formalisés à l'aide de réseaux de neurones artificiels.

Des simulations informatiques ont été exécutées dans plusieurs versions de ce modèle multi-agents : avec apprentissage social, avec apprentissage individuel, avec et sans politique monétaire réactive. Un premier résultat obtenu par ces simulations fait apparaître l'absence d'une force de rappel capable de faire converger les variables (agrégées) endogènes vers l'équilibre « néoclassique » du modèle. Seul le salaire réel agrégé semble converger vers sa valeur d'équilibre, mais une analyse détaillée montre que ce prétendu processus de convergence correspond en réalité à une illusion optique.

Le modèle multi-agents ne fournit donc aucun élément pouvant servir dans une démarche d'élargissement du champ d'applicabilité du nouveau modèle canonique et donc à la généralisation de ses résultats positifs et normatifs. L'introduction d'éléments de la modélisation multi-agents (rationnement, comportements adaptatifs, hétérogénéité des agents) dans un cadre très proche de celui du nouveau modèle canonique (mêmes fonctions de production et d'utilité, structures des marchés semblables, même comportement de marge des firmes, régime de propriété des firmes identique) génère des dynamiques de déséquilibre qui sont radicalement différentes des dynamiques d'équilibre du nouveau modèle canonique. Ce résultat négatif constitue un apport original de la thèse : la question de la convergence vers l'équilibre du nouveau modèle canonique à partir d'une situation initiale de déséquilibre n'a pas encore été adressée par l'analyse macroéconomique.

L'apport principal de ce quatrième chapitre réside dans l'analyse des dynamiques engendrées par des processus d'apprentissage dans le cadre d'un modèle multi-agents de (dés)équilibre. On retient de ce contexte notamment le caractère globalement dépressif des dynamiques d'apprentissage. Celui-ci est très prononcé dans la version du modèle avec apprentissage social ; on observe effectivement un processus de convergence de l'économie vers un équilibre caractérisé par l'absence d'activité économique, l'équilibre « mort ». Cette convergence s'explique par trois éléments : des comportements de type « passager

clandestin » des ménages, la surexposition des « grands employeurs » au risque de rationnement sur le marché du bien, et des interactions entre les mécanismes de rationnement et l'algorithme d'apprentissage social. Ce dernier élément constitue d'ailleurs la principale force dépressive du modèle multi-agents avec apprentissage social.

L'introduction de l'apprentissage individuel permet d'atténuer le caractère dépressif des dynamiques d'apprentissage. Ce résultat s'explique essentiellement par le fait que sous apprentissage individuel, les interactions entre rationnement et apprentissage cessent de provoquer une contraction systématique du niveau de l'activité. Une deuxième explication réside dans le fait que le processus d'apprentissage individuel réinjecte régulièrement des stratégies qui ressemblent aux stratégies initiales des ménages : le processus d'apprentissage individuel recrée ainsi à petites doses les conditions initiales du modèle, qui sont généralement assez éloignées de l'équilibre « mort ».

L'influence de la politique monétaire sur le fonctionnement du modèle est relativement modeste. On observe en particulier une faible capacité des règles de politique monétaire à favoriser la stabilisation de l'inflation et du niveau d'activité.

Dans la version du modèle avec apprentissage social, il existe une seule règle qui permet une amélioration substantielle en termes de stabilisation (par rapport à une politique monétaire purement aléatoire). Il s'agit d'une règle directement inspirée par la règle de Taylor (1993). Cette règle est fondée sur l'observation parfaite du niveau naturel de la production par la Banque (qui exerce dans le modèle l'autorité monétaire) ; elle ne peut malheureusement pas être considérée comme étant vraiment « opérationnelle » : l'observation parfaite de la production naturelle suppose en effet que la Banque connaît les valeurs prises par les paramètres structurels du modèle ; cette hypothèse est de toute évidence intenable dans le cadre d'un modèle qui s'inscrit dans la logique de la rationalité limitée. Les améliorations en termes de stabilisation obtenues à l'aide des règles opérationnelles, i.e. des règles qui ne font pas appel à la connaissance des paramètres structurels, sont marginales voir inexistantes.

Dans la version du modèle avec apprentissage individuel, il est en revanche possible d'identifier une règle opérationnelle qui favorise la stabilisation de l'économie par rapport aux performances observables en présence d'une politique monétaire aléatoire. Il s'agit d'une version de la règle classique de Taylor (1993) dont la particularité réside dans le fait que le niveau naturel de la production est estimé par la moyenne mobile des observations passées de la production vendue.

La politique monétaire affecte les réalisations des variables endogènes du modèle essentiellement par l'intermédiaire du *canal de la consommation*, et plus particulièrement par l'*effet revenu* : toute hausse du taux d'intérêt augmente la richesse des ménages disposant d'une épargne positive et diminue celle des ménages endettés ; ces modifications de la richesse se répercutent sur les capacités de dépense des ménages et *in fine* sur leur niveau de consommation. Un deuxième effet associé au canal de la consommation est l'*effet de substitution* : la hausse du taux d'intérêt incite les ménages à réduire leur consommation courante pour profiter de l'amélioration de la rémunération de leur épargne. De toute évidence, cet effet ne peut pas fonctionner dans le modèle multi-agents avec apprentissage social, car les comportements des agents n'y sont pas *orientés vers le futur*. Cette di-

mension existe en revanche dans le modèle avec apprentissage individuel, car les agents y forment explicitement des anticipations. Toutefois, on n'observe aucune trace de l'existence d'un effet de substitution dans cette version du modèle. Les résultats de l'ANOVA fonctionnelle associés aux estimations par Krigéage ordinaire suggèrent d'ailleurs que des comportements orientés vers le future jouent un rôle marginal dans le modèle.

Il convient de remarquer que dans le cas des deux règles qui permettent une amélioration prononcée de la stabilisation de l'économie, l'effet revenu induit un fonctionnement de la politique monétaire qui va à l'encontre des schémas habituellement retenus : des taux d'intérêt élevés favorisent en effet l'activité économique au lieu de la déprimer. Ce résultat très particulier est bien entendu conditionné par la structure du modèle multi-agents, et notamment par l'absence de l'investissement et des crédits accordés aux firmes. L'absence de ces éléments exclut d'emblée des mécanismes de transmission de la politique monétaire plus conformes aux schéma habituels à l'instar du canal du crédit.

Conclusion générale

La question centrale de cette thèse est celle de la nature des dynamiques qui gouvernent une économie structurée par l'apprentissage des agents. Les deux parties de la thèse déclinent cette problématique sous deux approches de modélisation bien distinctes. La première partie (chapitres 1 et 2) analyse le rôle de l'apprentissage adaptatif à la Evans & Honkapohja (2001) dans un modèle de type *DSGE*, en l'occurrence le nouveau modèle canonique (Woodford 2003*b*, Walsh 2003, Galí 2008). La deuxième partie (chapitres 3 et 4) est consacrée à l'étude des dynamiques d'apprentissage dans un modèle de type *multi-agents* ; pour favoriser la mise en évidence des apports de la modélisation multi-agents, on a retenu un cadre qui facilite les comparaisons entre les deux modèles : le modèle multi-agents est en effet caractérisé par une grande proximité structurelle avec le nouveau modèle canonique.

Le principal résultat obtenu par cette démarche comparative est que les dynamiques observables dans le nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif sont radicalement différentes de celles qui caractérisent le modèle multi-agents.

Le premier chapitre fournit une présentation détaillée de la version *originale* du nouveau modèle canonique : cette version est marquée par la présence d'anticipations rationnelles (et donc par l'absence de processus d'apprentissage qui portent sur les anticipations à l'instar de l'apprentissage adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001)). On s'intéresse dans ce premier chapitre plus particulièrement au *modèle de base* de Woodford (2003*b*, p. 238 - 247). Ce modèle fait apparaître la possibilité de dériver deux relations phares de la macroéconomie (la courbe de Phillips et la relation IS) à partir de fondements microéconomiques marqués par la rationalité intrinsèque des agents.

Un premier apport de ce chapitre réside dans le caractère unifié et cohérent de cette présentation qui faisait jusqu'à présent défaut à la littérature sur le nouveau modèle canonique : Woodford développe effectivement son modèle de base en faisant appel à des éléments obtenus dans des spécifications légèrement différentes du nouveau modèle canonique. Cette manière de procéder constitue pour le lecteur, et notamment pour le lecteur novice, un obstacle non négligeable à l'appropriation et à la compréhension du modèle. Cette compréhension devrait être facilitée dans le premier chapitre de la thèse par l'aspect unifié de la présentation du modèle. Cette démarche d'unification débouche par ailleurs sur la mise en évidence de plusieurs hypothèses implicites du modèle de base de Woodford. On démontre également une propriété du modèle qui est assez peu discutée dans la littérature : l'*absence structurelle de l'épargne* à l'équilibre en anticipations rationnelles du modèle.

Un soin particulier a été déployé dans la description du processus de propagation des *chocs* et du *mécanisme de transmission de la politique monétaire*. On propose notamment une formalisation du fonctionnement du *canal de la consommation*, dont la seule trace dans la littérature se résume à une description littéraire par Walsh (2003).

Le deuxième chapitre s'intéresse au rôle joué par l'apprentissage dans le cadre du nouveau modèle canonique. Le type d'apprentissage retenu par la littérature est l'*apprentissage*

adaptatif au sens d'Evans & Honkapohja (2001) : les agents disposent d'un modèle de l'économie qui leur permet de formuler des anticipations concernant l'inflation et le niveau de l'activité ; ils déterminent les paramètres de ce modèle en utilisant des algorithmes d'estimation à l'instar des moindres carrés récurrents ; le processus d'apprentissage est alors assimilé à l'actualisation permanente de ces estimations.

L'apprentissage à la Evans & Honkapohja (2001) a donné naissance à une littérature foisonnante qui étudie notamment les propriétés stabilisantes des règles de politique monétaire dans le cadre du nouveau modèle canonique. Les capacités en matière de stabilisation des règles sont appréhendées à l'aide de deux critères complémentaires : la *détermination de l'équilibre en anticipations rationnelles* (dans la version originale du modèle) et sa *stabilité sous apprentissage* (dans la version avec apprentissage adaptatif). L'apport principal de cette littérature consiste en la confirmation *partielle* des résultats normatifs obtenus dans la version originale du modèle. Dans ce contexte, le critère de la stabilité sous apprentissage s'avère utile dans la mesure où il permet de détecter le caractère déstabilisant de certaines règles de politique monétaire qui aurait échappé à la seule analyse de la détermination.

Un deuxième enseignement central concerne la question de l'hétérogénéité des agents. La littérature sur le nouveau modèle canonique avec apprentissage adaptatif montre que l'introduction d'une faible dose d'hétérogénéité suffit pour induire des modifications notables dans le comportement du modèle. L'hétérogénéité est donc à prendre en compte et son rôle mérite d'être examiné en tant que tel. Dans ce contexte, il est notamment souhaitable d'étudier les répercussions provoquées par l'introduction d'une hétérogénéité plus forte et plus générale.

La critique de Preston (2002, 2005) discute une limite sérieuse de la littérature sur l'apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique : l'apprentissage à la Evans & Honkapohja (2001) y est introduit *en aval*, i.e. dans la version déjà linéarisée du nouveau modèle canonique, alors qu'une introduction *en amont* (dans la version non-linéarisée) paraît plus cohérente. Honkapohja et al. (2011) récusent la critique de Preston ; ils affirment en particulier que l'introduction de l'apprentissage en amont et en aval du modèle aboutit exactement à la même formalisation. A ce jour, le débat entre Preston d'une côté et Evans, Honkapohja et Mitra de l'autre côté n'est pas tranché. Ce débat constitue le point de départ pour une réflexion sur des problèmes d'articulation entre la modélisation de l'apprentissage adaptatif d'Evans & Honkapohja (2001) et la structure du nouveau modèle canonique. La véritable raison d'être de l'apprentissage adaptatif réside effectivement dans le fait que le remplacement des anticipations rationnelles permet le relâchement d'hypothèses restrictives : il devient notamment possible de restreindre le contenu de l'ensemble d'information mis à la disposition des agents. Cette démarche est toutefois problématique dans le cadre du nouveau modèle canonique : les agents ont de toute façon besoin d'un ensemble d'information très étendu pour pouvoir mener à bien les opérations d'optimisation qui guident leurs comportements. Dans ces conditions, on ne voit plus très bien le sens du recours à l'apprentissage adaptatif : tout se passe comme si les agents renonçaient à mobiliser des informations lors de la formulation de leurs anticipations, bien qu'ils utilisent ces mêmes informations dans le cadre des procédures d'optimisation. Plus fondamentalement, ces ambiguïtés soulèvent la question de la compatibilité entre des comportements d'optimisation et l'apprentissage adaptatif.

Le deuxième chapitre de la thèse se termine avec une discussion de la rationalité des agents : une classification qui assimile la version originale du nouveau modèle canonique au cadre conceptuel de la rationalité intrinsèque et le modèle avec apprentissage adaptatif au cadre de la rationalité limitée ne paraît pas tout à fait convaincante. L'idée selon laquelle les agents du modèle original (avec anticipation rationnelles) bénéficient d'une rationalité intrinsèque, et donc d'une connaissance parfaite de la structure du modèle dans lequel ils évoluent, ne semble guère compatible avec les choix des ménages en matière d'épargne. Ces choix sont en effet peu performants et pourraient être améliorés par une mobilisation conséquente de la connaissance de la structure du modèle. Un tel comportement intrinsèquement rationnel se traduirait par le fait que les ménages optimisent période par période, ce qui rendrait toutefois le modèle assez stérile en le privant de l'essentiel de sa dimension intertemporelle et donc de son caractère dynamique.

Les limites du nouveau modèle canonique mises en évidence dans le deuxième chapitre justifient le recours à une approche alternative : la *modélisation multi-agents*, qui constitue le cadre d'analyse de la deuxième partie de cette thèse (chapitres 3 et 4). Ce type de modélisation permet de représenter une économie gouvernée par la logique de la *rationalité limitée* (Simon 1955, 1956), i.e. une économie peuplée par des agents dont les capacités cognitives et les ressources informationnelles correspondent à celles des êtres humains (Simon 1955).

Le chapitre 3 passe en revue la littérature consacrée à la modélisation macroéconomique multi-agents ; cette revue de la littérature se concentre sur des éléments pouvant servir dans le cadre de la construction d'une version multi-agents du nouveau modèle canonique : les *mécanismes de rationnement*, qui déterminent l'allocation des biens sur des marchés où les prix ne jouent pas le rôle du dispositif qui assure l'apurement de la demande excédentaire, des *comportements adaptatifs*, qui traduisent le caractère limité de la rationalité des agents, la modélisation de l'*hétérogénéité des agents* et les *représentations de la politique monétaire*.

L'apport principal de cette littérature revisitée réside dans la démonstration de la capacité des modèles multi-agents à reproduire des faits stylisés de la macroéconomie à l'instar de la cyclicité de l'activité économique. La prise en compte de la politique monétaire est plus problématique ; c'est dans ce domaine que se concentrent les limites de la modélisation macroéconomique multi-agents. Oeffner (2008) discute dans ce contexte le rôle perturbateur des règles de type Taylor qui sont susceptibles d'engendrer des dynamiques explosives. Ce phénomène s'explique par un mécanisme de transmission de la politique monétaire qui fonctionne à l'inverse de celui du nouveau modèle canonique (et de la plupart des modèles macroéconomiques) : la hausse du taux d'intérêt favorise l'activité économique au lieu de la déprimer. On constate globalement des différences notables entre les mécanismes de transmission qui agissent dans les modèles multi-agents et dans le nouveau modèle canonique. On remarque en particulier qu'*aucun des modèles multi-agents passés en revue n'est caractérisé par une politique monétaire qui fonctionne grâce au canal de la consommation*. Plusieurs modèles multi-agents évacuent d'ailleurs la politique monétaire du cadre d'analyse en supposant un taux d'intérêt fixe égal à zéro. Ce choix en termes de modélisation laisse penser que des taux différents de zéro engendrent des difficultés comparables à celles mises en évidence par Oeffner.

A partir des éléments discutés dans la revue de la littérature, on développe dans la suite du chapitre 3 *une première version d'un nouveau modèle macroéconomique multi-agents*. Ce modèle se caractérise par la présence de plusieurs composantes constitutives du nouveau modèle canonique : on retient effectivement les mêmes fonctions d'utilité et de production, les mêmes comportements des firmes en matière de détermination des prix, un régime de propriété des firmes identique et des structures des marchés largement inspirées par celles du nouveau modèle canonique. Le choix d'une grande proximité structurelle avec le nouveau modèle canonique devrait favoriser l'interprétation des différences entre les dynamiques observées dans ce modèle et celles qui caractérisent le nouveau modèle canonique. Grâce à cette proximité, on dispose effectivement d'un modèle multi-agents qui se distingue du nouveau modèle canonique principalement par le fonctionnement des marchés (règles de rationnement au lieu d'un mécanisme d'apurement), par les hypothèses comportementales (comportements adaptatifs au lieu des procédures d'optimisation) et par l'hétérogénéité des agents. Dans ces conditions, il devrait être possible de dégager l'influence exercée par ces nouveaux éléments sur les dynamiques.

Des *simulations informatiques dans ce nouveau modèle multi-agents* sont effectuées dans cette perspective. Suivant la démarche de Oeffner (2008), on fait appel à la *méthode d'échantillonnage NOLH* (Near Orthogonal Latin Hypercube Sampling) (Kleijnen et al. 2005, Cioppa & Lucas 2007) et on analyse les résultats à l'aide du *Krigéage ordinaire* (Krige 1951, Matheron 1963).

Les données générées par les simulations informatiques soulignent le rôle crucial des capacités de dépense des ménages qui conditionnent largement le niveau de l'activité économique en rendant solvable (ou non) la demande qui s'adresse aux firmes. Il paraît toutefois inapproprié d'accorder trop d'importance aux résultats obtenus dans le cadre de cette première version du modèle multi-agents. Les simulations mettent effectivement en évidence une stabilité étonnante des variables agrégées réelles, qui s'expliquent par une représentation délibérément simpliste (car statique) des comportements des agents. Ce choix en termes de modélisation s'explique par un souci d'établir dans un premier temps un cadre d'analyse relativement stable qui favorise la mise en évidence des propriétés structurelles du modèle multi-agents. Les comportements statiques des agents ne constituent en revanche pas une traduction satisfaisante de la rationalité limitée des agents : l'absence de toute tentative de modifier les comportements avec comme objectif une amélioration des performances engendrées par ces comportements apparaît fortement irrationnelle.

Le quatrième chapitre lève cette insuffisance du modèle grâce à l'introduction de comportements complètement spécifiés : *les décisions des agents sont guidés par des processus d'apprentissage*. On retient dans ce contexte deux représentations alternatives de l'apprentissage des agents : l'*apprentissage social évolutionnaire* modélise notamment des comportements d'*imitation* des agents ;¹⁰² la deuxième représentation correspond à l'*apprentissage individuel par modèles mentaux* (Holland et al. 1989), formalisés à l'aide de réseaux de neurones artificiels (Yildizoğlu 2001). Ce deuxième type d'apprentissage présente l'avantage d'introduire des anticipations qui faisaient jusque là défaut au modèle multi-agents.

Les dynamiques provoquées par l'apprentissage des agents sont de nouveau étudiées à partir de simulations informatiques. On constate qu'en présence d'apprentissage social,

¹⁰²On peut rapprocher ce processus de l'algorithme génétique de Holland (1975, 1992).

l'économie ne converge pas vers l'équilibre « néoclassique » du modèle, i.e. vers l'équilibre « virtuel » que l'on obtient en réintroduisant des éléments qui correspondent plutôt à la tradition de la modélisation néoclassique (homogénéité des agents, comportements d'optimisation, apurement des marchés). C'est un tout autre équilibre qui constitue la principale force d'appel du modèle multi-agents : l'équilibre de « bas régime », caractérisé par un très faible niveau d'activité économique. Le caractère dépressif des dynamiques d'apprentissage social s'explique par la conjonction de trois éléments. Premièrement, chaque ménage à intérêt à se comporter en « passager clandestin », i.e. de fournir peu de travail aux firmes et d'acheter de biens de consommation produits grâce au travail fourni par d'autres ménages. Ce type de comportement permet d'obtenir des niveaux d'utilité assez élevés qui incitent d'autres ménages à l'imiter ; on assiste par conséquent à une diffusion rapide des stratégies à faible offre de travail. Deuxièmement, les stratégies à forte demande de travail des « grands employeurs » induisent des coûts marginaux et des prix de vente relativement élevés ; de ce fait, les grands employeurs sont plus fortement exposés au risque de rationnement sur le marché du bien. Dans ces conditions, les stratégies à faible demande de travail engendrent (en moyenne) des profits plus élevés et se diffusent dans l'économie par l'intermédiaire du processus d'imitation. Finalement, il existe des interactions entre les mécanismes de rationnement et le processus d'apprentissage social évolutionnaire : les agents imitent effectivement des stratégies « ex post » dont une partie substantielle a été numériquement réduite (par rapport aux valeurs numériques souhaitées « ex ante ») par les mécanismes de rationnement, ce qui renforce considérablement la diffusion des stratégies à faible quantité. Des simulations de contrôle exécutées dans des versions légèrement modifiées du modèle multi-agents avec apprentissage social suggèrent que ce troisième élément constitue la principale force dépressive du modèle.

L'apprentissage individuel par modèles mentaux exerce un effet atténuant sur les dynamiques d'apprentissage : le caractère dépressif de ces dynamiques est nettement moins prononcé que sous apprentissage social. Ce résultat s'explique essentiellement par le fait que l'apprentissage individuel ne fait pas appel à des comportements d'imitation : les ménages cessent donc d'imiter des stratégies « ex post » qui ont été préalablement affectées par les mécanismes de rationnement ; l'influence fortement dépressive des interactions entre rationnement et apprentissage disparaît par conséquent. Une deuxième explication réside dans la réinjection perpétuelle de stratégies assez éloignées de l'équilibre de « bas régime » par l'intermédiaire d'un processus d'exploration.

La politique monétaire joue un rôle de second plan dans le modèle multi-agents. L'utilisation de règles de politique monétaire *réactives*, i.e. de règles qui réagissent aux conditions économiques courantes, ne permet effectivement pas d'obtenir des améliorations substantielles en matière de stabilisation de l'inflation et du niveau de l'activité : une politique monétaire aléatoire donne généralement des performances comparables. La seule règle réactive qui exerce sous apprentissage social une influence résolument positive sur la stabilisation du niveau de l'activité ne peut malheureusement pas être considérée comme étant réellement « opérationnelle » : elle repose en effet sur l'observabilité parfaite des valeurs numériques prises par les paramètres structurels du modèle ; cette hypothèse est de toute évidence difficilement compatible avec la logique de la rationalité limitée. En présence du processus d'apprentissage individuel, il est en revanche possible d'obtenir une meilleure stabilisation de l'économie par l'utilisation d'une règle opérationnelle, i.e. d'une

règle qui repose sur des hypothèses informationnelles peu restrictives.

L'intérêt principal de la prise en compte des règles réactives réside dans le fait qu'elle permet d'étudier le canal de transmission de la politique monétaire. Il s'agit du *canal de la consommation* et le mécanisme de transmission repose sur l'*effet revenu* : la hausse du taux d'intérêt augmente la richesse des épargnants et améliore ainsi leurs capacités de dépense ; la hausse de la demande exprimée par ces ménages se traduit par une augmentation du niveau d'activité. On remarque que cet enchaînement des événements correspond à une politique monétaire qui fonctionne à « l'inverse » : la hausse des taux d'intérêt favorise l'activité économique au lieu de la déprimer. Dans ce contexte, il convient de souligner que dans le nouveau modèle canonique, le canal de consommation fonctionne dans la bonne direction grâce à l'*effet de substitution* : toute hausse du taux d'intérêt incite les ménages à renoncer à une partie de leur consommation pour profiter de l'amélioration des conditions de l'épargne. Cet effet ne peut pas agir dans la version du modèle avec apprentissage social, car les ménages n'y forment pas d'anticipations et leurs comportements ne sont par conséquent pas *orientés vers le futur*. Cette dimension des comportements existe en revanche dans le modèle multi-agents avec apprentissage individuel. Pourtant, aucune manifestation de l'effet de substitution ne peut être décelée dans les données générées par simulation dans cette version du modèle.

Le principal enseignement de la thèse concerne les implications du passage d'une approche néoclassique vers une modélisation de type multi-agents. *L'introduction d'éléments issus de l'approche multi-agents dans un cadre très proche de celui du nouveau modèle canonique induit des propriétés qui sont radicalement différentes de celle qui caractérisent le nouveau modèle canonique* : les variables endogènes du modèle multi-agents évoluent la plupart du temps à bonne distance de l'équilibre néoclassique ; la politique monétaire s'avère plutôt impuissante et sa (faible) influence sur l'économie se fait par l'intermédiaire d'un mécanisme de transmission qui n'a strictement rien à voir avec le mécanisme à l'œuvre dans le nouveau modèle canonique. L'efficacité d'un mécanisme de transmission qui repose exclusivement sur l'effet de substitution associé au canal de la consommation est de toute évidence tributaire de conditions fortes.

L'opposition radicale entre les propriétés des deux modèles est d'autant plus remarquable que l'on a déployé un effort particulier pour maintenir dans le modèle multi-agents les plus de composantes présentes dans le nouveau modèle canonique. Elle signifie notamment que *le modèle multi-agents développé dans cette étude ne peut pas être mobilisé dans une démarche de généralisation des enseignements du nouveau modèle canonique*. Ce dernier ne décrit en effet que les comportements et les propriétés d'une économie autour de l'équilibre en anticipations rationnelles. A ce titre, il est particulièrement mal conçu pour étudier des configurations marquées par la prédominance des déséquilibres, et notamment les situations de crise (dépression, inflation galopante, hyperinflation, etc). Les résultats obtenus dans le cadre du modèle multi-agents ne justifient pas l'élargissement du champ d'applicabilité du nouveau modèle canonique et donc la généralisation de ses propriétés : la deuxième partie de la thèse a effectivement montré que le modèle multi-agents ne fournit aucun élément qui indique que les dynamiques de déséquilibre d'une économie en crise puissent être raisonnablement bien représentées par les dynamiques d'équilibre

du nouveau modèle canonique. On pourrait par exemple imaginer que des dynamiques d'équilibre *suffisamment amplifiées* constituent une bonne approximation des dynamiques de déséquilibre, l'amplification faisant écho au caractère plus prononcé des fluctuations. Ceci n'est de toute évidence pas le cas dans la présente étude : le caractère globalement dépressif des dynamiques du modèle multi-agents montre que celles-ci sont *qualitativement différentes* des oscillations provoquées dans le nouveau modèle canonique par des chocs réels et politiques.

L'antinomie entre les caractéristiques du nouveau modèle canonique et celles du modèle multi-agents autorise *a priori* deux lectures (au moins), l'une étant plutôt embarrassante pour le nouveau modèle canonique, l'autre pour le modèle multi-agents.

La première vision des choses insiste sur le caractère très spécifique du nouveau modèle canonique et de ses apports positifs et normatifs. Ce modèle semble peu robuste par rapport au relâchement des hypothèses les plus restrictives. Les principaux enseignements de ce modèle dépendent en effet crucialement d'hypothèses très spécifiques, qui s'accordent par ailleurs assez mal avec le contexte économique de l'époque actuelle que l'on pourrait qualifier d'un point de vue macroéconomique comme « post-moderée ». Ce modèle représenterait alors un intérêt assez limité en raison de son manque de généralité.

La deuxième interprétation se concentre sur d'éventuelles faiblesses du modèle multi-agents. Les ruptures induites par le relâchement des hypothèses restrictives du nouveau modèle canonique ne proviennent en effet pas nécessairement de l'absence de généralité de ce modèle. Il est tout à fait possible que ces ruptures s'expliquent simplement par le caractère inadapté des hypothèses alternatives : avec d'autres mécanismes de rationnement, d'autres hypothèses comportementales et une représentation différente de l'hétérogénéité des agents, on peut peut-être mettre en évidence l'aspect général des propriétés fondamentales du nouveau modèle canonique.

L'auteur de cette thèse est intimement convaincu que la vérité se situe quelque part au milieu entre ses deux visions extrêmes. La poursuite des recherches consacrées aux problématiques traitées dans la présente étude permettra un jour de rendre un jugement plus fondé sur la question. Dans cette perspective, un certain nombre des priorités se dégagent pour la recherche future.

Il est d'abord souhaitable d'introduire des mécanismes dans le modèle multi-agents qui empêchent la divergence de la richesse des ménages. Le fait que de nombreux ménages voient leur richesse tendre vers l'infini est problématique. Ces ménages ne sont en effet plus contraints par leur budget ; on peut craindre que cette situation engendre des distorsions dans leurs comportements, et notamment sur leur offre de travail. Ces distorsions devraient également affecter les choix des ménages exposés à un endettement explosif : quelque soit leur effort en matière de travail, ils ne peuvent pas acheter des biens de consommation. Le défi est de taille, car la solution habituellement retenue dans la littérature (la fixation permanente du taux d'intérêt à zéro) n'a pas de sens dans un modèle destiné à l'étude de la politique monétaire.

Un deuxième axe de recherche se dessine autour des principaux mécanismes dépressifs qui dominent les dynamiques du modèle multi-agents. Des comportements de type « passager clandestin » et une attitude prudente des firmes face au risque de rationnement

jouent certes un rôle dans le fonctionnement des économies. Dans le modèle multi-agents, l'importance de ces mécanismes dépressifs semble pourtant quelque peu disproportionnée. Dans cette optique, il semble approprié d'introduire des éléments susceptibles d'atténuer l'influence de ces mécanismes dont on se souvient qu'ils sont fortement liés au processus d'apprentissage social. Une option prometteuse est donc l'abandon des éléments résiduels de l'apprentissage social, i.e. le développement d'un modèle où le processus d'apprentissage des ménages *et des firmes* est intrinsèquement individuel.

Le fonctionnement de la politique monétaire dans le modèle multi-agents est certainement améliorable. Dans cette perspective, il pourrait être intéressant d'introduire le capital dans le modèle : un financement par crédit de l'achat des nouvelles machines est susceptible de créer un *canal du crédit*. Dans ces conditions, le mécanisme de transmission de la politique monétaire devrait fonctionner dans le sens habituel (contraction de l'activité suite à une hausse du taux d'intérêt). On peut également espérer une influence accrue de la politique monétaire sur les réalisations des variables endogènes du modèle. La prise en compte d'autres types de politique monétaire constitue une autre démarche visant à améliorer le fonctionnement de la politique monétaire. Le retour massif des politiques quantitatives auquel on assiste depuis 2008 souligne dans ce contexte l'intérêt représenté par la modélisation de politiques monétaires qui ne reposent pas sur le taux d'intérêt nominal comme instrument.

Finalement, il semble approprié de lever l'asymétrie qui existe actuellement entre les agents privés et publics du modèle multi-agents. En effet, le comportement des autorités monétaires (la banque) est marqué par l'absence d'apprentissage et par le fait qu'elles ne formulent pas d'anticipations. Une *modèle d'apprentissage généralisé* où banque, ménages et firmes apprennent à l'aide de leurs modèles mentaux constitue sans doute un axe de recherche intéressant.

Annexes du chapitre 1

A.1 Hypothèses sous-jacentes de la modélisation à agent représentatif

Il s'agit d'abord de montrer que dans la présentation du nouveau modèle canonique de Woodford (2003*b*), l'économie est peuplée par un grand nombre de ménages qui se comportent tous exactement de la même manière que le ménage représentatif.

Selon Woodford (2003*b*, p. 144 - 145), l'hypothèse selon laquelle le ménage représentatif, qui fournit simultanément tous les types de travail I , cherche à maximiser

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(u(C_t; \varrho_t) - \int_0^1 v(h_t(I); \varrho_t) dI \right) \right] \quad (1.1)$$

est équivalent à l'hypothèse que chaque ménage est spécialisé dans un seul type de travail et cherche à maximiser

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(C_t; \varrho_t) - v(h_t(I); \varrho_t)) \right] \quad (A.1)$$

(les expressions (1.1) et (A.1) sont adaptées au premier chapitre de la présente étude, ce qui explique notamment l'absence des encaisses réelles qui sont systématiquement retenues dans les fonctions d'utilité du troisième chapitre de Woodford (2003*b*).

Supposons que l'économie soit peuplée de n ménages. Selon le modèle basé sur l'expression (A.1), on est en présence de n ménages qui maximisent (A.1). Ce modèle ne peut pas être équivalent à un modèle où *un seul ménage* - le ménage représentatif - maximise (1.1). Pour garantir l'équivalence entre les deux versions du modèle, il faut que n ménages maximisent la fonction d'utilité (1.1).

On est donc en présence de n ménages qui se comportent tous exactement comme le ménage représentatif.

On remarque toutefois que l'équivalence évoquée par Woodford pose un problème mathématique. D'une part, il suppose l'existence d'un continuum de types de travail, i.e. une infinité de types de travail. D'autre part, il imagine qu'il existe pour chaque type de travail un ménage qui y est spécialisé. On en déduit que $n = \infty$. Cette déduction est toutefois en contradiction avec l'affirmation

"Consider an economy made up of a large number of identical households."
(Woodford 2003*b*, p. 64),

car un « grand nombre » ne peut pas être infini. Cette incohérence a été corrigée de manière astucieuse par Preston, qui suppose - comme c'est le cas des firmes dans le modèle de Woodford - l'existence d'un continuum de ménages Preston (2005).

Dans une deuxième étape, il s'agit de montrer que les variables qui se réfèrent à l'agent représentatif sont implicitement définies comme variables *per capita*. Pour prouver cela, on montre d'abord qu'une définition standard de ces variables induit des incohérences.

L'équation (1.4) du troisième chapitre du traité de Woodford précise que le ménage représentatif perçoit de la part des firmes un flux de profits distribués égal $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$. Concernant la distribution des profits des firmes, Woodford précise :

"I assume that each household owns an equal share of all of the firms ..."
(Woodford 2003b, p. 146)

Dans une telle situation, chaque ménage devrait percevoir un flux de dividendes égal au profit cumulé des firmes *divisé par le nombre de ménages*. Le profit cumulé des firmes est égal à $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$, car chaque firme i appartient au continuum $[0, 1]$. Chaque ménage devrait par conséquent recevoir $\frac{1}{n} \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$.

Or, chacun des n ménages se trouve dans la même situation que le ménage représentatif, i.e. il reçoit $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$ d'après l'équation (1.4). On trouve par conséquent un profit cumulé distribué égal à $n \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$. D'autre part, on a vu que le profit cumulé réalisé par les firmes est égal à $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$. On en déduit :

$$n \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di = \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di \Rightarrow n = 1 \quad (\text{A.2})$$

Ce résultat est absurde, car on sait que n est grand (Woodford 2003b, p. 64).

Ce problème disparaît dès que l'on définit les variables de l'agent représentatif comme variables *per capita*. Soit $\int_0^1 \mathfrak{P}_t(i) di$ le profit cumulé de l'économie, i.e. le profit réalisé par toutes les firmes $i \in [0, 1]$. On définit maintenant le profit versé par les firmes au ménage représentatif comme variable *per capita* : $\mathcal{P}_t = \frac{1}{n} \int_0^1 \mathfrak{P}_t(i) di$. Comme chaque ménage reçoit une distribution de profit égale à $\frac{1}{n} \int_0^1 \mathfrak{P}_t(i) di$, on obtient

$$n \times \frac{1}{n} \int_0^1 \mathfrak{P}_t(i) di = \int_0^1 \mathfrak{P}_t(i) di, \quad (\text{A.3})$$

i.e. le profit total distribué aux ménages est égal au profit réalisé dans l'économie.

A.2 Répartition optimale de la consommation agrégée

On remarque d'abord que la fonction d'objectif du programme (1.5) est continue pour $\sigma > 1$, i.e. il existe une solution. D'autre part, l'ensemble de contrainte est borné et fermé pour $p_t(i) > 0 \forall i$ et $\mathfrak{Z}_t \geq 0$.

La condition de premier ordre

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t(i)} = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma} \right) c_t(i)^{-\frac{1}{\sigma}} \times \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \times \left(\frac{\sigma}{\sigma - 1} \right) - \lambda_{\mathcal{L}} p_t(i) = 0, \quad (\text{1.6})$$

donne

$$\begin{aligned} c_t(i)^{-\frac{1}{\sigma}} C_t^{\frac{1}{\sigma}} &= \lambda_{\mathcal{L}} p_t(i) \\ \Leftrightarrow c_t(i) &= \lambda_{\mathcal{L}}^{-\sigma} p_t(i)^{-\sigma} C_t. \end{aligned} \tag{A.4}$$

Par insertion de (A.4) dans l'index de consommation (1.2) et en utilisant la définition de l'indice des prix P_t , on obtient

$$\begin{aligned} C_t &= \left(\int_0^1 (\lambda_{\mathcal{L}}^{-\sigma} p_t(i)^{-\sigma} C_t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \\ &= C_t \lambda_{\mathcal{L}}^{-\sigma} \left(\int_0^1 p_t(i)^{1-\sigma} di \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \\ &= C_t \lambda_{\mathcal{L}}^{-\sigma} P_t^{-\sigma}, \end{aligned} \tag{A.5}$$

ce qui prouve que

$$\lambda_{\mathcal{L}} = \frac{1}{P_t}. \tag{A.6}$$

L'insertion de (A.6) dans (A.4) donne la part de $c_t(i)$ dans la consommation agrégée C_t :

$$c_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\sigma} C_t. \tag{1.7}$$

On obtient alors pour \mathfrak{Z}_t :

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_t &\equiv \int_0^1 p_t(i) c_t(i) di = \int_0^1 p_t(i) \times \left(\frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\sigma} C_t di \\ &= \frac{C_t}{P_t^{-\sigma}} \int_0^1 p_t(i)^{1-\sigma} di \\ &= C_t P_t^{\sigma} P_t^{1-\sigma} \\ &= C_t P_t \end{aligned} \tag{A.7}$$

La matrice hessienne du Lagrangien montre qu'il s'agit d'un maximum. En effet, on a

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t^2(i)} = -\frac{1}{\sigma} c_t(i)^{-\frac{(1+\sigma)}{\sigma}} \times \frac{1}{\sigma-1} \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right)^{\frac{-\sigma}{\sigma-1}} \times \left(\frac{\sigma-1}{\sigma} \right) c_t(i)^{\frac{-1}{\sigma}} < 0 \quad \forall i \tag{A.8}$$

et

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t(i) \partial c_t(j)} = 0 \quad \forall i \neq j. \tag{A.9}$$

La matrice hessienne $\mathbf{D}^2 \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t^2(i)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t(i) \partial c_t(j)} & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t(j) \partial c_t(i)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial c_t^2(j)} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$ est donc une matrice diagonale

telle que $\text{signum} \{ \mathbf{D}^2 \mathcal{L} \} = \begin{bmatrix} - & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & - & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & - & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$.

Soit $f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \end{bmatrix}$ un vecteur de dimension $(1 \times \infty)$. Soit $\mathfrak{k}(c_t(i), c_t(j), \dots) = \int_0^1 p_t(i) c_t(i) di -$

3_t. On a

$$f^T \mathbf{D}^2 \mathcal{L} f \leq 0 \quad \forall f : \mathfrak{k}(\cdot) f = 0. \quad (\text{A.10})$$

Il s'agit donc bien d'un maximum.

A.3 La contrainte budgétaire du ménage représentatif

Il s'agit de montrer que la prise en compte de la condition (1.22) et l'insertion de la condition (1.21) dans la contrainte budgétaire du programme d'optimisation du ménage (1.19) donne (1.23). On part de l'équation (1.17) qui est équivalente à la contrainte du programme (1.19) :

$$W_t \geq E_t [Q_{t,T} W_T] + \sum_{s=t}^{T-1} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] - \sum_{s=t}^{T-1} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right]. \quad (\text{1.17})$$

Exprimée à la période T , la condition (1.21) s'écrit

$$W_T \geq - \sum_{S=T}^{\infty} E_T \left[Q_{T,S} \left(\int_0^1 w_S(I) h_S(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_S(i) di - T_S \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

En appliquant l'opérateur E_t et le facteur d'actualisation entre t et T à l'inégalité (A.11), on trouve

$$E_t [Q_{t,T} W_T] \geq - \sum_{S=T}^{\infty} E_t \left[Q_{t,S} \left(\int_0^1 w_S(I) h_S(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_S(i) di - T_S \right) \right]. \quad (\text{A.12})$$

En additionnant respectivement les termes de gauche et de droite de (A.12) et de (1.17), l'inégalité exprimée par la contrainte budgétaire (1.17) reste valable et l'on obtient :

$$W_t + E_t [Q_{t,T} W_T] \geq E_t [Q_{t,T} W_T] + \sum_{s=t}^{T-1} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] - \sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right], \quad (\text{A.13})$$

ou encore

$$W_t + \sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right] \geq \sum_{s=t}^{T-1} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] \quad (\text{A.14})$$

Le membre de gauche de (A.14) est indépendant de la période T et strictement inférieur à $+\infty$ grâce à la condition (1.22). Le membre de droite de (A.14) est une série non-décroissante en T . Lorsque T croît, cette série doit converger vers la borné supérieure du membre de gauche de (A.14). Par conséquent, on peut écrire :

$$W_t + \sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - T_s \right) \right] \geq \sum_{s=t}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s + \Delta_s M_s)] \quad (\text{A.15})$$

En isolant C_t , on trouve :

$$C_t \leq \frac{\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - \Delta_s M_s - T_s \right) \right]}{P_t} + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t} \quad (\text{1.23})$$

A.4 Dérivation de la condition de transversalité

Il s'agit de montrer que la contrainte budgétaire sous forme d'égalité

$$C_t = \frac{\sum_{s=t}^{\infty} E_t \left[Q_{t,s} \left(\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di - \Delta_s M_s - T_s \right) \right]}{P_t} + \frac{W_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} E_t [Q_{t,s} (P_s C_s)]}{P_t} \quad (\text{1.29})$$

implique la condition de transversalité

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [Q_{t,T} W_T] = 0. \quad (\text{1.30})$$

On réécrit d'abord (1.29) sous la forme

$$W_t = \sum_{s=t}^{\infty} E_t [Q_{t,s} \mathfrak{C}_s] \quad (\text{A.16})$$

avec $\mathfrak{C}_s = P_s C_s + \Delta_s M_s - \int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI - \int_0^1 \mathcal{P}_s(i) di + T_s$, on encore

$$W_t = \sum_{s=t}^{T-1} E_t [Q_{t,s} \mathfrak{C}_s] + \sum_{s=T}^{\infty} E_t [Q_{t,s} \mathfrak{C}_s] \quad (\text{A.17})$$

Ensuite, on exprime (A.16) à la période T :

$$W_T = \sum_{s=T}^{\infty} E_T [Q_{T,s} \mathfrak{C}_s] \quad (\text{A.18})$$

ce qui permet de remarquer que

$$E_t[Q_{t,T}W_T] = \sum_{s=T}^{\infty} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]. \quad (\text{A.19})$$

On peut donc réécrire (A.19) :

$$E_t[Q_{t,T}W_T] = W_t - \sum_{s=t}^{T-1} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]. \quad (\text{A.20})$$

On cherche maintenant la limite de $E_t[Q_{t,T}W_T]$ lorsque T converge vers l'infini. On exploite pour cela le fait que $W_t = \sum_{s=t}^{\infty} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]$ est borné, ce qui implique que $\sum_{s=t}^{T-1} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]$ est également borné, et donc :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t[Q_{t,T}W_T] = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ W_t - \sum_{s=t}^{T-1} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s] \right\} = W_t - \sum_{s=t}^{\infty} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]. \quad (\text{A.21})$$

Comme (A.16) montre que $W_t = \sum_{s=t}^{\infty} E_t[Q_{t,s}\mathbf{c}_s]$, on trouve effectivement

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t[Q_{t,T}W_T] = 0. \quad (1.30)$$

A.5 Conditions de deuxième ordre du problème d'optimisation

Pour vérifier si les conditions de premier ordre trouvées dans le problème d'optimisation intertemporelle du ménage sont associées à un maximum, on utilise la matrice hessienne du Lagrangien, une matrice de dimension $(\infty \times \infty)$:

$$\mathbf{D}^2 \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_t^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_t \partial h_t(I)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_t \partial h_t(J)} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_t \partial C_{t+1}} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_t \partial h_{t+1}(I)} & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(I) \partial C_t} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(I)^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(I) \partial h_t(J)} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(I) \partial C_{t+1}} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(I) \partial h_{t+1}(I)} & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(J) \partial C_t} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(J) \partial h_t(I)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(J)^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(J) \partial C_{t+1}} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_t(J) \partial h_{t+1}(I)} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_{t+1} \partial C_t} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_{t+1} \partial h_t(I)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_{t+1} \partial h_t(J)} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_{t+1} \partial h_{t+1}(I)} & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(I) \partial C_t} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(I) h_t(I)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(I) h_t(J)} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(I) \partial C_{t+1}} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(I)^2} & \cdots \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(J) \partial C_t} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(J) \partial h_t(I)} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(J) \partial h_t(J)} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(J) \partial C_{t+1}} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial h_{t+1}(J) \partial h_{t+1}(I)} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{cc}(C_t) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & -v_{hh}(h_t(I)) & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & -v_{hh}(h_t(J)) & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{cc}(C_{t+1}) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -v_{hh}(h_{t+1}(I)) & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}.$$

Comme u est un fonction concave et v une fonction convexe, on a

$$u_{cc}(C_{t+l}) \equiv \frac{\partial^2 u(C_{t+l}; \varrho_{t+l})}{\partial C_{t+l}^2} \leq 0, \quad \forall l \geq 0 \quad (\text{A.22})$$

$$-v_{hh}(h_{t+l}(I)) \equiv -\frac{\partial^2 v(h_{t+l}(I); \varrho_{t+l})}{\partial h_{t+l}^2(I)} \leq 0, \quad \forall l \geq 0. \quad (\text{A.23})$$

Soit $\mathfrak{h} = \begin{bmatrix} \mathfrak{h}_1 \\ \mathfrak{h}_2 \\ \dots \end{bmatrix}$ un vecteur de dimension $(1 \times \infty)$. Soit $\mathfrak{g}(\cdot)$ défini par

$$\mathfrak{g}(C_t, h_t(I), h_t(J), \dots, C_{t+1}, h_{t+1}(I), h_{t+1}(J), \dots) = C_t + \frac{\sum_{s=t}^{\infty} Q_{t,s} \left[-\int_0^1 w_s(I) h_s(I) dI \right] + \sum_{s=t+1}^{\infty} Q_{t,s} [P_s C_s] + \mathfrak{R}_t}{P_t}. \quad (\text{A.24})$$

On a alors

$$\mathfrak{h}^T \mathbf{D}^2 \mathcal{L} \mathfrak{h} \leq 0 \quad \forall \mathfrak{h} : \mathfrak{g}(\cdot) \mathfrak{h} = 0. \quad (\text{A.25})$$

Par conséquent, les conditions de premier ordre trouvées dans le problème d'optimisation du ménage représentatif sont bien associées à un maximum (cf. Varian (1995, p. 501)).

A.6 Conditions d'équilibre dans l'industrie I

Chaque firme appartenant à l'industrie I est confrontée à la demande

$$y_t(i) = \left(\frac{p_t(I)}{P_t} \right)^{-\sigma} Y_t. \quad (\text{A.26})$$

L'équation (A.53) montre que cette demande est identique pour chaque firme de l'industrie, car elles utilisent toutes le même prix de vente $p_t(I)$. L'identité du prix s'explique dans un environnement de prix flexibles par le fait que toutes les firmes de l'économie ont des caractéristiques identiques, i.e. notamment la même fonction de production; dans un environnement de prix rigides au sens de Calvo (1983), il convient d'ajouter l'hypothèse que toutes les firmes de l'industrie I peuvent modifier leur prix au même moment (Woodford 2003b, p. 153).

Soit $y_t(I) = \int_{i=0}^1 y_t(i) di$ la production agrégée des différents biens i produits par l'ensemble des firmes appartenant à l'industrie I . Comme toutes les firmes du secteur i sont confrontés à des conditions identiques, elles produisent toutes la même quantité du bien $y_t(i) = y_t(j) = \bar{y}_t \forall i \neq j$. On a

$$y_t(I) = \int_{i=0}^1 y_t(i) di = \int_{i=0}^1 \bar{y}_t di = [\bar{y}_t \times i]_0^1 = \bar{y}_t \quad (\text{A.27})$$

On retient que $y_t(I) = y_t(i)$. Comme toutes les firmes sont caractérisées par la même fonction de production, elles utilisent nécessairement la même quantité de travail du type

I , i.e. on a $h_t(i) = h_t(j) = \bar{h}_t$. Soit $h_t(I) = \int_{i=0}^1 h_t(i) di$ la quantité de travail utilisé par l'ensemble des firmes de l'industrie. On trouve donc :

$$h_t(I) = \int_{i=0}^1 h_t(i) di = \bar{h}_t = h_t(i). \quad (\text{A.28})$$

Les égalités $y_t(i) = y_t(I)$ et $h_t(i) = h_t(I)$ impliquent que l'on peut maintenant exprimer la fonction de production agrégée de l'industrie I :

$$y_t(I) = \mathcal{A}_t f(h_t(I)) \quad (\text{A.29})$$

On peut maintenant remplacer dans (1.40) C_t par Y_t et $h_t(I)$ par la fonction réciproque de (A.29). On trouve alors (1.48)

A.7 Log-linéarisation autour d'un état stationnaire

Le chapitre 1 mobilise les résultats suivants :

- a. L'approximation log-linéaire autour de $\bar{\mathcal{X}}$ d'une variable quelconque strictement positive \mathcal{X}_t est donnée par l'expression

$$\mathcal{X}_t \simeq \bar{\mathcal{X}}(1 + \hat{x}_t). \quad (\text{A.30})$$

avec $\bar{\mathcal{X}}$ la valeur de \mathcal{X}_t associées à l'état stationnaire et $\hat{x}_t \equiv \ln \mathcal{X}_t - \ln \bar{\mathcal{X}}$

- b. L'approximation log-linéaire autour de $(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})$ du produit de deux variables strictement positives quelconques \mathcal{X}_t et \mathcal{Y}_t est donnée par l'expression :

$$\mathcal{X}_t \mathcal{Y}_t \simeq \bar{\mathcal{X}} \bar{\mathcal{Y}} (1 + \hat{x}_t + \hat{y}_t), \quad (\text{A.31})$$

- c. L'approximation log-linéaire autour de $\bar{\mathcal{X}}$ d'une fonction de la variable \mathcal{X}_t est donnée par l'expression :

$$f(\mathcal{X}_t) \simeq f(\bar{\mathcal{X}})(1 + \mathbf{e}_x \hat{x}_t), \quad (\text{A.32})$$

avec $\mathbf{e}_x \equiv \frac{df(\bar{\mathcal{X}})}{d\bar{\mathcal{X}}} \frac{\bar{\mathcal{X}}}{f(\bar{\mathcal{X}})}$.

- d. L'approximation log-linéaire autour de $(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}} = 0)$ d'une fonction des variables $\mathcal{X}_t, \mathcal{Y}_t$ est donnée par l'expression :

$$f(\mathcal{X}_t, \mathcal{Y}_t) \simeq f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}}) \left(1 + \mathbf{e}_{x,0} \hat{x}_t + \frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{Y}}} \frac{\mathcal{Y}_t}{f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})} \right), \quad (\text{A.33})$$

avec $\mathbf{e}_{x,0} \equiv \frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{X}}} \frac{\bar{\mathcal{X}}}{f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}$.

Preuves :

a. On peut écrire :

$$\mathcal{X}_t = \bar{\mathcal{X}} \left(\frac{\mathcal{X}_t}{\bar{\mathcal{X}}} \right) = \bar{\mathcal{X}} e^{\ln\left(\frac{\mathcal{X}_t}{\bar{\mathcal{X}}}\right)} = \bar{\mathcal{X}} e^{\hat{x}_t}, \quad (\text{A.34})$$

i. e. que \mathcal{X}_t peut être exprimé en fonction de \hat{x}_t ($\mathcal{X}_t = f(\hat{x}_t)$). Lorsque $\mathcal{X}_t = \bar{\mathcal{X}}$, on a $\hat{x}_t = 0$. L'approximation de premier ordre de Taylor autour de $\hat{x}_t = 0$ s'écrit alors :

$$\mathcal{X}_t \simeq f(0) + f'(0)(\hat{x}_t - 0) = \bar{\mathcal{X}} e^0 + \bar{\mathcal{X}} e^0(\hat{x}_t - 0) = \bar{\mathcal{X}}(1 + \hat{x}_t), \quad (\text{A.35})$$

car $\frac{d(\bar{\mathcal{X}}e^{\hat{x}_t})}{d\hat{x}_t} = \bar{\mathcal{X}}e^{\hat{x}_t}$.

b. On trouve de manière analogue pour une autre variable quelconque strictement positive \mathcal{Y}_t :

$$\mathcal{Y}_t \simeq \bar{\mathcal{Y}}(1 + \hat{y}_t), \quad (\text{A.36})$$

Par conséquent, on peut approcher le produit des variables \mathcal{X}_t et \mathcal{Y}_t par l'expression :

$$\mathcal{X}_t \mathcal{Y}_t \simeq \bar{\mathcal{X}} \bar{\mathcal{Y}}(1 + \hat{x}_t + \hat{y}_t), \quad (\text{A.37})$$

car $\hat{x}_t \hat{y}_t \simeq 0$. En effet, \mathcal{X}_t est supposé proche de $\bar{\mathcal{X}}$ et \mathcal{Y}_t proche de $\bar{\mathcal{Y}}$, ce qui implique que \hat{x}_t et \hat{y}_t sont proches de zéro et que le terme $\hat{x}_t \hat{y}_t$ peut être négligé.

c. L'approximation de premier ordre de Taylor autour de l'état stationnaire $\bar{\mathcal{X}}$ de la fonction $f(\mathcal{X}_t)$ s'écrit :

$$f(\mathcal{X}_t) \simeq f(\bar{\mathcal{X}}) + f'(\bar{\mathcal{X}})(\mathcal{X}_t - \bar{\mathcal{X}}) = f(\bar{\mathcal{X}}) + f'(\bar{\mathcal{X}})\bar{\mathcal{X}}\left(\frac{\mathcal{X}_t}{\bar{\mathcal{X}}} - 1\right). \quad (\text{A.38})$$

Pour \mathcal{X}_t proche de $\bar{\mathcal{X}}$, on a $\frac{\mathcal{X}_t}{\bar{\mathcal{X}}} - 1 \simeq \hat{x}_t$, ce qui donne :

$$f(\mathcal{X}_t) \simeq f(\bar{\mathcal{X}}) + f'(\bar{\mathcal{X}})\bar{\mathcal{X}}\hat{x}_t = f(\bar{\mathcal{X}}) + f(\bar{\mathcal{X}})\frac{df(\bar{\mathcal{X}})}{d\bar{\mathcal{X}}}\frac{\bar{\mathcal{X}}}{f(\bar{\mathcal{X}})}\hat{x}_t = f(\bar{\mathcal{X}})(1 + \epsilon_{\hat{x}_t}) \quad (\text{A.39})$$

d. L'approximation de premier ordre de Taylor autour de l'état stationnaire ($\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}} = 0$) de la fonction $\mathcal{X}_t, \mathcal{Y}_t$ s'écrit

$$f(\mathcal{X}_t, \mathcal{Y}_t) \simeq f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}}) + \frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{X}}}(\mathcal{X}_t - \bar{\mathcal{X}}) + \frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{Y}}}(\mathcal{Y}_t - 0) \quad (\text{A.40})$$

ou encore

$$\begin{aligned} f(\mathcal{X}_t, \mathcal{Y}_t) &\simeq f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}}) + f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})\frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{X}}}\frac{\bar{\mathcal{X}}}{f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}\hat{x}_t \\ &\quad + f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})\frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{Y}}}\frac{\bar{\mathcal{Y}}}{f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}\hat{y}_t \\ &\simeq f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})\left(1 + \epsilon_{x,0}\hat{x}_t + \frac{\partial f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}{\partial \bar{\mathcal{Y}}}\frac{\bar{\mathcal{Y}}}{f(\bar{\mathcal{X}}, \bar{\mathcal{Y}})}\hat{y}_t\right). \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

A.8 Approximation log-linéaire du taux d'intérêt réel

Pour des petites valeurs de \bar{r} , \bar{i} , $\bar{\pi}$, r_t , i_t et $E_t[\pi_{t+1}]$, on obtient l'approximation log-linéaire du taux d'intérêt réel ex ante de la manière suivante : la définition exacte du taux d'intérêt réel ex ante

$$r_t = \frac{1 + i_t}{1 + E_t[\pi_{t+1}]} - 1 \quad (\text{A.42})$$

peut être approchée par l'expression linéaire

$$r_t \simeq i_t - E_t[\pi_{t+1}]. \quad (\text{A.43})$$

En substituant à i_t et $E_t[\pi_{t+1}]$ les valeurs associées à l'état stationnaire $(\bar{\Pi}, \bar{Y}, 0, 0)$, on trouve l'expression linéaire du taux d'intérêt réel de long terme

$$\bar{r} \simeq \bar{i} - \bar{\pi}. \quad (\text{A.44})$$

On soustrait maintenant \bar{r} des membres de gauche et de droite de l'expression linéaire du taux d'intérêt réel ex ante :

$$r_t - \bar{r} \simeq i_t - E_t[\pi_{t+1}] - \bar{r} \simeq i_t - \bar{i} - E_t[\pi_{t+1}] - \bar{\pi}. \quad (\text{A.45})$$

Comme $\ln\left(\frac{1+\mathcal{X}_t}{1+\bar{\mathcal{X}}}\right) \simeq \mathcal{X}_t - \bar{\mathcal{X}}$ pour des petites valeurs de \mathcal{X}_t et de $\bar{\mathcal{X}}$, on peut approcher cette dernière équation par

$$\hat{r}_t \simeq \hat{i}_t - E_t[\hat{\pi}_{t+1}], \quad (\text{A.46})$$

avec $\hat{r}_t \equiv \ln\left(\frac{1+r_t}{1+\bar{r}}\right)$ et $\hat{\pi}_{t+1} \equiv \ln\left(\frac{1+\pi_{t+1}}{1+\bar{\pi}}\right)$. Dans le cas particulier retenu ici où $\bar{\pi} = 0$ et donc $\bar{r} \simeq \bar{i}$, ce qui donne

$$r_t - \bar{r} \simeq i_t - \bar{i} + E_t[\pi_{t+1}]. \quad (\text{A.47})$$

On trouve maintenant l'approximation log-linéaire

$$\hat{r}_t \simeq \hat{i}_t - E_t[\pi_{t+1}] \quad (\text{A.48})$$

(cf. Woodford (2003b, p. 79)).

A.9 Log-linéarisation de la définition implicite de la production naturelle

Pour justifier le passage de l'équation (1.150) à (1.151), on doit montrer que

$$\mathbf{e}_{vh} = -\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}))}{\partial \bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}}))} \quad (\text{A.49})$$

et

$$\mathbf{e}_\psi = -\frac{d\Psi(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}})}{d\bar{\mathcal{A}}} \times \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\Psi(\bar{Y}/\bar{\mathcal{A}})}. \quad (\text{A.50})$$

On développe d'abord l'écriture du terme $\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial \bar{A}} \times \frac{\bar{A}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}$:

$$\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial \bar{A}} \times \frac{\bar{A}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))} = \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{\partial(\bar{Y}/\bar{A})}{\partial \bar{A}} \times \frac{\bar{A}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}. \quad (\text{A.51})$$

De la même manière, on développe $\epsilon_{vh} \equiv \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial \bar{Y}} \times \frac{\bar{Y}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}$:

$$\epsilon_{vh} = \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{\partial(\bar{Y}/\bar{A})}{\partial \bar{Y}} \times \frac{\bar{Y}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}. \quad (\text{A.52})$$

Ensuite, on remarque que

$$\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{\partial(\bar{Y}/\bar{A})}{\partial \bar{A}} \times \frac{\bar{A}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))} = \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{-\bar{Y}\bar{A}^{-1}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))} \quad (\text{A.53})$$

et

$$\frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{\partial(\bar{Y}/\bar{A})}{\partial \bar{Y}} \times \frac{\bar{Y}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))} = \frac{\partial v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}{\partial(\bar{Y}/\bar{A})} \times \frac{\bar{Y}\bar{A}^{-1}}{v_h(f^{-1}(\bar{Y}/\bar{A}))}, \quad (\text{A.54})$$

ce qui prouve (A.49). Un raisonnement analogue prouve (A.50).

A.10 Relation entre x_t et Y_t et entre π_t et Π_t

Il s'agit de montrer que des baisses de l'écart de production et de l'inflation correspondent à des diminutions du facteur d'inflation Π_t et de la production courante Y_t .

Pour s'apercevoir de cela, on peut exprimer Y_t en fonction de x_t et Π_t en fonction de π_t : $Y_t \equiv Y_t^n e^{x_t}$ et $\Pi_t \equiv \pi_t + 1$. La formule « toutes choses égales par ailleurs » signifie notamment que les variables naturelles Y_t^n et r_t^n restent inchangées. Dans ces conditions, on obtient :

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \hat{i}_t} \simeq -\phi Y_t^n e^{x_t} < 0 \quad (\text{A.55})$$

et

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial \hat{i}_t} \simeq -\phi \lambda < 0. \quad (\text{A.56})$$

A.11 Dérivée partielle de la fonction réciproque u_c^{-1}

Pour alléger les notations, on retient ici la fonction d'utilité du ménage sans indices temporelles : $u_c(C; \varrho)$. Pour ϱ , on suppose une valeur constante : $\varrho = \varrho_0$. On note $\mathbf{u} = u_c(C; \varrho_0)$ et $\mathbf{u}_0 = u_c(C_0; \varrho_0)$, ce qui implique $u_c^{-1}(\mathbf{u}; \varrho_0) = C$ et $u_c^{-1}(\mathbf{u}_0; \varrho_0) = C_0$. La dérivée

partielle de u_c^{-1} par rapport à u_c au point $(\mathbf{u}_0; \varrho_0)$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_c^{-1}}{\partial u_c}(\mathbf{u}_0; \varrho_0) &= \frac{\partial u_c^{-1}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{u}_0; \varrho_0) = \lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}_0} \frac{u_c^{-1}(\mathbf{u}; \varrho_0) - u_c^{-1}(\mathbf{u}_0; \varrho_0)}{\mathbf{u} - \mathbf{u}_0} \\ &= \frac{1}{\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}_0} \frac{\mathbf{u} - \mathbf{u}_0}{u_c^{-1}(\mathbf{u}; \varrho_0) - u_c^{-1}(\mathbf{u}_0; \varrho_0)}} \\ &= \frac{1}{\lim_{C \rightarrow C_0} \frac{u_c(C; \varrho_0) - u_c(C_0; \varrho_0)}{C - C_0}} \\ &= \frac{1}{\frac{\partial u_c}{\partial C}(C_0; \varrho_0)} = \frac{1}{u_{cc}(C_0; \varrho_0)}. \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

A.12 Absence structurelle de l'épargne

Il s'agit de montrer qu'à l'équilibre du nouveau modèle canonique, la richesse agrégée de l'ensemble des ménages (ainsi que la richesse de chaque ménage individuel) ne peut pas être différente de zéro.

Chaque ménage est confronté à la contrainte budgétaire (1.10), qui est saturé à l'équilibre saturé et qui s'écrit alors :

$$M_t + B_t = W_t + \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI + \int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di - T_t - C_t P_t. \quad (\text{A.58})$$

Le profit agrégé des firmes est la différence entre leur chiffre d'affaires agrégé et la masse salariale versée aux ménages :

$$\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di = Y_t P_t - \int_0^1 w_t(I)h_t(I) dI. \quad (\text{A.59})$$

En substituant le terme $\int_0^1 \mathcal{P}_t(i) di$ dans (A.58) par le membre de droite de (A.59), on trouve :

$$M_t + B_t = W_t + Y_t P_t - T_t - C_t P_t. \quad (\text{A.60})$$

A l'équilibre général, on a $Y_t = C_t$; de plus, dans la version de base ldu nouveau modèle canonique, les dépenses publiques sont égales à zéro, ce qui implique que les impôts nominaux nets T_t sont aussi égaux à zéro. L'équation (A.60) devient alors :

$$M_t + B_t = W_t \quad \forall t. \quad (\text{A.61})$$

On rappelle que

$$B_t = E_t [Q_{t,t+1} A_{t+1}]. \quad (1.12)$$

D'autre part, on exprime (1.11) à la période $t+1$, on y remplace i_t^m par i_t (cf. sous-section 1.3.1) et on isole A_{t+1} :

$$A_{t+1} = W_{t+1} - (1 + i_t)M_t. \quad (\text{A.62})$$

En substituant A_{t+1} dans (1.12) par le membre de droite de (A.62), on obtient

$$B_t = E_t [Q_{t,t+1} W_{t+1} - Q_{t,t+1} (1 + i_t) M_t], \quad (\text{A.63})$$

ou encore

$$B_t + M_t = E_t [Q_{t,t+1} W_{t+1}]. \quad (\text{A.64})$$

D'après (A.61), on trouve

$$W_t = E_t [Q_{t,t+1} W_{t+1}] \quad (\text{A.65})$$

Exprimée à la période $t + 1$, (A.65) devient

$$W_{t+1} = E_{t+1} [Q_{t+1,t+2} W_{t+2}]. \quad (\text{A.66})$$

On peut maintenant remplacer W_{t+1} dans (A.65) par le membre de droite de (A.66) :

$$W_t = E_t [Q_{t,t+1} E_{t+1} [Q_{t+1,t+2} W_{t+2}]]. \quad (\text{A.67})$$

Comme $Q_{t,t+1}$ est élément de l'ensemble d'information \mathcal{I}_{t+1} (associée à l'opérateur E_{t+1}), on a :

$$E_t [Q_{t,t+1} E_{t+1} [Q_{t+1,t+2} W_{t+2}]] = E_t [E_{t+1} [Q_{t,t+1} Q_{t+1,t+2} W_{t+2}]] = E_t [Q_{t,t+2} W_{t+2}], \quad (\text{A.68})$$

et on peut alors écrire

$$W_t = E_t [Q_{t,t+2} W_{t+2}]. \quad (\text{A.69})$$

Par récurrence, on obtient :

$$W_t = E_t [Q_{t,T} W_T]. \quad (\text{A.70})$$

En faisant tendre T vers plus l'infini, on trouve finalement d'après (1.30)

$$W_t = \lim_{T \rightarrow \infty} W_t = \lim_{T \rightarrow \infty} E_t [Q_{t,T} W_T] = 0. \quad (\text{A.71})$$

La richesse du ménage représentatif est donc égale à zéro. On remarque que dans l'équation (A.71), le taux d'intérêt nominal i_t n'intervient pas : W_t est égale à zéro quelque soit i_t .

On rappelle que toutes les variables concernant le ménage représentatif sont implicitement définies comme des variables par tête et que l'économie est peuplée de ménages parfaitement identiques. On a donc

$$W_t \equiv \frac{\sum_{j=1}^n W_{j,t}}{n} = 0 \quad (\text{A.72})$$

avec $W_{j,t}$ la richesse du ménage individuel j et n le (grand) nombre de ménages individuels. La richesse du ménage représentatif W_t s'interprète dans (A.72) comme la richesse moyenne de l'ensemble des ménages, i.e. comme indicateur de la richesse agrégée.

L'identité parfaite des ménages individuel implique que $\sum_{j=1}^n W_{j,t} = n \times W_{j,t}$, $\forall j$ et donc

$$\frac{n \times W_{j,t}}{n} = W_{j,t} = 0 \quad \forall j. \quad (\text{A.73})$$

Annexes du chapitre 2

B.1 Écritures matricielles du nouveau modèle canonique linéaire

On suppose d'abord que les autorités monétaires utilisent la règle

$$i_t = \varphi_\pi \pi_{t-1} + \varphi_x x_{t-1} \quad (2.21)$$

En substituant i_t dans (IS) par le membre de droite de (2.21), on obtient un système matriciel dont la forme fonctionnelle est bien celle de l'équation (NMC) :

$$\begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi \\ \lambda & \lambda\phi + \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[x_{t+1}] \\ E_t[\pi_{t+1}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\phi\varphi_x & -\phi\varphi_\pi \\ -\lambda\phi\varphi_x & -\lambda\phi\varphi_\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ \pi_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

Supposons maintenant que la politique monétaire soit décrite par la règle de type Taylor.

$$i_t = \varphi_\pi \pi_t + \varphi_x x_t \quad (RT)$$

On obtient en présence de cette règle le système matriciel :

$$\begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} & \frac{\phi(1-\beta\varphi_\pi)}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} \\ \frac{\lambda}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} & \frac{\lambda\phi+\beta+\phi\beta\varphi_x}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[x_{t+1}] \\ E_t[\pi_{t+1}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} & \frac{-\phi\varphi_\pi}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} \\ \frac{\lambda}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} & \frac{1+\phi\varphi_x}{1+\phi\varphi_x+\phi\lambda\varphi_\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

On remarque que les éléments des matrices associées aux vecteurs $E_t[y_{t+1}] \equiv \begin{bmatrix} E_t[x_{t+1}] \\ E_t[\pi_{t+1}] \end{bmatrix}$,

$y_{t-1} \equiv \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ \pi_{t-1} \end{bmatrix}$ et $\nu_t \equiv \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix}$ sont fonction de la règle de politique monétaire utilisée. Ainsi, avec la règle (RT), la matrice nulle est associée à y_{t-1} . Autrement dit, on obtient avec (RT) un système matriciel dont la forme fonctionnelle est celle de l'équation (NMC').

B.2 Analyse de la détermination du nouveau modèle canonique d'après Blanchard & Kahn (1980)

L'écriture matricielle du nouveau modèle canonique

$$\begin{bmatrix} x_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t x_{t+1} \\ E_t \pi_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ \pi_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

permet l'expression alternative :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -n_{11} & -n_{12} & 1 & 0 \\ -n_{21} & -n_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^L \\ \pi_t^L \\ x_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{11} & m_{12} \\ 0 & 0 & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t+1}^L \\ \pi_{t+1}^L \\ E_t x_{t+1} \\ E_t \pi_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

avec $x_t^L = x_{t-1}$ et $\pi_t^L = \pi_{t-1}$, ou encore

$$\begin{bmatrix} y_{t+1}^L \\ E_t y_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} y_t^L \\ y_t \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} g_t \\ u_t \end{bmatrix}, \quad (\text{BK})$$

avec les matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{11} & m_{12} \\ 0 & 0 & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -n_{11} & -n_{12} & 1 & 0 \\ -n_{21} & -n_{22} & 0 & 1 \end{bmatrix}$

et $K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{11} & m_{12} \\ 0 & 0 & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$.

Le modèle est maintenant exprimé sous la forme standard de Blanchard & Kahn (1980) avec deux variables prédéterminées (x_t^L et π_t^L) et deux variables non prédéterminées (x_t et π_t). On peut donc mobiliser la méthode de Blanchard & Kahn (1980) pour prouver la proposition 1.

On prend les espérances conditionnelles à I_t des membres gauche et droite de l'équation (BK), celle-ci étant exprimée pour la période $t + i$:

$$\begin{bmatrix} E_t y_{t+i+1}^L \\ E_t y_{t+i+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} E_t y_{t+i}^L \\ E_t y_{t+i} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} E_t g_{t+i} \\ E_t u_{t+i} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

On effectue le changement de variables :

$$\begin{bmatrix} w_t \\ q_t \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} y_t^L \\ y_t \end{bmatrix}, \quad (\text{B.6})$$

avec C la matrice définie par $A = C^{-1}JC$. On a : $J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ (\bar{n} \times \bar{n}) & \\ 0 & J_2 \\ & (\bar{m} \times \bar{m}) \end{bmatrix}$,

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ (\bar{n} \times 2) & (\bar{n} \times 2) \\ C_{21} & C_{22} \\ (\bar{m} \times 2) & (\bar{m} \times 2) \end{bmatrix}, C^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ (2 \times \bar{n}) & (2 \times \bar{m}) \\ B_{21} & B_{22} \\ (2 \times \bar{n}) & (2 \times \bar{m}) \end{bmatrix} \text{ et } K = \begin{bmatrix} K_1 \\ (n \times 2) \\ K_2 \\ (m \times 2) \end{bmatrix}.$$

La matrice J est construite de la manière suivante : les \bar{n} valeurs propres de J_1 se situent toutes à l'intérieur du cercle unitaire, les \bar{m} valeurs propres de J_2 se situent toutes à l'extérieur du cercle unitaire. C_{22} est supposé de rang complet.

En utilisant $A = C^{-1}JC$ et en multipliant les membres gauche et droite de (B.5) par C , on trouve :

$$\begin{bmatrix} E_t w_{t+i+1} \\ E_t q_{t+i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t w_{t+i} \\ E_t q_{t+i} \end{bmatrix} + C \times K \begin{bmatrix} E_t g_{t+i} \\ E_t u_{t+i} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

Les \bar{n} premières lignes de (B.7) donnent le système

$$E_t w_{t+i+1} = J_1 E_t w_{t+i} + (C_{11}K_1 + C_{12}K_2)E_t \nu_{t+i}, \quad (\text{B.8})$$

qui est stable, car ν est un processus autorégressif stationnaire et les valeurs propres de J_1 se situent à l'intérieur du cercle unitaire. En revanche, le système

$$E_t q_{t+i+1} = J_2 E_t q_{t+i} + (C_{21}K_1 + C_{22}K_2)E_t \nu_{t+i} \quad (\text{B.9})$$

formé par les \bar{m} dernières lignes de (B.7) est explosif, sauf si :

$$q_t = - \sum_{i=0}^{\infty} J_2^{-i-1} (C_{21}K_1 + C_{22}K_2) E_t \nu_{t+i}. \quad (\text{B.10})$$

Comme seules les solutions stationnaires sont retenues, (B.10) détermine de manière unique q_t . Le caractère unique de la solution du modèle dépend maintenant de l'unicité de w_t .

w_t doit vérifier (B.8), ainsi que deux conditions qui découlent du fait que (B.7) a été dérivée à partir de (B.5). En effet, prenons l'inverse de (B.6) :

$$\begin{bmatrix} y_t^L \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_t \\ q_t \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

A la période $t = 0$, les 2 premières lignes de (B.11) donnent :

$$y_0^L = B_{11}w_0 + B_{12}q_0. \quad (\text{B.12})$$

L'intuition de (B.12) est que w_0 est contrainte par les conditions initiales sur y_0^L . Les deux premières lignes de (B.11) impliquent également la relation suivante :

$$y_{t+1}^L - E_t y_{t+1}^L = B_{11}(w_{t+1} - E_t w_{t+1}) + B_{12}(q_{t+1} - E_t q_{t+1}). \quad (\text{B.13})$$

Or, $y_{t+1}^L = y_t \in I_t$ et donc $y_{t+1}^L = E_t y_{t+1}^L$. On trouve par conséquent la relation :

$$0 = B_{11}(w_{t+1} - E_t w_{t+1}) + B_{12}(q_{t+1} - E_t q_{t+1}). \quad (\text{B.14})$$

Si $\bar{m} = 2$, i.e. si le nombre des valeurs propres de A à l'extérieur du cercle unitaire est égal au nombre des variables non prédéterminées on voit que : q_0 est déterminé de manière unique par (B.10), on a $q_0 = - \sum_{i=0}^{\infty} J_2^{-i-1} (C_{21}K_1 + C_{22}K_2) E_0 \nu_i$. Le

vecteur de dimension 2×1 w_0 est également déterminé de manière unique, car (B.12) est un système à deux équations et à deux inconnues. En effet, B_{11} et B_{12} sont des matrices de dimension 2×2 , q_0 est unique et y_0^L est prédéterminé, i.e. donné en $t = 0$ comme condition initiale. On a maintenant la solution unique pour $t = 0 : (w_0, q_0)$. A l'aide de la matrice C^{-1} , on trouve la solution unique des variables originales (y_0^L, y_0) .

A la période $t = 1$ on obtient $q_1 = -\sum_{i=1}^{\infty} J_2^{-i-1} (C_{21}K_1 + C_{22}K_2) E_1 \nu_{1+i}$. Or, en $t = 0$, on a déjà trouvé $E_0 q_1$ par (B.9) et $E_0 w_1$ par (B.8). Par conséquent, (B.14) détermine en $t = 1$ de manière unique w_1 . On a alors la solution unique : (w_1, q_1) et (y_1^L, y_1) . On obtient de cette manière les solutions pour toutes les périodes $t = 0, 1, \dots, n$.

Si $\bar{m} > 2$, i.e. **si le nombre des valeurs propres de A à l'extérieur du cercle unitaire est supérieur au nombre des variables non prédéterminées**, (B.12) est un système surdéterminé, qui n'a presque jamais de solution. Prenons par exemple le cas où $\bar{m} = 3$. Les éléments de (B.12) ont les dimensions suivantes : $y_0^L : (2 \times 1)$, $w_0 : (1 \times 1)$, $q_0 : (3 \times 1)$, $B_{11} : (2 \times 1)$ et $B_{12} : (2 \times 3)$. (B.12) est surdéterminé, car il s'agit d'un système à deux équations et à une inconnue.

Si $\bar{m} < 2$, i.e. **si le nombre des valeurs propres de A à l'extérieur du cercle unitaire est inférieur au nombre des variables non prédéterminées**, (B.12) est un système sous-déterminé qui permet une infinité de solutions. Prenons le cas où $\bar{m} = 1$. Les éléments de (B.12) ont les dimensions suivantes : $y_0^L : (2 \times 1)$, $w_0 : (3 \times 1)$, $q_0 : (1 \times 1)$, $B_{11} : (2 \times 3)$ et $B_{12} : (2 \times 1)$. (B.12) est sous-déterminé, car il s'agit d'un système à deux équations et à trois inconnues.

B.3 Calcul de la solution stationnaire du nouveau modèle canonique

En multipliant par M^j et en faisant la somme de $j = 0$ à $j = k - 1$, l'équation (NMC') devient :

$$y_t = M^k E_t [y_{t+k}] + \sum_{j=0}^{k-1} M^j P E_t [\nu_{t+j}]. \tag{B.15}$$

Lorsque $\{y_t\}$ est un processus borné et lorsque les deux valeurs propres de M se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire, il s'ensuit que :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} M^k E_t [y_{t+k}] = 0. \tag{B.16}$$

Cela donne la solution unique

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} M^j P E_t [\nu_{t+j}] = \sum_{j=0}^{\infty} M^j P F^j \nu_t \tag{B.17}$$

B.4 Analyse de la stabilité sous apprentissage d'après Evans & Honkapohja (2001)

A l'aide de la méthode d'Evans & Honkapohja (2001, chapitres 6 et 10), on peut montrer que le comportement dynamique d'un modèle défini par (NMC*), (LMP) et l'algorithme des moindres carrés récursifs (2.11) - (2.12) est correctement approché par l'équation différentielle (EDA). A cet effet, on montre d'abord qu'il est possible d'écrire le modèle sous la forme d'algorithmes stochastiques récursifs (ci-après *algorithmes récursifs*). Le modèle en question donne la loi réelle :

$$y_t = M[I + b_t]a_t + [Mb_t^2 + N]y_{t-1} + (M[b_t c_t + c_t F] + P)\nu_t, \quad (\text{LMR})$$

L'application (2.16) permet de trouver une expression alternative de la loi réelle :

$$y_t = T(\xi_t)^T z_t \quad (\text{LMR}')$$

L'algorithme des moindres carrés récursifs s'appliquant aux paramètres estimés peut être mobilisé comme suit : on utilise l'équation (LMR') valable à la période $t - 1$, on effectue le changement de variable $S_t = R_{t+1}$ et on substitue ε_t^T dans l'équation (2.11) par $y_{t-1}^T - z_{t-1}^T \xi_{t-1}$. Ces modifications permettent de trouver, à partir de (2.11) - (2.12), le nouveau système récursif :

$$\xi_t = \xi_{t-1} + t^{-1} S_t^{-1} z_{t-1} z_{t-1}^T [T(\xi_{t-1}) - \xi_{t-1}] \quad (\text{B.18})$$

$$S_t = S_{t-1} + t^{-1} (z_t z_t^T - S_{t-1}) + t^{-2} \left(-\frac{t}{t+1} \right) \times (z_t z_t^T - S_{t-1}). \quad (\text{B.19})$$

Les équations (B.18) et (B.19) peuvent être synthétisées par une seule équation en différences premières :

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \gamma_t \mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t) + \gamma_t^2 \mathbf{w}_t(\theta_{t-1}, Z_t) \quad (\text{B.20})$$

avec $\gamma_t = t^{-1}$, $\theta_t = \text{vec}(\xi_t, S_t)$, vec l'opérateur qui transforme la matrice (ξ_t, S_t) en un vecteur colonnes et $Z_t^T = (1, y_t^T, \nu_t^T, y_{t-1}^T, \nu_{t-1}^T)$ le vecteur des variables d'état observables. $\mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t) = \begin{bmatrix} S_t^{-1} z_{t-1} z_{t-1}^T [T(\xi_{t-1}) - \xi_{t-1}] \\ z_t z_t^T - S_{t-1} \end{bmatrix}$ et $\mathbf{w}_t(\theta_{t-1}, Z_t) = -\frac{t}{t+1} \times (z_t z_t^T - S_{t-1})$ sont deux fonctions qui interviennent dans l'actualisation du vecteur θ . On rappelle que z_t est le vecteur des régresseurs défini par $z_t^T = (1, y_{t-1}^T, \nu_{t-1}^T)$.

L'équation (B.20) précise comment les estimations évoluent sous l'impact de l'apprentissage, elle peut par conséquent être interprétée comme **règle d'apprentissage**.

La dynamique des variables d'état Z_t peut être résumée par l'équation

$$Z_t = A(\xi_t) Z_{t-1} + C(\xi_t) W_t \quad (\text{B.21})$$

$$\text{où } A(\xi_t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_a(a_t, b_t) & T_b(b_t) & T_c(b_t, c_t)F & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad C(\xi_t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_c(b_t, c_t) \\ 0 & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et $W_t = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{\nu}_t \end{bmatrix}$ avec $\tilde{\nu}_t = \begin{bmatrix} \tilde{g}_t \\ \tilde{u}_t \end{bmatrix}$, $T_a(a_t, b_t) = M[I + b_t]a_t$, $T_b(b_t) = Mb_t^2 + N$
 et $T_c(b_t, c_t) = M[b_t c_t + c_t F] + P$.

Le système formé par la règle d'apprentissage (B.20) et par la dynamique des variables d'état (B.21) correspond à la forme générale des algorithmes récursifs appliquée au modèle canonique. Les propriétés de l'algorithme récursif (B.20) - (B.21) sont a priori difficiles à étudier dans la mesure où il s'agit d'un système non-linéaire, stochastique et changeant au cours du temps (Evans & Honkapohja 2001, p. 126). L'analyse des propriétés de convergence locale de ce type d'algorithmes récursifs peut être facilitée par l'utilisation d'une équation différentielle ordinaire associée. Sous certaines conditions peu restrictives, on peut procéder alors de la manière suivante. On réécrit (B.20) :

$$\frac{\Delta\theta_t}{\Delta t} = t^{-1}\mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t) + t^{-2}\mathfrak{w}_t(\theta_{t-1}, Z_t) \tag{B.22}$$

équivalent à

$$\Delta\theta_t = t^{-1}\mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t) \times \Delta t + t^{-2}\mathfrak{w}_t(\theta_{t-1}, Z_t) \times \Delta t, \tag{B.23}$$

avec Δ l'opérateur des différences premières ($\Delta\theta_t \equiv \theta_t - \theta_{t-1}$). On définit ensuite le temps « artificiel » $\tau(t) = \ln(t)$ (Sargent 1993, p. 41).¹⁰³ On peut alors écrire

$$\frac{\Delta\theta_t}{\Delta\tau} = t^{-1}\mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t) \times \frac{\Delta t}{\Delta\tau} + t^{-2}\mathfrak{w}_t(\theta_{t-1}, Z_t) \times \frac{\Delta t}{\Delta\tau}. \tag{B.24}$$

On fixe maintenant le vecteur des estimations ($\theta_t = \bar{\theta}$). Le comportement asymptotique de la moyenne de la fonction $\mathcal{H}(\bar{\theta}, \bar{Z}_t(\bar{\theta}))$ est donné par

$$h(\bar{\theta}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E\mathcal{H}(\bar{\theta}, \bar{Z}_t(\bar{\theta})). \tag{B.25}$$

Comme $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta\tau = 0$, on a pour t « grand » $\frac{\Delta\theta_t}{\Delta\tau} \approx \frac{d\theta_t}{d\tau}$ et $\frac{\Delta t}{\Delta\tau} \approx \frac{dt}{d\tau} = \frac{de^\tau}{d\tau}$. Dans ce cas, on peut également approcher le terme $\mathcal{H}(\theta_{t-1}, Z_t)$ par $h(\bar{\theta})$, car $\theta_t \approx \theta_{t-1}$ et les variations de Z_t sont plus importantes que celles des θ_{t-1} (Sargent 1993, p. 41). Finalement, on peut négliger le terme $\mathfrak{w}_t(\cdot)$, car il est doté du facteur t^{-2} qui devient très « petit » lorsque t est « grand ». On peut maintenant écrire

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} \approx t^{-1}h(\bar{\theta}) \times \frac{de^\tau}{d\tau}. \tag{B.26}$$

Comme $\tau = \ln(t) \Leftrightarrow e^\tau = t$, on trouve

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} \approx e^{-\tau}h(\bar{\theta}) \times \frac{de^\tau}{d\tau}. \tag{B.27}$$

L'équation différentielle associée à (B.20) - (B.21) s'écrit donc :

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = h(\bar{\theta}). \tag{B.28}$$

¹⁰³La littérature sur l'apprentissage est étrangement opaque pour ce qui concerne la présentation du temps artificiel τ . Les seules définitions explicites se trouvent chez Sargent (1993) et chez Woodford (2003b, p. 265) qui propose la définition alternative $\tau_t = \sum_{k=1}^t \frac{1}{k}$.

Pour la suite du raisonnement, il est préférable de décomposer $h(\bar{\theta})$ en une fonction $h_\xi(\bar{\xi}, \bar{S})$ affectant le vecteur ξ et une fonction $h_S(\bar{\xi}, \bar{S})$ affectant la matrice S . Appliqué au cas analysé ici, on obtient alors :

$$h_\xi(\bar{\xi}, \bar{S}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E \bar{S}^{-1} z_{t-1} z_{t-1}^T [T(\bar{\xi}) - \bar{\xi}] \quad (\text{B.29})$$

$$h_S(\bar{\xi}, \bar{S}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E(z_t z_t^T - \bar{S}) \quad (\text{B.30})$$

avec $h(\bar{\theta}) \equiv \text{vec}[h_\xi(\bar{\xi}, \bar{S}), h_S(\bar{\xi}, \bar{S})]$.

On définit la matrice $M_z(\bar{\xi})$ de la manière suivante : Soit $z_t(\bar{\xi})^T = (1, y_t(\bar{\xi})^T, \nu_t^T)$ tel que $y_t(\bar{\xi}) = T(\bar{\xi})^T z_t(\bar{\xi}) = T_a(\bar{a}, \bar{b}) + T_b(\bar{b}) y_{t-1}(\bar{\xi}) + T_c(\bar{b}, \bar{c}) \nu_t$, avec $y_t(\bar{\xi})$ le processus stochastique des variables endogènes que l'on pourrait observer si les agents avaient des estimations fixes des paramètres : $\bar{\xi}^T = (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$. On définit

$$M_z(\bar{\xi}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E z_t(\bar{\xi}) z_t(\bar{\xi})^T. \quad (\text{B.31})$$

On trouve alors :

$$\frac{d\bar{\xi}}{d\tau} = \bar{S}^{-1} M_z(\bar{\xi}) [T(\bar{\xi}) - \bar{\xi}] \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{d\bar{S}}{d\tau} = M_z(\bar{\xi}) - \bar{S}. \quad (\text{B.33})$$

Les équations différentielles associées (B.32) - (B.33) décrivent la stabilité sous apprentissage de l'équilibre rationnel fondamental $\check{\xi}$. Selon Evans & Honkapohja (2001), l'équilibre $\check{\xi}$ est stable, si, pour un équilibre initial ξ_1 élément du voisinage de $\check{\xi}$, ξ_t est élément de ce voisinage pour tout t .

Pour des observations initiales des régresseurs $z_1 = (1, y_0, g_1, u_1)^T$, on trouve d'après l'équation (B.19) $S_t = \frac{1}{t+1} \sum_{i=0}^t z_{t-i} z_{t-i}^T$. L'application de la loi forte des grands nombres au processus $z_t z_t^T$ montre que \bar{S} converge vers $M_z(\bar{\xi})$, ce qui donne $\lim_{t \rightarrow \infty} (M_z(\bar{\xi}) - \bar{S}) = 0$ et, lorsque la matrice \bar{S} est inversible, $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{S}^{-1} M_z(\bar{\xi}) = I$. Le comportement du système (B.32) - (B.33) est par conséquent entièrement déterminé par l'équation différentielle :

$$\frac{d\bar{\xi}}{d\tau} = T(\bar{\xi}) - \bar{\xi}. \quad (\text{B.34})$$

(B.34) est équivalente à (EDA), car $\bar{\xi}^T = (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$.

B.5 Conditions de la stabilité sous apprentissage dans le nouveau modèle canonique

On cherche les conditions de stabilité par rapport à l'apprentissage économétrique de l'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$. Dans le cas général ($N \neq 0$), on étudie la stabilité de cet équilibre sous l'équation différentielle (EDA). On mobilise ici une expression alternative de (EDA) qui est basée sur la décomposition de T :

$$\frac{d}{d\tau}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (T_a(\bar{a}, \bar{b}) - \bar{a}, T_b(\bar{b}) - \bar{b}, T_c(\bar{b}, \bar{c}) - \bar{c}). \quad (\text{B.35})$$

Une condition nécessaire pour l'**A-stabilité** de l'équilibre fondamental $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est que toutes les valeurs propres des trois matrices Jacobiennes

$$DT_a = M(I + \check{b}) \tag{B.36}$$

$$DT_b = \check{b}^T \otimes M + I \otimes M\check{b} \tag{B.37}$$

$$DT_c = F^T \otimes M + I \otimes M\check{b} \tag{B.38}$$

ont des parties réelles inférieures à 1. Une condition suffisante pour l'**A-instabilité** de $(\check{a}, \check{b}, \check{c})$ est que au moins une valeur propre de ces trois matrices Jacobiennes a une partie réelle supérieure à 1. (cf. Evans & Honkapohja (2001, p. 245), Evans & Honkapohja (2004) et Hirsch & Smale (1974, sections 9.1 - 92, p. 181 et p. 187)).

Dans le cas particulier où $N = 0$, l'équation différentielle associée s'écrit :

$$\frac{d}{d\tau}(\bar{a}, \bar{c}) = (T_a(\bar{a}) - \bar{a}, T_c(\bar{c}) - \bar{c}). \tag{B.39}$$

L'équilibre fondamental (\check{a}, \check{c}) est A-stable lorsque les valeurs propres des deux matrices Jacobiennes

$$DT_a = M \tag{B.40}$$

$$DT_c = F^T \otimes M \tag{B.41}$$

ont des parties réelles inférieures à 1 (Evans & Honkapohja 2004). Ceci est le cas lorsque les parties réelles des valeurs propres de M sont inférieures à 1, car on sait que $\mu \leq 1$ et $\rho \leq 1$.

Annexes du chapitre 3

C.1 Résolution de la version « néoclassique » du modèle multi-agents

L'hypothèse d'un marché du travail concurrentiel implique que la loi du prix unique y doit être vérifiée, i.e. toutes les firmes paient exactement le même salaire nominal :

$$w_{j,t} = w_{k,t} = W_t \quad \forall t, \forall j, \forall k \text{ tel que } j \neq k. \quad (\text{C.1})$$

Partant, toutes les firmes sont confrontées au même problème de maximisation du profit : en effet, elles paient le même salaire, elles utilisent la même technique de production (cf. l'équation (3.8) avec $A_t = 1$), elles appliquent la même marge μ à leurs coûts marginaux et elles se trouvent toutes en face de la même demande de biens agrégée. Étant soumises à des contraintes parfaitement identiques, elles vont toutes embaucher exactement la même quantité de travail

$$h_{j,t} = h_{k,t} = \tilde{h}_t \quad \forall t, \forall j, \forall k \text{ tel que } j \neq k \quad (\text{C.2})$$

et produire la même quantité de biens

$$y_{j,t}^o = y_{k,t}^o = \tilde{y}_t = \tilde{h}_t^{1-\alpha} \quad \forall t, \forall j, \forall k \text{ tel que } j \neq k. \quad (\text{C.3})$$

L'identité des salaires nominaux et des quantités de travail embauchées implique celle des coûts de production. La détermination du prix de vente par les coûts marginaux et par la marge μ (cf. l'équation (3.9)) donne par conséquent un même prix de vente pour toutes les firmes :

$$p_{j,t} = p_{k,t} = P_t \quad \forall t, \forall j, \forall k \text{ tel que } j \neq k. \quad (\text{C.4})$$

En substituant $r_{i,t}$ dans l'équation (3.13) par le membre de droite de l'équation (3.4), on obtient la contrainte budgétaire de chaque ménage i

$$b_{i,t} = w_{i,t}h_{i,t} + \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}}{n} + (1 + i_{t-1})b_{i,t-1} - c_{i,t}p_{i,t}. \quad (\text{C.5})$$

Le programme du ménage i s'écrit

$$\begin{aligned} \max_{\{c_{i,t}, h_{i,t}\}} & u_{i,t}(c_{i,t}, h_{i,t}) \\ \text{s/c } & b_{i,t} = w_{i,t}h_{i,t} + \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}}{n} + (1 + i_{t-1})b_{i,t-1} - c_{i,t}p_{i,t}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

A l'aide du Lagrangien

$$\mathcal{L} = u_{i,t} - \lambda_{\mathcal{L}} \left\{ b_{i,t} - w_{i,t} h_{i,t} - \frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}}{n} - (1 + i_{t-1}) b_{i,t-1} + c_{i,t} p_{i,t} \right\}, \quad (\text{C.7})$$

on trouve les conditions de premier ordre

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{i,t}} = 0 \Leftrightarrow c_{i,t}^{-\sigma} = \lambda_{\mathcal{L}} p_{i,t} \quad (\text{C.8})$$

et

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{i,t}} = 0 \Leftrightarrow h_{i,t}^{\phi} = \lambda_{\mathcal{L}} w_{i,t}, \quad (\text{C.9})$$

avec $\lambda_{\mathcal{L}}$ le multiplicateur de Lagrange. En divisant (C.8) par (C.9), on obtient

$$\frac{p_{i,t}}{w_{i,t}} = h_{i,t}^{-\phi} c_{i,t}^{-\sigma}. \quad (\text{C.10})$$

L'unicité des prix et des salaires nominaux fait en sorte que cette condition est identique pour tous les ménages, car on a $p_{i,t} = P_t \forall i, \forall t$ et $w_{i,t} = W_t \forall i, \forall t$ et donc

$$\frac{P_t}{W_t} = h_{i,t}^{-\phi} c_{i,t}^{-\sigma}. \quad (\text{C.11})$$

Partant, tous les ménages fournissent la même quantité de travail aux entreprises et consomment la même quantité de biens, ce qui donne

$$h_{i,t} = h_{l,t} = \check{h}_t \quad \forall t, \forall i, \forall l \text{ tel que } i \neq l \quad (\text{C.12})$$

et

$$c_{i,t} = c_{l,t} = \check{c}_t \quad \forall t, \forall i, \forall l \text{ tel que } i \neq l. \quad (\text{C.13})$$

L'identité parfaite des salaires et prix appliqués par les firmes permet de remplacer dans l'équation (3.9) $w_{j,t}$ par W_t et $p_{j,t}$ par P_t . En substituant également $h_{j,t}^{1-\alpha}$ à $y_{j,t}^o$ (d'après la fonction de production (3.8)) et en divisant les membres de droite et de gauche de (3.9) par W_t , on peut réécrire cette équation sous la forme :

$$\frac{P_t}{W_t} = \frac{1 + \mu}{1 - \alpha} h_{j,t}^{\alpha}. \quad (\text{C.14})$$

Il est maintenant possible d'égaliser les membres de droite des équations (C.11) et (C.13) :

$$h_{i,t}^{-\phi} c_{i,t}^{-\sigma} = \frac{1 + \mu}{1 - \alpha} h_{j,t}^{\alpha}. \quad (\text{C.15})$$

L'hypothèse d'apurement du marché du travail garantit l'égalité entre le travail fourni par les n ménages et le travail embauché par les m firmes :

$$n \times h_{i,t} = m \times h_{j,t}. \quad (\text{C.16})$$

L'apurement du marché des biens assure l'égalité entre la quantité de biens consommés par les ménages et celle des biens produits par les firmes.

$$n \times c_{i,t} = m \times y_{j,t} \quad (\text{C.17})$$

Dans ces conditions, on peut remplacer dans (C.15) $h_{i,t}$ par $\frac{m}{n} \times h_{j,t}$ et $c_{i,t}$ par $\frac{m}{n} \times y_{j,t}$. En substituant $h_{j,t}^{1-\alpha}$ à $y_{j,t}$, on trouve après simplification la quantité optimale de travail embauchée par chaque firme j

$$h_{j,t}^* = \left[\frac{1-\alpha}{1+\mu} \left(\frac{m}{n} \right)^{-\sigma-\phi} \right]^{\frac{1}{\sigma(1-\alpha)+\phi+\alpha}} \quad (\text{3.15})$$

et la quantité optimale de biens produits par chaque firme :

$$y_{j,t}^* = (h_{j,t}^*)^{1-\alpha}. \quad (\text{3.16})$$

Toutes les autres quantités optimales peuvent alors être exprimées en fonction de $h_{j,t}^*$ et de $y_{j,t}^*$:

$$h_{i,t}^* = \frac{m}{n} \times h_{j,t}^*, \quad (\text{3.17})$$

$$c_{i,t}^* = \frac{m}{n} \times y_{j,t}^*, \quad (\text{3.18})$$

$$u_{i,t}^* = \frac{(c_{i,t}^*)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(h_{i,t}^*)^{1+\phi}}{1+\phi}, \quad (\text{3.19})$$

$$H_t^* = m \times h_{j,t}^* = n \times h_{i,t}^*, \quad (\text{3.20})$$

$$Y_t^* = m \times y_{j,t}^* = n \times c_{i,t}^* = C_t^*, \quad (\text{3.21})$$

$$U_t^* = n \times u_{i,t}^*, \quad (\text{3.22})$$

$$\left(\frac{W_t}{P_t} \right)^* = \frac{1-\alpha}{(1+\mu)(h_{j,t}^*)^\alpha}. \quad (\text{3.23})$$

Pour exprimer le profit nominal optimal de chaque firme j , on doit retrancher sa masse salariale optimale $W_t h_{j,t}^*$ de son chiffre d'affaire optimal $P_t y_{j,t}^*$:

$$\mathbf{p}_{j,t}^* = P_t y_{j,t}^* - W_t h_{j,t}^*. \quad (\text{C.18})$$

Dans la mesure où ni W_t , ni P_t sont déterminés de manière unique, l'expression (C.18) permet malheureusement une infinité de solutions. En revanche, les expressions du profit réel optimal individuel de la firme j

$$\left(\frac{\mathbf{p}_{j,t}}{P_t} \right)^* = y_{j,t}^* - \left(\frac{W_t}{P_t} \right)^* h_{j,t}^* \quad (\text{C.19})$$

et du profit réel optimal agrégé

$$\left(\frac{\mathbf{P}_t}{P_t} \right)^* = Y_t^* - \left(\frac{W_t}{P_t} \right)^* H_t^* \quad (\text{3.24})$$

sont uniquement déterminées.

C.2 Conventions retenues concernant la représentation des distributions par des boîtes à moustaches

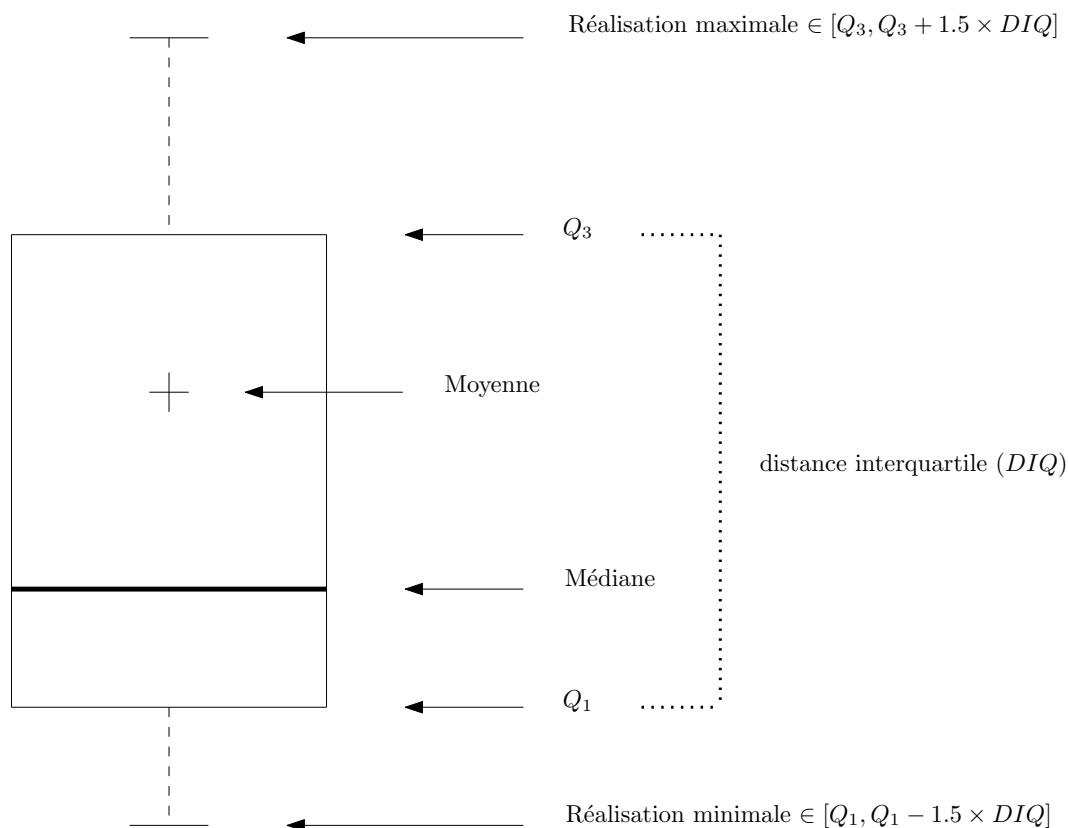


FIG. C.1 – Conventions retenues dans la présente étude concernant la représentation des distributions par des boîtes à moustaches.

La signification exacte de la longueur des « moustaches » dépend de la convention retenue. Les points terminaux des moustaches peuvent correspondre

- au minimum et au maximum des réalisations de la variable en question,
- à l'écart-type de la population des réalisations, retranché et ajouté à la moyenne de cette population,
- aux réalisations minimale et maximale se trouvant à l'intérieur des intervalles $[Q_1, Q_1 - 1.5 \times DIQ]$ et $[Q_3, Q_3 + 1.5 \times DIQ]$, avec DIQ la distance interquartile, i.e. la distance entre le troisième quartile Q_3 et le premier quartile Q_1 .

C'est cette dernière convention qui a été retenue dans la présente étude (cf. la figure FIG. C.1). Ce choix s'explique par le fait que les données générées lors des simulations informatiques du modèle multi-agents comportent de valeurs extrêmes parfois très éloignées de Q_1 et de Q_3 ; dans ces conditions, les conventions alternatives réduisent considérablement la taille des boîtes dans le graphiques, ce qui rend les graphiques peu lisibles.

Un trop grand nombre de boîtes à moustaches réunies sur un même graphique est également susceptible de nuire à la lisibilité. C'est pour cette raison que l'on fixe dans la présente étude le nombre maximal de boîtes par graphiques à 14 : ainsi, pour illustrer l'évolution au cours du temps des variables et des indices, on représente les boîtes à moustaches associées aux périodes $t = \{1, 10, 20, 30, \dots, 120\}$.

C.3 Estimation du modèle multi-agents par un méta-modèle de Krigéage ordinaire

Soit $\mathbf{x} \equiv [\phi \ \sigma \ \dots \ \bar{i}] \in D \subset \mathbb{R}^6$ le vecteur des six paramètres du modèle multi-agents et $\bar{Y} \equiv \frac{1}{20 \times 13} \sum_l \sum_t Y_{l,t}$, i.e. la moyenne des observations de la production agrégée vendue sur les 20 réplifications notées $l = \{1, 2, \dots, 20\}$ et les 13 périodes qui donnent lieu à un enregistrement des données, $t = \{1, 10, 20, 30, \dots, 120\}$.

C.3.1 La formulation standard du Krigéage ordinaire

On admet que $(\bar{Y}_x)_{x \in D}$ est un processus aléatoire de carré intégrable et on note \bar{y} une réalisation particulière de ce processus. Le point de départ du Krigéage ordinaire est l'hypothèse selon laquelle \bar{Y} est la somme d'une fonction dite d'*effet moyen* $m(\mathbf{x})$ et d'un processus centré de carré intégrable $Z(\mathbf{x})$:

$$\bar{Y}(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}). \quad (3.26)$$

La fonction d'effet moyen est une combinaison linéaire des intrants \mathbf{x}

$$m(\mathbf{x}) = \beta_\phi \phi + \beta_\sigma \sigma + \dots + \beta_{\bar{i}} \bar{i} \quad (C.20)$$

dont les paramètres $\beta \equiv [\beta_\phi \ \beta_\sigma \ \dots \ \beta_{\bar{i}}]^T$ sont *a priori* inconnus et doivent être estimés. $Z(\mathbf{x})$ est un *processus gaussien* caractérisé par le fait que la covariance entre deux vecteurs d'intrants $\mathbf{u} = [\phi_{(\mathbf{u})} \ \sigma_{(\mathbf{u})} \ \dots \ \bar{i}_{(\mathbf{u})}]^T$ et $\mathbf{v} = [\phi_{(\mathbf{v})} \ \sigma_{(\mathbf{v})} \ \dots \ \bar{i}_{(\mathbf{v})}]^T$ est donnée par

$$C(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \sigma_z^2 R(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \quad (C.21)$$

où la *variance du processus* σ_z^2 est un facteur d'échelle inconnu et R une fonction de corrélation positive avec

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \phi_{(\mathbf{u})} - \phi_{(\mathbf{v})} \\ \sigma_{(\mathbf{u})} - \sigma_{(\mathbf{v})} \\ \dots \\ \bar{i}_{(\mathbf{u})} - \bar{i}_{(\mathbf{v})} \end{bmatrix}. \quad (C.22)$$

La fonction de corrélation R est telle que la covariance entre \mathbf{u} et \mathbf{v} décroît avec la distance entre \mathbf{u} et \mathbf{v} .¹⁰⁴ Dans cette thèse, les estimations des modèles de Krigéage ordinaire sont réalisées avec le logiciel statistique *JMP 9*, qui utilise bien une fonction de corrélation

¹⁰⁴Ceci est le cas de toutes les fonctions de corrélation particulières que l'on rencontre dans la littérature sur le Krigéage : fonction exponentielle, fonction gaussienne, fonction Matérn et fonction puissance exponentielle (cf. Roustant et al. (2010)).

vérifiant cette propriété fondamentale : il s'agit de la fonction exponentielle de puissance deux,

$$R(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta) = \exp \left(-\theta_\phi (\phi(\mathbf{u}) - \phi(\mathbf{v}))^2 - \theta_\sigma (\sigma(\mathbf{u}) - \sigma(\mathbf{v}))^2 - \dots - \theta_{\bar{i}} (\bar{i}(\mathbf{u}) - \bar{i}(\mathbf{v}))^2 \right), \quad (\text{C.23})$$

avec $\theta \equiv [\theta_\phi \ \theta_\sigma \ \dots \ \theta_{\bar{i}}]^T$ un vecteur inconnu qui doit être estimé. Le Krigéage estime θ et σ_z^2 par la méthode du maximum de vraisemblance.¹⁰⁵

A ce stade, on dispose donc du vecteur estimé $\hat{\theta}$ et du facteur d'échelle estimé $\hat{\sigma}_z^2$. On peut alors estimer le vecteur β :

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \bar{\mathbf{y}} \quad (\text{C.24})$$

avec $\mathbf{X} \equiv [\mathbf{x}^{(1)} \ \mathbf{x}^{(2)} \ \dots \ \mathbf{x}^{(17)}]^T = \begin{bmatrix} \phi^{(1)} & \sigma^{(1)} & \dots & \bar{i}^{(1)} \\ \phi^{(2)} & \sigma^{(2)} & \dots & \bar{i}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi^{(17)} & \sigma^{(17)} & \dots & \bar{i}^{(17)} \end{bmatrix}$ la matrice des 17 scénarios

désignés par NOLH,

$$\mathbf{C} \equiv \begin{bmatrix} C(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(1)}) & C(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) & \dots & C(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(17)}) \\ C(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(1)}) & C(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(2)}) & \dots & C(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(17)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(1)}) & C(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(2)}) & \dots & C(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(17)}) \end{bmatrix}$$

$$= \hat{\sigma}_z^2 \begin{bmatrix} R(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(1)}, \hat{\theta}) & R(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \hat{\theta}) & \dots & R(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(17)}, \hat{\theta}) \\ R(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(1)}, \hat{\theta}) & R(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(2)}, \hat{\theta}) & \dots & R(\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(17)}, \hat{\theta}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(1)}, \hat{\theta}) & R(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(2)}, \hat{\theta}) & \dots & R(\mathbf{x}^{(17)}, \mathbf{x}^{(17)}, \hat{\theta}) \end{bmatrix}$$
 la matrice des variances-

covariances entre les scénarios sélectionnés par NOLH et $\bar{\mathbf{y}} \equiv [\bar{y}(\mathbf{x}^{(1)}) \ \bar{y}(\mathbf{x}^{(2)}) \ \dots \ \bar{y}(\mathbf{x}^{(17)})]^T$ le vecteur des réalisations de la variable endogène associées à ces 17 scénarios.

La prévision dite *moyenne* du Krigéage ordinaire pour un nouveau scénario (non simulé) $\mathbf{x}^{(0)}$ est donnée par l'expression

$$m_{OK}(\mathbf{x}^{(0)}) = (\mathbf{x}^{(0)})^T \hat{\beta} + \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)})^T \mathbf{C}^{-1} (\bar{\mathbf{y}} - \mathbf{X} \hat{\beta}) \quad (3.28)$$

avec $\mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)}) \equiv [C(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}) \ C(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(2)}) \ \dots \ C(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(17)})]^T$
 $= \hat{\sigma}_z^2 [R(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}, \hat{\theta}) \ R(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(2)}, \hat{\theta}) \ \dots \ R(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(17)}, \hat{\theta})]^T$ le vecteur des covariances estimés entre le nouveau scénario $\mathbf{x}^{(0)}$ et les 17 scénarios regroupés dans \mathbf{X} . Associée à l'équation de la prévision moyenne en $\mathbf{x}^{(0)}$ (3.28) est la *variance du Krigéage ordinaire* en $\mathbf{x}^{(0)}$:

$$s_{OK}^2(\mathbf{x}^{(0)}) = \hat{\sigma}_z^2 - \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)})^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)}) + [(\mathbf{x}^{(0)})^T - \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)})^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X}] [\mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X}]^{-1} [(\mathbf{x}^{(0)})^T - \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(0)})^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X}]^T. \quad (\text{C.25})$$

¹⁰⁵Malheureusement, le logiciel JMP 9 ne précise pas la fonction de vraisemblance particulière retenue dans le cadre de cette estimation.

C.3.1.1 ANOVA fonctionnelle

Cette présentation de l'ANOVA fonctionnelle est largement inspirée par les contributions de Sacks et al. (1989) et Jeong et al. (2005).

L'objectif de l'analyse de la sensibilité est de faire apparaître l'influence exercée par chacun des intrants \mathbf{x} , que l'on notera ici $[\phi \ \sigma \ \dots \ \bar{i}] \equiv [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_6]$, sur la variable endogène \bar{Y} . Dans cette perspective, on décompose la variance totale du modèle estimé (3.26) en les variances associées à chacun des intrants du modèle et aux variances associées aux interactions entre ces intrants. Cette décomposition se fait de la manière suivante. On définit d'abord la *moyenne totale* de $m_{OK}(\mathbf{x})$, ou plus exactement la *moyenne des prévisions sur l'espace expérimental*

$$m_{total} \equiv \int_{\mathbf{x}_1=0}^1 \int_{\mathbf{x}_2=0}^{0.95} \dots \int_{\mathbf{x}_6=0}^{0.05} m_{OK}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_6) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \dots d\mathbf{x}_6, \quad (\text{C.26})$$

i.e. on prend l'équation de prévision du modèle de Krigéage estimé (3.28) et on fait varier le vecteur \mathbf{x}_0 pour couvrir la totalité de l'espace expérimental. Partant, l'équation

$$\sigma_{total}^2 = \int \dots \int [m_{OK}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_6) - m_{total}]^2 d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_6, \quad (\text{C.27})$$

donne la *variance totale* de $m_{OK}(\mathbf{x})$ sur l'espace expérimental.¹⁰⁶

L'*effet principal* de l'intrant \mathbf{x}_i est défini par

$$m_i(\mathbf{x}_i) \equiv \int \dots \int m_{OK}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_{i-1} d\mathbf{x}_{i+1} \dots d\mathbf{x}_6 - m_{total} \quad (\text{C.28})$$

et l'*effet d'interaction* entre les intrants \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j par

$$m_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \equiv \int \dots \int m_{OK}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_{i-1} d\mathbf{x}_{i+1} \dots d\mathbf{x}_{j-1} d\mathbf{x}_{j+1} \dots d\mathbf{x}_6 - m_i(\mathbf{x}_i) - m_j(\mathbf{x}_j) - m_{total}. \quad (\text{C.29})$$

Les effets $m_i(\mathbf{x}_i)$ et $m_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ mesurent l'influence directe de l'intrant \mathbf{x}_i et l'influence d'interaction de \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j sur le modèle estimé (3.26).

La variance associée à l'effet principal $m_i(\mathbf{x}_i)$ est donnée par l'expression

$$\int [m_i(\mathbf{x}_i)]^2 d\mathbf{x}_i. \quad (\text{C.30})$$

A ce stade, on peut exprimer la proportion de la variance totale du modèle estimée σ_{total}^2 qui s'explique par la variance de $m_i(\mathbf{x}_i)$

$$\frac{\int [m_i(\mathbf{x}_i)]^2 d\mathbf{x}_i}{\sigma_{total}^2}, \quad (\text{C.31})$$

¹⁰⁶Pour alléger les notations, on renonce dans l'équation (C.27) et dans les équations qui suivent à l'écriture des limites des intégrales. Ce sont toujours les limites de l'espace expérimental : $\int_{\phi=0}^1 \int_{\sigma=0}^{0.95} \dots \int_{\bar{i}=0}^{0.05}$.

ainsi que la proportion de σ_{total}^2 expliquée par la variance associée aux interactions entre \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j

$$\frac{\int \int [m_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)]^2 d\mathbf{x}_i d\mathbf{x}_j}{\sigma_{total}^2}. \tag{C.32}$$

Les expressions (C.31) et (C.32) renseignent sur la sensibilité du modèle estimé aux variations de \mathbf{x}_i et aux interactions entre \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j .

C.3.1.2 Préviation marginale

A partir de l'équation de l'effet principal (C.28), on obtient la *préviation marginale* pour l'intrant \mathbf{x}_i au point \mathbf{x}_i^0 :

$$m_i(\mathbf{x}_i^0) \equiv \int \dots \int m_{OK}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i^0, \dots, \mathbf{x}_6) d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_{i-1} d\mathbf{x}_{i+1} \dots d\mathbf{x}_6 - m_{total}. \tag{C.33}$$

Grâce à cette préviation marginale, on peut faire apparaître la manière dont les réalisations de la variable endogène du modèle de Krigéage \bar{Y} dépendent des valeurs prises par \mathbf{x}_i . Le moyen le plus approprié pour illustrer cela est de faire de prévisions marginales pour des valeurs de \mathbf{x}_i^0 qui couvrent l'intégralité de l'intervalle expérimental de \mathbf{x}_i , et de représenter les résultats dans un plan $(\mathbf{x}_i, m_i(\mathbf{x}_i))$. Ce graphique dit « du modèle marginal » renseigne sur la nature de la relation entre \mathbf{x}_i et \bar{Y} : relation croissante ou décroissante, relation linéaire ou non, etc.

C.3.2 Krigéage ordinaire avec une matrice de variance-covariance singulière

Les équations (3.28) et (C.25) montrent que la formulation standard du Krigéage ordinaire mobilise la matrice de variance-covariance inversée C^{-1} . Rien ne garantit toutefois le caractère non-singulier de la matrice C . La survenance d'une matrice C non-inversible n'empêche pas l'estimation par un méta-modèle de Krigéage ordinaire : il suffit d'introduire le terme de bruit blanc ε dans (3.26) pour contourner le problème de la non-inversibilité de C .

On obtient alors la formalisation suivante : \bar{Y} est supposé être la somme de la fonction d'effet moyen $\mathbf{m}(\mathbf{x})$, du processus $Z(\mathbf{x})$ et du bruit blanc ε qui suit une loi normale centrée, i.e. on a $\varepsilon \sim N(0, \tau^2)$:

$$\bar{Y}(\mathbf{x}) = \mathbf{m}(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) + \varepsilon. \tag{C.34}$$

Avec ces hypothèses concernant le processus $(\bar{Y}_\mathbf{x})$, on a la distribution jointe :

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}(\mathbf{u}) \\ \bar{Y}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \mathbf{m}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{m}(\mathbf{v}) \end{bmatrix}, \sigma_z^2 \begin{bmatrix} 1 & C(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \\ C(\mathbf{v}, \mathbf{u}) & 1 \end{bmatrix} + \tau^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right). \tag{C.35}$$

Les paramètres θ et σ_z^2 et τ^2 sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, ce qui permet de calculer le vecteur des β estimés :

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T(\mathbf{C} + \hat{\tau}^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}^T)^{-1} \mathbf{X}^T(\mathbf{C} + \hat{\tau}^2\mathbf{I})^{-1}\bar{\mathbf{y}}, \tag{C.36}$$

où \mathbf{I} est la matrice d'identité de dimension 17×17 .

La prévision du Krigéage ordinaire pour un nouveau scénario $\mathbf{x}^{(0)}$ est maintenant donnée par l'expression

$$m_{OK}(\mathbf{x}^{(0)}) = (\mathbf{x}^{(0)})^T \hat{\beta} + \mathbf{c}(x^{(0)})^T (\mathbf{C} + \hat{\tau}^2 \mathbf{I})^{-1} + (\bar{y} - \mathbf{X} \hat{\beta}). \quad (\text{C.37})$$

Associée à l'équation de la prévision moyenne en $\mathbf{x}^{(0)}$ (C.37) est la *variance du Krigéage ordinaire* en $\mathbf{x}^{(0)}$:

$$s_{OK}^2(\mathbf{x}^{(0)}) = \hat{\sigma}_z^2 - \mathbf{c}(x^{(0)})^T (\mathbf{C} + \hat{\tau}^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{c}(x^{(0)}) + [(\mathbf{x}^{(0)})^T - \mathbf{c}(x^{(0)})^T (\mathbf{C} + \hat{\tau}^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}] \quad (\text{C.38}) \\ [\mathbf{X}^T (\mathbf{C} + \hat{\tau}^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}]^{-1} [(\mathbf{x}^{(0)})^T - \mathbf{c}(x^{(0)})^T (\mathbf{C} + \hat{\tau}^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}]^T.$$

C.4 Analyse statistique du modèle multi-agents

C.4.1 Stabilité parfaite du travail agrégé et de la production agrégée

Pour mettre en évidence la stabilité parfaite du travail agrégé et de la production agrégée lors d'une simulation particulière, on représente ici à titre d'exemple les réalisations de H_t et de la production agrégée Y_t^o enregistrées lors de la première réplication du NOLH scénario 1. Le choix d'une autre réplication ou d'un autre scénario impliquerait des valeurs numériques différentes, mais ne changerait pas la propriété fondamentale des séries temporelles en question : entre $t = 1$ et $t = 120$, H_t et Y_t^o ne varient pas.

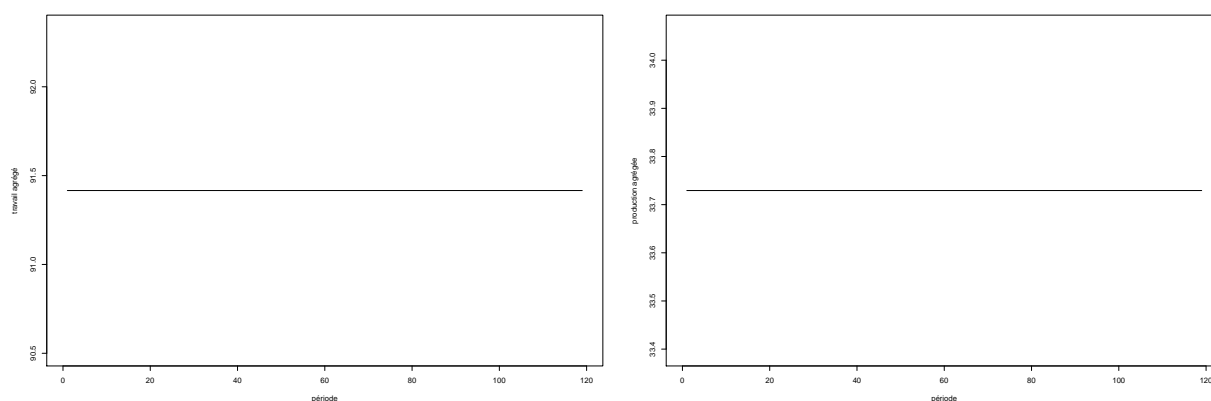


FIG. C.2 – Séries temporelles de H_t et Y_t^o observées lors de la première réplication du scénario NOLH 1.

C.4.2 Dynamique de l'indice général des prix

On veut mettre en évidence l'impact sur l'indice général des prix P_t d'une diminution de la quantité de biens vendue par la firme qui applique le prix de vente le plus élevé. Pour cela, on note le prix appliqué par cette firme p'_t et la quantité de biens vendue par cette firme y'_t . Avec cette notation, on peut réécrire la définition de l'indice général des prix de la manière suivante :

$$P_t \equiv \frac{p'_t y'_t + \sum_{j=1}^{m-1} p_{j,t} y_{j,t}}{y'_t + \sum_{j=1}^{m-1} y_{j,t}} \quad (\text{C.39})$$

L'impact d'une petite variation de la quantité y'_t sur P_t est décrit par la dérivée :

$$\frac{\partial P_t}{\partial y'_t} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} p'_{j,t} y_{j,t} - \sum_{j=1}^{m-1} p_{j,t} y_{j,t}}{(y'_t + \sum_{j=1}^{m-1} y_{j,t})^2}. \quad (\text{C.40})$$

Dans la mesure où $p'_t > p_{j,t} \forall j$, cette dérivée est strictement positive. Une baisse de la quantité vendue par la firme la plus chère induit par conséquent une diminution de l'indice général des prix.

C.4.3 Simulations de contrôle avec $\bar{b} = 160$

On modifie la matrice des scénarios NOLH (cf. la sous-section 3.3.2.2) de la manière suivante : on remplace la sixième colonne de la matrice par une colonne composée de 17 valeurs identiques : $\bar{b} = 160$. On procède de nouveau à 20 répliques pour chacun des 17 scénarios. Les réalisations des variables endogènes sont enregistrées en $t = 1, 10, 20, \dots, 120$. On obtient les graphiques suivantes :

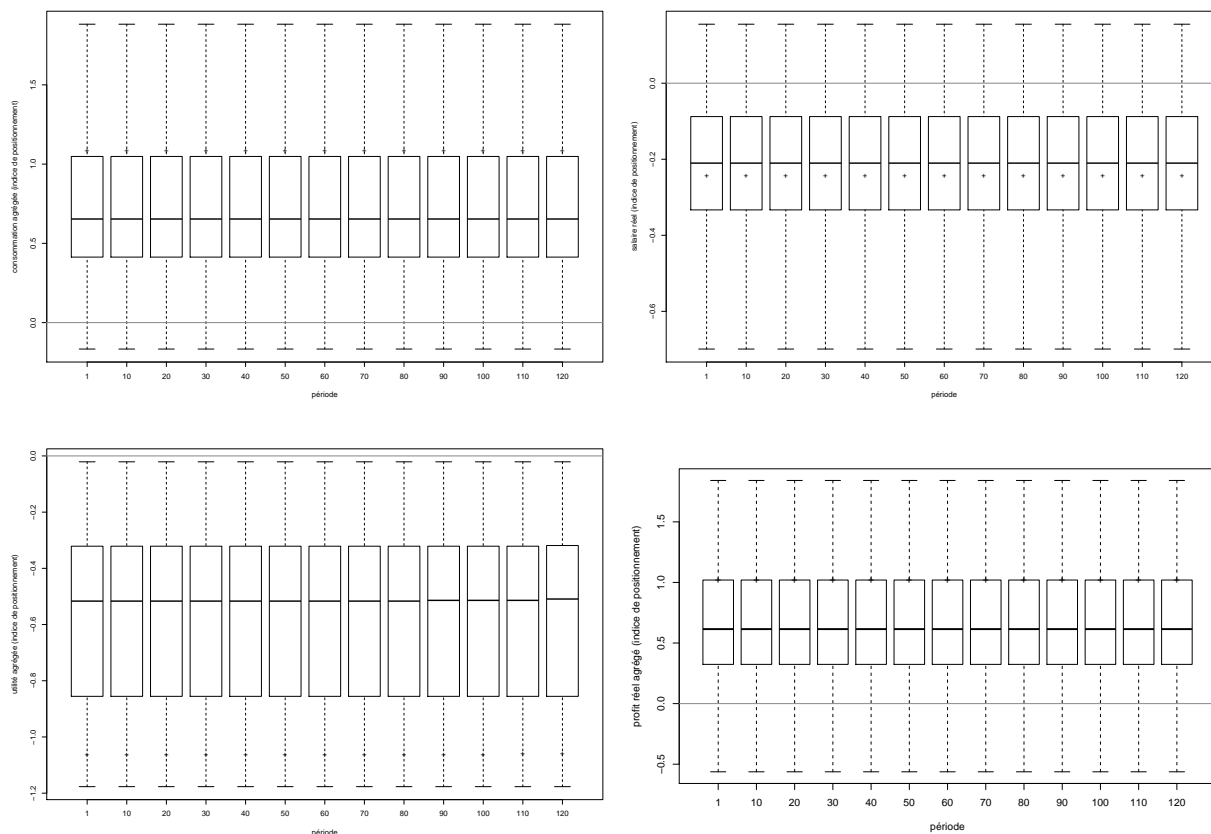


FIG. C.3 – Évolution des distributions des indices de positionnement de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ avec $\bar{b} = 160$.

C.4.4 Estimation par Krigéage ordinaire

Estimation de la consommation agrégée moyenne									
		Sensibilités globales		Effets d'interaction					
	$\hat{\theta}$	sensibilité	effet principal	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}
α	10,989	0,9322	0,9261	.	0,0002	0	0	0,0026	0,0033
μ	0,015	0,0032	0,0030	0,0002	.	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	.	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
\bar{b}	0,016	0,0611	0,0576	0,0026	0	0	0	.	0,0010
\bar{i}	105,669	0,0103	0,0060	0,0033	0	0	0	0,0010	.

$m_{OK} : 23,138 \quad s_{OK}^2 : 73,953 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 75,727 \quad \hat{\tau}^2 = 0$

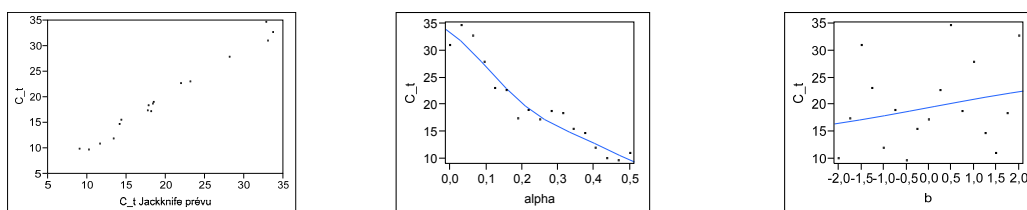


FIG. C.4 – Graphiques associés à l’estimation de \bar{C} : nuage de points ($\bar{C} / \hat{\bar{C}}$) (à gauche) ; graphiques des prévisions marginales de α (au milieu) et \bar{b} (à droite).

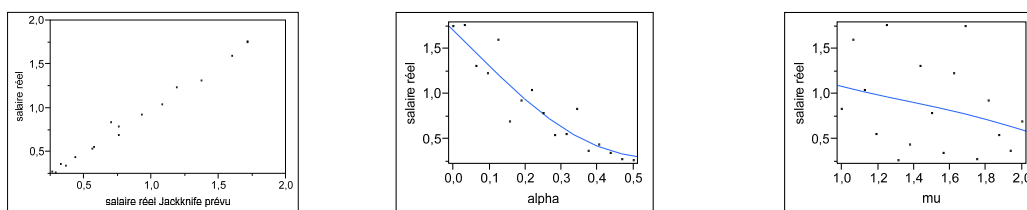


FIG. C.5 – Graphiques associés à l’estimation de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$: nuage de points ($\frac{\bar{W}}{\bar{P}} / \frac{\hat{\bar{W}}}{\hat{\bar{P}}}$) ; graphique des prévisions marginales de α et μ .

Estimation du salaire réel moyen									
		Sensibilités globales		Effets d'interaction					
	$\hat{\theta}$	sensibilité	effet principal	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}
α	2,214	0,8830	0,8522	.	0,0241	0	0	0,0066	0
μ	0,701	0,1113	0,0849	0,0241	.	0	0	0,0019	0,0003
σ	0,003	0,0025	0,0023	0	0	.	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
\bar{b}	0,004	0,0347	0,0261	0,0066	0,0019	0	0	.	0
\bar{i}	1,638	0,0016	0,0013	0	0,0003	0	0	0	.
$m_{OK} : 1,046 \quad s_{OK}^2 : 0,882 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : -17,773 \quad \hat{\tau}^2 = 0$									

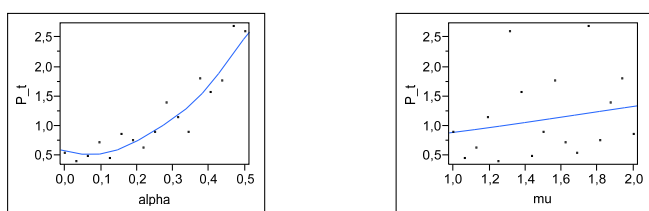


FIG. C.6 – Graphiques des prévisions marginales de α et μ issues de l'estimation du prix moyen \bar{P} par Krigéage ordinaire. L'ANOVA fonctionnelle attribué 91.43% de la variabilité de \bar{P} au paramètre α et 4.33% à μ .

Estimation du profit réel agrégé moyen									
		Sensibilités globales		Effets d'interaction					
	$\hat{\theta}$	sensibilité	effet principal	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}
α	3,231	0,8212	0,7790	.	0,0282	0	0	0,0139	0,0001
μ	0,764	0,1483	0,1172	0,0282	.	0,0003	0	0,0017	0,0009
σ	0,009	0,0045	0,0043	0,	0,0003	.	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
\bar{b}	0,011	0,0648	0,0492	0,0139	0,0017	0	0	.	0
\bar{i}	6,779	0,0060	0,0050	0,0001	0,0009	0	0	0	.
$m_{OK} : -64,138 \quad s_{OK}^2 : 4198,046 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 140,510 \quad \hat{\tau}^2 = 0$									

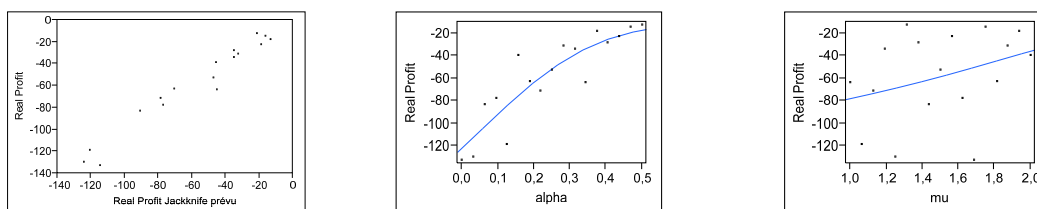


FIG. C.7 – Graphiques associés à l'estimation de \bar{P} : nuage de points ($\frac{\bar{P}}{\hat{P}} / \frac{\hat{P}}{\bar{P}}$); graphique des prévisions marginales de α et μ .

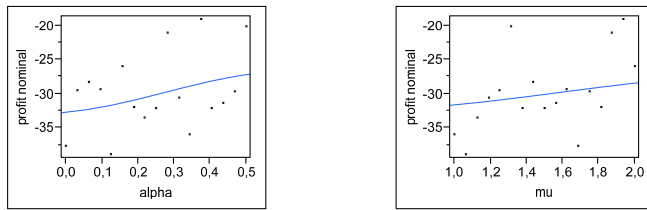


FIG. C.8 – Graphiques des prévisions marginales de α et μ issues de l'estimation du profit nominal agrégé \bar{P} par Krigéage ordinaire. L'ANOVA fonctionnelle attribué 14.59% de la variabilité de \bar{P} au paramètre α et 4.34% à μ .

Annexes du chapitre 4

D.1 Matrice des scénarios NOLH dans le modèle multi-agents avec apprentissage social

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
1	1	0.089	0.219	0.188	1.5	0.031	0.222	0.052	2
2	0.906	0.95	0.063	0.375	-0.125	0.009	0.238	0.038	1.859
3	0.875	0.416	0.453	0.156	-1.875	0.03	0.23	0.013	0.969
4	0.563	0.831	0.5	0.406	1.75	0.008	0.253	0.016	1.156
5	0.938	0.03	0.234	0.219	0.75	0.036	0.152	0.061	0.594
6	0.969	0.891	0.156	0.281	-0.25	0.011	0.089	0.089	0.547
7	0.688	0.445	0.484	0.25	-2	0.033	0.144	0.092	1.813
8	0.531	0.653	0.469	0.344	1.625	0.013	0.105	0.1	1.297
9	0.656	0.238	0.109	0.531	0.875	0.016	0.05	0.027	1.391
10	0.75	0.623	0.141	0.688	-1.125	0.027	0.073	0.044	1.766
11	0.719	0.208	0.375	0.969	-0.625	0.003	0.081	0.024	1.063
12	0.781	0.683	0.328	0.938	1	0.048	0.167	0.047	0.828
13	0.594	0.148	0.094	0.563	0.375	0.006	0.292	0.08	1.016
14	0.844	0.564	0.188	0.875	-1.375	0.028	0.284	0.075	0.875
15	0.625	0.178	0.422	0.906	-0.5	0	0.214	0.078	1.578
16	0.813	0.594	0.297	1	1.25	0.045	0.191	0.069	1.719
17	0.5	0.475	0.25	0.5	0	0.025	0.175	0.055	1.25
18	0	0.861	0.281	0.813	-1.5	0.019	0.128	0.058	0.5
19	0.094	0	0.438	0.625	0.125	0.041	0.113	0.072	0.641
20	0.125	0.534	0.047	0.844	1.875	0.02	0.12	0.097	1.531
21	0.438	0.119	0	0.594	-1.75	0.042	0.097	0.094	1.344
22	0.063	0.92	0.266	0.781	-0.75	0.014	0.198	0.049	1.906
23	0.031	0.059	0.344	0.719	0.25	0.039	0.261	0.021	1.953
24	0.313	0.505	0.016	0.75	2	0.017	0.206	0.018	0.688
25	0.469	0.297	0.031	0.656	-1.625	0.038	0.245	0.01	1.203
26	0.344	0.713	0.391	0.469	-0.875	0.034	0.3	0.083	1.109
27	0.25	0.327	0.359	0.313	1.125	0.023	0.277	0.066	0.734
28	0.281	0.742	0.125	0.031	0.625	0.047	0.269	0.086	1.438
29	0.219	0.267	0.172	0.063	-1	0.002	0.183	0.063	1.672
30	0.406	0.802	0.406	0.438	-0.375	0.044	0.058	0.03	1.484
31	0.156	0.386	0.313	0.125	1.375	0.022	0.066	0.035	1.625
32	0.375	0.772	0.078	0.094	0.5	0.05	0.136	0.033	0.922
33	0.188	0.356	0.203	0	-1.25	0.005	0.159	0.041	0.781

D.2 Estimation par Krigéage ordinaire du modèle multi-agents avec apprentissage social

Estimation du travail agrégé moyen									
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale			effet principal		
α	0			0			0		
μ	0			0			0		
σ	0,836			0,3381			0,3040		
ϕ	0,252			0,1140			0,0917		
\bar{b}	0,073			0,3158			0,2672		
\bar{i}	609,610			0,1622			0,02397		
pr_{im}	5,049			0,0392			0,0058		
pr_{ex}	299,276			0,1990			0,0419		
σ_{ex}	0			0			0		
Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0,0139	0,0070	0,0040	0,0011	0,0081	0
ϕ	0	0	0,0139	.	0,0016	0,0013	0,0001	0,0054	0
\bar{b}	0	0	0,0070	0,0016	.	0,0054	0,0191	0,0155	0
\bar{i}	0	0	0,0040	0,0013	0,0054	.	0,0062	0,1213	0
pr_{im}	0	0	0,0011	0,0001	0,0191	0,0062	.	0,0068	0
pr_{ex}	0	0	0,0081	0,0054	0,0155	0,1213	0,0068	.	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 21,467$ $s_{OK}^2 : 168,186$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 211,201$ $\hat{\tau}^2 = 0$									

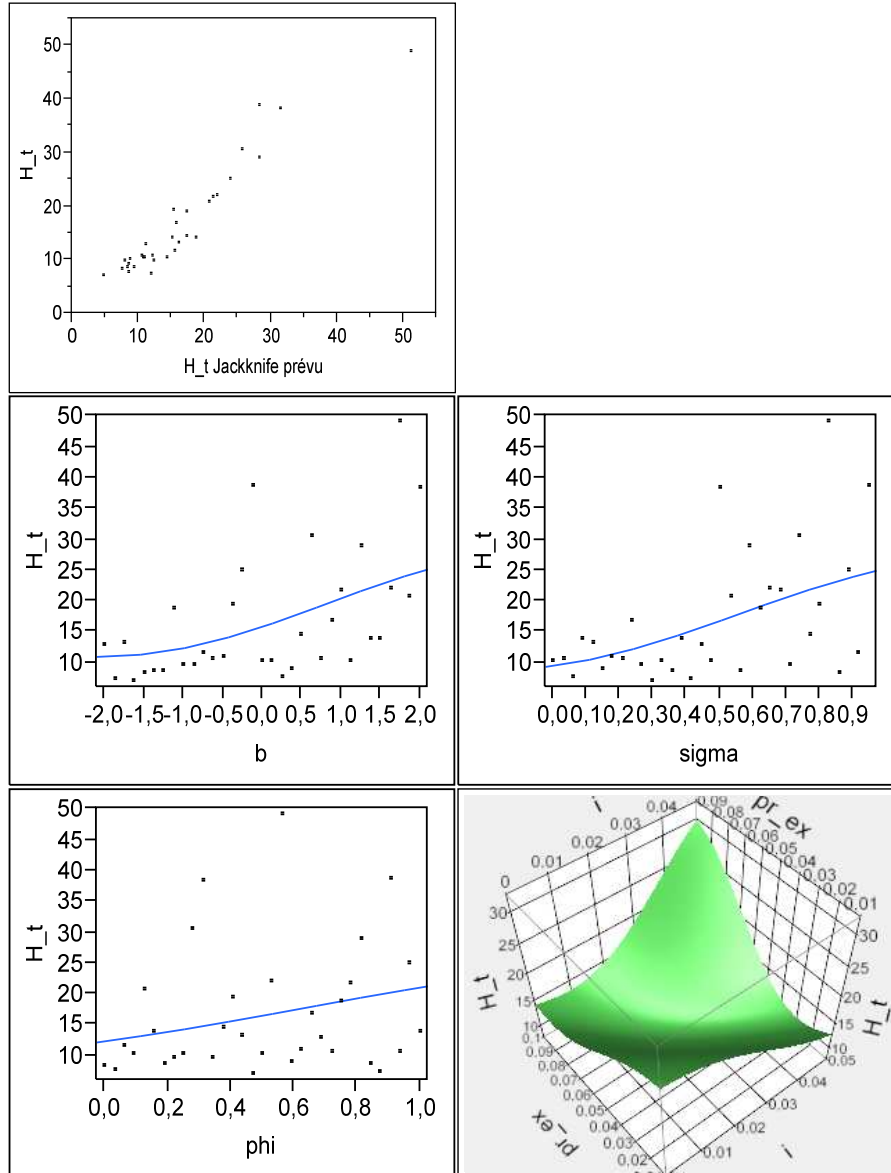


FIG. D.1 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{H} sous apprentissage social : nuage de points (\bar{H} / \hat{H}); graphiques des prévisions marginales de σ , ϕ et \bar{b} ; graphiques de la surface de réponse de \bar{H} à \bar{i} et pr_{ex} .

Estimation de la production agrégée moyenne			
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal
α	7,898	0,4964	0,3869
μ	0	0	0
σ	0,708	0,2798	0,2149
ϕ	0	0	0
\bar{b}	0,024	0,1790	0,1654
\bar{i}	960,162	0,1294	0,0102
pr_{im}	1,940	0,0098	0,0039
pr_{ex}	78,652	0,0766	0,0006
σ_{ex}	0	0	0

Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0,0551	0	0,0021	0,04395	0,0010	0,0074	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0,0551	0	.	0	0,0020	0,0064	0,0012	0,0002	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0021	0	0,0020	0	.	0,0039	0,0027	0,0029	0
\bar{i}	0,0439	0	0,0064	0	0,0039	.	0,0002	0,0646	0
pr_{im}	0,0010	0	0,0012	0	0,0027	0,0002	.	0,0009	0
pr_{ex}	0,0074	0	0,0002	0	0,0029	0,0646	0,0009	.	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	.

$m_{OK} : 15,397$ $s_{OK}^2 : 127,957$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 201,642$ $\hat{\tau}^2 = 0$

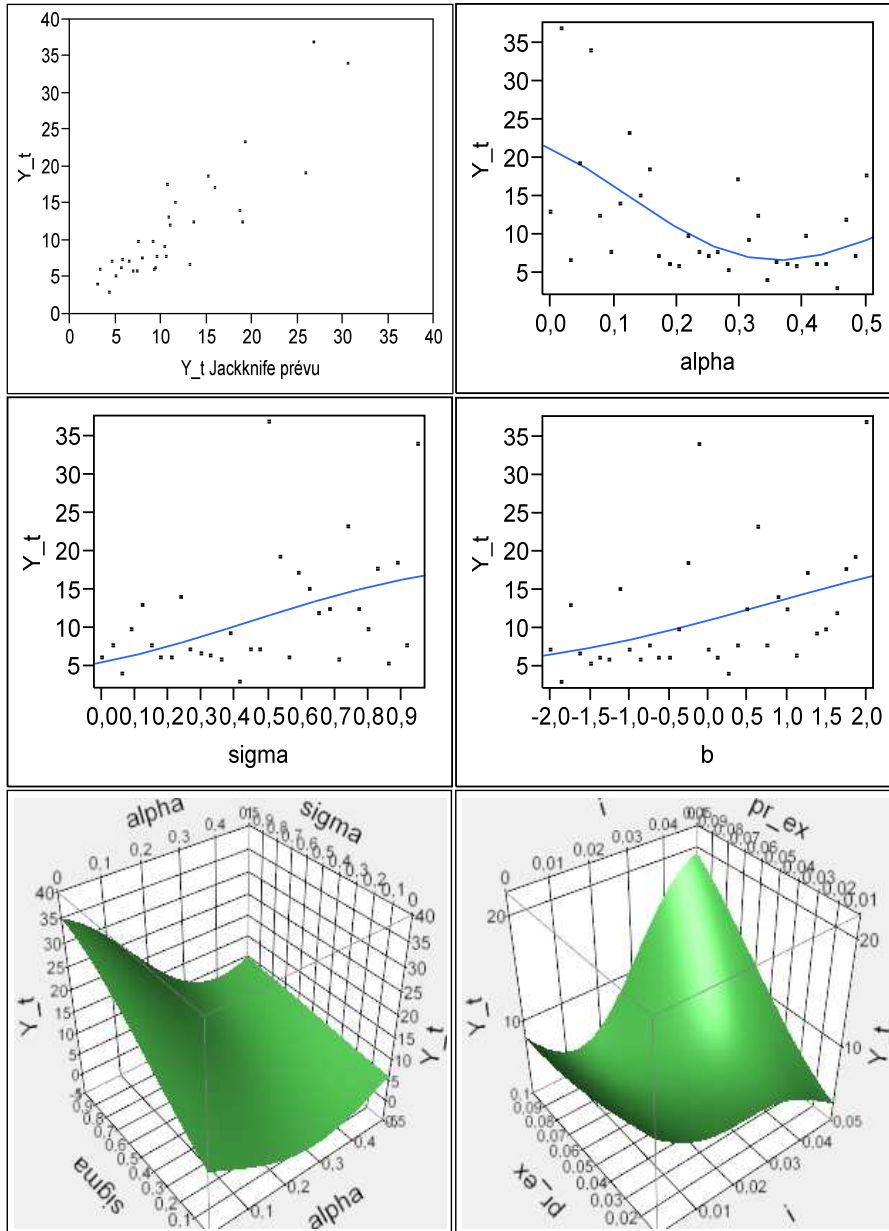


FIG. D.2 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{Y}^o sous apprentissage social : nuage de points (\bar{Y}^o / \hat{Y}^o); graphiques des prévisions marginales de α , σ et \bar{b} ; graphiques des surfaces de réponse de \bar{Y}^o à α et σ (à gauche) et à i et pr_{ex} (à droite).

Estimation de la consommation agrégée moyenne			
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal
α	2,652	0,2189	0,1317
μ	0,049	0,0023	0
σ	1,107	0,2024	0,0981
ϕ	0	0	0
\bar{b}	0,097	0,5677	0,3962
\bar{i}	0	0	0
pr_{im}	59,911	0,2115	0,0556
pr_{ex}	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0

Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0,0262	0	0,0231	0	0,0378	0	0
μ	0	.	0	0	0,0017	0	0,0005	0	0
σ	0,0262	0	.	0	0,0536	0	0,0245	0	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0231	0,0017	0,0536	0	.	0	0,0930	0	0
\bar{i}	0	0	0	0	.	0	0	0	0
pr_{im}	0,0378	0,0005	0,0245	0	0,0930	0	.	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	.

$m_{OK} : 11,093$ $s_{OK}^2 : 101,092$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 190,321$ $\hat{\tau}^2 = 0$

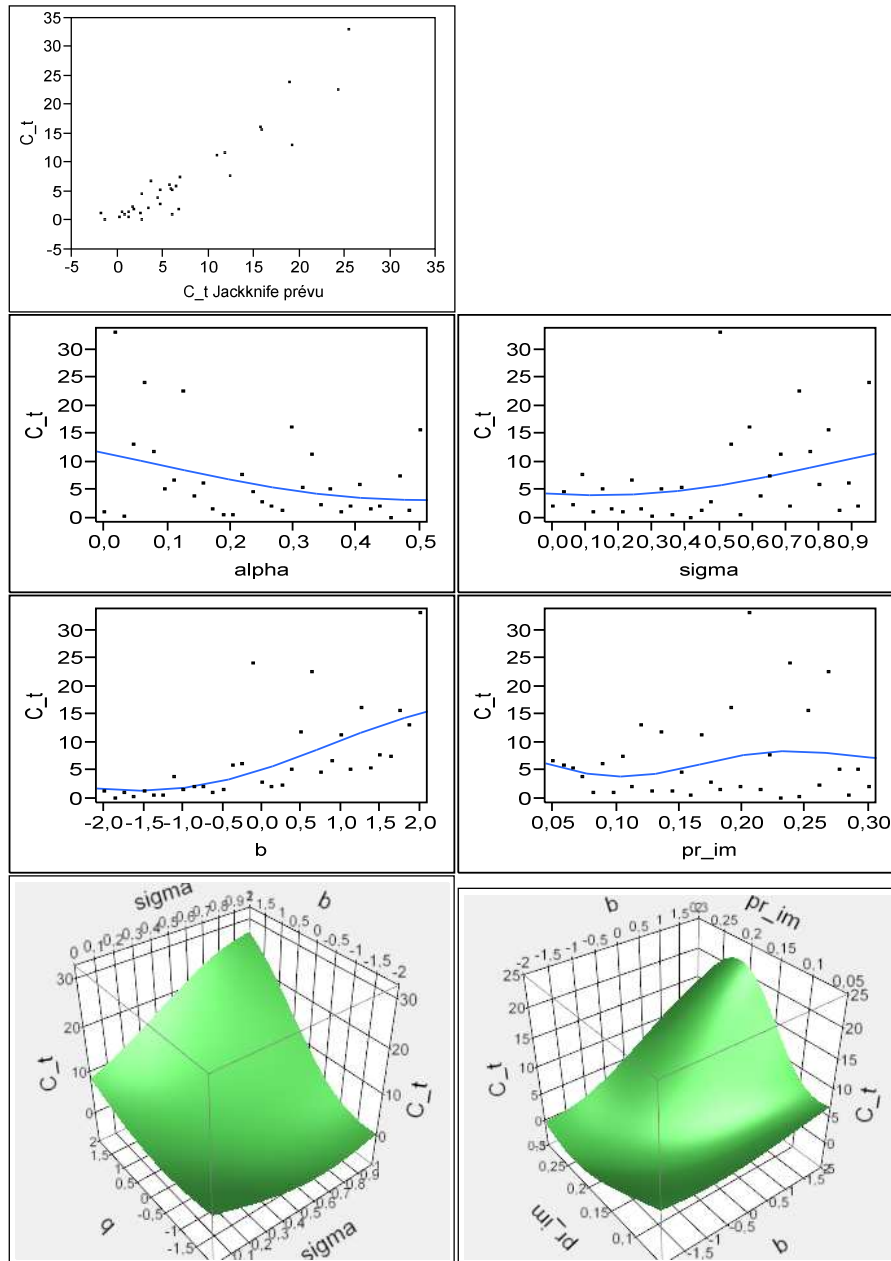


FIG. D.3 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de α , σ , \bar{b} et pr_{im} ; graphiques des surfaces de réponse de \bar{C} à σ et \bar{b} (à gauche) et à \bar{b} et pr_{im} (à droite).

Estimation du salaire réel moyen									
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale				effet principal	
α	1,526			0,1367				0,0235	
μ	0			0				0	
σ	0,003			0,0052				0,0049	
ϕ	0			0				0	
\bar{b}	0,261			0,7735				0,4120	
\bar{i}	0			0				0	
pr_{im}	0			0				0	
pr_{ex}	22,948			0,0613				0,0002	
σ_{ex}	0,3293			0,2961				0,0644	
Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0	0	0,0959	0	0	0,0024	0,0150
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0	0,0003	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0959	0	0,0003	0	.	0	0	0,0538	0,2117
\bar{i}	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_{im}	0	0	0	0	0	0	.	0	0
pr_{ex}	0,0024	0	0	0	0,0538	0	0	.	0,0050
σ_{ex}	0,0150	0	0	0	0,2117	0	0	0,0050	.
m_{OK} : 43,989 s_{OK}² : 10348,083 -2*Log-vraisemblance : 303,307 $\hat{\tau}^2 = 0$									

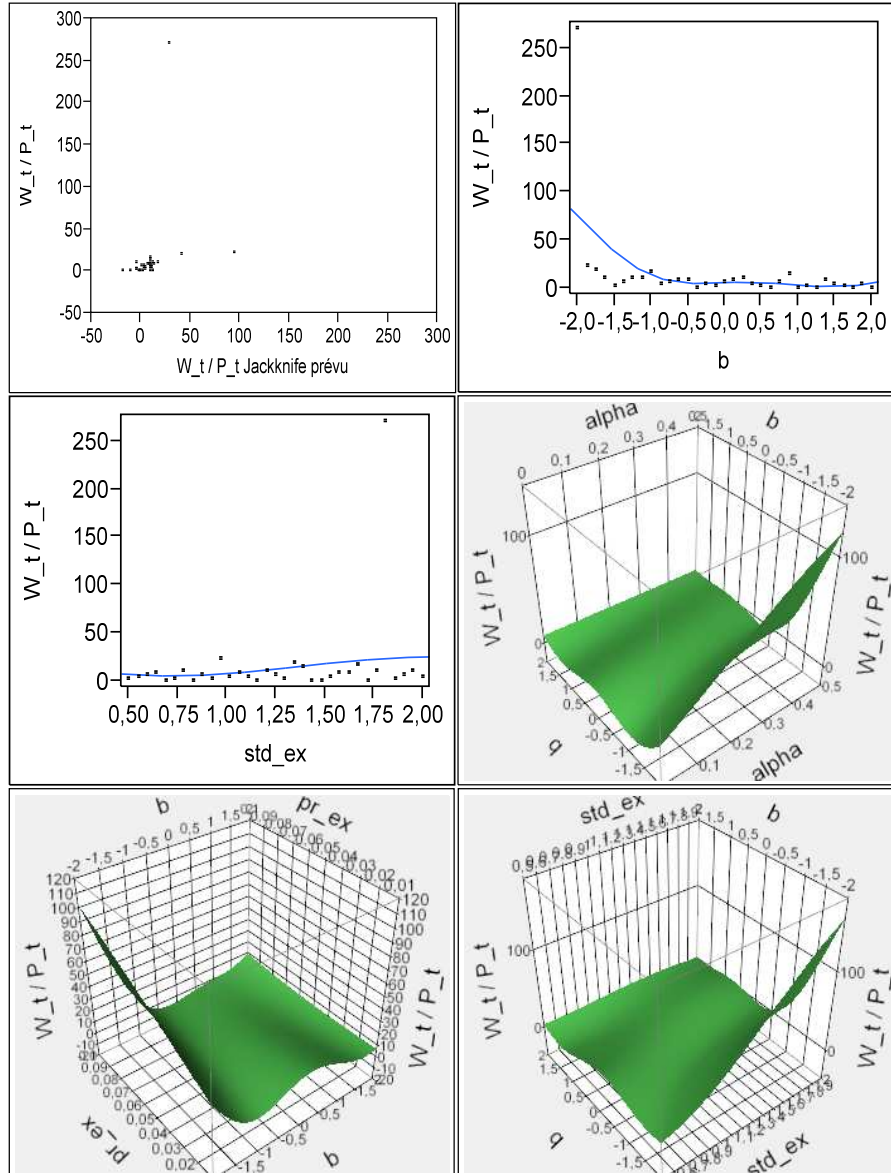


FIG. D.4 – Graphiques associés à l'estimation par Krigage ordinaire du salaire réel moyen $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ sous apprentissage social : nuage de points ($\frac{\bar{W}}{\bar{P}} / \frac{\hat{W}}{\hat{P}}$); graphiques des prévisions marginales de \bar{b} et σ_{ex} ; graphiques des surfaces de réponse de $\frac{\bar{W}_t}{\bar{P}_t}$ à α et \bar{b} , à \bar{b} et pr_{ex} et à \bar{b} et σ_{ex} .

Estimation de l'utilité agrégée moyenne									
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale			effet principal		
α	0			0			0		
μ	0			0			0		
σ	4,261			0,8431			0,5912		
ϕ	0,513			0,2196			0,05254		
\bar{b}	0,002			0,0562			0,0279		
\bar{i}	0			0			0		
pr_{im}	0,181			0,0135			0,0050		
pr_{ex}	0			0			0		
σ_{ex}	0,158			0,0931			0,0162		
Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0,1540	0,0265	0	0,0085	0	0,0629
ϕ	0	0	0,1540	.	0,0004	0	0	0	0,0127
\bar{b}	0	0	0,0265	0,0004	.	0	0	0	0,0013
\bar{i}	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_{im}	0	0	0,0085	0	0	0	.	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0
σ_{ex}	0	0	0,0629	0,0127	0,0013	0	0	0	.
m_{OK} : 207,058 s_{OK}² : 183142,22 -2*Log-vraisemblance : 379,773 $\hat{\tau}^2 = 0$									

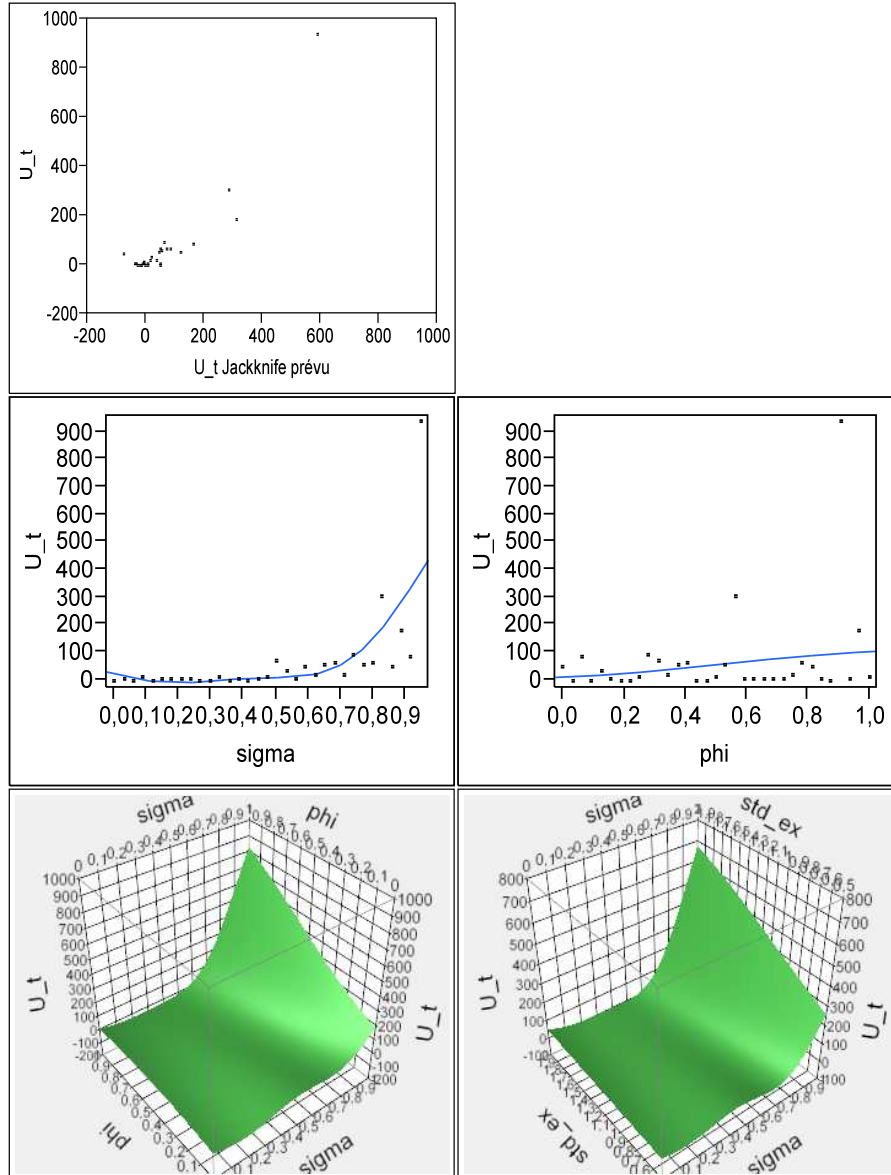


FIG. D.5 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de l’utilité agrégée moyenne \bar{U} : nuage de points (\bar{U} / \hat{U}); graphiques des prévisions marginales de σ et ϕ ; graphiques des surfaces de réponse de \bar{U} à σ et ϕ et à σ et σ_{ex} .

Estimation du profité réel agrégé moyen			
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal
α	5,157	0,4320	0,0130
μ	0	0	0
σ	0	0	0
ϕ	0	0	0
\bar{b}	0,492	0,7782	0,1806
\bar{i}	0,161	0,0004	0,0003
pr_{im}	0	0	0
pr_{ex}	68,756	0,3962	0,0541
σ_{ex}	0,0003	0,0002	0

Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0	0	0,3371	0	0	0,0819	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,3371	0	0	0	.	0,0001	0	0,2601	0,0002
\bar{i}	0	0	0	0	0,0001	.	0	0	0
pr_{im}	0	0	0	0	0	0	.	0	0
pr_{ex}	0,0819	0	0	0	0,2601	0	0	.	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0,0002	0	0	0	.

$m_{OK} : -455,868$ $s_{OK}^2 : 771849,2$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 445,521$ $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$

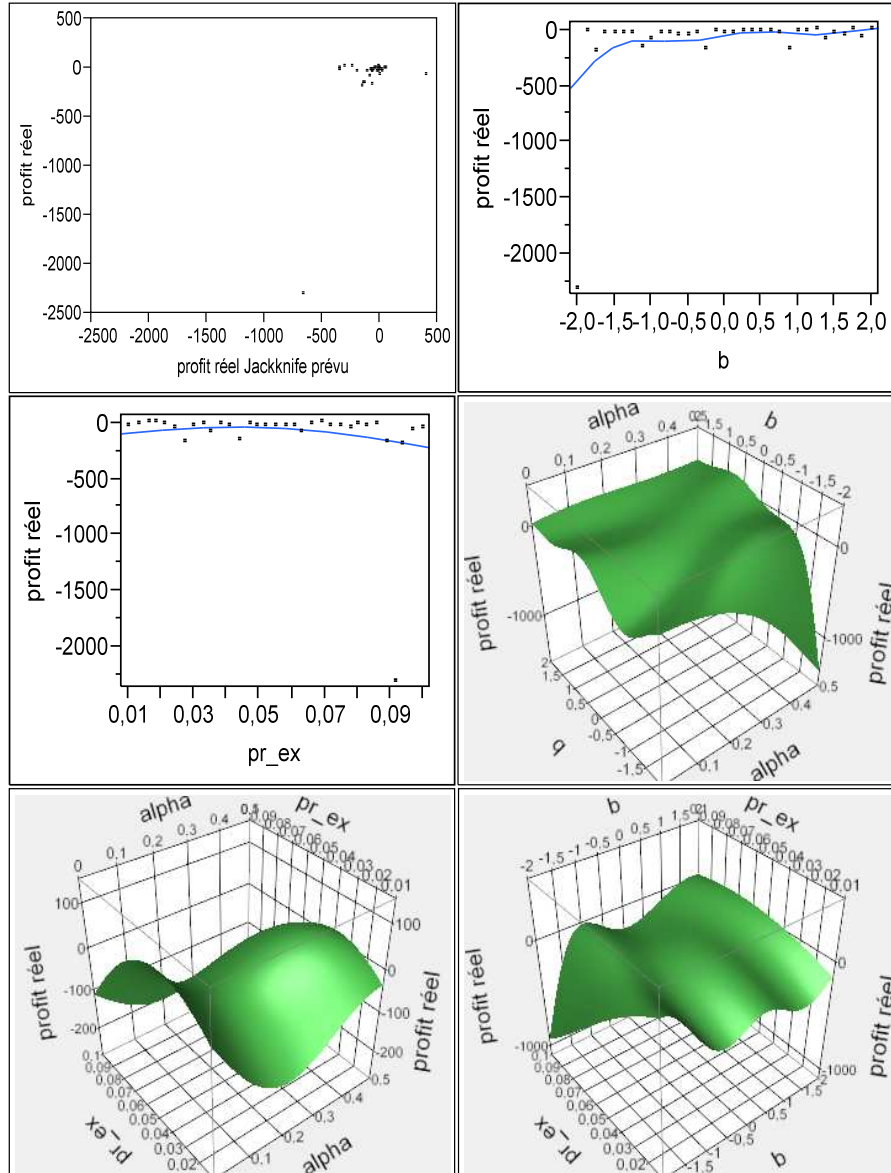


FIG. D.6 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de $\frac{\bar{P}}{P}$: nuage de points ($\frac{\bar{P}}{P} / \frac{\hat{P}}{P}$); graphiques des prévisions marginales de \bar{b} et pr_{ex} ; graphiques des surfaces de réponse de $\frac{\bar{P}}{P}$ à α et \bar{b} , à α et pr_{ex} et à \bar{b} et pr_{ex} .

Estimation du travail agrégé moyen									
Simulations de contrôle (initialisation à l'équilibre mort)									
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale			effet principal		
α	0,825			0,0211			0,0038		
μ	0,007			0,0008			0,0008		
σ	0,043			0,0065			0,0052		
ϕ	0,310			0,0538			0,0215		
\bar{b}	0,172			0,8110			0,7315		
\bar{i}	0			0			0		
pr_{im}	9,034			0,0242			0,0178		
pr_{ex}	13,960			0,0378			0,0328		
σ_{ex}	0,263			0,1251			0,0957		
Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0	0	0,0167	0	0,0002	0	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0	0,0011	0	0	0	0,0003
ϕ	0	0	0	.	0,0296	0	0,0011	0	0,0015
\bar{b}	0,0170	0	0,0011	0,0296	.	0	0,0024	0,0040	0,0254
\bar{i}	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_{im}	0,0002	0	0	0,0011	0,0024	0	.	0,0006	0,0019
pr_{ex}	0	0	0	0	0,0040	0	0,0006	.	0,0002
σ_{ex}	0	0	0,0003	0,0015	0,0254	0	0,0019	0,0002	.
$m_{OK} : 12,330 \quad s_{OK}^2 : 48,879 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 158,577 \quad \hat{\tau}^2 = 1 \times e^{-12}$									

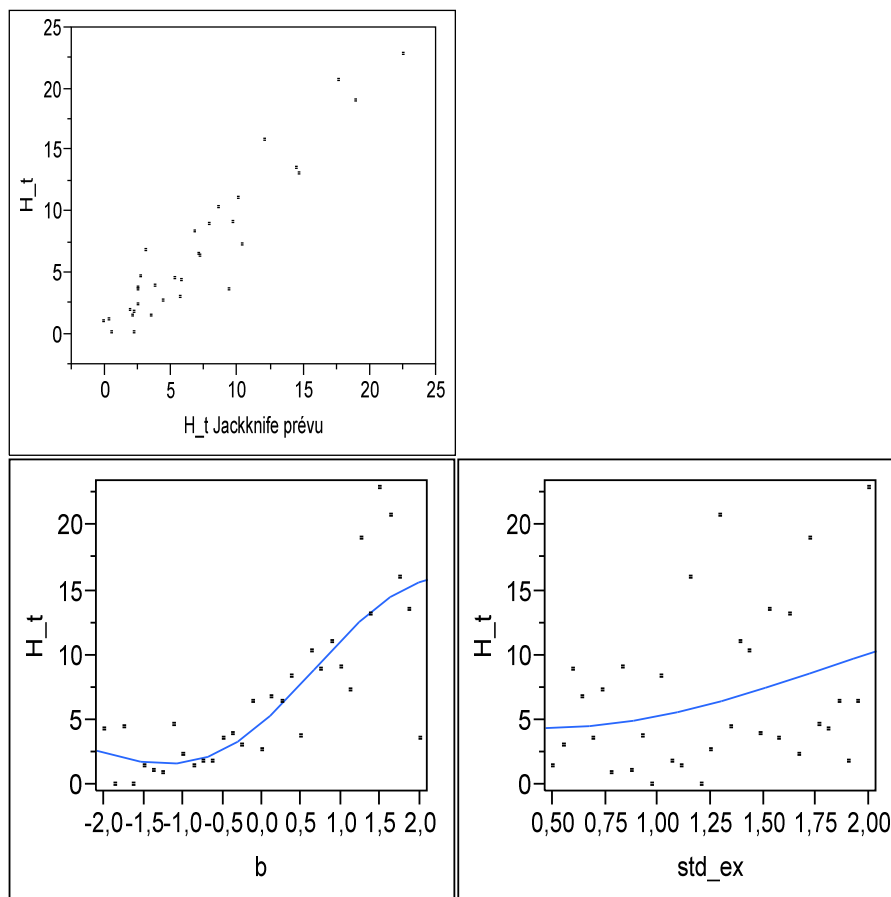


FIG. D.7 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{H} dans les simulations de contrôle (initialisation à l'équilibre mort) : nuage de points (\bar{H} / \hat{H}); graphiques des prévisions marginales de \bar{b} et σ_{ex} .

Estimation de la surproduction moyenne									
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale			effet principal		
α	3,493			0,1973			0,1397		
μ	0			0			0		
σ	0,726			0,0842			0,0358		
ϕ	0,4725			0,0730			0,0463		
\bar{b}	0,084			0,3255			0,2603		
\bar{i}	522,087			0,2123			0,1210		
pr_{im}	7,025			0,2130			0,1864		
pr_{ex}	9,184			0,0299			0,0289		
σ_{ex}	0,020			0,0092			0,0075		
Effets d'interaction									
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}
α	.	0	0,0015	0,0038	0,0191	0,0186	0,0143	0,0002	0,0001
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0
σ	0,0015	0	.	0,0092	0,0034	0,0323	0,0018	0	0
ϕ	0,0038	0	0,0092	.	0,0056	0,0019	0,0061	0	0
\bar{b}	0,0191	0	0,0034	0,0056	.	0,0347	0,0012	0,0005	0,0009
\bar{i}	0,0186	0	0,0323	0,0019	0,0347	.	0,0030	0,0002	0,0007
pr_{im}	0,0143	0	0,0019	0,0061	0,0012	0,0030	.	0,0001	0
pr_{ex}	0,0002	0	0	0	0,0005	0,0002	0,0001	.	0
σ_{ex}	0,0001	0	0	0	0,0009	0,0007	0	0	.
$m_{OK} : 5,627$ $s_{OK}^2 : 13,764$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 134,892$ $\hat{\tau}^2 = 0$									

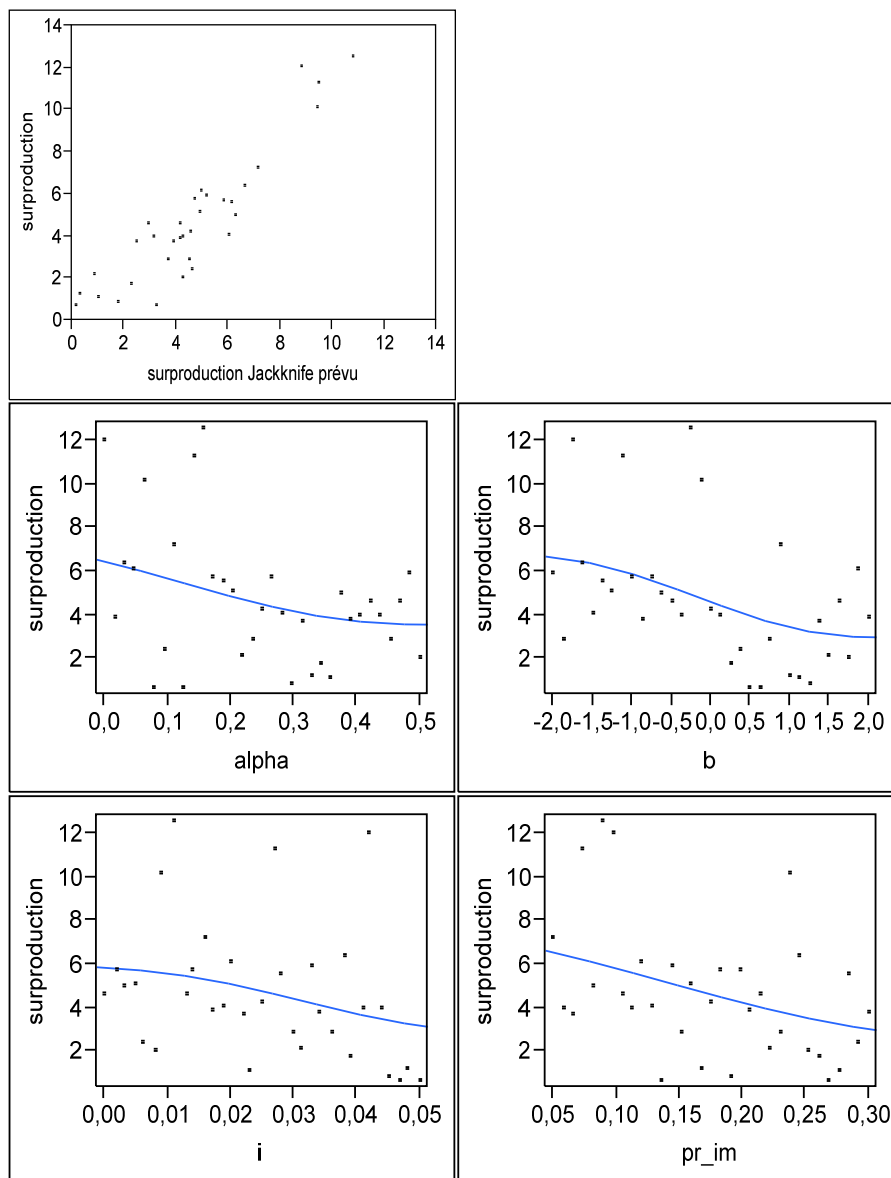


FIG. D.8 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{Y}^s sous apprentissage social : nuage de points (\bar{Y}^s / \hat{Y}^s); graphiques des prévisions marginales de α , \bar{b} , \bar{i} et pr_{im} .

D.3 Détermination du seuil critique du rationnement

Il s'agit d'établir la quantité de biens invendus de la firme k qui fait en sorte que le profit de k devienne inférieur à celui réalisé par la firme l . On précise que k produit y'' biens à partir de la quantité de travail h'' , mais elle ne vend que $y_{k,t}$ biens à cause du rationnement. l produit y' biens à partir de la quantité de travail h' , avec $y'' < y'$ et $h'' < h'$. On remarque que sur le marché du bien, on a à chaque période au plus une firme j qui est partiellement rationnée, i.e. qui vérifie $0 < y_{j,t} < y_{j,t}^o$; on sait également que le rationnement affecte d'abord k , car l se trouve devant k dans la liste des firmes qui organise les rencontres sur le marché du bien. Tant que $y_{k,t} > 0$, on a donc nécessairement $y_{l,t} = y'$.

On obtient à partir de l'inégalité $p_{k,t} < p_{l,t}$:

$$\begin{aligned} p_{k,t}(y_{k,t}, h'') &< p_{l,t}(y', h') \\ \Leftrightarrow \frac{1+\mu}{1-\alpha} \tilde{w}(h'')^\alpha y_{k,t} - \tilde{w}h'' &< \frac{1+\mu}{1-\alpha} \tilde{w}(h')^\alpha y' - \tilde{w}h' \\ \Leftrightarrow y_{k,t} &< \left(\frac{h'}{h''}\right)^\alpha - \frac{1-\alpha}{1+\mu} \times \frac{h'+h''}{(h'')^\alpha}, \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

ce qui permet de déterminer le seuil critique du rationnement de k . Le profit de k est en effet inférieur à celui de l pour tout rationnement $y'' - y_{k,t}$ qui vérifie

$$y'' - y_{k,t} > (h'')^{1-\alpha} - \left(\frac{h'}{h''}\right)^\alpha + \frac{1-\alpha}{1+\mu} \times \frac{h'+h''}{(h'')^\alpha}. \quad (\text{D.2})$$

D.4 Le salaire réel agrégé en absence de surproduction

Le salaire réel agrégé est le ratio formé par l'indice pondéré des salaires W_t et l'indice pondéré des prix P_t :

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}}}{\frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t} y_{j,t}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}}. \quad (\text{D.3})$$

On remplace maintenant $p_{j,t}$ par l'équation du schéma de fixation des prix des firmes (3.9) :

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}}}{\frac{\sum_{j=1}^m \frac{1+\mu}{1-\alpha} w_{j,t} (y_{j,t}^o)^{\frac{1-\alpha}{1+\mu}} y_{j,t}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}}. \quad (\text{D.4})$$

En absence de surproduction, i.e. pour $Y_t^s = 0$, on a pour chaque firme j : $y_{j,t} = y_{j,t}^o$, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}}}{\frac{\frac{1+\mu}{1-\alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} (y_{j,t}^o)^{\frac{1-\alpha}{1+\mu}}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}}. \quad (\text{D.5})$$

D'après la fonction de production 3.8, on peut remplacer $(y_{j,t}^o)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ par $h_{j,t}$, ce qui donne :

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}}}{\frac{\frac{1+\mu}{1-\alpha} \sum_{j=1}^m w_{j,t} h_{j,t}}{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}} = \frac{1-\alpha}{1+\mu} \times \frac{\sum_{j=1}^m y_{j,t}}{\sum_{j=1}^m h_{j,t}} = \frac{1-\alpha}{1+\mu} \times \frac{Y_t}{H_t}. \quad (\text{D.6})$$

D.5 Matrice des scénarios NOLH dans le modèle multi-agents avec apprentissage individuel

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{sch.}$	ψ_q	$\psi_{iter.}$	ψ_τ	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	pr_{psi}
1	0.242	0.423	0.2	1.453	-0.656	0.034	0.191	0.078	1.332	0.984	11	4	64	30	0.282	24	42	0.222
2	0.891	0.289	0.21	1.461	-1.625	0.023	0.155	0.028	1.215	0.934	13	3	66	29	0.232	27	45	0.235
3	0.445	0.72	0	1.273	-0.344	0.008	0.238	0.068	1.414	0.951	7	2	54	27	0.298	24	28	0.068
4	0.695	0.846	0.15	1.367	-0.25	0.038	0.068	0.047	0.898	0.941	6	3	40	30	0.218	30	31	0.15
5	0	0.371	0.28	1.234	-1.594	0.027	0.14	0.094	2	0.957	2	4	87	15	0.161	22	44	0.272
6	0.703	0.408	0.35	1.008	-0.406	0.016	0.196	0.014	0.875	0.911	3	4	66	20	0.128	20	46	0.351
7	0.391	0.95	0.38	1.289	-1.375	0.011	0.111	0.094	1.941	0.965	10	2	10	12	0.167	20	46	0.144
8	0.57	0.668	0.45	1.063	-0.625	0.046	0.267	0.011	0.957	0.919	7	2	25	16	0.134	21	24	0.047
9	0.023	0.045	0.13	1.203	-1.219	0.049	0.232	0.049	1.59	0.977	10	3	63	15	0.286	27	39	0.391
10	0.984	0.074	0.11	1.266	-1.531	0.005	0.101	0.059	0.793	0.913	7	2	73	12	0.279	22	37	0.281
11	0.047	0.928	0.24	1.281	-0.75	0.004	0.243	0.03	1.426	0.975	2	3	35	15	0.238	29	36	0.092
12	0.922	0.935	0.13	1.383	-1.438	0.05	0.177	0.092	0.922	0.928	3	3	33	19	0.261	23	30	0.086
13	0.477	0.245	0.48	1.18	-0.375	0.036	0.062	0.042	1.484	0.98	0	2	92	25	0.13	17	39	0.333
14	0.75	0.208	0.46	1.352	-1.656	0.012	0.279	0.059	0.805	0.935	0	3	86	29	0.14	18	34	0.199
15	0.258	0.497	0.49	1.227	-0.125	0.011	0.058	0.023	1.977	0.972	12	4	31	20	0.124	16	32	0.053
16	0.781	0.713	0.49	1.031	-1.313	0.026	0.294	0.075	0.863	0.938	13	3	40	22	0.114	16	49	0.156
17	0.227	0.171	0.1	1.742	-1.844	0.035	0.222	0.054	0.816	0.953	9	3	28	30	0.06	27	4	0.36
18	0.969	0.334	0.13	1.781	-0.313	0.01	0.087	0.053	1.613	0.904	8	3	49	22	0.07	25	24	0.312
19	0.18	0.735	0.14	1.523	-1.156	0.002	0.22	0.058	0.852	0.983	4	3	74	29	0.066	25	4	0.171
20	0.648	0.92	0.19	1.75	-1.5	0.04	0.136	0.024	1.309	0.922	1	3	69	22	0.054	24	19	0.028
21	0.281	0.193	0.41	1.953	-0.031	0.033	0.126	0.1	0.652	0.958	2	4	11	19	0.255	16	6	0.269
22	0.617	0.252	0.32	1.922	-0.5	0.006	0.265	0.034	1.953	0.951	1	3	11	13	0.187	21	9	0.251
23	0.203	0.683	0.39	1.977	-0.688	0.017	0.064	0.095	0.57	0.979	11	2	91	18	0.249	23	9	0.108
24	0.734	0.586	0.48	1.984	-1.25	0.031	0.253	0.035	1.988	0.936	9	2	94	16	0.214	19	2	0.184
25	0.289	0.223	0.23	1.609	-0.719	0.05	0.167	0.033	1.156	0.974	8	3	34	12	0.062	27	17	0.366
26	0.938	0.007	0.23	1.57	-1.406	0.014	0.146	0.083	1.438	0.926	9	3	12	14	0.144	29	8	0.376
27	0.234	0.675	0.14	2	-1.781	0.006	0.2	0.037	0.945	0.975	6	3	56	13	0.146	24	25	0.062
28	0.992	0.891	0.18	1.703	-1.344	0.038	0.12	0.063	1.965	0.905	4	4	65	11	0.177	26	11	0.132
29	0.273	0.43	0.38	1.555	-0.563	0.027	0.05	0.044	0.969	0.942	0	2	13	23	0.241	17	22	0.354
30	0.633	0.438	0.5	1.695	-0.063	0.021	0.236	0.092	1.355	0.932	4	2	43	24	0.3	16	18	0.336

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{sch.}$	ψ_q	$\psi_{iter.}$	ψ_T	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	pr_{psi}
31	0.453	0.69	0.36	1.758	-1.719	0.02	0.06	0.011	0.688	0.978	13	4	59	23	0.191	16	10	0.196
32	0.539	0.601	0.47	1.891	-1.469	0.037	0.216	0.079	1.672	0.902	10	3	71	24	0.234	19	21	0.126
33	0.07	0.341	0.16	1.336	0.188	0.025	0.277	0.061	1.859	0.946	13	3	61	27	0.212	17	3	0.165
34	0.867	0.46	0.07	1.094	0.156	0.02	0.144	0.013	0.992	0.947	13	4	53	23	0.257	18	13	0.135
35	0.359	0.883	0.03	1.414	0.906	0.007	0.284	0.084	1.297	0.937	3	3	23	23	0.196	17	16	0.223
36	0.516	0.824	0.08	1.438	0.531	0.048	0.077	0.021	1.098	0.972	4	2	27	22	0.228	20	22	0.242
37	0.055	0.304	0.32	1.102	1.063	0.042	0.169	0.07	1.379	0.901	3	4	77	15	0.165	23	16	0.037
38	0.836	0.141	0.26	1.398	1.969	0.015	0.198	0.065	0.617	0.97	2	3	89	14	0.142	25	1	0.101
39	0.32	0.898	0.46	1.156	0.844	0.003	0.105	0.087	1.52	0.908	8	3	48	19	0.087	24	23	0.388
40	0.852	0.794	0.43	1.344	1.75	0.043	0.298	0.043	0.734	0.97	9	3	22	14	0.083	24	12	0.287
41	0.328	0.468	0.02	1.195	1.188	0.034	0.189	0.019	1.777	0.921	12	2	94	14	0.253	15	4	0.229
42	0.813	0.356	0.21	1.117	0.938	0.026	0.054	0.074	0.77	0.965	12	2	75	12	0.179	17	6	0.12
43	0.492	0.638	0.11	1.313	0.875	0.014	0.275	0.02	1.742	0.931	5	4	26	21	0.292	19	8	0.345
44	0.625	0.772	0.06	1.141	0.469	0.037	0.109	0.093	0.934	0.96	1	4	32	20	0.198	15	13	0.33
45	0.211	0.037	0.25	1.406	1.281	0.028	0.122	0.06	1.871	0.93	3	2	90	27	0.081	24	11	0.025
46	0.875	0.401	0.31	1.086	0.594	0.001	0.179	0.07	1.133	0.976	5	2	60	28	0.12	25	20	0.083
47	0.039	0.75	0.34	1.469	1.094	0.007	0.093	0.025	1.754	0.901	9	3	17	29	0.099	26	14	0.293
48	0.578	0.831	0.41	1.172	1.875	0.039	0.226	0.098	1.18	0.966	9	3	63	27	0.085	26	16	0.315
49	0.469	0.386	0.1	1.961	0.969	0.048	0.269	0.096	1.109	0.923	14	3	30	24	0.075	16	48	0.089
50	0.828	0.082	0.06	1.578	1.125	0.02	0.089	0.046	1.918	0.973	8	3	14	26	0.105	15	37	0.202
51	0.406	0.505	0.16	1.789	0.094	0.009	0.271	0.056	0.664	0.927	3	2	68	22	0.155	17	32	0.296
52	0.914	0.787	0.07	1.875	1	0.028	0.138	0.044	1.66	0.949	1	3	96	27	0.157	17	43	0.306
53	0.313	0.186	0.3	1.508	1.813	0.041	0.07	0.072	1.051	0.908	5	3	25	21	0.259	27	29	0.013
54	0.859	0.111	0.46	1.625	1.688	0.005	0.185	0.033	1.273	0.987	6	4	37	16	0.239	22	33	0.01
55	0.195	0.653	0.27	1.672	1.906	0.003	0.103	0.073	0.781	0.906	14	3	68	14	0.202	27	41	0.339
56	0.883	0.816	0.41	1.813	1.938	0.031	0.193	0.029	1.496	0.99	7	2	51	18	0.247	28	36	0.379
57	0.156	0.096	0.17	1.68	0.438	0.032	0.259	0.022	0.676	0.934	8	2	29	15	0.073	17	48	0.147
58	0.656	0.379	0.05	1.852	0.281	0.009	0.116	0.082	1.473	0.95	8	3	15	17	0.079	19	40	0.016
59	0.102	0.802	0.21	1.945	2	0.018	0.187	0.025	0.699	0.929	3	4	89	11	0.181	19	50	0.232
60	0.602	0.623	0.22	1.836	0.813	0.046	0.148	0.071	1.906	0.986	4	4	72	19	0.126	22	44	0.248
61	0.414	0.319	0.45	1.641	0.219	0.045	0.142	0.021	1.262	0.927	4	2	18	28	0.243	26	25	0.04
62	0.563	0.089	0.3	1.516	0.781	0.018	0.255	0.069	1.461	0.944	2	3	28	23	0.294	30	34	0.111
63	0.336	0.557	0.42	1.93	1.031	0.021	0.132	0.03	0.711	0.909	10	4	58	30	0.273	23	30	0.257
64	0.906	0.534	0.33	1.867	1.563	0.029	0.251	0.062	1.895	0.967	12	3	80	25	0.2	25	27	0.217
65	0.5	0.475	0.25	1.5	0	0.025	0.175	0.055	1.25	0.945	7	3	55	20	0.175	23	26	0.205

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{sch.}$	ψ_q	$\psi_{iter.}$	ψ_T	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	pr_{psi}
66	0.758	0.527	0.3	1.547	0.656	0.016	0.159	0.032	1.168	0.906	3	2	46	10	0.068	21	9	0.19
67	0.109	0.661	0.29	1.539	1.625	0.027	0.195	0.082	1.285	0.956	1	3	44	11	0.118	18	6	0.175
68	0.555	0.23	0.5	1.727	0.344	0.042	0.113	0.042	1.086	0.939	7	4	56	13	0.052	21	23	0.342
69	0.305	0.104	0.35	1.633	0.25	0.012	0.282	0.063	1.602	0.949	8	3	70	10	0.132	15	20	0.26
70	1	0.579	0.22	1.766	1.594	0.023	0.21	0.016	0.5	0.933	12	2	23	25	0.189	23	7	0.138
71	0.297	0.542	0.15	1.992	0.406	0.034	0.154	0.096	1.625	0.979	11	2	44	20	0.222	25	5	0.059
72	0.609	0	0.12	1.711	1.375	0.039	0.239	0.016	0.559	0.925	4	4	100	28	0.183	25	5	0.266
73	0.43	0.282	0.05	1.938	0.625	0.004	0.083	0.099	1.543	0.971	7	4	85	24	0.216	24	27	0.363
74	0.977	0.905	0.37	1.797	1.219	0.001	0.118	0.061	0.91	0.913	4	3	47	25	0.064	18	12	0.019
75	0.016	0.876	0.39	1.734	1.531	0.045	0.249	0.051	1.707	0.977	7	4	37	28	0.071	23	14	0.129
76	0.953	0.022	0.26	1.719	0.75	0.046	0.107	0.08	1.074	0.915	12	3	75	25	0.113	16	15	0.318
77	0.078	0.015	0.38	1.617	1.438	0	0.173	0.018	1.578	0.962	11	3	78	21	0.089	22	21	0.324
78	0.523	0.705	0.02	1.82	0.375	0.014	0.288	0.068	1.016	0.91	14	4	18	15	0.22	28	12	0.077
79	0.25	0.742	0.04	1.648	1.656	0.038	0.071	0.051	1.695	0.955	14	3	24	11	0.21	27	17	0.211
80	0.742	0.453	0.01	1.773	0.125	0.039	0.292	0.087	0.523	0.918	2	3	79	20	0.226	29	19	0.357
81	0.219	0.238	0.01	1.969	1.313	0.024	0.056	0.035	1.637	0.952	1	3	70	18	0.236	29	2	0.254
82	0.773	0.779	0.4	1.258	1.844	0.015	0.128	0.056	1.684	0.937	5	3	82	10	0.29	18	47	0.05
83	0.031	0.616	0.37	1.219	0.313	0.04	0.263	0.057	0.887	0.986	6	3	61	18	0.28	20	27	0.098
84	0.82	0.215	0.36	1.477	1.156	0.048	0.13	0.052	1.648	0.907	10	3	36	11	0.284	20	47	0.239
85	0.352	0.03	0.31	1.25	1.5	0.01	0.214	0.086	1.191	0.968	13	3	41	18	0.296	21	32	0.382
86	0.719	0.757	0.09	1.047	0.031	0.017	0.224	0.01	1.848	0.932	12	2	99	21	0.095	29	45	0.141
87	0.383	0.698	0.18	1.078	0.5	0.044	0.085	0.076	0.547	0.939	13	3	99	28	0.163	24	42	0.159
88	0.797	0.267	0.11	1.023	0.688	0.033	0.286	0.015	1.93	0.911	3	4	19	22	0.101	22	42	0.303
89	0.266	0.364	0.02	1.016	1.25	0.019	0.097	0.075	0.512	0.954	5	4	16	24	0.136	26	49	0.226
90	0.711	0.727	0.27	1.391	0.719	0	0.183	0.077	1.344	0.916	6	3	76	28	0.288	18	34	0.044
91	0.063	0.943	0.27	1.43	1.406	0.036	0.204	0.027	1.063	0.964	5	3	98	26	0.206	16	43	0.034
92	0.766	0.275	0.36	1	1.781	0.044	0.15	0.073	1.555	0.915	8	3	54	27	0.204	21	26	0.348
93	0.008	0.059	0.32	1.297	1.344	0.013	0.23	0.047	0.535	0.985	10	2	45	29	0.173	19	40	0.278
94	0.727	0.52	0.12	1.445	0.563	0.023	0.3	0.066	1.531	0.948	14	4	97	17	0.109	28	29	0.056
95	0.367	0.512	0	1.305	0.063	0.029	0.114	0.018	1.145	0.958	10	4	67	16	0.05	29	33	0.074
96	0.547	0.26	0.14	1.242	1.719	0.03	0.29	0.099	1.813	0.912	1	2	51	17	0.159	29	41	0.214
97	0.461	0.349	0.03	1.109	1.469	0.013	0.134	0.031	0.828	0.988	4	3	39	16	0.116	26	30	0.284
98	0.93	0.609	0.34	1.664	-0.188	0.025	0.073	0.049	0.641	0.944	1	3	49	13	0.138	28	48	0.245
99	0.133	0.49	0.43	1.906	-0.156	0.03	0.206	0.097	1.508	0.943	1	2	57	17	0.093	27	38	0.275
100	0.641	0.067	0.47	1.586	-0.906	0.043	0.066	0.026	1.203	0.953	11	3	87	17	0.154	28	35	0.187

scénario	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{sch.}$	ψ_q	$\psi_{iter.}$	ψ_T	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	pr_{psi}
101	0.484	0.126	0.42	1.563	-0.531	0.002	0.273	0.089	1.402	0.918	10	4	83	18	0.122	25	29	0.168
102	0.945	0.646	0.18	1.898	-1.063	0.008	0.181	0.04	1.121	0.989	11	2	33	25	0.185	22	35	0.373
103	0.164	0.809	0.24	1.602	-1.969	0.035	0.152	0.045	1.883	0.92	12	3	21	26	0.208	20	50	0.309
104	0.148	0.156	0.07	1.656	-1.75	0.007	0.052	0.067	1.766	0.92	5	3	88	26	0.267	21	39	0.123
105	0.672	0.482	0.48	1.805	-1.188	0.016	0.161	0.091	0.723	0.969	2	4	16	26	0.097	30	47	0.181
106	0.188	0.594	0.29	1.883	-0.938	0.024	0.296	0.036	1.73	0.925	2	4	35	28	0.171	28	45	0.29
107	0.508	0.312	0.39	1.688	-0.875	0.036	0.075	0.09	0.758	0.959	9	2	84	19	0.058	26	43	0.065
108	0.375	0.178	0.44	1.859	-0.469	0.013	0.241	0.017	1.566	0.93	13	2	78	20	0.152	30	38	0.08
109	0.789	0.913	0.25	1.594	-1.281	0.022	0.228	0.05	0.629	0.96	11	4	20	13	0.269	21	40	0.385
110	0.125	0.549	0.19	1.914	-0.594	0.049	0.171	0.04	1.367	0.914	9	4	50	12	0.23	20	31	0.327
111	0.961	0.2	0.16	1.531	-1.094	0.043	0.257	0.085	0.746	0.989	5	3	93	11	0.251	19	37	0.117
112	0.422	0.119	0.09	1.828	-1.875	0.011	0.124	0.012	1.32	0.924	5	3	47	13	0.265	19	35	0.095
113	0.531	0.564	0.4	1.039	-0.969	0.002	0.081	0.014	1.391	0.968	0	3	80	16	0.275	29	3	0.321
114	0.172	0.868	0.44	1.422	-1.125	0.03	0.261	0.064	0.582	0.917	6	3	96	14	0.245	30	14	0.208
115	0.594	0.445	0.34	1.211	-0.094	0.041	0.079	0.054	1.836	0.963	11	4	42	18	0.195	28	19	0.114
116	0.086	0.163	0.43	1.125	-1	0.022	0.212	0.066	0.84	0.941	13	3	14	13	0.193	28	8	0.104
117	0.688	0.764	0.2	1.492	-1.813	0.009	0.28	0.038	1.449	0.982	9	3	85	19	0.091	18	22	0.397
118	0.141	0.839	0.04	1.375	-1.688	0.045	0.165	0.078	1.227	0.903	8	2	73	24	0.111	23	18	0.4
119	0.805	0.297	0.23	1.328	-1.906	0.047	0.247	0.037	1.719	0.984	0	3	42	26	0.148	18	10	0.071
120	0.117	0.134	0.09	1.188	-1.938	0.019	0.157	0.081	1.004	0.9	7	4	59	23	0.103	17	15	0.031
121	0.844	0.854	0.33	1.32	-0.438	0.018	0.091	0.088	1.824	0.956	6	4	81	25	0.277	28	3	0.263
122	0.344	0.571	0.45	1.148	-0.281	0.041	0.234	0.028	1.027	0.94	6	3	95	23	0.271	26	11	0.394
123	0.898	0.148	0.29	1.055	-2	0.032	0.163	0.085	1.801	0.961	11	2	21	29	0.169	26	1	0.178
124	0.398	0.327	0.28	1.164	-0.813	0.004	0.202	0.039	0.594	0.904	11	2	38	21	0.224	23	7	0.162
125	0.586	0.631	0.05	1.359	-0.219	0.005	0.208	0.089	1.238	0.963	10	4	92	12	0.107	19	26	0.37
126	0.438	0.861	0.2	1.484	-0.781	0.032	0.095	0.041	1.039	0.946	12	3	82	17	0.056	15	17	0.299
127	0.664	0.393	0.08	1.07	-1.031	0.029	0.218	0.08	1.789	0.981	4	2	52	10	0.077	22	21	0.153
128	0.094	0.416	0.17	1.133	-1.563	0.021	0.099	0.048	0.605	0.923	2	3	30	15	0.15	20	24	0.193

D.6 Estimation par Krigéage ordinaire du modèle multi-agents avec apprentissage individuel

Effets d'interaction												
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ
α	0,0002	0,0162	0,0017	0,0003	0	0,0003	0	0	0,0004	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0014	0,0022	0,0117	0	0	0,0011	0	0	0,0002	0	0	0
σ	0	0,0057	0,0010	0,0001	0	0,0005	0	0	0	0	0	0
ϕ	0,0001	0,0002	0,0002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0029	0,0050	0,0057	0,0010	0	0,0045	0	0	0,0002	0	0	0
\bar{i}	.	0	0,0053	0	0	0,0046	0	0	0,0001	0	0	0
pr_{im}	0	.	0,0036	0,0016	0	0,0005	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0,0053	0,0036	.	0,0001	0	0,0022	0	0	0,0010	0	0	0
σ_{ex}	0	0,0016	0,0001	.	0	0,0002	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0,0046	0,0005	0,0022	0,0002	0	.	0	0	0,0010	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_q	0,0001	0	0,0010	0	0	0,0010	0	0	.	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : 30,086 sOk² : 382,722 -2*Log-vraisemblance : 984,855 $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$												

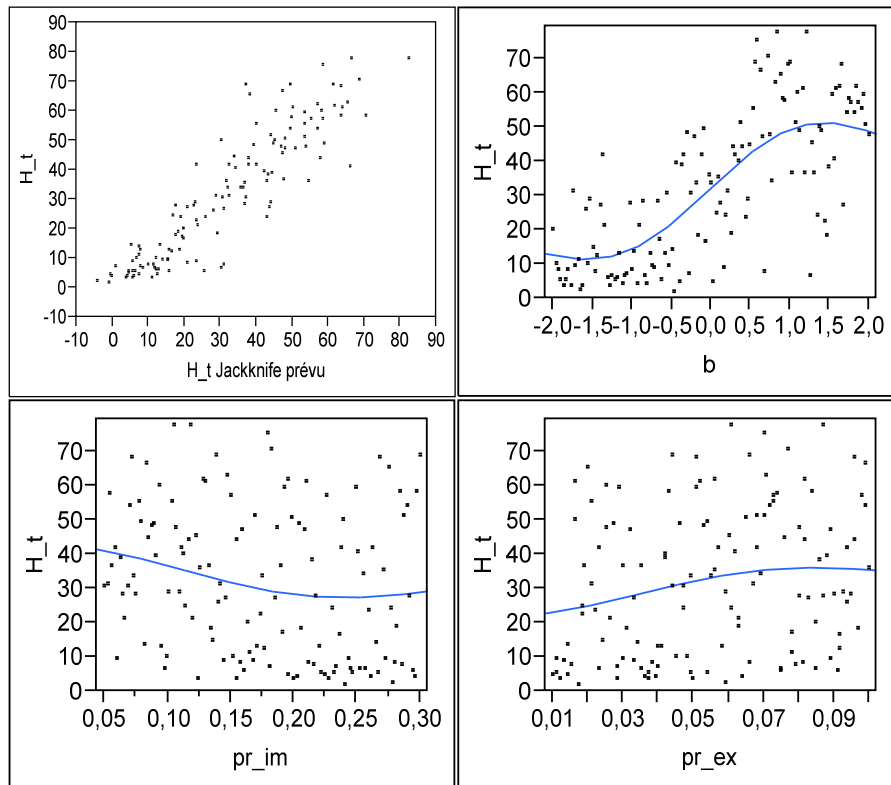


FIG. D.9 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{H} sous apprentissage individuel : nuage de points (\bar{H} / \hat{H}); graphique des prévisions marginales de \bar{b} .

Estimation de la production agrégée moyenne									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	\bar{b}
α	21,081	0,3481	0,2102	.	0	0,0478	0,0018	0,0004	0,0617
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	1,788	0,1044	0,0336	0,0478	0	.	0,0008	0,0004	0,0157
σ	0,743	0,0463	0,0250	0,0018	0	0,0008	.	0	0,0148
ϕ	0,083	0,0055	0,0043	0,0004	0	0,0004	0	.	0,0002
\bar{b}	0,242	0,5213	0,4159	0,0617	0	0,0157	0,0148	0,0002	.
\bar{i}	18,139	0,0028	0,0018	0,0003	0	0,0002	0	0	0,0004
pr_{im}	3,894	0,0310	0,0134	0,0112	0	0,0001	0,0009	0	0,0051
pr_{ex}	62,494	0,0483	0,0397	0,0015	0	0,0023	0,0011	0	0,0028
σ_{ex}	0,250	0,0283	0,0166	0,0065	0	0,0023	0,0001	0	0,0018
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0,001	0,0040	0,0001	0,0008	0	0	0,0001	0	0,0024
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_ψ	2,170	0,0119	0,0023	0,0057	0	0,0011	0,0014	0	0,0002

Effets d'interaction												
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ
α	0,0003	0,0112	0,0015	0,0065	0	0	0,0008	0	0	0	0	0,0057
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0002	0,0001	0,0023	0,0023	0	0	0	0	0	0	0	0,0011
σ	0	0,0009	0,0011	0,0001	0	0	0,0001	0	0	0	0	0,0014
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0004	0,0052	0,0028	0,0018	0	0	0,0024	0	0	0	0	0,0002
\bar{i}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	.	0	0	0	0,0002	0	0	0	0	0,0005
σ_{ex}	0	0	0	.	0	0	0,0003	0	0	0	0	0,0005
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0,0002	0,0003	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_ψ	0	0	0,0005	0,0005	0	0	0	0	0	0	0	.

mok : 11,446 **sOk**² : 166,191 **-2*Log-vraisemblance** : 866,428 $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$

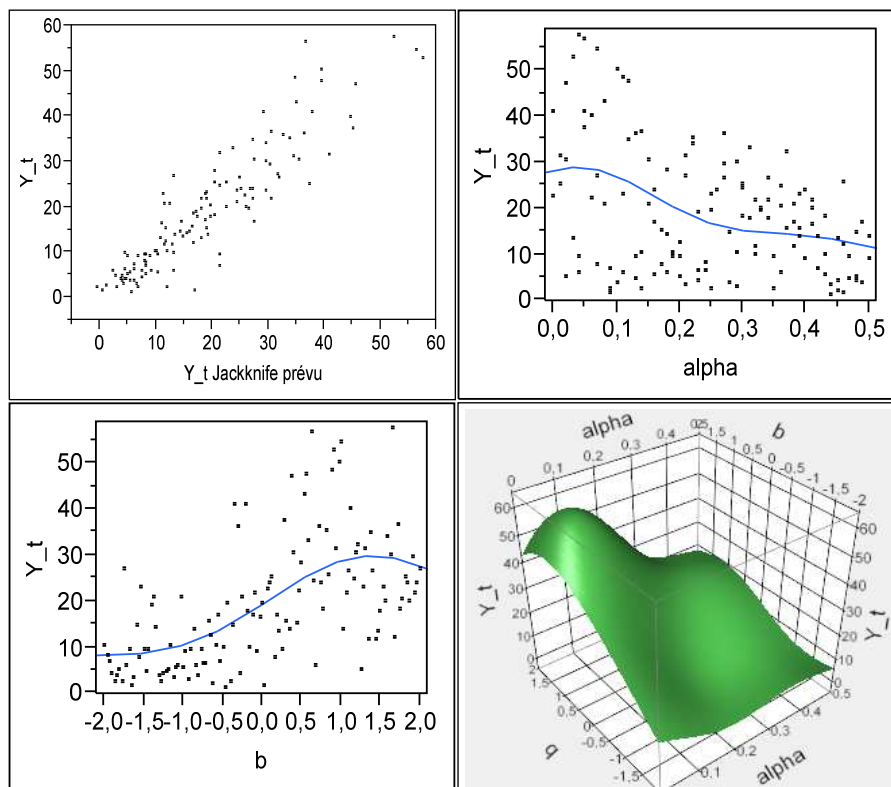


FIG. D.10 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{Y}^o sous apprentissage individuel : nuage de points (\bar{Y}^o / \hat{Y}^o); graphiques des prévisions marginales de α et \bar{b} ; graphique des surfaces de réponse de \bar{Y}_t^o à α et \bar{b} .

Effets d'interaction													
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	
α	0,0009	0,0016	0,0014	0	0	0,0005	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0005	0	0,0005	0	0	0,0002	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0084	0,0022	0,0023	0	0	0,0025	0	0	0	0	0	0	0
\bar{i}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	.	0	0	0,0001	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0,0001	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : 12,366 s_{OK}^2 : 33,331 -2*Log-vraisemblance : 863,782 $\hat{\tau}^2 = 1$													

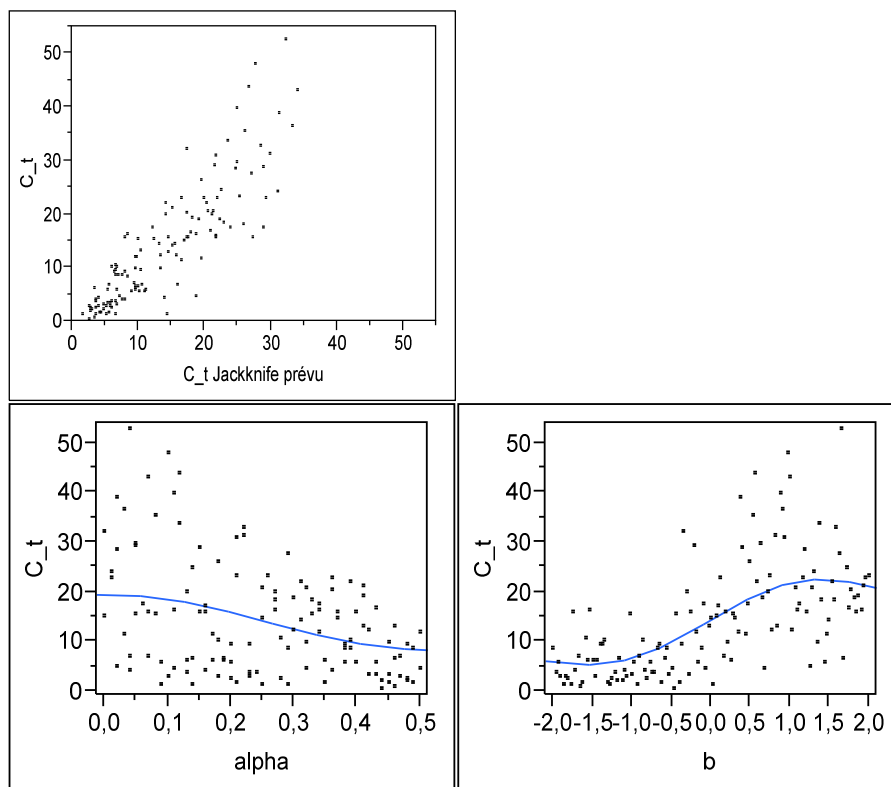


FIG. D.11 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage individuel : nuage de points ($\bar{C} / \hat{\hat{C}}$); graphiques des prévisions marginales de α et \bar{b} .

Estimation du salaire réel moyen									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	\bar{b}
α	11,645	0,3539	0,0664	.	0	0,0258	0	0	0
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	0,531	0,0673	0,0095	0,0258	0	.	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	.	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	.
\bar{i}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	18,256	0,1821	0,0328	0,0388	0	0,0047	0	0	0
pr_{ex}	568,257	0,4849	0,1465	0,2087	0	0,0150	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrn.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_{τ}	0,005	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ψ}	6,434	0,0692	0,0107	0,01424	0	0,0124	0	0	0

Effets d'interaction												
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ
α	0	0,0388	0,2087	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0142
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0,0047	0,0150	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0124
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0	0	0
\bar{i}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	0	.	0,0943	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0115
pr_{ex}	0	0,0943	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0205
σ_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
pr_ψ	0	0,0115	0,0205	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : 1127,801 s_{OK}² : 8450722,6 -2*Log-vraisemblance : 2122,751 $\hat{\tau}^2$ = 0,01												

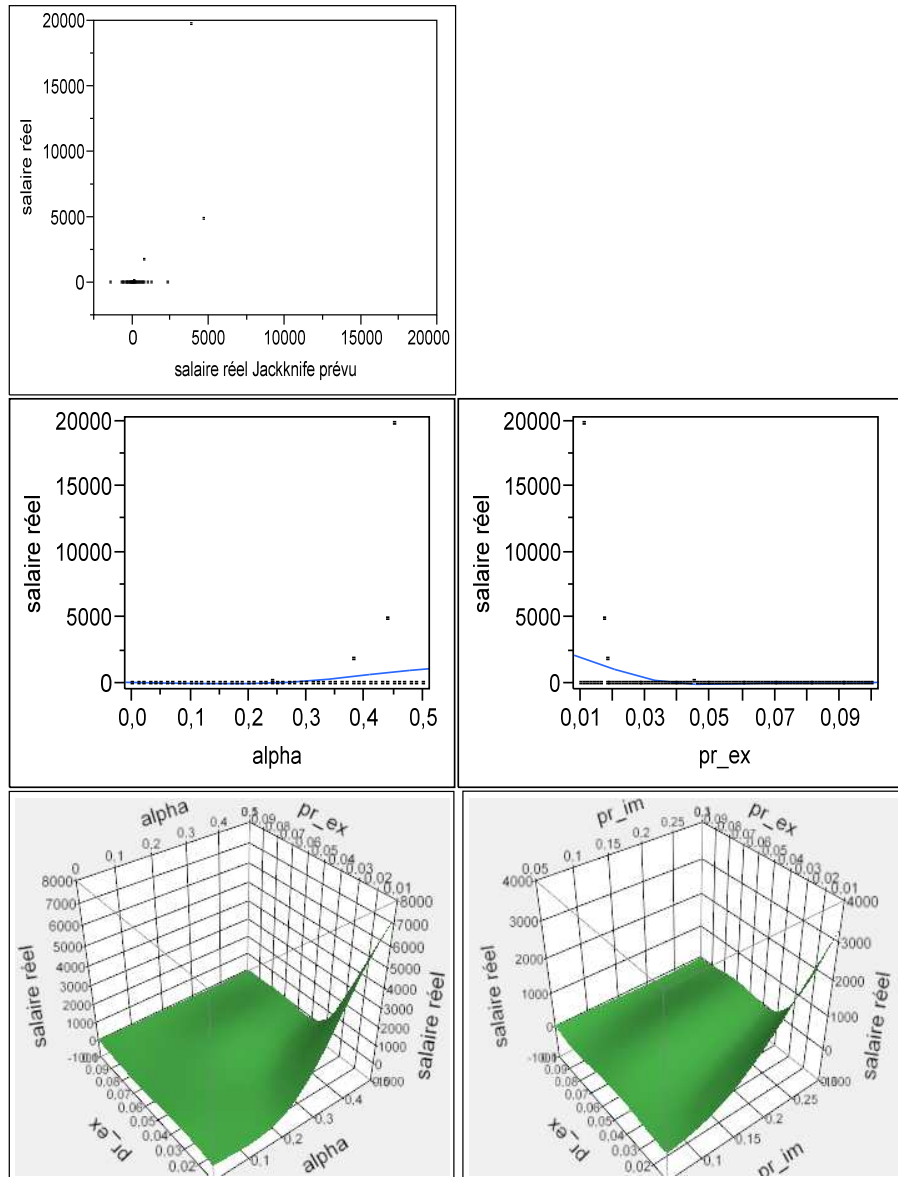


FIG. D.12 – Graphiques associés à l'estimation par Krigage ordinaire de $\frac{\bar{W}}{P}$ sous apprentissage individuel : nuage de points ($\frac{\bar{W}}{P} / \frac{\hat{W}}{P}$); graphiques des prévisions marginales de α et pr_{ex} ; graphique des surfaces de réponse de $\frac{\bar{W}}{P}$ à α et pr_{ex} et à pr_{im} et pr_{ex} .

Effets d'interaction												
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ
α	0,0003	0	0,0004	0,0003	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0,0374	0	0,0092	0,0023	0,0072	0	0	0,0249	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0,0146	0,0009	0,0010	0	0	0,0012	0	0	0	0
\bar{i}	.	0	0,0026	0,0003	0	0	0	0,0004	0	0	0	0
pr_{im}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0,0026	0	.	0,0009	0,0060	0	0	0,0090	0	0	0	0
σ_{ex}	0,0003	0	0,0009	.	0,0009	0	0	0,0025	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0,0060	0,0009	.	0	0	0,0051	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0,0004	0	0,0090	0,0025	0,0051	0	0	.	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : 360,739 sOk : 185835,7 -2*Log-vraisemblance : 1429,572 $\hat{\tau}^2 = 0$												

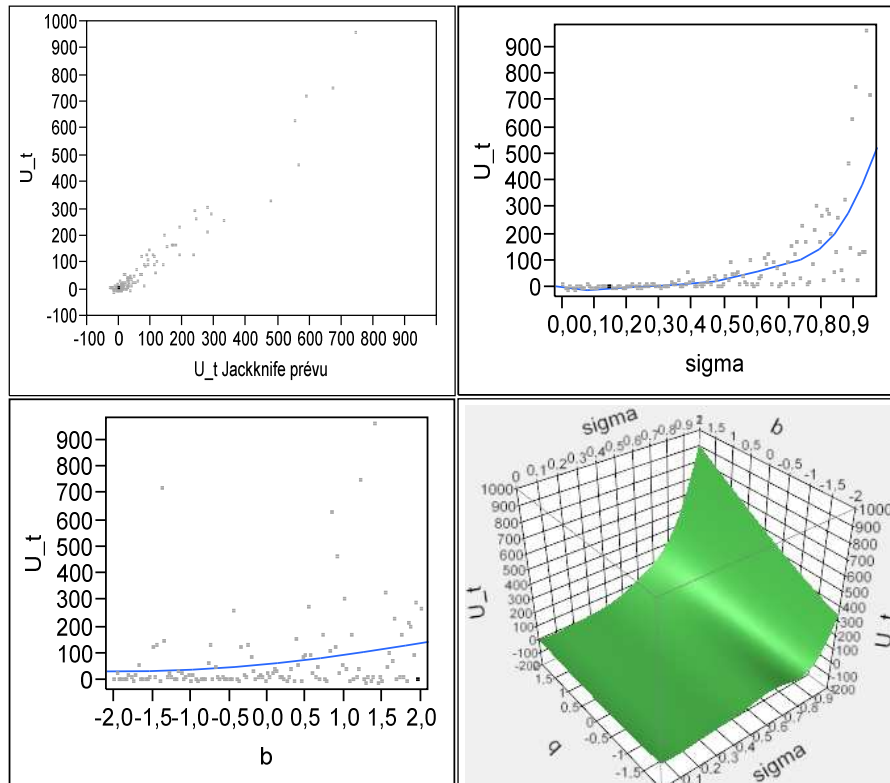


FIG. D.13 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de l'utilité agrégée moyenne \bar{U} sous apprentissage individuel : nuage de points (\bar{U} / \hat{U}); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} ; graphique des surfaces de réponse de \bar{U} à σ et \bar{b} .

Effets d'interaction												
	\bar{i}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ
α	0	0,0056	0	0	0,0174	0,0063	0,0012	0	0,0050	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0005	0,0002	0	0	0,0059	0,0002	0,0006	0	0,0002	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0247	0,0004	0	0	0,0144	0,0174	0,0095	0	0,0031	0	0	0
i	.	0,0002	0	0	0,0110	0,0007	0,0008	0	0,0004	0	0	0
pr_{im}	0,0002	.	0	0	0,0117	0,0003	0,0019	0	0,0016	0	0	0
pr_{ex}	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0,0101	0,0117	0	0	.	0,0168	0,0312	0	0,0182	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0,0007	0,0003	0	0	0,0168	.	0,0049	0	0,0007	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0,0008	0,0019	0	0	0,0312	0,0049	.	0	0,0185	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_q	0,0004	0,0016	0	0	0,0182	0,0007	0,0185	0	.	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : -0,137 s²_{OK} : 102,870 -2*Log-vraisemblance : 803,695 $\hat{r}^2 = 0$												

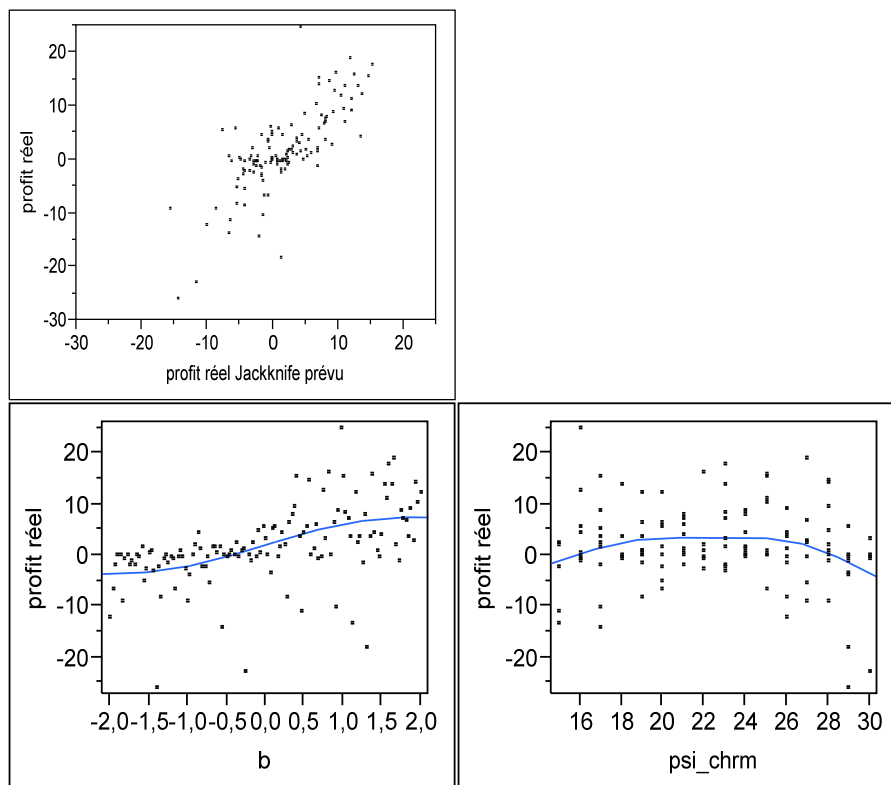


FIG. D.14 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{P} sous apprentissage individuel : nuage de points $(\frac{\bar{P}}{P} / \frac{\hat{P}}{P})$; graphiques des prévisions marginales de \bar{b} et ψ_{chrm} .

D.7 Matrice des scénarios NOLH dans le modèle multi-agents avec apprentissage social et politique monétaire

scé.	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x	q	τ	φ_i
1	0.719	0.045	0.18	1.328	-1.5	0.249	0.054	1.953	1.531	1.438	12	1.875	0.188
2	0.953	0.683	0.055	1.422	-0.625	0.187	0.078	1.578	0.5	1.844	16	0.969	0.234
3	0.891	0.341	0.477	1.219	-0.813	0.089	0.051	1.109	1.719	1.156	16	1.75	0.469
4	0.641	0.846	0.359	1.453	-1.75	0.116	0.034	0.688	0.844	1.969	18	1.25	0.078
5	0.922	0.445	0.094	1.016	-1.625	0.113	0.065	1.414	0.313	0.969	3	1.688	0.641
6	0.531	0.876	0.117	1.484	-1.375	0.085	0.087	1.836	1.313	0.219	9	1.563	0.891
7	0.766	0.178	0.266	1.031	-1	0.273	0.048	0.734	0.656	0.875	8	1.813	0.953
8	0.813	0.727	0.461	1.313	-0.5	0.226	0.011	0.875	1.844	0.625	2	1.281	0.719
9	0.688	0.03	0.008	1.813	-0.375	0.148	0.018	1.695	1.219	0.594	17	0.781	0.328
10	0.969	0.653	0.242	1.766	-2	0.28	0.044	1.508	0.563	0	14	0.063	0.422
11	0.516	0.015	0.484	1.531	-1.188	0.128	0.072	0.523	0.875	0.469	15	0.375	0.219
12	0.984	0.49	0.344	1.922	-1.313	0.144	0.083	0.969	0.125	0.75	12	0.5	0.453
13	0.547	0.208	0.164	1.641	-0.438	0.097	0.035	1.93	0.969	1.906	5	0.094	0.984
14	0.781	0.52	0.211	1.891	-0.938	0.062	0.01	1.273	1.938	1.063	7	0.594	0.516
15	0.578	0.312	0.391	1.953	-0.25	0.167	0.094	0.711	0.438	1.656	2	0.875	0.969
16	0.672	0.549	0.273	1.719	-1.438	0.3	0.061	1.18	1.906	1.625	8	0.219	0.688
17	0.859	0.416	0.195	1.125	0.688	0.245	0.097	1.367	2	1.188	8	0.563	0.406
18	0.563	0.816	0.133	1.344	0.313	0.257	0.082	1.039	0.906	1.469	4	0	0
19	0.734	0.371	0.281	1.297	1.125	0.058	0.047	1.297	1.781	1.594	11	0.156	0.203
20	0.609	0.698	0.43	1.063	0.188	0.159	0.025	1.719	0.344	1.75	3	0.844	0.172
21	0.828	0.193	0.203	1.094	1.938	0.054	0.073	0.945	0.75	0.188	10	0.344	0.609
22	0.797	0.787	0	1.156	0.063	0.171	0.09	0.758	1.406	0.688	19	0.625	0.734
23	1	0.386	0.398	1.25	1.875	0.23	0.021	1.344	0.25	0.656	12	0.531	0.563
24	0.594	0.95	0.414	1.375	0.75	0.195	0.03	2	1.063	0.125	15	0.406	0.859
25	0.625	0.238	0.047	1.594	1.25	0.284	0.024	0.641	1.469	0.313	7	1.313	0.125
26	0.75	0.594	0.078	2	1.063	0.21	0.042	1.063	0.375	0.906	3	1.719	0.344
27	0.844	0.089	0.375	1.797	0.125	0.132	0.096	1.648	1.813	0.5	6	1.188	0.297
28	0.906	0.802	0.313	1.828	1.688	0.081	0.069	1.602	0.625	0.719	9	1.969	0.063
29	0.938	0.282	0.063	1.609	0.563	0.152	0.017	0.828	0.406	1.719	18	1.094	0.906
30	0.703	0.891	0.172	1.734	1.563	0.136	0.058	0.594	1.969	1.563	13	1.344	0.844

scé.	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x	q	τ	φ_i
31	0.656	0.119	0.352	1.563	1.813	0.241	0.079	1.883	0.813	1.938	17	1.063	0.75
32	0.875	0.623	0.469	1.859	0.875	0.277	0.07	1.484	1.281	1.219	17	1.531	0.625
33	0.5	0.475	0.25	1.5	0	0.175	0.055	1.25	1	1	11	1	0.5
34	0.281	0.905	0.32	1.672	1.5	0.101	0.056	0.547	0.469	0.563	10	0.125	0.813
35	0.047	0.267	0.445	1.578	0.625	0.163	0.033	0.922	1.5	0.156	6	1.031	0.766
36	0.109	0.609	0.023	1.781	0.813	0.261	0.059	1.391	0.281	0.844	6	0.25	0.531
37	0.359	0.104	0.141	1.547	1.75	0.234	0.076	1.813	1.156	0.031	4	0.75	0.922
38	0.078	0.505	0.406	1.984	1.625	0.238	0.045	1.086	1.688	1.031	19	0.313	0.359
39	0.469	0.074	0.383	1.516	1.375	0.265	0.023	0.664	0.688	1.781	13	0.438	0.109
40	0.234	0.772	0.234	1.969	1	0.077	0.062	1.766	1.344	1.125	14	0.188	0.047
41	0.188	0.223	0.039	1.688	0.5	0.124	0.099	1.625	0.156	1.375	20	0.719	0.281
42	0.313	0.92	0.492	1.188	0.375	0.202	0.092	0.805	0.781	1.406	5	1.219	0.672
43	0.031	0.297	0.258	1.234	2	0.07	0.066	1.438	0.992	2	8	1.938	0.578
44	0.484	0.935	0.016	1.469	1.188	0.222	0.038	1.977	1.125	1.531	7	1.625	0.781
45	0.016	0.46	0.156	1.078	1.313	0.206	0.027	1.531	1.875	1.25	10	1.5	0.547
46	0.453	0.742	0.336	1.359	0.438	0.253	0.075	0.57	1.031	0.094	17	1.906	0.016
47	0.219	0.43	0.289	1.109	0.938	0.288	0.1	1.227	0.063	0.938	16	1.406	0.484
48	0.422	0.638	0.109	1.047	0.25	0.183	0.016	1.789	1.563	0.344	20	1.125	0.031
49	0.328	0.401	0.227	1.281	1.438	0.05	0.049	1.32	0.094	0.375	14	1.781	0.313
50	0.141	0.534	0.305	1.875	-0.688	0.105	0.013	1.133	0	0.813	14	1.438	0.594
51	0.438	0.134	0.367	1.656	-0.313	0.093	0.028	1.461	1.094	0.531	18	2	1
52	0.266	0.579	0.219	1.703	-1.125	0.292	0.063	1.203	0.219	0.406	11	1.844	0.797
53	0.391	0.252	0.07	1.938	-0.188	0.191	0.085	0.781	1.656	0.25	19	1.156	0.828
54	0.172	0.757	0.297	1.906	-1.938	0.296	0.037	1.555	1.25	1.813	12	1.656	0.391
55	0.203	0.163	0.5	1.844	-0.063	0.179	0.02	1.742	0.594	1.313	3	1.375	0.266
56	0	0.564	0.102	1.75	-1.875	0.12	0.089	1.156	1.75	1.344	10	1.469	0.438
57	0.406	0	0.086	1.625	-0.75	0.155	0.08	0.5	0.938	1.875	7	1.594	0.141
58	0.375	0.713	0.453	1.406	-1.25	0.066	0.086	1.859	0.531	1.688	15	0.688	0.875
59	0.25	0.356	0.422	1	-1.063	0.14	0.068	1.438	1.625	1.094	19	0.281	0.656
60	0.156	0.861	0.125	1.203	-0.125	0.218	0.014	0.852	0.188	1.5	16	0.813	0.703
61	0.094	0.148	0.188	1.172	-1.688	0.269	0.041	0.898	1.375	1.281	13	0.031	0.938
62	0.063	0.668	0.438	1.391	-0.563	0.198	0.093	1.672	1.594	0.281	4	0.906	0.094
63	0.297	0.059	0.328	1.266	-1.563	0.214	0.052	1.906	0.031	0.438	9	0.656	0.156
64	0.344	0.831	0.148	1.438	-1.813	0.109	0.031	0.617	1.188	0.063	5	0.938	0.25
65	0.125	0.327	0.031	1.141	-0.875	0.073	0.04	1.016	0.719	0.781	5	0.469	0.375

D.8 Fiabilité de la méthode NOLH pour l'étude de la politique monétaire

Pour étudier les pertes informationnelles liées à l'utilisation de la matrice NOLH de l'annexe D.7, on simule le multi-agents avec apprentissage social et en présence de la règle de politique monétaire (R 2) sous deux protocoles différents : *i*) des simulations fondées sur 20 répliquations des 1105 scénarios obtenus par croisement des 8 premières colonnes de la matrice NOLH de l'annexe D.7 avec une matrice NOLH des paramètres politiques :

scénario	τ	φ_{pi}	φ_x	q	φ_i
1	0.625	2	1.625	9	0.25
2	0.125	0.5	1.75	12	0
3	0.25	0.875	0.125	7	0.625
4	0.375	1.25	0.625	20	0.563
5	1.5	1.875	0.875	4	0.313
6	2	0.625	0.75	17	0.063
7	1.25	0.375	2	8	0.875
8	1.125	1.75	1.5	19	0.813
9	1	1	1	11	0.5
10	1.375	0	0.375	13	0.75
11	1.875	1.5	0.25	10	1
12	1.75	1.125	1.875	16	0.375
13	1.625	0.75	1.375	2	0.438
14	0.5	0.125	1.125	18	0.688
15	0	1.375	1.25	5	0.938
16	0.75	1.625	0	14	0.125
17	0.875	0.25	0.5	3	0.188

et *ii*) des simulations fondées sur 20 répliques des 65 scénarios NOLH du plan d'expériences de l'annexe D.7.

On obtient avec ces deux protocoles des graphiques quasiment identiques des variables agrégées (cf. par exemple les graphiques de la figure FIG. D.15), ce qui suggère une perte informationnelle peu prononcée.

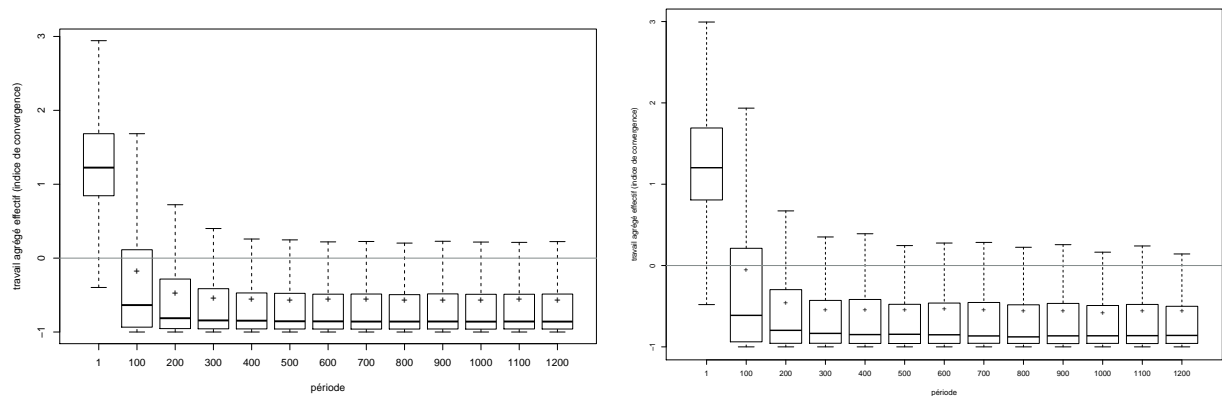


FIG. D.15 – Évolution du travail agrégé effectif H_t avec les deux protocoles : *i*) croisement de deux fichiers NOLH (à gauche), *ii*) utilisation d'un fichier NOLH unique (à droite).

Concernant les résultats de l'ANOVA fonctionnelle basée sur l'estimation du méta-modèle de Krigéage ordinaire, on observe des différences un peu plus marquées. Les deux tableaux qui répertorient les résultats de l'ANOVA fonctionnelle montrent que la hiérarchie des paramètres influents n'est pas exactement la même avec les deux protocoles. Le tableau associé au premier protocole (croisement de deux fichiers NOLH) range l'effet

principal exercé par σ avant celui de α ; c'est le exactement le contraire dans le tableau associé au deuxième protocole (fichier NOLH de l'annexe D.7). La perte informationnelle provoquée par l'utilisation du deuxième protocole n'est toutefois pas dramatique dans la mesure où elle aboutit à l'identification des mêmes trois paramètres clés du modèle. La nature des relations entre \bar{C}_t et ces trois paramètres est d'ailleurs sensiblement la même selon les graphiques des prévisions marginales obtenues à partir des deux protocoles : les graphiques de la figure FIG. D.16 mettent en évidence une relation décroissante (sur l'intervalle $[0, 0.3]$) entre \bar{C}_t et α , et des relations croissantes entre \bar{C}_t et σ et \bar{b} .

La comparaison des résultats obtenus à partir des deux protocoles montre que les pertes informationnelles associées à l'utilisation de la matrice de scénarios de l'annexe D.7 peuvent être considérées comme acceptables, car elles ne déforment pas radicalement la nature des distributions des variables agrégées et les résultats de l'analyse de la sensibilité.

Simulations par croisement de deux matrices NOLH								
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction				
				α	μ			
α	7,134	0,0635	0,0303	.	0,0011			
μ	0,057	0,0018	0	0,0011	.			
σ	0,991	0,2504	0,1563	0,0130	0,0001			
ϕ	0,005	0,0009	0,0007	0	0			
\bar{b}	0,407	0,6963	0,5580	0,0136	0,0004			
pr_{im}	11,654	0,0193	0,0034	0,0041	0			
pr_{ex}	1,222	0,0034	0,0028	0	0			
σ_{ex}	0,041	0,0176	0,0133	0,0001	0			
φ_{π}	0,333	0,0648	0,0183	0,0011	0			
φ_x	0,030	0,0054	0,0016	0,0003	0			
Effets d'interaction								
	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x
α	0,0130	0	0,0136	0,0041	0	0,0001	0,0011	0,0003
μ	0,0001	0	0,0004	0	0	0	0	0
σ	.	0	0,0749	0,0006	0	0,0030	0,0022	0,0003
ϕ	0	.	0,0002	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0749	0,0002	.	0,0071	0,0005	0,0008	0,0385	0,0023
pr_{im}	0,0006	0	0,0071	.	0	0	0,0037	0,0003
pr_{ex}	0	0	0,0005	0	.	0	0	0
σ_{ex}	0,0030	0	0,0008	0	0	.	0,0003	0
φ_{π}	0,0022	0	0,0385	0,0037	0	0,0003	.	0,0006
φ_x	0,0003	0	0,0023	0,0003	0	0	0,0006	.
m_{OK} : 12,997 s_{OK}² : 96,265 -2*Log-vraisemblance : 3993,162 $\hat{\tau}^2 = 0,01$								

Simulations basées sur une matrice NOLH										
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale					effet principal			
α	9,380	0,1778					0,0829			
μ	0	0					0			
σ	0,218	0,0893					0,0546			
ϕ	0,633	0,0706					0,0151			
\bar{b}	0,514	0,7006					0,5545			
pr_{im}	5,372	0,0616					0,0164			
pr_{ex}	0,226	0,0001					0			
σ_{ex}	0	0					0			
φ_{π}	0,007	0,0062					0,0029			
φ_x	0,019	0,0284					0,0139			
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x
α	.	0	0	0,0216	0,0462	0,0255	0	0	0,0001	0,0013
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0,0005	0,0336	0,0004	0	0	0	0
ϕ	0,0216	0	0,0005	.	0,0320	0,0013	0	0	0	0
\bar{b}	0,0462	0	0,0336	0,0320	.	0,01780	0	0	0,0033	0,0131
pr_{im}	0,0255	0	0,0004	0,0013	0,0180	.	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_{π}	0,0001	0	0	0	0,0033	0	0	0	.	0
φ_x	0,0013	0	0	0	0,0131	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 12,639$ $s_{OK}^2 : 235,577$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 412,301$ $\hat{\tau}^2 = 0$										

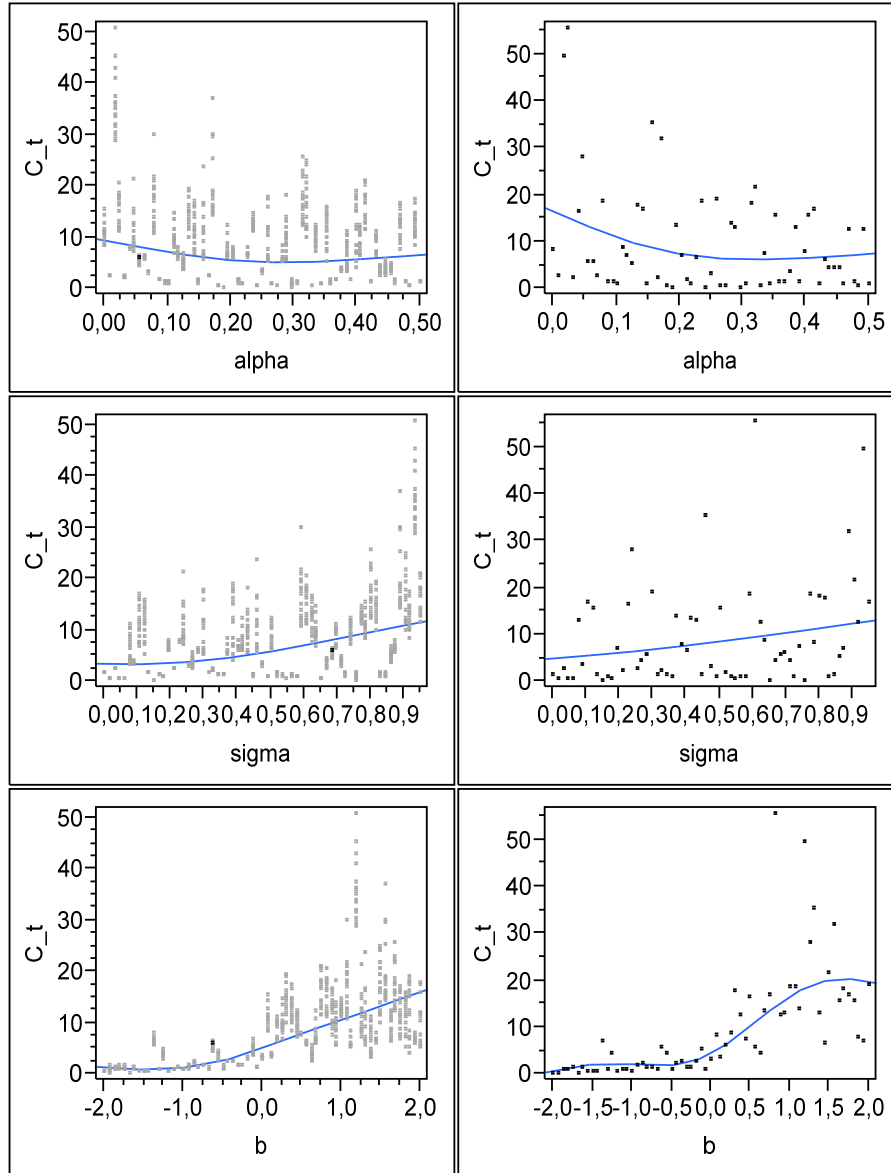


FIG. D.16 – Graphiques des prévisions marginales de \bar{H} de α , σ et \bar{b} associés aux deux protocoles : *i*) croisement de deux fichiers NOLH (à gauche), *ii*) utilisation d'un fichier NOLH unique (à droite).

D.9 Significativité des différences entre les distributions engendrées par les différentes règles de politique monétaire sous apprentissage social

La significativité des différences entre les distributions générées en présence des différentes règles de politique monétaire est étudiée à l'aide du *test unilatérale des rangs signés* (Wilcoxon-test) (cf. R Development Core Team (2010)). Pour la formulation des hypothèses du test, on note Rx une distribution des variables générée en présence de la règle ($R x$) et Ry une distribution des variables générée en présence de la règle ($R y$) ($x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$). Cela donne la formulation suivante de \mathcal{H}_0 et de \mathcal{H}_1 :

- \mathcal{H}_0 : « la distribution de $(Rx - Ry)$ est symétrique par rapport à zéro ».
- \mathcal{H}_1 : « la distribution de $(Rx - Ry)$ est symétrique par rapport à une valeur strictement supérieure à zéro ».¹⁰⁷

¹⁰⁷Le calcul de $(Rx - Ry)$, i.e. de la différence entre les deux populations à comparer, se fait en retranchant la première observation de Ry de la première observation de Rx , puis en retranchant la deuxième observation de Ry de la deuxième observation de Rx , etc.

Écart de production : test de Wilcoxon							
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6
règle	médiane	-0.9434	-0.9241	-0.9401	-0.9437	-0.9400	-0.9470
R 1	- 0.9434	.	$(R2-R1)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3-R1)$ $p = 0.006$ $sig : **$	$(R4-R1)$ $p = 0.296$ $sig : -$	$(R5-R1)$ $p = 0.002$ $sig : **$	$(R6-R1)$ $p = 0.998$ $sig : -$
R 2	-0.9241	$(R1-R2)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R3-R2)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R4-R2)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R5-R2)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R6-R2)$ $p = 1$ $sig : -$
R 3	-0.9401	$(R1-R3)$ $p = 0.995$ $sig : -$	$(R2-R3)$ $p = 0$ $sig : ***$.	$(R4-R3)$ $p = 0.975$ $sig : -$	$(R5-R3)$ $p=0.354$ $sig : -$	$(R6-R3)$ $p= 1$ $sig : -$
R 4	-0.9437	$(R1-R4)$ $p=0.704$ $sig : -$	$(R2-R4)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3-R4)$ $p=0.025$ $sig : *$.	$(R5-R4)$ $p=0.010$ $sig : **$	$(R6-R4)$ $p= 1$ $sig : -$
R 5	-0.9400	$(R1-R5)$ $p=0.998$ $sig : -$	$(R2-R5)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3-R5)$ $p=0.646$ $sig : -$	$(R4-R5)$ $p=0.990$ $sig : -$.	$(R6-R5)$ $p= 1$ $sig : -$
R 6	-0.9470	$(R1-R6)$ $p = 0.002$ $sig : **$	$(R2-R6)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3-R6)$ $p= 0$ $sig : ***$	$(R4-R6)$ $p= 0$ $sig : ***$	$(R5-R6)$ $p = 0$ $sig : ***$.

TAB. D.1 – La significativité des différences entre les écarts de production observés en présence des règles (R 1) à (R 6) : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l'ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p); le niveau de significativité (notée sig) selon par le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %.

Inflation : test de Wilcoxon							
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6
règle	médiane	0	0	0	0	0	0
R 1	0	.	$(R2-R1)$ $p = 0.925$ $sig : -$	$(R3-R1)$ $p = 0.846$ $sig : -$	$(R4-R1)$ $p = 0.991$ $sig : -$	$(R5-R1)$ $p = 0.888$ $sig : -$	$(R6-R1)$ $p = 1$ $sig : -$
R 2	0	$(R1-R2)$ $p = 0.075$ $sig : \bullet$.	$(R3-R2)$ $p = 0.334$ $sig : -$	$(R4-R2)$ $p = 0.844$ $sig : -$	$(R5-R2)$	$(R6-R2)$ $p = 0.986$ $sig : -$
R 3	0	$(R1-R3)$ $p = 0.154$ $sig : -$	$(R2-R3)$ $p = 0.667$ $sig : -$.	$(R4-R3)$ $p = 0.923$ $sig : -$	$(R5-R3)$ $p = 0.586$ $sig : -$	$(R6-R3)$ $p = 0.996$ $sig : -$
R 4	0	$(R1-R4)$ $p = 0.009$ $sig : **$	$(R2-R4)$ $p = 0.156$ $sig : -$	$(R3-R4)$ $p = 0.077$ $sig : \bullet$.	$(R5-R4)$ $p = 0.106$ $sig : -$	$(R6-R4)$ $p = 0.871$ $sig : -$
R 5	0	$(R1-R5)$ $p = 0.112$ $sig : -$	$(R2-R5)$ $p = 0.592$ $sig : -$	$(R3-R5)$ $p = 0.414$ $sig : -$	$(R4-R5)$ $p = 0.894$ $sig : -$.	$(R6-R5)$ $p = 0.993$ $sig : -$
R 6	0	$(R1-R6)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R2-R6)$ $p = 0.014$ $sig : *$	$(R3-R6)$ $p = 0.004$ $sig : **$	$(R4-R6)$ $p = 0.129$ $sig : -$	$(R5-R6)$ $p = 0.007$ $sig : **$.

TAB. D.2 – La significativité des différences entre l’inflation observée en présence des règles (R 1) à (R 6) : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l’ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p) ; le niveau de significativité (notée sig) selon le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %

Fonction de perte : test de Wilcoxon							
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6
règle	médiane	0.8477	0.7705	0.8180	0.8395	0.8130	0.8591
R 1	0.8477	.	$(R2-R1)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R3-R1)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R4-R1)$ $p = 0.610$ $sig : -$	$(R5-R1)$ $p = 0.998$ $sig : -$	$(R6-R1)$ $p = 0.069$ $sig : \bullet$
R 2	0.7705	$(R1-R2)$ $p = 0$ $sig : ***$.	$(R3-R2)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R4-R2)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R5-R2)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R6-R2)$ $p = 0$ $sig : ***$
R 3	0.8180	$(R1-R3)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R2-R3)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R4-R3)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R5-R3)$ $p = 0.229$ $sig : -$	$(R6-R3)$ $p = 0$ $sig : ***$
R 4	0.8395	$(R1-R4)$ $p = 0.391$ $sig : -$	$(R2-R4)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R3-R4)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R5-R4)$ $p = 0.995$ $sig : -$	$(R6-R4)$ $p = 0.036$ $sig : *$
R 5	0.8130	$(R1-R5)$ $p = 0.002$ $sig : **$	$(R2-R5)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R3-R5)$ $p = 0.771$ $sig : -$	$(R4-R5)$ $p = 0.005$ $sig : **$.	$(R6-R5)$ $p = 0$ $sig : ***$
R 6	0.8591	$(R1-R6)$ $p = 0.932$ $sig : -$	$(R2-R6)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R3-R6)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R4-R6)$ $p = 0.964$ $sig : -$	$(R5-R6)$ $p = 1$ $sig : -$.

TAB. D.3 – La significativité des différences entre les pertes observées en présence des règles (R 1) à (R 6) : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l'ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p); le niveau de significativité (notée sig) selon le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %

D.10 Estimation par Krigéage ordinaire du modèle multi-agents avec apprentissage social et politique monétaires réactives

Estimation de la consommation moyenne sous (R 2)										
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale				effet principal		
α	9,380			0,1778				0,0829		
μ	0			0				0		
σ	0,218			0,0893				0,0546		
ϕ	0,633			0,0706				0,0151		
\bar{b}	0,514			0,7006				0,5545		
pr_{im}	5,372			0,0616				0,0164		
pr_{ex}	0,226			0,0001				0		
σ_{ex}	0			0				0		
ϕ_{π}	0,007			0,0062				0,0029		
ϕ_x	0,019			0,0284				0,0139		
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x
α	.	0	0	0,0216	0,0462	0,0255	0	0	0,0001	0,0013
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	.	0,0005	0,0336	0,0004	0	0	0	0
ϕ	0,0216	0	0,0005	.	0,0320	0,0013	0	0	0	0
\bar{b}	0,0462	0	0,0336	0,0320	.	0,01780	0	0	0,0033	0,0131
pr_{im}	0,0255	0	0,0004	0,0013	0,0180	.	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ_{π}	0,0001	0	0	0	0,0033	0	0	0	.	0
ϕ_x	0,0013	0	0	0	0,0131	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 12,639$ $s_{OK}^2 : 235,577$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 412,301$ $\hat{\tau}^2 = 0$										

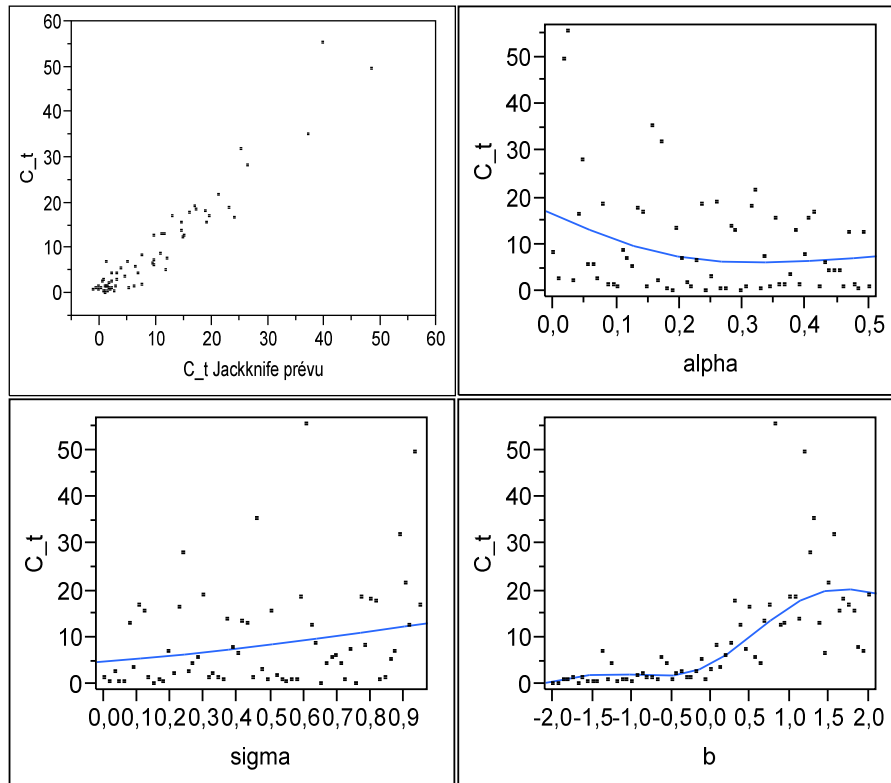


FIG. D.17 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social en présence de la règle (R 2) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de α , σ et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R2)										
	$\hat{\theta}$			sensibilité globale				effet principal		
α	0			0				0		
μ	0,021			0,003				0,0023		
σ	0,155			0,0657				0,0530		
ϕ	0,425			0,0699				0,0032		
\bar{b}	0,114			0,4814				0,3257		
pr_{im}	32,762			0,1817				0,0521		
pr_{ex}	66,046			0,1076				0,0232		
σ_{ex}	0,396			0,1545				0,0647		
ϕ_{π}	0,222			0,1919				0,0613		
ϕ_x	0			0				0		
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x
α	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	.	0	0	0,0007	0,0003	0	0	0	0
σ	0	0	.	0	0,0025	0,0042	0,0007	0,0050	0,0002	0
ϕ	0	0	0	.	0,0019	0,0425	0,0126	0,0002	0,0095	0
\bar{b}	0	0,0007	0,0025	0,0019	.	0,0479	0,0057	0,0369	0,0600	0
pr_{im}	0	0,0003	0,0042	0,0425	0,0479	.	0,0049	0,0056	0,0243	0
pr_{ex}	0	0	0,0007	0,0126	0,0057	0,0049	.	0,0331	0,0274	0
σ_{ex}	0	0	0,0050	0,0002	0,0369	0,0056	0,0331	.	0,0091	0
ϕ_{π}	0	0	0,0002	0,0095	0,0600	0,0243	0,0274	0,0091	.	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 2,183$ $s_{OK}^2 : 7,883$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 205,701$ $\hat{\tau}^2 = 0$										

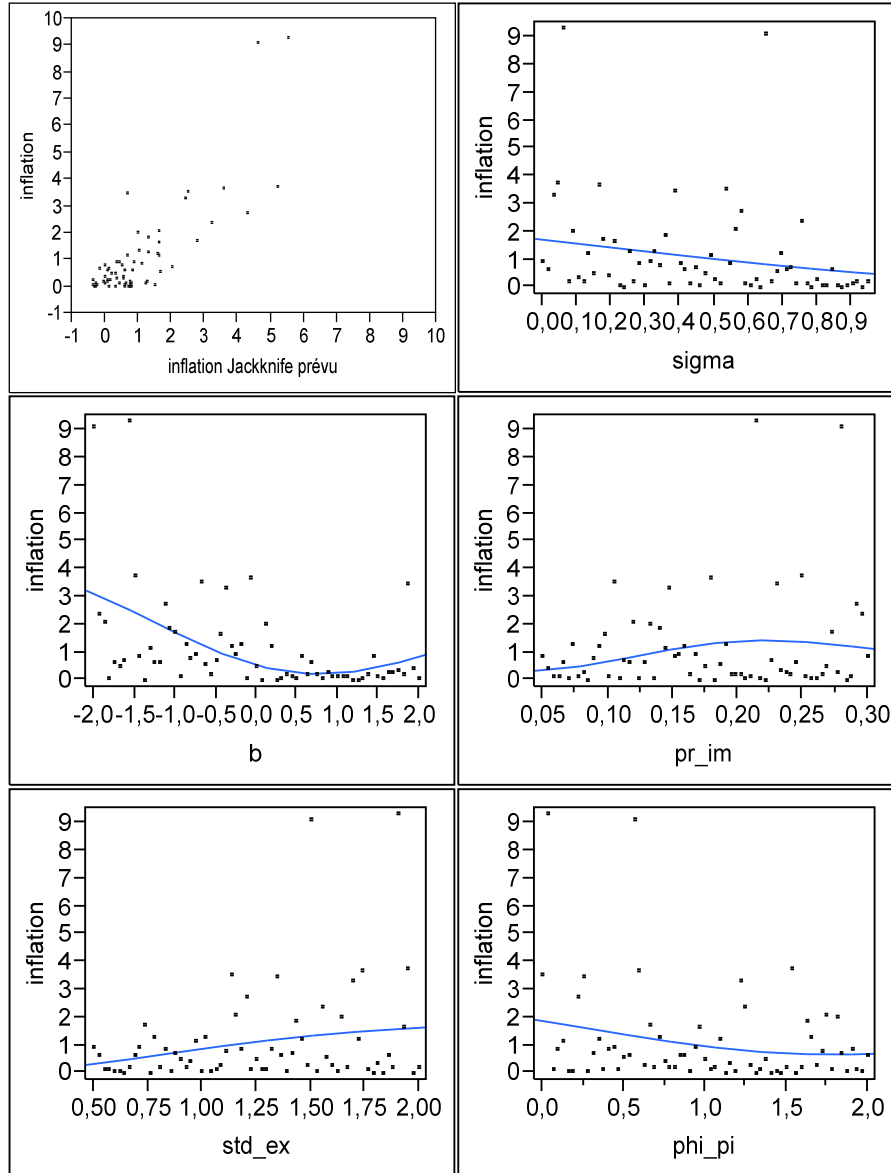


FIG. D.18 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social en présence de la règle (R 2) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\pi}$); graphiques des prévisions marginales de σ , \bar{b} , pr_{im} , σ_{ex} et ϕ_{π}

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 2)										
	$\hat{\theta}$		sensibilité globale				effet principal			
α	0,011		0,0007				0,0002			
μ	1,358		0,1846				0,0215			
σ	4,971		0,5128				0,1179			
ϕ	0		0				0			
\bar{b}	0		0				0			
pr_{im}	0		0				0			
pr_{ex}	3,415		0,0065				0,0017			
σ_{ex}	0		0				0			
ϕ_{π}	2,634		0,6263				0,2023			
ϕ_x	0		0				0			
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x
α	.	0	0,0001	0	0	0	0	0	0,0004	0
μ	0	.	0,0683	0	0	0	0,0012	0	0,0937	0
σ	0,0001	0,0683	.	0	0	0	0,0001	0	0,3264	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
pr_{im}	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0,0012	0,0001	0	0	0	.	0	0,0035	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ_{π}	0,0004	0,0937	0,3264	0	0	0	0,0035	0	.	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 1,591$ $s_{OK}^2 : 45,697$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 262,487$ $\hat{\tau}^2 = 0$										

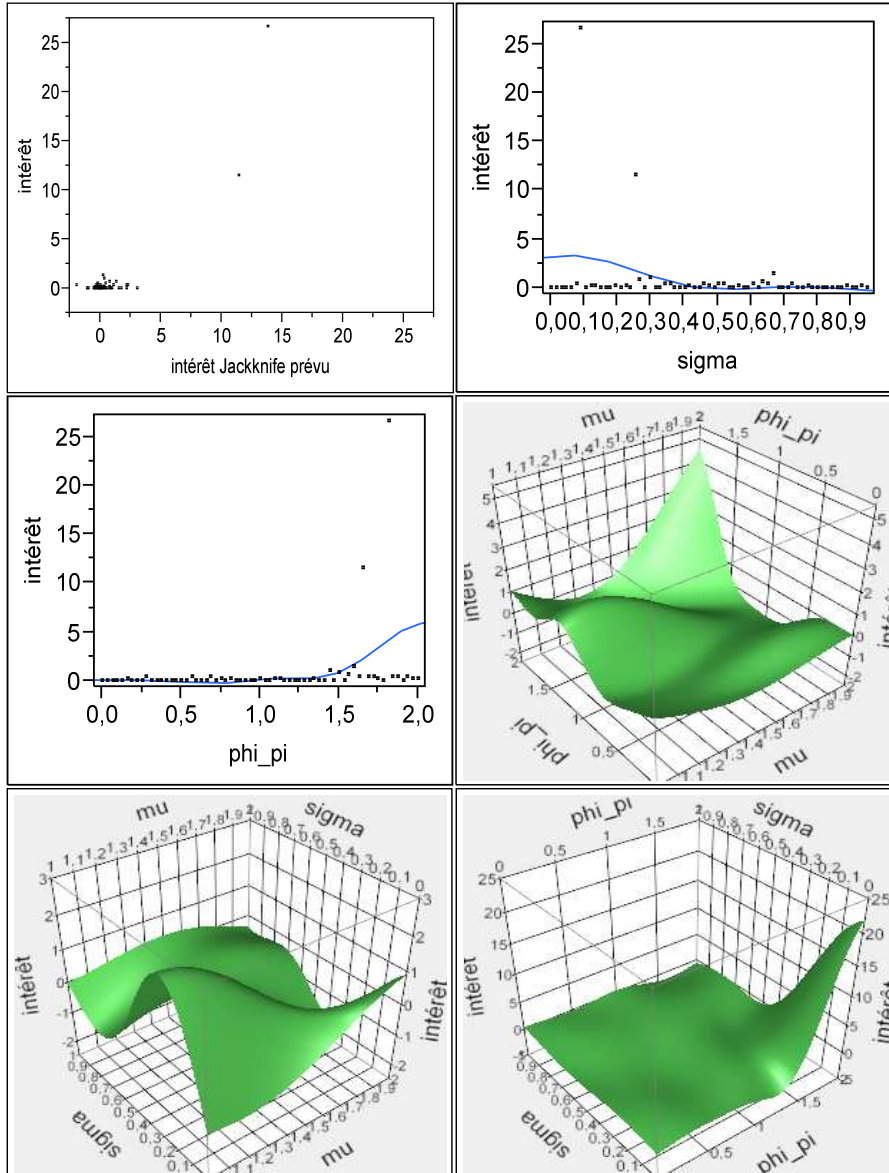


FIG. D.19 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage social en présence de la règle (R 2) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de σ et ϕ_π ; graphiques des surfaces de réponses de \bar{i} à μ et ϕ_π , à μ et σ et à σ et ϕ_π .

Estimation de la consommation agrégée moyenne sous (R 3)								
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal		effets d'interaction			
					α	μ	σ	
α	1,470	0,1097	0,0458		.	0,0042	0,0103	
μ	0,513	0,0197	0,0049		0,0042	.	0,0059	
σ	0,787	0,2469	0,1496		0,0103	0,0059	.	
ϕ	0,0051	0,0008	0,0006		0	0	0	
\bar{b}	0,394	0,7019	0,5190		0,0492	0,0046	0,0725	
pr_{im}	3,480	0,0417	0,0132		0,0001	0	0,0024	
pr_{ex}	1,355	0,0036	0,0032		0	0	0	
σ_{ex}	0,011	0,0074	0,0065		0	0	0,0005	
ϕ_{π}	0,072	0,0576	0,0173		0	0,0001	0,0057	
ϕ_x	0	0	0		0	0	0	
q	0	0	0		0	0	0	
Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q
α	0	0,0492	0,0001	0	0	0	0	0
μ	0	0,0046	0	0	0	0,0001	0	0
σ	0	0,0725	0,0024	0	0,0005	0,0057	0	0
ϕ	.	0,0002	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0002	.	0,0236	0,0004	0,0004	0,0321	0	0
pr_{im}	0	0,0236	.	0	0	0,0023	0	0
pr_{ex}	0	0,0004	0	.	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0,0004	0	0	.	0	0	0
ϕ_{π}	0	0,0321	0,0023	0	0	.	0	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	.	0
q	0	0	0	0	0	0	0	.
m_{OK} : 6,739 s_{OK}² : 131,320 -2*Log-vraisemblance : 349,075 $\hat{\tau}^2 = 0$								

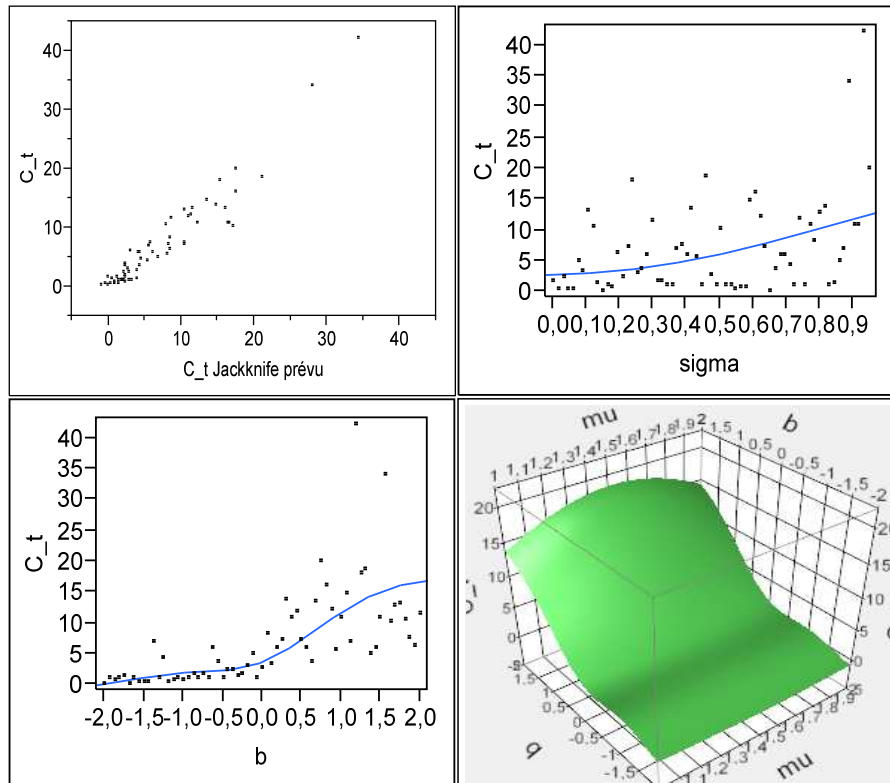


FIG. D.20 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social en présence de la règle (R 3) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} ; surface de réponse de \bar{C} à μ et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R 3)						
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction		
				α	μ	σ
α	0,144	0,0011	0	.	0,0001	0,0003
μ	2,664	0,0907	0,0286	0,0001	.	0,0088
σ	1,256	0,3166	0,2374	0,0003	0,0088	.
ϕ	1,312	0,0352	0,0002	0,0001	0,0010	0,0022
\bar{b}	0,236	0,4874	0,3232	0,0003	0,0187	0,0470
pr_{im}	34,954	0,0895	0,0156	0,0003	0,0065	0,0057
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0,499	0,1276	0,0336	0	0,0180	0,0152
ϕ_{π}	0	0	0	0	0	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0

Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q
α	0,0001	0,0003	0,0003	0	0	0	0	0
μ	0,0010	0,0187	0,0065	0	0,0180	0	0	0
σ	0,0022	0,0470	0,0057	0	0,0152	0	0	0
ϕ	.	0,0013	0,0202	0	0,0013	0	0	0
\bar{b}	0,0013	.	0,0393	0	0,0576	0	0	0
pr_{im}	0,0202	0,0393	.	0	0,0019	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0
σ_{ex}	0,0013	0,0576	0,0019	0	.	0	0	0
ϕ_{π}	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	.	0
q	0	0	0	0	0	0	0	.

$m_{OK} : 0,649 \quad s_{OK}^2 : 0,821 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 104,174 \quad \hat{\tau}^2 = 0$

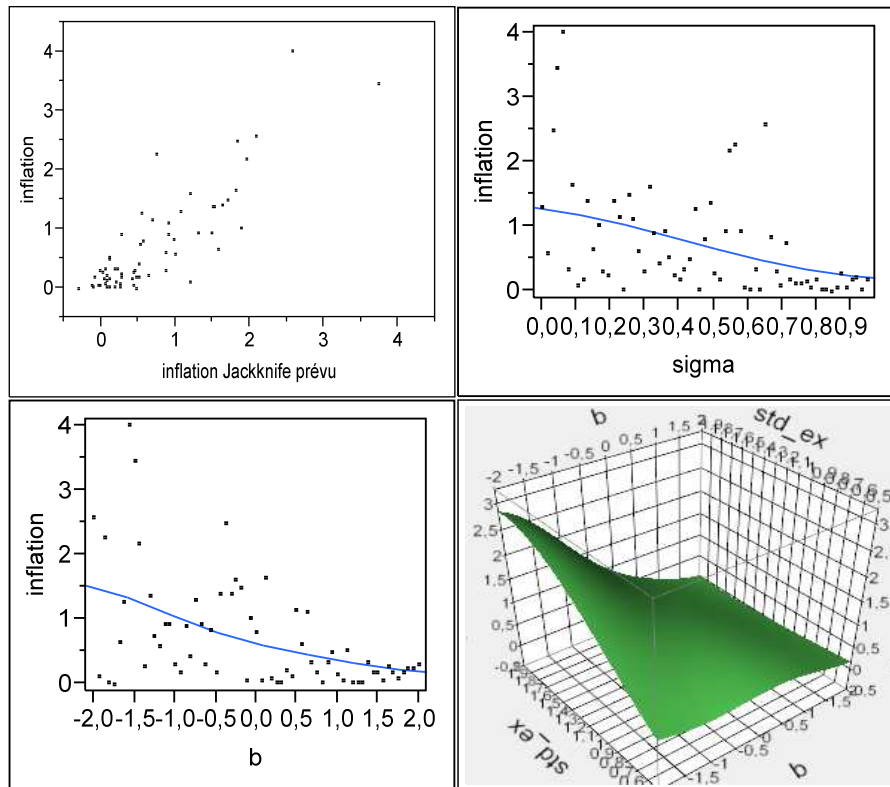


FIG. D.21 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social en présence de la règle (R 3) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\pi}$); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} ; surface de réponse de $\bar{\pi}$ à \bar{b} et σ_{ex} .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 3)						
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction		
				α	μ	σ
α	0	0	0	.	0	0
μ	1,77	0,2406	0,0326	0	.	0
σ	0,0002	0	0,0001	0	0	.
ϕ	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0003	0,0115	0,0041	0	0,0003	0
pr_{im}	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	311,961	0,3460	0,0558	0	0,0755	0
σ_{ex}	0,008	0,0319	0,0112	0	0,0013	0
ϕ_{π}	1,290	0,5481	0,1801	0	0,1308	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0

Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q
α	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0,0003	0	0,0755	0,0013	0,1308	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	.	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	.	0	0,0006	0	0,0064	0	0
pr_{im}	0	0	.	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0,0006	0	.	0,0013	0,2127	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0,0013	.	0,0180	0	0
ϕ_{π}	0	0,0064	0	0,2127	0,0180	.	0	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	.	0
q	0	0	0	0	0	0	0	.

$m_{OK} : 585,910 \quad s_{OK}^2 : 1679599,9 \quad -2*\text{Log-vraisemblance} : 905,887 \quad \hat{\tau}^2 = e^{-12}$

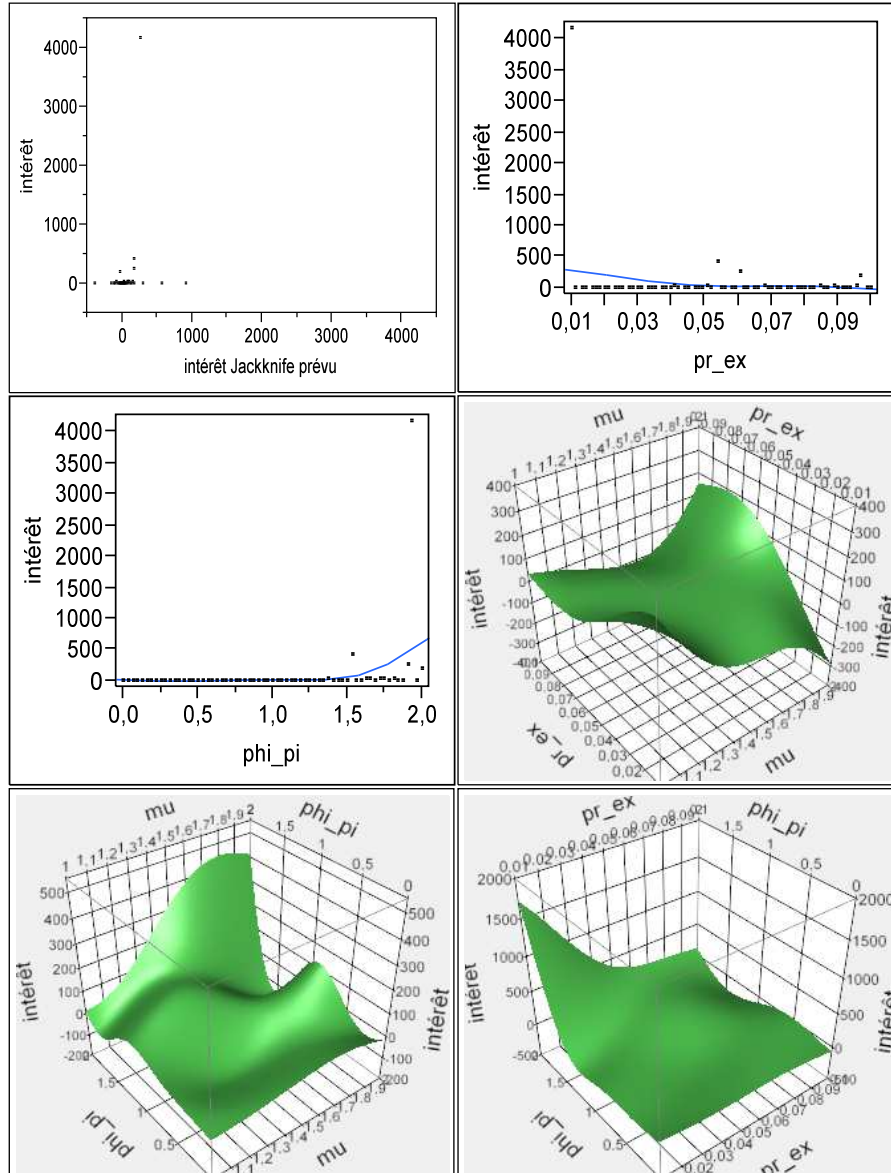


FIG. D.22 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage social en présence de la règle (R 3) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de σ , \bar{b} , pr_{im} , std_{ex} et ϕ_π

Estimation de la consommation agrégée moyenne sous (R 4)										
	$\hat{\theta}$		sensibilité globale				effet principal			
α	0,5307		0,0591				0,0222			
μ	0		0				0			
σ	3,049		0,3128				0,1672			
ϕ	0		0				0			
\bar{b}	0,114		0,6858				0,5134			
pr_{im}	6,647		0,0843				0,0284			
pr_{ex}	7,690		0,0125				0,0050			
σ_{ex}	0,015		0,0305				0,0221			
φ_{π}	0,012		0,0133				0,0057			
φ_x	0,005		0,0070				0,0011			
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x
α	.	0	0,0028	0	0,0339	0,0002	0	0	0,0001	0
μ	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0,0028	0	.	0	0,0995	0,0230	0,0068	0,0066	0,0020	0,0051
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0339	0	0,0995	0	.	0,0316	0,0002	0,0017	0,0048	0,0008
pr_{im}	0,0002	0	0,0230	0	0,0316	.	0,0003	0	0,0006	0
pr_{ex}	0	0	0,0068	0	0,0002	0,0003	.	0	0,0001	0
σ_{ex}	0	0	0,0066	0	0,0017	0	0	.	0	0
φ_{π}	0,0001	0	0,0020	0	0,0048	0,0006	0,0001	0	.	0
φ_x	0	0	0,0051	0	0,0008	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 7,406$ $s_{OK}^2 : 162,404$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 318,830$ $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$										

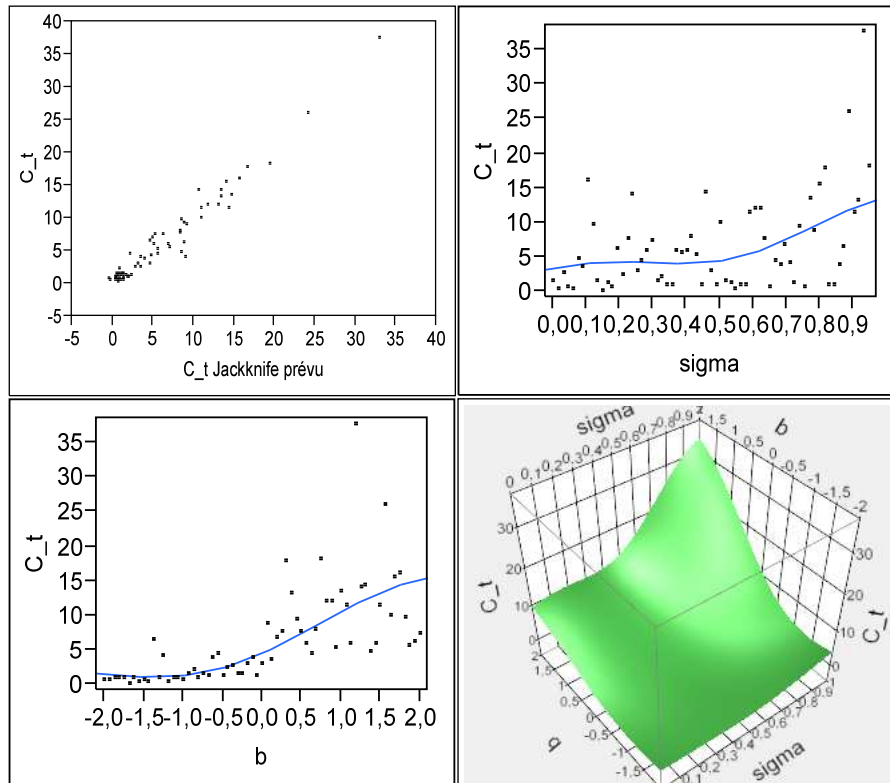


FIG. D.23 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social en présence de la règle (R 4) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} ; surface de réponse de \bar{C}_t à σ et \bar{b} .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 4)										
	$\hat{\theta}$		sensibilité globale				effet principal			
α	0		0				0			
μ	1,875		0,2514				0,0772			
σ	1,889		0,2366				0,0808			
ϕ	0		0				0			
\bar{b}	0		0				0			
pr_{im}	0,159		0,0005				0,0002			
pr_{ex}	475,561		0,2255				0,0488			
σ_{ex}	0		0				0			
φ_{π}	1,668		0,5308				0,2291			
φ_x	0		0				0			
Effets d'interaction										
	α	μ	σ	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	φ_{π}	φ_x
α	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	.	0,0182	0	0	0,0001	0,0525	0	0,1034	0
σ	0	0,0182	.	0	0	0	0,0318	0	0,1057	0
ϕ	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
pr_{im}	0	0,0001	0	0	0	.	0,0001	0	0	0
pr_{ex}	0	0,0525	0,0318	0	0	0,0001	.	0	0,0924	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_{π}	0	0,1034	0,1057	0	0	0	0,0924	0	.	0
φ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 6,047$ $s_{OK}^2 : 68,455$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 342,134$ $\hat{\tau}^2 = 0$										

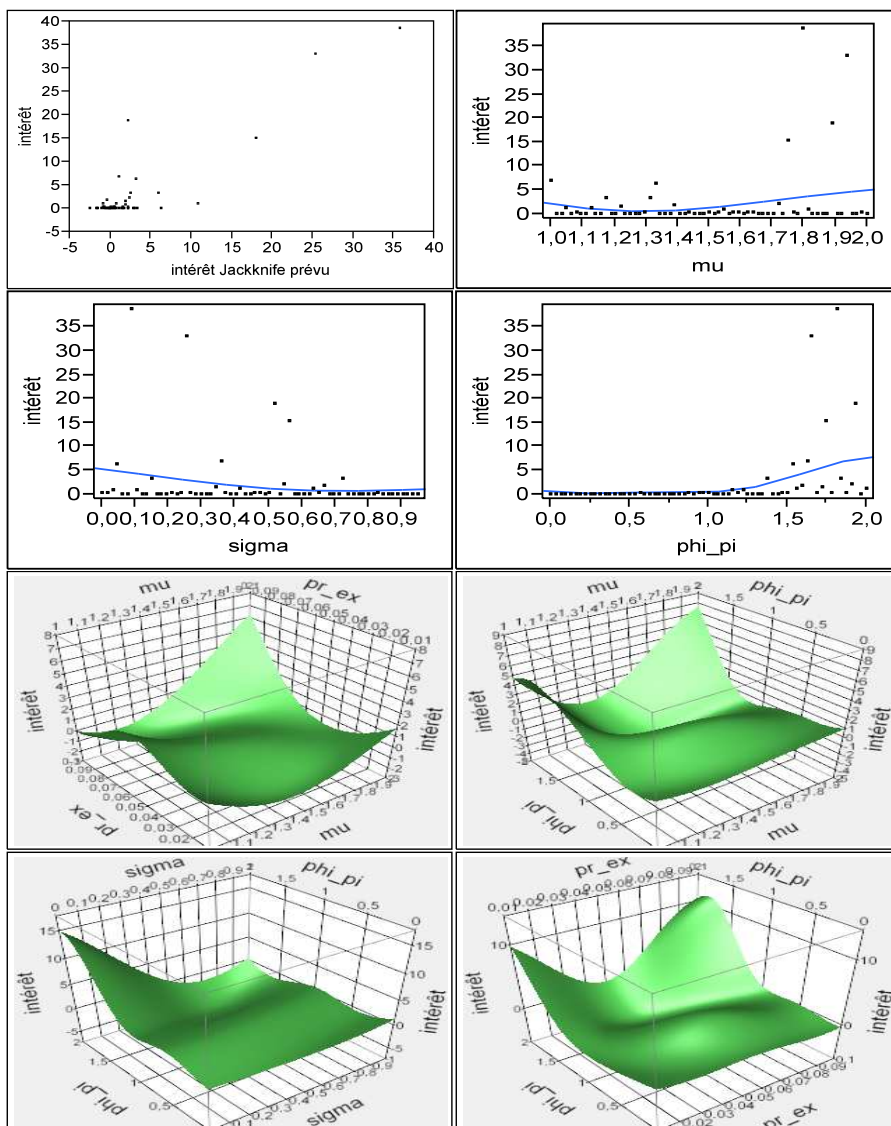


FIG. D.24 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage social en présence de la règle (R 4) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de μ , σ et φ_π ; surfaces de réponse de \bar{i} à μ et pr_{ex} , à μ et φ_π , à σ et φ_π et à pr_{ex} et φ_π .

Estimation de la consommation agrégée moyenne sous (R 5)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale			effet principal		effets d'interaction		
							α	μ	σ
α	2,533	0,0816			0,0494		.	0	0,0017
μ	0	0			0		0	.	0
σ	0,856	0,2042			0,1457		0,0017	0	.
ϕ	0	0			0		0	0	0
\bar{b}	0,279	0,6871			0,5479		0,0254	0	0,0487
pr_{im}	0,171	0,0010			0,0004		0	0	0
pr_{ex}	0	0			0		0	0	0
σ_{ex}	0,083	0,0275			0,0188		0	0	0,0008
ϕ_{π}	0,234	0,05988			0,0212		0,0025	0	0,0031
ϕ_x	0	0			0		0	0	0
q	0	0,0026			0,0016		0,0003	0	0,0002
ϕ_i 0,824	0,0555	0,0140			0,0021		0	0,0040	
Effets d'interaction									
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q	ϕ_{π}
α	0	0,0254	0	0	0	0,0025	0	0,0003	0,0021
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0,049	0	0	0,0008	0,0031	0	0,0002	0,0040
ϕ	.	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	.	0,0006	0	0,0052	0,0294	0	0	0,0299
pr_{im}	0	0,0006	.	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0,0052	0	0	.	0,0005	0	0	0,0021
ϕ_{π}	0	0,0294	0	0	0,0005	.	0	0	0,0031
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	.	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	.	0,0003
ϕ_i	0	0,0299	0	0	0,0021	0,0031	0	0,0003	.
$m_{OK} : 11,332$ $s_{OK}^2 : 84,976$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 351,341$ $\hat{\tau}^2 = 0$									

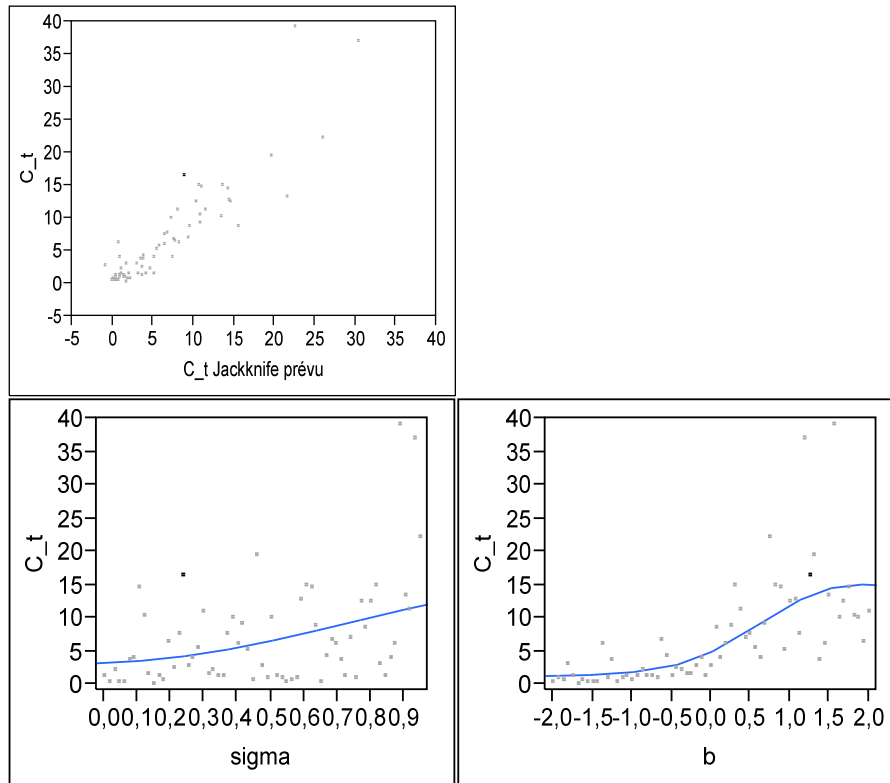


FIG. D.25 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social en présence de la règle (R 5) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R 5)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale		effet principal		effets d'interaction			
						α	μ	σ	
α	1,222	0,1606	0,0482	.	0	0			
μ	0,031	0,0095	0,0011	0	.	0			
σ	0,012	0,0095	0,0076	0	0	.			
ϕ	0,250	0,1211	0,0293	0,0032	0	0			
\bar{b}	0,0001	0,0025	0	0	0	0			
pr_{im}	95,846	0,3974	0,1180	0,0534	0,0075	0,0018			
pr_{ex}	34,448	0,1523	0,0682	0,0028	0	0			
σ_{ex}	0,013	0,0363	0,0290	0	0	0			
ϕ_{π}	0,158	0,1695	0,0417	0,0159	0,0005	0			
ϕ_x	0	0	0	0	0	0			
q	0,003	0,2692	0,0641	0,0370	0,0004	0			
ϕ_i	0	0	0	0	0	0			
Effets d'interaction									
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q	ϕ_{π}
α	0,0032	0	0,0534	0,0028	0	0,0159	0	0,0370	0
μ	0	0	0,0075	0	0	0,0005	0	0,0004	0
σ	0	0	0,0018	0	0	0	0	0	0
ϕ	.	0	0,0351	0,0061	0	0,0234	0	0,0240	0
\bar{b}	0	.	0,0025	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	0,0351	0,0025	.	0,0341	0,0066	0,0444	0	0,0940	0
pr_{ex}	0,0061	0	0,0341	.	0	0,0173	0	0,0238	0
σ_{ex}	0	0	0,0066	0	.	0,0005	0	0	0
ϕ_{π}	0,0234	0	0,0444	0,0173	0,0005	.	0	0,0258	0
ϕ_x	0	0	0	0	0	0	.	0	0
q	0,0240	0	0,0940	0,0238	0	0,0258	0	.	0
ϕ_i	0	0	0	0	0	0	0	0	.
$m_{OK} : 1,142$ $s_{OK}^2 : 57,855$ $-2*\text{Log-vraisemblance} : 316,226$ $\hat{\tau}^2 = 0$									

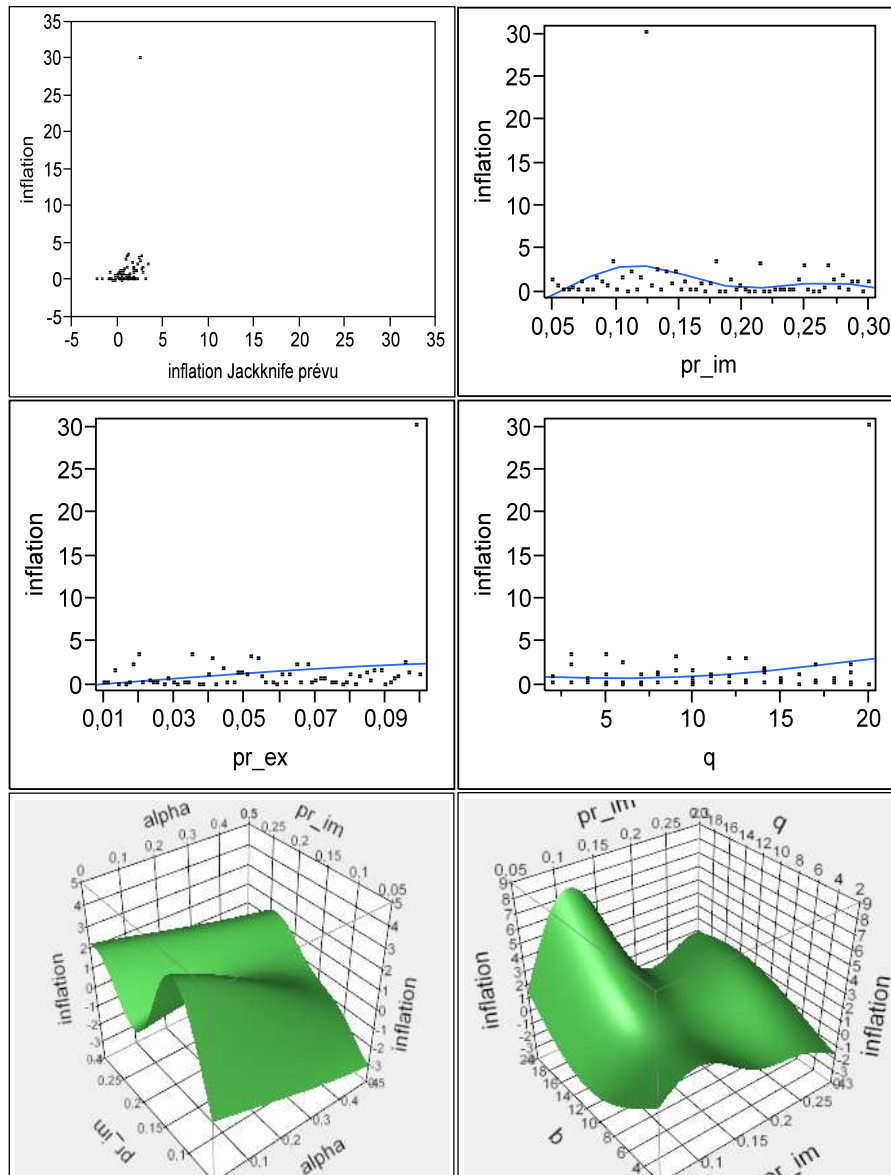


FIG. D.26 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social en présence de la règle (R 5) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\bar{\pi}}$); graphiques des prévisions marginales de pr_{im} , pr_{ex} et q ; surfaces de réponse de $\bar{\pi}$ à α et pr_{im} et à pr_{im} et q .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 5)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale			effet principal		effets d'interaction		
							α	μ	σ
α	0	0	0	0	0	0	.	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	.	0
σ	0,012	0,0015	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0	0	.
ϕ	2,75	0,1365	0,0459	0,0459	0,0459	0,0459	0	0	0
\bar{b}	0,069	0,3303	0,0764	0,0764	0,0764	0,0764	0	0	0
pr_{im}	1,504	0,0111	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031	0	0	0
pr_{ex}	40,754	0,0263	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ_{π}	1,746	0,7646	0,4329	0,4329	0,4329	0,4329	0	0	0,0005
ϕ_x	0,0570	0,0503	0,0134	0,0134	0,0134	0,0134	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ_i	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0
Effets d'interaction									
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	q	ϕ_{π}
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0,0005	0	0	0
ϕ	.	0,0263	0,0051	0,0023	0	0,0530	0,0038	0	0
\bar{b}	0,0263	.	0	0,0001	0	0,2244	0,0029	0	0
pr_{im}	0,0051	0	.	0	0	0,0028	0	0	0
pr_{ex}	0,0023	0,0001	0	.	0	0,0207	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ϕ_{π}	0,0530	0,2244	0,0028	0,0207	0	.	0,0302	0	0
ϕ_x	0,0038	0,0029	0	0	0	0,0302	.	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	.	0
ϕ_i	0	0	0	0	0	0	0	0	.
m_{OK} : 5,961 s_{OK}² : 3456,696 -2*Log-vraisemblance : 587,760 $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$									

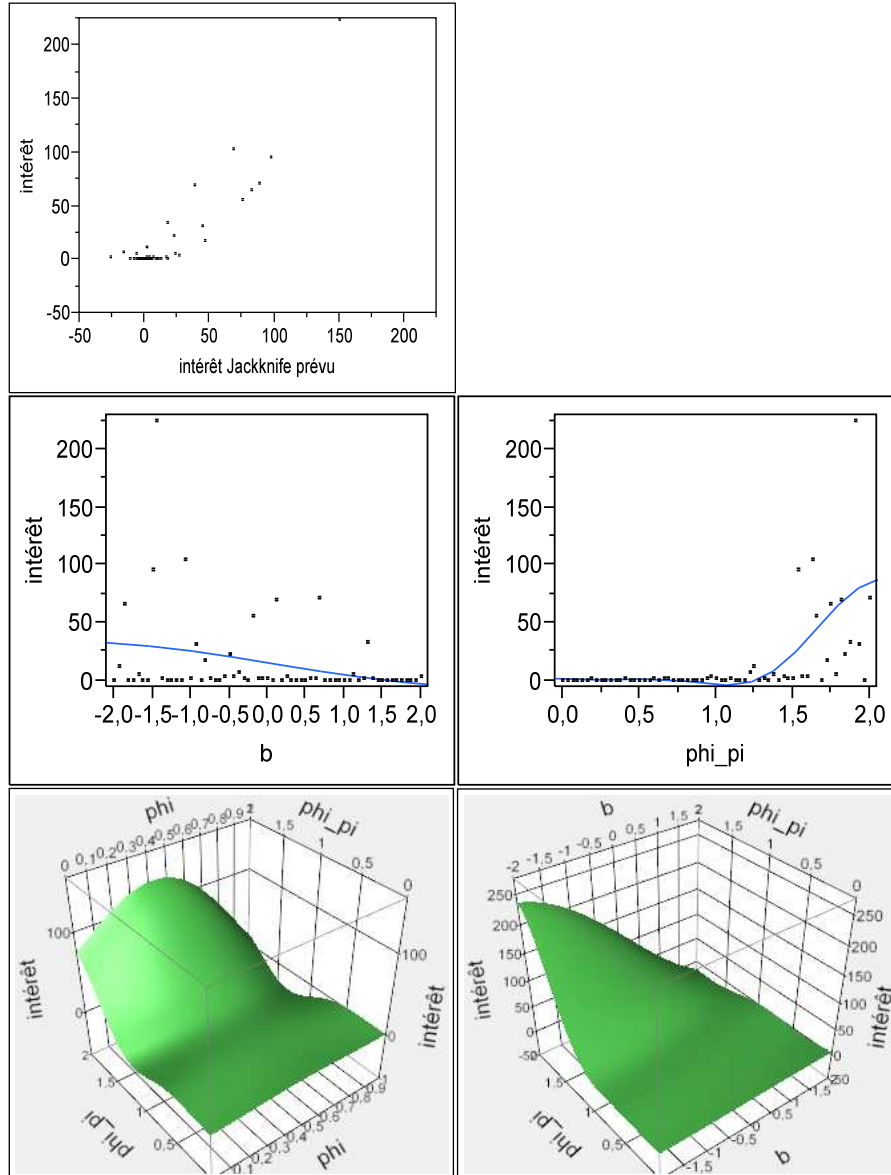


FIG. D.27 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage social en présence de la règle (R 5) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de \bar{b} et ϕ_π ; surfaces de réponse de \bar{i} à ϕ et φ_π et à \bar{b} et φ_π .

Estimation de la consommation agrégée moyenne sous (R 6)								
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale		effet principal		effets d'interaction		
						α	μ	σ
α	0,317	0,0178		0,0111		.	0	0,0006
μ	0	0		0		0	.	0
σ	3,911	0,3799		0,1918		0,0006	0	.
ϕ	0	0		0		0	0	0
\bar{b}	0,130	0,6138		0,4626		0,0055	0	0,1057
pr_{im}	13,348	0,0912		0,0266		0,0005	0	0,0317
pr_{ex}	1,606	0,0020		0,0017		0	0	0,0002
σ_{ex}	0,023	0,0107		0,0080		0	0	0,0025
ϕ_{π}	0,094	0,0484		0,0158		0	0	0,0264
ϕ_x	0,058	0,0334		0,0095		0	0	0,0182
ϕ_i	0,063	0,0069		0,0035		0	0	0,0027
Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	ϕ_{π}
α	0	0,0055	0,0005	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0,1057	0,0317	0,0002	0,0025	0,0264	0,0182	0,0027
ϕ	.	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	.	0,0301	0	0,0001	0,0042	0,0054	0,0002
pr_{im}	0	0,0301	.	0	0	0,0019	0	0,0004
pr_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0,0001	0	0	.	0	0	0
ϕ_{π}	0	0,0042	0,0019	0	0	.	0,0001	0
ϕ_x	0	0,0054	0	0	0	0,0001	.	0
ϕ_i	0	0,0002	0,0004	0	0	0,0000292	0	.
m_{OK} : 8,304 s_{OK}² : 79,376 -2*Log-vraisemblance : 348,163 $\hat{\tau}^2 = 0,01$								

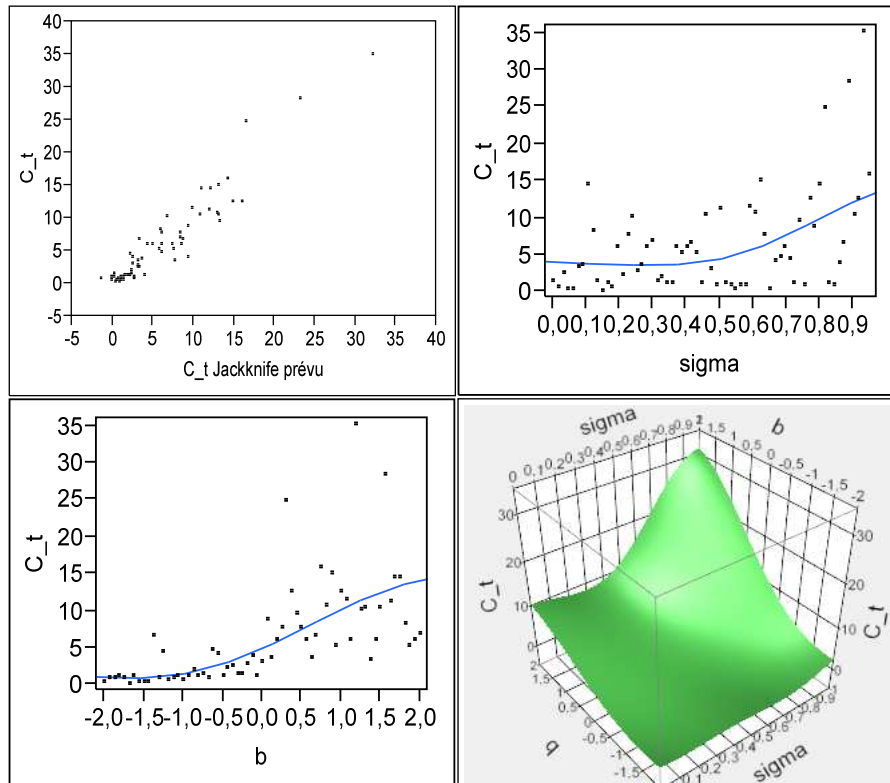


FIG. D.28 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage social en présence de la règle (R 6) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de σ et \bar{b} ; surfaces de réponse de \bar{C} à σ et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R 6)								
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction				
				α	μ	σ		
α	0,093	0,0126	0,0091	.	0	0		
μ	0	0	0	0	.	0		
σ	0,023	0,0132	0,0096	0	0	.		
ϕ	0,535	0,1350	0,0117	0,0006	0	0		
\bar{b}	0,126	0,5691	0,1879	0,0007	0	0,0004		
pr_{im}	90,715	0,5294	0,0511	0,0020	0	0,0030		
pr_{ex}	7,495	0,0221	0,0180	0	0	0		
σ_{ex}	0,104	0,1008	0,0166	0	0	0		
ϕ_{π}	0	0	0	0	0	0		
ϕ_x	0,061	0,1166	0,0015	0,0001	0	0,0001		
ϕ_i	0	0	0	0	0	0		
Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	ϕ_{π}
α	0,0006	0,0007	0,0020	0	0	0	0,0001	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0,0004	0,0030	0	0	0	0,0001	0
ϕ	.	0,0399	0,0427	0,0015	0,0273	0	0,0112	0
\bar{b}	0,0399	.	0,3061	0,0010	0,0166	0	0,0165	0
pr_{im}	0,0427	0,3061	.	0,0013	0,0381	0	0,0850	0
pr_{ex}	0,0015	0,0010	0,0013	.	0,0002	0	0	0
σ_{ex}	0,0273	0,0166	0,0381	0,0002	.	0	0,0021	0
ϕ_{π}	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ_x	0,0112	0,0165	0,0850	0	0,0021	0	.	0
ϕ_i	0	0	0	0	0	0	0	.
m_{OK} : 2,073 s²_{OK} : 13,356 -2*Log-vraisemblance : 207,289 $\hat{\tau}^2 = 0$								

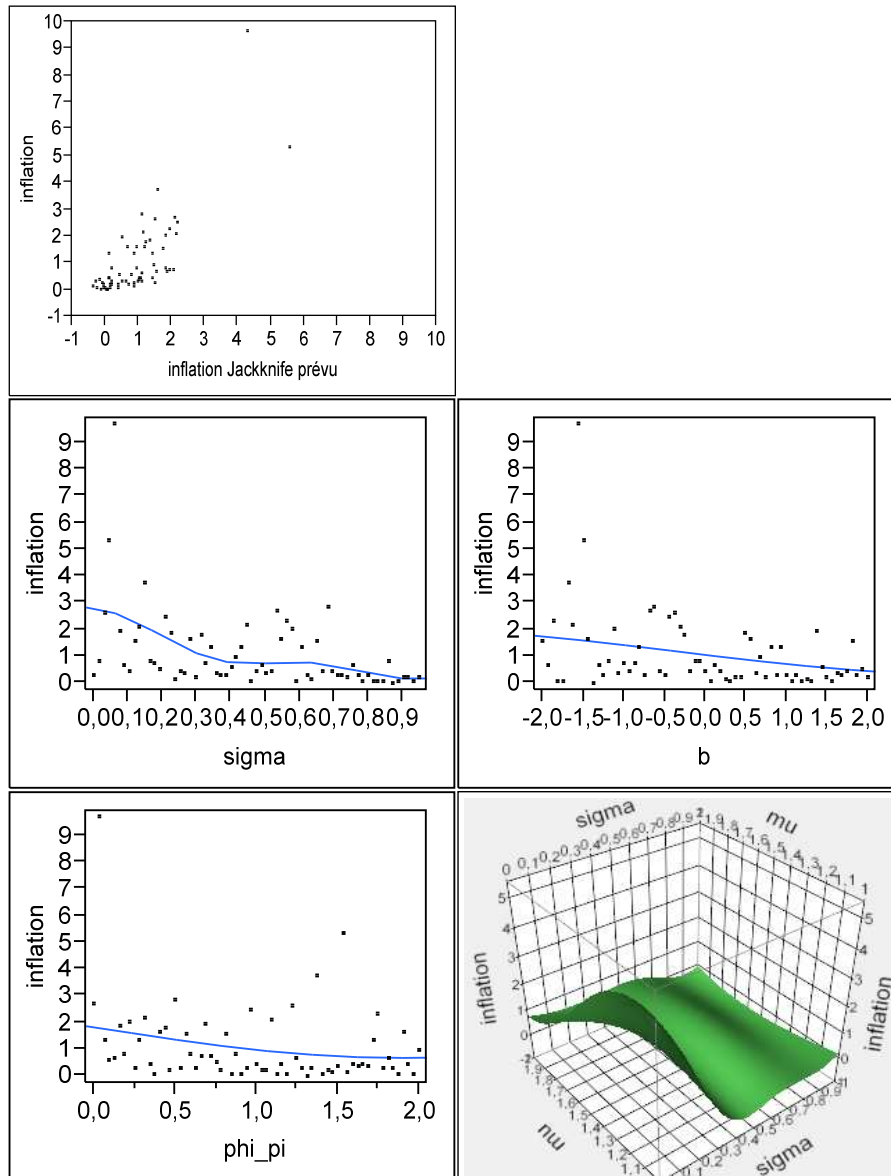


FIG. D.29 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social en présence de la règle (R 6) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\pi}$); graphiques des prévisions marginales de σ , \bar{b} , φ_{π} ; surface de réponse de $\bar{\pi}$ à σ et μ .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 6)								
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction				
				α	μ	σ		
α	2,101	0,0576	0,0103	.	0	0,0307		
μ	0	0	0	0	.	0		
σ	4,148	0,3709	0,1122	0,0307	0	.		
ϕ	1,617	0,1295	0,0372	0,0100	0	0,0403		
\bar{b}	0,134	0,2413	0,0944	0,0008	0	0,0325		
pr_{im}	0,718	0,0017	0,0002	0	0	0,0001		
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0		
σ_{ex}	0	0	0	0	0	0		
ϕ_{π}	1,073	0,4717	0,1939	0,0058	0	0,1527		
ϕ_x	0,0405	0,0116	0	0	0	0,0023		
ϕ_i	0	0	0	0	0	0		
Effets d'interaction								
	ϕ	\bar{b}	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	ϕ_{π}	ϕ_x	ϕ_{π}
α	0,0100	0,0008	0	0	0	0,0058	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0,0403	0,0325	0,0001	0	0	0,1527	0,0023	0
ϕ	.	0,0192	0,0002	0	0	0,0226	0	0
\bar{b}	0,0192	.	0,0002	0	0	0,0902	0,0039	0
pr_{im}	0,0002	0,0002	.	0	0	0,0010	0	0
pr_{ex}	0	0	0	.	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	0	0	.	0	0	0
ϕ_{π}	0,0226	0,0902	0,0010	0	0	.	0,0054	0
ϕ_x	0	0,0039	0	0	0	0,0054	.	0
ϕ_i	0	0	0	0	0	0	0	.
m_{OK} : 5,241 s²_{OK} : 82,299 -2*Log-vraisemblance : 397,769 $\hat{\tau}^2 = 0$								

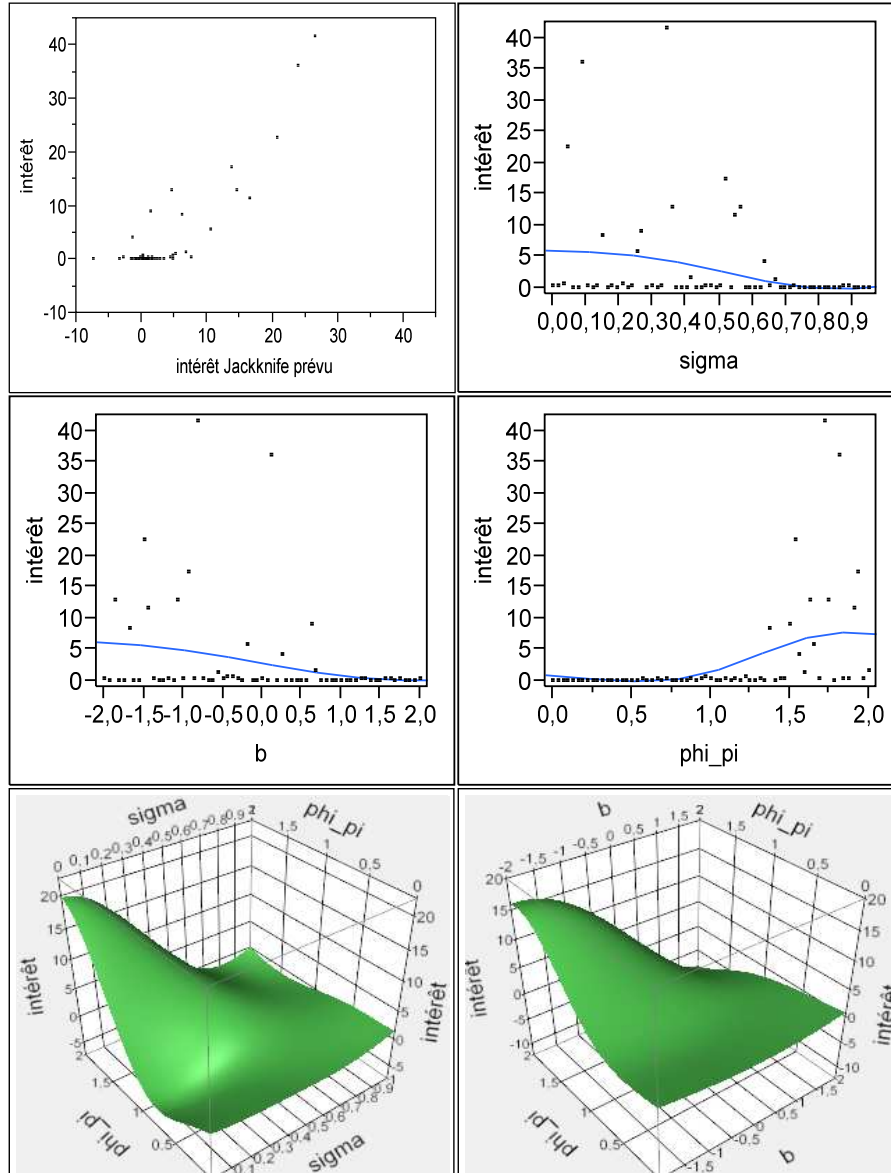


FIG. D.30 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage social en présence de la règle (R 6) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de σ , \bar{b} et φ_π ; surfaces de réponse de \bar{i} à σ et φ_π et à \bar{b} et φ_π .

D.11 Matrice des scénarios NOLH dans le modèle multi-agents avec apprentissage individuel et politique monétaire

scé.	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	q	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{sch.}$	ψ_q	$\psi_{iter.}$	ψ_τ	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	pr_{psi}	φ_π	φ_x	τ
1	0.242	0.423	0.2	1.453	-0.656	14	0.191	0.078	1.332	0.984	11	4	64	30	0.282	24	42	0.22	1.797	1.922	0.258
2	0.891	0.289	0.21	1.461	-1.625	10	0.155	0.028	1.215	0.934	13	3	66	29	0.232	27	45	0.235	1.219	1.453	0.219
3	0.445	0.72	0	1.273	-0.344	5	0.238	0.068	1.414	0.951	7	2	54	27	0.298	24	28	0.068	1.672	1.313	0.477
4	0.695	0.846	0.15	1.367	-0.25	16	0.168	0.047	0.898	0.941	6	3	40	30	0.218	30	31	0.15	1.172	1.547	0.25
5	0	0.371	0.28	1.234	-1.594	12	0.14	0.094	2	0.957	2	4	87	15	0.161	22	44	0.272	1.453	1.297	0.047
6	0.703	0.408	0.35	1.008	-0.406	8	0.196	0.014	0.875	0.911	3	4	66	20	0.128	20	46	0.351	1.516	1.469	0.078
7	0.391	0.95	0.38	1.289	-1.375	6	0.111	0.094	1.941	0.965	10	2	10	12	0.167	20	46	0.144	1.875	1.359	0.023
8	0.57	0.668	0.45	1.063	-0.625	19	0.267	0.011	0.957	0.919	7	2	25	16	0.134	21	24	0.047	1.938	1.156	0.016
9	0.023	0.045	0.13	1.203	-1.219	20	0.232	0.049	1.59	0.977	10	3	63	15	0.286	27	39	0.391	0.656	0.047	0.609
10	0.984	0.074	0.11	1.266	-1.531	4	0.101	0.059	0.793	0.913	7	2	73	12	0.279	22	37	0.281	0.438	0.734	0.57
11	0.047	0.928	0.24	1.281	-0.75	3	0.243	0.03	1.426	0.975	2	3	35	15	0.238	29	36	0.092	0.594	0	1
12	0.922	0.935	0.13	1.383	-1.438	20	0.177	0.092	0.922	0.928	3	3	33	19	0.261	23	30	0.086	0.391	0.125	0.703
13	0.477	0.245	0.48	1.18	-0.375	15	0.062	0.042	1.484	0.98	0	2	92	25	0.13	17	39	0.333	0.922	0.953	0.555
14	0.75	0.208	0.46	1.352	-1.656	6	0.279	0.059	0.805	0.935	0	3	86	29	0.14	18	34	0.199	0.984	0.484	0.695
15	0.258	0.497	0.49	1.227	-0.125	6	0.058	0.023	1.977	0.972	12	4	31	20	0.124	16	32	0.053	0.281	0.922	0.758
16	0.781	0.713	0.49	1.031	-1.313	11	0.294	0.075	0.863	0.938	13	3	40	22	0.114	16	49	0.156	1.141	0.563	0.891
17	0.227	0.171	0.1	1.742	-1.844	15	0.222	0.054	0.816	0.953	9	3	28	30	0.06	27	4	0.36	1.656	0.141	0.453
18	0.969	0.334	0.13	1.781	-0.313	6	0.087	0.053	1.613	0.904	8	3	49	22	0.07	25	24	0.312	1.906	0.594	0.461
19	0.18	0.735	0.14	1.523	-1.156	3	0.22	0.058	0.852	0.983	4	3	74	29	0.066	25	4	0.171	0.766	0.625	0.273
20	0.648	0.92	0.19	1.75	-1.5	16	0.136	0.024	1.309	0.922	1	3	69	22	0.054	24	19	0.028	1.031	0.469	0.367
21	0.281	0.193	0.41	1.953	-0.031	14	0.126	0.1	0.652	0.958	2	4	11	19	0.255	16	6	0.269	1.984	0.766	0.234
22	0.617	0.252	0.32	1.922	-0.5	4	0.265	0.034	1.953	0.951	1	3	11	13	0.187	21	9	0.251	1.75	0.109	0.008
23	0.203	0.683	0.39	1.977	-0.688	8	0.064	0.095	0.57	0.979	11	2	91	18	0.249	23	9	0.108	1.625	0.781	0.289
24	0.734	0.586	0.48	1.984	-1.25	13	0.253	0.035	1.988	0.936	9	2	94	16	0.214	19	2	0.184	1.281	0.422	0.063
25	0.289	0.223	0.23	1.609	-0.719	20	0.167	0.033	1.156	0.974	8	3	34	12	0.062	27	17	0.366	0.266	1.844	0.797
26	0.938	0.007	0.23	1.57	-1.406	7	0.146	0.083	1.438	0.926	9	3	12	14	0.144	29	8	0.376	0.75	1.984	0.734
27	0.234	0.675	0.14	2	-1.781	4	0.2	0.037	0.945	0.975	6	3	56	13	0.146	24	25	0.062	0.453	1.734	0.719
28	0.992	0.891	0.18	1.703	-1.344	16	0.12	0.063	1.965	0.905	4	4	65	11	0.177	26	11	0.132	0.875	1.656	0.617
29	0.273	0.43	0.38	1.555	-0.563	12	0.05	0.044	0.969	0.942	0	2	13	23	0.241	17	22	0.354	0.156	1.688	0.82
30	0.633	0.438	0.5	1.695	-0.063	10	0.236	0.092	1.355	0.932	4	2	43	24	0.3	16	18	0.336	0.625	1.094	0.648
31	0.453	0.69	0.36	1.758	-1.719	9	0.06	0.011	0.688	0.978	13	4	59	23	0.191	16	10	0.196	1.047	1.563	0.773
32	0.539	0.601	0.47	1.891	-1.469	15	0.216	0.079	1.672	0.902	10	3	71	24	0.234	19	21	0.126	0.078	1.172	0.969
33	0.07	0.341	0.16	1.336	0.188	11	0.277	0.061	1.859	0.946	13	3	61	27	0.212	17	3	0.165	0	1.781	0.039
34	0.867	0.46	0.07	1.094	0.156	9	0.144	0.013	0.992	0.947	13	4	53	23	0.257	18	13	0.135	0.734	1.203	0.422
35	0.359	0.883	0.03	1.414	0.906	5	0.284	0.084	1.297	0.937	3	3	23	23	0.196	17	16	0.223	0.5	1.969	0.211
36	0.516	0.824	0.08	1.438	0.531	19	0.077	0.021	1.098	0.972	4	2	27	22	0.228	20	22	0.242	0.219	1.25	0.125
37	0.055	0.304	0.32	1.102	1.063	17	0.169	0.07	1.379	0.901	3	4	77	15	0.165	23	16	0.037	0.844	1.641	0.492
38	0.836	0.141	0.26	1.398	1.969	7	0.198	0.065	0.617	0.97	2	3	89	14	0.142	25	1	0.101	0.641	1.719	0.375
39	0.32	0.898	0.46	1.156	0.844	3	0.105	0.087	1.52	0.908	8	3	48	19	0.087	24	23	0.388	0.516	1.828	0.328
40	0.852	0.794	0.43	1.344	1.75	17	0.298	0.043	0.734	0.97	9	3	22	14	0.083	24	12	0.287	0.703	1.5	0.188

scé.	ϕ	σ	α	μ	\bar{b}	q	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	β	ψ_{hrz}	ψ_{sch}	ψ_q	ψ_{iter}	ψ_τ	ψ_{chrm}	ψ_{crois}	pp_{psi}	φ_π	φ_x	τ
86	0.719	0.757	0.09	1.047	0.031	8	0.224	0.01	1.848	0.932	12	2	99	21	0.095	29	45	0.141	0.016	1.234	0.766
87	0.383	0.698	0.18	1.078	0.5	18	0.085	0.076	0.547	0.939	13	3	99	28	0.163	24	42	0.159	0.25	1.891	0.992
88	0.797	0.267	0.11	1.023	0.688	14	0.286	0.015	1.93	0.911	3	4	19	22	0.101	22	42	0.303	0.375	1.219	0.711
89	0.266	0.364	0.02	1.016	1.25	9	0.097	0.075	0.512	0.954	5	4	16	24	0.136	26	49	0.226	0.719	1.578	0.938
90	0.711	0.727	0.27	1.391	0.719	2	0.183	0.077	1.344	0.916	6	3	76	28	0.288	18	34	0.044	1.734	0.156	0.203
91	0.063	0.943	0.27	1.43	1.406	15	0.204	0.027	1.063	0.964	5	3	98	26	0.206	16	43	0.034	1.25	0.016	0.266
92	0.766	0.275	0.36	1	1.781	18	0.15	0.073	1.555	0.915	8	3	54	27	0.204	21	26	0.348	1.547	0.266	0.281
93	0.008	0.059	0.32	1.297	1.344	7	0.23	0.047	0.535	0.985	10	2	45	29	0.173	19	40	0.278	1.125	0.344	0.383
94	0.727	0.52	0.12	1.445	0.563	10	0.3	0.066	1.531	0.948	14	4	97	17	0.109	28	29	0.056	1.844	0.313	0.18
95	0.367	0.512	0	1.305	0.063	12	0.114	0.018	1.145	0.958	10	4	67	16	0.05	29	33	0.074	1.375	0.906	0.352
96	0.547	0.26	0.14	1.242	1.719	13	0.29	0.099	1.813	0.912	1	2	51	17	0.159	29	41	0.214	0.953	0.438	0.227
97	0.461	0.349	0.03	1.109	1.469	7	0.134	0.031	0.828	0.988	4	3	39	16	0.116	26	30	0.284	1.922	0.828	0.031
98	0.93	0.609	0.34	1.664	-0.188	11	0.073	0.049	0.641	0.944	1	3	49	13	0.138	28	48	0.245	2	0.219	0.961
99	0.133	0.49	0.43	1.906	-0.156	13	0.206	0.097	1.508	0.943	1	2	57	17	0.093	27	38	0.275	1.266	0.797	0.578
100	0.641	0.067	0.47	1.586	-0.906	17	0.066	0.026	1.203	0.953	11	3	87	17	0.154	28	35	0.187	1.5	0.031	0.789
101	0.484	0.126	0.42	1.563	-0.531	3	0.273	0.089	1.402	0.918	10	4	83	18	0.122	25	29	0.168	1.781	0.75	0.875
102	0.945	0.646	0.18	1.898	-1.063	5	0.181	0.04	1.121	0.989	11	2	33	25	0.185	22	35	0.373	1.156	0.359	0.508
103	0.164	0.809	0.24	1.602	-1.969	15	0.152	0.045	1.883	0.92	12	3	21	26	0.208	20	50	0.309	1.359	0.281	0.625
104	0.68	0.052	0.04	1.844	-0.844	19	0.245	0.023	0.98	0.982	6	3	62	21	0.263	21	28	0.022	1.484	0.172	0.672
105	0.148	0.156	0.07	1.656	-1.75	5	0.052	0.067	1.766	0.92	5	3	88	26	0.267	21	39	0.123	1.297	0.5	0.813
106	0.672	0.482	0.48	1.805	-1.188	8	0.161	0.091	0.723	0.969	2	4	16	26	0.097	30	47	0.181	1.141	1.281	0.32
107	0.188	0.594	0.29	1.883	-0.938	11	0.296	0.036	1.73	0.925	2	4	35	28	0.171	28	45	0.29	0.297	1.484	0.148
108	0.508	0.312	0.39	1.688	-0.875	15	0.075	0.09	0.758	0.959	9	2	84	19	0.058	26	43	0.065	0.031	1.109	0.055
109	0.375	0.178	0.44	1.859	-0.469	7	0.241	0.017	1.566	0.93	13	2	78	20	0.152	30	38	0.08	0.422	1.625	0.164
110	0.789	0.913	0.25	1.594	-1.281	10	0.228	0.05	0.629	0.96	11	4	20	13	0.269	21	40	0.385	0.938	1.063	0.359
111	0.125	0.549	0.19	1.914	-0.594	20	0.171	0.04	1.367	0.914	9	4	50	12	0.23	20	31	0.327	0.469	1.031	0.484
112	0.961	0.2	0.16	1.531	-1.094	18	0.257	0.085	0.746	0.989	5	3	93	11	0.251	19	37	0.117	1.094	1.938	0.07
113	0.422	0.119	0.09	1.828	-1.875	6	0.124	0.012	1.32	0.924	5	3	47	13	0.265	19	35	0.095	0.672	1.391	0.133
114	0.531	0.564	0.4	1.039	-0.969	3	0.081	0.014	1.391	0.968	0	3	80	16	0.275	29	3	0.321	1.891	1.797	0.664
115	0.172	0.868	0.44	1.422	-1.125	13	0.261	0.064	0.582	0.917	6	3	96	14	0.245	30	14	0.208	1.469	1.422	0.906
116	0.594	0.445	0.34	1.211	-0.094	17	0.079	0.054	1.836	0.963	11	4	42	18	0.195	28	19	0.114	1.641	0.875	0.586
117	0.086	0.163	0.43	1.125	-1	10	0.212	0.066	0.84	0.941	13	3	14	13	0.193	28	8	0.104	1.391	1.016	0.563
118	0.688	0.764	0.2	1.492	-1.813	5	0.28	0.038	1.449	0.982	9	3	85	19	0.091	18	22	0.397	1.313	1.766	0.898
119	0.141	0.839	0.04	1.375	-1.688	18	0.165	0.078	1.227	0.903	8	2	73	24	0.111	23	18	0.4	1.813	1.813	0.602
120	0.805	0.297	0.23	1.328	-1.906	19	0.247	0.037	1.719	0.984	0	3	42	26	0.148	18	10	0.071	1.188	1.703	0.844
121	0.117	0.134	0.09	1.188	-1.938	9	0.157	0.081	1.004	0.9	7	4	59	23	0.103	17	15	0.031	1.203	1.344	0.656
122	0.844	0.854	0.33	1.32	-0.438	8	0.091	0.088	1.824	0.956	6	4	81	25	0.277	28	3	0.263	0.047	0.25	0.195
123	0.344	0.571	0.45	1.148	-0.281	17	0.234	0.028	1.027	0.94	6	3	95	23	0.271	26	11	0.394	0.172	0.391	0.117
124	0.898	0.148	0.29	1.055	-2	14	0.163	0.085	1.801	0.961	11	2	21	29	0.169	26	1	0.178	0.563	0.672	0.313
125	0.398	0.327	0.28	1.164	-0.813	4	0.202	0.039	0.594	0.904	11	2	38	21	0.224	23	7	0.162	0.234	0.859	0.141
126	0.586	0.631	0.05	1.359	-0.219	4	0.208	0.089	1.238	0.963	10	4	92	12	0.107	19	26	0.37	0.406	0.406	0.406
127	0.438	0.861	0.2	1.484	-0.781	13	0.095	0.041	1.039	0.946	12	3	82	17	0.056	15	17	0.299	0.891	0.328	0.086
128	0.664	0.393	0.08	1.07	-1.031	13	0.218	0.08	1.789	0.981	4	2	52	10	0.077	22	21	0.153	0.313	0.813	0.469

D.12 Significativité des différences entre les distributions engendrées par les différentes règles de politique monétaire sous apprentissage individuel

Écart de production : test de Wilcoxon					
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4
règle	médiane	-0.4780	-0.4827	-0.3701	-0.4935
R 1	-0.4780	.	$(R2 - R1)$ $p = 0.381$ $sig : -$	$(R3 - R1)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R4 - R1)$ $p = 1$ $sig : -$
R 2	-0.4827	$(R1 - R2)$ $p = 0.619$ $sig : -$.	$(R3 - R2)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R4 - R2)$ $p = 1$ $sig : -$
R 3	-0.3701	$(R1 - R3)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R2 - R3)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R4 - R3)$ $p = 1$ $sig : -$
R 4	-0.4935	$(R1 - R4)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R2 - R4)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3 - R4)$ $p = 0$ $sig : ***$.

TAB. D.4 – La significativité des différences entre les écarts de production observés en présence des règles (R 1) à (R 4) sous apprentissage individuel : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l'ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p); le niveau de significativité (notée sig) selon par le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %.

Inflation : test de Wilcoxon					
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4
règle	médiane	0	0	0	0
R 1	0	.	$(R2 - R1)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R3 - R1)$ $p = 0.222$ $sig : -$	$(R4 - R1)$ $p = 0.969$ $sig : -$
R 2	0	$(R1 - R2)$ $p = 0$ $sig : ***$.	$(R3 - R2)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R4 - R2)$ $p = 0.013$ $sig : *$
R 3	0	$(R1 - R3)$ $p = 0.778$ $sig : -$	$(R2 - R3)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R4 - R3)$ $p = 0.990$ $sig : -$
R 4	0	$(R1 - R4)$ $p = 0.031$ $sig : *$	$(R2 - R4)$ $p = 0.987$ $sig : -$	$(R3 - R4)$ $p = 0.010$ $sig : *$.

TAB. D.5 – La significativité des différences entre l’inflation observée en présence des règles (R 1) à (R 4) sous apprentissage individuel : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l’ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p); le niveau de significativité (notée sig) selon par le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %.

Fonction de perte : test de Wilcoxon					
	règle	R 1	R 2	R 3	R 4
règle	médiane	0.0922	0.1015	0.0693	0.0929
R 1	0.0922	.	$(R2 - R1)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3 - R1)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R4 - R1)$ $p = 0.208$ $sig : -$
R 2	0.1015	$(R1 - R2)$ $p = 1$ $sig : -$.	$(R3 - R2)$ $p = 1$ $sig : -$	$(R4 - R2)$ $p = 1$ $sig : -$
R 3	0.0693	$(R1 - R3)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R2 - R3)$ $p = 0$ $sig : ***$.	$(R4 - R3)$ $p = 0$ $sig : ***$
R 4	0.0929	$(R1 - R4)$ $p = 0.792$ $sig : -$	$(R2 - R4)$ $p = 0$ $sig : ***$	$(R3 - R4)$ $p = 1$ $sig : -$.

TAB. D.6 – La significativité des différences les pertes observées en présence des règles (R 1) à (R 4) sous apprentissage individuel : résultats du test unilatéral de Wilcoxon. Chaque cellule renseigne dans l’ordre : sur la formulation de \mathcal{H}_0 ; la probabilité que \mathcal{H}_0 soit vérifiée (notée p); le niveau de significativité (notée sig) selon par le code suivant : *** significatif à 0.1 %, ** significatif à 1 %, * significatif à 5 %, • significatif à 10 %, - non significatif à 10 %.

D.13 Estimation par Krigéage ordinaire du modèle multi-agents avec apprentissage individuel et politique monétaires réactives

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0,0008	0,0028	0,0001	0	0	0	0,0001103	0,0008	0	0	0,0001	0,0014	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0044	0,0075	0,0023	0	0	0	0,0014	0,0040	0,0008	0	0,0011	0,0072	0
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0,0002	0,0001	0	0	0	0	0,0009	0	0	0	0,0014	0
\bar{b}	0,0072	0,0040	0,0053	0	0	0	0,0010	0,0036	0,0003	0	0,0004	0,0095	0
pr_{im}	.	0	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0002	0
pr_{ex}	0	.	0,0005	0	0	0	0,0001	0,0011	0	0	0	0,0035	0
σ_{ex}	0,0001	0,0005	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0,0001	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0,0011	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0,0002	0,0035	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.

mOk : 15,176 **sOk**² : 107,833 **-2*Log-vraisemblance** : 808,183 $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$

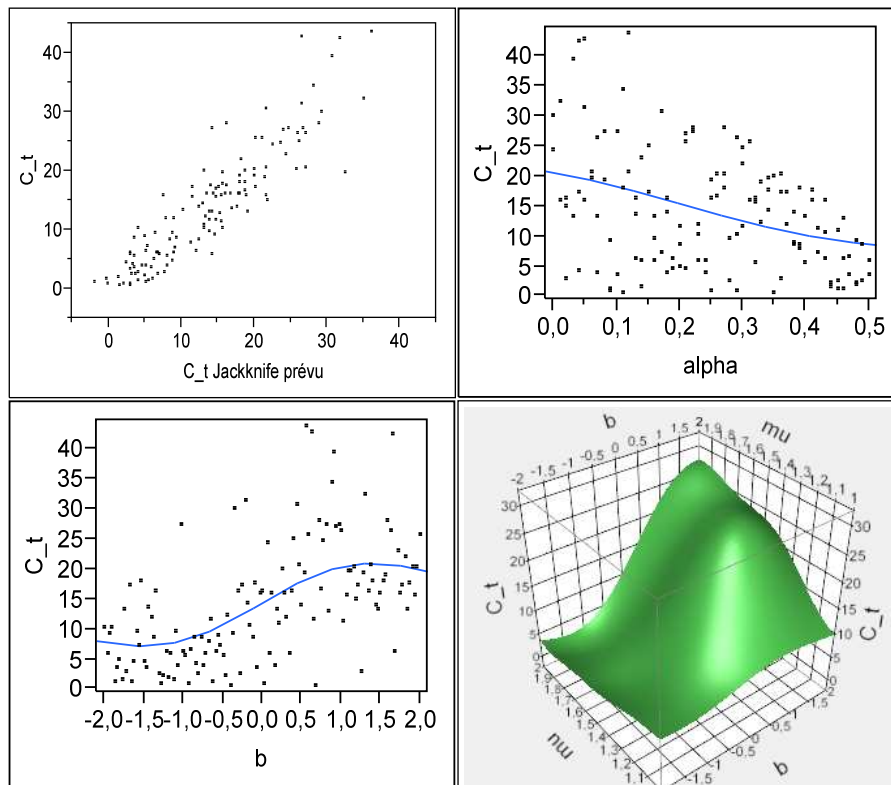


FIG. D.31 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 2) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de α et \bar{b} ; graphique de la surface de réponses de \bar{C} à μ et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R 2)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	\bar{b}
α	0	0	0	.	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	1,076	0,1576	0,0365	0	0	.	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	.	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	.
pr_{im}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0,473	0,1395	0,0354	0	0	0,0189	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0,001	0,2357	0,0529	0	0	0,0234	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0,0003	0,2472	0,0463	0	0	0,0346	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_{τ}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ψ}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_{π}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_x	0,378	0,1720	0,0276	0	0	0,0443	0	0	0

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0,0189	0	0	0,0234	0	0,0346	0	0	0	0	0,0443
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0	0,0281	0	0,0337	0	0	0	0	0,0234
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0,0281	0	0	.	0	0,0936	0	0	0	0	0,0377
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0,0337	0	0	0,0936	0	.	0	0	0	0	0,0391
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0,0234	0	0	0,0377	0	0,0391	0	0	0	0	.
mOk : 34,002 sOk : 3696,737 -2*Log-vraisemblance : 1113,741 $\hat{\tau}^2 = 0.01$													

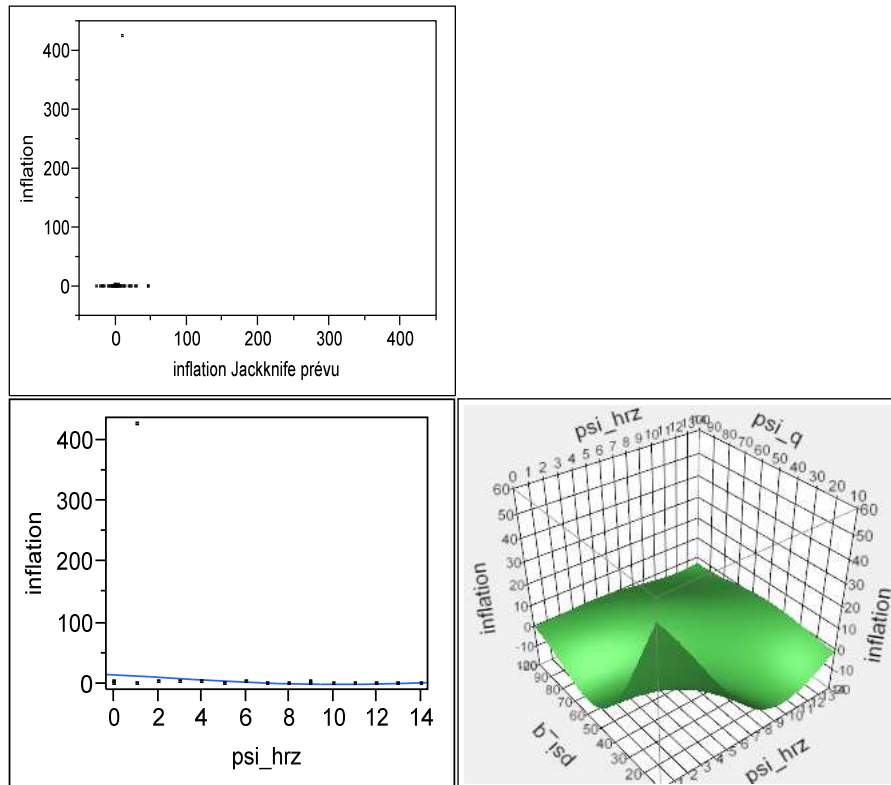


FIG. D.32 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 2) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\pi}$); graphiques des prévisions marginales de ψ_{hrz} ; graphique de la surface de réponses de $\bar{\pi}$ à ψ_{hrz} et ψ_q .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 2)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	b
α	0	0	0	.	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	.	0	0	0
σ	1,932	0,3127	0,1077	0	0	0	.	0,0797	0
ϕ	2,904	0,2520	0,0629	0	0	0	0,0797	.	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	.
pr_{im}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	221,320	0,2338	0,0439	0	0	0	0,0498	0,0709	0
σ_{ex}	0,002	0,0057	0,0033	0	0	0	0,0010	0,0012	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0,002	0,0032	0,0005	0	0	0	0,0003	0,0008	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_π	0,299	0,2104	0,0474	0	0	0	0,0609	0,0310	0
φ_x	0,029	0,0355	0,0105	0	0	0	0,0132	0,0054	0

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0,0498	0,0010	0	0	0	0	0	0,0003	0	0	0,0609	0,0132
ϕ	0	0,0709	0,0012	0	0	0	0	0	0,0008	0	0	0,0310	0,0054
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0,0002	0	0	0	0	0	0,0008	0	0	0,0660	0,0021
σ_{ex}	0	0,0002	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0,0008	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0,0007	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0,0660	0	0	0	0	0	0	0,0007	0	0	.	0,0043
φ_x	0	0,0021	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0043	.

$m_{ok} : 2,003$ $s_{ok}^2 : 8,722$ $-2*Log-vraisemblance : 200,317$ $\hat{\tau}^2 = 0$

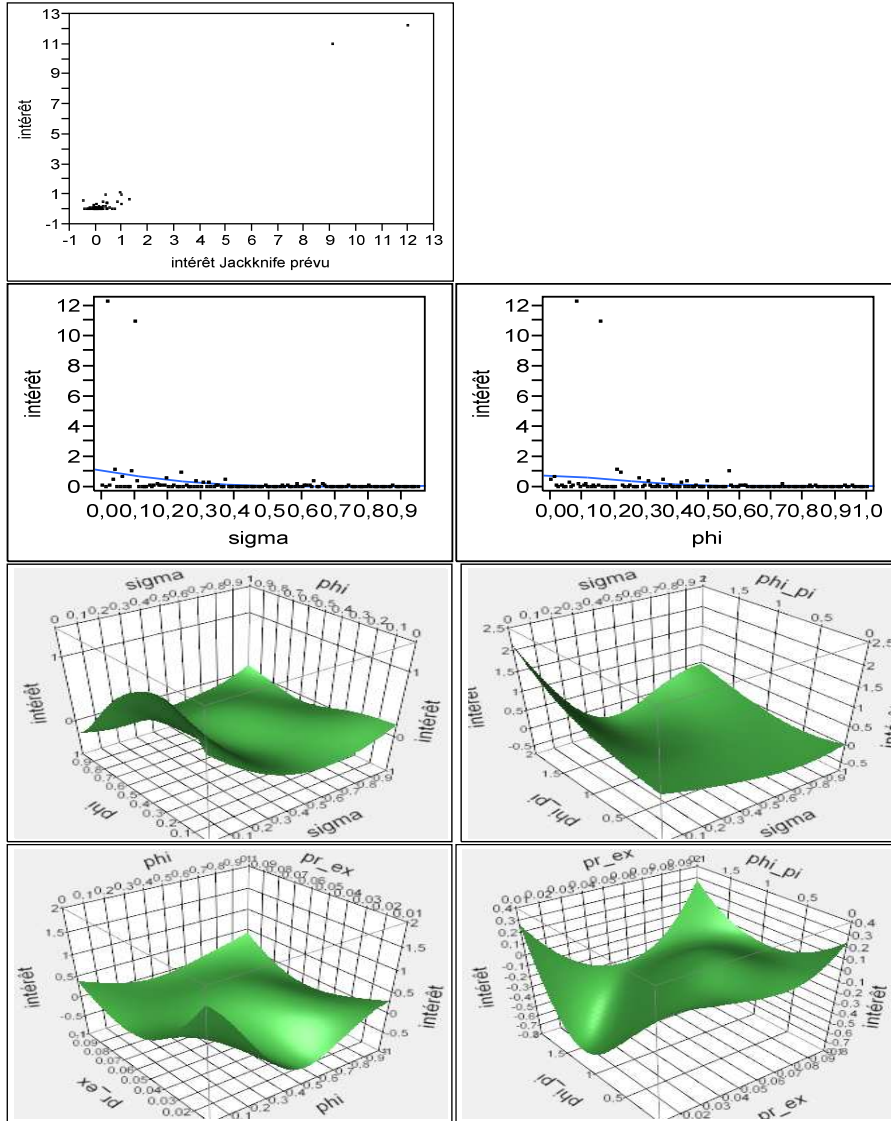


FIG. D.33 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 2) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}); graphiques des prévisions marginales de σ et ϕ ; graphiques des surfaces de réponses de \bar{i} à σ et ϕ , σ et φ_π , ϕ et pr_{ex} et à pr_{ex} et φ_π .

Effets d'interaction														
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	q	φ_π	φ_x
α	0,0058	0,0019	0	0	0,0141	0,0032	0	0,0003	0	0,0008	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0002	0,0004	0	0	0,0018	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0
σ	0	0,0009	0	0	0,0023	0	0	0,0013	0	0,0001	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0,0068	0,0034	0,0023	0,0001	0,0133	0,0004	0	0,0019	0	0,0006	0	0	0,0031	0
pr_{im}	.	0	0	0	0,0004	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0	0	0,0008	0,0001	0	0,0001	0	0	0	0	0,0002	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0,0001	0	0	0,0001	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0,0004	0,0008	0,0001	0,0001	.	0,0001	0	0,0079	0	0,0009	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0,0001	0	0	0,0001	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0,0001	0,0001	0	0,0079	0	0	.	0	0,0002	0	0	0,0003	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0,0009	0	0	0,0002	0	.	0	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0,0002	0	0	0	0	0	0,0003	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.

mok : 14,650 sOk : 141,076 -2*Log-vraisemblance : 810,801 $\hat{\tau}^2 = 0$

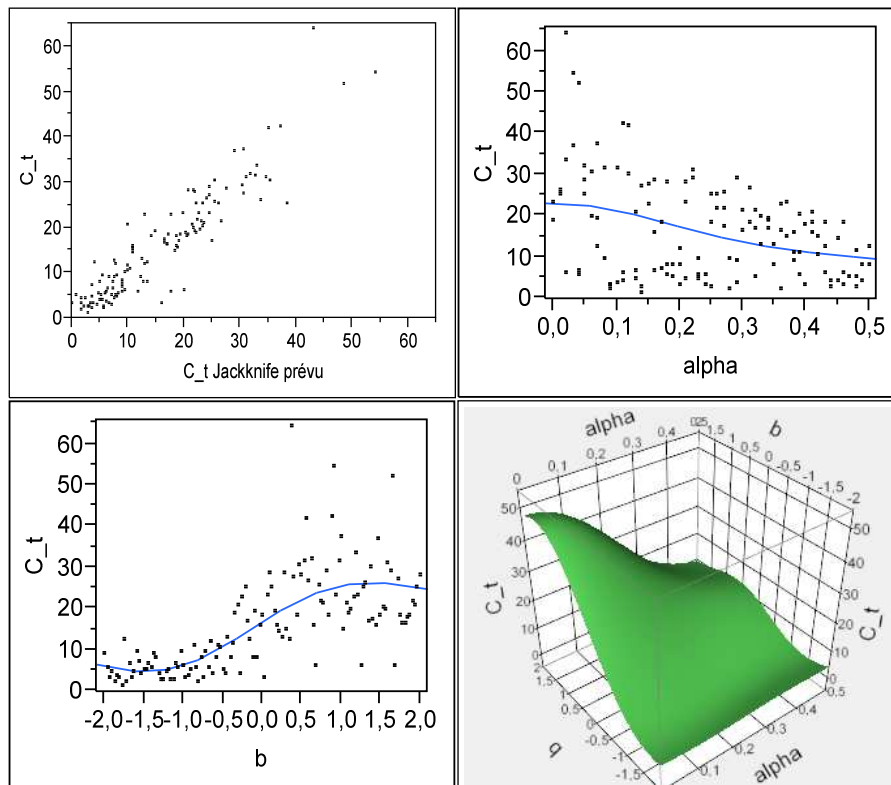


FIG. D.34 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 3) : nuage de points (\bar{C} / \hat{C}); graphiques des prévisions marginales de α et \bar{b} ; graphique de la surface de réponses de \bar{C} à α et \bar{b} .

Estimation de l'inflation moyenne sous (R 3)										
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction						
				α	β	μ	σ	ϕ	b	
α	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
β	102,907	0,0696	0,0064	0	.	0	0,0006	0,0013	0,0007	0,0007
μ	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
σ	0,462	0,1366	0,0414	0	0,0006	0	.	0,0056	0	0
ϕ	0,829	0,1475	0,0389	0	0,0013	0	0,0056	.	0,0002	0,0002
b	0,002	0,0224	0,0202	0	0,0007	0	0	0,0002	.	.
pr_{im}	0,1056	0,0018	0,0015	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0,013	0,0060	0	0	0,0014	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0,0046	0,0013	0	0	0	0	0,0007	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0,0127	0,0048	0	0,0014	0	0,0001	0,0005	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0,0008	0,0004	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0,0003	0,3684	0,1024	0	0,0218	0	0,0513	0,0417	0,0008	0,0008
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_τ	18,498	0,0855	0,0143	0	0,0026	0	0,0092	0,0074	0,0001	0,0001
pr_ψ	2,793	0,0871	0,0156	0	0,0120	0	0,0042	0,0008	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_π	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_x	0,466	0,2658	0,0697	0	0,0214	0	0,0242	0,0502	0,0004	0,0004

Effets d'interaction														
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	q	φ_π	φ_x
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0,0014	0	0,0014	0	0	0,0218	0	0,0026	0,0120	0	0	0,0214
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0,0001	0	0	0,0513	0	0,0092	0,0042	0	0	0,0242
ϕ	0	0	0	0,0007	0,0005	0	0	0,0417	0	0,0074	0,0008	0	0	0,0502
b	0	0	0	0	0	0	0	0,0008	0	0,0001	0	0	0	0,0004
pr_{im}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0	0	0	0,0014	0	0,0003	0	0	0	0,0028
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0,0007	0	0	0	0	0	0,0018
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0,0005	0	0,0011	0	0	0	0,0044
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0,0002	0	0	0	0	0	0,0001
ψ_q	0	0	0,0014	0,0007	0,0005	0	0,0002	.	0	0,0276	0,0448	0	0	0,0752
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0,0003	0	0,0011	0	0	0,0276	0	.	0,0084	0	0	0,0144
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0,0448	0	0,0084	.	0	0	0,0012
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0,0028	0,0018	0,0044	0	0,0001	0,0752	0	0,0144	0,0012	0	0	.

$mok : 0,108$ $sOk^2 : 0,070$ $-2*Log-vraisemblance : -212,144$ $\hat{\tau}^2 = 0,0001$

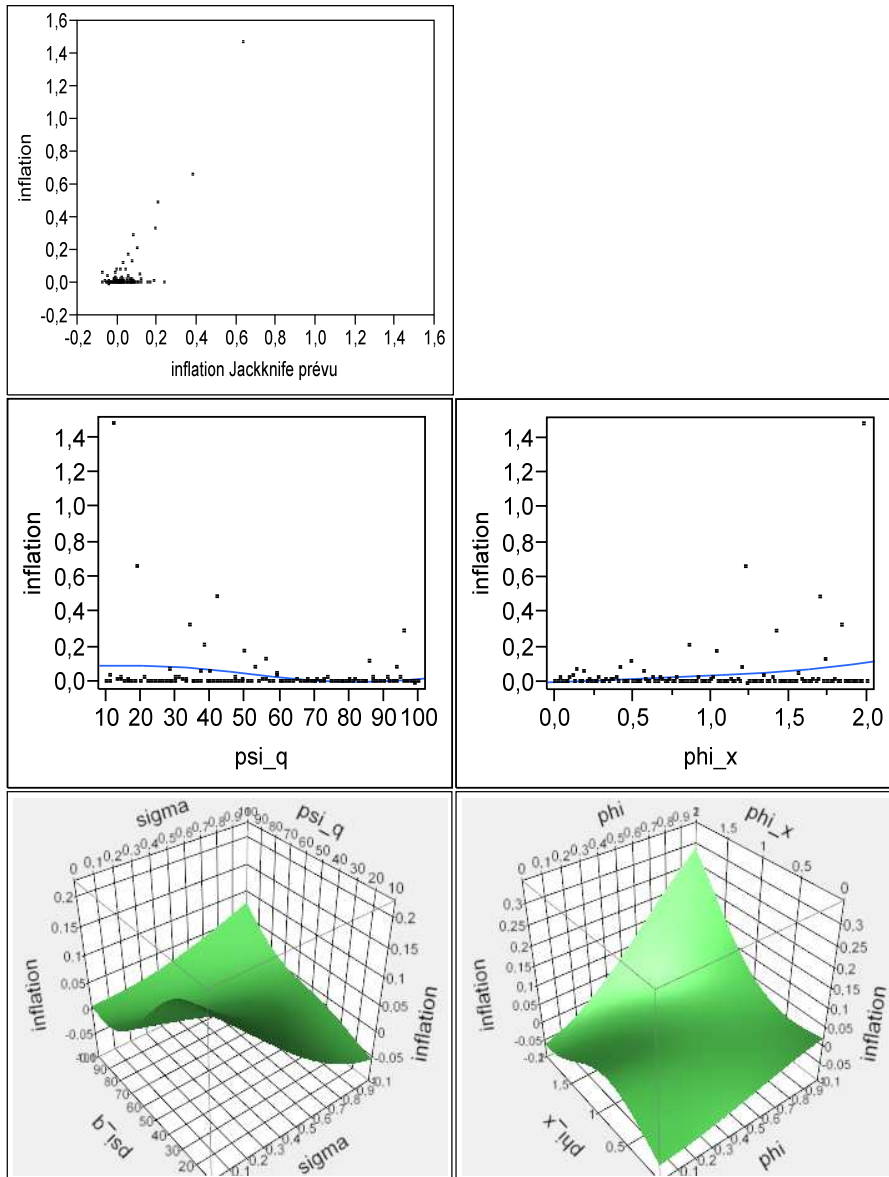


FIG. D.35 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 3) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\bar{\pi}}$); graphiques des prévisions marginales de ψ_q et φ_x ; graphiques de la surface de réponses de $\bar{\pi}$ à σ et ψ_q et à ϕ et φ_x .

Estimation du taux d'intérêt moyen sous (R 3)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	b
α	0	0	0	.	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	4,048	0,3545	0,0691	0	0	.	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	.	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	.	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	.
pr_{im}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0,287	0,1056	0,0158	0	0	0,0505	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0,002	0,0757	0,0179	0	0	0,0087	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0,0003	0,2740	0,0555	0	0	0,1083	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_{τ}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ψ}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_{π}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_x	0,544	0,2802	0,0502	0	0	0,1178	0	0	0

Effets d'interaction														
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	q	φ_π	φ_x
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0,0505	0	0	0,0087	0	0,1083	0	0	0	0	0	0,1178
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{im}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0,0065	0	0,0179	0	0	0	0	0	0	0,0149
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0,0065	0	0	.	0	0,0188	0	0	0	0	0	0,0239
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0,0179	0	0	0,0188	0	.	0	0	0	0	0	0,0734
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0,0149	0	0	0,0239	0	0,0734	0	0	0	0	0	.

mok : 1,601 sOk² : 9,971 -2*Log-vraisemblance : 352,003 $\hat{\tau}^2 = 0,01$

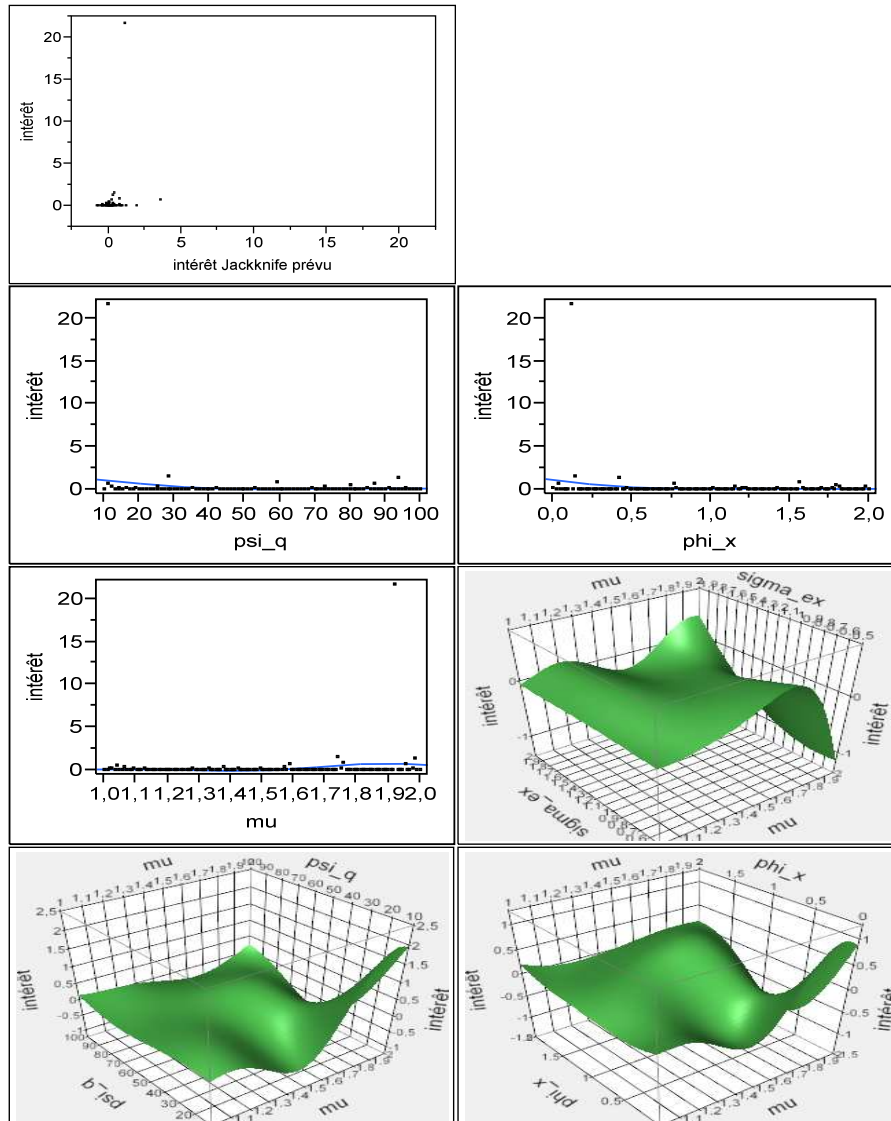


FIG. D.36 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 3) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}) ; graphiques des prévisions marginales de ψ_q , φ_x et μ ; graphiques des surfaces de réponses de \bar{i} à μ et σ_{ex} , μ et ψ_q et à μ et φ_x .

Estimation de la consommation agrégée moyenne sous (R 4)									
	$\hat{\theta}$	sensibilité globale	effet principal	effets d'interaction					
				α	β	μ	σ	ϕ	b
α	5,366	0,2235	0,1405	.	0	0,0186	0,0189	0	0,0373
β	0	0	0	0	.	0	0	0	0
μ	1,560	0,0735	0,0228	0,0186	0	.	0,0013	0	0,0183
σ	1,230	0,1091	0,0544	0,0189	0	0,0013	.	0	0,0227
ϕ	0,024	0,0021	0,0019	0	0	0	0	.	0
b	0,196	0,5795	0,4479	0,0373	0	0,0183	0,0227	0	.
pr_{im}	1,761	0,0156	0,0055	0,0009	0	0,0024	0,0007	0	0,0052
pr_{ex}	96,130	0,0654	0,0366	0,0017	0	0,0069	0,0010	0	0,0146
σ_{ex}	0,0297	0,0098	0,0071	0,0004	0	0	0,0004	0	0,0017
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0,0029	0,0005	0	0	0	0	0	0,0023
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ψ_τ	0,891	0,0065	0,0040	0,0003	0	0,0006	0,0002	0	0,0014
pr_ψ	0,348	0,0035	0,0015	0,0003	0	0,0007	0,0001	0	0,0007
φ_π	0,155	0,0636	0,0297	0,0013	0	0,0014	0,0002	0	0,0241
φ_x	0,087	0,0197	0,0004	0,0032	0	0,0003	0,0090	0	0,0033

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0,0009	0,0017	0,0004	0	0	0	0	0	0	0,0003	0,0003	0,0013	0,0032
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0,0024	0,0069	0	0	0	0	0	0	0	0,0006	0,0007	0,0014	0,0003
σ	0,0007	0,0010	0,0004	0	0	0	0	0	0	0,0002	0,0001	0,0002	0,0090
ϕ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0,0052	0,0146	0,0017	0	0,0023	0	0	0	0	0,0014	0,0007	0,0241	0,0033
pr_{im}	.	0,0008	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0001
pr_{ex}	0,0008	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0035	0,0003
σ_{ex}	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0001
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0,0001	0,0035	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0,0031
φ_x	0,0001	0,0003	0,0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0031	.

mok : 10,072 **sOk**² : 103,387 **-2*Log-vraisemblance** : 772,233 $\hat{\tau}^2 = e^{-12}$

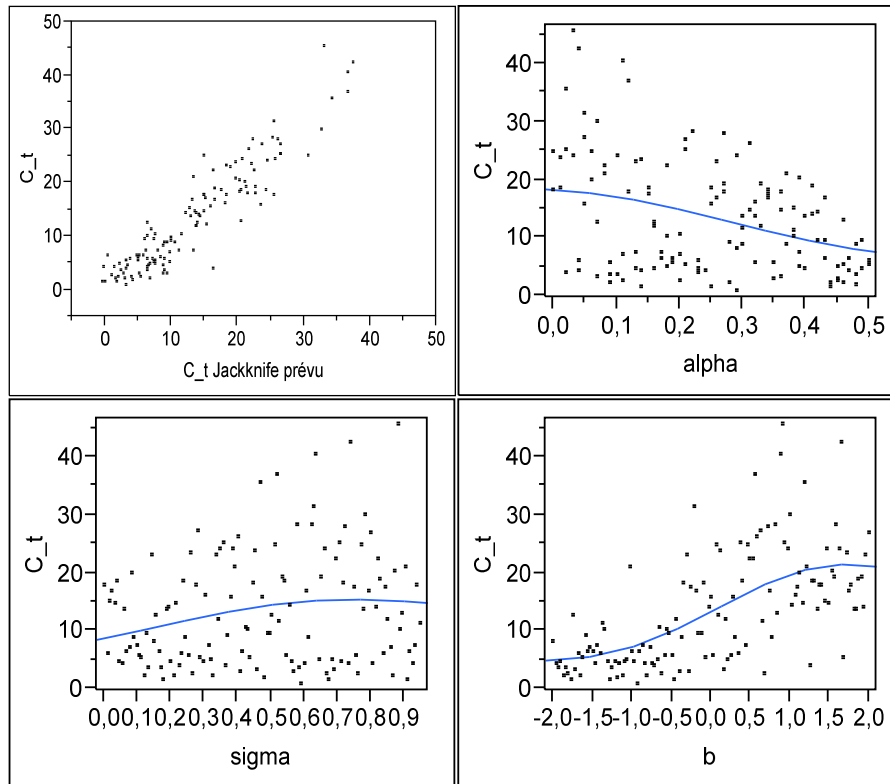


FIG. D.37 – Graphiques associés à l'estimation par Krigéage ordinaire de \bar{C} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 4) : nuage de points ($\bar{C} / \hat{\bar{C}}$); graphiques des prévisions marginales de α , σ et \bar{b} .

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0,0379	0,0715	0	0	0,0091	0	0	0	0,0396	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ	0,0003	0,0005	0	0	0	0	0	0	0,0010	0	0	0	0
\bar{b}	0,0138	0,0376	0	0	0,0076	0	0	0	0,0177	0	0	0	0
pr_{im}	.	0,0207	0	0	0,0001	0	0	0	0,0416	0	0	0	0
pr_{ex}	0,0207	.	0	0	0,0072	0	0	0	0,0668	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0,0001	0,0072	0	0	.	0	0	0	0,0034	0	0	0	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0,0416	0,0668	0	0	0,0034	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0
φ_π	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
φ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.
mok : 0,040 sOk² : 0,015 -2*Log-vraisemblance : -306,229 $\hat{\tau}^2 = 0$													

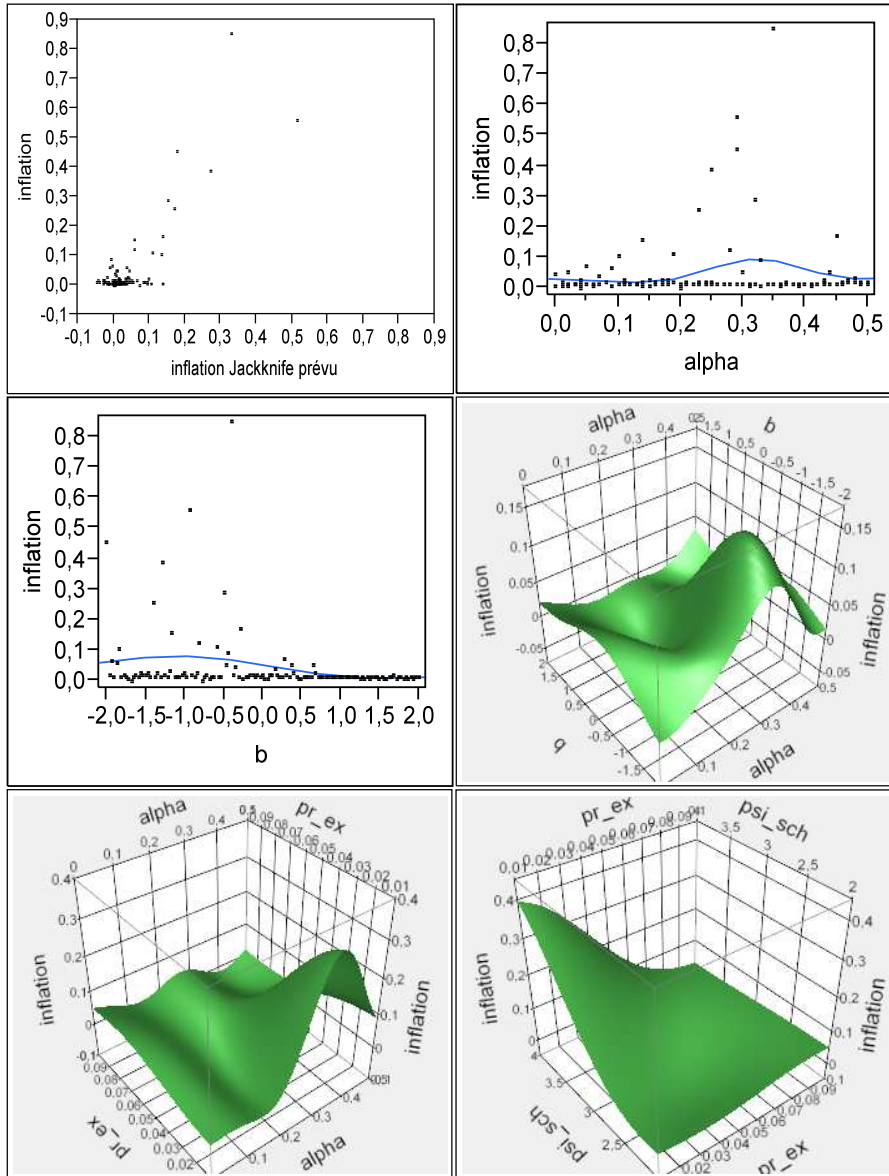


FIG. D.38 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 4) : nuage de points ($\bar{\pi} / \hat{\bar{\pi}}$) ; graphiques des prévisions marginales de α et \bar{b} ; graphiques de la surface de réponses de $\bar{\pi}$ à α et \bar{b} , à α et pr_{ex} et à pr_{ex} et ψ_{sch} .

Effets d'interaction													
	pr_{im}	pr_{ex}	σ_{ex}	$\psi_{chrm.}$	$\psi_{crois.}$	$\psi_{hrz.}$	$\psi_{iter.}$	ψ_q	$\psi_{sch.}$	ψ_τ	pr_ψ	φ_π	φ_x
α	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0,0150	0	0,0060	0	0	0	0,0217	0,0347	0
ϕ	0	0	0	0	0,0001	0	0,0009	0	0	0	0	0	0
\bar{b}	0	0	0	0	0,0210	0	0,0279	0	0	0	0,0469	0,0484	0
pr_{im}	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pr_{ex}	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
σ_{ex}	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{chrm.}$	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{crois.}$	0	0	0	0	.	0	0,0189	0	0	0	0,0045	0,0201	0
$\psi_{hrz.}$	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0
$\psi_{iter.}$	0	0	0	0	0,0186	0	.	0	0	0	0,0172	0,0313	0
ψ_q	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0
$\psi_{sch.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0
ψ_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0
pr_ψ	0	0	0	0	0,0045	0	0,0172	0	0	0	.	0,0142	0
φ_π	0	0	0	0	0,0201	0	0,0313	0	0	0	0,0142	.	0
φ_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.

moK : 0,963 **sOk** : 7,726 **-2*Log-vraisemblance** : 183,584 $\hat{\tau}^2 = 0$

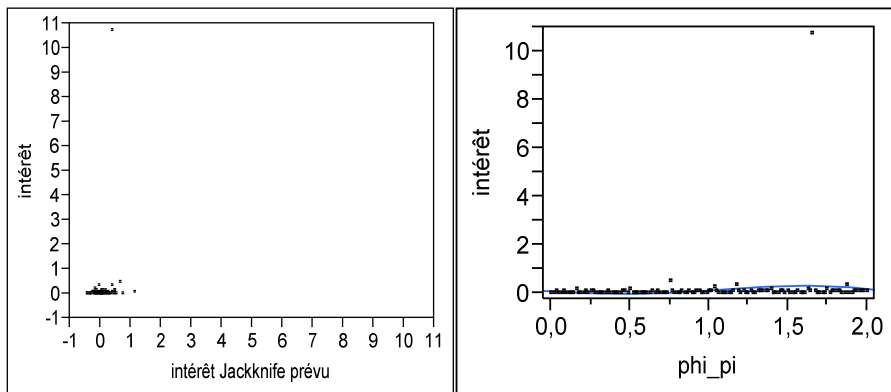


FIG. D.39 – Graphiques associés à l’estimation par Krigéage ordinaire de \bar{i} sous apprentissage individuel en présence de la règle (R 4) : nuage de points (\bar{i} / \hat{i}) ; graphique des prévisions marginales de φ_π .

Bibliographie

- Aghion, P., Frydman, R., Stiglitz, J. E. & Woodford, M. (2003), Edmund S. Phelps and Modern Macroeconomics, *in* P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz & M. Woodford, eds, 'Knowledge, Information, and Expectations in Modern Macroeconomics : In Honor of Edmund S. Phelps', Princeton University Press, Princeton, pp. 3–22.
- Allen, T. W. & Carroll, C. D. (2001), 'Individual Learning about Consumption', *Macroeconomic Dynamics* **5**, 255–271.
- Arifovic, J. (1994), 'Genetic Algorithm Learning and the Cobweb Model', *Journal of Economic Dynamics & Control* **18**, 3–28.
- Arifovic, J. (1995), 'Genetic Algorithms and Inflationary Economies', *Journal of Monetary Economics* **36**(1), 219–243.
- Arifovic, J. (1998), 'Stability of Equilibria under Genetic-Algorithm Adaptation : an Analysis', *Macroeconomic Dynamics* **2**(1), 1–22.
- Arifovic, J. (2000), 'Evolutionary Algorithms in Macroeconomic Models', *Macroeconomic Dynamics* **4**(3), 373–414.
- Arifovic, J., Bullard, J. B. & Duffy, J. (1997), 'The Transition from Stagnation to Growth : An Adaptive Learning Approach', *Journal of Economic Growth* **2**(2), 185–209.
- Arifovic, J., Bullard, J. B. & Kostyshyna, O. (2007), Social Learning and Monetary Policy Rules, Working Paper 2007-007, Federal Reserve Bank of St. Louis.
- Arifovic, J. & Maschek, M. K. (2006), 'Revisiting Individual Evolutionary Learning in the Cobweb Model - An Illustration of the Virtual Spite-Effect', *Computational Economics* **28**(4), 333–354.
- Ashraf, Q., Gershman, B. & Howitt, P. (2010), Banks, Market Organization and Macroeconomic Performance : An Agent-Based Computational Analysis.
- Ashraf, Q. & Howitt, P. (2008), How Inflation Affects Macroeconomic Performance : An Agent-Based Computational Investigation.
- Azariadis, C. & Drazen, A. (1990), 'Threshold Externalities in Economic Development', *Quarterly Journal of Economics* **105**(2), 501–526.
- Begg, D. K. H. (1982), *The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics*, Philip Allan Publishers Limited, Oxford.
- Benveniste, A., Metivier, M. & Priouret, P. (1990), *Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations*, Springer-Verlag, Berlin.
- Bernanke, B. & Woodford, M. (1997), 'Inflation Forecasts and Monetary Policy', *Journal of Money, Credit and Banking* **29**, 653–684.

- Blanchard, O. J. & Kahn, C. M. (1980), 'The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations', *Econometrica* **48**(5), 1305–1311.
- Bosch-Domènech, A. & Vriend, N. V. (2003), 'Imitation of Successful Behaviour in Cournot Markets', *The Economic Journal* **113**(487), 495–524.
- Bray, M. (1982), 'Learning, Estimation, and the Stability of Rational Expectations', *Journal of Economic Theory* **26**(2), 318–339.
- Brenner, T. (2006), Agent Learning Representation : Advice on Modelling Economic Learning, in L. Tesfatsion & K. L. Judd, eds, 'Handbook of Computational Economics', Vol. 2, Elsevier, pp. 895–947.
- Bruun, C. (1999), Agent-Based Keynesian Economics : Simulating a Monetary Production System Bottom-Up, Technical report, Aalborg University.
- Bruun, C. (2007), 'Monetary Policy in an Agent-Based Monetary Production Economy', Paper presented at the Society for Computational Economics, 13th International Conference on Computing in Economics and Finance, Montreal.
- Bullard, J. B. (1991), 'Learning, Rational Expectations and Policy : A Summary of Recent Research', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* (Jan), 50–60.
- Bullard, J. B. (2006), 'The Learnability Criterion and Monetary Policy', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* (May), 203–217.
- Bullard, J. B. & Cho, I.-K. (2005), 'Escapist Policy Rules', *Journal of Economic Dynamics & Control* **29**(11), 1841–1865.
- Bullard, J. B. & Duffy, J. (1998a), 'A Model of Learning and Emulation with Artificial Adaptive Agents', *Journal of Economic Dynamics & Control* **22**(2), 179–207.
- Bullard, J. B. & Duffy, J. (1998b), 'Learning and the Stability of Cycles', *Macroeconomic Dynamics* **2**(1), 22–48.
- Bullard, J. B. & Duffy, J. (1999), 'Using Genetic Algorithms to Model the Evolution of Heterogenous Beliefs', *Computational Economics* **13**(1), 41–60.
- Bullard, J. B. & Mitra, K. (2002), 'Learning about Monetary Policy Rules', *Journal of Monetary Economics* **49**(6), 1105–1129.
- Bullard, J. B. & Mitra, K. (2005), Determinacy, Learnability, and Monetary Policy Inertia, Working Paper Series 2000-030C, Federal Reserve Bank of St. Louis.
- Calvo, G. A. (1983), 'Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework', *Journal of Monetary Economics* **12**(3), 383–398.
- Cho, I.-K. & Sargent, T. J. (1997), Learning to be Credible, Working paper.
- Cho, I.-K., Sargent, T. & Williams, N. (2002), 'Escaping Nash Inflation', *Review of Economic Studies* **69**(1), 1–40.

- Cioppa, T. M. & Lucas, T. W. (2007), 'Efficient Nearly Orthogonal and Space-Filling Latin Hypercubes', *Technometrics* **49**(1), 45–55.
- Clarida, R., Gali, J. & Gertler, M. (1999), 'The Science of Monetary Policy : A New Keynesian Perspective', *Journal of Economic Literature* **37**(4), 1661–1707.
- Clarida, R., Gali, J. & Gertler, M. (2000), 'Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability : Evidence and Some Theory', *Quarterly Journal of Economics* **115**(1), 147–180.
- Collander, D., Howitt, P., Kirman, A., Leijonhufvud, A. & Mehrling, P. (2008), 'Beyond DSGE Models : Towards an Empirically Based Macroeconomics', *American Economic Review* **98**(2), 236–240.
- Darwin, C. (1859), *On the Origin of Species*, John Murray, London.
- Dawid, H. (1999), *Adaptive Learning by Genetic Algorithms*, Springer-Verlag, Berlin.
- Dawid, H., Gemkow, S., Harting, P., Neugart, M. & Wersching, K. (2008), D7.2 : Computational Experiments of Policy Design on Skill Dynamics and Innovation, Deliverable, Eurace Project.
URL: <http://www.eurace.group.shef.ac.uk/deliverables/D7.2.pdf>
- Deaton, A. (1991), 'Savings and Liquidity Constraints', *Econometrica* **59**(5), 1221–1248.
- Deissenberg, C., van der Hoog, S. & Dawid, H. (2008), 'EURACE : A Massively Parallel Agent-Based Model of the European Economy', *Applied Mathematics and Computation* **204**, 541–552.
- Delli Gatti, D., Gaffeo, E., Gallegatti, M. & Palestrini, A. (2004), The Apprentice Wizard : Monetary Policy, Complexity and Learning, Working paper.
- Dixit, A. K. & Stiglitz, J. E. (1977), 'Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity', *American Economic Review* **67**(3), 297–308.
- Dosi, G., Fagiolo, G. & Roventini, A. (2008a), Schumpeter Meeting Keynes : A Policy-Friendly Model of Endogenous Growth and Business Cycles, LEM Papers Series 2008/21, Laboratory of Economics and Management.
- Dosi, G., Fagiolo, G. & Roventini, A. (2008b), 'The Microfoundations of Business Cycles : an Evolutionary, Multi-Agent Model', *Journal of Evolutionary Economics* **18**(3), 413–432.
- Dosi, G., Marengo, L. & Fagiolo, G. (2003), Learning in Evolutionary Environments, LEM Papers Series 2003/20, Laboratory of Economics and Management.
- Evans, G. W. (1985), 'Expectational Stability and the Multiple Equilibria Problem in Linear Rational Expectations Models', *The Quarterly Journal of Economics* **100**(4), 1217–33.

- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (1992), 'On the Robustness of Bubbles in Linear RE Models', *International Economic Review* **33**(1), 1–14.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2001), *Learning and Expectations in Macroeconomics*, Princeton University Press, Princeton.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2003a), 'Adaptive Learning and Monetary Policy Design', *Journal of Money, Credit and Banking* **35**(6), 1045–1072.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2003b), 'Expectations and the Stability Problem for Optimal Monetary Policies', *Review of Economic Studies* **70**(4), 807–824.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2003c), 'Friedman's Money Supply Rule versus Optimal Interest Rate Policy', *Scottish Journal of Political Economy* **50**(5), 550–566.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2004), Monetary Policy, Expectations and Commitment, Working Paper 2002-11, University of Oregon.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2006), 'Monetary Policy, Expectations and Commitment', *Scandinavian Journal of Economics* **108**(1), 15–38.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2007), Expectations, Learning and Monetary Policy : An Overview of Recent Research, Research Discussion Papers 32, Bank of Finland.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2009), 'Learning and Macroeconomics', *Annual Review of Economics* **1**, 421–451.
- Fisher, I. (1930), *The Theory of Interest*, Macmillan, New York.
- Friedman, M. (1948), 'A Monetary and Fiscal Framework for Economic Stability', *American Economic Review* **38**(3), 245–264.
- Friedman, M. (1957), *A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press, Princeton.
- Friedman, M. (1959), *A Program for Monetary Stability*, Fordham University Press, New York.
- Friedman, M. (1968), 'The Role of Monetary Policy', *American Economic Review* **58**(1), 1–17.
- Gaffeo, E., Delli Gatti, D., Desiderio, S. & Gallegati, M. (2008), 'Adaptive Microfoundations for Emergent Macroeconomics', *Eastern Economic Journal* **34**(4), 441–463.
- Galí, J. (2008), *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle : An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press, Princeton.
- Galí, J. & Gertler, M. (2007), 'Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation', *Journal of Economic Perspectives* **21**(4), 25–45.

- Giannitsarou, C. (2003), 'Heterogeneous Learning', *Review of Economic Dynamics* **6**(4), 885–906.
- Goldberg, D. E. (1991), *Algorithmes Génétiques*, Addison-Wesley France SA, Paris.
- Goodfriend, M. & King, R. (1997), The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy, in 'NBER Macroeconomics Annual 1997, Volume 12', NBER Chapters, National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 231–296.
- Goodhart, C. (2003), 'After Dinner Speech', Conference on "Expectations, Learning and Monetary Policy", Deutsche Bundesbank and the Center for Financial Studies, Eltville.
- Hall, R. E. & Mankiw, N. G. (1994), Nominal Income Targeting, NBER Working Papers 4439, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Heinemann, M. (2000), 'Adaptive Learning of Rational Expectations Using Neural Networks', *Journal of Economic Dynamics & Control* **24**, 1007–1026.
- Hicks, J. R. (1937), 'Mr. Keynes and the "Classics" : A Suggested Interpretation', *Econometrica* **5**(2), 147–159.
- Hirsch, M. W. & Smale, S. (1974), *Differential Equations, Dynamic Systems and Linear Algebra*, Academic Press, Orlando.
- Holland, J. H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Holland, J. H. (1992), *Adaptation in Natural and Artificial Systems : An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, MIT Press, Cambridge.
- Holland, J. H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E. & Thagard, P. R. (1989), *Induction. Processes of Inference, Learning and Discoverey*, MIT Press, Cambridge.
- Holland, J. H. & Miller, J. H. (1991), 'Artificial Adaptive Agents in Economic Theory', *American Economic Review* **81**(2), 365–370.
- Honkapohja, S. & Mitra, K. (2004), 'Are Non-Fundamental Equilibria Learnable in Models of Monetary Policy?', *Journal of Monetary Economics* **51**(8), 1743–1770.
- Honkapohja, S. & Mitra, K. (2005), 'Performance of Monetary Policy with Internal Central Bank Forecasting', *Journal of Economic Dynamics & Control* **29**(4), 627–658.
- Honkapohja, S. & Mitra, K. (2006), 'Learning Stability in Economies with Heterogeneous Agents', *Review of Economic Dynamics* **9**(2), 284–309.
- Honkapohja, S., Mitra, K. & Evans, G. W. (2002), Notes on Agents' Behavioral Rules Under Adaptive Learning and Recent Studies of Monetary Policy.

- Honkapohja, S., Mitra, K. & Evans, G. W. (2011), Notes on Agents' Behavioral Rules Under Adaptive Learning and Studies of Monetary Policy, CDMA Working Paper Series 1102, Center for Dynamic Macroeconomic Analysis.
- Hornik, K., Stinchcombe, M. & White, H. (1989), 'Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators', *Neural Networks* **2**, 359–366.
- Howitt, P. & Clower, R. (2000), 'The Emergence of Economic Organization', *Journal of Economic Behavior & Organization* **41**(1), 55–84.
- Jeong, S., Murayama, M. & Yamamoto, K. (2005), 'Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model', *Journal of Aircraft* **42**(2), 413–420.
- Kirman, A. (1992), 'Whom or What Does the Representative Individual Represent', *The Journal of Economic Perspectives* **6**(2), 117–136.
- Kleijnen, J. P. C., Sanchez, S. M., Lucas, T. W. & Cioppa, T. M. (2005), 'A User's Guide to the Brave New World of Designing Simulation Experiments', *INFORMS Journal of Computing* **17**(3), 263–289.
- Kostyshyna, O. (2011), Individual Evolutionary Learning in a New-Keynesian Model, Working paper.
- Krige, D. G. (1951), A Statistical Approach to Some Mine Valuations and Allied Problems in the Witwatersrand, Master's thesis, University of Witwatersrand.
- Kydland, F. E. & Prescott, E. C. (1977), 'Rules Rather than Discretion : The Inconsistency of Optimal Plans', *Journal of Political Economy* **85**(3), 473–492.
- Lettau, M. & Uhlig, H. (1999), 'Rules of Thumb versus Dynamic Programming', *American Economic Review* **89**(1), 148–174.
- Lucas, R. E. (1987), Adaptive Behavior and Economic Theory, in R. M. Hogarth & M. W. Reder, eds, 'Rational Choice : The Contrast Between Economics and Psychology', University of Chicago Press, Chicago, pp. 217–242.
- Marcet, A. & Sargent, T. J. (1989a), 'Convergence of Least-Squares Learning in Environments with Hidden State Variables and Private Information', *Journal of Political Economy* **97**(6), 1306–1322.
- Marcet, A. & Sargent, T. J. (1989b), 'Convergence of Least-Squares Learning Mechanisms in Self-Referential Linear Stochastic Models', *Journal of Economic Theory* **48**(2), 337–368.
- Marcet, A. & Sargent, T. J. (1989c), Least Squares Learning and the Dynamics of Hyperinflation, in W. A. Barnett, G. J. & K. Shell, eds, 'Economic Complexity : Chaos, Sunspots, Bubbles and Nonlinearity', Cambridge University Press, Cambridge.
- Martins, J. & Scarpetta, S. (1999), The Levels and Cyclical Behavior of Mark-Ups Across Countries and Market Structures, Economic Department Working Paper 213, OECD.

- Matheron, G. (1963), 'Principles of Geostatistics', *Economic Geology* **58**, 1246–1266.
- McCallum, B. T. (1983), 'On Non-Uniqueness in Rational Expectation Models - An Attempt at Perspective', *Journal of Monetary Economics* **11**(2), 139–168.
- McCallum, B. T. (1999), Role of the Minimal State Variable Criterion in Rational Expectations Models, NBER Working Papers 7087, National Bureau of Economic Research, Inc.
- McCallum, B. T. (2002), Consistent Expectations, Rational Expectations, Multiple-Solution Indeterminacies, and Least-Squares Learnability, NBER Working Papers 9218, National Bureau of Economic Research, Inc.
- McCallum, B. T. (2003), 'Multiple-Solution Indeterminacies in Monetary Policy Analysis', *Journal of Monetary Economics* **50**(5), 1153–1175.
- McCallum, B. T. & Nelson, E. (1999), Performance of Operational Policy Rules in an Estimated Semi-Classical Model, in J. Taylor, ed., 'Monetary Policy Rules', University of Chicago Press, Chicago, pp. 15–45.
- McCallum, B. T. & Nelson, E. (2004), 'Timeless Perspective versus Discretionary Monetary Policy in Forward-Looking Models', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* **86**, 43–56.
- McCallum, B. T. & Nelson, E. (2005a), 'Commentary', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* **87**, 627–631.
- McCallum, B. T. & Nelson, E. (2005b), 'Targeting versus Instrument Rules for Monetary Policy', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* **87**, 597–611.
- Miller, J. H. & Page, S. E. (2007), *Complex Adaptive Systems : an Introduction to Computational Models of Social Life*, Princeton University Press, Princeton.
- Mitra, K. (2003), 'Desirability of Nominal GDP Targeting under Adaptive Learning', *Journal of Money, Credit, and Banking* **35**(2), 197–220.
- Muth, J. F. (1961), 'Rational Expectations and the Theory of Price Movements', *Econometrica* **29**(3), 315–335.
- Nelson, R. R. & Winter, S. (1982), *An Evolutionary Theory of Economic Change*, The Belknap Press of Harvard University.
- Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1996), *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, Cambridge.
- Oeffner, M. (2008), Agent-Based Keynesian Macroeconomics - An Evolutionary Model Embedded in an Agent-Based Computer Simulation, MPRA Paper 18199, University Library of Munich.

- Phelps, E. S. (1967), 'Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment over Time', *Economica* **34**, 254–281.
- Preston, B. (2002), Adaptive Learning, Forecast-Based Instrument Rules and Monetary Policy. Mimeo.
- Preston, B. (2005), 'Learning about Monetary Policy Rules when Long-Horizon Expectations Matter', *International Journal of Central Banking* **1**(2), 81–126.
- Preston, B. (2006), 'Adaptive Learning, Forecast-Based Instrument Rules and Monetary Policy', *Journal of Monetary Economics* **53**(3), 507–535.
- Preston, B. (2008), 'Adaptive Learning and the Use of Forecasts in Monetary Policy', *Journal of Economic Dynamics & Control* **32**(11), 3661–3681.
- R Development Core Team (2010), *R : A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. URL: <http://www.R-project.org/>
- Raberto, M., Tegli, A. & Cincotti, S. (2005), Multi-Agent Modeling and Simulation of a Sequential Monetary Production Economy, Computational Economics 0503002, EconWPA.
- Raberto, M., Tegli, A. & Cincotti, S. (2007), Monetary Policy Experiments in an Artificial Multi-Market Economy with Reservation Wages, in A. Consiglio, ed., 'Artificial Markets Modeling : Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems', Vol. 599, Springer-Verlag.
- Raberto, M., Tegli, A. & Cincotti, S. (2008), 'Integrating Real and Financial Markets in an Agent-Based Economic Model : An Application to Monetary Policy Design', *Computational Economics* **32**, 147–162.
- Raberto, M., Tegli, A. & Cincotti, S. (2010), 'Credit Money and Macroeconomic Instability in the Agent-Based Model and Simulator Eurace', *Economics : The Open-Access, Open-Assessment E-Journal* **4**(2910-26).
- Robbins, H. & Monro, S. (1951), 'A Stochastic Approximation Method', *Annals of Mathematical Statistics* **22**(3), 400–407.
- Romer, C. D. & Romer, D. H. (2002), 'A Rehabilitation of Monetary Policy in the 1950s', *American Economic Review* **92**(2), 121–127.
- Rotemberg, J. L. (1987), The New Keynesian Microfoundations, in 'NBER Macroeconomics Annual 1987, Volume 2', NBER Chapters, National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 69–116.
- Rotemberg, J. L. & Woodford, M. (1997), An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy, in 'NBER Macroeconomics Annual 1997', NBER Chapters, National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 297–346.

- Roustant, O., Ginsbourger, D. & Deville, Y. (2010), DiceKriging, DiceOptim : Two R Packages for the Analysis of Computer Experiments by Kriging-based Metamodeling and Optimization, Technical report.
URL: <http://www.jstatsoft.org/>
- Rudebusch, G. (1995), 'Federal Interest Rate Targeting, Rational Expectations, and the Term Structure', *Journal of Monetary Economics* **35**, 245–274.
- Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. & Wynn, H. P. (1989), 'Design and Analysis of Computer Experiments', *Statistical Science* **4**(4), 409–423.
- Salge, M. (1997), *Rational Bubbles : Theoretical Basis, Economic Relevance, and Empirical Evidence with a Special Emphasis on the German Stock Market*, Springer-Verlag, Berlin.
- Sanchez, S. M. (2005), 'NOLHdesigns spreadsheet'.
URL: <http://diana.cs.nps.navy.mil/SeedLab/>
- Sargent, T. J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press, Oxford.
- Sargent, T. J. (1999), *The Conquest of American Inflation*, Princeton University Press, Princeton.
- Sargent, T. J. & Williams, N. (2005), 'Impacts of Priors on Convergence and Escapes from Nash Inflation', *Review of Economic Dynamics* **8**(2), 360–391.
- Sen, A. K. (1977), 'Rational Fools : A Critique of the Behavioural Foundations of Economic Theory', *Philosophy and Public Affairs* **6**(4), 317–344.
- Shell, K. (2008), Sunspot Equilibrium, in L. Blume & S. Durlauf, eds, 'The New Palgrave : A Dictionary of Economics', Palgrave Macmillan, New York, pp. 847–869.
- Simon, A. H. (1955), 'A Behavioral Model of Rational Choice', *The Quarterly Journal of Economics* **69**(1), 99–118.
- Simon, A. H. (1956), 'Rational Choice and the Structure of the Environnement', *Psychological Review* **63**(2), 129–138.
- Simon, A. H. (2008), Satisficing, in L. Blume & S. Durlauf, eds, 'The New Palgrave : A Dictionary of Economics', Palgrave Macmillan, New York, pp. 281–282.
- Stock, J. & Watson, M. (2002), "Has the Business Cycle Changed and Why", in 'NBER Macroeconomics Annual 2002', NBER Chapters, National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 159–230.
- Svensson, L. E. O. (2003), 'What Is Wrong with Taylor Rules? Using Judgement in Monetary Policy through Targeting Rules', *Journal of Economic Literature* **41**, 426–477.

- Svensson, L. E. O. (2005), 'Targeting versus Instrument Rules for Monetary Policy : What Is Wrong with McCallum and Nelson?', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* **87**, 613–625.
- Svensson, L. E. O. & Woodford, M. (2003), Implementing Optimal Policy through Inflation-Forecast Targeting, NBER Working Papers 9747, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Taylor, J. B. (1993), 'Discretion versus Policy Rules in Practice', *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* **39**(1), 195–214.
- Taylor, J. B. (2005), 'The International Implications of October 1979 : Towards a Long Boom on a Global Scale', *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* **87**, 269–275.
- Trichet, J.-C. (2010), 'Reflections on the Nature of Monetary Policy Non-standard Measures and Finance Theory', Opening address at the ECB Central Banking Conference, Frankfurt, 18 November 2010.
- Vallée, T. & Yıldızoğlu, M. (2004), 'Présentation des Algorithmes Génétiques et de leurs Applications en Économie', *Revue d'Économie Politique* **114**, 711–745.
- Vallée, T. & Yıldızoğlu, M. (2009), 'Convergence in the Finite Cournot Oligopoly with Social and Individual Learning', *Journal of Economic Behavior & Organization* **72**(2), 670–690.
- van Beers, W. C. M. & Kleijnen, J. P. C. (2003), 'Kriging for Interpolation in Random Simulation', *Journal of the Operational Research Society* **54**, 255–262.
- van Beers, W. C. M. & Kleijnen, J. P. C. (2004), Kriging Interpolation in Simulation : a Survey, in 'Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference', WSC '04, pp. 113–121.
- van der Hoog, S., Deissenberg, C. & Dawid, H. (2008), Production and Finance in EUR-ACE, in K. Schradelseker & F. Hauser, eds, 'Complexity and Artificial Markets : Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems', Vol. 614, Springer-Verlag, pp. 147–158.
- Varian, H. R. (1995), *Analyse Microéconomique*, De Boeck, Bruxelles.
- Vriend, N. J. (2000), 'An Illustration of the Essential Difference Between Individual and Social Learning, and its Consequences four Computational Analyses', *Journal of Economic Dynamics & Control* **24**(1), 1–19.
- Walsh, C. E. (2003), *Monetary Theory and Policy*, MIT Press, Cambridge.
- Werbos, P. J. (1974), Beyond Regression : New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences, PhD Thesis, Harvard University.
- Wicksell, K. (1898), *Geldzins und Güterpreise*, Gustav Fischer Verlag, Jena.

- Wilensky (1999), *Netlogo*, Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Illinois.
URL: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>.
- Wilson, S. W. (1995), 'Classifier Fitness Based on Accuracy', *Evolutionary Computation* **3**, 149–175.
- Woodford, M. (1999), Optimal Monetary Policy Inertia, NBER Working Papers 7261, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Woodford, M. (2003a), 'Comment on : Multiple-Solution Indeterminacies in Monetary Policy Analysis', *Journal of Monetary Economics* **50**(5), 1177–1188.
- Woodford, M. (2003b), *Interest and Prices : Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press, Princeton.
- Yıldızoğlu, M. (2001), 'Connecting Adaptive Behaviour and Expectations in Models of Innovation : The Potential Role of Artificial Neural Networks', *European Journal of Economic and Social Systems* **15**(3), 51–65.
- Yıldızoğlu, M., Sénégas, M.-A., Salle, I. & Zumpe, M. (2011), Learning the Optimal Buffer-Stock Consumption Rule of Carroll, Working Paper 2011-11, GREThA.
- Zumpe, M. (2011), 'Détermination, Apprentissage Adaptatif et Règles de Politique Monétaire dans le Nouveau Modèle Canonique : un Guide de Lecture', *Revue d'Economie Politique* **121**(3), 307–345.

Liste des tableaux

2.1	Pouvoir de stabilisation des règles de politique monétaire	91
3.1	Modèles macroéconomiques multi-agents	134
3.2	Intervalles des valeurs admises des paramètres retenus pour les simulations informatiques du modèle.	147
D.1	Wilcoxon test : écart de production sous apprentissage social	347
D.2	Wilcoxon test : inflation sous apprentissage social	348
D.3	Wilcoxon test : fonction de perte sous apprentissage social	349
D.4	Wilcoxon test : écart de production sous apprentissage individuel	381
D.5	Wilcoxon test : inflation sous apprentissage individuel	382
D.6	Wilcoxon test : fonction de perte sous apprentissage individuel	382

Table des figures

1.1	Propagation des chocs \tilde{q}_t	59
1.2	Propagation du choc u_t	63
1.3	Propagation du choc w_t	64
3.1	Indices de positionnement de $H_t, Y_t^o, C_t, \frac{W_t}{P_t}, U_t$ et $\frac{P_t}{P_t}$	154
3.2	Évolution de la surproduction	156
3.3	Indices de positionnement de $C_t, \frac{W_t}{P_t}, U_t$ et $\frac{P_t}{P_t}$ avec $0 \leq \bar{b} \leq 2$	157
3.4	Indices de positionnement de $C_t, \frac{W_t}{P_t}, U_t$ et $\frac{P_t}{P_t}$ avec $-2 \leq \bar{b} < 0$	158
3.5	Évolution de P_t et de B_t avec $0 \leq \bar{b} \leq 2$	159
3.6	Évolution de B_t^1 et de B_t^2 avec $0 \leq \bar{b} \leq 2$	160
3.7	Évolution de P_t et de B_t avec $-2 \leq \bar{b} < 0$	165
3.8	Évolution de B_t^1 et de B_t^2 avec $-2 \leq \bar{b} < 0$	166
3.9	Chronogrammes de C_t et du nombre de ménages contraints pour $\bar{b} = -1$ et $\bar{b} = 2$	167
3.10	Graphiques associés à l'estimation de \bar{Y}^o	169
3.11	Nuages des points (H_t/Y_t^o) et (\bar{H}/\bar{Y}^o)	170
3.12	Graphiques associés à l'estimation de \bar{U}	172
4.1	Distributions des variables réelles sous apprentissage social	192
4.2	Distributions des variables nominales sous apprentissage social	194
4.3	Distribution du travail agrégé H_t dans des simulations de contrôle	199
4.4	Distributions de la demande agrégée de biens C_t^d (simulations d'origine)	202
4.5	Évolution du travail agrégé H_t avec initialisation à l'équilibre « mort » et avec un processus d'expérimentation à écart-type décroissant	205
4.6	Évolution de Y_t/H_t et de Y_t^s sous apprentissage social	208
4.7	Apprentissage dans le modèle de Yıldızoğlu (2001)	210
4.8	Structure du réseau de neurones artificiels du modèle multi-agents	214
4.9	Schéma de l'imbrication temporelle de $f_{i,t}$ et $E_{i,t}^*(f_{i,t})$	219
4.10	Distributions des variables réelles sous apprentissage individuel	224
4.11	Distributions des variables nominales sous apprentissage individuel	225
4.12	Distributions sous apprentissage individuel de H_t^o et C_t^d	226
4.13	Distributions sous apprentissage individuel de Y_t^s	228
4.14	Politique monétaire sous apprentissage social	235
4.15	Politique monétaire et taux d'intérêt des douze premières périodes	237
4.16	L'écart de production en fonction des règles et de la richesse initiale	239
4.17	Transmission de la politique monétaire sous apprentissage social	240
4.18	Écart de production dans le scénario 31	241
4.19	Taux d'intérêt dans le scénario 31	242
4.20	Politique monétaire sous apprentissage individuel	247
4.21	Transmission de la politique monétaire sous apprentissage individuel	249
4.22	Règles et évolution du taux d'intérêt sous apprentissage individuel	250

C.1	Conventions de la représentation par boîtes à moustaches	287
C.2	Séries temporelles de H_t et Y_t^o dans le scénario NOLH 1	293
C.3	Évolution de C_t , $\frac{W_t}{P_t}$, U_t et $\frac{P_t}{P_t}$ avec $\bar{b} = 160$	294
C.4	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C}	295
C.5	Graphiques associés à l'estimation de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$	295
C.6	Prévisions marginales de α et μ issues de l'estimation de \bar{P}	296
C.7	Graphiques associés à l'estimation de $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$	296
C.8	Prévisions marginales de α et μ issues de l'estimation de \bar{P}	297
D.1	Graphiques associés à l'estimation de \bar{H} sous apprentissage social	300
D.2	Graphiques associés à l'estimation de \bar{Y}^o sous apprentissage social	302
D.3	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social	304
D.4	Graphiques associés à l'estimation de $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ sous apprentissage social	306
D.5	Graphiques associés à l'estimation de \bar{U} sous apprentissage social	308
D.6	Graphiques associés à l'estimation de $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ sous apprentissage social	310
D.7	Graphiques associés à l'estimation de \bar{H} (initialisation à l'équilibre mort)	312
D.8	Graphiques associés à l'estimation de \bar{Y}^s sous apprentissage social	314
D.9	Graphiques associés à l'estimation \bar{H} sous apprentissage individuel	324
D.10	Graphiques associés à l'estimation \bar{Y}^o sous apprentissage individuel	327
D.11	Graphiques associés à l'estimation \bar{C} sous apprentissage individuel	330
D.12	Graphiques associés à l'estimation $\frac{\bar{W}}{\bar{P}}$ sous apprentissage individuel	333
D.13	Graphiques associés à l'estimation \bar{U} sous apprentissage individuel	336
D.14	Graphiques associés à l'estimation de $\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$ sous apprentissage individuel	339
D.15	Évolution de H_t avec croisement de deux fichiers NOLH et utilisation d'un fichier NOLH unique	342
D.16	Prévisions marginales de \bar{H} avec croisement de deux fichiers NOLH et uti- lisation d'un fichier NOLH unique	345
D.17	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social avec (R 2)	351
D.18	Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social avec (R 2)	353
D.19	Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage social avec (R 2)	355
D.20	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social avec (R 3)	357
D.21	Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social avec (R 3)	359
D.22	Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage social avec (R 3)	361
D.23	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social avec (R 4)	363
D.24	Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage social avec (R 4)	365
D.25	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social avec (R 5)	367
D.26	Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social avec (R 5)	369
D.27	Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage social avec (R 5)	371
D.28	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage social avec (R 6)	373
D.29	Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage social avec (R 6)	375
D.30	Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage social avec (R 6)	377
D.31	Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage individuel avec (R 2)	386
D.32	Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel avec (R 2)	389

D.33 Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage individuel avec (R 2)	392
D.34 Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage individuel avec (R 3)	395
D.35 Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel avec (R 3)	398
D.36 Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage individuel avec (R 3)	401
D.37 Graphiques associés à l'estimation de \bar{C} sous apprentissage individuel avec (R 4)	404
D.38 Graphiques associés à l'estimation de $\bar{\pi}$ sous apprentissage individuel avec (R 4)	407
D.39 Graphiques associés à l'estimation de \bar{i} sous apprentissage individuel avec (R 4)	410

Table des matières

Sommaire	v
Introduction générale	1
I Apprentissage adaptatif dans le nouveau modèle canonique	11
1 Le nouveau modèle canonique : un modèle dynamique stochastique d'équilibre général avec anticipations rationnelles	12
1.1 Introduction	12
1.2 Comportements des agents	16
1.2.1 Optimisation intertemporelle du ménage	16
1.2.1.1 Ménage représentatif	16
1.2.1.2 L'utilité du ménage représentatif	17
1.2.1.3 Répartition optimale des biens différenciés	19
1.2.1.4 La contrainte budgétaire	20
1.2.1.5 Le programme du ménage	22
1.2.1.6 Conditions d'Euler	27
1.2.2 Maximisation du profit des firmes	29
1.2.2.1 Fonction de production	30
1.2.2.2 Coûts de la firme	30
1.2.2.3 Tarification dans un contexte de flexibilité des prix	31
1.2.2.4 Niveau de production dans un contexte de flexibilité des prix	32
1.2.2.5 Tarification dans un contexte de prix rigides	34
1.2.3 Comportements des autorités politiques	37
1.2.3.1 Politique monétaire	37
1.2.3.2 Politique budgétaire	38
1.3 L'équilibre en anticipations rationnelles	39
1.3.1 Équilibre général	39
1.3.1.1 Conditions d'apurement des marchés	39
1.3.1.2 L'équilibre en anticipations rationnelles	41
1.3.2 La dérivation du nouveau modèle canonique linéarisé	44
1.3.2.1 Définition de l'état stationnaire	45
1.3.2.2 Log-linéarisation autour de l'état stationnaire	45
1.3.2.3 Dérivation de la relation IS	46
1.3.2.4 Dérivation d'une règle de type Taylor	49
1.3.2.5 Dérivation de la nouvelle courbe de Phillips	50
1.4 Le fonctionnement du modèle	57
1.4.1 Chocs et déviations autour de l'état stationnaire	57
1.4.1.1 Inventaire des chocs dans le modèle non-linéaire	58

1.4.1.2	La propagation des chocs aux variables endogènes	59
1.4.2	Le canal de transmission de la politique monétaire	63
1.4.2.1	Le canal de la consommation	65
1.4.2.2	Le « paradoxe de l'épargne »	67
1.5	Conclusion	68
2	Règles de politique monétaire, apprentissage adaptatif et stabilité macroéconomique	70
2.1	Introduction	70
2.2	Détermination et stabilité sous apprentissage	72
2.2.1	Le cadre d'analyse	72
2.2.2	La question de la détermination	73
2.2.3	La question de la stabilité sous apprentissage adaptatif	78
2.2.3.1	Apprentissage et anticipations	79
2.2.3.2	La stabilité sous apprentissage	81
2.2.3.3	La stabilité sous apprentissage comme critère de sélection de la solution pertinente	84
2.2.3.4	La stabilité sous apprentissage en présence de la règle (RT)	85
2.3	Règles de politique monétaire et stabilité	86
2.3.1	Règles de politique monétaire : une typologie	86
2.3.1.1	Règles instrumentales <i>ad hoc</i>	87
2.3.1.2	Règles optimales	88
2.3.1.3	Autres règles de politique monétaire	90
2.3.2	Capacités stabilisatrices des règles de politique monétaire	93
2.4	Extensions et robustesse des résultats	93
2.4.1	Autres algorithmes d'apprentissage	94
2.4.2	Des hypothèses informationnelles alternatives	94
2.4.3	La question de l'hétérogénéité des agents	95
2.5	Limites de l'apprentissage adaptatif	97
2.5.1	Anticipations rationnelles, apprentissage adaptatif et rationalité	97
2.5.2	Apprentissage adaptatif et fondements microéconomiques : la critique de Preston	102
2.5.2.1	Le modèle de Preston	102
2.5.2.2	La réponse de Honkapohja, Mitra et Evans	104
2.5.2.3	Une « critique de la critique » de Preston	105
2.6	Conclusion	109
II	Apprentissage et stabilité macroéconomique : vers une approche multi-agents de l'analyse de la politique monétaire	111
3	L'approche multi-agents de la modélisation macroéconomique	112
3.1	Introduction	112
3.2	Revue de la littérature macroéconomique multi-agents	117
3.2.1	Les questions abordées par les modèles macroéconomique multi-agents	117

3.2.2	Les caractéristiques des modèles macroéconomique multi-agents . . .	120
3.2.2.1	L'architecture des modèles	120
3.2.2.2	Règles de comportements	121
3.2.2.3	Fonctionnement des marchés et règles de rationnement . .	123
3.2.2.4	Hétérogénéité des agents	125
3.2.2.5	La politique monétaire	127
3.2.3	Apports et limites des modèles multi-agents	127
3.2.3.1	Apports positifs	127
3.2.3.2	Apports normatifs	130
3.2.3.3	Les difficultés spécifiques de la modélisation macroécono- mique multi-agents	131
3.3	Un modèle multi-agents proche du nouveau modèle canonique	136
3.3.1	Présentation du modèle multi-agents	136
3.3.1.1	Hypothèses	136
3.3.1.2	L'équilibre du modèle	144
3.3.2	Protocole des simulations	145
3.3.2.1	Espace de paramètres	145
3.3.2.2	Échantillonnage des combinaisons des paramètres par la méthode NOLH	147
3.3.2.3	Nombre de réplifications, de périodes et d'agents	148
3.3.3	Outils analytiques	149
3.3.3.1	Indices de positionnement	149
3.3.3.2	Boîtes à moustaches dynamiques	150
3.3.3.3	Analyse statistique par <i>Krigéage</i>	150
3.3.4	Résultats des simulations	153
3.3.4.1	Présentation des résultats	155
3.3.4.2	Analyse des résultats	158
3.4	Conclusion	174
4	Apprentissage et politique monétaire dans le modèle multi-agents	177
4.1	Introduction	177
4.2	Le modèle multi-agents avec apprentissage	180
4.2.1	L'apprentissage social dans le modèle multi-agents	181
4.2.1.1	La version canonique de l'algorithme génétique	181
4.2.1.2	Le modèle multi-agents avec apprentissage social	186
4.2.1.3	Le protocole des simulations	190
4.2.1.4	Présentation et analyse des résultats	191
4.2.2	La prise en compte des anticipations : modèles mentaux et appren- tissage individuel	209
4.2.2.1	Les réseaux de neurones artificiels	213
4.2.2.2	Le modèle multi-agents avec apprentissage individuel . . .	216
4.2.2.3	Les simulations avec apprentissage individuel	222
4.3	Introduction de la politique monétaire	229
4.3.1	La politique monétaire dans le modèle multi-agents	229
4.3.1.1	Objectifs et règles de politique monétaire	229

4.3.1.2	Transmission de la politique monétaire dans un cadre multi-agents	232
4.3.2	Apprentissage social et politique monétaire	233
4.3.2.1	Espace expérimental et protocole des simulations	233
4.3.2.2	Analyse des résultats des simulations	235
4.3.2.3	Le canal de transmission de la politique monétaire	246
4.3.3	Politique monétaire et apprentissage individuel	247
4.3.3.1	Présentation et analyse des résultats	247
4.3.3.2	La transmission de la politique monétaire	251
4.4	Conclusion	252
Conclusion générale		255
A Annexes du chapitre 1		263
A.1	Hypothèses sous-jacentes de la modélisation à agent représentatif	263
A.2	Répartition optimale de la consommation agrégée	264
A.3	Contrainte budgétaire du ménage représentatif	266
A.4	Dérivation de la condition de transversalité	267
A.5	Conditions de deuxième ordre du problème d'optimisation	268
A.6	Conditions d'équilibre dans l'industrie I	269
A.7	Log-linéarisation autour d'un état stationnaire	270
A.8	Approximation log-linéaire du taux d'intérêt réel	272
A.9	Log-linéarisation de la définition implicite de la production naturelle	272
A.10	Relation entre x_t et Y_t et entre π_t et Π_t	273
A.11	Dérivée partielle de la fonction réciproque u_c^{-1}	273
A.12	Absence structurelle de l'épargne	274
B Annexes du chapitre 2		276
B.1	Écritures matricielles du nouveau modèle canonique linéaire	276
B.2	Analyse de la détermination du nouveau modèle canonique	276
B.3	Calcul de la solution stationnaire du nouveau modèle canonique	279
B.4	Analyse de la stabilité sous apprentissage	280
B.5	Conditions de la stabilité sous apprentissage	282
C Annexes du chapitre 3		284
C.1	Résolution « néoclassique » du modèle multi-agents	284
C.2	Conventions de la représentation par boîtes à moustaches	287
C.3	Estimation par un méta-modèle de Krigéage	288
C.3.1	La formulation standard du Krigéage ordinaire	288
C.3.1.1	ANOVA fonctionnelle	290
C.3.1.2	Prévision marginale	291
C.3.2	Krigéage ordinaire avec une matrice de variance-covariance singulière	291
C.4	Analyse statistique du modèle multi-agents	293
C.4.1	Stabilité parfaite du travail agrégé et de la production agrégée	293
C.4.2	Dynamique de l'indice général des prix	293

C.4.3	Simulations de contrôle avec $\bar{b} = 160$	294
C.4.4	Estimation par Krigéage ordinaire	295
D	Annexes du chapitre 4	298
D.1	Scénarios NOLH avec apprentissage social	298
D.2	Estimation du modèle avec apprentissage social	299
D.3	Seuil critique du rationnement	315
D.4	Le salaire réel agrégé en absence de surproduction	315
D.5	Scénarios NOLH avec apprentissage individuel	317
D.6	Estimation du modèle avec apprentissage individuel	321
D.7	Scénarios NOLH avec politique monétaire	340
D.8	Fiabilité de la méthode NOLH	341
D.9	Significativité des effets de la politique monétaire	346
D.10	Estimation avec apprentissage social et politique monétaire	350
D.11	Scénarios NOLH : politique monétaire et apprentissage individuel	378
D.12	Significativité des effets de la politique monétaire	381
D.13	Estimations avec apprentissage individuel et politique monétaire	383
	Bibliographie	411
	Table des matières	430